

# Méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales pour le contrôle actif vibroacoustique d'un panneau aéronautique.

Marc Michau

#### ▶ To cite this version:

Marc Michau. Méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales pour le contrôle actif vibroacoustique d'un panneau aéronautique. Autre. Ecole Centrale Marseille; Université de Sherbrooke (Québec, Canada), 2014. Français. NNT: 2014ECDM0003. tel-01090288

# HAL Id: tel-01090288 https://theses.hal.science/tel-01090288

Submitted on 3 Dec 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École Doctorale 353 – Sciences pour l'ingénieur : Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique

Unité de recherche : Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, CNRS - UPR 7051

## THÈSE DE DOCTORAT

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'ÉCOLE CENTRALE de MARSEILLE

Discipline: Acoustique

# MÉTHODE DES IMPÉDANCES MÉCANIQUES VIRTUELLES OPTIMALES POUR LE CONTRÔLE ACTIF VIBROACOUSTIQUE D'UN PANNEAU AÉRONAUTIQUE

Par

#### **MICHAU Marc**

Directeurs de thèse : BERRY Alain

HERZOG Philippe MICHEAU Philippe

Soutenue le 15 Septembre 2014

devant le jury composé de :

LISSEK Hervé
MASSON Patrice
MAURY Cédric
BERRY Alain
HERZOG Philippe
MICHEAU Philippe

Docteur, EPFL Professeur, U. de Sherbrooke Professeur, École Centrale Marseille Professeur, U. de Sherbrooke Directeur de Recherche, LMA-CNRS Professeur, U. de Sherbrooke rapporteur rapporteur examinateur examinateur examinateur invité

# UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE Faculté de génie Département de génie mécanique

Méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales pour le contrôle actif vibroacoustique d'un panneau aéronautique

> Thèse de doctorat Spécialité : génie mécanique

### Marc MICHAU

Jury: Alain BERRY (directeur, Université de Sherbrooke)

Philippe HERZOG (directeur, LMA - CNRS)

Philippe MICHEAU (co-directeur, Université de Sherbrooke) Patrice MASSON (rapporteur, Université de Sherbrooke)

Hervé LISSEK (examinateur, École Polytechnique Fédérale de Lausanne)

Cédric MAURY (examinateur, École Centrale Marseille)

Sherbrooke (Québec) Canada

Septembre 2014

# RÉSUMÉ

L'utilisation de plus en plus fréquente de matériau composite, qui combine une raideur importante pour une faible masse, afin d'alléger les structures aéronautiques entraîne la dégradation des performances d'isolation acoustique aux bruits extérieurs. La plupart du temps, ces nuisances sonores sont réduites par l'installation de matériaux isolants. Ces méthodes, dites passives, deviennent inefficaces aux basses fréquences et il est possible de mettre en place un contrôle actif au moyen de transducteurs électromécaniques. Dans le but de réduire la puissance acoustique transmise à travers la double paroi aéronautique dans la cabine, des unités de contrôle composées d'un actionneur et d'un capteur colocalisé dual sont réparties sur le panneau intérieur afin d'en modifier la vibration. Cette stratégie de contrôle actif vibroacoustique permet, pour des perturbations primaires harmoniques, d'imposer localement une impédance mécanique virtuelle à la structure, au moyen d'un contrôleur décentralisé. Cependant, sans communication entre les unités, le contrôle peut difficilement minimiser un critère global comme la puissance acoustique rayonnée. Afin de calculer les impédances mécaniques virtuelles qui garantissent la minimisation de la puissance acoustique rayonnée par la structure, une approche en deux étapes est considérée : (1) la matrice diagonale des impédances mécaniques virtuelles optimales est calculée à partir de mesures acoustiques ou vibratoires de la perturbation primaire et des transferts avec les actionneurs secondaires, (2) l'objectif exprimé en terme d'impédances mécaniques virtuelles est atteint grâce à un contrôle en temps réel. Une attention particulière est portée à la comparaison de cette approche avec une stratégie classique d'amortissement actif réalisée par un contrôle par rétroaction sur la vitesse de la structure, où l'impédance mécanique virtuelle alors imposée est un réel positif. Le calcul optimal réalisé à l'issue de la première étape se faisant pour une perturbation primaire donnée, la robustesse de la méthode aux variations de la perturbation primaire est un aspect également développé dans cette étude. Des résultats théoriques et expérimentaux sont comparés dans le cas académique d'une plaque mince d'aluminium simplement appuyée et soumise à une onde plane incidente. Enfin, la méthode est appliquée au panneau intérieur d'une double paroi aéronautique, à savoir une structure courbée, en matériau composite, et composée d'un hublot. Contrairement à la majorité des études qui considèrent l'implantation d'impédances virtuelles dissipatives, il apparaît que dans certains cas, le contrôle optimal requiert l'injection d'énergie des unités à la structure.

Mots-clés: vibroacoustique, ASAC, perte par transmission (TL), contréle actif d'impédance mécanique, impédance mécanique virtuelle /optimale

## REMERCIEMENTS

Au terme de ces trois années bien remplies, passées entre Sherbrooke et Marseille, je tiens à adresser de sincères remerciements aux nombreuses personnes qui m'ont aidé, à leur manière, à accomplir ce travail.

Merci tout d'abord à mes directeurs de thèse Alain Berry, Philippe Herzog et Philippe Micheau. Merci Alain de m'avoir accordé ta confiance et surtout merci de m'avoir permis de travailler sur un sujet si passionnant. Merci Philippe H. pour ta disponibilité sans faille, tes conseils éclairés et ton enthousiasme. Merci Philippe M. pour ton soutien et ta patience face à mes nombreuses questions.

J'adresse également ma reconnaissance au Dr. Hervé Lissek, au Pr. Patrice Masson et au Pr. Cédric Maury pour avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je tiens à remercier chaleureusement Romain Boulandet pour son aide plus que précieuse lors des campagnes expérimentales réalisées au GAUS. Merci pour les longues discussions que nous avons pu avoir et qui m'ont permis d'accomplir durant cette troisième année bien plus que ce que j'aurais pu accomplir seul. Merci également à Anik Pelletier pour nos échanges sur les transducteurs piézoélectriques.

Merci à Nicolas Quaegebeur, Olivier Robin, Yann Pasco et à tous les membres du GAUS pour les échanges constructifs que nous avons pu avoir pendant mes séjours à Sherbrooke.

Du côté du LMA, je tiens à adresser ma reconnaissance à Cédric Pinhède pour sa patience infinie (sans tes conseils je me serais sûrement coupé un bras) et merci pour la musique. Merci également à Sergio Bellizzi pour toutes les questions (et les réponses) constructives qu'il a pu me poser sur mon travail. Que ce soit pour leurs conseils ou leur bonne humeur quotidienne, je tiens à remercier chaleureusement tous les membres de l'ex équipe Sacads.

Je voudrais également adresser toute ma reconnaissance aux professeurs du Master Acoustique adossé à l'École Centrale Marseille. Ils ont grandement contribué à ma volonté de me lancer dans cette aventure.

Merci à tous ceux qui ont partagés mon toît pendant ces trois ans, des Libellules à la Coloc de l'Amour et passant par la Coloc Fiolle ou la 2815. Merci aux Gadz sherbrookois de m'avoir accueilli dans leur famille. Merci à Jimmy Stephane d'être Jimmy Stephane. Merci à Magali de m'avoir accompagné et supporté pendant tout ce temps.

Enfin et surtout, je remercie mon père, ma mère, ma soeur, mon frère et toute ma famille d'avoir toujours été là pour moi, en pensant fort à mes grands-parents.

# TABLE DES MATIÈRES

1	INT	PRODUCTION	1
	1.1	Contexte général	1
	1.2	Problématique et objectifs	4
	1.3	Organisation du document	5
2	ÉTA	AT DE L'ART	9
	2.1	Contrôle actif vibroacoustique des structures	9
	2.2	Dualité, passivité et impédance mécanique	10
	2.3		12
			12
		2.3.2 Actionneur piézoélectrique	14
		2.3.3 Sensoriactuateur	15
	2.4	Amortissement actif	16
		2.4.1 Feedback simple gain	17
		2.4.2 Shunt capacitifs	19
	2.5	Contrôle actif de l'impédance mécanique locale	20
		2.5.1 Principe	20
		2.5.2 Stratégies de contrôle vibroacoustique par contrôle actif de l'impé-	
		1	21
	2.6		23
			23
		2.6.2 Contrôleur harmonique multivoies	25
3	MO	DÉLISATION DES MÉCANISMES VIBRO-ACOUSTIQUES	29
	3.1		29
		•	30
			31
			38
	3.2	Rayonnement acoustique	40
			40
		3.2.2 Champ lointain	41
		3.2.3 Champ proche	43
4	MÉ	THODE DES IMPÉDANCES MÉCANIQUES VIRTUELLES OP-	
	TIN	ALES	45
	4.1	Formulation du problème	45
	4.2	Calcul des impédances mécaniques virtuelles optimales	47
		4.2.1 Estimation du rayonnement acoustique	47
		4.2.2 Résolution du problème d'optimisation	50
	4.3	1	55
		4.3.1 Description	55

	4.4	4.3.3 Choix de la matrice de compensation	56 57 59 60 61 62 63
_	CIN/	ALIL ADIONG NUMÉDIOUEG	o •
5	5.1	· ·	65 65
	5.2	<u> </u>	67
	0.2		68
		*	73
	5.3	*	77
			78
			80
6	RÉS	SULTATS EXPÉRIMENTAUX	85
	6.1		85
			86
		6.1.2 Méthodologie	88
		6.1.3 Résultats	90
		6.1.4 Variations de l'angle d'incidence du champ primaire	95
		6.1.5 Conclusion	98
	6.2	Panneau intérieur aéronautique	02
		6.2.1 Dispositif expérimental	02
		6.2.2 Mesures préliminaires	
		6.2.3 Résultats	
		6.2.4 Conclusion	16
7	CO	NCLUSIONS 11	19
	7.1	Résultats principaux	19
	7.2	Perspectives	20
$\mathbf{A}$	Pris	se en compte du couplage passif d'un actionneur sur une structure 12  Modélisation du couplage passif	
	A.2	Résultats numériques	
В	Tra	nsfert Force/Tension d'un actionneur inertiel couplé à une structure 12	29
	B.1	Expression du transfert force/tension pour un actionneur inertiel 1	
	B.2	Estimation de la mobilité mécanique locale d'une structure à l'aide d'un actionneur inertiel	31
$\mathbf{C}$	Con	npensation de la déformation locale engendrée par un actionneur 13	37

TA	ABLE DES MATIÈRES	vii
D	Méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales sur un pan-	
	neau aéronautique à l'aide de sensoriactuateurs	145

163

LISTE DES RÉFÉRENCES

# LISTE DES FIGURES

1.1	Mécanismes de transmission du son à travers une paroi aéronautique	2
2.1	Commande par observateur et retour d'état avec états résiduels à l'origine de "spillover effect" [64]	10
2.2	Schéma d'un actionneur inertiel pour l'isolation de vibrations et diagramme de Nyquist de la boucle ouverte associée [32]	12
2.3	Schéma d'un actionneur inertiel avec boucle rétroactive sur le déplacement [10]	13
2.4	Diagramme de Bode du compensateur de la résonance de l'actionneur inertiel et diagramme de Nyquist de la boucle ouverte associée [30]	14
2.5	Décomposition des déformations engendrées par un PZT en flexion pure et en extension [6]	15
2.6	Schéma électrique équivalent du mode de strucure $m$ incluant différentes entrées/sorties [55]	16
2.7	Puissance acoustique rayonnée sans contrôle (trait pointillé) et avec minimisation de l'énergie cinétique de la plaque (trait plein) [87]	17
2.8	Contrôle feedback (rétroaction) par simple gain $g$ sur la vitesse de déformation de la structure [40]	18
2.9	Énergie cinétique de la plaque pour différentes valeurs de gain de feedback	10
2.10	sur la vitesse [96] : $g=0$ (épais), $g=7$ (tirets), $g=25$ (fin), $g=10^6$ (pointillé)	18
2.10 2.11	Schéma d'un contrôle par impédance électrique de dissipation Atténuations du niveau de bruit (SPR) mesurées en dB à 430 Hz dans le cas d'un champ primaire diffus sur une plaque mince en appui simple en	19
2.12	fonction des variables $(\alpha_{Re}, \alpha_{Im})$ [81]	23
2.13	holistique/modulaire pour une fonction de coût globale/locale [36] Schéma de contrôleurs résonants utilisant la méthode de l'enveloppe com-	24
2.10	plexe [72]	27
3.1	Déplacement transverse engendré par une excitation par un actionneur piézoélectrique (gauche) ou inertiel (droite), $f = 400$ Hz, $\eta = 1 \times 10^{-2}$	35
3.2	Déplacement transverse engendré par une excitation par un actionneur piézoélectrique (gauche) ou inertiel (droite), $f=400{\rm Hz},  \eta=2\times 10^{-1}.$	36
3.3	Efficacité du couplage entre un actionneur PZT et une plaque mince d'aluminium (plein) ou un panneau aéronautique (tirets) en fonction de l'épaisseur du PZT [27]	36
3.4	Onde plane d'incidence $(\theta, \phi)$	39
3.5	Paramètres de calcul pour le rayonnement acoustique [63]	41
3.6	Coefficients de la matrice de résistance de rayonnement des modes structu-	
	raux d'une plaque en appui simple en fonction de $kl = \frac{\omega L_x}{2}$ [63]	43

4.1	Plaque bafflée équipée de 3 unités de contrôle pour le contrôle actif vibroacoustique par la méthode des impédances mécaniques virtuelles
4.2	Sonde intensimétrique pression-pression
4.3	Surface de mesure intensimétrique en champ proche pour l'estimation de la puissance acoustique rayonnée par un panneau
4.4	Schéma du contrôleur résonant utilisé pour imposé l'impédance virtuelle optimale
4.5 4.6	Objectifs du placement des valeurs propres dans le plan complexe Illustration de la méthode de placement des valeurs propres pour le contrôle
4.7	décentralisé ( $\square$ : valeurs propres de ( $\mathbf{I}_{Nu} + \mathbf{Z}^{opt}\mathbf{H}$ ), • : valeurs propres $\lambda_i$ à l'étape 3, + : valeurs propres $\lambda_i$ à l'étape 4)
1.1	exemple de réponse fréquentielle avec (pointillés) et sans (traits pleins) prise en compte du filtrage passe-bas pour un gain de boucle élevé (noir) ou faible (gris).
5.1	Contrôle optimal ( $\beta = 0$ ) : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)
5.2	Amortissement actif $(g=6.7\times 10^5)$ : puissance acoustique rayonnée sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)
5.3	Contrôle optimal ( $\beta=0$ ): modules des commandes (haut) et des signaux simulés des capteurs (bas) sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)
5.4	Amortissement actif $(g = 6.7 \times 10^5)$ : modules des commandes (haut) et des signaux simulés des capteurs (bas) sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)
5.5	Vitesses vibratoires de la plaque sans contrôle (gauche) avec contrôle optimal pour $\beta = 0$ (centre), et amortissement actif pour $g = 6.7 \times 10^5$ (droite) à $f = 344$ Hz
5.6	Contrôle optimal ( $\beta = 0$ ): partie réelle (haut) et imaginaire (bas) des impédances mécaniques virtuelles optimales pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite). L'impédance mécanique virtuelle imposée par l'amortissement actif est en pointillés
5.7	Contrôle optimal ( $\beta = 0$ ): partie réelle (haut) et imaginaire (bas) de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)
5.8	Amortissement actif $(g = 6.7 \times 10^5)$ : partie réelle (haut) et imaginaire (bas) de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle
	de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)

LISTE DES FIGURES xi

5.9	Energie cinétique totale sans contrôle (trait pointillé), contrôle optimal pour $\beta = 0$ (noir) et amortissement actif pour $g = 6.7 \times 10^5$ (gris) pour une bande	
5.10	fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite) Débit volumique total sans contrôle (trait pointillé), contrôle optimal pour	72
5.10	$\beta=0$ (noir) et amortissement actif pour $g=6.7\times 10^5$ (gris) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	73
5.11	Contrôle optimal ( $\beta = 5 \times 10^{-5}$ ) : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	74
5.12	Amortissement actif ( $g = 1.3 \times 10^4$ ): puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	74
5.13		75
5.14	Amortissement actif $(g=1.3\times 10^4)$ : modules des commandes (haut) et des signaux simulés des capteurs (bas) sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche)	
5.15	et 320 à 360 Hz (droite)	75
5.16	(droite) à $f = 344$ Hz	76
5.17	virtuelle imposée par l'amortissement actif est en pointillés Contrôle optimal $(\beta = 5 \times 10^{-5})$ : partie réelle (haut) et imaginaire (bas)	76
	de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	77
5.18	Amortissement actif $(g = 1.3 \times 10^4)$ : partie réelle (haut) et imaginaire (bas) de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle	
5.19	de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	77
	une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).	78
5.20	Débit volumique total sans contrôle (trait pointillé), contrôle optimal pour $\beta = 5 \times 10^{-5}$ (noir) et amortissement actif pour $g = 1.3 \times 10^4$ (gris) pour	
۲ 01	une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).	78 70
	Variation de l'angle d'incidence du champ primaire	79
	cas $4 (+)$	80

	Attenuation de la puissance acoustique rayonnée ( $f=344$ Hz, $\phi=0$ , $P_{inc}=10$ Pa) obtenue dans le cas 3 pour $\beta=0$ (haut) et le cas 4 pour $g=6.7\times 10^5$ (bas)	82
5.24	Atténuation de la puissance acoustique rayonnée ( $f = 344$ Hz, $\phi = 0$ , $P_{inc} = 10$ Pa) obtenue dans le cas 3 pour $\beta = 5 \times 10^{-5}$ (haut) et le cas 4 pour $g = 1.3 \times 10^4$ (bas)	83
6.1	montage plaque en condition d'appui simple	86
6.2 6.3	Schéma du dispositif expérimental (a). Position des unités de contrôle (b). Caisson d'excitation lors de sa fabrication (gauche). Dispositif expérimental (droite)	87 88
6.4	Niveau de bruit mesuré par le microphone 1 de la sonde intensimétrique en un point quelconque du maillage pour une excitation de la colonne 2 de haut-parleurs (gauche), avec ou sans traitement acoustique de la cavité	
6.5	(droite)	91
6.6	Cartographies de vitesses transverses prévues (gauche) et mesurées (droite) liées au champ primaire (haut), secondaire (milieu) et total (bas) à $f = 340$ Hz, en m.s <sup>-1</sup>	92
6.7	Module et phase du transfert entre la force exercée par chaque actionneur sur la structure et la tension appliquée à ses bornes	92
6.8	Contrôle optimal ( $\beta = 1 \times 10^{-6}$ ): puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	93
6.9	Amortissement actif $(g = 6.7 \times 10^5)$ : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	94
6.10	Vitesses vibratoires de la plaque sans contrôle (gauche), avec contrôle optimal pour $\beta=1\times 10^{-6}$ (centre) et amortissement actif pour $g=6.7\times 10^{5}$ (droite) à $f=340$ Hz	94
6.11	Contrôle optimal ( $\beta = 1 \times 10^{-6}$ ): partie réelle (haut) et imaginaire (bas) des impédances mécaniques virtuelles optimales $\beta = 1 \times 10^{-6}$ pour une bande	
6.12	fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite) Énergie cinétique de la plaque (gauche) et débit volumique (droite) sans contrôle (traits pointillés), avec contrôle optimal pour $\beta = 1 \times 10^{-6}$ (noir)	95
6.13	et amortissement actif pour $g = 6.7 \times 10^5$ (gris)	95
6.14	à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	96
	de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite)	96

LISTE DES FIGURES xiii

6.15	Vitesses vibratoires de la plaque sans contrôle (gauche), avec contrôle opti-	
	mal pour $\beta = 5 \times 10^{-5}$ (centre) et amortissement actif pour $g = 1.3 \times 10^4$	
	(droite) à $f = 340$ Hz	97
6.16	Contrôle optimal : partie réelle (gauche) et imaginaire (droite) des impé-	
	dances mécaniques virtuelles optimales pour $\beta = 5 \times 10^{-5}$ (traits pleins) et	
	pour $g = 1.3 \times 10^4$ (traits pointillés)	97
6.17	Énergie cinétique de la plaque (gauche) et débit volumique (droite) sans	
	contrôle (traits pointillés), avec contrôle optimal pour $\beta = 5 \times 10^{-5}$ (noir)	
	et amortissement actif pour $g = 1.3 \times 10^4$ (gris)	98
6.18	Puissance acoustique rayonnée ( $f=340~{\rm Hz},~\phi=0,~(\beta=1\times 10^{-6},~g=1)$	
	$6.7 \times 10^{5}$ ) (gauche), ( $\beta = 5 \times 10^{-5}, g = 1.3 \times 10^{4}$ ) (droite)) : sans contrôle	
	(trait pointillé), cas 1 (noir), cas 2 (gris foncé), cas 3 (gris clair), cas 4 (+).	98
6.19	1 0 0	
	$P_{inc} = 10 \text{ Pa}$ ) obtenue dans le cas 3 pour $\beta = 1 \times 10^{-6}$ (haut) et le cas 4	
	pour $g = 6.7 \times 10^5 \text{ (bas)}$	99
6.20	1 0 0	
	$P_{inc} = 10 \text{ Pa}$ ) obtenue dans le cas 3 pour $\beta = 5 \times 10^{-5}$ (haut) et le cas 4	
	pour $g = 1.3 \times 10^4 \text{ (bas)}$	100
6.21	Schéma d'un matériau composite type nid d'abeille [49]	103
6.22	Dispositifs pour les mesures intensimétriques et vibratoires côté chambre	
		104
6.23	Panneau instrumenté avec les actionneurs inertiels côté chambre réverbé-	
	rante (gauche) et avec les accéléromètres côté chambre anéchoïque (droite).	105
6.24	Mesure de transmission acoustique du panneau intérieur aéronautique	106
6.25	Mobilité mécanique de la structure aux positions des unités 1 et 2	106
6.26	Schéma du dispositif expérimental pour l'application de la méthode des	
	impédances mécaniques virtuelles à un panneau aéronautique	108
6.27	Cartographie intensimétrique à $f=363.2~\mathrm{Hz}$ pour la source primaire en	
	position $P_1$ : sans contrôle (gauche) et prévue par le calcul optimal (droite).	108
6.28	Atténuation optimale prévue en fonction de la combinaison d'unités utilisée.	110
6.29	Cartographie de l'intensité acoustique active générée par chaque actionneur.	110
6.30	Cartographie vibratoire à $f = 363.2$ Hz pour la source primaire en position	
	$P_1$ sans contrôle (gauche) et prévue par le contrôle optimal (droite)	111
6.31	Choix de la matrice de compensation diagonale (gauche) et convergence des	
	commandes pour le contrôle centralisé : bleu et décentralisé : rouge (droite).	113
6.32	Cartographie intensimétrique à $f=363.2~{\rm Hz}$ pour la source primaire en	
	position $P_1$ après convergence du contrôle centralisé (gauche) et décentralisé	
	$(droite).  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  $	114
6.33	Cartographie intensimétrique à $f=363.2~{\rm Hz}$ pour la source primaire en	
	position $P_2$ sans contrôle (gauche), avec prévision (centre) et mesure (droite)	
	1 /	114
6.34	Cartographie intensimétrique à $f=363.2~\mathrm{Hz}$ pour la source primaire en	
	position $P_3$ sans contrôle (gauche), avec prévision (centre) et mesure (droite)	
	avec contrôle en imposant $\mathbf{Z}^{opt}(P1)$	115

xiv LISTE DES FIGURES

A.1	Mobilité mécanique au centre de la plaque dans le cas 1 (trait pointillé), 2 (gris foncé) et 3 (gris clair)	127
B.1	Schéma d'un actionneur inertiel fixé à une structure.	131
B.2	module (haut) et phase (bas) du transfert théorique exact (bleu) et estimé	
	(rouge) Force/tension d'un actionneur inertiel	132
B.3	Impédance électrique d'entrée sur masse rigide avec un actionneur inertiel	
	de type Visaton EX 60S : estimation (rouge) et mesure (noir)	134
B.4	haut : transfert $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$ , milieu : mobilité mécanique locale, bas : transfert $\left(\frac{f_s}{u}\right)$ ,	
	mesuré (noir), estimé à partir de mesure de $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$ (bleu) ou $Z_{in}$ (rouge)	135
B.5	Impédance électrique d'entrée sur masse rigide avec un actionneur inertiel	
	de type Visaton EX 60S : estimation (rouge) avec $Z_p$ et mesure (noir).	135
B.6	haut : transfert $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$ , milieu : mobilité mécanique locale, bas : transfert $\left(\frac{f_s}{u}\right)$ ,	
	mesuré (noir), estimé à partir de mesure de $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$ (bleu) ou $Z_{in}$ (rouge)	136

# LISTE DES TABLEAUX

5.1	Propriétés mécaniques	66
5.2	Position des unités de contrôle	66
6.1	Paramètres physiques du trim panel en composite	104
6.2	Paramètres d'un actionneur de type Dayton Audio DAEX32	105
6.3	impédances mécaniques virtuelles optimales, commandes optimales et com-	
	mandes après convergence du réjecteur harmonique, à $f=363.2~\mathrm{Hz}$ pour	
	la source primaire en position $P_1$	109
6.4	Énergies cinétiques du panneau à $f=363.2~\mathrm{Hz}$ pour la source primaire en	
	position $P_1$	112
6.5	Prévision des atténuations obtenues en fonction de la position de la source	
	primaire à l'étape 1 et 2 à $f = 363.2Hz$ et pour $\beta = 0$	115
6.6	Prévision des atténuations obtenues en fonction de la position de la source	
	primaire à l'étape 1 et 2 à $f = 363.2Hz$ et pour $\beta = 10^{-6}$	116
В.1	Paramètres d'un actionneur inertiel de type Visaton EX 60S	131

# CHAPITRE 1 INTRODUCTION

## 1.1 Contexte général

Il est de nos jours acquis pour la société que le bruit qui nous entoure tient un rôle prépondérant dans notre santé et notre confort : le terme de pollution sonore est passé dans le langage courant et de nombreuses normes garantissent maintenant la qualité de l'environnement acoustique. Progressivement, les industriels des secteurs du transport et du bâtiment ont compris l'intérêt économique de prendre en compte la dimension acoustique au moment de la conception plutôt que de réaliser des traitements après installation. Ainsi, dans l'industrie du transport, le confort du passager est devenu un des enjeux majeurs pour rendre un produit compétitif. Mais parfois, cet intérêt est antinomique avec la problématique prioritaire de l'allègement des structures : l'utilisation croissante de matériaux composites, plus rigides et moins lourds, dégrade les performances d'isolation acoustique au bruit extérieur. En effet, les fréquences critiques sont alors abaissées ce qui a comme conséquence d'augmenter l'efficacité de rayonnement de la structure.

Ce projet s'inscrit dans le cadre de la chaire en acoustique appliquée à l'aviation en collaboration avec un des trois partenaires industriels: Bombardier Aerospace. Contrairement aux secteurs automobile et ferroviaire, dans lesquels de gros progrès ont été réalisés en ajoutant des isolants acoustiques classiques comme des mousses ou des laines de verre, l'augmentation de poids à laquelle conduirait l'utilisation de tels matériaux pour isoler l'habitacle aéronautique n'est pas envisageable. La Figure 1.1 montre que le rayonnement acoustique à l'intérieur de la cabine d'un avion a différents origines : la couche limite turbulente, le bruit aéroacoustique et la vibration du rotor forment trois types d'excitations distinctes qui se propagent à travers la structure complexe du panneau aéronautique. Celui-ci est composé d'un panneau de fuselage (extérieur) relié au panneau d'habillage interne (trim panel) par des raidisseurs équipés de plots de découplage. La propagation se fait alors en suivant plusieurs chemins qui peuvent être à la fois mécaniques ou acoustiques. De nombreuses techniques ont été développées afin de réduire le niveau de bruit dans diverses configurations et se répartissent en deux catégories : les techniques passives et les techniques actives. Plusieurs études ont été réalisées au GAUS (Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke) et dans d'autres laboratoires pour améliorer la performance

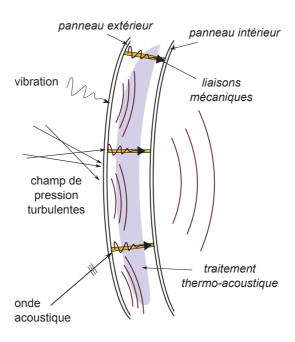


Figure 1.1 Mécanismes de transmission du son à travers une paroi aéronautique.

acoustique du matériau poroélastique introduit dans la double paroi (Figure 1.1). Dans ses travaux, Atalla [4] a étudié l'effet d'une macro perforation des poreux utilisés alors que Fuller [38] a considéré des inclusions de masses dans le but d'améliorer le TL (Transmission Loss: perte par transmission). Il apparaît que le réseau ainsi rajouté à la structure permet de réaliser de l'absorption sur une gamme plus large de fréquences. Doutres [28] a exploré la piste d'un matériau poreux multi-couches. Enfin, Mao [67] a étudié la possibilité de rajouter un résonateur d'Helmotz pour traiter le mode de cavité de la double paroi. Mais ces méthodes perdent de leur efficacité lorsque les longueurs d'ondes acoustiques sont grandes devant l'épaisseur de la structure. Ces techniques sont dites passives en opposition au contrôle actif qui est plus adapté aux basses fréquences. Dans le cas de l'ANC (Active Noise Control), des sources acoustiques secondaires sont utilisées pour réaliser un antibruit qui interfère avec la perturbation primaire et conduit à une réduction du niveau de bruit. Néanmoins, exceptés le casque antibruit [75] et le contrôle de bruit dans les gaines de ventilation [57], les applications industrielles sont rares. En effet, l'obtention d'une atténuation globale et non en un point de l'espace, le nombre de sources secondaires nécessaires augmente rapidement [37]. La Figure 1.1 souligne le fait que le bruit à l'intérieur de la cabine est dû au rayonnement du panneau d'habillage interne, ou trim panel. Une approche différente de l'ANC consiste à modifier la vibration de la structure rayonnante dont la densité modale est moins importante que celle du domaine acoustique à contrôler pour diminuer le niveau de bruit [76]. Pour ce faire, des transducteurs vibratoires sont intégrés à la structure : cette approche est appelée ASAC (Active Structural Acoustic Control) ou contrôle actif vibroacoustique.

Les différentes études concernant le contrôle actif de la transparence acoustique à travers une double paroi peuvent être divisées en deux groupes [26] : le contrôle de paroi ou le contrôle de cavité. Différentes études comparatives, numériques et expérimentales [5][74] affirment que le contrôle cavité est préférable au contrôle de structure. Les mêmes conclusions sont tirées pour une double paroi constituée d'un panneau intérieur raidi et d'un trim panel homogène [25]. D'un point de vue numérique, Maury [69] montre que pour une excitation par un champ de pressions turbulentes, c'est le contrôle des premiers modes du panneau extérieur qui permet la meilleure atténuation de la transmission acoustique. Ces conclusions ne sont cependant valables que dans la mesure où les liaisons mécaniques entre les deux panneaux ne sont pas considérées. Même s'il est possible de contrôler ce chemin vibratoire grâce à des liaisons actives, Gardonio et Elliott [39] montrent qu'aux fréquences concernées par les méthodes actives, c'est le chemin acoustique qui domine largement la transmission à travers la double paroi. De manière générale, le panneau intérieur (trim panel) présente un couplage plus direct avec le rayonnement acoustique à l'intérieur de la cabine. Carneal et Fuller [19] concluent donc que c'est le contrôle ASAC du panneau intérieur qui permet d'améliorer le plus la perte par transmission dans un tel cadre, ramenant donc le problème au contrôle d'une structure simple et non double.

Une partie importante des méthodes mises en place pour réaliser du contrôle actif vibroacoustique considèrent un système au sein duquel les différents capteurs échangent des informations : on parle de contrôle centralisé (ou au moins distribué). Un tel contrôle peut permettre, au moyen de nombreux capteurs, de considérer la minimisation de grandeurs globales comme l'énergie cinétique de la structure ou la puissance acoustique qu'elle rayonne. À l'inverse, l'absence de communication entre les unités de contrôle implique une commande décentralisée qui permet une implantation plus simple, moins encombrante, moins lourde et moins cher qu'en contrôle centralisé, mais qui peut poser des défis visà-vis de la stabilité. Le plus souvent, le contrôle consiste alors en la minimisation d'une grandeur locale comme la vitesse transverse mais aussi, sous certaines hypothèse, permet d'introduire virtuellement des impédances mécaniques locales sur la structure [81].

## 1.2 Problématique et objectifs

L'idée à l'origine de cette thèse est de combiner les possibilités du contrôle centralisé avec les avantages du contrôle décentralisé en réalisant un contrôle décentralisé avec des informations locales, mais ayant un impact global sur la perte par transmission. Ainsi, la problématique principale est la suivante :

Établir une méthode afin de réaliser le contrôle optimal de la puissance acoustique rayonnée par la structure, au moyen d'unités de contrôle actif locales et indépendantes.

L'hypothèse principale est que le recours au concept d'impédances mécaniques virtuelles permet de résoudre ce problème vibroacoustique en décentralisé. L'objectif principal de cette thèse est donc de proposer une méthode permettant de résoudre cette problématique qui est en fait double :

- 1. Calculer le contrôle qui minimise la puissance acoustique rayonnée et l'exprimer sous la forme d'une loi mécanique locale. Contrairement à d'autres méthodes qui ne tentent que de calculer un critère local qui réduit la puissance acoustique, l'objectif est ici d'exprimer l'ajout d'une impédance qui minimise exactement à chaque fréquence le critère global. À cette étape du projet, les problématiques tels que la réalisabilité d'un contrôle large bande à travers une contrainte de causalité ne sont pas considérées. De plus, la valeur du critère local optimal n'est recherchée ni sous une forme paramétrique particulière (masse ressort), ni de manière exhaustive mais sous sa forme analytique (réponse en fréquence). Enfin, dans l'optique où la méthode doit être applicable en pratique, le calcul du contrôle optimal doit être exprimable à partir de données mesurables.
- 2. Réaliser le contrôle décentralisé de cette loi locale. Dans la mesure où on souhaite réaliser le contrôle optimal à chaque fréquence, on considère la mise en place d'un contrôle harmonique. Étant donné qu'aucun a priori n'est fait sur la valeur de l'impédance locale ajoutée qui permet de minimiser la puissance acoustique rayonnée, le contrôleur implanté doit permettre de converger asymptotiquement vers une valeur quelconque. Ainsi, le contrôleur proposé doit garantir des critères de performance dynamique en terme de rapidité de la convergence. Enfin, le contrôle doit pouvoir être décentralisé, c'est-à-dire un contrôle multivoies où les unités de contrôle n'échangent aucune information entre elles.

La méthode proposée doit si possible être efficace sur n'importe quel type de structure et sera en particulier testée sur un panneau intérieur de double paroi aéronautique. Ce type de structure, complexe, courbe, en composite et fortement amortie se distingue des structures académiques peu amorties considérées la plupart du temps pour tester les stratégies de contrôle actif vibroacoustique. Elle permet de mettre en avant toute l'originalité du travail qui se démarque des méthodes dites d'amortissement actif.

Enfin, dans la mesure où le contrôle optimal de la puissance acoustique rayonnée est considéré, la méthode proposée doit permettre d'obtenir de meilleures atténuations que n'importe quelle autre stratégie. C'est pourquoi les résultats seront systématiquement confrontés avec ceux provenant de la mise en place d'autres approches.

## 1.3 Organisation du document

A la suite de ce chapitre introductif, le chapitre 2 présente une revue des différentes stratégies de contrôle actif vibroacoustique réalisées dans la littérature, en ciblant les stratégies décentralisées et par loi de commande locale. Dans le but de réaliser des boucles de contrôle local sur la vibration de la structure, le concept de dualité a été régulièrement utilisé dans la littérature. Pourtant, le contrôle de l'impédance mécanique locale d'une structure, exprimé en tant que tel, qui en découle directement, est beaucoup moins fréquent. Une attention particulière est portée à souligner les différences et les concepts communs entre cette stratégie et d'autres approches plus classiques, comme l'amortissement actif.

Les modèles vibroacoustiques développés dans la littérature dans le cas d'une plaque mince simplement supportée sont présentés dans le chapitre 3. Les implications des différentes hypothèses et simplifications vis-à-vis des impédances mécaniques à ajouter sont soulignées. La modélisation ainsi proposée permet d'interpréter la méthode des impédances mécaniques optimales en fonction des modes structuraux au chapitre 4 et est utilisée pour réaliser les simulations numériques dont les résultats sont présentés au chapitre 5.

Le chapitre 4 présente la mise en œuvre des impédances mécaniques virtuelles optimales qui est développée dans cette thèse. Après avoir formulé le problème vibroacoustique sous la forme d'un problème d'optimisation, sa résolution est ensuite proposée suivant que la puissance acoustique rayonnée est considérée sous sa forme théorique exacte ou par une estimation à partir de mesures acoustiques en champ proche et champ lointain. L'implantation du contrôleur harmonique permettant d'imposer les impédances mécaniques virtuelles optimales est alors détaillée et un algorithme est proposé afin de passer d'un

contrôle centralisé à un contrôle décentralisé. Les développement théoriques démontrent que le contrôle peut être inconditionnellement stable pour n'importe quelle valeur d'impédance à ajouter. Par contre, le compensateur équivalent peut être instable. La robustesse de la méthode aux variations de la perturbation primaire est enfin soulevée.

Le chapitre 5 présente les résultats des simulations numériques de la résolution du problème d'optimisation pour une plaque faiblement amortie. Les atténuations obtenues, les impédances mécaniques virtuelles optimales correspondantes, la puissance injectée à la structure, la modification de la déformée vibratoire ou de l'énergie cinétique totale par le contrôle sont étudiés. La robustesse des impédances mécaniques virtuelles obtenues par rapport aux variations de la perturbation primaire est également considérée. Les résultats sont systématiquement comparés avec ceux obtenus en mettant en place une stratégie classique d'amortissement actif.

Le chapitre 6 présente les deux campagnes expérimentales qui ont été menées durant cette thèse. La première, réalisée au LMA, a permis de valider les résultats obtenus au chapitre 5 grâce à la mise en place d'un dispositif simplifié de mesure de transmission. La seconde, réalisée au GAUS, a permis d'appliquer la méthode dans sa totalité à un panneau intérieur de double paroi aéronautique monté au cœur d'un dispositif classique de mesure de perte par transmission. Les résultats obtenus sur cette structure composite fortement amortie ont permis de conclure que contrairement à la majorité des stratégies mises en place, l'atténuation efficace de la puissance acoustique rayonnée requiert l'implantation d'une impédance mécanique virtuelle active qui correspond à injecter de l'énergie à la structure. Il a également été observé que le compensateur équivalent alors réalisé est possiblement instable.

Les conclusions et les perspectives de ce travail sont finalement apportées au terme de ce document.

Certains développements ont été reportés en annexe afin de simplifier le cheminement des idées et faciliter la lecture du manuscrit. Ils constituent cependant des discussions et des résultats originaux.

L'Annexe A présente la prise en compte du couplage passif de l'actionneur sur la structure, négligé dans la plupart des études. La justification de cette approximation est discutée dans le cadre de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales ainsi que pour d'autres applications.

L'Annexe B présente la modélisation du transfert force/tension pour un actionneur inertiel fixé à une structure. La modélisation proposée permet de considérer l'utilisation de l'actionneur inertiel en capteur de la mobilité mécanique d'une structure.

L'Annexe C est une étude comparative du couplage "actif" entre l'actionneur et la structure selon qu'un actionneur piézoélectrique ou inertiel est considéré. Cette étude, acceptée pour publication dans le journal *Mechanics & Industry* se focalise sur la déformation locale alors engendrée sur la structure et propose une méthode afin de la compenser.

Enfin, l'Annexe D est un article en cours de soumission au Journal of Sound & Vibration. Il traite de la possibilité d'appliquer la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales à l'aide d'unités composées non pas d'un actionneur et d'un capteur en vis-à-vis, mais uniquement d'un actionneur inertiel utilisé en sensoriactuateur. Cette possibilité a été testée avec R. Boulandet, en parallèle de la campagne expérimentale réalisée au GAUS sur un panneau aéronautique.

# CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART

L'objectif visé par la méthode proposée dans la thèse est de réaliser le contrôle optimal de la puissance acoustique rayonnée. La première partie de l'état de l'art est donc consacrée aux principales méthodes de contrôle actif vibroacoustique qui visent à minimiser la puissance acoustique rayonnée à travers une estimation de cette grandeur. La problématique considérée dans cette étude est d'atteindre cet objectif global sans passer par son estimation, au moyen d'unités de contrôle locales indépendantes. Une grande partie de l'état de l'art est dédiée à la mise en place de telles unités. Lorsqu'un contrôle local est considéré, le choix d'un couple de variables d'entrée-sortie colocalisées duales permet de relier les grandeurs électriques associées aux transducteurs aux grandeurs mécaniques de la structure grâce à la réalisation d'un port hamiltonien. Ces concepts sont décrits dans une deuxième partie et la mise en place pratique d'un tel port dans une troisième. La considération de variables duales colocalisées permet entre autres d'amortir localement la structure. La diminution du niveau vibratoire local est la plupart du temps associé à la diminution de la puissance acoustique rayonnée, cette approche a été largement étudiée dans la littérature. Une troisième partie est donc consacrée aux stratégies diverses d'amortissement actif. Le principe de colocation duale ne permet pas seulement d'ajouter de l'amortissement à une structure mais plus généralement de modifier localement son impédance mécanique. Les stratégies de contrôle de l'impédance mécanique dans le contexte du contrôle actif vibroacoustique, présentées comme telles, sont beaucoup moins courantes, et font l'objet d'une quatrième partie. L'implantation de ce contrôle en multivoies est abordée dans une dernière partie.

# 2.1 Contrôle actif vibroacoustique des structures

En contrôle actif vibroacoustique, la question principale qui se pose est de savoir de quelle manière la vibration de la structure doit être modifiée activement afin de diminuer son rayonnement acoustique. Théoriquement, il est possible de calculer les commandes optimales à envoyer aux actionneurs vibratoires pour minimiser la puissance acoustique rayonnée à partir de mesures acoustiques en champ lointain [37]. Cependant, ce genre de mesure acoustique est difficilement envisageable dans l'optique d'une application industrielle car elle implique des capteurs de pression en champ lointain. Aussi, l'utilisation de capteurs vibratoires sur la structure même a été préférablement étudiée dans la littérature. Ainsi,

différentes études ont tenté d'estimer le rayonnement acoustique à partir de mesures de la vitesse transverse de la structure. Pour des structures simples, il est possible d'estimer les modes de rayonnement à partir de capteurs vibratoires dans le but de les contrôler [29]. En effet, il est pertinent de concevoir le contrôle par rapport aux modes de rayonnement plutôt que par rapport aux modes structuraux, dans la mesure où l'objectif du contrôle est bien acoustique et non vibratoire. La transformée en nombre d'onde peut également être utilisée pour relier la réponse vibratoire au rayonnement acoustique [66] et contrôler [68] ce dernier à l'aide d'un contrôle centralisé nécessitant le plus souvent de nombreux transducteurs.

Dans d'autres méthodes, l'observation du vecteur d'état associé aux modes structuraux permet de réaliser le contrôle modale du ou des modes structuraux les plus rayonnants [64]. Dans ce cas, la commande (centralisée) ne sert pas à réduire directement la puissance acoustique rayonnée mais à commander le vecteur d'état du système (associé aux modes). Ces stratégies sont basées sur un modèle modal qui ne considèrent la plupart du temps que les modes ciblés par le contrôle et ceux dont la résonance est proche. En plus de leur faible robustesse aux variations des propriétés mécaniques de la structure à contrôler, l'excitation et l'observation des modes résiduels non pris en compte par ce modèle génèrent des dynamiques qui peuvent être à l'origine d'instabilités : ce phénomène, appelé "spillover", est décrit sur la Figure 2.1.

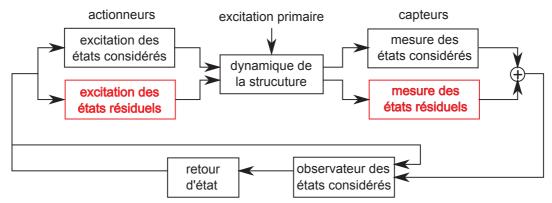


Figure 2.1 Commande par observateur et retour d'état avec états résiduels à l'origine de "spillover effect" [64].

## 2.2 Dualité, passivité et impédance mécanique

De nombreuses méthode de contrôle actif vibroacoustique consistent à mettre en place des unités de contrôle constituées d'un actionneur et d'un capteur colocalisés. Un choix

judicieux de signal de commande et de mesure tel que le système s'apparente à un port hamiltonien présente différents avantages concernant la passivité, la stabilité mais également l'interprétation physique du contrôle implanté.

En utilisant un actionneur et un capteur colocalisés en un point O, et une variable de commande u et de mesure y dont le produit est proportionnel à la puissance injectée à la structure, le transfert entre u et y est alors, dans l'analogie directe, proportionnel à la mobilité mécanique locale de la structure [13]:

$$y(\omega) = \alpha Y(\omega) u(\omega) \quad \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \quad \forall \omega$$
 (2.1)

Où Y et son inverse  $Z=Y^{-1}$  sont la mobilité et l'impédance mécanique locale du système à la pulsation  $\omega$ . On dit que les variables u et y sont colocalisées duales, ce qui garantit la passivité du système  $(\int_0^t u(r)y(r)dr \geq 0)$ . La majorité des systèmes réels étant dissipatifs, cette inégalité devient stricte. En pratique, l'actionneur et le capteur ne peuvent pas être parfaitement colocalisés et les hypothèses qui garantissent la dualité ne sont pas toujours respectées : la situation de colocation duale n'est jamais rigoureusement obtenue que sur une gamme de fréquences plus ou moins importante. Il est possible de montrer [89] que la stricte passivité d'un système est équivalente à sa stricte réelle positivité. Si H est la fonction de transfert entre u et y celle-ci s'écrit de la manière suivante :

$$\Re(H(j\omega)) > 0 \ \forall \omega \in \mathbb{R}^{+*}$$
 (2.2)

Si le système est bouclé avec un gain réel positif, le tracé de Nyquist de la boucle ouverte est toujours situé dans le demi-plan droit : il n'y a théoriquement aucun risque d'instabilité et ce quelle que soit la valeur de ce gain. Dans ce cas, le terme de stabilité inconditionnelle [92] est employé. Il est donc possible de s'assurer de la stabilité du système en vérifiant sa stricte réelle positivité [7].

Lorsqu'un système multi-entrées multi-sorties (MIMO) est implanté, cette condition sur la matrice  $\mathbf{H}$  des transferts entre les vecteurs de commande  $\mathbf{u}$  et de mesure  $\mathbf{y}$  sur les  $N_u$  unités de contrôle s'exprime parfois [89] sous la forme :

$$\mathbf{H}(j\omega) + \mathbf{H}(j\omega)^H > 0, \quad \forall \omega \in \mathbb{R},$$
 (2.3)

ce qui signifie que les valeurs propres de  $\mathbf{H}(j\omega) + \mathbf{H}(j\omega)^H$  sont réelles positives. De même, un système MIMO passif bouclé par un feedback négatif MIMO passif (gain positif diagonal) est inconditionnellement stable [7].

#### 2.3 Choix des unités de contrôle

Dans la section précédente, il a été montré l'intérêt pour la stabilité du contrôle de disposer de variables colocalisées duales. Cette section présente comment cette condition est réalisée en pratique dans la littérature.

#### 2.3.1 Actionneur inertiel

Le choix le plus classique de couple dual est le couple composé de la force transversale appliquée à la structure en un point et de la vitesse transverse de la structure en ce point. C'est la plupart du temps un accéléromètre, dont le signal est intégré temporellement, qui permet l'estimation de cette vitesse transverse. Un actionneur inertiel contrôlé en tension ou en courant est souvent utilisé pour appliquer une force transverse à la structure. S'il est possible de faire l'approximation que le signal intégré de l'accéléromètre est bien proportionnel à la vitesse transverse locale, la commande envoyée à l'actionneur ne génère pas une force transverse proportionnelle. Son fonctionnement est tel que la force qu'il engendre sur la structure est crée par la mise en mouvement d'une masse reliée à la structure par un système mécanique. L'influence de ce système mécanique a été largement étudié et s'observe facilement lorsque l'actionneur est utilisé dans une application d'isolateur de vibrations. Ainsi sur la Figure 2.2, on peut observer système et son diagramme de Nyquist associé [32].

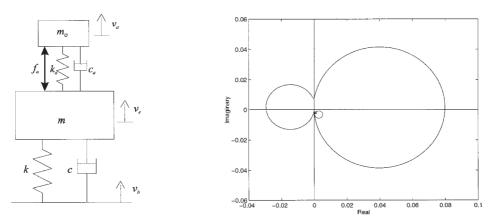


Figure 2.2 Schéma d'un actionneur inertiel pour l'isolation de vibrations et diagramme de Nyquist de la boucle ouverte associée [32].

La boucle du côté des parties réelles négatives est due à la résonance de l'actionneur : la dualité et la positivité du transfert ne sont pas assurées sur toute une bande fréquentielle. Ce phénomène est à l'origine d'instabilités potentielles lors de la mise en place d'une boucle fermée avec un gain trop élevé. Ce phénomène sera d'autant plus important si la fréquence

naturelle du transducteur est proche d'une des résonances de la structure à contrôler.

Dans la littérature, et en général pour le contrôle de structures peu amorties, il y a donc un intérêt certain à l'utilisation d'un actionneur inertiel dont la fréquence naturelle est la plus basse possible par rapport à la résonance du premier mode structurel. En réalisant une boucle rétroactive via un contrôleur PID sur une mesure du déplacement relatif entre la base de l'actionneur et sa masse mobile, il est possible de réduire la fréquence naturelle de l'actionneur mais également d'amortir efficacement sa résonance [10]. Ainsi, l'actionneur modifié schématisé sur la Figure 2.3 gauche, permet de modifier le diagramme de Nyquist du transfert avec la vitesse de la structure à isoler des vibrations en augmentant sa marge de gain (Figure 2.3 droite).

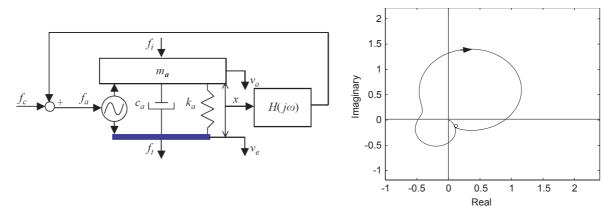


Figure 2.3 Schéma d'un actionneur inertiel avec boucle rétroactive sur le déplacement [10].

Plus récemment, Elliott et al [30] ont montré qu'il était possible de compenser la résonance de l'actionneur grâce au compensateur dont le diagramme de Bode est tracé sur la Figure 2.4 gauche. Le diagramme de Nyquist tracé sur la Figure 2.4 droite permet de constater que la boucle ouverte ainsi modifiée est à partie réelle positive pour toutes les fréquences.

Enfin, la possibilité de combiner l'effet passif et actif de l'actionneur a également été testée dans cette même étude, en considérant celui-ci comme un résonateur à accorder sur la résonance du premier mode structurel d'une poutre.

Aux fréquences élevées, l'inductance de la bobine de l'actionneur n'est plus négligeable et le comportement inductif du transducteur devient plus important que son comportement résistif. L'actionneur inertiel n'est plus capable de dissiper toute l'énergie qu'il reçoit et en renvoie donc une partie à la structure : le système bouclé n'est plus exclusivement passif

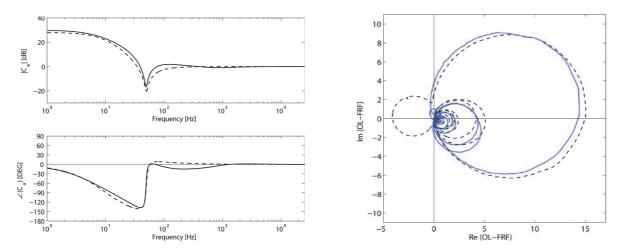


Figure 2.4 Diagramme de Bode du compensateur de la résonance de l'actionneur inertiel et diagramme de Nyquist de la boucle ouverte associée [30].

et le caractère dual et positif du transfert n'est plus assuré [53]. Un moyen efficace afin de ne pas observer cet effet est de contrôler l'actionneur en courant et non pas en tension [34].

### 2.3.2 Actionneur piézoélectrique

L'utilisation de transducteurs piézoélectriques pour composer des unités de contrôle duales est plus récente et présente l'avantage de réduire considérablement la masse ajoutée à la structure par les transducteurs. Parmi eux, les céramiques PZT (Plomb, Zirconate, Titanate) bénéficient d'une grande rigidité interne et d'un fort coefficient de couplage. Leur polarisation est dans la direction normale à la surface sur laquelle ils sont fixés à la structure, ce qui leur permet d'être à l'origine de déformations en flexion et en extension. Pour ce qui est des capteurs piézoélectriques, des films PVDF (polyfluorure de vinylidène) sont régulièrement utilisés [58]. De part son fonctionnement, un actionneur piézoélectrique génère une déformation asymétrique qui peut être décomposée comme la somme d'une déformation de flexion pure et d'une extension (Figure 2.5).

Dans certains cas, l'extension peut être négligée. Tant que la fréquence d'excitation est en-dessous de sa fréquence de résonance, la tension de l'actionneur PZT est proportionnelle au moment qu'il impose à la plaque et que la dérivée temporelle de la tension du capteur PVDF mesure la vitesse de déformation de flexion de la plaque [6]. Les variables sont duales sur la gamme de fréquence sur laquelle l'hypothèse de flexion pure est vérifiée [92][18]. Lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée, le transfert n'est plus dual et sa partie réelle risque de ne pas être positive [60]. Afin d'empêcher la génération d'ondes

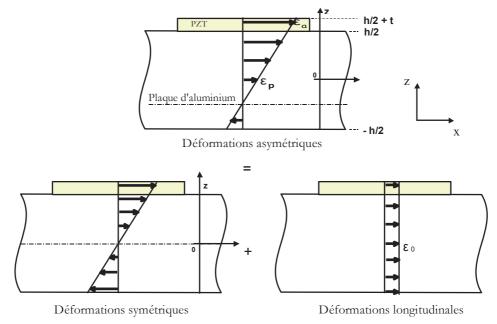


Figure 2.5 Décomposition des déformations engendrées par un PZT en flexion pure et en extension [6].

d'extension, l'utilisation de PZT en vis-à-vis et en opposition de phase a été étudiée [37]. Cependant, lorsque la structure contrôlée est courbe, un couplage apparaît entre les ondes de flexion et les ondes d'extension, ce qui rend cette méthode inefficace et réduit la bande fréquentielle sur laquelle la dualité et la positivité sont garanties [48]. Les fréquences de résonances des modes d'extension étant généralement beaucoup plus grandes que celles des modes de flexion, il est possible d'approcher leur participation par une raideur et donc de les compenser à l'aide d'un compensateur de type  $j\omega s$  [61].

#### 2.3.3 Sensoriactuateur

Un outil pertinent pour relier les couples entrées/sorties mécaniques qui viennent d'être définis avec les grandeurs électriques de commandes et mesures des transducteurs est d'utiliser l'analogie mécanique / électrique à travers une représentation du système sous la forme d'un circuit électrique équivalent [55]. Sur la Figure 2.6, la partie centrale (dans les tirets) représente le mode m d'une plaque de raideur  $S_m$ , de masse  $M_m$  et d'amortissement  $R_m$ . Deux types d'entrées sont représentées sur la gauche : un actionneur inertiel qui impose une force  $\hat{f}_i$  au point i et un actionneur piézoélectrique de capacité  $C_j$  qui impose un potentiel  $v_j$  pour une charge  $q_j$  en un point j. La valeur  $u_m$  désigne la vitesse

de déformation du mode m. Sur la droite du schéma, un potentiel  $v_k$  est mesurable aux bornes d'un capteur piézoélectrique de capacité  $C_k$  au point k. Les coefficients A et  $\xi$  représentent les projections de la force et du potentiel sur le mode m et la capacité  $C_{kj}$  le couplage capacitif entre l'entrée j et la sortie k, négligeable aux basses fréquences avec des transducteurs éloignés.

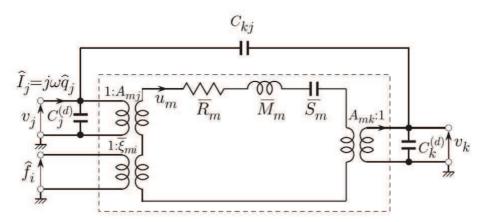


Figure 2.6 Schéma électrique équivalent du mode de strucure m incluant différentes entrées/sorties [55].

Ce type d'analogie permet de comprendre qu'il est possible, par l'intermédiaire d'un traitement analogique ou numérique, d'estimer la vitesse locale de la structure à partir des signaux électriques envoyés et mesurés sur l'actionneur : on parle de sensoriactuateur [18]. En plus de disposer de variables parfaitement colocalisées, cette approche entraîne une réduction du poids et de l'encombrement du système mis en place.

L'utilisation d'un actionneur de type PZT en sensoriactuateur a été largement étudié dans la littérature [2][94]. L'estimation de la vitesse locale requiert la compensation de l'effet capacitif induit par le matériau piézoélectrique [77]. L'utilisation d'un actionneur inertiel en sensoriactuateur est beaucoup moins courante [47][52]. Comme pour un haut-parleur , cette opération nécessite entre autres de compenser l'effet résistif et inductif du transducteur. Boulandet et al [16] ont montré que pour une structure peu amortie, l'utilisation de sensoriactuateurs piézoélectriques ou électrodynamiques permet d'obtenir des résultats comparables pour du contrôle actif de vibration.

# 2.4 Amortissement actif

En principe, la réduction du niveau de vibration locale de la structure correspond à une réduction du niveau vibratoire global. Sur les structures peu amorties, la réduction de

l'énergie cinétique totale entraîne une diminution de la puissance acoustique rayonnée [87]. Ne tenant pas compte du couplage entre la vibration et le rayonnement acoustique, la minimisation de l'énergie cinétique n'est pas équivalente à la minimisation de la puissance acoustique rayonnée. Pourtant, elle permet dans ce cas une bonne atténuation du niveau de bruit sur une large bande fréquentielle (Figure 2.7). De plus, cette stratégie est robuste à n'importe quel type d'excitation. Ainsi, de nombreuses études ont cherché à imposer localement de l'amortissement à la structure. En réalisant localement de l'absorption d'énergie à l'aide d'un système dont la passivité est garantie par la dualité, la stabilité du contrôle mis en place est assurée [80]. Pour ces raisons, la réalisation d'amortissement est l'objectif de la grande majorité des stratégies de contrôle vibroacoustique décentralisé. Elles se répartissent principalement en deux groupes.

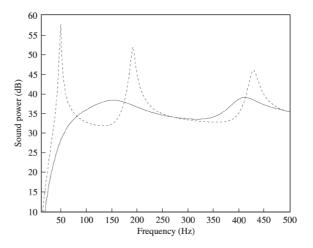


Figure 2.7 Puissance acoustique rayonnée sans contrôle (trait pointillé) et avec minimisation de l'énergie cinétique de la plaque (trait plein) [87].

# 2.4.1 Feedback simple gain

Avec des unités de contrôle composées d'un actionneur et d'un capteur dual colocalisé, le vecteur des commandes  $\mathbf{u}$  qui est imposé pour réaliser l'amortissement de la structure est régulièrement défini en fonction du vecteur des signaux mesurés  $\mathbf{y}$  tel que :

$$\mathbf{u}(\omega) = -g\mathbf{y}(\omega), \quad g \in \mathbb{R}^{+*}, \quad \forall \omega \in \mathbb{R}^{+*}$$
 (2.4)

Comme il l'a déjà été évoqué, la positivité du transfert entre les deux variables duales permet de garantir la stabilité du contrôle quelle que soit la valeur de g [92]. Cela autorise également la possibilité de répartir plusieurs unités sur la structure et de réaliser un contrôle multivoies décentralisé (Figure 2.8), la défaillance d'une des unités ne risquant pas de perturber la stabilité du système. D'après la section précédente, il est possible de mettre en place un tel contrôle à l'aide d'unités électrodynamiques mais aussi piézoélectriques : différentes études permettent de conclure que les résultats obtenus dans les deux cas sont relativement identiques [31].

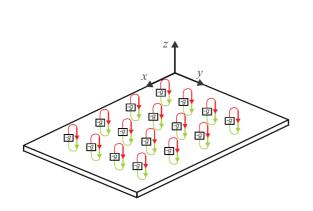


Figure 2.8 Contrôle feedback (rétroaction) par simple gain g sur la vitesse de déformation de la structure [40].

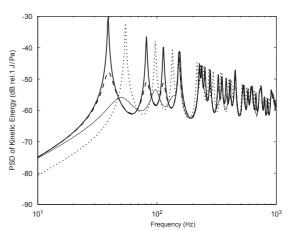


Figure 2.9 Énergie cinétique de la plaque pour différentes valeurs de gain de feedback sur la vitesse [96] : g = 0 (épais), g = 7 (tirets), g = 25 (fin),  $g = 10^6$  (pointillé).

En dehors du fait que la stabilité d'un tel contrôle est en pratique seulement conditionnelle, empêchant d'augmenter la valeur du gain de rétroaction de manière infinie, il est important de noter que pour une trop grande valeur de g, la vitesse de la structure au voisinage du point de contrôle est quasiment nulle. La structure est localement bloquée, l'énergie absorbée par le contrôle est nulle et la stratégie ne correspond plus à de l'amortissement. Un tel blocage est à l'origine d'une restructuration modale qui peut entraîner l'augmentation de l'énergie cinétique globale à certaines fréquences (voir Figure 2.9). Il existe donc pour chaque unité, un gain  $g^{E_c}$  qui permet de minimiser l'énergie cinétique. D'après Zilletti [96], ce critère d'optimisation global se traduit de manière locale : la minimisation de l'énergie cinétique globale de la structure correspond à la maximisation de l'absorption d'énergie sur chaque unité. Si  $g^{E_a}$  est le gain qui permet cette maximisation, alors sur la bande fréquentielle considérée dans cette étude,  $g^{E_a} = g^{E_c}$ . Il apparaît que

cette égalité n'est valable que sur une certaine bande fréquentielle. En exprimant ces critères d'optimisation dans le domaine temporel, Gardonio [40] montre que dans certains cas,  $g^{E_a} \neq g^{E_c}$  et les compare en fonction de paramètres comme le nombre d'unités sur la structure.

#### 2.4.2 Shunt capacitifs

Il est également possible de réaliser l'amortissement local de la structure de manière passive, en lui intégrant des éléments piézoélectriques [35]. Lorsque la structure est soumise à une perturbation primaire, la vitesse transverse engendrée provoque l'apparition d'un potentiel électrique V aux bornes de l'élément piézoélectrique (Figure 2.10). Si celui-ci est connecté à une impédance électrique  $Z^e$ , le courant électrique I apparaissant dans le circuit provoque par effet Joule la dissipation de l'énergie électrique mise en jeu.

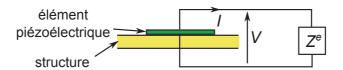


Figure 2.10 Schéma d'un contrôle par impédance électrique de dissipation.

La plupart des travaux dans ce domaine ont ainsi porté sur le choix de l'impédance électrique de dissipation  $\mathbb{Z}^e$ . La construction d'un circuit résonant permet de dégrader efficacement l'énergie mécanique à la fréquence de résonance d'un mode structurel [45]. Il est également possible, tout du moins en principe, d'atténuer à la fois deux modes structuraux à l'aide de circuits parallèles [50]. Plus récemment, Beck et al [9] ont étudié l'effet de l'ajout d'une capacité négative afin de compenser celle de l'élément piézoélectrique. La réalisation d'une capacité négative nécessitant un circuit actif, la méthode proposée ne peut plus être qualifiée de passive à proprement parler mais permet d'étendre l'effet du contrôle à une bande fréquentielle plus large. La disposition des unités selon une configuration périodique permet également de ne plus se limiter au contrôle d'une des résonances du système [9][93]. Enfin, afin de caler en temps réel la résonance du circuit électrique avec celle du mode structurel, il est possible de mettre en place des circuits autorégulateurs actifs [51][24].

En conclusion, il est intéressant de noter que ces méthodes passives et actives visant à réaliser de l'amortissement sont basées sur des principes proches. Ces principes sont au cœur de la méthode des impédances mécaniques virtuelles et sont développés dans la section suivante.

# 2.5 Contrôle actif de l'impédance mécanique locale

Cette section, consacrée au contrôle actif de l'impédance mécanique locale se divise en deux parties. Le principe d'une telle approche est expliqué dans une première partie. Dans une seconde partie, les études réalisées explicitement dans le but de contrôler l'impédance mécanique locale (et qui sont donc fondées sur le principe développé dans la première partie) sont décrites en insistant sur le caractère paramétrique et/ou optimal de l'impédance mécanique réalisée.

#### 2.5.1 Principe

Dans un premier temps, le cas d'une structure quelconque, excitée par une perturbation primaire et équipée d'une seule unité de contrôle positionnée en un point O est considéré. De manière très classique, le bilan des forces au point O à la pulsation  $\omega$  s'écrit :

$$Z(\omega)\dot{w}(\omega) = \Sigma F_o(\omega), \tag{2.5}$$

où Z est l'impédance mécanique locale,  $\dot{w}$  la vitesse transverse et  $\Sigma F_o$  la somme des forces extérieures au point O. Cette dernière peut se décomposer en deux : la force primaire  $F_o^{pri}$  due à la perturbation primaire et la force secondaire  $F_o^{sec}$  engendrée par l'actionneur. Cette force s'écrit :

$$F_o^{sec}(\omega) = H_{fu}(\omega)u(\omega), \tag{2.6}$$

en définissant  $H_{fu}$  comme la fonction de transfert entre la force réellement appliquée à la structure en fonction de la commande envoyée à l'actionneur. De même :

$$\dot{w}(\omega) = H_{\dot{w}\dot{y}}(\omega)\dot{y}(\omega), \tag{2.7}$$

avec  $H_{\dot{w}y}$  le transfert entre la vitesse transverse de la structure et le signal de mesure y. Alors, lorsqu'une commande u telle que :

$$u(\omega) = -Z^c(\omega)y(\omega), \quad Z^c(\omega) \in \mathbb{C},$$
 (2.8)

est envoyée à l'actionneur, il est possible de réécrire l'Eq. (2.5) :

$$Z(\omega)\dot{w}(\omega) = F_o^{pri}(\omega) - H_{fu}(\omega)Z^c(\omega) \left[H_{\dot{w}\dot{u}}(\omega)\right]^{-1} \dot{w}(\omega) \tag{2.9}$$

En posant

$$Z_m^c(\omega) = H_{fu}(\omega)Z^c(\omega)\left[H_{\dot{w}y}(\omega)\right]^{-1}, \qquad (2.10)$$

il est possible d'écrire:

$$[Z(\omega) + Z_m^c(\omega)] \dot{w}(\omega) = F_o^{pri}(\omega)$$
(2.11)

En appliquant le contrôle défini à l'Eq. (2.8), la structure se comporte vis-à-vis du champ primaire au point O et à la pulsation  $\omega$ , comme si son impédance mécanique valait  $[Z(\omega) + Z_m^c(\omega)]$  [3][91]. Ainsi,  $Z_m^c(\omega)$  est définie comme l'impédance mécanique virtuelle imposée au point O. Le terme "virtuel" insiste sur le fait que l'impédance mécanique ajoutée est obtenue par la loi de commande (2.8) et non par un dispositif mécanique. Ce concept, évoqué dès 1989 par Guicking [44] dans le cadre du contrôle actif vibroacoustique, a été mise en place de différentes manières.

# 2.5.2 Stratégies de contrôle vibroacoustique par contrôle actif de l'impédance mécanique

La différence qui existe entre la grandeur  $Z^c$  imposée par le contrôle et l'impédance mécanique virtuelle  $Z^c_m$  véritablement réalisée explique pourquoi les méthodes classiques d'amortissement actif [31] ne correspondent pas à proprement parler à du contrôle de l'impédance mécanique. Cependant, en réalisant l'hypothèse que les variables u et y sont duales, ce qui implique que sur la bande de fréquence considérée les transferts  $H_{fu}$  et  $H_{\dot{w}y}$  sont approchables par des constantes réelles positives (voir Eq. (2.1)), alors il est possible d'écrire :

$$Z^{c}(\omega) = \alpha Z_{m}^{c}(\omega), \quad \alpha \in \mathbb{R}^{+},$$
 (2.12)

et une boucle de rétroaction sur la variable y avec un gain  $g \in \mathbb{R}^+$  correspond donc à la réalisation d'un amortissement virtuel de  $\frac{g}{\alpha}$ . Si l'approximation de  $H_{\dot{w}y}$  par une constante est acceptable dans la mesure où le signal de l'accéléromètre, divisé par sa sensibilité et intégré temporellement permet une bonne estimation de la vitesse transverse de la structure, le même type de raisonnement avec  $H_{fu}$  est plus difficile à justifier, même pour des fréquences supérieures à la résonance de l'actionneur.

En partant de la force réellement appliquée et en raisonnant sur l'impédance mécanique imposée localement par le contrôle, Elliott  $et\ al\ [84]$  proposent une interprétation physique de la valeur maximale du gain g à partir duquel apparaissent des instabilités. Les impédances mécaniques imposées par le contrôleur qui maximisent l'absorption d'énergie au niveau des unités peuvent également être calculées [11]. Leur implantation [12] se fait à partir de l'actionneur inertiel modifié (en lui ajoutant un retour sur le déplacement relatif entre sa base et sa masse mobile) déjà évoqué à la section 2.3.1 [10].

Dans la plupart de ses travaux, Elliott, pour minimiser des critères acoustiques ou vibratoires, favorise la mise en place d'une impédance dissipative plutôt qu'inertielle ou de raideur. Il y a peu, d'autres ont tenté d'imposer une masse-raideur virtuelle au système, rencontrant parfois des difficultés [63]. De récentes études tiennent compte des mécanismes qui dominent la perte par transmission pour imposer une impédance mécanique virtuelle qui agit comme une masse en basse fréquence, et amortit les fréquences au-delà de la fréquence critique [78]. Les quelques études menées autour de l'optimisation des impédances mécaniques virtuelles par rapport à la minimisation de la puissance acoustique rayonnée par la structure se heurtent à la contrainte de causalité: Remington [82] montre qu'en utilisant directement les valeurs des impédances mécaniques virtuelles optimales trouvées aux différentes pulsations pour fabriquer un filtre et mettre en place un contrôle large bande dans le domaine temporel, on risque d'obtenir un filtre non causal d'une part, c'est-à-dire dont la réponse impulsionnelle n'est pas nulle pour les temps négatifs et très longue d'autre part. Il préfère alors approcher les impédances optimales par une forme paramétrique, en rajoutant un critère de causalité ou de stabilité. De manière générale, un résonateur amorti peut se décomposer en la somme d'un effet de masse  $M_c$ , de raideur  $C_c$  et d'amortissement  $R_c$ . En choisissant  $Z^c(\omega)$  tel que :

$$Z^{c}(\omega) = j\omega M_{c} + R_{c} + \frac{C_{c}}{j\omega}, \qquad (2.13)$$

il est possible de régler les valeurs des réels positifs  $M^c$ ,  $R^c$  et  $C^c$  de ce contrôleur stable vis à vis de la puissance acoustique rayonnée par la structure.

Dans leurs travaux, Quaegebeur et al [81] abordent le problème différemment : pour une perturbation primaire harmonique, ils imposent, au moyen de 8 unités piézoélectriques, différentes valeurs d'impédances mécaniques virtuelles et trouvent ainsi expérimentalement de manière exhaustive la valeur optimale qui minimise la puissance acoustique rayonnée par une plaque. Cette recherche se fait autour du point d'adaptation d'impédances ( $Z_i^c = Z_i, \forall i = 1..8$ ). Définissant deux paramètres réels  $\alpha_{Re}$  et  $\alpha_{Im}$ , les impédances mécaniques virtuelles optimales qui permettent d'obtenir la meilleure atténuation du niveau de bruit (SPR) sont recherchées sous la forme :

$$Z_i^c(\omega) = \alpha_{Re} \Re(Z_i) + j\alpha_{Im} \Im(Z_i), \tag{2.14}$$

de manière exhaustive, en faisant varier le couple  $(\alpha_{Re}, \alpha_{Im})$  (Figure 2.11). Il est intéressant de constater que contrairement à la grande majorité des autres études, les valeurs des impédances mécaniques virtuelles testées sont complexes et non réelles. De plus, contrai-

rement à de l'amortissement virtuel, ces valeurs peuvent être à parties réelles négatives : des stratégies revenant à réaliser de l'injection d'énergie à la structure sont donc testées.

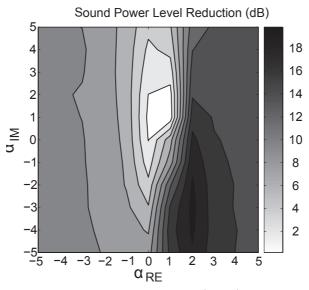


Figure 2.11 Atténuations du niveau de bruit (SPR) mesurées en dB à 430 Hz dans le cas d'un champ primaire diffus sur une plaque mince en appui simple en fonction des variables  $(\alpha_{Re}, \alpha_{Im})$  [81].

Lorsque l'impédance à imposer n'est pas passive ( $\Re\{Z_m^c\} > 0$ ) mais active ( $\Re\{Z_m^c\} < 0$ ), un simple contrôle par rétroaction peut être instable. Ce problème est contourné en considérant un contrôleur harmonique qui peut imposer l'impédance mécanique virtuelle désirée à une fréquence donnée tout en garantissant la stabilité du contrôleur MIMO [81].

# 2.6 Implantation des impédances mécaniques virtuelles

Même si le concept de contrôle d'impédance en multivoies a été peu traité, l'aspect MIMO (Multiple Input Multiple Output) n'est pas nouveau et les problématiques qu'il posent ont déjà été explorées : la nature centralisée ou décentralisée du contrôle, le choix des transducteurs, leur nombre et leur place.

#### 2.6.1 Nature du contrôle multivoies

Les avantages d'un contrôle décentralisé, c'est à dire sans connexion entre les différentes unités de contrôle ont été évoqués en introduction. En effet, Elliott [31], Engels [33] et

Alujevic [1] ont montré qu'avec des unités duales colocalisées, les performances de l'amortissement actif sont proches d'un système centralisé, mais pour un coût, un poids et un encombrement réduits. Contrairement au cas centralisé, dans le cas distribué plusieurs contrôleurs sont séparément associés à un sous ensemble d'unités de contrôle du système. Le cas décentralisé en est donc un cas particulier où chaque unité est associé à son propre contrôleur. Une optimisation où chaque contrôleur est conçu en connaissant les effets de tous les autres se distingue alors d'une conception modulaire où chaque contrôleur est conçu indépendamment des autres. Une comparaison de ces différentes approches, selon que l'objectif du contrôle est de minimiser une fonction coût globale ou locale a été réalisée par Frampton [36] et est schématisée sur la Figure 2.12.

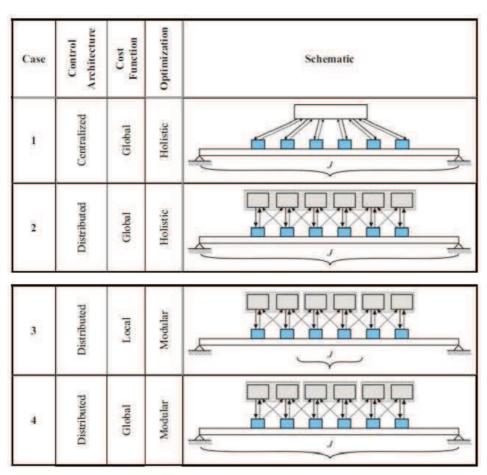


Figure 2.12 Schéma d'un contrôleur à architecture centralisée/distribuée, à optimisation holistique/modulaire pour une fonction de coût globale/locale [36].

Une question pratique qu'il est nécessaire de se poser lors de la mise en place d'un contrôle multivoies concerne la position des différents transducteurs. L'influence du positionnement

sur les résultats a été étudiée par Clark [22] et Halim [46] dans le cas colocalisé. Il n'est pas possible de placer de manière optimale un nombre fini d'unités pour contrôler une infinité de fréquences. Le rayonnement total étant directement lié au rayonnement des modes, les actionneurs et les capteurs sont généralement positionnés sur les ventres des modes de la plaque que l'on veut contrôler. Cette solution permet d'obtenir les meilleurs résultats mais suppose une bonne connaissance de la forme des modes [37].

Plus la fréquence d'excitation augmente, plus les déformées modales deviennent complexes, dépendantes des conditions limites et donc incertaines. Une autre approche consiste à réaliser le maillage de la structure avec les unités, c'est-à-dire les répartir régulièrement sur la surface mais en utilisant plus de transducteurs que le nombre strictement requis [31][33]. Cette méthode ne suppose pas de connaître a priori le comportement vibratoire de la structure. L'influence de la densité du maillage mis en place a été étudiée par Gardonio [40].

### 2.6.2 Contrôleur harmonique multivoies

Il existe de nombreuses méthodes pour mettre en place un contrôleur harmonique : le design classique, le loop shaping, le retour d'état augmenté, les méthodes HHC (Higher harmonic control), etc... Sievers en liste un grand nombre et montre leur équivalence en théorie [88]. Mais en pratique, elles présentent chacune leurs avantages et leurs inconvénients en fonction de l'usage que l'on veut en faire. Ainsi, le contrôleur HHC qui revient à la méthode de l'enveloppe complexe [72] a pour premier avantage de présenter une structure relativement simple. La Figure 2.13 présente les schémas blocs d'un tel contrôleur. Afin d'extraire l'enveloppe complexe  $Y_i(t)$  du signal réel sinusoïdal  $y_i(t)$  mesuré sur l'unité i, un filtrage passe-bande par une démodulation à la fréquence d'étude  $f_0$ est réalisé. La démodulation consiste en la multiplication par une enveloppe complexe puis un filtrage passe-bas de réponse impulsionnelle f(t) et de fréquence de coupure  $f_c \ll f_0$ :

$$Y_i(t) = 2f(t) * (y_i(t)e^{-j\omega_0 t})$$
(2.15)

où \* est l'opérateur de convolution. La démodulation consiste à réaliser l'opération inverse afin de générer les signaux de commande  $u_i(t) \in \mathbb{R}$  à partir du signal  $U_i(t) \in \mathbb{C}$  calculé par le contrôleur :

$$u_i(t) = \Re(U_i(t)e^{j\omega_0 t}) \tag{2.16}$$

En considérant que le filtrage passe-bas permet d'écrire  $\mathbf{H}(s+j\omega_0) \approx \mathbf{H}(j\omega_0)$  il est alors possible d'écrire :

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{H}\mathbf{U}(t) + \mathbf{D} \tag{2.17}$$

avec **D** le vecteur des enveloppes complexes des signaux primaires. Les réponses fréquentielles ont été ramenées autour de 0 Hz et sont alors nommées fonctions de transfert équivalentes basse fréquence. Ce type d'approche se parallélise facilement afin de traiter plusieurs harmoniques simultanément. Enfin, il est également possible de ré-identifier les fonctions de transfert en ligne en ajoutant un algorithme de type RLS (Recursive Least Square) [20] pour rendre le contrôle adaptatif.

Lorsqu'on réalise de l'amortissement actif avec des variables duales, le contrôle revient à imposer la valeur  $Z_i^c \in \mathbb{R}^+, \forall i$ . La stabilité du système bouclé est assurée et il est donc possible d'utiliser les enveloppes complexes pour imposer directement  $U_i(t) = -Z_i^c Y_i(t)$  avec  $Z_i^c \in \mathbb{C}$  et  $\Re(Z_i^c) > 0$   $\forall i$  [70]. Cependant, rien ne garantit a priori que les impédances mécaniques virtuelles optimales soient à partie réelle positive. En pratique, un contrôleur itératif est préféré pour implanter l'algorithme. L'idée de base est d'implémenter un contrôleur MIMO (Multi Input Multi Output) en s'inspirant du réjecteur harmonique intégrateur présenté sur la Figure 2.13 (a) et proposé par Micheau [71]. Sur cette figure, le coefficient  $\mu$  est un réel positif appelé coefficient de convergence et  $\mathbb C$  est une matrice à valeurs complexes appelée matrice de compensation et qui doit être choisie de manière à assurer la stabilité du système en boucle fermée. Le principe du réjecteur étant d'obtenir un signal nul sur les capteurs, d'après la définition de  $Z^c$  donnée à l'Eq. (2.8), le contrôle consiste alors à imposer localement une impédance mécanique virtuelle infinie.

Dans le cas où l'objectif est de réaliser des impédances mécaniques virtuelles finies, alors il est possible de mettre en place une boucle sur la commande  $\mathbf{U}$  puisque l'objectif de contrôle ne dépend plus seulement du signal  $\mathbf{Y}$  (Figure 2.13 (b)). À l'étape k et en définissant la matrice  $\mathbf{Z}^c$  la matrice diagonale des impédances virtuelles imposées sur chaque unité le schéma itératif suivant a été mis en place [81] :

$$\mathbf{U}[k+1] = \mathbf{U}[k] - \mu \mathbf{C}(\mathbf{U}[k] + \mathbf{Z}^{c}\mathbf{Y}[k])$$
(2.18)

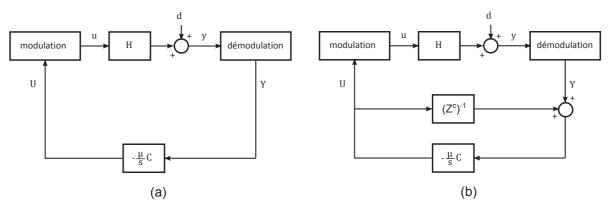


Figure 2.13 Schéma de contrôleurs résonants utilisant la méthode de l'enveloppe complexe [72].

# **CHAPITRE 3**

# MODÉLISATION DES MÉCANISMES VIBRO-ACOUSTIQUES

Ce chapitre regroupe les différents modèles vibroacoustiques qui ont été développés dans la littérature et qui ont permis de réaliser les simulations numériques présentées au chapitre 5. Comme il l'a été formulé dans les objectifs la méthode proposée dans cette thèse doit pouvoir être implantée en pratique sur un panneau aéronautique. Pourtant le but de ce chapitre n'est pas de modéliser précisément la transmission acoustique à travers un panneau multi-couches orthotrope en composite, courbé et composé d'un hublot. Il s'agit plutôt de comprendre les principes et les tendances générales associés à la méthode envisagée. Pour cette raison, les modèles présentés sont associés à des cas académiques relativement simple. Dans une première section, la réponse vibratoire d'une plaque isotrope mince simplement supportée à différents types de perturbations primaires ou d'excitations engendrées par les actionneurs secondaires est considérée. Les réponses des capteurs vibratoires qui composent les unités de contrôle sont également simulées. Dans une seconde section, un modèle de rayonnement acoustique en champ lointain et en champ proche sont décrits. Dans ces deux sections, une attention particulière est portée à la discussion des différentes hypothèses considérées dans les modèles.

# 3.1 Réponse vibratoire de la structure

Dans la première partie de cette section, le comportement mécanique de la structure à contrôler est décrit. Le système composé de la structure et équipé des unités de contrôles est ensuite considéré. Le couplage entre les actionneurs et la structure et celui entre la structure et les capteurs de chaque unité de contrôles sont développés selon que des unités électrodynamiques ou des unités piézoélectriques sont choisies. À l'issue d'une comparaison, l'utilisation d'actionneurs inertiels dans la suite de l'étude est alors justifiée. Enfin, la réponse du système à différents types de perturbations primaires académiques est calculée.

#### 3.1.1 Plaque mince simplement supportée

Soit une plaque mince de dimensions  $L_x \times L_y \times h$ , de module d'Young E, de coefficient de Poisson  $\nu$ , de densité  $\rho$  et de facteur d'amortissement  $\eta$ , en appui simple et soumise à une force extérieure  $F^{ext}$ . Se plaçant sous l'hypothèse de flexion pure, l'extension pure et les couplages flexion/extension extension/flexion sont négligés. Alors, en négligeant la charge fluide, le déplacement transverse w(x, y, t) en tout point de la plaque est solution de l'équation :

$$D\Delta\Delta w(x,y,t) + \mu \ddot{w}(x,y,t) + R\dot{w}(x,y,t) = F^{ext}(x,y,t)$$
(3.1)

Où  $\Delta$  est l'opérateur Laplacien,  $D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  représente la raideur ,  $\mu=\rho h$  la masse par unité de surface et  $R=\frac{\eta}{M}$  l'amortissement visqueux de la plaque. En régime harmonique, à la pulsation  $\omega$ , on décompose classiquement la solution sous la forme modale :

$$w(x,y,t) = \exp(i\omega t) \sum_{m=1}^{N_m} \Phi_m(x,y) q_m$$
(3.2)

Avec  $N_m$  l'indice de troncature modale et  $\Phi_m(x,y)$  la m-ième déformée modale.

Dans le cas particulier d'une condition limite en appui simple, la déformée modale m s'exprime :

$$\Phi_m(x,y) = \sin(\frac{m_x \pi x}{L_x}) \sin(\frac{m_y \pi y}{L_y}) \qquad m = (m_x, m_y) \in \mathbf{N}^{*2}$$
(3.3)

En projetant l'Eq. (3.1) sur le mode m, l'amplitude complexe de déplacement  $q_m$  s'écrit :

$$q_m = \frac{F_m^{ext}}{\mu(\omega_m^2 - \omega^2 + i\eta\omega)} \tag{3.4}$$

Avec

$$\omega_m = \sqrt{\frac{D}{\mu}} \left( \gamma_{m_x}^2 + \gamma_{m_y}^2 \right)$$

$$\gamma_{m_x} = \frac{m_x \pi}{L_x} \quad \text{et} \quad \gamma_{m_y} = \frac{m_y \pi}{L_y}$$

Où  $\omega_m$  est la pulsation propre du mode m et  $F_m^{ext}$  la projection des forces externes sur ce mode :

$$F_m^{ext} = \int \int_S F^{ext}(x, y)\phi_m(x, y)dS$$
 (3.5)

Cette projection peut se simplifier selon le type d'excitation : point de force, excitation acoustique par une onde plane incidente [86] ou un champ diffus [73]. La matrice diagonale et de dimension  $N_m \times N_m$  des admittances mécaniques modales  $\mathbf{M}$  est définie d'après l'Eq. (3.4) telle que ses termes diagonaux sont :

$$M_{mm} = \frac{j\omega}{\mu(\omega_m^2 - \omega^2 + i\eta\omega)}. (3.6)$$

L'expression de la mobilité mécanique  $Y_o$  de la plaque en un point O se déduit directement des expressions matricielles précédentes :

$$Y_o = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)^H \mathbf{M} \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o). \tag{3.7}$$

#### 3.1.2 Transducteurs secondaires

La structure est alors équipée de  $N_u$  unités de contrôle, chacune composée d'un actionneur et d'un capteur colocalisé. La structure d'origine est alors modifiée par l'impédance mécanique passive (masse, raideur,...) locale des transducteurs. Ainsi, leur action sur la structure ne peut pas être simplement envisagé comme une force externe (voir Eq. (3.1)). Si cet effet peut être considéré comme négligeable au regard de la taille et la masse des transducteurs piézoélectriques devant les dimensions de la plaque, cette approximation devient moins précise alors qu'on s'intéresse à des actionneurs inertiels plus gros et plus lourd. En prenant en compte l'impédance mécanique passive des transducteurs, l'Eq. (3.1) sans second membre devrait être modifiée et la base de décomposition modale calculée pour la plaque non instrumentée ne serait plus adaptée au problème. il est alors possible de définir une nouvelle base de décomposition modale pour le système comprenant la structure et les transducteurs. Ce calcul est proposé en Annexe A en étudiant l'ajout de systèmes masse-ressort localement sur la plaque. Exprimé dans cette nouvelle base, l'effet des actionneurs secondaires peut alors de nouveau être considéré comme une force externe appliqué à la structure. Cependant, ce passage dans une nouvelle base modale complexifie les calculs alors que la base des modes de la structure non-instrumentée, beaucoup plus étudiée dans la littérature, facilite l'interprétation des phénomènes physiques mis en jeu par le contrôle. Ainsi, dans la suite du mémoire, le choix a été fait de conserver la base de décomposition modale d'un plaque mince en appui simple et de ne pas considérer les impédances mécaniques passives locales ajoutées par les transducteurs.

Cette simplification permet d'écrire le vecteur y des signaux mesurés par les capteurs en

fonction du vecteur **u** le vecteur des commandes envoyées aux actionneurs comme :

$$y = Hu + d, (3.8)$$

où  $\mathbf{H}$  est la matrice des transferts secondaires entre les actionneurs et les capteurs et  $\mathbf{d}$  est le vecteur des signaux primaires  $(\mathbf{y}_{|\mathbf{u}=\mathbf{0}})$ . Il est alors possible de décomposer la matrice des transferts secondaires sur la série des modes structuraux et d'écrire :

$$\mathbf{H} = \mathbf{SMA},\tag{3.9}$$

où  $\mathbf{M}$  est explicité à l'Eq. (3.6), avec  $\mathbf{A}$  la matrice de dimension  $N_m \times N_u$  qui représente le couplage entre les actionneurs et les modes structuraux de la plaque et  $\mathbf{S}$  de dimension  $N_u \times N_m$  le couplage entre les modes structuraux et les capteurs vibratoires. Leurs expressions dépendent directement de leur technologie et de leur position. De la même manière, le bruit primaire mesuré par les capteurs se décompose sous la forme :

$$\mathbf{d} = \mathbf{SMb},\tag{3.10}$$

avec **b** le vecteur de dimension  $N_m$  qui représente le couplage entre le champ primaire et les modes structuraux. Avec **q** le vecteur des amplitudes modales de déplacement décrit à l'Eq. (3.4), l'Eq. (3.8) s'écrit sous la forme du système :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{d} \Leftrightarrow \begin{cases} j\omega \mathbf{M}^{-1}\mathbf{q} &= \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{b} \\ \mathbf{y} &= j\omega \mathbf{S}\mathbf{q} \end{cases}$$
(3.11)

qui permettra par la suite d'interpréter les effets du champ primaire et du contrôle sur les amplitudes modales. Alors que la suite de cette section est consacrée au calcul des matrices **A** et **S**, l'expression de **b** est détaillée dans la section 3.1.3 pour différents types de perturbations primaires.

#### Actionneur inertiel/Accéléromètre

Dans un premier temps, une unité composée d'un actionneur inertiel commandé en tension et d'un accéléromètre dont le signal est intégré temporellement est considérée. Le calcul de la fonction de transfert  $H_{fu,i}$  entre la commande en tension et la force appliquée à la

structure par l'actionneur de l'unité i est détaillé à l'Annexe B. Celle-ci s'exprime :

$$H_{fu,i} = -\frac{j\omega M_a Bl}{Z_a + j\omega M_a (R_a + \frac{K_a}{j\omega}) Y_i} \cdot \frac{1}{Z_{in}},$$
(3.12)

avec  $Z_a = j\omega M_a + R_a + \frac{K_a}{j\omega}$  où  $R_a$ ,  $M_a$  et  $K_a$  sont respectivement la résistance mécanique, la masse et la raideur de l'actionneur inertiel,  $Y_i$  est la mobilité mécanique locale de la structure à la position de l'unité i (Eq. (3.7)) et  $Z_{in}$  l'impédance électrique du transducteur sur la structure. La dépendance de  $H_{fu,i}$  par rapport à  $Z_{in}$  montre ici l'intérêt de commander l'actionneur en courant et pas en tension, comme il l'a été considéré dans cette étude. La mise en place d'une commande en tension est plus simple et moins dispendieuse qu'une commande en courant. Dans la suite, il sera montré que ce choix n'a aucune influence sur les résultats de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales.

Ainsi, en considérant ponctuelle la force transversale appliquée par l'actionneur sur la structure, il est possible d'écrire :

$$A_{m,i} = H_{fu,i}\Phi_m(x_{u,i}, y_{u,i}), \tag{3.13}$$

où  $(x_{u,i}, y_{u,i})$  sont les coordonnées de la i-ième unité de contrôle.

La masse d'un accéléromètre est négligeable. Dès lors, si le signal de mesure est la tension mesurée à sa sortie, intégrée temporellement, alors le transfert avec la vitesse transverse locale de la plaque à la position de l'unité i vaut  $H_{\dot{w}y,i}=\frac{1}{s_a}$  où  $s_a$  est la sensibilité de l'accéléromètre en V.m<sup>-1</sup>.s<sup>2</sup>. Il est possible d'écrire :

$$S_{i,m} = [H_{\dot{w}y,i}]^{-1} \Phi_m(x_{u,i}, y_{u,i}). \tag{3.14}$$

#### PZT/PVDF

L'utilisation de transducteurs piézoélectriques pour composer des unités de contrôle duales a été évoquée dans l'état de l'art. Dans ce cas, il faut considérer les équations de la piézoélectricité afin de calculer les matrices **A** et **S**. Afin de vérifier que l'extension de la plaque est bien négligeable dans le cas étudié, des résultats obtenus avec la modélisation en flexion pure ont été comparés avec les résultats obtenus en modélisant les effets d'extension. Enfin, les résultats ont également été comparés avec ceux obtenus par une méthode éléments

finis prenant en compte les déformations d'extension.

L'approximation que le moment induit par un actionneur de type PZT est partout nul en dehors de la surface couverte par la céramique permet d'écrire ce moment en fonction de la commande en tension u:

$$m_x(x,y) = m_y(x,y) = C_0 \Pi(x,y) \frac{d_{31}u}{h_{pzt}},$$
 (3.15)

où  $h_{pzt}$  est l'épaisseur du PZT,  $d_{31}$  son coefficient de piézoélectricité,  $C_0$  une constante déterminée en fonction des paramètres de l'actionneur et de la structure [6], et avec :

$$\Pi(x,y) = [\mathcal{H}(x - x_{1,i}) - \mathcal{H}(x - x_{2,i})][\mathcal{H}(y - y_{1,i}) - \mathcal{H}(y - y_{2,i})], \tag{3.16}$$

où  $x_{1,i}, y_{1,i}, x_{2,i}, y_{2,i}$  sont les extrémités de l'actionneur i et  $\mathcal{H}$  la fonction de Heaviside. La force externe imposée à la structure s'exprime alors :

$$F^{ext}(x,y) = \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2}$$
 (3.17)

puis après projection sur le mode m suivant l'Eq. (3.5) et en posant  $c^A = \frac{C_0 d_{31}}{4\rho h h_{pzt} L_x L_y}$ :

$$A_{m,i} = c^A \left( \frac{\gamma_{m_x}^2 + \gamma_{m_y}^2}{\gamma_{m_x} \gamma_{m_y}} \right) \cdot \left[ \cos(\gamma_{m_x} x_{2,i}) - \cos(\gamma_{m_x} x_{1,i}) \right] \left[ \cos(\gamma_{m_y} y_{2,i}) - \cos(\gamma_{m_y} y_{1,i}) \right],$$
(3.18)

Le fonctionnement du capteur PVDF est réciproque de celui du PZT et la matrice S sera directement explicitée à partir de l'expression de A. Ainsi :

$$S_{i,m} = c^{S} \left( \frac{\gamma_{m_x}^2 + \gamma_{m_y}^2}{\gamma_{m_x} \gamma_{m_y}} \right) \cdot \left[ \cos(\gamma_{m_x} x_{2,i}) - \cos(\gamma_{m_x} x_{1,i}) \right] \left[ \cos(\gamma_{m_y} y_{2,i}) - \cos(\gamma_{m_y} y_{1,i}) \right],$$
(3.19)

avec  $c^S = -\frac{e_{31}}{C_{pvdf}} \frac{h + h_{pvdf}}{2}$  où  $h_{pvdf}$  est l'épaisseur du PVDF,  $e_{31}$  son coefficient de piézoélectricité et  $C_{pvdf}$  sa capacitance.

#### Comparaison des transducteurs

Dans cette section, les transducteurs électrodynamiques et les transducteurs piézoélectriques sont comparés. Une attention particulière est portée à l'analyse des résultats en

vue de l'application finale de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales au panneau aéronautique.

Les deux technologies les plus utilisées pour réaliser du contrôle actif vibroacoustique ont donc été modélisées. Contrairement à l'actionneur inertiel qui exerce une force transverse sur la structure, l'actionneur piézoélectrique applique des moments de flexion linéïques. Dans les deux cas, en plus de son action globale sur la structure, l'actionneur crée une déformation locale plus ou moins marquée selon sa nature. Le mode d'action de l'actionneur piézoélectrique est à l'origine d'un flexion locale plus importante (Figure 3.1). Alors qu'elle ne participe quasiment pas au rayonnement de la structure, la déformation locale modifie alors fortement le transfert vibratoire avec le capteur dual colocalisé. Une méthode permettant d'identifier cet effet et le compenser en assimilant la participation des modes d'ordres élevés à une raideur est présentée en Annexe C. Après cette opération, le signal issu des capteurs est beaucoup plus représentatif du rayonnement et ne dépend quasiment plus ni de la nature ni des dimensions de l'actionneur. Cette compensation est nécessaire lorsqu'est envisagé un contrôle centralisé ou distribué réalisant une estimation du rayonnement acoustique à partir de mesures vibratoires.

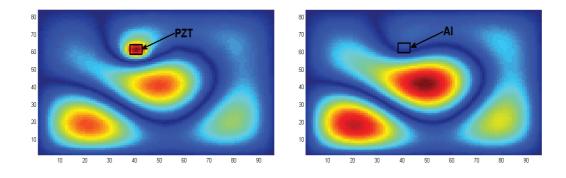


Figure 3.1 Déplacement transverse engendré par une excitation par un actionneur piézoélectrique (gauche) ou inertiel (droite), f = 400 Hz,  $\eta = 1 \times 10^{-2}$ .

Même s'il est possible de compenser l'effet local, cette étude souligne le fait qu'une grande partie de la puissance fournie à l'actionneur piézoélectrique va être utilisée pour générer un effet local important qui n'a que très peu d'influence sur le rayonnement acoustique. Cet effet a toutes les chances d'être accentué en passant de la plaque d'aluminium considérée dans l'étude théorique au panneau aéronautique, beaucoup plus amorti. Pour s'en convaincre, le même calcul que celui qui a servi à tracer la Figure 3.1 a été réalisé en multipliant par vingt

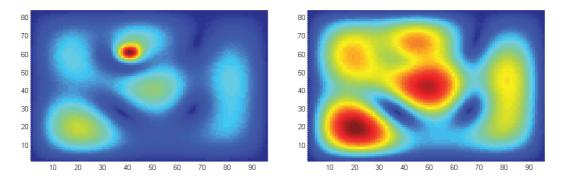


Figure 3.2 Déplacement transverse engendré par une excitation par un actionneur piézoélectrique (gauche) ou inertiel (droite), f = 400 Hz,  $\eta = 2 \times 10^{-1}$ .

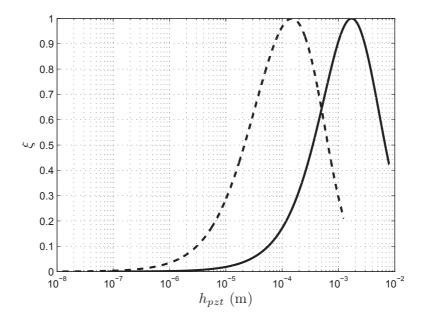


Figure 3.3 Efficacité du couplage entre un actionneur PZT et une plaque mince d'aluminium (plein) ou un panneau aéronautique (tirets) en fonction de l'épaisseur du PZT [27].

l'amortissement de la plaque en appui simple considérée ( $\eta = 1 \times 10^{-2} \rightarrow \eta = 2 \times 10^{-1}$ ). Contrairement à l'actionneur inertiel qui met en mouvement toute la structure, l'influence du PZT se limite quasiment à son voisinage (Figure 3.2).

La capacité du PZT à appliquer un moment à la structure apparaît dans l'Eq. (3.15). En considérant le moment de flexion  $\mathcal{M}$  appliqué à la structure dans le cas d'une plaque mince infinie, Delas [27] développe une méthode permettant de régler au mieux l'épaisseur

 $h_{pzt}$  du piézoélectrique par rapport à celle de la structure en fonction du coefficient K :

$$K = \frac{E_a(1-\nu)}{E(1-\nu_a)},\tag{3.20}$$

où  $E_a$  et  $\nu_a$  sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau piézoélectrique. La fonction  $\xi(h_{pzt}) = \frac{\mathcal{M}(h_{pzt})}{\max \mathcal{M}(h_{pzt})}$  permet de prévoir que dans le cas d'une plaque mince d'aluminium (Tableau 5.1), l'épaisseur optimale d'un PZT de type 5-H sera autour du millimètre (Figure 3.3) tandis que d'après les données mécaniques disponibles (Tableau 6.1), l'épaisseur optimale pour un PZT du même type, mais dans le cas d'un panneau intérieur aéronautique, sera autour du dixième de millimètre.

La génération d'une déformation globale sur une structure fortement amortie nécessite l'envoi à un actionneur d'une commande très forte dans la mesure où une grande partie sert à générer une déformation locale peu influente sur le rayonnement. Cependant, la tension maximale pouvant être envoyée à un actionneur PZT sans observer de saturation ni risquer de le dépolariser dépend de son épaisseur. Enfin, un bon couplage avec un panneau aéronautique requiert des actionneurs très fins (de l'ordre du dixième de millimètre). Ces modélisations permettent donc de prédire la difficulté qui serait rencontrée en mettant en place la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales sur le panneau aéronautique à l'aide d'unités piézoélectriques classiques. La conception d'actionneurs piézoélectriques adaptés à cette application n'a pas été abordée au cours de ce travail de doctorat. En revanche, du point de vue d'une application industrielle, l'actionneur inertiel, du fait de sa masse mobile, est plus fragile qu'un actionneur PZT. De plus, aux fréquences considérées, et en commandant l'actionneur en tension, le calcul de la force qu'il transmet réellement à la structure est moins direct (Eq. (3.12)) que pour le PZT (Eq. (3.17)).

En conclusion, il est important de souligner le fait que les différences observées dépendent plus du choix du transducteur que de sa technologie à proprement parler. Le type d'actionneur PZT considéré dans cette étude est beaucoup plus raide que la structure sur laquelle il est fixé et a avec elle un mauvais couplage : son efficacité n'est pas idéale. cependant, ses modes propres étant ainsi à des fréquences beaucoup plus élevées, sa modélisation est plus simple et son effet passif négligeable. L'actionneur inertiel, en revanche, est bien couplé à la structure. Cependant, sa résonance mécanique est proche de la gamme de fréquences visées par le contrôle. Cet aspect est problématique pour la stabilité de certaines méthodes, le plus souvent mises en place en large-bande. La stabilité du contrôle harmonique considéré dans cette étude n'en dépend pas. Dans la suite de l'étude, les simulations numériques

38

et les expériences seront réalisées en considérant des unités de contrôle constituées d'un actionneur inertiel et d'un accéléromètre.

#### 3.1.3 Perturbation primaire

Cette section présente les modélisations qui sont utilisées dans les simulations numériques afin de représenter les différents mécanismes d'excitation primaire dans le problème considéré. Comme il a été souligné dans l'introduction, la structure qui doit être contrôlée à terme est en réalité un trim panel c'est-à-dire le panneau intérieur d'une double paroi aéronautique. Les sources de bruit primaire sont multiples : champ acoustique diffus, champ de pressions turbulentes, onde plane incidente, excitation mécanique de différents types, etc... Leur modélisation et leur reproduction est une problématique à part entière et un sujet d'étude actuel [14][17]. Il est alors aisé de comprendre que l'excitation acoustique transmise au panneau intérieur est encore plus complexe. Dans le cadre de cette étude, seules des excitations primaires académiques seront considérées.

#### Excitation mécanique

Le cas le plus simple est celui d'une excitation primaire sous la forme d'une force ponctuelle de module  $F^{pri}$ . Alors l'expression du couplage entre cette excitation primaire et le m-ième mode structurel s'écrit :

$$\mathbf{b} = F^{pri}\phi_m(x_i, y_i) \tag{3.21}$$

où l'expression des modes  $\phi$  a été développée à l'Eq. (3.3) pour une plaque mince simplement appuyée.

#### Onde plane incidente

Lorsque l'excitation primaire se fait sous la forme d'une onde plane d'angle d'incidence  $(\theta, \phi)$ , comme sur la Figure 3.4, et d'amplitude  $P_{inc}$ , le vecteur **b** peut alors s'écrire :

$$\mathbf{b} = \frac{8}{2\pi} |P_{inc}| \mathbf{r}(\theta, \phi) \tag{3.22}$$

Avec

$$r_m(\theta, \phi) = I_{m_x} I_{m_y} \tag{3.23}$$

et où

$$I_{m_x} = \frac{-j}{2} \operatorname{sgn}(\sin(\theta)\cos(\phi))$$
 si  $(\frac{m_x \pi}{kL_x})^2 = (\sin(\theta)\cos(\phi))^2$ 

$$I_{m_x} = \frac{m_x \pi [1 - (-1)^{m_x} \exp(-j \sin(\theta) \cos(\phi) k L_x)]}{(m_x \pi)^2 - (\sin(\theta) \cos(\phi) k L_x)^2}$$
 sinon

$$I_{m_y} = \frac{-j}{2} \operatorname{sgn}(\sin(\theta)\sin(\phi))$$
 si  $(\frac{m_y \pi}{kL_y})^2 = (\sin(\theta)\sin(\phi))^2$ 

$$I_{m_y} = \frac{m_y \pi [1 - (-1)^{m_y} \exp(-j \sin(\theta) \sin(\phi) k L_y)]}{(m_y \pi)^2 - (\sin(\theta) \sin(\phi) k L_y)^2}$$
 sinon,

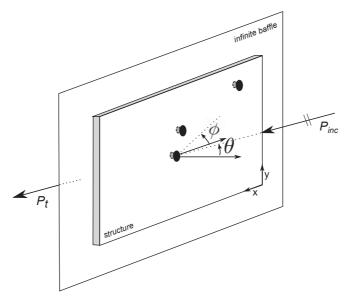


Figure 3.4 Onde plane d'incidence  $(\theta, \phi)$ .

en définissant  $k=\frac{\omega}{c}$  le nombre d'onde acoustique et sg<br/>n la fonction signe tq  $\forall x\in\mathbb{R}$  :

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$
 (3.24)

#### Champ diffus

En pratique, il est rare que l'excitation primaire ne fasse intervenir une onde plane que d'une seule incidence ou que la distribution des ondes incidentes soit connue. Si le champ

primaire peut être décomposé en une somme d'ondes planes incidentes provenant de toutes les directions de manière équiprobable et de phases aléatoires alors on parle de champ acoustique diffus [79]. Le problème dans son ensemble fait intervenir la superposition du champ primaire et secondaire et doit donc être résolu entièrement pour chaque tirage aléatoire de relations de phases entre les ondes de différentes incidences. La définition du champ diffus décrit un ensemble d'excitations. Des résultats généraux sur le champ diffus ne peuvent être obtenus qu'en réalisant une moyenne des différents tirages sur une grandeur quadratique, la condition de champ diffus garantissant la dé-corrélation des tirages [73]. Cela implique que la résolution du problème d'optimisation ne peut pas s'envisager pour un champ diffus moyenné mais qu'elle doit se faire pour un tirage particulier de relations de phases entre les différentes ondes incidentes. Il est en revanche possible de réaliser une moyenne quadratique de la puissance acoustique rayonnée lorsqu'un contrôle par la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales est réalisé et d'estimer l'atténuation moyenne attendue.

# 3.2 Rayonnement acoustique

La section qui suit propose, après quelques rappels de définitions, le calcul théorique exact de la puissance acoustique rayonnée par une plaque rectangulaire mince en appui simple, suivant qu'une condition en champ lointain ou en champ proche est considérée. Les problématiques liées à l'estimation du rayonnement à partir de mesures acoustiques locales sont abordées dans le chapitre suivant. L'objectif est donc de présenter ici la théorie qui est utilisée pour réaliser les simulations numériques

#### 3.2.1 Définitions

L'intensité acoustique I en un point est la moitié du produit entre entre le conjugué de la vitesse acoustique normale et la pression acoustique :

$$I = \frac{1}{2}v^*p = I_a + jI_r \tag{3.25}$$

où  $I_a$  et  $I_r$  sont des réels appelés respectivement partie active et réactive de l'intensité acoustique. L'intensité acoustique en champ lointain est égale à la composante active de l'intensité [62], la puissance acoustique rayonnée peut donc être calculée en intégrant  $I_a$  sur une surface  $\mathcal S$  hémisphérique :

$$W = \int_{\mathcal{S}} I_a d\mathcal{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_a r^2 \sin\theta d\theta d\phi \tag{3.26}$$

La pression transmise par la plaque de dimensions  $L_x \times L_y$  s'exprime grâce à l'intégrale de Rayleigh en considérant les notations de la Figure 3.5 :

$$p(r,\theta,\phi) = \int_{\xi=0}^{L_x} \int_{\eta=0}^{L_y} \frac{j\rho_0\omega}{2\pi R} \frac{dw(\xi,\eta,t)}{dt} \exp(-j\omega R/c) d\xi d\eta$$
 (3.27)

où  $\rho_0$  est la densité du fluide, c la vitesse de propagation dans celui-ci, et  $R = \sqrt{r^2 - r_s^2}$  est la distance entre le point d'observation et le point de la source élémentaire.

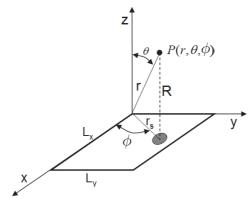


Figure 3.5 Paramètres de calcul pour le rayonnement acoustique [63].

# 3.2.2 Champ lointain

Si la condition de champ lointain est vérifiée  $(1 \ll k|r|)$  alors il est également possible de considérer que  $\frac{1}{R} = \frac{1}{|r|}$ . En réalisant ainsi une approximation champ lointain puis une décomposition modale [86], l'Eq. (3.27) s'écrit :

$$p(r,\theta,\phi) = \frac{-\rho\omega^2 L_x L_y}{2\pi r} \exp\left[-j\omega(t - r/c - \sin\theta(L_x\cos\theta + L_y\sin\phi))\right] \sum_m q_m I_{m_x} I_{m_y} \quad (3.28)$$

En champ lointain, la relation:

$$v = \frac{p}{2\rho_0 c} \tag{3.29}$$

est vérifiée et l'intensité acoustique s'écrit alors d'après les Eqs (3.25) et (3.28) :

$$I = I_a = \frac{|p|^2}{2\rho_0 c} = \frac{\rho_0 \omega^4 (L_x L_y)^2}{4\pi^2 r^2 c} |\sum_m q_m I_{m_x} I_{m_y}|^2$$
(3.30)

D'après les Eqs (3.26) et (3.30) :

$$W = (j\omega \mathbf{q})^H \mathbf{\Omega}(j\omega \mathbf{q}), \tag{3.31}$$

où  $(.)^H$  est le hermitien et  $\Omega$  est la matrice de résistance des modes structuraux [23][8] :

$$\Omega = \frac{\rho_0 \omega^2 (L_x L_y)^2}{4\pi^2 c} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^H \sin(\theta) d\theta d\phi$$
 (3.32)

Avec  $r_m = I_{m_x} I_{m_y}$  et où

$$I_{m_x} = \frac{-j}{2} \operatorname{sgn}(\sin(\theta) \cos(\phi)) \qquad \operatorname{si} \qquad \left(\frac{m_x \pi}{k L_x}\right)^2 = (\sin(\theta) \cos(\phi))^2$$

$$I_{m_x} = \frac{m_x \pi \left[1 - (-1)^{m_x} \exp(-j \sin(\theta) \cos(\phi) k L_x)\right]}{(m_x \pi)^2 - (\sin(\theta) \cos(\phi) k L_x)^2} \qquad \operatorname{sinon}$$

$$I_{m_y} = \frac{-j}{2} \operatorname{sgn}(\sin(\theta) \sin(\phi)) \qquad \operatorname{si} \qquad \left(\frac{m_y \pi}{k L_y}\right)^2 = (\sin(\theta) \sin(\phi))^2$$

$$I_{m_y} = \frac{m_y \pi \left[1 - (-1)^{m_y} \exp(-j \sin(\theta) \sin(\phi) k L_y)\right]}{(m_y \pi)^2 - (\sin(\theta) \sin(\phi) k L_y)^2} \qquad \operatorname{sinon},$$

La matrice de résistance de rayonnement des modes structuraux définit les facteurs de rayonnement de chaque mode ainsi que leurs interactions. Ces termes sont représentés sur la Figure 3.6 dans le cas d'une plaque simplement appuyée. Les termes diagonaux sont les facteurs de rayonnements propres et les termes hors diagonaux définissent les interactions acoustiques entre différents modes. Ces facteurs de rayonnements varient avec la fréquence et dépendent des déformées modales de la structure.

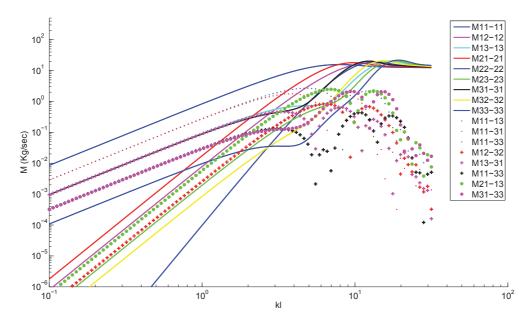


Figure 3.6 Coefficients de la matrice de résistance de rayonnement des modes structuraux d'une plaque en appui simple en fonction de  $kl = \frac{\omega L_x}{c}$ [63].

#### 3.2.3 Champ proche

La puissance acoustique rayonnée par une structure plane peut être calculée à partir d'une méthode en champ proche présentée dans [29]. Le rayonnement de la plaque est obtenu à partir d'un ensemble de n sources élémentaires de surface  $S_i$  et rayonnant une puissance acoustique :

$$W_i = \frac{S_i}{2} \Re\{\dot{w}_i^H p_i\} \tag{3.33}$$

Avec  $\dot{w}_i$  et  $p_i$  respectivement la vitesse normale et la pression complexe de l'élément i. En introduisant la matrice d'impédance acoustique  $\mathbf{Z_a}$  qui lie les pressions et les vitesses entre chaque pistons élémentaires par la relation  $\mathbf{p} = \mathbf{Z_a}\dot{\mathbf{w}}$ , la puissance acoustique totale rayonnée par la structure s'écrit :

$$W = \frac{S_i}{2} \Re{\{\dot{\mathbf{w}}^H \mathbf{p}\}} = \frac{S_i}{2} \Re{\{\dot{\mathbf{w}}^H \mathbf{Z}_a \dot{\mathbf{w}}\}} = \dot{\mathbf{w}}^H \mathbf{R} \dot{\mathbf{w}}$$
(3.34)

Avec  $\mathbf{R}$  la matrice réelle symétrique et définie positive des résistances de rayonnement des éléments rayonnants. Elle ne dépend que des dimensions de la structure et des caractéristiques du milieu acoustique. En posant  $r_{ij}$  la distance entre les éléments rayonnants i et j elle peut s'écrire [41]:

$$R_{ij}(\omega) = \frac{\omega^2 \rho_0 (L_x L_y)^2}{4\pi c} \frac{\sin k r_{ij}}{k r_{ij}}$$
(3.35)

44 CHAPITRE 3. MODÉLISATION DES MÉCANISMES VIBRO-ACOUSTIQUES Alors, d'après les Eqs (3.31) et (3.34) :

$$W = \dot{\mathbf{w}}^H \mathbf{R} \dot{\mathbf{w}} = (j\omega \mathbf{q})^H \mathbf{\Omega}(j\omega \mathbf{q})$$
(3.36)

et en déduire :

$$\mathbf{\Omega} = \phi^H \mathbf{R} \phi \tag{3.37}$$

Les vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{R}$  sont plus communément appelés les modes de rayonnement de la structure.

Même si elles aboutissent au même résultat, chacune des deux méthodes de calcul présentées dans cette section ont leurs avantages et leurs inconvénients. En effet, la méthode à partir d'éléments rayonnant en champ proche permet de raisonner à partir des vitesses vibratoires locales qui sont des grandeurs locales. Cependant, un nombre important de sources vibratoires élémentaires peut être requis pour permettre au calcul de la puissance acoustique de converger. En considérant les déformées modales directement, la méthode en champ lointain nécessite de prendre en compte moins de termes. De plus, même si les modes de structures sont des objets mathématiques, ils peuvent être utiles pour interpréter le sens physique du contrôle. C'est donc le calcul de la puissance acoustique en champ lointain qui sera utilisé afin de produire les résultats numériques présentés dans le chapitre suivant.

# **CHAPITRE 4**

# MÉTHODE DES IMPÉDANCES MÉCANIQUES VIRTUELLES OPTIMALES

L'objectif de ce chapitre est de décrire la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales dans ses principes généraux. Ainsi, le problème de contrôle vibroacoustique à résoudre est formulé dans une première section. Il a déjà été évoqué à l'introduction que la méthode envisagée se divise en deux étapes qui sont donc chacune décrites dans une section : la construction et la résolution du problème de minimisation qui permet de déterminer les valeurs des impédances mécaniques virtuelles optimales sont détaillées dans un premier temps. La conception du contrôleur harmonique décentralisé d'impédance mécanique est ensuite présentée. Enfin, une section est consacrée aux problématiques qu'impliquent une telle approche vis-à-vis de la robustesse aux variations du champ primaire.

# 4.1 Formulation du problème

Soit une structure séparant deux espaces : un espace émetteur et un espace récepteur. Cette structure est excitée par une perturbation primaire qui peut être sous la forme d'une excitation mécanique au niveau de la structure elle même ou d'une excitation acoustique dans l'espace émetteur. Elle est instrumentée de  $N_u$  unités de contrôle, chacune composée d'un actionneur et d'un capteur (Figure 4.1). À la pulsation  $\omega$ , la matrice des fonctions de transfert entre les signaux de commande envoyées aux actionneurs et les signaux mesurés par les capteurs est notée  $\mathbf{H}$ . Chaque capteur mesurant la participation de tous les actionneurs à la fois, la matrice  $\mathbf{H}$  est pleine. Avec  $\mathbf{u}$  le vecteur des commandes envoyées aux actionneurs, alors le vecteur  $\mathbf{y}$  des signaux mesurés par les capteurs s'écrit :

$$y = Hu + d, (4.1)$$

où  $\mathbf{d}$  est le vecteur des signaux primaires  $(\mathbf{y}_{|\mathbf{u}=\mathbf{0}})$ . En choisissant des paires de transducteurs duales colocalisées, il a été montré dans la section 2.5 qu'il est possible d'ajouter localement à la structure une impédance mécanique virtuelle. En multivoies, on rappelle que la matrice

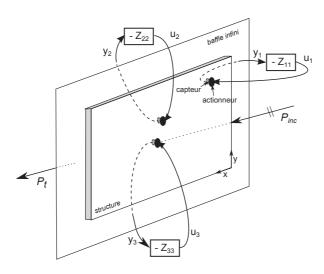


Figure 4.1 Plaque bafflée équipée de 3 unités de contrôle pour le contrôle actif vibroacoustique par la méthode des impédances mécaniques virtuelles.

diagonale complexe  $\mathbf{Z}^{\mathbf{c}}$  est définie comme la matrice ayant pour termes diagonaux :

$$Z_{ii}^c = -\frac{u_i}{y_i} \qquad \forall i \in [1, N_u]$$

$$\tag{4.2}$$

La question qui se pose est de savoir quelle valeur de la matrice complexe  $\mathbf{Z}^{\mathbf{c}}$  correspond à une réduction de la puissance acoustique rayonnée dans l'espace récepteur. Une fois que la valeur de  $\mathbf{Z}^{\mathbf{c}}$  est fixée, l'enjeu est de proposer un contrôleur, si possible décentralisé, permettant d'atteindre cette objectif.

Ainsi, la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales est définie par la succession de deux étapes :

1. Une première étape hors ligne durant laquelle sont effectuées toutes les mesures nécessaires au calcul de la valeur de  $\mathbf{Z}^{\mathbf{c}}$  qui minimise la puissance acoustique W rayonnée dans le demi espace récepteur. La matrice diagonale  $\mathbf{Z}^{opt}$  est définie telle que :

$$\mathbf{Z}^{opt} = arg(\min_{\mathbf{Z}^{c}}(W(\mathbf{Z}^{c}))) \tag{4.3}$$

2. Une deuxième étape réalisée en ligne pendant laquelle les impédances mécaniques virtuelles optimales sont imposées à l'aide d'un contrôleur décentralisé.

Lors de la première étape, la valeur de  $\mathbf{Z}^{opt}$  est calculée pour chaque pulsation  $\omega$ . La grandeur mécanique  $\mathbf{Z}_{m}^{opt}$  des impédances mécaniques virtuelles optimales s'exprime alors en transposant l'Eq. (2.10) en multivoies :

$$\mathbf{Z}_{m}^{opt} = \mathbf{H}_{\mathbf{fu}} \mathbf{Z}^{opt} \left[ \mathbf{H}_{\dot{\mathbf{w}}\mathbf{y}} \right]^{-1}. \tag{4.4}$$

Les matrices  $\mathbf{H_{fu}}$  et  $\mathbf{H_{\dot{w}y}}$  permettant la conversion des grandeurs électriques en grandeurs mécaniques sur chaque unité sont diagonales. Il est important de noter que la méthode proposée consiste en le calcul de  $\mathbf{Z}^{opt}$ , puis de son contrôle. Contrairement aux approches classiques large-bande qui visent à imposer de l'amortissement actif par la mise en place d'une boucle rétroactive proportionnelle, le contrôle considéré dans cette étude, et décrit à la section 2.6, permet d'imposer une impédance mécanique virtuelle quelconque et ne nécessite pas la duale colocation des variables. Le fait de contrôler l'actionneur est tension et non pas en courant ne constitue pas un inconvénient particulier. L'opération décrite par l'Eq. (4.4) pour connaître l'impédance mécanique  $\mathbf{Z}_m^{opt}$  réalisée lorsque  $\mathbf{Z}^{opt}$  est imposé par le contrôle peut être faite en post-traitement.

# 4.2 Calcul des impédances mécaniques virtuelles optimales

Dans le cadre d'une campagne expérimentale sur une structure académique dont la modélisation est parfaitement maîtrisée, il pourrait être envisageable d'implanter expérimentalement les valeurs des impédances mécaniques virtuelles optimales calculées en théorie à partir d'une modélisation analytique ou par éléments finis. Dans le cas de structures plus complexes, pour lesquelles la modélisation de la transparence acoustique est parfois un sujet de recherche à part entière, ce genre de considération n'est pas envisageable à cause de l'étendue des incertitudes paramétriques ou de modèle. Le calcul du contrôle optimal qui minimise la puissance acoustique rayonnée doit donc être fait à partir de mesures réalisées hors-ligne lors de la première étape.

# 4.2.1 Estimation du rayonnement acoustique

La section précédente fait apparaître la nécessité de connaître la valeur de la puissance acoustique rayonnée (Eq. (4.3)). Dans le chapitre 3, celle-ci est exprimée sur la base des modes structuraux. Plutôt que d'estimer des grandeurs comme la matrice de rayonnement des modes structuraux  $(\Omega)$ , le couplage entre les transducteurs et les modes structuraux

48

(A et S) ou la mobilité mécanique modale (M) à partir de mesures, il est plus judicieux d'exprimer le rayonnement acoustique de la structure directement à partir de grandeurs mesurables. Différentes approches sont possibles : le choix réalisé dans cette étude est celui de remonter au rayonnement acoustique à partir de mesures intensimétriques en champ proche. Les avantages et les inconvénients de cette approche par rapport à des mesures de pression acoustique en champ lointain ou des mesures de la vitesse du déplacement transverse de la structure sont discutés.

Même si c'est difficilement le cas dans une cabine d'avion, une condition de rayonnement en champ libre est considérée dans le demi espace récepteur, comme dans le cadre théorique. Le couplage avec les modes de cavité de la cabine est en effet un aspect qui n'est pas abordé dans cette étude.

L'estimation de la puissance acoustique rayonnée par une structure bafflée peut être réalisée à partir de mesures de pression sur une demi-sphère  $\mathcal{S}^l$  entourant l'objet rayonnant dans l'espace récepteur. Si la surface  $\mathcal{S}^l$  est suffisamment éloigné de la structure vibrante, alors la vitesse acoustique est approchée par sa composante radiale et avec un nombre suffisant de microphones, il est possible d'estimer la puissance acoustique rayonnée :

$$W = \frac{1}{2\rho c} (\mathbf{p}^l)^H (\mathbf{p}^l) \tag{4.5}$$

où  $\mathbf{p}^l$  est le vecteur des pressions mesurées sur  $\mathcal{S}^l$  en champ lointain.

Dans cette étude, l'estimation du rayonnement acoustique est réalisée à partir de mesures de l'intensité acoustique en champ proche plutôt qu'en champ lointain, principalement pour les raisons suivantes [15]:

- Tout d'abord, il est aisé de comprendre l'intérêt de mesures au voisinage de la structure pour des raisons de facilité de mise en œuvre et d'encombrement.
- Une mesure en champ proche permet également de réduire les effets de non-anéchoïcité du demi espace récepteur sur les résultats. En effet, les mesures sont réalisées loin des parois et sont donc moins sensibles aux réflexions indésirables. Contrairement au calcul en champ lointain, le calcul en champ proche est toujours valable dans la mesure où la partie active de l'intensité acoustique seule est conservée, en prenant sa partie réelle.
- Enfin, le fait de réaliser les mesures proches de la structure vibrante à l'origine du rayonnement garantit un meilleur rapport signal sur bruit.

L'équation (4.5) souligne le fait qu'en champ lointain, une mesure de pression à l'aide d'un microphone suffit à obtenir l'intensité acoustique en un point alors que la valeur de la pression mais également de la composante normale de la vitesse acoustique sont nécessaires en champ proche. De manière générale, cette mesure se fait grâce à une sonde intensimétrique qui peut mesurer ces deux grandeurs (sonde (p,v)), ou une sonde (p,p), représentée sur la Figure 4.2, qui mesure la pression en deux points. La composante normale de la vitesse acoustique est alors exprimée par rapport au gradient de pression qui est approché par différence finie :

$$\begin{cases} p = \frac{p_1 + p_2}{2} \\ v = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \nabla p = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{(p_2 - p_1)}{\Delta r} \end{cases}$$

$$\triangle \mathbf{r}$$

$$(4.6)$$

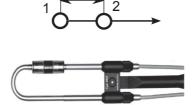


Figure 4.2 Sonde intensimétrique pression-pression

Il est envisageable de mettre en place une antenne microphonique afin d'estimer la puissance acoustique rayonnée en temps réel à partir de mesures en champ lointain. Une approche semblable en champ proche nécessite l'utilisation d'une sonde intensimétrique, plus chère et plus difficile à étalonner, et c'est donc la plupart du temps un balayage spatial qui est réalisé rendant alors impossible l'estimation en temps réel de la puissance acoustique rayonnée. Il faut alors choisir la surface et la densité du maillage sur lequel seront effectuées les mesures intensimétriques [42]. Dans le cas d'une plaque finie bafflée, il est possible de réaliser les mesures sur un plan  $\mathcal S$  en champ proche. Sur la Figure 4.3, il est possible de constater que toute une partie du rayonnement acoustique n'est pas mesurée. Afin de réduire l'erreur d'estimation alors commise, la surface de mesure est choisie plus large que la structure. La puissance acoustique rayonnée est alors approchée par :

$$W \approx \frac{\mathcal{S}}{2N_S} \mathbf{Re} \{ \mathbf{v}^H \mathbf{p} \} \tag{4.7}$$

avec  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{v}$  les vecteur des pressions et des vitesses acoustiques normales des mesures effectuées sur les  $N_S$  points de  $\mathcal{S}$ . Alors d'après Wu [95], si la distance  $z_m$  entre la plaque

50

et la surface de mesure est plus grande que la distance entre les points du balayage, l'estimation de la puissance acoustique rayonnée sera d'autant plus bonne que la densité du maillage sera importante. En pratique, une mesure préliminaire est réalisée en choisissant un maillage très fin. Des calculs sont ensuite faits pour savoir à quel point ce maillage peut être décimé sans faire d'erreur d'estimation de la puissance acoustique. De manière générale, pour un écart inter-position de la sonde de  $\Delta x$ , une fréquence d'étude inférieure à la fréquence  $f_{max}$  permet d'éviter un repliement spatial [83] avec :

$$f_{max} = \frac{c}{2\Delta x} \tag{4.8}$$

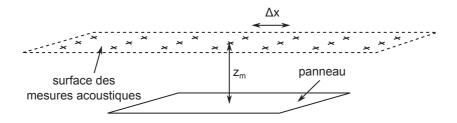


Figure 4.3 Surface de mesure intensimétrique en champ proche pour l'estimation de la puissance acoustique rayonnée par un panneau.

L'estimation de la puissance acoustique rayonnée par une structure à partir de sa vitesse de déformation transverse (Eq. (3.34)). Il est possible de montrer, à partir de l'Eq. (3.35), que cette formulation garantit la construction d'une forme quadratique en fonction des commandes **u**. Dans le cas d'une structure plane, l'utilisation d'un vibromètre laser à effet Doppler et à balayage pourrait s'avérer être une option très pratique et mériterait d'être expérimentée. Lorsque des structures de forme plus complexe sont considérées, la discrétisation de la surface vibrante peut devenir plus compliquée et la mesure rapide de la vitesse transverse de la structure plus délicate.

# 4.2.2 Résolution du problème d'optimisation

La méthode proposée ici est basée sur la définition puis la résolution d'un problème d'optimisation. La fonction de coût construite est directement liée à la quantité à minimiser, à savoir la puissance acoustique rayonnée. Dans le but d'améliorer le conditionnement du problème et imposer une limite à l'énergie déployée par le contrôle, une pénalisation de l'effort de contrôle est introduite. Finalement, la fonction de coût J est choisie :

$$J(\mathbf{u}) = W(\mathbf{u}) + \mathbf{u}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{u} \tag{4.9}$$

Où la matrice  $\Gamma$  est une matrice symétrique définie positive à choisir en fonction de la contrainte que l'on souhaite appliquer aux actionneurs secondaires [85]. La fonction de coût associée au problème d'optimisation ainsi modifiée, les solutions du nouveau problème d'optimisation ne sont plus optimales vis à vis de la puissance acoustique rayonnée seule : dans la littérature, le terme de solutions sous optimales est parfois utilisé pour désigner cette perte de performance. Selon la surface d'erreur associée à la fonction de coût  $J(\mathbf{u})$ , il peut cependant être intéressant de considérer une telle pénalisation.

Dans la suite de cette section, le problème de minimisation est résolu sous trois formes différentes. Premièrement, l'expression de la puissance acoustique rayonnée en fonction des amplitudes des vitesses modales, établie au Chapitre 3 est utilisée. Puis, la résolution du problème est détaillée selon que l'estimation de la puissance est réalisée à partir de mesures acoustiques en champ lointain ou en champ proche. Une attention particulière est portée à la comparaison de ces différentes méthodes vis-à -vis du calcul optimal.

## À partir des amplitudes des vitesses modales

En utilisant l'expression (3.31) de la puissance acoustique rayonnée en fonction des amplitudes des vitesses modales, il est possible de réécrire l'Eq. (4.9) :

$$J(\mathbf{u}) = (j\omega \mathbf{q})^H \mathbf{\Omega}(j\omega \mathbf{q}) + \mathbf{u}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{u}$$
 (4.10)

Puis d'après le système (4.9) :

$$J(\mathbf{u}) = [\mathbf{M}(\mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{b})]^{H} \mathbf{\Omega} \mathbf{M}(\mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{b}) + \mathbf{u}^{H} \mathbf{\Gamma} \mathbf{u}$$

$$= \mathbf{u}^{H} (\mathbf{A}^{H} \mathbf{M}^{H} \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{\Gamma}) \mathbf{u} + \mathbf{u}^{H} \mathbf{A}^{H} \mathbf{M}^{H} \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{b} + \dots$$

$$\dots + \mathbf{b}^{H} \mathbf{M}^{H} \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{u} + \mathbf{b}^{H} \mathbf{M}^{H} \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{b}$$

$$(4.11)$$

Le terme quadratique en fonction de  $\mathbf{u}$  est la matrice  $(\mathbf{A}^H \mathbf{M}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{\Gamma})$  qui est symétrique définie positive car  $\mathbf{\Omega}$  l'est également (section 3.2.2). Le problème de minimisation admet un unique extremum local. Le calcul du gradient de J en fonction du vecteur des commandes permet donc de définir le vecteur  $\mathbf{u}^{opt}$  des commandes optimales comme l'unique solution de l'équation  $\nabla_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}^{opt}) = 0$ . Cette matrice étant également hermitienne, il est possible de montrer que le calcul du gradient  $\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{J}$  par rapport au vecteur complexe  $\mathbf{u}$  se fait comme si la variable était réelle :

$$\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{J} = 2(\mathbf{A}^{H}\mathbf{M}^{H}\mathbf{\Omega}\mathbf{M}\mathbf{A} + \mathbf{\Gamma})\mathbf{u} + 2\mathbf{A}^{H}\mathbf{M}^{H}\mathbf{\Omega}\mathbf{M}\mathbf{b}$$
(4.13)

et on peut calculer les commandes optimales qui annulent le gradient :

$$\mathbf{u}^{opt} = -(\mathbf{A}^H \mathbf{M}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{\Gamma})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{M}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{b}, \tag{4.14}$$

#### À partir des mesures de pression en champ lointain

L'expression (4.5) de la puissance acoustique rayonnée à partir de mesures de pressions acoustique en champ lointain est à présent considérée. Dans une situation de contrôle actif vibroacoustique, le vecteur  $\mathbf{p}^l$  se décompose classiquement en la somme d'une participation primaire et secondaire :

$$\mathbf{p}^l = \mathbf{H}_p^l \mathbf{u} + \mathbf{p}_p^l \tag{4.15}$$

où  $\mathbf{H}_p^l$  est la matrice des transferts entre les commandes envoyées aux actionneurs secondaires et les pressions mesurées sur la demi-sphère  $\mathcal{S}^l$  et  $\mathbf{p}_p^l$  est le vecteur des pressions acoustiques primaires mesurées sur  $\mathcal{S}^l$ . Alors l'Eq. (4.8) s'écrit :

$$J(\mathbf{u}) = \mathbf{u}^H \left( (\mathbf{H}_p^l)^H \mathbf{H}_p^l + \Gamma \right) \mathbf{u} + (\mathbf{p}_p^l)^H \mathbf{H}_p^l \mathbf{u} + \mathbf{u}^H (\mathbf{H}_p^l)^H \mathbf{p}_p^l + (\mathbf{p}_p^l)^H \mathbf{p}_p^l$$
(4.16)

L'équation (4.16) fait également apparaître la fonction de coût J comme une fonction quadratique de  $\mathbf{u}$  qui admet un unique extremum local dans la mesure où la matrice  $(\mathbf{H}_p^l)^H \mathbf{H}_p^l$  est symétrique définie positive. Il est possible d'écrire :

$$\nabla_{\mathbf{u}}J = ((\mathbf{H}_{p}^{l})^{H}\mathbf{H}_{p}^{l} + \mathbf{\Gamma})\mathbf{u} + (\mathbf{H}_{p}^{l})^{H}\mathbf{p}_{p}^{l}$$
(4.17)

$$\mathbf{u}^{opt} = \left( (\mathbf{H}_p^l)^H \mathbf{H}_p^l + \Gamma \right)^{-1} (\mathbf{H}_p^l)^H \mathbf{p}_p^l$$
(4.18)

L'expression du problème de minimisation à partir des mesures de pression en champ lointain permet une interprétation du contrôle optimal. L'atténuation optimale obtenue par le contrôle dépend directement de l'écart entre le champ de pression dû à la perturbation primaire  $\mathbf{p}_p^l$  et le champ de pression  $\mathbf{H}_p^l\mathbf{u}^{opt}$  généré par les actionneurs inertiels lorsque la commande  $\mathbf{u}^{opt}$  leur est envoyée. La multiplication de  $\mathbf{p}_p^l$  par la pseudo inverse de  $\mathbf{H}_p^l$ , dans l'Eq. (4.18), souligne le fait que l'espace des champs que peuvent générer les sources secondaires est de rang limité alors que  $\mathbf{p}_p^l$  ne l'est pas forcément. La première conclusion est donc que plus grand sera le nombre d'actionneur, meilleure pourra être la reconstruction d'un champ secondaire qui permet de minimiser la puissance acoustique rayonnée. Dans la suite de l'étude, il sera observé que dans certaines situations comme une résonance marquée de la structure, le perturbation primaire et les champs secondaires

sont tous projetés sur la déformée du mode structurel correspondant : une atténuation important de la puissance acoustique rayonnée ne requiert en théorie, dans ce cas, qu'une seule unité.

## À partir des mesures d'intensité en champ proche

De la même manière qu'en champ lointain, les vecteurs  ${\bf p}$  et  ${\bf v}$  des mesures en champ proche peuvent s'écrire :

$$\begin{cases}
\mathbf{p} = \mathbf{H}_{p}\mathbf{u} + \mathbf{p}_{p} \\
\mathbf{v} = \mathbf{H}_{v}\mathbf{u} + \mathbf{v}_{p}
\end{cases} (4.19)$$

où:

- $\mathbf{H}_p$  est la matrice de dimension  $N_S \times N_u$  des fonctions de transfert entre les commandes envoyées aux actionneurs et les pressions acoustiques mesurées sur  $\mathcal{S}$ .
- $\mathbf{H}_v$  est la matrice de dimension  $N_S \times N_u$  des fonctions de transfert entre les commandes envoyées aux actionneurs et les vitesses acoustiques normales mesurées sur  $\mathcal{S}$ .
- $\mathbf{p}_p$  est le vecteur de dimension  $N_S \times 1$  des pressions acoustiques primaires mesurées sur  $\mathcal{S}$ .
- $\mathbf{v}_p$  est le vecteur de dimension  $N_S \times 1$  des vitesses acoustiques normales primaires mesurées sur  $\mathcal{S}$ .

En remplaçant le système (4.19) dans l'Eq. (4.7), la fonction de coût s'écrit :

$$J(\mathbf{u}) = \frac{\mathcal{S}}{2N_S} \mathbf{Re} \{ (\mathbf{H}_v \mathbf{u} + \mathbf{v}_p)^H (\mathbf{H}_p \mathbf{u} + \mathbf{p}_p) \} + \mathbf{u}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{u}$$

$$= \frac{\mathcal{S}}{2N_S} \mathbf{Re} \{ \mathbf{u}^H \mathbf{H}_v^H \mathbf{H}_p \mathbf{u} + \mathbf{u}^H \mathbf{H}_v^H \mathbf{p}_p + \mathbf{v}_p^H \mathbf{H}_p \mathbf{u} + \mathbf{v}_p^H \mathbf{p}_p \} + \mathbf{u}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{u} \qquad (4.20)$$

L'expression (4.20) ne permet pas d'affirmer que J est une fonction de coût quadratique par rapport au vecteur des commandes  $\mathbf{u}$ . Cependant, les trois équations (4.12), (4.16) et (4.20) sont trois expressions qui représente la même grandeur. Dans la mesure où l'estimation de la puissance acoustique rayonnée par les mesures intensimétriques est bonne alors la fonction de coût définie en (4.20) admet bien un unique extremum local par rapport à  $\mathbf{u}$ . Comme précédemment, le calcul du gradient le gradient  $\nabla_{\mathbf{u}}J$  permet de déduire l'expression des commandes optimales :

$$\nabla_{\mathbf{u}}J = \left[ (\mathbf{H}_v^n)^H \mathbf{H}_p^n + (\mathbf{H}_p^n)^H \mathbf{H}_v^n + \frac{2N_S\beta}{S} \mathbf{I}_{N_u} \right] \mathbf{u} + \left( (\mathbf{H}_v^n)^H \mathbf{p}_p^{(n)} + (\mathbf{H}_p^n)^H \mathbf{v}_p^{(n)} \right)$$
(4.21)

CHAPITRE 4. MÉTHODE DES IMPÉDANCES MÉCANIQUES VIRTUELLES

OPTIMALES

$$\mathbf{u}^{opt} = -\left[ (\mathbf{H}_v^n)^H \mathbf{H}_p^n + (\mathbf{H}_p^n)^H \mathbf{H}_v^n + \frac{2N_S \beta}{\mathcal{S}} \mathbf{I}_{N_u} \right]^{-1} \left( (\mathbf{H}_v^n)^H \mathbf{p}_p^{(n)} + (\mathbf{H}_p^n)^H \mathbf{v}_p^{(n)} \right)$$
(4.22)

La même interprétation que pour le calcul optimal en champ lointain peut être faite au sujet de l'Eq. (4.22). Cependant, l'intensité en champ proche étant moins simple à exprimer en fonction de **u**, l'interprétation du contrôle optimal comme une projection est moins aisée.

#### Discussion

Le caractère quadratique positif de J par rapport au vecteur des commandes  $\mathbf{u}$  est nécessaire à la résolution du problème de minimisation. Il est important de souligner que la grandeur calculée à l'Eq. (4.16) est quadratique positive par définition alors que celle calculée à l'Eq. (4.20) n'est quadratique positive que dans la mesure où elle approche une grandeur quadratique positive. La puissance exacte est forcément positive alors que l'intensité active locale est une grandeur signée qui peut donc être négative. Dans la situation où une erreur d'estimation de la puissance est faite, par exemple si un maillage trop peu dense est considéré, rien ne garantit donc que la fonction de coût est alors quadratique positive. Par exemple, dans le cas extrême où l'intensité n'est mesurée qu'en un seul point, le contrôle optimal tendra à la rendre fortement négative, ce qui ne garantit pas une réduction de la puissance. Berry et al [15] se sont intéressés à cette problématique et montrent que dans pour un maillage de mesures trop peu dense, l'utilisation en champ proche de l'Eq. (4.16), même inexacte, pour estimer la puissance acoustique rayonnée, permet d'obtenir une meilleure atténuation qu'en construisant une fonction de coût non quadratique positive à l'aide de l'Eq. (4.20). Il pourrait être intéressant d'observer les résultats obtenus en ajoutant à cette étude l'effet de la pénalisation de l'effort de contrôle.

#### Expression de la matrice des impédances mécaniques virtuelles optimales

Chaque terme de la matrice diagonale  $\mathbf{Z}^{opt}$  des impédances virtuelles optimales est défini à partir des commandes optimales exprimées à l'une des trois équations (4.14), (4.18) ou (4.22), et vaut alors :

$$Z_{ii}^{opt} = -\frac{u_i^{opt}}{y_i^{opt}} \quad \text{où} \quad \mathbf{y}^{opt} = \mathbf{H}\mathbf{u}^{opt} + \mathbf{d}$$
 (4.23)

Cette expression terme à terme de  $\mathbf{Z}^{opt}$  suffit la plupart du temps. Cependant, pour certains développements, il est nécessaire de l'exprimer explicitement de manière matricielle. En

définissant  $\mathbf{e_i}$  le vecteur de taille  $(N_u \times 1)$  composé d'un 1 en i-ème position et de zéros ailleurs et  $\mathbf{E_i}$  la matrice de taille  $(N_u \times N_u)$  composé d'un 1 en (i,i)-ème position et de zéros ailleurs il est possible d'écrire la forme matricielle de l'Eq. (4.23) :

$$\mathbf{Z}^{opt} = \begin{pmatrix} \frac{u_1}{y_1} & 0 & 0\\ 0 & \dots & 0\\ 0 & 0 & \frac{u_{N_u}}{y_{N_u}} \end{pmatrix} \tag{4.24}$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{N_u} \mathbf{e_i} \mathbf{u}^{opt} \mathbf{E_i}\right) \left(\sum_{i=1}^{N_u} \mathbf{e_i} \mathbf{y}^{opt} \mathbf{E_i}\right)^{-1}, \tag{4.25}$$

d'où on peut écrire l'expression matricielle des impédances mécaniques virtuelles optimales :

$$\mathbf{Z}_{m}^{opt} = \mathbf{H}_{\mathbf{fu}} \left( \sum_{i=1}^{N_{u}} \mathbf{e_{i}} \mathbf{u}^{opt} \mathbf{E_{i}} \right) \left( \sum_{i=1}^{N_{u}} \mathbf{e_{i}} \mathbf{y}^{opt} \mathbf{E_{i}} \right)^{-1} \left[ \mathbf{H}_{\dot{\mathbf{w}}\mathbf{y}} \right]^{-1}. \tag{4.26}$$

Même si ces expressions matricielles sont nécessaires pour certains développement, leur complexité justifie le fait que dans la plupart des cas, l'expression sur chaque unité i est préférée.

# 4.3 Conception du contrôleur harmonique

Après avoir décrit le contrôleur harmonique permettant d'imposer les impédances mécaniques virtuelles optimales et exprimé le conditions de stabilité, une méthode est proposée afin de calculer une matrice de compensation permettant la réalisation d'un contrôle décentralisé. Le compensateur équivalent est ensuite exprimé.

# 4.3.1 Description

Dans le but de minimiser la distance  $|\mathbf{U}(t) - (-\mathbf{Z}^{opt}\mathbf{Y}(t))|$ , le contrôleur harmonique représenté sur la Figure 4.4 est considéré. Dans le domaine temporel, il correspond à l'équation sur les enveloppes complexes :

$$\frac{d\mathbf{U}(t)}{dt} = -\mu \mathbf{C}(\mathbf{U}(t) + \mathbf{Z}^{opt}\mathbf{Y}(t))$$
(4.27)

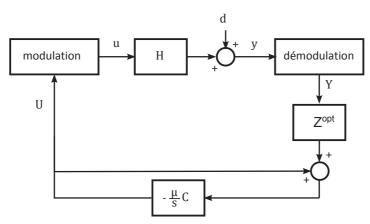


Figure 4.4 Schéma du contrôleur résonant utilisé pour imposé l'impédance virtuelle optimale.

### 4.3.2 Condition de stabilité

La matrice de compensation  $\mathbf{C}$  doit être choisie pour garantir la stabilité du système en boucle fermée. Pour cela, les N valeurs propres complexes  $\lambda_i$  du système en boucle fermée  $\mu\mathbf{C}(\mathbf{I}_{N_u} + \mathbf{Z}^{opt}\mathbf{H})$  doivent être telles que  $\Re(\lambda_i) > 0 \ \forall i$ . Cette condition est valable dans la mesure où l'hypothèse est faite que le système a une réponse parfaitement linéaire et que la perturbation est stationnaire à la pulsation  $\omega$ . Cela implique que les opérations de démodulation et de modulation extraient et génèrent les signaux de manière idéale. Or le bloc de démodulation faisant intervenir un filtre passe bas, il induit nécessairement un retard. Dans le but d'augmenter la précision du critère de stabilité, il est possible de tenir compte des réponses impulsionnelles des filtres utilisés lors de la modulation et la démodulation [6].

Les deux caractéristiques principales d'une convergence sont sa vitesse, c'est-à-dire en combien de temps la consigne est atteinte, et son amortissement qui est lié à la présence et l'amplitude de dépassements éventuels par rapport à la consigne. Ces deux caractéristiques peuvent s'exprimer en fonction des valeurs propres  $\lambda_i$ . Ainsi, l'objectif en terme de vitesse est fixé en choisissant un réel positif  $\zeta$  et en terme d'amortissement en posant un angle  $\gamma$ . Les positions désirées des valeurs propres après compensation par la matrice  $\mathbf{C}$  sont schématisées sur la Figure 4.5 et garantissent :

- 1. un taux de convergence acceptable :  $\Re(\lambda_i) > \zeta > 0$ .
- 2. un amortissement acceptable :  $|\angle \lambda_i| \leq \gamma$ .

L'équation (4.27) montre que  $\mathbf{Z}^{opt}$  étant diagonale, l'algorithme sera centralisé si  $\mathbf{C}$  est pleine et décentralisé si  $\mathbf{C}$  est diagonale.

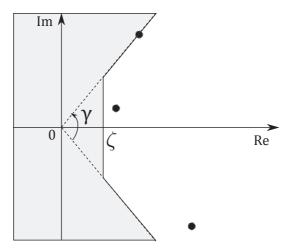


Figure 4.5 Objectifs du placement des valeurs propres dans le plan complexe.

## 4.3.3 Choix de la matrice de compensation

Pour un algorithme centralisé, il est possible d'utiliser la technique du placement de pôles. Le choix le plus classique est de prendre :

$$\mathbf{C} = (\mathbf{I}_{N_u} + \mathbf{Z}^{opt}\mathbf{H})^{-1},\tag{4.28}$$

ce qui garantit  $\lambda_i = 1 \quad \forall i$ . Même si la matrice  $\mathbf{Z}^{opt}$  imposée est diagonale, la matrice  $\mathbf{C}$  est pleine et l'algorithme de convergence est centralisé.

Le paragraphe suivant présente une méthode permettant de calculer une matrice de compensation diagonale pour l'implantation d'un contrôle décentralisé. La matrice  $\mathbf{C}$  ainsi générée doit être telle que les valeurs propres  $\lambda_i$  du système en boucle ouverte  $\mathbf{C}(I_{N_u} + \mathbf{Z}^{opt}\mathbf{H})$  vérifient la condition de stabilité mais aussi les critères d'amortissement et de vitesse de la convergence décrits plus haut. La matrice de compensation  $\mathbf{C}$  est donc contrainte à être une matrice diagonale complexe :  $\mathbf{C} = diag(c_1, -, c_N) \in \mathbb{C}^{N \times N}$  [56]. Les N valeurs propres  $\lambda_i$  ne s'expriment pas facilement analytiquement en fonction des coefficients  $c_i$ . Dans ce cas, une méthode est proposée pour choisir les valeurs complexes de  $\mathbf{C}$  (voir Figure 4.6):

- 1. Un échantillonnage des vecteurs [-1,1] et [-j,j] est réalisé avec un pas de  $\frac{2}{n^c}$ . Les valeurs de  $\lambda_i$  sont ensuite calculées pour chacune des  $(n^c)^{2N}$  matrices  $\mathbf{C}$  dont les éléments sont tels que  $c_i \in [-1,1] \times [-j,j]$ .
- 2. Parmi toutes les matrices calculées à l'étape 1, seules celles qui vérifient la condition  $\forall i, |\lambda_i| > \zeta$  sont conservées.

3. Dans l'ensemble construit à l'étape 2, on sélectionne la matrice  $C_0$  telle que l'angle maximal entre les valeurs propres  $\lambda_i$  soit le plus petit possible. En posant :

$$\tilde{\gamma} = |\max \angle \lambda_i - \min \angle \lambda_i| , \qquad (4.29)$$

alors:

$$\mathbf{C}_0 = \arg\min_{\mathbf{C}} \tilde{\gamma} \tag{4.30}$$

4. Une rotation d'angle  $\psi = -\min \angle \lambda_i + \frac{\tilde{\gamma}}{2}$  est enfin appliquée afin de recentrer les valeurs propres autour de l'axe des réels. La matrice de compensation finalement construite à l'issue de cette méthode s'écrit donc :

$$\mathbf{C} = \exp(i\psi)\mathbf{C}_0 \tag{4.31}$$

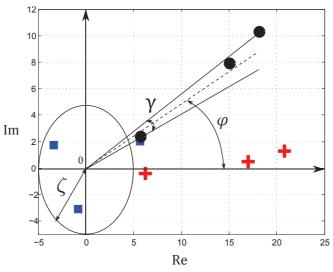


Figure 4.6 Illustration de la méthode de placement des valeurs propres pour le contrôle décentralisé ( $\square$ : valeurs propres de ( $\mathbf{I}_{Nu} + \mathbf{Z}^{opt}\mathbf{H}$ ), • : valeurs propres  $\lambda_i$  à l'étape 3, + : valeurs propres  $\lambda_i$  à l'étape 4).

Alors, si  $\gamma > \tilde{\gamma}$ , la matrice de compensation ainsi construite permet de respecter les objectifs de convergence. Il est important de noter que la méthode de recherche de la matrice de compensation proposée dans cette section n'est pas optimale et a simplement été élaborée de manière pratique afin de respecter les spécifications exprimées en terme d'amortissement et de vitesse de convergence. Lorsqu'un système comprenant de nombreuses voies est considéré, le nombre de matrices C à calculer et à tester augmente rapidement et peut contraindre l'utilisateur à augmenter le pas en diminuant  $n^c$ . Enfin, la vitesse de la convergence est en pratique plutôt liée à une problématique de dynamiques différentes de

vitesses de convergence selon les voies qu'à la vitesse de convergence de la voie la plus lente. En effet, si aucune des voies ne converge rapidement, un choix de coefficient  $\mu$  plus grand permet d'accélérer la convergence de toutes les voies de la même manière, ce qui est moins judicieux quand une voie converge lentement et une autre rapidement. Ce genre de considération pourrait être pris en compte afin d'améliorer l'algorithme présenté dans cette section.

## 4.3.4 Compensateur équivalent

L'expression (4.27), en considérant un algorithme décentralisé, permet de considérer le contrôle unité par unité et d'écrire pour l'unité i, l'équation dans le domaine de Laplace :

$$sU_i = -\mu C_{ii}(U_i + Z_{ii}^{opt}Y_i) , \qquad (4.32)$$

ce qui équivaut à écrire :

$$\frac{U_i}{Y_i} = -\frac{\mu C_{ii} Z_{ii}^{opt}}{\mu C_{ii} + s} \tag{4.33}$$

En ajoutant l'opération de modulation et de démodulation à la pulsation  $\omega_0$ , il est possible d'écrire le compensateur équivalent  $z_{ii}(s)$  au contrôleur considéré :

$$z_{ii}(s) = \frac{u_i(s)}{y_i(s)} = -\frac{\mu C_{ii} Z_{ii}^{opt} f(s - j\omega_0)}{s + \mu C_{ii} - j\omega_0} - \frac{\mu C_{ii}^* (Z_{ii}^{opt})^* f(s + j\omega_0)}{s + \mu C_{ii}^* + j\omega_0} , \qquad (4.34)$$

où f est un filtre passe-bas tel que f(0)=1 et  $f(j\omega) \underset{\omega \to +\infty}{\longrightarrow} 0$ . Alors, d'après l'Eq. (4.34),  $z_{ii}(j\omega_0)=-Z_{ii}^{opt}$ . Le compensateur réalisé a deux pôles qui sont localisés en  $\omega_0+\mu\Im\{C_{ii}\}$  et  $-\omega_0-\mu\Im\{C_{ii}\}$ . Ils sont représentés sur la Figure 4.7 (gauche). Il est possible de remarquer que le réjecteur harmonique correspond au cas où les deux pôles sont sur l'axe imaginaire. Lorsque la partie réelle de  $C_{ii}$  est positive, alors le compensateur mis en place est équivalent à un résonateur amorti, stable, classiquement utilisé pour réaliser de l'amortissement actif. Cependant, rien ne permet d'affirmer que la partie réelle de  $C_{ii}$  sera toujours réelle positive : pour certaines valeurs de transferts vibratoires ou d'impédances mécaniques virtuelles, l'algorithme présenté à la section précédente peut aboutir à une matrice diagonale  ${\bf C}$  dont certains éléments sont à partie réelle négative. Sur les unités correspondantes, cela correspond à l'implantation d'un compensateur instable, plus rare dans la littérature.

Dans la section précédente, l'hypothèse que les opérations de modulation et de démodulation sont parfaites a été réalisée. L'expression de  $z_{ii}$  à l'Eq. (4.27) permet de comprendre

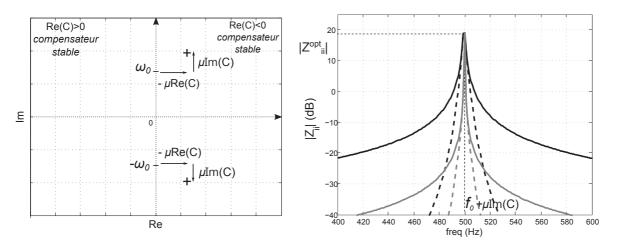


Figure 4.7 Exemple de position des pôles du compensateur équivalent (gauche) et exemple de réponse fréquentielle avec (pointillés) et sans (traits pleins) prise en compte du filtrage passe-bas pour un gain de boucle élevé (noir) ou faible (gris).

dans quelle mesure cette approximation est juste (Figure 4.7 droite). Si le gain de boucle  $\mu$  est choisi relativement faible, le compensateur agit sur une bande fréquentielle très fine et n'est presque pas affecté par l'effet du filtrage passe-bas, ce qui n'est pas forcément garanti pour une valeur de gain de boucle plus élevée. Il est important de noter que le même type de raisonnement peut être fait sur le contrôle cenntralisé en considérant la décomposition en valeurs propres de la matrice de compensation.

# 4.4 Robustesse en performance de la méthode aux variations du champ primaire

Il est primordial de comprendre que la plupart des transferts qui sont identifiés à l'étape 1 ne peuvent plus l'être à l'étape 2. Ainsi, toutes les mesures permettant de reconstruire le rayonnement acoustique ne sont plus envisageables et le système n'est plus informé ni de l'effet du champ primaire, ni de l'effet du contrôle sur le rayonnement. La seule information qui peut être ré-identifiée en ligne est le transfert entre un actionneur et son capteur colocalisé, à savoir les termes diagonaux de  $\mathbf{H}$  ainsi que le vecteur  $\mathbf{d}$ . Le calcul optimal se faisant à l'Étape 1 pour un champ primaire donné, il est indispensable de consacrer une partie de l'étude qui suit aux conséquences d'une variation du champ primaire entre l'étape d'identification et le contrôle on-line de  $\mathbf{Z}^{opt}$  sur les performances de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales. Un intérêt particulier est porté à la robustesse de la méthode à de telles incertitudes vis à vis du nombre de degrés de

liberté du système et suivant que la fréquence considérée dans l'étude est au voisinage ou non d'une résonance de la structure. Dans les discussions menées au sein de cette section, la notion de robustesse en performance est uniquement liée à la capacité de la méthode à garantir une réduction de la puissance acoustique rayonnée par la plaque (atténuation positive) malgré les variations du champ primaire.

## 4.4.1 Problématique de la robustesse en performance

Le calcul des commandes optimales puis des impédances mécaniques virtuelles optimales est réalisé à l'issue de l'Étape 1 pour une perturbation primaire donnée. Plus précisément, l'Eq.(4.14) montre que cette dépendance ne s'exprime que par l'intermédiaire du vecteur  $\mathbf{b}$ , qui pour rappel modélise le couplage entre le champ primaire et les modes structuraux. Dans la suite de cette partie, la distinction sera faite entre  $\mathbf{b_1}$  l'état du vecteur  $\mathbf{b}$  à l'Étape 1 et  $\mathbf{b_2}$  son état à l'Étape 2. Dans le cas d'un contrôle optimal en boucle ouverte, la commande optimale  $\mathbf{u}^{opt}(\mathbf{b_1})$  calculée à l'issue de l'Étape 1 est directement envoyée aux actionneur lors de l'Étape 2 :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{opt}(\mathbf{b_1}) \tag{4.35}$$

Les commandes ne dépendant pas de  $\mathbf{b_2}$ , la robustesse du contrôle est directement liée à la différence entre  $\mathbf{b_1}$  et  $\mathbf{b_2}$ . C'est la raison pour laquelle ce type de contrôle optimal en boucle ouverte n'est pas envisageable en pratique [37]. En revanche, lorsque la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales est appliquée, il s'agit de la mise en œuvre d'une rétroaction qui permet une régulation de la commande : les commandes envoyées aux actionneurs à l'Étape 2 s'écrivent alors d'après le système (3.11) :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{Z}^{opt}(\mathbf{b_1})\mathbf{y}$$

$$= -\mathbf{Z}^{opt}(\mathbf{b_1})(\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{d})$$

$$= -\mathbf{Z}^{opt}(\mathbf{b_1})(\mathbf{SMAu} + \mathbf{SMb_2})$$

$$= -(\mathbf{I_d} + \mathbf{Z}^{opt}(\mathbf{b_1})\mathbf{SMA})^{-1}\mathbf{Z}^{opt}(\mathbf{b_1})\mathbf{SMb_2}$$
(4.36)

L'équation (4.36) fait apparaître la dépendance de  $\bf u$  par rapport à  $\bf b_1$  (par l'intermédiaire de  $\bf Z^{opt}$ ) mais également par rapport à  $\bf b_2$ . Cependant, le fait que la commande envoyée à l'Étape 2 dépende de l'état de la perturbation primaire à l'Étape 2 ne garantit en aucun cas que la puissance acoustique rayonnée sera bien réduite et que le contrôle sera donc robuste. Des développements à partir de l'Éq. (4.36) afin d'en déduire l'expression analytique d'une condition sur la variation entre  $\bf b_1$  et  $\bf b_2$  qui garantisse une atténuation de la puissance acoustique sont loin d'être triviaux dans la mesure où il font intervenir

l'expression matricielle explicite de  $\mathbf{Z}^{opt}$  (Eq. (4.25)). Cependant, dans des cas particuliers, certaines simplifications sont possibles.

# 4.4.2 Lien avec le nombre de degrés de liberté du système

Dans un premier temps, le cas où il existe une constante  $\alpha$  telle que :

$$\mathbf{b_2} = \alpha \mathbf{b_1}, \qquad \alpha \in \mathbb{C} \tag{4.37}$$

est étudié. Alors d'après l'Eq.(4.33) :  $\mathbf{u}^{opt}(\mathbf{b_2}) = \alpha \mathbf{u}^{opt}(\mathbf{b_1})$  et d'après le système (3.11)  $\mathbf{y}^{opt}(\mathbf{b_2}) = \alpha \mathbf{y}^{opt}(\mathbf{b_1})$ . D'après la définition (4.23),  $\forall i \in [1, N_u]$  :

$$Z_{ii}^{opt}(\mathbf{b_2}) = \frac{u_i^{opt}(\mathbf{b_2})}{y_i^{opt}(\mathbf{b_2})} = \frac{\alpha u_i^{opt}(\mathbf{b_1})}{\alpha y_i^{opt}(\mathbf{b_1})} = Z_{ii}^{opt}(\mathbf{b_1})$$
(4.38)

Ainsi, dans le cas où la variation de la perturbation primaire affecte tous les modes structuraux de la même manière, les impédances mécaniques virtuelles optimales à l'Étape 1 restent optimales à l'Étape 2.

Le voisinage d'une résonance constitue également un cas particulier dans l'étude de la robustesse par rapport aux variations de la perturbation primaire. Si la fréquence d'étude est proche de la résonance du p-ième mode structurel, alors le terme (p, p) de la matrice diagonale  $\mathbf{M}$  sera prépondérant devant tous les autres, sauf cas particulier où le couplage entre le champ primaire et ce mode ne serait très mauvais  $((\mathbf{b_1})_p)$  ou  $(\mathbf{b_2})_p$  très faible), la p-ième composante du vecteur  $\mathbf{M}\mathbf{b}$  sera également prépondérante devant les autres. Dans un tel cas, il est alors possible de trouver un scalaire  $\alpha \in \mathbb{C}$  tel que :

$$\mathbf{Mb_2} \approx \alpha \mathbf{Mb_1}, \qquad \alpha \in \mathbb{C}$$
 (4.39)

Le vecteur **Mb** apparaît directement dans le calcul de  $\mathbf{u}^{opt}$  (Eq. 4.36) et cette situation se rapproche de celle décrite au paragraphe précédent. De la même manière il est possible d'écrire d'après l'Eq. (4.33) :

$$\mathbf{u}^{opt}(\mathbf{b_2}) \approx \alpha \mathbf{u}^{opt}(\mathbf{b_1}) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{Z}^{opt}(\mathbf{b_2}) \approx \mathbf{Z}^{opt}(\mathbf{b_1})$$
 (4.40)

Dans ce cas également, les impédances mécaniques virtuelles optimales à l'Étape 1 le restent à l'Étape 2. Le point commun à ces deux situations particulières est qu'à chaque

4.5. CONCLUSIONS 63

fois, la variation de la perturbation primaire se projette sur un seul degré de liberté du problème. Le fait que la méthode soit robuste à un degré de liberté supplémentaire qu'en imposant les commandes optimales en boucle ouverte est directement lié au fait que la matrice diagonale  $\mathbf{Z}^{opt}$  est définie comme le rapport entre les commandes envoyées aux actionneurs et les signaux mesurés par les capteurs.

## 4.5 Conclusions

À ce point de l'étude, il est important de faire un bilan des possibilités offertes par la méthode en deux étapes proposée au cours de ce doctorat, mais également de ses limites, afin de justifier les aspects qui seront préférablement étudiés en simulation numériques ou au cours des campagnes expérimentales.

Le fait que l'étape 1 soit réalisée hors ligne permet de mettre en œuvre des mesures qui ne seraient pas envisageables en ligne. Il est ainsi possible de considérer des mesures acoustiques en champ proche, en champ lointain, ou des cartographies vibratoires avec une résolution suffisante pour estimer convenablement la puissance acoustique rayonnée et ainsi s'assurer d'obtenir une fonction  $J(\mathbf{u})$  quadratique.

La matrice des impédances mécaniques virtuelles optimales  $\mathbf{Z}^{opt}$  est un objectif diagonal, qui ne nécessite pour l'atteindre que les vitesses vibratoires locales. Cependant, contrairement aux stratégies qui visent à réaliser de l'amortissement actif, cet objectif a été optimisé par rapport à un critère acoustique. Il s'agit bien là de combiner un contrôle ASAC optimal par rapport à la minimisation de la puissance acoustique rayonnée avec la simplicité d'un contrôle local multivoies décentralisé. À configuration identique, la solution optimale doit aboutir à une meilleure atténuation que n'importe quelle valeur d'amortissement. Les résultats de l'étude seront présentés dans la suite pour les deux stratégies.

Enfin, la robustesse aux variations du champ primaire est une problématique qui découle directement de l'approche en deux étapes mise en place ici. Même si la résonance des modes structuraux semble être une situation favorable à cette robustesse, rien ne permet de garantir en revanche que le contrôle restera robuste hors résonance ou sur une structure plus amortie.

# **CHAPITRE 5**

# SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Ce chapitre présente l'application de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales au cas d'une plaque d'aluminium mince en appui simple dont le comportement vibroacoustique a été modélisé précédemment. En plus de l'observation des résultats du contrôle optimal exprimés en terme d'impédances mécaniques virtuelles optimales, une attention particulière est portée a l'interprétation de cette stratégie en étudiant s'il s'agit d'une méthode consistant plutôt à de l'injection ou à de l'absorption d'énergie. La correspondance ou non de la minimisation de la puissance acoustique rayonnée avec la minimisation d'une grandeur globale vibratoire comme l'énergie cinétique ou le débit volumique est également étudiée. De plus, la mise en place d'une stratégie classique d'amortissement actif est simulée de manière à pouvoir mettre en relief les différences et les similitudes qu'il existe avec la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales. L'influence de la valeur du paramètre de pénalisation de l'effort de commande sur les résultats est également étudiée. Enfin, la dernière section de ce chapitre est dédiée à la problématique de la effort de commande de la méthode vis à vis des variations de la perturbation primaire entre l'étape 1 d'identification et l'étape 2 du contrôle d'impédance mécanique en ligne.

# 5.1 Configuration étudiée

Soit une plaque d'aluminium mince en appui simple. Ses propriétés mécaniques sont notées dans le Tableau 5.1. L'excitation primaire est une onde plane d'incidence  $\theta = \frac{\pi}{6}, \phi = 0$  et d'amplitude  $P_{inc} = 10$  Pa. Trois unités de contrôle sont disposées aux positions reportées dans le Tableau 5.2. Ces unités sont constituées d'un actionneur inertiel et d'un accéléromètre en vis-à-vis. Afin de simplifier les calculs et dans la mesure où les grandeurs mécaniques ( $\mathbf{Z_m^c}, \mathbf{f}, \dot{\mathbf{w}}$ ) sont directement tracées, la matrice diagonale de transfert  $\mathbf{H_{fu}}(\omega)$  exprimée à l'Eq. (3.12) est approchée par une constante sur la bande fréquentielle [150 450] Hz. Les caractéristiques de l'actionneur inertiel, présentées en Annexe B, permettent de fixer cette constante à  $H_{fu,i}(\omega) = 0.5$  N.V<sup>-1</sup>. La sensibilité des accéléromètres est de  $s_a = 15$  mV.m<sup>-1</sup>.s<sup>2</sup>.

Dans la suite, tous les résultats sont présentés sous la forme de deux sous-figures. Sur chaque sous-figure de gauche, une échelle fréquentielle de 150 à 450 Hz permet d'observer les résonances des modes structuraux :

Paramètre	Valeur	
Longueur	$L_x = 48 \times 10^{-3} \text{ m}$	
Largeur	$L_y = 42 \times 10^{-3} \text{ m}$	
Épaisseur	$h = 3.18 \times 10^{-3} \text{ m}$	
Module d'Young	$E = 68.5 \times 10^9 \text{ Pa}$	
Coefficient de poisson	$\mu = 0.33$	
Masse par unité de surface	$\nu = 8.586 \text{ kg.m}^{-2}$	
Coefficient d'amortissement	$\eta = 5 \times 10^{-3}$	

Tableau 5.1 Propriétés mécaniques.

Numéro de l'unité	1	2	3
$\mathbf{x_u}$ (m)	0.058	0.201	0.237
<b>y</b> <sub><b>u</b></sub> (m)	0.337	0.293	0.213

Tableau 5.2 Position des unités de contrôle.

- -(2,1) à 177 Hz.
- (1,2) à 208 Hz.
- (2, 2) à 310 Hz.
- (3, 1) à 344 Hz.
- (1,3) à 425 Hz.

Pour des raisons de symétrie, l'incidence de l'onde primaire simulée ici ne permet d'exciter que les modes (2,1), (3,1) et (1,3) sur cette bande fréquentielle d'étude. Enfin, l'unité 3 est située au centre de la plaque et donc sur la ligne nodale de tout mode pair : elle n'aura aucun effet sur le mode (2,1). Sur chaque sous-figure de droite, la bande fréquentielle, comprise entre 320 et 360 Hz, est centrée autour du mode (3,1). Ce mode structurel impair-impair a une efficacité de rayonnement importante.

Le calcul des impédances mécaniques virtuelles optimales est réalisé à partir des amplitudes des vitesses modales d'après l'Eq. (4.10). La pénalisation de l'effort de commande considérée dans les simulations est une pénalisation uniforme :  $\Gamma = \beta \mathbf{I_{N_u}}$ , où  $\beta \in \mathbb{R}^+$  est appelé le paramètre de pénalisation. En considérant l'Eq. (4.14), il apparaît que ce paramètre intervient au sein de la somme :  $(\mathbf{A}^H \mathbf{M}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{A} + \beta \mathbf{I_{N_u}})$ . Afin de comprendre l'effet de ce paramètre sur les résultats du problème de minimisation, deux valeurs différentes de

 $\beta$  seront étudiées dans la suite : une pénalisation faible, correspondant au cas où le terme  $\mathbf{A}^H \mathbf{M}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{M} \mathbf{A}$  est prépondérant devant  $\beta \mathbf{I}_{\mathbf{N}_{\mathbf{u}}}$  et une pénalisation forte correspondant au cas contraire. La commande envoyée aux actionneurs est dans ce cas telle que :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{Z}^{opt}\mathbf{y} \tag{5.1}$$

L'intérêt de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales par rapport à des méthodes classiques d'amortissement actif a été souligné au chapitre 2. Il apparaît alors intéressant de comparer les résultats obtenus en appliquant les deux méthodes. Pour cela on définit un coefficient  $g \in \mathbb{R}^{+*}$ , identique pour toutes les fréquences et sur chaque unité et on construit la matrice diagonale G telle que  $G_{ii} = g$ ,  $\forall i = 1, ..., N_u$ . La commande envoyée aux actionneurs dans ce cas est telle que :

$$\mathbf{u} = -G\mathbf{y} \tag{5.2}$$

L'effet de l'approximation de  $\mathbf{H_{fu}}(\omega)$  par une constante sur la réalisation d'amortissement actif a été discuté au début de la section 5.2. Le contrôle simulé par l'Eq. (5.2) correspond à l'implantation d'une impédance mécanique virtuelle purement résistive (possible en pratique à la condition de contrôler l'actionneur en force [11]). De la même manière que la pondération de l'effort de commande peut être réglée en choisissant un réel positif  $\beta$  dans la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales, la valeur du réel g peut être réglée pour doser l'effet d'amortissement local.

# 5.2 Impédances mécaniques virtuelles optimales

Afin de comparer les deux méthodes, les valeurs de ces deux paramètres sont choisies de manière à ce que les amplitudes des commandes envoyées aux actionneurs soient du même ordre de grandeur, celles-ci ne pouvant être égales pour les deux méthodes dans la mesure où les réels  $\beta$  et g sont fixés pour toutes les fréquences et les unités. Finalement, les deux situations suivantes sont comparées :

- $\beta=0,\,g=6.7\times 10^5$  : pénalisation faible/amortissement fort.
- $\beta=5\times 10^{-5},\,g=1.3\times 10^4$  : pénalisation forte/amortissement faible.

# 5.2.1 Faible pénalisation de l'effort de commande

Dans cette section, la résolution du problème de minimisation est faite pour  $\beta=0$ , c'est-à-dire sans pénalisation de l'effort de commande. Afin d'obtenir des amplitudes de commande de même ordre de grandeur, cette situation est comparée à une stratégie classique d'amortissement actif avec  $g=6.7\times10^5$ . Les Figures 5.1 et 5.2 permettent de constater que le contrôle optimal assure une atténuation sur toute la bande fréquentielle d'étude (Fig. 5.1) plus importante que l'amortissement actif (Fig. 5.2), qui atténue les effets de résonance mais également d'anti-résonance. Le niveau de bruit hors-résonance est alors plus fort avec que sans contrôle (entre 200 et 320 Hz).

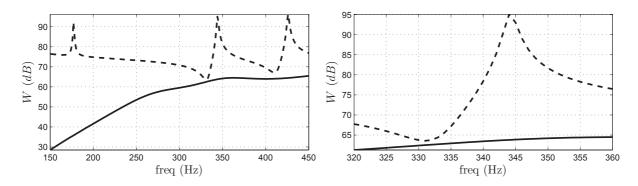


Figure 5.1 Contrôle optimal ( $\beta=0$ ) : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

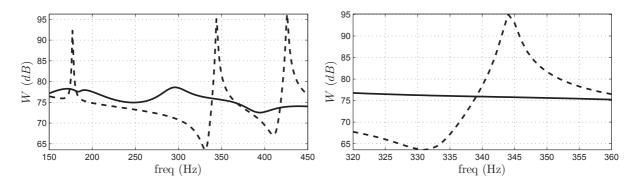


Figure 5.2 Amortissement actif ( $g = 6.7 \times 10^5$ ) : puissance acoustique rayonnée sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

Suivant la stratégie mise en place, les forces appliquées par les actionneurs à la structure,

ainsi que les vitesses transverses locales sont différentes (Figs. 5.3 et 5.4). Contrairement à l'amortissement actif, le contrôle optimal ne vise pas simplement à minimiser la vibration locale. À certaines fréquences, la plaque est susceptible de vibrer d'avantage localement lorsque le contrôle optimal est appliqué que sans contrôle. Les cartographies de vitesse vibratoire à  $f=344~{\rm Hz}$  permettent de constater que les deux stratégies de contrôle ne modifient pas la vibration de la structure de la même manière (Figure 5.5). Comme c'était déjà visible sur les figures précédentes, la vibration sur l'unité 3 est bien diminuée par le contrôle optimal mais beaucoup moins que par l'amortissement.

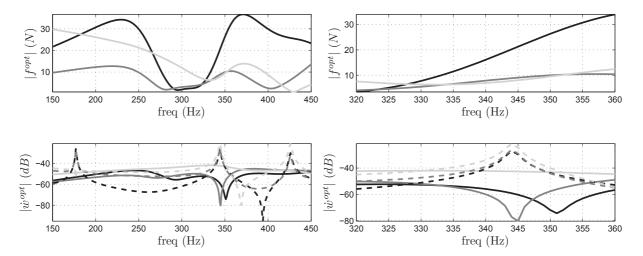


Figure 5.3 Contrôle optimal ( $\beta=0$ ) : modules des commandes (haut) et des signaux simulés des capteurs (bas) sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

Sur la Figure 5.6 sont tracées les parties réelles et imaginaires des impédances mécaniques virtuelles optimales sur les 3 unités. Par définition,  $\mathbf{Z}^{opt}$  est un rapport. Ainsi, le calcul peut aboutir à des variations fréquentielles de  $\mathbf{Z}_m^{opt}(\omega)$  très importantes. La première conclusion qu'il est possible de tirer à cette étape de l'étude est qu'aucune tendance ne semble se dégager sur toute la bande fréquentielle comme au voisinage d'une résonance mécanique et que contrairement à l'amortissement actif,  $\mathbf{Z}_m^{opt}$  peut avoir des valeurs complexes, et aussi bien à parties réelles positives que négatives. Pour rappel, une partie réelle négative signale que l'unité apporte localement de l'énergie au système par le biais des unités, selon le concept de port hamiltonien (colocation duale évoquée à la section 2.2.1). Afin d'illustrer cette remarque, la puissance injectée au système suivant les deux stratégies est tracée sur les Figures 5.7 et 5.8 en calculant le produit  $\mathbf{P} = \dot{\mathbf{w}}^H \mathbf{f}$ . Si l'amortissement actif correspond bien à une puissance injectée réelle négative, le contrôle optimal correspond à

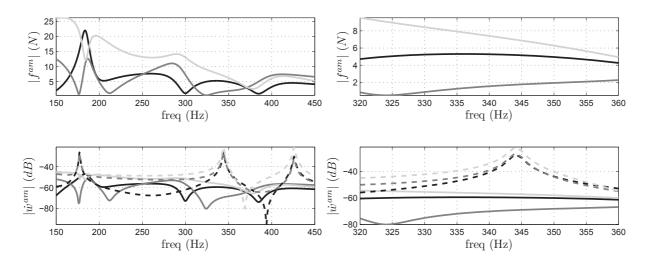


Figure 5.4 Amortissement actif ( $g=6.7\times10^5$ ) : modules des commandes (haut) et des signaux simulés des capteurs (bas) sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

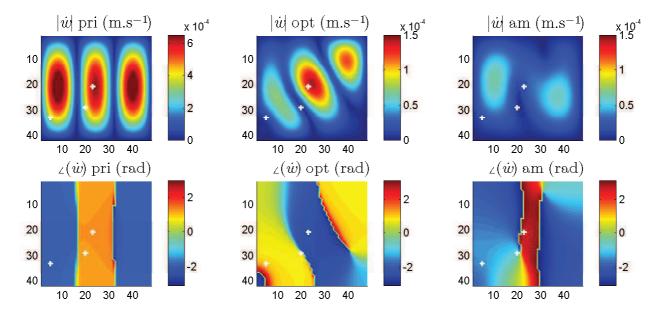


Figure 5.5 Vitesses vibratoires de la plaque sans contrôle (gauche) avec contrôle optimal pour  $\beta=0$  (centre), et amortissement actif pour  $g=6.7\times 10^5$  (droite) à f=344 Hz.

une puissance injectée, comme prévu par les impédances mécaniques virtuelles optimales. On notera enfin l'intérêt d'observer un produit ( $\mathbf{P}$ ) plutôt qu'un rapport ( $\mathbf{Z}_m^{opt}$ ) du point de vue des variations fréquentielles. Les différences entre les deux stratégies apparaissent également en traçant l'effet du contrôle sur l'énergie cinétique globale (Fig. 5.9) ou le

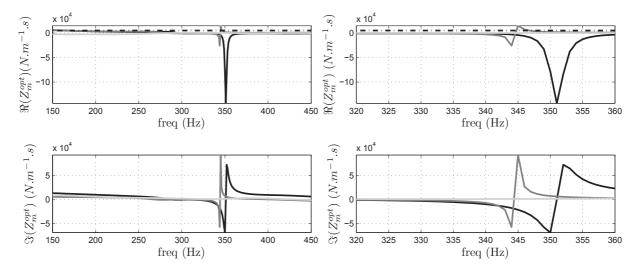


Figure 5.6 Contrôle optimal ( $\beta=0$ ) : partie réelle (haut) et imaginaire (bas) des impédances mécaniques virtuelles optimales pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite). L'impédance mécanique virtuelle imposée par l'amortissement actif est en pointillés.

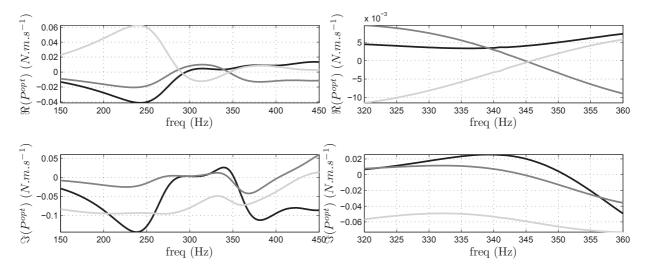


Figure 5.7 Contrôle optimal ( $\beta = 0$ ) : partie réelle (haut) et imaginaire (bas) de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

débit volumique (Fig 5.10) de la structure. Comme souligné par Elliott [54] ou Charette [21], si l'amortissement actif correspond de manière générale à une réduction de l'énergie cinétique globale de la plaque, le contrôle optimal est plus proche d'une stratégie visant à réduire son débit volumique. La minimisation de la puissance acoustique rayonnée ne correspond cependant pas exactement à la minimisation du débit volumique.

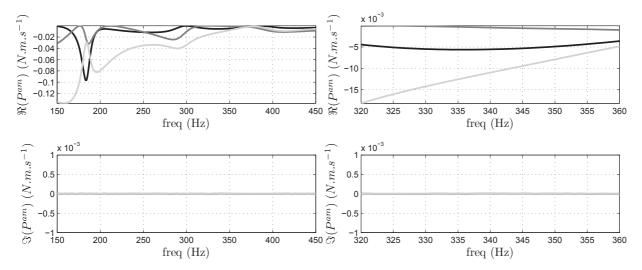


Figure 5.8 Amortissement actif ( $g = 6.7 \times 10^5$ ) : partie réelle (haut) et imaginaire (bas) de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

Enfin, il est important de rappeler la difficulté du choix de g lorsqu'une stratégie d'amortissement actif est mise en œuvre. Ainsi, annuler localement la vitesse de la plaque en créant une situation de blocage peut entraı̂ner une restructuration modale forte de la vibration et une augmentation de l'énergie cinétique globale. Si la valeur de g a été fixée dans cette section par rapport à l'amplitude des commandes, il aurait également été possible de comparer le contrôle optimal avec un amortissement actif tel que le choix de g assure la minimisation de l'énergie cinétique à travers la maximisation de l'absorption locale d'énergie comme vu au Chapitre 2.

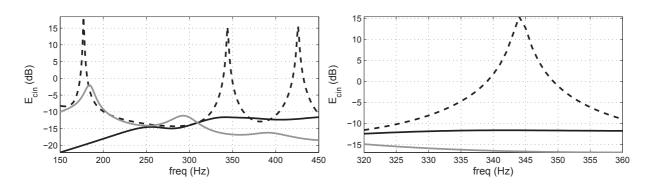


Figure 5.9 Énergie cinétique totale sans contrôle (trait pointillé), contrôle optimal pour  $\beta=0$  (noir) et amortissement actif pour  $g=6.7\times10^5$  (gris) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

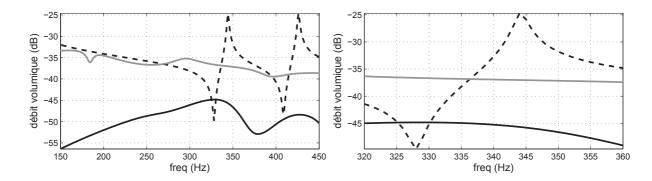


Figure 5.10 Débit volumique total sans contrôle (trait pointillé), contrôle optimal pour  $\beta = 0$  (noir) et amortissement actif pour  $g = 6.7 \times 10^5$  (gris) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

## 5.2.2 Forte pénalisation de l'effort de commande

Dans cette section, les simulations sont réalisées pour une pénalisation de l'effort de commande telle que  $\beta = 5 \times 10^{-5}$ . Cette situation doit être comparée avec une stratégie classique d'amortissement actif pour un faible gain, et la valeur  $g = 1.3 \times 10^4$  est fixée. Alors que sans pénalisation, les deux stratégies correspondaient à des résultats profondément différents, les résultats sont dans ce cas très proches. Les atténuations obtenues sont identiques sur toute la bande fréquentielle étudiée (Figs 5.11 et 5.12). Comme évoqué à la section 4.2.2, la pénalisation de l'effort de commande entraîne une perte de performance et des atténuations ne sont obtenues qu'au voisinage des résonances. Les signaux de commandes et des vitesses mesurées sont identiques pour les deux stratégies (Figs 5.13, 5.14 et 5.15). Sur les résonances, la partie réelle de  $\mathbf{Z}_m^{opt}$  est positive de valeur proche de l'impédance mécanique virtuelle résistive correspondant à la valeur de g et sa partie imaginaire est nulle : les deux stratégies sont identiques. Au voisinage des résonances de la structure, la partie imaginaire de  $\mathbf{Z}_{m}^{opt}$  n'est plus nulle (Figure 5.16). Il est intéressant de noter que sur les trois résonances observées, l'évolution de  $\mathbf{Z}_m^{opt}(\omega)$  est identique (sauf pour l'unité 3 au voisinage de f = 210 Hz, représentée en gris clair, et positionnée sur une ligne nodale du mode (2,1)). Ce type de propriété peut être particulièrement intéressante lors de la mise en place d'un contrôleur large bande. Cependant, cet aspect n'est pas abordé dans cette étude. Les mêmes observations peuvent être faites sur les puissances échangées sur les unités (Figs 5.17 et 5.18) et sur les modifications de l'énergie cinétique et du débit volumique (Figs 5.19 et 5.20) : les deux stratégies mises en places sont très proches.

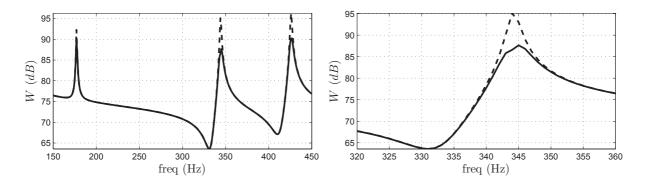


Figure 5.11 Contrôle optimal ( $\beta=5\times10^{-5}$ ): puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

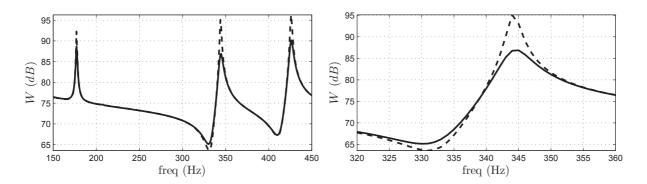


Figure 5.12 Amortissement actif ( $g = 1.3 \times 10^4$ ) : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

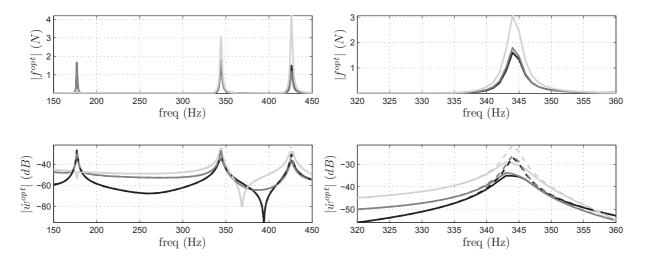


Figure 5.13 Contrôle optimal ( $\beta = 5 \times 10^{-5}$ ) : modules des commandes (haut) et des signaux simulés des capteurs (bas) sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

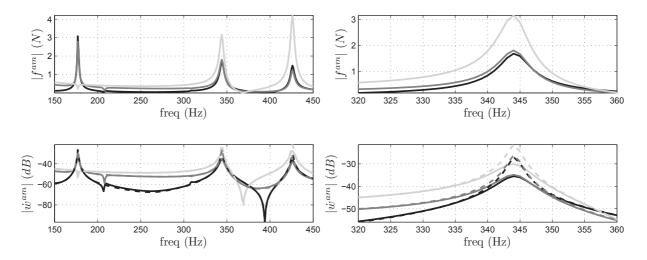


Figure 5.14 Amortissement actif ( $g=1.3\times10^4$ ) : modules des commandes (haut) et des signaux simulés des capteurs (bas) sans contrôle (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

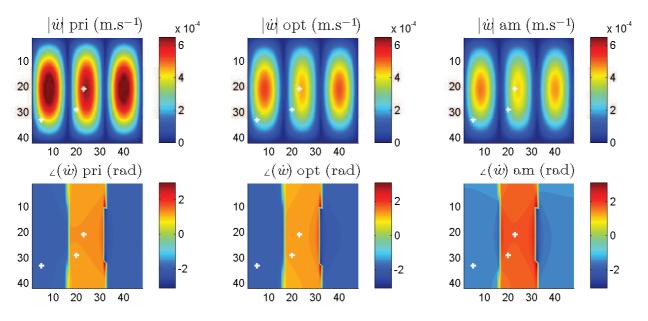


Figure 5.15 Vitesses vibratoires de la plaque sans contrôle (gauche), avec contrôle optimal pour  $\beta=5\times10^{-5}$  (centre) et amortissement actif pour  $g=1.3\times10^4$  (droite) à f=344 Hz.

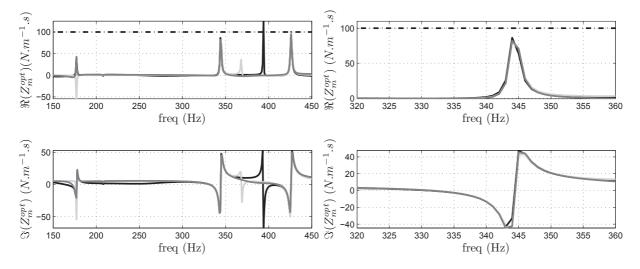


Figure 5.16 Contrôle optimal ( $\beta=5\times 10^{-5}$ ): partie réelle (haut) et imaginaire (bas) des impédances mécaniques virtuelles optimales pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite). L'impédance mécanique virtuelle imposée par l'amortissement actif est en pointillés.

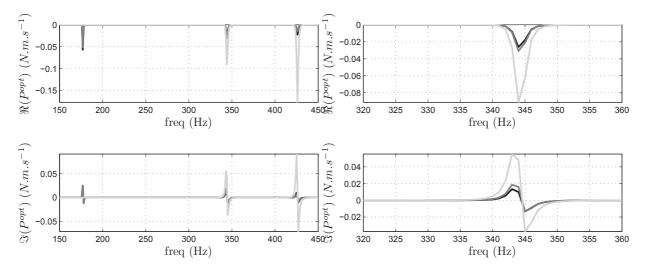


Figure 5.17 Contrôle optimal ( $\beta = 5 \times 10^{-5}$ ) : partie réelle (haut) et imaginaire (bas) de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

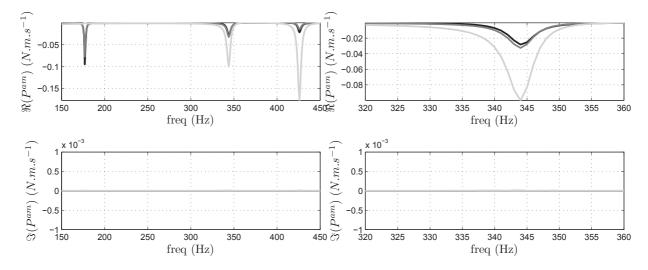


Figure 5.18 Amortissement actif ( $g = 1.3 \times 10^4$ ) : partie réelle (haut) et imaginaire (bas) de la puissance injectée sur chacune des unités pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

# 5.3 Robustesse en performance de la méthode aux variations du champ primaire

À la suite des développements de la section 4.4, l'objectif de cette section est d'étudier l'effet de variations de la perturbation primaire sur les performances de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales. Dans les discussions menées au sein de cette

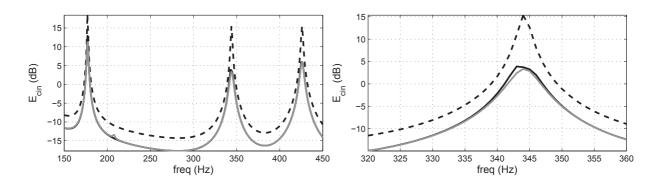


Figure 5.19 Énergie cinétique totale sans contrôle (trait pointillé), contrôle optimal pour  $\beta=5\times 10^{-5}$  (noir) et amortissement actif pour  $g=1.3\times 10^4$  (gris) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

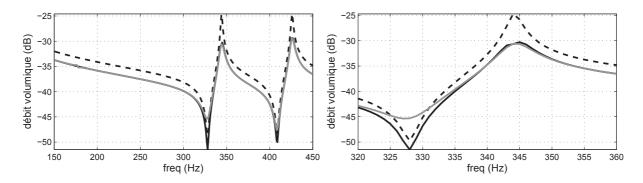


Figure 5.20 Débit volumique total sans contrôle (trait pointillé), contrôle optimal pour  $\beta = 5 \times 10^{-5}$  (noir) et amortissement actif pour  $g = 1.3 \times 10^4$  (gris) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

section, la notion de robustesse en performance est directement liée à la capacité de la méthode à garantir une réduction de la puissance acoustique rayonnée par la plaque (atténuation positive) malgré les variations du champ primaire. Des résultats sont présentés dans le cas particulier d'une perturbation primaire sous la forme d'une onde plane dont l'angle d'incidence est susceptible de varier entre l'Étape 1 d'identification et l'Étape 2 de contrôle.

# 5.3.1 Variation de l'angle d'incidence du champ primaire

Dans cette section, le calcul optimal est réalisé à l'issue de l'étape 1 pour une onde primaire plane de module  $P_{inc} = 10$  Pa et d'angle d'incidence  $(\theta, \phi) = (\frac{\pi}{6}, 0)$ . Ainsi, le couplage entre le champ primaire et les modes structuraux sera noté  $\mathbf{b}(\frac{\pi}{6})$ , les commandes optimales

# 5.3. ROBUSTESSE EN PERFORMANCE DE LA MÉTHODE AUX VARIATIONS DU CHAMP PRIMAIRE

 $\mathbf{u}(\frac{\pi}{6})$  et les impédances virtuelles optimales  $\mathbf{Z}^{opt}(\frac{\pi}{6})$ .

Au cours de l'étape 2,  $\phi=0$  et l'angle  $\theta$  peut varier entre  $-\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{2}$  (Figure 5.21). Quelle

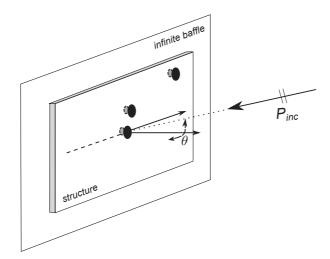


Figure 5.21 Variation de l'angle d'incidence du champ primaire

que soit la valeur de  $\theta$ , le contrôle impose l'impédance  $\mathbf{Z}^{opt}(\frac{\pi}{6})$  sur chaque unité et les commandes envoyées aux actionneurs sont telles que :

$$\mathbf{u}(\theta) = -\mathbf{Z}^{opt}(\frac{\pi}{6})\mathbf{y}(\theta) \tag{5.3}$$

79

Il a été montré au chapitre 4 (Eq. (4.33)) que le vecteur des commandes dépend bien de l'angle d'incidence, à travers y. Ce n'est pas le cas lorsque les commandes  $\mathbf{u}(\frac{\pi}{6})$  sont directement imposées. Cependant, le fait que les commandes soient adaptatives ne garantit en aucun cas que la puissance acoustique rayonnée correspondante sera toujours réduite. Dans la suite les résultats sans contrôle sont comparés avec quatre situations différentes, pour lesquelles les commandes envoyées aux actionneurs sont telles que :

- cas 1 :  $\mathbf{u}(\theta) = \mathbf{u}^{opt}(\theta)$ 

- cas 2:  $\mathbf{u}(\theta) = \mathbf{u}^{opt}(\frac{\pi}{6})$ 

- cas 3 :  $\mathbf{u}(\theta) = -\mathbf{Z}^{opt}(\frac{\pi}{6})\mathbf{y}(\theta)$ 

- cas  $4: \mathbf{u}(\theta) = -g\mathbf{y}(\theta)$ 

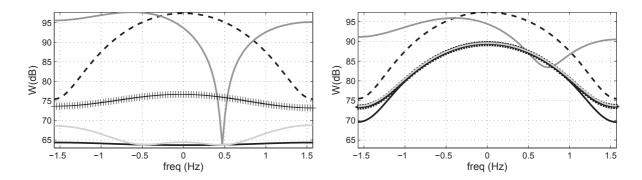


Figure 5.22 Puissance acoustique rayonnée (f = 344 Hz,  $\phi = 0$ ,  $P_{inc} = 10 \text{ Pa}$ , ( $\beta = 0, g = 6.7 \times 10^5$ ) (gauche), ( $\beta = 5 \times 10^{-5}, g = 1.3 \times 10^4$ ) (droite)) : sans contrôle (trait pointillé), cas 1 (noir), cas 2 (gris foncé), cas 3 (gris clair), cas 4 (+).

## 5.3.2 Résultats

Sur la Figure 5.22, la puissance acoustique rayonnée sur la résonance du mode (3,1) pour f = 344 Hz est tracée en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  à l'étape 2, sans et avec pénalisation de l'effort de commande. Comme prévu, les courbes des cas 1, 2 et 3 se croisent pour  $\theta = \frac{\pi}{6}$ . Contrairement au cas 2, le cas 3 permet d'obtenir une atténuation proche de l'atténuation optimale. Sans pénalisation, le contrôle n'agit pas seulement sur le mode résonant. Ainsi, la valeur des impédances mécaniques virtuelles optimales  $\mathbf{Z}^{opt}(\theta)$  varie et le cas 1 diffère légèrement du cas 3. Cependant, imposer  $\mathbf{Z}^{opt}(\frac{\pi}{6})$  permet quand même d'obtenir une atténuation importante pour une large gamme d'angles d'incidence. Enfin, la réalisation d'amortissement (cas 4) est une stratégie non optimale, mais robuste aux variations du champ primaire. Lorsqu'une pénalisation de l'effort de commande est appliquée, le contrôle se focalise sur le mode prépondérant. La valeur de  $\mathbf{Z}^{opt}(\theta)$  est presque constante et les cas 1, 3 et 4 sont alors identiques. Il est ainsi possible de conclure que, comme prévu, le choix d'une fréquence d'excitation proche d'une résonance constitue une situation particulièrement favorable par rapport à la robustesse en performance de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales aux variations du champ primaire. Afin d'étudier la robustesse de la méthode aux variations du champ primaire à différentes fréquences, les atténuations de la puissance acoustique rayonnée (SPR : Sound Pressure Reduction) obtenues lorsque  $\mathbf{Z}^{opt}(\frac{\pi}{6})$  est imposé (cas 3) ou en réalisant de l'amortissement actif (cas 4) sont tracées sur la Figure 5.23 pour ( $\beta = 0, g = 6.7 \times 10^5$ ) et la Figure 5.24 pour  $(\beta = 5 \times 10^{-5}, g = 1.3 \times 10^4)$  en fonction de la fréquence et de l'angle d'incidence de l'onde primaire à l'étape 2. Les meilleurs résultats sont bien obtenus, dans le cas 3, pour  $\theta = \frac{\pi}{6}$ . Sans pénalisation, les deux méthodes permettent d'obtenir des atténuations

importantes, principalement au voisinage des résonances (marquées par des tirets), quel que soit l'angle d'incidence. Comme il l'a déjà été observé sur la Figure 5.2, la réalisation d'amortissement actif atténue les effets de résonances mais également d'anti-résonance, ce qui explique le fait que les atténuations obtenues soient la plupart du temps négatives sur la Figure 5.22 (bas). Les mêmes observations peuvent être faites avec pénalisation de l'effort de commande. Les atténuations obtenues (positives comme négatives) sont moins importantes et la dépendance de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales à l'angle d'incidence moins marquée. Il est donc bien possible de conclure que la pénalisation de l'effort de commande entraîne une perte de performance mais une augmentation de la robustesse du contrôle mis en place.

La simulation du problème vibroacoustique sur une structure peu amortie, puis sa résolution, permettent de tirer différentes conclusions. Sur une telle structure, la minimisation de la puissance acoustique rayonnée sur une large bande fréquentielle revient à sa minimisation au voisinage des résonances. Cette situation, dans laquelle la perturbation primaire et les déformées engendrées par les actionneurs secondaires sont projetées dans leur quasitotalité sur le mode associé à cette résonance, et qui a été évoquée au chapitre 4, est favorable à l'obtention d'une atténuation importante de la puissance acoustique rayonnée à l'aide de peu d'unités, mais également à la robustesse de la méthode aux variations du champ primaire.

Avec une pénalisation importante de l'effort de commande, la méthode tend vers une stratégie classique d'amortissement actif. En revanche, pour une pénalisation faible, elle permet, en garantissant une meilleure robustesse, de réaliser des attténuations de la puissance acoustique rayonnée aux résonances de 10 dB supérieures à celles obtenues par la réalisation d'amortissement actif.

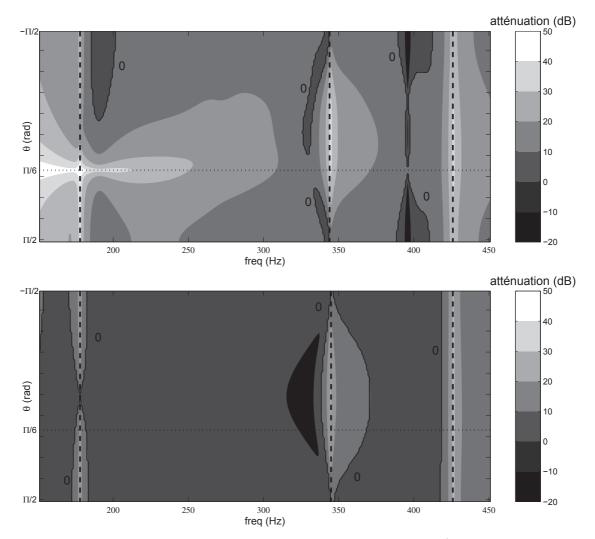


Figure 5.23 Atténuation de la puissance acoustique rayonnée ( $f=344~{\rm Hz},$   $\phi=0,$   $P_{inc}=10~{\rm Pa})$  obtenue dans le cas 3 pour  $\beta=0$  (haut) et le cas 4 pour  $g=6.7\times 10^5$  (bas).

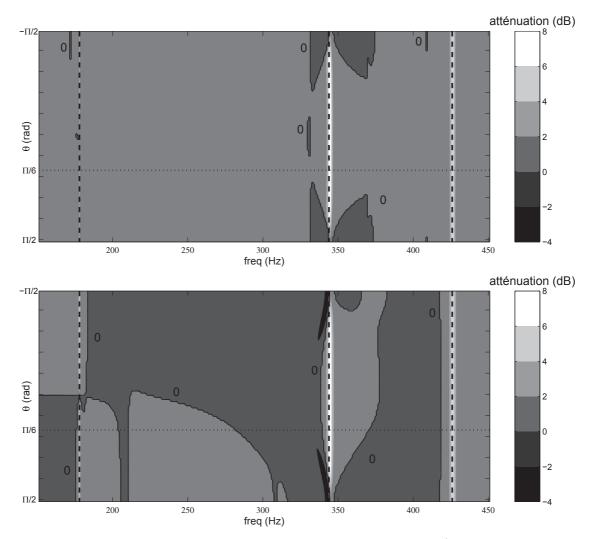


Figure 5.24 Atténuation de la puissance acoustique rayonnée ( $f=344~{\rm Hz},$   $\phi=0,$   $P_{inc}=10~{\rm Pa})$  obtenue dans le cas 3 pour  $\beta=5\times 10^{-5}$  (haut) et le cas 4 pour  $g=1.3\times 10^4$  (bas).

# **CHAPITRE 6**

# RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Ce chapitre présente l'application expérimentale de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales. Deux campagnes expérimentales ont été menées au cours de ce travail de doctorat. Une première au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille (LMA), ayant pour but de confronter les résultats simulés avec des mesures expérimentales dans un cas académique maîtrisé. Une seconde, réalisée au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) a permis de tester la méthode sur une structure beaucoup plus proche de la problématique industrielle de la réduction de bruit dans une cabine aéronautique. C'est au regard des conclusions tirées de la première campagne que le protocole de la seconde a été décidé. De même, c'est la compréhension des mécanismes physiques, en particulier ceux intervenant dans la résolution du problème de minimisation, observés lors de la première campagne, qui a permis d'interpréter les résultats obtenus à l'issue de la seconde. Ces deux expériences permettent également de considérer l'application de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales, d'une part à une structure au comportement modale fortement marqué comme c'est le cas dans la majorité des études présentant des stratégies ASAC, mais également à une structure plus amortie, au comportement vibroacoustique plus complexe.

# 6.1 Plaque mince simplement supportée

L'expérience décrite dans cette section a été réalisée au LMA dans le but de vérifier les résultats issus des simulations numériques présentés au chapitre précédent. Entre autres, les aspects suivants seront donc particulièrement étudiés :

- les résultats du contrôle optimal (commandes optimales, impédances mécaniques virtuelles optimales, puissance injectée, ...).
- l'influence du paramètre de pénalisation de l'effort de contrôle sur les résultats du contrôle optimal.
- la comparaison avec une stratégie classique d'amortissement actif.
- la robustesse de la méthode à une variation de l'angle d'incidence de l'onde plane acoustique primaire.

Les aspects liés à la convergence du contrôleur harmonique sont développés dans le contexte de la seconde expérience, présentée à la section suivante. La première partie de cette section est dédiée à la description du dispositif expérimental mis en place au LMA. Puis, une partie est consacrée à la méthodologie envisagée, du processus d'identification des transferts à la présentation des résultats. Comme pour les simulations théoriques, la première partie de l'étude est réalisée pour un angle d'incidence fixé, qui est ensuite modifié dans une seconde partie afin de répondre à des questions de robustesse. Enfin, les conclusions issues de cette première campagne expérimentale sont exposées.

## 6.1.1 Dispositif expérimental

Comme dans l'étude théorique, la structure contrôlée est une plaque mince rectangulaire, d'aluminium, dont les caractéristiques mécaniques sont notées dans le Tableau 5.1. Une méthode fréquemment utilisée au GAUS est employée afin d'approcher des conditions limites d'appui simple : la plaque est montée sur des supports flexibles (languettes) le long de ses bords. Ces supports sont eux-mêmes fixées à un cadre rigide, ce qui empêche tout déplacement transverse aux extrémités de la plaque mais permet sa rotation (Figure 6.1).

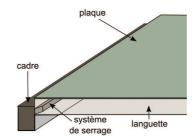


Figure 6.1 montage plaque en condition d'appui simple

Un guide d'onde acoustique de profondeur 15 cm est ajouté à la structure du côté de l'espace recepteur afin d'améliorer l'estimation de la puissance acoustique rayonnée. Les mesures intensimétriques sont réalisées à l'aide d'une sonde pression-pression (Mini-sonde intensimétrique<sup>1</sup>) sur une surface plane S à 13 cm de la plaque à l'aide d'un robot également équipé d'un vibromètre laser à effet Doppler qui permet d'estimer la vitesse transverse de la structure en face de chaque point du balayage intensimétrique (Figures 6.2 et 6.3). Un caisson d'excitation acoustique, composé de 4 colonnes de 3 haut-parleurs Monacor (R) SP-60 a été conçu afin de réaliser l'excitation primaire. Le dispositif mis en place dans le cadre de cette expérience revient en réalité à un dispositif de mesure de transparence

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>http://www.cttm-lemans.com/Les produits-16-135-fr-3.html

acoustique mais présente l'énorme avantage de ne pas nécessiter de chambres réverbérante et anéchoïque couplées. En revanche, l'excitation primaire générée dans cette disposition pourra difficilement être considérée identique à une onde plane incidente comme ce qui a été simulé en théorie. Cependant, un effet comparable est reproduit en introduisant un déphasage entre les colonnes de haut-parleurs constituant le caisson d'excitation acoustique. Un déphasage  $\Delta\psi$  correspondant à la formation de voies d'une onde plane d'incidence  $\theta$  est choisi en posant  $\tau = -\frac{-j\omega d}{c} sin(\theta)$  avec d la distance entre chaque colonne de haut-parleurs :

$$\Delta \psi = [1 \ e^{-\tau} \ e^{-2\tau} \ e^{-3\tau}] \tag{6.1}$$

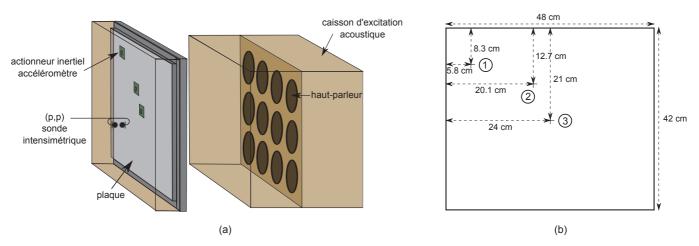


Figure 6.2 Schéma du dispositif expérimental (a). Position des unités de contrôle (b).

Trois unités de contrôle sont positionnées sur la plaque aux positions illustrées sur la Figure 6.2 de telle sorte que ni l'unité 1 ni l'unité 2 ne soit sur la ligne nodale d'un des modes structuraux jusqu'à 600 Hz. Afin de traiter particulièrement les modes impairs-impairs, l'unité 3 est disposée au centre de la plaque [6]. Chaque unité est composée d'un actionneur inertiel Visaton (R) EX 60S et d'un accéléromètre Bruel & Kjaer (R) 4397. Les spécifications techniques de ces transducteurs sont présentées plus en détail dans l'Annexe B.

La génération et l'acquisition des signaux ainsi que l'implantation du contrôle sont effectuées à l'aide d'un contrôleur temps-réel Opal-RT (R) dont la fréquence d'échantillonnage est fixée à 40 kHz. En pratique, l'implantation du contrôle harmonique est basée sur la méthode de l'enveloppe complexe décrite à la section 2.6 : des blocs de démodulation et





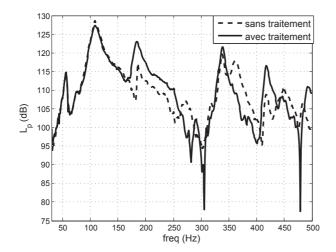
Figure 6.3 Caisson d'excitation lors de sa fabrication (gauche). Dispositif expérimental (droite).

de modulation extraient les enveloppes complexes des signaux mesurés et génèrent celles de la perturbation primaire et des commandes envoyées aux actionneurs.

### 6.1.2 Méthodologie

Différentes mesures préliminaires permettent de fixer les signaux d'excitation utilisés pour réaliser les différentes identifications. Ces signaux sont composés d'une série de cinq chirps linéaires de 20 à 1000 Hz de deux secondes chacun. Ces mesures préliminaires permettent également de fixer le nombre de points de mesures du balayage intensimétrique. Ainsi, un premier maillage de  $\mathcal{S}$  est effectué avec un maillage de  $22 \times 20$  mm. Après vérification que la puissance acoustique rayonnée calculée comme expliqué à la section 4.2.1 est identique avec un maillage de  $44 \times 40$  mm, ce dernier maillage est choisi dans la suite de la campagne expérimentale et permet de travailler d'après l'Eq. (4.8) jusqu'à une fréquence maximale de 4000 Hz. Enfin, ces mesures préliminaires permettent de constater un pic de la transparence acoustique qui ne correspond pas à une résonance de la structure (Figure 6.4). Il s'agit en réalité d'un mode de cavité dont la résonance ( $\approx 360$  Hz) est proche d'une des résonances de la plaque ( $\approx 340$  Hz). L'ajout de volumes de laines de roche entre la surface des hauts parleurs et la plaque permet de faire disparaître cette résonance parasite, mais rend difficile la mesure de pression acoustique dans ce volume.

Tous les transferts nécessaires au calcul du contrôle optimal présenté à la section 4.2.2 sont ensuite identifiés sur la bande 20-1000 Hz. Il est donc possible de résoudre le problème de minimisation pour chaque fréquence de la gamme étudiée. Cependant, il est important de souligner une fois de plus que le contrôleur mis en place est harmonique. Ainsi, pour vérifier les résultats du calcul optimal sur toute une bande fréquentielle, il faudrait implanter



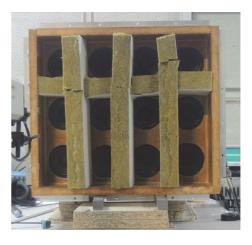


Figure 6.4 Niveau de bruit mesuré par le microphone 1 de la sonde intensimétrique en un point quelconque du maillage pour une excitation de la colonne 2 de haut-parleurs (gauche), avec ou sans traitement acoustique de la cavité (droite).

le contrôle fréquence par fréquence, ce qui est difficilement réalisable. La méthodologie envisagée est donc la suivante :

- 1. Les prévisions issues du calcul optimal sont comparées à des mesures à une fréquence fixée (cartographies intensimétriques, vibratoires, ...).
- 2. Une fois que cette vérification a été effectuée, il est possible de raisonner à partir des prévisions du calcul issues des prévisions large bande.

#### Vérification des prévisions du contrôle optimal

L'objectif majeur de cette étape est donc de vérifier la validité des résultats prévus à partir des identifications large bande. La commande  $\mathbf{u}^{opt}$  est calculée à partir de l'Eq. (4.22). Puis, les différentes grandeurs mesurables sont simulées à partir des fonctions de transferts, dans le cas où les commandes optimales sont envoyées aux actionneurs. Ces prévisions sont ensuite confrontées aux cartographies mesurées lorsque la commande  $\mathbf{u}^{opt}$  est réellement envoyée aux actionneurs. C'est donc plutôt le principe de superposition qui est testé et c'est sa validation qui autorise le fait de travailler a posteriori avec les transferts mesurés. En réalité, le contrôle fait intervenir trois fois ce principe :

- le champ primaire est la superposition des champ générés par les quatre colonnes de haut-parleurs identifiées séparément.
- le champ secondaire est la superposition des champ générés par les trois actionneurs inertiels.

- le champ total est la superposition du champ primaire et du champ secondaire.

Cette superposition a été testée à la fréquence f = 340 Hz qui correspond à la résonance du mode (3,1) de la plaque. Le calcul optimal a été calculé pour  $\beta = 1 \times 10^{-6}$ . Les cartographies d'intensité acoustique prévues et mesurées sont présentées sur la Figure 6.5. Pour ce qui est du champ primaire et du champ secondaire simulés séparément, il y a une bonne concordance entre la prévision et la mesure. Des différences apparaissent lors de la superposition des champs primaire et secondaire. Dans la configuration étudiée, le choix d'un paramètre de régularisation de l'effort de contrôle très faible permet d'obtenir une atténuation prévue de 45 dB pour une atténuation mesurée de 37 dB de la puissance acoustique rayonnée. Cela résulte en un résidu intensimétrique quasiment nul et donc très sensible aux bruits parasites ou autres erreurs de mesure. Tout au long de l'étude théorique, il a été souligné que la minimisation de la puissance acoustique rayonnée ne correspond pas forcément à la minimisation de la vibration de la structure. En effet, la superposition des champ primaire et secondaire est beaucoup plus facile à valider en observant la déformée vibratoire de la plaque à f = 340 Hz (Figure 6.6). En conclusion, les validations effectuées dans cette section à une fréquence permettent de justifier la présentation dans les sections suivantes de résultats prévus à partir des transferts identifiés expérimentalement.

#### 6.1.3 Résultats

L'amplitude du champ primaire a été choisie dans les simulations numériques afin de correspondre à un niveau d'excitation comparable à celui fixé expérimentalement et le déphasage entre les colonnes de haut-parleurs réglé d'après l'Eq. (6.1) pour correspondre au mieux à une incidence d'onde plane de  $\theta = \frac{\pi}{6}$ . Alors que les résultats théoriques sont exprimés directement sous la forme de grandeurs mécaniques  $(\mathbf{f}, \dot{\mathbf{w}}, \mathbf{Z}_m^{opt})$ , en pratique ce sont plutôt les grandeurs électriques (u, y, Z<sup>opt</sup>) mesurables qui sont utilisées. De plus, l'algorithme de contrôle de l'impédance mécanique locale (Étape 2) est exprimé à l'aide de ces grandeurs. En rappelant que y est la tension mesurée aux bornes des accéléromètres, intégrée temporellement, et que la force exercée par les actionneurs sur la structure est telle que  $\mathbf{f} = \mathbf{H}_{fu}\mathbf{u}$ , il est possible de retrouver les grandeurs mécaniques associées aux grandeurs électriques mesurées et d'exprimer  $\mathbf{Z}_{m}^{opt}$  en fonction de  $\mathbf{Z}^{opt}$  (Eq. (4.4)). La valeur du transfert  $\mathbf{H}_{fu}$  entre la force exercée sur la structure en fonction de la commande envoyée sur chaque actionneur est nécessaire. Ce transfert, représenté sur la Figure 6.7, est estimé grâce à une méthode présentée en Annexe B et qui a également permis de développer une méthode d'estimation de la mobilité mécanique d'une structure au seul moyen d'un actionneur inertiel. Les résultats de cette étude sont également présentés en Annexe B.

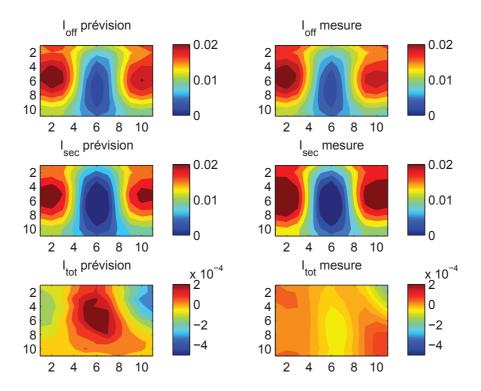


Figure 6.5 Cartographies d'intensité acoustique prévues (gauche) et mesurées (droite) liées au champ primaire (haut), secondaire (milieu) et total (bas) à f = 340 Hz, en kg.s<sup>-3</sup>.

Comme dans l'étude théorique, le contrôle optimal est comparé avec une stratégie classique d'amortissement actif. Le contrôle simulé à partir des données expérimentales consiste donc en la génération d'une commande qui vérifie :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{G}\mathbf{y} \tag{6.2}$$

Comme il l'a déjà été évoqué dans l'étude théorique, sans prise en compte du transfert  $\mathbf{H}_{fu}$ , l'impédance mécanique virtuelle locale imposée ne correspond pas purement à de l'amortissement. De même que dans l'étude théorique, la valeur du réel positif g est choisie de telle sorte que les commandes envoyées aux actionneurs sont du même ordre de grandeur que pour le contrôle optimal. Conformément aux valeurs choisies en simulation, les situations suivantes sont comparées :

- $\beta=1\times 10^{-6},\,g=6.7\times 10^5$  : pénalisation faible/amortissement fort.
- $\beta = 5 \times 10^{-5}$ ,  $g = 1.3 \times 10^4$ : pénalisation fort/amortissement faible.

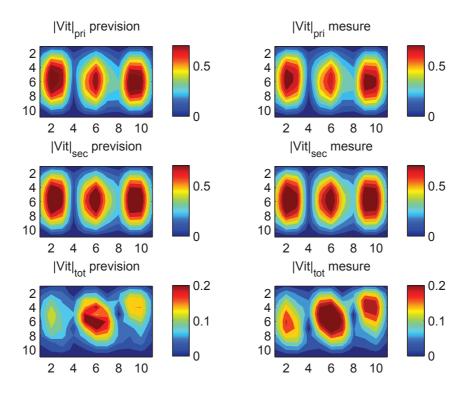


Figure 6.6 Cartographies de vitesses transverses prévues (gauche) et mesurées (droite) liées au champ primaire (haut), secondaire (milieu) et total (bas) à f = 340 Hz, en m.s<sup>-1</sup>.

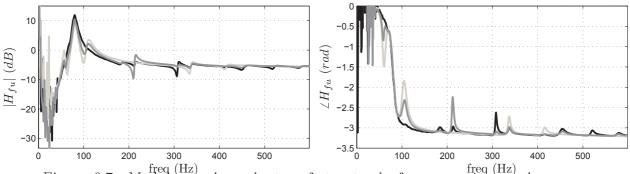


Figure 6.7 Module et phase du transfert entre la force exercée par chaque actionneur sur la structure et la tension appliquée à ses bornes.

Le choix de  $\beta \neq 0$  a été fait pour considérer une faible pénalisation, contrairement au cas théorique. Le calcul optimal étant réalisé à chaque fréquence, une valeur faible mais non nulle de pénalisation permet d'obtenir des évolutions fréquentielles beaucoup moins violentes des courbes tracées dans la suite. De manière générale, une bonne concordance avec les simulations numériques présentées au chapitre précédent est observée. De ce fait,

seuls les résultats les plus pertinents sont présentés.

Lorsqu'une faible pénalisation de l'effort de contrôle est appliquée, le contrôle optimal permet de prévoir une atténuation plus importante sur toute la bande fréquentielle considérée (Figure 6.8) qu'en appliquant de l'amortissement actif ce qui peut même entraîner une augmentation du niveau de bruit aux anti-résonances (Figure 6.9). Les cartographies vibratoires (Figure 6.10) sont conformes à celles obtenues en simulations (Figure 5.5). Comme en théorie, les valeurs des impédances mécaniques virtuelles optimales  $\mathbf{Z}_m^{opt}$  (calculées d'après  $\mathbf{Z}^{opt}$ ) présentent des variations importantes en fonction de la fréquence et peuvent être aussi bien à partie réelle positive que négative au voisinage des résonances (Figure 6.11), ce qui permet une fois de plus de distinguer la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales d'une stratégie d'amortissement actif dans la mesure où le contrôle optimal requiert parfois que de l'énergie soit injectée au système. Enfin, à la différence de l'amortissement actif, le contrôle optimal semble d'avantage minimiser le débit volumique que l'énergie cinétique globale de la plaque (Figure 6.12).

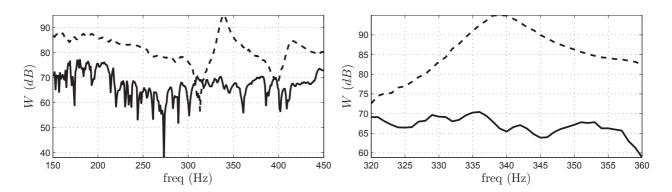


Figure 6.8 Contrôle optimal ( $\beta = 1 \times 10^{-6}$ ) : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

De la même manière que ce qui a été observé en théorie, le fait d'augmenter le paramètre de pénalisation de l'effort de contrôle  $\beta$  lors du calcul optimal tend à faire converger la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales vers une stratégie équivalente à de l'amortissement actif. Les résultats en terme d'atténuation de la puissance acoustique rayonnée (Figures 6.13 et 6.14), de la modification de la vibration (Figure 6.15), de l'énergie cinétique ou du débit volumique total de la structure (Figure 6.17) sont dans ce cas très proches pour les deux méthodes. De même, les variations de  $\mathbf{Z}_m^{opt}$  au voisinage des résonances correspondent à celles observées en théorie (Figure 5.16) : sur la résonance d'un

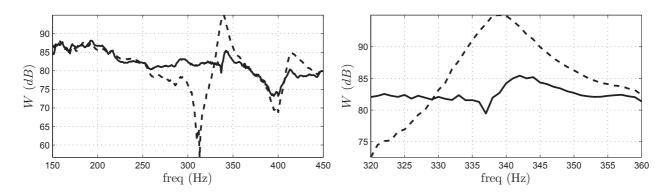


Figure 6.9 Amortissement actif  $(g = 6.7 \times 10^5)$ : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

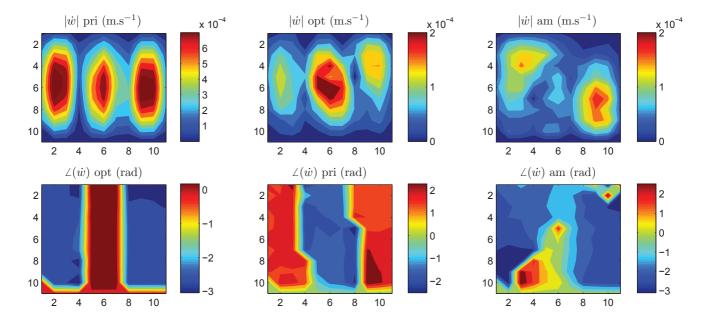


Figure 6.10 Vitesses vibratoires de la plaque sans contrôle (gauche), avec contrôle optimal pour  $\beta=1\times 10^{-6}$  (centre) et amortissement actif pour  $g=6.7\times 10^5$  (droite) à f=340 Hz.

mode structurel, l'impédance virtuelle optimale est réelle positive (Figure 6.16). Sur cette figure apparaît également le fait que l'impédance mécanique virtuelle imposée lorsqu'une méthode classique d'amortissement actif est mise en place avec un actionneur inertiel commandé en tension n'est pas simplement une constante réelle positive.

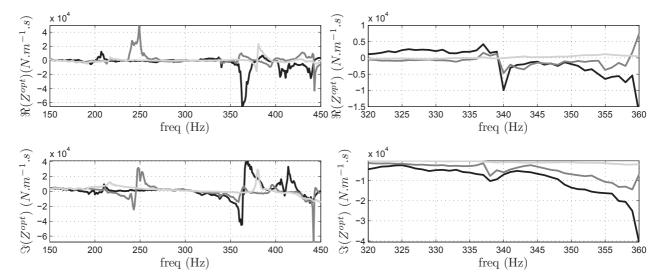


Figure 6.11 Contrôle optimal ( $\beta = 1 \times 10^{-6}$ ): partie réelle (haut) et imaginaire (bas) des impédances mécaniques virtuelles optimales  $\beta = 1 \times 10^{-6}$  pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

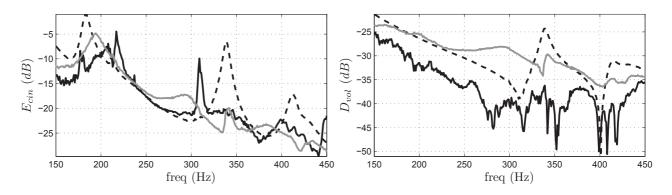


Figure 6.12 Énergie cinétique de la plaque (gauche) et débit volumique (droite) sans contrôle (traits pointillés), avec contrôle optimal pour  $\beta=1\times 10^{-6}$  (noir) et amortissement actif pour  $g=6.7\times 10^5$  (gris).

# 6.1.4 Variations de l'angle d'incidence du champ primaire

La valeur de l'angle d'incidence simulé  $\theta$  est modifiée entre  $-\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{2}$  à l'aide de retards introduits entre les colonnes de haut-parleurs (Eq. 6.1) et la situation sans contrôle est comparée à quatre autres situations, comme dans le cas théorique : les impédances mécaniques virtuelles optimales sont calculées et imposées pour tout  $\theta$  (cas 1), les commandes optimales  $\mathbf{u}^{opt}(\frac{\pi}{6})$  sont envoyées aux actionneurs pour tout  $\theta$  (cas 2), les impédances virtuelles  $\mathbf{Z}^{opt}(\frac{\pi}{6})$  sont imposées pour tout  $\theta$  (cas 3) et une stratégie d'amortissement actif est mise en place (cas 4). Une fois de plus, les résultats obtenus à partir des données

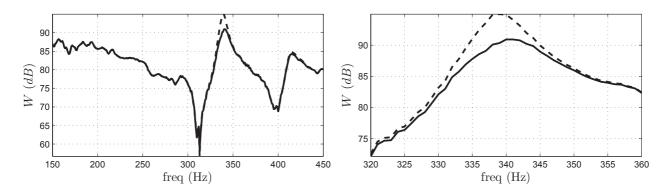


Figure 6.13 Contrôle optimal ( $\beta = 5 \times 10^{-5}$ ) : puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

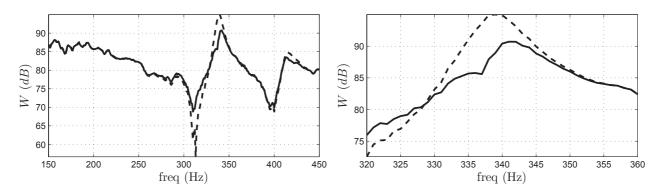


Figure 6.14 Amortissement actif ( $g = 1.3 \times 10^4$ ): puissance acoustique rayonnée sans (trait pointillé) et avec contrôle (trait plein) pour une bande fréquentielle de 150 à 450 Hz (gauche) et 320 à 360 Hz (droite).

expérimentales sont comparables à ceux simulés numériquement (Figure 6.18). À la fréquence  $f=340~{\rm Hz}$ , les courbes des puissances acoustiques rayonnées obtenues dans les cas 1, 2 et 3 se croisent comme attendu au voisinage de  $\theta=\frac{\pi}{6}$ . Sur une résonance et pour une pénalisation faible, même si la valeur des impédances mécaniques virtuelles optimales varie avec l'angle d'incidence de l'onde primaire, le fait d'imposer la même impédance mécanique virtuelle pour tout  $\theta$  (cas 3) permet cependant d'obtenir une bonne atténuation. L'augmentation de la pénalisation entraîne une diminution de la performance mais une augmentation de la robustesse en performance : la valeur des impédances mécaniques virtuelles optimales varie beaucoup moins avec l'angle d'incidence de l'onde primaire et les cas 2, 3 et 4 sont très proches. Les résultats obtenus par la réalisation d'amortissement actif concordent avec les simulations numériques et montrent l'intérêt d'implanter les im-

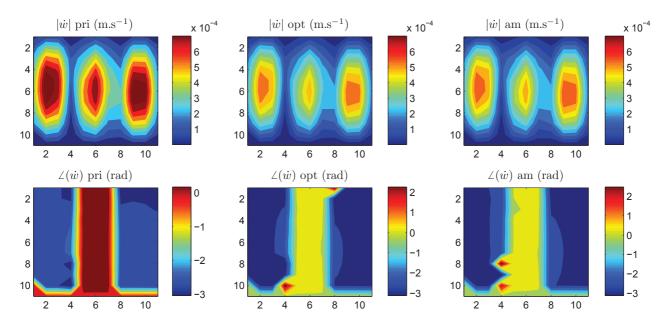


Figure 6.15 Vitesses vibratoires de la plaque sans contrôle (gauche), avec contrôle optimal pour  $\beta = 5 \times 10^{-5}$  (centre) et amortissement actif pour  $g = 1.3 \times 10^4$  (droite) à f = 340 Hz.

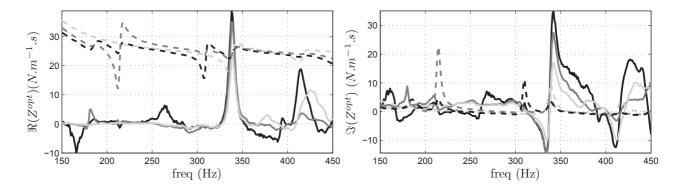


Figure 6.16 Contrôle optimal : partie réelle (gauche) et imaginaire (droite) des impédances mécaniques virtuelles optimales pour  $\beta = 5 \times 10^{-5}$  (traits pleins) et pour  $g = 1.3 \times 10^4$  (traits pointillés).

pédances mécaniques virtuelles optimales.

Les atténuations obtenues dans les cas 3 et 4 sont ensuite tracées pour une fréquence entre 150 et 450 Hz (Figure 6.19) et les conclusions sont les mêmes qu'en théorie : avec pénalisation de l'effort de contrôle, les atténuations obtenues sont plus faibles et d'avantages localisées autour des résonances. En revanche, les zones d'atténuation négative sont moins nombreuses et les valeurs négatives moins importantes. De plus, même avec une

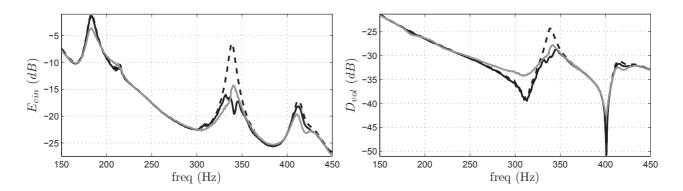


Figure 6.17 Énergie cinétique de la plaque (gauche) et débit volumique (droite) sans contrôle (traits pointillés), avec contrôle optimal pour  $\beta = 5 \times 10^{-5}$  (noir) et amortissement actif pour  $g = 1.3 \times 10^4$  (gris).

pénalisation de l'effort de contrôle très faible, le voisinage d'un résonance reste une situation favorable à la robustesse en performance de la méthode à la variation de l'angle d'incidence. Il est donc bien possible de conclure que la pénalisation de l'effort de contrôle entraîne une perte de performance mais une augmentation de la robustesse en performance du contrôle mis en place.

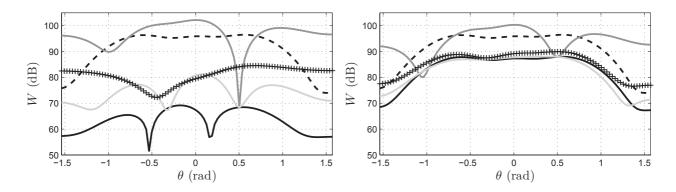


Figure 6.18 Puissance acoustique rayonnée ( $f=340~{\rm Hz},\,\phi=0,\,(\beta=1\times10^{-6},\,g=6.7\times10^5)$  (gauche), ( $\beta=5\times10^{-5},\,g=1.3\times10^4$ ) (droite)) : sans contrôle (trait pointillé), cas 1 (noir), cas 2 (gris foncé), cas 3 (gris clair), cas 4 (+).

#### 6.1.5 Conclusion

Malgré des différences en terme d'excitation primaire, le dispositif expérimental détaillé dans cette section constitue un montage relativement simple et moins coûteux qu'une mesure de perte par transmission classique faisant intervenir deux chambres couplées, mais

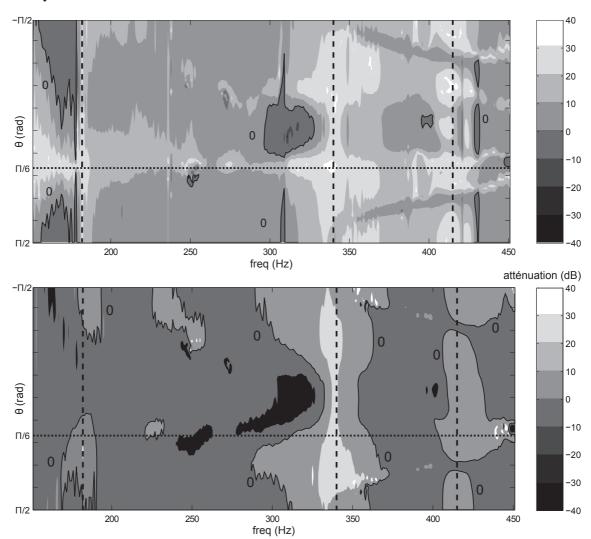


Figure 6.19 Atténuation de la puissance acoustique rayonnée ( $f=340~{\rm Hz}$ ,  $\phi=0,~P_{inc}=10~{\rm Pa}$ ) obtenue dans le cas 3 pour  $\beta=1\times10^{-6}$  (haut) et le cas 4 pour  $g=6.7\times10^5$  (bas).

permet cependant une bonne concordance des résultats théoriques et mesurés dans le cas d'une plaque mince en appui simple. Toutes les tendances prévues par la simulation du problème vibroacoustique ont pu être vérifiées en pratique. Tout d'abord, le contrôle optimal permet d'obtenir une meilleure atténuation de la puissance acoustique rayonnée qu'une stratégie classique d'amortissement actif : l'amortissement actif ne permet d'imposer qu'une impédance mécanique virtuelle résistive alors que la valeur des impédances mécaniques virtuelles optimales correspond dans certains cas à de l'injection de l'énergie à la structure. De même, l'étude de la robustesse en performance de la méthode aux variations de l'angle d'incidence de l'onde primaire a permis de confirmer qu'au voisinage des résonances de la structure, la valeur des impédances mécaniques virtuelles optimales varie

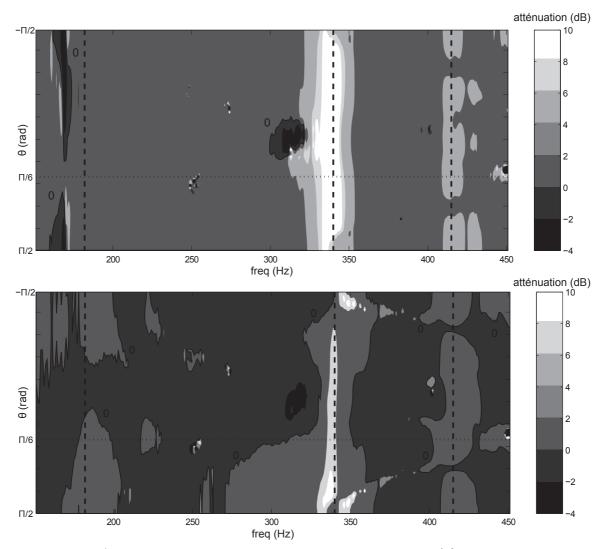


Figure 6.20 Atténuation de la puissance acoustique rayonnée ( $f=340~{\rm Hz}$ ,  $\phi=0,~P_{inc}=10~{\rm Pa}$ ) obtenue dans le cas 3 pour  $\beta=5\times10^{-5}$  (haut) et le cas 4 pour  $g=1.3\times10^4$  (bas).

beaucoup moins en fonction de l'excitation primaire qu'hors résonance. Enfin, l'influence du paramètre de pénalisation de l'effort de contrôle, à la fois sur la performance et la robustesse en performance de la méthode a également pu être validé expérimentalement.

De manière plus générale, la mise en place de cette première campagne expérimentale et la bonne concordance entre la théorie et les mesures dans ce cas académique permettent surtout de considérer l'application de la méthode à une structure beaucoup plus complexe, dont le comportement vibroacoustique est a priori inconnu.

# 6.2 Panneau intérieur aéronautique

La première expérience a permis la validation du contrôle optimal en montrant, dans le cas académique d'une plaque mince en appui simple, une bonne concordance entre la théorie et les mesures. La problématique de la seconde campagne expérimentale, réalisée au GAUS est différente. Il s'agit là de mettre en place la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales dans une situation beaucoup plus proche de celle de la réduction de la puissance acousitque rayonnée à l'intérieur d'une cabine aéronautique. Même si le couplage entre le rayonnement de la structure et les modes de cavité de la cabine, étudié dans la littérature par [62][43] n'est pas considéré ici, la structure contrôlée est bien un panneau intérieur d'une double paroi aéronautique.

Il est possible de relever les principales différences entre le comportement d'un tel panneau et celui d'une plaque mince en aluminium comme celle considérée précédemment. Tout d'abord, la courbure de la structure selon une de ses directions induit selon cette direction une raideur à l'origine du décalage vers des fréquences plus hautes de la résonance de certains des modes structuraux (lié à leur indice modal dans cette direction) [65][48]. De plus, le matériau dont est constitué le panneau est composite de type sandwich nid d'abeille : un tel matériau combine une forte raideur pour une faible masse mais est également bien plus amorti qu'une plaque d'aluminium.

Mises à part ces généralités, c'est l'application de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales à une structure inconnue qui est testée au cours de cette expérience à l'aide d'un dispositif classique de mesure de transparence acoustique. Ainsi, cette section présente, pour une excitation harmonique, les résultats du calcul optimal (étape 1) mais également du contrôle centralisé ou décentralisé des impédances mécaniques virtuelles optimales (étape 2). Enfin, la robustesse de la méthode à des variations du champ primaire est étudiée.

# 6.2.1 Dispositif expérimental

La structure contrôlée est donc le panneau intérieur d'une double paroi aéronautique (trimpanel) fourni par Bombardier Aerospace, en matériau composite de type sandwich nid d'abeille comme schématisé sur la Figure 6.21. Ses caractéristiques mécaniques sont notées dans le Tableau 6.1. Il est courbé dans le sens de sa hauteur avec un rayon de courbure de 0.9 m, et composé d'un hublot. Il a été monté sur sa hauteur entre les chambres réverbérantes et anéchoïques du GAUS de telle sorte que les conditions limites réalisées

approchent une condition d'encastrement (Figure 6.22). Le volet du hublot a été démonté afin d'éviter le bruit de "rattle" (grésillement dû à l'entrechoquement de certaines parties du volet). L'étanchéité acoustique du hublot a été assurée en jointant la plaque de plexiglas constituant le hublot. Dans cette campagne expérimentale, le panneau est considéré comme une structure rayonnante dans son ensemble, à laquelle on souhaite appliquer la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales. Ainsi, une couche d'isolant acoustique a été ajoutée (Figure 6.23) sur le hublot afin que toute la transmission acoustique à travers le panneau ne soit pas exclusivement due à ce dernier.

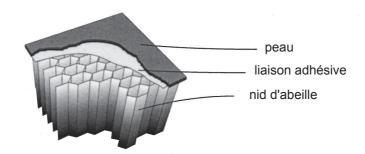


Figure 6.21 Schéma d'un matériau composite type nid d'abeille [49].

Le champ primaire est généré à l'aide d'une seule source JBL (R) EON 15 disposée dans la chambre réverbérante (Figure 6.22). Les mesures intensimétriques sont réalisées à l'aide d'une sonde pression-pression B&K 4181 déplacée au moyen d'un robot sur une surface plane  $\mathcal S$  située à 10 cm de la paroi de la chambre anéchoïque. Des premières mesures effectuées pour un maillage de  $\mathcal S$  de  $10\times 10$  cm permettent de choisir dans la suite de l'étude un maillage de  $20\times 20$  cm ( $7\times 7$  points de mesure), ce qui autorise une bonne estimation du rayonnement jusqu'à une fréquence f=850 Hz selon l'Eq. (4.8). Un vibromètre laser à balayage à effet Doppler Polytech (R) est également disposé dans la chambre anéchoïque afin de réaliser des cartographies vibratoires de la structure contrôlée. La génération et l'acquisition des signaux ainsi que l'implantation du contrôle sont effectuées à l'aide d'un contrôleur temps-réel Opal-RT (R) dont la fréquence d'échantillonnage est fixée à 20 kHz.

Cinq unités de contrôle sont positionnées sur le panneau (Fig. 6.23) Chaque unité est composée d'un actionneur inertiel Dayton Audio DAEX 32, dont les spécifications sont présentées dans le tableau 6.2 et d'un accéléromètre B&K 4397. Il est possible, pour choisir leur position, de s'appuyer sur des mesures vibratoires du panneau soumis au champ primaire seul. Cependant, compte-tenu de la complexité des transferts vibratoires à partir de  $f \approx 200~\mathrm{Hz}$  et vu la masse non négligeable des actionneurs (5 × 0.12 kg) par rapport à

Paramètre	Notation	Valeur	Unité
Longueur	$L_x$	0.96	m
Largeur	$L_y$	1.1	m
Rayon de courbure	$\mathcal{R}$	0.9	m
Peau			
Épaisseur	$h_f$	0.508	mm
Masse volumique	$ ho_f$	1906	${\rm kgm^{-3}}$
Coefficient de Poisson	$ u_f$	0.141	
Module d'Young	$E_f$	$23.6 \ 10^9$	Pa
Nid d'abeille			
Épaisseur	h	6.35	mm
Module d'Young	$E_1$	$10^{3}$	Pa
	$E_2$	$10^{3}$	Pa
	$E_3$	$13810^9$	Pa
Masse volumique	ho	48	${\rm kgm^{-3}}$
Coefficient de poisson	$ u_1$	0.45	
	$ u_2$	0.01	

Tableau 6.1 Paramètres physiques du trim panel en composite

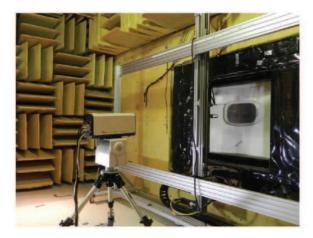




Figure 6.22 Dispositifs pour les mesures intensimétriques et vibratoires côté chambre anéchoïque (gauche) et source primaire côté chambre réverbérante (droite).

celle du panneau (3.7 kg), les positions "idéales" pour le panneau non-instrumenté ne sont pas forcément idéales lorsque les actionneurs inertiels sont fixés. Une "équi-répartition" des unités de contrôle est préférée.

Parameter	Notation	Value	Unit
Résistance dc	$R_e$	3.36	Ω
Inductance bobine	$L_e$	0.05	mH
Facteur de Force	Bl	4.4	$\rm N~A^{-1}$
Masse mobile	$M_a$	0.105	kg
Résistance mécanique	$R_a$	0.31	${ m N~m^{-1}s}$
Raideur de suspension	$K_a$	$14.210^3$	${ m N~m^{-1}}$

Tableau 6.2 Paramètres d'un actionneur de type Dayton Audio DAEX32





Figure 6.23 Panneau instrumenté avec les actionneurs inertiels côté chambre réverbérante (gauche) et avec les accéléromètres côté chambre anéchoïque (droite).

# 6.2.2 Mesures préliminaires

La méthodologie et les résultats présentés dans la suite de cette étude expérimentale sont la conséquence directe de mesures préliminaires dont les conclusions sont résumées dans cette partie. Parmi ces mesures préliminaires, un dispositif de mesure de perte par transmission a été mis en place via un analyseur Pulse (R) multicanaux. La mesure de TL (Transmission Loss) permet de constater que le trim panel est assez fortement amorti (Figure 6.24). Des mesures locales de l'impédance mécanique ont également été réalisées en 2 positions (Figure 6.25) : au-delà de 500 Hz, la structure n'a plus du tout un comportement modal. Cette mesure permet également de vérifier que les pics observés entre 100 et 500 Hz sur la courbe de TL ne sont pas seulement dus au comportement modal de la chambre réverbérante dont la fréquence de Schroeder est estimée autour de 250 Hz. À l'issue de ces mesures préliminaires, la décision est prise de réaliser les deux étapes de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales à la fréquence  $f_0 = 363.2$  Hz, supérieure à la fréquence de Schroeder et à laquelle le comportement du panneau est relativement modal. Cette fréquence correspond également à un léger pic de cohérence dans les transferts

acoustiques et vibratoires.

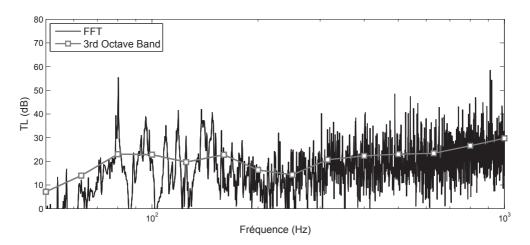


Figure 6.24 Mesure de transmission acoustique du panneau intérieur aéronautique.

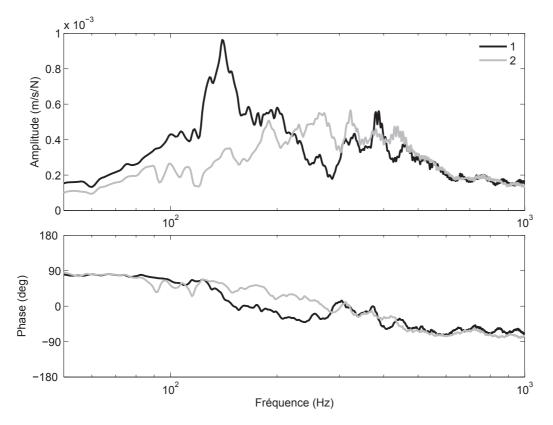


Figure 6.25 Mobilité mécanique de la structure aux positions des unités 1 et 2.

#### Identification

Comme dans le cas de la plaque en appui simple, les identifications de différents transferts sont nécessaires au calcul des impédances mécaniques virtuelles optimales. Une identification large-bande est envisagée dans un premier temps. La différence majeure avec l'expérience précédente est que l'établissement d'un champ diffus dans la chambre réverbérante impose une durée d'identification relativement longue. Ainsi, en utilisant comme signal d'excitation un bruit blanc filtré de 50 Hz à 2000 Hz, la durée minimale requise est de deux minutes pour une identification garantissant une bonne répétabilité et une bonne cohérence du transfert entre la commande envoyée à la source de bruit primaire et la pression mesurée par la sonde intensimétrique en chaque point du maillage de  $\mathcal{S}$ . De plus, une légère variation temporelle de ce transfert est observée de telle sorte qu'une réidentification quotidienne est nécessaire à une bonne concordance entre les prévisions du contrôle et les cartographies intensimétriques effectivement mesurées.

Compte tenu de ces difficultés, la décision est prise de mesurer directement les valeurs des matrices  $\mathbf{H_p}, \mathbf{H_v}, \mathbf{p_p}, \mathbf{p_v}, \mathbf{H}$  et  $\mathbf{d}$  (voir chapitre 4) pour  $f = f_0$  en utilisant la méthode de l'enveloppe complexe. Un sinus à la fréquence  $f_0$  est généré pendant 5 secondes et une moyenne temporelle de l'enveloppe complexe du signal mesuré est alors effectuée sur les 3 dernières secondes. Le gain de temps par rapport à une identification des transferts en large-bande permet d'avoir un suivi régulier des transferts et confronter systématiquement prévisions et mesures.

#### 6.2.3 Résultats

#### Étape 1 : calcul optimal

Dans un premier temps, la source primaire est placée en position  $P_1$  selon l'orientation schématisée sur la Figure 6.26. Le niveau du bruit primaire harmonique mesuré dans la chambre réverbérante à l'aide d'un microphone en rotation est de 96.7 dB. Les identifications harmoniques à  $f = f_0$  des transferts des excitations primaires et secondaires vers le doublet microphonique de la sonde intensimétrique permettent de calculer  $\mathbf{u}^{opt}(P_1)$  d'après les calculs présentés à la section 4.2. En mesurant les transferts des champs primaires et secondaires vers les cinq accéléromètres, il est ensuite possible de calculer  $\mathbf{Z}^{opt}(P_1)$  puis  $\mathbf{Z}_m^{opt}(P_1)$ . En ne considérant pas de pénalisation de l'effort de contrôle ( $\beta$ =0), une atténuation de la puissance acoustique rayonnée de 10.8 dB est prédite (Figure 6.27) pour des

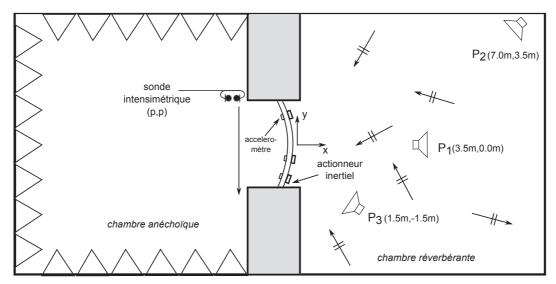


Figure 6.26 Schéma du dispositif expérimental pour l'application de la méthode des impédances mécaniques virtuelles à un panneau aéronautique.

tensions optimales à envoyer aux actionneurs inertiels  $\mathbf{u}^{opt}(P_1)$  d'amplitudes parfaitement réalisables (voir Tableau 6.1). Sur une structure déjà bien amortie comme celle considérée ici, la valeur des impédances mécaniques virtuelles optimales  $\mathbf{Z}_m^{opt}(P_1)$  est à partie réelle négative sur toutes les unités de contrôle : la stratégie mise en place ne correspond pas à de l'absorption mais bien à de l'injection d'énergie à la structure et se dissocie bien d'une stratégie classique d'amortissement actif.

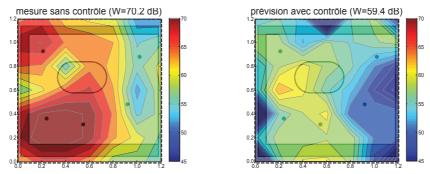


Figure 6.27 Cartographie intensimétrique à  $f=363.2~{\rm Hz}$  pour la source primaire en position  $P_1$ : sans contrôle (gauche) et prévue par le calcul optimal (droite).

Même si l'atténuation prévue est supérieure à 10 dB, il est intéressant de noter que le calcul optimal a été réalisé sans pénalisation de l'effort de contrôle. La seule chose qui pourrait permettre, pour une même position de la source primaire et le même nombre d'unités de

	$\mathbf{Z}_m^{opt}(P_1) \text{ (N.m}^{-1}.s)$	$ \mathbf{u}^{opt}(P_1) $ (V)	$ \mathbf{u}^{rej}(P_1) $ (V)
Unité 1	$(-3.7230 + 0.7215j) \times 10^3$	0.23	0.07
Unité 2	$(-4.2635 + 1.5315j) \times 10^3$	0.21	0.06
Unité 3	$(-1.6773 + 0.4864j) \times 10^3$	0.26	0.06
Unité 4	$(-7.0630 - 5.6999j) \times 10^3$	0.38	0.09
Unité 5	$(-1.3417 - 2.6195j) \times 10^3$	0.11	0.13

Tableau 6.3 impédances mécaniques virtuelles optimales, commandes optimales et commandes après convergence du réjecteur harmonique, à f=363.2 Hz pour la source primaire en position  $P_1$ .

contrôle, une meilleure atténuation, serait de mieux positionner les unités de contrôle. S'il n'est pas possible de faire ce type de prévision sans faire des mesures supplémentaires, il est en revanche possible d'étudier l'influence de la position de chacune des unités sur le résultat du contrôle optimal. Pour cela, l'atténuation ou SPR (Sound Power Reduction) optimale prédite pour chaque combinaison possible d'unités (de 1 à 5) est simulée pour  $\beta=0$  (Figure 6.28). La première chose à noter est qu'il n'y a aucune combinaison de moins de cinq unités qui permet une atténuation aussi élevée que celle obtenue avec cinq unités. En moyenne, le fait d'ajouter une unité à la structure permet de réaliser une atténuation supplémentaire d'environ 2 dB. Les unités 1,2 et 5 semblent mieux positionnées que les unités 3 et 4. Cependant, certaines combinaisons faisant intervenir ces unités permettent d'obtenir de bonnes atténuations.

Une des explications possibles à ce type de résultat est liée à la complexité de la déformée vibratoire et de l'intensité acoustique en champ proche engendrées par l'excitation primaire. Cette problématique a été évoquée à la section 4.2 : l'espace des champs que peuvent générer les sources secondaires a un rang trop faible par rapport à celui crée par le champ primaire, même si les actionneurs inertiels entre eux n'ont pas du tout le même effet en terme de rayonnement acoustique (Figure 6.29). Le problème auquel se heurte le contrôle optimal n'est pas un problème d'amplitude mais bien de complexité du champ secondaire optimal à générer. Ainsi, même si l'effet n'est pas additif, l'augmentation du nombre d'unités de contrôle, dans la mesure où elle permet de construire un champ secondaire plus complexe, entraîne également une hausse de l'atténuation optimale de la puissance acoustique rayonnée.

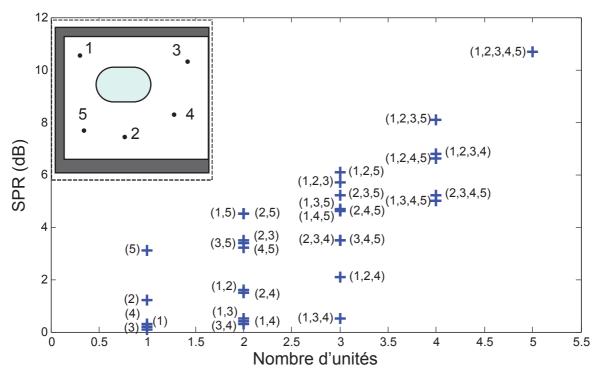


Figure 6.28 Atténuation optimale prévue en fonction de la combinaison d'unités utilisée.

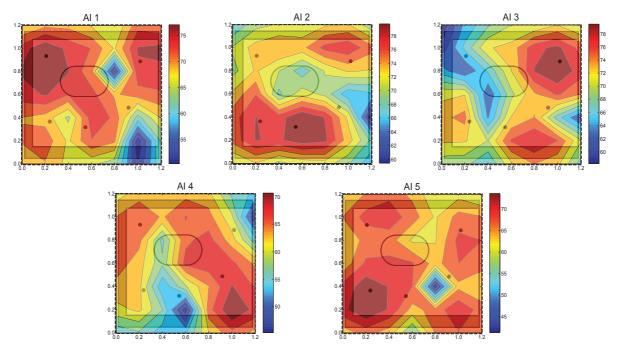
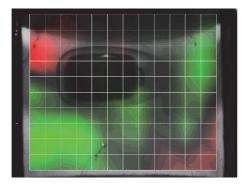


Figure 6.29 Cartographie de l'intensité acoustique active générée par chaque actionneur.

Cette observation permet de bien comprendre la différence fondamentale avec le cas particulier du contrôle optimal d'une structure simple peu amortie au voisinage d'une résonance. Dans la situation étudiée ici, les excitations primaires et secondaires ne sont plus projetées dans leur quasi-totalité sur la même déformée vibratoire. Un seul actionneur n'est alors plus nécessairement suffisant pour réaliser le champ intensimétrique secondaire qui permet d'annuler la puissance acoustique rayonnée par la structure.

L'amortissement important du panneau aéronautique a également un effet sur la valeur de l'impédance mécanique virtuelle optimale. Ainsi, il est logique de s'attendre à ce que la stratégie de contrôle optimale se dissocie fortement d'une stratégie d'amortissement actif. L'injection d'énergie est nécessaire pour que le contrôle ait un effet global sur la structure. Le contrôle optimal est comparé avec un réjecteur harmonique, mis en place sur les 5 unités d'après le schéma présenté la Figure 3.2 (a). Les amplitudes des commandes après convergence  $\mathbf{u}^{rej}$  sont beaucoup plus faibles que les commandes optimales (Tableau 6.3) : l'effet sur le rayonnement acoustique est négligeable et l'atténuation de la puissance rayonnée est nulle. De la même manière, en mettant en place une stratégie d'amortissement actif, il est impossible d'avoir un effet global sur la structure. Les cartographies vibratoires du panneau avec et sans contrôle (Figure 6.30) permettent de constater que le contrôle tend à augmenter la complexité de la déformée vibratoire de la structure mais également son niveau. L'énergie cinétique du panneau est calculée à partir des mesures (Tableau 6.4). Si le réjecteur harmonique, en bloquant localement le panneau, entraîne une légère augmentation de son énergie cinétique, l'augmentation importante de l'énergie cinétique en mettant en place le contrôle optimal prouve que la stratégie implantée correspond bien à de l'injection d'énergie.



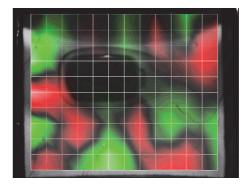


Figure 6.30 Cartographie vibratoire à f = 363.2 Hz pour la source primaire en position  $P_1$  sans contrôle (gauche) et prévue par le contrôle optimal (droite).

	sans contrôle	contrôle optimal	réjecteur
$E_c$ (J)	$1.56 \times 10^{-9}$	$2.1 \times 10^{-8}$	$2.54 \times 10^{-9}$

Tableau 6.4 Énergies cinétiques du panneau à f = 363.2 Hz pour la source primaire en position  $P_1$ .

#### Étape 2 : contrôle de l'impédance mécanique virtuelle

Une fois la valeur des impédances mécaniques virtuelles optimales calculée, elle est implantée au moyen du contrôleur harmonique décrit aux chapitres pécédents et dont l'équation est rappelée :

$$\frac{d\mathbf{U}(t)}{dt} = -\mu \mathbf{C}(\mathbf{U}(t) + \mathbf{Z}_m^{opt} \mathbf{Y}(t))$$
(6.3)

Dans un premier temps, c'est un contrôleur centralisé qui est mis en place et la matrice de compensation est choisie telle que  $\mathbf{C} = (\mathbf{I}_d + \mathbf{Z}^{opt}(P_1)\mathbf{H})^{-1}$ . Cette approche permet une convergence très directe : sur la Figure 6.31 (droite) sont tracées les trajectoires des commandes lors de la convergence en centralisé (bleu). La convergence se faisant selon l'Eq. 6.3, c'est bien la convergence des commandes et non des impédances mécaniques virtuelles qu'il est pertinent d'observer. Cela permet de plus de s'assurer qu'il n'y a aucun dépassement trop important des commandes envoyées aux actionneurs inertiels. La cartographie d'intensité acoustique obtenue après convergence (Figure 6.32 gauche) est bien conforme à la prévision (Figure 6.27 droite). Dans ce cas, les valeurs propres de  $\mathbf{C}$  sont les suivantes :

$$\lambda(\mathbf{C}) = [4.23 - 3.07j , -2.20 + 2.20j , 0.98 - 0.77j , 0.03 - 0.85j , -0.48 + 1.40j]$$
(6.4)

Deux de ces valeurs propres sont à partie réelle négative : le compensateur équivalent est instable d'après la section (4.3.4).

Afin de mettre en place un contrôleur décentralisé, une matrice de compensation  $\mathbf{C}$  diagonale est alors calculée d'après la méthode proposée à la section 4.3, en choisissant  $n^c = 3$ , ce qui correspond à un échantillonnage très faible de l'espace des valeurs possible des parties réelles et imaginaires de chaque terme diagonal. Parmi les  $3^{2\times 5} = 59049$  matrices diagonales générées, la matrice  $\mathbf{C}$  choisie est celle qui permet de modifier les valeurs propres  $\lambda_i$  du système en boucle ouverte de telle sorte que la convergence réponde le mieux aux critères de vitesse et d'amortissement (Figure 6.31 gauche). La matrice  $\mathbf{C}$  obtenue est exprimée à l'Eq. (6.5). Un de ses termes est à partie réelle négative : sur l'unité 5, le contrôle implanté correspond à un compensateur bande étroite instable. La stabilité n'est garantie que lorsque le système est bouclé. Ce type de compensateur se démarque des contrôleurs

résonants, stables, qui sont classiquement implanté pour réaliser de l'amortissement actif. Le calcul des valeurs propres de  ${\bf C}$  dans le cas centralisé permet ici de vérifier que le caractère instable du compensateur équivalent dans le cas décentralisé n'est pas uniquement dû à l'algorithme de recherche de  ${\bf C}$  diagonale proposé dans cette étude.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1.22 - 0.72j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.41 - 0.24j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.41 - 0.24j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.24 + 0.41j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.41 + 0.24j \end{pmatrix}$$
(6.5)

Pour une matrice de compensation de dimension 5 comme c'est le cas ici, le temps de calcul important oblige à se limiter à une valeur faible du paramètre  $n^c$ . En augmentant la valeur de  $n^c$ , il serait possible d'optimiser le choix de la matrice de compensation afin de garantir une meilleure vitesse et un meilleur amortissement de la convergence des commandes (Figure 6.31 droite). Après convergence, ces commandes sont légèrement différentes de celles obtenues en centralisé. C'est une conséquence de la variation du champ primaire diffus dans la chambre réverbérante. En garantissant la relation  $\mathbf{u} = -\mathbf{Z}^{opt}(P_1)\mathbf{y}$  à l'issue de sa convergence, les commandes obtenues peuvent légèrement différer de  $\mathbf{u}^{opt}(P_1)$ . Cette variation apparaît également sur le rayonnement acoustique (Figure 6.32 droite). Même si ce dernier n'est pas parfaitement identique à celui prédit, l'atténuation réalisée est cependant équivalente ( $\approx 10$  dB).

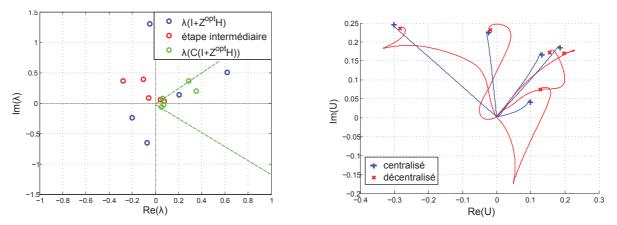


Figure 6.31 Choix de la matrice de compensation diagonale (gauche) et convergence des commandes pour le contrôle centralisé : bleu et décentralisé : rouge (droite).

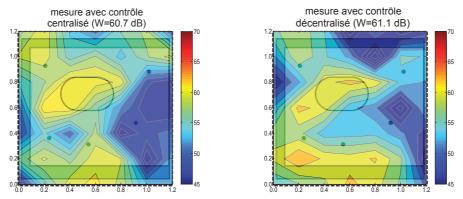


Figure 6.32 Cartographie intensimétrique à f = 363.2 Hz pour la source primaire en position  $P_1$  après convergence du contrôle centralisé (gauche) et décentralisé (droite).

#### Robustesse de la méthode

La source de bruit primaire est ensuite déplacée en  $P_2$  (Fig. 6.26). Dans le but d'étudier la robustesse de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales, les impédances virtuelles  $\mathbf{Z}^{opt}(P_1)$  sont imposées au moyen d'un contrôleur centralisé. La cartographie intensimétrique associée au champ primaire est également mesurée de telle sorte qu'il est possible de comparer prévision et mesure après convergence du contrôle (Figure 6.33). L'atténuation obtenue est négative : Le fait d'imposer  $\mathbf{Z}^{opt}(P_1)$  alors que la source primaire est en  $P_2$ , entraîne l'augmentation de la puissance acoustique rayonnée de 3 dB. La même conclusion est obtenue lorsque la source est positionnée en position  $P_3$  : une augmentation de la puissance acoustique rayonnée de 2 dB est observée lorsque  $\mathbf{Z}^{opt}(P_1)$  est imposé (Figure 6.34). La faible robustesse observée peut être expliquée en partie par la grande différence qu'il existe en terme d'intensité acoustique générée par le champ primaire selon que la source est position  $P_1$ ,  $P_2$  ou  $P_3$ .

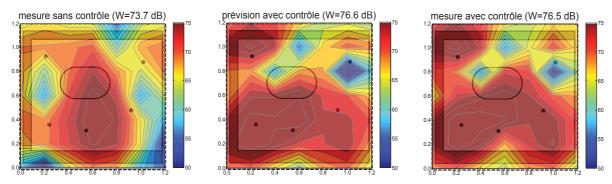


Figure 6.33 Cartographie intensimétrique à f = 363.2 Hz pour la source primaire en position  $P_2$  sans contrôle (gauche), avec prévision (centre) et mesure (droite) avec contrôle en imposant  $\mathbf{Z}^{opt}(P1)$ 

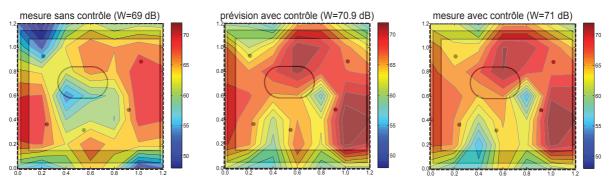


Figure 6.34 Cartographie intensimétrique à f = 363.2 Hz pour la source primaire en position  $P_3$  sans contrôle (gauche), avec prévision (centre) et mesure (droite) avec contrôle en imposant  $\mathbf{Z}^{opt}(P1)$ 

La bonne concordance entre prévisions et mesures autorise cependant une extrapolation des résultats présentés sur les Figures 6.29 et 6.30. Les atténuations prédites lorsque la source primaire est localisée à la position  $P_i$  lors de l'étape 1 et en position  $P_i$  pour i, j = 1, 2, 3, sont reportées dans le Tableau 6.5 dont la première colonne correspond aux résultats des Figures 6.29 et 6.30. Si les termes diagonaux (i = j) sont bien positifs, plusieurs termes non-diagonaux sont négatifs, ce qui signifie que le contrôle n'est pas robuste. Ces résultats sont obtenus pour un calcul optimal sans pénalisation de l'effort de contrôle  $(\beta = 0)$ . Le même tableau (Tableau 6.6) est tracé en ajoutant une pénalisation de l'effort de contrôle dans le calcul ( $\beta = 10^{-6}$ ). Comme prévu d'après les conclusions de l'expérience réalisée au LMA, une perte de performance est observée : les termes diagonaux sont plus faibles que sans pénalisation. De plus, le nombre de termes négatifs a diminué: il semble que, comme pour les résultats obtenues sur la plaque d'aluminium, la pénalisation de l'effort de contrôle améliore la robustesse de la méthode. Enfin, il est possible de supposer que la position et l'orientation de la source primaire en  $P_3$ , plus proche du panneau, soit à l'origine d'un champ primaire plus différent que ceux générés en  $P_1$  et  $P_2$ , et explique le fait que les atténuations calculées aux coordonnées (3,1), (3,2), (1,3), (2,3) des Tableaux 6.5 et 6.6 sont plus faibles que les autres.

		position de la source primaire à l'étape		re à l'étape 1
		$P_1$	$P_2$	$P_3$
position de la	$P_1$	10.7 dB	$2.5~\mathrm{dB}$	$0.6~\mathrm{dB}$
source primaire	$P_2$	-2.9 dB	$8.2~\mathrm{dB}$	-1.3 dB
à l'étape 2	$P_3$	-1.9 dB	-1.6 dB	4.7 dB

Tableau 6.5 Prévision des atténuations obtenues en fonction de la position de la source primaire à l'étape 1 et 2 à f = 363.2Hz et pour  $\beta = 0$ .

		position de la source primaire à l'étape 1		
		$P_1$	$P_2$	$P_3$
position de la	$P_1$	5.4 dB	2.4 dB	1.0 dB
source primaire	$P_2$	$2.7~\mathrm{dB}$	$4.9~\mathrm{dB}$	$1.0~\mathrm{dB}$
à l'étape 2	$P_3$	-0.4 dB	-0.8 dB	$2.5~\mathrm{dB}$

Tableau 6.6 Prévision des atténuations obtenues en fonction de la position de la source primaire à l'étape 1 et 2 à f = 363.2Hz et pour  $\beta = 10^{-6}$ .

#### 6.2.4 Conclusion

Les résultats présentés dans la section précédente montrent que la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales fonctionne sur une structure composite fortement amortie. Les calculs réalisés à l'issue de l'étape d'identification, et vérifiés par des mesures, permettent de tirer différentes conclusions. Premièrement, la règle générale en contrôle actif qui veut que le nombre d'actionneurs secondaires nécessaires à réaliser une bonne atténuation soit directement lié au nombre de degrés de libertés du système semble ici vérifiée. Le fort amortissement et la complexité de la structure aéronautique nécessitent l'utilisation de nombreuses unités de contrôle. De plus, sur une structure amortie naturellement, l'injection d'énergie semble indispensable afin d'avoir un effet de réduction du rayonnement acoustique. Il est intéressant de mettre en avant cette conclusion dans la mesure où la grande majorité des études de contrôle actif vibroacoustique décentralisé s'intéresse au cas particulier de la réalisation d'amortissement actif sur une structure peu amortie. Une telle stratégie est totalement inefficace dans le cas d'un panneau composite comme celui étudié ici. De plus, il a été montré que l'implantation d'une impédance mécanique virtuelle active peut nécessiter la mise en place d'un compensateur équivalent instable, ce qui justifie dans ce cas l'utilisation du contrôleur développé dans cette étude.

La variation de la position et de l'orientation de la source de bruit primaire a permis de confirmer que la robustesse en performance du contrôle par rapport à la perturbation primaire est directement liée au nombre de degrés de libertés du système. De plus, l'ajout dans la fonction de coût d'un terme de pénalisation de l'effort de contrôle a bien l'effet

attendu de diminuer la performance du contrôle tout en augmentant sa robustesse en performance.

Un autre aspect de la méthode testé dans cette expérience était la mise en place du contrôleur décentralisé d'impédances mécaniques virtuelles. L'algorithme proposé afin de choisir une matrice de compensation diagonale, même s'il pourrait être optimisé, a l'avantage d'être fondé sur des principes analogues aux méthodes de placement de pôles et d'anticiper la vitesse de la convergence en calculant les valeurs propres du système en boucle ouverte.

Enfin, la bonne connaissance des phénomènes physiques intervenant dans le fonctionnement de l'actionneur inertiel permet de le considérer comme sensori actuateur : en le commandant en courant et en mesurant la tension à ces bornes (ou l'inverse), il est possible d'estimer la vitesse locale de la plaque d'après les équations présentées en Annexe B. La comparaison de la mise en place de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales au moyen de deux unités composées soit d'un actionneur inertiel et d'accéléromètre, soit d'un actionneur inertiel utilisé en sensori actuateur est présenté en Annexe D pour le même dispositif que celui considéré au GAUS et décrit dans la section précédente.

# CHAPITRE 7 CONCLUSIONS

# 7.1 Résultats principaux

#### Résolution du probème d'optimisation

Le problème d'optimisation associé à la minimisation de la puissance acoustique rayonnée a été exprimé de différentes manières. D'une part, l'expression de la fonction de coût sous la forme de la somme des modes structuraux a permis de décomposer les mécanismes intervenant aux différentes étapes de la résolution et d'interpréter le problème en terme de degrés de liberté. D'autre part, son expression à l'aide de grandeurs mesurables rend possible sa mise pratique sur n'importe quel type de structure.

#### Contrôle décentralisé de l'impédance mécanique locale

Afin d'imposer les impédances mécaniques virtuelles optimales calculées à l'issue de la première étape de la méthode, et qui sont des complexes quelconques qui peuvent être aussi bien à partie réelle positive que négative, un contrôleur harmonique basé sur le concept des enveloppes complexes est implanté. Un algorithme permettant de sélectionner un contrôleur diagonal, s'appuyant sur la localisation des valeurs propres du système bouclé, a été développé dans l'optique de réaliser le contrôle décentralisé de l'impédance mécanique locale lors de la deuxième étape de la méthode. Dans certains cas, il a été observé que le compensateur équivalent implanté est instable, sa stabilité n'étant alors garantie que lorsque le système est bouclé. Il est important de noter que ce genre de compensateur instable est distinct des résonateurs stables généralement implantés lorsqu'est réalisé de l'amortissement actif.

# Méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales sur une structure peu amortie

La méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales a été appliquée au cas d'une structure peu amortie et la comparaison avec une stratégie classique d'amortissement actif a été faite aussi bien sous la forme de simulations numériques que de mesures expérimentales. Sans pénalisation de l'effort de contrôle, l'atténuation de la puissance acoustique

rayonnée obtenue sur les résonances peut aller jusqu'à 40 dB et est supérieure à celle obtenue avec de l'amortissement actif réglé pour que les commandes envoyées aux actionneurs soient de même amplitude. Les impédances mécaniques virtuelles optimales ne sont en effet pas uniquement dissipatives et peuvent même correspondre à de l'injection d'énergie à la structure. La stratégie mise en place tend alors plutôt à minimiser le débit volumique total de la structure que son énergie cinétique, comme c'est le cas pour de l'amortissement actif. Alors que dans ce cas les deux stratégies sont bien distinctes, les résultats obtenus en ajoutant une pénalisation de l'effort de contrôle dans la fonction de coût sont sensiblement identiques à de l'amortissement actif. Avec ou sans pénalisation, la méthode est robuste par rapport aux variations de l'angle d'incidence du champ primaire. Le contrôle d'une structure peu amortie est particulièrement favorable dans la mesure où aux résonances, le champ primaire comme les champ secondaires générés par chacun des actionneur se projettent dans leur intégralité sur une seule déformée vibratoire : celle du mode associé à la résonance. Il est alors facile de générer le champ secondaire qui annule la puissance acoustique rayonnée.

# Méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales sur une structure amortie

Sur une structure fortement amortie, la réalisation d'amortissement actif est inutile. La génération d'un effet global sur la structure requiert l'injection d'énergie localement. Contrairement au cas peu amortie, tout ne se projette pas sur un mode et il est beaucoup plus difficile de reconstruire le champ primaire à l'aide des actionneurs secondaires. Une telle situation peut donc requérir de nombreuses unités de contrôle. Une atténuation de 10 dB de la puissance acoustique rayonnée est obtenue avec 5 unités. Pour les mêmes raisons que celles qui viennent d'être évoquées, le contrôle est beaucoup moins robuste en performance aux variations du champ primaire que sur une structure peu amortie. La pénalisation de l'effort de contrôle permet alors d'augmenter cette robustesse mais en baissant la performance de la méthode.

# 7.2 Perspectives

Outre le perfectionnement de différents outils décrits dans ce mémoire, il est possible de citer différentes perspectives potentielles à ce travail de recherche.

La première perspective qui vient à l'esprit est l'étude du passage du cas harmonique considéré dans ce travail, à un contrôle large-bande. Si la mise en place d'un contrôle multi-

7.2. PERSPECTIVES 121

harmoniques est directement envisageable, l'implantation d'un contrôleur large bande est plus problématique. Le problème de minimisation étant résolu à chaque fréquence, la fabrication d'un filtre dans le domaine temporel et la mise en place d'un contrôle large bande risque de nécessiter un filtre non causal d'une part, c'est-à-dire dont la réponse impulsionnelle n'est pas nulle pour les temps négatifs et très longue d'autre part. Il existe cependant certaines méthodes pour approcher ces réponses par des filtres causaux.

Il a été évoqué que l'algorithme de calcul de la matrice de compensation diagonale pour l'implantation du contrôle décentralisé reste à perfectionner. Il pourrait être intéressant de pousser l'analyse théorique afin d'exprimer directement les valeurs de cette matrice en fonction de celles du transfert entre actionneurs et capteurs vibratoires et des impédances virtuelles optimales. Les quelques tests effectués sur cet algorithme poussent à penser qu'avec un maillage dense de l'espace des complexes de dimension  $(n^c)^{2N}$ , il est possible de trouver une matrice de compensation diagonale qui garantit une convergence aussi rapide et amortie qu'avec une matrice pleine.

La faible robustesse en performance de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales aux variations du champ primaire sur une structure fortement amortie a été évoquée. L'intérêt de la pénalisation de l'effort de contrôle a également été souligné. Même si cet effet est tout à fait logique, la pénalisation uniforme choisie dans le cadre de cette étude n'est pas directement liée à cette problématique. La perspective sans doute la plus intéressante de ce travail serait de déterminer quel type de pénalisation permet de pondérer la fonction de coût associée au problème de minimisation avec un terme directement lié à la robustesse en performance. Une possibilité à tester serait alors de projeter tous les champs primaires possibles sur l'espace formé par les champs secondaires générés par chaque actionneur. En définissant la partie commune de toutes ces projections et en pondérant la fonction de coût par la commande optimale qui minimise la puissance acoustique rayonnée par la structure soumise à ce champ, la pénalisation du contrôle ne se ferait plus par rapport à une commande nulle mais par rapport à une commande optimale robuste.

## **ANNEXE A**

# Prise en compte du couplage passif d'un actionneur sur une structure

Dans la modélisation présentée au chapitre 3, le couplage passif des actionneurs sur la structure a été négligé. Si cette approximation est justifiable pour les actionneurs piézo-électriques considérés, elle l'est moins pour les actionneurs inertiels qui sont plus lourds. Afin de pouvoir tenir compte de cet effet sans modifier tout les calculs qui découlent de cette modification, il suffirait de ne plus considérer les modes structuraux de la plaque seule mais ceux de l'ensemble constitué de la plaque et des actionneurs. Un calcul est proposé afin de retrouver ces modes. En raisonnant à partir des données expérimentales, négliger cet effet revient à considérer directement le contrôle de l'ensemble structure-transducteurs. L'objectif de la seconde partie de cette étude est de quantifiée l'erreur qui est réalisée.

### A.1 Modélisation du couplage passif

La force exercée au point (x, y) d'une structure par un actionneur localisé en  $(x_a, y_a)$  peut s'écrire comme la somme d'un effet actif proportionnel à la commande qui lui est envoyée (modélisé au chapitre 3) et d'un effet passif. Dans le cas d'un actionneur inertiel, l'approximation ponctuelle permet d'écrire :

$$f(x,y) = H_{fu}u - Z^a \dot{w}(x,y)\delta(x_a, y_a), \tag{A.1}$$

où  $\delta(x,y)$  est la fonction de Dirac,  $H_{fu}$  est la fonction de tranfert décrite à l'Eq. (3.12) et  $Z^p$  sera appelé l'impédance mécanique passive de l'actionneur. D'après les définitions données au chapitre 3, on considère une structure dont la matrice des mobilité modales est notée  $\mathbf{M}$ . Sans perturbation primaire et si une commande nulle est envoyée à l'actionneur, alors le vecteur des amplitudes modales de déplacement  $\mathbf{q}$  est tel que :

$$j\omega \mathbf{M}^{-1}\mathbf{q} = \mathbf{c},\tag{A.2}$$

où **c** est la projection de f(x,y) sur les modes structuraux  $\phi_p(x,y), p=1,...,N_m$ :

$$c_{p} = \iint_{x,y} f(x,y)\phi_{p}(x,y)dxdy$$

$$= \iint_{x,y} Z^{a}\dot{w}(x,y)\delta(x_{a},y_{a})\phi_{p}(x,y)dxdy$$

$$= Z^{a}\dot{w}(x_{a},y_{a})\phi_{p}(x_{a},y_{a})$$

$$= j\omega Z^{a} \sum_{\alpha} q_{\alpha}\phi_{\alpha}(x_{a},y_{a})\phi_{p}(x_{a},y_{a})$$
(A.3)
$$(A.3)$$

ANNEXE A. PRISE EN COMPTE DU COUPLAGE PASSIF D'UN ACTIONNEUR 124 SUR UNE STRUCTURE

En posant:

$$\Psi^{a} = \begin{pmatrix} \phi_{1}(x_{a}, y_{a})\phi_{1}(x_{a}, y_{a}) & \dots & \phi_{1}(x_{a}, y_{a})\phi_{N_{m}}(x_{a}, y_{a}) \\ \vdots & & \vdots \\ \phi_{N_{m}}(x_{a}, y_{a})\phi_{1}(x_{a}, y_{a}) & \dots & \phi_{N_{m}}(x_{a}, y_{a})\phi_{N_{m}}(x_{a}, y_{a}) \end{pmatrix},$$
(A.5)

la matrice réelle symétrique et indépendante de la fréquence des couplages inter-modaux , il est possible écrire :

$$\mathbf{c} = j\omega Z^a \mathbf{\Psi}^{\mathbf{a}} \mathbf{q} \tag{A.6}$$

Avec  $N_u$  actionneurs, L'Eq. (A.6) devient alors :

$$\mathbf{c} = j\omega \left( \sum_{n} Z^{a_n} \mathbf{\Psi}^{a_n} \right) \mathbf{q} \tag{A.7}$$

L'équation sans second membre de l'ensemble constitué par la structure et les transducteurs est obtenue en faisant passer tous les termes de l'Eq. (A.2) à gauche. En ajoutant les termes dus au champ primaire et à l'effet actif des actionneurs, le système (3.11) s'écrit :

$$j\omega \left(\mathbf{M}^{-1} + \sum_{n} Z^{a_{n}} \mathbf{\Psi}^{a_{n}}\right) \mathbf{q} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{b}$$

$$\mathbf{y} = j\omega \mathbf{S}\mathbf{q}$$
(A.8)

et tous les calculs développés dans le corps du manuscrit peuvent être modifiés en remplaçant  $\mathbf{M}^{-1}$  par  $(\mathbf{M}^{-1} + \sum_{n} Z^{a_n} \mathbf{\Psi}^{a_n})$ .

Contrairement à  $\mathbf{M}^{-1}$  la matrice  $(\mathbf{M}^{-1} + \sum_n Z^{a_n} \mathbf{\Psi}^{a_n})$  n'est pas diagonale : la base des vecteurs propres  $\phi$  sur laquelle le problème est décomposé perd de son intérêt. Il est cependant possible de calculer une nouvelle base de vecteurs propres. On doit pour cela considérer le problème sans amortissement. Sous cette condition :

- $\mathbf{M}^{-1}$  est symétrique réelle.
- $Z^{a_n} \in j\mathbb{R}, \ \forall n$  donc la matrice  $\sum_n Z^{a_n} \Psi^{a_n}$  est symétrique réelle.

Il existe donc une matrice  $\Delta$  diagonale et une matrice  $\Xi$  inversible telles que :

$$\mathbf{\Xi}^{-1}\left(\mathbf{M}^{-1} + \sum_{n} Z^{a_n} \mathbf{\Psi}^{a_n}\right) \mathbf{\Xi} = \mathbf{\Delta}$$
 (A.9)

Dans cette nouvelle base l'équation sans second membre devient :

$$\Delta \mathbf{B} = 0$$
, avec  $\mathbf{B} = \mathbf{\Xi}^{-1} \mathbf{q}$  (A.10)

L'expression des nouveaux vecteurs propres associés dépend de la matrice  $\Xi$  de passage de l'ancienne à la nouvelle base de décomposition. Afin d'exprimer cette nouvelle base en terme de déformée vibratoire, il faut réaliser un maillage spatial de la structure. Si ce

maillage est constitué de  $N_p$  points, alors en définissant :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \phi_1(x_1, y_1) & \dots & \phi_{N_m}(x_1, y_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \phi_1(x_{N_p}, y_{N_p}) & \dots & \phi_{N_m}(x_{N_p}, y_{N_p}) \end{pmatrix}, \tag{A.11}$$

alors les colonnes de la matrice T $\Xi$  forment la nouvelle base de vecteurs propres.

Cependant, cette nouvelle base de décomposition n'est pas facilement utilisable, et ce pour différentes raisons. Un des avantages de considérer la structure seule est que les modes structuraux par rapport à la fréquence dans la mesure où la dépendance fréquentielle apparaît uniquement sur les amplitudes modales. La décomposition en valeurs propres réalisée à l'Eq. (A.9) doit être effectuée à chaque fréquence. Rien ne garantit que la même propriété sera obtenue sur les nouveaux vecteurs propres, pour une impédance mécanique passive quelconque. Cependant, si cette impédance mécanique passive se décompose facilement en la somme d'une masse et d'une raideur, alors d'après l'Eq. (A.9) il serait possible de montrer que les nouveaux vecteurs propres ne dépendent pas non plus de la fréquence.

Différents modèles ont été développés pour projeter l'amortissement de la structure sur la base des vecteurs propres comme l'amortissement structurel ou l'amortissement visqueux. Sur la nouvelle base de décomposition, il n'existe pas de moyen simple de prendre en compte cet amortissement et en même temps la partie réelle des impédances mécaniques passives des actionneurs.

Il est intéressant de noter que l'approche qui a été développée dans cette section pour l'impédance mécanique passive des transducteurs est parfaitement transposable en considérant les impédances mécaniques virtuelles imposées par le contrôle. Cependant, pour les différentes raisons qui viennent d'être évoquées, la nouvelle base de décomposition présentée ici n'est pas utilisée, ni pour tenir compte de l'effet passif des transducteurs, ni pour étudier l'effet des impédances mécaniques virtuelles imposées par le contrôle.

## A.2 Résultats numériques

Dans cette section, quelques résultats numériques sont présentés afin de quantifier l'erreur réalisée en négligeant l'effet passif des actionneurs inertiels. On s'intéresse au cas de la plaque mince en appui simple modélisée au chapitre 3 et dont les propriétés mécaniques sont notées dans le Tableau 5.1. On considère que les actionneurs inertiels sont contrôlés en force et que leur impédance mécanique vaut :

$$Z^{a}(j\omega) = j\omega M_{a} + R_{a} + \frac{K_{a}}{j\omega}, \tag{A.12}$$

où  $M_a = 0.095$  kg,  $R_a = 3.75$  N.m<sup>-1</sup>.s et  $K_a = 25 \times 10^3$  N.m<sup>-1</sup> sont respectivement la masse mobile, la résistance mécanique et la raideur de suspension de l'actionneur. Un actionneur est positionné au centre de la plaque et génère une force constante par rapport

### ANNEXE A. PRISE EN COMPTE DU COUPLAGE PASSIF D'UN ACTIONNEUR 126 SUR UNE STRUCTURE

à la fréquence de 1 N. La vitesse de la plaque en ce point est calculée pour trois situations différentes :

- l'effet passif de l'actionneur est négligé.
- l'effet passif de l'actionneur est pris en compte.
- deux autres actionneurs sont disposés sur la plaque. Aucune commande ne leur est envoyée. Leur effet passif est pris en compte.

Les résultats sont tracés sur la Figure A.1. Lorsqu'un seul actionneur est disposé sur la structure, sa masse entraîne un léger décalage fréquentiel des résonances qui sont alors abaissées. Ce léger décalage peut être problématique lorsque l'impédance mécanique d'une structure est mesurée à l'aide d'un actionneur ou d'un pot vibrant.

Lorsque plusieurs actionneurs sont disposés sur la structure, l'effet de masse ajoutée est logiquement plus important. Le phénomène mis en avant par l'étude du cas 3 est que l'ajout d'actionneurs a tendance à modifier les propriétés de symétries de la structure. La légère modification des lignes nodales fait apparaître dans la réponse en vitesse des résonances de mode qui n'étaient pas observées avec le seul actionneur au centre de la plaque. De manière générale, si la masse des actionneurs est relativement faible devant celle de la structure, l'effet observé est un déplacement léger des lignes nodales, comme c'est le cas ici. En revanche, l'utilisation d'actionneurs plus lourds par rapport à la structure peut changer plus profondément son comportement modal en créant de nouveaux modes.

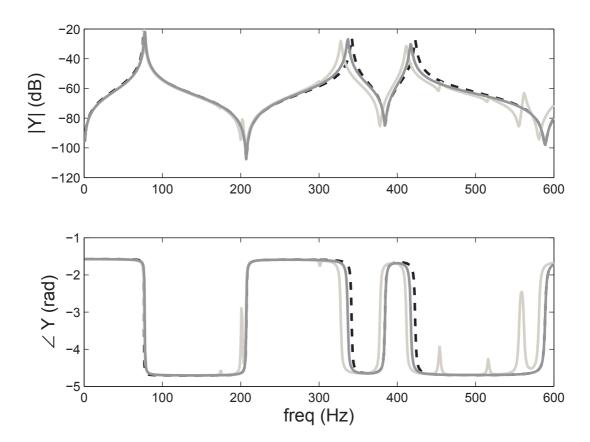


Figure A.1 Mobilité mécanique au centre de la plaque dans le cas 1 (trait pointillé), 2 (gris foncé) et 3 (gris clair).

### ANNEXE B

# Transfert Force/Tension d'un actionneur inertiel couplé à une structure

De nombreuses méthodes de contrôle actif vibratoire ou vibroacoustique considère l'utilisation d'actionneurs inertiels afin d'appliquer une force transverse à la structure. Cette force, crée par la mise en mouvement d'une masse, peut s'exprimer à partir des grandeurs électriques comme le courant ou la tension aux bornes de l'actionneur. Dépendamment de la stratégie mise en place, il peut être important de connaître la valeur de la force réellement appliquée à la structure lorsque l'actionneur est commandé en tension ou en courant. C'est en particulier le cas dans le cadre de la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales dans laquelle on souhaite pouvoir remonter à la valeur des impédances mécaniques imposées localement à la structure par le contrôleur. La plupart du temps, le mode de fixation de l'actionneur inertiel sur la structure ne permet pas de considérer facilement l'ajout d'un capteur de force sans modification du transfert à mesurer. L'objectif de cette étude est donc d'exprimer le transfert entre la force appliquée à la structure et la tension à ses bornes en fonction de grandeurs mesurables. Il est également montré qu'une bonne connaissance du comportement de l'actionneur inertiel permet d'estimer un certain nombre des variables du problème dont la vitesse de la structure ou de la masse mobile à partir de son impédance électrique d'entrée sur la structure. Il est également possible de réaliser une estimation de la mobilité mécanique locale de la structure : une expression permet de considérer l'actionneur inertiel comme un capteur d'impédance mécanique locale. D'après le principe de la transduction électrodynamique qui lie la force F, la vitesse  $\dot{w}$ , le courant i et la tension u:

$$\begin{cases}
F = Bli \\
u = Bl\dot{w}
\end{cases}$$
(B.1)

Cela justifie que l'actionneur inertiel devrait plutôt être commandé en courant qu'en tension pour générer une force. Pour l'application considérée dans ce travail, la commande en tension ne présente pas d'inconvénient et la disponibilité d'amplificateurs audio conduit à faire le choix de les piloter en tension, ce qui est décrit dans la suite.

# B.1 Expression du transfert force/tension pour un actionneur inertiel

On considère donc un actionneur inertiel fixé à une structure (Figure B.1). Son comportement électrique, conformément aux lois de Kirchhoff, peut se mettre sous la forme :

$$u = Z_e i - Bl(\dot{w} - \dot{w}_a) , \qquad (B.2)$$

# ANNEXE B. TRANSFERT FORCE/TENSION D'UN ACTIONNEUR INERTIEL 130 COUPLÉ À UNE STRUCTURE

Où u est la tension appliquée aux bornes du transducteur, i le courant qui parcourt sa bobine,  $\dot{w}$  la vitesse de la structure au point où est fixé l'actionneur,  $\dot{w}_a$  la vitesse de la masse mobile et Bl le facteur de force exprimé en  $N.A^{-1}$ . L'impédance électrique bloquée du transducteur  $Z_e$  peut se décomposer sous la forme :

$$Z_e = R_e + j\omega L_e \tag{B.3}$$

Où les valeurs de  $R_e$  et  $Z_e$  sont reportées dans le Tableau B.1. D'après le second principe de Newton, il est possible d'écrire :

$$j\omega M_a \dot{w}_a + R_a (\dot{w}_a - \dot{w}) + \frac{K_a}{j\omega} (\dot{w}_a - \dot{w}) = Bli,$$
 (B.4)

où  $R_a$ ,  $M_a$  et  $K_a$  sont respectivement la résistance mécanique, la masse et la raideur du transducteur (Tableau B.1). En posant  $Z_a=j\omega M_a+Ra+\frac{K_a}{j\omega}$  et avec Y la mobilité mécanique locale de la structure :

$$\dot{w} = F_s Y \quad , \tag{B.5}$$

les équations (B.2), (B.3) et (B.4) permettent d'exprimer la force exercée sur la structure :

$$F_s = \frac{j\omega M_a}{Z_a + (R_a + \frac{K_a}{i\omega})j\omega M_a Y} Bli$$
 (B.6)

En pratique, la valeur de la mobilité mécanique locale Y n'est pas facile d'accès et requiert un capteur de force ou un capteur d'impédance mécanique. il faut noter que pour mesurer Y, on peut exciter la structure avec un pot vibrant, plus adapté à l'ajout d'un capteur de force, et placer un accéléromètre en vis-à-vis. Cependant, une approximation de l'Eq. (B.6) est parfois réalisée. Soit  $\omega_a = \frac{K_a}{M_a}$  la résonance mécanique de l'actionneur inertiel, alors si  $\omega \gg \omega_a$ , l'impédance  $(R_a + \frac{K_a}{j\omega})$  est faible devant  $Y^{-1}$  et  $j\omega M_a$ . Alors  $Z_a \approx j\omega M_a$  et  $F_s \approx Bli$ . En posant  $Z_{in} = (\frac{u}{i})_S$  l'impédance électrique d'entrée de l'actionneur inertiel sur la structure, le transfert force imposée à la structure / tension aux bornes de l'actionneur s'approche par :

$$\frac{F_s}{u} \approx \frac{Bl}{Z_{in}}$$
 (B.7)

Cependant, d'après les paramètres de l'actionneur présentés dans le Tableau B.1,  $f_a = \frac{\omega_a}{2\pi} = 80$  Hz. Compte tenu du fait que la fréquence de résonance du premier mode de la structure considérée en simulation et dans l'expérience réalisée à Marseille est autour de 80 Hz également, l'approximation (B.7) n'est pas envisageable et d'après (B.6) :

$$\frac{F_s}{u} = \frac{j\omega M_a B l}{Z_a + (R_a + \frac{K_a}{j\omega}) j\omega M_a Y} \cdot \frac{1}{Z_{in}}$$
(B.8)

Des résultats simulés sont tracés en module et en phase sur la Figure B.2 suivant avec (Eq. (B.7)) ou sans (Eq. (B.8)) approximation. L'erreur d'approximation est relativement importante et la mesure de la mobilité mécanique locale est nécessaire à la bonne estimation

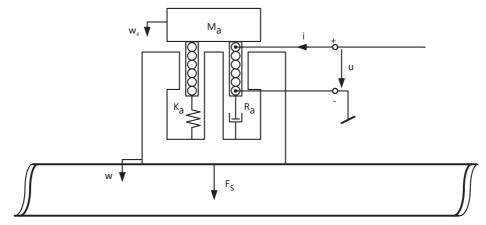


Figure B.1 Schéma d'un actionneur inertiel fixé à une structure.

Paramètre	Notation	Valeur	Unité
Résistance dc	$R_e$	8.3	Ω
Inductance bobine	$L_e$	0.19	$\mathrm{mH}$
Facteur de force	Bl	4.4	$N.A^{-1}$
Masse mobile	$M_a$	0.095	kg
Résistance mécanique	$R_a$	3.75	$ m N.m^{-1}.s$
Raideur de suspension	$K_a$	$25 \times 10^3$	$\mathrm{N.m^{-1}}$

Tableau B.1 Paramètres d'un actionneur inertiel de type Visaton EX 60S

du transfert  $\frac{F_s}{u}$ , particulièrement aux résonances, où l'approximation  $(R_a + \frac{K_a}{j\omega}) \ll Y^{-1}$  n'est pas vérifiée.

# B.2 Estimation de la mobilité mécanique locale d'une structure à l'aide d'un actionneur inertiel

En récrivant l'Eq. (B.2) sous la forme :

$$(\dot{w}_a - \dot{w}) = \frac{(Z_{in} - Z_e)}{Bl}i\tag{B.9}$$

et l'Eq. (B.4) sous la forme :

$$Z_a(\dot{w}_a - \dot{w}) = Bli - j\omega M_a \dot{w} \tag{B.10}$$

alors, il est possible d'écrire:

$$\frac{\dot{w}}{i} = \frac{Z_a}{j\omega M_a B l} \left[ Ze + \frac{(Bl)^2}{Z_a} - Z_{in} \right]$$
(B.11)

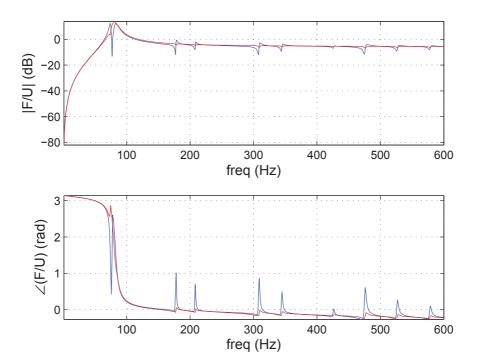


Figure B.2 module (haut) et phase (bas) du transfert théorique exact (bleu) et estimé (rouge) Force/tension d'un actionneur inertiel.

Ainsi, le transfert  $\frac{\dot{w}}{i}$  s'exprime en fonction de l'impédance électrique d'entrée de l'actionneur sur la structure et de ses paramètres mécaniques et électriques qui sont mesurables, par exemple en utilisant une méthode comme celle proposée par Small [90]. Cependant, il est intéressant de remarquer que sur une masse rigide :

$$\begin{cases}
Z_{in,mr} = \left(\frac{u}{i}\right)_{mr} = Z_e + \frac{Bl^2}{Z_a} \\
Z_a v_a = Bli
\end{cases}$$
(B.12)

Ce qui permet de mesurer directement  $\left(Z_e + \frac{Bl^2}{Z_a}\right)$  et réécrire l'Eq. (8) :

$$\frac{\dot{w}}{i} = \frac{Z_a}{j\omega M_a Bl} \left[ Z_{in,mr} - Z_{in} \right] \tag{B.13}$$

D'après l'Eq. (B.2), on peut écrire :

$$\frac{\dot{w}_a}{i} = \frac{1}{Bl} \left( Z_{in} - Z_e + \frac{Z_a}{j\omega M_a} \left[ Z_{in,mr} - Z_{in} \right] \right)$$
(B.14)

Une équation du problème qui n'a pas encore été utilisé est celle qui garantit l'égalité de l'action et de la réaction des forces mises en jeu dans le système :

$$f_s = -f_a = -j\omega M_a \dot{w}_a \tag{B.15}$$

Il est alors possible d'exprimer directement la mobilité mécanique locale de la structure :

$$Y = \left(\frac{\dot{w}}{-j\omega M_a \dot{w}_a}\right) \tag{B.16}$$

L'Eq. (B.16) montre qu'il est possible d'estimer la mobilité mécanique locale à partir de mesures de vitesse de la structure et de la masse mobile. D'après les Eqs. (B.10) et (B.11) :

$$Y = \left[\frac{-j\omega M_a}{Bl} \left(Z_{in} - Z_e + \frac{Z_a}{j\omega M_a} \left[Z_{in,mr} - Z_{in}\right]\right)\right]^{-1} \left[\frac{Z_a}{j\omega M_a Bl} \left[Z_{in,mr} - Z_{in}\right]\right]$$
(B.17)

L'Eq. (B.17) montre qu'il est possible d'exprimer la mobilité locale à partir des paramètres de l'actionneur inertiel et de la mesure de son impédance électrique d'entrée lorsqu'il est fixé à la structure. Il est ici montré comment il est possible de se servir d'un actionneur inertiel comme capteur d'impédance mécanique.

Les résultats présentés sur la Figure B.3 comparent mesures et estimations des impédances électriques d'entrée sur masse rigide et plaque en appui simple avec un actionneur de type Visaton EX 60S. Dans un premier temps, les paramètres électromécaniques de l'actionneur inertiel théorique sont choisis afin que les valeurs mesurée et modélisée de  $Z_{in,mr}$  soient identiques (voir Tableau B.1). La modélisation de l'actionneur inertiel par les équations (B.2) et (B.3) pour une masse rigide permet d'obtenir une bonne estimation de  $Z_{in,mr}$ . Cependant, un zoom fréquentiel après la résonance mécanique de l'actionneur met en évidence une composante qui a l'air linéaire et qui n'est pas approchée par l'approximation. Il pourrait être intéressant de mettre en place une méthode comme celle proposée par Small pour choisir au mieux les paramètres du modèle. Sur la Figure B.4, différentes grandeurs ont été estimées suivant qu'on se place dans une situation où la mesure du transfert  $\left(\frac{v_s}{u}\right)$ est diponible, en bleu (envisageable avec un accéléromètre colocalisé) ou seulement  $Z_{in}$  en rouge. L'erreur qui est faite lors de l'estimation de  $Z_{in,mr}$  entraîne logiquement une erreur dans l'estimation de  $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$  à partir de  $Z_{in}$ , au fur et à mesure que la fréquence augmente. La mobilité mécanique locale de la structure a été mesurée à l'aide d'un pot vibrant équipé d'un capteur de force et d'un accéléromètre. Il est intéressant de constater que des résultats tout à fait comparables sont obtenus en considérant l'actionneur inertiel et un accéléromètre ou l'actionneur seul en sensori-actuateur, particulièrement sur les résonances de la structure. Il est également intéressant de constater que les deux méthodes aboutissent à la même estimation du transfert  $\left(\frac{f_s}{u}\right)$  qui est comparable aux valeurs théoriques présentées sur la Figure B.2. De manière générale, tous les résultats présentés dans cette étude ont également été simulés et les résultats théoriques sont tout à fait superposables avec les résultats expérimentaux.

Dans le but de réaliser une meilleure estimation de l'impédance électrique d'entrée de l'actionneur inertiel sur base rigide, un terme est ajouté à l'expression de l'impédance électrique bloquée, en prenant en compte l'influence des courants de Foucault. Alors :

$$Z_e = R_e + j\omega L_e + Z_p \quad \text{où} \quad Z_p = \frac{j\omega L_2 R_2}{j\omega L_2 + R_2}, \quad (B.18)$$

de manière analogique au modèle proposé par Seidel [59] pour l'estimation des paramètres électriques d'un haut-parleur. Les valeurs des parainductance  $L_2 = L_e = 0.19$  mH et pararésistance  $R_2 = 0.12\Omega$  permettent une meilleure correspondance entre mesure et modélisation de  $Z_{in,mr}$ , particulièrement après la résonance mécanique de l'actionneur (Figure B.5). L'amélioration se répercute également sur l'estimation de la vitesse de la structure mais également de la mobilité mécanique locale (Figure B.6).

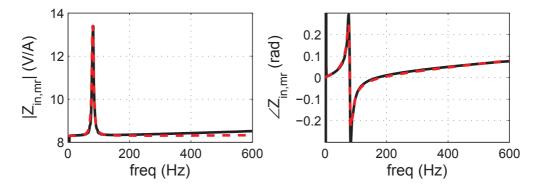


Figure B.3 Impédance électrique d'entrée sur masse rigide avec un actionneur inertiel de type Visaton EX 60S : estimation (rouge) et mesure (noir).

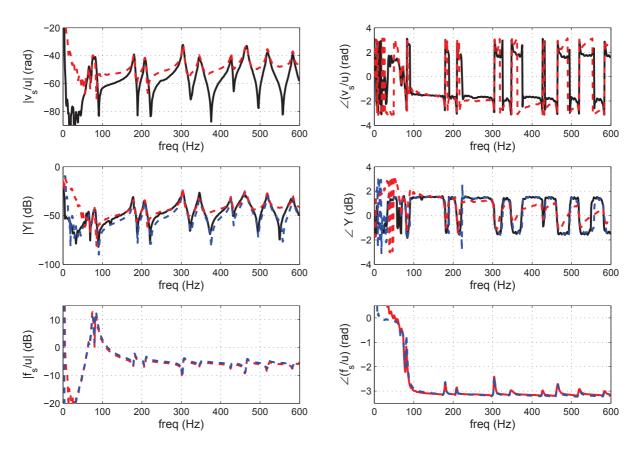


Figure B.4 haut : transfert  $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$ , milieu : mobilité mécanique locale, bas : transfert  $\left(\frac{f_s}{u}\right)$ , mesuré (noir), estimé à partir de mesure de  $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$  (bleu) ou  $Z_{in}$  (rouge).

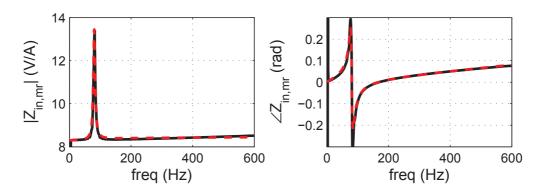


Figure B.5 Impédance électrique d'entrée sur masse rigide avec un actionneur inertiel de type Visaton EX 60S : estimation (rouge) avec  $Z_p$  et mesure (noir).

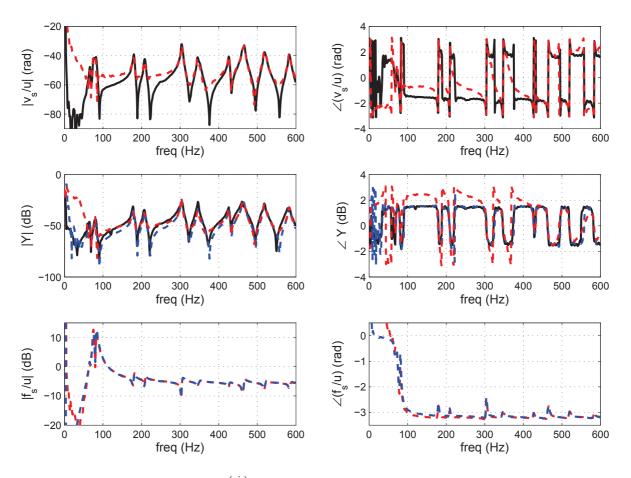


Figure B.6 haut : transfert  $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$ , milieu : mobilité mécanique locale, bas : transfert  $\left(\frac{f_s}{u}\right)$ , mesuré (noir), estimé à partir de mesure de  $\left(\frac{\dot{w}}{u}\right)$  (bleu) ou  $Z_{in}$  (rouge).

## ANNEXE C

## Compensation de la déformation locale engendrée par un actionneur

L'Annexe C est une étude comparative du couplage "actif" entre l'actionneur et la structure selon qu'un actionneur piézoélectrique ou inertiel est considéré. Cette étude, acceptée pour publication dans le journal *Mechanics & Industry* se focalise sur la déformation locale alors engendrée sur la structure et propose une méthode afin de la compenser.

# Bending nearfield compensation in the context of vibroacoustic active control

M. Michau<sup>a</sup>, A. Berry<sup>b</sup>, P. Herzog<sup>c</sup>, P. Micheau<sup>b</sup>

a. École Centrale de Marseille b. Faculté de Génie Mécanique, GAUS, Université de Sherbrooke c. Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Marseille

### Résumé:

À l'inverse des techniques passives dont l'efficacité chute aux basses fréquences, le contrôle actif vibroacoustique permet de réduire le rayonnement d'une structure en contrôlant sa vibration à l'aide de
transducteurs le plus souvent piézoélectriques ou électrodynamiques. En plus de son action globale
sur la structure, l'actionneur crée une déformation locale plus ou moins marquée selon sa nature.

Dans certaines stratégies de contrôle comme celle de l'impédance mécanique virtuelle, on utilise des
actionneurs et des capteurs colocalisés. Alors qu'elle ne participe quasiment pas au rayonnement de
la structure, la déformation locale modifie alors fortement le transfert vibratoire. Une méthode est
proposée afin d'identifier cet effet et le compenser en assimilant la participation des modes d'ordres
élevés à une raideur. Après cette opération, le signal issu des capteurs est beaucoup plus représentatif
du rayonnement et ne dépend quasiment plus ni de la nature ni des dimensions de l'actionneur.

### Abstract:

The efficiency of passive methods for noise reduction decreases at low frequency. In this frequency range active structural acoustic control (ASAC) can reduce sound radiation of structures by controling there vibration usually using piezoelectric or electrodynamic transducers. Besides its global effect on the structure, a bending nearfield is observed, depending on the actuator type. In some ASAC strategies as in the virtual impedance approach, actuators and sensors are collocated. Although it does not affect the radiation of the structure, the local bending strongly modifies the transfer function between transducers. A method is proposed in order to identify and compensate it. The global part of the vibratory field is extracted by cancelling the contribution of higher order modes approximated as a stiffness. After compensation, the signal from the sensor is much more representative of the radiation and nearly independant of the nature and the size of the actuator.

### Mots clefs: nearfield compensation, vibroacoustic active control

### 1 Introduction

Lightweight composite materials are widely used by the aerospace industry because they combine high stiffness and low mass. Unfortunately, they provide poor acoustical performance at low frequencies. Active structural acoustic control (ASAC) strategies allow for effective aircraft noise attenuation of low frequencies with control units integrated in the structure. The sound transmitted through the fuselage can thus be reduced by controling the vibration of the interior skin of the sidewall (trim panel). By colocating an inertial actuator and an accelerometer, it is possible to control the force/velocity dual pair at one point of the panel [1]. It has been shown that, under pure bending assumption, piezoelectric devices can also form colocated, dual actuator-sensor pairs for active control of plate vibration [2]. Besides its strong physical sense, duality is an interesting property regarding control stability [3]. However, in such a colocated pair, the sensor is especially influenced by the nearfield effect of the actuator. In addition to the global behaviour of the structure, the excitation is the cause of a local

bending, depending on the actuator type [4], that strongly modifies the transfer function between colocated transducers.

The radiation of a structure, driven by large scale deformations, is barely affected by its local deformation. It thus appears that the global part of vibratory field induced by the actuator is much more relevant to deal with the control problem. The compensation of the bending nearfield may therefore be necessary when developping strategies where the acoustic radiation is estimated from local vibration measurements [5]. This would avoid that the control attempts to cope with the nearfield strain not involved in the farfield radiation. By doing this, the dynamic range and robustness of iteratives algorithms should be improved.

### 2 Mechanical model

In the following analysis, we consider only the effect of an actuator as an external source acting on the structure. The passive mechanical impedance of the actuator is thus neglected in order to simplify expressions. Two usual technologies are considered, which have different acting principle on the structure (Figure 1). An inertial actuator (AI) induces an almost normal distribution of force density whereas a piezoceramic actuator (PZT) can be considered as applying bending moments to the structure. It was verified with analytical model and finite element method that the participation of the extension strain induced by the PZT to the transverse displacement of the structure was negligible. So, even with the same actuator size, the structure response may be quite different depending on which of these two technologies is involved.

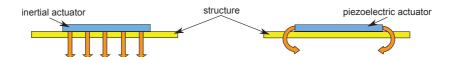


FIGURE 1 – excitation mechanism for an inertial and a piezoelectric actuator on a structure

The structure considered in this paper is a simply supported plate with dimensions  $L_x \times L_y \times h$ , a bending stiffness D and a mass per unit area M. The excitation is harmonic with angular frequency  $\omega$ . Under pure bending assumption, an actuator-plate-sensor transfer is classically expanded over the structural modes:

$$H(\omega) = \sum_{(m,n)} B_{mn} Y_{mn} C_{mn} \tag{1}$$

where  $Y_{mn}$  is the mechanical admittance of the (m, n) mode:

$$Y_{mn} = \frac{-j\omega}{M(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \tag{2}$$

with

$$\gamma_m = \frac{m\pi}{L_x}$$
 and  $\gamma_n = \frac{n\pi}{L_y}$ 

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{M}} \left( \gamma_m^2 + \gamma_n^2 \right)$$

 $B_{mn}$  is a modal coupling coefficient beetween the actuator and the plate. It can be written:

$$B_{mn} = \beta \ \Gamma_{mn} \Delta_{mn}^{act} \tag{3}$$

where  $\beta$  is a force per voltage constant. Expression (3) distinguishes the influence of the size and location from the actuator technology in the excitation mechanism.  $\Delta_{mn}^{act}$  is dimensionless and depends on the actuator size and location. Defining  $(x_1, x_2, y_1, y_2)$  its location:

$$\Delta_{mn}^{act} = \left[\cos(\gamma_m x_2) - \cos(\gamma_m x_1)\right] \left[\cos(\gamma_n y_2) - \cos(\gamma_n y_1)\right] \tag{4}$$

Note that  $\Delta_{mn}^{act}$  does not depend on the actuator technology.  $\Gamma_{mn}$  is also a dimensionless modal coupling coeffcient, which expresses the actuator acting principle and is independent of its location:

$$\Gamma_{mn}^{PZT} = \left(\frac{\gamma_m^2 + \gamma_n^2}{\gamma_m \gamma_n}\right) \quad and \quad \Gamma_{mn}^{AI} = \frac{1}{L_x L_y} \left(\frac{1}{\gamma_m \gamma_n}\right)$$
(5)

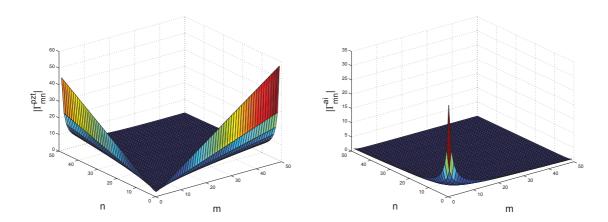


FIGURE 2 – Influence of the acting principle on the modal contribution for a piezoelectric (left) and an inertial (right) actuator

Expression (5) may be interpreted as a series of contribution coefficients to the modal expansion. This is illustrated in Figure 2, where the coefficients have been calculated as a function of modal indices (m,n). It appears that the piezoelectric actuator emphasizes the participation of higher order modes (small space scale), contrary to the inertial actuator. This difference leads to a different transverse displacement (Figure 3). Unlike the inertial actuator, the piezoelectric actuator creates a strong bending nearfield effect. As  $\Gamma_{mn}^{PZT}$  increases with the modal index, it requires to consider much more terms in the expansion (1) with a piezoelectric than with an inertial actuator.

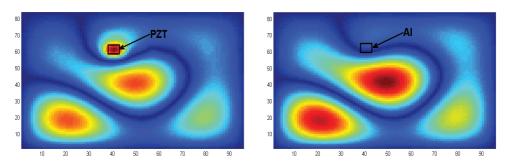


FIGURE 3 – transverse displacement for a excitation by a piezoelectric and an inertial actuator, f = 400 Hz

It should be noticed that the above expressions are theoretical and do not take into account some practical aspects. Especially, the piezoelectric device must be glued to the plate. This spreads the moments induced near its boundaries, leading to a reduced coupling with higher order modes.

The last component not yet considered in (1) is the expression of the coupling coefficient  $C_{mn}$  beetween the plate and the sensor. As far as dual pairs are considered, a piezoelectric polyvinylidene fluoride

(PVDF) sensor is colocated to the piezoceramic actuator and an accelerometer is colocated to the inertial actuator. Contrary to the PVDF sensor, the accelerometer is considered as a ponctual sensor:

$$\Delta_{mn}^{ACC} = \sin(\gamma_m x_{acc}) \sin(\gamma_n y_{acc}) \neq \Delta_{mn}^{act}$$
(6)

and

$$C_{mn}^{ACC} = c^{ACC} \omega sin(\gamma_m x_{acc}) sin(\gamma_n y_{acc})$$
(7)

From the duality and the colocation it comes for the PVDF sensor :

$$\Gamma_{mn}^{PVDF} = \Gamma_{mn}^{PZT} \quad and \quad \Delta_{mn}^{PVDF} = \Delta_{mn}^{act}$$
(8)

in

$$C_{mn}^{PVDF} = c^{PVDF} \Gamma_{mn}^{PVDF} \Delta_{mn}^{PVDF} \tag{9}$$

Where both  $c^{PVDF}$  and  $c^{ACC}$  are voltage per velocity constants. It appears that the combined effect of  $\Gamma_{mn}^{PVDF}$  and  $\Gamma_{mn}^{PZT}$  in the expression (1) still increase the difference in the number of terms to be considered depending on the technology chosen for the actuator/sensor pair.

### 3 Nearfield compensation

In the ASAC context, only the low frequency range is considered. The acoustical radiation to be controlled is mainly driven by the large scale deformation and is barely affected by the local strain described by higher order modes. For simulation purposes, a truncation of the modal expansion could be proposed, based on radiation criteria. Experimentally, the bending nearfield strongly modifies measured direct transfers. It then becomes difficult to estimate the structure radiation. A method is presented here in order to compensate this bending nearfield.

### 3.1 Stiffness approximation of higher order modes

The function  $Y_{mn}: \omega \to \frac{-j\omega}{M(\omega_{mn}^2 - \omega^2)}$  in  $\mathcal{R}^+$  is defined from (2). When the excitation frequency is much smaller than the natural frequency of a structural mode  $(\frac{\omega^2}{\omega_{mn}^2} \ll 1)$ ,  $Y_{mn}$  is approached by its Taylor expansion in 0 at order 2:

$$Y_{mn}(\omega) = \frac{-j\omega}{M\omega_{mn}^2} + o(\omega^3) = \frac{-j\omega}{D(\gamma_m^2 + \gamma_n^2)^2} + o(\omega^3)$$
(10)

It can be shown that the participation of this modes can be expressed as a stiffness. Defining the two domains  $E_1(\omega)$  the subset of modal indexes such as  $\frac{\omega^2}{\omega_{mn}^2} \ll 1$  and  $E_2(\omega)$  its complementary subset in  $\mathcal{N}^* \times \mathcal{N}^*$  leads to the classical relations [7]:

$$Y_{mn}^{1}(\omega) = \frac{-j\omega}{M(\omega_{mn}^{2})} \qquad \forall (m, n) \in E_{1}(\omega)$$
(11)

$$Y_{mn}^{2}(\omega) = \frac{-j\omega}{M(\omega_{mn}^{2} - \omega^{2})} \qquad \forall (m, n) \in E_{2}(\omega)$$
(12)

The expression of  $\frac{Y_{mn}^1}{j\omega}$  does not depend on  $\omega$  but the repartition of the modes in the two domains  $E_1$  and  $E_2$  depends on the frequency and more specifically on the modal density. Note that the case  $(\frac{\omega_{mn}^2}{\omega^2} \ll 1)$  could be treated as well in order to show that when the excitation frequency is much higher than the natural frequency of a mode, it can be approached by a mass. This is not considered in this paper.

### 3.2 Theoretical results

Considering the decomposition in two domains (9) and (10), it is then possible to express:

$$H_1(\omega) = \sum_{(m,n)\in E_1(\omega)} B_{mn} Y_{mn}^1 C_{mn}$$
(13)

The compensated transfer function  $\tilde{H}$  is defined as :

$$\tilde{H}(\omega) = H(\omega) - H_1(\omega) \tag{14}$$

By construction,  $\tilde{H}$  respresents mainly the contribution of lower order modes, whatever the actuator technology considered. This is illustrated thereafter. When the excitation frequency is close to the natural frequency of a mode, the transfer is dominated by this mode and neither the bending nearfield nor its compensation can be observed. Figure 4 corresponds to an off-resonance case (f = 400Hz). The effect of the compensation on the transverse displacement is presented for the two technologies previously considered, and for a point force excitation. The compensated transfers are much closer although the transverse displacement still depends on the excitation type. It can be explained by the difference in modal filtering  $(\Gamma^{pzt}_{mn} \neq \Gamma^{ai}_{mn}$  in (5)).

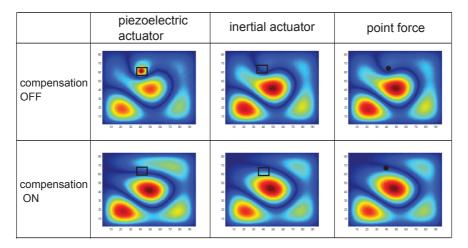


Figure 4 – Effect of the compensation on transverse displacement for different type of excitation, f = 400Hz

The compensation is then applied to the direct transfer beetween dual pairs (Figure 5). By calculating  $\frac{H}{j\omega}$ , the higher order modes participation appears constant as calculated in section 3.1. The compensation thus removes the contribution of higher morder modes, which is almost constant at lower frequencies. The real part of  $\frac{\tilde{H}}{j\omega}$  for the PZT has therefore an almost null mean value. For the inertial actuator/ accelerometer pair, only the transfer without compensation is plotted. Neither the bending nearfield nor its compensation can be distinguished on the graph.

### 3.3 Experimental procedure

In practice, only the transfer  $H(\omega)$  can be measured. As observed in the last section,  $\frac{H_1}{j\omega}$  is almost constant above the [10-600Hz] frequency range. So a few off-resonance measurements of  $H(\omega)$  are enough in order to estimate  $H_1$ . Considering  $H_1(\omega) \approx j\omega\tau$  where  $\tau$  is a constant leads to a simple model in the time domain allowing to perform real-time compensation. This is a principle close to the method proposed in [6] in order to compensate the extensionnal modes participation.

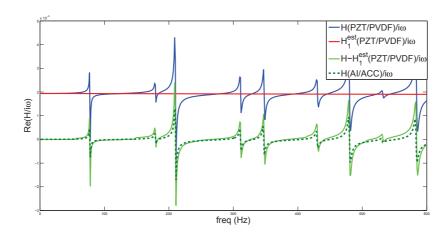


FIGURE 5 – Effect of the compensation on colocated dual actuator-sensor transfer

### 4 Conclusions

The method proposed here allows for a good distinction beetween global and local components of the vibration field in the case of colocated transducers. It has been shown that the bending nearfield strongly increase the number of terms in modal expansions to be considered in simulations. The repartition of modes in domains and the approximation of higher order modes realised in this study may help to fasten convergence of modal expansions. This paper also proposed a method to compensate the bending nearfield in order to perform a better estimation of global deformation. Such an information can be very usefull in the context of vibroacoustic active control. Because they have a different action mechanism, piezo and inertial actuators induce different deformation on the plate. The compensation presented here also allows to reduce the impact of this differences on the colocated control. The method presented here allows for estimating the bending nearfield compensation term. Its implementation with a feedback controller is an on-going work. A further step would be to find a configuration involving one or several piezoelectric devices of various form that induce the same global vibration to the structure as an inertial actuator, thus avoiding the need for such compensation.

### Références

- [1] Guicking, D., Melcher, J., Wimmel, R. 1989 Active impedance control in mechanical structures *Acustica* **69** 39-52
- [2] Sun, Q. 1996 Some observations on physical duality and collocation of structural control sensors and actuators J. Sound. Vib. 194 765-770
- [3] Elliott, S.J., Gardonio, P., Sors, T., Brennan, M.J. 2002 Active vibroacoustic control with multiple local feedback loops *J. Acous. Soc. Am.* **119** 1487-95
- [4] Baudry, M., Micheau, P., Berry, A. 2009 Decentralized harmonic active vibration control of a flexible plate using piezoelectric actuator-sensor pairs J. Acous. Soc. Am. 125 2978-86
- [5] Masson, P., Berry, A., Nicolas, J. 1997 Active structural acoustic control using strain sensing J. Acous. Soc. Am. 102 1588-99
- [6] Young-Sup Lee, Gardonio, P., Elliott, S.J. 2002 Coupling analysis of a matched piezoelectric sensor and actuator pair for vibration control of a smart beam J. Acous. Soc. Am. 111 2715-26
- [7] Géradin, M., Rixen, D. 1997 Mechanical vibrations: theory and application to structural dynamics *John Wiley* 425 p.

## ANNEXE D

# Méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales sur un panneau aéronautique à l'aide de sensoriactuateurs

L'Annexe D est un article en cours de soumission au Journal of Sound & Vibration. Il traite de la possibilité d'appliquer la méthode des impédances mécaniques virtuelles optimales à l,aide d'unités composées non pas d'un actionneur et d'un capteur en vis-à-vis, mais uniquement d'un actionneur inertiel utilisé en sensoriactuateur. Cette possibilité a été testée avec R. boulandet, en parallèle de la campagne expérimentale réalisée au GAUS sur un panneau aéronautique.

# Design of electrodynamic sensoriactuators for active structural acoustic control on an aircraft composite panel

R. Boulandet<sup>a,\*</sup>, M. Michau<sup>a</sup>, P. Micheau,<sup>a</sup>, A. Berry<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke, 2500 Boul. de l'Université, J1K 2R1, Sherbrooke, Québec, Canada

### **Abstract**

This article addresses an active structural acoustic control (ASAC) approach to reduce sound transmission through an aircraft trim panel. The focus is on the practical implementation of the virtual mechanical impedance method by using electrodynamic sensoriactuators instead of conventional sensor-actuator units. The concept of virtual mechanical impedance is to simply impose a linear complex-valued relationship between dual and collocated variables in order to control a mechanical structure subject to a primary disturbance. The experimental setup includes a set of sensoriactuators designed from a conventional electrodynamic inertial exciter and distributed over an aircraft composite panel which is subject to a time-harmonic diffuse sound field. The virtual mechanical impedances are computed so as to minimize the sound power radiated by the structure, and then imposed using a complex envelope controller. It is clearly shown that the calculation of optimal mechanical impedances leads to provide some additional vibrational energy to the panel such that the total sound power radiated is reduced. Measured data are compared to results obtained with sensor-actuator pairs consisting of an accelerometer and an inertial exciter, particularly as regards sound power reduction. It is shown that similar performance can be achieved using both types of control units. Concluding remarks and discussions on the extension to broadband control are also provided.

*Keywords:* Sensoriactuators, Active Structural Acoustic Control, Virtual impedance control, Inertial exciter, Time-harmonic control, Electrodynamic transducer.

### 1. Introduction

Noise reduction in aircraft cabins is a major challenge for the competitiveness of an aerospace manufacturer. To decrease structural weight and reduce fuel consumption, the use of composite materials is becoming more widespread. The combination of high stiffness and low mass, however, decreases the sound insulation capability of the cabin against outside noise. The critical frequencies are also found to be lowered, which has the effect of increasing the radiation efficiency of the structure. The use of passive materials is widely studied, but still penalized by added mass and a poor efficiency at low frequencies. To address this problem, the active structural acoustic control (ASAC) strategy is basically to change the way the vibrating structure radiates so as to minimize acoustic radiation [3]. Given a modal density lower in the structure than in the acoustic field to be controlled, a relatively small number of control units can be distributed over the structure to achieve a significant reduction in sound power radiated [3]. Generally speaking, 10 optimizing a global criterion requires the implementation of a control in which the various sensors share information with each other to determine the global variable to be optimized. This approach is called centralized control and makes it possible to minimize global quantities such as the kinetic energy of a flexural structure or its sound power radiated. Conversely, no communication between the sensors is required when optimizing a local criterion, allowing the implementation of a decentralized control. This approach can be used to reduce the transverse velocity and therefore the local kinetic energy of a structure, and to achieve a mechanical impedance control in certain cases [1]. 16

In most methods of active control of vibration (damping, power absorption, time-harmonic disturbance rejection, etc.), the use of electromechanical transducers such as accelerometer, inertial exciter, PVDF- or PZT-type piezoelectric

17

Email address: romain.boulandet@usherbrooke.ca (R. Boulandet)

<sup>\*</sup>Corresponding author

materials is required for both the sensing and actuation [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. Generally speaking, sensors are attached to the mechanical structure for measuring acceleration or strain signals, which are fed back to the inner loop to actively compensate for the structural vibrations. A judicious choice of control and observation signals has several advantages in terms of passivity and stability [17]. When dual and collocated variables are involved in both sensing and actuation, their product is proportional to the power supplied to the structure and the controlled system is positive real, since the majority of real systems are dissipative [15, 18, 12]. Moreover, the transfer function between the observation and control signal is then proportional to the mobility of the structure, thereby making easier the physical interpretation of the effect of control over the structure. In practice, however, sensors and actuators can not be perfectly collocated and assumptions that guarantee the duality are not always respected in the entire frequency range of interest. For these reasons, it is worth considering the use of a self-sensing actuator instead of a sensor-actuator pair.

A self-sensing actuator is basically a reversible electromechanical transducer, generally piezoelectric or electromagnetic, which uses simultaneously the dual function of sensing and actuation. The idea of self-sensing actuation was developed concurrently by Hagood *et al.* [13] and Dosch *et al.* [14] in the early nineties, where the PZT elements were used as sensors and actuators simultaneously to reduce implementation, cost and complexity, by achieving truly collocated control. The principle is later implemented to achieve vibration control on a cantilever beam [15], active structural acoustic control on a simply supported plate[16], vibration damping [20], to develop a sensorless technique for active noise control using an electrodynamic loudspeaker [19], or for biomedical application using an electromagnetic actuator [21]. The main attraction of sensoriactuators in the context of vibration control is to modify the local mechanical impedance of a structure over a wide range of real and imaginary parts, in a predictable and desired manner with no additional sensor. In addition to being dual variables, control and observation are perfectly collocated, thereby ensuring that the controlled system remains passive, which is not always the case using a pair of sensor and actuator [15]. The key challenge is therefore to implement multi input multi output impedance control so that acoustic radiation can be minimized without necessarily reducing the structural vibration.

The control objective in this work is to achieve optimal control of a global criterion, the sound power radiated by a panel subjected to a diffuse field, using independent local control units involving the electrodynamic inertial exciter. The practical implementation is done as a two-step process: the first step allows the identification of the vibroacoustic transfer functions used to calculate the optimal control inputs (offline) and the second step, online, is required to set the complex-valued target impedances to be imposed upon the structure using a complex envelope controller. The remaining is organized as follow. First, the basic knowledge necessary for modeling the coupled electromechanical system comprising the sensoriactuator and host structure is presented. The analytical model is obtained from the equivalent circuit model of the electrodynamic inertial exciter and the modal summation formulation of the flexural structure. In Section 3, the baseline concept of the virtual mechanical impedance is discussed. It is shown how the global dynamic response of a structure subject to an acoustic excitation can be controlled effectively by changing the mechanical impedance applied to different locations on the structure. Experimental results performed on an aircraft trim panel using sound transmission loss facilities are provided in Section 4. Measured data are compared to results obtained with sensor-actuator pairs consisting of an accelerometer and an inertial exciter, particularly as regards sound power reduction. Concluding remarks and discussion on the extension to broadband control are also provided.

### 2. Coupled electromechanical actuator-structure model

### 2.1. Flexural structure model

Let us consider a flexural structure excited by a primary source. Under pure bending assumption, the transverse velocity response of the structure  $v_s(t) = \text{Re}[\underline{v}_s \exp(j\omega t)]$  where  $\omega$  is the angular frequency and  $j = \sqrt{-1}$ , can be expressed using the modal summation formulation [3, 24], as

$$\underline{v}_{s}(x,y) = j\omega \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \underline{q}_{mn} \phi_{mn}(x,y)$$
 (1)

where  $\underline{v}_s(x, y)$  is the complex phasor of the transverse velocity at a location (x, y),  $\underline{q}_{mn}$  is the complex modal amplitude and  $\phi_{mn}$  is the m, n-th mode shape function which are defined, for a simply supported  $L_x \times L_y$  rectangular thin plate, as

$$\phi_{mn}(x, y) = \sin(\gamma_m x)\sin(\gamma_n y) \tag{2}$$

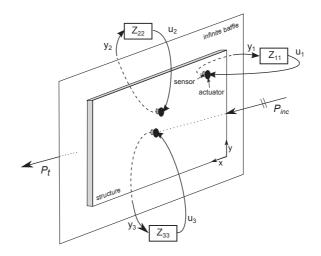


Figure 1: Schematic of a simply supported plate under control.

- where  $\gamma_m = m\pi/L_x$  and  $\gamma_n = n\pi/L_y$ .
- Considering the general case of a time-harmonic excitation of the form  $f(t) = \text{Re}[\underline{f} \exp(j\omega t)]$ , where  $\underline{f}$  is the
- complex phasor of a transverse force, the complex modal amplitude  $\underline{q}_{mn}$  can be written as

$$\underline{q}_{mn} = \frac{1}{\mu L_x L_y} \frac{\underline{F}_{mn}}{\omega_{mn}^2 + 2j\omega \zeta_{mn}\omega_{mn} - \omega^2}$$
(3)

- where  $\underline{F}_{mn}$  is the corresponding modal force that depends on the nature of the excitation,  $\mu$  is the mass per unit area (in kg m<sup>-2</sup>),  $\zeta_{mn}$  is the viscous damping ratio of the m, n-th mode, and  $\omega_{mn}$  is the corresponding natural frequency (in
- rad s<sup>-1</sup>), given by

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{Eh^3}{12(1 - v^2)\mu}} \left(\gamma_m^2 + \gamma_n^2\right)$$
 (4)

- where E is the Young's modulus (in Pa), h is the thickness of the plate (in m), and  $\nu$  is the Poisson's ratio of the plate.
- Upon actuation using an ideal point force input  $\underline{F}$  at the location (x, y), for example, the transverse velocity response
- of the plate at the same location is assumed to be given by

$$\underline{v}_{s}(x,y) = j\omega \frac{1}{\mu L_{x}L_{y}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}^{2}(x,y) \underline{F}}{\omega_{mn}^{2} + 2j\omega \zeta_{mn}\omega_{mn} - \omega^{2}}$$

$$(5)$$

and the corresponding driving point mobility function (in m s<sup>-1</sup> N<sup>-1</sup>) can be derived from Eq. (5), as

$$\underline{Y} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{F}} = -j\omega \frac{1}{\mu L_x L_y} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}^2(x, y)}{\omega_{mn}^2 + 2j\omega \zeta_{mn}\omega_{mn} - \omega^2}$$
 (6)

- The physical parameters of the aluminum plate used to run simulations in the following can be found in Table 1. Note that the vibrational response of the panel is considered independent from the fluid loading of the surrounding 12 media. 13
- 2.2. Electrodynamic inertial exciter
- An electrodynamic inertial exciter is a reversible voice coil transducer which has capability to sustain and propagate 15 input vibrational energy. It can be regarded as a two-port system, including an electromechanical coupling through two

Table 1: Physical parameters of the plate.

Parameter	Notation	Value	Unit
Width	$L_x$	0.481	m
Length	$L_{\rm y}$	0.421	m
Thickness	h	3.19	mm
Young's modulus	E	$68.5 \ 10^9$	Pa
Mass density	$\rho$	2740	${\rm kg}~{\rm m}^{-3}$
Poisson ratio	ν	0.33	
Loss factor	$\eta$	0.004	

- pairs of dual variables: the voltage and current for the electrical side, and the force and velocity for the mechanical side.
- When attached to a host mechanical structure subject to vibration, the equation of motion of the inertial exciter derives
- from the Newton's second law and can be written as [24]

$$M_a \dot{v}_a(t) + R_a (v_a(t) - v_s(t)) + K_a (x_a(t) - x_s(t)) = Bl i(t)$$
(7)

- where  $v_a$  and  $v_s$  are the velocities of the moving mass and host structure at the base of the inertial exciter,  $x_a$  and  $x_s$  are
- b the displacements of the moving mass and exciter base,  $M_a$ ,  $R_a$ ,  $K_a$  are the mass, mechanical resistance, and stiffness
- of the mount, respectively, and Bli is the force of electric origin resulting from the magnetic field acting on a moving
- <sup>7</sup> free charge (current).
  - The governing equation of the electrical dynamics is based on Kirchhoff's circuit laws and can be written as

$$u(t) = R_e i(t) + L_e \dot{i}(t) + \varepsilon(t)$$
(8)

where u is the input voltage applied to the transducer terminals, i is the electrical current flowing through the coil, and  $\varepsilon = -Bl(v_s - v_a)$  is the back electromotive force (voltage) induced in the coil during motion. The constant parameters  $R_e$  and  $L_e$  are the dc resistance and self inductance of the coil, respectively. The physical parameters of the inertial exciters used in this study can be found in Table 2. It is assumed that all input forces acting on the electrodynamic driver are small enough so that the displacement remains proportional to applied forces (small-signal range). Otherwise, some of the model parameters need to be considered as time-varying nonlinear functions of the input variables [28, 29].

Table 2: Physical parameters of the inertial exciter measured in small-signal range.

Parameter	Notation	Value	Unit
dc resistance	$R_e$	3.36	Ω
Voice coil inductance	$L_e$	0.05	mH
Force factor	Bl	4.4	$N A^{-1}$
Moving mass	$M_a$	0.105	kg
Mechanical resistance	$R_a$	0.31	$Nm^{-1}s$
Suspension stiffness	$K_a$	$14.2\ 10^3$	${\rm N}{\rm m}^{-1}$
Resonance frequency	$f_c$	59.6	Hz

Based on assumptions of linear dynamic coupling of the transducer and using phasors to represent the complex amplitude (magnitude and phase) of sinusoidal functions of time, the characteristic equations of the inertial exciter given by Eqs. (7) and (8) can be rewritten as

$$\begin{cases}
Bl \, \underline{i} = \underline{Z}_{ma} \, \underline{v}_a - \underline{Z}_{ms} \, \underline{v}_s \\
\underline{u} = \underline{Z}_e \, \underline{i} + Bl \, \underline{v}_a - Bl \, \underline{v}_s
\end{cases} \tag{9}$$

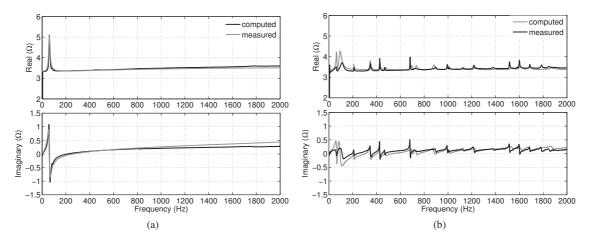


Figure 2: Computed and measured electrical input impedance of the inertial exciter when attached to a pure mass (a) and when coupled to the plate (b).

where  $\underline{Z}_{ma} = j\omega M_a + R_a + K_a/j\omega$  is the mechanical impedance of the inertial exciter,  $\underline{Z}_e = R_e + j\omega L_e$  is the blocked electrical impedance of the transducer, and  $\underline{Z}_{ms} = R_a + K_a/j\omega$  is the impedance of the spring-dashpot mounting system.

### 2.3. Input impedance of the inertial exciter

The input impedance of the inertial exciter is the complex ratio of the voltage to the current in the electrical circuit of the transducer. It determines the electrical impedance (in  $\Omega$ ) 'seen' by any equipment such as electronic drive source, electrical network, etc., connected across its input terminals. When attached to a pure mass, the closed form expression of the input impedance of the inertial exciteur can be obtained by combining Eq. (7) and (8), as

$$\underline{Z}_{in0} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \underline{Z}_e + \frac{(Bl)^2}{\underline{Z}_{ma}} \tag{10}$$

As can be seen in Eq. (10),  $Z_{in0}$  contains all the electromechanical effects that are operating, including all resistances and reactances of the vibration exciter impedance, and permits the evaluation of key parameters of the transducer model such as natural resonance, dc resistance, etc [30?].

In the absence of primary disturbance, the closed form expression of the electrical input impedance of the coupled plate-actuator system can be obtained by substituting Eq. (12) in Eqs. (7) and (8), as

$$\underline{Z}_{in} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \underline{Z}_e + \frac{(Bl)^2}{\underline{Z}_{ma} - \frac{(j\omega M_a)^2 \underline{Y}}{1 + j\omega M_a Y}}$$
(11)

Equation (11) describes in terms of electrical impedance, the electromechanical coupling between the structure and the actuator. Fig. 2 illustrates the frequency response function of the electrical input impedance of the inertial exciter when attached to a pure mass (a) and fixed near the center of the plate (b). As can be seen in Fig. 2, there is a good agreement between the measured and computed electrical input impedances. It can be noted that the transducer's natural resonance, which is clearly seen at 58 Hz in Fig. 2(a), strongly interacts with the first structural resonance at 75 Hz for the plate under study. As illustrated in Fig. 2(b), the following structural resonances in the higher frequency range may be easily identified from the electrical input impedance.

### 2.4. Open loop response function

10

11

16

17

18

21

The flexural vibration of the plate is the superposition of the response to primary acoustic excitation and the secondary structural excitation generated by the control actuators [24]. When the inertial exciter is attached to the

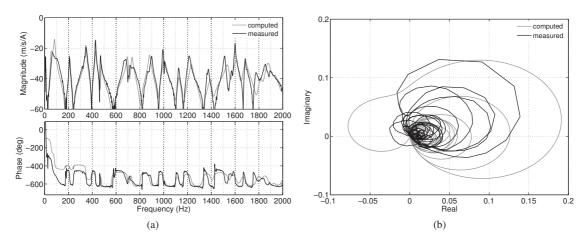


Figure 3: Bode (a) and Nyquist (b) plots of the open loop frequency response function of the coupled plate-actuator system.

- plate, however, the transverse force generated upon actuation is likely to be affected by the response of the structure.
- <sup>2</sup> The frequency response function of the coupled plate-actuator system can be derived using mobility function and the
- transverse velocity that results at the location (x, y) of the inertial exciter is given by

$$\underline{v}_s = \underline{d} - \underline{Y} \, \underline{f}_s \tag{12}$$

- where  $\underline{d}$  is the contribution caused by the primary acoustic disturbance,  $\underline{f}_s = -j\omega M_a \underline{v}_a$  is the inertia force produced
- by the vibration of the mass, and  $\underline{Y}$  is the mobility function which is given in Eq. (6).
- Upon actuation using a current drive source, the force which is transmitted to the structure via the spring-dashpot mounting system can be derived by combining Eqs. (7) and (12), as

$$\underline{f}_{s} = \frac{j\omega M_{a}}{\underline{Z}_{ma} + j\omega M_{a}\underline{Z}_{ms}\underline{Y}} Bl\underline{i}$$
(13)

and the open loop response function of the coupled plate-actuator system can be expressed as

$$\frac{\underline{v}_{s}}{\underline{i}} = -\frac{j\omega M_{a}\underline{Y}Bl}{\underline{Z}_{ma} + j\omega M_{a}\underline{Z}_{ms}\underline{Y}}$$
(14)

Fig. 3 illustrates the open loop frequency response function of the inertial exciter near the center of the plate. As can be seen in Fig. 3, the measured and calculated data show good agreement over a frequency range of 0-2 kHz. Note that upon actuation using a voltage drive source, Eqs. (13) and (14) can be rewritten as

$$\underline{f}_{s} = \frac{j\omega M_{a}}{\underline{Z}_{ma} + j\omega M_{a}\underline{Z}_{ms}\underline{Y}} \frac{Bl}{\underline{Z}_{in}} \underline{u}$$
(15)

12 and

$$\frac{\underline{v}_{s}}{\underline{u}} = -\frac{j\omega M_{a}\underline{Y}Bl}{\underline{Z}_{ma} + j\omega M_{a}\underline{Z}_{ms}\underline{Y}}\frac{1}{\underline{Z}_{in}}$$
(16)

13 respectively.

2.5. Output velocity at the base of the actuator

Combining now Eq. (7) and Eq. (8) and after some further manipulations, the output velocity at the base of the actuator be expressed as

$$\underline{v}_{s} = -\frac{\underline{Z}_{ma}}{j\omega M_{a} B l} \left(\underline{u} - \underline{Z}_{e} \underline{i}\right) + \frac{B l}{j\omega M_{a}} \underline{i}$$
(17)

Equation (17) clearly shows that the velocity response of the structure at the location of the inertial exciter can be estimated from the driving current and the induced voltage at its input terminals. In addition, for frequencies such that  $\sqrt{K_a/M_a} < \omega < R_e/L_e$ , i.e. above the natural resonance of the inertial exciter and below the cut-off frequency of the coil electrical filter, a simplified expression of Eq. (17) can be obtained as

$$\underline{v}_{s} \simeq -\frac{\underline{u}}{Bl} + \left(\frac{R_{e}}{Bl} - j\frac{Bl}{\omega M_{a}}\right)\underline{i} \tag{18}$$

Equation (18) will be used as an estimate of the structure velocity at the location of the control inputs in the following.

### 3. Control strategy and methodology

### 3.1. Virtual mechanical impedance concept

The concept of virtual mechanical impedance is to simply impose a linear complex-valued relationship between dual and collocated variables used for both the actuation and observation of the controlled structure [1]. In practice, the mechanical impedance of a flexible structure can be modified locally by using a set of distributed actuator-sensor pairs, e.g. a vibration exciter and an accelerometer. Assuming that the system is linear and without considering the electromechanical coupling between actuators and structure, the system to be controlled can be expressed in matrix form [24], as

$$\mathbf{f} = \mathbf{H} \, \mathbf{e} + \mathbf{d} \tag{19}$$

where **f** is the vector of flow variables, typically the output signals of the sensors, **e** is the vector of control input signals (effort variable), **H** is the matrix of transfer functions between the sensors and actuators, and **d** is the vector of primary acoustic excitations at the sensor locations.

The control objective is to determine the optimal mechanical impedance between dual variables e and f used for the structure actuation and observation, respectively, in order to reduce the radiated sound power. This can be written mathematically as

$$\mathbf{e} = -\mathbf{Z}\mathbf{f} \tag{20}$$

where  $\mathbf{Z}$  is a diagonal matrix which connects the control inputs and the structure response at the location of the actuators. It is worth mentioning that combining Eqs. (19) and (20) leads to implement a feedback control system that is unconditionally stable, provided the compensator is passive, i.e. Re  $[\mathbf{Z}] > 0$  for any angular frequency  $\omega$  [6].

### 3.2. Control objective and methodology

36

Due to the high inherent structural damping of the composite panel, conventional active damping is not a priori the best way to reduce the sound power radiated. The control objective is therefore to minimize the overall sound power radiated by the structure, without necessarily seeking to minimize structural vibration. There are mainly two ways to assess the sound power radiated by panel-like structures: from the radiated sound intensity and from the vibrational velocity [?]. In the first case, the time-averaged sound power radiation can basically be evaluated by integrating the product of the surface sound pressure p(x, y, 0, t) and the transverse velocity  $v_s(x, y, t)$  over the surface of the panel, as

$$W = \frac{1}{2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \operatorname{Re}\left[\underline{v}_s(x, y)^* \underline{p}(x, y, 0)\right] dx dy \tag{21}$$

where  $(\cdot)^*$  denotes the complex conjugate. In this study, the sound power (in W) radiated by the panel is measured by integrating the normal component of active intensity over a planar surface S, as

$$W = \frac{S}{2N_S} \operatorname{Re} \left[ \mathbf{v}^H \mathbf{p} \right] \tag{22}$$

where  $\mathbf{p}$  and  $\mathbf{v}$  are the vectors of complex amplitudes of the sound pressure and particle velocity, respectively, and  $N_S$  is the number of measurement points on the surface S.

The practical implementation is done as a two-step process:

### Step 1 (offline)

• The linear relationship between the primary sound field excitation, the secondary sources and the acoustic intensity radiated on the measurement surface S are first evaluated [25], as

$$\begin{cases}
\mathbf{p} = \mathbf{H}_p \, \mathbf{e} + \mathbf{d}_p \\
\mathbf{v} = \mathbf{H}_v \, \mathbf{e} + \mathbf{d}_v
\end{cases}$$
(23)

where  $\mathbf{H}_p$  and  $\mathbf{H}_v$  are  $N_S \times N_e$  matrices of the transfer functions between the secondary sources and the acoustic pressures and particle velocity measured over S, respectively, and  $\mathbf{d}_p$  and  $\mathbf{d}_v$  are the contribution due to the primary acoustic excitation in terms of radiated acoustic pressure and particle velocity, respectively.

• The quadratic cost function used to compute the optimal control to minimize the total sound power radiated by the panel can be written as

$$J = W + \beta \mathbf{e}^H \mathbf{e} \tag{24}$$

where  $\beta$  is a positive scalar used to weight the control effort in the cost function.

• The optimal control inputs which are solution of  $\nabla_{\mathbf{e}} J = 0$  can be calculated as

$$\mathbf{e}^{opt} = -\left[\mathbf{H}_{v}^{H}\mathbf{H}_{p} + \mathbf{H}_{p}^{H}\mathbf{H}_{v} + \frac{2N_{s}}{S}\beta\mathbf{I}\right]^{-1}\left[\mathbf{H}_{v}^{H}\mathbf{p}_{p} + \mathbf{H}_{p}^{H}\mathbf{v}_{p}\right]$$
(25)

where **I** is an  $N_e \times N_e$  identity matrix. Note that optimal control inputs are calculated for a given primary sound field.

### Step 2 (online)

10

13

20

21

22

 The complex-valued relationship to be imposed between the control inputs (effort variable) and observation (flow variable) can be expressed as

$$\underline{Z}_{ii} = -\frac{e^{opt}_i}{f^{opt}_i} \tag{26}$$

where  $\underline{Z}_{ii}$  is an elements of the diagonal matrix  $\mathbf{Z}$  of virtual mechanical impedances, and  $\underline{f}_{i}^{opt}$  can be derived after

$$\mathbf{f}^{opt} = \mathbf{H} \, \mathbf{e}^{opt} + \mathbf{d} \tag{27}$$

In practice, the optimal mechanical impedances (26) can be implemented using a real-time complex envelope controller [10, 25], the function of which can be expressed as

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt} = -\mu \mathbf{C} \left[ \mathbf{e} + \mathbf{Z} \, \mathbf{f} \right] \tag{28}$$

where  $\mu$  is a gain coefficient and  $\mathbf{C}$  is a complex-valued compensation matrix. In order to ensure the stability of the algorithm (28),  $\mathbf{C}$  needs to be considered so that  $\text{Re}[\lambda_i \{\mathbf{C} (\mathbf{I} + \mathbf{Z} \mathbf{H})\}] > 0 \ \forall i = 1 \cdots N_e$  with  $N_e$  the number of actuators, where  $\lambda_i \{\cdot\}$  denotes the *i*-th eigenvalue of  $\{\cdot\}$ . More details about the tuning of the compensation matrix  $\mathbf{C}$  can be found in [25].

• The algorithm (28) runs online and updates continuously the values for the effort variables by iteratively minimizing the gap between the current mechanical impedance and the target mechanical impedances.

As discussed in [31], the radiated sound power W can be accurately estimated and the cost function J is quadratic with respect to e, provided the spatial sampling over S is smaller than the distance between the test panel and the measurement surface. Note that the second step does not require acoustic measurement. Fig. 4(a) illustrates the block diagram of the control schemes when using sensor-actuator pairs.

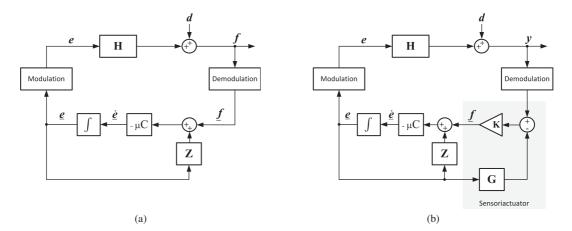


Figure 4: Block diagram of the control schemes when using sensor-actuator pairs (a) and sensoriactuators (b).

### 3.3. Impedance control using sensoriactuators

The baseline control scheme needs to be rearranged when using sensoriactuators, as shown in Fig. 4(b). Compared to the block diagram with sensor-actuator pairs, the flow variable  $\mathbf{f}$  depends on the output signals  $\mathbf{y}$  of the transducers and effort variable  $\mathbf{e}$ . Note that upon actuation using a current drive source, effort and transducer output variables are the driving current and induced voltage at the input terminals, respectively. The transfer function matrix  $\mathbf{G}$  and gain matrix  $\mathbf{K}$  shown in Fig. 4(b) are needed to obtain the flow variable from effort inputs and transducer outputs, in accordance with Eq. (18).

### 4. Results

### 4.1. Experimental setup

This section presents experimental results performed on an aircraft composite panel comprising a window. Measured data were obtained using the sound transmission loss test facility depicted in Fig. 5. As shown in Fig. 5(a), a scanning laser velocimeter and a sound intensity probe are used to measure the vibroacoustic response of the panel in the receiving room. In this study, two inertial exciters used as control units were fixed on the panel (source side) with a thin layer of adhesive glue, as illustrated in Fig. 5(b). Altogether, they add a mass of about 0.3 kg, which corresponds to less than 10 percent increase of the 3.7 kg mass of the trim composite panel. The test panel was subject to a diffuse sound field that is generated by a JBL EON15 sound source located in the reverberation room, as shown in Fig. 5(c). The physical parameters of the test panel which assumes orthotropic properties for the core and isotropic properties for the face sheet are given in Table 3. Note also that the boundary conditions of the panel were found to be between pinned and clamped.

The p-p measurement principle is used to estimate the radiated sound intensity experimentally using a Bruel&Kjaër Type 4181 probe. The particle velocity component in the direction of the axis of the probe is obtained by a finite-difference approximation to the pressure gradient in Euler's equation of motion, and the sound pressure is simply the average of the two pressure signals. With a 12 mm microphone spacer, the useful frequency range is about [0.1; 5] kHz. Pressure measurements were taken over a planar surface of 0.5 m distant from the test panel in the receiving room (an anechoic room with a fully reflecting floor) (grid of  $7 \times 7$  points), as shown in Fig. 5(a). An automated robot was used to perform sound intensity measurements. The flexural kinetic energy of the panel is estimated from vibrational velocity measurement on a grid of  $11 \times 13$  points.

### 4.2. Input electrical impedance

Fig. 6 gives the measured input electrical impedance of the two inertial exciters when attached to a pure mass and when coupled to the aircraft composite panel. The location of the two actuators is depicted in Fig. 5(b). Compared

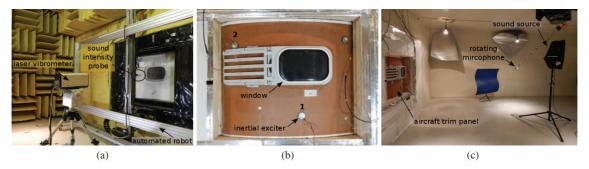


Figure 5: (Color online) Experimental setup using sound transmission loss facility: sound intensity and laser velocimetry measurement in a semi anechoic room (a), arrangement of the actuators on the aircraft trim panel (b), and location of the sound source in the reverberation room.

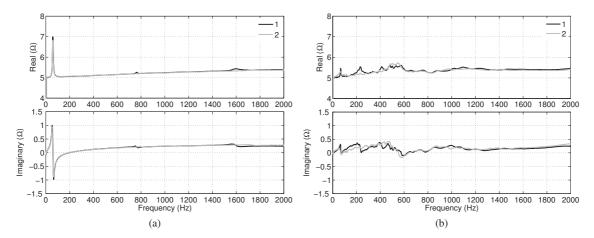


Figure 6: Measured input electrical impedance of the two inertial exciters when attached to a pure mass (a) and when coupled to the aircraft composite panel (b).

- to Fig. 2, it can be noted that the resonant peaks of the aircraft composite panel are much more damped. The input
- 2 impedance of the actuators mounted on the composite panel is even very similar to that observed on the pure mass
- above 1 kHz. This highlights the high inherent structural damping of the aircraft trim panel as the frequency increases.
- 4 Moreover, the increase in resistance observed on measuring the input electrical impedance of the actuators mounted on
- the composite panel is due to greater length of connecting cable.
- 6 Flexural kinetic energy
- The vibrational response of the panel were assessed in terms of its flexural energy, which can be mathematically
- expressed as [6]

$$\underline{E} = \frac{\mu}{4} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left| \underline{\nu}_s(x, y) \right|^2 dx dy \tag{29}$$

where  $\mu = 2h_f \rho_f + h \rho$  is the mass per unit area (in kg m<sup>-2</sup>) of the plate. Assuming time-harmonic excitation, Eq. (29) gives an estimate of the spatially-averaged vibration of the panel. In practice, the vibrational velocity of the panel is measured on a grid of 11 × 9 scan points using a scanning vibrometer. The total flexural kinetic energy is calculated as the sum of the squared velocities of each surface element. Table 4 summarizes the measured flexural energy of the panel without control and controlled with two sensor-actuator pairs and two sensoriactuators.

Table 3: Physical parameters of the composite trim panel.

Parameter	Notation	Value	Unit
Width	$L_x$	0.96	m
Length	$L_{\rm y}$	1.1	m
Facesheet			
Thickness	$h_f$	0.508	mm
Mass density	$ ho_f$	1906	${\rm kg}~{\rm m}^{-3}$
Poisson ratio	$ u_f$	0.141	
Young's modulus	$E_f$	$23.6 \ 10^9$	Pa
Core			
Thickness	h	6.35	mm
Young's modulus	$E_1$	$10^{3}$	Pa
	$E_2$	$10^{3}$	Pa
	$E_3$	$13810^9$	Pa
Mass density	$\rho$	48	${\rm kg}~{\rm m}^{-3}$
Poisson ratio	$\nu_1$	0.45	
	$\nu_2$	0.01	

### 1 4.3. Control performance

14

15

16

17

The results presented in the following are focused on the overall performance of the smart composite panel when it is subject to a diffuse sound field generated by a loudspeaker at the excitation frequency of 363 Hz.

Table 4: Measured performance using open loop optimal control and optimal virtual impedance control at the excitation frequency of 363 Hz.

Case	Flexural energy	Radiated sound power
no control	1.56 10 <sup>-9</sup> J	69.6 dB (re. 10 <sup>-12</sup> W)
sensoriactuators	$1.11\ 10^{-8}\ \mathrm{J}$	$66.5 \text{ dB (re. } 10^{-12} \text{W})$
sensor-actuator pairs	$9.3810^{-8}\ \mathrm{J}$	$66.3 \text{ dB} \text{ (re. } 10^{-12}\text{W})$

As can be seen in Table 4, the reduction of the radiated sound power comes with increased levels of structural vibration. Fig. 7 illustrates the way the vibrational velocity distribution on the panel is modified through virtual impedance control. With no control, the area below the window in particular contributes to the overall flexural kinetic energy of the panel, and hence to sound power transmission. Through virtual impedance control, however, the vibrational velocity distribution on the panel is more evenly distributed over the different areas on each side of the window. As can be seen in Fig. 7, the area near the actuators becomes dominant in terms of vibrational velocity. As expected, the velocity response of the controlled panel is similar with both types of control units. Compared to classical active damping, restructuring of the vibrational modes is required to achieve effective sound power reduction. The acoustic interferences produced by different areas of the vibrating panel affects the radiation characteristics so that the radiated acoustic power may be reduced.

Figs. 7 and 8 clearly show that the calculation of optimal mechanical impedances leads to provide some additional vibrational energy to the panel such that the total sound power radiated is reduced. Fig. 8 shows the sound intensity map measured at different steps. The map without control is compared to the map obtained when the optimal control inputs computed at step 1 are applied in open loop. This prediction is compared to the results obtained after the centralized convergence of the closed loop (step 2) when using sensor-actuators pairs and sensoriactuators. The strategy provides a

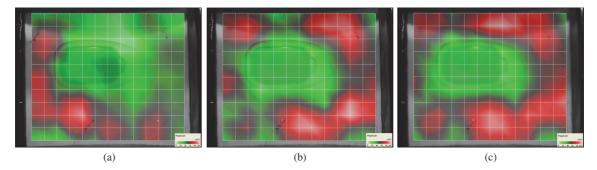


Figure 7: Vibrational velocity distribution measured on the panel with no control (a) and by using virtual impedance control with two sensor-actuator units (b) and two sensoriactuators (c).

- 3 dB attenuation. The small differences between the intensity maps can be explained by the slight variations observed on the primary disturbance. The high inherent structural damping of the panel can explain why the optimal control strategy differs from classical active damping strategy. Furthermore, its modal behaviour is not marked: the number of degrees of freedom is high and a large number of control units is required so that the acoustic power radiated can be more efficiently reduced.
- The convergence of the control inputs and correponding virtual mechanical impedances at step 2 when considering a centralized or a decentralized control and using sensor-actuator pairs (Fig. 9) or sensoriactuators (Fig. 10). In both cases, the real part of the virtual mechanical impedance is negative, thus confirming that the strategy requires energy injection to the structure. The slight differences between the virtual mechanical impedance values when using sensor-actuator pairs or sensoriactuators could be a result of the error in estimating the local velocity of the structure with sensoriactuators. The convergence speed of the decentralized algorithm is almost similar to centralized algorithm. 11
- The effect of the compensation matrix C on the open loop transfer pole placement is shown on Fig. 11: after compensation, they are located on the real axis. Its appears that the tuning of C allows for obtaining a convergence in 13 the decentralized case as direct as in the centralized case (Fig. 12).

#### 5. Conclusion 15

16

This paper discussed an active structural acoustic control strategy that is based on the use of electrodynamic sensoriactuators instead of sensor-actuator pairs. The electrodynamic transduction principles has been studied and implemented successfully to achieve time-harmonic control on an aircraft composite panel. An electromechanical model that fully encompasses the coupled plate-actuator dynamic response is provided. It is clearly shown that the calculation of optimal mechanical impedances leads to provide some additional vibrational energy to the panel such that the total sound power radiated is reduced. Simular results when considering sensoriactuators instead of sensor-actuator pairs were obtained both in terms of attenuation of the acoustic power radiated and convergence of the closed loop 22 23

### Acknowledgment

This work was supported by the Swiss National Science Foundation (SNSF), the National Sciences and Engineering Research of Canada (NSERC) and Bombardier Aerospace.

### References

[1] N. Quaegebeur, P. Micheau and A. Berry, Decentralized harmonic control of sound radiation and transmission by a plate using a virtual impedance approach, J. Acoust. Soc. Am., 125(5), 2009

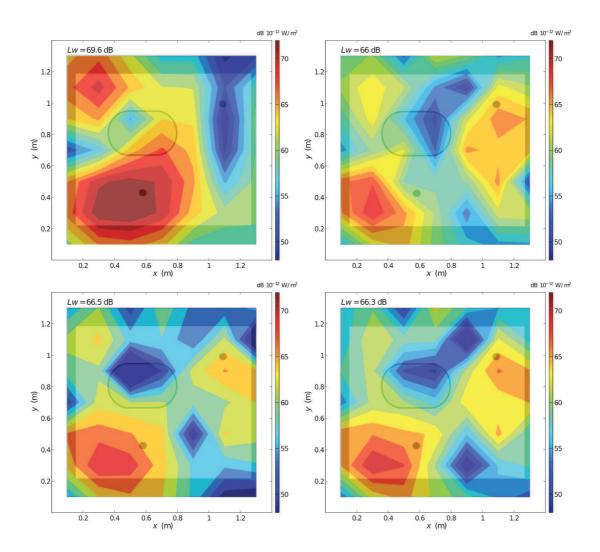


Figure 8: Sound intensity map measured with no control (a) and with virtual mechanical impedance control in open loop (b), and in closed loop using sensor-actuator units (c) and sensoriactuators (d).

- [2] D. Guicking, J. Melcher and R. Wimmel, Active impedance control in mechanical structures, Acta Acustica united with Acustica, 69(2),1989
- [3] C. R. Fuller, S. J. Elliott and P. A. Nelson, Active control of vibration, Academic Press Inc., 1996
- [4] C.K. Lee, Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/actuators. Part I: Governing equations and reciprocal
   relationships, J. Acoust. Soc. Am., 87(3), 1990
- [5] E. K. Dimitriadis, C. R. Fuhler and C. A. Rogers, Piezoelectric actuator for distributed vibration excitation of thin plates, J. Vib. Acoust., 113(1),
   1991
- [6] S. J. Elliott, P. Gardonio, T. C. Sors and M. J. Brennan, Active vibroacoustic control with multiple local feedback loops, J. Acoust. Soc. Am.,
   111(2), 2002
- [7] P. Gardonio and S. J. Elliott, Smart panels for active structural acoustic control, Smart Mater. Struc., 13, 2004
- 10 [8] Ch. Paulitsch, P. Gardonio and S. J. Elliott*Active vibration control using an inertial actuator with internal damping*, J. Acoust. Soc. Am., **119**(4), 2006
- 12 [9] P. Micheau and S. Renault, Active control of the complex envelope associated with a low damped mode, Mech. Syst. and Signal Proc., **20**(3), 2006
- [10] P. Micheau, R. Louviot and A. Berry, *Decentralized resonant controller for vibroacoustic active control*, Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control and Automation, July 27-29, Athens, 2007

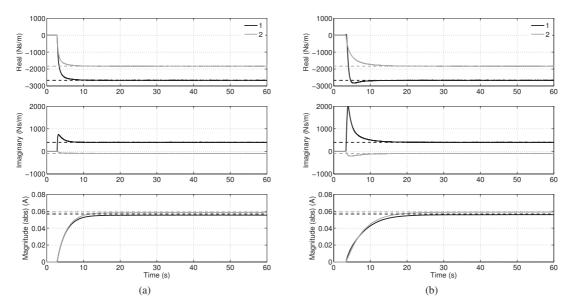


Figure 9: Measured response time (solid line) to reach the target virtual impedance (dashed line) for the two sensor-actuator units in case of centralized control (a) and decentralized control (b).

- [11] S. J. Elliott, J. Rohlfing and P. Gardonio, Multifunctional design of inertially-actuated velocity feedback controllers, J. Acoust. Soc. Am., 131(2), 2012
- [12] S. J. Elliott, M. Serrand and P. Gardonio, Feedback stability limits for active isolation systems with reactive and inertial actuators, J. Vib. Acoust., 123(2), 2002
- [13] N. W. Hagood and E. H. Anderson Simultaneous sensing and actuation using piezoelectric materials, Proc. SPIE 1543 Active and adaptive optical components, San Diego CA, 1991
- [14] J. J. Dosch, D. J. Inman and E. Garcia, A self-sensing piezoelectric actuator for colocated control, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 3, pp. 166-185, 1992
- 9 [15] J. S. Vipperman and R. L. Clark, *Implementation of an adaptive piezoelectric sensoriactuator*, Am. Inst. of Aeronautics and Astronautics, 34(10), 1996
- [16] J. S. Vipperman and R. L. Clark, Multivariable feedback active structural acoustic control using adaptive piezoelectric sensoriactuators, J.
   Acoust. Soc. Am., 105(1), 1999
- 13 [17] J.Q. Sun, Some observations on physical duality and collocation of structural control sensors and actuators, J. of Sound and Vibration, 194, 1996
- [18] M. Beaudry, P. Micheau and A. Berry, Decentralized harmonic active vibration control of a flexible plate using piezoelectric actuator-sensor
   pairs, J. Acoust. Soc. Am., 119(1), 2006
- [19] D.J. Leo and D. Limpert, A self-sensing technique for active acoustic attenuation, J. Sound and Vibration, 235(5), 2000
- 18 [20] S.O.R. Moheimani, *A survey of recent innovations in vibration damping and control using shunted piezoelectric transducers*, IEEE Trans.
  19 Control Syst. Tech., **11**(4), 2003
- 20 [21] B. Hanson and M. Levesley, Self-sensing applications for electromagnetic actuators, Sensors and Actuators A: Physical, 116, 2004
- [22] F. Hong and C.K. Pang, Robust vibration control at critical resonant modes using indirect-driven self-sensing actuation in mechatronic systems, ISA Transactions, 51, 2012
- [23] R. Boulandet, A. Pelletier, P. Michau and A. Berry, Active vibration control using self-sensing actuators: an experimental comparison of
   piezoelectric and electromagnetic technologies, ASME 2014 International Mech. Engin. Congress & Exposition, Montral, Canada, 2014
- [24] F. Fahy and P. Gardonio, Sound and structural vibration: Radiation, Transmission and Response, 2nd ed. Academic Press Oxford, Chap. 3 pp 165-241 and Chap 9. pp 555-596, 2007
- [25] M. Michau, P. Michau, R. Boulandet, A. Berry and P. Herzog, Decentralized complex envelope controller for ASAC by virtual mechanical impedances, IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Besançon, France, 2014
- [26] J. Rohlfing and P. Gardonio, Homogeneous and sandwich active panels under deterministic and sochastic excitation, J. Acoust. Soc. Am., 125(6), 2009
- 31 [27] S.D. Snyder a,d N. Tanaka, Calculating total acoustic power output using modal radiation efficiencies, J. Acoust. Soc. Am., 97, 1995
- [28] J. Vanderkooy, A model of loudspeaker driver impedance incorporating eddy current in the pole structure, J. Audio Eng. Soc., 37, 1989
- [29] W. Klippel, Nonlinear large-signal behavior of electrodynamic loudspeakers at low frequencies, J. Audio Eng. Soc., 40, 1992
- 4 [30] M. Rossi, Audio, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2007

17

[31] A. Berry, X. Qui and C. H. Hansen, Near-filed sensing strategies for the active control of the sound radiated from a plate, J. Acoust. Soc. Am.,

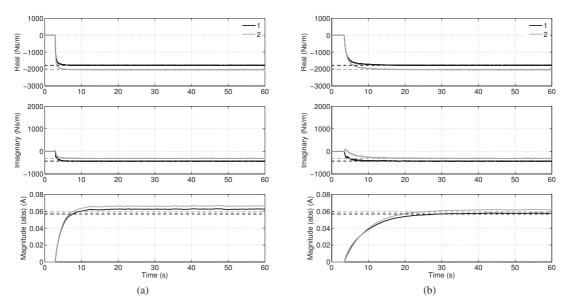


Figure 10: Measured response time (solid line) to reach the target virtual impedance (dashed line) for the two sensoriactuators in case of centralized control (a) and decentralized control (b).

(6), 1999

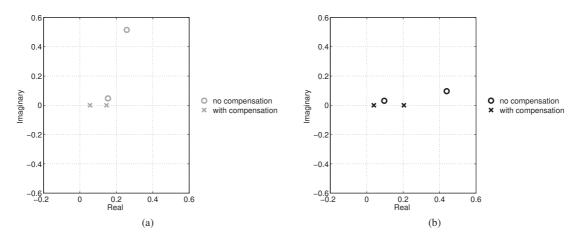


Figure 11: Effect of the compensation matrix  $\mathbf{C}$  on the open loop transfer pole placement when using sensor-actuator units (a) and sensoriactuators (b).

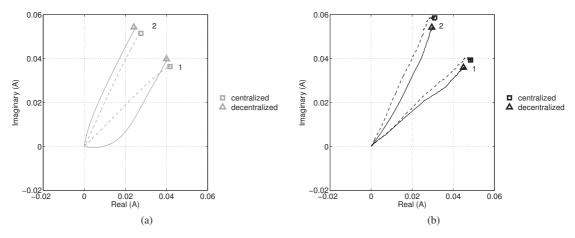


Figure 12: Trajectory in the complex plane of the control inputs when using sensor-actuator units (a) and sensoriactuators (b) in case of centralized (dashed line) and decentralized (solid line) control.

162

## LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Alujevic, N., Gardonio, P. et Frampton, K. (2008). Smart double panel with decentralized active dampers for sound transmission control. *AIAA Journal*, volume 46, numéro 6, p. 1463 1475.
- [2] Anderson, R. J., Hagood, N. W. et Goodliffe, J. (1992). Self-sensing piezoelectric actuation: analysis and application to controlled structures. *Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC 33rd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (Dallas, TX), AIAA*, p. 2141 2155.
- [3] Anderson, R. J. et Spong, M. W. (1988). Hybrid impedance control of robotic manipulators. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, volume 4, numéro 5, p. 549–556.
- [4] Atalla, N., Panneton, R., Sgard, F. et Olny, X. (2001). Acoustic absorption of macroperforated porous materials. *J. Sound Vib.*, volume 243, numéro 4, p. 659 678.
- [5] Bao, C. et Pan, J. (1997). Experimental study of different approaches for active control of sound transmission through double walls. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 102, numéro 3, p. 1664 1670.
- [6] Baudry, M. (2004). Contrôle actif décentralisé des vibrations d'une plaque en appui simple. Essai de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada.
- [7] Baudry, M., Micheau, P. et Berry, A. (2009). Decentralized harmonic active vibration control of a flexible plate using piezoelectric actuator-sensor pairs. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 125, numéro 5, p. 2978–86.
- [8] Baumann, W. T., Saunders, W. R. et Robertshaw, H. (1991). Active suppression of acoustic radiation from impulsively excited structures. *J. Acous. Soc. Am.*, volume 90, p. 3202–3208.
- [9] Beck, B. S., Cunefare, K. A., Collet, M. et Ruzzene, M. (2011). Active vibration control of a stiffened panel through application of negative capacitance shunts. Proc. SPIE 7977, p. 379770C.
- [10] Benassi, L. et Elliott, S. (2004). Active vibration isolation using an inertial actuator with local displacement feedback control. J. Sound Vib., volume 278, p. 705 724.
- [11] Benassi, L. et Elliott, S. (2005). The equivalent impedance of power-minimising vibration controllers on plates. J. Sound Vib., volume 283, p. 47 67.
- [12] Benassi, L. et Elliott, S. (2005). Global control of a vibrating plate using a feedback-controlled inertial actuator. J. Sound Vib., volume 283, p. 69 90.
- [13] Beranek, L. (1988). *Noise and Vibration Control*. Institute of Noise Control Engineering, Washington, DC, 672 p.
- [14] Berry, A., Dia, R. et Robin, . (2012). Wave field synthesis approach to reproduction of spatially-correlated sound fields. *J. Acous. Soc. Am.*, volume 131, p. 1226–1239.

- [15] Berry, A., Qiu, X. et Hansen, C. (1991). Near-field sensing strategies for the active control of the sound radiated from a plate. *J. Acous. Soc. Am.*, volume 106, p. 3394–3406.
- [16] Boulandet, R., Pelletier, A., Micheau, P. et Berry, A. (2014). Active vibration control using self-sensing actuators: an experimental comparison of piezoelectric and electromagnetic technologies. ASME 2014 International Mech. Engin. Congress and Exposition, Montréal, Canada.
- [17] Bravo, T. et Maury, C. (2011). A synthesis approach for reproducing the response of aircraft panels to a turbulent boundary layer excitation. *J. Acous. Soc. Am.*, volume 129, p. 143–153.
- [18] Brunet, Y. (2008). Unités d'actionneurs-capteurs colocalisées-duales pour le contrôle actif vibratoire décentralisé. Essai de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada.
- [19] Carneal, P. et Fuller, C. (1993). Active structural acoustic control of noise transmission through double panel systems. *Proceedings of the Aeroacoustics Conference*, Long Beach, volume AIAA-93-4421.
- [20] Chandrasekar, J., Liu, L., Patt, D., Friedmann, P. et Bernstein, D. (2006). Adaptive harmonic steady-state control for disturbance rejection. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, volume 14, numéro 6, p. 993 1007.
- [21] Charette, F., Berry, A. et Guigou, C. (1998). Active control of sound radiation from a plate using a polyvinylidene fluoride volume displacement sensor. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 103, numéro 3, p. 1493 1503.
- [22] Clark, R. et Fuller, C. (1992). Optimal placement of piezoelectric actuators and polyvinylidene fluoride error sensors in active structural acoustic control approaches. J. Acoust. Soc. Am., volume 92, numéro 3, p. 1521 – 33.
- [23] Cunefare, K. A. (1991). The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams. J. Acous. Soc. Am., volume 90, p. 2521–2529.
- [24] Davis, C. et Lesieutre, G. (1998). An actively-tuned solid state piezoelectric vibration absorber. *Proceedings of the SPIE- The International Society for Optical Engineering*, volume 3327, p. 169–182.
- [25] De Fonseca, P., Sas, P. et Van Brussel, H. (1998). Active control of sound transmission through an aircraft fuselage test section. *Proceedings of the Fourth AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference 1998, Toulouse*, volume AIAA-98-2233, p. 184 –194.
- [26] De Man, P., Francois, A. et Preumont, A. (2003). Active control of noise transmission through double wall structures. an overview of possible approaches. 6th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Ghent, Belgium, volume NCTAM-2003-099.

- [27] Delas, O., Berry, A., Masson, P. et Pasco, Y. (2007). Optimizing the thickness of piezoceramic actuators for bending vibration of planar structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, volume 18, p. 1191–1201.
- [28] Doutres, O. et Atalla, N. (2011). Experimental estimation of the transmission loss contributions of a sound package placed in a double wall structure. *Applied Acoustics*, volume 72, numéro 6, p. 372 379.
- [29] Elliott, S. et Johnson, M. (1993). Radiation modes and the active control of sound power. J. Acoust. Soc. Am., volume 94, numéro 4, p. 2194 204.
- [30] Elliott, S., Rohlfing, J. et Gardonio, P. (2012). Multifunctional design of inertially-actuated velocity feedback controllers. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 131, numéro 2, p. 1150 1157.
- [31] Elliott, S. J., Gardonio, P., Sors, T. et Brennan, M. J. (2002). Active vibroacoustic control with multiple local feedback loops. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 111, p. 908 915.
- [32] Elliott, S. J., Serrand, M. et Gardonio, P. (2001). Feedback stability limits for active isolation systems with reactive and inertial actuators. *Transactions of the ASME*, volume 123, p. 250 261.
- [33] Engels, W., Baumann, O., Elliott, S. et Fraanje, R. (2006). Centralized and decentralized control of structural vibration and sound radiation. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 119, numéro 3, p. 1487 95.
- [34] Fahy, F. et Gardonio, P. (2007). Sound and structural vibration: Radiation, Transmission and Response. Academic Press, London, 332 p.
- [35] Faiz, A. (2006). Amortissement vibratoire et anechoïsme par traitement non-linéaire d'éléments piézoélectriques. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, Lyon, France, 157 p.
- [36] Frampton, K., Baumann, O. et Gardonio, P. (2010). A comparison of decentralized, distributed, and centralized vibro-acoustic control. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 128, numéro 5, p. 2798 2806.
- [37] Fuller, C., Elliot, S. et Nelson, P. (1996). Active control of vibration. Academic Press, London, 332 p.
- [38] Fuller, C. R. et Harne, R. L. (2010). Passive distributed vibration absorbers for low frequency noise control. *Noise Control Engineering Journal*, volume 58, numéro 6, p. 627 635.
- [39] Gardonio, P. et Elliott, S. (1998). Active control of structure-borne and airborne sound transmission through a double panel. *Proceedings of the Fourth AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference 1998, Toulouse*, volume AIAA-98-2353.
- [40] Gardonio, P., Miani, S., Blanchini, F., Casagrande, D. et Elliott, S. (2012). Plate with decentralised velocity feedback loops: Power absorption and kinetic energy considerations. J. Sound Vib., volume 331, numéro 8, p. 1722 1741.

- [41] Gibbs, G., Clark, R., Cox, D. et Vipperman, J. (2000). Radiation modal expansion: Application to active structural acoustic control. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 107, numéro 1, p. 332 9.
- [42] Gibbs, G. P., Clark, R. L., Cox, D. E. et Vipperman, J. S. (1991). A computer simulation of sound power determination using two-microphone sound intensity measurements. J. Acoust. Soc. Am., volume 91, numéro 4, p. 2042 2055.
- [43] Graham, W. R. (1995). The influence of curvature on the sound radiated by vibrating panels. J. Acoust. Soc. Am., volume 98, numéro 3, p. 1581 1595.
- [44] Guicking, D., Melcher, J. et Wimmel, R. (1989). Active impedance control in mechanical structures. *Acustica*, volume 69, numéro 2, p. 39 52.
- [45] Hagood, N. et Von Flotow, A. (1991). Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. J. Sound. Vib., volume 146, p. 243–268.
- [46] Halim, D. et Moheimani, S. (2003). An optimization approach to optimal placement of collocated piezoelectric actuators and sensors on a thin plate. *Mechatronics*, volume 13, p. 27–47.
- [47] Hanson, B. et Levesley, M. (2004). Self-sensing applications for electromagnetic actuators. Sensors and Actuators A: Physical, volume 116.
- [48] Henry, J. K. et Clark, R. L. (1999). A curved piezo-structure model: Implications on active structural acoustic control. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 106, numéro 3, p. 1400 1407.
- [49] Hohe, J. et Becker, W. (2002). Effective stress-strain relations for two-dimensional cellular sandwich cores: Homogenization, material models, and properties. *Applied Mechanics Reviews*, volume 55, numéro 1, p. 61 87.
- [50] Hollkamp, J. (1994). Multimodal passive vibration suppression with piezoelectric materials and resonant shunts. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, volume 5, p. 49–57.
- [51] Hollkamp, J. et Starchville, T. (1994). A self-tuning piezoelectric vibration absorber. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, volume 5, p. 559–566.
- [52] Hong, F. et Pang, C. (2012). Robust vibration control at critical resonant modes using indirect-driven self-sensing actuation in mechatronic systems. *ISA Transactions*, volume 51.
- [53] Hunt, F. (1982). Electroacoustics: The Analysis of Transduction, and Its Historical Background. American Institute of Physics for the Acoustical Society of America, 260 p.
- [54] Johnson, M. E. et Elliott, S. J. (1995). Active control of sound radiation using volume velocity cancellation. J. Acoust. Soc. Am., volume 98, numéro 4, p. 2174 2186.

- [55] Kagawa, Y., Tsuchiya, T. et Wakatsuki, N. (2001). Equivalent circuit representation of a vibrating structure with piezoelectric transducers and the stability consideration in the active damping control. *Smart Materials and Structures*, volume 10, numéro 2, p. 389 394.
- [56] Kaszkurewicz, E. et Bhaya, A. (1999). Matrix diagonal stability in systems and computation. Birkhauser, 267 p.
- [57] Kato, M., Katou, N., Kuwakado, K. et Tanaka, K. (1989). Us patent 4,805,733.
- [58] Kim, J., Choi, S., Cheong, C. et Lee, J. (1998).  $h_{inf}$  control of structure-born noise of a plate featuring piezoceramic actuators. ASME Smart Material Structures, volume 8, p. 1–12.
- [59] Klippel, W. et Seidel, W. (2001). Fast and accurate measurement of linear transducer parameters. AES 110th Convention, Amsterdam, p. 1 8.
- [60] Lee, Y.-S., Elliott, S. J. et Brennan, M. (2004). Collocation strategies of piezoelectric sensor and actuator pair for smart structures. *Key Engineering Materials*, volume 270-273, p. 2158 2163.
- [61] Lee, Y.-S., Gardonio, P. et Elliott, S. J. (2002). Coupling analysis of a matched piezoelectric sensor and actuator pair for vibration control of a smart beam. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 111, numéro 6, p. 2715 2726.
- [62] Lesueur, C. (1988). Rayonnement acoustique des structures. Eyrolles, 591 p.
- [63] Lhuillier, V. (2009). Contrôle actif de la transparence acoustique d'une double paroi. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, Lyon, France, 184 p.
- [64] Lhuillier, V., Gaudiller, L., Pezerat, C. et Chesne, S. (2008). Improvement of transmission loss using active control with virtual modal mass. *Adv. Acoust. Vibr.*, volume 2008, p. 603084 (9 pp.) –.
- [65] Liu, B., Feng, L. et Nilsson, A. (2007). Sound transmission through curved aircraft panels with stringer and ring frame attachments. J. Sound Vib., volume 300, numéro 3-5, p. 949 – 973.
- [66] Maillard, J. et Fuller, C. (1994). Advanced time domain wave-number sensing for structural acoustic systems. i. theory and design. J. Acous. Soc. Am., volume 95, p. 3252–3261.
- [67] Mao, Q. et Pietrzko, S. (2005). Control of sound transmission through double wall partitions using optimally tuned helmholtz resonators. *Acta Acustica united with Acustica*, volume 91, numéro 4, p. 723 731.
- [68] Masson, P., Berry, A. et Nicolas, J. (1997). Active structural acoustic control using strain sensing. J. Acous. Soc. Am., volume 102, p. 1588–99.
- [69] Maury, C., Gardonio, P. et Elliott, S. (2001). Model for active control of flow-induced noise transmitted through double partitions. AIAA/CEAS 7th Aeroacoustics Conference, Maastricht, Netherlands, volume AIAA-2001-2111.

- [70] Micheau, P., Chatellier, L., Laumonier, J. et Gervais, Y. (1997). Stability analysis of active control of self-sustained pressure fluctuations due to flow over a cavity. J. Acous. Soc. Am., volume 119, numéro 3, p. 1496 1503.
- [71] Micheau, P. et Gauthier, J. P. (2008). Extremal harmonic active control of power for rotating machines. J. Sound. Vib., volume 318, p. 663–677.
- [72] Micheau, P., Louviot, R., et Berry, A. (2007). Decentralized resonant controller for vibroacoustic active control. 15th Mediterranean Conference on Control and Automation.
- [73] Nelisse, H., Beslin, O. et Nicolas, J. (1996). Fluid-structure coupling for an unbaffled elastic panel immersed in a diffuse field. J. Sound. Vib., volume 198, p. 485–506.
- [74] Pan, J. et Bao, C. (1998). Analytical study of different approaches for active control of sound transmission through double walls. J. Acoust. Soc. Am., volume 103, numéro 4, p. 1916 – 1922.
- [75] Pan, J. et Liu, Y. (1998). A theorical formulation of active control eardefenders. J. Acoust. Soc. Am., volume 103, numéro 1, p. 428–33.
- [76] Pan, J., Snyder, S. D., Hansen, C. H. et Fuller, C. R. (1992). Active control of far-field sound radiated by a rectangular panel. a general analysis. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 91, numéro 4, p. 2056 2056.
- [77] Pelletier, A., Micheau, P. et Berry, A. (2014). Implementation of a self-sensing piezoelectric actuator for vibro-acoustic active control. *Proc. SPIE 9061, Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2014, 906149*, p. 1 10.
- [78] Petitjean, B., Legrain, I., Simon, F. et Pauzin, S. (2002). Active control experiments for acoustic radiation reduction of a sandwich panel: Feedback and feedforward investigations. J. Sound Vib., volume 252, numéro 1, p. 19 36.
- [79] Pierce, A. D. (1981). *Acoustics*. McGraw-Hill, 642 p.
- [80] Preumont, A. (1997). Vibration Control of Active Structures. Kluwer Academic Publishers., 385 p.
- [81] Quaegebeur, N., Micheau, P. et Berry, A. (2009). Decentralized harmonic control of sound radiation and transmission by a plate using a virtual impedance approach. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 125, numéro 5, p. 2978–86.
- [82] Remington, P. J., D. Curtis, A. R., Coleman, R. B. et S., K. J. (2006). Reduction of turbulent boundary layer nduced interior noise through active impedance control. J. Acoust. Soc. Am., volume 119, numéro 1, p. 262–77.
- [83] Robin, O., Berry, A. et Moreau, S. (2014). Experimental vibroacoustic testing of plane panels using synthesized random pressure fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 135, numéro 6, p. 3434 3445.

- [84] Rohlfimg, J., Gardonio, P. et Elliott, S. (2011). Base impedance of velocity feedback control units with proof-mass electrodynamic actuators. J. Sound Vib., volume 330, p. 4661 – 4675.
- [85] Rossetti, D. J., Jolly, M. R. et Southward, S. (1996). Control effort weighting in feedforward adaptive control systems. J. Acoust. Soc. Am., volume 99, numéro 5, p. 2955–64.
- [86] Roussos, L. A. (1985). Noise transmission loss of a rectangular plate in an infinite baffle. NASA Technical Paper.
- [87] Sharp, S., Nelson, P. et Koopmann, G. (2002). A theoretical investigation of optimal power absorptiom as a noise control technique. J. Sound Vib., volume 251, numéro 5, p. 927 – 935.
- [88] Sievers, L. A. et von Flotow, A. (1992). Comparison and extensions of control methods for narrow-band disturbance rejection. *IEEE Transactions on Signal Processing*, volume 40, numéro 10, p. 2377 2391.
- [89] Slotine, J. E. et Li, W. (1991). Applied Non-Linear Control. Prantice-Hall, 459 p.
- [90] Small, R. (1971). Direct-radiator loudspeaker system analysis. *IEEE Transactions* on Audio and Electroacoustics, volume 19, numéro 4, p. 268 281.
- [91] Spong, M., Hutchinson et S., Vidyasagar, M. (2006). Robot Modeling and Control. John Wiley and Sons, Inc., 478 p.
- [92] Sun, Q. (1996). Some observations on physical duality and collocation of structural control sensors and actuators. J. Sound Vib., volume 194, p. 765–770.
- [93] Tateo, F., Beck, B. S., Collet, M., Cunefare, K. A. et Icchhou, M. N. (2014). Vibration control of plates through a periodic array of shunted piezoelectric patches with negative capacitance circuits. Proc. SPIE 9057, p. 90572E.
- [94] Vipperman, J. S. et Clark, R. L. (1996). Implementation of an adaptive piezoelectric sensoriactuator,. Am. Inst. of Aeronautics and Astronautics, volume 34, numéro 10.
- [95] Wu, M. et Crocker, M. (1989). The properties of the estimation error of sound power measurement using sound intensity techniques. J. Acous. Soc. Am., volume 85, p. 1182–1190.
- [96] Zilletti, M., Elliott, S. et Gardonio, P. (2010). Self-tuning control systems of decentralised velocity feedback. J. Sound Vib., volume 329, numéro 14, p. 2738 50.