

# UNIVERSITÉ PARIS-SUD

## ÉCOLE DOCTORALE ONDES ET MATIÈRE

Laboratoire: **Laboratoire de Physique des Plasmas**  
Discipline: **PHYSIQUE**

### Rapport de Thèse

Soutenue le **25 septembre, 2014** par

**Supratik BANERJEE**

---

## Compressible turbulence in space and astrophysical plasmas

Analytical approach and in-situ data analysis for the  
solar wind

---

Directeur de thèse : **Prof. Sébastien GALTIER** (UPS, Orsay)

### Composition du jury :

Président du jury :	M. T. PASSOT	-	Directeur de recherches (Obs. de Nice)
Rapporteurs :	M. S. NAZARENKO	-	Professor (Univ. of Warwick)
	M. W. SCHMIDT	-	Res. Asso. (Univ. of Göttingen)
Directeur de thèse :	M. S. GALTIER	-	Professeur (Univ. Paris-Sud, Orsay)
	M. F. SAHRAOUI	-	Chargé de recherches (LPP)
	M. L. SORRISO-VALVO	-	Chargé de recherches (Univ. della Calabria)
Membres invités:	M. J. SAUR	-	Professor (Univ. zu Köln)

# Turbulence compressible dans les plasmas spatiaux et astrophysiques

Supratik BANERJEE

J'ai effectué ma thèse sur la turbulence compressible dans les plasmas spatiaux et astrophysiques sous la direction scientifique de Prof. Sebastien Galtier et Dr. Fouad Sahraoui au sein d'équipe plasmas spatiaux du Laboratoire de Physique des Plasmas (LPP).

Ma thèse est principalement dédiée à l'étude des propriétés fondamentales d'un écoulement turbulent dans un fluide compressible. Cette étude est importante dans le cadre des fluides spatiaux et astrophysiques (le vent solaire, les nuages interstellaires etc.). Une grande partie de mes travaux consiste à développer des relations analytiques en turbulence compressible. Trois équations analytiques ont été dérivées dans le cadre de la turbulence hydrodynamique isotherme, magnétohydrodynamique isotherme et hydrodynamique polytrophe. Dans la deuxième partie, j'ai essayé de vérifier la nouvelle relation exacte dérivée pour la turbulence MHD isotherme utilisant in-situ données observationnelles du vent solaire.

La turbulence est considérée comme le dernier problème de mécanique classique qui n'est pas encore résolu. Formellement un système turbulent peut être définie comme un système dynamique hors équilibre thermodynamique dont l'état dynamique est décrit au terme du flux des invariants (flux d'énergie par exemple) et non pas par les variables thermodynamiques (la pression, l'énergie etc.). En raison de sa complexité, la plupart des études théoriques de turbulence est

faite pour un fluide incompressible (un tel fluide dont la densité est constante et donc sa vitesse a divergence nulle i.e.  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ ). Pour la turbulence compressible, les calculs analytiques deviennent difficile dû aux deux raisons - (i) la densité du fluide n'est plus une constante et (ii) l'énergie totale consiste l'énergie cinétique et l'énergie interne. La forme de l'énergie interne n'est pas nécessairement quadratique qui rends certains calculs difficile pour le cas compressible. Au cours de ma thèse j'ai essayé de lancer une première étape analytique pour la turbulence compressible.

## La notion de compressibilité

Pour un corps au repos, la compressibilité est définie par la variation relative de son volume sous une variation unitaire de la pression. Pour un fluide compressible en mouvement, cette définition n'est plus valide car la pression n'est pas indépendante de la vitesse. Pour un écoulement, dépendant de la communauté, il existe plusieurs définitions de la compressibilité. La définition la plus connue est donné au terme du nombre de Mach i.e. le rapport de la vitesse du fluide et la vitesse du son dans ce fluide. Un écoulement supersonique est donc plus compressible qu'un écoulement sous-sonique. Une autre définition utilise la décomposition de Helmholtz. Selon cette décomposition, le champ de vitesse à chaque point peut être décomposé à une partie solénoïdal (de divergence nulle) et une partie irrotationnelle (de rotation nulle). Le rapport de la composante irrotationnelle à la composante solénoïdale donne aussi une mesure de la compressibilité. Deux définitions à peu près analogues consistent à définir la compressibilité (i) par le rapport de la divergence du champ de vitesse totale à rotationnel de la vitesse totale (rapport des magnitudes) et (ii) par l'expression ci-dessous:

$$r_{CS} = \frac{\langle |\nabla \cdot \mathbf{v}|^2 \rangle}{\langle |\nabla \cdot \mathbf{v}|^2 \rangle + \langle |\nabla \times \mathbf{v}|^2 \rangle} \quad (1)$$

Pour un fluide incompressible, la densité est une constante et donc la pression peut être exprimée par la vitesse et on n'a qu'un inconnu - la vitesse et on a une equation (l'equation Navier-Stokes) d'évolution pour la vitesse et une condition initiale disant que la vitesse est sans divergence ( $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ ), On peut alors résoudre l'équation linéarisée pour la vitesse. Pour un fluide compressible on a trois inconnus i.e. la densité, la vitesse et la pression mais on a l'évolution equation (vecteur) pour la densité et la vitesse. Donc on a besoin d'une condition supplémentaire pour fermer le système (afin de résoudre le système d'équation linéarisée). Une possibilité simple est d'utiliser la fermeture scalaire exprimant la pression fluide en fonction de la densité du fluide i.e.  $P = P(\rho)$ . Ce genre de fermeture est appelé une fermeture barotrope. En pratique, on utilise une version encore plus simplifiée qui s'appelle une fermeture polytropique où on a  $P \propto \rho^\gamma$ , soit  $\gamma$  l'indice polytrophe. Pour  $\gamma = 1$ , on retrouve le cas isotherme et pour  $\gamma = c_P/c_V$  on retrouve le cas adiabatique où  $c_P$  et  $c_V$  sont les chaleurs spécifiques respectivement à pression et à volume constant. Pendant ma thèse j'ai étudié le cas isotherme et polytrophe générale pour la turbulence hydrodynamique mais pour le cas MHD, j'ai étudié seulement le cas isotherme.

Contrairement à un fluide incompressible, un fluide compressible peut contenir des discontinuités si la vitesse d'écoulement est supérieure à la vitesse sonique. A une dimension, ce genre d'écoulement peut être modélisé par l'équation de Burgers. Cette equation est importante pour étudier la turbulence dans un fluide supersonique à une dimension. Néanmoins, en trois dimension, on n'a pas d'équivalence à l'équation de Burgers. Au cours de ma thèse, j'ai donc utilisé les équations de Navier-Stokes afin de comprendre le comportement d'un écoulement turbulent en trois dimension dans un fluide compressible général (soit sous-sonique ou supersonique).

# La turbulence

Un fluide atteint le régime turbulent lorsque son mouvement est gouverné par la non-linéarité et on parle d'un écoulement du **nombre de Reynolds** très large. Comme la turbulence associe la dynamique non-linéaire, il est difficile d'étudier la turbulence de manière analytique. De plus, l'écoulement turbulent présente un mouvement hors-équilibre est aléatoire. Il est donc impératif d'utiliser les outils statistiques afin de comprendre de différentes propriétés de turbulence. Les corrélateurs et les fonctions des structures (les moments statistiques des fluctuations) deviennent beaucoup plus pertinents que les valeurs des variables à chaque point. Il est aussi observée qu'un système turbulent (incompressible) possède des propriétés universelles e.g. la fonction de structure d'ordre trois de la vitesse  $\mathbf{v}$  correspondant à une échelle de fluctuation  $\ell$  est proportionnelle à  $\ell$  quelque soit la nature du fluide (si cela reste incompressible et neutre) et la géométrie d'écoulement. Cette relation est appelé 'scaling' est peut être exprimée comme

$$\langle |\mathbf{v}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \mathbf{v}(\mathbf{x})|^3 \rangle \propto |\mathbf{r}|, \quad (2)$$

avec  $|\mathbf{r}| \equiv \ell$ . Dans la partie suivante, on va utiliser le symbole  $\delta\psi \equiv \psi(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \psi(\mathbf{x})$  pour décrire la fluctuation d'une variable  $\psi$ .

Afin d'expliquer la phénoménologie de la turbulence d'un fluide neutre et incompressible, on parle de l'image de Riachardson (1922). Selon cette image, un écoulement turbulent associe une large gamme d'échelles de longueur. Chaque échelle est représentée par la taille des vortices qui sont des structures stables dans un fluide incompressible. L'énergie est injectée à la plus grande échelle du système i.e. aux vortices de la plus grande taille et cette énergie est dissipée à l'échelle de diffusion moléculaire. Entre ces deux échelles, l'énergie n'est ni injectée ni dissipée mais se cascade des vortices plus grandes aux vortices plus petites par un processus de fragmentation des vortices. Cette gamme de cascade est appelée "la zone inertielle". Il est important de comprendre que les propriétés universelles de la turbulence doivent être les propriétés de cette zone inertielle. En faisant

l'analyse dimensionnelle on peut aussi montrer que dans la zone inertielle la densité spectrale de l'énergie  $E(k)$  suit une loi  $k^{-5/3}$  où  $k$  est le nombre d'onde. Cette image plausible de l'énergétique est dite la phénoménologie de Kolmogorov.

Pour la turbulence compressible, ce genre d'étude n'est pas facile. En 2007, Kritsuk et al. ont démontré (par les simulations numériques) que les propriétés universelles de la turbulence compressible peuvent être similaires aux celles du cas incompressible si on remplace la vitesse  $\mathbf{v}$  par la variable  $\rho^{1/3}\mathbf{v}$ . Pendant ma thèse, j'ai essayé de trouver une explication analytique pour leur résultat.

## La physique des plasmas - modèle MHD

Des fluides astrophysiques ne sont pas des fluides neutres mais contiennent des espèces chargées (les ions, les électrons etc.). Afin d'étudier ces fluides il nous faut connaître la physique des plasmas. Un plasma est défini comme un milieu contenant des espèces chargées (ions positifs, ions négatifs et les électrons) de même que des atomes et des molécules neutres. De plus, un plasma est quasi-neutre i.e. au delà d'une échelle de longueur dite la longueur de Debye. Il existe deux approches pour étudier un plasma. On peut considérer la dynamique de chaque particule du plasma et ainsi on peut essayer de décrire le plasma comme un système de  $N$  particules chargées qui interagissent entre elles et là on parle d'approche cinétique. En revanche, si on s'intéresse aux comportements collectifs des populations des espèces, au delà d'une échelle de longueur, on peut modéliser le plasma comme un ensemble des fluides (modèle multi-fluide). Si nous limitons notre étude aux échelles qui sont supérieures à la longueur d'inertie des ions, le plasma peut être effectivement modélisé comme un seul fluide dont l'inertie est définie par celle des ions alors que le courant est décrit par celui des électrons. Pour un plasma qui est nécessairement quasi-neutre, un modèle mono-fluide implique que la force nette électrique est nulle et la nette force électromagnétique est donc purement magnétique. On parle alors du modèle **magne-**

tohydrodynamique(MHD).

Pour un système MHD, nous avons deux nouveaux inconnus - le champ électrique ( $\mathbf{E}$ ) et le champ magnétique ( $\mathbf{b}$ ). On utilise la loi généralisée d'Ohm pour relier  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{E}$ . Il existe plusieurs modèles de la MHD dépendant de la forme de loi d'Ohm utilisée. Pour l'étude de la turbulence compressible d'un fluide MHD, j'ai utilisé la MHD résistive où la loi d'Ohm s'écrit

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{b} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma}, \quad (3)$$

où  $\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{b})$  donne le courant et  $\sigma$  est la conductivité du plasma. Le système totale des équations MHD est alors écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] &= \mathbf{J} \times \mathbf{b} + \rho \mathbf{f} - \nabla P + \mu \Delta \mathbf{v} + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}), \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b}) + \eta \Delta \mathbf{b}, \end{aligned}$$

où  $\mu$  and  $\eta$  représentent respectivement la viscosité cinématique et la diffusivité magnétique.

Pour un fluide MHD idéale ( $\eta = 0$ ), on peut trouver trois modes linéaires: un mode pûrement incompressible dit le **mode d'Alfvén** et deux modes compressibles dits le mode **magnéto sonore rapide et lent**. Pour la MHD incompressible, on ne trouve que le mode d'Alfvén. Ce mode est important de décrire la turbulence en MHD incompressible. Toutefois, pour la turbulence MHD compressible, il n'est pas évident de donner une image analogue en utilisant les trois modes linéaires.

Dans le cadre de la MHD, il est important d'introduire les **variables d'Elsässer**  $\mathbf{z}^\pm$  qui peuvent être exprimés comme ci-dessous

$$\mathbf{z}^\pm = \mathbf{v} \pm \frac{\mathbf{b}}{\sqrt{\mu_0 \rho}} \quad (4)$$

Pour la MHD incompressible,  $\mathbf{z}^\pm$  sont les solutions exactes de la dynamique. Pour la MHD compressible, ce n'est pas le cas. Pourtant ces variables sont important pour analyser la turbulence MHD compressible (nous verrons plus tard).

## La turbulence MHD

Un fluide MHD peut subir des fluctuations importantes de la vitesse, du champ magnétique et aussi de la densité. On parle de la turbulence MHD lorsque la non-linéarité cinétique dépasse la viscosité cinématique et la non-linéarité magnétique dépasse la diffusion magnétique. Dans ce cas un régime turbulent est atteint pour une large valeur du **nombre de Reynolds cinétique** et du **nombre de Reynolds magnétique**.

La phenomenologie correspondante peut être décrite par celle de Kolmogorov. Mais si le fluide est sujet d'un champ magnétique globale très fort, la cascade d'énergie est alors d'écrite par la déformation des paquets des ondes d'Alfvén de l'un par un autre qui se propage dans la direction opposée. Avec cette image, on trouve, pour la turbulence MHD isotrope, une loi  $E(k) \sim k^{-3/2}$  au lieu du spectre de Kolmogorov. Pour la turbulence MHD compressible, cette phenomenologie n'est plus valable car on a trois mode linéaires et comment les trois modes se couplent dans le régime non-linéaire n'est toujours pas claire.

La turbulence MHD est très importante afin de comprendre la turbulence astrophysiques et la turbulence aux basses fréquences dans les plasmas spatiaux (le vent solaire, la magnétosphère etc.).

## Les relations exactes de la turbulence

Les prédictions pour les lois de spectres ( $-5/3$  ou  $-3/2$ ) sont tirées des phénoménologies et ne sont pas rigoureuses. Dans la théorie de turbulence, il existe quelques contraintes statistiques qui relient les fonc-



tions de structures au flux des invariants (l'énergie, l'hélicité etc.). Ces relations sont appelées les relations exactes de turbulence car elles sont dérivées de manière analytique à partir des équations de dynamique en utilisant les symétries statistiques e.g. l'homogénéité statistique, l'isotropie statistique etc. en 1941 Kolmogorov a déduit une telle équation pour la turbulence incompressible d'un fluide neutre en supposant la turbulence statistiquement homogène et isotrope. La relation est donnée ci-dessous

$$\left\langle (\delta v_r)^3 \right\rangle = -\frac{4}{5}\varepsilon r, \quad (5)$$

avec  $\varepsilon$  étant le flux d'énergie cinétique.

Une forme plus générale ont été proposée par Monin & Yaglom (1975) et associe la divergence du flux d'énergie. Cette forme utilise seulement l'homogénéité statistique sans utiliser l'isotropie. La forme s'écrit

$$\nabla_{\mathbf{r}} \cdot \left\langle (\delta v)^2 \delta \mathbf{v} \right\rangle = -4\varepsilon. \quad (6)$$

Une relation exacte analogue à l'équation (6) a été obtenue par Politano & Pouquet (1998) pour la turbulence MHD incompressible et peut être exprimée comme

$$\nabla_{\mathbf{r}} \cdot \left\langle \delta \mathbf{v} \left[ (\delta \mathbf{v})^2 + (\delta \mathbf{v}_{\mathbf{A}})^2 \right] - 2\delta \mathbf{v}_{\mathbf{A}} (\delta \mathbf{v} \cdot \delta \mathbf{v}_{\mathbf{A}}) \right\rangle = -4\epsilon, \quad (7)$$

où  $\mathbf{v}_{\mathbf{A}} = \mathbf{b}/\sqrt{\mu_0\rho}$  est le champ magnétique normalisé à une vitesse. Sous l'hypothèse de l'isotropie, cette loi peut être écrite au terme des variables d'Elsässer

$$\left\langle (\delta \mathbf{z}^{\pm})^2 \delta z_r^{\mp} \right\rangle = -\frac{4}{3}\epsilon^{\pm} r, \quad (8)$$

où  $\epsilon^{\pm}$  représentent les flux des pseudo- énergies ( $E^{\pm} = \frac{1}{2}\mathbf{z}^{\pm} \cdot \mathbf{z}^{\pm}$ ).

Depuis 1998, plusieurs travaux ont été faits afin de déduire les relations exactes pour d'autres systèmes de turbulence incompressible (e.g. turbulence avec rotation, MHD Hall, électron MHD etc.). Malheureusement, jusqu'au 2010 nous n'avions aucune relations exactes pour la turbulence compressible. En 2010 Falkovich et al. ont

dérivé une relation exacte associant les corrélateurs à deux points. Leur équation ont subi deux limitations: (i) l'hypothèse d'un état stationnaire correspondant d'une variable (carré de l'impulsion) qui n'est pas un invariant et (ii) l'utilisation prématurée de l'isotropie. Il était donc nécessaire de construire des relations exacte pour la turbulence compressible en évitant ces limitations.

## Les nouvelles relations exactes : mes travaux de thèse

Au cours de ma thèse, j'ai dérivé (avec mon directeur de thèse) trois relations exactes en turbulence compressible. Ces nouvelles relations exactes associent les fonction de structure compressible de troisième ordre et le flux d'énergie totale (l'énergie cinétique plus l'énergie interne). J'ai considéré un tel état stationnaire qui correspond à la conservation de l'énergie totale qui est un invariant inviscide . D'ailleurs, j'ai essayé d'utiliser seulement l'hypothèse de l'homogénéité sans la mélanger avec l'hypothèse d'isotropie. La première relation a été obtenue (Galtier & Banerjee, PRL, 2011) pour un fluide isotherme pour lequel la pression et la densité sont proportionnelles. La loi exacte s'écrit alors

$$-2\varepsilon = \langle (\nabla' \cdot \mathbf{v}') (R - E) \rangle + \langle (\nabla \cdot \mathbf{v}) (R' - E') \rangle + \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \left\langle \left[ \frac{\delta(\rho \mathbf{v}) \cdot \delta \mathbf{v}}{2} + \delta \rho \delta e - C_s^2 \bar{\delta} \rho \right] \delta \mathbf{v} + \bar{\delta} e \delta(\rho \mathbf{v}) \right\rangle, \quad (9)$$

où  $R$  and  $E$  donnent le corrélateur d'énergie et l'énergie totale,  $e$  l'énergie interne et  $C_s$  la vitesse sonique.  $\bar{\delta}$  correspond à la moyenne arithmétique des valeurs d'une variable de deux points. Contrairement au cas incompressible, ici on retrouve des termes sources qui sont proportionnels à la divergence de vitesse i.e.  $(\nabla \cdot \mathbf{v})$ . Pour le cas isotrope, on peut montrer que ces termes sources, en fait, contribuent à modifier le flux d'énergie totale et donc on conclue que la cascade d'énergie (transfert locale) est modifiée par un effet globale de la compression ou dilatation d'un fluide compressible. On a aussi

conclu que l'universalité de la turbulence compressible ne peut pas être cherché au terme de la variable vitesse ( $\mathbf{v}$ ) mais au terme d'une nouvelle variable ( $\rho^{1/3}\mathbf{v}$ ).

Nous avons déduit une autre relation exacte pour un fluide neutre polytrophe. Pour la turbulence d'un tel fluide, on a compris que la fluctuation de la vitesse du son joue un rôle important et on obtient (Banerjee & Galtier, JFM, 2014)

$$-2\varepsilon = \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \left\langle \frac{1}{2} (\delta(\rho\mathbf{v}) \cdot \delta\mathbf{v}) \delta\mathbf{v} + \frac{1}{\gamma(\gamma-1)} \delta(\rho C_s) \delta C_s \delta\mathbf{v} + \bar{\delta}h \delta(\rho\mathbf{v}) \right\rangle \quad (10)$$

$$+ \left\langle D \left( R'_E - E' + \frac{P'}{2} - \frac{1}{\gamma} \bar{\delta}\rho C_s C'_s \right) + D' \left( R_E - E + \frac{P}{2} - \frac{1}{\gamma} \bar{\delta}\rho C_s C'_s \right) \right\rangle ,$$

avec  $D$  et  $D'$  soient respectivement  $(\nabla \cdot \mathbf{v})$  et  $(\nabla' \cdot \mathbf{v}')$ . Pour le cas polytrophe, les termes sources sont plus compliqués que le cas isotherme. De plus, pour la turbulence polytropicque on a défini trois nombres de Mach. Nous avons aussi doonné une prédiction spectrale dépendant des différentes 'scalings' de chaque nombre de Mach.

Pour un fluide MHD et isotherme, on a dérivé une loi exacte pour l'énergie totale. Contrairement au cas incompressible, ici on n'a plus des deux pseudo-énergies comme invariants. La relation exacte est écrite (Banerjee & Galtier, PRE, 2013)

$$-2\varepsilon = \frac{1}{2} \nabla_r \cdot \left\langle \left[ \frac{1}{2} \delta(\rho\mathbf{z}^-) \cdot \delta\mathbf{z}^- + \delta\rho\delta e \right] \delta\mathbf{z}^+ + \left[ \frac{1}{2} \delta(\rho\mathbf{z}^+) \cdot \delta\mathbf{z}^+ + \delta\rho\delta e \right] \delta\mathbf{z}^- + \bar{\delta}(e + \frac{v_A^2}{2}) \delta(\rho\mathbf{z}^- + \rho\mathbf{z}^+) \right\rangle$$

$$- \frac{1}{4} \left\langle \frac{1}{\beta'} \nabla' \cdot (\rho\mathbf{z}^+ e') + \frac{1}{\beta} \nabla \cdot (\rho' \mathbf{z}'^+ e) + \frac{1}{\beta'} \nabla' \cdot (\rho\mathbf{z}^- e') + \frac{1}{\beta} \nabla \cdot (\rho' \mathbf{z}'^- e) \right\rangle \quad (11)$$

$$+ \left\langle (\nabla \cdot \mathbf{v}) \left[ R'_E - E' - \frac{\bar{\delta}\rho}{2} (\mathbf{v}_{\mathbf{A}}' \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{A}}) - \frac{P'}{2} + \frac{P'_M}{2} \right] + (\nabla' \cdot \mathbf{v}') \left[ R_E - E - \frac{\bar{\delta}\rho}{2} (\mathbf{v}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{A}}') - \frac{P}{2} + \frac{P_M}{2} \right] \right\rangle$$

$$+ \left\langle (\nabla \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{A}}) \left[ R_H - R'_H + H' - \bar{\delta}\rho(\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{A}}) \right] + (\nabla' \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{A}}') \left[ R'_H - R_H + H - \bar{\delta}\rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{A}}') \right] \right\rangle ,$$

comme on peut remarquer que la loi est énorme et contient un terme de flux ordinaire (le terme en première ligne sous la divergence), deux types de terme source et puis un terme qui n'est ni flux ni source (le terme en deuxième ligne). Il est difficile de trouver une

image phénoménologique à partir de la loi générale. Si nous supposons l'existence d'un champ magnétique globale ( $\mathbf{B}_0$ ) très fort et si les fluctuations sont considérées effectivement dans un plan perpendiculaire au champ globale, nous obtenons une loi réduite

$$-2\varepsilon \simeq \frac{B_0^2}{2} \nabla_{r_\perp} \cdot \left\langle \delta \left( \frac{1}{\sqrt{\rho}} \right) \delta(\sqrt{\rho}) \delta \mathbf{v}_\perp \right\rangle - \frac{B_0^2}{4} \left\langle (\nabla_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp) \left( 1 + \sqrt{\frac{\rho}{\rho'}} \right) + (\nabla'_\perp \cdot \mathbf{v}'_\perp) \left( 1 + \sqrt{\frac{\rho'}{\rho}} \right) \right\rangle. \quad (12)$$

où les grandeurs avec l'indice  $\perp$  représentent les composantes perpendiculaires à  $\mathbf{B}_0$ . Cette loi est beaucoup plus simple que la précédente. Le terme flux ne contient que des fluctuations de genre cinétique et le terme source devient presque similaire aux termes sources dans le cas de la turbulence hydrodynamique isotherme. Grâce à cette loi, nous avons réussi à expliquer l'effet globale de la compression ou dilatation sur l'effet locale d'une cascade transverse d'énergie totale.

## La turbulence compressible dans le vent solaire

Le modèle incompressible de la turbulence dans le vent solaire n'est pas satisfaisant pour deux raisons principales: (i) Le 'scaling' (loi linéaire entre la fonction de structure de troisième ordre et l'échelle de longueur de fluctuation) n'est pas régulier (dans la gamme de fréquence MHD) et subit beaucoup de changement de signes et (ii) le flux d'énergie totale n'est pas suffisant pour expliquer le chauffage anormal dans le vent solaire rapide. En 2009, Carbone et al. ont proposé une loi heuristique en tenant compte de la fluctuation de densité dans le vent solaire rapide et peut être écrite

$$\left\langle (\delta \mathbf{w}^\pm)^2 \delta w_{r^\mp} \right\rangle = \frac{4}{3} \langle \rho \rangle \varepsilon^\pm r, \quad (13)$$

avec ( $\mathbf{w}^\pm = \rho^{1/3} \mathbf{z}^\pm$ ).

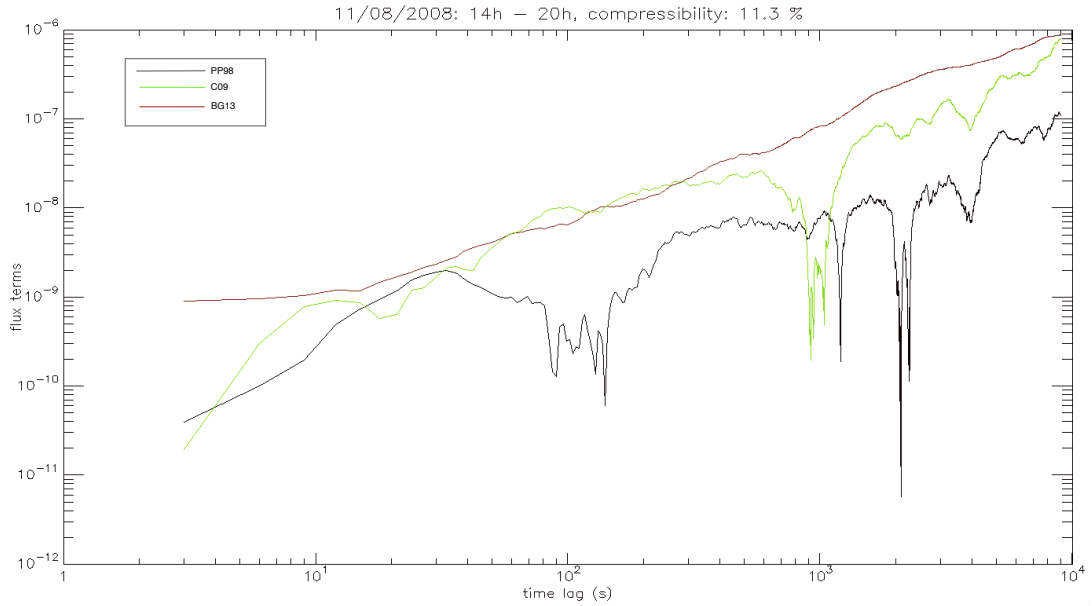


Figure 1: Comparaison du modèle incompressible (en noir), compressible heuristique (en vert) et compressible analytique (en rouge)

Avec cette heuristique loi, ils ont remarqué une amélioration dans le scaling par rapport au modèle incompressible de Politano & Pouquet. De plus, le flux d'énergie devient 10 fois plus grand qui est suffisant d'expliquer le chauffage anormale du vent solaire rapide. Mais avec cette loi heuristique ils avaient toujours le problème du changement de signe du flux. En outre, pour certains intervalles le flux correspondant à  $\varepsilon^+$  donnait meilleur scaling alors que pour certains c'est l'autre qui donne un meilleur scaling.

Dans la dernière partie de ma thèse, j'ai essayé de résoudre ce problème en appliquant la nouvelle loi exacte de la turbulence MHD isotherme. J'ai utilisé in-situ données de spacecraft THEMIS. Le résultat était très prometteur. La nouvelle loi subit du moindre changement de signes (fig. 1). Surtout l'ordre de grandeur pour le flux semble suffisant pour expliquer le chauffage anormale dans le vent solaire (Article en préparation).

## Conclusion

Au cours de ma thèse, j'ai dérivé trois relations exactes pour la turbulence compressible (en hydrodynamique et en MHD). J'ai aussi effectué une étude d'analyse de in-situ données du vent solaire rapide ayant pour but de vérifier la relation obtenue pour un fluide MHD isotherme. La nouvelle relation semble être approprié pour expliquer la turbulence aux basses fréquences du vent solaire rapide. Il nous reste à évaluer et comprendre l'importance des termes sources dans cette relation exacte en utilisant des données multi-spacecraft car pour évaluer les termes sources, on a besoin des gradients spatiales, Une étude analogue (dans le futur) pour le cas du vent solaire lent peut être significative pour comprendre la physique fondamentale du vent solaire et sa turbulence.