



THÈSE

Présentée pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ
PARIS-SUD

Spécialité : Physique théorique

*Effets dispersifs et dissipatifs en théorie
quantique des champs en espace-temps courbe
pour modéliser des systèmes de matière
condensée*

par

Xavier Busch

Soutenue le 26 septembre 2014 devant la commission d'examen :

Theodore A. Jacobson	Examineur
Ulf Leonhardt	Rapporteur
Stefano Liberati	Rapporteur
Renaud Parentani	Directeur de thèse
Daniele Sanvitto	Examineur
Chris Westbrook	Examineur

Thèse préparée dans le cadre de l'Ecole Doctorale
107 au Laboratoire de Physique Théorique d'Or-
say (UMR 8627) Bât. 210, Université Paris-Sud 11,
91405 Orsay Cedex

Table des matières

Introduction	1
I. Autour de la production de paire de particules	3
A. De l'amplificateur paramétrique à la production de paires de particules	3
B. Séparabilité d'un état	4
II. Effets quantiques dans l'espace de de Sitter	4
A. Géométrie	4
B. Champs dispersifs dans de Sitter	5
C. Champs dissipatifs dans de Sitter	6
D. Correspondance entre de Sitter et un trou noir	7
III. Gravité analogue	7
A. Condensation de Bose et gravité analogue	7
B. Phonons dissipatifs	8
C. Condensat dissipé	9
D. Trou noir en présence d'un bain thermique	10
Conclusion et ouvertures	10
Bibliographie	12

Introduction

La physique du XX^e siècle est très bien décrite par deux théories pourtant antagonistes, la mécanique quantique et la relativité générale. La réunion des deux pourrait permettre une théorie complète de l'univers. Malheureusement, la quantification de la gravité est aujourd'hui une quête lointaine, expérimentalement hors de portée. L'étude de particules quantiques en présence de gravitation classique est par contre un premier pas vers cette théorie. Une telle théorie semi-quantique s'apparente à l'étude qui fut faite aux débuts de la mécanique quantique, lorsque l'on étudiait des électrons quantiques dans un champ électromagnétique classique. Une telle théorie, nécessairement incomplète, donnait le jour à de nouveaux processus, et en particulier à l'effet laser.

Lors de cette étude de particules quantiques en présence de gravitation classique, le premier phénomène prédit fut la radiation de Hawking. Sa compréhension commença en 1974 avec le papier original de S. Hawking [Haw75]. Le processus mis en jeu est la création de paires de particules à partir du vide quantique au voisinage d'un horizon des événements délimitant un trou noir. L'une d'elles, d'énergie positive, est émise vers l'extérieur du trou noir. L'autre, d'énergie négative (l'énergie totale est conservée) est émise vers l'intérieur du trou noir. Le trou noir émet alors un flux thermique de particules (si celles-ci sont massives, celles dont l'énergie est insuffisante retombent dans le trou noir, les autres partent vers l'infini).

Il s'avère que ce phénomène ne concerne pas uniquement les trous noirs, mais est beaucoup plus général. Ainsi, comme l'a montré W. Unruh en 1976 [Unr76], si l'on place un détecteur de particules accéléré dans le vide, celui-ci verra un environnement thermique. Par ailleurs, si l'on dispose d'un second détecteur de particules que l'on n'accélère pas, il interprétera chaque détection du premier détecteur comme une émission de particules de la part de celui-ci. Le phénomène peut alors être interprété de la même manière que la radiation de Hawking : au voisinage du détecteur en accélération, le vide « claque » et émet une paire de particules. Celle d'énergie négative est absorbée par le détecteur. Celle d'énergie positive est émise vers l'infini.

Un troisième exemple similaire est l'émission de paires de particules dans un espace-temps soumis à une modulation (comme par exemple, un espace temps en expansion). Alors, l'énergie apportée par la modulation permet la création de paires de particules à partir du vide. Contrairement aux cas précédents, les deux particules sont ici d'énergie positive.

D'un point de vue expérimental, ces trois effets sont largement hors de portée. Par exemple, un trou noir émettant beaucoup de particules émettra un flux thermique de l'ordre du μK . Il sera donc largement couvert par le fond diffus cosmologique, à la température de $2.7K$. Lors de l'effet Unruh, pour une accélération humainement supportable, la température observée serait de l'ordre de $10^{-20}K$.

Le tournant expérimental a été amorcé par W. Unruh en 1981 [Unr81]. En effet, il a remarqué que les ondes sonores dans un fluide irrationnel sont régies par des équations du mouvement similaires à un champ scalaire dans un espace temps courbe. Si le fluide possède un horizon sonique (zone séparant des régions subsoniques de régions supersoniques), alors cet horizon se comporte comme un horizon des événements relativiste.

Comme toute analogie, celle-ci possède des limites. La première concerne la relation

de dispersion : en relativité, l'énergie d'une particule est reliée à son impulsion par $E^2 = m^2c^4 + c^2P^2$. Cette relation reste vraie pour les ondes sonores de grandes longueurs d'onde (l'expression précédente n'est alors qu'un développement de Taylor pour une impulsion faible). Mais à faible longueur d'onde, les ondes sonores « sentent » que le fluide est composé de molécules et est discret. La conséquence est le changement de relation de dispersion. La seconde limite concerne la mécanique quantique elle-même : une onde sonore est un objet purement classique.

Ce deuxième point a été réduit par la profusion de modèles analogues proposés par la suite (voir Ref. [BLV11] pour une liste plus explicite), dont les propriétés sont plus proches de la mécanique quantique que les ondes sonores. A titre d'exemple, on peut citer les condensats de Bose-Einstein, ou les polaritons, cf. Sec. III.

Concernant la possibilité d'une modification de la relation de dispersion, aucun modèle analogue n'a de relation de dispersion purement relativiste, de part la granularité du système qui le compose. Il a donc été naturel d'introduire une relation de dispersion non conventionnelle dans la théorie de la gravitation, et donc de briser l'invariance de Lorentz locale. Ceci a été fait tout en conservant la covariance de la théorie par T. Jacobson [CJ96] en introduisant un champ vectoriel de genre temps dont la valeur moyenne dans le vide est non nulle. Il introduit alors une direction (temporelle) privilégiée qui correspond en gravité analogue, au temps dans le référentiel du laboratoire. La suite logique de cette introduction est de rendre le champ vectoriel dynamique au même titre que la métrique, afin de conserver la covariance de la théorie [JM01].

Du point de vue de la matière condensée, l'étape suivante à franchir était d'introduire en plus de la dispersion, de la dissipation. Pour ce faire, un modèle simplifié a été introduit par R. Parentani [Par07]. Par ailleurs, toute théorie en interaction comportant de la dispersion contiendra nécessairement de la dissipation. Cependant, la plupart des études effectuées l'étant pour la théorie libre (les seules théories en interaction dans des espaces temps courbes sont loin d'être maîtrisées [Ser11]), il est nécessaire d'introduire de la dissipation de manière phénoménologique.

L'introduction de la dispersion est aussi motivée par la relativité elle-même. En effet, poussons le raisonnement de Hawking à son terme, et considérons le passé d'un quantum émis par un trou noir. Ce quantum est resté à proximité de l'horizon depuis la création du trou noir jusque son émission. Or, durant tout ce temps, il a subi un décalage vers le rouge exponentiel. Celui-ci est par ailleurs tellement important qu'une seconde à peine avant qu'il ne quitte la région proche du trou noir, notre quantum avait une longueur d'onde 10^{80} ordres de grandeur au-dessous de sa longueur d'onde finale (pour un trou noir de la taille du soleil). Cette longueur étant bien inférieure à la longueur de Planck, la théorie de la relativité générale ne peut être considérée telle quelle et doit être quantifiée. Malheureusement, il n'existe à l'heure actuelle aucune théorie quantique de la gravitation. Cela constitue le problème transplanckien. Il est résolu par l'introduction de dispersion : le quantum quitte la région proche de l'horizon lorsque sa longueur d'onde est telle que sa relation de dispersion n'est plus relativiste. Ce point sera discuté plus en détail dans la Sec. II.

Cette thèse se penche sur l'introduction de la dispersion et de la dissipation en relativité, et sur la robustesse des prédictions de Hawking. Dans la Sec. I, nous présenterons les concepts fondamentaux de notre étude. Pour ce faire, nous considérerons tout d'abord

l'amplificateur paramétrique classique que nous quantifierons jusqu'à arriver au phénomène de production de paires de particules en cosmologie. Dans un deuxième temps, nous étudierons la non séparabilité. Puis dans la [Sec. II](#), nous étudierons en détail l'espace temps de de Sitter en incluant de la dispersion puis de la dissipation. Nous tirerons ensuite les conclusions de cet exemple pour déduire des résultats généraux aux trous noirs et à la radiation de Hawking. Enfin, dans la [Sec. III](#), nous nous dirigerons vers des modèles analogues et étudierons l'influence de la dissipation sur l'effet Casimir dynamique, ainsi que les conséquences des conditions initiales pour le rayonnement de Hawking.

I. Autour de la production de paire de particules

Lorsqu'un système est non stationnaire, les modifications temporelles de ses paramètres empêchent la conservation d'une énergie. Ainsi, par exemple, un enfant sur une balançoire fait varier la période des oscillations. Il apporte ainsi une énergie qui le propulse vers le haut. Le système non stationnaire le plus simple est l'amplificateur paramétrique. Il s'agit d'un oscillateur harmonique dont la fréquence propre varie au cours du temps.

Nous allons ici considérer la version classique de l'amplificateur paramétrique, puis sa version quantique. Enfin, nous étudierons le phénomène de création de paires de particules en théorie des champs. Dans chaque cas, nous verrons que le formalisme est similaire, mais que les interprétations physiques diffèrent.

A. De l'amplificateur paramétrique à la production de paires de particules

Dans sa version classique, un amplificateur paramétrique est simplement un oscillateur harmonique dont la fréquence propre varie avec le temps. Si la fréquence propre est constante à la fois au début et à la fin de l'expérience, le mouvement de l'oscillateur harmonique est soit amplifié, soit atténué. Nous avons montré que de manière générique, le mouvement est amplifié. Par contre, si l'oscillateur est initialement à l'arrêt, il le restera. Ceci provient du fait que l'amplification est une amplification linéaire.

Dans sa version quantique, un amplificateur paramétrique reste un oscillateur harmonique dont la fréquence propre varie avec le temps. Cependant, l'interprétation de l'amplification n'est plus une amplification du mouvement mais une population des différents niveaux d'énergie. Nous avons montré que l'oscillateur harmonique peuplait ses niveaux d'énergie deux par deux, et que la probabilité de peuplement était donnée par le coefficient de Bogoliubov $|\beta|^2$, voir Eqs. (1.15) et (1.43).

En mécanique quantique relativiste, le nombre de particules n'est pas constant, et des particules identiques sont indistinguables. Afin de décrire la physique, il est nécessaire de considérer des champs. Une particule est alors une excitation élémentaire d'un champ. Ces champs décrivent chacun un type de particules. Le type le plus simple est un champ scalaire libre, c'est à dire que nous décrivons des particules sans spin qui n'interagissent pas entre elles. En l'absence de gravité, un tel champ se comporte de manière triviale, c'est à dire que la notion de particule est identique pour tout observateur inertiel, et les

observables n'évoluent pas avec le temps.

Lorsque l'on souhaite faire interagir des champs quantiques avec une gravité non quantifiée, nous avons besoin de la notion de théorie quantique des champs en espaces-temps courbes. Dès lors, la notion de particules peut dépendre de l'observateur, et l'évolution des observables n'est plus triviale. Par exemple, dans un espace-temps homogène et isotrope, comme l'impulsion des particules est conservée, il est possible de ne considérer que le champ décrivant les particules d'impulsion \mathbf{P} . les equations du mouvement de celui-ci sont celles d'un amplificateur paramétrique, voir Eq. (1.73). Il est donc excité par l'expansion de l'univers et, comme les excitations fondamentales sont les particules, des paires de particules sont créées. De même, au voisinage d'un trou noir, des particules sont créées par paires, l'une tombant dans le trou noir, et l'autre s'échappant à l'infini.

B. Séparabilité d'un état

Nous avons vu que les processus d'amplification classique et quantique (à partir du vide) sont similaire. En fait, lors d'expérience, nous aurons affaire à une compétition entre l'amplification classique d'un bruit thermique initialement présent dans le système et le processus quantique de création de particules à partir du vide. Afin de déterminer si le second a contribué de manière majoritaire, nous introduisons la notion de non séparabilité d'un état, qui généralise la notion d'intrication.

Imaginons qu'un appareil choisisse un nombre aléatoire n avec une certaine probabilité p_n , et que selon la valeur de ce nombre, deux expérimentateurs préparent deux expériences différentes. L'intrication entre ces deux expériences est alors classique. Lorsqu'un état peut être construit avec le processus ci-dessus, il est appelé séparable. Si ce n'est pas le cas, il est non séparable.

Il est possible de montrer que l'amplification classique du bruit thermique initial conduit toujours à un état séparable, alors que le processus quantique de création de particules à partir du vide conduit à un état non séparable. Si lors d'une expérience, un état final est mesuré non séparable, cela signifie que le second processus a été majoritaire. Nous avons donc un outil pour le tester.

L'étape suivante est la détermination d'un critère simple pour savoir si un état est séparable ou non. Le critère choisi est celui de Peres-Horodecki. La mesure de la matrice de covariance est suffisante pour montrer la non séparabilité d'un état. Elle est même nécessaire lorsque l'état est gaussien : lorsque l'Eq. (2.23) n'est plus respectée, l'état est non séparable.

Dans cette thèse, nous ne considérons que des états soit homogènes, soit stationnaires. Dans ces deux cas, le critère de Peres-Horodecki se réduit simplement à l'Eq. (2.31).

II. Effets quantiques dans l'espace de de Sitter

A. Géométrie

L'espace temps de de Sitter à $1+1$ dimensions est l'hyperboloïde à une nappe plongé dans une espace temps plat à $1+2$ dimensions. Les symétries de cet espace temps forment le groupe de Lorenz $SO(1,2)$. Le seul opérateur différentiel qui soit invariant

avec le groupe de Lorenz est le Casimir du groupe. Celui ci correspond à l'opérateur dalembertien. Un champ se mouvant dans de Sitter avec une telle symétrie est donc un champ tel que le dalembertien est constant, c'est à dire un champ massif sans dispersion.

Lorsqu'on brise le groupe de Lorenz de manière minimale, cela revient à briser la symétrie de rotation autour de l'hyperboloïde. Quitte à restreindre la zone où vit le champ à la carte de Poincaré, voir Fig. 3.1, les générateur de symétries sont respectivement de genre temps et espace. La théorie sera donc stationnaire et homogène. Les deux vecteurs ne commutant pas, voir Eq. (3.12), il sera impossible de mettre en avant à la fois la stationnarité et l'homogénéité de la théorie. Le sous groupe d'invariance est connu sous le nom de groupe affin.

Par ailleurs, les théories invariantes sous le groupe affin sont celles présentant à la fois de la dispersion et de la dissipation, voir Eq. (3.16). Parmi les différentes représentations du groupe affin, une représentation utile, à la fois lorsqu'on considère des champs, mais aussi des fonctions à deux points (fonction de Green, anti-commutateur, etc.) est la représentation \mathbf{P} , voir Eq. (3.34). Celle ci permet, en particulier, de faire le lien entre la production de paires de particules à impulsion fixée (quand on met en avant l'homogénéité de l'espace), avec la création de particules d'énergie opposée (lorsque la stationnarité est manifeste).

B. Champs dispersifs dans de Sitter

En étudiant un champ dispersif dans de Sitter, nous avons montré que le vide de Bunch Davies est invariant selon le groupe affin. Nous avons aussi montré que c'est le seul état stationnaire et régulier. Par ailleurs, nous avons montré que pour un observateur inertiel, contrairement au cas non dispersif, le vide de Bunch Davies n'est pas vu comme un état thermique. Et ce, même si la fonction à deux point est périodique en temps imaginaire.

Nous avons aussi montré que cet état est stable, dans le sens que pour n'importe quel état possédant un nombre de particules (au sens de Bunch Davies) finies, les fonctions à deux points se comporteront comme celles du vide de Bunch Davies à grand temps.

Dans un exemple analytiquement soluble, où la relation de dispersion est $E^2 = m^2 + P^2 + P^4/\Lambda^2$, nous avons calculé le nombre de paires de particules d'impulsion donnée produites par l'expansion de l'univers, voir Eqs. (4.41) et (4.42).

Nous avons aussi déterminé la température effective vue par un détecteur de particules stationnaire, voir les Figs. 4.1 à 4.5. La température est ainsi très proche de la valeur qu'elle aurait en l'absence de dispersion dès que la dispersion a lieu dans l'ultraviolet, par rapport à la fois à l'échelle d'expansion de l'univers et à l'énergie à laquelle la température est mesurée. La déviation est donnée par l'Eq. (4.57). On remarque aussi, voir Fig. 4.4 que la position du détecteur ne doit pas être trop proche de l'horizon des événements, c'est à dire que celui ci ne doit pas trop être accéléré.

Nous avons aussi considéré le flux de particules émis à l'infini. Il s'agit du flux qui est celui détecté lors d'expériences analogues, où l'espace de de Sitter n'est qu'une description locale et s'arrête à la fin de l'échantillon, ou dans un trou noir, voir Sec. II. D. Nous avons alors montré que la matrice de covariance des flux émis peut s'écrire comme le produit de deux matrices. La première est fixé par les coefficients de Bogoliubov à impulsion fixée.

La deuxième est indépendante de la dispersion et correspond soit à un spectre thermique si la masse du champ est nulle, soit à un coefficient de réflexion si la masse du champ est non nulle, voir Eqs. (4.63) et (4.67).

C. Champs dissipatifs dans de Sitter

Afin de décrire un champ dissipatif dans un espace temps courbe, il est nécessaire de disposer d'une description covariante du système, c'est à dire d'une action ne dépendant pas du système de coordonnées. Pour ce faire, il est premièrement nécessaire, comme lors de l'introduction de la dispersion, de choisir un temps privilégié. Ceci est effectué en introduisant un champ vectoriel de genre temps et de taille unité. Ensuite, comme dans les modèles de type mouvement brownien quantique, il est nécessaire d'introduire un continuum de degrés de liberté pour chaque degré de liberté du champ. Une telle description conduit alors à des équations du mouvement non locales. Afin de garder la localité, nous choisissons l'action donnée à l'Eq. (5.2). Ce choix reste général dans le fait que n'importe quel taux de dissipation peut être modélisé. Les équations du mouvement pour les champs restent covariantes. Les observables sont fonction de l'anti-commutateur du champ. Celui-ci est donné par l'Eq. (5.15). Du fait de l'interaction avec un environnement, la notion de particules n'est pas bien définie.

Afin de retrouver une théorie relativiste dans l'infrarouge, nous choisissons le taux de dissipation tel qu'il s'annule suffisamment rapidement à faible impulsion. Dans de Sitter, du fait de l'expansion de l'univers, à grand temps, correspondent des faibles impulsions $\mathbf{P} = \mathbf{k}e^{-Ht}$, et la dissipation s'annule. Le notion de particules est alors bien définie. Si l'état est gaussien, il est alors uniquement caractérisé par le nombre de particules et la cohérence à \mathbf{k} fixé. Il est alors possible de caractériser la non séparabilité de l'intrication entre particules de moment opposé.

Nous avons pris un exemple explicite où la relation de dispersion est $\Omega^2 + ig^2\Omega P^2/\Lambda = m^2 + P^2 + P^4/\Lambda^2$. Pour cet exemple, voir Figs. 5.1 à 5.4, nous avons caractérisé le nombre de particules final ainsi que la non séparabilité de l'état en fonction des différents paramètres caractérisant la dispersion, et de la température de l'environnement. Nous avons remarqué que la dissipation pouvait apporter de la non séparabilité, lorsque $m = 0$, et que lorsque $m \neq 0$, même à haute température, si la dispersion / dissipation est suffisamment dans l'UV, l'état peut être non séparable.

Nous avons ensuite caractérisé la température observée par un observateur inertiel, voir Figs. 5.5 et 5.6. Comme en présence de seule dispersion, nous avons observé que le spectre est quasiment thermique, même si ce comportement est plus rapidement perdu que en présence de seule dispersion.

Enfin, nous avons étudié la non séparabilité du flux de particules émis à l'infini. Nous avons observé que la factorisation qui avait lieu en présence de seule dispersion s'appliquait toujours, et nous avons caractérisé la non séparabilité de l'état asymptotique, voir Fig. 5.7

D. Correspondance entre de Sitter et un trou noir

Un espace temps stationnaire en $1 + 1$ dimensions avec un champ vectoriel de genre temps unitaire et géodésique est caractérisé par une unique fonction $v(\mathbf{x})$, voir Eq. (6.2), avec $c = 1$. Lorsqu'il existe une région telle que $v > 1$, cette région correspond à un trou noir (ou trou blanc, les deux étant reliés par une simple inversion de la direction du temps).

Lorsqu'on considère une théorie dispersive dans un tel environnement, on remarque que les trajectoires des particules restent proche de l'horizon pendant un temps très grand, $\kappa t \sim \ln(D^{3/2}\Lambda/\omega)$, où κ est la gravité de surface du trou noir [voir Eq. (6.5)], Λ est l'échelle de dispersion, ω est l'énergie (conservée) de la particule considérée, et D est l'extension de la région proche de l'horizon, c'est à dire de la région (dans les unités de κ) où v est quasi-linéaire.

Par ailleurs, en sortie de cette région, quand v est constant, les particules se propagent librement sans production de paire. En conséquence, le flux émis par le trou noir à partir du vide (le flux de rayonnement de Hawking) est émis au voisinage du trou noir. Plus le temps pendant lequel les particules (réelles ou virtuelles) restent dans cette région, plus celles-ci auront un comportement semblable à celui qu'elles auraient dans un espace-temps tel que v est exactement linéaire. C'est à dire dans de Sitter. Ainsi, nous pouvons prédire que les déviations au spectre de particules émises dans de Sitter sont bornées par $\omega/\omega_{\max}^{\text{disp}}$, où $\omega_{\max}^{\text{disp}} = D^{3/2}\Lambda$.

En présence de dissipation, à température de l'environnement fixée, la correspondance a de nouveau lieu. En effet, en considérant l'Eq. (6.14), on remarque que premièrement, le noyau N est local. Ainsi, dans la région proche de l'horizon, il a la même valeur que dans de Sitter. Deuxièmement, la fonction de Green retardée est telle que les seules valeurs de x_1 et x_2 telles que l'intégrand est non négligeable se situent proches de l'horizon. Un calcul explicite prévoit que les déviations au spectre de particules émises dans de Sitter sont bornées par $\omega/\omega_{\max}^{\text{diss}}$, où $\omega_{\max}^{\text{diss}} = D^2\Lambda$.

En conclusion, étant donné que le flux de particules dans de Sitter est robuste, celui d'un trou noir l'est aussi. En particulier, si Λ est de légèrement inférieur à l'échelle de Planck, le flux émis par le trou noir sera quasiment thermique. Par ailleurs, le problème transplackien n'est plus, car les quanta quittent la région proche de l'horizon lorsque leur décalage vers le bleu est tel que leur énergie est de l'ordre de l'échelle de Planck.

III. Gravité analogue

A. Condensation de Bose et gravité analogue

Lorsque l'on considère un gaz de bosons extrêmement froid, mais très dilué (pour ne pas qu'il devienne liquide ou solide), il se peut que le caractère bosonique des atomes ou molécules composant le gaz se manifeste. Celles-ci sont alors indistinguables. En particulier, en deçà d'une température critique, un nombre macroscopique d'atomes se trouve dans le même état quantique. Elles forment alors un condensat de Bose-Einstein.

Afin de décrire un condensat de Bose, la théorie des champs fournit une bonne description, de part le fait que les atomes soient indistinguables. L'hamiltonien du système

est alors donné par l'Eq. (7.6). Quand une grande proportion des atomes est condensé, le gaz est très bien décrit par une approche perturbative, où le champ est décrit par sa valeur moyenne solution de l'équation de Gross-Pitaevskii, Eq. (7.9).

Les perturbations quantiques, ou phonons, sont alors décrites au premier ordre par une equation linéaire, voir Eq. (7.13). Ces équations sont similaires en de nombreux points aux equations du mouvement d'un champ scalaire dans un espace temps courbe, et en présence de dispersion. En particulier, au niveau des caractéristiques du champ, l'analogie est exacte. Ainsi, les processus mis en jeux seront *qualitativement* les mêmes, et il devrait y avoir production de paires de phonons comme en cosmologie, ou un analogue de radiation de Hawking. Par contre, comme l'ordre des opérateurs est différent, les prédictions dans les condensats de Bose ou en théorie des champs seront *quantitativement* différentes.

Les observables permettant de décrire ces phénomènes sont nombreuses. Dans cette thèse, nous nous concentrons principalement sur l'anti-commutateur de l'Eq. (7.34) et la g_1, g_2 , voir Eq. (7.40). En terme de ces observables, la non séparabilité d'un état se caractérise simplement : un état homogène isotrope est séparable si $\omega_k G_{ac}^k(t, t' = t) < 1/2$ ou $g_2^k(t, t' = t) < c\xi k^2/\omega_k - 1$, ou ω_k est la fréquence propre des phonons d'impulsion k , c est la vitesse du son et ξ est la longueur caractérisant la dispersion.

Un exemple de condensat de Bose qui sera traité par la suite est un condensat de polaritons. Il s'agit de photons piégés entre deux miroirs, de telle manière que la théorie est effectivement bidimensionnelle et que les photons acquièrent une masse effective. Par ailleurs, entre ces deux miroirs, se trouve un milieu non linéaire qui induit des interactions photon-photon effectives. Un tel système est intrinsèquement dissipatif, et il est nécessaire de le pomper en permanence pour ajouter des photons au système, voir Fig. 7.1. Un tel système est décrit par l'hamiltonien de l'Eq. (7.55).

B. Phonons dissipatifs

Dans un premier temps, nous considérons un condensat atomique homogène, où le nombre d'atome est (quasiment) conservé au cours du temps. Seuls les phonons sont dissipés. Afin de décrire un tel système, nous introduisons des interactions entre les atomes et un environnement, comme à la Sec. II.C. Ceci conduit à l'équation du mouvement des phonons Eq. (8.17). Dans la suite, nous considérons deux type d'évolutions. Dans un premier temps, au temps $t = 0$, la fréquence propre des phonons change brusquement et le taux de dissipation tombe à zero. Dans un deuxième temps, le taux de dissipation est constant et seule change la fréquence propre des phonons. Le système étant homogène, l'étude est faite à impulsion \mathbf{k} fixée.

Mais tout d'abord, considérons le cas sans dissipation. L'évolution du système est alors donné par les coefficients de Bogoliubov de l'Eq. (8.37). Ceux-ci fixent le nombre de phonons finaux et leur cohérence par l'Eq. (8.38). Il y a là une compétition entre les processus stimulés séparables et spontanés non séparables. L'anti-commutateur est représenté aux Figs. 8.1 et 8.2. Il est observé que la limite $\omega_k G_{ac}^k(t, t' = t) < 1/2$ correspondant aux états non séparables est attendue pour les grandes impulsions où le nombre de phonons est faible, ou à basse température. Le domaine de non séparabilité est donné à la Fig. 8.3.

Lorsqu'on inclue de la dissipation dans l'état initial et au moment du saut, on remarque premièrement que le nombre de particules finales est pratiquement peu modifié, voir Fig; 8.4. Par ailleurs, la non séparabilité est perdue dans le cas où l'évolution est telle que la vitesse du son augmente, mais est robuste lorsque l'évolution est telle que la vitesse du son diminue, voir Fig. 8.5.

Lorsque le taux de dissipation est constant au cours du temps, même si les observables sont toujours bien définies, la notion de particule est mal définie. Quand le taux de dissipation est faible devant la fréquence propre des phonons, une notion approximative de particule peut être introduite, et par conséquent un critère de non séparabilité peut être considéré. Le principal effet de la dissipation qui ressort de cette étude est la décroissance exponentielle du nombre de phonons et de leur cohérence vers les valeurs d'équilibre. En conséquence de quoi, la non séparabilité est perdue en un temps inférieur à l'inverse du taux de dissipation, voir Fig. 8.7 et 8.9.

C. Condensat dissipé

Considérons à présent un système tel que des polaritons, voir Sec. III. A, où le condensat lui-même est dissipé. Un tel système est alors nécessairement hors équilibre. Comme dans la section précédente, nous supposons le système homogène et étudions les phonons créés par une modulation temporelle de celui-ci.

Avant de considérer les phonons, il est nécessaire de considérer l'état du condensat. La pompe étant dussposée monochromatique, $F(\mathbf{x}, t) = F_0 e^{-i\omega_p t}$, le condensat sera supposé stationnaire, $\Phi_{\text{cond}}(\mathbf{x}, t) = \Phi_0 e^{-i\omega_p t}$. L'évolution temporelle des différents paramètres est alors choisie telle que cette évolution est solution des équations du mouvement, voir Eq. (9.11).

Afin de résoudre les équations du mouvement, nous effectuons l'approximation de Markov, qui consiste à négliger les termes dont la phase change très vite. Celle-ci est meilleure quand la fréquence de la pompe est élevée. Avant toute perturbation, les phonons sont dans un état peuplé, et les observables sont décrites à l'Eq. (9.31). Cet état est très proche d'un état thermique, voir Fig. 9.2. Il n'est cependant pas thermique, en conséquence de quoi, le théorème de fluctuation-dissipation est violé. Ceci ne doit pas être surprenant car, même si le système est stationnaire, il n'est pas à l'équilibre.

La réponse des phonons a un changement brutal de a fréquence propre du système est caractérisée par seulement quatre quantités, voir Eq. (9.51). Trois d'entre eux peuvent être interprétées, quand le taux de dissipation est faible, comme le nombre de phonons (à l'équilibre est hors équilibre), et leur cohérence. Le quatrième n'a pas d'équivalent en l'absence de dissipation. En fait, selon la mesure effectuée, il modifie la valeur mesurée des précédents paramètres. Il est donc source d'imprécision.

Nous avons explicité les différentes observables ainsi que le critère de non séparabilité (incluant l'imprécision due au quatrième paramètre) dans les Figs. 9.4 à 9.8. L'ensemble des temps tel que la mesure conclut à une non séparabilité de l'état est donnée en Fig. 9.9. On remarque que les fonctions à deux point doivent être mesurée à des temps rapprochés ($\omega_k(t - t') \lesssim 1$) et plus faibles que le temps de perte de non séparabilité.

D. Trou noir en présence d'un bain thermique

Afin de terminer notre étude, nous souhaitons caractériser dans quelle mesure le flux émis par un trou noir est non séparable, en présence d'un bain thermique. Pour ce faire, et afin de rester le plus général possible, nous caractérisons tout d'abord la matrice de diffusion la plus générale possible. Celle-ci est caractérisée par trois paramètres, voir Eq. (10.14). Le reste de la matrice de mélange se déduit des précédents par des relations d'unitarité, voir Eq. (10.6).

Comme il existe trois types de particules émises, trois paires peuvent être considérées. L'une des trois est toujours séparable et ne sera pas étudiée. Les deux autres mettent en jeu l'intrication entre l'état du flux de particules de norme négatives, piégées dans le trou noir, avec soit les particules entrantes (caractérisée par Δ_{uv}), soit les particules atteignant l'infini dans la région subsonique (caractérisée par Δ_{uu}), voir Fig. 10.1. Les deux critères de non séparabilité en fonction des six paramètres de l'Eq. (10.19) sont donnés par l'Eq. (10.20).

Dans un premier temps, nous étudions Δ_{uu} , et le représentons en Fig. 10.2 et 10.3. Nous remarquons que l'infra rouge de la théorie est toujours séparable, et que l'ultra violet est non séparable seulement à basse température. Un régime intermédiaire peut être non séparable à haute température si A et B sont suffisamment faibles. Dans les Fig. 10.4 et 10.6, nous étudions le minimum de Δ_{uu} pour diverses valeurs de la fréquence. La valeur de la fréquence minimisant Δ_{uu} étant donnée en Fig. 10.5. Le message est le suivant : il existe deux régimes, selon que la dispersion est forte ou non. Dans chaque régime, seuls trois paramètres influent sur la non séparabilité de l'état, voir Eqs. (10.25) et (10.26).

Une étude similaire est réalisée pour Δ_{uv} . La dépendance en ω est étudiée en Fig. 10.7 et 10.8. Comme précédemment, l'infra rouge est toujours séparable. Par contre, la non séparabilité est meilleure à grand B . Le minimum de Δ_{uv} sur ω ne dépend encore une fois que de trois paramètres, voir Eq. (10.32). La limite de non séparabilité est étudiée en Fig. 10.10. Pour que l'état soit non séparable, il faut, soit que la température soit inférieure à celle du rayonnement de Hawking, soit que B ou l'échelle de dispersion soit suffisamment important.

Nous avons rapidement étudié le cas d'un trou blanc. Même si celui-ci peut être non séparable dans l'infra rouge (voir Fig. 10.12), celui-ci est génériquement plus séparable que le trou noir, voir Fig. 10.13.

Conclusion et ouvertures

Dans cette thèse, nous avons étudié les effets d'une gravité non quantique sur de la matière quantique. Nous avons introduit une relation de dispersion non triviale, ainsi que de la dissipation en ajoutant un champ vectoriel à la métrique décrivant l'espace-temps. Dans la Sec. I, nous avons introduit des outils qui ont été largement utilisés par la suite. Ceux-ci sont la théorie quantique des champs en espace-temps courbe, et le critère de non séparabilité. Dans la Sec. II, nous avons étudié en détails une théorie des champs dans un espace-temps assez simple, c.a.d. l'espace-temps de de Sitter. Nous avons vu que, même si la dispersion et la dissipation modifient le comportement ultraviolet de la théorie, la

plupart des prédictions de la théorie relativiste sont robustes à l'introduction de ceux-ci. Par ailleurs, en utilisant la correspondance entre de Sitter et les trous noirs, nous avons montré que les flux de particules de Hawking, émises par le trou noir, restent thermique à une bonne approximation près, même en présence de dispersion et dissipation. Nous avons aussi calculé un majorant à ces déviations. Dans la [Sec. III](#), Nous avons considérés divers systèmes analogues de matière condensée. dans chaque cas, nous avons étudié le domaine de l'espace des paramètres où les prédictions de la théorie quantique des champs en espace temps courbe sont mesurables. En particulier, nous avons considéré l'anaogue de la création de paires de particules, c.a.d. l'effet Casimir dynamique dans des condensats de Bose Einstein en présence d'un taux de dissipation quelconque, et nous avons étudié l'effet d'une température initiale sur la radiation de Hawking.

Même si de nombreux sujets ont été étudiés, ce travail reste très spécialisé au cœur de la théorie quantique des champs en espace-temps courbe. Nous n'avons, par exemple, jamais inclus d'interactions et seulement considéré des champs bosoniques, sans spin. Par ailleurs, nous n'avons jamais considéré la réaction sur la métrique elle même (ni sur le champ vectoriel) de la matière. Du côté de la gravité analogue, ce travail pourrait être étendu en considérant l'effet de la dissipation sur la radiation de Hawking, ou même ce que devient cette radiation de Hawking quand le fluide n'est pas asymptotiquement homogène. Dans le cas des trous blanc analogues, les expériences ont en effet montré la présence générique d'une onde stationnaire macroscopique dans le fluide.

Bibliographie

- [BLV11] C. Barcelo, S. Liberati, and M. Visser. *Analogue gravity*. *Living Rev. Rel.* **14**, 3 (2011). [arXiv:gr-qc/0505065](#).
- [CJ96] S. Corley and T. Jacobson. *Hawking spectrum and high frequency dispersion*. *Phys. Rev. D* **54**, 1568 (1996). [arXiv:hep-th/9601073](#).
- [Haw75] S. W. Hawking. *Particle Creation by Black Holes*. *Commun. Math. Phys.* **43**, 199 (1975).
- [JM01] T. Jacobson and D. Mattingly. *Gravity with a dynamical preferred frame*. *Phys. Rev. D* **64**, 024028 (2001). [arXiv:gr-qc/0007031](#).
- [Par07] R. Parentani. *Constructing QFT's wherein Lorentz invariance is broken by dissipative effects in the UV*. *PoS QG-PH*, 031 (2007). [arXiv:0709.3943](#).
- [Ser11] J. Serreau. *Effective potential for quantum scalar fields on a de Sitter geometry*. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 191103 (2011). [arXiv:1105.4539](#).
- [Unr76] W. Unruh. *Notes on black hole evaporation*. *Phys. Rev. D* **14**, 870 (1976).
- [Unr81] W. Unruh. *Experimental black hole evaporation*. *Phys. Rev. Lett.* **46**, 1351 (1981).