



**HAL**  
open science

# Contrôle et dynamique d'objets capillaires : impact d'un jet sur un film liquide et effet d'un champ électrique sur une goutte en caléfaction

Geoffroy Kirstetter

## ► To cite this version:

Geoffroy Kirstetter. Contrôle et dynamique d'objets capillaires : impact d'un jet sur un film liquide et effet d'un champ électrique sur une goutte en caléfaction. Autre [cond-mat.other]. Université Nice Sophia Antipolis, 2014. Français. NNT : 2014NICE4048 . tel-01069383

**HAL Id: tel-01069383**

**<https://theses.hal.science/tel-01069383v1>**

Submitted on 29 Sep 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences

Ecole Doctorale en Sciences Fondamentales et Appliquées

# THESE

pour obtenir le titre de

**Docteur en Sciences**

de l'UNIVERSITE Nice-Sophia Antipolis

Discipline : Hydrodynamique

présentée et soutenue par

Geoffroy KIRSTETTER

**Contrôle et dynamique d'objets capillaires :  
Impact d'un jet sur un film liquide et  
Effet d'un champ électrique sur une goutte en  
caléfaction**

Thèse dirigée par MM. Jean RAJCHENBACH et Franck CELESTINI

soutenue au laboratoire de physique de la matière condensée

le vendredi 11 Juillet 2014

## **Jury :**

M. CELESTINI Franck	Examineur
M. DOLLET Benjamin	Rapporteur
M. DUCHEMIN Laurent	Examineur
M. FRISCH Thomas	Président du jury
M. JOSSERAND Christophe	Rapporteur
M. RAJCHENBACH Jean	Examineur
M. RAUFASTE Christophe	Invité

Cette oeuvre est mise à disposition selon les termes de la Licence  
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale  
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International.



## Remerciements

Deux mois ont passé depuis la soutenance de ma thèse et c'est avec une certaine émotion que j'écris ces quelques lignes. Résumer tous les liens noués pendant ces années est un exercice particulièrement difficile, bien qu'agréable. Mes premiers remerciements vont pour ma famille : mes parents, Patrick et Corinne, ainsi que mes deux sœurs, Alice et Chloé, pour m'avoir soutenu jusqu'au bout. Merci à Alexandra Delorme-Costil, ma compagne, pour m'avoir supporté pendant cette période. Je remercie également mes deux directeurs de thèse, Franck Celestini et Jean Rajchenbach. Leur perfectionnisme lors de la rédaction de ma thèse me permet de la regarder, avec le recul, comme un bel aboutissement. Bien qu'il ne figure sur aucun papier officiel, je remercie chaudement mon "co-co-directeur" : Christophe Raufaste. Les moments passés avec lui à noircir le tableau de nos modélisations resteront comme faisant partie des plus beaux moments de ma thèse. Je remercie bien évidemment tous les membres de mon jury, en commençant par les deux rapporteurs de ma thèse : Benjamin Dollet et Christophe Josserand. Je me rappelle distinctement des battements puissants de mon cœur lorsque j'ai entamé la lecture de leur rapport, et je n'oublierai jamais la joie intense que je ressentis une fois fini de les lire. Merci beaucoup pour avoir pris soin de lire en détail ma thèse ainsi que pour toutes vos remarques et vos questions. Je tiens à remercier tout particulièrement Thomas Frisch, le président de mon jury, pour tout ce qu'il a fait pour moi, que ce soit avant ma soutenance, pendant ou après. Enfin, merci à Laurent Duchemin, que je ne connaissais que par ses travaux. Ce fût une véritable fierté pour moi de l'avoir comme membre du jury. D'innombrables chercheurs m'ont inspiré, conseillé et soutenu pendant ma thèse. J'en oublierai donc forcément quelques uns. Un grand merci à Xavier Noblin, aussi bien pour ses précieux conseils que pour sa bonne humeur générale. Merci à Wilfried Blanc, mon parrain de thèse, chez qui j'ai toujours trouvé une oreille attentive et amicale. Merci à Fabrice Mortessagne, ou "Mr le directeur" pour les intimes. Il n'hésite jamais à mettre toutes ses compétences au service du laboratoire ainsi qu'à la bonne humeur qui y règne. Merci à Olivier Legrand, directeur du département Physique au moment de ma prise de fonction, qui m'a aidé et poussé à devenir moniteur. Je remercie également Martine Le Berre pour son aide lors de mes travaux sur la modélisation numérique de l'effet électrique sur les gouttes de Leidenfrost, hélas inachevés.

Un merci tout particulier pour notre ingénieur réseau Bernard Gay-Para. Il arrive toujours à nous trouver 5 minutes dans son emploi du temps surchargé. Que ce soit sur le dernier patch de la dernière application qui fait des graphiques en 18 dimensions, en

temps réel et en multi-processing biphasé, pour discuter entre deux portes de l'implication du patois Wookie sur l'humeur de Sheldon Cooper ou plus simplement pour nous aider à développer nos codes pour nos travaux, il répond toujours présent (et avec le sourire!).

Un laboratoire, c'est bien entendu du travail, mais c'est également une vie en petite société. C'est pourquoi je tiens à remercier toutes les personnes que j'ai croisées et avec qui j'ai eu la chance de partager un bout de ma vie. Je commence par les anciens : Alphonse Leroux et Coraline Llorens, mes deux "co-bureaux" comme j'aimais à les appeler. Ils sont devenus de véritables amis au cours de ma thèse. Nous étions inséparables. Vous me manquez... C'est maintenant que la page se tourne que je peux voir à quel point j'ai été chanceux de vous avoir. Merci les amis. Merci également à Sihem Bounouha, aka "Sissi". Ton Tajin n'a d'égale que ta bonne humeur. Merci aux nouveaux qui prennent le relais : Jean-François Lupi pour ses gateaux et son gout si particulier pour les films improbables. Merci à Manuel dit "Manu" (originalité, quand tu nous tiens) qui prend ma place, pour son sens si particulier du travail d'équipe. Plus sérieusement, son esprit de compétition ainsi que sa sympathie et son sens du sociale (si rare dans ce métier) font de lui une personne exceptionnelle. Merci aux deux JiBé! Votre bonnomie et vos engueulades vont me manquer. Merci à Yasmine, j'espère de tout mon coeur que ta fin de thèse, entre titre de séjour et rédaction, saura trouver une fin heureuse. Merci à Julian dit "rrrulio" pour m'avoir appris quelques mots d'allemand (yayayayaya). Merci aux gars de l'atelier, Christophe et Fred, pour m'avoir épaulé dans mes conceptions de dispositif expérimental ainsi que pour nos parties endiablés de Beach Volley. Merci aux gars de l'atelier électro, Fred et Greg. Sans vos précieux conseils, je n'aurai jamais pu développer mes manips et je serai très certainement mort électrocuté devant mes gouttes de Leidenfrost. Merci à Jérôme pour tous tes dépannages informatiques et pour m'avoir fait découvrir Orelsan. Merci à Yaroslava, je te souhaite bonne chance pour la suite. Si quelqu'un d'influent lit ces quelques lignes : trouvez lui un vrai contrat, SVP!

Pour finir, merci à la science, ainsi qu'au système de bourse de thèse qui m'a permis de devenir docteur. Puisse le financement de thèse perdurer éternellement.

*"(...) j'éprouvai ce jour là une de ces jouissances de laboratoire, une de ces jouissances intimes qui ne sont connues que des physiciens et des chimistes, voués par goût, plutôt que par position, au culte et à la recherche de la vérité..."*

*- Pierre Hippolyte Boutigny 1847*

*Nouvelle branche de physique : ou, Études sur les corps à l'état sphéroïdal*



# Table des matières

Introduction générale	7
-----------------------	---

Partie I Impact d'un jet sur un film liquide	11
--	----

## Chapitre 1

### Introduction à la physique des jets et des films de savon

1.1 Jets millimétriques . . . . .	16
1.1.1 Motivations . . . . .	16
1.1.2 Equations et nombres pertinents . . . . .	17
1.1.3 Formation et stabilité . . . . .	19
1.2 Impacts et rebonds de jets . . . . .	22
1.3 Les films de savon . . . . .	25
1.3.1 Motivations . . . . .	25
1.3.2 Formation, stabilité et fin de vie . . . . .	27
1.3.3 Forme et géométrie . . . . .	30
1.4 Impacts sur des films de savon . . . . .	33

## Chapitre 2

### Impact d'un jet sur un film liquide : régime de réfraction

2.1 Dispositif expérimental . . . . .	40
2.1.1 Contrôle du rayon du jet . . . . .	41
2.1.2 Contrôle de l'angle d'incidence . . . . .	41
2.1.3 Contrôle de la vitesse du jet . . . . .	42
2.1.4 Surfactants utilisés . . . . .	42



2.1.5	Films de savon . . . . .	43
2.1.6	Nombres adimensionnés et distances caractéristiques . . . . .	43
2.2	Impact à incidence normale . . . . .	44
2.2.1	Résultats expérimentaux . . . . .	45
2.2.1.1	Déformation du film . . . . .	45
2.2.1.2	Augmentation du rayon sortant . . . . .	47
2.2.2	Modélisation du phénomène et résultats . . . . .	48
2.2.3	Influence de la gravité . . . . .	52
2.3	Impact à incidence quelconque . . . . .	54
2.3.1	Résultats expérimentaux . . . . .	54
2.3.1.1	Déformation du film . . . . .	54
2.3.1.2	Réfraction du jet . . . . .	55
2.3.2	Indice de réfraction effectif . . . . .	56
2.3.3	Modélisation . . . . .	58
2.4	Conclusion . . . . .	61

<b>Chapitre 3</b>
-------------------

<b>Impact d'un jet sur un film liquide : régime d'absorption</b>
--

3.1	Résultats expérimentaux . . . . .	66
3.1.1	Régime d'absorption . . . . .	66
3.1.2	Régime transitoire . . . . .	68
3.1.3	Transition réfraction-absorption . . . . .	70
3.2	Modélisation . . . . .	72
3.2.1	Régime d'absorption . . . . .	72
3.2.2	Diagramme de transition . . . . .	76
3.3	Conclusion . . . . .	77

<b>Chapitre 4</b>
-------------------

<b>Cylindre incliné perçant un film de savon : étude numérique</b>
--

4.1	Motivations . . . . .	82
4.1.1	Interface déformée par un objet cylindrique . . . . .	82
4.1.2	Impact d'un jet sur un film de savon . . . . .	82
4.1.3	Problématique . . . . .	83
4.2	Matériel et méthode . . . . .	83
4.2.1	Méthode numérique . . . . .	83

---

4.2.2	Déformation de l'interface . . . . .	84
4.2.3	Expression de la force . . . . .	87
4.3	Résultats . . . . .	88
4.3.1	Force d'interaction . . . . .	88
4.3.2	Déviation de la ligne triple . . . . .	90
4.4	Discussion . . . . .	91
4.4.1	Modélisation de la force . . . . .	91
4.4.2	Application à l'impact d'un jet sur un film de savon . . . . .	92
4.5	Conclusion . . . . .	93

<b>Chapitre 5</b>
-------------------

<b>Conclusion et perspectives</b>
-----------------------------------

5.1	Conclusion . . . . .	97
5.2	Perspectives . . . . .	98

<b>Bibliographie : Partie 1</b>
---------------------------------

## Partie II Effet d'un champ électrique sur une goutte en caléfaction 107

<b>Chapitre 6</b>
-------------------

<b>Introduction à la physique des gouttes en caléfaction</b>
--

6.1	L'effet Leidenfrost : historique . . . . .	112
6.2	Etat de l'art actuel . . . . .	116
6.3	Modélisation . . . . .	122
6.3.1	Epaisseur du film de vapeur constante . . . . .	123
6.3.2	Limite de l'hypothèse de lubrification . . . . .	127
6.3.3	Epaisseur du film de vapeur variable . . . . .	129
6.3.4	Dynamique de l'évaporation . . . . .	131
6.4	Récapitulatif . . . . .	133

<b>Chapitre 7</b>
-------------------

<b>Effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost</b>
--

7.1	Dispositif expérimental . . . . .	138
-----	-----------------------------------	-----

7.1.1	Substrat et thermalisation du système . . . . .	138
7.1.2	Champ électrique . . . . .	140
7.1.3	Méthode interférentielle . . . . .	140
7.1.4	Traitement d'images . . . . .	142
7.2	Profil d'une goutte de Leidenfrost sans champ électrique . . . . .	144
7.3	Effet du champ électrique sur la goutte . . . . .	146
7.4	Modélisation et résultats . . . . .	148
7.4.1	Modélisation . . . . .	148
7.4.2	Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .	151
7.5	Conclusion . . . . .	152

<b>Chapitre 8</b>
-------------------

<b>Au delà de la tension critique</b>
---------------------------------------

8.1	Dispositif expérimental . . . . .	158
8.2	Observations qualitatives . . . . .	158
8.3	Evaporation . . . . .	160
8.4	Caractérisation électrique de la goutte . . . . .	162
8.4.1	Tension critique : modélisation et résultats expérimentaux . . .	164
8.4.2	Conductance au-delà de la tension critique . . . . .	168
8.5	Application soudaine d'une forte tension . . . . .	170
8.6	Conclusion . . . . .	172

<b>Chapitre 9</b>
-------------------

<b>Conclusion et perspectives</b>
-----------------------------------

9.1	Conclusion . . . . .	177
9.2	Perspectives . . . . .	178

<b>Bibliographie : Partie 2</b>
---------------------------------

<b>Annexe A</b>
-----------------

<b>Caténoïde : surface minimale et force exercée</b>
--

A.1	Introduction . . . . .	183
A.2	Propriétés mathématiques et mécaniques . . . . .	183
A.2.1	Les mathématiques de la caténoïde : calcul variationnel . . . . .	183
A.2.2	La physique de la caténoïde . . . . .	185

---

**Annexe B**

**The Surface Evolver**

**Annexe C**

**Goutte non-mouillante**

C.1 Gouttes capillaires : $R < \ell_c$ . . . . .	189
C.2 Flaques gravitaires : $R > \ell_c$ . . . . .	191
C.3 Résolution numérique . . . . .	192

**Annexe D**

**Transferts thermiques**

D.1 Chaleur, enthalpie et capacité thermique massique . . . . .	197
D.2 Equation de la chaleur . . . . .	198

**Bibliographie : Annexes**

**Conclusion générale**

**203**



# Introduction générale



Une étendue d'eau, une flaque par exemple, s'étale sur le sol sous l'effet de la gravité. Une petite goutte, en revanche, conserve une forme plus ou moins sphérique comme nous pouvons le voir en nous attardant sur des gouttes de pluie qui ruissellent sur un pare-brise. En retirant un cadre métallique d'une solution savonneuse, un film de savon se forme au mépris de la gravité. Ces différences de formes et de comportements sont liées aux forces agissant sur les interfaces du liquide, également appelées forces capillaires. Elles ont été nommées ainsi car elles contrebalancent la gravité en dessous d'une certaine échelle de longueur, que les Anciens comparaient à la taille d'un cheveu. La capillarité est au cœur de nombreux phénomènes : elle fait monter du liquide dans des tubes suffisamment fins, elle détermine la forme des gouttes d'eau ou des jets et permet l'existence des films de savon. Elle combine effets de mouillage et effets de surface. Mes travaux de thèse se sont concentrés sur trois objets hydrodynamiques aux effets capillaires prépondérants : les films de savon, les gouttes et les jets.

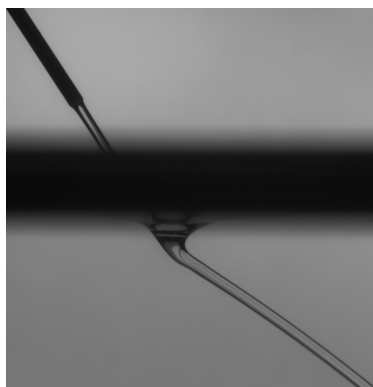


FIGURE 1 – Lorsque le jet possède suffisamment de quantité de mouvement verticale, il passe au travers du film de savon qui le réfracte. Illustration du Chapitre 2.

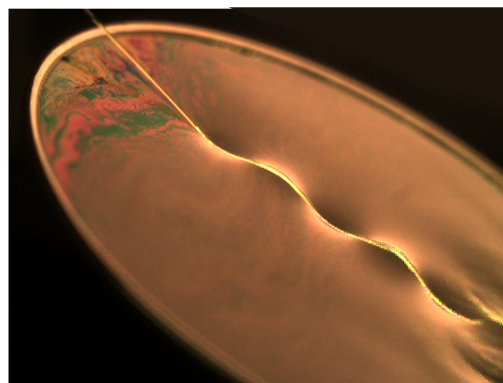


FIGURE 2 – Lorsque le jet ne possède plus assez de quantité de mouvement verticale, il est absorbé par le film et ondule à sa surface. Illustration du Chapitre 3.

Ce mémoire est constitué de deux parties distinctes, la première est consacrée à l'impact d'un jet sur un film de savon. Dans le chapitre 1 sont résumées les différentes propriétés des jets millimétriques et des films de savon ainsi qu'un bref rappel des travaux



antérieurs importants effectués sur le sujet. Le chapitre 2 est consacré à l’impact d’un jet sur un film de savon lorsque le jet possède suffisamment de quantité de mouvement verticale pour traverser le film. Dans ce cas, nous montrerons que le jet est réfracté par le film (Fig. 1). Dans le troisième chapitre, nous étudierons les impacts de jet à faible quantité de mouvement verticale. Nous verrons que dans ce cas, le jet est absorbé par le film et ondule à sa surface (Fig. 2). Nous nous intéresserons ensuite, dans le chapitre 4, à la déformation d’un film liquide par un cylindre passant en son centre à l’aide du logiciel “The Surface Evolver” et nous terminerons cette première partie par le chapitre 5, dédié à la conclusion de nos travaux ainsi qu’aux perspectives de recherche qu’ils ouvrent.

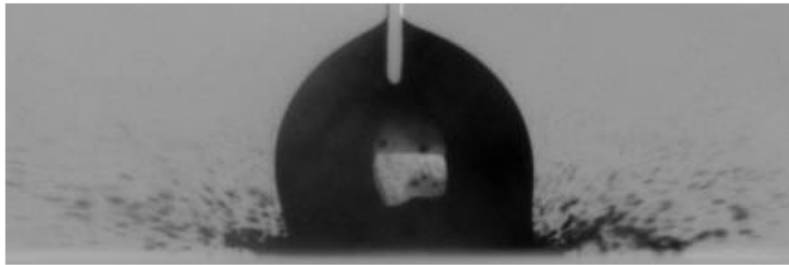


FIGURE 3 – Un champ électrique peut, dans certaines conditions, supprimer l’effet Leidenfrost. Illustration du chapitre 8

Dans la seconde partie de ce mémoire, nous étudierons l’effet d’un champ électrique appliqué à une goutte de Leidenfrost. Nous aborderons des rappels généraux sur les gouttes de Leidenfrost dans le chapitre 6. Le chapitre 7 se concentrera sur une goutte de Leidenfrost soumise à un champ électrique relativement faible. Nous montrerons que ce dernier réduit l’épaisseur du film de vapeur situé entre la goutte et le substrat. Dans le chapitre 8, nous focaliserons notre étude sur l’effet d’un champ électrique intense sur ces gouttes ainsi qu’à leur caractérisation électrique. Nous verrons que l’effet électrique peut alors supprimer l’effet Leidenfrost (Fig 3). Enfin, nous résumerons dans le chapitre 9 nos conclusions ainsi que les différentes perspectives de recherche qui nous sont apparues lors de nos travaux.

## Première partie

# Impact d'un jet sur un film liquide



# Chapitre 1

## Introduction à la physique des jets et des films de savon

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Jets millimétriques . . . . .</b>	<b>16</b>
1.1.1	Motivations . . . . .	16
1.1.2	Equations et nombres pertinents . . . . .	17
1.1.3	Formation et stabilité . . . . .	19
<b>1.2</b>	<b>Impacts et rebonds de jets . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>1.3</b>	<b>Les films de savon . . . . .</b>	<b>25</b>
1.3.1	Motivations . . . . .	25
1.3.2	Formation, stabilité et fin de vie . . . . .	27
1.3.3	Forme et géométrie . . . . .	30
<b>1.4</b>	<b>Impacts sur des films de savon . . . . .</b>	<b>33</b>

---



---

Dans ce premier chapitre nous allons introduire les notions fondamentales reliées au système que nous avons étudié : un jet liquide impactant un film de savon. Si les jets et les films de savon ont été étudiés de manière approfondie dans le passé, à notre connaissance cette étude est la première qui met en évidence, de façon exhaustive, un phénomène physique où ces deux objets interagissent. Nous examinerons donc, dans un premier temps, les concepts de base reliés à la physique des jets et nous énumérerons ensuite les différentes études qui se sont intéressées aux impacts de jets ainsi qu'à la déviation du jet résultante (Fig. 1.1). Dans un second temps, nous nous concentrerons sur les notions fondamentales reliées aux films de savon. Enfin, dans la dernière partie de ce chapitre introductif, nous listerons les études antérieures mettant en évidence des phénomènes d'impacts d'objets (billes solides, gouttes) sur des films de savon ainsi qu'à la déformation du film qui en résulte (Fig. 1.2).

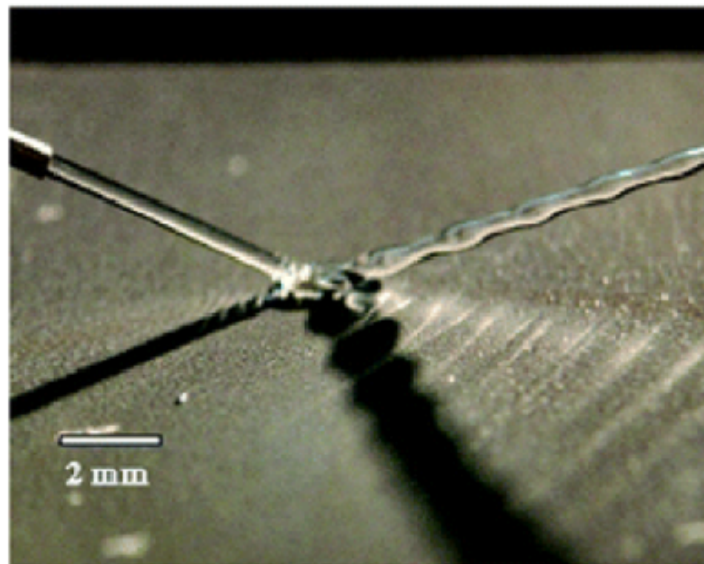


FIGURE 1.1 – Rebond d'un jet sur un substrat superhydrophobe. Figure extraite de [Celestini et al., 2010].

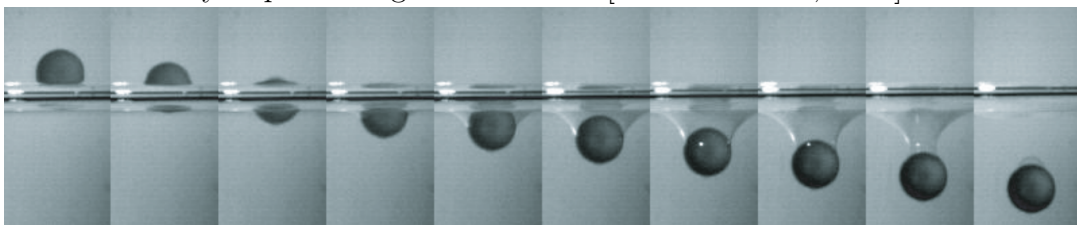


FIGURE 1.2 – Bille d'acier passant au travers d'un film de savon. Figure extraite de [LeGoff et al., 2008].

## 1.1 Jets millimétriques

L’objectif de ce chapitre est de rappeler les notions nécessaires à la description des expériences mises en œuvre au cours de ce travail de thèse. Il convient, tout d’abord, de remarquer que la définition même d’un “jet” est imprécise. Nous citons par exemple celle qu’en donnent Eggers et Villermaux [Eggers and Villermaux, 2008] : “A jet is a stream of matter having a more or less columnar shape”. Elle sous-entend néanmoins que l’interface d’un jet doit être majoritairement libre, qu’elle soit liquide-vapeur ou liquide-liquide.

### 1.1.1 Motivations

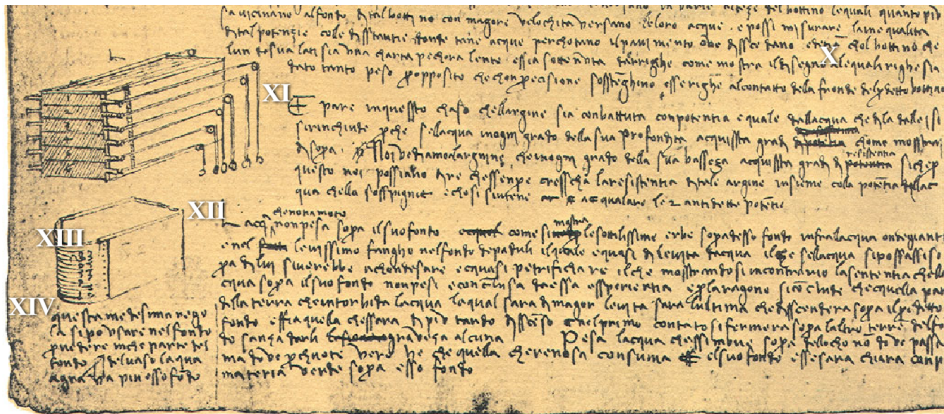


FIGURE 1.3 – Dispositif permettant de montrer que la pression augmente avec la profondeur d’un bain liquide. Figure extraite et retournée de [DeVinci, 1510] (le codex est écrit en écriture miroir), disponible sur le site [HammerCodex, 2014].

Les premières études sur le comportement des jets datent du début du XVI<sup>e</sup>. Leonard De Vinci est le premier à s’y intéresser [DeVinci, 1508] [DeVinci, 1510] (Fig. 1.3), il note que la déstabilisation d’un jet en gouttes met en compétition la gravité avec la force de cohésion du liquide. Presque deux siècles plus tard, Mariotte reprend les travaux de De Vinci [Mariotte, 1686]. Il comprend que le diamètre du jet doit se réduire à une taille proche de celle d’un cheveu pour qu’il puisse se déstabiliser en gouttes. Ce n’est qu’un siècle plus tard que cette idée sera mise correctement en équation par Laplace [Laplace, 1805] et Young [Young, 1805]. Ils comprirent le rôle crucial de la courbure moyenne de l’interface liquide-vapeur et la relièrent à la notion de tension de surface qu’ils introduisirent :  $\gamma$ . Au milieu du XIX<sup>e</sup>, la mise en équation de la dynamique d’un écoulement par Navier et Stokes [Navier and Sur, 1827] [Stokes, 1851] permit à Sarvart

de décrire la déstabilisation d'un jet en gouttes [Savart, 1833a] [Savart, 1833b]. Depuis, de nombreuses études sont venues étoffer notre connaissance des jets. Eggers et Villermaux en présentent une vision générale dans leur article de revue [Eggers and Villermaux, 2008].

En plus de son intérêt fondamental, le contrôle et la manipulation de jets sont d'une grande importance dans nombre de procédés industriels. La stabilité d'un jet, ainsi que sa déstabilisation, sont au cœur d'applications, comme les imprimantes à jets d'encre ou les brumisateurs [Badie and Lange, 1997] [Dong et al., 2006] [Brown et al., 2011], l'encapsulation de matériel biologique dans des gouttes [Loscertales et al., 2002] [Funakoshi et al., 2006] ou encore comme dans le domaine de la production de fibres [Ganan-Calvo et al., 2004].

### 1.1.2 Equations et nombres pertinents

Nous introduisons ici quelques rappels fondamentaux sur la physique gouvernant la dynamique des jets.

#### Pression de Laplace

La loi de Laplace décrit la différence de pression des deux côtés d'une interface courbe séparant deux phases fluide. Pour exprimer cette différence de pression, nous définissons  $\mathcal{C}$ , le double de la courbure moyenne locale qui est la somme des inverses des deux rayons de courbure principaux  $R_1$  et  $R_2$  de l'interface ( $\mathcal{C} = 1/R_1 + 1/R_2$ ). La différence de pression  $\Delta P$  de part et d'autre de cette interface s'exprime comme :

$$\Delta P = \gamma \mathcal{C} \tag{1.1}$$

où  $\gamma$  est la tension superficielle de l'interface entre les deux phases.

La pression dans un jet cylindrique millimétrique est le plus souvent dominée par la pression de Laplace, son rayon  $R$  étant inférieur à la longueur capillaire, que nous introduisons plus bas. La surpression locale par rapport au milieu extérieur s'exprime comme :

$$\Delta P = \frac{\gamma}{R} \tag{1.2}$$

#### Equations de Navier-Stokes

Nous rappelons ici les équations de Navier-Stokes [Navier and Sur, 1827] [Stokes, 1851]



reliant les grandeurs locales dans l'approximation des milieux continus. Pour un fluide newtonien s'écoulant dans le champ de la pesanteur, celle-ci s'écrit comme :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \eta \Delta \vec{v} \quad (1.3)$$

où  $p$  est le champ de pression dans l'écoulement,  $\vec{v}$  son champ de vitesse,  $\vec{g}$  l'accélération de la pesanteur,  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide et  $\rho$  sa masse volumique.

Dans le cas où l'écoulement est stationnaire ( $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$ ), cette équation est composée de quatre termes distincts :

- Le terme inertiel :  $\rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$
- Le terme de pression :  $-\vec{\nabla} p$
- Le terme gravitationnel :  $\rho \vec{g}$
- Le terme visqueux :  $\eta \Delta \vec{v}$

En faisant le rapport de ces termes deux par deux, nous pouvons construire 3 nombres adimensionnés indépendants. C'est ce que nous proposons de faire maintenant à partir des grandeurs caractéristiques d'un jet : son rayon  $R$  et sa vitesse  $V$ .

### Nombre de Weber

Le nombre de Weber quantifie l'importance des effets inertiels par rapport aux effets capillaires. Pour le construire, il faut exprimer le rapport du terme inertiel ( $\frac{\rho V^2}{R}$ ) sur le terme de pression ( $\frac{\Delta P}{R}$ ) de l'équation de Navier-Stokes (Eq. 1.3). Comme nous l'avons dit précédemment, pour un fluide parfait, la pression dans un jet millimétrique est dominée par la pression de Laplace :  $\Delta P = \frac{\gamma}{R}$ . Le nombre de Weber s'exprime donc comme :

$$We = \frac{\rho R V^2}{\gamma} \quad (1.4)$$

Si ce nombre est inférieur à 1, le système est dominé par les effets capillaires. Si au contraire, il est supérieur à 1, ce sont les effets cinétiques qui dominent le système.

### Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds quantifie l'effet de l'inertie de l'écoulement par rapport aux effets visqueux. En faisant le rapport du terme inertiel ( $\frac{\rho V^2}{R}$ ) sur le terme visqueux ( $\eta \frac{V}{R^2}$ ) de l'équation de Navier-Stokes (Eq. 1.3), le nombre de Reynolds s'exprime de la manière

suivante :

$$Re = \frac{\rho VR}{\eta} \quad (1.5)$$

Si ce nombre est inférieur à 1, les effets visqueux dominent le système. Au contraire, lorsque le nombre de Reynolds d'un écoulement est supérieur à l'unité, ce sont les effets inertiels qui prédominent.

### Nombre de Bond et Longueur capillaire

Le nombre de Bond quantifie les effets gravitaires par rapport aux effets capillaires. Pour le construire, il faut exprimer le rapport de ces deux termes ( $\rho g$  et  $\frac{\gamma}{R^2}$ ) de l'équation de Navier-Stokes (Eq. 1.3). Le nombre de Bond s'exprime alors de la manière suivante :

$$Bo = \frac{\rho g R^2}{\gamma} \quad (1.6)$$

Comme pour les nombres précédents, si le nombre de Bond est inférieur à 1, les effets capillaires dominent le système alors que pour un Bond supérieur à l'unité, c'est la gravité qui dirige le système.

La nombre de Bond est également défini comme :  $Bo = \left(\frac{R}{\ell_c}\right)^2$ , où nous introduisons la longueur capillaire  $\ell_c$  :

$$\ell_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \quad (1.7)$$

Si la taille caractéristique d'un jet est inférieure à cette longueur, l'énergie de surface dirigera le système. Par contre, si elle est supérieure à la longueur capillaire, c'est la gravité qui gouvernera son comportement.

### 1.1.3 Formation et stabilité

#### Formation

Pour former un jet, une technique simple consiste à confiner un écoulement dans un tube et à laisser le fluide s'écouler à son extrémité, l'écoulement étant généralement créé grâce à une surpression ou par l'action de la gravité. C'est ce que nous faisons quand nous utilisons un tuyau d'arrosage pour arroser nos plantes, mais il existe également d'autres techniques, plus pointues, que nous décrivons dans ce paragraphe. Citons par exemple les travaux de Brown et al. [Brown et al., 2011]. En focalisant un laser sur un film liquide, les auteurs ont mis en évidence que le film se déforme peu à peu pour former un jet, comme nous pouvons le voir sur la figure 1.4. Tan et al. ont également

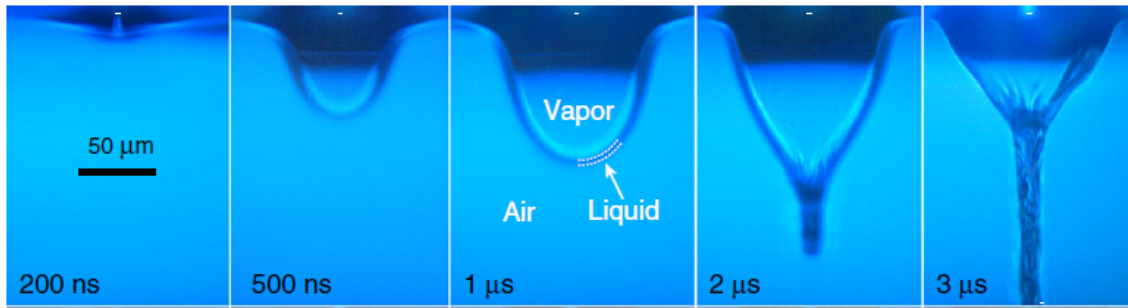


FIGURE 1.4 – Un laser focalisé sur un film liquide donne naissance à un micro-jet. Figure extraite de [Brown et al., 2011].

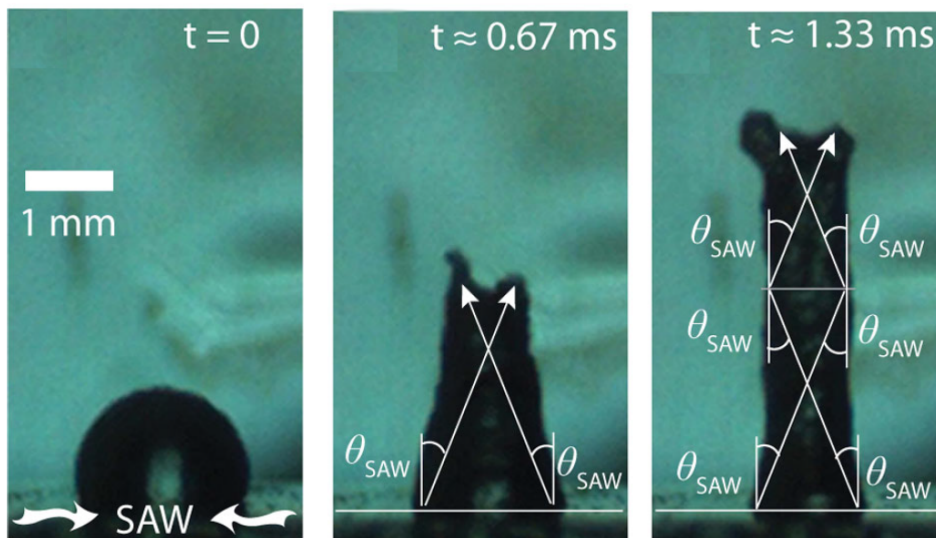


FIGURE 1.5 – La focalisation d’onde acoustique sur une goutte permet de l’étirer en un jet. Figure extraite de [Tan et al., 2009].

expérimenté la formation de jets par la focalisation non pas d’ondes lumineuses, mais d’ondes acoustiques sur une goutte initialement au repos [Tan et al., 2009]. Celle-ci se déforme alors et peut s’étirer en un jet. Nous reproduisons cet effet sur la figure 1.5. La technique de “flow-focusing” mise en évidence par Ganan-Calvo et al. est utilisée dans la formation de fibres [Gañán-Calvo, 1998]. En cisillant une goutte de liquide par l’écoulement concentrique d’un autre fluide, la goutte s’étire en un long filament qui reste stable.

### Instabilité de Rayleigh-Plateau

Un jet non confiné est intrinsèquement instable. Cette instabilité, également appelée instabilité de Rayleigh, décrit la façon dont le jet se déstabilise en gouttelettes à cause des effets capillaires. Ce phénomène a été mis en évidence expérimentalement en 1833 par Savart [Savart, 1833a] [Savart, 1833b] puis en 1869 par Plateau [Plateau, 1869].

Il a ensuite été modélisé théoriquement par Lord Rayleigh quelques années plus tard [Rayleigh, 1878]. Nous n'avons pas pour objectif de le décrire en détail. Nous nous contenterons d'une analyse purement qualitative [Guyon et al., 2001] [Charru, 2012]. Nous considérons une section d'un jet initialement à l'équilibre, de rayon  $R$ , qui subit une petite perturbation correspondant à une modulation sinusoidale de sa section telle que décrite sur la figure 1.6.

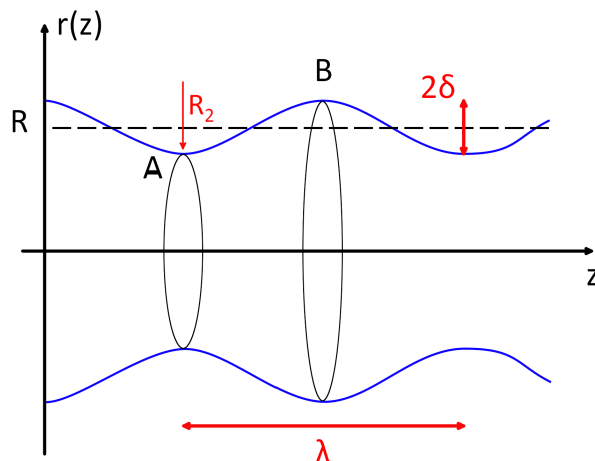


FIGURE 1.6 – Instabilité se propageant à la surface d'un jet.

Nous pouvons alors constater que le jet se décompose en portions de petites sections (point A) et de grandes sections (point B), la perturbation induisant une variation des deux rayons de courbures principaux de l'interface. Au point A, le rayon du jet diminue ( $R - \delta$ ) alors qu'un second rayon de courbure extérieur est créé et est de signe opposé au premier ( $R_2$ ). La diminution du rayon du jet augmente la pression alors que le second rayon de courbure la diminue. Au point B, c'est l'inverse qui se produit : le rayon de jet augmente ( $R + \delta$ ), diminuant la pression alors que le nouveau rayon de courbure, de même signe cette fois-ci, augmente la pression. Le jet se déstabilise lorsque la pression au point A est plus importante qu'au point B, induisant un mouvement du fluide des petites sections vers les grandes. Une étude quantitative permet d'exprimer la longueur d'onde  $\lambda$  à partir de laquelle c'est le cas :

$$\lambda \geq 2\pi R \quad (1.8)$$

L'instabilité de Rayleigh-Plateau est basée sur un critère statique, mais il lui faut

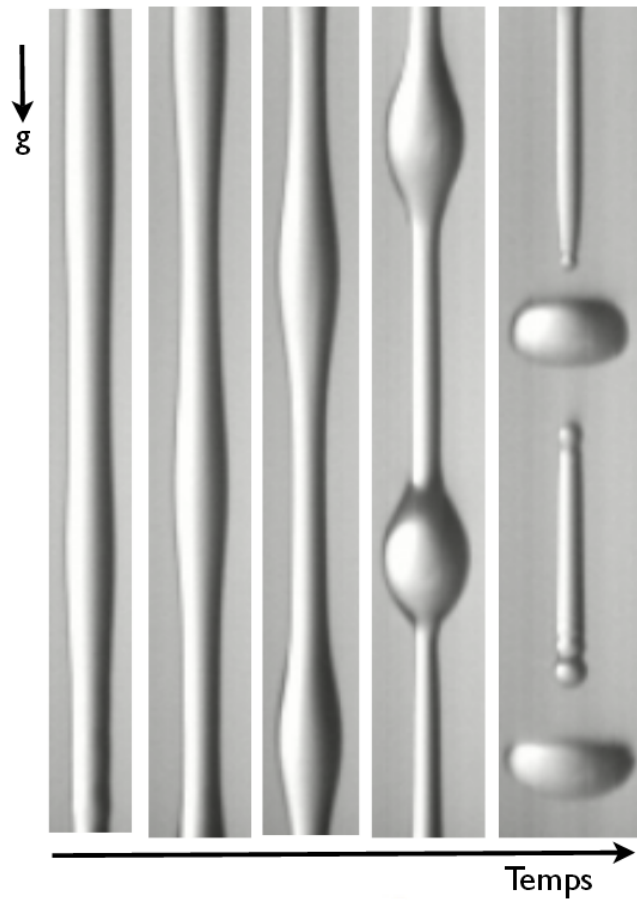


FIGURE 1.7 – Jet d’eau se déstabilisant en gouttes sous l’action de l’instabilité de Rayleigh-Plateau.

un certain temps pour se propager et ainsi déstabiliser le jet. Pour un fluide parfait, la propagation de cette déstabilisation dépend du seul temps caractéristique du système, le temps capillaire [Eggers and Villermaux, 2008] [Charru, 2012] qui s’exprime comme :

$$\tau = \left( \frac{\rho R^3}{\gamma} \right)^{1/2} \quad (1.9)$$

## 1.2 Impacts et rebonds de jets

De nombreuses études ont étudié des impacts de jet sur des substrats, qu’ils soient solides ou liquides. La principale problématique de ce genre d’études est de comprendre l’interaction entre le jet et le substrat, et ensuite de l’utiliser pour contrôler le rebond

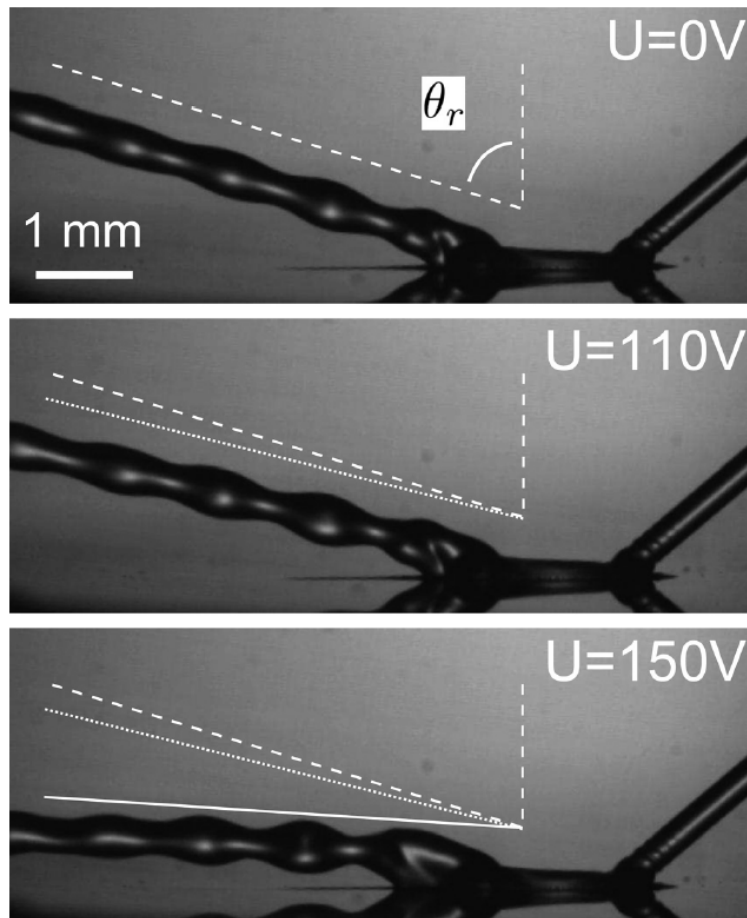


FIGURE 1.8 – Un jet rebondit sur un substrat super-hydrophobe. L’application d’un champ électrique permet de contrôler le rebond. Figure extraite de [Noblin and Celestini, 2012].

du jet. Nous nous concentrons sur les rebonds de jets sur des substrats solides dans un premier temps. C’est le cas de l’étude réalisée par Celestini et al. [Celestini et al., 2010] dans laquelle les auteurs ont mis en évidence le fait qu’un jet peut rebondir sur un substrat super-hydrophobe. Lors du rebond, le jet se déforme selon des modes elliptiques qui lui permettent de stocker de l’énergie. Le jet se comporte alors comme un ressort, la faible adhérence entre le jet et le substrat super-hydrophobe lui permettant de rebondir. Il est d’ailleurs possible d’influer sur ce rebond à l’aide d’un champ électrique [Noblin and Celestini, 2012]. Comme nous pouvons le voir sur la figure 1.8, une tension appliquée entre le jet et le substrat permet d’influer sur le mouillage du substrat et donc de modifier l’angle du rebond. Nous pouvons également citer l’effet Coanda ou “effet théière” qui est responsable de la déviation d’un jet lorsque nous l’effleurons avec

le doigt [Coanda, 1932] [Wille and Fernholz, 1965] [Duez et al., 2010]. Pour des raisons de mouillage, le jet suit le contour courbé du doigt sur une certaine distance. Dans un jet courbé, la pression augmente lorsqu'on s'éloigne du centre de courbure de la ligne de courant, ce qui pour conséquence de défléchir encore plus le jet [Guyon et al., 2001].

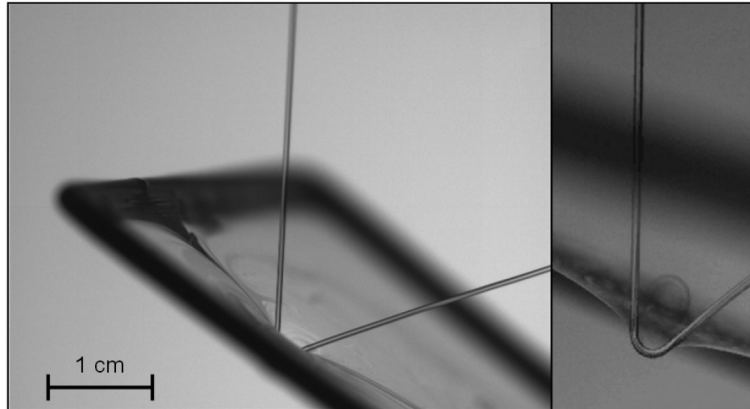


FIGURE 1.9 – Un jet de liquide rhéo-fluidifiant rebondit sur un film de savon grâce au “Kaye effect”. Figure extraite de [Versluis et al., 2007].

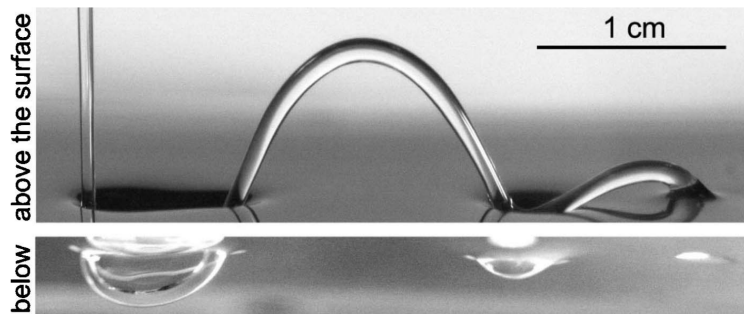


FIGURE 1.10 – Un jet de liquide Newtonien (huile de silicone) rebondit sur un bain mouvant du même liquide. La bain se déplace vers la droite de la photographie. Figure extraite de [Thrasher et al., 2007].

D'autres études se sont concentrées sur le rebond de jet sur des objets non pas solides, mais liquides (films de savon, bains). C'est le cas du “Kaye effect” qui permet à un jet de shampoing de changer totalement de direction lorsqu'il chute sur une surface plane [Kaye, 1963] [Collyer and Fisher, 1976] [Versluis et al., 2006] [Versluis et al., 2007]. Nous pouvons voir sur la figure 1.9 le rebond d'un jet de shampoing sur un film de savon. Si la propriété rhéo-fluidifiante du shampoing semble avoir un rôle important

dans le phénomène, le rebond du jet ne peut se faire sans la présence d'une couche d'air lubrificatrice intercalée entre ces deux objets, comme l'ont montré récemment Lee et al. [Lee et al., 2013]. Trasher et al. ont récemment mis en évidence le rebond d'un jet, newtonien cette fois-ci, sur un bain lorsque celui-ci est animé d'un mouvement horizontal [Thrasher et al., 2007], comme représenté sur la figure 1.10. Ils ont montré que le rebond se fait grâce à la couche d'air lubrificatrice entre le jet et le bain. Le mouvement du bain permet de renouveler cette couche.

## 1.3 Les films de savon

Nous introduisons ici quelques rappels fondamentaux sur les films de savon.

### 1.3.1 Motivations

L'étude des films de savon est justifiée par son intérêt fondamental. Les premières études sur ce sujet remontent aux travaux expérimentaux de Plateau en 1873 [Plateau, 1873], mais le sujet reste encore très étudié de nos jours. En effet, les films de savon sont souvent utilisés comme système modèle pour l'étude d'écoulements à deux dimensions. Les travaux de Couder et Basdevant s'inscrivent dans cette optique. Ils se sont intéressés à la turbulence et l'apparition de vortex dans des films de savon en écoulement autour d'un obstacle [Couder and Basdevant, 1986] [Couder et al., 1989]. Nous représentons sur la figure 1.11 les vortex créés dans le sillage. Dans le même esprit, Alben et al. ont étudié les forces de traînée qu'un film de savon applique sur un obstacle [Alben et al., 2002] réalisant ainsi une soufflerie 2D. D'autres études sur le même thème ont été réalisées par Kellay et al. [Kellay et al., 1995] [Seychelles et al., 2008]. Les auteurs ont étudié l'écoulement lié à un gradient thermique dans un film de savon de forme hémisphérique. Ils ont ainsi montré qu'un film de savon présente les ingrédients pour reproduire les caractéristiques principales de la turbulence dans la stratosphère terrestre. Boudaoud et al. se sont également intéressés à la vibration d'un film de savon [Boudaoud et al., 1999a]. Ils ont ainsi démontré qu'un film de savon peut être utilisé pour étudier une membrane liquide. Les propriétés d'une telle membrane sont proches de celles d'une membrane élastique, l'élasticité provenant de la présence des interfaces. Les fréquences de résonance des modes sont plus larges que ceux observés sur des membranes élastiques solides, du fait de la possibilité pour le liquide de se réorganiser dans la



membrane.

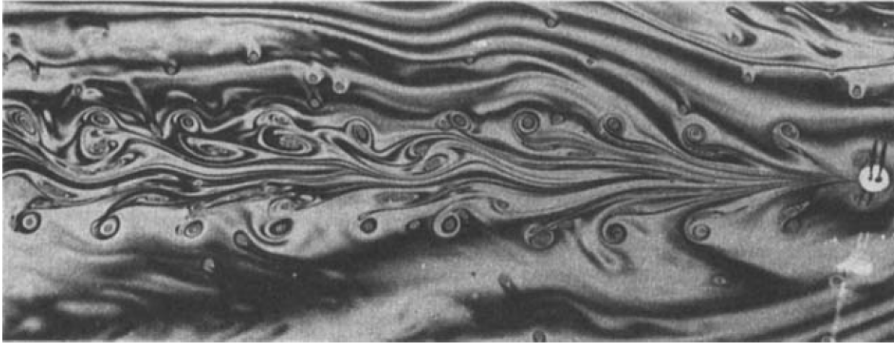


FIGURE 1.11 – Observation d’allées de Von Kármán dans un film de savon. Photographie extraite de [Couder and Basdevant, 1986].

Un film étant l’élément constituant des parois d’une mousse, l’étude des films de savon permet de mieux comprendre celle-ci. Outre son intérêt fondamental, l’étude des films de savon et plus généralement des mousses est également motivée par un intérêt industriel [Weaire and Hutzler, 2001] [Cantat et al., 2010]. En effet, nous retrouvons les mousses dans de nombreux produits agro-alimentaires. Les industriels les utilisent pour leur intérêt économique, puisque les mousses sont constituées majoritairement d’air, mais également pour augmenter la qualité d’un produit en ajustant, grâce à elles, la texture du produit fini. Elles jouent également un rôle capital dans de nombreux produits cosmétiques, où leurs propriétés rhéo-fluidifiantes sont recherchées (crèmes, mousse à raser, etc). Quant aux surfactants, qui sont les constituants principaux des films de savon, leurs propriétés détergentes en font les ingrédients indispensables des savons, lessives et autres liquides vaisselle. Leur caractère amphiphile est utilisée pour la séparation de minerais par flottation. En effet, certains minerais ont une affinité naturelle pour certaines de ces molécules. Pour extraire ces minerais des autres composants de la roche brute, on broie la roche en poussière fine et on plonge le tout dans une solution contenant ces surfactants particuliers. On fait ensuite mousser la solution : les particules de minerai vont alors s’agglutiner dans la mousse se formant à la surface de la solution alors que les particules solides indésirables vont se déposer au fond. Il ne reste plus qu’à récupérer la mousse et à faire sécher pour récupérer le minerai. On se sert également de cette technique pour traiter les eaux usées. Dans ce cas, ce sont les polluants qui s’agglutinent dans la mousse.

### 1.3.2 Formation, stabilité et fin de vie

#### Surfactants

Si nous ajoutons du produit vaisselle à de l'eau et que nous agitions cette solution, une mousse va apparaître à sa surface. C'est grâce à l'action des molécules présentes dans le produit vaisselle que ce phénomène peut avoir lieu. On appelle ces molécules des surfactants ou encore tensio-actifs. La particularité de ces molécules est qu'elles sont amphiphiles : elles possèdent deux parties d'affinité complètement opposées. Une partie est hydrophile et se mélange volontiers à l'eau, alors que l'autre est hydrophobe et cherche à s'en écarter. La partie hydrophobe est également lipophile et oléophile, elle s'accroche aux graisses et aux huiles. C'est pourquoi les surfactants sont de si bons détergents. Ces molécules, une fois mélangées dans de l'eau, vont s'agglutiner le plus possible sur l'interface liquide-air afin de pouvoir satisfaire leurs deux fonctionnalités [Israelachvili, 2011]. En général, la partie hydrophobe est constituée de chaînes aliphatiques  $CH_3(CH_2)_n$ . La partie hydrophile est le plus souvent constituée d'un ion (anion ou cation) qui forme la tête polaire de la molécule comme nous pouvons le voir sur la figure 1.12.

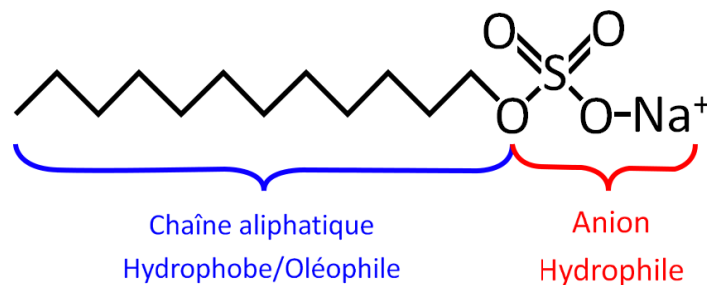


FIGURE 1.12 – Exemple de surfactant : le dodécylsulfate de sodium (SDS)

#### Création et stabilité énergétique d'un film

Une façon simple de créer un film de savon est de plonger un cadre rigide dans une cuve contenant une solution de surfactants, et de le tirer vers le haut. Le film va alors épouser la forme du cadre. On peut créer des films de savon de grande taille comme l'ont fait Ballet et Graner (figure 1.13) [Ballet and Graner, 2006]. De part son rapport surface/volume très important, le film liquide n'est pas la forme qui minimise l'énergie de surface. La présence des surfactants permet de stabiliser les deux interfaces de part et d'autre du film. Ces molécules ont la particularité d'abaisser la tension superficielle du liquide et donc le coût énergétique de l'interface. Si l'on reproduit cette expérience avec

de l'eau pure, des gouttelettes s'accrocheront sur les bords du cadre mais aucun film ne se formera.

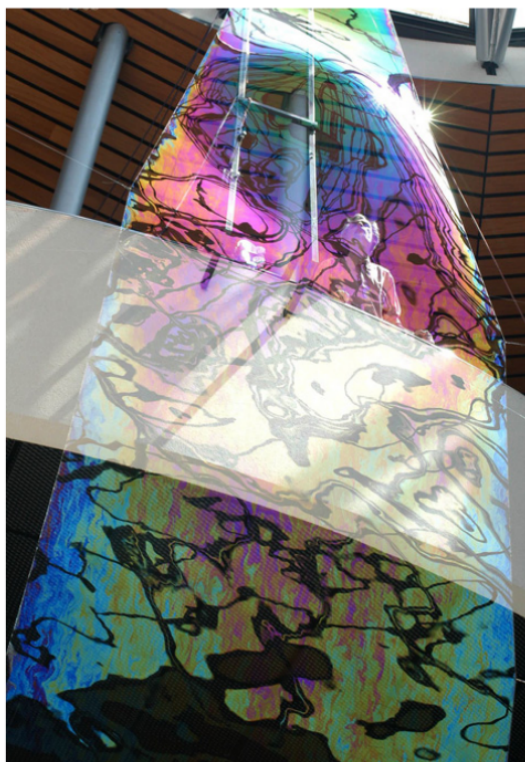


FIGURE 1.13 – Film de savon hexagonal de 15 mètres de haut créé dans l'enceinte de l'école secondaire de Villeneuve (Grenoble). Photo extraite de [Ballet and Graner, 2006].

### Épaisseur

Les films de savon ont en général une épaisseur de l'ordre du micron, ce qui les rend sélectifs à certaines longueurs d'onde. C'est pourquoi un film fraîchement créé s'irise lorsqu'on le regarde sous une lumière blanche. On appelle ce genre de film un "film épais". Il va ensuite s'amincir sous l'action conjuguée de son évaporation et du drainage. Notons que l'étude des franges d'interférences qui se reflètent sur un film permet de mesurer son épaisseur [L. Atkins and Elliott, 2010]. Si nous attendons, le film peut atteindre une épaisseur très faible : de l'ordre de 10 nm. Dans ce cas, le film ne s'irise plus, il est alors totalement invisible et est appelé "film noir ordinaire".

### Fin de vie

Lorsque le film est suffisamment fin, une perturbation, qu'elle soit chimique, thermique ou mécanique, nucléée un trou qui va croître et le film va se rompre. De nombreuses recherches ont été menées sur la fin de vie des films de savon. Les premiers travaux expérimentaux sur le sujet datent de 1959 quand Ranz mesura la vitesse de propagation d'un

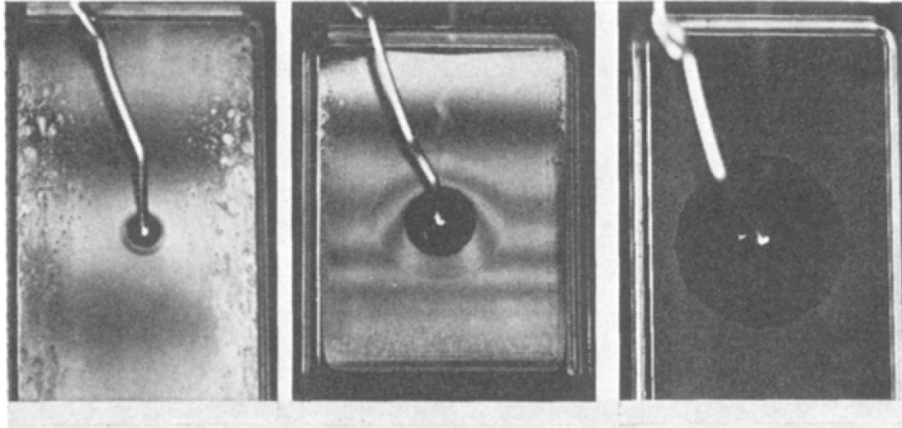


FIGURE 1.14 – Différentes étapes de l'éclatement d'un film photographiées par McEntee et Mysels en 1969 [McEntee and Mysels, 1969].

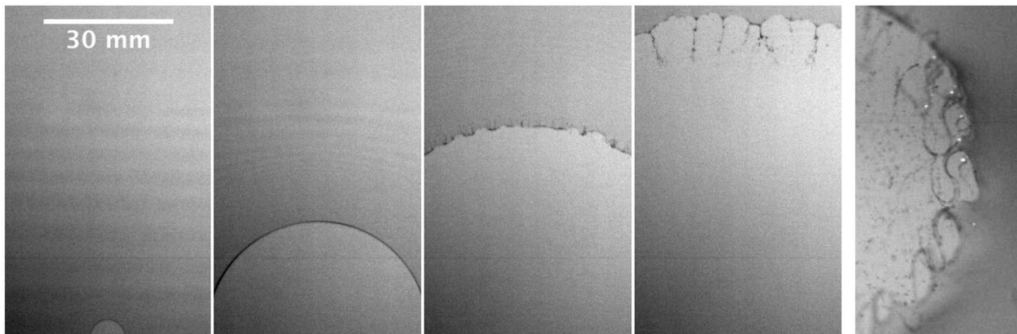


FIGURE 1.15 – Apparition de filaments sur les bords du trou dans les derniers stades de l'éclatement d'un film, photographié par Lhuissier et Villermaux [Lhuissier and Villermaux, 2009].

trou dans un film de savon juste avant son éclatement [W.E. Ranz, 1959]. Ces résultats expérimentaux ont été mis en équation l'année suivante par Culick [Culick, 1960]. En 1969, Mc Entee et Mysels utilisèrent un stroboscope pour photographier les différentes étapes de la croissance du trou [McEntee and Mysels, 1969]. Nous présentons sur la figure 1.14 les photos tirées de leur publication. Les trois étapes sont photographiées sur trois films de savon différents, la technique de photographie en cascade n'existant pas encore. Les récents travaux expérimentaux de Lhuissier et Villermaux ont montré la formation de filaments dans les derniers instants de l'éclatement d'un film de savon [Lhuissier and Villermaux, 2009]. Sur la figure 1.15, les auteurs ont photographié les arabesques formées par les filaments. Enfin, Bird et al. ont mis en évidence que l'éclatement d'une bulle mère donne naissance à une multitude de bulles filles plus petites. Ces bulles filles deviennent à leur tour des bulles mères par éclatements successifs

[Bird et al., 2010]. Ce phénomène de cascade est l'une des origines de la création de l'écume à la surface de l'eau.

### 1.3.3 Forme et géométrie

#### Surfaces minimales

Une surface minimale est une surface qui minimise son aire avec des conditions de contrainte données. Cette contrainte peut être soit une condition de volume donnée (une surface sphérique est minimale pour un volume donné) ou bien une condition de contour fixé, les bords de la surface s'appuyant sur un contour donné. Dans ce dernier cas, pour une surface non-fermée, la pression de part et d'autre de la surface est égale à la pression atmosphérique. Par conséquent, en vertu de la relation de Laplace (Eq. 1.1), la courbure moyenne de cette surface doit être nulle en tout point. On retrouve ces propriétés dans les films de savon, ce qui en fait des outils idéaux pour étudier les surfaces minimales. En effet, sous l'action des forces de tension superficielle, un film de savon prend la forme qui minimise sa surface, qu'on soit en présence de conditions de volume fixé ou bien de contour fixé.

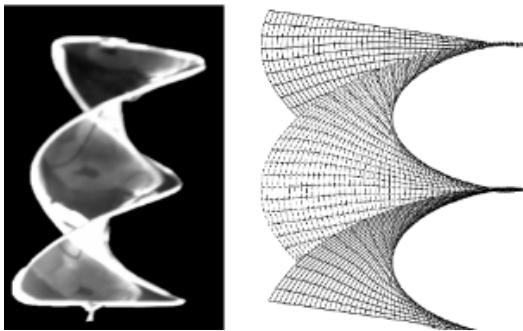


FIGURE 1.16 – Hélicoïde expérimentale et numérique. Figure extraite de l'article [Boudaoud et al., 1999b].



FIGURE 1.17 – Quelques surfaces minimales contraintes en films de savon photographiées par Michalakis et Bron.[Bron and Michalakis, 2014]

Il existe de nombreuses surfaces minimales. Une évidente est le film plan dont le contour est un cadre plan, mais d'autres plus complexes peuvent être créées. La caténoïde, par exemple, a pour contour deux cercles co-axiaux et satisfait la symétrie de révolution. Nous pouvons créer cette surface en faisant tourner une chaînette pendante autour de son axe de révolution. Nous consacrons une annexe de ce manuscrit à cette

surface minimale (Annexe A). Nous notons qu'il existe une autre surface minimale qui s'appuie sur le même contour, dite de Goldschmidt : il s'agit simplement des deux films plats remplissant les cercles. Ces deux surfaces minimales sont stables tour à tour suivant le rapport entre la hauteur séparant les cercles et leur rayon. Une autre surface minimale que prend facilement un film de savon est l'hélicoïde que nous pouvons voir sur la figure 1.16. Cette surface est également de courbure moyenne nulle. Boudaoud et al. ont montré expérimentalement et numériquement que cette surface peut rester stable quelle que soit sa taille, tant que le rapport entre sa hauteur et son diamètre est supérieur à son angle de torsion, à un facteur près [Boudaoud et al., 1999b]. En fonction du contour, d'innombrables surfaces minimales peuvent ainsi être créées à l'aide de films de savon. Sur la figure 1.17, quelques unes de ces surfaces ont été exposées par Michalakis et Bron lors du tricentenaire de la naissance de Leonhard Euler [Bron and Michalakis, 2014].

### Force induite



FIGURE 1.18 – A gauche, une boucle en ficelle est posée sur un film de savon. A droite, en perçant le film se trouvant dans la boucle, la force exercée par le film de savon entourant la boucle l'étire en un cercle parfait. [Loops, 2014]

Créer une interface entre deux phases 1 et 2 casse les liens moléculaires 1-1 et 2-2 et noue de nouveaux liens 1-2. Cette opération a un coût énergétique par unité d'air  $\gamma_{12}$  [DeGennes, 1985] [DeGennes et al., 2005]. Quand trois phases sont en présence (liquide, gaz et solide), elles se rencontrent le long d'une ligne de contact, également appelée "ligne triple", qui met en jeu les forces de tension des trois phases. Lorsqu'un solide est en contact avec une interface fluide-fluide, des forces sont générées le long de la ligne triple. Nous

pouvons mettre ces forces en évidence en déposant une boucle en ficelle dans un film de savon. Si nous perçons le film à l'intérieur de la boucle, la force qu'exerce le film de savon entourant la boucle va alors l'étirer en un cercle parfait (figure 1.18). Par ailleurs, du point de vue du mouillage, un film de savon peut être considéré comme une interface de tension superficielle  $2\gamma$ , où  $\gamma$  est la tension superficielle liquide-gaz. Cette interface se raccorde sur n'importe quel solide avec un angle de contact  $\alpha$  égal à  $90^\circ$ .

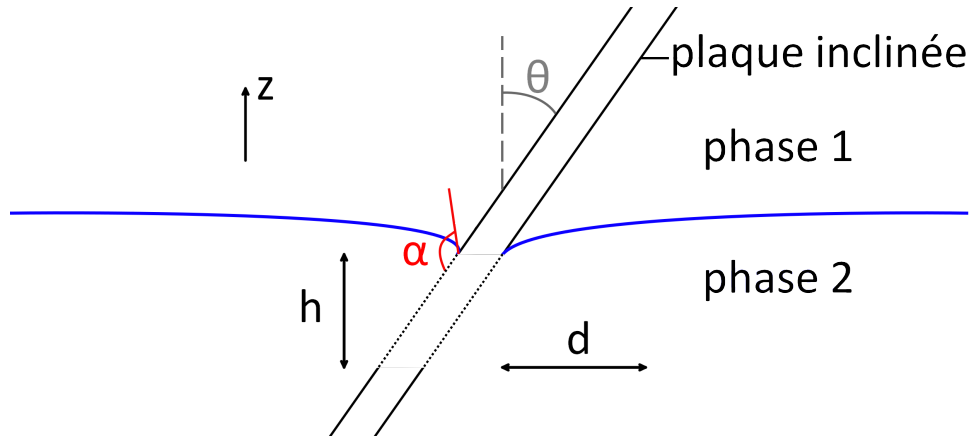


FIGURE 1.19 – Schéma d'une plaque inclinée traversant une interface liquide-vapeur.

Neukirch et al. se sont intéressés à la force qu'exerce une interface infinie sur une plaque inclinée la traversant [Neukirch et al., 2007]. Ils expriment la force exercée par des arguments simples. Nous schématisons ce système sur la figure 1.19. Tout d'abord, ils prouvent que la force est uniquement verticale : en déplaçant le plan transversalement d'une longueur  $d$ , le système est exactement le même. Il a donc conservé toute son énergie. Par contre, en déplaçant verticalement le plan d'une distance  $h$ , une partie du plan (en pointillés sur le schéma) précédemment en contact avec la phase 2, est maintenant en contact avec la phase 1. Nous appelons  $L$  la profondeur du plan, l'énergie de surface gagnée par le plan s'exprime comme :

$$\Delta E = \frac{h}{\cos(\theta)} L \gamma_{S1} - \frac{h}{\cos(\theta)} L \gamma_{S2} \quad (1.10)$$

où  $\gamma_{S1}$  est la tension superficielle solide-phase 1 et  $\gamma_{L2}$  celle solide-phase 2.

La loi de Young-Dupré nous permet d'exprimer cette énergie en fonction de  $\gamma$ , la

tension superficielle de l'interface :

$$\Delta E = \frac{h}{\cos(\theta)} L \gamma \cos(\alpha) \quad (1.11)$$

où  $\alpha$  est l'angle de mouillage du liquide sur le solide.

Cette énergie peut également s'exprimer comme le travail de la force exercée par l'interface sur le plan :  $\Delta E = F_\gamma h$ . Cette force s'exprime donc comme :

$$\vec{F}_\gamma = \frac{L \cos(\alpha) \gamma}{\cos(\theta)} \vec{z} \quad (1.12)$$

Pour exprimer la force d'une plaque inclinée traversant un film de savon, il faut remplacer  $\gamma$  par  $2\gamma$  et prendre  $\cos(\alpha) = 0$ . Pour des raisons de symétrie, la force exercée par un film de savon est donc nulle.

## 1.4 Impacts sur des films de savon

Nos travaux sur l'impact de jet sur un film liquide ont été motivés par différentes études. Courbin et Stone [Courbin and Stone, 2006] [Courbin et al., 2006] ont étudié l'impact de gouttes sur des films de savon : la goutte rebondit ou passe au travers du film suivant l'énergie cinétique qu'elle possède. Ils mettent en évidence que lorsque la goutte passe au travers du film, le film ne se rompt pas et se régénère grâce à un effet "tunnel". Gilet et Bush vont un peu plus loin dans leur travaux en montrant expérimentalement un nouveau régime où la goutte coalesce avec le film [Gilet and Bush, 2009a] [Gilet and Bush, 2009b]. Les auteurs notent la présence de chaos dans le système, et proposent une étude statistique de l'apparition de chaque régime. Ils caractérisent ces différents régimes en faisant le bilan entre l'énergie cinétique de la goutte et l'énergie potentielle de déformation du film. Ils en déduisent ainsi que le phénomène est régi par le nombre de Weber.

LeGoff et al. ont fait impacter des billes d'acier sur plusieurs films parallèles, que l'on nomme "bambou de films" [LeGoff et al., 2008]. Dans cette étude, les auteurs montrent que le nombre de Weber est là aussi le paramètre déterminant du système. Ils s'intéressent à l'énergie cinétique que les films sont capables d'absorber par leur déformation. Nous



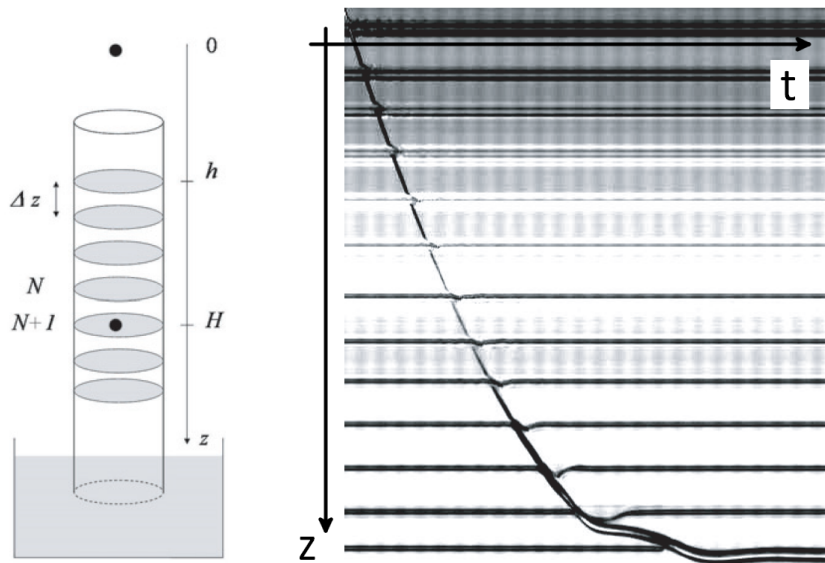


FIGURE 1.20 – A gauche, le dispositif expérimental utilisé. A droite, la représentation spatio-temporelle de la chute d’une bille au travers d’un bambou de films. Figure extraite de l’article [LeGoff et al., 2008].

présentons sur la figure 1.20 le dispositif expérimental utilisé ainsi que le diagramme spatio-temporel de la chute d’une bille au travers d’un bambou de films. Chaque film ralentit la bille lorsqu’elle passe au travers. En effet, lors du passage de la bille, un film se déforme en une caténoïde. Cette déformation a un coût énergétique qui diminue l’énergie cinétique de la bille, et donc la ralentit. Une fois la bille passée, le film oscille et dissipe cette énergie par effet visqueux. En faisant le rapport entre l’énergie absorbée par un film à chaque passage, proportionnelle à  $R^2$ , et l’énergie potentielle de la bille, les auteurs modélisent le nombre de film  $N$  que la bille traversera avant de s’arrêter :

$$kN\gamma R^2 = mgH \quad (1.13)$$

où  $k = 12\pi$  est un préfacteur de forme,  $\gamma$  la tension superficielle des films de savon,  $m$  la masse de la bille et  $H$  l’altitude à laquelle elle s’arrête.

Les auteurs se sont également intéressés à l’impact d’une bille sur un film de savon incliné. Comme nous pouvons le voir sur la figure 1.21, ils mettent en évidence expérimentalement que la caténoïde qui se forme au passage de la bille est perpendiculaire au film. La force qu’exerce alors le film de savon sur la bille n’est plus verticale mais

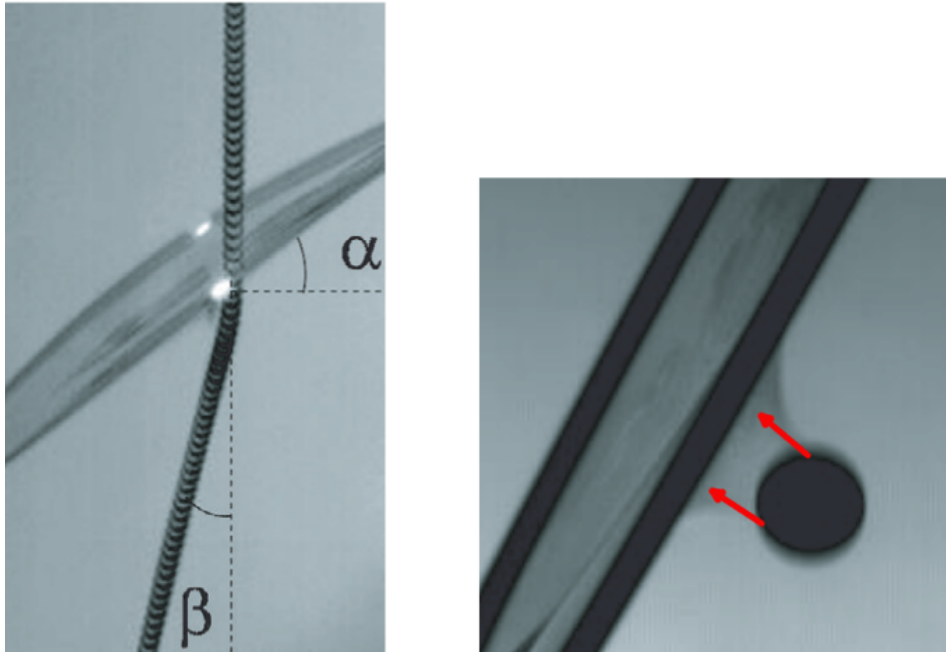


FIGURE 1.21 – A gauche, le trajet d'une bille passant au travers d'un film légèrement incliné. A droite, la caténoïde formée au passage de la bille est perpendiculaire au film. Figure extraite de l'article [LeGoff et al., 2008]. Nous avons ajouté à la photo originale les flèches rouges symbolisant la direction de la force exercée par le film sur la bille.

perpendiculaire au film de savon. La bille va donc perdre de la quantité de mouvement verticale, mais également gagner de la quantité de mouvement horizontale. Il en résulte un changement de direction de la bille. Nous nous sommes inspirés de ces travaux lorsque nous avons modélisé le phénomène de réfraction d'un jet par un film de savon.



# Chapitre 2

## Impact d'un jet sur un film liquide : régime de réfraction

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>40</b>
2.1.1	Contrôle du rayon du jet . . . . .	41
2.1.2	Contrôle de l'angle d'incidence . . . . .	41
2.1.3	Contrôle de la vitesse du jet . . . . .	42
2.1.4	Surfactants utilisés . . . . .	42
2.1.5	Films de savon . . . . .	43
2.1.6	Nombres adimensionnés et distances caractéristiques . . . . .	43
<b>2.2</b>	<b>Impact à incidence normale . . . . .</b>	<b>44</b>
2.2.1	Résultats expérimentaux . . . . .	45
2.2.1.1	Déformation du film . . . . .	45
2.2.1.2	Augmentation du rayon sortant . . . . .	47
2.2.2	Modélisation du phénomène et résultats . . . . .	48
2.2.3	Influence de la gravité . . . . .	52
<b>2.3</b>	<b>Impact à incidence quelconque . . . . .</b>	<b>54</b>
2.3.1	Résultats expérimentaux . . . . .	54
2.3.1.1	Déformation du film . . . . .	54
2.3.1.2	Réfraction du jet . . . . .	55
2.3.2	Indice de réfraction effectif . . . . .	56
2.3.3	Modélisation . . . . .	58
<b>2.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>61</b>



---

Dans ce chapitre nous étudions l'impact d'un jet liquide sur un film de savon dans des conditions, de vitesse et d'angle incidence du jet, où celui-ci traverse le film sans le rompre. Le titre de ce chapitre a été choisi par analogie avec le phénomène optique de réfraction. En effet, nous mettrons en évidence que le jet ressort du film avec un angle différent de celui qu'il possède au moment de l'impact. De plus, nous définirons un indice effectif de réfraction caractérisant la déviation du jet. Nous présenterons dans un premier temps notre dispositif expérimental. Puis, nous examinerons le cas d'un impact à incidence normale (Figure 2.1). La dernière partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude de l'impact à incidence quelconque (Figure 2.2). Dans ces deux dernières parties nous confronterons nos résultats expérimentaux à la modélisation faite du phénomène et nous montrerons que le nombre adimensionné pertinent pour décrire ce système est le nombre de Weber construit à partir du rayon et de la vitesse du jet.

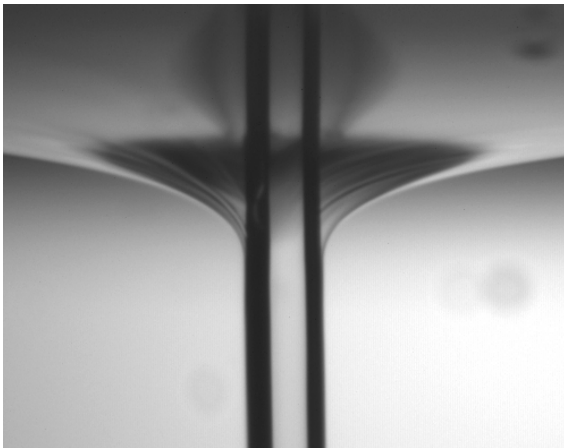


FIGURE 2.1 – Impact d'un jet à incidence normale sur un film de savon

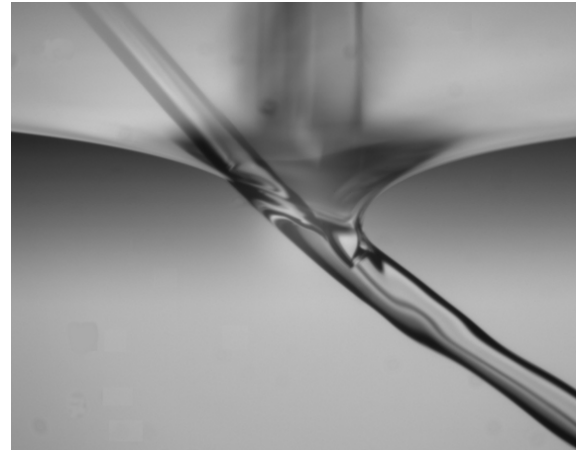


FIGURE 2.2 – Impact à incidence quelconque sur un film de savon.

## 2.1 Dispositif expérimental

Afin d'étudier l'impact d'un jet micrométrique sur un film liquide, nous utilisons le dispositif expérimental décrit sur la figure 2.3. Il nous permet de réaliser des impacts de jet avec un angle d'incidence fixé ( $\theta_i$ ), un rayon fixé ( $R_i$ ) et une vitesse fixée ( $V_i$ ) sur un film de savon.

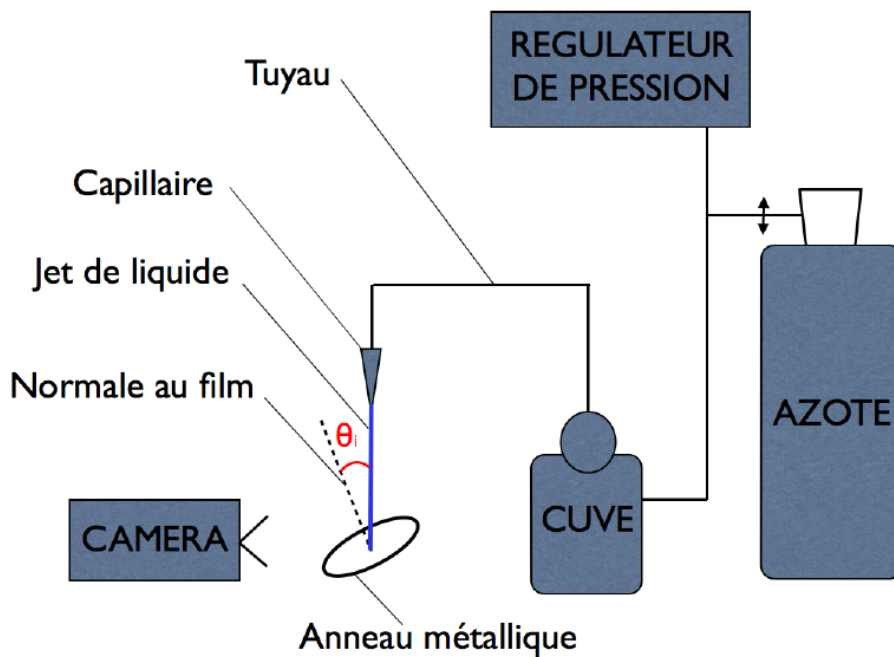


FIGURE 2.3 – Schéma du dispositif expérimental utilisé.

Il est constitué d'un dispositif permettant de réguler la pression du fluide. Une bouteille d'azote est reliée au réservoir contenant le liquide, une sonde permet de mesurer la pression dans ce réservoir et ouvre/ferme l'arrivée d'azote suivant que la pression est supérieure/inférieure à la pression voulue. Une électro-vanne nous permet de contrôler l'envoi du jet au travers d'un capillaire. Nous utilisons une caméra rapide afin de capturer le phénomène. Cette dernière est utilisée à des cadences allant de 20 à 200 images par seconde en fonction de la dynamique du phénomène observé.

### 2.1.1 Contrôle du rayon du jet

Lors de nos expériences, plusieurs capillaires ont été utilisés afin d'obtenir différents rayons pour le jet incident. Pour déterminer précisément le rayon du jet, qui est différent de celui du capillaire, nous le mesurons à l'aide des photographies réalisées par notre caméra (Figure 2.4). Le jet impacte le film de savon à quelques centimètres du capillaire. Nous avons contrôlé que le rayon du jet ne varie pas sur cette longueur.

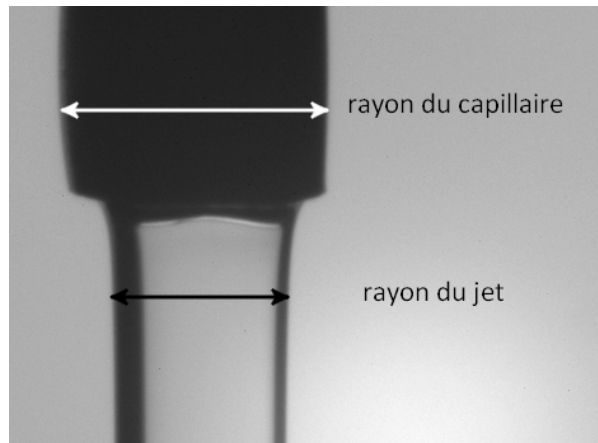


FIGURE 2.4 – Jet sortant d'un capillaire. Le jet a un rayon de  $270 \mu m$ , celui du capillaire est de  $450 \mu m$ .

L'utilisation de différents capillaires nous permet de réaliser des expériences avec des rayons de jet allant de  $80 \mu m$  à  $270 \mu m$ . La précision sur nos mesures est fixée par la résolution de nos photos. Elle est de  $5 \mu m$ .

### 2.1.2 Contrôle de l'angle d'incidence

Pour faire varier l'angle d'incidence du jet, nous fixons nos embouts sur un pied permettant une rotation. L'axe de rotation se trouve à la même hauteur que le film de savon. De cette manière, le jet impacte le centre du film de savon quel que soit son angle d'incidence. Nous mesurons l'angle d'incidence du jet sur nos photographies à l'aide du logiciel ImageJ<sup>®</sup>.



### 2.1.3 Contrôle de la vitesse du jet

Afin de contrôler la vitesse du jet, nous avons recours à une chambre de pression reliée à une bouteille d'azote gazeux. Une vanne reliée à un capteur de pression nous permet de contrôler la pression dans la chambre. Pour connaître la vitesse du jet en fonction de la pression imposée, nous effectuons plusieurs séries de mesures de débit en fonction de la pression pour chaque capillaire. Les résultats obtenus pour un jet de rayon incident  $R_i = 270 \mu m$  sont représentés sur la figure 2.5. Notre dispositif expérimental nous permet de faire varier la vitesse du jet de  $0.5 m.s^{-1}$  à  $5 m.s^{-1}$ . La limite basse est fixé par le domaine d'existence du jet. En effet, en-deçà  $0.5 m.s^{-1}$  le jet se transforme quasi-instantanément par une pluie de gouttes à la sortie du capillaire. Quant à la limite haute, elle est fixée par la surpression maximale que peut encaisser notre dispositif expérimental.

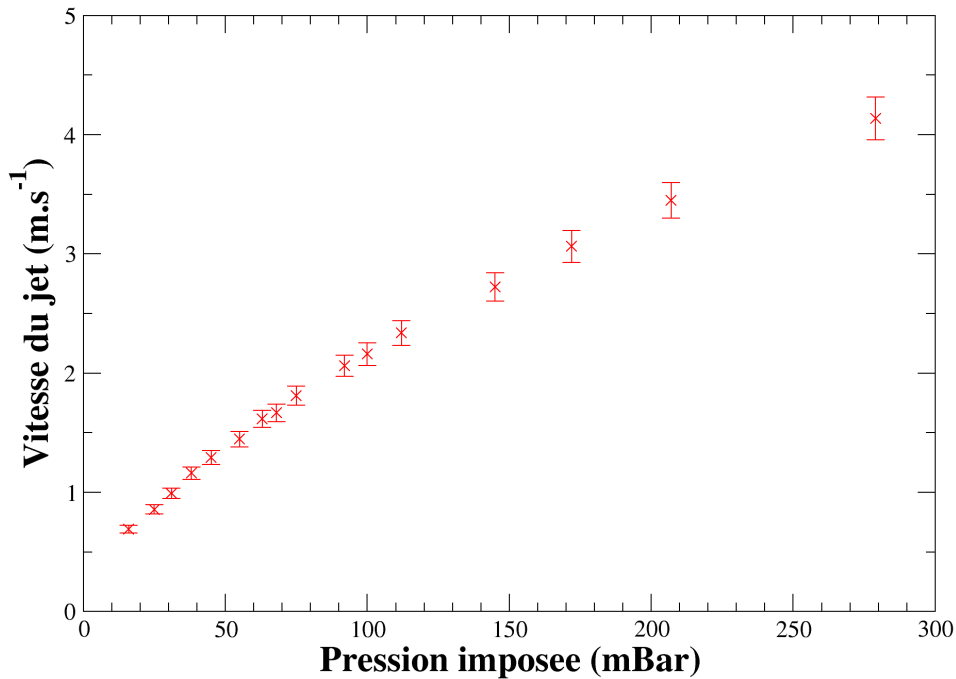


FIGURE 2.5 – Courbe d'étalonnage de la vitesse calculée à partir de la mesure du débit en fonction de la pression imposée pour un jet de rayon  $R_i = 270 \mu m$ .

### 2.1.4 Surfactants utilisés

Pour nos expériences, deux solutions de surfactant ont été utilisées :

**Dreft**® :

C'est une solution industrielle de surfactant. La solution que nous utilisons est composée de 95% en volume d'eau déionisée et de 5% de Dreft<sup>®</sup>. Ce surfactant a déjà été caractérisé par le passé [Raufaste et al., 2009]. C'est un surfactant à tête anionique. En solution avec l'eau déionisée, sa tension superficielle est de  $\gamma = 26.1 \pm 0.2 \text{ mN.m}^{-1}$ , sa masse volumique est de  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  et sa viscosité dynamique est de  $\eta = 1.06 \text{ mPa.s}$ . Les surfactants de cette solution sont mobiles, conduisant à une interface liquide-gaz non contrainte [Raufaste et al., 2009]

**TTAB** (tetradecyl-trimethylammonium bromide) :

Ce surfactant est également un surfactant à tête anionique et ses interfaces sont elles aussi mobiles. La solution utilisée est composée d'eau déionisée et de TTAB à la concentration de  $3 \text{ g.L}^{-1}$ . Ses caractéristiques ont déjà été étudiées par le passé [Pitois et al., 2005]. Sa tension superficielle est de  $\gamma = 38 \text{ mN.m}^{-1}$ , sa masse volumique est de  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  et sa viscosité dynamique est de  $\eta = 1.01 \text{ mPa.s}$ .

Nous avons principalement utilisé la solution de Dreft<sup>®</sup> pour nos expériences car ce surfactant présente plusieurs avantages. Il est facile de s'en procurer, son coût est faible et les films de savon qu'il génère sont très stables. Ces derniers ont une durée de vie supérieure à la minute. Comme nous pouvons le voir sur la figure 1.13, une équipe de Grenoble [Ballet and Graner, 2006] a réussi à créer des films de savon de 15 mètres de haut à l'aide de ce tensio-actif.

## 2.1.5 Films de savon

Nos films de savon sont fabriqués en plongeant un support circulaire de 10 cm de diamètre dans la solution du surfactant désirée. Dans nos expériences, nous considérons que nos films sont épais et toujours de la même épaisseur. Nous ne contrôlons pas l'épaisseur, mais nous pratiquons toutes nos expériences quelques secondes à peine après que le film est formé.

## 2.1.6 Nombres adimensionnés et distances caractéristiques

Nous rappelons ici les différents nombres adimensionnés et distances caractéristiques introduits dans le Chapitre 1, que nous définissons pour notre système. Soit  $R_i$  le rayon du jet incident et  $V_i$  sa vitesse comme définis sur la figure 2.11.

### Nombre de Weber

Nous définissons le nombre de Weber de notre système comme :

$$We = \frac{\rho R_i V_i^2}{\gamma} \quad (2.1)$$

Notre dispositif expérimental nous permet d'explorer une gamme de nombres de Weber allant de 1 à 100. Dans la partie basse de cette gamme, les effets capillaires sont dominants alors que ce sont les effets inertiels qui gouvernent le système dans la partie haute.

### Nombre de Reynolds

Nous définissons le nombre de Reynolds de notre système comme :

$$Re = \frac{\rho R_i V_i}{\eta} \quad (2.2)$$

Notre dispositif expérimental nous permet d'explorer un gamme de nombres de Reynolds allant de 50 à 1000. Le fluide peut donc être considéré comme parfait. De plus, nous vérifions expérimentalement que l'écoulement peut être considéré comme laminaire.

### Longueur capillaire

Nous définissons la longueur capillaire de notre système comme :

$$\ell_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \quad (2.3)$$

Elle est de l'ordre de 1.6 mm pour la solution de Dreft<sup>©</sup> et de 2.0 mm pour la solution de TTAB. Dans les deux cas, elle est largement supérieure au rayon maximal des jets que nous utilisons. Les effets de la gravité peuvent donc être négligés en première approximation.

## 2.2 Impact à incidence normale

Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'impact à incidence normale. Nous commencerons par l'observation qualitative du phénomène. Nous verrons que le jet traverse le film sans le rompre tout en le déformant. De plus, le rayon du jet est plus important

en ressortant du film. Nous modéliserons l'augmentation du rayon du jet et nous comparerons notre modèle avec nos résultats expérimentaux. Dans une dernière partie, les effets de la gravité seront pris en compte dans notre modèle.

## 2.2.1 Résultats expérimentaux

### 2.2.1.1 Déformation du film

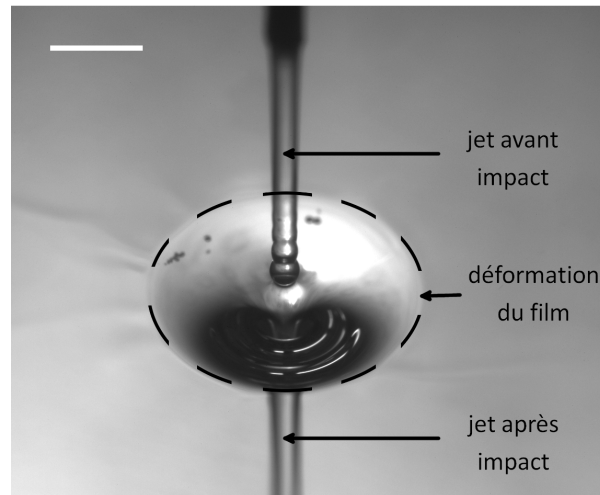


FIGURE 2.6 – Vue plongeante de l'impact d'un jet de  $270 \mu\text{m}$  de rayon sur un film liquide. Le trait blanc mesure 2 mm.

A l'aide de notre dispositif expérimental, nous faisons impacter un jet millimétrique sur un film de savon. Nous pouvons constater sur les photos 2.6 et 2.7 que le jet passe au travers du film sans le rompre. D'autres études ont déjà montré qu'un film peut être traversé par un objet solide et s'auto-réparer après son passage [LeGoff et al., 2008] [Kim and Wu, 2010]. Dans notre cas, le phénomène est différent puisque le film et le jet ne forment qu'un seul objet. Le film n'est donc pas percé.

Nous nous intéressons à la déformation du film induite par l'impact du jet. Après quelques expériences, nous constatons que la déformation dépend de la vitesse du jet ainsi que de son rayon. Sur les photos 2.8, il apparaît clairement que la déformation du film est moins importante lorsque la vitesse du jet augmente.

Il est important de déterminer le profil de la déformation du film puisque cela nous permettra d'en déduire la nature de l'interaction entre le jet et le film. Une étude

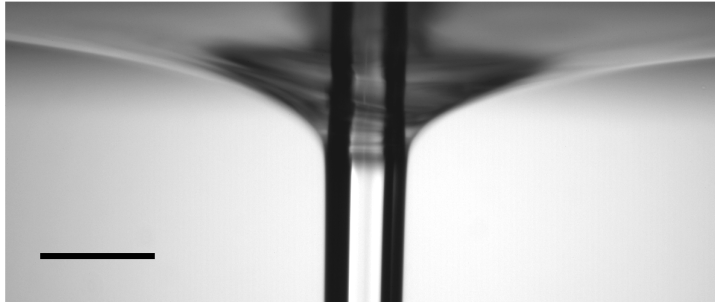


FIGURE 2.7 – Vue de profil et en légère contre-plongée de l'impact d'un jet de  $270 \mu\text{m}$  de rayon sur un film liquide. Le film se déforme sous l'action du jet. Le trait noir mesure 1 mm.

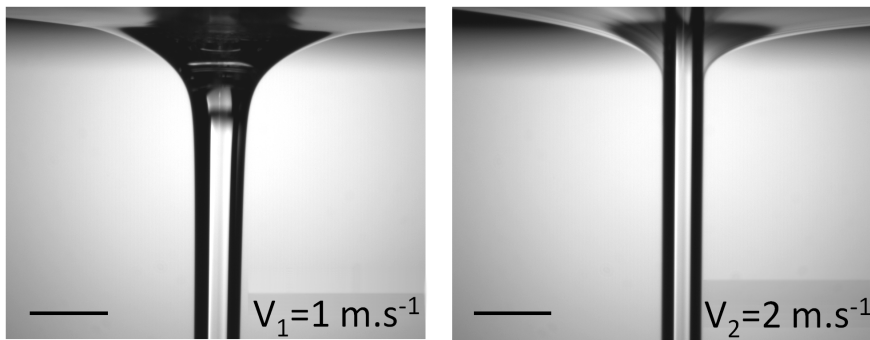


FIGURE 2.8 – Impact d'un jet de rayon  $R_i = 270 \mu\text{m}$  à  $1 \text{ m.s}^{-1}$  (à gauche) et à  $2 \text{ m.s}^{-1}$  (à droite). La déformation du film est plus importante à faible vitesse. Les deux traits noirs mesurent 1 mm.

précédente a été réalisée sur la déformation d'un film liquide par une goutte pendante [Benjamin and Cocker, 1984]. Dans leurs travaux, Benjamin et Cocker concluent que le film est déformé en une caténoïde. En effet, de part et d'autre du film, l'air ambiant est à la pression atmosphérique. Selon la loi de Laplace, la surface déformée doit avoir une courbure nulle en tout point. La caténoïde satisfait cette condition (Voir Annexe A).

Notre système se trouve dans la même configuration. Sa symétrie est cylindrique et, de part et d'autre du film, l'air est à la pression atmosphérique. De plus, nous pouvons voir expérimentalement que l'angle de raccordement entre le jet et le film est nul. En effet, ils sont constitués tous les deux du même liquide. Il n'existe qu'un seul point sur une caténoïde dont la tangente est verticale : c'est son centre. Nous en concluons que le film prend la forme d'une demi-caténoïde. Cette caténoïde raccorde le

support circulaire portant le film au périmètre du jet. L'équation de cette surface est :

$$R(z) = R_s \cosh\left(\frac{z}{R_s}\right) \quad (2.4)$$

où l'origine des  $z$  se trouve au point de raccordement entre le jet et le film et  $R_s$  est le rayon du jet sortant du film.

En surimpression de la photo de la déformation du film, nous traçons la caténoïde correspondante (Eq. 2.4) sur la figure 2.9. Nous pouvons voir que notre hypothèse d'une déformation en une forme caténoïdale est satisfaisante.

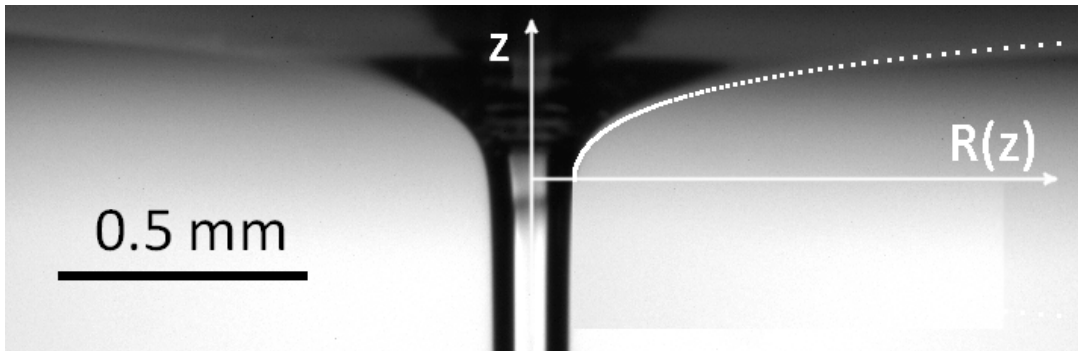


FIGURE 2.9 – Photo de l'impact d'un jet de  $80 \mu\text{m}$  de rayon à une vitesse de  $1.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . En surimpression, la courbe de la demi-caténoïde paramétrée par le rayon du jet sortant (Eq. 2.4).

### 2.2.1.2 Augmentation du rayon sortant

Nous réalisons plusieurs séries d'expériences où nous mesurons la différence de rayon entre le jet incident et le jet sortant en fonction de la vitesse du jet incident pour trois différents rayons de jet incident. Les résultats sont représentés sur la figure 2.10.

Nous constatons sur la figure 2.10 que le rayon du jet augmente lorsqu'il passe au travers du film. Nous pouvons comprendre ce phénomène à l'aide d'arguments qualitatifs simples. Le film se raccorde tangentiellement au jet. En considérant la jonction film-jet comme une ligne triple, le film exerce une force verticale dirigée vers le haut sur le jet. Cette force diminue la quantité de mouvement verticale du jet, et par conséquent, le ralentit. Par conservation de la masse, le ralentissement du jet entraîne directement une

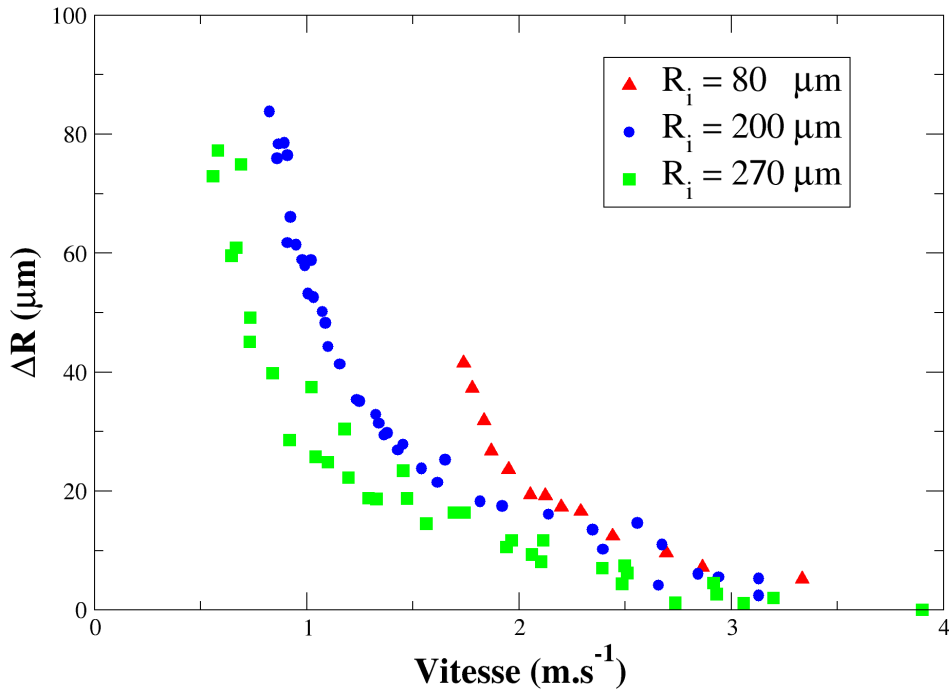


FIGURE 2.10 – Différence de rayon entre le jet sortant et le jet incident ( $\Delta R = R_s - R_i$ ) en fonction de la vitesse du jet entrant. L'expérience est réalisée pour trois différents rayons de jets incidents :  $R_i = 80 \mu\text{m}$  ( $\blacktriangle$ ),  $R_i = 200 \mu\text{m}$  ( $\bullet$ ) et  $R_i = 270 \mu\text{m}$  ( $\blacksquare$ ).

augmentation de son rayon.

Nous pouvons également constater que l'augmentation du rayon sortant est d'autant plus importante que la vitesse du jet est faible. Cet effet, qui peut paraître paradoxal à première vue, sera discuté dans la partie suivante.

## 2.2.2 Modélisation du phénomène et résultats

Nous représentons sur la figure 2.11 les différentes notations utilisées. Le jet possède initialement un rayon  $R_i$  et une vitesse  $V_i$ . Après être passé au travers du film de savon, son rayon et sa vitesse sont respectivement  $R_s$  et  $V_s$ .

Nous modélisons le phénomène par un bilan de quantité de mouvement. Nous définissons un volume de contrôle  $\Omega$  qui englobe la zone d'interaction entre le jet et le film, et

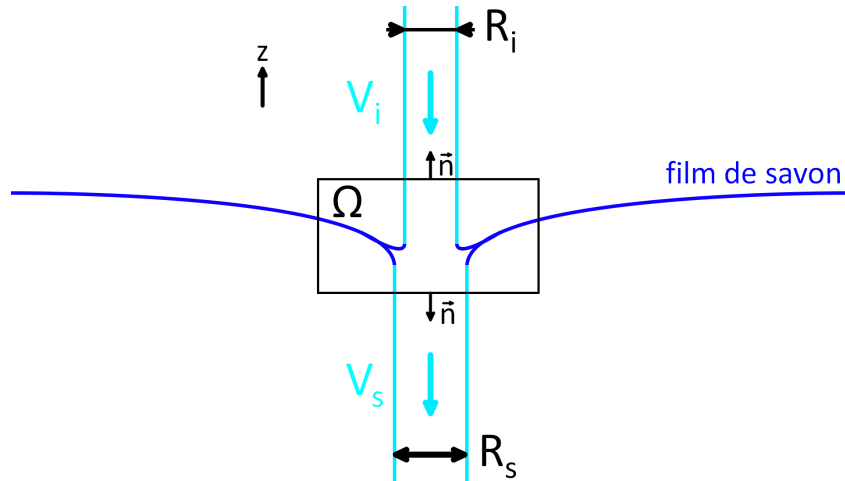


FIGURE 2.11 – Schéma du jet passant au travers d'un film de savon. Vue en coupe.

dont les faces inférieure et supérieure sont perpendiculaires au jet. La conservation de la quantité de mouvement sur le volume de contrôle  $\Omega$  (équation d'Euler globale) s'écrit :

$$\oiint_{\partial\Omega} \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot dS = \iiint_{\Omega} \vec{f}_V dV + \oiint_{\partial\Omega} \vec{f}_S dS \quad (2.5)$$

où  $\partial\Omega$  est la surface fermée issue du volume  $\Omega$ ,  $\vec{n}$  sa normale sortante,  $\vec{f}_V$  la force volumique extérieure locale s'appliquant sur  $\Omega$ ,  $\vec{f}_S$  la force surfacique extérieure locale s'appliquant sur  $\partial\Omega$  et  $\rho$  la masse volumique du fluide. Le terme de gauche de l'équation représente le flux de quantité de mouvement du jet perdu par le système dans le volume de contrôle  $\Omega$ .

Nous avons vu que, dans nos conditions expérimentales, le nombre de Reynolds de notre système est toujours largement supérieur à 1. Nous négligeons donc les forces visqueuses. De plus, nos tailles de jet sont largement inférieures à la longueur capillaire  $\ell_c$ . Nous négligeons donc dans un premier temps les effets de la gravité. Nous discuterons de la validité de cette hypothèse dans la partie 2.2.3 "Influence de la gravité" de ce chapitre.

En négligeant la viscosité et la gravité, les forces extérieures sont toutes de nature surfacique. Elles se divisent en deux catégories :



**La résultante  $\vec{F}_C$  des forces de contact s'appliquant sur le jet :**

Nous représentons sur la figure 2.12 les forces de contact s'appliquant sur le jet. Il existe une force de pression qu'applique le reste du jet sur le volume de contrôle. Cette pression vient de la pression de Laplace. En faisant le bilan de cette force de pression sur le volume de contrôle, la résultante des forces de pression s'exprime comme :  $\vec{F}_P = \pi\gamma(R_s - R_i)\vec{z}$ . L'autre contribution est la force interfaciale s'appliquant sur le volume de contrôle. Celle-ci s'oppose aux forces de pression et dépend uniquement des périmètres des jets entrants et sortants :  $\vec{F}_\gamma = 2\pi\gamma(R_i - R_s)\vec{z}$ .

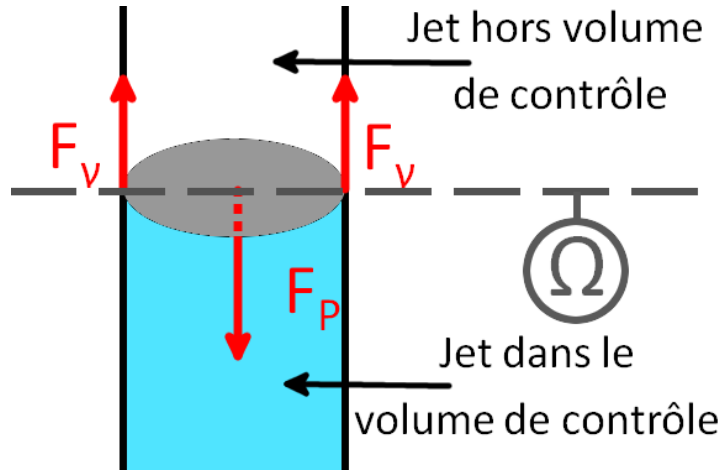


FIGURE 2.12 – Schéma des forces de contact s'appliquant dans le volume de contrôle.

La résultante de ces deux forces de contact s'écrit :

$$\vec{F}_C = \pi\gamma(R_i - R_s)\vec{z} \quad (2.6)$$

**La force qu'applique le film sur le jet  $\vec{F}_{cat}$  :**

Comme nous l'avons vu plus haut, nous faisons l'hypothèse que le film se déforme en une demi-caténoïde sous l'action du jet et que celle-ci se raccorde tangentiellement au jet sortant. La démonstration mathématique menant à la force résultante est détaillée dans l'Annexe A de ce manuscrit. La force que la caténoïde exerce sur le jet est :

$$\vec{F}_{cat} = 4\pi\gamma R_s\vec{z} \quad (2.7)$$

Le flux de quantité de mouvement perdu par le système dans le volume  $\Omega$  s'écrit :  $\iint_{\partial\Omega} \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot dS = \pi \rho (R_i^2 V_i^2 - R_s^2 V_s^2) \vec{z}$ . Une fois projetée sur l'axe vertical, l'équation 2.5 se réécrit donc comme :

$$\pi \rho (R_i^2 V_i^2 - R_s^2 V_s^2) = F_c + F_{cat} \quad (2.8)$$

En utilisant la conservation de la masse ( $R_s^2 V_s = R_i^2 V_i$ ), l'équation 2.5 peut finalement s'exprimer sous la forme adimensionnée suivante :

$$W_e \left( 1 - \frac{R_i^2}{R_s^2} \right) = \left( 1 + 3 \frac{R_s}{R_i} \right) \quad (2.9)$$

L'apparition du nombre de Weber montre que la physique du système est gouvernée par la compétition entre les effets inertiels et les effets capillaires, comme nous nous y attendions.

De plus, nous pouvons remarquer un double effet intéressant : la force liée à la déformation du film est proportionnelle au rayon du jet sortant  $R_s$  (Eq. 2.7). Cette force ralentit le jet, ce qui, par conservation de la masse, augmente son rayon. Cette augmentation de rayon se répercute à son tour sur la force et l'amplifie. La force exercée par le film sur le jet est donc amplifiée par sa propre action.

Sur la figure 2.13, nous représentons le rapport du rayon sortant sur le rayon entrant en fonction du nombre de Weber pour trois séries d'expériences réalisées avec des rayons incidents  $R_i = 80, 200, 270 \mu m$ . Nous constatons que pour de grands nombres de Weber, les trois courbes se fondent sur la même courbe maîtresse. A contrario, pour des nombres de Weber faibles, les trois courbes se désunissent, bien qu'elles aient toutes trois le même comportement. Nous comparons ces résultats expérimentaux à notre modélisation en traçant en pointillés la résolution numérique de l'équation 2.9.

Nous pouvons voir sur la figure 2.13 que notre modèle (Eq. 2.9) a un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux obtenus pour le plus petit jet ( $R_i = 80 \mu m$ ). Néanmoins, notre modèle s'écarte de nos résultats expérimentaux lorsque le rayon du jet incident augmente. Ce désaccord s'explique par le fait que nous avons négligé l'effet de la gravité. Nous proposons maintenant de compléter notre modèle et de prendre en compte cet effet.

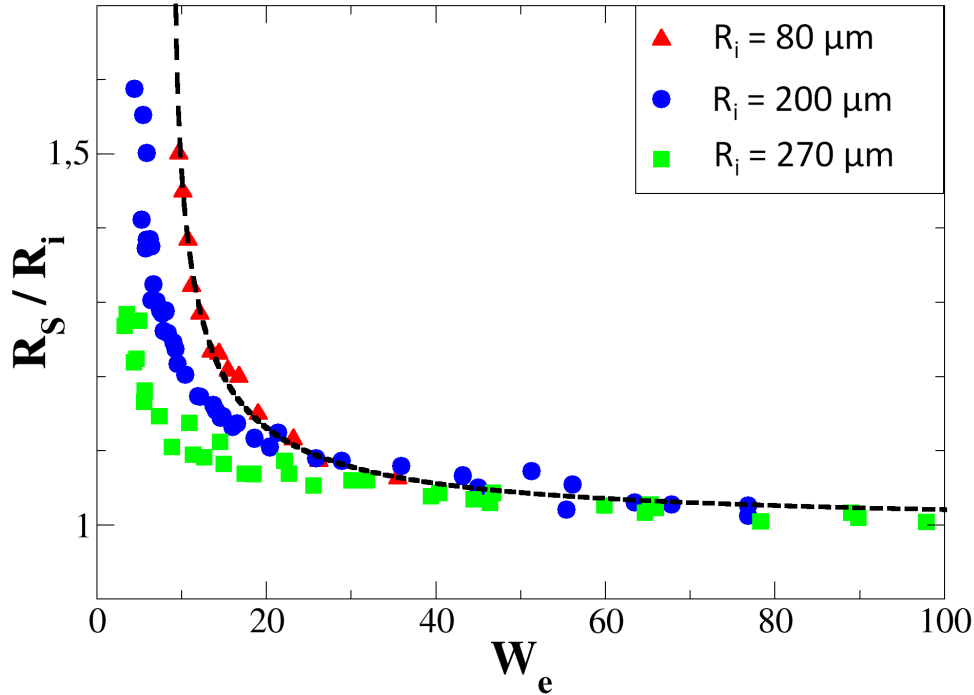


FIGURE 2.13 – Rapport du rayon sortant sur le rayon entrant en fonction du nombre de Weber du système pour différents rayons entrants :  $R_i = 80 \mu m$  ( $\blacktriangle$ ),  $R_i = 200 \mu m$  ( $\bullet$ ) et  $R_i = 270 \mu m$  ( $\blacksquare$ ). En pointillés noirs, la courbe de l'équation 2.9

### 2.2.3 Influence de la gravité

Nous constatons expérimentalement qu'une accumulation de liquide se forme au point d'impact du jet sur le film. Nous faisons l'hypothèse que l'accumulation de liquide se fait sur un volume épousant la forme de la caténoïde. Sa hauteur doit être proportionnelle à la seule longueur caractéristique de la déformation du film :  $\alpha R_s$ , où  $\alpha$  est un coefficient numérique ajustable. Nous négligeons le poids du film de savon et des portions de jets considérées devant celui de l'accumulation de liquide.

Le poids de l'accumulation de liquide s'écrit :

$$\vec{F}_g = \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha R_s} \int_0^{R_s \cosh(\frac{z}{R_s})} \rho r dr dz d\theta \vec{g} = \frac{\pi \rho R_s^3}{2} \left[ \alpha + \frac{\sinh(2\alpha)}{2} \right] \vec{g} \quad (2.10)$$

où  $\vec{g}$  est l'accélération de la pesanteur.

En prenant en compte ce nouveau terme de force volumique dans l'équation

d'Euler globale (Eq. 2.5), l'équation 2.9 devient :

$$W_e \left( 1 - \frac{R_i^2}{R_s^2} \right) = 1 + 3 \frac{R_s}{R_i} - \left( \frac{R_i}{\ell_c} \right)^2 \left( \frac{R_s}{R_i} \right)^3 \left[ \frac{\sinh(2\alpha)}{2} + \alpha \right] \quad (2.11)$$

Pour les trois séries d'expériences décrites précédemment (Fig. 2.13), nous effectuons le meilleur ajustement entre nos données expérimentales et notre modèle avec  $\alpha$  comme seul paramètre libre. Le meilleur accord est trouvé pour une valeur du paramètre  $\alpha = 3$ . Nous traçons sur la figure 2.14 nos résultats expérimentaux ainsi que notre nouveau modèle. Nous constatons que l'ajout dans notre raisonnement des effets de la gravité permet de modéliser le phénomène pour toutes les tailles de jet.

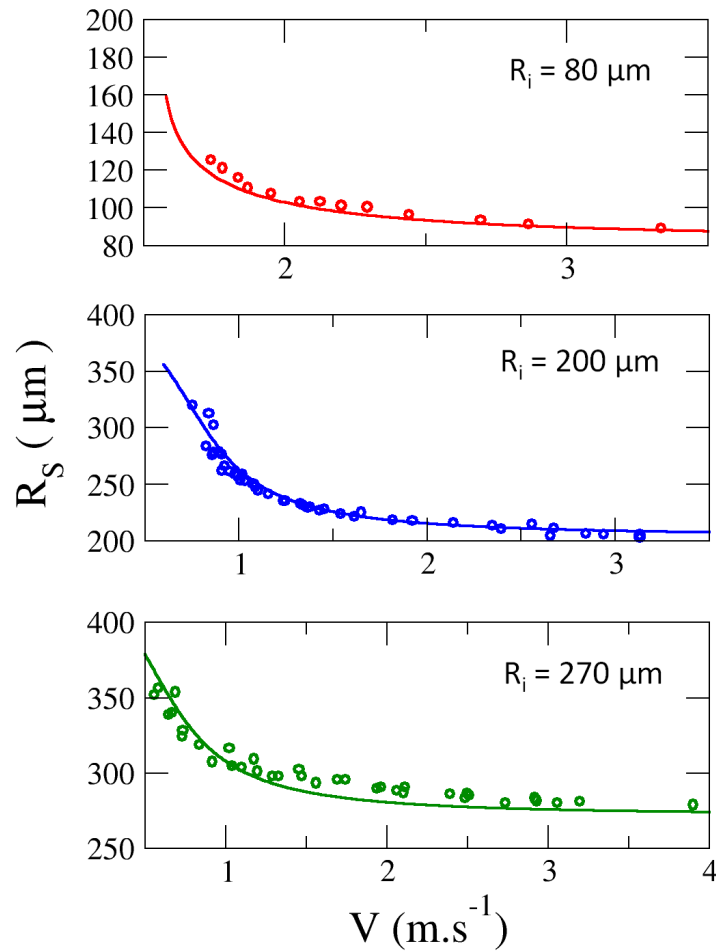


FIGURE 2.14 – Rayon sortant en fonction de la vitesse du jet pour différents rayons entrants :  $R_i = 80 \mu m$  ( $\circ$ ),  $R_i = 200 \mu m$  ( $\circ$ ) et  $R_i = 270 \mu m$  ( $\circ$ ). Courbe de l'équation 2.11 en trait plein.

## 2.3 Impact à incidence quelconque

Après avoir étudié l'impact d'un jet sur un film de savon à incidence normale, nous nous intéressons aux impacts à incidence quelconque. En plus de la déformation du film et de l'augmentation du rayon du jet, nous verrons que dans ce cas, l'interaction entre le jet et le film influe sur l'angle du jet sortant du film.

### 2.3.1 Résultats expérimentaux

Nous inclinons le capillaire et nous faisons impacter un jet sur le film. L'angle formé par le jet et la normale au film est appelé  $\theta_i$ . Nous introduisons sur la photo 2.15 les différentes grandeurs du système. Le jet incident possède un rayon  $R_i$ , une vitesse  $V_i$  et impacte le film avec une angle  $\theta_i$ . Le jet "réfracté" ressort du film avec un rayon  $R_r$ , une vitesse  $V_r$  et avec un angle réfracté  $\theta_r$ , toujours défini par rapport à la normale au film.

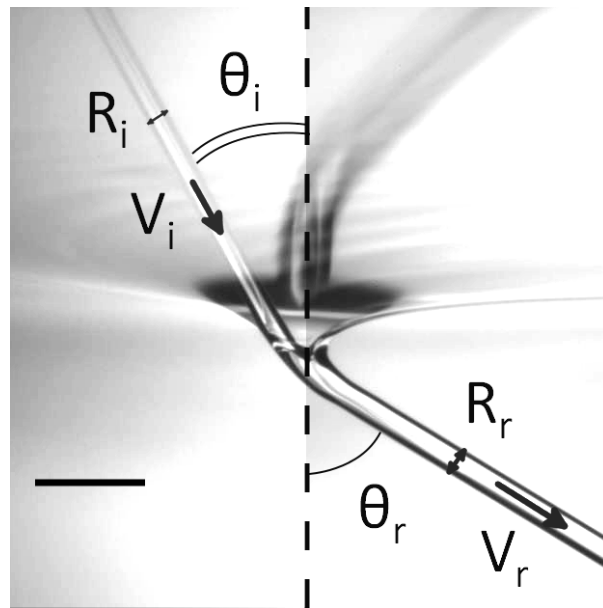


FIGURE 2.15 – Vue en légère contre-plongée d'un impact de jet de  $200 \mu\text{m}$  de rayon sur un film liquide. Le trait noir mesure 2 mm.

#### 2.3.1.1 Déformation du film

Dans un premier temps, nous nous concentrons sur la déformation du film. Comme dans le cas à incidence normale, nous pouvons constater sur la figure 2.16 que la

déformation du film est d'autant plus importante que la vitesse du jet est faible.

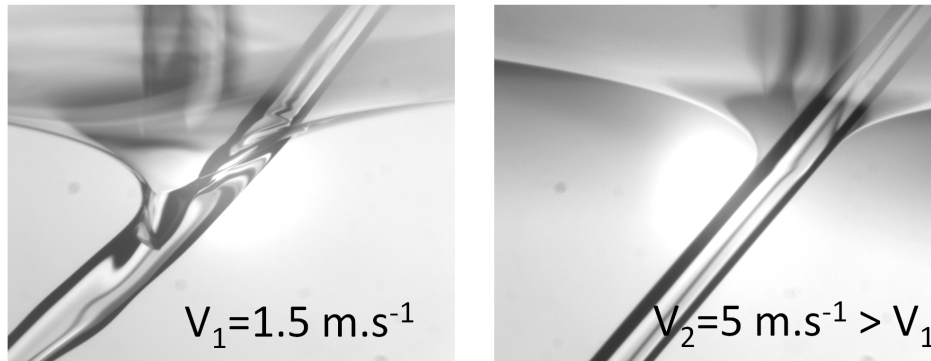


FIGURE 2.16 – Impact d'un jet de rayon  $R_i = 270\mu m$  à  $1.5\text{ m.s}^{-1}$  (à gauche) et à  $5\text{ m.s}^{-1}$  (à droite). La déformation du film est plus importante à faible vitesse.

Par contre, cette déformation est sensiblement différente du cas examiné précédemment. Il ne s'agit plus d'une demi-caténoïde, mais d'une forme plus complexe. Pour modéliser l'interaction entre le film et le jet, il nous faudra faire des approximations sur cette forme. Nous verrons que l'approximation par une caténoïde donne des résultats satisfaisants. Nous approfondirons cette question dans le Chapitre 4 en réalisant l'étude numérique du mouillage d'un cylindre incliné par un film liquide.

### 2.3.1.2 Réfraction du jet

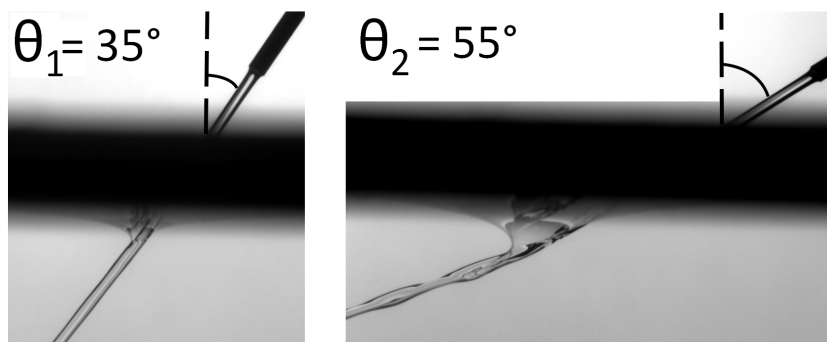


FIGURE 2.17 – Lorsque l'angle d'incidence augmente, le jet sortant est plus fortement dévié. Vue de profil d'un jet de rayon  $R = 200\ \mu m$  et possédant une vitesse  $V = 2\text{ m.s}^{-1}$ . Angle d'incidence  $\theta_1 = 35^\circ$  (à gauche) et  $\theta_2 = 55^\circ$  (à droite).

Nous nous intéressons maintenant à la déviation du jet après l'impact. Nous réalisons une série d'expériences pour différents rayons, différentes vitesses et différents angles d'incidence. Nous constatons sur la figure 2.17 que, lorsque la vitesse et le rayon du jet restent inchangés, la déviation entre le jet entrant et le jet sortant est d'autant plus importante que l'angle d'incidence est grand. Nous pouvons voir sur la figure 2.18 que, pour un angle d'incidence et un rayon de jet fixés, la déviation du jet est d'autant plus importante que sa vitesse est faible. Enfin, la figure 2.19 nous montre que, pour une vitesse et un angle d'incidence fixés, la diminution du rayon induit une augmentation de la déviation du jet.

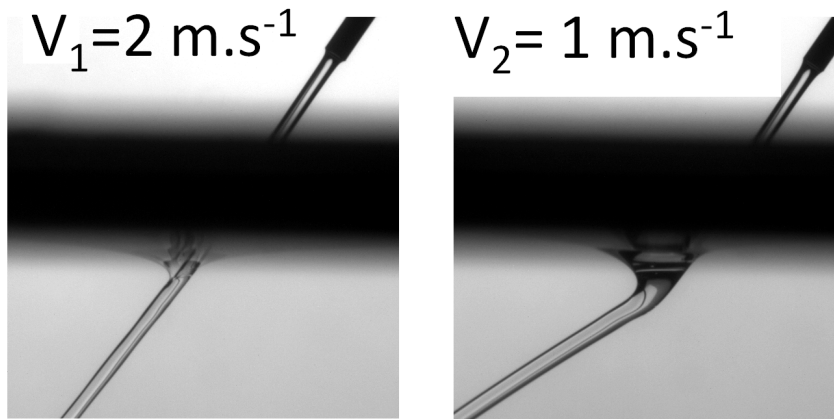


FIGURE 2.18 – Vue de profil d'un jet de rayon  $R = 200 \mu m$ , d'angle d'incidence  $\theta_1 = 35^\circ$ . Vitesse  $V_1 = 2 m.s^{-1}$  (à gauche) et  $V_2 = 1 m.s^{-1}$  (à droite).

### 2.3.2 Indice de réfraction effectif

Nous représentons sur la figure 2.20 les résultats d'une série d'expériences où nous avons mesuré le sinus de l'angle incident du jet en fonction du sinus de l'angle sortant pour différentes vitesses et pour un rayon entrant  $R_i = 80 \mu m$ . Comme nous venons de le constater qualitativement, la réfraction est d'autant plus importante que la vitesse est faible.

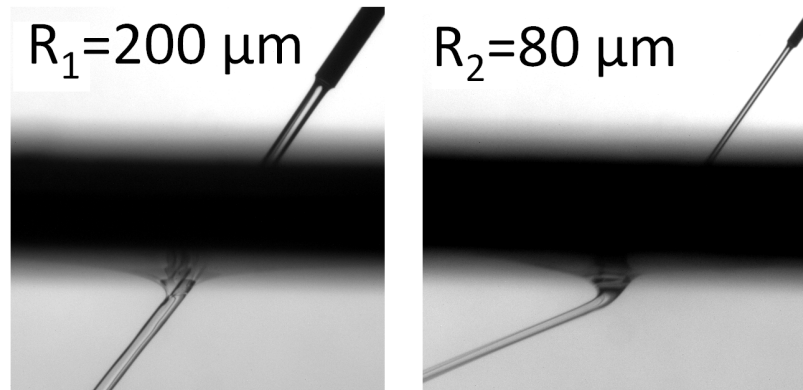


FIGURE 2.19 – Vue de profil d’un jet de rayon possédant une vitesse  $V_1 = 2 \text{ m.s}^{-1}$  et d’angle d’incidence  $\theta_1 = 35^\circ$ . Rayon  $R_1 = 200 \mu\text{m}$  (à gauche) et  $R_2 = 80 \mu\text{m}$  (à droite).

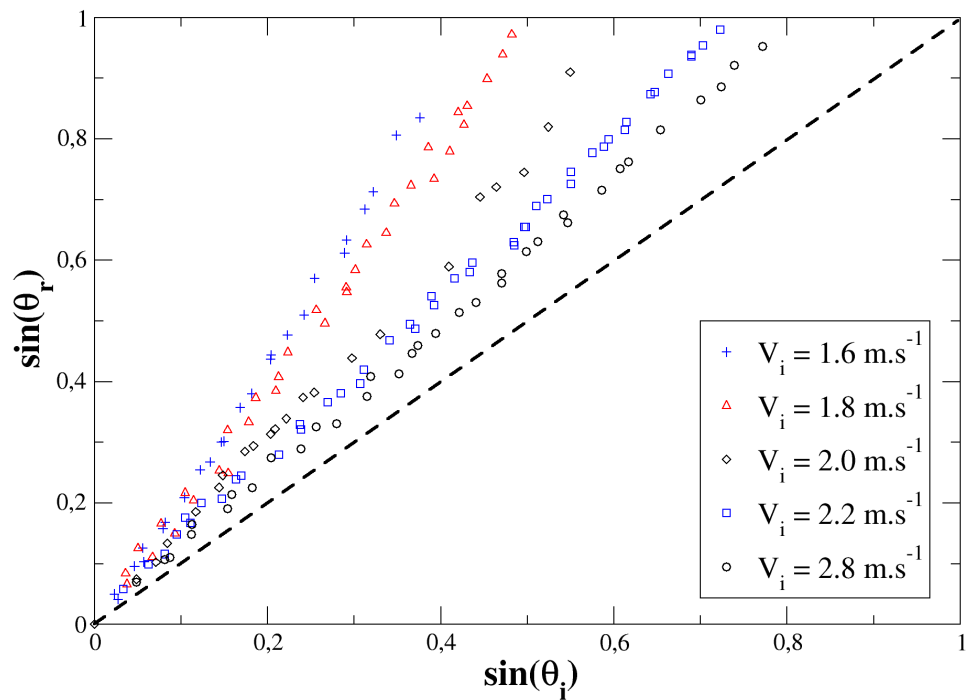


FIGURE 2.20 – Sinus de l’angle d’incidence du jet entrant en fonction du sinus de l’angle du jet sortant pour un rayon de jet entrant  $R_i = 80 \mu\text{m}$  et pour différentes vitesses. En pointillés :  $\sin(\theta_i) = \sin(\theta_r)$

Sur le graphique 2.20, nous constatons également qu’il existe une relation quasi-linéaire entre les sinus des angles incident et réfracté pour un rayon et une vitesse donnés. Par analogie avec l’optique géométrique, cette dépendance linéaire nous permet de définir un



indice de réfraction effectif  $n$  pour notre système :

$$n = \frac{\sin(\theta_r)}{\sin(\theta_i)} \quad (2.12)$$

L'analogie avec la réfraction optique est donc confortée par cette dépendance observée expérimentalement. A l'heure actuelle, cette loi de dépendance n'est pas justifiée par la théorie. Nous verrons dans la partie suivante que c'est grâce à la constatation expérimentale que nous pouvons la poser comme hypothèse.

### 2.3.3 Modélisation

Afin de modéliser le phénomène de réfraction capillaire, nous utilisons la même méthode que pour l'impact à incidence normale et optons pour un bilan de quantité de mouvement.

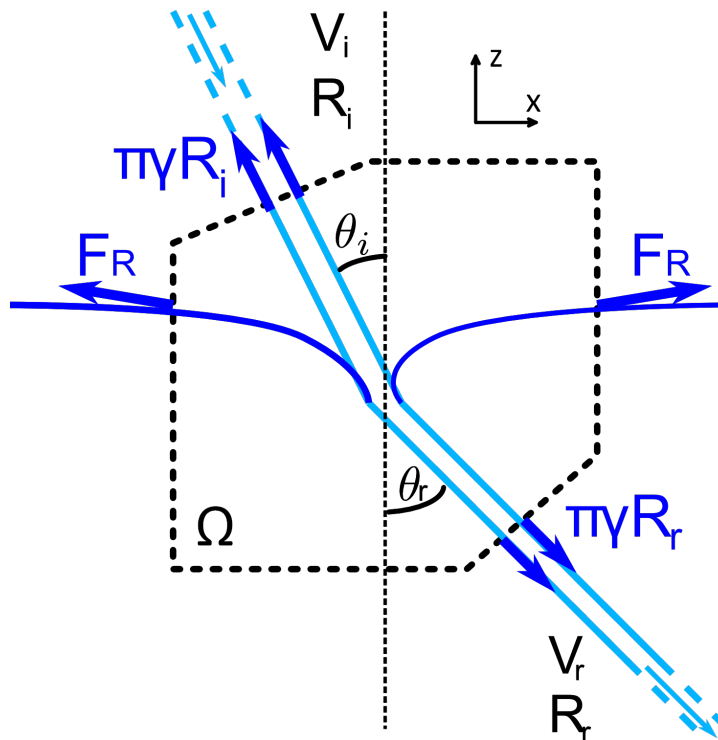


FIGURE 2.21 – Schéma de l'impact d'un jet sur un film liquide à incidence quelconque.

Nous représentons sur la figure 2.21 la vitesse, le rayon et l'angle du jet incident, notés respectivement  $V_i$ ,  $R_i$  et  $\theta_i$  ainsi que la vitesse, le rayon et l'angle du jet après impact, notés respectivement  $V_r$ ,  $R_r$  et  $\theta_r$ . Comme pour l'impact à incidence normale, nous posons

l'égalité de conservation de quantité de mouvement (équation d'Euler globale) :

$$\oint_{\partial\Omega} \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot dS = \iiint_{\Omega} \vec{f}_V dV + \oint_{\partial\Omega} \vec{f}_S dS \quad (2.13)$$

où  $\partial\Omega$  est la surface fermée issue du volume  $\Omega$ ,  $\vec{n}$  sa normale sortante,  $\vec{f}_V$  la force volumique extérieure locale s'appliquant sur  $\Omega$ ,  $\vec{f}_S$  la force surfacique extérieure locale s'appliquant sur  $\partial\Omega$  et  $\rho$  la masse volumique du fluide.

Ici encore, nous négligeons les forces visqueuses ainsi que les effets liés à la gravité. Nous justifions cette hypothèse par l'observation expérimentale : lorsque nous donnons un angle au jet, nous constatons que l'accumulation de liquide dans le film disparaît pratiquement instantanément.

Les forces qui s'appliquent sur le domaine  $\Omega$  sont ici encore de nature surfacique :

**Force de pression :**

Le jet étant à l'air libre, la pression dans le jet est donnée par la loi de Laplace :  $\frac{\gamma}{R}$ . La force résultante s'écrit :

$$\vec{F}_P = \pi\gamma \left[ (\cos(\theta_r)R_r - \cos(\theta_i)R_i)\vec{z} + (\sin(\theta_i)R_i - \sin(\theta_r)R_r)\vec{x} \right] \quad (2.14)$$

**Force de tension superficielle :**

La force interfaciale dépend des périmètres des jets entrant et sortant :

$$\vec{F}_\gamma = 2\pi\gamma \left[ (\cos(\theta_i)R_i - \cos(\theta_r)R_r)\vec{z} + (\sin(\theta_r)R_r - \sin(\theta_i)R_i)\vec{x} \right] \quad (2.15)$$

**La force qu'applique le film sur le jet :**

Dans le cas de l'impact à incidence normale, nous avons fait l'hypothèse raisonnable que le film se déformait en une demi-caténoïde. En regardant la forme de la déformation à incidence quelconque, nous nous rendons compte qu'elle est bien plus complexe. Nous nous intéresserons en détail à ce problème dans le Chapitre 4. Nous montrerons que la force qu'applique le film sur le jet est uniquement verticale. Nous la notons :  $\vec{F}_R = F_R\vec{z}$ .

La conservation du débit et les projections horizontale et verticale de l'équation 2.13

mènent au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} R_i^2 V_i = R_r^2 V_r & (2.16) \\ \pi \left( \rho R_r^2 V_r^2 \sin \theta_r - \rho R_i^2 V_i^2 \sin \theta_i \right) = \pi \gamma \left( R_r \sin(\theta_r) - R_i \sin(\theta_i) \right) & (2.17) \\ \pi \left( \rho R_i^2 V_i^2 \cos \theta_i - \rho R_r^2 V_r^2 \cos \theta_r \right) = \pi \gamma \left( R_i \cos(\theta_i) - R_r \cos(\theta_r) \right) + F_R & (2.18) \end{cases}$$

En remplaçant toutes les occurrences de  $V_r$  grâce à l'équation 2.16 puis en effectuant l'opération :  $\frac{(Eq.2.17)*\cos(\theta_r)-(Eq.2.18)*\sin(\theta_r)}{\pi\gamma R_i}$ , le système d'équation précédent se simplifie de la manière suivante :

$$(W_e - 1) \sin(\theta_r - \theta_i) = \frac{F_R}{\pi\gamma R_i} \sin(\theta_r) \quad (2.19)$$

Afin de résoudre l'équation 2.19, il nous faut faire plusieurs approximations. Tout d'abord, nous nous plaçons dans l'approximation des petits angles afin de linéariser le problème. De plus, nous avons vu expérimentalement qu'il existe une relation linéaire entre les sinus des angles incident et réfracté. Nous posons cette observation comme hypothèse, ce qui se traduit comme :

$$\begin{cases} \sin(\theta_i) = \theta_i \\ \sin(\theta_r) = \theta_r = n\theta_i \end{cases} \quad (2.20)$$

L'approximation des petits angles permet de justifier que le film se déforme en une portion de caténoïde de rayon minimal  $R_i$ . L'écart à la demi-caténoïde exposée dans la section 2.2 et une expression complète de la force d'interaction seront donnés au Chapitre 4. Soit :

$$F_R = 4\pi\gamma R_i \quad (2.21)$$

L'équation 2.12 se simplifie et nous permet d'exprimer l'indice de refraction effectif du système :

$$n = \frac{W_e - 1}{W_e - 5} \quad (2.22)$$

Nous réalisons plusieurs séries d'expériences à différents rayons, différentes vitesses, différents angles d'incidence et avec deux surfactants. Pour chaque vitesse et chaque rayon utilisés, nous avons tracé le sinus de l'angle incident en fonction de l'angle réfracté et nous avons calculé le coefficient directeur de la droite correspondant à l'indice de réfraction. Nous avons représenté toutes nos mesures sur le graphique 2.22 ainsi que la courbe de l'équation 2.22 en fonction du nombre de Weber. Chaque point est calculé à

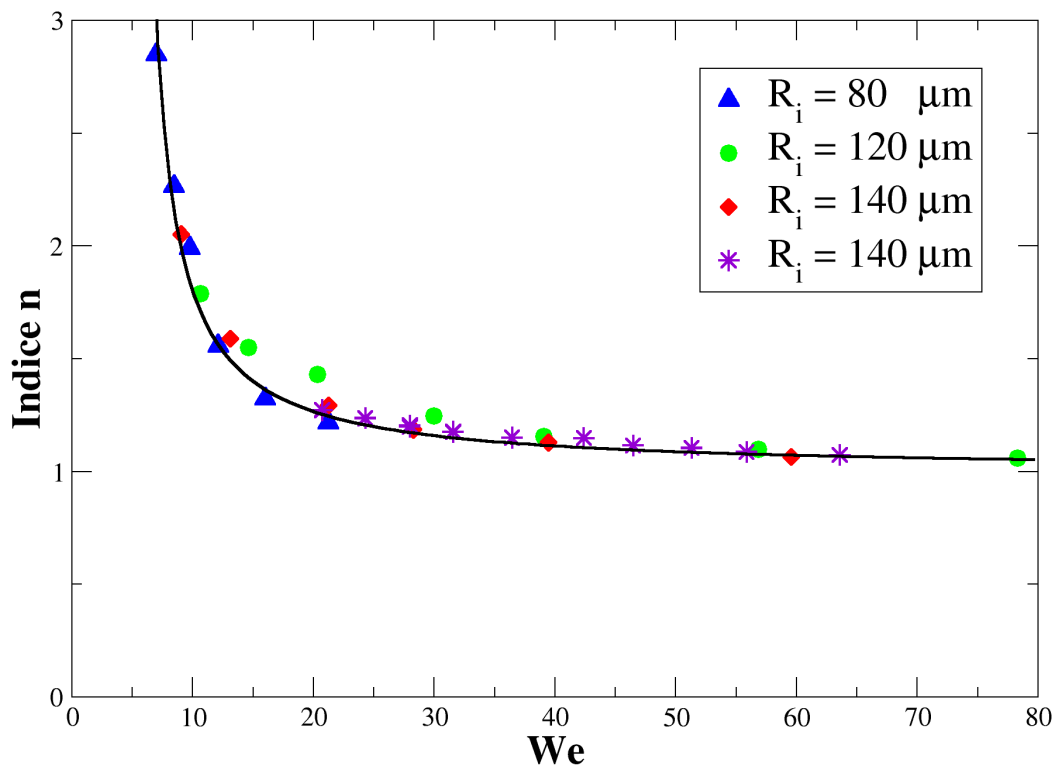


FIGURE 2.22 – Indice de réfraction  $n$  en fonction du nombre de Weber pour différentes vitesses, trois rayons de jet différents et deux solutions différentes :  $R_i = 80 \mu m$  (  $\blacktriangle$  ),  $120 \mu m$  (  $\bullet$  ), et  $140 \mu m$  (  $\blacklozenge$  ) pour la solution de Dreft, et  $R_i = 140 \mu m$  pour la solution de TTAB (  $*$  ). En trait plein noir, la courbe de l'équation 2.22 .

partir d'une série de mesures du même type que celles représentées sur le graphique 2.20

Nous constatons que toutes les mesures se fondent sur la même courbe maîtresse, ce qui atteste que le nombre de Weber est le paramètre pertinent du système. Malgré toutes les approximations que nous avons faites dans notre modèle, celui-ci garde un bon accord avec nos résultats expérimentaux.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'impact de jets millimétriques sur un film liquide à grand nombre de Weber et à faible angle d'incidence. Dans ces conditions, le jet passe au travers du film sans le rompre.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés aux impacts à incidence normale. Nous avons observé que l'interaction entre le jet et le film est à double sens : le jet déforme le film et la déformation du film crée une force qui ralentit le jet. Nous avons vu que le film se déforme en une caténoïde. Nous avons également remarqué que le ralentissement du jet se traduit par l'augmentation de son rayon. Nous avons modélisé ce phénomène à l'aide d'un bilan de quantité de mouvement. Nous avons constaté que notre modèle est en mauvais accord avec les résultats expérimentaux de rayons de jet les plus importants. Nous avons démontré que cet écart vient de la présence d'une accumulation de liquide au niveau de la zone de contact entre le film et le jet. En prenant en compte le poids de cette accumulation de liquide, nous avons proposé une modélisation du phénomène qui est en bon accord avec tous nos résultats expérimentaux.

Dans un second temps, nous avons réalisé des impacts en inclinant le jet. En plus de la déformation du film et de l'augmentation du rayon du jet, nous avons observé que le jet est plus incliné en sortant du film qu'il ne l'était avant l'impact. C'est l'interaction entre le jet et le film qui est à l'origine de cette "réfraction". En remarquant que le sinus des angles incident et réfracté sont linéairement proportionnels, nous avons défini un indice de réfraction effectif pour notre système. Toujours en se basant sur un bilan de quantité de mouvement, nous avons modélisé le phénomène à partir d'hypothèses simplificatrices. Notre modèle est en bon accord avec nos résultats expérimentaux.

Dans les deux cas, nous avons montré que le nombre de Weber est le paramètre pertinent qui gouverne le phénomène, prouvant que le système dépend du rapport entre les effets capillaires et les effets cinétiques. Les résultats présentés dans ce chapitre ont donné lieu à une publication [Kirstetter et al., 2012].

# Chapitre 3

## Impact d'un jet sur un film liquide : régime d'absorption

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Résultats expérimentaux . . . . .</b>	<b>66</b>
3.1.1	Régime d'absorption . . . . .	66
3.1.2	Régime transitoire . . . . .	68
3.1.3	Transition réfraction-absorption . . . . .	70
<b>3.2</b>	<b>Modélisation . . . . .</b>	<b>72</b>
3.2.1	Régime d'absorption . . . . .	72
3.2.2	Diagramme de transition . . . . .	76
<b>3.3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>77</b>

---



---

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux impacts de jet dans des conditions où le jet ne traverse plus le film mais est totalement absorbé par ce dernier. Nous mettrons en évidence que le jet ondule alors à la surface du film avec une longueur d'onde caractéristique (figure 3.1). Nous verrons également qu'il existe un régime transitoire durant lequel le jet rebondit sur le film. Enfin, nous caractériserons la transition entre le régime de réflexion décrit dans le Chapitre 2 et le régime d'absorption décrit dans ce chapitre. Dans chaque cas, nous proposerons une modélisation que nous confronterons à nos résultats expérimentaux.

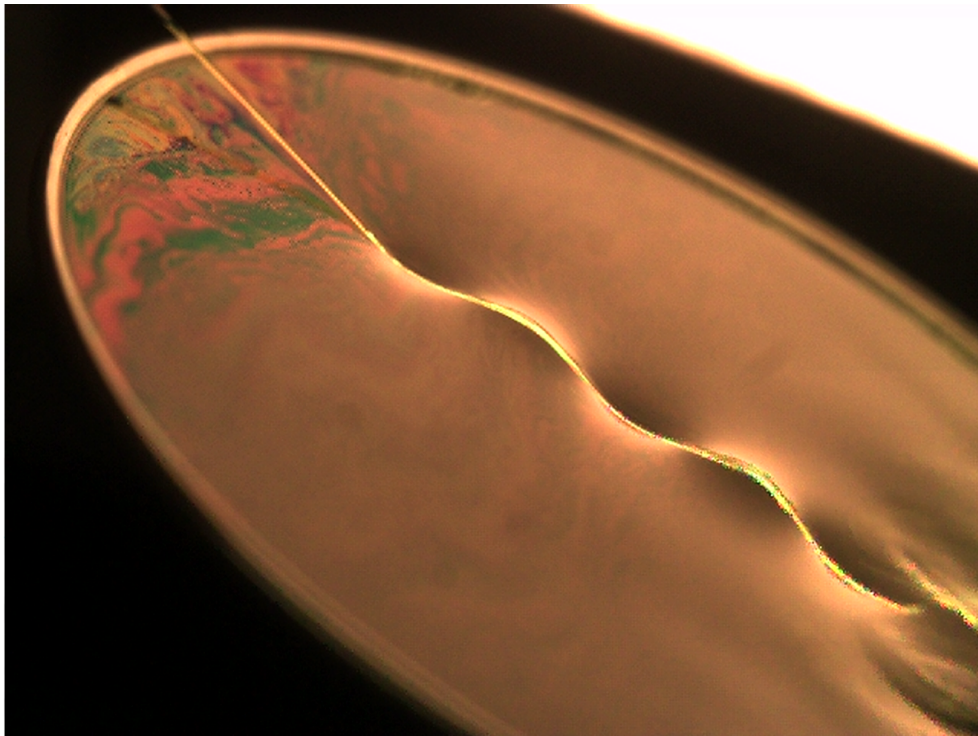


FIGURE 3.1 – Absorption d'un jet par un film de savon.



## 3.1 Résultats expérimentaux

Pour réaliser toutes les expériences décrites dans ce chapitre, nous utilisons le même dispositif expérimental que celui exposé au Chapitre 2.

### 3.1.1 Régime d'absorption

Nous faisons impacter un jet avec un grand angle d'incidence sur le film de savon. Nous pouvons constater sur la photo 3.2 que le jet ne traverse pas le film et qu'il ondule orthogonalement à sa surface. Le phénomène peut perdurer plusieurs minutes. La longueur d'onde de l'ondulation est stable, elle varie très peu au cours d'une expérience. Enfin, nous remarquons qu'en fin de course, le jet se dissipe dans le film et provoque des re-circulations de liquide dans le film ainsi que des gouttes pendantes. Cette recirculation alimente le film, ce qui explique la longévité du phénomène.

Nous effectuons plusieurs expériences à différentes vitesses. Nous pouvons voir sur la figure 3.2 que la longueur d'onde  $\lambda$  de l'ondulation est d'autant plus grande que la vitesse du jet est grande.

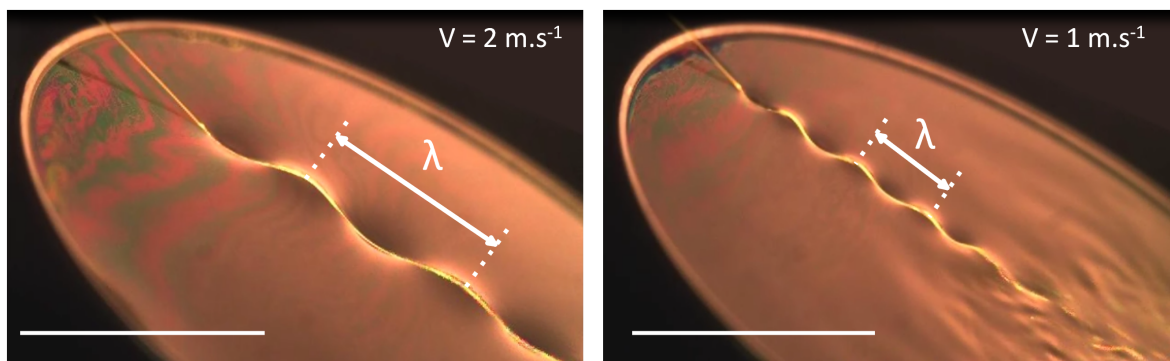


FIGURE 3.2 – Jet de rayon  $R = 270 \mu\text{m}$  serpentant sur le film pour deux vitesses différentes :  $V = 2 \text{ m.s}^{-1}$  (à gauche) et  $V = 1 \text{ m.s}^{-1}$  (à droite). La longueur d'onde  $\lambda$  est plus petite à faible vitesse. Les traits blancs mesurent 5 cm.

Pour réaliser nos expériences, nous inclinons légèrement le film afin que la re-circulation du liquide dans le film se situe du côté opposé à la zone d'impact (en bas à droite des photos 3.2) et ne perturbe pas l'ondulation du jet. Nous notons également que les tailles caractéristiques des deux objets sont très différentes puisque le film a une épaisseur de quelques dizaines de micromètres alors que le diamètre du jet est de l'ordre du millimètre.

Le jet ne peut donc pas serpenter à l'intérieur du film. C'est le film qui se raccorde au jet par ses côtés et qui agit sur lui pour le faire onduler.

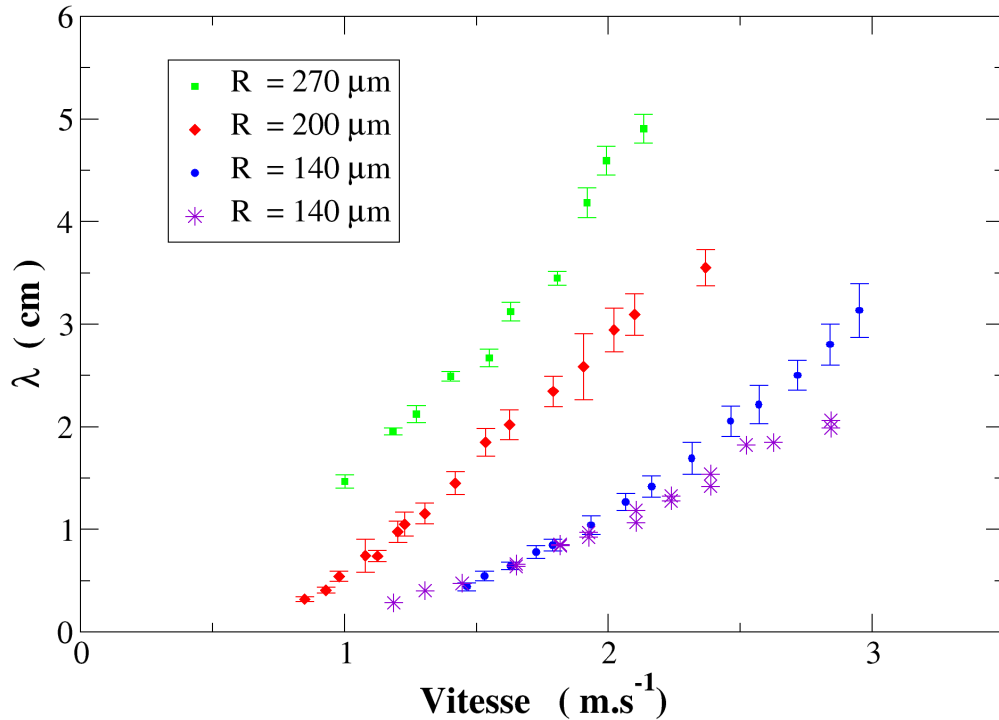


FIGURE 3.3 – Longueur d'onde en fonction de la vitesse du jet incident pour différents rayons de jet :  $R = 140$  (●),  $200$  (◆) et  $270 \mu\text{m}$  (■) avec la solution Dreft, et  $R = 140 \mu\text{m}$  pour la solution de TTAB (\*) avec un angle d'incidence  $\theta_i = 70^\circ$ .

Nous réalisons plusieurs séries d'expériences où nous mesurons la longueur d'onde  $\lambda$  de l'ondulation en fonction de la vitesse du jet, pour trois rayons de jet :  $R = 140$ ,  $200$  et  $270 \mu\text{m}$  ainsi qu'avec les deux différentes solutions de surfactants. Nous notons que la re-circulation de liquide dans le film peut créer des gouttes pendantes et faire varier nos résultats. Afin de s'affranchir de cet effet, nous effectuons dix mesures successives de la longueur d'onde pour chaque vitesse de jet. Nous présentons la moyenne ainsi que l'écart-type de chaque série de mesures sur la figure 3.3.

Comme nous l'avons constaté qualitativement, la longueur d'onde est d'autant plus grande que la vitesse du jet est grande. Nous observons également sur la figure 3.3 que l'augmentation du rayon induit une augmentation de la longueur d'onde. Nous avons choisi de travailler sans faire varier l'angle d'incidence du jet. Nous discuterons de ce choix dans la suite de ce manuscrit. Toutefois, nous choisissons un angle suffisamment important pour

qu'il soit supérieur à l'angle critique  $\theta_c$  que nous définissons dans le section 3.1.3 de ce chapitre.

### 3.1.2 Régime transitoire

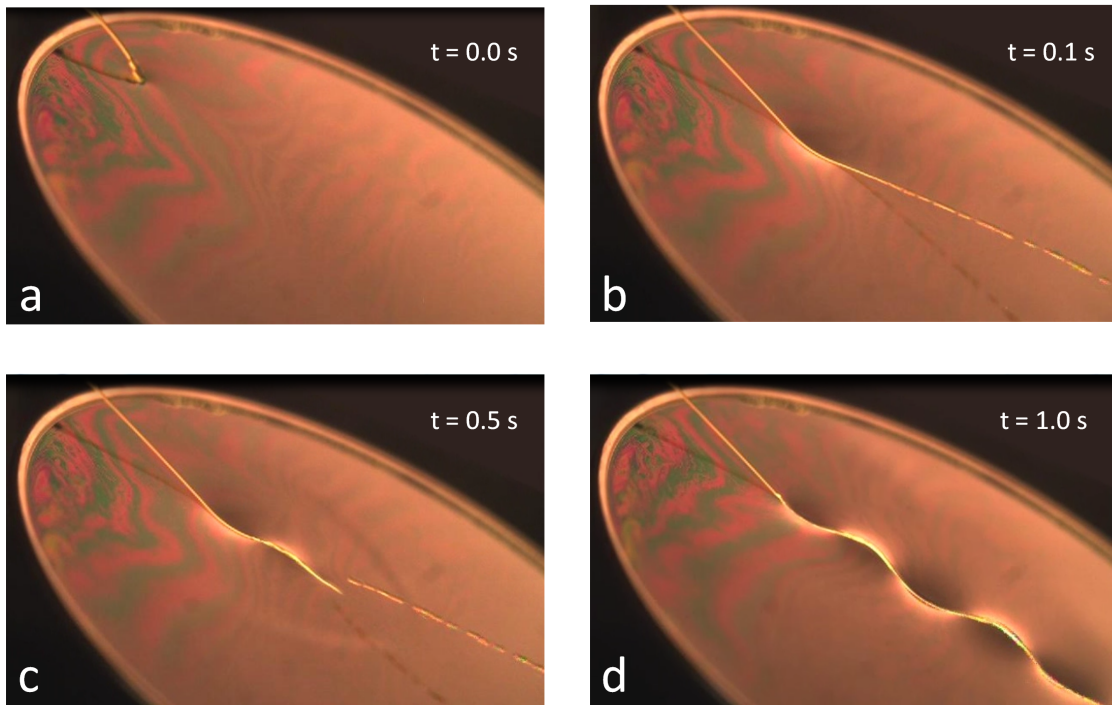


FIGURE 3.4 – Un jet de rayon  $R = 270 \mu\text{m}$  est envoyé sur le film à  $t = 0 \text{ s}$  avec un angle d'incidence de  $70^\circ$  et une vitesse  $V = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$ . Il rebondit sur le film pendant une demi-seconde. A  $t = 0.5 \text{ s}$ , nous pouvons voir que le jet commence à coalescer avec le film. A partir de  $t = 1 \text{ s}$ , le jet ondule à l'intérieur du film de manière stationnaire.

Si nous nous plaçons dans une configuration correspondant au régime d'absorption et que nous envoyons le jet, nous constatons que le jet rebondit sur le film pendant quelques secondes, comme nous pouvons le voir sur les figures 3.4.a et 3.4.b. Ce régime est uniquement transitoire et son temps de vie est de l'ordre de la seconde. La présence d'une fine couche d'air placée entre le jet et le film empêche leur coalescence et permet le rebond du jet (voir Fig. 3.5). Ce régime n'est que transitoire car la couche d'air s'amenuise peu à peu. Une fois la couche d'air totalement évacuée, le jet coalesce avec le film et ondule à sa surface, comme nous pouvons le voir sur les figure 3.4.c et 3.4.d.

Des effets similaires ont déjà été mis en évidence par le passé :

- Couder, Fort, Gautier et Boudaoud se sont intéressés aux rebonds de gouttes sur un bain oscillant du même liquide [Couder et al., 2005]. Ils ont conclu que la goutte rebondit grâce à la présence d'un film d'air qui la maintient séparée du bain. La goutte rebondit tant que le mouvement du film d'air n'entraîne pas le liquide dans la goutte, ce qui se traduit par une contrainte normale dans le film d'air plus petite que celle dans la goutte. Cette étude est complétée par une récente étude de Moláček et al. [Moláček and Bush, 2013].
- Courbin et Stone sont les premiers à avoir observé un rebond de gouttes sur un film liquide [Courbin and Stone, 2006].
- Gilet et Bush ont également effectué des recherches sur les rebonds de gouttes sur des films de savon [Gilet and Bush, 2009b] [Gilet and Bush, 2009a]. Les auteurs notent que le temps de contact d'un rebond  $\tau_C$  ne dépend pas du nombre de Weber et qu'il est proportionnel au temps capillaire :  $\tau_C = 1.86\sqrt{\frac{m}{\gamma}}$ , où  $m$  est la masse de la goutte.
- Dans un article plus récent, les mêmes auteurs étudient des rebonds de gouttes sur un plan mouillé incliné [Gilet and Bush, 2012]. Ils concluent qu'il y a rebond seulement si le temps de drainage du film d'air est plus petit que le temps de contact de la goutte avec le plan  $\tau_C$ .
- Lhuissier et al. ont fait léviter des gouttes sur un bain en mouvement [Lhuissier et al., 2013]. Leur étude conclut que la goutte lévite si le mouvement du bain permet de renouveler le film d'air placé entre la goutte et le bain suffisamment vite. Ils proposent également une résolution numérique de la forme de la goutte montrant que seule l'asymétrie de la surface basse de la goutte permet une suppression qui a pour effet la lévitation de la goutte.
- Enfin, Thrasher et al. ont observé des rebonds de jet sur un bain mouvant [Thrasher et al., 2007]. Comme dans notre cas, le rebond se fait grâce à une couche d'air placée entre le jet et le bain. Le mouvement du bain permet de ré-alimenter cette couche lubrificatrice afin que le rebond perdure.

Dans notre cas, la condition de rebond va dépendre du temps de contact entre le jet et le film d'air, de l'injection d'air par l'entraînement visqueux du jet en amont de l'impact et de l'équilibre des pressions entre le jet en contact et le film d'air. Malheureusement, nous n'avons pas eu le temps de nous intéresser en profondeur à ce phénomène pendant cette thèse. Nous estimons cependant que le temps de contact d'une particule de fluide avec la couche d'air est du même ordre qu'une période du mode propre de déformation

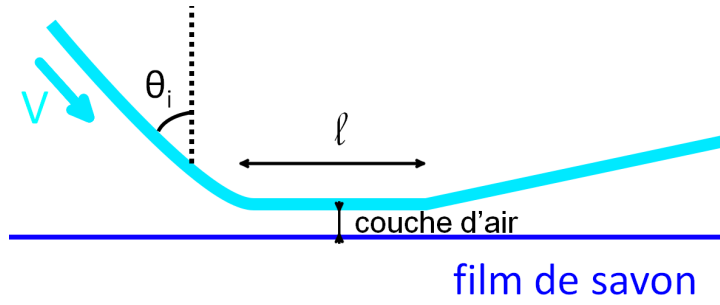


FIGURE 3.5 – Représentation schématique du rebond de jet.

non-axissymétrique d'un jet [Celestini et al., 2010] [Rayleigh, 1879] [Bohr, 1909] :

$$T_C = \frac{\ell}{V \sin(\theta_i)} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho R^3}{6\gamma}} \quad (3.1)$$

où  $\ell$  est la longueur caractéristique d'écrasement du jet sur le film d'air et  $V$  la vitesse du jet comme définies sur la figure 3.5.

### 3.1.3 Transition réfraction-absorption

Nous venons de constater que pour de faibles nombres de Weber et de grands angles d'incidence le jet est absorbé par le film. Nous avons également vu au Chapitre 2 que pour des nombres de Weber importants et de faibles angles d'incidence le jet est réfracté par le film de savon. Nous proposons ici de caractériser la transition entre ces deux régimes.

Nous réalisons plusieurs séries d'expériences où, en se plaçant dans une configuration correspondant au régime de réfraction, nous augmentons progressivement l'angle d'incidence jusqu'à l'apparition du régime d'absorption. Nous effectuons plusieurs séries de mesures pour différentes vitesses et différents rayons de jet. Les angles d'incidences critiques  $\theta_c$  à partir desquels se fait la transition sont représentés sur la figure 3.6 en fonction de la vitesse du jet incident. Chaque point du graphique représente une série de mesure. Nous constatons que plus la vitesse du jet est importante, plus la transition se fait à grand angle d'incidence. Nous pouvons également voir que l'angle critique est d'autant plus important que le rayon du jet est grand.

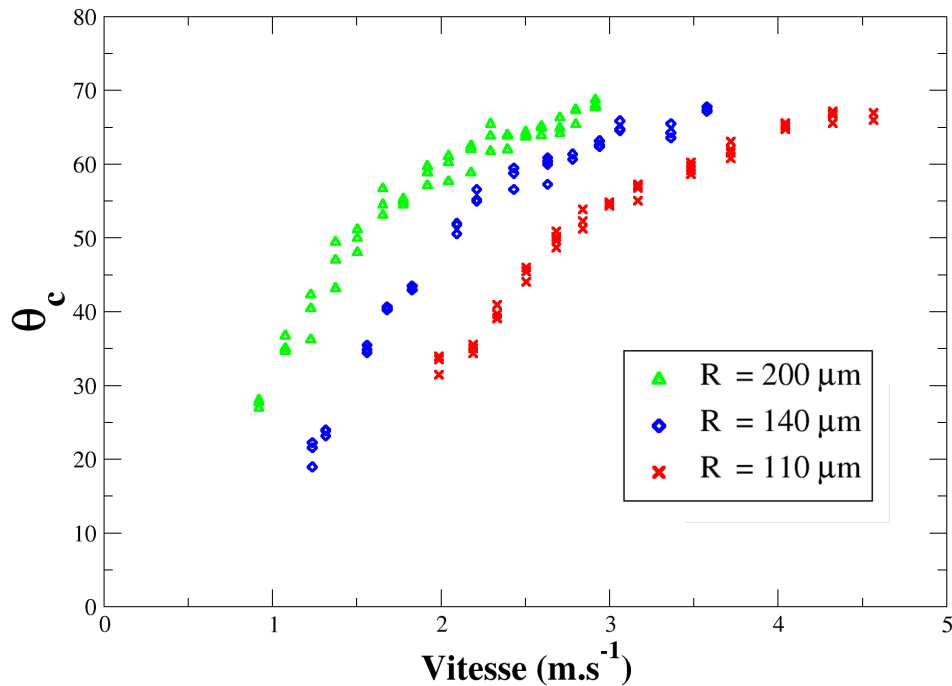


FIGURE 3.6 – Angle d’incidence critique en fonction de la vitesse du jet pour trois différents rayons :  $R = 200 \mu\text{m}$  ( $\triangle$ ),  $140 \mu\text{m}$  ( $\diamond$ ) et  $110 \mu\text{m}$  ( $\times$ ).

Les expériences présentées sur la figure 3.6 ont toutes été réalisées en se plaçant dans une configuration correspondant au régime de réfraction, et en augmentant progressivement l’angle d’incidence jusqu’à ce que le régime d’absorption apparaisse. Nous avons également effectué quelques expériences en adoptant la procédure inverse (diminution de l’angle). Les résultats obtenus avec cette procédure présentent des fluctuations, c’est pourquoi nous ne les avons pas présentés sur la figure 3.6. Nous notons tout de même que les transitions observées dans ce cas se font en moyenne à plus faibles angles d’incidence. Nous expliquons cette hysteresis par l’observation expérimentale de l’absorption : nous pouvons voir sur la photo 3.7 que lorsque le jet ondule sur le film, il le déforme, et plus particulièrement à l’endroit où le jet coalesce avec le film. L’angle  $\alpha$  que forme le jet avec le film est alors plus faible que l’angle  $\frac{\pi}{2} - \theta_i$  qui est mesuré expérimentalement, ce qui explique la différence des résultats observés entre les deux procédures.

Nous pouvons également expliquer les fluctuations observées lors de la procédure inverse par le fait que le jet ondule à la surface du film. Cette ondulation peut le déstabiliser et y créer des perturbations. Ce phénomène est amplifié par le fait que le jet s’écoule dans le film après quelques longueurs d’onde. Cette re-circulation rend le film plus lourd et crée

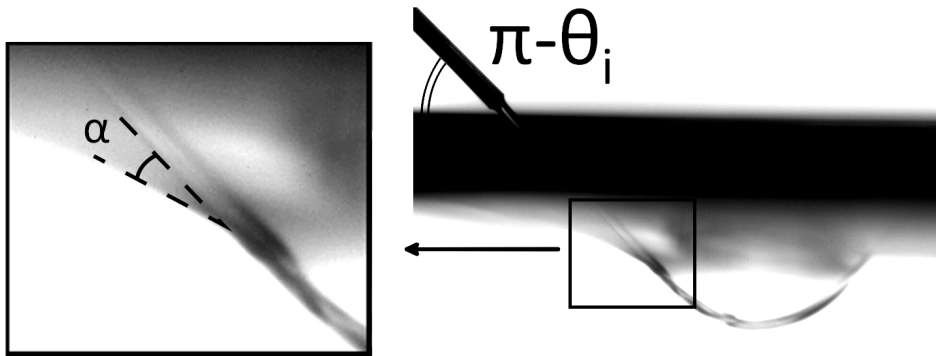


FIGURE 3.7 – Vue de profil d'un jet serpentant sur le film. En insert : gros plan sur la zone d'impact du jet sur le film. L'angle  $\alpha$  que fait le jet avec le film à l'endroit où ils coalescent est plus petit que l'angle que forme le capillaire avec le support du film ( $\pi - \theta_i$ ).

des écoulements et des gouttes pendantes, ce qui modifie l'angle réel entre le jet et le film.

## 3.2 Modélisation

### 3.2.1 Régime d'absorption

Nous proposons de modéliser le phénomène d'absorption par un bilan de force s'appliquant sur le jet. Nous représentons sur la figure 3.8 les différentes grandeurs du système étudié. Nous nous intéressons à un tronçon du jet de longueur  $d\ell$ , ainsi qu'aux différentes forces agissant dessus. L'accélération de la portion considérée est donnée par le principe fondamental de la dynamique :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = dm\vec{a} \quad (3.2)$$

où  $dm$  est la masse de la portion de jet et  $\vec{a}$  son accélération.

Les différentes forces extérieures agissant sur l'élément de jet considéré sont :

#### La force qu'applique le film sur le jet :

Pour modéliser cette force, nous considérons qu'en tout point, le film se raccorde au jet avec le même angle par rapport à l'horizontale. Nous appelons  $\psi$  cet angle. La force

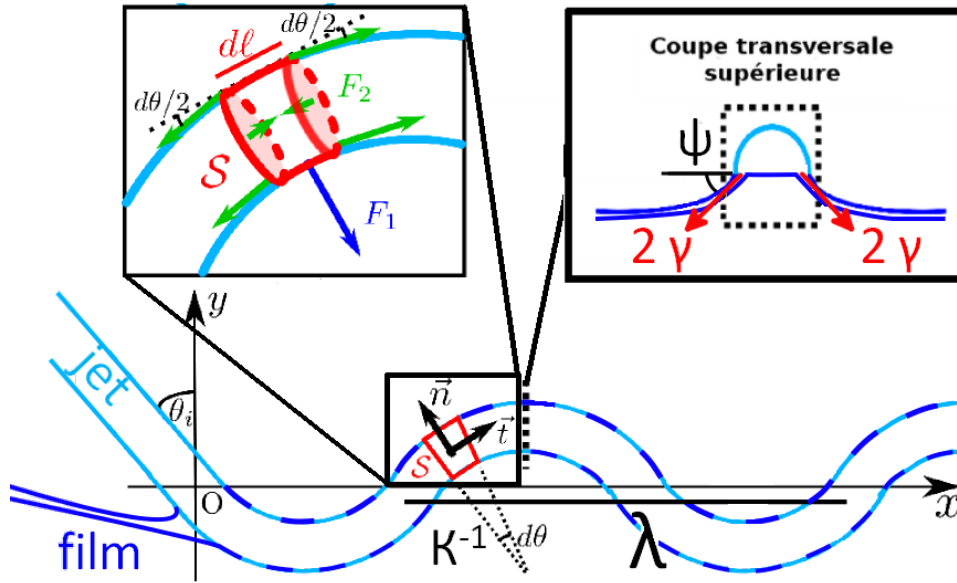


FIGURE 3.8 – Schéma du jet serpentant sur le film de savon. Le jet impacte le film avec un angle d'incidence  $\theta_i$ . Il serpente sur le film avec une longueur d'onde  $\lambda$ . Le film et le jet se raccordent en faisant un angle  $\psi$  avec l'horizontale.

qu'exerce le film sur le jet s'exprime alors comme :

$$\vec{F}_1 = \epsilon 2\gamma \sin(\psi) dl \vec{n} \quad (3.3)$$

où  $\epsilon$  est le signe algébrique du rayon de courbure dû à l'oscillation du jet ( $\epsilon = \text{sgn}(\kappa^{-1})$ ). Nous tenons à signaler ici que l'interface jet-air possède deux rayons de courbure principaux : le rayon propre du jet  $R$  ainsi que le rayon de courbure dû à son oscillation dans le film  $\kappa^{-1}$ .

#### Les forces de contact :

Le jet entourant le tronçon considéré lui applique une force de pression. La pression dans le jet vient directement de la loi de Laplace où nous négligeons le rayon de courbure dû à l'oscillation ( $\kappa^{-1}$ ), que nous pouvons supposer grand devant celui du jet ( $R$ ) au vu de nos expériences. La pression dans le jet s'exprime donc comme :  $P = \frac{\gamma}{R}$ . La résultante des forces de pression peut finalement s'exprimer de la manière suivante :  $\vec{F}_P = \pi R \gamma d\theta \vec{n}$ .

La seconde force de surface s'appliquant sur le tronçon du jet considéré est la tension capillaire que lui applique le reste du jet :  $\vec{F}_\gamma = -2\pi R \gamma d\theta \vec{n}$ .



La résultante de ces forces de contact s'exprime donc de la manière suivante :

$$\vec{F}_2 = -\pi R \gamma d\theta \vec{n} \quad (3.4)$$

Dans l'équation du principe fondamental de la dynamique (Eq. 3.2), nous remplaçons le terme d'accélération en remarquant que toutes les forces appliquées sur l'élément sont radiales. L'accélération est donc centripète :  $\|\vec{a}\| = \frac{V^2}{\kappa^{-1}}$ . Le bilan des forces appliquées sur l'élément de jet considéré s'exprime donc comme :

$$\rho dl \pi R^2 \frac{V^2}{\kappa^{-1}} = 2\gamma \sin(\psi) dl \epsilon + \pi R \gamma d\theta \epsilon \quad (3.5)$$

En remarquant que  $dl = d\theta |\kappa^{-1}|$ , l'équation 3.5 peut se mettre sous la forme suivante :

$$\kappa^{-1} = \frac{\epsilon R \pi (W_e - 1)}{2 \sin(\psi)} \quad (3.6)$$

Comme nous pouvons le constater en examinant l'équation 3.6, le rayon de courbure de l'ondulation du jet  $\kappa^{-1}$  ne dépend pas de sa position. Selon notre modèle, la trajectoire du jet doit être une succession d'arcs de cercles de rayon constant déterminé uniquement par les paramètres principaux du système :  $W_e$ ,  $\theta_i$ ,  $R$  et  $\psi$ . Sur la figure 3.9, nous traçons les arcs de cercle s'ajustant au mieux à la trajectoire du jet en surimpression d'une vue de profil d'une absorption. Nous constatons que notre hypothèse de trajectoire en arc de cercle est en bon accord avec l'observation expérimentale.

La transition entre un arc supérieur et inférieur se fait quand le jet fait un angle  $\theta_i$  avec la verticale. Par géométrie, la longueur d'onde s'exprime comme :

$$\lambda = \frac{2\pi R}{\sin(\psi)} (W_e - 1) \cos(\theta_i) \quad (3.7)$$

Sous forme adimensionnée, cette équation devient :

$$\frac{\lambda}{R} = \frac{2\pi}{\sin(\psi)} (W_e - 1) \cos(\theta_i) \quad (3.8)$$

Pour les mêmes résultats que ceux présentés sur la figure 3.10, nous représentons la longueur d'onde adimensionnée par le rayon du jet incident  $\frac{\lambda}{R}$  en fonction du nombre

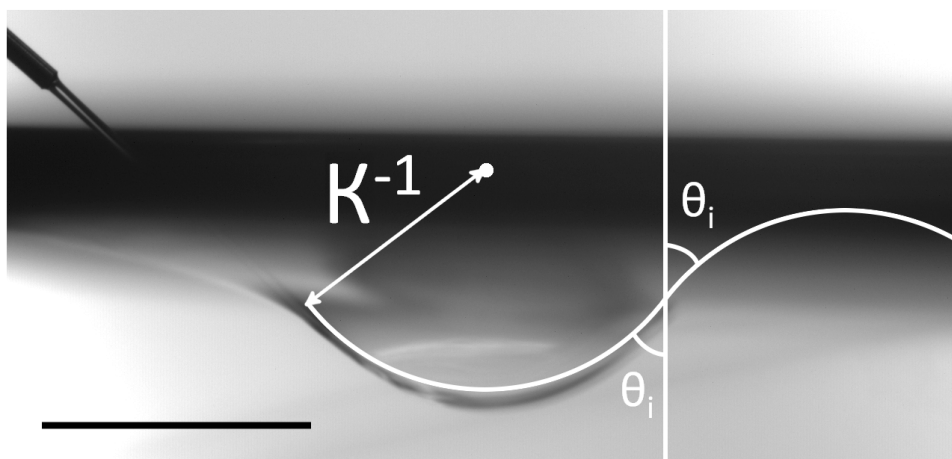


FIGURE 3.9 – Vue de profil de l’absorption d’un jet de rayon  $R = 140 \mu m$  et de vitesse  $V = 3.5 m.s^{-1}$ . Nous traçons en surimpression et en blanc les arcs de cercle de rayon  $\kappa^{-1}$  qui s’accordent le mieux possible avec la trajectoire de l’ondulation. Le trait noir mesure 1 cm.

de Weber. Nous traçons également la courbe correspondant à l’équation 3.8 pour la valeur du paramètre  $\sin(\psi)$  donnant le meilleur accord entre théorie et expérience :  $\sin(\psi) = 0.80$ , soit pour un angle  $\psi = 55^\circ$ .

Nous remarquons que les 4 courbes adimensionnées se fondent sur la même courbe maîtresse, confirmant que le nombre de Weber est une fois encore le paramètre déterminant du système, comme c’était le cas pour le régime de réfraction. Nous constatons également que l’accord entre notre modèle et nos expériences est satisfaisant.

Nous avons limité notre étude à un seul angle d’incidence. En effet, nous avons réalisé quelques expériences en changeant l’angle, et il nous fallait réajuster complètement le paramètre  $\psi$  à chaque fois. En réalité, derrière ce paramètre, qui prend effectivement en compte l’angle de mouillage du film sur le jet, se cache également la déformation du film à l’endroit de l’impact. Il est difficile de donner quelques observations expérimentales permettant d’argumenter. Cette étude plus fine sort du cadre de la thèse.

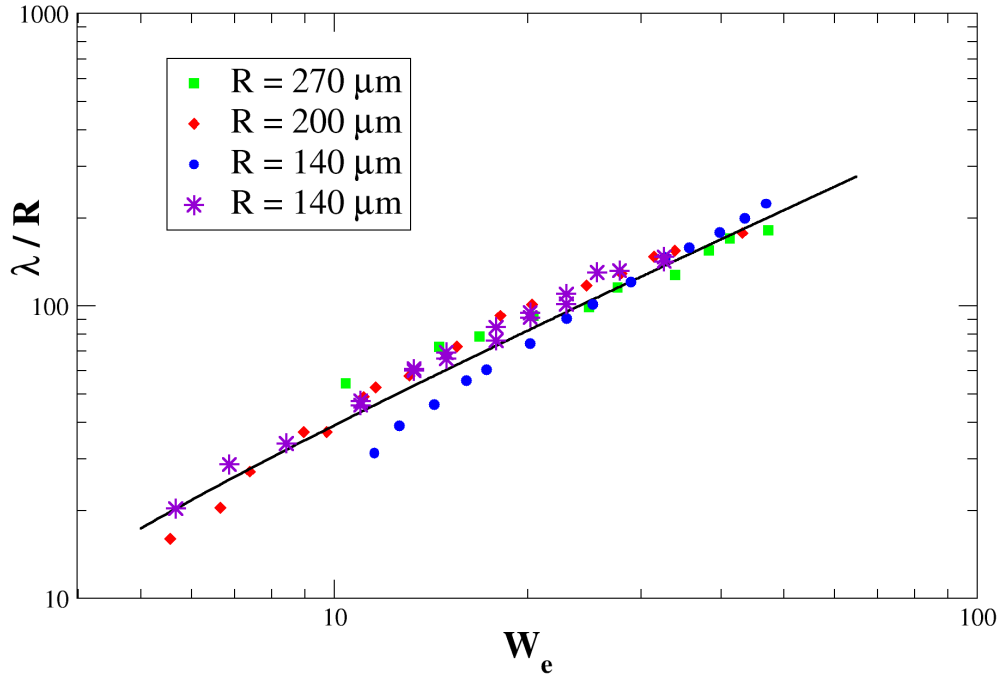


FIGURE 3.10 – Rapport de la longueur d'onde sur le rayon du jet en fonction du nombre de Weber du système pour différents rayons de jet :  $R = 140$  ( $\bullet$ ),  $200$  ( $\blacklozenge$ ) and  $270 \mu m$  ( $\blacksquare$ ) de solution Dreft, et  $R = 140 \mu m$  pour la solution de TTAB ( $*$ ). La ligne en trait plein correspond à la courbe de l'équation 3.8 pour  $\bar{f} = 0.80$ .

### 3.2.2 Diagramme de transition

Nous nous proposons de modéliser la transition entre les deux régimes à l'aide de la modélisation que nous avons proposée pour le régime de réfraction. Nous rappelons l'équation à laquelle nous avons alors abouti pour l'indice de réfraction effectif :

$$n = \frac{W_e - 1}{W_e - 5} \quad (3.9)$$

D'un point de vue théorique, la transition se fait pour  $\sin(\theta_r) = 1$ , et nous avons posé dans le Chapitre 2 que  $\sin(\theta_r) = n \sin(\theta_i)$ , ce qui mène à  $\sin(\theta_c) = \frac{1}{n}$  où nous appelons  $\theta_c$  l'angle incident à partir duquel se fait la transition. L'équation 3.9 s'écrit alors :

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{W_e - 5}{W_e - 1}\right) \quad (3.10)$$

Nous présentons sur la figure 3.11 nos mesures de l'angle de transition pour

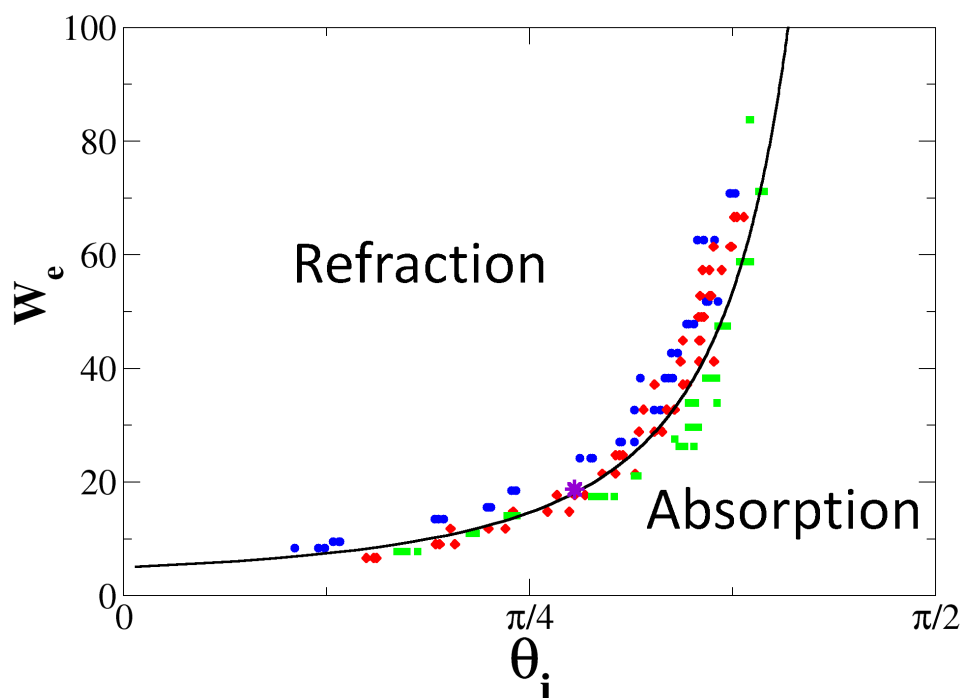


FIGURE 3.11 – Diagramme de transition entre le régime de réfraction et celui d’absorption. Chaque point correspond à une transition mesurée expérimentalement. Rayons de jet :  $R = 140 \mu m$  ( $\bullet$ ),  $200 \mu m$  ( $\blacklozenge$ ) et  $270 \mu m$  ( $\blacksquare$ ) pour la solution de Dreft, et  $R = 140 \mu m$  ( $*$ ) pour la solution de TTAB. La ligne pleine correspond à la courbe de l’équation 3.10.

différentes vitesses et différents rayons de jet. Nous exprimons ces résultats sous forme adimensionnée. Le régime de réfraction se situe dans l’espace des paramètres à grands nombres de Weber et à faible angle d’incidence alors que le régime d’absorption prend place à faibles nombres de Weber et à grands angles d’incidence. Nous constatons une fois encore que tous nos résultats coalescent sur la même courbe maîtresse.

### 3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l’impact d’un jet à petits nombres de Weber et à grands angles d’incidence. Dans cette configuration, le jet ne possède plus assez d’énergie cinétique verticale pour pouvoir ressortir du film. Il est alors piégé par le film et ondule à sa surface avec une longueur d’onde caractéristique. Nous avons modélisé ce phénomène par l’équilibre mécanique d’une portion de jet et nous avons montré

que la longueur d'onde dépend principalement du nombre de Weber du système, confirmant que le phénomène est gouverné par la compétition entre l'énergie de surface du film et l'énergie cinétique du jet. Notre modèle est en bon accord avec nos résultats expérimentaux. Nous avons également mis en évidence l'existence d'un régime transitoire où le jet rebondit sur le film. Le rebond se fait grâce à une fine couche d'air placée entre le jet et le film qui les empêche de coalescer. Cette couche se consumant peu à peu, le phénomène dure moins d'une seconde. Enfin, nous avons caractérisé la transition entre le régime de réfraction observé dans le Chapitre 2 et le régime d'absorption. En nous basant sur le modèle que nous avons proposé dans le Chapitre 2, nous avons proposé une modélisation qui est en bon accord avec nos résultats expérimentaux. Les résultats présentés dans ce chapitre ont donné lieu à une publication [Kirstetter et al., 2012].

# Chapitre 4

## Cylindre incliné perçant un film de savon : étude numérique

### Sommaire

---

<b>4.1 Motivations</b> . . . . .	<b>82</b>
4.1.1 Interface déformée par un objet cylindrique . . . . .	82
4.1.2 Impact d'un jet sur un film de savon . . . . .	82
4.1.3 Problématique . . . . .	83
<b>4.2 Matériel et méthode</b> . . . . .	<b>83</b>
4.2.1 Méthode numérique . . . . .	83
4.2.2 Déformation de l'interface . . . . .	84
4.2.3 Expression de la force . . . . .	87
<b>4.3 Résultats</b> . . . . .	<b>88</b>
4.3.1 Force d'interaction . . . . .	88
4.3.2 Déviation de la ligne triple . . . . .	90
<b>4.4 Discussion</b> . . . . .	<b>91</b>
4.4.1 Modélisation de la force . . . . .	91
4.4.2 Application à l'impact d'un jet sur un film de savon . . . . .	92
<b>4.5 Conclusion</b> . . . . .	<b>93</b>

---



---

L'étude d'un jet impactant un film liquide nous a poussé à nous lancer dans l'étude d'un système plus simple, celui d'un cylindre solide perçant une interface liquide-gaz. Dans ce chapitre, nous étudierons ce type de système en utilisant le logiciel "The Surface Evolver" (TSE) [Brakke, 1992] conjointement à nos résultats expérimentaux. A l'aide de TSE, nous simulerons numériquement une interface plane percée par un cylindre infini possédant un angle d'inclinaison. Nous extrapolerons la force exercée par le film sur le cylindre à l'aide du profil de la ligne triple tirée de nos simulations numériques et nous confronterons nos mesures à différents modèles. Enfin, nous relierons nos résultats à la force exercée par un film de savon sur un jet de liquide le traversant à l'aide de nos résultats expérimentaux (Fig. 4.1).

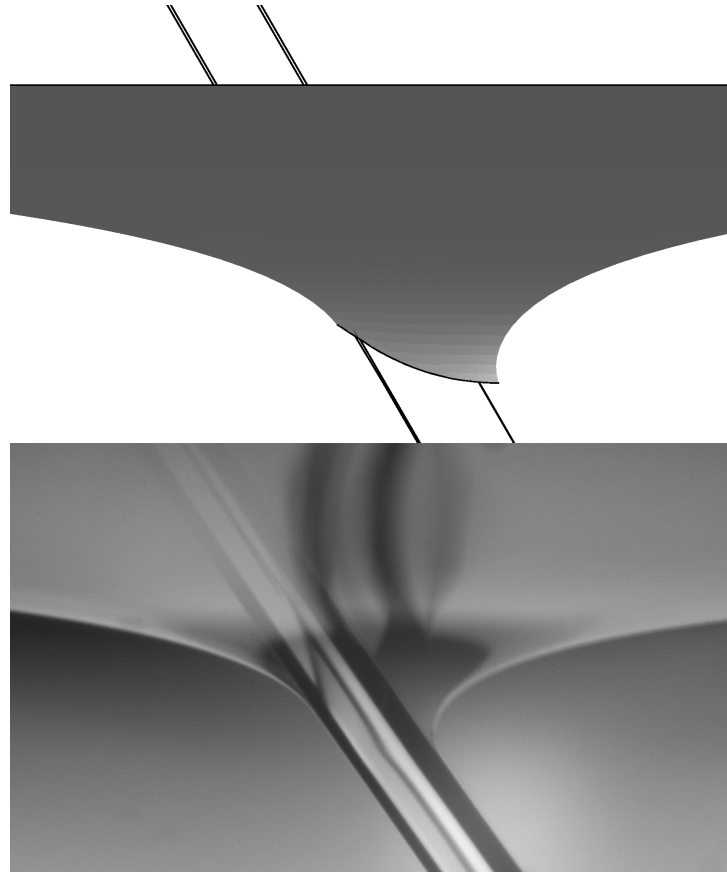


FIGURE 4.1 – Comparaison entre la déformation d'une interface libre percée par un cylindre et la déformation d'un film de savon par un jet le traversant.



## 4.1 Motivations

Dans ce chapitre, nous étudions un cylindre perçant une interface liquide-gaz. Nous nous intéressons à la forme statique que prend l'interface pour se raccorder au cylindre. Cette étude est réalisée à une échelle où les effets capillaires dominent les effets de la gravité, nous considérons donc un cylindre de rayon inférieur à la longueur capillaire  $\ell_c$  du système.

### 4.1.1 Interface déformée par un objet cylindrique

La déformation d'une interface par un cylindre trouve de nombreuses applications, que ce soit dans des systèmes naturels ou artificiels. La force créée par l'interaction entre un objet cylindrique et une interface liquide-gaz permet par exemple à certains insectes de marcher à la surface d'une étendue d'eau [Hu et al., 2003] [Hu and Bush, 2005] [Vella, 2008]. Des effets "élasto-capillaires" peuvent également apparaître [Bico et al., 2004] si le cylindre est flexible, menant à de nombreuses applications dans le domaine des nano et micro-systèmes. Les filaments biologiques ou encore les nanotubes de carbone sont de parfaits exemples d'applications dérivées de la déformation d'un simple cheveu [Neukirch et al., 2007] [Park and Kim, 2008] [Blow and Yeomans, 2010] [Tawfick et al., 2011]. D'autres comportements intéressants dus à la présence de ménisques capillaires dans un amas de cheveux ont ainsi pu être mis en évidence [Cohen and Mahadevan, 2003] [Chakrapani et al., 2004] [Chiodi et al., 2010]. Cette situation peut également se rencontrer dans le traitement de certaines surfaces comme pour le revêtement de fibres ou le mouillage de textile [Duan and Berggren, 2010] [Lorenceanu et al., 2004] [Huang et al., 2009]. Ce type de problématique se retrouve encore lorsque l'on souhaite sonder les propriétés de mouillage de gouttelettes nanométriques en les déformant avec une tête de microscope à force atomique cylindrique [Mullin et al., 2007] [Connell et al., 2002].

### 4.1.2 Impact d'un jet sur un film de savon

L'étude d'un cylindre perçant une interface plane a été motivée par nos précédentes études sur l'impact d'un jet sur un film de savon. Nous rappelons ici les différentes caractéristiques de ce système. Comme nous l'avons vu dans les Chapitres 2 et 3, l'impact d'un jet sur un film de savon est un phénomène dynamique qui atteint un régime stationnaire sur une échelle de temps très courte devant la durée de l'expérience. De plus, le film de

savon, considéré comme une double interface, ne présente pas d'écoulement en son sein. Sa forme peut donc être considérée comme étant à l'équilibre. Par ailleurs, le film de savon se raccorde au jet suivant les conditions aux limites imposées par l'interaction avec le jet. D'après nos observations expérimentales, la ligne de contact est tirée vers le bas, de sorte que le film de savon semble se raccorder tangentiellement au jet. L'angle de raccordement entre le jet et le film est donc nul.

### 4.1.3 Problématique

Nous dégageons trois problématiques pour cette étude :

- Simuler une interface se raccordant à un cylindre "mouillant" (angle de raccordement nul) et faire varier l'angle d'inclinaison du cylindre par rapport à l'horizontale, plan de l'interface non-perturbée.
- Quantifier la déformation de l'interface ainsi que celle de la forme de la ligne de contact et en déduire la force d'interaction entre l'interface et le cylindre.
- Faire ressortir les implications de cette étude numérique pour l'étude expérimentale d'un jet impactant un film de savon.

## 4.2 Matériel et méthode

A l'aide du logiciel "The Surface Evolver", nous étudions l'interaction entre un cylindre mouillant et une interface plane. Dans un premier temps, nous décrirons la méthode utilisée lors de nos simulations. Nous exposerons quelques profils de ligne triple ainsi que notre méthode pour quantifier sa déformation. Enfin, nous détaillerons les calculs permettant d'exprimer la force qu'exerce l'interface sur le cylindre à partir de ces mesures.

### 4.2.1 Méthode numérique

Le logiciel "The Surface Evolver" est utilisé dans de nombreuses études pour calculer des surfaces minimales pour des conditions aux limites fixées. Nous faisons une succincte présentation de ce logiciel en annexe de ce mémoire (voir Annexe B). Nous utilisons ce logiciel pour étudier numériquement la forme d'un film de savon percée par un cylindre incliné. Toutes les simulations présentées dans ce chapitre ont été réalisées en collaboration avec S.J. Cox.

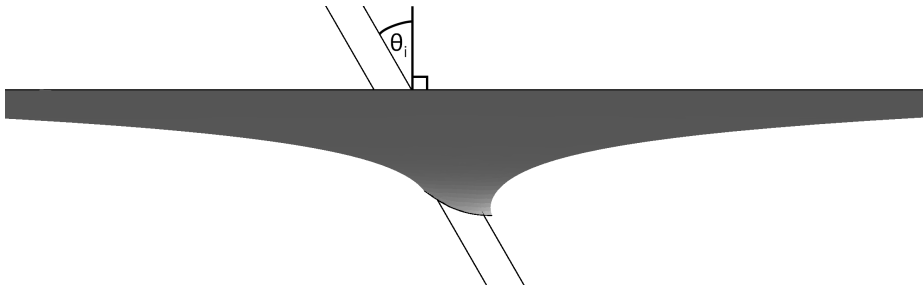


FIGURE 4.2 – Image tirée de la simulation d'un cylindre incliné perçant un film liquide sur The Surface Evolver.

Nous créons sous The Surface Evolver une surface plane de tension superficielle 1.005 portée par un cadre carré de longueur 5. Nous y ajoutons un cylindre infini de rayon  $R = 0.1$  faisant un angle  $\theta_i$  avec la normale à la surface et passant en son centre (Fig. 4.2). L'angle  $\theta_i$  est choisi avant chaque simulation. Nous pouvons le faire varier entre  $0^\circ$  et  $70^\circ$ . Pour assurer le mouillage entre la surface et le cylindre, nous recouvrons numériquement la partie inférieure du cylindre d'un film liquide de tension superficielle 1.000. La petite différence de tension superficielle entre la surface et le film recouvrant le cylindre permet d'avoir un angle de mouillage légèrement supérieur à zéro, évitant ainsi des problèmes numériques. Toutes les unités sont sans dimension, sans perte de généralité. La surface est maillée avec des simplexes triangulaires. Nous utilisons deux niveaux de raffinement du maillage. Le premier est d'environ 12000 simplexes sur l'ensemble de la surface plane. Nous créons le deuxième maillage en raffinant localement le premier de 2000 simplexes autour de la zone où le cylindre perce la surface. Le raffinement contrôle le nombre de points connus sur la ligne triple, qui est de 46 points pour le premier maillage et de 86 points pour le second. Par cette méthode, nous représentons soit une interface liquide-gaz, soit un film de savon. Le résultat de la simulation reste le même puisque la déformation est indépendante de la tension de surface du film, qui est de  $\gamma$  pour une interface simple et de  $2\gamma$  pour un film de savon.

## 4.2.2 Déformation de l'interface

Le profil de la ligne triple peut être exprimé dans différents référentiels : le référentiel cartésien lié au plan du film  $\mathcal{R}(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$  et le référentiel cartésien lié au cylindre  $\mathcal{R}'(O, \hat{x}', \hat{y}', \hat{z}')$ . Nous représentons sur la figure 4.3 les différents paramètres du système ainsi que les différents référentiels cartésiens utilisés.

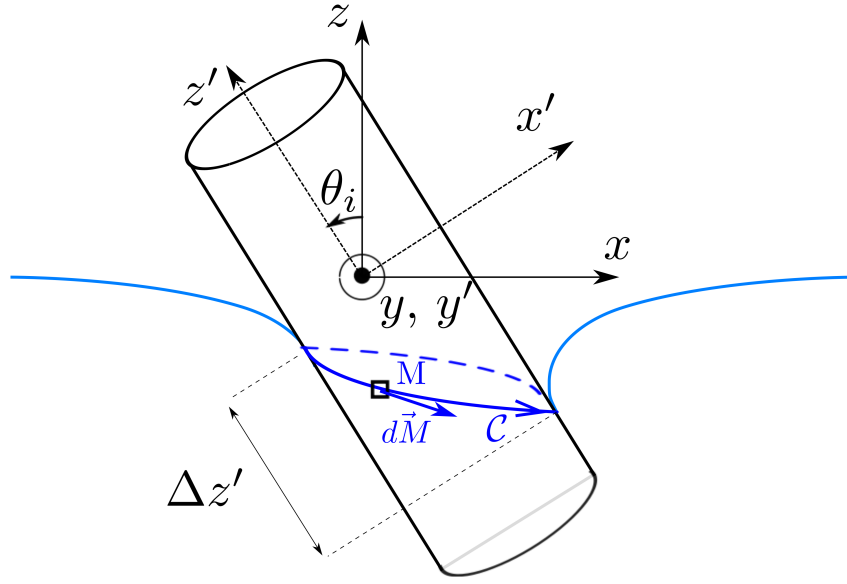


FIGURE 4.3 – Schéma du système étudié. Représentation des référentiels  $\mathcal{R}(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$  et  $\mathcal{R}'(O, \hat{x}', \hat{y}', \hat{z}')$  ainsi que des différents paramètres.

Pour des raisons de symétrie, nous allons représenter la ligne triple dans  $\mathcal{R}'$ . Les coordonnées d'un point dans  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  sont reliées par :

$$\begin{cases} x' = \cos(\theta_i)x + \sin(\theta_i)z \\ y' = y \\ z' = -\sin(\theta_i)x + \cos(\theta_i)z \end{cases} \quad (4.1)$$

Un point M dans  $\mathcal{R}'$  peut s'exprimer en coordonnées cylindriques ou cartésiennes :  $O\vec{M} = x'e_{x'} + y'e_{y'} + z'e_{z'} = r'e_{r'} + z'e_{z'}$ . Elles sont reliées par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x' = r' \cos(\theta') \\ y' = r' \sin(\theta') \\ e_{r'} = \cos(\theta')e_{x'} + \sin(\theta')e_{y'} \\ e_{\theta'} = -\sin(\theta')e_{x'} + \cos(\theta')e_{y'} \end{cases} \quad (4.2)$$

Du fait de la symétrie du problème, l'équation de la ligne triple dans  $\mathcal{R}'$  s'exprime en coordonnées cylindriques comme :

$$\begin{cases} r' = R \\ z' = z'(\theta') \end{cases} \quad (4.3)$$

Sur la figure 4.4, nous représentons la ligne triple d'un film liquide percé par un cylindre dont l'angle d'incidence par rapport à la normale au film est de :  $\theta_i = 30^\circ$ .

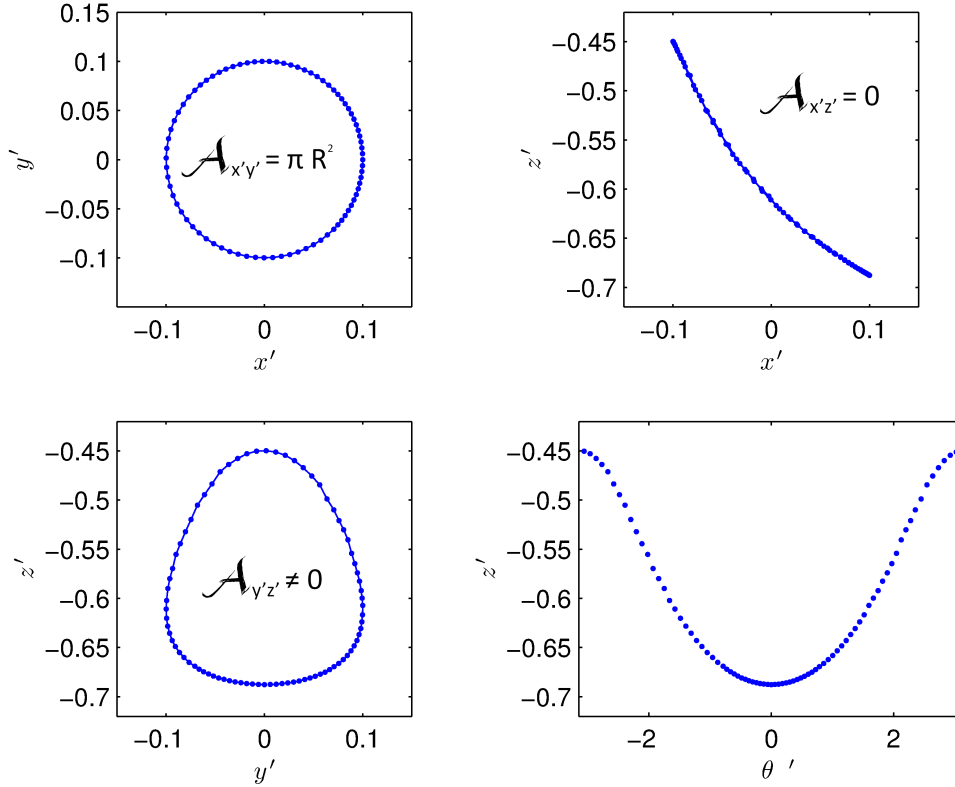


FIGURE 4.4 – Ligne de contact projetée sur les différents plans principaux du référentiel  $\mathcal{R}'$  pour un cylindre incliné d'un angle  $\theta_i = 30^\circ$ .

Les profils sont projetés sur les plans principaux du référentiel  $\mathcal{R}'$ . Nous notons respectivement  $\mathcal{A}_{x'y'}$ ,  $\mathcal{A}_{x'z'}$  et  $\mathcal{A}_{y'z'}$  les valeurs absolues des aires encapsulées par la ligne triple dans les trois plans  $(Ox'y')$ ,  $(Ox'z')$  et  $(Oy'z')$ . Nous pouvons constater que  $\mathcal{A}_{x'z'} = 0$  et  $\mathcal{A}_{x'y'} = \pi R^2$  quel que soit l'angle d'inclinaison du cylindre  $\theta_i$ , il s'agit d'une conséquence de la symétrie du problème. Enfin, nous remarquons que  $\mathcal{A}_{y'z'}$  est égale à 0 lorsque  $\theta_i = 0$  et augmente de façon monotone lorsque  $\theta_i$  augmente.

Les simulations numériques nous permettent de connaître précisément la position de la ligne de contact entre le cylindre et le film. Afin de caractériser la déformation de cette dernière lorsque nous inclinons le cylindre, nous définissons  $\Delta z' = z'(\theta = \pi) - z'(\theta = 0)$  comme étant la déviation de la ligne triple le long de la hauteur du cylindre  $(Oz')$ . La déviation  $\Delta z'$  est définie sur la figure 4.3. Cette déviation peut être mesurée sur nos simulations numériques ainsi que sur nos expériences d'impacts de jets. Nous nous en

servirons pour les comparer dans la section 4.3.2 de ce chapitre.

### 4.2.3 Expression de la force

Nous montrons ici comment exprimer la force d'interaction d'une double interface liquide-gaz par un cylindre incliné à partir du profil de la ligne triple. Dans un premier temps, nous supposons un déplacement infinitésimal le long de la ligne triple  $d\vec{M}$ , comme représenté sur la figure 4.3 :

$$d\vec{M} = R d\theta' \vec{e}_{\theta'} + dz' \vec{e}_{z'} = d\theta' \left( R \vec{e}_{\theta'} + \frac{dz'}{d\theta'} \vec{e}_{z'} \right) \quad (4.4)$$

Par définition, la force exercée par le film sur la ligne triple est perpendiculaire au déplacement  $d\vec{M}$  et à  $\vec{e}_{r'}$  (condition de mouillage parfait). La force infinitésimale s'exerçant sur  $d\vec{M}$  vaut :  $d\vec{F} = 2\gamma \vec{e}_{r'} \wedge d\vec{M}$ . Le facteur 2 tient compte du fait que le film de savon possède deux interfaces liquide-vapeur et doit être omis sans perte de généralité pour une interface simple. La force totale s'exprime comme :

$$\begin{cases} \vec{F} = & 2\gamma \oint \vec{e}_{r'} \wedge d\vec{M} \\ \vec{F} = & 2\gamma \oint \left( R \vec{e}_{z'} - \frac{dz'}{d\theta'} \vec{e}_{\theta'} \right) d\theta' \\ \vec{F} = 2\gamma \oint \left( \sin(\theta') \frac{dz'}{d\theta'} \vec{e}_{x'} - \cos(\theta') \frac{dz'}{d\theta'} \vec{e}_{y'} + R \vec{e}_{z'} \right) d\theta' \end{cases} \quad (4.5)$$

Nous décomposons la force exercée suivant les trois axes principaux de  $\mathcal{R}'$ . La composante selon  $(Ox')$  s'exprime :

$$\begin{aligned} F_{x'} &= 2\gamma \oint \sin(\theta') \frac{dz'}{d\theta'} d\theta' \\ F_{x'} &= -2\gamma \oint (z' \cos(\theta')) d\theta' \\ F_{x'} &= -2\gamma \oint z' d(\sin(\theta')) \\ F_{x'} &= -\frac{2\gamma}{R} \oint z' dy' \\ F_{x'} &= 2\gamma \frac{A_{y'z'}}{R} \end{aligned} \quad (4.6)$$

La disparition du signe - vient du fait que  $\mathcal{A}_{y'z'} = \oint z' dy'$  est négatif pour l'orientation du contour choisie. La composante selon  $(Oy')$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
 F_{y'} &= 2\gamma \oint -\cos(\theta') \frac{dz'}{d\theta'} d\theta' \\
 F_{y'} &= -2\gamma \oint (z' \sin(\theta')) d\theta' \\
 F_{y'} &= -2\gamma \oint z' d(\cos(\theta')) \\
 F_{y'} &= \frac{2\gamma}{R} \oint z' dx' \\
 F_{y'} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Le composante selon  $(Oz')$  s'exprime comme :

$$\begin{aligned}
 F_{z'} &= 2\gamma \oint R d\theta' \\
 F_{z'} &= 4\pi\gamma R
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Pour résumer, nous avons donc :

$$\begin{cases} F_{x'} = 2\gamma \frac{\mathcal{A}_{y'z'}}{R} \\ F_{y'} = 0 \\ F_{z'} = 4\pi R \end{cases} \tag{4.9}$$

En effectuant le changement de repère approprié, la force  $\vec{F}$  s'exprime dans  $\mathcal{R}$  comme :

$$\begin{cases} F_x = 4\gamma \pi R \left( \cos(\theta_i) \frac{\mathcal{A}_{y'z'}}{2\pi R^2} - \sin(\theta_i) \right) \\ F_y = 0 \\ F_z = 4\gamma \pi R \left( \sin(\theta_i) \frac{\mathcal{A}_{y'z'}}{2\pi R^2} + \cos(\theta_i) \right) \end{cases} \tag{4.10}$$

Ce résultat nous montre que l'expression de la force se réduit au calcul de l'aire de la ligne triple projetée dans le plan  $(Oy'z')$  du référentiel  $\mathcal{R}'$ .

## 4.3 Résultats

### 4.3.1 Force d'interaction

Pour calculer la force exercée par le film sur le cylindre en fonction de son angle d'incidence, nous effectuons une simulation numérique tous les trois degrés d'inclinaison et nous calculons numériquement la valeur de  $\mathcal{A}_{y'z'}$ . Nous remplaçons alors  $\mathcal{A}_{y'z'}$  par sa

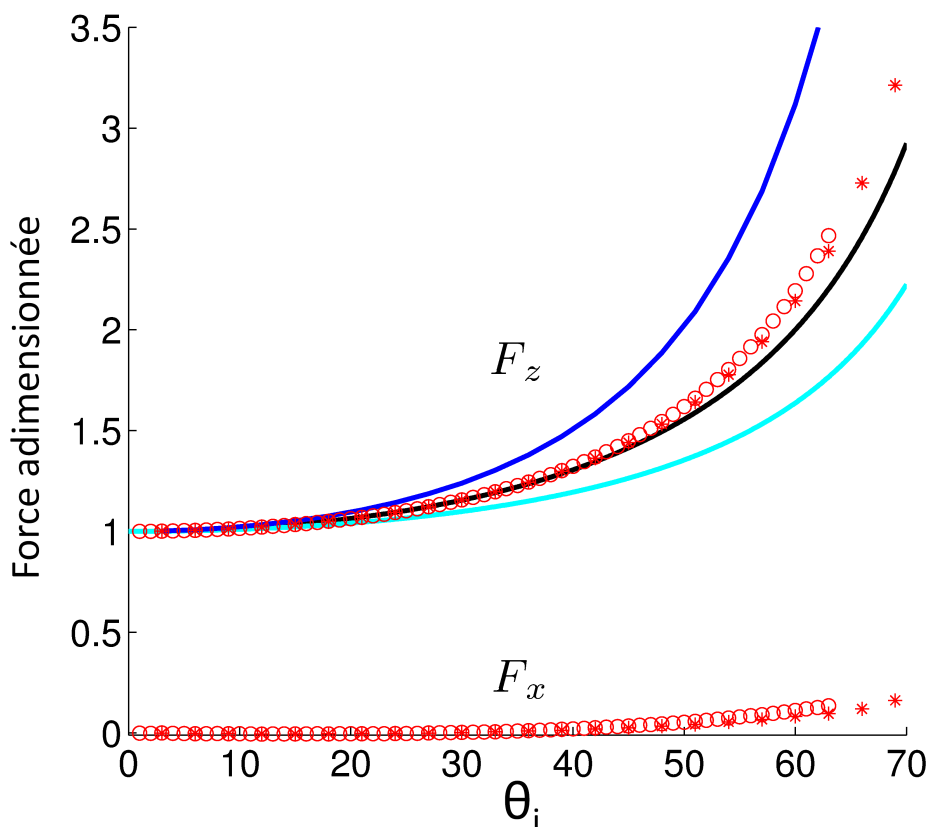


FIGURE 4.5 – Composantes  $F_x$  et  $F_z$  normalisées par  $4\gamma\pi R$  calculées grâce à l’expression 4.10 et aux simulations numériques pour deux maillages différents : 12000 simplexes uniformes sur l’ensemble de la surface (  $\circ$  ), et celui raffiné de 2000 simplexes autour de la ligne triple (  $*$  ) en fonction de l’angle d’inclinaison du cylindre  $\theta_i$ . En traits pleins, les différents modèles proposés dans la section 4.4 ”Modélisation” de ce chapitre : [modèle de périmètre total](#), modèle de force verticale, [modèle de l’interface plane](#)

valeur numérique dans l’équation 4.10. Nous représentons sur la figure 4.5 les composantes de la force exprimées dans le référentiel lié au plan du film  $\mathcal{R}$ . Nous représentons également différents modèles que nous proposerons dans la suite de ce Chapitre à la section 4.4.

Nous constatons sur la figure 4.5 que les résultats des simulations utilisant les deux maillages sont très proches. Il n’est donc pas nécessaire d’effectuer un raffinement supplémentaire, qui serait inutilement coûteux en temps de calcul. Nous pouvons également voir que la composante horizontale de la force exercée par le film sur le cylindre est pratiquement nulle, quelque soit l’angle d’inclinaison. Par contre, nous observons que la composante verticale de la force augmente de façon monotone avec l’angle d’inclinaison



et semble diverger lorsque  $\theta_i$  tend vers  $90^\circ$ .

### 4.3.2 Déviation de la ligne triple

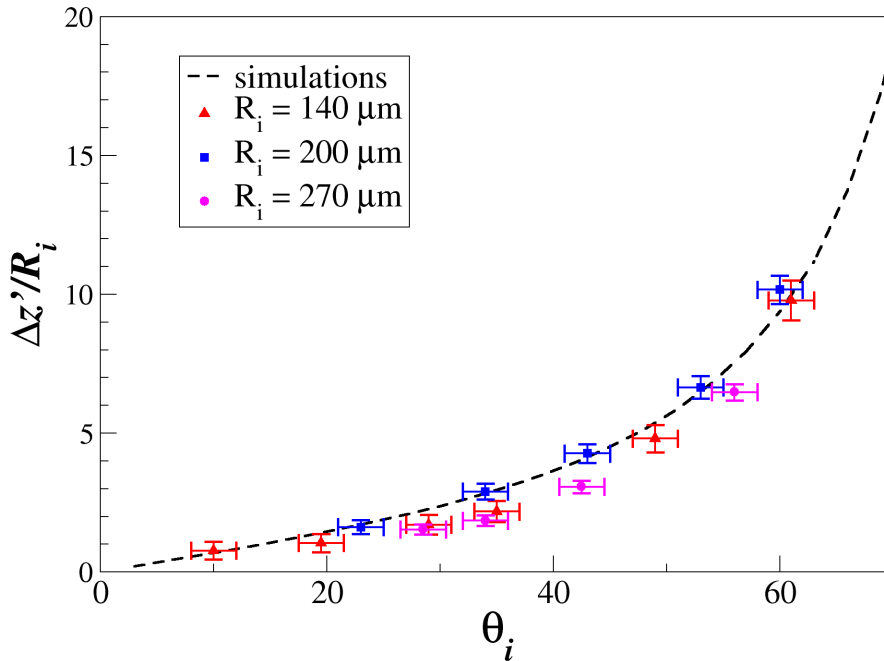


FIGURE 4.6 – Déviation de la ligne triple  $\Delta z'$  adimensionnée par le rayon de l'objet. Résultats de simulations numériques pour un cylindre perçant un film liquide en pointillés noirs. Résultats expérimentaux pour des rayons de jet  $R_i = 140 \mu\text{m}$  ( $\blacktriangle$ ),  $200 \mu\text{m}$  ( $\blacksquare$ ) et  $270 \mu\text{m}$  ( $\bullet$ ).

Afin de caractériser la déformation de la ligne triple, nous effectuons une série de simulations numériques à différents angles d'incidence. Nous mesurons la déviation de la ligne triple  $\Delta z'$  et nous représentons nos résultats sur la figure 4.6. Nous pouvons constater qu'elle est bien nulle lorsque le cylindre est perpendiculaire au film et qu'elle augmente considérablement avec l'angle d'inclinaison jusqu'à atteindre une taille d'environ 20 fois le rayon du cylindre pour  $\theta_i = 70^\circ$ . Nous représentons également sur la même figure différentes mesures expérimentales réalisées sur l'impact de jets sur un film de savon. Nous reviendrons sur ces mesures expérimentales dans la suite de ce chapitre à la section 4.4.2.

## 4.4 Discussion

### 4.4.1 Modélisation de la force

Nous avons vu précédemment que la force exercée par le film sur le cylindre s'exprime en fonction de  $\mathcal{A}_{y'z'}$  (Eq. 4.10). C'est cette dernière quantité qui est mesurée numériquement et nous permet de déduire la mesure de la force d'interaction film-cylindre. Nous apportons ci-dessous quelques idées de modélisation pour interpréter les mesures ainsi que les tendances observées.

- **Le modèle de la force verticale :**

Nous pouvons voir sur la figure 4.5 que la composante horizontale de la force est significativement petite devant sa composante verticale. Nous proposons donc un modèle simple présupposant  $F_x = 0$ . Selon l'équation 4.10, il vient  $\frac{\mathcal{A}_{y'z'}}{2\pi R^2} = \tan(\theta_i)$ . La force exercée par la surface sur le cylindre devient alors :

$$F = \frac{4\pi\gamma R}{\cos(\theta_i)} \quad (4.11)$$

- **Le modèle du périmètre total :**

Dans l'hypothèse où toutes les forces infinitésimales sont orientées dans la même direction, le périmètre de la ligne triple  $\mathcal{P}$  détermine la force exercée. Dans ce cas, nous nous attendons à ce que ce modèle surestime la force mesurée. Son expression est la suivante :

$$F = 2\gamma\mathcal{P} \quad (4.12)$$

où  $\mathcal{P}$  est mesuré numériquement.

- **Le modèle de l'interface plane :**

En supposant que la ligne triple reste horizontale, celle-ci s'apparente à l'intersection du cylindre avec le plan horizontal. Dans ce cas la ligne triple est une ellipse d'axes principaux  $\frac{R}{\cos(\theta)}$  et  $R$ . En utilisant une approximation du périmètre d'une ellipse, nous aurions alors :

$$F = 4\pi\gamma R \left( 1 + \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{\cos(\theta_i)} - 1 \right) \right) \quad (4.13)$$

Nous représentons sur la figure 4.5 nos résultats numériques ainsi que les différents modèles testés.

Nous constatons que c'est le modèle de la force verticale qui s'approche le plus de nos résultats numériques. Ceci est cohérent avec l'approche énergétique de Neukirch et al. pour une interface infinie [Neukirch et al., 2007]. Le modèle du périmètre total surestime la force exercée alors que le modèle de l'interface plane le sous-estime. Ce dernier s'explique car l'hypothèse d'interface plane sous-estime significativement le périmètre réel de la ligne triple.

#### 4.4.2 Application à l'impact d'un jet sur un film de savon

Nous discutons ici des limites de la comparaison entre notre étude numérique et notre système expérimental. Comme vu en 4.1.2, l'étude numérique permet de connaître la déformation du film de savon ainsi que celle de la ligne triple, et d'en déduire la force d'interaction jet-film. Cette approche présente toutefois deux limites :

- Le jet est réfracté par le film et ne peut donc pas être considéré comme parfaitement cylindrique.
- L'angle de raccordement est dynamique. Le jet ayant une certaine vitesse, l'angle de raccordement dépend de la force de friction qu'applique le jet sur la ligne triple. Cette force tire la ligne de contact vers le bas. Nous notons tout de même que l'angle de raccordement semble être proche de  $0^\circ$ .

Pour comparer nos résultats numériques sur un cylindre indéformable avec nos résultats expérimentaux sur la réfraction d'un jet liquide, nous utilisons la déviation de la ligne triple  $\Delta z'$  définie sur la figure 4.3. Nous effectuons une série de mesures de  $\Delta z'$  pour un jet de rayon  $R_i = 270 \mu m$  impactant un film de savon avec des angles d'incidence de  $\theta_i = 39^\circ$  et  $49^\circ$  à différentes vitesses. Nous observons expérimentalement que  $\Delta z'$  dépend de la vitesse du jet. Comme nous pouvons le constater sur la figure 4.7, plus la vitesse augmente, plus la déviation de la ligne triple diminue. A grande vitesse,  $\Delta z'$  adopte un comportement asymptotique et tend vers une valeur fixe.

Nous mesurons la déviation de la ligne triple à saturation pour différents rayons de jet et pour différents angles d'incidences. Nos mesures sont représentées sur le graphique 4.6 où la déviation adimensionnée par le rayon du jet est tracée en fonction de  $\theta_i$ . Nous constatons que les points expérimentaux suivent la tendance des simulations numériques.

Les résultats montrent un bon accord entre les simulations et les expériences dès lors que la vitesse d'impact est suffisamment importante. En deçà, la réfraction du jet

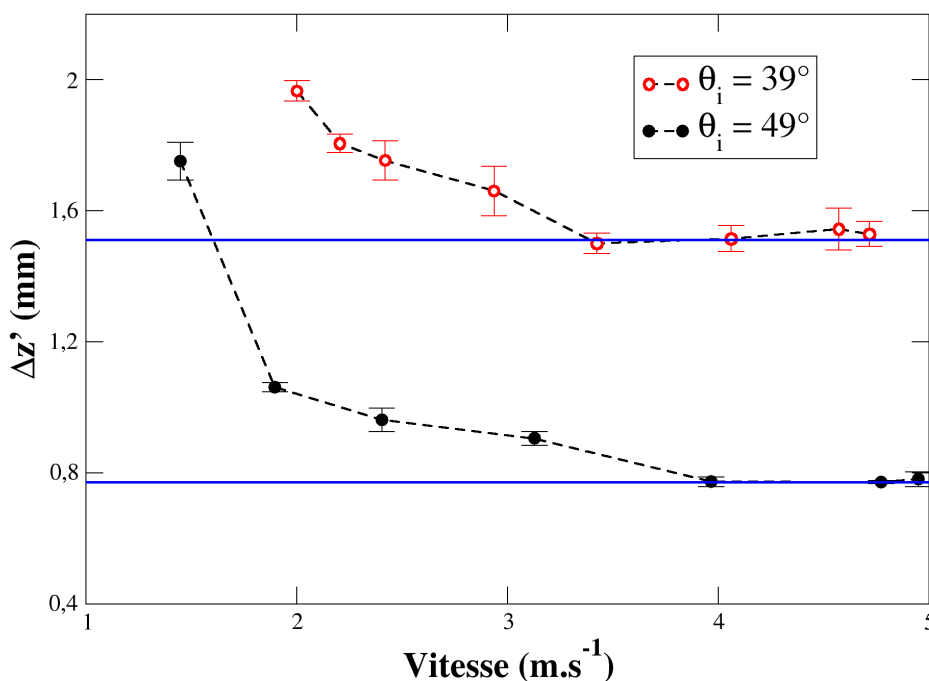


FIGURE 4.7 – Déviation de la ligne triple  $\Delta z'$  en fonction de la vitesse du jet pour un rayon  $R = 270 \mu\text{m}$  et pour différents angles incidents :  $\theta_i = 39^\circ$  (○) et  $\theta_i = 49^\circ$  (●). Résultats expérimentaux. En trait plein, la déviation de la ligne triple aux grandes vitesses.

perturbe sa géométrie cylindrique ainsi que la forme de la ligne triple. Pour des grandes vitesses, le jet conserve sa forme cylindrique : le film de savon a la même forme que celle trouvée numériquement. En conséquence, l'expression de la force d'interaction exprimée précédemment (Eq. 4.11) peut être utilisée.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié à l'aide du logiciel The Surface Evolver la déformation d'une interface liquide-gaz percée par un cylindre incliné. Nous avons montré que l'étude numérique permet de connaître précisément la position de la ligne triple, et d'en extrapoler la force exercée par l'interface sur le cylindre. Nous avons proposé plusieurs modèles simples que nous avons comparés à nos résultats numériques. Nous avons conclu que le modèle de la force verticale est en bon accord avec nos résultats numériques. Enfin, malgré quelques limites, ces résultats peuvent être utilisés pour l'étude de l'impact d'un jet sur un film de savon. Cette étude a été publiée [Raufaste et al., 2013].



# Chapitre 5

## Conclusion et perspectives

### Sommaire

---

5.1	Conclusion . . . . .	97
5.2	Perspectives . . . . .	98

---



## 5.1 Conclusion

Dans cette première partie, nous nous sommes intéressés à l'impact d'un jet de taille millimétrique sur un film de savon.

Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur les impacts à grands nombres de Weber et à petits angles d'incidence. Nous avons alors montré que le jet passe au travers du film sans le rompre et que le film se raccorde au jet en une caténoïde. En constatant cette déformation, nous avons pu conclure que le film exerce une force verticale dirigée vers le haut sur le jet, captant ainsi une partie de sa quantité de mouvement verticale. En inclinant le jet, nous avons observé que la force engendrée par le film mène à une réfraction du jet qui ressort du film. Nous avons donc nommé ce phénomène le "régime de réfraction". Nous avons modélisé cette force en supposant que le film se déforme en une caténoïde sous l'action du jet, ce qui nous a permis de définir l'indice de réfraction du système. Nous avons également constaté que le nombre de Weber est le paramètre déterminant du système. Le système est donc dirigé par la compétition entre l'énergie de surface du film et l'énergie cinétique du jet.

Nous avons ensuite élargi notre étude aux impacts à faibles nombres de Weber et à grands angles d'incidence. Nous avons alors constaté que le jet ne possède plus assez de quantité de mouvement verticale pour ressortir du film. Il ondule alors à sa surface avec une longueur d'onde caractéristique. Nous avons qualifié ce phénomène de "régime d'absorption" et nous l'avons modélisé par un bilan de forces. Nous avons alors pu remarquer que le nombre de Weber est, ici encore, le paramètre déterminant du système.

Pour finir, nous avons étudié la déformation d'une interface liquide-gaz par un cylindre solide la traversant. Cette étude a été réalisée à l'aide du logiciel "The Surface Evolver". Nous avons vu que l'étude numérique de ce système permet de connaître le profil de la ligne triple et qu'il est possible d'extrapoler la force d'interaction interface-cylindre à partir de ce profil. Nous avons modélisé le phénomène à partir d'hypothèses simplificatrices et nous avons proposé trois modèles théoriques. Nous avons conclu en montrant que nos résultats peuvent être utilisés pour l'étude de l'impact d'un jet sur un film de savon.



## **5.2 Perspectives**

En étudiant le régime de réfraction, nous nous sommes rendus compte que le jet peut drainer ou nourrir le film suivant sa vitesse, son rayon et son angle d'incidence. Il pourrait être intéressant de développer une étude sur ce phénomène. En effet, nourrir un film liquide permet de prolonger considérablement sa durée de vie.

Notre étude du régime d'absorption a mis en évidence un régime transitoire intéressant : la réflexion de jet. Nous avons manqué de temps pour développer cette étude mais il pourrait être intéressant de modifier le dispositif expérimental pour pousser cette étude plus en profondeur. En s'inspirant des travaux de Thrasher et al [Thrasher et al., 2007], nous pouvons imaginer un système pour faire avancer le film de savon pendant un rebond. Dans ce cas, le renouvellement de la couche lubrificatrice permettrait peut-être de rendre le rebond stationnaire.

# Bibliographie : Partie 1

- [Alben et al., 2002] Alben, S., Shelley, M., and Zhang, J. (2002). Drag reduction through self-similar bending of a flexible body. *Nature*, 420(6915) :479–481.
- [Badie and Lange, 1997] Badie, R. and Lange, D. D. (1997). Mechanism of drop constriction in a drop-on-demand inkjet system. *Proceedings of the Royal Society of London*, 453(1967) :2573–2581.
- [Ballet and Graner, 2006] Ballet, P. and Graner, F. (2006). Giant soap curtains for public presentations. *European Journal of Physics*, 27(4) :951.
- [Benjamin and Cocker, 1984] Benjamin, T. and Cocker, A. (1984). Liquid Drops Suspended by Soap Films. I. General Formulation and the Case of Axial Symmetry. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 394(1806) :19–32.
- [Bico et al., 2004] Bico, J., Roman, B., Moulin, L., and Boudaoud, A. (2004). Adhesion : Elastocapillary coalescence in wet hair. *Nature*, 432 :690.
- [Bird et al., 2010] Bird, J., Ruiter, R. D., Courbin, L., and Stone, H. (2010). Daughter bubble cascades produced by folding of ruptured thin films. *Nature*, 465(7299) :759–762.
- [Blow and Yeomans, 2010] Blow, M. and Yeomans, J. (2010). Superhydrophobicity on hairy surfaces. *Langmuir*, 26(20) :16071–16083.
- [Bohr, 1909] Bohr, N. (1909). Determination of the surface-tension of water by the method of jet vibration. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, 209 :281–317.
- [Boudaoud et al., 1999a] Boudaoud, A., Couder, Y., and Amar, M. B. (1999a). Self-adaptation in vibrating soap films. *Physical review letters*, 82(19) :3847.
- [Boudaoud et al., 1999b] Boudaoud, A., Patricio, P., and Amar, M. B. (1999b). The helicoid versus the catenoid : Geometrically induced bifurcations. *Physical review letters*, 83(19) :3836.

- [Brakke, 1992] Brakke, K. (1992). The surface evolver. *Experimental Mathematics*, 1(2) :141–165.
- [Bron and Michalakis, 2014] Bron, A. and Michalakis, M. (2014). Tricentenaire d’euler, <http://www.euler-ch.org/bulles.htm>.
- [Brown et al., 2011] Brown, M., Kattamis, N., and Arnold, C. (2011). Time-resolved dynamics of laser-induced micro-jets from thin liquid films. *Microfluidics and nanofluidics*, 11(2) :199–207.
- [Cantat et al., 2010] Cantat, I., Cohen-Addad, S., Elias, F., Graner, F., Höhler, R., Pitois, O., Rouyer, F., and Saint-Jalmes, A. (2010). *Les mousses : structure et dynamique*.
- [Celestini et al., 2010] Celestini, F., Kofman, R., X.Noblin, and Pellegrin, M. (2010). Water jet rebounds on hydrophobic surfaces : a first step to jet micro-fluidics. *Soft Matter*.
- [Chakrapani et al., 2004] Chakrapani, N., Wei, B., Carrillo, A., Ajayan, P., and Kane, R. (2004). Capillarity-driven assembly of two-dimensional cellular carbon nanotube foams. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 101(12) :4009–4012.
- [Charru, 2012] Charru, F. (2012). *Instabilités hydrodynamiques*. EDP Sciences.
- [Chiodi et al., 2010] Chiodi, F., Roman, B., and Bico, J. (2010). Piercing an interface with a brush : Collaborative stiffening. *EPL (Europhysics Letters)*, 90(4) :44006.
- [Coanda, 1932] Coanda, H. (1932). Procédé de propulsion dans un fluide. *Brevet Invent. Gr. Cl.*, 2.
- [Cohen and Mahadevan, 2003] Cohen, A. and Mahadevan, L. (2003). Kinks, rings, and rackets in filamentous structures. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 100(21) :12141–12146.
- [Collyer and Fisher, 1976] Collyer, A. and Fisher, P. (1976). The kaye effect revisited. *Nature*, 261 :682–683.
- [Connell et al., 2002] Connell, S., Allen, S., Roberts, C., Davies, J., Davies, M., Tendler, S., and Williams, P. (2002). Investigating the interfacial properties of single-liquid nanodroplets by atomic force microscopy. *Langmuir*, 18(5) :1719–1728.
- [Couder and Basdevant, 1986] Couder, Y. and Basdevant, C. (1986). Experimental and numerical study of vortex couples in two-dimensional flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 173 :225–251.
- [Couder et al., 1989] Couder, Y., Chomaz, J. M., and Rabaud, M. (1989). On the hydrodynamics of soap films. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 37(1-3) :384 – 405.

- [Couder et al., 2005] Couder, Y., Fort, E., Gautier, C.-H., and Boudaoud, A. (2005). From bouncing to floating : Noncoalescence of drops on a fluid bath. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :177801.
- [Courbin et al., 2006] Courbin, L., A.Marchand, Vaziri, A., A.Ajdari, and Stone, H. (2006). Impact dynamics for elastic membranes. *Phys. Rev. Lett.*, 97.
- [Courbin and Stone, 2006] Courbin, L. and Stone, H. (2006). Impact, puncturing, and the self-healing of soap films. *Physics of Fluids*, 18(9).
- [Culick, 1960] Culick, F. (1960). Comments on a ruptured soap film. *Journal of applied physics*, 31(6) :1128–1129.
- [DeGennes, 1985] DeGennes, P. (1985). Wetting : statics and dynamics. *Reviews of modern physics*, 57(3) :827.
- [DeGennes et al., 2005] DeGennes, P., Brochard-Wyart, F., and Quéré, D. (2005). *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Bellin.
- [DeVinci, 1508] DeVinci, L. (1508). *The Notebooks of Leonardo da Vinci*. N-Y : George Brazillier.
- [DeVinci, 1510] DeVinci, L. (1508-1510). *Codex Leicester*. London : Christie's. ed 1980.
- [Dong et al., 2006] Dong, H., Carr, W., and Morris, J. (2006). An experimental study of drop-on-demand drop formation. *Physics of Fluids (1994-present)*, 18(7).
- [Duan and Berggren, 2010] Duan, H. and Berggren, K. (2010). Directed self-assembly at the 10 nm scale by using capillary force-induced nanocoheision. *Nano letters*, 10(9) :3710–3716.
- [Duez et al., 2010] Duez, C., Ybert, C., Clanet, C., and Bocquet, L. (2010). Wetting controls separation of inertial flows from solid surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 104(8) :084503.
- [Eggers and Villermaux, 2008] Eggers, J. and Villermaux, E. (2008). Physics of liquid jets. *Reports on Progress in Physics*, 71(3) :036601.
- [Funakoshi et al., 2006] Funakoshi, K., Suzuki, H., and Takeuchi, S. (2006). Lipid bilayer formation by contacting monolayers in a microfluidic device for membrane protein analysis. *Analytical Chemistry*, 78(24) :8169–8174.
- [Gañán-Calvo, 1998] Gañán-Calvo, A. (1998). Generation of steady liquid microthreads and micron-sized monodisperse sprays in gas streams. *Physical Review Letters*, 80(2) :285.

- [Ganan-Calvo et al., 2004] Ganan-Calvo, A., Perez-Saborid, M., Lopez-Herrera, J., and J.M.Gordillo (2004). Steady high viscosity liquid micro-jet production and fiber spinning using co-flowing gas conformation. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 39(1) :131–137.
- [Gilet and Bush, 2009a] Gilet, T. and Bush, J. (2009a). Chaotic Bouncing of a Droplet on a Soap Film (vol 102, art no 014501, 2009). *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 103(1).
- [Gilet and Bush, 2009b] Gilet, T. and Bush, J. (2009b). The fluid trampoline : droplets bouncing on a soap film. *Journal of Fluid Mechanics*, 625 :167–203.
- [Gilet and Bush, 2012] Gilet, T. and Bush, J. (2012). Droplets bouncing on a wet, inclined surface. *Physics of Fluids*, 24 :122103.
- [Guyon et al., 2001] Guyon, E., Hulin, J.-P., Petit, L., and DeGennes, P.-G. (2001). *Hydrodynamique physique*. EDP sciences Les Ulix, France.
- [HammerCodex, 2014] HammerCodex (2014). <http://hammercodex.com/preview3.php>, l. devinci.
- [Hu and Bush, 2005] Hu, D. and Bush, J. (2005). Meniscus-climbing insects. *Nature*, 437 :733–736.
- [Hu et al., 2003] Hu, D., Chan, B., and Bush, J. (2003). The hydrodynamics of water strider locomotion. *Nature*, 424 :663–666.
- [Huang et al., 2009] Huang, Z., Liao, X., Kang, Y., Yin, G., and Yao, Y. (2009). Equilibrium of drops on inclined fibers. *Journal of colloid and interface science*, 330(2) :399–403.
- [Israelachvili, 2011] Israelachvili, J. N. (2011). *Intermolecular and Surface Forces*. Elsevier.
- [Kaye, 1963] Kaye, A. (1963). A bouncing liquid stream. *Letters to nature*, 197.
- [Kellay et al., 1995] Kellay, H., Wu, X., and Goldburg, W. (1995). Experiments with turbulent soap film. *Phys. Rev. Lett.*, 74(20).
- [Kim and Wu, 2010] Kim, I. and Wu, X. (2010). Tunneling of micron-sized droplets through soap films. *Phys. Rev. E*, 82(2) :026313.
- [Kirstetter et al., 2012] Kirstetter, G., Raufaste, C., and Celestini, F. (2012). Jet impact on a soap film. *Physical Review E*, 86(3).
- [Laplace, 1805] Laplace, P. (1805). *Mechanique Celeste Supplement au X*. Paris : Courier.

- [L.Atkins and Elliott, 2010] L.Atkins and Elliott, R. (2010). Investigating thin film interference with a digital camera. *American Journal of Physics*, 78(12) :1248–1253.
- [Lee et al., 2013] Lee, S., Li, E., Marston, J., Bonito, A., and Thoroddsen, S. (2013). Leaping shampoo glides on a lubricating air layer. *Physical Review E*, 87(6) :061001.
- [LeGoff et al., 2008] LeGoff, A., Courbin, L., Stone, H. A., and Quéré, D. (2008). Energy absorption in a bamboo foam. *EPL*, 84(3) :36001.
- [Lhuissier et al., 2013] Lhuissier, H., Tagawa, Y., Tran, T., and Sun, C. (2013). Levitation of a drop over a moving surface. *arXiv preprint arXiv :1306.1634*.
- [Lhuissier and Villermaux, 2009] Lhuissier, H. and Villermaux, E. (2009). Soap films burst like flapping flags. *Physical review letters*, 103(5) :054501.
- [Loops, 2014] Loops, S. F. (2014). <http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb/icb.do>, auteur inconnu.
- [Lorenceanu et al., 2004] Lorenceanu, E., Clanet, C., and Quéré, D. (2004). Capturing drops with a thin fiber. *Journal of colloid and interface science*, 279(1) :192–197.
- [Loscertales et al., 2002] Loscertales, I. G., Barrero, A., Guerrero, I., Cortijo, R., Marquez, M., and Ganan-Calvo, A. M. (2002). Micro/nano encapsulation via electrified coaxial liquid jets. *Science*, 295(5560) :1695–1698.
- [Mariotte, 1686] Mariotte, E. (1686). *Traité du Mouvement des Eaux et Des Autres Corps Fluides*. Paris : E. Michallet.
- [McEntee and Mysels, 1969] McEntee, W. and Mysels, K. (1969). Bursting of soap films. i. an experimental study. *The Journal of Physical Chemistry*, 73(9) :3018–3028.
- [Moláček and Bush, 2013] Moláček, J. and Bush, J. (2013). Drops bouncing on a vibrating bath. *Journal of Fluid Mechanics*, 727 :582–611.
- [Mullin et al., 2007] Mullin, B., Pfrang, A., Braddock, R., Schimmel, T., and Kasper, G. (2007). Detachment of liquid droplets from fibres. experimental and theoretical evaluation of detachment force due to interfacial tension effect. *Journal of colloid and interface science*, 312(2) :333–340.
- [Navier and Sur, 1827] Navier, C. and Sur, M. (1827). Les lois du mouvement des fluides. *Mem Acad R Sci Inst Fr*, 6 :389–440.
- [Neukirch et al., 2007] Neukirch, S., Roman, B., de Gaudemaris, B., and Bico, J. (2007). Piercing a liquid surface with an elastic rod : Buckling under capillary forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55(6) :1212–1235.

- [Noblin and Celestini, 2012] Noblin, X. and Celestini, F. (2012). Electrowetting control of bouncing jets. *Applied Physics Letters*, 101(9) :094101–094101–3.
- [Park and Kim, 2008] Park, K. and Kim, H.-Y. (2008). Bending of floating flexible legs. *Journal of Fluid Mechanics*, 610 :381–390.
- [Pitois et al., 2005] Pitois, O., Fritz, C., and Vignes-Adler, M. (2005). Hydrodynamic resistance of a single foam channel. *Colloids and Surfaces A*, 261.
- [Plateau, 1869] Plateau, J. (1869). Experimental and theoretical researches into the figures of equilibrium of a liquid mass without weight.
- [Plateau, 1873] Plateau, J. (1873). *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Gauthier-Villars.
- [Raufaste et al., 2009] Raufaste, C., Foulon, A., and Dollet, B. (2009). Dissipation in quasi-two-dimensional flowing foams. *Physics of Fluids*, 21(5) :053102.
- [Raufaste et al., 2013] Raufaste, C., Kirstetter, G., Celestini, F., and Cox, S. J. (2013). Deformation of a free interface pierced by a tilted cylinder : variation of the contact angle. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*.
- [Rayleigh, 1878] Rayleigh, J. S. . L. (1878). On the instability of jets. *Proceedings of the London mathematical society*, 10 :4–13.
- [Rayleigh, 1879] Rayleigh, L. (1879). On the capillary phenomena of jets. *Proceedings of the Royal Society of London*, 29(196-199) :71–97.
- [Savart, 1833a] Savart, F. (1833a). Mémoire sur la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires en mince paroi. *Ann. Chim. Phys*, 53(337) :1833.
- [Savart, 1833b] Savart, F. (1833b). Mémoire sur le choc d’une veine liquide lancée contre un plan circulaire. *Ann. chim*, 54(56) :1833.
- [Seychelles et al., 2008] Seychelles, F., Amarouchene, Y., Bessafi, M., and Kellay, H. (2008). Thermal convection and emergence of isolated vortices in soap bubbles. *Physical review letters*, 100(14) :144501.
- [Stokes, 1851] Stokes, G. (1851). *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*, volume 9. Pitt Press.
- [Tan et al., 2009] Tan, M. K., Friend, J. R., and Yeo, L. Y. (2009). Interfacial jetting phenomena induced by focused surface vibrations. *Physical review letters*, 103(2) :024501.
- [Tawfick et al., 2011] Tawfick, S., Volder, M. D., and Hart, A. J. (2011). Structurally programmed capillary folding of carbon nanotube assemblies. *Langmuir*, 27(10) :6389–6394.

- [Thrasher et al., 2007] Thrasher, M., Jung, S., Pang, Y., Chuu, C.-P., and Swinney, H. (2007). Bouncing jet : A newtonian liquid rebounding off a free surface. *Physical Review E*, 76(5) :056319.
- [Vella, 2008] Vella, D. (2008). Floating objects with finite resistance to bending. *Langmuir*, 24(16) :8701–8706.
- [Versluis et al., 2006] Versluis, M., Blom, C., van der Meer, D., van der Weele, K., and Lohse, D. (2006). Leaping shampoo and the stable kaye effect. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006(07) :P07007.
- [Versluis et al., 2007] Versluis, M., Blom, C., van der Meer, D., van der Weele, K., and Lohse, D. (2007). Leaping shampoo. *Physics of Fluids*, 19(9) :091106.
- [W.E. Ranz, 1959] W.E. Ranz, W. E. (1959). Some experiments on the dynamics of liquid films. *Journal of Applied Physics*, 30(12).
- [Weaire and Hutzler, 2001] Weaire, D. and Hutzler, S. (2001). *The physics of foams*. Oxford University Press.
- [Wille and Fernholz, 1965] Wille, R. and Fernholz, H. (1965). Report on the first european mechanics colloquium, on the coanda effect. *Journal of Fluid Mechanics*, 23(04) :801–819.
- [Young, 1805] Young, T. (1805). An essay on the cohesion of fluids. *Philosophical Transactions of the Roy. Soc. of London*, 95.





## Deuxième partie

# Effet d'un champ électrique sur une goutte en caléfaction



# Chapitre 6

## Introduction à la physique des gouttes en caléfaction

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>L'effet Leidenfrost : historique . . . . .</b>	<b>112</b>
<b>6.2</b>	<b>Etat de l'art actuel . . . . .</b>	<b>116</b>
<b>6.3</b>	<b>Modélisation . . . . .</b>	<b>122</b>
6.3.1	Epaisseur du film de vapeur constante . . . . .	123
6.3.2	Limite de l'hypothèse de lubrification . . . . .	127
6.3.3	Epaisseur du film de vapeur variable . . . . .	129
6.3.4	Dynamique de l'évaporation . . . . .	131
<b>6.4</b>	<b>Récapitulatif . . . . .</b>	<b>133</b>

---



---

Dans ce chapitre, nous allons introduire les notions fondamentales reliées aux gouttes de Leidenfrost (Fig. 6.1). Après une brève description du phénomène, nous présenterons la bibliographie des recherches scientifiques effectuées sur le sujet. Cette bibliographie, non-exhaustive, commencera par la découverte du phénomène en 1732 pour finir par les dernières études effectuées à la fin du XX<sup>e</sup>. Nous mettrons ensuite en exergue quelques-unes des récentes études sur ce sujet qui nous ont semblé être les plus prometteuses. A la suite de quoi, nous présenterons différentes manières de modéliser le phénomène. Pour conclure, nous établirons un récapitulatif des différentes lois d'échelle gouvernant la physique des gouttes de Leidenfrost. Nous comparerons finalement les différentes modélisations présentées entre elles.

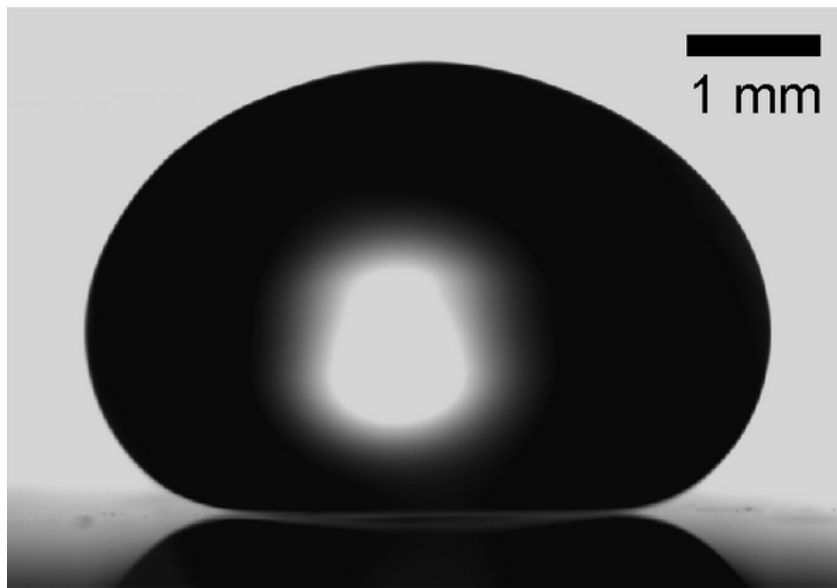


FIGURE 6.1 – Une goutte d'eau déposée sur un substrat à plus de 180°C lévite dessus : c'est l'effet Leidenfrost.

## 6.1 L'effet Leidenfrost : historique

On appelle “effet Leidenfrost”, ou “phénomène de caléfaction”, le fait qu’une goutte lévite au-dessus d’un substrat chauffé à haute température. Ce phénomène porte le nom de Johann Gottlob Leidenfrost (Figure 6.2) qui étudia le phénomène en 1756 [Leidenfrost, 1756]. En déposant une goutte d’eau dans une cuillère chauffée, il remarqua qu’au-delà d’une température critique la goutte ne bout plus. Il nota également que le temps de vie de la goutte est plus long au-dessus de cette température critique qu’au-dessous.



FIGURE 6.2 – Portrait de Johann Gottlob Leidenfrost

On lui attribue parfois la découverte de ce phénomène et ce à tort puisqu’elle a été faite en 1732 par le médecin allemand Herman Boerhaave. En déposant une goutte d’alcool sur du fer chaud, il s’émerveilla qu’elle ne prenne pas feu. Dès lors, et ce jusqu’à la fin du XIX<sup>e</sup>, de nombreux scientifiques, physiciens et chimistes, s’intéressèrent à ce phénomène. Ces différentes études portent sur trois principaux sujets : la température du liquide en caléfaction [Laurent, 1836] [Grand et al., 1836] [Peltier, 1844] [Baudrimont, 1836], le temps d’évaporation d’une goutte de liquide en fonction de la température du solide [Klaproth, 1802] [Pouillet, 1825] [Chevallier, 1830] et la caractérisation électrique du phénomène [Wartmann, 1843] [Peltier, 1844]. Le terme de “caléfaction” apparaît en 1840 sous la plume de Pierre Hippolyte Boutigny, qui va passer une dizaine d’années à étudier le phénomène [Boutigny, 1840]. Il s’intéressa à la température critique à partir de laquelle le phénomène apparait. Il appelle cette température critique la température sphéroïdale, en

référence à la forme sphérique qu'adoptent les gouttes en caléfaction. Il se rend compte le premier que cette température dépend du couple liquide-substrat. Il réalisa ainsi de nombreuses expériences, dont la suivante : une coquille en métal est plongée dans un bain d'huile dont il contrôle la température. En partant d'une température de 200°C, il va laisser le bain d'huile refroidir peu à peu et projette des gouttelettes de liquide dans la coquille à intervalles de température réguliers. Il mesura ainsi la température limite d'apparition du phénomène pour différents couples liquide-substrat [Boutigny, 1847]. En 1836, Baudrimont est le premier à émettre l'hypothèse qu'une goutte de Leidenfrost est portée par le film de vapeur qu'elle éjecte et qui la sépare du substrat [Baudrimont, 1836]. Cette hypothèse semble être acceptée par l'ensemble du corps scientifique de l'époque. Il faudra attendre l'année 1862 pour que Tyndall la mette en évidence expérimentalement [Tyndall, 1868] (Figure 6.3).

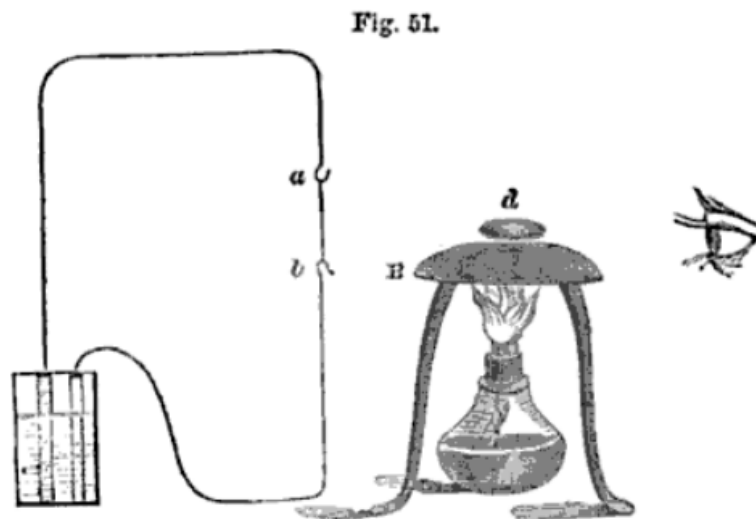
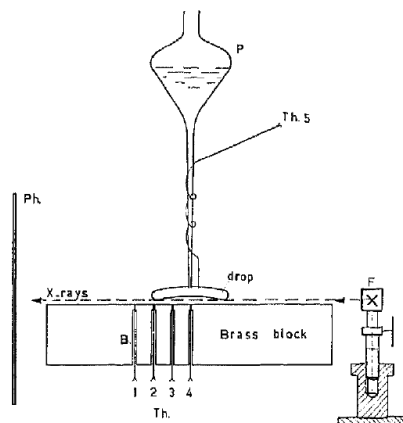


FIGURE 6.3 – Schéma de l'expérience qui a permis à Tyndall de prouver l'existence du film de vapeur soutenant la goutte. Un fil électrique incandescent est placé derrière une goutte de Leidenfrost, Tyndall affirme voir le fil incandescent sous la goutte. Schéma extrait de [Tyndall, 1868].

Au début du XX<sup>e</sup>, l'effervescence scientifique autour de ce sujet se calma nettement pour connaître un regain d'intérêt important après la seconde guerre mondiale. Cette soudaine popularité trouva sa source dans la découverte de nouvelles applications propres aux gouttes de Leidenfrost. En effet, dans la métallurgie, le phénomène de caléfaction peut être indésirable et nécessite d'être contrôlé. Par exemple, lorsque l'on effectue une



trempe rapide d'un métal, l'apparition de la couche de vapeur va réduire drastiquement l'échange thermique. Dans ces conditions, la trempe désirée peut se transformer en un recuit indésirable. C'est également un problème connu dans le refroidissement des centrales nucléaires. Dans l'hypothèse d'un problème de refroidissement ("Loss-Of-Coolant-Accident"), il faut alors refroidir d'urgence le coeur de la centrale. Ce refroidissement est réalisé en baignant le réacteur ou en l'aspergeant à haute pression. Le phénomène de caléfaction ralentit alors considérablement ce refroidissement [Gottfried and Bell, 1966] [Yeh, 1975] [Thompson, 1972] [Dam, 1992]. Les différentes études de cette période se sont principalement concentrées sur l'écoulement de vapeur sous la goutte ainsi que sur la température de Leidenfrost. Pour étudier le taux d'évaporation d'une goutte de Leidenfrost, Gorton eut l'idée en 1953 d'alimenter une goutte de Leidenfrost avec un débit constant : la goutte s'évapore alors lentement jusqu'à atteindre une taille d'équilibre où l'évaporation est équilibrée par l'alimentation en liquide [Gorton, 1953]. Kistemaker reprit ce dispositif expérimental auquel il ajouta quelques améliorations en 1963 [Kistemaker, 1963]. Son dispositif, que nous reproduisons sur la figure 6.4, lui permit de mesurer le taux d'évaporation, la hauteur du film de vapeur sous la goutte, la température de la goutte ainsi que la température en plusieurs points du substrat. Ce type de dispositif expérimental est encore utilisé de nos jours [Biance et al., 2003].



Arrangement to investigate the behaviour of a water drop above a hot brass surface.

Thickness of the block; about 2 cm.      Th. 1, 2, 3, 4 and 5 are thermocouples.  
 B are the bore holes of 1 mm diameter.      P is a pipet filled with water.  
 F is an adjustable focus of an X-ray tube.      Ph is a photographic plate.

FIGURE 6.4 – Schéma du dispositif expérimental utilisé par Kistemaker. Figure extraite de sa publication [Kistemaker, 1963].

Nous pouvons également citer comme exemple les travaux de Gottfried dans les années 1960 : il détermina expérimentalement la température de Leidenfrost de plusieurs liquides et en proposa une modélisation [Gottfried, 1962] [Gottfried et al., 1966]. Baumeister en 1973 [Baumeister and Simon, 1973] fit de même en prenant en compte l'énergie de surface des liquides considérés, tout comme Bernardin plus récemment (1999) [Bernardin and Mudawar, 1999]. Gottfried, en plus de ces études sur la température de Leidenfrost, proposa le premier en 1966 une modélisation du phénomène de caléfaction [Gottfried and Bell, 1966]. A l'aide d'un bilan de masse et de l'hypothèse de lubrification, il exprima le taux d'évaporation de la goutte qu'il compara à ces résultats expérimentaux. Un accord satisfaisant fut trouvé, bien qu'il considérât alors l'interface liquide-vapeur comme plane. La même année, Wachter s'intéressa à la forme de la goutte, et plus précisément à la forme de l'interface liquide-vapeur sous la goutte [Wachters et al., 1966]. Il calcula les taux d'évaporation d'une goutte de Leidenfrost pour quatre hypothèses différentes. Il s'intéressa aux cas où l'interface liquide-vapeur est considérée soit comme plane, soit comme concave, et où les conditions de glissement à l'interface sont considérées soit comme non-glissantes, soit comme glissantes. A l'aide du même dispositif expérimental que Kistemaker et Gorton [Kistemaker, 1963] [Gorton, 1953], il mesura le taux d'évaporation des gouttes de Leidenfrost. Il compara les taux mesurés expérimentalement aux modèles prédictifs. Le meilleur accord fut trouvé pour une hypothèse d'interface liquide-vapeur plane avec une condition de non-glissement à l'interface. En effet, le modèle où l'interface est supposée concave sous-estime le taux d'évaporation.

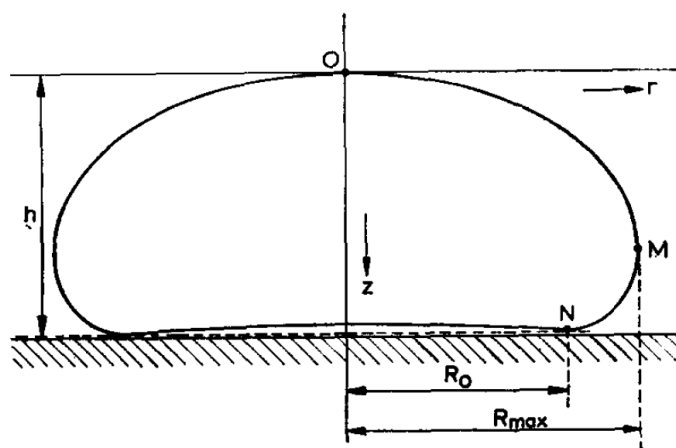


FIGURE 6.5 – Schéma d'une goutte de Leidenfrost réalisé par Wachters, extrait de sa publication [Wachters et al., 1966]

Wachter avait l'intuition forte que cette interface est en réalité concave, comme nous pouvons le voir sur la figure 6.5. Bien que ses expériences aient tendance à démontrer le contraire, il écrivit lui-même [Wachters et al., 1966] : “*Until now we assumed the bottom of the drop to be flat. In fact, the bottom of a sessile drop is curved, because the pressure under the drop decreases with increasing  $r$* ”. Pour l’auteur, ce sont les oscillations de la goutte qui biaisent ses résultats et qui sont responsables de l’augmentation de l’évaporation.

Nous terminons ici cette brève revue des trois derniers siècles de recherche sur le thème de la caléfaction afin de nous concentrer, dans la partie suivante, sur les études les plus récentes.

## 6.2 Etat de l’art actuel

Depuis la fin du XX<sup>e</sup>, l’activité de recherche autour de l’effet Leidenfrost a augmenté significativement.

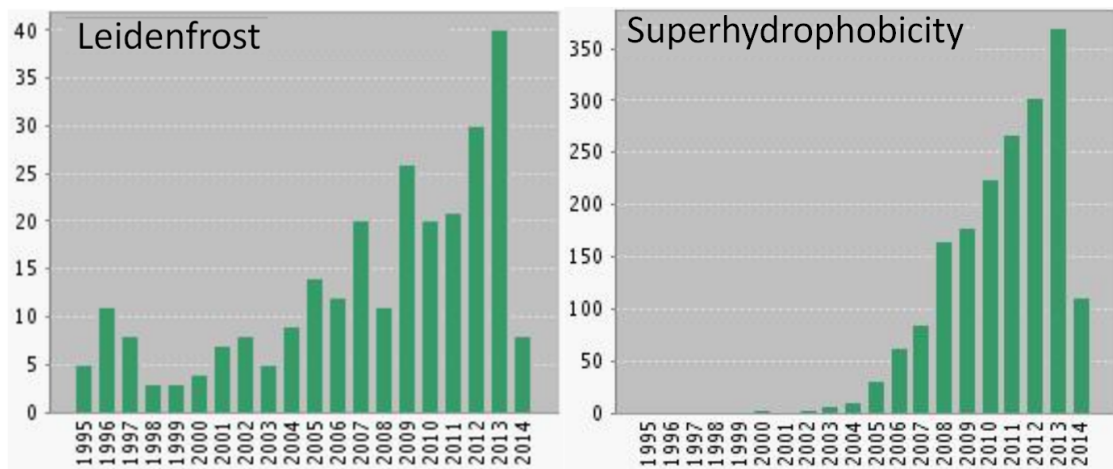


FIGURE 6.6 – Nombre de publications sur le thème des gouttes de Leidenfrost ainsi que sur le thème de la super-hydrophobicité par année de parution, selon [www.WebOfScience.com](http://www.WebOfScience.com)

Sur la figure 6.6, le nombre de publications sur le thème de la caléfaction stagne jusqu’en 2004 pour ensuite augmenter chaque année un peu plus. Nous pouvons voir qu’il en est de même pour le thème de la super-hydrophobicité, dans une bien plus grande mesure cependant. Ce “boom” s’explique par le nombre d’applications liées à ce domaine de recherche (imperméabilité, textile non-salissant, pare-brise non-mouillant, etc). Les

recherches sur les gouttes de Leidenfrost ont suivi la tendance des recherches sur la superhydrophobicité, une goutte de Leidenfrost reproduisant les effets d'un substrat superhydrophobe parfait.

Dans cette partie, nous nous concentrons essentiellement sur les travaux parus récemment. De nombreuses thèses/articles de revues font déjà une revue exhaustive des travaux existants [Quéré, 2013] [Dupeux, 2013] [Biance, 2004]. Il nous a donc semblé opportun d'insister sur les avancées récentes en mettant en exergue celles qui nous semblent les plus prometteuses, tant du point de vue des applications potentielles que de la compréhension fondamentale du phénomène.

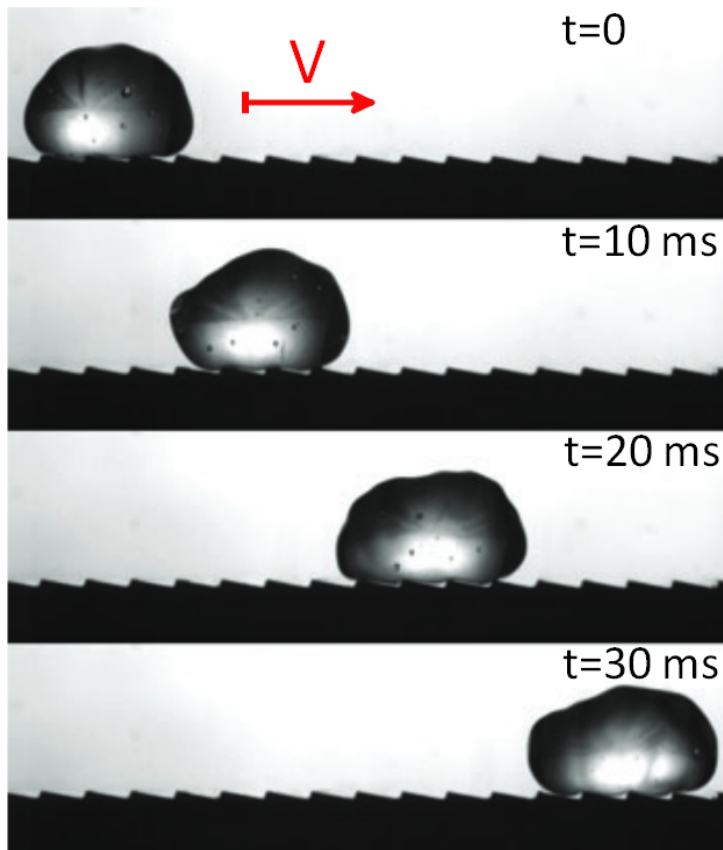


FIGURE 6.7 – Une goutte en état de Leidenfrost déposée sur un substrat en toit d'usine est auto-propulsée. Photo de M. Lemerrer extraite de [Quéré, 2013], reprenant l'expérience de Linke et al. La goutte a un rayon  $R = 2\text{mm}$ , les créneaux font  $0.2\text{ mm}$  de profondeur et sont espacés de  $1.5\text{ mm}$ .

### Auto-propulsion de gouttes de Leidenfrost

Linke et al. ont montré expérimentalement en 2006 qu'une goutte de Leidenfrost déposée sur un substrat en toit d'usine est auto-propulsée dans le sens contraire au crénelage [Linke et al., 2006], comme nous pouvons le voir sur la figure 6.7. Quelques années plus tard, Lagubeau et al. démontrent expérimentalement que des palais de carbo-glace adoptent le même comportement en se sublimant sur un substrat à température

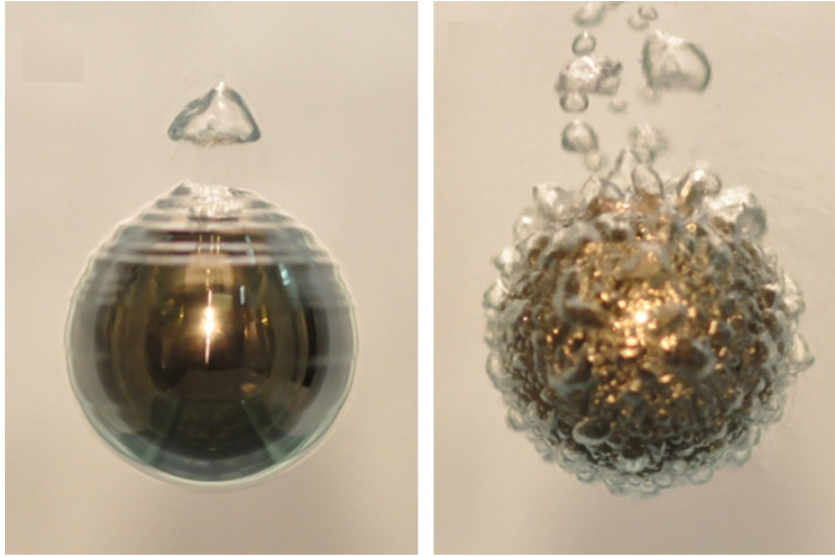


FIGURE 6.8 – Une bille d’acier chauffée est plongée dans un écoulement de perfluorhexane. A gauche, la bille est initialement chauffée à une température supérieure à la température de Leidenfrost. La bille est alors entourée d’une bulle de vapeur. La photo de droite est prise à l’instant où la bille a refroidi pour atteindre la température de Leidenfrost. Cet instant est marqué par l’explosion de petites bulles de vapeur. Figure extraite de [Vakarelski et al., 2011]

ambiante [Lagubeau et al., 2011]. Dupeux et al. se sont intéressés à l’écoulement de vapeur dans ce type de système grâce à des traceurs en verre déposés sur le substrat [Dupeux et al., 2011]. Ils ont ainsi démontré que la force motrice du phénomène ne vient pas d’un effet “rocket”, mais au contraire, de la contrainte visqueuse issue de l’écoulement de vapeur. En effet, les auteurs montrent que celui-ci se fait principalement dans le même sens que le déplacement de la goutte. Notons par ailleurs que ce phénomène permet de créer des pièges à gouttes en utilisant des rainurages concentriques, comme l’ont montré Cousins et al. [Cousins et al., 2012].

### Effet Leidenfrost inverse

Hall et al. sont les premiers à décrire brièvement le phénomène de Leidenfrost “inverse” en 1969 [Hall et al., 1969]. En chauffant à l’aide d’un laser des particules de métal plongées dans un fluide, les auteurs observent que les particules sont alors piégées dans une bulle de vapeur. Plus récemment, Vakarelski et al. [Vakarelski et al., 2011] ont montré expérimentalement que l’effet Leidenfrost “inverse” peut être utilisé pour augmenter la vitesse d’objets sous-marins. Ils ont réalisé l’expérience suivante : une bille d’acier est chauffée à

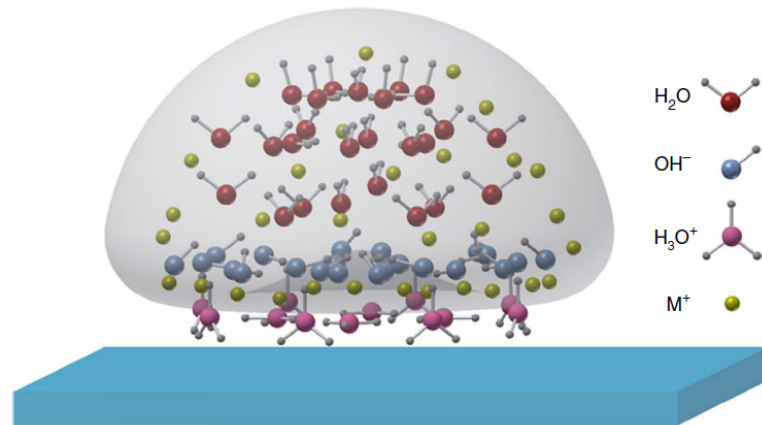


FIGURE 6.9 – Abdelaziz et al. montrent qu’une goutte de Leidenfrost est en réalité stratifiée. En ajoutant des ions métalliques  $[M^+]$  à de l’eau distillée, la goutte peut alors être utilisée comme un réacteur à nanoparticules. Figure extraite de [Abdelaziz et al., 2013].

une température supérieure à la température de Leidenfrost. Cette bille est ensuite lâchée dans un bain de perfluorohexane. On peut alors constater que sa vitesse terminale de chute dans le bain est supérieure d’un facteur deux à celle d’une bille non chauffée. En effet, au-delà de la température de Leidenfrost, la bille vaporise tout le liquide l’entourant. Elle se déplace alors dans une bulle de vapeur. La force de trainée de Stokes n’est donc plus due aux frottements sur l’interface liquide-solide, avec une condition de non-glissement, mais sur l’interface vapeur-liquide. Les conditions de frottements à l’interface deviennent alors glissantes, ce qui explique l’augmentation de vitesse. Lorsque la bille refroidit, les auteurs montrent que des contacts se font entre la goutte et le liquide. Ces contacts donnent alors naissance à une explosion de bulles de vapeur (figure 6.8). On peut imaginer les applications que peut avoir ce type de découverte dans la marine marchande ou militaire.

### Réacteurs chimiques

De récentes études ont également montré la possibilité d’utiliser les gouttes de Leidenfrost comme réacteurs chimiques [Elbahri et al., 2007] [Abdelaziz et al., 2013]. En remarquant la présence de strates dans la goutte de Leidenfrost (figure 6.9), Abdelaziz et al. [Abdelaziz et al., 2013] ont mis en évidence expérimentalement que la goutte éjecte des nanoparticules de métal. Les auteurs ont ainsi transformé une goutte de Leidenfrost en un réacteur capable de produire des nanoparticules, et de les éjecter sur le substrat. Ce type de production permet de recouvrir un substrat d’un film de nanoparticules (“coating”). Leur étude montre également que les gouttes de Leidenfrost peuvent être

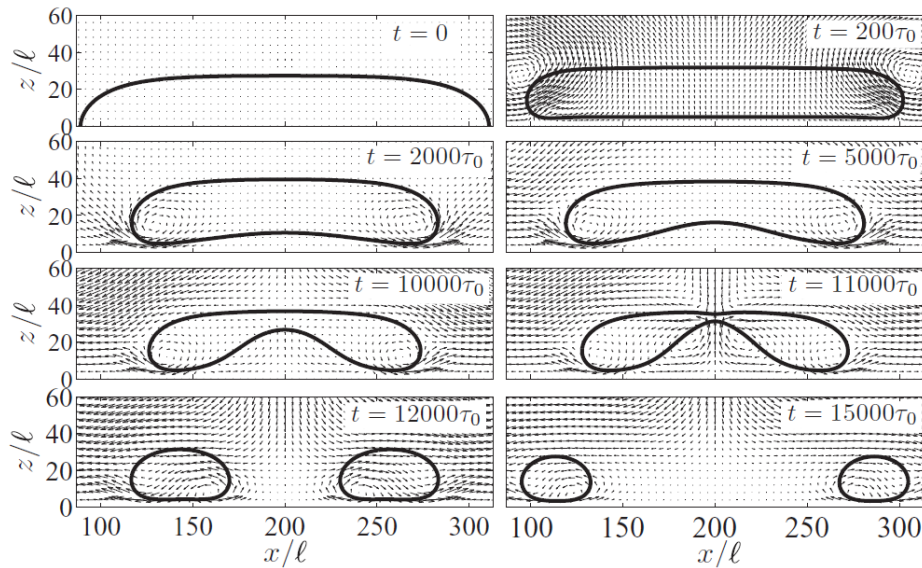


FIGURE 6.10 – La méthode numérique de type *dynamic van der Waals theory* permet de reproduire l'éclatement d'une goutte de Leidenfrost. Figure extraite de [Xu and Qian, 2013].

utilisées pour créer des nanoporeux aux propriétés hydrophobes intéressantes.

### Simulations numériques

L'écoulement de vapeur sous une goutte de Leidenfrost est encore relativement mal compris. La mise au point de différents schémas de simulation pour modéliser numériquement le phénomène de caléfaction permettrait d'étudier plus en profondeur cet écoulement (vitesse, direction...), mais les défis à relever sont nombreux. A la difficulté de modéliser l'écoulement de vapeur sous la goutte s'ajoute la complexité des transferts de chaleur en jeu (diffusion et transport) ainsi que le changement de phase qui a lieu à l'interface liquide-vapeur. Malgré ces difficultés, l'équipe de l'IMFT de Toulouse a obtenu des résultats convaincants [Rueda-Villegas and Tanguy, 2012] [Rueda-Villegas, 2013]. Par ailleurs, une équipe de chercheurs chinois a également montré récemment qu'une goutte de Leidenfrost peut être simulée numériquement à l'aide d'un algorithme de type *dynamic van der Waals theory* [Xu and Qian, 2013]. Nous présentons sur la figure 6.10 la simulation numérique de l'éclatement d'une goutte de Leidenfrost que cette équipe a réalisée.

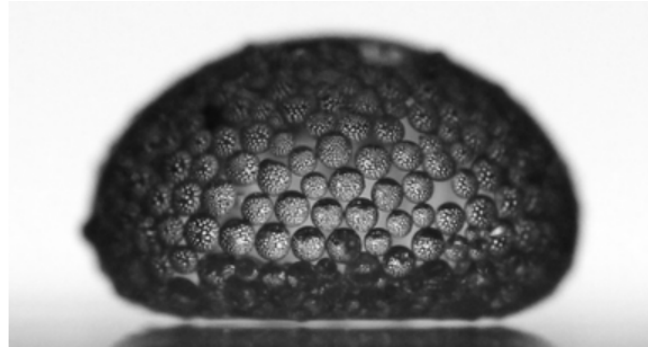


FIGURE 6.11 – Des particules hydrophobes d’une centaine de microns sont introduites dans une goutte de Leidenfrost. Figure extraite de [Maquet et al., 2014].

### **Intérêt fondamental**

Les gouttes de Leidenfrost restent également très étudiées pour leur intérêt purement fondamental. Par exemple, nous montrerons dans nos expériences que l’interface entre la goutte et le film de vapeur sur lequel elle lévite est asymétrique [Celestini and Kirstetter, 2012]. Cette asymétrie, qui a également été observée par d’autres équipes [Burton et al., 2012] [Caswell, 2014], n’est pas encore comprise. Elle pourrait expliquer l’extrême mobilité des gouttes de Leidenfrost par un écoulement asymétrique du film de vapeur. Nous pouvons également recenser quelques études fondamentales portant sur l’organisation de micro-billes introduites dans une goutte de Leidenfrost. Ce type de système permet d’étudier l’auto-organisation de ces particules, elles induisent également une baisse du taux d’évaporation de la goutte [Maquet et al., 2014] [Aussillous and Quéré, 2001] [Aussillous, 2002]. Nous pouvons voir sur la figure 6.11 l’organisation de particules hydrophobes à la surface d’une goutte de Leidenfrost.

Plus récemment, Celestini et al. ont étudié des gouttes de Leidenfrost 2-D en les piégeant dans une cellule de Hele-Shaw [Celestini et al., 2013]. Ils ont ainsi montré que ce type de goutte adopte des modes de vibration propres en fonction de son rayon, comme nous pouvons le voir sur la figure 6.12. Leur étude a également mis en évidence une instabilité propre aux gouttes 2-D. A partir d’une certaine taille critique et sous l’influence de la pression dans l’écoulement de vapeur, un trou est nucléé spontanément au centre de la goutte. Il s’étend alors rapidement pour finir par éclater la goutte en plusieurs



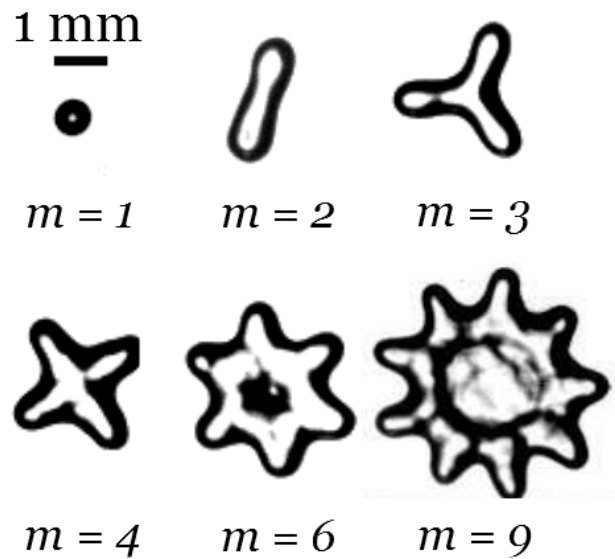


FIGURE 6.12 – Différents modes d’oscillation observés sur des gouttes de Leidenfrost piégées dans une cellule de Hele-shaw. Figure extraite de [Celestini et al., 2013].

gouttes de petites tailles. Pour conclure cette brève revue, nous tenons à mettre en lumière une étude théorique récente de Pomeau et al. qui a permis de modéliser théoriquement l’écoulement de vapeur sous la goutte ainsi que la forme de l’interface liquide-vapeur [Pomeau et al., 2012]. La théorie qu’ils développent prévoit la présence d’une bulle de vapeur sous la goutte, ce qui est observé expérimentalement. Nous exposons dans la section suivante leur modèle, ainsi qu’un autre plus simple.

### 6.3 Modélisation

Nous nous intéressons dans cette partie à différentes modélisations de l’effet Leidenfrost. Dans un premier temps, nous considérerons l’épaisseur du film de vapeur sous la goutte comme constante (Figure 6.13) et nous présenterons un modèle se basant sur des arguments physiques simples. Nous verrons dans un deuxième temps que l’hypothèse de lubrification usuellement utilisée pour modéliser ce problème n’est pas tout le temps justifiée. Nous introduirons donc les tailles critiques de goutte en dessous desquelles cette hypothèse n’est plus valable. Enfin, nous détaillerons une étude récente qui permet de modéliser le phénomène dans sa globalité sans supposer une forme particulière de l’interface liquide-vapeur (Figure 6.14).

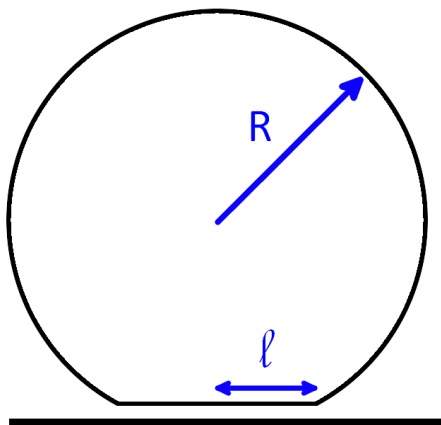


FIGURE 6.13 – L'épaisseur du film de vapeur est supposée constante. Le film de vapeur s'étend sur une taille caractéristique  $\ell$

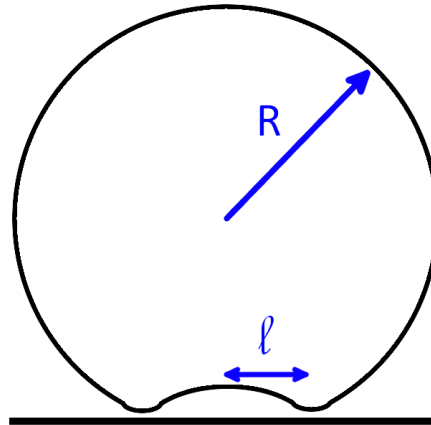


FIGURE 6.14 – Aucune hypothèse ne contraint l'épaisseur du film de vapeur. Nous montrerons alors la présence d'une bulle de vapeur sous la goutte.

### 6.3.1 Epaisseur du film de vapeur constante

Nous présentons ici le modèle où l'épaisseur du film de vapeur est considérée comme constante. Cette modélisation a été proposée pour la première fois par Bianco [Bianco, 2004] et est encore couramment utilisée.

#### Gouttes de rayon $R < \ell_c$

Dans un premier temps, nous présentons cette modélisation pour des gouttes de rayon inférieur à la longueur capillaire  $\ell_c$ . Nous supposons donc, comme nous pouvons le voir sur le schéma 6.15, que l'épaisseur du film de vapeur  $h$  sous la goutte est constante. Elle s'étend sur une longueur caractéristique  $\ell$ . De surcroît, la partie de la goutte au-dessus du méplat est sphérique. L'interface entre le liquide et la vapeur, également appelée "disque de Laplace" ou "surface de contact", étant supposée plane, la pression dans le film de vapeur est égale à celle dans la goutte, *i.e* à la pression de Laplace. Cette force de pression exercée sous la goutte contrebalance l'effet du poids :

$$\frac{4}{3}\pi\rho_l g R^3 = \frac{2\gamma}{R}\pi\ell^2 \quad (6.1)$$

Nous définissons ainsi la longueur  $\ell$  [Mahadevan and Pomeau, 1999] (Annexe C) :

$$\ell = \sqrt{\frac{2}{3}}R^2\ell_c^{-1} \quad (6.2)$$

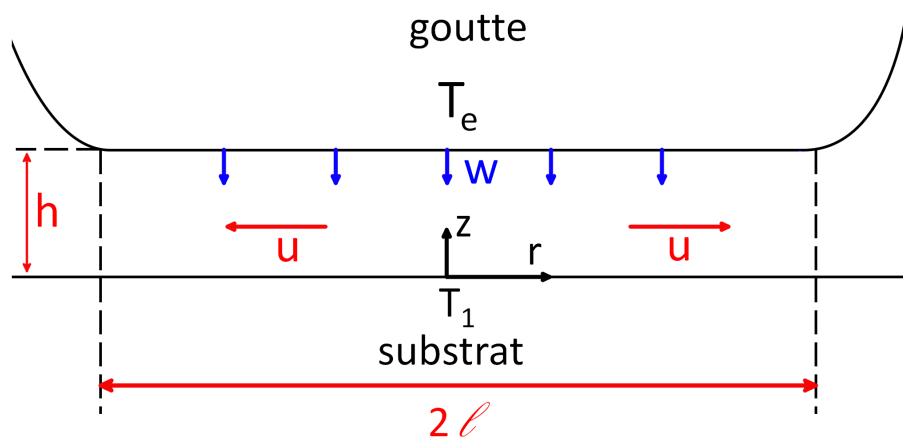


FIGURE 6.15 – Schéma de l'évaporation à l'interface liquide/vapeur d'une goutte de Leidenfrost.

Nous nous intéressons maintenant aux différents échanges thermiques entre le substrat et la goutte. Nous montrerons plus tard que le transfert de chaleur se fait principalement par diffusion [Wachters et al., 1966] [Gottfried et al., 1966]. En considérant le cas où le système est en régime stationnaire, le champ de température dans le film de vapeur est décrit par l'équation de Laplace (Annexe D), ce qui se traduit par un champ de température linéaire le long de l'épaisseur de vapeur :  $T(z) = \frac{(T_e - T_1)z}{h} + T_1$ , où  $T_1$  est la température du substrat et  $T_e$  la température de la goutte (Figure 6.15). Nous supposons que la goutte est à une température très proche de sa température d'ébullition. Cette hypothèse a été validée par des mesures directes de la température dans la goutte [Biance, 2004]. Par la suite, nous considérons donc que la température de la goutte est égale à sa température d'ébullition  $T_e$ .

Nous pouvons maintenant nous intéresser à l'éjection de vapeur au niveau de l'interface vapeur-liquide. La goutte étant à une température proche de sa température d'ébullition, nous supposons que toute la chaleur reçue par la goutte contribue à son évaporation. En utilisant la loi de Fourier, le bilan d'énergie à l'interface liquide-vapeur s'exprime comme :

$$wL\rho_v = \frac{\lambda\Delta T}{h} \quad (6.3)$$

où  $L$  est la chaleur latente de vaporisation du liquide,  $\rho_v$  la masse volumique de la vapeur,  $\lambda$  sa conductivité thermique,  $\Delta T = T_1 - T_e$  et  $w$  la vitesse perpendiculaire d'évaporation.

Nous pouvons maintenant vérifier que les échanges thermiques se font principalement par diffusion en construisant le nombre de Peclet du système. Ce nombre quantifie le

rapport des deux taux caractéristiques suivant :

- Le taux de transfert d'énergie par convection :  $\tau_c^{-1} = \frac{h}{w}$ .
- Le taux du transfert par conduction :  $\tau_\lambda^{-1} = \frac{h^2}{D}$ , où  $D = \frac{\lambda}{\rho_v C_p}$  est le coefficient de diffusivité thermique de la vapeur (Annexe D).

En utilisant l'expression précédente pour  $w$  (Eq. 6.3), le nombre de Peclet de notre écoulement s'exprime donc comme :

$$P_e = \frac{\Delta T C_p}{L} \simeq 10^{-1} \quad (6.4)$$

Cette valeur est estimée en utilisant les valeurs des différentes grandeurs physiques de l'eau et de la vapeur d'eau. Ces valeurs sont rappelées dans le tableau 6.16. La faible valeur du nombre de Peclet confirme que les effets convectifs sont négligeables. Nous pouvons remarquer que le nombre de Peclet ne dépend pas de la taille de la goutte.

Grandeur	Symbole	Valeur	Unité S.I
Viscosité dynamique de la vapeur d'eau	$\eta$	$1.3 * 10^{-5}$	$Pa.s$
Conductivité thermique de la vapeur d'eau	$\lambda$	$3.2 * 10^{-2}$	$W.m^{-1}.K^{-1}$
Masse volumique de la vapeur d'eau	$\rho_v$	0.81	$kg.m^{-3}$
Capacité thermique massique de la vapeur d'eau	$C_p$	$1.4 * 10^3$	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
Chaleur latente de vaporisation de l'eau	$L$	$2.25 * 10^6$	$J.kg^{-1}$
Masse volumique de l'eau liquide	$\rho_l$	958	$kg.m^{-3}$
Tension superficielle de l'eau liquide	$\gamma$	$7.2 * 10^{-2}$	$N.m^{-1}$
Accélération de la pesanteur	$g$	9.81	$m.s^{-2}$

FIGURE 6.16 – Tableau récapitulatif de la valeur des différentes grandeurs physiques de l'eau.

Nous nous intéressons maintenant à l'écoulement sous la goutte. Pour cela, nous évaluons le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement. Celui-ci est construit en faisant le rapport entre le terme inertiel ( $\rho_v \frac{u^2}{\ell}$ ) et le terme visqueux ( $\eta \frac{u}{h^2}$ ) de l'équation de Navier-Stokes, où  $\eta$  est la viscosité dynamique de la vapeur et  $u$  la vitesse de l'écoulement parallèle au substrat. Ainsi, le nombre de Reynolds s'exprime comme  $R_e = \frac{\rho_v u h^2}{\eta \ell}$ . En supposant la vapeur d'eau comme incompressible :  $\vec{div}(\vec{u}) = \vec{0} \Rightarrow u \propto \frac{w \ell}{h}$ , nous pouvons également exprimer le nombre de Reynolds de la manière suivante :

$$R_e = \frac{\lambda \Delta T}{L \eta} \quad (6.5)$$

Il est intéressant de noter qu'il ne dépend pas de la taille de la goutte. Notons tout de même qu'il est construit en utilisant l'approximation de lubrification et qu'il n'est donc valable que pour des rayons supérieurs à la centaine de micromètres, comme nous le verrons un peu plus loin. Sa valeur est proche de l'unité pour de l'eau sur un substrat à 400°C (Tableau 6.16). L'écoulement peut donc être considéré comme visqueux [Gottfried et al., 1966] [Wachters et al., 1966] [Chandra and Aziz, 1994] [Baumeister and Simon, 1973]. Dans ce cas, l'écoulement de vapeur suit l'équation de Stokes, où nous négligeons la gravité au vu de la faible masse volumique de la vapeur :  $\eta \nabla^2 u = \frac{dP}{dr}$ , où P est le champ de pression dans l'écoulement de vapeur. De plus, nous limitons notre étude au cas où le rayon de la surface de contact est largement supérieur à l'épaisseur de vapeur ( $\ell \gg h$ ). Nous utilisons donc l'hypothèse de lubrification ( $\frac{du}{dz} \gg \frac{du}{dr}$ ) qui nous permet de simplifier l'équation de Stokes en  $\eta \frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{dP}{dr}$ . L'écoulement de vapeur sous la goutte est donc un écoulement de Poiseuille. La surpression  $\Delta P$  au centre de l'écoulement de vapeur s'exprime alors comme :

$$\frac{\Delta P}{\ell} \propto \frac{\eta u}{h^2} \quad (6.6)$$

Nous pouvons à présent nous intéresser à l'épaisseur de vapeur  $h$  sous la goutte. Comme nous l'avons vu plus haut, l'interface étant plane, les pressions de part et d'autre de l'interface liquide-vapeur sont égales. En remarquant que la pression dans la goutte est dominée par la pression de Laplace, nous pouvons également exprimer la surpression dans l'écoulement de vapeur comme :

$$\Delta P = 2 \frac{\gamma}{R} \quad (6.7)$$

En combinant les équations 6.2, 6.3, 6.6 et 6.7, nous obtenons finalement l'expression de l'épaisseur de vapeur sous la goutte :

$$h \propto \left( \frac{\eta \lambda \Delta T}{g \rho_l \rho_v L} \right)^{1/4} \ell_c^{-1} R^{5/4} \quad (6.8)$$

**Gouttes de rayon  $R > \ell_c$  :**

Pour des gouttes de rayon supérieur à la longueur capillaire  $\ell_c$ , le raisonnement précédent est le même à deux différences près. La première est que son rayon de contact s'exprime différemment du cas précédent. En effet, une goutte de cette taille peut être considérée comme un cylindre de hauteur  $2\ell_c$  (Annexe C). La conservation du volume s'exprime alors de la manière suivante :

$$2\pi\ell^2\ell_c = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (6.9)$$

Ce qui permet d'exprimer le rayon de la surface de contact comme :

$$\ell = \sqrt{\frac{2}{3}}R^{3/2}\ell_c^{-1/2} \quad (6.10)$$

La deuxième différence vient de la pression à l'intérieur de ce type de gouttes, qui est dominée par la pression hydrostatique :

$$\Delta P = 2\rho_l g \ell_c \quad (6.11)$$

Toujours en remarquant que les pressions de part et d'autre de l'interface sont égales et en combinant les équations 6.3, 6.6, 6.10 et 6.11, nous obtenons l'expression de l'épaisseur de vapeur sous la goutte :

$$h \propto \left(\frac{\eta\lambda\Delta T}{g\rho_l\rho_v L}\right)^{1/4} \ell_c^{-1/2} R^{3/4} \quad (6.12)$$

Nous pouvons constater que dans les deux expressions de  $h$ , l'épaisseur du film de vapeur croît lorsque le rayon augmente. Nous allons voir dans la partie suivante que cette caractéristique n'est plus valable pour des petites gouttes.

### 6.3.2 Limite de l'hypothèse de lubrification

Dans une étude récente [Celestini et al., 2012], Celestini et al. mettent en évidence expérimentalement qu'une goutte de Leidenfrost s'élève brutalement au-dessus du substrat lorsque son rayon devient inférieur à une certaine taille critique. Nous présentons cet effet sur la figure 6.17.

Pour modéliser ce phénomène, les auteurs s'intéressent à la limite du régime de lubrification, *i.e* lorsque  $\ell \leq h$ . Le bilan d'énergie à l'interface (Eq. 6.3), l'expression de la surpression dans la vapeur due à l'écoulement de Poiseuille (Eq. 6.6) ainsi que l'équilibre mécanique de la goutte ( $Mg \sim \Delta P\ell^2$ ) permettent d'exprimer le rapport  $\ell/h$  de la manière suivante :

$$\frac{\ell^4}{h^4} \propto \frac{L\rho_v Mg}{\eta\Delta T\lambda} \quad (6.13)$$

L'hypothèse de lubrification cesse donc d'être justifiée ( $\ell \sim h$ ), selon l'équation 6.13,

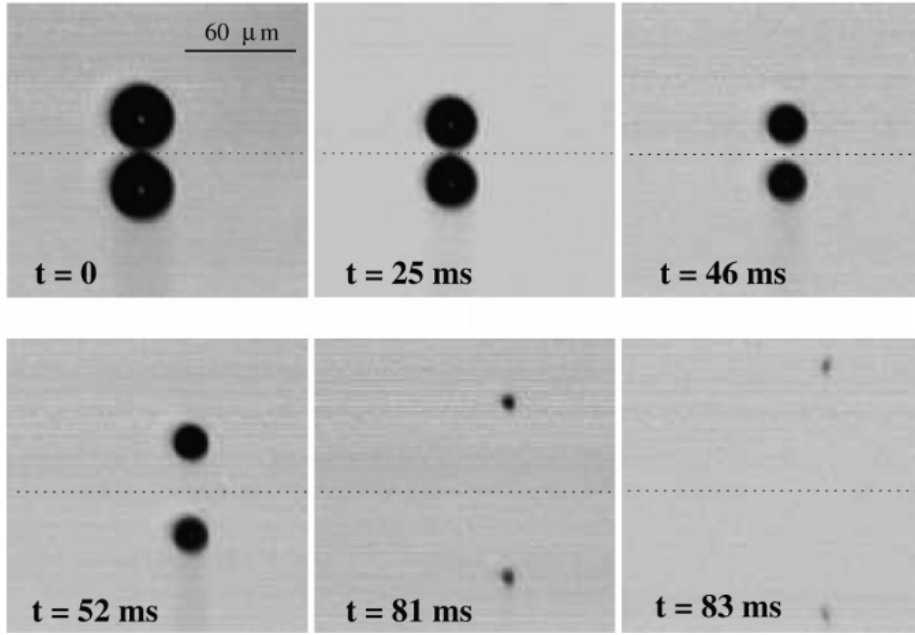


FIGURE 6.17 – Lorsque le rayon d’une goutte de Leidenfrost devient de l’ordre de la dizaine de micromètres, elle s’élève spontanément au-dessus du substrat. Figure extraite de [Celestini et al., 2012].

lorsque le rayon de la goutte devient inférieur à :

$$R_l = \left( \frac{\eta \lambda \Delta T}{g \rho_l \rho_v L} \right)^{1/3} \quad (6.14)$$

Pour des gouttes dont le rayon est inférieur à  $R_l$ , les auteurs montrent que la hauteur du film de vapeur sous la goutte s’exprime de la manière suivante :

$$h \propto R_l^{3/2} R^{-1/2} \quad (6.15)$$

Les auteurs introduisent également un autre rayon critique  $R_i$  en dessous duquel la goutte peut être considérée comme parfaitement sphérique. Dans ce cas, on peut démontrer que la pression sous une sphère peut être assimilée à une surpression de Poiseuille se faisant sur la taille caractéristique suivante :

$$\tilde{\ell} \propto \sqrt{Rh} \quad (6.16)$$

En utilisant cette relation entre  $\tilde{\ell}$ ,  $R$  et  $h$  (Eq. 6.16) et l’expression du rayon  $R_l$  (Eq. 6.14), la surpression due à l’écoulement de Poiseuille (Eq. 6.6 avec  $\tilde{\ell} = \ell$ ) s’exprime donc de la

manière suivante :

$$\Delta P \propto \rho_l g \frac{R R_l^3}{h^3} \quad (6.17)$$

Lorsque  $R$  devient inférieur à  $R_i$ , l'interface liquide-vapeur devient sphérique et la surpression dans l'écoulement de vapeur "croise" la pression de Laplace dans la goutte :

$$\Delta P = 2 \frac{\gamma}{R} \quad (6.18)$$

En combinant les équations 6.17 et 6.18, le rayon critique  $R_i$  s'exprime alors comme :

$$R_i = R_l^{3/7} \ell_c^{4/7} \quad (6.19)$$

Pour des rayons de goutte compris entre  $R_l$  et  $R_i$ , l'équilibre mécanique de la goutte (Eq. 6.13) ainsi que l'expression de la surpression due au Poiseuille sur une longueur caractéristique  $\sqrt{R h}$  (Eq. 6.16) permettent finalement d'exprimer l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte :

$$h \propto R_l^{3/2} R^{-1/2} \quad (6.20)$$

Notons que l'épaisseur du film de vapeur suit la même loi d'échelle pour  $R_l \leq R \leq R_i$  (Eq. 6.19) ainsi que pour  $R \leq R_l$  (Eq. 6.15) alors que les forces en jeu sont différentes. Il est également intéressant de remarquer que, contrairement aux modèles présentés dans la partie précédente, l'épaisseur du film de vapeur augmente lorsque le rayon de la goutte diminue. Pour de l'eau sur un substrat à  $T = 400^\circ C$ , nous estimons la valeur de ces deux rayons critiques (Tableau 6.16) à  $R_i \simeq 300 \mu m$  et  $R_l \simeq 20 \mu m$ .

### 6.3.3 Épaisseur du film de vapeur variable

Dans une autre publication récente [Pomeau et al., 2012], Pomeau et al. modélisent l'écoulement de vapeur ainsi que le profil de l'interface liquide-vapeur, sans faire d'hypothèse sur sa forme. Pour ce faire, ils expriment la pression de part et d'autre de cette interface à l'aide de l'équation de Laplace. Ils utilisent également l'équation d'incompressibilité qu'ils incluent dans l'équation de Stokes, en utilisant l'hypothèse de lubrification.



Le système suit alors le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r h(r)^3}{12} \frac{\partial p(r)}{\partial r} \right) + r \frac{\eta \lambda \Delta T}{L \rho_v h(r)} = 0 \\ P - p(r) = \gamma \left( \frac{\partial^2 h(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h(r)}{\partial r} \right) \end{cases} \quad (6.21)$$

où  $P$  est la pression dans la goutte,  $p(r)$  le champ de pression dans l'écoulement de vapeur et  $h(r)$  l'épaisseur variable du film de vapeur.

Pour les gouttes dont le rayon est inférieur à la longueur capillaire, la pression dans la goutte est dominée par la pression de Laplace :  $P = \frac{2\gamma}{R}$ . Nous pouvons alors adimensionner le système 6.21 par les variables suivantes pour le simplifier :

$$\begin{cases} h_s = R_l^{3/2} R^{-1/2} \\ r_s = R_l^{3/4} R^{1/4} \\ p_s = \rho_l g \frac{R^2}{h_s} \end{cases} \quad (6.22)$$

Le système 6.21 devient alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r h(r)^3}{12} \frac{\partial p(r)}{\partial r} \right) + \frac{r}{h(r)} = 0 \\ 2 - \xi p(r) = \left( \frac{\partial^2 h(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h(r)}{\partial r} \right) \\ \xi = R^{7/2} R_l^{-3/2} \ell_c^{-2} \end{cases} \quad (6.23)$$

Le régime où la goutte est sphérique se déduit alors directement : la pression à l'intérieur de la goutte doit être supérieure à la pression dans l'écoulement de vapeur, c'est à dire lorsque  $\xi \leq 1$ . La goutte est donc sphérique pour un rayon inférieur au rayon critique  $R_i$  obtenu pour  $\xi = 1$ , soit :

$$R_i \propto R_l^{3/7} \ell_c^{4/7} \quad (6.24)$$

où nous retrouvons bien la même expression que celle présentée précédemment (Eq. 6.19).

Au contraire, pour un rayon de goutte compris entre  $R_i$  et  $\ell_c$  ( $R_i < R < \ell_c$ ), la pression est plus importante à l'extérieur de la goutte. La courbure est donc inversée et une bulle de vapeur se forme sous la goutte. On peut alors montrer que la pression dans la bulle de vapeur est quasi-constante et qu'elle est légèrement supérieure à  $2\gamma/R$ . En posant l'équilibre mécanique de la goutte, le rayon de la bulle de vapeur s'écrit de la manière

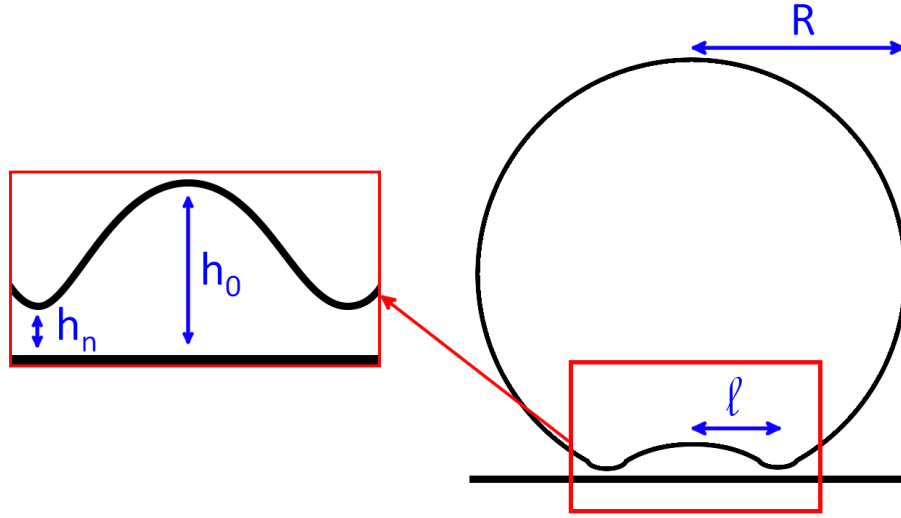


FIGURE 6.18 – Schéma d'une goutte de Leidenfrost et de la bulle de vapeur sous la goutte.

suivante :  $\ell = R^2 \ell_c^{-1}$ . Une étude asymptotique du système d'équation 6.23 permet alors d'exprimer la hauteur au centre de la bulle de vapeur  $h_0$ , ainsi que celle sur les bords du méplat  $h_n$  comme présentées sur la figure 6.18 :

$$\begin{cases} h_0 \propto R_l^{3/5} \ell_c^{-6/5} R^{8/5} \\ h_n \propto R_l \ell_c^{-2/3} R^{2/3} \end{cases} \quad (6.25)$$

Pour des rayons de goutte supérieurs à la longueur capillaire ( $R > \ell_c$ ), la pression dans la goutte est fixée par la pression hydrostatique  $P = 2\rho_l g \ell_c$  et on peut également démontrer que la pression dans l'écoulement de vapeur est légèrement supérieure à  $P$ . Les auteurs montrent ici encore la présence d'une bulle de vapeur sous la goutte. Ils expriment le rayon de la surface de contact comme :  $\ell = R^{3/2} \ell_c^{-1/2}$ . Par une étude asymptotique, ils déduisent également pour ce régime les expressions de  $h_0$  et de  $h_n$  :

$$\begin{cases} h_0 \propto R_l^{3/5} \ell_c^{-4/5} R^{6/5} \\ h_n \propto R_l \end{cases} \quad (6.26)$$

### 6.3.4 Dynamique de l'évaporation

Nous nous intéressons maintenant à la dynamique d'évaporation de la goutte. Pour des rayons de goutte supérieurs au rayon critique  $R_i$ , il est prouvé que l'évaporation se fait principalement par l'interface liquide-vapeur sous la goutte [Biance, 2004]

[Pomeau et al., 2012]. Le taux d'évaporation massique  $J = \frac{dm}{dt}$  est exprimé grâce au bilan d'énergie à l'interface (Eq. 6.3) couplé à la conservation de la masse :

$$J = \rho_v w \ell^2 = \frac{\lambda \Delta T \ell^2}{L h} \quad (6.27)$$

Pomeau et al. [Pomeau et al., 2012] estiment ce taux pour un rayon de goutte compris entre  $R_i$  et  $\ell_c$  en supposant le rayon de l'interface liquide-vapeur comme  $\ell \propto R^2 \ell_c^{-1}$  et en considérant l'expression de  $h_0$  de l'équation 6.25 pour la hauteur du film de vapeur au centre de la bulle de vapeur. Le taux d'évaporation s'exprime alors finalement comme :

$$J \propto \frac{\lambda \Delta T}{L} \left( \frac{R^{12}}{\ell_c^4 R_i^3} \right)^{1/5} \quad (6.28)$$

Nous reproduisons sur la figure 6.19 la comparaison entre des résultats expérimentaux [Pomeau et al., 2012] et l'équation 6.28. L'accord trouvé confirme la robustesse de leur approche.

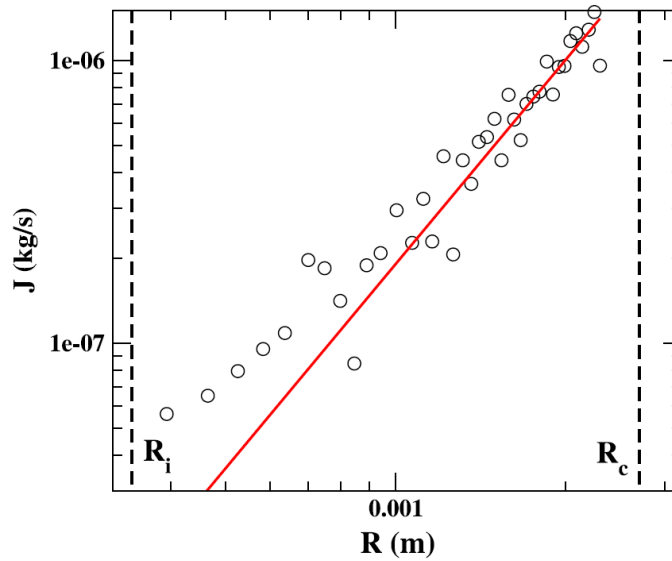


FIGURE 6.19 – Taux d'évaporation massique d'une goutte de rayon compris entre  $R_i$  et  $\ell_c$ . Résultats expérimentaux (o) [Pomeau et al., 2012] et meilleur "fit" pour l'équation 6.28 en trait plein.

De la même manière que précédemment, les auteurs démontrent que le taux d'évapo-

ration pour des gouttes de rayon supérieur à  $\ell_c$  s'exprime comme :

$$J \propto \frac{\lambda \Delta T}{L} \left( \frac{R^9}{\ell_c^1 R_i^3} \right)^{1/5} \quad (6.29)$$

## 6.4 Récapitulatif

Sur la figure 6.20, nous faisons un récapitulatif des lois d'échelle associées aux différentes longueurs caractéristiques d'une goutte de Leidenfrost. Nous présentons ainsi :

- $\ell$  : la longueur sur laquelle s'étale l'interface liquide-vapeur sous la goutte.
- $h_0$  et  $h_n$  : respectivement les hauteurs du film de vapeur au centre du méplat et sur sa circonférence en ne supposant aucune forme particulière de l'interface liquide-vapeur.
- $h$  : l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte dans l'hypothèse d'une épaisseur qui ne varie pas le long de l'interface liquide-vapeur.






	0	$R_i = \left( \frac{\eta \Delta T \lambda}{g L \rho_v \rho_L} \right)^{1/3}$	$R_i = R_i^{3/7} \cdot \ell_c^{4/7}$	$\ell_c = \sqrt{\left( \frac{\gamma}{\rho_L g} \right)}$	$R_p = 3.84 \times \ell_c$
					
$\ell$	<del>×</del>	$R^{1/2} \cdot h^{1/2}$	$R^2 \cdot \ell_c^{-1}$	$R^{\frac{3}{2}} \cdot \ell_c^{-\frac{1}{2}}$	
$h_0$	$R^{-1/2} \cdot R_i^{3/2}$		$R^{8/5} \cdot R_i^{3/5} \cdot \ell_c^{-6/5}$	$R^{6/5} \cdot R_i^{3/5} \cdot \ell_c^{-4/5}$	
$h_n$			$R^{2/3} \cdot R_i \cdot \ell_c^{-2/3}$	$R_i$	
$h$	$R^{5/4} \cdot R_i^{3/4} \cdot \ell_c^{-1}$			$R^{3/4} \cdot R_i^{3/4} \cdot \ell_c^{-1/2}$	
$J$	<del>×</del>		$\frac{\lambda \cdot \Delta T}{L} \cdot \left( \frac{R^{12}}{R_i^3 \cdot \ell_c^4} \right)^{1/5}$	$\frac{\lambda \cdot \Delta T}{L} \cdot \left( \frac{R^9}{R_i^3 \cdot \ell_c^1} \right)^{1/5}$	

FIGURE 6.20 – Récapitulatif des lois d'échelle des différentes grandeurs d'une goutte de Leidenfrost. Les croix rouges indiquent que la grandeur n'est pas définie. La première ligne donne qualitativement la forme de la goutte.

Nous traçons également les hauteurs  $h$ ,  $h_0$  et  $h_n$  en fonction du rayon de la goutte sur la figure 6.21, pour une température du substrat de 400°C. Pour un rayon de goutte

supérieure à  $\ell_c$ , nous pouvons voir sur cette figure que la valeur de  $h$  est comprise entre  $h_0$  et  $h_n$ , validant dans une certaine mesure l'approche simplifiée de l'interface plane. Par contre, il est important de noter le désaccord qualitatif entre les deux approches lorsque le rayon est inférieur à  $R_i$ . L'hypothèse de l'interface plane ne permet pas de modéliser le phénomène de "take-off", alors que le modèle complet prévoit une hauteur qui augmente lorsque le rayon diminue.

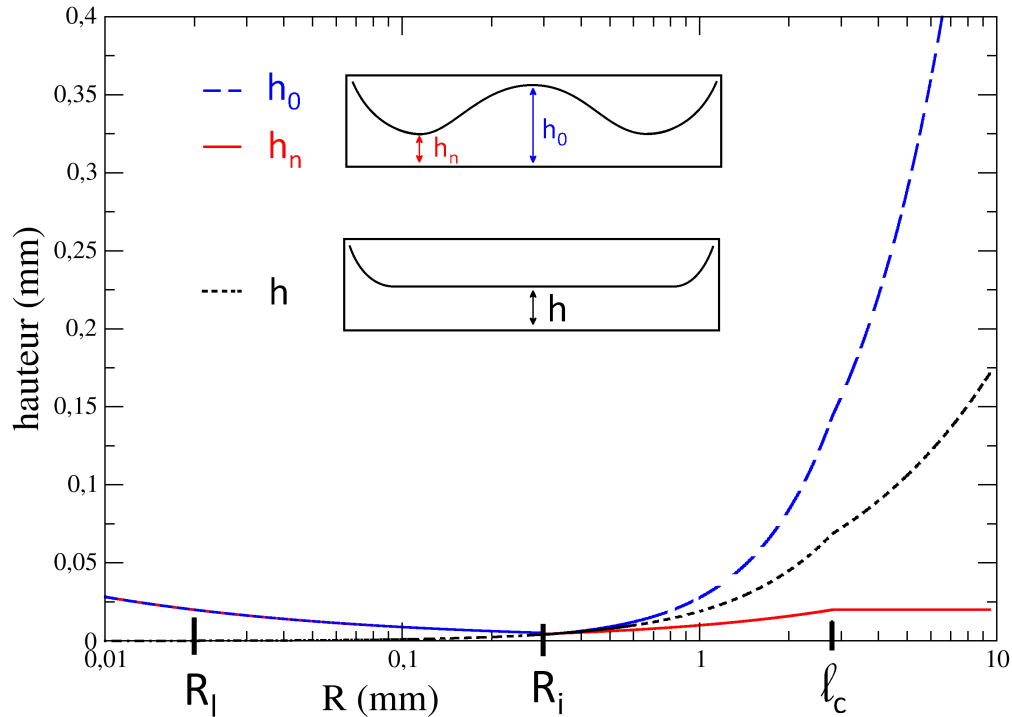


FIGURE 6.21 – Hauteur du film de vapeur en fonction du rayon de la goutte. La hauteur  $h$  est trouvée en se basant sur l'hypothèse d'une épaisseur constante le long de la surface de contact alors que les hauteurs au centre du méplat  $h_0$  ainsi que sur sa circonférence  $h_n$  sont trouvées en ne supposant aucune forme particulière de l'interface liquide-vapeur. Abscisse en échelle logarithmique.

# Chapitre 7

## Effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>138</b>
7.1.1	Substrat et thermalisation du système . . . . .	138
7.1.2	Champ électrique . . . . .	140
7.1.3	Méthode interférentielle . . . . .	140
7.1.4	Traitement d'images . . . . .	142
<b>7.2</b>	<b>Profil d'une goutte de Leidenfrost sans champ électrique</b>	<b>144</b>
<b>7.3</b>	<b>Effet du champ électrique sur la goutte . . . . .</b>	<b>146</b>
<b>7.4</b>	<b>Modélisation et résultats . . . . .</b>	<b>148</b>
7.4.1	Modélisation . . . . .	148
7.4.2	Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .	151
<b>7.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>152</b>

---



---

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'effet d'un faible champ électrique sur une goutte de Leidenfrost. Nous utiliserons un dispositif expérimental permettant de mesurer le profil de l'interface liquide-vapeur grâce à une méthode interférentielle (Fig. 7.1). Nous verrons que la force induite par le champ électrique appliqué entre la goutte et le substrat permet de réduire l'épaisseur du film de vapeur. Nous proposerons une modélisation de ce phénomène se basant sur l'équilibre mécanique de la goutte. Nous verrons que ce modèle donne un accord satisfaisant avec nos résultats expérimentaux.

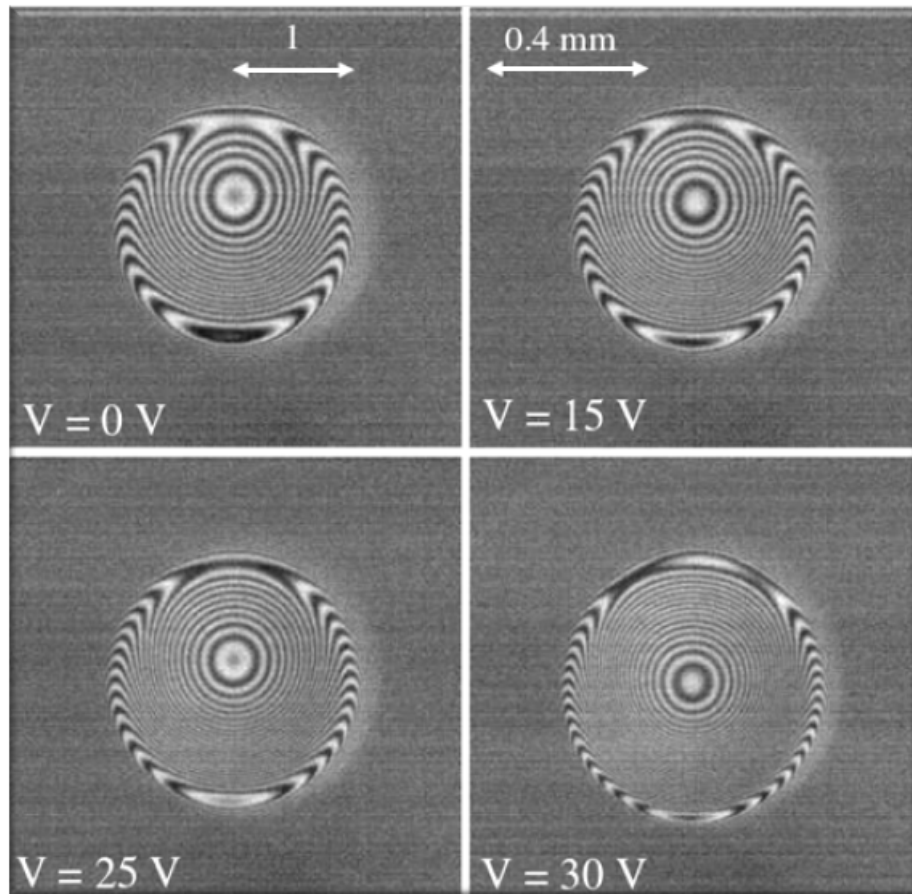


FIGURE 7.1 – Images interférométriques de la surface de contact de la goutte pour différentes tensions imposées.



## 7.1 Dispositif expérimental

Nous étudions expérimentalement l'effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost. Ce dispositif expérimental permet d'appliquer une différence de potentiel entre la goutte et le substrat sur lequel elle lévite. Nous utilisons une méthode interférentielle afin de mesurer l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte. Notre montage expérimental est schématisé sur la figure 7.2. Par ailleurs, ce dispositif a été récemment utilisé par d'autres groupes expérimentaux pour étudier l'effet Leidenfrost [Burton et al., 2012] ainsi que son "splash" [Tran et al., 2012].

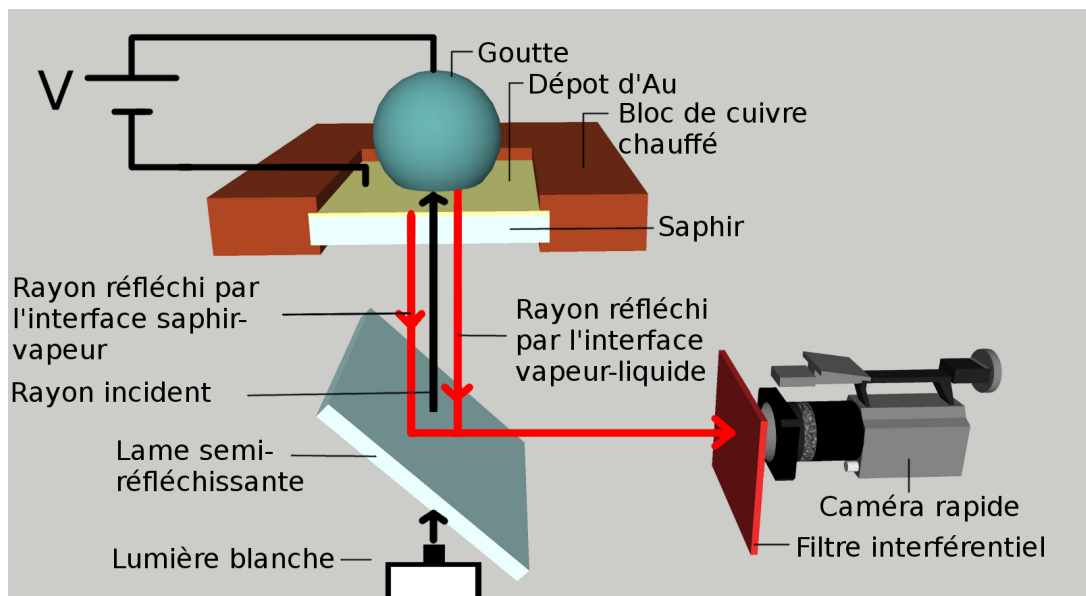


FIGURE 7.2 – Schéma du montage expérimental.

### 7.1.1 Substrat et thermalisation du système

Nous utilisons un saphir comme substrat. Il supporte de hautes températures tout en étant transparent. De plus, une fine couche d'or de 100 Angströms est déposée sur le substrat afin de le rendre conducteur électriquement. Bien que colorant légèrement le substrat d'un bleu pâle, cette fine pellicule reste transparente. Pour contrôler la conductivité ionique de l'eau, nous avons dissous des cristaux de NaCl dans de l'eau distillée à la concentration  $[NaCl] = 0.379 \text{ mol.L}^{-1}$ . La conductivité mesurée de la solution ainsi obtenue est de  $\sigma = 18 \mu\text{S.cm}^{-1}$ . Il est à noter que les résultats que nous exposons ici restent valables pour de l'eau douce, le contrôle de la concentration ionique nous permet simplement de garantir la reproductibilité de nos mesures.

Le saphir est encastré dans un bloc de cuivre dans lequel des résistances chauffantes sont insérées. La mesure de la température se fait à l'aide d'une sonde (PT100, *Pyrocontrol*) également insérée dans le même bloc de cuivre. Cette sonde est reliée à un relais de commande. Ce relais coupe/enclenche l'alimentation des résistances chauffantes suivant que la température mesurée est supérieure/inférieure à la température de consigne. Le relais utilisé est un contrôleur de température (ETC1311, *ENDA*). Ce dispositif nous permet de maîtriser la température du bloc de cuivre avec une précision de l'ordre de  $\pm 10^\circ\text{C}$ . Nous aurions pu contrôler plus précisément la température (dispositif PID). Néanmoins, les modèles que nous avons présentés au chapitre précédent mettent en évidence des dépendances en température qui suivent des lois de puissance avec de faibles exposants. Par exemple, l'épaisseur du film de vapeur suit une loi d'échelle en température à la puissance  $1/3$  :  $h \propto \Delta T^{1/3}$  (Eq. 6.26). Nous nous sommes donc contentés de cet asservissement simplifié pour le contrôle de la température.

Notre dispositif expérimental met en jeu différents échanges thermiques. Pour que nos expériences soient valables, il faut nous assurer que ces échanges thermiques se fassent sur des temps caractéristiques suffisamment courts. La chaleur produite par les résistances insérées dans le bloc de cuivre doit être conduite au saphir en un temps suffisamment petit. De plus, le saphir doit augmenter la température de la vapeur d'eau sans que cela n'influe sur la sienne pendant le temps d'une expérience. Afin de pouvoir calculer l'ordre de grandeur de ces différents temps caractéristiques, nous rappelons dans le tableau 7.3 les différentes grandeurs relatives au comportement thermique du cuivre, du saphir ainsi que de la vapeur d'eau. Leur valeur pouvant varier de  $\pm 10\%$  suivant la température, nous indiquons leur ordre de grandeur.

	Cuivre	Saphir	Vapeur d'eau
Masse volumique $\rho_v$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	$9 * 10^3$	$4 * 10^3$	0.81
Capacité thermique massique $C_p$ ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	400	1000	1400
Conductivité thermique $\lambda$ ( $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	400	40	$3 * 10^{-2}$
Diffusivité thermique $D$ ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ )	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$
Effusivité thermique $E$ ( $\text{J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$ )	$10^5$	$10^5$	10

FIGURE 7.3 – Valeur des différents coefficients thermiques du cuivre, du saphir et de la vapeur d'eau.

La diffusivité thermique caractérise le temps que met un signal thermique pour se

propager dans le matériau (Annexe D). Pour le cuivre et le saphir, elle est de l'ordre du  $\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$ . Notre dispositif expérimental ayant une taille caractéristique de l'ordre de la dizaine de centimètres, la mise en chauffe de notre système prendra donc un temps caractéristique de l'ordre de la minute. La diffusivité de la vapeur d'eau est du même ordre de grandeur, mais l'épaisseur de vapeur sous la goutte est de l'ordre de la centaine de micromètres : le régime stationnaire est donc atteint en un temps extrêmement court lorsque nous déposons la goutte sur le substrat (de l'ordre de la milliseconde).

L'effusivité thermique caractérise l'échange de chaleur entre deux milieux (Annexe D). Le cuivre et le saphir ont pratiquement la même effusivité. Nous pouvons donc les considérer comme un seul et même matériau dans lequel la chaleur diffuse, sans se préoccuper de l'échange thermique qui a lieu à leur interface. Par contre, il y a un rapport de  $10^4$  entre l'effusivité thermique de la vapeur d'eau et celle du saphir. Nous pouvons donc affirmer que le saphir augmente la température de la vapeur d'eau sans que cela n'influe sur la sienne.

Pour résumer, en faisant attention à mettre en chauffe notre dispositif pendant une dizaine de minutes avant chaque série d'expériences, nous pouvons considérer le substrat en saphir comme une source de chaleur dont la température est la même que la température de consigne. De plus, bien que le saphir soit en contact avec la vapeur qui est à plus basse température, sa température ne varie pas au cours d'une expérience.

### 7.1.2 Champ électrique

Nous tenons la goutte à l'aide d'un fil en tungstène de rayon  $r = 100 \mu\text{m}$ . Ce fil et le substrat sont reliés à un générateur basse fréquence (AFG3022, *Tektronix*). Le signal est amplifié à l'aide d'un amplificateur (50/750 Amplifier, *Optilas*) et est acquis sur ordinateur à l'aide d'une carte Jeulin. A l'aide de notre dispositif expérimental, nous pouvons appliquer une tension allant jusqu'à 200 V entre la goutte et le saphir. L'utilisation du GBF nous permettra d'appliquer des rampes de tension dont nous fixerons la période.

### 7.1.3 Méthode interférentielle

Nous utilisons un dispositif interférométrique afin de visualiser les variations de hauteur de l'interface liquide-vapeur sous la goutte. Comme nous pouvons le voir sur la figure 7.2, nous éclairons en lumière blanche la zone d'interaction entre la goutte et le substrat. La lumière est réfléchiée par deux interfaces : celle entre le substrat et la vapeur et celle entre

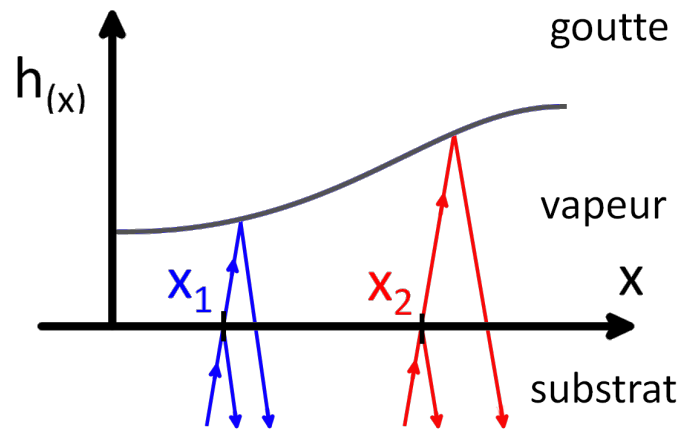


FIGURE 7.4 – Schéma du trajet optique des réflexions successives de la lumière sur les interfaces substrat-vapeur et vapeur-liquide. Les rayons sont en réalité verticaux, ils sont représentés avec un angle pour faciliter leur lecture.

la vapeur et la goutte. Nous redirigeons les rayons lumineux réfléchis à l'aide d'une lame semi-réfléchissante. Ces faisceaux passent au travers d'un filtre monochromatique ( $\lambda = 633 \pm 15nm$ ) avant d'arriver sur les capteurs de notre caméra. Les réflexions successives de la lumière sur ces deux interfaces donnent naissance à des franges d'interférences. Comme nous pouvons le voir sur le schéma 7.4, la différence de chemin optique entre les deux réflexions est de  $\delta = 2h(x)$ . On peut montrer grâce à l'optique ondulatoire [Born and Wolf, 1999] que la différence de hauteur entre deux franges noires (ou blanches) est de  $\delta h = \frac{\lambda}{2}$ . Pour notre système expérimental, cette valeur est de  $0.317 \mu m$ . Nous signalons que notre dispositif permet uniquement de mesurer des hauteurs relatives, et non pas absolues.

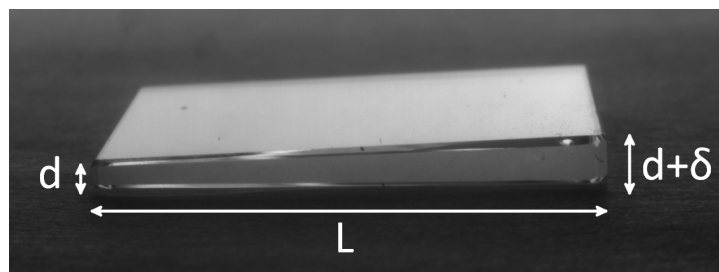


FIGURE 7.5 – Le saphir est en forme de biseau, ses faces supérieure et inférieure forment un angle  $\alpha = \arctan(\frac{\delta}{L}) = 2^\circ$ .

Une partie de la lumière est également réfléchiée par la face inférieure du saphir. Cette réflexion baisse le contraste entre les franges d'interférence. Nous avons donc utilisé un saphir biseauté dont les deux faces ne sont pas coplanaires mais forment un léger angle  $\alpha = 2^\circ$ . Une photo de ce saphir biseauté est représentée sur la figure 7.5. Cet angle est suffisant pour dévier la lumière parasite provenant de la première réflexion hors du champ de la caméra. De plus, il est suffisamment petit pour ne pas influencer sur les différents trajets optiques considérés ( $\cos(\alpha) \simeq 1$ ).

#### 7.1.4 Traitement d'images

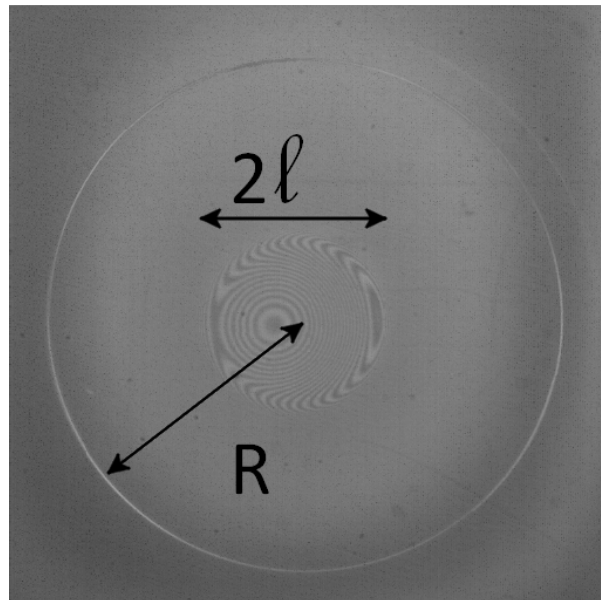


FIGURE 7.6 – Photo de la surface de contact d'une goutte de Leidenfrost.

Nous prenons des photos de la surface de contact à l'aide d'une caméra rapide. Nous pouvons voir sur la figure 7.6 la surface de contact où apparaissent les franges d'interférence. Sur ce type de photos, nous pouvons mesurer directement le rayon du disque de Laplace  $l$  ainsi que le rayon  $R$  de la goutte apparaissant en ombre chinoise. Afin d'améliorer le contraste de nos photographies, nous traitons nos images à l'aide du logiciel ImageJ<sup>©</sup> : nous soustrayons la photographie du fond à l'image souhaitée et nous ajustons différents paramètres (contraste, luminosité, ...). Nous pouvons voir sur la figure 7.7 que l'image résultante est de qualité suffisante pour que nous puissions distinguer toutes les interfranges les unes des autres.

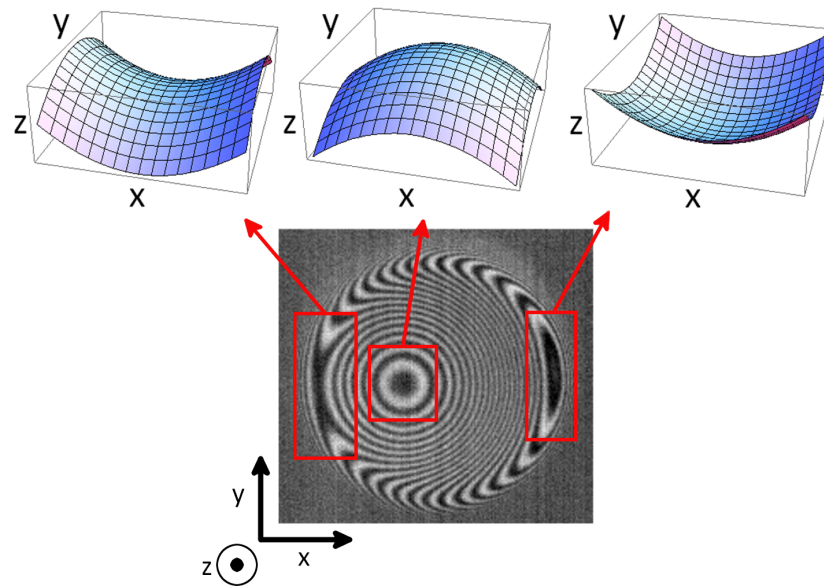


FIGURE 7.7 – Les différentes structures observables sur nos images traitées et leur représentation en trois dimensions.

Nous remarquons que la majorité des interférences sont concentriques, ces anneaux de Newton étant la signature d'une forme bombée. Nous pouvons également distinguer sur nos images trois zones particulières qui représentent toutes trois un extrema local de l'épaisseur du film de vapeur :

- A droite de la surface de contact représentée sur la figure 7.7, nous pouvons voir une tache pleine étirée selon l'axe ( $Oy$ ). Cette tache caractérise une surface dont les deux rayons de courbure sont de même signe. De plus, nous savons que sur les bords de la figure, la surface de la goutte remonte pour former le reste de la goutte, ce qui nous permet d'en déduire que cette tache représente un minimum de l'épaisseur du film de vapeur, c'est à dire une forme de vallée.
- Au centre de la figure 7.7, nous remarquons la présence d'une tache circulaire. Comme précédemment, cela signifie que les deux rayons de courbure sont de même signe, mais cette fois-ci ils sont de signe opposé à ceux de la structure précédente. En effet, la lecture des franges d'interférence entre la structure précédente et celle-ci nous permet de déduire qu'il s'agit d'un maximum de l'épaisseur du film de vapeur, c'est-à-dire une forme de colline.
- La dernière structure est caractérisée par sa forme en "X". Nous pouvons la voir sur la gauche de la figure 7.7. Il s'agit de la signature d'un point-col, dont les deux rayons de courbure principaux sont de signe opposé [Burton et al., 2012]. La lecture

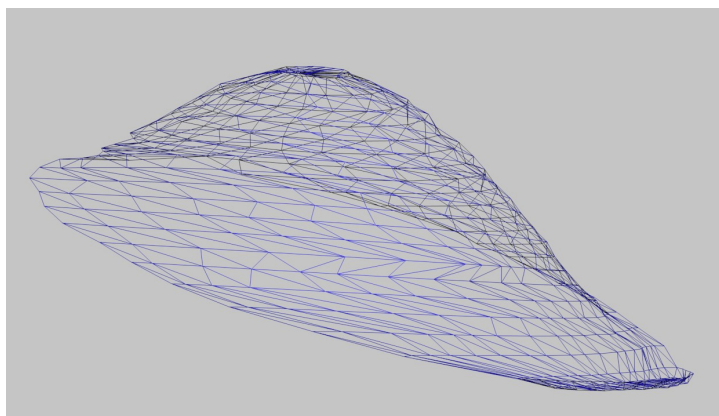


FIGURE 7.8 – Représentation en trois dimensions de l'interface liquide-vapeur d'une goutte de Leidenfrost. L'échelle selon  $z$  est étirée d'un facteur 40.

des interfranges l'entourant nous indique qu'il s'agit également d'un minimum local de l'épaisseur de vapeur.

En nous appuyant sur ces structures, nous pouvons construire le profil de l'épaisseur du film de vapeur en trois dimensions, que nous représentons sur la figure 7.8. Les différences de hauteur le long de la surface de contact étant inférieures de deux ordres de grandeur par rapport à son étalement, nous étirons l'échelle en hauteur d'un facteur 40.

## 7.2 Profil d'une goutte de Leidenfrost sans champ électrique

Dans un premier temps, nous nous intéressons au profil de l'épaisseur du film de vapeur sans champ électrique. Nous pouvons voir sur la figure 7.9 que la surface de contact d'une goutte de Leidenfrost ne possède pas de symétrie centrale, mais seulement une symétrie axiale. Nous définissons les points  $x_b$ ,  $x_c$  et  $x_f$  le long de l'axe de symétrie. Nous appelons respectivement  $h_b$ ,  $h_c$  et  $h_f$  leur hauteur. Nous repérons pour chaque frange noire son abscisse  $x$ . En fonction de sa position par rapport aux trois structures détaillées dans la partie précédente (Fig. 7.7), nous déterminons si cette interfrange correspond à une augmentation ou une diminution de l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte. Le dénombrement de toutes les interfranges nous permet de représenter sur la figure 7.10 l'épaisseur relative du film de vapeur sous la goutte le long de l'axe de symétrie de la surface. Nous remarquons alors que les deux extrémités de la surface le long de l'axe de symétrie n'ont pas la même hauteur et nous constatons la présence d'une bulle de vapeur

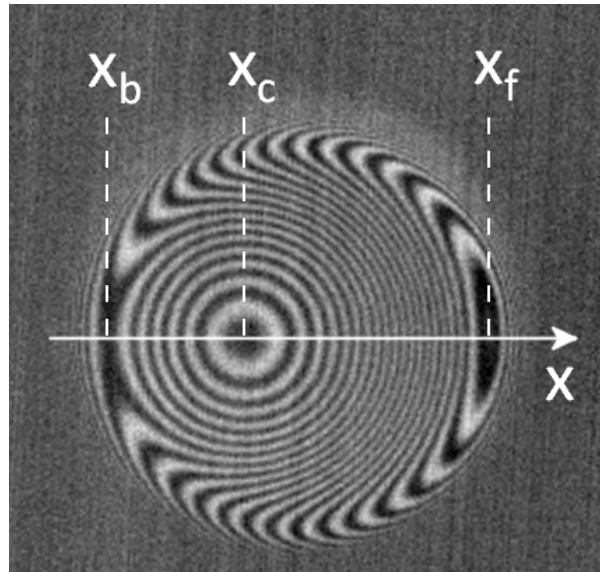


FIGURE 7.9 – Surface de contact d'une goutte de rayon  $R=1.3$  mm. L'interface liquide-vapeur possède une symétrie axiale.

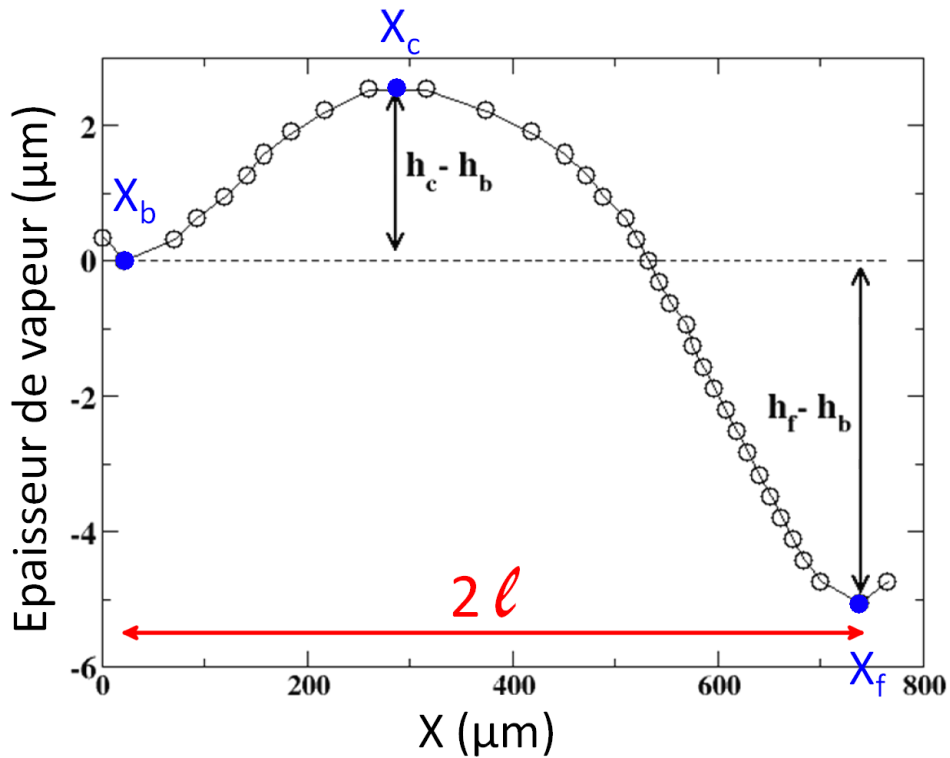


FIGURE 7.10 – Profil de l'épaisseur de vapeur sous une goutte de Leidenfrost de rayon  $R = 1.3$  mm sans champ électrique. Température du substrat :  $T = 300^\circ \text{C}$ .



sous la goutte de Leidenfrost. Son point culminant est décalé par rapport au centre de la surface. D'autres études sur la surface de contact d'une goutte de Leidenfrost ont également remarqué ces particularités [Burton et al., 2012] [Caswell, 2014]. A l'heure actuelle, des recherches sont en cours pour déterminer l'origine physique de cette asymétrie.

### 7.3 Effet du champ électrique sur la goutte

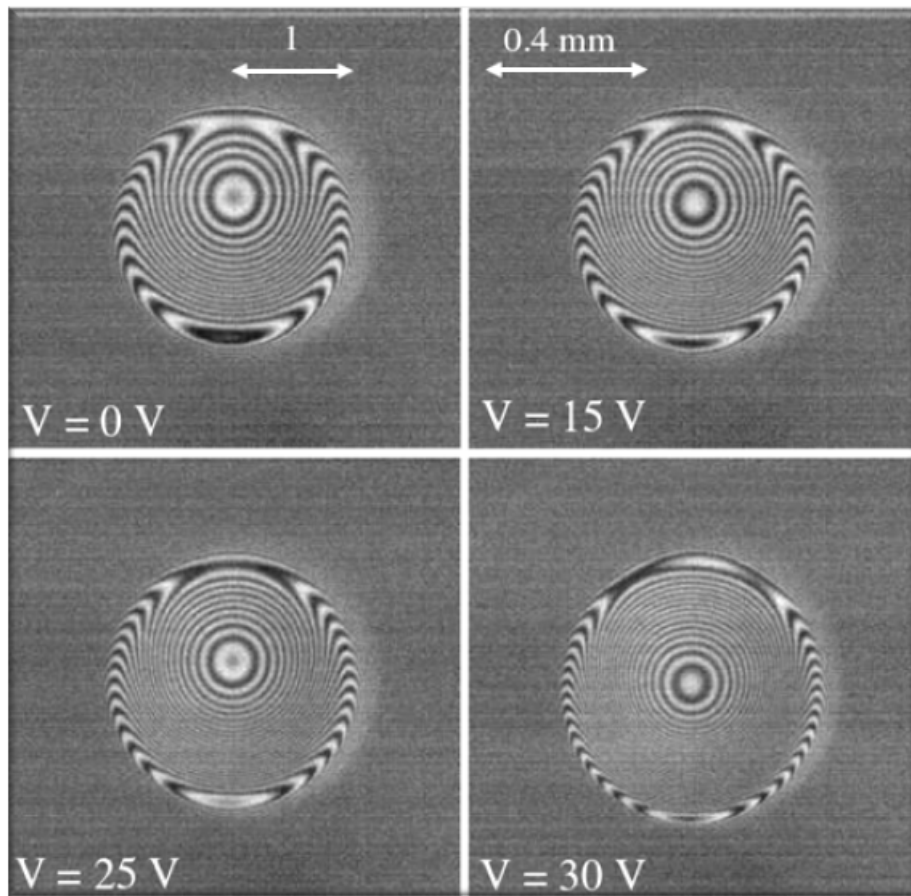


FIGURE 7.11 – Images interférométriques de la surface de contact sous une goutte de Leidenfrost pour une goutte de rayon  $R = 1.3$  mm à différentes tensions imposées. La température du substrat est de  $300^\circ\text{C}$ .

Nous nous intéressons maintenant à l'effet d'un champ électrique sur l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte. La tension  $U(t)$  appliquée entre la goutte et le substrat est de forme sinusoïdale :

$$U(t) = \frac{U_{max}}{2} \left( \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + 1 \right) \quad (7.1)$$

Nous choisissons la période  $T = 2$  s de manière à visualiser facilement le déplacement des

franges d'interférence. L'amplitude maximale  $U_{max} = 30V$  est choisie juste en dessous de la tension critique  $U_c$  à partir de laquelle la goutte entre en contact avec le substrat. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre suivant. Sur la figure 7.11 sont représentées les photos obtenues pour une goutte de rayon  $R = 1.3$  mm à une température de  $300^\circ$  C et pour différentes tensions variant de 0 à 30 V. Comme nous pouvons le voir, la hausse de la tension entraîne une augmentation du nombre d'interfranges. Nous pouvons également remarquer que la tension a tendance à donner une forme symétrique aux franges d'interférence.

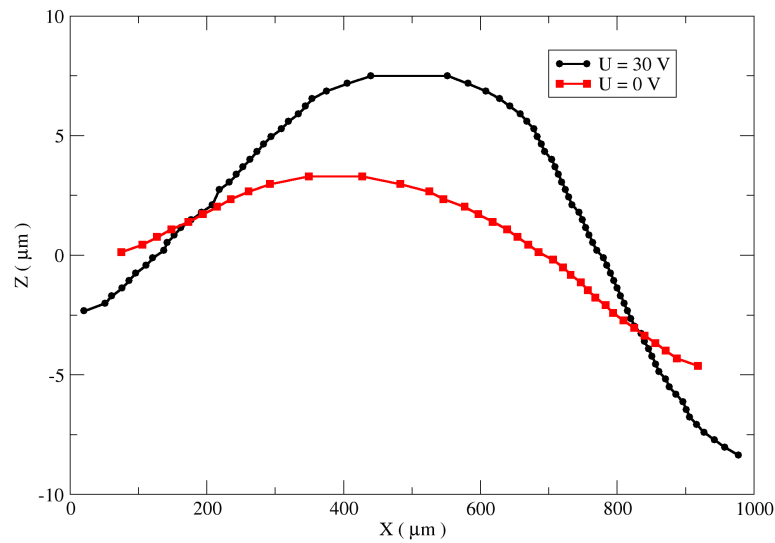


FIGURE 7.12 – Profil de l'épaisseur de vapeur sous une goutte de Leidenfrost de rayon  $R = 1.3$  mm à tension nulle et sous une tension de 30 Volts pour une température de substrat de  $300^\circ$ C.

Nous localisons les positions de toutes les franges d'interférence en utilisant la même méthode que celle décrite précédemment et nous représentons sur la figure 7.12 le profil de l'épaisseur de vapeur sous la goutte. Nous examinons ce profil pour une goutte de rayon  $R = 1.3$  mm, pour une tension nulle et une tension de 30 V. Nous avons fixé arbitrairement l'origine des hauteurs au point  $x_b$  du profil à tension nulle. Nous constatons que, sous l'effet du champ électrique, l'épaisseur de la bulle de vapeur sous la goutte augmente alors que les bords de la surface de contact sont attirés vers le substrat. Ceci a pour conséquence l'augmentation de la courbure de la bulle de vapeur. Nous pouvons également voir que l'étalement de la surface de contact augmente significativement. Sur la figure 7.12, cette augmentation est de l'ordre de 20%. Enfin, comme nous le remarquons plus haut, le champ électrique a tendance à donner une symétrie centrale à la surface de contact. En

effet, le centre de la bulle de vapeur est au centre du disque de Laplace lorsque la tension est appliquée alors qu'il en est écarté de  $100 \mu\text{m}$  pour une tension nulle.

Nous représentons sur la figure 7.13 l'évolution des hauteurs relatives  $h_b$ ,  $h_c$  et  $h_f$  des points  $x_b$ ,  $x_c$  et  $x_f$  en fonction du temps, ainsi que la tension appliquée à la goutte. Nous pouvons remarquer que l'épaisseur du film de vapeur sous le centre de la bulle évolue en opposition de phase avec l'épaisseur du film de vapeur sur les bords du méplat. Comme nous le verrons dans la partie suivante, la combinaison des deux quantités dynamiques  $h(t)$  et  $U(t)$  nous permettra d'accéder à l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte en fonction de la tension :  $h(U)$ .

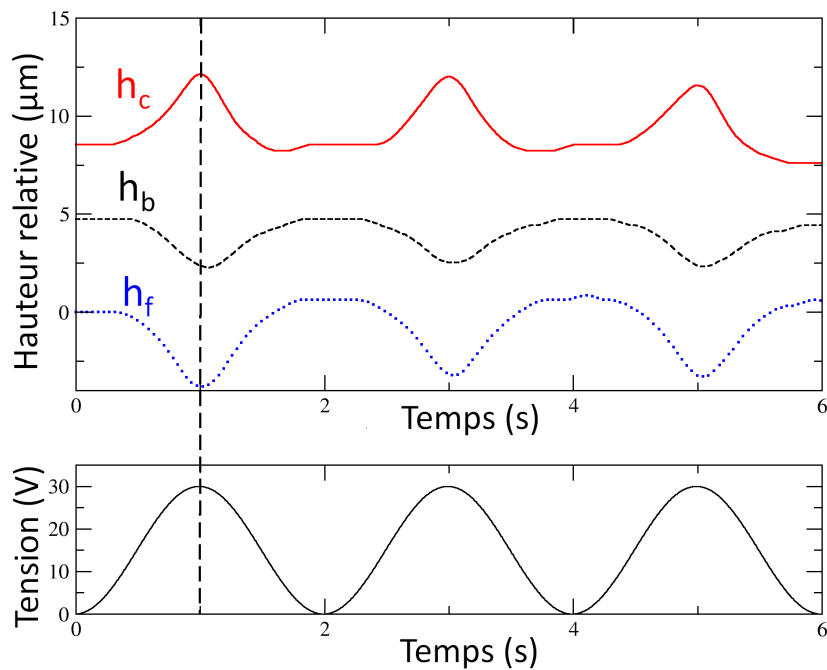


FIGURE 7.13 – Hauteur relative  $h_b$ ,  $h_c$  et  $h_f$  des trois points particuliers  $x_b$ ,  $x_c$  et  $x_f$  en fonction du temps pour une goutte de rayon  $1.3 \text{ mm}$  sur un substrat chauffé à  $300^\circ\text{C}$ . Tension appliquée en simultané. La ligne verticale en pointillés coupe le graphe à l'instant où la tension est maximale ( $U_{max} = 30\text{V}$ ).

## 7.4 Modélisation et résultats

### 7.4.1 Modélisation

Nous proposons un modèle simple permettant de comprendre le phénomène observé. Comme pour la modélisation simplifiée de l'effet Leidenfrost présentée en chapitre intro-

ductif, nous allons supposer une interface goutte-vapeur plane. Nous faisons donc l'hypothèse que l'épaisseur  $h$  du film de vapeur est constante le long de la surface de contact et nous allons modéliser sa variation avec la tension appliquée. A l'équilibre, la goutte est soumise à trois forces : la force résultante de la surpression dans l'écoulement de Poiseuille sous la goutte, son poids ainsi que la force électrique. Nous représentons les différents paramètres de notre système sur la figure 7.14.

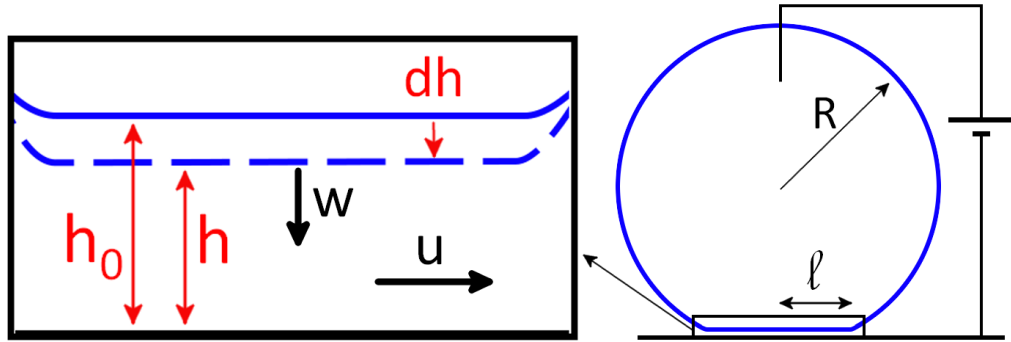


FIGURE 7.14 – Schéma du système. La hauteur  $h_0$  de l'épaisseur de vapeur sous la goutte à l'équilibre varie de  $dh$  sous l'effet du champ électrique.

### La résultante des forces de pression : $\vec{F}_P$

Pour exprimer cette force, comme nous l'avons souligné précédemment, nous supposons que la surface de contact est plane. Bien que nous ayons observé la concavité de la surface de contact, la différence de hauteur entre le point culminant au centre de la bulle de vapeur et le point le plus bas représente seulement 0.1% du diamètre de l'interface. De surcroît, cette hypothèse facilite fortement la modélisation du phénomène.

Dans le cadre de cette hypothèse, nous avons montré au chapitre précédent que l'écoulement sous la goutte est un écoulement de Poiseuille (Eq. 6.6) et que la surpression dans le film de vapeur  $\Delta P$  s'exprime comme :

$$\frac{\Delta P}{\ell} \propto \frac{\eta u}{h^2} \quad (7.2)$$

Le bilan d'énergie à l'interface s'exprime de la manière suivante :

$$\rho_v L w \propto \frac{\lambda \Delta T}{h} \quad (7.3)$$

Et l'expression de l'incompressibilité de la vapeur :

$$\frac{u}{\ell} \propto \frac{w}{h} \quad (7.4)$$

Ces trois équations nous permettent d'exprimer la résultante des forces de pression s'exerçant sous la goutte :

$$\vec{F}_P = \Delta P \ell^2 \vec{z} = \frac{\eta \lambda \Delta T}{L \rho_v} \frac{\ell^4}{h^4} \vec{z} \quad (7.5)$$

**Le poids de la goutte :  $\vec{P}$**

Le poids de la goutte s'écrit trivialement comme  $\vec{P} = -\frac{4}{3}\pi\rho_l g R^3 \vec{z}$ . Nous pouvons également l'exprimer en fonction de l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte sans tension appliquée :  $h_0$ . Pour cela, nous considérons notre système à l'équilibre sans tension extérieure, l'équilibre mécanique de la goutte  $\vec{P} + \vec{F}_P(h_0) = \vec{0}$  permet d'exprimer le poids de la goutte de la manière suivante :

$$\vec{P} = -\vec{F}_P(h_0) = -\frac{\eta \lambda \Delta T}{L \rho_v} \frac{\ell^4}{h_0^4} \vec{z} \quad (7.6)$$

**La force électrique :  $\vec{F}_U$**

Nous supposons que la goutte est parfaitement conductrice, tout comme la fine couche d'or couvrant le saphir. Nous pouvons alors considérer le système goutte-vapeur-substrat comme un condensateur plan. L'interface liquide-vapeur et le substrat sont les deux armatures du condensateur et la vapeur joue le rôle de l'isolant diélectrique. En supposant un champ électrique linéaire le long de l'épaisseur de vapeur, la force électrique s'appliquant sur une armature et donc s'appliquant sur l'interface liquide-vapeur s'exprime comme :

$$\vec{F}_U = -\frac{\epsilon_0 \epsilon_v U^2 \ell^2}{h^2} \vec{z} \quad (7.7)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide,  $\epsilon_v$  est la permittivité relative de la vapeur d'eau et  $U$  la tension imposée. Nous approchons la permittivité électrique de la vapeur par celle du vide ( $\epsilon_v \simeq 1$ ).

Nous supposons que la tension imposée induit une variation d'épaisseur  $dh$  du film de vapeur. Nous supposons également que cette variation est petite devant l'épaisseur sans tension  $h_0$  :  $|dh| \ll h_0$ . L'épaisseur du film de vapeur s'exprime donc comme :  $h = h_0 + dh$  (avec  $dh < 0$ ). L'équilibre mécanique de la goutte projeté sur l'axe vertical s'exprime alors

de la manière suivante :

$$F_p - P - F_U = \frac{\eta\lambda\Delta T}{L\rho_v} \frac{\ell^4}{(h_0 + dh)^4} - \frac{\eta\lambda\Delta T}{L\rho_v} \frac{\ell^4}{h_0^4} - \frac{\epsilon_0 U^2 \ell^2}{(h_0 + dh)^2} = 0 \quad (7.8)$$

Après développement au premier ordre sur  $dh$ , l'équation 7.8 peut se mettre sous la forme suivante :

$$dh = -\frac{\epsilon_0 U^2}{4} \frac{\rho_v L}{\eta\lambda\Delta T \ell^2} h_0^3 \quad (7.9)$$

Nous pouvons également exprimer la variation relative de l'épaisseur du film de vapeur en faisant apparaître le rayon critique  $R_l$  (Eq. 6.14) de la manière suivante :

$$\frac{dh}{h_0} \propto -\frac{\epsilon_0 U^2}{\gamma} \frac{\ell_c^2}{R_l^3} \frac{h_0^2}{\ell^2} \quad (7.10)$$

## 7.4.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Nous effectuons plusieurs séries de mesures interférométriques sur des gouttes de rayon  $R = 1.3$  mm déposées sur un substrat à  $300^\circ\text{C}$ . Nous mesurons l'évolution de la hauteur du point le plus bas  $x_f$  de la surface de contact (comme défini sur la figure 7.9) en fonction de la tension imposée et nous représentons les résultats sur le graphique 7.15. Sur le même graphique, nous traçons également la courbe du modèle précédent (Eq. 7.9) où l'épaisseur de vapeur sous la goutte sans tension  $h_0$  est prise comme paramètre libre. Le meilleur ajustement donne une valeur de  $h_0 = 23 \mu\text{m}$ . Cette valeur est en bon accord avec différentes mesures de  $h_0$  dans des conditions expérimentales similaires [Biance, 2004] [Burton et al., 2012].

Nous pouvons voir que notre modèle et nos résultats expérimentaux sont en accord raisonnable. Nous constatons également en insert de la figure 7.15 que la variation d'épaisseur suit bien une loi en  $U^2$ . Cette loi d'échelle est caractéristique de l'effet capacitif, elle est retrouvée, par exemple, dans le phénomène d'électro-mouillage [Mugele and Baret, 2005]. Dans ce cas, c'est l'écart à l'angle de mouillage sans tension qui est proportionnel à  $U^2$ . Il faut toutefois noter que nos résultats expérimentaux proches de 30 V semblent suivre une loi de puissance un peu supérieure à celle prédite. Nous nous attendions à cet écart puisque notre modèle n'est plus acceptable lorsque la variation de hauteur devient importante devant la hauteur au repos ( $dh \simeq h_0$ ).

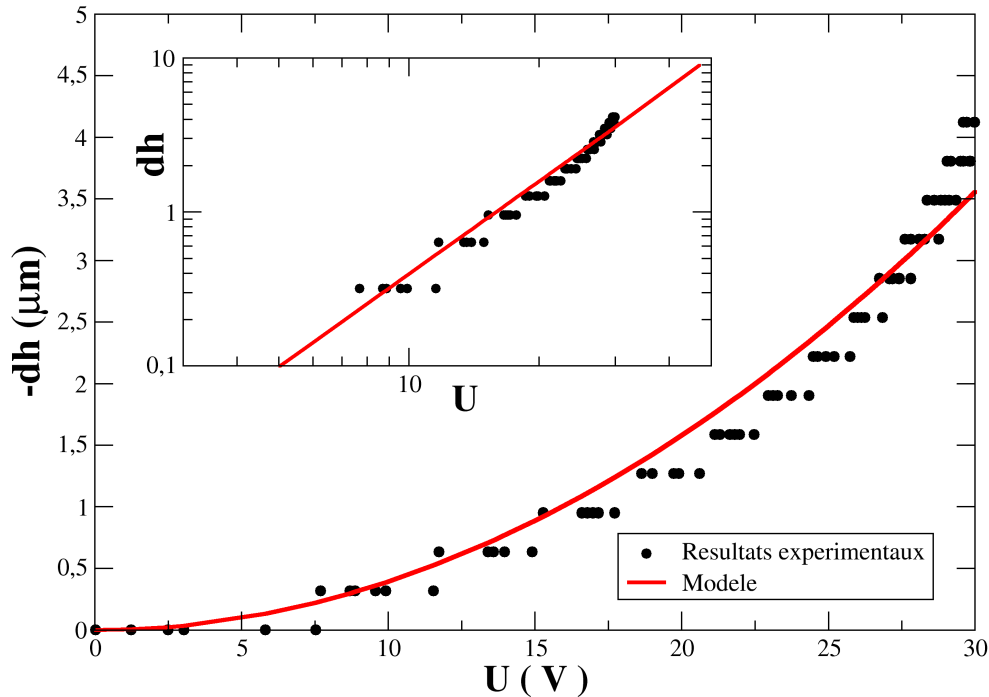


FIGURE 7.15 – Evolution de l'épaisseur de vapeur  $dh$  en fonction de la tension imposée pour une goutte de rayon  $R = 1.3mm$ . Résultats expérimentaux ( $\bullet$ ) et courbe de l'équation 7.9 (trait plein rouge). Echelle logarithmique en insert.

## 7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost. Un dispositif interférométrique nous a permis de déterminer le profil de la surface de contact sous la goutte. Dans un premier temps, nous avons détaillé cette surface sans tension imposée. Nous avons noté l'asymétrie de cette surface ainsi que la présence d'une bulle de vapeur sous la goutte. Dans un second temps, nous avons appliqué une tension électrique entre la goutte et le substrat sur lequel elle lévite. Nous avons pu observer que sous l'effet d'un champ électrique, la circonférence de la surface de contact est attirée vers le substrat, alors que la bulle de vapeur au centre de la goutte augmente. Pour conclure ce chapitre, nous avons proposé un modèle simple permettant de comprendre le phénomène. Ce modèle est en accord raisonnable avec nos résultats expérimentaux, tant que la variation de hauteur reste faible devant la hauteur au repos.

Malgré cet accord, il faut relativiser nos résultats. En effet, notre modèle se base sur l'hypothèse d'une interface plane, alors que nous avons montré expérimentalement la présence d'une bulle de vapeur sous la goutte. De surcroît, dans notre modèle (Eq. 7.9), la hauteur du film de vapeur au repos est prise comme paramètre libre. Une modélisation permettant de prendre en compte la concavité de l'interface liquide-vapeur, dans laquelle serait prise en compte l'influence du champ électrique permettrait une modélisation plus précise.

Nous avons également mis en évidence que l'interface liquide-vapeur est asymétrique. Ce résultat inattendu a depuis été confirmé par d'autres expériences [Burton et al., 2012] [Caswell, 2014] et nécessite d'être étudié plus en profondeur. En effet, on peut supposer qu'une interface asymétrique implique un écoulement également asymétrique. On peut alors imaginer que cet écoulement induise un effet qui expliquerait l'extrême mobilité des gouttes de Leidenfrost. Des modélisations numériques ont été tentées, mais elles n'ont abouti à aucun résultat convaincant pour le moment.

Lors de nos expériences, nous nous sommes limités à appliquer des tensions variant lentement pour éviter l'apparition de phénomènes dynamiques. Il pourrait être intéressant d'étudier l'influence d'un champ électrique alternatif et de faire varier sa fréquence. Des études similaires ont été réalisées pour l'effet d'électro-mouillage et des comportements inattendus ont ainsi été mis en évidence (décrochage de la variation d'angle au-delà d'une fréquence critique). Une étude sur l'ionicité de la goutte pourrait également se révéler intéressante.





# Chapitre 8

## Au delà de la tension critique

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>158</b>
<b>8.2</b>	<b>Observations qualitatives . . . . .</b>	<b>158</b>
<b>8.3</b>	<b>Evaporation . . . . .</b>	<b>160</b>
<b>8.4</b>	<b>Caractérisation électrique de la goutte . . . . .</b>	<b>162</b>
8.4.1	Tension critique : modélisation et résultats expérimentaux	164
8.4.2	Conductance au-delà de la tension critique . . . . .	168
<b>8.5</b>	<b>Application soudaine d'une forte tension . . . . .</b>	<b>170</b>
<b>8.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>172</b>

---



---

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'effet d'un champ électrique relativement important sur une goutte en caléfaction. Nous avons constaté au chapitre précédent que sous l'effet d'une tension, la circonférence de l'interface liquide-vapeur de la goutte est attirée vers le substrat. Nous montrerons dans ce chapitre qu'il existe une tension critique  $U_c$  à partir de laquelle la goutte entre en contact avec le substrat. Nous proposerons une modélisation de ce phénomène que nous confronterons à nos résultats. Nous étudierons ensuite le comportement de la goutte pour une tension appliquée supérieure à la tension critique. Nous mettrons alors en évidence expérimentalement que la goutte se comporte comme une résistance à seuil. Enfin, nous présenterons l'effet de l'application soudaine d'une tension supérieure à la tension critique sur une goutte de Leidenfrost (Fig. 8.1).

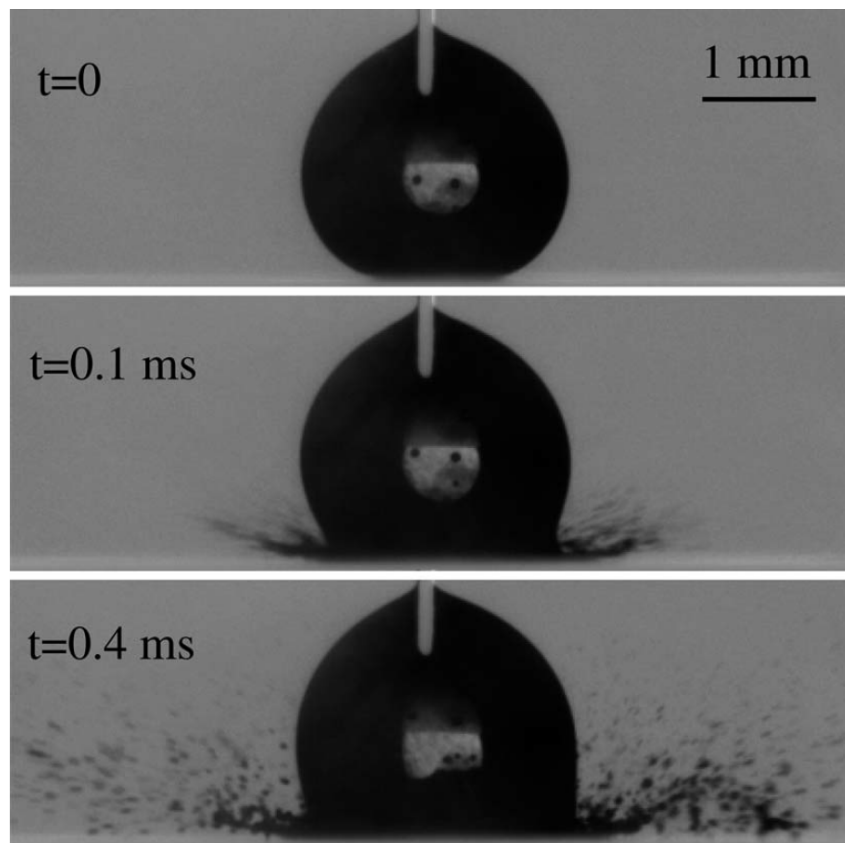


FIGURE 8.1 – Suppression de l'état de caléfaction par l'application brusque d'une forte tension électrique.

## 8.1 Dispositif expérimental

Nous souhaitons étudier sur une goutte de Leidenfrost l'effet d'un champ électrique suffisamment important pour que la goutte entre en contact avec le substrat. Nous appelons  $U_c$  la tension critique à partir de laquelle le contact a lieu. Pour mener cette étude, nous simplifions sensiblement le dispositif expérimental utilisé au chapitre précédent. Nous avons remplacé le saphir par un substrat en aluminium pour des raisons pratiques : ce métal possède une capacité thermique intéressante, il est facile à usiner et est disponible à faible coût. Le principal inconvénient de l'aluminium est sa propension à s'oxyder au contact prolongé de l'eau. Nous avons résolu le problème en appliquant un ponçage méthodique avant chaque expérience. Le ponçage est effectué à l'aide d'une feuille abrasive dont les granulés sont de  $10\ \mu\text{m}$ . Ce procédé nous permet de nous assurer que l'état de surface du substrat est sensiblement le même à chaque expérience. L'absence de substrat transparent ne nous permet plus d'imager le phénomène par interférométrie. Nous plaçons donc notre caméra de profil.

Nous verrons qu'au-delà de la tension critique, le circuit goutte-substrat est fermé. C'est pourquoi nous relierons notre système à un ampèremètre en série, relié lui-même à une carte d'acquisition Jeulin, afin de déterminer l'intensité du courant passant alors dans le système. Ce dispositif nous permet de mesurer le courant avec une résolution temporelle de  $10\ \text{ms}$ .

## 8.2 Observations qualitatives

Nous déposons une goutte de rayon  $R = 1\ \text{mm}$  sur un substrat à  $400^\circ\text{C}$ , en partant d'une tension nulle, nous augmentons progressivement la tension imposée. Sur la figure 8.2.a, nous pouvons voir distinctement l'épaisseur du film de vapeur sous une goutte sans tension imposée. Pour une tension imposée de  $50\ \text{V}$ , nous pouvons remarquer sur la figure 8.2.b que la goutte entre en contact avec le substrat. En insert de la figure 8.2.b, nous constatons que les zones de contact sont toutefois assez restreintes. Lorsque la tension imposée est de l'ordre de  $100\ \text{V}$ , nous observons sur la figure 8.2.c que la zone de contact semble s'être étendue. En effet, nous ne distinguons plus le film de vapeur sous la goutte. Nous remarquons également la présence de bulles de vapeur dans la goutte. Ces dernières sont certainement le résultat d'une ébullition locale des micro-contacts directs entre la goutte et le substrat.

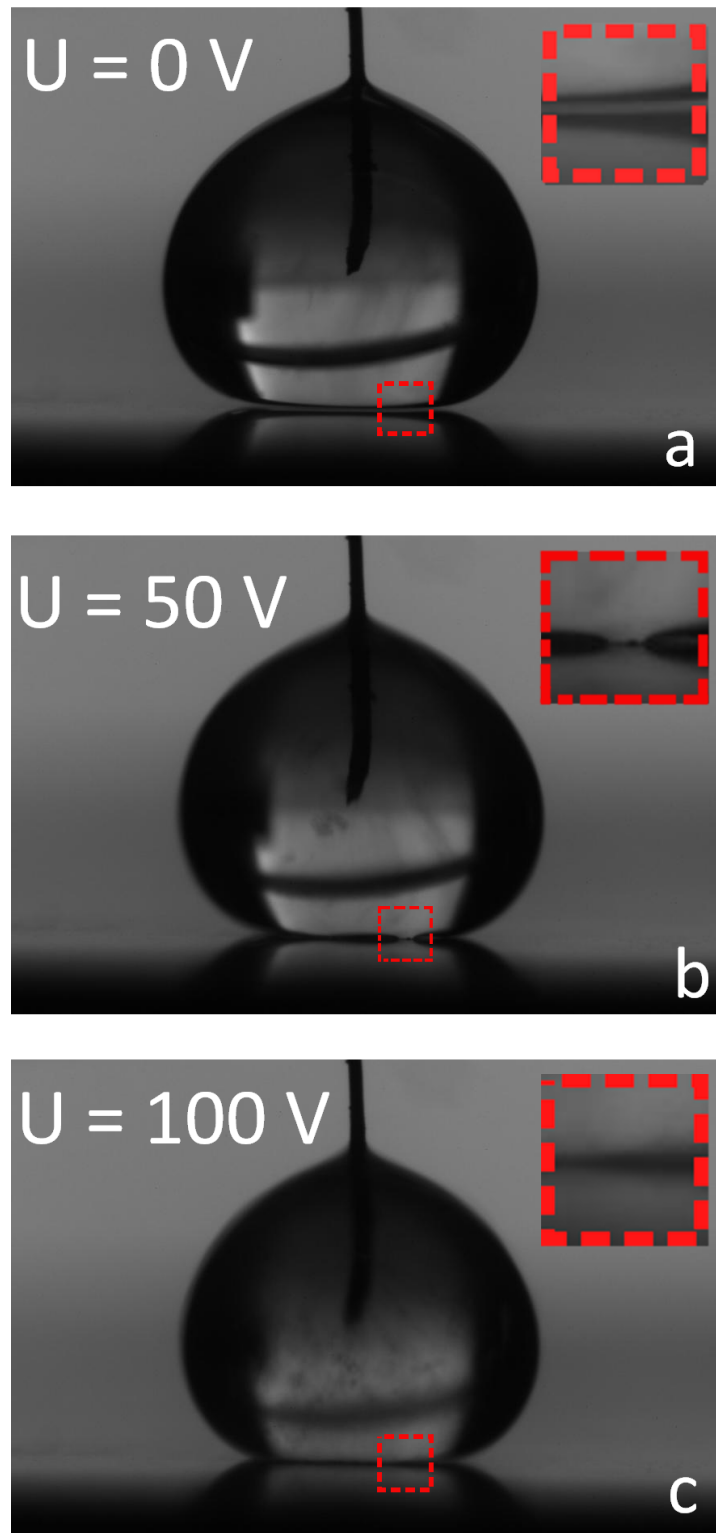


FIGURE 8.2 – Une goutte de Leidenfrost de rayon 1 mm est soumise à une augmentation progressive de la tension.

### 8.3 Evaporation

Nous étudions ici l'influence du champ électrique sur le taux d'évaporation de la goutte, et donc sur son temps de vie. Pour ce faire, nous effectuons une série d'expériences où nous appliquons une tension constante entre la goutte et le substrat. Nous réalisons trois expériences à différentes tensions imposées :  $U = 0V$ ,  $80V$  et  $120V$ . Nous mesurons l'évolution du rayon de la goutte au cours du temps et nous représentons nos résultats sur la figure 8.3.

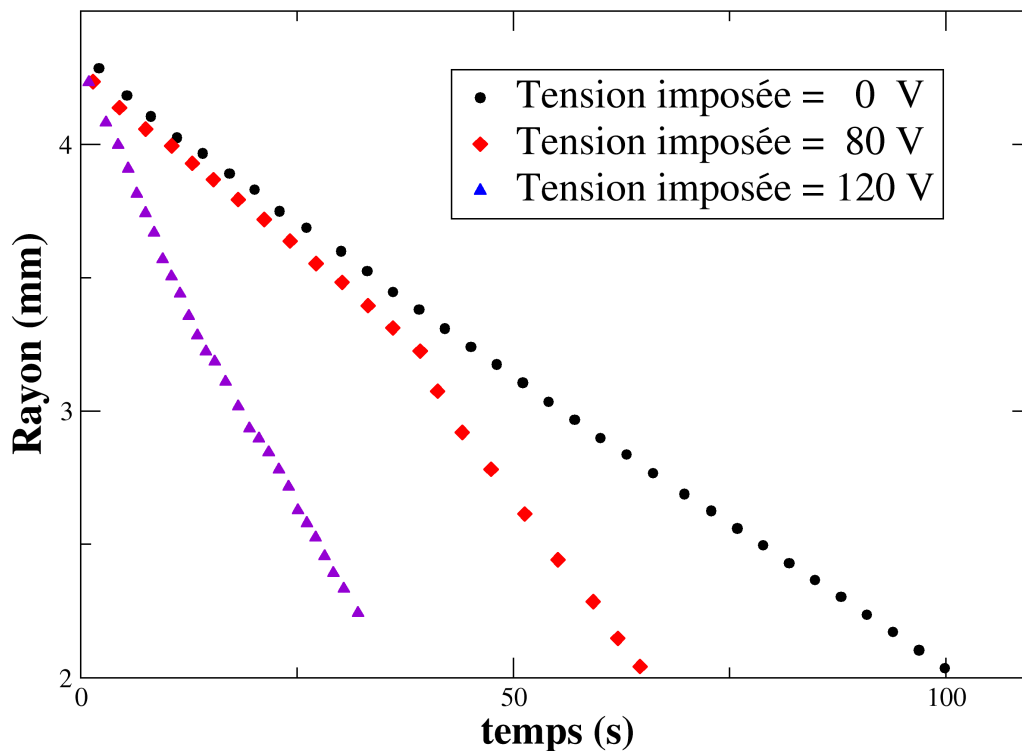


FIGURE 8.3 – Evolution du rayon de la goutte en fonction du temps pour différentes tensions imposées.

Nous détaillons le comportement de la goutte pour chaque tension imposée :

- Pour une tension nulle, nous constatons que l'évolution du rayon de la goutte en fonction du temps semble suivre une loi linéaire. Une régression linéaire de nos résultats expérimentaux nous permet de calculer le taux de décroissance du rayon  $\tau = -\frac{dR}{dt}$ , que nous appellerons taux d'évaporation par la suite. Pour une tension nulle, il est de  $0.022 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- Pour une tension de  $80 \text{ V}$ , nous pouvons voir que le comportement de la goutte change au cours de l'expérience. Pendant les 40 premières secondes de l'expérience,

le rayon de la goutte diminue à une vitesse proche de la vitesse observée pour une tension nulle. Une régression linéaire par partie nous donne un taux d'évaporation de  $0.025 \text{ mm.s}^{-1}$ . Par contre, lorsque son rayon devient inférieur à un rayon critique  $R_c \simeq 3.2 \text{ mm}$ , la diminution du rayon devient bien plus rapide. Son taux d'évaporation est sensiblement plus élevé que les deux précédents puisqu'il est de  $0.045 \text{ mm.s}^{-1}$ .

- Pour une tension imposée de 120 V, nous pouvons remarquer que le rayon de la goutte diminue encore plus rapidement que dans le cas précédent. Par contre, nous n'observons ici aucun changement de régime. L'évolution du rayon de la goutte en fonction du temps est de  $0.07 \text{ mm.s}^{-1}$ .

Nous rappelons l'expression du taux massique d'évaporation présenté dans le chapitre introductif (Eq. 6.28). Ce taux est calculé pour un rayon de goutte inférieur au rayon capillaire et s'exprime comme :

$$J \propto \frac{\lambda \Delta T}{L} \left( \frac{R^{12}}{R_l^3 \ell_c^4} \right)^{1/5} \quad (8.1)$$

Comme par définition  $J \propto -\rho_l R^2 \frac{\partial R}{\partial t}$ , nous en déduisons l'expression du taux de décroissance du rayon  $\tau = -\frac{\partial R}{\partial t}$  :

$$\tau \propto \frac{\lambda \Delta T}{\rho_l L} \left( \frac{R^2}{R_l^3 \ell_c^4} \right)^{1/5} \quad (8.2)$$

Pour une goutte d'eau de 3 mm de rayon déposée sur un substrat à  $400^\circ\text{C}$ , sa valeur est d'environ  $0.01 \text{ mm.s}^{-1}$ . Cette valeur est en accord avec les taux d'évaporation mesurés expérimentalement pour une tension nulle. Par contre, pour une tension imposée de 120 V, le taux d'évaporation expérimental est supérieur d'un ordre de grandeur à la valeur attendue. L'évaporation ne peut alors plus être expliquée par la simple conduction de la chaleur au travers du film de vapeur. Il semble raisonnable de penser, au vu du comportement de la goutte observée sur la figure 8.2, que des contacts directs entre la goutte et le substrat s'établissent. La présence de contacts explique raisonnablement une telle augmentation du taux d'évaporation puisque la conduction de la chaleur se fait alors directement au travers de l'interface liquide-substrat. Pour une tension imposée de 80 V, la goutte est tout d'abord en état de Leidenfrost "classique" et son taux d'évaporation est sensiblement le même que celui observé sans tension. Nous notons tout de même une légère augmentation de ce taux. Ceci peut s'expliquer par la diminution de l'épaisseur du film de vapeur résultante de l'application de la tension décrite dans le Chapitre précédent. Une fois que



son rayon devient inférieur à un rayon critique (ici  $R_c = 3.2\text{mm}$ ), son taux d'évaporation double quasiment. Comme dans le cas à 120 V, nous expliquons ce changement de régime par le fait que la goutte entre alors en contact avec le substrat et que la conduction de chaleur se fait alors principalement au travers de la nouvelle interface liquide-substrat. Nous prouverons expérimentalement dans le paragraphe suivant la présence de contacts directs entre la goutte et le substrat.

## 8.4 Caractérisation électrique de la goutte

Si des contacts s'établissent entre la goutte et le substrat, un courant devrait être observé dans le circuit. Nous utilisons donc un ampèremètre que nous relierons en série au système goutte-substrat-générateur afin de le mesurer. Nous effectuons une série d'expériences où nous soumettons notre système à une rampe de tension d'amplitude 150 Volts et de période 10 secondes. L'intensité mesurée dans le système ainsi que la tension imposée sont représentées sur la figure 8.4.

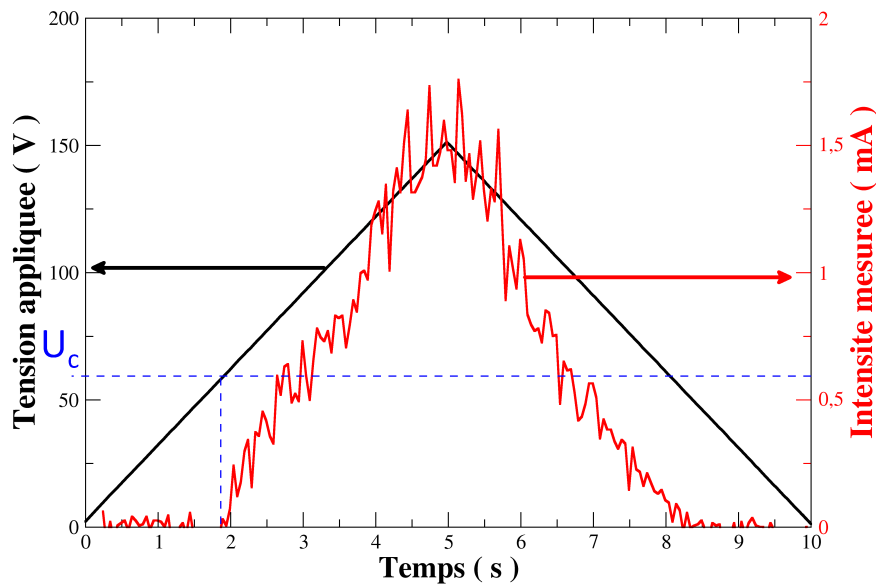


FIGURE 8.4 – Application d'une rampe de tension de 150 Volts de période 10 secondes sur une goutte de Leidenfrost de rayon  $R = 1$  mm déposée sur un substrat thermalisé à  $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Tension imposée en trait plein noir, ordonnée à gauche. Courant mesuré en trait plein rouge, ordonnée à droite. La tension critique  $U_c$  à partir de laquelle le courant passe dans le système est symbolisée en pointillés.

Nous constatons bien qu'au-delà d'une tension critique  $U_c$  (en pointillés sur la figure 8.4), un courant s'établit dans le système. Ce courant confirme la présence de contacts directs entre la goutte et le substrat. Nous pouvons remarquer que ce courant augmente avec la tension imposée. Par ailleurs, nous pouvons voir que nos mesures sont très bruitées. Bien que ce bruit s'explique en partie par la mesure d'un courant faible, nous émettons l'hypothèse qu'il est également la signature des micro-contacts se faisant et s'évanouissant instantanément par leur évaporation. Une visualisation directe de ces contacts par la méthode interférentielle présentée dans le chapitre précédent a été tentée, sans succès. En effet, le phénomène étant extrêmement rapide et étant localisé sur de petites zones, il faut une caméra de très bonne qualité pour le filmer ainsi qu'une source de lumière très puissante.

La combinaison des quantités  $U(t)$  et  $I(t)$  que nous mesurons nous permet d'accéder à la quantité  $I(U)$ . Nous effectuons plusieurs séries d'expériences où nous mesurons l'intensité ainsi que la tension appliquée en fonction du temps. Grâce à ces données, nous représentons l'intensité mesurée en fonction de la tension imposée. Nous effectuons une moyenne glissante de nos résultats que nous représentons sur la figure 8.5. Ces expériences sont réalisées pour une température du substrat de  $400^\circ\text{C}$  et pour différents rayons  $R=1.6, 2.7$  et  $6.7$  mm.

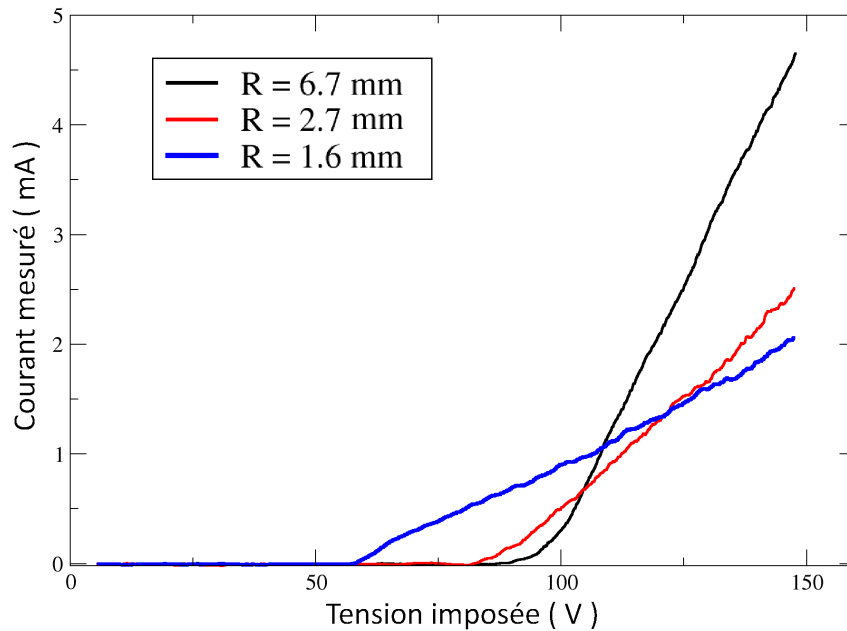


FIGURE 8.5 – Courant mesuré en fonction de la tension imposée pour différentes tailles de goutte.

Sur la figure 8.5, nous pouvons constater ici encore qu'aucun courant ne passe dans le système en deçà d'une tension critique  $U_c$ . Une fois que la tension imposée est supérieure à cette tension critique, un courant s'établit bien dans le système. Nous remarquons alors que l'intensité augmente linéairement avec la tension imposée. Cette dépendance linéaire nous permet de définir la conductance de la goutte :  $G = \frac{dI}{dU}$  pour  $U > U_c$ . Au regard de ces résultats, nous pouvons faire l'analogie entre une goutte de Leidenfrost et une résistance à seuil. Nous remarquons que plus la taille de la goutte augmente, plus sa conductance  $G$  est importante. Enfin, nous constatons que la tension critique  $U_c$  augmente avec le rayon de la goutte. Nous modélisons ce phénomène dans la partie suivante.

### 8.4.1 Tension critique : modélisation et résultats expérimentaux

Nous venons de mettre en évidence que la tension critique dépend de la taille de la goutte. Afin de modéliser le phénomène, nous allons adopter une approche similaire à celle faite pour l'instabilité de Rayleigh-Taylor [Taylor, 1950] [Rayleigh, 1902]. Nous allons effectuer une analyse dimensionnelle simple de cette instabilité, telle que présentée par Charru dans son livre *Instabilités hydrodynamiques* [Charru, 2012]. La différence essentielle provient de la tension électrique qui aura tendance, comme la gravité, à déstabiliser l'interface.

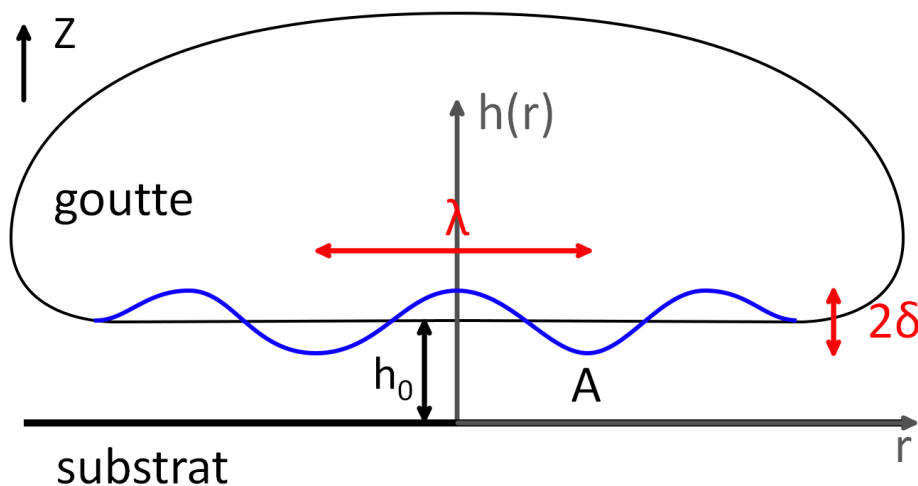


FIGURE 8.6 – Schéma de la perturbation de l'interface liquide-vapeur.

L'interface liquide-vapeur est considérée au repos comme plane et de hauteur  $h_0$ . Nous considérons que cette interface est soumise à une perturbation sinusoïdale d'amplitude

infinitésimale  $\delta$  petite devant la hauteur au repos ( $\delta \ll h_0$ ) et de longueur d'onde  $\lambda$ . L'équation de l'interface s'exprime alors comme :

$$h(r) = h_0 + \delta \cos(kr) \quad (8.3)$$

où  $k$  est la fréquence spatiale de la perturbation :  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

La tension appliquée impose un potentiel constant sur l'interface liquide-vapeur :  $V(r, z = h(r)) = U$  et trivialement  $V(r, z = 0) = 0$ . Nous considérons que le potentiel électrique est linéaire le long de l'épaisseur de vapeur. Il peut alors s'approcher par l'expression suivante :

$$V(r, z) = \frac{Uz}{h_0} \left( 1 - \frac{\delta}{h_0} \cos(kr) \right) \quad (8.4)$$

Notons que l'égalité  $V(r, z = h(r)) \simeq U$  est valable uniquement au premier ordre sur  $\frac{\delta}{h_0}$  et donc uniquement pour  $\delta \ll h_0$ .

La force électrique élémentaire qui s'applique sur l'interface liquide-vapeur est définie comme

$$\vec{F}_e = -\frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{h_0} \frac{\partial V^2}{\partial z} dS \vec{z} \quad (8.5)$$

avec  $dS$  l'unité élémentaire de surface,  $\epsilon_0$  la permittivité du vide et  $\epsilon_r$  la permittivité relative de la vapeur d'eau. Nous approchons la permittivité électrique de la vapeur par celle du vide ( $\epsilon_r \simeq 1$ ).

Cette force élémentaire en  $z = h(r)$  s'exprime donc comme :

$$\vec{F}_e(r, z = h(r)) = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{U^2}{h_0^3} 2h(r) \left( 1 - \frac{\delta}{h_0} \cos(kr) \right)^2 dS \vec{z} \quad (8.6)$$

Nous décomposons cette force élémentaire en deux composantes telles que  $\vec{F}_e = \vec{F}_0 + \Delta \vec{F}$ , la première composante  $\vec{F}_0$  étant la force élémentaire s'appliquant sur l'interface sans perturbation. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, elle est compensée, avec la gravité, par la résultante des forces de pression dans l'écoulement de vapeur sous la goutte. Cette force électrique sans perturbation s'exprime comme :

$$\vec{F}_0 = -\epsilon_0 \frac{U^2}{h_0^2} dS \vec{z} \quad (8.7)$$

$\Delta \vec{F}$  est la force élémentaire ajoutée par la présence de la perturbation. Elle s'exprime

au premier ordre sur  $\frac{\delta}{h_0}$  comme :

$$\Delta \vec{F} = -F_0 \frac{\delta}{h_0} \cos(kr) \vec{z} \quad (8.8)$$

Si nous nous intéressons à cette force au point A (le plus proche du substrat) sur la figure 8.7, c'est-à-dire lorsque  $\cos(kr) = -1$ , nous constatons que  $\Delta \vec{F}(A)$  est dirigé vers le bas. Comme nous l'avons intuité, la force électrique tend à rapprocher l'interface du substrat : c'est la force déstabilisante.

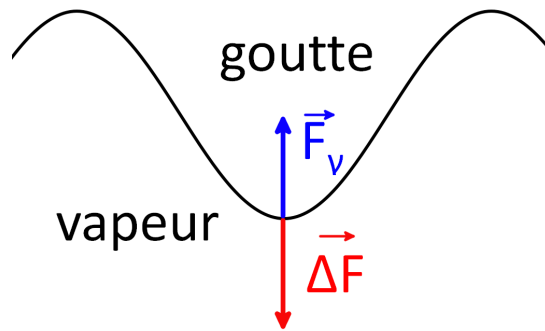


FIGURE 8.7 – Au point de la perturbation le plus proche du substrat, la force électrique  $\Delta F$  déstabilise l'interface alors que la force capillaire  $F_\gamma$  la stabilise.

D'un autre côté, la perturbation augmente la surface de l'interface et induit une force capillaire qui s'y oppose. Nous exprimons cette force élémentaire grâce à la pression de Laplace :  $\vec{F}_\gamma = \gamma \mathcal{C} dS \vec{z}$  avec  $\mathcal{C}$  la courbure de l'interface. Cette courbure peut s'approcher par  $\mathcal{C} = \frac{\partial^2 h(r)}{\partial z^2}$  en considérant que l'amplitude de la perturbation est très faible devant la hauteur au repos. La force capillaire s'exprime donc en  $z = h(r)$  comme :

$$\vec{F}_\gamma = -\gamma k^2 \delta \cos(kr) dS \vec{z} \quad (8.9)$$

Si nous nous intéressons à cette force au point le plus proche du substrat sur la figure 8.7, c'est-à-dire lorsque  $\cos(kr) = -1$ , nous constatons que  $\vec{F}_\gamma(A)$  est dirigé vers le haut. Comme nous nous y attendions, la force capillaire résiste à la déstabilisation de l'interface.

La perturbation de l'interface croît lorsque la force déstabilisatrice est plus importante que la force résistante. L'interface se déstabilise donc lorsque  $\|\Delta\vec{F}\| > \|\vec{F}_\gamma\|$ . Nous appelons  $U_c$  la tension critique à partir de laquelle l'inégalité précédente est vraie. La tension critique s'exprime alors comme :

$$U_c = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{\epsilon_0\epsilon_r} \frac{h_0^3}{\lambda^2}} \quad (8.10)$$

Si nous cherchons la tension critique minimale à partir de laquelle la goutte entre en contact avec le substrat, il faut considérer la plus grande longueur d'onde  $\lambda$  pouvant se développer sur l'interface liquide-vapeur. Celle-ci correspond au rayon de cette interface. Nous rappelons que pour des gouttes capillaires ( $R \leq \ell_c$ ), le rayon du disque de Laplace s'exprime de la manière suivante :  $R^2 \ell_c^{-1} = \lambda_{max}$  alors que pour des flaques gravitaires ( $R \geq \ell_c$ ), il s'exprime comme :  $R^{\frac{3}{2}} \ell_c^{-\frac{1}{2}} = \lambda_{max}$ .

La tension critique est définie en fonction de  $h_0$  : l'épaisseur de vapeur sous la goutte. Nous rappelons ici l'expression de  $h_0$  présentée au Chapitre introductif (Eq. 6.25 et 6.26) :

$$\begin{cases} h_0 = R_l^{3/5} \ell_c^{-6/5} R^{8/5} \text{ pour } R \leq \ell_c \\ h_0 = R_l^{3/5} \ell_c^{-4/5} R^{6/5} \text{ pour } R \geq \ell_c \end{cases} \quad (8.11)$$

La tension critique s'exprime donc finalement de la manière suivante :

$$\begin{cases} U_c \propto \sqrt{\frac{\gamma}{\epsilon_0}} R^{\frac{2}{5}} R_l^{\frac{9}{10}} \ell_c^{-\frac{4}{5}} \text{ pour } R \leq \ell_c \\ U_c \propto \sqrt{\frac{\gamma}{\epsilon_0}} R^{\frac{3}{10}} R_l^{\frac{9}{10}} \ell_c^{-\frac{7}{10}} \text{ pour } R \geq \ell_c \end{cases} \quad (8.12)$$

Nous effectuons une centaine de mesures de la tension critique pour des rayons de goutte compris entre 1 mm et 8 mm et pour une température du substrat de 400°C. Nos résultats sont représentés sur la figure 8.8. Nous traçons également sur le même graphique le meilleur ajustement du système d'équation 8.12. Cet ajustement est obtenu pour un préfacteur égal à 1.3, le même préfacteur est utilisé pour les deux équations. Bien que la reproductibilité de nos mesures ne soit pas excellente, une tendance émerge nettement et nous pouvons constater que notre modèle la suit correctement.

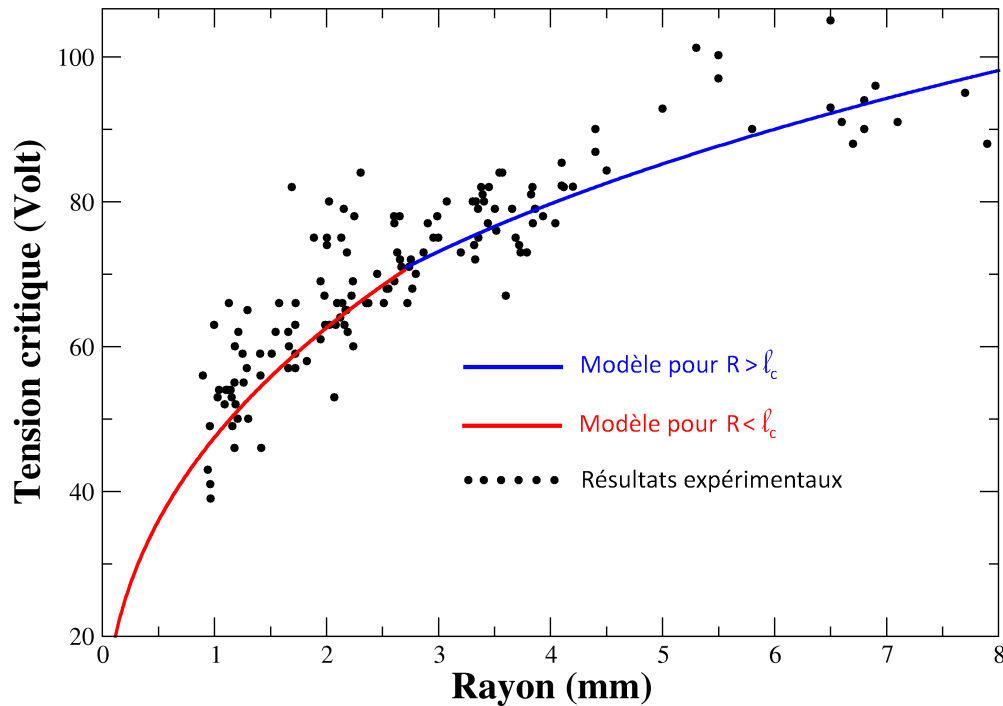


FIGURE 8.8 – Tension critique  $U_c$  en fonction du rayon  $R$  de la goutte. Résultats expérimentaux pour de l'eau sur un substrat à  $400^\circ\text{C}$  ( $\bullet$ ) et courbe de l'équation 8.12 pour  $R > \ell_c$  (-) ainsi que pour  $R < \ell_c$  (-) multipliés par un préfacteur de 1,3.

Nous représentons les mêmes résultats en échelle logarithmique sur la figure 8.9. Nous pouvons voir que les lois de puissance entre le comportement pour des rayons inférieurs/supérieurs à la longueur capillaire sont très proches. Il n'y a pas de changement brusque de régime. Nous pouvons également constater que notre modèle donne une loi de puissance en accord raisonnable avec nos résultats expérimentaux.

### 8.4.2 Conductance au-delà de la tension critique

Nous avons vu précédemment que, pour une tension imposée supérieure à  $U_c$ , l'intensité du courant augmente linéairement avec la tension. Ceci nous a permis de définir la conductance de la goutte  $G$ . Nous avons également remarqué que plus le rayon de la goutte diminue, plus la conductance de la goutte est faible. Nous effectuons donc une série d'expériences où nous mesurons l'intensité passant dans le système en fonction de la tension imposée pour différentes tailles de gouttes, de la même manière que représenté

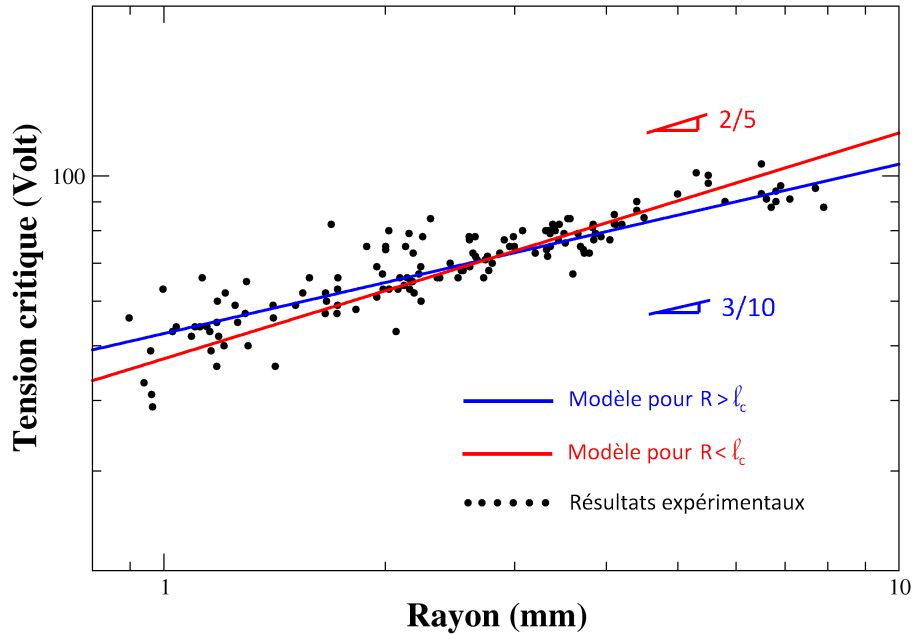


FIGURE 8.9 – Tension critique  $U_c$  en fonction du rayon  $R$  de la goutte en échelle log/log. Légendes identiques à la figure 8.8.

sur la figure 8.5. Nous calculons ensuite la conductance  $G = \frac{dI}{dU}$  pour  $U > U_c$ , et nous représentons nos résultats sur la figure 8.10.

Sur le graphique 8.10, nous traçons la régression linéaire de nos résultats expérimentaux. Nous constatons que la conductance semble augmenter linéairement avec le rayon de la goutte. Pour un rayon de goutte supérieur à la longueur capillaire ( $R > \ell_c$ ), l'expression du rayon du disque de Laplace vu précédemment (Equ 6.10) nous permet de conclure que la conductance augmente elle aussi linéairement avec le rayon de l'interface liquide-vapeur  $\ell$ . Nous nous attendions à une dépendance en  $\ell^2$ , puisque la conductance est directement proportionnelle à la surface de contact. Cependant, nous avons remarqué précédemment la présence d'une bulle de vapeur sous la goutte. Nous pouvons faire l'hypothèse que les contacts vont donc se faire préférentiellement sur la circonférence de l'interface liquide-vapeur et qu'ils sont de taille constante. Ces hypothèses permettent d'expliquer cette loi de dépendance, mais il faudrait les vérifier expérimentalement. Par exemple, l'utilisation d'un substrat s'oxydant rapidement au contact de l'eau permettrait de voir l'endroit où les contacts se font. Lors de ma thèse, nous n'avons pas eu le temps de mener à bien ces recherches.



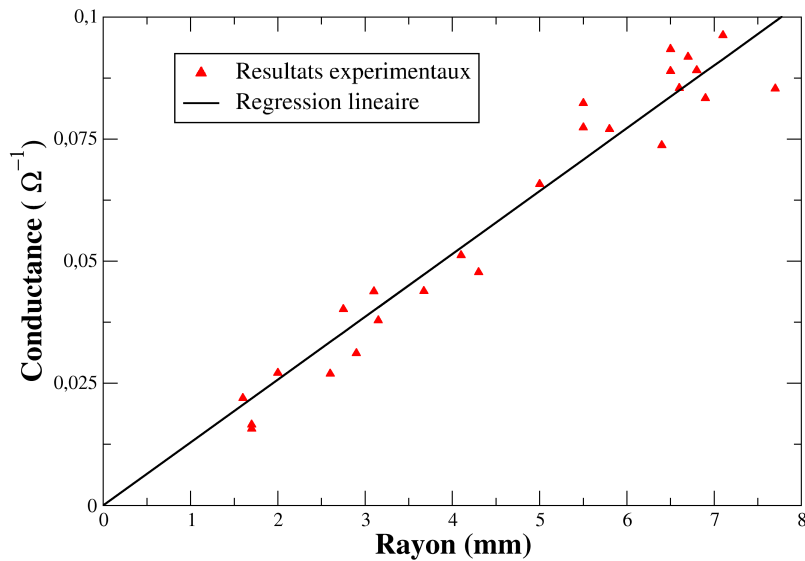


FIGURE 8.10 – Conductance  $G$  en fonction du rayon de goutte pour une température du substrat de  $T=400^{\circ}\text{C}$ .

## 8.5 Application soudaine d'une forte tension

Jusqu'ici, nous nous sommes intéressés à l'influence de champ électrique augmentant progressivement. Nous proposons maintenant, pour conclure ce chapitre, d'observer l'effet de l'application soudaine d'un fort champ électrique sur une goutte en caléfaction. Nous appliquons soudainement une tension de 80 V sur une goutte de rayon  $R = 1\text{mm}$  initialement au repos sur un substrat thermalisé à  $300^{\circ}\text{C}$ . Nous filmons la goutte de profil avec une caméra rapide (90 000 fps). Nous pouvons voir sur la figure 8.11 que l'effet de caléfaction est alors supprimé quasi-instantanément. La goutte entre en contact avec le substrat qui est à une température largement supérieure à la température d'ébullition du liquide. La goutte se vaporise par le bas en éjectant des gouttelettes. Cette vaporisation des contacts goutte-substrat s'oppose à l'effet électrique, qui tend à créer des contacts. Nous constatons également que des effets liés à l'inertie de la goutte apparaissent. Nous ne nous sommes pas intéressés à la description formelle de ces différents effets. L'objectif ici est de montrer que l'effet Leidenfrost peut être supprimé.

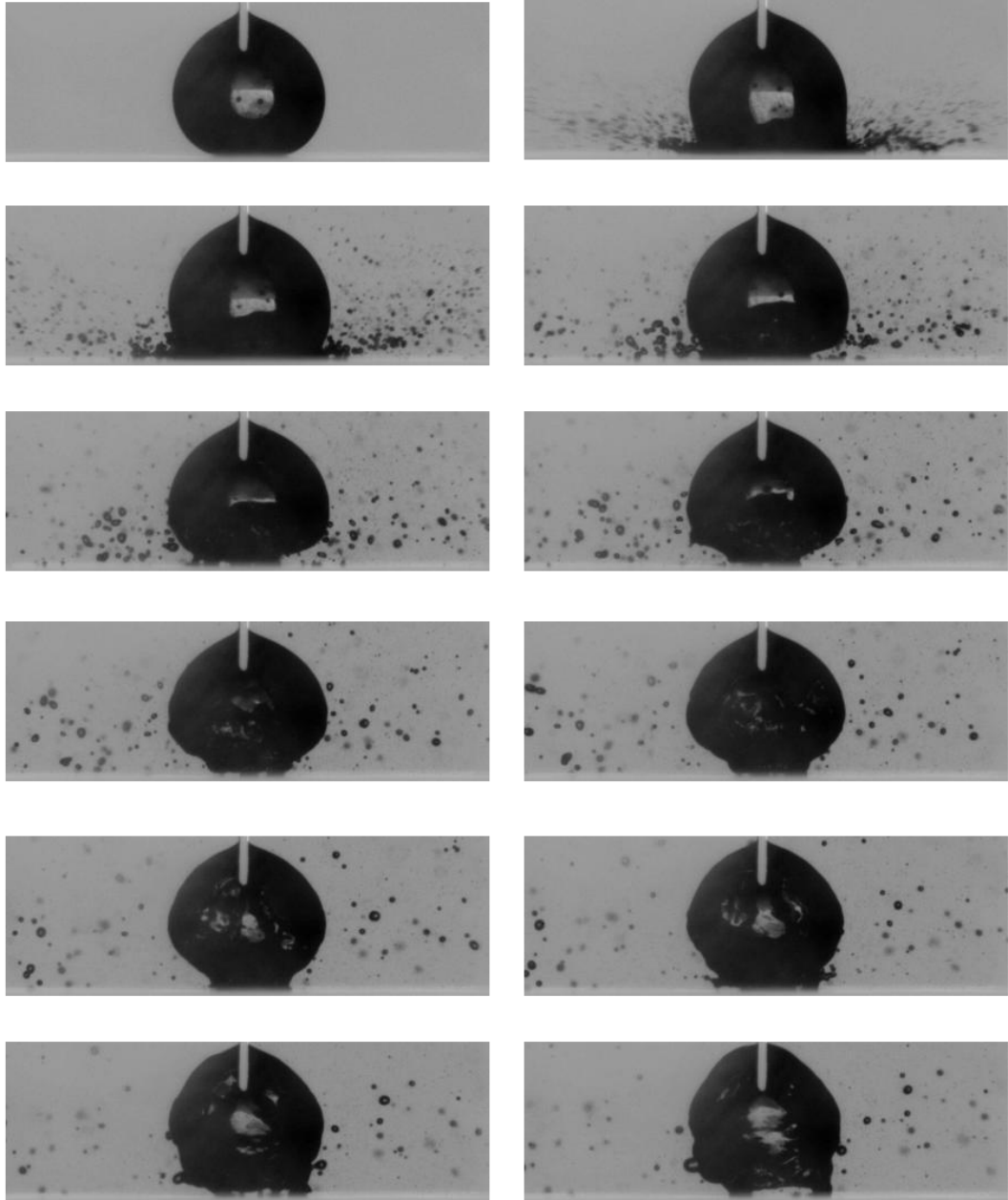


FIGURE 8.11 – Application soudaine d'une tension de 80 Volt sur une goutte de rayon  $R = 1$  mm déposée sur un substrat à  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La suppression de l'effet Leidenfrost est immédiate. L'intervalle de temps entre chaque photo est de 0.1 ms. La première photo est prise exactement au moment de l'application de la tension électrique.

## 8.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux gouttes de Leidenfrost soumises à une forte tension électrique. Nous avons montré que l'évaporation de la goutte augmente avec la tension imposée. Nous avons également pu constater qu'au-dessous d'un rayon critique, la dynamique d'évaporation change et que le taux d'évaporation augmente brusquement. La présence de contacts entre la goutte et le substrat explique raisonnablement ce changement de régime. Nous avons ensuite montré que pour une tension imposée supérieure à une tension critique, un courant s'établit dans le système. Ce courant mesuré prouve que des contacts directs s'établissent bien entre la goutte et le substrat. En exprimant ce courant en fonction de la tension imposée, nous avons alors pu constater qu'une goutte de Leidenfrost se comporte comme une résistance à seuil, dont la conductance et la tension critique diminuent avec son rayon. Nous avons proposé un modèle se basant sur l'instabilité de Rayleigh-Taylor qui permet d'expliquer la dépendance de la tension critique en fonction de son rayon. Un bon accord est trouvé entre notre modèle et nos résultats expérimentaux. Nous avons ensuite décrit expérimentalement la dépendance de la conductance en fonction de la taille de la goutte. Pour conclure ce chapitre, nous avons montré que l'application soudaine d'une tension supérieure à la tension critique permet de supprimer l'effet Leidenfrost.

Les travaux que nous présentons dans ce chapitre méritent encore quelques approfondissements. Par exemple, nous avons mis en évidence que le courant mesuré dans le système goutte-substrat est très bruité. Ce bruit peut être expliqué en partie par la mesure d'aussi faible courant, de l'ordre du milliampère, néanmoins, nos observations expérimentales nous poussent à émettre l'hypothèse que ce bruit viendrait des micro-contacts goutte-substrat. En effet, si nous avons prouvé la présence de ces contacts, nous n'avons pour l'instant que peu de pistes pour déterminer leur dynamique. Nos tentatives pour mettre ces contacts en évidence expérimentalement à l'aide de notre dispositif interférométrique se sont toutes soldées par des échecs. Nous pouvons cependant imaginer que les zones de contact entre la goutte et le substrat vont se vaporiser, le substrat étant à une température largement supérieure à la température d'ébullition du liquide. Pour modéliser cette dynamique, il faut évaluer le temps caractéristique d'évaporation des contacts, qui doit être d'origine thermique, ainsi que le temps de croissance de ces contacts, qui doit être un temps électro-capillaire. Cette compréhension de la dynamique des contacts permettrait alors une meilleure compréhension de la conductivité électrique de la goutte.

Toujours pour comprendre la dynamique de ces contacts, des modélisations numériques

ont été tentées. La nécessité de simuler un système non-axisymétrique est une difficulté à laquelle nous n'avons pour l'instant aucune solution.

Enfin, en conclusion de ce chapitre, nous avons présenté la suppression soudaine de l'effet Leidenfrost. Cette expérience a mis en évidence des comportements inertiels très intéressants, qui mériteraient une étude approfondie.



# Chapitre 9

## Conclusion et perspectives

### Sommaire

---

9.1	Conclusion . . . . .	177
9.2	Perspectives . . . . .	178

---



## 9.1 Conclusion

Dans cette seconde partie, nous nous sommes intéressés à l'effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost.

Dans un premier temps, nous avons étudié l'effet d'un relatif faible champ électrique sur une goutte caléfiée. Une méthode interférométrique nous a permis d'établir le profil de l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte. Nous avons pu constater que ce profil est asymétrique pour une goutte au repos, sans champ électrique. En plus de cette asymétrie, nous avons mis en évidence la présence d'une bulle de vapeur sous la goutte. Nous avons ensuite imposé différentes tensions entre la goutte et le substrat sur lequel elle lévite. Nous avons ainsi constaté que, sous l'action d'un champ électrique, la circonférence de la surface de contact est attirée vers le substrat alors que la bulle de vapeur augmente. Nous avons modélisé le phénomène en posant l'équilibre mécanique de la goutte et en considérant le système goutte-vapeur-substrat comme un condensateur plan. Nous en avons conclu que l'effet électrique tend à rapprocher l'interface liquide-vapeur du substrat. Nous avons comparé notre modèle à la variation de hauteur de la circonférence de l'interface liquide-vapeur et un bon accord a été trouvé. Nous avons ainsi montré que la variation de l'épaisseur du film de vapeur est proportionnelle au carré de la tension imposée.

Dans un second temps, nous nous sommes concentrés sur l'effet d'un champ électrique relativement important sur une goutte de Leidenfrost. Nous avons constaté que le taux d'évaporation de la goutte augmente faiblement avec la tension imposée au-dessus d'un rayon critique et tant que la tension est suffisamment faible. La variation de hauteur induite par un faible champ électrique explique convenablement ce léger accroissement du taux d'évaporation. En-deçà d'un rayon critique ou pour un fort champ électrique, le taux d'évaporation augmente brutalement. Nous expliquons ce changement de régime par l'apparition de contacts entre la goutte et le substrat. Nous avons vérifié à l'aide d'un ampèremètre qu'un courant traverse bien la goutte lorsque la tension imposée devient supérieure à une tension critique  $U_c$ , attestant de la présence de contacts goutte-substrat. La tension critique est d'autant plus faible que le rayon de la goutte est petit. Nous avons modélisé ce phénomène par une analyse qualitative de cette instabilité que nous avons rapprochée de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Notre modélisation est en accord satisfaisant avec nos résultats expérimentaux. Nous avons ensuite remarqué que pour une tension imposée supérieure à la tension critique, la goutte possède une conductance qui ne dépend pas de la tension, mais qui est d'autant plus élevée que la taille de la goutte est grande.



Pour conclure, nous avons montré la possibilité de supprimer brutalement l'effet Leidenfrost en imposant de manière soudaine une forte tension électrique entre la goutte et le substrat.

## 9.2 Perspectives

La mise en évidence de l'asymétrie de la surface de contact ouvre de nouvelles voies de recherche. Comme nous l'avons déjà mentionné, cette asymétrie implique une asymétrie de l'écoulement de vapeur sous la goutte. On peut alors imaginer facilement que cet écoulement soit responsable de la grande mobilité des gouttes de Leidenfrost, que ce soit par un effet "Rocket" ou au contraire à cause de la contrainte visqueuse imposée par l'écoulement. D'un point de vue plus fondamental, comprendre cette asymétrie est déjà un défi en soi.

Nous avons montré qu'un faible champ électrique imposé sur une goutte de Leidenfrost attire vers le substrat la circonférence de la surface de contact tandis que la bulle de vapeur en son centre augmente. Notre modélisation montre que la force électrique est dirigée vers le bas, l'augmentation de la bulle de vapeur serait donc une réaction du système goutte-écoulement au rétrécissement de l'épaisseur du film sur les bords de l'interface. Notre modélisation simple ne permet pas de comprendre ce phénomène puisque nous avons fait l'hypothèse simplificatrice d'une interface liquide-vapeur plane. Une simulation numérique du système prenant en compte la bulle de vapeur et la force électrique permettrait de valider cette supposition. Les récents travaux de Pomeau et al. [Pomeau et al., 2012] permettent ce type de simulations numériques.

Nous avons également mis en évidence l'existence d'une tension critique au-delà de laquelle la goutte entre en contact avec le substrat. La goutte possède alors une conductance qui ne dépend plus de la tension imposée, mais qui est d'autant plus élevée que la taille de la goutte est grande. Nous n'avons pas encore compris ce phénomène. La conductance de la goutte est une conséquence directe de la dynamique des contacts se faisant entre la goutte et le substrat. Nous pouvons émettre l'hypothèse que ces contacts se font sous l'action du champ électrique et se vaporise ensuite en entrant en contact avec le substrat, qui est à une température supérieure à la température d'ébullition du liquide. La dynamique de ces micro-contacts évanescents devrait donc être dirigée par leur temps caractéristique d'accroissement, qui est de nature électro-capillaire ainsi que par le temps caractéristique de leur vaporisation, qui est d'origine thermique. Une étude poussée de la dynamique des contacts est actuellement envisagée au sein de notre équipe.

## Bibliographie : Partie 2

- [Abdelaziz et al., 2013] Abdelaziz, R., Disci-Zayed, D., Hedayati, M., Pöhls, J.-H., Zillohu, A. U., Erkartal, B., Chakravadhanula, V., Duppel, V., Kienle, L., and Elbahri, M. (2013). Green chemistry and nanofabrication in a levitated leidenfrost drop. *Nature communications*, 4.
- [Aussillous, 2002] Aussillous, P. (2002). *Goutte enrobées*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI.
- [Aussillous and Quéré, 2001] Aussillous, P. and Quéré, D. (2001). Liquid marbles. *Nature*, 411(6840) :924–927.
- [Baudrimont, 1836] Baudrimont (1836). *Annales de chimie et de Physique*, LXI :319.
- [Baumeister and Simon, 1973] Baumeister, K. and Simon, F. (1973). Leidenfrost temperature, its correlation for liquid metals, cryogenes, hydrocarbons, and water. *Journal of Heat Transfer*, 95(2) :166–173.
- [Bernardin and Mudawar, 1999] Bernardin, J. and Mudawar, I. (1999). The leidenfrost point : experimental study and assessment of existing models. *Journal of Heat Transfer*, 121(4) :894–903.
- [Biance, 2004] Biance, A. (2004). *Gouttes inertielles : de la caléfaction à l'étalement*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI.
- [Biance et al., 2003] Biance, A., Clanet, C., and Quéré, D. (2003). Leidenfrost drops. *Physics of Fluids (1994-present)*, 15(6) :1632–1637.
- [Born and Wolf, 1999] Born, M. and Wolf, E. (1999). *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. CUP Archive.
- [Boutigny, 1840] Boutigny, P. (1840). *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences*, Volume 10 :55.
- [Boutigny, 1847] Boutigny, P. (1847). *Nouvelle branche de physique : ou, Études sur les corps à l'état sphéroïdal*. Librairie Scientifique-Industrielle de L. Mathias.

- [Burton et al., 2012] Burton, J., Sharpe, A., van der Veen, R., Franco, A., and Nagel, S. (2012). Geometry of the vapor layer under a leidenfrost drop. *Phys. Rev. Lett.*, 109 :074301.
- [Caswell, 2014] Caswell, T. (2014). Dynamics of vapor layer under a leidenfrost drop. *arXiv preprint arXiv :1401.4424*.
- [Celestini et al., 2013] Celestini, F., Frisch, T., Cohen, A., Raufaste, C., Duchemin, L., and Pomeau, Y. (2013). Two dimensional leidenfrost droplets in a hele shaw cell. *arXiv preprint arXiv :1311.4264*.
- [Celestini et al., 2012] Celestini, F., Frisch, T., and Pomeau, Y. (2012). Take off of small leidenfrost droplets. *Physical review letters*, 109(3) :034501.
- [Celestini and Kirstetter, 2012] Celestini, F. and Kirstetter, G. (2012). Effect of an electric field on a leidenfrost droplet. *Soft Matter*, 8(22) :5992–5995.
- [Chandra and Aziz, 1994] Chandra, S. and Aziz, S. (1994). Leidenfrost evaporation of liquid nitrogen droplets. *Journal of heat transfer*, 116(4) :999–1006.
- [Charru, 2012] Charru, F. (2012). *Instabilités hydrodynamiques*. EDP Sciences.
- [Chevallier, 1830] Chevallier, L. (1830). *Journal de Pharmacie*, XVI :666.
- [Cousins et al., 2012] Cousins, T., Goldstein, R., Jaworski, J., and Pesci, A. (2012). A ratchet trap for leidenfrost drops. *Journal of Fluid Mechanics*, 696 :215–227.
- [Dam, 1992] Dam, H. V. (1992). Physics of nuclear reactor safety. *Reports on Progress in Physics*, 55(11) :2025.
- [Dupeux, 2013] Dupeux, G. (2013). *Propulsion et friction d’objets non mouillants*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [Dupeux et al., 2011] Dupeux, G., Merrer, M. L., Lagubeau, G., Clanet, C., Hardt, S., and Quéré, D. (2011). Viscous mechanism for leidenfrost propulsion on a ratchet. *EPL (Europhysics Letters)*, 96(5) :58001.
- [Elbahri et al., 2007] Elbahri, M., Paretkari, D., Hirmas, K., Jebril, S., and Adelong, R. (2007). Anti-lotus effect for nanostructuring at the leidenfrost temperature. *Advanced Materials*, 19(9) :1262–1266.
- [Gorton, 1953] Gorton, C. W. (1953). Heat transfer to drops of liquid in the spheroidal state. *ThesisPurdue Univ*, pages 1–94.
- [Gottfried and Bell, 1966] Gottfried, B. and Bell, K. (1966). Film boiling of spheroidal droplets. leidenfrost phenomenon. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 5(4) :561–568.

- [Gottfried et al., 1966] Gottfried, B., Lee, C., and Bell, K. (1966). The leidenfrost phenomenon : film boiling of liquid droplets on a flat plate. *International Journal of heat and mass transfer*, 9(11) :1167–1188.
- [Gottfried, 1962] Gottfried, B. S. (1962). *Evaporation of small drops on a flat plate in the film boiling regime*. PhD thesis.
- [Grand et al., 1836] Grand, L., Kramer, D., and Belli (1836). *Annales de chimie et de physique*, LXII :327.
- [Hall et al., 1969] Hall, R., Board, S., Clare, A., Duffey, R., Playle, T., and Poole, D. (1969). Inverse leidenfrost phenomenon.
- [Kistemaker, 1963] Kistemaker, J. (1963). The spheroidal state of a waterdrop : The leidenfrost phenomenon. *Physica*, 29(2) :96–104.
- [Klaproth, 1802] Klaproth (1802). *Journal de Physique*, IV :202.
- [Lagubeau et al., 2011] Lagubeau, G., Merrer, M. L., Clanet, C., and Quéré, D. (2011). Leidenfrost on a ratchet. *Nature Physics*, 7(5) :395–398.
- [Laurent, 1836] Laurent (1836). *Annales de chimie et de physique*, LXII :327.
- [Leidenfrost, 1756] Leidenfrost, J. (1756). *De aquae communis nonnullis qualitatibus tractatus*. [Typis Joan. Sebast. Straube, Acad. typogr.] Impensis Hermanni Ovenni, Univers. bibliopolæ.
- [Linke et al., 2006] Linke, H., Alemán, B., Melling, L., Taormina, M., Francis, M., Dow-Hygelund, C., Narayanan, V., Taylor, R., and Stout, A. (2006). Self-propelled leidenfrost droplets. *Physical review letters*, 96(15) :154502.
- [Mahadevan and Pomeau, 1999] Mahadevan, L. and Pomeau, Y. (1999). Rolling droplets. *Physics of Fluids (1994-present)*, 11(9) :2449–2453.
- [Maquet et al., 2014] Maquet, L., Colinet, P., and Dorbolo, S. (2014). Organization of microbeads in leidenfrost drops. *Soft Matter*.
- [Mugele and Baret, 2005] Mugele, F. and Baret, J.-C. (2005). Electrowetting : from basics to applications. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(28) :R705.
- [Peltier, 1844] Peltier (1844). *Archives de l'électricité, supplément à la bibliothèque universelle de Genève*.
- [Pomeau et al., 2012] Pomeau, Y., Berre, M. L., Celestini, F., and T.Frisch (2012). The leidenfrost effect : from quasi-spherical droplets to puddles. *Comptes Rendus Mécanique*, 340 :867–881.

- [Pouillet, 1825] Pouillet (1825). *Annales de Chimie et de Physique*, XXXVI :5.
- [Quéré, 2013] Quéré, D. (2013). Leidenfrost dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45 :197–215.
- [Rayleigh, 1902] Rayleigh, J. (1902). *Scientific Papers : 1887-1892*, volume 3. University Press.
- [Rueda-Villegas, 2013] Rueda-Villegas, L. (2013). *Simulation numérique directe de l'effet Leidenfrost*. PhD thesis.
- [Rueda-Villegas and Tanguy, 2012] Rueda-Villegas, V. and Tanguy, S. (2012). Direct numerical simulation of the leidenfrost effect. *Bulletin of the American Physical Society*, 57.
- [Taylor, 1950] Taylor, G. (1950). The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. i. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 201(1065) :192–196.
- [Thompson, 1972] Thompson, T. (1972). An analysis of the wet-side heat-transfer coefficient during rewetting of a hot dry patch. *Nuclear Engineering and Design*, 22(2) :212–224.
- [Tran et al., 2012] Tran, T., Staat, H., Prosperetti, A., Sun, C., and Lohse, D. (2012). Drop impact on superheated surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :036101.
- [Tyndall, 1868] Tyndall, J. (1868). *Heat Considered as a Mode of Motion*.
- [Vakarelski et al., 2011] Vakarelski, I., Marston, J., Chan, D., and Thoroddsen, S. (2011). Drag reduction by leidenfrost vapor layers. *Physical review letters*, 106(21) :214501.
- [Wachters et al., 1966] Wachters, L., Bonne, H., and Nouhuis, H. V. (1966). The heat transfer from a hot horizontal plate to sessile water drops in the spheroidal state. *Chemical Engineering Science*, 21(10) :923–936.
- [Wartmann, 1843] Wartmann, E. (1843). *Mémoire sur l'induction*, volume 6.
- [Xu and Qian, 2013] Xu, X. and Qian, T. (2013). Hydrodynamics of leidenfrost droplets in one-component fluids. *Physical Review E*, 87(4) :043013.
- [Yeh, 1975] Yeh, H.-C. (1975). An analysis of rewetting of a nuclear fuel rod in water reactor emergency core cooling. *Nuclear Engineering and Design*, 34(3) :317–322.

# Annexe A

## Caténoïde : surface minimale et force exercée

### A.1 Introduction

Une caténoïde est la surface minimale reliant deux cercles face à face distants d'une hauteur  $d$ . Elle peut être formée aisément en trempant deux cerceaux dans de l'eau savonneuse et en les éloignant l'un de l'autre (A.1). On peut également l'obtenir par la révolution d'une chaînette pendante autour de sa base, d'où son nom : le mot caténoïde vient du latin *Catena* qui veut dire chaîne. Nous représentons la courbe de cette surface dans le plan (Oxy) sur la figure A.2. L'équation de cette surface dans un référentiel cylindrique s'écrit :

$$r(x) = k \cosh\left(\frac{x}{k}\right) \quad (\text{A.1})$$

### A.2 Propriétés mathématiques et mécaniques

#### A.2.1 Les mathématiques de la caténoïde : calcul variationnel

C'est Euler qui trouva la première la forme de la caténoïde lorsqu'il s'intéressa à la résolution de problèmes variationnels [Euler, 1744]. Le problème de la caténoïde est d'ailleurs un exemple de l'utilisation de l'équation d'Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial \dot{y}} \right) = 0 \quad (\text{A.2})$$



FIGURE A.1 – Photo d'un film de savon reliant deux cerceaux métalliques de même diamètre.

où  $f(x)$  est définie par la fonctionnelle  $J$  que l'on cherche à minimiser :  $J = \int f(x, y(x), y'(x)) dx$ . Dans notre cas, il s'agit de l'énergie de surface  $J = \gamma S$ .

L. Landau s'est également intéressé à ce problème qu'il résout de façon élégante [Landau, 1959] en remarquant que la symétrie axiale du problème permet d'écrire l'aire à minimiser sous la forme :

$$S = 2\pi \int f(r, r') dz \quad (\text{A.3})$$

Où  $f(x) = r(x)(1 + r'^2(x))^{\frac{1}{2}}$  et  $s$  l'abscisse curviligne de la surface.

L'intégration de l'équation d'Euler-Lagrange A.2 donne  $r = C_1(1 + r'^2)^{\frac{1}{2}}$  où  $C_1$  est une constante d'intégration que l'on détermine grâce aux rayons des cercles porteurs. La solution de cette équation différentielle est un cosinus hyperbolique ( Eq. A.1).

Depuis, de nombreuses études se sont intéressées aux caténoïdes [Ito and Sato, 2010]. La caténoïde est donc une des surfaces minimales reliant deux cerceaux face à face de rayons  $R_1$  et  $R_2$  distant d'une hauteur  $H$ . Suivant les paramètres  $H$  et  $R_n$ , il existe une autre surface minimale triviale qui est la surface ajoutée des deux cercles. Si  $R_1 = R_2 = R$ , la caténoïde est la surface minimale si et seulement si  $H \leq 1.06 R$ . Nous notons également que pour une hauteur  $H > 1.33R$ , il n'existe plus de caténoïde pouvant relier les deux cercles.

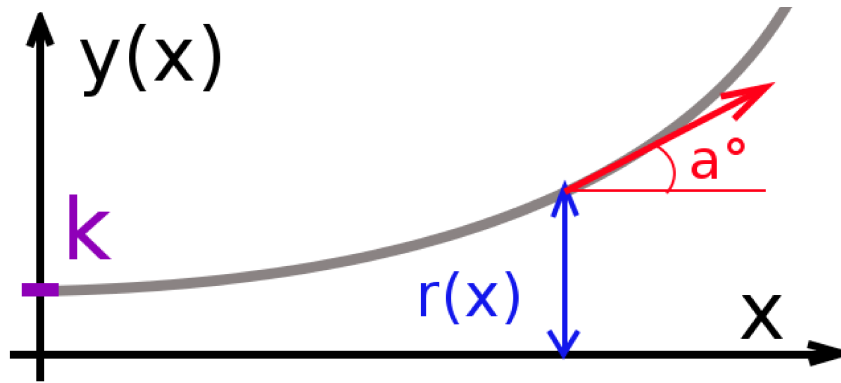


FIGURE A.2 – Schéma d'une caténoïde coupée par un plan perpendiculaire à son axe de révolution à une distance  $X$  de son plus petit rayon.

### A.2.2 La physique de la caténoïde

Etant une surface minimale, la caténoïde est donc la forme que prend un film de savon soutenu par deux cercles porteurs face à face.

Une propriété intéressante d'un film liquide de forme caténoïdale est son équilibre mécanique : si l'on coupe la caténoïde avec un plan parallèle aux cercles porteurs, la force exercée par la caténoïde sur le plan sera toujours la même, quelque soit la hauteur de la coupe. Nous pouvons démontrer cette propriété par un peu de géométrie. Pour ce faire, coupons notre caténoïde à une distance  $x$  de son plus petit rayon par un plan parallèle aux cercles porteurs. La force exercée par le film de savon du côté du plus petit rayon est par définition :

$$\vec{F}_{cat} = \gamma \int_0^{2\pi} 2r(x) \cos(a) d\theta \vec{x} \quad (\text{A.4})$$

où  $a$  est l'angle entre la caténoïde et son axe de révolution. Par symétrie axiale, nous concluons que la force résultante est uniquement dirigée selon l'axe de révolution ( $Ox$ ).

Par hypothèse,  $r(x) = k \cosh\left(\frac{x}{k}\right)$  et  $a = \arctan(r'(x))$  où  $r'(x) = \frac{\partial r}{\partial x} = \sinh\left(\frac{x}{k}\right)$ . Soit :

$$\vec{F}_{cat} = 4\pi\gamma k \cosh\left(\frac{x}{k}\right) \cos\left[\arctan\left(\sinh\left(\frac{x}{k}\right)\right)\right] \vec{x} \quad (\text{A.5})$$

Si cette forme n'est pas très commode, nous pouvons la réduire avec un peu de trigono-



métrie en remarquant que :

$$\cos [\arctan(\alpha)] = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \quad (\text{A.6})$$

En effet :  $\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(x)}}$ . D'où  $\cos [\arctan (\sinh (\frac{x}{k}))] = \frac{1}{\sqrt{1 + \sinh^2 \frac{x}{k}}} = \frac{1}{\cosh(x)}$  car par définition :  $\cosh^2(x) = 1 + \sinh^2(x)$ . Il vient donc, quelque soit  $x$  :

$$\vec{F}_{cat} = 4\pi \gamma k \quad (\text{A.7})$$

# Annexe B

## The Surface Evolver

The Surface Evolver est un logiciel en distribution libre développé par Kenneth A. Brakke du département mathématique de l'université de Susquehanna (USA - Pennsylvanie). Il permet de résoudre toutes sortes de problème de minimisation d'énergie de surface, c'est pourquoi il est utilisé pour modéliser les systèmes mettant en jeu la tension superficielle, comme la forme que prend un film liquide [Brakke, 1996] [Phelan et al., 1995] [Cox, 2005] ou encore la forme d'une goutte [Rayner et al., 2004].

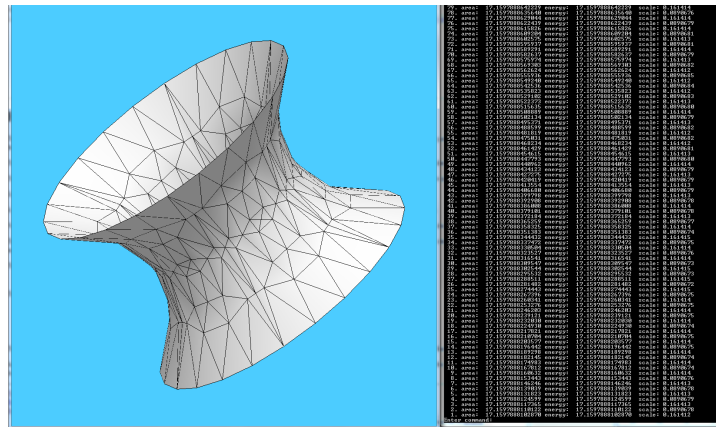


FIGURE B.1 – Résultat d'une simulation de caténoïde comportant 400 simplex.

L'utilisateur peut définir le cadre sur lequel se rattache la surface à minimiser, ainsi que l'angle de mouillage et le logiciel se charge de la minimiser. Les surfaces sont définies à l'aide de simplexes triangulaires droits, qui sont les briques élémentaire du logiciel. Cela pose un problème pour les surfaces courbes (soit 99,99% des interfaces liquides). En effet,

plus les simplexes sont grands, moins la somme de la surface des simplexes s'approche de la surface réelle de l'interface. C'est pourquoi il est possible de raffiner le maillage, localement ou non, en augmentant leur nombre et en réduisant leur taille moyenne, pour avoir une meilleur précision.

Sur les figures B.1 et B.2, nous avons défini deux cercles porteurs de rayon 1 et d'angle de mouillage libre. Les surfaces ont été trouvées après 10 000 itérations du logiciel. Nous voyons que la caténoïde la plus raffinée est également la plus précise, mais le temps de calcul a été beaucoup plus long.

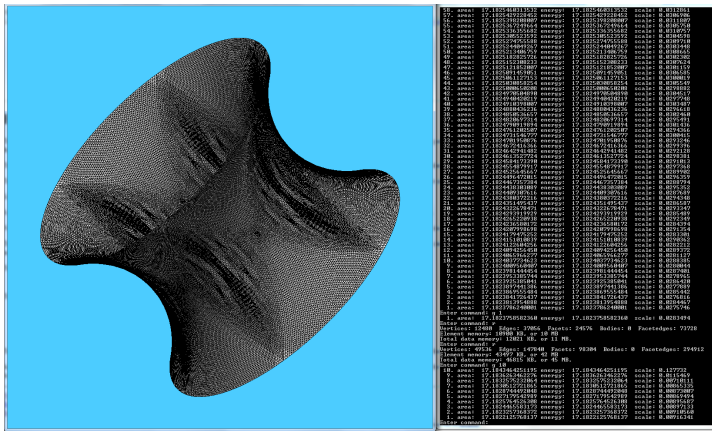


FIGURE B.2 – Résultat d'une simulation de caténoïde comportant 98300 simplex

Il est possible de définir différents paramètres physiques. On pourra par exemple fixer la tension superficielle de la surface étudiée pour simuler un film liquide. Il est également possible de créer des objets solides indéformables. En plus de converger vers la surface minimale, The Surface Evolver calcule directement l'énergie de surface en considérant la surface minimisée comme une interface.

# Annexe C

## Goutte non-mouillante

Dans ce manuscrit, nous utilisons quelques longueurs caractéristiques aux gouttes non-mouillantes. Nous représentons ces longueurs sur la figure C.1.

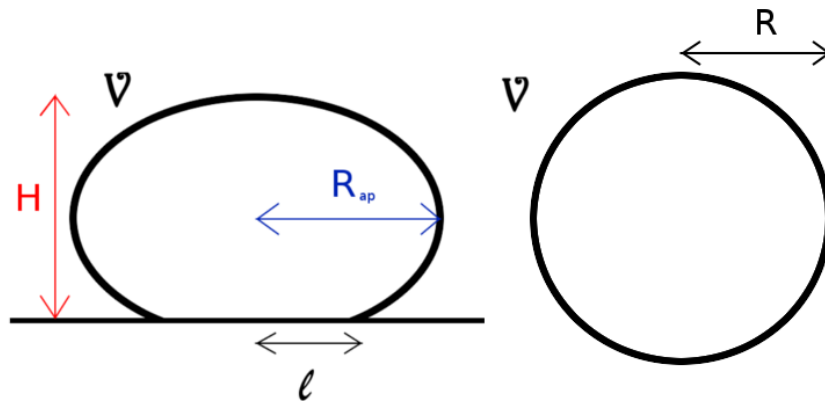


FIGURE C.1 – Grandeurs caractéristiques d’une goutte. Schéma d’une goutte déposée sur un substrat et de la sphère de même volume  $\mathcal{V}$ .

### C.1 Gouttes capillaires : $R < \ell_c$

Nous nous intéressons ici aux gouttes dont le rayon est inférieur à la longueur capillaire. Dans ce cas, les effets de surface gouvernent le comportement de la goutte.

- Le rayon de la sphère :  $R$

C’est le rayon de la sphère de même volume que la goutte. Par la suite, nous utiliserons cette longueur caractéristique d’une goutte pour définir toutes les autres

grandeurs du système.

- Le rayon de contact :  $\ell$

C'est la longueur du rayon de contact de la goutte sur le substrat. Il a été prédit pour la première fois par Mahadevan et Pomeau [Mahadevan and Pomeau, 1999]. Pour trouver sa dépendance en  $R$ , il suffit de poser l'égalité des forces sur la surface de contact où la force de pression est  $F_P = \frac{2\gamma}{R}\pi\ell^2$  et le poids de la goutte :  $P = \frac{4}{3}\pi\rho_l g R^3$ . Le rayon de contact s'exprime alors comme :

$$\ell = \sqrt{\frac{2}{3}}R^2\ell_c^{-1} \quad (\text{C.1})$$

- Le rayon apparent :  $R_{ap}$

C'est le rayon "visible" de la goutte. Il s'agit du rayon mesuré dans nos expériences, c'est pourquoi il est important de pouvoir en tirer  $R$ . Pour une goutte capillaire, l'écrasement de la surface de contact reste négligeable devant le rayon de la goutte :

$$R_{ap} = R \quad (\text{C.2})$$

- La hauteur :  $H$

Comme son nom l'indique, c'est la hauteur de la goutte. En admettant que l'écrasement de la goutte sur sa surface de contact soit négligeable devant  $H$ , il vient directement :

$$H = 2R \quad (\text{C.3})$$

- La pression au point la plus bas  $P$  :

Pour les gouttes capillaires, les effets de surface sont dominants. C'est donc la pression de Laplace qui fixe la pression dans la goutte, le poids de la hauteur de fluide

pouvant être négliger. Il vient directement :

$$P = \frac{2\gamma}{R} \quad (\text{C.4})$$

## C.2 Flaques gravitaires : $R > \ell_c$

De la même manière que précédemment, nous définissons toutes les grandeurs utiles pour les gouttes de rayons supérieur à la longueur capillaire. Dans ce cas, ce sont les effets de la gravité qui gouvernent le comportement de la flaque.

- Le rayon de la sphère :  $R$

C'est le rayon de la sphère de même volume que la flaque. Comme précédemment, nous utiliserons cette longueur pour définir toutes les autres.

- Le rayon de contact :  $\ell$

En supposant que la flaque est un cylindre de rayon  $\ell$  et, comme nous le verrons par la suite, de hauteur  $H = 2\ell_c$ , le volume de la flaque s'écrit alors  $V = 2\pi\ell^2\ell_c$ . De plus, il est définie comme  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ . Le rayon de contact s'exprime donc comme :

$$\ell = \sqrt{\frac{2}{3}}R^{3/2}\ell_c^{-1/2} \quad (\text{C.5})$$

- Le rayon apparent :  $R_{ap}$

Le rayon apparent d'une flaque est le même que celui de contact :

$$R_{ap} = \sqrt{\frac{2}{3}}R^{3/2}\ell_c^{-1/2} \quad (\text{C.6})$$

- La hauteur :  $H$

Nous exprimons la hauteur d'une flaque grâce à une étude énergétique simple. Nous considérons pour cela que la flaque est un cylindre de rayon  $\ell$  et de hauteur  $H$ , son volume s'exprime comme :  $V = \pi\ell^2H$ . L'énergie de la flaque vient de son énergie potentielle de pesanteur et de son énergie de surface :  $E = E_p + E_\gamma = \rho_l g V \frac{H}{2} + 2\gamma \frac{V}{H}$ .

En minimisant l'énergie  $E$  de la flaque, nous exprimons la hauteur de la flaque :

$$H = 2\ell_c \quad (\text{C.7})$$

- La pression au point la plus bas  $P$  :

Pour les flaques, c'est le poids de la colonne de fluide au-dessus d'un point qui fixe sa pression. Nous venons de démontrer que la hauteur d'une flaque est de  $2\ell_c$  (Eq. C.7). La pression au point le plus bas de la flaque s'exprime donc comme :

$$P = 2\rho_l g \ell_c \quad (\text{C.8})$$

### C.3 Résolution numérique

Afin de vérifier les lois précédemment trouvées, nous proposons de résoudre numériquement le profil d'une goutte non-mouillante. Ce type de vérification numérique a déjà été fait par le passé [Merrer, 2010] [Aussillous, 2002], il est rappelé ici à titre informatif. Soit  $s$  l'abscisse curviligne d'un point  $P$  du profil de la goutte,  $\alpha$  l'angle  $\widehat{OQP}$ ,  $z$  et  $r$  les coordonnées cylindrique du point  $P$ . Nous représentons le système et les principales variables utilisées sur la figure C.2. L'invariance par rotation du système permet de retirer la variable  $\theta$  des équations. L'équation différentielle décrivant le profil de la goutte se trouve en deux étapes.

- La pression de part et d'autre de l'interface.

La loi de Laplace nous donne directement  $\Delta P = \gamma \mathcal{C}$  où  $\mathcal{C}$  est la courbure de l'interface. La courbure radiale est trouvée géométriquement :  $\mathcal{C}_1 = \frac{1}{PQ} = \frac{\sin(\alpha)}{r}$ . La courbure azimutale, *i-e* dans le plan  $(0, \hat{r}, \hat{\theta})$ , est par définition :  $\mathcal{C}_2 = \frac{d\alpha}{ds}$ . Ce qui nous donne une différence de pression de part et d'autre de l'interface en tout point du profil de la goutte :

$$\Delta P = \gamma \left( \frac{d\alpha}{ds} + \frac{\sin(\alpha)}{r} \right) \quad (\text{C.9})$$

- La pression hydrostatique.

Soit  $\mathcal{C}_0$  la courbure au sommet de la goutte, qui sera le paramètre déterminant la taille de notre goutte. La loi de Laplace nous donne la pression au point 0 dans la

goutte :  $\Delta P = \gamma \mathcal{C}_0$ . La pression à l'altitude  $z$  dans la goutte est donc :

$$P(z) = P_0 + \gamma \mathcal{C}_0 + \rho_l g z \quad (\text{C.10})$$

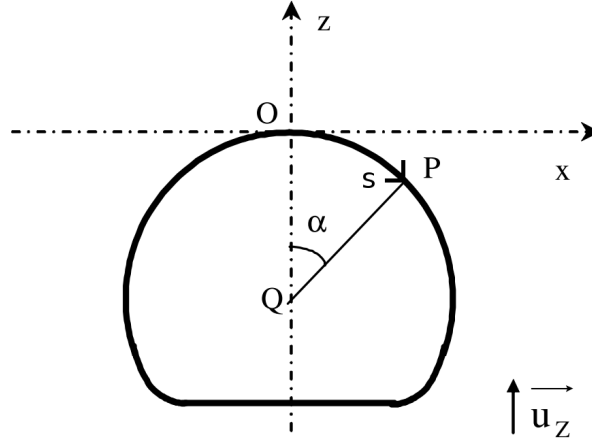


FIGURE C.2 – Définition des variables utiles à la résolution du profil d'une goutte non-mouillante.

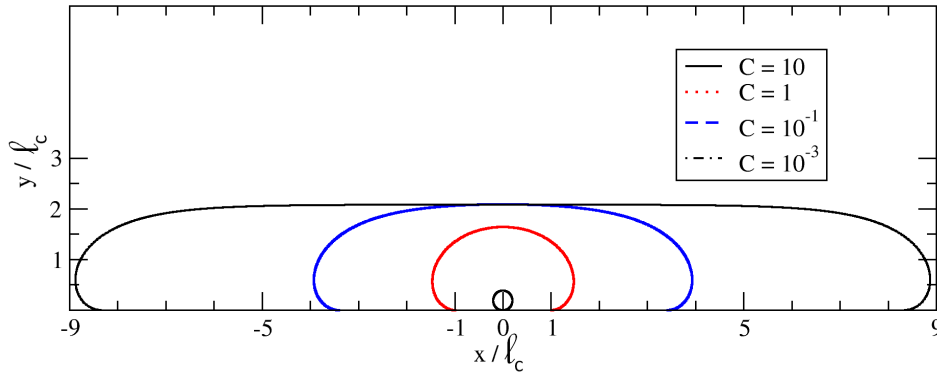


FIGURE C.3 – Différents profils de gouttes pour quelques courbures  $\mathcal{C}$  particulières.

Les équations C.9 et C.10 permettent d'exprimer l'équation différentielle totale suivante :

$$\gamma \left( \frac{d\alpha}{ds} + \frac{\sin(\alpha)}{r} \right) = \gamma \mathcal{C}_0 + \rho_l g z \quad (\text{C.11})$$

Nous adimensionnons l'équation C.11 à l'aide des variables sans dimension suivantes :  $\bar{z} = \frac{z}{\ell_c}$ ,  $\bar{r} = \frac{r}{\ell_c}$  et  $\bar{s} = \frac{s}{\ell_c}$ . Cette équation s'exprime alors comme :

$$\frac{d\alpha}{d\bar{s}} + \frac{\sin(\alpha)}{\bar{r}} - \bar{z} = \mathcal{C}_0 \ell_c \quad (\text{C.12})$$



En remarquant que  $\cos(\alpha) = \frac{d\bar{r}}{d\bar{s}}$  et  $\sin(\alpha) = \frac{d\bar{z}}{d\bar{s}}$ , nous pouvons résoudre numériquement l'équation C.12 par un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4 où  $C = C_0\ell_c$ . Nous représentons sur la figure C.2 le profil de gouttes pour différentes valeurs de  $C$ . Nous constatons que nous pouvons classer les deux types de gouttes en fonction de ce paramètre : une courbure au sommet supérieure à 1 correspond aux gouttes capillaires, alors qu'une courbure inférieure à l'unité correspond aux flaques gravitaires.

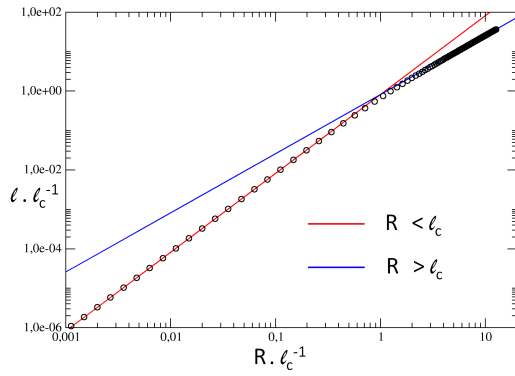


FIGURE C.4 – Rayon de contact  $\ell$  en fonction du rayon  $R$  adimensionnés par  $\ell_c$ . Résultats numériques (  $\bullet$  ), équation C.1 en trait plein rouge et équation C.5 en trait plein bleu .

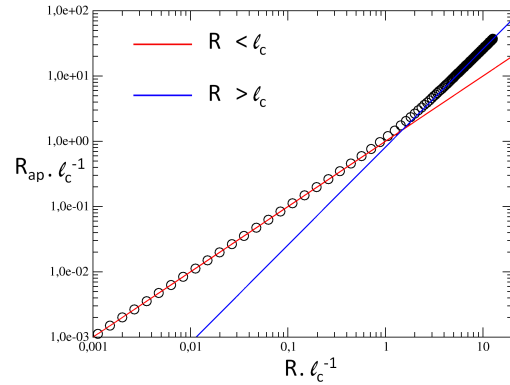


FIGURE C.5 – Rayon apparent  $R_{ap}$  en fonction du rayon  $R$  adimensionnés par  $\ell_c$ . Résultats numérique (  $\bullet$  ), équation C.2 en trait plein rouge et équation C.6 en trait plein bleu .

Nous résolvons numériquement l'équation C.12 pour différentes valeurs de  $C$ . Nous mesurons les longueurs  $\ell$ ,  $R_{ap}$  et  $H$  ainsi que la pression  $P$  en fonction du rayon  $R$ . Nous représentons nos résultats sur les figures C.4, C.5 C.6 et C.7. Sur chaque figure, nous représentons en rouge les lois d'échelle pour des gouttes de rayon inférieur à la longueur capillaire, et en bleu les lois d'échelles pour  $R > \ell_c$ . Nous constatons que les lois d'échelles que nous avons proposé précédemment sont en accord avec nos résultats numériques.

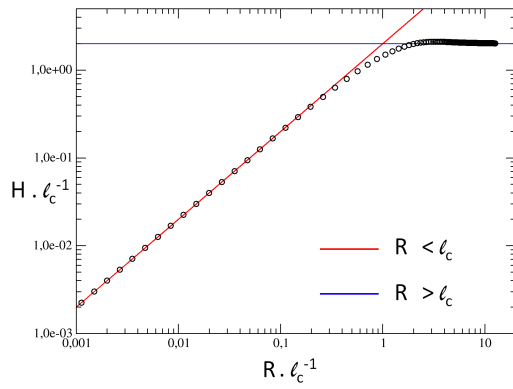


FIGURE C.6 – Hauteur en fonction du rayon  $R$  adimensionnés par  $\ell_c$ . Résultats numériques (  $\circ$  ), équation C.3 en trait plein rouge et équation C.7 en trait plein bleu.

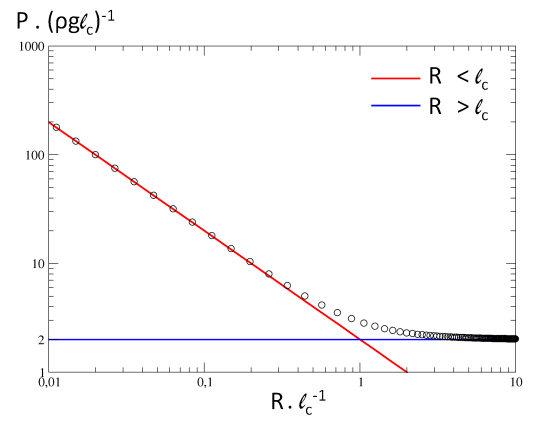


FIGURE C.7 – Pression au point le plus bas de la goutte en fonction du rayon  $R$  adimensionnés par  $\ell_c$ . Résultats numériques (  $\circ$  ), équation C.4 en trait plein rouge et équation C.8 en trait plein bleu.



# Annexe D

## Transferts thermiques

La physique d'une goutte de Leidenfrost met en jeu de nombreux processus thermiques : le substrat, considéré comme une source de chaleur, transfère de l'énergie sous forme de chaleur à la vapeur d'eau par contact direct, qui se propage ensuite le long de l'épaisseur de vapeur principalement par diffusion. Cette énergie est ensuite utilisée par le système pour vaporiser la goutte. Nous introduisons ici les principes fondamentaux qui permettent de comprendre ces différents échanges.

### D.1 Chaleur, enthalpie et capacité thermique massique

En thermodynamique, l'énergie interne d'un corps ne peut varier que de deux façons : soit en fournissant/recevant du travail du milieu extérieur, soit en lui fournissant/recevant de la chaleur. La chaleur est donc un transfert d'agitation thermique assimilable à une quantité d'énergie. A pression constante, la variation d'énergie interne est égale à la variation d'enthalpie  $H$  du corps. Dans ce cas, on définit la chaleur apportée à un système  $\delta Q$  comme :

$$\delta Q = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT \quad (\text{D.1})$$

La grandeur  $\left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$ , anciennement appelée chaleur spécifique, est la capacité thermique molaire à pression constante, appelée  $C$  et s'exprime en  $J.K^{-1}.mol^{-1}$ . On peut également l'exprimer en  $J.kg^{-1}.K^{-1}$ , dans ce cas cette grandeur est appelée capacité thermique massique et se symbolise par :  $C_p$ .

La capacité thermique massique quantifie l'énergie nécessaire pour élever d'un degré

la température d'un kilogramme d'un corps. Elle quantifie de la même manière l'énergie fournie au milieu extérieur lorsque sa température descend d'un degré.

## D.2 Equation de la chaleur

L'équation de la chaleur est introduite par Fourier [Fourier, 1822] pour décrire l'évolution thermique d'un système évoluant par conduction thermique. Elle permet d'exprimer le champ de température  $T(x, t)$  dans un matériau :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = \frac{\lambda}{\rho C_p} \Delta T(x, t) + \frac{P}{\rho C_p} \quad (\text{D.2})$$

où  $\Delta$  est l'opérateur laplacien,  $\lambda$  la conductivité thermique du matériau,  $P$  une éventuelle production volumique de chaleur,  $\rho$  la masse volumique du matériau et  $C_p$  la capacité thermique massique du matériau.

Pour que cette équation soit mathématiquement résolvable, il faut connaître le champ de température au temps initial (condition initiale) et connaître sur les bords du domaine, soit la température (condition de Dirichlet), soit le flux de chaleur (condition de Neumann). En pratique, on essaie de remplacer le terme de production de chaleur  $P$  par une condition au bord de type :  $T(x_0, t) = T_1$  où  $T_1$  est la température de la source. De plus, on se limite au cas stationnaire. Dans ce cas, l'équation de la chaleur D.2 prend la forme de l'équation de Laplace et devient facilement résolvable :

$$\Delta T(x) = 0 \quad (\text{D.3})$$

Malheureusement, ce type d'hypothèses simplificatrices n'est pas forcément faisable. Dans ce cas, on peut tout de même caractériser la dynamique d'un transfert thermique à l'aide de deux coefficients :

- Le coefficient de diffusivité thermique  $D$  détermine l'inertie thermique d'un matériau. Il s'exprime comme :

$$D = \frac{\lambda}{\rho C_p} \quad (\text{D.4})$$

Son unité est le  $m^2.s^{-1}$ . Il caractérise la prédisposition d'un système thermique à conserver sa température initiale lorsqu'intervient une perturbation. Plus la diffusivité thermique d'un matériau est faible et plus la chaleur met du temps pour

le traverser.

- L'effusivité thermique d'un matériau caractérise sa capacité à échanger de la chaleur avec le milieu extérieur. Il s'exprime comme :

$$E = \sqrt{\lambda\rho C_p} = \sqrt{D\rho C_p} \quad (\text{D.5})$$

Son unité est le  $J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1/2}$ . Ce coefficient permet de calculer la température d'une interface entre deux milieu d'effusivité  $E_1$  et  $E_2$  et de température  $T_1$  et  $T_2$ . La température  $T$  de l'interface s'exprime alors comme :

$$T = \frac{T_1 E_1 + T_2 E_2}{E_1 + E_2} \quad (\text{D.6})$$

Plus l'effusivité thermique d'un matériau est élevée, plus le matériau absorbe d'énergie sans se réchauffer notablement. Au contraire, plus elle est faible, plus vite le matériau se réchauffe.



# Bibliographie : Annexes

- [Aussillous, 2002] Aussillous, P. (2002). *Goutte enrobées*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI.
- [Brakke, 1996] Brakke, K. (1996). The surface evolver and the stability of liquid surfaces. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 354(1715) :2143–2157.
- [Cox, 2005] Cox, S. (2005). A viscous froth model for dry foams in the surface evolver. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 263 :81 – 89.
- [Euler, 1744] Euler, L. (1744). *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*.
- [Fourier, 1822] Fourier, J. (1822). *Theorie analytique de la chaleur, par M. Fourier*. Chez Firmin Didot, père et fils.
- [Ito and Sato, 2010] Ito, M. and Sato, T. (2010). In situ observation of a soap film catenoid. a simple educational physics experiment. *Eur. J. Phys.*, 31(357).
- [Landau, 1959] Landau, L. (1959). *Fluid Mechanics*, volume 6.
- [Mahadevan and Pomeau, 1999] Mahadevan, L. and Pomeau, Y. (1999). Rolling droplets. *Physics of Fluids (1994-present)*, 11(9) :2449–2453.
- [Merrer, 2010] Merrer, M. L. (2010). *Dissipations aux interfaces : caléfaction, sillages, filaments visqueux*. PhD thesis, Ecole supérieure de physique et de chimie industrielles de la ville de Paris.
- [Phelan et al., 1995] Phelan, R., Weaire, D., and Brakke, K. (1995). Computation of equilibrium foam structures using the surface evolver. *Experimental Mathematics*, 4(3) :181–192.
- [Rayner et al., 2004] Rayner, M., Tragardh, G., Tragardh, C., and Dejmek, P. (2004). Using the surface evolver to model droplet formation processes in membrane emulsification. *Journal of Colloid and Interface Science*, 279(1) :175 – 185.





# Conclusion générale



Nous avons vu dans cette thèse différents moyens de contrôler des jets et des gouttes en caléfaction. Que ce soit pour l'impact d'un jet sur un film de savon ou pour l'effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost, nous avons mis en évidence des interactions nouvelles que nous avons modélisées à l'aide d'arguments physiques. Ces interactions ainsi que leurs effets sur l'objet concerné sont les suivants :

- Lorsqu'un jet millimétrique entre en contact avec un film de savon, suivant l'angle d'incidence du jet et son nombre de Weber, le jet va soit traverser le film, soit être absorbé par le film. Dans les deux cas, le phénomène dépend uniquement du nombre de Weber du jet ainsi que de son angle d'incidence.
- Dans le cas où le nombre de Weber du jet est élevé et que son angle d'incidence est faible, le jet possède suffisamment de quantité de mouvement verticale pour traverser le film de savon. Nous avons alors constaté que l'impact du jet déforme le film. La simulation numérique d'un cylindre perçant une interface nous a permis mieux comprendre le phénomène. La déformation du film capte principalement la quantité de mouvement verticale du jet. Cette absorption a pour conséquence de réfracter le jet qui ressort du film. Ce phénomène ouvre de nouvelles perspectives dans le domaine de guidage de jets.
- Lorsque le nombre de Weber du jet est faible ou que son angle d'incidence est important, le jet ne possède plus assez de quantité de mouvement verticale pour ressortir du film. Il est alors absorbé par le film et ondule à sa surface avec une longueur d'onde caractéristique. L'absorption du jet par le film permet de le nourrir et de prolonger considérablement sa durée de vie.
- En se plaçant dans une configuration similaire à celle où le jet est absorbé par le film, nous avons mis en évidence un régime transitoire où le jet rebondit sur le film de savon. Le temps de vie de ce régime est de l'ordre de la seconde mais peut certainement être augmenté. Toujours dans l'optique de développer de nouvelles manières de guider des jets, notre équipe travaille actuellement sur la stabilisation de ce régime.

- Un faible champ électrique appliquée entre une goutte de Leidenfrost et son substrat permet de réduire l'épaisseur moyenne du film de vapeur sur lequel elle lévite. L'utilisation d'une méthode interférométrique nous a permis d'avoir accès au profil en trois dimensions de l'interface liquide-vapeur sous la goutte et de mettre en évidence cette diminution d'épaisseur sous l'effet d'une tension.
- L'application d'un champ électrique important crée de micro-contacts entre la goutte et le substrat, supprimant en partie l'effet Leidenfrost. Ces contacts ont lieu uniquement au-delà d'une tension critique et permette à un courant de traverser le circuit goutte-substrat. Dans ce cas, nous avons mis en évidence que la goutte est caractérisée par une conductance qui ne dépend plus de la tension. Il apparait donc qu'une goutte de Leidenfrost se comporte électriquement comme une résistance à seuil dont les caractéristiques (tension critique et conductance) dépendent de sa taille.
- La méthode interférométrique utilisée nous a permis d'avoir accès au profil en trois dimensions de l'interface liquide-vapeur sous la goutte. Nous avons ainsi mis en évidence expérimentalement que cette surface est asymétrique et qu'une poche de vapeur est logée en son centre. Bien qu'intuitée dès le milieu du XX<sup>e</sup> par Wachter, la modélisation théorique de la présence de cette bulle de vapeur est récente (cf. Pomeau et al. 2013). Par contre, l'asymétrie n'est pas encore comprise, et pourrait expliquer l'extrême mobilité des gouttes de Leidenfrost.

# **Contrôle et dynamique d'objets capillaires :**

## **Impact d'un jet sur un film de savon et**

### **Effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost.**

Au cours de cette thèse, nous avons étudié diverses interactions d'objets où la capillarité joue un rôle prédominant.

Dans une première partie, nous nous sommes intéressés à l'impact d'un jet sub-millimétrique sur un film de savon. Nous avons montré que le jet peut passer au travers du film sans le rompre. Suivant le nombre de Weber et l'angle incident du jet, nous avons mis en évidence différents régimes. Lorsque le nombre de Weber du jet est élevé et que son angle d'incidence est faible, le jet possède suffisamment de quantité de mouvement verticale pour traverser le film de savon. L'interaction est à double sens : le jet déforme le film et la déformation du film capte une partie de l'énergie cinétique du jet, menant à sa réfraction (Chapitre 2). L'étude numérique d'un cylindre solide perçant une interface nous a permis de modéliser le phénomène (Chapitre 4). Si le nombre de Weber du jet est faible ou que son angle d'incidence est élevé, le jet ne possède plus assez de quantité de mouvement verticale pour traverser le film. Il est alors piégé par le film et ondule à sa surface avec une longueur d'onde caractéristique (Chapitre 3).

Dans la seconde partie de cette thèse, nous avons étudié l'effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost. Une méthode interférométrique nous a permis de connaître le profil en trois dimensions de l'interface liquide-vapeur située sous la goutte en caléfaction. Nous avons ainsi pu mettre en évidence l'asymétrie de cette interface ainsi que la présence d'une bulle de vapeur sous son centre. Dans un premier temps, nous avons limité notre étude à un relatif faible champ électrique. Nous avons vu qu'il attire la circonférence de l'interface liquide-vapeur vers le substrat et qu'il augmente la taille de la bulle de vapeur (Chapitre 7). En appliquant un champ électrique plus important, la goutte en caléfaction entre en contact avec le substrat, supprimant partiellement l'effet Leidenfrost. Un courant passe alors dans le système. Nous avons alors pu remarquer que la goutte se comporte électriquement comme une résistance à seuil, dont les caractéristiques dépendent de sa taille (Chapitre 8).

## Résumé

Nous avons étudié l'impact d'un jet millimétrique sur un film de savon. Selon le nombre de Weber et l'angle incident du jet, nous avons montré que le jet peut soit passer au travers du film, soit être absorbé par le film. Dans le premier cas, le passage du jet au travers du film déforme ce dernier. Cette déformation absorbe une partie de l'énergie du jet qui est alors réfracté. Dans le second cas, le jet ne possède pas suffisamment de quantité de mouvement verticale pour traverser le film et est ondule alors sur ce dernier.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'effet d'un champ électrique sur une goutte de Leidenfrost. Une méthode interférométrique nous a permis de connaître le profil en trois dimensions de l'interface liquide-vapeur située sous la goutte. Sans champ électrique, cette interface est concave. L'application d'un faible champ électrique attire la circonférence de cette interface vers le substrat. En appliquant un champ électrique plus intense, la goutte en calefaction entre en contact avec le substrat. Un courant passe alors dans le système et la goutte se comporte comme une résistance à seuil.

## Abstract

We have studied the impact of a millimetric jet on a soap film. According to the Weber number and the incident angle of the jet, we have shown that the jet may either pass through the film or be absorbed by the film. In the first case, the jet passage through the film deforms the latter. This deformation absorbs a portion of the energy of the jet which is then refracted. In the second case, the jet does not have sufficient amount of vertical movement to pass through the film and he undulates on the film.

We then investigated the effect of an electrical field on a Leidenfrost droplet. An interferometric method allowed us to know the three-dimensional profile of the liquid-vapor interface below the drop. Without electrical field, this interface is concave. The application of a low electrical field attracts the circumference of the interface to the substrate. By applying a more intense electrical field, the drop in calefaction comes in contact with the substrate. A current flows in the system and the drop behavior is like a threshold's resistor.

