



HAL
open science

Thermodynamique du bord interne de la zone morte dans les disques protoplanétaires

Julien Faure

► **To cite this version:**

Julien Faure. Thermodynamique du bord interne de la zone morte dans les disques protoplanétaires. Planétologie et astrophysique de la terre [astro-ph.EP]. Université Paris Sud - Paris XI, 2014. Français. NNT : 2014PA112225 . tel-01083401

HAL Id: tel-01083401

<https://theses.hal.science/tel-01083401v1>

Submitted on 17 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Comprendre le monde,
construire l'avenir®



Université Paris Sud
Écode doctorale
Astronomie et Astrophysique d'Ile de France

Service d'Astrophysique, CEA Saclay

THÈSE de doctorat spécialité
SCIENCES DE L'UNIVERS
par

Julien FAURE

Thermodynamique du bord interne de la
zone morte dans les disques
protoplanétaires

Thèse soutenue le 25 Septembre 2014 devant le jury composé de :

Pr. Guillaume Pineau des Forêts	Université Paris XI, IAS	(Examineur)
Dr. Sébastien Fromang	CEA Saclay, SAp	(Directeur de la thèse)
Dr. Geoffroy Lesur	IPAG	(Examineur)
Pr. Richard P. Nelson	Queen Mary University (London)	(Examineur)
Pr. Steven A. Balbus	Oxford University	(Rapporteur)
Pr. Jonathan Ferreira	Université Joseph Fourier	(Rapporteur)

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier Sébastien Fromang, directeur de ma thèse. Sa confiance en mes capacités a été le moteur de ma persévérance. J'ai pu trouver en lui à la fois le soutien dont j'ai pu avoir besoin et l'espace nécessaire au développement de mon autonomie de chercheur. Je retiendrais surtout la leçon que sa rigueur scientifique m'a apprise : l'écriture des résultats obtenus (en vue d'être publiés) est le miroir de notre perception. C'est donc selon moi un exercice essentiel non seulement pour transmettre mais aussi pour affiner (voir parfois remettre en cause) notre compréhension.

Cette thèse eut été bien différente sans l'aide de Pascal Tremblin, doctorant de troisième année installé au bureau en face du mien lors de ma première année de doctorat. En plus de m'avoir montré tous les outils dont je me suis servi quasi quotidiennement, il est pour moi l'exemple à suivre.

La collaboration avec Henrik Latter (Cambridge University, UK), qui m'a invité à venir discuter directement avec lui à plusieurs reprises, et avec Héloïse Méheut (CEA) a grandement contribué à enrichir mes travaux.

Je remercie tous les membres du jury de ma thèse de s'être rendus disponibles pour assister à la soutenance. Merci aux rapporteurs de cette thèse, Steeven A. Balbus et Jonathan Ferreira, pour le travail qu'ils ont accepté de fournir pour m'aider à améliorer le contenu de ce manuscrit.

Je remercie aussi tous les occupants du bureau 235 de 2011 à 2014 : Jean Justin (Mathieu Guenel), Astrugar (Antoine Strugarek), Ptrembli (Pascal Tremblin), Dragon Déchu Odocao (Long Do Cao), Vreville (Victor Réville), Pierre Auclair-Desrotour. Ils ont contribué à en faire un lieu convivial et propice au travail de recherche.

Que soient très chaleureusement remerciés tous ceux qui m'ont soutenu pendant ces trois années. Je pense particulièrement à mon frère Léo qui, à sa manière, me fait relativiser l'importance que doit prendre mon travail et qui m'a offert/imposé des précieux moments de détente (ou d'énervement extrême noob feeder) tellement nécessaires en fin de compte. Merci aussi pour le temps passé sur les figures.

Enfin, je dédie cette thèse à la plus intransigeante des lectrices(eurs), Marie. Elle me dira si j'ai usé de suffisamment de pédagogie pour rendre accessible et intéressant aux physiciens une étude si spécialisée sur un sujet si passionnant.

Table des matières

Table des matières	iv
Introduction	1
I Contexte scientifique et outils	7
1 Accrétion dans le disque protoplanétaire	9
Introduction	10
Formation du disque	10
Observations	13
Ordres de grandeur	15
1.1 Le problème du transport de moment cinétique	16
1.1.1 Transport visqueux	16
1.1.2 Jets et vents de disque	18
1.1.3 Modèle α	18
1.2 Turbulence de l'écoulement	19
1.2.1 Stabilité hydrodynamique du disque	20
1.2.2 Instabilité magnéto-rotationnelle	23
1.2.3 Turbulence MHD et transport	26
1.2.4 Simulations numériques	28
1.3 Zone morte	30
1.3.1 MRI et dissipation	30
1.3.2 Sources d'ionisation	31
1.3.3 Le concept de zone morte	32
1.3.4 Contraintes observationnelles	33
2 Formation de planétésimaux	35
Introduction	36
2.1 Dynamique des grains	36
2.1.1 Sédimentation	36
2.1.2 Migration	39
2.2 Les obstacles de la formation des planétésimaux	40
2.2.1 Barrière de migration	41
2.2.2 Barrière de rebond et de fragmentation	42
2.2.3 Là où l'individu échoue, le collectif peut réussir. Ou pas.	44
2.2.4 Pièges à poussière	45
3 Le rôle de la zone morte	49
3.1 La formation de structures au bord interne de la zone morte	50
3.1.1 Accumulation de la masse au bord interne de la zone morte	50

3.1.2	Vortex dans les disques	51
3.2	Position du bord interne	60
3.2.1	Ionisation thermique	61
3.2.2	Disque passif	62
3.2.3	Disque actif	63
3.2.4	La zone bi-stable	65
3.3	Bi-stabilité de la région autour du bord interne de la zone morte	65
3.3.1	Modèle 1D	65
3.3.2	Dynamique du bord interne de la zone morte	66
3.4	Objectifs de la thèse	69
4	Simulations numériques	71
	Introduction	72
4.1	Résolution numérique d'équations différentielles	72
4.1.1	Notion de stabilité	72
4.1.2	Méthode des volumes finis	73
4.1.3	Problème de Riemann	75
4.1.4	Convergence dans les simulations MHD de disques	77
4.2	Simulations MHD globales de disques non-localement isothermes	78
4.2.1	Équations MHD	78
4.2.2	Problème de la conservation de l'énergie thermique	79
4.2.3	Conditions initiales	81
4.2.4	Paramètres numériques	83
II	Thermodynamique de la zone morte	87
5	Dynamique du bord interne de la zone morte	89
5.1	Thermodynamics of the dead zone inner edge in protoplanetary disks	90
5.2	Résultats	105
5.2.1	Thermodynamique du disque turbulent	105
5.2.2	Thermodynamique de la zone morte	105
5.2.3	Fronts de MRI	106
5.3	Conclusions, discussion et perspectives	108
5.3.1	Convergence numérique	108
5.3.2	Fluctuations turbulentes	108
5.3.3	Dynamique du bord interne de la zone morte	114
6	Le cycle des vortex	117
6.1	Vortex cycle at the inner edge of dead zones in protoplanetary disks	118
6.2	Résultats	130
6.2.1	Simulations MHD	130
6.2.2	Modèle visqueux de la région du bord interne de la zone morte	131
6.3	Conclusions, discussion et perspectives	133
6.3.1	Processus de migration	133
6.3.2	Formation de planétésimaux	139
	Conclusion	143

III	Annexes	147
A	Cycle magnétique au bord interne de la zone morte	149
A.1	Modèle de disque avec flux net	150
A.2	Résultats préliminaires	150
A.2.1	Analyse des simulations	151
A.2.2	Cycle magnétique	155
A.2.3	Petit modèle de l'activation de la zone morte	155
A.2.4	Discussion	156
B	Simulation RMHD	159
C	Conditions aux limites radiale	163
C.1	Cellules fantômes et zones tampons	164
C.2	Influence sur les résultats des simulations	164
D	Ordres de grandeur et notations	167
D.1	Notations	168
D.1.1	Base de coordonnées	168
D.1.2	Abréviations	168
D.1.3	Notations génériques	168
D.1.4	Variables	168
D.1.5	Notations récurrentes	169
D.2	Constantes	169
D.3	Modèle de référence du disque	170
D.4	Formulaire	170
D.4.1	Opérateurs en coordonnées cylindrique	170
D.4.2	Tenseur visqueux	170
	Bibliographie	171

Introduction

Depuis la découverte de 51 Pegasi b (Michel Mayor et Didier Queloz, 1995), une planète géante en rotation autour d'une étoile naine de la constellation de Pégase, les techniques et les moyens mis en oeuvre pour chercher des exoplanètes¹ se sont très rapidement développés. Aujourd'hui, 5195 observations ont annoncé la découverte d'une nouvelle exoplanète et 1490 de ces détections ont été confirmées. Le grand nombre de détections et la découverte de systèmes composés de plusieurs planètes a levé le doute sur l'exceptionnalité de la formation planétaire. Notre système solaire nous apparaît aujourd'hui comme un système planétaire parmi d'autres. Sur la base du catalogue des exoplanètes les chercheurs ont pu, malgré l'apparente diversité des systèmes observés, faire ressortir quelques propriétés communes. Il est ainsi admis que les planètes et l'étoile autour de laquelle elles orbitent se forment conjointement, à partir du même nuage de gaz et de poussière. La formation des planètes fait donc partie intégrante du scénario de formation stellaire.

L'histoire de la formation d'une étoile et de ses planètes commence dans un nuage moléculaire : une région froide du milieu interstellaire où les molécules de dihydrogène sont protégées du rayonnement extérieur. L'élément déclencheur qui perturbe l'équilibre du nuage est peut-être l'explosion d'une étoile voisine (Mac Low et Klessen 2004). L'onde de choc qu'elle émet se propage jusqu'au nuage et comprime le gaz. Les régions plus denses exercent alors une attraction gravitationnelle plus intense sur les particules alentour. Le nuage se fragmente en plusieurs coeurs denses qui s'effondrent sous l'action de leur propre poids. La suite est communément divisée en quatre étapes (résumées sur la figure 1) que l'on distingue par des critères observationnels (André 2002, Williams et Cieza 2011, Armitage 2013) :

Les objets de classe 0 : Ils émettent dans un domaine de longueur d'onde millimétrique et sont pratiquement indétectables à des longueurs d'onde $\lambda < 20 \mu\text{m}$. Ces objets sont des coeurs denses du nuage moléculaire. C'est la phase pré-stellaire du processus de formation d'une étoile.

Les objets de classe I : Ils se distinguent des objets de classe 0 par une émission dans l'infrarouge lointain, signature de la présence d'une enveloppe composée de poussière. Cette seconde étape commence quelques milliers d'années après la phase pré-stellaire. C'est durant cette phase que l'étoile accrète la majeure partie de sa masse. On estime que le flux de matière qui tombe sur l'étoile (ou taux d'accrétion) est autour de $10^{-5} - 10^{-7} M_{\odot} \cdot \text{ans}^{-1}$ ². C'est la phase proto-stellaire, elle dure 10^5 ans environ.

Les objets de classe II : À ce stade, la formation de l'étoile est quasiment

1. Les planètes qui orbitent autour d'une étoile autre que le Soleil.
2. $M_{\odot} \sim 2 \cdot 10^{30}$ kg est la masse du soleil.

terminée. Les raies d'émission dans l'ultraviolet indiquent que l'étoile accrète de la masse avec un taux **1000** fois plus faible que dans la phase proto-stellaire. La forme du spectre d'émission infrarouge qui se superpose au spectre du corps noir de l'étoile est caractéristique de la présence d'un disque de poussière en rotation autour de cette dernière. Durant cette phase, les grains de poussière s'assemblent pour former des corps de plus en plus gros : la formation des planètes commence. C'est la phase protoplanétaire. Elle dure quelques millions d'années. Le disque, constitué de poussière mais aussi de gaz, est appelé disque protoplanétaire (voir l'encadré de la figure 1).

Les objets de classe III : Les raies d'émission dans l'ultraviolet révélatrices de l'accrétion de matière sur l'étoile ont disparu. L'émission infrarouge est très ténue car les grains de poussière se sont mués en planétésimaux : des corps de quelques mètres à quelques kilomètres qui interagissent faiblement avec le rayonnement. Les planétésimaux en rotation autour de l'étoile constituent un disque de débris. Les débris les plus gros collectent les planétésimaux qui se trouvent sur leur passage et grossissent jusqu'à nettoyer leur orbite de la matière qu'elle contient. Ces débris géants sont des proto-planètes. Ils sont assez massifs pour que l'attraction gravitationnelle mutuelle perturbe leur rotation autour de l'étoile. Ils sont alors susceptibles de se rencontrer et de fusionner. Si un corps élimine de son voisinage tous les autres objets de taille comparable alors il sera qualifié de planète³.

Durant la phase protoplanétaire, les particules solides sont très sensibles à la friction du gaz, majoritaire dans le disque. Le mouvement des poussières et, par conséquent, la formation des planétésimaux sont conditionnés par la dynamique du gaz dans le disque.

Le gaz est en rotation autour de l'étoile. La rotation s'accompagne d'une lente dérive vers l'étoile : c'est l'accrétion. Ce mouvement à grande échelle est la conséquence de la turbulence de l'écoulement à petite échelle. L'écoulement du gaz dans le disque est turbulent excepté dans une petite région au coeur du disque appelée "zone morte" (zone sombre sur la figure 2).

La région centrée autour du bord interne de la zone morte (cadre rouge sur la figure 2) suscite depuis plusieurs années l'intérêt de la communauté scientifique qui voit en elle un lieu privilégié de formation des planétésimaux. En effet, à cet endroit, la différence d'accrétion entre la zone turbulente et la zone morte suggère la création dans le disque d'un anneau de gaz plus dense qui attire la poussière. De plus, au sommet de cette sur-densité, la rotation du gaz autour de l'étoile est potentiellement instable. Le cas échéant, l'écoulement s'organise en structures tourbillonnaires appelées "vortex" qui collectent efficacement la poussière. L'écoulement autour du bord interne de la zone morte semble donc avoir la propriété singulière de concentrer les grains de poussière.

Les dernières études de la dynamique du gaz au bord interne ont confirmé nos attentes : une sur-densité et des vortex se forment effectivement à la frontière entre la zone turbulente (zone hachurée sur la figure 2) et la zone laminaire (zone morte) à sa périphérie. Cependant, pour aboutir à cette conclusion, elles font une hypothèse forte sur l'évolution thermique du gaz :

3. Ce n'est pas le cas de Pluton par exemple.

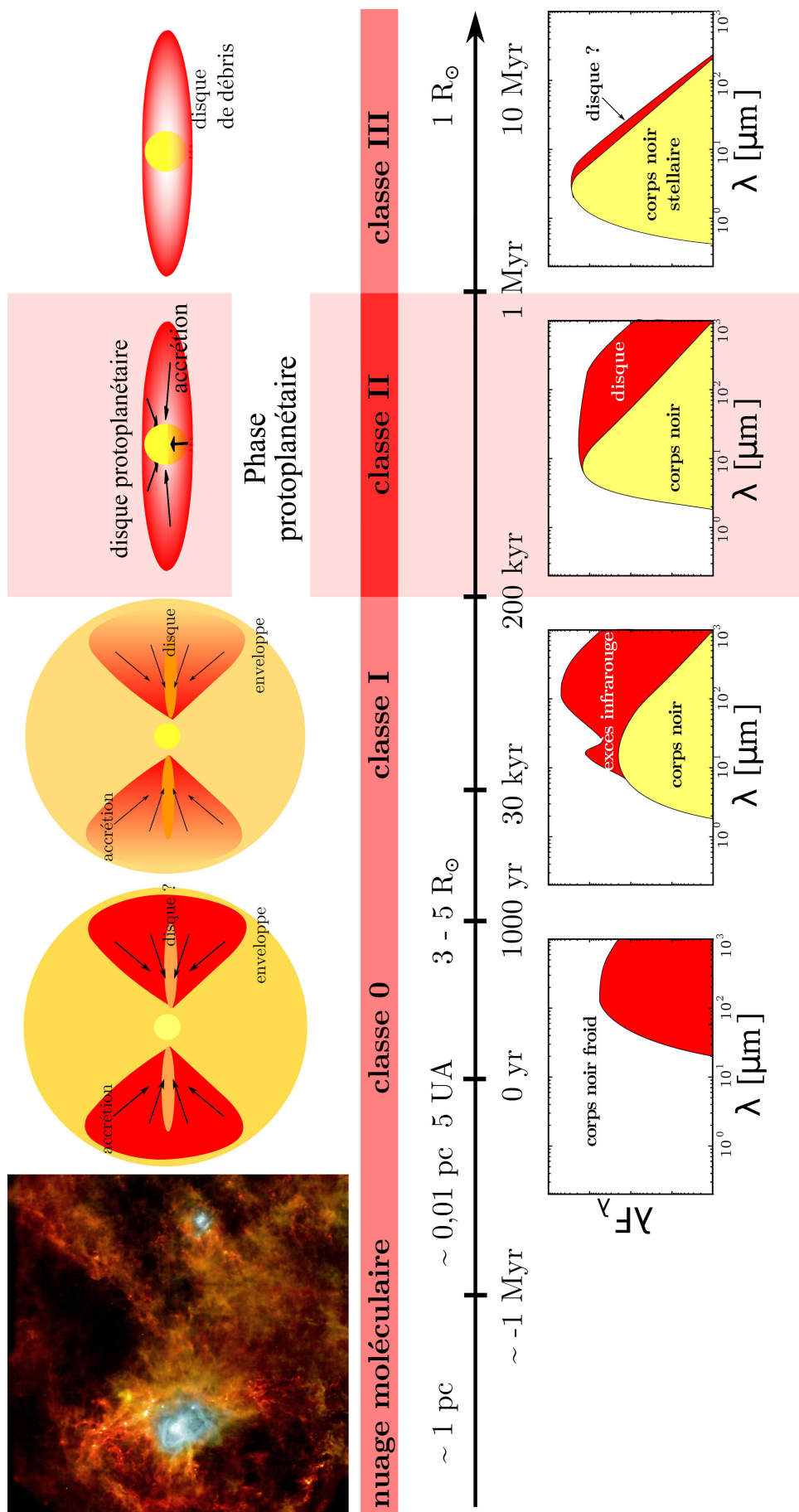


Figure 1 – Chronologie de la formation stellaire. La ligne du bas montre la distribution spectrale d'énergie associée à l'objet dont l'aspect global est représenté sur la ligne du haut. Cette figure est tirée de la thèse Joos (2012)

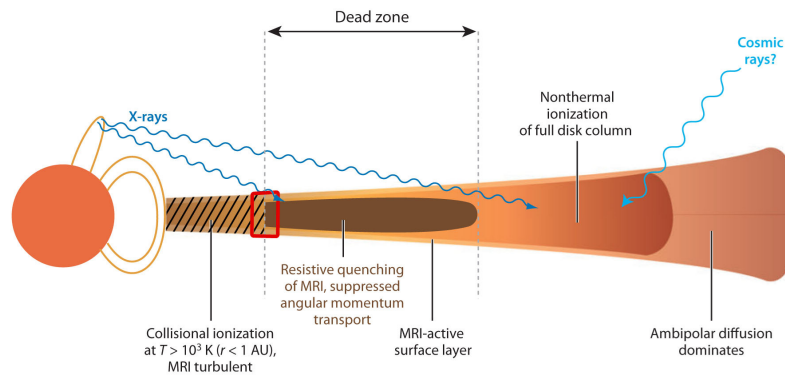


Figure 2 – Schéma de la structure d'un disque protoplanétaire vu pas la tranche extrait de *Armitage (2011)*. La zone morte, en sombre, est encapsulée dans la zone active en couleur claire. Les sources d'ionisation non thermique sont représentées par des flèches bleues. L'étoile centrale est représentée en orange avec quelques lignes de champ magnétique. La région du bord interne de la zone morte est encadrée en rouge.

la température est supposée constante dans le temps. C'est une hypothèse contestable car l'opacité du disque au bord interne de la zone morte ralentit la thermalisation du gaz.

Dans cette thèse on s'intéresse à l'effet des processus thermodynamiques sur la dynamique du gaz au bord interne de la zone morte.

Ce manuscrit s'articule de la façon suivante :

- ▶ La première partie introduit la problématique de la thèse et la méthode qui a été utilisée pour y répondre.
 - Le premier chapitre est consacré au phénomène d'accrétion dans le disque protoplanétaire. En premier lieu, j'explicité le lien entre accrétion, transport de moment cinétique et turbulence dans les disques. Je présente les instabilités susceptibles de déclencher la turbulence dans les disques d'accrétion et je détaille le cas de l'instabilité magnéto-rotationnelle, largement admise aujourd'hui comme responsable de la turbulence du disque protoplanétaire. J'introduis ici le concept de zone morte.
 - Le second chapitre est dédié au problème de la formation des planétésimaux. Je dresse le schéma global de l'évolution des grains de poussière dans le disque sous l'effet de leur interaction avec le gaz pour faire ressortir les contraintes qu'un modèle de formation planétaire doit satisfaire. Je mets en avant les faiblesses des deux grandes théories de formation proposées actuellement et je montre qu'elles suggèrent la présence de pièges à poussière dans le disque.
 - Le bord interne de la zone morte est le sujet du troisième chapitre. J'expose tout d'abord les mécanismes de concentration de la poussière qui nous portent à croire que le bord interne de la zone morte est un environnement propice à la croissance des grains. Je rapporte les conclusions des études les plus récentes de la dynamique du gaz au bord interne ([Dzyurkevich et al. 2010](#), [Lyra et Mac Low](#)

2012) et je souligne le fait qu'elles négligent l'effet des processus thermodynamiques. Je précise ensuite la nature du couplage entre l'évolution thermique et dynamique du gaz au bord interne de la zone morte. Je retranscris les résultats de [Latter et Balbus \(2012\)](#) qui montrent que les processus thermodynamiques pourraient entraîner le déplacement du bord interne de la zone morte et ainsi induire des variations dans l'accrétion de matière sur l'étoile. J'énonce enfin la problématique de ma thèse.

- Le quatrième chapitre présente la méthode employée pour répondre à la problématique. Je donne les notions de base du calcul approché de l'évolution de modèles physiques puis je décris les différents modèles de disques dont j'ai simulé l'évolution durant ma thèse.

► La seconde partie rapporte les résultats obtenus et les conclusions établies pendant ma thèse.

- Le chapitre 5 présente les résultats concernant l'influence des fluctuations turbulentes sur le comportement dynamique du bord interne de la zone morte.
- Le sixième chapitre présente les résultats obtenus à propos de l'impact des processus thermodynamiques sur la formation et l'évolution de structures organisées dans l'écoulement autour du bord interne de la zone morte.
- Le septième et dernier chapitre consigne les résultats préliminaires relatifs à la stabilité de l'écoulement au bord interne de la zone morte dans un disque traversé par un champ magnétique vertical.

Dans la conclusion de cette thèse je fais le bilan des résultats obtenus et je présente les perspectives qu'ils ouvrent.

Première partie

Contexte scientifique et outils

Accrétion dans le disque protoplanétaire

SOMMAIRE

INTRODUCTION	10
Formation du disque	10
Observations	13
Ordres de grandeur	15
1.1 LE PROBLÈME DU TRANSPORT DE MOMENT CINÉTIQUE	16
1.1.1 Transport visqueux	16
1.1.2 Jets et vents de disque	18
1.1.3 Modèle α	18
1.2 TURBULENCE DE L'ÉCOULEMENT	19
1.2.1 Stabilité hydrodynamique du disque	20
1.2.2 Instabilité magnéto-rotationnelle	23
1.2.3 Turbulence MHD et transport	26
1.2.4 Simulations numériques	28
1.3 ZONE MORTE	30
1.3.1 MRI et dissipation	30
1.3.2 Sources d'ionisation	31
1.3.3 Le concept de zone morte	32
1.3.4 Contraintes observationnelles	33

Laplace (1749-1827) avait compris que si les planètes orbitent dans un même plan c'est qu'elles se sont formées dans ce plan. Il envisageait que le soleil et les planètes soient le produit de la contraction d'un nuage de gaz, en rotation sur lui même. Il savait que la rotation de la matière serait accélérée par l'effondrement et supposait que la matière transportée au centre devrait tourner extrêmement vite. Elle serait alors expulsée par la force centrifuge, perpendiculairement à l'axe de rotation. Dans son modèle, les planètes sont issues de l'agglomération de la matière du disque ainsi formé. Les modèles actuels ont conservé un enseignement de cette explication que l'on qualifierait aujourd'hui de naïve : Le rôle primordial de la rotation du nuage.

Introduction

Formation du disque

$$\Phi_{\min} > \Phi_{\text{thresh}} \quad \Phi_{\min} < \Phi_{\text{thresh}}$$

Je mets à profit la simplicité du modèle de Laplace pour introduire les concepts de base qui me serviront tout au long de cette thèse.

Au début de l'effondrement d'un coeur dense, les particules tombent sur la proto-étoile de façon isotrope. La matière accrétée au centre forme la proto-étoile de masse M_* qui exerce sur une particule de masse m , distante de R_{sp} dans la direction \vec{u}_{sp} , la force gravitationnelle :

$$\vec{F}_G = -\frac{GmM_*}{R_{sp}^2} \vec{u}_{sp}. \quad (1.1)$$

Je néglige les interactions avec les autres particules (pression, gravité). La vitesse de la particule est noté \vec{v} . Son moment cinétique par rapport au centre de l'étoile, dans un référentiel galiléen :

$$\vec{L} = mR_{sp} \vec{u}_{sp} \wedge \vec{v} \quad (1.2)$$

est conservé car la seule force qui lui est appliquée est centrale. À mesure que la particule tombe sur l'étoile (diminution de R_{sp}), sa vitesse de rotation augmente. Dès qu'il n'est plus possible de négliger la force centrifuge devant la force gravitationnelle, le problème perd sa symétrie sphérique.

Le mouvement de la particule est décrit dans la base cylindrique $(\vec{u}_R, \vec{u}_\phi, \vec{u}_Z)$ dont l'origine est le centre de l'étoile et dont l'axe vertical est colinéaire à l'axe de rotation initial (rotation du nuage). On appelle "plan de rotation" tout plan perpendiculaire à cet axe. La position de la particule est repérée par les coordonnées (R, ϕ, Z) . l'équation du mouvement de cette particule dans un référentiel galiléen s'écrit :

$$\frac{\partial m v_R}{\partial t} = m \frac{v_\phi^2}{R} - \frac{R}{R_{sp}} F_G, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial m R v_\phi}{\partial t} = 0, \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial m v_Z}{\partial t} = -\frac{Z}{R_{sp}} F_G. \quad (1.5)$$

J'ai projeté la vitesse \vec{v} sur les vecteurs de base : $v_R = \vec{v} \cdot \vec{u}_R$, $v_\phi = \vec{v} \cdot \vec{u}_\phi$, $v_Z = \vec{v} \cdot \vec{u}_Z$. Le moment cinétique de la particule mRv_ϕ est conservé pendant l'effondrement. L'accélération centrifuge (v_ϕ^2/R) freine le mouvement de la matière dans le plan de rotation tandis que la composante verticale de la gravité ramène la matière dans le plan médian (plan de rotation qui passe par le centre de l'étoile). En régime stationnaire, la contraction est stoppée : les particules décrivent des ellipses dans le plan $(\vec{u}_R, \vec{u}_\phi)$ et oscillent autour du plan médian (selon \vec{u}_Z). La matière sédimente dans le plan médian, grâce aux phénomènes dissipatifs tels que les chocs.

La présence d'un disque autour d'une étoile en formation est donc le résultat inévitable de la conservation du moment cinétique du coeur pendant son effondrement.

Les phénomènes dissipatifs tendent aussi à circulariser les orbites. La vitesse d'une particule en orbite circulaire est :

$$\vec{v} = R\Omega_K \vec{u}_\phi = \sqrt{\frac{GM_*}{R}} \vec{u}_\phi. \quad (1.6)$$

On dit que la particule est en rotation képlérienne.

Extension radiale. La taille du disque est le rayon de l'orbite de la particule la plus éloignée de l'axe de rotation. Par conservation du moment cinétique, l'orbite d'une particule en rotation képlérienne dans le plan médian du disque, de moment cinétique initial L_i est

$$R_K = \frac{L_i^2}{m^2 GM_*} = \frac{(R_i v_{\phi_i})^2}{GM_*}, \quad (1.7)$$

où R_i et v_{ϕ_i} sont respectivement la distance et la vitesse de rotation initiale de la particule. La vitesse angulaire de rotation moyenne des coeurs moléculaires est de l'ordre de $\Omega_{\text{coeur}} \sim 10^{-14} - 10^{-13} \text{ s}^{-1}$ (Lodato 2008). Je fais l'hypothèse que la rotation est uniforme dans le coeur. La particule au bord du disque se trouve donc initialement à la périphérie du coeur. La taille typique d'un coeur dense est $R_i = 0.1$ parsec $\sim 3.10^{15} \text{ m}$ (Lodato 2008). On en déduit que le rayon typique d'un disque protoplanétaire est compris entre 100 et 10^4 unités astronomiques ($ua \sim 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m} \sim$ distance terre-soleil).

Échelle de hauteur H. Jusqu'à présent, la compression du gaz était négligée. Pourtant, seule la pression s'oppose à l'aplatissement total du disque. Pour examiner l'effet de la pression, j'adopte une description fluide de la matière dans le disque. La densité est notée ρ , la température T et la pression P . Je considère les particules fluides dont l'altitude Z est petite devant la position radial R . Au premier ordre non nul, la force gravitationnelle devient :

$$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} -\rho \frac{GM_*}{R^2} \\ 0 \\ -\rho \frac{GM_*}{R^3} Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho \Omega_K^2 R \\ 0 \\ -\rho \Omega_K^2 Z \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

En équilibre hydrostatique vertical, le gradient vertical de pression s'oppose à la composante verticale de la force gravitationnelle :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Z} = -\Omega_K^2 Z \quad (1.9)$$

Dans l'approximation gaz parfait :

$$P = \rho \frac{R_{\text{GP}}}{\mu} T \quad (1.10)$$

avec R_{GP} la constante des gaz parfaits et μ la masse moléculaire moyenne. Dans un disque à l'équilibre hydrostatique où la température est uniforme dans la direction verticale,

$$P \propto \rho \propto e^{-Z^2/2H^2}, \quad (1.11)$$

avec

$$H = \frac{1}{\Omega_K} \sqrt{\frac{R_{GP} T}{\mu}} \quad (1.12)$$

l'échelle de hauteur du disque.

Je serai souvent amené par la suite à employer le modèle de disque infiniment fin dont la densité surfacique est donnée par :

$$\Sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho \, dZ. \quad (1.13)$$

Dans le cas d'un disque sans gradient de température vertical,

$$\Sigma = \sqrt{2\pi} \rho H. \quad (1.14)$$

Lorsqu'il ne sera pas possible de contraindre le profil vertical de température, j'utiliserai $\Sigma \sim \rho H$ comme ordre de grandeur pour la densité de surface.

Enfin, on désigne par "l'ouverture angulaire du disque" la quantité H/R . D'après l'équation (1.12) et la définition de la vitesse du son dans un fluide :

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R_{GP} T}{\mu}}, \quad (1.15)$$

l'ouverture angulaire du disque s'écrit :

$$\frac{H}{R} \sim \frac{c_s}{v_K}. \quad (1.16)$$

C'est une mesure relative de la vitesse du son dans le disque par rapport à la vitesse de rotation képlérienne. Dans un disque classique (voir le paragraphe de cette section sur les observations de disques) :

$$\frac{H}{R} \sim 0.05 - 0.1. \quad (1.17)$$

Rotation sub-képlérienne. La force d'entraînement résiste à l'effondrement de matière sur l'étoile, aidée par la pression qui exerce aussi une force dans la direction radiale. Je considère les particules fluides situées dans le plan du disque. À l'équilibre hydrostatique radial :

$$\frac{v_{\phi eq}^2}{R} - \frac{GM_*}{R^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} = 0. \quad (1.18)$$

Le gradient de pression modifie la vitesse de rotation des particules :

$$\Omega_{eq} = \frac{v_{\phi eq}}{R} = \Omega_K \sqrt{1 - \varepsilon} \quad (1.19)$$

avec

$$\varepsilon = -\frac{1}{\rho R \Omega_K^2} \frac{\partial P}{\partial R}. \quad (1.20)$$

Dans un disque classique, le gradient de pression est dirigé vers l'extérieur et la vitesse du fluide est légèrement inférieure à la vitesse képlérienne :

$$\varepsilon \sim \left(\frac{c_s}{v_K}\right)^2 \sim \left(\frac{H}{R}\right)^2 \ll 1 \quad (1.21)$$

La rotation est dite sub-képlérienne.

Le problème de la formation des disques constitue un thème de recherche actuel très actif et le modèle décrit succinctement ici, bien que pédagogique, est simpliste puisqu'il omet des ingrédients très importants tels que la turbulence ou la présence d'un champ magnétique (Yorke et al. 1993, Machida et al. 2004, Hueso et Guillot 2005, Price et Bate 2007).

Observations

La première contrainte sur la masse totale des disques et sur sa répartition dans le disque est suggérée par l'observation de notre propre système solaire. Lorsque l'on extrapole la masse qu'aurait chaque planète si les proportions d'éléments légers (Hélium et Hydrogène) par rapport aux éléments lourds étaient identiques aux proportions solaires, on réalise que la masse diminue avec le rayon en suivant approximativement la loi de puissance : $R^{-3/2}$ (Weidenschilling 1977). Si, comme Laplace, on suppose qu'une planète est le produit de la concentration d'un anneau de matière du disque alors la densité de surface dans le disque suit la loi $\Sigma \propto R^{-3/2}$. La constante de proportionnalité est fixée par la masse totale du disque : M_D . La limite inférieure de la masse du disque est égale à la somme des masses extrapolées des planètes, c'est la Minimum Mass Solar Nebula (MMSN).

Aujourd'hui, la présence de disques autour d'étoiles en formation ne fait plus aucun doute. Les campagnes d'observation du ciel dans les longueurs d'onde infrarouges, millimétriques et sub-millimétriques ont montré que 90% des étoiles jeunes sont entourées d'un disque constitué de gaz et de poussière (Duchêne 2011) plus massif que les planètes du système solaire réunies (Weintraub et al. 1991).

La preuve la plus spectaculaire de la présence d'un disque autour d'étoiles jeunes est apportée par les images de disques vus par la tranche, ou plus précisément de leur "négatif", prises par le télescope spatial Hubble. Sur ces clichés (comme ceux de la figure 1.1 obtenus avec les caméras NICMOS et WFPC2 de Hubble) le disque apparaît comme une ligne sombre sur le fond brillant de la nébuleuse. Ces observations ont montré que l'ouverture angulaire du disque est petite $H/R \sim 0.05 - 0.1$ et par conséquent que la rotation est supersonique (voir Eq.1.16).

Les campagnes d'observation avec les télescope spatiaux Spitzer et Herschel ont ensuite largement étendu le catalogue des disques observés, ouvrant la voie à une étude statistique des propriétés des disques. Il en ressort que les disques ont une taille typique de l'ordre de plusieurs centaines à un millier d'unités astronomiques (Lodato 2008, Williams et Cieza 2011). La mesure directe de la masse des disques n'est pas possible car le dihydrogène, qui est le composant majoritaire dans le nuage moléculaire, est invisible sur la plus grande partie du disque. La masse totale d'un disque est extrapolée à partir de

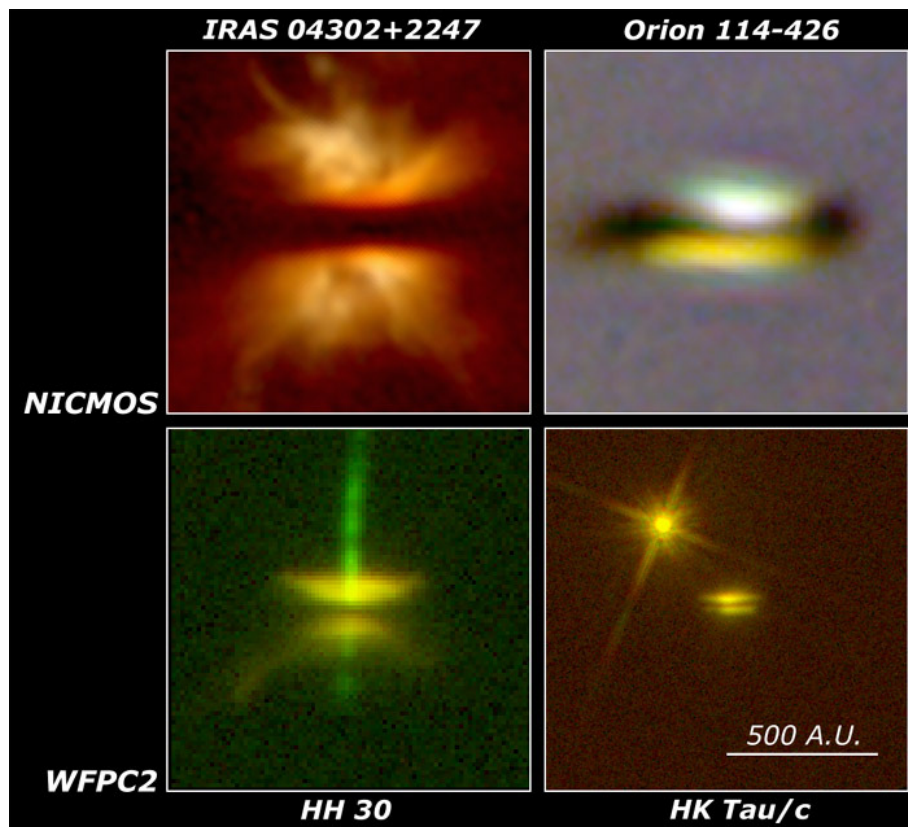


Figure 1.1 – Observations de disques autour des étoiles jeunes IRAS 04302+2247, Orion 114-426, HH 30 et HK Tau/c. Le disque est vu par la tranche (en sombre). Sur certains clichés on observe des jets de matière extrêmement collimatés (en vert).

la mesure la masse de poussière qu'il contient et du rapport de la densité du gaz et de la poussière mesuré dans le milieu interstellaire : $R_{p/g} \sim 0.01$ (Lodato 2008). La masse des disques varie entre 0.1% et 10% de la masse de l'étoile centrale.

Les images de disques dans une gamme de longueur d'onde millimétrique montrent que la distribution de masse dans le disque suit approximativement le profil de la MMSN (Williams et Cieza 2011).

Le profil de rotation du disque est mesuré via le décalage Doppler des bandes d'émission du monoxyde de carbone, le gaz le plus abondant après le dihydrogène. Les cartes de vitesse ont confirmé que la rotation des molécules de CO est proche de la rotation képlérienne (Dutrey et al. 1994).

Les fluctuations de vitesse par rapport à la rotation moyenne sont mesurées via l'élargissement des raies des molécules de CO et CS. La largeur des bandes du monoxyde de carbone suggèrent que l'écoulement est turbulent et que les fluctuations de vitesse sont supersoniques (Carr et al. 2004, Hughes et al. 2011). Ce résultat n'est valable que pour les couches externes du disque car celui-ci est très opaque dans ce domaine de fréquence. La mesure sur les bandes de la molécule CS, pour lesquelles le disque est optiquement fin¹ montre que la turbulence au delà de 100 ua est subsonique ($0.5c_s$, Guilloteau et al. 2012). Ces mesures sont difficiles et les incertitudes sont grandes car l'élargissement des raies par la turbulence se combine avec l'élargissement thermique.

L'accrétion de la matière sur l'étoile se traduit par un excès d'émission UV dans le spectre stellaire (Gullbring et al. 2000). Suivant la masse de l'étoile, le taux d'accrétion varie de $10^{-11} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$ (pour les naines brunes) à $10^{-5} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$ pour les étoiles massives. Pour les étoiles T Tauri², le taux d'accrétion est entre $10^{-9} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$ et $10^{-7} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$. Pour la plupart des étoiles jeunes, l'accrétion fluctue faiblement autour de la valeur moyenne sur des échelles de temps allant de quelques jours (la période orbitale stellaire) à plusieurs années (Herbst et al. 1994). Pour certains objets, appelé FU Orionis objects, on observe une augmentation de l'accrétion sur 3 ordres de grandeur en quelques années (Hartmann et Kenyon 1996).

La revue Williams et Cieza (2011) donne un aperçu des techniques et des approximations qui ont permis d'établir ces mesures et offre une discussion actuelle des incertitudes et des limites associées.

Enfin, je mentionne ici la mise en service récente de l'interféromètre millimétrique ALMA dont la grande résolution permet de résoudre la présence de structures dans le disque. Des commentaires sur ses premières découvertes en lien avec la problématique de la thèse et les perspectives ouvertes par cet instrument sont disséminés au long de ce manuscrit.

Ordres de grandeur

Durant les trois premiers chapitres de cette thèse, je me suis attaché à donner des estimations numériques aussi fréquemment que possible pour illustrer le propos. Ces estimations reposent sur l'utilisation des paramètres d'un disque

1. La matière n'absorbe pas (ou peu) le rayonnement qui pénètre en profondeur dans le disque.

2. Parmi les étoiles jeunes qui viennent de quitter la phase proto-stellaire, les T Tauri sont des étoiles de type solaire $M_{*} \sim M_{\odot}$.

pris comme référence. Ces paramètres sont énumérés ici et résumés en annexe D.3.

- Le disque gravite autour d'une étoile de masse solaire M_{\odot} .
- L'échelle de hauteur du disque en $R = 1$ ua vaut : $H = 0.1$ ua.
- La densité en $R = 1$ ua vaut $\rho_{ua} = 10^{-9}$ g.cm $^{-3}$.
Le profil de densité surfacique suit la MMSN. La masse totale du disque correspondant est d'environ $0.01 M_{\odot}$.
- La vitesse du son en $R = 1$ ua est donnée par l'équation (1.16) :
 $c_{s_{ua}} = 2.10^5$ cm.s $^{-1}$.
- Le rapport des densités de poussière et de gaz est $R_{p/g} = 0.01$.
- Le taux d'accrétion de matière sur l'étoile vaut : $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$.
- La masse moléculaire moyenne est égale à la masse moléculaire du dihydrogène : $\mu = 2$ g.mol $^{-1}$.

1.1 Le problème du transport de moment cinétique

Comme son nom l'indique, la phase proto-stellaire se termine lorsque l'étoile est quasiment formée. Au début de la phase qui suit, la phase protoplanétaire, l'étoile a déjà atteint 90% de sa masse finale. Le taux d'accrétion au cours de la phase protoplanétaire est un millier de fois plus faible que dans la phase proto-stellaire : $\dot{M} \sim 10^{-8} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$. L'étoile accrète les quelques pourcents de matière manquants pendant les quelques millions d'années de vie du disque. Bien que cela paraisse négligeable, cette masse correspond à une fraction importante de la masse du disque. L'évolution du disque protoplanétaire est donc intimement liée au phénomène d'accrétion.

Une particule en orbite autour d'une étoile à la vitesse $R\Omega_{eq}$ (Eq.1.19) ne dérive pas vers l'étoile car la force de pression et la force centrifuge qu'elle ressent compensent l'attraction gravitationnelle de l'étoile. Une particule tombe vers l'étoile à condition qu'un couple freine sa rotation (\sim diminue son moment cinétique). Pour que la matière afflue vers l'étoile, il faut donc nécessairement qu'un processus redistribue le moment cinétique contenu dans le disque. Cette section est consacrée aux phénomènes de transport de moment cinétique dans le disque.

1.1.1 Transport visqueux

Dans un écoulement en rotation différentielle, la viscosité moléculaire exerce un couple qui s'oppose au cisaillement (variation radiale de Ω).

Le disque en rotation képlérienne est en rotation différentielle, la vitesse angulaire diminue vers l'extérieur ($\Omega_K = \sqrt{GM_*/R^3}$). La viscosité freine donc la matière au coeur du disque, dont le moment cinétique diminue, et accélère la matière à la périphérie, dont le moment cinétique augmente (Pringle 1981). La viscosité transporte donc le moment cinétique vers l'extérieur. Les régions internes s'effondrent sur l'étoile tandis que la matière au bord est éjectée (Lynden-Bell et Pringle 1974).

Pour quantifier ce flux de moment cinétique, j'adopte une description eulérienne du mouvement : \vec{v} désigne la vitesse du fluide au point de coordonnées (R, ϕ, Z) . L'équation du transport de moment cinétique dans un disque non

magnétisé, en rotation képlérienne et de densité ρ s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho R v_\phi) + \underbrace{\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(R^2 \rho v_\phi v_R)}_{\text{advection}} = \underbrace{\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(R^2 \rho \tau_{R\phi})}_{\text{diffusion}}. \quad (1.22)$$

avec $\tau_{R\phi}$ un élément du tenseur visqueux rappelé en annexe D.4.2. Le membre de droite de l'équation est un terme de transport : la viscosité engendre un flux radial de moment cinétique :

$$F_{\text{visc}} = R \rho \tau_{R\phi} = R^2 \rho v \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v_\phi}{R} \right). \quad (1.23)$$

Pour établir les équations (1.22) et (1.23) j'ai considéré que le disque est axi-symétrique (invariance par rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan du disque) et que la vitesse azimutale v_ϕ est indépendante de Z .

En injectant l'équation de conservation de la masse (ou équation de continuité) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1.24)$$

dans l'équation (1.22), on obtient que, à l'état stationnaire, dans un disque en rotation képlérienne :

$$v_R = -\frac{3}{\Sigma R^{1/2}} \frac{\partial}{\partial R} (v \rho R^{1/2}). \quad (1.25)$$

Dans un modèle de disque infiniment fin :

$$F_{\text{visc}}^{2D} = -\frac{3}{2} R \Sigma v \Omega_K \quad (1.26)$$

et

$$v_{R2D} = -\frac{3}{\Sigma R^{1/2}} \frac{\partial}{\partial R} (v \Sigma R^{1/2}) \quad (1.27)$$

avec v_{R2D} et F_{visc}^{2D} les moyennes de v_R et F_{visc} dans la direction verticale. Le flux total de masse qui traverse la section cylindrique de rayon R du disque est $\dot{M}_{\text{sect}} = 2\pi R \Sigma v_{R2D}$. Le flux total de moment cinétique j_{tot} qui traverse cette paroi est la somme du flux advecté $j_a = 2\pi \Sigma R^3 \Omega_K v_{2DR}$ et du flux visqueux $j_v = 2\pi R F_{\text{visc}}^{2D}$. Je remplace v_{R2D} avec l'expression du flux de masse \dot{M}_{sect} pour obtenir :

$$j_{\text{tot}} = \dot{M}_{\text{sect}} \Omega_K R^2 - 3\pi v \Sigma \Omega_K R^3. \quad (1.28)$$

À l'état stationnaire, \dot{M}_{sect} est uniforme et correspond aussi au taux d'accrétion sur l'étoile \dot{M} . Je suppose qu'il existe un rayon R_{in} au voisinage direct de l'étoile en dessous duquel le flux visqueux de moment cinétique est nul à cause de l'interaction avec l'étoile. De plus, à l'état stationnaire, le flux de moment cinétique est uniforme :

$$j_{\text{tot}}(R) = j_{\text{tot}}(R_{in}) = \dot{M}_{\text{sect}} \Omega_K R_{in}^2. \quad (1.29)$$

On en déduit que :

$$3\pi v \Sigma = \dot{M} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{in}}{R}} \right). \quad (1.30)$$

En $R \gg R_{in}$,

$$\dot{M} \sim 3\pi v \Sigma. \quad (1.31)$$

L'ordre de grandeur de la viscosité dans le disque est donné par le produit de la vitesse du son avec le libre parcours moyen des particules :

$$\lambda_p = \frac{\mu m_p}{\rho \sigma_{\text{eff}}} . \quad (1.32)$$

$\sigma_{\text{eff}} \sim 10^{-16} \text{ cm}^2$ est la section efficace de collision des molécules de dihydrogène et $m_p \sim 1.610^{-24} \text{ g}$ est la masse du proton. Dans le disque de référence, à 1 ua de l'étoile, la viscosité est donc de l'ordre de $\nu \sim 10^7 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Le taux d'accrétion visqueux, donné par l'équation (1.31) est donc de l'ordre de $\dot{M} = 2.10^{-15} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$. La viscosité ne peut donc pas être responsable de l'accrétion dans les disques protoplanétaires ($\dot{M} \sim 10^{-8} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$).

1.1.2 Jets et vents de disque

Les "jets" sont des flux supersoniques ($\sim 100 - 1000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$) de gaz extrêmement collimatés émis de part et d'autre du plan du disque. On les détecte dans le domaine des longueurs d'ondes visibles et infrarouges. Sur l'image du coin inférieur gauche de la figure 1.1, un jet (en vert) s'étend sur une longue distance d'un côté et de l'autre du plan du disque. Les observations ont montré que l'ouverture angulaire des jets, qui est large proche de la source ($\sim 30^\circ$), est réduite à quelques degrés à 100 ua du point d'émission (Ray et al. 2007). Les jets sont une fuite possible de moment cinétique du système disque-étoile, plusieurs équipes avancent des modèles différents pour expliquer leur origine. Les modèles qui impliquent l'étoile (via son champ magnétique et/ou l'accrétion de matière à sa surface) montrent que les jets emportent le moment cinétique de l'étoile (Shu et al. 1994, Matt et Pudritz 2005).

Les jets sont susceptibles aussi d'être la signature de la présence d'un "vent de disque" : l'éjection de matière à la surface du disque, entre 0.1 et quelques unités astronomiques (Ferreira 1997, Garcia et al. 2001). Dans ce modèle, la présence d'un champ magnétique à grande échelle permet "l'accélération magnétocentrifuge" (Blandford et Payne 1982) des particules chargées à la surface du disque³ ainsi que la concentration du vent en jet. Les particules propulsées dans le jet emportent avec elles le moment cinétique qui leur a été communiqué pendant la phase d'accélération⁴ (Ferreira et Pelletier 1995). L'évacuation du moment cinétique par les vents de disque est un problème toujours d'actualité (Ogilvie 2012, Fromang et al. 2013, Bai et Stone 2013b), ainsi que la question de la connexion entre les jets et les vents (Lesur et al. 2013).

1.1.3 Modèle α

Les fluctuations turbulentes du gaz dans le disque sont aussi susceptibles de transporter le moment cinétique. Dans un premier temps, les physiciens ont

3. Un mécanisme d'accélération des particules est nécessaire à la création du vent car la vitesse de libération des particules ($v_l = \sqrt{GM_*/R}$) est grande devant la vitesse d'agitation thermique ($c_s \sim v_l/100$).

4. Le chauffage de la surface du disque par le rayonnement solaire incident permet la création d'un vent. c'est le phénomène de photo-évaporation du disque. Les particules soufflées n'emportent que leur propre moment cinétique. Elle ne contribuent pas à l'accrétion de matière. C'est un phénomène très différent de l'accélération magnétocentrifuge.

préféré éluder la question (  pineuse) de l'origine de la turbulence du disque. Le *modèle* α de Shakura Sunyaev (Shakura et Sunyaev 1973, Lynden-Bell et Pringle 1974), dont il est question dans ce paragraphe, a été introduit à cette époque.

Contrairement au mécanisme d'évacuation du moment cinétique par les vents de disque, le transport turbulent est un phénomène local, que l'on peut modéliser comme une diffusion visqueuse. L'efficacité de la diffusion turbulente du moment cinétique est paramétrisée à l'aide d'un nombre adimensionné :

$$\alpha = \frac{\nu}{c_s H} \quad (1.33)$$

calibré par la mesure du taux d'accrétion. Par exemple, le taux d'accrétion du disque de référence est compatible avec $\alpha = 5.10^{-3}$ d'après l'équation (1.31). On estime que $\alpha \sim 10^{-2}$ rend compte de l'accrétion mesurée dans les disques (Hartmann et al. 1998, Andrews et Williams 2007). C'est le *modèle* α de Shakura Sunyaev.

Le flux volumique radial de moment cinétique dans une disque en rotation à la fréquence Ω est identique à l'équation (1.23). Le tenseur visqueux s'écrit :

$$\tau_{R\phi} = R\alpha c_s H \frac{\partial \Omega}{\partial R} \quad (1.34)$$

si le disque est axisymétrique et que Ω est indépendant de Z . La viscosité transporte le moment cinétique mais convertit aussi l'énergie cinétique en énergie thermique. Le chauffage volumique visqueux Q_α est égal à la variation d'énergie cinétique en un point de l'écoulement soustraite du flux d'énergie advecté par la viscosité :

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= - \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \rho \tau_{R\phi}) v_\phi - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \rho \tau_{R\phi} \times v_\phi) \right) = \rho R^2 \nu \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)^2 \quad (1.35) \\ &= \rho \tau_{R\phi} \frac{\partial \Omega}{\partial \ln(R)}. \end{aligned}$$

Comme on le verra par la suite, ce type de modèle est très utile pour prédire le comportement du disque, dériver des ordres de grandeur et même interpréter des expériences numériques plus complexes.

1.2 Turbulence de l'écoulement

En 1974, lorsque Shakura et Sunyaev introduisirent le modèle α , tous les développements théoriques indiquaient que l'écoulement hydrodynamique est stable. Dans cette section, on s'intéresse aux processus de déstabilisation de l'écoulement et au transport de moment cinétique qui en découle.

Je me servirai à plusieurs reprises d'un même modèle simple de disque protoplanétaire décrit ci-dessous.

Le disque est un fluide inviscide, potentiellement magn  tiss  , qui gravite autour d'une étoile de masse M_* . La force gravitationnelle est donnée par l'équation (1.8) car seules les particules fluides à une distance $R \gg Z$ sont considérées. Le disque est à l'équilibre hydrostatique dans la direction verticale : l'écoulement est bi-dimensionnel (R, ϕ) . La résistivité est nulle. Les équations

générales qui décrivent l'évolution du système sont les suivantes :

Équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1.36)$$

Equation du mouvement :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\vec{\nabla} \left(P + \frac{B^2}{2} \right) - \rho \frac{GM_*}{R^3} (Z \vec{u}_Z + R \vec{u}_R) + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \quad (1.37)$$

Equation d'induction :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0} \quad (1.38)$$

Ce sont les équations de la MHD (pour Magnéto-HydroDynamique) idéale. Le terme "idéale" signale que les phénomènes de dissipation du champ magnétique comme la résistivité Ohmique sont négligés (voir aussi section 1.3.1).

1.2.1 Stabilité hydrodynamique du disque

Pour illustrer la stabilité hydrodynamique de l'écoulement dans le disque, j'applique un traitement perturbatif aux équations du modèle. Pour cela, je décompose le mouvement en un mouvement de rotation à la vitesse angulaire Ω_{eq} (voir Eq.1.19) et une vitesse perturbatrice $\vec{u} = \delta u \cdot \vec{u}_R + \delta v \cdot \vec{u}_\phi$:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \delta u, \\ \delta v + R\Omega_{eq}, \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.39)$$

Les variations de pression et de densité par rapports aux valeurs moyennes (\bar{P} et $\bar{\rho}$) sont notées δP et $\delta \rho$. Le disque non perturbé est axisymétrique et stationnaire.

Critère de Rayleigh. Dans un premier temps, je traite le cas d'un écoulement incompressible ($\delta \rho = 0$) et non magnétisé. Les équations du mouvement simplifiées par l'équilibre hydrostatique radial (Eq.1.18) s'écrivent :

$$\frac{\partial \delta u}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \delta u + \Omega_{eq} \frac{\partial \delta u}{\partial \phi} - 2\Omega_{eq} \delta v - \frac{\delta v^2}{R} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \delta P}{\partial R} \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta v}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \delta v + \delta u \frac{\partial (R\Omega_{eq})}{\partial R} + \Omega_{eq} \frac{\partial \delta v}{\partial \phi} + \Omega_{eq} \delta u + \frac{\delta u \delta v}{R} \\ = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{1}{R} \frac{\partial \delta P}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (1.41)$$

Je cherche la réponse de l'écoulement à une petite perturbation ($\delta u \ll R\Omega_K$, $\delta v \ll R\Omega_K$ et $\delta P \ll \bar{P}$) axisymétrique et indépendante de R . Au premier ordre, le système d'équation se simplifie de la façon suivante :

$$\frac{\partial \delta u}{\partial t} - 2\Omega_{eq} \delta v = 0 \quad (1.42)$$

$$\frac{\partial \delta v}{\partial t} + \delta u \frac{\partial (R\Omega_{eq})}{\partial R} + \Omega_{eq} \delta u = 0 \quad (1.43)$$

En injectant dans le système d'équation ci-dessus une solution en onde plane : $\delta v \propto \delta u \propto \delta P \propto e^{i(\omega t - k_z Z)}$, on obtient la relation de dispersion :

$$\omega^2 = \frac{2\Omega_{eq}}{R} \frac{\partial(\Omega_{eq} R^2)}{\partial R} \equiv \kappa^2. \quad (1.44)$$

Un écoulement en rotation képlérienne est stable car le carré de la fréquence épicyclique $\kappa^2 \sim \Omega_K^2$ est positif en tous points du disque. La pression dans le disque ne perturbe pas suffisamment l'écoulement ($\varepsilon \ll 1$, voir Eq.1.19) pour déstabiliser le disque : $\kappa^2 > 0$.

Ainsi, une particule fluide initialement située à un rayon R_0 qui acquiert subitement une vitesse radiale δu va osciller autour de R_0 à la fréquence κ car la force de Coriolis modifie suffisamment la rotation de la particule pour que la résultante des forces gravitationnelle et centrifuge rappelle la particule vers sa position initiale.

Instabilité thermique. En se plaçant dans un cas incompressible, l'effet de flottabilité a été négligé : la densité des particules fluides suit la densité moyenne le long de leur mouvement. Elles ne subissent donc pas la poussée d'Archimède.

Je considère à présent que l'écoulement n'est pas incompressible et que l'évolution est adiabatique. Les équations du mouvement simplifiées par l'équilibre hydrostatique radial (Eq.1.18) s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta u}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \delta u + \Omega_{eq} \frac{\partial \delta u}{\partial \phi} - 2\Omega_{eq} \delta v - \frac{\delta v^2}{R} \\ = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \delta P}{\partial R} + \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial R} + \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \delta P}{\partial R} \end{aligned} \quad (1.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta v}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \delta v + \delta u \frac{\partial(R\Omega_{eq})}{\partial R} + \Omega_{eq} \frac{\partial \delta v}{\partial \phi} + 2\Omega_{eq} \delta u + \frac{\delta u \delta v}{R} \\ = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{1}{R} \frac{\partial \delta P}{\partial \phi} + \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}^2} \frac{1}{R} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \phi} + \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}^2} \frac{1}{R} \frac{\partial \delta P}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (1.46)$$

L'évolution est adiabatique donc la quantité

$$s = \ln\left(\frac{P}{\rho^\gamma}\right), \quad (1.47)$$

appelée entropie, est conservée. Elle est passivement transportée par le fluide :

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) s = 0. \quad (1.48)$$

Je cherche la réponse de l'écoulement à une petite perturbation ($\delta u \ll R\Omega_K$, $\delta v \ll R\Omega_K$, $\delta \rho \ll \bar{\rho}$ et $\delta P \ll \bar{P}$) axisymétrique. Au premier ordre, le système d'équation se simplifie de la façon suivante :

$$\frac{\partial \delta u}{\partial t} - 2\Omega_{eq} \delta v = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \delta P}{\partial R} + \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial R} \quad (1.49)$$

$$\frac{\partial \delta v}{\partial t} + \delta u \frac{\partial(R\Omega_{eq})}{\partial R} + 2\Omega_{eq} \delta u = 0 \quad (1.50)$$

$$\gamma \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta \rho}{\bar{\rho}} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta P}{\bar{P}} \right) = \delta u \frac{\partial \ln(P/\rho^\gamma)}{\partial R} \quad (1.51)$$

En injectant dans le système d'équation ci-dessus une solution en onde plane : $\delta v \propto \delta u \propto \delta P \propto \delta \rho \propto e^{i(\omega t - k_z Z)}$, on obtient la relation :

$$-(\omega^2 - \kappa^2)\delta u = \frac{\delta u}{\gamma \bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial R} \left(\frac{\partial \ln(P/\rho^\gamma)}{\partial R} - i \frac{\omega}{\delta u} \frac{\delta P}{\bar{P}} \right). \quad (1.52)$$

Il est question dans ce paragraphe de l'impact de la poussée d'Archimède sur les particules fluides. À l'échelle du mouvement des particules fluides ($\delta R \sim \delta u/\omega$) considérées, les profils moyens de densité et/ou de pression varient donc significativement. Par conséquent :

$$\left| \frac{\omega}{\delta u} \right| \lesssim \left| \frac{\partial \ln(P/\rho^\gamma)}{\partial R} \right|. \quad (1.53)$$

Ainsi

$$\left| \frac{\omega}{\delta u} \frac{\delta P}{\bar{P}} \right| \ll \left| \frac{\partial \ln(P/\rho^\gamma)}{\partial R} \right|. \quad (1.54)$$

À partir de l'équation (1.52) simplifiée, on obtient la relation de dispersion :

$$(\omega^2 - \kappa^2 - N^2) = 0 \quad (1.55)$$

où

$$N^2 = -\frac{1}{\gamma \rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial R} \frac{\partial \ln(P/\rho^\gamma)}{\partial R} \quad (1.56)$$

est le carré de la fréquence de Brunt-Väisälä.

Si $N^2 < 0$, la poussée d'Archimède contribue à amplifier le mouvement des particules fluides. L'écoulement est instable s'il vérifie le critère de Solberg-Hoiland :

$$N^2 + \kappa^2 < 0. \quad (1.57)$$

En ordre de grandeur $N^2 \sim c_s^2/R^2$. Pour le disque de référence en rotation quasi-képlérienne, $c_s = 0.1 R \Omega_K$, $\kappa \sim \Omega_K$ et donc

$$N^2 \ll \Omega_K^2. \quad (1.58)$$

Pour de petites perturbations, l'effet de flottabilité ne déstabilise donc pas l'écoulement dans un disque classique.

Même si dans un endroit particulier du disque $N^2 < 0$, la force de rappel (résultante de la force centrifuge et gravitationnelle) exercée sur une particule déplacée de δR est plus intense que la poussée d'Archimède. La particule revient donc vers sa position initiale. Une perturbation d'amplitude non linéaire peut cependant déstabiliser l'écoulement à condition que $N^2 < 0$ (Je donne des détails sur cette instabilité à la section 3.1.2), dans ce cas on parle d'une instabilité sous-critique.

Instabilité gravitationnelle. Enfin, j'évoque l'effet de l'auto-gravité du disque sur sa stabilité hydrodynamique. Toomre (1964) a montré qu'une couche de fluide de densité surfacique Σ en rotation est gravitationnellement instable à condition que :

$$Q \equiv \frac{c_s \kappa}{\pi G \Sigma} < 1. \quad (1.59)$$

Cette condition s'appelle le critère de Toomre (Toomre 1964). Pour un disque en rotation quasi-Képlérienne,

$$Q \sim \frac{H\Omega_K^2}{\pi G\Sigma} \sim \frac{H}{R} \frac{M_*}{M_D(R)} \quad (1.60)$$

avec M_D la masse du disque de rayon R . Pour le disque de référence de rayon R_D dont l'échelle de hauteur est $H/R \sim 0.1$, $M_D(R) < M_*/100$ donc $Q \gtrsim 10$ au minimum. Le disque est donc linéairement stable.

Pour un disque massif ($\sim 10\%M_*$), au delà de quelques dizaines d'unité astronomiques, l'influence stabilisatrice de l'agitation thermique (mesurée par c_s ou T) ne suffit plus pour contrer la déstabilisation gravitationnelle. À saturation, le disque peut être dans un état gravito-turbulent dans lequel les fluctuations transportent le moment cinétique (Gammie 2001). Le disque peut aussi se fragmenter sous l'effet de son poids (Rafikov 2005). Le résultat de l'instabilité du disque est toujours en débat (Meru et Bate 2012, Paardekooper 2012).

L'instabilité gravitationnelle est essentiellement importante pour les disques jeunes (donc plus massifs) et ne concerne pas l'intérieur des disques. On notera toutefois que la masse totale des disques, déduite de la mesure de la masse de poussière qu'il contient (voir Sect.1), est potentiellement sous estimée⁵ (Bergin et al. 2013).

Cette section témoigne de la difficulté, à laquelle se sont longtemps confrontés les physiciens, de concilier l'évidence de transport de moment cinétique avec la stabilité hydrodynamique du disque.

1.2.2 Instabilité magnéto-rotationnelle

La solution considérée aujourd'hui comme la plus crédible à ce problème est apportée par Balbus et Hawley (1991) qui introduisent une instabilité MHD découverte par Vélikhov en 1959 au cas des disques d'accrétion. Comme son nom l'indique, cette instabilité nécessite la présence d'un champ magnétique.

Principe physique. Le mécanisme de l'instabilité est schématisé sur la figure 1.2. Prenons l'exemple d'une particule fluide au rayon R_0 traversée par une ligne de champ initialement verticale. Supposons de plus que le fluide est totalement ionisé (résistivité nulle). La particule fluide est donc liée à la ligne de champ⁶ : elle se déplace uniquement selon la ligne de champ ou, autrement dit, la ligne de champ se déforme en suivant le mouvement de la particule. À un instant donné, la particule est écartée de sa position initiale R_0 sur une longueur $\delta R < 0$ (voir figure 1.2, schéma de gauche et milieu). La ligne de champ, qui tend à revenir vers son état initial, exerce, tel un ressort, une force sur la particule. La rotation de la particule est décélérée par la composante orthoradiale de la tension magnétique. Si la composante radiale de la force

5. En effet, L'extrapolation de la masse à partir du rapport R_p/g du milieu interstellaire suppose que toute la poussière contenue dans le disque est détectée. Or seule la masse des petits grains est mesurée par les observations IR. Une partie de la masse du disque serait donc cachée par la formation de corps solides plus grands.

6. Car les particules chargées (ions et électrons) spiralent autour des lignes de champ magnétique.

magnétique ne compense pas la perte de moment cinétique alors la particule est accélérée dans son mouvement de dérive. Ainsi, une particule déplacée de son état d'équilibre va inévitablement être entraînée de plus en plus loin (voir figure 1.2, schéma de droite). Le raisonnement miroir avec une perturbation $\delta R > 0$ abouti au même constat : les perturbations sont amplifiées par la présence du champ magnétique. L'écoulement est donc instable.

Pour que cette instabilité fonctionne, la force magnétique radiale ne doit pas ramener la particule à sa position d'origine : le champ magnétique doit être faible. C'est le critère d'instabilité synthétisé par l'équation (1.72). Dans le cas contraire, la particule est condamnée à osciller autour de R_0 .

L'instabilité des écoulements en rotation différentielle en présence de champ magnétique est appelée instabilité magnéto-rotationnelle, ou MRI (Magneto-Rotational Instability).

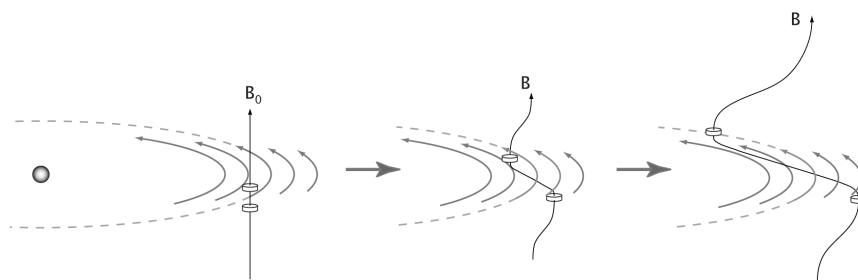


Figure 1.2 – Schéma de principe du mécanisme de la MRI extrait de la thèse [Schartman \(2008\)](#). Les deux cylindres représentent deux particules fluides en rotation liées à une ligne de champ magnétique.

Critère de stabilité et taux de croissance. Pour déterminer le critère d'instabilité ainsi que pour donner une estimation de son taux de croissance, je considère à nouveau le modèle de disque décrit au début de cette section (Eq.1.36, Eq.1.37, Eq.1.38). La résistivité magnétique du fluide est nulle et un champ magnétique vertical moyen $\bar{B}\vec{u}_z$ traverse le disque. Le vecteur de champ magnétique est noté :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \delta B_R \\ \delta B_\phi \\ \bar{B} + \delta B_Z \end{pmatrix}. \quad (1.61)$$

La pression thermodynamique P et la pression magnétique sont regroupées dans un même terme : $P^* = P + B^2/2$. La variation de pression par rapport à la valeur moyenne \bar{P}^* est notée δP^* . La variation de densité par rapport à la valeur moyenne $\bar{\rho}$ est notée $\delta\rho$. Je décompose le mouvement du fluide comme précédemment :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \delta u, \\ \delta v + R\Omega_{eq}, \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.62)$$

avec

$$\Omega_{eq} = \Omega_K \sqrt{1 - \epsilon^*} \quad \text{et} \quad \epsilon^* = -\frac{1}{\bar{\rho}R\Omega_K^2} \frac{\partial \bar{P}^*}{\partial R}. \quad (1.63)$$

Le disque non perturbé est axisymétrique. Les perturbations de vitesse, de champ magnétique et de pression sont telles que : $\delta v \ll R\Omega_{eq}$, $\delta u \ll R\Omega_{eq}$, $\delta B_R \ll \bar{B}$, $\delta B_\phi \ll \bar{B}$, $\delta B_Z \ll \bar{B}$ et $\delta P^* \ll \bar{P}^*$. Au premier ordre, l'équation de conservation de la masse s'écrit

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \frac{\bar{\rho}}{R} \frac{\partial R \delta u}{\partial R} + \frac{\bar{\rho}}{R} \frac{\partial \delta v}{\partial \phi} = 0 \quad (1.64)$$

Au premier ordre l'équation du mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \delta u}{\partial t} - 2\Omega_{eq} \delta v = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \delta P^*}{\partial R} + \frac{\bar{\rho}}{B} \frac{\partial \delta B_R}{\partial Z} \quad (1.65)$$

$$\frac{\partial \delta v}{\partial t} + \delta u \frac{\partial (R\Omega_{eq})}{\partial R} + 2\Omega_{eq} \delta u = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \delta P^*}{\partial \phi} + \frac{\bar{\rho}}{B} \frac{\partial (\delta B_\phi)}{\partial Z} \quad (1.66)$$

Au premier ordre, l'équation d'induction s'écrit :

$$\frac{\partial \delta B_R}{\partial t} = \frac{\bar{\rho}}{B} \frac{\partial \delta u}{\partial Z} \quad (1.67)$$

$$\frac{\partial \delta B_\phi}{\partial t} - \delta B_R \frac{\partial \Omega_{eq}}{\partial R} = \frac{\bar{\rho}}{B} \frac{\partial \delta u}{\partial Z} \quad (1.68)$$

$$\frac{\partial \delta B_Z}{\partial t} = 0 \quad (1.69)$$

En injectant dans le système d'équation ci-dessus une solution en onde plane axisymétrique et indépendante de R : $\delta v \propto \delta u \propto \delta P^* \propto e^{i(\omega t - k_Z Z)}$, on obtient la relation de dispersion :

$$\omega^4 - \omega^2(\kappa^2 + 2k_Z^2 u_A^2) + k_Z^2 u_A^2 \left(k_Z^2 u_A^2 + R \frac{\partial \Omega_{eq}^2}{\partial R} \right) = 0 \quad (1.70)$$

avec

$$u_A = \frac{\bar{B}}{\sqrt{\bar{\rho}}} \quad (1.71)$$

la vitesse d'Alfvén.

Il existe une solution ω^2 négative à l'équation (1.70) si

$$0 < (k_Z u_A)^2 < -R \frac{\partial \Omega_{eq}^2}{\partial R}. \quad (1.72)$$

Si la pression (magnétique et cinétique) est petite devant l'énergie cinétique de rotation alors $\Omega_{eq} \approx \Omega_K$ et :

$$R \frac{\partial (\Omega_K^2)}{\partial R} < 0. \quad (1.73)$$

Dans le contexte des disques astrophysiques, cette condition est toujours vérifiée. Le critère d'instabilité (Eq.1.72) est toujours satisfait à une longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k_Z$ suffisamment grande.

La longueur d'onde de la perturbation est limitée par la taille verticale du disque : $\lambda \lesssim 2H$. L'échelle de hauteur limite donc la valeur du champ magnétique. L'écoulement est instable si

$$u_A^2 < 3 \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \Omega_K^2 < 3 \frac{H^2}{\pi^2} \Omega_K^2 < \frac{3}{\pi^2} c_s^2. \quad (1.74)$$

La vitesse d'Alfvén doit être subsonique pour que la MRI se développe dans l'écoulement. Ce critère est exprimé parfois à l'aide de β , le rapport de l'énergie thermique et de l'énergie magnétique :

$$\beta \equiv \frac{e_{th}}{e_B} = \frac{2P}{B^2} \simeq \frac{c_s^2}{u_A^2} > \frac{\pi^2}{3}. \quad (1.75)$$

À l'équipartition ($\beta = 1$), la stabilité est préservée : le champ magnétique est trop fort, il retient la dérive des particules.

Le mode le plus instable pour un disque en rotation képlérienne est donné par la relation $(k_z u_A) = \sqrt{15/16} \Omega_K$ et le taux de croissance qui lui est associé est $|\omega_{max}| = 3\Omega_K/4$.

La MRI est une instabilité linéaire, les perturbations croissent exponentiellement. À mesure que les perturbations s'amplifient, l'approximation linéaire est de moins en moins valide. Lorsqu'il n'est plus possible de négliger les termes non-linéaires, on ne peut plus prédire analytiquement l'évolution du système. On calcule alors son évolution de manière approchée à l'aide de simulations numériques⁷. Les premières simulations (Balbus et Hawley 1991, Hawley et al. 1995) ont montré que l'instabilité sature : La croissance ralentit puis s'arrête. À saturation le disque est devenu turbulent. Je donne un aperçu général dans la section 1.2.4 des études numériques de la MRI menées ces deux dernières décennies.

Dans cette section, j'ai choisi de traiter le cas d'un disque traversé par un champ magnétique purement vertical car sa simplicité permet de saisir le mécanisme physique responsable de l'instabilité. La présence d'un champ magnétique radial ou orthoradial déstabilise aussi l'écoulement. Dans la configuration magnétique orthoradiale, les modes instables sont non-axisymétriques. Leur croissance n'est que transitoire à cause de la rotation différentielle qui modifie leur longueur d'onde. (Balbus et Hawley 1992).

Au travers de cette analyse, on perçoit la nature de la MRI : la présence d'un champ magnétique faible déstabilise les écoulements en rotation dont la vitesse angulaire décroît vers l'extérieur.

1.2.3 Turbulence MHD et transport

Le flux radial de moment cinétique advecté dans un disque en rotation différentielle traversé par un champ magnétique \vec{B} est :

$$F_{A_m} = R\rho v_\phi v_R - RB_\phi B_R. \quad (1.76)$$

Je pose

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \delta u + \bar{u}, \\ \delta v + R\Omega, \\ \delta w + \bar{w} \end{pmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} \delta B_R + \bar{B}_R, \\ \delta B_\phi + \bar{B}_\phi, \\ \delta B_Z + \bar{B}_Z \end{pmatrix}. \quad (1.77)$$

tels que : $\langle \delta B_R \rangle_\phi = \langle \delta B_Z \rangle_\phi = \langle \delta B_\phi \rangle_\phi = \langle \delta v \rangle_\phi = \langle \delta u \rangle_\phi = 0$, $\delta v \ll R\Omega$, $\delta u \ll \bar{u}$, $\delta w \ll \bar{w}$, $\delta B_R \ll \bar{B}_R$, $\delta B_\phi \ll \bar{B}_\phi$ et $\delta B_Z \ll \bar{B}_Z$. Au deuxième ordre,

7. La notion de simulation numérique est introduite au chapitre 4.

le flux moyen de moment cinétique s'écrit :

$$\langle F_{A_m} \rangle_\phi = \rho R^2 \Omega \bar{u} - R \overline{B_\phi B_R} + R \underbrace{\langle \rho \delta v \delta u - \delta B_\phi \delta B_R \rangle_\phi}_{\text{flux turbulent}}. \quad (1.78)$$

Ici et dans la suite de ce manuscrit, je note $\langle X \rangle_y$ la moyenne de X dans la direction y . La moyenne temporelle de la quantité X est simplement notée $\langle X \rangle$. Ce flux se décompose en un flux d'advection classique et un flux d'advection turbulent F_{turb} . Les termes d'ordres 1 n'apparaissent pas dans l'équation ci dessus car les valeurs moyennes des fluctuations sont nulles par définition.

La quantité

$$T_{R\phi} = \langle \rho \delta v \delta u - \delta B_\phi \delta B_R \rangle_\phi. \quad (1.79)$$

s'appelle le "tenseur turbulent". La partie magnétique du tenseur turbulent est appelée "tenseur de Maxwell" et la partie cinétique est appelée "tenseur de Reynolds". La correspondance du flux de moment cinétique turbulent avec le flux de moment cinétique dans un modèle de disque α ($F_\alpha = \rho R \tau_{R\phi}$) est établie pour

$$\alpha = \frac{T_{R,\phi}}{\langle \rho c_s^2 \frac{R}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial R} \rangle_\phi}. \quad (1.80)$$

L'analogie s'étend aussi au processus de chauffage turbulent (Balbus et Papaloizou 1999). La quantité d'énergie moyenne dissipée dans les fluctuations turbulentes est :

$$Q_{\text{turb}} = T_{R\phi} \frac{\partial \Omega}{\partial \ln(R)} \quad (1.81)$$

et $Q_{\text{turb}} = Q_\alpha$ avec la définition de α donné par l'équation (1.80).

Pour un disque dont la vitesse de rotation est proche de la vitesse képlérienne,

$$\alpha \sim \frac{T_{R\phi}}{\langle P \rangle_\phi}. \quad (1.82)$$

Le paramètre α permet de quantifier l'efficacité du chauffage turbulent et du transport turbulent de moment cinétique. L'ordre de grandeur de la vitesse des fluctuations turbulentes $\delta v_{\text{turb}} \sim \delta u \sim \delta v$ est déduite de cette équation et de l'expression du tenseur de Reynolds ($T_{R\phi}^{\text{Rey}} = \langle \rho \delta v \delta u \rangle_\phi$) :

$$\delta v_{\text{turb}} \sim \sqrt{\frac{\alpha \langle P \rangle_\phi}{\langle \rho \rangle_\phi}} \sim \sqrt{\alpha} c_s \quad (1.83)$$

Dans la suite de cette thèse j'utiliserai cette estimation comme vitesse typique d'une fluctuation turbulente.

Si la diffusion moléculaire de la chaleur a toutes les chances d'agir sur des temps supérieurs au temps de vie du disque (comme la viscosité), la turbulence, quant à elle, transporte la chaleur avec une efficacité probablement similaire à l'efficacité avec laquelle elle transporte le moment cinétique. Le flux radial de chaleur advecté dans un disque en rotation différentielle est :

$$F_{A_Q} = \frac{\gamma R_{\text{GP}}}{\mu(\gamma - 1)} \rho T v_R. \quad (1.84)$$

Je pose $T = \bar{T} + \delta T$ et $v_R = \bar{u} + \delta u$ tels que $\langle \delta T \rangle_\phi = \langle \delta u \rangle_\phi = 0$, $\delta T \ll \bar{T}$ et $\delta u \ll \bar{u}$. Au second ordre, le flux moyen de chaleur s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle F_{A_Q} \rangle_\phi = \frac{\gamma R_{\text{GP}}}{\mu(\gamma - 1)} \langle \rho T v_R \rangle_\phi &= \frac{\gamma R_{\text{GP}}}{\mu(\gamma - 1)} \langle T \rangle_\phi \langle \rho v_R \rangle_\phi \\ &+ \underbrace{\frac{\gamma R_{\text{GP}}}{\mu(\gamma - 1)} \langle \rho \rangle_\phi \langle \delta T \delta u \rangle_\phi}_{\text{flux turbulent}} \end{aligned} \quad (1.85)$$

Il se décompose en un flux d'advection classique et un flux résultant de la corrélation des fluctuations turbulentes de vitesse et de température. Par analogie avec le modèle α , le flux d'énergie turbulent peut être modélisé par un phénomène diffusif dont le coefficient est $\kappa_T = \alpha_T c_s H$, avec

$$\alpha_T = \frac{\frac{R_{\text{GP}}}{\mu} \langle \rho \rangle_\phi \langle \delta T \delta u \rangle_\phi}{\langle P \rangle_\phi \langle c_s \rangle_\phi}. \quad (1.86)$$

1.2.4 Simulations numériques

On recense deux grands types de simulation MHD de disques : les simulations dites de type "shearing box" et les simulations "globales".

Les simulations shearing box simulent l'évolution de l'écoulement dans une petite région du disque à un rayon fixe R_{sb} en rotation avec le fluide à la fréquence Ω_{sb} . La taille de ce domaine, petite devant R_{sb} , justifie "l'approximation shearing box" qui consiste à remplacer la résultante des forces centrifuge et gravitationnelle par le développement limité à l'ordre 1 :

$$R(\Omega_{sb}^2 - \Omega_K(R)^2) \simeq (R - R_{sb})R \frac{\partial \Omega_K^2}{\partial R}. \quad (1.87)$$

Les simulations shearing box d'un disque traversé par un champ magnétique initial vertical ont montré que $10^{-3} < \alpha < 10^{-1}$ (suivant la valeur du champ) et que le tenseur de Maxwell domine le tenseur de Reynolds (Balbus et Hawley 1991, Hawley et al. 1995, Simon et al. 2009). La valeur de α mesurée dans les simulations avec un champ magnétique initial orthoradial est légèrement plus petite (Hawley et al. 1995, Guan et al. 2009). Le transport turbulent de moment cinétique induit par la MRI est donc compatible avec les mesures du taux d'accrétion.

Dans ces simulations le flux total (ou flux net) du champ magnétique initial à travers le domaine est différent de zéro. Le cas des simulations avec un flux net nul (cas sans flux net) est un cas particulier. Un mécanisme de création du champ magnétique (dynamo) doit s'opposer aux phénomènes de dissipation pour soutenir la turbulence. Ce mécanisme n'est pas un effet purement cinématique : il fait intervenir la rétroaction du champ magnétique sur la vitesse (force de Lorentz). En effet, l'omission de cette force dans des simulations sans flux net conduit toujours au déclin de la turbulence. Dans les simulations où la dynamo opère (Hawley et al. 1996) : $\alpha \sim 10^{-2}$ mais ne semble pas dépendre de l'intensité du champ magnétique (valeur de β).

Les simulations mentionnées ci dessus ne prenaient pas en compte la stratification verticale du disque (variation de la densité avec l'altitude). Le transport de moment cinétique dans le cas des disques stratifiés est similaire : α est autour de $10^{-3} - 10^{-1}$ suivant la valeur du champ (Suzuki et Inutsuka 2009,

(Shi et al. 2010, Simon et al. 2012) et peut aller jusqu'à $\alpha = 1$ dans un disque traversé par un champ magnétique vertical (Bai et Stone 2013a). Dans les simulations de disques stratifiés avec un champ orthoradial, le champ magnétique est amené à la surface du disque où il s'échappe de façon irrégulière (Brandenburg et al. 1995, Stone et al. 1996, Simon et al. 2012). L'aspect des figures qui montrent ce phénomène (Comme la figure 1.3) a inspiré leur nom : "diagramme papillon". Le cas des disques stratifiés dans des simulations avec un champ magnétique vertical (Miller et Stone 2000) a longtemps été problématique faute d'atteindre un état stationnaire. Aujourd'hui, ces simulations de disques rapportent l'accélération des particules à la surface du disque et la création d'un vent de disque (voir aussi Sect.1.1.2, Fromang et al. 2013, Bai et Stone 2013a). Les résultats présentés ci-dessus sont issus de simulations MHD idéales et inviscides. La mesure de α dans différentes simulations de disques résistifs et visqueux montre que le transport turbulent de moment cinétique est une fonction décroissante du nombre de Prandtl magnétique :

$$P_m = \frac{\nu}{\eta} = \frac{R_e}{R_m} \quad (1.88)$$

où $R_e = c_s H / \nu$, $R_m = c_s H / \eta$ et η sont respectivement le nombre de Reynolds, le nombre de Reynolds magnétique et la résistivité (Lesur et Longaretti 2007, Longaretti et Lesur 2010, Simon et Hawley 2009, Simon et al. 2011). Le transport de moment cinétique semble tendre vers une valeur non nulle lorsque P_m tend vers 0 dans les simulations avec flux net (Simon et Hawley 2009, Longaretti et Lesur 2010). Ce n'est pas le cas des simulations sans flux net dans lesquelles la turbulence s'arrête si $P_m < 1$ (Fromang et al. 2007). Dans les simulations MHD idéales et inviscides, la dissipation est de nature numérique⁸ : la valeur de α peut dépendre de la précision du calcul (Voir la section 4.1.4 sur ce point).

Les simulations "globales" de disques calculent l'évolution de l'écoulement sur une grande région du disque⁹. De même que dans les simulations shearing box, des simulations globales avec ou sans flux net, stratifiées ou cylindrique, champ magnétique toroidal¹⁰ ou poloidal¹¹ ont été réalisées. Depuis la première tentative (Armitage 1998), elles ont montré un bon accord avec les simulations shearing box conduites dans des conditions similaires (Fromang et Nelson 2006, Sorathia et al. 2010, Flock et al. 2011). L'influence de la diffusion numérique est plus importante dans les simulation globales, moins précises par définition que les simulations shearing box.

La discussion sur les biais introduits par la simulation numérique et la validité des résultats qui en découlent est différée à la section 4.1.4.

8. Par opposition aux processus physiques de dissipation tels que la viscosité et la résistivité

9. En général, la dimension radiale de la région simulée s'étend sur une décade. L'extension verticale de cette région est de quelques échelles de hauteur et sa dimension angulaire est une fraction de 2π

10. Champ magnétique généré par un courant électrique circulant autour d'un tore : champ magnétique orthoradial.

11. Complémentaire du champ toroidal.

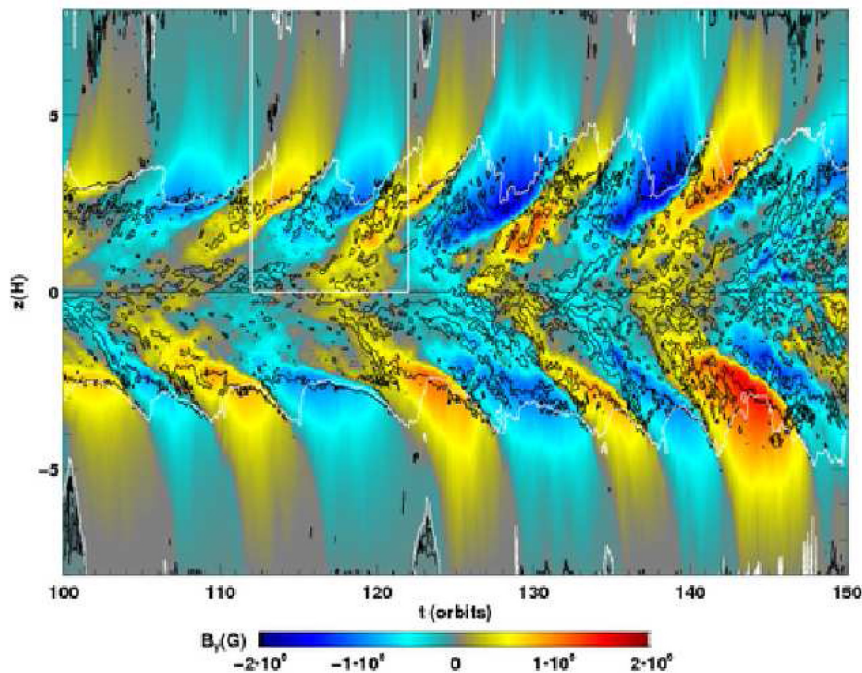


Figure 1.3 – Diagramme papillon. Évolution de l'intensité de la composante orthoradiale du champ magnétique en fonction du temps et de l'altitude. Cette figure est extraite de Shi et al. (2010).

1.3 Zone morte

Dans la section précédente, j'ai présenté le mécanisme de la MRI par l'analyse linéaire de l'instabilité dans la limite MHD idéale. Dans cette section on s'intéresse à l'effet des processus dissipatifs sur la MRI.

1.3.1 MRI et dissipation

Dans un fluide totalement ionisé, toutes les particules se déplacent selon les lignes de champ, c'est le cas MHD idéal. Dans un plasma partiellement ionisé, les collisions des particules chargées avec les particules neutres perturbent ce couplage. Le mouvement des particules chargées emportées dans l'écoulement des particules neutres induit, comme tout courant électrique, un champ magnétique.

Les ions ont une plus grande section efficace de collision que les électrons. Ils sont donc plus sensibles à la présence des particules neutres. La diffusion ambipolaire est l'effet des particules neutres sur le champ magnétique via les collisions avec les ions. Si le gaz est faiblement ionisé, Les collisions entre électrons et neutres sont fréquentes. La résistivité Ohmique est l'effet des particules neutres sur le champ magnétique via les collisions avec les électrons.

La dissipation résistive domine la croissance de la MRI du mode de nombre d'onde k si le temps de diffusion résistif $t_\eta \sim 1/(k^2\eta)$ à l'échelle du mode est plus court que le temps de croissance. Le mode qui croît le plus vite ($|\omega_{\max}| \sim \Omega$) est stabilisé si :

$$\Lambda = \frac{u_A^2}{\eta\Omega} < 1. \quad (1.89)$$

Le nombre sans dimension Λ s'appelle le nombre d'Elsasser (Blaes et Balbus 1994, Sano et Miyama 1999). Les nombres d'Elsasser associés à la résistivité Ohmique et à la résistivité ambipolaire sont notés Λ_O et Λ_A respectivement. Ce critère s'exprime aussi en fonction de R_{eM} , le nombre de Reynolds magnétique :

$$R_{eM} \equiv \frac{c_s^2}{\Omega\eta} < \frac{c_s^2}{u_A^2} \sim \beta \quad (1.90)$$

La déviation du courant résistif par le champ magnétique crée un champ électrique, appelé champ de Hall, qui induit aussi une variation de champ magnétique. Suivant l'alignement du champ avec le vecteur rotation, cet effet perturbe ou facilite le développement de la MRI (Wardle 1999, Balbus et Terquem 2001).

L'importance des différents termes de dissipation dépend de l'intensité du champ magnétique, de la densité des particules neutres, des ions et des électrons.

1.3.2 Sources d'ionisation

Le paragraphe précédent souligne le fait que l'instabilité magnéto-rotationnelle de l'écoulement requiert un bon couplage entre le champ magnétique et le fluide. L'ionisation des particules est donc un paramètre crucial de la stabilité des disques.

On distingue deux types de phénomènes d'ionisation dans les disques protoplanétaires : l'ionisation par l'absorption d'un rayonnement ou de particules énergétiques (tels que les rayons cosmiques) et l'ionisation thermique¹².

L'ionisation thermique est importante dans les parties internes du disque, à une distance inférieure à 0.1–1 ua de l'étoile¹³.

Dans les régions centrales, les rayons X et UV ionisants émis par l'étoile sont absorbés à la surface du disque (Igea et Glassgold 1999, Perez-Becker et Chiang 2011). Les régions plus excentrées, qui sont moins denses, sont optiquement fines : le rayonnement peut pénétrer en profondeur dans le disque et ioniser le gaz.

Les rayons cosmiques sont une autre source potentielle d'ionisation mais on ignore s'ils parviennent à franchir le barrage du champ magnétique et du vent stellaire (Cleeves et al. 2013). La désintégration des isotopes radioactifs à courte période comme ^{26}Al pourrait contribuer à l'ionisation du gaz mais ces éléments sont contenus dans des grains de poussière qui écrante leur rayonnement (Umebayashi et al. 2013).

La recombinaison des ions et des électrons peut se faire directement ou par l'intermédiaire d'une autre espèce. En particulier, la présence de grains de poussière aide la rencontre des espèces chargées et favorise la recombinaison (Sano et al. 2000).

Le taux d'ionisation à un endroit du disque résulte de la compétition entre les processus d'ionisation et de recombinaison.

12. Les électrons sont arrachés lors des collisions dans le gaz si l'agitation thermique est suffisante

13. Cette estimation est discutée dans la section 3.2

1.3.3 Le concept de zone morte

Les considérations précédentes ont amené Gammie (1996) à introduire le concept de zone morte. La zone morte (région foncée sur la figure 2) est une région au coeur du disque où l'agitation thermique est faible et où les rayons ionisants ne pénètrent pas. Dans cette région, la recombinaison domine l'ionisation. La zone morte est la région où l'écoulement est stabilisé par les processus dissipatifs : $\Lambda < 1$. L'appellation "zone morte" rappelle que cette région n'est probablement pas turbulente puisque la MRI n'opère pas. Par opposition, une zone est "active" si elle est instable ($\Lambda > 1$). Le transport de moment cinétique est a priori inexistant dans la zone morte. Cette zone agit comme un bouchon qui compromet l'accrétion de matière sur l'étoile. On estime qu'elle s'étend sur 10–20 ua, suivant le modèle de disque considéré. En particulier, l'impact des différents phénomènes de dissipation magnétique dépend de l'intensité du champ magnétique ainsi que de la quantité d'ions, de neutres et d'électrons locale dont le calcul nécessite la prise en compte d'un réseau de réactions chimiques très complexe (Ilgner et Nelson 2006, Bai 2011).

Le titre de la thèse fait mention du *bord interne de la zone morte*. Cette expression désigne la frontière entre la région ionisée par l'agitation thermique et la zone morte (en rouge sur la figure 2). La zone morte est cernée par deux couches de gaz à la surface du disque ionisées par le rayonnement stellaire. Si la MRI entretient la turbulence de ces deux "couches de surface" alors, l'accrétion de matière suit cette voie. C'est le phénomène d'accrétion en couche.

Les simulations de type shearing box qui modélisent la variation verticale du taux d'ionisation par la variation verticale de la résistivité Ohmique reproduisent ce phénomène ($\Lambda_O < 1$ au voisinage du plan médian et $\Lambda_O > 1$ en altitude). Elles montrent aussi que l'accrétion n'est pas strictement nulle dans la zone morte. La turbulence de surface excite des ondes dans la zone morte (Fleming et Stone 2003) qui maintiennent le transport de moment cinétique autour de $\alpha \sim 10^{-6}$. La présence d'un champ magnétique à grande échelle aide aussi le transport de moment cinétique dans la zone morte (Turner et Sano 2008) : $\alpha \sim 10^{-4}$.

La diffusion ambipolaire et l'effet Hall peuvent aussi avoir leur importance dans cette région où l'ionisation est un paramètre critique. Les simulations shearing box de modèles de la zone morte qui incluent le processus de diffusion Ohmique et le processus de diffusion ambipolaire montrent que la diffusion ambipolaire inhibe la MRI dans les couches de surface (Bai et Stone 2013b, Bai 2013). L'accrétion de matière est bloquée sur toute la hauteur du disque s'il n'est pas traversé par un flux net de champ magnétique vertical. Dans le cas contraire, les particules chargées à la surface du disque sont éjectées du plan du disque. Ce vent extrait efficacement du moment cinétique. Il prend le relais du transport de moment cinétique dans la zone morte. Les simulations shearing box de modèles de la zone morte qui incluent tous les processus dissipatifs montrent que, dans les cas les plus favorables, l'effet Hall compense l'effet stabilisateur de la résistivité Ohmique et déclenche la MRI dans la zone morte (Lesur et al. 2014). L'écoulement reste laminaire mais la MRI produit un champ magnétique orthoradial à grande échelle qui assure le transport de moment cinétique à travers la zone morte ($\alpha \sim 10^{-2}$).

1.3.4 Contraintes observationnelles

La mesure de l'élargissement des raies d'absorption des molécules de CS permet de sonder la turbulence du disque en profondeur (Sect : 1). Ce traceur de la turbulence semble tout indiqué pour diagnostiquer la présence ou non d'une zone morte enfouie dans un disque. Faute de résolution, la zone morte est aujourd'hui encore une construction théorique que personne n'a pu mettre en évidence dans des observations.

L'interféromètre ALMA, qui observe les disques dans un domaine de longueur d'onde compatible avec les raies du CS, permettrait de distinguer des variations de l'amplitude des fluctuations de vitesse à l'échelle de la zone morte (Guilloteau et al. 2012). Mais avant de placer tous nos espoirs de validation observationnelle dans ce dispositif, rappelons qu'il est question de repérer une diminution locale des fluctuations de vitesse induite par la présence d'une petite région laminaire, sûrement traversée par des ondes, en-capsulée dans une région turbulente. Même avec la résolution spatiale d'ALMA, attester la tangibilité de la zone morte est un véritable défi.

Cette réalité fait de la simulation numérique un outil indispensable à l'étude des zones mortes et plus généralement à l'étude de la structure des disques.

Formation de planétésimaux

SOMMAIRE

INTRODUCTION	36
2.1 DYNAMIQUE DES GRAINS	36
2.1.1 Sédimentation	36
2.1.2 Migration	39
2.2 LES OBSTACLES DE LA FORMATION DES PLANÉTÉSIMAUX	40
2.2.1 Barrière de migration	41
2.2.2 Barrière de rebond et de fragmentation	42
2.2.3 Là ou l'individu échoue, le collectif peut réussir. Ou pas.	44
2.2.4 Pièges à poussière	45

Notre compréhension actuelle du processus de formation des planètes résulte en premier lieu de plusieurs siècles d'observation de notre propre système solaire. À cela s'ajoute l'étude en laboratoire d'échantillons de matière extraterrestre, naturellement échoués sur terre (météorites) ou collectés par l'homme puis ramenés sur terre (mission Apollo, Luna, Stardust). Enfin 15 années de détections et de classifications de planètes extra-solaires ainsi que l'étude de plus en plus approfondie des disques protoplanétaires ont dernièrement révolutionné ce domaine de recherche.

Introduction

On identifie trois grande étapes de la formation planétaire :

Au cours de la première étape, les grains initialement de taille micrométriques croissent à mesure qu'ils entrent en collision les uns avec les autres. Pour des particules de taille inférieure au centimètre, les forces électrostatiques assurent la cohésion des solides. Ces forces de surface sont suffisamment intenses pour que l'un des produits d'une collision de deux particules ait une masse proche de la somme des deux masses des particules initiales.

La dernière étape aussi fait intervenir la collision de deux "particules". Elles ont atteint des tailles kilométriques, on les appelle des planétésimaux. À ce stade, les corps qui se rencontrent sont suffisamment massifs pour que la gravité assure la formation d'un corps encore plus gros.

Pour des tailles intermédiaires (du centimètre au kilomètre), les surfaces de ces grains ne sont pas suffisamment collantes et l'interaction gravitationnelle est trop faible. Cette étape représente LE véritable *challenge* de la formation planétaire. C'est d'elle dont il est question dans ce chapitre.

N.B. Il va sans dire que résumer le grossissement d'objets sur 13 ordres de grandeur (!!!) en 3 étapes est une simplification. Toutes les étapes ne sont pas aussi bien délimitées que cette description succincte le laisse penser.

2.1 Dynamique des grains

Pour mettre en évidence les obstacles de la formation des planétésimaux il nous faut tout d'abord décrire la dynamique des grains dans le disque. Dans cette section, je décris les mouvements collectifs des grains dans un modèle (simple) où les particules ressentent uniquement la force de l'étoile centrale et la friction du gaz.

2.1.1 Sédimentation

La force gravitationnelle de l'étoile attire les particules (gaz et poussière) vers le plan médian du disque. Le disque de gaz conserve une certaine épaisseur à cause de la pression qui s'oppose à l'amincissement du disque. Qu'en est-il des grains de poussière pour lesquels la pression est négligeable ? On s'intéresse ici au mouvement des particules solides dans la direction verticale.

Soit une particule de masse m , de taille s située à une distance r_p de l'étoile et à l'altitude $z_p \ll r_p$. Dans la direction verticale, l'étoile exerce sur cette particule la force (Eq 1.8) :

$$F_{\text{grav}}^{\vec{}} \cdot \vec{u}_z \sim m \Omega_K^2 z_p. \quad (2.1)$$

Elle subit une force de friction de la part du gaz qui dépend de leur vitesse relative \vec{v}_{rel} . Cette force est modélisée par :

$$F_{\text{fric}}^{\vec{}} = -\frac{m}{\tau_s} \vec{v}_{\text{rel}}. \quad (2.2)$$

τ_s quantifie le couplage de la poussière au gaz. C'est le temps typique nécessaire à la particule pour acquérir la vitesse du gaz en l'absence d'autres forces

($v_{\text{rel}} \propto e^{-t/\tau_s}$). Ce paramètre dépend de la taille et de la masse de la particule mais aussi des propriétés du gaz (Chiang et Youdin 2010) :

$$\tau_s \sim \begin{cases} m/(s^2 \rho c_s) & \text{si } s \lesssim 9\lambda_p/4 \\ 4m/(9s\rho c_s \lambda_p) & \text{si } s \gtrsim 9\lambda_p/4 \end{cases} \quad (2.3)$$

λ_p est le libre parcours moyen des particules de gaz. Dans le disque de référence, le temps de couplage pour des particules de taille micrométrique situées à 1 ua de l'étoile est de l'ordre de 10^{-7} ans¹. L'effet du gaz est plus faible sur les particules plus grandes. Le temps de couplage pour un bloc de poussière de 1 m de diamètre de densité similaire situé à 1 ua de l'étoile est de l'ordre de 1 an dans le disque de référence.

Cas d'un milieu non turbulent. Je considère tout d'abord que les mouvements du gaz sont lents à l'échelle du mouvement de la particule. La vitesse relative \vec{v}_{rel} est donc approximativement égale à la vitesse de la particule.

L'équation du mouvement de cette particule dans la direction verticale s'écrit :

$$\frac{\partial^2 z_p}{\partial t^2} = -\tau_s \frac{\partial z_p}{\partial t} - \Omega_K^2 z_p \quad (2.4)$$

Dans le cas d'un couplage fort ($\tau_s \ll 1/\Omega_K$), après un court régime transitoire, la particule atteint la vitesse limite :

$$v_{\text{lim}} = \tau_s \Omega_K^2 z_p. \quad (2.5)$$

Le temps caractéristique de sédimentation $t_{\text{sedim}} = z_p/v_{\text{lim}}$ d'une particule micrométrique située à $R = 1$ ua de son étoile et à $z = 0.1$ ua du plan médian du disque avoisine 10^5 ans. Cet ordre de grandeur nous fournit une limite supérieure du temps de sédimentation, qui est d'autant plus court que la taille des poussières considérées est grande. Le temps de sédimentation des poussières est donc beaucoup plus court que le temps de vie du disque.

Pour les grandes particules ($s \gtrsim 1$ m, $\tau_s \Omega_K > 0.5$), la solution de l'équation (2.4) est un régime d'oscillations amorties. Le temps de sédimentation est alors égal au temps d'amortissement.

Le temps caractéristique

$$t_{\text{sedim}} \sim \frac{1}{\Omega_K^2} \frac{2(\tau_s \Omega_K)^2 + 1}{\tau_s} \quad (2.6)$$

est valable pour tout τ_s (Chiang et Youdin 2010). Par exemple, le temps de sédimentation d'une particule de taille métrique ($\tau_s \Omega_K \sim 1$) située à 1 ua de l'étoile dans le disque de référence est de moins d'une année.

Ce résultat est basé sur l'hypothèse que le gaz est immobile à l'échelle du temps de migration.

1. On a considéré que la densité de matière dans la particule est 1 g.cm^{-3} (densité des silicates)

Cas d'un milieu turbulent. Dans un disque turbulent, la poussière ne sédimente pas aussi facilement que dans un disque laminaire. Les particules suivent les mouvements du gaz avec un temps de retard τ_s . Si le temps de couplage d'une particule solide est court devant le temps typique des fluctuations turbulentes alors la particule suit les mouvements turbulents du gaz. Dans le cas opposé, la particule ne ressent pas la turbulence de l'écoulement. Dans le cas intermédiaire, la turbulence tend à homogénéiser la quantité de poussière par rapport au gaz ($R_{p/g}$).

Je considère le modèle d'un fluide de poussière de densité ρ_p mélangé au gaz dans la proportion $R_{p/g} = \rho_p/\rho$. Le flux de sédimentation des petits grains de poussière tels que $\tau_s \Omega_K \ll 1$ (voir Eq.2.5) est

$$F_{\text{sedim}} = -\rho_d v_{\text{lim}} = -\rho_d \tau_s \Omega_K^2 Z. \quad (2.7)$$

L'effet de la turbulence sur la répartition des grains de poussière est modélisé par un processus diffusif (Dubrulle et al. 1995). Le flux de diffusion est

$$F_{\text{diff}} = -D\rho\vec{\nabla}(R_{p/g}) \quad (2.8)$$

où D est un coefficient de diffusion volumique supposé homogène, comparé au coefficient de diffusion du moment cinétique par le nombre sans dimension de Schmidt :

$$S_c = \frac{\alpha c_s H}{D}. \quad (2.9)$$

L'équation de continuité du fluide de poussière projetée dans la direction verticale s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left[D\rho \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\rho_p}{\rho} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Z} (\rho_p \tau_s \Omega_K^2 Z) \quad (2.10)$$

Dans un gaz à l'équilibre hydrostatique vertical (Eq.1.11), la solution stationnaire de cette équation est :

$$R_{p/g} = \frac{\rho_p}{\rho} = \left(\frac{\rho_p}{\rho} \right)_{z=0} \exp \left[-\frac{S_c \tau_{s_0}}{\alpha} \exp \left[\frac{z^2}{2H^2} \right] \right] \quad (2.11)$$

où τ_{s_0} est la valeur de τ_s dans le plan médian. Au voisinage du plan médian du disque ($Z \ll H$),

$$R_{p/g} = \frac{\rho_p}{\rho} \propto \exp \left[-\frac{z^2}{2H_p^2} \right] \quad (2.12)$$

avec

$$H_p \sim \sqrt{\frac{\alpha}{\Omega_K S_c \tau_s}} H. \quad (2.13)$$

L'épaisseur H_p du disque formé par les poussières les moins couplées ($\tau_s \Omega_K > \alpha/S_c$) est plus fin que le disque de gaz : $H_p < H$. Ces poussières sédimentent malgré la turbulence de l'écoulement. Ce n'est pas le cas des petites particules qui suivent les mouvements turbulents ($\tau_s \Omega_K < \alpha/S_c$). Le nombre de Schmidt mesuré dans des simulations shearing box MHD d'un disque turbulent est de l'ordre de $S_c = 0.15$ (Fromang et Papaloizou 2006). Ainsi, les particules de taille millimétrique du modèle de disque de référence ($\tau_s \Omega_K \sim 10^{-5}$) peuvent sédimenter en $R = 1$ ua si $\alpha < 10^{-4}$. Si la MRI entretient la turbulence

($10^{-3} < \alpha < 10^{-1}$) à cet endroit, les particules sont maintenues en suspension. La sédimentation n'est pas non plus assurée dans la zone morte où les fluctuations de vitesse ne sont pas nulles à cause des ondes qui se propagent par exemple.

Dans le cas plus général qui inclut les particules dont $\tau_s \Omega_K > 0.5$, la condition de sédimentation se résume par :

$$t_{\text{sedim}} < \frac{H^2}{D} \sim \frac{S_c}{\alpha \Omega_K}. \quad (2.14)$$

Ainsi, à un instant donné, la distribution verticale de la poussière n'est pas homogène : les particules très couplées au gaz sont réparties uniformément dans la direction verticale tandis que les particules de plus grande taille sont concentrées au voisinage du plan médian du disque.

Les simulations shearing box MHD qui modélisent l'évolution conjointe du gaz et de la poussière montrent que les prédictions du modèle diffusif sont en très bon accord avec les résultats des simulations de disques turbulents (Carballido et al. 2006).

2.1.2 Migration

On s'intéresse maintenant au mouvement de la poussière dans le plan du disque.

Soit une particule de masse m et de taille typique s en orbite autour d'une étoile de masse M_* . Sa position dans le disque est repérée par les coordonnées (r_p, Φ_p, z_p) , $z_p \ll r_p$. Dans la direction radiale, l'étoile exerce sur cette particule la force (Eq 1.8) :

$$F_{\text{grav}} \cdot \vec{u}_R \sim -m \frac{GM_*}{r_p^2}. \quad (2.15)$$

Initialement, la particule est en orbite circulaire autour de l'étoile. Cette particule tourne dans un disque de gaz non turbulent, en rotation sub-képlérienne :

$$v_\phi = v_K \sqrt{1 - \varepsilon} \sim \left(1 - \frac{1}{2} \varepsilon\right) v_K < v_K. \quad (2.16)$$

Je néglige l'accrétion du gaz ($v_R = 0$). La friction du gaz sur la particule est donc :

$$-\frac{m}{\tau_s} \vec{v}_{\text{rel}} = -\frac{m}{\tau_s} \left(r_p \frac{\partial r_p / \partial t}{\partial \Phi_p / \partial t} - v_\phi \right). \quad (2.17)$$

Initialement, la particule orbite à la vitesse képlérienne. Le gaz freine donc la poussière dans sa rotation. Elle perd du moment cinétique et spirale vers l'intérieur. Je suppose que le temps de migration

$$t_{\text{migr}} = \left| \frac{r_p}{\partial r_p / \partial t} \right| \quad (2.18)$$

est très long devant le temps de couplage. Au cours de la migration, la vitesse de rotation de la particule est donc comprise entre la vitesse képlérienne initiale et la vitesse de rotation du gaz :

$$\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) v_K < r_p \frac{\partial \Phi_p}{\partial t} < v_K \quad (2.19)$$

soit

$$-\frac{\varepsilon}{2}v_K < \delta v_\Phi < 0 \quad (2.20)$$

avec $r_p \partial \Phi_p / \partial t - v_K = \delta v_\Phi$. On a donc

$$|\delta v_\Phi| < \frac{\varepsilon}{2}v_K \ll v_K. \quad (2.21)$$

Les équations du mouvement de la poussière dans le plan du disque s'écrivent :

$$\frac{\partial^2 r_p}{\partial t^2} - r_p \left(\frac{\partial \Phi_p}{\partial t} \right)^2 = -\frac{v_K^2}{r_p} - \frac{1}{\tau_s} \frac{\partial r_p}{\partial t} \quad (2.22)$$

$$r_p \frac{\partial^2 \Phi_p}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial r_p}{\partial t} \frac{\partial \Phi_p}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_s} \left(\frac{\partial \Phi_p}{\partial t} - \frac{v_\Phi}{r_p} \right) \quad (2.23)$$

En régime quasi-stationnaire ($\partial^2 r_p / \partial t^2 = 0$ et $\partial^2 \Phi_p / \partial t^2 \sim 0$), la solution au premier ordre en δv_Φ est :

$$\frac{\partial r_p}{\partial t} \simeq -\varepsilon \Omega_K \left(\frac{\tau_s \Omega_K}{1 + (4\tau_s \Omega_K)^2} \right) r_p. \quad (2.24)$$

La migration a lieu sur une échelle de temps

$$t_{\text{migr}} = \frac{1 + (\Omega_K \tau_s)^2}{\varepsilon \tau_s \Omega_K^2}. \quad (2.25)$$

Par exemple, le temps de migration d'une particule de taille centimétrique ($\tau_s \Omega_K \sim 10^{-3}$) située à 1 ua de l'étoile dans le disque de référence est de quelques 10^5 ans. Une "poussière" d'un mètre ($\tau_s \Omega_K \sim 1$), quant à elle, tombe sur l'étoile en moins de 100 ans !

Une théorie de formation de planétésimaux qui n'expliquerait pas comment des corps de taille métrique peuvent subsister dans le disque doit faire appel à un processus extrêmement rapide pour former des planétésimaux. De même que pour la sédimentation, la diffusion turbulente va avoir pour effet de redistribuer les poussières. Les petites poussières telles que

$$t_{\text{migr}} > \frac{R^2}{D} \sim \frac{S_c}{\varepsilon \alpha} \frac{1}{\Omega_K} \quad (2.26)$$

ne seront pas sujettes à la migration. Dans un disque turbulent tel que $\alpha \sim 0.01$ et $S_c \sim 0.1$, la poussière de 1 m de diamètre qui migre si rapidement n'est pas retenue dans le disque par la turbulence.

2.2 Les obstacles de la formation des planétésimaux

Les planétésimaux se forment en moins de quelques millions d'années puisque l'excès d'émission IR qui caractérise la présence de grains disparaît (Muzerolle et al. 2010) 1 à 10 millions d'années après la formation du disque. C'est la première règle que doit respecter toute théorie de formation de planétésimaux.

La variation de la pente du spectre d'émission de la poussière est aussi révélatrice de la croissance des grains (D'Alessio et al. 2001). Les observations dans le domaine sub-millimétrique et millimétrique montrent que la présence

de grains de poussière de taille centimétrique est banale (Andrews et Williams 2005, Ricci et al. 2010) dans les disques protoplanétaires.

Dans cette section, il est question des obstacles dans notre compréhension du mécanisme de croissance des grains et des pistes avancées pour les surmonter. Deux scénarios principaux de formation des planétésimaux sont en compétition : la croissance par collision successives et la formation directe par effondrement gravitationnel. On s'intéresse tout d'abord à la croissance des grains par collisions.

2.2.1 Barrière de migration

Je suppose en premier lieu que toute collision conduit à l'adhésion des deux particules. Le temps qui s'écoule entre deux collisions t_{coll} dépend de la vitesse moyenne relative des particules Δv , de leur section efficace $\sigma^* = \pi(2s)^2$ et de la densité de particules $\rho_p = \rho R_p/g/m$:

$$t_{\text{coll}} = \frac{m}{\rho \sigma^* \Delta v R_d/g} \sim \frac{\rho_{\text{silicate}} s}{4\pi \rho \sigma^* \Delta v R_d/g}, \quad (2.27)$$

où $\rho_{\text{silicate}} \sim 1 \text{ g.cm}^{-3}$ est la densité du grain lui-même. Le temps de croissance par collisions successives dépend donc de la vitesse relative des particules.

Les mouvements d'ensemble des particules (sédimentation et migration) favorisent les rencontres de particules de tailles différentes : deux particules de taille identique sédimentent et migrent à la même vitesse. Elles ne se rencontrent donc pas. Les vitesses relatives de sédimentation et de migration augmentent avec la différence de taille entre les particules. Le panneau de gauche de la figure 2.1 montre les résultats de calculs numériques des vitesses relatives des grains en fonction de leur taille. Les chocs les plus violents impliquent au moins une particule de taille métrique : $\Delta v \sim 60 \text{ m.s}^{-1}$. Le temps qui s'écoule entre deux impacts sur une particule d'un mètre située à 1 ua dans le disque de référence est de 10 ans. L'ordre de grandeur est identique pour une particule centimétrique (elle est 100 fois plus petite mais sa vitesse relative avec des particules de taille inférieure est 100 fois plus grande). Le temps de migration d'une particule centimétrique en $R = 1 \text{ ua}$ dans le disque de référence est d'environ 10^4 ans. Pendant cette période, elle rencontre environ 1000 autres particules. Si elle rencontre des particules de taille similaire et que toutes ces collisions conduisent à l'adhésion des particules alors la taille de cet amas au bout de 10^4 ans atteint 0.2 m. Une particule de taille métrique sera entrée en collision avec seulement 10 autres particules avant de tomber sur l'étoile ($t_{\text{migr}} \sim 100$ ans). Elle n'a donc pas le temps de croître significativement.

Les mouvements turbulents du gaz agitent les particules solides et induisent aussi des collisions. Pour les particules qui suivent avec un faible retard les fluctuations dans le gaz, les collisions se produisent à l'intérieur d'un remous. La vitesse d'une particule δv_p dans un remous de vitesse δv_{turb} dépend du temps de couplage : $\delta v_p \sim \delta v_{\text{turb}}(1 - e^{-t/\tau_s}) \sim \delta v_{\text{turb}} t/\tau_s$. La vitesse relative des grains Δv dans ce remous est approximativement l'écart type des différences de vitesse des particules pendant la durée typique τ_{corr} du remous : $\Delta v \sim \delta v_{\text{turb}} \sqrt{\tau_s / \tau_{\text{corr}}}$.

Les particules qui accusent un grand retard avec les fluctuations turbulentes ($\tau_s > \tau_{\text{corr}}$) suivent une marche au hasard excitée à la vitesse typique des

fluctuations δv_{turb} . La vitesse de collision typique est $\Delta v \sim \delta v_{\text{turb}} / \sqrt{\tau_s / \tau_{\text{corr}}}$. Ces deux relations combinées donnent :

$$\Delta v \sim c_s \sqrt{\frac{\alpha S_t}{(1 + S_t^2)}} \quad (2.28)$$

avec $\delta v_{\text{turb}} \sim \sqrt{\alpha} c_s$. $S_t = t_s / t_{\text{corr}}$ est le nombre sans dimension de Stokes.

Cette estimation est en accord global avec des calculs plus réalistes (Weidenschilling 1984, Ormel et Cuzzi 2007). Le nombre de collisions pendant le temps de migration des particules est donné par :

$$\frac{t_{\text{migr}}}{t_{\text{coll}}} \sim \sqrt{1 + (\tau_s \Omega_K)^2} \frac{\rho \sqrt{\alpha} R_p / g c_s}{\rho_{\text{silicate}} s} \quad (2.29)$$

où j'ai fait l'approximation $\tau_{\text{corr}} \sim 1 / \Omega_K$. Le nombre de collisions dépend faiblement du couplage avec le gaz pour les particules $s \lesssim 1$ m car le temps de migration et le temps entre deux collisions diminuent avec la taille des particules. Dans un disque turbulent tel que $\alpha = 10^{-2}$, à 1 ua de l'étoile, les particules de taille métrique (ou inférieure) subissent quelques centaines de collisions pendant leur migration. À partir de cette population, la plus grosse particule qu'il est possible de former par ce mécanisme a une taille de l'ordre de quelques mètres².

Le nombre de collisions augmente significativement avec la taille pour des particules faiblement couplées au gaz ($\tau_s \Omega_K > 1$). Pour une particule décimétrique ($\tau_s \Omega_K = 100$) le nombre de collisions est d'environ 1000. La rencontre de 1000 particules décimétriques ($\tau_s \Omega_K = 100$) peut former un planétésimal de 0.1 km de diamètre.

En résumé, les collisions des petites particules dans les mouvements collectifs permet la formation des corps dont la taille est de l'ordre du mètre. Les collisions des particules larges ($s > 1$ m) dans les mouvements turbulents permet la formation des planétésimaux. Les particules d'un mètre de diamètre sont trop rapidement évacuées par la migration pour former des particules assez découplées du gaz. C'est la "barrière de migration".

2.2.2 Barrière de rebond et de fragmentation

On conçoit aisément que des poussières micrométriques croissent par collision successives mais on peut difficilement imaginer deux rocs de quelques dizaines de centimètres se rencontrer avec une vitesse de quelques mètres par seconde et fusionner parfaitement sans se disperser en grains plus petits. Formellement, la condition pour que deux particules restent collées l'une sur l'autre à l'issue d'une collision peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{1}{4} m \Delta v^2 \leq \frac{f}{1-f} |\Delta E_s| \quad (2.30)$$

avec f , la fraction d'énergie dissipée à l'impact et ΔE_s l'énergie de cohésion disponible à la surface des grains pour faire adhérer ces particules.

2. Un amas de 10^2 particules de 1 m mesure environ 5 m de diamètre.

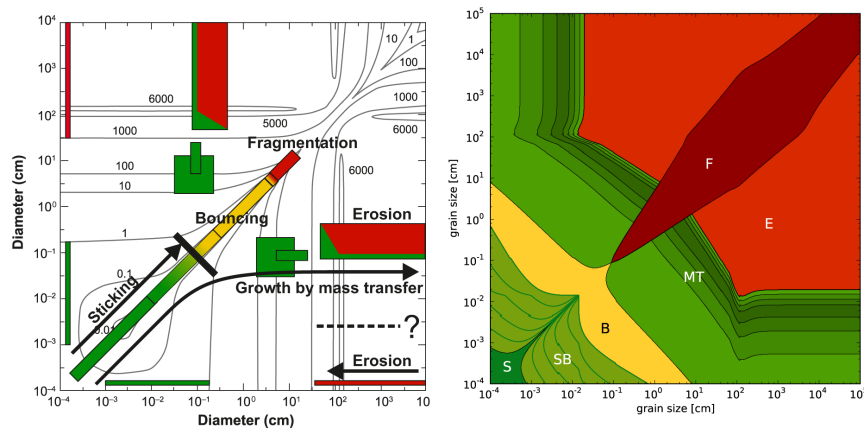


Figure 2.1 – À gauche : Vitesse relative des différentes populations de particules en cm.s^{-1} . À droite : Représentation schématique des produits de collision en fonction de la taille des particules impliquées. Les zones vertes indiquent les rencontres qui conduisent à la formation d'un corps plus gros que les impacteurs. Les produits de collisions dans les zones rouges sont des corps plus petits que les particules initiales. Les particules rebondissent l'une sur l'autre sans perdre ni gagner de masse dans les zones jaunes. S : zone de "Sticking" ou "adhésion" des particules. B : zone de "Bouncing" ou rebond des particules. MT : zone de "Mass Transfert" ou transfert de masse de la particule petite vers la plus grosse. E : zone d' "Erosion" ou d'érosion des particules. F : zone de Fragmentation. Ces figures sont extraites de *Testi et al. (2014)*.

L'étude des produits de collisions en fonction de la vitesse relative et de la taille des protagonistes est menée aussi bien en simulation numérique qu'en laboratoire (*Dominik et Tielens 1997, Poppe et al. 2000*). Les principales tendances des résultats d'expériences sont compilées sur le diagramme de droite de la figure 2.1. Il apparaît clairement qu'une collision de particules de moins d'un centimètre de diamètre va conduire dans la majeure partie des cas à la formation d'une particule plus grosse. Au delà de cette limite, si les particules sont de taille semblables elles rebondissent l'une sur l'autre ou, si l'écart des masses est important, la particule légère transfère sa masse à la plus massive. Enfin, pour des particules de l'ordre du mètre, l'énergie de cohésion interne des solides est plus faible que l'énergie de la collision. Par conséquent la collision détruit les particules impliquées (fragmentation et érosion). Cette limite s'appelle la "barrière de fragmentation".

La majeure partie des expériences de collision a été réalisée pour des particules idéalisées : grains silicatés, densité donnée, forme sphérique etc. Ces expériences se sont donc concentrées autour d'un jeu de valeurs pour les paramètres f et ΔE_s qui dissimulent toute la complexité d'une collision à l'échelle microscopique. Aussi, il est possible de repousser la barrière en considérant des particules exotiques. Par exemple, la littérature fait mention de l'étude de la collision de particules fractales, pour lesquelles la porosité est très faible. Au cours de la collision de telles particules, la compaction qui a lieu dissipe une grande quantité d'énergie ($f|\Delta E_s|$), ce qui a pour effet d'augmenter substantiellement la probabilité de collage (*Kothe et al. 2013*). Une autre hypothèse récemment discutée implique des particules composées, au moins en partie, de glace d'eau. Elles ont la propriété d'adhérer beaucoup plus facilement mais

n'existent que dans les régions froides où la température est inférieure à la température d'évaporation (Gundlach et al. 2011). Les expériences de laboratoire et les simulations numériques qui tentent d'établir les propriétés des collisions dans le disque doivent explorer un espace des paramètres extrêmement vaste. La recherche dans ce domaine est aujourd'hui très active.

2.2.3 Là ou l'individu échoue, le collectif peut réussir. Ou pas.

Pour les particules considérées dans les sections précédentes, l'attraction gravitationnelle qu'un grain exerce sur un autre est faible comparée à l'attraction de l'étoile et à la friction du gaz. C'est la raison pour laquelle j'ai négligé cette interaction jusqu'à présent. Cependant, la force gravitationnelle exercée par l'ensemble des grains sur un échantillon peut conduire à l'effondrement du disque de poussière. C'est le second scénario de formation des planétésimaux.

Soit le fluide de poussière de densité surfacique³ Σ_p , mélangé au gaz en proportion $\Sigma_p/\Sigma = R_{p/g}$, en rotation képlérienne autour d'une étoile de type solaire M_\odot . En première approche, la migration de la poussière est négligée. Par analogie avec le gaz, on relie la vitesse d'agitation des particules solides à la hauteur du disque qu'elles forment :

$$c_p \sim H_p \Omega_K. \quad (2.31)$$

L'écoulement du disque de poussière est instable à condition que le critère de Toomre (Eq.1.59) soit vérifié :

$$Q \equiv \frac{c_p \kappa}{\pi G \Sigma_p} < 1. \quad (2.32)$$

En utilisant l'expression (2.13) de H_p , on obtient :

$$Q \sim \frac{H_p \Omega_K^2}{\pi G \Sigma_g} \sim \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_s \Omega_K}} \frac{M_\odot}{R^2 \Sigma_p} \frac{H}{R} < 1 \quad (2.33)$$

Dans le disque de référence, à 1 ua de l'étoile,

$$Q < 1 \quad \text{si} \quad \frac{\alpha}{\tau_s \Omega_K} < 10^{-8}. \quad (2.34)$$

En $R = 1$ ua, un disque de particule de taille métrique pour lesquelles $\tau_s \Omega_K \sim 1$, fragmente si $\alpha < 10^{-8}$. La longueur d'onde du mode le plus instable est (Chiang et Youdin 2010) :

$$\lambda = \frac{2c_p^2}{G \Sigma_g} \sim \frac{\alpha}{\tau_s \Omega_K} \frac{2M_\odot}{R \Sigma_p} \left(\frac{H}{R}\right)^2. \quad (2.35)$$

Si $\alpha < 10^{-8}$, le disque fragmente donc en anneaux de rayon R et de masse $M_A = 2\pi R \lambda \Sigma_p$. Soit :

$$M_A = \frac{\alpha}{\tau_s \Omega_K} \left(\frac{H}{R}\right)^2 4\pi M_\odot. \quad (2.36)$$

Cet anneau de poussière en effondrement a la masse de Ceres ($M_A \sim 10^{20}$ kg), un astéroïde de la ceinture principale de quelques centaines de kilomètres !

3. cette approche a été proposée pour la première fois par (Goldreich et Ward 1973, Safronov 1969)

Bien que cet estimation rende ce mécanisme très séduisant, je rappelle qu'il nécessite $\alpha < 10^{-8}$.

La friction du gaz sur les particules aide l'effondrement gravitationnel du disque de poussière (Youdin 2005). En effet, un anneau de poussière plus dense que son voisinage exerce une force gravitationnelle qui accélère (freine) la rotation des particules plus (moins) excentrées. Leur vitesse relative au gaz augmente (diminue) ainsi que la force de friction. Leur migration est donc accélérée (ralentie). Les grains sont comme attirés par l'amas initial de particules : le disque de poussière fragmente (Goodman et Pindor 2000). La diffusion turbulente des particules solides s'oppose aussi à cet effet (Shariff et Cuzzi 2011).

2.2.4 Pièges à poussière

On a vu la difficulté de former des planétésimaux si aucun processus n'intervient pour concentrer la poussière. Dans cette dernière section, je décris les mécanismes proposés pour franchir les barrières de la formation planétaire.

Surpressions et tourbillons dans le disque de gaz. La migration des grains est due au gradient radial (négatif) de pression dans le gaz : le gaz tourne légèrement moins vite que la poussière qui est freinée dans sa rotation et migre vers l'étoile. De façon symétrique, la poussière située à l'endroit d'un gradient radial de pression positif est repoussée vers l'extérieur. Ainsi, la migration des particules de poussière serait stoppée par la présence d'un maximum local de pression. Un anneau de forte pression dans le disque agit comme un filet sur les poussières qui coulent vers l'étoile.

L'effet d'une perturbation de pression non axisymétrique, centrée autour d'un point (R_0, ϕ_0) , est plus subtil. Les coordonnées d'un point dans le repère polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\phi)$ lié au point (R_0, ϕ_0) sont notées (r, ϕ) . Dans le référentiel en rotation à la vitesse $R\Omega = R\Omega_K(R_0)\sqrt{1-\varepsilon}$ (équilibre hydrostatique radial), l'équation du mouvement du gaz s'écrit :

$$\rho \frac{D(\vec{\delta v})}{Dt} = -2\rho\Omega \vec{u}_z \wedge \vec{\delta v} + \rho R\Omega^2 \vec{u}_r - \vec{\nabla}(P + \delta P) - \frac{GM_*}{R^2} \quad (2.37)$$

avec δP la perturbation de pression et $\vec{\delta v} = \vec{v} - R\Omega\vec{u}_\phi$. Par définition

$$-\vec{\nabla}P - \frac{\rho GM_*}{R^2} = \rho\Omega^2 R. \quad (2.38)$$

Une perturbation de pression positive (négative), a pour effet de repousser (aspirer) le fluide. La force de Coriolis $(-\rho\Omega\vec{u}_z \wedge \vec{\delta v})$ va dévier le fluide dans direction $\pm\vec{u}_\phi$ perpendiculaire au mouvement d'expansion (concentration). Le fluide se met alors à tourner autour de la perturbation de pression. En régime stationnaire :

$$2\rho\Omega\vec{u}_z \wedge \vec{\delta v} = -\vec{\nabla}\delta P. \quad (2.39)$$

La force de Coriolis s'oppose au gradient de pression, l'écoulement est en équilibre géostrophique. Les lignes d'écoulement s'enroulent autour du maximum de pression pour former un tourbillon comme on en voit un exemple sur la

figure 2.2. Si la perturbation de pression est négative (positive) alors la perturbation de vitesse est une rotation dans le sens (inverse) de $\Omega \vec{u}_z$. Dans un écoulement en rotation comme l'atmosphère d'une planète, un extremum local de pression dévie l'écoulement pour créer un cyclone (ou un anticyclone). Pour les disques protoplanétaires, on parle de tourbillons, ou vortex. La vorticité

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{v} \quad (2.40)$$

est la variable la plus pertinente pour mesurer le taux de rotation local dans l'écoulement. La vorticité du disque en écoulement képlérien est $\vec{\omega} = 0.5\Omega_K \vec{u}_z$. Une perturbation négative (positive) de pression est associée à une perturbation positive (négative) de vorticité $\delta\omega_z \vec{u}_z$.

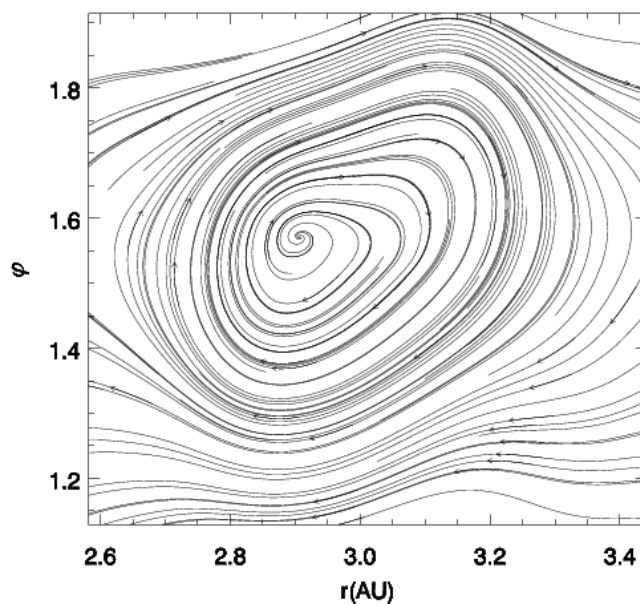


Figure 2.2 – Calcul numérique des lignes d'écoulement autour d'un maximum de pression dans un modèle hydrodynamique de disque protoplanétaire. Figure extraite de Meheut et al. (2012a).

Une particule de poussière au voisinage de la perturbation est entraînée, par la friction du gaz, dans la rotation autour de l'extremum de pression. La particule en rotation à la vitesse $\vec{v}_p = -v_p \vec{u}_\phi$ autour du maximum de pression ressent la force de Coriolis ($-m\Omega \vec{u}_z \wedge \vec{v}_p = -m\Omega v_p \vec{u}_r$) dirigée vers le maximum. La particule remonte le gradient de pression car elle ne ressent pas la force de pression propre au gaz. La poussière est attirée par les maxima de pression qui agissent comme de véritables aspirateurs à poussière (Barge et Sommeria 1995).

La présence de telles structures dans le disque est suggérée par des observations récentes de disques à haute résolution (Isella et al. 2013). En particulier, les images fournies par l'interféromètre ALMA ont fait parler d'elles (van der Marel et al. 2013, Pérez et al. 2014).

Les simulations hydrodynamiques globales qui calculent l'évolution de la poussière et du gaz dans un disque ont confirmé la capacité des vortex à attirer et concentrer efficacement la poussière (Johansen et al. 2004, Inaba

et Barge 2006, Lyra et al. 2009). En seulement trois orbites, un vortex créé une inhomogénéité de concentration de solides de deux ordres de grandeur ($R_{p/g} \sim 1$ dans le vortex contre $R_{p/g} \sim 10^{-2}$ dans le disque). En trois orbites seulement, un vortex capture une quantité de poussière équivalente à la masse de Mars (Meheut et al. 2012b).

Les questions de la formation et de la stabilité de ces structures dans le disques sont l'objet de beaucoup de travaux récents.

Intrinsèquement, un vortex n'est pas une structure stable dans l'écoulement du disque. L'instabilité elliptique détruit progressivement le vortex sur une échelle de temps plus ou moins longue suivant sa forme (Lesur et Papaloizou 2009). Un vortex très allongé survit longtemps, particulièrement dans un modèle de disque stratifié verticalement.

Les vortex stoppent la migration des grains mais ils sont, comme les planètes, eux même sujet à la migration. Les simulations hydrodynamiques d'un modèle de disque non turbulent de Paardekooper et al. (2010) ont montré que les vortex sont soumis à un couple⁴ qui ralentit (accélère) leur rotation autour de l'étoile si le gradient radial de densité local est négatif (positif). Les vortex remontent donc le gradient radial de densité.

De plus, la poussière rétroagit et déstabilise le vortex qui l'a concentrée (Chang et Oishi 2010).

Les vortex sont aussi sensibles à leur environnement : dans un écoulement turbulent, la structure du vortex est perturbée par les fluctuations.

Enfin, le mécanisme de création du vortex est toujours en compétition avec d'autres instabilités dans le disque et notamment la MRI (Lyra et Klahr 2011, voir Sect.3.1.2).

La poussière a-t-elle le temps de se muer en planétésimaux avant que le vortex ne soit détruit ou qu'il ne soit lui même accrété par l'étoile ? L'instabilité gravitationnelle prend-elle le relais du vortex pour former une planète ? Ce sont des questions toujours ouvertes. Les mécanismes de formation des vortex dans les disques protoplanétaires sont discutés à la section 3.1.2.

La "streaming instability". Récemment, Youdin et Goodman (2005) ont montré que la concentration des grains de poussière peut s'emballer jusqu'à former des amas de poussière dont la densité peut atteindre 100 fois la densité moyenne. Ce mécanisme de concentration fait intervenir la force de réaction que le nuage de poussière exerce sur le gaz, jusqu'alors négligée. La situation est instable si les poussières sont marginalement couplées au gaz.

Les simulations numériques de cette instabilité (Johansen et Youdin 2007) ont montré que le facteur de concentration dépend fortement du rapport moyen des densités de poussière et de gaz : Pour des particules peu couplées $\tau_s = 1$, la concentration moyenne doit satisfaire $R_{p/g} > 0.2$ pour obtenir des amas de poussière seulement 10 fois plus dense. Pour des particules telles que $\tau_s = 0.1$, si $R_{p/g} = 0.2$ on n'observe aucune concentration de particule. Pour recouvrer un facteur de concentration de 10, il faut que $R_{p/g} > 1$ en moyenne. Les simulations les plus sophistiquées de cette instabilité incluent aussi l'interaction du gaz avec le champ magnétique (simulations MHD idéales) ainsi que l'attraction gravitationnelle mutuelle des grains de poussière (auto-gravité). Elles

4. Plus de détails sont donnés à la section 5.3.2.

montrent que dans un disque avec une densité moyenne de poussière réaliste ($R_{p/g} = 0.01$), des surpressions éphémères, engendrées par l'action de la MRI, collectent assez de grains pour déclencher la streaming instability (Johansen et al. 2007; 2011). La concentration qui s'ensuit est si forte que les amas de poussière finissent par s'effondrer sous l'effet de leur masse et former des planétésimaux.

Le rôle de la zone morte

SOMMAIRE

3.1	LA FORMATION DE STRUCTURES AU BORD INTERNE DE LA ZONE MORTE	50
3.1.1	Accumulation de la masse au bord interne de la zone morte	50
3.1.2	Vortex dans les disques	51
3.2	POSITION DU BORD INTERNE	60
3.2.1	Ionisation thermique	61
3.2.2	Disque passif	62
3.2.3	Disque actif	63
3.2.4	La zone bi-stable	65
3.3	BI-STABILITÉ DE LA RÉGION AUTOUR DU BORD INTERNE DE LA ZONE MORTE	65
3.3.1	Modèle 1D	65
3.3.2	Dynamique du bord interne de la zone morte	66
3.4	OBJECTIFS DE LA THÈSE	69

Le chapitre précédent a mis en avant la difficulté de former des corps de taille supérieur au mètre, que ce soit par un processus collisionnel ou par effondrement gravitationnel. Toutefois, le problème de la migration des poussières peut être résolu s'il se forme dans l'écoulement des maxima de pression et/ou des vortex. Dans ce chapitre je dépeins la propriété naturelle du bord interne de la zone morte à générer ces structures. Je détaille ensuite les limites des modèles actuels, point de départ de mes travaux. J'énonce enfin la problématique de cette thèse et la démarche mise en oeuvre pour y répondre.

3.1 La formation de structures au bord interne de la zone morte

3.1.1 Accumulation de la masse au bord interne de la zone morte

Historiquement, le concept de zone morte a été introduit pour expliquer les événements d'intense luminosité des "FU Orionis Objects". Gammie (1996) affirme que la matière est accrétée sur l'étoile par bouffées car elle est retenue dans la zone morte puis périodiquement relâchée. C'est le phénomène d'accumulation de la masse dans la zone morte, et plus précisément au bord interne, qui nous intéresse dans cette section.

Pour illustrer le mécanisme de formation d'une sur-densité au bord interne de la zone morte, j'utilise un modèle α de l'évolution du gaz dans le disque. Une zone morte est une région dans laquelle le transport de moment cinétique est très inefficace. Dans ce modèle, la zone morte est une région où $\alpha = 0$ donc $\nu = 0$. La position du bord interne ne saurait être définie plus précisément qu'à la taille typique d'une fluctuation turbulente près $\sim H$. Il apparaît alors raisonnable de supposer que la transition entre la zone visqueuse et la région inviscide s'étire sur une échelle de longueur égale à l'échelle de hauteur locale : $\partial\nu/\partial R \sim \nu/H$. Dans le cadre de ce modèle, le profil de vitesse radiale est donné par l'équation (1.25) : v_R est nul dans la zone morte ($\nu = 0$), $v_R < 0$ dans la zone active pour que l'étoile accrete de la masse et au niveau de la transition,

$$v_R = \underbrace{-3 \frac{\partial\nu}{\partial R}}_{v_R^{\text{ej}} \sim \nu/H} - \underbrace{\frac{3\nu}{\rho R^{1/2}} \frac{\partial(\rho R^{1/2})}{\partial R}}_{\text{Accrétion, } v_R^{\text{acc}} \sim \nu/R}. \quad (3.1)$$

L'accrétion repose sur des gradients à grande échelle : $v_R^{\text{acc}} \sim \nu/R$. En ordre de grandeur, le terme v_R^{ej} d'éjection de la masse est grand devant le terme d'accrétion v_R^{acc} , la vitesse radiale est donc positive sur la région de transition. En effet, le moment cinétique transporté vers l'extérieur dans la zone active s'accumule au bord interne car le transport est nul dans la zone morte. Le gaz qui acquiert le moment cinétique de l'intérieur du disque est éjecté vers la zone morte où il ne peut communiquer son moment cinétique excédentaire. En conséquence, il se crée une sur-densité derrière l'interface. Le taux d'accumulation de la masse dépend du gradient de α à l'interface. La propagation d'ondes excitées par les zones actives dans la zone morte réduit la différence d'accrétion à l'interface entre les deux zones et pourrait compromettre la formation de la sur-densité.

Les premières simulations globales MHD d'un modèle du bord interne de la zone morte ont écarté cette éventualité (Dzyurkevich et al. 2010). Dans leurs simulations, les variations spatiales du taux d'ionisation sont modélisées par une variation de la résistivité Ohmique : la résistivité est nulle en $R < R_{\text{DZ}}$ où R_{DZ} est la position du bord interne de la zone morte. En $R > R_{\text{DZ}}$ la résistivité est grande ($\Lambda_O < 1$) dans le plan médian du disque et croît avec l'altitude. L'écoulement est instable ($\Lambda_O > 1$) au dessus de $Z \sim H$ et/ou en $R < R_{\text{DZ}}$.

Les cartes des fluctuations de vitesse et de champ magnétique de la figure 3.1 permettent de visualiser la turbulence de l'écoulement. Les fluctuations sont réparties de façon irrégulière dans les couches supérieures et dans la zone non résistive tandis qu'on identifie un motif périodique (dans la direction radiale) dans la zone résistive autour du plan médian. Dans le plan médian, les

fluctuations dans la zone résistive ont un motif de spirale, caractéristique des ondes sonores.

L'écoulement est donc turbulent uniquement dans les zones linéairement instables (à la surface du disque et dans la région non résistive). Des ondes se propagent depuis le bord interne ($R = R_{DZ}$) vers la zone résistive qui n'est pas turbulente au voisinage du plan médian ($-H \lesssim Z \lesssim H$). La zone morte $R > R_{DZ}$ s'étend sur deux échelles de hauteur environ. En régime quasi-stationnaire, $\alpha \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ dans les zone actives et $\alpha \lesssim 10^{-3}$ dans la zone morte.

La figure 3.2 montre le profil radial moyen du tenseur de Maxwell et du tenseur de Reynolds à différentes altitudes. Dans le plan du disque, la contribution magnétique (tenseur de Maxwell) au transport de moment cinétique chute de 3 ordres de grandeur au bord interne de la zone morte ($R = R_{DZ}$). Cette variation brutale s'atténue avec l'altitude et disparaît à la surface du disque. Dans la région résistive ($R > R_{DZ}$) le transport de moment cinétique par les fluctuations magnétiques à lieu par les couches de surface : accréation en couche.

Le tenseur de Reynolds ne diminue pas brutalement au bord interne comme le tenseur de Maxwell. Le transport de moment cinétique par les fluctuations de vitesse est aussi efficace dans la zone morte que dans la région non résistive. L'accréation de matière dans la zone morte ($\alpha \sim 10^{-3}$) est soutenue par les ondes identifiées sur la figure 3.1.

Malgré le transport rémanent de moment cinétique dans la zone morte, une sur densité se développe au bord interne sur un temps de l'ordre de 150 orbites. À saturation, la perturbation de densité par rapport à la densité initiale est de l'ordre de 20%. Le profil radial moyen de la densité dans une de ces simulations est représenté sur la figure 3.3. La variation de densité n'est pas aussi brutale que la variation de l'activité turbulente car la pression s'oppose à l'accumulation de matière : dans ces simulations, une surpression se développe avec la sur-densité car l'évolution thermodynamique du gaz est modélisée par une équation d'état isotherme¹.

3.1.2 Vortex dans les disques

Instabilité par ondes de Rossby. La variation de pression au bord interne modifie le profil de rotation différentielle. Le cisaillement est augmenté au maximum de la surpression car la rotation du gaz est accélérée sur le versant face à l'étoile ($\varepsilon < 0$) tandis qu'elle est ralentie de l'autre côté ($\varepsilon > 0$). La surpression est donc associée à un maximum de vorticité. L'écoulement est instable si la fonction

$$\mathcal{J} = \frac{\Sigma \vec{\omega} \cdot \vec{u}_z}{(\int P dZ)^{2/\Gamma}} \quad (3.2)$$

admet un extremum local (Lovelace et al. 1999). C'est l'instabilité par ondes de Rossby (Rossby Wave Instability, RWI), une application aux écoulements en rotation de l'instabilité de Kelvin-Helmoltz.

Digression sur l'instabilité de Kelvin-Helmoltz. À la surface de contact de deux fluides de vitesse différente, il se forme des tourbillons. En effet, dans

1. température constante dans le temps mais inhomogène spatialement.

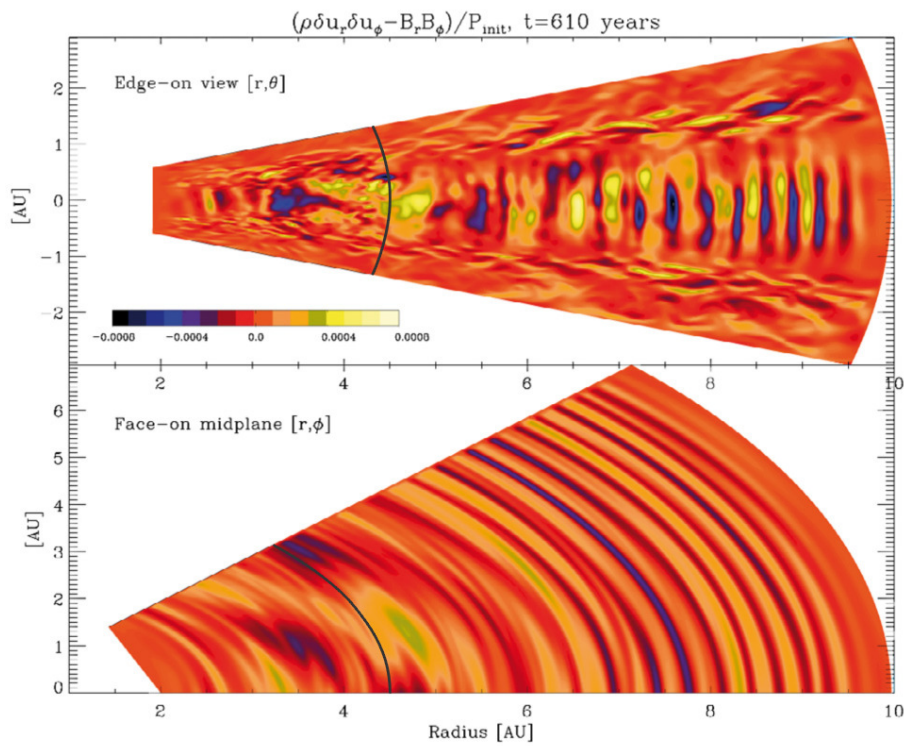


Figure 3.1 – Cartes de $(\rho\delta u_r\delta u_\phi - \delta B_\phi\delta B_R)/P$ dans le plan médian du disque (figure du bas) et dans un plan vertical (figure du haut). La ligne noire démarque la frontière entre la zone résistive et non résistive ($R = R_{DZ}$). Cette figure est extraite de *Dzyurkevich et al. (2010)*.

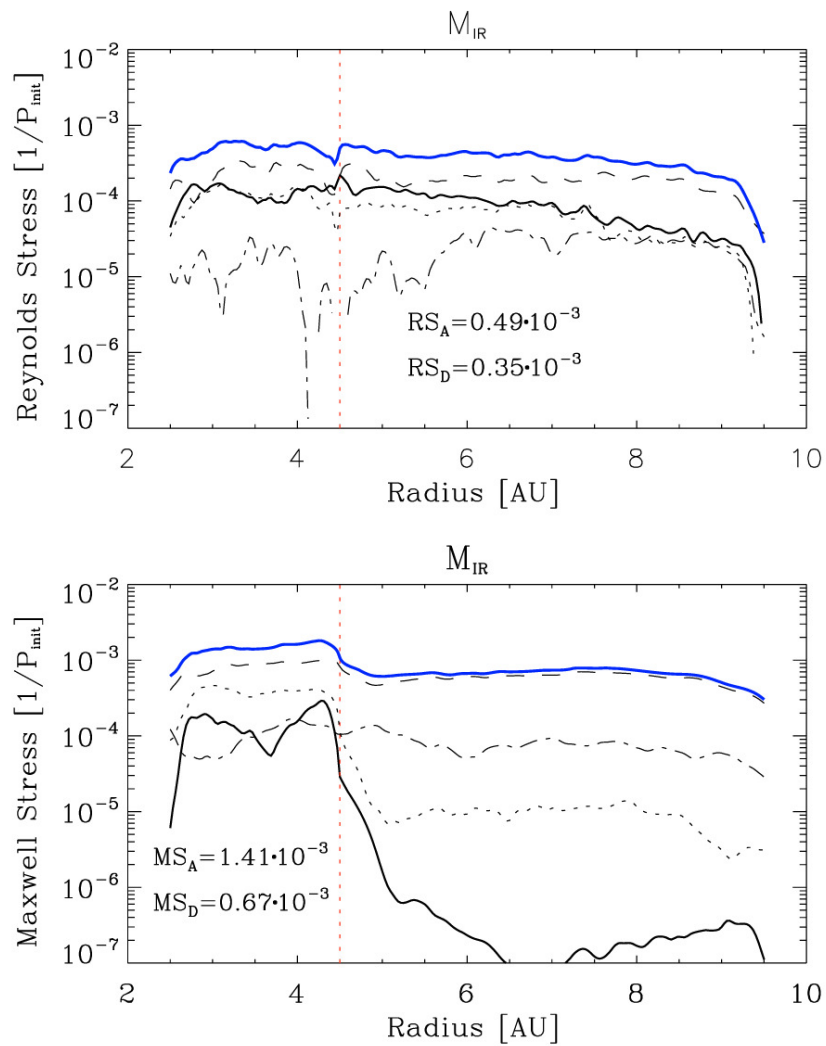


Figure 3.2 – Profils radiaux du tenseur de Reynolds et du tenseur de Maxwell moyennés verticalement (courbes noires) à 4 altitudes différentes : $-H < Z < H$ (trait plein), $-2H < Z < 2H$ (trait pointillé), $-3H < Z < 3H$ (tirets) et $-4H < Z < 4H$ (trait mixte). Les profils radiaux moyennés sur toute la hauteur du disque sont tracés en bleu. Les tenseurs sont normalisés par la pression locale. Dans cette simulation $R_{DZ} = 4.5$ ua. Cette figure est extraite de *Dzyurkevich et al. (2010)*.

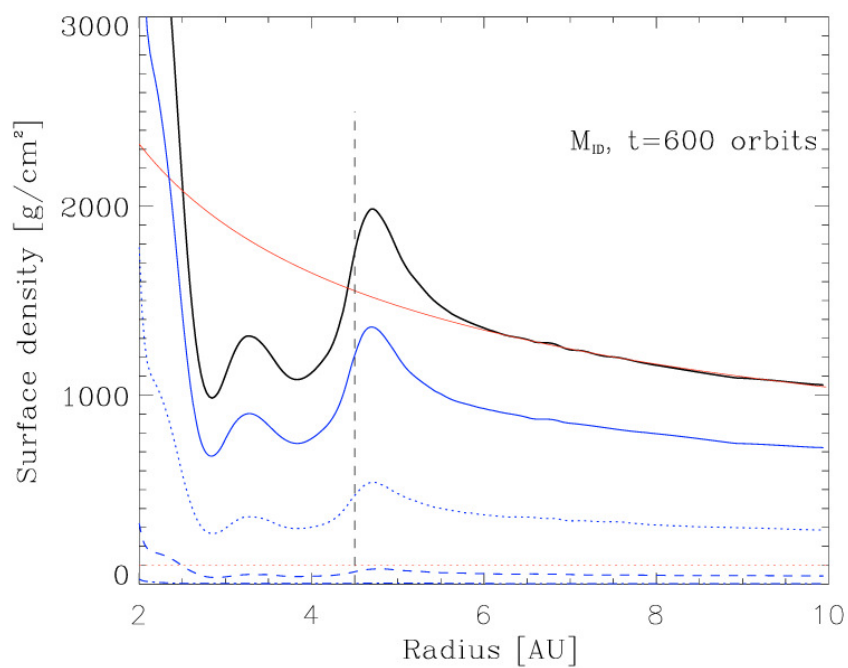


Figure 3.3 – Profil radial de densité de surface (en noir) dans une simulation de la région du bord interne de la zone morte. La ligne rouge rappelle le profil de densité au début de la simulation. Les courbes bleues indiquent la contribution des plans $Z=0$, $Z=H$ et $Z=2H$ à la densité de surface. Dans cette simulation le bord interne de la zone morte est en $R=4.5$ ua. Cette figure est extraite de *Dzyurkevich et al. (2010)*.

cette configuration, la vorticité est nulle sauf à la discontinuité de vitesse où elle est infinie (voir figure 3.5 schéma du haut). C'est une situation instable qui entraîne la formation de vortex. Dans le cas plus réaliste où la vitesse varie continûment, l'écoulement est instable si le profil transverse de vitesse admet un point d'inflexion. Autrement dit, l'écoulement est instable si le profil transverse de vorticité admet un maximum (voir figure 3.5 schémas du bas). Sur la photographie de la figure 3.4, la manifestation de ce phénomène dans l'atmosphère est rendue visible par la formation de nuages.

Fin de la digression.



Figure 3.4 – *Onde de Kelvin-Helmoltz rendue visible en aval du mont Duval en Australie par la formation de nuages.*

La phase de croissance linéaire de la RWI dans le disque a été étudiée dans différentes conditions à l'aide de simulations numériques. Le temps typique de croissance de l'instabilité dans un écoulement purement bi-dimensionnel est d'une fraction de la période orbitale locale (Li et al. 2000, Meheut et al. 2013). La stratification verticale a une influence mineure sur le taux de croissance dans des modèles de disques barotropes² (Meheut et al. 2012c, Lin 2012) mais il diminue avec l'écart entre l'indice polytropique (Γ) et l'indice adiabatique (γ) dans des modèles 3D de disques non barotropes (Lin 2013). La présence d'un champ magnétique vertical fort a un effet stabilisateur sur la RWI (Yu et Li 2009).

La phase non linéaire est étudiée à l'aide de simulations hydrodynamiques globales de disques ceints d'une perturbation annulaire de densité. L'instabilité sature lorsque les perturbations atteignent des valeurs importantes.   la fin de la phase linéaire, une ceinture de vortex s'est formée dans la région instable (Meheut et al. 2012a; 2013). Ils fusionnent ensuite pour ne laisser qu'un seul grand vortex en rotation autour de l'étoile (Inaba et Barge 2006). Il migre vers l'intérieur du disque s'il détruit la sur-densité qui lui a donné naissance (Richard et al. 2013). Dans le cas contraire, conformément aux prédictions de Paardekooper et al. (2010), le vortex est bloqué au maximum de densité sur lequel il s'est formé (Meheut et al. 2012a).

La première étude de la formation conjointe de la sur-densité et des vortex

2. La pression est une fonction de la densité seulement. Les lignes isobares et iso-densités sont alignées.

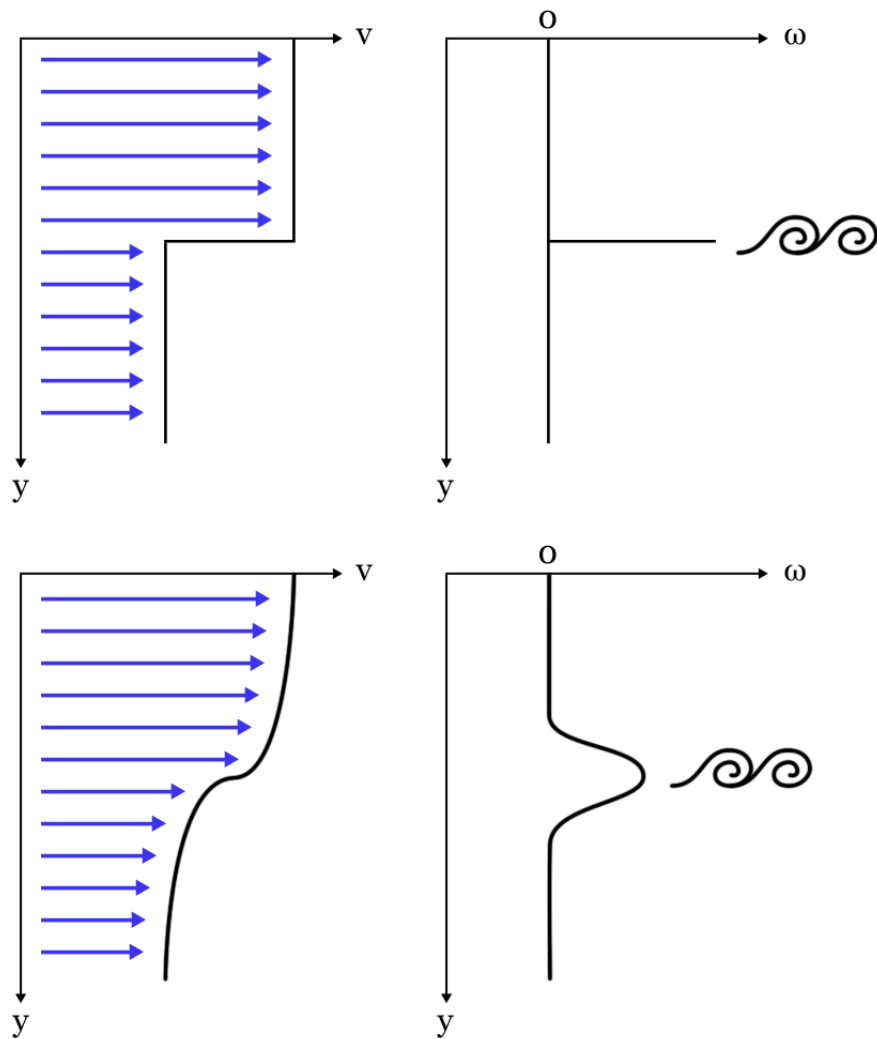


Figure 3.5 – Profils transverses de vitesse (à gauche) et de vorticité (  droite) de deux écoulements bi-dimensionnels instables. Sur le profil de vitesse j'ai représenté quelques vecteurs vitesse par des flèches bleues.

au bord interne (Varnière et Tagger 2006) s'appuie sur des simulations 2D d'un modèle α . Elle atteste que la RWI croît au sommet de la sur-densité qui se développe à l'interface. La confirmation de ce phénomène dans des simulations MHD turbulentes de disque avec une zone morte est apportée par Lyra et Mac Low (2012). L'étude antérieure menée par Dzyurkevich et al. (2010) était passée à côté de ce phénomène car leurs simulations calculaient l'évolution d'une trop petite portion angulaire du disque pour permettre le développement des vortex.

Les simulations de Lyra et Mac Low (2012) sont très similaires à celles de Dzyurkevich et al. (2010) à l'exception de la taille angulaire de la région simulée qui a été doublé et la stratification verticale qui est ignorée. Dans ces simulations, l'extérieur du disque ($R > R_{DZ}$) est résistif et stable : $\Lambda_O < 1$. Comme dans les simulations de Dzyurkevich et al. (2010), la MRI croit dans la zone non résistive uniquement. Cette zone devient turbulente tandis que la région $R > R_{DZ}$ reste laminaire. Une sur-densité annulaire se forme au bord interne de la zone morte. La figure 3.6 montre une coupe de la densité du disque dans le plan médian. Une sur-densité non axisymétrique trahit la présence d'un vortex. À $t = 13$ orbites après le début de la simulation, deux vortex se sont formés. Ils fusionnent avant la 26^{ème} orbite. Les auteurs rapportent que le vortex excite des ondes qui se propagent dans la zone morte. Le transport de moment cinétique par ces ondes est très efficace : $\alpha \sim 10^{-2}$ dans la zone morte (figure 3.7). Sur la durée de leur simulation, le vortex ne migre pas. Je rappelle que cette étude s'est limitée au cas d'un disque en évolution isotherme.

Instabilité barocline sous-critique. On a vu que la rotation différentielle stabilise le disque contre les effets de flottabilité (voir section 1.2.1) : les particules déplacées de leur position d'équilibre oscillent autour de leur position initiale en décrivant des épicycles. Alors que j'avais considéré des mouvements adiabatiques, on s'intéresse ici à l'effet de la flottabilité sur des particules qui échangent de l'énergie avec le milieu extérieur.

Soit une particule de fluide à la position initiale R_0 qui acquiert subitement une vitesse radiale positive³. Comme $N^2 < 0$, la densité et la température de la particule dévient de la moyenne à mesure qu'elle s'éloigne de l'étoile : elle est de plus en plus légère et chaude par rapport au gaz qui l'entoure. La poussée d'Archimède accélère donc son mouvement de dérive. La particule est rappelée vers sa position initiale par les forces d'inertie. Si la particule n'échange pas d'énergie avec le milieu, la force de poussée qu'elle ressent sur le trajet de retour est l'exact opposé de la poussée ressentie sur le trajet aller. La trajectoire est fermée.

Si la particule échange de l'énergie pendant son épicycle, il se crée un gradient de température dans la direction orthoradiale : dans son mouvement d'éloignement de l'étoile, la particule se refroidit et communique ce déficit énergétique au milieu. Elle se réchauffe et chauffe le milieu en revenant. Le schéma de la figure 3.8 illustre cette situation.

Le gradient orthoradial de température induit une force de poussée supplé-

3. Le raisonnement pour une particule déplacée initialement en direction de l'étoile est tout à fait symétrique.

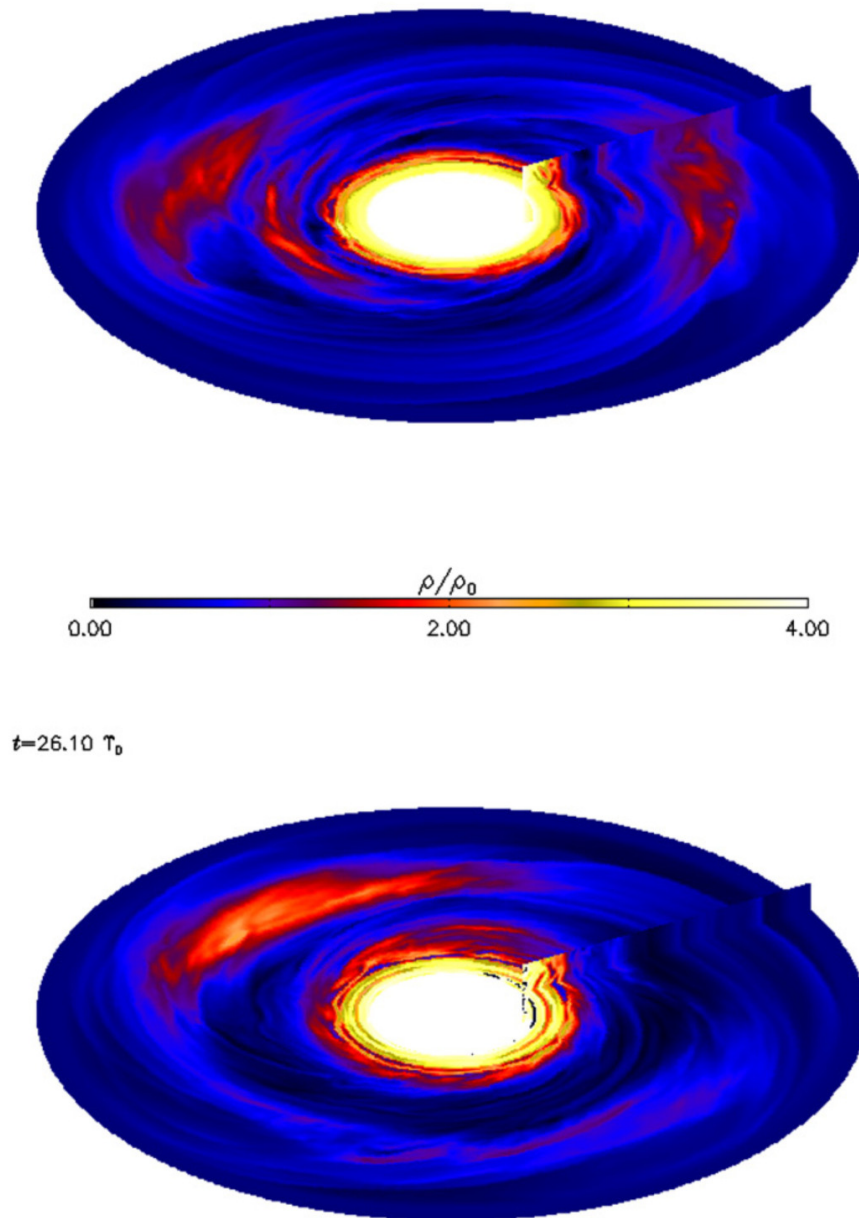


Figure 3.6 – Carte de densité dans le plan médian du disque 13 orbites (figure du haut) et 26 orbites (figure du bas) après le début de la simulation. cette figure est extraite de Lyra et Mac Low (2012).

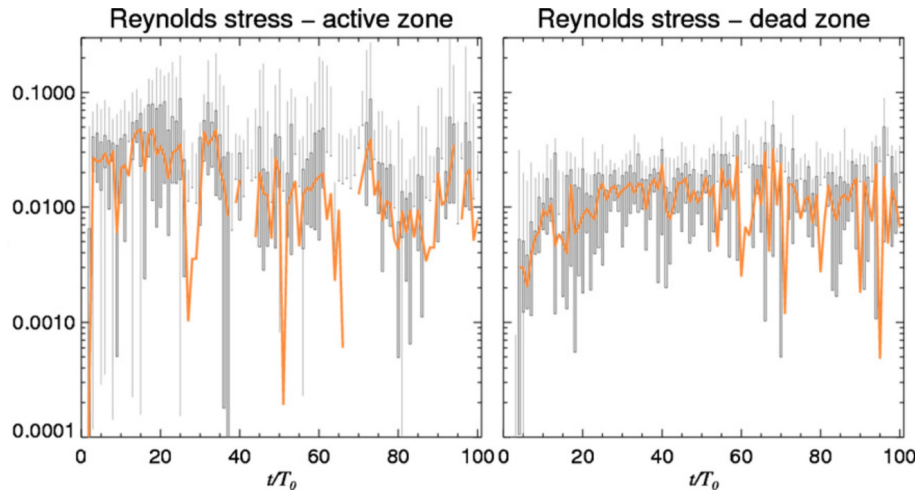


Figure 3.7 – Évolution temporelle du tenseur de Reynolds dans la zone active (figure de gauche) et dans la zone morte (figure de droite). cette figure est extraite de [Lyra et Mac Low \(2012\)](#).

mentaire : le mouvement est accéléré dans le sens de ce gradient et ralenti dans l'autre. Les phases d'accélération et de ralentissement dans la direction orthoradiale ne sont pas symétriques à cause du gradient radial de densité : la particule a une inertie plus grande proche de l'étoile. Son mouvement de rotation est donc plus accéléré (lorsqu'elle est loin de l'étoile) que ralenti (proche de l'étoile). De plus, le gradient orthoradial de température introduit une dissymétrie sur la poussée ressentie par la particule dans la direction radiale. De façon plus synthétique on dit que la rotation est accélérée (ou décélérée) dans un écoulement barocline (les lignes isobares ne sont pas alignées avec les iso-densité) :

$$\frac{\partial \vec{\omega} \cdot \vec{u}_Z}{\partial t} = \frac{\vec{\nabla} \rho \wedge \vec{\nabla} T}{\rho}. \quad (3.3)$$

Sur le schéma 3.8, on voit que la source de vorticité barocline amplifie le mouvement épicyclique de la particule.

Ainsi, au fur et à mesure des épicycles, les particules créent elles même le gradient de température qui accélère leur propre rotation. Le mouvement s'amplifie jusqu'à la formation de vortex géants. C'est l'instabilité barocline sous-critique (SBI, Subcritical Baroclinic Instability, [Klahr et Bodenheimer 2003](#), [Lesur et Papaloizou 2010](#)). Dans un modèle diffusif des échanges de chaleur des particules fluides avec le milieu, la diffusivité thermique κ_T requise pour que l'écoulement soit instable est telle que $50 < P_e < 8000$ avec

$$P_e = \frac{H^2 \Omega}{\kappa_T}, \quad (3.4)$$

le nombre de Pecklet. La plage de diffusivité permise est bornée par une valeur maximale car une diffusivité trop forte lisse les gradients de température et de pression avant que le vortex ne se forme.

La diffusivité thermique moléculaire κ_T d'un gaz est donnée par la relation de Eucken :

$$\kappa_T = \frac{9\gamma - 5}{4} \nu \sim 2.10^7 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3.5)$$

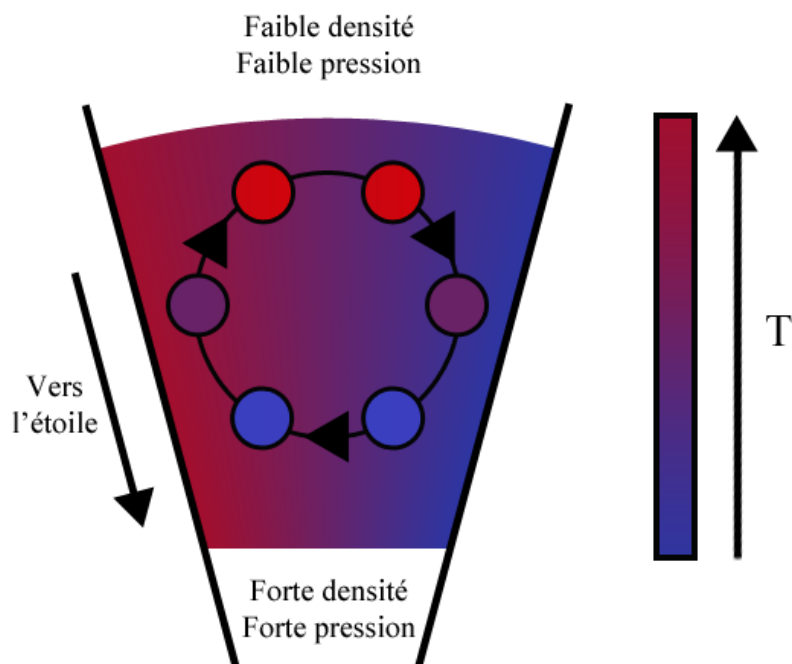


Figure 3.8 – Schéma de principe de l'instabilité barocline sous critique. Les flèches montrent le mouvement épicyclique d'une particule dans le disque. Les cercles représentent la particule à différents instants de son mouvement. Sa couleur indique sa température (voir cartouche sur le côté). La variation orthoradiale de température est illustrée par un dégradé de couleur.

Dans le disque de référence, à 1 au de l'étoile centrale, le nombre de Pecklet associé est $P_e \sim 5 \cdot 10^{10}$. Il est clair que la diffusivité moléculaire ne transporte pas l'énergie assez efficacement. La diffusion radiative de la chaleur est un bien meilleur candidat (Klahr et Bodenheimer 2003, Petersen et al. 2007). Enfin, on pourrait penser que, comme pour le moment cinétique, la diffusion par les fluctuations dans un disque turbulent remplace la diffusion microscopique si inefficace. Cependant, les simulations MHD shearing box de disque où le transport de chaleur est modélisé par un processus diffusif au coefficient de diffusion ad-hoc ont montré que la MRI domine la SBI (Lyra et Klahr 2011). Les vortex sont dissous par les fluctuations turbulentes entretenues par la MRI.

Au bord interne de la zone morte, le profil radial de pression est potentiellement très incliné car la zone active est chauffée par la dissipation des fluctuations turbulentes. Au bord interne, la MRI est stabilisée par le faible taux d'ionisation. Encore une fois le bord interne semble un lieu favorable à la formation des vortex.

3.2 Position du bord interne

La section précédente présente le bord interne de la zone morte comme un lieu propice à la formation des vortex si prompt à concentrer la poussière. Quelle est alors la position de cette frontière qui cristallise l'espoir de résoudre le mystère de la formation des planétésimaux ? C'est l'objet de cette section.

3.2.1 Ionisation thermique

Dans la région autour du bord interne, la principale source de particules chargées est l'ionisation thermique (Sect.1.3.2). On estime la conductivité électrique σ_e liée au mouvement des électrons à partir de l'équation du mouvement d'un électron et de la loi d'Ohm locale :

$$m_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = -e\vec{E}, \quad (3.6)$$

$$en_e \vec{v}_e = \sigma_e \vec{E}, \quad (3.7)$$

avec n_e , \vec{v}_e , m_e et e la densité, la vitesse, la masse et la charge des électrons. \vec{E} est le champ électrique. Les collisions des électrons sur les particules neutres perturbent la dynamique des électrons. Si la vitesse moyenne des électrons est $\langle v_e \rangle$ et qu'ils rencontrent les neutres à la fréquence moyenne f_e , l'accélération moyenne subie par un électron entre deux collisions est

$$\left\langle \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} \right\rangle \approx \langle v_e \rangle f_e. \quad (3.8)$$

La moyenne du système d'équation ci-dessus combinée à cette estimation donne la conductivité électronique du plasma :

$$\sigma_e = \frac{n_e e^2}{m_e f_e}. \quad (3.9)$$

La fréquence des collisions dépend de la température et de la densité d'atomes neutres. Pour les conditions typiques des plasmas astrophysiques, $f_e = 8.310^{-10} n_n T^{1/2} \text{ s}^{-1}$ (Draine et al. 1983). Ainsi la résistivité du gaz η , l'inverse de la conductivité, est une fonction de la température et de la fraction électronique n_e/n_n ⁴ (Blaes et Balbus 1994) :

$$\eta = 230 \left(\frac{n_n}{n_e} \right) T^{1/2} \text{ cm.s}^{-2}. \quad (3.10)$$

Le courant électrique dû au mouvement des ions (quelques 1000 fois plus lourds que les électrons) est négligé en première approximation.

Pour qu'un atome contribue à l'ionisation du gaz dans la région autour du bord interne de la zone morte, il doit satisfaire aux deux critères suivant : 1) l'énergie d'ionisation doit être compatible avec l'énergie d'agitation thermique locale du gaz (En ordre de grandeur, la température à 1 ua est comprise entre la centaine et le millier de Kelvin) et 2) il faut bien évidemment que l'atome se retrouve en quantité suffisante à cet endroit du disque. Les principales sources d'électrons au bord interne de la zone morte sont le sodium et le potassium. La quantité d'électrons disponibles à la température T est donnée par la relation de Saha :

$$\frac{n_e}{n_n} = 6 \times 10^{-5} \left(\frac{n_K}{n_n} \right)^{1/2} \mu^{1/2} \rho^{-1/2} T^{3/4} \mathcal{Z} \quad (3.11)$$

où μ est la masse moléculaire moyenne et $\mathcal{Z} = \exp(-E_i/k_B T)$ est la fonction de partition associée à l'espèce considérée, Par exemple, l'énergie d'ionisation de l'atome de potassium est $E_i/k_B = 25188 \text{ K}$. Son abondance typique dans

4. La fraction électronique est le nombre d'électrons libres par rapport au nombre d'atomes neutres dans un même volume.

le disque est de l'ordre de $n_K/n_n = 10^{-7}$. On en déduit la résistivité dans le modèle de disque de référence :

$$\eta = 4.10^6 T^{-1/2} \exp(25188/T) \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3.12)$$

Dans le disque, la croissance du mode le plus instable est désamorcée où $\Lambda_O < 1$ (voir section 1.3.1) et la croissance de la MRI est complètement inhibée si

$$R_{eM} \equiv \frac{c_s^2}{\Omega\eta} < 4\pi^2 \quad (3.13)$$

(Stone et al. 2000). Le bord interne de la zone morte se situe donc au rayon le plus interne qui vérifie la condition :

$$\eta > \frac{H^2\Omega}{4\pi^2}. \quad (3.14)$$

Pour le disque d'ouverture $H/R = 0.1$ en rotation képlérienne, cette condition s'écrit :

$$\eta > 1.10^{16} R_{ua}^{1/2} \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3.15)$$

Pour estimer la position de la zone morte, on combine l'équation (3.15) avec l'équation (3.12). Il faut par conséquent connaître la profil radial de température dans le disque.

Dans les deux sections qui suivent, je détermine la position du bord interne dans deux cas limites.

3.2.2 Disque passif

Dans ce premier modèle (Chiang et Goldreich 1997), seule l'étoile centrale contribue au chauffage du gaz.

À la distance R le flux d'énergie surfacique reçue de l'étoile est

$$F_* = \left(\frac{R_*}{R}\right)^2 \sigma_B T_*^4. \quad (3.16)$$

L'énergie reçue à la surface du disque par un anneau situé au rayon R , d'épaisseur dR et de hauteur H est

$$E_{\text{recu}} = 2\pi R F_* \times \cos(i) dR \quad (3.17)$$

avec i l'angle d'incidence des rayon lumineux. Je fais l'approximation que les rayon arrivent quasi-parallèlement au plan du disque. L'angle d'incidence devient $i = \pi/2 - i_D$ avec i_D , l'ouverture du disque. Comme le disque est fin, $\cos(i) = \sin(i_D) \sim i_D \sim H/R$. Cette énergie est absorbée par les poussières et retransmise au gaz. À l'équilibre thermodynamique local, l'anneau de rayon R , d'épaisseur dR , de hauteur H et de température de surface T_s émet vers le plan médian et vers l'espace le rayonnement corps noir :

$$E_{\text{emis}} = 2\sigma_B T_s^4 \times 2\pi R dR = E_{\text{recu}}. \quad (3.18)$$

À l'état stationnaire, la température de surface est :

$$T_s = \frac{1}{2} \left(\frac{H}{R}\right)^{1/4} \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-1/2} T_*. \quad (3.19)$$

Le plan médian est chauffé depuis la surface du disque. La température de surface est donc une limite supérieure à la température dans le plan médian T_m .

Les équations (3.15) et (3.12) combinées avec le profil donné par l'équation (3.19) et la condition $T_m < T_s$ donnent une limite supérieure à la position du bord interne. Pour un disque en rotation autour d'une étoile de type solaire ($T_* = 6000$ K) de rayon $R_* = 5.10^{-3}$ ua, le bord interne de la zone morte est situé en dessous de $R = R_{DZ}^* \sim 0.05$ ua. L'équation (3.19) indique que la température de transition est autour de 1000 K.

3.2.3 Disque actif

La figure 3.9 regroupe les variables qui sont introduites ci dessous sur un schéma simplifié.

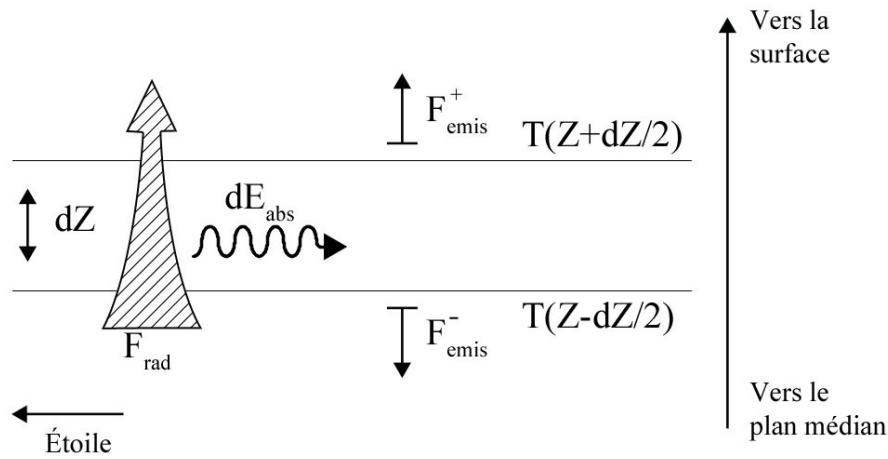


Figure 3.9 – Bilan de flux sur la couche de rayon R , d'altitude Z , d'épaisseur dZ et de largeur dR .

Dans ce second modèle, le gaz est chauffé par la dissipation des fluctuations turbulentes de vitesse (chauffage turbulent). L'équation (1.35) indique le taux de chauffage volumique moyen Q_α : Je fais l'hypothèse que toute l'énergie dissipée dans l'anneau de rayon R , d'épaisseur dR et de hauteur H est produite dans la plan médian du disque :

$$E_{\text{dissip}} = 2\pi R dR \int Q_\alpha dZ \sim 2\pi R H Q_{\text{turb}} = 2\pi R^3 \Sigma \nu \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)^2. \quad (3.20)$$

En injectant l'équation (1.31) dans l'expression ci-dessus, on obtient qu'en régime stationnaire, le taux de chauffage est indépendant des profils de viscosité et de densité :

$$E_{\text{dissip}} = \frac{2}{3} R^3 \dot{M} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)^2. \quad (3.21)$$

Pour un disque en rotation képlérienne :

$$E_{\text{dissip}} = \frac{3}{2} \frac{G M \dot{M}}{R^2}. \quad (3.22)$$

Une couche d'altitude Z , d'épaisseur dZ de l'anneau considéré absorbe la quantité d'énergie

$$dE_{\text{abs}} = \kappa_{\text{abs}} \rho F_{\text{rad}} dZ \quad (3.23)$$

du flux F_{rad} qui le traverse avec un coefficient d'absorption massique κ_{abs} (c'est l'opacité du disque).

À l'équilibre thermodynamique local, elle émet vers la surface du disque le flux $F_{\text{emis}}^+ = 2\pi R dR \sigma_B T(Z + dZ/2)^4$ et rayonne vers le plan médian du disque le flux $F_{\text{emis}}^- = 2\pi R dR \sigma_B T(Z - dZ/2)^4$.

À l'état stationnaire, le bilan énergétique du flux à travers l'anneau est nul :

$$-dE_{\text{abs}} = F_{\text{emis}}^+ - F_{\text{emis}}^- \quad (3.24)$$

Ainsi, la variation du flux d'énergie sur la hauteur du disque :

$$\frac{\partial F_{\text{rad}}}{\partial Z} = 0 \quad (3.25)$$

Le flux dans le disque est donc égal au flux émis à la surface du disque ($Z = Z_s$) :

$$E_{\text{emis}} = F_{\text{rad}} = \sigma_B T_s^4 \times 2\pi R dR \quad (3.26)$$

Je calcule avec l'équation (3.26) et les expressions des flux F_{emis}^\pm le développement à l'ordre 1 de dE_{abs} :

$$\frac{\partial T^4}{\partial Z} = -\kappa_{\text{abs}} \rho T_s^4 \quad (3.27)$$

On en déduit que

$$T^4 = (1 + \tau) T_s^4 \quad (3.28)$$

où

$$\tau = \int_0^Z \kappa_{\text{abs}} \rho dZ \quad (3.29)$$

est la profondeur optique du disque en Z .

Pour un disque qui rayonne à l'altitude $Z = Z_s = H$, dont l'opacité κ_{abs} ($\sim 1 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$) est homogène dans la direction verticale :

$$T_m = T_s (\kappa_{\text{abs}} \Sigma + 1)^{1/4} \quad (3.30)$$

Dans un disque typique où $\kappa_{\text{abs}} \Sigma \sim 1500 \gg 1$ (Chambers 2009), $T_m \sim 6T_s$.

En régime stationnaire, toute l'énergie dissipée dans le disque est rayonnée à la surface :

$$E_{\text{emis}} = \sigma_B T_s^4 \times 2\pi R dR = E_{\text{dissip}} \quad (3.31)$$

On obtient alors :

$$T_m \sim 6T_s \sim 900 \left(\frac{R}{1 \text{ ua}} \right)^{-3/4} \text{ K} \quad (3.32)$$

dans le disque de référence.

La combinaison des équations (3.15) et (3.12) avec le profil donné par l'équation (3.32) indique que la position du bord interne dans ce modèle de disque actif est $R_{\text{DZ}}^{\text{turb}} \sim 1 \text{ ua}$.

3.2.4 La zone bi-stable

La position du bord interne donnée par le modèle de disque actif est plus éloignée de l'étoile que l'estimation fournie par le modèle de disque passif : $R_{DZ}^* < R_{DZ}^{\text{turb}}$.

Dans la région du disque $R < R_{DZ}^*$, le chauffage de l'étoile centrale est suffisant pour maintenir la température au dessus du seuil d'ionisation nécessaire à l'entretien de la MRI. Au delà de $R = R_{DZ}^{\text{turb}}$, même si un sursaut de turbulence survient, l'écoulement redeviendra irrémédiablement laminaire car le chauffage turbulent est insuffisant pour ioniser le gaz. Dans la région intermédiaire, si l'écoulement est turbulent, le chauffage turbulent maintient le taux d'ionisation du gaz et par conséquent la turbulence elle même. En revanche, si cette zone n'est initialement pas turbulente, elle ne le deviendra pas spontanément car la température est en dessous du seuil d'activation de la turbulence. Le bord interne peut se trouver entre ces deux rayons R_{DZ}^{turb} et R_{DZ}^* .

Dans cette zone, température et activité turbulente sont couplées via le chauffage turbulent et le seuil d'ionisation. Cette zone est bi-stable puisque les deux états, turbulent ou laminaire, sont stables. Le caractère bi-stable de la région autour du bord interne a été révélé par [Latter et Balbus \(2012\)](#).

3.3 Bi-stabilité de la région autour du bord interne de la zone morte

L'activité turbulente de la région bi-stable est, à priori, déterminée par les conditions initiales du disque. Si un évènement qui active ou inhibe la turbulence dans cette zone survient, l'écoulement garde le nouvel état tant qu'aucun autre incident ne fait pas re-basculer la zone vers son état d'origine. Dans cette section, je rapporte les résultats de [Latter et Balbus \(2012\)](#) qui étudie l'effet du couplage des processus thermodynamiques avec la turbulence sur l'évolution de cette région.

3.3.1 Modèle 1D

L'étude menée par [Latter et Balbus \(2012\)](#) repose sur l'emploi d'un modèle 1D de la bi-stabilité de la région autour du bord interne de la zone morte. L'action de la MRI sur l'activité turbulente K est modélisée par la relation :

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \omega K \left(1 - \frac{K}{K_{sat}} \right). \quad (3.33)$$

À faible K , l'activité turbulente croit linéairement sous l'action de la MRI. L'activité turbulente sature à $K = K_{sat}$. La rétroaction de la température sur l'activité turbulente est modélisée par une fonction créneau :

$$\omega \begin{cases} = 0 & \text{si } T < T_{MRI} \\ \neq 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.34)$$

De plus, ce modèle fait l'hypothèse que le chauffage turbulent est proportionnel à l'activité turbulente et que le refroidissement radiatif peut être modélisé

par une fonction de refroidissement de type corps noir. L'évolution de la température dans ce modèle est régie par :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = hK - a(T^4 - T_{\min}^4) \quad (3.35)$$

où h et a sont des paramètres arbitraires. Lorsque l'activité turbulente est nulle, la fonction de chauffage aT_{\min}^4 qui modélise l'influence de l'étoile centrale, maintient la température à $T = T_{\min}$. Dans la région bi-stable, le chauffage par l'étoile centrale est faible devant le chauffage turbulent : $hK \gg aT_{\min}^4$.

Une modélisation diffusive du transport turbulent de chaleur (voir Sect.1.2.3 et Eq.1.86) avec un coefficient κ_T vient compléter le modèle. L'évolution est décrite par le système d'équations couplées :

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \omega K \left(1 - \frac{K}{K_{sat}} \right), \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = hK - a(T^4 - T_{\min}^4) + \kappa_T \Delta T. \quad (3.37)$$

Avec ce modèle, [Latter et Balbus \(2012\)](#) ont trouvé que le bord interne de la zone morte a un comportement dynamique. La figure 3.10 montre l'évolution de la frontière entre la zone turbulente et la zone morte. Dans cet exemple, la région turbulente (en couleur chaudes) active progressivement la zone morte (couleurs froides). Les auteurs ont donné à ce phénomène le nom de *front de MRI*. Ils ont de plus remarqué que la position initiale du bord interne ne change pas sa position finale : pour un jeu de paramètres (ω , h , a et κ_T), tous les fronts semblent converger vers la même position, appelée rayon critique R_c .

La dynamique du bord interne est intrinsèquement liée à la diffusion de chaleur car, dans les simulations du modèle 1D avec $\kappa_T = 0$, le bord interne éloigné de sa position d'équilibre $R = R_c$ reste immobile. Dans ce cas, la position du bord interne de la zone morte est déterminée par les conditions initiales : la zone laminaire de la région bi-stable reste froide et laminaire tandis que la région active reste chaude et turbulente.

3.3.2 Dynamique du bord interne de la zone morte

Pour expliquer qualitativement le phénomène des fronts de MRI je me réfère au schéma 3.11 extrait de [Latter et Balbus \(2012\)](#). Sur la figure de gauche, la zone active, chaude, possède une énergie thermique suffisante pour assurer le maintien de la turbulence. Elle peut donc transférer une partie de cette énergie à la zone morte dont la température augmente et passe au dessus du seuil d'activation. Ainsi, de proche en proche, la zone morte recule (le bord interne s'éloigne de l'étoile).

Sur le schéma de droite, la température T_{MRI} est proche de la température dans la zone active. Si la zone active transfère une fraction de son énergie thermique à la zone morte, sa température risque de passer sous le seuil T_{MRI} . Dans ce cas de figure, la zone morte avance (le bord interne de rapproche de l'étoile). Le rayon critique est la position neutre où la zone turbulente possède suffisamment d'énergie pour soutenir sa propre turbulence mais n'en a pas suffisamment à partager avec la zone morte pour activer le voisinage de la

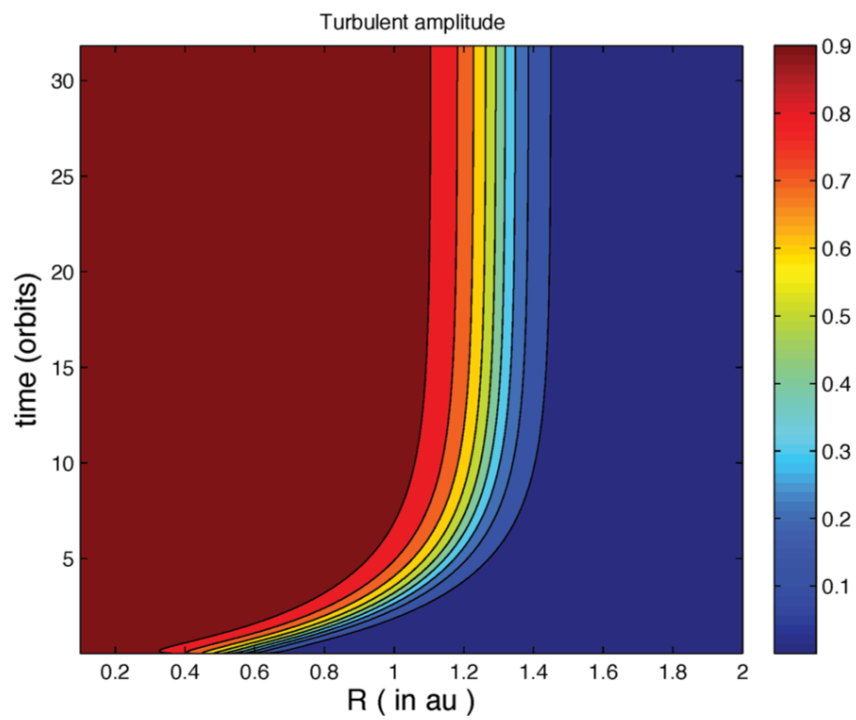


Figure 3.10 – Évolution temporelle de l'activité turbulente autour de la région du bord interne de la zone morte. L'échelle de couleur à droite est associée à la quantité K/K_{sat} . Résultat d'une simulation numérique du modèle 1D diffusif extrait de *Latter et Balbus (2012)*.

frontière.

On peut déterminer analytiquement la position d'équilibre du front à partir de l'équation sur la température. Pour cela, on se place dans le référentiel du front qui avance à la vitesse c_f . Dans ce référentiel, la distance à l'étoile est $R' = R - c_f t$ et l'équation (3.37) d'évolution de la température devient :

$$\kappa_T \frac{\partial^2 T}{\partial R'^2} + c_f \frac{\partial T}{\partial R'} + hK - a(T^4 - T_{\min}^4) = 0 \quad (3.38)$$

(j'ai négligé le terme de courbure dans l'expression du Laplacien). Si l'on multiplie par $\partial T / \partial R'$ et que l'on intègre cette équation selon R' , on obtient :

$$c_f = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (hK - a(T^4 - T_{\min}^4)) (\partial T / \partial R') dR'}{\int_{-\infty}^{+\infty} (\partial T / \partial R')^2 dR'}. \quad (3.39)$$

Le front s'arrête lorsque $c_f = 0$. La position finale du front est donc le lieu où le numérateur N de l'expression ci-dessus s'annule.

Pour aller plus loin dans le calcul, je fais l'hypothèse que K_{sat} est indépendant de R' . Je fais de plus l'hypothèse que le temps de croissance de la turbulence est court devant le temps typique de chauffage et de refroidissement. Les variations de K sont donc instantanées à l'échelle de déplacement du front : $K = K_{\text{sat}}$ si $T > T_{\text{MRI}}$ et $K = 0$ sinon. Loin du bord interne la température de la zone active est

$$T = T_A = (T_{\min}^4 + hK_{\text{sat}}/a)^{1/4} \quad (3.40)$$

tandis que dans la zone morte $T = T_{\min}$. Autour du front, la température varie donc entre T_{\min} et T_A . L'intégrale au numérateur de c_f s'écrit donc :

$$\begin{aligned} N &= \int_{T_{\min}}^{T_A} (hK - a(T^4 - T_{\min}^4)) dT \\ &= \int_{T_{\min}}^{T_{\text{MRI}}} -a(T^4 - T_{\min}^4) dT + \int_{T_{\text{MRI}}}^{T_A} (hK_{\text{sat}} - a(T^4 - T_{\min}^4)) dT. \end{aligned} \quad (3.41)$$

En se rappelant que $hK \gg aT_{\min}^4$ pour simplifier l'expression de N , on obtient que $N = 0$ où

$$T_A = \frac{5}{4} T_{\text{MRI}}. \quad (3.42)$$

Dans les simulations de ce modèle, tous les fronts tendent effectivement vers la position qui satisfait cette condition.

Le comportement dynamique de la zone morte est donc permis par l'échange d'énergie entre la zone active et la zone morte. L'énergie thermique contenue dans la zone active est le moteur du front tandis que le manque d'énergie dans la zone morte freine le front. Le front s'arrête au rayon où le frein compense l'accélération du moteur.

Dans le modèle 1D de [Latter et Balbus \(2012\)](#), le transfert thermique est modélisé par un processus diffusif. La nature et l'efficacité du transfert d'énergie ne semblent pas entrer en compte quant à la position finale du front mais sont susceptibles d'influencer sa vitesse.

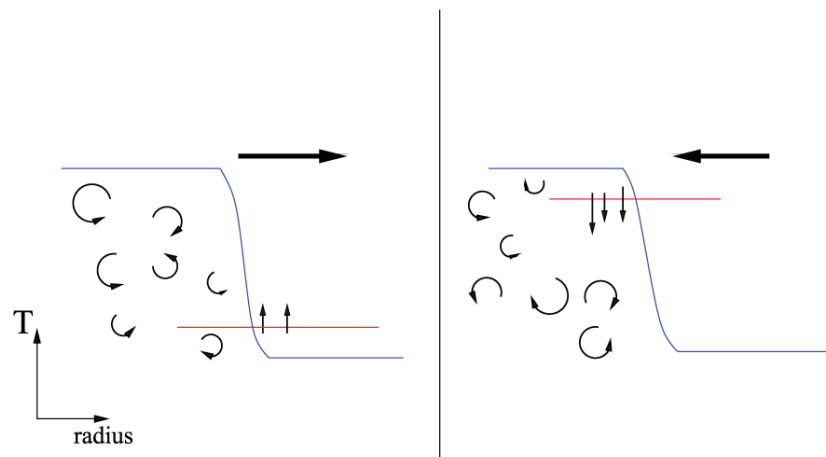


Figure 3.11 – Schéma de principe du mécanisme de propagation des fronts de MRI dans deux situations différentes. La ligne rouge indique la température seuil T_{MRI} . Sur les deux schémas, la zone active est à gauche et la zone morte à droite. Le sens de propagation du front est indiqué par une flèche noire.

3.4 Objectifs de la thèse

Le bord interne de la zone morte est peut-être le seul lieu où les embryons planétaires peuvent se développer.

Les simulations les plus réalistes de la formation de structures (vortex et maximum de pression, [Dzyurkevich et al. 2010](#), [Lyra et Mac Low 2012](#)) au bord interne souffrent l'hypothèse d'une équation d'état isotherme⁵. Dans ces modèles de disques isothermes, la turbulence n'agit pas sur la température et la température n'influence pas l'activité turbulente : la position du bord interne de la zone morte est fixé par l'expérimentateur. À la lumière de [Latter et Balbus \(2012\)](#) qui démontrent que les processus thermodynamiques sont au coeur du fonctionnement de cette région, il est difficile d'attester la validité de l'emploi de cette contrainte.

Le modèle 1D suppose que la dynamique du bord interne est pilotée par les effets moyens de la turbulence. Le premier objectif de cette thèse est de valider (ou d'invalidier) les résultats du modèle 1D par des simulations MHD du bord interne de la zone morte qui modélisent la rétroaction de la température sur l'écoulement et pour lesquelles la température du gaz est sensible à la turbulence.

Ces simulations d'un disque turbulent nous permettront d'adresser les questions suivantes : Dans quelle mesure les fluctuations turbulentes affectent l'évolution moyenne du bord interne décrite par le modèle 1D ? La modélisation diffusive du transport de chaleur de la zone active vers la zone morte est-elle appropriée pour décrire la dynamique des fronts ?

Le second objectif de cette thèse est de confronter les résultats de [Dzyurkevich et al. \(2010\)](#) et [Lyra et Mac Low \(2012\)](#) aux résultats des simulations affranchies de la contrainte localement isotherme. L'interaction entre l'activité turbulente et les processus thermodynamiques a-t-elle un effet sur le développement des sur-densités et des vortex ?

5. La température est constante dans le temps mais le gradient radial n'est pas nul

Simulations numériques

SOMMAIRE	
INTRODUCTION	72
4.1 RÉSOLUTION NUMÉRIQUE D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	72
4.1.1 Notion de stabilité	72
4.1.2 Méthode des volumes finis	73
4.1.3 Problème de Riemann	75
4.1.4 Convergence dans les simulations MHD de disques	77
4.2 SIMULATIONS MHD GLOBALES DE DISQUES NON-LOCALEMENT ISOTHERMES	78
4.2.1 Équations MHD	78
4.2.2 Problème de la conservation de l'énergie thermique	79
4.2.3 Conditions initiales	81
4.2.4 Paramètres numériques	83

La première partie de ce chapitre a pour but de donner les notions clés dont aura besoin le lecteur tout à fait étranger aux méthodes itératives de résolutions d'équations différentielles couplées pour se faire une idée des difficultés, des enjeux et des contraintes relatives aux simulations numériques. Les modèles de disques dont j'ai simulé l'évolution sont décrits dans la seconde partie de ce chapitre.

Introduction

Les équations à résoudre dans le cadre de notre problème sont au nombre de 8 : L'équation de conservation de la masse, l'équation d'énergie, l'équation du mouvement et l'équation d'induction. Les deux dernières sont des équations vectorielles. Ce sont les équations de la MHD. Toutes ces équations sont couplées et il n'est pas envisageable de résoudre le système analytiquement sans avoir recours à des simplifications drastiques¹. Pour prédire l'évolution du système on utilise une méthode itérative qui consiste à calculer, à partir d'un état initial, toutes les quantités à un instant Δt plus tard. Ainsi les quantités à l'instant t^{n+1} sont calculées à partir des quantités à l'instant t^n . La méthode est d'autant plus précise que l'instant suivant est proche ($\Delta t \ll 1$). Afin d'itérer la méthode de résolution le plus grand nombre de fois possible (en pratique quelques centaines de milliers de fois), on utilise la puissance de calcul d'un (de) processeur(s). On désigne par "simulations numériques", l'itération d'une méthode approchée de résolution d'équations différentielles couplées par un (des) processeur(s). Le programme qui séquence la suite des opérations nécessaire s'appelle un code.

Il existe plusieurs méthodes, toutes ayant leurs avantages et leurs inconvénients. La méthode parfaite n'existe pas ! Plusieurs codes ont déjà fait la preuve de leur capacité à résoudre les équations de la MHD dans différentes situations : ATHENA (Stone et al. 2008), NIRVANA III (Ziegler 2005), PLUTO (Mignone et al. 2007), SNOOPY, PENCIL (Brandenburg et Dobler 2010), ZEUS (Stone et Norman 1992), RAMSES (Teyssier 2002, Fromang et al. 2006). C'est ce dernier que j'ai utilisé pendant ma thèse. Il utilise la méthode dite de Godunov.

4.1 Résolution numérique d'équations différentielles

4.1.1 Notion de stabilité

Pour illustrer la notion de stabilité d'une méthode, je choisis de traiter le cas très simple de l'équation d'advection à une dimension (X) de la quantité U à la vitesse c positive :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + c \frac{\partial U}{\partial X} = 0. \quad (4.1)$$

On désire intégrer cette équation sur un espace (unidimensionnel dans ce cas) de longueur ΔX appelé "domaine". Afin de calculer la valeur de la dérivée spatiale, on discrétise le domaine en N_X segments (ou cases, ou cellules) de longueur ΔX .

Dans la méthode des "différences finies centrées", on approxime la dérivée spatiale de U dans la cellule numérotée i à l'instant n par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} \sim \frac{U_{i+1}^n - U_{i-1}^n}{2\Delta X} \quad (4.2)$$

et la dérivée temporelle dans la cellule numérotée i par :

$$\frac{\partial U}{\partial t} \sim \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t}. \quad (4.3)$$

1. Tous les développements menés dans les chapitres précédents ont été possibles grâce à des approximations parfois grossières qui restreignent le cadre d'application des prédictions.

Ainsi la quantité moyenne de U sur la cellule i au temps $n+1$ se déduit des valeurs moyennes de U dans les cellules voisines au pas de temps n :

$$U_i^{n+1} = U_i^n + (U_{i+1}^n - U_{i-1}^n) \frac{\Delta t}{2\Delta X}. \quad (4.4)$$

J'introduis dans cette équation les développements de Taylor à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned} U_i^{n+1} &\simeq U_i^n + \frac{\partial U}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \Delta t^2 \\ U_{i+1}^n &\simeq U_i^n + \frac{\partial U}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \Delta X^2 \\ U_{i-1}^n &\simeq U_i^n - \frac{\partial U}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \Delta X^2. \end{aligned} \quad (4.5)$$

On obtient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + c \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{c^2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \Delta t \quad (4.6)$$

On constate que la discrétisation spatio-temporelle introduit un terme supplémentaire par rapport à l'équation (4.1). Un terme de type diffusif (dérivée seconde spatiale). C'est la diffusion numérique. Puisqu'un terme de diffusion dont le coefficient de diffusion est positif lisse les discontinuités, un terme de diffusion dont le coefficient est négatif aura tendance à les amplifier. C'est le cas ici, la dérivée seconde dans le membre de droite de l'équation ci-dessus est précédé d'un coefficient négatif. Ainsi, toute perturbation sera amplifiée artificiellement par la méthode numérique. On dit que "le schéma numérique n'est pas stable".

4.1.2 Méthode des volumes finis

J'explique ici le principe de la méthode dite des "volumes finis" ou méthode de "Godunov" mise en oeuvre dans le code RAMSES, que j'ai employé dans ma thèse. Cette méthode a été construite pour résoudre des équations de conservation :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (U \vec{v}) = 0, \quad (4.7)$$

omniprésentes en hydrodynamique. Je considère à nouveau un cas unidimensionnel :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial f(U)}{\partial X} = 0 \quad (4.8)$$

où f est le flux linéique de U . La moyenne spatiale et temporelle de cette équation sur $X \in [X_{i-1/2}, X_{i+1/2}]$ et $t \in [t_n, t_{n+1}]$ donne :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta X} \int_{X_{i-1/2}}^{X_{i+1/2}} U^{n+1}(X) dX &= \frac{1}{\Delta X} \int_{X_{i-1/2}}^{X_{i+1/2}} U^n(X) dX \\ &+ \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(U_{i+1/2}(t)) dt - \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(U_{i-1/2}(t)) dt. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Comme précédemment, on discrétise l'espace en cellules de largeur ΔX . Par définition,

$$\int_{X_{i-1/2}}^{X_{i+1/2}} U^n(X) dX = U_i^n \Delta X. \quad (4.10)$$

Pour calculer

$$\int_{X_{i-1/2}}^{X_{i+1/2}} U^{n+1}(X) dX = U_i^{n+1} \Delta X, \quad (4.11)$$

il faut connaître la valeur du flux de U aux bords de la cellule i à tout instant $t^n < t < t^{n+1}$.

À nouveau, je considère l'advection de la quantité U à la vitesse c . L'équation d'advection (4.1) est un cas particulier de la conservation de U avec $f = cU$ et c une constante positive. Dans cette exemple, je considère que U est constant sur la taille de la cellule. On en déduit que la quantité totale de U qui traverse le bord en $X_{i-1/2}$ de la cellule i est

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(U_{i-1/2}(t)) dt = c \Delta t U_{i-1}^n \quad (4.12)$$

et que le flux qui traverse le bord en $X_{i+1/2}$ est :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(U_{i+1/2}(t)) dt = c \Delta t U_i^n. \quad (4.13)$$

Ainsi, dans cet exemple, la méthode des volumes finis permet de calculer la quantité moyenne de U sur la cellule i au temps $n+1$ en fonction des valeurs moyennes de U dans les cellules voisines au pas de temps n :

$$U_i^{n+1} = U_i^n + (U_{i+1}^n - U_i^n) \frac{\Delta t}{\Delta X}. \quad (4.14)$$

L'introduction du développement de Taylor à l'ordre 2 de U_i^{n+1} , U_{i+1}^n et U_{i-1}^n dans cette équation donne :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + c \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{c \Delta X}{2} \left(1 - \frac{c \Delta t}{\Delta X} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \Delta t. \quad (4.15)$$

Le schéma est stable si et seulement si $1 - c \Delta t / \Delta X > 0$. Ce critère est connu sous le nom de condition CFL pour Courant Friedrichs Lewy qui sont les auteurs de l'article qui l'établi. Physiquement, cela se traduit par la nécessité que la quantité de U collectée par la cellule i vienne exclusivement de ses voisins. Autrement dit, pour conserver la stabilité du schéma numérique, il faut s'assurer que le pas de temps soit plus court que le temps de traversée d'une cellule. Par conséquent, plus la résolution employée est grande (ΔX petit), plus la méthode est précise mais plus le pas de temps doit être court.

Cet exemple illustre le fait que la diffusivité d'une méthode assure aussi sa stabilité. Plus la méthode est diffusive, moins elle est précise mais plus elle est stable. Il n'existe pas de meilleure méthode, chacune ayant son propre compromis entre stabilité et précision. Une méthode adaptée au problème étudié doit être stable à la résolution minimale où la précision est suffisante pour que les résultats puissent être qualifiés de "convergés", c'est à dire que le résultat obtenu ne change pas avec l'augmentation de la résolution.

La méthode décrite ici est dite conservative puisque qu'elle fonctionne sur des bilans de U au niveau de chaque cellule. Par construction, l'intégrale de U sur le domaine de calcul est conservée. Cette méthode est particulièrement adaptée à l'étude des disques d'accrétion pour lesquels il faut être en mesure d'assurer la conservation du moment cinétique (voir section 1.1 sur le problème de transport de moment cinétique dans les disques).

4.1.3 Problème de Riemann

Dans l'application de la méthode de Godunov (Eq.4.9), il faut, pour calculer l'intégrale des flux pendant Δt , connaître la valeur de U aux bords de la cellule à tout instant $t^n < t < t^{n+1}$. Pour cela, on cherche la solution au problème de l'advection de la quantité U autour de sa discontinuité à l'interface. C'est le problème de "Riemann". Dans l'exemple précédent, j'ai fait l'hypothèse que U est uniforme sur chaque cellule et que c est indépendant de U . Dans ce cas la solution du problème de Riemann est simple :

$$U_i^{n+1} = \begin{cases} U_i^n & \text{en } X < X_{i+1/2} + c t \\ U_{i+1}^n & \text{en } X > X_{i+1/2} + c t \end{cases} \quad (4.16)$$

Cette solution est illustrée sur l'encadré de gauche de la figure 4.1.

Le problème est plus complexe si l'on veut résoudre un système d'équations

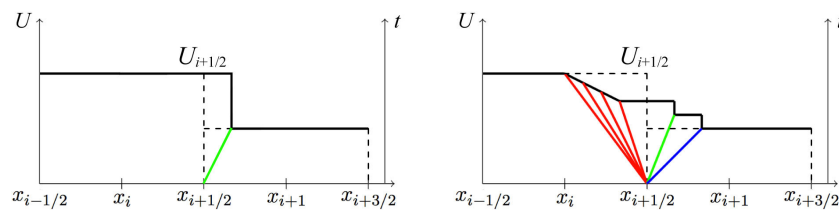


Figure 4.1 – La discrétisation spatiale de la variable U au temps n est représentée par un trait pointillé. À gauche, la courbe en trait plein montre la solution au problème de Riemann au temps $n+1$. La ligne verte de coefficient directeur égal à c trace le mouvement de la discontinuité de contact dans le plan (x,t) . À droite, la courbe en trait plein représente une solution possible au problème de l'advection unidimensionnelle d'une discontinuité de contact dans un fluide parfait (équation d'Euler). La ligne verte de coefficient directeur égal à v_X trace le mouvement de la discontinuité de contact dans le plan (x,t) . La ligne bleue de coefficient directeur égal à $c_s + v_X$ trace le mouvement de l'onde de choc dans le plan (x,t) . Les courbes rouges repèrent l'étalement de l'onde de raréfaction.

couplées. Je prends l'exemple des équations d'Euler dans un espace unidimensionnel où la gravité est nulle. Formellement, on peut écrire ce système d'équation sous forme matricielle :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A(U) \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (4.17)$$

avec

$$A(U) = \begin{bmatrix} v_X & \rho & 0 \\ 0 & v_X & 1/\rho \\ 0 & \rho c_s^2 & v_X \end{bmatrix} \quad \text{et } U = \begin{bmatrix} \rho \\ v_X \\ p \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

La matrice $A(U)$ est diagonalisable. Les valeurs propres de cette équation sont $v_X - c_s$, v_X et $v_X + c_s$. Ainsi le problème couplé se réduit à trois problèmes de Riemann découplés avec trois vitesses d'advection différentes correspondant à trois modes de propagation différents. Si la vitesse de propagation de chaque mode est uniforme alors, la solution U est la combinaison linéaire des solutions (4.16) de chaque mode au problème de Riemann.

Cependant, chacune de ces vitesses n'est pas indépendante de la valeur de U . Le problème est non-linéaire et la solution précédente ne s'applique pas. La solution à ce problème est bien connue (ainsi qu'à 3D et dans toutes les géométries possibles) et peut être calculée de manière exacte, bien qu'on lui préfère en général une résolution approchée qui permet de gagner un temps considérable. La solution est schématisée sur la figure 4.1. La discontinuité entre la cellule i et $i+1$ (appelée aussi onde de contact) se déplace à la vitesse v_X (en vert sur le schéma). Deux ondes se propagent depuis l'interface entre les deux cellules. Sur le schéma j'ai représenté une onde de choc qui se propage en amont (courbe bleue) et une onde de raréfaction en aval de la discontinuité. Suivant la différence de vitesse des modes entre les deux cellules, des ondes de raréfaction et/ou des ondes de chocs se propagent. Pour les équations de la MHD, les ondes sont au nombre de 7 (onde de contact comprise).

Dans un schéma numérique au "premier ordre spatial" (U est constant à l'échelle de chaque cellule) la solution au problème de Riemann est auto-similaire. Si le pas de temps est suffisamment court pour que les ondes qui se propagent depuis des interfaces voisines n'interfèrent pas (condition CFL), la valeur de U à l'interface est alors constante ainsi que le flux. L'intégrale temporelle du flux est alors triviale. Pour gagner en précision, avant de résoudre le problème de Riemann, on interpole la valeur de U aux interfaces de façon linéaire (schéma au second ordre spatial) ou quadratique (schéma au troisième ordre spatial). La variation de U au sein de la cellule rend le problème de Riemann extrêmement difficile à résoudre exactement. On utilise alors une méthode approchée de résolution.

Les équations à résoudre sont rarement des équations de conservation pures. Dans la plupart des cas, elles comportent des termes additionnels, sources positives ou négatives de la quantité concernée. Par exemple, les forces sont des sources d'impulsion et leur travail est une source d'énergie. Le calcul des quantités à t^{n+1} est alors divisé en deux étapes, on dit que le schéma est "splité"². Dans l'étape "conservative", on calcule les quantités comme si elles étaient uniquement transportées. L'étape supplémentaire met à jour la répartition des quantités sous l'effet des termes source. Pour réduire l'erreur commise par la ségrégation de l'évolution des quantités en 2 étapes distinctes, on extrapole, avant de résoudre le problème de Riemann, à chaque interface, les valeurs de U dans chaque cellule au temps $t + \Delta t/2$ en tenant compte des termes de transport et des termes source.

Comme pour tout problème qui implique des équations aux dérivées partielles, la solution dépend d'un ensemble de conditions aux limites qui doit être spécifié. Par exemple, l'évolution d'une onde qui se propage dans un domaine avec des conditions aux limites réfléchissantes est différente de son évolution dans un domaine aux conditions aux limites périodiques et de son évolution dans un domaine qui la laisse s'échapper librement. Il existe plusieurs grands types de conditions aux limites :

- Condition aux limites "périodique" : La prescription $U_{i+N_X} = U_i$ implique la périodicité de U sur le domaine.

2. De l'anglais "to split", diviser.

- Condition “d'échappement libre” : le flux de la quantité considérée entrant dans les cellules aux extrémités du domaine est égal au flux sortant.
- Condition aux limites “stricte” : la valeur des quantités concernées sont fixées dans les cellules aux extrémités du domaine.

L'ensemble des prescriptions envisageables ne se borne pas à ces trois exemples. Les conditions aux limites, qui peuvent être différentes pour chaque variable, sont ajustées en fonction du problème considéré.

4.1.4 Convergence dans les simulations MHD de disques

Le temps nécessaire à un processeur pour calculer l'évolution d'un modèle sur un pas de temps dépend de la résolution : le nombre d'opérations à réaliser est proportionnel au nombre de cellules dans chaque direction. Le pas de temps est limité par le critère CFL, il doit être plus petit que le temps de traversée d'une cellule par le phénomène physique le plus rapide. Si la résolution est doublée dans la direction de propagation de ce phénomène, le pas de temps est divisé par 2. Ainsi, doubler la résolution d'une simulation dans toutes les directions multiplie par 16 le temps nécessaire au processeur pour calculer l'évolution du modèle sur la même période.

Le temps de calcul disponible (3 ans de thèse par exemple) limite donc la résolution et/ou le nombre d'itérations des simulations planifiées pour une étude. Les simulations de disques d'accrétion les plus gourmandes en temps de calcul publiées à ce jour comptent un nombre de cellules proche de 500^3 (500 cellules dans chaque direction, [Fromang 2010](#)). Les progrès techniques récents permettent aux équipes de recherche de réaliser des simulations de nouvelle génération : quelques 1000^3 cellules pour un temps de calcul 16 fois plus long.

On a vu à la section 1.2.4 qu'il existe deux grands types de simulations. Les simulations shearing box qui calculent l'évolution d'une petite région du disque et les simulations globales. Les simulations shearing box sont intrinsèquement plus précises puisque la taille physique d'une cellule est, à nombre de cellules identique (donc coût numérique identique), beaucoup plus petite que dans une simulation globale : $\Delta_X^{\text{global}}/N_X \gg \Delta_X^{\text{sh-box}}/N_X$.

Pour affirmer qu'un résultat issu d'une simulation est convergé, en pratique, on reproduit celle-ci à plus haute résolution. Les résultats des simulations shearing box d'un modèle de disque traversé par un champ magnétique avec un flux net sont convergés ([Guan et al. 2009](#), [Simon et al. 2009](#)). En revanche, le flux de moment cinétique mesuré dans des simulations MHD idéale de disques non stratifiés sans flux net diminue à mesure que la résolution augmente ([Fromang et Papaloizou 2007](#), [Pessah et al. 2007](#)). Cette dérive ne semble pas s'atténuer à haute résolution. La convergence est retrouvée si le disque est stratifié ([Guan et al. 2009](#), [Simon et al. 2009](#), [Davis et al. 2010](#), [Shi et al. 2010](#)).

La question de la convergence numérique est encore plus problématique pour les simulations globales puisqu'elles sont, par définition, moins précises que les simulations shearing box. Les ressources nécessaires pour obtenir la saturation de la MRI sur la totalité du domaine et la convergence sont donc bien plus importantes que dans le cas des simulations shearing box. On assiste actuelle-

ment aux débuts de l'étude de la convergence numérique dans les simulations globales (Hawley et al. 2011, Sorathia et al. 2012).

Toutes ces simulations (shearing box et globales), mettent en avant l'importance des processus diffusifs, aussi bien physiques que numériques, sur le transport de moment cinétique dans les simulations MHD de disques.

4.2 Simulations MHD globales de disques non-localement isothermes

Les objectifs que nous nous sommes fixés nécessitent la réalisation de simulations globales. En effet, les fronts de MRI sont susceptibles de se déplacer sur une grande distance (de R_{DZ}^* à $R_{\text{DZ}}^{\text{turb}}$). À cette échelle, les termes de courbure ne sont pas négligeables et l'approximation shearing box n'est pas valide. De plus, la périodicité imposée aux bords des simulations shearing box n'est pas compatible avec la présence du bord interne de la zone morte qui introduit une dissymétrie dans la direction radiale. Enfin, la limite de taille du domaine des simulations shearing box serait aussi problématique pour l'étude de la formation des structures (vortex et sur-densité) car elles seraient influencées par la présence des bords du domaine dans leur voisinage.

Les modèles de disque étudiés dans cette thèse se résument par le jeu d'équations ci-dessous et un ensemble de conditions initiales décrites dans cette section.

4.2.1 Équations MHD

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_R}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho v_R \vec{v} - B_R \vec{B}) + \frac{\partial P'}{\partial R} \\ = -\rho \frac{GM_*}{R^2} + \frac{\rho v_\phi^2 + B_\phi^2}{R} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}) \cdot \vec{u}_R \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho R v_\phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot R(\rho v_\phi \vec{v} - B_\phi(B_R \vec{u}_R + B_\phi \vec{u}_\phi)) + \frac{1}{R} \frac{\partial P'}{\partial \phi} \\ = R(\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}) \cdot \vec{u}_\phi \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \rho v_z}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho v_z \vec{v} - B_z \vec{B}) + \frac{\partial P'}{\partial z} = (\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}) \cdot \vec{u}_z \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(E + P') \vec{v} - \vec{B}(\vec{B} \cdot \vec{v}) + \mathcal{F}_\eta] \\ = -\rho v_R \frac{GM_*}{R^2} - \mathcal{L} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) = -\vec{\nabla} \times (\eta \vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (4.24)$$

L'énergie E est la somme des énergies cinétique (e_c), magnétique (e_M) et thermique (e_{th}). On l'appelle l'énergie totale. L'équation d'état des gaz parfait ferme le système d'équations. Le tenseur visqueux est noté $\vec{\tau}$. La diffusion magnétique et la diffusion visqueuse s'accompagnent d'un transport d'énergie \mathcal{F}_η (dont on trouvera l'expression dans Balbus et Hawley (1998)) et $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v})$ respectivement.

Les dissipations cinétique et magnétique n'interviennent pas explicitement dans l'équation (4.23) car l'énergie dissipée est convertie en énergie thermique, incluse dans l'énergie totale. En revanche, le travail de la force de gravité apparaît dans cette équation car l'énergie gravitationnelle ne fait pas partie de l'énergie totale.

Les simulations sont réalisées dans l'approximation cylindrique : la composante verticale de la force gravitationnelle \vec{F}_g de l'étoile sur le gaz est ignorée (disque non stratifié) et $\vec{F}_g \cdot \vec{u}_R \sim -\rho GM_\star / R^2$. Cette approximation limite notre étude à la région autour du plan médian : $Z \ll R$.

Le chauffage turbulent est dû à la dissipation des fluctuations turbulentes de vitesse et de champ magnétique. Il s'agit donc d'un transfert d'énergie cinétique et magnétique vers l'énergie thermique. En résolvant l'équation d'évolution de l'énergie totale on s'assure que l'énergie cinétique ou magnétique perdue par dissipation est intégralement transférée à l'énergie thermique. Dans des simulations inviscides et non résistives, la dissipation numérique dissipe les fluctuations turbulentes à l'échelle de la cellule.

La fonction de refroidissement

$$\mathcal{L} = \rho \sigma (T^4 - T_{\min}^4) \quad (4.25)$$

modélise le refroidissement radiatif du disque. Le paramètre σ est uniforme, il fixe l'échelle de hauteur dans le modèle de disque (la relation entre σ et l'échelle de hauteur est explicitée dans la section 4.2.3). Le paramètre T_{\min} fixe la température minimale dans le modèle. Il représente le chauffage de fond par l'étoile centrale.

4.2.2 Problème de la conservation de l'énergie thermique

Le code RAMSES que j'ai utilisé durant ma thèse permet d'intégrer le système des équations MHD ci dessus. Par construction, la méthode des volumes finis assure la conservation du moment cinétique autour de l'étoile et de l'énergie totale.

Ainsi, une petite erreur commise sur l'énergie cinétique δe_c ne se répercute pas sur l'énergie totale, conservée par définition. Elle se retrouve donc dans l'énergie thermique

$$\frac{\delta e_{\text{th}}}{e_{\text{th}}} = \frac{\delta e_c}{e_c} \times \frac{e_c}{e_{\text{th}}} = \frac{\delta e_c}{e_c} \times \left(\frac{R}{H}\right)^2 \quad (4.26)$$

avec une importance relative centuplée ($H/R \sim 0.1$).

Je ne pouvais néanmoins pas abandonner l'intégration de l'équation d'évolution de l'énergie totale au profit de l'équation d'évolution de l'énergie thermique car le chauffage turbulent est déduit de la conservation de l'énergie totale. Il a donc été nécessaire que j'examine l'impact de la méthode numérique de RAMSES sur la conservation de l'énergie cinétique.

Au cours d'un épicycle, les forces d'inertie convertissent l'énergie de rotation de la particule fluide en énergie cinétique radiale et vice versa. Si le transfert n'est pas parfaitement calculé, le gaz change de température artificiellement à chaque épicycle.

Dans le code RAMSES, le terme d'accélération géométrique radial est calculé au cours de la seconde étape du schéma splité, avec la force de gravité. Le terme de courbure sur le mouvement orthoradial des particules est, quant à lui, inclus dans le flux de moment cinétique. Il est donc calculé pendant l'étape conservative. La méthode de calcul utilisée dans les deux étapes du schéma étant différente, l'échange d'énergie cinétique via les termes géométriques n'est pas symétrique. Le schéma splité amplifie la perte énergétique qui se répercute dramatiquement sur la température.

Pour résoudre ce problème, j'ai tout d'abord déplacé le calcul du terme géométrique radial dans l'étape conservative. Le terme de courbure radial était donc calculé en même temps que son homologue orthoradial mais l'accélération d'entraînement n'était plus calculée de la même façon que la force de gravité. Avant même de tester la conservation de l'énergie thermique, je me suis rendu compte que le terme d'entraînement et la force de gravité ne peuvent être dissociés sous peine de rompre l'équilibre hydrostatique radial. Cette technique n'a donc pas été retenue.

J'ai ensuite tenté de mener les calculs dans un autre référentiel plus adapté. L'évolution des quantités au rayon R était calculé dans le référentiel en rotation képlérienne : $\Omega_{\text{ref}} = \sqrt{GM/R^3}$. Le référentiel change donc suivant la position radiale de la cellule. Dans ces référentiels, la force de gravité et la force d'entraînement se simplifient. L'équilibre hydrostatique était donc préservé. Dans ces référentiels, les termes d'accélération géométriques sont beaucoup plus petits car ils ont été amputés de la force de Coriolis et d'entraînement. De plus, j'ai remplacé l'équation de conservation du moment cinétique par l'équation d'évolution de l'impulsion orthoradiale et j'ai appliqué la méthode d'intégration de Cranck-Nicholson car elle permet de conserver exactement l'énergie cinétique d'une particule soumise à la force Coriolis (seule force d'inertie restante, elle ne travaille pas). En effet, l'équation du mouvement d'une particule sous l'action de la force de Coriolis s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_R}{\partial t} &= 2\Omega_K \rho v_\phi \\ \frac{\partial \rho v_\phi}{\partial t} &= -2\Omega_K \rho v_R \end{aligned} \quad (4.27)$$

La méthode d'intégration de Cranck-Nicholson appliquée à ce système donne :

$$\begin{cases} \frac{(\rho v_R)^{n+1} - (\rho v_R)^n}{\Delta t} = 2\Omega_K \frac{(\rho v_\phi)^{n+1} + (\rho v_\phi)^n}{2} \\ \frac{(\rho v_\phi)^{n+1} - (\rho v_\phi)^n}{\Delta t} = -2\Omega_K \frac{(\rho v_R)^{n+1} + (\rho v_R)^n}{2} \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\Leftrightarrow \frac{((\rho v_R)^2 + (\rho v_\phi)^2)^{n+1} - ((\rho v_R)^2 + (\rho v_\phi)^2)^n}{\Delta t} = 0.$$

Avec cette méthode, l'action de la force de Coriolis n'entraîne pas de perte énergétique.

La perte énergétique restante est induite par les termes de courbures résiduels. Dans ces référentiels, l'énergie cinétique et l'énergie thermique sont du même ordre de grandeur. La perte au niveau des termes de courbure a donc un impact modéré sur la température. Les tests de conservation de l'énergie

thermique réalisés avec cette méthode étaient très concluants. Cependant, cette méthode n'a pas réussi les tests de conservation du moment cinétique. J'ai donc réalisé toute l'importance de résoudre l'équation d'évolution du moment cinétique (au lieu de celle sur l'impulsion). Cette méthode n'a donc pas été retenue. Il n'y a pas, à l'heure actuelle, dans la littérature, d'autre solution proposée à ce problème. Il semble que la précision sur l'énergie thermique ne puisse être obtenue qu'au détriment de la conservation du moment cinétique.

Enfin, j'ai testé l'influence de la résolution sur la perte d'énergie cinétique. La déviation de la température semblait négligeable à partir d'une résolution raisonnable. J'ai donc choisi de conserver le schéma d'intégration de RAMSES. Il a été par conséquent nécessaire de vérifier que la perte énergétique, bien que présente, était négligeable sur la durée de mes simulations.

4.2.3 Conditions initiales

À l'instant initial, le gaz est en rotation sub-képlérienne autour de l'étoile. En tout point, la pression et la force d'entraînement compensent la force gravitationnelle. Les vitesses moyennes verticales et radiales sont nulles. Le profil radial de température dans l'état initial est tel que le refroidissement compense le chauffage turbulent dans un disque en rotation képlérienne où α est uniforme :

$$\rho\sigma T^4 \simeq Q_{\text{turb}} \simeq 1.5\alpha\rho \frac{R_{\text{GP}}}{\mu} T\Omega_K \quad \text{soit, } T = T_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-0.5}, \quad (4.29)$$

avec T_0 la température au rayon R_0 pris comme référence. Le gradient initial de température est donc différent de celui du profil classique (Pringle 1981) donné par l'équation (3.32). On a donc

$$\frac{H}{R} = \frac{H_0}{R_0} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{0.25} \quad (4.30)$$

avec

$$\frac{H_0}{R_0} = \left(\frac{\gamma R_{\text{GP}} \left(\frac{1.5\alpha\Omega(R_0)R_{\text{GP}}}{\sigma\mu} \right)^{(1/3)}}{\mu R_0^2 \Omega(R_0)^2} \right)^{1/2} \quad (4.31)$$

ainsi que

$$c_s = c_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-0.25} \quad (4.32)$$

avec

$$c_0 = H_0\Omega_0 = \sqrt{\frac{\gamma T_0 R_{\text{GP}}}{\mu}}. \quad (4.33)$$

σ sera choisi de telle sorte que H_0/R_0 soit égal à 0.1 ou 0.05 en R_0 avec $\alpha = 0.01$. Le modèle alpha indique que le temps typique de chauffage τ_{heat} tel que

$$\frac{\partial e_{\text{th}}}{\partial t} = \frac{P}{\tau_{\text{heat}}} = 1.5\Omega\alpha P \quad (4.34)$$

est de 25 orbites locales si $\alpha = 0.01$. À l'état stationnaire, le temps de chauffage est égal au temps de refroidissement.

La densité est initialisée avec une loi de puissance :

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^p \quad (4.35)$$

où ρ_0 est la température au rayon R_0 et $p = -1.5$. Le profil de densité de surface correspondant est

$$\Sigma \sim \rho H = \rho_0 H_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-0.25}. \quad (4.36)$$

Enfin, la capacité calorifique à température constante volumique C_v telle que $e_{\text{th}} = \rho C_v T$ est :

$$C_v = \rho \frac{R_{\text{GP}}}{\mu(\gamma - 1)} = \rho \frac{c_0^2}{T_0 \gamma (\gamma - 1)} \quad (4.37)$$

car le gaz est considéré parfait.

Simulations visqueuses ou magnétiques. J'ai réalisé des simulations de deux types de modèles désignées par "simulations visqueuses" ou "simulations 2D" d'une part et "simulations MHD" ou "simulations 3D" d'autre part.

Dans les simulations MHD, la viscosité est nulle et le champ magnétique initial est purement orthoradial :

$$B_\phi = \sqrt{\frac{8\pi P}{\beta}} \sin\left(\frac{2\pi}{\delta Z} Z\right), \quad (4.38)$$

avec ΔZ , la taille du domaine dans la direction verticale. Le rapport entre l'énergie thermique et magnétique est tel que $\beta = 25$ en tout point du disque à l'instant initial. Le flux du champ magnétique à travers un plan (R, Z) est nul : c'est un modèle sans flux net. À l'instant initial, des fluctuations aléatoires de vitesses d'amplitude comparable à la vitesse du son sont ajoutées afin de déclencher le développement de la MRI. Les simulations MHD se divisent en trois sous-types de modèles qui correspondent à trois prescriptions différentes sur la résistivité :

- Dans le modèle "IDEAL", la résistivité est nulle. L'écoulement devient rapidement turbulent sous l'action de la MRI. Ces modèles ont été utilisés pour tester la validité des approximations et pour fournir des conditions initiales aux simulations des deux autres sous-modèles.
- Dans le modèle "IE-FIX"³, la résistivité est nulle en $R < R_{\text{DZ}}$ mais $\eta = \eta_0 \neq 0$ en $R > R_{\text{DZ}}$. La valeur du paramètre η_0 est telle que $\Lambda_0 < 1$. Ce modèle est proche des modèles de disques isothermes de [Lyra et Mac Low \(2012\)](#) et [Dzyurkevich et al. \(2010\)](#) dans lesquels la position de la zone morte est fixée.
- Dans le modèle "IE-FREE"⁴, la variation brutale de la résistivité autour d'une température seuil T_{MRI} (voir section 3.3) est modélisée par une fonction créneau :

$$\eta(T) = \begin{cases} \eta_0 & \text{si } T < T_{\text{MRI}} \\ 0 & \text{autrement.} \end{cases} \quad (4.39)$$

3. Pour "Inner Edge FIXed" qui signifie que le bord interne de la zone morte est statique.

4. Pour "Inner Edge FREE" qui signifie que le bord interne de la zone morte est libre de se déplacer.

On peut considérer ce modèle comme la version 3D MHD du modèle 1D de [Latter et Balbus \(2012\)](#). Les principaux résultats présentés dans la suite de cette thèse ont été établis à partir de simulations de ce modèle de la région du bord interne de la zone morte.

Dans le modèle visqueux, le champ magnétique est nul. La viscosité utilisée est calibrée par la mesure du flux de moment cinétique dans une simulation d'un modèle MHD :

$$\nu = \langle \alpha \rangle c_s^2 / \Omega \quad (4.40)$$

où $\langle \alpha \rangle$ est la moyenne temporelle de α dans la simulation du modèle MHD. Ces modèles visqueux ont été largement utilisés pour valider, interpréter et étendre les résultats des simulations turbulentes.

4.2.4 Paramètres numériques

Trois domaines de taille différentes ont été considérés :

- Le domaine de la simulation de référence est $R \in [R_0, 8R_0]$, $\phi \in [0, \pi/4]$ et $Z \in [-0.3R_0, 0.3R_0]$.
- Une simulation avec une grande extension radiale : $R \in [R_0, 21R_0]$, $\phi \in [0, \pi/4]$ et $Z \in [-0.3R_0, 0.3R_0]$ s'est révélée nécessaire (voir chapitre 5).
- Les résultats présentés au chapitre 6 ont été obtenus à partir d'une simulation avec une grande extension azimutale : $R \in [R_0, 8R_0]$, $\phi \in [0, \pi/2]$ et $Z \in [-0.3R_0, 0.3R_0]$.

J'ai appliqué des conditions aux limites périodiques dans la direction verticale et azimutale et des conditions aux limites strictes dans la direction radiale. Cette dernière prescription est une source potentielle d'effets indésirables d'autant plus importants que les fluctuations aux bords du domaine sont fortes. En conséquence, les fluctuations turbulentes sont artificiellement amorties au voisinage des bords interne et externe du domaine sur une "zone tampon". L'ajout de ces zones tampon n'est pas justifié par des considérations physiques, c'est une astuce mise au point pour contrôler les effets de bord. L'évolution du gaz dans les zones tampon est donc exclue de notre analyse des simulations. Les zones tampons sont hachurées sur les figures issues de mes simulations. Des détails sur les conditions aux limites radiales et leurs effets sur les résultats obtenus sont donnés en annexe C.

Temps d'intégration. Le temps nécessaire d'intégration des équations du modèle dépend du problème étudié. Dans cette thèse il est question d'étudier l'effet du chauffage turbulent sur l'évolution du disque. Il m'a fallu par conséquent calculer l'évolution du disque sur une échelle de temps plus longue que le temps caractéristique des processus thermodynamiques ($\tau_{\text{heat}} \sim 25$ orbites locales).

La durée typique des simulations qui seront présentées par la suite est d'environ 1600 orbites qui correspondent à 50 orbites en $R = 8R_0$ soit 2 temps de refroidissement.

Résolution. De même, la résolution requise pour une simulation numérique dépend du problème considéré. On adapte la résolution à la taille typique du phénomène physique pertinent. Dans notre cas, il est question d'étudier la

turbulence du disque sous l'effet de la MRI. La discrétisation spatiale filtre les signaux de haute fréquence. Les signaux de longueur d'onde λ inférieure à deux fois la taille de la cellule selon la direction de propagation sont filtrés (critère de Shannon). Pour s'assurer du développement de la MRI dans la simulation, j'ai fixé la résolution de telle sorte que le mode le plus instable de longueur d'onde

$$\lambda_c = 2\pi\sqrt{\frac{16}{15}}\frac{u_A}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{32}{15\gamma\beta}}\sqrt{\frac{\gamma P}{\Omega^2\rho}} = 2\pi\sqrt{\frac{32}{15}}\sqrt{\frac{1}{\gamma\beta}}H < 0.15R_0 \quad (4.41)$$

soit bien résolu. Sauf mention explicite dans le texte, toutes les simulations MHD réalisées ont la même résolution $\Delta R = \Delta_R/N_R \sim 0.02R_0$, $\Delta\phi = \Delta_\phi/N_\phi \sim 0.01$ et $\Delta Z = \Delta_Z/N_Z \sim 7.510^{-3}R_0$. Ainsi en tout point $\lambda_c \sim 10R\Delta\phi$, $\lambda_c = 7.5\Delta R$ et $\lambda_c = 20\Delta Z$. La résolution est suffisante pour permettre la croissance de la MRI dans le domaine mais je rappelle qu'elle ne garanti pas la convergence à saturation (voir section 4.1.4). Les simulation visqueuses, dans lesquelles la MRI n'est pas appelée à se développer, sont réalisées avec seulement $N_z = 2$ cellules dans la direction verticale.

Pas de temps et temps de calcul. Le pas de temps Δt choisi à chaque itération doit satisfaire la condition CFL pour que la méthode numérique soit stable. Le pas de temps doit donc être plus petit que le temps de traversée d'une cellule par le phénomène physique le plus rapide.

Les ondes magnétiques ne sont pas le vecteur le plus rapide de l'information car le champ magnétique est tel que la vitesse d'Alfvén⁵ est subsonique ($u_A < c_s$). Les vitesses radiale et verticale moyennes sont (quasi)nulles. Lorsque l'écoulement est turbulent, les fluctuations des vitesses autour de la valeur moyenne sont subsoniques ($\delta v \sim \sqrt{\alpha}c_s$). C'est donc la rotation supersonique ($H/R \ll 1$) autour de l'étoile qui limite le pas de temps. La vitesse de rotation Ω est maximale en R_0 . En ordre de grandeur, le pas de temps est de $\Delta t = 0.8\Delta\phi/\Omega(R_0)$. Le facteur 0.8 est une marge de sécurité qui garanti la stabilité du schéma numérique (facteur CFL).

Pour prédire l'évolution du disque sur une orbite au bord interne du domaine, il faut itérer le schéma $n_t = 2\pi/\Omega(R_0)\Delta t = 2.5\pi/\Delta\phi = 800$ fois sur les $N_{\text{tot}} = N_R \times N_\phi \times N_Z$ cellules. Pour la simulation de référence, $N_{\text{tot}} \sim 2.10^6$. Le temps nécessaire à un processeur pour effectuer toutes les opérations d'une itération sur 2.10^6 cellules est d'environ 40 secondes. Le temps nécessaire à ce processeur pour calculer l'évolution du disque sur une orbite interne est donc de $T = 32000$ secondes, soit 9 heures. La simulation de l'évolution du disque sur 1600 orbites occupe un processeur pendant environ 600 jours (~ 14000 heures). Ce type de simulation est rendue possible sur la durée d'une thèse grâce à la parallélisation du calcul. Plusieurs dizaines voir centaines de processeurs effectuent les calculs sur la partie du domaine qui leur est réservée et échangent des informations via le protocole MPI (Message Passing Interface) conçu dans les années 90. Une simulation visqueuse similaire demande 40 fois moins de temps ($N_z = 2$). Les simulations visqueuses ont été amplement employées pour comprendre les phénomènes physiques à l'oeuvre dans les

5. Les ondes d'Alfvén sont les ondes pour lesquelles la force de rappel est la tension magnétique

simulations MHD, trop gourmandes en temps de calcul pour être déclinées un grand nombre de fois.

Pour référence, les quelques simulations MHD qui sont mentionnées dans ce manuscrit ont coûté au total quelques 400000 heures de calcul des 1200000 heures qui m'ont été alloués par le CINES sur mes trois années de thèse. La majorité des heures a été utilisée dans des tests en tous genres qui, bien qu'ils n'apparaissent pas dans cette présentation synthétique de mon travail, ont été pourtant nécessaires à la construction des simulations et à leur interprétation. Pour tous ces tâtonnements, j'ai pu aussi compter sur les moyens de calcul dont dispose le CEA.

Deuxième partie

Thermodynamique de la zone morte

Dynamique du bord interne de la zone morte

SOMMAIRE

5.1	THERMODYNAMICS OF THE DEAD ZONE INNER EDGE IN PROTOPLANETARY DISKS	90
5.2	RÉSULTATS	105
5.2.1	Thermodynamique du disque turbulent	105
5.2.2	Thermodynamique de la zone morte	105
5.2.3	Fronts de MRI	106
5.3	CONCLUSIONS, DISCUSSION ET PERSPECTIVES	108
5.3.1	Convergence numérique	108
5.3.2	Fluctuations turbulentes	108
5.3.3	Dynamique du bord interne de la zone morte	114

Les résultats présentés dans ce chapitre sont issus de l'analyse et de l'interprétation du jeu de simulations MHD globales des modèles IDEAL, IE-FIX et IE-FREE de disque protoplanétaire (Sect.4.2.3). Les équations des modèles ont été intégrées sur le domaine : $R \in [R_0, 8R_0]$, $\phi \in [0, \pi/4]$ et $Z \in [-0.3R_0, 0.3R_0]$ avec une résolution de : $[320, 80, 80]$. Ces simulations sont conçues pour répondre au premier point de la problématique, à savoir l'influence des fluctuations turbulentes sur le comportement dynamique du bord interne de la zone morte.

Ces résultats ont été publiés dans le journal "Astronomy and Astrophysics" en 2014 (Faure et al. 2014). La première section de ce chapitre reproduit l'article "Thermodynamics of the dead zone inner edge" (Faure et al. 2014). La section suivante résume son contenu en français. Une discussion plus large est proposée dans la dernière section.

Thermodynamics of the dead-zone inner edge in protoplanetary disks

Julien Faure¹, Sébastien Fromang¹, and Henrik Latter²

¹ Laboratoire AIM, CEA/DSM - CNRS - Université Paris 7, Irfu/Service d'Astrophysique, CEA-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France

² Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge, CB3 0WA, UK
e-mail: julien.faure@cea.fr

Accepted/ Received/ in original form

ABSTRACT

Context. In protoplanetary disks, the inner boundary between the turbulent and laminar regions could be a promising site for planet formation, thanks to the trapping of solids at the boundary itself or in vortices generated by the Rossby wave instability. At the interface, the disk thermodynamics and the turbulent dynamics are entwined because of the importance of turbulent dissipation and thermal ionization. Numerical models of the boundary, however, have neglected the thermodynamics, and thus miss a part of the physics.

Aims. The aim of this paper is to numerically investigate the interplay between thermodynamics and dynamics in the inner regions of protoplanetary disks by properly accounting for turbulent heating and the dependence of the resistivity on the local temperature.

Methods. Using the Godunov code RAMSES, we performed a series of 3D global numerical simulations of protoplanetary disks in the cylindrical limit, including turbulent heating and a simple prescription for radiative cooling.

Results. We find that waves excited by the turbulence significantly heat the dead zone, and we subsequently provide a simple theoretical framework for estimating the wave heating and consequent temperature profile. In addition, our simulations reveal that the dead-zone inner edge can propagate outward into the dead zone, before stalling at a critical radius that can be estimated from a mean-field model. The engine driving the propagation is in fact density wave heating close to the interface. A pressure maximum appears at the interface in all simulations, and we note the emergence of the Rossby wave instability in simulations with extended azimuth.

Conclusions. Our simulations illustrate the complex interplay between thermodynamics and turbulent dynamics in the inner regions of protoplanetary disks. They also reveal how important activity at the dead-zone interface can be for the dead-zone thermodynamic structure.

Key words. Protoplanetary disk - Dead zone - thermodynamic - planet formation

1. Introduction

Current models of protoplanetary (PP) disks are predicated on the idea that significant regions of the disk are too poorly ionized to sustain magneto-rotational-instability (MRI) turbulence. These PP disks are thought to comprise a turbulent body of plasma (the ‘active zone’) enveloping a region of cold quiescent gas, in which accretion is actually absent (the ‘dead zone’) (Gammie 1996, Armitage 2011). These models posit a critical inner radius (~ 1 au) within which the disk is fully turbulent and beyond which the disk exhibits turbulence only in its surface layers, for a range of radii (1 – 10 au) (but see Bai & Stone 2013 for a complication of this picture).

The inner boundary between the MRI-active and dead regions is crucial for several key processes. Because there is a mismatch in accretion across the boundary, a pressure maximum will naturally form at this location which (a) may halt the inward spiral of centimetre to metre-sized planetesimals (Kretke et al. 2009), and (b) may excite a large-scale vortex instability (‘Rossby wave instability’) (Lovelace

et al. 1999) that may promote dust accumulation, hence planet formation (Barge & Sommeria 1995; Lyra et al. 2009; Meheut et al. 2012). On the other hand, the interface will influence the radial profiles of the dead zone’s thermodynamic variables — temperature and entropy, most of all. Not only will it affect the global disk structure and key disk features (such as the ice line), but the interface will also control the preconditions for dead-zone instabilities that feed on the disk’s small adverse entropy gradient, such as the subcritical baroclinic instability and double-diffusive instability (Lesur & Papaloizou 2010; Latter et al. 2010).

Most studies of the interface have been limited to isothermality. This is a problematic assumption because of the pervasive interpenetration of dynamics and thermodynamics in this region, especially at the midplane. Temperature depends on the turbulence via the dissipation of its kinetic and magnetic fluctuations, but the MRI turbulence, in turn, depends on the temperature through the ionization fraction, which is determined by thermal ionization (Pneuman & Mitchell 1965; Umebayashi & Nakano 1988). Because of this feedback loop, the temperature is not an additional piece of physics that we add to simply

Send offprint requests to: J.Faure

complete the picture; it is instead at the heart of how the interface and its surrounding region work. One immediate consequence of this feedback is that much of the midplane gas inward of 1 au is bistable: if the gas at a certain radius begins as cold and poorly ionized, it will remain so; conversely, if it begins hot and turbulent, it can sustain this state via its own waste heat (Latter & Balbus 2012). Thus two stable states are available at any given radius in the bistable region. This complicates the question of where the actual location of the dead zone boundary lies. It also raises the possibility that the boundary is not static, and may not even be well defined. Similar models have also been explored in the context of FU Ori outbursts Zhu et al. (2010, 2009a,b).

In this paper we simulate these dynamics directly with a set of numerical experiments of MRI turbulence in PP disks. We concentrate on the inner radii of these disks ($\sim 0.1 - 1$ au) so that our simulation domain straddles both the bistable region and the inner dead-zone boundary. Our aim is to understand the interactions between real MRI turbulence and thermodynamics, and thus test and extend previous exploratory work that modelled the former via a crude diffusive process (Latter & Balbus 2012). Our 3D magnetohydrodynamics (MHD) simulations employ the Godunov code RAMSES (Teyssier 2002; Fromang et al. 2006), in which the thermal energy equation has been accounted for and magnetic diffusivity appears as a function of temperature (according to an approximation of Saha’s law). We focus on the optically thick disk midplane, and thus omit non-thermal sources of ionization. This also permits us to model the disk in the cylindrical approximation.

This initial numerical study is the first in a series, and thus lays out our numerical tools, tests, and code-checks. We also verify previous published results for fully turbulent disks and disks with static dead zones (Dzyurkevich et al. 2010; Lyra & Mac Low 2012). We explore the global radial profiles of thermodynamic variables in such disks, and the nature of the turbulent temperature fluctuations, including a first estimate for the magnitude of the turbulent thermal flux. We find that the dead zone can be effectively heated by density waves generated at the dead zone boundary, and we estimate the resulting wave damping and heating. Our simulations indicate that the dead zone may be significantly hotter than most global structure models indicate because of this effect. Another interesting result concerns the dynamics of the dead zone interface itself. We verify that the interface is not static and can migrate from smaller to larger radii. All such simulated MRI ‘fronts’ ultimately stall at a fixed radius set by the thermodynamic and radiative profiles of the disk, in agreement with Latter & Balbus (2012). These fronts move more quickly than predicted because they propagate not via the slower MRI turbulent motions but by the faster density waves. Finally, we discuss instability near the dead zone boundary.

The structure of the paper is as follows. In §2 we describe the setup we used for the MHD simulations and give our prescriptions for the radiative cooling and thermal ionization. We test our implementation of thermodynamical processes in models of fully turbulent disks in §3. There we also quantify the turbulent temperature fluctuations and the turbulent heat flux. Section §4 presents results of resistive MHD simulations with dead zones. Here we look at the cases of a static and dynamic dead zone separately. Rossby wave and other instabilities are briefly discussed in §5; we

subsequently summarize our results and draw conclusions in §6.

2. Setup

We present in this paper a set of numerical simulations performed using a version of the code RAMSES (Teyssier 2002; Fromang et al. 2006) which solves the MHD equations on a 3D cylindrical and uniform grid. Since we are interested in the inner-edge behaviour at the mid-plane, we discount vertical stratification and work under the cylindrical approximation (Armitage 1998; Hawley 2001; Steinacker & Papaloizou 2002). In the rest of this section we present the governing equations, prescriptions, main parameters, and initial and boundary conditions. In order to keep the discussion as general as possible, all variables and equations in this section are dimensionless.

2.1. Equations

Since we are interested in the interplay between dynamical and thermodynamical effects at the dead zone inner edge, we solve the MHD equations, with (molecular) Ohmic diffusion, alongside an energy equation. We neglect the kinematic viscosity, that is much smaller than Ohmic diffusion, because of its minor role in the MRI dynamics. However dissipation of kinetic energy is fully captured by the numerical grid. We adopt a cylindrical coordinate system (R, ϕ, Z) centred on the central star:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} - \mathbf{B} \mathbf{B}) + \nabla P = -\rho \nabla \Phi \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [(E + P) \mathbf{v} - \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}) + \mathcal{F}_\eta] = -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \Phi - \mathcal{L} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -\nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

where ρ is the density, \mathbf{v} is the velocity, \mathbf{B} is the magnetic field, and P is the pressure. Φ is the gravitational potential. In the cylindrical approximation, it is given by $\Phi = -GM_\star/R$ where G is the gravitational constant and M_\star is the stellar mass. In RAMSES, E is the total energy, i.e. the sum of kinetic, magnetic and internal energy e_{th} (but it does not include the gravitational energy). Since we use a perfect gas equation of state to close the former set of equations, the latter is related to the pressure through the relation $e_{th} = P/(\gamma - 1)$ in which $\gamma = 1.4$. The magnetic diffusivity is denoted by η . As we only consider thermal ionization, η will depend on temperature T ; its functional form we discuss in the following section. Associated with that resistivity is a resistive flux \mathcal{F}_η that appears in the divergence of Eq. (3). Its expression is given by Eq. (23) of Balbus & Hawley (1998). The \mathcal{L} symbol denotes radiative losses and it will be described in section 2.3. Dissipative and radiative cooling terms are computed using an explicit scheme. This method is valid if the radiative cooling time scale is much longer than the typical dynamical time (see section 2.4). Finally, we have added a source term in the continuity equation that maintains the initial radial density profile ρ_0 (Nelson & Gressel 2010; Baruteau et al. 2011). It is such that

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\rho - \rho_0}{\tau_\rho}. \quad (5)$$

The restoring time scale τ_ρ is set to 10 local orbits and prevents the long term depletion of mass caused by the turbulent transport through the inner radius.

2.2. Magnetic diffusion

In this paper, we conduct both ideal ($\eta = 0$) and non-ideal ($\eta \neq 0$) simulations. In the latter case, we treat the disk as partially ionized. In such a situation, the magnetic diffusivity is known to be a function of the temperature T and ionization fraction x_e (Blaes & Balbus 1994):

$$\eta \propto x_e^{-1} T^{1/2}. \quad (6)$$

The ionisation fraction can be evaluated by considering the ionization sources of the gas. In the inner parts of PP disks, the midplane electron fraction largely results from thermal ionization (neglecting radioisotopes that are not sufficient by themselves to instigate MRI). Non thermal contributions due to ionization by cosmic (Sano et al. 2000), UVs (Perez-Becker & Chiang 2011) and X-rays (Igea & Glassgold 1999) are negligible because of the large optical thickness of the disk at these radii. In fact, the ionization is controlled by the low ionization potential ($E_i \sim 1 - 5eV$) alkali metals, like sodium and potassium, the abundance of which is of order 10^{-7} smaller than hydrogen (Pneuman & Mitchell 1965; Umebayashi & Nakano 1988). Then x_e can be evaluated using the Saha equation. When incorporated into Eq. (6), one obtains the following relation between the resistivity and the temperature:

$$\eta \propto T^{-\frac{1}{4}} \exp(T^*/T), \quad (7)$$

with T^* a constant. Because of the exponential, η varies very rapidly with T , and, in the context of MRI activation, can be thought of as a ‘switch’ around a threshold T_{MRI} . In actual protoplanetary disks, it is well known that that temperature is around 10^3 K (Balbus & Hawley 2000; Balbus 2011). Taking this into account, and for the sake of simplicity, we use in our simulations the approximation:

$$\eta(T) = \begin{cases} \eta_0 & \text{if } T < T_{\text{MRI}} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (8)$$

where T_{MRI} is the activation temperature for the onset of MRI. Note that by taking a step function form for η we must neglect its derivative in Eq. (4).

2.3. Radiative cooling and turbulent heating

As we are working within a cylindrical model of a disk, without explicit surface layers, we model radiative losses using the following cooling function:

$$\mathcal{L} = \rho\sigma(T^4 - T_{\text{min}}^4). \quad (9)$$

This expression combines a crude description of radiative cooling of the disk ($-\rho\sigma T^4$) as well as irradiation by the central star ($+\rho\sigma T_{\text{min}}^4$), in which σ should be thought of as a measure of the disk opacity (see also section 2.4). In the absence of any other heating or cooling sources, T should tend toward T_{min} , the equilibrium temperature of a passively irradiated disk. In principle, T_{min} is a function of position and surface density, but we take it to be uniform for simplicity. In practice, we found it has little influence on

our results. Turbulence or waves ensure that the simulated temperature is always significantly larger than T_{min} . The parameter σ determines the quantity of thermal energy the gas is able to hold. For computational simplicity and to ease the physical interpretation of our results, we take σ to be uniform. In reality, σ should vary significantly across the dust sublimation threshold (~ 1500 K) (Bell & Lin 1994), but an MRI front will always be much cooler (~ 1000 K). As a consequence, the strong variation of σ will not play an important role in the dynamics. Finally, we omit the radiative diffusion of heat in the planar direction, again for simplicity though in real disks it is an important (but complicated) ingredient.

Our prescription for magnetic diffusion, Eq. (8), takes care of the dissipation of magnetic energy when $T < T_{\text{MRI}}$. However, if the disk is sufficiently hot the dissipation of magnetic energy (as with the kinetic energy) is not explicitly calculated. In this case energy is dissipated on the grid; our use of a total energy equation ensures that this energy is not lost but instead fully transferred to thermal energy. It should be noted that though this is perfectly adequate on long length and time scales, the detailed flow structure on the dissipation scale will deviate significantly from reality.

2.4. Initial conditions and main parameters

Our 3D simulations are undertaken on a uniformly spaced grid in cylindrical coordinates (R, ϕ, Z) . The grid ranges over $R \in [R_0, 8R_0]$, $\phi \in [0, \pi/4]$ and $Z \in [-0.3R_0, 0.3R_0]$. Here the key length scale R_0 serves as the inner radius of our disk domain and could be associated with a value between 0.2-0.4 au in physical units. Each run has a resolution $[320, 80, 80]$, which has been shown in these conditions to be sufficient for MHD turbulence to be sustained over long timescales (Baruteau et al. 2011). For completeness, we present a rapid resolution study in appendix D that further strengthens our results.

Throughout this paper, we denote by X_0 the value of the quantity X at the inner edge of the domain, i.e. at $R = R_0$. Units are chosen such that:

$$GM_\star = R_0 = \Omega_0 = \rho_0 = T_0 = 1,$$

where Ω stands for the gas angular velocity at radius R . Thus all times are measured in inner orbits, so a frequency of unity correspond to a period of one inner orbit. We will refer to the local orbital time at R using the variable τ_{orb} .

The initial magnetic field is a purely toroidal field whose profile is built to exhibit no net flux and whose maximum strength corresponds to $\beta = 25$:

$$B_\phi = \sqrt{\frac{2P}{\beta}} \sin\left(\frac{2\pi}{Z_{max} - Z_{min}} Z\right). \quad (10)$$

The simulations start with a disk initially in approximate radial force balance (we neglect the small radial component of the Lorentz force in deriving that initial state). Random velocities are added to help trigger the MRI. Density and temperature profiles are initialized with radial power laws:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^p \quad ; \quad T = T_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^q, \quad (11)$$

where p and q are free parameters. Pressure and temperature are related by the ideal gas equation of state:

$$P = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \left(\frac{T}{T_0} \right), \quad (12)$$

where P_0 depends on the model and is specified below. We choose $p = -1.5$, which sets the initial radial profile for the density. During the simulation, it is expected to evolve on the long secular timescale associated with the large-scale accretion flow (except possibly when smaller scale feature like pressure bump appear, see section 4). Quite differently, the temperature profile evolves on the shorter thermal timescale (which is itself longer than the dynamical timescale τ_{orb}). It is set by the relaxation time to thermal equilibrium¹.

As shown by Shakura & Sunyaev (1973), turbulent heating in an accretion disk is related to the $R\phi$ component of the turbulent stress tensor $T_{R\phi}$:

$$Q_+ = -T_{R\phi} \frac{\partial \Omega}{\partial \ln R} \sim 1.5\Omega T_{R\phi}. \quad (13)$$

For MHD turbulence $T_{R\phi}$ amounts to (Balbus & Papaloizou 1999):

$$T_{R\phi} = \langle -B_R B_\phi + \rho v_R \delta v_\phi \rangle. \quad (14)$$

The $\langle \cdot \rangle$ notation stands for an azimuthal, vertical and time average, δv_ϕ is the flow's azimuthal deviation from Keplerian rotation. The last scaling in equation (13) assumes such deviations are small, i.e. the disk is near Keplerian rotation. Balancing that heating rate by the cooling function $\mathcal{L} \sim \rho \sigma T^4$ gives a relation for the disk temperature (here we neglect T_{\min} in the cooling function):

$$\sigma \rho T^4 \simeq 1.5\Omega T_{R\phi}. \quad (15)$$

Using the standard α prescription for illustrative purposes, we write $T_{R\phi} = \alpha \langle P \rangle$ which defines the Shakura-Sunyaev α parameter, a constant in the classical α disk theory (Shakura & Sunyaev 1973). Since $\Omega \propto R^{-1.5}$, Eq. (15) suggests that $T \propto R^{-0.5}$ in equilibrium for uniform σ values. We thus used $q = -0.5$ in our initialization of T .

We can use a similar reasoning to derive an estimate for the thermal time-scale. Using the turbulent heating rate derived by Balbus & Papaloizou (1999) and the definition of α , the mean internal energy evolution equation can be approximated by

$$\frac{\partial e_{th}}{\partial t} \sim \frac{\langle P \rangle}{(\gamma - 1)\tau_{heat}} = 1.5\Omega\alpha \langle P \rangle - \mathcal{L}, \quad (16)$$

which yields immediately

$$\tau_{heat}^{-1} \sim 1.5\Omega(\gamma - 1)\alpha. \quad (17)$$

For $\alpha = 0.01$, the heating time scale is thus about 25 local orbits. The cooling time-scale τ_{cool} is more difficult to estimate, but near equilibrium should be comparable to τ_{heat} .

In order to obtain a constraint on the parameter σ we use the relations $c_s^2 = \gamma P / \rho \approx H^2 \Omega^2$, where c_s is the sound

speed and H is the disk scale height. At $R = R_0$ approximate thermal equilibrium, Eq. (15), can be used to express σ as a function of disk parameters:

$$\sigma \approx \frac{3}{2} \frac{\alpha R_0^2 \Omega_0^3}{\gamma T_0^4} \left(\frac{H_0}{R_0} \right)^2. \quad (18)$$

Now setting $\alpha \sim 10^{-2}$ (and moving to numerical units) ensures that σ only depends on the ratio $H_0/R_0 = c_0/(R_0\Omega_0)$. We investigate two cases: a ‘hot’ disk with $H_0/R_0 = 0.1$ which yields $\sigma = 1.1 \times 10^{-4}$, and a ‘cold’ disk with $H_0/R_0 = 0.05$ and thus $\sigma = 2.7 \times 10^{-5}$. The two parameter choices for σ will be referred to as the σ_{hot} and σ_{cold} cases in the following. Using the relation between pressure and sound speed respectively yields $P_0 = 7.1 \times 10^{-3}$ and $P_0 = 1.8 \times 10^{-3}$ for the two models. The surface density profile in the simulations is given by a power law:

$$\Sigma = \rho_0 H_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{p+q/2+3/2}. \quad (19)$$

In resistive simulations, the parameters T_{\min} , T_{MRI} and η_0 (when applicable) need to be specified for the runs to be completely defined. We used $T_{\min} = 0.05 T_0$, which means that the temperature in the hot turbulent innermost disk radius is 20 times that of a cold passive irradiated disk. As discussed in section 2.3, T_{\min} is so small that it has little effect on our results. The values of T_{MRI} and η_0 vary from model to model and will be discussed in the appropriate sections.

In order to assess how realistic our disk model is, we convert some of its key variables to physical units. This can be done as follows. We consider a protoplanetary disk orbiting around a half solar mass star, with surface density $\Sigma \sim 10^3 \text{ g.cm}^{-2}$ and temperature $T \sim 1500 \text{ K}$ at 0.1 au (Given the radial profile we choose for the surface density, this would correspond to a disk mass of about seven times the minimum mass solar nebular within 100 au of the central star). For this set of parameters, we can use Eq. (18) to calculate $\sigma = 1 \times 10^{-9}$ in cgs units for model σ_{cold} , using $\alpha \sim 10^{-2}$. In the simulations, the vertically integrated cooling rate is thus given by the cooling rate per unit surface:

$$Q_- = \Sigma \sigma T^4 = 5.3 \times 10^6 \text{ erg.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}. \quad (20)$$

This value can be compared to the cooling rate of a typical α disk with the same parameters (Chambers 2009):

$$Q_-^{PP} = \frac{8}{3} \frac{\sigma_b}{\tau} T^4, \quad (21)$$

where σ_b is the Stefan-Boltzman constant and $\tau = \kappa_0 \Sigma / 2$ in which $\kappa_0 = 1 \text{ cm}^2.\text{g}^{-1}$ stands for the opacity. Using these figures, we obtain $Q_-^{PP} = 1.5 \times 10^6 \text{ erg.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$, i.e. a value that is close (given the level of approximation involved) to that used in the simulations² (see Eq. (20)). We caution that this acceptable agreement should not be mistaken as a proof that we are correctly modelling all aspects of the disk's radiative physics. The cooling function we use is too simple to give anything more than an idealized thermodynamical model. It only demonstrates the consistency between the thermal timescale we introduce in the simulations and the expected cooling timescale in proto-planetary disks.

¹ One consequence is that the ratio H/R which measures the relative importance of thermal and rotational kinetic energy, is no longer an input parameter, as in locally isothermal simulations, but rather the outcome of a simulation.

² With our choice of parameters, we have $Q_- \sim R^{-2.5}$ and $Q_-^{PP} \sim R^{-1.5}$. This means that the agreement between Q_- and Q_-^{PP} improves with radius. At small radial distances, dust sublimates and our model breaks down (see section 6)

2.5. Buffers and boundaries

Boundary conditions are periodic in Z and ϕ while special care has been paid to the radial boundaries. Here v_R , v_z , B_ϕ , B_z are set to zero, B_R is computed to enforce magnetic flux conservation, v_ϕ is set to the Keplerian value, and finally temperature and density are fixed to their initial values.

As is common in simulations of this kind, we create two buffer zones adjacent to the inner and outer boundaries in which the velocities are damped toward their boundary values in order to avoid sharp discontinuities. The buffer zones extend from $R = 1$ to $R = 1.5$ for the inner buffer and from $R = 7.5$ to $R = 8$ for the outer one. For the same reason, a large resistivity is used in those buffer zones in order to prevent the magnetic field from accumulating next to the boundary. As a result of this entire procedure, turbulent activity decreases as one approaches the buffer zones. This would occasionally mean the complete absence of turbulence in the region close to the inner edge because of inadequate resolution. To avoid that problem, the cooling parameter σ gradually increases with radius in the region $R_0 < R < 2R_0$. In appendix A, we give for completeness the functional form of σ we used. These parts of the domain that corresponds to the inner and outer buffers are hatched on all plots of this paper.

3. MHD simulations of fully turbulent PP disks

We start by describing the results we obtained in the ‘ideal’ MHD limit: $\eta = 0$ throughout the disk. As a consequence, there is no dead zone and the disk becomes fully turbulent as a result of the MRI. The purpose of this section is (a) to describe the thermal structure of the quasi-steady state that is obtained, (b) to check the predictions of simple alpha models, and (c) to examine the small-scale and short-time thermodynamic fluctuations of the gas, especially with respect to their role in turbulent heat diffusion. Once these issues are understood we can turn with confidence to the more complex models that exhibit dead-zones.

3.1. Long-time temperature profiles

We discuss here the results of the two simulations that correspond to σ_{hot} and σ_{cold} . We evolve the simulations not only for a long enough time for the turbulence transport properties to reach a quasi-steady state but also for the thermodynamic properties to have also relaxed. Thus the simulations are evolved for a time much longer than the thermal time of the gas, $\tau_{heat} \approx 25$ local orbits. Here, we average over nearly 1000 inner orbits (about $2\tau_{heat}$ at the outermost radius $R = 7$).

In figure 1 we present the computed radial temperature profiles and the radial profiles of α for the two simulations. Note that α is clearly not constant in space. In both models, α is of order a few times 10^{-2} and decreases outward. We caution here that this number and radial profiles are to be taken with care. The α value is well known to be affected by numerical convergence (Beckwith et al. 2011; Sorathia et al. 2012) as well as physical convergence issues (Fromang et al. 2007; Lesur & Longaretti 2007; Simon & Hawley 2009). This may also influence the temperature because it depends on the turbulent activity.

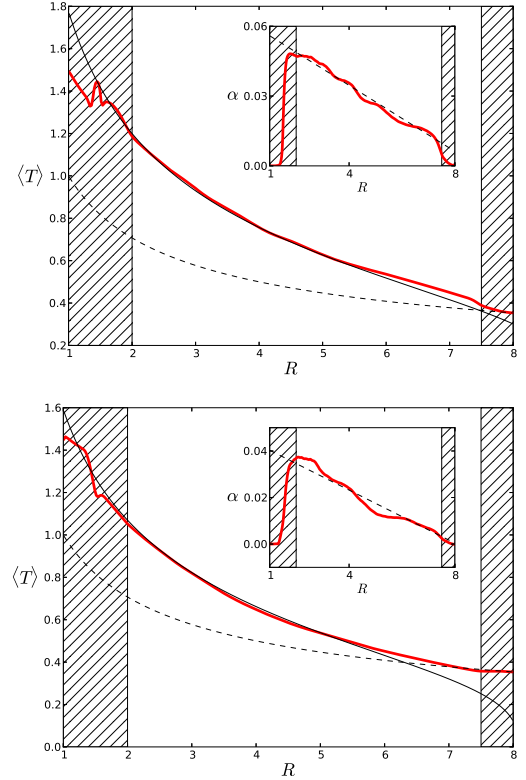


Fig. 1. Temperature profiles $\langle T \rangle$ averaged over 900 inner orbits (red curves). Black plain lines show their corresponding theoretical profiles. Black dashed lines show their corresponding initial profiles. Top panel: σ_{cold} case. Bottom panel: σ_{hot} case. The subframes inserted in the upper right of each panel show the alpha profiles obtained in both cases (red lines). The dashed lines show the analytic profiles used to compute the theoretical temperature profile (see text), given by $\alpha = 6.3 \times 10^{-2} - 7.1 \times 10^{-3} R/R_0$ and $\alpha = 4.6 \times 10^{-2} - 5.7 \times 10^{-3} R/R_0$ respectively.

The disk temperature T rapidly departs from the initial-ized power law given by Eq. (11). In both plots the averaged simulated temperature decreases faster than $R^{-0.5}$. This is partly a result of α decreasing with radius, and a consequent reduced heating with radius. The disk aspect ratios are close to the targeted values: $H/R \sim 0.15$ and 0.08 in model σ_{hot} and σ_{cold} respectively, slightly increasing with radius in both cases.

One of our goals is to check the implementation of the thermodynamics, and to ensure that we have reached thermal equilibrium. To accomplish this we compare the simulation temperature profiles with theoretical temperature profiles computed according to the results of Balbus & Papaloizou (1999). The theoretical temperature profile can be deduced from thermal equilibrium, Eq. (15), in which we now include the full expression for the cooling function (i.e. including T_{min}):

$$T = \left(T_{min}^4 + \frac{3}{2} \frac{\alpha \Omega \langle P \rangle}{\sigma \langle \rho \rangle} \right)^{1/4}. \quad (22)$$

Using the simulated α profiles as inputs, we could then calculate radial profiles for T . In fact, we used linear fits of α (shown as a dashed line) in Eq. (22), for simplicity. The theoretical curves are compared with the simulation

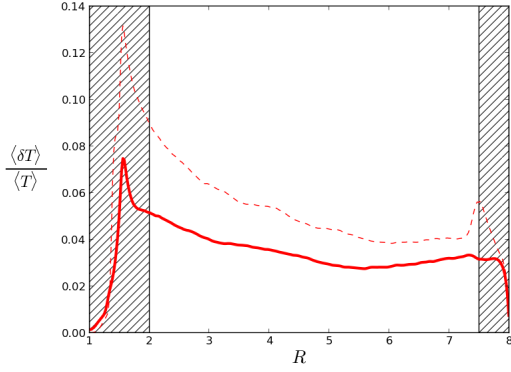


Fig. 2. Temperature standard deviation profiles averaged over 900 inner orbits. The plain line show the result from the σ_{hot} case and the dashed curve show the result from the σ_{cold} run.

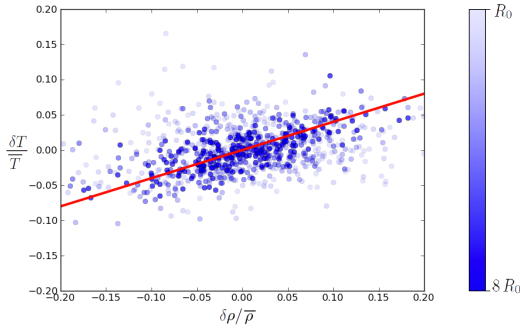


Fig. 3. Blue dots map the scaling relation between temperature and density fluctuations δT and $\delta \rho$ in the σ_{hot} simulation. 900 events are randomly selected in the whole domain (except buffer zones) among 900 inner orbits. The red line shows the linear function (slope = $\gamma - 1$) corresponding to the adiabatic scaling.

results in figure 1. The overall good agreement validates our implementation of the source term in the energy equation and also demonstrates that we accurately capture the turbulent heating. It is also a numerical confirmation that turbulent energy is locally dissipated into heat in MRI-driven turbulence and that our simulations have been run sufficiently long to achieve thermal equilibrium. During the steady state phase of the simulations, the mass loss at the radial boundaries is very small: the restoring rate is $\dot{\rho} \sim 5 \times 10^{-4} \rho_0 \Omega_0$ on average on the domain.

3.2. Turbulent fluctuations of temperature

We now focus on the local and short time evolution of T , by investigating the fluctuations of density and temperature once the mean profile has reached a quasi steady state. We define the temperature fluctuations by $\delta T = T(R, \phi, Z, t) - \overline{T}(R, t)$, where an overline indicates an azimuthal and vertical average. The magnitude of the fluctuations are plotted in figure 2. In the σ_{cold} case, the fluctuations range between 4 and 8% while they vary between 3 and 5% in the σ_{hot} case. The smaller temperature fluctuations in the latter case possibly reflect the weaker turbulent transport in the latter case, while also its greater heat capacity. The tendency of the relative temperature

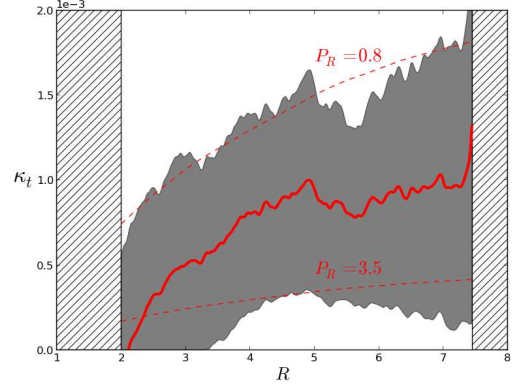


Fig. 4. Thermal diffusivity's radial profile averaged over 900 inner orbits. Dashed lines show the mean thermal diffusivity for two homogeneous α_T ($\alpha_T = 0.02$ and $\alpha_T = 0.004$). The grey area delimit one standard deviation around the mean thermal diffusivity.

fluctuations to decrease with radius is due to α decreasing outward.

These temperature fluctuations can be due to different kinds of events that act, simultaneously or not, to suddenly heat or cool the gas. Such events can, for example, be associated with adiabatic compression or magnetic reconnection. To disentangle these different possibilities, we note that turbulent compressions, being primarily adiabatic, satisfy the following relationship between δT and the density fluctuations $\delta \rho$:

$$\frac{\delta T}{T} = (\gamma - 1) \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}}. \quad (23)$$

On figure 3 we plot the distribution of a series of fluctuation events randomly selected during the σ_{hot} model in the $(\frac{\delta \rho}{\bar{\rho}}, \frac{\delta T}{T})$ plane. The dot opacity is a function of the event's radius: darker points stand for outer parts of the disk. The events are scattered around the adiabatic slope (represented with a red line), but display a large dispersion that decreases as radius increases. The difference between the disk cooling time and its orbital period is so large that the correlation should be much better if all the heating/cooling events were due to adiabatic compression. This implies that temperature fluctuations are mainly the result of isolated heating events such as magnetic reconnection. This suggestion is supported by the larger dispersion at short distance from the star, where turbulent activity is largest. However, a detailed study of the heating mechanisms induced by MRI turbulence is beyond the scope of this paper. Indeed, the low resolution and the uncontrolled dissipation at small scales – important for magnetic reconnection – both render any detailed analysis of the problem difficult. Future local simulations at high resolution and with explicit dissipation will be performed to investigate that question further.

As shown in Balbus (2004), MHD turbulence may also induce thermal energy transport through correlations between the temperature fluctuations δT and velocity fluctuations δv . For example, the radial flux of thermal energy is given by Eq. (5) of Balbus (2004):

$$F_{turb} = \frac{\bar{\rho} c_0^2}{\gamma - 1} \overline{\delta T \delta v_R}. \quad (24)$$

By analogy with molecular thermal diffusivity, we quantify the turbulent efficiency to diffuse heat using a parameter κ_T :

$$\langle F_{turb} \rangle = -\frac{\kappa_T \langle \rho \rangle c_0^2}{\gamma(\gamma - 1)} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial R}. \quad (25)$$

To make connection with standard α disk models, we introduce the parameter α_T which is a dimensionless measure of κ_T :

$$\alpha_T = \frac{\kappa_T}{\langle c_s \rangle \langle H \rangle}, \quad (26)$$

as well as the turbulent Prandtl number $P_R = \alpha/\alpha_T$ that compares turbulent thermal and angular momentum transports. We measure the turbulent thermal diffusivity in the σ_{hot} model and plot in figure 4 its radial profile and statistical deviation. For comparison, we also plot two radial profiles of κ_T that would result from constant α_T , chosen such that they bracket the statistical deviations of the simulations results. They respectively correspond to $P_R \sim 0.8$ and $P_R \sim 3.5$ (assuming a constant $\alpha = 0.02$). The large deviation around the mean value prevents any definitive and accurate measurement of P_R , but our data suggest that P_R is around unity. This is relatively close to $P_R = 0.3$ that Pierens et al. (2012) used to investigate, with a diffusive model, how the turbulent diffusivity impacts on planet migration.

Turbulent diffusion must be compared to the radiative diffusion of temperature. In the optically thick approximation, the radiative diffusivity is $\propto T^3$. One can establish, using Eq. (15), that the dimensionless measure of radiative diffusivity α_{rad} , defined similarly to α_T (see Eq. (25) and Eq. (26)), is equal to a few α . The turbulent transport of energy is then comparable to radiative transport in PP disks (see also Appendix A in Latter & Balbus 2012). Nevertheless, radiative transport is neglected in our simulations. As indicated by the discussion above, this shortcoming should be rectified in future. Note that radiative MHD simulations are challenging and Flock et al. (2013) performed the first global radiative MHD simulations of protoplanetary disks only very recently. Previous studies had been confined to the shearing box approximation (Hirose et al. 2006; Flaig et al. 2010; Hirose & Turner 2011) because of the inherent numerical difficulties of radiative simulations.

4. MHD simulations of PP disks with a dead zone

We now turn to the non-ideal MHD models in which the disk is composed of an inner turbulent region and a dead zone at larger radii. To make contact with previous work (Dzyurkevich et al. 2010; Lyra & Mac Low 2012), we first consider the case of a resistivity that is only a function of position. Such a simplification is helpful to understand the complex thermodynamics of the dead zone before moving to the more realistic case in which the resistivity is self-consistently calculated as a function of the temperature using Eq. (8).

4.1. The case of a static interface

At $t = 900$, model σ_{hot} has reached thermal equilibrium. We then set $\eta = 0$ for $R < 3.5$, and $\eta = 10^{-3}$ for $R \geq 3.5$, and restart the simulation. The higher value of η corresponds to a magnetic Reynolds number $R_m \sim c_s H / \eta \sim 10$.

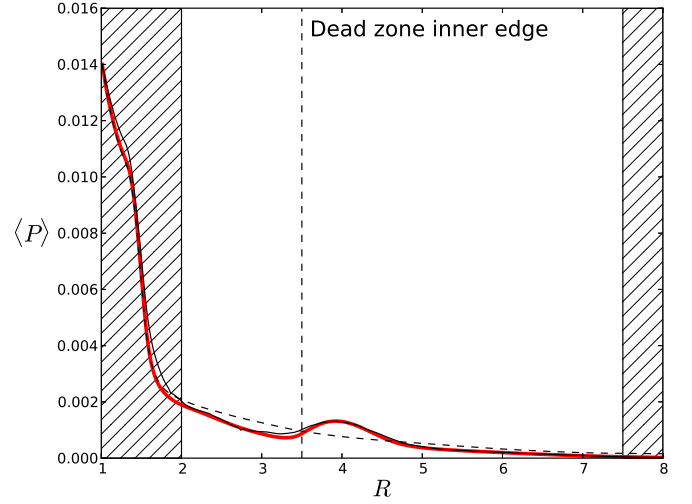


Fig. 6. Pressure profile averaged over 200 orbits after $t = 900 + \tau_{cool}(R = 7)$ in σ_{Hot} case. The black solid line shows the pressure profile 200 inner orbits after freezing the temperature in the domain. The black dashed line plots the radial temperature profile in the ideal case (i.e. without a dead zone).

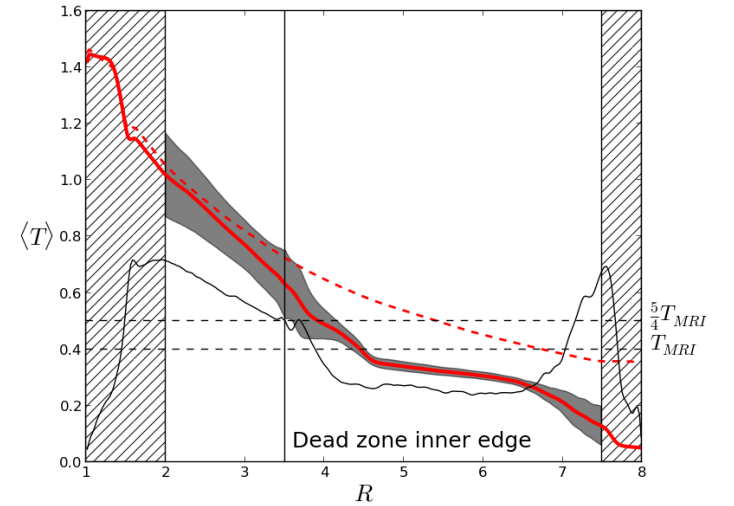


Fig. 7. The radial profile of temperature (solid red line) averaged over 200 orbits after $t = 900 + \tau_{cool}(R = 7R_0)$. The red dashed line describes the temperature profile from the ideal case and the wave-equilibrium profile is shown by the plain black line. The black dashed lines show the threshold value T_{MRI} used in section 4.3 and $(5/4)T_{MRI}$. The grey area shows the deviation of temperature at 3 sigmas. The vertical line shows the active/dead zone interface.

It is sufficient to stabilize the MRI, and as expected, the flow becomes laminar outward of $R = 3.5$ in a few orbits. The structure of the flow after 460 inner orbits (which roughly amounts to one cooling time at $R = 7$) is shown in figure 5. The left panel shows a snapshot of the radial magnetic field. The turbulent active region displays large fluctuations which can easily be identified. The interface between the active and the dead zone, defined as the location where the Maxwell stress (or, equivalently, the magnetic

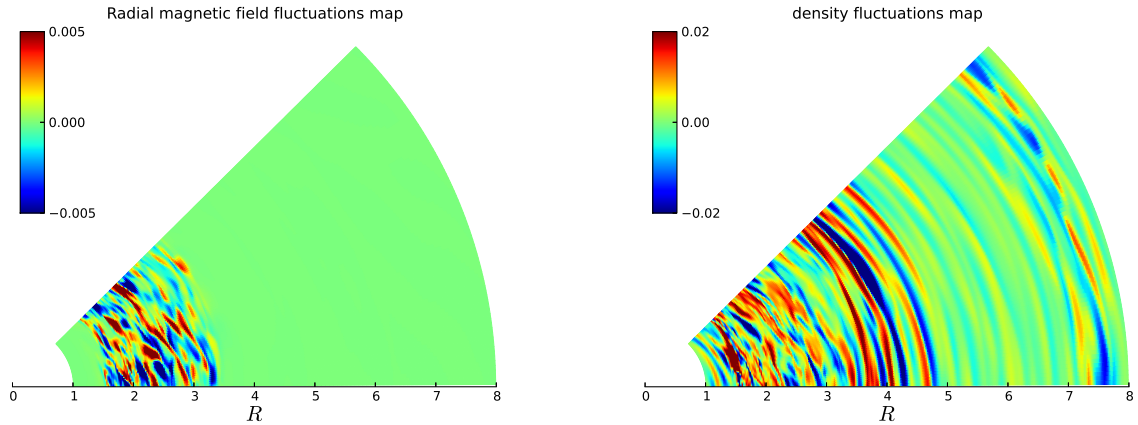


Fig. 5. $z = 0$ planar maps of radial magnetic fields fluctuation (on the left) and density fluctuations (right plot) from the σ_{hot} simulation at $t = 900 + \tau_{cool}(R = 7R_0)$.

field fluctuations) drops to zero, stands at $R = 3.5$ until the end of this *static* non-ideal simulation.

As soon as the turbulence vanishes, the sharp gradient of azimuthal stress at the interface drives a strong radial outflow. As identified by Dzyurkevich et al. (2010) and Lyra & Mac Low (2012), we observe the formation of a pressure and a density maximum near the active/dead interface. In figure 6, we present the mean pressure perturbation we obtained in that simulation. The growth time scale of that structure is so short that the source term in the continuity equation (see section 2.1) has no qualitative impact because it acts on the longer time scale τ_ρ . This feature persists even after we freeze the temperature and use a locally isothermal equation of state as shown by the black solid line. We conclude that pressure maxima are robust features that form at the dead zone inner edge independently of the disk thermodynamics.

We next turn to the temperature's radial profile. Because we expect the dead zone to be laminar, we might assume the temperature to drop to a value near $T_{min} = 0.05$ (see section 2.3). However, the time averaged temperature radial profile plotted in figure 7 shows this is far from being the case. The temperature in the bulk of the dead zone levels off at $T \sim 0.3$, significantly above T_{min} . This increased temperature cannot be attributed to Ohmic heating, since the magnetic energy is extremely small outward of $R = 3.5$ (at $R = 4$, the magnetic energy has dropped by a factor of 10^2 compared to $R = 3.5$, while at $R = 5$ it has been reduced by about 10^3). In contrast, there are significant hydrodynamic fluctuations in the dead zone, as shown on the right panel of figure 5. For example, density fluctuations typically amount to $\delta\rho/\rho$ of the order of a few percent at $R = 5$. The spiral shape of the perturbation indicate that these perturbations could be density waves propagating in the dead zone, likely excited at the dead/active interface. Such a mechanism would be similar to the excitation of sound waves by the active surface layers observed in vertically stratified shearing boxes simulations (Fleming & Stone 2003; Oishi & Mac Low 2009) and also the waves seen in global simulations such as ours (Lyra & Mac Low 2012) but performed using a locally isothermal equation of state. However, as opposed to Lyra & Mac Low (2012), the Reynolds stress associated with this waves is smaller

in the dead zone than in the active zone, and amounts to $\alpha \sim 10^{-4}$. Such a difference is likely due to the smaller azimuthal extent we use here, as it prevents the appearance of a vortex (see section 5.1 and Lyra & Mac Low 2012).

4.2. Wave dissipation in the dead-zone

It is tempting to use Eq. (22) to estimate the temperature that would result if the wave fluctuations were *locally* dissipated into heat (as is the case in the active zone). However, we obtain $T \sim 0.1$ which significantly underestimates the actual temperature. This is probably because the density waves we observe in the dead zone do not dissipate locally. We now explore an alternative model that describes their effect on the thermodynamic structure of the dead zone.

We assume that waves propagate adiabatically before dissipating in the form of weak shocks in the dead zone; this assumption is consistent with measured Mach numbers (~ 0.1) in the bulk of our simulated dead zone. A simple model for the weak shocks, neglecting dispersion, yields a wave heating rate Q_w^+ :

$$Q_w^+ = \frac{\gamma(\gamma+1)}{12} \langle P \rangle \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^3 f, \quad (27)$$

where f stands for the wave frequency (Ulmschneider 1970; Charignon & Chièze 2013). The derivation of that expression is presented in appendix B. Balancing that heating by the local cooling rate $\langle \rho \rangle \sigma T^4$ yields an estimate of the temperature's radial profile.

$$\sigma T^4 = \frac{\gamma+1}{12} \left(\frac{H}{R} \right)^2 (R\Omega)^2 \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^3 f, \quad (28)$$

where the relation between the pressure and the disk scale height has been used. This expression provides an estimate of the dead-zone temperature. If one assumes that the waves are excited around the dead-zone interface, the frequency should be of order the inverse of the correlation time τ_c of the turbulent fluctuations at that location. Such a short period for the waves, much shorter than the disk cooling time, is consistent with the hypothesis that these waves behave adiabatically. Local simulations of Fromang &

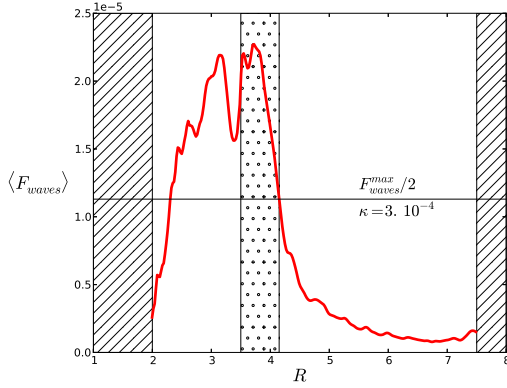


Fig. 8. Turbulent thermal flux profile averaged over 200 inner orbits after $t = 900 + \tau_{cool}(R = 7)$ from the σ_{hot} run. The central dotted region locates the percolation region behind active/dead zone interface.

Papaloizou (2006) suggest $\tau_c/T_{orb} \sim 0.15$. Given the units of the simulations, this means that we should use $f \sim 1$. Taking $\delta\rho/\rho \sim 0.1$ and $H/R \sim 0.1$, this gives $T \sim 0.25$, at $R = 5$, which agrees relatively well with the measured value. The agreement certainly supports the assumption that waves are generated at the interface.

In order to make the comparison more precise, we plot in figure 7 the radial profile of the temperature, computed using Eq. (28)³. The agreement with the temperature we measure in the simulation is more than acceptable in the bulk of the dead zone. There are however significant deviations at $R \geq 7$, i.e. next to the outer boundary. Associated with these deviations, we also measured large, but non wave-like values of the quantity $\delta\rho/\rho$ at that location (see figure 5).

In order to confirm that the outer-buffer zone is responsible for these artefacts, we ran an additional simulation with identical parameters but with a much wider radial extent. The outer-radial boundary is located at $R = 22$, and thus the outer-buffer zone extends from $R = 21.5$ to $R = 22$. The additional simulation shows that indeed the suspicious temperature bump moves to the outer boundary again. The temperature in the bulk of the dead zone, on the other hand, remains unchanged and is in good agreement with the model σ_{hot} . Further details of this calculation are given in Appendix C.

In Appendix C we show that the density wave theory can also account for the density fluctuations as a function of radius. As waves propagate, their amplitudes decrease, not least because their energy content is converted into heat. Overall, the good match we have obtained between the wave properties' radial profiles (both for the temperature and density fluctuations) and the analytical prediction strongly favour our interpretation that density waves are emitted at the active/dead zone interface and rule out any numerical artefacts that might be associated with the domain outer boundary.

The effect of the waves can be viewed as a flux of thermal energy carried outward. Such a thermal flux can be quantified using Eq. (24) and its radial profile in model σ_{hot} is shown in figure 8. It is positive and decreasing in

³ We used the azimuthally and temporally averaged simulation data for H/R and $\delta\rho/\rho$ when computing the temperature using Eq. (28)

the dead zone which confirms that thermal energy is transported from the active zone and deposited at larger radii. While it is rapidly decreasing with R , the important point of figure 8 is that it remains important in a *percolation region* outward of the dead zone inner edge (located at $R = 3.5$). Most of the wave energy that escapes the active region is transmitted to the dead zone over a *percolation length*, the size of the percolation region. We define the *percolation region* as the region inside the dead zone where the thermal transport amounts to more than half its value in the active zone. As shown by figure 8, the percolation length $l \sim 0.5$ in model σ_{hot} , which translates to about one scale height at that location.

Though the heat flux is greatest within about H of the dead zone interface, the action of the density waves throughout our simulated dead zone keeps temperatures significantly higher than what would be the case in radiative equilibrium. This would indicate that much of the dead zone in real disks would be hotter than predicted by global structure models that omit this heating source. In particular, this should have important implications for the location of the ice line, amongst other important disk features.

4.3. The case of a dynamic interface

We now move to the main motivation of this paper. At $t = 1600$ we restart model σ_{hot} but close the feedback loop between turbulence and temperature. The resistivity η is now given by Eq. (8) with $\eta_0 = 10^{-3}$. We set the temperature threshold to the value $T_{MRI} = 0.4$, i.e. slightly above the typical temperature in the dead zone (which is about 0.25 as discussed above). This set-up ensures that at least half of the radial domain is ‘bistable’, i.e. gas at the same radius can support either one of two quasi-steady stable states, a laminar cold state, and a turbulent hot state.

As seen in figure 7, the temperature exceeds T_{MRI} in the region $3.5 \leq R \leq 4.5$ at restart. Thus, we would naively expect the interface to move to $R \sim 4.5$. As shown by snapshots of the radial magnetic field fluctuations in the (R, ϕ) plane at three different times on figure 9, indeed the front moves outwards. In doing so, it retains its coherence. However, as shown by the third panel of figure 9, the turbulent front does not stop at $R \sim 4.5$ but moves outward all the way to $R \sim 5.5-6$. This is confirmed by the left panel of figure 10, in which a space-time diagram of α indicates that the front reaches its stagnation radius in a few hundred orbital periods.⁴ The following questions arise: can we predict the stalling radius? And can we understand this typical timescale? What can it tell us about the physical mechanism of front propagation?

Stalling radius: we use the mean field model proposed by Latter & Balbus (2012) to interpret our results. The front-stalling radius can be calculated from the requirement that the integrated cooling and heating across the interface bal-

⁴ To check that Eq. (8) is an acceptable simplification of the actual exponential dependence of η with temperature, we ran an additional simulation, with the same parameters as for the σ_{hot} but using Eq. (7) for η . We find no difference with our fiducial model: the front propagates equally fast and stops at $R \simeq 5.3$, i.e. almost the same radius as for the σ_{hot} case.

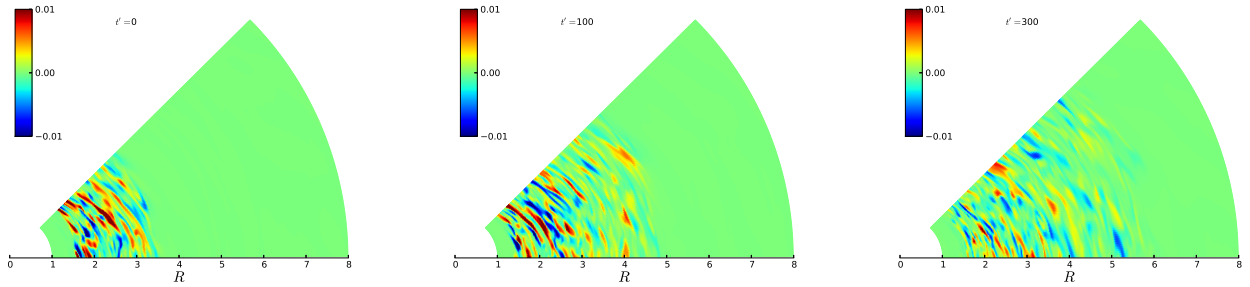


Fig. 9. Maps of radial magnetic field at different time $t = 1600 + t'$. t' is given in inner orbital time.

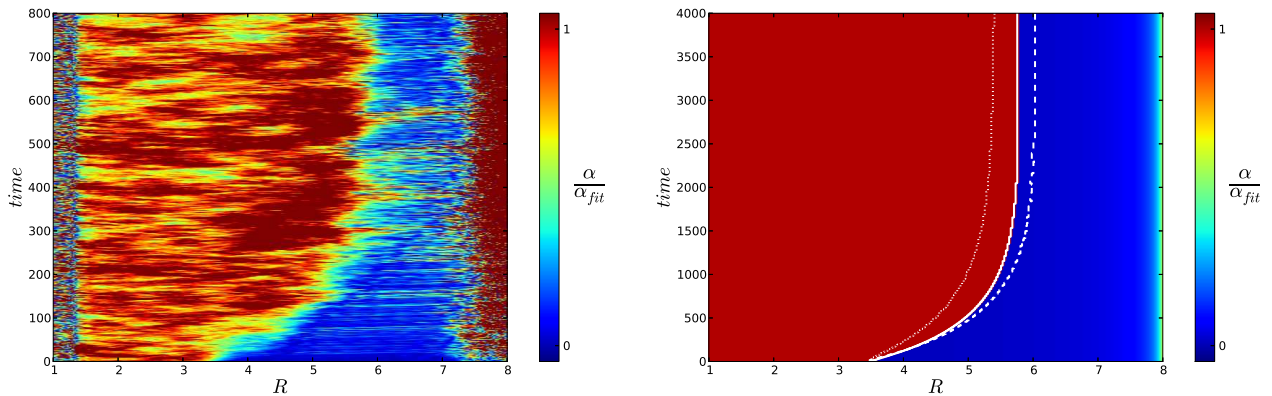


Fig. 10. Spacetime diagrams showing the turbulent activity evolution in the MHD simulation (left panel) and in the mean field model (right panel). In the case of the MHD simulation, α is averaged over Z and ϕ . In the case of the mean field model, the different white lines mark the front position for the additional models described in section 4.3. The solid line represents the case of remnant heating in the dead zone, the dashed line no remnant heating, and the dotted line the case of constant thermal diffusivity over the whole domain. Note the different vertical scales of the two panels (see discussion in the text for its origin).

ance each other:

$$\int_{T_{DZ}}^{T_A} (Q^+ - \mathcal{L}) dT = 0 \quad (29)$$

in which T_{DZ} and T_A stand for the temperature in the dead zone and in the active zone respectively. While the cooling part of the integral is well defined, the heating part Q^+ is more uncertain. It is probably a mixture of turbulent heating (with an effective α parameter that varies across the front) and wave heating such as described in section 4.1. For simplicity, we adopt the most naive approach possible and assume that Q^+ is a constant within the front (equal to $1.5\Omega T_{R\phi}$) as long as the temperature T is larger than T_{MRI} , and vanishes otherwise. In that situation, we obtain, similarly to Latter & Balbus (2012) that the stalling radius R_c is determined by the implicit relation:

$$T_A(R_c) = \frac{5}{4}T_{MRI}. \quad (30)$$

In figure 7, we draw two horizontal lines that correspond to $T = T_{MRI}$ and $T = (5/4)T_{MRI}$. The condition given by Eq. (30) is satisfied for $R \sim 5.25$ which is very close to the critical radius actually reached in simulations (see figures 9 and the left panel of figure 10).

In order to investigate the robustness of this result, we have carried a further series of numerical experiments.

First, we have repeated model σ_{hot} using a value of $T_{MRI} = 0.46$ (instead of $T_{MRI} = 0.4$). According to figure 7, we expect the interface now to propagate over a smaller distance. As shown by the left hand side panel of figure 11, this is indeed the case: the front stalls at $R \sim 5$ which is precisely the position where $T = (5/4)T_{MRI}$.

We also computed two analogues of those models with σ_{cold} . This was done as follows: after the σ_{cold} ideal MHD simulation has reached a quasi thermal equilibrium ($t = 900$), we introduced a static dead zone from $R = 3.5$ to the outer boundary of the domain and we restarted this simulation. We waited for thermal equilibrium to close the feedback loop at $t = 1600$. We used $T_{MRI} = 0.1$. A front propagates until the critical radius $R \sim 6.5$. It is as fast as the front of the σ_{hot} case. We show in the middle panel of figure 11 that, in accordance with the previous result, the front stops close to the critical radius predicted by Eq. (30). We repeated the same experiment using $T_{MRI} = 0.13$ and show on the right panel of figure 11 that the front stalling radius is again accounted for by the same equation.

To summarize, the front stops close to the predicted value in every simulations we performed. This shows that the equilibrium position of a dead zone inner edge can be predicted as a function of the disk's radiative properties and thermal structure. It is robust, and in particular does

not depend on the details of the turbulent saturation in our simulations (such as the radial α profile).

Front speed and propagation: the previous result is based on dynamical systems arguments. A front is static at a given radial location if the attraction of the active turbulent state balances the attraction of the quiescent state. However, the argument does not help us identify the front propagation speed. In order to understand its dynamics, we ran a set of mean field simulations akin to the ‘slaved model’ in Latter & Balbus (2012) but using parameters chosen to be as close as possible to model σ_{hot} . We solve the partial differential equation for the temperature (we have dropped the overbar here for clarity):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 1.5\Omega T_{R\phi} - \frac{\gamma(\gamma-1)\sigma}{c_0^2}(T^4 - T_{min}^4) + \frac{\kappa_T}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial T}{\partial R} \right). \quad (31)$$

To solve that equation, we have used the heating term measured during the ideal MHD simulation σ_{hot} (see section 3). The thermal transport of energy is modeled by a simple diffusive law that is supposed to account for turbulent transport. As discussed in section 4.1, the dead zone is heated by waves excited at the dead/active interface. It is thus highly uncertain (and one of the purpose of this comparison) whether a diffusive model adequately describes heat transport of this fashion. The value for κ_T is chosen so heat diffusion gives the same mean flux of thermal energy as measured in our simulation (shown in figure 8). We have simplified the radial profile in that plot and have assumed that the thermal flux vanishes outward of the percolation region but is uniform in the active zone and in the percolation region:

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_0 & \text{if } R < R_f(t) + L_p \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (32)$$

The front location $R_f(t)$ is evaluated at each time step. It is the smallest radius where $T < T_{MRI}$. As in the MHD simulation, we used $T_{MRI} = 0.4$ and $T_{min} = 0.05$. When $L_p = 0$, we have found the dead zone inner edge is static regardless of the value of κ_0 . As expected, the front displacement requires the active and the dead zone to be thermally connected. We have thus used a percolation length $L_p = 0.5$ and a value of $\kappa_0 = 2.5 \times 10^{-4}$ in the active part of the disk which matches the thermal flux at the outer edge of the percolation region (see figure 8). The simulation is initialized with the same physical configuration as the MHD simulation: a dead zone extends from $R = 3.5$ to $R = 8$ and is in thermal equilibrium. As shown on the right panel of figure 10, we find that a front propagates outward. The *critical radius* $R_c \simeq 5.5 - 6$ is in agreement with the results of the simulation and with the argument based on energy conservation detailed above. However, there is clearly a difference in the typical timescale of the propagation: the front observed in the MHD simulation propagates five time faster than the front obtained in the mean field simulation.

In order to check the sensitivity of this results to some of the uncertain aspects of the mean field model, we have run three additional mean field simulations similar to that described above. In these additional models, we change one parameter while keeping all others fixed. In the first model, we have changed the minimum value of the temperature $T_{min} = 0.3$ (this is a crude way to model the effect of the

dead zone heating at long distances from the interface). In the second model, we have used $\kappa_0 = 5 \times 10^{-4}$. In the last model, we have used $L_p = +\infty$, thereby extending turbulent heat transport to the entire radial extent of the simulation. The results are shown on the right panel of figure 10: in all cases, the front propagates outward slower than observed in the MHD simulation.

A slow front velocity is thus a generic feature of the diffusive approximation to heat transport. But conversely, it reveals that the fast fronts mediated by real MRI turbulence are controlled by non-diffusive heat transport. This in turn strongly suggests that the front moves forward via the action of fast non-local density wave heating, and not via the slow local turbulent motions of the MRI near the interface, as originally proposed by Latter & Balbus (2012). The transport via density waves occurs at a velocity of order c_s . Thus, it takes a time $\Delta t_{waves} \sim H/c_s \simeq \tau_{orb}/2\pi$ for thermal energy to be transported through the percolation length $L_p \sim H$. This is shorter than the typical diffusion time over the same distance $\Delta t_{diff} = H^2/\kappa > 100/2\pi\tau_{orb}$ at $R = 3.5$, for the values of κ used in Eq (31).

5. Instability and structure formation

Other issues that can be explored through our simulations are instability and structure formation at the dead/active zone interface and throughout the dead-zone. The extremum in pressure at the interface is likely to give rise to a vortex (or Rossby wave) instability (Lovelace et al. 1999; Varnière & Tagger 2006; Meheut et al. 2012). On the other hand, the interface will control both the midplane temperature and density structure throughout the dead zone; it hence determines the magnitude of the squared radial Brunt-Väisälä frequency $\langle N_R \rangle$. The size and sign of this important disk property is key to the emergence of the sub-critical baroclinic instability and resistive double-diffusive instability in the dead zone (Lesur & Papaloizou 2010; Latter et al. 2010; Klahr & Bodenheimer 2003; Petersen et al. 2007b,a). In this final section we briefly discuss these instabilities, leaving their detailed numerical analysis for a future paper.

5.1. Rossby wave instability

The Rossby wave instability has been studied recently by Lyra & Mac Low (2012) with MHD simulations that use a locally isothermal equation of state and a static dead zone. Vortex formation mediated by the Rossby wave instability was reported: a pressure bump forms at the interface which then triggers the formation of a vortex. It is natural to wonder how these results are modified when better account is made of the gas thermodynamics.

In our simulations of a static dead zone (section 4.1), we also find that pressure maxima form. Even with a T dependent η , the bumps survive as the interface travels to its stalling radius. Moreover, the amplitude of the pressure bump is not modified compared to those observed in simulations of static dead zones. On account of the reduced azimuthal extend of our domains, no large-scale vortices formed. (The reduced azimuth was chosen so as to minimize the computational cost of our simulations.) In order to observe the development of the Rossby wave instability we performed one run identical to the σ_{hot} simulation ex-

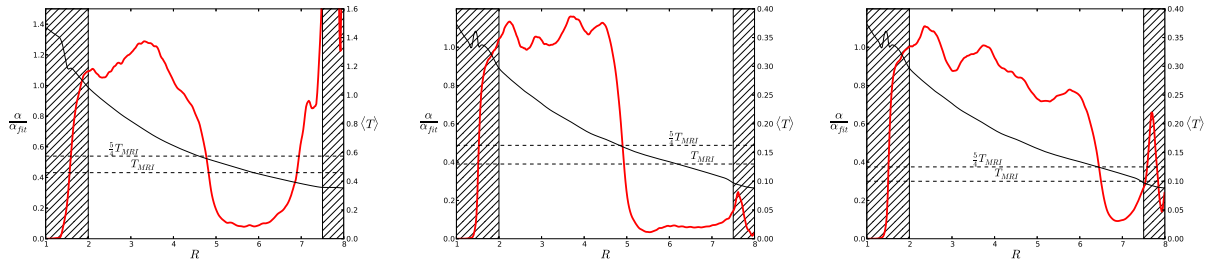


Fig. 11. α profiles averaged over 100 orbits after the fronts have reached their final position (α values are listed on the left axis). Left panel: σ_{hot} simulation which $T_{MRI} = 0.46$. Middle and right panel: σ_{cold} simulation which $T_{MRI} = 0.1$ and $T_{MRI} = 0.13$ respectively. The black plain lines remind the temperature profiles from ideal cases. Black dashed lines show the threshold value T_{MRI} and $5/4T_{MRI}$. The temperature values are listed on the right axis

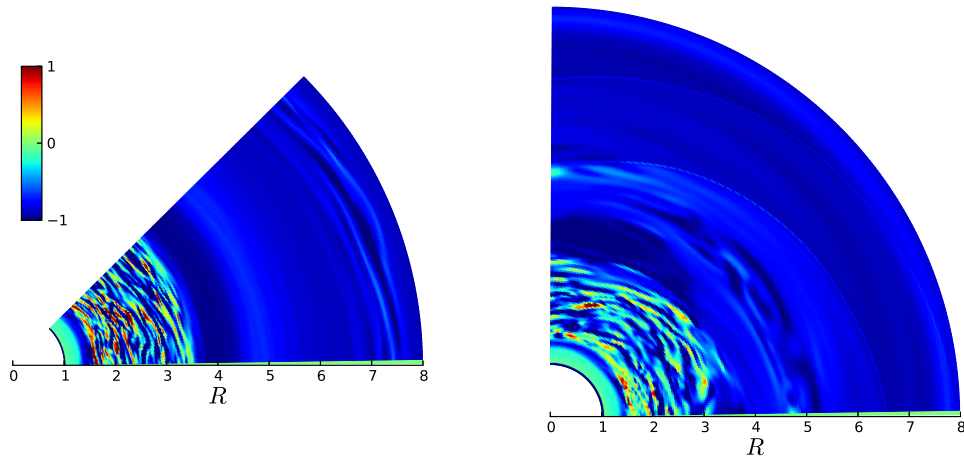


Fig. 12. Vortensity ($(V - V_{init})/V_{init}$) map in the disk (R, ϕ) plane. The left panel shows the midplane vortensity in the σ_{hot} simulation with the small azimuthal extent. The right panel shows the midplane vortensity in the σ_{hot} simulation which has $\phi \in [0, \pi/2]$

cept we extended the azimuthal domain: $\phi = [0, \pi/2]$. The η was a given function of position as in Section 4.1, thus the dead/active zone interface was fixed. The right panel of figure 12 shows a late snapshot of this run, in which a vortex has appeared similar to those observed by Lyra & Mac Low (2012). It survives for many dynamical timescales. Consistent with the results of Lyra & Mac Low (2012), we measure $\alpha \simeq 0.01$ in the dead zone. This is two orders of magnitude larger than in the σ_{hot} model. The dead zone is consequently much hotter in this simulation, which means the vortex plays a crucial role in both accretion and the thermal physics of the dead zone. Simulations are currently underway to investigate the robustness of this results and the vortex survival when we close the feedback loop (setting $\eta = \eta(T)$). This will be the focus of a future publication.

5.2. Subcritical baroclinic and double-diffusive instabilities

Another potentially interesting feature of the interface is the strong entropy gradient that might develop near the interface. It could also impact on the stability of the flow on shorter scales, giving rise potentially to the baroclinic instability (Lesur & Papaloizou 2010; Raettig et al. 2013) or to the double-diffusive instability (Latter et al. 2010).

Both instabilities are sensitive to the sign and magnitude of the entropy gradient, which is best quantified by the Brunt-Väisälä frequency N_R :

$$\langle N_R \rangle^2 = -\frac{1}{\gamma \langle \rho \rangle} \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial R} \frac{\partial}{\partial R} \ln \frac{\langle P \rangle}{\langle \rho \rangle^\gamma}. \quad (33)$$

In general, we find that $\langle N_R \rangle^2$ takes positive values of order 10–20% of the angular frequency squared. Negative values sometimes appear localized next to the interface. Positive values rule out both the baroclinic instability and the double-diffusive instability, and indeed, we see neither in the simulations. However, we caution against any premature conclusions about the prevalence of these instabilities in real disk. First, the source term in the continuity equation might alter the density radial profile and, consequently, the Brunt-Väisälä frequency in the dead zone. Second, it is well known that these instabilities are sensitive to microscopic heat diffusion. We do not include such a process explicitly in our simulations. Instead, there is numerical diffusion of heat by the grid, the nature of which may be unphysical. Both reasons preclude definite conclusions at this stage. Dedicated and controlled simulations are needed to assess the existence and nonlinear development of these instabilities in the dead zone.

6. Conclusion

In this paper, we have performed non-ideal MHD simulations relaxing the locally isothermal equation of state commonly used. We have shown the active zone strongly influences the thermodynamic structure of the dead zone via density waves generated at the interface. These waves transport thermal energy from the interface deep into the dead zone, providing the dominant heating source in its inner $20H$. As a consequence, the temperature never reaches the very low level set by irradiation. In the outer regions of the dead-zone, however, temperatures will be set by the starlight reprocessed by the disk's upper layers (Chiang & Goldreich 1997; D'Alessio et al. 1998). It is because the wave generation and dissipation is located at the midplane that waves should so strongly influence the thermodynamic structure of the dead zone. Note also that density waves generated by the dead/active zone edge are stronger than those excited by the warm turbulent upper layers of the disk as seen in stratified shearing box (Fleming & Stone 2003).

Another result of this paper concerns the dynamical behaviour of the dead-zone inner edge. We find the active/dead interface propagates over several H (i.e. a few tens of an au) in a few hundreds orbits. All the simulated MRI fronts reached a final position that matched the prediction made by a mean field approach (Latter & Balbus 2012), which appeals to dynamical systems arguments. As the gas here is bistable, it can fall into either a dead or active state; the front stalls at the location where the non-linear attraction of the active and dead states are in balance. In contrast, the mean-field model fails to correctly predict the velocity of the simulated fronts. We find that a diffusive description of the radial energy flux yields front speeds that are too slow. In fact, the simulations show that fronts move rapidly via the efficient transport of energy by density waves across the interface. Fronts do not propagate via the action of the slower MRI-turbulent motions.

In addition, we have used our simulations to probe the thermal properties of turbulent PP disks. We have constrained the turbulent Prandtl number of the flow to be of order unity. We have also quantified the turbulent fluctuations of temperature: they are typically of order a few percent of the local temperature. However, their origin – adiabatic compression vs. reconnection – is difficult to assess using global simulations. In-depth dedicated non-isothermal shearing-box simulations will help to distinguish the dominant cause of the temperature fluctuations. Finally, we have made a first attempt to estimate the radial profile of the radial Brunt-Väisälä frequency N_R in the dead zone. This quantity is the key ingredient for the development of both the subcritical baroclinic instability and the resistive double-diffusive instability. We find that N_R can take both positive and negative values at different radii; but we caution that these preliminary results require more testing with dedicated simulations.

Several improvements are possible and are the basis of future work. As discussed in section 5, one obvious extension is to investigate the fate and properties of emergent vortices at the dead-zone inner edge. This can be undertaken with computational domains of a wider azimuthal extent. Such simulations may investigate the role of large-scale vortices, and the waves they generate, on the thermodynamic structure of the dead-zone. They can also observe

any feedback of the thermodynamics on vortex production and evolution. We also plan to investigate other magnetic field configurations. For example, vertical magnetic fields might disturb the picture presented here because of the vigorous channel modes that might develop in the marginal gas at the dead-zone edge (Latter, Fromang, & Gressel, 2010). Such an environment may militate against the development of pressure bumps and/or vortices.

Our results, employing the cylindrical approximation, represents a thin region around the PP disk midplane. These results must be extended so that the vertical structure of the disk is incorporated. An urgent question to be addressed is the location of density wave dissipation in such global models. Waves can refract in thermally stratified disks and deposit their energy at the midplane or in the upper layers depending on the type of wave and the stratification (Bate et al. 2002, and references therein). In particular, Bate et al. demonstrate that large-scale axisymmetric (and low m) density waves (f^e modes) propagate upwards, as well as radially, until they reach the upper layers of the disk, at which point they transform into surface gravity waves and propagate along the disk surface. But this is only shown for vertically polytropic disks in which the temperature decreases with z and for waves with relatively low initial amplitudes. In PP-disk dead zones we expect the opposite to be the case, and it is uncertain how density waves behave in this different environment.

Finally, in this work we have increased the realism of one aspect of the physical problem, the dynamics of the turbulence, (via direct MHD simulations of the MRI), but have greatly simplified the physics of radiative cooling. As a result, the simulations presented here are still highly idealized and several improvements should be the focus of future investigations. For example, our approach completely neglects the fact that dust sublimates when the temperature exceeds ~ 1500 K. As a result, the opacity drops by up to four orders of magnitude with potentially dramatic consequences for the disk energy budget (leading to an increase of the cooling rate Q_- of the same order, as opposed to our assumption of a constant σ). The radial temperature profile of our simulations indicates that the sublimation radius should be located 3–5 disk scaleheights away from the turbulent front. Given that the dominant dynamical process we describe here is mediated by density waves characterized by a fast timescale (compared to the turbulent and radiative timescales), we do not expect the front dynamics to be completely altered. Nevertheless, the relative proximity between the sublimation radius and the turbulent front is still likely to introduce quantitative changes. Clearly, the thermodynamics of that region is more intricate than the simple idealized treatment we use in this work. This further highlights the need, in future work, for a more realistic treatment of radiative cooling (for example using the flux limited diffusion approximation with appropriate opacities, in combination with vertical stratification. Such simulations will supersede our heuristic cooling law with its constant σ parameter. They are an enormous challenge, but will be essential to test the robustness of the basic results we present here.

ACKNOWLEDGMENTS

JF and SF acknowledge funding from the European Research Council under the European Union's Seventh

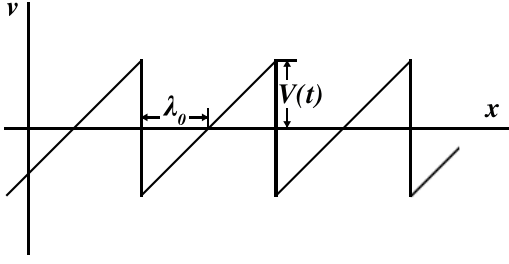


Fig. B.1. The velocity fluctuations profile: Series of “teeth” modelling the wave shocks.

Framework Programme (FP7/2007-2013) / ERC Grant agreement n 258729. HL acknowledge support via STFC grant ST/G002584/1. The simulations presented in this paper were granted access to the HPC resources of Cines under the allocation x2012042231 and x2013042231 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif).

Appendix A: Opacity law in the buffer zones

Here, we give the functional form of σ we used to prevent the temperature to drop at the inner edge of the simulation.

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_0 \left(1 - \frac{R}{2R_0}\right)^{-4} & \text{if } R < 2R_0 \\ \sigma_0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

where σ_0 stands for σ_{hot} or σ_{cold} depending on the model. The value of σ is kept constant in the outer buffer.

Appendix B: Wave heating

The large-scale density waves witnessed in our simulations develop weak-shock profiles, which are controlled by a competition between nonlinear steepening and wave dispersion. Keplerian shear may also play a role as it ‘winds up’ the spiral and decreases the radial wavelength; though by the time this is important most of the wave energy has already dissipated.

A crude model that omits the strong dispersion inherent in our large-scale density waves nevertheless can successfully account for the energy dissipation in the simulations. In such a model the density wave profiles are dominated by steepening and can thus be approximated by a sawtooth shape propagating at the sound speed velocity c_s (see figure B.1). The evolution of the amplitude of such isentropic waves is given by Landau & Lifshitz (1959). In the wave frame of reference, the gas velocity at the shock crest evolves over time as the shock wave dissipates:

$$v(t) = \frac{v_0}{1 + \frac{(\gamma+1)}{2\lambda_0} v_0 t}, \quad (\text{B.1})$$

where v_0 is the excitation amplitude of the wave and λ_0 its wavelength, assumed to be conserved over the wave propagation. The mean mechanical energy embodied in one wave period at time t is given by an integral over radius:

$$E_t = \frac{\rho}{\lambda_0} \int_{-\lambda_0/2}^{\lambda_0/2} \left(\frac{R}{\lambda/2} - 1\right)^2 v(t)^2 dR = \frac{1}{12} \rho v(t)^2 \quad (\text{B.2})$$

where λ is the wavelength at time t . We next compute the mechanical energy radial flux through a unit surface:

$$F_R = E_t c_s = \frac{\rho v(t)^2 c_s}{12} = \frac{\gamma P_0 c_s}{12} \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2 \quad (\text{B.3})$$

where $\delta\rho$ is the difference between the shocked and pre-shocked density. To compute the last equality, we have used the fact that, under the weak shock approximation, the wave evolution is isentropic and thus $\delta\rho/\rho = v/c_s$ (Landau & Lifshitz 1959). The wave energy and its flux are related through the following conservation law:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial R F_R}{\partial R} = 0, \quad (\text{B.4})$$

while the dissipation rate of the wave is expressed using the mechanical energy conversion into heat per unit time:

$$D = \frac{\partial E_t}{\partial t} = \frac{1}{12} \rho v \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\gamma(\gamma+1)}{12} P_0 \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^3 f \quad (\text{B.5})$$

where $f = c_s/\lambda_0$ is the wave frequency. We used the density fluctuations in our simulations as the difference between the shocked and pre-shocked density to estimate the local wave heating in Eq. (27).

In addition to that estimate, the thermal energy flux divergence can be used, through Eq. (B.4), as a way to estimate the radial variation of the wave amplitude:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial R F_R}{\partial R} &= \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{\gamma P_0 c_s R}{12} \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2 \right] \\ &= \frac{\gamma P_0 c_s}{12} \left[\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2 \frac{1}{P_0} \frac{\partial P_0}{\partial R} + \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2 \frac{1}{c_s} \frac{\partial c_s}{\partial R} \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right) \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right) + \frac{1}{R} \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

This must equal the energy rate released as thermal heat given by $-D$. Combining the last two expression thus provides an expression for the radial decay of the wave amplitude:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right) = \left(\frac{\delta\rho}{2\rho}\right) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{P_0} \frac{\partial P_0}{\partial R} - \frac{1}{P_0} \frac{\partial c_s}{\partial R} - \frac{\gamma+1}{c_s} \frac{\delta\rho}{\rho} f\right). \quad (\text{B.7})$$

The first term is the geometrical term that described the wave dilution as it propagates cylindrically. The second and third terms are specific to waves propagating in stratified media where mean pressure and sound speed are not uniform. Finally, the last term of the right hand side of this equation reflects the wave damping by shocks. In our simulations, all four terms are of comparable importance.

Appendix C: Model with an extended radial extent

In this section of the appendix we describe the results obtained in the radially extended σ_{hot} run. We initiated MHD turbulence in that model in the absence of any dissipative term until the region between $R = 1$ and $R = 3.5$ has reached thermal equilibrium ($t = 900$). At that point, we set $\eta_0 = 10^{-3}$ for $R \geq 3.5$. As expected, a dead zone quickly appeared at those radii. Because of the prohibitive computational coast of that simulation (there are 960 cells in the

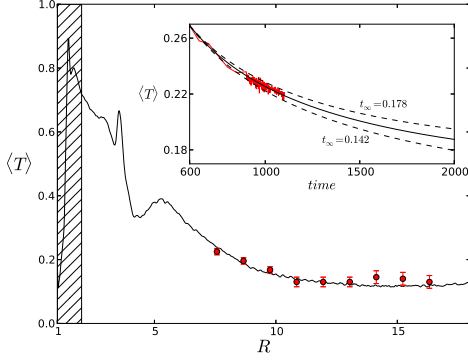


Fig. C.1. Temperature profile $\langle T \rangle$ averaged over 200 orbits after $t = 900 + \tau_{cool}(R = 7)$ obtained in the extended σ_{hot} case. The black line show wave-equilibrium temperature profile. Red dots show the extrapolated temperature for 7 radii. The inserted frame show in red the temperature evolution \overline{T} after $t = 900$ at $R = 9.8R_0$ in the extended σ_{hot} simulation. On this subplot, the black plain line shows the accurate fit and the black dashed lines show the two extreme fits used to determine the measurement error.

radial direction!), we were not able to run that model until thermal equilibrium is established at all radii. Indeed, the cooling time becomes very long at large radius. Instead, we followed the time evolution of the temperature at nine locations in the dead zone. Due to the absence of turbulent heating, we found that the temperature slowly decreases with time. Assuming this decrease is due to a combination of cooling (resulting from the cooling function) and wave heating, it can be modelled using the following differential equation

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\gamma(\gamma-1)\sigma_{hot}}{c_0^2} T^4 + Q_w^+. \quad (\text{C.1})$$

where the term Q_w^+ accounts for the (unknown) wave heating. We fitted the time evolution of the temperature during the duration of the simulation (~ 1000 orbits) in order to obtain a numerical estimate of Q_w^+ at those nine locations. An example of that fit is provided in the insert of figure C.1. Using these value, we can obtain an estimate for the equilibrium temperature in the dead zone, as shown on figure C.1. The comparison with the estimate of Eq. (28) provided by the black line is excellent everywhere in the dead zone.

As a sanity check, we test here if the wave amplitude decreases as their energy content is converted into heat. We show on figure C.2 the mean density fluctuation profile obtained in the extended σ_{hot} simulation. It exhibits two maxima close to the dead zone inner edge located at $R_{(g,1)}$ and $R_{(g,2)}$ and the amplitude decay with radius. The reason why we see two such maxima is not clear but might be due to waves originated at the dead/active interface as well as waves excited as the location of the pressure maximum. In any case, we found that modelling the amplitude of fluctuations as the signature of a combination of two waves generated at $R_{(g,i)}$ gives acceptable results. We use an explicit scheme to numerically integrate Eq.(B.7) from the wave generation locations $R_{(g,i)}$. The two waves are excited with the amplitude measured at $R = R_{(g,i)}$ with the frequency $1/f = 0.15\tau_{cool}(R_{(g,i)})$. We plot the solution thus obtained on figure C.2. The good agreement between the

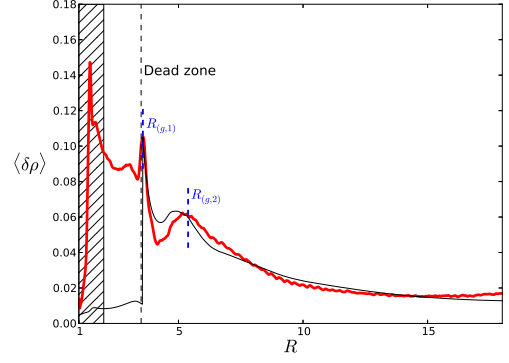


Fig. C.2. Profile of density standard deviation $\langle \delta \rho \rangle$ averaged over 200 inner orbits after $t = 900 + \tau_{cool}(R = 7)$ in the extended σ_{hot} case. The black plain line shows the density fluctuation amplitude deducted from the two waves model. The excitation locations used in the two waves model are shown by blue dashed lines.

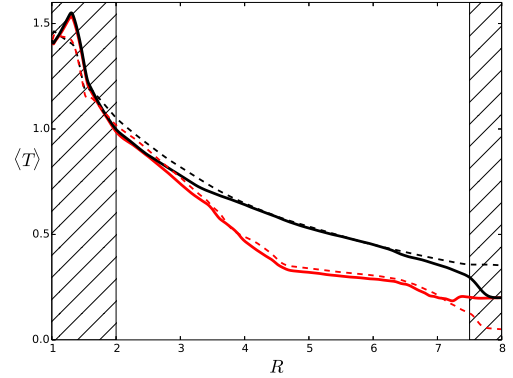


Fig. D.1. Profiles of temperature $\langle T \rangle$ averaged over 100 inner orbits after $t = 700$ and $t = 1000$ in the highly resolved σ_{hot} case (plain lines). The dashed lines remind the temperature profiles obtained with the low resolution run. For both resolutions, the temperature in the ideal case is shown by a red line and the temperature in the static dead zone case is shown by a black line.

analytical solution and the profile gives a final confirmation that waves control the dead zone thermodynamics.

Appendix D: Simulation with a higher resolution

Here we present a brief test of the impact of spatial resolution on our results. We have restarted the σ_{hot} run from the thermal equilibrium of the ideal MHD case ($t = 600$) and the static dead zone case ($t = 900$), with twice as many cells in each direction. The resolution is (640, 160, 160). We show the averaged temperature profile of both cases on figure D.1. Because of the large computational cost, each models are integrated for 200 orbits and time averages are only performed over the last 100 orbits. The temperature profiles of each case are very close to those obtained with the fiducial runs. We conclude that resolution has little impact on our results.

Erratum La relation entre les fluctuations de température et de densité donnée page 95 (Eq. 23 de l'article) n'est pas correcte dans une description Eulerienne du mouvement. En effet, dans un fluide qui n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur l'équation d'évolution de la quantité $T/\rho^{\gamma-1}$, qui est conservée, est :

$$\frac{\partial T/\rho^{\gamma-1}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) T/\rho^{\gamma-1} = 0. \quad (5.1)$$

Il n'y a donc pas de relation simple qui lie les variations locales de T et de ρ . La discussion sur la nature des fluctuations turbulentes qui s'appuie sur l'équation (23) et la figure 3 de l'article n'est donc pas justifiée.

5.2 Résultats

Cette section résume les principaux résultats obtenus au cours de cette étude.

5.2.1 Thermodynamique du disque turbulent

Dans la simulation du modèle IDEAL (disque non résistif), l'écoulement est complètement turbulent. La température résulte de l'équilibre entre le chauffage turbulent et le refroidissement (Eq.4.25). Le profil moyen de température est mesuré en régime stationnaire, plusieurs centaines d'orbites après le début de la simulation. Il est en très bon accord avec le profil de température attendu dans un modèle α du disque, à condition de tenir compte de la variation constatée de α avec le rayon (voir figure 1 l'article Faure et al. (2014)).

La corrélation des fluctuations de vitesse radiale et de température au temps t est moyenné sur Z et ϕ : $\langle \delta v_R \delta T \rangle_{\phi, Z}$. Le flux d'énergie thermique associé (Eq.1.85) est quantifié par le paramètre κ_T (Eq.1.86). La figure 4 de l'article montre le profil radial de κ_T moyenné sur 900 orbites. L'écart type des variations de κ_T autour de la valeur moyenne est représenté par l'aire grisée. Dans la simulation, le nombre de Prandtl turbulent $P_R = \langle \alpha \rangle / \langle \alpha_T \rangle^1$, qui compare l'efficacité du transport turbulent de moment cinétique et de chaleur dans le disque, est proche de l'unité : $0.8 < P_R < 3.5$.

Les fluctuations turbulentes distribuent donc le moment cinétique et la chaleur avec une efficacité similaire.

5.2.2 Thermodynamique de la zone morte

L'état stationnaire du disque obtenu dans la simulation IDEAL fournit les conditions initiales de la simulation du modèle de disque IE-FIX. La position du bord interne de la zone morte est fixée en $R_{DZ} = 3.5 R_0$. En quelques temps dynamiques, l'écoulement dans la région résistive devient laminaire : une zone morte s'étend de $R = 3.5 R_0$ au bord externe du domaine pour toute la durée de la simulation. Privée du chauffage turbulent, cette zone se refroidit. La position du bord interne de la zone morte est fixe. Il se forme derrière l'interface, un maximum de densité et un maximum de pression (figure 6 de l'article).

1. Rappel : la notation $\langle X \rangle$ désigne la moyenne temporelle de X

Plusieurs temps de refroidissement après le début de la simulation, la température dans la zone morte se stabilise. La figure 7 de l'article montre que la température dans la zone morte est autour de $5T_{\min}$. La zone morte est anormalement chaude par rapport au minimum de température imposé par la fonction de refroidissement (Eq.4.25). La température est aussi étonnamment élevée par rapport à la valeur de α dans la zone morte car selon l'équation (4.29), la température devrait être proche de T_{\min} .

On explique l'anomalie de température de la zone morte par la présence d'ondes de choc générées au bord interne.

Les cartes des fluctuations de densité (voir figure 5 de l'article par exemple) affichent un motif d'ondes spirales dans la zone morte. La forme du profil radial des fluctuations de densité dans la zone morte évoque la propagation d'ondes de choc. On démontre que la dissipation de l'énergie transportée par les ondes dans un modèle simple d'onde de choc en dent de scie rend compte de la chaleur de la zone morte (Fig.7 de l'article). L'amortissement de l'onde à mesure qu'elle se propage dans la zone morte est cohérent avec le taux de dissipation d'énergie (voir figures C.1 et C.2 de l'article). Le flux moyen d'énergie thermique généré par les fluctuations (turbulence et ondes) est représenté sur la figure 8 de l'article. Le flux chute brutalement dans la zone morte mais seulement au delà d'une certaine distance L_p appelée "longueur de pénétration".

Le paragraphe de la section 3.1.2 à propos de la SBI évoquait la possibilité que les profils de pression et de densité au bord interne soient propices au développement de cette instabilité. La figure 5.1 montre que, à l'équilibre thermique, le carré de la fréquence de Brunt-Väisälä est effectivement négatif au niveau du bord interne. Ce constat ne garantit pas l'instabilité de l'écoulement et la formation de vortex au bord interne car la diffusion de la température, absente du modèle IE-FIX, en est un ingrédient tout aussi essentiel. La diminution rapide de N^2 au bord externe du domaine est un effet des conditions limites utilisées (voir annexe C).

5.2.3 Fronts de MRI

La simulation du modèle IE-FREE est initialisée avec l'état quasi-stationnaire du disque calculé par la simulation IE-FIX. On observe que pour chaque valeur de T_{MRI} testée (voir Eq.4.39), un front de MRI se propage jusqu'au rayon critique R_c prédit par l'équation 3.42 (voir figure 10 et 11 de l'article).

Les résultats des simulations MHD sont comparés aux prédictions d'un modèle de disque 1D inspiré du modèle de [Latter et Balbus \(2012\)](#). Les caractéristiques de ce modèle, choisies de manière à faciliter la comparaison, sont détaillées ci-dessous.

Dans la limite où la réponse de la turbulence aux changements de température est quasi-instantanée², l'équation d'évolution de l'activité turbulente (3.37) devient :

$$K = \begin{cases} K_{\text{sat}} & \text{si } T > T_{\text{MRI}} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.2)$$

2. Le temps de croissance de la MRI (1 période orbitale locale) est très court devant le temps caractéristique des processus thermodynamiques (25 orbites dans la simulation MHD),

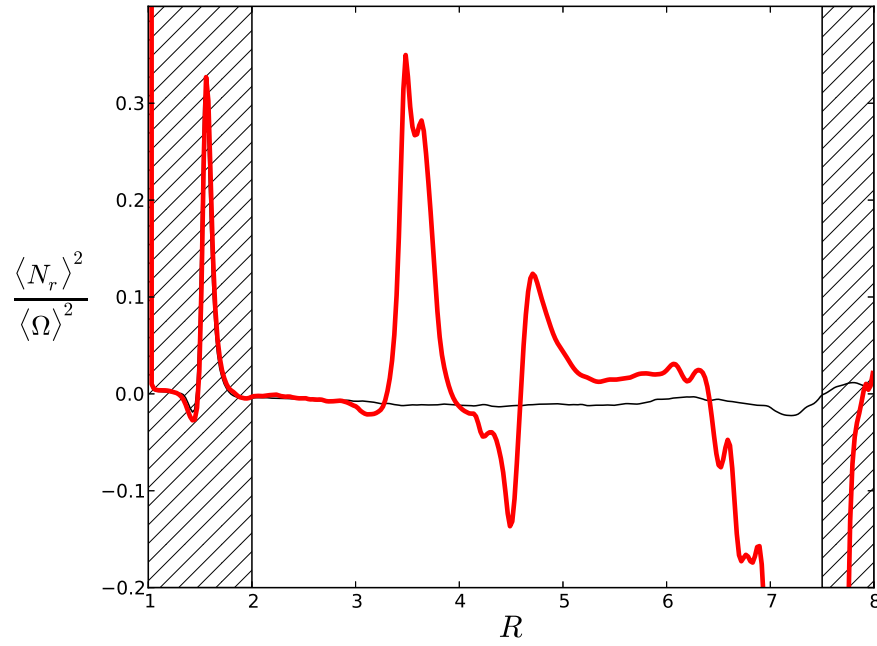


Figure 5.1 – Profil radial de N^2 moyenné dans la direction verticale et azimutale 400 orbites après le début de la simulation IE-FIX. La valeur de N^2 est normalisée par la moyenne de Ω^2 .

Cette prescription est utilisée à la place de l'équation (3.37). Les valeurs des paramètres a , h , κ_T et K_{sat} ajustent les fonctions de chauffage, de refroidissement et de diffusion de la température du modèle 1D à l'effet moyen des processus de chauffage turbulent, de refroidissement et de transport de chaleur dans la simulation MHD.

L'effet moyen du terme de refroidissement (équations (4.25) et (4.23) du modèle MHD) sur la température est :

$$\frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} = \frac{\sigma \langle \rho \rangle}{C_v} (\langle T \rangle^4 - T_{\text{min}}^4). \quad (5.3)$$

Le choix

$$a = \frac{T_0 \sigma \gamma (\gamma - 1)}{c_0^2}. \quad (5.4)$$

établit la correspondance entre les fonctions de refroidissement.

Le chauffage turbulent moyen Q_{turb} dans le modèle de disque MHD est en adéquation avec le chauffage du modèle α dont la viscosité est construite avec le profil radial moyen de alpha $\langle \alpha \rangle$ de la simulation MHD :

$$Q_{\text{turb}} = 1.5 \frac{c_0^2}{\gamma} \langle \rho \rangle \langle \alpha \rangle \langle \Omega \rangle \langle T \rangle. \quad (5.5)$$

La dépendance avec la température est conservée dans le modèle 1D :

$$h = \frac{Q_{\text{turb}}}{C_v} = (\gamma - 1) \langle \alpha \rangle \langle \Omega \rangle T. \quad (5.6)$$

avec T la température dans le modèle 1D et $K_{\text{sat}} = 1$.

La variation brutale du transport turbulent d'énergie thermique aux abords de

la zone morte est modélisée par un changement discontinu de la diffusivité. La diffusivité dans la zone active κ_0 est égale à la valeur moyenne mesurée dans la simulation IDEAL tandis que la diffusivité turbulente est nulle dans la zone morte. Le profil moyen du flux d'énergie thermique mesuré en présence d'une zone morte (Fig. 8 de l'article) nous incite à étendre la zone dans laquelle la diffusivité thermique est non nulle sur la longueur de pénétration L_p :

$$\kappa_T = \begin{cases} \kappa_0 & \text{si } R < R_f(t) + L_p \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.7)$$

La position $R_f(t)$ du front est déterminée à chaque pas de temps : c'est la frontière entre $K = K_{\text{sat}}$ et $K = 0$.

L'évolution temporelle du profil radial moyen de l'activité turbulente (figure 10 de l'article) indique la position du bord interne de la zone morte en fonction du temps. Le front de MRI observé dans la simulation MHD se propage 5 fois plus vite que le front de MRI simulé par le modèle 1D.

5.3 Conclusions, discussion et perspectives

5.3.1 Convergence numérique

Dans mes simulations globales, réalisées dans l'approximation MHD idéale, la diffusion numérique domine (voir discussion de la section 4.1.4). Il ne fait aucun doute que le profil de α et le chauffage turbulent mesurés dans mes simulations soient propres à la résolution utilisée. Il convient donc de déterminer l'impact de la résolution numérique sur les résultats annoncés.

Deux simulations additionnelles à haute résolution des modèles IDEAL et IEFIX ont été réalisées dans ce but. La figure D.1 de l'article montre les profils radiaux stationnaires de température calculés dans ces simulations avec une résolution doublée dans toutes les directions (et un temps de calcul multiplié par 16!!). Ces simulations attestent que la température moyenne dans la zone active et dans la zone morte dépend très faiblement de la résolution. La température de la zone morte étant très sensible à l'amplitude des chocs dans la zone morte ($\delta\rho/\rho$, Eq.28 de l'article), la propagation des ondes et la dissipation de l'énergie qu'elles transportent sont donc correctement calculés à la résolution initiale.

L'adéquation entre les profils de température mesurés dans les simulations MHD et les profils de température attendus dans un modèle α correspondant prouve que la perte d'énergie discutée à la section 4.2.2 est négligeable à l'échelle du temps total de simulation.

5.3.2 Fluctuations turbulentes

Je discute dans cette section les implications "périphériques" de la mesure de l'amplitude des fluctuations turbulentes de température et de la mesure de la diffusion turbulente de la chaleur. La discussion s'appuie ici sur des résultats issus de simulations conçues spécialement pour répondre à notre problématique. Les informations qu'elles fournissent sur ces problèmes connexes doivent donc être confirmées par des simulations dédiées avant de pouvoir

tirer des conclusions fermes.

Il est seulement question ici d'élargir le champ d'application des résultats obtenus. Les domaines d'application qui seront mentionnés n'ont pas été introduits dans la première partie de cette thèse. Le lecteur intéressé trouvera dans les articles de revue cités ci-après un aperçu plus détaillé des problèmes et des enjeux relatifs à ces sujets connexes.

Fluctuations de température.³ La datation et l'étude cristallographique d'échantillons météoritiques ont montré que 80% de la matière des objets les plus anciens (les météorites chondritiques) est constituée de chondres : de petites billes (100 μm à 10 mm) de roche magmatique (issues d'une phase mélangée puis refroidie) baignant dans une matrice. Les météorites chondritiques sont des fragments de corps peu massifs qui ne procèdent pas à la différenciation⁴. Les chondres qu'elles contiennent ont été conservés intacts depuis l'époque de leur formation, l'époque de la formation des planètes du système solaire.

Malgré l'exceptionnelle diversité des chondres, des caractéristiques communes existent et contraignent le contexte de formation des planétésimaux.

Notamment, les propriétés de la phase mélangée montrent que les chondres ont subi plusieurs épisodes de chauffage/refroidissement successifs autour de leur température de mélange très tôt dans leur évolution. La température de mélange des chondres (~ 1700 K) est supérieure à la température de vaporisation des silicates (~ 1400 K). La période de chaque événement est nécessairement courte pour que les chondres se mélangent sans avoir le temps de se vaporiser. La fraction non négligeable d'éléments volatiles piégée dans les chondres corrobore cette hypothèse. Le taux de chauffage/refroidissement minimal mesuré dans des expériences de laboratoire est d'environ $1000 \text{ K}\cdot\text{h}^{-1}$. Il n'existe à l'heure actuelle aucun consensus sur le modèle de formation des chondres car aucun des modèles proposés ne satisfait l'ensemble des contraintes. Le scénario principal implique la propagation d'ondes de choc dans le chauffage des chondres. On étudie ici une hypothèse alternative : le mélange des chondres via les fluctuations de température induites par la turbulence.

La figure 5.2 montre la distribution de l'amplitude des fluctuations de température à trois positions différentes du disque complètement turbulent (modèle IDEAL). La zone grisée repère les fluctuations dont l'amplitude excède 10% de la valeur moyenne en $R = 3.5 R_0$. L'aire A de la zone grisée est égale à 15% de l'aire sous la courbe. Ainsi, au rayon où $\langle T \rangle = 1550$ K, environ 15% des fluctuations ont une amplitude supérieure à 300 K. Potentiellement 15% des grains de poussière à cette distance de l'étoile subissent des variations de température de 1400 K (température de sublimation) à 1700 K (température de mélange).

Pour estimer le temps de chauffage et de refroidissement, je fais l'hypothèse que la température des chondres suit sans retard les variations de

3. Les informations contenues dans l'introduction de ce paragraphe sont extraites des articles de revue : Hewins et al. (2005) et Ciesla (2005).

4. Si la différence de poids entre les constituants des chondres est supérieure à la force de cohésion électrostatique alors les éléments lourds tombent et les éléments volatiles sont rejetés. C'est la différenciation. Si la terre s'est formée à partir de chondres, elle n'en garde plus trace à cause de la différenciation.

température du gaz. De plus, j'identifie le temps de chauffage/refroidissement au temps typique de corrélation des fluctuations turbulentes $\tau_{corr} = 0.15 \times 2\pi/\Omega$ (Fromang et Papaloizou 2006).

Dans le modèle de disque actif (voir section 3.2.3), le rayon tel que $\langle T \rangle = 1550$ K est $R_{1550} = 0.5$ ua. Le temps de corrélation à cette distance est autour de $0.15 \times 2\pi/\Omega_K(R_{1550}) = 0.05$ ans. Le taux de chauffage/refroidissement pendant une fluctuation de 300 K est donc de l'ordre de 1.4 K.h^{-1} . Le taux de refroidissement par ce processus est trop lent par trois ordres de grandeur pour capturer les éléments volatiles.

Cette estimation concerne un disque turbulent pour lequel $\langle \alpha \rangle \sim 0.02$. L'activité turbulente à saturation de la MRI est fonction de la configuration magnétique initiale (Sect.1.2.4) mais aussi de la résolution de la simulation (Sect.4.1.4). Des simulations d'un disque plus turbulent indiqueront un taux de refroidissement plus important. De plus, une estimation plus réaliste du taux de refroidissement pourrait être obtenue en ajoutant un modèle de transfert thermique entre le gaz et la poussière. Cependant, l'écart de trois ordres de grandeur entre la valeur de la simulation et la mesure en laboratoire suggère que la conclusion serait identique : les épisodes successifs de mélange des chondres ne sont pas dûs aux fluctuations turbulentes de température.

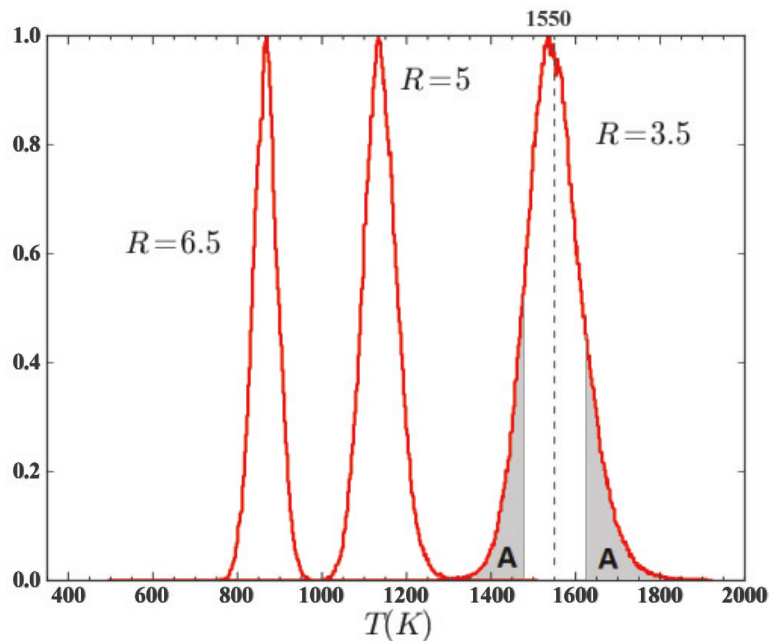


Figure 5.2 – Distributions des fluctuations turbulentes de température à trois endroits du disque complètement turbulent (simulation du modèle de disque IDEAL). L'échelle de température est fixée par $T(R = 3.5R_0) = 1550$ K. Les ailes de la distribution où les déviations à la valeur moyenne sont supérieures à 10% sont grisées. L'aire de cette surface vaut A.

Diffusion thermique turbulente et migration planétaire. Dans mes simulations MHD IDEAL, le transport de chaleur est aussi efficace que le transport de moment cinétique turbulent.

Je discute ici l'implication de ce résultat sur la migration planétaire.

Le constat troublant qu'un grand nombre de planètes géantes sont plus proches de leur étoile que ne l'est mercure du Soleil a forcé la communauté à considérer la question de la stabilité des planètes sur leur orbite. En présence d'un disque de gaz, une planète en orbite autour de son étoile est soumise à l'action de couples qui peuvent entraîner sa migration. Trois grands types de migrations ont été identifiées. On s'intéresse ici à la migration de type I, pour laquelle deux couples s'exercent sur la planète : le couple de Lindblad et le couple de corotation co-orbital.

Le couple de Lindblad.

La planète excite des ondes de densité dans le disque. Les ondes qui se propagent vers l'étoile tournent plus vite que la planète et emportent son moment cinétique. Les ondes qui se propagent vers l'extérieur tournent moins vite et accélèrent la planète dans sa rotation. L'excitation des ondes n'est pas symétrique et par conséquent le couple résultant (couple de Lindblad) est non nul et freine la planète qui migre vers l'intérieur du disque.

Le couple de corotation.

Le rayon de corotation est le rayon de l'orbite de la planète. Les particules fluides moins excentrées rattrapent la planète dans sa course. Lorsque une particule arrive au voisinage de la planète elle est accélérée dans sa rotation par le potentiel gravitationnel. La particule se retrouve par conséquent sur une orbite plus haute où elle tourne moins vite que la planète. Le bilan de moment cinétique au cours de cette interaction dépend du profil local d'entropie et de vortensité⁵. Si les gradients de ces quantités sont nuls, il n'y a pas d'échange de moment cinétique. Si le gradient d'entropie et/ou de vortensité est négatif (positif), la planète gagne (perd) du moment cinétique. Cette particule va être progressivement rattrapée par la planète. Arrivée à sa hauteur, la rotation de la particule sera freinée par le potentiel gravitationnel et elle sera replacée sur son orbite initiale. Dans le référentiel de la planète, les particules vont et viennent comme sur le schéma de gauche de la figure 5.3. La trajectoire des particules a une forme de fer à cheval dans ce référentiel. Sans autre indication, le bilan du transfert de moment cinétique entre la particule et la planète pendant un cycle est nul : la planète communique autant de moment cinétique à une extrémité du fer à cheval qu'elle en reçoit de l'autre.

Dans un disque d'accrétion, pendant son trajet entre les deux extrémités du fer à cheval, la particule migre vers l'intérieur. Le schéma de droite montre que le mouvement de la particule vers l'intérieur introduit une dissymétrie de part et d'autre du fer à cheval. La quantité de moment cinétique échangée derrière la planète (en bas sur le schéma) est plus importante que la quantité transférée de l'autre côté du fer à cheval. En résumé, la planète récupère une fraction du moment cinétique évacué par le disque d'accrétion. Le couple résultant de l'interaction avec toutes les particules au voisinage de la planète est appelé couple de corotation. Il fait migrer la planète vers l'extérieur ou l'intérieur suivant le signe des gradients d'entropie et de vortensité.

Le changement fréquent d'orbite des particules contribue à homogénéiser ces

5. Rapport de la vorticité et de la densité.

quantités au voisinage de la planète. Si les gradients s'annulent, c'est la saturation du couple de corotation. Si pendant leurs trajets entre les deux extrémités du fer à cheval les particules ont le temps de thermaliser, le gradient d'entropie est maintenu (figure 5.4). La diffusion thermique permet donc d'éviter la saturation du couple de corotation.

Pour avoir un aperçu plus détaillé du problème de la migration planétaire ainsi que pour s'informer des plus récents développements dans ce domaine, le lecteur est invité à se référer à Baruteau et al. (2013) et Baruteau et Masset (2013).

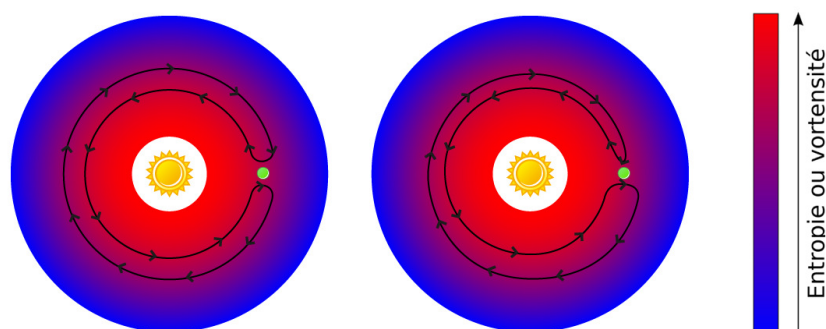


Figure 5.3 – Schéma d'un disque accompagné d'une planète (disque vert) en rotation autour d'une étoile. Le mouvement d'une particule de fluide dans le référentiel de la planète est tracé en noir. Sur le schéma de gauche, le disque n'affecte pas la trajectoire de la particule. Sur le schéma de droite, la particule évolue dans un disque d'accrétion. Le mouvement est exagéré pour des raisons évidentes de lisibilité. Le gradient radial d'entropie ou de vortacité est représenté par un dégradé de couleur du rouge au bleu. L'échelle de couleur est donnée par le cartouche latéral. Cette figure est librement inspirée de la thèse de Cossou (2013).

Récemment, Pierens et al. (2012) ont montré que des fluctuations de vitesse générées par un forçage stochastique dans une simulation de disque agrémenté d'une planète empêchent la saturation du couple. Dans leur simulation, les fluctuations de vitesse et de température diffusent le moment cinétique et la chaleur avec une efficacité telle que $P_R = 0.3$. La diffusion turbulente de température dans ma simulation MHD est, en ordre de grandeur, aussi efficace ($P_R \sim 1 \sim 0.3$). Ma simulation de disque turbulent sous l'action de la MRI accrédié la modélisation de la turbulence de Pierens et al. (2012) et, par conséquent, leur résultat.

Une mesure plus précise de la diffusion turbulente permettrait de calibrer des simulations similaires à celles de Pierens et al. (2012). Pour réduire l'écart type autour de la valeur mesurée de la diffusivité, il faudrait moyenner un plus grands nombre de données, donc intégrer les équations plus longtemps. La précision est toutefois intrinsèquement limitée par le problème de la convergence dans les simulations globales. De plus, il n'est pas possible de distinguer dans mes simulations la contribution des ondes (transport non local) de la contribution des fluctuations turbulentes (processus local) au transport d'énergie. Enfin, la diffusivité thermique est susceptible de dépendre des conditions initiales, en particulier de la configuration et de l'intensité du champ magnétique.

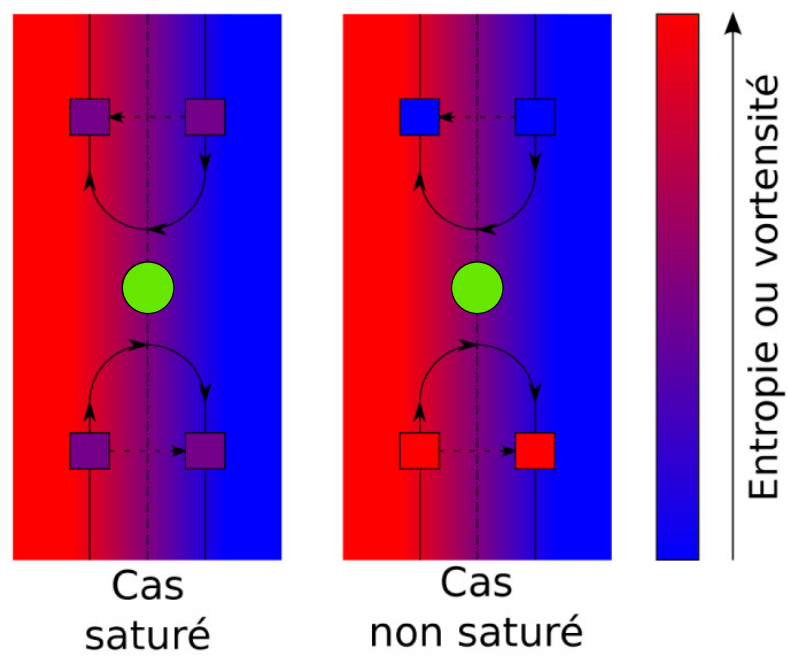


Figure 5.4 – Agrandissement de la figure 5.3 centré sur la région autour de la planète. La particule fluide est représentée par un carré dont la couleur dépend de son entropie ou de sa vortensité. Cette figure est extraite de la thèse de Cossou (2013).

5.3.3 Dynamique du bord interne de la zone morte

Propagation des fronts de MRI. Les simulations MHD du modèle IE-FREE ont confirmé le comportement dynamique du bord interne de la zone morte annoncé par [Latter et Balbus \(2012\)](#). L'équation (3.42) prédit correctement la position finale du bord interne de la zone morte. Le moteur de la migration est bien la différence d'énergie thermique disponible dans la zone active et dans la zone morte (Sect.3.3.2).

La comparaison entre la simulation du modèle IE-FREE et la simulation du modèle 1D montre que la vitesse des fronts est sensible au mode de transfert d'énergie thermique entre la zone active et la zone morte. Le transport d'énergie à travers le bord interne dans mes simulations MHD est dominé par la propagation des ondes de choc. La diffusion thermique du modèle 1D est un processus de propagation local de l'énergie. Elle échoue à modéliser le transport de chaleur par les ondes de densité. La vitesse du front ne peut donc pas être anticipée par un modèle 1D. La contribution originale des simulations MHD au phénomène des fronts de MRI est la mesure de la vitesse du front.

La dissipation du flux d'énergie porté par les ondes ne dépend pas de la résolution (voir section 5.3.1). La vitesse du front de mes simulations MHD est donc affranchie du problème de résolution.

Cependant, la fiabilité de la mesure de la vitesse du front dans les simulations MHD reste limitée par d'autres approximations :

- Dans l'approximation cylindrique, les ondes dissipent leur énergie dans le plan médian et accélèrent la propagation du front. Dans un milieu stratifié, certaines ondes de densité sont réfractées vers la surface ([Bate et al. 2002](#)). Si elles ne déposent pas leur énergie avant d'avoir atteint les couches turbulentes en surface, elles ne contribuent pas au transfert d'énergie thermique entre la zone active et la zone morte. Il faudrait cependant que le milieu soit fortement réfractaire pour que la propagation du front en soit modifiée.
- Mes simulations ne résolvent pas les équations du transport de chaleur radiatif : ce phénomène est modélisé par la fonction de refroidissement (4.25). Le coefficient de diffusion radiatif κ_{rad} correspondant peut être estimé par un bilan d'énergie. En régime stationnaire, la quantité d'énergie émise à la surface du disque ($\sigma_B T_s^4$) est égale à l'énergie totale dissipée sur la hauteur du disque et au flux d'énergie vertical. En moyenne :

$$\sigma_B \langle T_s \rangle^4 = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma (\langle T \rangle^4 - T_0^4) dZ = \kappa_{\text{rad}} C_v \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial Z}. \quad (5.8)$$

À l'équilibre,

$$\sigma (\langle T \rangle^4 - T_0^4) = Q_{\text{turb}}. \quad (5.9)$$

En utilisant H comme longueur typique de variation verticale ($\partial \langle T \rangle / \partial Z \sim \langle T \rangle / H$), on obtient

$$Q_{\text{turb}} \sim 1.5 \frac{c_0^2}{\gamma} \langle \alpha \rangle \langle \rho \rangle \langle T \rangle \langle \Omega \rangle \sim \kappa_{\text{rad}} C_v \frac{\langle T \rangle}{H^2}. \quad (5.10)$$

On en déduit que

$$\langle \alpha_{\text{rad}} \rangle = \frac{\kappa_{\text{rad}}}{c_s H} \sim \frac{3}{2} (\gamma - 1) \langle \alpha \rangle \sim \langle \alpha_T \rangle. \quad (5.11)$$

Si la diffusion radiative est isotrope (α_{rad} indépendant de la direction de diffusion), le transport radiatif radial est aussi efficace que le transport turbulent de chaleur. Le transfert d'énergie par les ondes à travers le bord interne domine la diffusion turbulente de chaleur et par conséquent la diffusion radiative. Le transport radiatif n'influence donc probablement pas la dynamique du front.

La mesure de la vitesse du front semble donc robuste. Néanmoins, la validité du résultat doit être confirmée par des simulations radiatives de disques stratifiés.

Variabilité de l'accrétion. La variabilité de l'émission UV des étoiles jeunes trahit l'action de phénomènes qui perturbent le transport moyen de moment cinétique dans le disque. La propagation de fronts de MRI à travers la région bi-stable est donc une source potentielle de variabilité.

Au début de son trajet, loin du rayon critique, le front à une vitesse de

$$\frac{dR_f}{dt} = v_f = 2.10^{-2} R_f \Omega(R_f) \sim 2.10^{-2} R_f^{-1/2} R_{\text{ua}}^{3/2} \Omega_{\text{ua}} \quad (5.12)$$

avec R_{ua} la distance à l'étoile en ua et Ω_{ua} la fréquence orbitale à 1 ua de l'étoile. Dans un disque classique avec $H/R = 0.1$:

$$v_f = 2.10^{-1} H(R_f) \left(\frac{R_f}{R_{\text{ua}}} \right)^{-3/2} \Omega_{\text{ua}} \quad (5.13)$$

En une année, le front situé à 1 ua de l'étoile se déplace d'une échelle de hauteur locale. Ainsi, en quelques années, le front balaye la sur-densité accumulée au bord interne. Si le front est initialement à $R = 0.1$ ua de l'étoile, il se déplace de 3 échelles de hauteur en un mois environ.

Le phénomène de front est donc susceptible d'entraîner des variations de l'accrétion sur l'étoile sur une période allant du mois à l'année.

Lorsque le front a atteint sa position finale, on retrouve l'état du disque calculé dans une simulation du modèle avec une zone morte fixe (modèle IE-FIX) au rayon de stabilité. Dans un modèle de disque localement isotherme avec le même profil radial moyen de température, la dynamique de l'écoulement au bord interne est aussi identique. L'approche isotherme initiée par [Dzyurkevich et al. \(2010\)](#) semble donc justifiée tant que le bord interne de la zone morte n'est pas déplacé de sa position de stabilité.

L'approche isotherme a été aussi employée par [Lyra et Mac Low \(2012\)](#) qui montre que dans une simulation d'un domaine du disque assez grand (dans la direction azimutale) des vortex se forment au bord interne. Le développement des vortex a été volontairement inhibé par la taille du domaine dans les simulations présentées ici afin de faciliter l'interprétation des résultats. La formation des vortex au bord interne dans le modèle IE-FREE de disque non-localement isotherme fait l'objet du chapitre suivant.

Le cycle des vortex

SOMMAIRE

6.1	VORTEX CYCLE AT THE INNER EDGE OF DEAD ZONES IN PROTOPLANETARY DISKS	118
6.2	RÉSULTATS	130
6.2.1	Simulations MHD	130
6.2.2	Modèle visqueux de la région du bord interne de la zone morte	131
6.3	CONCLUSIONS, DISCUSSION ET PERSPECTIVES	133
6.3.1	Processus de migration	133
6.3.2	Formation de planétésimaux	139

Les simulations de disques sans vortex ont montré qu'un modèle de disque isotherme est un modèle valide du bord interne de la zone morte à sa position de stabilité. Peut-on en conclure que l'approche isotherme est aussi satisfaisante si un vortex se forme dans le disque ?

Les résultats présentés dans ce chapitre découlent de l'analyse et de l'interprétation de simulations de modèles visqueux et MHD. Les équations ont été intégrées sur le domaine : $R \in [R_0, 8R_0]$, $\phi \in [0, \pi/2]$ et $Z \in [-0.3R_0, 0.3R_0]$. La résolution des simulations du modèle MHD est de : [320, 160, 80]. La résolution des simulations du modèle visqueux est de : [320, 160, 2]. Par rapport aux simulations du chapitre précédent, l'ouverture angulaire du domaine a été doublée pour permettre le développement des vortex. À l'aide de ces simulations, j'ai étudié l'impact des processus thermodynamiques sur la formation des vortex au bord interne de la zone morte. Je réponds dans ce chapitre au second point de la problématique.

Ces résultats font l'objet d'un article soumis pour publication au journal "Astronomy and Astrophysics". La première section reproduit cet article et la section suivante résume son contenu en français. La discussion retranscrite dans la dernière section est étayée par la description de quelques tests réalisés qui ne trouvent pas leur place dans la présentation synthétique des résultats soumise à A&A.

Vortex cycles at the inner edges of dead zones in protoplanetary disks

Julien Faure¹, Sébastien Fromang¹, Henrik Latter², and Héloïse Méheut¹

¹ Laboratoire AIM, CEA/DSM–CNRS–Université Paris 7, Irfu/Service d’Astrophysique, CEA-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France

² Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge, CB3 0WA, UK
e-mail: julien.faure@cea.fr

Accepted/ Received/ in original form

ABSTRACT

Context. In protoplanetary disks, the inner boundary between the turbulent and laminar regions is a promising site for planet formation due to the trapping of solids at the interface itself or in vortices generated by the Rossby wave instability. The disk thermodynamics and the turbulent dynamics at that location are entwined because of the importance of turbulent dissipation on thermal ionization and, conversely, of thermal ionisation on the turbulence. However, most previous work has neglected this dynamical coupling and have thus missed a key element of the physics in this region.

Aims. In this paper, we aim to determine the impact of the interplay between ionization and turbulence on the formation and evolution of vortices at the interface between the active and the dead zones.

Methods. Using the Godunov code RAMSES, we have performed a 3D magnetohydrodynamic global numerical simulation of a cylindrical model of an MRI–turbulent protoplanetary disk, including thermodynamical effects as well as a temperature-dependant resistivity. The comparison with an analogous 2D viscous simulation has been extensively used to help identify the relevant physical processes and the disk’s long-term evolution.

Results. We find that, surprisingly, vortices formed at the interface due to Rossby wave instability migrate inward and penetrate the active zone where they are destroyed by turbulent motions. Subsequently, a new vortex emerges a few tens of orbits later at the interface, and the new vortex migrates inward too. The sequence repeats itself, resulting in cycles of vortex formation, migration, and disruption. In this paper, we characterize this vortex life cycle and discuss its implications for planet formation at the dead/active interface. We show that our results also call for a better understanding of vortex migration in complex thermodynamical environments.

Conclusions. Our simulations highlight the importance of thermodynamical processes for the vortex evolution. The vortex cycle described in this paper is a new phenomenon that may compromise the formation of planetesimals at the interface between the dead and the active zone.

Key words. Protoplanetary disk - Vortex - Dead zone - thermodynamic - planet formation

1. Introduction

In current planet formation theory, the agglomeration of microscopic dust into kilometer size objects remains poorly understood (Chiang & Youdin 2010). The direct gravitational collapse scenario (Goldreich & Ward 1973; Weidenschilling 1980; Nakagawa et al. 1981; Hayashi et al. 1985) requires a huge midplane dust to gas ratio that is not easily achieved by sedimentation alone (Weidenschilling & Cuzzi 1993; Sekiya 1998; Turner et al. 2010). The core accretion scenario, on the other hand, appeals only to physical collisions (Chokshi et al. 1993; Dominik & Tielens 1997; Poppe et al. 2000), but laboratory and numerical experiments suggest two limiting grain sizes ($\sim 1\text{mm}$ at 1 AU), known as the bouncing and fragmentation barriers, beyond which colliding particles do not stick together (Weidenschilling & Cuzzi 1993; Benz 2000; Kothe et al. 2010; Wurm et al. 2005; Zsom et al. 2010; Windmark et al. 2012; Seizinger & Kley 2013; Garaud et al. 2013).

Note that recent work on the statistical physics of grain collisions, however, indicate that these barriers are less insurmountable than first thought (Garaud et al. 2013).

A separate problem is that the solid content of a protoplanetary (PP) disk rapidly drains out of the disk (Stepinski & Valageas 1997; Kornet et al. 2001; Takeuchi & Lin 2002; Brauer et al. 2007; Hughes & Armitage 2012). This is because the gas is partly supported by the disk’s pressure gradient and rotates at slightly sub-Keplerian frequencies, while dust grains rotate faster at the Keplerian angular velocity. Consequently, dust grains feel a ‘head-wind’ and thereby lose their angular momentum, ultimately spiralling into the central star. The inward drift velocity is maximal for particles of a few tens of centimeters and such particles only survive for some 100 years (Weidenschilling 1977). This phenomenon constitutes an additional barrier known as the radial-drift barrier.

Among the many scenarios that have been discussed to overcome these problems, some of the most promising involve the pressure bumps formed at planetary gap edges (de Val-Borro et al. 2007; Lin & Papaloizou 2011) or at the interface between a laminar (‘dead’) and a turbulent

Send offprint requests to: J.Faure

(‘active’) region (Kretke & Lin 2007; Brauer et al. 2008b; Kretke et al. 2009). Friction between gas and dust particles vanishes at the location of the pressure maximum, naturally providing a trap where the disk’s solid content can accumulate. In addition, such pressure extrema are unstable to the vortex or Rossby wave instability (RWI, Lovelace et al. 1999; Li et al. 2000; Meheut et al. 2010; Lin 2012). It is well established that vortices significantly concentrate dust in a short time (Barge & Sommeria 1995; Tanga et al. 1996; Johansen et al. 2004; Klahr & Bodenheimer 2006; Inaba & Barge 2006; Meheut et al. 2012b,a), thus promoting planet formation at these locations. We finally note that recently the presence of vortices has been suggested by high angular resolution imaging of PP disks that exhibit significant asymmetric features (Brown et al. 2009; Casassus et al. 2012; van der Marel et al. 2013; Isella et al. 2013; Pérez et al. 2014).

In this context, the dead-zone inner edge of PP disks is a privileged location that deserves detailed investigation. We define the inner edge to be the radius where the (radially decreasing) midplane temperature drops below the critical value at which thermal ionization fails to sustain the magnetorotational instability (MRI, Balbus & Hawley 1991, 1998). As a result, the flow is turbulent inward of that interface but laminar beyond it (Gammie 1996). Recent 3D MHD simulations have reported the formation of pressure bumps in locally isothermal models of PP disks (Dzyurkevich et al. 2010; Lyra & Mac Low 2012), confirming earlier 2D hydrodynamical viscous simulations. (Varnière & Tagger 2006; Lyra et al. 2008; Regály et al. 2012). This work has hence established the feasibility of the dead-zone inner edge as a trap for solids, however the robustness of these results is curtailed by the use of simple thermal physics, namely a locally isothermal equation of state. This assumption is problematic because of the pervasive interpenetration of dynamics and thermodynamics in this region, especially at the midplane. Temperature depends on the turbulence via the dissipation of its kinetic and magnetic fluctuations, but the MRI turbulence, in turn, depends on the temperature through the ionization fraction, which is determined thermally via dissipation (Pneuman & Mitchell 1965; Umebayashi & Nakano 1988). In addition, the onset and nonlinear evolution of the RWI should depend on the PP disk’s global thermal structure through its radial potential-vorticity profile (Umurhan 2010).

Using a simplified mean field model, Latter & Balbus (2012) revealed that, if the interplay between thermal and turbulent dynamics is taken into account, the dead/active interface is not static but rather moves radially before stalling at a well-defined radius. Recently, we confirmed this behaviour using MHD simulations that self-consistently accounted for both turbulent heating and the feedback between temperature and magnetic diffusivity (Faure et al. 2014). However, in order to reduce the computational cost of these simulations, vortex formation was artificially inhibited by using a reduced azimuthal domain. The point of the present paper is to examine the onset and development of vortices in thermally structured models of PP disks. We do so by increasing the azimuthal extent of our previous simulations.

In order to isolate and understand the basic physics we adopt simplified geometry and thermodynamics. Our PP disk is cylindrical, and hence vertically unstratified.

Consequently, disk cooling is approximated by a cooling law rather than via a detailed radiative transport model. As expected, we find that a vortex forms at the dead zone inner edge via the RWI, but contrary to expectations (e.g. Paardekooper et al. 2010) the vortex radially migrates inwards, ploughing through the pressure bump and into the active zone where it is ultimately destroyed by turbulent motions. A few orbits later a new vortex forms at the pressure bump and it too follows the same cycle of formation, migration, and disruption. This behaviour fails to appear in isothermal or adiabatic runs, and seems connected to the details of the PP disk’s heating and cooling. It is yet unclear how robust this ‘vortex cycle’ is, in particular how sensitive it is to the approximate cooling law we have employed. Future vertically structured global simulations using the set-up of Flock et al. (2013) will aid in testing this. Taken on face value, however, these results complicate planet formation theories that appeal to dust trapping at the inner dead-zone edge.

The paper is organized as follows. In Sect. 2 we present the results of a 3D MHD simulation which exhibits the basic vortex cycle. Sect. 3 contains the results of a 2D run of a simple viscous model that reproduces the vortex behaviour observed in the 3D simulation. This simplified model is a useful tool with which to analyse the vortex cycle in more detail. In Sect. 4, we discuss the physical mechanisms at work in both simulations. Finally, we conclude and speculate on the implications of our simulations for planet formation in Sect. 5.

2. The 3D turbulent MHD simulation

We first present results from a 3D simulation subject to MRI-induced turbulence. We focus on an annular region centered around the dead zone inner edge, as in Faure et al. (2014), to which the reader is referred for further details. However, by extending the azimuthal extent of the domain we observe the onset and development of the RWI. The behaviour of the vortices so formed is described in this section and comprise the main results of the paper.

2.1. Setup

The 3D simulation has been performed using a uniform grid version of the code RAMSES (Teyssier 2002; Fromang et al. 2006). We solve the MHD equations in cylindrical coordinates (R, ϕ, Z) with unit vectors $(\mathbf{e}_R, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_z)$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} - \mathbf{B} \mathbf{B}) + \nabla P = -\rho \nabla \Phi \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [(E + P) \mathbf{v} - \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}) + \mathcal{F}_\eta] = -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \Phi - \mathcal{L} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -\nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

where ρ is the density, \mathbf{v} is the velocity, \mathbf{B} is the magnetic field, P is the pressure and E is the sum of kinetic and thermal energy. Φ is the gravitational potential. In the cylindrical approximation, it is given by $\Phi = -GM_\star/R$ where G is the gravitational constant and M_\star is the stellar mass. We use a perfect gas equation of state to close the former set of equations. The thermal energy is related to the pressure

through the relation $e_{th} = P/(\gamma - 1)$ in which $\gamma = 1.4$. The magnetic diffusivity is denoted by η and is responsible for the resistive flux \mathcal{F}_η that appears in Eq. (3) (see Balbus & Hawley 1998). We capture turbulent heating by solving the equation of total energy conservation and use the same gas cooling function \mathcal{L} as in Faure et al. (2014):

$$\mathcal{L} = \rho\sigma(T^4 - T_{\min}^4), \quad (5)$$

where T is temperature, and T_{\min} is the temperature associated with radiative equilibrium. We model the rapid variation of the resistivity η with the temperature by a step function:

$$\eta(T) = \begin{cases} \eta_0 & \text{if } T < T_{\text{MRI}} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (6)$$

where T_{MRI} is the activation temperature for the MRI, typically ~ 1000 K.

The initial magnetic field configuration is purely toroidal. Its vertical profile is such that the integrated magnetic flux through a vertical slice of the disk vanishes. The computational domain is $R \in [R_0, 8R_0]$, $\phi \in [0, \pi/2]$ and $Z \in [-0.3R_0, 0.3R_0]$ and has a resolution of $[320, 160, 80]$.

The main difference with the setup of Faure et al. (2014) is the removal of the source term in the continuity equation. We found that the term could interfere with the development of density features and hence with the RWI. In addition, we tuned the viscosity's radial profile in the buffer zones in order to avoid accretion discontinuities at the buffer edges (see Appendix A where we give for completeness the functional form of the viscosity profile we used). Together with free-flow boundary conditions this technique prevents unphysical mass depletion in the domain.

2.2. Notation and units

In the following we denote by X_0 the value of any quantity X at the inner edge of the domain. Units are identical to that defined in Faure et al. (2014) and chosen such that:

$$GM_\star = R_0 = \Omega_0 = \rho_0 = T_0 = 1,$$

where Ω stands for the gas angular velocity at radius R , ρ is density, M_\star is the mass of the star, and G is the gravitation constant. Time is measured in units of the inner orbital period.

Density and temperature profiles are initialized with radial power laws:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^p, \quad T = T_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^q, \quad (7)$$

where $p = -1.5$ and $q = -0.75$.

In the cooling law, equation (5), we choose $\sigma = 1.1 \times 10^{-4}$. For a typical simulation, this yields a disk aspect ratio of $H_0/R_0 \sim 0.1$ and a disk cooling time of about 25 local orbits. Finally, we used $\eta_0 = 10^{-3}$ which is large enough to prevent the development of the MRI in resistive regions, and $T_{\text{MRI}} = 0.6$.

2.3. Results

The simulation undergoes three consecutive phases, with a different resistivity configuration in each which introduces the requisite physics in a controlled fashion. We describe each in turn.

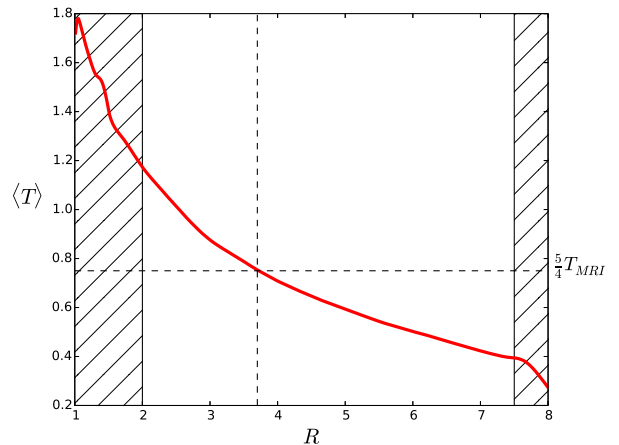


Fig. 1. Temperature profile at the end of the ideal phase averaged over 200 inner orbits. The black dashed lines show where the mean temperature is equal to $(5/4)T_{\text{MRI}}$. The hashed regions on both sides of the figure corresponds to the buffer zones.

2.3.1. The ideal phase

Initially the resistivity is set to zero everywhere except in the buffer zones. The aim is to obtain a fully turbulent disk free of unnecessary transient behaviour associated with the initialisation of the MRI. Once this is achieved then we introduce a dead zone in the following phase. The model equations are integrated for a few cooling times and until the temperature reaches a quasi-steady state. The radial profile of the equilibrium temperature that results is plotted in figure 1.

2.3.2. The static dead-zone phase

Once the simulation has reached a quasi-steady equilibrium ($t = 600$) we set $\eta = \eta_0$ over the region $3.5 < R < 8$ and integrate the equations for another 500 orbits when thermal equilibrium is reached. MHD turbulence quickly dies outward of $R = 3.5$ and a static dead zone forms. Gas cools in this region as a result of the absence of any turbulent heating. Soon we notice the formation of density and pressure maxima around the interface at $R = 3.5$, because of the accretion mismatch, and this saturates when the density reaches about twice its initial value. In a few tens of orbits a vortex forms (see the first panel of figure 2) at this location presumably because of the RWI.

2.3.3. The self-consistent dead-zone phase

In the final phase of the simulation we restart the simulation at $t = 1100$ inner orbits and close the feedback loop: the resistivity is now a function of temperature according to Eq. (6). With this configuration, Faure et al. (2014) have shown that the dead zone inner edge moves radially before stalling at a critical radius where the gas temperature is

$$T(R_c) = \frac{5}{4}T_{\text{MRI}}. \quad (8)$$

That critical temperature is shown on figure 1 and gives $R_c = 3.7$. In practice, we found that the dead/active interface initially located at $R = 3.5$ remains at that position over the simulation.

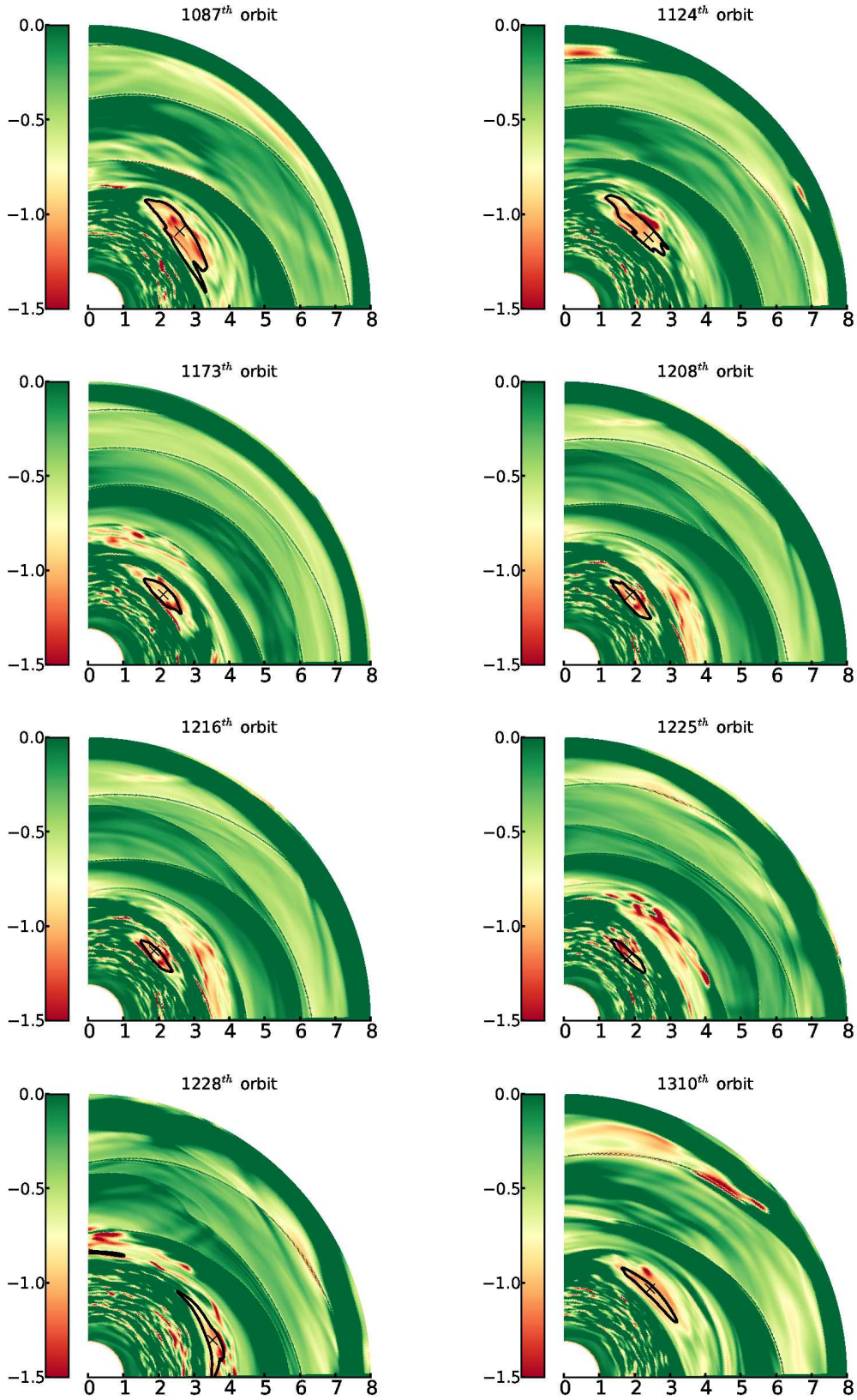


Fig. 2. From left to right and top to bottom: snapshot of the relative vorticity perturbation at the 1087th, 1124th, 1173th, 1208th, 1216th, 1225th, 1228th and 1310th orbit. The relative vorticity perturbation has been vertically averaged. we draw with a black line the iso-contour of 80% of density maximum ρ_m . The location of the density maximum is shown by the black cross.

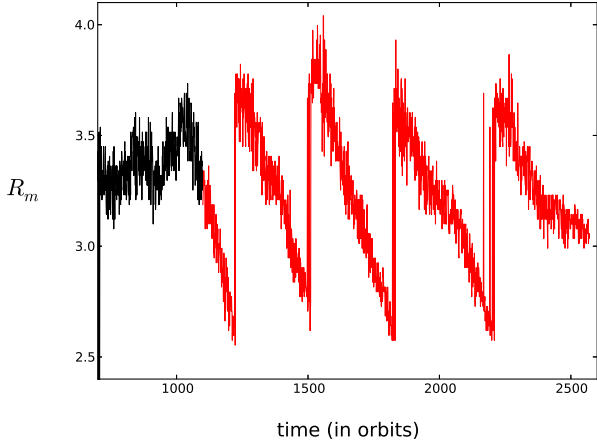


Fig. 3. Radial position of the density maximum in the 3D run during the static dead-zone phase (in black) and the self-consistent phase (red curve).

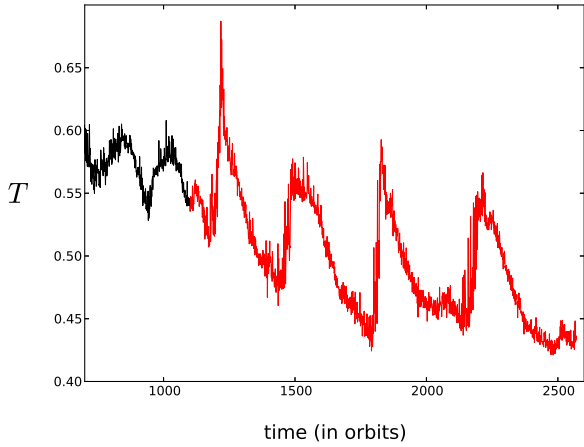


Fig. 4. Temperature averaged over the vortex area in the 3D run during the static dead zone phase (in black) and the self-consistent phase (red curve).

We found that the vortex formed during the static dead-zone step immediately begins to migrate inward. Its behavior is illustrated by the sequence of successive snapshots displayed in figure 2 where we plot the vertically integrated vertical relative vorticity $\delta\omega_z$ of the gas

$$\delta\omega_z = \frac{\nabla \times \mathbf{v} - \nabla \times \mathbf{v}_K \cdot \mathbf{e}_z}{\nabla \times \mathbf{v}_K}, \quad (9)$$

where \mathbf{v}_K stands for the Keplerian velocity¹. The first five panels of figure 2 clearly show the vortex's migration into the active zone. Note also that as it moves toward the star the vortex becomes smaller and smaller until it disappears after 150 orbits (panel 6). But by this stage a new vortex has begun to form at the dead-zone inner edge (panel 7) and shortly begins its inward migration about ten inner orbits later (panel 8). Following snapshots (not shown) indicate

¹ using the background velocity (i.e. taking into account the modifications to Keplerian rotation induced by pressure) makes very little difference to $\delta\omega_z$

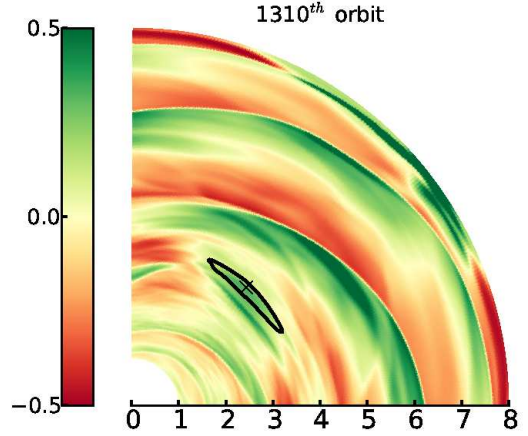


Fig. 5. Snapshot of the relative density perturbation at the 1310th orbit. The relative density perturbation has been vertically averaged. We draw with a black line the iso-contour of 80% of density maximum ρ_m . The location of the density maximum is shown by the black cross.

that it will also penetrate into the active zone before being similarly disrupted.

In figure 3, we plot the evolution of the vortex's radial position R_{vort} with time. This is calculated from the position of the density maximum rather than the vorticity minima because the turbulent fluctuations in the active zone can complicate the identification of the vortex. Figure 3 shows that vortices follow a cycle of formation, migration, and disruption with a period of about 200 inner orbits. Vortices migrate inwards with a velocity $\sim 10^{-3} R_f \Omega_f$ (where R_f and Ω_f respectively stands for the vortex formation radius and the angular velocity at that location) from $R \sim 3.7$ to $R \sim 2.6$, which corresponds to about 3 scale heights at that location.

As shown on figure 4, we find that vortices cool down during their migration. The typical cooling rate is of order $4.5 \times 10^{-3} T_{\text{MRI}} \Omega_0$ which results in the vortex temperature decreasing by about 20% by the time it disrupts. As a result, the temperature of the vortex is below the MRI activation threshold during its migration, resulting in the flow being relatively laminar in the vortex compared to its surroundings. Note also the secular decrease in the vortex temperature over many cycles. This indicates that the vortices properties are still evolving cycle after cycle which raises the question of the existence of a stationary regime. We will come back to this issue in section 3 by performing 2D long term simulations. We also note that the temperature in the dead zone is strongly correlated with the presence of the vortex. Indeed, it increases from $T \sim 0.4$, when the vortex is weak at the end of its lifespan, to $T \sim 0.7$ just after a new one has formed. This is due to the presence of a pattern of strong density waves in the dead zone excited by the vortex (see the map of the density perturbations $\delta\rho/\langle\rho\rangle^2$ on figure 5). The density increase at the crest of these waves is significantly larger ($\sim 50\%$ of the local density) than described in Faure et al. (2014) in the absence of a vortex (only $\sim 10\%$ of the local density). These waves provide an

² In the remainder of the paper, the symbol $\langle \cdot \rangle$ denotes an azimuthal, vertical average.

additional source of heating and explain the warmer dead zone temperature we obtain here.

3. The 2D simulation

In the 3D simulation, the flow is complex and the different physics — turbulence, MHD, and thermodynamics — are difficult to disentangle. In addition, the large computational cost associated with such simulations precludes any long term integration. For example, the temperature evolution displays a systematic drift over a few cycles (see figure 4), thus raising the question of whether the system is able to settle into a quasi steady state, or whether the cycle described in the previous section is transient. In order to answer these questions, we present a non-magnetized laminar 2D viscous simulation which also reproduces the vortex cycles. The simpler setup eases the interpretation of the results and their long term relevance and highlights potential limitations to our simulations. In this section, we briefly present the 2D model before describing in detail the formation, migration and disruption phases of a typical cycle in that situation.

3.1. Setup and run parameters

We performed a purely hydrodynamic laminar 2D simulation of a PP disk, similar in every other way to the 3D simulations of Section 2. The equations we solve are:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v}) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \Sigma \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v} \mathbf{v}) + \nabla P = -\Sigma \nabla \Phi + \nabla \tau \quad (11)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [(E + P) \mathbf{v}] = -\Sigma \mathbf{v} \cdot \nabla \Phi - \mathcal{L} + \nabla \cdot (\tau \cdot \mathbf{v}) \quad (12)$$

where τ is the Navier-Stokes stress tensor and Σ the disk surface density. We use the viscous prescription as a crude model of both turbulent angular momentum transport and heating. The viscosity radial profile is calculated using

$$\nu = \langle \alpha \rangle_t c_s^2 / \Omega \quad (13)$$

where $\langle \alpha \rangle_t$ is the α profile azimuthally, vertically and time averaged over the last 200 orbits of the 3D static dead zone step. Here, c_s and Ω are the local sound speed and the angular frequency. In the 3D static dead-zone step the vortex launches waves that significantly increase the angular momentum transport in the dead zone (see Faure et al. 2014). Hence the $\langle \alpha \rangle_t$ profile has two contributions coming from the turbulence and from the waves. In order to remove the wave contribution in the 2D simulations, which will emerge self-consistently from the vortex, we take $\langle \alpha \rangle_t = 0$ outward of $R = 3.5$. In the disk active zone, $\langle \alpha \rangle_t$ steadily decreases from about 0.04 at $R \sim 2$ to 0.01 at $R = 3.5$. The viscosity jump at $R = 3.5$ leads to the formation of a pressure/density bump at the outer edge of the viscous region (or, equivalently, at the inner edge of the inviscid/dead zone). We checked that the bump mass-loading rate is identical to that obtained in the 3D simulations, thus validating the α -prescription. This corresponds to the static dead-zone phase of Section 2.

As soon as the density bump has reached five times the initial local density (which occurs at $t = 1000$), we add a

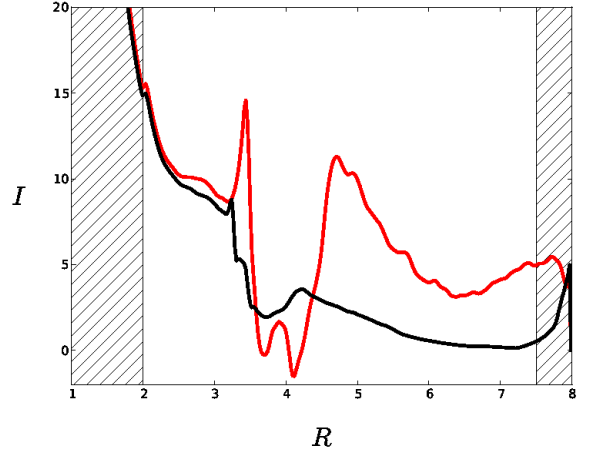


Fig. 6. Radial profile of \mathcal{I} at the 1000th orbit. \mathcal{I} is averaged azimuthally.

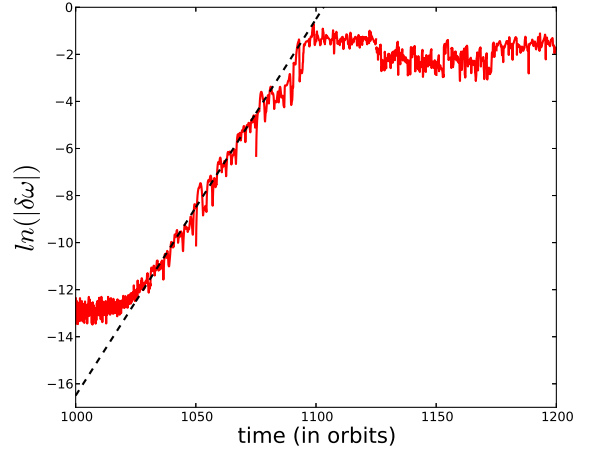


Fig. 7. Evolution of the logarithm of the vorticity perturbation $\delta\omega = \omega_{\max}(R_{\text{vort}}) - \omega_{\min}(R_{\text{vort}})$ at the bump location in the 2D viscous simulation. The best fit of the linear part of the amplitude growth is plotted in black and display a slope equal to $\gamma/\Omega(R_f) = 0.2$.

random velocity perturbations at the position of the bump to trigger the RWI and then close the feedback loop between resistivity and temperature by imposing:

$$\nu(T) = \begin{cases} \langle \alpha \rangle_t c_s^2 / \Omega & \text{if } T > T_{\text{MRI}} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (14)$$

The perturbation amplitude equals 10% of the sound speed so that it mimics the velocity fluctuations induced by the turbulence on the bump. The influence of the initial bump size on the results will be discussed in section 3.3. We have hence entered the analogue of the self-consistent dead-zone phase of Section 2. A vortex forms at $R \sim 4$ in a few tens of orbits. We concentrate in the following section on a detailed analysis of this phase, for which the idealized conditions of the 2D simulations provide a favourable environment.

3.2. Vortex formation

The origin of the vortex forming at the dead/active interface is most likely due to the RWI (Lyra & Mac Low 2012; Regály et al. 2012). An 2D adiabatic disk is unstable to the RWI where

$$\mathcal{I} = \frac{\Sigma (\nabla \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{e}_z}{P_\gamma^2}, \quad (15)$$

a conserved quantity similar to the potential vorticity, possesses a local extremum (Lovelace et al. 1999). Here Σ is the equilibrium surface density and γ is the adiabatic index. We show on figure 6 the profile of \mathcal{I} at $t = 1000$ (i.e. when random velocity fluctuations are added to the flow). Aside from small-scale variations, \mathcal{I} possesses a deep and long-lasting trough at the vortex location, strong evidence that the RWI is active and generates the vortex. Note that our simulations are non-adiabatic, and hence do not strictly conserve \mathcal{I} , but that this fact does not impinge on (and in fact probably aids) instability here. In the 3D simulation, the vortex and the bump form simultaneously which complicates a clear identification of the RWI linear phase by means of the shape of \mathcal{I} during that stage. Nonetheless, the profile of \mathcal{I} (not shown) at the beginning of every cycles displays a similar trough at the position where the next vortex will form. Taken together, the results of the 2D and 3D simulations consistently point toward the RWI as being responsible for the vortex growth in our simulations.

The growth of vorticity perturbations are presented in figure 7. The perturbation grows exponentially with a growth rate of about $\gamma/\Omega(R_f) \sim 0.2$. For the density bump properties (height and width) we measured in the simulation, the empirical law of Meheut et al. (2013) gives a growth rate about twice as large, such that $\gamma_{th}/\Omega(R_f) \sim 0.5$. Note however that this relation was obtained for globally isothermal disks with a small density perturbation such as $\delta\rho/\rho < 0.3$. In our 2D simulation the density bump is 10 times larger and the temperature gradient at the dead zone inner edge is significant. The empirical relation provides a useful rough estimate and sanity check.

When the circular motion period around the vortex center becomes comparable to the growth time scale (at $t \sim 1100$) the vortex growth ends. The vorticity perturbation is $\delta\omega \simeq -0.05\Omega_0 \simeq 0.2\Omega(R_f)$, corresponding to twice the growth rate as noticed by Meheut et al. (2013) in their simulations. By this stage the vortex has already begun to migrate while capturing an important fraction of the initial bump's mass:

$$\frac{\delta\rho}{\langle\rho(Rm)\rangle} = \frac{\rho_{\max}(R_{\text{vort}}) - \rho_{\min}(R_{\text{vort}})}{\langle\rho(Rm)\rangle} \sim 0.4, \quad (16)$$

thus leaving about 60% of the bump mass behind at $R = 4$.

3.3. Vortex migration and disruption

After the first appearance of a vortex such as described above, we observe during the remainder of the 2D simulation a vortex life cycle similar to that obtained in the 3D simulation. As in the 3D simulation, the cycle properties change over the first few cycles, before the disk relaxes into a well-defined quasi-periodic state (see figure 8). During that quasi-periodic evolution, the profile of \mathcal{I} at the beginning of a cycle has converged to the black curve of figure 6. The existence of a minimum of \mathcal{I} at a well

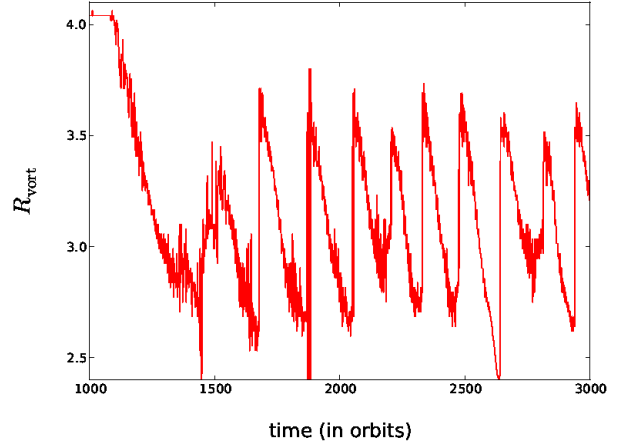


Fig. 8. Radial position of the density maximum in the 2D viscous simulation.

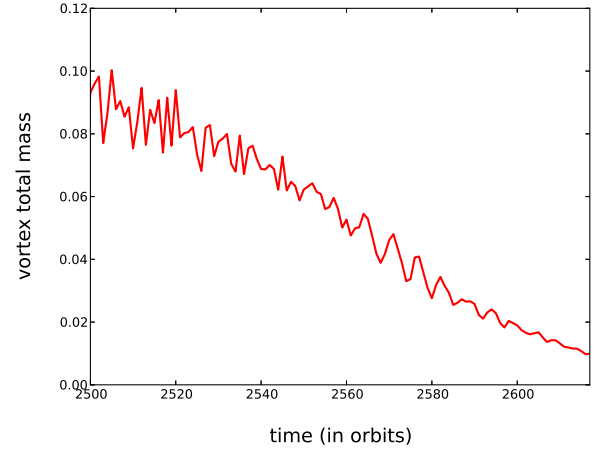


Fig. 10. Evolution of the vortex total mass over the cycle starting at $t = 2500$, given in unit of the initial disk mass. It is found to decrease steadily during the vortex migration.

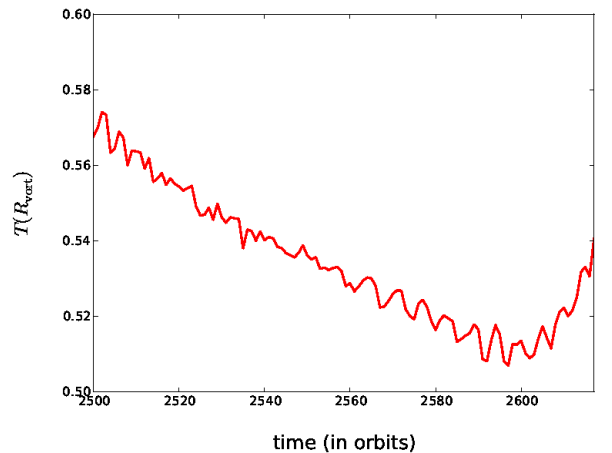


Fig. 11. Evolution of the mean temperature inside the vortex during the cycle starting at the $t = 2500^{th}$ inner orbit.

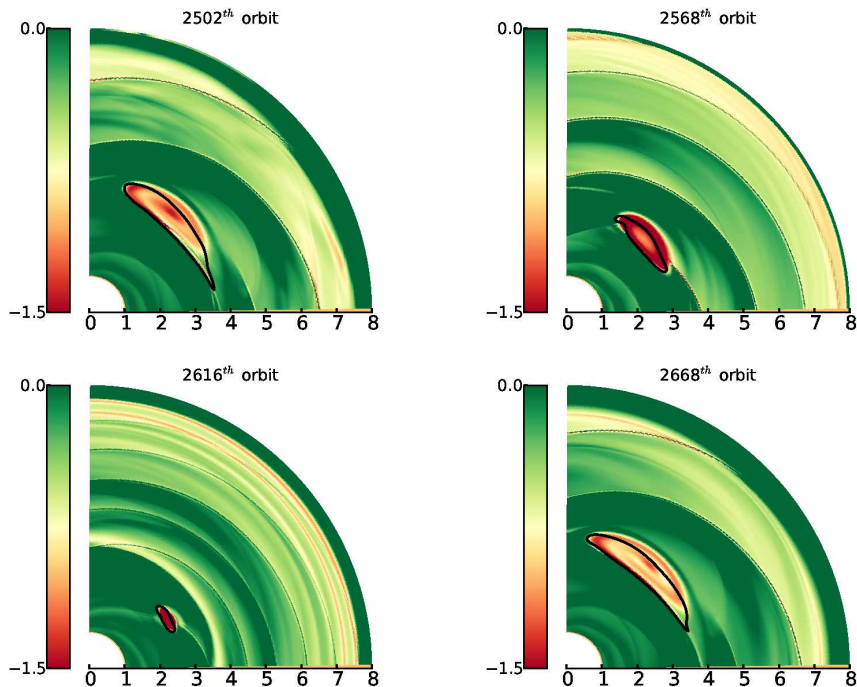


Fig. 9. From left to right: snapshot of the relative vorticity perturbation at the $t = 2502$, 2568, 2626 and 2668. The relative vorticity perturbation has been vertically averaged. We draw with a black line the iso-contour of 80% of density maximum ρ_m . The location of the density maximum is shown by the black cross.

defined radius during that relaxed phase of the disk evolution (even if it is due to a weaker bump than the relatively strong but artificial pressure maximum we set up at $t = 1000$) shows that the RWI is still driving the vortex growth at these late times. The importance difference is that the profile of the black curve is self-consistently obtained as a result of the disk evolution. Additional simulations starting with different bump sizes were found to exhibit different relaxation phases but all converged to the same quasi-periodic state. These results, obtained using the 2D simulation, strongly suggest that the 3D simulation of Section 2 would also evolve toward a quasi stationary state if evolved for longer. Indeed, during this relaxation phase, the vortex migration range is similar to that observed in the 3D simulation. Forming at $R \sim 3.7$, vortices migrate inwards to $R \sim 2.7$. However, such a similarity does not extend to all the simulation diagnostics. For example, the cycle period is two times shorter and vortices migrate twice as fast than vortices in the 3D run. We will come back to this issue in the discussion.

We now investigate the properties of the quasi-periodic phase by focusing on one cycle, starting at $t = 2500$. At that time, a vortex has formed and is about to start migrating inwards. Its relative density perturbation at this point is ~ 0.4 . Figure 9 presents a series of snapshots showing the vorticity in the disk at four different times. The first panel illustrates the state of the disk at the beginning of the vortex: it is clear that a vortex exists at $R = 3.7$. In panels 2 and 3 (50 and 100 orbits later) the vortex has drifted closer to the star and has shrunk as it does so. Finally, the last panel shows the vortex has disappeared but a new vortex has formed at a larger radii at the interface. Overall, the sequence of evolution is very similar to that obtained in the 3D simulation (see figure 2). As shown on figure 11, such a

similarity extends to the temperature evolution of the vortex: as in the 3D simulation, the vortex cools while it moves to hotter region. The cooling rate during the stationary cycles is found to be $\approx 6 \times 10^{-3} T_{\text{MRI}} \Omega_0$, i.e. slightly larger than obtained in the 3D simulations. Finally, we show in figure 10 the evolution of the mass trapped inside the vortex. As suggested by the snapshots shown on figure 9, the vortex loses mass during the cycle.

4. Discussion

In this section we use the results of the previous two sections to illuminate the physical mechanism responsible for the vortex cycle. Our goal is to predict the long-term evolution of the vortex cycle and the density bump in the 3D run by using the quasi-periodic state reached in the 2D simulation.

4.1. Vortex destruction

First we address the issue of vortex disruption, which is a little more straightforward to understand. In both the 2D hydro and 3D MHD simulations, the vortex forms in the dead zone (modelled either as a highly resistive zone or as an inviscid region) before migrating into the active region (turbulent in the 3D case and viscous in the 2D simulation) where it gradually disrupts. Throughout its migration the interior of the vortex is either laminar or inviscid and therefore encounters turbulent interference at its outer surface. In both cases this is because the temperature in the core is below the MRI activation threshold T_{MRI} , and hence turbulence/viscosity switches off. Because of this reason vortices survive for relatively long times: in a sense, they are cool bubbles of dead zone moving inside the hot active region.

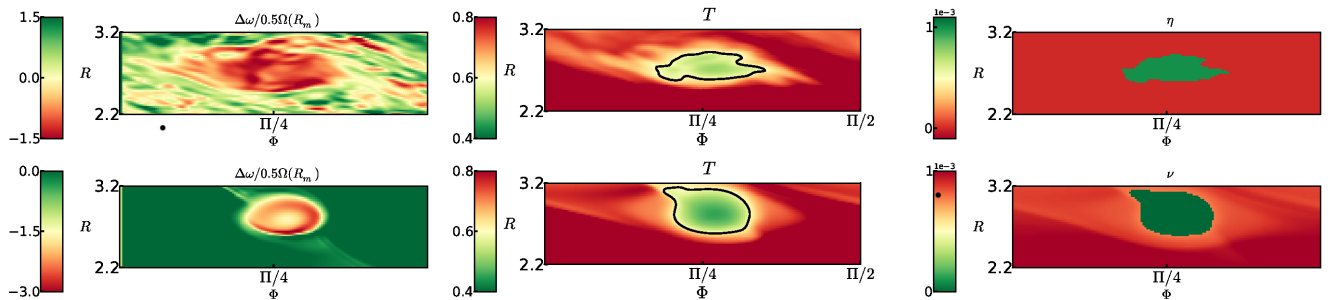


Fig. 12. Top panels, from left to right: snapshots of the relative vorticity perturbation, the temperature and the resistivity in the vicinity of the vortex at the 1208th orbit, in the 3D simulation. The fields mapped on top panels has been vertically averaged. Bottom panels, from left to right: snapshots of the relative vorticity perturbation, the temperature and the viscosity in the vicinity of the vortex at the 2597th orbit, in the 2D simulation. We draw with a black line the iso-contour of temperature $T = T_{\text{MRI}}$.

As is clear, however, from figures 2 and 8, vortices shrink in size as they migrate. Quantitative measurements using the 2D simulations showed that the vortex size changed from about $0.6H$ to about $0.25H$, at which point they dissipate. This can be understood by realizing that vortices are overwhelmed by MRI turbulence or viscous diffusion once their radius fall below a certain size. An estimate on the critical size can be obtained by equating the turbulent/viscous speed external to the vortex ($\sim \nu/s$) with the typical vortex circulation speed, estimated from simulations ($\gtrsim s\Omega$). We find the critical vortex size s_{crit} is given by

$$s_{\text{crit}} \sim \sqrt{\alpha}H \sim 0.2H. \quad (17)$$

This rough estimates is broadly in agreement with the results of the simulation. Thus we conclude that once a vortex shrinks by about three times its original size it diffuses away in the active zone.

An estimate on the vortex lifetime is then tied to speed at which the vortex evolves, in particular to the speed at which it loses mass and shrinks. The shrinking of the vortex is possibly due to the gradual breakdown of the vortical flow via turbulent/viscous diffusion at the vortex surface. Here there appears a strong shear layer (see first panel in figure 11). Thus the vortex is destroyed gradually from the outside in. And as the outer layers disintegrate they release their mass into the surrounding active medium. A lower limit for the vortex lifetime is thus provided by the diffusion timescale of vorticity over the vortex size. Using the α prescription, it can be written as

$$\frac{T_d}{T_{\text{orb}}} = \frac{s^2}{\nu_d T_{\text{orb}}} = \frac{1}{2\pi\alpha} \left(\frac{s}{H}\right)^2 \left(\frac{R_f}{R_0}\right)^{1.5}. \quad (18)$$

For the parameters of the vortex we obtained in both the 2D and 3D simulations ($s \sim 0.5H$, $R_f \sim 4$), this gives an estimated destruction timescale of about 30 orbits. Of course, this is much shorter than the typical lifetime of about 300 orbits we obtained in the 3D simulations (see figure 3) or 150 orbits found in the 2D simulation (see figure 10), owing to the fact that vorticity diffusion only occurs over a thin layer of size Δs at the surface of the vortex. As a result, the viscosity over the vortex section is reduced by a factor $f \sim 2\Delta s/s$. The thickness of the layer Δs is very difficult to estimate. As illustrated by the snapshots of figure 9, it is probably different in the 2D and 3D simulations. It might also be affected by numerical diffusion in our simulations. Nevertheless, its smallness significantly reduces the vortex

Model	Cooling function	p value	Migration rate (in $R_f\Omega_f$)
ST2D	Locally isothermal	-	~ 0
RBD	Isentropic	-2.75	-7.8×10^{-5}
PLP1	Isothermal	-4	$-1.5 \times 3 \times 10^{-3}$
PLP2	Isothermal	-1.5	-8×10^{-4}
PLP3	Isothermal	0	~ 0
PLPCOOL	Q_c	0	$+7 \times 10^{-4}$

Table 1. Numerical experiments reproducing the setup of Richard et al. (2013) and Paardekooper et al. (2010) with various surface density radial profile and thermodynamics. Simulations are 2D in polar coordinates and used a resolution $(N_r, N_\phi) = (768, 1600)$.

lifetime compared to the estimate given above, and might also account, at least partly, for the different vortex lifetimes we find in the 2D and 3D simulations.

4.2. Vortex migration

We now address the question of the vortex migration process. The simple fact that we find any migration at all in our simulations is surprising by itself. Indeed, all vortices starts their journey upon a surface density maximum, which according to the isothermal simulations in Paardekooper et al. (2010) should fix the vortex in place. Generally isothermal vortices migrate toward high pressure regions, because of asymmetric density wave launching. This result appears to be confirmed by Lyra & Mac Low (2012), who report no migration of vortices in their locally isothermal MRI-turbulent simulations of the inner dead-zone interface, and also by Meheut et al. (2012a), who considered the long-term evolution of a RWI vortex in barotropic isentropic disks. However, recently Richard et al. (2013) reported inward migration in their adiabatic runs of RWI vortex formation. The vortex, by absorbing all the bump material, destroys the adverse pressure gradient that would prevent its migration. In our runs, the vortical perturbation is similar but the bump size at the beginning of a cycle is significantly bigger. As a result the vortices start their migration before they completely absorb the bump mass. As a sanity check, we have successfully reproduced the results of Richard et al. (2013) albeit in a 2D simulation (see model RBD in table 1). Finally, the migration rate we measure is about 10 times

higher than in Richard et al. (2013). Questions therefore remain: why are vortices migrating in our simulations, and why do they migrate so fast?

We focus on the 2D simulations, as the vertical dimension and MHD turbulence are likely to complicate the picture. Several additional numerical experiments were performed, detailed in table 1. First, at $t = 1000$ in our standard 2D run (see section 3.1), we have frozen the temperature and calculated the subsequent evolution of the vortex using a locally isothermal equation of state (model STD2D). We found the vortex remained at its formation location! Immediately, it is clear that the gas thermodynamics is crucial to the migration process.

To further test that idea, we performed a set of simulations that reproduce the setup described by Paardekooper et al. (2010): within an isothermal and inviscid 2D disk, we initialized a strong vortex by introducing a vortical velocity perturbation. For three different exponents of the background density radial profile (models PLP1, PLP2 and PLP3), we measured three vortex migration velocities that are in agreement with the results reported by Paardekooper et al. (2010). In particular, the zero pressure-gradient case (model PLP3) is almost neutral in the sense that the migration rate of the vortex is vanishingly small. Next, in order to interrogate the role of the thermodynamics, we modified the zero pressure-gradient model by adding a cooling function that takes the form

$$Q_c = \begin{cases} (T - T_b/2)/\tau_v & \text{if } \delta\omega \cdot \mathbf{e}_z < -2 \\ (T - T_b)/\tau_d & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (19)$$

where T_b is the gas background temperature, averaged azimuthally. This is model PLPCOOL, and its piece-wise cooling law, by depending on the strength of vorticity, forces the vortex to possess a different temperature to its surrounding. If we take $\tau_v = 10$ orbits and $\tau_d = 1$ orbit, the vortex is cooler than its surroundings which should relax to the initial temperature profile³. Now in this case we found significant radial migration of the vortex, despite the vanishing radial pressure gradient. In fact, the migration speed was comparable in magnitude to the isothermal case when $p = -1.5$ (see table 1), albeit outwardly directed.

We conclude from this series of experiments that deviation from adiabaticity can play an important role in vortex migration. In particular, a vortex that is significantly colder than its surrounding medium can overcome pressure gradients that would otherwise hold it in place. It will also migrate much faster than expected from the analysis of Paardekooper et al. (2010). The detailed and quantitative understanding of these effects is largely beyond the scope of this paper and requires additional more specialised simulations. However, it seems likely that a migration mechanism is at work in our simulations that differs from that discussed in earlier work, i.e. the asymmetric launching of linear density waves. It is likely that the new effect is associated with the baroclinic term in the vorticity equation, which vanishes in the barotropic flow of model PLP3 but is nonzero in model PLPCOOL. This constitutes the only difference between the two experiments. We speculate that the

³ Omitting that part of the cooling function, we found that the disk was cooling down as a whole, because of large area of important vorticity associated with the density waves created by the vortex. This reduced the temperature contrast between the vortex and the background disk

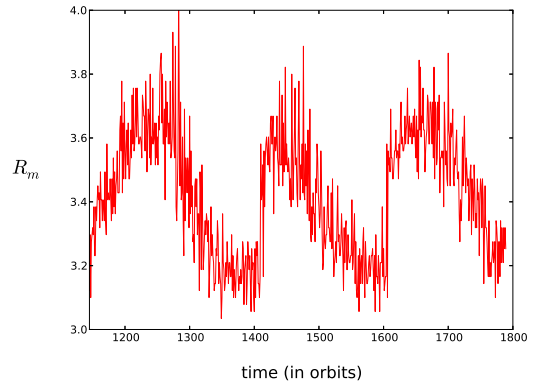


Fig. 13. Radial position of the density maximum in the 3D run during the static dead zone step.

cooler temperatures in our vortex solutions and the sharp temperature gradient at its surface would mean that the vortex circulation is modified, with fluid parcels having to turn abruptly. This could modify the position of the sonic lines and, along with the modified vortex shape, maybe strengthen their asymmetry and trigger radial migration.

In addition, the importance of thermodynamics effects is consistent with the differences we find between the 2D and 3D simulations, particularly when it comes to comparing the migration velocities of the vortex. Obviously, the thermal history of the vortices in these simulations is quite different as the heating processes are completely different in the two simulations (turbulent and ohmic dissipation in the 3D case, viscous dissipation in the 2D simulation). The fact that the different baroclinic terms might result in different vortensity evolution is partly supported by the left panels of figure 12 that shows the different vorticity field distribution within a single vortex in the two cases.

4.3. The case of the static dead zone phase

We finally ends the discussion by noting that our findings also naturally explain the difference between the static dead zone step and the self-consistent step. Indeed, a vortex is observed to grow in the former. The question is: why doesn't this vortex migrate into the dead zone? We have checked this issue and we have found that, in fact, vortices do migrate inward in this case as well. This is illustrated by figure 13. The difference in this case is that the vortex migration range is much smaller than in the 3D case: the vortex disappears upon reaching $R \sim 3.1$ (as opposed to ~ 2.7 in the 3D case). This is because the resistivity is not a function of temperature in this case, but a function of position only: as the vortex penetrates into the active zone, its resistivity drops to zero with renders the flow vulnerable to MRI induced velocity fluctuations. As a result, vortices formed during the static dead zone step have a smaller lifetime (of order 100 orbits, as opposed to the 300 orbits measured during the self-consistent step) when they enter the active zone.

5. Conclusion

In this paper, we have performed a non-ideal MHD simulation of the region centered around the dead zone inner

edge of a protoplanetary disk. In accordance with previously published work (Lyra & Mac Low 2012), we find that a vortex forms at the dead zone inner edge. Our simulation reveals that the vortex does not stand at the pressure maximum as one would expect from the results of Paardekooper et al. (2010) but migrates inward. It penetrates into the active zone where it is gradually destroyed by turbulent motions. Few orbits later a new vortex forms at the interface and follow the same evolution, thereby creating what we have called a “vortex cycle”: formation–migration and disruption follow each other and create a quasi stationary and quasi periodic disk evolution.

We find that the vortex cycle does not exist in isothermal simulations of the dead zone inner edge. This is because the vortex stays at its formation location without migrating inward. In fact, we have found that vortex migration appears to be possible only if the vortex temperature evolution is uncorrelated with the local background temperature. However, we have shown that vortex cycle period and the vortex migration velocity are sensitive to the vortex cooling rate. A systematic study and a detailed understanding of vortex migration rates in such specific environments appears to be needed to quantify these quantities more precisely. This should be the subject of future research. Indeed, we caution the reader that simulations using a different cooling function may exhibit cycles with very different properties. For example, we completely neglected heat diffusion in the present paper, and particularly radiative diffusion. Even if vortices forming in a optically thick region such as the dead zone inner edge are likely to be cooler than the turbulent region in which they will penetrate, radiative diffusion will act as a heating source that will help decrease the difference between the vortex temperature and the temperature of its surroundings. An accurate measurement of the cycle period and the vortex migration rate should be done using simulations including radiative transfer that properly account for the vortex thermodynamics.

An additional limitation of our work comes from geometry itself. The 3D simulation uses the cylindrical approximation. Taking into account the disk vertical structure (Richard et al. 2013; Meheut et al. 2012a; Lesur & Papaloizou 2009) will affect both the vortex properties and the shape of the dead/active interface. Along the same lines, the magnetic configuration is also known to influence the development of vortices (Lyra & Klahr 2011; Yu & Li 2009; Yu & Lai 2013). For example, the presence of a net vertical flux in the inner parts might change the results presented here in surprising ways.

Before closing this paper, we speculate on the possible consequences of the vortex cycle for the dynamics of dust particles in the disk. As we already discussed, vortices such as those we see in our simulations are known to concentrate dust grains and help planet formation processes. However, we have shown here that vortices do not stay at their formation location and migrate inward, most likely carrying inward the dust particles they captured at the density bump. If the grains particles released when the vortex disrupts are still small, they might continue to migrate inward due to the gas friction. The vortex cycle would then help the dust to pass across the pressure bump barrier. It would make the formation of planetesimals even more difficult instead of promoting dust growth. From this discussion, a number of questions arise:

1. What is the dust concentration the vortex can achieve? Is it sufficient to reach the critical dust to gas ratio of the gravitational instability?

The 3D bi-fluid simulations of Meheut et al. (2012b) have shown that the dust to gas ratio may change from 0.01 to 1 inside a vortex in three local orbits. This is much shorter than the cycle period suggesting that vortices formed at the dead zone inner edge would trap the entire content of dust initially present in the bump.

2. Can dust grains embedded in the vortex become large enough that friction becomes negligible at the time of vortex disruption?

According to 1+1D models of dust growth, such as performed for example by Brauer et al. (2008a), the dust growth rate in laminar regions is mainly due to differential settling. Such a growth timescale can be taken as a proxy for the typical time required to grow centimeter size particles into meter size bodies within the vortex. It amounts to about a thousand years which is much longer than the cycle period of a few hundred years. This seems to suggest that particles transported by a vortex across the bump barrier would not grow significantly over one cycle.

For such a nonlinear and complex problem, it is difficult to go beyond these simple qualitative statements. Clearly, self-consistent simulations including the vortex cycle phenomenon along with dust dynamics (including dust growth) are needed if we want to make any quantitative statement regarding the fate of dust particles at the dead zones inner edges. As we already argued, such simulations will also have to properly include radiative effects since the vortex migration is sensitive to the gas thermodynamics. Such multi-fluid radiative MHD simulations are of course very resource demanding with present day computing resources.

ACKNOWLEDGMENTS

JF, SF and HM acknowledge funding from the European Research Council under the European Union’s Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013) / ERC Grant agreement n 258729. HL acknowledge support via STFC grant ST/G002584/1. The simulations presented in this paper were granted access to the HPC resources of Cines under the allocation x2013042231 and x2014042231 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif).

Appendix A: buffer zone

The viscosity profile in the buffer zones is such that the corresponding α value is set to

$$\alpha = \alpha_{\text{buff}} \left(\frac{R}{R_{\text{buff}}} \right)^{-0.5} \quad (\text{A.1})$$

where α_{buff} is the value of α measured at $R = R_{\text{buff}}$ and averaged since the beginning of the simulation. R_{buff} is the position of the boundary between the buffer zone and the active domain.

References

Balbus, S. A. & Hawley, J. F. 1991, *ApJ*, 376, 214

- Balbus, S. A. & Hawley, J. F. 1998, *Reviews of Modern Physics*, 70, 1
- Barge, P. & Sommeria, J. 1995, *A&A*, 295, L1
- Benz, W. 2000, *Space Sci. Rev.*, 92, 279
- Brauer, F., Dullemond, C. P., & Henning, T. 2008a, *A&A*, 480, 859
- Brauer, F., Dullemond, C. P., Johansen, A., et al. 2007, *A&A*, 469, 1169
- Brauer, F., Henning, T., & Dullemond, C. P. 2008b, *A&A*, 487, L1
- Brown, J. M., Blake, G. A., Qi, C., et al. 2009, *ApJ*, 704, 496
- Casassus, S., Perez M., S., Jordán, A., et al. 2012, *ApJ*, 754, L31
- Chiang, E. & Youdin, A. N. 2010, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 38, 493
- Chokshi, A., Tielens, A. G. G. M., & Hollenbach, D. 1993, *ApJ*, 407, 806
- de Val-Borro, M., Artymowicz, P., D'Angelo, G., & Peplinski, A. 2007, *A&A*, 471, 1043
- Dominik, C. & Tielens, A. G. G. M. 1997, *ApJ*, 480, 647
- Dzyurkevich, N., Flock, M., Turner, N. J., Klahr, H., & Henning, T. 2010, *A&A*, 515, A70
- Faure, J., Fromang, S., & Latter, H. N. 2014, *ArXiv e-prints*
- Fromang, S., Hennebelle, P., & Teyssier, R. 2006, *A&A*, 457, 371
- Gammie, C. F. 1996, *ApJ*, 457, 355
- Garaud, P., Meru, F., Galvagni, M., & Olczak, C. 2013, *ApJ*, 764, 146
- Goldreich, P. & Ward, W. R. 1973, *ApJ*, 183, 1051
- Hayashi, C., Nakazawa, K., & Nakagawa, Y. 1985, in *Protostars and Planets II*, ed. D. C. Black & M. S. Matthews, 1100–1153
- Hughes, A. L. H. & Armitage, P. J. 2012, *MNRAS*, 423, 389
- Inaba, S. & Barge, P. 2006, *ApJ*, 649, 415
- Isella, A., Pérez, L. M., Carpenter, J. M., et al. 2013, *ApJ*, 775, 30
- Johansen, A., Andersen, A. C., & Brandenburg, A. 2004, *A&A*, 417, 361
- Klahr, H. & Bodenheimer, P. 2006, *ApJ*, 639, 432
- Kornet, K., Stepinski, T. F., & Różyczka, M. 2001, *A&A*, 378, 180
- Kothe, S., Güttler, C., & Blum, J. 2010, *ApJ*, 725, 1242
- Kretke, K. A. & Lin, D. N. C. 2007, *ApJ*, 664, L55
- Kretke, K. A., Lin, D. N. C., Garaud, P., & Turner, N. J. 2009, *ApJ*, 690, 407
- Latter, H. N. & Balbus, S. 2012, *ArXiv e-prints*
- Lesur, G. & Papaloizou, J. C. B. 2009, *A&A*, 498, 1
- Li, H., Finn, J. M., Lovelace, R. V. E., & Colgate, S. A. 2000, *ApJ*, 533, 1023
- Lin, M.-K. 2012, *ApJ*, 754, 21
- Lin, M.-K. & Papaloizou, J. C. B. 2011, *MNRAS*, 415, 1426
- Lovelace, R. V. E., Li, H., Colgate, S. A., & Nelson, A. F. 1999, *ApJ*, 513, 805
- Lyra, W., Johansen, A., Klahr, H., & Piskunov, N. 2008, *A&A*, 491, L41
- Lyra, W. & Klahr, H. 2011, *A&A*, 527, A138
- Lyra, W. & Mac Low, M.-M. 2012, *ArXiv e-prints*
- Meheut, H., Casse, F., Varniere, P., & Tagger, M. 2010, *A&A*, 516, A31
- Meheut, H., Keppens, R., Casse, F., & Benz, W. 2012a, *A&A*, 542, A9
- Meheut, H., Lovelace, R. V. E., & Lai, D. 2013, *MNRAS*, 430, 1988
- Meheut, H., Meliani, Z., Varniere, P., & Benz, W. 2012b, *A&A*, 545, A134
- Nakagawa, Y., Nakazawa, K., & Hayashi, C. 1981, *Icarus*, 45, 517
- Paardekooper, S.-J., Lesur, G., & Papaloizou, J. C. B. 2010, *ApJ*, 725, 146
- Pérez, L. M., Isella, A., Carpenter, J. M., & Chandler, C. J. 2014, *ApJ*, 783, L13
- Poppe, T., Blum, J., & Henning, T. 2000, *ApJ*, 533, 472
- Regály, Z., Juhász, A., Sándor, Z., & Dullemond, C. P. 2012, *MNRAS*, 419, 1701
- Richard, S., Barge, P., & Le Dizès, S. 2013, *A&A*, 559, A30
- Seizinger, A. & Kley, W. 2013, *A&A*, 551, A65
- Sekiya, M. 1998, *Icarus*, 133, 298
- Stepinski, T. F. & Valageas, P. 1997, *A&A*, 319, 1007
- Takeuchi, T. & Lin, D. N. C. 2002, *ApJ*, 581, 1344
- Tanga, P., Babiano, A., Dubrulle, B., & Provenzale, A. 1996, *Icarus*, 121, 158
- Teyssier, R. 2002, *A&A*, 385, 337
- Turner, N. J., Carballido, A., & Sano, T. 2010, *ApJ*, 708, 188
- van der Marel, N., van Dishoeck, E. F., Bruderer, S., et al. 2013, *Science*, 340, 1199
- Varnière, P. & Tagger, M. 2006, *A&A*, 446, L13
- Weidenschilling, S. J. 1977, *MNRAS*, 180, 57
- Weidenschilling, S. J. 1980, *Icarus*, 44, 172
- Weidenschilling, S. J. & Cuzzi, J. N. 1993, in *Protostars and Planets III*, ed. E. H. Levy & J. I. Lunine, 1031–1060
- Windmark, F., Birnstiel, T., Ormel, C. W., & Dullemond, C. P. 2012, *A&A*, 544, L16
- Wurm, G., Paraskov, G., & Krauss, O. 2005, *Icarus*, 178, 253
- Yu, C. & Lai, D. 2013, *MNRAS*, 429, 2748
- Yu, C. & Li, H. 2009, *ApJ*, 702, 75
- Zsom, A., Ormel, C. W., Güttler, C., Blum, J., & Dullemond, C. P. 2010, *A&A*, 513, A57

6.2 Résultats

6.2.1 Simulations MHD

J'ai réalisé tout d'abord une simulation du modèle IE-FIX dont le bord interne est fixé en $R_{DZ} = 3.5 R_0$. Les conditions initiales sont fournies par la simulation du modèle IDEAL en régime quasi-stationnaire. Une perturbation de densité axisymétrique se développe derrière le bord interne de la zone morte en quelques temps dynamiques. Quelques dizaines d'orbites après le début de la simulation, un vortex se forme au maximum local de densité ($R_f = 3.7 R_0$). Le vortex émet des ondes de choc dans la zone morte. Elles sont bien visibles sur les cartes des perturbations de densité comme celle de la figure 5 de la section 6.1. Elles transportent du moment cinétique, interagissent avec l'écoulement et ralentissent la croissance de la sur-densité.

J'ai conduit ensuite une simulation du modèle IE-FREE. Cette simulation est initialisée avec l'état du disque calculé dans la simulation précédente quelques centaines d'orbites après l'apparition du vortex. La valeur de T_{MRI} est choisie de telle sorte que $R_c = 3.5 R_0$. La position initiale du front de MRI correspond à sa position de stabilité. Le bord interne de la zone morte est donc fixe pendant toute la durée de la simulation du modèle de disque IE-FREE.

Le cycle des vortex. Le vortex, formé pendant la simulation IE-FIX, migre vers l'intérieur du disque pendant la simulation IE-FREE. Ce comportement surprenant donne lieu à une évolution cyclique de la dynamique du gaz dans la région autour du bord interne de la zone morte.

La figure 2 de la section 6.1 illustre ce résultat : Les cinq premières vignettes montrent clairement que le vortex migre vers le centre du disque. Au cours de sa migration, le vortex traverse le bord interne de la zone morte. Sur la quatrième vignette, le vortex est complètement immergé dans la zone active. On constate aussi que la taille du vortex diminue pendant sa migration. Sur la sixième vignette il est difficile de distinguer le vortex des fluctuations turbulentes environnantes. On remarque sur cette image l'apparition d'une nouvelle perturbation de vorticité dans la zone morte. Sur la vignette suivante, le vortex qui a quitté la zone morte a disparu et un nouveau vortex s'est formé au rayon où le premier vortex était apparu ($R_f = 3.7 R_0$). Ce nouveau vortex adopte à son tour la même évolution.

Les générations de vortex qui se succèdent suivent le même cycle de formation-migration-destruction. L'amplitude de migration des différentes générations de vortex est montré sur la figure 3 de la section 6.1. Les vortex migrent en moyenne sur 3 échelles de hauteur locales environ. La période moyenne du cycle est de 300 orbites. On réalise sur cette figure que le vortex observé dans la simulation du modèle IE-FIX migre aussi vers l'intérieur. La figure 13 de la section 6.1 montre la position des vortex de la simulation IE-FIX en fonction du temps avec une échelle adaptée. L'amplitude de migration est beaucoup plus faible et la période beaucoup plus courte.

La rétroaction de la température sur la résistivité dans le modèle IE-FREE explique la relative longévité des vortex dans ce modèle. En effet, dans le modèle IE-FIX, la résistivité est fonction de la position uniquement. Lorsque le vortex entre dans la zone non résistive, la MRI croit dans le vortex et amorce la turbulence qui le détruit de l'intérieur.

Dans le modèle IE-FREE, en revanche, la résistivité dépend de la température (Eq.4.39). À mesure qu'il migre, le vortex se refroidit (voir figure 4 de la section 6.1). À son entrée dans la zone active, la température du vortex est sous le seuil de résistivité T_{MRI} . Contrairement au cas précédent, la résistivité reste importante dans le vortex et empêche la croissance de la MRI. La turbulence n'est donc pas entretenue dans le vortex. Les fluctuations résiduelles de vitesse ne perturbent pas suffisamment la structure du vortex pour le disloquer. Le vortex est protégé d'une dissolution interne mais sa surface est progressivement érodée par les fluctuations dans le gaz qui l'entoure. Le vortex perd de la masse et rétrécit jusqu'à totalement disparaître, mêlé aux fluctuations. La rétroaction de la température sur la résistivité permet donc au vortex de pénétrer significativement plus loin dans la zone active.

La figure 4 de la section 6.1 montre qu'une évolution à long terme se superpose à la variation cyclique de la température. On observe la même tendance sur la variation de la densité du vortex. À la fin de la simulation, le système n'a donc pas atteint un état quasi-stationnaire. Le temps de calcul dont je disposais et le coût important d'une simulation 3D limitaient l'intégration des équations aux quelques cycles déjà simulés. Il subsistait donc le doute que le cycle puisse être un phénomène transitoire lié à l'initialisation du modèle.

Le temps de calcul limitait aussi notre compréhension du phénomène. En particulier, il n'est pas possible d'identifier le mécanisme responsable de la migration des vortex dans une seule simulation aussi sophistiquée, où champ magnétique, turbulence et thermodynamique sont entremêlés. Pour dégager les principaux mécanismes physiques dans un écoulement complexe, on s'appuie généralement sur l'étude des différences entre des simulations de variantes d'un même modèle. Le temps de calcul ne me permettait pas d'envisager la réalisation de plusieurs simulations du modèle turbulent.

On a donc eu besoin d'un modèle simplifié au coût numérique faible qui contient les ingrédients physiques essentiels à la reproduction du cycle. La section suivante rapporte les résultats des simulations d'un modèle visqueux conçu pour répondre à ce besoin.

6.2.2 Modèle visqueux de la région du bord interne de la zone morte

Le profil radial de viscosité est calculé à partir de la moyenne temporelle de α dans la simulation du modèle IE-FIX. Le profil moyen de α est modifié pour éliminer la contribution du vortex de la simulation IE-FIX au transport de moment cinétique : $\nu = \alpha_{\text{modif}} c_s H$ avec

$$\alpha_{\text{modif}} = \begin{cases} \langle \alpha \rangle & \text{si } R < 3.5 R_0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (6.1)$$

La zone interne du disque ($R < 3.5 R_0$) est donc visqueuse tandis que l'extérieur du disque est inviscide.

Dans la simulation de ce modèle, une sur-densité axisymétrique se développe dans la zone inviscide et l'écoulement reste laminaire. La figure 6.1 compare la croissance de la densité dans la simulation du modèle visqueux et la croissance de la sur-densité dans une simulation MHD sans vortex. Grâce à l'ajustement du profil de viscosité (Eq.6.1), la croissance de la sur-densité reproduit fidèlement la croissance observée dans un modèle turbulent sans vortex.

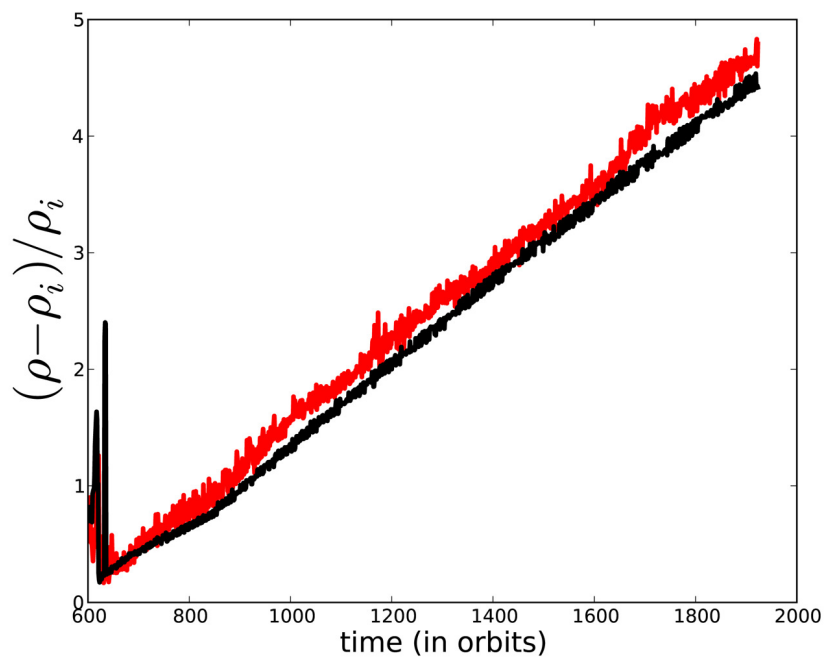


Figure 6.1 – Évolution de la perturbation relative de densité dans la simulation MHD du modèle IE-FIX (en rouge) et dans la simulation 2D du modèle visqueux de la région du bord interne de la zone morte (en noir). Dans la simulation MHD, la formation de vortex a été inhibée en réduisant l'ouverture angulaire du domaine. Aucun vortex ne se forme dans la simulation 2D avant l'introduction d'une perturbation au maximum de densité.

À mesure que la sur-densité croît, la rotation du fluide est modifiée. L'écoulement est instable où la fonction \mathcal{S} admet un maximum (voir le paragraphe de la section 3.1.2 sur la RWI). Le profil radial moyen de \mathcal{S} (Eq.3.2) lorsque le maximum de densité atteint 5 fois la densité locale initiale est représenté sur la figure 6 de la section 6.1. Le critère de déclenchement de la RWI est vérifié dans la région de la sur-densité. L'instabilité de l'écoulement est alors provoquée par l'ajout d'une petite perturbation de vitesse dans cette zone. Le modèle est aussi complété avec cette prescription :

$$v(T) = \begin{cases} \alpha_{\text{modif}} c_s^2 / \Omega & \text{si } T > T_{\text{MRI}} \\ 0 & \text{autrement,} \end{cases} \quad (6.2)$$

inspirée de [Latter et Balbus \(2012\)](#), qui modélise la rétroaction de la température sur la turbulence. Je fais référence à cette version du modèle visqueux sous l'appellation "VISC-REF". L'amplitude des perturbations croît exponentiellement (voir figure 7 de la section 6.1). À la fin de la phase linéaire, un vortex s'est formé au maximum local de densité. La valeur du taux de croissance mesurée supporte l'hypothèse que la RWI est bel et bien le vecteur de la formation des vortex dans la simulation.

Le vortex migre vers l'intérieur du disque et disparaît dans la zone visqueuse. Un nouveau vortex se développe là où son prédécesseur s'était formé. Le comportement cyclique des vortex est reproduit dans la simulation 2D.

Après quelques cycles, le système atteint un régime quasi-stationnaire. La figure 9 de la section 6.1 montre l'aspect et la position d'un vortex du régime stationnaire à différentes étapes de son évolution. Les amplitudes de migration des vortex dans la simulation 3D et la simulation 2D sont similaires (voir figure 8 de la section 6.1). La période du cycle est deux fois plus courte (150 orbites) dans la simulation 2D car le vortex se déplace deux fois plus vite. On remarque que le temps de survie du vortex dans la zone visqueuse est bien plus long que le temps caractéristique de diffusion visqueuse T_d de la rotation du vortex sur sa taille $s \leq 0.5 H$:

$$T_d = \frac{s^2}{\nu} \sim \frac{1}{2\pi\langle\alpha\rangle} \left(\frac{s}{H}\right)^2 \frac{2\pi}{\Omega} \sim 4 \quad \text{orbites locales,} \quad (6.3)$$

soit 30 orbites en $R = R_0$. Comme dans le cas des vortex du disque turbulent, le refroidissement du vortex (voir figure 11 de la section 6.1) explique sa grande longévité. La rotation au coeur du vortex est protégée de la dissipation visqueuse car la température dans le vortex est sous le seuil T_{MRI} (voir équation 6.2). Le calcul de T_d qui postule que l'intérieur du vortex est visqueux sous-estime donc complètement le temps de survie du vortex. Le vortex est toutefois freiné à sa surface de contact avec le milieu visqueux. Il se vide de sa masse au cours de sa migration (voir figure 10 de la section 6.1). Le vortex affaiblit par le milieu ambiant sera finalement détruit par les perturbations générées par son successeur en formation.

6.3 Conclusions, discussion et perspectives

6.3.1 Processus de migration

J'ai montré précédemment que la diffusion visqueuse (ou turbulente) de la vortécité à la surface du vortex est responsable de sa destruction. En revanche,

nous n'avons pas identifié le mécanisme qui cause sa migration.

Dans un disque magnétisé non stratifié tel que le modèle dont j'ai simulé l'évolution, la dérive radiale des vortex est une solution générale des équations (Balbus et Ricotti 1999). La première étude numérique de la migration des vortex dans un disque d'accrétion a été menée à l'aide de simulations de disques isothermes (Paardekooper et al. 2010). Cette étude dévoile qu'un vortex génère deux ondes sonores qui emportent de l'impulsion. De façon similaire au couple de Lindblad qui fait migrer une planète, la dissymétrie entre les deux ondes entraîne la perte ou le gain de moment cinétique pour le vortex et donc, sa migration.

J'ai qualifié le cycle des vortex de résultat "surprenant" car il est en contradiction apparente avec Paardekooper et al. (2010) qui établit que l'asymétrie entre les deux ondes disparaît si le vortex est situé sur un maximum local de densité. Les vortex de mes simulations ne détruisent pas la sur-densité sur laquelle ils se forment comme dans les simulations adiabatiques de Richard et al. (2013, voir paragraphe sur la RWI de la Section 3.1.2). Ils ne sont donc pas libérés de l'emprise de la sur-densité et devraient donc rester bloqués au maximum de densité.

J'ai entrepris l'étude des conditions de migration des vortex dans le but d'en saisir le mécanisme physique. Pour la raison évoquée précédemment, je me suis limité à l'étude de la migration dans les simulations 2D. Cette première étude a déjà signalé l'importance des processus thermodynamiques. La plupart des tests réalisés n'ont pas été mentionnés dans la section 6.1 car ils n'apportent pas de réponse sans équivoque au problème de la migration. Certains méritent cependant d'être rapportés ci-dessous car je pense qu'ils sont autant de pistes à explorer pour une investigation plus approfondie.

En premier lieu, les résultats obtenus par Paardekooper et al. (2010) et Richard et al. (2013) ont été reproduits afin d'éloigner la possibilité d'un artefact numérique.

Test de l'effet de la thermodynamique sur la migration. J'ai ensuite testé l'impact de l'approximation localement isotherme. Dans la simulation du modèle visqueux, la température est figée au moment de l'introduction de la perturbation de vitesse dans le disque (modèle "VISC-ISO"). Conformément à nos attentes fondées sur les résultats de Paardekooper et al. (2010), le vortex qui se forme au maximum de densité ne migre pas dans ce cas. Ce résultat prouve que la migration des vortex est sensible à la modélisation thermodynamique du disque. Le cycle des vortex n'a pas été découvert par Lyra et Mac Low (2012) car cette première étude de la formation de vortex au bord interne de la zone morte repose sur l'analyse de simulations de modèles de disque isothermes.

Je m'appuie sur un bilan global de moment cinétique pour tenter de comprendre la différence de comportement entre le vortex du modèle VISC-ISO avec ceux du modèle VISC-REF. Les calculs sont effectués dans le repère polaire (r', ψ) lié au vortex. Je fais l'approximation que la perturbation du vortex au profil de rotation sans vortex $\bar{\Omega}$ a la forme d'un disque uniforme centré sur la coordonnée $(R, \phi) = (R_m, \phi_m)$ qui définit la position du vortex. La perturbation δX de la quantité X est définie par rapport à la valeur \bar{X} mesurée avant

la formation du vortex. La variation spatiale de \bar{X} est lente comparée à la variation de la perturbation δX du vortex. La perturbation de vitesse s'exprime en fonction de la perturbation $\delta\omega_z$ de vorticité : $\delta\vec{v} \sim \delta\omega_z r' \vec{u}_\psi$. J'introduis l'équilibre géostrophique (Eq. 2.39) du vortex :

$$\rho(r') \bar{\Omega} \delta\omega_z(r') r' = -\frac{\partial \delta P}{\partial r'}, \quad (6.4)$$

dans l'expression du moment cinétique de spin total du vortex :

$$\vec{S} = \int \int \rho(r') \delta\omega_z(r') r'^3 dr' d\psi \vec{u}_z \sim -\frac{2\pi \delta P(r'=0) s^2}{3\bar{\Omega}} \vec{u}_z. \quad (6.5)$$

J'ai supposé que :

$$\left| \frac{\partial \delta P}{\partial r'} \right| \sim \frac{\delta P(r'=0)}{s}. \quad (6.6)$$

L'évolution du spin du vortex est donc intrinsèquement reliée à la valeur de δP dans le vortex et par conséquent à la prescription thermodynamique employée.

- Dans le modèle VISC-ISO, la pression et la densité au centre du vortex sont reliées par :

$$\frac{\bar{P}(R_m) + \delta P}{\bar{\rho}(R_m) + \delta \rho} = \frac{R_{GP}}{\mu} T(R_m). \quad (6.7)$$

On en déduit que, dans le cas limite du disque en évolution isotherme :

$$\frac{\vec{S} \cdot \vec{u}_z}{M_v} \propto \frac{T(R_m)}{\bar{\Omega}(R_m)} \quad (6.8)$$

avec M_v la masse du vortex.

- Dans le modèle de disque VISC-REF, j'ai mesuré l'évolution de la densité et de la pression au centre du vortex au cours de sa migration. J'ai trouvé que le vortex suit une évolution de type polytropique :

$$\frac{\bar{P} + \delta P}{(\bar{\rho} + \delta \rho)^\Gamma} = \left(\frac{\bar{P} + \delta P}{(\bar{\rho} + \delta \rho)^\Gamma} \right)_{R=R_f} = C \quad (6.9)$$

avec $\Gamma \sim 0.6$ et R_f le lieu de formation du vortex. C est donc une constante qui dépend des conditions initiales de formation du vortex. Je fais l'approximation que $\delta P / \bar{P} \ll 1$ et $\delta \rho / \bar{\rho} \ll 1$ pour établir que :

$$\delta P = g(R_m) + \frac{\bar{P}(R_f)}{\bar{\rho}(R_f)^\Gamma} \Gamma \bar{\rho}(R_m)^{(\Gamma-1)} \delta \rho \quad (6.10)$$

avec $g(R_m)$ une fonction qui dépend uniquement de \bar{P} , de $\bar{\rho}$ et des perturbations au centre du vortex au moment de sa formation. Le gradient de cette quantité est donc négligé devant le gradient de $\delta \rho$. On en déduit que dans le cas du modèle de disque VISC-REF :

$$\frac{\vec{S} \cdot \vec{u}_z}{M_v} \propto \frac{\bar{\rho}(R_m)^{\Gamma-1}}{\bar{\Omega}(R_m)} \quad (6.11)$$

Dans les simulations du bord interne de la zone morte, le vortex perd de la masse et la viscosité (ou la turbulence) à sa surface diminue son moment cinétique de spin. Je suppose qu'il n'y a pas d'autres effets sur la rotation du vortex. Le moment cinétique de spin peut diminuer au cours de la migration à condition que la variation des fonctions $f_{ISO} = T(R)/\bar{\Omega}(R)$ et $f_{REF} = \rho(R)\Gamma^{-1}/\bar{\Omega}(R)$ ne compense pas la perte de masse. Les profils des fonctions f_X sont représentés sur la figure 6.2, ainsi que l'évolution de la masse en fonction de la position du vortex dans la simulation 2D visqueuse non-isotherme. On remarque que le gradient radial de f_{REF} au voisinage du bord interne est plus grand que le gradient de f_{ISO} . La migration est donc favorisée dans le cas non-isotherme. Cependant la variation radiale de f_{ISO} ne compense pas le profil radial d'évolution de la masse du vortex. Le vortex du modèle isotherme devrait donc migrer lui aussi.

Le résultat de ce calcul n'est pas concluant. Plusieurs approximations ont été nécessaires pour mener ce développement, la plus drastique étant certainement l'hypothèse que seule la diffusion visqueuse modifie le moment cinétique de spin du vortex.

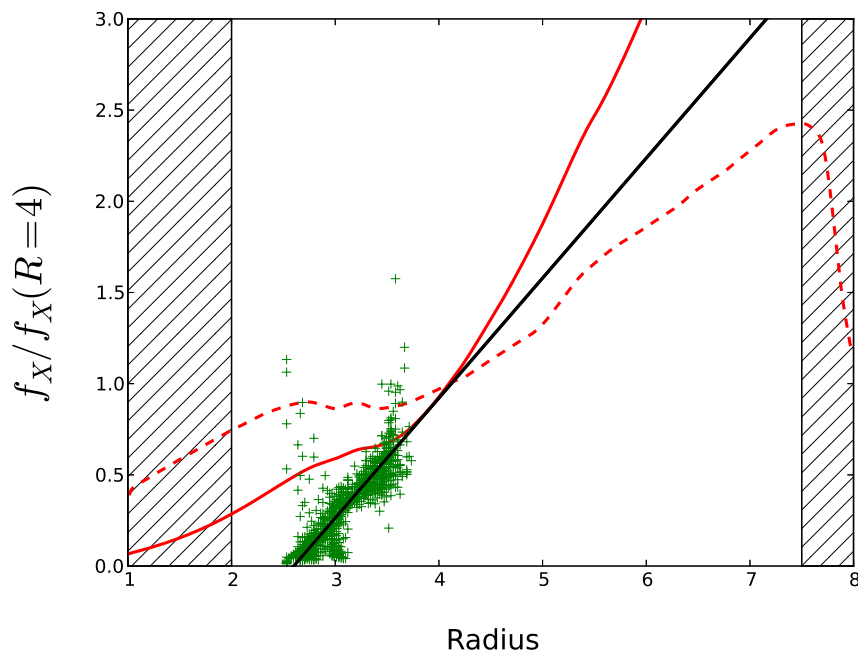


Figure 6.2 – Profil des fonctions f_{REF} (trait plein rouge) et f_{ISO} (trait pointillé) à l'instant initial de la simulation 2D visqueuse. Les fonctions f_X sont normalisées par leur valeur en $R = 4R_0$. Les croix vertes représentent la masse du vortex en fonction de sa position. L'évolution de la masse en fonction de la position est modélisée par une fonction affine dessinée en noir. La masse est normalisée par la valeur extrapolée en $R = 4R_0$.

Les sources de vorticité ($\vec{\omega} \cdot \vec{u}_z = \omega_z$) dans un écoulement bi-dimensionnel

non magnétisé sont de nature visqueuse ou thermodynamique :

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\omega_z \vec{v}) = \underbrace{\frac{R_{GP}}{\mu \rho} \vec{\nabla} \rho \wedge \vec{\nabla} T}_{\text{terme barocline}} + \underbrace{\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}}{\rho} \right)}_{\text{terme visqueux}} + \vec{\nabla} \wedge \vec{B} \quad (6.12)$$

Les deux paragraphes suivants rapportent les tests entrepris pour sonder l'effet de ces deux sources sur la migration. Les résultats de tous ces tests sont compilés dans les tableaux 6.1 et 6.2

Test de l'effet barocline sur la migration. Pour isoler l'effet du terme barocline sur la migration, j'ai réalisé une série de simulations de différentes variantes du modèle de disque inviscide de [Paardekooper et al. \(2010\)](#). Je me suis restreint au cas du disque avec des profils moyens de densité et de température uniformes (profils plats).

Dans un modèle de disque isotherme (température indépendante du temps, modèle "PAAR-ISO" du tableau 6.1), j'ai vérifié que le vortex ne migre pas.

Dans un modèle de disque adiabatique (P/ρ^γ indépendant du temps, modèle "PAAR-ADIA" du tableau 6.1), le vortex ne migre pas plus. J'ai vérifié que l'interaction des ondes excitées par le vortex avec le milieu ambiant est bien fonction de la prescription thermodynamique mais j'ai constaté que c'est sans conséquence sur la migration du vortex.

J'ai simulé ensuite l'évolution de trois modèles de disques dans lesquels une fonction de refroidissement est superposée à la perturbation de vorticité. L'évolution du gaz à l'extérieur du vortex est adiabatique. Dans le modèle "PAAR-COOL-SYM", la fonction de refroidissement est symétrique autour du centre du vortex. Le gradient de température crée au bord du vortex entraîne sa migration vers l'extérieur du disque. Le terme barocline a donc un effet notable sur la migration des vortex.

Dans le modèle "PAAR-COOL-CLOSE" le refroidissement du vortex est plus important du côté proche de l'étoile et dans le modèle "PAAR-COOL-FAR" le refroidissement du vortex est plus important du côté le plus éloigné. Quelle que soit l'asymétrie de température ainsi introduite, le sens de migration est inchangé. Ce constat suggère que la migration des vortex vers l'intérieur dans les simulations visqueuses n'est pas un effet du terme barocline puisqu'il semble favoriser la migration vers l'extérieur.

Test de l'effet de la viscosité sur la migration. La viscosité affecte la rotation du vortex en surface : le terme visqueux de l'équation (6.12) diverge au bord du vortex à cause de la discontinuité de viscosité (Eq.6.2). La viscosité agit sur la vorticité aussi via le terme barocline car le contraste de chauffage visqueux entre l'intérieur et l'extérieur du vortex crée un gradient de température.

Pour dissocier l'action de la viscosité sur la dynamique de l'écoulement et la thermodynamique du disque, j'ai décomposé la viscosité en deux composantes distinctes. La viscosité ν_T est utilisée dans l'équation de conservation de l'énergie et la viscosité ν_ν est utilisée dans l'équation d'évolution de l'impulsion et du moment cinétique.

J'ai réalisé une série de simulations 2D de différentes variantes du modèle visqueux de la région du bord interne de la zone morte pour sonder l'effet de

Modèle	prescription thermodynamique	Migration
PAAR-ISO	isotherme	Non
PAAR-ADIA	adiabatique	Non
PAAR-COOL-SYM	adiabatique hors du vortex & refroidissement symétrique du vortex	Vers l'Ext.
PAAR-COOL-CLOSE	adiabatique hors du vortex & refroidissement asymétrique du vortex (plus froid vers l'étoile)	Vers l'Ext.
PAAR-COOL-FAR	adiabatique hors du vortex & refroidissement asymétrique du vortex (moins froid vers l'étoile)	Vers l'Ext.

Table 6.1 – Table des résultats des simulations dédiées à l'étude de l'effet des processus thermodynamiques sur la migration du vortex.

la viscosité sur la migration.

Dans une simulation 2D du modèle de disque avec une viscosité ν_v doublée (modèle "VISC-DOUBLE" du tableau 6.2), la migration est inchangée. La migration du vortex ne semble pas sensible à la valeur absolue de la viscosité. Dans une simulation 2D du modèle de disque avec une variation moins abrupt des viscosités ν_v et ν_T au bord du vortex, la migration est inchangée. La migration du vortex ne dépend pas du gradient de viscosité au bord du vortex. J'ai conduit plusieurs simulations du modèle de disque avec une viscosité $0 < \nu_T \leq \alpha_{\text{modif}} c_s H$ où $\nu_v = 0$. Les résultats de ces simulations sont compilés dans le tableau 6.2 (modèles "VISC-HEAT"). Le chauffage rémanent dans les zones non visqueuses ne change pas la migration, tant que le taux chauffage est assez faible pour permettre au vortex de maintenir sa température sous le seuil T_{MRI} . La migration n'est donc pas sensible aux détails de la thermodynamique du vortex.

La migration du vortex dans les simulations des modèles décrits ci-dessous est montrée sur la figure 6.3. Le nom de chaque modèle fait référence à la couleur avec laquelle il est représenté sur celle-ci.

Modèle **VISC-RED** : Dans une simulation 2D du modèle de disque avec une viscosité ν_v fixée (indépendante de la température), le vortex migre mais il est détruit très rapidement. De façon analogue au cas MHD IE-FIX, la température ne protège pas l'intérieur du vortex de la dissipation visqueuse. Le vortex ne résiste pas à son entrée dans la zone visqueuse.

Modèle **VISC-BLUE** : Dans une simulation 2D du modèle de disque avec une viscosité ν_T fixée (indépendante de la température), le vortex migre jusqu'au bord de la zone inviscide où il se crée un "mini cycle" de formation-migration-destruction. Par rapport au cas précédent, le vortex bénéficie de la protection de la température à son entrée dans la zone visqueuse. Ce sursis est de courte durée car le vortex est chauffé par le milieu ambiant.

Modèle **VISC-GREEN** : Dans une simulation 2D du modèle de disque avec une viscosité ν_v nulle, le vortex s'arrête au bord de la zone visqueuse. Ce résultat me laisse perplexe. Quelle force retient donc le vortex ?

L'influence des conditions aux limites sur la migration des vortex est aussi

Modèle	ν_ν	ν_ν	ν_T	ν_T	Migration
	$T > T_{MRI}$	$T < T_{MRI}$	$T > T_{MRI}$	$T < T_{MRI}$	
VISC-DOUBLE	2ν	0	ν	0	Idem
VISC-HEAT	ν	0	ν	0.2ν	Idem
	ν	0	ν	0.5ν	Idem
	ν	0	ν	0.8ν	Idem
VISC-RED	ν	ν	ν	0	courbe rouge Fig. 6.3
VISC-BLUE	ν	0	ν	ν	courbe bleue Fig. 6.3
VISC-GREEN	0	0	ν	0	courbe verte Fig. 6.3

Table 6.2 – Table des résultats des simulations dédiées à l'étude de l'impact de la viscosité sur la migration des vortex. la mention "Idem" indique que la migration est inchangée par rapport à la simulation du modèle VISC-REF. $\nu = \alpha_{\text{modif}} c_s H$.

discutée en annexe C. Malgré toutes ces tentatives, le mécanisme de migration des vortex dans mes simulations reste mystérieux.

6.3.2 Formation de planétésimaux

La simulation 2D a prouvé que le cycle des vortex n'est pas un phénomène transitoire dû à l'initialisation du modèle. Potentiellement, tous les vortex du bord interne de la zone morte suivront un cycle de formation-migration-destruction. On peut légitimement supposer qu'ils emportent dans leur migration une fraction de la poussière accumulée au maximum de densité. Ces grains échappent à l'attraction de la sur-densité si un vortex les amène en profondeur dans la zone active, où le gaz est en rotation sub-képlérienne. Dans la simulation visqueuse et dans la simulation MHD, les vortex atteignent la région de rotation sub-képlérienne avant d'être détruits grâce à la rétroaction de la température sur la résistivité. Si les vortex arrivent à conserver les grains qu'ils ont collecté au bord interne jusqu'au moment de leur destruction alors le cycle affaiblit la concentration de la poussière au maximum de densité.

Le cas échéant, la rétroaction pervertit donc la capacité des vortex à concentrer la poussière. Ils jouent le rôle d'inhibiteurs plutôt que celui de catalyseurs de la formation planétaire. Les futurs modèles globaux d'évolution des grains de poussière dans le disque ne sauraient ignorer ce phénomène pour appréhender l'impact du bord interne de la zone morte sur la croissance des grains.

Avec les simulations présentées ici, il n'est pas possible d'aller plus loin dans l'analyse de l'effet du cycle sur l'évolution de la poussière au bord interne de la zone morte. Aussi, plusieurs questions essentielles à la modélisation de cet effet restent en suspend :

1. Quel niveau de concentration la poussière atteint-elle dans un vortex ? Est-il supérieur au seuil de déclenchement de l'instabilité gravitationnelle ?

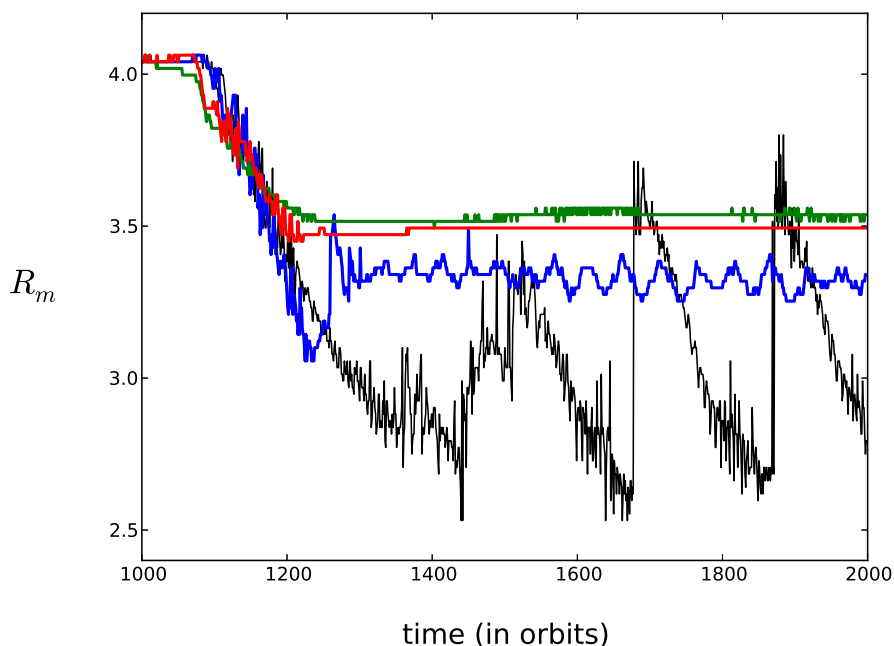


Figure 6.3 – Position radiale du vortex (R_m) en fonction du temps dans les simulations des modèles VISC-GREEN (courbe verte), VISC-RED (courbe rouge), VISC-BLUE (courbe bleue) et VISC-REF (courbe noire).

Les simulations à deux fluides (gaz + poussière) de Meheut et al. (2012b) ont montré qu'un vortex produit un contraste de concentration de poussière par rapport au gaz de deux ordres de grandeur en trois périodes orbitales seulement. Dans mes simulations, le vortex est quasiment statique sur cette échelle de temps. La migration ne limite donc pas sa capacité à capturer toute la poussière présente sur son orbite.

2. Quel est l'effet de la poussière sur la dynamique du vortex et sur le cycle ?

La poussière interagit fortement avec le rayonnement. La diffusion de la température, le chauffage et le refroidissement dépendent donc fortement de la quantité locale de poussière. Si la dynamique du vortex reflète son évolution thermodynamique alors on ne peut nier que la concentration de la poussière peut avoir un effet important sur la migration du vortex.

3. Quelle est la taille des grains lorsque le vortex est détruit ? Sont-ils toujours sujet à la dérive vers l'étoile ?

Le temps requis pour qu'une population de grains de taille centimétrique atteigne une taille suffisante pour assurer sa sauvegarde dans le disque est de quelques milliers d'années dans un disque non turbulent (Brauer et al. 2008). La période du cycle est considérablement plus courte, il semble donc peu probable que les grains aient le temps de croître significativement durant la migration du vortex. On gardera néanmoins à l'esprit que cette estimation de la croissance des grains dans le vortex est très incertaine. En effet, elle fait non seulement l'hypothèse que les grains sont libres de sédimenter, ce qui n'est pas forcément assuré par la protection qu'offre le vortex aux fluctuations turbulentes, mais elle ignore aussi la capacité du vortex à concentrer la poussière (rapport des densités de poussière et de gaz moyen).

Pour répondre à ces questions, des simulations de l'évolution de la poussière couplée à l'évolution du gaz dans un modèle de disque avec une zone morte sont requises. On a vu que le couplage est fonction de la taille des grains. Plusieurs populations de poussières de taille différentes doivent donc être considérées. L'évolution des populations de poussière doit être calculée conjointement à cause des processus de croissance et de fragmentation qui ne peuvent être ignorés. Ces modèles doivent aussi prendre en compte le phénomène de transfert radiatif car la sensibilité de l'absorption lumineuse à la concentration de poussière couple fortement l'évolution thermodynamique du gaz avec la dynamique des grains. Les simulations de ces modèles MHD multi-fluide, en plus d'être complexes, sont si coûteuses en terme de temps de calcul qu'elles ne sont pas raisonnablement envisageables compte tenu des ressources disponibles à l'heure actuelle. Leur réalisation constitue un des objectifs importants de la recherche dans le domaine de la formation des planétésimaux.

Conclusion

Dans cette thèse, je me suis intéressé au couplage entre l'évolution thermique et dynamique du gaz au bord interne de la zone morte. À cet endroit, la température, la résistivité et la turbulence de l'écoulement sont entremêlés de façon très complexe. La turbulence est entretenue par l'instabilité magnéto-rotationnelle qui requiert la présence de particules chargées dans le gaz (ionisation). L'agitation thermique des molécules (mesurée par la température) est la principale source d'ionisation et la dissipation des fluctuations turbulentes est la principale source de chaleur.

Ainsi, la turbulence agit sur la température via le chauffage turbulent et la température rétroagit sur la turbulence via le processus d'ionisation thermique. Le but de cette thèse a été d'étudier l'impact de cette boucle de rétroaction sur l'évolution du gaz au bord interne de la zone morte.

J'ai réalisé des simulations MHD d'un modèle de la région du bord interne de la zone morte qui prend en compte l'interaction des processus thermodynamiques avec la dynamique du gaz. Dans un premier temps, la formation des vortex a été inhibée artificiellement.

Ces simulations confirment le comportement dynamique du bord interne de la zone morte. Elle montrent que la vitesse de ces fronts turbulents (ou fronts de MRI) ne peut pas être prédite par un modèle diffusif des échanges de chaleur entre la zone turbulente et la zone morte. J'ai établi que ce transfert thermique est assuré par des ondes de choc générées au bord interne qui accélèrent le déplacement du front. À partir de la mesure de la vitesse des fronts j'ai estimé l'échelle de temps de la variabilité de l'accrétion potentiellement induite par ce phénomène. J'ai vérifié que les fronts se déplacent vers une position de stabilité déterminée par la compétition entre le chauffage turbulent moyen et le refroidissement radiatif. Dans ces simulations sans vortex, les processus thermodynamiques n'ont pas d'effet sur la formation d'un anneau de gaz plus dense au bord interne, lorsque celui-ci a atteint sa position de stabilité.

J'ai ensuite conduit des simulations de ce modèle dans lesquelles j'autorise le développement des vortex. Ces simulations révèlent un comportement inédit des vortex : un vortex formé dans la zone morte pénètre en profondeur dans la zone turbulente avant d'être détruit. La boucle de rétroaction est l'ingrédient essentiel à sa survie dans la zone turbulente : immunisé par sa faible température contre le développement de l'instabilité magnéto-rotationnelle, il est protégé de fluctuations internes qui le détruiraient rapidement. Le vortex est progressivement dissous, érodé en surface par les fluctuations environnantes. Lorsqu'il est détruit un nouveau vortex se forme dans la zone morte. Les vortex qui se succèdent suivent le même cycle de formation-migration-destruction. Cette découverte est susceptible de transformer notre vision du rôle du bord

interne de la zone morte dans la formation des planétésimaux.

Cette thèse met en évidence le fait que les processus thermodynamiques sont au coeur du fonctionnement de la région du bord interne de la zone morte dans les disques protoplanétaires. Elle ouvre de nombreuses perspectives dont certaines font l'objet de travaux que j'ai entrepris récemment :

- Les résultats présentés ci-dessus ont été établis pour une configuration particulière du champ magnétique initial. Le champ d'application des conclusions précédentes est restreint aux disques pour lesquels le flux moyen du champ magnétique est nul. Pour élargir l'étude de la dynamique du bord interne de la zone morte, j'ai réalisé des simulations d'un modèle de disque traversé initialement par un flux net de champ magnétique dans la direction verticale. Un phénomène nouveau se manifeste dans ces simulations : l'activation cyclique de la zone morte par l'accumulation du flux magnétique au bord interne. C'est un résultat préliminaire dont je teste actuellement la validité. La question sous-jacente est la suivante : l'augmentation soudaine de l'accrétion à l'activation de la zone morte est-elle une alternative crédible au mécanisme proposé pour expliquer les événements d'intense luminosité des objets de type FU Orionis ?
- La migration des vortex est à la base de leur comportement cyclique. Malgré une recherche active, la question de l'origine physique de la migration des vortex dans mes simulations n'a pas été clairement élucidée. La détermination des conditions de migration des vortex doit constituer un objectif à court terme. Une étude systématique de la migration des vortex dans des simulations de modèles de disques idéalisés, conçus spécialement pour ce problème, serait appropriée.
- Les résultats présentés dans ce manuscrit s'appuient sur des simulations MHD de disques dans lesquelles le transfert radiatif est modélisé de façon simpliste par une fonction de refroidissement. La diffusion de la chaleur n'a donc pas été prise en compte. Cette approximation limite la précision de la mesure de la vitesse des fronts qui sont sensibles à l'efficacité du transport d'énergie entre la zone turbulente et la zone morte. La durée de vie des vortex dans la zone turbulente est aussi concernée par cette approximation car leur résistance est due à leur faible température. La diffusion radiative devrait tendre à réduire la différence de température entre le vortex et le milieu extérieur. Le traitement du phénomène de transfert radiatif dans des simulations allonge considérablement le temps de calcul. Je conduis actuellement une simulation RMHD (pour "Radiative Magneto Hydro Dynamics") d'un modèle du bord interne de la zone morte qui inclut la diffusion radiative de la chaleur et la boucle de rétroaction. L'état actuel de la simulation est rapporté en annexe B.
- Proche de l'étoile, où la température est supérieure à la température de sublimation de la poussière, le rayonnement pénètre en profondeur dans le disque. L'interface entre cette cavité vide de grains et l'extérieur du disque est le "front de sublimation", sa position est le "rayon

de sublimation". La zone morte est au delà du front de sublimation, protégée par un écran de grains de poussière qui bloque le rayonnement ionisant de l'étoile. Cependant, la distance entre le bord interne de la zone morte et le rayon de sublimation est de l'ordre de quelques échelles de hauteur seulement. L'effet de ce front qui ionise le gaz et vaporise la poussière sur les fronts de MRI et le cycle des vortex pourra être examiné à l'aide de simulations RMHD d'un modèle qui prend en compte la variation de l'opacité du disque avec la température. De même, l'interaction des fronts avec le bord interne du disque, où le champ magnétique de l'étoile contrôle la dynamique du gaz, est aussi une question ouverte.

- Enfin, le cycle des vortex peut avoir des conséquences importantes sur la concentration de la poussière au bord interne. Notamment, il semblerait que les vortex soient en mesure de soustraire les grains qu'ils accumulent au bord interne du piège de la sur-densité. Le bord interne de la zone morte est-il alors bel et bien le berceau escompté de la formation planétaire ? Les implications du cycle sur la croissance des grains de poussière dans le disque et la formation des planétésimaux ne peuvent être appréhendés dans mes simulations de l'évolution du gaz. Des simulations de l'évolution de la poussière couplée à l'évolution du gaz dans un modèle de disque avec une zone morte sont nécessaires. Ces simulations, qui doivent aussi prendre en compte le phénomène de transfert radiatif et la croissance des grains, sont aussi complexes que coûteuses en terme de temps de calcul. Leur réalisation constitue un objectif important de la recherche dans le domaine de la formation des planétésimaux.

Troisième partie

Annexes



Cycle magnétique au bord interne de la zone morte

SOMMAIRE

A.1	MODÈLE DE DISQUE AVEC FLUX NET	150
A.2	RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES	150
A.2.1	Analyse des simulations	151
A.2.2	Cycle magnétique	155
A.2.3	Petit modèle de l'activation de la zone morte	155
A.2.4	Discussion	156

Dans l'étude de la dynamique du bord interne de la zone morte (Chap. 5, Faure et al. 2014), seul le cas d'un disque traversé par un champ sans flux net (et initialement purement orthoradial) a été considéré. Or, les simulations MHD de disques ont montré que la turbulence de l'écoulement dépend de la configuration initiale du champ magnétique et en particulier de son flux net à travers le domaine.

Dans ce chapitre je rapporte nos premiers résultats issus de l'analyse de simulations MHD du modèle de disque avec zone morte initialisées avec un champ magnétique vertical dont le flux à travers le domaine est non nul. La résolution et le domaine de ces simulations sont identiques à ceux des simulations présentés au chapitre 5 : $R \in [R_0, 8 R_0]$, $\phi \in [0, \pi/4]$ et $Z \in [-0.3 R_0, 0.3 R_0]$ pour une résolution de : [320,80,80]. L'interprétation des résultats est toujours en cours. Plusieurs tests sont planifiés et seront réalisés prochainement. Cette étude vise donc à étendre l'examen du comportement du bord interne de la zone morte au cas des disques traversés par un flux net de champ magnétique.

A.1 Modèle de disque avec flux net

Les modifications apportées au modèle présenté aux sections 4.2.1 et 4.2.3 sont détaillées dans cette section.

Le champ magnétique initial est purement vertical et uniforme dans la direction Z :

$$B_Z(t=0) = \sqrt{\frac{8\pi P}{\beta}} = \sqrt{\frac{8\pi P_0}{\beta}} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{(p+q)/2}. \quad (\text{A.1})$$

avec $\beta = 400$. Le flux net de champ magnétique à travers le plan du disque est donc non nul :

$$\Phi_B(t=0) = \int_{R_0}^{8R_0} \int_0^{\pi/4} B_Z(t=0) R dR d\phi \neq 0. \quad (\text{A.2})$$

La valeur de α dans des simulations de disques traversés par un champ magnétique vertical avec flux net de cette intensité est généralement autour de 0.1 (Simon et al. 2009). La valeur de σ choisie fixe $H_0/R_0 = 0.1$ si $\alpha = 0.1$.

Dans l'approximation MHD idéale, le champ magnétique et la matière dans le disque sont liés. Un flux de matière implique un flux de champ magnétique¹. Dans mes simulations MHD, les conditions limites aux bords interne et externe du domaine laissent sortir librement le champ magnétique mais ferment l'entrée au champ magnétique incident. Inévitablement, si la turbulence de l'écoulement transporte le moment cinétique dans mes simulations, le champ évacué à un bord n'est pas récupéré à l'autre. Le flux magnétique net à travers le domaine va donc diminuer à cause de l'accrétion de matière et des conditions aux bords du domaine.

Pour remédier à cela, je modélise une zone du disque $R^- < R < R^+$ où le flux de champ magnétique incident est en équilibre avec le flux sortant en ajoutant une source de champ magnétique :

$$B_Z(t+dt) = B_Z(t) + \delta B_0(t) \left(\frac{R}{R_0}\right)^{(p+q)/2} \quad (\text{A.3})$$

dans cette zone. La valeur de δB_0 , calculée à chaque itération, est nulle si

$$\Phi_B(t) = \left\langle \int_{R^-}^{R^+} \int_0^{\pi/4} B_Z(t) R dR d\phi \right\rangle_Z \geq \Phi_{\min}. \quad (\text{A.4})$$

Dans le cas contraire, δB_0 est tel que

$$\Phi_B(t+dt) = \left\langle \int_{R^-}^{R^+} \int_0^{\pi/4} B_Z(t+dt) R dR d\phi \right\rangle_Z = \Phi_{\min}. \quad (\text{A.5})$$

Le flux magnétique vertical net à travers la zone $R^- < R < R^+$ est maintenu au dessus d'une valeur minimale Φ_{\min} choisie initialement.

A.2 Résultats préliminaires

1. À ne pas confondre avec le flux DU champ magnétique, ou flux magnétique net.

A.2.1 Analyse des simulations

Simulation du modèle IDEAL. Dans le modèle IDEAL, tout le domaine de la simulation est une zone de “flux minimal”. Le flux magnétique vertical minimal est égal au flux net initial : $\Phi_{\min} = \Phi_B(t = 0)$. L’écoulement du disque dans la simulation du modèle IDEAL devient turbulent en quelques orbites. Le profil moyen de α mesuré en régime quasi-stationnaire est représenté sur la figure A.1. En moyenne, $\alpha = 0.15$. La diminution de α en dehors de la zone hachurée ($R > 6R_0$) n’est pas un effet de la résolution car le nombre de cellules par échelle de hauteur augmente dans la direction radiale. C’est peut-être un effet de la taille du domaine car à partir de $R = 6R_0$ l’extension verticale est inférieure à l’échelle de hauteur locale.

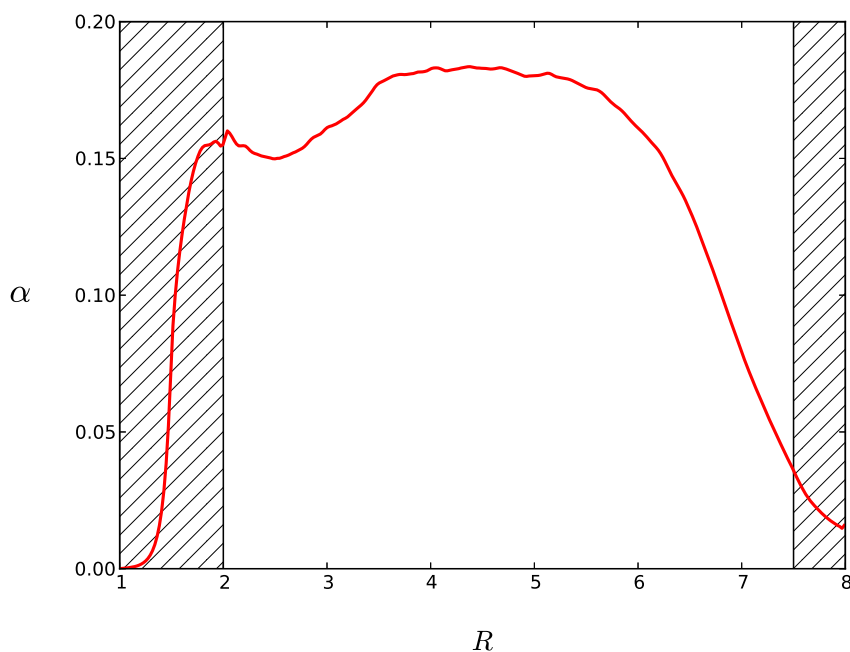


Figure A.1 – Profil radial de α moyenné sur 200 orbites en régime quasi-stationnaire de la simulation du modèle IDEAL avec flux net.

Simulation du modèle IE-FIX. Comme précédemment, l’état stationnaire du disque obtenu dans la simulation du modèle IDEAL fournit les conditions initiales de la simulation du modèle de disque IE-FIX. La position du bord interne de la zone morte est fixée en $R_{DZ} = 3.5$ par la prescription :

$$\eta(R) = \begin{cases} \eta_0 & \text{si } R > R_{DZ} \\ 0 & \text{autrement.} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

avec $\eta_0 = 10^{-3}$. Dans la zone résistive, $\Lambda_O < 1$ initialement.

Trois cas sont considérés :

- Cas 1 : tout le domaine est une zone de flux minimal. Le flux Φ_{\min} est égal au flux net initial dans le domaine : $\Phi_{\min} = \Phi_B(t = 0)$.

- Dans les autres cas, seule la zone turbulente est une zone de flux minimal. Ces deux cas diffèrent par la valeur du flux Φ_{\min} .
 - Cas 2.a : Le flux Φ_{\min} est égal au flux net initial dans le domaine : $\Phi_{\min}^{2.a} = \Phi_B(t=0)$.
 - Cas 2.b : Le flux Φ_{\min} est égal au flux net initial dans la zone de flux minimal. En pratique : $\Phi_{\min}^{2.a} \sim 1.25\Phi_{\min}^{2.b}$

Dans les trois cas, le champ magnétique de la zone active est advecté avec la matière vers la zone morte : il se concentre dans la même zone que la matière. La sur-densité qui se forme au bord interne est donc traversée par un fort champ magnétique vertical. La résistivité dans la zone morte diffuse le champ magnétique vers le bord externe du domaine. La figure A.2 montre la moyenne verticale, azimutale et temporelle du profil radial de l'intensité du champ magnétique vertical dans les différents cas.

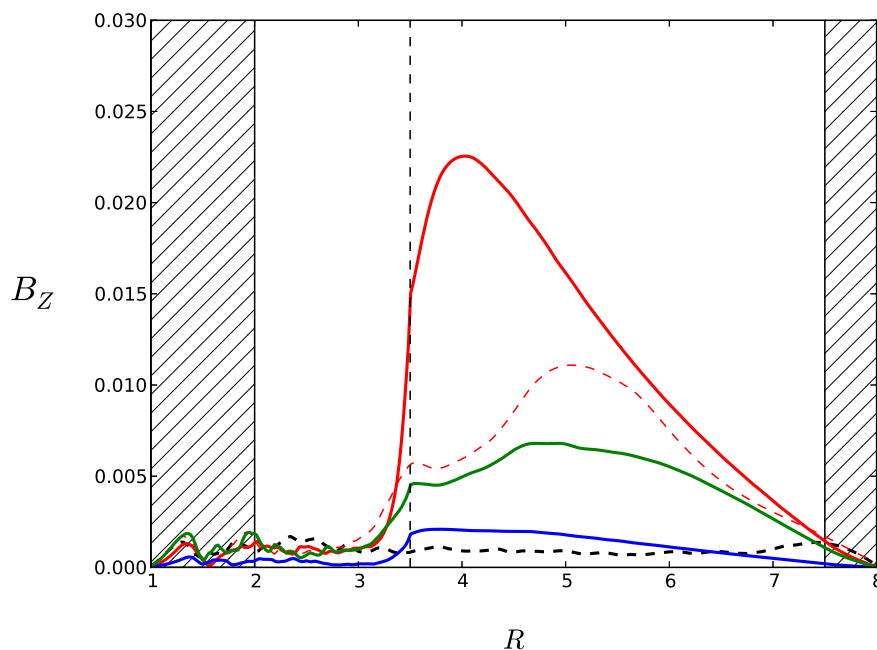


Figure A.2 – Profil radial de B_z , moyenné dans la direction verticale et azimutale, dans les simulations IE-FIX : cas 1 (courbe bleue), cas 2.a (ligne continue rouge) et cas 2.b (courbe verte). Le profil est moyenné sur 50 orbites autour de $t = 725$ orbites après le début de la simulation IE-FIX. La ligne pointillée rouge montre le profil radial de B_z moyenné 100 orbites plus tard. La ligne noire en traits pointillés épais montre le profil dans la simulation IDEAL en régime quasi-stationnaire. La position $R = R_{DZ}$ est indiquée par la ligne verticale pointillée.

Le profil du champ magnétique obtenu dans la simulation IDEAL est indiqué par la courbe noire. Dans le cas 1, lorsque la zone active a déversé toute son énergie magnétique dans la zone morte, le disque atteint un état stationnaire. Le flux net dans la zone morte est égal au flux net initial sur la totalité du domaine. Le profil de B_z stationnaire est montré sur la figure A.2 (ligne bleue).

Dans le cas 2.b, le disque atteint un état stationnaire lorsque le transport de champ magnétique par la résistivité dans la zone morte équilibre l'advection du

flux au bord interne. Le profil de B_Z stationnaire est montré sur la figure A.2 (ligne verte).

Dans le cas 2.a, le disque n'atteint pas un état stationnaire. La figure A.3 montre l'évolution du flux net dans la zone morte. Au début de la simulation IE-FIX, le flux de champ magnétique dans la zone morte augmente continûment. 750 orbites plus tard le flux diminue brutalement. Je note cet instant $t_{eruption}$. Le flux reste constant pendant les 700 orbites suivantes puis croît à nouveau. Les cartes des fluctuations relatives de densité à différents instants (figure A.4) indiquent qu'une grande partie de la zone résistive ($R > 3.5$), laminaire avant $t = t_{eruption}$ est devenue turbulente au moment de la diminution brutale du flux. Le bord interne de la zone morte a été déplacé en $R \sim 5.5-6$ au cours de cet événement. La figure A.2 montre que la valeur maximale du champ magnétique vertical moyen dans la zone morte à l'instant $t = t_{eruption}$ est $\langle B_Z \rangle_{\phi,Z}^{max} = 0.022$. À la position du maximum de champ, $\beta \sim 10$. On remarque enfin que

$$\Lambda^{max} = \frac{\left(\langle B_Z \rangle_{\phi,Z}^{max}\right)^2}{\rho\Omega\eta_0} \sim 4 > 1. \quad (A.7)$$

La carte post-activation des fluctuations de densité indique que la zone résistive a retrouvé son état laminaire 600 orbites après l'éruption turbulente.

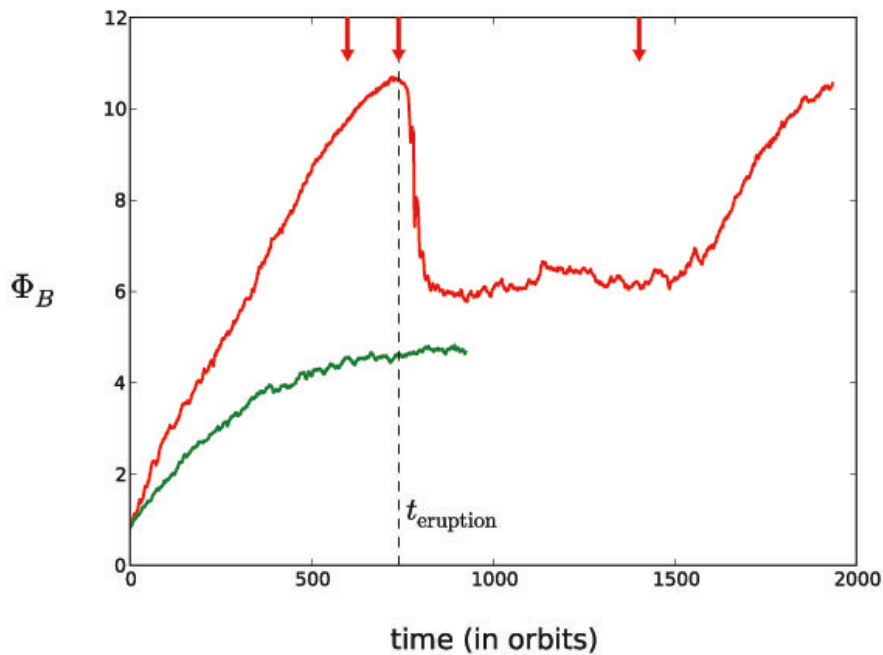


Figure A.3 – Évolution du flux magnétique net à travers la zone résistive en fonction du temps dans la simulation IE-FIX, cas 2.a (en rouge) et cas 2.b (en vert). Le flux est normalisé par le flux net dans la zone morte à l'instant initial des simulations IE-FIX. La ligne verticale repère le maximum de flux accumulé dans la zone morte dans le cas 2.a. Les flèches indiquent les instants auxquels les trois clichés de la figure A.4 ont été capturés.

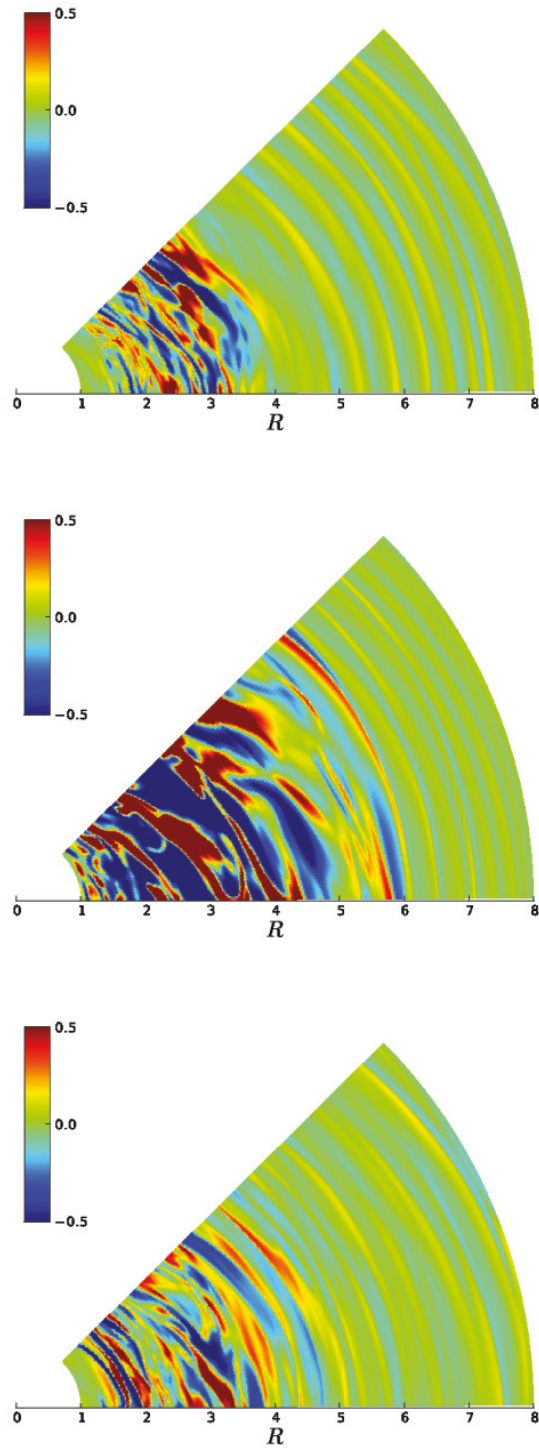


Figure A.4 – Cartes des fluctuations relatives de densité dans le plan médian du disque à trois instants : du haut vers le bas : $t = 600$, $t = t_{eruption}$ et $t = 1400$ orbites après le début de la simulation IE-FIX.

A.2.2 Cycle magnétique

Dans les cas 2.a et 2.b, le flux magnétique est constant dans la zone active. La zone active agit comme un réservoir infini de champ magnétique qui se déverse dans la zone morte. Dans le cas 2.a, le flux de champ magnétique à travers le bord interne est plus fort que dans le cas 2.b car : 1) le champ magnétique moyen au bord interne de la zone morte est plus intense et 2) le transport de moment cinétique est plus efficace dans la zone active. L'advection du champ magnétique est si forte dans la cas 2.a que le flux de diffusion Ohmique ne la compense pas avant que la zone résistive ne devienne instable.

La MRI croît en $R = 4$ et l'écoulement devient rapidement turbulent autour de ce point. Le flux magnétique net dans la zone résistive diminue brutalement car une partie du flux magnétique accumulé dans cette région nouvellement active est évacué par l'accrétion.

Le champ magnétique restant au bord de la zone résistive est inférieur au seuil d'instabilité (voir figure A.2, courbe pointillée rouge). La turbulence à cet endroit n'est donc plus soutenue par la MRI et la résistivité diffuse rapidement les fluctuations magnétiques. Les fluctuations de vitesse et de densité persistent plus longtemps. J'ignore encore la cause du plateau observé après $t = t_{\text{eruption}}$ sur la figure A.3.

Plusieurs centaines d'orbites après l'activation partielle de la zone morte, la zone résistive est de nouveau laminaire : le bord interne de la zone morte est revenu en $R \sim 3.5$. Le champ magnétique est alors à nouveau advecté depuis la zone active vers la région résistive. La croissance du flux reprend à ce moment. Le flux magnétique s'accumule à nouveau dans la zone résistive jusqu'à... la fin de la simulation.

A.2.3 Petit modèle de l'activation de la zone morte

Dans le scénario décrit dans la section précédente, le champ ne rétroagit pas sur le fluide : on a considéré qu'il est passivement advecté. C'est de plus un problème unidimensionnel (selon R). L'évolution du champ magnétique dans ce scénario peut être décrite par l'équation d'induction simplifiée de la façon suivante :

$$\frac{\partial B_Z}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \left(\underbrace{v_R B_R}_{\text{Advection}} + \underbrace{\eta \frac{\partial B_Z}{\partial R}}_{\text{Diffusion}} \right) \quad (\text{A.8})$$

avec v_R la vitesse radiale du gaz, nulle dans la zone morte et positive au voisinage de son bord interne (voir Eq.3.1).

L'advection concentre le champ magnétique et la masse au bord interne sur une distance typique égale à l'échelle de hauteur (qui correspond à la largeur de la sur-densité). Tant que la diffusion est négligeable sur cette distance (i.e $t < H^2/\eta_0$), le champ s'accumule au bord interne.

Le flux de champ magnétique entrant dans la zone morte est $F_B^e \sim v_R(R = R_{DZ}) B_Z(R = R_{DZ})$. L'échelle de variation de v_R à l'interface est environ H , par conséquent $\partial F_B^e / \partial R \sim F_B^e / H$. Dans cette approximation, tant que $t < H^2/\eta_0$, le champ magnétique à l'interface croît linéairement :

$$B_Z(R = R_{DZ}) = \frac{F_B^e}{H} t. \quad (\text{A.9})$$

$$\tilde{\Lambda} t = H^2/\eta_0, B_Z(R = R_{DZ}) = B_Z^{max} \sim HF_B^e/\eta_0.$$

Soit B^{instab} le champ magnétique tel que $\Lambda = 1$. Si

$$B_Z^{max} > B^{\text{instab}} \quad (\text{A.10})$$

alors la région autour du bord interne va devenir instable avant de ressentir l'influence de la diffusion magnétique.

À partir de ce critère, on peut appréhender l'influence des paramètres physiques η_0 et Φ_{min} sur l'activation de la zone morte. Pour cela, il faut avoir une idée de la dépendance de B^{instab} et B_Z^{max} avec ces paramètres.

B^{instab} est proportionnel à $\sqrt{\eta_0}$ et ne dépend pas de Φ_{min} (Eq.1.89).

B_Z^{max} est proportionnel à F_B^e , qui dépend de la valeur de ν_R et B_Z à l'interface, et à $1/\eta_0$. La valeur de $B_Z(R = R_{DZ})$ augmente avec Φ_{min} . La valeur de ν_R à l'interface est une fonction du gradient de transport de moment cinétique dans la zone active. Le modèle α de la section 3.1.1, indique que ν_R est approximativement :

$$\nu_R \sim -3 \frac{\partial(c_s H \alpha)}{\partial R} \sim 3c_s \alpha_{AZ} \quad (\text{A.11})$$

avec α_{AZ} la valeur de α dans la zone active. Les simulations MHD de disques traversés par un flux net ont montré que α est proportionnel à l'énergie magnétique (Hawley et al. 1996). la valeur de α_{AZ} augmente donc avec Φ_{min} . F_B^e est donc une fonction croissante de Φ_{min} . Je pose $F_B^e \propto \Phi_{\text{min}}^X$ avec $X > 0$. Ainsi $B_Z^{max} \propto \Phi_{\text{min}}^X/\eta_0$.

La figure A.5 représente de façon schématique le critère d'activation périodique de la zone morte. On voit que : plus la résistivité dans la zone morte est importante, plus le flux Φ_{min} dans la zone active doit être grand pour que la zone morte s'active. Les cas 2.a et 2.b sont marquée par une croix verte sur cette figure. Dans le cas 2.b, le flux Φ_{min} est trop faible : la dissipation résistive affecte le développement de la concentration du champ avant que la zone morte ne devienne instable.

A.2.4 Discussion

Tests en cours. La description du phénomène donnée à la section précédente laisse présager un comportement cyclique avec une période de 1400 orbites. Compte tenu des ressources de calcul dont je dispose, il ne me sera pas possible de simuler l'évolution du disque sur plusieurs cycles mais la simulation IE-FIX 1.a sera relancée jusqu'à l'activation de la zone morte.

Pour la même raison, il ne sera pas possible d'explorer un grand espace des paramètres ($\Phi_{\text{min}}, \eta_0$). Les directions qui seront suivies sont représentées par les flèches vertes sur le schéma A.5.

À partir de la description du phénomène, on pourrait penser que dans un modèle IE-FREE du cas 2.a, suite à l'activation, un front de MRI se propage vers la position initiale (c'est la position de stabilité). La simulation de ce modèle indique un comportement plus complexe.

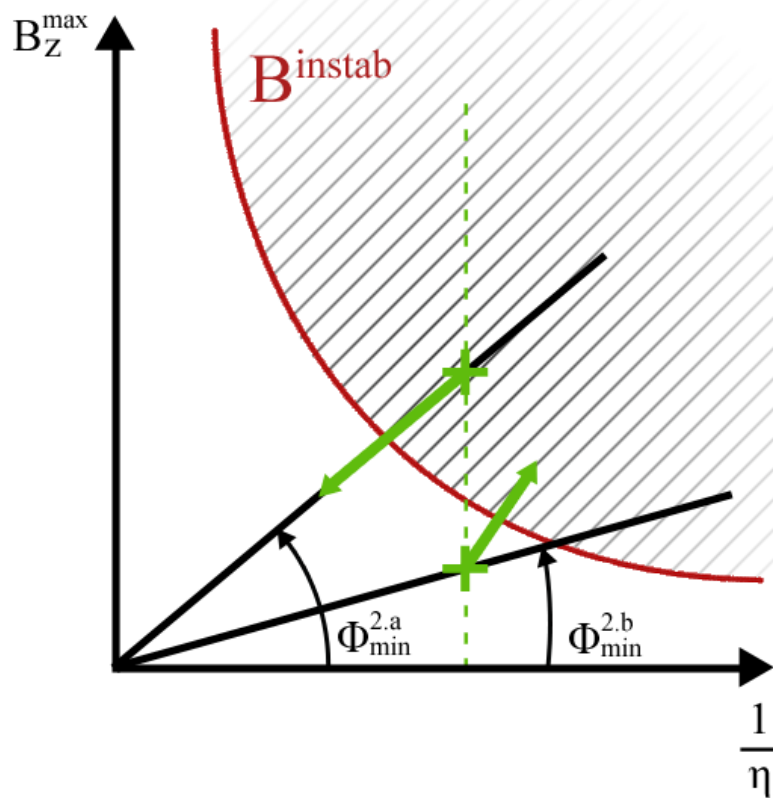


Figure A.5 – Schéma du critère d'activation périodique de la zone morte. Les cas 2.a et 2.b sont représentés par deux croix vertes. La ligne pointillée verte rappelle que la résistivité est identique dans les cas 2.a et 2.b. Les flèches vertes indiquent les parties de l'espace des paramètres qui seront explorées prochainement. Les hachures repèrent l'espace des paramètres qui conduisent à l'activation partielle de la zone morte.

Questions ouvertes. Ce dernier paragraphe est organisé sous formes de questions qui reflètent nos réflexions actuelles sur ce sujet.

- Existe-t-il un jeu de paramètres (Φ_{min}, η) pour lequel la zone morte s'active qui soit aussi compatible avec l'ionisation dans la zone morte et l'intensité du champ magnétique dans les disques protoplanétaires ? L'ionisation est très ténue car la température est sous le seuil T_{MRI} . Quel processus prend le relais de l'ionisation ? Peut-on estimer un ordre de grandeur (fini) de la résistivité ?
- À quel point l'approximation flux minimal dans la zone active est-elle justifiée ? Elle est probablement justifiée sur une courte durée seulement car l'énergie magnétique contenue dans la zone active au voisinage de la zone morte n'est pas infinie. Cette durée est-elle plus courte que le temps d'activation de la zone morte ?
- La formation de vortex intervient-elle dans ce scénario ? La RWI peut-elle seulement se développer dans environnement si magnétisé ?
- Quelles peuvent être les conséquences du cycle ? À l'activation de la zone morte, la matière accumulée dans la sur-densité est projetée vers l'étoile. Ce mécanisme pourrait-il expliquer la variation de la luminosité des FU Orionis ?

Simulation RMHD

Je rapporte dans cette annexe l'état actuel de la simulation RMHD du modèle IE-FREE entreprise récemment.

Le modèle de disque simulé est identique au modèle H3D de [Flock et al. \(2013\)](#) à l'exception de :

- la prise en compte du processus de diffusion Ohmique
- la modélisation de la rétroaction de la température sur la résistivité par la fonction Eq. (4.39). Le seuil de température choisit est $T_{MRI} = 170$ K.
- l'augmentation de la concentration en petits grains de poussière d'un facteur 100 pour obtenir un disque optiquement épais.

Les équations du modèle sont écrites dans le repère de coordonnées sphériques (r, θ, Φ) . Elles sont intégrées sur le domaine : $r \in [0.5 \text{ua}, 1.5 \text{ua}]$, $\theta \in [\pi/2 - 0.13, \pi/2 + 0.13]$ et $\Phi \in [0, \pi/3]$ avec une résolution de : [512, 128, 512]. La simulation est initialisée par l'état du disque en régime quasi-stationnaire calculé dans la simulation du modèle non résistif H3D de [Flock et al. \(2013\)](#) avec une concentration en petits grains centuplée. À l'heure actuelle, 20 orbites ont été simulées.

La figure B.1 montre le profil radial moyen de température dans le plan médian 20 orbites après le début de la simulation. Dans le plan médian, le bord interne de la zone morte est situé en $r = 0.8 \text{ua}$. La température entre $r = 0.8 \text{ua}$ et $r = 1 \text{ua}$ est très proche du seuil T_{MRI} . La carte de la figure B.2 montre une coupe verticale des fluctuations de densité. On voit que la zone résistive est laminaire tandis que l'intérieur du disque est turbulent. La région comprise entre $r = 0.8 \text{ua}$ et $r = 1 \text{ua}$ autour du plan médian est entre deux états : on note la présence de fluctuations turbulentes autour de zones qui semblent laminaires. La ligne isotherme de la figure B.2 indique que, dans les couches supérieures, la température fluctue dangereusement autour de la température T_{MRI} . Je suspecte que ce problème soit d'ordre numérique. J'enquête actuellement sur ce point. La figure B.3 montre le profil radial de α autour du plan médian. Dans la région active, $4 \cdot 10^{-4} \lesssim \alpha \lesssim 10^{-3}$. Dans la zone résistive, le transport de moment cinétique est essentiellement dû aux fluctuations de vitesse : $\alpha \sim 10^{-4}$.

Le transport de moment cinétique dans la zone active est considérablement plus faible que dans les simulations MHD que j'ai réalisé dans l'approximation cylindrique. Le temps de croissance de la sur-densité au bord interne de la zone morte sera donc significativement plus long. Au bout de 20 orbites, on ne distingue pas clairement la formation d'un maximum de densité dans la zone morte. Le temps de calcul dont je dispose me permettra de simuler l'évolution de ce modèle sur les 160 prochaines orbites. J'espère que ce temps sera suffisant pour assister au développement d'un vortex et à sa migration.

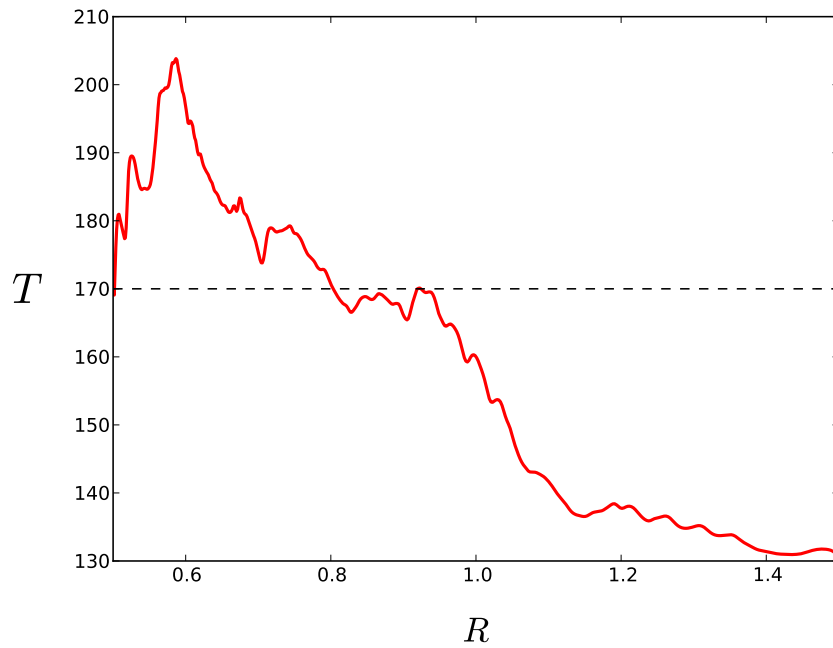


Figure B.1 – Profil radial de température (en Kelvin) dans le plan médian 20 orbites après le début de la simulation. Le profil est moyenné dans la direction orthoradiale. Le trait pointillé indique la valeur seuil T_{MRI} .

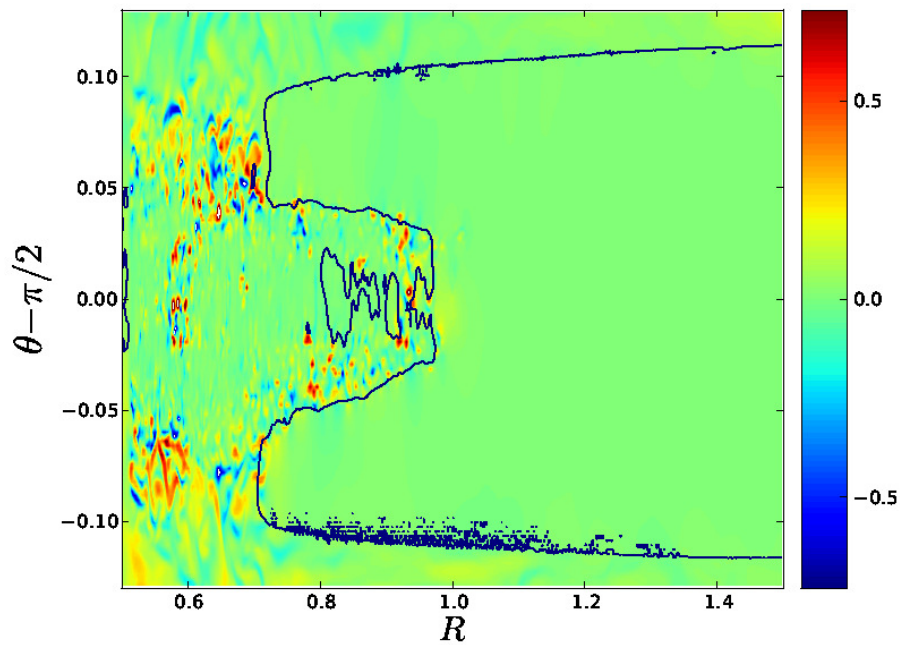


Figure B.2 – Carte des fluctuations de champ magnétique (composante radiale du champ, en Gauss) dans le plan (r, θ) à $t = 20$ orbites après le début de la simulation. La courbe bleue est l'iso-contour de température $T = T_{MRI}$.

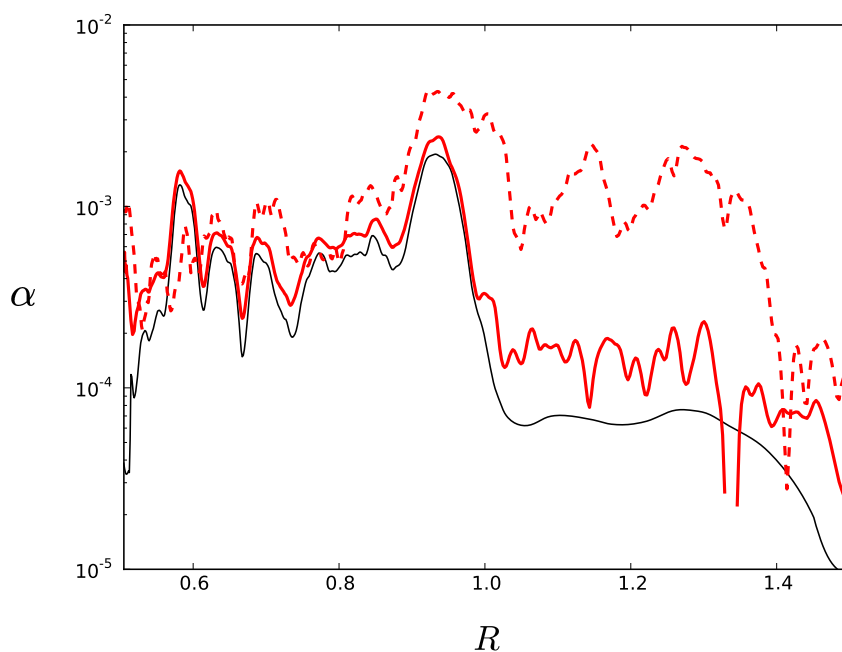


Figure B.3 – Profil radial de α moyenné sur les 5 dernières orbites simulées (courbe rouge). La courbe noire montre la contribution magnétique au profil de α (tenseur de Maxwell normalisé par la pression moyenne locale). La courbe pointillé rouge montre le profil radial de α à l'instant initial. Les profils sont aussi moyennés dans les directions orthoradiale et verticale.



Conditions aux limites radiale

SOMMAIRE

C.1 CELLULES FANTÔMES ET ZONES TAMPONS	164
C.2 INFLUENCE SUR LES RÉSULTATS DES SIMULATIONS	164

Les conditions aux limites sont susceptibles d'influencer les résultats d'une simulation lorsque le temps d'intégration est comparable au temps nécessaire aux processus physiques pour propager l'information d'un bout à l'autre du domaine. C'est le cas des simulations présentées dans cette thèse. Je détaille ici les conditions aux limites employées aux bords interne et externe puis je décris les effets que j'ai relevé sur mes résultats.

C.1 Cellules fantômes et zones tampons

Les conditions aux limites sont imposées en spécifiant, à chaque pas de temps, la valeur des paramètres dans 3 cellules, appelées cellules fantômes, situées à chaque bord du domaine.

Dans les cellules fantômes aux bords interne et externe, la densité, la température, la vitesse azimutale et la vitesse verticale sont fixées à leur valeur initiale. La valeur de la vitesse radiale dans chacune de ces trois cellules est calculée de façon à garantir la continuité du flux de masse. Le champ magnétique vertical et azimutal sont nuls tandis que la valeur du champ magnétique radial est déduite de la contrainte de conservation du flux magnétique ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$). Dans les simulations "IE-FIX" et "IE-FREE", les cellules fantômes du bord externe ont une température arbitrairement choisie (identique).

Deux types de zones tampon ont été employées :

- Le premier type de zone tampon est utilisé pour établir les résultats décrits au chapitre 5. La zone tampon amorti exponentiellement les écarts de densité, de température, et de vitesse aux profils initiaux sur la région $R \in [R_0, 1.5R_0]$ avec une échelle de temps d'autant plus courte que la cellule concernée est proche du bord du domaine :

$$\tau_{\text{atn}} = \frac{2\pi}{10} \left(\frac{R - R_0}{0.5R_0} \right)^2 \Omega(R)^{-1}. \quad (\text{C.1})$$

De plus, dans cette zone, la résistivité Ohmique est telle que le champ magnétique est diffusé à l'échelle de la cellule en un dixième d'orbite au bord interne environ.

Dans les simulations avec zone morte, la température dans la zone tampon du bord externe relaxe vers un profil plat dont la valeur est arbitrairement choisie.

- L'effet du second type de zone tampon (utilisé pour obtenir les résultats du chapitre 6) sur le champ magnétique est identique. La région $R \in [R_0, 1.5R_0]$ est visqueuse. Le profil de viscosité est calculé pour assurer la continuité du transport de moment cinétique à travers la zone tampon malgré la dissipation magnétique. Ce type de zone tampon n'affecte pas (directement) le profil de température.

C.2 Influence sur les résultats des simulations

Bord externe et zone morte. Dans les simulations "IE-FIX" et "IE-FREE", les conditions imposées au bord externe ont un effet notable sur les résultats au voisinage direct de la zone tampon (voir figure 7 de l'article 5.1 et la figure 5.1). Quelques tests (non montrés dans ce manuscrit) ont mis en évidence que cet effet est fonction de la valeur de la température arbitrairement choisie au bord du domaine.

La simulation avec une grande extension radiale a été réalisée afin de mesurer l'influence de cette prescription à l'intérieur du disque. Dans celle-ci, le bord externe du domaine est éloigné du bord interne de la zone morte. Il a donc un impact réduit sur le comportement du gaz autour de ce point d'intérêt. Cette simulation valide les résultats de la simulation avec une petite extension radiale. En particulier, elle montre que les conditions limites au bord extérieur

ne contribuent pas au chauffage du gaz proche du bord interne de la zone morte.

Bord interne et migration des vortex. La variation brutale de l'accrétion au bord interne avec l'emploi du premier type de zone tampon entraîne la formation d'une sur-densité autour de $R = 1.5 R_0$ et un déficit en masse dans le domaine. le profil de densité est profondément modifié. Pour palier à cet effet, dans tous le domaine, on rappelle exponentiellement la densité vers son profil initial avec un temps caractéristique de 20 orbites locales. De plus, à la transition entre la zone tampon et la zone active, le chauffage turbulent est réduit. Le temps de refroidissement est doublé sur $R \in [R_0, 2R_0]$ afin d'éviter que la zone tampon ne crée un minimum local de température.

Pour étudier la formation des vortex au sommet de la sur-densité qui se développe au bord interne de la zone morte, il était nécessaire de libérer l'évolution de la densité dans le domaine de cette fonction non physique (c'est à dire ajoutée pour des raisons numériques) d'ajout de masse. Le second type de zone tampon à été conçu dans ce but. En effet, il permet d'assurer la continuité de l'accrétion et évite la perte de masse dans le domaine. J'ai vérifié que le système atteint un état d'équilibre dont le profil de densité est proche du profil initial.

La migration des vortex résulte de l'interaction avec le milieu des ondes qu'ils créent. La réflexion des ondes aux bords radiaux du domaine est donc susceptible de perturber la migration des vortex.

Le premier type de zone tampon utilisé est réputé pour prévenir efficacement cette réflexion parasite (de Val-Borro). J'ai constaté que le second type de zone tampon (utilisé pour établir les résultats du chapitre 6) limite effectivement moins la réflexion des ondes. Toutefois, j'ai pris soin de vérifier que la migration du vortex n'est pas impactée par ce changement de conditions au limites.

Le changement de zone tampon n'affecte pas non plus la saturation de la MRI dans la zone active adjacente ni la température de la zone morte.

Conservation du flux magnétique. L'annexe A traite des résultats préliminaires obtenus à propos du comportement du bord interne de la zone morte dans un disque traversé par un flux net non nul. Les effets des conditions aux limites sur la conservation du flux magnétique sont discutés dans ce chapitre.

D

Ordres de grandeur et notations

SOMMAIRE	
D.1	NOTATIONS 168
D.1.1	Base de coordonnées 168
D.1.2	Abréviations 168
D.1.3	Notations génériques 168
D.1.4	Variables 168
D.1.5	Notations récurrentes 169
D.2	CONSTANTES 169
D.3	MODÈLE DE RÉFÉRENCE DU DISQUE 170
D.4	FORMULAIRE 170
D.4.1	Opérateurs en coordonnées cylindrique 170
D.4.2	Tenseur visqueux 170

D.1 Notations

D.1.1 Base de coordonnées

(R, Φ, z)	Variables d'espace du système de coordonnées cylindriques
(r', ψ)	Variables d'espace du système de coordonnées polaire lié au vortex
$(\vec{u}_R, \vec{u}_\Phi, \vec{u}_z)$	Vecteurs de base dans le système coordonnées cylindrique
(X, Y, Z)	Variable d'espace du système de coordonnées cartésiennes
(r, θ, ϕ)	Variables d'espace du système de coordonnées sphériques

D.1.2 Abréviations

MHD	Magneto-HydroDynamics
MRI	Magneto-Rotationnal Instability
RWI	Rossby Wave Instability
SBI	Subcritical Baroclinic Instability
RMHD	Radiative Magneto-Hydrodynamics
MMSN	Minimum Mass Solar Nebula

D.1.3 Notations génériques

X_y	$= \vec{X} \cdot \vec{u}_y$	Projection du vecteur \vec{X} dans la direction y
R_{ua}	$= R/(1 \text{ ua})$	Distance R en unité astronomique
X_{ua}	$= X(1 \text{ ua})$	Valeur de X à une unité astronomique de l'étoile
$\langle X \rangle_y$		Valeur moyenne de X par rapport à la variable y
$\langle X \rangle$		Valeur moyenne temporelle de X
X_i		Valeur de la variable X dans la cellule i
X^n		Valeur de la variable X à l'instant numéroté n
X_e		Valeur de la variable X relative aux électrons libres dans le disque
X_p		Valeur de la variable X relative à la poussière dans le disque
X_0		Valeur de la variable X à la position $R = R_0$

D.1.4 Variables

Ω	Vitesse de rotation angulaire autour de l'axe Z
\vec{v}	Vitesse du gaz
P	Pression du gaz
c_s	Vitesse du son
E	Énergie volumique totale
H	Échelle de hauteur du disque de gaz
Σ	Densité de surface du gaz
ρ	Densité du gaz
T	Température du gaz
$\vec{\omega}$	Vorticité de l'écoulement par rapport au centre de l'étoile
\vec{B}	Champ magnétique
\vec{u}_A	Vitesse d'Alfvén
\vec{E}	Champ électrique

D.1.5 Notations récurrentes

M_*	Masse de l'étoile centrale
T_*	Température de l'étoile centrale
R_*	Rayon de l'étoile centrale
\dot{M}	Taux d'accrétion de matière sur l'étoile
\vec{F}_{grav}	Force gravitationnelle
v_K	Vitesse de rotation képlérienne
Ω_K	Vitesse angulaire de rotation képlérienne
γ	Indice adiabatique
μ	Masse moléculaire moyenne du gaz
C_v	Capacité calorifique volumique à volume constant du gaz
ν	Viscosité de l'écoulement
η	Résistivité du gaz
$\bar{\tau}$	Tenseur visqueux
κ	Fréquence épicyclique
N	Fréquence de Brunt-Väisälä
Q	Nombre de Toomre
R_{DZ}	Position du bord interne de la zone morte
T_{MRI}	Température seuil d'activation de la MRI
$T_{R\Phi}$	Composante (R, Φ) du tenseur turbulent
α	Nombre addimensionné associé au transport turbulent de moment cinétique dans le disque
α_{th}	Nombre addimensionné associé au transport turbulent d'énergie thermique dans le disque
R_c	Rayon critique de convergence des fronts de MRI
c_f	Vitesse d'un front de MRI
\mathcal{L}	fonction de refroidissement radiatif du disque dans les modèles de disque étudiés dans cette thèse
σ	Paramètre de refroidissement des modèles de disque étudiés dans cette thèse
$R_{p/g}$	Rapport de la densité de poussière sur la densité du gaz
s	taille d'un grain de poussière
τ_s	Temps de couplage de la poussière avec le gaz
τ	Épaisseur optique à l'altitude z

D.2 Constantes

G	Constante gravitationnelle	=	$6.6 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$
ua	Unité astronomique	=	$1.5 \times 10^{11} \text{ m}$
M_\odot	Masse solaire	=	2.10^{30} kg
R_{GP}	Constante universelle des gaz parfaits	=	$8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
k_B	Constante de Boltzmann	=	$1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
σ_B	Constante de Stefan-Boltzmann	=	$5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

D.3 Modèle de référence du disque

$$\begin{aligned}
 M_* &= M_\odot \\
 v_\phi &= v_K \\
 \dot{M} &= 10^{-8} M_\odot \cdot \text{an}^{-1} \\
 \mu &= 2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \\
 \rho_{\text{ua}} &= 10^{-9} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \\
 c_{s\text{ua}} &= 2 \cdot 10^5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \\
 R_{p/g} &= 0.01
 \end{aligned}$$

D.4 Formulaire

D.4.1 Opérateurs en coordonnées cylindrique

— Divergence

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R A_r) + \frac{1}{R} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_Z}{\partial Z}$$

— Gradient

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial R} \vec{u}_R + \frac{1}{R} \frac{\partial f}{\partial \phi} \vec{u}_\phi + \frac{\partial f}{\partial Z} \vec{u}_Z$$

— Rotationnel

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \left(\frac{1}{R} \frac{\partial A_Z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial Z} \right) \vec{u}_R \\
 &+ \left(\frac{\partial A_R}{\partial Z} - \frac{\partial A_Z}{\partial R} \right) \vec{u}_\phi \\
 &+ \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R A_\phi) - \frac{1}{R} \frac{\partial A_R}{\partial \phi} \right) \vec{u}_Z
 \end{aligned}$$

D.4.2 Tenseur visqueux

$$\begin{aligned}
 \tau_{RR} &= 2\nu \frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{2}{3} \nu \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \\
 \tau_{\phi\phi} &= 2\nu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_R}{R} \right) - \frac{2}{3} \nu \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \\
 \tau_{ZZ} &= 2\nu \frac{\partial v_Z}{\partial Z} - \frac{2}{3} \nu \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \\
 \tau_{R\phi} &= \tau_{\phi R} = \nu \left(R \frac{\partial}{\partial R} \frac{v_\phi}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \phi} \right) \\
 \tau_{Z\phi} &= \tau_{\phi Z} = \nu \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial Z} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_Z}{\partial \phi} \right) \\
 \tau_{ZR} &= \tau_{RZ} = \nu \left(\frac{\partial v_R}{\partial Z} + \frac{\partial Z}{\partial R} \right)
 \end{aligned}$$

Bibliographie

- André, P. The Initial Conditions for Protostellar Collapse : Observational Constraints. Dans *EAS Publications Series*, Bouvier, J. et Zahn, J.-P. (éditeurs), volume 3 de *EAS Publications Series*, pages 1–38, 2002. (p. 1.)
- Andrews, S. M. et Williams, J. P. Circumstellar Dust Disks in Taurus-Auriga : The Submillimeter Perspective. *Astrophysical Journal*, 631, p. 1134–1160, Octobre 2005. (p. 41.)
- Andrews, S. M. et Williams, J. P. High-Resolution Submillimeter Constraints on Circumstellar Disk Structure. *Astrophysical Journal*, 659, p. 705–728, Avril 2007. (p. 19.)
- Armitage, P. J. Turbulence and Angular Momentum Transport in a Global Accretion Disk Simulation. *Astrophysical Journal Letter*, 501, p. L189–L192, Juillet 1998. (p. 29.)
- Armitage, P. J. Dynamics of Protoplanetary Disks. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 49, p. 195–236, Septembre 2011. (p. 4.)
- Armitage, P. J. *Astrophysics of Planet Formation*. Octobre 2013. (p. 1.)
- Bai, X.-N. The Role of Tiny Grains on the Accretion Process in Protoplanetary Disks. *Astrophysical Journal*, 739, p. 51, Septembre 2011. (p. 32.)
- Bai, X.-N. Wind-driven Accretion in Protoplanetary Disks. II. Radial Dependence and Global Picture. *Astrophysical Journal*, 772, p. 96, Août 2013. (p. 32.)
- Bai, X.-N. et Stone, J. M. Local Study of Accretion Disks with a Strong Vertical Magnetic Field : Magnetorotational Instability and Disk Outflow. *Astrophysical Journal*, 767, p. 30, Avril 2013a. (p. 29.)
- Bai, X.-N. et Stone, J. M. Wind-driven Accretion in Protoplanetary Disks. I. Suppression of the Magnetorotational Instability and Launching of the Magnetocentrifugal Wind. *Astrophysical Journal*, 769, p. 76, Mai 2013b. (p. 18 et 32.)
- Balbus, S. A. et Hawley, J. F. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution. *Astrophysical Journal*, 376, p. 214–233, Juillet 1991. (p. 23, 26 et 28.)
- Balbus, S. A. et Hawley, J. F. A Powerful Local Shear Instability in Weakly Magnetized Disks. IV. Nonaxisymmetric Perturbations. *Astrophysical Journal*, 400, p. 610–621, Décembre 1992. (p. 26.)

- Balbus, S. A. et Hawley, J. F. Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks. *Reviews of Modern Physics*, 70, p. 1–53, Janvier 1998. (p. 78.)
- Balbus, S. A. et Papaloizou, J. C. B. On the Dynamical Foundations of α Disks. *Astrophysical Journal*, 521, p. 650–658, Août 1999. (p. 27.)
- Balbus, S. A. et Ricotti, M. On Nonshearing Magnetic Configurations in Differentially Rotating Disks. *Astrophysical Journal*, 518, p. 784–787, Juin 1999. (p. 134.)
- Balbus, S. A. et Terquem, C. Linear Analysis of the Hall Effect in Protostellar Disks. *Astrophysical Journal*, 552, p. 235–247, Mai 2001. (p. 31.)
- Barge, P. et Sommeria, J. Did planet formation begin inside persistent gaseous vortices? *Astronomy and Astrophysics*, 295, p. L1–L4, Mars 1995. (p. 46.)
- Baruteau, C., Crida, A., Paardekooper, S.-J., Masset, F., Guilet, J., Bitsch, B., Nelson, R. P., Kley, W., et Papaloizou, J. C. B. Planet-Disc Interactions and Early Evolution of Planetary Systems. *ArXiv e-prints*, Décembre 2013. (p. 112.)
- Baruteau, C. et Masset, F. Recent Developments in Planet Migration Theory. Dans *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*, Souchay, J., Mathis, S., et Tokieda, T. (éditeurs), volume 861 de *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*, page 201, 2013. (p. 112.)
- Bate, M. R., Ogilvie, G. I., Lubow, S. H., et Pringle, J. E. The excitation, propagation and dissipation of waves in accretion discs : the non-linear axisymmetric case. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 332, p. 575–600, Mai 2002. (p. 114.)
- Bergin, E. A., Cleeves, L. I., Gorti, U., Zhang, K., Blake, G. A., Green, J. D., Andrews, S. M., Evans, II, N. J., Henning, T., Öberg, K., Pontoppidan, K., Qi, C., Salyk, C., et van Dishoeck, E. F. An old disk still capable of forming a planetary system. *Nature*, 493, p. 644–646, Janvier 2013. (p. 23.)
- Blaes, O. M. et Balbus, S. A. Local shear instabilities in weakly ionized, weakly magnetized disks. *Astrophysical Journal*, 421, p. 163–177, Janvier 1994. (p. 31 et 61.)
- Blandford, R. D. et Payne, D. G. Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 199, p. 883–903, Juin 1982. (p. 18.)
- Brandenburg, A. et Dobler, W. Pencil : Finite-difference Code for Compressible Hydrodynamic Flows, Octobre 2010. *Astrophysics Source Code Library*. (p. 72.)
- Brandenburg, A., Nordlund, A., Stein, R. F., et Torkelsson, U. Dynamo-generated Turbulence and Large-Scale Magnetic Fields in a Keplerian Shear Flow. *Astrophysical Journal*, 446, p. 741, Juin 1995. (p. 29.)

- Brauer, F., Dullemond, C. P., et Henning, T. Coagulation, fragmentation and radial motion of solid particles in protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 480, p. 859–877, Mars 2008. (p. 140.)
- Carballido, A., Fromang, S., et Papaloizou, J. Mid-plane sedimentation of large solid bodies in turbulent protoplanetary discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 373, p. 1633–1640, Décembre 2006. (p. 39.)
- Carr, J. S., Tokunaga, A. T., et Najita, J. Hot H₂O Emission and Evidence for Turbulence in the Disk of a Young Star. *Astrophysical Journal*, 603, p. 213–220, Mars 2004. (p. 15.)
- Chambers, J. E. An Analytic Model for the Evolution of a Viscous, Irradiated Disk. *Astrophysical Journal*, 705, p. 1206–1214, Novembre 2009. (p. 64.)
- Chang, P. et Oishi, J. S. On the Stability of Dust-laden Protoplanetary Vortices. *Astrophysical Journal*, 721, p. 1593–1602, Octobre 2010. (p. 47.)
- Chiang, E. et Youdin, A. N. Forming Planetesimals in Solar and Extrasolar Nebulae. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 38, p. 493–522, Mai 2010. (p. 37 et 44.)
- Chiang, E. I. et Goldreich, P. Spectral Energy Distributions of T Tauri Stars with Passive Circumstellar Disks. *Astrophysical Journal*, 490, p. 368–376, Novembre 1997. (p. 62.)
- Ciesla, F. J. Chondrule-forming Processes—An Overview. Dans *Chondrites and the Protoplanetary Disk*, Krot, A. N., Scott, E. R. D., et Reipurth, B. (éditeurs), volume 341 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 811, Décembre 2005. (p. 109.)
- Cleeves, L. I., Adams, F. C., et Bergin, E. A. Exclusion of Cosmic Rays in Protoplanetary Disks : Stellar and Magnetic Effects. *Astrophysical Journal*, 772, p. 5, Juillet 2013. (p. 31.)
- Cossou, Christophe. *Effet de la structure du disque sur la formation et la migration des planètes*. PhD thesis, Université de Bordeaux, 2013. (p. 112 et 113.)
- D'Alessio, P., Calvet, N., et Hartmann, L. Accretion Disks around Young Objects. III. Grain Growth. *Astrophysical Journal*, 553, p. 321–334, Mai 2001. (p. 40.)
- Davis, S. W., Stone, J. M., et Pessah, M. E. Sustained Magnetorotational Turbulence in Local Simulations of Stratified Disks with Zero Net Magnetic Flux. *Astrophysical Journal*, 713, p. 52–65, Avril 2010. (p. 77.)
- de Val-Borro. (p. 165.)
- Dominik, C. et Tielens, A. G. G. M. The Physics of Dust Coagulation and the Structure of Dust Aggregates in Space. *Astrophysical Journal*, 480, p. 647–673, Mai 1997. (p. 43.)
- Draine, B. T., Roberge, W. G., et Dalgarno, A. Magnetohydrodynamic shock waves in molecular clouds. *Astrophysical Journal*, 264, p. 485–507, Janvier 1983. (p. 61.)

- Dubrulle, B., Morfill, G., et Sterzik, M. The dust subdisk in the protoplanetary nebula. *icarus*, 114, p. 237–246, Avril 1995. (p. 38.)
- Duchêne, G. Pre-main sequence disks. Dans *Computational Star Formation*, Alves, J., Elmegreen, B. G., Girart, J. M., et Trimble, V. (éditeurs), volume 270 de *IAU Symposium*, pages 45–48, Avril 2011. (p. 13.)
- Dutrey, A., Guilloteau, S., et Simon, M. Images of the GG Tauri rotating ring. *Astronomy and Astrophysics*, 286, p. 149–159, Juin 1994. (p. 15.)
- Dzyurkevich, N., Flock, M., Turner, N. J., Klahr, H., et Henning, T. Trapping solids at the inner edge of the dead zone : 3-D global MHD simulations. *Astronomy and Astrophysics*, 515, p. A70, Juin 2010. (p. 4, 50, 52, 53, 54, 57, 69, 82 et 115.)
- Faure, J., Fromang, S., et Latter, H. Thermodynamics of the dead-zone inner edge in protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 564, p. A22, Avril 2014. (p. 89, 105 et 149.)
- Ferreira, J. Magnetically-driven jets from Keplerian accretion discs. *Astronomy and Astrophysics*, 319, p. 340–359, Mars 1997. (p. 18.)
- Ferreira, J. et Pelletier, G. Magnetized accretion–ejection structures. III. Stellar and extragalactic jets as weakly dissipative disk outflows. *Astronomy and Astrophysics*, 295, p. 807, Mars 1995. (p. 18.)
- Fleming, T. et Stone, J. M. Local Magnetohydrodynamic Models of Layered Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 585, p. 908–920, Mars 2003. (p. 32.)
- Flock, M., Dzyurkevich, N., Klahr, H., Turner, N. J., et Henning, T. Turbulence and Steady Flows in Three-dimensional Global Stratified Magnetohydrodynamic Simulations of Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 735, p. 122, Juillet 2011. (p. 29.)
- Flock, M., Fromang, S., González, M., et Commerçon, B. Radiation magnetohydrodynamics in global simulations of protoplanetary discs. *Astronomy and Astrophysics*, 560, p. A43, Décembre 2013. (p. 159.)
- Fromang, S. MHD simulations of the magnetorotational instability in a shearing box with zero net flux : the case $Pm = 4$. *Astronomy and Astrophysics*, 514, p. L5, Mai 2010. (p. 77.)
- Fromang, S., Hennebelle, P., et Teyssier, R. A high order Godunov scheme with constrained transport and adaptive mesh refinement for astrophysical magnetohydrodynamics. *Astronomy and Astrophysics*, 457, p. 371–384, Octobre 2006. (p. 72.)
- Fromang, S., Latter, H., Lesur, G., et Ogilvie, G. I. Local outflows from turbulent accretion disks. *Astronomy and Astrophysics*, 552, p. A71, Avril 2013. (p. 18 et 29.)
- Fromang, S. et Nelson, R. P. Global MHD simulations of stratified and turbulent protoplanetary discs. I. Model properties. *Astronomy and Astrophysics*, 457, p. 343–358, Octobre 2006. (p. 29.)

- Fromang, S. et Papaloizou, J. Dust settling in local simulations of turbulent protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 452, p. 751–762, Juin 2006. (p. 38 et 110.)
- Fromang, S. et Papaloizou, J. MHD simulations of the magnetorotational instability in a shearing box with zero net flux. I. The issue of convergence. *Astronomy and Astrophysics*, 476, p. 1113–1122, Décembre 2007. (p. 77.)
- Fromang, S., Papaloizou, J., Lesur, G., et Heinemann, T. MHD simulations of the magnetorotational instability in a shearing box with zero net flux. II. The effect of transport coefficients. *Astronomy and Astrophysics*, 476, p. 1123–1132, Décembre 2007. (p. 29.)
- Gammie, C. F. Layered Accretion in T Tauri Disks. *Astrophysical Journal*, 457, p. 355, Janvier 1996. (p. 32 et 50.)
- Gammie, C. F. Nonlinear Outcome of Gravitational Instability in Cooling, Gaseous Disks. *Astrophysical Journal*, 553, p. 174–183, Mai 2001. (p. 23.)
- Garcia, P. J. V., Cabrit, S., Ferreira, J., et Binette, L. Atomic T Tauri disk winds heated by ambipolar diffusion. II. Observational tests. *Astronomy and Astrophysics*, 377, p. 609–616, Octobre 2001. (p. 18.)
- Goldreich, P. et Ward, W. R. The Formation of Planetesimals. *Astrophysical Journal*, 183, p. 1051–1062, Août 1973. (p. 44.)
- Goodman, J. et Pindor, B. Secular Instability and Planetesimal Formation in the Dust Layer. *icarus*, 148, p. 537–549, Décembre 2000. (p. 45.)
- Guan, X., Gammie, C. F., Simon, J. B., et Johnson, B. M. Locality of MHD Turbulence in Isothermal Disks. *Astrophysical Journal*, 694, p. 1010–1018, Avril 2009. (p. 28 et 77.)
- Guilloteau, S., Dutrey, A., Wakelam, V., Hersant, F., Semenov, D., Chapillon, E., Henning, T., et Piétu, V. Chemistry in disks. VIII. The CS molecule as an analytic tracer of turbulence in disks. *Astronomy and Astrophysics*, 548, p. A70, Décembre 2012. (p. 15 et 33.)
- Gullbring, E., Calvet, N., Muzerolle, J., et Hartmann, L. The Structure and Emission of the Accretion Shock in T Tauri Stars. II. The Ultraviolet-Continuum Emission. *Astrophysical Journal*, 544, p. 927–932, Décembre 2000. (p. 15.)
- Gundlach, B., Kilias, S., Beitz, E., et Blum, J. Micrometer-sized ice particles for planetary-science experiments - I. Preparation, critical rolling friction force, and specific surface energy. *icarus*, 214, p. 717–723, Août 2011. (p. 44.)
- Hartmann, L., Calvet, N., Gullbring, E., et D'Alessio, P. Accretion and the Evolution of T Tauri Disks. *Astrophysical Journal*, 495, p. 385–400, Mars 1998. (p. 19.)
- Hartmann, L. et Kenyon, S. J. The FU Orionis Phenomenon. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 34, p. 207–240, 1996. (p. 15.)

- Hawley, J. F., Gammie, C. F., et Balbus, S. A. Local Three-dimensional Magnetohydrodynamic Simulations of Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 440, p. 742, Février 1995. (p. 26 et 28.)
- Hawley, J. F., Gammie, C. F., et Balbus, S. A. Local Three-dimensional Simulations of an Accretion Disk Hydromagnetic Dynamo. *Astrophysical Journal*, 464, p. 690, Juin 1996. (p. 28 et 156.)
- Hawley, J. F., Guan, X., et Krolik, J. H. Assessing Quantitative Results in Accretion Simulations : From Local to Global. *Astrophysical Journal*, 738, p. 84, Septembre 2011. (p. 78.)
- Herbst, W., Herbst, D. K., Grossman, E. J., et Weinstein, D. Catalogue of UBVRI photometry of T Tauri stars and analysis of the causes of their variability. *Astrophysical Journal*, 108, p. 1906–1923, Novembre 1994. (p. 15.)
- Hewins, R. H., Connolly, Lofgren, G. E. Jr. H. C., et Libourel, G. Experimental Constraints on Chondrule Formation. Dans *Chondrites and the Protoplanetary Disk*, Krot, A. N., Scott, E. R. D., et Reipurth, B. (éditeurs), volume 341 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 286, Décembre 2005. (p. 109.)
- Hueso, R. et Guillot, T. Evolution of protoplanetary disks : constraints from DM Tauri and GM Aurigae. *Astronomy and Astrophysics*, 442, p. 703–725, Novembre 2005. (p. 13.)
- Hughes, A. M., Wilner, D. J., Andrews, S. M., Qi, C., et Hogerheijde, M. R. Empirical Constraints on Turbulence in Protoplanetary Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 727, p. 85, Février 2011. (p. 15.)
- Igea, J. et Glassgold, A. E. X-Ray Ionization of the Disks of Young Stellar Objects. *Astrophysical Journal*, 518, p. 848–858, Juin 1999. (p. 31.)
- Ilgner, M. et Nelson, R. P. On the ionisation fraction in protoplanetary disks. I. Comparing different reaction networks. *Astronomy and Astrophysics*, 445, p. 205–222, Janvier 2006. (p. 32.)
- Inaba, S. et Barge, P. Dusty Vortices in Protoplanetary Disks. *Astrophysical Journal*, 649, p. 415–427, Septembre 2006. (p. 46 et 55.)
- Isella, A., Pérez, L. M., Carpenter, J. M., Ricci, L., Andrews, S., et Rosenfeld, K. An Azimuthal Asymmetry in the LkH α 330 Disk. *Astrophysical Journal*, 775, p. 30, Septembre 2013. (p. 46.)
- Johansen, A., Andersen, A. C., et Brandenburg, A. Simulations of dust-trapping vortices in protoplanetary discs. *Astronomy and Astrophysics*, 417, p. 361–374, Avril 2004. (p. 46.)
- Johansen, A., Klahr, H., et Henning, T. High-resolution simulations of planetesimal formation in turbulent protoplanetary discs. *Astronomy and Astrophysics*, 529, p. A62, Mai 2011. (p. 48.)
- Johansen, A., Oishi, J. S., Mac Low, M.-M., Klahr, H., Henning, T., et Youdin, A. Rapid planetesimal formation in turbulent circumstellar disks. *Nature*, 448, p. 1022–1025, Août 2007. (p. 48.)

- Johansen, A. et Youdin, A. Protoplanetary Disk Turbulence Driven by the Streaming Instability : Nonlinear Saturation and Particle Concentration. *Astrophysical Journal*, 662, p. 627–641, Juin 2007. (p. 47.)
- Joos, Marc. *Effondrement et fragmentation des coeurs denses préstellaires : Etude de la formation des disques protostellaires*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2012. (p. 3.)
- Klahr, H. H. et Bodenheimer, P. Turbulence in Accretion Disks : Vorticity Generation and Angular Momentum Transport via the Global Baroclinic Instability. *Astrophysical Journal*, 582, p. 869–892, Janvier 2003. (p. 59 et 60.)
- Kothe, S., Blum, J., Weidling, R., et Güttler, C. Free collisions in a microgravity many-particle experiment. III. The collision behavior of sub-millimeter-sized dust aggregates. *icarus*, 225, p. 75–85, Juillet 2013. (p. 43.)
- Latter, H. N. et Balbus, S. The dynamics of inner dead-zone boundaries in protoplanetary disks. *ArXiv e-prints*, Mars 2012. (p. 5, 65, 66, 67, 68, 69, 83, 106, 114 et 133.)
- Lesur, G., Ferreira, J., et Ogilvie, G. I. The magnetorotational instability as a jet launching mechanism. *Astronomy and Astrophysics*, 550, p. A61, Février 2013. (p. 18.)
- Lesur, G., Kunz, M. W., et Fromang, S. Thanatology in Protoplanetary Discs : the combined influence of Ohmic, Hall, and ambipolar diffusion on dead zones. *ArXiv e-prints*, Février 2014. (p. 32.)
- Lesur, G. et Longaretti, P.-Y. Impact of dimensionless numbers on the efficiency of magnetorotational instability induced turbulent transport. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 378, p. 1471–1480, Juillet 2007. (p. 29.)
- Lesur, G. et Papaloizou, J. C. B. On the stability of elliptical vortices in accretion discs. *Astronomy and Astrophysics*, 498, p. 1–12, Avril 2009. (p. 47.)
- Lesur, G. et Papaloizou, J. C. B. The subcritical baroclinic instability in local accretion disc models. *Astronomy and Astrophysics*, 513, p. A60, Avril 2010. (p. 59.)
- Li, H., Finn, J. M., Lovelace, R. V. E., et Colgate, S. A. Rossby Wave Instability of Thin Accretion Disks. II. Detailed Linear Theory. *Astrophysical Journal*, 533, p. 1023–1034, Avril 2000. (p. 55.)
- Lin, M.-K. Rossby Wave Instability in Locally Isothermal and Polytropic Disks : Three-dimensional Linear Calculations. *Astrophysical Journal*, 754, p. 21, Juillet 2012. (p. 55.)
- Lin, M.-K. Non-barotropic Linear Rossby Wave Instability in Three-dimensional Disks. *Astrophysical Journal*, 765, p. 84, Mars 2013. (p. 55.)
- Lodato, G. Classical disc physics. *nar*, 52, p. 21–41, Juin 2008. (p. 11, 13 et 15.)

- Longaretti, P.-Y. et Lesur, G. MRI-driven turbulent transport : the role of dissipation, channel modes and their parasites. *Astronomy and Astrophysics*, 516, p. A51, Juin 2010. (p. 29.)
- Lovelace, R. V. E., Li, H., Colgate, S. A., et Nelson, A. F. Rossby Wave Instability of Keplerian Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 513, p. 805–810, Mars 1999. (p. 51.)
- Lynden-Bell, D. et Pringle, J. E. The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 168, p. 603–637, Septembre 1974. (p. 16 et 19.)
- Lyra, W., Johansen, A., Zsom, A., Klahr, H., et Piskunov, N. Planet formation bursts at the borders of the dead zone in 2D numerical simulations of circumstellar disks. *Astronomy and Astrophysics*, 497, p. 869–888, Avril 2009. (p. 47.)
- Lyra, W. et Klahr, H. The baroclinic instability in the context of layered accretion. Self-sustained vortices and their magnetic stability in local compressible unstratified models of protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 527, p. A138, Mars 2011. (p. 47 et 60.)
- Lyra, W. et Mac Low, M.-M. Rossby wave instability at dead zone boundaries in 3D resistive magnetohydrodynamical global models of protoplanetary disks. *ArXiv e-prints*, Avril 2012. (p. 4, 57, 58, 59, 69, 82, 115 et 134.)
- Mac Low, M.-M. et Klessen, R. S. Control of star formation by supersonic turbulence. *Reviews of Modern Physics*, 76, p. 125–194, Janvier 2004. (p. 1.)
- Machida, M. N., Tomisaka, K., et Matsumoto, T. First MHD simulation of collapse and fragmentation of magnetized molecular cloud cores. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 348, p. L1–L5, Février 2004. (p. 13.)
- Matt, S. et Pudritz, R. E. Accretion-powered Stellar Winds as a Solution to the Stellar Angular Momentum Problem. *Astrophysical Journal Letter*, 632, p. L135–L138, Octobre 2005. (p. 18.)
- Meheut, H., Keppens, R., Casse, F., et Benz, W. Formation and long-term evolution of 3D vortices in protoplanetary discs. *Astronomy and Astrophysics*, 542, p. A9, Juin 2012a. (p. 46 et 55.)
- Meheut, H., Lovelace, R. V. E., et Lai, D. How strong are the Rossby vortices? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 430, p. 1988–1993, Avril 2013. (p. 55.)
- Meheut, H., Meliani, Z., Varniere, P., et Benz, W. Dust-trapping Rossby vortices in protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 545, p. A134, Septembre 2012b. (p. 47 et 140.)
- Meheut, H., Yu, C., et Lai, D. Rossby wave instability in 3D discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 422, p. 2399–2406, Mai 2012c. (p. 55.)

- Meru, F. et Bate, M. R. On the convergence of the critical cooling time-scale for the fragmentation of self-gravitating discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427, p. 2022–2046, Décembre 2012. (p. 23.)
- Mignone, A., Bodo, G., Massaglia, S., Matsakos, T., Tesileanu, O., Zanni, C., et Ferrari, A. PLUTO : A Numerical Code for Computational Astrophysics. *Astrophysical Journal*, 170, p. 228–242, Mai 2007. (p. 72.)
- Miller, K. A. et Stone, J. M. The Formation and Structure of a Strongly Magnetized Corona above a Weakly Magnetized Accretion Disk. *Astrophysical Journal*, 534, p. 398–419, Mai 2000. (p. 29.)
- Muzerolle, J., Allen, L. E., Megeath, S. T., Hernández, J., et Gutermuth, R. A. A Spitzer Census of Transitional Protoplanetary Disks with AU-scale Inner Holes. *Astrophysical Journal*, 708, p. 1107–1118, Janvier 2010. (p. 40.)
- Ogilvie, G. I. Jet launching from accretion discs in the local approximation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 423, p. 1318–1324, Juin 2012. (p. 18.)
- Ormel, C. W. et Cuzzi, J. N. Closed-form expressions for particle relative velocities induced by turbulence. *Astronomy and Astrophysics*, 466, p. 413–420, Mai 2007. (p. 42.)
- Paardekooper, S.-J. Numerical convergence in self-gravitating shearing sheet simulations and the stochastic nature of disc fragmentation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 421, p. 3286–3299, Avril 2012. (p. 23.)
- Paardekooper, S.-J., Lesur, G., et Papaloizou, J. C. B. Vortex Migration in Protoplanetary Disks. *Astrophysical Journal*, 725, p. 146–158, Décembre 2010. (p. 47, 55, 134 et 137.)
- Pérez, L. M., Isella, A., Carpenter, J. M., et Chandler, C. J. Large-scale Asymmetries in the Transitional Disks of SAO 206462 and SR 21. *Astrophysical Journal Letter*, 783, p. L13, Mars 2014. (p. 46.)
- Perez-Becker, D. et Chiang, E. Surface Layer Accretion in Conventional and Transitional Disks Driven by Far-ultraviolet Ionization. *Astrophysical Journal*, 735, p. 8, Juillet 2011. (p. 31.)
- Pessah, M. E., Chan, C.-k., et Psaltis, D. Angular Momentum Transport in Accretion Disks : Scaling Laws in MRI-driven Turbulence. *Astrophysical Journal Letter*, 668, p. L51–L54, Octobre 2007. (p. 77.)
- Petersen, M. R., Stewart, G. R., et Julien, K. Baroclinic Vorticity Production in Protoplanetary Disks. II. Vortex Growth and Longevity. *Astrophysical Journal*, 658, p. 1252–1263, Avril 2007. (p. 60.)
- Pierens, A., Baruteau, C., et Hersant, F. Protoplanetary migration in non-isothermal discs with turbulence driven by stochastic forcing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427, p. 1562–1573, Décembre 2012. (p. 112.)

- Poppe, T., Blum, J., et Henning, T. Experiments on Collisional Grain Charging of Micron-sized Preplanetary Dust. *Astrophysical Journal*, 533, p. 472–480, Avril 2000. (p. 43.)
- Price, D. J. et Bate, M. R. The effect of magnetic fields on the formation of circumstellar discs around young stars. *Astrophysics and Space Science*, 311, p. 75–80, Octobre 2007. (p. 13.)
- Pringle, J. E. Accretion discs in astrophysics. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 19, p. 137–162, 1981. (p. 16 et 81.)
- Rafikov, R. R. Can Giant Planets Form by Direct Gravitational Instability? *Astrophysical Journal Letter*, 621, p. L69–L72, Mars 2005. (p. 23.)
- Ray, T., Dougados, C., Bacciotti, F., Eisloffel, J., et Chrysostomou, A. Toward Resolving the Outflow Engine : An Observational Perspective. *Protostars and Planets V*, pages 231–244, 2007. (p. 18.)
- Ricci, L., Testi, L., Natta, A., et Brooks, K. J. Dust grain growth in ρ -Ophiuchi protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 521, p. A66, Octobre 2010. (p. 41.)
- Richard, S., Barge, P., et Le Dizès, S. Structure, stability, and evolution of 3D Rossby vortices in protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 559, p. A30, Novembre 2013. (p. 55 et 134.)
- Sano, T. et Miyama, S. M. Magnetorotational Instability in Protoplanetary Disks. I. On the Global Stability of Weakly Ionized Disks with Ohmic Dissipation. *Astrophysical Journal*, 515, p. 776–786, Avril 1999. (p. 31.)
- Sano, T., Miyama, S. M., Umebayashi, T., et Nakano, T. Magnetorotational Instability in Protoplanetary Disks. II. Ionization State and Unstable Regions. *Astrophysical Journal*, 543, p. 486–501, Novembre 2000. (p. 31.)
- Schartman, Ethan. *Laboratory study of angular momentum transport in a rotating shear flow*. PhD thesis, Princeton, 2008. (p. 24.)
- Shakura, N. I. et Sunyaev, R. A. Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astronomy and Astrophysics*, 24, p. 337–355, 1973. (p. 19.)
- Shariff, K. et Cuzzi, J. N. Gravitational Instability of Solids Assisted by Gas Drag : Slowing by Turbulent Mass Diffusivity. *Astrophysical Journal*, 738, p. 73, Septembre 2011. (p. 45.)
- Shi, J., Krolik, J. H., et Hirose, S. What is the Numerically Converged Amplitude of Magnetohydrodynamics Turbulence in Stratified Shearing Boxes? *Astrophysical Journal*, 708, p. 1716–1727, Janvier 2010. (p. 29, 30 et 77.)
- Shu, F., Najita, J., Ostriker, E., Wilkin, F., Ruden, S., et Lizano, S. Magnetocentrifugally driven flows from young stars and disks. 1 : A generalized model. *Astrophysical Journal*, 429, p. 781–796, Juillet 1994. (p. 18.)
- Simon, J. B., Beckwith, K., et Armitage, P. J. Emergent mesoscale phenomena in magnetized accretion disc turbulence. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 422, p. 2685–2700, Mai 2012. (p. 29.)

- Simon, J. B. et Hawley, J. F. Viscous and Resistive Effects on the Magneto-rotational Instability with a Net Toroidal Field. *Astrophysical Journal*, 707, p. 833–843, Décembre 2009. (p. 29.)
- Simon, J. B., Hawley, J. F., et Beckwith, K. Simulations of Magnetorotational Turbulence with a Higher-Order Godunov Scheme. *Astrophysical Journal*, 690, p. 974–997, Janvier 2009. (p. 28, 77 et 150.)
- Simon, J. B., Hawley, J. F., et Beckwith, K. Resistivity-driven State Changes in Vertically Stratified Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 730, p. 94, Avril 2011. (p. 29.)
- Sorathia, K. A., Reynolds, C. S., et Armitage, P. J. Connections Between Local and Global Turbulence in Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 712, p. 1241–1247, Avril 2010. (p. 29.)
- Sorathia, K. A., Reynolds, C. S., Stone, J. M., et Beckwith, K. Global Simulations of Accretion Disks. I. Convergence and Comparisons with Local Models. *Astrophysical Journal*, 749, p. 189, Avril 2012. (p. 78.)
- Stone, J. M., Gammie, C. F., Balbus, S. A., et Hawley, J. F. Transport Processes in Protostellar Disks. *Protostars and Planets IV*, page 589, Mai 2000. (p. 62.)
- Stone, J. M., Gardiner, T. A., Teuben, P., Hawley, J. F., et Simon, J. B. Athena : A New Code for Astrophysical MHD. *Astrophysical Journal*, 178, p. 137–177, Septembre 2008. (p. 72.)
- Stone, J. M., Hawley, J. F., Gammie, C. F., et Balbus, S. A. Three-dimensional Magnetohydrodynamical Simulations of Vertically Stratified Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, 463, p. 656, Juin 1996. (p. 29.)
- Stone, J. M. et Norman, M. L. ZEUS-2D : A radiation magnetohydrodynamics code for astrophysical flows in two space dimensions. I - The hydrodynamic algorithms and tests. *Astrophysical Journal*, 80, p. 753–790, Juin 1992. (p. 72.)
- Suzuki, T. K. et Inutsuka, S.-i. Disk Winds Driven by Magnetorotational Instability and Dispersal of Protoplanetary Disks. *Astrophysical Journal Letter*, 691, p. L49–L54, Janvier 2009. (p. 28.)
- Testi, L., Birnstiel, T., Ricci, L., Andrews, S., Blum, J., Carpenter, J., Dominik, C., Isella, A., Natta, A., Williams, J., et Wilner, D. Dust Evolution in Protoplanetary Disks. *ArXiv e-prints*, Février 2014. (p. 43.)
- Teyssier, R. Cosmological hydrodynamics with adaptive mesh refinement. A new high resolution code called RAMSES. *Astronomy and Astrophysics*, 385, p. 337–364, Avril 2002. (p. 72.)
- Toomre, A. On the gravitational stability of a disk of stars. *Astrophysical Journal*, 139, p. 1217–1238, Mai 1964. (p. 22 et 23.)
- Turner, N. J. et Sano, T. Dead Zone Accretion Flows in Protostellar Disks. *Astrophysical Journal Letter*, 679, p. L131–L134, Juin 2008. (p. 32.)

- Umebayashi, T., Katsuma, N., et Nomura, H. Effects of Dust Growth and Settling on the Ionization by Radionuclides. I. Formulation and Results in a Quiescent State of Protoplanetary Disks. *Astrophysical Journal*, 764, p. 104, Février 2013. (p. 31.)
- van der Marel, N., van Dishoeck, E. F., Bruderer, S., Birnstiel, T., Pinilla, P., Dullemond, C. P., van Kempen, T. A., Schmalzl, M., Brown, J. M., Herczeg, G. J., Mathews, G. S., et Geers, V. A Major Asymmetric Dust Trap in a Transition Disk. *Science*, 340, p. 1199–1202, Juin 2013. (p. 46.)
- Varnière, P. et Tagger, M. Reviving Dead Zones in accretion disks by Rossby vortices at their boundaries. *Astronomy and Astrophysics*, 446, p. L13–L16, Février 2006. (p. 57.)
- Wardle, M. The Balbus-Hawley instability in weakly ionized discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 307, p. 849–856, Août 1999. (p. 31.)
- Weidenschilling, S. J. The distribution of mass in the planetary system and solar nebula. *Astrophysics and Space Science*, 51, p. 153–158, Septembre 1977. (p. 13.)
- Weidenschilling, S. J. Evolution of grains in a turbulent solar nebula. *icarus*, 60, p. 553–567, Décembre 1984. (p. 42.)
- Weintraub, D. A., Sandell, G., et Duncan, W. D. Are FU Orionis stars younger than T Tauri stars? Submillimeter constraints on circumstellar disks. *Astrophysical Journal*, 382, p. 270–289, Novembre 1991. (p. 13.)
- Williams, J. P. et Cieza, L. A. Protoplanetary Disks and Their Evolution. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 49, p. 67–117, Septembre 2011. (p. 1, 13 et 15.)
- Yorke, H. W., Bodenheimer, P., et Laughlin, G. The formation of protostellar disks. I - 1 M(solar). *Astrophysical Journal*, 411, p. 274–284, Juillet 1993. (p. 13.)
- Youdin, A. N. Planetesimal Formation without Thresholds. II : Gravitational Instability of Solids in Turbulent Protoplanetary Disks. *ArXiv Astrophysics e-prints*, Août 2005. (p. 45.)
- Youdin, A. N. et Goodman, J. Streaming Instabilities in Protoplanetary Disks. *Astrophysical Journal*, 620, p. 459–469, Février 2005. (p. 47.)
- Yu, C. et Li, H. Nonaxisymmetric Rossby Vortex Instability with Toroidal Magnetic Fields in Radially Structured Disks. *Astrophysical Journal*, 702, p. 75–84, Septembre 2009. (p. 55.)
- Ziegler, U. Self-gravitational adaptive mesh magnetohydrodynamics with the NIRVANA code. *Astronomy and Astrophysics*, 435, p. 385–395, Mai 2005. (p. 72.)

Title Thermodynamics of the dead zone inner edge in protoplanetary disks

Abstract The dead zone, a quiescent region enclosed in the turbulent flow of a protoplanetary disk, seems to be a promising site for planet formation. Indeed, the development of a density maximum at the dead zone inner edge, that has the property to trap the infalling dust, is a natural outcome of the accretion mismatch at this interface. Moreover, the flow here may be unstable and organize itself into vortical structures that efficiently collect dust grains. The inner edge location is however loosely constrained. In particular, it depends on the thermodynamical prescriptions of the disk model that is considered. It has been recently proposed that the inner edge is not static and that the variations of young stars accretion luminosity are the signature of this interface displacements.

This thesis address the question of the impact of the gas thermodynamics onto its dynamics around the dead zone inner edge.

MHD simulations including the complex interplay between thermodynamical processes and the dynamics confirmed the dynamical behaviour of the inner edge. A first measure of the interface velocity has been realised. This result has been compared to the predictions of a mean field model. It revealed the crucial role of the energy transport by density waves excited at the interface. These simulations also exhibit a new intriguing phenomenon : vortices forming at the interface follow a cycle of formation-migration-destruction. This vortex cycle may compromise the formation of planetesimals at the inner edge. This thesis claims that thermodynamical processes are at the heart of how the region around the dead zone inner edge in protoplanetary disks works.

Keywords protoplanetary disk, thermodynamics, dead zone, vortex, planet formation

Titre Thermodynamique du bord interne de la zone morte dans les disques protoplanétaires

Résumé La zone morte, région laminaire confinée au coeur des disques protoplanétaires dont la turbulence de l'écoulement à petite échelle explique l'accrétion de matière sur l'étoile en formation, semble être un lieu propice à la formation planétaire. En effet, au bord interne de la zone morte la différence d'accrétion entraîne le développement d'une sur-densité capable de piéger les grains de poussière qui dérivent vers l'étoile. L'écoulement à cet endroit est de plus potentiellement instable. Le cas échéant, il s'organise en structures tourbillonnaires appelées "vortex" qui collectent efficacement la poussière. La position du bord interne est toutefois très incertaine et dépend en particulier de la thermodynamique du modèle de disque considéré. Récemment, le déplacement du bord interne a été envisagé pour expliquer la variabilité de l'accrétion des étoiles jeunes.

Cette thèse aborde le problème posé par l'influence de la thermodynamique sur la dynamique du bord interne de la zone morte.

Des simulations MHD qui incluent le couplage entre les processus thermodynamiques avec la dynamique de l'écoulement ont tout d'abord permis de confirmer le comportement dynamique du bord interne ainsi que de réaliser la mesure inédite de sa vitesse typique de déplacement. La comparaison de ces résultats avec les prédictions données par un modèle de champ moyen a révélé le rôle du transport d'énergie par des ondes excitées au bord interne de la zone morte. Ces simulations présentent de plus un phénomène nouveau : les vortex formés à l'interface suivent un cycle de formation-migration-destruction. Cette découverte est susceptible de modifier notre vision du scénario de formation planétaire.

En résumé, cette thèse met en évidence le fait que les processus thermodynamiques sont au coeur du fonctionnement de la région du bord interne de la zone morte dans les disques protoplanétaires.

Mots-clés disque protoplanétaire, thermodynamique, zone morte, vortex, formation planétaire