HAL
open science

La PGD au service de la corrélation volumique pour l'analyse du comportement des composites à l'échelle micro

Luis Agnaldo Gomes Perini

▶ **To cite this version:**

Luis Agnaldo Gomes Perini. La PGD au service de la corrélation volumique pour l'analyse du comportement des composites à l'échelle micro. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université de Toulouse, 2014. Français. NNT : . tel-01094644

HAL Id: tel-01094644

https://theses.hal.science/tel-01094644

Submitted on 12 Dec 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

En vue de l'obtention du
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par:
Université Paul Sabatier (UPS)

Discipline ou spécialité:
Génie Mécanique, Mécanique des Matériaux

Présentée par
Luis Gomes Perini

Sujet de la thèse:
La PGD au service de la corrélation volumique pour l'analyse du comportement des composites à l'échelle micro.

Soutenue le 24/11/2014

Jury:

Dominique Bernard	DR CNRS, ICMCB (Bordeaux)	Rapporteur
Julien Réthoré	CR CNRS, LaMCoS (Lyon)	Rapporteur
Pierre Villon	PRU, UTC, Laboratoire Roberval (Compiègne)	Examinateur
Xiaojing Gong	PRU, IUT de Tarbes, ICA	Examinatrice
Jean-Charles Passieux	Mcf, INSA de Toulouse, ICA	Encadrant
Jean-Noel Périé	Mcf HdR, IUT de Toulouse, ICA	Directeur

École doctorale:

Mécanique, Energétique, Génie civil et Procédés (MEGEP)

Unité de recherche:
Institut Clément Ader EA-814

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier mes encadrants de thèse Jean-Noël PÉRIÉ et Jean-Charles PASSIEUX. Mon respect et ma gratitude pour toutes les discussions, les explications, la bonne humeur et la patience. Merci pour la confiance que vous m'avez accordée et de m'avoir donné assez de liberté pour choisir de travailler sur les voies qui m'attirent le plus. Vos qualités pédagogiques, votre rigueur scientifique et votre passion sur le sujet m'ont permis de beaucoup apprendre pendant ces années.

Mes remerciements vont aussi à Bernard DOUCHIN, Philippe MARGUERÈS, Laurent CROUZEIX, Michel CHAUSSUMIER et Nathalie ROCHER GLEIZES, pour les discussions que nous avons eues, pour vos disponibilités et pour votre aide sur ce travail. Vos remarques, vos conseils et votre gentillesse ont été indispensables pour la finalisation de ma thèse. Je tiens à remercier aussi Paul DURU pour ses disponibilités, sa patience et sa maitrise lors des acquisitions des images au tomographe, qui a été indispensable pour ce travail.

Je remercie chaleureusement le jury de ma soutenance : Dominique BERNARD, Julien RÉTHORÉ, Pierre VILLON et Xiaojing GONG. Vos remarques et vos questions ont permis d'améliorer la qualité de ce manuscript, ainsi que d'avoir eu des discussions très agréables pendant la soutenance. Ce fut une expérience très enrichissante et inspirante de vous avoir eu comme jury et de vous avoir rencontré.

Ces trois ans de thèse n'auraient pas été si agréables sans les amis de l'Institut Clément Ader : Florian "Bobby", Tarek, Christoph, François, Simon le royaliste, Nico, Emanuel, Jérôme, Feriel, Hacene, Amine, Thomas Toto, David, Jean-Emmanuel, Mickael, Aurélien, Sonia ... merci de tout mon cœur pour votre soutien, votre bonne humeur et pour tous les bons moments que nous avons passé ensemble. Les soirées au Mumu resteront toujours dans mes souvenirs.

Merci également aux amis grimpeurs : Vincent, Maxime, Yannick, Florian(s), Chris, Céline, Fabien, Jérôme ... vous m'avez motivé et assuré pour aller jusqu'au bout de ce travail d'une façon très cool. Et bien sûr sans avoir des jambes ou des bras cassés.

Je tiens à remercier les amis que j'ai eu la chance de rencontrer au cours de ces trois ans en France et qui m'ont toujours soutenu : Edouard, Annelyse, Robert, Maxime, Julie, Alban, Elise, Pierre, Vivien, Marie(s), Zohair, Elodie ... merci pour la bonne humeur et pour tous les weekends ou soirées toulousaines, bordelaises, limougeaudes ou barcelonaises.

Je remercie énormement ma famille, qui se trouve à l'autre bout de l'atlantique : mes parents João et Luciene, ma soeur Ligia et mon beau-frère Roberto. Je ne serais pas arrivé jusqu'ici sans votre amour inconditionnel, votre soutien et votre compréhension. Vous m'avez toujours motivé sur mes choix et m'avez appris des valeurs comme le respect, la simplicité, la curio-

sité et la capacité de vivre chaque jour avec beaucoup d'amour et de paix, visant toujours à faire du bien aux autres. Merci d'être toujours si présents dans ma vie, même avec tous ces kilomètres de distance.

J'en profite pour remercier la motivation et le soutien transmis par mes amis du Brésil : Lucas, Leandro, Giordano, André, Arthur, Mazzei, Thales, Fabio, Maria, Alexandre, Débora. Je suis heureux de voir que malgré le temps et la distance, on arrive à maintenir des liens si forts entre nous.

Je tiens à remercier de tout mon coeur la famille MASSON et les pièces rattachées : Eric, Laurence, Antoine, Priscille, Nico et Anne. Merci de m'avoir accueilli si chaleureusement dans votre pays et de m'avoir fait découvrir votre culture. Merci pour tout les camemberts mangés et tout les vins bus. Merci aussi pour tous les voyages et d'avoir enregistré mon grand saut en ski (de quelques centaines de millimètres.

Je termine en remerciant Agathe, pour tout son amour, support, compréhension, et soutien pendant ces années. Et pour toute sa patience face à un thésard en fin de thèse. Merci pour les voyages que nous avons réalisés, notre plus grande et belle passion. Découvrir tout le sud-ouest français, des célèbres pics Pyrénéens jusqu'aux plages basques, a été un vrai plaisir à tes cotés. Que la suite de notre aventure puisse être encore plus belle.

Enfin, une bonne mémoire m'a toujours manqué. Ceci étant dit, je m'excuse si jamais quelqu'un aura été oublié dans ces remerciements.

Résumé

La mesure de champs de déplacement par corrélation d'images volumiques (CIV), en particulier dans sa déclinaison éléments finis (EF-CIV), représente aujourd'hui une voie séduisante pour l'amélioration du dialogue essai-calcul lors d'un projet mécanique. Associée à des méthodes d'imagerie 3D comme la micro-tomographie X, des champs de déplacement volumiques peuvent être obtenus *in-situ* à l'échelle des constituants élémentaires. Les deux défis principaux, à savoir la taille des problèmes à résoudre et les limitations technologiques font l'objet du contenu de ce travail. Dans une première partie, la méthode Proper Generalized Decomposition (PGD) est utilisée pour développer une nouvelle approche de la CIV (PGD-CIV), permettant la réduction du nombre de degrés de liberté et du temps de calcul. La deuxième partie consiste à utiliser l'algorithme PGD-CIV pour la mesure du champ de déplacement d'un composite en fibre de verre et résine époxy soumis à la traction. Les images sont obtenues par micro-tomographie, permettant une résolution raffinée. Pour contourner le problème du manque de texture, un dopage de la résine avec un opacifiant est utilisé. En parallèle, le développement d'un nouveau dispositif expérimental a été initié afin de réaliser des essais *in-situ*. Ces travaux doivent permettre à terme une meilleure analyse du comportement mécanique 3D du composite à l'échelle des constituants.

Abstract

Measurements of displacement fields by digital volume correlation (DVC), in particular in its finite elements approach (FE-DVC), represents an attractive way for the improvement of the dialogue between tests-simulations during a mechanical design procedure. Associated with methods of 3D imaging as the micro-tomography, volumetric displacement fields can be obtained *in-situ* at the elementary constituent scale. The two main challenges, namely the size of the problems to be solved and the technological limitations are the subjects of this work. In the first part, the numerical method Proper Generalized Decomposition (PGD) is used to develop a new approach of DVC (PGD-DVC), allowing the reduction of the number of degrees of freedom and the computation time. The second part consists in using the algorithm PGD-DVC for the measure of the displacement field of a composite in fiberglass and epoxy resin under traction. The images are obtained by micro-tomography, allowing a refined resolution. To circumvent the problem of the lack of texture, a doping of the resin with opacifiers particles is used. Additionally, the development of a new experimental device was introduced to realize *in-situ* tests. In the long term, these works may allow for a better analysis of the 3D mechanical behavior of the composite at the scale of the constituents.

Table des matières

Remerciements iv

Résumé v

Abstract vii

Table des matières viii

Figures xi

Tableaux xvii

Introduction générale 3

I La méthode PGD-CIV 9

1 Mesure optique de champs cinématiques 13
1.1 Méthodes interférométriques . . . 13
1.2 Méthodes non-interférométriques . . . 14
1.3 Corrélation d'images numériques/volumiques (CIN/CIV) . . . 15
1.3.1 Principes . . . 15
1.3.2 Mouchetis . . . 18
1.3.3 Approche locale/globale . . . 18
1.3.4 Aspects métrologiques . . . 20
1.4 Discussion . . . 21

2 Réduction de modèles numériques (RMN) 23
2.1 RMN à posteriori . . . 23
2.2 RMN à priori . . . 24
2.3 Présentation de la PGD . . . 25
2.4 Illustration dans un cas de conduction thermique transitoire . . . 26
2.5 Discussion . . . 32

3 Couplage PGD - CIV 33
3.1 Formulation . . . 34
3.1.1 Problème en "z" . . . 35
3.1.2 Problème en "y" . . . 36
3.1.3 Problème en "x" . . . 37
3.2 Méthode multi-grille . . . 41

3.3 Régularisation 44
3.4 Discussion 47

4 Validation à l'aide d'un exemple artificiel 49
4.1 Sensibilité au bruit 50
4.2 Sensibilité à l'interpolation sous-voxel 51
4.3 Mesure d'un champ de déplacement imposé 52
4.4 Effets de l'approche multi-grille et de la régularisation 54
4.5 Temps de calcul et taille de ROI 56

5 Application à un essai réel : compression d'un os trabéculaire 57
5.1 Analyse *a priori* 57
5.2 Mesure du champ de déplacement 58
5.3 Analyse du temps de calcul 60

6 Discussion et perspectives 63

II Mesures de champs micro dans un composite 65

7 De la tomographie X 69
7.1 Principe de fonctionnement 69
7.2 Artefacts 71
7.3 Applications en mécanique expérimentale 73
7.4 Présentation du tomographe utilisé 75

8 Etude de cas 77
8.1 Contexte et matériau étudié 77
8.2 Micro-structure 78
8.3 Du rajout d'opacifiants 79
8.4 Effet de l'opacifiant sur la CIV 82
8.4.1 Analyse 2D d'incertitudes 83
8.4.2 Analyse 3D d'incertitudes 83
8.4.3 Analyse par translation réelle 88
8.4.4 Bilan 90

9 Essais ex-situ 93
9.1 Préparation des éprouvettes 94
9.2 *A)* Image de référence 96
9.3 *B)* Essai de traction et image déformée 100
9.4 *C)* Mesures par CIV 103
9.4.1 Analyse d'incertitudes 103
9.4.2 Résultats 103
9.5 Discussion 109

10 Vers des essais in-situ 111
10.1 Présentation du dispositif expérimental 111
10.2 Essais de validation 115

11 Discussion 119

Conclusion 123

Bibliographie 126

Table des figures

1 Représentation du dialogue entre les essais et les calculs lors de la procédure d'identification des paramètres ou de la validation d'un modèle représentant un phénomène physique. 3

2 Micro-fissure matricielle dans un composite renforcé par fibres [Gamstedt and Sjogren, 1999]. 4

3 Représentation des différentes échelles analysées lors du développement d'une structure en matériau hétérogène. 5

1.1 Exemplification du problème mal-posé associé à la détermination du champ de déplacement qui vérifie la conservation de la luminance. Deux différents champs de déplacements peuvent être utilisés pour corréler les niveaux de gris entre les images "f" et "g". 16

1.2 Représentation des approches locale et globale. Dans une approche locale, le déplacement des ZOI est déterminé de façon découplée (indépendante des autres ZOI). Seul le déplacement moyen de chaque ZOI est retenu. Dans une approche globale EF-CIN, les déplacements sont définis partout dans la ROI à partir des déplacements nodaux identifiés. De plus, l'approche assure la continuité du champ de déplacement. 19

1.3 Incertitudes de mesure en fonction de la taille des éléments, utilisé pour la comparaison entre deux différentes approches (EF-Q4 et transformée de Fourier). Extrait de [Besnard et al., 2006]. 20

1.4 Analyse de la résolution des mesures avec une approche EF-DVC en utilisant des éléments hexaédriques (C8), extrait de [Leclerc et al., 2011]. 21

2.1 Représentation de l'algorithme de point fixe pour le problème de conduction thermique transitoire. Il s'agit de résoudre, à chaque fois, deux problèmes linéaires 1D (en temps et en espace). A la convergence, nous obtenons la nouvelle paire de fonctions (à l'itération $N+1$) qui sera utilisée pour enrichir le champ recherché $T(x,t)$. 27

2.2 Schéma des étapes utilisées pour traiter le problème thermique transitoire avec une approche PGD. 30

2.3 (a) Évolution temporelle de la température (K) sur chaque noeud (20 éléments), avec la méthode PGD et EF incrémentale. (b) L'erreur "E" (eq. 2.4) en fonction du nombre de décompositions (ou modes) de la PGD. 31

2.4 Comparaison du temps de calcul en fonction du nombre d'éléments. 32

3.1 Algorithme PGD-CIV de base. Un algorithme de point fixe (impliquant seulement des problèmes 1D) est intégré dans les itérations du problème de minimisation de la CIV. 40

3.2 Exemple 1D des images grossières, utilisé dans la méthode multi-grille, à partir d'une image de référence artificielle. 42
3.3 Représentation des discrétisations avec une image artificielle 3D ($80 \times 80 \times 80$ voxels), avec 4 niveaux multi-grille. Le nombre de voxels sur les éléments reste constant pour chaque niveau. 42
3.4 Représentation du solveur multi-grille. Pour un niveau h, le nouveau champ initial $\mathbf{u}_h$ est construit par interpolation à partir de la solution initiale $\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$. Cette solution est obtenue grâce à la solution du niveau précédent $(h+1)$. Ce champ est utilisé pour initialiser l'algorithme de corrélation et trouver la nouvelle solution $\mathbf{q}^{h}_{x,y,z}$, et ce jusqu'à convergence. 43
3.5 Représentation générale de la méthode multi-grille retenue. Pour chaque niveau, une solution initiale est construite ($\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$) à l'aide de la solution précédente (ou RBT si $h = h_{max}$). Cette solution sera utilisée dans le solveur multi-grille (Figure 3.4) pour déterminer la nouvelle solution $\mathbf{q}^{h}_{x,y,z}$. Lorsque $h = 1$, nous aurons déterminé un champ enrichi qui sera utilisé pour initialiser le solveur au niveau plus fin ($h = 0$, référence) et améliorer la convergence. . 44
3.6 Mesure d'un champ de déplacement avec un cas artificiel (avec 6 pixels/élément). La régularisation ($\lambda \neq 0$) fournit une solution plus homogène. 46
3.7 Représentation complète de l'algorithme PGD-CIV multi-grilles, avec régularisation de Tikhonov. 48

4.1 *(a)* Image artificielle de référence f basée sur le bruit de Perlin. Moyenne et écart type des niveaux de gris : ≈ 128 et ≈ 18 niveaux de gris, respectivement ; *(b)* Histogramme des niveaux de gris. 49
4.2 (a) Exemple (1D) d'un bruit blanc ($\sigma_n = 1$ niveau de gris) à rajouter à l'image f lors d'une analyse de la sensibilité au bruit ; (b) Histogramme du bruit rajouté. 50
4.3 Analyse de sensibilité au bruit. σ_u en fonction de la taille des éléments pour la méthode PGD-CIV et la méthode EF-CIV. 51
4.4 Sensibilité à l'interpolation sous-voxel. $\langle \sigma_u \rangle_t$ et $\langle \delta_u \rangle_t$ en fonction de la taille des éléments, pour la méthode PGD-CIV et EF-CIV. 52
4.5 Composante u (voxels) du champ de déplacement imposé $\mathbf{u}_{imp}$. 53
4.6 Exemple artificiel. Résultats de la mesure par EF-CIV et PGD-CIV. *(a)* et *(b)* Différence entre la composante u du champ de déplacement imposé et mesuré (u_{imp} et $u^{FE/PGD}_{mes}$, respectivement) ; *(c)* et *(d)* Champ résiduel σ_{Res} (par rapport à la dynamique de l'image), pour les deux méthodes. 54
4.7 Critère de convergence en fonction du nombre d'itérations du problème de corrélation (m). L'utilisation de la stratégie multi-grille (sans régularisation) permet la convergence du problème (taille des éléments de 20 voxels sur chaque direction). 55
4.8 Résidus $f - g_u$ (par rapport à la dynamique de l'image) en fonction de la taille des éléments. L'utilisation de la méthode multi-grille, combinée à la méthode de régularisation, permet une discrétisation plus fine et l'obtention de résidus plus faibles. 55
4.9 Analyse de la différence relative du temps des mesures par CIV entre une approche EF et PGD, avec des cas artificiels. L'analyse est effectuée en fonction de la taille des éléments, mais aussi de la taille des ROI. 56

5.1 Analyse *a priori* d'un exemple réel. *(a)* image de référence (niveaux de gris) de l'os trabéculaire, obtenue par micro-IRM. La ROI est composée de $95 \times 180 \times 100$ voxels, écart type ≈ 24 niveaux de gris ; *(b)* Analyse d'incertitude : $\langle \sigma_u \rangle_t$ et $\langle \delta_u \rangle_t$, associés à des déplacements sous-voxels imposés. 58
5.2 Résultats pour un exemple réel, pour les deux méthodes. *(a)* et *(b)* composante y du champ de déplacement mesuré ; *(c)* Différence entre les mesures U_y^{FE} et U_y^{PGD} (valeur moyenne : $\approx 3.6 \cdot 10^{-4}$ voxels, écart type : ≈ 0.013 voxels) ; *(d)* et *(e)* Champ de résidus par rapport à la dynamique de l'image (valeur moyenne $\approx 5.10^{-13}\%$, écart type $= 2.5\%$, pour les deux méthodes). 59
5.3 Analyse de l'effet de l'approche multi-grille et de la régularisation appliquées à l'exemple réel. *(a)* Critère de convergence en fonction du nombre d'itérations du problème de corrélation (m). L'utilisation de l'approche multi-grille permet la convergence du problème (15 voxels par élément dans chaque direction) ; *(b)* Champ de résidus ramenés à la dynamique de l'image, en fonction de la taille des éléments. La stratégie multi-grille combinée à la régularisation permet l'obtention de résidus plus faibles. 60
5.4 *(a)* Temps CPU en fonction de la taille des éléments, pour les deux méthodes, utilisant la même régularisation, initialisation et ROI. Dans ce cas, la méthode PGD-CIV a un coût de calcul considérablement inférieur lorsque la résolution spatiale est très fine. *(b)* Temps CPU en fonction du nombre maximum d'itérations de l'algorithme de point fixe, spécifié par l'utilisateur. Les mêmes ROI, taille des éléments et critère de convergence du problème de corrélation η_c ont été utilisés. Très peu d'itérations k sont nécessaires pour obtenir la convergence du problème de corrélation. 62

7.1 Représentation de la tomographie X. Des rayons-X traversent l'objet et une série de radiographies associées à plusieurs angles sont utilisées pour reconstruire l'image volumique de l'objet. 70
7.2 Le coefficient d'atténuation μ de quatre minéraux différents en fonction de l'énergie des rayons-X (kilo-électron volt, KeV) [Ketcham and Carlson, 2001]. 71
7.3 Coupes 2D montrant quelques artefacts qui peuvent être présents en tomographie dans les volumes reconstruits. *a)* Les anneaux concentriques connus comme "ring artefacts", extrait de [Boin and Haibel, 2006]. *b)* Image floue due à des mouvements de l'objet pendant le scan [Boas and Fleischmann, 2012]. *c)* L'artefact "beam hardening", où nous voyons les bords de l'objet plus clairs [Ketcham and Carlson, 2001]. 73
7.4 Le tomographe Phoenix Nanotom de la Fédération FERMAT, et quelques uns des principaux composants (notamment la source, l'objet et la platine de rotation). Le détecteur est placé à gauche de la platine de rotation (pas visible sur l'image). 75

8.1 *a)* Représentation et dimensions du cylindre étudié dans [Hernandez-Moreno et al., 2008]. *b)* Chambre hyperbare utilisé lors des essais dans [Hernandez-Moreno et al., 2008]. *c)* Système expérimental de suivi par stéréo corrélation d'images et champ de déplacement mesuré associé à la torsion [Crouzeix et al., 2009]. *d)* Représentation d'une cellule de l'éprouvette plate et le champ de déformation surfacique associé à un essai de traction obtenu par corrélation d'images [Arellano et al., 2010] 78

8.2 Coupe 2D d'une image volumique (obtenue par tomographie) du composite étudié. Nous remarquons des régions riches en résine caractérisées par l'absence de texture. 79
8.3 Images extraites de [Djukic et al., 2009]. *a)* Amélioration du contraste entre les plis par rajout de plis en cuivre ; et *b)* résultats lors du rajout d'oxyde d'aluminium (à gauche) et de sulfate de baryum (à droite) à l'intérieur de la résine. 80
8.4 *a)* Les deux plaques de composite (avec et sans opacifiant) fabriquées par le processus d'enroulement filamantaire. *b)* Radiographies de deux éprouvettes provenant des deux plaques précédentes (avec et sans opacifiant). 82
8.5 *a)* et *b)* Histogramme des niveaux de gris de la radiographie des éprouvettes du composite sans et avec opacifiant, respectivement (les clichés ont été obtenus en suivant la même procédure). *c)* Analyse de sensibilité relative à l'interpolation sub-pixel. 84
8.6 *a)* Coupe dans le plan XY de l'image volumique du composite sans opacifiant. *b)* Coupe dans le plan XY de l'image volumique du composite avec opacifiant. Nous remarquons que sur l'image *a)* le taux de fibre est plus important que sur *b)*. 85
8.7 Représentation du seuillage effectué dans une région d'une coupe suivant XY. A l'interface entre les particules de $BaSO_4$ et la résine nous pouvons avoir des niveaux de gris de la même intensité que sur les fibres. 86
8.8 *a)* Image volumique (f_{opa}) et histogramme correspondant du composite opacifié. *b*) Image volumique (f_{Sopa}) et histogramme correspondant du composite non-opacifié. *c)* Courbes des fonctions d'autocorrelation associées aux images f_{opa} et f_{Sopa}. 87
8.9 Évolution des incertitudes de mesures de déplacement par CIV, pour les images f_{opa} et f_{Sopa}, en fonction de la taille des éléments. 88
8.10 Incertitudes de mesure (voxels) en fonction de la taille des élements (voxels), avec et sans régularisation de Tikhonov (paramètre λ). Dans ce cas, l'utilisation d'une telle régularisation contribue à l'obtention d'incertitudes de mesures plus faibles. 89
8.11 Champs de déplacement U_Z obtenus lors de l'analyse d'un déplacement de corps rigide d'une éprouvette composite. *a)* et *b)* 50 voxels/élement sans et avec régularisation, respectivement ; *c)* et *d)* 20 voxels/élement sans et avec régularisation, respectivement ; *e)* 10 voxels/élement sans régularisation (non-convergence) ; *f)* 10 voxels/élement avec régularisation. 91

9.1 Schéma de la procédure expérimentale des essais ex-situ. 94
9.2 Essais de traction *ex-situ. a)* Première configuration de l'éprouvette ; *b)* l'éprouvette vissée dans le capteur de force Andilog ; *c)* courbe force vs déplacement jusqu'à rupture de l'éprouvette. 96
9.3 Essai de traction *ex-situ. a)* 2nde configuration des éprouvettes. Elles sont renforcées par de la résine à leurs extrémités. La région scannée a une longueur physique selon l'axe Z de 4 mm ; *b)* Comparaison entre deux coupes différentes dans le plan XY, montrant la différence de section selon la longueur de l'éprouvette et la présence de "ring artefacts" ; *c)* Exemple de porosité présente à l'intérieur de l'éprouvette, celle ci atteignant $\approx 40\%$ de la longueur Lx. . . 98

9.4 *a)* Représentation de l'image volumique f_{exsitu}. *b)* distribution des fibres et *c)* distribution des particules de $BaSO_4$ à l'intérieur de f_{exsitu}. 99
9.5 Courbe force-déplacement enregistrée lors de l'essai cyclique. La charge maximale de chaque cycle vaut 25N, 50N, 75N et 110N. La déformation résiduelle à la fin de l'essai (décharge du 4ème cycle) vaut $\approx$ 770 μdef. 100
9.6 *a)* Représentation de l'image déformée g_{exsitu}. *b)* Comparaison entre deux radiographies (avec l'éprouvette de référence et déformée) montrant une rotation relative $\Delta\theta$ autour de l'axe x- et la position d'un pore et d'une particule d'opacifiant utilisées pour confirmer le bon repérage. *c)* Coupes dans le plan XY de l'image de référence et déformée montrant la rotation relative $\Delta\alpha$ autour de l'axe Z. 102
9.7 *a)* Représentation de la ROI (400x400x900 voxels) utilisée lors des mesures par CIV. *b)* Analyse d'incertitudes en fonction de la taille des éléments. L'utilisation de la régularisation de Tikhonov (paramètre λ) permet la réduction des niveaux des incertitudes. 104
9.8 Résidus des mesures (ramenés à la gamme dynamique de l'image) en fonction du paramètre de régularisation λ et de la taille des éléments. 105
9.9 Champ de résidu des mesures (en %) associées à l'essai *ex-situ* (avec $\lambda = 10^3$). *a)* 1 voxel/élement ; *b)* 10 voxels/élement ; *c)* 20 voxels/élement ; *d)* 50 voxels/élement. 106
9.10 Champ de déplacement mesuré selon Z (U_Z, en voxels) associé à l'esssai *ex-situ*. *a)* 1 voxel/élement ; *b)* 10 voxels/élement ; *c)* 20 voxels/élement ; *d)* 50 voxels/élement. 107
9.11 Champ de déformation mesuré selon Z (ϵ_Z) associé à l'essai *ex-situ*. *a)* 1 voxel/élement ; *b)* 10 voxels/élement ; *c)* 20 voxels/élement ; *d)* 50 voxels/élement. 108

10.1 Plan du dispositif expérimental conçu par le groupe MICS/MSC pour les essais *in-situ*. Celui-ci est composé de deux arbres, deux roulements, deux cage à billes, deux écrous, trois entretoises, un capteur de force et un tube extérieur. 113
10.2 *a)* Schéma simplifié présentant les liaisons entre les différentes composants du dispositif. *b)* Représentation du dispositif assemblé, montrant quelques détails des pièces. 114
10.3 Le dispositif expérimental installé à l'intérieur du tomographe. Des mousses sont placées entre le tube et la chambre de la source, afin d'éviter les impacts du tube lors de la rotation de la table. 115
10.4 Exemple de coupe XY de l'objet obtenue lors de la reconstruction avec le dispositif expérimental installé au tomographe. Des bruits et des artefacts importants sont présents, dus à des discontinuités sur la séquence des projections. 117

Liste des tableaux

8.1 Évaluation quantitative de f_{Sopa} et f_{opa}. 85

Introduction générale

De nos jours, nous sommes environnés d'un grand nombre de structures, réalisant des fonctions mécaniques diverses. Qu'il s'agisse d'un nid d'abeilles ou d'un vaisseau spatial, les structures doivent être capables de résister aux sollicitations mécaniques internes et externes. Leur comportement dépend directement du type de matériau utilisé, ainsi que d'autres facteurs comme par exemple la géométrie et le type des sollicitations.

Le besoin de mieux comprendre le comportement des matériaux sous sollicitation mécanique (et la curiosité) a mené la communauté scientifique à développer des modèles analytiques et numériques capables de représenter le phénomène physique étudié. Ces modèles dépendent de nombreux paramètres associés à chaque cas d'étude. Plus la physique à représenter est complexe (par exemple l'effet de la température, de l'humidité, traduire la présence d'hétérogénéités ou représenter le développement de l'endommagement), plus il faut introduire de paramètres. Ces modèles visent toutefois à rendre rapide et efficace l'analyse du comportement des matériaux sous diverses sollicitations. Ce type d'approche a une grande importance principalement lors de la phase de conception d'une structure, contribuant au développement de structures plus performantes et innovantes. En parallèle, ces modèles sont souvent confrontés à des essais mécaniques, d'une part pour leur validation, et d'autre part pour identifier les valeurs des paramètres constitutifs associés. Un schéma résumant le dialogue essais-calculs classique est proposé sur la Figure 1.

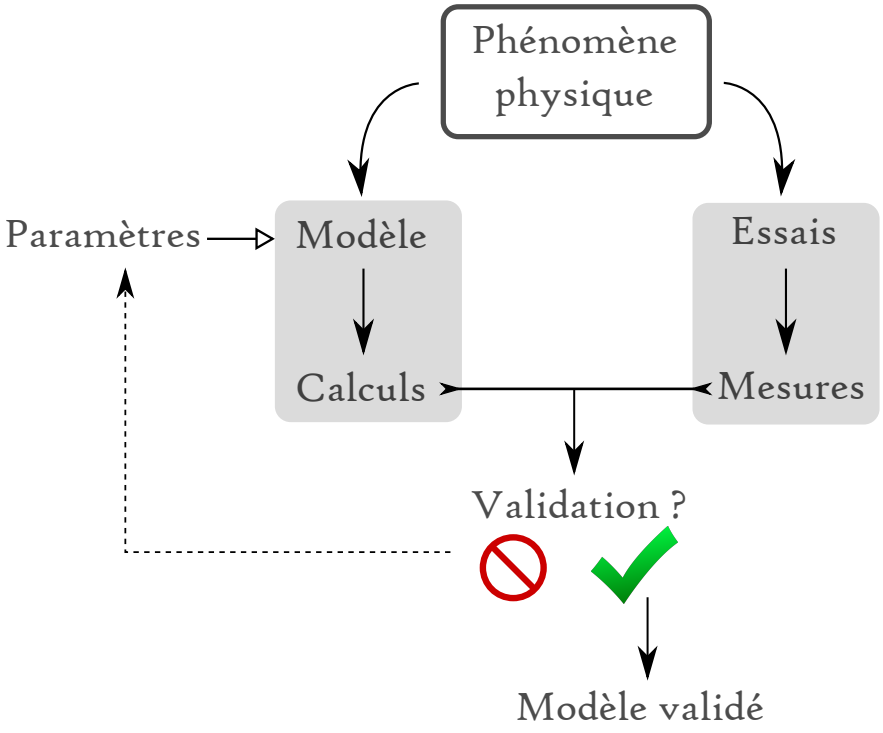


FIGURE 1 – Représentation du dialogue entre les essais et les calculs lors de la procédure d'identification des paramètres ou de la validation d'un modèle représentant un phénomène physique.

Le secteur des transports a contribué de façon significative au développement de matériaux plus performants. On le vérifie facilement en regardant l'évolution des matériaux utilisés dans l'aéronautique ou dans l'industrie automobile. Dans le cas de l'aéronautique, dans un intervalle de moins de 100 ans, nous sommes passé de structures composées principalement de bois ou métal à des structures composées à plus de 50 % (en masse) de *matériaux composites*. Ces derniers présentent en effet de très bonnes propriétés mécaniques

spécifiques. Ces sont des matériaux hétérogènes, assemblant ou moins deux constituants différents, comme par exemple des fibres de verre ou de carbone (des renforts) à l'intérieur d'un produit polymère comme de la résine (la matrice). La combinaison des propriétés de chaque constituant permet d'obtenir un seul matériau ayant les caractéristiques mécaniques souhaitées. S'agissant des aéronefs, l'adoption de structures composites contribue à l'augmentation de la charge utile et de l'autonomie en vol.

La présence d'une hétérogénéité importante crée des micro-structures complexes pouvant, lors d'une sollicitation mécanique, entrainer des concentrations de contraintes dans certaines régions de la structure. Par conséquent, des fissures peuvent se développer et évoluer, endommageant la structure et conduisant à terme à une éventuelle rupture [Talreja and Singh, 2012]. Généralement, les composites présentent des mécanismes d'endommagement variés avant la rupture finale. Pour les composite stratifiés largement utilisés dans les structures primaires aéronautiques, le stade initial de l'endommagement se manifeste par l'apparition de micro-fissures matricielles (voir Figure 2). Si l'on augmente encore la charge, d'autres modes d'endommagement peuvent se développer. On pense par exemple au délaminage entre les plis et la rupture des fibres. En d'autres termes, les constituants à l'échelle microscopique ont un effet sur les propriétés macroscopiques du matériau, et des modèles définis sur ces différentes échelles [Hashin, 1980 ; Lemaitre and Chaboche, 1978 ; Parvizi and Bailey, 1978 ; Nairn and Mendels, 2001] contribuent à la compréhension de leurs comportement mécanique lors de la présence d'endommagement.

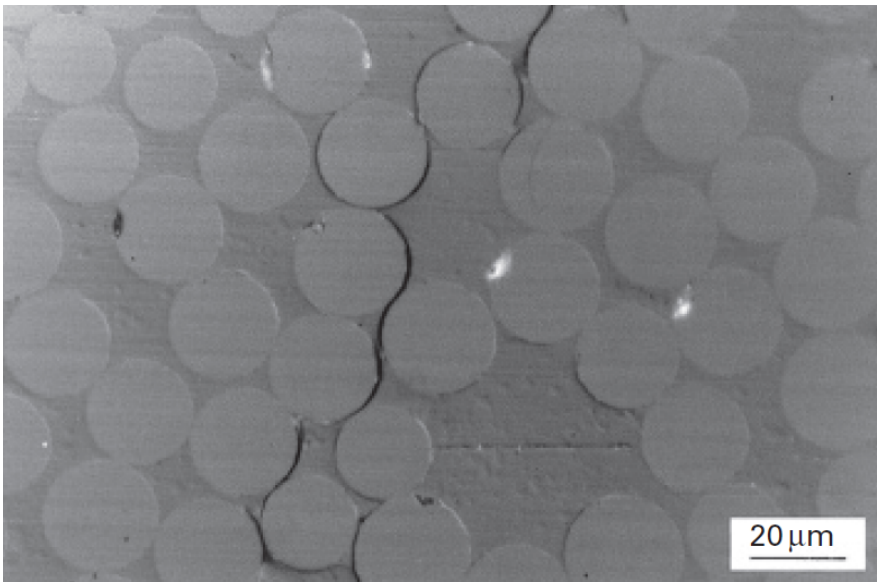


FIGURE 2 – Micro-fissure matricielle dans un composite renforcé par fibres [Gamstedt and Sjogren, 1999].

Compte tenu de multiplicité des échelles d'intérêt, la procédure de conception d'une structure en matériau composite est donc souvent complexe. Une meilleure analyse demande en effet une compréhension du comportement du matériau aux différentes échelles et l'interaction entre celles ci (comme représenté sur la Figure 3). De façon caricaturale, le nombre d'essais et de calculs effectués décroit à mesure que le système analysé devient plus complexe (notamment sur les échelles aux extrémités, typiquement micro ou structure). Ceci est expliqué par la complexité de la modélisation en jeu (géométries et sollicitations complexes, hétérogénéité, anisotropie, prise en compte des incertitudes) ainsi que le coût et le temps associé aux essais (conception/fabrication des dispositifs expérimentaux, coût de fabrication des

pièces, etc). Aujourd'hui, on cherche à diminuer le nombre d'essais en réalisant d'avantage de simulations numériques (procédure connue sous le nom de *essais numériques* [Okereke et al., 2014]), permettant une conception moins couteuse et plus rapide, contribuant ainsi à la compréhension de phénomènes plus complexes et le développement de structures à chaque fois plus performantes.

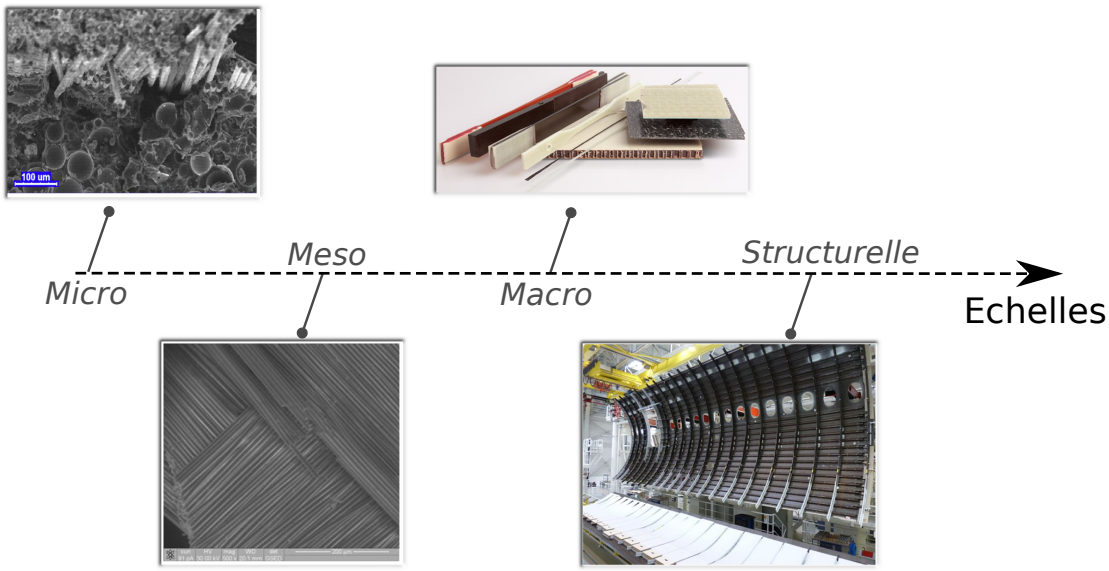


FIGURE 3 – Représentation des différentes échelles analysées lors du développement d'une structure en matériau hétérogène.

Ainsi, depuis quelques années il existe un intérêt croissant sur l'analyse multi-échelle de structures complexes [Mao and Sun, 1991 ; Ladevèze et al., 2007 ; Guidault et al., 2008 ; Saavedra et al., 2012]. L'idée est d'utiliser de façon imbriquées des simulations numériques locales ou *micro* (par exemple autour de fissures, d'inclusions ou de trous) dans des simulations globales ou *macro*, à l'échelle de la structure. Cela permet de relier "*l'efficacité des modèles macroscopiques et la précision des modèles microscopiques*" [Soni et al., 2014]. Cependant, le coût informatique associé devient prohibitif, du fait de la complexité des géométries analysées et des discrétisations raffinées utilisées principalement lors des analyses locales (augmentant donc le nombre d'inconnues du problème). Par ailleurs, ce type d'approche pose la question de l'identification de paramètres, une fois que des nombreux paramètres constitutifs sont introduits [Avril and Pierron, 2007]. Dans ce contexte, des méthodes d'identification de paramètres ont été développées afin de tirer profit de la richesse d'informations obtenues par les mesures de champs. Cela est le cas des méthodes FEMU (*Finite Element Model Updating*), EGM (*Equilibrium Gap Method*), VFM (*Virtual Fields Method*) ou IMIC (*Integrated Mechanical Image Correlation*) [Molimard et al., 2005 ; Claire et al., 2004 ; Grédiac and Pierron, 2006 ; Réthoré et al., 2009]. Grâce à ces méthodes, la distance entre essais/calculs devient à chaque fois moins nette. Des nouvelles possibilités s'ouvrent donc dans le domaine de la modélisation et compréhension du comportement mécanique des matériaux.

Afin d'être moins dépendant des ressources informatiques, des stratégies numériques ont été développées afin de réduire la complexité numérique des modèles. Cela est le cas des méthodes comme la décomposition de domaines, la POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) ou la PGD (*Proper Generalized Decomposition*) [Ammar et al., 2006 ; Chatterjee, 2000 ; Smith, 1997]. Ces méthodes représentent un élément clef pour envisager l'augmenta-

tion du nombre d'essais numériques aux différents échelles (voir Figure 3), et pour permettre ainsi une meilleure analyse des structures présentant des géométries, des sollicitations et des comportements complexes.

En ce qui concerne les *essais mécaniques*, des méthodes optiques de mesure de champs cinématiques (comme la corrélation d'images numériques, ou CIN [Sutton et al., 1983 ; Sutton et al., 1986]) connaissent aujourd'hui un regain d'intérêt de la part de la communauté scientifique et industrielle. Elles permettent des mesures cinématiques (mais aussi thermiques) dans toute une partie de l'objet étudié, fournissant ainsi des mesures riches en information (par opposition à des mesures ponctuelles obtenues par exemple à l'aide de jauges de déformation en surface ou de réseaux de Bragg à cœur). Ceci peut laisser espérer une réduction du nombre d'essais nécessaires lors des procédures d'identification de paramètres. Les méthodes de mesure basées sur la CIN ont un intérêt croissant, grâce à leur simplicité et leur polyvalence face aux différentes échelles d'intérêt (micro-meso-macro). De plus, cette technique s'étend facilement au cas volumique (corrélation d'images volumiques, ou CIV [Bay et al., 1999]), combiné à des techniques d'acquisition d'images 3D (comme la micro-tomographie ou l'IRM). Elle constitue ainsi un outil intéressant pour les analyses à l'échelle micro/mesoscopique des matériaux hétérogènes.

Quelques inconvénients peuvent, cependant, limiter l'utilisation des méthodes de corrélation d'images. Par exemple, l'utilisation d'une approche éléments finis (qui mène à des incertitudes de mesure plus faibles et créé un lien direct entre les mesures-simulations [Hild and Roux, 2012]) peut dans certains cas augmenter le nombre de degrés de liberté du problème, menant par conséquence à des mesures qui demandent des **temps de calcul très élevés**. Le cas moins favorable est celui des mesures volumiques avec des résolutions spatiales raffinées [Leclerc et al., 2011]. D'ailleurs, dans le cas volumique, l'homogénéité (à l'échelle analysée) de certains matériaux peuvent mener à des images présentant une **faible texture**, condamnant ainsi les mesures.

En ce qui concerne les méthodes d'acquisition d'images volumiques, aujourd'hui la tomographie de laboratoire (ou tomographie industrielle) est utilisée dans un nombre important d'applications en mécanique expérimentale. Elle permet d'accéder de façon non-destructive à des informations à cœur des matériaux divers. La qualité des images obtenues est fonction d'un nombre important de paramètres comme la tension ou intensité de la source, la distance entre l'objet et la source, ou encore le nombre de projections effectuées. Compte tenu des limitations technologiques associées, les essais *ex-situ* ont comme avantage l'absence des dispositifs expérimentaux installés à l'intérieur du tomographe [Lecomte-Grosbras et al., 2014] (tels dispositifs peuvent demander une conception et fabrication assez complexes). Cependant, l'observation de certains phénomènes physiques (comme l'endommagement, des essais à haute température, ou des essais avec des matériaux très souples) peuvent être difficiles (voire impossible) dans certains cas [Buffiere et al., 2010].

D'autre part, l'utilisation des dispositifs expérimentaux *in-situ* permet l'obtention de séquences d'images lors de l'application de sollicitations mécanique à l'objet, ce qui revêt un intérêt majeur pour le suivi des champs de déplacements par CIV [Lachambre et al., 2014 ; Forsberg et al., 2008 ; Brault et al., 2013]. Compte tenu des limitations technologiques du tomographe, l'objet est normalement placé à l'intérieur de tubes quasi-transparents qui peuvent, dans certains cas, mener à des problèmes de contraste sur les images obtenues [Buffière et al., 2006]. Par conséquent, afin de minimiser les artefacts et profiter aux mieux du potentiel de la tomographie, des **nouvelles solutions** sont souhaitables et doivent être exploitées.

L'objectif de cette thèse est de développer des outils **numériques** et **expérimentaux** permettant de contourner les limitations exposées ci-dessus lors des **mesures de champs cinématiques volumiques**. Cela représente la base nécessaire pour aller vers les essais numériques et la compréhension du comportement 3D des structures, contribuant au développement de nouveaux matériaux plus performants et innovants. Pour atteindre cet objectif, nous développons une nouvelle approche de la CIV en y intégrant la méthode PGD. L'idée est de réduire le nombre de degrés de libertés, afin de permettre des mesures cinématiques à haute résolution. De plus, nous présentons une méthode d'amélioration de contraste qui rend des images volumiques (obtenues par tomographie) d'un composite en verre-époxy mieux adaptées pour les mesures par CIV. Enfin, les premiers développements vers un nouveau dispositif expérimental sont présentés, permettant des essais *in-situ* au tomographe.

Ce manuscrit est organisé en deux parties : dans la première, un état de l'art concernant les méthodes optiques et les méthodes de réduction de modèles est proposé. L'intégration de la méthode PGD au problème CIV est ensuite détaillé. Une méthode de régularisation (Tikhonov) et la méthode multi-grille (également intégrés dans l'algorithme afin d'améliorer la convergence dans des cas moins favorables) retenues sont également présentées. Les résultats sont initialement comparés à une approche EF-CIV (considérée comme référence) en utilisant des images artificielles. Un cas réel est alors analysé : on s'intéresse à la compression d'un os trabéculaire. Ces résultats permettent d'évaluer les performances de la nouvelle méthode relativement aux incertitudes des mesures et au temps de calcul. Dans la deuxième partie, le principe de la tomographie et son utilisation en mécanique expérimentale sont initialement et brièvement présentés. On y propose ensuite de déterminer le champ de déplacement volumique d'un composite en verre-époxy sollicité en traction, précisant les défis à surmonter pour obtenir des mesures par CIV. Un opacifiant est ainsi ajouté à la résine lors de la fabrication du composite afin d'améliorer le contraste des images obtenues par tomographie. Des essais *ex-situ* sont menés, afin d'évaluer d'une part les chargements nécessaires, d'autre part les incertitudes des mesures pratiques auxquelles on doit s'attendre lors des mesures par PGD-CIV. Enfin, la conception/fabrication du nouveau dispositif expérimental pour des essais *in-situ* sont exposées.

Première partie

La méthode PGD-CIV

Résumé

Dans un premier temps, les principales techniques de mesures optiques de champs cinématiques sont rappelées. Un focus sur la corrélation d'images numériques est proposé. Après une présentation des principales techniques de réduction de modèles, la méthode PGD est introduite. Un cas de conduction thermique est traité pour illustrer la méthode. Ensuite, nous présentons la formulation de l'approche PGD au problème CIV. Des stratégies numériques sont utilisées pour améliorer la convergence de l'algorithme, notamment la méthode multi-grille et la régularisation de Tikhonov. La méthode est validée et ses performances analysées avec des exemples artificiels et réels. Des perspectives sont proposées afin de pouvoir contourner les limitations observées et de faire évoluer l'algorithme.

CHAPITRE 1

Mesure optique de champs cinématiques

Les mesures optiques de champs cinématiques ont aujourd'hui un grand intérêt pour la mécanique expérimentale. Elles se distinguent principalement des méthodes classiques par l'absence de contact entre l'outil de mesure et l'objet, ainsi que par la richesse d'information obtenue. Les différentes techniques peuvent être classées en deux différents groupes : les méthodes *interférométriques* et *non-interférométriques* [Grediac and Hild, 2012].

1.1 Méthodes interférométriques

Les méthodes interférométriques s'appuient sur la variation de phase entre deux ou plusieurs signaux périodiques de même fréquence [Grediac and Hild, 2012 ; Surrel, 2004], associés par exemple à l'état de référence et déformé d'un objet. Les signaux sont obtenus par l'interaction entre la surface de l'objet et des faisceaux incidents. La corrélation entre ces différents signaux permet de déterminer les déplacements surfaciques relatifs entre les différents états. Les différentes techniques se distinguent par rapport à l'interaction entre la surface de l'objet et le faisceau incident, mais aussi par rapport au choix de la nature des faisceaux [Grediac and Hild, 2012].

Un exemple est la technique de moiré interférométrique [Basehore and Post, 1981 ; Post, 1982], qui consiste à superposer deux grilles (référence et déformée) produites par l'interférence de deux faisceaux laser concentrés. Malgré la résolution intéressante des mesures obtenue par cette technique, elle nécessite des éprouvettes ayant la surface plane et lisse, ainsi qu'un environnement libre de vibrations (qui introduisent des mouvements de corps rigide à l'objet) [Anastasi and Laboratory, 1992]. Par conséquent, son utilisation dans l'industrie est peu fréquent.

L'interférométrie de Speckle, quant à elle, permet la mesure avec des objets qui présentent une certaine rugosité surfacique [Grediac and Hild, 2012]. La technique consiste à utiliser des motifs appelés Speckle (figures d'interférence spatiale caractérisées par des variations rapide d'amplitude et de phase) crées par la réflexion diffuse sur la surface rugueuse des faisceaux provenant d'une source cohérente. La résolution des déplacements peut attendre l'échelle nanométrique, mais la phase de corrélation représente encore aujourd'hui une opération assez difficile et laborieuse [Jacquot, 2008].

D'autres techniques existent, comme l'holographie numérique/optique, la shearographie, la déflectométrie et la photoélasticimétrie. Des explications détaillées de chaque technique sont présentées en [Grediac and Hild, 2012 ; Surrel, 2004]. En général, ces techniques permettent des mesures de haute résolution à faible résolution spatiale. Ces techniques sont très séduisantes pour l'identification de paramètres matériaux, l'évaluation de modèles et l'étude d'endommagement, par exemple. En contrepartie, elles nécessitent un environnement stable et des dispositifs expérimentaux assez délicats, limitant leur utilisation plutôt à des applications en laboratoire [Ramault et al., 2011].

1.2 Méthodes non-interférométriques

En ce qui concerne les méthodes non-interférométriques, le champ de déplacement surfacique (voire volumique) d'un objet est déterminé par la variation de position spatiale (entre deux ou plusieurs états) d'un marquage, comme une grille ou un mouchetis. Par rapport aux méthodes interférométriques, ces techniques présentent normalement des dispositifs expérimentaux plus simples et permettent de mesurer des champs sur des surfaces présentant des niveaux de rugosités importants. En contrepartie, la résolution de la mesure à l'échelle macroscopique peut être inférieure (l'incertitude de mesure est en effet exprimée en pixels). Selon [Surrel, 2004], on peut classer les différentes techniques en fonction de la nature du codage du signal (ou de l'intensité lumineuse) :

- **Codage périodique :** le signal est caractérisé par un motif périodique (ou une porteuse spatiale). Ceci est le cas, par exemple, de la *méthode de grille*, qui utilise un motif régulier de traits contrastés collé sur la surface de l'objet [Surrel, 2004]. Lorsque l'objet est soumis à une sollicitation mécanique, la grille se déforme et le champ de déplacement est obtenu par la comparaison entre l'état de référence et déformé. La technique est mieux adaptée pour la mesure de petits déplacements [Molimard et al., 2007]. La nécessité de préparer la surface analysé peut être considérée un inconvénient. De plus, elle est limitée à l'analyse d'objets plans [Grediac and Hild, 2012].
- **Codage aléatoire :** un mouchetis est utilisé sur la surface/volume de l'objet afin de créer une variation spatiale aléatoire de l'intensité lumineuse. Ceci est le cas des méthodes basées sur la *corrélation d'images numériques*. La comparaison entre les niveaux de gris de deux ou plusieurs images (référence et déformées) fournit les déplacements sur une région de la surface/volume de l'objet. La simplicité est une caractéristique très avantageuse de la méthode. Cependant, du fait de la nature aléatoire du signal, des différents algorithmes utilisés et des moyens d'acquisition des images, la qualification des mesures reste encore aujourd'hui un terrain délicat et parfois mal compris.

Dans ce travail, nous nous intéressons à la mesure de champs cinématiques volumiques au moyen de la corrélation d'images numériques. Cette technique a attiré l'attention de la communauté scientifique depuis quelques années, principalement du fait de :

- **Différentes échelles :** écrite toujours dans un même formalisme, la méthode permet des mesures depuis l'échelle nanométrique [Faurie et al., 2014 ; Sabaté et al., 2006] jusqu'à des échelles geophysiques [Walter et al., 2013 ; Corvec and Walter, 2009] ;
- **Différents matériaux :** la méthode peut être appliquée à une gamme très variée de matériaux. A titre d'exemple, nous pouvons citer l'os trabéculaire [Bay et al., 1999 ; Benoit et al., 2009], le bois [Forsberg et al., 2008], les matériaux granulaires [McDonald et al., 2009 ; Sjödahl et al., 2012], la fonte [Leclerc et al., 2011 ; Rannou et al., 2010], la laine de roche [Hild et al., 2009], les matériaux cellulaires [Roux et al., 2008] et des matériaux composites [Périé et al., 2009]. En effet, des caractéristiques comme la rigidité, l'(an)isotropie, la rugosité et la forme de l'objet ont très peu d'effet sur les performances des mesures ;
- **Simplicité et coût :** grâce au développement technologique que nous connaissons depuis les dernières années, les prix des caméras CCD (*Charge-Coupled Device*) ont été réduits et leurs performances ont augmenté. Ces dispositifs sont les acteurs principaux en ce qui concerne l'imagerie digitale. De plus, le dispositif expérimental de la méthode est très simple comparé à d'autres méthodes de mesure optiques, se résumant souvent à une caméra CCD et une source de lumière blanche ;
- **Lien avec simulations numériques :** comme nous allons voir, la méthode permet

un lien direct avec les simulations numériques, utile lors de la validation de modèles numériques et/ou l'identification des paramètres associés (problèmes inverses).

Dans la section suivante (1.3), la méthode est présentée en détails afin de mieux comprendre son fonctionnement et de citer quelques applications en mécanique expérimentale. Les avantages et inconvénients de deux différentes approches seront également présentés.

1.3 Corrélation d'images numériques/volumiques (CIN/CIV)

La technique appelée *Corrélation d'Images Numériques* (CIN) [Sutton et al., 1983 ; Sutton et al., 1986] est basée sur la comparaison de deux ou plusieurs images numériques d'un même objet soumis à différents chargements afin d'identifier le champ de déplacement *surfacique* correspondant. De la même manière, des images 3D volumiques d'un objet peuvent être utilisées dans le but de trouver le champ de déplacement *volumique* correspondant (c'est à dire, au cœur du matériau). Cette technique est une extension de la CIN, appelée *Corrélation d'Images Volumiques* (CIV) [Bay et al., 1999].

Pour mieux comprendre les principes de ces techniques, il est utile de rappeler quelques notions de traitement d'images numériques. Une image numérique est quantifiée par l'intensité et la position de chaque pixel (ou *voxel* dans le cas 3D) qui la compose. Les pixels sont les plus petits éléments d'une image. L'intensité est caractérisée par des *niveaux de gris*. Le nombre de couleurs qui peuvent être représentés sur l'image est quantifié par la profondeur de couleur de bit (par exemple, 256 couleurs dans le cas de 8 bits ; ou 65536 dans le cas de 16 bits, etc).

1.3.1 Principes

L'idée principale des techniques de corrélation d'images est de déterminer le flux optique entre des séquences d'images, en assumant la conservation de la luminance [Horn and Schunk, 1981]. Considérons d'abord deux images d'un même objet $f(\mathbf{x})$ (au repos) et $g(\mathbf{x})$ (après chargement), où $\mathbf{x}$ représente la position d'un point dans l'image. Chaque image f et g rassemblent les niveaux de gris de chaque position $\mathbf{x}$. L'hypothèse de la conservation des niveaux de gris peut se traduire par l'équation suivante :

$$f(\mathbf{x}) = g\left(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})\right) \tag{1.1}$$

où $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ représente le champ de déplacement recherché. Ce dernier est, dans le cas plus général 3D, un vecteur à trois composantes qui s'écrit :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(x, y, z) = \begin{pmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

La détermination du champ de déplacement qui vérifie l'hypothèse (1.1) est un problème mal-posé. En effet, la connaissance des niveaux de gris des images f et g n'est pas suffisante pour la détermination d'une solution unique des composantes du déplacement sur chaque voxel. Afin de représenter cela, la Figure 1.1 montre deux images f et g où la conservation de la luminance est vérifiée, mais qui présentent deux solutions distinctes. Il est nécessaire donc de régulariser le problème pour restreindre la solution à une famille de solutions [Grediac and Hild, 2012]. Tout d'abord, nous utilisons un critère de similarité classique par la

minimisation de la somme quadratique sur toute une région d'intérêt (ROI) Ω , s'appuyant sur une formulation *globale* [Besnard et al., 2006 ; Roux et al., 2008] :

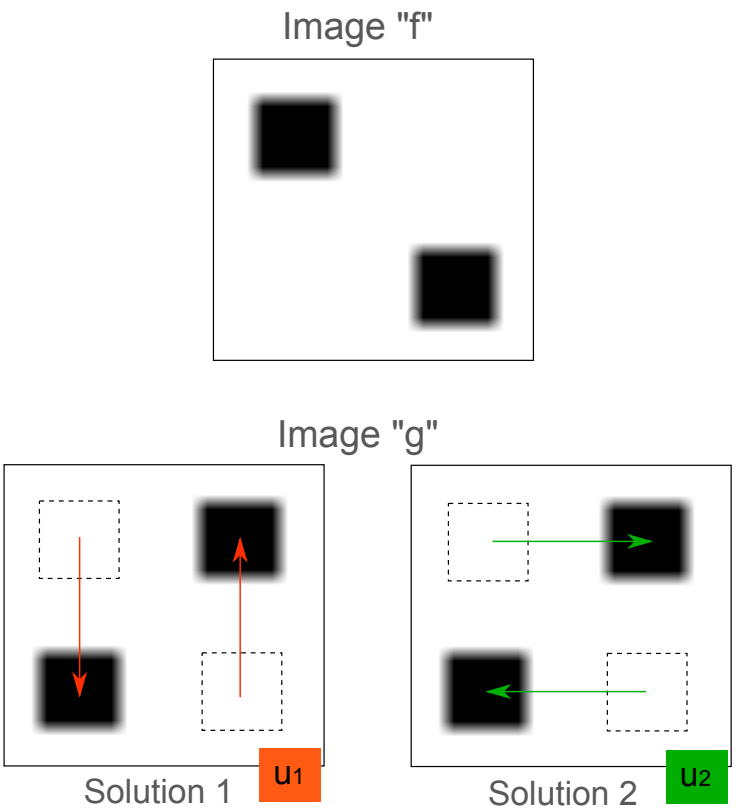


FIGURE 1.1 – Exemplification du problème mal-posé associé à la détermination du champ de déplacement qui vérifie la conservation de la luminance. Deux différents champs de déplacements peuvent être utilisés pour corréler les niveaux de gris entre les images "f" et "g".

$$\Phi^2 = \int_\Omega [f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))]^2 \; d\mathbf{x} \tag{1.3}$$

Remarque : dans un autre type d'approche appelée *locale*, la minimisation est effectuée sur des zones d'intérêt (ZOI) [Hild and Roux, 2012], qui sont des groupes de pixels (des fenêtres) à l'intérieur de la ROI. Ceci sera mieux précisé dans la Section 1.3.3.

Le problème se résume alors à trouver le meilleur $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ qui minimise (1.3). Il est déjà important de remarquer que les différentes approches trouvés dans la littérature se distinguent par rapport au choix des champs de déplacements qui minimisent (1.3). A titre d'exemple, si le champ de déplacement réel présente des discontinuités, un choix de $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ continu entraînera surement des résidus (Φ) plus importants au voisinage des discontinuités. Ce point sera également précisé plus tard dans la Section 1.3.3.

Le problème 1.3 étant non-linéaire, une méthode itérative est utilisée. On considère que la correction du champ de déplacement, $\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})$, à chaque itération m, est suffisamment petite (par rapport aux variations spatiales de ∇g) pour permettre une approximation par série de Taylor du premier ordre :

$$g(\mathbf{x} + \mathbf{u}_m(\mathbf{x})) \approx g(\mathbf{x} + \mathbf{u}_{m-1}(\mathbf{x})) + \delta\mathbf{u}(\mathbf{x})^T \nabla g(\mathbf{x} + \mathbf{u}_{m-1}(\mathbf{x})) \tag{1.4}$$

où A^T est la transposée de A, et $\delta\mathbf{u}(x) = \mathbf{u}_m(x) - \mathbf{u}_{m-1}(x)$. Lorsque des grandes amplitudes de déplacement sont présentes (impliquant un ratio $\delta\mathbf{u}/\nabla g$ important) l'algorithme peut ne pas converger ou converger vers des minimas locaux [Réthoré et al., 2007]. Ainsi, des méthodes multi-grilles peuvent être intégrées afin d'éviter ce problème [Besnard et al., 2006]. Cette procédure sera explicitée en Section 3.2. Une fois correctement initialisé, le problème de minimisation peut être linéarisé en injectant (1.4) en (1.3) :

$$\Phi^2 = \int_\Omega \left[f(\mathbf{x}) - g_u^m(\mathbf{x}) - \delta\mathbf{u}(\mathbf{x})^T \nabla g_u^m(\mathbf{x})\right]^2 \, dx \tag{1.5}$$

avec $g_u^m(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}_{m-1}(\mathbf{x}))$. Cette procédure demande l'interpolation de g sur des positions non-entières des voxels. Dans ce travail, une interpolation linéaire a été utilisée du fait de la simplicité numérique associée. Cependant, des polynômes d'ordre plus importante peuvent être utilisés, par exemple bi-linéaire, cubique ou spline. Le choix aura un effet significatif sur les incertitudes de mesures [Grediac and Hild, 2012]. Nous trouvons aussi des méthodes adaptatives [Wittevrongel et al., 2014], où l'ordre polynomiale est variable à l'intérieur de la ROI permettant l'utilisation d'ordres plus importantes seulement sur les régions ayant des déplacements plus complexes (par exemple très hétérogène et de faible amplitude).

Dans l'équation (1.5), le terme $(f(\mathbf{x}) - g_u^m(\mathbf{x}))$ représente le champ résiduel de corrélation (ou simplement champ résiduel). Il est utilisé comme un indicateur de la qualité de l'approximation du champ de déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{x})$. Si la convergence de l'algorithme est atteinte, alors $g_u^m(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x})$ et nous pouvons remplacer $\nabla g_u^m(\mathbf{x})$ par $\nabla f(\mathbf{x})$, évitant ainsi le calcul du gradient à chaque itération. Pour déterminer $\nabla f(\mathbf{x})$, la méthode de différence finies est utilisée. Dans ce travail, nous avons choisi un schéma centré d'ordre 1.

La condition de stationnarité associée à la minimisation de (1.5), $\forall \delta\mathbf{u}^\star(\mathbf{x})$, s'écrit :

$$\int_\Omega \left[(\delta\mathbf{u}^\star(\mathbf{x}))^T \nabla f(\mathbf{x})\right] \left[\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})^T \nabla f(\mathbf{x})\right] \, d\mathbf{x} = \int_\Omega \left[(\delta\mathbf{u}^\star(\mathbf{x}))^T \nabla f(\mathbf{x})\right] \left[f(\mathbf{x}) - g_u^m(\mathbf{x})\right] \, d\mathbf{x} \tag{1.6}$$

Le problème consiste donc à trouver le meilleur $\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})$ qui vérifie (1.6). Dans une approche globale, le champ de déplacement inconnu est approximé sous la forme d'une interpolation [Besnard et al., 2006] :

$$\delta\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_n \mathbf{\Phi_n}(\mathbf{x}) q_n \tag{1.7}$$

où $\mathbf{\Phi_n}(\mathbf{x})$ sont des fonctions de base et q_n les degrés de libertés (DDL) associés. Le problème se résume donc à déterminer le meilleur q_n, qui par conséquent détermine le meilleur $\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})$. En insérant (1.7) en (1.6), le système linéaire suivant doit être résolu à chaque itération m de l'algorithme :

$$[M]\{\mathbf{q}\}_m = \{\mathbf{b}\}_m \tag{1.8}$$

avec :

$$[M_{ab}] = \int_\Omega \left[\mathbf{\Phi_a}(\mathbf{x})^T \nabla \mathbf{f}\right] \left[\nabla \mathbf{f}^T \mathbf{\Phi_b}(\mathbf{x})\right] \, d\mathbf{x} \tag{1.9}$$

$$\{\mathbf{b_a}\}_m = \int_\Omega \left[\mathbf{\Phi_a}(\mathbf{x})^T \nabla \mathbf{f}\right] \left[f(\mathbf{x}) - g_u^m(\mathbf{x})\right] \, d\mathbf{x} \tag{1.10}$$

Comme un développement de Taylor (équation (1.4)) a été utilisé, nous devons résoudre le système (1.8) de façon itérative pour les différentes valeurs du second membre (vecteur $\{b\}$) jusqu'à la convergence.

1.3.2 Mouchetis

Dans les équations (1.9) et (1.10), nous constatons que la résolution du système linéaire est dépendant du gradient de l'image de référence (∇f). Par conséquent, les caractéristiques du mouchetis auront une influence directe sur les performances des mesures :

- **Contraste :** la présence d'un fort contraste entre les pixels est préférable, afin d'avoir une meilleure sensibilité face à la mesure de petits déplacements [Grediac and Hild, 2012]. De plus, l'histogramme des niveaux de gris doit être le plus étendu possible. Il s'agit d'un bon indicateur pour vérifier les problèmes de saturation [Besnard et al., 2006] ;
- **Taille caractéristique :** il s'agit d'une valeur utilisée pour quantifier la taille moyenne des motifs d'un mouchetis. Elle est calculée par une fonction d'auto-corrélation, classiquement utilisée en traitement du signal pour trouver des motifs périodiques d'un signal. Le coefficient d'auto-corrélation C d'une image $f(x, y)$ peut être calculé par l'expression suivante [Dainty, 1977 ; Rubin, 2004] :

$$C = \frac{\sum_{xy}(f_{xy} - \overline{f})(f^k_{xy} - \overline{f^k})}{\sqrt{\sum_{xy}(f_{xy} - \overline{f})^2}\sqrt{\sum_{xy}(f^k_{xy} - \overline{f^k})^2}} \tag{1.11}$$

  où f^k sont les images générées à partir d'un décalage de k voxels de l'image f_{xy}, et les quantités $\overline{\bullet}$ les moyennes des niveaux de gris. La courbe d'auto-correlation est donc obtenue en fonction du décalage k entre les deux images. Lorsque f et f^k deviennent fortement corrélés (par exemple lorsque $k = 0$), $C = 1$. Au contraire, $C = 0$ lorsque les deux images ne présentent pas de corrélation entre elles. Dans ce travail, en suivant [Bornert et al., 2009], la taille caractéristique correspond à un coefficient à mi-hauteur de la fonction d'auto-corrélation de l'image de référence.

Il est important de remarquer que, lorsqu'un matériau ne présente pas de mouchetis naturel sur sa surface/volume, des mouchetis artificiels doivent être utilisés pour permettre la mesure par corrélation d'images. Dans le cas surfacique, une simple pulvérisation de fines gouttes qui créent un mouchetis noir et blanc est souvent utilisé. Cependant, dans le cas volumique, d'autres stratégies doivent être mises en place. Ce point sera abordé dans le Chapitre 8.

1.3.3 Approche locale/globale

Plusieurs choix sont possibles pour spécifier les fonctions de base $\mathbf{\Phi_n}(\mathbf{x})$ (eq. 1.7). Dans une approche classique, des fonctions polynomiales sont utilisées pour déterminer la transformation des sous-ensembles de pixels/voxels (ou ZOI, *zone of interest*) à l'intérieur de la ROI. Ces sont des approches *locales* (*subset based*), car la transformation de chaque ZOI est définie localement et indépendamment des autres sous-ensembles [Sutton et al., 1983 ; Sutton et al., 1986 ; Bay et al., 1999]. Ainsi, nous avons à chaque itération des systèmes découplés à résoudre. La procédure consiste, d'une façon générale, à définir d'abord un ensemble de points à l'intérieur de la ROI (normalement ayant une distance régulière entre eux) et d'y associer un domaine local de pixels (les ZOI). Seul le déplacement moyen au centre de chaque ZOI est retenu, et le résultat final est un ensemble discret de vecteurs de déplacements [Grediac and Hild, 2012]. Malgré l'avantage d'avoir des systèmes découplés à résoudre à chaque itération (nécessitant par conséquent moins de ressources informatiques et étant facilement parallélisable), les erreurs associées à cette approche peuvent être contraignantes du fait de

l'éventuelle pauvreté locale de la texture et du nombre potentiellement important de paramètres permettant de décrire la transformation locale.

D'un autre coté, une approche *globale* consiste à trouver le champ de déplacement directement sur toute la ROI. La continuité du champ de déplacement entre les éléments peut par exemple être imposée [Hild and Roux, 2012], ce qui contribue à des mesures plus précises (lorsque des discontinuités ne sont pas présentes). Nous avons, à chaque itération, seulement un système couplé à résoudre. Plusieurs types de fonctions peuvent être utilisées, comme des séries de Fourier [Wagne et al., 2002], des solutions numériques pré-calculées [Leclerc et al., 2009] et des solutions analytiques de problèmes élastiques [Hild and Roux, 2006], par exemple. Un autre choix consiste à utiliser les fonctions de forme éléments finis [Sun et al., 2005 ; Besnard et al., 2006 ; Roux et al., 2008]. Cette méthode (connue comme EF-CIN) a l'avantage de créer un lien direct avec les simulations numériques, étant d'un fort intérêt en ce qui concerne le domaine d'identification de paramètres et de validation de modèles numériques [Leclerc et al., 2009 ; Azzouna et al., 2011].

Remarque : la méthode EF-CIN a ouvert les voies pour l'utilisation des fonctions de formes "enrichies" (comme dans la méthode des éléments finis étendus, ou X-FEM), étant d'un intérêt particulier lorsque des fissures sont présentes sur la surface (ou volume) d'un objet [Réthoré et al., 2007 ; Réthoré et al., 2008a ; Réthoré et al., 2008b].

Une comparaison graphique des approches locale et globale (avec EF-CIN) est représentée sur la Figure 1.2. Malgré les avantages d'une approche EF-CIN, des ressources informatiques importants peuvent être nécessaires si nombre de DDL est excessif. Ceci sera mieux discuté dans la Section 1.4.

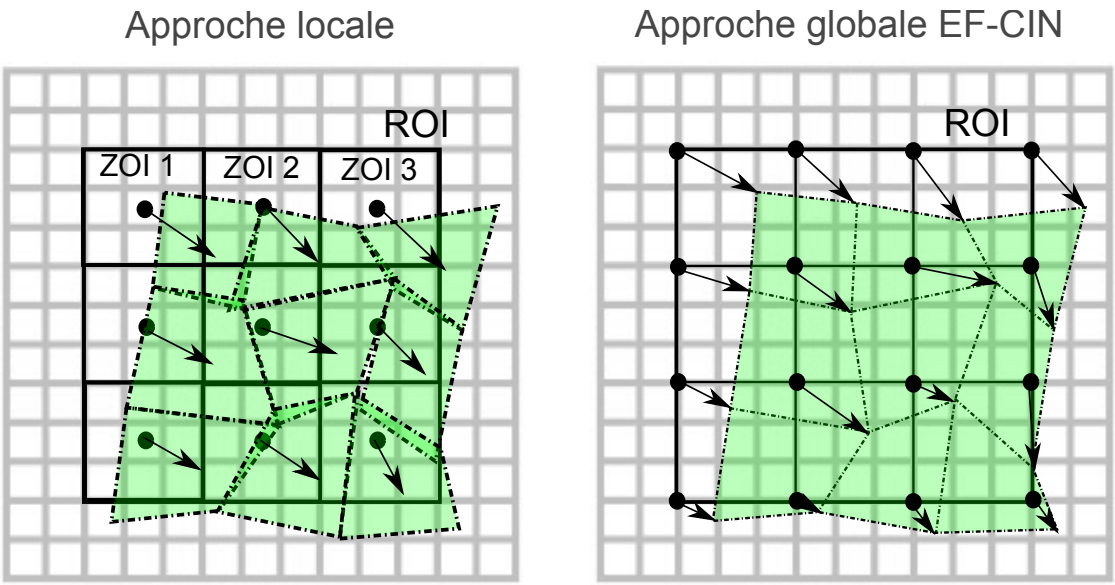


FIGURE 1.2 – Représentation des approches locale et globale. Dans une approche locale, le déplacement des ZOI est déterminé de façon découplée (indépendante des autres ZOI). Seul le déplacement moyen de chaque ZOI est retenu. Dans une approche globale EF-CIN, les déplacements sont définis partout dans la ROI à partir des déplacements nodaux identifiés. De plus, l'approche assure la continuité du champ de déplacement.

1.3.4 Aspects métrologiques

Due à la distribution aléatoire des niveaux de gris des mouchetis (comparable à du bruit), la qualification des mesures présente des difficultés [Grediac and Hild, 2012]. Essentiellement, deux aspects métrologiques principaux sont utilisés pour caractériser les mesures par corrélation d'images (les procédures sont détaillés sur la Section 4) :

- **Incertitudes des mesures :** par définition, il s'agit d'un paramètre qui caractérise la dispersion des valeurs attribuées à la mesurande. En corrélation d'images, les incertitudes de mesure sont déterminées par l'évaluation de l'erreur d'interpolation sub-pixel [Grediac and Hild, 2012 ; Besnard et al., 2006]. Ceci consiste à imposer des déplacements compris entre 0 à 1 pixels à une image de référence et de déterminer l'écart type du champ de déplacement mesuré. Un autre indicateur est l'erreur systématique, c'est à dire la moyenne entre les valeurs mesurées et les valeurs de référence. Il est important de noter que les incertitudes de mesures ont un rapport direct avec la résolution spatiale. Plus précisément, des mesures avec une résolution spatiale raffinée (ou des petits éléments) seront accompagnés d'incertitudes de mesure plus importantes [Besnard et al., 2006 ; Leclerc et al., 2011 ; Passieux and Périé, 2012], voir Figure 1.3. Ceci s'explique par le fait que très peu d'information (niveaux de gris) est présente sur des petits éléments, ce qui rend plus difficile la corrélation d'une image à l'autre.

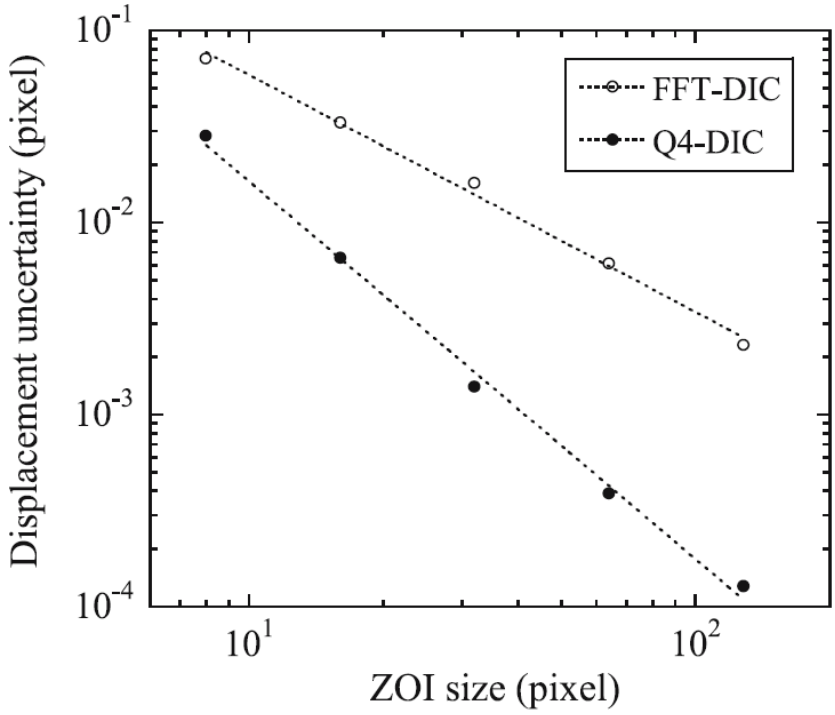


FIGURE 1.3 – Incertitudes de mesure en fonction de la taille des éléments, utilisé pour la comparaison entre deux différentes approches (EF-Q4 et transformée de Fourier). Extrait de [Besnard et al., 2006].

- **Résolution des mesures :** c'est la plus petite variation de la mesurande qui peut être indiquée par le système de mesure. En ce qui concerne les méthodes optiques, le bruit (provenant par exemple du dispositif d'acquisition d'images) est normalement le facteur qui limite la résolution. Grâce à la grande quantité de pixels/voxels présents sur les images, il est relativement facile de mesurer les bruits de mesure (car une statistique

considérable peut être obtenue) [Grediac and Hild, 2012]. Ainsi, pour quantifier la résolution, du bruit blanc (aléatoire) est rajouté sur l'image de référence et la dispersion des mesures est déterminée. L'écart type de la mesure sera directement proportionnel à celui du bruit rajouté, et inversement proportionnel à la taille des éléments (car la variation du nombre de pixels/voxels par élément entraine une variation statistique de l'information disponible) [Besnard et al., 2006 ; Leclerc et al., 2011]. Le type de courbe obtenue peut être visualisé sur la Figure 1.4.

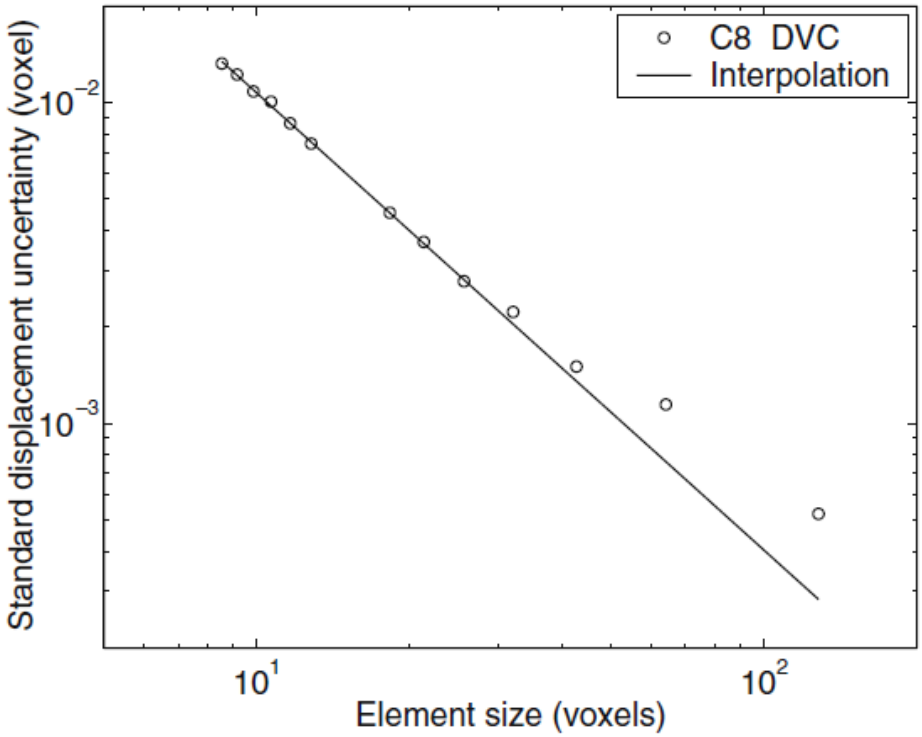


FIGURE 1.4 – Analyse de la résolution des mesures avec une approche EF-DVC en utilisant des éléments hexaédriques (C8), extrait de [Leclerc et al., 2011].

D'une façon générale, la réduction des incertitudes et une meilleure résolution des mesures peuvent être obtenus lorsque le mouchetis présente un bon contraste entre les pixels, mais aussi une taille caractéristique de l'ordre de 2 à 5 pixels/voxels [Grediac and Hild, 2012]. De plus, le système d'acquisition des images (ainsi que des signaux parasites provenant de l'environnement) doit permettre l'obtention d'images présentant un minimum de bruit.

1.4 Discussion

La corrélation d'images numériques représente une puissante méthode optique de mesure de champs cinématiques. Grâce à la simplicité des dispositifs expérimentaux et à la réduction des coûts des moyens d'acquisition d'images, la méthode subit un développement remarquable dans le domaine de la mécanique expérimentale. Son atout principal aujourd'hui est peut être le lien qu'elle permet avec les simulations numériques, en particulier lorsque l'approche EF-CIN est utilisée. Cependant, quelques inconvénients peuvent être exposés, surtout en ce qui concerne la corrélation d'images volumiques :

– **Ressources informatiques :** comme indiqué, les mesures par une approche EF-CIN implique la résolution d'un système couplé à chaque itération de l'algorithme.

Par conséquent, lorsque le nombre de DDL est important (associé à une résolution spatiale fine, par exemple) le temps de calcul peut devenir prohibitif. A titre d'exemple, supposons la mesure volumique avec une ROI de 1000x1000x1000 voxels (usuelle avec les microtomographes actuels) et des éléments ayant 10 voxels dans chaque direction. Cela mène à plus de 10^6 DDL et par conséquent une matrice M (voir eq. 1.8) de très grande dimension ;

- **Mouchetis volumiques :** au contraire du cas surfacique, où un mouchetis artificiel peut être ajouté assez facilement lorsque l'image d'un objet ne présente pas la texture nécessaire pour la CIN, la CIV doit souvent se contenter de la texture naturellement présente dans l'image. Deux possibilités s'offrent à nous : doper le matériau et/ou régulariser la mesure ;
- **Taille des images :** les images obtenues au moyen de techniques d'imagerie 3D (par tomographie ou IRM, par exemple), peuvent avoir des dimensions assez importantes (typiquement 2000^3 voxels pour une tomographie X). Ceci demande des ressources informatiques importantes pour leur manipulation.

Afin de repousser les limites de la méthode, nous nous intéressons dans cette thèse à deux des problèmes exposés ci-dessus. En ce qui concerne le temps de calcul, une méthode de réduction de modèles numériques appelée PGD est utilisée pour réduire la complexité numérique du problème de CIV, basé sur les travaux initiaux de [Passieux and Périé, 2012]. L'approche est détaillée dans la Section 3, après une présentation rapide de la méthode PGD dans la Section 2. Concernant la texture, nous étudions l'effet de l'ajout d'un agent contrastant à l'intérieur d'un matériau composite, afin de créer un mouchetis artificiel mieux adapté au problème de CIV. La procédure et les analyses sont présentées dans les chapitres de la deuxième partie (*Mesure de champs micro dans un composite*). En ce qui concerne la taille des images, ce n'est pas l'axe principal de cette thèse, mais le sujet peut être vu comme une perspective intéressante pour les travaux futurs.

CHAPITRE 2 Réduction de modèles numériques (RMN)

La prédiction des phénomènes physiques complexes est souvent liée à la résolution d'équations aux dérivées partielles (EDP). Ces problèmes peuvent impliquer un grand nombre de dimensions et de variables, dont la résolution analytique devient très laborieuse, voire impossible. Pour contourner ce problème, des méthodes de résolution numériques sont utilisées. On pense notamment à la méthode Éléments Finis (EF), amplement utilisée pour trouver une approximation de l'EDP, à l'aide d'une discrétisation de domaine.

Malgré l'efficacité des méthodes numériques et l'exceptionnel développement informatique des dernières années, les ressources informatiques d'aujourd'hui peuvent ne pas suffire lors du traitement d'un problème ayant un grand nombre de degrés de liberté ou de données. Les simulations numériques de modèles multidimensionnels et le traitement d'images numériques 3D, par exemple, représentent un challenge important face au nombre considérable de degrés de liberté ou de données impliqués.

Dans ce contexte, d'autres méthodes ont été développées afin de faire reculer les limites des calculs numériques. Par exemple, la méthode de décomposition de domaine [Smith, 1997 ; Magoules, 2008] consiste à diviser un domaine global en plusieurs sous-domaines gouvernés par des EDP locales. En utilisant plusieurs processeurs, la résolution du problème global peut être parallélisée, réduisant ainsi le temps de calcul. Une autre famille de méthodes tente de réduire la complexité numérique des problèmes, connues comme des méthodes de réduction numérique (RMN) divisées en deux groupes : des méthodes *a posteriori* et *a priori*.

2.1 RMN à posteriori

Les méthodes RMN *a posteriori* construisent une base réduite de données à partir de la connaissance d'une solution ou d'un ensemble de solutions. Ces méthodes se déroulent en deux phases : une phase *off-line* de post-traitement de données (issues des simulations numériques ou des essais expérimentaux, par exemple) ; et une phase *on-line* consistant à exploiter ces données pour la construction de modèles d'ordre réduit. C'est le cas de la méthode POD (Proper Orthogonal Decomposition) qui consiste à trouver les k meilleures décompositions d'une matrice en utilisant des fonctions de base orthonormales, puis à utiliser cette décomposition pour la création de modèles réduits qui demanderont moins de ressources informatiques lors d'une simulation (ou une analyse). Supposons que la fonction $A(x,t)$ puisse être approximée comme une somme finie de produit entre deux fonctions :

$$A(x,t) \approx \sum_{k=1}^{M} U_k(t) V_k(x) \tag{2.1}$$

La POD s'appuie sur l'utilisation des fonctions $V_k(x)$ orthonormales entre elles ($V_k^T V_j = \delta_{kj}$ avec $k, j = 1, 2, ..., M$) tel que la détermination de $U_k(t)$ ne dépend que de $V_k(x)$, et non des

autres $V(x)$ [Chatterjee, 2000]. Le problème consiste à trouver la meilleure séquence de fonctions orthonormales $V_k(x)$ qui donne les meilleurs k termes de l'approximation. Par exemple, la méthode *Singular Value Decomposition* (SVD) peut fournir l'ensemble de bases orthonormales nécessaires par la décomposition de la matrice sous la forme $A = U\Sigma V^t$, où la matrice Σ est diagonale, composée des valeurs propres de U ou V. D'autres techniques peuvent être utilisées comme la *Principal Component Analysis* (PCA) et la *Karhunen-Loève Decomposition* (KLD). Elles constituent en pratique des méthodes équivalentes entre elles [Liang et al., 2002]. Ces bases (aussi appelés de "modes") pourront ensuite être utilisées pour construire des modèles d'ordre réduit.

D'autres méthodes de RMN *a posteriori* existent, comme les méta-modèles construits (par exemple) par la méthode de *surface de réponse* [Box and Hunter, 1957], utilisant de techniques statistiques pour construire de modèles dont la réponse dépend de plusieurs variables.

2.2 RMN à priori

En ce qui concerne les méthodes RMN *à priori*, la connaissance préalable d'une solution ou base de données n'est pas nécessaire. C'est le cas, par exemple, des méthodes de bases réduites adaptatives, comme l'APHR (*A Priori Hyper-Reduction* [Ryckelynck, 2002 ; Verdon et al., 2011]) où les bases réduites et les solutions sont déterminés simultanément par une approche incrémentale.

Dans les années 80, *Ladevèze et al* [Ladevèze, 1985 ; Allix et al., 1989] ont introduit la méthode connue comme *approximation radiale*, consistant d'approximer la solution d'un problème dépendant de l'espace-temps par sa meilleure décomposition sous la forme :

$$u(\underline{x}, t) \approx \sum_{i=1}^{N} A_i(\underline{x}) \cdot B_i(t) \tag{2.2}$$

où N est le nombre total de décompositions et $A(\underline{x})$ et $B(t)$ sont des fonctions inconnues *a priori*, calculées automatiquement par un algorithme. Chaque décomposition est donc construite par le produit de deux fonctions indépendantes entre elles. Ainsi, un problème multidimensionnel peut être décomposé en plusieurs problèmes dépendant d'un nombre réduit de dimensions.

Des variations de la méthode d'approximation radiale ont été utilisées pour des applications diverses, par exemple pour le développement du solveur non-linéaire LATIN [Ladevèze and Simmonds, 1999] utilisé pour les calculs multi-échelles en temps et espace, réduisant considérablement le temps de calcul. D'ailleurs, la méthode est appliquée pour l'analyse d'assemblage de structures 3D , de structures fortement hétérogènes, de structures homogénéisés et de structures soumises à des grands déplacements [Champaney et al., 1999 ; Ladevèze and Lubineau, 2001 ; Ladevèze and Nouy, 2003 ; Passieux et al., 2008 ; Boucard et al., 1997].

Plus récemment, *Ammar et al* [Ammar et al., 2006] ont mis en oeuvre une nouvelle méthode dérivée de l'approximation radiale appliquée à la solution des EDP provenant de la modélisation de fluides complexes. Cette méthode consiste à trouver la solution d'un problème *multidimensionnel* sous la forme de séparation de variables, étant donc une généralisation de la méthode d'approximation radiale. Le terme PGD - "Proper Generalized Decomposition" a été adopté pour désigner telle méthode.

Remarque : le terme "Generalized" de la PGD est utilisé par opposition à la propriété

orthogonale des fonctions de base utilisées dans la POD. En effet, étant une méthode *a priori*, les fonctions utilisées dans la PGD sont calculées automatiquement à chaque itération à l'aide d'un algorithme et ne sont plus forcément orthogonales [Falcó, 2010].

2.3 Présentation de la PGD

En général, la PGD consiste à approximer une fonction F de dimension K comme étant la somme des produits de nouvelles fonctions f ayant des dimensions inférieures à K :

$$F(x_1, x_2, ..., x_K) \approx \sum_{i=1}^{N} f_1^i(x_1) \cdot f_2^i(x_2) ... f_K^i(x_K) \tag{2.3}$$

Les fonctions f^i, inconnues *a priori*, sont calculées à chaque itération i d'un algorithme numérique. Le nombre N de décompositions (ou modes), nécessaire pour approximer la solution, dépendra de la séparabilité de la fonction F. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour la détermination des fonctions f^i, les principales sont : Galerkin-PGD progressive [Nouy, 2007 ; Nouy, 2008], Galerkin-PGD optimale [Nouy, 2008], residus minimal progressive [Ladevèze et al., 2010], MiniMax PGD [Nouy, 2010]. L'objectif est de déterminer la *meilleure* décomposition en ayant un coût de calcul qui soit tout de même acceptable.

Ces dernières années, la PGD a été utilisée pour résoudre des problèmes qui étaient inabordables jusque là du fait de l'importante complexité numérique associée, qui conduisait à des temps de calcul prohibitifs. On peut citer, à titre d'exemple, les problèmes multidimmensionels en mécanique des fluides [Mokdad et al., 2007 ; Ammar et al., 2010 ; Chinesta F. and M., 2007 ; Dumon et al., 2011], en multi-physique [NGUYEN, 2012], en physique et chimie probabilistes [F. Chinesta, 2010], en analyse financière [Falcó, 2010], en paramétrisation de modèles [Pruliere et al., 2010], en analyse structurelle 3D [Alotto et al., 2011 ; Bognet et al., 2012], en homogénéisation et corrélation d'images numériques [Giraldi et al., 2013 ; Passieux and Périé, 2012] et en simulations stochastiques [Nouy, 2007 ; Nouy, 2008].

Actuellement, l'utilisation et les perspectives de la méthode sont variées et innovantes. Par exemple, en dynamique structurelle, la PGD a été combinée avec la méthode variationnelle VTCR (*Variational Theory of Complex Rays*) pour l'étude de vibrations moyennes fréquences [Cattabiani et al., 2013]. En optimisation géométrique de structures, la PGD peut être utilisée pour fournir des sortes d'abaques numériques continues, où un ensemble de solutions sont disponibles pour un panel de paramètres géométriques [Courard et al., 2013]. En effet, grâce à une représentation séparée, les paramètres d'un modèle peuvent être considérés comme des dimensions additionnelles de ce dernier, comme lors de la l'analyse 3D des plaques fissurées où des paramètres comme le coefficient de Poisson et l'épaisseur de la plaque sont considérés comme des dimensions supplémentaires [Giner et al., 2013].

L'idée d'utiliser la PGD pour créer des abaques numériques peut aller encore plus loin pour parler des *"computational vademecum"* [Chinesta et al., 2013], mettant la PGD comme une méthode potentielle pour le développement de DDDAS - *Dynamic Data-Driven Application System* : des systèmes capables de s'adapter à des conditions évolutives, où les simulations et les mesures forment une sorte de système de contrôle intelligent.

Afin d'analyser plus en détail le principe de la méthode PGD, le cas d'une conduction thermique en régime transitoire sera traité ci-après. Les résultats seront comparés avec ceux obtenus avec la méthode éléments finis (considéré comme référence).

2.4 Illustration dans un cas de conduction thermique transitoire

Le problème à résoudre consiste à calculer l'évolution de la température au cours du temps sur une barre homogène (problème spatial 1D) soumise à une différence de température à ses extrémités. Le problème à résoudre s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad T_{x=0} = 300K; T_{x=L} = 390K \tag{2.4}$$

où k est la conductivité thermique (W/mK) , ρ est la masse volumique (kg/m^3) et c_p est la chaleur spécifique (J/kgK) du matériau de la barre. Pour simplifier, on appellera $\frac{k}{\rho c_p} = C$. L'équation 2.4 indique un problème 2D portant sur la variable scalaire T et dépendant du temps t et de l'espace x. Avec une approche Galerkin-PGD progressive, on approxime le champ de température recherché sous la forme d'une somme de produits entre deux fonctions A et B indépendantes :

$$T(x,t) \approx \underbrace{\sum_{i=1}^{N} A_i(t)\cdot B_i(x)}_{calculé} + \underbrace{A_{N+1}(t)\cdot B_{N+1}(x)}_{inconnu} \tag{2.5}$$

où l'indice $N+1$ correspond à l'itération actuelle, et $i = 1, ..., N$ correspond aux itérations précédentes, qui ont déterminé les fonctions $A_{1,...,N}$ et $B_{1,...,N}$. Afin de simplifier les notations, nous allons remplacer $A_{N+1}(t)$ et $B_{N+1}(x)$ par $\alpha(t)$ et $\beta(x)$, respectivement :

$$T(x,t) \approx \underbrace{\sum_{i=1}^{N} A_i(t)\cdot B_i(x)}_{calculé} + \alpha(t)\cdot\beta(x) \tag{2.6}$$

Remarque : Si souhaité, les paramètres sur l'équation 2.4 peuvent être considérés comme des variables additionnelles du problème : par exemple, $T = f(x,t,k)$. Cela nous donnerait un ensemble de solutions (des abaques) $T(x,t)$ associés aux variations de la conductivité thermique k.

Pour résoudre l'EDP 2.4, nous allons utiliser la formulation faible équivalente de ce problème (ou formulation variationnelle), ce qui nous donne :

$$\int_{x,t} T^\star \cdot \frac{\partial T}{\partial t} dxdt + \int_{x,t} C\frac{\partial T^\star}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} dxdt = 0 \tag{2.7}$$

où $T^\star$ est une fonction test permettant que les conditions aux limites du problème de départ (2.4) soient respectées. L'introduction de 2.6 dans 2.7 mène à un problème non-linéaire à résoudre. Un schéma de linéarisation classique basé sur un algorithme de point fixe (*power type algorithm*) sera utilisé [Pruliere et al., 2010 ; Passieux and Périé, 2012]. Pour expliquer l'algorithme, un schéma représentatif est présenté en Figure 2.1 et expliqué ci-dessous. Nous voulons trouver la nouvelle paire de fonctions $(\alpha(t), \beta(x))$ à l'itération actuelle $N+1$ (aussi appelés dans la littérature de *fonctions d'enrichissement*) :

- **(1)** $\alpha(t)$ est considéré connu, provenant de l'itération précédente (A_N) ou d'une valeur d'initialisation (lorsqu'il s'agit de la première itération, où $i = 1$) ;
- **(2)** avec $\alpha(t)$ fixé, $\beta(x)$ est la seule inconnue et peut donc être calculée ;
- **(3)** avec $\beta(x)$ déterminé et fixé, $\alpha(t)$ peut être calculé ;
- **(4)** si les fonctions calculées convergent vers un même résultat, la nouvelle paire de fonctions $\alpha(t) = A_{N+1}(t)$ et $\beta(x) = B_{N+1}(x)$ est déterminée.

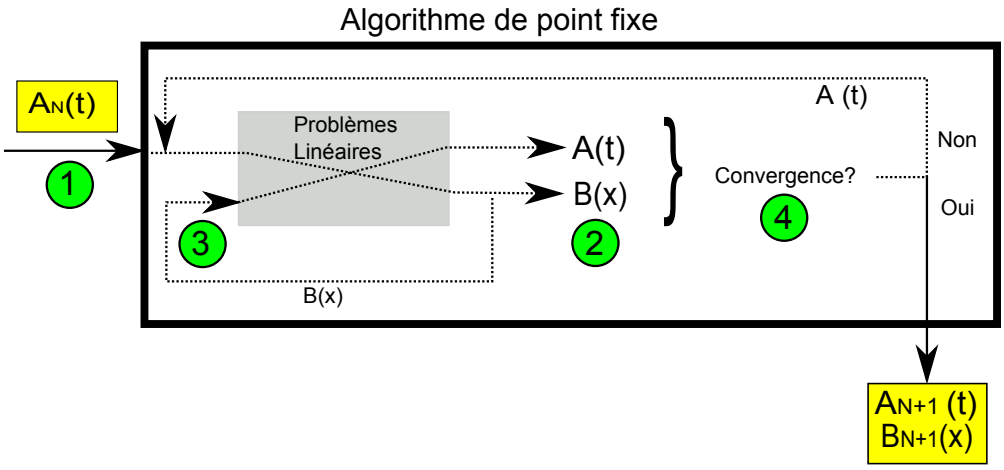


FIGURE 2.1 – Représentation de l'algorithme de point fixe pour le problème de conduction thermique transitoire. Il s'agit de résoudre, à chaque fois, deux problèmes linéaires 1D (en temps et en espace). A la convergence, nous obtenons la nouvelle paire de fonctions (à l'itération $N + 1$) qui sera utilisée pour enrichir le champ recherché $T(x, t)$.

Remarque : d'autres types d'algorithmes peuvent aussi être utilisés comme une alternative au point fixe, comme des algorithmes basés sur la méthode de Newton ou utilisant des stratégies de minimisation [Ammar et al., 2006 ; Pruliere et al., 2010 ; Ladevèze et al., 2010]. Ces derniers sont plus appropriés lors de la construction de bases optimales. L'algorithme de point fixe (et ses variantes) reste pourtant la méthode la plus simple et rapide pour résoudre un problème multidimensionnel. Il est utilisé dans un nombre important des travaux dans la littérature.

Nous allons d'abord traiter le problème spatial et ensuite le problème temporel.

a) Problème spatial : nous considérons $\alpha(t)$ connu. La fonction test s'écrit donc :

$$T^\star = \beta^\star(x) \cdot \alpha(t) \tag{2.8}$$

En introduisant 2.8 en 2.7, et après l'intégration par parties du deuxième terme de 2.7, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_{x,t} \beta^\star(x)\alpha(t)\frac{\partial}{\partial t}\left(\sum_{i=1}^{N} A_i(t)B_i(x) + \alpha(t)\beta(x)\right) dtdx \quad &+ \\ C\left(\int_{x,t} \alpha(t)\frac{\partial \beta^\star(x)}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\sum_{i=1}^{N} A_i(t)B_i(x) + \alpha(t)\beta(x)\right) dtdx\right) \quad &= \quad 0 \end{aligned}$$

Nous allons rassembler les termes ne dépendant que du temps en 4 coefficients différents (l'indice i indique les coefficients dépendants des fonctions déterminées aux itérations précédentes) :

$$\begin{aligned} a_i^t &= \int_t \alpha(t)\frac{\partial A_i(t)}{\partial t}dt \qquad & a^t &= \int_t \alpha(t)\frac{\partial \alpha(t)}{\partial t}dt \\ b_i^t &= \int_t \alpha(t)A_i(t)dt \qquad & b^t &= \int_t \alpha^2(t)dt \end{aligned}$$

Cela nous donne :

$$\begin{aligned} \int_x \beta^\star(x)\left(\sum_{i=1}^N B_i(x)a_i^t + \beta(x)a^t\right)dx \quad &+ \\ C\left(\int_x \frac{\partial \beta^\star(x)}{\partial x}\left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial B_i(x)}{\partial x}b_i^t + \frac{\partial \beta(x)}{\partial x}b^t\right)dx\right) \quad &= 0 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Jusqu'ici, l'espace d'admissibilité de $\beta(x)$ est de dimension infinie. Nous utilisons donc une discrétisation afin d'approximer $\beta(x)$ par des fonctions définies dans un sous-espace fini, s'écrivant sous la forme :

$$\beta(x) \approx \sum_{j=1}^{nd} N_j(x)q_j \tag{2.10}$$

où nd est le nombre de noeuds, N sont des fonctions d'interpolation, ou fonctions de forme, et q est la valeur de la fonction (degré de liberté, ou d.d.l) au nœud correspondant. En introduisant 2.10 dans 2.9, nous obtenons le système linéaire suivant qui permettra de déterminer les d.d.l à l'itération actuelle ($\{q_{N+1}\}$) :

$$[D]\{q_{N+1}\} = \{b_N\} \tag{2.11}$$

Avec,

$$[D] = a^t[M] - Cb^t[K]$$

$$\{b_N\} = [K]C\sum_{i=1}^N \left(b_i^t q_{B_i}\right) - [M]\sum_{i=1}^N \left(a_i^t q_{B_i}\right)$$

où q_{B_i} sont les d.d.l déterminés aux itérations précédentes et

$$[M] = \int_x N(x)^T \cdot N(x)\ dx \qquad [K] = \int_x \frac{\partial N(x)^T}{\partial x}\frac{\partial N(x)}{\partial x}\ dx$$

Cette procédure nous permet de calculer la fonction $\beta(x)$, à l'itération présente. Nous passons maintenant au problème temporel pour déterminer $\alpha(t)$.

b) Problème temporel : $\beta(x)$ étant déterminé, la fonction test s'écrit :

$$T^\star = \beta(x) \cdot \alpha^\star(t) \tag{2.12}$$

Par analogie, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_{x,t} \beta(x)\alpha^\star(t)\frac{\partial}{\partial t}\left(\sum_{i=1}^N A_i(t)B_i(x) + \alpha(t)\beta(x)\right)dtdx \quad &+ \\ C\left(\int_{x,t} \beta(x)\alpha^\star(t)\frac{\partial \beta(x)}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\sum_{i=1}^N A_i(t)B_i(x) + \alpha(t)\beta(x)\right)dtdx\right) \quad &= 0 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Nous rassemblons les variables dépendantes de l'espace pour obtenir 4 coefficients :

$$\begin{aligned} c_i^x &= \int_x \frac{\partial \beta(x)}{\partial x}\frac{\partial B_i(x)}{\partial x}dx \qquad & c^x &= \int_x \frac{\partial \beta(x)}{\partial x}^2 dx \\ d_i^x &= \int_x \beta(x)B_i(x)dx \qquad & d^x &= \int_x \beta^2(x)dx \end{aligned}$$

Les conditions aux limites n'étant définies que sur le domaine spatial $(T(x=0) et T(x=L))$, l'équation 2.13 reste vraie pour n'importe quel choix de $\alpha^\star(t)$ et nous pouvons revenir sur la formulation "forte" du problème :

$$\sum_{i=1}^{N} d_i^x \frac{\partial A_i(t)}{\partial t} + d^x \frac{\partial \alpha(t)}{\partial t} + C\left(\sum_{i=1}^{N} c_i^x A_i(t) + c^x \alpha(t)\right) \tag{2.14}$$

Nous approximons la dérivée $\frac{\partial A(t)}{\partial t}$ avec la méthode d'Euler implicite, discrétisant la fonction A avec un pas de temps de Δt :

$$\frac{\partial A(t)}{\partial t} \approx \frac{A^k - A^{k-1}}{\Delta t} \tag{2.15}$$

k étant le pas de temps actuel. Introduisant 2.15 en 2.14, nous obtenons une expression pour déterminer α à chaque pas de temps k :

$$\alpha^k = \frac{\alpha^{k-1}\frac{d^x}{\Delta t} - \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{d_i^x}{\Delta t}A_i^{k-1} - A_i^k\left(Cc_i^x + \frac{d_i^x}{\Delta t}\right)\right]}{\frac{d^x}{\Delta t} + Cc^x} \tag{2.16}$$

Ces deux étapes $a)$ et $b)$ sont répétées jusqu'à la convergence de l'algorithme de point fixe, défini par le critère de stagnation suivant :

$$e_{pf}^2 = \frac{\|A_p - A_{p-1}\|^2}{\|A_p\|^2} + \frac{\|B_p - B_{p-1}\|^2}{\|B_p\|^2} < \eta_{pf} \tag{2.17}$$

où $\|\cdot\|$ est une norme Euclidienne, η_{pf} est le critère d'arrêt souhaité et p est le pas de l'itération de l'algorithme point fixe. Une fois la convergence atteinte, la multiplication entre les nouvelles fonctions $\alpha(t), \beta(x)$ formera la nouvelle décomposition $i = N+1$ du champ $T(x,t)$ recherché. Le nombre de décompositions dépendra de la séparabilité du champ et du critère d'arrêt souhaité, un critère de stagnation étant :

$$e_d^2 = \frac{\|T_{N+1}\|^2}{\|T\|^2} < \eta_d \tag{2.18}$$

où η_d est le critère d'arrêt souhaité et T est le champ construit à l'aide de toutes les décompositions (voir eq. 2.6). Une représentation de toute la procédure utilisé sur le traitement de ce problème thermique est proposé sur la Figure 2.2. Il est important de noter que pour chaque itération i, nous avons p itérations de l'algorithme de point fixe.

Remarque(1) : La décomposition d'un problème de dimension D sur D problèmes 1D soulage considérablement le nombre de d.d.l. A titre d'exemple, supposons une quantité scalaire qui doit être calculée sur chaque nœud d'une discrétisation spatiale 3D assez fine (par exemple, $nd_x = nd_y = nd_z = 10^5$, nd_i étant le nombre de noeuds sur la direction i). Dans

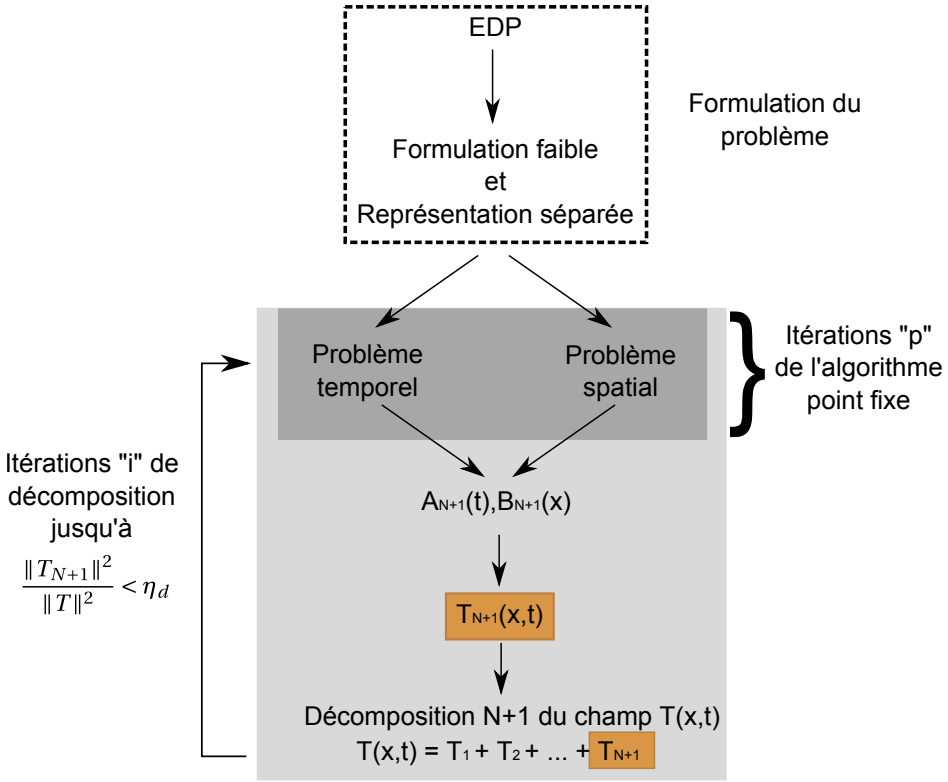


FIGURE 2.2 – Schéma des étapes utilisées pour traiter le problème thermique transitoire avec une approche PGD.

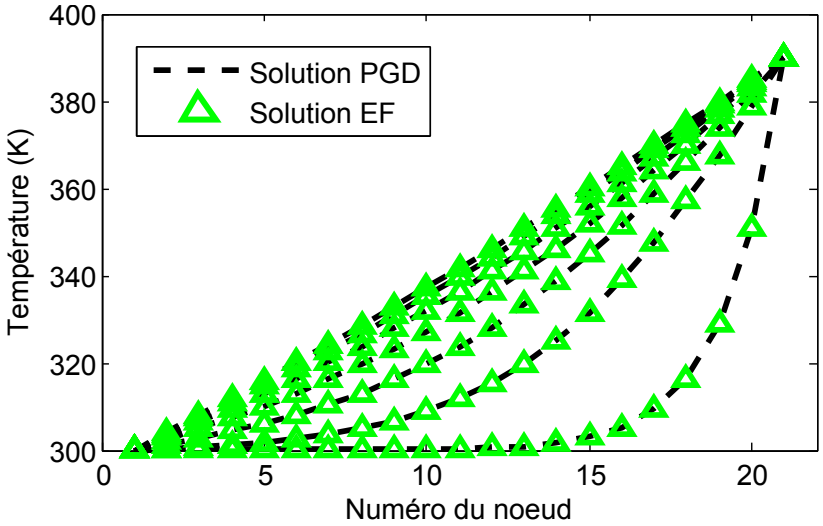
une approche EF, nous avons un nombre total de d.d.l $n_{ddl}^{EF} = nd_x \cdot nd_y \cdot nd_z = 10^{15}$, tandis qu'avec une approche PGD nous avons $n_{ddl}^{PGD} = nd_x + nd_y + nd_z = 3.10^5$. Remarquons, cependant, que l'algorithme de point fixe doit effectuer p itérations pour déterminer les d.d.l. Il est donc plus approprié d'écrire $n_{ddl}^{PGD} = p \cdot (nd_x + nd_y + nd_z) = 3.p.10^5$.

Remarque(2) : Comme nous le verrons plus tard (section 5), la convergence de l'algorithme de point fixe (ou la vérification de 2.17) n'est pas nécessaire pour la solution du problème. Limiter le nombre d'itérations p de l'algorithme de point fixe a l'avantage de réduire le temps de calcul pour chaque décomposition i, ce qui peut réduire le temps de calcul global. Cette stratégie n'empêche pas la convergence de la solution globale, étant compensée par un nombre plus important de décompositions i.

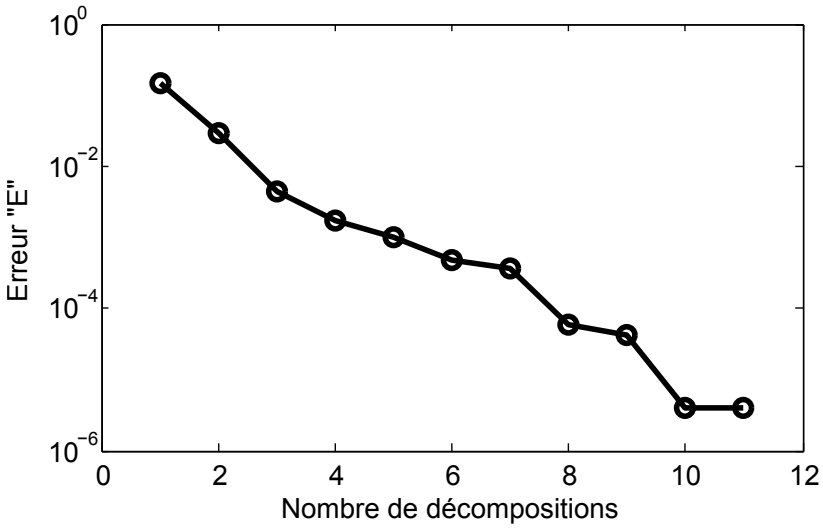
Afin de valider la solution du problème avec une approche PGD, les résultats seront comparés avec ceux issus d'une simulation EF incrémentale. Le même maillage et conditions initiales ont été utilisés pour les deux méthodes. Sur la Figure 2.3a nous avons la température à chaque noeud (discrétisation spatiale avec 20 éléments) pour chaque pas de temps ; et sur la Figure 2.3b l'erreur entre la solution EF et la solution PGD en fonction du nombre de décompositions $i = 1, ..., N+1$, calculé par :

$$E = \frac{\|T_i^{PGD} - T^{EF}\|}{\|T^{EF}\|} \tag{2.19}$$

Nous pouvons remarquer que les solutions obtenues avec les deux méthodes sont assez similaires, et qu'avec seulement 6 décompositions nous obtenons une erreur $E < 10^{-3}$, ce qui représente déjà une très bonne approximation du champ calculé avec la PGD. On se trouve



(a)



(b)

FIGURE 2.3 – (a) Évolution temporelle de la température (K) sur chaque noeud (20 éléments), avec la méthode PGD et EF incrémentale. (b) L'erreur "E" (eq. 2.4) en fonction du nombre de décompositions (ou modes) de la PGD.

sans doute en dessous des erreurs des discrétisations.

Afin de démontrer l'intérêt de la PGD en ce qui concerne la réduction du temps de calcul, une analyse a été faite avec une discrétisation spatiale très fine, augmentant considérablement le nombre de variables du problème. Sur la Figure 2.4 nous traçons l'évolution du temps de calcul en fonction du nombre d'éléments. On remarque que le temps de calcul est beaucoup moins important avec la PGD dès que nous sommes confrontés à des problèmes impliquant un grand nombre de DDL.

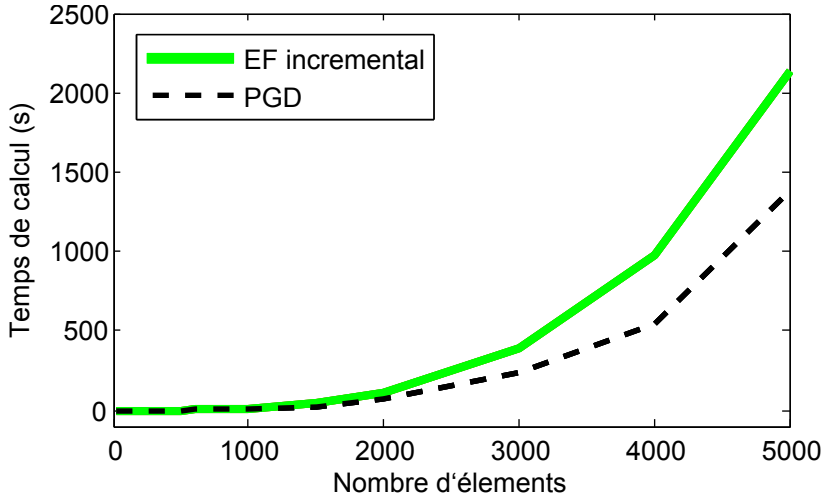


FIGURE 2.4 – Comparaison du temps de calcul en fonction du nombre d'éléments.

2.5 Discussion

La méthode PGD a été utilisée dans un nombre important de travaux concernant les problèmes multidimensionels. La représentation sous forme séparée, et l'utilisation d'un algorithme de point fixe, nous permet de résoudre à chaque fois des problèmes concernant une seule dimension (ou des problèmes ayant des dimensions réduites par rapport au problème de départ). Cela nous permet de diminuer la complexité numérique et de réduire le temps de calcul. Quelques remarques concernant la méthode doivent être présentées :

- **Séparabilité du champ :** les performances d'une approche PGD seront dépendantes de la séparabilité du champ recherché (nombre total de décompositions nécessaire pour représenter le champ avec précision). Sachant que le champ est inconnu *à priori*, le nombre de décompositions nécessaire est aussi inconnu. Par conséquent, prédire l'efficacité de la méthode pour un problème général n'est pas possible (cependant, dans le cadre de la mécanique expérimentale, les champs issus des essais présentent normalement une séparabilité simple) ;
- **Maillages complexes et conditions limites non-homogènes :** sur des problèmes ayant des discrétisations spatiales, l'utilisation de fonctions 1D seules peuvent troubler le traitement d'un maillage moins régulier, comme dans le cas de géométries complexes (présentant des courbes et des trous, par exemple). De plus, la représentation de conditions aux limites non-homogènes sous forme séparée est un challenge additionnel. Ces deux questions ont été adressés dans [Gonzalez et al., 2010].

Ces limitations doivent être prises en compte avant d'utiliser la PGD pour le traitement d'un problème spécifique. Sur la section suivante nous allons montrer comment intégrer la PGD dans un problème de mesure de champs cinématiques par CIV.

CHAPITRE 3 Couplage PGD - CIV

Comme expliqué dans le Chapitre 1.3, le temps des mesures de champs de déplacements volumiques avec la méthode EF-CIV peut être prohibitif, vu le grand nombre de DDL qui peut être associé. Pour contourner ce problème, trois stratégies peuvent être envisagées :

- **Utilisation d'une approche locale :** cela mènerait à un système d'équations découplés qui demanderait moins de ressources informatiques. En revanche, la précision de la mesure est réduite et le lien direct avec les simulations numériques est rompu [Hild and Roux, 2012] ;
- **Calcul à haute performance (HPC) :** l'utilisation de *clusters* avec plusieurs processeurs peut être considéré comme la méthode la plus directe pour contourner ce problème. Cela implique toutefois une utilisation importante de ressources informatiques ;
- **Réduction de modèles numériques :** les mesures par CIV utilisant des méthodes numériques, nous pouvons envisager l'utilisation de RMN pour réduire le coût de calcul. Le choix de la méthode doit être fait en tenant compte de ses avantages et limitations.

Dans cette thèse, nous voulons exploiter l'intégration d'une méthode RMN dans un problème de mesure de champs. En effet, l'utilisation d'une méthode de réduction de modèles nous permettrait de réduire le temps de mesure sans la nécessité d'utiliser des ressources informatiques extraordinaires.

Il nous faut donc choisir la bonne méthode de réduction de modèle qui sera la plus adaptée face à notre besoin. La CIV consiste à trouver la meilleure approximation d'un champ 3D $U(x, y, z)$ inconnu *a priori* (voir Chapitre 1.3). Ainsi, des méthodes de réduction de modèles *à posteriori* ne sont évidement pas appropriées à notre problème. La méthode PGD est donc sélectionnée, ce qui nous mène à poser quelques questions concernant son utilisation (comme discuté dans la section précédente) :

- *Séparabilité du champ :* en effet, nous n'avons pas de connaissance préalable du champ à déterminer. Le champ de déplacement dépendra de plusieurs paramètres expérimentaux, comme les conditions aux limites imposées, la (micro)structure du matériau et la géométrie de la pièce. Néanmoins, nous nous attendons à de bonnes performances d'une approche PGD, même si le champ recherché demande beaucoup de décompositions (cf. [Passieux and Périé, 2012]). Afin de clarifier ce point, nous devons faire une analyse initiale de la méthode. Cela fera l'objet de la section 4.
- *Représentation séparée :* après la linéarisation (par développement de Taylor) du problème de minimisation de la CIV (voir Chapitre 1.3), écrit sous la forme variationnelle, nous parvenons à un problème linéaire qui peut être facilement écrit sous une forme séparée. Ce point ne pose donc pas de problèmes majeurs.
- *Maillage complexe :* en utilisant des maillages 1D seuls, le choix plus pratique de la région d'intérêt (ROI) serait des formes parallélépipèdiques. Ceci peut limiter l'utilisation d'une approche PGD lors de mesures sur des ROI plus complexes. Cependant, des stratégies peuvent être employées pour contourner cette limitation, comme l'utilisation des fonctions "R" [Passieux et al., 2012 ; Gonzalez et al., 2010] ou une décomposition 2D + 1D.

La formulation du problème CIV avec une approche PGD est détaillée ci-après, ainsi que des analyses initiales sur ses performances. Les résultats seront comparés à ceux obtenus avec une approche EF-CIV, considérée comme référence.

3.1 Formulation

Nous avons vu que la PGD utilise une représentation séparée d'une fonction inconnue *a priori*. Le problème de la CIV revenant à déterminer un champ vectoriel de déplacement 3D, nous écrivons chacune des composantes sous une forme séparée :

$$\mathbf{u}(x,y,z) = \begin{pmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \end{pmatrix} \approx \sum_{i=1}^{m} \begin{pmatrix} u_i^x(x) \cdot u_i^y(y) \cdot u_i^z(z) \\ v_i^x(x) \cdot v_i^y(y) \cdot v_i^z(z) \\ w_i^x(x) \cdot w_i^y(y) \cdot w_i^z(z) \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

où les fonctions 1D $u^x, u^y, u^z, v^x, v^y, v^z, w^x, w^y, w^z$ sont inconnues *a priori*. Ces fonctions sont obtenues au moyen d'un algorithme de point fixe. A l'itération m de l'algorithme CIV, le champ de déplacement décomposé s'écrit :

$$\mathbf{u}(x,y,z) = \underbrace{\sum_{i=1}^{m-1} \begin{pmatrix} u_i^x(x) \cdot u_i^y(y) \cdot u_i^z(z) \\ v_i^x(x) \cdot v_i^y(y) \cdot v_i^z(z) \\ w_i^x(x) \cdot w_i^y(y) \cdot w_i^z(z) \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}_{m-1}(x,y,z)} + \underbrace{\begin{pmatrix} u_m^x(x) \cdot u_m^y(y) \cdot u_m^z(z) \\ v_m^x(x) \cdot v_m^y(y) \cdot v_m^z(z) \\ w_m^x(x) \cdot w_m^y(y) \cdot w_m^z(z) \end{pmatrix}}_{\delta\mathbf{u}(x,y,z)} \tag{3.2}$$

où $\mathbf{u}_{m-1}$ rassemble tous les termes déjà calculés aux itérations précédentes, et $\delta\mathbf{u}$ contient l'ensemble de fonctions inconnues à l'itération présente m. Avec cette formulation, la meilleure correction $\delta\mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_{m-1}$ minimise la formulation au sens des moindres carrés associée à la conservation de la luminance (voir Chapitre 1.3).

Remarque : Nous rappelons que cette décomposition avec des fonctions 1D est commode pour l'utilisation des ROI de forme parallélépipédique. Cependant, il est tout à fait possible d'utiliser des ROI de formes plus complexes, comme montré en 2D dans la référence [Passieux et al., 2012].

Avec cette approche, $\mathbf{u}_{m-1}(x,y,z)$ est considéré connu, et l'ensemble des neuf fonctions $u_m^x, u_m^y, u_m^z, v_m^x, v_m^y, v_m^z, w_m^x, w_m^y, w_m^z$ est inconnu. Notre point de départ est la condition de stationnarité associée au problème de minimisation de la CIV :

$$\int_\Omega \left[(\delta\mathbf{u}^\star(\mathbf{x}))^T \nabla f(\mathbf{x})\right] \cdot \left[\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})^T \nabla f(\mathbf{x})\right] \, d\mathbf{x} = \int_\Omega \left[(\delta\mathbf{u}^\star(\mathbf{x}))^T \nabla f(\mathbf{x})\right] \cdot \left[f(\mathbf{x}) - g_u(\mathbf{x})\right] \, d\mathbf{x} \tag{3.3}$$

Le champ test, dans une représentation séparée, s'écrit [Passieux and Périé, 2012 ; Pruliere et al., 2010] :

$$\delta\mathbf{u}^\star = \begin{pmatrix} u_m^{x\star} \cdot u_m^y \cdot u_m^z + u_m^x \cdot u_m^{y\star} \cdot u_m^z + u_m^x \cdot u_m^y \cdot u_m^{z\star} \\ v_m^{x\star} \cdot v_m^y \cdot v_m^z + v_m^x \cdot v_m^{y\star} \cdot v_m^z + v_m^x \cdot v_m^y \cdot v_m^{z\star} \\ w_m^{x\star} \cdot w_m^y \cdot w_m^z + w_m^x \cdot w_m^{y\star} \cdot w_m^z + w_m^x \cdot w_m^y \cdot w_m^{z\star} \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

Comme pour la conduction thermique (section 2.4), nous allons considérer que les fonctions dépendantes de deux dimensions différentes sont connues, de façon à déterminer à l'aide d'un algorithme de point fixe le groupe de fonctions dépendant de la dimension restante.

3.1.1 Problème en "z"

Nous considérons le groupe de fonctions en x, y connu. Le champ test $\delta\mathbf{u}^\star$ s'écrit alors :

$$\delta\mathbf{u}^\star = \begin{pmatrix} u_m^x \cdot u_m^y \cdot u_m^{z\star} \\ v_m^x \cdot v_m^y \cdot v_m^{z\star} \\ w_m^x \cdot w_m^y \cdot w_m^{z\star} \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

En insérant $\delta\mathbf{u}^\star$ et $\delta\mathbf{u}$ en 3.3, nous obtenons :

$$\int_{\mathbf{x}} \left[\begin{pmatrix} u_m^x \cdot u_m^y \cdot u_m^{z\star} \\ v_m^x \cdot v_m^y \cdot v_m^{z\star} \\ w_m^x \cdot w_m^y \cdot w_m^{z\star} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial y} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial z} \end{pmatrix} \right] \left[\begin{pmatrix} u_m^x \cdot u_m^y \cdot u_m^{z} \\ v_m^x \cdot v_m^y \cdot v_m^{z} \\ w_m^x \cdot w_m^y \cdot w_m^{z} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial y} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial z} \end{pmatrix} \right] d\mathbf{x} =$$

$$\int_{\mathbf{x}} \left[\begin{pmatrix} u_m^x \cdot u_m^y \cdot u_m^{z\star} \\ v_m^x \cdot v_m^y \cdot v_m^{z\star} \\ w_m^x \cdot w_m^y \cdot w_m^{z\star} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial y} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial z} \end{pmatrix} \right] \left[f(\mathbf{x}) - g_u^m(\mathbf{x}) \right] \, d\mathbf{x}$$

Dont le développement résulte (en groupant les intégrales en x, y dans des coefficients a_{ij} et b_i) :

$$\begin{gathered} \int_z \left(u_m^{z\star} a_{11} u_m^z + u_m^{z\star} a_{12} v_m^z + u_m^{z\star} a_{13} w_m^z \right) + \left(v_m^{z\star} a_{21} u_m^z + v_m^{z\star} a_{22} v_m^z + v_m^{z\star} a_{23} w_m^z \right) + \\ \left(w_m^{z\star} a_{31} u_m^z + w_m^{z\star} a_{32} v_m^z + w_m^{z\star} a_{33} w_m^z \right) dz = \\ \int_z \left(u_m^{z\star} b_1 + v_m^{z\star} b_2 + w_m^{z\star} b_3 \right) dz \end{gathered} \tag{3.6}$$

Avec :

$$a_{11} = \int_x (u_m^x)^2 \int_y (u_m^y \frac{\partial f}{\partial x})^2 \, dydx \qquad a_{12} = \int_x u_m^x \, v_m^x \int_y u_m^y \, v_m^y \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \, dydx$$

$$a_{13} = \int_x u_m^x \, w_m^x \int_y u_m^y \, w_m^y \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial z} \, dydx \qquad a_{23} = \int_x v_m^x \, w_m^x \int_y v_m^y \, w_m^y \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial z} \, dydx$$

$$a_{22} = \int_x (v_m^x)^2 \int_y (v_m^y \frac{\partial f}{\partial y})^2 \, dydx \qquad a_{33} = \int_x (w_m^x)^2 \int_y (w_m^y \frac{\partial f}{\partial z})^2 \, dydx$$

$$a_{21} = a_{12} \qquad a_{31} = a_{13} \qquad a_{23} = a_{32}$$

$$b_1 = \int_x u_m^x \int_y u_m^y \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial x} \, dydx \qquad b_2 = \int_x v_m^x \int_y v_m^y \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial y} \, dydx$$

$$b_3 = \int_x w_m^x \int_y w_m^y \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial z} \, dydx$$

Nous pouvons écrire 3.6 d'une façon plus compacte :

$$\int_z \mathbf{u}_z^{\star T} \, \mathbf{A} \mathbf{u}_z \, dz = \int_z \mathbf{u}_z^{\star T} \, \mathbf{B} \, dz \tag{3.7}$$

Avec

$$\mathbf{u}_z = \begin{bmatrix} u_m^z \\ v_m^z \\ w_m^z \end{bmatrix} ; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} ; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Nous devons maintenant résoudre un système linéaire pour trouver les fonctions u_m^z, v_m^z, w_m^z. Nous utilisons par la suite une discrétisation éléments finis afin d'approximer ces fonctions :

$$\mathbf{u}_z \approx \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{nd} N_j^z a_j \\ \sum_{j=1}^{nd} N_j^z b_j \\ \sum_{j=1}^{nd} N_j^z c_j \end{pmatrix} = \mathbf{N}^z \ \mathbf{q}_z \tag{3.8}$$

où nd est le nombre de noeuds, $\mathbf{N}^z$ est une matrice contenant les fonctions de forme et $\mathbf{q}_z$ regroupe les valeurs des déplacements sur chaque noeud. En introduisant 3.8 dans 3.7, nous obtenons le système linéaire suivant, dont la résolution nous donnera les valeurs de $\mathbf{q}_z$:

$$\mathcal{A}\ \mathbf{q}_z = \mathcal{B} \tag{3.9}$$

avec

$$\mathcal{A} = \int_z (\mathbf{N}^z)^T \mathbf{A} \mathbf{N}^z \ dz \qquad \mathcal{B} = \int_z (\mathbf{N}^z)^T \mathbf{B} \ dz$$

Une fois les valeurs de $\mathbf{q}_z$ déterminées (et donc, le groupe de fonctions u_m^z, v_m^z, w_m^z), nous pouvons passer au problème relatif à une autre dimension.

3.1.2 Problème en "y"

Les fonctions dépendantes de z ont été déterminées, et nous considérons toujours le groupe de fonctions en x connu. Le champ test $\delta\mathbf{u}^\star$ s'écrit :

$$\delta\mathbf{u}^\star = \begin{pmatrix} u_m^x \cdot u_m^{y\star} \cdot u_m^z \\ v_m^x \cdot v_m^{y\star} \cdot v_m^z \\ w_m^x \cdot w_m^{y\star} \cdot w_m^z \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

La procédure est similaire à ce que a été fait sur le problème en z. Nous insérons $\delta\mathbf{u}^\star$ et $\delta\mathbf{u}$ dans 3.3, pour obtenir (en groupant les intégrales en x, z dans des coefficients c_{ij} et d_i) :

$$\begin{aligned} \int_y (u_m^{y\star} c_{11} u_m^y + u_m^{y\star} c_{12} v_m^y + u_m^{y\star} c_{13} w_m^y + v_m^{y\star} c_{21} u_m^y + v_m^{y\star} c_{22} v_m^y + v_m^{y\star} c_{23} w_m^y) + \\ (w_m^{y\star} c_{31} u_m^y + w_m^{y\star} c_{32} v_m^y + w_m^{y\star} c_{33} w_m^y)\, dy = \\ \int_y (u_m^{y\star} d_1 + v_m^{y\star} d_2 + w_m^{y\star} d_3)\, dy \end{aligned} \tag{3.11}$$

Avec :

$$c_{11} = \int_x (u_m^x)^2 \int_z (u_m^z \frac{\partial f}{\partial x})^2 \, dzdx \qquad c_{12} = \int_x u_m^x \, v_m^x \int_z u_m^z \, v_m^z \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \, dzdx$$

$$c_{13} = \int_x u_m^x \, w_m^x \int_z u_m^z \, w_m^z \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial z} \, dzdx \qquad c_{23} = \int_x v_m^x \, w_m^x \int_z v_m^z \, w_m^z \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial z} \, dzdx$$

$$c_{22} = \int_x (v_m^x)^2 \int_z (v_m^z \frac{\partial f}{\partial y})^2 \, dzdx \qquad c_{33} = \int_x (w_m^x)^2 \int_z (w_m^z \frac{\partial f}{\partial z})^2 \, dzdx$$

$$c_{21} = c_{12} \qquad c_{31} = c_{13} \qquad c_{23} = c_{32}$$

$$d_1 = \int_x u_m^x \int_z u_m^z \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial x} \, dzdx \qquad d_2 = \int_x v_m^x \int_z v_m^z \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial y} \, dzdx$$

$$d_3 = \int_x w_m^x \int_z w_m^z \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial z} \, dzdx$$

Nous pouvons écrire 3.11 d'une façon plus compacte :

$$\int_y \mathbf{u}_y^{\star T}\ \mathbf{C}\mathbf{u}_y\ dy = \int_y \mathbf{u}_y^{\star T}\ \mathbf{D}\ dy \tag{3.12}$$

avec

$$\mathbf{u}_y = \begin{bmatrix} u_m^y \\ v_m^y \\ w_m^y \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

En utilisant une discrétisation éléments finis, nous écrivons :

$$\mathbf{u}_y \approx \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{nd} N_j^y a_j \\ \sum_{j=1}^{nd} N_j^y b_j \\ \sum_{j=1}^{nd} N_j^y c_j \end{pmatrix} = \mathbf{N}^y\ \mathbf{q}_y \tag{3.13}$$

Après l'introduction de 3.13 en 3.12, nous avons le système linéaire suivant, dont résolution nous donnera les valeurs de $\mathbf{q}_y$:

$$\mathcal{C}\ \mathbf{q}_y = \mathcal{D} \tag{3.14}$$

où

$$\mathcal{C} = \int_y (\mathbf{N}^y)^T \mathbf{C}\mathbf{N}^y\ dy \qquad \mathcal{D} = \int_y (\mathbf{N}^y)^T \mathbf{D}\ dy$$

La résolution de 3.14 fournit les valeurs de $\mathbf{q}_y$ (et donc, le groupe de fonctions u_m^y, v_m^y, w_m^y). Nous pouvons ensuite passer au problème sur la dimension restante x.

3.1.3 Problème en "x"

Les fonctions dépendantes de z et y ont été déterminées. Le champ test $\delta\mathbf{u}^\star$ s'écrit alors :

$$\delta\mathbf{u}^\star = \begin{pmatrix} u_m^{x\star} \cdot u_m^y \cdot u_m^z \\ v_m^{x\star} \cdot v_m^y \cdot v_m^z \\ w_m^{x\star} \cdot w_m^y \cdot w_m^z \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

Nous insérons $\delta\mathbf{u}^\star$ et $\delta\mathbf{u}$ dans 3.3, pour obtenir (en groupant les intégrales en y, z dans des coefficients e_{ij} et f_i) :

$$\begin{gathered} \int_x (u_m^{x\star} e_{11} u_m^x + u_m^{x\star} e_{12} v_m^x + u_m^{x\star} e_{13} w_m^x + v_m^{x\star} e_{21} u_m^x + v_m^{x\star} e_{22} v_m^x + v_m^{x\star} e_{23} w_m^x) + \\ (w_m^{x\star} e_{31} u_m^x + w_m^{x\star} e_{32} v_m^x + w_m^{x\star} e_{33} w_m^x)\, dx = \\ \int_x (u_m^{x\star} f_1 + v_m^{x\star} f_2 + w_m^{x\star} f_3)\, dx \end{gathered} \tag{3.16}$$

Avec :

$$e_{11} = \int_y (u_m^y)^2 \int_z (u_m^z \frac{\partial f}{\partial x})^2 \, dzdy \qquad e_{12} = \int_y u_m^y \, v_m^y \int_z u_m^z \, v_m^z \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \, dzdy$$

$$e_{13} = \int_y u_m^y \, w_m^y \int_z u_m^z \, w_m^z \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial z} \, dzdy \qquad e_{23} = \int_y v_m^y \, w_m^y \int_z v_m^z \, w_m^z \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial z} \, dzdy$$

$$e_{22} = \int_y (v_m^y)^2 \int_z (v_m^z \frac{\partial f}{\partial y})^2 \, dzdy \qquad e_{33} = \int_y (w_m^y)^2 \int_z (w_m^z \frac{\partial f}{\partial z})^2 \, dzdy$$

$$e_{21} = e_{12} \qquad e_{31} = e_{13} \qquad e_{23} = e_{32}$$

$$f_1 = \int_y u_m^y \int_z u_m^z \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial x} \, dzdy \qquad f_2 = \int_y v_m^y \int_z v_m^z \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial y} \, dzdy$$

$$f_3 = \int_y w_m^y \int_z w_m^z \, (f - g_u) \frac{\partial f}{\partial z} \, dzdy$$

Nous pouvons une fois encore écrire 3.16 d'une façon plus compacte :

$$\int_x \mathbf{u}_x^{\star T} \, \mathbf{E} \mathbf{u}_x \, dx = \int_x \mathbf{u}_x^{\star T} \, \mathbf{F} \, dx \tag{3.17}$$

avec

$$\mathbf{u}_x = \begin{bmatrix} u_m^x \\ v_m^x \\ w_m^x \end{bmatrix} ; \mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{12} & e_{22} & e_{23} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{bmatrix} ; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

Une discrétisation éléments finis nous permet d'écrire :

$$\mathbf{u}_x \approx \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{nd} N_j^x a_j \\ \sum_{j=1}^{nd} N_j^x b_j \\ \sum_{j=1}^{nd} N_j^x c_j \end{pmatrix} = \mathbf{N}^x \, \mathbf{q}_x \tag{3.18}$$

Après l'introduction de 3.18 dans 3.17, nous obtenons le système linéaire suivant, dont résolution nous donnera les valeurs de $\mathbf{q}_x$:

$$\mathcal{E} \, \mathbf{q}_x = \mathcal{F} \tag{3.19}$$

avec

$$\mathcal{E} = \int_x (\mathbf{N}^x)^T \mathbf{E} \mathbf{N}^x \, dx \qquad \mathcal{F} = \int_x (\mathbf{N}^x)^T \mathbf{F} \, dx$$

La résolution de 3.19 détermine les valeurs de $\mathbf{u}_x$ (et donc, le groupe de fonctions u_m^x, v_m^x, w_m^x). Ces trois étapes *a),b),c)* doivent être répétées jusqu'à la convergence de l'algorithme de point fixe. Le critère de stagnation suivant est utilisé [Passieux and Périé, 2012] :

$$\eta_f^2 = \frac{\|\mathbf{q}_z^k - \mathbf{q}_z^{k-1}\|^2}{\|\mathbf{q}_z^k\|^2} + \frac{\|\mathbf{q}_y^k - \mathbf{q}_y^{k-1}\|^2}{\|\mathbf{q}_y^k\|^2} + \frac{\|\mathbf{q}_x^k - \mathbf{q}_x^{k-1}\|^2}{\|\mathbf{q}_x^k\|^2} < \epsilon_{pf} \tag{3.20}$$

où $\| \cdot \|$ est la norme Euclidienne, k est l'itération présente de l'algorithme de point fixe et ϵ_{pf} est le critère d'arrêt souhaité. Le choix de ϵ_{pf} et k_{max} sera discuté dans les sections 4 et 5.

Remarque : l'approche PGD réduit le nombre de DDL grâce à l'utilisation de maillages 1D, en lieu et place d'un maillage classique du domaine multidimensionnel. En contrepartie

nous nous retrouvons avec des problèmes non-linéaires à résoudre. Ceci peut être considéré comme un inconvénient. Cependant, ces problèmes non-linéaires ont généralement une taille très réduite et leur résolution ne présente pas de difficulté particulière.

Il est important de remarquer que l'algorithme de point fixe est une étape à l'intérieur de l'algorithme de minimisation associé à la CIV. Plus précisément, l'algorithme PGD-CIV détermine une meilleure approximation *rank-one* à chaque mise-à-jour de $g(\mathbf{x}+\mathbf{u}(\mathbf{x}))$, associée aux itérations de la CIV. Ainsi, chaque cycle d'itérations de l'algorithme de point fixe déterminera de nouvelles fonctions $u^x, u^y, u^z, v^x, v^y, v^z, w^x, w^y, w^z$ qui seront utilisées pour corriger le champ de déplacement.

Pour tester la convergence du problème de minimisation de la CIV, un critère de stagnation est utilisé. Ce dernier est basé sur la norme relative de chaque composante de la correction du champ de déplacement [Passieux and Périé, 2012] :

$$\eta_c^2 = \frac{\|\delta u\|^2}{\|u\|^2} + \frac{\|\delta v\|^2}{\|v\|^2} + \frac{\|\delta w\|^2}{\|w\|^2} < \epsilon_c \tag{3.21}$$

où $\|\cdot\|$ est la norme Euclidienne et ϵ_c est le critère d'arrêt souhaité. Un bon indicateur de la convergence du problème est également donné aussi par la stagnation de l'écart type normalisé du champ résiduel :

$$\sigma_{Res}(\%) = \frac{\frac{\|Res(\mathbf{x})-\overline{Res}\|}{\sqrt{N_{Res}}}}{f(\mathbf{x})^{max} - f(\mathbf{x})^{min}} \tag{3.22}$$

où $Res(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) - g_u(\mathbf{x})$, $\overline{Res}$ représente sa moyenne et N_{Res} le nombre total d'éléments. $f(\mathbf{x})^{max}$ et $f(\mathbf{x})^{min}$ sont les valeurs maximale et minimale des niveaux de gris dans l'image de référence, utilisés pour la normalisation de la gamme de valeurs. La Figure 3.1 illustre l'algorithme de base PGD-CIV présenté jusqu'ici.

On notera que les itérations CIV sont initialisées avec un champ de déplacement u_o construit avec une translation de corps rigide (*RBT - rigid body translation*), par exemple obtenu au moyen de transformées de Fourier. Autrement dit, les composantes des déplacements sur toute la ROI sont supposées constantes, impliquant des déformations nulles. Ceci n'est évidemment pas pertinent mais permet, dans le cas de petites déformations, de construire d'une façon rapide un champ approprié à l'initialisation de l'algorithme. Lorsque les gradients des déplacements deviennent significatifs, cette technique d'initialisation peut ne plus suffire. La section suivante présente une alternative pour contourner ce problème.

Chargement des images f et g;
Définition de la ROI et maillage;
Calcul du gradient (∇f);
Initialisation RBT (u_o);

$\Longrightarrow$ **<u>ITERATIONS CIV</u> :**
Initialisation : $m = 1$;
while *($\eta_c > \epsilon_c$) et ($m < m_{max}$)* **do**
  Mise-à-jour du residus $f - g_u$;
  $\Longrightarrow$ **<u>ALGORITHME DE POINT FIXE</u> :**
  Initialisation : $[\mathbf{q}_z, \mathbf{q}_y, \mathbf{q}_x]$; $k = 1$;
  while *($\eta_{pf} > \epsilon_{pf}$) et ($k < k_{max}$)* **do**
    $(\mathbf{q}_y, \mathbf{q}_x)$ fixe $\rightarrow$ problème en z (calcul de $\mathbf{q}_z$) ;
    $(\mathbf{q}_z, \mathbf{q}_x)$ fixe $\rightarrow$ problème en y (calcul de $\mathbf{q}_y$) ;
    $(\mathbf{q}_z, \mathbf{q}_y)$ fixe $\rightarrow$ problème en x (calcul de $\mathbf{q}_x$) ;
    Indicateur de convergence du point fixe η_{pf};
    $k = k + 1$;
  Indicateur de convergence de la CIV η_c;
  Mise-à-jour du déplacement : $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{m-1} + \delta\mathbf{u}$;
  $m = m + 1$;

FIGURE 3.1 – Algorithme PGD-CIV de base. Un algorithme de point fixe (impliquant seulement des problèmes 1D) est intégré dans les itérations du problème de minimisation de la CIV.

3.2 Méthode multi-grille

L'utilisation de la série de Taylor lors de la linéarisation du problème de corrélation ($g(\mathbf{x}+\mathbf{u}_i(\mathbf{x})) \approx g(\mathbf{x}+\mathbf{u}_{i-1}(\mathbf{x})) + \delta\mathbf{u}(\mathbf{x})^T \nabla g(\mathbf{x}+\mathbf{u}_{i-1}(\mathbf{x}))$), demande en effet un faible ratio entre les valeurs de la correction du champ de déplacement $\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})$ et les variations spatiales de ∇g_u (ou ∇f). Par conséquent, la présence de grandes amplitudes de déplacements peut mener à la divergence de l'algorithme. De plus, le fait que les textures des images soient aléatoires, la procédure de minimisation peut converger vers des minima locaux [Réthoré et al., 2007].

Ces problèmes ont été abordés dans divers travaux [Besnard et al., 2006 ; Réthoré et al., 2007 ; Hild et al., 2002]. Une technique usuelle consiste à utiliser plusieurs discrétisations, d'abord grossières puis de plus en plus fine, afin de faire converger le problème même lorsque des grands déplacements sont impliqués [Besnard et al., 2006]. Cette stratégie est appelée de *méthode multi-grilles*. Elle est composée des étapes suivantes :

- **1) Génération des images grossières :** dans un premier temps, nous utilisons l'image de référence f, ayant une taille ROI_f, pour générer des images réduites. Chaque image est construite en faisant une agrégation des voxels voisins. Ceci est réalisé en calculant la moyenne des niveaux de gris de paires de voxels dans chaque direction. Ainsi, nous obtenons des images de taille $ROI_f/(2^h)$, h étant le niveau de la multi-grille ($h = 0$ pour le niveau plus fin, ou le niveau de référence). L'utilisation d'un ratio de 2 entre chaque niveau semble être optimal [Rannou et al., 2009 ; Rannou et al., 2010]. Les images sur chaque niveau auront des variations spatiales des niveaux de gris élargies, ayant une caractéristique moins aléatoire par rapport au niveau précédent. Afin d'illustrer cette première étape, nous présentons sur la Figure 3.2 l'exemple 1D de la génération de 3 images grossières (f_h, avec $h = 0, ..., 3$) à partir d'une image de référence artificielle. Nous voyons clairement l'augmentation des variations spatiales des niveaux de gris à mesure que nous avançons sur les niveaux multi-grille.
- **2) Discrétisations :** nous discrétisons les images grossières tel que le nombre de voxels par élément reste constant d'un niveau à l'autre. Par exemple, sur la Figure 3.3 nous proposons une représentation des discrétisations utilisées sur une image artificielle 3D. Dans ce cas, pour chaque niveau de l'approche multi-grille, les éléments sur chaque direction sont composés de 10 voxels. Il est important de noter qu'un nombre différent de voxels par éléments sur chaque niveau pourrait être envisagé, principalement lorsque très peu d'éléments sont présents pour des niveaux très haut [Réthoré et al., 2007]. Cependant, en raffinant la discrétisation sur des images grossières, nous risquons d'avoir une très mauvaise texture sur chaque élément, ce qui peut mener à la divergence de l'algorithme. Ainsi, sur ce travail, nous conservons toujours le même nombre de voxels par éléments sur chaque niveau.
- **3) Détermination des champs de déplacement :** au niveau h, nous utilisons une solution initiale $\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$ pour déterminer la nouvelle solution $\mathbf{q}^{h}_{x,y,z}$, à l'aide du solveur de corrélation multi-grilles. La solution initiale $\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$ est obtenue par projection et interpolation de la solution $\mathbf{q}^{h+1}_{x,y,z}$ (obtenue au niveau précédent $h+1$) sur le maillage actuel. Si $h = h_{max}$, l'initialisation est faite par RBT. L'algorithme est représenté sur la Figure 3.4. Nous construisons ainsi, à chaque niveau, un champ de déplacement enrichi qui sera utilisé au niveau suivant. Ce processus est répété jusqu'au niveau de référence ($h = 0$), où le champ de déplacement initial sera considérablement enrichi, améliorant la convergence et évitant les minima locaux.

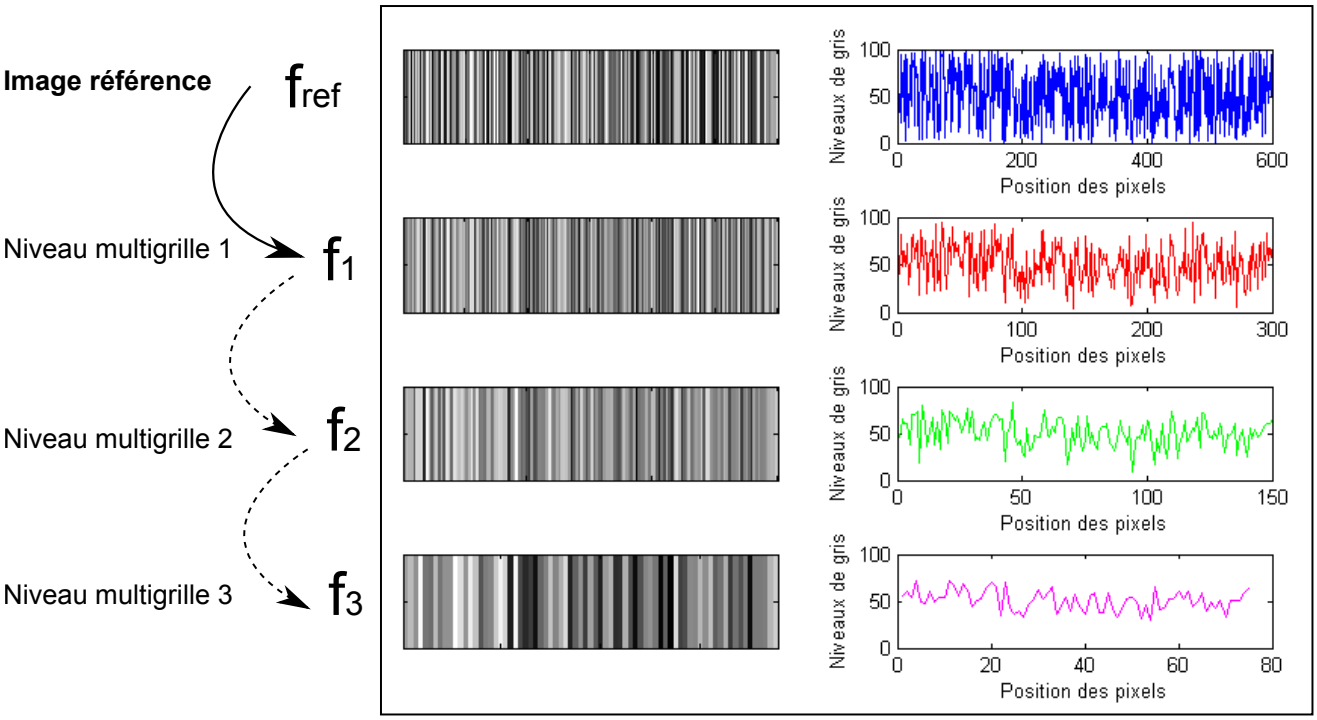


FIGURE 3.2 – Exemple 1D des images grossières, utilisé dans la méthode multi-grille, à partir d'une image de référence artificielle.

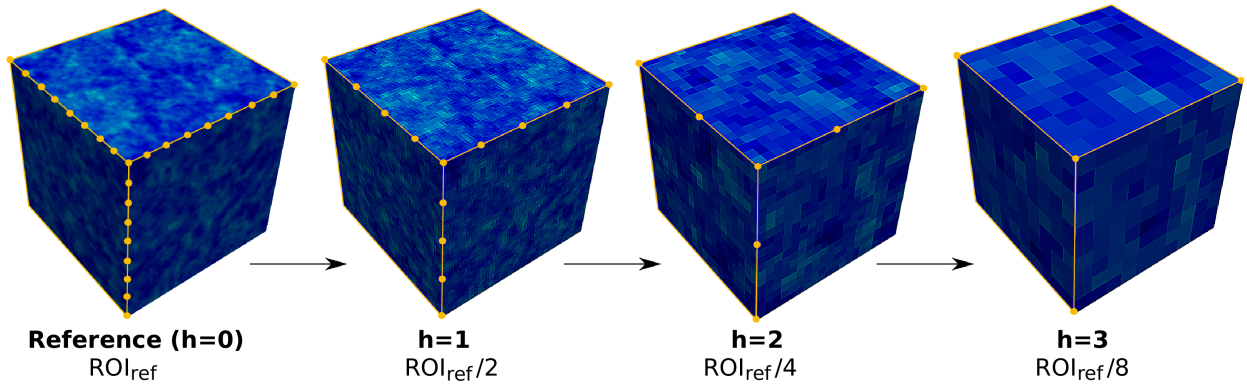


FIGURE 3.3 – Représentation des discrétisations avec une image artificielle 3D ($80 \times 80 \times 80$ voxels), avec 4 niveaux multi-grille. Le nombre de voxels sur les éléments reste constant pour chaque niveau.

La représentation globale de la stratégie multi-grille est présenté sur la Figure 3.5. Grâce à la représentation sous forme décomposé et séparé de la PGD, nous pouvons exprimer le champ de déplacement sur plusieurs grilles :

$$\mathbf{u}(x,y,z) \approx \underbrace{\sum_i \begin{pmatrix} u_i^x(x)\cdot u_i^y(y)\cdot u_i^z(z) \\ v_i^x(x)\cdot v_i^y(y)\cdot v_i^z(z) \\ w_i^x(x)\cdot w_i^y(y)\cdot w_i^z(z) \end{pmatrix}}_{1^{ere}\text{ grille}} + \ldots + \underbrace{\sum_i \begin{pmatrix} u_i^x(x)\cdot u_i^y(y)\cdot u_i^z(z) \\ v_i^x(x)\cdot v_i^y(y)\cdot v_i^z(z) \\ w_i^x(x)\cdot w_i^y(y)\cdot w_i^z(z) \end{pmatrix}}_{h^{th}\text{ grille}} \tag{3.23}$$

$\Longrightarrow$ **Solveur multi-grille (niveau h) :**
Chargement de f_h, g et ∇f_h ;
$\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z} \rightarrow \mathbf{u}_h$;
$\rightarrow$ **Itérations CIV :**
while $(\eta_c > \epsilon_c)$ *et* $(m < m_{max})$ **do**
  $\mathbf{u}_h, g \rightarrow g^h_u$;
  Mise-à-jour du residus $f_h - g^h_u$;
  $\rightarrow$ **Algorithme point fixe :** Calcul de $\mathbf{q}^h_{x,y,z}$
  $\mathbf{q}^h_{x,y,z} \rightarrow \delta\mathbf{u}_h$;
  $\mathbf{u}_h = \mathbf{u}_h + \delta\mathbf{u}_h$;

FIGURE 3.4 – Représentation du solveur multi-grille. Pour un niveau h, le nouveau champ initial $\mathbf{u}_h$ est construit par interpolation à partir de la solution initiale $\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$. Cette solution est obtenue grâce à la solution du niveau précédent $(h+1)$. Ce champ est utilisé pour initialiser l'algorithme de corrélation et trouver la nouvelle solution $\mathbf{q}^h_{x,y,z}$, et ce jusqu'à convergence.

Nous remarquons que ces différentes grilles peuvent ne pas avoir de noeuds communs. Dans ce travail, lors de l'interpolation des valeurs d'une grille à l'autre, les valeurs nodales ayant besoin d'une extrapolation sont remplacées par les valeurs obtenus par RBT. Dans les sections 4 et 5, la méthode est utilisée afin de préciser ses effets sur la convergence du problème de corrélation.

$\Longrightarrow$ **Algorithme global multi-grille :**
Génération des images grossières (f_h);
Maillage des images f_h;
for $h \leftarrow h_{max}$ **to** *1* **do**
  if $h = h_{max}$ **then**
    Rigid body translation $\rightarrow \mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$;
  else
    $\mathbf{q}^{h+1}_{x,y,z} \rightarrow$ Projection et interpolation $\rightarrow \mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$;
  $\Longrightarrow$Solver multi-grille (Figure 3.4) : $\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z} \rightarrow \mathbf{q}^{h}_{x,y,z}$;
$[\mathbf{q}_x, \mathbf{q}_y, \mathbf{q}_z]_h = [\mathbf{q}_x, \mathbf{q}_y, \mathbf{q}_z]_o$;

FIGURE 3.5 – Représentation générale de la méthode multi-grille retenue. Pour chaque niveau, une solution initiale est construite ($\mathbf{q}^{ho}_{x,y,z}$) à l'aide de la solution précédente (ou RBT si $h = h_{max}$). Cette solution sera utilisée dans le solveur multi-grille (Figure 3.4) pour déterminer la nouvelle solution $\mathbf{q}^{h}_{x,y,z}$. Lorsque $h = 1$, nous aurons déterminé un champ enrichi qui sera utilisé pour initialiser le solveur au niveau plus fin ($h = 0$, référence) et améliorer la convergence.

3.3 Régularisation

La détermination du flot optique est un problème mal-posé. Autrement dit, il n'existe pas de solution unique au problème basé sur l'hypothèse de conservation de la luminance ($f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$) [Mitiche and Bouthemy, 1996 ; Horn and Schunk, 1981]. Comme expliqué précédemment, on peut recourir à une forme faible du problème. La détermination de la position (d'un ensemble) de pixels dans des éléments d'une image à l'autre devient néanmoins plus complexe lorsque :

- les éléments sont composés d'un nombre très faible de pixels. Par exemple, prenons le cas où nous avons 1 pixel/élément. La convergence du problème de corrélation devient très délicate. Typiquement, un niveau de gris donné dans l'image de référence peut se retrouver à plusieurs endroits dans l'image déformée ;
- la majorité des éléments sont composés de niveaux de gris similaires. Dans ce cas, nous pouvons aussi avoir un grand nombre de solutions possibles car pour un même élément dans l'image de référence nous aurons un grand nombre de correspondants dans l'image déformée. Ceci est le cas des images présentant une texture pauvre. Autrement dit, il est important d'avoir des gradients des niveaux de gris dans chaque élément non-nuls ($\nabla f_e \neq 0$), et, en même temps, une texture assez aléatoire.

Le cas le plus défavorable est évidemment lorsque nous avons une combinaison des deux items précédents : des discrétisations très fines et des mauvaises textures. Ainsi, l'intégration d'un processus de régularisation dans le problème de corrélation peut être avantageux pour éviter la divergence de l'algorithme induite par ces deux problématiques. En utilisant la méthode de Tikhonov [Horn and Schunk, 1981], une contrainte spatiale (ou contrainte de lissage homogène) est introduite dans le problème de minimisation (eq. 1.3, Chapitre 1.3). L'idée de base est de réduire les distorsions du champ de déplacement, utilisant l'opérateur Laplacien Φ_L :

$$\Phi^2_{reg} = \Phi^2_{corr} + \lambda\, \Phi^2_L \tag{3.24}$$

Avec :

$$\Phi_L^2 = \int_{\mathbf{x}} \nabla\delta\mathbf{u}^2(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x}} \left(\frac{\partial\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\delta\mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial z}\right)^2 d\mathbf{x} \tag{3.25}$$

Le paramètre λ permet de contrôler l'influence de la régularisation sur le problème de corrélation (une valeur très grande de λ impliquera un effet de lissage très fort du champ de déplacement mesuré). Le choix adéquat de sa valeur est important pour la stabilisation de la solution et aussi pour la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson.

Remarque : Dans ce travail, λ est choisi empiriquement, en fonction des residus du problème de corrélation. Par exemple, la non convergence de l'algorithme indique un λ trop faible, tandis qu'un algorithme convergé mais ayant une valeur très importante de residus indique une régularisation trop importante. Cependant, pour la majorité des problèmes mal-posés, l'utilisation des "courbes-L" est un bon indicateur pour le choix optimal de λ [Yang, 2014]. L'idée est d'utiliser des courbes log-log de la norme de la solution régularisée en fonction de la norme du residu correspondant. La courbe présentant la courbure la plus importante indique le meilleur choix de λ. En contrepartie, ce processus peut être coûteux en temps de calcul, surtout lorsqu'un grand nombre de données sont impliquées.

La condition de stationnarité relative à la régularisation (eq. 3.25) s'écrit :

$$\int_x \delta\mathbf{u}^\star \nabla\delta\mathbf{u}d\mathbf{x} = -\int_x \left(\underbrace{\frac{\partial\delta\mathbf{u}^\star}{\partial x}\frac{\partial\delta\mathbf{u}}{\partial x}}_{A} + \underbrace{\frac{\partial\delta\mathbf{u}^\star}{\partial y}\frac{\partial\delta\mathbf{u}}{\partial y}}_{B} + \underbrace{\frac{\partial\delta\mathbf{u}^\star}{\partial z}\frac{\partial\delta\mathbf{u}}{\partial z}}_{C}\right) d\mathbf{x} \tag{3.26}$$

Avec $\delta\mathbf{u}^\star$ déjà défini sur l'équation 3.4 et

$$\delta\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_m^x u_m^y u_m^z \\ v_m^x v_m^y v_m^z \\ w_m^x w_m^y w_m^z \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

Afin de ne pas charger la formulation, nous allons développer uniquement le terme A de l'équation 3.26 (les autres termes B, C sont déterminés de façon analogue). Nous obtenons :

$$\begin{aligned} A = \int_x \Bigg(& (u_m^y u_m^z)^2 \frac{\partial u_m^{x\star}}{\partial x}\frac{\partial u_m^x}{\partial x} + (\frac{\partial u_m^x}{\partial x} u_m^z)^2 u_m^{y\star} u_m^y + (\frac{\partial u_m^x}{\partial x} u_m^y)^2 u_m^{z\star} u_m^z \Bigg) + \\ & \Big((v_m^y v_m^z)^2 \tfrac{\partial v_m^{x\star}}{\partial x}\tfrac{\partial v_m^x}{\partial x} + (\tfrac{\partial v_m^x}{\partial x} v_m^z)^2 v_m^{y\star} v_m^y + (\tfrac{\partial v_m^x}{\partial x} v_m^y)^2 v_m^{z\star} v_m^z\Big) + \\ & \Big((w_m^y w_m^z)^2 \tfrac{\partial w_m^{x\star}}{\partial x}\tfrac{\partial w_m^x}{\partial x} + (\tfrac{\partial w_m^x}{\partial x} w_m^z)^2 w_m^{y\star} w_m^y + (\tfrac{\partial w_m^x}{\partial x} w_m^y)^2 w_m^{z\star} w_m^z\Big) d\mathbf{x} \end{aligned}$$

Lorsque nous utilisons un algorithme de point fixe, le problème relatif à la dimension i $(i, j = x, y, z)$ impliquera des fonctions $\mathbf{u}_j^\star = 0$ lorsque $j \neq i$. Le développement complet de 3.26 fournit un opérateur $\mathcal{R}_i$ pour chaque problème i du point fixe. Ce dernier dépend seulement des dérivés des fonctions de forme et des fonctions dépendantes des autres dimensions $(\mathbf{u}_j)$. Par exemple, $i = x$ implique $\mathbf{u}_{y,z}^\star = 0$ et le développement complet de 3.26 (avec les termes B et C) nous donne l'opérateur $\mathcal{R}_x$:

$$\mathcal{R}_x = \int_x \left((u_m^y u_m^z)^2 \frac{\partial u_m^{x\star}}{\partial x}\frac{\partial u_m^x}{\partial x} + (v_m^y v_m^z)^2 \frac{\partial v_m^{x\star}}{\partial x}\frac{\partial v_m^x}{\partial x} + (w_m^y w_m^z)^2 \frac{\partial w_m^{x\star}}{\partial x}\frac{\partial w_m^x}{\partial x} \right) + \left(u_m^{x\star} u_m^x (\tfrac{\partial u_m^y}{\partial y} u_m^z)^2 + v_m^{x\star} v_m^x (\tfrac{\partial v_m^y}{\partial y} v_m^z)^2 + w_m^{x\star} w_m^x (\tfrac{\partial w_m^y}{\partial y} w_m^z)^2 \right) + \left(u_m^{x\star} u_m^x (\tfrac{\partial u_m^z}{\partial z} u_m^y)^2 + v_m^{x\star} v_m^x (\tfrac{\partial v_m^z}{\partial z} v_m^y)^2 + w_m^{x\star} w_m^x (\tfrac{\partial w_m^z}{\partial z} w_m^y)^2 \right) d\mathbf{x}$$

En synthèse, l'opérateur $\mathcal{R}_i$ est rajouté à la matrice $\mathcal{M}_i$ de chaque système linéaire selon la dimension i (voir eq. (3.19),(3.14),(3.9)) :

$$[\mathcal{M}_i + \mathcal{R}_i]\mathbf{q}_i = \mathcal{B}_i \tag{3.28}$$

Cela explique l'effet de la régularisation pour contourner les problèmes de convergence. En effet, lorsque le gradient des niveaux de gris tend vers zéro ($\nabla f \to 0$), nous pouvons avoir des matrices $\mathcal{M}_i$ composées d'un nombre important d'éléments nuls (car $\mathcal{M}$ dépend de ∇f). Par conséquent, le système linéaire pourra être insoluble. L'ajout de la matrice $\mathcal{R}$ rend possible la résolution du système.

L'effet de la régularisation sur la mesure est illustré en Figure 3.6, pour le cas 1D artificiel de mesure d'un champ de déplacement U_x (avec 6 pixels/élément). Nous voyons qu'avec la régularisation, le champ mesuré paraît moins bruité.

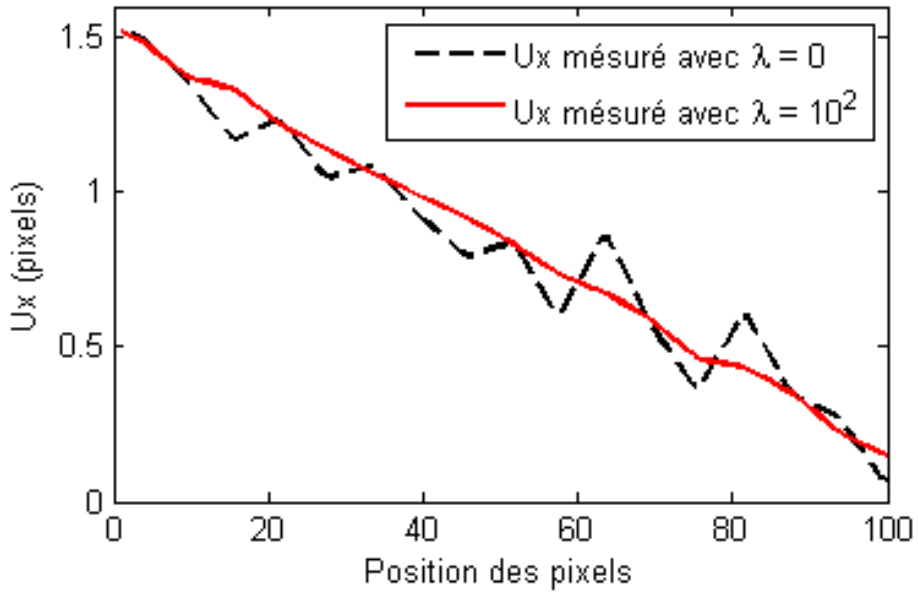


FIGURE 3.6 – Mesure d'un champ de déplacement avec un cas artificiel (avec 6 pixels/élément). La régularisation ($\lambda \neq 0$) fournit une solution plus homogène.

L'intégration de la régularisation au problème de corrélation nous permet d'être plus flexibles au niveau de la discrétisation de la mesure. Moins de restriction pour le choix de la taille des éléments, combiné à un temps de calcul moins important obtenue avec la PGD-CIV, permet d'envisager des mesures sur des ROI ayant des dimensions moins restreintes.

Remarque : la régularisation de Tikhonov utilise une contrainte purement *numérique*, basé sur régularité du champ de déplacement. Cependant, d'autre types de régularisation

peuvent être envisagées. On peut par exemple s'appuyer sur des principes physiques, s'appuyant sur une contrainte *mécanique* [Leclerc et al., 2011 ; Réthoré et al., 2009]. En pratique on traduit l'équilibre mécanique local. Ceci nous mène par exemple à intégrer à la minimisation du problème de corrélation d'images la quantité suivante [Réthoré et al., 2013] :

$$\Phi_m^2 = \int_{\mathbf{x}} \lambda \mathbf{u}^T \left(\mathbf{F_{ext}} - [K]\mathbf{u} \right) d\mathbf{x} \tag{3.29}$$

où $[K]$ est la matrice de rigidité (supposée connue) et $\mathbf{F_{ext}}$ les forces externes. Cette stratégie peut être utilisée aussi pour l'identification de paramètres, lorsque la matrice de rigidité est inconnue. Dans ce cas, la minimisation est faite par rapport au champ de déplacement et aussi par rapport à l'ensemble de paramètres, comme détaillé dans [Réthoré et al., 2013]. L'utilisation de ce type de régularisation pour la mesure par PGD-CIV, ainsi que pour l'identification de paramètres, sont des perspectives intéressantes à ce travail.

3.4 Discussion

Nous avons montré, étape par étape, le processus de formulation du problème CIV avec une approche PGD. En utilisant une représentation séparée, nous ne travaillons plus qu'avec des maillages 1D. Ceci réduit considérablement le nombre de DDL du problème. De plus, pour rendre l'algorithme plus robuste, deux stratégies numériques on été intégrées : la méthode multi-grille et la méthode de régularisation Tikhonov.

Une représentation de l'algorithme complet PGD-CIV est présenté sur la Figure 3.7. Dans ce travail, nous avons développé le code dans Matlab avec des sous-routines en C++. Dans la section suivante, nous allons valider la méthode en utilisant des images artificielles. Les résultats seront comparés avec des mesures obtenues par une approche EF-CIV (considérée comme référence).

Chargement des images f et g;
Définition de la ROI et maillage;
Calcul du gradient (∇f);

- Solutions multi-grille $\mathbf{q}^h_{x,y,z}$ (Figure 3.5);
- Construction de l'opérateur de régularisation;

$\Longrightarrow$ **<u>ITERATIONS CIV</u> :**
Initialisation : $m = 1$;
while *($\eta_c > \epsilon_c$) et ($m < m_{max}$)* **do**
  Mise-à-jour du residus $f - g_u$;
  $\Longrightarrow$ **<u>ALGORITHME DE POINT FIXE</u> :**
  Initialisation : $[\mathbf{q}_x, \mathbf{q}_y, \mathbf{q}_z]$; $k = 1$;
  while *($\eta_{pf} > \epsilon_{pf}$) et ($k < k_{max}$)* **do**
    $(\mathbf{q}_x, \mathbf{q}_y)$ fixe $\rightarrow$ problème en z (calcul de $\mathbf{q}_z$) ;
    $(\mathbf{q}_z, \mathbf{q}_x)$ fixe $\rightarrow$ problème en y (calcul de $\mathbf{q}_y$) ;
    $(\mathbf{q}_z, \mathbf{q}_y)$ fixe $\rightarrow$ problème en x (calcul de $\mathbf{q}_x$) ;
    Indicateur de convergence du point fixe η_{pf};
    $k = k + 1$;
  Indicateur de convergence de la CIV η_c;
  Mise-à-jour du déplacement : $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{m-1} + \delta\mathbf{u}$;
  $m = m + 1$;

FIGURE 3.7 – Représentation complète de l'algorithme PGD-CIV multi-grilles, avec régularisation de Tikhonov.

CHAPITRE 4

Validation à l'aide d'un exemple artificiel

Dans cette section, les performances *a priori* de la méthode PGD-CIV sont analysées et comparées à celles d'une méthode EF-CIV, utilisant des éléments C8 (hexaèdre à huit noeuds). De plus, l'effet de la stratégie multi-grille sur la convergence du problème est étudié. Pour cela, une image de référence artificielle composée de $150 \times 150 \times 150$ voxels est générée. Sa texture est basée sur un bruit de Perlin 3D [Perlin, 1985].

L'image utilisée est présentée sur la Figure 4.1a, et l'histogramme des niveaux de gris sur Figure 4.1b. La ROI choisi est composée de $120 \times 120 \times 120$ voxels. L'image est encodée à 8 *bits*, la moyenne et l'écart type des niveaux de gris vaut ≈ 128 et ≈ 18 niveaux de gris, respectivement, et la taille caractéristique du mouchetis $\approx 3,2$ voxels. La procédure 2D pour générer des images artificielles est détaillé dans [Orteu et al., 2006].

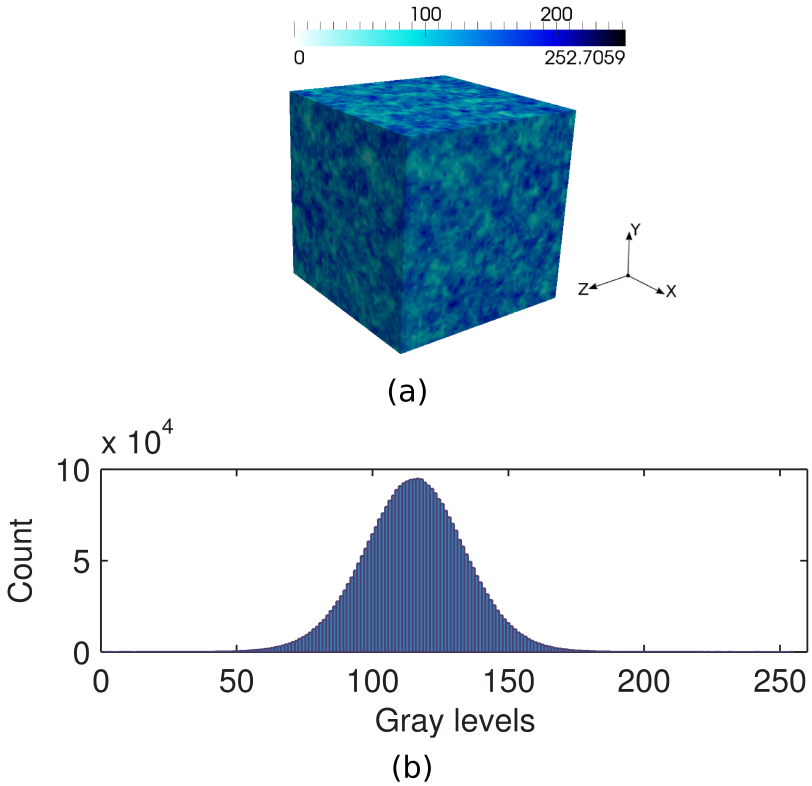


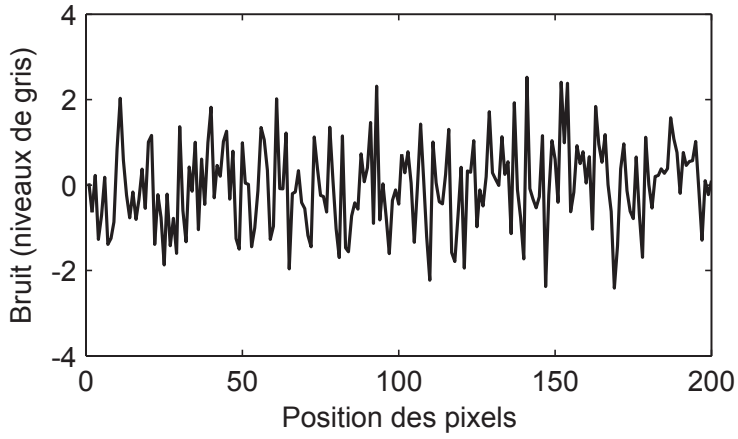
FIGURE 4.1 – *(a)* Image artificielle de référence f basée sur le bruit de Perlin. Moyenne et écart type des niveaux de gris : ≈ 128 et ≈ 18 niveaux de gris, respectivement ; *(b)* Histogramme des niveaux de gris.

4.1 Sensibilité au bruit

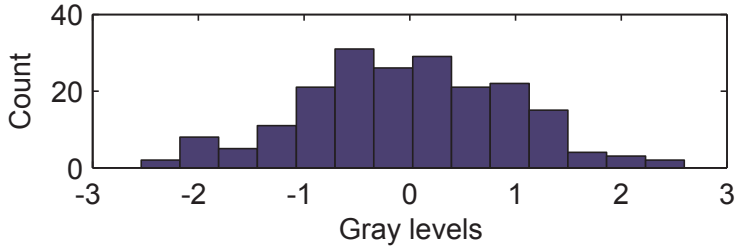
Pour étudier la résolution des mesures de déplacement, nous allons d'abord effectuer une analyse de sensibilité au bruit [Besnard et al., 2006]. L'idée est d'appréhender le bruit associé à l'acquisition des images [Leclerc et al., 2011]. Il s'agit en pratique de rajouter du bruit aléatoire (bruit blanc) avec un écart type de $\sigma_n = 1$ niveaux de gris sur chaque voxel de l'image de référence f, générant une nouvelle image *bruitée* g.

Une représentation d'un bruit blanc peut être visualisée sur la Figure 4.2a-b. Nous appliquons l'algorithme PGD-CIV à la paire d'images f, g afin d'estimer le champ de déplacement. Ce dernier devrait être nul car aucun déplacement n'a été imposé d'une image à l'autre. Suivant [Leclerc et al., 2011], l'incertitude standard de la mesure du déplacement due au bruit (σ_u) est proportionnelle à l'écart type du bruit (σ_n) et inversement proportionnelle à une puissance du nombre de voxels par élément (L) :

$$\sigma_u \propto \frac{\sigma_n}{L^{3/2}} \tag{4.1}$$



(a)



(b)

FIGURE 4.2 – (a) Exemple (1D) d'un bruit blanc ($\sigma_n = 1$ niveau de gris) à rajouter à l'image f lors d'une analyse de la sensibilité au bruit ; (b) Histogramme du bruit rajouté.

La Figure 4.3 montre l'évolution de l'incertitude standard du déplacement σ_u (considérant tous les voxels à l'intérieur de la ROI) en fonction de la taille des éléments. La ligne d'interpolation est décrite par une loi de puissance A/L^{α}, avec $\alpha = 1.76$ (et donc en bon accord avec l'équation (4.1)). Nous constatons que σ_u est inversement proportionnel à la taille des éléments. Ceci est dû au fait qu'un nombre plus important d'éléments conduit à réaliser un nombre plus important de mesures (augmentation du nombre de nœuds), générant une somme des incertitudes). De plus, nous remarquons que lorsque très peu d'éléments sont

présents (correspondant sur la figure à une taille des éléments entre 40 et 80 voxels) nous avons une différence plus importante de σ_u entre chaque méthode (PGD ou EF). Ceci est justifié par la caractéristique aléatoire du bruit, rajouté à un nombre très petit de points de mesure (résolution spatiale importante).

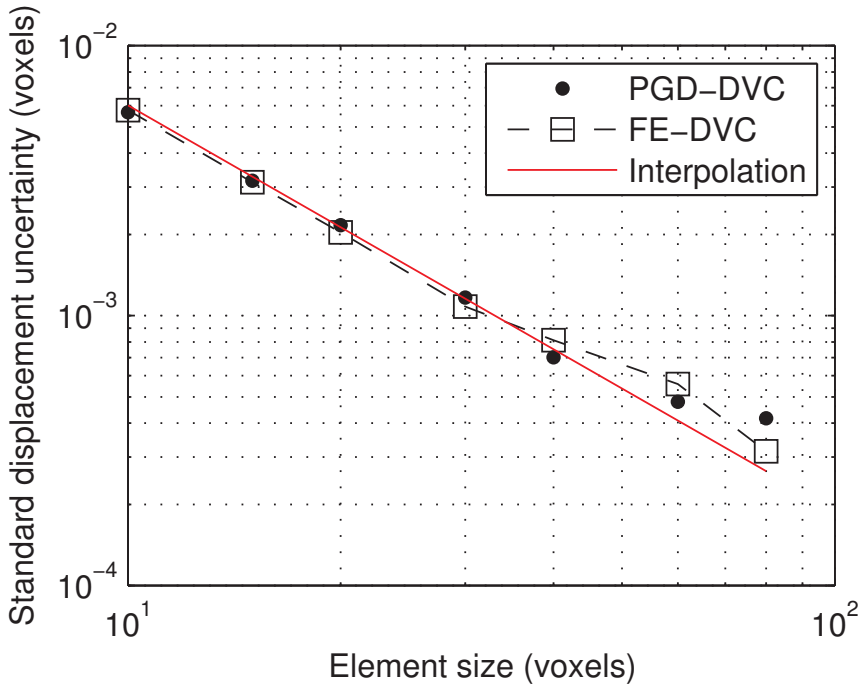


FIGURE 4.3 – Analyse de sensibilité au bruit. σ_u en fonction de la taille des éléments pour la méthode PGD-CIV et la méthode EF-CIV.

4.2 Sensibilité à l'interpolation sous-voxel

Un autre indicateur est utilisé pour analyser les incertitudes des mesures par CIV. Nous nous intéressons ici à la sensibilité de la mesure vis-à-vis des interpolations effectuées lors du calcul de $g_u(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}+\mathbf{u}(\mathbf{x}))$. En effet, sachant que $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ peut avoir des valeurs non-entières, l'évaluation de $g_u(\mathbf{x})$ sur des positions intermédiaires entre deux voxels différents (des positions sous-voxels) est nécessaire. Cette interpolation est souvent la source la plus importante d'erreurs lors des mesures par CIV [Besnard et al., 2006].

L'analyse consiste à générer une séquence i d'images translatées (g^i) à partir de l'image de référence f, en imposant un champ de déplacement u_{ref}, sans bruit, comme proposé par [Besnard et al., 2006]. Dans ce travail, une interpolation linéaire a été utilisée pour générer 10 images translatées g^i ($i = 1, ..., 10$) selon la direction y. Pour chaque image, la valeur du déplacement imposée vaut $u^i_{ref} = i/10$ voxels. La qualité du champ de déplacement mesuré ($\mathbf{u}^i_m$) peut être déterminée par la moyenne (sur les 10 valeurs de translation) de l'incertitude aléatoire de déplacement (σ_u) et de l'erreur moyenne de déplacement (ou l'erreur systématique, δ_u), qui s'écrivent :

$$\langle \sigma_u \rangle_t = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \langle (\mathbf{u}^i_m - \langle \mathbf{u}^i_m \rangle)^2 \rangle^{1/2} \tag{4.2}$$

$$\langle \delta_u \rangle_t = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} |\langle \mathbf{u}_m^i \rangle - u_{ref}^i| \tag{4.3}$$

où $\langle \mathbf{u} \rangle$ correspond à la valeur moyenne du champ de déplacement $\mathbf{u}$ sur toute la ROI et $\langle \cdot \rangle_t$ la moyenne sur les 10 valeurs de translation.

La Figure 4.4 montre $\langle \sigma_u \rangle_t$ et $\langle \delta_u \rangle_t$ en fonction de la taille des éléments. L'incertitude sur les déplacements mesurés décroit lorsque la taille des éléments augmente. Ceci est conforme aux résultats trouvés dans la littérature [Leclerc et al., 2011 ; Besnard et al., 2006 ; Roux et al., 2009]. Les résultats montrent aussi que la méthode PGD-CIV est en bon accord avec la méthode de référence EF-CIV en ce qui concerne la qualité du champ mesuré. Enfin, nous pouvons observer que pour un nombre très faible d'éléments (un élément sur chaque direction, dans ce cas), les incertitudes augmentent. L'origine est probablement à attribuer à l'analyse par une information statistique qui perd du sens.

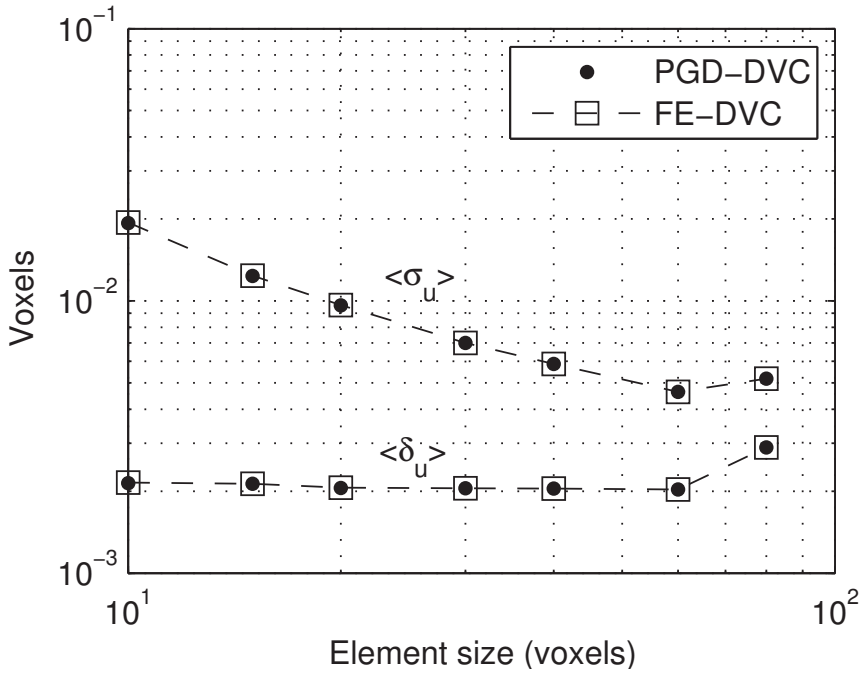


FIGURE 4.4 – Sensibilité à l'interpolation sous-voxel. $\langle \sigma_u \rangle_t$ et $\langle \delta_u \rangle_t$ en fonction de la taille des éléments, pour la méthode PGD-CIV et EF-CIV.

Remarque : Les analyses d'incertitude détermineront le choix de ϵ_c, le critère d'arrêt souhaité de l'algorithme CIV. En effet, le choix d'un ϵ_c inférieur aux incertitudes de mesure conduira à des itérations additionnelles inutiles, une fois que les corrections du champ mesuré lors de ces itérations additionnelles seront incertaines compte tenu de la résolution ultime de la méthode.

4.3 Mesure d'un champ de déplacement imposé

Nous voulons désormais tester la mesure d'un champ de déplacement imposé plus complexe, obtenue avec les deux méthodes. Par la suite, nous nous plaçons en coordonnées sphériques. Les composantes du champ de déplacement imposé s'écrivent :

$$\mathbf{u}_{imp}(r,\theta,\phi) = \begin{pmatrix} u(r,\theta,\phi) \\ v(r,\theta,\phi) \\ w(r,\theta,\phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r^4\left[a.cos(\theta) - b.sin(\phi)\right] \\ r^4\left[a.sin(\theta) - b.cos(\phi)\right] \\ r^4\left[a.cos(\theta) - b.cos(\phi)\right] \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

où a et b sont des coefficients. Comme nous pouvons l'observer, les composantes de $\mathbf{u}_{imp}$ sont fonctions des trois dimensions spatiales. Par conséquent, la décomposition par PGD d'un tel champ est non-triviale. L'image de référence utilisée est la même que celle présentée dans la Figure 4.1a. La composante u de $\mathbf{u}_{imp}$ est montrée sur la Figure 4.5. Pour ce cas particulier, nous avons utilisé $a = 2$ et $b = 5$. La ROI est composée de $120 \times 120 \times 120$ voxels, et la taille des éléments est fixée à 20 voxels dans chaque direction.

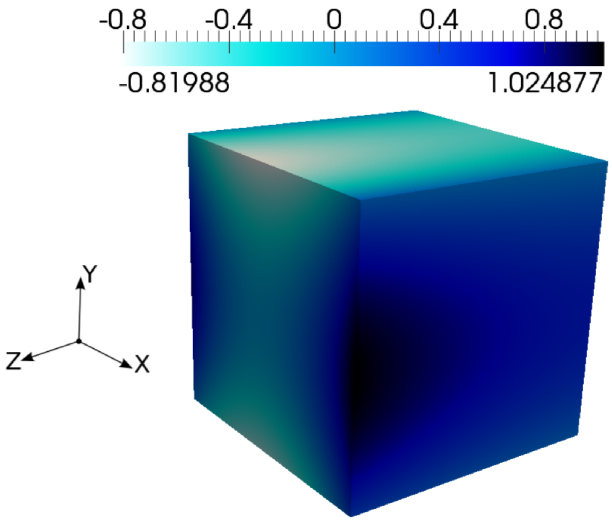


FIGURE 4.5 – Composante u (voxels) du champ de déplacement imposé $\mathbf{u}_{imp}$.

La différence entre la composante u du champ de déplacement imposé et mesuré (u_{imp} et $u_{mes}^{PGD/EF}$, respectivement), ainsi que le champ résiduel σ_{Res} (par rapport à la dynamique de l'image) obtenues avec les deux méthodes sont présentés sur la Figure 4.6. Pour la Figure 4.6a, la valeur moyenne et l'écart type associés valent $\approx 1.6 \cdot 10^{-3}$ et ≈ 0.03, respectivement. Les mêmes valeurs sont obtenus en Figure 4.6b. De même, pour la Figure 4.6c, la valeur moyenne et l'écart type valent $\approx 2.10^{-14}\%$ et $\approx 1.7\%$, respectivement. Les mêmes valeurs sont obtenues pour la Figure 4.6d. Ces résultats indiquent que les champs mesurés par les deux méthodes sont très proches.

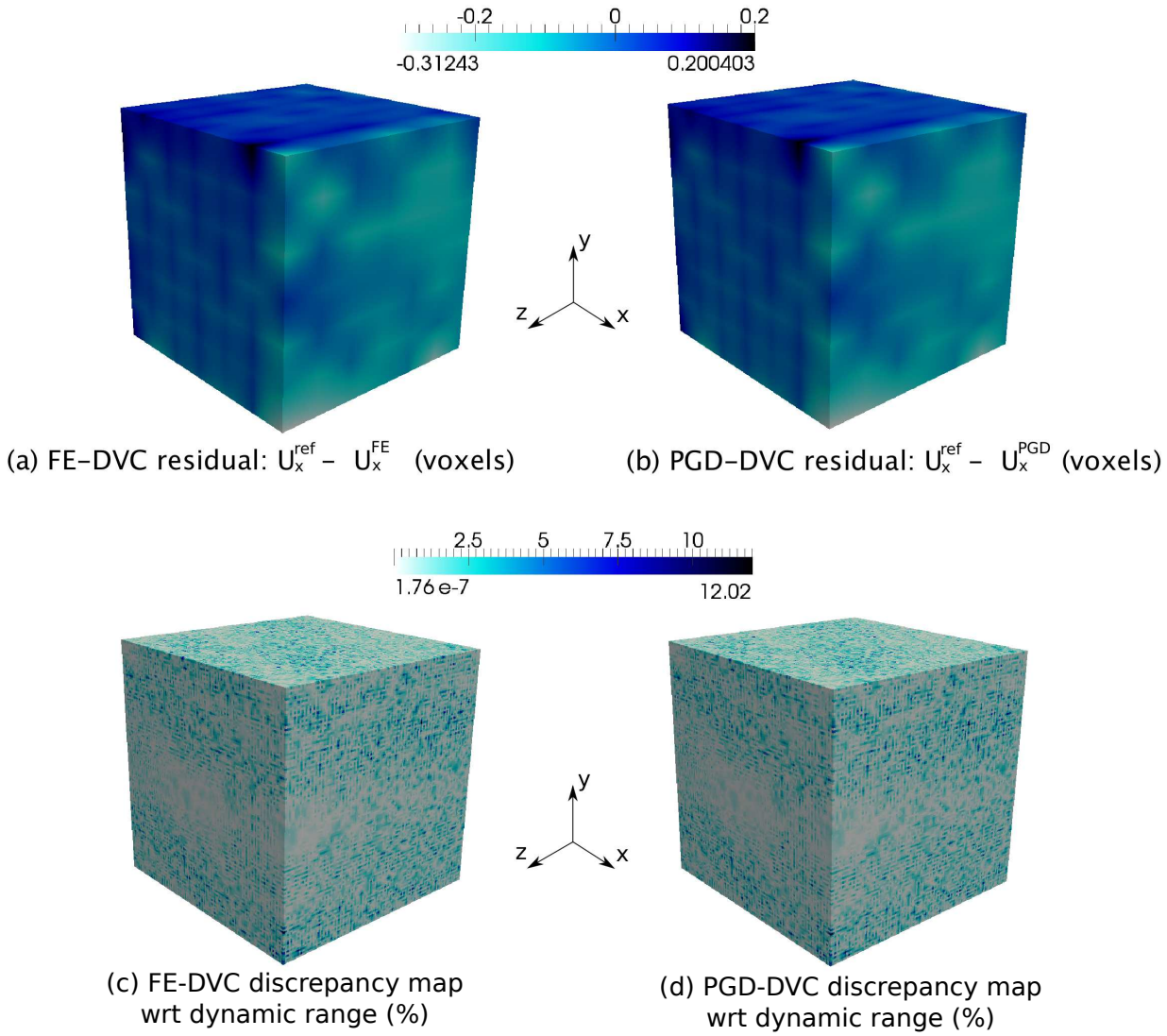


FIGURE 4.6 – Exemple artificiel. Résultats de la mesure par EF-CIV et PGD-CIV. *(a)* et *(b)* Différence entre la composante u du champ de déplacement imposé et mesuré (u_{imp} et $u_{mes}^{FE/PGD}$, respectivement) ; *(c)* et *(d)* Champ résiduel σ_{Res} (par rapport à la dynamique de l'image), pour les deux méthodes.

4.4 Effets de l'approche multi-grille et de la régularisation

Afin de mettre en relief l'intérêt de la méthode multi-grille et de la régularisation Tikhonov, un nouveau champ de déplacement (ayant $\approx$ 30 voxels de magnitude selon la direction y) est imposé à l'image de référence, en utilisant l'équation (4.4). La taille des éléments est fixée à 20 voxels, avec une ROI de $80 \times 80 \times 80$ voxels.

En s'appuyant sur [Réthoré et al., 2007], la Figure 4.7 montre que lorsque une seule grille est utilisée, sans régularisation, la convergence du problème n'est pas obtenue (avec $\epsilon_c = 10^{-2}$). Lorsque nous utilisons 3 grilles (toujours sans régularisation), la convergence est atteinte et la mesure est effectuée.

De plus, sur la Figure 4.8, nous constatons que pour effectuer des mesures précises avec une résolution spatiale fine, il est nécessaire d'utiliser la méthode multi-grille et la régula-

risation. Ainsi, de telles méthodes rendent l'algorithme plus robuste face à des situations impliquant des déplacements de grandes amplitudes et/ou des discrétisations très fines.

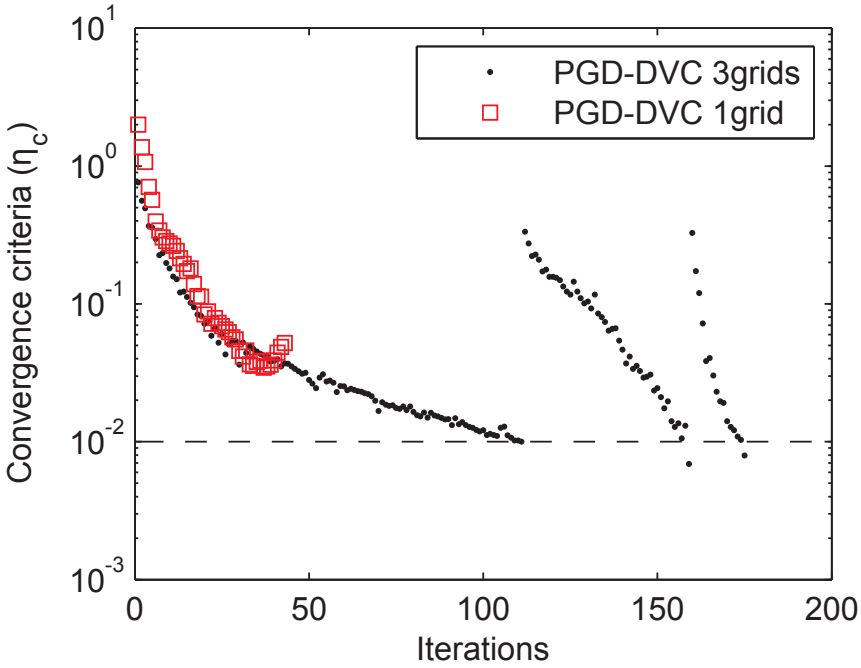


FIGURE 4.7 – Critère de convergence en fonction du nombre d'itérations du problème de corrélation (m). L'utilisation de la stratégie multi-grille (sans régularisation) permet la convergence du problème (taille des éléments de 20 voxels sur chaque direction).

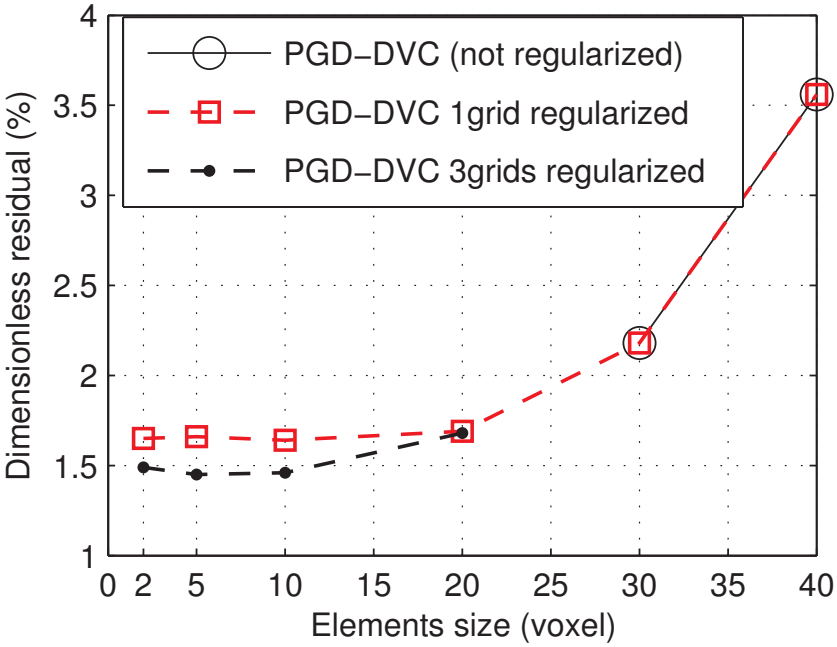


FIGURE 4.8 – Résidus $f - g_u$ (par rapport à la dynamique de l'image) en fonction de la taille des éléments. L'utilisation de la méthode multi-grille, combinée à la méthode de régularisation, permet une discrétisation plus fine et l'obtention de résidus plus faibles.

4.5 Temps de calcul et taille de ROI

Il est connu que le temps des mesures par EF-CIV est dépendant du nombre de degrés de liberté impliqués, et par conséquent de la résolution spatiale des mesures ou de la taille des éléments. L'approche PGD-CIV réduisant le nombre de degrés de liberté associés au problème de corrélation, une réduction considérable du temps des mesures par rapport à une approche EF est attendue, principalement lorsque la résolution spatiale est fortement raffinée [Passieux and Périé, 2012]. Cependant, la méthode proposée effectue $3 \times k$ itérations de point fixe pour chaque itération m de la corrélation (voir Figure 3.1), impliquant un nombre plus important de manipulation des images (et des gradients) par rapport à une approche EF.

Ainsi, sur la Figure 4.9 nous proposons une analyse du temps de calcul en fonction de la taille des éléments et des dimensions des ROI. Plus précisément, nous présentons la différence relative (en %) entre le temps de mesure pour une approche EF (avec des éléments C8) et pour l'approche PGD ($\frac{t_{EF}-t_{PGD}}{t_{EF}}$). Le champ de déplacement imposé est le même que celui traité dans la section 4.3. Trois différentes tailles de ROI ont été analysées. Elles sont notamment composées de 300^3, 400^3 ou de 500^3 voxels. Les tailles d'éléments utilisées sont 10, 20, 30 et 50 voxels. Il est important de remarquer qu'à l'échelle du voxel (1 voxel par élement), seule l'approche PGD a permis l'obtention de résultats, l'approche EF menant à une utilisation excessive des ressources informatiques. D'après les résultats, nous constatons que même lorsque la taille des ROI devient plus importante (nombre de données $> 10^8$), l'approche proposée permet une réduction importante du temps de mesures, surtout à des résolutions spatiales très raffinées.

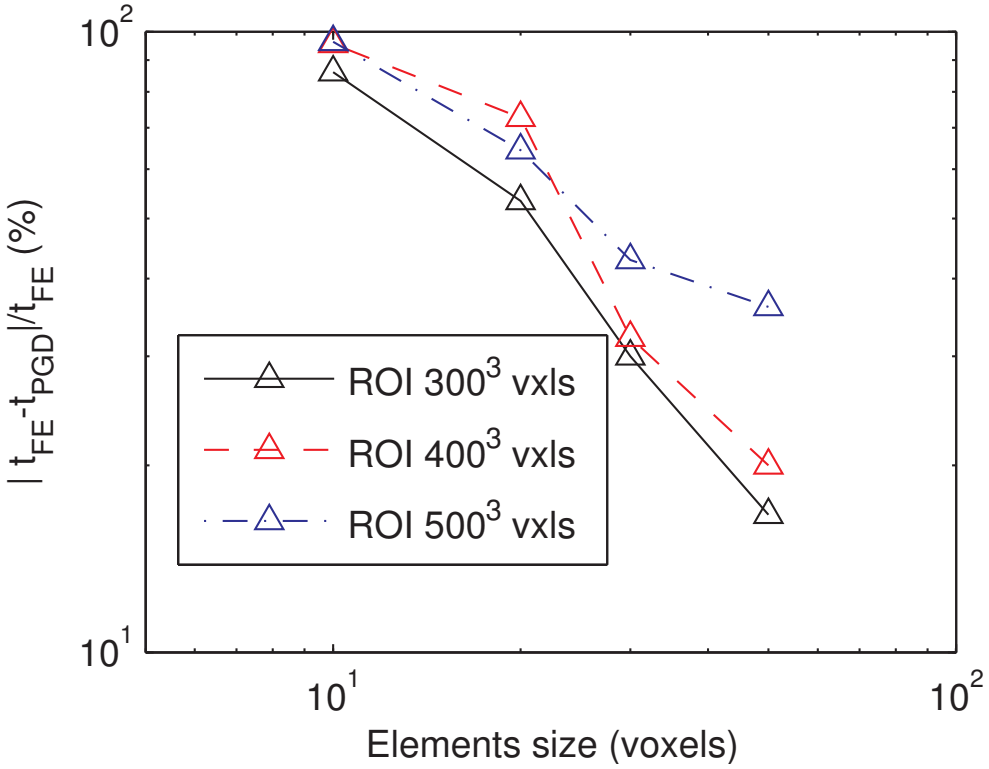


FIGURE 4.9 – Analyse de la différence relative du temps des mesures par CIV entre une approche EF et PGD, avec des cas artificiels. L'analyse est effectuée en fonction de la taille des éléments, mais aussi de la taille des ROI.

CHAPITRE 5

Application à un essai réel : compression d'un os trabéculaire

Un essai de compression sur os bovin trabéculaire, imagé par micro-IRM, est ici analysé. Ce cas a été étudié dans [Benoit et al., 2009] utilisant un algorithme FE-CIV (avec des éléments hexaèdre à huit noeuds) pour déterminer le champ de déplacement et de déformation. Les résultats peuvent être exploités pour la validation de modèles EF et aussi pour la détermination des propriétés du matériau.

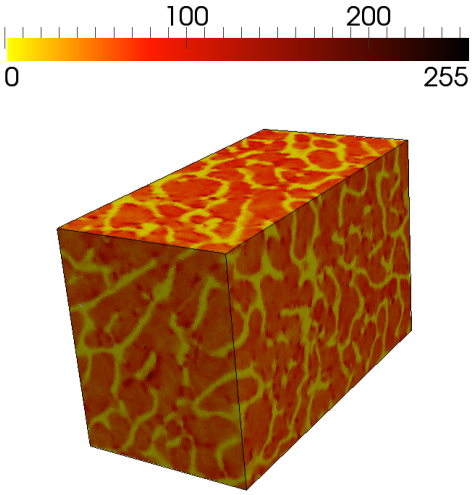
Remarque : à titre de curiosité, l'os trabéculaire est normalement situé à l'extrémité des os ayant une grande longueur, à proximité des articulations. Cet os est très poreux (50% à 90%), et à l'intérieur circulent des cellules de la moelle osseuse rouge, responsable de la production de globules rouges. Cette porosité créée un marqueur idéal pour le problème de mesure de champs par corrélation d'images.

L'essai consiste à comprimer un échantillon parallélépipédique (ayant 16mm de longueur et $100mm^2$ de section). Le réseau trabéculaire, à l'intérieur de l'os, fourni le mouchetis nécessaire pour un problème CIV. Le champ de visualisation des images IRM est composé de $256 \times 512 \times 256$ voxels (avec une résolution de 78 μm/voxel), ce qui correspond à 20mm x 40mm x 20mm. Le mini-dispositif de compression, en polymère chargé de fibres de verre courtes, est compatible au IRM. Pour une description plus détaillé de la préparation de l'échantillon, du dispositif de compression et de l'acquisition des images, le lecteur peut se référer à [Benoit et al., 2009].

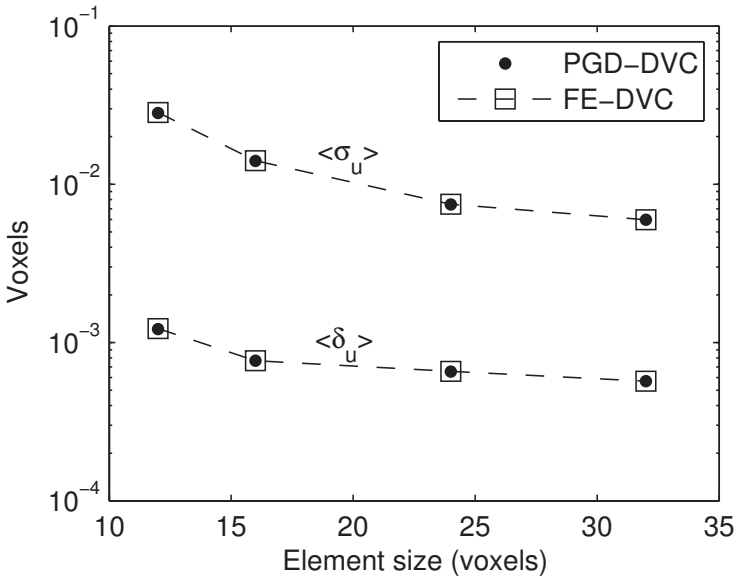
5.1 Analyse *a priori*

Une comparaison est effectué entre les performances de la PGD-CIV et EF-CIV. La ROI comprend $95 \times 180 \times 100$ voxels, afin d'englober au maximum l'échantillon. Ceci correspond à une dimension de 16mm x 10mm x 10mm. L'image de référence (à l'intérieur de la ROI) est montrée sur la Figure 5.1a (écart type $\approx$ 24 niveaux de gris, taille caractéristique du mouchetis $\approx$ 2 voxels). Nous pouvons observer le mouchetis naturel fourni par le réseau trabéculaire, nécessaire pour le problème de corrélation.

Ensuite, nous faisons une analyse de sensibilité à l'interpolation, en utilisant l'image de référence (comme détaillé dans la section 4.2). L'évolution de l'incertitude standard de déplacement $\langle \sigma_u \rangle_t$ et l'erreur systématique $\langle \delta_u \rangle_t$, en fonction de la taille des éléments, sont tracées sur la Figure 5.1b. Les résultats montrent que les déplacements mesurés ont une résolution sous-voxel, tout à fait en accord avec les résultats obtenus dans [Benoit et al., 2009].



(a)



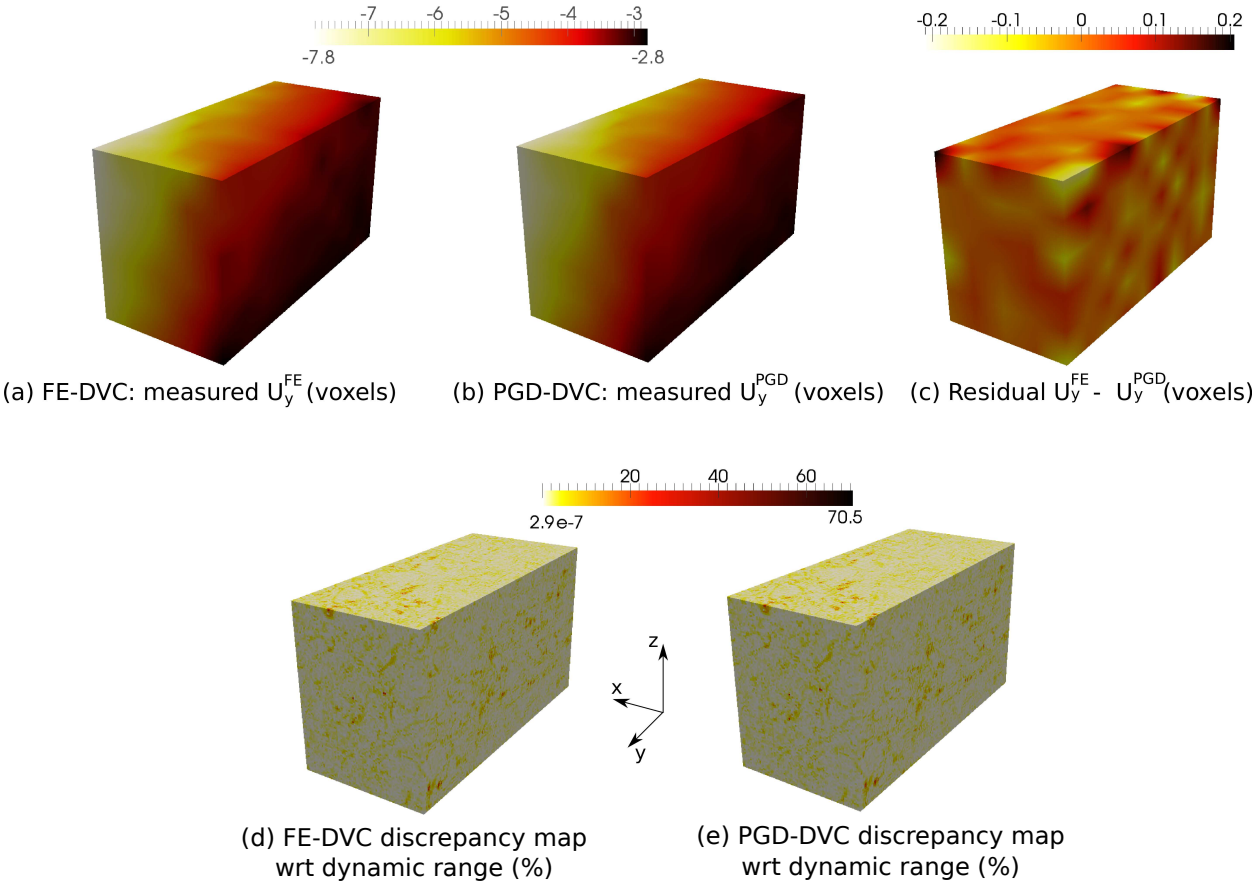
(b)

FIGURE 5.1 – Analyse *a priori* d'un exemple réel.*(a)* image de référence (niveaux de gris) de l'os trabéculaire, obtenue par micro-IRM. La ROI est composée de $95 \times 180 \times 100$ voxels, écart type ≈ 24 niveaux de gris ; *(b)* Analyse d'incertitude : $\langle \sigma_u \rangle_t$ et $\langle \delta_u \rangle_t$, associés à des déplacements sous-voxels imposés.

5.2 Mesure du champ de déplacement

Les champs de déplacement mesurés et les champs de résidus associés (par rapport à la dynamique de l'image) obtenus à l'aide des deux méthodes (en utilisant la ROI présentée en 5.1a) sont reportés en Figure 5.2, avec des éléments ayant 20 voxels dans chaque direction. La moyenne des déplacements selon la direction y ($\langle U_y \rangle$) vaut $\approx -4,5$ voxels, et est conforme aux résultats de [Benoit et al., 2009]. La valeur moyenne et l'écart type de la différence entre les mesures de U_y obtenues avec PGD et EF ($U_y^{FE} - U_y^{PGD}$, Figure 5.2c) valent, respectivement, $\approx 3.6 \cdot 10^{-4}$ et ≈ 0.013 voxels. Les champs de déplacement et de résidus provenant des deux méthodes sont très similaires. L'algorithme PGD-CIV a convergé après $m = 10$ itérations

(avec $\epsilon_c = 10^{-2}$).

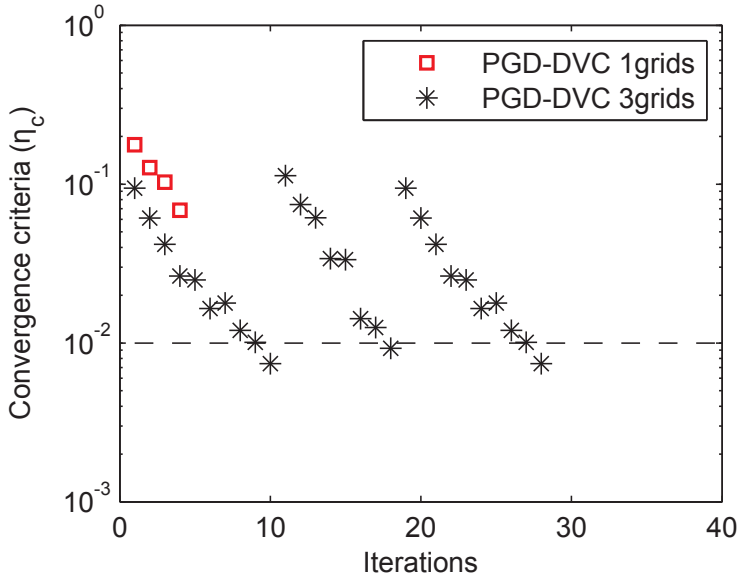


(a) FE-DVC: measured U_y^{FE} (voxels) (b) PGD-DVC: measured U_y^{PGD} (voxels) (c) Residual U_y^{FE} - U_y^{PGD}(voxels)

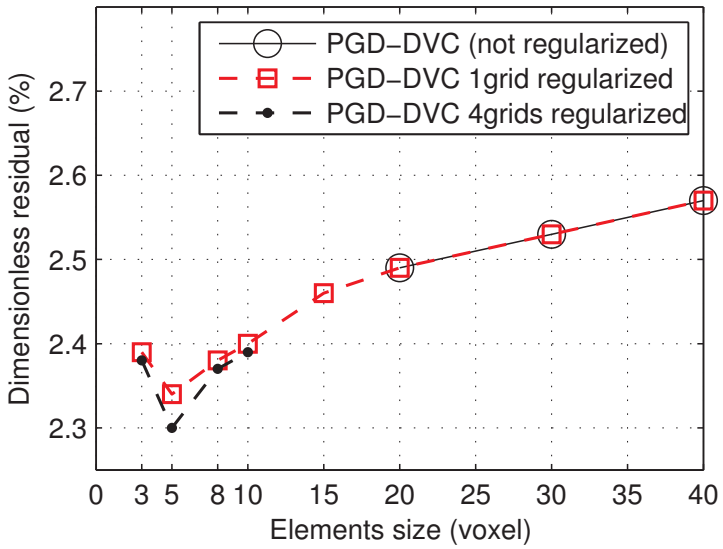
(d) FE-DVC discrepancy map wrt dynamic range (%) (e) PGD-DVC discrepancy map wrt dynamic range (%)

FIGURE 5.2 – Résultats pour un exemple réel, pour les deux méthodes. *(a)* et *(b)* composante y du champ de déplacement mesuré ; *(c)* Différence entre les mesures U_y^{FE} et U_y^{PGD} (valeur moyenne : $\approx 3.6 \cdot 10^{-4}$ voxels, écart type : ≈ 0.013 voxels) ; *(d)* et *(e)* Champ de résidus par rapport à la dynamique de l'image (valeur moyenne $\approx 5.10^{-13}\%$, écart type $= 2.5\%$, pour les deux méthodes).

Par ailleurs, la Figure 5.3a montre que la méthode multi-grille (avec trois niveaux grossiers dans ce cas) permet la convergence de l'algorithme lorsque nous raffinons la résolution spatiale de la mesure (sans régularisation), passant à une taille des éléments de 15 voxels dans chaque direction. Sur la Figure 5.3b, l'utilisation d'éléments encore plus petits nous permet d'atteindre des residus plus faibles. Ceci n'est possible qu'en combinant la méthode multi-grille avec une technique de régularisation (ici Tikhonov). Cependant, raffiner la résolution spatiale implique une augmentation du nombre de DDL qui peut mener à un temps de calcul prohibitif. Nous allons donc analyser le temps de calcul associé à chaque méthode (EF et PGD).



(a)



(b)

FIGURE 5.3 – Analyse de l'effet de l'approche multi-grille et de la régularisation appliquées à l'exemple réel. *(a)* Critère de convergence en fonction du nombre d'itérations du problème de corrélation (m). L'utilisation de l'approche multi-grille permet la convergence du problème (15 voxels par élément dans chaque direction) ; *(b)* Champ de résidus ramenés à la dynamique de l'image, en fonction de la taille des éléments. La stratégie multi-grille combinée à la régularisation permet l'obtention de résidus plus faibles.

5.3 Analyse du temps de calcul

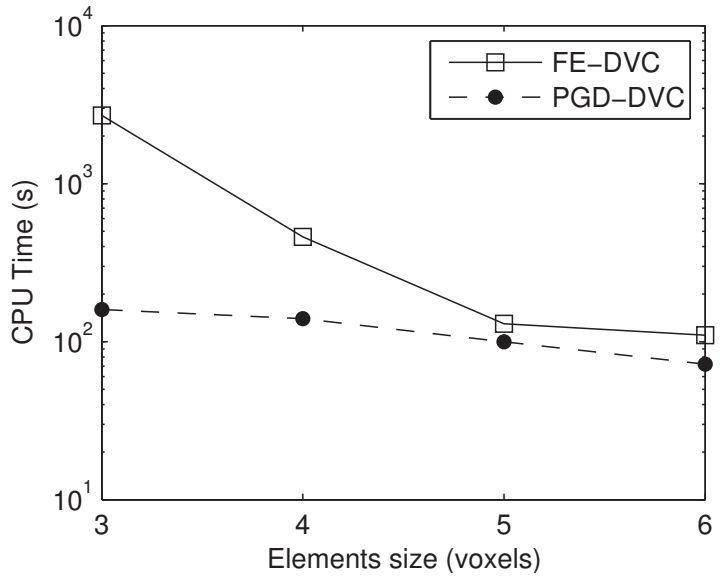
Comme montré dans [Passieux and Périé, 2012], le coût de calcul associé à une approche PGD d'un problème de corrélation 2D classique devient considérablement inférieur à celui associé à une approche EF lorsque des petits éléments sont utilisés pour améliorer la résolution. Dans notre cas (3D), nous pouvons donc espérer une réduction du temps de calcul drastique.

Sur la Figure 5.4a, on trace le temps de calcul (temps CPU) en fonction de la taille des éléments pour les deux méthodes considérées (EF-CIV et PGD-CIV). La même initialisation (une seule grille, RBT), la même régularisation et la même taille de la ROI ($95 \times 180 \times 100$ voxels) ont été utilisés pour les deux méthodes. Lorsque nous raffinons la résolution spatiale, la méthode PGD-CIV implique un coût de calcul très inférieur à la méthode EF-CIV.

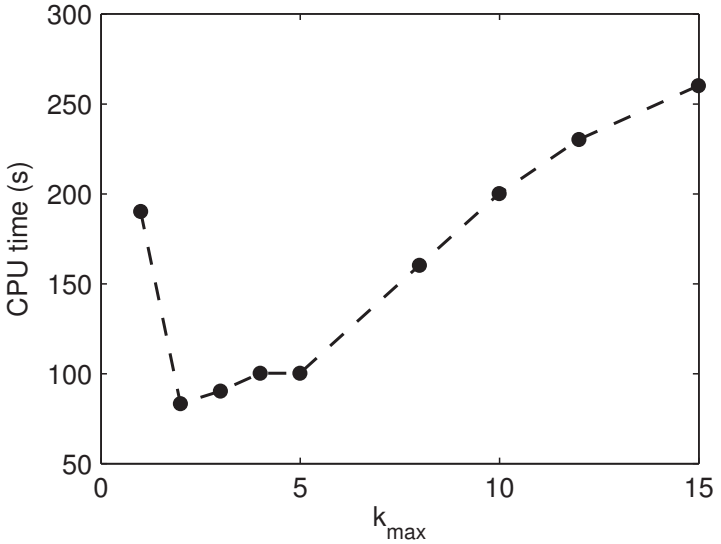
Sur la Figure 5.4b, le temps de calcul de la méthode PGD-CIV est reporté en fonction de k_{max}. Ce paramètre représente le nombre maximum d'itérations de l'algorithme de point fixe (voir Figure 3.7) choisi par l'utilisateur. La même ROI ($95 \times 180 \times 100$ voxels), la même taille des éléments (10 voxels sur chaque direction) et le même critère de convergence pour le problème de corrélation ($\eta_c = 10^{-2}$) ont été utilisés. Nous remarquons que :

- un choix de k_{max} très important entraine des itérations inutiles, impliquant une augmentation non-justifiée du temps de calcul ;
- un choix de k_{max} très faible (par exemple, $k_{max} = 1$) entraine une augmentation du nombre d'itérations du problème de corrélation (m), impliquant aussi un temps de calcul plus important.

Ainsi, nous pouvons constater que peu d'itérations k sont nécessaires pour obtenir la convergence du problème de corrélation avec un temps de calcul optimal. Évidemment, ce nombre sera fonction du problème à résoudre et une connaissance préalable de la valeur de k_{max} n'est pas possible. Cependant, dans les travaux que nous avons effectué, un k_{max} compris entre 3 et 5 semble être un choix optimal.



(a)



(b)

FIGURE 5.4 – *(a)* Temps CPU en fonction de la taille des éléments, pour les deux méthodes, utilisant la même régularisation, initialisation et ROI. Dans ce cas, la méthode PGD-CIV a un coût de calcul considérablement inférieur lorsque la résolution spatiale est très fine. *(b)* Temps CPU en fonction du nombre maximum d'itérations de l'algorithme de point fixe, spécifié par l'utilisateur. Les mêmes ROI, taille des éléments et critère de convergence du problème de corrélation η_c ont été utilisés. Très peu d'itérations k sont nécessaires pour obtenir la convergence du problème de corrélation.

CHAPITRE 6 Discussion et perspectives

Dans cette partie, nous avons présenté une application de la méthode PGD à la détermination de champs de déplacement volumiques (PGD-CIV). L'idée générale consiste à chercher le champ inconnu 3D sous la forme d'un produit de fonctions séparées 1D. Chaque problème est résolu indépendamment à l'aide d'un algorithme de point fixe, réduisant la complexité numérique du problème. Les résultats montrent que très peu d'itérations de cet algorithme et une seule approximation à chaque prédiction linéaire de l'algorithme de Newton-Raphson sont suffisants pour obtenir la convergence du problème de corrélation.

En outre, une stratégie multi-grille PGD a été développée. Elle permet de traiter des maillages définis à divers niveaux dans la décomposition. Associée à la génération des images grossières [Besnard et al., 2006 ; Réthoré et al., 2007], cette méthode apporte une amélioration vis-à-vis de la convergence du problème de corrélation, en évitant en particulier les minimas locaux. Cela est particulièrement pertinent lorsque les déplacement sont importants par rapport aux variations spatiales des niveaux de gris. Cette méthode multi-grille PGD permet une meilleure initialisation du champ de déplacement. Elle peut être combinée avec une méthode de régularisation (ici Tikhonov) afin d'effectuer des mesures avec une résolution spatiale assez fine.

En utilisant des exemples artificiels et réels, on montre que la méthode PGD-CIV fournit les mêmes incertitudes de mesure qu'une approche EF-CIV. Les champs de déplacement mesurés sont très similaires pour les deux méthodes, une fois que l'interpolation couvre le même espace d'approximation. En raffinant la résolution spatiale, l'augmentation du coût de calcul est considérablement moins importante avec la méthode proposée, comparée à une approche EF.

L'utilisation des ROI ayant des tailles très importantes mène à des challenges additionnels associés au coût de calcul. Par exemple, aujourd'hui nous pouvons avoir des images composées de $2000 \times 2000 \times 2000$ voxels qui peuvent impliquer plus de 10^6 DDL associés à des éléments relativement larges, composés de 20 voxels sur chaque direction. Par conséquent, la PGD-CIV représente une méthode efficace et appropriée pour tenter de résoudre le problème de mesure de champs et d'identification des lois constitutives à l'échelle du voxel [Leclerc et al., 2011 ; Florentin and Lubineau, 2010].

Il est important de remarquer que la méthode PGD-CIV réduit la complexité numérique d'un problème qui correspond à la détermination d'une approximation d'un champ de déplacement. Cependant, lors de la mesure utilisant des très grandes images, des ressources informatiques importantes seront nécessaires pour leurs traitement (par exemple lors de l'ouverture, calcul des gradients, enregistrement, etc). Ainsi, le calcul à haute performance (HPC) ressort comme une perspective au travail présenté jusqu'ici. Lié à la réduction du nombre d'inconnues obtenue par une approche PGD, des mesures avec une résolution spatiale très fine pourront être effectuées en utilisant des images ayant des très grandes dimensions. De plus, l'intégration d'une régularisation mécanique à la méthode PGD-CIV peut être aussi envisagée. L'idée serait de développer un algorithme à chaque fois plus robuste et permettant

une mesure fine, sans pour autant pénaliser le choix de la taille de la ROI.

Dans la partie suivante, nous souhaitons mettre à profit ces développements pour la mesure de champs cinématiques à l'échelle micro dans des composites. Deux conditions au succès d'une telle entreprise sont abordés : l'amélioration de la texture et le développement d'une machine *ad-hoc*.

Deuxième partie

Mesures de champs micro dans un composite

Résumé

Le principe de fonctionnement de la tomographie X (utilisée pour l'obtention des images volumiques) est d'abord présenté, ainsi que les principaux artefacts associés et quelques une de ses applications en mécanique expérimentale. Le composite utilisé lors des essais est détaillé, ainsi que la technique d'ajout d'opacifiants permettant d'améliorer la texture. Après une analyse de l'effet de l'opacifiant sur les mesures par CIV, des essais ex-situ *sont réalisés et les résultats discutés. Pour finir, nous présentons les premiers travaux visant à réaliser des essais* in-situ *en utilisant un nouveau dispositif expérimental.*

CHAPITRE 7 De la tomographie X

Depuis quelques années, la tomographie (aussi appelée *tomodensitométrie*) est utilisée pour accéder de façon non-destructive à des informations dans le volume de différents matériaux. Historiquement, la technique a été appliquée pour l'imagerie médicale [Hounsfield, 1973], mais aujourd'hui nous trouvons des domaines d'application variés comme en ingénierie, en biologie et dans l'industrie alimentaire [Shaha et al., 2013 ; Donis-Gonzalez et al., 2014 ; Lim and Barigou, 2004].

Il existe plusieurs types de tomographie, comme la tomographie clinique, industrielle, ou à grande échelle (comme l'ESRF - European Synchrotron Radiation Facility). Malgré leurs différences, comme les dimensions de l'appareil (quelques centaines de mètres pour les grandes échelles et quelques centaines de centimètres pour les industrielles), le type de faisceaux émis par la source (coniques ou parallèles), les mouvements relatifs entre les composants (objet tournant ou source tournante) et les limitations du paramétrage (comme l'énergie maximale des rayons-X, la résolution spatiale minimale des images où la distance entre l'objet et la source), le principe de fonctionnement reste assez similaire. Dans ce qui suit, les caractéristiques fondamentales de la tomographie industrielle à base de faisceaux coniques (utilisée dans ce travail) sont présentées.

7.1 Principe de fonctionnement

Sur le plan du principe, la tomographie utilise une série de radiographies X de l'objet associée à différentes positions angulaires pour reconstruire l'image volumique de l'objet (voir Figure 7.1). Plus précisément, l'objet est traversé par des faisceaux de rayons-X d'une intensité I_o. Ces faisceaux sont générés dans un tube de rayons-X, contenant classiquement une cathode pour émettre des électrons, d'une anode pour accélérer des électrons, d'une électrode qui permet de contrôler l'intensité et la convergence des faisceaux des électrons, et des lentilles magnétiques pour focaliser les faisceaux sur une cible (par exemple en tungstène, en molybdène ou en cuivre). Lorsque les électrons atteignent la cible, ils sont subitement ralentis générant de la chaleur et des rayons-X [Kruth et al., 2011]. Cette interaction entre faisceaux et cible influence l'intensité (quantité de radiation émise) ainsi que la qualité (pouvoir de pénétration) des rayons-X.

Pour chaque position angulaire θ de l'objet, nous obtenons une projection radiographique $P(r, \theta)$. Le contraste du cliché obtenu dépendra de l'intensité I des rayons-X arrivés sur un détecteur (usuellement sur un détecteur à scintillation, chargé de convertir les rayons-X en lumière visible). Cette intensité dépendra du coefficient d'atténuation (μ) des matériaux à l'intérieur de l'objet et aussi de l'épaisseur (x), suivant la loi de Beer-Lambert :

$$I = I_o \times e^{-\mu x} \tag{7.1}$$

Avec $\mu \approx \frac{\rho Z^4}{AE^3}$, ρ étant la densité du matériau (kg/m^3), Z son nombre atomique, A sa masse atomique et E l'énergie des rayons X (KeV). Ce coefficient est représenté sur la Figure 7.2 pour des différents minéraux [Ketcham and Carlson, 2001]). Un objet homogène

à l'échelle de la résolution des images fournira surement des clichés pauvres en contraste. Les projections $P(r, \theta)$ sont utilisées pour reconstruire de manière inverse l'image volumique $f(x, y, z)$ (par exemple à l'aide de la *transformée de Radon*). La reconstruction étant un problème mathématique mal-posé, nous pouvons déduire que :

- Il n'existe pas de solution unique. La tomographie permet d'obtenir une *approximation* de la structure volumique de l'objet, et la collection d'un nombre plus important de projections sera avantageux pour une meilleure approximation.
- Des bruits présents sur les projections (par exemple dû à des variations sur l'intensité de la source ou des calibrations incorrectes du détecteur) auront un effet important lors de la reconstruction volumique de l'image.

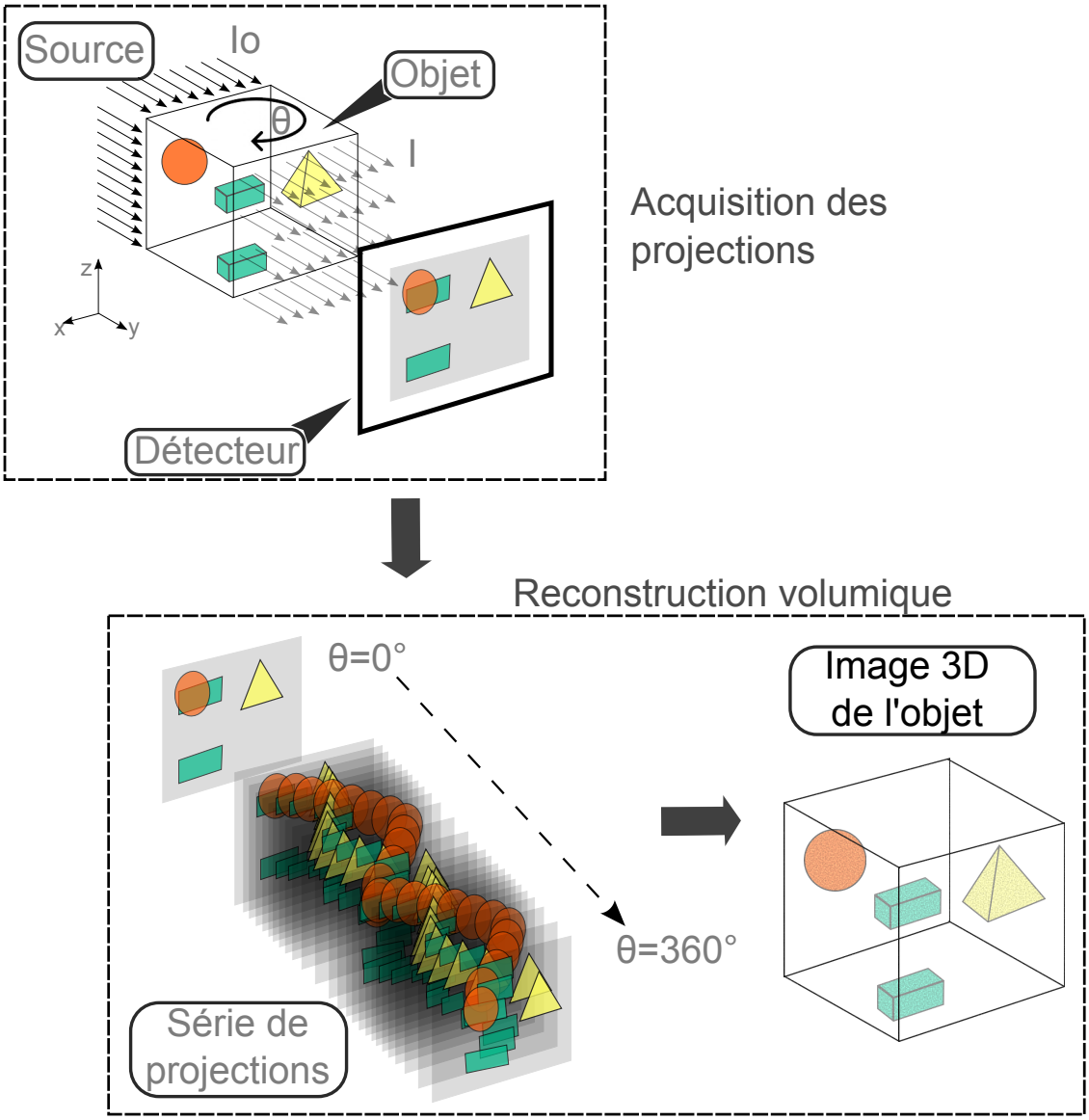


FIGURE 7.1 – Représentation de la tomographie X. Des rayons-X traversent l'objet et une série de radiographies associées à plusieurs angles sont utilisées pour reconstruire l'image volumique de l'objet.

Il est important de remarquer qu'une tension plus importante aux bornes de la source entrainera un pouvoir de pénétration plus important des rayons-X. L'intensité de la radiation, quant à elle, est contrôlée par le courant de la source (correspondant au taux d'électrons cir-

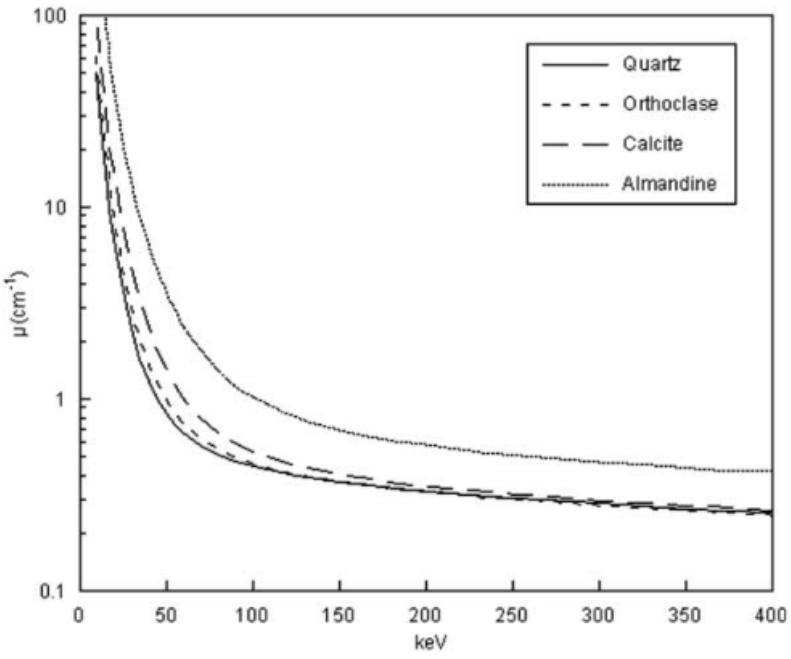


FIGURE 7.2 – Le coefficient d'atténuation μ de quatre minéraux différents en fonction de l'énergie des rayons-X (kilo-électron volt, KeV) [Ketcham and Carlson, 2001].

culant sur les filaments). Le choix de tels paramètres est une tâche assez difficile, devant être optimisé en fonction de la géométrie et densité du matériau scanné [Aswan Kumar et al., 2011 ; Kruth et al., 2011]. La précision et la résolution spatiale des images (typiquement pouvant atteindre $\approx 1\mu m/voxel$) dépendra du nombre et du type de détecteur (ainsi que du nombre/taille des pixels correspondants), de la distance entre l'objet et la source (des résolutions plus petites peuvent être atteintes en réduisant cette distance), mais aussi des artefacts présents et de l'algorithme de reconstruction utilisé [Kruth et al., 2011].

Remarque : des systèmes optiques de focalisation des rayons X peuvent être utilisés afin de raffiner la résolution spatiale des images obtenues. Ceci est le cas des systèmes de miroirs Kirkpatrick-Baez [Mokso et al., 2007 ; Requena et al., 2009] ou des systèmes de condensation capillaires (*UltraXRM X-ray tomography*) [Patterson et al., 2014].

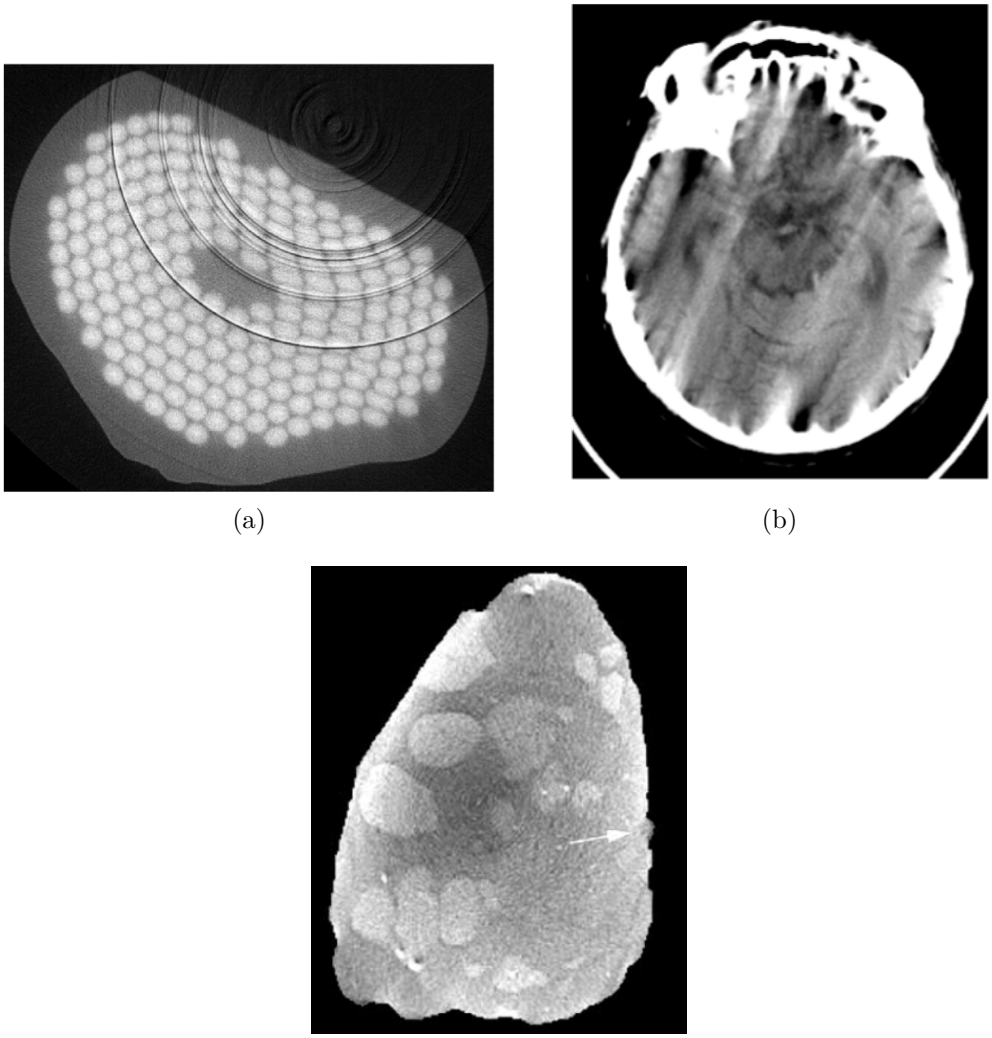
7.2 Artefacts

Des effets parasites peuvent apparaître lors des scans. Ils peuvent être associés à la source de rayons X, au détecteur ou encore à une mauvaise installation de l'objet [Barrett and Keat, 2004 ; Boas and Fleischmann, 2012]. Les principaux artefacts sont listés ci après :

- **Ring artefact :** il est lié à une mauvaise calibration du détecteur et/ou à la présence d'éléments défectueux comme des "pixels défaillants" (menant à une mauvaise détection du niveau de gris correspondant) [Boin and Haibel, 2006]. Ces artefacts se manifestent sous la forme d'anneaux concentriques qui apparaissent sur les images. Ils sont très visibles sur la Figure 7.3a. Ces artefacts peuvent être minimisés, dans certains cas, par des techniques de filtrage par le post-traitement des images ou par le traitement des sinogrammes issues de la transformée de Radon.

- **Mouvement de l'objet :** cet artefact est lié à une erreur d'installation de l'objet à l'intérieur du tomographe. L'objet doit être rigidement lié à la platine de rotation pour assurer une rotation correcte lors de l'acquisition des projections. Si des mouvement relatifs importants sont présents entre l'objet et la table, ceci entrainera une série de projections incohérente et par conséquent des artefacts parasites seront présents sur les images (voir Figure 7.3b).
- **Beam hardening :** il est lié à une augmentation de l'énergie moyenne des rayons-X passant à travers l'objet et arrivant au détecteur. Plus précisément, les faisceaux envoyés par la source sont composés de rayons-X en basse-énergie et en haute-énergie. Les rayons en basse énergie sont plus facilement absorbés par les matériaux, faisant augmenter l'énergie moyenne du flux en s'approchant du centre de l'objet [Patton and Turkington, 2008 ; Ketcham and Carlson, 2001]. Par conséquent, une plus grande absorption pourra être observée aux bords de l'objet (voir Figure 7.3c), et des bandes noires peuvent apparaitre entre les objets ayant une haute densité. L'utilisation d'une source plus puissante peut éviter ce problème, ainsi que l'utilisation de filtres d'atténuation en cuivre ou aluminium, par exemple.

La présence de tels artefacts peuvent mener à des mauvaises interprétations concernant la structure du matériau. Contrôler et éviter ces artefacts représente donc une procédure importante afin d'obtenir des images plus représentatives de l'objet.



(a) (b)

(c)

FIGURE 7.3 – Coupes 2D montrant quelques artefacts qui peuvent être présents en tomographie dans les volumes reconstruits. *a)* Les anneaux concentriques connus comme "ring artefacts", extrait de [Boin and Haibel, 2006]. *b)* Image floue due à des mouvements de l'objet pendant le scan [Boas and Fleischmann, 2012]. *c)* L'artefact "beam hardening", où nous voyons les bords de l'objet plus clairs [Ketcham and Carlson, 2001].

7.3 Applications en mécanique expérimentale

Aujourd'hui, un nombre important de laboratoires possèdent un tomographe et il est fort possible que dans quelques années ce soit un moyen très commun dans de la recherche scientifique et industrielle. Ceci est dû au fait qu'une gamme très vaste de matériaux peuvent être utilisés pour plusieurs types d'applications, comme du contrôle dimensionnel, du contrôle non-destructif, de l'analyse du comportement mécanique ou de la morphologie structurelle.

Il existe, par exemple, bon nombre d'applications dans le domaine des matériaux métalliques. Nous pouvons citer l'observation de la fracture de barres en aciers [Shobu et al., 2009 ; Toda et al., 2012] ou du frittage de la poudre métallique (cuivre et acier) [Lame et al., 2004]. D'autres applications consistent à analyser la micro-structure d'alliages d'aluminium [Rashed et al., 2011], des métaux multiphasés [Requena et al., 2009] ou des alliages

aluminium-cuivre [Patterson et al., 2014]. Dans [Lachambre et al., 2014], la tomographie est combinée avec la corrélation d'images volumiques afin d'extraire les facteurs d'intensité de contraintes (SIF) d'une fonte sphéroïdale à partir d'essais *in-situ*.

En ce qui concerne les matériaux poreux, certaines de leurs propriétés comme la résistance mécanique et la conductivité thermique/électrique sont étroitement liés à leur morphologie. Ainsi, le taux de porosité, les dimensions des cellules et leur architecture/connectivité sont quelques une des caractéristiques nécessaires à l'analyse de leur comportement. Dans [Maire et al., 2007], la morphologie de différents types de céramiques cellulaires (notamment de la cordiérite en nid d'abeilles, de la mousse d'aluminium et du polymère pré-céramique) ont été analysées quantitativement. Grâce à une représentation fidèle de la micro-structure poreuse issue de la tomographie, des paramètres géométriques sont déterminés dans [Haussener et al., 2009] afin de calculer numériquement les propriétés de transfert de masse et de chaleur d'une céramique poreuse SiCSiC. D'autres matériaux comme des roches [Yun et al., 2013], de l'os [Vale et al., 2013 ; Gillard et al., 2014], du bois [Forsberg et al., 2008] et plusieurs types de mousses [Lachambre et al., 2013 ; Miedzinska et al., 2012 ; Betts et al., 2014] ont été analysés *à cœur* grâce à la techniques de tomographie.

⇒ **Matériaux composites et tomographie :** les matériaux composites font également l'objet d'un nombre important de travaux. La plupart de ces travaux concernent la détection de défauts ou le suivi de l'endommagement [Buffière et al., 1999 ; Mummery et al., 1995]. Le champ de déplacement volumique macroscopique d'un composite stratifié soumis à flexion est déterminé combinant CIV et tomographie dans [Brault et al., 2013]. L'état santé de pièces composites carbone/époxy après perçage est analysé dans [Pejryd et al., 2014]. Certains travaux s'intéressent à l'analyse micro-meso des structures composites [Requena et al., 2009 ; Desplentere et al., 2005]. Un modèle 3D d'un composite textile pour la simulation à l'échelle mesoscopique a été crée à partir des images volumiques dans [Naouar et al., 2014]. Les auteurs de [Lecomte-Grosbras et al., 2014] étudient les effets de bord sur un composite stratifié en combinant tomographie, CIN et CIV. L'endommagement de composites fibre de verre ou carbone / époxy sont analysés dans [Fidan et al., 2012 ; Bull et al., 2014]. Dans [Chateau et al., 2011 ; Caty et al., 2014], des composites à matrice auto-cicatrisante (*self-healing composites*) en matrice céramique sont analysés et les résultats sont utilisés pour la validation des modèles cinématiques d'oxydation. Par contre, on trouve assez peu de travaux sur la mesure de champs de déplacements volumiques dans les composites structuraux. On peut toutefois citer les travaux de [Lecomte-Grosbras et al., 2014] et de [Brault et al., 2013].

Pour les matériaux composites structuraux, il est important de souligner le challenge que constitue l'utilisation de la tomographie pour la mesure de champs de déplacement volumiques par CIV dans ce type de matériaux. Premièrement, du fait des restrictions physiques et intrinsèques du tomographe, des essais *in-situ* peuvent nécessiter la conception et fabrication de dispositifs expérimentaux complexes, qui doivent par exemple assurer le maintien d'une sollicitation mécanique lors de l'acquisition des images et en même temps ne pas perturber le passage du flux des rayons X à travers l'objet. De plus, les images obtenues ayant couramment une résolution spatiale de quelques μm/voxel, la micro-structure du composite sera définie à l'échelle des voxels. Enfin, les contrastes de densité entre les constituants conduit (surtout dans le cas des carbone/époxy) à de faibles contrastes [Djukic et al., 2009]. Par conséquent, dans certains cas, nous pouvons avoir des mouchetis volumiques qui ne sont pas adaptés à la mesure par corrélation d'images, présentant très peu de gradient et/ou une forte anisotropie (par exemple texture pauvre selon la direction des fibres).

Par la suite, nous nous proposons d'utiliser la tomographie et la mesure de champs de

déplacement par CIV pour analyser le comportement mécanique à l'échelle *microscopique* d'un matériaux composite en fibre de verre et résine époxy, soumis à la traction. Afin de créer une meilleure texture à l'intérieur du composite, une technique de rajout d'opacifiants est adoptée et son effet sur les mesures par corrélation d'images est étudié.

7.4 Présentation du tomographe utilisé

Le tomographe utilisé dans ce travail est situé au Centre Inter-universitaire de Recherche et d'Ingénierie des Matériaux (CIRIMAT), à Toulouse, et a été acquis dans le cadre de la Fédération de Recherche FERMAT (Fluides, Energie, Réacteurs, Matériaux et Transferts). Il s'agit du modèle Phoenix Nanotom ®S fabriqué par General Electric (GE) et conçu pour les applications industrielles et scientifiques. Ses dimensions physiques sont de 1630x1432x740 mm^3, ce qui le rend pratique pour son utilisation en laboratoires de recherche mais qu'en contrepartie limitent la hauteur et la masse maximale des objets à l'intérieur (330mm et 2kg, respectivement). Il permet une résolution maximale des images de $0.5\mu m/voxel$ (suivant les dimensions de l'objet) et une tension maximale de la source de $180kV$. Le détecteur est un HCD 12bit/16bit, composé de 2300x2300 pixels, avec la taille des pixels correspondante de 50 μm. La reconstruction du volume à partir des radiographies est réalisée par le logiciel *Phoenix datos|x* basé sur un algorithme de *back-projection*, plus stable face aux bruits dans les données. Des images du tomographe ainsi que quelques uns de ces composants sont visualisés sur la Figure 7.4.

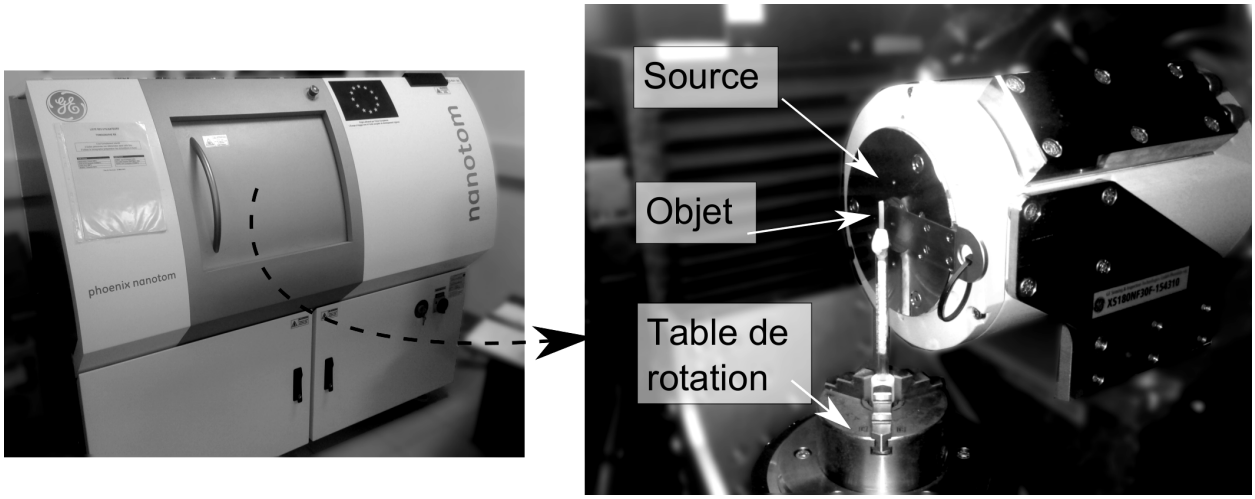


FIGURE 7.4 – Le tomographe Phoenix Nanotom de la Fédération FERMAT, et quelques uns des principaux composants (notamment la source, l'objet et la platine de rotation). Le détecteur est placé à gauche de la platine de rotation (pas visible sur l'image).

CHAPITRE 8 Etude de cas

8.1 Contexte et matériau étudié

Historiquement, le groupe *Matériaux et Structures Composites* de l'Institut Clément Ader a analysé le comportement mécanique d'un composite utilisé par l'IFREMER (institut français de recherche pour l'exploitation de la mer) pour des recherches en eaux profondes [Crouzeix et al., 2009]. Il s'agit d'un cylindre en composite thermodurcissable réalisé par enroulement filamentaire à partir de fibre de verre type E et d'une résine époxy LY HY 5052. L'orientation des fibres est de $\pm 55^o$. Une représentation du cylindre étudié est proposé sur la Figure 8.1a.

Remarque : des tuyaux en composite sont très utilisés pour les applications sous eau (par exemple dans l'industrie du pétrole et du gaz) du fait de leur faible coût de fabrication et à leur résistance à la corrosion, améliorant la sécurité et réduisant le cout du cycle de vie. Par exemple, des tuyaux en acier sont considérablement corrodés après deux ou trois ans de service, tandis que ceux en composite peuvent durer facilement plus de 25 ans [Black, 2003].

Initialement, l'analyse visait à étudier l'effet des enroulements sur le comportement mécanique des éprouvettes cylindriques sous pression externe [Hernandez-Moreno et al., 2008]. La reproduction des conditions réelles en laboratoire demande des moyens spécifiques (comme des chambres hyperbares, voir Figure 8.1b). Ceci augmente le coût et le temps de l'étude. Dans [Crouzeix et al., 2009], la stéréo corrélation d'images et la méthode EGM (*equilibrium gap method*) ont été utilisées afin d'identifier les paramètres du modèle mécanique orthotrope (Figure 8.1c). Dans un second temps, afin de simplifier l'approche expérimentale, des éprouvettes plates représentatives ont été fabriquées et le comportement structurel de cellules (motifs générés par le croisement de fibres lors du processus d'enroulement filamentaire) ont pu être analysés dans [Arellano et al., 2010] (voir Figure 8.1d).

D'après les travaux de [Arellano et al., 2010], la rupture interfaciale a été identifiée comme le mécanisme principal de rupture des éprouvettes plates du composite. Une analyse microscopique *post-mortem* par MEB (microscopie électronique à balayage) a mis en évidence l'arrachement des fibres et la rupture matricielle. Cependant, les effets de la micro-structure du matériau sur ces mécanismes n'ont pas encore été analysés. Par exemple, la présence de porosités, le taux des fibres et les régions riches en résines peuvent avoir un effet direct sur le comportement mécanique. De plus, il est intéressant d'identifier des régions qui présentent des concentrations de déformations lors des essais afin de mieux étudier de tels mécanismes.

Une analyse plus approfondie de la réponse mécanique à l'échelle microscopique du composite lors des essais pourrait fournir des informations essentielles pour une meilleure compréhension de son comportement. On pourrait imaginer d'identifier les paramètres et valider des modèles définis à telle échelle, voire développer des modèles utilisant des informations issues de différentes échelles (pour aller vers des modèles multi-échelles).

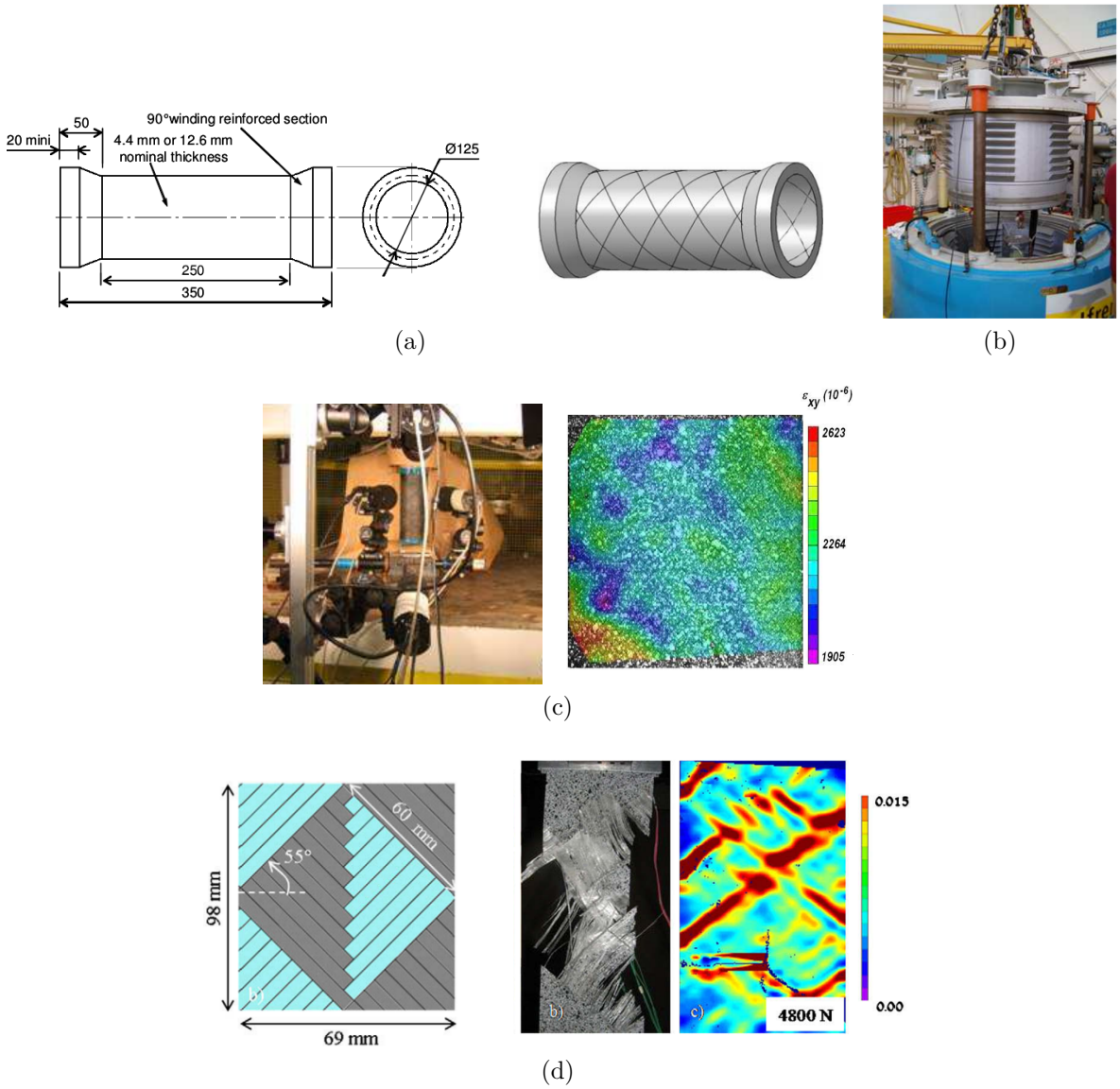


FIGURE 8.1 – *a)* Représentation et dimensions du cylindre étudié dans [Hernandez-Moreno et al., 2008]. *b)* Chambre hyperbare utilisé lors des essais dans [Hernandez-Moreno et al., 2008]. *c)* Système expérimental de suivi par stéréo corrélation d'images et champ de déplacement mesuré associé à la torsion [Crouzeix et al., 2009]. *d)* Représentation d'une cellule de l'éprouvette plate et le champ de déformation surfacique associé à un essai de traction obtenu par corrélation d'images [Arellano et al., 2010]

8.2 Micro-structure

Dans ce travail, nous nous intéressons à la mesure de champs volumiques par CIV à l'échelle des constituants (tels que les fibres qui font environ $18\mu m$ de diamètre). L'idée générale ici est d'avoir à disposition les outils *numériques* et *expérimentaux* capables de fournir une grande quantité d'informations pour l'étude du comportement mécanique des matériaux à l'échelle microscopique.

Lorsque nous nous intéressons à des mesures à l'échelle microscopique sur le composite présenté, nous sommes confrontés à une difficulté associée au type de texture présent. Sur la

Figure 8.2, une coupe 2D dans le plan XY (plan perpendiculaire à la direction longitudinale) d'une éprouvette, obtenue par tomographie, est présentée. La résolution de l'image est de 2μm/voxel, et nous pouvons distinguer les fibres, la résine et les porosités. Deux difficultés majeures sont identifiées :

- **Manque de texture dans la résine :** malgré le réseau créé par la présence des fibres dans certaines régions, nous notons d'autre part des régions riches en résine ou l'absence de texture est évidente. A une telle échelle d'étude, une grande partie des images volumiques manqueront de texture ;
- **Texture fortement anisotrope :** selon la direction longitudinale des fibres, le gradient des niveaux de gris est très faible une fois que nous avons une homogénéité des constituants. Cela est naturellement rédhibitoire pour les mesures par CIV à l'échelle de la fibre.

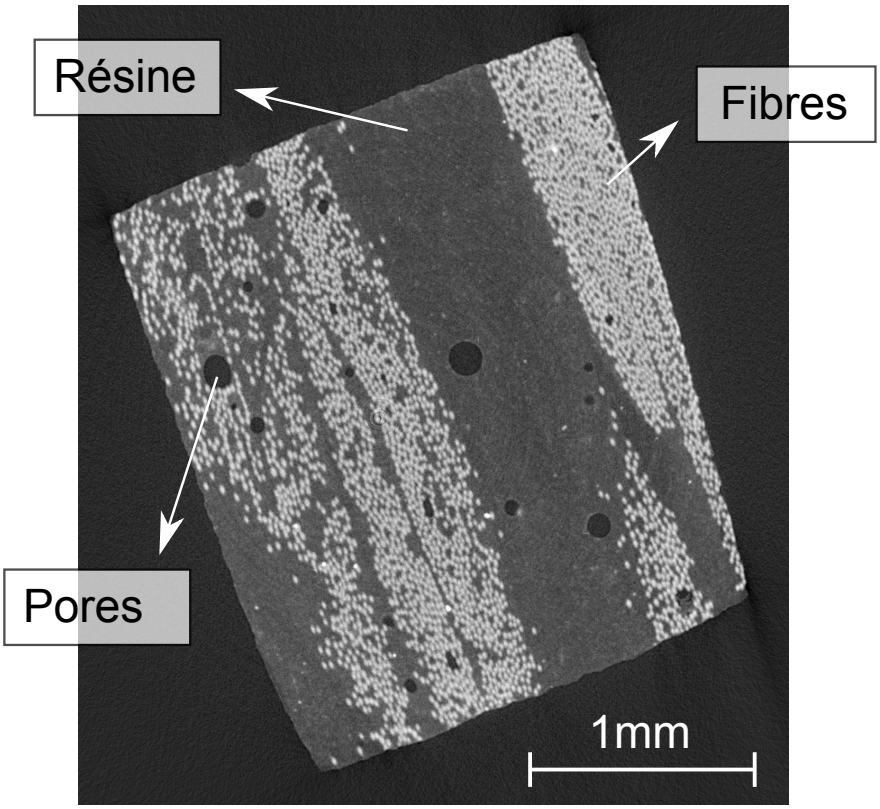


FIGURE 8.2 – Coupe 2D d'une image volumique (obtenue par tomographie) du composite étudié. Nous remarquons des régions riches en résine caractérisées par l'absence de texture.

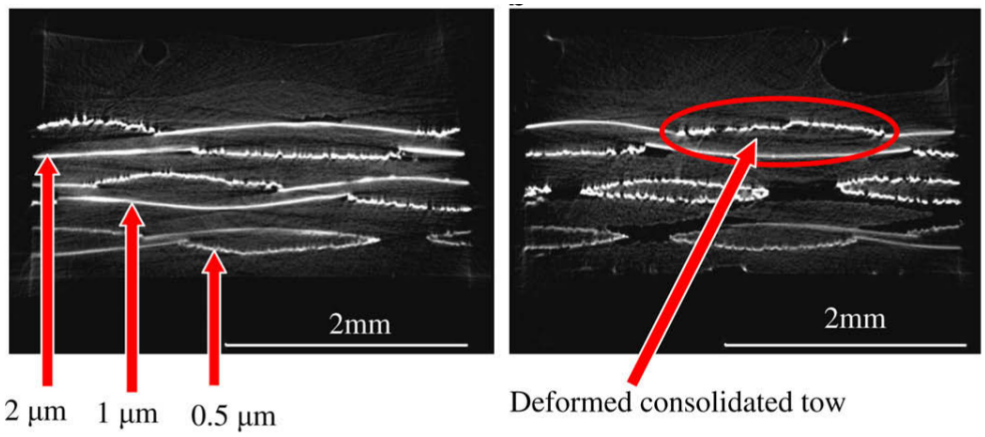
Ces deux points entraineront au mieux des incertitudes de mesure élevées, voire condamneront les mesures par corrélation d'images. Pour remédier ces observations, nous envisageons d'utiliser une méthode d'amélioration de contraste par l'ajout de substances opacifiantes.

8.3 Du rajout d'opacifiants

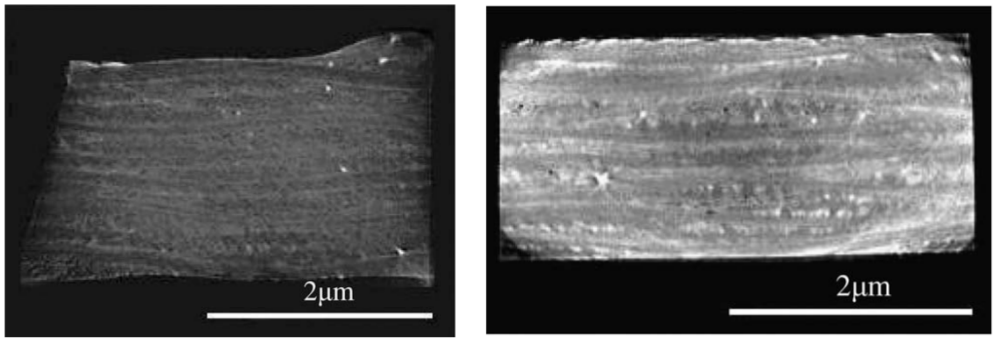
Le problème de manque de texture identifié lors de l'observation de la micro-structure 3D de composites a déjà été adressé dans [Djukic et al., 2009]. Dans ce travail, des substances *opacifiantes* sont rajoutées lors de la fabrication du composite. Grâce à la différence de coefficient d'atténuation entre les particules de l'opacifiant et les constituants du composite,

le contraste est plus évident sur les images obtenues par tomographie et par conséquent la visualisation de l'architecture micro-structurelle est plus pratique. Plusieurs techniques ont été analysés, comme le rajout de couches d'or, de cuivre ou d'iodine (Figure 8.3a) ou encore l'utilisation de particules de sulfate de baryum ($BaSO_4$) ou d'oxyde d'aluminium (AlO) mixés à la résine (Figure 8.3b). D'après les observations présentés sur [Djukic et al., 2009], quelques conclusions sont retenues :

- le revêtement de plis avec de l'or, du cuivre ou de l'iodine ont permis une meilleure visualisation de l'architecture du composite. En contrepartie, leur rajout a entrainé une augmentation du taux de porosités ;
- le rajout de sulfate de baryum ou d'oxyde d'aluminium a permis une dispersion uniforme de l'opacifiant à l'intérieur de la résine. Nous pouvons voir sur la Figure 8.3b que les particules contribuent à créer une sorte de mouchetis dans la résine.



(a)



(b)

FIGURE 8.3 – Images extraites de [Djukic et al., 2009]. *a)* Amélioration du contraste entre les plis par rajout de plis en cuivre ; et *b)* résultats lors du rajout d'oxyde d'aluminium (à gauche) et de sulfate de baryum (à droite) à l'intérieur de la résine.

Dans notre cas, nous envisageons d'utiliser de l'iodine et du sulfate de baryum pour comparer les résultats. Cependant, lors du processus de fabrication, les particules d'iodine se sont agglomérées les unes aux autres une fois mixées à la résine, menant à une dispersion très pauvre à l'intérieur. Les particules de sulfate de baryum, quant à elles, n'ont pas présenté les mêmes difficultés. Cependant, une importante sédimentation des particules a été observée à l'intérieur du bac de résine à la fin du processus de fabrication, indiquant que le taux volumique réel des particules sera notablement inférieur au taux initial ($\approx 5\%$). Une caractéristique importante de cette substance est sa non-toxicité et le fait qu'elle soit inerte,

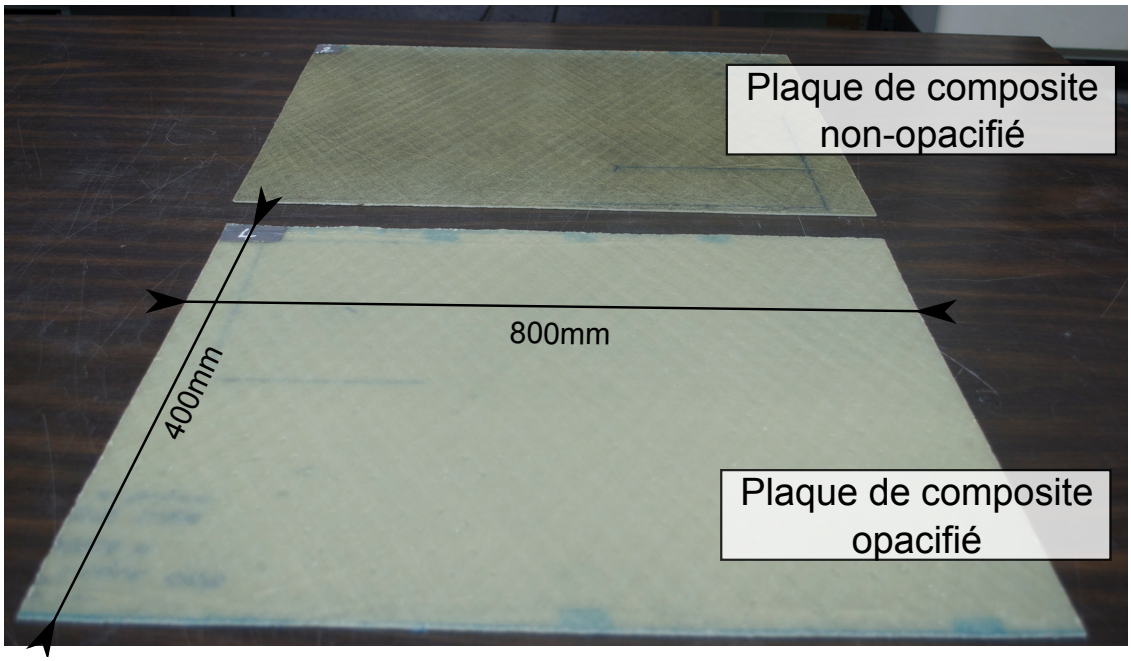
idéale à manipuler lors de la fabrication des éprouvettes. Le coefficient d'atténuation des particules étant plus important par rapport à celui des fibres de verre ou de la résine, nous nous assurons qu'un contraste aléatoire pourra ainsi être créé au cœur du composite.

Remarque : la couleur blanche, l'importante densité et l'aspect non-toxique du sulfate de baryum donne à cette substance des applications variées. Elle est utilisée par exemple pour augmenter la densité de l'huile de puits de pétrole, comme pigment pour les encres ou pour augmenter la luminance de papiers de photographie ou d'impression. En ce qui concerne l'aspect agent opacifiant, il est utilisé pour des examens d'imagerie médicale par rayons-X où son ingestion permet l'évaluation de la morphologie des voies digestives du patient.

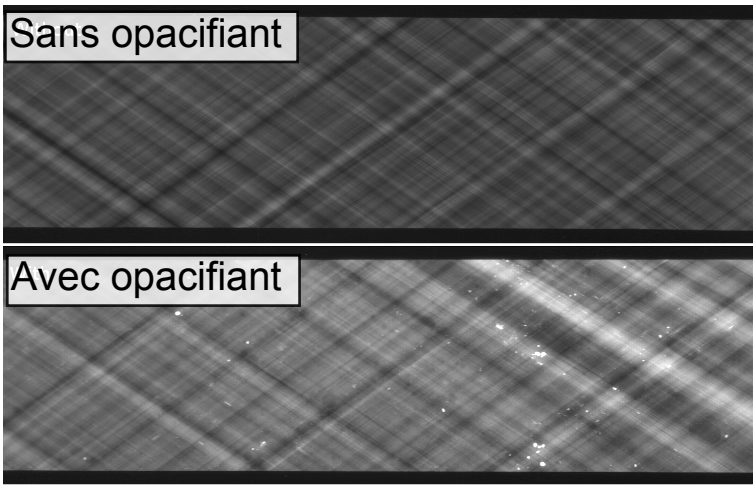
Il est important de remarquer que, lors de la fabrication du composite opacifié, les particules doivent être dispersées dans toute la résine, afin d'éviter une concentration dans des zones spécifiques. Ceci évitera la présence de régions pauvres en texture et aura un effet direct sur les performances des mesures par corrélation d'images. Ainsi, deux points principaux doivent être étudiés :

- **Fabrication et caractérisation mécanique :** le processus de fabrication pourra avoir un effet sur la bonne dispersion de l'opacifiant. De plus, l'effet sur le comportement mécanique macroscopique doit être analysé (ainsi que d'autres propriétés comme la conductivité thermique, électrique, etc), afin de s'assurer que l'opacifiant ne modifie pas de façon significative les propriétés du composite (ce qui est inopportun dans un contexte d'identification de paramètres) ;
- **Effets sur la corrélation d'images :** une quantification *a priori* de l'influence sur les mesures par corrélation d'images, ainsi qu'une analyse des caractéristiques du mouchetis, doivent être menés afin de valider l'utilisation d'un tel opacifiant.

Le premier point a été le sujet d'étude du stage de Yuen Shue Loo : *Caractérisation du matériau composite verre/époxy : effets de l'ajout d'un opacifiant.* Deux différents processus de fabrication ont été utilisés pour fabriquer des plaques du composite opacifié : RTM (*resin transfer moulding*) et l'enroulement filamentaire. Suite à une analyse par radiographie X, les plaques fabriquées par RTM présentaient une très mauvaise répartition des particules de l'opacifiant. Inversement, les plaques obtenues par enroulement filamentaire montrent une répartition homogène. Celles-ci ont une surface de $400x800mm^2$, et une épaisseur d'environ $2mm$ (voir Figure 8.4a). Comme indiqué, le taux volumique d'opacifiant présent dans la plaque vaut moins de 5%. Sur la Figure 8.4b les clichés radiographiques d'éprouvettes découpées des plaques sont présentés. Les clichés confirment la distribution aléatoire des particules dans la plaque opacifiée. Il est important de remarquer que l'épaisseur des plaques n'est pas constante. Par conséquent, lors de l'analyse du comportement mécanique, des résultats très dispersés ont été obtenus empêchant une conclusion définitive sur l'effet du rajout de l'opacifiant. Il semble cependant qu'un ajout (ici inférieur à 5%) n'influence pas de manière significative les propriétés macro. Des essais supplémentaires doivent toutefois être encore menés pour valider cette hypothèse.



(a)



(b)

FIGURE 8.4 – *a)* Les deux plaques de composite (avec et sans opacifiant) fabriquées par le processus d'enroulement filamantaire. *b)* Radiographies de deux éprouvettes provenant des deux plaques précédentes (avec et sans opacifiant).

8.4 Effet de l'opacifiant sur la CIV

Nous nous intéressons maintenant à l'analyse de l'influence de l'ajout d'opacifiant sur la mesure de champs par CIV. Il s'agit de voir en quoi ce rajout peut ou non améliorer la qualité des mesures. Tout d'abord, nous effectuons une analyse de sensibilité 2D à une échelle macroscopique. L'idée est d'avoir deux éprouvettes comparables (en ce qui concerne le taux volumique des fibres et donc le mouchetis créé par celles-ci) afin que l'analyse entre une éprouvette opacifiée et non-opacifiée soit objective. Ceci devient plus complexe lorsque nous utilisons des images obtenues par tomographie, représentant un faible volume de l'objet et faisant ressortir toute la complexité de la micro-structure, liée à des distributions quasi aléatoires des constituants. De plus, nous pouvons avoir des artefacts divers sur chaque

image, menant à des effets variés sur les analyses.

8.4.1 Analyse 2D d'incertitudes

Nous utilisons les radiographies des éprouvettes opacifiées et non-opacifiées (voir Figure 8.4b) pour effectuer une analyse 2D de sensibilité vis-à-vis de l'interpolation (détaillée sur Chapitre 3). Sur les Figures 8.5a-b les histogrammes des niveaux de gris associés aux deux images sont présentés. La moyenne et l'écart type des niveaux de gris de l'image du composite sans opacifiant valent ≈ 71 et ≈ 10 niveaux de gris, respectivement. En ce qui concerne l'image du composite avec opacifiant, les valeurs sont ≈ 122 et ≈ 27 niveaux de gris, respectivement. Sur la Figure 8.5, nous avons les résultats de l'analyse de sensibilité à l'interpolation sous-pixels. Les erreurs systématiques (δu) sont de l'ordre de 10^{-4} et ne sont pas représentés ici. Nous remarquons que l'incertitude de mesure associée à l'image avec opacifiant est considérablement inférieure par rapport à celle sans opacifiant.

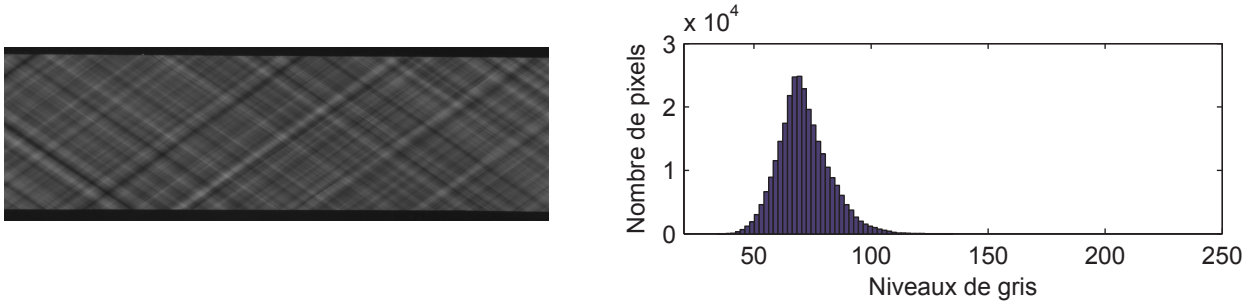
Il est important de souligner que cette analyse est très favorable pour l'ajout d'opacifiant puisqu'avec une seule radiographie nous intégrons tous les opacifiants présents dans l'épaisseur de l'éprouvette. Cette analyse rapide nous a simplement confortés pour aller plus loin. Elle n'est toutefois pas suffisante pour prouver l'intérêt de l'ajout d'opacifiant lors des mesures volumiques. Dans la suite, nous effectuons une analyse avec des images volumiques obtenues par tomographie, permettant ainsi une analyse plus efficace et réaliste compte tenu de l'objectif de ce travail.

8.4.2 Analyse 3D d'incertitudes

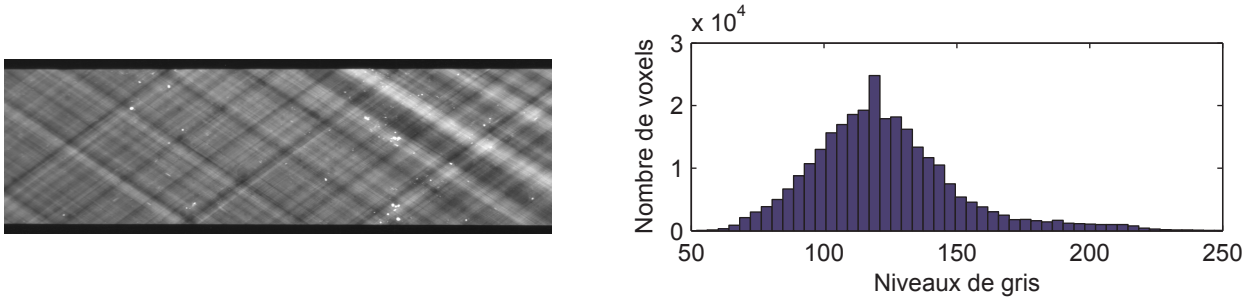
Sur la Figure 8.6, des coupes dans le plan XY (obtenues par tomographie) des composites sans (Figure 8.6a) et avec opacifiant (Figure 8.6b) sont présentées. Nous remarquons clairement que dans le cas opacifié nous avons un taux de fibres inférieur par rapport au cas non-opacifiée. Des analyses d'incertitude avec telles régions ne serait pas objectives, sachant que le mouchetis provient principalement du réseau créé par les fibres. Cette différence est expliquée par :

- la difficulté de choisir par une simple observation, à partir des plaques du composite (voir Figure 8.4a), des régions ayant à peu près le même taux de fibres (sachant que, pour la tomographie, il nous faut des éprouvettes ayant une section transversale assez petite pour minimiser la distance objet/source) ;
- la différence entre la résolution spatiale des images. L'image sans opacifiant présente une résolution de $3\mu m/voxel$. L'image du composite avec opacifiant à cette résolution dont nous disposions présentait des problèmes de saturation, liés à un mauvais choix des paramètres lors de l'acquisition des images par tomographie. En effet, sélectionner la puissance des rayons-X et le seuil des niveaux de gris adéquats lorsque plusieurs matériaux sont comparés s'avèrent des procédures assez difficiles, comme rappelé dans [Kruth et al., 2011]. Par conséquent, pour ce travail, nous avons choisi d'utiliser une image du composite avec opacifiant obtenue à une résolution de $2\mu m/voxel$ mais qui, en contrepartie, ne présente pas de problèmes de saturation.

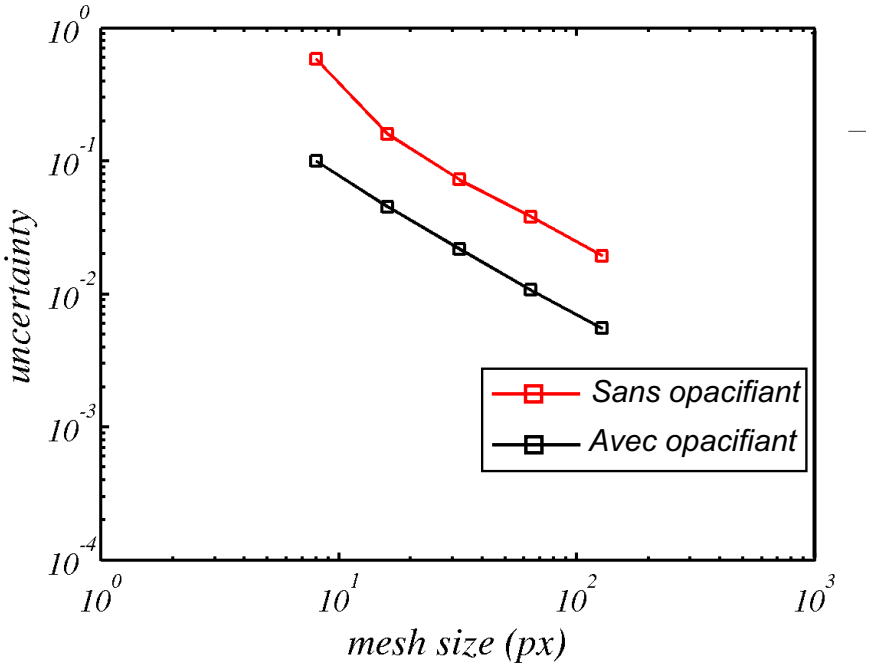
Ainsi, afin de déterminer deux régions ayant environ le même taux de fibres, nous avons développé un algorithme permettant de scanner les images et de trouver des ROI ayant environ le même taux de fibre. Le travail s'appuie sur un seuillage des niveaux de gris. On remarquera au passage la difficulté que représente cette quantification. Dans certaines régions, des particules d'opacifiant (principalement aux bords de celles-ci) peuvent en effet être



(a)



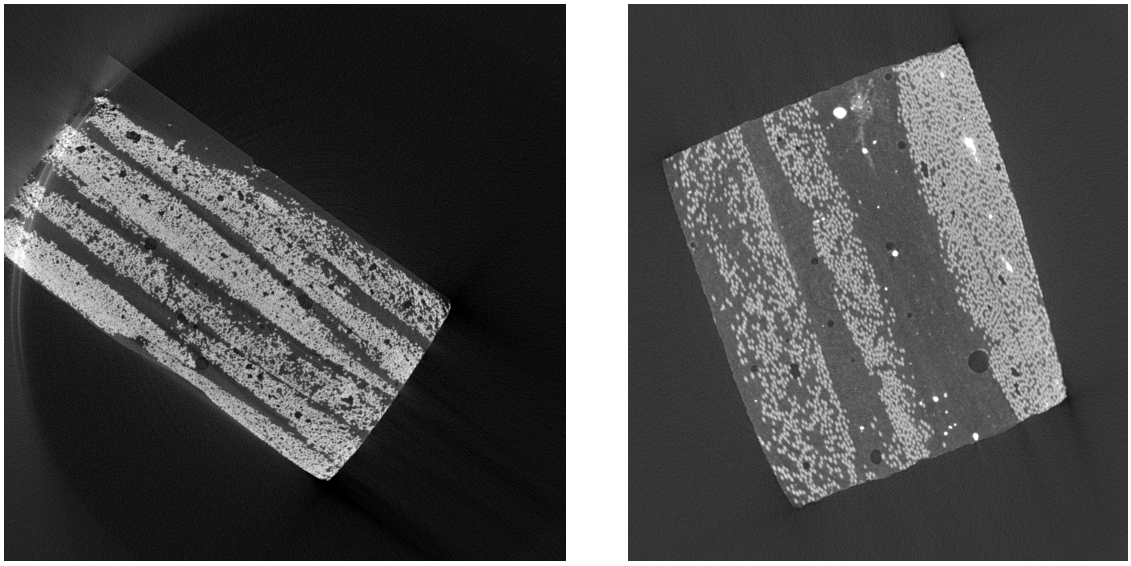
(b)



(c)

FIGURE 8.5 – *a)* et *b)* Histogramme des niveaux de gris de la radiographie des éprouvettes du composite sans et avec opacifiant, respectivement (les clichés ont été obtenus en suivant la même procédure). *c)* Analyse de sensibilité relative à l'interpolation sub-pixel.

considérés comme des fibres (même niveau de gris), comme illustré sur la Figure 8.7. Il en résulte un algorithme approximatif de seuillage. Par conséquent, dans le cas du composite opacifié, nous pouvons attendre un taux de fibre réel inférieur à celui obtenu par cette méthode.



(a) (b)

FIGURE 8.6 – *a)* Coupe dans le plan XY de l'image volumique du composite sans opacifiant. *b)* Coupe dans le plan XY de l'image volumique du composite avec opacifiant. Nous remarquons que sur l'image *a)* le taux de fibre est plus important que sur *b)*.

Remarque : une perspective pour ce travail serait d'utiliser successivement la corrélation entre deux coupes consécutives de l'image afin de pouvoir suivre et identifier les fibres, ayant ainsi une quantification plus réaliste du taux des constituants.

Les régions déterminées par l'algorithme (de dimensions 250x250x130 voxels) et les histogrammes correspondants peuvent être visualisées sur les Figures 8.8a-b (nous utilisons le terme f_{Sopa} pour l'image sans opacifiant et f_{opa} pour l'opacifiée). Les courbes relatives aux coefficients d'auto-corrélation (utilisée pour déterminer la taille caractéristique du mouchetis) sont présentées sur la Figure 8.8c. Les informations comme la moyenne et l'écart type des niveaux de gris, les taux des constituants et la taille caractéristique des mouchetis sont présentées sur le Tableau 8.1. D'après ces résultats, nous constatons que la distribution des niveaux de gris dans les deux images sont comparables et que, malgré un taux de fibre légèrement plus important sur f_{Sopa}, nous avons une taille caractéristique considérablement mieux adaptée sur f_{opa} (environ trois fois plus petite). Ceci est justifié par la présence des particules de $BaSO_4$ dispersées dans la résine et entre les fibres, créant un mouchetis plus hétérogène par rapport à f_{Sopa}.

	f_{Sopa}	f_{opa}
Moyenne (nvx.gris)	≈ 112	≈ 134
Écart type (nvx.gris)	≈ 53	≈ 35
Taux de fibres (% vol.)	≈ 27	≈ 20
Taux de $BaSO_4$ (% vol.)	—	≈ 0.15
Taille caractéristique (voxels)	≈ 12	≈ 4

TABLEAU 8.1 – Évaluation quantitative de f_{Sopa} et f_{opa}.

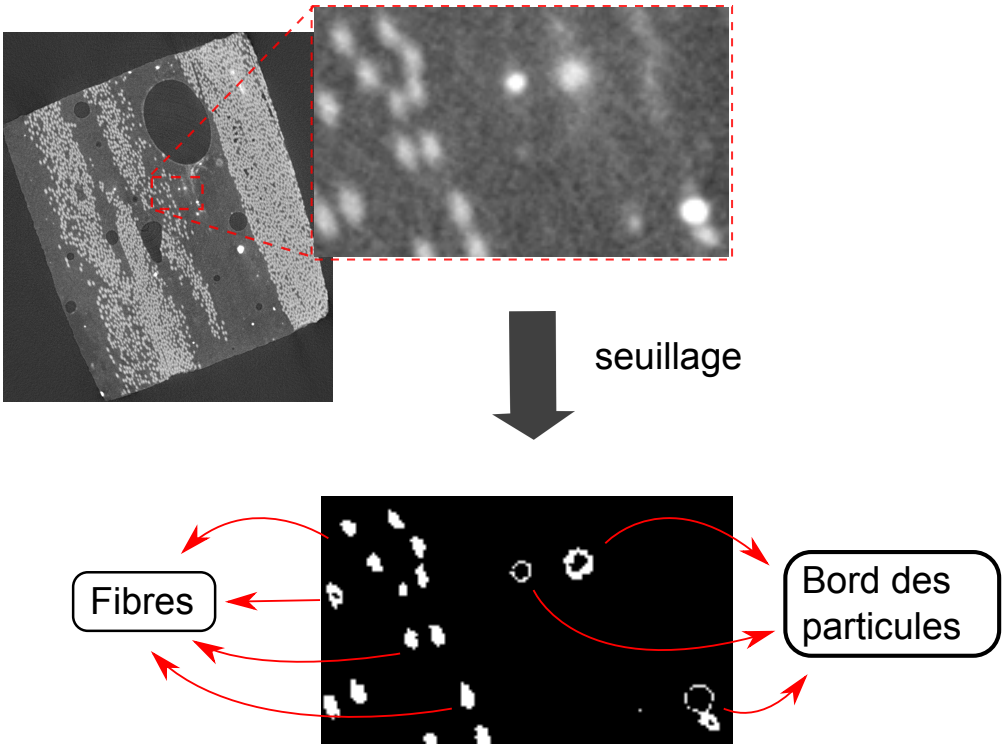


FIGURE 8.7 – Représentation du seuillage effectué dans une région d'une coupe suivant XY. A l'interface entre les particules de $BaSO_4$ et la résine nous pouvons avoir des niveaux de gris de la même intensité que sur les fibres.

Afin d'effectuer l'analyse d'incertitude, nous devons d'abord quantifier le niveau de bruit dans les images. La procédure utilisée ici consiste à isoler des régions sur f_{opa} et f_{Sopa} contenant seulement de la résine (dans une zone exempte d'opacifiants, fibres ou porosités), et de quantifier l'écart type des niveaux de gris associé. Nous obtenons ainsi une intensité de bruit de ≈ 7 niveaux de gris sur f_{opa}, et de ≈ 9 niveaux de gris sur f_{Sopa}. Ces valeurs seront utilisées pour le rajout de bruit blanc lors de l'analyse d'incertitude (la procédure est détaillée sur le Chapitre 3).

Remarque : en réalité, le bruit présent sur les images obtenues par tomographie sont considérablement plus complexes qu'un bruit blanc. Comme déjà expliqué, nous pouvons avoir des artefacts qui ont une caractéristique plutôt corrélée (par exemple dans le cas des ring artefacts, des bruits formant des anneaux concentriques). Par simplicité, nous avons choisi de rajouter seulement du bruit blanc en faisant attention pour choisir des ROI où de tels artefacts sont moins présents.

Sur la Figure 8.9, nous présentons les courbes d'incertitude relatives aux déplacements mesurés par CIV en fonction de la taille des éléments, et ce pour les deux images f_{opa} et f_{Sopa}. Il s'agit d'une analyse de sensibilité d'interpolation sub-voxels (σ_u), avec des déplacements homogènes imposés à l'image de référence allant de 0,1 à 0,9 voxels (cf. Chapitre 3). Les niveaux de bruits identifiés précédemment sont rajoutés sur chaque image lors de cette analyse. L'erreur systématique δ_u est nettement inférieur, de l'ordre de 10^{-4}, et n'est donc pas représenté ici. Comme attendu, nous constatons que l'incertitude sur les champs de déplacement mesuré avec f_{opa} est inférieure à celle mesuré avec f_{Sopa}. Même si la stratégie de comparaison entre les images avec/sans opacifiant est perfectible, il semble néanmoins rela-

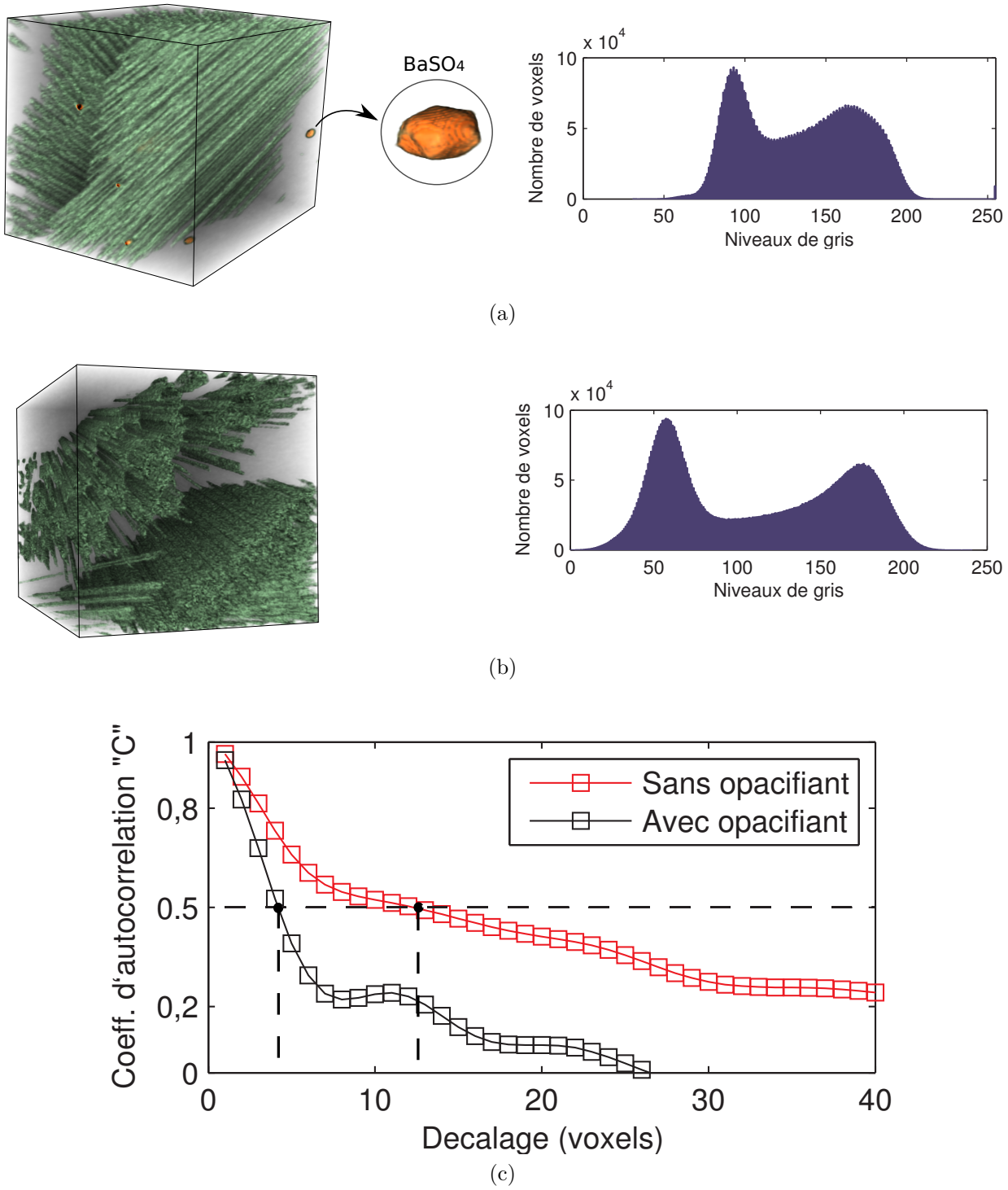


FIGURE 8.8 – *a)* Image volumique (f_{opa}) et histogramme correspondant du composite opacifié. *b)* Image volumique (f_{Sopa}) et histogramme correspondant du composite non-opacifié. *c)* Courbes des fonctions d'autocorrelation associées aux images f_{opa} et f_{Sopa}.

tivement clair que l'ajout de l'opacifiant au composite permet d'avoir des images volumiques mieux adaptées à la mesure de champs cinématiques par CIV.

Nous rappelons que lors de cette analyse, un champ de déplacement homogène est imposé *à l'image de référence afin d'obtenir une image déformée synthétique. Par conséquent, les*

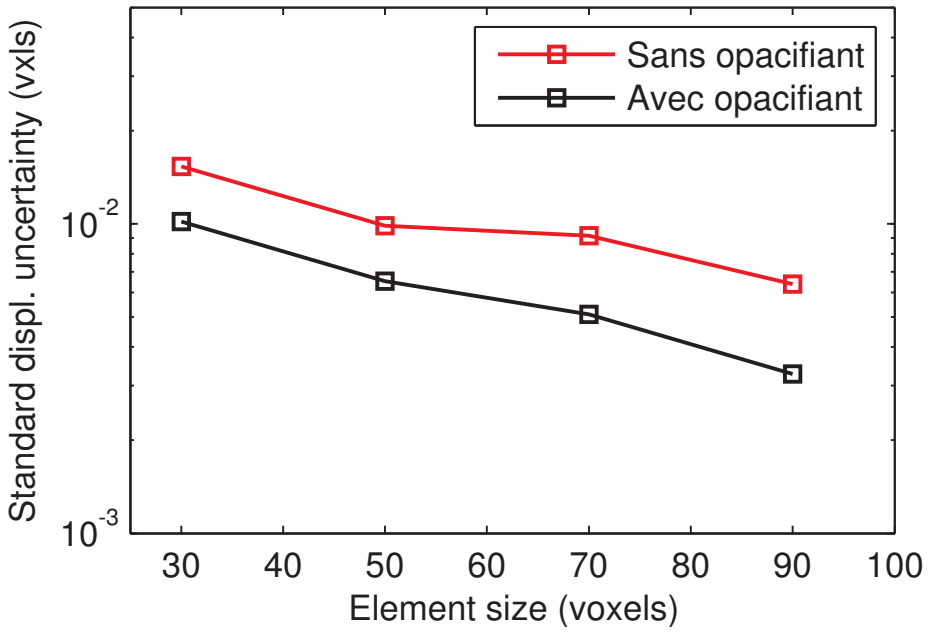


FIGURE 8.9 – Évolution des incertitudes de mesures de déplacement par CIV, pour les images f_{opa} et f_{Sopa}, en fonction de la taille des éléments.

artefacts présents sur l'image de référence (comme par exemple les ring artefacts*) seront retrouvés sur l'image déformée, étant corrélés au déplacement imposé (ce qui ne correspond pas à la réalité). Ainsi, ces artefacts peuvent être favorables aux mesures par CIV sur ces images synthétiques. Ils peuvent être considérés comme des marqueurs additionnels et contribuent à des incertitudes de mesure inférieures comparés à un cas réel. Dans la suite, nous effectuons une analyse d'incertitude à partir d'images réelle d'une éprouvette saisies avant et après une translation. Des artefacts plus réalistes (indépendants de la translation imposée) seront alors présents.*

8.4.3 Analyse par translation réelle

On se propose donc d'effectuer une analyse en appliquant un déplacement de corps rigide à notre éprouvette afin de mieux cerner les performances de l'algorithme dans une situation réelle. Ceci a l'avantage d'utiliser des images présentant du bruit réel. La démarche utilisée ici consiste à :

- obtenir une image de référence f_{CR} de l'éprouvette, par tomographie. La résolution spatiale utilisée ici est de $4\mu m/voxel$, avec un paramétrage de la source de 90kV de tension et 160μA d'intensité ;
- déplacer l'éprouvette selon la direction Z, par la translation de la platine de rotation dans cette direction, de $u_{imp} = 34\mu m$;
- obtenir une image "déplacée" g_{CR} (utilisant les mêmes paramètres que ceux utilisés pour l'image de référence) et effectuer les mesures par CIV.

Compte tenu de la résolution choisie, nous avons un déplacement imposé $u_{imp} = 8.5voxels$ et par conséquent nous prenons en compte les erreurs associés aux interpolations sous-voxels lors de l'analyse [Besnard et al., 2006]. Sur la Figure 8.10, l'écart type du champ de déplacement mesuré selon Z (U_Z, en voxels) en fonction de la taille des éléments (avec et sans régularisation Tikhonov - paramètre "λ") est présenté. Les images ont des dimensions de

400x450x1000 voxels, et la ROI choisie pour l'analyse est composée de 350x400x500 voxels. Nous remarquons que, dans ce cas, les incertitudes de mesures sont de l'ordre de 10^{-3} voxels et que la régularisation contribue à la réduction des incertitudes.

Remarque : Il faut souligner que l'utilisation de telle régularisation (basée sur un lissage) est très favorable pour le cas des déplacements homogènes, comme illustré lors de cette analyse mais aussi dans le Chapitre 5. Par conséquent, lorsque des champs de déformation non-homogènes sont présents, nous pouvons avoir des incertitudes de mesure plus importantes. Cela ne remet pas en cause l'intérêt sur ce type de régularisation, car elle aide toujours à la convergence de l'algorithme pour les mesures raffinées (principalement lorsque des textures peu adaptées au problème CIV sont présentes : cf. section 9.4.

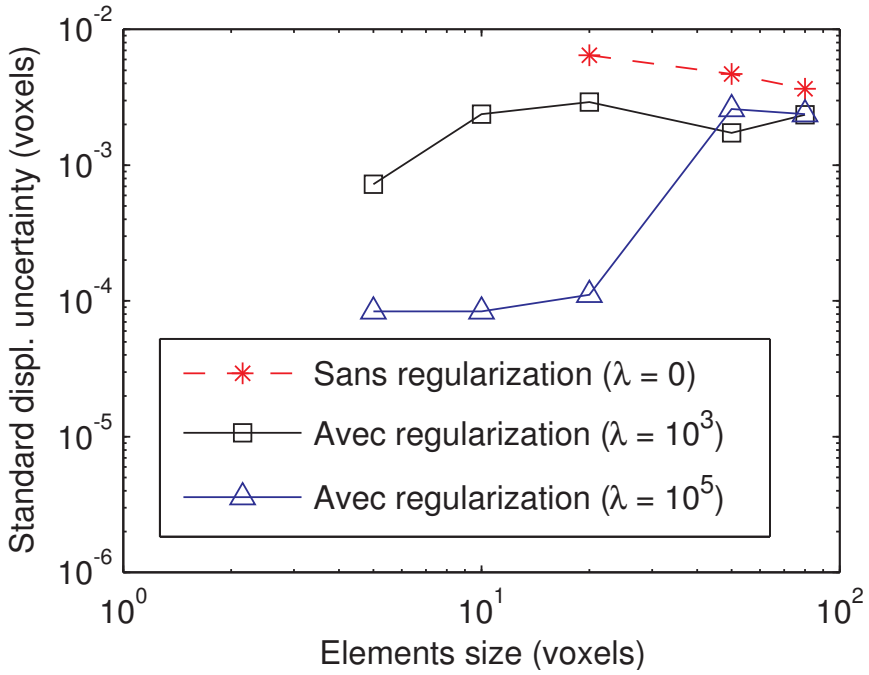


FIGURE 8.10 – Incertitudes de mesure (voxels) en fonction de la taille des élements (voxels), avec et sans régularisation de Tikhonov (paramètre λ). Dans ce cas, l'utilisation d'une telle régularisation contribue à l'obtention d'incertitudes de mesures plus faibles.

Sur la Figure 8.11 les champs de déplacement mesurés (en voxels) selon Z associés à chaque mesure sont présentés, ainsi que leurs moyenne ($< U_Z >$). Nous remarquons que la régularisation mène à des champs de déplacements moins aléatoires, expliquant les incertitudes de mesures moins importantes. D'ailleurs, elle permet aussi l'utilisation des discrétisations plus raffinées, comme par exemple dans le cas de 10 voxels/élement où l'absence de régularisation a mené à la divergence de l'algorithme. Un fait intéressant peut être observé : la moyenne dans tout les cas est proche de 8.84 voxels, étant en désaccord avec u_{imp} (soit 0.16 voxels ou 1.36μm de différence). Ceci peut être lié à une imprécision lors du déplacement de l'éprouvette (liée à la résolution des platines de translation) ou une résolution spatiale erronée. Une étude plus approfondie des possibles sources d'erreurs est nécessaire. Ce point fait partie des perspectives de ce travail.

8.4.4 Bilan

A l'issue les analyses 2D et 3D présentées, nous constatons que l'ajout d'opacifiants contribue à réaliser des mesures par CIV plus précises. En effet, la présence des particules de sulfate de baryum permet la réduction de la taille caractéristique du mouchetis, indiquant une meilleure hétérogénéité des niveaux de gris et par conséquent des meilleurs gradients. Par ailleurs, une translation réelle qui permet de prendre en compte des bruits et artefacts réels présents sur le paire d'images (f, g) a été analysée. On montre que l'utilisation de la régularisation de Tikhonov permet de réduire les incertitudes, celles ci étant de l'ordre de 10^{-3} voxels. Il est important de souligner que ce type de régularisation est favorable lors de la mesure de champs de déplacement homogènes, comme celui associé à une translation pure, expliquant ainsi les faibles niveaux d'incertitude. Dans le cas avec des champs de déplacement plus complexes, les incertitudes seront surement plus importantes.

Afin de pouvoir mesurer des champs de déplacements par CIV lors des essais mécaniques sur un composite, nous devons nous assurer que les variations de déplacements associés sont assez importants (supérieurs aux incertitudes de mesure) pour permettre des mesures raisonnables. Pour cela, de vrais essais sur des échantillons imageables devront être menés afin de quantifier les charges et les niveaux des déformations atteintes. En pratique, des essais *ex-situ* sont d'abord effectués. L'analyse des résultats permettra d'obtenir des informations utiles plus tard lors de la mise au point d'essais *in-situ*.

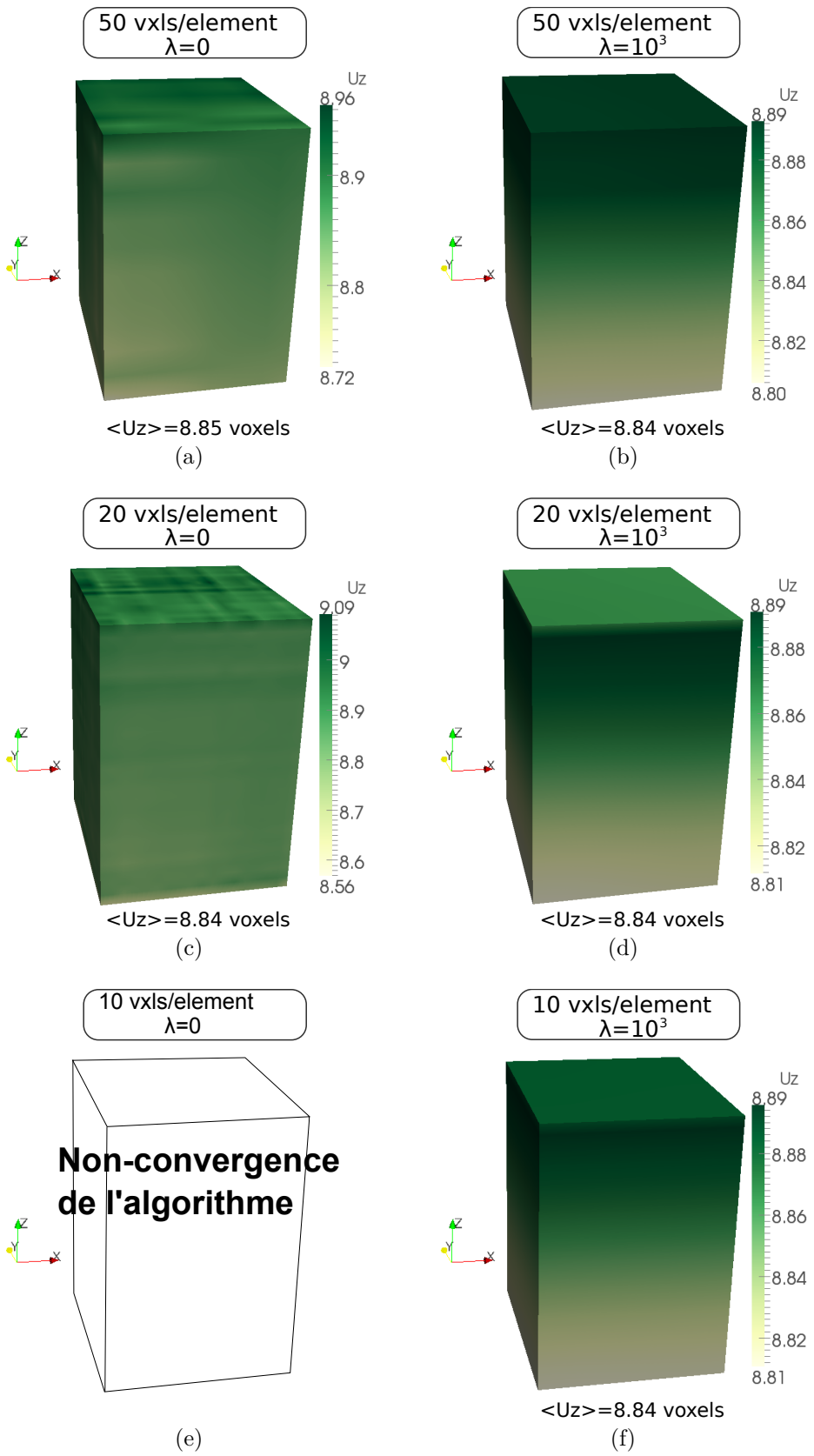


FIGURE 8.11 – Champs de déplacement U_Z obtenus lors de l'analyse d'un déplacement de corps rigide d'une éprouvette composite. *a)* et *b)* 50 voxels/élement sans et avec régularisation, respectivement ; *c)* et *d)* 20 voxels/élement sans et avec régularisation, respectivement ; *e)* 10 voxels/élement sans régularisation (non-convergence) ; *f)* 10 voxels/élement avec régularisation.

CHAPITRE 9 Essais ex-situ

Les essais *ex-situ*, appelés aussi *essais interrompus*, ont l'avantage de ne pas nécessiter d'un dispositif expérimental installé directement à l'intérieur du tomographe - ce qui peut représenter un important challenge compte tenu des limitations dimensionnelles et fonctionnelles associées à la tomographie. En même temps, on imagine parfaitement l'inconvénient majeur de ce type d'essai : l'intervalle de temps entre l'essai mécanique et l'obtention des images volumiques est non négligeable, et certains phénomènes physiques associés à l'essai peuvent ne pas être observables (par exemple dans le cas d'apparition et de propagation des fissures [Buffiere et al., 2010]). De plus, certains défauts apparus au cours de la charge peuvent s'estomper, une fois l'échantillon déchargé (pour imager). Enfin, la maîtrise de l'histoire de chargement (du fait des montages/démontages) ne peut être garantie simplement. Récemment ce type d'essai a par exemple été utilisé pour analyser (avec des mesures par CIN et CIV) les effets de bord dans un composite stratifié [Lecomte-Grosbras et al., 2014], ou pour observer les fissures issues des essais de compression-après-impact sur des matériaux composites en fibre de carbone / résine époxy [Bull et al., 2014].

Dans ce travail, nous utilisons des essais *ex-situ* réalisés sur le composite opacifié afin d'analyser les caractéristiques des mesures par CIV dans un cas réel. Ceci nous permettra d'analyser le niveau des déformations qui doivent être atteintes pour espérer d'obtenir des mesures précises (et par conséquent les charges associées). La procédure générale des essais est présentée sur la Figure 9.1. La chronologie suivante est adoptée :

- *A)* obtention de l'image volumique de référence de l'éprouvette opacifiée, appelé ici f_{exsitu} ;
- *B)* l'éprouvette est soumise à un essai de traction cyclique (succession de charges/décharges), de façon à obtenir une déformation résiduelle ϵ_{res} à la fin de l'essai. Un deuxième scan est alors effectué afin d'obtenir l'image déformée g_{exsitu} ;
- *C)* nous effectuons la mesure de champs de déplacements par CIV entre les deux images.

On notera au passage que le niveau de la déformation résiduelle atteinte lors de ces essais peut être assez faible. Ceci représente un challenge supplémentaire sachant que nous risquons de mesurer des déformations ayant le même ordre que les incertitudes des mesures.

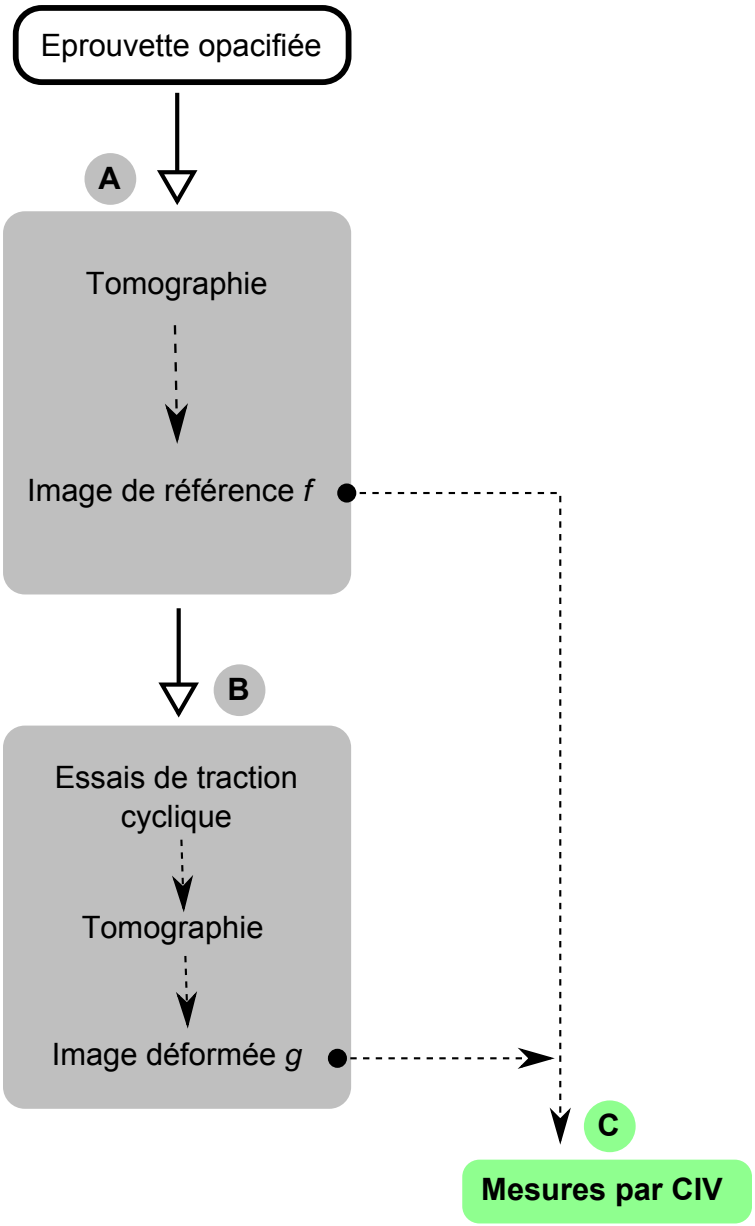


FIGURE 9.1 – Schéma de la procédure expérimentale des essais ex-situ.

9.1 Préparation des éprouvettes

Afin de pouvoir effectuer des mesures à l'échelle des constituants du composite, les images doivent atteindre une résolution spatiale microscopique (les fibres ayant $\approx 18\mu m$ de diamètre). De plus, un bon contraste doit être présent afin de pouvoir différencier les différents constituants et d'avoir des images adaptées à la mesure par CIV. Compte tenu des caractéristiques techniques du tomographe et de la résolution minimale que nous pouvons atteindre, nous devons minimiser la distance entre l'objet et la source de rayons-X. Ceci implique un objet ayant une section transversale assez petite pour permettre ce rapprochement mais aussi une atténuation des rayons-X par les constituants qui permettra un bon contraste sur les images.

Nous avons ici choisi de réaliser des éprouvettes ayant une section transversale d'environ $2x2mm^2$. Après avoir découpé des lames d'environ 14cm de longueur sur les plaques,

à l'aide d'une scie diamantée, un polissage a été réalisé afin d'obtenir une section ayant les dimensions souhaitées et à peu près constante sur toute la longueur de la lame. Ensuite, nous ajoutons des talons aux extrémités. Ces derniers permettront une meilleure préhension par les mors de la machine de traction, mais également par le mandrin de la platine de rotation du tomographe. Fabriqués en aluminium, les talons cylindriques de révolution sont percés en leur centre. L'espace entre l'éprouvette et le talon est rempli de résine époxy (LY HY 5052), afin d'assurer le transfert des charges.

Dans une première configuration, les talons de l'éprouvette (présentée sur la Figure 9.2a) ont été filetés afin d'assembler l'une des extrémités à une cellule de charge Andilog®de 2kN (voir Figure 9.2b). Cette dernière a été utilisé car, compte tenu de la faible section transversale de l'éprouvette, les niveaux de charge peuvent être assez faibles par rapport à la résolution de la cellule de charge déjà intégrée à la machine à traction (INSTRON®bicolonnes de table 5960, capacité de la cellule de charge de 50kN). Un premier essai est conduit jusqu'à la rupture de l'éprouvette (dont la courbe force vs déplacement est montrée sur la Figure 9.2c). Nous avons déduit que :

- le comportement exhibe une rupture quasi fragile, ne présentant pas de zone de plasticité. Ceci peut être dû à la complexité micro-structurelle du composite (hétérogène à l'échelle de l'éprouvette). On observe en particulier des régions riches en résine ou en pores et qui, liés à la faible section transversale, contribueront à une forte concentration de contraintes lors des essais. Ceci représente un challenge supplémentaire, car nous espérons atteindre une déformation résiduelle la plus grande possible lors de ces essais.
- les niveaux de charges sont suffisamment élevés pour permettre une mesure assez précise en utilisant directement la cellule de charge de la machine de traction. L'utilisation de la cellule Andilog®n'est donc pas nécessaire.

Ainsi, une deuxième configuration des éprouvettes a été adoptée pour la suite, représenté sur la Figure 9.3a. Le filetage sur les talons n'est pas présent et un renforcement par résine est intégré le long de la lame, afin de réduire les zones présentant d'éventuelles concentrations de contraintes. De plus, nous choisissons d'effectuer un essai cyclique, mesurant la déformation résiduelle à chaque fin de cycle. Ceci sera davantage détaillé dans la sous-section 9.3.

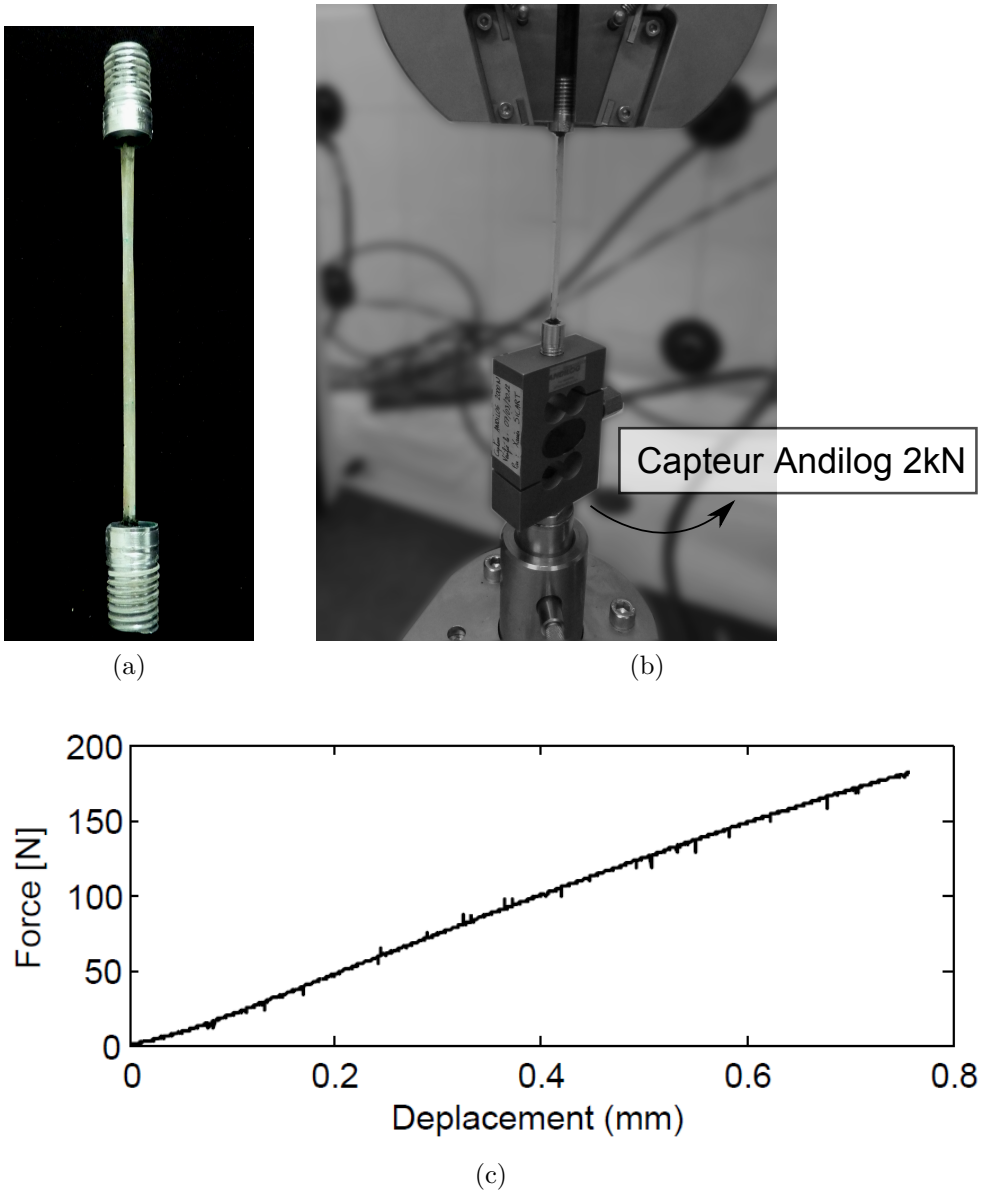


FIGURE 9.2 – Essais de traction *ex-situ*. *a)* Première configuration de l'éprouvette ; *b)* l'éprouvette vissée dans le capteur de force Andilog ; *c)* courbe force vs déplacement jusqu'à rupture de l'éprouvette.

9.2 *A)* Image de référence

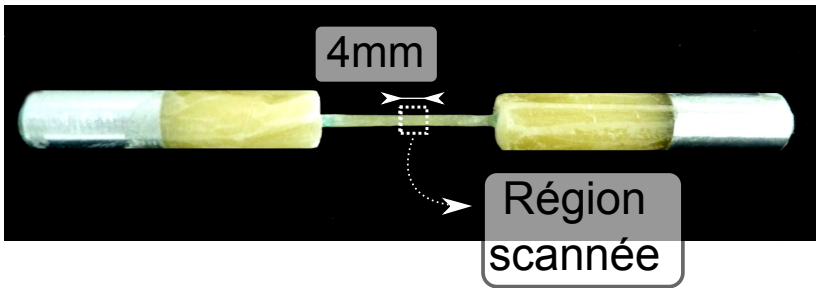
Lors des acquisitions tomographiques, l'éprouvette est placée à $8mm$ de la source, celle ci étant ajustée à $70kV$ de tension et $135\mu A$ d'intensité. La résolution spatiale atteinte est alors de $2\mu m/voxel$, et la longueur de la région scannée représente $4.2mm$ de la longueur physique de l'éprouvette (voir Figure 9.3a). Un total de 2002 projections ont été obtenues lors de la rotation de 360° de l'éprouvette autour de son axe longitudinal Z (le pas de rotation étant de 0.18°).

L'image volumique de référence (f_{exsitu}) obtenue après reconstruction est composée de 1900x1800x2100 voxels. Sur les Figures 9.3b-c nous pouvons voir des coupes dans le plan XY. Les fibres, la résine, les porosités et les particules de l'opacifiant sont clairement distinguées,

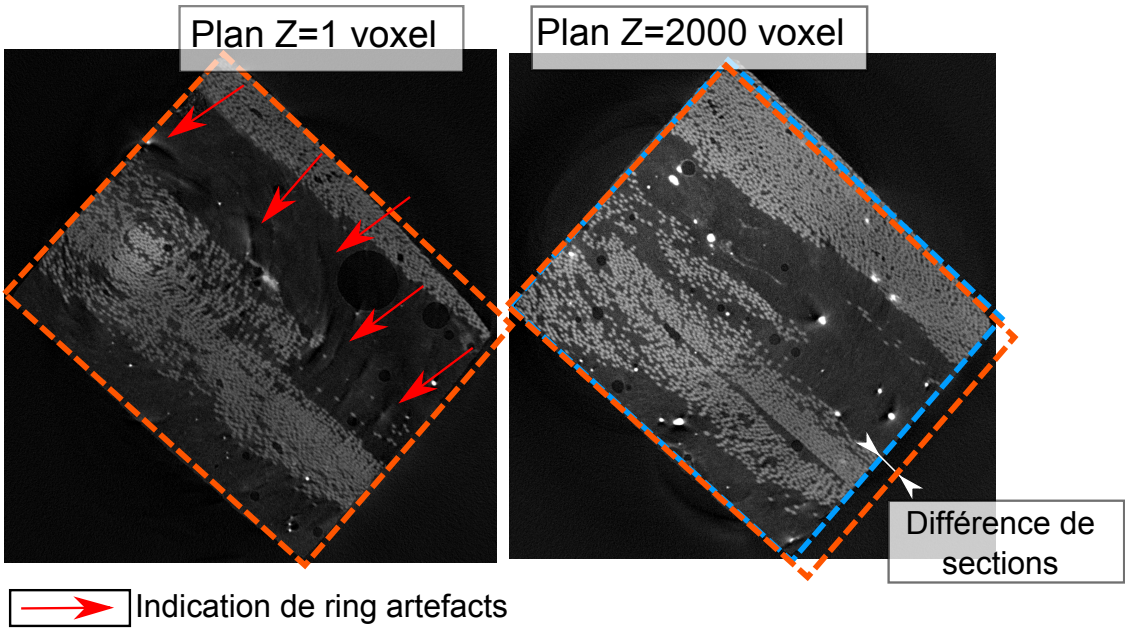
indiquant un choix pertinent des paramètres lors du scan. Après une analyse des images, nous pouvons remarquer quelques points importants :

- **Section variable :** la section de l'éprouvette n'est pas constante selon l'axe Z, comme nous pouvons voir sur la Figure 9.3b où deux différentes coupes sur le plan XY (Z=1 et Z=2000) sont comparées. Ceci est dû au mode de production (une face libre lors de la polymérisation) ;
- **Porosités :** nous trouvons des porosités à l'intérieur du composite ayant des dimensions non-négligeables par rapport aux dimensions de l'éprouvette. Par exemple, sur la Figure 9.3c la porosité signalée a une longueur physique (selon la direction $-x$) de $\approx 0.8mm$, soit environ 40% de la dimension de l'éprouvette selon cette direction. Selon la direction $-z$, cette porosité a aussi une longueur de $\approx 0.8mm$;
- **Artefacts :** nous observons aussi sur quelques coupes la présence des *ring artefacts* et d'autres types de bruits, comme des zones plus foncées autour des particules. Ces artefacts sont signalés sur la Figure 9.3b par les flèches rouges.

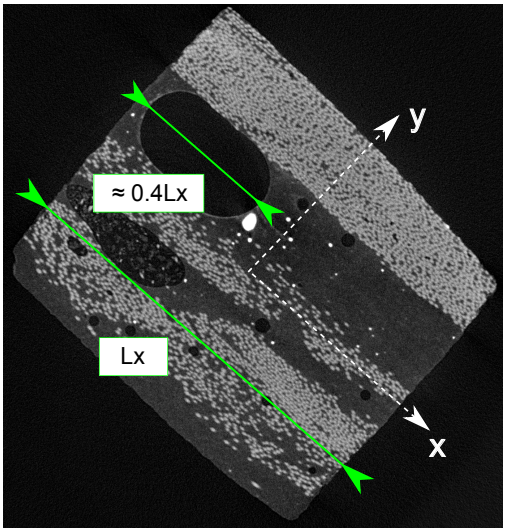
Comme suspecté, les deux premières observations confirment que la rupture quasi fragile obtenue sur d'autres essais peut être expliquée par des variations de section combinées à des hétérogénéités (régions riches en résines et porosités). Les concentrations de contraintes résultantes causent probablement une rupture fragile. D'après la troisième observation, nous pouvons nous attendre à des residus plus importants lors des mesures par CIV sur les régions présentant tels artefacts - dans notre cas, principalement sur les premières et dernières coupes. L'image volumique de référence f_{exsitu} est représentée sur la Figure 9.4a. Les fibres et les particules de $BaSO_4$ sont segmentées et présentés respectivement sur les Figures 9.4b et 9.4c. Le taux volumique des particules opacifiantes est estimé à $\approx 0.2\%$. Cette valeur a été obtenue par la un simple seuillage.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 9.3 – Essai de traction *ex-situ*. *a)* 2nde configuration des éprouvettes. Elles sont renforcées par de la résine à leurs extrémités. La région scannée a une longueur physique selon l'axe Z de 4 mm ; *b)* Comparaison entre deux coupes différentes dans le plan XY, montrant la différence de section selon la longueur de l'éprouvette et la présence de "ring artefacts" ; *c)* Exemple de porosité présente à l'intérieur de l'éprouvette, celle ci atteignant $\approx 40\%$ de la longueur Lx.

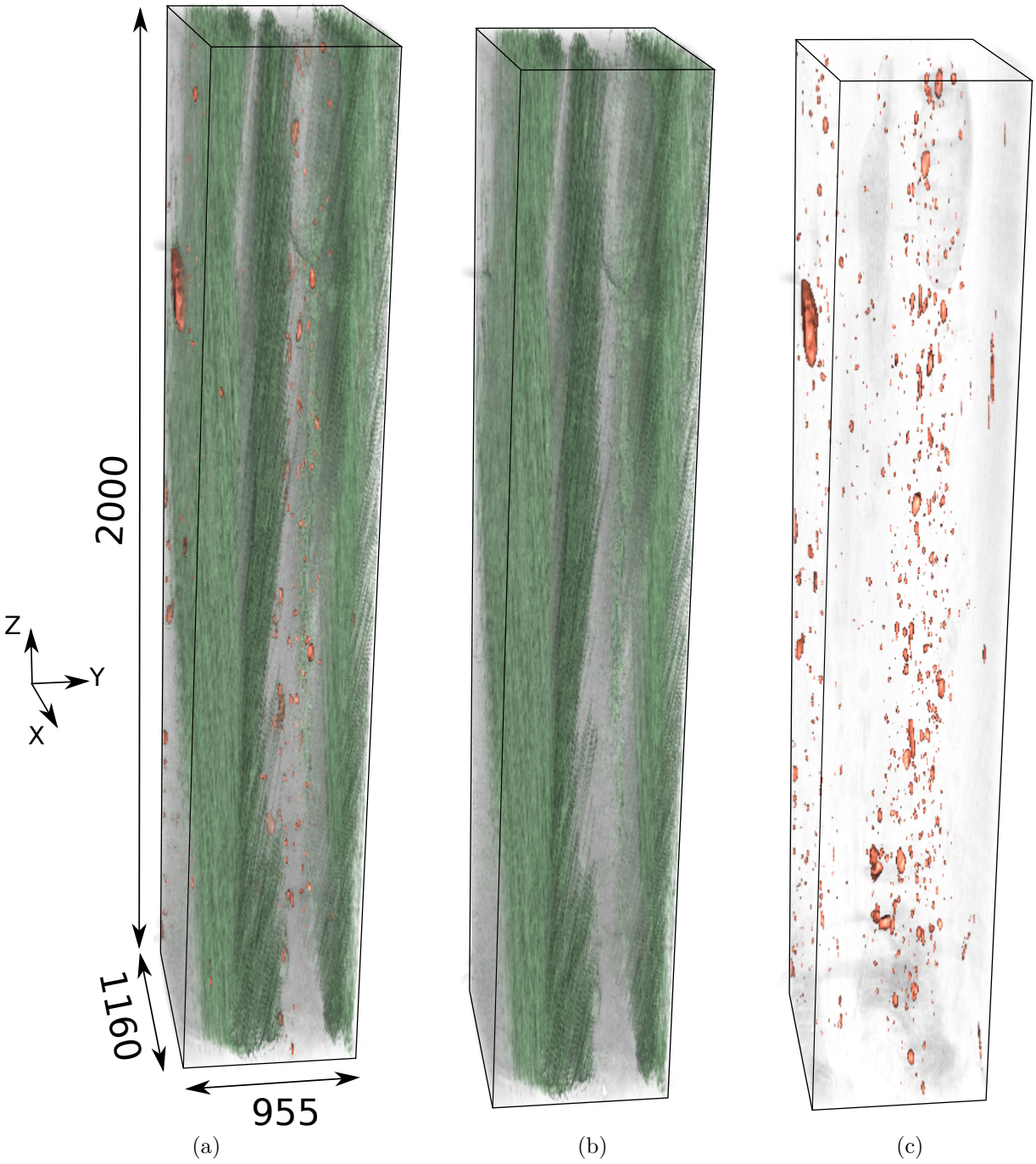


FIGURE 9.4 – *a)* Représentation de l'image volumique f_{exsitu}. *b)* distribution des fibres et *c)* distribution des particules de $BaSO_4$ à l'intérieur de f_{exsitu}.

9.3 *B)* Essai de traction et image déformée

La courbe force-déplacement enregistrée pendant l'essai de traction cyclique est présentée sur la Figure 9.5. L'essai comprend 4 cycles. Les charges maximales sur chaque cycle sont 25N, 50N, 75N et 110N. La charge maximale de 110N a été choisie en fonction des résultats des essais précédents avec d'autres éprouvettes. Comme indiqué précédemment, le point critique ici était d'éviter la rupture de l'éprouvette tout en ayant des niveaux de déformations résiduelles significatives, si possible supérieures aux incertitudes des mesures par CIV . A la fin de chaque cycle, la charge descend jusqu'à 5N. La déformation résiduelle (sur la direction Z longitudinale de l'éprouvette) ϵ^z_{res} est mesurée par un extensomètre optique AVE (*Advanced Video Extensometer*), permettant la mesure à l'aide des marqueurs placés sur l'éprouvette et d'un logiciel (*Bluehill*) basé sur le traitement d'images. Les valeurs des déformations résiduelles à la fin de chaque cycle sont (en μdef) 270,690,750 et 770. Ceci nous assure de l'existence d'une déformation permanente à la fin de l'essai, nécessaire pour la suite (mesures par CIV). Cependant, le niveau de la déformation reste assez faible ($\approx 7,7.10^{-4}$) et laisse présager des mesures bruitées.

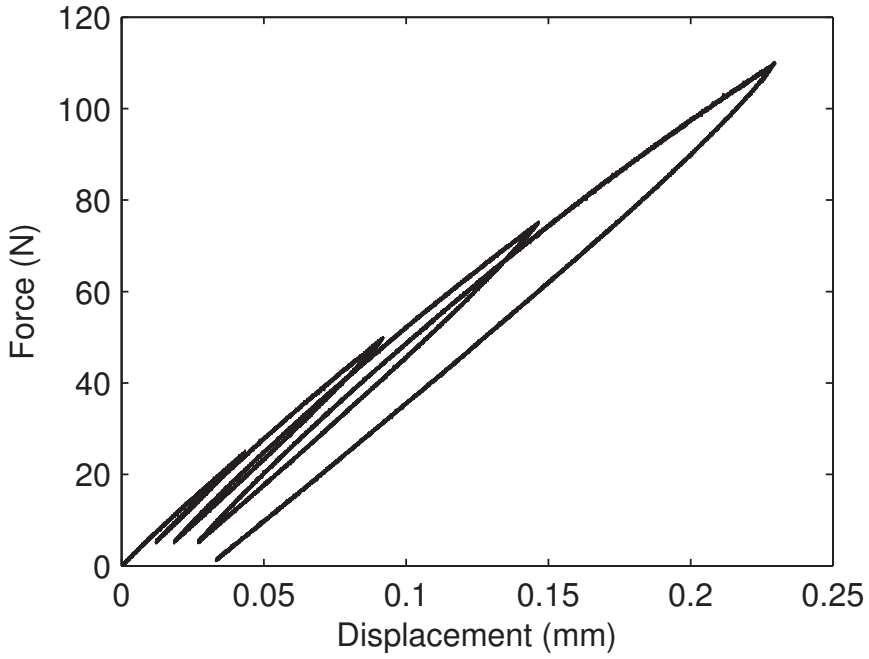


FIGURE 9.5 – Courbe force-déplacement enregistrée lors de l'essai cyclique. La charge maximale de chaque cycle vaut 25N, 50N, 75N et 110N. La déformation résiduelle à la fin de l'essai (décharge du 4ème cycle) vaut $\approx$ 770 μdef.

L'image après essai (g_{exsitu}) obtenue par tomographie est représentée sur la Figure 9.6a. Le courant de la source a du être ajusté à 180μA afin de d'obtenir approximativement le même seuil des niveaux de gris par rapport à l'image de référence. Pour retrouver la même région scannée relative à l'image de référence, nous avons comparé les hauteurs Z de la platine de rotation et avons confirmé le repérage en regardant la position sur les radiographies d'un pore et d'une particule d'opacifiant ayant une taille importante, comme montré sur la Figure 9.6b (signalé par les flèches rouges). De plus, nous remarquons une rotation $\Delta\theta$ entre les radiographies de référence et déformée autour de l'axe x- ($\Delta\theta = \|\theta_{ref} - \theta_{def}\| \approx 2°$). En regardant des coupes dans le plan XY (Figure 9.6c), nous remarquons la présence d'une

rotation $\Delta\alpha$ entre l'image de référence et déformée ($\Delta\alpha = \|\alpha_{ref} - \alpha_{def}\| \approx 30°$). Celles ci sont dues aux différences de mise en position lors de l'installation manuelle de l'éprouvette dans le mandrin. Ces défauts d'installation sont difficilement contrôlables mais ils peuvent être pris en compte ultérieurement lors des mesures par CIV.

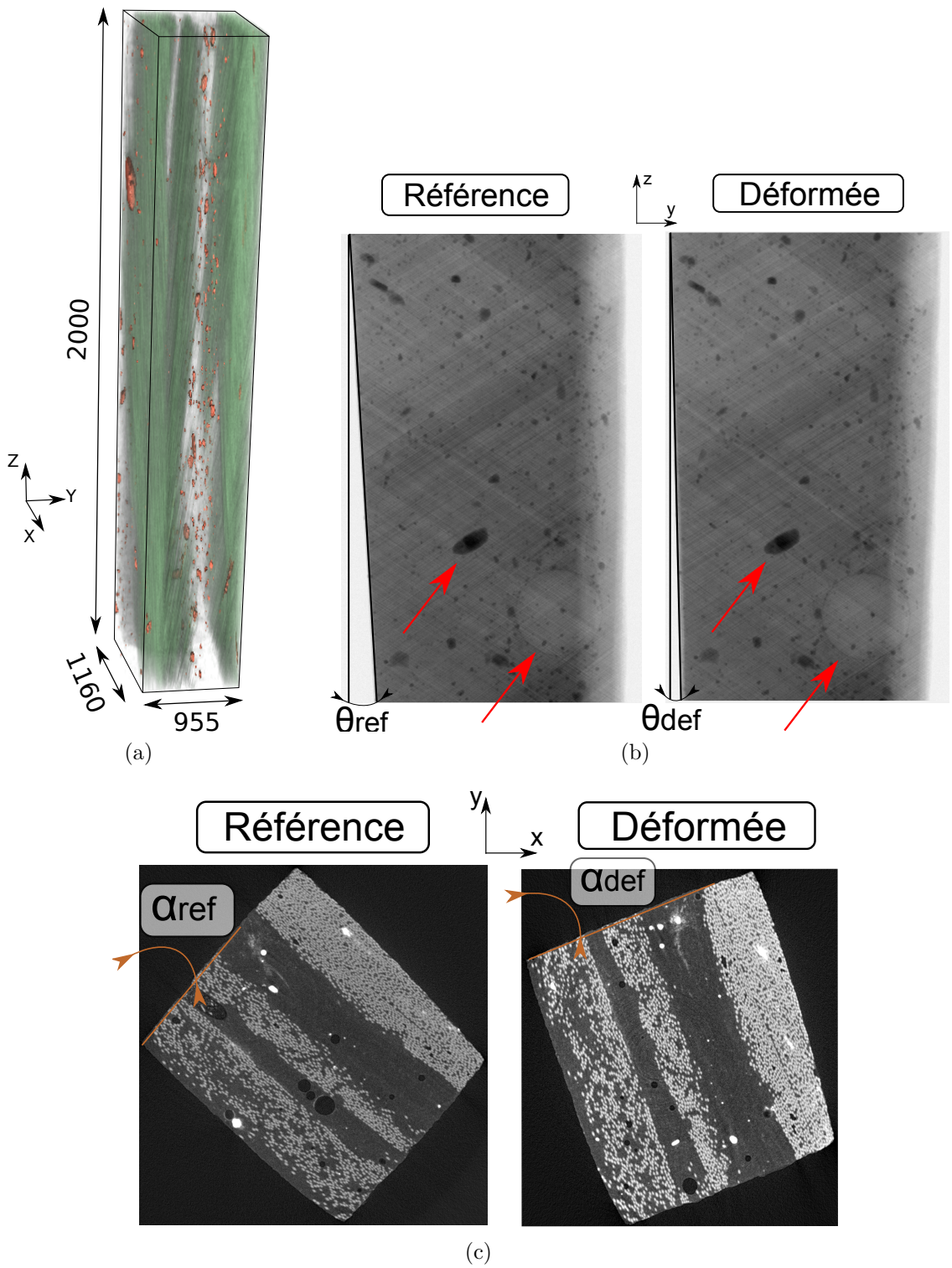


FIGURE 9.6 – *a)* Représentation de l'image déformée g_{exsitu}. *b)* Comparaison entre deux radiographies (avec l'éprouvette de référence et déformée) montrant une rotation relative $\Delta\theta$ autour de l'axe x- et la position d'un pore et d'une particule d'opacifiant utilisées pour confirmer le bon repérage. *c)* Coupes dans le plan XY de l'image de référence et déformée montrant la rotation relative $\Delta\alpha$ autour de l'axe Z.

9.4 *C)* Mesures par CIV

9.4.1 Analyse d'incertitudes

Nous effectuons dans un premier temps une analyse de sensibilité sub-voxel avec du bruit rajouté (section 8.4.2) en utilisant f_{exsitu}. La ROI présentée sur la Figure 9.7a est composée de 400x400x900 voxels. Ce choix permet d'éviter les régions riches en artefacts. L'écart type du bruit rajouté vaut 7 voxels, correspondant au bruit estimé par l'écart type des niveaux de gris d'une région contenant seulement de la résine. La moyenne et l'écart type des niveaux de gris dans la ROI choisie valent, respectivement, ≈ 100 et ≈ 19 niveaux de gris. La taille caractéristique du mouchetis vaut ≈ 28 voxels, ce qui est nettement supérieur comparé à d'autres applications [Besnard et al., 2006 ; Lecompte et al., 2006].

Sur la Figure 9.7b, l'évolution des incertitudes de mesure en fonction de la taille des éléments 1, 10, 20 et 50 voxels est indiquée. Nous remarquons que les incertitudes attendues sont de l'ordre de 10^{-2} voxels et que l'utilisation de la régularisation de Tikhonov permet d'obtenir des incertitudes inférieures. Comme souligné plus tôt, cette analyse ne rend pas compte de la présence d'artefacts tels que les *ring artefacts*, présents sur les images de référence et déformée. Par conséquent, les incertitudes réelles seront surement supérieures à cette valeur. On retiendra que la régularisation permet une analyse avec des maillages plus raffinées, pouvant atteindre l'échelle du voxel. Dans ce cas particulier, nous remarquons que les incertitudes augmentent lors de l'utilisation d'une discrétisation très fine, étant surement associée à l'importante valeur de la taille caractéristique du mouchetis.

Compte tenu de l'ordre des incertitudes obtenu et du faible niveau de la déformation résiduelle ($\epsilon^z_{res} = 770\mu$def), nous aurons (par exemple avec une taille d'éléments de 20 voxels) des variations de déplacements de l'ordre de 10^{-2} voxels. Ceci étant du même ordre de grandeur que les incertitudes de mesure, il est probable que le champ de déplacement mesuré soit bruité.

9.4.2 Résultats

Sur la Figure 9.8 l'évolution de l'écart type (en %, par rapport à la dynamique de l'image) en fonction de la régularisation utilisée (paramètre λ) et de la taille des éléments est présentée. Nous remarquons qu'un paramètre $\lambda = 10^3$ permet non seulement l'utilisation d'une résolution spatiale raffinée, mais aussi des residus plus faibles. Sur la Figure 9.9, les champs résiduels des mesures (obtenues avec $\lambda = 10^3$) sont présentés, pour les tailles d'éléments de 1, 10, 20 et 50 voxels. Tous les résultats ont été obtenus utilisant l'approche PGD-CIV et trois niveaux multi-grilles (cf. Chapitre 3). Nous remarquons que la mesure ayant 50 voxels/éléments a permis l'obtention de résidus inférieurs et donc une approximation du champ de déplacement qui vérifie le mieux la conservation des niveaux de gris. De plus, avec une taille d'élements de 10 ou 20 voxels, des résidus plus importants sont concentrés principalement sur les plans XY supérieurs (visibles sur la Figure 9.9b-c).

Sur les Figures 9.10 et 9.11, le champ de déplacement selon la direction Z (U_z) et le champ de déformation $\epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}$ sont respectivement présentés. Comme attendu, concernant le champ de déplacement, nous remarquons qu'une taille d'élements plus faible entraine un champ mesuré plus bruité. Des mouvements de corps rigide associés à la rotation de l'objet autour de l'axe X sont bien présents. Sur les champs mesurés avec la taille d'élements de 10 ou 20 voxels, nous constatons des irrégularités dans les plans XY supérieurs. Ces derniers sont associés à des résidus plus importants dans cette région. Concernant les champs de

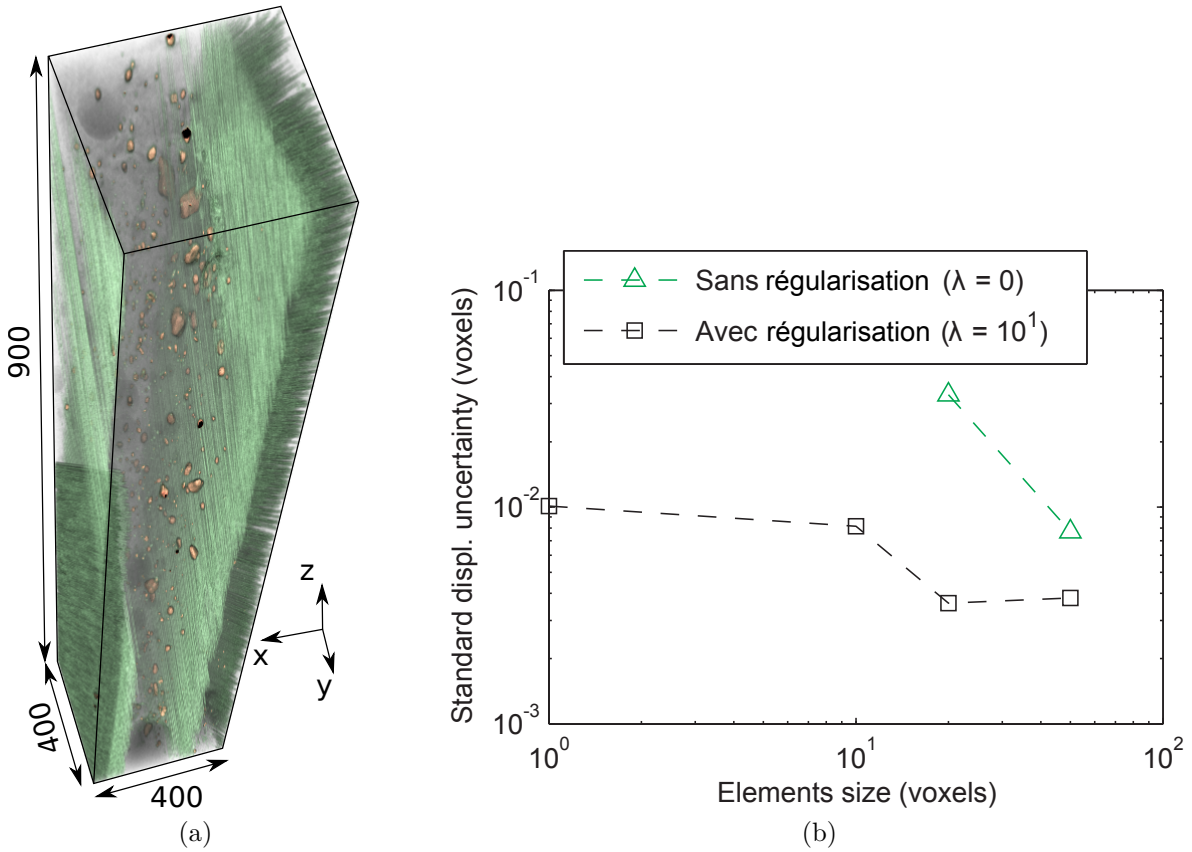


FIGURE 9.7 – *a)* Représentation de la ROI (400x400x900 voxels) utilisée lors des mesures par CIV. *b)* Analyse d'incertitudes en fonction de la taille des éléments. L'utilisation de la régularisation de Tikhonov (paramètre λ) permet la réduction des niveaux des incertitudes.

déformation, nous avons utilisé une ROI de 400x400x800 voxels, de façon à ne pas considérer ces irrégularités. Nous notons qu'une taille plus importante d'élements contribue à une mesure moins bruitée (car moins de bruit sur le champ de déplacement) mais dans aucun cas nous avons pu obtenir un champ de déformation cohérent (par exemple passage de valeurs nettement positives à des valeurs négatives). Ceci confirme que l'ordre de grandeur de la déformation résiduelle atteinte n'est pas suffisante par rapport au niveau des incertitudes présentes.

Remarque : une matrice homographique $\mathbb{H}$ est utilisée pour déterminer la rotation relative sur le plan XY entre les images $(f, g)_{exsitu}(\mathbf{x})$. Plus précisément, il existe une matrice $\mathbb{H}$ (3x3) reliant les coordonnées des pixels d'une image à l'autre par la relation $\mathbf{x}^f = \mathbb{H}\mathbf{x}^g$, $\mathbf{x}$ étant les coordonnées des pixels de chaque image [Passieux et al., 2014a]. Typiquement, la matrice homographique est déterminée en utilisant un groupe de points correspondants connus et la minimisation de la différence quadratique pour résoudre un système linéaire sur-déterminé. Dans ce travail, nous avons utilisé la fonction *imregtform* de la toolbox Image Processing de Matlab ®pour obtenir telle transformation géométrique, appliquée ensuite sur l'ensemble de pixels de la ROI (appartenant au plan XY) pour déterminer un champ de déplacement initial $\mathbf{u}_o$. Compte tenu de l'importante valeur de la rotation présente dans ce plan, telle procédure a été essentielle afin d'éviter la convergence de l'algorithme vers des minima locaux.

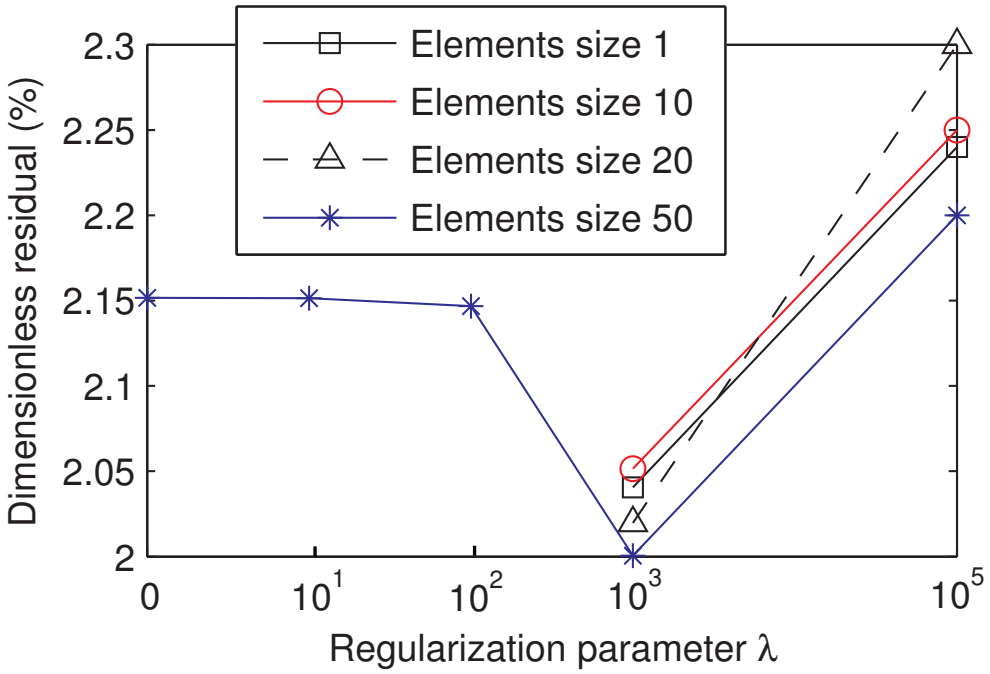


FIGURE 9.8 – Résidus des mesures (ramenés à la gamme dynamique de l'image) en fonction du paramètre de régularisation λ et de la taille des éléments.

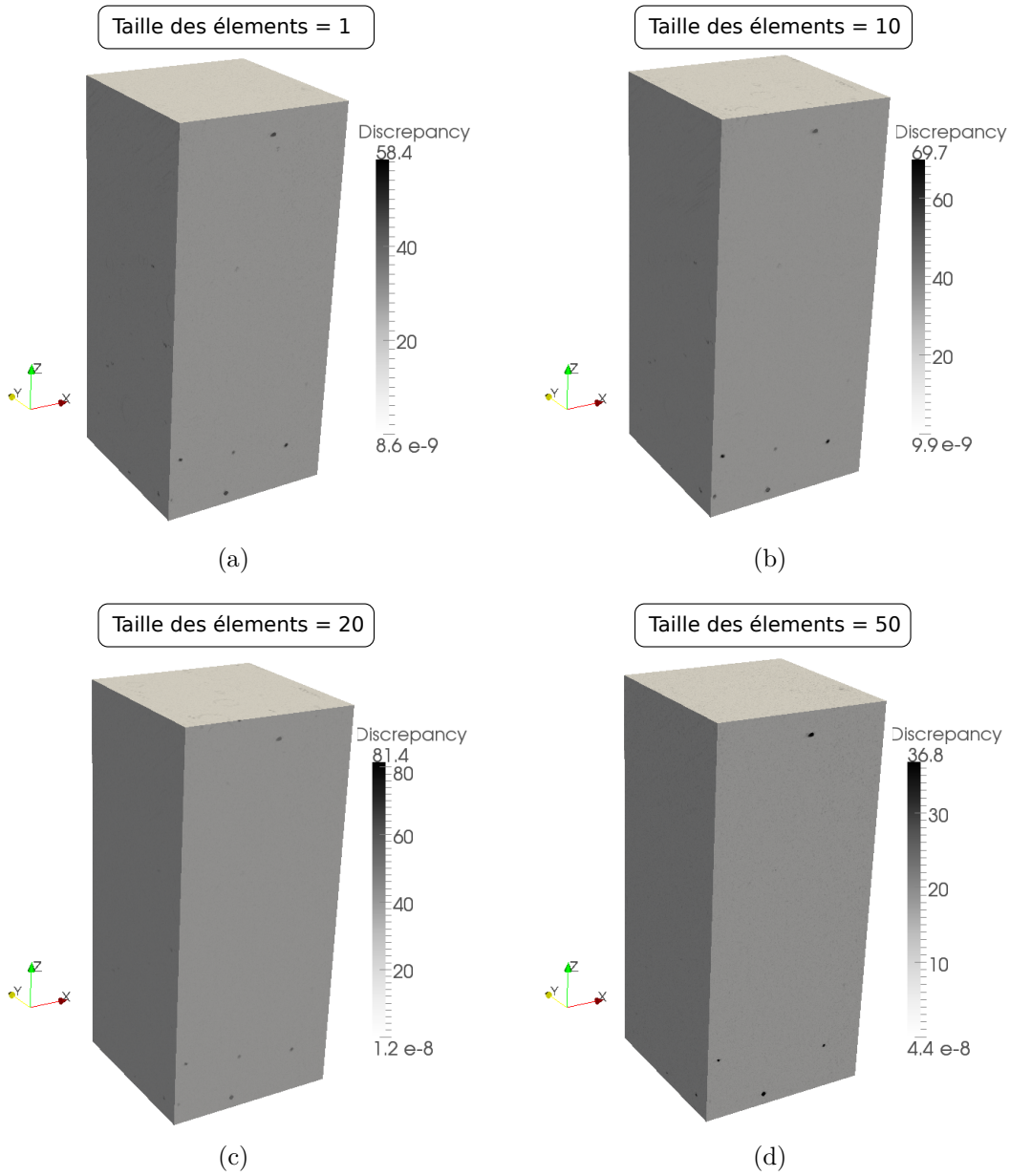


FIGURE 9.9 – Champ de résidu des mesures (en %) associées à l'essai *ex-situ* (avec $\lambda = 10^3$). *a)* 1 voxel/élement ; *b)* 10 voxels/élement ; *c)* 20 voxels/élement ; *d)* 50 voxels/élement.

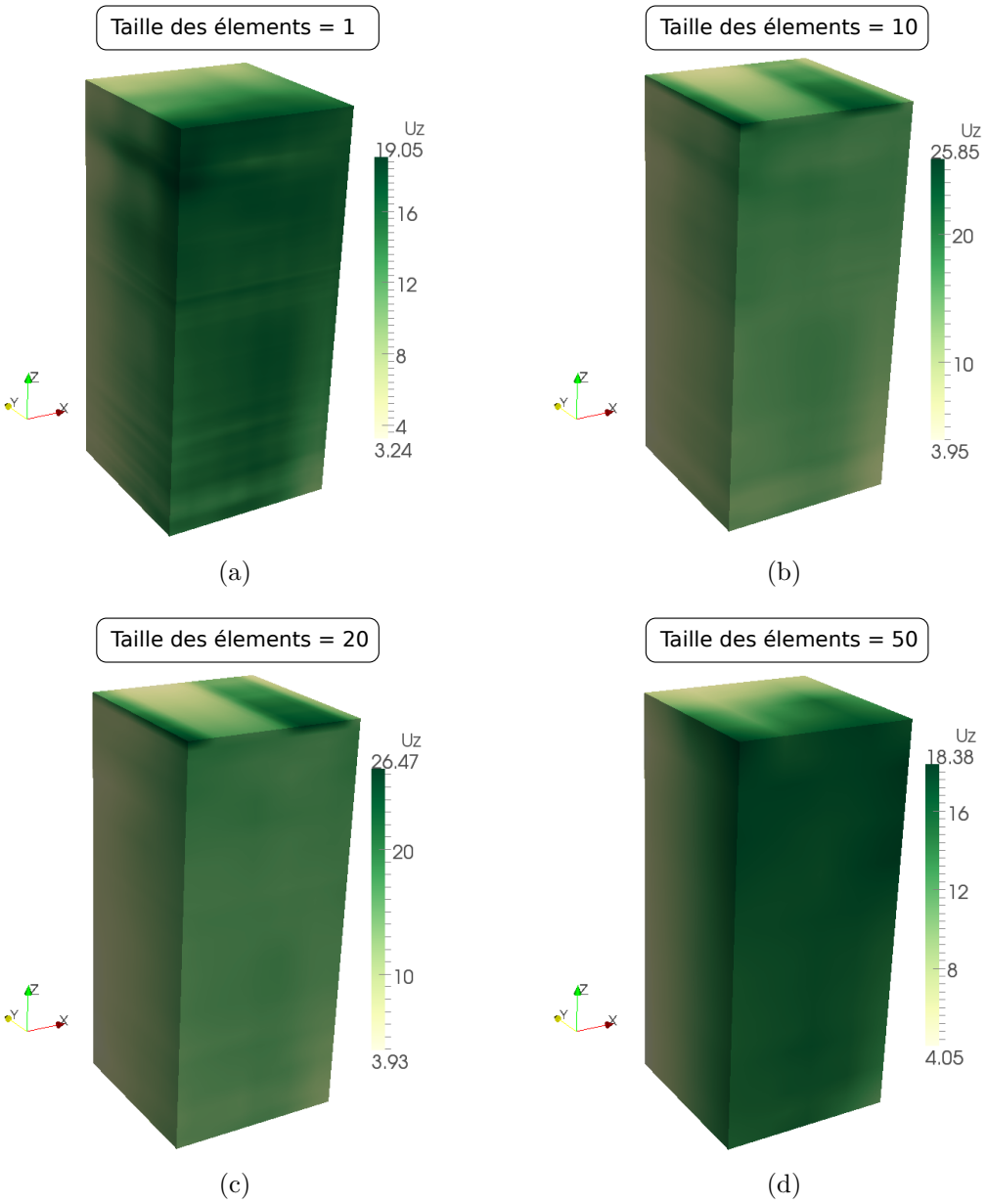


FIGURE 9.10 – Champ de déplacement mesuré selon Z (U_Z, en voxels) associé à l'esssai *ex-situ*. *a)* 1 voxel/élement ; *b)* 10 voxels/élement ; *c)* 20 voxels/élement ; *d)* 50 voxels/élement.

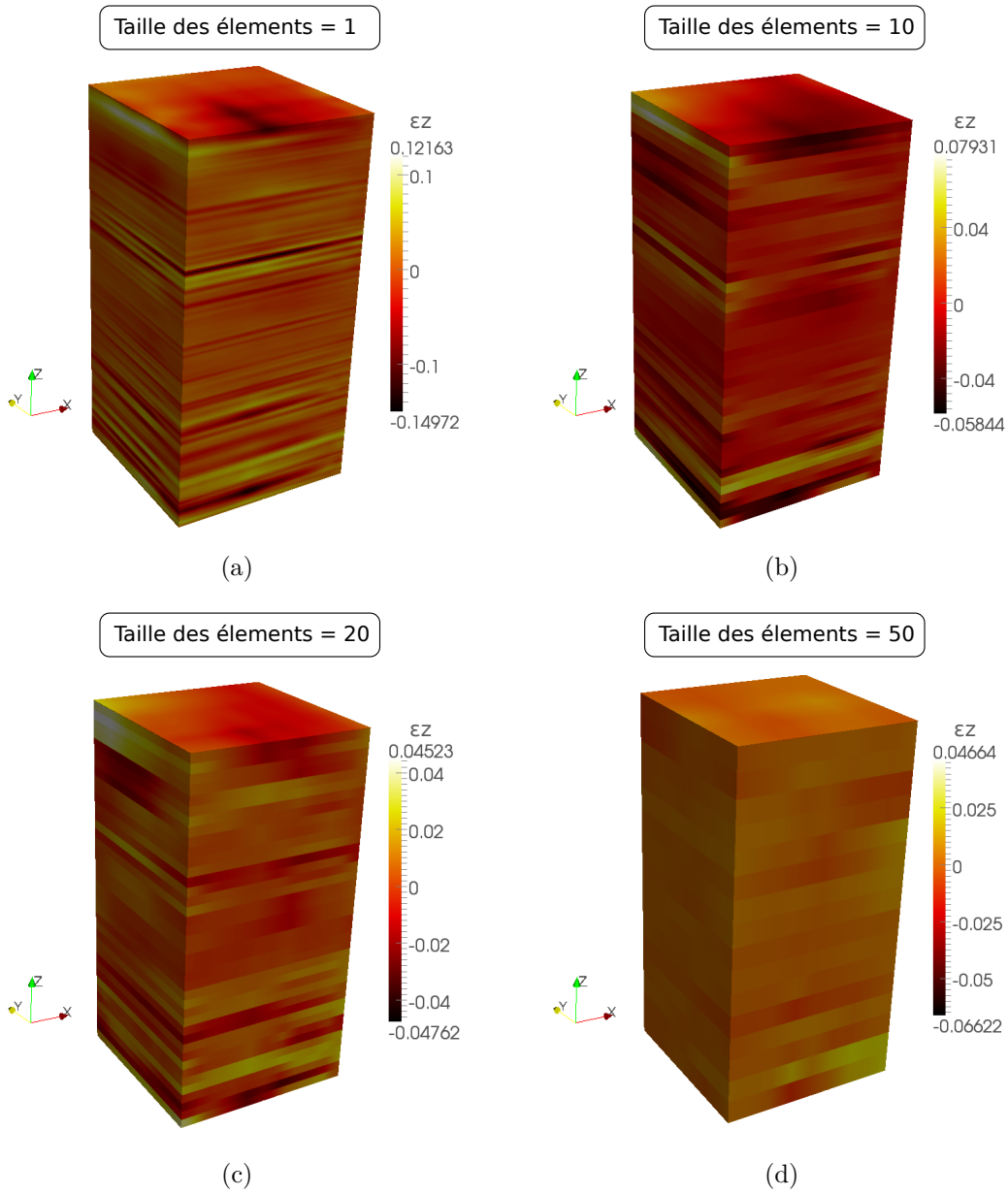


FIGURE 9.11 – Champ de déformation mesuré selon Z (ϵ_Z) associé à l'essai *ex-situ*. *a)* 1 voxel/élement ; *b)* 10 voxels/élement ; *c)* 20 voxels/élement ; *d)* 50 voxels/élement.

9.5 Discussion

Des essais *ex-situ* ont été menés sur le composite opacifié. Le taux de la déformation résiduelle obtenue à la fin de l'essai de traction avec l'éprouvette (avec une charge maximale considérée comme la limite) n'a pas été suffisamment élevé face aux incertitudes des mesures de la CIV. Par conséquent, les champs de déplacement/déformation mesurés exhibent principalement du bruit de mesure, empêchant une comparaison directe avec les valeurs de référence.

En ce qui concerne la résolution spatiale des mesures, dans cette application particulière l'utilisation d'une taille des éléments plus importante a mené à des mesures plus précises. Malgré la présence de l'opacifiant à l'intérieur de la résine, contribuant à une taille caractéristique plus faible par rapport au cas sans opacifiant, cette valeur reste assez élevé (28 voxels) pour permettre des mesures précises avec résolution spatiale raffinée (comme indiqué dans [Lecompte et al., 2006]). Ce compromis entre résolution des images (et par conséquent la taille du mouchetis) et résolution des mesures devra être pris en compte lors des prochaines analyses.

Il est important de remarquer que l'utilisation de la méthode PGD-CIV a été indispensable pour l'analyse menée ici avec cette taille de ROI. A titre d'exemple, le nombre de d.d.l. a été réduit d'un facteur de 10^5 pour les mesures à 1 voxel/élement (une approche EF-CIV mènerait à la quantité excessive de $\approx 400.10^6$ d.d.l.) et d'un facteur de 10^3 pour celles ayant 10 voxels/élément. En effet, avec telle approche le temps de calcul dépend considérablement moins du nombre de d.d.l. Des analyses moins restreintes (par rapport à la résolution spatiale des mesures) peuvent ainsi être envisagées. Cela ouvre aussi la voie à l'utilisation de ROI ayant des dimensions plus importantes.

Par la suite, nous envisageons des essais de traction *in-situ* où la charge appliquée à l'éprouvette pourra être maintenue lors de l'acquisition de l'image déformée. Ce type d'expérimentation est souvent envisageable, par exemple lorsque la chronologie est un facteur important pour l'analyse des résultats (comme l'évolution des fissures lors d'une sollicitation mécanique) [Buffiere et al., 2010]. Dans notre cas, nous pourrons obtenir des niveaux de déformation considérablement supérieurs à ceux des essais *ex-situ*, pouvant mener à des mesures des champs de déplacements beaucoup moins bruités. Par ailleurs, les procédures de manipulation de l'éprouvette sont facilités et l'intervalle de temps entre l'acquisition de l'image de référence et de l'image déformée est notablement réduit. L'idée générale est de contribuer à une réduction des bruits et des artefacts présents sur les images. On espère ainsi une amélioration des incertitudes de mesures, ce qui permettrait une analyse plus précise par CIV et, au final, une meilleure compréhension du comportement mécanique du composite à l'échelle microscopique.

CHAPITRE 10 Vers des essais in-situ

Aujourd'hui, la grande majorité des dispositifs expérimentaux adaptés à des essais *in-situ* en tomographie, sont construits autour de tube en PMMA (polyméthacrylate de méthyle, ou *Plexiglas*). Ce matériau altère très peu le rayonnement X, et la géométrie de révolution du tube garantit une indépendance de l'atténuation vis-à-vis de la rotation. L'objet est donc placé à l'intérieur du tube et le dispositif entier est lié rigidement à platine de rotation. A titre d'exemple, tel type de dispositif expérimental a été utilisé pour caractériser l'endommagement et analyser le comportement de composites à matrice métallique [Buffière et al., 1999 ; Birosca et al., 2009 ; Babout et al., 2001 ; Hruby et al., 2014] ou de métaux [Buffière et al., 2006 ; Rethoré et al., 2012], pour étudier les changements structuraux de mats soumis à la traction [Jeon et al., 2014] et le comportement mécanique de matériaux composites stratifiés [Brault et al., 2013 ; Moffatt et al., 2008]. Il est intéressant de constater que ce type de dispositif permet l'obtention d'images ayant une résolution spatiale assez fine ($\approx 2\mu$/voxel) comme indiqué sur [Buffiere et al., 2010]. Cependant, la résolution sera toujours limitée par le diamètre du tube de PMMA.

Dans ce travail, nous envisageons le développement d'un nouveau type de dispositif expérimental pour le suivi d'essais *in-situ* dans un tomographe de laboratoire. Ce dispositif ne présente pas de tube en PMMA et permet un bon rapprochement entre l'objet et la source, idéal pour l'obtention d'images à de très haute résolution pendant des essais *in-situ*.

10.1 Présentation du dispositif expérimental

Depuis quelques années, la réalisation d'essais de traction *in-situ* dans un tomographe était déjà un centre d'intérêt pour certains membres du groupe MICS et MSC de l'Institut Clément Ader. Dans ce travail, j'ai pu participer à la réalisation d'un dispositif expérimental conçu spécialement pour les essais de traction à l'intérieur du tomographe situé au CIRIMAT. Les limitations techniques du tomographe associés à nos besoins ont représenté un vrai challenge. Le **cahier des charges** d'un tel dispositif est présenté ci-dessous :

- **Objectif :** développer une machine de traction pouvant être installée à l'intérieur du tomographe Phoenix Nanotom S ® et permettant l'acquisition des projections tout en maintenant la charge ;
- **Contraintes :** la machine est adaptée à ce modèle spécifique de tomographe. Plus précisément, les limitations imposées sont :
  - le poids maximum pouvant être installé sur la platine de rotation : 2kg ;
  - la hauteur maximale à l'intérieur (distance entre la platine de rotation et la paroi supérieur) : 330mm ;
  - le diamètre minimal/maximal pouvant être appréhendés par les mors du mandrin de la platine de rotation : 1mm à 120mm ;
  - le diamètre total de la chambre de la source : 130mm ;
- **Description fonctionnelle :** une traction pure (libre de sollicitations parasites) doit être appliquée à l'éprouvette et sa valeur doit être connue. Cette sollicitation doit être maintenue lors de la rotation homogène de l'éprouvette pendant la phase d'acquisition

des projections. Par ailleurs, afin d'obtenir des images ayant une résolution spatiale raffinée, la distance entre l'éprouvette et la source doit être minimisée.

Le plan du dispositif (non entièrement détaillé) correspondant à la solution retenue est présenté sur la Figure 10.1. Les différents composants sont listés ci-dessous, ainsi que leur fonction :

- **Arbres :** les arbres ont pour rôle de transmettre les efforts et la rotation à l'éprouvette, celle ci étant attachée à l'extrémité des arbres. Ceci est fait par le vissage des talons en aluminium de l'éprouvette sur un taraudage situé à l'extrémité de l'arbre. Afin d'éviter toute sollicitation parasite, des liaisons souples émulant un cardan (obtenues par l'enlèvement de la matière sur l'arbre : voir Figure 10.1 pour plus de détails) sont utilisées. Le matériau retenu pour les arbres est un acier inoxydable austénitique 303 (brut de 400 mm de longueur), entre autres pour des questions de facilité d'usinage (réalisé en utilisant une machine de fraisage CN). L'un des arbres est pris en mors dans le mandrin de la platine de rotation du tomographe. La dimension nominale du diamètre des arbres et les tolérances correspondantes (en mm) valent $10^{0}_{-0.009}$.
- **Écrous, entretoises et roulements :** ils ont pour rôle de transmettre l'effort de traction aux arbres. Par le déplacement de l'écrou à encoches sur le filetage du tube extérieur (liaison glissière hélicoïdale), ce dernier appuie sur les entretoises (fabriquées en alliage d'aluminium Au4G anodisé). Ce choix est lié à la bonne usinabilité et la résistance à la corrosion qui sont en liaison rotule avec les arbres. Cette liaison est assurée par des roulements parallèles SKF 1200E ETN9 auto-alignant montés à l'intérieur des entretoises. La dimension nominale du diamètre intérieur et les tolérances correspondantes (en mm) valent $10^{0}_{-0.008}$.
- **Tube extérieur :** il est fabriqué en acier S235 à l'aide d'un tour mécanique et d'une fraiseuse 5 axes (brut de 235 mm de longueur et 30 mm de diamètre). Il est le support nécessaire pour que les éléments ci-dessus soient montés dans la configuration géométrique souhaitée. Il doit permettre la rotation de l'éprouvette (une douille à billes IKO STSI est utilisée pour créer une liaison pivot glissant entre l'arbre et le tube), le passage des rayons-X au travers de l'éprouvette, mais aussi le rapprochement maximum entre l'éprouvette et la source. Un recuit de détente est effectué afin de minimiser les contraintes résiduelles (et assurer la coaxialité de la pièce après usinage), et une phosphatation est également effectué afin d'améliorer la tenue à la corrosion.
- **Capteur de force :** placé entre deux entretoises, il permet l'enregistrement de l'effort appliqué à l'éprouvette. Il s'agit d'un capteur FUTEK LTH350 de capacité 250lb ($\approx 113,4$kg).

La fabrication des pièces de la machine a été effectuée en grande partie par le personnel de l'atelier mécanique à l'INSA de Toulouse. Lors du montage, quelques difficultés ont été rencontrés, associées à des interférences géométriques entre les pièces : notamment entre la cage à billes et le tube mais aussi entre les roulements et les arbres. Ce dernier a demandé plus d'attention lors du montage compte tenu de la liaison souple de l'arbre, et par conséquent la fragilité sur cette région spécifique. Dans les deux cas, un refroidissement de la pièce mâle a été nécessaire. Le montage global du dispositif est effectué dans l'ordre suivant :

- Cages à billes à l'intérieur du tube ;
- Écrous et entretoises sur le filetage du tube ;
- Du coté sans capteur : douille à billes sur l'arbre (avec roulement) et ensuite l'ensemble à l'intérieur du tube ;
- Du coté muni du capteur : capteur et douille à billes sur l'arbre (avec roulement) et ensuite l'ensemble à l'intérieur du tube.

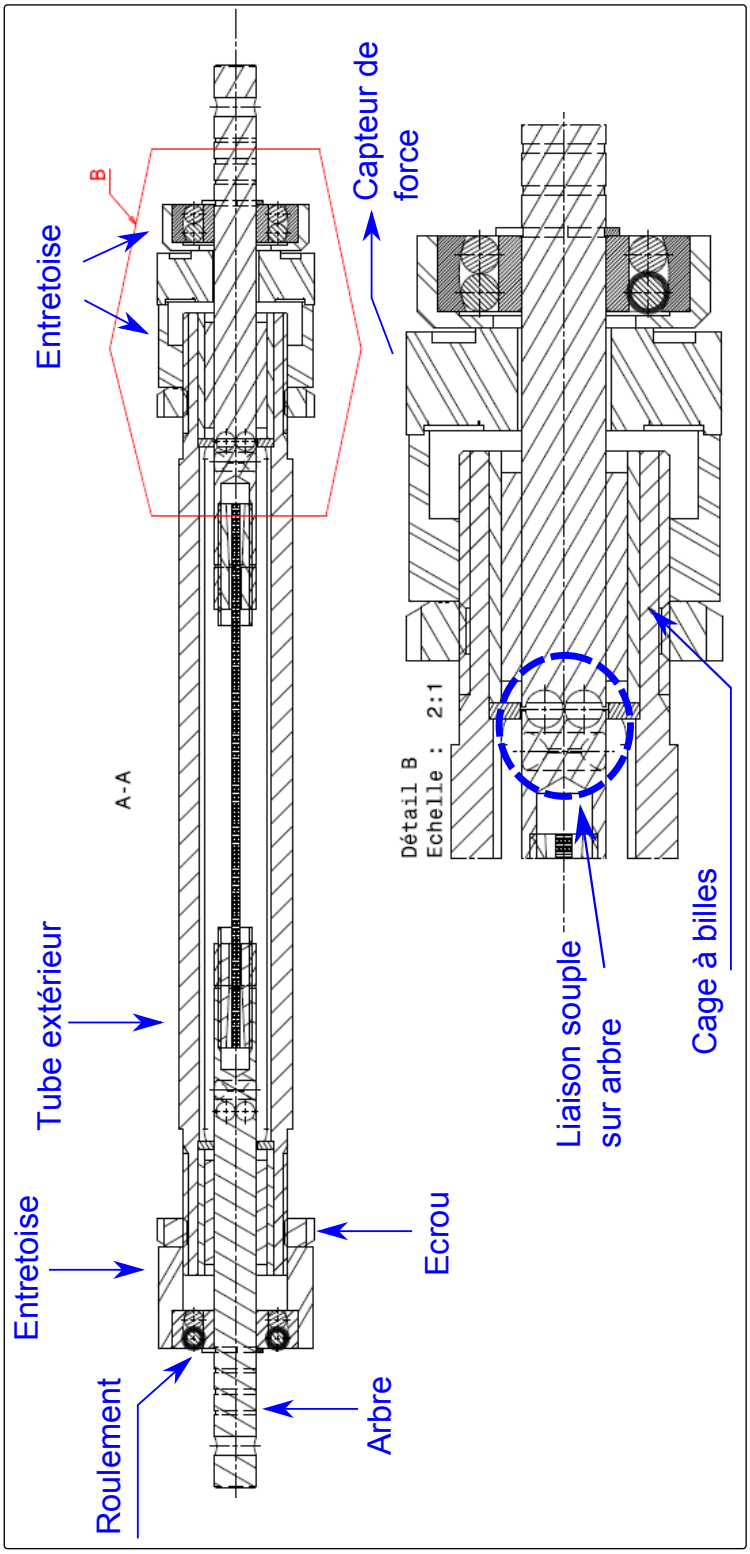
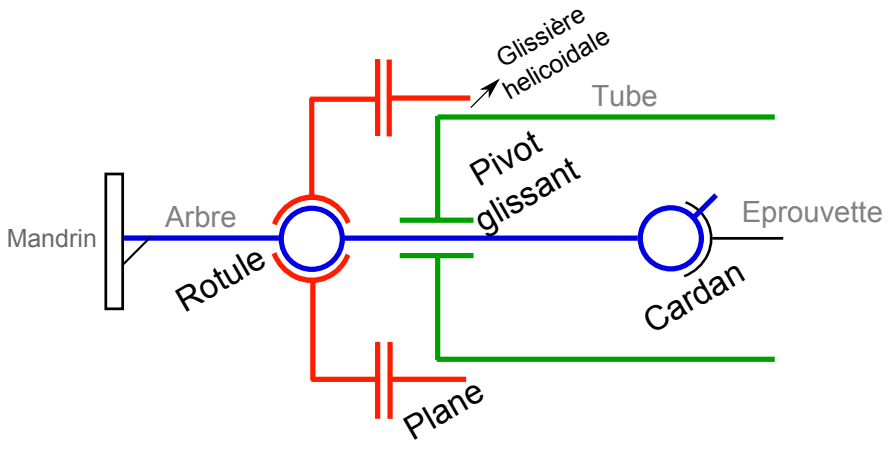


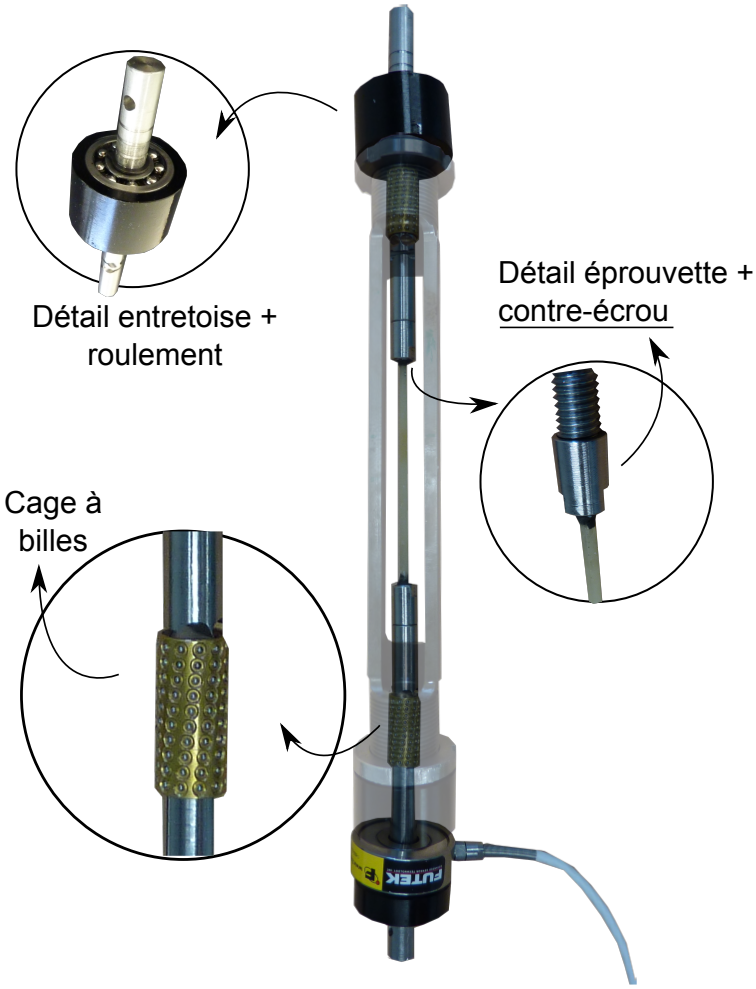
FIGURE 10.1 – Plan du dispositif expérimental conçu par le groupe MICS/MSC pour les essais *in-situ*. Celui-ci est composé de deux arbres, deux roulements, deux cage à billes, deux écrous, trois entretoises, un capteur de force et un tube extérieur.

Le montage de l'éprouvette est ensuite réalisé en vissant les talons à chaque extrémité de l'arbre. Le contre-écrou est ensuite bloqué.

Un schéma des principales liaisons entre chaque composant est présenté sur la Figure 10.2a. Sur la Figure 10.2b, une représentation de la machine assemblée est proposé. On y voit certains détails comme une entretoise avec son roulement, l'éprouvette et son talon fileté (ainsi que le contre-écrou), et la douille à billes à l'intérieur du tube.



(a)



(b)

FIGURE 10.2 – *a)* Schéma simplifié présentant les liaisons entre les différentes composants du dispositif. *b)* Représentation du dispositif assemblé, montrant quelques détails des pièces.

10.2 Essais de validation

Le dispositif installé à l'intérieur du tomographe peut être visualisé sur la Figure 10.3. Afin d'éviter la rotation du tube extérieur, et d'éventuels petits impacts sur la chambre de la source, nous avons inséré des mousses entre les deux parties.

FIGURE 10.3 – Le dispositif expérimental installé à l'intérieur du tomographe. Des mousses sont placées entre le tube et la chambre de la source, afin d'éviter les impacts du tube lors de la rotation de la table.

Les premières acquisitions réalisées en l'absence de charge (légère pré-charge) permettent de reconstruire une image. Ceci valide la cinématique retenue. Par contre, lors des premiers essais sous charge, nous avons rencontré des problèmes liées à la rotation de l'éprouvette. Plus précisément, lors de l'acquisition, la rotation de la région imagée de l'éprouvette n'était pas en phase avec la rotation imposée au bas. Ce déphasage aléatoire entraine des discontinuités entre certaines projections, empêchant une bonne reconstruction du volume. Quelques observations peuvent expliquer un tel incident :

- **Frottement au niveau de la liaison arbre/tube :** les billes de la douille à billes, ayant une dureté plus importante par rapport à l'arbre, endommageaient cette dernière lors des montages ou lors des essais. Par conséquent, des rayures surfaciques sont apparues. La liaison pivot glissant produit alors des frottements parasites lors de la

rotation de l'arbre. Ceci sera corrigé en adoptant des arbres présentant une dureté surfacique supérieure ;

- **Dimensions des éprouvettes :** une longueur de 13cm, combiné à une section de ≈ 2x2 mm^2 contribuent à une faible rigidité à la torsion (la même induite par les frottements expliqués ci-dessus). Ceci peut être amélioré par des éprouvettes plus courtes et ayant des sections plus importantes ;
- **Manque de jeu entre entretoise/tube :** lors du serrage de l'écrou à encoches, les surfaces de ce dernier appuyait de façon non-uniforme sur l'entretoise. Cette observation indique un hyperstatisme du mécanisme lié à des ajustements tube/entretoises trop justes. Le jeu entre l'entretoise et le tube ne permet pas de compenser le défaut de parallélisme entre le filetage et l'alésage présents aux extrémités du tube. Ceci peut être amélioré par une augmentation du diamètre des entretoises, c'est à dire par une simple reprise d'usinage de l'alésage de l'entretoise.

Nous avons récemment corrigé certains points. Suite à de nouveaux essais, une réduction des frottements a effectivement été obtenue. Cependant, ceci n'a pas été suffisant pour éliminer les discontinuités sur les projections. Une coupe d'une reconstruction sous charge obtenue peut être visualisée sur la Figure 10.4. Nous remarquons une présence importante d'artefacts associés aux à-coups parasites de l'objet. Les arbres doivent donc nécessairement être remplacées afin d'éliminer la source du problème. Ceci reste une perspective pour les travaux futurs compte tenu des délais associés.

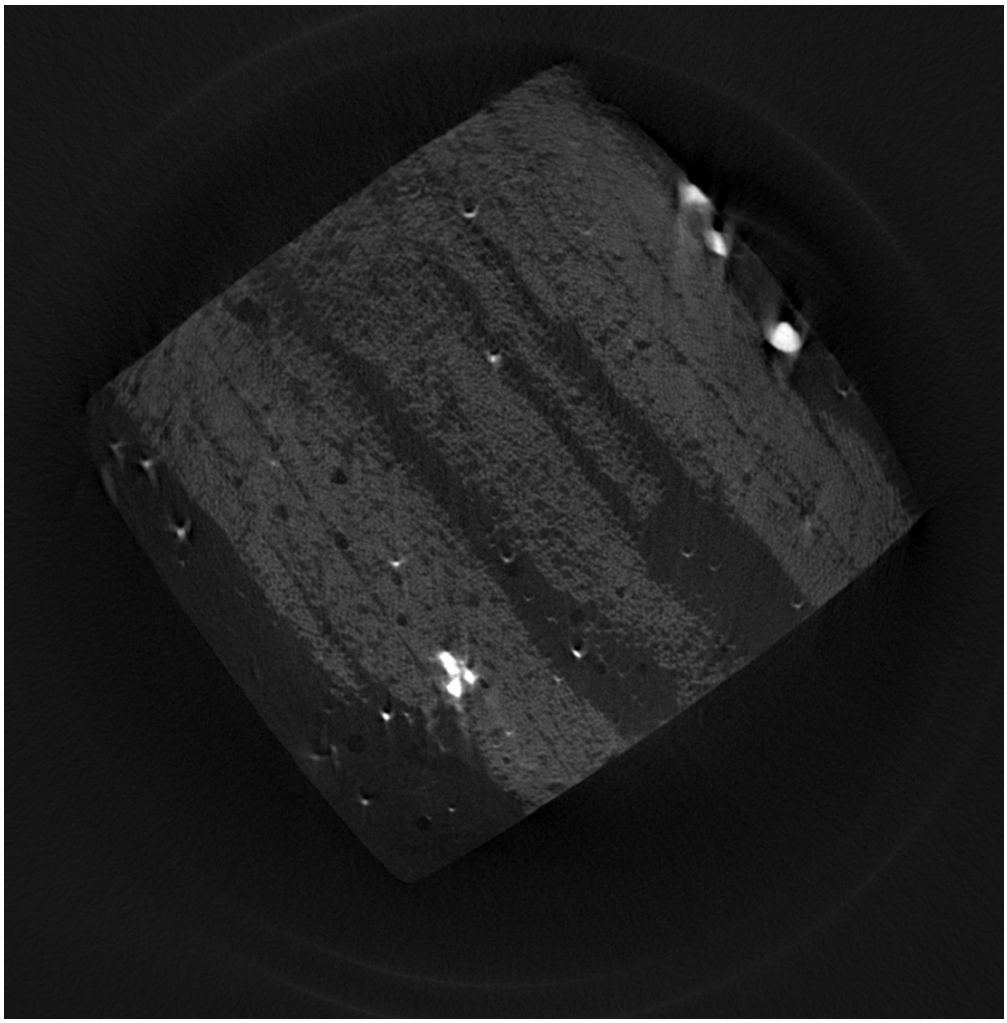


FIGURE 10.4 – Exemple de coupe XY de l'objet obtenue lors de la reconstruction avec le dispositif expérimental installé au tomographe. Des bruits et des artefacts importants sont présents, dus à des discontinuités sur la séquence des projections.

CHAPITRE 11 Discussion

A l'aide d'un tomographe de laboratoire, d'essais mécaniques et de la corrélation d'images, des mesures de champs de déplacements volumiques ont été effectuées à l'échelle microscopique dans un composite. L'ajout d'opacifiant lors de la fabrication du composite a permis l'amélioration du mouchetis à l'intérieur de la résine, améliorant par conséquent les incertitudes des mesures par CIV. Des essais *ex-situ* ont été menés, et une analyse des performances de l'algorithme de CIV face à cette application a été réalisée. Le niveau de la déformation résiduelle obtenue lors des essais n'a pas été suffisamment importante au regard des incertitudes des mesures, menant à des champs de déplacement/déformation bruités. Une résolution des images moins raffinée pourra améliorer la taille caractéristique du mouchetis, permettant des mesures avec une meilleure résolution. Enfin, l'utilisation de l'algorithme PGD-CIV a permis une analyse flexible, c'est à dire pour laquelle le temps de calcul est considérablement moins dépendant de la résolution spatiale choisie.

Afin d'améliorer les analyses à de telles échelles, un dispositif expérimental a été conçu, fabriqué et assemblé afin d'effectuer des essais de traction *in-situ*. Ceci ouvre de nouvelles possibilités pour l'étude du comportement mécanique volumique des matériaux à l'échelle microscopique. Quelques problèmes de conception ont mené à un mauvais fonctionnement du dispositif, entrainant la présence dans les images d'une quantité importante d'artefacts. Comme perspective à ce travail, le remplacement du matériau de quelques pièces pourra être réalisé, évitant les frottements parasites et assurant le bon fonctionnement du dispositif. Ceci permettra l'étude du composite lorsque celui ci est soumis à des déformations assez importantes. On espère par exemple utiliser la machine pour étudier des mécanismes d'endommagement du matériau.

Conclusion

La mesure de champs de déplacement par corrélation d'images numériques, en particulier dans sa déclinaison EF potentielle, représente aujourd'hui une voie séduisante pour l'amélioration du dialogue essai-calcul lors d'un projet mécanique. Associée à des méthodes d'imagerie 3D comme la micro-tomographie X, des champs de déplacement volumiques peuvent être obtenues *in-situ* à l'échelle des constituants élémentaires. Cela est particulièrement intéressant pour l'étude de lois de comportement et éventuellement l'identification des paramètres constitutifs. Le travail présenté dans cette thèse concerne la mesure de champ de déplacement à l'échelle microscopique dans un composite verre/epoxy à fibre longue. Les deux défis principaux, à savoir la taille des problèmes à résoudre et les limitations technologiques font l'objet des deux parties.

La première partie du travail exposé ici s'appuie sur la méthode Proper Generalized Decomposition (PGD) pour développer une nouvelle approche de la corrélation d'images volumiques (CIV). La méthode, baptisée PGD-CIV, permet la réduction du nombre de degrés de liberté une fois qu'un maillage volumique est remplacé par trois maillages unidimensionnels sur chaque direction. Cela est particulièrement intéressant lors des mesures avec une résolution spatiale très fine, permettant une réduction drastique du temps de calcul par rapport à des méthodes de corrélation EF-CIV. De plus, pour éviter la convergence vers des minima locaux lorsque des grandes amplitudes de déplacement sont présentes, une approche multi-grille a été intégrée à l'algorithme. Des analyses d'incertitudes ont été effectuées et comparées à celles issues des mesures EF-CIV, considérée ici comme référence. Les deux méthodes ont des performances pratiquement identiques. De plus, des cas artificiel et réel (compression d'un os tabéculaire) ont été analysés, montrant que la méthode est aussi robuste en présence de champs de déplacements complexes, tout en réduisant considérablement l'utilisation des ressources informatiques et, par conséquent, du temps de mesure.

La deuxième partie de cette thèse consiste à utiliser l'algorithme PGD-CIV pour la mesure du champ de déplacement d'un composite en fibre de verre et résine epoxy soumis à la traction. Les images sont obtenues par micro-tomographie, permettant une résolution raffinée et par conséquent des mesures à l'échelle microscopique du composite. Pour contourner le problème du manque de texture, un dopage de la résine avec un opacifiant est testé. Des particules de sulfate de baryum (ayant une atténuation plus importante par rapport aux constituants du composite) sont mélangées à la résine lors du processus de fabrication. Il a été observé, sur les images volumiques, que la micro-structure du composite étudié peut présenter des régions riches en résine et/ou en porosités, contribuant certainement à des concentrations de tensions lors des essais. D'après les analyses d'incertitudes avec des images 2D et 3D, il a été observé que le rajout d'opacifiant permet la réduction de l'ordre des incertitudes comparée au cas sans opacifiant. Des essais *ex-situ* ont été réalisés pour appréhender le comportement des échantillons. Un échantillon a été imagé avant et après application d'une charge significative (très proche de la rupture). Les mesures réalisées par CIV indiquent que les déformations résiduelles atteintes étaient inférieurs aux incertitudes des mesures et informent sur la résolution des images optimale pour la corrélation d'images. En parallèle, le développement d'un nouveau dispositif expérimental a été initié afin de réaliser des essais *in-situ*. L'idée est d'imager le dispositif sous charge dans le tomographe. La machine proposée permet de reconstruire le volume sans charge. Des défauts de conception induisent des à-coups pendant la rotation sous charge. Ces travaux doivent permettre à terme une meilleure analyse du comportement mécanique 3D du composite à l'échelle des constituants.

Quelques perspectives et améliorations sont proposées ci après. Concernant l'algorithme

PGD-CIV, l'intégration d'une méthode de **régularisation basée sur les lois constitutives et l'équilibre mécanique** [Leclerc et al., 2011] est envisageable, pouvant mener à des incertitudes de mesure inférieures. D'ailleurs, ceci peut être étendue aussi pour les procédures d'**identification de paramètres**, lorsque la matrice de rigidité est inconnue. Afin d'utiliser l'approche par séparation de variables proposée, une formulation du problème régularisé sous forme continue est nécessaire. Cela pourra être développé en se basant sur la méthode IMIC (*Integrated Mechanical Image Correlation*) [Réthoré et al., 2013], en déterminant la solution du problème suivant :

$$\{\mathbf{u}, \mathbf{P}\} = ArgMin\{k_o \Phi_{cor}(\mathbf{u}, \mathbf{P}) + m_o \Phi_{meca}(\mathbf{u}, \mathbf{P})\} \tag{11.1}$$

avec

$$\Phi_{cor}(\mathbf{u}, \mathbf{P}) = \int_\Omega (f - g(\mathbf{u}, \mathbf{P}))^2 \, d\Omega \tag{11.2}$$

et

$$\Phi_{meca}(\mathbf{u}, \mathbf{P}) = \int_\Omega \mathcal{E} : \sigma(\mathbf{u}, \mathbf{P}) d\Omega - \int_\Gamma \mathbf{u}^T \mathbf{F_{ext}} d\Gamma \tag{11.3}$$

où $\mathbf{P}$ est un vecteur contenant les valeurs des paramètres à identifier, et (m_o,k_o) des constantes permettant de contrôler l'influence de chaque terme (mécanique ou corrélation) sur la solution de 11.1. Nous soulignons que $\mathbf{F_{ext}}$ doit être également écrit sous forme séparée. Grâce à cette formulation continue, nous pourrions appliquer la méthode de séparation de variables pour la résolution du problème. Il est important de remarquer que pour les cas non-linéaires (par exemple si le comportement est élastoplastique ou viscoplastique), une telle formulation par séparation de variables peut s'avérer une procédure assez laborieuse, sachant que la matrice de rigidité peut comporter des composantes inter-dépendantes.

Par ailleurs, la taille des images reste toujours problématique. Ceci limite actuellement le choix de la taille de la ROI. Une stratégie pour éviter cela peut être l'utilisation des méthodes de **HPC (calcul à haute performance)** comme les méthodes de **décomposition de domaine**, réduisant drastiquement le coût de traitements des images et de résolutions des systèmes. A titre d'exemple, dans [Passieux et al., 2014b] des mesures 2D par FE-CIN sont effectués en utilisant telle méthode, permettant la réduction du temps de calcul par l'utilisation de sous-domaines. L'extension pour le cas volumique combinée à la méthode PGD-CIV mènera certainement à des réductions encore plus importantes sur le temps de calcul.

En ce qui concerne les essais sur le composite en fibre de verre résine epoxy, une **quantification précise des fractions volumiques des constituants** est envisageable. L'idée serait de pouvoir réaliser des analyses d'incertitudes sur les mesures plus réalistes. Cela peut être effectué par le développement d'un algorithme basé sur la corrélation d'images sur des coupes successives de l'image volumique, réalisant une sorte de suivie des fibres le long de l'image. De plus, des analyses d'incertitudes avec des **éprouvettes sans fibres** (constituées seulement de résine avec/sans opacifiant) peuvent aussi mener à une analyse plus précise de l'effet de l'opacifiant sur les performances des mesures par CIV, mais aussi de son **effet sur le comportement mécanique**. Concernant le dispositif expérimental pour les essais *in-situ*, une **reconception** de certaines parties est en cours. En particulier, le **remplacement des arbres** est nécessaire. L'idée est de recourir à un matériau ayant une dureté plus importante afin d'éviter de rayer la surface lors du montage ou de la manipulation (cause probable des à-coups observés).

A long terme, d'autres méthodes d'imagerie volumique pourront exister, ayant d'autres configurations technologiques et permettant par exemple la réduction du temps d'acquisition

des images et des bruits associés. D'autres aspirations concernent les limitations de la taille de l'objet et de la résolution des images. Allant encore plus loin, nous pouvons envisager que dans un seul scan des informations liant les échelles micro-meso-macro puissent être obtenues afin de réaliser d'un seul trait des analyses volumiques sur ces différentes échelles, contribuant au développement des modèles multi-échelles plus complexes. Dans ce contexte, des méthodes de mesure de champs permettant un lien direct avec les méthodes de simulation numérique auront une contribution encore plus importante vers l'augmentation du nombre d'essais numériques.

De plus, la PGD représente sans doute une méthode essentielle vers le rapprochement du dialogue entre les essais et les simulations numériques. Cela commence à être exploré aujourd'hui, par exemple dans le cas des abaques numériques et des systèmes DDDAS (*Dynamic Data Driven Application Systems*), qui permettent le couplage entre des dispositifs expérimentaux et des applications numériques pour le suivi en temps réel des systèmes.

Note personnelle : lors de ce travail, j'ai pu être en contact avec des méthodes expérimentales et numériques. Je considère que la mesure de champs par corrélation d'images est une méthode fascinante, permettant un lien avec les simulations numériques et l'acquisition d'une quantité d'informations importante à partir de dispositifs expérimentaux très simples (surtout en 2D ou stéréo-corrélation). Ceci peut expliquer la principale raison de son succès au cours de ces dernières années. Une importante partie de la communauté photomécanicienne s'est engagé pour appuyer sur l'aspect métrologique de la méthode (comme le niveau des incertitudes ou la résolution des mesures), quelques fois oubliées lors de la présentation des résultats obtenus. L'attention des utilisateurs sur cet aspect sera fondamentale pour l'évolution de la méthode. De plus, la partie expérimentale de mon travail (essais *ex-situ*, acquisition d'images par tomographie, développement de la machine à traction) m'a permis d'être face-à-face aux challenges et limitations associés à la mécanique expérimentale. Je suis ravi d'avoir énormément appris et d'avoir contribué sur des sujets si complexes, modernes et passionnants.

Bibliographie

[Allix et al., 1989] Allix, O., Ladevèze, P., Gilletta, D., and Ohayon, R. (1989). A damage prediction method for composite structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 27(2) :271–283. *Cité page 24*

[Alotto et al., 2011] Alotto, P., Guarnieri, M., Moro, F., and Stella, A. (2011). Multi-physic 3d dynamic modelling of polymer membranes with a proper generalized decomposition model reduction approach. *Electrochimica Acta*, 57(0) :250 – 256. *Cité page 25*

[Ammar et al., 2006] Ammar, A., Mokdad, B., Chinesta, F., and Keunings, R. (2006). A new family of solvers for some classes of multidimensional partial differential equations encountered in kinetic theory modeling of complex fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 139 :153–176. *3 citations pages 5, 24, et 27*

[Ammar et al., 2010] Ammar, A., Normandin, M., Daim, F., Gonzalez, D., Cueto, E., and Chinesta, F. (2010). Non incremental strategies based on separated representations : applications in computational rheology. *Communications in Mathematical Sciences*, 8(3) :639–796. *Cité page 25*

[Anastasi and Laboratory, 1992] Anastasi, R. and Laboratory, U. A. M. T. (1992). *An Introduction to Moire Methods with Applications in Composite Materials*. U.S. Army Materials Technology Laboratory. *Cité page 13*

[Arellano et al., 2010] Arellano, M. T., Crouzeix, L., Douchin, B., Collombet, F., Moreno, H. H., and Velazquez, J. G. (2010). Strain field measurement of filament-wound composites at +-55° using digital image correlation : An approach for unit cells employing flat specimens. *Composites Structures*, 92(10) :2457–2464. *3 citations pages xv, 77, et 78*

[Aswan Kumar et al., 2011] Aswan Kumar, G., Phani Kumar, C. R., and Malleswararao, V. (2011). Evaluation on x-ray exposure parameters considering tube voltage and exposure time. *International Journal of Engineering Science & Technology*, 3(4) :3210–3215. *Cité page 71*

[Avril and Pierron, 2007] Avril, S. and Pierron, F. (2007). General framework for the identification of constitutive parameters from full-field measurements in linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 44(14-15) :4978–5002. *Cité page 5*

[Azzouna et al., 2011] Azzouna, M. B., Périé, J.-N., Guimard, J.-M., Hild, F., and Roux, S. (2011). On the identification and validation of an anisotropic damage model using full-field measurements. *International Journal of Damage Mechanics*, 20(8) :1130–1150. *Cité page 19*

[Babout et al., 2001] Babout, L., Maire, E., Buffière, J.-Y., and Fougères, R. (2001). Characterization by x-ray computed tomography of decohesion, porosity growth and coalescence in model metal matrix composites. *Acta Materialia*, 49(11) :2055–2063. *Cité page 111*

[Barrett and Keat, 2004] Barrett, J. F. and Keat, N. (2004). Artifacts in ct : Recognition and avoidance. *RadioGraphics*, 24(6) :1679–1691. PMID : 15537976. *Cité page 71*

[Basehore and Post, 1981] Basehore, M. and Post, D. (1981). Moiré method for in-plane and out-of-plane displacement measurements. *Experimental Mechanics*, 21(9) :321–328. *Cité page 13*

[Bay et al., 1999] Bay, B., Smith, T., Fyhrie, D., and Saad, M. (1999). Digital volume correlation : three-dimensional strain mapping using X-ray tomography. *Experimental Mechanics*, 39 :217–226. *4 citations pages 6, 14, 15, et 18*

[Benoit et al., 2009] Benoit, A., Guérard, S., Gillet, B., Guillot, G., Hild, F., Mitton, D., Périé, J.-N., and Roux, S. (2009). 3D analysis from micro-MRI during in situ compression on cancellous bone. *Journal of Biomechanics*, 42(14) :2381 – 2386. *3 citations pages 14, 57, et 58*

[Besnard et al., 2006] Besnard, G., Hild, F., and Roux, S. (2006). Finite-element displacement fields analysis from digital images : Application to Portevin–Le Châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46 :789–803. *14 citations pages xiii, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 41, 50, 51, 52, 63, 88, et 103*

[Betts et al., 2014] Betts, C., Balint, D., and Lin, J. (2014). In-situ micro-tensile testing and x-ray micro-tomography based {FE} modeling of open-cell metal foam struts and sandwich panels. *Procedia Materials Science*, 4(0) :189–194. *Cité page 74*

[Birosca et al., 2009] Birosca, S., Buffière, J.-Y., Garcia-Pastor, F., Karadge, M., Babout, L., and Preuss, M. (2009). Three-dimensional characterization of fatigue cracks in ti-6246 using x-ray tomography and electron backscatter diffraction. *Acta Materialia*, 57(19) :5834–5847. *Cité page 111*

[Black, 2003] Black, S. (2003). Offshore applications : the future is now. Online, posted on 01/04/2003. *Cité page 77*

[Boas and Fleischmann, 2012] Boas, F. E. and Fleischmann, D. (2012). Ct artifacts : causes and reduction techniques. *Imaging in Medicine*, 4(2) :229–240. *3 citations pages xv, 71, et 73*

[Bognet et al., 2012] Bognet, B., Bordeu, F., Chinesta, F., Leygue, A., and Poitou, A. (2012). Advanced simulation of models defined in plate geometries : 3d solutions with 2d computational complexity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 201–204(0) :1 – 12. *Cité page 25*

[Boin and Haibel, 2006] Boin, M. and Haibel, A. (2006). Compensation of ring artefacts in synchrotron tomographic images. *Optics Express*, 14(25) :12071–12075. *3 citations pages xv, 71, et 73*

[Bornert et al., 2009] Bornert, M., Brémand, F., Doumalin, P., Dupré, J.-C., Fazzini, M., Grédiac, M., Hild, F., Mistou, S., Molimard, J., Orteu, J.-J., Robert, L., Surrel, Y., Vacher, P., and Wattrisse, B. (2009). Assessment of digital image correlation measurement errors : Methodology and results. *Experimental Mechanics*, 49(3) :353–370. *Cité page 18*

[Boucard et al., 1997] Boucard, P.-A., Ladevèze, P., Poss, M., and Rougée, P. (1997). A nonincremental approach for large displacement problems. *Computers & Structures*, 64(1–4) :499 – 508. *Cité page 24*

[Box and Hunter, 1957] Box, G. E. P. and Hunter, J. S. (1957). Multi-factor experimental designs for exploring response surfaces. *The Annals of Mathematical Statistics*, 28(1) :195–241. *Cité page 24*

[Brault et al., 2013] Brault, R., Germaneau, A., Dupré, J., Doumalin, P., Mistou, S., and Fazzini, M. (2013). In-situ analysis of laminated composite materials by x-ray

micro-computed tomography and digital volume correlation. *Experimental Mechanics*, 53(7) :1143–1151. *3 citations pages 6, 74, et 111*

[Buffiere et al., 2010] Buffiere, J.-Y., Maire, E., Adrien, J., Masse, J.-P., and Boller, E. (2010). In situ experiments with x ray tomography : an attractive tool for experimental mechanics. *Experimental Mechanics*, 50(3) :289–305. *4 citations pages 6, 93, 109, et 111*

[Buffière et al., 1999] Buffière, J.-Y., Maire, E., Cloetens, P., Lormand, G., and Fougères, R. (1999). Characterization of internal damage in a {MMCp} using x-ray synchrotron phase contrast microtomography. *Acta Materialia*, 47(5) :1613–1625. *2 citations pages 74 et 111*

[Buffière et al., 2006] Buffière, J.-Y., Proudhon, H., Ferrie, E., and Ludwig, W. (2006). Three-dimensional visualisation of fatigue cracks in metals using high resolution synchrotron x-ray micro-tomography. *Materials Science and Technology*, 22(9) :1019–1024. *2 citations pages 6 et 111*

[Bull et al., 2014] Bull, D., Spearing, S., and Sinclair, I. (2014). Observations of damage development from compression-after-impact experiments using ex situ micro-focus computed tomography. *Composites Science and Technology*, 97(0) :106–114. *2 citations pages 74 et 93*

[Cattabiani et al., 2013] Cattabiani, A., Riou, H., Ladevèze, P., and Bézier, G. (2013). Simulation of medium-frequency response in elastic shells using vtcr and pgd methods. In *21ème Congrès Français de Mécanique*, Bordeaux, France. *Cité page 25*

[Caty et al., 2014] Caty, O., Ibarroule, P., Herbreteau, M., Rebillat, F., Maire, E., and Vignoles, G. (2014). Application of x-ray computed micro-tomography to the study of damage and oxidation kinetics of thermostructural composites. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 324(0) :113–117. *Cité page 74*

[Champaney et al., 1999] Champaney, L., Cognard, J., and Ladèveze, P. (1999). Modular analysis of assemblages of three-dimensional structures with unilateral contact conditions. *Computers & Structures*, 73(1–5) :249 – 266. *Cité page 24*

[Chateau et al., 2011] Chateau, C., Gélébart, L., Bornert, M., Crépin, J., Boller, E., Sauder, C., and Ludwig, W. (2011). In situ x-ray microtomography characterization of damage in sicf/sic minicomposites. *Composites Science and Technology*, 71(6) :916–924. *Cité page 74*

[Chatterjee, 2000] Chatterjee, A. (2000). An introduction to the proper orthogonal decomposition. *Current science*, 78(7) :808–817. *2 citations pages 5 et 24*

[Chinesta et al., 2013] Chinesta, F., Leygue, A., Bordeu, F., Aguado, J., Cueto, E., Gonzalez, D., Alfaro, I., Ammar, A., and Huerta, A. (2013). Pgd-based computational vademecum for efficient design, optimization and control. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 20(1) :31–59. *Cité page 25*

[Chinesta F. and M., 2007] Chinesta F., Ammar A., F. A. and M., L. (2007). On the reduction of stochastic kinetic theory models of complex fluids. *Model Simul Mater Sci Eng*, 15 :639–652. *Cité page 25*

[Claire et al., 2004] Claire, D., Hild, F., and Roux, S. (2004). A finite element formulation to identify damage fields : the equilibrium gap method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(2) :189–208. *Cité page 5*

[Corvec and Walter, 2009] Corvec, N. L. and Walter, T. R. (2009). Volcano spreading and fault interaction influenced by rift zone intrusions : Insights from analogue experiments analyzed with digital image correlation technique. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 183(3–4) :170 – 182. *Cité page 14*

[Courard et al., 2013] Courard, A., Néron, D., Ladevèze, P., Andolfatto, P., and Bergero, A. (2013). Abaques virtuels pour l'optimisation géométrique des structures. In *21ème Congrès Français de Mécanique*, Bordeaux, France. *Cité page 25*

[Crouzeix et al., 2009] Crouzeix, L., Torres, M., Douchin, B., Périé, J.-N., Collombet, F., and Hernandez-Moreno, H. (2009). Assessment of the winding pattern effects on the behaviour of filament wound pipes by using full field measurements and the equilibrium gap method. In *ICCM17 - 17th International Conference on Composite Materials, Edinburgh (UK).* *3 citations pages xv, 77, et 78*

[Dainty, 1977] Dainty, J. (1977). I the statistics of speckle patterns. *Progress in optics*, 14 :1–46. *Cité page 18*

[Desplentere et al., 2005] Desplentere, F., Lomov, S., Woerdeman, D., Verpoest, I., Wevers, M., and Bogdanovich, A. (2005). Micro-ct characterization of variability in 3d textile architecture. *Composites Science and Technology*, 65 :1920–1930. *Cité page 74*

[Djukic et al., 2009] Djukic, L., Herszberg, I., Walsh, W., Schoeppner, G., Prusty, B. G., and Kelly, D. (2009). Contrast enhancement in visualisation of woven composite tow architecture using a microct scanner. part 1 : Fabric coating and resin additives. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(5) :553–565. *4 citations pages xvi, 74, 79, et 80*

[Donis-Gonzalez et al., 2014] Donis-Gonzalez, I., Guyer, D., Fulbright, D., and Pease, A. (2014). Postharvest noninvasive assessment of fresh chestnut (castanea spp.) internal decay using computer tomography images. *Postharvest Biology and Technology*, 94(0) :14–25. *Cité page 69*

[Dumon et al., 2011] Dumon, A., Allery, C., and Ammar, A. (2011). Proper general decomposition (pgd) for the resolution of navier–stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 230(4) :1387 – 1407. *Cité page 25*

[F. Chinesta, 2010] F. Chinesta, A. Ammar, E. C. (2010). On the use of proper generalized decompositions for solving the multidimensional chemical master equation. *European Journal of Computational Mechanics*, 19 :53–64. *Cité page 25*

[Falcó, 2010] Falcó, A. (2010). Algorithms and numerical methods for high dimensional financial market models. *Revista de Economia Financiera*, 20 :51–68. *Cité page 25*

[Faurie et al., 2014] Faurie, D., Renault, P.-O., Bourhis, E. L., Geandier, G., Goudeau, P., and Thiaudière, D. (2014). Mastering the biaxial stress state in nanometric thin films on flexible substrates. *Applied Surface Science*, 306(0) :70 – 74. European Materials Research Society Fall Meeting 2013, Symposium B : Stress, structure and stoichiometry effects on the properties of nanomaterials {II}. *Cité page 14*

[Fidan et al., 2012] Fidan, S., Sinmazçelik, T., and Avcu, E. (2012). Internal damage investigation of the impacted glass/glass+aramid fiber reinforced composites by micro-computerized tomography. *{NDT} & E International*, 51(0) :1–7. *Cité page 74*

[Florentin and Lubineau, 2010] Florentin, E. and Lubineau, G. (2010). Identification of the parameters of an elastic material model using the constitutive equation gap method. *Computational Mechanics*, 46 :521–531. *Cité page 63*

[Forsberg et al., 2008] Forsberg, F., Mooser, R., Arnold, M., Hack, E., and Wyss, P. (2008). 3D micro-scale deformations of wood in bending : Synchrotron radiation μCT data analyzed with digital volume correlation. *Journal of Structural Biology*, 164 :255–262. *3 citations pages 6, 14, et 74*

[Gamstedt and Sjogren, 1999] Gamstedt, E. and Sjogren, B. (1999). Micromechanisms in tension-compression fatique of composite laminates containing transverse plies. *Composites Science and Technology*, 59(2) :167–178. *2 citations pages xiii et 4*

[Gillard et al., 2014] Gillard, F., Boardman, R., Mavrogordato, M., Hollis, D., Sinclair, I., Pierron, F., and Browne, M. (2014). The application of digital volume correlation (dvc) to study the microstructural behaviour of trabecular bone during compression. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 29(0) :480–499. *Cité page 74*

[Giner et al., 2013] Giner, E., Bognet, B., Rodenas, J., Leygue, A., Fuenmayor, F., and Chinesta, F. (2013). The proper generalized decomposition (pgd) as a numerical procedure to solve 3d cracked plates in linear elastic fracture mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 50(10) :1710–1720. *Cité page 25*

[Giraldi et al., 2013] Giraldi, L., Nouy, A., Legrain, G., and Cartraud, P. (2013). Tensor-based methods for numerical homogenization from high-resolution images. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 254(0) :154 – 169. *Cité page 25*

[Gonzalez et al., 2010] Gonzalez, D., Ammar, A., Chinesta, F., and Cueto, E. (2010). Recent advances on the use of separated representations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 81(5) :637 – 659. *2 citations pages 32 et 33*

[Grédiac and Pierron, 2006] Grédiac, M. and Pierron, F. (2006). Applying the virtual fields method to the identification of elasto-plastic constitutive parameters. *International Journal of Plasticity*, 22(4) :602–627. *Cité page 5*

[Grediac and Hild, 2012] Grediac, M. and Hild, F. (2012). *Full-Field Measurements and Identification in Solid Mechanics*. ISTE. Wiley. *7 citations pages 13, 14, 15, 17, 18, 20, et 21*

[Guidault et al., 2008] Guidault, P.-A., Allix, O., Champaney, L., and Cornuault, C. (2008). A multiscale extended finite element method for crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(5) :381–399. *Cité page 5*

[Hashin, 1980] Hashin, Z. (1980). Failure criteria for unidirectional fiber composites. *Journal of Applied Mechanics*, 47(2) :329–334. *Cité page 4*

[Haussener et al., 2009] Haussener, S., Coray, P., Lipinski, W., Wyss, P., and Steinfeld, A. (2009). Tomography-based heat and mass transfer characterization of reticulate porous ceramics for high-temperature processing. *Journal of Heat Transfer*, 132(2) :023305–023305–9. *Cité page 74*

[Hernandez-Moreno et al., 2008] Hernandez-Moreno, H., Douchin, B., Collombet, F., Choqueuse, D., and Davies, P. (2008). Influence of winding patterns on the mechanical behavior of filament wound composite cylinders under external pressure. *Composites Science and Technology*, 68(3-4) :1015–1024. *3 citations pages xv, 77, et 78*

[Hild et al., 2009] Hild, F., Maire, E., Roux, S., and Witz, J.-F. (2009). Three-dimensional analysis of a compression test on stone wool. *Acta Materialia*, 57(11) :3310 – 3320. *Cité page 14*

[Hild et al., 2002] Hild, F., Raka, B., Baudequin, M., Roux, S., and Cantelaube, F. (2002). Multi-scale displacement field measurements of compressed mineral wool samples by digital image correlation. *Applied Optics*, 32 :6815–6828. *Cité page 41*

[Hild and Roux, 2006] Hild, F. and Roux, S. (2006). Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties – a review. *Strain*, 42(2) :69–80. *Cité page 19*

[Hild and Roux, 2012] Hild, F. and Roux, S. (2012). Comparison of local and global approaches to digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 52(9) :1503–1519. *4 citations pages 6, 16, 19, et 33*

[Horn and Schunk, 1981] Horn, B. and Schunk, B. (1981). Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 18 :185–203. *2 citations pages 15 et 44*

[Hounsfield, 1973] Hounsfield, G. (1973). Computerized transverse axial scanning (tomography) : Part 1. description of system. *The British Journal of Radiology*, 46(552) :1016–1022. *Cité page 69*

[Hruby et al., 2014] Hruby, P., Singh, S. S., Williams, J. J., Xiao, X., Carlo, F. D., and Chawla, N. (2014). Fatigue crack growth in sic particle reinforced al alloy matrix composites at high and low r-ratios by in situ x-ray synchrotron tomography. *International Journal of Fatigue*, 68(0) :136–143. *Cité page 111*

[Jacquot, 2008] Jacquot, P. (2008). Speckle interferometry : A review of the principal methods in use for experimental mechanics applications. *Strain*, 44(1) :57–69. *Cité page 13*

[Jeon et al., 2014] Jeon, S.-Y., Na, W.-J., Choi, Y.-O., Lee, M.-G., Kim, H.-E., and Yu, W.-R. (2014). In situ monitoring of structural changes in nonwoven mats under tensile loading using x-ray computer tomography. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 63(0) :1–9. *Cité page 111*

[Ketcham and Carlson, 2001] Ketcham, R. A. and Carlson, W. D. (2001). Acquisition, optimization and interpretation of x-ray computed tomographic imagery : Applications to the geosciences. *Computers & Geosciences*, 27(4) :381–400. *5 citations pages xv, 69, 71, 72, et 73*

[Kruth et al., 2011] Kruth, J., Bartscher, M., Carmignato, S., Schmitt, R., Chiffre, L. D., and Weckenmann, A. (2011). Computed tomography for dimensional metrology. *{CIRP} Annals - Manufacturing Technology*, 60(2) :821–842. *3 citations pages 69, 71, et 83*

[Lachambre et al., 2013] Lachambre, J., Maire, E., Adrien, J., and Choqueuse, D. (2013). In situ observation of syntactic foams under hydrostatic pressure using x-ray tomography. *Acta Materialia*, 61(11) :4035–4043. *Cité page 74*

[Lachambre et al., 2014] Lachambre, J., Réthoré, J., Weck, A., and Buffiere, J.-Y. (2014). Extraction of stress intensity factors for 3d small fatigue cracks using digital volume correlation and x-ray tomography. *International Journal of Fatigue*. In press. *2 citations pages 6 et 74*

[Ladevèze, 1985] Ladevèze, P. (1985). New algorithms : mechanical framework and development (in french). Compte rendu de l'académie des Sciences Vol. 300, No. 2. pp. 41-44. *Cité page 24*

[Ladevèze and Lubineau, 2001] Ladevèze, P. and Lubineau, G. (2001). On a damage mesomodel for laminates : micro-meso relationships, possibilities and limits. *Composites Science and Technology*, 61(15) :2149 – 2158. *Cité page 24*

[Ladevèze and Nouy, 2003] Ladevèze, P. and Nouy, A. (2003). On a multiscale computational strategy with time and space homogenization for structural mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(28-30) :3061–3087. *Cité page 24*

[Ladevèze et al., 2007] Ladevèze, P., Néron, D., and Gosselet, P. (2007). On a mixed and multiscale domain decomposition method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(8) :1526–1540. *Cité page 5*

[Ladevèze et al., 2010] Ladevèze, P., Passieux, J.-C., and Néron, D. (2010). The LATIN multiscale computational method and the proper generalized decomposition. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(21) :1287–1296. *2 citations pages 25 et 27*

[Ladevèze and Simmonds, 1999] Ladevèze, P. and Simmonds, J. (1999). *Nonlinear computational structural mechanics : new approaches and non-incremental methods of calculation*. Mechanical engineering series. Springer. *Cité page 24*

[Lame et al., 2004] Lame, O., Bellet, D., Michiel, M. D., and Bouvard, D. (2004). Bulk observation of metal powder sintering by x-ray synchrotron microtomography. *Acta Materialia*, 52(4) :977–984. *Cité page 73*

[Leclerc et al., 2009] Leclerc, H., Périé, J.-N., Roux, S., and Hild, F. (2009). Integrated digital image correlation for the identification of mechanical properties. volume 5496 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 161–171. *Cité page 19*

[Leclerc et al., 2011] Leclerc, H., Périé, J.-N., Roux, S., and Hild, F. (2011). Voxel-scale digital volume correlation. *Experimental Mechanics*, 51 :479–490. *10 citations pages xiii, 6, 14, 20, 21, 47, 50, 52, 63, et 124*

[Lecompte et al., 2006] Lecompte, D., Smiths, A., Bossuyt, S., Sol, H., Vantomme, J., Hemelrijck, D. V., and Habraken, A. (2006). Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 44(11) :1132–1145. *2 citations pages 103 et 109*

[Lecomte-Grosbras et al., 2014] Lecomte-Grosbras, P., Réthoré, J., Limodin, N., Witz, J.-F., and Brieu, M. (2014). Three-dimensional investigation of free-edge effects in laminate composites using x-ray tomography and digital volume correlation. *Experimental Mechanics*, pages 1–11. *3 citations pages 6, 74, et 93*

[Lemaitre and Chaboche, 1978] Lemaitre, J. and Chaboche, J. (1978). Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *Journal de la Mécanique Appliquée*, 2(3) :317–65. *Cité page 4*

[Liang et al., 2002] Liang, Y., Lee, H., Lim, S., Lin, W., Lee, K., and Wu, C. (2002). Proper orthogonal decomposition and its applications—part i : Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 252(3) :527–544. *Cité page 24*

[Lim and Barigou, 2004] Lim, K. and Barigou, M. (2004). X-ray micro-computed tomography of cellular food products. *Food Research International*, 37(10) :1001–1012. *Cité page 69*

[Magoules, 2008] Magoules, F. (2008). *Mesh Partitioning Techniques and Domain Decomposition Methods*. Saxe-Coburg Publications. *Cité page 23*

[Maire et al., 2007] Maire, E., Colombo, P., Adrien, J., Babout, L., and Biasetto, L. (2007). Characterization of the morphology of cellular ceramics by 3d image processing of x-ray tomography. *Journal of the European Ceramic Society*, 27(4) :1973–1981. *Cité page 74*

[Mao and Sun, 1991] Mao, K. and Sun, C. (1991). A refined global-local finite element analysis method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 32(1) :29–43. *Cité page 5*

[McDonald et al., 2009] McDonald, S., Motazedian, F., Cocks, A., and Withers, P. (2009). Shear cracking in an Al powder compact studied by X-ray microtomography. *Materials Science and Engineering : A*, 508(1–2) :64 – 70. *Cité page 14*

[Miedzinska et al., 2012] Miedzinska, D., Niezgoda, T., and Gieleta, R. (2012). Numerical and experimental aluminium foam microsctructure testing with the use of computed tomography. *Computational Materials Science*, 64(0) :90–95. *Cité page 74*

[Mitiche and Bouthemy, 1996] Mitiche, A. and Bouthemy, P. (1996). Computation and analysis of image motion : A synopsis of current problems and methods. *International Journal of Computer Vision*, 19 :29–55. *Cité page 44*

[Moffatt et al., 2008] Moffatt, A., Wright, P., Buffière, J.-Y., Sinclair, I., and Spearing, S. (2008). Micromechanisms of damage in 0 splits in a [90/0]s composite material using synchrotron radiation computed tomography. *Scripta Materialia*, 59(10) :1043–1046. *Cité page 111*

[Mokdad et al., 2007] Mokdad, B., Pruliere, E., Ammar, A., and Chinesta, F. (2007). On the simulation of kinetic theory models of complex fluids using the fokker-planck approach. *Applied Rheology*, 17(2) :1–14. *Cité page 25*

[Mokso et al., 2007] Mokso, R., Cloetens, P., Maire, E., Ludwig, W., and Buffiere, J.-Y. (2007). Nanoscale zoom tomography with hard x rays using kirkpatrick-baez optics. *Applied Physics Letters*, 90(14) :144104–144104–3. *Cité page 71*

[Molimard et al., 2005] Molimard, J., Riche, R. L., Vautrin, A., and Lee, J. (2005). Identification of the four orthotropic plate stiffnesses using a single open-hole tensile test. *Experimental Mechanics*, 45(5) :404–411. *Cité page 5*

[Molimard et al., 2007] Molimard, J., Zhani, K., Desrayaud, C., and Darrieulat, M. (2007). Extention of the grid method to large displacements. In Gdoutos, E., editor, *Experimental Analysis of Nano and Engineering Materials and Structures*, pages 643–644. Springer Netherlands. *Cité page 14*

[Mummery et al., 1995] Mummery, P., Derby, B., Anderson, P., Davis, G., and Elliott, J. (1995). X-ray microtomography studies of metal matrix composites using laboratory x-ray sources. *Journal of Microscopy*, 177 :399–406. *Cité page 74*

[Nairn and Mendels, 2001] Nairn, J. and Mendels, D. (2001). On the use of planar shear-lag methods for stress-transfer analysis of multilayered composites. *Mechanics of Materials*, 33(6) :335 – 362. *Cité page 4*

[Naouar et al., 2014] Naouar, N., Vidal-Sallé, E., Schneider, J., Maire, E., and Boisse, P. (2014). Meso-scale {FE} analyses of textile composite reinforcement deformation based on x-ray computed tomography. *Composite Structures*, 116(0) :165–176. *Cité page 74*

[NGUYEN, 2012] NGUYEN, T. (2012). *La décomposition propre généralisée pour la résolution de problèmes multiphysiques transitoires couplés dédiés à la mécanique des matériaux. Maillage adaptatif et couplage avec la MAN.* PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'aerotechnique. *Cité page 25*

[Nouy, 2007] Nouy, A. (2007). A generalized spectral decomposition technique to solve a class of linear stochastic partial differential equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(45–48) :4521 – 4537. *Cité page 25*

[Nouy, 2008] Nouy, A. (2008). Generalized spectral decomposition method for solving stochastic finite element equations : Invariant subspace problem and dedicated algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(51–52) :4718 – 4736. *Cité page 25*

[Nouy, 2010] Nouy, A. (2010). A priori model reduction through proper generalized decomposition for solving time-dependent partial differential equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(23-24) :1603 – 1626. *Cité page 25*

[Okereke et al., 2014] Okereke, M., Akpoyomare, A., and Bingley, M. (2014). Virtual testing of advanced composites, cellular materials and biomaterials : A review. *Composites Part B : Engineering*, 60(0) :637–662. *Cité page 5*

[Orteu et al., 2006] Orteu, J.-J., Garcia, D., Robert, L., and Bugarin, F. (2006). A speckle texture image generator. *Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering*, 6341 :63410H–63410H–6. *Cité page 49*

[Parvizi and Bailey, 1978] Parvizi, A. and Bailey, J. (1978). On multiple transverse cracking in glass fibre epoxy cross-ply laminates. *Journal of Materials Science*, 13(10) :2131–2136. *Cité page 4*

[Passieux et al., 2014a] Passieux, J.-C., Bugarin, F., David, C., Périé, J.-N., and Robert, L. (2014a). Multiscale displacement field measurement using digital image correlation : Application to the identification of elastic properties. *Experimental Mechanics*, Online First. *Cité page 104*

[Passieux et al., 2008] Passieux, J.-C., Ladevèze, P., and Néron, D. (2008). Parallel computing features of a multiscale strategy with space and time homogenization. In *ECT08 - 6th International Conference on Engineering Computational Technology. Athens, Greece.* *Cité page 24*

[Passieux and Périé, 2012] Passieux, J.-C. and Périé, J.-N. (2012). High resolution digital image correlation using proper generalized decomposition : PGD-DIC. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 92 :531–550. *10 citations pages 20, 22, 25, 26, 33, 34, 38, 39, 56, et 60*

[Passieux et al., 2012] Passieux, J.-C., Périé, J.-N., and Perini, L. G. (2012). A pgd approach to reduce the dimensionality of fe-based digital image correlation. In *5th international conference on optical measurement techniques - Optimess, Antwerp, Belgium.* *2 citations pages 33 et 34*

[Passieux et al., 2014b] Passieux, J.-C., Périé, J.-N., and Salaun, M. (2014b). A dual domain decomposition method for finite element digital image correlation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pages 1–13. *Cité page 124*

[Patterson et al., 2014] Patterson, B., Henderson, K., Gibbs, P., Imhoff, S., and Clarke, A. (2014). Laboratory micro- and nanoscale x-ray tomographic investigation of al-7 at.%cu solidification structures. *Materials Characterization*, 95(0) :18–26. *2 citations pages 71 et 74*

[Patton and Turkington, 2008] Patton, J. A. and Turkington, T. G. (2008). Spect/ct physical principles and attenuation correction. *Journal of Nuclear Medicine Technology*, 36(1) :1–10. *Cité page 72*

[Pejryd et al., 2014] Pejryd, L., Beno, T., and Carmignato, S. (2014). Computed tomography as a tool for examining surface integrity in drilled holes in {CFRP} composites. *Procedia {CIRP}*, 13(0) :43–48. *Cité page 74*

[Perlin, 1985] Perlin, K. (1985). An image synthesizer. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 19(3). *Cité page 49*

[Post, 1982] Post, D. (1982). Developments in moire interferometry. *Optical Engineering*, 21(3) :213458–213458–. *Cité page 13*

[Périé et al., 2009] Périé, J. N., Leclerc, H., Roux, S., and Hild, F. (2009). Digital image correlation and biaxial test on composite material for anisotropic damage law identification. *International Journal of Solids and Structures*, 46(11–12) :2388 – 2396. *Cité page 14*

[Pruliere et al., 2010] Pruliere, E., Chinesta, F., and Ammar, A. (2010). On the deterministic solution of multidimensional parametric models using the proper generalized decomposition. *Mathematics and Computers in Simulation*, 81(4) :791 – 810. *4 citations pages 25, 26, 27, et 34*

[Ramault et al., 2011] Ramault, C., Makris, A., Hemelrijck, D. V., Lamkanfi, E., and Paepegem, W. V. (2011). Comparison of different techniques for strain monitoring of a biaxially loaded cruciform specimen. *Strain*, 47 :210–217. *Cité page 13*

[Rannou et al., 2009] Rannou, J., Gravouil, A., and Baïetto-Dubourg, M. (2009). A local multigrid x-fem strategy for 3-d crack propagation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77(4) :581–600. *Cité page 41*

[Rannou et al., 2010] Rannou, J., Limodin, N., Réthoré, J., Gravouil, A., Ludwig, W., Baïetto-Dubourg, M.-C., Buffière, J.-Y., Combescure, A., Hild, F., and Roux, S. (2010). Three dimensional experimental and numerical multiscale analysis of a fatigue crack. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(21–22) :1307 – 1325. *2 citations pages 14 et 41*

[Rashed et al., 2011] Rashed, E., Toda, H., Sera, T., Tsuchiyama, A., Nakano, T., Uesugi, K., and Kudo, H. (2011). Towards a high-resolution local tomography using statistical iterative reconstruction. In *Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC)*, pages 4253–4256. *Cité page 73*

[Requena et al., 2009] Requena, G., Cloetens, P., Altendorfer, W., Poletti, C., Tolnai, D., Warchomicka, F., and Degischer, H. (2009). Sub-micrometer synchrotron tomography of multiphase metals using kirkpatrick-baez optics. *Scripta Materialia*, 61 :760–763. *3 citations pages 71, 73, et 74*

[Rethoré et al., 2012] Rethoré, J., Limodin, N., Buffière, J.-Y., Roux, S., and Hild, F. (2012). Three-dimensional analysis of fatigue crack propagation using x-ray tomography, digital volume correlation and extended finite element simulations. *Procedia {IUTAM}*, 4(0) :151–158. *Cité page 111*

[Roux et al., 2008] Roux, S., Hild, F., Viot, P., and Bernard, D. (2008). Three-dimensional image correlation from X-ray computed tomography of solid foam. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(8) :1253 – 1265. *3 citations pages 14, 16, et 19*

[Roux et al., 2009] Roux, S., Réthoré, J., and Hild, F. (2009). Digital image correlation and fracture : an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 42(21). *Cité page 52*

[Réthoré et al., 2007] Réthoré, J., Hild, F., and Roux, S. (2007). Shear-band capturing using a multiscale extended digital image correlation technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(49–52) :5016 – 5030. *5 citations pages 17, 19, 41, 54, et 63*

[Réthoré et al., 2008a] Réthoré, J., Hild, F., and Roux, S. (2008a). Extended digital image correlation with crack shape optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 73(2) :248–272. *Cité page 19*

[Réthoré et al., 2013] Réthoré, J., Muhibullah, Elguedj, T., Coret, M., Chaudet, P., and Combescure, A. (2013). Robust identification of elasto-plastic constitutive law parameters from digital images using 3d kinematics. *International Journal of Solids and Structures*, 50(1) :73 – 85. *2 citations pages 47 et 124*

[Réthoré et al., 2009] Réthoré, J., Roux, S., and Hild, F. (2009). An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis of fractured samples. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 18(3-4) :285–306. *2 citations pages 5 et 47*

[Réthoré et al., 2008b] Réthoré, J., Tinnes, J., Roux, S., Buffière, J., and Hild, F. (2008b). Extended three-dimensional digital image correlation (X3D-DIC). *C. R. Mécanique*, 336 :643–649. *Cité page 19*

[Rubin, 2004] Rubin, D. (2004). A simple autocorrelation algorithm for determining grain size from digital images of sediment. *Journal of Sedimentary Research*, 74(1) :160–165. *Cité page 18*

[Ryckelynck, 2002] Ryckelynck, D. (2002). Réduction a priori de modèles thermomécaniques. *Comptes Rendus Mécanique*, 330(7) :499 – 505. *Cité page 24*

[Saavedra et al., 2012] Saavedra, K., Allix, O., and Gosselet, P. (2012). On a multiscale strategy and its optimization for the simulation of combined delamination and buckling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 91(7) :772–798. *Cité page 5*

[Sabaté et al., 2006] Sabaté, N., Vogel, D., Gollhardt, A., Marcos, J., Gràcia, I., Cané, C., and Michel, B. (2006). Digital image correlation of nanoscale deformation fields for local stress measurement in thin films. *Nanotechnology*, 17(20) :5264. *Cité page 14*

[Shaha et al., 2013] Shaha, R., Vogt, J., Han, C.-S., and Dillon, M. (2013). A micro-ct approach for determination of insect respiratory volume. *Arthropod Structure & Development*, 42(5) :437–442. *Cité page 69*

[Shobu et al., 2009] Shobu, T., Tanaka, K., Hashimoto, A., and Narita, J. (2009). Hybrid measurement of ct and strain distribution of fatigue crack in steel bars using high energy synchrotron radiation monochromatic x-rays. *Journal of the Society of Materials Science*, 58(7) :588–595. *Cité page 73*

[Sjödahl et al., 2012] Sjödahl, M., Siviour, C., and Forsberg, F. (2012). Digital volume correlation applied to compaction of granular materials. *Procedia IUTAM*, 4(0) :179 – 195. IUTAM Symposium on Full-field Measurements and Identification in Solid Mechanics Cachan, France 4-8 July 2011. *Cité page 14*

[Smith, 1997] Smith, B. F. (1997). Domain decomposition methods for partial differential equations. In *Parallel Numerical Algorithms*, volume 4, pages 225–243. Springer Netherlands. *2 citations pages 5 et 23*

[Soni et al., 2014] Soni, G., Gupta, S., Singh, R., Mitra, M., Yan, W., and Falzon, B. (2014). Study of localized damage in composite laminates using micro-macro approach. *Composite Structures*, 113(0) :1–11. *Cité page 5*

[Sun et al., 2005] Sun, Y., Pang, J., Wong, C., and Su, F. (2005). Finite element formulation for a digital image correlation method. *Applied Optics*, 44. *Cité page 19*

[Surrel, 2004] Surrel, Y. (2004). Les techniques optiques de mesure de champ : essai de classification. *Instrumentation, Mesure, Métrologie*, 4 :11–42. *2 citations pages 13 et 14*

[Sutton et al., 1986] Sutton, M., Mingqi, C., Peters, W., and McNeill, S. (1986). Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis. *Image and Vision Computing*, 4(3) :143–150. *3 citations pages 6, 15, et 18*

[Sutton et al., 1983] Sutton, M., Wolters, W., Peters, W., Ranson, W., and McNeill, S. (1983). Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3) :133–139. *3 citations pages 6, 15, et 18*

[Talreja and Singh, 2012] Talreja, R. and Singh, C. V. (2012). Cambridge University Press. *Cité page 4*

[Toda et al., 2012] Toda, H., andF. Zeismann, F. T., Motoyashiki-Besel, Y., Uesugi, K., Takeuchi, A., Suzuki, Y., Kobayashi, M., and Brueckner-Foit, A. (2012). High-resolution observation of steel using x-ray tomography technique. *ISIJ International*, 52(3) :516–521. *Cité page 73*

[Vale et al., 2013] Vale, A. C., Pereira, M., Mauricio, A., Amaral, P., Rosa, L., Lopes, A., Rodrigues, A., Caetano-Lopes, J., Vidal, B., Monteiro, J., Fonseca, J., Canhão, H., and Vaz, M. F. (2013). Micro-computed tomography and compressive characterization of trabecular bone. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 438(0) :199–205. *Cité page 74*

[Verdon et al., 2011] Verdon, N., Allery, C., Béghein, C., Hamdouni, A., and Ryckelynck, D. (2011). Reduced-order modelling for solving linear and non-linear equations. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 27(1) :43–58. *Cité page 24*

[Wagne et al., 2002] Wagne, B., Roux, S., and Hild, F. (2002). Spectral approach to displacement evaluation from image analysis. *The European Physical Journal Applied Physics*, 17 :247–252. *Cité page 19*

[Walter et al., 2013] Walter, T. R., Legrand, D., Granados, H. D., Reyes, G., and Arámbula, R. (2013). Volcanic eruption monitoring by thermal image correlation : Pixel offsets show episodic dome growth of the colima volcano. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 118(4) :1408–1419. *Cité page 14*

[Wittevrongel et al., 2014] Wittevrongel, L., Debruyne, D., Lomov, S., and Lava, P. (2014). P-adaptivity in digital image correlation. In *ICEM16 - 16th International Conference in Experimental Mechanics. Cambridge, England.* *Cité page 17*

[Yang, 2014] Yang, R.-C. (2014). A regularized finite-element digital image correlation for irregular displacement field. *Optics and Lasers in Engineering*, 56(0) :67–73. *Cité page 45*

[Yun et al., 2013] Yun, T. S., Jeong, Y. J., Kim, K. Y., and Min, K.-B. (2013). Evaluation of rock anisotropy using 3d x-ray computed tomography. *Engineering Geology*, 163(0) :11–19. *Cité page 74*