



**HAL**  
open science

# Modèles mathématiques et techniques d'optimisation non linéaire et combinatoire pour la gestion d'énergie d'un système multi-source

Yacine Gaoua

► **To cite this version:**

Yacine Gaoua. Modèles mathématiques et techniques d'optimisation non linéaire et combinatoire pour la gestion d'énergie d'un système multi-source : vers une implantation temps-réel pour différentes structures électriques de véhicules hybrides. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse), 2014. Français. NNT : 2014INPT0124 . tel-01096744v1

**HAL Id: tel-01096744**

**<https://theses.hal.science/tel-01096744v1>**

Submitted on 18 Dec 2014 (v1), last revised 26 Oct 2023 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)*

---

---

Présentée et soutenue le 17/12/2014 par :

**Yacine Gaoua**

**Modèles mathématiques et techniques d'optimisation non linéaire et combinatoire pour la gestion d'énergie d'un système multi-source : vers une implantation temps-réel pour différentes structures électriques de véhicules hybrides**

---

---

### JURY

MIREILLE JACOMINO

AMMAR OULAMARA

BENOIT ROBYNS

THIERRY-MARIE GUERRA

BERTRAND LE CUN

JOSEP DOMINGO SALVANY

Professeur des universités

Professeur des universités

Professeur des universités

Professeur des universités

Maître de conférences

Responsable R&T Nexter

Electronics

Membre du Jury

Membre du Jury

Membre du Jury

Membre du Jury

Membre du Jury

Membre du Jury

---

### École doctorale et spécialité :

*EDSYS : Systèmes embarqués 4200046*

### Unité de Recherche :

*Laboratoire PLAsma et Conversion d'Energie (LAPLACE) et Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS-CNRS)*

### Directeur(s) de Thèse :

*Stéphane Caux et Pierre Lopez*

### Rapporteurs :

*Mireille Jacomino et Ammar Oulamara*



## Résumé

La gestion de la distribution de l'énergie électrique dans un système multi-source (véhicule hybride électrique) est primordiale. Elle permet d'augmenter les performances du système en minimisant la consommation de combustible utilisée par la source principale, tout en respectant la demande et les différentes contraintes de fonctionnement de la chaîne énergétique et de sécurité du système. Dans cette thèse, dans le cas où le profil de mission est connu, une approche combinatoire est proposée en modélisant le problème de gestion d'énergie sous la forme d'un problème d'optimisation avec satisfaction des contraintes. Celui-ci est résolu par une méthode exacte issue de la recherche opérationnelle, conduisant à des solutions optimales en des temps de calcul fortement réduits en comparaison avec ceux obtenus par l'application de la programmation dynamique ou la commande optimale. Pour éprouver la sensibilité aux perturbations, une étude de robustesse est menée sur la base de l'analyse de la solution de pire cas d'un scénario sur des profils de mission d'un véhicule. Les cas pratiques d'utilisation imposent de ne connaître la demande du moteur électrique qu'à l'instant présent, selon le mode de conduite du chauffeur. Afin de gérer l'énergie du véhicule en temps réel, un algorithme en ligne, basé sur une approche de type floue, est développé. Pour mesurer la qualité de la solution floue obtenue, une étude de performance est réalisée (recherche de l'optimum global), en ayant recours à une optimisation hors ligne sur des profils de mission de référence, basée sur une modélisation non linéaire du problème de gestion d'énergie. Les résultats obtenus ont permis de valider la qualité de la solution floue résultante.

**Mots-clés :** Gestion d'énergie, Optimisation combinatoire, Energie distribuée, Implantation temps-réel, Recherche opérationnelle, Robustesse.

## Abstract

Managing the distribution of electrical energy in a multi-source system (hybrid electric vehicle) is paramount. It increases the system performance by minimizing the fuel used by the primary source, while respecting demand, the different operating constraints of the energy chain and system security. In this thesis, where the mission profile is known, a combinatorial approach is proposed by modeling the problem of energy management as an optimization problem with constraint satisfaction. The problem is solved using an exact method from operations research, leading to optimal solutions with reduced computation time in comparison with those obtained by applying dynamic programming or optimal control strategies. To test the perturbation sensitivity, robustness study is conducted, based on the analysis of the worst-case solution of the worst scenario, which can be achieved on the vehicle mission profile. In practical cases, the vehicle demand is unknown, and we have only the information about the instantaneous demand, which depends on driving style of the driver. In order to manage on line the energy of the vehicle, an on-line algorithm, based on a fuzzy approach is developed. To measure the quality of the fuzzy solution obtained, a performance study is carried out (finding the optimum solution), using an off-line optimization under reference mission profiles, based on non-linear modeling of the power management problem. The results were used to validate the quality of the resulting fuzzy solution.

**Keywords :** Energy management, Combinatorial optimisation, Smart grid, Real-time implantation, Operations research, Robustness.



---

# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>viii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Généralités et problématique de gestion d'énergie pour les systèmes multi-source</b>	<b>6</b>
1 Introduction . . . . .	6
2 Technologie automobile : de la genèse aux innovations technologiques . . . . .	8
2.1 Véhicule électrique . . . . .	9
2.2 Véhicule hybride . . . . .	10
2.2.1 Principales architectures existantes : agencement des moteurs . . . . .	11
2.2.2 Classification des véhicules hybrides . . . . .	13
2.2.3 Avantages et inconvénients de l'hybride . . . . .	15
2.3 Véhicule hybride tout électrique . . . . .	17
3 Sources d'énergie embarquées dans les véhicules hybrides électriques . . . . .	18
3.1 Pile à combustible . . . . .	19
3.2 Accumulateurs électriques . . . . .	22
3.2.1 Batterie Plomb-Acide . . . . .	24
3.2.2 Batterie Lithium-ion . . . . .	25
3.2.3 Super-condensateur . . . . .	26
4 Problématique de gestion d'énergie dans les systèmes hybrides électriques . . . . .	28

## Table des matières

---

5	Conclusion . . . . .	35
<b>II</b>	<b>Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources</b>	<b>37</b>
1	Introduction . . . . .	37
2	Dimensionnement des sources énergétiques . . . . .	38
3	Modélisation mathématique . . . . .	41
4	Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie . . . . .	45
4.1	Programmation dynamique . . . . .	45
4.2	Commande optimale . . . . .	50
4.3	Programmation non linéaire . . . . .	54
4.4	Stratégie de minimisation de la consommation équivalente (ECMS) . . . . .	56
4.5	Algorithme basé sur des règles ON/OFF . . . . .	58
4.6	Logique floue . . . . .	59
4.6.1	La Fuzzification . . . . .	60
4.6.2	Le traitement d'inférence . . . . .	63
4.6.3	La Défuzzification . . . . .	65
4.6.4	Réglage hors ligne des paramètres d'appartenance par un algorithme génétique . . . . .	65
4.6.5	Résultats . . . . .	68
5	Conclusion . . . . .	69
<b>III</b>	<b>Optimisation combinatoire et étude de robustesse pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique</b>	<b>71</b>
1	Introduction . . . . .	71
2	Optimisation combinatoire et complexité . . . . .	72
3	Modélisation combinatoire du problème de gestion d'énergie . . . . .	74
3.1	Variables de décision . . . . .	76
3.2	Contraintes . . . . .	76
3.3	Fonction objectif . . . . .	79
3.4	Modèle combinatoire global . . . . .	79
3.5	Amélioration du modèle combinatoire . . . . .	80
3.6	Approches exactes de résolution pour les problèmes combinatoires . . . . .	83
4	Résultat et simulation . . . . .	84

5	Étude de robustesse . . . . .	91
5.1	Rappels sur l'optimisation robuste . . . . .	92
5.2	Incertitudes sur le profil de mission du véhicule . . . . .	93
6	Conclusion . . . . .	100
<b>IV Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique</b>		<b>103</b>
1	Introduction . . . . .	103
2	Description de la chaîne énergétique du véhicule . . . . .	105
2.1	Profil de mission . . . . .	106
2.2	Caractéristiques de l'élément de stockage . . . . .	107
2.3	Caractéristique du pack de batteries . . . . .	110
3	Modélisation mathématique de la chaîne énergétique du véhicule . . . . .	112
3.1	Variables de décision et contraintes . . . . .	112
3.2	Fonction objectif . . . . .	115
3.3	Modèle global . . . . .	115
3.4	Résolution du programme non linéaire en variables continues . . . . .	116
4	Stratégie de gestion en temps réel basée sur la logique floue . . . . .	119
4.1	Résultats obtenus par l'algorithme flou . . . . .	124
4.2	Simulations sur les différents profils de mission . . . . .	125
5	Conclusion . . . . .	128
<b>V Impact de la gestion d'énergie pour le dimensionnement de la chaîne énergétique d'un véhicule hybride électrique</b>		<b>131</b>
1	Introduction . . . . .	131
2	Structure de la chaîne énergétique du véhicule hybride électrique . . . . .	132
2.1	Modélisation de la batterie . . . . .	134
2.2	Modélisation de la pile à combustible . . . . .	136
3	Modélisation mathématique globale du problème . . . . .	139
3.1	Contraintes . . . . .	139
3.2	Fonction objectif . . . . .	141
4	Approche de résolution et résultats . . . . .	142
5	Conclusion . . . . .	146
<b>Conclusion générale et perspectives</b>		<b>147</b>



## Table des matières

---

<b>Annexe</b>	<b>151</b>
<b>A Problème d'affectation des machines virtuelles dans le Cloud</b>	<b>153</b>
1 Introduction . . . . .	153
2 Définition du problème . . . . .	154
2.1 Fonction objectif . . . . .	155
3 Modélisation non linéaire en variables mixtes . . . . .	156
4 Vers une modélisation linéaire en variables mixtes . . . . .	159
5 Résolution frontale du problème . . . . .	162
6 Résolution par une méthode de décomposition . . . . .	164
7 Conclusion . . . . .	165
<b>Références bibliographiques</b>	<b>167</b>

---

## Table des figures

I.1	Voiture électrique « La Jamais contente » . . . . .	8
I.2	Voiture hybride « La Semper Vivus » . . . . .	8
I.3	Structure d'une voiture électrique . . . . .	10
I.4	Chevrolet Volt . . . . .	12
I.5	Opel Ampera . . . . .	12
I.6	Honda Insight . . . . .	13
I.7	Peugeot 3008 HYbrid 4 . . . . .	13
I.8	Structure mild-hybrid . . . . .	14
I.9	Différents modes de fonctionnement d'une structure full-hybrid . . . . .	16
I.10	Diagramme de Ragone . . . . .	19
I.11	Principe de fonctionnement d'une pile à combustible PEMFC . . . . .	21
I.12	Système pile à combustible (Source : PSA Peugeot Citroën) . . . . .	21
I.13	Rendement de la pile à combustible . . . . .	22
I.14	Fonctionnement d'une batterie . . . . .	23
I.15	Fonctionnement d'un supercondensateur . . . . .	29
I.16	Structure de la chaine énergétique : PAC, Super-capacité . . . . .	32
I.17	Structure de la chaine énergétique : batterie, Super-capacité . . . . .	34
I.18	Structure de la chaine énergétique : PAC, batterie . . . . .	35
II.1	Processus de dimensionnement par la gestion d'énergie . . . . .	39
II.2	Rendement du groupe électrogène . . . . .	40
II.3	Pertes énergétiques de l'élément de stockage . . . . .	40
II.4	Profil de mission INRETS . . . . .	45

## Table des figures

---

II.5	Profil de mission ESKISEHIR . . . . .	45
II.6	Domaine des états possibles . . . . .	48
II.7	Approximation polynomiale de la fonction $H$ . . . . .	53
II.8	Modélisation de la puissance demandée par le moteur électrique . . . . .	61
II.9	Modélisation de l'état de charge de l'élément de stockage . . . . .	62
II.10	Modélisation de la puissance fournie par la pile à combustible . . . . .	62
II.11	Traitement des règles floues . . . . .	64
II.12	Surface de décision floue . . . . .	65
II.13	Structure de l'algorithme d'ajustement des paramètres d'appartenance . . . . .	66
III.1	$P = NP$ et $P \neq NP$ . . . . .	74
III.2	Rendement de la source principale (pile à combustible) . . . . .	75
III.3	Pertes énergétiques de l'élément de stockage . . . . .	75
III.4	Exemple de calcul des pertes énergétiques en utilisant un modèle de minimisation . . . . .	78
III.5	Exemples de méthodes pour la résolution de problèmes combinatoires . . . . .	82
III.6	Points de fonctionnement utilisés par la pile à combustible . . . . .	84
III.7	Zoom sur les puissances fournies par les sources énergétiques . . . . .	85
III.8	Puissances fournies par les sources énergétiques . . . . .	86
III.9	Évolution de l'état de charge et le respect de la capacité de stockage . . . . .	87
III.10	Pertes énergétiques de l'élément de stockage . . . . .	88
III.11	Zoom sur la puissance fournie par la pile à combustible en choisissant $P_{fcs}^{lim} = 10kW/\Delta t$ . . . . .	89
III.12	Points de fonctionnement utilisés par la pile combustible en choisissant $P_{fcs}^{lim} = 10 kW$ . . . . .	89
III.13	Tronçon de pire cas du profil de mission . . . . .	95
III.14	Évolution de la consommation de pire cas . . . . .	101
IV.1	Structure de la chaîne énergétique du véhicule . . . . .	105
IV.2	Différents profils de mission de référence . . . . .	106
IV.3	Représentation des caractéristiques de l'élément de stockage . . . . .	107
IV.4	Rendement du convertisseur bidirectionnel . . . . .	108
IV.5	Pertes énergétiques du convertisseur bidirectionnel . . . . .	108
IV.6	Erreur d'approximation de la fonction des pertes énergétiques du convertisseur . . . . .	109
IV.7	Modèle de batterie . . . . .	111
IV.8	Tension du circuit ouvert . . . . .	112

IV.9	Résistance variable de la batterie . . . . .	112
IV.10	Algorithme de calcul du nombre de cycles . . . . .	118
IV.11	Modélisation floue de la demande du moteur électrique . . . . .	121
IV.12	Modélisation floue de la tension de la super-capacité . . . . .	121
IV.13	Modélisation floue du courant fourni par la batterie . . . . .	121
IV.14	Traitement des règles par la logique floue . . . . .	122
IV.15	Surface des décisions . . . . .	123
IV.16	Surface des décisions floues . . . . .	126
IV.17	Décharge de la batterie . . . . .	127
IV.18	Courants fournis par les différentes sources . . . . .	127
IV.19	Tension de la super-capacité . . . . .	128
IV.20	Puissances fournies par les sources énergétiques . . . . .	128
IV.21	Pertes énergétiques du convertisseur . . . . .	129
V.1	Structure du véhicule électrique . . . . .	133
V.2	Puissances demandées par le moteur électrique . . . . .	134
V.3	Courbe de polarisation tension/courant . . . . .	135
V.4	Tension du circuit ouvert de la batterie . . . . .	136
V.5	Validation de la modélisation de la batterie . . . . .	137
V.6	Courbe courant/tension de la pile à combustible . . . . .	137
V.7	Modèle <i>RLC</i> d'une pile à combustible . . . . .	138
V.8	Résistance variable de la pile à combustible . . . . .	139
V.9	Validation de la modélisation de la pile à combustible . . . . .	139
V.10	Coût mensuel de la consommation énergétique . . . . .	145
A.1	Méthode de décomposition et d'ajustement des taux de reconfiguration . . . . .	164

---

## Liste des tableaux

I.1	Caractéristiques des différentes familles de batterie . . . . .	27
II.1	Caractéristiques des sources . . . . .	39
II.2	Résultats de la programmation dynamique . . . . .	49
II.3	Résultats de la commande optimale . . . . .	54
II.4	Résultats obtenus par la méthode quasi-Newton . . . . .	55
II.5	Récapitulatif des règles floues . . . . .	64
II.6	Résultats obtenus par l’algorithme flou . . . . .	69
III.1	Résultats obtenus par <i>Cplex</i> 12.4 sur le modèle combinatoire . . . . .	84
III.2	Résultats de <i>Cplex</i> 12.4 sur le modèle combinatoire avec contrainte de limitation entre deux instants consécutifs $\Delta t$ . . . . .	88
III.3	Récapitulatif des meilleurs résultats obtenus sur le profil de mission INRETS .	90
III.4	Récapitulatif des meilleurs résultats obtenus sur le profil de mission ESKISEHIR	90
III.5	Résultats obtenus par la stratégie de gestion robuste (Soyster) . . . . .	95
III.6	Passage du Primal au Dual . . . . .	98
III.7	Résultats obtenus par la stratégie de gestion robuste (Bertsimas et Sim) . . .	101
IV.1	Caractéristiques du profil de mission . . . . .	107
IV.2	Caractéristiques de l’élément de stockage . . . . .	108
IV.3	Caractéristiques de la courbe rendement du convertisseur . . . . .	109
IV.4	Caractéristiques du pack de batteries . . . . .	110
IV.5	Décharge optimale de la batterie . . . . .	119
IV.6	Moteur d’inférence : les réalisations possibles des deux sources . . . . .	121

IV.7	Décharge de la batterie sur un cycle de mission par les différentes approches . . . . .	124
IV.8	Autonomie du véhicule en nombre de cycles . . . . .	125
IV.9	Décharge de la batterie sur un cycle, selon le choix des paramètres flous . . . . .	125
V.1	Cahier des charges . . . . .	143
V.2	Résultat sans une stratégie de gestion d'énergie intelligente . . . . .	143
V.3	Résultat avec une stratégie de gestion d'énergie : optimisation globale avec <i>IPOpt</i> . . . . .	144
A.1	Puissance minimale selon le type de machine et la fréquence sélectionnée . . . . .	163
A.2	Puissance maximale selon le type de machine et la fréquence sélectionnée . . . . .	163
A.3	Comparaison des résultats : branch and cut ( <i>MILP</i> ) VS algorithme génétique . . . . .	163
A.4	Comparaison des résultats : décomposition VS algorithme génétique . . . . .	165

---

# Introduction générale

Sur notre planète, circulent aujourd'hui plus d'un milliard d'automobiles et les constructeurs produisent plus de 80 millions de nouveaux véhicules chaque année et cela, sans compter d'autres moyens de transport, dans leur quasi majorité, propulsés par des moteurs thermiques à énergie conventionnelle (essence et fioul). Imaginons un instant la quantité phénoménale de particules nocives de dioxyde de carbone dégagée, chaque jour, dans l'atmosphère, altérant notre mode de vie, modifiant sensiblement et négativement le climat.

Nous ne mettons pas l'accent, encore, sur les rejets industriels que la capacité de régénération de la Terre, considérable mais non infinie, ne peut absorber, si l'on rajoutait à ce sombre tableau, la tendance dans beaucoup de pays à couverture végétale, à une déforestation intensive, privant l'humanité d'une source de production naturelle d'oxygène. Face à cette situation, ce qui était hier une préoccupation secondaire, confortée par la volonté des États à améliorer toujours plus leurs taux de croissance et l'accès à une énergie relativement bon marché, la protection de l'environnement par un développement rationnel, durable qui tienne compte de la préservation de l'écosystème, devient alors une préoccupation prioritaire à l'échelle mondiale.

Les opinions publiques, mieux informées des risques des changements climatiques par une littérature abondante, et la communauté scientifique s'émeuvent, se mobilisent, s'organisent et font pression sur les sphères décisionnelles politiques et économiques pour prendre les mesures adéquates pour contrecarrer cette menace et promouvoir la transition énergétique. Les constructeurs automobiles ne sont pas en reste de cette évolution et anticipent déjà sur une demande considérable : ils investissent des sommes considérables dans la recherche et le développement de nouveaux prototypes de véhicules à traction énergétique hybride ou électrique. Des véhicules

« propres » voient le jour, sans cesse perfectionnés, utilisant deux ou plusieurs sources d'énergie.

Cette tendance, soutenue par les innovations technologiques et la mise au point de matériaux, combinant légèreté et sécurité de structure et de nouveaux supports de stockage et de production d'énergie (piles à combustible, condensateurs, batteries, convertisseurs, etc.), bénéficie d'un système embarqué de gestion de l'énergie électrique qui permet de rationaliser, de manière autonome, les flux d'énergie dans le véhicule en fonction des contraintes et des sollicitations auxquelles il doit s'adapter. Ce système de gestion de l'énergie constitue ainsi l'outil essentiel qui permet d'atteindre les performances attendues du véhicule hybride ou du système multi-source, tout en puisant l'énergie électrique en circuit fermé, c'est-à-dire minimiser les pertes énergétiques dues au fonctionnement du véhicule et optimiser l'apport des principales sources d'énergies disponibles.

L'objectif des travaux entrepris dans le cadre de la présente thèse est de proposer des méthodes de gestion de l'énergie adaptées aux systèmes multi-sources (notamment un véhicule hybride électrique) aptes à répondre à la demande d'énergie tout en respectant les différentes contraintes liées au fonctionnement de la chaîne énergétique du système et à la sécurité, afin de minimiser et d'optimiser la consommation de combustible par la source principale, permettant ainsi d'élever le niveau d'autonomie du système.

L'architecture de cette thèse est structurée sur cinq chapitres qui rendent compte successivement, du processus du déroulement des travaux. Ainsi, le premier chapitre est consacré à l'histoire et à l'évolution des véhicules hybrides, les différents types de structure hybride mis au point et la stratégie de gestion de l'énergie développée pour chacun d'eux. Cet aperçu nous renseignera sur l'importance de la gestion de l'énergie pour les systèmes multi-sources qui reposent sur des stratégies hors-ligne en connaissance du profil de mission du véhicule ou en temps réel lorsque celui-ci est inconnu. Certaines de ses stratégies nécessitent des modélisations mathématiques et des outils d'optimisation, d'autres recourent aux algorithmes à base de règles. Par la suite, de nouvelles approches sont proposées pour gérer la distribution d'énergie des véhicules hybrides à structures diverses qui font l'objet d'une démonstration détaillée dans les chapitres suivants.

Cet exposé nous permettra d'aborder, dans le deuxième chapitre, les différentes approches de gestion de l'énergie, telles la programmation dynamique, le contrôle optimal, la logique floue, l'optimisation non linéaire, etc. Ces approches donnent accès à des solutions adéquates en fonc-



tion de la disponibilité d'informations sur le profil de mission mais avec des temps de calcul parfois très longs. Une approche comparative est ainsi suggérée en utilisant deux profils de mission.

Dans le chapitre III, une nouvelle approche de type combinatoire est proposée pour la gestion d'énergie hors ligne (lorsque le profil de mission est connu), permettant d'optimiser la consommation de la source principale (pile à combustible) afin d'augmenter les performances du véhicule. Une introduction sur l'optimisation combinatoire est réalisée, à cette fin, basée sur une étude de complexité des problèmes combinatoires, illustrée par une modélisation combinatoire du problème qui a nécessité de multiples linéarisations. Une méthode de résolution est ainsi définie à l'effet de résoudre le problème combinatoire. La sensibilité du problème face aux perturbations liées à la demande du moteur électrique du véhicule est, dans ce cas, démontrée par une étude de robustesse, basée sur la solution de pire cas qui est valide pour toute réalisation d'un scénario probable.

Dans le chapitre IV, on présente une stratégie de gestion en temps réel réalisée en collaboration avec l'entreprise *Nexter Electronics*. La demande en énergie du véhicule n'étant connue qu'à l'instant présent, selon le mode de conduite du conducteur, une approche de type floue est proposée en développant un algorithme flou permettant de gérer en temps réel la distribution d'énergie du véhicule. Une amélioration de l'approche floue est alors proposée en ajustant hors ligne les paramètres flous par un algorithme génétique sur des profils de mission de référence. Afin de mesurer la qualité de la solution floue obtenue, une étude de performance est menée par le recours à une optimisation globale du problème, basée sur une modélisation non linéaire du problème. Pour le résoudre, une méthode de résolution de type non linéaire est, dans ce contexte, adoptée. La solution obtenue permettra une comparaison avec la solution floue afin de déduire sa qualité et, par conséquence, la qualité de l'algorithme flou.

Le chapitre V donne un état des lieux d'un projet réalisé en collaboration avec l'équipe *GSEP* de l'université *Carlos 3* de Madrid (Espagne) relatif à une problématique de dimensionnement des sources énergétiques d'un véhicule hybride électrique à pile à combustible. Ce projet vise à améliorer le processus de dimensionnement des sources énergétiques, développé par *GSEP*, en utilisant les stratégies de gestion d'énergie afin de minimiser les coûts de construction et ceux d'exploitation et de consommation énergétique du véhicule. Plusieurs études ont démontré l'importance et l'intérêt d'une stratégie de gestion intelligente pour qu'un dimensionnement soit optimal : dans ce cas, deux structures ont été prises en compte, l'une ayant un dimensionnement

optimal, l'autre étant sous-dimensionnée. Afin d'appliquer la stratégie de gestion d'énergie sur les différentes structures, une modélisation mathématique du problème ainsi qu'une approche de résolution sont proposées. Pour estimer les coûts globaux de consommation énergétique du véhicule sur un profil de mission, des simulations ont été réalisées lorsque une stratégie de gestion de l'énergie peut être applicable ou non. Le recours à la stratégie de gestion sur les deux structures a permis d'identifier des gains considérables, et les résultats obtenus serviront de référence pour le convertisseur de la chaîne énergétique du véhicule afin de contrôler la distribution de l'énergie de manière efficace.

Les thèmes des chapitres étant ainsi succinctement présentés, il s'avère qu'une stratégie intelligente de gestion d'énergie embarquée constitue, sur un véhicule hybride ou plus généralement sur tout système multi-source, un outil indispensable, autorisant de manière autonome, le recours à tous les scénarios possibles (traction, freinage, charge décharge etc.) afin de satisfaire, de manière optimale et efficace, la répartition, le stockage et la fourniture de l'énergie (combustible ou électricité) au véhicule en fonction de la demande induite par son fonctionnement sur les profils de missions les plus divers.



---

---

# Chapitre I

---

## Généralités et problématique de gestion d'énergie pour les systèmes multi-source

### 1 Introduction

Si l'homme a su s'adapter à son environnement grâce à son ingéniosité et son esprit créatif, les moyens dont il s'est doté pour maîtriser cette évolution sont, eux même, en constante progression. Dans le contexte de mondialisation et d'augmentation de la demande en ressources naturelles, les facteurs liés à la rationalisation de l'utilisation de ses ressources et de la recherche d'énergie alternatives sont déterminants dans la fluidité des flux économiques et sociaux. Ils en impactent même l'efficacité des actions entreprises.

Les progrès technologiques enregistrés depuis quelques décennies ont démontré la nécessité de recourir à d'autres sources d'énergie afin d'assurer la sécurité dans les approvisionnements en énergie. Cette tendance s'appuie notamment sur le développement de l'énergie électrique grâce à la disponibilité de la ressource naturelle(énergies solaire, éolienne, géothermique, hydrolienne, etc. ), d'autant plus, que cette énergie trouve des applications dans beaucoup de domaines tels que ceux du bâtiment et du transport.

Dans le cas étudié dans cette thèse, il est question plus particulièrement de l'optimisation de l'énergie dans les systèmes embarqués (véhicule hybride électrique) présentant deux sources d'énergie et qui doivent répondre à une demande en puissance avec un meilleur rendement tout en améliorant les mécanismes d'alimentation en énergie qu'elle soit conventionnelle (essence et gazole), électrique ou combinant des sources hybrides de propulsion.

Initialement, on recourait à l'énergie produite par traitement des hydrocarbures fossiles dispo-

nibles, en développant des véhicules à moteurs thermiques dont la capacité du réservoir permet de stocker une grande quantité de carburant pour effectuer de longs trajets. Mais cet avantage est vite contrarié par leur rendement médiocre. En effet, on estime qu'ils n'utilisent que 25% environ de leur potentiel, le reste de la poussée se dissipe sous forme de chaleur et s'accompagne d'émissions de gaz à effet de serre. Toutefois, ce type de motorisation a encore de belles perspectives devant lui, en raison des investissements engagés, des choix industriels, de l'importance et de la nature du parc automobile mondial.

A cet effet des actions sont menées çà et là, moyennant des améliorations technologiques, pour diminuer la nocivité des rejets d'échappement, eu égard aux enjeux que représente cet incontournable moyen de transport, pour réduire son impact sur notre environnement naturel. Cette préoccupation nous amène à réfléchir sur deux axes fondamentaux de la recherche : intervenir sur l'existant et concevoir des alternatives au moteur thermique et se poser la question relative à l'optimisation du fonctionnement des moteurs actuels : Sur quels segments intervenir pour élever leur rendement ? Doit-on se concentrer sur la recherche de nouveaux procédés technologiques pour produire de nouveaux moteurs (dits de « dernière génération ») utilisant des matériaux composites ou de nouvelles sources d'énergie ? Les deux alternatives étant complémentaires et subordonnées, les nouveaux moteurs auront nécessairement besoin de sources d'énergie novatrices pour amplifier leur autonomie et leurs performances.

Contrairement à ce l'on pourrait croire de prime abord, le développement des véhicules mus par l'énergie électrique ou hybride a suivi très rapidement la naissance de l'automobile. A ses débuts, l'automobile était propulsée par la force de la vapeur induite par la combustion du charbon puis, les avancées technologiques aidant, par la propulsion thermique générée par les dérivés du pétrole (essence et gazole). Malgré la disponibilité de cette énergie, la nécessité de l'utiliser d'une manière rationnelle et économe s'est fait sentir à tel point qu'on met souvent en avant le ratio consommation/distance.

Pour atteindre cet objectif, une gestion d'énergie intelligente est primordiale afin d'optimiser la consommation du combustible et de réduire les émissions de  $CO_2$ . Plusieurs études ont été menées, dans ce sens, sur des systèmes stationnaires « bâtiment intelligent » (Abrams et al., 2010; Doukas et al., 2007; Jacomino and Le, 2012) et sur des systèmes embarqués « véhicules hybrides électriques » (Brahma et al., 2000; Delprat et al., 2004; Gaoua et al., 2013a,b,c,d; Pérez et al., 2006) pour gérer la distribution d'énergie électrique par les différentes sources. Dans cette perspective, plusieurs méthodes ont été testées : certaines sont basées sur des techniques d'opti-

misation et de modèles mathématiques qui reflètent le fonctionnement de la chaîne énergétique du véhicule, et d'autres sur des heuristiques qui ne dépendent pas de la nature de la modélisation, mais du réglage de certains paramètres de contrôle. Toutes ces méthodes fournissent des décisions adéquates en temps réel ou hors-ligne lorsque le profil de mission est identifié. Cependant, il y a un compromis à faire entre le temps de calcul et la qualité de la solution/décision obtenue : en augmentant les temps de calcul, la qualité de la solution s'améliore, alors qu'elle est sous-optimale pour des temps de calculs limités.

## 2 Technologie automobile : de la genèse aux innovations technologiques

La naissance puis le développement de la motorisation électrique et hybride remontent aux débuts de l'automobile où les essais sur ce type de propulsion se sont avérés très prometteurs. Déjà en 1899, le record de vitesse a été atteint par une voiture électrique (105,8 km/h), baptisée « La Jamais contente » (Fig. I.1). Cette voiture était alors équipée de deux moteurs de 25 kW, était alimentée par des batteries au plomb pour une autonomie totale de 85 km. Puis, fut mise au point la première voiture hybride associant une motorisation électrique et thermique dénommée « La SemperVivus » (Fig. I.2) qui utilisait un moteur électrique sur chacune des roues et dont la batterie est rechargée par une dynamo, elle-même alimentée par un moteur thermique. Malgré ces innovations majeures et leur potentiel technologique évident, ces pre-



**Figure I.1** – Voiture électrique « La Jamais contente »



**Figure I.2** – Voiture hybride « La Semper Vivus »

mières voitures utilisant ce type de propulsion furent très vite délaissées et ne purent rivaliser

## I.2 Technologie automobile : de la genèse aux innovations technologiques

---

avec les voitures à moteur thermique en raison de leur faible autonomie, de leur masse et de leur coût, alors qu'émergeait une nouvelle source d'énergie abordable, disponible et répandue, qui favorisa durablement la motorisation thermique.

Les efforts de recherche/développement se concentrèrent alors sur ce type de motorisation, d'autant plus que l'impact sur l'environnement des émanations polluantes générées par la combustion des hydrocarbures n'était pas, à l'époque, une préoccupation prioritaire comme elle allait le devenir à l'échelle mondiale des années plus tard.

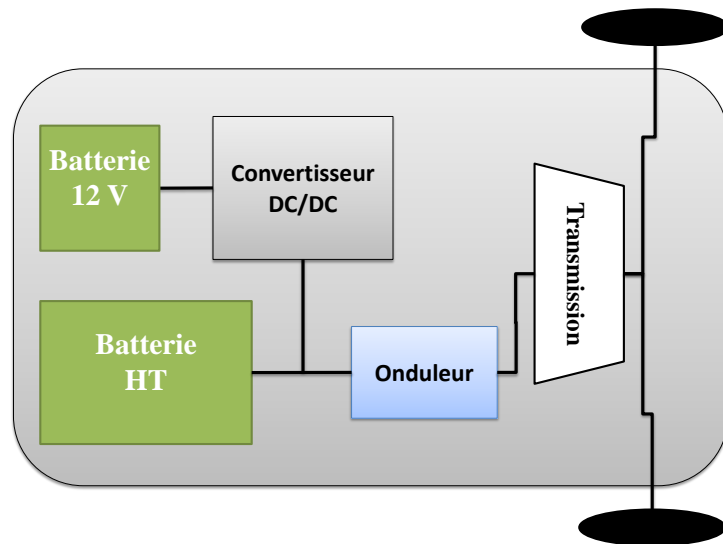
Les choix industriels confortés par ces avantages se portèrent sur la motorisation thermique. Il fallait surtout répondre à une demande en forte hausse : le parc automobile connaît alors un âge d'or qui n'est pas contrarié à ce jour alors même que l'attention des pouvoirs publics et de la société civile se focalise de plus en plus sur les dangers que la pollution de l'air fait peser sur notre fragile environnement. En outre, la forte dépendance du parc automobile au pétrole, ressource limitée et non renouvelable conjuguée à sa cherté et l'épuisement progressive des gisements, exigeait des alternatives innovantes et à moindre impact sur le milieu naturel.

L'effort de recherche sur des motorisations moins nocives est devenu nécessaire pour reproduire, ce que l'esprit inventif de l'homme avait créé dès l'aube de l'automobile : la propulsion par l'énergie électrique et la propulsion hybride à plusieurs sources d'alimentation de puissance. C'est ainsi qu'apparaît, à la fin des années 1980, une nouvelle génération de batteries plus performantes, de composants électroniques, de matériaux composites allégeant les véhicules et de techniques de gestion de la consommation de l'énergie, ce qui allait donner une impulsion dynamique à cette tendance au point où l'on prévoit de passer à une échelle industrielle, à l'instar de Toyota qui fait figure de précurseur dans ce domaine.

### 2.1 Véhicule électrique

Un véhicule électrique (Fig. I.3) possède un châssis spécifique dans lequel est logée une batterie de traction massive et de forte tension (FT) reliée à un chargeur, qui emmagasine l'énergie récupérée en vue de sa réutilisation. Ce chargeur comporte également des composants spécifiques pour la transformation de l'énergie en force de propulsion, dont un convertisseur onduleur (convertisseur de puissance). Celui-ci reçoit les paramètres de multiples capteurs, des pédales d'accélérateur et de frein pour commander le moteur, et une batterie de 24 V (voire 48 V) nécessaire au bon fonctionnement des circuits de bord du véhicule, elle-même reliée par

l'intermédiaire d'un convertisseur *DC/DC*. Ce convertisseur recharge la batterie au moyen de la batterie (FT) et alimente les dispositifs électriques. Le moteur du véhicule sert de conver-



**Figure I.3** – Structure d'une voiture électrique

tisseur de l'énergie électrique en énergie mécanique lors des phases de traction et inversement, d'énergie mécanique en énergie électrique, lors des phases de freinage permettant ainsi la recharge de la batterie. Ce type de motorisation, au-delà du fait qu'il ne génère pas d'émissions polluantes, suppose que l'étape industrielle soit rentable et que soient réglés, au préalable, les problèmes inhérents aux coûts des véhicules, au recyclage des matériaux, de nouvelles chaînes de production, l'existence d'un marché attractif durable et d'un réseau étoffé de distribution d'énergie (bornes de recharge ) à l'instar de celui en carburant pour les véhicules thermiques.

Le choix porté pour ce moyen de transport semble toutefois irréversible tandis que se développe et se généralise simultanément une deuxième voie de recherche prometteuse axée sur l'utilisation non pas d'une seule source d'énergie mais de deux ou de plusieurs sources sur un même véhicule lui conférant ainsi un atout considérable : effectuer sans discontinuer des distances plus longues.

## 2.2 Véhicule hybride

Un véhicule hybride est un véhicule équipé d'au moins deux sources différentes d'énergie. Les véhicules hybrides les plus connus actuellement combinent un moteur thermique à essence et une motorisation électrique sans oublier que l'hybridation concerne aussi d'autres types de carburants comme l'essence, le gazole, les biocarburants, le gaz naturel ou le GPL. Cela permet



de combiner les avantages des deux motorisations afin d'atteindre de bas niveaux d'émissions de  $CO_2$  et d'optimiser leur rendement individuel, source d'économie en carburant.

Actuellement, les constructeurs automobiles, engagés dans la compétition pour la conquête des marchés, consacrent des budgets considérables à la recherche et au développement dans le segment électrique et hybride et se penchent déjà sur différents types de motorisations hybrides de nouvelle génération : micro-hybrid, mild-hybrid et full-hybrid distingués en fonction du taux d'hybridation et des dispositifs de gestion de l'énergie (Chan, 2007), ce que nous allons voir ci-dessous, dans le paragraphe 2.2.2.

### 2.2.1 Principales architectures existantes : agencement des moteurs

On regroupe généralement tous les types de véhicules hybrides en quatre grandes familles qui se différencient selon la manière d'agencer les différents organes de propulsion embarqués : l'architecture série, l'architecture parallèle, l'architecture mixte dite série-parallèle et l'architecture complexe (Ehsani et al., 2009). La différence entre ces trois architectures tient à la nature du point de jonction ou « nœud » entre les différentes chaînes de traction. Dans l'architecture série, le nœud est électrique, contrairement à l'architecture parallèle où le nœud est mécanique.

**2.2.1.1 Hybridation série** Les véhicules hybrides série disposent généralement de deux motorisations (électrique et thermique) dont le moteur électrique assure à lui seul la propulsion, alors qu'un véhicule hybride série tout électrique est constitué de deux sources électrique (pile à combustible, batterie, super-capacité, etc.). L'architecture hybride nécessite deux machines électriques : une génératrice et un moteur associés à une batterie de taille plus importante que pour une architecture hybride parallèle . Le moteur électrique est relié aux roues du véhicule, capable de freiner le véhicule dans les descentes ou pendant une décélération et d'utiliser l'énergie cinétique produite pour recharger la batterie.

La motorisation thermique n'intervient que pour alimenter un générateur électrique pour recharger la batterie, ce qui lui permet de tourner en régime constant indépendamment des sollicitations du conducteur, optimisant du même coup le rendement du moteur thermique. Ce type d'hybride, s'il est rechargeable, est considéré comme un véhicule électrique équipé d'un prolongateur d'autonomie suffisamment puissant pour un déplacement sur autoroute, comme pour la Chevrolet Volt (Fig. I.4) ou l'Opel Ampera (Fig. I.5) (Orecchini et al., 2013) qui utilise un moteur thermique de 55 kW pour recharger une batterie de 8,8 kWh. Ce véhicule (Ope-

l'Ampera) peut parcourir 60 *km* en mode tout électrique et 500 *km* lorsque le moteur thermique est en marche, l'alimentant alors en électricité pour prolonger l'autonomie .



**Figure I.4** – Chevrolet Volt



**Figure I.5** – Opel Ampera

**2.2.1.2 Hybridation parallèle** Dans ce type d'architecture, le procédé consiste à assister le couple fourni par le moteur thermique en ajoutant un moteur électrique plus ou moins puissant (10 à 50 *kW*) et en ajustant le fonctionnement de chacun d'eux pour une efficacité maximale : le moteur électrique est alimenté par la batterie de traction rechargée lors des phases de décélération ou éventuellement sur le réseau de tension. Selon le degré d'hybridation, le véhicule se déplace en mode tout électrique pendant quelques kilomètres à vitesse réduite et le moteur thermique se déclenche pendant les fortes demandes en puissance.

Les moteurs hybrides parallèles sont les plus répandus car les deux moteurs sont reliés aux roues et leurs mouvements de propulsion s'additionnent, comme pour la Honda Insight (Fig. I.6) et la Peugeot 3008 HYbrid4 (Fig. I.7) (Orie and Nwatu, 2011).

**2.2.1.3 Hybridation mixte : série-parallèle** Les configurations série-parallèle présentent, a priori, les meilleurs potentiels de gain puisqu'elles actionnent les deux types d'hybridation. Leur succès impose cependant de réussir à porter au maximum les avantages des deux associations série et parallèle, tout en minimisant leurs inconvénients, ce qui demande un effort particulier sur le dimensionnement des composants, avec une gestion et un contrôle qui s'avèreront plus complexes.

**2.2.1.4 Hybridation complexe** Comme son nom l'indique, cette architecture implique une configuration complexe qui n'appartient à aucune des configurations standards précédentes.



**Figure I.6** – Honda Insight



**Figure I.7** – Peugeot 3008 HYbrid 4

Cette architecture qui ressemble à l'architecture série-parallèle, plusieurs moteurs électriques sont connectés, ce qui permet d'augmenter la performances du véhicule. De plus, plusieurs possibilités de transfert de flux d'énergie sont possibles permettant ainsi des modes de fonctionnement polyvalents qui n'existent pas dans l'hybride série-parallèle. Certains véhicules nouvellement introduites adoptent ce système pour la propulsion à deux essieux, mais leurs cout d'achat est relativement important dû à la complexité du système et les performances qu'il offre.

Tout compte fait, les avantages l'emportent sur les inconvénients : cette nouvelle technologie est appelée à un bel avenir.

### 2.2.2 Classification des véhicules hybrides

Cette classification est surtout utilisée par les constructeurs. Elle ne prend pas en considération l'architecture du véhicule mais plutôt les fonctionnalités qu'elle peut offrir en fonction de son niveau d'hybridation qui dépend de l'importance de la partie électrique et de la façon dont elle est combinée avec le moteur thermique. Pour un véhicule hybride, le taux d'hybridation est égal au rapport de la puissance électrique sur la puissance totale. Actuellement sur le marché automobile, il existe quatre niveaux d'hybridation différents (Chan, 2007) : micro-hybrid, mild-hybrid, full-hybrid et plug-in-hybrid.

**2.2.2.1 Véhicule micro-hybrid** L'appellation « micro-hybrid » s'applique aux voitures utilisant le système « Stop-and-Start » qui correspond au niveau le plus faible d'hybridation. Il consiste à couper le moteur thermique automatiquement lors des arrêts, à un feu rouge par exemple. Le terme hybride est ici un peu usurpé malgré le fait que le redémarrage automatique,

lors du relâchement de l'embrayage, s'effectue grâce à l'électricité de la batterie qui enclenche le redémarrage du moteur.

Le système « Stop-and-Start » se compose de deux éléments principaux : un alternateur réversible et un convertisseur alimenté par la batterie. Dans un véhicule thermique classique, l'alternateur fournit de l'électricité lorsque le moteur est en marche, ce qui est nécessaire au fonctionnement des équipements du véhicule, comme le tableau de bord, alors que dans un véhicule électrique, l'alternateur réversible sert aussi à produire de l'électricité après le démarrage du moteur et joue en plus le rôle d'un démarreur, offrant un temps de démarrage réduit (400 ms). Ce système permet un gain de consommation de carburant surtout lors de la conduite en ville (Romm and Frank, 2006), d'environ 10% en cycle urbain, 6% en cycle mixte normalisé, et jusqu'à 16% pour des contextes à forte circulation.

**2.2.2.2 Véhicule mild-hybrid** Dans ce type de technologie, le terme hybride est plus approprié car l'énergie électrique sert à la propulsion du véhicule. En effet, il s'agit d'un petit moteur électrique de 15 à 30 kW qui vient augmenter la puissance du moteur thermique (Fig. I.8). L'économie en carburant est donc ici bien réelle puisque le moteur thermique n'a pas besoin de fournir plus de puissance pour arriver au même résultat qu'avec un propulseur thermique sans moteur électrique additionnel. En outre, la batterie n'est pas très volumineuse et ne diminue donc pas les capacités du coffre, ce qui représente un avantage indéniable.

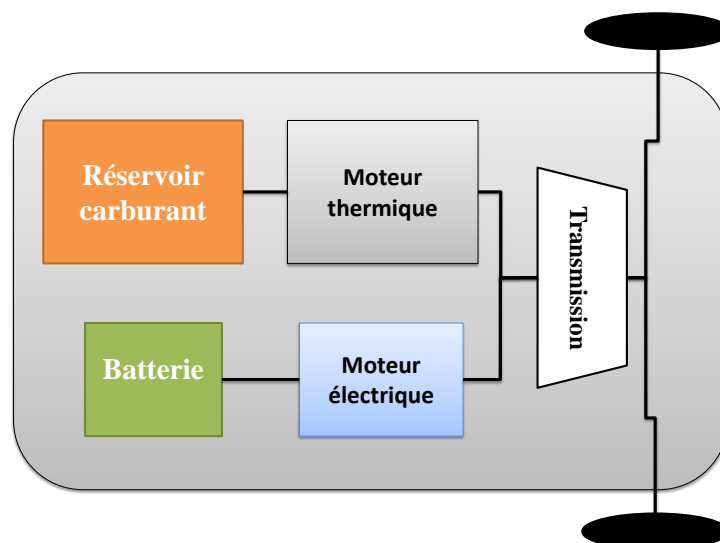


Figure I.8 – Structure mild-hybrid

## I.2 Technologie automobile : de la genèse aux innovations technologiques

---

La Formule 1 avait utilisé ce système pour la première fois en 2009 sous le nom de « KERS : Kinetic Energy Recovery System » (l'addition de couple est déclenchée par le pilote et dans ce cas ça il n'y a pas d'optimisation de consommation). La recharge de la batterie s'effectue principalement lors des freinages. Dans ce genre de véhicule, le moteur électrique n'est pas le seul à propulser le véhicule, c'est une puissance d'appoint pour le moteur thermique.

**2.2.2.3 Véhicule full-hybrid** Une voiture « full-hybrid » est équipée d'un moteur électrique suffisamment puissant pour entraîner à lui seul le véhicule pendant une durée limitée (Fig. I.9). La voiture la plus connue est la Toyota Prius qui roule en tout électrique à faible vitesse, ce qui est intéressant en circuit urbain du fait de son absence d'impact sur l'environnement. Lorsque les batteries sont déchargées, le moteur thermique prend alors le relais et recharge en même temps les batteries. La batterie peut fonctionner jusqu'à 8 ans ou 200.000 *km* environ, ce qui amortit largement son coût. Pour des profils urbains, le véhicule roule en tout électrique récupérant ainsi l'énergie du freinage pour recharger la batterie. Dès que la vitesse du véhicule augmente et dépasse les 50 *km/h*, le moteur thermique est activé et la puissance fournie par le moteur électrique s'additionne avec celle fournie par le moteur thermique pour satisfaire la demande globale de traction. Le moteur thermique sert aussi à recharger la batterie si celle-ci atteint un seuil minimum défini par le constructeur afin de maintenir son état de fonctionnement. Ceci montre un contrôle des sources à bases de règles qui n'optimise pas réellement la consommation du véhicule.

**2.2.2.4 Véhicule Plug-in hybrid** L'architecture « Plug-in hybrid » dite aussi hybride rechargeable, est semblable au « full-hybrid » avec une sortie de connexion au niveau de la batterie pour la recharge par une source d'énergie extérieure. Dans ce type d'architecture, la motorisation électrique, l'alternateur et la batterie sont considérablement puissants, et le système de commande empêche le fonctionnement du moteur thermique (mode tout électrique) tant que la batterie n'a pas atteint un niveau minimum. Si ce niveau est atteint, le système de commande passe alors en fonctionnement hybride.

### 2.2.3 Avantages et inconvénients de l'hybride

L'hybride permet, certes, un gain réel en économie de carburant mais cet avantage ne se conçoit qu'en milieu urbain pour un système semblable à la Toyota Prius car au dessus de 50 *km/h* le moteur thermique prend le relais. Ainsi, en dehors de la ville, sur la route, le moteur

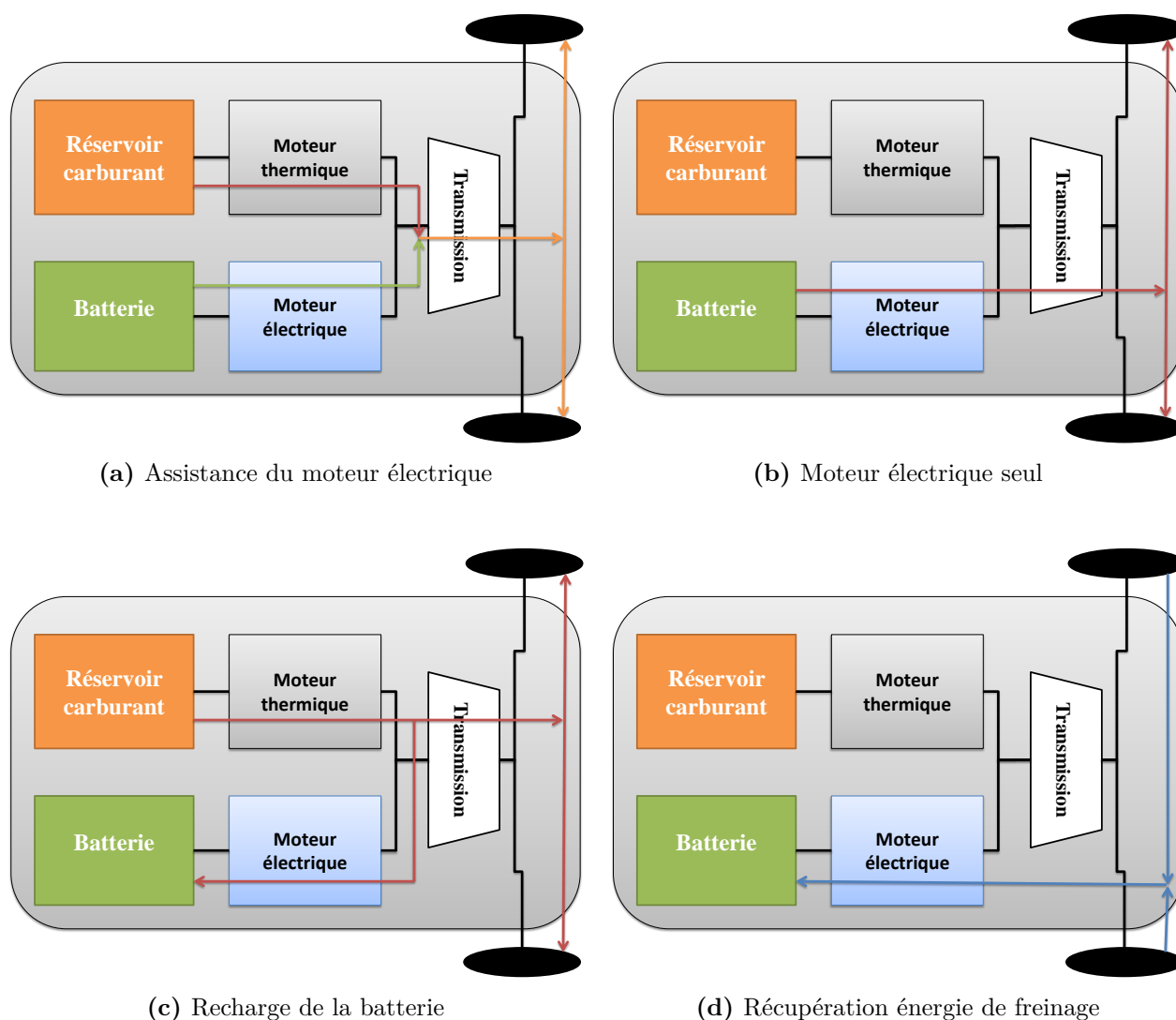


Figure I.9 – Différents modes de fonctionnement d'une structure full-hybrid

électrique n'est pas sollicité et la consommation sera la même que sur une voiture conventionnelle.

Le système « full-hybrid » a un impact très minime sur le milieu naturel et préserve la santé des populations en réduisant fortement les émissions de  $CO_2$  dans l'atmosphère. En revanche, la mise au point des sources énergétiques pour ce type de véhicule telles que la batterie ou la pile à hydrogène produit des rejets très nocifs. Par ailleurs, l'inconvénient est que ce système de moteur thermique couplé à un moteur électrique prend plus de place, diminuant ainsi les capacités du coffre.

Les batteries ont une durée de vie limitée et le coût pour leur remplacement reste très élevé. Elles peuvent représenter jusqu'à 40% du prix d'un véhicule, ce qui est énorme ; les surcoûts lors de l'achat peuvent alors être dissuasifs pour un éventuel acquéreur. Cependant, les voitures électriques sont souvent commercialisées sans les batteries qui font l'objet d'un contrat de location séparé. Cette stratégie procure certains avantages liés au coût réduit pour l'achat d'une voiture ou encore, de ne pas en faire une préoccupation majeure par rapport à la durée de vie des batteries.

Tout compte fait, les avantages l'emportent sur les inconvénients : cette nouvelle technologie est appelée à un bel avenir.

### 2.3 Véhicule hybride tout électrique

Si le moteur électrique est performant et atteint un rendement satisfaisant de 90%, il exige cependant des améliorations pour élever son niveau d'autonomie. En cela, la technologie hybride constitue la meilleure alternative en utilisant plusieurs sources d'énergie électrique (pas de moteur thermique), ce qui lui donne déjà un gain de place et une source d'énergie flexible pour réaliser de longs trajets ce qui représente un avantage pratique.

En effet, l'autonomie que permet une batterie est d'environ 200 *km* et si l'on compte un temps de rechargement assez long de huit heures, on admet volontiers que cela représente une contrainte pénalisante. Aussi, l'une des solutions envisagées est de mettre au point un véhicule hybride entièrement électrique équipé de deux sources d'énergie comme une batterie et une pile à combustible.

Une pile à combustible (PAC) peut produire de l'électricité en puisant de l'oxygène de l'air et de l'hydrogène (combustible) et agit comme un générateur allongeant de fait l'autonomie du véhicule. Elle permet aussi de recharger la batterie lors de la traction, l'arrêt ou la décélération. Cette assistance évite ainsi à la PAC de subir des brutales variations de puissance qui pourraient altérer sa durée de vie et multiplie les scénarios possibles pour les échanges d'énergie.

Un prototype de véhicule hybride tout électrique équipé d'une pile à combustible d'une puissance de 20 *kW* couplée à une batterie de 15 *kW* pour une autonomie de près de 500 *km*, avec 4 *kg* d'hydrogène contenus dans des réservoirs à pression de 700 *bars*, a été mis au point

récemment par le CEA en partenariat avec PSA Peugeot Citroën en perspective de son industrialisation (projet Genepac).

Pour cela, le CEA a installé sur son site de Grenoble une plate-forme destinée à ses partenaires industriels (PSA, Renault, Daimler, Solvay, Venturi, Hexcel,...) en vue de promouvoir, par une approche d'intégration, la conception et la fabrication prochaine de petites séries de piles à combustible, alors que le constructeur allemand Daimler envisage déjà de commercialiser ses premiers modèles de voitures hybrides tout-électrique haut de gamme équipés d'un couple batterie-PAC.

Il reste un autre défi à relever : l'alimentation de la pile à combustible en hydrogène. Si son atout principal est l'absence, durant sa combustion, d'émission de gaz à effet de serre, sa production, en revanche, ne peut pas être envisagée, en l'état actuel, en grandes quantités. Le défi à relever est d'aboutir, à l'avenir, à une production de masse de l'hydrogène et d'exploiter de nouvelles pistes de recherche, notamment en direction des procédés d'électrolyse à haute température.

Mais la commercialisation à grande échelle demande du temps, la recherche progressant toujours dans le sens de l'économie de l'énergie, par l'utilisation de nouveaux matériaux, à l'exemple du platine qui reste toutefois un métal rare et cher, et qui représente 25% du coût de la pile et joue le rôle indispensable de catalyseur. Afin de réduire les quantités de platine utilisées et baisser les coûts de fabrication, les chercheurs se tournent vers une association avec un autre métal, le Cobalt. Cette approche cobalt/platine, en expérimentation, constitue ainsi une autre voie vers la mise au point d'une nouvelle source d'énergie performante à moindre coût.

### **3 Sources d'énergie embarquées dans les véhicules hybrides électriques**

Un système multi-sources ou hybride est composé d'au moins deux sources énergétiques reliées entre elles par des convertisseurs, permettant de contrôler la tension et le courant fourni par chacune des différentes sources.

Ainsi, le choix de la source d'énergie à embarquer est une décision importante, car elle impacte d'une façon significative l'autonomie du système. Pour des raisons de poids, les sources énergétiques renouvelables telles que le solaire et l'éolien ne peuvent être utilisées sauf si elles sont



### I.3 Sources d'énergie embarquées dans les véhicules hybrides électriques

ultralégères, ce qui n'est généralement pas le cas. D'un autre côté, les batteries, malgré leur masse et leur encombrement, ont néanmoins l'avantage pour l'instant de fournir un meilleur rendement et surtout d'être autonomes, contrairement au solaire et à l'éolien qui dépendent du climat.

Grâce aux récentes avancées technologiques, l'utilisation des énergies chimiques sans composés carbonés (pile à combustible, batterie, super-condensateur) comme source de production ou de stockage pourrait constituer une alternative judicieuse. Cependant, le dimensionnement de ces sources dépend des profils de mission que le véhicule est amené à réaliser. L'utilisation du diagramme de Ragone (Fig. I.10) donne une idée sur les performances des sources électriques en termes d'énergie spécifique par rapport à la puissance spécifique.

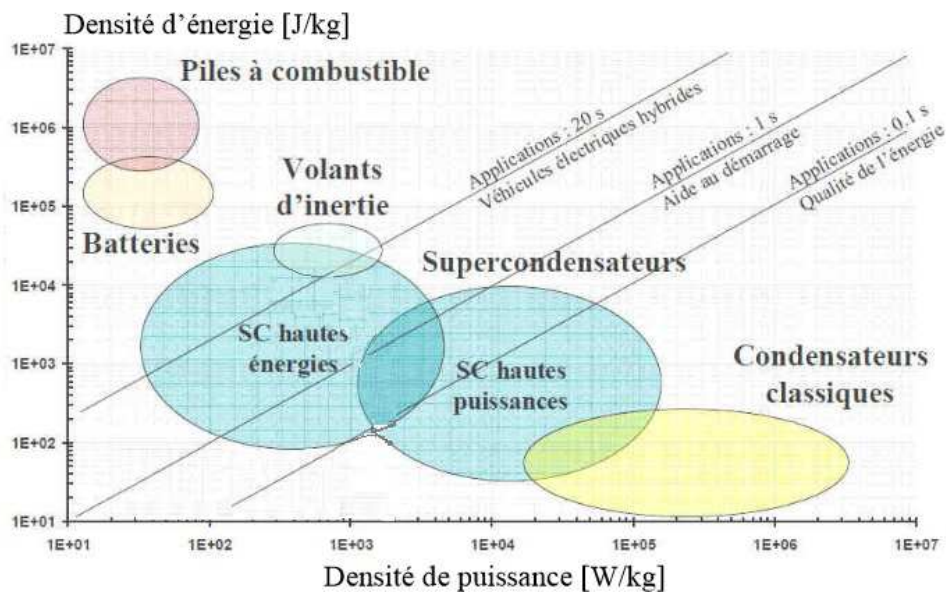


Figure I.10 – Diagramme de Ragone

#### 3.1 Pile à combustible

Actuellement les véhicules thermiques possèdent une autonomie très élevée contrairement aux voitures électriques. Une solution envisageable pour augmenter l'autonomie des véhicules électriques serait d'utiliser de nouvelles sources possédant des densités énergétiques élevées. Ceci justifie le développement de nouvelles générations de voitures à pile à combustible.

Le premier modèle d'une pile à combustible fut réalisé en 1839 par le britannique William R. Grove ([Blomen and Mugerwa, 1993](#)) en recourant à l'acide sulfurique comme électrolyte ([Grove, 1874](#)). Un siècle plus tard, [Bacon \(1969\)](#) reprend les recherches et réalise la première pile à hydrogène en 1935, et construira plusieurs exemplaires de puissances de 1 et 5 *kW* adoptés par la NASA pour les vols spatiaux notamment la mission *Apollo XIII*. Depuis, les recherches ne cessent d'avancer donnant naissance à des prototypes de piles *MW* (méga-watts) et à des produits commercialisés et utilisés dans différents domaines.

La pile à combustible est l'un des vecteurs d'énergie le plus utilisé dans le domaine du transport et du stationnaire. Ainsi dans les transport les piles à combustible PEMFC « pile à combustible à membrane d'échange de protons » sont privilégiés. Il s'agit d'un générateur électrochimique d'énergie apte à transformer l'énergie chimique d'un combustible qui est l'hydrogène, en énergie électrique. La production d'électricité est générée par la combustion électrochimique et contrôlée par le dihydrogène et le dioxygène, dégageant aussi de l'eau et de la chaleur qui peuvent être utilisées pour des besoins secondaires.

La pile à combustible à hydrogène est constituée de deux électrodes : l'anode et la cathode qui sont séparées par un électrolyte, qui empêche le passage des électrons mais laisse circuler les ions ([Hirschenhofer et al., 1998](#)). Lorsqu'un jet d'hydrogène est dirigé vers l'anode, il se transforme en ions  $H^+$  libérant ainsi des électrons qui sont captés par l'anode. L'énergie électrique est produite lors du transfert des ions  $H^+$  et des électrons vers la cathode afin de former de l'eau à partir de l'oxygène (Fig. [I.11](#)). La tension générée par cette réaction ne dépasse pas 0,7 V par cellule, d'où l'association de plusieurs cellules en série pour obtenir la tension désirée.

Le principe de fonctionnement d'une pile à combustible paraît simple, mais sa mise en place est complexe et coûteuse, environ 1000€/kW, car elle nécessite d'être entourée de composants et de sous-systèmes pour fonctionner (comme un compresseur d'air, un système de refroidissement et d'humidification, un convertisseur, etc.) formant ainsi le système pile à combustible, comme le montre la figure (Fig. [I.12](#)).

Le rendement d'une pile à combustible seule peut atteindre les 90%, or celui du système complet avoisine les 45%. Malgré cela, ce rendement demeure supérieur à celui d'un moteur thermique estimé à 30%. Grâce à ses très bonnes performances, la pile dispose d'une autonomie satisfaisante et d'une énergie massique supérieure à celle des batteries. Cependant, pour faire tourner un moteur électrique d'un véhicule, une puissance maximale de 70-100 kW est nécessaire, ce qui correspond à une consommation de 1,1 kg d'hydrogène aux 100 km. La quantité d'hydro-

### I.3 Sources d'énergie embarquées dans les véhicules hybrides électriques

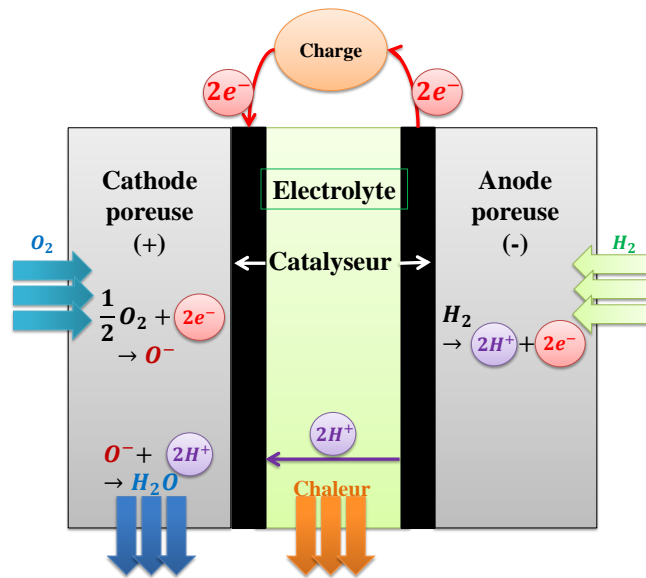


Figure I.11 – Principe de fonctionnement d'une pile à combustible PEMFC

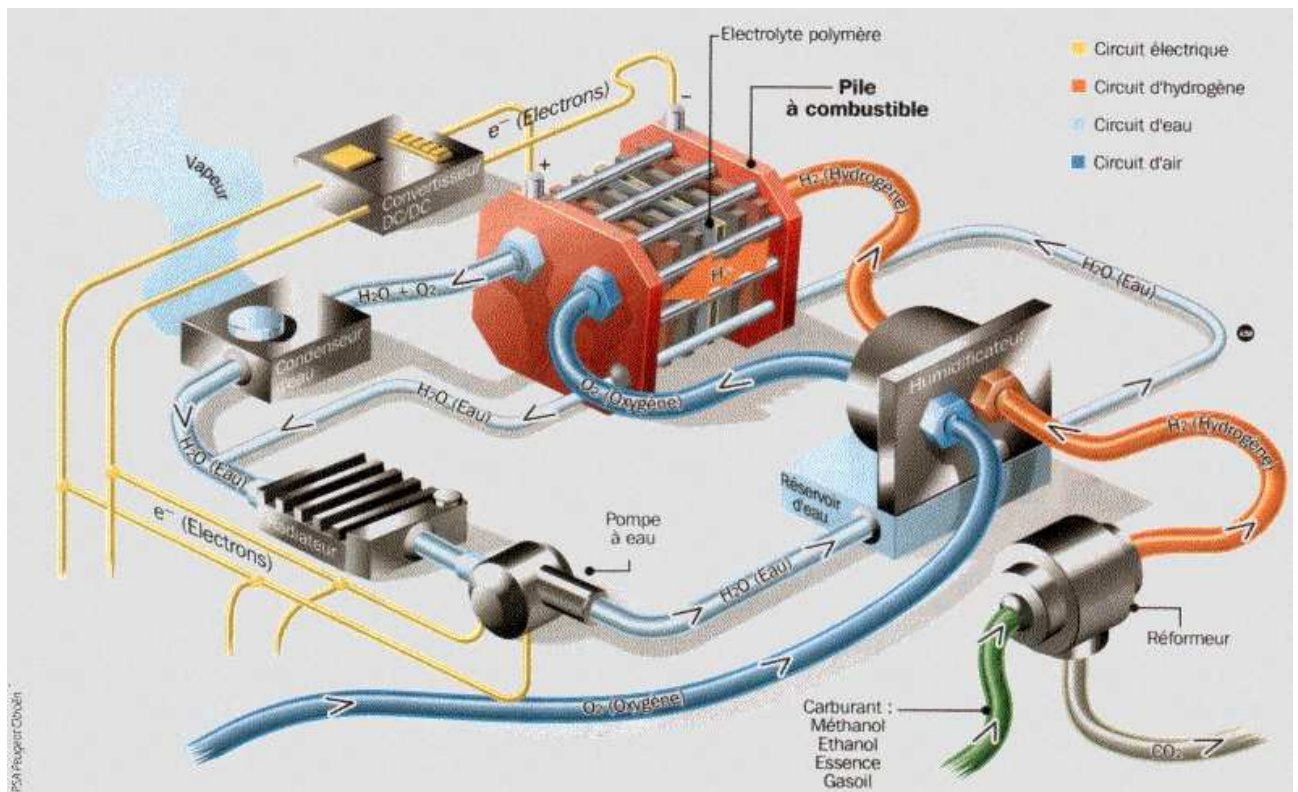


Figure I.12 – Système pile à combustible (Source : PSA Peugeot Citroën)

gène à embarquer ne paraît donc pas irréaliste, ce qui permettrait de rouler dans d'excellentes

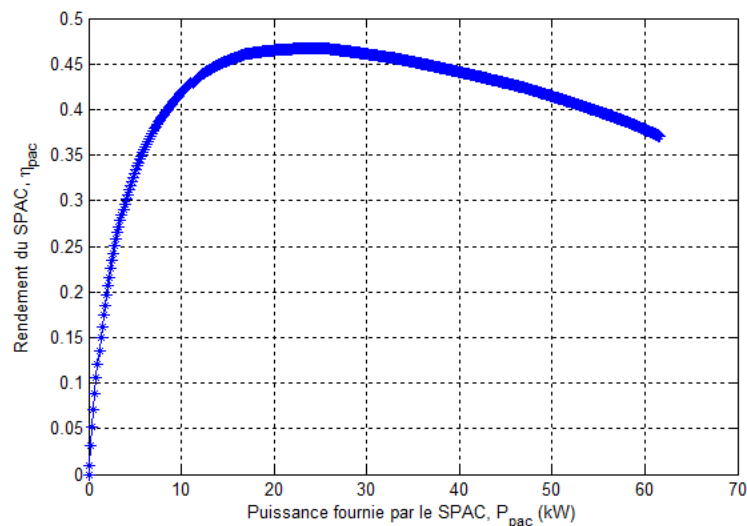
conditions sur une longue distance.

Le cahier des charges élaboré par l'industriel permet de définir des contraintes ou des équations reflétant le fonctionnement et la capacité des sources énergétiques. Pour la pile à combustible, elle est caractérisée par sa puissance maximale (Eq. I.1) et sa courbe de rendement (Fig. I.13) qui permettent de calculer la consommation d'hydrogène à partir de la puissance fournie (Eq. I.2).

$$P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs} \leq P_{fcs}^{max} \quad (I.1)$$

$$P_h = \frac{P_{fcs}}{\eta_{fcs}(P_{fcs})} \quad (I.2)$$

où  $P_{fcs}^{min}$  (resp.  $P_{fcs}^{max}$ ) est la puissance minimale (resp. maximale) que la pile à combustible peut fournir et  $\eta_{fcs}()$  sa courbe de rendement.



**Figure I.13** – Rendement de la pile à combustible

### 3.2 Accumulateurs électriques

La batterie, appelée aussi accumulateur électrochimique, est une source d'énergie réversible destinée à stocker l'énergie électrique pour une réutilisation future. Elle est essentielle pour tout système électrique autonome, utile au démarrage des moteurs et des groupes auxiliaires de puissance, et sert à garantir la puissance demandée par le moteur électrique (ou la charge) sans interruption du fonctionnement du système.

### I.3 Sources d'énergie embarquées dans les véhicules hybrides électriques

Son principe de fonctionnement est basé sur la conversion et la transformation de l'énergie chimique en énergie électrique par une réaction électrochimique. Elle est constituée d'une ou de plusieurs cellules montées en série, contenant chacune une électrode positive, une électrode négative, un séparateur et un électrolyte (Fig. I.14).

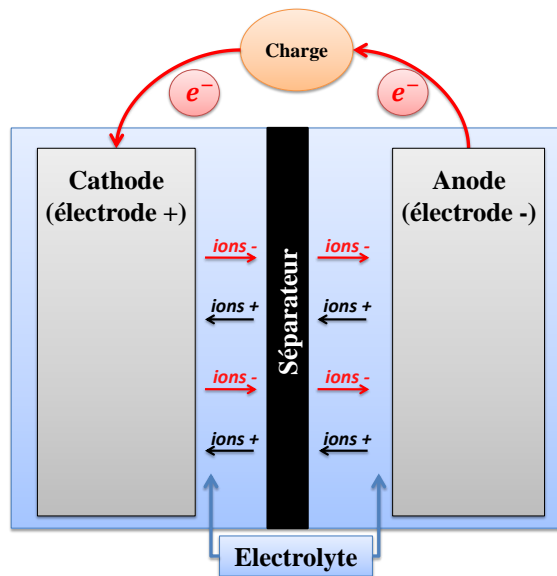


Figure I.14 – Fonctionnement d'une batterie

Les cellules peuvent être distinguées en deux catégories : les cellules primaires et les cellules secondaires. Les cellules primaires ne sont pas rechargeables et doivent être remplacées une fois les réactifs épuisés, contrairement aux cellules secondaires qui sont davantage utilisées dans les applications industrielles. Ces dernières nécessitent une source de charge extérieure à courant continu pour restaurer des réactifs et être de nouveau opérationnelles.

La batterie est caractérisée par sa capacité  $Q^{max}$  exprimée en Ampère-heure ( $Ah$ ) qui désigne la quantité d'énergie qu'elle peut fournir. La capacité d'une batterie varie en fonction du régime de décharge c'est-à-dire que plus le régime de décharge est grand, plus sa capacité diminue (Van Mierlo et al., 2004). Par exemple, une batterie ayant une capacité de  $200 Ah$  à un régime de  $C_{20}$ , se décharge complètement en  $20 h$  suivant un courant de décharge de  $10 A$ , et la même batterie aura une capacité de  $100 Ah$  à un régime de  $C_5$  et se décharge complètement au bout de  $5 h$  avec un courant de décharge de  $20 A$ .

Un autre paramètre très important pour la gestion d'une batterie est son état de charge. L'état

de charge d'une batterie noté  $SoC$  est le ratio entre sa capacité actuelle et sa capacité maximale lorsqu'elle est totalement chargée (Eq. I.3).

$$SoC(t) = \frac{Q^{max} - \int_t i t dt}{Q^{max}} \quad (I.3)$$

où  $i$  représente le courant continu de décharge et  $t$  la période de décharge. L'état de charge varie entre  $SoC^{min}$  et  $SoC^{max}$  (Eq. I.4). L'état de charge de la batterie dépend de la profondeur de décharge fixée par le décideur. Généralement, on évite de décharger la batterie profondément en autorisant son état de charge à atteindre des limites critiques  $SoC^{min} = 0\%$  qui est une valeur théorique afin d'éviter sa destruction. Sa tension diminue pendant la décharge et augmente durant les phases de recharge lorsqu'elle emmagasine l'énergie électrique sous forme chimique.

$$SoC^{min} \leq SoC \leq SoC^{max} \quad (I.4)$$

Afin d'obtenir les caractéristiques de batterie souhaitées (sa tension et sa capacité) selon le type d'application, il suffit de les associer en série ou en parallèle, sachant que deux éléments associés en série doubleront la tension disponible, pas sa capacité, alors que deux éléments en parallèle doubleront sa capacité, sa tension restant inchangée.

Le type de batterie est caractérisé par la nature des électrodes qui la constitue. Plusieurs familles de batteries sont disponibles comme les batteries au plomb, les batteries Nickel Métal Hydride (Nimh), les batteries Nickel Cadmium (Ni-Cd) et les batteries lithium qui présentent des caractéristiques différentes et dont certaines sont mieux adaptées pour le transport.

Dans notre étude, on a recours aux batteries plomb et lithium-ion car elles possèdent des caractéristiques très avantageuses en termes de coût, de rendement et de densité énergétique.

### 3.2.1 Batterie Plomb-Acide

Inventée en 1859 par le français Gaston Planté, la batterie au plomb est très compétitive et reste le moyen le plus rentable pour le démarrage des véhicules, car elle est robuste et simple d'utilisation. Elle est constituée d'un ensemble de cellules plomb-acide sulfurique d'une tension nominale de 2,1 V raccordées en série afin d'obtenir la tension désirée.

Elle est largement utilisée dans l'industrie automobile malgré le fait qu'elle possède la plus mauvaise énergie massique 35 Wh/kg et, cela en raison de son faible coût et de sa capacité à

### I.3 Sources d'énergie embarquées dans les véhicules hybrides électriques

---

générer une grande intensité de courant nécessaire pour le démarrage électrique du moteur, à l'aide de batteries de 12 V pour les voitures en associant six cellules de 2,1 V, ou de batteries de 24 V pour les camions (association de 12 cellules).

La batterie au plomb est caractérisée par un rendement énergétique variant entre 70 et 75%, le reliquat étant dissipé sous forme de chaleur lors des réactions chimiques. L'énergie électrique est produite ou emmagasinée en passant par deux principales réactions chimiques. Pendant la décharge, la batterie contient un excès d'électrons à sa plaque négative et un manque d'électrons à sa partie positive. La réaction électrochimique engendre le déplacement des électrons au travers du récepteur, créant ainsi le courant.

Dans l'électrode positive, le dioxyde de plomb  $PbO_2$  se transforme en sulfate de plomb  $PbSO_4$  en libérant de l'oxygène  $O_2$  en consommant des électrons. Cependant, dans l'électrode négative, le plomb fixe la partie sulfurée de l'acide pour donner du sulfate de plomb  $PbSO_4$  et libère des électrons. La batterie ne débite plus de courant lorsque les deux plaques possèdent le même nombre d'électrons. Par contre, dans les phases de recharge, la batterie est réceptrice du courant fourni, provoquant ainsi une réaction chimique inverse et les plaques retournent progressivement à leur état d'origine. Cette réaction se manifeste par un déplacement d'électrons.

#### 3.2.2 Batterie Lithium-ion

Actuellement les batteries Lithium-ion qui appartiennent à la famille des batteries Lithium sont parmi les solutions les plus répandues pour alimenter en électricité de nombreux produits de consommation disponibles sur le marché. Elles possèdent de très fortes densités énergétiques et une importante énergie massique 120 – 200 Wh/kg, ce qui favorise leur utilisation dans le secteur du transport et particulièrement pour les véhicules électriques qui nécessitent des batteries à grande capacité.

Leur principe de fonctionnement ne se distingue pas des autres batteries ; elles utilisent le lithium sous une forme ionique et l'énergie électrique est fournie par la réaction chimique réversible des ions lithium entre les deux électrodes : une anode en graphite et une cathode en oxyde métallique lithié. Mais, une telle technologie n'est pas sans inconvénient car elle présente des risques d'incendie majeurs à cause de l'électrolyte liquide qui peut brûler lors d'un mauvais fonctionnement. Toutefois, pour pallier ces risques, sachant que ce type de batterie supporte mal les surcharges et les mauvaises recharges, un système de protection BMS (Battery Management



System) ([Garche and Jossen, 2000](#)) est intégré lors de la fabrication. Une cellule lithium-ion possède une tension nominale de 3,6 V qui peut être accordée en série à l'effet d'obtenir la tension souhaitée et un meilleur rendement que sur les batteries au plomb, qui avoisine 100%.

Actuellement, on distingue plusieurs familles de batteries, certaines nécessitent une technologie complexe d'autres pas, ce qui les différencie en matière de coûts de fabrication. Le tableau suivant (Tab. I.1), récapitule les performances des batteries usuelles utilisées dans les véhicules électriques et hybrides.

### 3.2.3 Super-condensateur

L'utilisation des batteries pour le développement des véhicules électriques est indispensable. Cependant, leur durée de vie et leur coût d'entretien constituent de réelles contraintes : Une solution envisagée consiste à utiliser une hybridation de sources d'énergie avec de nouveaux systèmes de stockage dont la finalité est d'améliorer substantiellement les performances des véhicules électriques.

Le développement de nouvelles générations de composants électrochimiques a donné naissance aux super-condensateurs qui possèdent une forte densité de puissance avec des durées de vie très importantes mais de faible densité énergétique. Ces composants « nouvelle génération » peuvent être associés en hybridation avec d'autres sources énergétiques ([Gaoua et al., 2013b,c](#); [Khaligh and Li, 2010](#); [Thounthong et al., 2009](#)), comme les batteries, les piles à combustible, les panneaux photovoltaïques ou les générateurs éoliens, etc.

En 2013, de nouveaux super-condensateurs ont été conçus avec des densités énergétiques de 15 Wh/kg. D'autres recherches sont menées afin de mettre au point des super-condensateurs avec des densités énergétiques semblables à celles des batteries lithium-ion 155 Wh/kg, non commercialisés en raison des coûts élevés de production.

Un super-condensateur est capable de stocker de l'énergie directement sous la forme d'un champ électrostatique, contrairement au fonctionnement d'une batterie basée sur des réactions chimiques. Cependant, l'énergie électrique est fournie ou emmagasinée plus rapidement en l'absence du processus électrochimique. Le super-condensateur peut se recharger 10.000 fois plus vite qu'une batterie et générer une puissance extrêmement élevée en un temps très court. Son état de charge et sa tension  $U_{sc}$  chutent très rapidement en fonction des puissances élevées



### I.3 Sources d'énergie embarquées dans les véhicules hybrides électriques

Tableau I.1 – Caractéristiques des différentes familles de batterie

Technologie	Plomb	Ni-Cd	Ni-Hm	Li-ion
Date de création	1859	1947	1988	1990
Énergie spécifique (Wh/kg)	25-50	30-60	50-90	100-230
Énergie volumique (Wh/l)	40-100	50-150	140-300	200-620
Temps de charge (h)	10	5	3-5	2
Rendement énergétique (%)	50-92	70-90	66	>90
Nombre de cycles : charge-décharge	500-1200	1000-1500	1000	1200
Durée de vie (ans)	4-5	2-3	2-4	7
Température de fonctionnement (°C)	-20 à 60	-40 à 60	-20 à 60	-20 à 60
Tension nominale d'une cellule (V)	2.1	1.2	1.2	3.6-3.7
Prix (€/kWh)	80-100	300	350	300-350
Avantages	Bas prix	Charge rapide, durée de vie, basse température	Légèreté, capacité	Auto-décharge faible, léger, bon rendement
Inconvénients	Lourd	Toxique, auto-décharge, effet mémoire	auto- décharge	Instable en cas de décharges profondes, sécurité

fournies, traduit par l'équation dynamique (Eq. I.5) ci-dessous :

$$U_{sc}(t_2) = U_{sc}(t_1) - R_{sc}I_{sc} - I_{sc} \int_{t=t_1}^{t_2} \frac{1}{C_{sc}} dt \quad (\text{I.5})$$

où  $R_{sc}$  est la valeur de sa résistance interne,  $C_{sc}$  sa capacité faradique exprimée en *Farad*,  $I_{sc}$  le courant continu fourni ou récupéré par le super-condensateur.

Comme toute source de stockage, un super-condensateur est caractérisé par sa capacité de stockage exprimée en  $SoC_{sc}$  (%), « état d'énergie »  $SoE_{sc}$  (*kWs*) ou « tension »  $U_{sc}$  (*V*) comprise entre une limite supérieure et une limite inférieure :

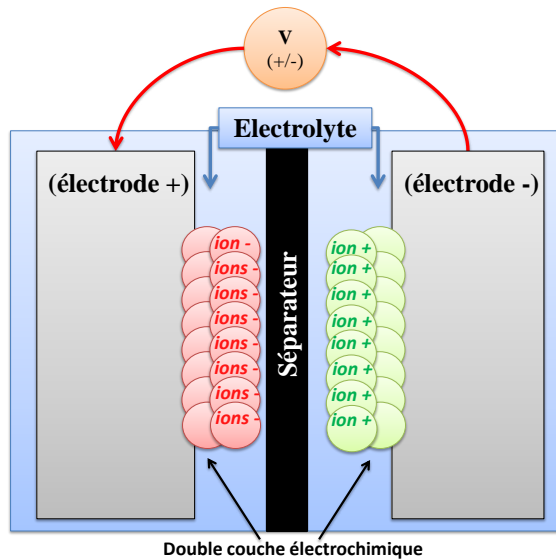
$$U_{sc}^{min} \leq U_{sc} \leq U_{sc}^{max} \quad (\text{I.6})$$

Le fonctionnement d'un super condensateur est similaire à celui d'un condensateur. Néanmoins, sa structure est basée sur le concept d'une double couche électrochimique sur laquelle repose le stockage d'énergie, développé par Helmholtz au cours du *XIX*ème siècle. Elle est constituée de deux électrodes, généralement en charbon actif qui est un matériau composé de multiples pores afin que les ions puissent s'y accrocher. Les deux électrodes sont séparées par une membrane isolante pour assurer la conduction ionique. Un champ électrique permet aux ions de s'accrocher ou de se libérer des électrodes sans aucune réaction chimique, et la double couche électrochimique se développe sur chaque interface électrode-électrolyte (Fig. I.15), formant une structure semblable à deux condensateurs en série.

## 4 Problématique de gestion d'énergie dans les systèmes hybrides électriques

La maîtrise et l'utilisation dans les meilleures conditions des sources d'énergie constituent les points forts des programmes de recherche. En effet, comment concilier l'amélioration des performances des véhicules en optimisant la consommation d'énergie et s'engager simultanément sur des approches novatrices en matière de propulsion. Ces approches doivent être axées sur la préservation de l'environnement qui est le dénominateur commun de tous ces programmes que l'on peut définir sous la dénomination de lois de gestion de l'énergie. Dans ce contexte, différentes actions peuvent être menées.

Dans un véhicule hybride, le problème de propulsion est plus complexe que sur les véhicules à



**Figure I.15** – Fonctionnement d'un supercondensateur

moteur thermique où il n'y a qu'une seule source d'alimentation principale, ce qui permet de la gérer plus facilement. Les véhicules hybrides qui combinent différentes sources d'énergie et de moyens de stockage, rendent plus complexe la maîtrise de ces flux. Le recours aux lois de gestion de l'énergie s'avère alors nécessaire pour optimiser la production, le stockage et la répartition de cette énergie entre les sources qui doivent être efficacement maîtrisées, de façon à obtenir un rendement global optimal, au moyen d'algorithmes et de stratégies de gestion d'énergie.

Le véhicule hybride est régi par une commande (UC ou Unité de Contrôle) elle-même connectée à tous les organes de fonctionnement (batterie, convertisseur, moteur électrique, ...). Cette commande suppose, pour être opérationnelle, la connaissance préalable de tous les paramètres du véhicule notamment l'état de charge des batteries, la vitesse, l'état de fonctionnement des composants, etc. L'unité de contrôle permet aussi de traduire en termes de données la demande en puissance que souhaite obtenir le conducteur et réalise la gestion des flux d'énergie lors des arrêts, des accélérations et des démarrages du moteur, et la répartition de ces flux entre les différentes sources embarquées sur le véhicule.

Dans les systèmes énergétiques embarqués ou stationnaires, les progrès attendus en matière d'optimisation énergétique sont orientés vers l'association de plusieurs sources d'énergie. Cette tendance représente l'alternative hybride qui repose sur la complémentarité des caractéristiques de ces sources en vue d'en tirer certains avantages sur le plan des performances.

Cependant, une gestion intelligente de l'énergie est essentielle pour répondre aux exigences du moteur électrique de traction (demande en puissance) tout en respectant les différentes contraintes liées au fonctionnement du système, aux conditions de sécurité et au dimensionnement des sources énergétiques. Pour cela, différentes approches ont été menées dans des travaux antérieurs dans le but de gérer la distribution de l'énergie sur les véhicules et accroître leur autonomie en minimisant la consommation de carburant de la source principale.

Parmi ces approches, il y a celles qui nécessitent la connaissance du profil de mission appelées « approche hors ligne » (Brahma et al., 2000; Gaoua et al., 2013b; Guemri et al., 2012; Hankache, 2008; Pérez et al., 2006; Sciarretta et al., 2004) et celles dites « en ligne ou en temps réel » (Delprat et al., 2004; Gao et al., 2008; Gaoua et al., 2013d; Johnson et al., 2000; Nefati et al., 2013; Schouten et al., 2003) car elles n'ont besoin que de la demande instantanée du moteur électrique pour fournir les bonnes références de courant aux convertisseurs, ce qui permet de gérer la distribution d'énergie des différentes sources. La méthode d'optimisation la plus souvent citée dans la littérature scientifique est certainement la programmation dynamique utilisée hors-ligne lorsque le profil de mission est défini (Guemri, 2013; Hankache, 2008; Pérez et al., 2006). Cette méthode a pour base le principe de Bellman après la discrétisation de l'espace de l'énergie du système de stockage, et fournit un optimum global selon le critère défini. Elle présente cependant des faiblesses liées au choix du pas de discrétisation qui affecte de façon significative les temps de calcul et la qualité de la solution.

Une autre méthode souvent évoquée est l'approche par contrôle optimal (Delprat et al., 2004; Gao et al., 2009; Hankache, 2008; Sciarretta et al., 2004), basée sur le principe du minimum de Pontriaguine, reposant sur le calcul des dérivées de la fonction du Hamiltonien. Cette méthode nécessite toutefois des approximations polynomiales, ce qui conduit à des erreurs d'approximation. En outre, le réglage des paramètres pour respecter la contrainte de l'état de charge est difficile à effectuer.

D'autres approches ont été développées en faisant appel aux heuristiques, de type quasi-Newton (Guemri et al., 2012) basées sur le calcul de la matrice Hessienne et les dérivées de Lagrange, à des stratégies de minimisation de la consommation équivalente (ECMS) (Musardo et al., 2005; Serrao et al., 2009) ou à des approches d'intelligence artificielle, telles que l'optimisation par les essaims de particules (Caux et al., 2010) et la logique floue (Gaoua et al., 2013d; Nefati et al., 2013; Schouten et al., 2003) qui peuvent également être appliquée en ligne lorsque le

## I.4 Problématique de gestion d'énergie dans les systèmes hybrides électriques

---

profil de mission est indéterminé, afin de minimiser la consommation de combustible par la source principale.

Certaines de ces méthodes sont basées sur une modélisation mathématique du problème reflétant le fonctionnement du système multi-source. La nature de la modélisation et l'approche de résolution utilisée a un impact sur la qualité de la décision fournie. En utilisant la programmation dynamique par exemple, la modélisation du problème ne constitue pas un obstacle, par contre, le choix du pas de discrétisation détermine la qualité de la solution, contrairement à l'approche quasi-Newton qui dépend fortement de la modélisation mathématique du problème. La qualité de la solution fournie par cette approche est liée à la nature du problème, ainsi la convexité du problème permet de garantir l'optimalité de la solution obtenue, contrairement à une formulation non convexe.

Les solutions obtenues par ces méthodes sur une architecture série composée d'une supercapacité et d'une pile à combustible ne sont pas optimales en raison de la nature du problème qui est de type non linéaire et non convexe, ce qui rend la recherche d'une solution optimale plus complexe, ou le choix du pas de discrétisation pour la programmation dynamique et le réglage de certains paramètres telle que la logique floue, impliquant généralement d'importants temps de calcul.

Dans cette thèse, plusieurs modélisations et méthodes de résolution de la « Recherche Opérationnelle » ont été traitées et adaptées selon la structure hybride du véhicule électrique étudié dans le cadre de collaborations industrielles et en partenariat avec d'autres équipes de recherche internationales.

Les progrès de la technologie informatique et de la recherche en mathématiques appliquées ont donné naissance à une multitude d'outils informatiques basées sur des méthodes d'optimisation performantes. Jusqu'à présent, on considère que tous les problèmes d'optimisation peuvent être résolus de façons efficaces ou approchés, tout dépend de leurs complexités.

Prenons exemple des problèmes linéaires en variables continues qui sont traités par l'algorithme du simplexe introduit en 1947 par [Dantzig \(1998\)](#) ou par la méthode des points intérieurs im-

## Chapitre I. Généralités et problématique de gestion d'énergie pour les systèmes multi-source

---

plantés dans les outils d'optimisation comme *Cplex*<sup>1</sup>, *Gurobi*<sup>2</sup>, *Xpress – MP*<sup>3</sup>, *Clp*<sup>4</sup>, etc. Ces outils d'optimisation peuvent résoudre aussi des problèmes dont la complexité est difficile comme les problèmes combinatoires (problèmes linéaires en nombres entiers ou mixtes) en utilisant les mêmes méthodes couplées avec d'autres techniques de parallélisation, en décomposant ainsi le problème difficile en sous problèmes linéaires en variables continues faciles à traiter. D'autres techniques de plans sécants ont été intégrées pour accélérer la convergence vers des solutions optimales grâce aux travaux de Ralph Gomory et Václav Chvátal. Cette conjugaison de méthodes et de techniques d'optimisation a permis la création des méthodes d'optimisation hybrides appelés Branch-and-Bound ou Branch-and-Cut (Papadimitriou and Steiglitz, 1998; Rardin, 1998; Winston, 1994).

La programmation linéaire en nombres entiers (PLNE) a été utilisée dans la continuité du projet de thèse au sein des laboratoires *LAPLACE*<sup>5</sup> et *LAAS-CNRS*<sup>6</sup> sur une architecture hybride de type série composée d'une pile à combustible (PAC), d'une super-capacité et d'un groupe moto-propulseur (Fig. I.16). Les deux sources sont connectées au bus de distribution par l'intermédiaire de deux convertisseurs (unidirectionnel et bidirectionnel) qui permettent de contrôler leurs tensions et les charges fournies. Plusieurs études étaient centrées sur cette

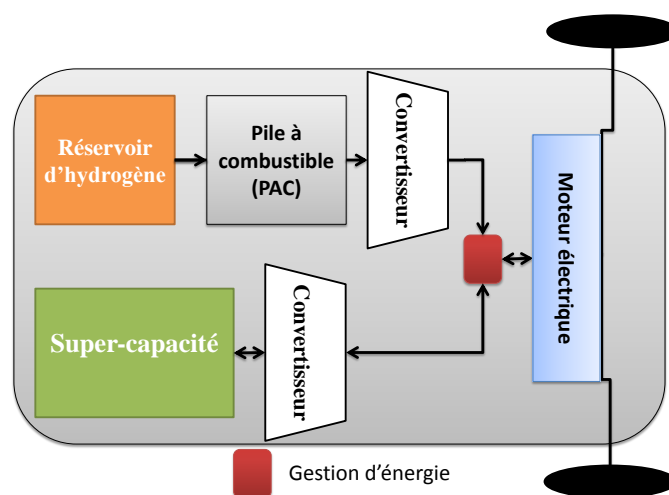


Figure I.16 – Structure de la chaîne énergétique : PAC, Super-capacité

1. <http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/>
2. <http://www.gurobi.com/>
3. <http://www.fico.com/en/products/fico-xpress-optimization-suite/>
4. <http://www.coin-or.org/projects/Clp.xml>
5. Laboratoire PLAsma et Conversion d'Énergie, <http://www.laplace.univ-tlse.fr/groupe-de-recherche/commande-et-diagnostic-des/>
6. Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Système, <http://www.laas.fr/ROC/index.php>

## I.4 Problématique de gestion d'énergie dans les systèmes hybrides électriques

---

architecture (programmation dynamique, contrôle optimal, quasi-Newton, etc.) qui repose sur une formulation non linéaire causée par les caractéristiques des sources énergétiques. Les solutions qui en résultent sont sous-optimales en raison de la non linéarité et de la complexité du problème qui nécessite des temps de calcul longs.

L'objectif visé dans ce projet est le développement d'une nouvelle modélisation linéaire, résolue en utilisant des méthodes de la recherche opérationnelle de type « Branch-and-Cut » évoquées précédemment, afin de garantir l'optimalité de la solution fournie et de réduire les temps de calcul à l'aide de techniques de décomposition et de réduction de l'espace de recherche.

Pour ce qui concerne les problèmes d'optimisation non linéaires en variables continues, entières ou mixtes, il existe une variété d'outils et de bibliothèques d'optimisation open-sources tels que `fmincon` de la toolbox Optimisation de Matlab<sup>7</sup>, IPOpt<sup>8</sup> et Bonmin<sup>9</sup> de la plateforme Coin-Or<sup>10</sup> (open-source), local solver<sup>11</sup>, KNITRO<sup>12</sup>, etc. permettant de les traiter. Tous ces outils sont basés sur une méthode de points intérieurs couplée avec des techniques de gestion des contraintes, de décomposition (parallélisation) et d'approximation.

Dans ce contexte, l'étude réalisée a trait à la modélisation d'une structure hybride d'un véhicule électrique composée d'une batterie et d'une super-capacité comme le montre la figure I.17. Cette étude a été menée en collaboration avec l'industriel « Nexter Electronics », dans le projet d'étude ayant pour finalité de minimiser en temps réel la consommation énergétique de la batterie. Les techniques de gestion d'énergie développées par l'industriel reposaient sur un système de seuils qui dépend de l'état de charge des deux sources. Notre intervention dans ce cadre, avait pour objectif de proposer, d'appliquer et de tester de nouvelles alternatives basées sur des approches hors-ligne et en temps réel, afin d'aboutir aux décisions les plus pertinentes, susceptibles d'améliorer l'autonomie de fonctionnement du véhicule hybride électrique.

L'approche hors ligne consiste à développer une modélisation mathématique du problème prenant en compte les différentes contraintes de fonctionnement et de dimensionnement de la chaîne énergétique du véhicule. La nature du modèle étant non linéaire et non convexe à cause

---

7. <http://www.mathworks.fr/fr/help/optim/ug/fmincon.html>

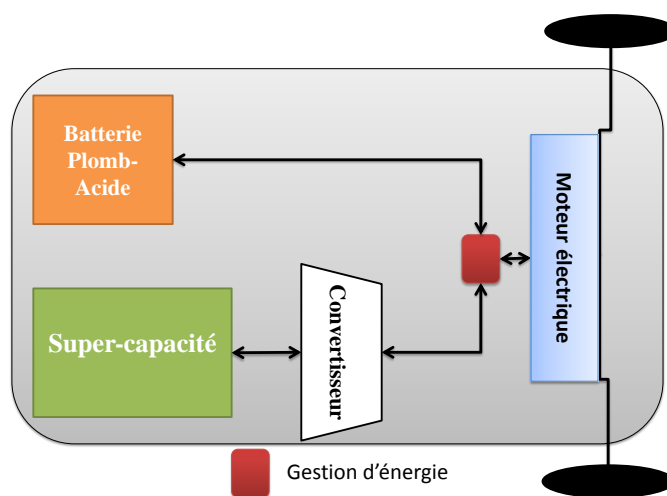
8. <http://www.coin-or.org/projects/Ipopt.xml>

9. <http://www.coin-or.org/projects/Bonmin.xml>

10. <http://www.coin-or.org/projects/>

11. <http://www.localsolver.com/>

12. <http://www.artelys.com/fr/composants-numeriques/knitro>



**Figure I.17** – Structure de la chaîne énergétique : batterie, Super-capacité

des caractéristiques des sources énergétiques, le problème est ainsi résolu par des algorithmes d'optimisation non linéaire. La solution fournie servira comme référence pour mesurer la qualité de l'approche de gestion en temps réel.

La gestion en temps réel est basée sur une approche de type floue. La solution qui en résulte dépendra du paramétrage de l'algorithme flou et dans ce cas, un algorithme génétique est appliqué hors ligne pour régler et calibrer les différents paramètres de l'algorithme flou suivant des profils de mission de références.

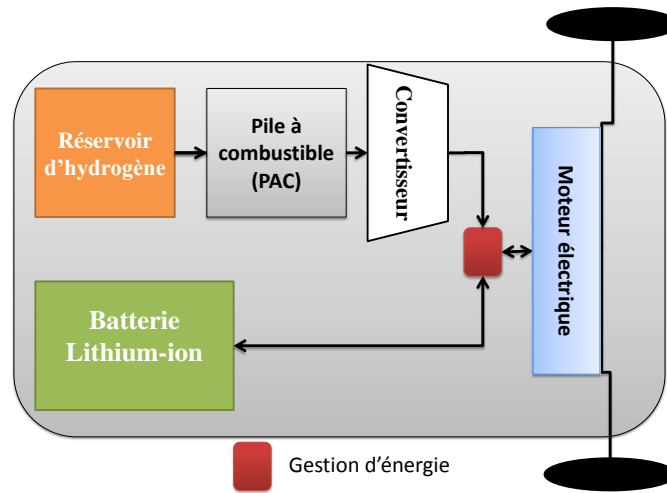
Dans le même contexte de la non linéarité des problèmes d'optimisation, une autre étude est réalisée en partenariat avec l'équipe de recherche d'électronique de puissance *GSEP*<sup>13</sup> de l'université *Carlos 3* de Madrid, Espagne. Il s'agit d'un projet dont l'objectif est le dimensionnement des sources énergétiques d'un véhicule hybride électrique en liaison avec les possibilités offertes par le système de gestion d'énergie. Le but principal est de minimiser les coûts de construction de la chaîne énergétique du véhicule.

La configuration hybride du véhicule est composée d'une pile à combustible, d'une batterie lithium-ion et d'un moteur électrique (Fig. I.18). La pile à combustible est reliée au bus de distribution par l'intermédiaire d'un convertisseur unidirectionnel, contrairement à la batterie qui reste liée directement au bus. Pour identifier le dimensionnement optimal des sources, il est

---

13. Grupo de Sistemas Electrónicos de Potencia, <http://gsep.uc3m.es/html/index.html>





**Figure I.18** – Structure de la chaîne énergétique : PAC, batterie

nécessaire d'établir une coordination avec une gestion d'énergie intelligente appliquée sur un profil de mission de pire cas. Cependant une modélisation de type non linéaire et non convexe a été développée et résolue en utilisant l'algorithme *IPOpt* (Interior Point Optimizer) (Wächter, 2009) pour minimiser la consommation d'énergie par la pile à combustible et définir les courants de sortie pour le convertisseur unidirectionnel. Ces références de courants obtenues serviront comme données d'entrée pour les algorithmes de dimensionnement développés par l'équipe de recherche *GSEP* afin d'améliorer la qualité de ce dimensionnement.

## 5 Conclusion

La recherche et les progrès technologiques ont mis en exergue le rôle indéniable de la commande et de l'optimisation mathématique pour une gestion efficace de l'énergie dans les systèmes hybrides multi-source. Ces avancées ont le mérite de focaliser l'intérêt grandissant des industriels et de la communauté scientifique sur les avantages induits par ces applications sur l'avenir de la filière automobile particulièrement, dont le développement est conditionné par sa capacité à mener à bien son adaptation aux défis technologiques pour préserver la planète et utiliser rationnellement et de façon responsable ses ressources. C'est dans cette voie que pourrait naître un modèle de développement durable qui doit concilier respect de l'environnement et progrès technologique.

La chaîne énergétique des véhicules hybrides électriques se différencie par le type d'architecture considérée et les différentes sources qu'elle contient. Chaque architecture présente des avantages

## Chapitre I. Généralités et problématique de gestion d'énergie pour les systèmes multi-source

---

et des points faibles liées à la stratégie de gestion de l'énergie électrique et au dimensionnement de ses sources énergétiques. Il est important de noter qu'un dimensionnement optimal de la chaîne énergétique combiné à une gestion d'énergie efficace permettent de concevoir des systèmes hybrides intelligents et efficaces à moindre coût. Afin de parvenir à cette efficacité, plusieurs technologies et techniques de gestion et de dimensionnement ont été adoptées afin d'améliorer les performances des véhicules électriques en augmentant leur autonomie.

Dans les chapitres qui suivent, des approches et des méthodes de gestion d'énergie hors ligne et en temps réel qui dépendent de la connaissance du profil de mission seront présentées et critiquées en termes de qualité de la solution fournie et de temps de calcul nécessaire pour l'obtenir.

---

---

# Chapitre II

---

## Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources

### 1 Introduction

La complexité des systèmes hybrides rend la prise de décision difficile. Toutefois, une stratégie de contrôle intelligente est nécessaire pour gérer le comportement et la répartition de la puissance du système multi-source (véhicules hybrides ([Brahma et al., 2000](#)), bateaux ([Seenu-  
mani, 2010](#)), métros ([Foiadelli et al., 2006](#)), ascenseurs ([Paire, 2010](#)), bâtiment ([Ha, 2007](#))). Ces sources énergétiques doivent alimenter la charge suivant ses besoins en respectant les différentes contraintes liées au fonctionnement des sources (production, puissance maximale, rendement, pertes énergétiques) et des éléments de stockage (état de charge, dynamique, vieillissement). Cette gestion d'énergie s'effectue par l'intermédiaire de l'électronique de puissance qui assure la répartition des flux entre les sources, les éléments de stockage et la charge, par le biais des convertisseurs qui sont, dans ce travail, asservis en courant. Il suffit de leur donner une consigne de courant optimale pour maîtriser de façon efficace le transfert d'énergie de la source associée. Afin d'obtenir cette référence de courant nécessaire pour les convertisseurs, plusieurs stratégies de contrôle ont été développées pour optimiser le fonctionnement du système. Ces stratégies peuvent être regroupées en deux familles : d'une part, les stratégies faisant appel à des contrôleurs basés sur une optimisation globale comme la programmation dynamique, la commande optimale ou les méthodes quasi-Newton et d'autre part, par celles basées sur des règles comme la logique floue ou des algorithmes de type thermostat. Ces stratégies de contrôle dépendent de l'architecture de la chaîne énergétique du véhicule, de la nature des sources et de leur dimensionnement.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à une structure particulière composée d'une pile à

combustible et d'une super-capacité qui sont reliées au bus de distribution par deux convertisseurs. Le problème consiste à gérer l'énergie électrique du véhicule tout en minimisant la consommation d'hydrogène par la pile à combustible.

## 2 Dimensionnement des sources énergétiques

Dans un système hybride électrique, le constructeur du système doit s'assurer que les sources énergétiques couvriront l'ensemble des consommations électriques demandées par la charge. Le dimensionnement est une phase nécessaire pour tout système autonome afin d'identifier la puissance et la capacité nécessaires pour les différentes sources et autres dispositifs de conversion d'énergie et pour mieux répondre aux exigences du système, tout en tenant compte du lieu où ceux-ci sont installés et des coûts de construction du système suivant un profil de mission de pire cas.

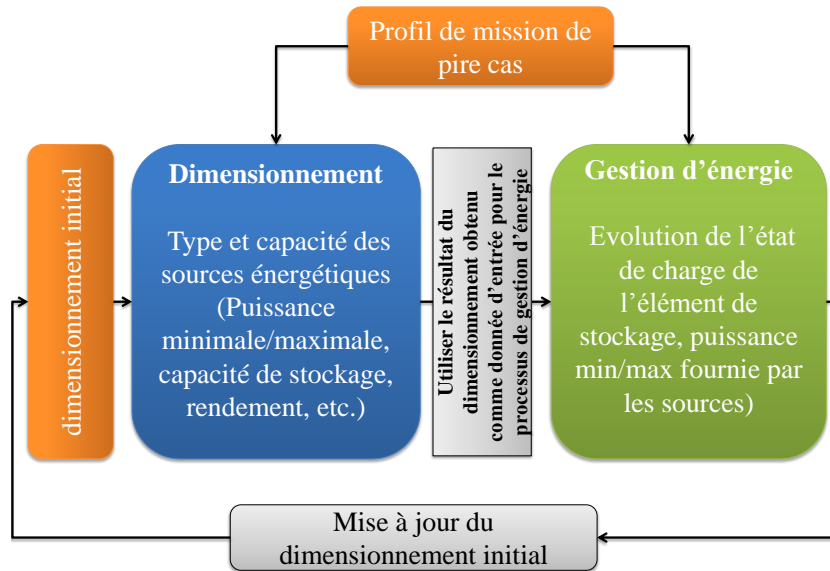
Par exemple, pour un véhicule hybride électrique à pile à combustible/super-capacité, faut-il privilégier une grande capacité de la pile à combustible, tout en minimisant la capacité de la super-capacité ou l'inverse, au risque de subir des décharges très profondes qui impacteraient le bon fonctionnement de la super-capacité, ou bien dissiper le surplus d'énergie dans une résistance sous forme de chaleur à cause du manque de capacité ?

Cette phase de dimensionnement a fait l'objet de plusieurs études offrant la possibilité aux constructeurs de bien dimensionner les systèmes électriques ([Bernard et al., 2009](#)). Cependant, un dimensionnement « optimal » nécessite une coordination avec une gestion d'énergie efficace pour identifier les références de courant optimales, les puissances minimales et maximales fournies par chacune des sources et d'estimer la profondeur de décharge de l'élément de stockage, comme le montre la figure [II.1](#).

L'équipe *GSEP* de l'université de Madrid travaille spécialement sur ce concept de dimensionnement en fixant la puissance minimale/maximale de la source principale (pile à combustible) afin de déterminer la nature et le dimensionnement des sources secondaires ([Oliver et al., 2009](#)). L'approche suivie consiste à se demander s'il est préférable d'utiliser une batterie et/ou une super-capacité et quelles seront leurs capacités, en tenant compte des coûts de construction et du poids des sources.

Notre collaboration avec l'équipe *GSEP* s'est focalisée sur la gestion d'énergie dans le but de

## II.2 Dimensionnement des sources énergétiques



**Figure II.1** – Processus de dimensionnement par la gestion d'énergie

l'intégrer dans le processus d'optimisation relatif au dimensionnement de l'architecture hybride développée par cette équipe de recherche. Dans ce chapitre, nous considérons que le dimensionnement a été réalisé en amont d'après la thèse de [Hankache \(2008\)](#); [Lachaize \(2004\)](#), qui nous donne les capacités adéquates des sources embarquées dans le véhicule ainsi que leurs caractéristiques définies dans le cahier des charges (Tab. II.1 ci-dessous) :

**Tableau II.1** – Caractéristiques des sources

$P_{fcs}^{min}$	$P_{fcs}^{max}$	$P_{se}^{min}$	$P_{se}^{max}$	$SoE^{min}$	$SoE^{max}$	$SoE(0)$
0 kW	70 kW	-60 kW	60 kW	400 kW s	1600 kW s	900 kW s

où  $P_{fcs}^{min}$  (resp.  $P_{fcs}^{max}$ ) est la puissance minimale (resp. maximale) fournie par le système pile à combustible,  $P_{se}^{min}$  (resp.  $P_{se}^{max}$ ) la puissance minimale (resp. maximale) fournie ou récupérée par l'élément de stockage, et  $(SoE^{min}, SoE^{max})$  correspondent à l'état d'énergie (charge) de l'élément de stockage, initialement définie à  $SoE(0)$ .

Le système pile à combustible est composé de la pile à combustible elle-même et de l'ensemble de ses auxiliaires et du convertisseur unidirectionnel qui la relie au bus de distribution dimensionné pour une voiture hybride tout électrique. Plusieurs travaux et expérimentations ont été

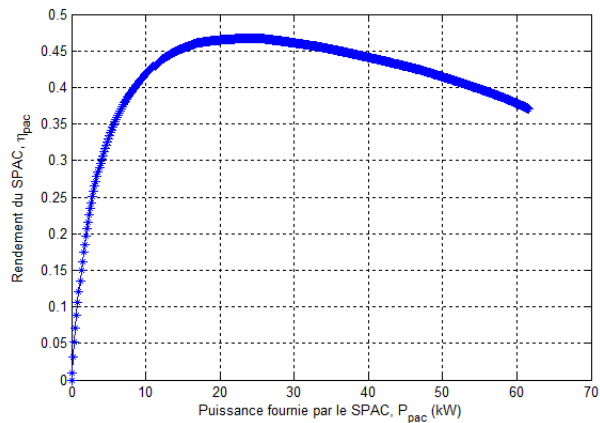


Figure II.2 – Rendement du groupe électrogène

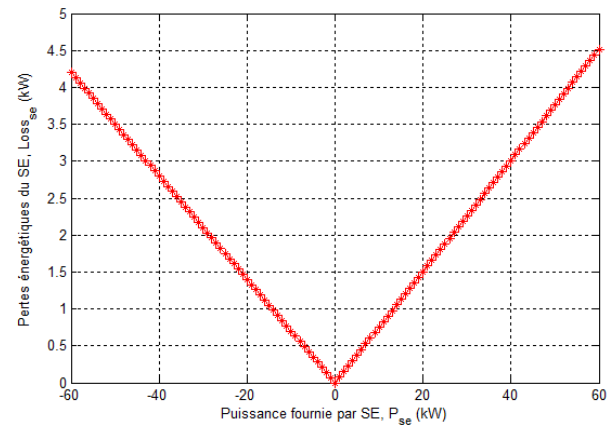


Figure II.3 – Pertes énergétiques de l'élément de stockage

réalisés afin d'identifier le rendement du système pile à combustible selon les variations de la température et de la pression cathodique (Adegnon et al., 2009; Larminie et al., 2003). Dans notre étude, le calcul du rendement global du système pile à combustible est obtenu en utilisant la courbe de polarisation de la pile à combustible tension-courant (donnée par le constructeur, ou déduite par expérimentation), le rendement du compresseur d'air qui représente à lui seul 80% de la consommation totale de l'ensemble des auxiliaires de la pile et le rendement du convertisseur DC/DC (Hankache, 2008).

La courbe de rendement résultante (Fig. II.2) montre que l'efficacité maximale de la pile à combustible, qui est contrôlée en pression, en température et en humidité, peut atteindre 46% pour une puissance fournie d'environ 24 kW. La tension du système pile à combustible dépend de plusieurs facteurs y compris la pression d'oxygène dans le compartiment cathodique. En augmentant ce flux, la tension de la pile augmente, améliorant ainsi son rendement. Mais, en augmentant davantage le débit d'oxygène, la puissance absorbée par le compresseur d'air augmente aussi, conduisant à une diminution des performances de la pile (le fonctionnement de la pile à combustible à plus forte pression accélère son vieillissement).

La chaîne énergétique du véhicule comprend également un élément de stockage composé d'un pack de super-condensateurs (super-capacité), assistant la pile dans les phases d'accélération afin d'obtenir un meilleur rendement de traction.

L'élément de stockage est caractérisé par sa courbe de pertes d'énergie (Fig. II.3) calculées en

utilisant le rendement du convertisseur bidirectionnel « buck/boost » et, les pertes énergétiques de la super-capacité exprimées en fonction du courant  $I_{sc}$  traversant sa résistance équivalente en utilisant sa résistance interne  $R_{sc}$  et sa capacité  $C_{sc}$  [Hankache \(2008\)](#).

### 3 Modélisation mathématique

L'optimisation globale de l'énergie fournie par les sources embarquées dans le véhicule repose sur une modélisation mathématique de l'ensemble des dispositifs constituant la chaîne énergétique du véhicule. Celle-ci est définie par des équations mathématiques reflétant le fonctionnement de la chaîne énergétique appelées « contraintes » et des variables de contrôle ou de décision et une fonction coût à optimiser appelée « fonction objectif ».

Le type de modélisation dépend fortement de la nature des sources embarquées dans le véhicule et de leurs caractéristiques tels que le rendement, les pertes énergétiques, le vieillissement, etc. Cependant, le modèle mathématique résultant peut être exprimé sous différentes formes : linéaire, non linéaire, convexe ou non convexe. Selon le type de modélisation, plusieurs méthodes ou approches existent afin d'obtenir des décisions optimales ou sous-optimales en des temps de calcul qui dépendent de la complexité du modèle mathématique.

En considérant la chaîne énergétique du véhicule hybride électrique composée d'une pile à combustible et d'une super-capacité, les variables de décision sont :

- $P_{fcs}(t) \geq 0$  : Puissance fournie par le système pile à combustible au niveau du bus de distribution à l'instant  $t$ ,
- $P_{se}(t) \in \mathbb{R}$  : Puissance fournie/récupérée par l'élément de stockage au niveau du bus de distribution à l'instant  $t$ ,
- $P_s(t) \in \mathbb{R}$  : Puissance brute fournie/récupérée par l'élément de stockage à l'instant  $t$ ,
- $SoC(t) \geq 0$  : État de charge de l'élément de stockage à l'instant  $t$ .

L'objectif visé est de réduire au minimum la consommation d'hydrogène  $C_{H_2}$  par la pile à combustible suivant un profil de mission donné, en tenant compte de sa fonction rendement  $\eta_{fcs}$  présentée précédemment en figure [II.2](#). La fonction objectif résultante est définie comme suit :

$$C_{H_2} = \min \int_{t_0}^{t_{fin}} \frac{P_{fcs}(t)}{\eta_{fcs}(P_{fcs}(t))} dt \quad (\text{II.1})$$

Pour des raisons de complexité, une discrétisation de l'espace-temps est réalisée avec un pas de

## Chapitre II. Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources

---

temps  $\Delta t$ . En considérant un profil de mission dont la date de début est  $t_0$  et la date de fin est  $t_{fin}$ , la taille de l'échantillon  $T$  étudié est  $(t_{fin} - t_0)/\Delta t$ . Cela rend la formulation du problème moins complexe : la nouvelle fonction objectif exprimée sur l'intervalle de temps discrétisé  $T$  avec un pas de temps de  $\Delta t$  est donc :

$$C_{H_2} = \min \sum_{t \in T} \frac{P_{fcs}(t)}{\eta_{fcs}(P_{fcs}(t))} \Delta t \quad (\text{II.2})$$

Le modèle mathématique doit refléter le bon fonctionnement de la chaîne énergétique. Pour cela, des contraintes liées au dimensionnement et au fonctionnement des sources ont été intégrées, permettant ainsi de relier les variables de décision entre elles.

Afin de satisfaire la demande du moteur électrique à chaque instant, quatre scénarios sont envisageables :

- La pile à combustible fournit à elle seule la puissance demandée par le moteur électrique
- La pile à combustible fournit de la puissance pour recharger la super-capacité et satisfaire en même temps la demande du moteur électrique
- La super-capacité fournit la totalité de la puissance demandée par le moteur électrique
- Les deux sources ne fournissent pas de puissance dans le cas où la demande du moteur électrique est nulle suite à un arrêt
- En mode freinage ou arrêt, la pile à combustible peut fournir de la puissance seulement pour recharger la super-capacité.

Les quatre scénarios peuvent être exprimés en utilisant la contrainte (Eq. II.3) ci-dessous :

$$P_{fcs}(t) + P_{se}(t) \geq P_{req}(t) \quad \forall t \in T \quad (\text{II.3})$$

En réalité, la pile à combustible est toujours active même si le véhicule est à l'arrêt pour satisfaire la demande de ses auxiliaires et des dispositifs de confort comme la climatisation, le tableau de bord, etc.

De plus, le temps de démarrage d'une pile à combustible est assez important, ce qui empêche son fonctionnement pendant cette période. Il est donc nécessaire d'imposer un seuil de fonctionnement minimal  $P_{fcs}^{min} \neq 0$ .

La pile à combustible a une capacité maximale limitée et définie lors de son dimensionnement.



En effet, elle peut fournir une puissance maximale  $P_{fcs}^{max}$ , mais pas au-delà.

Dans notre étude, nous posons l'hypothèse que la pile à combustible peut être inactive et que son temps de démarrage est quasi-nul. Les capacités en puissance de la pile à combustible et l'élément de stockage sont exprimés par les contraintes suivantes (Eq. II.4, Eq. II.5) :

$$P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs}(t) \leq P_{fcs}^{max} \quad \forall t \in T \quad (\text{II.4})$$

$$P_{se}^{min} \leq P_{se}(t) \leq P_{se}^{max} \quad \forall t \in T \quad (\text{II.5})$$

L'élément de stockage peut fournir une puissance maximum limitée à  $P_{se}^{max}$  pour assister la pile à combustible dans les phases de traction. Or, au freinage, la puissance maximum récupérée est  $P_{se}^{min}$ , et le surplus d'énergie est dissipé sous forme de chaleur dans une résistance. Cela peut arriver si le système est mal dimensionné ou si le profil de mission réalisé par le véhicule n'est pas adapté, par exemple dans le cas où une voiture électrique urbaine n'est pas destinée à faire des missions sur un profil autoroutier à cause du dimensionnement des sources réalisé, ou un profil de mission toujours en descente ayant une trop grande énergie de freinage à stocker.

Lors d'un freinage ou d'une recharge par la pile à combustible, la super-capacité convertit l'énergie électrique sous forme chimique provoquant une augmentation de sa tension et donc de son état de charge et, inversement, dans les phases de traction. La tension de la super-capacité chute si elle fournit de l'énergie impactant son état de charge. Cela est traduit par la contrainte suivante :

$$SoE(t) = SoE(t-1) - P_s(t)\Delta t \quad \forall t \in T \quad (\text{II.6})$$

Sachant que la capacité de l'élément de stockage est limitée au minimum à 25% de sa capacité réelle, afin d'éviter des décharges très profondes qui peuvent détériorer les super-condensateurs, et une capacité maximale fixée à 100%.

$$SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max} \quad \forall t \in T \quad (\text{II.7})$$

où  $P_s(t)$  est la puissance brute récupérée ou fournie par la super-capacité exprimée en fonction des pertes énergétiques de l'élément de stockage, traduit comme suit :

$$P_s(t) = P_{se}(t) + Loss_{se}(P_{se}(t)) \quad \forall t \in T \quad (\text{II.8})$$

## Chapitre II. Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources

---

Une condition supplémentaire est ajoutée si le profil de mission est connu et à répéter plusieurs fois (cyclage), imposant que l'état d'énergie final de la super-capacité soit le même que dans son état initial,  $SoE(0)$ . Cela permet d'enchaîner les cycles sans recharger la super-capacité avec une source extérieure et de reproduire les mêmes résultats à chaque cycle :

$$SoE(T) = SoE(0) \quad (II.9)$$

En associant l'objectif et les contraintes liés au fonctionnement du système, le modèle global est le suivant :

$$C_{H_2} = \min \sum_{t \in T} \frac{P_{fcs}(t)}{\eta_{fcs}(P_{fcs}(t))} \Delta t \quad (II.10)$$

$$(II.11)$$

$$P_{fcs}(t) + P_{se}(t) \geq P_{req}(t) \quad \forall t \in T \quad (II.12)$$

$$P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs}(t) \leq P_{fcs}^{max} \quad \forall t \in T \quad (II.13)$$

$$P_{se}^{min} \leq P_{se}(t) \leq P_{se}^{max} \quad \forall t \in T \quad (II.14)$$

$$SoE(t) = SoE(t-1) - P_s(t)\Delta t \quad \forall t \in T \quad (II.15)$$

$$SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max} \quad \forall t \in T \quad (II.16)$$

$$P_s(t) = P_{se}(t) + Loss_{se}(P_{se}(t)) \quad \forall t \in T \quad (II.17)$$

$$SoE(T) = SoE(0) \quad (II.18)$$

$$P_{pac}(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (II.19)$$

$$P_{se}(t) \in \mathbb{R} \quad \forall t \in T \quad (II.20)$$

$$P_s(t) \in \mathbb{R} \quad \forall t \in T \quad (II.21)$$

$$SoE(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (II.22)$$

Le problème mathématique obtenu est de nature non linéaire et non convexe suite aux caractéristiques des sources énergétiques : fonction rendement de la pile à combustible et pertes énergétiques de l'élément de stockage. Afin de décider, à chaque instant, quelle est la puissance fournie par chacune des sources en respectant toutes les contraintes présentées précédemment, des stratégies de contrôle ont été développées (Caux et al., 2010; Gaoua et al., 2013b; Guemri, 2013; Hankache, 2008; Musardo et al., 2005; Neffati et al., 2013), pour accéder à des solutions adéquates pour le problème de gestion d'énergie.

## 4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

Afin d'évaluer la qualité de la solution pour chaque stratégie énoncée dans ce chapitre, deux profils de mission ont été utilisés : le profil de mission fourni par l'INRETS<sup>1</sup> (Fig. II.4) et le profil de mission ESKISEHIR (Fig. II.5).

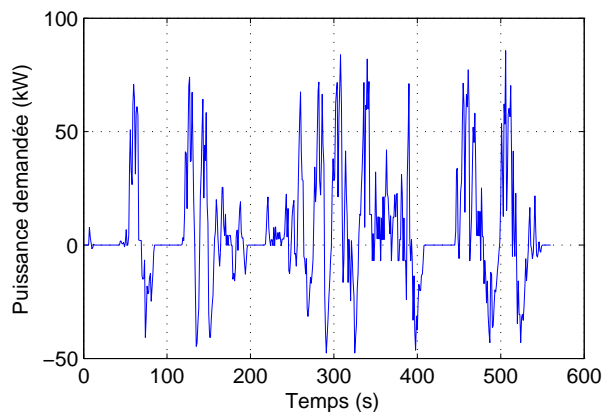


Figure II.4 – Profil de mission INRETS

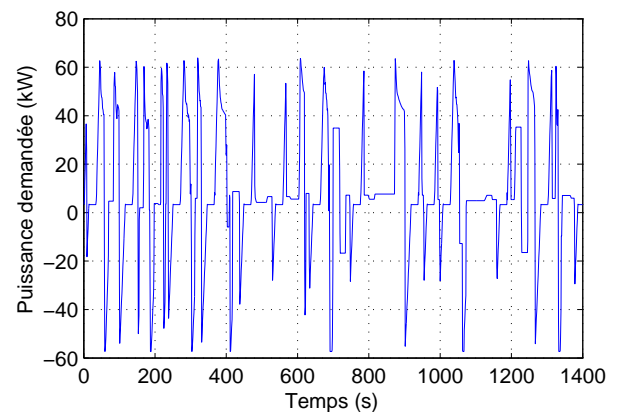


Figure II.5 – Profil de mission ESKISEHIR

Le profil de mission INRETS correspond à la demande en puissance d'un véhicule électrique dans un milieu urbain sur une durée de 600 s alors que le profil de mission ESKISEHIR correspond à la demande en puissance d'un tramway en Turquie sur une période de 1400 s (les caractéristiques de la chaîne énergétique ont été ramenées à celle d'une voiture électrique).

### 4.1 Programmation dynamique

La programmation dynamique est une méthode d'optimisation puissante opérant par phase ou séquence dont l'efficacité repose sur le principe de [Bellman \(1956\)](#) : dans un problème d'optimisation dynamique, une suite de décisions est optimale si, quels que soient l'état et l'instant considérés, les décisions ultérieures constituent une suite optimale de décisions pour le sous-problème dynamique ayant cet état et cet instant comme point de départ.

La programmation dynamique permet de répondre à l'optimalité de nombreux types de problèmes d'optimisation en temps  $O(n^2)$  ou  $O(n^3)$ , par exemple le problème du plus court chemin pour lequel une approche naïve prendra un temps exponentiel. La méthode a été également

1. Actuellement IFSTTAR, Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux, <http://www.inrets.fr/>

## Chapitre II. Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources

---

adoptée pour résoudre les problèmes de gestion d'énergie dans le bâtiment et le transport à condition que le profil de consommation soit connu d'avance et que l'espace temps et l'espace énergétique soient discrets.

En règle générale, la programmation dynamique est une adaptation du diviser pour régner qui correspond à un découpage d'un problème d'optimisation ( $P$ ), en sous-problèmes  $P_n$  de taille réduite avec  $n = 1, \dots, N$  permettant ainsi de réduire la complexité du problème (voir le livre de Bertsekas et al. (1995)). La dynamique du système (Eq. II.23) est exprimée par la fonction de Bellman  $f_k$ . Dans notre cas, c'est l'équation de l'évolution de l'état de charge de l'élément de stockage (Eq. II.24), où la variable d'état  $x$  correspond à l'état de charge de l'élément de stockage et la variable de contrôle  $u$  représente la puissance fournie/récupérée par l'élément de stockage.

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k) \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, T-1\} \quad (\text{II.23})$$

$$f_k(x_k, u_k) = SoE(k) - P_s(k+1)\Delta k \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, T-1\} \quad (\text{II.24})$$

Au cours d'un instant  $k$ , l'évolution d'un état initial  $x_{k-1}$  vers un état terminal  $x_k$  se réalise par l'intermédiaire de la variable de contrôle  $u_k$ . L'objectif global est donc de déterminer la politique de coût optimal parmi celles qui évoluent de  $x_0$  à l'instant de départ à  $x_T$  l'instant final. Il est donc primordial d'avoir des informations sur l'état initial (resp. final) du système  $x_0$  (resp.  $x_T$ ) qui correspond à l'état de charge initial (resp. final) de l'élément de stockage  $SoE(0)$  (resp.  $SoE(0)$ ) :

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k) \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, T-1\} \quad (\text{II.25})$$

$$(x_0, x_T) \quad connus \quad (\text{II.26})$$

Le principe de fonctionnement comme énoncé précédemment est basé sur la séparation du problème global en plusieurs sous-problèmes d'optimisation en utilisant l'équation de Bellman, et cela pour minimiser le coût global des décisions  $C(u)$  prises sur l'ensemble de l'horizon d'étude. Ainsi, à chaque étape, la décision prise est évaluée comme étant la somme du coût à l'instant présent et du coût de la décision à l'instant futur, tout en ayant connaissance de l'état initial du système, comme le montre l'équation II.27.

$$\min_u C(u) = f(x_T, u_T) + \min_u \sum_{k=0}^{T-1} f(x_k, u_k) \quad (\text{II.27})$$

## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

---

Par hypothèse, dans la partie modélisation, nous avons considéré que l'état de charge final de l'élément de stockage  $x_T = SoE(T)$  est égal à l'état de charge initial, donc sa variable de commande est nulle,  $u_T = 0$ , suite à l'arrêt du système à la fin de la mission. Le reste de l'équation représente le coût accumulé qui est la consommation d'hydrogène par la pile à combustible sur la période  $1..T - 1$ . Cependant, pour tout autre état intermédiaire du système  $x_t$ , la fonction coût de Bellman (Eq. II.28) est la suivante :

$$\min_u C(t) = \min_u \left( f_t(x_t, u_t) + \sum_{k=t+1}^{T-1} f(x_k, u_k) \right) \quad \forall t \in \{0, \dots, T-1\} \quad (\text{II.28})$$

Afin d'appliquer la programmation dynamique sur notre problème de gestion d'énergie, la connaissance des conditions de départ liées à l'état de charge initial/final de l'élément de stockage et le profil de mission du véhicule est nécessaire pour l'implantation de l'algorithme dynamique. De plus, la discrétisation de l'espace temps et l'espace énergétique de l'élément de stockage est obligatoire (maillage de l'espace de recherche) afin d'appliquer le principe de Bellman.

Soit  $\Delta t$  la période d'échantillonnage suite à la discrétisation de l'espace temps en  $N_t$  points obtenu par l'équation II.29, qui correspondent aux étapes d'évaluation de l'algorithme dynamique :

$$N_t = (t_{fin} - t_{deb}) / \Delta t \quad (\text{II.29})$$

Le nombre de variables d'état  $N_{se}$  (voir Eq. II.30) est dimensionné en utilisant un pas de discrétisation de  $\Delta SoE$  et la capacité de stockage maximale de l'élément de stockage, en vue d'obtenir les états possibles (Eq. II.31) à chaque instant  $t$  :

$$N_{se} = (SoE^{max} - SoE^{min}) / \Delta SoE \quad (\text{II.30})$$

$$SoE(t) = SoE^{min} + i \Delta SoE \quad \forall i \in \{0, 1, \dots, N_{se}\} \quad (\text{II.31})$$

La complexité de la programmation dynamique dépend de la taille de l'échantillon utilisé (discrétisation de l'espace temps et de l'espace énergétique de l'élément de stockage). Pour accélérer le processus de convergence vers une solution optimale, l'échantillon considéré peut être optimisé comme le montre la figure II.6, et cela en utilisant les équations (Eq. II.32, Eq. II.33) dans le but de réduire le domaine de recherche de solutions suite au dimensionnement des sources

défini précédemment par les contraintes (Eq. II.4, Eq. II.5).

$$SoE_{opt}^{min}(t) = \max\{SoE_1^{min}(t), SoE_2^{min}(t), SoE^{min}\} \quad (II.32)$$

$$SoE_{opt}^{max}(t) = \min\{SoE_1^{max}(t), SoE_2^{max}(t), SoE^{max}\} \quad (II.33)$$

avec :

$$SoE_1^{min}(t) = SoE(0) + \sum_{k=1}^t P_s^{min}(k)\Delta t \quad \forall t \in T \quad (II.34)$$

$$SoE_2^{min}(t) = SoE(T) + \sum_{k=t+1}^T P_s^{max}(k)\Delta t \quad \forall t \in T - 1 \quad (II.35)$$

$$SoE_1^{max}(t) = SoE(0) + \sum_{k=1}^t P_s^{max}(k)\Delta t \quad \forall t \in T \quad (II.36)$$

$$SoE_2^{max}(t) = SoE(T) + \sum_{k=t+1}^T P_s^{min}(k)\Delta t \quad \forall t \in T - 1 \quad (II.37)$$

donc, pour chaque instant donné  $t$ , la variable d'état  $SoE(t)$  est comprise entre  $SoE_{opt}^{min}(t)$  et  $SoE_{opt}^{max}(t)$  et le domaine des états possibles est le suivant :

$$Dom = \{SoE_{opt}^{min}(t) \leq SoE^{min} + i \Delta SoE_{se} \leq SoE_{opt}^{max}(t)\} \quad \forall t \in T, i \in \{0, 1, \dots, N_{se}\} \quad (II.38)$$

A chaque instant  $t$ , l'algorithme dynamique calcule la consommation d'hydrogène optimale

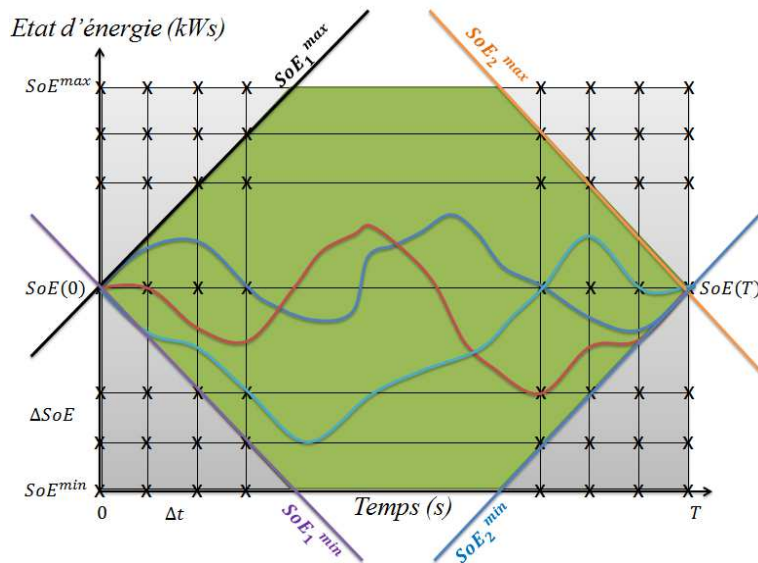


Figure II.6 – Domaine des états possibles

## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

pour un état donné  $s$  (Eq. II.39), en utilisant la consommation optimale d'hydrogène obtenue dans les itérations précédentes et la consommation nécessaire pour le passage de l'état  $v$  à l'état  $s$  selon la demande du moteur électrique.

$$C(t+1) = \min_{v \in Dom} \left( C(t, v) + f_t(v, s) \right) \quad \forall t \in 1, 2, \dots, T-1, s \in Dom \quad (\text{II.39})$$

Afin de stocker les informations durant le processus d'optimisation, l'algorithme dynamique utilise une matrice  $M$  de taille  $N_{se} \times N_t$  qui sauvegarde à chaque instant  $t$  les consommations d'hydrogène optimales en partant de l'état de charge initial.

La force de l'approche par la programmation dynamique est qu'elle ne tient pas compte de la nature du problème à résoudre. Elle peut être appliquée à des problèmes non linéaires et non convexes du moment où le problème est décomposable en utilisant le principe de Bellman.

Toutefois, la recherche d'une solution optimale dépend fortement du pas de discrétisation. En choisissant un pas de discrétisation très petit, la solution trouvée converge vers la solution optimale mais cela nécessite des temps de calcul importants et un espace mémoire considérable pour stocker les informations de la matrice  $M$  cumulées lors du processus d'optimisation. Donc, il existe un compromis à faire entre la qualité de la solution recherchée et le temps de calcul pour l'obtenir.

Le tableau II.2 montre les résultats obtenus par la programmation dynamique sur chaque profil de mission et pour chaque variation des paramètres de discrétisation.

**Tableau II.2** – Résultats de la programmation dynamique

Profil de mission	$\Delta t$ (s)	$\Delta SoE$ ( $kWs$ )	Consommation d'hydrogène	Temps de calcul	$SoE(T) =$ $SoE(0)$
<b>INRETS</b>	0, 1	1	9189,7 $kWs$	48 h	<b>oui</b>
<b>INRETS</b>	2	1	10362 $kWs$	6 h	<b>oui</b>
<b>ESKISEHIR</b>	1	1	31826 $kWs$	52 h	<b>oui</b>
<b>ESKISEHIR</b>	1	5	31863 $kWs$	3 h	<b>oui</b>

D'après les résultats obtenus, on remarque que les temps de calcul pour obtenir une solution optimale dépendent des pas de discrétisation  $\Delta t$  et  $\Delta SoE$ . En effet, la consommation d'hydrogène sur le profil de mission INRETS (resp. ESKISEHIR) passe de 10362  $kWs$  à 9189  $kWs$

(resp. 31863  $kWs$  à 31826  $kWs$ ) lorsque le pas de discrétisation est petit mais nécessite plus de ressources en termes de temps et de capacité de mémoire, étant donné que la taille de l'échantillon a grandi. En diminuant de plus en plus les pas de discrétisation, la qualité de la solution s'améliore et finit par converger vers la solution optimale ayant une consommation d'hydrogène minimale (explosion du temps de calcul).

## 4.2 Commande optimale

La théorie du contrôle optimal est une méthode d'optimisation mathématique pour déduire des politiques de contrôle optimisant un critère de performance donné (Bertsekas et al., 1995; Lee and Markus, 1967). La méthode est due en grande partie aux travaux de citepontryagin1987 et de ses collaborateurs en Union soviétique et de Richard Bellman aux États-Unis. Elle est basée sur le principe de maximum ou du minimum de Pontriaguine et l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman. Soit le problème de commande optimale (PCO) suivant :

$$(PCO) = \begin{cases} \min_{u \in U} J(u) = \int_0^T L(x, u, t) dt + \phi(x^T, T) \\ \dot{x}(t) = f(x, u, t) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

où  $L$  correspond à la fonction coût,  $U$  représente l'espace des commandes admissibles, et l'état  $x$  à l'instant  $T$  est contraint par la fonction  $\phi$ . Il s'agit de trouver parmi toutes les solutions possibles du système  $\dot{x}(t) = f(x, u, t)$  reliant l'état  $x(0)$  à l'état  $x(T)$ , celle qui minimise le critère  $J(u)$ . Une telle trajectoire, si elle existe, est dite optimale. Le principe de la méthode repose sur le calcul de la fonction du Hamiltonien  $H$  défini comme suit :

$$H(x, u, t, \lambda) = L(x, u, t) + \lambda(t)f(x, u, t) \quad (\text{II.40})$$

La trajectoire optimale  $u^*$  qui optimise le critère  $J(u)$  est déterminée par le calcul des dérivées de la fonction du Hamiltonien :

$$u^* = \min_{u \in U} H(x, u, t, \lambda) \quad (\text{II.41})$$

$$\dot{x}(t) = \frac{\delta}{\delta \lambda} H(x^*, u^*, t, \lambda^*) \quad x(0) = x_0 \quad (\text{II.42})$$

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\delta}{\delta x} H(x^*, u^*, t, \lambda^*) \quad (\text{II.43})$$

$$\lambda(T) = \frac{\delta}{\delta x} \phi(x, t)|_{t=T} \quad (\text{II.44})$$



## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

---

Dans le cas où l'état final est fixé,  $x(T) = x_0$ , la condition  $x(0) = x_0$  et  $\lambda(T) = \frac{\delta\phi(x^*,t)}{\delta x}|_{t=T}$  est remplacée par l'équation  $x(0) = x(T) = x_0$ .

Afin de vérifier l'optimalité de la trajectoire  $u^*$ , l'application du principe de Pontriaguine, sous les conditions d'optimalité ci-dessous, est nécessaire dans le cas où le système n'admet pas de contrainte sur l'état final du système.

$$H(x^*, u^*, t, \lambda^*) \leq H(x, u, t, \lambda) \quad (\text{II.45})$$

$$H(x, u, t, \lambda) = L(x, u, t) + \lambda(t)f(x, u, t) \quad (\text{II.46})$$

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\delta}{\delta x}H(x^*, u^*, t, \lambda^*) \quad (\text{II.47})$$

$$\frac{\delta H}{\delta u}(x^*, u^*, t, \lambda^*) = 0 \quad (\text{II.48})$$

$$\frac{\delta^2}{\delta u^2}H(x^*, u^*, t, \lambda^*) \geq 0 \quad (\text{II.49})$$

Si la contrainte sur l'état de charge final existe, notée  $g(x, t)$ , il suffit de la rajouter dans la fonction du Hamiltonien en utilisant la relaxation lagrangienne, et on obtient  $H(x, u, t, \lambda) = L(x, u, t) + \lambda(t)f(x, u, t) + \mu(t)g(x, t)$  au lieu de  $H(x, u, t, \lambda) = L(x, u, t) + \lambda(t)f(x, u, t)$ .

Afin d'appliquer la commande optimale sur le problème de gestion d'énergie, en utilisant le modèle non linéaire développé, il suffit de déterminer la fonction du Hamiltonien correspondant à notre problème, comme suit :

$$H(x, u, t, \lambda) = L(x, u, t) + \lambda^T g(x, u, t) + \gamma^T \psi(x, u, t) + \mu^T \phi(x, u, t, y) \quad (\text{II.50})$$

où  $g(x, u, t)$  est la contrainte de récurrence sur l'état de charge de l'élément de stockage  $S\dot{o}E(t) = -P_s\Delta t$ ,  $\psi(x, u, t)$  la contrainte de borne sur la puissance fournie par la pile à combustible  $P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs}(t) \leq P_{fcs}^{max}$  et  $\phi(x, u, t, y)$  la contrainte de borne sur l'état de charge de l'élément de stockage  $SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max}$ .

L'application de la commande optimale à notre problème, dépend aussi de l'état de charge de l'élément de stockage. Dans un premier temps, nous considérons que celui-ci n'est pas pris en

compte, se qui nous ramène à représenter la fonction du Hamiltonien comme suit :

$$H = \frac{P_{fcs}}{\eta_{fcs}(P_{fcs})} - \lambda P_s(P_{req} - P_{fcs}) \quad (\text{II.51})$$

$$f(P_{fcs}) = \frac{P_{fcs}}{\eta_{fcs}(P_{fcs})} \quad (\text{II.52})$$

$$g(P_{se}) = P_s(P_{req} - P_{fcs}) \quad (\text{II.53})$$

Puis on applique les conditions d'optimalité mentionnées précédemment :

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\delta}{\delta x} H(x^*, u^*, t, \lambda^*) \quad (\text{II.54})$$

$$\frac{\delta H}{\delta SoE} = -\dot{\lambda}(t) \quad (\text{II.55})$$

$$\dot{\lambda} = 0, \quad (\text{II.56})$$

$$\lambda(t) = \lambda(0) = \text{constante} \quad (\text{II.57})$$

$$\frac{\delta}{\delta P_{fcs}} H = \frac{\delta f(P_{fcs})}{\delta P_{fcs}} - \lambda \frac{\delta g(P_{se})}{\delta P_{fcs}} = 0 \quad (\text{II.58})$$

$$\frac{\delta^2}{\delta P_{fcs}^2} H \geq 0 \quad (\text{II.59})$$

Afin de rendre la fonction Hamiltonienne plus souple, on procède à une approximation polynomiale de la fonction  $H$  composée elle-même de deux fonctions  $f$  et  $g$  (Fig. II.7), dont les coefficients d'approximation sont identifiés grâce à la fonction *polyfit* de *MATLAB* en utilisant un degré d'approximation  $n = 2$ , et on obtient :

$$\frac{\delta H}{\delta P_{fcs}} = 0 \rightarrow P_{fcs} = \frac{a_1 + \lambda b_1 + 2\lambda b_2 P_{req}}{2(a_2 - \lambda b_2)} \quad (\text{II.60})$$

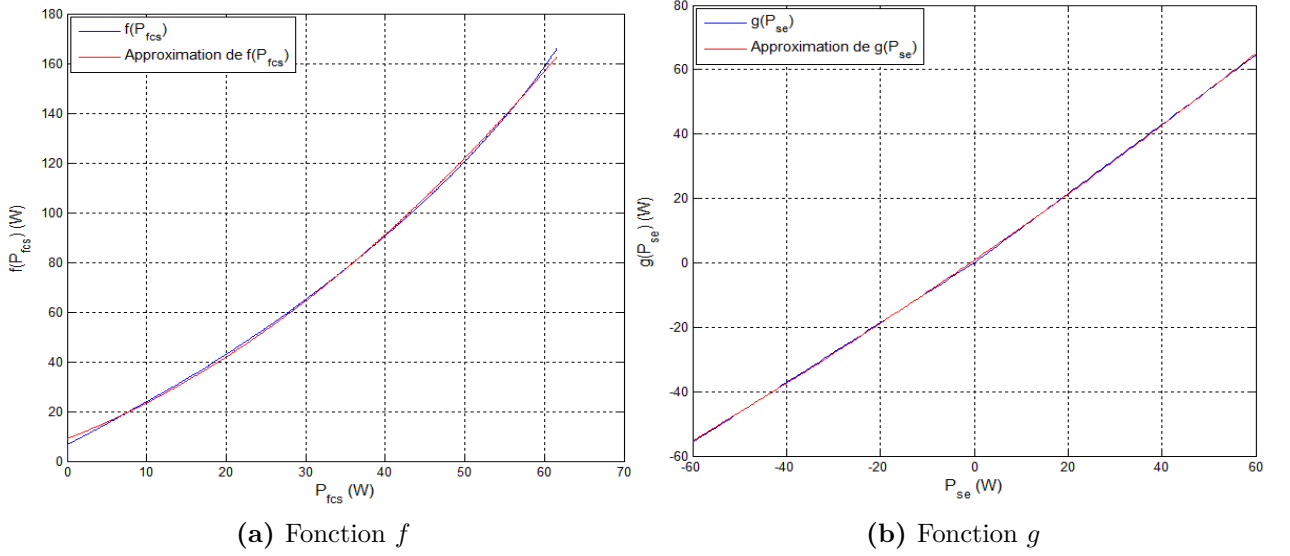
$$f(P_{fcs}) = a_2 P_{fcs}^2 + a_1 P_{fcs} + a_0 \quad (\text{II.61})$$

$$g(P_{se}) = b_2 P_{se}^2 + b_1 P_{se} + b_0 \quad (\text{II.62})$$

$\lambda$  est déduit analytiquement en vérifiant la condition de maintien de l'état de charge  $SoE(T) = SoE(0)$ .

A présent, la condition sur la capacité de l'élément de stockage est prise en compte, et l'intégration de cette contrainte de borne sur l'état de charge dans la fonction hamiltonienne est traduite par la minimisation de l'écart entre l'état de charge actuel et l'état de charge initial :  $SoE(t) - SoE(0)$ . Sachant que les variations de l'état de charge de l'élément de sto-

## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie



**Figure II.7** – Approximation polynomiale de la fonction  $H$

ckage autour de son état initial peut être négative ou positive, il est préférable de minimiser  $(SoE(t) - SoE(0))^2$ . Après la réécriture de la fonction hamiltonienne et la vérification d'optimalité, on obtient :

$$H = \frac{P_{fcs}}{\eta_{fcs}(P_{fcs})} - \lambda(t)P_s(P_{req} - P_{fcs}) + \gamma(t)(SoE(t) - SoE(0))^2 \quad (\text{II.63})$$

$$\frac{\delta H}{\delta P_{fcs}} = 0 \rightarrow P_{fcs} = \frac{a_1 + \lambda^T b_1 + 2\lambda^T b_2 P_{req}}{2(a_2 - \lambda^T b_2)} \quad (\text{II.64})$$

$$\frac{\delta H}{\delta SoE} = -\dot{\lambda}(t) = 2\gamma(SoE(t) - SoE(0)) \quad (\text{II.65})$$

$$\lambda(t+1) = \lambda(t) - 2\gamma(SoE(t) - SoE(0)) \quad (\text{II.66})$$

Afin d'identifier le couple  $\lambda(0)$  et  $\gamma$ , on procède par un algorithme de recherche par dichotomie utilisé dans la thèse de [Hankache \(2008\)](#). Le principe consiste à fixer les marges autour des valeurs exigées par les contraintes  $SoE(T) = SoE(0)$  et  $SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max}$ , ensuite à déterminer l'ensemble des valeurs de  $\gamma$  et de  $\lambda(0)$  qui permettent de satisfaire ces marges. Le processus est répétitif et au fur et à mesure l'algorithme resserre les marges autour des contraintes  $SoE(T)$ ,  $SoE^{min}$ ,  $SoE^{max}$  jusqu'à ce que le couple  $\lambda(0)$  et  $\gamma$  soit identifié.

Le tableau [II.3](#) montre les résultats obtenues par la commande optimale sans (resp. avec) la contrainte de borne sur l'état de charge  $SC$  (resp.  $AC$ ).

L'application de la recherche par dichotomie sur les deux profils de mission a permis d'identifier

Tableau II.3 – Résultats de la commande optimale

Profil de mission	Commande optimale SC	Commande optimale AC	Pile à combustible seule
INRETS	10165 $kWs$	10116,97 $kWs$	14891 $kWs$
ESKISEHIR	32137 $kWs$	30826,27 $kWs$	48043 $kWs$

les valeurs optimales de  $\gamma$  et de  $\lambda(0)$  et d'améliorer la consommation en hydrogène (exprimée en pourcentage par rapport au cas sans hybridation) de 0,15% (resp. 1,35%) sur le profil de mission INRETS (resp. ESKISEHIR).

### 4.3 Programmation non linéaire

La méthode quasi-Newton est une méthode de résolution de problèmes non linéaires en variables continues à condition que la fonction objectif et les contraintes du problème soient deux fois dérivables. La méthode permet de trouver un optimum global dans le cas où la formulation du problème est convexe ; sinon elle fournit un optimum local.

Cette méthode a été utilisée dans les travaux de [Guemri \(2013\)](#); [Guemri et al. \(2012\)](#) sous le nom « heuristique H4 » pour la gestion d'énergie dans un véhicule hybride électrique, à l'aide de la formulation non linéaire vue dans le paragraphe 3. La particularité de cette méthode est qu'elle dépend fortement des conditions de départ qui consistent à choisir une solution initiale (ou même plusieurs dans un contexte « multi-start ») afin d'accélérer la convergence vers un optimum local de bonne qualité. Mais, comme certaines méthodes d'optimisation qui partent d'une solution initiale et qui l'améliore en explorant son voisinage, cette méthode présente l'inconvénient de s'arrêter au premier minimum local trouvé.

Son principe repose sur les conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) ([Kuhn, 2014](#)) en transformant le problème non linéaire sous contraintes en problème non linéaire sans contraintes en utilisant l'approche lagrangienne. Celle-ci consiste à pénaliser les contraintes dans l'objectif par des coefficients non négatifs linéairement indépendants, nommés multiplicateurs de Lagrange.

$$(P) = \begin{cases} \min_x f(x) \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, n \end{cases}$$

## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

où  $x$  est le vecteur de solution,  $f(x)$  la fonction objectif qui est, dans notre cas la minimisation d'hydrogène par la pile à combustible et  $g_i(x)$ ,  $h_j(x)$  l'ensemble des contraintes du problème. La fonction lagrangienne équivalente à la formulation (P) est :

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j h_j(x) \quad (\text{II.67})$$

Si  $x^*$  est un optimum local, alors il existe des valeurs de  $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) et de  $\mu_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) qui sont les multiplicateurs de Lagrange tels que :

$$\nabla L(x, \lambda, \mu) = \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j \nabla h_j(x) = 0 \quad (\text{II.68})$$

$$\lambda_i g_i(x^*) = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{II.69})$$

$$\mu_j h_j(x^*) = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{II.70})$$

$$g_i(x^*) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{II.71})$$

$$h_j(x^*) = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{II.72})$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{II.73})$$

$$\mu_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{II.74})$$

La résolution de ce problème a été réalisée par [Guemri et al. \(2012\)](#) en utilisant la fonction *fmincon* de la Toolbox « Optimization » de *Matlab* en optant différentes stratégies de départ et une approximation polynomiale de degré 15 de la courbe de rendement de la pile à combustible (le choix de degré 15 permet de minimiser les erreurs d'approximation). Le tableau II.4 montre la consommation d'hydrogène obtenue et le temps de calcul nécessaire à la recherche d'un optimum sur les profils de mission INRETS et ESKISEHIR.

**Tableau II.4** – Résultats obtenus par la méthode quasi-Newton

Profil de mission	Consommation d'hydrogène	Temps de calcul	$SoE(T) = SoE(0)$
<b>INRETS</b>	8750 <i>kWs</i>	23 <i>mn</i>	<b>oui</b>
<b>ESKISEHIR</b>	27542 <i>kWs</i>	2,4 <i>h</i>	<b>oui</b>

On remarque que la qualité de la solution obtenue par la méthode quasi-Newton (8750  $kW_s$  sur le profil INRETS et 27542  $kW_s$  sur le profil ESKISEHIR) est nettement meilleure que celle fournie par la programmation dynamique discrétisée comme indiqué précédemment (9189,7  $kW_s$ , 31826  $kW_s$ ) et la commande optimale (10116,97  $kW_s$ , 30826,27  $kW_s$ ).

Cependant, il existe d'autres techniques qui peuvent être utilisées, basées sur la recherche locale comme la méthode des points intérieurs intégrée dans la bibliothèque open source *IPOpt* (Wächter, 2009) de la plateforme *Coin-OR* pour la résolution des problèmes non linéaires en variable continues, ou encore les méthodes de *Branch-and-Bound* et *Outer Approximations*, employées dans la bibliothèque open source *BONMIN* de Bonami and Lee (2007) pour la résolution des problèmes non linéaires en variables mixtes (continues et discrètes), qui seront utilisées sur d'autres cas d'étude dans les chapitres suivants.

Les approches déjà présentées ci-dessus sont appliquées hors ligne lorsque le profil de mission est connu d'avance. Mais d'autres stratégies de gestion existent aussi dans le cas où le profil de mission est non identifié et qui sont basées sur des algorithmes à base de règles, sur l'expertise du décideur ou sur des optimisations locales.

### 4.4 Stratégie de minimisation de la consommation équivalente (ECMS)

L'ECMS (Equivalent Consumption Minimization Strategy) est une stratégie de commande basée sur le principe de la commande optimale (Rodatz et al., 2005; Serrao et al., 2009). Elle considère la batterie comme étant un réservoir de combustible auxiliaire, ce qui lui permet de choisir à chaque instant la commande qui minimise l'énergie totale prélevée aux deux réservoirs (la source principale et la batterie) par l'introduction des facteurs d'équivalence permettant de ramener les différentes consommations dans le même espace énergétique.

Cependant, la distribution d'énergie par les sources énergétiques peut se résumer à deux cas : Le premier cas correspond à une quantité d'énergie prélevée à un instant  $t$  sur la batterie. Cette quantité doit être restituée à l'instant  $t' > t$ . À cet instant, la quantité d'hydrogène consommée devra actionner la traction du véhicule et la recharge de l'énergie prélevée à l'instant  $t$  entraînant ainsi une surconsommation d'hydrogène par la pile à combustible. Le deuxième cas correspond à la recharge de la batterie à un instant  $t$ . À l'instant  $t' > t$ , l'énergie emmagasinée permettra de contribuer à la traction du véhicule et diminuer la consommation d'hydrogène par la pile à combustible.

## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

---

L'utilisation de la batterie à l'instant  $t$  affecte la consommation future d'hydrogène. En tenant compte de tous les rendements de la chaîne de traction, il est possible de calculer un coût d'hydrogène équivalent associé à la sollicitation de la batterie.

L'objectif de l'ECMS représenté par l'équation II.75 est de déterminer à chaque instant  $t$  la stratégie de commande qui minimise la consommation équivalente totale : la consommation d'hydrogène  $P_h(t)$  et la variation de l'état de charge de la batterie  $\gamma(P_{se}(t))$  (Eq. II.76), comme présenté dans Musardo et al. (2005).

$$J_t = P_h(t) + \gamma(P_{se}(t)) \equiv \frac{P_{fcs}(t)}{\eta_{fcs}(P_{fcs}(t))} + \gamma(P_{se}(t)) \quad (\text{II.75})$$

$$\gamma(P_{se}) = \sigma s_{dis} \frac{P_{se}(t)}{\eta_{se}(P_{se}(t))} + (1 - \sigma) s_{chg} \eta_{se}(P_{se}(t)) P_{se}(t) \quad (\text{II.76})$$

où  $\sigma(P_{se}) = (1 + \text{sign}(P_{se}(t)))/2$  est égal à 0 lorsque la batterie est en mode recharge et 1 lorsqu'elle est en mode décharge, et  $(s_{dis}, s_{chg})$  sont les facteurs d'équivalence. Cependant, à chaque instant  $t$ , le problème d'optimisation de l'ECMS est le suivant :

$$P_{fcs}(t)^*, P_{se}(t)^* = \min J_t \quad P_{req}(t) \geq 0 \quad (\text{II.77})$$

$$P_{fcs}(t)^* = 0, P_{se}(t)^* = P_{req}(t) \quad P_{req}(t) < 0 \quad (\text{II.78})$$

$$P_{fcs}(t) + P_{se}(t) = P_{req}(t) \quad (\text{II.79})$$

$$SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max} \quad (\text{II.80})$$

$$P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs}(t) \leq P_{fcs}^{max} \quad (\text{II.81})$$

$$P_{se}^{min} \leq P_{se}(t) \leq P_{se}^{max} \quad (\text{II.82})$$

La stratégie de commande ECMS dépend fortement de la définition du coût équivalent en utilisant les facteurs d'équivalence. Malheureusement, ces facteurs d'équivalence varient selon les conditions de conduite, de sorte qu'une paire de facteurs d'équivalence  $(s_{dis}, s_{chg})$  qui est adaptée à un cycle de conduite entrainera une mauvaise performance sur un autre cycle de conduite. Cependant, pour évaluer le potentiel de cette approche, il est intéressant de trouver la paire de facteurs d'équivalence qui minimise la consommation d'hydrogène pour un cycle de conduite de référence. Pour cela, une optimisation systématique peut être utilisée afin de trouver les facteurs d'équivalence qui minimisent la consommation globale de carburant. Il est à noter qu'une telle commande ne peut pas être mise en œuvre en temps réel (sauf dans le

cas où l'on a des profils de mission de référence), étant donné que les facteurs d'équivalence ne peuvent être calculés a priori. En d'autres termes, une optimisation systématique ne peut être appliquée que si le cycle d'essai est connu.

### 4.5 Algorithme basé sur des règles ON/OFF

Ce type d'algorithme, intitulé également « thermostat », est également utilisé pour gérer l'énergie des véhicules hybrides comme indiqué dans les travaux de [Gao et al. \(2009\)](#); [Williamson et al. \(2006\)](#). L'algorithme *ON/OFF* est de faible complexité et peut donc être implanté très facilement sur un calculateur embarqué d'un véhicule hybride étant donné que son principe de fonctionnement ne dépend pas du type des sources utilisées. Son principe de fonctionnement permet à la source principale (pile à combustible) de fonctionner la majorité du temps à son point de rendement maximum afin de minimiser les pertes énergétiques et, par conséquent, la consommation d'hydrogène, tout en maintenant la capacité de l'élément de stockage entre ses bornes  $SoE^{min}$  et  $SoE^{max}$ , comme pour la stratégie de commande des structures hybrides évoquées dans le chapitre précédent.

Au freinage, la source de stockage récupère l'énergie électrique d'origine cinétique, selon le principe de conversion de l'énergie cinétique en énergie électrique, par le moteur, en respectant les contraintes de limitation, alors que le surplus d'énergie est dissipé sous forme de chaleur dans une résistance.

Dans les phases de traction, si l'état de charge de l'élément de stockage est inférieur à un seuil de déclenchement « consigne »  $SoE_{dec}$  défini par le constructeur avec  $SoE^{min} \leq SoE_{dec} \leq SoE^{max}$ , la source principale est activée en fournissant de la puissance en utilisant son point de rendement maximum.

Deux cas se présentent : si la puissance fournie est supérieure à la demande du moteur électrique, le surplus d'énergie est stocké dans la source de stockage réversible dans la mesure de sa dimension ; sinon la source principale assure la totalité de la demande en utilisant un autre point de rendement. Dès que l'état de charge dépasse le seuil de déclenchement, celle-ci est désactivée laissant ainsi la source de stockage assurer la traction du véhicule.

Cet algorithme peut être amélioré hors ligne par des profils de mission de référence afin d'ajuster le seuil de déclenchement. Mais, comme toute stratégie à temps réel, la contrainte sur la



condition sur l'état de charge à la fin de la mission est violée.

### 4.6 Logique floue

La logique floue est une extension de la logique booléenne issue du domaine de l'intelligence artificielle. Elle est introduite par Zadeh (1965) en se basant sur sa théorie mathématique des ensembles flous, qui est une généralisation de la théorie des ensembles classique. Pour plus d'informations sur le développement de la théorie des ensembles flous, consulter les ouvrages de Bouchon-Meunier and Marsala (2003); Dubois (1980).

Son application sur les problèmes de gestion d'énergie est devenue courante, car elle ne dépend pas de la nature et la complexité du problème. Plusieurs travaux ont été menés utilisant la logique floue comme une stratégie de commande afin de gérer en temps réel la distribution d'énergie pour les systèmes multi-source (Erdinc et al., 2009; Ferreira et al., 2008; Guemri et al., 2013; Schouten et al., 2002, 2003), car elle permet de fournir de bonnes références de courant au convertisseur afin d'optimiser la consommation de combustible par la source principale. De plus, ce type d'algorithme est efficace lorsque le profil de mission est inconnu ou incertain, ce qui rend possible son implantation dans un calculateur embarqué d'un véhicule.

L'objectif visé dans cette approche est la satisfaction des demandes instantanées du moteur électrique sans connaissance des demandes futures (profil de mission inconnu), l'augmentation de l'autonomie du véhicule en minimisant la consommation d'hydrogène par la source principale, tout en respectant les contraintes de dimensionnement et de fonctionnement.

Les bases théoriques de la logique floue sont établies de manière à pouvoir traiter des variables incertaines de valeurs continues comprises entre 0 et 1 selon leurs degrés d'appartenance dans la vérification d'une condition (Ross, 2009), contrairement à la logique de Boole où les variables ne peuvent prendre que des valeurs discrètes 0 et 1.

Soit par exemple,  $(P) = \{v/v \geq 90km/h\}$  la propriété traduisant que le véhicule roule à une vitesse élevée. Dans la logique de Boole, la propriété  $(P)$  est vraie lorsque la vitesse est supérieure à  $90km/h$   $P(90 \leq v \leq 130km/h) = 1$  et elle est fausse lorsque celle-ci est inférieure à  $90km/h$   $P(v < 90km/h) = 0$ , donc  $P(v = 89km/h) = 0$  est considérée comme faible alors qu'en réalité une vitesse de  $89km/h$  est quand même élevée.

En utilisant la logique floue, on peut modéliser d'une manière plus fine les situations réelles.

Donc,  $P(90 \leq v \leq 130km/h) = 1$  et  $P(50 \leq v \leq 90km/h)$  peut être considérée comme vraie avec un certain degré de réalisation  $\alpha \in [0, 1]$ ; ainsi, la propriété  $P(v = 89km/h)$  est mieux interprétée et elle est vraie à 95%. On définit ainsi une étape de « Fuzzification » pour passer des variables physiques à des variables normalisées floues (variables linguistiques).

La logique floue permet de résoudre les problèmes complexes sans recourir à une modélisation mathématique du problème. Par contre, l'expertise et la connaissance du système est nécessaire afin d'aboutir à des solutions fiables et précises. En effet, nous pouvons déjà noter le choix à faire sur le domaine de variation de cette fonction. Le traitement flou comporte trois étapes importantes : la Fuzzification, le traitement d'inférence et la Défuzzification.

### 4.6.1 La Fuzzification

La fuzzification est la première étape du traitement flou. Elle consiste à définir les variables linguistiques et leurs valeurs ainsi que les fonctions d'appartenance du système flou qui revêtent la forme d'un triangle, d'un trapèze ou d'une fonction gaussienne. Dans notre cas, la définition des fonctions d'appartenance suit un type trapézoïdal qui permet des calculs et des transitions plus souples, contrairement aux fonctions de type sinusoïdal, gaussien, etc.

On désigne par variables linguistiques les termes utilisés lors de la description d'une situation, par exemple : la puissance fournie par la pile à combustible, la demande du groupe motopropulseur, l'état de charge de l'élément de stockage.

Chaque variable linguistique a des valeurs qui traduisent son état. Par exemple : les valeurs de la variable linguistique « état de charge de l'élément de stockage » sont : assez faible, faible, moyen, élevé. Ces valeurs sont représentées dans la logique floue par des fonctions mathématiques particulières appelées « fonctions d'appartenance » qui définissent le domaine de variation des variables linguistiques.

En utilisant les informations en temps réel sur l'état des sources énergétiques et le mode de conduite du chauffeur, les variables d'entrée du système flou correspondent à la demande en puissance du groupe moto-propulseur  $P_{req}$ , et l'état de charge actuel de l'élément de stockage  $SoE$ . En fonction de ces variables d'entrée et l'objectif considéré, qui est de minimiser la consommation de combustible afin de maximiser le nombre de cycles réalisés par le véhicule, la variable de sortie est relative à la puissance fournie par la source principale  $P_{fcs}$ .

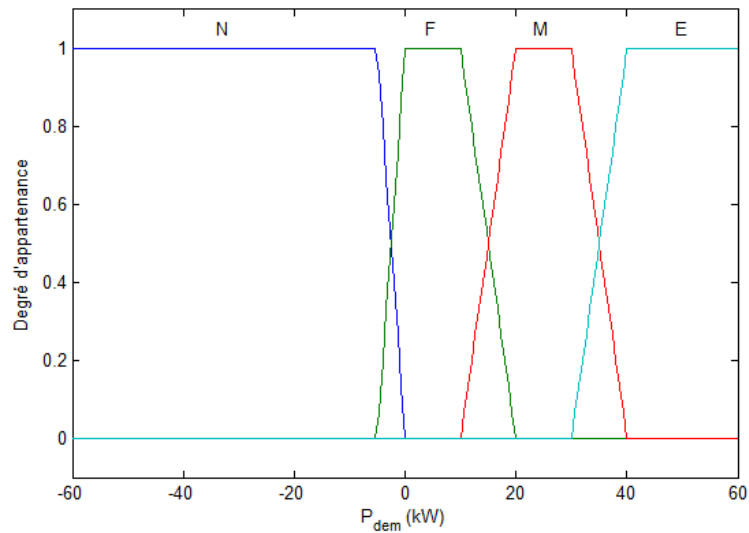
## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

Les fonctions d'appartenance sont de type trapézoïdal. Elles permettent d'attribuer un degré d'appartenance pour une valeur donnée  $x$  de la variable linguistique désignée. Chaque fonction d'appartenance est caractérisée par ses paramètres d'appartenance  $x_i$ . Le nombre de paramètres d'appartenance pour une variable quelconque est égal à  $4n$ , avec  $n$  le nombre de fonctions d'appartenance de la variable considérée.

Soit  $A_i^j$  le paramètre permettant de coder la variable linguistique  $j$  avec sa fonction d'appartenance  $i$ , modélisé comme suit :

$$A_i^j(x) = \begin{cases} 0 & x < x_{2i-2} \\ \frac{x-x_{2i-2}}{x_{2i-1}-x_{2i-2}} & x_{2i-2} \leq x < x_{2i-1} \\ 1 & x_{2i-1} \leq x < x_{2i} \\ \frac{x_{2i+1}-x}{x_{2i+1}-x_{2i}} & x_{2i} \leq x < x_{2i+1} \\ 0 & x \geq x_{2i+1} \end{cases}$$

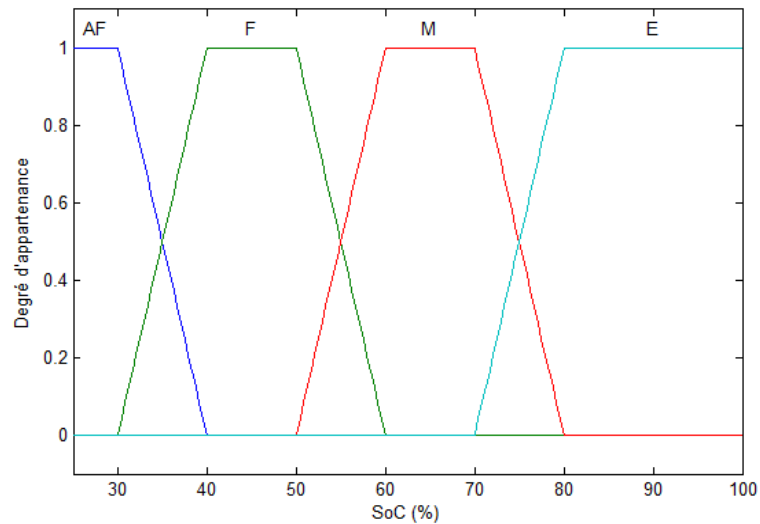
Maintenant, il suffit de construire l'ensemble des variables floues comme suit : La variable  $P_{req}$  (Fig. II.8) contient quatre fonctions d'appartenance  $A_i^1$ ,  $i \in \{N, F, M, E\}$ , avec **N** : demande Négative, **F** : demande Faible, **M** : demande Moyenne et **E** : demande Élevée.



**Figure II.8** – Modélisation de la puissance demandée par le moteur électrique

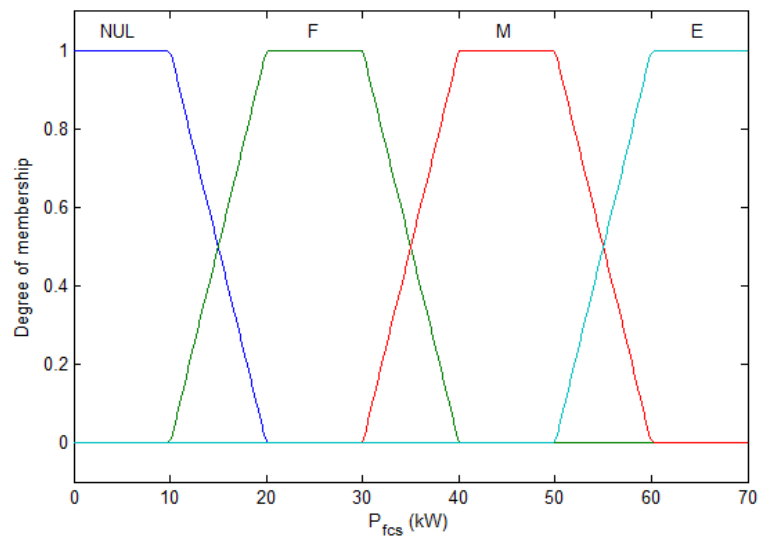
La variable  $U_{sc}$  (Fig. II.9) contient quatre fonctions d'appartenance  $A_i^2$ ,  $i \in \{AF, F, M, E\}$ , avec **AF** : état de charge Assez Faible, **F** : état de charge Faible, **M** : état de charge Moyen et

**E** : état de charge Élevé.



**Figure II.9** – Modélisation de l'état de charge de l'élément de stockage

La variable  $P_{fcs}$  (Fig. II.10) contient cinq fonctions d'appartenance  $A_i^3$ ,  $i \in \{NUL, AF, F, M, E\}$ , avec **NUL** : puissance Nulle, **AF** : puissance Assez Faible, **F** : puissance Faible, **M** : puissance Moyenne et **E** : puissance Élevée.



**Figure II.10** – Modélisation de la puissance fournie par la pile à combustible

La difficulté se présente dans le choix des paramètres d'appartenance  $x_i$  des fonctions d'appar-

tenance  $A_i^j$ . Cette difficulté est contournée par la mise en place d'une optimisation hors ligne en utilisant un algorithme génétique sur des profils connus permettant ainsi de corriger et de régler ces paramètres afin d'aboutir à des solutions précises et meilleures.

### 4.6.2 Le traitement d'inférence

Les variables linguistiques sont liées entre elles par des règles afin d'en tirer des conclusions appelées aussi déductions floues ou inférences, récapitulées dans le tableau II.5, par exemple :

- Si "la demande du moteur électrique est **N**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **AF**" alors "la puissance fournie par la source principale est **Nul**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **N**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **F**" alors "la puissance fournie par la source principale est **Nul**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **N**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **M**" alors "la puissance fournie par la source principale est **Nul**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **N**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **E**" alors "la puissance fournie par la source principale est **Nul**" ou
  
- Si "la demande du moteur électrique est **F**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **AF**" alors "la puissance fournie par la source principale est **E**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **F**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **F**" alors "la puissance fournie par la source principale est **M**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **F**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **M**" alors "la puissance fournie par la source principale est **F**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **F**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **E**" alors "la puissance fournie par la source principale est **Nul**" ou
  
- Si "la demande du moteur électrique est **M**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **AF**" alors "la puissance fournie par la source principale est **E**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **M**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **F**" alors "la puissance fournie par la source principale est **M**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **M**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **M**" alors "la puissance fournie par la source principale est **F**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **M**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **E**" alors "la puissance fournie par la source principale est **F**" ou

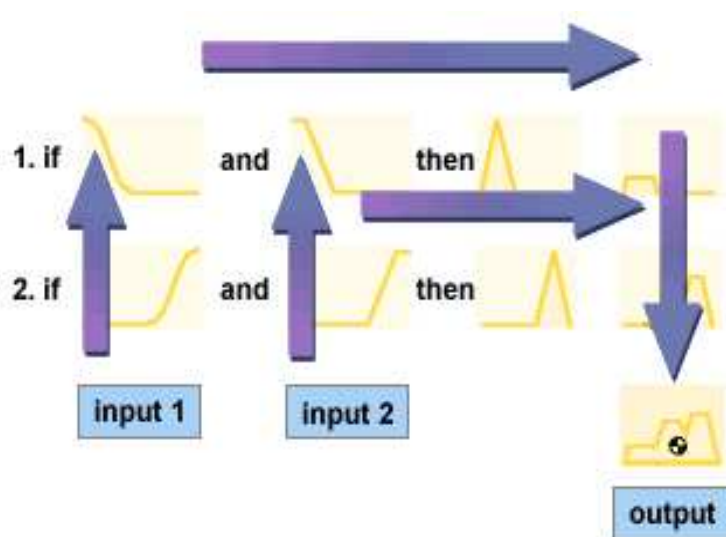
## Chapitre II. Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources

- Si "la demande du moteur électrique est **E**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **AF**" alors "la puissance fournie par la source principale est **E**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **E**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **F**" alors "la puissance fournie par la source principale est **E**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **E**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **M**" alors "la puissance fournie par la source principale est **M**" ou
- Si "la demande du moteur électrique est **E**" et "l'état de charge de l'élément de stockage est **E**" alors "la puissance fournie par la source principale est **F**"

$(P_{req}/SoE)$	<b>AF</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>E</b>
<b>N</b>	NUL	NUL	NUL	NUL
<b>F</b>	E	M	F	NUL
<b>M</b>	E	M	F	F
<b>E</b>	E	E	M	F

**Tableau II.5** – Récapitulatif des règles floues

Dans la théorie des ensembles, l'opérateur *ET* (resp. *OU*) correspond à l'intersection (resp. l'union) de deux ensembles *A* et *B*. Dans la logique floue, l'opérateur flou *ET* (resp. *OU*) correspond au minimum (resp. maximum) appliqué aux fonctions d'appartenance des deux ensembles *A* et *B*, comme illustré par la figure II.11.



**Figure II.11** – Traitement des règles floues

### 4.6.3 La Défuzzification

A la fin du traitement flou, l'ensemble flou de sortie est déterminé mais il n'est pas directement utilisable pour donner une information précise à l'opérateur. Il est nécessaire de passer du mode flou au mode réel. Pour cela, il faut procéder à une étape de Défuzzification pour laquelle il existe plusieurs méthodes, la plus utilisée étant le calcul du centre de gravité de l'ensemble flou afin de déterminer l'abscisse de la variable  $P_{req}$  résultante.

Le résultat obtenu est une surface de décision permettant de déduire, pour chaque niveau de charge de l'élément de stockage et la demande en puissance du moteur électrique, la puissance nécessaire fournie par la pile à combustible, comme le montre la figure II.12. Dans l'optimisation

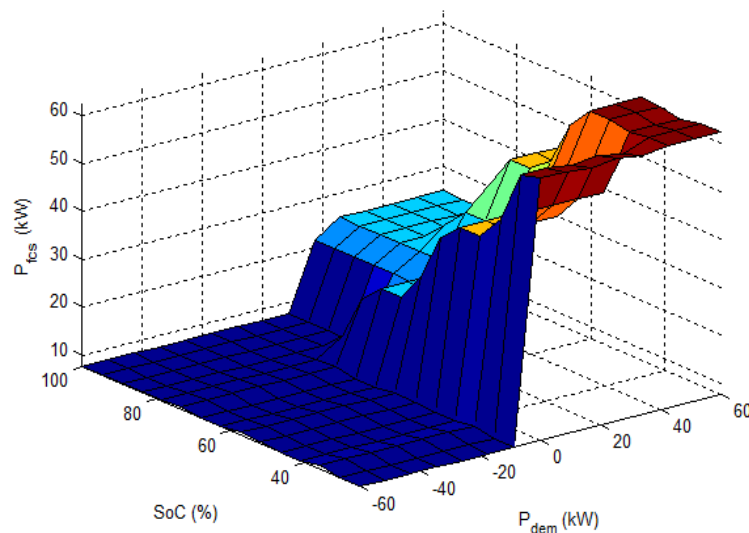


Figure II.12 – Surface de décision floue

en temps réel, le profil de mission à réaliser est inconnu. En revanche, des profils de mission de référence servent de données d'entrée afin d'extraire les règles adaptées à chaque profil. Cependant, la surface de décision illustrée par la figure II.12 a été obtenue en utilisant le profil INRETS comme profil de mission de référence.

### 4.6.4 Réglage hors ligne des paramètres d'appartenance par un algorithme génétique

Le choix des paramètres d'appartenance des fonctions d'appartenance dépend du niveau d'expertise et de la maîtrise du fonctionnement de la chaîne énergétique. Cependant, il est difficile de trouver un bon calibrage de ces paramètres sans avoir recours à une heuristique in-

## Chapitre II. Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources

telligente de placement. Pour contourner cette difficulté, un algorithme de type génétique a été employé pour optimiser et corriger hors ligne le positionnement des paramètres d'appartenance sur des profils de mission de référence (phase d'apprentissage) afin d'accéder à des solutions précises et plus adéquates.

L'hybridation de l'algorithme génétique avec l'algorithme flou (Caux et al., 2010; Hankache, 2008; Neffati et al., 2013; Poursamad and Montazeri, 2008) permet de régler les paramètres d'appartenance afin de minimiser la décharge de la batterie en utilisant un profil de mission de référence. Cette hybridation (Fig. II.13) nécessite la création d'un algorithme afin d'attribuer une référence courant de la batterie à partir de la demande du moteur et l'état de charge de la super-capacité, d'un algorithme génétique pour générer et choisir les meilleurs paramètres d'appartenance nécessaire pour l'algorithme flou et une fonction d'évaluation traduisant le fonctionnement de la chaîne énergétique du véhicule qui permet de fournir la décharge de la batterie sur un profil de mission donné. L'algorithme d'ajustement s'arrête en fonction du paramétrage de l'algorithme génétique lié à la taille de la population finale.

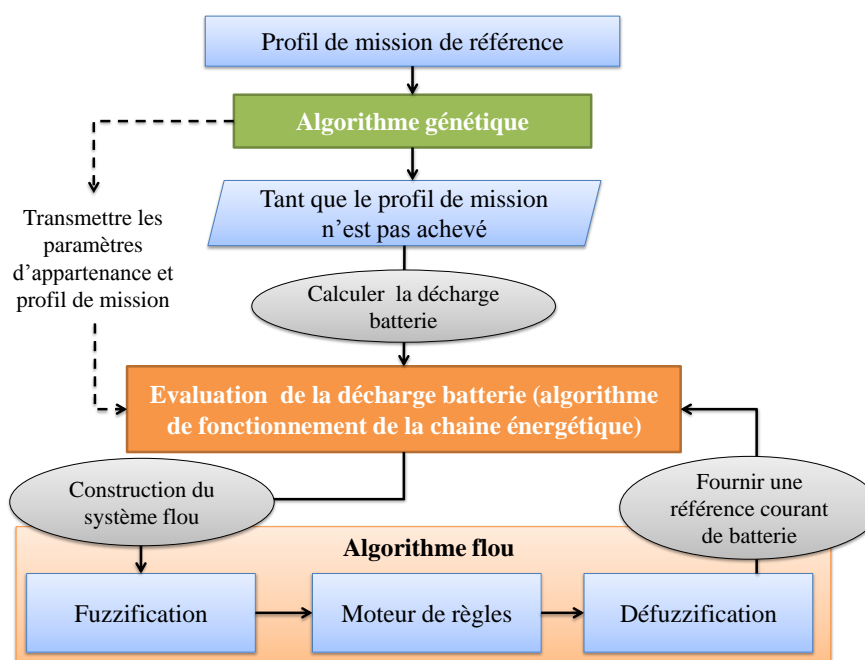


Figure II.13 – Structure de l'algorithme d'ajustement des paramètres d'appartenance

Les algorithmes génétiques sont des méthodes d'optimisation stochastique qui appartiennent à



## II.4 Stratégies de contrôle pour la gestion d'énergie

---

la famille des algorithmes évolutionnaires (Back, 1996). Ils sont basés sur les mécanismes de la sélection naturelle de la génétique appliqués à une population d'individus (solutions). Leur première utilisation est intervenue aux États-Unis dans les années 60 à la suite des travaux de John Holland sur les systèmes adaptatifs, suivi par le développement des stratégies d'évolution grâce aux recherches de Lawrence Fogel sur la résolution des problèmes d'optimisation numérique. Ces deux axes de recherches ont conduit au développement de la programmation évolutionnaire, appliquée en Californie sur des machines à états finis.

L'application des algorithmes génétiques est très diverse. Leur utilisation permet de rechercher une ou plusieurs solution(s) approchée(s) pour un problème d'optimisation, quand celui-ci est difficile à résoudre en temps raisonnable par des méthodes standard qui reposent sur une exploration systématique (suite au positionnement des solutions potentielles dans un espace de grande dimension). Néanmoins, malgré leur efficacité, ils présentent des inconvénients majeurs car ils sont très coûteux en calculs, ne garantissent pas l'optimalité de la solution obtenue et leur mise en œuvre nécessite une grande expérience.

Le principe de fonctionnement d'un algorithme génétique est itératif, basé sur des individus de la population composés de chromosomes, codés sous forme binaires, réels ou de chaînes de caractères à partir d'une population initiale choisie aléatoirement (Sivanandam and Deepa, 2008). Ce codage permet de représenter les différents états possibles d'une variable dont on cherche la valeur optimale sous une forme utilisable par un algorithme génétique. Cela permet d'établir des liens entre les individus de la population, de façon à imiter la transcription génotype-phénotype qui existe dans le monde vivant.

Ainsi, la population d'individus générée évolue au cours du temps de la génération  $k$  à la génération  $k + 1$  à l'aide des opérateurs de sélection, de croisement et de mutation. Chaque individu est reproduit en fonction de son adaptation au problème par une procédure d'évaluation qui s'effectue à l'aide d'une fonction appelée « fitness » permettant d'associer une valeur à chaque individu. Ces valeurs serviront au processus de sélection des candidats aptes à la reproduction.

Le codage des individus est nécessaire à leur évolution grâce aux opérateurs, en effectuant des croisements sur les individus destinés à être reproduits et des mutations aléatoires dans le but de générer de nouveaux individus qui sont le fruit de la combinaison des gènes des meilleurs parents. Puis, on s'attend à ce que certains individus de la nouvelle génération possèdent les meilleures caractéristiques que leurs deux parents, formant ainsi une meilleure solution au pro-

blème d'optimisation.

La description de base du fonctionnement d'un algorithme génétique est résumée comme suit :

- Phase d'initialisation :
  - Initialisation aléatoire d'une population d'individus (chromosomes).
- Phase de sélection et de reproduction :
  - Évaluation de chaque chromosome dans la population grâce à une fonction coût pour déterminer son rang dans la population et décider de sa vie ou de sa mort.
  - Création de nouveaux chromosomes, en utilisant les opérateurs de sélection, de croisement, de mutation.
  - Évaluation des nouveaux chromosomes et insertion dans la population pour construire une nouvelle génération.

### 4.6.5 Résultats

La logique floue permet de trouver en temps réel une distribution d'énergie pour un système multi-source, tout en respectant les contraintes de dimensionnement et de fonctionnement, sauf pour la contrainte de restitution de l'état de charge final (étant donné que le profil de mission est inconnu). Le résultat obtenu après le réglage des paramètres d'appartenance des fonctions d'appartenance sur un profil de mission de référence, est une surface de décision  $P_{fcs} = f(P_{req}, SoE)$  consistant à trouver pour chaque combinaison  $(P_{req}, SoE)$ , la puissance fournie par la source principale  $P_{fcs}$ .

La qualité de la solution dépend des fonctions d'appartenance et du moteur d'inférence du système flou. Pour cela, l'application d'un algorithme évolutionnaire de type génétique (AG) corrige et ajuste les fonctions d'appartenance et améliore la qualité de la solution, comme le montre le tableau de résultats [II.6](#).

On remarque que le réglage des paramètres flous est très important et impacte de façon significative la qualité de la solution obtenue. En appliquant l'algorithme génétique pour calibrer ces paramètres flous, la consommation d'hydrogène par la pile à combustible passe de 10866  $kWs$  à 8359  $kWs$  (resp. de 33358  $kWs$  à 29802  $kWs$ ) pour le profil de mission de référence INRETS (resp. ESKISEHIR). Par contre, le réglage hors ligne des paramètres d'appartenance par l'algorithme génétique nécessite des temps de calcul élevés qui dépendent du critère d'arrêt.

Tableau II.6 – Résultats obtenus par l’algorithme flou

Profil de mission	Consommation d’hydrogène	Réglage des paramètres (AG)	$SoE(T) = SoE(0)$
<b>INRETS</b>	10866 $kW_s$	<b>non</b>	<b>non</b>
<b>INRETS</b>	8359 $kW_s$	<b>oui</b>	<b>non</b>
<b>ESKISEHIR</b>	33358 $kW_s$	<b>non</b>	<b>non</b>
<b>ESKISEHIR</b>	29802 $kW_s$	<b>oui</b>	<b>non</b>

D’autres approches existent aussi pour le réglage des paramètres d’appartenance comme le flou de degré deux (Karnik and Mendel, 2001; Solano Martínez et al., 2012). Dans cette approche, les variables floues sont caractérisées par leurs fonctions d’appartenance qui possèdent des paramètres d’appartenance de type flou caractérisés eux aussi par des fonctions d’appartenance. Ces derniers étant ajustés automatiquement.

Cependant, il est possible qu’un véhicule soit amené à réaliser plusieurs missions distinctes. Une approche de type basculement flou (Neffati et al., 2013) peut alors être préconisée pour obtenir des résultats appropriés. Elle consiste à utiliser plusieurs ensembles de paramètres d’appartenance, chacun d’eux optimisé sur des profils de mission différents. En fonction de l’historique des demandes du moteur électrique et la demande instantanée, l’algorithme identifie le profil de mission adéquat et choisit le paramétrage correspondant. Dès que le véhicule passe à un autre profil, l’algorithme détecte ce changement et change automatiquement le paramétrage. Cette initiative optimise encore mieux la consommation d’hydrogène si le véhicule emprunte des profils de mission différents.

## 5 Conclusion

La gestion d’énergie d’un système multi-source sur un véhicule hybride électrique est indispensable. Elle sert à augmenter l’autonomie du véhicule en réduisant la consommation de combustible par la source principale, impliquant ainsi une diminution des nuisances par le rejet de  $CO_2$ . Cependant, pour étudier un tel système, une modélisation mathématique précise de la chaîne énergétique du véhicule ainsi que le fonctionnement des sources embarquées est nécessaire, car la stratégie de commande en dépend.

## Chapitre II. Stratégies et approches pour la gestion d'énergie dans les systèmes multi-sources

---

Plusieurs méthodes et approches différentes ont été développées dans le but de contrôler hors ligne ou en temps réel la distribution d'énergie par les différentes sources embarquées. Chacune de ces méthodes a ses propres avantages et faiblesses. Prenant par exemple la programmation dynamique qui permet de résoudre hors ligne des problèmes combinatoires à l'optimalité et ce, quelle que soit la nature du modèle mathématique résultant, la qualité de la solution dépend des paramètres de discrétisation de l'espace énergétique et de l'espace temps : plus le pas de discrétisation est petit, plus la qualité de la solution converge vers la solution optimale, mais cela nécessite un temps de calcul très élevé et une capacité mémoire importante pour le stockage des informations sur les trajectoires à consommation minimale.

La commande optimale employée hors ligne est une conséquence directe de la programmation dynamique. Mais la qualité de la solution est moindre suite au calibrage difficile des paramètres de contrôle et à l'approximation de certaines fonctions pour réduire la complexité de calcul des dérivées. On peut également procéder par application de la méthode de programmation non linéaire de type quasi-Newton qui donne des résultats satisfaisants et efficaces avec des temps de calcul réduits, malgré la non linéarité de la fonction objectif. Cette méthode a été appliquée en optant pour différentes stratégies de recherche qui utilisent un démarrage avec une solution de départ, plusieurs solutions de départ ou une solution de départ intelligente déduite par des heuristiques.

En général, une gestion globale de la distribution d'énergie peut fournir des consommations de bonne qualité mais, si le profil de mission est inconnu, l'application de la logique floue, en temps réel, permet d'obtenir des résultats satisfaisants en relâchant la contrainte sur l'état de charge final qui ne peut pas être respectée. Afin d'améliorer la qualité de la solution, une hybridation est réalisée avec une optimisation globale de type algorithme génétique sur des profils de mission de référence pour obtenir de meilleures solutions.

Il reste à se poser la question s'il existe d'autres approches efficaces pour gérer la distribution d'énergie d'une façon optimale avec des temps de calcul encore plus réduits. C'est l'objet de notre étude exposée dans le chapitre suivant, où une approche combinatoire est proposée en modélisant la chaîne énergétique du véhicule sous la forme d'un modèle linéaire à l'aide des discrétisations de l'espace énergétique et des linéarisations des fonctions non linéaires.

---

---

# Chapitre III

---

## Optimisation combinatoire et étude de robustesse pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

### 1 Introduction

Dans la littérature scientifique en optimisation, de nombreux problèmes utilisent des modèles combinatoires. Les plus répandus de ces problèmes concernent par exemple les tournées de véhicules ([Prins, 2004](#); [Toth and Vigo, 2002](#)), le voyageur de commerce ([Applegate, 2006](#); [Miller et al., 1960](#)), l'ordonnancement de tâches ([Esquirol and Lopez, 1999](#); [Lopez et al., 1992](#)) ou encore l'allocation de ressources ([Artigues et al., 2013](#)). Classiquement, ces problèmes sont résolus de manière optimale par des méthodes exactes ou de manière approchée par des heuristiques, avec les avantages et les inconvénients que l'on connaît pour chacune de ces méthodes respectives.

Précédemment dans le paragraphe 4, quelques approches et méthodes de gestion de la distribution d'énergie d'un véhicule hybride ont été décrites. Néanmoins la qualité de la solution et le temps de calcul dépendent de plusieurs paramètres comme la nature de la modélisation, la taille des données induite par le choix du pas de discrétisation. Les simulations réalisées sur des profils de mission montrent que la méthode quasi-Newton s'avère très efficace pour la résolution du modèle non linéaire de gestion d'énergie par la qualité des solutions fournies par rapport aux autres approches, mais elle nécessite toutefois un temps de calcul important.

Dans ce chapitre, plusieurs modélisations de type combinatoire sont proposées pour le problème de gestion d'énergie en utilisant la discrétisation de l'espace énergétique de la source principale

et la linéarisation de la courbe des pertes énergétiques de l'élément de stockage. Le but d'une telle linéarisation est de garantir l'optimalité de la solution obtenue en utilisant un modèle linéaire combinatoire résolu par les méthodes exactes d'optimisation.

Ensuite, une étude de robustesse est réalisée en intégrant des perturbations au niveau des données d'entrée qui peuvent surgir et impacter la qualité de la solution calculée. Pour contourner ce problème, une modélisation combinatoire robuste est développée tenant compte des perturbations liées à la demande du groupe moto-propulseur.

## 2 Optimisation combinatoire et complexité

Un problème d'optimisation combinatoire correspond à la recherche de l'extremum dans un ensemble discret, de la valeur d'une fonction objectif donnée. La résolution d'un problème d'optimisation combinatoire se heurte à l'explosion du nombre de combinaisons à explorer.

Classiquement, la résolution d'un problème d'optimisation combinatoire est liée à la théorie de la complexité qui propose une classification des problèmes selon l'efficacité de l'algorithme de résolution à trouver une solution optimale. Certaines classes de problèmes sont faciles, ce qui signifie qu'elles peuvent être résolues dans un délai raisonnable avec une capacité mémoire acceptable. D'autres sont inévitablement difficiles comme le problème du voyageur de commerce qui consiste à trouver un chemin parmi un nombre combinatoire de choix.

Jusqu'à la fin des années 1980, la notion de « problème difficile » est employée pour les problèmes d'optimisation non linéaires. En d'autres termes, on pensait que tous les problèmes linéaires étaient faciles. Puis suite aux travaux de citeNesterov1994, les auteurs ont montré que la complexité d'un problème dépend de la convexité ou de la non convexité de ses contraintes et de sa fonction objectif. Depuis, on considère que les problèmes convexes sont faciles, ce qui inclut les problèmes de programmation linéaire toutefois, les problèmes non convexes restent difficiles. Bien sûr, cette affirmation doit être nuancée, car tous les problèmes convexes ne sont pas faciles, mais en grande partie ils sont aisés à résoudre, et certains problèmes non convexes sont faciles car il existe des algorithmes qui peuvent les traiter en temps polynomial.

La théorie de la complexité donne une estimation approximative pour décider de la dureté d'un problème. Cette approximation permet d'estimer la façon dont le temps de calcul (ou la taille en mémoire) du meilleur algorithme de résolution évolue en fonction de la taille des données

du problème. Cependant, la détermination de la taille des données peut être compliquée, mais on peut la limiter au nombre de variables et de contraintes du problème d'optimisation.

En pratique, plusieurs problèmes réels sont de type combinatoire. La théorie de la complexité affirme que l'on ne peut pas trouver un algorithme de complexité polynomiale qui permet d'aboutir à une solution optimale pour les problèmes combinatoires. Cependant, une solution de qualité suffisante en un temps raisonnable est suffisante pour répondre aux exigences du problème, en faisant délibérément l'impasse sur un ou plusieurs de ces critères, et d'avoir ainsi un comportement acceptable permettant de fournir une solution de qualité suffisante en un temps raisonnable.

La théorie de la complexité permet de distinguer plusieurs classes de problèmes. On peut ainsi classer les problèmes d'optimisation en deux familles, selon la complexité du meilleur algorithme permettant de les résoudre. La classe des problèmes faciles  $P$  contenant l'ensemble des problèmes polynomiaux et la classe des problèmes difficiles  $NP$ . La classe  $NP$ , contient l'ensemble des problèmes polynomiaux non déterministes qui peuvent être résolus par un algorithme de complexité polynomiale sur une machine non déterministe permettant de décomposer le problème difficile en plusieurs sous-problèmes faciles à l'aide d'une procédure de parallélisation. Chaque sous-problème est résolu par un algorithme de complexité polynomiale. Cependant la résolution du problème de la classe  $NP$  nécessite l'examen de sous-problèmes en nombre potentiellement exponentiel.

Néanmoins rien n'empêche qu'un problème de classe  $NP$  soit plus difficile à résoudre qu'un autre problème de la même classe. Cela définit une autre classe de problèmes nommée la classe  $NP$ -complet qui regroupe les problèmes de décision les plus difficiles de la classe  $NP$ , et donc  $NP$ -complet  $\subset NP$ . Les problèmes de décision  $NP$ -complets sont au moins aussi difficiles que n'importe quel autre problème de la classe  $NP$  dans la mesure où la recherche d'une solution optimale nécessite une exploration exponentielle de cas.

Cependant, tous les problèmes combinatoires n'appartiennent pas forcément à la classe  $NP$ -complet. On sait que pour résoudre un problème de la classe  $NP$ -complet il faut qu'il puisse être décomposé en plusieurs sous-problèmes et que chaque sous-problème soit résolu efficacement par un algorithme polynomial. Dans le cas contraire où il n'existe pas un algorithme efficace de type polynomial, alors on définit la classe de problèmes  $NP$ -difficile qui sont encore plus difficiles à résoudre qu'un problème  $NP$ -complet.

Le schéma ci-dessous (Fig. III.1) montre la relation qui existe entre les différentes classes de problèmes selon la célèbre conjecture  $P = NP$ , qui fait partie des problèmes du prix du millénaire, une série de problèmes non résolus jusqu'à présent.

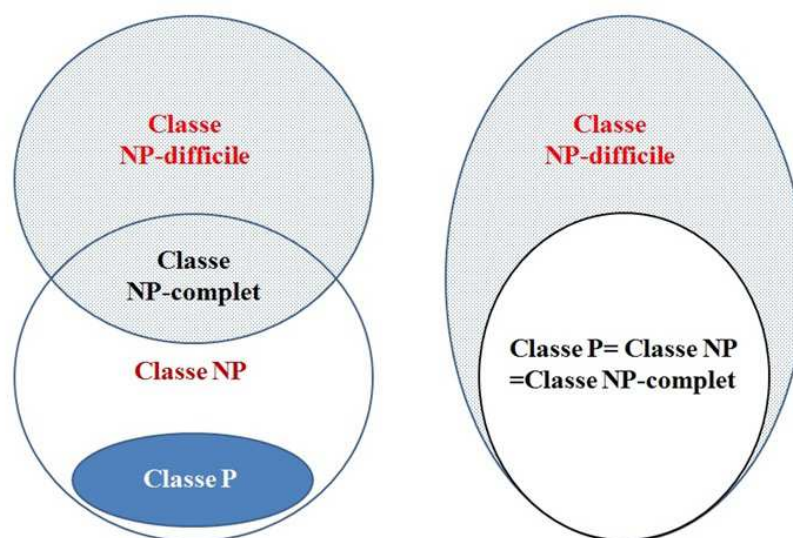


Figure III.1 –  $P = NP$  et  $P \neq NP$

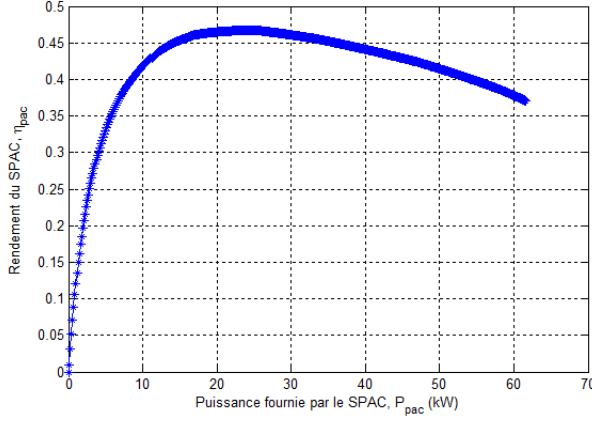
### 3 Modélisation combinatoire du problème de gestion d'énergie

Dans le chapitre II précédent, plusieurs études ont été menées sur une formulation non linéaire du problème de gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique composé d'une pile à combustible et d'une source de stockage (Jeong et al., 2005; Neffati et al., 2013; Pérez et al., 2006; Thounthong et al., 2009). Cette non linéarité est due aux caractéristiques des sources énergétiques liées au rendement de la pile à combustible et aux pertes énergétiques de l'élément de stockage.

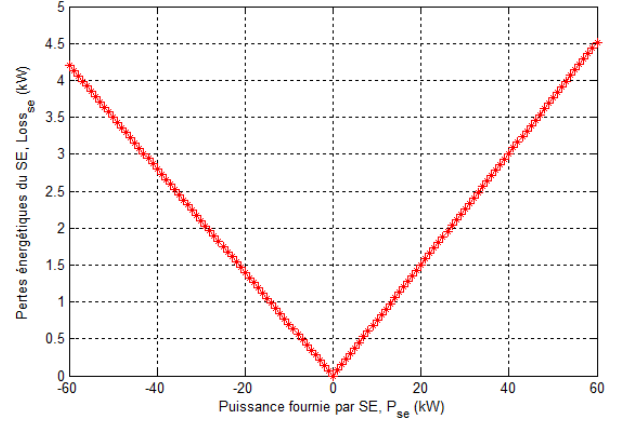
Le but de l'étude menée est de proposer des modèles combinatoires traduisant le fonctionnement de la chaîne énergétique du véhicule hybride électrique pour gérer d'une façon optimale la distribution de l'énergie électrique par les différentes sources d'énergie du véhicule. Ce passage d'une modélisation non linéaire à une modélisation combinatoire nécessite l'introduction de nouvelles variables de décision et des contraintes qui correspondent à l'effort de la linéarisation.



### III.3 Modélisation combinatoire du problème de gestion d'énergie



**Figure III.2** – Rendement de la source principale (pile à combustible)



**Figure III.3** – Pertes énergétiques de l'élément de stockage

L'objectif fixé est de minimiser la consommation de combustible par la source principale (par exemple, de l'hydrogène  $H_2$  pour une pile à combustible) suivant un profil de mission connu. Cette consommation peut être exprimée en fonction de la puissance fournie par la source principale et son rendement  $C_{H_2} = P_{fcs}(t)/\eta_{fcs}(P_{fcs}(t))$ , comme illustré précédemment dans le modèle non linéaire décrit dans le paragraphe 3 du chapitre II.

Afin de linéariser la fonction objectif, une discrétisation de l'espace énergétique de la pile à combustible est réalisée en travaillant avec les points de fonctionnement mesurés lors des expérimentations (Fig. III.2). Ces points de fonctionnement étant des données d'entrée fournies par un cahier des charges, cela permet de tracer la courbe de rendement de la pile à combustible et d'appliquer des approximations polynomiales pour résoudre le problème non linéaire avec la méthode quasi-Newton. La discrétisation de l'espace énergétique aide à définir un ensemble  $I_{fcs}$  de points de fonctionnement  $i : (P_{fcs}, \eta_{fcs})$ .

La courbe des pertes énergétiques de l'élément de stockage (Fig. III.3) doit être elle aussi linéarisée. On remarque que cette courbe est convexe; cela est dû au calcul des pertes énergétiques de la super-capacité exprimées par l'équation  $R_{eq}I_{sc}^2$  (où  $I_{sc}$  est le courant fourni/récupéré par la super-capacité traversant sa résistance équivalente  $R_{eq}$ ) et le rendement du convertisseur bidirectionnel qui varie entre 93% et 97%. Une linéarisation par morceaux est donc possible en calculant les fonctions linéaires  $\alpha_{se}(j)P_{se}(t) + \beta_{se}(j)$  entre les points expérimentaux consécutifs définis par le cahier des charges, où  $J_{se}$ , avec  $j \in J_{se}$ , est le nombre de fonctions linéaires nécessaires pour représenter la courbe des pertes énergétiques.

### 3.1 Variables de décision

La discrétisation de l'espace énergétique de la pile à combustible en utilisant des points de fonctionnement, et la linéarisation de la courbe des pertes énergétiques en introduisant une linéarisation par morceaux, nous permettent d'introduire de nouvelles variables de décision :

- $X_i(t) \in \{0, 1\}$  : vaut 1 si le point de fonction  $i$  de la source principale est activé à l'instant  $t$ , et 0 sinon,
- $P_{se} \in \mathbb{R}$  : Puissance fournie ou récupérée par l'élément de stockage à l'instant  $t$ ,
- $SoE(t) \geq 0$  : État de charge de l'élément de stockage à l'instant  $t$ ,
- $Eloss_{se}(t) \geq 0$  : Pertes énergétiques de l'élément de stockage à l'instant  $t$ ,
- $P_s(t) \in \mathbb{R}$  : Puissance brute fournie ou récupérée par l'élément de stockage à l'instant  $t$ .

La stratégie de contrôle doit prendre en charge les nouvelles variables de décision afin de gérer au mieux la puissance fournie par chacune des sources, en respectant les différentes contraintes qui traduisent le fonctionnement et le dimensionnement de la chaîne énergétique. Ces contraintes permettent aussi de faire la liaison entre les différentes variables de décision du problème.

### 3.2 Contraintes

Dans un système multi-source, la puissance demandée par la charge est fournie par l'ensemble des sources énergétiques embarquées. Pour un véhicule hybride électrique, la traction est assurée par la puissance fournie par les sources énergétiques embarquées. La demande du moteur électrique doit être satisfaite à chaque instant  $t$  durant toute la durée de la mission. Dans les phases de traction, le moteur est alimenté par au moins une source d'énergie, alors qu'au freinage, c'est la super-capacité qui récupère l'énergie électrique d'origine cinétique. Cela est traduit par la contrainte suivante :

$$P_{se}(t) + \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) P_{fcs}(i) \geq P_{req}(t) \quad \forall t \in T \quad (\text{III.1})$$

Le fonctionnement de la pile à combustible et la validité de la contrainte (Eq. III.1) imposent l'activation d'un seul point de fonctionnement  $i \in I_{fcs}$  par la pile à combustible à chaque  $t$ , traduit par la contrainte suivante :

$$\sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) = 1 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.2})$$

### III.3 Modélisation combinatoire du problème de gestion d'énergie

---

Les points de fonctionnement de la pile à combustible sont liés à son dimensionnement et permettent de définir la puissance minimale et maximale fournie par la pile à combustible, donc il n'est pas nécessaire d'intégrer les contraintes de capacité comme pour le modèle non linéaire : l'élément de stockage à une capacité de stockage limitée (Eq. III.3) comprise entre un seuil de décharge minimal  $SoE^{min}$  et un seuil de charge maximal  $SoE^{max}$ , et une limitation au niveau de la puissance fournie (Eq. III.4) qui peut être considérée comme une contrainte de sécurité.

$$SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max} \quad \forall t \in T \quad (III.3)$$

$$P_{se}^{min} \leq P_{se}(t) \leq P_{se}^{max} \quad \forall t \in T \quad (III.4)$$

Étant donné que le profil de mission est connu, il est préférable d'avoir à la fin de la mission les mêmes conditions de charge qu'à l'état initial, condition qui se traduit par la contrainte (Eq. III.5). Cette contrainte est considérée comme optionnelle, dans le sens qu'elle autorise à rejouer la mission et enchaîner les missions dans les mêmes conditions de charge. Cela permet d'éviter de résoudre le problème à chaque cycle de mission et d'utiliser les résultats d'optimisation comme référence pour chaque nouveau cycle effectué, ce qui représente un gain en termes de temps de calcul.

$$SoE(T) = SoE(0) \quad (III.5)$$

La quantité d'énergie stockée à l'instant  $t$  par l'élément de stockage dépend de la puissance brute fournie ou récupérée à cet instant et le niveau de stock à l'instant précédent  $t - 1$ . Cela permet de définir la contrainte (Eq. III.6) relative à l'évolution de l'état de charge de l'élément de stockage au cours de la mission.

$$SoE(t) = SoE(t - 1) - P_s(t)\Delta t \quad \forall t \in T \quad (III.6)$$

où  $P_s(t)$  est la puissance brute fournie/récupérée par l'élément de stockage à l'instant  $t$  exprimée en fonction de la puissance fournie/récupérée par l'élément de stockage au niveau du bus de distribution  $P_{se}$  et ses pertes énergétiques  $Eloss_{se}$  à cet instant  $t$ , comme suit :

$$P_s(t) = P_{se}(t) - Eloss_{se}(t) \quad \forall t \in T \quad (III.7)$$

Le calcul des pertes énergétiques à chaque instant  $t$  dépend de la puissance fournie/récupérée par l'élément de stockage. La linéarisation réalisée qui tient compte de la convexité de la courbe des

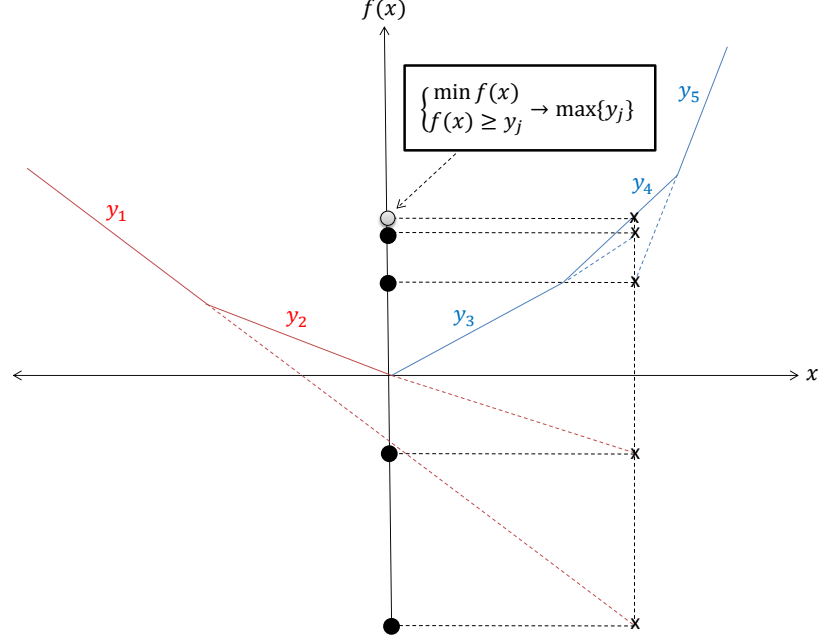


Figure III.4 – Exemple de calcul des pertes énergétiques en utilisant un modèle de minimisation

perles énergétiques, nous a aidé à définir un ensemble  $J_{se}$  de fonctions linéaires  $\alpha_{se}(j)P_{se} + \beta_{se}(j)$ , où les points  $(\alpha_{se}(j), \beta_{se}(j))$  représentent les caractéristiques des droites  $j \in J_{se}$ .

$$\min Eloss_{se}(t) \quad \forall t \in T \quad (III.8)$$

$$Eloss_{se}(t) \geq \alpha_{se}(j)P_{se} + \beta_{se}(j) \quad \forall t \in T, j \in J_{se} \quad (III.9)$$

La minimisation des pertes énergétiques à chaque instant  $t$  est nécessaire pour la validité de la contrainte (Eq. III.9). Elle permet d'identifier le bon point de pertes énergétiques sur l'ensemble des pertes calculées dans (Eq. III.9) pour une puissance donnée. Cependant, en relâchant la contrainte (Eq. III.8), la contrainte (Eq. III.8) fournit une infinité de solutions réalisables (points de pertes énergétiques) pour une seule valeur donnée de la puissance fournie/récupérée par l'élément de stockage. Or, la convexité de la courbe des pertes énergétiques (Fig. III.4), nous assure l'unicité des points de pertes énergétiques pour chaque puissance fournie/récupérée par l'élément de stockage, d'où l'importance de la fonction  $\min Eloss_{se}(t)$ .

### 3.3 Fonction objectif

L'intégration de la contrainte (Eq. III.8) permet l'obtention d'une fonction objectif composée (Eq. III.10), dont le premier critère consiste à minimiser la consommation d'hydrogène par la pile à combustible et le second critère consiste à minimiser les pertes énergétiques par l'élément de stockage, durant toute la mission. Cependant, nous procédons à une relaxation lagrangienne en pénalisant l'objectif minimisant les pertes énergétiques par un vecteur de coefficients  $\gamma$  ayant des valeurs grandes. Cela permet de valoriser la minimisation des pertes énergétiques pour calculer le bon point de pertes énergétiques de l'élément de stockage et donc produire une solution réalisable dans un premier temps puis minimiser la consommation d'hydrogène par la pile à combustible.

$$\min \left( \sum_{t \in T} \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) \frac{P_{fcs}(i)}{\eta_{fcs}(i)} \Delta t + \sum_{t \in T} \gamma(t) E_{loss_{se}}(t) \right) \quad (\text{III.10})$$

### 3.4 Modèle combinatoire global

En récapitulant l'ensemble des contraintes et la fonction objectif, le modèle combinatoire global est le suivant :

$$\min \left( \sum_{t \in T} \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) \frac{P_{fcs}(i)}{\eta_{fcs}(i)} \Delta t + \sum_{t \in T} \gamma(t) E_{loss_{se}}(t) \right) \quad (\text{III.11})$$

$$P_{se}(t) + \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) P_{fcs}(i) \geq P_{req} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.12})$$

$$\sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) = 1 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.13})$$

$$SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.14})$$

$$P_{se}^{min} \leq P_{se}(t) \leq P_{se}^{max} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.15})$$

$$SoE(t) = SoE(t-1) - P_s(t) \Delta t \quad \forall t \in T \quad (\text{III.16})$$

$$P_s(t) = P_{se}(t) - E_{loss_{se}}(t) \quad \forall t \in T \quad (\text{III.17})$$

$$E_{loss_{se}}(t) \geq \alpha_{sc}(j) P_{se} + \beta_{sc}(j) \quad \forall t \in T, j \in J_{se} \quad (\text{III.18})$$

$$SoE(T) = SoE(0) \quad (\text{III.19})$$

$$X_i(t) \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T, i \in I_{fcs} \quad (\text{III.20})$$

$$E_{loss_{se}}(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.21})$$

La faiblesse de cette formulation est liée à la génération des solutions pendant le processus de résolution par un algorithme spécifique d'optimisation combinatoire, car la faisabilité de la solution fournie dépend de l'optimalité du critère minimisant les pertes énergétiques. Tant que le problème n'est pas résolu à l'optimalité, cela correspond à une valeur de pertes énergétiques qui n'appartient pas à la courbe des pertes énergétiques de l'élément de stockage (d'où l'introduction d'une grande pénalité  $\gamma$ ). Cependant, la solution fournie est optimale si et seulement si, la résolution du problème est achevée sans interruption par une condition d'arrêt.

### 3.5 Amélioration du modèle combinatoire

Parfois la résolution du problème est si long, qu'on impose des conditions d'arrêt en fonction du temps de calcul, de la capacité mémoire allouée ou de la qualité de la solution (*Gap*). Cependant, l'application de l'une de ces conditions pour la résolution du problème combinatoire formulé précédemment devient problématique (la faisabilité de la solution dépend de l'optimalité du critère sur les pertes énergétiques). Afin de contourner cette faiblesse, une amélioration du modèle combinatoire est réalisée en renforçant la contrainte sur le calcul des pertes énergétiques par l'introduction d'une nouvelle variable binaire  $Y_j(t)$ , qui vaut 1 si la fonction linéaire  $j \in J_{se}$  est utilisée à l'instant  $t$  pour le calcul des pertes énergétiques, et 0 dans le cas contraire.

En considérant les contraintes des pertes énergétiques développées précédemment (Eq. III.8, Eq. III.9), une formulation équivalente est utilisée en ayant recours à une seule contrainte d'égalité pour calculer la valeur des pertes énergétiques de l'élément de stockage selon la puissance fournie ou récupérée, comme suit :

$$Eloss_{se}(t) = \max_{j \in J_{se}} \{ \alpha_{se}(j)P_{se} + \beta_{se}(j) \} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.22})$$

Cependant la fonction *max* est considérée comme une contrainte non linéaire dont la linéarisation dépend de la variable binaire  $Y_i(t)$  et une constante *Big-M* qui représente une borne supérieure sur les pertes énergétiques. Le coût de la linéarisation est représenté par le système de contraintes suivant :

$$Eloss_{se}(t) \geq \alpha_{se}(j)P_{se} + \beta_{se}(j) \quad \forall t \in T, j \in J_{se} \quad (\text{III.23})$$

$$Eloss_{se}(t) \leq \alpha_{se}(j)P_{se} + \beta_{se}(j) + M(1 - Y_j(t)) \quad \forall t \in T, j \in J_{se} \quad (\text{III.24})$$

$$\sum_{j \in J_{se}} Y_j(t) = 1 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.25})$$

### III.3 Modélisation combinatoire du problème de gestion d'énergie

---

où les contraintes (Eq. III.23, Eq. III.24) permettent de définir la valeur des pertes énergétiques selon la puissance fournie ou récupérée par l'élément de stockage en utilisant une seule fonction linéaire par morceaux de la courbe des pertes énergétiques (Eq. III.25). En utilisant cette linéarisation, le nouveau modèle combinatoire est le suivant :

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) \frac{P_{fcs}(i)}{\eta_{fcs}(i)} \Delta t \quad (\text{III.26})$$

$$P_{se}(t) + \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) P_{fcs}(i) \geq P_{req} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.27})$$

$$\sum_{t \in T} X_i(t) = 1 \quad \forall i \in I_{fcs} \quad (\text{III.28})$$

$$SoE^{min} \leq SoE(t) \leq SoE^{max} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.29})$$

$$P_{se}^{min} \leq P_{se}(t) \leq P_{se}^{max} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.30})$$

$$SoE(t) = SoE(t-1) - P_s(t) \Delta t \quad \forall t \in T \quad (\text{III.31})$$

$$P_s(t) = P_{se}(t) - Eloss_{se}(t) \quad \forall t \in T \quad (\text{III.32})$$

$$Eloss_{se}(t) \geq \alpha_{se}(j) P_{se} + \beta_{se}(j) \quad \forall t \in T, j \in J_{se} \quad (\text{III.33})$$

$$Eloss_{se}(t) \leq \alpha_{se}(j) P_{se} + \beta_{se}(j) + M(1 - Y_j(t)) \quad \forall t \in T, j \in J_{se} \quad (\text{III.34})$$

$$\sum_{j \in J_{se}} Y_j(t) = 1 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.35})$$

$$SoE(T) = SoE(0) \quad (\text{III.36})$$

$$X_i(t) \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T, i \in I_{fcs} \quad (\text{III.37})$$

$$Y_j(t) \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T, j \in J_{se} \quad (\text{III.38})$$

$$Eloss_{se}(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.39})$$

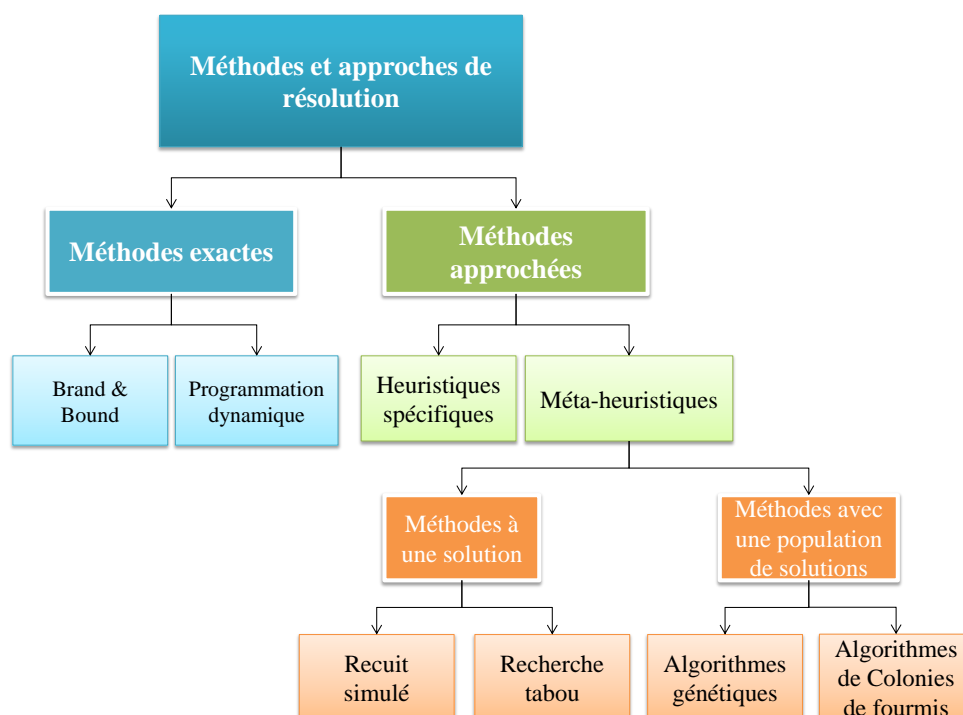
Le problème ainsi formulé contient  $(I_{fcs} + J_{se})T$  variables binaires et appartient à la classe de complexité *NP-difficile*. Donc, a priori, il n'existe pas un algorithme de résolution efficace qui peut le résoudre en temps polynomial. Cependant, d'autres alternatives sont susceptibles de trouver des solutions satisfaisantes avec un temps de calcul acceptable. La qualité de la solution dépend du niveau d'intelligence intégré dans l'algorithme de recherche. Pour cela on identifie deux familles d'algorithmes ou de méthodes (Fig. III.5) : méthodes exactes et méthodes approchées.

Les méthodes approchées (Collette and Siarry, 2003; Hao et al., 1999), souvent limitées par un critère d'arrêt (nombre d'itérations, temps de calcul, etc.), permettent de trouver des solutions

### Chapitre III. Optimisation combinatoire et étude de robustesse pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

---

de bonnes qualités. Parmi ces méthodes on peut citer les méthodes à solution unique comme le recuit simulé (Kirkpatrick et al., 1983), la recherche tabou (Glover, 1990), ou les méthodes à population de solutions comme les algorithmes génétiques (Gen and Cheng, 2000) ou à colonies de fourmis (Dorigo et al., 2006). Celles-ci sont généralement utilisées en dernier recours lorsque la résolution du problème par une méthode exacte n'est plus possible à cause de la taille des données ou nécessite des temps de calcul importants. Les méthodes exactes sont basées sur une



**Figure III.5** – Exemples de méthodes pour la résolution de problèmes combinatoires

énumération implicite de l'ensemble des configurations en utilisant des techniques d'élagage visant à réduire le domaine des configurations possibles et la complexité du problème. Ces méthodes exactes contiennent aussi des heuristiques de recherche intelligentes afin de converger plus rapidement vers les meilleures configurations par le recours à une structure de données de type arborescente. L'intérêt d'une telle structure réside dans la souplesse et la facilité d'éliminer des sous-ensembles de solutions en évitant de les examiner une par une, ce qui permet un gain considérable en temps de calcul.



### 3.6 Approches exactes de résolution pour les problèmes combinatoires

Afin d'explorer l'ensemble des configurations, il est judicieux de le décomposer en plusieurs sous-ensembles de petite taille et pour cela, une structure arborescente semble la solution adéquate où la racine représente l'ensemble de toutes les configurations à explorer, et les nœuds correspondent à des sous-ensembles de configurations de plus en plus petits au fur et à mesure que l'on descend dans l'arbre de recherche. Cette stratégie de recherche est basée sur le principe de la séparation et de l'évaluation (Branch and Bound) (Rardin, 1998). Elle consiste à résoudre à la racine de l'arbre la relaxation linéaire du problème combinatoire par l'intermédiaire de l'algorithme du simplexe (Winston, 1994) (technique utilisée dans la plupart des outils d'optimisation : *Cplex*, *Gurobi*, *Clp*, etc.) afin d'identifier une borne sur le problème d'optimisation, et cela en relâchant les contraintes d'intégrité (c'est-à-dire, que si  $x \in \{0, 1\}$  alors  $x \in [0, 1]$  ou bien, si  $x \in \mathbb{N}$  alors  $x \in \mathbb{R}$ ). Soit  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  la solution optimale trouvée par l'algorithme du simplexe. Si celle-ci est réalisable pour le problème combinatoire alors elle est optimale et l'algorithme s'arrête, sinon l'ensemble des configurations est décomposé en deux sous-ensembles en appliquant le principe de séparation. Celui-ci peut par exemple consister à choisir une variable  $x_i^*$  ayant une valeur non entière  $val(x_i^*)$  dans la solution optimale du problème combinatoire relaxé afin de procéder à la séparation du problème en deux sous-problèmes en rajoutant au premier sous-problème la contrainte  $x_i^* \leq \lfloor val(x_i^*) \rfloor$ , et au deuxième sous-problème la contrainte  $x_i \geq \lfloor val(x_i^*) \rfloor + 1$ . Chaque sous-problème relaxé est résolu en appliquant l'algorithme du simplexe afin d'évaluer la solution trouvée. Ce processus est répété jusqu'à ce que la solution optimale soit trouvée.

La fonction d'évaluation est primordiale pour l'efficacité de l'approche, car elle permet d'identifier si un ensemble de configurations peut ne pas contenir de solution. Cela rend l'approche plus rapide en évitant d'énumérer toutes les configurations de l'ensemble.

Dans les solveurs du type *Cplex*<sup>1</sup>, la méthode de Branch and Bound est généralement combinée avec la méthode des plans sécants qui rajoute au problème combinatoire relaxé des coupes « inégalités valides » (Kelley, 1960; Nemhauser and Wolsey, 1988), ce qui permet de réduire l'ensemble des configurations et de converger plus rapidement vers une solution optimale.

---

1. <http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimization-studio/>

## 4 Résultat et simulation

Pour résoudre le modèle combinatoire, nous avons développé en  $C++$  un outil d'aide à la décision. Cet outil utilise l'application *Concert* qui appelle le solveur d'optimisation mathématique *Cplex* 12.4. Les consommations d'hydrogène par la pile à combustible suivant les deux profils de mission INRETS et ESKISEHIR sont récapitulés dans le tableau ci-dessous (Tab. III.1), en tenant compte de la contrainte optionnelle sur la restitution de l'état de charge de l'élément de stockage à la fin de la mission.

Tableau III.1 – Résultats obtenus par *Cplex* 12.4 sur le modèle combinatoire

Profil de mission	Consommation d'hydrogène	Temps de calcul	$SoE(T) = SoE(0)$
INRETS	8750 $kWs$	3 s	oui
INRETS	8269 $kWs$	5 s	non
ESKISEHIR	27514.2 $kWs$	26 s	oui
ESKISEHIR	26924 $kWs$	45 s	non

Les simulations réalisées sur les deux profils de mission montrent que la pile à combustible fonctionne généralement sur l'intervalle de rendement maximum afin de réduire la consommation d'hydrogène, comme l'illustre la figure III.6.

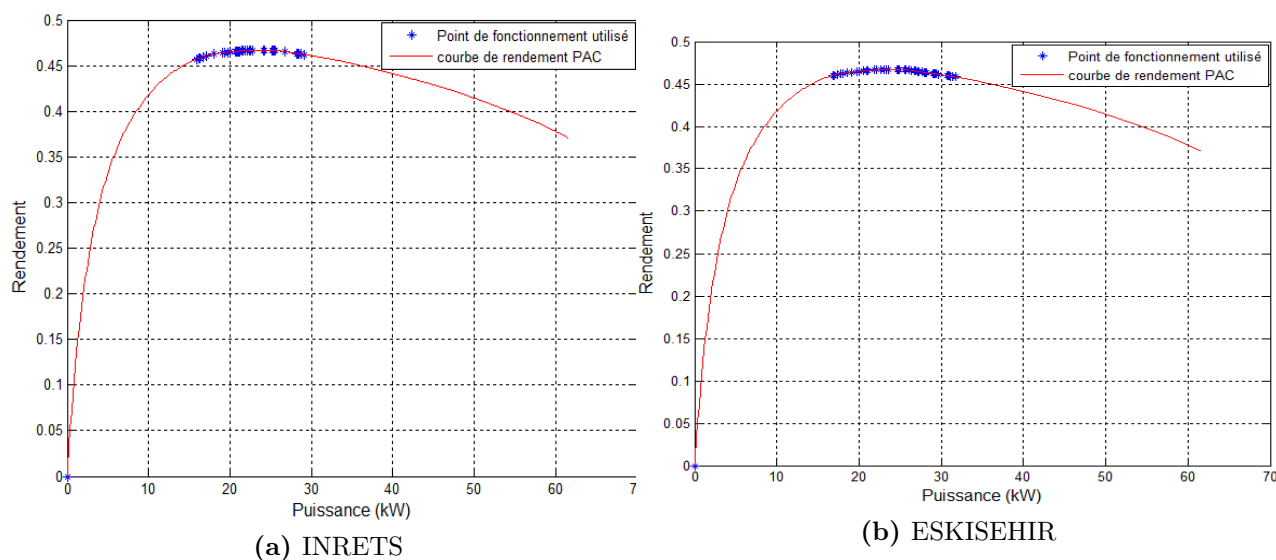
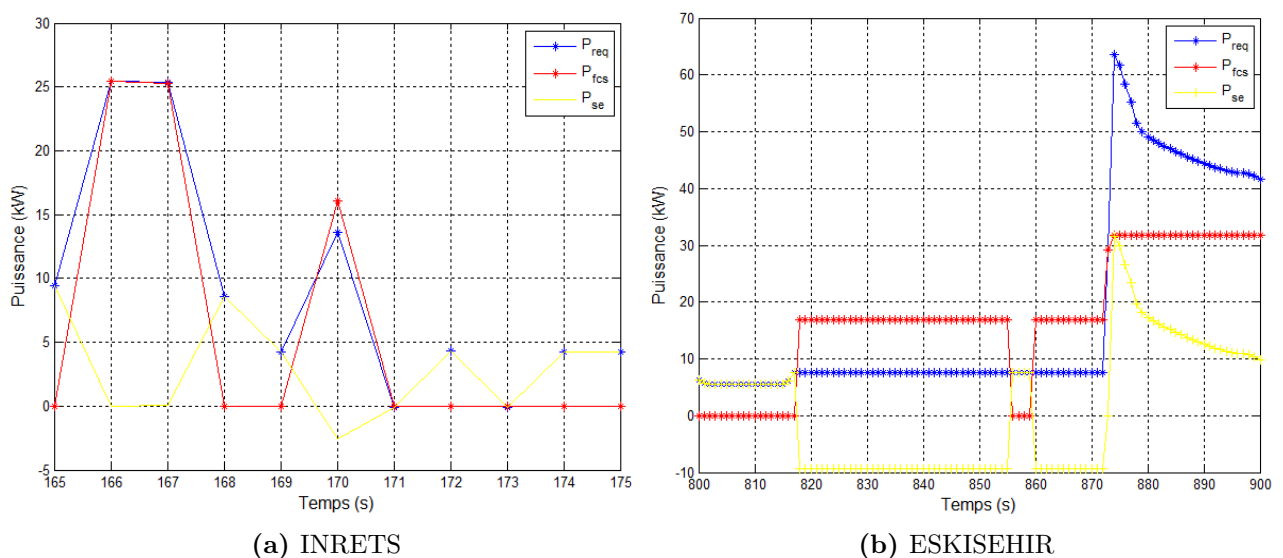


Figure III.6 – Points de fonctionnement utilisés par la pile à combustible

Lorsque la demande en puissance du moteur électrique est très faible, l'élément de stockage assure à lui seul la traction du véhicule minimisant ainsi la consommation d'hydrogène par la pile à combustible. Dès que la demande du moteur électrique atteint des valeurs moyennes, la pile à combustible fournit davantage de puissance que celle sollicitée par le moteur électrique en choisissant un point de fonctionnement de rendement maximum afin de minimiser sa consommation d'hydrogène ; le surplus de la puissance produite est stocké dans l'élément de stockage pour une future utilisation. Or, dès que la puissance atteint des pics élevés, l'élément de stockage participe à la traction en fournissant une partie de la puissance demandée de telle façon que le reste de la puissance est fournie par la pile à combustible en utilisant toujours un point de fonctionnement appartenant à la plage où le rendement est efficace (Figs. III.7,III.8).



**Figure III.7** – Zoom sur les puissances fournies par les sources énergétiques

La prise en compte de la contrainte optionnelle sur l'état de charge final qui impacte, d'une façon significative, la consommation d'hydrogène par la pile à combustible est différente : quand cette contrainte est activée, la pile à combustible doit assurer la traction du véhicule, le maintien de l'état de charge entre les bornes et sa restitution à son niveau initial à la fin de la mission, ce qui a pour effet une surconsommation d'hydrogène pour recharger l'élément de stockage. Par contre, si cette contrainte est relâchée, la pile à combustible participe seulement à la traction du véhicule en maintenant l'état de charge entre ses bornes, ce qui explique la décharge complète de l'élément de stockage à la fin de la mission permettant ainsi de solliciter de moins en moins la pile à combustible et de conserver au maximum la quantité d'hydrogène dans le réservoir,

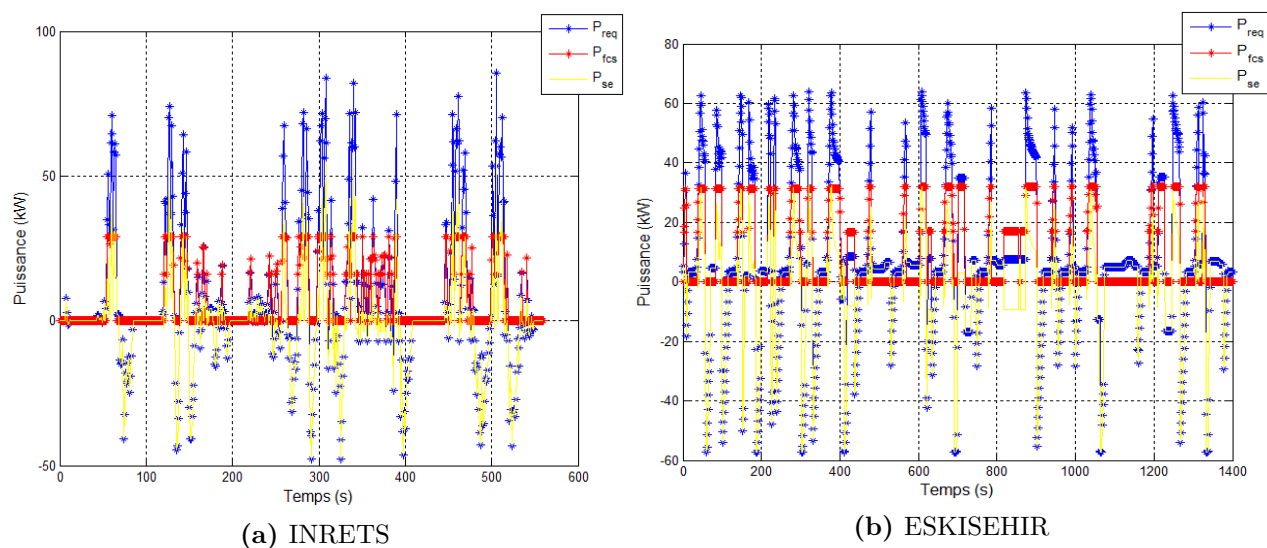
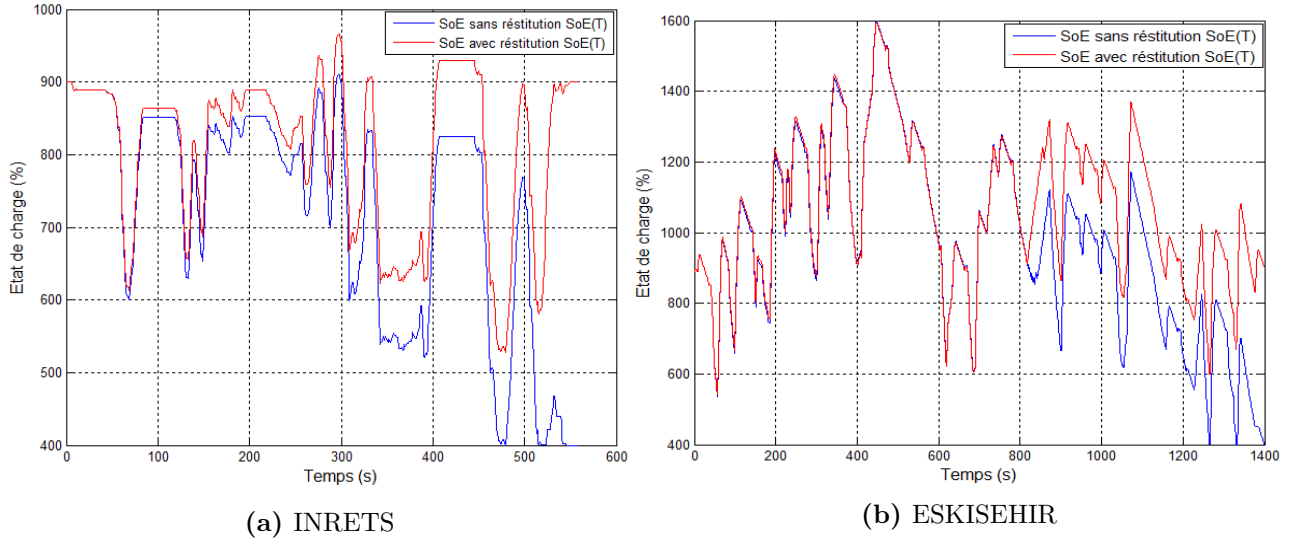


Figure III.8 – Puissances fournies par les sources énergétiques

prolongeant ainsi son autonomie.

On constate que les contraintes de sécurité concernant la limitation de puissance récupérée/fournie ( $-60 \text{ kW}, 60 \text{ kW}$ ) par l'élément de stockage sont respectées même dans les phases de freinage (Fig. III.8). Il se peut que la puissance générée par le moteur électrique au freinage soit supérieure à la limite imposée par le dispositif de sécurité. Dans ce cas, l'élément de stockage récupère le maximum d'énergie possible et le reste sera dissipé sous forme de chaleur dans une résistance, maintenant ainsi le bon fonctionnement des sources. Cependant, l'état de charge de l'élément de stockage varie selon le mode de charge et de décharge. Le mode de charge correspond aux phases de récupération de l'énergie de freinage ou lorsque la pile à combustible fournit davantage de puissance suite aux demandes faibles du moteur, et cela dans le but de minimiser la consommation d'hydrogène en choisissant un point de fonctionnement efficace. La baisse de l'état de charge (mode de décharge) est constatée lorsque la puissance demandée par le moteur est élevée consécutivement à la participation de l'élément de stockage pour la traction du véhicule ou lorsque celle-ci atteint des seuils assez faibles. Dans ce cas, l'élément de stockage assure à lui seul la traction du véhicule en fournissant la puissance demandée par le moteur.

De plus, à la fin de la mission, l'état de charge final est restitué au même niveau qu'en début de la mission (Fig. III.9), en considération de la contrainte optionnelle sur l'état de charge final. Cela se traduit par la récupération de l'énergie du freinage avant l'arrêt du véhicule dans le but



**Figure III.9** – Évolution de l'état de charge et le respect de la capacité de stockage

de recharger l'élément de stockage, et si cette énergie s'avère insuffisante (pour restituer l'état de charge final), la pile à combustible est activée pour assurer la recharge.

Afin de valider la linéarisation de la courbe des pertes énergétiques, nous présentons la figure III.10 traduisant les pertes énergétiques enregistrées suivant la puissance fournie ou récupérée par l'élément de stockage. Nous remarquons que les points de pertes utilisés concordent parfaitement avec la courbe des pertes énergétiques définie par le cahier des charges.

En réalité, la pile à combustible ne peut pas fournir instantanément des puissances élevées (exemple 30 kW en une seconde) du fait du fonctionnement de ses auxiliaires. Pour cette raison, nous introduisons une nouvelle contrainte représentative du bon fonctionnement de la pile à combustible (Eq. III.40), relative à la puissance instantanée fournie entre deux instants consécutifs qui est limitée par une borne définie par le constructeur.

$$\left| \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t+1)P_{fcs}(i) - \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t)P_{fcs}(i) \right| \leq P_{fcs}^{lim} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.40})$$

qui peut aussi être exprimée sous la forme suivante :

$$-P_{fcs}^{lim} \leq \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t+1)P_{fcs}(i) - \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t)P_{fcs}(i) \leq P_{fcs}^{lim} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.41})$$

L'ajout de cette contrainte dans le modèle combinatoire aura forcément un impact sur la

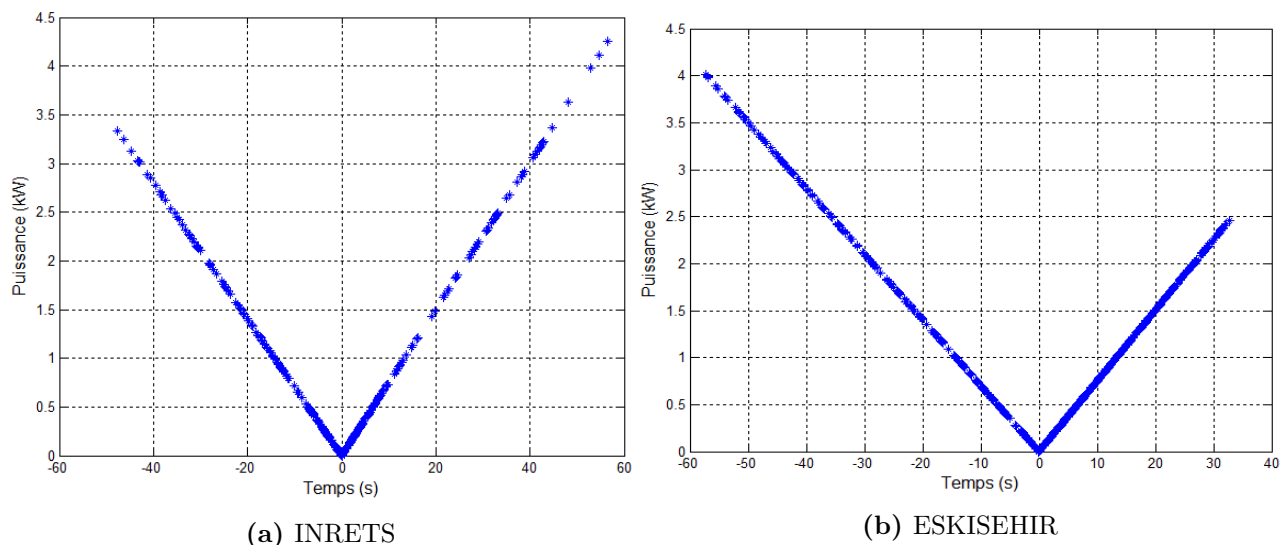


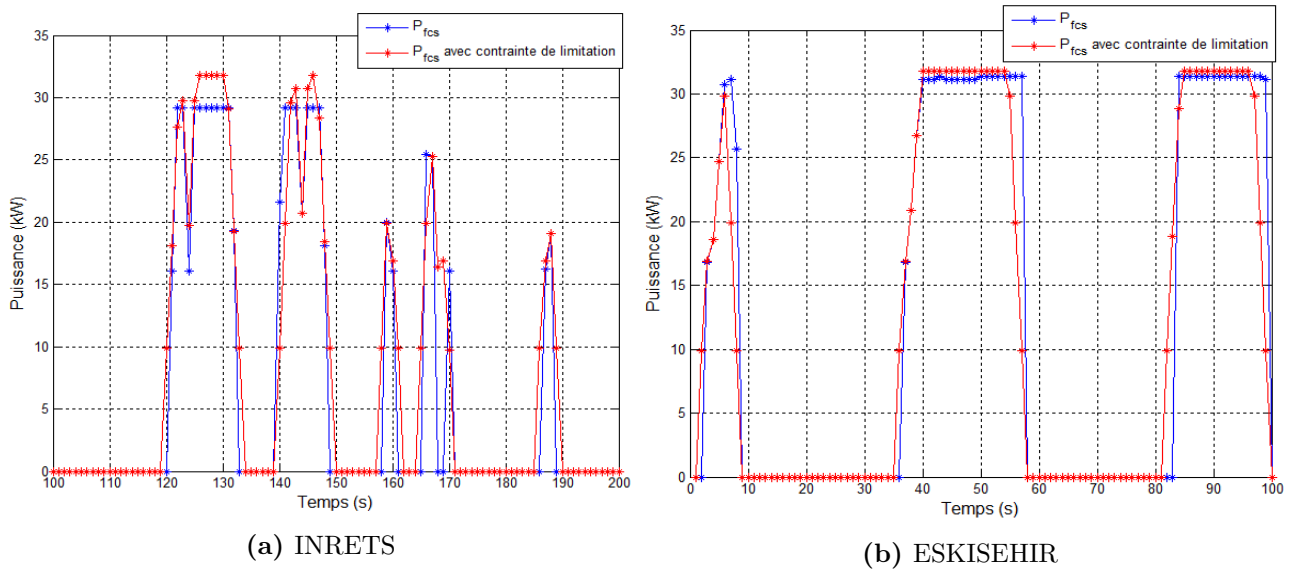
Figure III.10 – Pertes énergétiques de l'élément de stockage

consommation d'hydrogène. Dans le cas où la limitation de puissance entre deux instants consécutifs  $P_{fcs}^{lim}$  correspond à un point de fonctionnement ayant un rendement efficace, la consommation d'hydrogène trouvée précédemment reste optimale. Or, imposer une limitation de puissance faible, oblige la pile à combustible à utiliser des mauvais points de fonctionnement dans le but de satisfaire la demande et de respecter la contrainte (Eq. III.41), entraînant ainsi une surconsommation d'hydrogène, comme le montre le tableau III.2.

Tableau III.2 – Résultats de *Cplex* 12.4 sur le modèle combinatoire avec contrainte de limitation entre deux instants consécutifs  $\Delta t$

Profil de mission	Consommation d'hydrogène	Temps de calcul	$SoE(T) = SoE(0)$
INRETS	8966.07 $kWs$	393 $s$	<b>oui</b>
INRETS	8462.37 $kWs$	209 $s$	<b>non</b>
ESKISEHIR	27729.7 $kWs$	20 $min$	<b>oui</b>
ESKISEHIR	27112.6 $kWs$	15 $min$	<b>non</b>

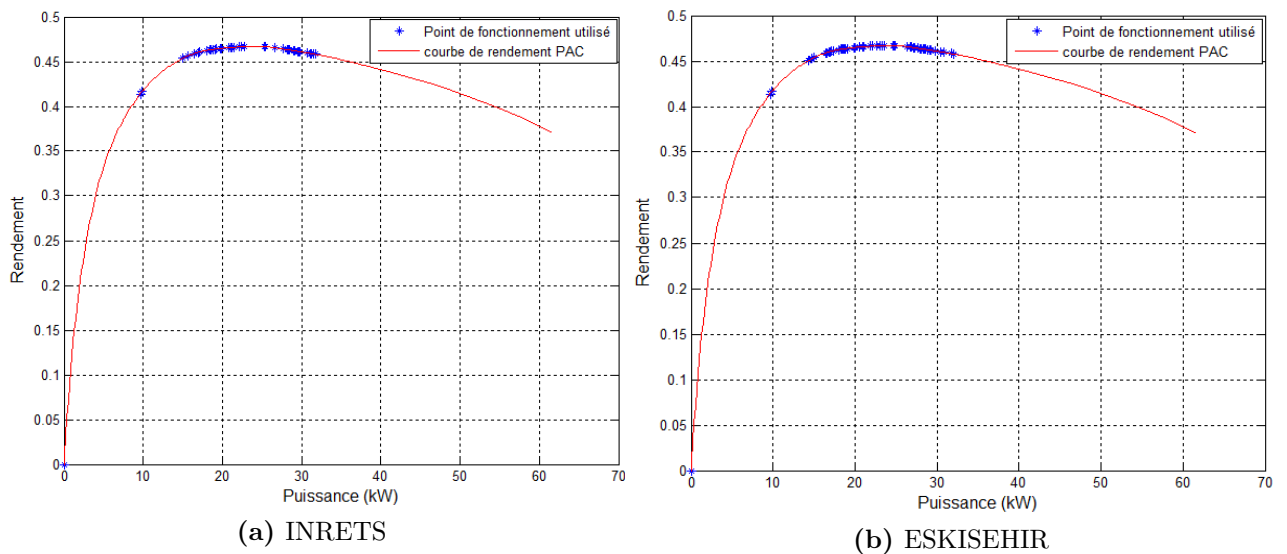
On remarque aussi que, la prise en compte de la contrainte (Eq. III.41) force la pile à combustible à recharger la super-capacité dans les phases d'arrêt en utilisant un point de rendement qui dépend de la puissance  $P_{fcs}^{lim}$  fixée, afin de satisfaire la demande future du moteur électrique  $P_{req}$ , lorsque celle-ci est supérieure à la puissance  $P_{fcs}^{lim}$  (Fig. III.11). En résumé, la pile à combustible suit un fonctionnement par palier d'une amplitude de puissance limitée à  $P_{fcs}^{lim}$  sur un



**Figure III.11** – Zoom sur la puissance fournie par la pile à combustible en choisissant  $P_{fcs}^{lim} = 10kW/\Delta t$

intervalle de temps  $\Delta t$ .

Cependant, cette contrainte amène la pile à combustible à utiliser des points de fonctionnement qui ne sont pas forcément optimaux (Fig. III.12), d'où la surconsommation d'hydrogène constatée dans le tableau III.2.



**Figure III.12** – Points de fonctionnement utilisés par la pile combustible en choisissant  $P_{fcs}^{lim} = 10 kW$

### Chapitre III. Optimisation combinatoire et étude de robustesse pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

---

Le modèle combinatoire a permis d'aboutir à des décisions optimales de gestion d'énergie avec des temps de calcul très faibles en comparaison avec les stratégies de gestion mentionnées dans le chapitre II (voir le résumé des résultats dans les tableaux III.3, III.4). De plus, l'intégration de certaines contraintes optionnelles sur le fonctionnement de la pile à combustible ou sur l'état de charge de l'élément de stockage à la fin de la mission autorise un certain degré de liberté sur la stratégie de gestion voulue.

**Tableau III.3** – Récapitulatif des meilleurs résultats obtenus sur le profil de mission INRETS

Approche	Consommation d'hydrogène	Temps de calcul	$SoE(T) = SoE(0)$
Méthode Quasi-Newton	8750 $kWs$	23 $m$	<b>oui</b>
Logique floue/Algorithme génétique	8359 $kWs$	–	<b>non</b>
Modèle combinatoire	8750 $kWs$	3 $s$	<b>oui</b>
Modèle combinatoire	8269 $kWs$	5 $s$	<b>non</b>

**Tableau III.4** – Récapitulatif des meilleurs résultats obtenus sur le profil de mission ESKISEHIR

Approche	Consommation d'hydrogène	Temps de calcul	$SoE(T) = SoE(0)$
Méthode Quasi-Newton	27542 $kWs$	2,4 $h$	<b>oui</b>
Logique floue/Algorithme génétique	29802 $kWs$	–	<b>non</b>
Modèle combinatoire	27514,2 $kWs$	26 $s$	<b>oui</b>
Modèle combinatoire	26924 $kWs$	45 $s$	<b>non</b>

Les performances du modèle combinatoire en termes de qualité et de rapidité permet de re-



configurer la solution optimale pré-calculée en cas de changement des données en ligne suite à la perturbation ou le changement d'une partie du profil de mission. Cette situation peut se produire lors d'une mauvaise estimation ou d'une déviation sur le profil de mission à réaliser par le véhicule pour des raisons quelconques. Cependant, conformément aux décisions déjà prises en ligne par le véhicule, la qualité de la nouvelle solution ajustée dépend de l'ampleur de ces perturbations. Pour cela, il suffit de ré-optimiser la séquence où les perturbations interviennent en imposant que l'état de charge final de la nouvelle séquence à ré-optimiser doit être le même que celui trouvé avant la procédure de reconfiguration afin de maintenir l'optimalité du reste de la séquence pré-calculée.

Néanmoins, la qualité des solutions obtenues dépend de la fiabilité des données d'entrée (modèles approximatifs des pertes, conditions de température ou pression difficilement prise en compte, vieillissement des composants, etc.). Il est aussi envisageable que le profil de mission du véhicule soit issu d'un calcul approximatif avec une certaine tolérance d'erreur. Il est intéressant, dans ce cas, de réaliser une étude de robustesse afin de fournir et de corriger la solution optimale tout en tenant compte des paramètres stochastiques.

## 5 Étude de robustesse

L'étude de la robustesse concerne les situations où différents scénarios sont possibles sur les données d'entrée d'un problème dont l'objectif est d'aboutir à une solution efficace et réalisable quel que soit le scénario considéré.

En optimisation robuste, la notion de « pire-cas » est souvent mentionnée. Considérer le pire cas sur un problème incertain permet d'obtenir une solution optimale suivant le scénario le plus défavorable. La solution ainsi obtenue offre une garantie absolue en bornant la valeur de la fonction objectif sur tous les autres cas de scénarios.

Dans cette partie de la thèse, nous considérons que les incertitudes sont relatives au profil de mission du véhicule qui peut être issu d'un calcul prévisionnel ou d'une façon approximative. Ces incertitudes impacteront forcément la validité de la solution optimale pré-calculée trouvée précédemment. Pour faire face à toutes les éventualités qui peuvent se produire, une modélisation linéaire robuste est développée afin de fournir des solutions robustes quel que soit le degré de perturbation.

### 5.1 Rappels sur l'optimisation robuste

Au début des années 1970, Soyster ([Soyster, 1973](#)) était l'un des premiers chercheurs à travailler sur des approches explicites de l'optimisation robuste, suivi par les travaux de ([Falk, 1976](#)) sur « Inexact linear programs », voir aussi ([Soyster, 1979](#)). Il a ainsi présenté la première formulation robuste d'un problème d'optimisation, où les coefficients de la matrice des contraintes appartenaient à un ensemble ellipsoïdal d'incertitude. Ce domaine de recherche a pris de l'essor vers la fin des années 90, grâce aux travaux de [Ben-Tal and Nemirovski \(1998, 1999, 2000\)](#), [El Ghaoui and Lebret \(1997\)](#); [El Ghaoui et al. \(1998\)](#), couplés aux progrès en informatique et en technologie qui ont abouti au développement de nouvelles méthodes, comme la méthode des points intérieurs pour l'optimisation convexe, en particulier pour l'optimisation semi-définie par [Vandenberghe and Boyd \(1996\)](#) qui a suscité un grand intérêt pour l'optimisation robuste. Depuis, grâce aux travaux théoriques de [Ben-Tal et al. \(2009\)](#); [Ben-Tal and Nemirovski \(2002\)](#), [Bertsimas et al. \(2011\)](#); [Bertsimas and Sim \(2003, 2004\)](#), l'optimisation robuste est devenue un des domaines de recherche les plus actifs en optimisation mathématique.

L'optimisation robuste est une approche déterministe relativement nouvelle permettant de traiter des problèmes d'optimisation dans lesquels les paramètres du modèle mathématique sont incertains. Ces paramètres incertains sont caractérisés par des bornes qui définissent leurs domaines de variation traités en utilisant l'optimisation robuste pour obtenir une solution efficace pour chaque réalisation d'un scénario possible. L'efficacité de l'approche robuste par rapport à une approche stochastique est liée à la souplesse du modèle robuste et les temps de calculs pour le résoudre alors que la programmation stochastique, basée sur une description probabiliste de l'incertitude, présente un degré de complexité plus élevé. Cette difficulté réside dans la modélisation probabiliste des aléas d'une façon pertinente, la pertinence du calcul des espérances mathématiques, sans négliger la complexité du modèle d'optimisation stochastique en général.

D'une façon générale, on peut définir l'optimisation robuste comme étant une approche de protection contre le pire des cas à prendre dans un ensemble d'incertitude à déterminer. Cependant, pour un problème d'optimisation donné, on peut recourir à plusieurs versions robustes qui dépendent de la structure de l'ensemble d'incertitude dans la mesure où celle-ci impacte la complexité du modèle et sa résolution. Par exemple dans les travaux de [Soyster \(1973\)](#), l'auteur propose une approche robuste qui consiste à maximiser les valeurs incertaines en leur attribuant les valeurs extrêmes afin d'obtenir la solution de pire cas en gardant la forme linéaire

du problème, alors que les auteurs [Ben-Tal and Nemirovski \(1999, 2000\)](#) optent pour un ensemble de scénarios ellipsoïde qui rend la formulation du problème quadratique. Afin de réduire la complexité du problème, [Bertsimas and Sim \(2004\)](#) suggèrent une structure polyédrale pour l'ensemble des incertitudes qui maintient la linéarité du problème.

Soit la forme générale d'un problème d'optimisation où les coefficients  $a_i$  de la matrice  $A$  sont incertains et qui prennent des valeurs dans l'ensemble des incertitudes  $U_i$ .

$$\min c^T x \tag{III.42}$$

$$Ax \leq b \quad \forall a_i \in U_i, i \in \{1, \dots, n\} \tag{III.43}$$

D'après [Bertsimas et al. \(2011\)](#), la formulation robuste équivalente peut s'écrire de la façon suivante :

$$a_i^T x \leq b_i \iff \max_{a_i \in U_i} a_i^T x \leq b_i \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \tag{III.44}$$

Cette formulation par le pire des cas nécessite certaines hypothèses indiquées précédemment, qui caractérisent l'ensemble des incertitudes. L'utilisation de ces hypothèses et du théorème de la dualité forte permettent de traduire le modèle robuste de pire cas en un modèle robuste d'optimisation linéaire de dimension raisonnable dont on connaît des algorithmes exacts pour le résoudre efficacement à l'optimalité.

## 5.2 Incertitudes sur le profil de mission du véhicule

L'identification du profil de mission peut engendrer des erreurs consécutives à l'arrondi des valeurs obtenues ou à la prévision des demandes (profil de consommation). Prenons exemple sur la gestion d'énergie d'un système stationnaire équipée de panneaux photovoltaïques. La modélisation mathématique d'un tel système nécessite la connaissance des profils de production des sources et de consommation. Or ces profils de mission dépendent de certains paramètres comme les conditions météo, vieillissement des sources, etc. Cela est vrai aussi pour les systèmes embarqués (véhicules) où la demande en puissance peut varier d'un instant à l'autre de sa valeur prédite impactant ainsi la validité de la solution optimale pré-calculée.

Afin de contourner cette problématique, des heuristiques d'ajustement en temps réel peuvent être mises en place. En utilisant la puissance optimale de l'élément de stockage  $P_{se}(t), \forall t \in T$ , obtenue par l'optimisation comme référence pour le convertisseur bidirectionnel, la demande du

moteur électrique est ainsi assurée par la pile à combustible. Si à un instant  $t$ , la demande du moteur n'est pas perturbée, la puissance fournie par la pile à combustible est la même que celle trouvée par l'optimisation, sinon celle-ci est déduite automatiquement,  $P_{fcs}(t) = P_{req}(t) - P_{se}(t)$ . Cependant, face à une telle perturbation, l'estimation de la quantité d'hydrogène requise pour achever la mission étant mal calculée, cela peut entraîner l'arrêt du véhicule avant la fin de la mission. Or, en utilisant l'optimisation robuste, on peut estimer la quantité d'hydrogène nécessaire pour le pire des scénarios.

En supposant que la demande du moteur électrique est incertaine et varie compte tenu d'informations sur sa valeur nominale estimée  $P_{req}^{nom}$  et sa marge d'erreur  $P_{req}^{err}$ . Cependant, la demande réelle du moteur électrique à l'instant  $t$  appartient à l'intervalle  $[P_{req}^{nom}(t) - P_{req}^{err}(t), P_{req}^{nom}(t) + P_{req}^{err}(t)]$ , qui peut être exprimée sous la forme :

$$P_{req}(t) = P_{req}^{nom}(t) + \epsilon_t P_{req}^{err}(t) \quad \forall \epsilon_t \in [-1, 1], t \in T \quad (\text{III.45})$$

La prise en compte des incertitudes représentées par l'équation permet d'obtenir une solution optimale de pire cas par l'utilisation de l'approche de Soyster ; il suffit pour cela de remplacer la contrainte de satisfaction de la demande par la contrainte robuste dans le modèle combinatoire précédent.

$$P_{se}(t) + \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) P_{fcs}(i) \geq \max_{-1 \leq \epsilon_t \leq 1} \{P_{req}^{nom}(t) + \epsilon_t P_{req}^{err}(t)\} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.46})$$

On peut constater que la solution optimale de pire cas est atteinte en fixant les valeurs d'incertitude à  $\epsilon_t = 1$  lorsque la demande du moteur électrique est positive, et à  $\epsilon_t = -1$  lorsque celle-ci est négative. Cela implique que le profil de mission est caractérisé par des demandes en puissance élevées (resp. faibles) dans les phases de traction (resp. freinage).

$$P_{se}(t) + \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) P_{fcs}(i) \geq P_{req}^{nom}(t) + P_{req}^{err}(t) \quad \forall t \in T, P_{req} \geq 0 \quad (\text{III.47})$$

$$P_{se}(t) + \sum_{i \in I_{fcs}} X_i(t) P_{fcs}(i) \geq P_{req}^{nom}(t) - P_{req}^{err}(t) \quad \forall t \in T, P_{req} \leq 0 \quad (\text{III.48})$$

Supposons maintenant que ces incertitudes varient avec un taux de 5% ( $\tau = 0,05$ ) par rapport à la demande du moteur électrique sur un intervalle de temps donné ( $P_{req}^{err}(t) = \tau P_{req}^{nom}(t)$ ,  $t \in [200, 399 s]$  pour le profil INRETS et  $t \in [400, 799 s]$  pour le profil ESKISEHIR) comme le montre la figure III.13. La solution optimale de pire cas obtenue en utilisant la formulation

robuste est exprimée dans le tableau III.5.

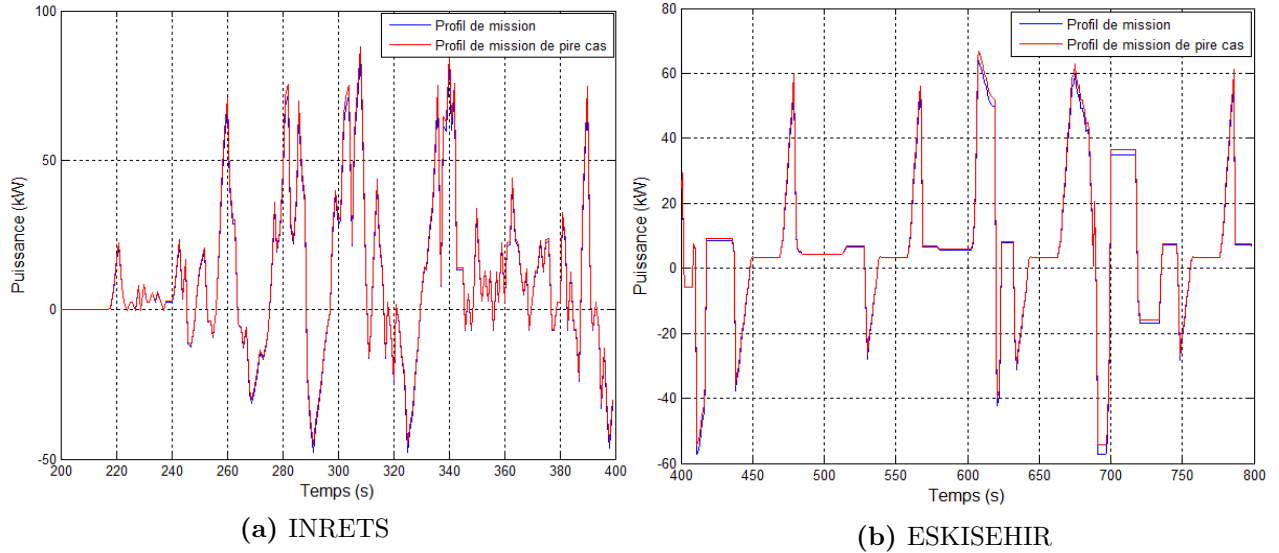


Figure III.13 – Tronçon de pire cas du profil de mission

Tableau III.5 – Résultats obtenus par la stratégie de gestion robuste (Soyster)

Profil de mission	Consommation d'hydrogène	Temps de calcul	$SoE(T) = SoE(0)$
INRETS	9061 $kWs$	4 $s$	<b>oui</b>
INRETS	8561,33 $kWs$	4 $s$	<b>non</b>
ESKISEHIR	28228,1 $kWs$	25 $s$	<b>oui</b>
ESKISEHIR	27639,7 $kWs$	24 $s$	<b>non</b>

La solution de pire cas obtenue est valide quelle que soit la réalisation des scénarios possibles appartenant à l'ensemble  $\{\epsilon_t \in \mathbb{R} \mid -1 \leq \epsilon_t \leq 1, \forall t \in T\}$  définie précédemment. La consommation d'hydrogène de la solution robuste est plus grande que celle calculée en utilisant le profil de mission nominal. Lorsque la perturbation est appliquée, la demande du moteur électrique est plus élevée que sa demande nominale, incitant la pile à combustible à fournir plus de puissance. Or dans les phases de freinage, l'élément de stockage récupère moins de puissance qu'avant, et c'est au tour de la pile à combustible d'éviter la violation de la contrainte sur la capacité de stockage et la restitution de l'état de charge final de l'élément de stockage si elle est prise en

compte.

Après avoir calculé la solution de pire cas pour le modèle combinatoire en utilisant l'approche de Soyster, on suppose maintenant que les rendements des sources énergétiques sont fixés à leurs bornes supérieures dans le but de se ramener à une modélisation linéaire simplifiée en variables continues et calculer la solution robuste du problème en utilisant l'approche paramétrique de Bertsimas and Sim (2004) qui exige que le problème soit continu si les incertitudes concernent le second membre  $b$  du modèle mathématique  $\{\min c^T x \mid Ax \leq b\}$ . Dans le cas où les incertitudes concernent les coefficients de la matrice des contraintes  $A$  et de la fonction objectif  $c$ , l'application de l'approche paramétrique de Bertsimas et Sim est faisable sur le modèle combinatoire à condition que les incertitudes soient indépendantes.

L'approche paramétrique de Bertsimas et Sim consiste à éviter le scénario extrême de pire cas car, en réalité, les paramètres incertains  $\epsilon_t P_{req}^{err}(t)$  n'atteignent presque jamais leurs valeurs extrêmes simultanément, étant donné qu'une partie d'entre eux varie autour de leurs valeurs nominales. Afin de représenter cette idée, les auteurs ont introduit un paramètre  $\Gamma$  pour traduire la somme des déviations totales des coefficients incertains par rapport à leurs valeurs nominales. Le domaine d'incertitude est donc représenté par l'ensemble  $E$ , exprimé comme suit :

$$E = \{\epsilon_t \in R^T \mid \sum_{t \in T} |\epsilon_t| \leq \Gamma \mid -1 \leq \epsilon_t \leq 1\} \quad (\text{III.49})$$

Le coefficient  $\Gamma \in [0, T]$  permet de contrôler la déviation totale des paramètres incertains de leur valeur nominale. Lorsque  $\Gamma = 0$ , le modèle n'autorise aucune déviation sur les coefficients incertains en mettant  $\epsilon_i = 0, \forall i \in I_{fcs}$ . Par contre, si  $\Gamma = T$  cela revient à la formulation de pire cas de Soyster en déviant tout les paramètres incertains. Cependant, l'intégration de la contrainte rend la formulation du problème quadratique suite à une représentation ellipsoïdale de l'ensemble des incertitudes :

$$\sum_{t \in T} |\epsilon_t| \leq \Gamma \Rightarrow \sum_{t \in T} \epsilon_t^2 \leq \Gamma \quad (\text{III.50})$$

Afin de maintenir la linéarité du modèle, il est possible de n'utiliser que la partie positive de l'incertitude  $\epsilon_t P_{req}^{err}(i)$  (le pire scénario correspond à une demande de traction élevée et une

énergie de freinage faible) ; par conséquent, l'ensemble des scénarios possibles devient polyédral.

$$E = \{\epsilon_t \geq 0 \mid \sum_{t \in T} \epsilon_t \leq \Gamma \mid 0 \leq \epsilon_t \leq 1\} \quad (\text{III.51})$$

L'existence d'une solution optimale pour le sous-problème incertain offre la possibilité d'utiliser le théorème de la dualité forte en ayant la garantie que le problème Dual est borné (il existe au moins une solution optimale pour le problème dual).

En optimisation linéaire, on évoque souvent la dualité d'un problème linéaire. Soit par exemple le problème linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & c'x \\ & Ax \geq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Le problème ainsi formulé est appelé « problème primal ». La version duale, appelé « problème dual », s'écrit alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \min \quad & b'u \\ & A'u \leq c \\ & u \geq 0 \end{aligned}$$

Pour différentes raisons, il est parfois plus intéressant de résoudre le problème dual que résoudre le problème primal. Cela est possible sous certaines hypothèses d'existence de solution, ce qui permet d'appliquer le théorème de la dualité forte, appelé aussi théorème de Minkowski-Farkas : « Une solution au problème primal est optimale si et seulement si il existe une solution au problème dual vérifiant  $c'x = b'u$  ».

Ces deux programmes sont toujours symétriques, dans le sens où il y a une contrainte duale pour chaque variable primale, et une variable duale pour chaque contrainte primale. Les coefficients de l'objectif du problème primal  $c$  deviennent les membres de droite des contraintes duales, et les membres de droite des contraintes primales  $b$  deviennent les coefficients de l'objectif du problème dual. Les types de contraintes «  $\leq$ ,  $=$ ,  $\geq$  » et de variables «  $\leq$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\geq$  » pour passer d'une formulation primale à une formulation duale sont résumés dans le tableau III.6, voir aussi (Papadimitriou and Steiglitz, 1998).

Tableau III.6 – Passage du Primal au Dual

Primal	Dual
$\min c'x$	$\max u'b$
$a'_i x = b_i$	$u_i \in \mathbb{R}$
$a'_i x \geq b_i$	$u_i \geq 0$
$x_j \geq 0$	$u' A_j \leq c_j$
$x_j \in \mathbb{R}$	$u' A_j = c_j$

Revenons maintenant à notre problème. En intégrant la contrainte robuste qui correspond à la satisfaction de la demande du moteur électrique, le problème de gestion d'énergie sous contraintes d'incertitude « formulation primal » (en considérant que  $P_{fcs}^{min} = 0$ ) est exprimé comme suit :

$$(Primal) : \min \sum_{t \in T} \frac{P_{fcs}(t)}{\eta_{fcs}} \Delta t \quad (III.52)$$

$$P_{se}(t) + P_{fcs}(t) \geq \max_{\epsilon_t \geq 0, \sum_{t \in T} \epsilon_t \leq \Gamma} \{P_{req}^{nom} + \epsilon_t P_{req}^{err}\} \quad \forall t \in T \quad (\alpha_t) \quad (III.53)$$

$$P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs}(t) \leq P_{fcs}^{max} \quad \forall t \in T \quad (\beta_t) \quad (III.54)$$

$$SoE(t) \leq SoE^{max} - SoE^{min} \quad \forall t \in T \quad (\lambda_t) \quad (III.55)$$

$$P_{se}^{min} \leq P_{se}(t) \leq P_{se}^{max} \quad \forall t \in T \quad (\gamma_t^{inf}, \gamma_t^{sup}) \quad (III.56)$$

$$SoE(t) = SoE(t-1) - P_{se}(t)\Delta t \quad \forall t \in T \quad (\theta_t) \quad (III.57)$$

$$SoE(T) = SoE(0) \quad (\mu) \quad (III.58)$$

$$SoE(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (III.59)$$

En utilisant les règles du théorème de la dualité forte, les contraintes du problème primal correspondent à des variables pour le problème dual et inversement. En appliquant les règles de la transformation primal-dual sur la formulation primale précédente, le problème dual correspondant est ainsi écrit :

$$(Dual) : \max \sum_{t \in T} \left( \alpha_t P_{req}^{nom} + \alpha_t \epsilon_t P_{req}^{err} + \beta_t P_{fcs}^{max} + \gamma_t^{inf} P_{se}^{min} + \gamma_t^{sup} P_{se}^{max} + \lambda_t SoE^{max} - \lambda_t SoE^{min} \right) + \mu SoE(0) \quad (III.60)$$



$$\sum_{t \in T} \epsilon_t \leq \Gamma \quad (\text{III.61})$$

$$\alpha_t + \beta_t \leq \frac{1}{\eta_{fcs}} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.62})$$

$$\alpha_t + \gamma_t^{inf} + \gamma_t^{sup} + \Delta t \theta_t = 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.63})$$

$$\lambda_t + \theta_t - \theta_{t+1} \leq 0 \quad \forall t \in T - 1 \quad (\text{III.64})$$

$$\lambda_T + \theta_T + \mu \leq 0 \quad (\text{III.65})$$

$$\epsilon_t \geq 0, \alpha_t \geq 0, \beta_t \geq 0, \gamma_t^{inf} \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.66})$$

$$\gamma_t^{sup} \leq 0, \theta_t \leq 0, \lambda_t \leq 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.67})$$

$$\mu \in \mathbb{R} \quad (\text{III.68})$$

L'approche paramétrique de Bertsimas et Sim permet d'identifier le sous-ensemble de points optimaux  $E$  conduisant à une solution de pire cas. L'ensemble des demandes perturbées est caractérisé par sa taille qui est définie par la valeur du contrôleur  $\Gamma$ . Comme cela a été expliqué précédemment, les valeurs d'incertitudes appartenant à ce sous-ensemble perturbé atteignent leurs bornes maximales  $\epsilon_{t \in E} = 1$ , c'est-à-dire  $P_{req} = P_{req}^{nom} + P_{req}^{err}$ , alors que le reste des demandes du profil de mission prennent leurs valeurs nominales  $P_{req} = P_{req}^{nom}$ . Cependant la variable  $\epsilon_t$  peut être considérée comme une variable binaire. On remarque aussi que la fonction objectif est non linéaire à cause du produit de deux variables ( $\epsilon_t \alpha_t$ ). Grâce à la discrétisation de l'ensemble des incertitudes  $\epsilon_t \in \{0, 1\}$ , la linéarisation de la fonction objectif du problème dual est possible en introduisant une nouvelle variable continue  $z_t = \epsilon_t \alpha_t$  et une constante  $M$  (borne supérieure de la variable  $z$ ) comme suit :

$$\alpha_t - z_t \leq M(1 - \epsilon_t) \quad \forall t \in T \quad (\text{III.69})$$

$$z_t \leq M\epsilon_t \quad \forall t \in T \quad (\text{III.70})$$

$$z_t \leq \alpha_t \quad \forall t \in T \quad (\text{III.71})$$

En réécrivant la formulation duale robuste à l'aide de la linéarisation précédente, le modèle global est ainsi formulé :

$$\begin{aligned} (Dual) : \max \sum_{t \in T} & \left( \alpha_t P_{req}^{nom} + z_t P_{req}^{err} + \beta_t P_{fcs}^{max} + \gamma_t^{inf} P_{se}^{min} + \gamma_t^{sup} P_{se}^{max} + \right. \\ & \left. + \lambda_t SoE^{max} - \lambda_t SoE^{min} \right) + \mu SoE(0) \end{aligned} \quad (\text{III.72})$$

$$\sum_{t \in T} \epsilon_t \leq \Gamma \quad (\text{III.73})$$

$$\alpha_t + \beta_t \leq \frac{1}{\eta_{fcs}} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.74})$$

$$\alpha_t + \gamma_t^{inf} + \gamma_t^{sup} + \Delta t \theta_t = 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.75})$$

$$\lambda_t + \theta_t - \theta_{t+1} \leq 0 \quad \forall t \in T - 1 \quad (\text{III.76})$$

$$\lambda_T + \theta_T + \mu \leq 0 \quad (\text{III.77})$$

$$\alpha_t - z_t \leq M(1 - \epsilon_t) \quad \forall t \in T \quad (\text{III.78})$$

$$z_t \leq M\epsilon_t \quad \forall t \in T \quad (\text{III.79})$$

$$z_t \leq \alpha_t \quad \forall t \in T \quad (\text{III.80})$$

$$\alpha_t \geq 0, z_t, \beta_t \geq 0, \gamma_t^{inf} \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.81})$$

$$\gamma_t^{sup} \leq 0, \theta_t \leq 0, \lambda_t \leq 0 \quad \forall t \in T \quad (\text{III.82})$$

$$\mu \in \mathbb{R} \quad (\text{III.83})$$

$$\epsilon_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T \quad (\text{III.84})$$

La linéarisation de la fonction objectif du problème dual robuste permet d'utiliser la méthode exacte *Branch and Cut* de *Cplex* comme moyen de résolution pour toute variation du facteur des perturbations  $\Gamma$ , afin de déterminer le profil de mission de pire cas (consommation d'hydrogène de pire cas) ayant  $\Gamma$  points perturbés, sachant que le nombre de points à perturber  $\Gamma$  doit être inférieur au nombre maximum de points, c'est-à-dire  $\Gamma \leq T$ . En fonction de  $\Gamma$ , le tableau III.7 et la figure III.14, illustrent la consommation d'hydrogène de pire cas enregistrée sur les deux profils de mission.

Le coefficient de perturbation  $\Gamma$ , borné par la taille du profil de mission, permet de contrôler le nombre de points à perturber. En augmentant  $\Gamma$ , la consommation de pire cas augmente elle aussi jusqu'à ce qu'elle atteigne le scénario de pire cas (la consommation de pire cas reste inchangée malgré l'augmentation de la valeur de  $\Gamma$ ). Cela est traduit par les demandes nulles qui ne peuvent être perturbées car on a utilisé une procédure de perturbation multiplicative avec un pourcentage de variation de 5%.

## 6 Conclusion

L'intérêt des approches exposées dans ce chapitre est de gérer la distribution d'énergie par les différentes sources embarquées d'un véhicule hybride électrique. L'application des dif-

Tableau III.7 – Résultats obtenus par la stratégie de gestion robuste (Bertsimas et Sim)

$\Gamma$	Consommation d'hydrogène INRETS ( $kWs$ )	Consommation d'hydrogène ESKISEHIR ( $kWs$ )
0	7866,89	24638,5474
10	7951,9537	24724,0368
50	8274,0489	25058,9899
100	8641,2659	25461,2678
250	9516,97	26579,4632
400	10064,2585	27567,0789
500	10223,9621	28152,1811
560	10252,069	28474,9245
700	—	29153,6560
900	—	29898,9411
1200	—	30456,121
1400	—	30456,121

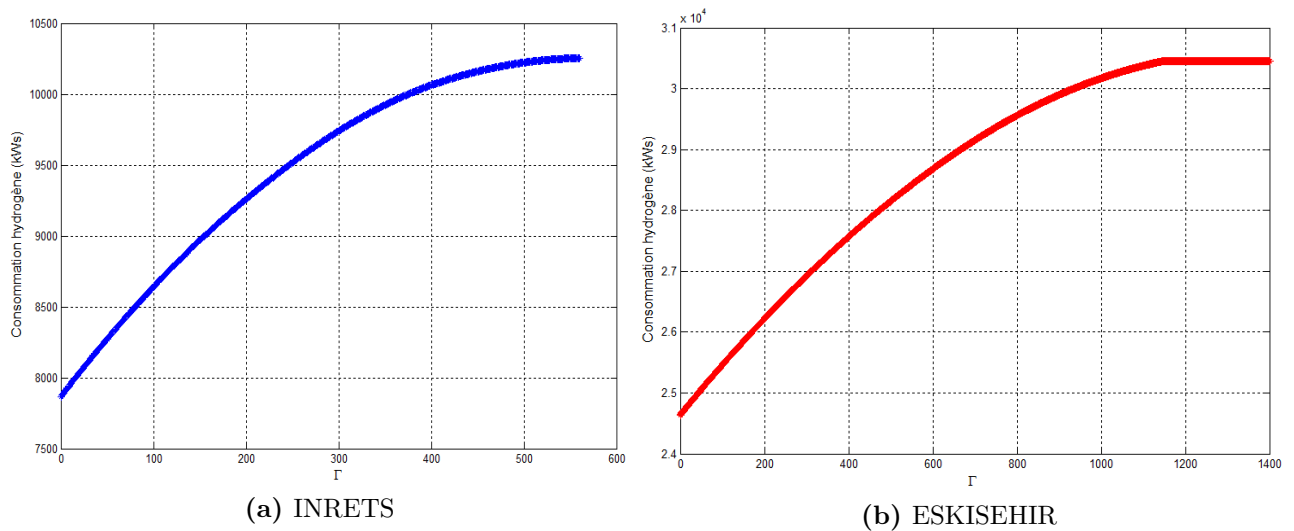


Figure III.14 – Évolution de la consommation de pire cas

férentes stratégies de gestion, énumérées précédemment sur des profils de mission connus, ne garantissent pas l'obtention d'une solution optimale tant que le résultat dépend de certains paramètres comme le pas de discrétisation pour la programmation dynamique, l'approximation polynomiale et la stratégie de départ pour la méthode de quasi-Newton, les paramètres d'appartenance pour l'algorithme flou, etc. Le réglage de ces paramètres autorise la convergence

### Chapitre III. Optimisation combinatoire et étude de robustesse pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

---

vers la solution optimale dans certains cas mais cela aura un impact considérable sur les temps de calcul.

Le développement d'une nouvelle modélisation combinatoire a permis de résoudre le problème à l'optimalité en utilisant des méthodes exactes de la recherche opérationnelle (Branch and Cut). La solution optimale est obtenue avec des temps de calcul faibles, ce qui permet de la reconfigurer en cas de perturbation d'une partie du profil de mission.

Afin d'anticiper ces perturbations incertaines et préserver la validité de la solution optimale quelle que soit la réalisation d'un scénario possible, une modélisation robuste de pire cas a été développée en considérant les incertitudes sur le profil de mission du véhicule. La solution trouvée par la méthode de Branch and Cut nécessite des temps de calcul faibles (les temps de calcul augmentent en fonction de la valeur de  $\Gamma$ ) et elle est optimale lorsque le pire scénario est exécuté et sous-optimale pour toute autre réalisation d'un scénario possible.

Les performances de ces approches hors ligne sont basées sur la connaissance du profil de mission du véhicule. La stratégie de gestion utilisée pour la prise de décision pour les différentes sources est déterminée de manière optimale en utilisant la demande instantanée à l'instant présent et les demandes futures. En réalité, la demande du moteur électrique n'est connue qu'à l'instant présent car elle dépend du mode de conduite du chauffeur qui peut varier d'un moment à l'autre. Pour gérer l'énergie du véhicule, une stratégie en temps réel est indispensable dans ce cas en n'utilisant que les informations à l'instant présent (profil global de mission inconnu).

Dans l'étude précédente, nous avons considéré un modèle statique des sources énergétiques, en utilisant la courbe de rendement en fonction de la puissance fournie pour la source principale et la courbe des pertes énergétiques pour l'élément de stockage. Cependant, dans les cas pratiques, les sources énergétiques sont représentées par des modèles tension/courant afin de traduire leurs fonctionnement réel. Dans les chapitres suivants, nous présenterons des stratégies de commande utilisant les modèles réels des sources énergétiques (tension/courant) basés sur des modélisations non linéaires. Une stratégie de commande basée sur une approche floue sera également développée pour gérer en temps réel la distribution d'énergie d'un véhicule hybride électrique. Cette stratégie floue, étant robuste car elle ne prend en compte que les informations à l'instant présent, permet aussi de répondre aux exigences du système et faire face aux incertitudes liées au vieillissement des sources, changement de profil de mission, etc.

---

---

# Chapitre IV

---

## Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

### 1 Introduction

Les avancées technologiques et les progrès techniques réalisés dans le secteur de l'énergie, particulièrement dans le domaine des transports, ont ouvert de nouvelles perspectives et généré des changements majeurs au niveau des marchés de l'automobile en intégrant, de plus en plus, le développement de la traction hybride électrique et la nécessité de combiner différentes sources d'énergies renouvelables dans les systèmes motorisés.

Mais cette tendance qui se renforce, encouragée par les résultats de la recherche et de l'impératif de la préservation de l'environnement, demande que soient mises en œuvre des stratégies de commande hors ou en ligne performantes, permettant de répondre aux exigences des principales fonctions de la chaîne énergétique du système étudié. Ces stratégies de commande ont pour objectif de gérer en ligne la conversion d'énergie et la répartition de puissance fournie par les sources à moindre coût. Cela a conduit à concevoir des véhicules plus légers, intelligents et faciles à entretenir pour économiser le carburant, en conformité avec les limites imposées par la chaîne énergétique du véhicule pour assurer sa fiabilité et la satisfaction de la demande en puissance du moteur électrique.

Nous avons vu précédemment, les différentes stratégies de commande hors ligne de l'énergie électrique pour un véhicule qui nécessite au préalable de connaître le profil de mission. Ces approches sont souvent utilisées en simulation afin d'estimer la consommation optimale utilisée

## Chapitre IV. Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

---

en embarqué (en-ligne) si le temps de calcul des décisions à prendre pour l'électronique de puissance (le convertisseur) n'est pas contraignant.

En réalité, la demande en puissance du moteur électrique dépend de la vitesse du véhicule qui est, elle-même, tributaire du comportement du chauffeur. Dans ce cas, les futures sollicitations du moteur sont incertaines. Pour gérer, au mieux, la répartition d'énergie entre les différentes sources embarquées pour une économie de combustible, une gestion intelligente en temps réel est primordiale. Il existe déjà des approches de gestion temps réel (Delprat et al., 2004; Johnson et al., 2000; Schouten et al., 2003; Sciarretta et al., 2004); elles se différencient selon l'architecture de la chaîne énergétique et la stratégie de recherche d'une solution. La qualité de la solution obtenue par ces approches n'est pas optimale car l'optimisation est instantanée et ne prend en charge que la demande du moteur à un instant donné.

L'objectif visé dans ce chapitre est de proposer une approche en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique, afin de réduire la consommation du combustible par la source principale et ainsi augmenter l'autonomie du véhicule. Afin de mesurer et comparer la qualité de la solution obtenue, une étude de performance a été réalisée en même temps par des approches hors-ligne à l'effet de fournir une consommation optimale du combustible suivant des profils de mission de référence. Cette comparaison est possible si la contrainte sur le maintien de l'état de charge de l'élément de stockage, à la fin de la mission, n'est pas prise en compte car l'algorithme en ligne fonctionne suivant un profil de mission inconnu où la demande du moteur est connue à l'instant présent seulement (le calculateur embarqué sur le véhicule traduit la vitesse du véhicule en puissance requise selon la manière de conduire du chauffeur).

Cette étude a été réalisée dans le cadre d'une collaboration avec l'industriel *Nexter Electronics* pour la gestion en temps réel de l'énergie électrique d'un véhicule entièrement électrique équipée d'un pack de batteries Plomb et d'un pack de super-condensateurs afin de réduire au maximum la décharge de la batterie, source principale d'énergie, ce qui permettra d'augmenter l'autonomie de la voiture. Jusqu'alors, l'industriel a développé un sous-système électronique « élément de stockage », nommé *Power Pack Plus*<sup>1</sup> ( $P^3$ ), pour assister la batterie dans sa gestion des transferts d'énergie. L'élément de stockage  $P^3$  est composé d'un pack de super-capacités, d'un convertisseur bidirectionnel qui assure la connexion de la super-capacité au réseau et des dispositifs de sécurité et de mesure. Son fonctionnement est basé sur l'expertise de l'industriel

---

1. <http://www.nexter-group.fr/fr/filiales/nexter-robotics/223-le-pack-power-plus>

et la connaissance du fonctionnement et du dimensionnement des sources, lui donnant ainsi la possibilité de régler les seuils de décharge et certains paramètres. Les résultats obtenus laissent à penser que la gestion de la distribution appliquée peut être améliorée afin d'élever le niveau d'autonomie du véhicule (réduire la décharge de la batterie), d'où l'intérêt de développer une nouvelle stratégie intelligente pour la gestion d'énergie.

## 2 Description de la chaîne énergétique du véhicule

La chaîne énergétique de la voiture électrique étudiée (Fig. IV.1) est composée de deux sources énergétiques formant une structure hybride série. La source principale est un pack de batterie plomb connectée directement au bus de distribution. La source secondaire est un pack de super-condensateurs relié au bus de distribution par l'intermédiaire d'un convertisseur bidirectionnel permettant de contrôler sa tension et son courant (gestionnaire d'énergie). Plusieurs

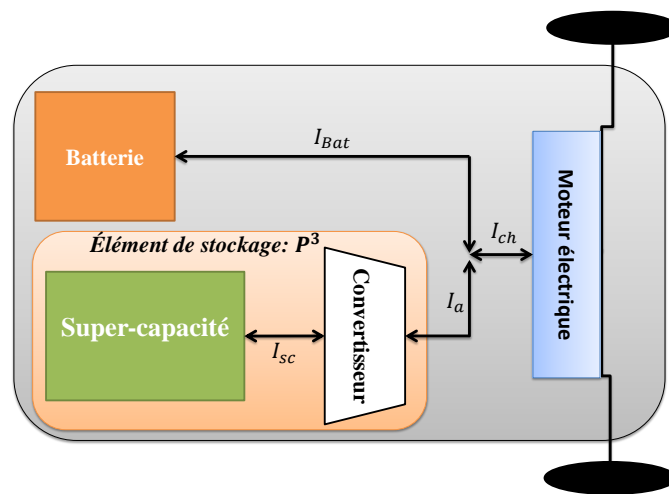


Figure IV.1 – Structure de la chaîne énergétique du véhicule

paramètres d'entrée sont fournis par l'industriel pour la gestion en temps réel de la distribution d'énergie du véhicule. Ces paramètres sont nécessaires à la mise en place d'une modélisation adéquate qui reflète le fonctionnement de la chaîne énergétique du véhicule et le développement d'algorithmes de décision en ligne tels que : les profils de mission de référence, les pertes énergétiques du convertisseur bidirectionnel, les caractéristiques des sources énergétiques et les consignes de sécurité pour le courant fourni par le pack de super-condensateurs.

## 2.1 Profil de mission

Dans ce chapitre, les profils de mission correspondent à la demande en courant du groupe moto-propulseur du véhicule sur une période d'étude  $T$  discrétisée avec un pas d'échantillonnage  $\Delta t$ . Ce pas d'échantillonnage peut être considéré comme le temps de calcul maximum octroyé au superviseur pour fournir une décision (voir Tab. IV.1). La demande à un instant donné  $t$  peut être positive (resp. négative ou nulle) dans le cas où le véhicule est en mode traction (resp. freinage ou arrêt) comme le montre la figure IV.2.

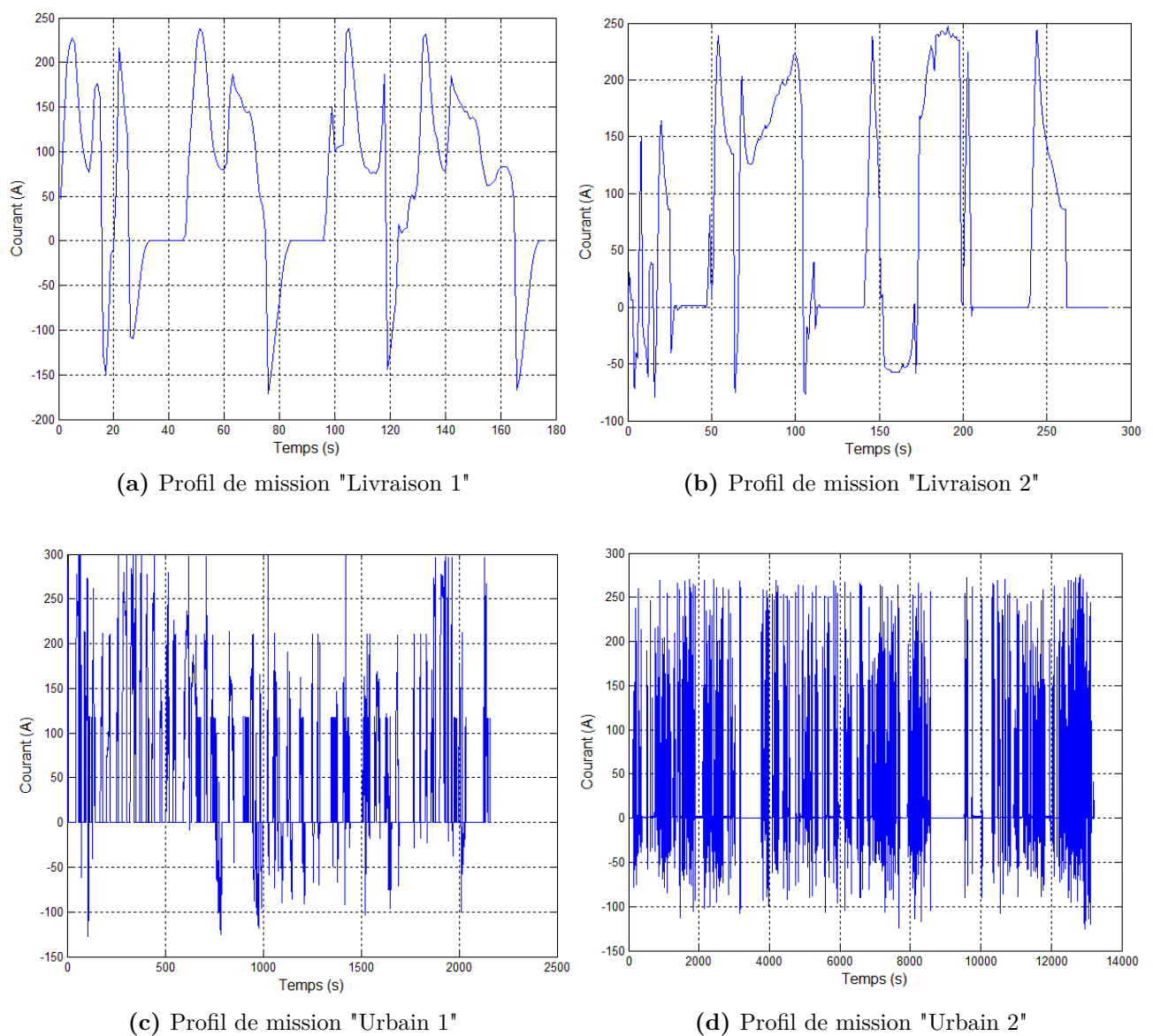


Figure IV.2 – Différents profils de mission de référence



## IV.2 Description de la chaîne énergétique du véhicule

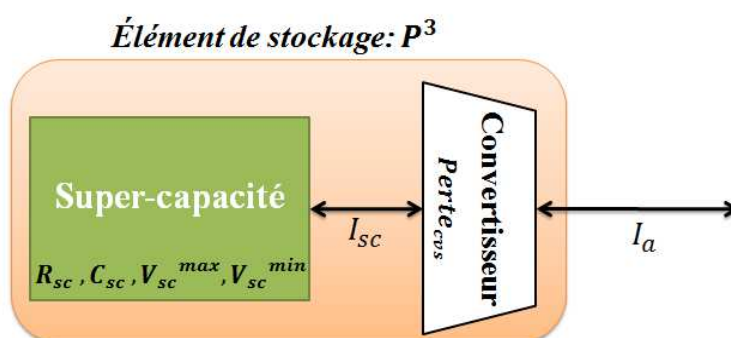
**Tableau IV.1** – Caractéristiques du profil de mission

	Livraison 1	Livraison 2	Urbain 1	Urbain 2
$T$	176 s	287 s	2163 s	13242 s
$\Delta t$	1 s	0,0313 s	0,333 s	1 s

### 2.2 Caractéristiques de l'élément de stockage

La super-capacité permet d'emmagasiner une grande quantité d'énergie et de la restituer plus rapidement qu'une batterie. Le sous-système électronique du  $P^3$  (élément de stockage) est composée d'un pack de deux super-condensateurs pour une capacité totale de  $C_{sc}$  et une résistance interne de  $R_{sc}$ . Sa tension  $V_{sc}$ , calculée en utilisant l'équation IV.1 est comprise entre sa tension maximale  $V_{sc}^{max}$  et sa tension minimale  $V_{sc}^{min}$ , et son courant est limité à  $I_{sc}^{max}$  dans les phases de délivrance et à  $I_{sc}^{min}$  dans les phases de récupération du courant. D'autres consignes de sécurité sont appliquées pour le convertisseur bidirectionnel, en limitant son courant d'entrée/sortie au niveau du bus de distribution à  $I_a^{max}$  quand la super-capacité fournit du courant et à  $I_a^{min}$  lorsque celle-ci récupère l'énergie du freinage ou le courant de la batterie (voir Fig. IV.3).

$$V_{sc}(t) = V_{sc}(t - 1) - R_{sc}I_{sc}(t) - \frac{1}{C_{sc}}I_{sc}(t)\Delta t \quad (\text{IV.1})$$



**Figure IV.3** – Représentation des caractéristiques de l'élément de stockage

En utilisant ces données récapitulées dans le tableau Tab. IV.2 ainsi que la courbe de rendement du convertisseur bidirectionnel définie par l'industriel (Fig. IV.4), les pertes énergétiques de

## Chapitre IV. Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

l'élément de stockage (Fig. IV.5) seront calculées en fonction des pertes énergétiques de la super-capacité exprimées par le courant traversant sa résistance interne :  $Perte_{sc} = R_{sc}I_{sc}^2$ , et les pertes énergétiques du convertisseur bidirectionnel en recourant à l'équation Eq. IV.6 selon le mode de charge (Eqs. IV.2, IV.4) et de décharge (Eqs. IV.3, IV.5) de la super-capacité.

Tableau IV.2 – Caractéristiques de l'élément de stockage

Paramètre	Signification	Valeur
$V_{sc}^{max}$	Tension maximale	42 V
$V_{sc}^{min}$	Tension minimale	30 V
$I_{sc}^{max}$	Courant maximum fourni par la super-capacité	200 A
$I_{sc}^{min}$	Courant minimum récupéré par la super-capacité	-200 A
$I_a^{max}$	Courant maximum sortant du convertisseur	150 A
$I_a^{min}$	Courant minimum entrant dans le convertisseur	-150 A
$C_{sc}$	Capacité de la super-capacité	165 F
$R_{sc}$	Résistance interne de la super-capacité	0,0075 $\Omega$

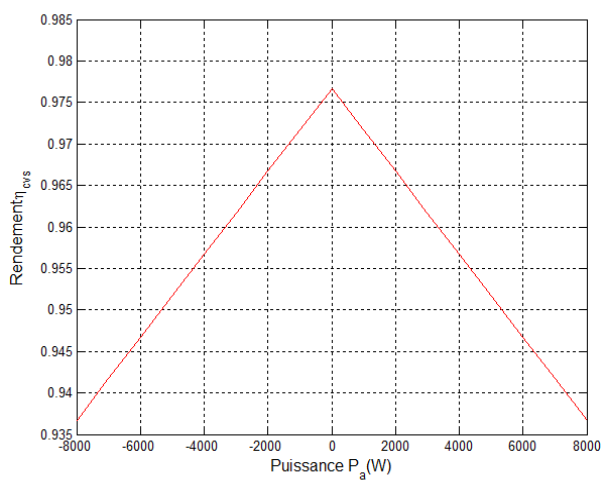


Figure IV.4 – Rendement du convertisseur bidirectionnel

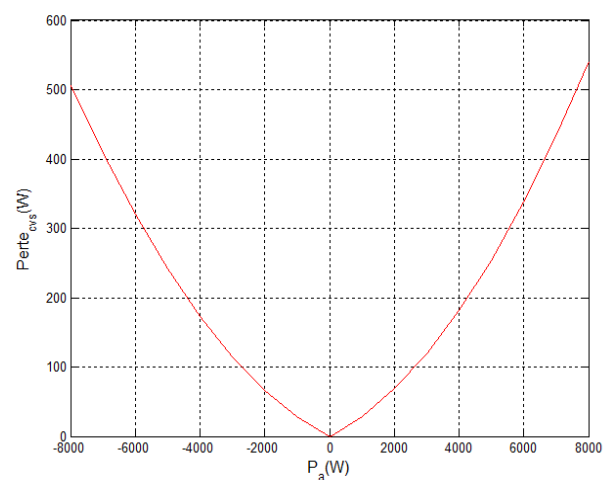


Figure IV.5 – Pertes énergétiques du convertisseur bidirectionnel

## IV.2 Description de la chaîne énergétique du véhicule

$$\eta_{cvs} = a_1 P_a + b_1 \quad P_a \geq 0 \quad (\text{IV.2})$$

$$\eta_{cvs} = a_2 P_a + b_2 \quad P_a \leq 0 \quad (\text{IV.3})$$

$$P_{sc} = P_a / \eta_{cvs}(P_a) \quad P_a \geq 0 \quad (\text{IV.4})$$

$$P_{sc} = P_a \eta_{cvs}(P_a) \quad P_a \leq 0 \quad (\text{IV.5})$$

$$Perte_{cvs} = |P_a - P_{sc}| \quad (\text{IV.6})$$

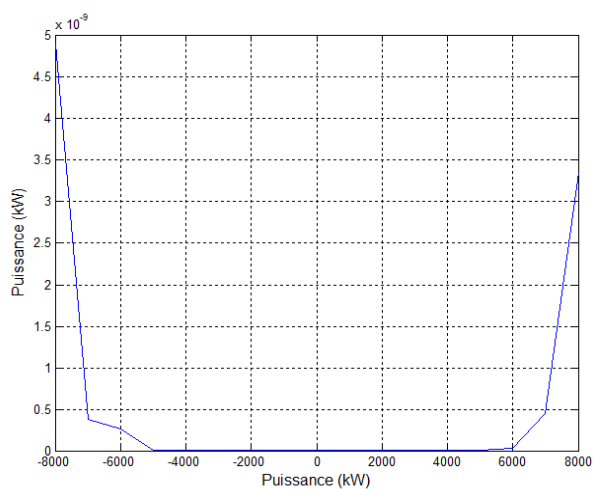
où  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  sont les caractéristiques de la courbe de rendement du convertisseur selon le mode de charge ou de décharge (voir Tab. IV.3).

**Tableau IV.3** – Caractéristiques de la courbe rendement du convertisseur

$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
$-5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	0,9767	0,9767

Pour calculer les pertes énergétiques du convertisseur en fonction de la puissance de sortie  $P_a$ , une approximation polynomiale de degré  $n = 16$  est appliquée visant à réduire au maximum les erreurs d'approximation (Fig. IV.6).

$$Perte_{cvs}(P_a(t)) = \sum_{i=0}^n \alpha_i P_a(t)^{n-i} \quad (\text{IV.7})$$



**Figure IV.6** – Erreur d'approximation de la fonction des pertes énergétiques du convertisseur

Une autre alternative serait d'utiliser une linéarisation par morceaux en déterminant un ensemble de fonctions linéaires par morceaux  $\omega_i$  qui constitue la fonction globale des pertes énergétiques du convertisseur de telle sorte que :  $Perte_{cvs}(P_a(t)) = \bigcup_{i \in I} \omega_i$ , où  $I$  est le nombre de fonctions linéaires, et  $(\sigma_i, \theta_i)$  sont les caractéristiques de la droite  $\omega_i$  définie sur l'intervalle  $[c_i, d_i]$ .

$$\omega_i = \sigma_i P_a(t) + \theta_i \quad P_a(t) \in [c_i, d_i], \forall i \in I \quad (\text{IV.8})$$

### 2.3 Caractéristique du pack de batteries

Le pack batterie est composé de huit batteries plomb de 6V montées en série pour une tension nominale totale  $V_{bat}^{nom}$  et une capacité  $Q^{max}$  qui représente sa quantité de courant à pleine charge. Cette capacité varie en fonction de l'intensité de décharge entraînant une chute de tension jusqu'à atteindre son seuil de coupure (voir Eq. IV.9).

$$Q(t) = Q(t-1) - I_{bat} \Delta t \quad Q(0) = Q^{max} \quad (\text{IV.9})$$

La capacité d'une batterie permet aussi de mesurer son état de charge ( $SoC(t) = Q(t)/Q^{max}$ ) qui varie selon sa capacité de stockage entre son état de charge maximum  $SoC^{max} \leq 100\%$  et son état de charge minimum  $SoC^{min} \geq 0$ . Généralement la décharge de la batterie est fixée à  $SoC^{min} \geq 10\%$  afin d'éviter les décharges profondes et le risque de détériorer le bon fonctionnement de ses composants. Le tableau IV.4 illustre l'ensemble des caractéristiques de la batterie utilisée durant l'étude.

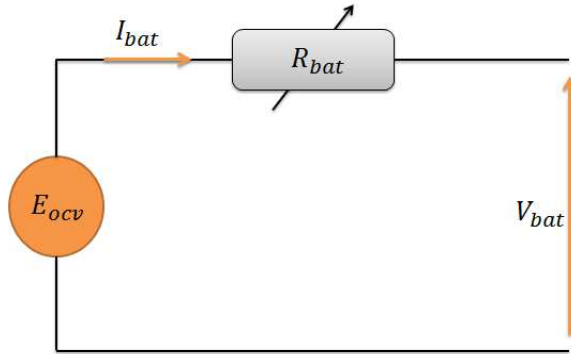
**Tableau IV.4** – Caractéristiques du pack de batteries

Paramètre	Signification	Valeur
$N_{bat}$	Nombre de batteries du pack	8
$U_{1b}$	Tension nominale d'une batterie	6 V
$U_{cell}$	Tension d'une cellule de batterie	2 V
$N_{cell}$	Nombre de cellules d'une batterie	3
$V_{bat}^{nom}$	Tension nominale du pack de batteries	48 V
$Q^{max}$	Capacité maximum	240 Ah
$SoC^{min}$	État de charge minimum	10%
$SoC^{max}$	État de charge maximum	100%

## IV.2 Description de la chaîne énergétique du véhicule

---

Pour calculer la tension de la batterie à un instant donné, un modèle de batterie simple composé d'une source de tension et d'une résistance a été pris en considération, comme illustré en figure IV.7.



**Figure IV.7** – Modèle de batterie

Ainsi, la tension globale de la batterie est mesurée en fonction de la tension de circuit ouvert  $E_{ocv}$  et de sa résistance variable  $R_{bat}$  qui dépendent de son état de charge et du courant fourni à cet instant. Des simulations ont été réalisées par l'industriel Nexter Electronics pour définir les courbes d'évolution de la tension du circuit ouvert d'une batterie plomb de 6 V en fonction de son état de charge (Fig. IV.8) ainsi que la valeur de la résistance variable d'une cellule de batterie (Fig. IV.9). Toutes ces courbes ont été représentées par approximation par un polynôme de degré  $n = 6$  (Eqs. IV.10, IV.11) afin de les intégrer dans l'algorithme de gestion d'énergie pour le calcul de la tension globale du pack de batteries, donné par l'équation Eq. IV.12 suivante :

$$E_{ocv} = N_{bat} \sum_{i=0}^n \lambda_i SoC^{m_i} \quad (IV.10)$$

$$R_{bat} = N_{bat} N_{cel} \sum_{i=0}^n \mu_i SoC^{m_i} \quad (IV.11)$$

$$V_{bat} = E_{ocv} - R_{bat} I_{bat}; \quad (IV.12)$$

où  $\lambda_i$  et  $\mu_i$  sont les coefficients d'approximation de la courbe de tension du circuit ouvert de la batterie et de la courbe de la résistance variable d'une cellule de batterie.

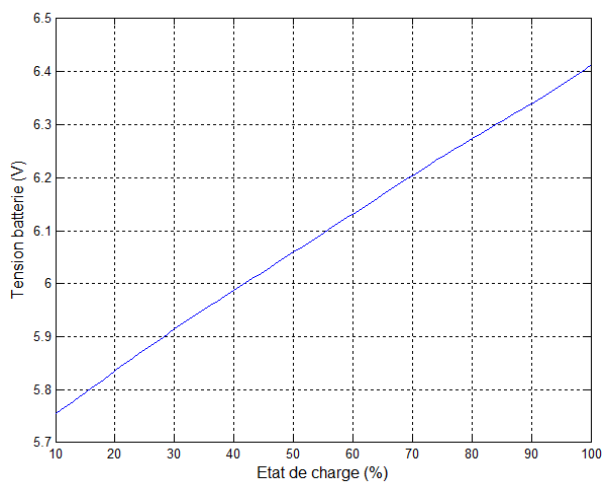


Figure IV.8 – Tension du circuit ouvert

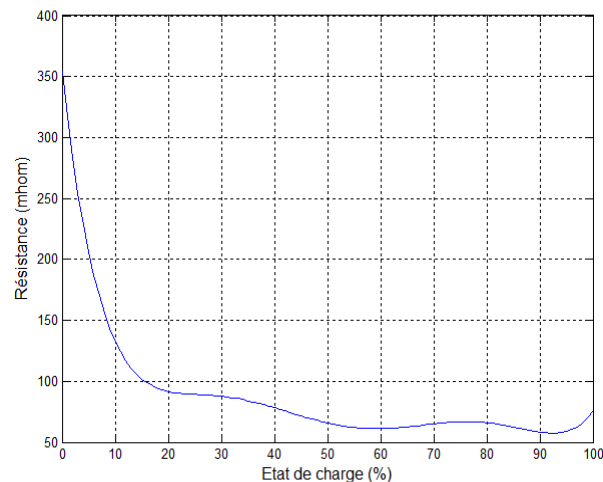


Figure IV.9 – Résistance variable de la batterie

### 3 Modélisation mathématique de la chaîne énergétique du véhicule

La modélisation mathématique du problème considéré est une traduction du fonctionnement réel de la chaîne énergétique du véhicule sous forme d'un modèle mathématique afin de lui appliquer des techniques et des méthodes d'optimisation aptes à déterminer une solution réalisable de bonne qualité voire optimale.

Nous avons vu précédemment qu'un modèle mathématique est caractérisé par un ensemble de variables de décision, un ensemble de contraintes qui définissent le fonctionnement des sources énergétiques ainsi que le respect des consignes de sécurité imposée par le décideur et une fonction objectif permettant d'optimiser le critère recherché.

#### 3.1 Variables de décision et contraintes

La traduction du fonctionnement des sources sous forme mathématique est réalisée en introduisant les variables de décision qui donnent à chaque instant  $t$  : le courant fourni/récupéré par la batterie  $I_{bat}(t)$ , le courant fourni/récupéré par la super-capacité  $I_{sc}(t)$ , le courant entrant/sortant du convertisseur  $I_a(t)$ , la tension de la batterie  $V_{bat}(t)$ , la tension de la super-capacité  $V_{sc}(t)$ , l'état de charge de la batterie  $SoC(t)$  et sa quantité de charge/décharge  $Q(t)$ .

À l'aide de ces variables de décision, la chaîne énergétique du véhicule est soumise à des règles

### IV.3 Modélisation mathématique de la chaîne énergétique du véhicule

---

(contraintes) traduisant le bon fonctionnement des sources et du convertisseur. La contrainte majeure, dans ce cas, concerne la satisfaction de la demande du moteur électrique dans les phases de traction formulée comme suit :

$$I_a(t) + I_{bat}(t) = I_{ch}(t) \qquad I_{ch}(t) \geq 0 \qquad (IV.13)$$

Or dans les phases de freinage, la batterie et la super-capacité récupèrent une partie ou la totalité de la puissance électrique générée par le moteur électrique. Cela est traduit par la contrainte :

$$I_{ch}(t) \leq I_a(t) + I_{bat}^{bus}(t) \leq 0 \qquad I_{ch}(t) \leq 0 \qquad (IV.14)$$

Le convertisseur bidirectionnel permet de contrôler le courant fourni par la super-capacité qui est compris entre  $I_{sc}^{min}$  et  $I_{sc}^{max}$  et qui sera limité en sortie du convertisseur à  $I_a^{min}$  dans les phases de récupération de courant par la super-capacité et à  $I_a^{max}$  lorsque celle-ci fournit elle-même du courant.

$$I_{sc}^{min} \leq I_{sc}(t) \leq I_{sc}^{max} \qquad (IV.15)$$

$$I_a^{min} \leq I_a(t) \leq I_a^{max} \qquad (IV.16)$$

En fonction du courant de la super-capacité, sa tension variera entre sa tension à pleine charge  $V^{max}$  et sa tension à vide  $V_o$ . Comme pour la batterie, on évite de décharger complètement la super-capacité afin de maintenir son bon fonctionnement et, dans ce cas, un seuil de décharge est imposé et fixé à  $V_{sc}^{min}$  ( $V_{sc}^{min} > V_o$ ). La tension de la super-capacité est calculée en utilisant l'intensité de courant qu'elle met à disposition et l'ensemble de ses caractéristiques comme suit :

$$V_{sc}^{min} \leq V_{sc}(t) \leq V_{sc}^{max} \qquad (IV.17)$$

$$V_{sc}(t) = V_{sc}(t-1) - \left( \frac{\Delta t}{C_{sc}} + R_{sc} \right) I_{sc}(t) \qquad (IV.18)$$

Au terme de la mission, si le profil de mission est connu, la tension de la super-capacité peut être restituée à sa valeur initiale. Cette contrainte est optionnelle, elle permet d'enchaîner les cycles et d'éviter son rechargement à chaque fin de mission par une source extérieure. Pour la validité du problème, cette condition n'est pas valable pour la batterie, à l'exemple d'un profil de mission sans freinage, où la batterie fournit de l'énergie pour la traction du véhicule sans la récupérer, causant ainsi la baisse de son état de charge sans qu'elle puisse être rechargée à la

## Chapitre IV. Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

---

fin de la mission, contrairement à la super-capacité qui peut être rechargée par la batterie.

$$V_{sc}(T) = V_{sc}^{max} \quad (IV.19)$$

La batterie est considérée comme étant la source principale de la chaîne énergétique du véhicule car elle possède une autonomie bien supérieure à celle de la super-capacité. La connaissance de la capacité d'une batterie à un instant donné, permet d'évaluer son état de charge par l'intermédiaire de la contrainte IV.21. Toutefois, la batterie a une capacité restreinte, ce qui oblige à intégrer une contrainte de limitation de son état de charge qui est comprise entre deux bornes indiquant son état de charge maximum et minimum (Eq. IV.22).

$$Q(t) = Q(t-1) - I_{bat}(t)\Delta t \quad Q(0) = Q^{max} \quad (IV.20)$$

$$SoC(t) = SoC(t-1) - 100 \frac{Q(t)}{Q^{max}} \quad (IV.21)$$

$$SoC^{min} \leq SoC(t) \leq SoC^{max} \quad (IV.22)$$

La puissance fournie par la batterie dépend de sa tension et de son courant fourni ou récupéré. Le calcul de sa tension nécessite l'évaluation de sa tension en circuit ouvert et de sa résistance variable qui dépendent de son état de charge traduit par l'ensemble des contraintes suivantes :

$$E_{ocv}(t) = N_{bat}N_{cel} \sum_{i=0}^n \lambda_i SoC(t-1)^{n_i} \quad (IV.23)$$

$$R_{bat}(t) = N_{cel} \sum_{i=0}^n \mu_i SoC(t-1)^{n_i} \quad (IV.24)$$

$$V_{bat}(t) = E_{ocv}(t) - R_{bat}(t)I_{bat}(t); \quad (IV.25)$$

La puissance mise à disposition par la batterie et la super-capacité doit être respectée afin de répondre à la demande du moteur électrique nécessaire pour la traction du véhicule. Toutefois, une partie de la puissance délivrée ou récupérée par la super-capacité est consommée par le convertisseur bidirectionnel ayant un rendement très élevé (proche de 97%) et par la super-capacité elle-même sous forme de pertes énergétiques interprétées par l'équation IV.26.

$$P_{sc}(t) = P_a(t) + P_{perte_{cvs}}(P_a(t)) + R_{sc}I_{sc}(t)^2 \quad (IV.26)$$

$$P_{perte_{cvs}}(P_a(t)) = \sum_{i=0}^n \alpha_i P_a(t)^{n-i} \quad (IV.27)$$

où  $P_{sc}$  correspond à la puissance fournie/récupérée par la super-capacité,  $P_a$  à la puissance en



sortie du convertisseur bidirectionnel et  $Perte_{cvs}$  à la fonction des pertes énergétiques donnée par approximation par un polynôme de degré  $n = 16$ .

### 3.2 Fonction objectif

Le nombre de cycles effectués par le véhicule varie en fonction de la profondeur de décharge de la batterie définie par le décideur. Quelle que soit cette limite, il est primordial de maximiser le nombre de cycles à réaliser par le véhicule ce qui est équivalent à la minimisation de la décharge de la batterie par rapport à son état de charge maximum traduit par l'équation IV.28 lorsque le profil de mission de référence est connu.

$$\min (SoC^{max} - SoC(T)) \equiv \max SoC(T) \quad (IV.28)$$

### 3.3 Modèle global

En regroupant toutes les contraintes définies précédemment et la fonction objectif, le modèle mathématique global formulé est de type non linéaire en variables continues du fait des approximations polynomiales et du calcul des puissances qui dépendent de la variable tension et de la variable courant.

La non convexité du programme rend la recherche d'une solution optimale difficile. Néanmoins de bonnes solutions sous-optimales peuvent être trouvées en ayant recours à des méthodes de résolution hors ligne sur des profils de mission de référence connus. L'intérêt de l'étude hors ligne est d'étudier la performance de la stratégie de gestion en ligne à développer et la qualité de la solution en ligne obtenue.

$$\max SoC(T) \tag{IV.29}$$

$$I_a(t) + I_{bat}(t) = I_{ch}(t) \quad I_{ch}(t) \geq 0, \forall t \in T \tag{IV.30}$$

$$I_{ch}(t) \leq I_a(t) + I_{bat}^{bus}(t) \leq 0 \quad I_{ch}(t) \leq 0, \forall t \in T \tag{IV.31}$$

$$I_{sc}^{min} \leq I_{sc}(t) \leq I_{sc}^{max} \quad \forall t \in T \tag{IV.32}$$

$$I_a^{min} \leq I_a(t) \leq I_a^{max} \quad \forall t \in T \tag{IV.33}$$

$$V_{sc}^{min} \leq V_{sc}(t) \leq V_{sc}^{max} \quad \forall t \in T \tag{IV.34}$$

$$V_{sc}(t) = V_{sc}(t-1) - \left(\frac{\Delta t}{C_{sc}} + R_{sc}\right)I_{sc}(t) \quad \forall t \in T \tag{IV.35}$$

$$V_{sc}(T) = V_{sc}^{max} \tag{IV.36}$$

$$Q(t) = Q(t-1) - I_{bat}(t)\Delta t \quad Q(0) = Q^{max}, \forall t \in T \tag{IV.37}$$

$$SoC(t) = SoC(t-1) - 100 \frac{Q(t)}{Q^{max}} \quad \forall t \in T \tag{IV.38}$$

$$SoC^{min} \leq SoC(t) \leq SoC^{max} \quad \forall t \in T \tag{IV.39}$$

$$E_{ocv}(t) = N_{bat} \sum_{i=0}^n \lambda_i SoC(t-1)^{n_i} \quad \forall t \in T \tag{IV.40}$$

$$R_{bat}(t) = N_{ccl} \sum_{i=0}^n \mu_i SoC(t-1)^{n_i} \quad \forall t \in T \tag{IV.41}$$

$$V_{bat}(t) = E_{ocv}(t) - R_{bat}(t)I_{bat}(t) \quad \forall t \in T \tag{IV.42}$$

$$P_{sc}(t) = P_a(t) + \sum_{i=0}^n \alpha_i Pa(t)^{n-i} + R_{sc}I_{sc}(t)^2, \forall t \in T \tag{IV.43}$$

### 3.4 Résolution du programme non linéaire en variables continues

Le progrès de l'informatique a permis d'intégrer les techniques d'optimisation sous forme de bibliothèques et d'outils permettant de résoudre différents types de problèmes d'optimisation de grande taille. Parmi les bibliothèques les plus connues, on peut citer *BONMIN*<sup>2</sup> "Basic Open-source Nonlinear Mixed INteger programming" (Bonami and Lee, 2007) pour la résolution des problèmes non linéaires en variables mixtes (continues et entières), *CBC*<sup>3</sup> "Coin Branch and Cut" (Forrest and Lougee-Heimer, 2005) pour la résolution des problèmes linéaires en variables entières (combinatoires) et *IPOpt* "Interior Point OPTimizer"<sup>4</sup> (Wächter, 2009)

---

2. <https://projects.coin-or.org/Bonmin>

3. <https://projects.coin-or.org/Cbc>

4. <https://projects.coin-or.org/Ipopt>

### IV.3 Modélisation mathématique de la chaîne énergétique du véhicule

---

pour la résolution des problèmes non linéaires en variables continues. Toutes ces bibliothèques ont été développées dans le cadre du projet Coin-OR<sup>5</sup> "The Computational Infrastructure for Operations Research" qui offre une gamme très large d'outils open source pour la résolution de plusieurs types de problèmes.

La nature non linéaire en variables continues de notre problème nous a conduit à retenir l'outil de résolution open source *IPOpt*. Cet outil offre en effet la possibilité de résoudre des systèmes d'optimisation en variables continues, présentant une fonction objectif ou des contraintes non linéaires, convexes ou non convexes, mais nécessairement deux fois dérivables.

*IPOpt* est basé sur une méthode de points intérieurs primal-dual qui utilise des méthodes de filtrage (Fletcher et Leyffer) (Fletcher and Leyffer, 2002). Il est conçu pour exploiter les informations de la matrice Hessienne en calculant des dérivées premières et secondes. Si aucune information n'est fournie à cause de la complexité de calcul, IPOpt évite de construire la matrice Hessienne et à la place utilise la méthode BFGS « Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno » (méthode de type quasi-Newton) (Nocedal, 1980) qui repose sur une approximation de l'inverse de la dérivée seconde de la fonction à minimiser (objectif), en analysant les différents gradients successifs. Mais, la matrice Hessienne n'a pas besoin d'être recalculée à chaque itération de l'algorithme.

La première version originale d'*IPOpt* a été formulée en langage Fortran par Andreas Wächter dans son projet de thèse au Département de génie chimique à l'université Carnegie Mellon située à Pittsburgh, États-Unis. Depuis lors, plusieurs améliorations intégrant de nouvelles fonctionnalités ont été apportées spécialement par le groupe IBM Research par la ré-écriture d'*IPOpt* en langage C++. Actuellement, la dernière version du code d'optimisation d'*IPOpt* peut être téléchargée à partir du site internet <https://projects.coin-or.org/svn/Ipopt/stable/3.11/>.

Afin de résoudre le problème mathématique développé auparavant, une écriture du modèle sous format AMPL<sup>6</sup> (Modeling Language for Mathematical Programming) (Fourer et al., 1993) a été réalisée afin de traduire l'écriture mathématique du modèle sous une forme compatible et lisible par la bibliothèque *IPOpt*. En conséquence, le nombre de cycles à effectuer par le véhicule, selon la profondeur de décharge, peut être calculé suivant le principe de l'organigramme présenté comme suit :

---

5. <http://www.coin-or.org/>

6. <http://www.artelys.com/fr/composants-numeriques/ampl>

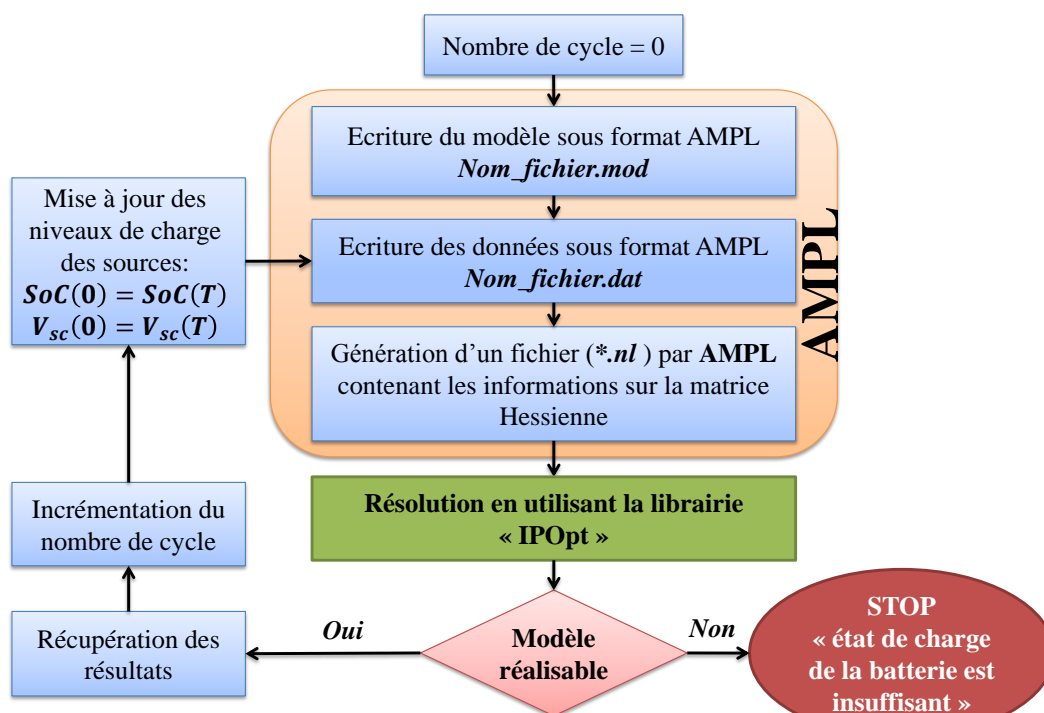


Figure IV.10 – Algorithme de calcul du nombre de cycles

Le programme utilise comme paramètres d'entrée le modèle mathématique  $nom_{fichier}.mod$  et les données  $nom_{fichier}.dat$  exprimés sous format *AMPL*. Cet outil mathématique (*AMPL*) génère automatiquement un fichier avec une extension *.nl* contenant les informations sur la matrice Hessienne qui sont nécessaires au fonctionnement de la bibliothèque *IPOpt*. L'optimisation est lancée en boucle sur le profil de mission en mettant à jour, à chaque début de cycle, les informations sur l'état de charge initial des sources énergétiques. Si l'optimisation se déroule en mode sans échec, le programme récupère les résultats obtenus, incrémente le nombre de cycles et actualise le  $nom_{fichier}.dat$ . La même procédure est répétée jusqu'à l'arrêt de l'optimisation par la détection d'une erreur liée à l'impossibilité de trouver une solution réalisable, ce qui signifie que la charge de la batterie (autonomie du véhicule) est insuffisante pour couvrir la demande du groupe moto-propulseur sur la mission considérée.

Les résultats obtenus dans le tableau IV.5 montrent la décharge optimale de la batterie enregistrée sur les différents cycles de mission ainsi que le nombre de cycles que peut effectuer le véhicule en répétant la même mission, avec l'initialisation des tensions des sources

## IV.4 Stratégie de gestion en temps réel basée sur la logique floue

---

$V_{bat}^{cycle}(0) = V_{bat}^{cycle-1}(T)$ ,  $V_{sc}^{cycle}(0) = V_{sc}^{cycle-1}(T)$ , pour une profondeur de décharge de la batterie fixée à 90% équivalente à  $SoC^{min} = 10\%$ .

**Tableau IV.5** – Décharge optimale de la batterie

Mission	T (s)	Δt (s)	Décharge sur un cycle (%)	Nombre de cycles
"Livraison 1"	176	1	1,7078	46
"Livraison 2"	287,4375	0,0313	3,119	28
"Urbain 1"	2163	0,333	9,5076	9
"Urbain 2"	13242	1	25,7569	3

## 4 Stratégie de gestion en temps réel basée sur la logique floue

Les stratégies de gestion hors ligne exigent de connaître le profil de mission, permettant ainsi de gérer, de façon efficace voire optimale, la répartition de l'énergie électrique fournie par les différentes sources énergétiques durant toute la durée de la mission. Ces stratégies peuvent être utilisées dans un véhicule dans le cas où les temps de calcul du superviseur sont suffisants pour résoudre le problème et délivrer les décisions adéquates.

Afin de gérer en temps réel la répartition de l'énergie électrique du véhicule, une approche floue est proposée. Celle-ci consiste à satisfaire les demandes instantanées du moteur électrique sans connaître les futures demandes, d'augmenter l'autonomie du véhicule ou le nombre de cycles effectués par le véhicule, tout en respectant les différentes contraintes de dimensionnement, de fonctionnement et de sécurité. Pour cela, on définit les variables floues (variables linguistiques) de notre système et les différentes fonctions d'appartenance, nécessaires pour le calcul du degré d'appartenance correspondant au taux de vérification d'une condition (phase de fuzzification).

Trois variables linguistiques ont été identifiées dont deux variables d'entrée relatives au courant instantané demandé par le moteur électrique  $I_{ch}$ , la tension de la super-capacité  $V_{sc}$  et une variable de sortie permettant d'évaluer la décharge de la batterie qui correspond au courant fourni ou récupéré par la batterie  $I_{bat}$ . Chaque variable linguistique est définie par un ensemble

## Chapitre IV. Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

---

de fonctions d'appartenance de type trapézoïdal afin de lisser et diminuer la complexité des calculs et les implanter par l'industriel dans le calculateur embarqué d'un prototype de véhicule électrique.

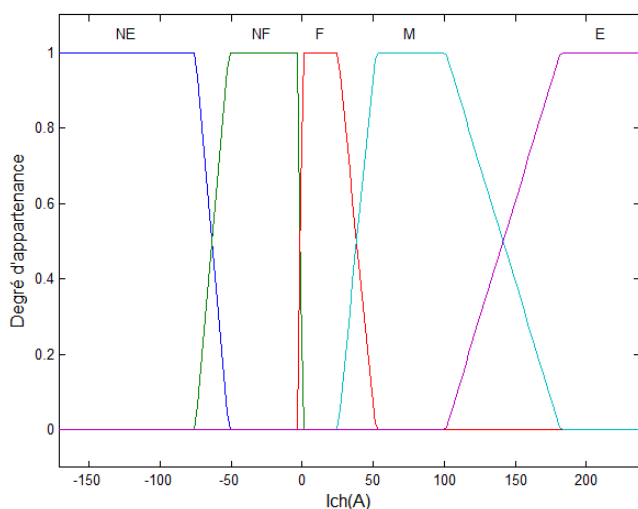
Les variables floues  $I_{ch}$ ,  $V_{sc}$  et  $I_{bat}$  qui permettent de traduire la demande du moteur électrique (Fig. IV.11), la tension de la super-capacité (Fig. IV.12) et le courant fourni par la batterie (Fig. IV.13) de notre problème contiennent respectivement cinq, quatre et six fonctions d'appartenance définies comme suit :  $I_{ch} \in \{NE, NF, F, M, E\}$ ,  $V_{sc} \in \{AF, F, M, E\}$  et  $I_{bat} \in \{NE, NF, NUL, F, M, E\}$ , où **NE** signifie "négative élevée", **NF** "négative faible", **NUL** "Nul", **AF** "assez faible", **F** "faible", **M** "moyenne", **E** "élevée".

Pour mieux expliquer la valeur d'une variable floue quelconque, prenons par exemple le cas où la demande du moteur électrique  $I_{ch}$  appartient à la fonction d'appartenance dont la valeur vaut  $NE$ . Cela signifie que la demande du moteur électrique est négative élevée suite à la génération d'un courant élevé durant un freinage, et on écrit  $I_{ch} = NE$ . Il se peut aussi que la valeur d'une variable floue appartienne à deux fonctions d'appartenance, par exemple, lorsque la tension de la super-capacité est considérée comme moyenne avec un pourcentage  $\mu_m$  et élevée à  $\mu_e$ , on écrit  $V_{sc} \in M, E$  avec  $\mu_m + \mu_e = 1$ , où  $\mu_m$  et  $\mu_e$  représentent les degrés d'appartenance des fonctions d'appartenance moyenne  $M$  et élevée  $E$  selon la valeur de la variable  $V_{sc}$  (Le calcul du degré d'appartenance  $A_i^j(x)$  de la fonction d'appartenance  $i \in I$  de la variable floue  $j \in J$ , est déjà présenté dans le paragraphe 4.6.1 du chapitre II, pour toute valeur d'entrée  $x$  de la variable floue  $j$ ).

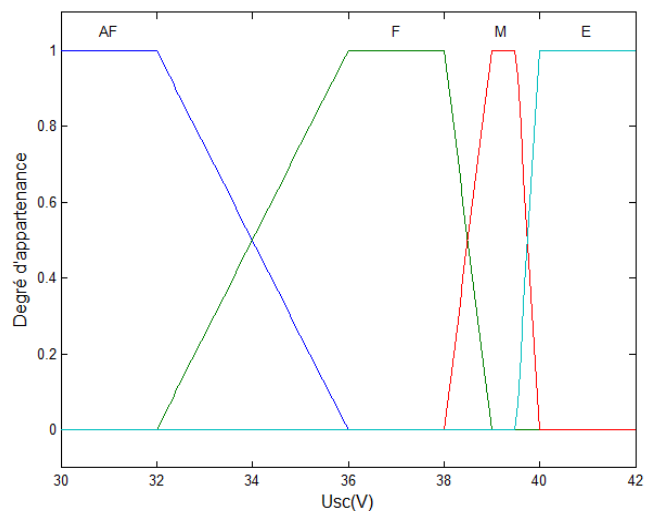
Le choix de ces paramètres d'appartenance dépend de la parfaite maîtrise du fonctionnement du système et du niveau d'expertise du décideur. Chaque choix mène à une solution différente et impactera la qualité de la solution floue. Afin d'éviter cette difficulté, nous avons optimisés et ajustés les paramètres d'appartenance hors ligne par l'algorithme génétique sur les profils de mission de référence ("Livraison 1, Livraison 2" et "Urbain 1, Urbain 2") (voir paragraphe 4.6.4 du chapitre II), afin d'aboutir à des solutions floues de bonne qualité.

Après la modélisation des variables floues, nous avons considéré le moteur d'inférence illustré par le tableau IV.6, qui permet de déduire l'état de la variable de sortie  $I_{bat}$  en fonction de l'état des variables d'entrée ( $I_{ch}, V_{sc}$ ) en regroupant toutes les situations envisageables qui peuvent se produire. A ce moment-là, selon les valeurs des variables d'entrée, le moteur de règles ne retient que les réalisations possibles pour déduire l'état de la variable de sortie.

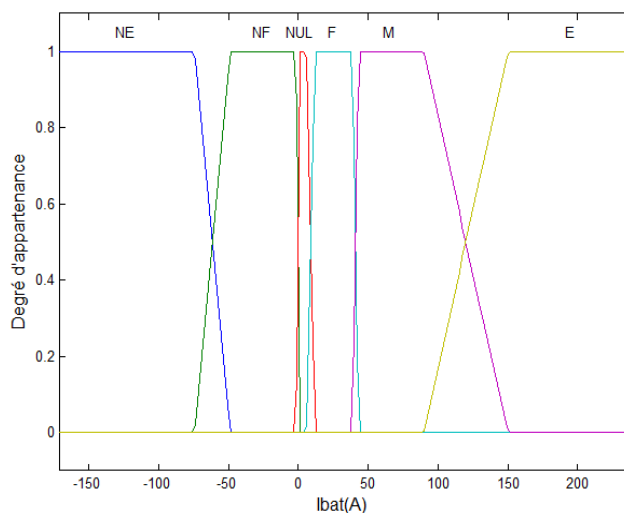
## IV.4 Stratégie de gestion en temps réel basée sur la logique floue



**Figure IV.11** – Modélisation floue de la demande du moteur électrique



**Figure IV.12** – Modélisation floue de la tension de la super-capacité



**Figure IV.13** – Modélisation floue du courant fourni par la batterie

$(I_{ch}, V_{sc})$	<b>AF</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>E</b>
<b>NE</b>	NUL	NUL	NF	NE
<b>NF</b>	NUL	NUL	NUL	NF
<b>F</b>	F	F	F	NUL
<b>M</b>	M	M	F	NUL
<b>E</b>	E	M	F	NUL

**Tableau IV.6** – Moteur d'inférence : les réalisations possibles des deux sources

## Chapitre IV. Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

En supposant que la valeur d'entrée de la variable floue  $I_{ch}$  appartienne à la fonction d'appartenance Moyenne  $M$  et Élevée  $E$ , et que la valeur de la variable floue  $V_{sc}$  appartienne à la fonction d'appartenance Faible  $F$  et Moyenne  $M$ , en utilisant le moteur de règles, quatre possibilités peuvent se produire :

- Si "la demande du moteur électrique est **Moyenne**" Et "la tension de la super-capacité est **Faible**" Alors "le courant fourni par la batterie est **Moyen**" Ou
- Si "la demande du moteur électrique est **Moyenne**" Et "la tension de la super-capacité est **Moyenne**" Alors "le courant fourni par la batterie est **Faible**" Ou
- Si "la demande du moteur électrique est **Élevée**" Et "la tension de la super-capacité est **Faible**" Alors "le courant fourni par la batterie est **Moyen**" Ou
- Si "la demande du moteur électrique est **Élevée**" Et "la tension de la super-capacité est **Moyenne**" Alors "le courant fourni par la batterie est **Faible**"

En utilisant l'opérateur flou *ET* (resp. *OU*), détaillé dans le paragraphe 4.6.2 du chapitre II, sur l'exemple précédent, le moteur de règles arrive à détecter quatre réalisations possibles. Ainsi le traitement de ces règles par les opérateurs flous est illustré, dans ce cas, par la figure IV.14.

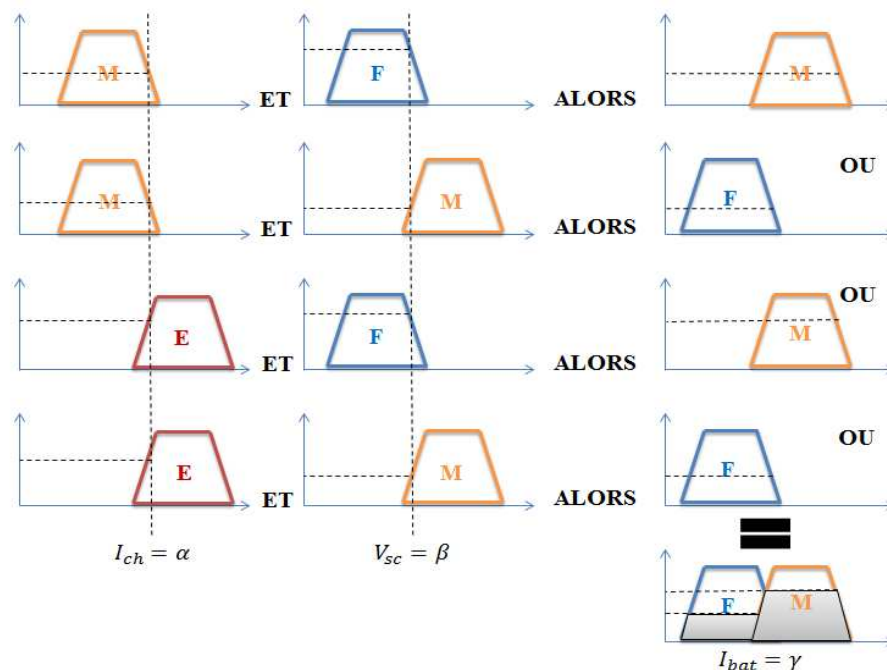


Figure IV.14 – Traitement des règles par la logique floue



#### IV.4 Stratégie de gestion en temps réel basée sur la logique floue

En fonction des valeurs d'entrée  $(\alpha, \beta)$  pour les variables floues  $(I_{ch}, V_{sc})$ , la procédure de fuzzification détecte les différents états possibles pour chaque variable floue, c'est-à-dire que  $I_{ch} \in \{M, E\}$  et  $V_{sc} \in \{F, M\}$ , ainsi que leur degré d'appartenance  $(A_{I_{ch}}^M, A_{I_{ch}}^E)$  et  $(A_{V_{sc}}^F, A_{V_{sc}}^M)$  sachant que  $A_{I_{ch}}^M + A_{I_{ch}}^E = 1$  et  $A_{V_{sc}}^F + A_{V_{sc}}^M = 1$ . Cependant, à l'aide du moteur d'inférence et le degré d'appartenance des variables floues, le système flou déduit les différents états possibles et les degrés d'appartenance pour la variable floue de sortie  $I_{bat}$ , afin de déterminer l'ensemble flou résultant de la variable de sortie. Ensuite, la procédure de déffuzzification sert à calculer la valeur  $\gamma$  de la variable de sortie  $I_{bat}$  en appliquant la méthode des centroïdes.

En utilisant par exemple le profil de mission de référence "Livraison 1", la surface des décisions (Fig. IV.15) est obtenue permettant de fournir en temps réel le courant délivré par la batterie selon les variations de la tension de la super-capacité et le courant demandé par le moteur électrique.

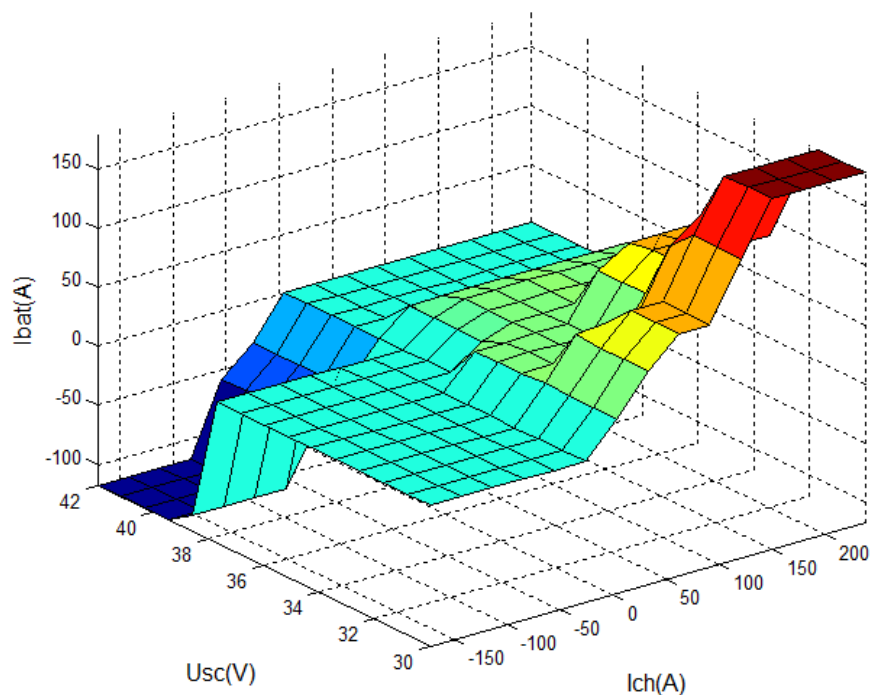


Figure IV.15 – Surface des décisions

## 4.1 Résultats obtenus par l'algorithme flou

Dans cette partie, il s'agit de présenter les résultats obtenus par l'algorithme flou en utilisant le paramétrage standard non optimisé et le paramétrage optimisé par l'algorithme génétique (Tab. IV.7), dans le but de constater l'amélioration de l'autonomie de la batterie qui dépend de l'importance du réglage des paramètres flous.

**Tableau IV.7** – Décharge de la batterie sur un cycle de mission par les différentes approches

Mission	Paramétrage standard du flou (%)	Paramétrage optimisé du flou (%)	Optimisation hors ligne : IPOpt (%)
"Livraison 1"	1,811	1,7707	1,7078
"Livraison 2"	3,14	3,133	3,119
"Urbain 1"	14,6344	14,355	9,5076
"Urbain 2"	31,8017	30.698	25,7569

L'étude réalisée hors-ligne en utilisant l'outil *IPOpt*, nous a permis d'avoir la décharge optimale de la batterie sur un cycle de mission qui est indispensable pour mesurer la qualité de la solution floue obtenue en temps réel. D'après l'écart entre la solution floue en ligne et la solution optimale fournie par *IPOpt*, il s'avère que la qualité de la solution floue est acceptable en tenant compte que la stratégie de gestion développée en utilisant l'algorithme flou est instantanée et non prédictive c'est-à-dire, que l'optimisation est en temps réel à chaque pas de temps dès que l'information sur la demande instantanée du moteur électrique est transmise du conducteur au superviseur (calculateur) embarqué du véhicule (non prise en compte des futures demandes). L'autonomie du véhicule calculée par les différentes approches est résumée dans le tableau IV.8.

Afin d'obtenir la meilleure décharge de la batterie sur un profil de mission donné, il est important de choisir les paramètres flous optimisés sur le même profil de mission. L'utilisation des paramètres flous d'un autre profil de mission entraîne une dégradation de la décharge de la batterie. Le tableau IV.9 montre l'intérêt de l'application des paramètres flous optimisés sur le profil de mission correspondant.

L'algorithme d'ajustement a permis d'améliorer la décharge de la batterie et l'autonomie du véhicule, exprimée en nombre de cycles, sur les différents profil de mission. Cependant, on peut

## IV.4 Stratégie de gestion en temps réel basée sur la logique floue

Tableau IV.8 – Autonomie du véhicule en nombre de cycles

Mission	Paramétrage standard du flou ( <i>cycle</i> )	Paramétrage optimisé du flou ( <i>cycle</i> )	Optimisation hors ligne : IPOpt ( <i>cycle</i> )
"Livraison 1"	43	44	46
"Livraison 2"	25	25	28
"Urbain 1"	5	5	9
"Urbain 2"	2	2	3

Tableau IV.9 – Décharge de la batterie sur un cycle, selon le choix des paramètres flous

Mission	"Livraison 1"	"Livraison 2"	"Urbain 1"	"Urbain 2"
"Livraison 1"	1,7707 %	1,773 %	1,7761 %	1,7921 %
"Livraison 2"	3,1392 %	3,133 %	3,3160 %	3,1391 %
"Urbain 1"	14,4078 %	14,3609 %	14,355 %	14,3765 %
"Urbain 2"	30,9376 %	32,0644 %	31,1065 %	30,698 %

considérer que la solution obtenue par l'algorithme flou est de bonne qualité étant donné que l'écart de cette solution par rapport à la solution optimale fournie par *IPOpt* ne dépasse pas les 0,063 % pour les profils courts "Livraison 1, Livraison 2" et 4,9411 % pour les profils longs "Urbain 1, Urbain 2". De plus, la souplesse de l'algorithme flou développé à l'aide de *Matlab* ou en langage *C++*, nous a permis de l'implanter dans le calculateur du sous-système électronique « *Power Pack Plus* » de l'industriel *Nexter Electronics* afin de valider son bon fonctionnement selon le pas de temps considéré (Gaoua et al., 2013c).

Des simulations sont réalisées sur les différents profils de mission en intégrant le paramétrage flou optimisé fourni par l'algorithme d'ajustement présenté précédemment, dans le but d'observer l'évolution des courants et les tensions des sources énergétiques ainsi que le respect des différentes consignes de sécurité.

### 4.2 Simulations sur les différents profils de mission

Dans cette partie, il s'agit de présenter le résultat des simulations réalisées sur le profil de mission "Livraison 1" et "Urbain 1", (d'autres simulations ont été réalisées aussi sur les profils

"Livraison 2" et "Urbain 2"), en utilisant les différents profils de mission fournis par l'industriel. Les surfaces des décisions floues obtenues en choisissant le réglage optimal des paramètres d'appartenance sont présentées ci-dessous dans la figure IV.16.

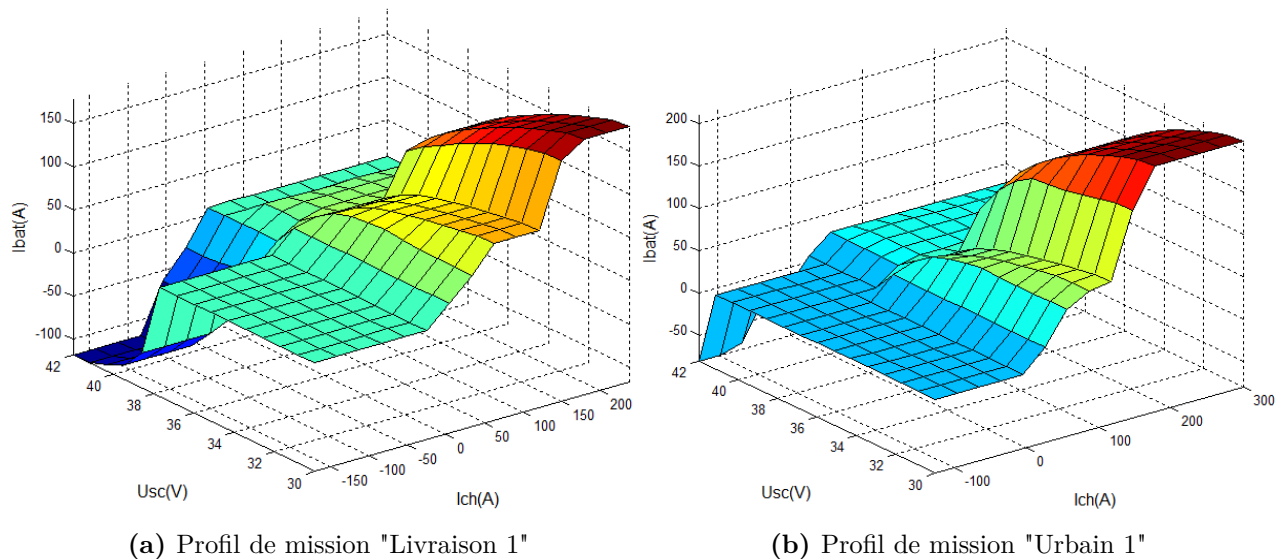


Figure IV.16 – Surface des décisions floues

On constate que la batterie fournit davantage de courant qu'elle n'en récupère (Fig. IV.18) afin de répondre à la demande du moteur électrique ce qui explique les multiples décharges (Fig. IV.17). Son mauvais rendement permet à la super-capacité de récupérer la majorité de l'énergie du freinage sauf si celle-ci a déjà atteint son niveau de charge maximal et, dans ce cas-là, c'est au tour de la batterie de récupérer le reste de l'énergie.

Les contraintes de limitation de l'état de charge des sources énergétiques et du courant au niveau du convertisseur et de la super-capacité sont bien respectées. Le rendement élevé de la super-capacité lui permet de récupérer le courant issu du freinage et de l'utiliser dans les phases de traction afin de minimiser la décharge de la batterie caractérisée par un rendement plus faible que celle de la super-capacité. On remarque aussi, qu'à la fin de la mission, la super-capacité atteint son niveau de charge maximal 42V suite à la récupération de toute l'énergie durant les dernières phases de freinage (Fig. IV.19).

Les variations de puissance constatées au niveau du convertisseur, illustrées par les courbes noires et rouges de la figure IV.20, correspondent à ses pertes énergétiques. Dans les phases de

## IV.4 Stratégie de gestion en temps réel basée sur la logique floue

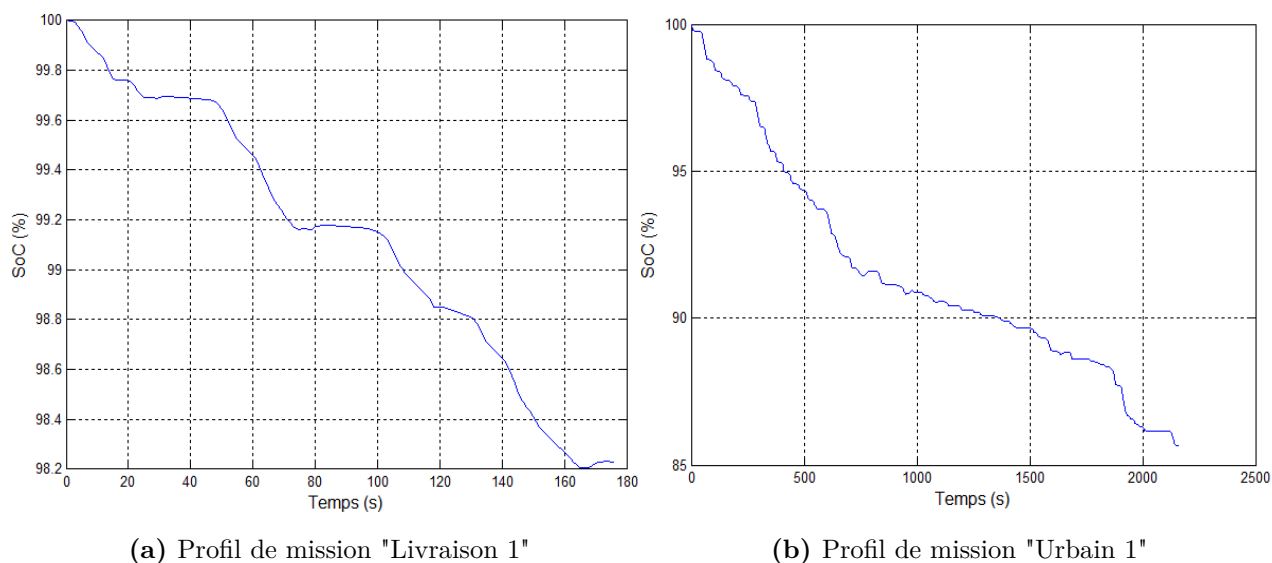


Figure IV.17 – Décharge de la batterie

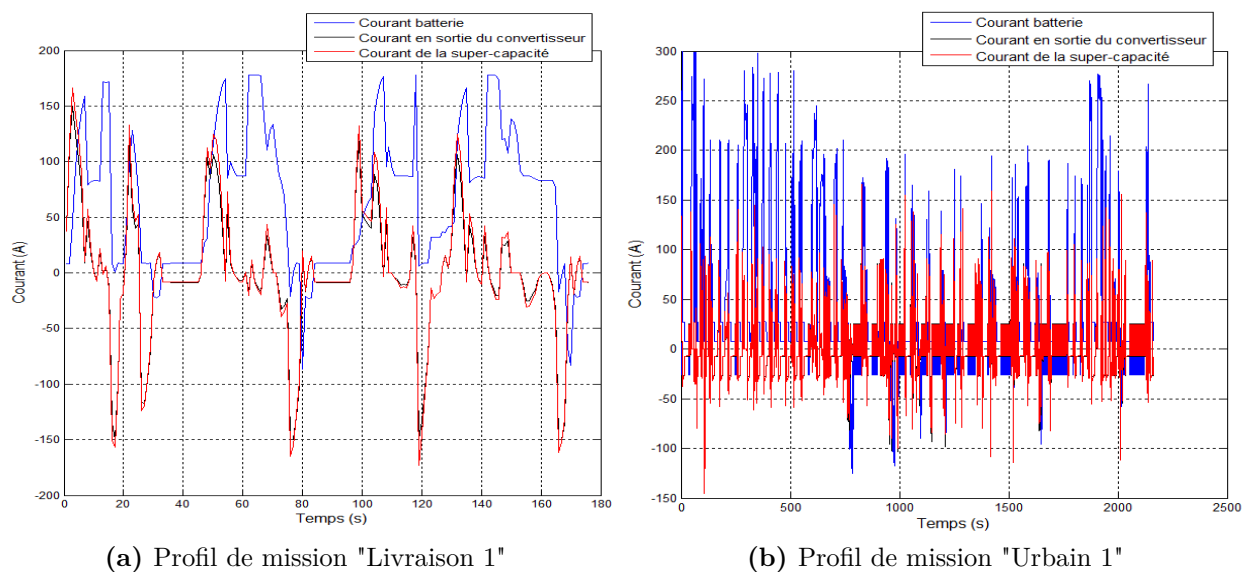


Figure IV.18 – Courants fournis par les différentes sources

recupération du courant, la puissance enregistrée au niveau de la super-capacité est inférieure à celle en sortie du convertisseur, et inversement lorsque celle-ci (super-capacité) fournit du courant. La figure IV.21 illustre les pertes énergétiques du convertisseur qui correspondent parfaitement à sa courbe de pertes énergétiques.

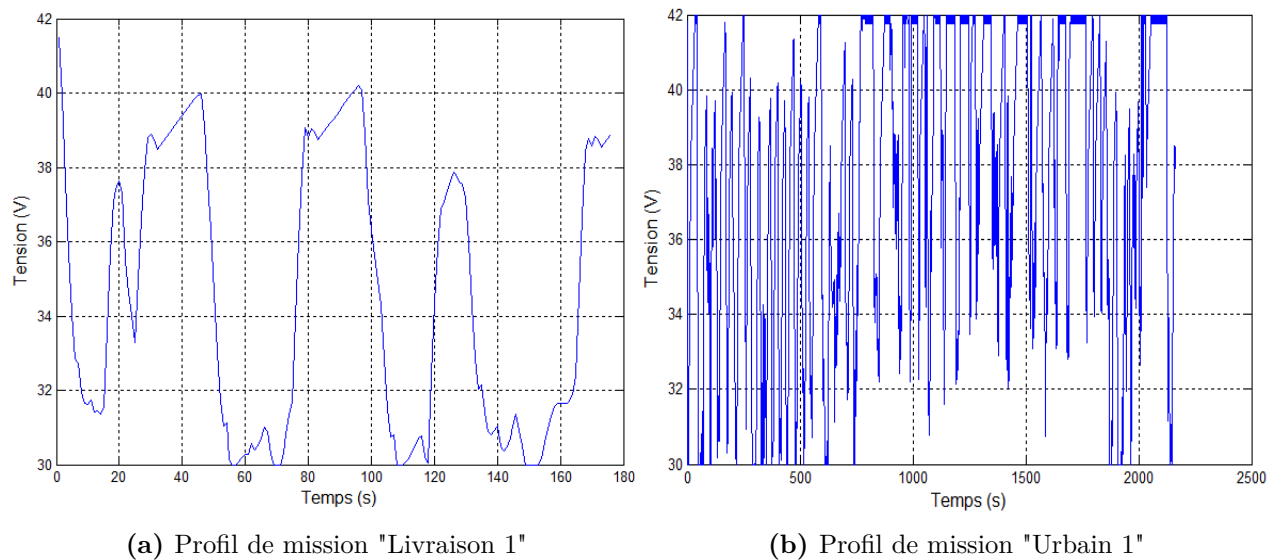


Figure IV.19 – Tension de la super-capacité

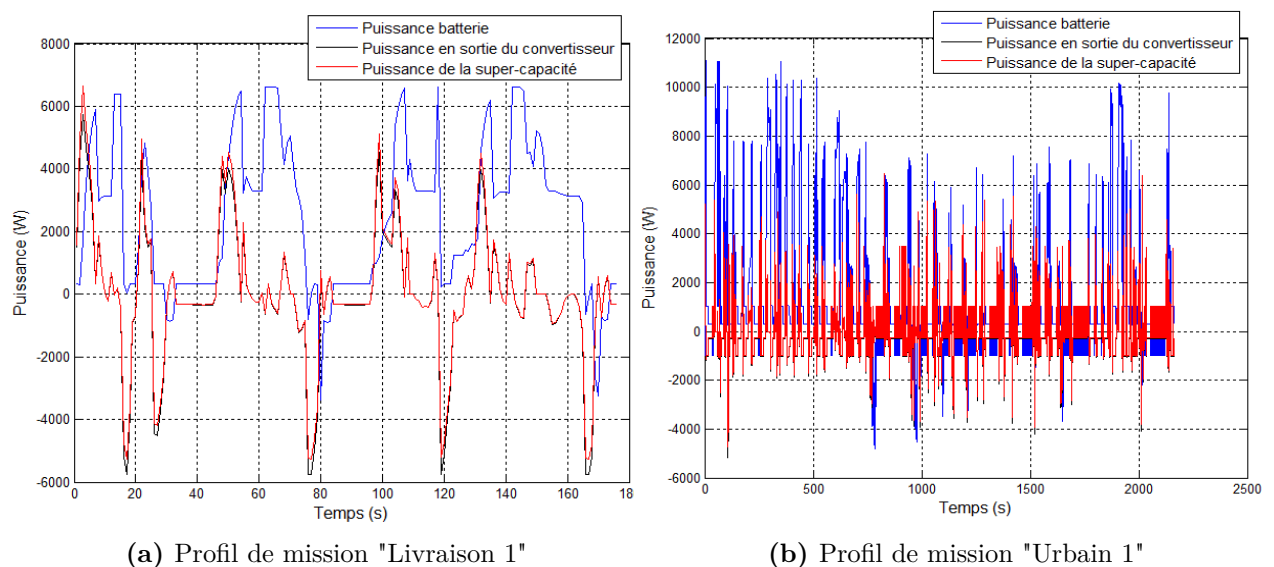
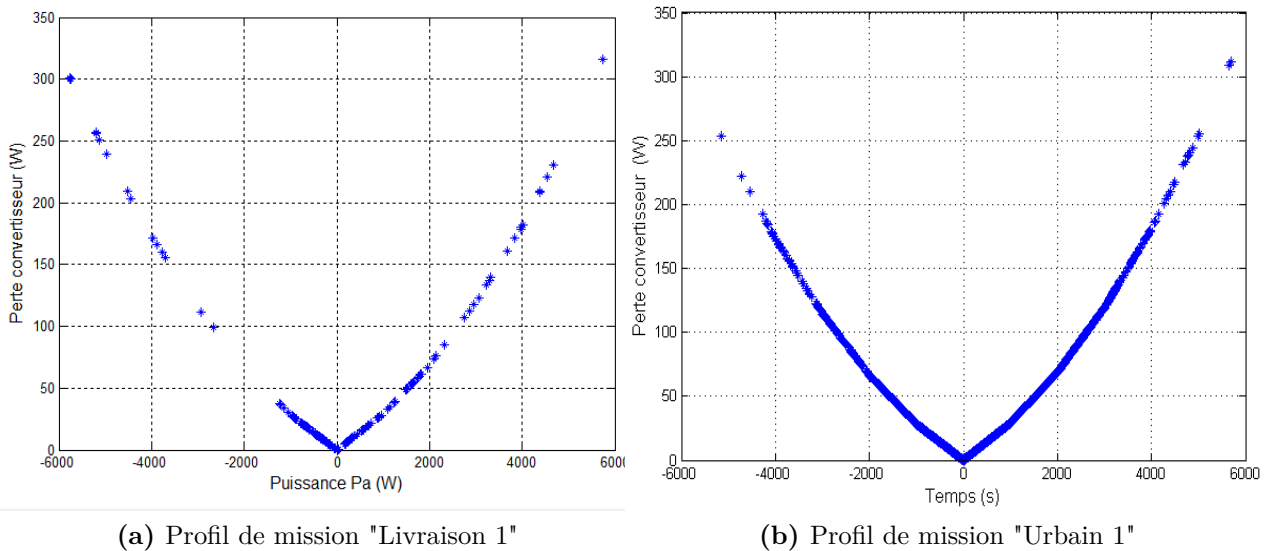


Figure IV.20 – Puissances fournies par les sources énergétiques

## 5 Conclusion

La gestion d'énergie en temps réel reflète le vrai comportement du véhicule électrique, étant donné que la demande n'est connue qu'à l'instant présent lorsque le conducteur transmet cette information au calculateur du véhicule par le biais d'une accélération, une décélération ou un freinage. Afin de contrôler en ligne l'énergie distribuée par les différentes sources du véhicule (batterie/super-capacité), un algorithme de type flou a été développé, prenant en compte les



**Figure IV.21** – Pertes énergétiques du convertisseur

informations sur la demande instantanée du moteur électrique et l'état de charge de la supercapacité afin de fournir le courant de batterie adéquat.

Cependant, l'algorithme flou nécessite un réglage au niveau des paramètres d'appartenance. Généralement, le paramétrage flou repose sur l'expertise de l'industriel et sa connaissance parfaite du fonctionnement de la chaîne énergétique du véhicule. Or, il existe d'autres alternatives basées sur des optimisations hors ligne qui permettent de régler d'une façon optimisée le positionnement des paramètres d'appartenance suivant un profil de mission de référence et obtenir de meilleures décharges de batterie. Dans ce cas, un algorithme génétique est appliqué en codant les paramètres flous sous une forme adéquate (codage réel) pour être utilisés par l'algorithme à l'aide des différentes opérations de sélection, de croisements et de mutations aléatoires. Ces opérations permettent de générer de meilleurs paramètres qui rendent l'algorithme flou plus performant et par conséquent d'obtenir des décharges de batterie très réduites.

Afin de comparer la qualité de la solution en ligne obtenue par l'algorithme flou, une étude de performance a été réalisée en développant une modélisation mathématique de type non linéaire qui reflète le fonctionnement de la chaîne énergétique du véhicule. Le modèle est résolu hors-ligne sur des profils de mission de référence en utilisant une méthode d'optimisation de type points intérieurs intégrée dans une bibliothèque d'optimisation open source *IPOpt* de la plateforme *Coin-OR*. L'écart des résultats obtenus entre la solution optimale hors-ligne et la

## Chapitre IV. Optimisation non linéaire et stratégie de commande en temps réel pour la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique

---

solution floue en ligne laisse penser que les performances de l'algorithme flou développé sont bonnes et qu'un tel algorithme peut être utilisé pour contrôler l'énergie d'un véhicule électrique.

Une première phase de test est réalisée avec succès par l'industriel en développant l'algorithme flou présenté précédemment dans le but de tester la portabilité du code source sur la plateforme du calculateur embarqué du véhicule et de valider son fonctionnement en générant des profils de mission (freinages, accélérations, et décélérations). D'autres tests devraient être réalisés sur le véhicule en toute fin d'année 2014, pour déduire les performances réelles par rapport à la stratégie de commande actuelle utilisée par l'industriel.

Dans la mesure où le véhicule est amené à effectuer plusieurs missions différentes, par exemple pour un chariot élévateur, caractérisé par deux profils de mission (un profil de mission pour la traction et un autre pour soulever les objets), une stratégie de commande de type basculement floue peut être adaptée au problème (Neffati et al., 2013). Le concept est le même que celui déjà présenté ; il suffit de stocker les paramètres flous optimisés pour chaque catégorie de profil de mission et de basculer d'une règle floue à une autre dès que le profil de mission change. L'identification du profil de mission de référence est réalisée grâce à l'historique des dernières demandes du moteur électrique, ou prédite si des informations *GPS* et de trafic sont disponibles.

Le chapitre suivant est réservé à l'étude de l'impact de la gestion d'énergie sur le dimensionnement des sources. En effet, l'application d'une stratégie de gestion intelligente dans une boucle de dimensionnement d'un système multi-source permet de mieux dimensionner les sources énergétiques afin de minimiser les coûts de construction et d'exploitation. Cependant, un dimensionnement optimal combiné avec une stratégie de gestion d'énergie permet d'obtenir des gains importants en termes de consommations de combustible car la stratégie de gestion sera plus efficace.



---

---

# Chapitre V

---

## Impact de la gestion d'énergie pour le dimensionnement de la chaîne énergétique d'un véhicule hybride électrique

### 1 Introduction

En raison des problèmes d'environnement, du réchauffement climatique et de la réduction des réserves fossiles, les véhicules électriques hybrides basés sur des piles à combustible sont considérés comme une alternative possible et économe et fournissent de multiples avantages. Néanmoins, les piles à combustible possèdent quelques inconvénients liés à leurs coûts d'exploitation, à la faible réponse dynamique, à la tension de sortie variable ou encore au phénomène de saturation. Ces obstacles peuvent néanmoins être surmontés grâce à la sélection et au dimensionnement adéquat du groupe motopropulseur.

La conception du groupe motopropulseur n'est toutefois pas terminée une fois sélectionnés tous les sous-systèmes et boucles de régulation. La gestion d'énergie est aussi importante que la conception des sous-systèmes du groupe propulseur, puisqu'elle doit garantir le respect des exigences en puissance de la charge ainsi que d'autres contraintes de conception afin de minimiser la consommation de combustible, d'augmenter l'autonomie du véhicule, de réduire les coûts d'exploitation, et d'améliorer la durée de vie des sources énergétiques.

Il existe un certain nombre de stratégies de gestion documentées dans la littérature ([Caux et al., 2010](#); [Gao et al., 2008](#); [Gaoua et al., 2013d](#); [Guemri, 2013](#); [Kelouwani et al., 2012](#)), lorsque le profil de mission est connu, éventuellement partiellement à travers des systèmes d'identification ou géographiques, ou totalement inconnu. Dans chacune de ces situations, la stratégie de gestion

d'énergie la plus appropriée pour le groupe motopropulseur sera différente. En fonction de ces stratégies de gestion, l'énergie fournie par la pile à combustible et celle délivrée par les sources secondaires seront différentes ; il en est de même pour l'efficacité globale du groupe motopropulseur. Par conséquent, on peut dire que ces stratégies de gestion seront capables d'optimiser la consommation de carburant du système. Actuellement, l'équipe *GSEP* de l'université *Carlos 3* à Madrid, travaille sur des projets de dimensionnement des sources énergétiques pour des véhicules à pile à combustible. Les stratégies de gestion sont à base de seuils en utilisant la puissance maximale de la pile à combustible afin d'identifier le type, le nombre, et la capacité des sources secondaires (Oliver et al., 2009). Afin d'améliorer le processus de dimensionnement, une stratégie de gestion intelligente sera implantée, dans ce chapitre, dans le processus de dimensionnement permettant de fournir les références optimales de courant pour mieux gérer l'énergie distribuée par la pile à combustible (Gaoua et al., 2014) et par la suite, quantifier les économies en carburant ainsi que son impact économique.

La consommation totale de carburant enregistrée doit être évaluée en tenant compte des coûts de consommation d'hydrogène et du prix de l'électricité pour recharger les sources secondaires. Dans ce contexte, les économies de carburant vont être calculées en comparant les résultats de simulation obtenus lorsque la nouvelle stratégie de gestion d'énergie est appliquée et quand elle ne l'est pas.

## 2 Structure de la chaîne énergétique du véhicule hybride électrique

La chaîne énergétique du véhicule étudié (Fig. V.1) utilise une pile à combustible comme source d'énergie principale d'une puissance nominale de  $1,2 \text{ kW}$ , reliée au bus de distribution par l'intermédiaire d'un convertisseur *DC/DC*. Étant donné que la pile à combustible n'est pas en mesure de fournir la puissance demandée par le groupe moto-propulseur à certains instants du profil de conduite, une source d'énergie secondaire est nécessaire. Une batterie lithium-ion d'une tension nominale de  $72 \text{ V}$  est utilisée afin d'assister la pile à combustible dans les phases de traction. En ce qui concerne la taille de la batterie, deux capacités différentes ont été prises en compte  $Q_1 = 4,55 \text{ Ah}$  et  $Q_2 = 9 \text{ Ah}$  de façon à considérer les deux situations possibles suivantes :

- Tout au long du profil de mission, la batterie devra être rechargée à partir de la pile

## V.2 Structure de la chaîne énergétique du véhicule hybride électrique

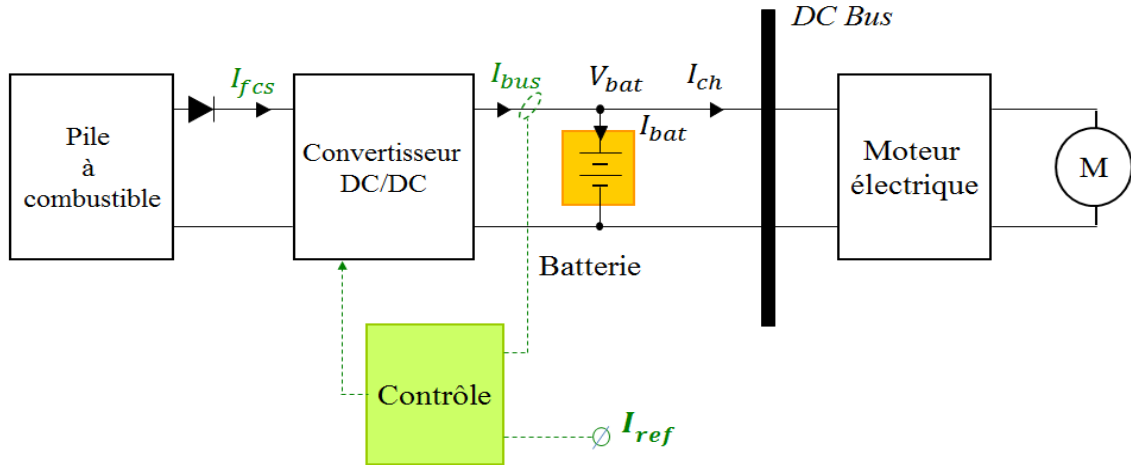


Figure V.1 – Structure du véhicule électrique

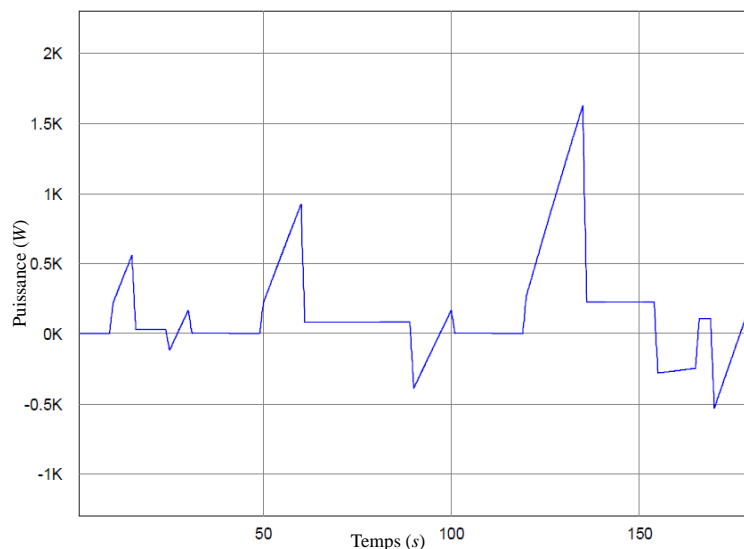
à combustible afin de maintenir son état de charge  $SoC$  dans les limites définies par le concepteur (10% - 75%).

- Tout au long du profil de mission, la batterie ne nécessite aucune recharge pour maintenir son  $SoC$  dans les limites.

En utilisant ces hypothèses, le dimensionnement de la batterie a été conçu de manière optimale selon le processus de dimensionnement de l'équipe *GSEP*.

La demande en puissance du groupe moto-propulseur est déterminée sur la base d'un véhicule léger de 800 *kg*, propulsé par un moteur électrique avec une puissance nominale de 4,7 *kW* et une puissance crête de 18 *kW*, sur un cycle de conduite européen, la *CEE-15*, qui est caractérisé par une vitesse maximale de 50 *km/h* sur une durée totale de  $T = 181$  *s*.

Afin de reproduire la structure énergétique du véhicule dans le laboratoire de l'équipe *GSEP*, un prototype abaissé (reproduction de la chaîne énergétique du véhicule en utilisant des sources de faibles puissances) a été conçu et simulé avant la validation expérimentale. Le prototype a été considéré à l'échelle 1/10, ainsi, la demande maximale en puissance du groupe moto-propulseur est de 1,6 *kW* (Fig. V.2). Pour évaluer la consommation de carburant tout au long d'une journée de travail de 8 *h*, le cycle de conduite européen est répété 161 fois.



**Figure V.2** – Puissances demandées par le moteur électrique

L'application de la stratégie de gestion hors ligne sur le profil de mission de 8 h permet de minimiser la consommation d'hydrogène par la pile à combustible et d'optimiser au fur et à mesure le dimensionnement des sources énergétiques. Pour cela, il est nécessaire de modéliser les différentes sources énergétiques.

## 2.1 Modélisation de la batterie

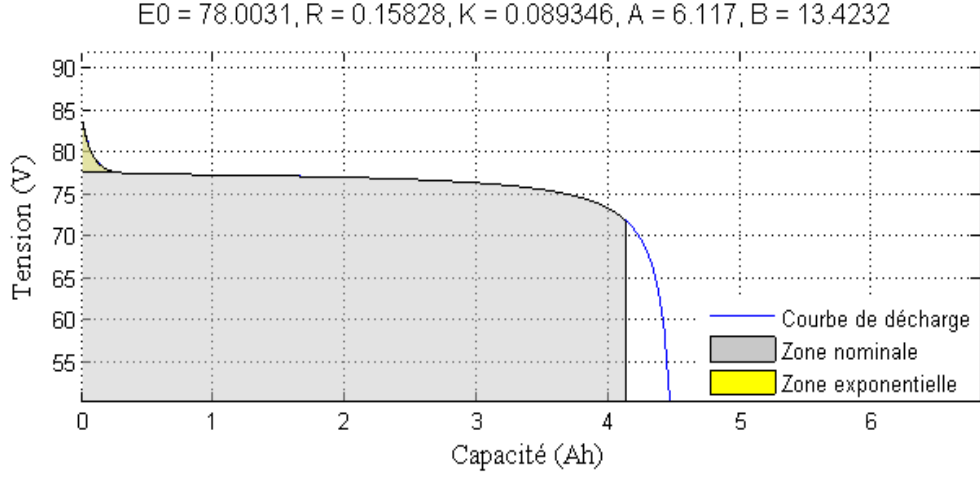
Plusieurs travaux ont été réalisés afin d'en déduire le comportement de la tension de la batterie (Lithium-ion) en fonction de son mode de décharge (Melentjev and Lebedev, 2013; Pang et al., 2001; Pop et al., 2005; Shepherd, 1963). Dans notre étude, le modèle de batterie utilisé, comme décrit précédemment dans le paragraphe 2, est caractérisé par la courbe de polarisation tension/courant (Fig. V.3).

Afin de déduire l'équation de la courbe de polarisation de la batterie, des études réalisées par Tremblay and Dessaint (2009) ont permis d'identifier l'équation mathématique qui traduit l'évolution de la tension de la batterie en fonction de son courant de décharge, écrite sous la forme suivante :

$$V_{bat} = E_{bat} - R_{bat}I_{bat} - K \frac{Q^{max}}{Q^{max} - Q_{bat}} Q_{bat} + Ae^{-BQ_{bat}} \quad (V.1)$$

où  $E_{bat}$  (V) représente la tension constante de la batterie,  $K$  (V/(Ah)) la constante de polari-

## V.2 Structure de la chaîne énergétique du véhicule hybride électrique



**Figure V.3** – Courbe de polarisation tension/courant

sation, ( $A$  (V),  $B$  ( $Ah^{-1}$ )) les caractéristiques de la zone exponentielle,  $Q^{max}$  ( $Ah$ ) la capacité maximale de la batterie,  $Q_{bat}$  ( $Ah$ ) la capacité actuelle de la batterie,  $R_{bat}$  ( $\Omega$ ) la résistance interne de la batterie et  $I_{bat}$  (A) le courant fourni/récupéré par la batterie.

En utilisant le modèle de la batterie lithium-ion sous *Simulink Matlab*<sup>1</sup>, les constantes  $E_{bat}$ ,  $A$ ,  $B$  et  $K$  sont identifiées pour la courbe de polarisation précédente. Cependant, dans le but d'utiliser l'équation de cette courbe dans notre modèle mathématique, une approximation polynomiale est nécessaire pour traduire l'équation non linéaire V.1 sous une forme polynomiale afin de réduire la complexité du problème. Pour cela, une simulation est réalisée en utilisant un courant de décharge, permettant de déduire dans un premier temps, la tension du circuit ouvert de la batterie  $E_{ocv}$  (Eq. V.2) en fonction de son état de charge  $SoC = Q_{bat}/Q^{max}$ , et ensuite appliquer l'approximation polynomiale de degré  $n$  (Eq. V.3) illustrée par la figure V.4, où  $b_i$  sont les coefficients d'approximation de la courbe de tension du circuit ouvert.

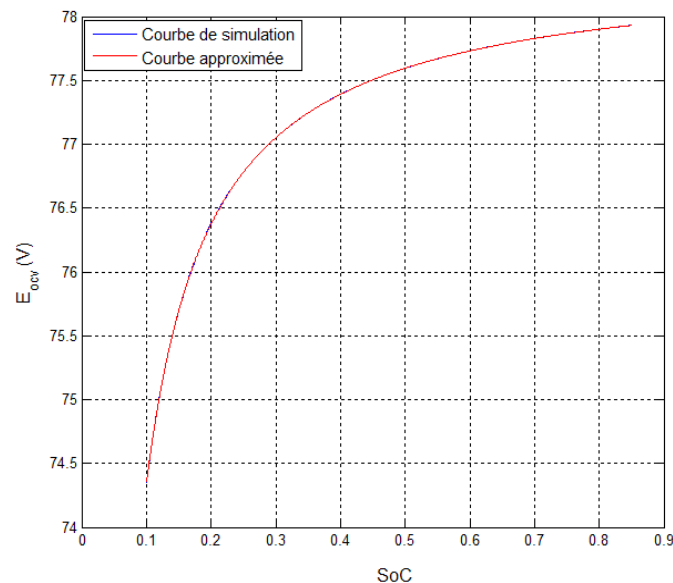
$$E_{ocv} = E_{bat} - K \frac{Q^{max}}{Q^{max} - Q_{bat}} Q_{bat} + A e^{-B Q_{bat}} \quad (V.2)$$

$$E_{ocv} = \sum_{i=0}^n b_i SoC^{n-i} \quad (V.3)$$

$$V_{bat} = E_{ocv} - R_{bat} I_{bat} \quad (V.4)$$

En utilisant les équations V.3 et V.4, la modélisation mathématique de la batterie a été validée

1. <http://www.mathworks.fr/fr/help/physmod/sps/powersys/ref/battery.html>



**Figure V.4** – Tension du circuit ouvert de la batterie

en comparaison avec les simulations réalisées sur le logiciel de simulation *PSim*<sup>2</sup> par l'équipe *GSEP* sur plusieurs profils de mission, en considérant la chaîne énergétique du véhicule vu précédemment, où la courbe rouge représente la modélisation mathématique de la batterie utilisée dans notre modèle d'optimisation et la courbe bleue celle simulée par l'équipe *GSEP* sous *PSim*.

L'application d'un courant de référence  $I_{ref}$  pour le convertisseur (voir Fig. V.1), permet de contrôler l'énergie distribuée par les différentes sources énergétiques. On constate que les profils de courant et de tension fournis par la batterie, simulé avec le modèle mathématique développé et avec *PSim* (Fig. V.5), suivent les mêmes évolutions, permettant ainsi de valider notre modélisation.

## 2.2 Modélisation de la pile à combustible

La source principale de la chaîne énergétique du véhicule étudié est une pile à combustible. Le modèle quasi-statique de la pile à combustible est caractérisé par sa courbe courant/tension, qui peut être fournie par le constructeur ou par simulation, comme le montre la figure V.6.

Pour reproduire le fonctionnement d'une pile à combustible, un modèle sous forme de boîte

---

2. <http://powersimtech.com/products/psim/>

## V.2 Structure de la chaîne énergétique du véhicule hybride électrique

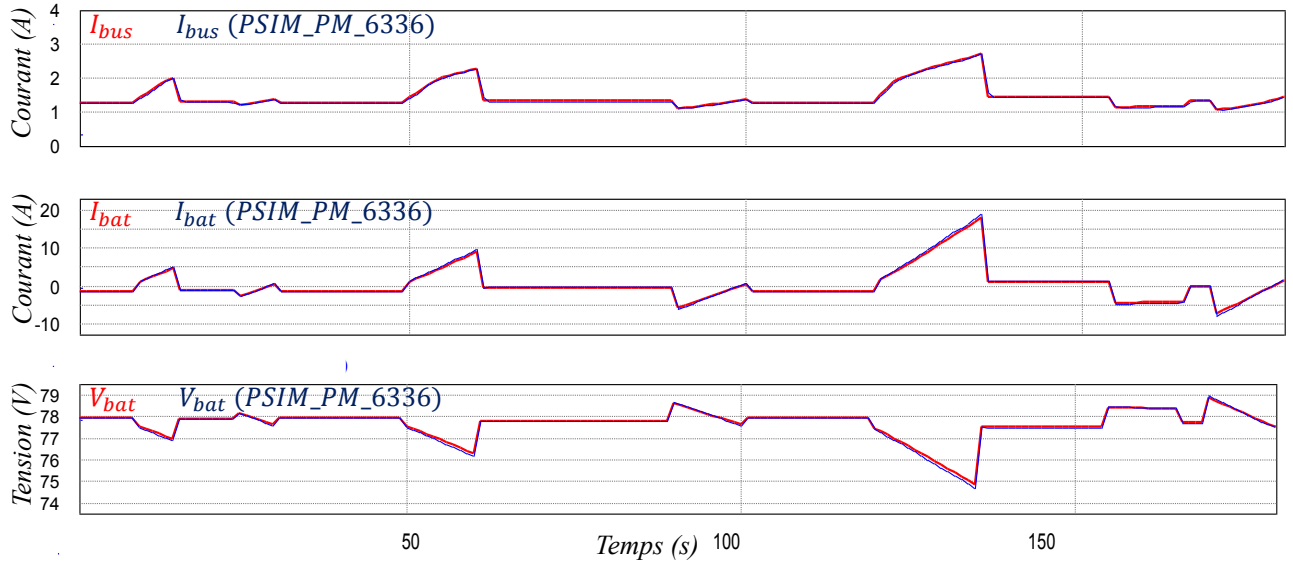


Figure V.5 – Validation de la modélisation de la batterie

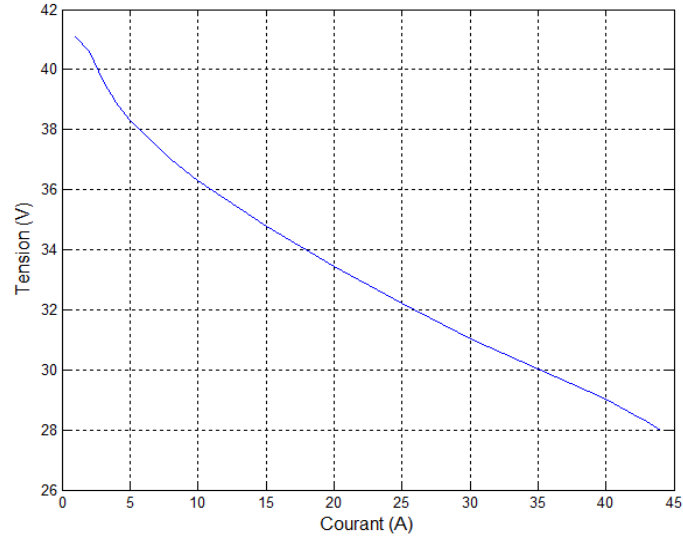
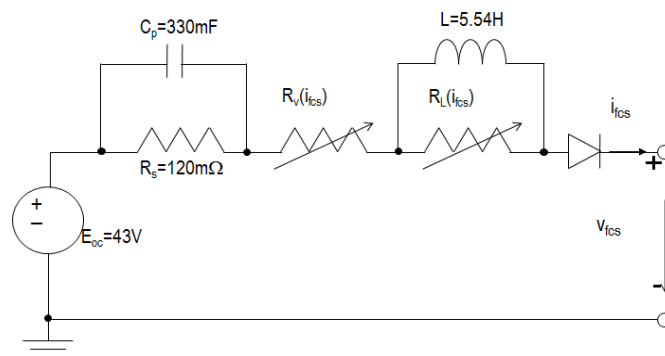


Figure V.6 – Courbe courant/tension de la pile à combustible

noire est développé par [Raga et al. \(2013\)](#) de l'équipe *GSEP* qui émule le fonctionnement réel et dynamique d'une pile à combustible (Fig. V.7). Cependant, afin de calculer sa tension en fonction du courant qu'elle fournit et de l'intégrer à notre modèle mathématique, nous supposons que le temps nécessaire pour fournir du courant est grand, ce qui permet de faire converger son fonctionnement en mode dynamique vers un fonctionnement en mode statique, et

donc, les dispositifs émulant le mode dynamique, le condensateur  $C$  et l'impédance  $L$ , peuvent être supprimés.



**Figure V.7** – Modèle  $RLC$  d'une pile à combustible

En utilisant ce modèle, la tension de la pile à combustible peut être écrite sous la forme suivante :

$$V_{fcs} = E_{oc} - R_s I_{fcs} - R_v I_{fcs} \quad (\text{V.5})$$

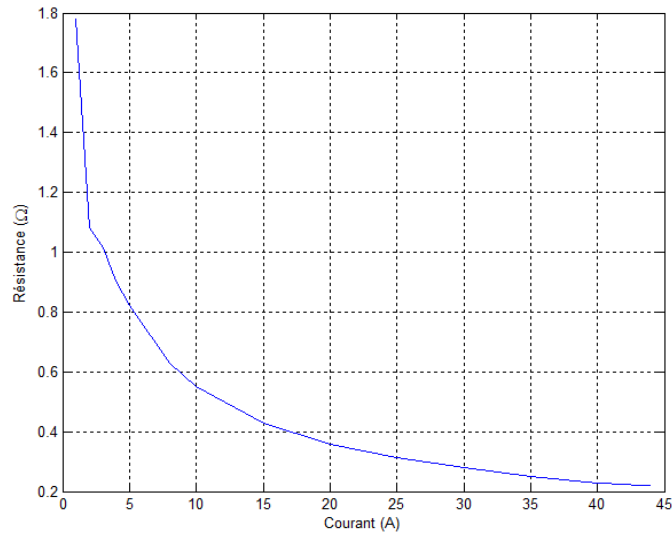
où  $E_{oc}$  est la tension de son circuit ouvert,  $R_s$  sa résistance statique et  $R_v$  sa résistance variable qui varie en fonction de son courant fourni  $I_{fcs}$ , identifiées par simulation par l'équipe *GSEP*. La valeur de la résistance variable est donnée sous forme d'un tableau, illustré par la figure [V.8](#) et approximée par un polynôme de degré  $m$  (Eq. [V.6](#)) afin de l'intégrer dans le modèle d'optimisation.

$$R_v = \sum_{j=0}^m a_j I_{fcs}^{m-j} \quad (\text{V.6})$$

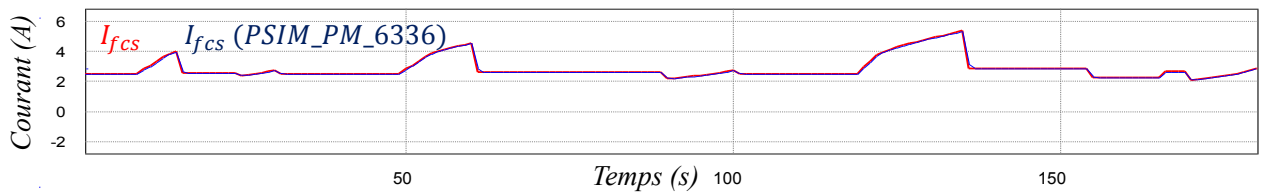
Cette modélisation a été validée en comparant les résultats obtenus avec notre modélisation et avec *PSim* (effectuée par l'équipe *GSEP*), comme le montre la figure [V.9](#).

En utilisant les différentes modélisations des sources, un modèle mathématique global est développé. Il traduit le fonctionnement de la chaîne énergétique dans le but d'optimiser l'autonomie du véhicule et de contribuer au dimensionnement optimal des sources.





**Figure V.8** – Résistance variable de la pile à combustible



**Figure V.9** – Validation de la modélisation de la pile à combustible

### 3 Modélisation mathématique globale du problème

Selon la structure hybride présentée en figure V.1, un modèle mathématique est établi. Il permet de traduire le fonctionnement de la chaîne énergétique du véhicule. Pour cela, les variables de décision de notre problème sont décrites comme suit :  $V_{fcs}(t)$  (resp.  $V_{bat}(t)$ ) la tension de la pile à combustible (resp. la batterie) à l'instant  $t$ ,  $I_{fcs}(t)$  (resp.  $I_{bat}(t)$ ) le courant fourni par la pile à combustible (resp. la batterie) à l'instant  $t$ ,  $I_{bus}(t)$  le courant en sortie du convertisseur de la pile à combustible au niveau du bus de distribution à l'instant  $t$ , et  $SoC(t)$  l'état de charge de la batterie à l'instant  $t$ .

#### 3.1 Contraintes

Après avoir identifié les variables de décision de notre problème, nous allons définir les différentes contraintes du système qui permettent d'encadrer le fonctionnement réel de la chaîne énergétique, traduit par les différentes équations citées ci-dessous.

## Chapitre V. Impact de la gestion d'énergie pour le dimensionnement de la chaîne énergétique d'un véhicule hybride électrique

---

Le but de l'étude est de satisfaire la demande du moteur électrique dans les phases de traction et récupérer toute l'énergie de freinage par la batterie pour une réutilisation future (on suppose que le système ne contient pas de résistance de sécurité qui absorbe le surplus d'énergie au cas où la batterie est complètement chargée ; ceci est décrit dans le cahier des charges de l'équipe *GSEP*). Ces conditions sont interprétées par l'équation V.7.

$$I_{bus}(t) + I_{bat}(t) = \frac{P_{ch}(t)}{V_{bat}(t)} \quad \forall t \in T \quad (V.7)$$

où  $\frac{P_{ch}(t)}{V_{bat}(t)}$  est le courant demandé par le moteur électrique écrit en fonction de la puissance demandée et la tension du bus de distribution (tension égale à celle de la batterie).

La tension de la pile à combustible varie en fonction du courant qu'elle fournit. Elle est modélisée sous la forme suivante :

$$V_{fcs}(t) = E_{oc} - R_s I_{fcs}(t) - R_v(t) I_{fcs}(t) \quad \forall t \in T \quad (V.8)$$

$$R_v(t) = \sum_{j=0}^m a_j I_{fcs}(t)^{m-j} \quad \forall t \in T \quad (V.9)$$

Cependant, pour des raisons de sécurité, la puissance fournie par la pile à combustible ( $P_{fcs} = V_{fcs} I_{fcs}$ ) est limitée entre une puissance maximale et minimale, comme le montre l'équation V.10.

$$P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs}(t) \leq P_{fcs}^{max} \quad \forall t \in T \quad (V.10)$$

Lorsque la pile à combustible fournit de la puissance, celle-ci traverse le convertisseur *DC/DC* qui consomme une partie de cette énergie (pertes énergétiques du convertisseur). Le rendement du convertisseur  $\eta_{cvs}$  est supposé fixe par le cahier des charges. Cependant, la puissance de la pile à combustible en sortie du convertisseur  $P_{bus}$ , est exprimée en fonction du rendement du convertisseur (Eq. V.11) et la tension du bus de distribution qui est la même que celle de la batterie (Eq. V.12).

$$P_{bus}(t) = P_{fcs}(t) \eta_{cvs} \quad \forall t \in T \quad (V.11)$$

$$P_{bus}(t) = I_{bus}(t) V_{bat}(t) \quad \forall t \in T \quad (V.12)$$

L'état de charge de la batterie dépend du courant fourni ou récupéré (Eq. V.13). En phase de

recharge, la capacité de la batterie augmente, entraînant ainsi une augmentation de son état de charge. Or dans les phases de décharge, celle-ci diminue jusqu'à atteindre son seuil de décharge fixé par le constructeur afin d'éviter la détérioration de la source, comme le montre l'équation V.14.

$$SoC(t) = SoC(t-1) - \frac{I_{bat}(t)\Delta t}{Q^{max}} \quad \forall t \in T \quad (V.13)$$

$$SoC^{min} \leq SoC(t) \leq SoC^{max} \quad \forall t \in T \quad (V.14)$$

Nous avons vu précédemment, que la tension de la batterie dépend de la tension de son circuit ouvert qui varie en fonction de son état de charge (Eq. V.16), et de ses pertes énergétiques calculées en fonction du courant traversant sa résistance interne (Eq. V.15), comme suit :

$$V_{bat}(t) = E_{ocv}(t) - R_{bat}I_{bat}(t) \quad \forall t \in T \quad (V.15)$$

$$E_{oc}(t) = \sum_{i=0}^n a_i SoC(t)^{n-i} \quad \forall t \in T \quad (V.16)$$

## 3.2 Fonction objectif

L'objectif de l'étude est d'augmenter les performances du système multi-source en minimisant la consommation du combustible (hydrogène) par la source principale (pile à combustible), comme le montre l'équation V.17.

$$\min \sum_{t \in T} E_{oc} I_{fcs}(t) \Delta t \quad (V.17)$$

En regroupant toutes les équations du problème, le modèle global du système est le suivant :

$$\min \sum_{t \in T} E_{oc} I_{fcs}(t) \Delta t \equiv \min E_{oc} \sum_{t \in T} I_{fcs}(t) \Delta t \quad (V.18)$$

$$I_{bus}(t) + I_{bat}(t) = \frac{P_{ch}(t)}{V_{bat}(t)} \quad \forall t \in T \quad (V.19)$$

$$V_{fcs}(t) = E_{oc} - R_s I_{fcs}(t) - R_v(t) I_{fcs}(t) \quad \forall t \in T \quad (V.20)$$

$$R_v(t) = \sum_{j=0}^m a_j I_{fcs}(t)^{m-j} \quad \forall t \in T \quad (V.21)$$

$$P_{fcs}^{min} \leq P_{fcs}(t) \leq P_{fcs}^{max} \quad \forall t \in T \quad (V.22)$$

$$P_{bus}(t) = P_{fcs}(t) \eta_{cvs} \quad \forall t \in T \quad (V.23)$$

$$P_{bus}(t) = I_{bus}(t) V_{bat}(t) \quad \forall t \in T \quad (V.24)$$

$$SoC(t) = SoC(t-1) - \frac{I_{bat}(t) \Delta t}{Q^{max}} \quad \forall t \in T \quad (V.25)$$

$$SoC^{min} \leq SoC(t) \leq SoC^{max} \quad \forall t \in T \quad (V.26)$$

$$V_{bat}(t) = E_{ocv}(t) - R_{bat} I_{bat}(t) \quad \forall t \in T \quad (V.27)$$

$$E_{oc}(t) = \sum_{i=0}^n a_i SoC(t)^{n-i} \quad \forall t \in T \quad (V.28)$$

## 4 Approche de résolution et résultats

Le problème non linéaire résultant est résolu en utilisant la méthode des points intérieurs intégrée dans la bibliothèque IPOpt (Interior Point OPTimize), après l'écriture du modèle sous format *AMPL* (A Mathematical Programming Language), déjà vu dans le paragraphe 3.4 du chapitre IV.

Comme précisé précédemment, deux capacités de batterie sont prises en considération (4,55 Ah et 9 Ah). De plus, afin de calculer les gains économiques obtenus lorsqu'une stratégie de gestion d'énergie est appliquée, des simulations sont réalisées afin de comparer les résultats :

- En utilisant une gestion d'énergie qui minimise la consommation du combustible par la source principale. La valeur du courant de référence du convertisseur  $I_{ref}$  sera déduite comme étant le courant fourni par la source principale, après la résolution du problème par *IPOpt*, qui sera utilisée par le convertisseur afin de contrôler la distribution d'énergie du système.
- Sans une stratégie de gestion d'énergie. Dans ce cas, le courant de référence  $I_{ref}$  sera le même que celui demandé par la charge (moteur électrique).

En utilisant les informations fournies par le cahier des charges (Tab. V.1), l'énergie totale

disponible dans la batterie  $E_{bat}^{tot}$ , et en fixant l'état de charge initial de la batterie à 75% et l'état de charge minimum à 10%. Les résultats obtenus par l'application ou pas d'une stratégie de gestion d'énergie (optimisation globale avec *IPOpt*) sont résumés dans les tableaux V.2 et V.3.

Tableau V.1 – Cahier des charges

Paramètre	Cas 1	Cas 2
$P_{fcs}^{max}$ (W)	250	250
$P_{fcs}^{min}$ (W)	0	0
$A$ (V)	6,117	6,117
$B$ ( $Ah^{-1}$ )	13,423	6,7847
$R_{bat}$ ( $\Omega$ )	0,1583	0,08
$E_{bat}$ (V)	78,003	78,003
$K$ (V/Ah)	0,0893	0,045159
$Q$ (Ah)	4,55	9
$E_{bat}^{tot}$ (kWh)	0,337	0,391

Tableau V.2 – Résultat sans une stratégie de gestion d'énergie intelligente

	Capacité de la batterie (Ah)	Énergie fournie par la pile à combustible (Wh)	État de charge final de la batterie (%)
Capacité de la batterie 1	4,55	1308	73,47
Capacité de la batterie 2	9	773	16

Le choix d'une batterie d'une capacité réduite de 4,55 Ah à un impact important sur la consommation du combustible par la source principale. Ce dimensionnement de batterie est trop petit pour fournir à la charge, l'énergie nécessaire tout au long du profil de mission de 8 h. Cependant, puisque la demande en puissance de la charge doit être satisfaite à chaque instant, la batterie est rechargée par la source principale (la pile à combustible) afin de conserver son état de charge entre les bornes imposées par le constructeur. On remarque que cette recharge est différente lorsqu'une stratégie de gestion est appliquée permettant d'exploiter au maximum

## Chapitre V. Impact de la gestion d'énergie pour le dimensionnement de la chaîne énergétique d'un véhicule hybride électrique

---

**Tableau V.3** – Résultat avec une stratégie de gestion d'énergie : optimisation globale avec *IPOpt*

	Capacité de la batterie ( <i>Ah</i> )	Énergie fournie par la pile à combustible ( <i>Wh</i> )	État de charge final de la batterie (%)
Capacité de la batterie 1	4,55	976	10,27
Capacité de la batterie 2	9	710	10,14

l'énergie disponible dans la batterie afin de minimiser la consommation du combustible tout au long de la mission. Or, lorsqu'on utilise un dimensionnement parfaitement adapté (batterie avec une capacité de 9 *Ah*), la pile à combustible est moins sollicitée, étant donné que la batterie est en mesure de fournir à la charge l'énergie nécessaire tout au long du profil de mission.

La comparaison des consommations énergétiques (en utilisant la stratégie de gestion ou pas, sur les différentes capacités de la batterie) est basée sur le calcul du coût de l'énergie utilisée pour satisfaire la demande de la charge tout au long de la mission. Pour cela, un prix d'hydrogène en (€/kg) et un prix d'électricité en (€/kWh) sont utilisés. La quantité d'hydrogène utilisée par la pile à combustible  $q_h$  (kg) est calculée par l'équation V.29, où  $E_{fcs}$  (kWh) représente l'énergie fournie par la pile à combustible,  $\rho_{H_2} = 1,6$  kWh/kg la densité énergétique d'hydrogène et  $\eta_{fcs} = 0,6$  le rendement de la pile à combustible.

$$q_h = \frac{E_{fcs}}{\rho_{H_2} \eta_{fcs}} \quad (\text{V.29})$$

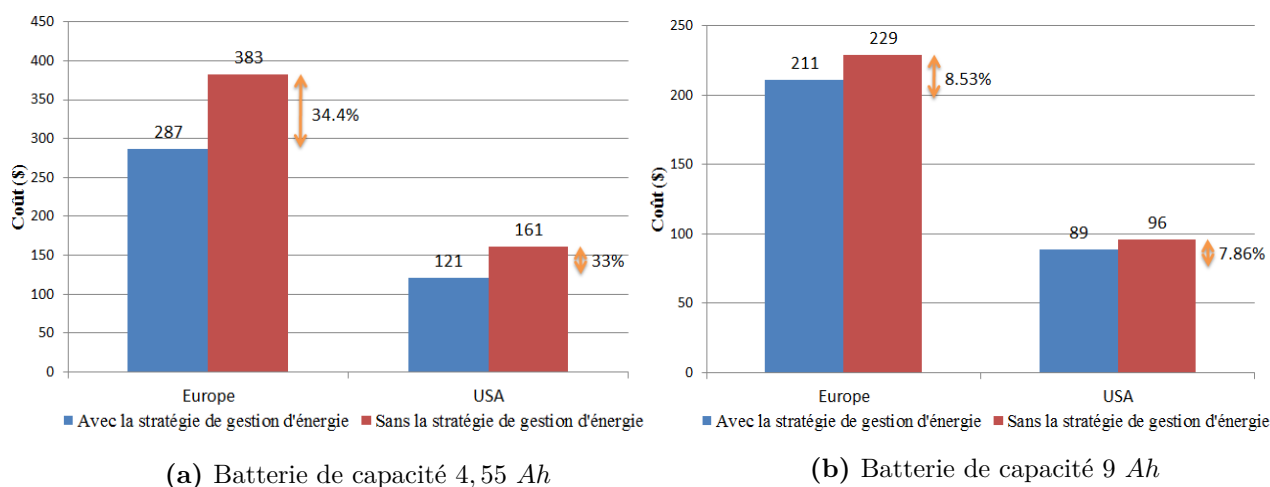
L'énergie utilisée par la batterie durant toute la mission est calculée en fonction de son énergie totale  $E_{bat}^{tot}$  et de son état de charge final  $SoC(T)$  comme suit :

$$E_{bat} = \frac{100 - SoC(T)}{100} E_{bat}^{tot} \quad (\text{V.30})$$

En utilisant les équations V.29, V.30 et les prix correspondant au prix d'hydrogène et d'électricité, le coût total de la consommation énergétique du véhicule durant toute la mission  $C_{out}$  (€) est calculé par l'équation V.31.

$$C_{out} = q_h \text{prix}_{H_2} + E_{bat} \text{prix}_{kWh} \quad (\text{V.31})$$

Afin de calculer le coût mensuel (20 jours ouvrables) des trajets effectués sur la mission de 8 h, nous avons considéré la tarification européenne et américaine pour le prix d'hydrogène (Europe : 14,04 €/kg, États-Unis : 5,9 €/kg) (Calculator, 2012; McKinsey, 2010) et d'électricité<sup>3</sup> (Europe : 0,26 €/kWh, États-Unis : 0,12 €/kWh). La figure V.10 montre le gain en termes de coût énergétique obtenu en utilisant la stratégie de gestion (optimisation globale).



**Figure V.10** – Coût mensuel de la consommation énergétique

On constate que la stratégie de gestion d'énergie permet d'obtenir des gains considérables qui peuvent atteindre 33% (Fig. V.10). Cela est clairement visible lorsque la batterie a une capacité réduite de 4,55 Ah, ce qui force la pile à combustible à gérer d'une façon efficace sa distribution d'énergie afin de répondre à la demande de la charge, de maintenir l'état de charge de la batterie entre ses bornes et de minimiser la consommation d'hydrogène. Or en utilisant une batterie de capacité suffisante, la pile à combustible est moins sollicitée, car la puissance de la charge est satisfaite globalement par la batterie entraînant ainsi une consommation d'hydrogène très réduite. L'application de la gestion d'énergie permet d'exploiter au maximum l'énergie de la batterie (état de charge final de la batterie proche de la borne inférieure 10%) et de la recharger à la fin de la mission par une source extérieure (réseau) étant donné que le coût de l'électricité est moins cher que celui de l'hydrogène. A partir de ce constat, on peut dire que la stratégie de gestion de l'alimentation est en mesure d'améliorer les performances du système, même si le groupe motopropulseur et la batterie (9 Ah) sont conçus de manière optimale, et dans ce cas, l'amélioration économique par l'application d'une gestion de l'alimentation n'est pas aussi importante que lorsque le système est mal dimensionné (batterie 4,55 Ah) ; mais elle n'est pas

3. <http://shrinkthatfootprint.com/average-electricity-prices-kwh>

négligeable non plus.

Ces résultats prouvent que la consommation optimale du combustible par une source principale est obtenue lorsque une stratégie de gestion est appliquée sur un système dimensionné d'une façon optimale.

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, une structure hybride à pile à combustible est étudiée. Cette structure hybride possède aussi une batterie comme source secondaire permettant d'assister la pile à combustible dans les phases de traction. Cependant, deux tailles de batterie sont considérées : une batterie sous-dimensionnée d'une capacité de 4,55 Ah et une batterie de dimensionnement optimal 9 Ah, dans le but d'en déduire l'importance du dimensionnement. Dans ces deux situations, une stratégie de gestion d'énergie est appliquée, basée sur une modélisation mathématique non linéaire du problème, ayant pour but la minimisation de la consommation d'hydrogène par la source principale (pile à combustible).

Les résultats obtenus après la résolution du problème par une méthode de points intérieurs, intégrée dans la bibliothèque open source *IPOpt*, ont permis de valider l'importance de la gestion d'énergie dans le cas où le système multi-source est efficacement dimensionné ou, au contraire, sous-dimensionné. Afin de comparer ces résultats, on a calculé les coûts liés à la consommation énergétique par les deux sources sur un profil de mission de 8 h, en tenant compte du coût d'hydrogène consommé par la pile à combustible, ainsi que le coût d'électricité utilisée par la batterie.

La gestion d'énergie appliquée au système sous-dimensionné a permis de réduire l'énergie fournie par la pile à combustible pour recharger la batterie et maintenir son état de charge entre les bornes définies par le constructeur. Dans ce cas, une économie d'énergie de 33% est obtenue, montrant ainsi l'intérêt particulier de la stratégie de gestion lorsque le système n'est pas correctement dimensionné. D'autre part, le dimensionnement optimal de la batterie entraîne un gain de 8,8%, étant donné que la batterie a suffisamment d'énergie pour satisfaire la demande de la charge tout au long de la mission. Ainsi, la meilleure option consiste à combiner une stratégie de gestion d'énergie et un système multi-source conçu de façon optimale.



---

## Conclusion générale et perspectives

Les différentes études menées dans le cadre de cette thèse, en collaboration avec le *LAPLACE*<sup>4</sup>, le *LAAS-CNRS*<sup>5</sup>, la société *NEXTER ELECTRONICS*<sup>6</sup>, et le groupe *GSEP*<sup>7</sup>, ont permis de développer plusieurs stratégies de commande hors-ligne et en temps réel pour gérer la distribution d'énergie d'un véhicule hybride électrique. Ainsi, les travaux réalisés et décrits dans le chapitre III, sont une suite de ceux menés par [Guemri \(2013\)](#); [Hankache \(2008\)](#); [Neffati et al. \(2013\)](#) au sein du même laboratoire (LAPLACE/LAAS-CNRS) sur une structure hybride de véhicule électrique à pile à combustible.

Pour rappel, la structure du véhicule étant composée d'une pile à combustible et d'un système de stockage (super-capacité) reliés au bus de distribution par des convertisseurs de contrôle, les différentes approches proposées par ces scientifiques permettent de gérer hors ligne ou en ligne la distribution d'énergie du véhicule, selon la disponibilité des informations liées au profil de mission.

Lorsque ce profil est déterminé, les stratégies de commande hors ligne comme la programmation dynamique, la commande optimale ou l'approche non linéaire, sont alors basées sur une modélisation non linéaire du problème due à la nature des caractéristiques des sources embarquées. Ces stratégies de contrôle hors ligne donnent accès à des décisions sous-optimales (parfois optimales pour l'approche non linéaire) qui nécessitent des temps de calcul important, ce qui rend

---

4. Laboratoire PLAsma et Conversion d'Energie, <http://www.laplace.univ-tlse.fr/groupes-de-recherche/CODIASE/>

5. Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes, <http://www.laas.fr/ROC/>

6. <http://www.nexter-group.fr/fr/filiales/nexter-electronics>

7. Grupo de Sistemas Electrónicos de Potencia, <http://gsep.uc3m.es/html/index.html>

leur utilisation critique en temps réel.

Contrairement aux approches hors-ligne, la stratégie floue s'adapte parfaitement pour la gestion d'énergie en temps réel, étant donné que l'algorithme flou n'a besoin que de la demande instantanée du moteur électrique pour fournir des instructions au convertisseur afin de gérer la distribution des sources à l'instant présent. Néanmoins, la qualité de la solution floue dépend du réglage des paramètres flous. Pour cela, une optimisation hors ligne par un algorithme génétique peut être adaptée pour ajuster ces paramètres flous sur des profils de mission de référence, mais elle nécessite elle aussi des temps de calcul importants.

Pour y remédier, une nouvelle approche de type combinatoire a été avancée, visant à améliorer la qualité des décisions par ces stratégies de commande, par une modélisation du problème de gestion d'énergie sous la forme d'un problème d'optimisation combinatoire après linéarisation de la courbe des pertes énergétiques de l'élément de stockage et discrétisation de l'espace énergétique de la source principale (pile à combustible). Cette transformation du problème a permis l'utilisation de méthodes exactes de la recherche opérationnelle pour une résolution optimale avec des temps de calcul très réduits. D'autres contraintes ont été introduites et simulées afin de mieux cerner le fonctionnement réel de la source principale, par exemple les contraintes de limitation de puissance par pas de temps, qui donnent des résultats optimaux avec des temps de calcul qui restent réduits malgré l'augmentation de la complexité du problème combinatoire.

Pour mesurer la sensibilité du problème face aux perturbations liées à la demande du moteur électrique, une étude de robustesse est réalisée, basée sur l'approche robuste de Soyster ou l'approche paramétrique de Bertsimas et Sim pour arriver à une solution de pire cas qui sera valide quel que soit le scénario possible.

L'approche combinatoire adoptée pour cette structure électrique de véhicule hybride semble être efficace et nécessite peu de ressources en termes de temps de calcul. Celle-ci peut alors être utilisée en temps réel, lorsque le pas de temps est assez grand, pour maîtriser la distribution d'énergie du véhicule.

En réalité, les sources énergétiques sont représentées par des modèles sous forme de circuit électrique *RLC* à paramètres variants pour simuler leur fonctionnement réel et c'est l'objet de l'étude menée avec l'industriel *Nexter Electronics*, ayant pour but la gestion d'énergie en temps réel d'un véhicule hybride électrique équipé d'un pack de batteries au plomb et un pack de

super-capacités.

La stratégie de gestion utilisée par l'industriel, basée sur un système de réglage des seuils de recharge des sources, à laisser penser qu'une gestion plus intelligente sera plus adaptée pour minimiser la décharge de la batterie (source principale) et augmenter l'autonomie du véhicule. Pour arriver à ce résultat, un algorithme flou (logique floue) a été introduit et intégré dans le calculateur embarqué du véhicule après validation de sa portabilité sur une plateforme temps réel, réalisée par l'industriel.

Dans un premier temps, le réglage des paramètres flous est fait selon l'expertise de l'industriel ; par la suite, on procède à un réglage à l'aide d'un algorithme génétique hors ligne sur des profils de mission de référence pour aboutir à de meilleurs résultats. Pour comparer la solution floue obtenue, une autre étude est réalisée en parallèle pour mesurer la performance de l'algorithme flou et ses résultats. Cette étude est basée sur une optimisation globale qui a nécessité une modélisation non linéaire du problème (reflétant le fonctionnement réel de la chaîne énergétique du véhicule), résolu par des algorithmes d'optimisation non linéaires. L'écart de la décharge de la batterie obtenue par l'algorithme flou et par l'optimisation globale a confirmé l'efficacité de l'approche floue pour la gestion en temps réel. Il reste à entreprendre la phase de validation sur un prototype réel de véhicule électrique qui est prévue au terme de l'année en cours.

Les stratégies de commande développées au cours des travaux présentés dans cette thèse ont conduit à collaborer avec l'équipe de recherche *GSEP* de l'université *Carlos 3* de Madrid, sur des projets industriels de dimensionnement et de gestion d'énergie pour les véhicules hybrides électriques dont le but est de perfectionner le processus de dimensionnement à l'effet de réduire les coûts d'exploitation, de construction et de consommation de combustible du véhicule hybride à pile à combustible.

Dans cette optique, un véhicule hybride électrique composé d'une pile à combustible liée au bus de distribution par un convertisseur, et une batterie lithium-ion est pris comme objet d'étude. Pour déterminer l'impact et le gain obtenu par l'utilisation de la stratégie de commande, on a eu recours à deux types d'architecture, une disposant d'un dimensionnement supposé optimal et une autre sous-dimensionnée.

La modélisation mathématique non linéaire de la structure hybride électrique du véhicule, résolu par la méthode des points intérieurs d'*IPOpt*, a permis d'optimiser la consommation

d'hydrogène par la pile à combustible et de calculer les coûts énergétiques liés à la quantité d'hydrogène et l'énergie utilisée par le véhicule sur un profil journalier de 8 h. Les résultats obtenus doivent servir de référence pour le convertisseur de la pile à combustible afin de gérer efficacement l'énergie distribuée par chacune des sources énergétiques. Ces résultats ont aussi montré que l'utilisation d'une stratégie de gestion a permis des gains allant jusqu'à 33% sur une structure considérée comme sous-dimensionnée.

L'intégration de notre algorithme sur le processus de dimensionnement permettra ainsi de minimiser les coûts de construction de la chaîne énergétique du véhicule et de consommation de combustible.

Toutes les stratégies de commande développées au cours de cette thèse peuvent être appliquées en temps réel afin de réduire les coûts de consommation énergétique et d'augmenter l'autonomie du véhicule. Cette possibilité d'application en temps réel dépend du pas de discrétisation du profil de mission (pas d'échantillonnage) qui correspond au temps alloué au calculateur embarqué du véhicule pour fournir une décision.

Cependant, il reste encore d'importants travaux à mener qui feront l'objet de nouvelles approches et de perspectives de développement de stratégies de gestion alternatives.

Ainsi, un prototype de système multi-source a été conçu au *LAPLACE* sous la forme d'un réseau informatique intitulé projet *GESM* (Gestion d'Energie Système Multi-source). Trois cartes informatiques ont été connectées par des bus de connexion *CAN* (Control Area Network), dont deux d'entre elles émulent des sources énergétiques et la troisième est considérée comme un superviseur ou calculateur.

La première phase de tests a été réalisée pour valider la synchronisation des communications, le transfert cohérent des données et l'intégration des caractéristiques des sources dans chacune des cartes informatiques. Les stratégies de commande développées et présentées dans cette thèse ont été programmées en *C++* et sont ainsi compatibles avec la plateforme du superviseur. Dans une prochaine phase, les stratégies de commande seront utilisées par le superviseur pour tester et valider les limites de chaque stratégie, soit en diminuant le pas de temps (temps de calcul alloué au superviseur) soit en augmentant la longueur des câbles de connexion *CAN* ou en utilisant des cartes d'acquisition sur des sources énergétiques réelles.

L'étude de robustesse réalisée dans cette thèse est liée aux perturbations de la demande. Cependant, une étude de sensibilité du modèle combinatoire en perturbant les caractéristiques des sources énergétiques (rendement pour la pile à combustible et pertes énergétiques de l'élément de stockage) est suggérée. L'application de l'approche paramétrique de Bertsimas et Sim semble intéressante dans ce cas-là, car elle donne les différentes consommations de pire cas selon le niveau de perturbation qui est contrôlé par le coefficient de perturbation.

Dans le cadre du projet industriel avec *Nexter Electronics*, il est important dans un premier temps de valider, par le biais des essais, la stratégie de commande floue sur un prototype réel de véhicule hybride. Ensuite, l'utilisation de la stratégie de commande « basculement flou » est conseillée pour les véhicules effectuant à la fois des missions différentes comme pour un chariot élévateur.

Il sera aussi intéressant, grâce aux travaux réalisés avec l'équipe *GSEP* de Madrid, d'étudier l'impact de la gestion d'énergie sur d'autres structures de véhicule hybride (dimensionnement de la chaîne énergétique) composées à la fois d'une pile combustible, d'une batterie lithium-ion et d'une super-capacité. Il suffirait par exemple de rajouter le modèle de la super-capacité développé dans le cadre du projet *Nexter Electronics* dans le modèle actuel, de comparer les résultats obtenus avec ceux issus par simulation sur *PSim* (*GSEP*) et d'examiner ensuite les gains obtenus en termes de consommation énergétique globale.

Enfin, multiplier les sources énergétiques dans une architecture hybride électrique permettra d'en tirer le meilleur profit, si, encore une fois, une modélisation mathématique et une résolution efficace du problème d'optimisation est assurée.

---

# Annexe

---

---

# Annexe A

---

## Problème d'affectation des machines virtuelles dans le Cloud

### 1 Introduction

L'étude consignée dans cette annexe a été réalisée en collaboration avec l'équipe *SARA*<sup>1</sup> du *LAAS-CNRS*<sup>2</sup>. Elle a pour objectif l'amélioration des performances de l'ensemble des machines du nuage (*Cloud*). La consommation d'énergie dans les centres de traitement de données (*Data-Centers*) fait l'objet de nombreuses recherches depuis plusieurs années. La rationalisation de cette consommation permet d'optimiser le traitement des données tout en réduisant les temps de traitement.

Une machine dite physique dispose de plusieurs ressources, comme le type de mémoire vive (*RAM*) ou de processeur (*CPU*), et exécute des machines virtuelles qui consomment ces ressources. Le problème consiste donc à affecter des machines virtuelles à des machines physiques, en respectant certaines contraintes dures limitant les possibilités de déplacement, par exemple le choix des fréquences pour les machines physiques, le taux de reconfiguration pour les machines virtuelles, etc. Une solution au problème est une affectation des machines virtuelles aux machines physiques qui satisfait toutes les contraintes dures et minimise le coût global. Un algorithme génétique développé par l'équipe *SARA* permet de résoudre efficacement ce problème, en termes de qualité de solution produite et de temps de calcul. La nature du problème nous a amené à envisager son traitement sous la forme d'un problème d'optimisation combinatoire multi-objectif. La complexité du problème d'optimisation ainsi formulé ne permet pas de le résoudre par des méthodes exactes de la recherche opérationnelle sauf pour les petites instances où le nombre des machines physiques est estimé à 5, et le nombre de machines virtuelles à 15.

---

1. Services et Architectures pour Réseaux Avancés  
2. Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes

Pour y remédier, une technique de décomposition a été développée, en décomposant le problème en deux sous-problèmes permettant de fournir des solutions adéquates qui seront ensuite améliorées par post-optimisation.

La comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par l'algorithme génétique utilisé par l'équipe *SARA*, montre un intérêt à utiliser le modèle combinatoire et la méthode de décomposition développée pour répondre aux exigences du problème.

## 2 Définition du problème

Une architecture typique d'un *Cloud* est composée d'un ensemble de *Data-Centers*, qui sont eux aussi composés de plusieurs groupes ou « *Clusters* ». Chaque *Cluster* est constitué d'un ensemble de machines physiques et d'un ensemble de machines virtuelles. Les machines virtuelles exécutent un ensemble de services élémentaires, dédiés à une fonction spécifique (équilibrage de charge, calcul, serveur web, base de données, stockage, etc.). On sait de plus qu'une machine virtuelle ne peut être affectée qu'à une seule machine physique et nécessite une certaine capacité mémoire *RAM* et fréquence *CPU*.

Dans cette étude, nous considérons une architecture *Cloud* simplifiée, où un seul *Data-Center* est pris en compte, qui contient un seul *Cluster*. Le *Cluster* est composé de machines physiques qui peuvent accueillir toutes les machines virtuelles. Soit  $V$  l'ensemble des machines virtuelles et  $P$  l'ensemble des machines physiques. Les services élémentaires exécutés sur chaque machine virtuelle  $v \in V$  sont identifiés par la capacité maximale de *CPU* (resp. mémoire) exigé par la machine virtuelle notée  $c_v$  (resp.  $mem_j$ ) et le nombre d'instructions de cette machine virtuelle  $\tau_v$ . Les capacités *CPU* des machines virtuelles peuvent être partiellement contrôlées en prenant des valeurs supérieures à 80% de leurs capacités maximales. Soit  $\rho_v \in [0.8, 1]$  le taux de reconfiguration appliqué à la machine virtuelle  $v \in V$ . La machine virtuelle  $v$  nécessite ainsi une capacité *CPU* de  $c_v \rho_v$  pour être affectée à une machine physique avec un temps de traitement de  $\frac{\tau_v}{c_v \rho_v}$  unité de temps.

Toutes les machines physiques ont une capacité *CPU* (resp. mémoire) maximale et identique  $C$  (resp. *RAM*). Cependant, il existe un ensemble discret  $F$  de fréquences disponibles, tel que la sélection de la fréquence  $f \in F$  permet de changer la capacité *CPU* de la machine physique à  $\pi_f C$ , avec  $\pi_f \in [0, 1]$ , pour chaque  $f \in F$ . Pour une fréquence  $f$  sélectionnée, la puissance consommée par le processeur varie proportionnellement par rapport à son taux d'utilisation et



son type (la consommation des machines physiques varie aussi selon le type de machine), avec  $Pmin_{type(p)}^f$  (resp.  $Pmax_{type(p)}^f$ ) la puissance minimale (resp. maximale) de la machine physique de type  $type(p)$  ajustée à la fréquence  $f$  pour un taux d'utilisation  $CPU$  à 0% (resp. à 100%) de la capacité  $CPU$   $\pi_f C$ . La machine physique peut être éteinte, si aucune machine virtuelle ne lui est affectée.

Le problème que nous considérons peut être traduit comme suit. Chaque machine virtuelle doit être affectée à une machine physique. Chaque machine physique doit être attribuée à une fréquence. Pour chaque machine virtuelle affectée à la même machine physique, un taux de reconfiguration identique doit être choisi. La capacité  $CPU$  totale de l'ensemble des machines virtuelles affectée à une machine physique (modulation par le taux de diminution) ne doit pas dépasser la capacité de la machine physique (déterminée par la fréquence sélectionnée). L'objectif est de minimiser la consommation énergétique (selon le type de machine et la fréquence  $CPU$ ) et la durée maximale nécessaire pour le traitement de toutes les machines virtuelles.

### 2.1 Fonction objectif

L'objectif de l'étude est partagé en deux sous-objectifs. Le premier sous-objectif correspond à la minimisation de l'énergie consommée par toutes les machines physiques pour traiter l'ensemble des services élémentaires des machines virtuelles, et le deuxième sous-objectif est lié à la minimisation du temps global de traitement de l'ensemble des services élémentaires.

Les modèles de haut niveau sont plus généraux et ne tiennent pas compte des détails de bas niveau spécifiques à l'opération et aux caractéristiques de l'infrastructure modélisée. Néanmoins, ils augmentent la portabilité du modèle et la vitesse de simulation. Ces modèles simples sacrifient la précision du calcul, mais ne nécessitent pas une connaissance approfondie de l'architecture de processeurs utilisés. Dans cette étude, l'approche de haut niveau est appliquée. Ainsi, la puissance utilisée par une machine physique selon la fréquence et le type, est modélisée comme suit :

$$P_{TOT} = (1 - \alpha)Pmin_{type(p)}^f + \alpha Pmax_{type(p)}^f \quad (A.1)$$

où  $\alpha$  est le taux d'utilisation  $CPU$  de la machine physique, et  $Pmin_{type(p)}^f$  (resp.  $Pmax_{type(p)}^f$ ) est la puissance consommée par la machine physique à 0% (resp. à 100%) d'utilisation de  $CPU$ .

Comme déjà mentionné, pour chaque machine virtuelle, le temps de traitement est calculé en

utilisant le rapport entre le nombre d'instructions de la machine virtuelle  $\tau_v$  qui doit s'exécuter sur sa capacité *CPU* actuelle  $\rho_v c_v$ . Ensuite, la valeur métrique du temps de traitement (appelée temps de réponse) correspond au plus grand temps de traitement des machines virtuelles.

Enfin, l'objectif de la procédure d'affectation est de trouver un placement qui minimise la consommation d'énergie du *Cluster* et le temps de réponse des machines virtuelles. Ces deux objectifs peuvent être antagonistes, la consommation minimale d'énergie ne correspondant pas à un temps de traitement lui aussi minimal; et vice versa.

### 3 Modélisation non linéaire en variables mixtes

La formalisation mathématique du problème implique les variables de décision suivantes :

- $x_{vp} \in \{0, 1\}$  : affectation de la machine virtuelle  $v$  à la machine physique  $p$ ,
- $y_{pf} \in \{0, 1\}$  : choix de la fréquence  $f$  pour la machine physique  $p$ ,
- $\rho_p \in [0.8, 1]$  : taux de reconfiguration de l'ensemble des machines virtuelles affectées à la machine physique  $p$ ,
- $t_p \geq 0$  : temps de traitement de l'ensemble des machines virtuelles affectées à la machine physique  $p$ ,
- $t_{max}$  : temps de réponse ou temps de traitement de toutes les machines virtuelles.

En utilisant ces variables de décision, la modélisation globale du problème (*MINLP*) est ainsi décrite :

$$\min \lambda \left( \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \sum_{f \in F} \frac{(Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) \tau_v}{\pi_f C} x_{vp} y_{pf} + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} Pmin_{type(p)}^f y_{pf} t_p \right) + \gamma t_{max} \quad (\text{A.2})$$

$$\sum_{p \in P} x_{vp} = 1 \quad \forall v \in V \quad (\text{A.3})$$

$$\sum_{f \in F} y_{pf} = 1 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.4})$$

$$\sum_{v \in V} c_v \rho_p x_{vp} - \sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf} \leq 0 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{v \in V} x_{vp} mem_j \leq RAM \quad \forall p \in P \quad (\text{A.6})$$

$$t_p - \frac{x_{vp} \tau_v}{c_v \rho_p} \geq 0 \quad \forall v \in V, p \in P \quad (\text{A.7})$$

$$t_{\max} \geq t_p \quad \forall p \in P \quad (\text{A.8})$$

$$x_{vp} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, p \in P \quad (\text{A.9})$$

$$y_{pf} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.10})$$

$$0.8 \leq \rho_p \leq 1 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.11})$$

La fonction objectif (A.2) minimise la consommation énergétique (pondérée par  $\lambda$ ) qui sera détaillée ci-dessous, et le temps de réponse (pondérée par  $\gamma$ ). La contrainte (A.3) permet d'affecter une machine virtuelle  $v$  à une seule machine physique  $p$ , et la contrainte (A.4) correspond au choix d'une seule fréquence  $f$  pour chaque machine physique  $p$ . Cependant, toutes les machines virtuelles ne peuvent pas être affectées à la même machine physique  $p$  en raison de sa capacité *CPU*. Il en découle la contrainte (A.5) qui permet d'autoriser l'affectation d'un ensemble de machines virtuelles dans la mesure de la capacité de la machine physique qui dépend de la fréquence choisie. Cette contrainte est non linéaire à cause du produit des variables  $\rho_p x_{vp}$ . La contrainte de mémoire (A.6) est importante elle aussi, car elle permet de limiter les affectations selon la capacité mémoire de la machine physique *RAM* (qui est identique pour chaque machine physique  $p$ ). Afin de calculer le temps nécessaire à une machine physique  $p$  pour traiter toutes les instructions des machines virtuelles, la contrainte (A.7) est définie. Cette contrainte est aussi non linéaire à cause des produits  $t_p \rho_p$  et  $x_{vp} \frac{1}{\rho_p}$ . Enfin la contrainte (A.8) permet de calculer le temps de réponse nécessaire aux machines physiques pour le traitement de toutes les instructions des machines virtuelles.

Nous expliquons à présent comment est obtenue l'expression de l'énergie consommée, utilisée dans la fonction objectif du modèle global. A l'origine, la consommation d'énergie par une

machine physique  $p$ , notée  $E_p$  est calculée comme suit :

$$E_p = \sum_{f \in F} \frac{(Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) y_{pf}}{\pi_f C} \sum_{v \in V} x_{vp} \tau_v + \sum_{f \in F} Pmin_{type(p)}^f y_{pf} t_p \quad (A.12)$$

où le terme  $\sum_{f \in F} Pmin_{type(p)}^f y_{pf} t_p$ , représente l'énergie consommée par la machine physique  $p$  suite à son activation pendant la période de temps  $t_p$ . Cette quantité d'énergie est calculée en fonction de la puissance minimale qui dépend de la fréquence  $CPU$  choisie. Ce terme est non linéaire suite au produit des variables  $t_p$  et  $y_{pf}$ . Le terme  $\sum_{f \in F} \frac{(Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) y_{pf}}{\pi_f C} \sum_{v \in V} x_{vp} \tau_v$ , représente la somme des consommations individuelles d'énergie des machines virtuelles attribuées à la machine physique  $p$ . La puissance totale disponible  $P_p$  pour les machines virtuelles affectées à la machine physique  $p$  à un instant donné dépend de la fréquence sélectionnée :

$$P_p = \sum_{f \in F} (Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) y_{pf} \quad \forall p \in P \quad (A.13)$$

et l'énergie consommée par chaque machine virtuelle  $v$  affectée à la machine physique  $p$  est égale au produit  $R_{vp} P_p$ , avec :

$$R_{vp} = \frac{x_{vp} c_v \rho_p}{\sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf}} \quad \forall p \in P, v \in V \quad (A.14)$$

qui représente le taux d'utilisation de la capacité  $CPU$  allouée par la machine physique  $p$  afin de traiter la machine virtuelle  $v$ .

A partir de ces équations, l'énergie consommée par la machine virtuelle  $v$  affectée à la machine physique  $p$  est égale à  $R_{vp} P_p t_v$ , où :

$$t_v = \frac{\tau_v}{\rho_v c_v} \quad \forall v \in V \quad (A.15)$$

Ainsi, en développant cette expression, le facteur  $\rho_p c_v$  est éliminé, et on obtient :

$$E_p = \sum_{v \in V} x_{vp} \tau_v \frac{\sum_{f \in F} (Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) y_{pf}}{\sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf}} + \sum_{f \in F} Pmin_{type(p)}^f y_{pf} t_p \quad (A.16)$$

En observant la contrainte (A.10) et (A.4), l'expression de l'énergie peut être simplifiée comme suit :

$$\frac{\sum_{f \in F} (Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) y_{pf}}{\sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf}} = \sum_{f \in F} \frac{(P_{\max}^f - Pmin_{type(p)}^f) y_{pf}}{\pi_f C} \quad (\text{A.17})$$

ce qui nous ramène à la même formulation que celle utilisée dans la fonction objectif (minimisation de l'énergie) du modèle global.

## 4 Vers une modélisation linéaire en variables mixtes

Afin de linéariser la fonction objectif (A.2) et les contraintes non linéaires (A.5) et (A.7), nous procédons à une discrétisation des taux de reconfiguration  $\rho_p \in [0.8, 1]$  avec des pas de discrétisation de 2% (c-à-d  $\alpha_l = \{0.8, 0.82, 0.84, \dots, 1\}$ ) en introduisant une nouvelle variable binaire  $z_{pl} \in \{0, 1\}$  qui prend la valeur 1 lorsque le taux de reconfiguration  $l \in L$  est choisi pour la machine physique  $p$ . Cependant, l'ajout de cette contrainte exige la définition d'une nouvelle contrainte permettant de choisir un seul taux de reconfiguration par machine physique :

$$\sum_{l \in L} z_{pl} = 1 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.18})$$

En utilisant cette nouvelle variable, la contrainte non linéaire (A.5) est formulée comme suit :

$$\sum_{v \in V} \sum_{l \in L} c_v z_{pl} \alpha_l x_{vp} - \sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf} \leq 0 \equiv \sum_{v \in V} \sum_{l \in L} c_v w_{pvl} \alpha_l - \sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf} \leq 0 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.19})$$

avec  $w_{pvl} = z_{pl} x_{vp}$  qui peut être exprimée sous la forme linéaire suivante :

$$w_{pvl} = \begin{cases} x_{vp} + z_{pl} \leq w_{pvl} + 1 & \forall p \in P, v \in V, l \in L \\ w_{pvl} \leq x_{vp} & \forall p \in P, v \in V, l \in L \\ w_{pvl} \leq z_{pl} & \forall p \in P, v \in V, l \in L \end{cases}$$

On applique la même procédure de linéarisation pour la contrainte (A.7) et la fonction objectif (A.2) de la façon suivante :

$$t_p - \frac{x_{vp} \tau_v}{c_v \rho_p} \geq 0 \equiv t_p c_v \sum_{l \in L} z_{pl} \alpha_l \geq x_{vp} \tau_v \quad \forall v \in V, p \in P \quad (\text{A.20})$$

Soit  $e_{pl}$  une nouvelle variable de décision de telle sorte que  $e_{pl} = z_{pl} t_p$ . La nouvelle contrainte

est donc exprimée sous la forme suivante :

$$\sum_{l \in L} e_{pl} \alpha_l c_v \geq x_{vp} \tau_v \quad \forall v \in V, p \in P \quad (\text{A.21})$$

$$t_p + T(z_{pl} - 1) \leq e_{pl} \quad \forall p \in P, l \in L \quad (\text{A.22})$$

$$e_{pl} \leq T z_{pl} \quad \forall p \in P, l \in L \quad (\text{A.23})$$

$$e_{pl} \leq t_p \quad \forall p \in P, l \in L \quad (\text{A.24})$$

Concernant la fonction objectif, la linéarisation du produit des variables  $x_{vp}y_{pf}$  est réalisée par l'introduction d'une nouvelle variable binaire  $\gamma_{vpf} = x_{vp}y_{pf}$ , et  $y_{pf}t_p$  en ajoutant une nouvelle variable continue  $\theta_{pf} = y_{pf}t_p$ , exprimées sous la forme linéaire suivante :

$$x_{vp} + y_{pf} \leq \gamma_{vpf} + 1 \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.25})$$

$$\gamma_{vpf} \leq x_{vp} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.26})$$

$$\gamma_{vpf} \leq y_{pf} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.27})$$

$$t_p + T(y_{pf} - 1) \leq \theta_{pf} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.28})$$

$$\theta_{pf} \leq T y_{pf} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.29})$$

$$\theta_{pf} \leq t_p \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.30})$$

En appliquant ces linéarisations, le nouveau modèle combinatoire (*MILP*) est écrit sous la forme linéaire suivante :

$$\min \left( \lambda \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \sum_{f \in F} \frac{(Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) \tau_v}{\pi_f C} \gamma_{vpf} + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} Pmin_{type(p)}^f \theta_{pf} \right) + \gamma t_{\max} \quad (\text{A.31})$$

$$\sum_{p \in P} x_{vp} = 1 \quad \forall v \in V \quad (\text{A.32})$$

$$\sum_{f \in F} y_{pf} = 1 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.33})$$

$$\sum_{f \in F} z_{pl} = 1 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.34})$$

$$\sum_{l \in L} c_v w_{pvl} \alpha_l - \sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf} \leq 0 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.35})$$

$$x_{vp} + z_{pl} \leq w_{vpl} + 1 \quad \forall p \in P, v \in V, l \in L \quad (\text{A.36})$$

$$w_{vpl} \leq x_{vp} \quad \forall p \in P, v \in V, l \in L \quad (\text{A.37})$$

$$w_{vpl} \leq z_{pl} \quad \forall p \in P, v \in V, l \in L \quad (\text{A.38})$$

$$\sum_{l \in L} e_{pl} \alpha_l c_v \geq x_{vp} \tau_v \quad \forall v \in V, p \in P \quad (\text{A.39})$$

$$\sum_{v \in V} x_{vp} mem_j \leq RAM \quad \forall p \in P \quad (\text{A.40})$$

$$t_p + T(z_{pl} - 1) \leq e_{pl} \quad \forall p \in P, l \in L \quad (\text{A.41})$$

$$e_{pl} \leq T z_{pl} \quad \forall p \in P, l \in L \quad (\text{A.42})$$

$$e_{pl} \leq t_p \quad \forall p \in P, l \in L \quad (\text{A.43})$$

$$t_{\max} \geq t_p \quad \forall p \in P \quad (\text{A.44})$$

$$x_{vp} + \gamma_{vpf} \leq y_{pf} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.45})$$

$$\gamma_{vpf} \leq T x_{vp} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.46})$$

$$\gamma_{vpf} \leq y_{pf} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.47})$$

$$t_p + T(y_{pf} - 1) \leq \theta_{pf} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.48})$$

$$\theta_{pf} \leq T y_{pf} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.49})$$

$$\theta_{pf} \leq t_p \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.50})$$

$$x_{vp}, y_{pf}, z_{pl}, w_{vpl} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, p \in P, f \in F, l \in L \quad (\text{A.51})$$

Cependant, lorsqu'un ensemble de machines virtuelles est affecté à la machine physique  $p$  et que celui-ci dépasse la capacité  $CPU$  de machine physique  $\pi_f C$ , un taux de reconfiguration  $\rho_p = \sum_{l \in L} z_{pl} \alpha_l$  ( $\rho_p \neq 1$ ) est appliqué. Il permet de réduire les fréquences des machines virtuelles  $\sum_{v \in V} \sum_{l \in L} c_v z_{pl} \alpha_l$  et de saturer la capacité  $\pi_f C$  de la machine physique  $p$ . Or, la discrétisation du taux de reconfiguration empêche cela.

Pour y remédier, une post-optimisation maximisant les taux de reconfiguration est développée

(voir modèle ci-dessous), en utilisant les résultats obtenus par le *MILP* (en fixant les affectations  $x_{pv}$ , le temps  $t_p$  et le temps de réponse  $t_{max}$ ) afin d'ajuster les taux de reconfiguration et de saturer la capacité de la machine physique.

$$\min \lambda \left( \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \sum_{f \in F} \frac{(Pmax_{type(p)}^f - Pmin_{type(p)}^f) \tau_v}{\pi_f C} x_{vp} y_{pf} + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} Pmin_{type(p)}^f y_{pf} t_p \right) - \gamma \sum_{p \in P} \rho_p \quad (\text{A.52})$$

$$\sum_{f \in F} y_{pf} = 1 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.53})$$

$$\sum_{v \in V} c_v \rho_p x_{vp} - \sum_{f \in F} \pi_f C y_{pf} \leq 0 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.54})$$

$$t_p c_v \rho_p \geq x_{vp} \tau_v \quad \forall v \in V, p \in P \quad (\text{A.55})$$

$$y_{pf} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P, f \in F \quad (\text{A.56})$$

$$0.8 \leq \rho_p \leq 1 \quad \forall p \in P \quad (\text{A.57})$$

## 5 Résolution frontale du problème

En utilisant le modèle combinatoire (*MILP*), des résolutions ont été réalisées sur trois types d'instances : petite instance ( $|P| = 5, |V| = 15$ ), instance moyenne ( $|P| = 55, |V| = 200$ ), grande instance ( $|P| = 110, |V| = 400$ ) (une normalisation de l'objectif est réalisée en utilisant une borne supérieure sur l'énergie consommée et le temps de réponse. Les coefficient  $\lambda$  et  $\gamma$  ont été fixés à 0.5 de tel sorte que  $\lambda + \gamma = 1$ ).

En utilisant les données suivantes :  $C = 2000$ ,  $RAM = 2500$ ,  $type(p) \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $f \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $l \in \{0, 1, 2, \dots, 21\}$ ,  $\pi_f = [0.0, 47.06, 58.82, 70.59, 88.24, 100.0]$ ,  $\alpha_l = [0.8, 0.82, \dots, 1]$ , et les tableaux A.1 et A.2, les résultats obtenus par la résolution frontale du *MILP* (résolution avec *branch and cut* de *Cplex* 12.4) et l'application de la post-optimisation sur les trois instances précédentes sont résumés dans le tableau A.3 (en comparaison avec l'algorithme génétique développé par l'équipe *SARA*).

La consommation d'énergie et le temps de réponse obtenus par la méthode exacte *branch and cut* sur la petite instance sont sous-optimaux ( $gap = 65\%$ ), étant donné que la résolution est interrompue en utilisant un critère d'arrêt lié au temps de calcul (option *Cplex tlim*, 2000 s), en



$Pmin_{type(p)f}$	$f = 0$	$f = 1$	$f = 2$	$f = 3$	$f = 4$	$f = 5$
$type(p) = 0$	0	112.00	116.80	122.40	127.20	133.60
$type(p) = 1$	0	126.00	131.40	137.70	143.10	150.30
$type(p) = 2$	0	140.00	146.00	153.00	159.00	167.00
$type(p) = 3$	0	154.00	160.60	168.30	174.90	183.70
$type(p) = 4$	0	168.00	175.20	183.60	190.80	200.40

**Tableau A.1** – Puissance minimale selon le type de machine et la fréquence sélectionnée

$Pmax_{type(p)f}$	$f = 0$	$f = 1$	$f = 2$	$f = 3$	$f = 4$	$f = 5$
$type(p) = 0$	0	182.40	190.40	199.20	208.00	217.60
$type(p) = 1$	0	205.20	214.20	224.10	234.00	244.80
$type(p) = 2$	0	228.00	238.00	249.00	260.00	272.00
$type(p) = 3$	0	250.80	261.80	273.90	286.00	299.20
$type(p) = 4$	0	273.60	285.60	298.80	312.00	326.40

**Tableau A.2** – Puissance maximale selon le type de machine et la fréquence sélectionnée

Méthode	Petite instance		Instance moyenne		Grande instance	
	Energie (Wh)	Temps (s)	Energie (Wh)	Temps (s)	Energie (Wh)	Temps (s)
Branch & Cut (MILP)	17,72	107	–	–	–	–
Algorithme génétique	17,88	107	251,13	109	501,69	115,54

**Tableau A.3** – Comparaison des résultats : branch and cut (MILP) VS algorithme génétique

raison de la complexité du modèle MILP. Malgré la sous-optimalité de la solution, la consommation d'énergie est meilleure que celle trouvée par l'algorithme génétique, développé par l'équipe SARA. Cependant, le problème devient de plus en plus complexe lorsque la taille des machines augmente, et la résolution du problème MILP pour les grandes instances (moyennes) est interrompue sans succès à cause de l'explosion combinatoire de l'arbre de recherche (essais effectués aussi sur des super-calculateurs, avec 250 Go de RAM, mais sans succès).

Suite à cela, une alternative est proposée dans le paragraphe suivant afin de trouver de bonnes solutions en des temps de calcul réduits.

## 6 Résolution par une méthode de décomposition

La complexité du problème *MILP* rend sa résolution frontale très difficile. Pour contourner cette difficulté, une approche de décomposition a été développée. Elle consiste à décomposer le problème (*MINLP*) en deux sous-problèmes. Le premier sous-problème permet d'identifier les affectations possibles sous les critères d'énergie et de temps de réponse, en fixant les capacités *CPU* des machines physiques et les taux de reconfiguration des machines virtuelles. Une fois l'affectation déterminée, le deuxième sous-problème permet d'identifier les capacités *CPU* des machines physiques et les taux de reconfiguration des machines virtuelles (affectation fixée, issue de la résolution du premier sous-problème) sous les mêmes critères d'optimisation. Ensuite, on applique la post-optimisation pour ajuster les taux de reconfiguration et répondre au mieux aux exigences métiers du problème. La solution du problème est déterminée par le biais d'un processus itératif, limité par un nombre d'itérations maximum, fixé par l'utilisateur, comme le montre la figure A.1.

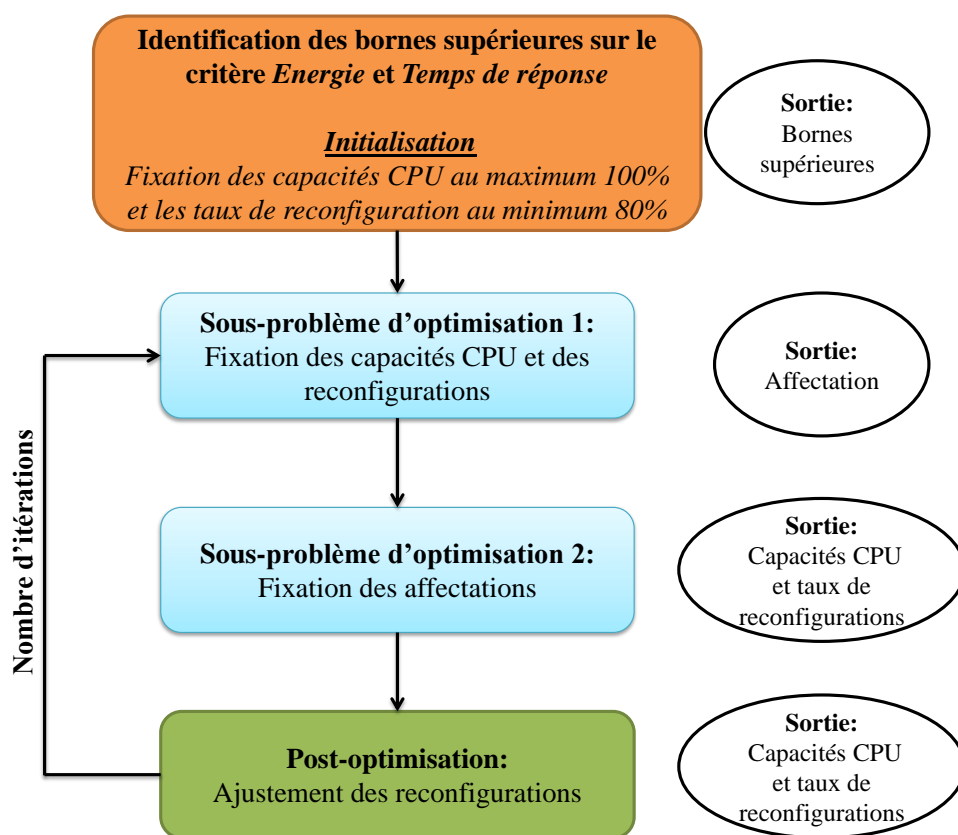


Figure A.1 – Méthode de décomposition et d'ajustement des taux de reconfiguration

Méthode	Petite instance		Instance moyenne		Grande instance	
	Energie (Wh)	Temps (s)	Energie (Wh)	Temps (s)	Energie (Wh)	Temps (s)
Décomposition (MINLP)	21,3323	107	224,41	109	446,117	119,9
Algorithme génétique	17,88	107	251,13	109	501,69	115,54

**Tableau A.4** – Comparaison des résultats : décomposition VS algorithme génétique

Les résultats obtenus par la méthode de décomposition (Tab. A.4) sont de bonne qualité, en comparaison avec ceux fournis par l'algorithme génétique, sur les grandes instances (et moyennes). Or, il est préférable d'utiliser l'approche frontale pour traiter les petites instances (temps de réponse optimal mais consommation d'énergie moins bonne en utilisant la décomposition). A partir de ce constat, on peut dire que l'approche de décomposition s'avère efficace pour résoudre les problèmes de grande taille.

## 7 Conclusion

Cette étude a permis de montrer l'intérêt de l'utilisation des techniques de la recherche opérationnelle pour répondre aux problématiques du « Cloud Computing ». L'algorithme génétique utilisé par l'équipe *SARA* pour la planification et l'affectation des machines dans le Cloud a permis d'obtenir des résultats adéquats avec des temps de calcul réduits. Néanmoins, les résultats obtenus n'étaient comparés à aucune autre approche, laissant ainsi des questions sans réponses sur la qualité de la solution et la performance de l'algorithme. Pour amoindrir ces insuffisances, une approche combinatoire a été proposée, en modélisant le problème sous la forme d'un problème combinatoire multi-objectif (après linéarisation des fonctions non linéaires), ce qui permet d'utiliser les méthodes exactes de la recherche opérationnelle pour le résoudre.

Cependant, la complexité du problème combinatoire résultant rend sa résolution frontale très difficile, à l'exception des petites instances (sous condition de limitation de temps de calcul pour la recherche d'une solution). Afin de contourner cette difficulté, une alternative a été pro-

## Problème d'affectation des machines virtuelles dans le Cloud

---

posée, basée sur une technique de décomposition du problème en deux sous-problèmes et une post-optimisation pour réajuster la solution obtenue.

Les résultats obtenus par cette approche nous a permis enfin, de mesurer la performance de l'algorithme génétique développé par l'équipe *SARA* et de considérer notre approche comme une alternative efficace qui répond au mieux aux exigences du problème du « Cloud Computing ».

---

## Références bibliographiques

- Abras, S., Pesty, S., Ploix, S., and Jacomino, M. (2010). Une approche multi-agent pour la gestion de l'énergie dans l'habitat. *Revue d'intelligence artificielle*, 24(5) :649–671. [7](#)
- Adegnon, K. M., Dubé, Y., and Agbossou, K. (2009). Experimental evaluation of pem fuel cell systems efficiency. In *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*, pages 716–719. IEEE. [40](#)
- Applegate, D. L. (2006). *The traveling salesman problem : a computational study*. Princeton University Press. [71](#)
- Artigues, C., Lopez, P., and Haït, A. (2013). The energy scheduling problem : Industrial case-study and constraint propagation techniques. *International Journal of Production Economics*, 143(1) :13–23. [71](#)
- Back, T. (1996). *Evolutionary algorithms in theory and practice*. Oxford Univ. Press. [67](#)
- Bacon, F. (1969). Fuel cells, past, present and future. *Electrochimica Acta*, 14(7) :569–585. [20](#)
- Bellman, R. (1956). Dynamic programming and the smoothing problem. *Management Science*, 3(1) :111–113. [45](#)
- Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., and Nemirovski, A. (2009). *Robust optimization*. Princeton University Press. [92](#)
- Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. (1998). Robust convex optimization. *Mathematics of Operations Research*, 23(4) :769–805. [92](#)
- Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. (1999). Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations research letters*, 25(1) :1–13. [92](#), [93](#)
- Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. (2000). Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical programming*, 88(3) :411–424. [92](#), [93](#)

- Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. (2002). Robust optimization-methodology and applications. *Mathematical Programming*, 92(3) :453–480. [92](#)
- Bernard, J., Delprat, S., Buchi, F., and Guerra, T.-M. (2009). Fuel-cell hybrid powertrain : Toward minimization of hydrogen consumption. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 58(7) :3168–3176. [38](#)
- Bertsekas, D. P., Bertsekas, D. P., Bertsekas, D. P., and Bertsekas, D. P. (1995). *Dynamic programming and optimal control*, volume 1. Athena Scientific Belmont, MA. [46](#), [50](#)
- Bertsimas, D., Brown, D. B., and Caramanis, C. (2011). Theory and applications of robust optimization. *SIAM review*, 53(3) :464–501. [92](#), [93](#)
- Bertsimas, D. and Sim, M. (2003). Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical programming*, 98(1-3) :49–71. [92](#)
- Bertsimas, D. and Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations research*, 52(1) :35–53. [92](#), [93](#), [96](#)
- Blomen, L. J. and Mugerwa, M. N. (1993). *Fuel cell systems*. Springer. [20](#)
- Bonami, P. and Lee, J. (2007). Bonmin users manual. [56](#), [116](#)
- Bouchon-Meunier, B. and Marsala, C. (2003). Logique floue, principes, aide à la décision. *Hermès-Lavoisier*, 66. [59](#)
- Brahma, A., Guezennec, Y., and Rizzoni, G. (2000). Optimal energy management in series hybrid electric vehicles. In *Proceedings of the American Control Conference*, volume 1, pages 60–64. IEEE. [7](#), [30](#), [37](#)
- Calculator, S. C. (2012). Hydrogen infrastructure market readiness : Opportunities and potential for near-term cost reductions. *Contract*, 303 :275–3000. [145](#)
- Caux, S., Wanderley-Honda, D., Hissel, D., and Fadel, M. (2010). On-line energy management for HEV based on particle swarm optimization. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, pages 1–7. IEEE. [30](#), [44](#), [66](#), [131](#)
- Chan, C. (2007). The state of the art of electric, hybrid, and fuel cell vehicles. *Proceedings of the IEEE*, 95(4) :704–718. [11](#), [13](#)
- Collette, Y. and Siarry, P. (2003). *Multiobjective optimization : principles and case studies*. Springer. [81](#)
- Dantzig, G. B. (1998). *Linear programming and extensions*. Princeton university press. [31](#)
- Delprat, S., Guerra, T.-M., and Rimaux, J. (2004). Optimal control of a parallel powertrain : from global optimization to real time control strategy. In *IEEE Transation on Vehicular Technology*, volume 53, pages 872–881. IEEE. [7](#), [30](#), [104](#)

- Dorigo, M., Birattari, M., and Stutzle, T. (2006). Ant colony optimization. *Computational Intelligence Magazine*, 1(4) :28–39. [82](#)
- Doukas, H., Patlitzianas, K. D., Iatropoulos, K., and Psarras, J. (2007). Intelligent building energy management system using rule sets. *Building and Environment*, 42(10) :3562–3569. [7](#)
- Dubois, D. J. (1980). *Fuzzy sets and systems : theory and applications*, volume 144. Academic press. [59](#)
- Ehsani, M., Gao, Y., and Emadi, A. (2009). *Modern electric, hybrid electric, and fuel cell vehicles : fundamentals, theory, and design*. CRC press. [11](#)
- El Ghaoui, L. and Lebret, H. (1997). Robust solutions to least-squares problems with uncertain data. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 18(4) :1035–1064. [92](#)
- El Ghaoui, L., Oustry, F., and Lebret, H. (1998). Robust solutions to uncertain semidefinite programs. *SIAM Journal on Optimization*, 9(1) :33–52. [92](#)
- Erdinc, O., Vural, B., and Uzunoglu, M. (2009). A wavelet-fuzzy logic based energy management strategy for a fuel cell/battery/ultra-capacitor hybrid vehicular power system. *Journal of Power sources*, 194(1) :369–380. [59](#)
- Esquirol, P. and Lopez, P. (1999). *L'ordonnancement*. Économica. [71](#)
- Falk, J. E. (1976). Exact solutions of inexact linear programs. *Operations Research*, 24(4) :783–787. [92](#)
- Ferreira, A. A., Pomilio, J. A., Spiazzi, G., and de Araujo Silva, L. (2008). Energy management fuzzy logic supervisory for electric vehicle power supplies system. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(1) :107–115. [59](#)
- Fletcher, R. and Leyffer, S. (2002). Nonlinear programming without a penalty function. *Mathematical programming*, 91(2) :239–269. [117](#)
- Foiadelli, F., Roscia, M., and Zaninelli, D. (2006). Optimization of storage devices for regenerative braking energy in subway systems. In *Power Engineering Society General Meeting : Montreal, Canada*. IEEE. [37](#)
- Forrest, J. and Lougee-Heimer, R. (2005). CBC user guide. *INFORMS Tutorials in Operations Research*, pages 257–277. [116](#)
- Fourer, R., Gay, D., and Kernighan, B. (1993). *Ampl*. Boyd & Fraser. [117](#)
- Gao, D., Jin, Z., and Lu, Q. (2008). Energy management strategy based on fuzzy logic for a fuel cell hybrid bus. *Journal of Power Sources*, 185(1) :311–317. [30](#), [131](#)

- Gao, J., Zhu, G. G., Strangas, E. G., and Sun, F. (2009). Equivalent fuel consumption optimal control of a series hybrid electric vehicle. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 223(8) :1003–1018. [30](#), [58](#)
- Gaoua, Y., Caux, S., and Lopez, P. (2013a). A combinatorial optimization approach for the electrical energy management in a multi-source system. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES)*, pages 55–59. [7](#)
- Gaoua, Y., Caux, S., and Lopez, P. (2013b). Energy management for an electric vehicle based on combinatorial modeling. In *Proceedings of 2013 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM)*, pages 1–6. IEEE. [7](#), [26](#), [30](#), [44](#)
- Gaoua, Y., Caux, S., Lopez, P., Raga, C., and Barrado, A. (2014). Hybrid systems energy management using optimization method based on dynamic sources models. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC) : Coimbra, Portugal*. (accepté) IEEE. [132](#)
- Gaoua, Y., Caux, S., Lopez, P., and Salvany, J. D. (2013c). Energy management using fuzzy logic, on HEV. In *Electric Vehicle Symposium and Exhibition (EVS27) : Barcelona, Spain*, pages 1–7. IEEE. [7](#), [26](#), [125](#)
- Gaoua, Y., Caux, S., Lopez, P., and Salvany, J. D. (2013d). On-line hev energy management using a fuzzy logic. In *12th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC)*, pages 46–51. IEEE. [7](#), [30](#), [131](#)
- Garche, J. and Jossen, A. (2000). Battery management systems (BMS) for increasing battery life time. In *The Third International of Telecommunications Energy Special Conference (TELESCON 2000)*, pages 81–88. IEEE. [26](#)
- Gen, M. and Cheng, R. (2000). *Genetic algorithms and engineering optimization*, volume 7. John Wiley & Sons. [82](#)
- Glover, F. (1990). Tabu search : A tutorial. *Interfaces*, 20(4) :74–94. [82](#)
- Grove, W. R. (1874). *The correlation of physical forces*. Longmans, Green. [20](#)
- Guemri, M. (2013). Heuristiques optimisées et robustes pour la résolution du problème de gestion d'énergie pour véhicules électriques et hybrides. [30](#), [44](#), [54](#), [131](#), [147](#)
- Guemri, M., Caux, S., Ngueveu, S. U., and Messine, F. (2012). Heuristics and lower bound for energy management in hybrid-electric vehicles. *Proceedings of MOSIM'12*. [30](#), [54](#), [55](#)
- Guemri, M., Neffati, A., Caux, S., and Ngueveu, S. U. (2013). Management of distributed power in hybrid vehicles based on DP or fuzzy logic. *Optimization and Engineering*, pages 1–20. [59](#)



- Ha, D.-L. (2007). *Un système avancé de gestion d'énergie dans le bâtiment pour coordonner production et consommation*. PhD thesis, Grenoble, INPG. 37
- Hankache, W. (2008). *Gestion optimisée de l'énergie électrique d'un groupe électrogène hybride à pile à combustible*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse. 30, 39, 40, 41, 44, 53, 66, 147
- Hao, J.-K., Galinier, P., and Habib, M. (1999). Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 13(2) :283–324. 81
- Hirschenhofer, J., Stauffer, D., Engleman, R., and Klett, M. (1998). Fuel cell handbook. 20
- Jacomino, M. and Le, M. H. (2012). Robust energy planning in buildings with energy and comfort costs. *4OR*, 10(1) :81–103. 7
- Jeong, K.-S., Lee, W.-Y., and Kim, C.-S. (2005). Energy management strategies of a fuel cell/battery hybrid system using fuzzy logics. *Journal of Power Sources*, 145(2) :319–326. 74
- Johnson, V. H., Wipke, K. B., and Rausen, D. J. (2000). HEV control strategy for real-time optimization of fuel economy and emissions. Technical report, SAE Technical Paper. 30, 104
- Karnik, N. and Mendel, J. (2001). Operations on type-2 fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, 122(2) :327–348. 69
- Kelley, Jr, J. E. (1960). The cutting-plane method for solving convex programs. *Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics*, 8(4) :703–712. 83
- Kelouwani, S., Henao, N., Agbossou, K., Dube, Y., and Boulon, L. (2012). Two-layer energy-management architecture for a fuel cell hev using road trip information. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 61(9) :3851–3864. 131
- Khaligh, A. and Li, Z. (2010). Battery, ultracapacitor, fuel cell, and hybrid energy storage systems for electric, hybrid electric, fuel cell, and plug-in hybrid electric vehicles : State of the art. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 59(6) :2806–2814. 26
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., and Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598) :671–680. 82
- Kuhn, H. W. (2014). Nonlinear programming : a historical view. In *Traces and Emergence of Nonlinear Programming*, pages 393–414. Springer. 54
- Lachaize, J. (2004). Etude des stratégies et des structures de commande pour le pilotage des systèmes énergétiques à pile à combustible (PAC) destinés à la traction. 39

- Larminie, J., Dicks, A., and McDonald, M. S. (2003). *Fuel cell systems explained*, volume 2. Wiley New York. 40
- Lee, E. B. and Markus, L. (1967). Foundations of optimal control theory. Technical report, DTIC Document. 50
- Lopez, P., Erschler, J., and Esquirol, P. (1992). Ordonnancement de tâches sous contraintes : une approche énergétique. *Automatique-productique-informatique industrielle*, 26(5-6) :453–481. 71
- McKinsey, A. (2010). portfolio of power-trains for europe : a fact-based analysis. [http://www.fch-ju.eu/sites/default/files/documents/Power\\_trains\\_for\\_Europe.pdf](http://www.fch-ju.eu/sites/default/files/documents/Power_trains_for_Europe.pdf). 145
- Melentjev, S. and Lebedev, D. (2013). Overview of simplified mathematical models of batteries. In *13th International Symposium " Topical problems of education in the field of electrical and power engineering".-Doctoral school of energy and geotechnology : Parnu, Estonia*, pages 231–235. 134
- Miller, C. E., Tucker, A. W., and Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM*, 7(4) :326–329. 71
- Musardo, C., Rizzoni, G., Guezennec, Y., and Staccia, B. (2005). A-ecms : An adaptive algorithm for hybrid electric vehicle energy management. *European Journal of Control*, 11(4) :509–524. 30, 44, 57
- Neffati, A., Guemri, M., Caux, S., and Fadel, M. (2013). Energy management strategies for multi source systems. *Electric Power Systems Research*, 102 :42–49. 30, 44, 66, 69, 74, 130, 147
- Nemhauser, G. L. and Wolsey, L. A. (1988). *Integer and combinatorial optimization*, volume 18. Wiley New York. 83
- Nocedal, J. (1980). Updating quasi-newton matrices with limited storage. *Mathematics of computation*, 35(151) :773–782. 117
- Oliver, J. A., Zumel, P., Sanz, M., Raga, C., Izquierdo, D., Garcia, O., Barrado, A., Prieto, R., Azcona, R., and Delicado, B. (2009). High level decision methodology for the selection of a fuel cell based power distribution architecture for an aircraft application. In *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 459–464. IEEE. 38, 132
- Orecchini, F., Santiangeli, A., and Dell’Era, A. (2013). EVs and HEVs using lithium-ion batteries. *Lithium-Ion Batteries : Advances and Applications*, page 205. 11
- Orie, C. J. and Nwatu, Q. I. (2011). Challenges of energy saving crisis as a panacea to hybrid electric vehicle (HEV). *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 2(6). 12

- Paire, D. (2010). *Dimensionnement et gestion d'énergie de systèmes d'entraînements électriques hybrides : application à un ascenseur avec récupération d'énergie*. PhD thesis, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard. [37](#)
- Pang, S., Farrell, J., Du, J., and Barth, M. (2001). Battery state-of-charge estimation. In *Proceedings of the American Control Conference*, volume 2, pages 1644–1649. IEEE. [134](#)
- Papadimitriou, C. H. and Steiglitz, K. (1998). *Combinatorial optimization : algorithms and complexity*. Courier Dover Publications. [32](#), [97](#)
- Pérez, L. V., Bossio, G. R., Moitre, D., and García, G. O. (2006). Optimization of power management in an hybrid electric vehicle using dynamic programming. *Mathematics and Computers in Simulation*, 73(1) :244–254. [7](#), [30](#), [74](#)
- Pop, V., Bergveld, H. J., Notten, P., and Regtien, P. P. (2005). State-of-the-art of battery state-of-charge determination. *Measurement Science and Technology*, 16(12) :R93. [134](#)
- Poursamad, A. and Montazeri, M. (2008). Design of genetic-fuzzy control strategy for parallel hybrid electric vehicles. *Control Engineering Practice*, 16(7) :861–873. [66](#)
- Prins, C. (2004). A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 31(12) :1985–2002. [71](#)
- Raga, C., Barrado, A., Lázaro, A., Fernández, C., Valdivia, V., Quesada, I., and Gauchia, L. (2013). Black-box model, identification technique and frequency analysis for pem fuel cell with overshooted transient response. *IEEE Transaction on Power Electronics*, 29(10). [137](#)
- Rardin, R. L. (1998). *Optimization in operations research*, volume 166. Prentice Hall New Jersey. [32](#), [83](#)
- Rodatz, P., Paganelli, G., Sciarretta, A., and Guzzella, L. (2005). Optimal power management of an experimental fuel cell/supercapacitor-powered hybrid vehicle. *Control Engineering Practice*, 13(1) :41–53. [56](#)
- Romm, J. J. and Frank, A. A. (2006). Hybrid vehicles gain traction. *Scientific American*, 294(4) :72–79. [14](#)
- Ross, T. J. (2009). *Fuzzy logic with engineering applications*. John Wiley & Sons. [59](#)
- Schouten, N. J., Salman, M. A., and Kheir, N. A. (2002). Fuzzy logic control for parallel hybrid vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(3) :460–468. [59](#)
- Schouten, N. J., Salman, M. A., and Kheir, N. A. (2003). Energy management strategies for parallel hybrid vehicles using fuzzy logic. *Control Engineering Practice*, 11(2) :171–177. [30](#), [59](#), [104](#)

- Sciarretta, A., Back, M., and Guzzella, L. (2004). Optimal control of parallel hybrid electric vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(3) :352–363. [30](#), [104](#)
- Seenumani, G. (2010). *Real-time Power Management of Hybrid Power Systems in All Electric Ship Applications*. PhD thesis, The University of Michigan. [37](#)
- Serrao, L., Onori, S., and Rizzoni, G. (2009). ECMS as a realization of pontryagin’s minimum principle for HEV control. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 3964–3969. IEEE Press. [30](#), [56](#)
- Shepherd, C. (1963). Theoretical design of primary and secondary cells. part 3. battery discharge equation. Technical report, DTIC Document. [134](#)
- Sivanandam, S. and Deepa, S. (2008). *Genetic Algorithm Optimization Problems*. Springer. [67](#)
- Solano Martínez, J., John, R. I., Hissel, D., and Péra, M.-C. (2012). A survey-based type-2 fuzzy logic system for energy management in hybrid electrical vehicles. *Information Sciences*, 190 :192–207. [69](#)
- Soyster, A. (1979). Inexact linear programming with generalized resource sets. *European Journal of Operational Research*, 3(4) :316–321. [92](#)
- Soyster, A. L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research*, 21(5) :1154–1157. [92](#)
- Thounthong, P., Rael, S., and Davat, B. (2009). Energy management of fuel cell/battery/supercapacitor hybrid power source for vehicle applications. *Journal of Power Sources*, 193(1) :376–385. [26](#), [74](#)
- Toth, P. and Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications. [71](#)
- Tremblay, O. and Dessaint, L.-A. (2009). Experimental validation of a battery dynamic model for EV applications. *World Electric Vehicle Journal*, 3(1) :1–10. [134](#)
- Van Mierlo, J., Van den Bossche, P., and Maggetto, G. (2004). Models of energy sources for EV and HEV : fuel cells, batteries, ultracapacitors, flywheels and engine-generators. *Journal of power sources*, 128(1) :76–89. [23](#)
- Vandenberghe, L. and Boyd, S. (1996). Semidefinite programming. *SIAM review*, 38(1) :49–95. [92](#)
- Wächter, A. (2009). Short tutorial : getting started with ipopt in 90 minutes. *Combinatorial Scientific Computing (U. Naumann, O. Schenk, HD Simon, eds.)*. [35](#), [56](#), [116](#)

- Williamson, S. S., Lukic, S. M., and Emadi, A. (2006). Comprehensive drive train efficiency analysis of hybrid electric and fuel cell vehicles based on motor-controller efficiency modeling. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 21(3) :730–740. [58](#)
- Winston, W. L. (1994). *Operations research : applications and algorithms*. (third ed.) Duxbury press, Belmont, California. [32](#), [83](#)
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3) :338–353. [59](#)