



**HAL**  
open science

# Etude du couplage absorption-diffusion pour le rayonnement infrarouge de jets de propulseurs composites aluminisés

Jean-Baptiste Pautrizel

► **To cite this version:**

Jean-Baptiste Pautrizel. Etude du couplage absorption-diffusion pour le rayonnement infrarouge de jets de propulseurs composites aluminisés. Autre. Ecole Centrale Paris, 2010. Français. NNT : 2010ECAP0036 . tel-01124017

**HAL Id: tel-01124017**

**<https://theses.hal.science/tel-01124017>**

Submitted on 6 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**ÉCOLE CENTRALE DES ARTS  
ET MANUFACTURES  
« ÉCOLE CENTRALE PARIS »**

**THÈSE**  
présentée par  
**Jean-Baptiste PAUTRIZEL**

pour l'obtention du

**GRADE DE DOCTEUR**

**Spécialité : Énergétique**

**Laboratoires d'accueil : Laboratoire d'Énergétique Moléculaire et Macroscopique,  
Combustion (EM2C) du CNRS et de l'ECP.  
Département d'optique théorique et appliquée (DOTA) de  
l'ONERA-Palaiseau.**

**SUJET :**

**Étude du couplage absorption-diffusion pour le rayonnement infrarouge de jets de  
propulseurs composites aluminisés**

**soutenue le mercredi 1<sup>er</sup> décembre 2010**

**devant un jury composé de :**

**Jean-Michel HARTMANN  
Denis LEMONNIER  
Anouar SOUFIANI  
Antoine ROBLIN  
Jean-Claude FONTANELLA  
Philippe RIVIERE**

**Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur**



# TABLE DES MATIERES

## CHAPITRE I : INTRODUCTION

1. CONTEXTE DE L'ETUDE .....	1
2. SPECIFICATIONS DU MODELE DE TRANSFERT RADIATIF .....	2
3. TRAVAUX ANTERIEURS.....	3
4. PLAN DE LA THESE.....	5
BIBLIOGRAPHIE .....	6

## CHAPITRE II : PHENOMENOLOGIE DES JETS DE PROPULSEURS

1. GENERALITES SUR LA PROPULSION.....	9
2. DESCRIPTION AERODYNAMIQUE DE LA ZONE DE DETENTE ET DE RECOMPRESSION.....	13
3. DESCRIPTION DE LA RECOMBUSTION.....	15
4. PARTICULES D'ALUMINE .....	17
4.1. Généralités.....	17
4.2. Formation des particules d'alumine.....	18
4.3. Distributions granulométriques des particules d'alumine .....	19
4.4. Changements d'états et de phases des particules d'alumine dans les jets.....	21
5. ETUDE DE DEUX JETS PARTICULIERS.....	22
6. SIGNATURE INFRAROUGE .....	26
BIBLIOGRAPHIE .....	28

## CHAPITRE III : MODELISATION DU TRANSFERT RADIATIF AVEC DIFFUSION

1. GRANDEURS RADIATIVES ET EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF.....	31
1.1. Luminance et flux .....	31
1.2. Processus élémentaires .....	33
1.3. Equation de transfert radiatif .....	36
2. LES METHODES DE RESOLUTION DE L'ETR AVEC DIFFUSION .....	38
2.1. Les méthodes 2 flux .....	38
2.2. La méthode aux harmoniques sphériques ou méthode P-N .....	41
2.3. La méthode aux ordonnées discrètes ou méthode S-N .....	42

<b>3. LA METHODE SHDOM .....</b>	<b>43</b>
3.1. Fonctionnement général de SHDOM .....	44
3.1.1. <i>Grille de propriétés et grille de calcul</i> .....	44
3.1.2. <i>Algorithme de calcul</i> .....	45
3.2. Etapes de calcul dans SHDOM .....	46
3.2.1. <i>Initialisation de la luminance</i> .....	46
3.2.2. <i>Transformations OD → HS et HS → OD</i> .....	47
3.2.3. <i>Intégration de l'équation de transfert radiatif</i> .....	49
3.2.4. <i>Calcul de la fonction source</i> .....	50
3.2.5. <i>Critère de convergence</i> .....	51
3.2.6. <i>Expression de la luminance en sortie</i> .....	52
3.3. Cas particulier d'un milieu plans parallèles .....	53
<b>4. MODELISATION EN ABSORPTION MOYENNE .....</b>	<b>54</b>
4.1. Incompatibilité diffusion – Modèle de bande .....	54
4.2. SHDOM en absorption moyenne .....	55
<b>5. MODELE PAR SEPARATION DE LUMINANCE .....</b>	<b>56</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>58</b>

## CHAPITRE IV : PROPRIETES OPTIQUES DES GAZ ET DES PARTICULES

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>63</b>
<b>2. PROPRIETES OPTIQUES DES PARTICULES D'ALUMINE.....</b>	<b>63</b>
2.1. Indices de réfraction .....	64
2.1.1. <i>Partie réelle de l'indice</i> .....	64
2.1.2. <i>Revue des principales contributions à la partie imaginaire de l'indice</i> .....	65
2.1.3. <i>Revue des principales mesures de l'indice imaginaire de l'alumine</i> .....	68
2.2. Calcul des propriétés optiques de l'alumine .....	72
2.2.1. <i>Grandeurs optiques d'une particule</i> .....	72
2.2.2. <i>Études des grandeurs optiques d'une distribution de particules</i> .....	74
<b>3. PROPRIETES OPTIQUES DES GAZ.....</b>	<b>78</b>
3.1. Propriétés du spectre d'absorption monochromatique d'un gaz .....	78
3.1.1. <i>Définition du coefficient d'absorption</i> .....	78
3.1.2. <i>Profil de raie et mécanismes perturbateurs</i> .....	80
3.1.3. <i>Approche raie par raie pour le calcul du spectre global</i> .....	83
3.2. Modèles de bande en milieu homogène .....	85
3.3. Modèles de bande en milieu hétérogène .....	87
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>89</b>

## CHAPITRE V : SEPARATION DE LUMINANCE ASSOCIEE A SHDOM – ASPECTS GEOMETRIQUES

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>93</b>
<b>2. METHODE .....</b>	<b>94</b>
2.1. Calcul de la luminance non diffusée.....	94
2.2. Méthode SdL : calcul de la luminance diffusée par SHDOM.....	97
2.3. Calcul par approche deux flux.....	100
<b>3. COMPARAISON A DES CAS DE REFERENCES .....</b>	<b>102</b>
3.1. Flux hémisphérique d'une couche plane non diffusante .....	102
3.2. Flux hémisphérique d'une couche plane diffusante .....	104
3.2.1. <i>Définition des milieux</i> .....	104
3.2.2. <i>Étude des discrétisations</i> .....	106
3.2.3. <i>Étude de la convergence</i> .....	108
3.2.4. <i>Comparaisons d'émissivités hémisphériques</i> .....	110
3.3. Luminance d'une couche plane diffusante .....	113
<b>4. ETUDE PARAMETRIQUE DES CONTRIBUTIONS NON DIFFUSEE ET DIFFUSEE</b>	<b>114</b>
<b>5. CONCLUSION .....</b>	<b>123</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>124</b>
 <b>CHAPITRE VI : SEPARATION DE LUMINANCE ASSOCIEE A SHDOM – ASPECTS SPECTRAUX</b>	
<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>127</b>
<b>2. EXTENSION DE L'APPROXIMATION DE CURTIS-GODSON AUX MILIEUX DIPHASIQUES.....</b>	<b>129</b>
<b>3. DESCRIPTION DES MILIEUX DE REFERENCE.....</b>	<b>131</b>
<b>4. APPLICATION ET TEST DE LA METHODE SEPARATION DE LUMINANCE.....</b>	<b>136</b>
4.1. Profil LP11 Sortie de tuyère .....	136
4.2. Profil LP11 Zone de recombustion .....	138
4.3. Profil J20 Sortie de tuyère .....	140
4.4. Profil J20 Zone de recombustion.....	141
<b>5. CONCLUSION .....</b>	<b>144</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>145</b>
 <b>CHAPITRE VII : CONCLUSION</b>	
<b>ANNEXE 1 : METHODE DELTA-M.....</b>	<b>150</b>
<b>ANNEXE 2 : DETAILS DE L'EXTRACTION DES TRAJETS OPTIQUES POUR LE CALCUL DE LA LUMINANCE NON DIFFUSEE.....</b>	<b>152</b>

# NOMENCLATURE

## Indices principaux utilisés :

$X_\sigma$ , valeur monochromatique variant avec le nombre d'onde

$X_p$ , variable appliquée aux particules

$X_g$ , variable appliquée aux gaz

$X_{lm}$ , indices  $l$  et  $m$  des harmoniques sphériques

$X_u$ , indice indiquant une dépendance zénithale

$X_v$ , indice indiquant une dépendance azimutale

$X_{ijk}$ , indices de positions cartésiennes

## Chapitre II

$d_{43}$ , diamètre moyen en masse des particules d'alumine ( $\mu\text{m}$ )

$D_t$ , diamètre du col de la tuyère (pouces)

$f_\alpha$ , fraction d'alumine solide dans la phase  $\alpha$

$M_s$ , masse molaire de l'écoulement dans le plan de sortie de tuyère ( $\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

$T_c$ , température dans la chambre de combustion (K)

$p_s$ , pression statique dans le plan de sortie de tuyère (Pa)

$p_a$ , pression ambiante (Pa)

$p_c$ , pression dans la chambre de combustion (PSI)

$\Pi$ , rapport de pressions statiques

$r^*$ , rayon du front de cristallisation ( $\mu\text{m}$ )

$T_f$ , température de fusion de la particule d'alumine (K)

$T_p$ , température de la particule d'alumine (K)

$T_{sf}$ , température de surfusion de la particule d'alumine (K)

$\tau$ , le temps de résidence moyen des particules dans la chambre de combustion (ms)

$\xi_c$ , concentration en aluminium dans le propergol ( $\text{mol}/100\text{g}$ )

## Chapitre III

- $\alpha$  , absorptivité spectrale
- $C_J$  , critère de convergence
- $\chi_l$  , coefficient de Legendre de la fonction de phase
- $\varepsilon$  , émissivité spectrale
- $F^+$  , flux hémisphériques ascendant ( $W.m^{-2}.cm$ )
- $F^-$  , flux hémisphériques descendant ( $W.m^{-2}.cm$ )
- $\bar{F}$  , densité de flux par unité de surface ( $W.m^{-2}.cm$ )
- $\Phi_\sigma$  , flux spectral d'énergie radiative ( $W. cm$ )
- $\Phi_\sigma^{HS}$  , flux spectral hémisphérique d'énergie radiative ( $W. cm$ )
- $g$  , paramètre d'asymétrie
- $g_l$  , coefficient du développement en série de Legendre de la fonction de phase
- $G$  , moyenne angulaire de la luminance ( $W.m^{-2}.cm$ )
- $\Gamma$  , transmittivité
- $J$  , fonction source ( $W.m^{-3}.sr^{-1}.cm$ )
- $K_d$  , coefficient de diffusion ( $m^{-1}$ )
- $K_a$  , coefficient d'absorption ( $m^{-1}$ )
- $K_{ext}$  , coefficient d'extinction ( $m^{-1}$ )
- $L$  , luminance ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )
- $L_{nd}$  , luminance non diffusée ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )
- $L_d$  , luminance diffusée ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )
- $L_{bb}$  , luminance d'un corps noir ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )
- $\mu$  , cosinus de l'angle zénithal
- $n$  , distribution granulométrique des particules d'alumine (part.  $m^{-1}$ )
- $N_\mu$  , nombre d'ordonnées discrètes zénithales
- $N_\varphi$  , nombre maximum d'ordonnées discrètes azimutales
- $N_L$  , nombre de polynôme de Legendre utilisés pour décrire la fonction de phase
- $\hat{N}_\varphi(\mu)$  , nombre d'ordonnées discrètes azimutales à un angle zénithal donné
- $p_l$  , polynôme de Legendre
- $p_l^m$  , polynôme de Legendre associé
- $P$  , fonction de phase
- $T$  , température (K)
- $\tau$  , épaisseur optique
- $\omega_0$  , albédo de diffusion
- $Y_l^m$  , fonction d'harmonique sphérique
- $d\psi$  , flux d'énergie radiative (W)



## Chapitre IV

$d_{32}$ , diamètre moyen de Sauter des particules d'alumine ( $\mu\text{m}$ )

$d_{43}$ , diamètre moyen en masse des particules d'alumine ( $\mu\text{m}$ )

$d_{\text{moyen}}$ , diamètre moyen des particules d'alumine ( $\mu\text{m}$ )

$g$ , paramètre d'asymétrie

$k$ , partie imaginaire de l'indice de réfraction de l'alumine

$K_{\text{ext}}$ , coefficient d'extinction ( $\text{m}^{-1}$ )

$K_a$ , coefficient d'absorption ( $\text{m}^{-1}$ )

$\lambda$ , longueur d'onde ( $\mu\text{m}$ )

$\tilde{n}$ , indice de réfraction complexe de l'alumine

$n$ , partie réelle de l'indice de réfraction de l'alumine

$n_l$ , partie réelle de l'indice de réfraction de l'alumine liquide

$n_s$ , partie réelle de l'indice de réfraction de l'alumine solide

$P$ , fonction de phase

$\rho_l$ , densité de l'alumine liquide ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )

$\rho_s$ , densité de l'alumine solide ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )

$\sigma$ , nombre d'onde ( $\text{cm}^{-1}$ )

$T$ , température (K)

$T_f$ , température de fusion de l'alumine (K)

$\omega_0$ , albédo de diffusion

## Chapitre V

- $B_0$ , luminance source interne au milieu ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $B_1$ , luminance source externe ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $C_J$ , critère de convergence  
 $\varepsilon_{g,max}$ , erreur géométrique maximale  
 $F^+$ , flux hémisphériques ascendant ( $W.m^{-2}.cm$ )  
 $F^-$ , flux hémisphériques descendant ( $W.m^{-2}.cm$ )  
 $g$ , paramètre d'asymétrie  
 $\Gamma$ , transmittivité  
 $J$ , fonction source ( $W.m^{-3}.sr^{-1}.cm$ )  
 $J_{nd}$ , terme source dépendant de la luminance non diffusée ( $W.m^{-3}.sr^{-1}.cm$ )  
 $J_d$ , terme source dépendant de la luminance diffusée ( $W.m^{-3}.sr^{-1}.cm$ )  
 $K_d$ , coefficient de diffusion ( $m^{-1}$ )  
 $K_a$ , coefficient d'absorption ( $m^{-1}$ )  
 $L$ , luminance ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $L_{nd}$ , luminance non diffusée ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $L_d$ , luminance diffusée ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $L_{bb}$ , luminance d'un corps noir ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $\mu$ , cosinus de l'angle zénithal  
 $N_\mu$ , nombre d'ordonnées discrètes zénithales  
 $N_\varphi$ , nombre maximum d'ordonnées discrètes azimutales  
 $P$ , fonction de phase  
 $T$ , température (K)  
 $\tau$ , épaisseur optique  
 $\omega_0$ , albédo de diffusion

## Chapitre VI

- $\overline{\beta}_e$ , paramètre de forme équivalent, paramètre de modèle de bande Curtis-Godson  
 $\overline{k}_e$ , intensité moyenne équivalente, paramètre de modèle de bande Curtis-Godson  
 $K_a$ , coefficient d'absorption ( $m^{-1}$ )  
 $L_{bb}$ , luminance d'un corps noir ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $L_{nd}$ , luminance non diffusée ( $W.m^{-2}.sr^{-1}.cm$ )  
 $n$ , distribution granulométrique des particules ( $part.\mu m^{-1}.m^{-3}$ )  
 $Q_{abs}$ , facteur d'efficacité d'absorption  
 $\overline{S}$ , intensité moyenne des raies sur une bande  
 $T$ , température (K)  
 $\tilde{T}$ , température équivalente pour un mélange de gaz et de particules (K)  
 $\tau$ , transmittivité du segment considéré  
 $W$ , largeur de raie noire équivalente ( $cm^{-1}$ )  
 $X_i$ , fraction molaire du gaz  $i$  (ppm)

# CHAPITRE I : INTRODUCTION

## 1. CONTEXTE DE L'ETUDE

La prolifération des missiles constitue une source de préoccupation grandissante du monde occidental. De plus en plus de pays disposent ou vont disposer dans les années à venir de missiles balistiques de portée supérieure à 1000 Km. A l'autre extrémité de l'échelle en portée, de nombreuses organisations terroristes possèdent des missiles sol-air de très courte portée à guidage infrarouge. Pour tous les conflits postérieurs à la guerre du Vietnam, ces derniers missiles ont constitué une menace pour les plateformes aéroportées militaires. Ces dernières années, l'aviation civile a pris conscience de la menace que faisaient planer ces missiles sur le transport aérien des voyageurs et des marchandises. Les moyens de détection du vol d'un missile, soit pour alerter la population d'une zone géographique qui est susceptible de contenir le point d'impact, soit pour avertir l'équipage d'une plateforme aéroportée qu'il est potentiellement la cible du missile, font depuis plusieurs décennies l'objet de recherches soutenues. Un des moyens de détection d'un missile en phase propulsée est d'enregistrer l'émission infrarouge émise par le jet de son propulseur et d'effectuer un traitement temporel adapté des signaux correspondants afin de les discriminer de signaux parasites provenant du fond sur lequel est observé le missile. Le dimensionnement des systèmes de détection et l'évaluation des performances de ces systèmes nécessitent de connaître l'émission infrarouge émise par ces jets. Le terme « signature infrarouge » regroupe toutes les données caractéristiques de l'émission du jet et nécessaires à l'évaluation des performances de ces systèmes de détection. Ce terme comprend donc l'intensité spectrale du jet vu sous différents angles d'aspect, et d'autres caractéristiques de l'émission comme, par exemple, ses fluctuations temporelles. Il existe de nombreuses limitations à l'obtention de la signature infrarouge des jets de propulseur par une voie purement expérimentale. Parmi ces limitations, on peut citer les difficultés d'approvisionnement des missiles, les problèmes de sécurité entraînés par la réalisation des mesures et le nombre quasiment sans limite de configurations à considérer. En conséquence, une approche par modélisation est indispensable. Différents modèles ont été développés dans les années passées, cependant les difficultés inhérentes à la modélisation des signatures infrarouges des jets de propulseurs n'ont pas permis d'obtenir d'outils réellement prédictifs. En effet, l'émission infrarouge des jets de propulseur résulte d'une succession de processus complexes qui restent très difficiles à modéliser. Dans un premier temps, il est nécessaire de connaître les propriétés thermophysiques de la composition dans la chambre de combustion. Puis, les propriétés aérothermochimiques de l'écoulement dans la tuyère du propulseur et dans le jet doivent être calculées. L'émission infrarouge du jet et sa propagation à travers l'atmosphère jusqu'au capteur peut alors être déterminée. Le jet constitue un écoulement compressible, caractérisé par des ondes de détente et de recompression et des chocs. Pour certains propulseurs, le jet est chargé en particules sous forme liquide et/ou solide. Enfin, il se développe en périphérie de jet une couche de mélange turbulente qui donne lieu, dans certaines situations, à la recombustion des molécules telles que CO et H<sub>2</sub> [1], présentes en grande quantité dans le plan de sortie de la tuyère. Le jet est donc un écoulement compressible, supersonique, bi-phasique, turbulent et réactif.

## 2. SPECIFICATIONS DU MODELE DE TRANSFERT RADIATIF

Dans ce mémoire, nous considèrerons la signature des jets des propulseurs composites aluminisés encore dénommés chargement butalane. Ce type de chargement est composé en majorité d'un mélange de perchlorate d'ammonium sous forme solide et d'un liant de type polybutadiène. L'introduction de particules d'aluminium permet d'augmenter la température dans la chambre de combustion, et par conséquent d'augmenter l'impulsion spécifique du propulseur. La combustion de l'aluminium produit des particules d'alumine de taille micronique qui donnent une couleur blanche au jet dans le domaine visible. Ce type de propulseur équipe notamment les boosters de la fusée Ariane 5, de la navette spatiale américaine et de la majorité des missiles tactiques récents de courte portée. L'apport d'aluminium conduit à une augmentation des performances de propulsion, au détriment de la discrétion visible et infrarouge du jet. C'est pourquoi, le taux de chargement en aluminium peut être beaucoup plus faible dans les missiles tactiques que sur les boosters de lanceurs civils.

La modélisation de la signature des jets de propulseur comprend deux problèmes distincts. Le premier a trait aux méthodes de résolutions des équations de bilan de l'aérothermochimie et du transfert radiatif. Le second porte sur les données d'entrée nécessaires aux calculs pratiques, tant pour l'aérothermochimie que pour le transfert radiatif. Pour l'aérothermochimie, les données d'entrée portent sur les schémas cinétiques, les lois d'échange entre la phase condensée et la phase gazeuse, les lois de changement d'état liquide-solide et de changement entre les différentes phases solides de l'alumine. Pour le transfert radiatif, les données d'entrée concernent les propriétés spectroscopiques des gaz de combustion, et les lois d'indices optiques de l'alumine. Depuis une vingtaine d'années, de nombreux progrès ont été réalisés dans le domaine du transfert radiatif dans les milieux en combustion, pour les méthodes de résolutions comme pour les données d'entrée. Malgré ces progrès, il n'existe pas aujourd'hui de code de calcul du transfert radiatif infrarouge dans un jet bi-phasique, adapté à la prédiction de signature, même en ne considérant que le cas restrictif où le champ de rayonnement serait déterminé à partir des grandeurs aérothermochimiques moyennes, sans prendre en compte l'influence de la turbulence sur le rayonnement.

L'étude de la signature infrarouge des jets de propulseur comporte quelques spécificités par rapport aux problèmes rencontrés dans la modélisation du transfert thermique dans les milieux en combustion. En premier lieu, dans la majorité des cas pratiques, le jet peut être considéré axisymétrique. On exclut donc ici le cas des propulseurs à tuyères multiples, et la mise sous incidence du propulseur. Hormis dans le plan de tuyère, il n'existe pas d'interaction entre le rayonnement émis par le jet et les parois. Cette interaction entre rayonnement et parois solides constitue donc un problème mineur pour la signature. De même, si on laisse de côté l'interaction entre le jet et le rayonnement solaire, le jet n'est éclairé que par une seule source de rayonnement externe correspondant à l'émission de la chambre de combustion vue à travers le col de la tuyère. Là encore, l'interaction entre le jet et les sources extérieures du rayonnement ne constitue pas un point essentiel. La signature doit être calculée dans un domaine spectral typiquement compris entre 2 et 12  $\mu\text{m}$ , cependant, pour de nombreuses applications le domaine compris entre 2.5 et 5  $\mu\text{m}$  est suffisant. Il n'est donc pas nécessaire de couvrir tout le domaine thermique. En revanche, l'émission doit être déterminée avec une résolution spectrale assez élevée, typiquement comprise entre 1 et 5  $\text{cm}^{-1}$  pour rechercher la bande spectrale garantissant les performances de détection optimales. Comme les jets ne sont pas résolus spatialement par les instruments optiques composant les systèmes de détection, seule l'intensité est intéressante pour les applications. En revanche, il est indispensable de connaître précisément sa dépendance avec l'angle d'aspect sous lequel est vu le jet, et le flux hémisphérique de rayonnement ne présente aucun intérêt pour la signature. Les calculs de signatures doivent prendre en compte les molécules produites par la combustion comme CO, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, HCl et les particules d'alumine. Compte tenu des vitesses mises en jeu dans les jets et des tailles des particules, une partie d'entre-elles sont en déséquilibre thermique avec le gaz. Comme la gamme d'altitude des jets d'intérêt est typiquement comprise entre le niveau de la mer et 50 Km, les profils des raies d'absorption des gaz peuvent être de type Lorentz ou Voigt [2]. Enfin, le détecteur peut être situé dans ou en dehors de l'atmosphère terrestre, et le trajet entre le jet et l'observateur peut être très hétérogène, notamment lorsque le détecteur est dans

l'espace. L'hétérogénéité du trajet, tant en pression, en température qu'en constituants, doit donc pouvoir être prise en compte. On recherche donc une méthode de résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR) en présence de diffusion, dans un milieu très hétérogène où les profils d'absorption des raies sont de type Voigt, dans le cas le plus général, cette méthode permettant une bonne description angulaire et spectrale du rayonnement observé à grande distance de la source. Par ailleurs, comme il subsiste de nombreuses incertitudes concernant les résultats de calculs aérothermochimiques, le modèle de transfert radiatif doit être suffisamment rapide pour permettre des calculs paramétriques.

### 3. TRAVAUX ANTERIEURS

Du point de vue spectral, les bases de données spectroscopiques des molécules produites par la combustion ont atteint un degré de maturité ([3][4][5]), même pour les niveaux de température rencontrés dans les jets, qui autorise les calculs raie par raie, d'autant que la grandeur recherchée est une valeur spectrale moyennée sur un intervalle restreint. Cependant, cette approche reste incompatible du point de vue de la quantité de calculs à réaliser, avec la résolution de l'équation de transfert radiatif en présence de diffusion dans un milieu axisymétrique. De plus, elle n'est pas optimum, car la résolution spectrale recherchée n'est que de l'ordre de quelques  $\text{cm}^{-1}$  comme indiqué plus haut, une méthode donnant l'intensité spectrale moyenne est donc préférable. Dans ce mémoire, l'approche raie par raie sera donc considérée comme une référence, à partir de laquelle les précisions des autres approches seront testées.

Le calcul par modèle statistique à bandes étroites est incompatible avec la diffusion, car les valeurs spectrales moyennes sont dans ce cas exprimées en terme de transmission d'un trajet, et non en terme de coefficient d'absorption qui représente lui une grandeur locale. Pour montrer cette incompatibilité entre diffusion et modèles de bandes, rappelons les différentes étapes constituant l'approche par modèle de bandes. En premier lieu, on exprime la luminance monochromatique d'une colonne gazeuse homogène et non diffusante, sous sa forme analytique. La formulation par modèles de bandes consiste alors à exprimer la moyenne spectrale de cette luminance à l'aide de trois paramètres représentant des grandeurs moyennes dans l'intervalle spectral : l'intensité, la largeur des raies et l'écart entre deux raies consécutives. Une fois connue la luminance d'un trajet homogène, la luminance spectrale moyenne d'une colonne hétérogène est déduite des différents paramètres composant les différents segments supposés homogènes de la colonne. Il est donc indispensable de connaître les propriétés de chaque segment composant la colonne pour appliquer la formulation en modèle de bandes. En présence de diffusion, il n'existe pas de formulation explicite de la luminance le long d'une ligne de visée, car le rayonnement est redistribué angulairement par la diffusion. L'approche par modèle de bandes ne peut donc s'appliquer. L'approche dite en K corrélé reste compatible avec une prise en compte de la diffusion, car l'ETR est résolue en monochromatique, pour quelques nombres d'ondes dans l'intervalle spectral. Cependant, celle-ci n'est pas adaptée aux milieux très hétérogènes comme ceux rencontrés dans les problèmes de signature de jets. L'introduction de gaz fictifs qui a été proposée pour étendre l'approche CK aux trajets très hétérogènes reste coûteuse en temps de calcul [2]. Il n'existe donc pas de méthode satisfaisante pour la prise en compte du rayonnement à moyenne résolution spectrale, dans les milieux diffusants et très hétérogènes tels que ceux rencontrés dans le problème de la signature des jets. Ce problème a fait l'objet de recherches depuis de nombreuses années, sans qu'une solution satisfaisante lui soit trouvée. Dans une série de travaux consacrés aux signatures de jets de propulseurs, Malkmus et ses collaborateurs ([6][7][8][9]) ont utilisé une méthode basée sur le modèle 2 flux. Considérant un milieu plan infini d'épaisseur fixée, homogène, absorbant, émissif, diffusant, et éclairé par une source externe, le modèle 2 flux permet de trouver une solution analytique à l'ETR monochromatique. Le flux monochromatique obtenu pour le milieu plan infini peut alors être moyenné sur l'intervalle spectral, en faisant apparaître les paramètres de bande. Moyennant quelques approximations, il est alors possible de déterminer le flux moyen correspondant à un milieu plans parallèles composé de couches homogènes. Cette approche par le modèle 2 flux pour les milieux diffusants est similaire à la démarche de calcul de la luminance par les modèles de bandes pour les milieux non diffusants. Le point essentiel réside dans le fait que l'équation de transfert radiatif

monochromatique possède une solution analytique dans l'approximation du modèle 2 flux appliqué à un milieu plans parallèles. Malgré son utilisation dans de nombreux travaux sur les signatures de jets aux Etats-Unis, le modèle 2 flux, sous la forme proposée par Malkmus, ne permet pas de déterminer correctement la dépendance angulaire de la luminance d'un milieu axisymétrique. Comme son nom l'indique, le modèle 2 flux est avant tout destiné à évaluer un flux (hémisphérique) et non une luminance et sa dépendance angulaire. Nous écarterons donc cette approche dans la suite.

Au cours d'une thèse précédente, le solveur de l'équation de transfert radiatif SHDOM (Spherical Harmonics Discrete Ordinate Method) [10],[11] a été appliqué à la prédiction de la signature dans l'ultraviolet des jets de propulseurs. SHDOM résout l'ETR en présence de diffusion dans un milieu 3D par une méthode itérative. A chaque itération, la luminance est intégrée le long des ordonnées discrètes, en utilisant la fonction source calculée à l'itération précédente. Le calcul de l'intégrale de diffusion est accéléré en décomposant la luminance en harmoniques sphériques. L'utilisation du solveur SHDOM tend à se généraliser dans la communauté scientifique traitant du transfert radiatif dans l'atmosphère terrestre. Comme nous le verrons par la suite, l'approche SHDOM présente de nombreux intérêts pour le calcul de la signature des jets de propulseurs. L'utilisation de SHDOM pour la prédiction de la signature des jets dans l'ultraviolet est assez aisée, dans la mesure où les gaz ne présentent pas de spectre d'absorption dans ce domaine spectral. Il n'est donc pas nécessaire de traiter les corrélations spectrales comme dans l'infrarouge. Les travaux précédents ont montré que l'adaptation de SHDOM au domaine UV permettait de retrouver les principales propriétés de la signature UV des jets, notamment la dépendance angulaire de l'intensité. Cependant, comme nous l'avons souligné précédemment, il n'est pas envisageable de coupler le solveur SHDOM à un calcul raie par raie pour le domaine infrarouge.

Liu et al. [12] ont proposé de résoudre l'équation de transfert radiatif en présence de diffusion dans le contexte de la signature infrarouge, en séparant la luminance en deux termes. Le premier contient la solution de l'ETR obtenue en ignorant le coefficient de diffusion. Cette solution ne contient que les processus d'émission-absorption des gaz et des particules. Il est alors possible d'exprimer la luminance spectrale moyenne par les modèles de bandes. Le second terme est solution de l'équation de transfert radiatif modifiée et traduit la contribution de la diffusion à la luminance. Liu et al. effectuent une hypothèse de décorrélation spectrale dans cette nouvelle équation de transfert radiatif. D'après ces auteurs, cette décorrélation est justifiée par le fait que la solution de cette nouvelle équation constitue une perturbation de la luminance totale. Cette solution semble intéressante pour les jets de propulseurs pour les raisons suivantes. En premier lieu, elle permet de retrouver la solution des modèles de bandes lorsque le taux de chargement du jet en particules tend vers 0. Or, on peut prévoir dans le futur une diminution de ce taux dans les propulseurs militaires, pour des problèmes de discrétion. En second lieu, la méthode est indépendante du solveur de l'ETR. Elle doit donc pouvoir être appliquée au solveur SHDOM. Cependant, cette méthode perturbative n'a pas été testée de manière approfondie, notamment en la comparant aux sorties de calculs raie par raie dans des situations représentatives des jets. L'objet de cette thèse est d'adapter le solveur SHDOM pour prendre en compte cette méthode perturbative, puis d'évaluer les intérêts et limites de cette méthode pour la prédiction de la signature infrarouge des jets de propulseurs. Une analyse rigoureuse de cette approche nécessite de mener en parallèle les calculs par cette approche et les calculs raie par raie. Cette analyse implique donc de disposer au préalable d'une base de données spectroscopique des molécules rencontrées dans les jets, et la génération des paramètres de modèles de bande, en cohérence avec ces données.

#### 4. PLAN DE LA THESE

Le second chapitre de la thèse est consacré à une description de la phénoménologie des jets de propulseurs ; il permet de fixer le cadre dans lequel s'inscrivent nos travaux. En effet, la signature infrarouge résulte d'une succession de processus physiques, depuis la chambre de combustion du propulseur jusqu'au capteur optique. Même si l'objet de cette thèse est la modélisation des transferts radiatifs à partir des propriétés aérothermochimiques du jet, la connaissance de ces propriétés est essentielle à la compréhension des propriétés de la signature infrarouge. Ainsi, il nous a semblé nécessaire de présenter les différentes zones du jet et leurs propriétés, l'origine des particules dans le jet et leurs propriétés physiques. Le troisième chapitre est dédié à la résolution de l'équation de transfert radiatif. Les principales méthodes de résolution de l'ETR sont brièvement passées en revue, puis la technique SHDOM que nous avons retenue, est détaillée. Ce chapitre se conclut par une description de la technique de séparation de luminance pour la résolution de l'ETR spectrale moyenne en présence de diffusion. Le quatrième chapitre discute des propriétés optiques des particules d'alumine et des gaz de combustion, données d'entrée nécessaires à la résolution de l'ETR. Les deux chapitres suivants exposent l'essentiel des résultats obtenus au cours de cette thèse sur l'utilisation du solveur SHDOM pour la résolution de l'ETR par séparation de la luminance en deux contributions appelées non diffusée et diffusée. Dans un premier temps (chapitre V), seuls les aspects géométriques sont considérés. Notre approche est comparée avec des méthodes de référence, puis une étude paramétrique est menée pour identifier les situations dans lesquelles la contribution diffusée peut devenir importante. Le chapitre VI discute ensuite des aspects spectraux. La luminance de milieux plans parallèles représentatifs de différentes zones de jets est alors prédite par une méthode de référence, par l'approche que nous avons développée, et par un calcul non corrélé. Nous mettons en évidence les situations dans lesquelles notre approche s'avère intéressante pour les calculs de signature et les limites de cette technique. Les perspectives de ce travail sont données dans la conclusion (chapitre VII).

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.C. Chastenet, V. Bodart  
*Signatures – Discrétion – Contre-mesures*  
Revue Scientifique et Technique de la Défense, vol. 3, pp 91-105, 1997
- [2] P. Rivière  
*Modélisation des propriétés radiatives de la vapeur d'eau à haute température. Application à la signature infrarouge.*  
Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 1994
- [3] D. Scutaru, L. Rosenmann, J. Taine  
*Approximate intensities of CO<sub>2</sub> hot bands at 2.7, 4.3, and 12 microns for high temperature and medium resolution applications*  
JQSRT, vol. 52, pp 765-781, 1994
- [4] H. Partridge, D.W. Schwenke  
*The determination of an accurate isotope dependent potential energy surface for water from extensive ab initio calculations and experimental data*  
J. Chem. Phy., vol. 106, pp 4618-4639, 1997
- [5] P. Perez, A. Boischot, L. Ibgui, A. Roblin  
*A spectroscopic database for water vapor adapted to spectral properties at high temperature, and moderate resolution*  
JQSRT, vol. 103, pp 241-244, 2007
- [6] W. Malkmus, R. Reed  
*Practical treatment of particles plumes*  
SPIE Modern Utilization of Infrared Technology VI, vol. 253, pp 129-137, 1980
- [7] C.B. Ludwig, W. Malkmus, G.N. Freeman, R. Reed, M. Slack  
*Infrared radiation from rocket plumes*  
SPIE Modern Utilization of Infrared Technology VI, vol. 253, pp 122-127, 1980
- [8] W. Malkmus  
*Some comments on the extension of band models to include scattering*  
JQSRT, vol. 40, pp 201-204, 1988
- [9] R.A. Reed, D.G. Brown, R.S. Hiers III, B.H. Cromwell, V.A. Zaccardi  
*Compatibility of infrared band models with scattering*  
J. Therm. Heat. Tr., vol. 8, pp 208-215, 1994
- [10] K.F. Evans  
*The spherical harmonics discrete ordinate method for three-dimensionnal atmospheric radiative transfer*  
J. Atm. Sci., vol. 55, pp 429-446, 1998
- [11] P.E. Baudoux  
*Développement d'un modèle de transfert radiatif 3D adapté au calcul de la signature d'un jet de moteur-fusée dans l'ultraviolet*  
Thèse de doctorat, Université de Rouen, 2002
- [12] F. Liu , G.J. Smallwood, O.L. Güder  
*Application of statistical narrowband model to three-dimensionnal absorbing-emitting-scattering media*  
J. Therm. Heat. Tr., vol. 13, pp285-291, 1999





## TABLE DES MATIERES

<b>1. GENERALITES SUR LA PROPULSION.....</b>	<b>9</b>
<b>2. DESCRIPTION AERODYNAMIQUE DE LA ZONE DE DETENTE ET DE RECOMPRESSION.....</b>	<b>13</b>
<b>3. DESCRIPTION DE LA RECOMBUSTION.....</b>	<b>15</b>
<b>4. PARTICULES D'ALUMINE .....</b>	<b>17</b>
4.1. Généralités.....	17
4.2. Formation des particules d'alumine.....	18
4.3. Distributions granulométriques des particules d'alumine .....	19
4.4. Changements d'états et de phases des particules d'alumine dans les jets.....	21
<b>5. ETUDE DE DEUX JETS PARTICULIERS.....</b>	<b>22</b>
<b>6. SIGNATURE INFRAROUGE.....</b>	<b>26</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>28</b>

# CHAPITRE II : PHENOMENOLOGIE DES JETS DE PROPULSEURS

## 1. GENERALITES SUR LA PROPULSION

La compréhension du rayonnement infrarouge émis par un jet de propulseur passe en premier lieu par la compréhension de ses propriétés aérothermochimiques. Bien que notre travail soit focalisé sur la modélisation du transfert radiatif à partir des grandeurs aérothermochimiques moyennes, nous avons jugé utile de synthétiser ici les principales propriétés des jets.

Un propulseur est schématiquement composé d'une structure métallique ou en matériaux composites, d'un chargement en propergol, d'une tuyère convergente divergente, d'une protection thermique interne et d'un système d'allumage [1] (figure II.1). La protection thermique est un matériau préservant les parties structurales du moteur, du flux de chaleur dégagé par la combustion du propergol. Le système d'allumage est généralement constitué d'une petite charge, elle-même allumée par un système électrique, qui apporte à la surface du propergol l'énergie nécessaire pour amorcer la combustion du chargement principal.

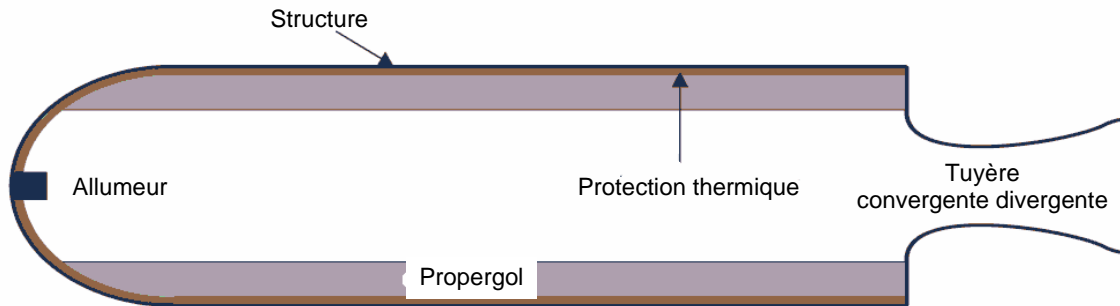


figure II.1 - Schéma d'un propulseur à propergol solide

Le propergol est constitué d'un mélange de substances solides oxydantes et réductrices. Les réactions chimiques de décomposition de ces substances donnent naissance à la libération d'une grande quantité d'énergie et à un fort volume de gaz chauds. Ceci explique les températures de fonctionnement très élevées, typiquement comprises entre 2000 et 3800 K suivant la composition, et les pressions importantes (5 à 10 MPa) qui règnent dans les moteurs. Le propergol ne nécessite pas d'apport d'oxygène externe pour son fonctionnement, toutes les molécules étant présentes et stockées dans le matériau (fonctionnement anaérobie). Sa combustion s'effectue en surface, et la vitesse de propagation du front de combustion, fonction de la pression, est typiquement de quelques millimètres par seconde. Les produits de décomposition du matériau sont injectés avec une vitesse opposée à celle du front. Ils sont canalisés par le convergent de la tuyère et soumis à la détente (figure II.2). Le divergent permet d'augmenter la vitesse d'éjection des produits de combustion et de créer la poussée du moteur.

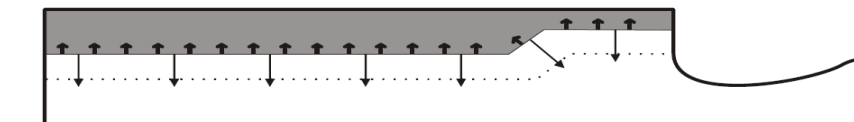


figure II.2 - Front de combustion et vitesse d'injection des gaz

Le premier indice caractérisant les performances d'un propulseur est l'impulsion spécifique. Cette grandeur représente la poussée du propulseur, par unité de débit massique de propergol<sup>1</sup>. Un second indice de performance est la densité du propergol, qui doit être la plus élevée possible pour diminuer l'encombrement du propulseur. On peut montrer que l'impulsion spécifique est proportionnelle à  $\left(\frac{T_c}{M_s}\right)^{\frac{1}{2}}$

où  $T_c$  est la température dans la chambre de combustion et  $M_s$  la masse molaire de l'écoulement dans le plan de sortie de la tuyère. En conséquence, un propergol doit être constitué de structures de densité élevée reliées entre-elles par des liaisons chimiques de faible intensité et qui conduisent à des molécules de faibles masses molaires, à travers des réactions fortement exothermiques.

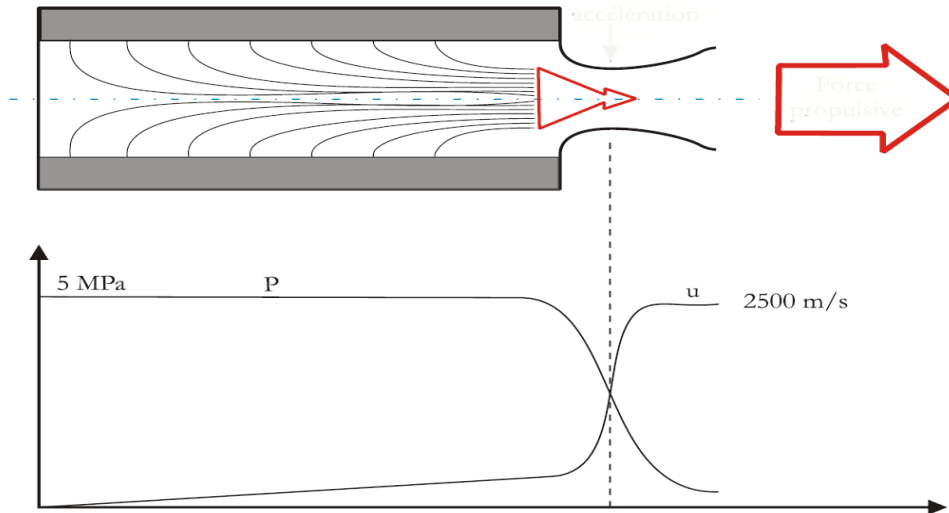


figure II.3 - Schéma de principe d'un propulseur : Profils de vitesse axiale et de pression statique dans le moteur

Il existe deux grandes familles de propergols solides : les doubles bases dont l'origine remonte à la seconde moitié du XIX<sup>ième</sup> siècle et les composites découverts par la Société Aerojet Engineering Corporation aux Etats-Unis au début des années 1940 [2]. Dans les propergols double base, encore appelés homogènes, les espèces oxydantes et réductrices sont chimiquement liées aux mêmes molécules, et c'est la décomposition de ces molécules qui produit la combustion [3]. La nitrocellulose ( $C_6H_{7.55}(NO_2)_{2.45}$ ), qui en se décomposant donne un groupe réducteur  $C/H$  et un groupe oxydant  $C/H/O$  constitue un exemple de propergol homogène. Dans les propergols composites, encore appelés hétérogènes, l'oxydant et le réducteur sont deux espèces chimiques différentes qui sont mélangées. L'oxydant, qui peut être du perchlorate d'ammonium ( $NH_4ClO_4$ ), du nitrate d'ammonium ( $NH_4NO_3$ ), ou du perchlorate de potassium ( $KClO_4$ ), est sous forme de fines particules cristallines. Parmi ces oxydants, le perchlorate d'ammonium occupe une place de choix. Son principal intérêt réside dans sa capacité à rester stable à température ambiante, car sa température de décomposition est supérieure à 540 K [4]. Le composant qui assure la fonction réductrice est un liant organique polymérisé, comme le polyuréthane ou le polybutadiène. Il joue à la fois le rôle de réducteur et il assure la cohésion du mélange. Divers additifs figurent également à la composition, afin d'ajuster la vitesse de combustion aux performances souhaitées, et d'assurer un vieillissement correct du matériau. Des particules d'aluminium sphériques dont le diamètre est typiquement compris entre 10  $\mu m$  et quelques dizaines de microns, peuvent être ajoutées à la composition, ce qui provoque typiquement une augmentation de la température dans la chambre de combustion de 600 à 700 K, et donc une augmentation de la vitesse d'éjection des gaz et de l'impulsion spécifique. L'ajout d'aluminium à la composition permet aussi de diminuer la masse molaire du mélange, en

<sup>1</sup> En fait, cette grandeur, homogène à une vitesse, est divisée par la constante d'accélération de la pesanteur  $g$ , ce qui conduit à une quantité homogène à un temps.

favorisant la formation de  $H_2$  au détriment de  $H_2O$ . Les performances du propulseur s'en trouvent améliorées. Cependant, la masse de gaz éjectée est diminuée par la présence de l'aluminium, car sa combustion produit essentiellement une phase condensée, sous forme de particules d'alumine  $Al_2O_3$  de taille micronique. La présence de cette phase condensée conduit à une perte de performance de propulsion, par rapport à celle qui serait observée si l'aluminium s'oxydait en phase gazeuse. Un compromis entre la température de combustion, la masse molaire de la composition et le débit gazeux doit donc être recherché. Enfin, l'alumine produite représente un contributeur majeur à la signature infrarouge, tant par son émission de rayonnement, que par son rôle diffusant. La figure II.4 représente deux visualisations obtenues au microscope électronique à balayage d'une coupe de propergol composite aluminisé [5]. Sur le premier cliché, il est possible de distinguer les particules du perchlorate d'ammonium les plus grosses, de forme irrégulière, qui ont une taille de 150 à 200  $\mu m$ . Le second cliché met en évidence la présence d'un deuxième mode pour les particules de perchlorate d'ammonium, avec des particules de 50  $\mu m$  environ. De plus, la visualisation met en évidence les particules d'aluminium, de forme sphérique, et ayant des diamètres de l'ordre de 10  $\mu m$ .

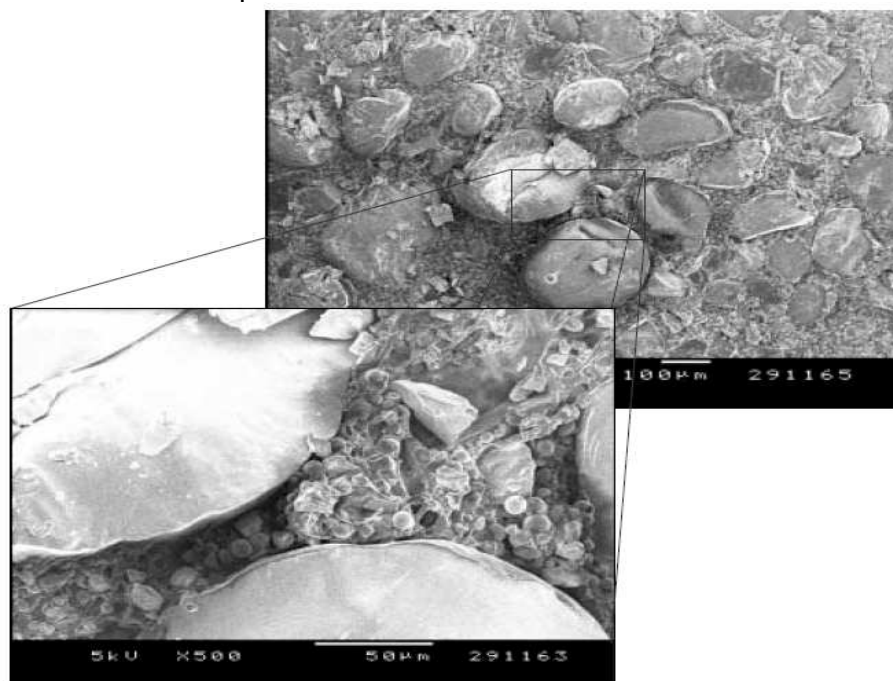


figure II.4 - Visualisations au microscope électronique d'une coupe de propergol composite aluminisé (tiré de [Orlandi 2002])

Le propergol composite le plus rencontré actuellement, encore appelé Butalane 68/18, associe un liant polybutadiène (14% en masse) avec du perchlorate d'ammonium (68% en masse) et de l'aluminium (18% en masse). Dérivé des études françaises sur la propulsion stratégique, il équipe les boosters P230 de la fusée Ariane 5. Ce type de propergol, particulièrement stable et bien connu, s'est généralisé dans de nombreux missiles et lanceurs civils, tant en France qu'à l'étranger. Son développement s'est réalisé au détriment des autres types de propergols, notamment les compositions double-base moins performantes du point de vue de la propulsion. Lorsque l'on cherche à augmenter la discrétion du propulseur, le taux de chargement en aluminium est abaissé, au détriment des performances de propulsion. On parle alors de Butalite. Même les propulseurs les plus discrets conservent des traces d'espèces métalliques, afin de stabiliser la combustion.

La combustion d'un propergol solide conduit à la formation de nombreux produits :

- des gaz complètement oxydés comme la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone,
- des gaz réducteurs comme le di-hydrogène et le monoxyde de carbone,
- des particules liquides ou solides comme l'alumine,
- des espèces provenant de l'érosion des protections thermiques et de la tuyère,

- des gaz inertes comme l'azote,
- des radicaux libres comme OH, H et O,
- des atomes comme Pb, Na, K
- de nombreuses autres espèces comme AlCl ou HCl.

A la sortie de la tuyère, deux écoulements interagissent entre-eux : d'une part, le jet d'éjection du propulseur contenant des gaz et des particules résultant de la combustion du propergol solide et de la détente dans la tuyère, d'autre part l'écoulement externe. Les propriétés de l'écoulement externe varient avec l'altitude et la vitesse de l'engin. La forme générale d'un jet dépend de nombreux paramètres :

- le rapport  $\Pi = \frac{p_s}{p_a}$  entre la pression statique dans le plan de sortie de tuyère  $p_s$  et la pression ambiante  $p_a$ ,
- la forme de la tuyère,
- la vitesse de l'écoulement externe,
- la forme de la base du propulseur.

Lorsque la pression statique dans le plan de sortie de tuyère  $p_s$  est inférieure à la pression ambiante dans laquelle débite la tuyère, le jet est dit sur-détendu. Il subit alors une recompression par un choc conique dans le cas d'une tuyère axisymétrique. Lorsque la pression de sortie est juste égale à la pression ambiante, le jet est dit adapté. Ce point correspond à la poussée maximale du propulseur. Enfin, lorsque la pression dans le plan de sortie de tuyère est supérieure à la pression ambiante, le jet est dit sous-détendu. Il se produit alors un faisceau de détente de Prandtl-Meyer au niveau du plan de sortie de tuyère, dont le rôle est de ramener l'écoulement de la pression statique  $p_s$  à la pression ambiante  $p_a$ . Les trois formes typiques de jets correspondantes sont illustrées sur la figure II.5.

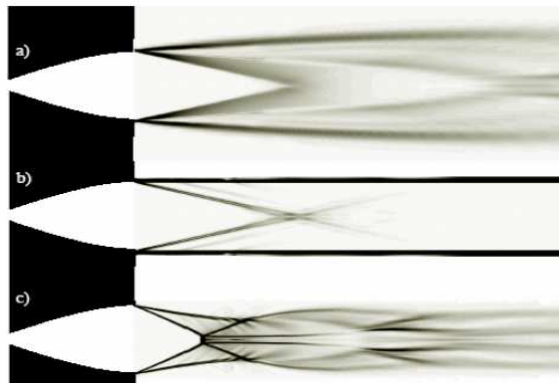


figure II.5 - Formes de jets suivant le rapport de pressions statiques  $\Pi = \frac{p_s}{p_a}$  : a :  $\Pi = 2$  jet sous-détendu, b :  $\Pi = 1$  jet adapté, c :  $\Pi = 0.3$  jet sur-détendu (tiré de Almqvist [6])

Pour les missiles tactiques de courte portée, il existe souvent des contraintes sévères en terme d'encombrement. La tuyère est généralement de forme conique et sa longueur n'est pas suffisante pour que le jet se détende jusqu'à la pression atmosphérique. En conséquence, les missiles tactiques sont caractérisés par des jets quasiment adaptés ou sous-détendus. Pour les missiles balistiques, le propulseur de chaque étage est adapté à une altitude donnée. En dessous (resp. au-dessus) de l'altitude du point de fonctionnement nominal du propulseur, le jet est sur-détendu (resp. sous-détendu). Si on considère le premier étage d'un missile balistique, les points pour lesquels on cherche à évaluer sa signature infrarouge sont situés au-dessus de la couche nuageuse la plus élevée. Dans ce cas, les jets sont généralement sous-détendus. Dans la suite, nous ne considérerons donc que le cas des jets sous-détendus, pour des altitudes inférieures à 40 Km.

Le jet présente trois zones distinctes. La première est le champ proche, où se produit une série d'ondes de détente et de recompression. La coalescence des ondes de compression donne naissance à

des chocs. Dans cette zone, les effets dissipatifs et la turbulence sont limités. Les principales propriétés de l'écoulement peuvent donc être décrites dans l'approximation d'Euler. Puis, l'intensité des ondes de détente et de compression s'amortit à cause de la turbulence et de la dissipation : c'est la zone de transition. Enfin, la couche de mélange entre le jet et l'écoulement externe s'épaissit jusqu'à atteindre le centre du jet : c'est la zone du champ lointain, où la pression statique est quasiment égale à la pression ambiante. Comme le mélange gazeux issu de la tuyère est généralement réducteur, le mélange avec l'écoulement externe est susceptible de donner naissance à une nouvelle combustion appelée post-combustion. Celle-ci s'initie dans la couche de mélange et la température du jet subit une augmentation pour atteindre un maximum local à l'endroit où la couche de mélange rejoint l'axe du jet. Cette zone réactive est directement pilotée par le mélange avec l'écoulement externe. Elle ne peut être décrite qu'en prenant en compte les effets dissipatifs, la turbulence et le caractère réactif de l'écoulement.

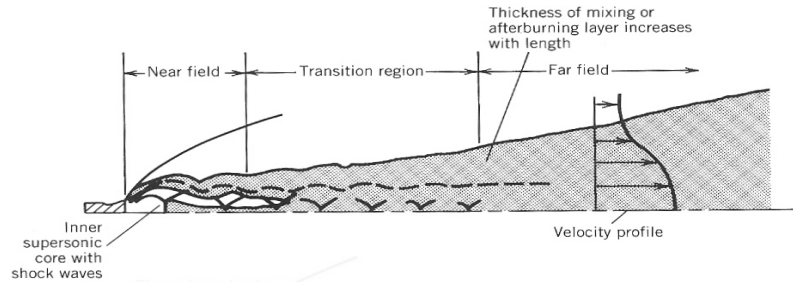


figure II.6 - Mise en évidence des différentes zones constituant un jet de propulseur (tiré de Sutton [1])

## 2. DESCRIPTION AERODYNAMIQUE DE LA ZONE DE DETENTE ET DE RECOMPRESSION

Comme indiqué ci-dessus, les principales caractéristiques de la zone située à proximité du plan de tuyère peuvent être décrites en ignorant les effets dissipatifs et réactifs de l'écoulement. Pour simplifier la présentation, on supposera que le jet débite dans un fluide au repos et que la tuyère est bidimensionnelle. Par conséquent le jet peut également être considéré de géométrie plane. Suite aux travaux de Pack [7], la structure d'ondes de détente et de recompression d'un jet sous-détendu peut être expliquée simplement à l'aide des caractéristiques. La figure II.7 illustre la forme des ondes de détente et de compression dans le cas d'un jet légèrement sous-détendu qui débite dans une atmosphère au repos. Dans le plan de sortie de tuyère, il se forme deux faisceaux de détente de Prantl Meyer centrés sur le point E et son symétrique, suite à la discontinuité de pression statique entre le plan de sortie de tuyère et le fluide externe au repos. En aval des faisceaux de détente, le jet est limité par deux surfaces libres de forme plane et divergente. Les pressions statiques de part et d'autre de ces surfaces sont égales. En revanche, ces deux frontières constituent une discontinuité pour toutes les autres grandeurs aérothermochimiques de l'écoulement (température, vitesse, entropie...). Chaque faisceau de détente est composé d'une série de lignes de Mach sur lesquelles toutes les propriétés de l'écoulement sont conservées. Chaque onde de détente se réfléchit au niveau de la surface libre en onde de compression, afin d'assurer l'égalité de pressions statiques de part et d'autre de la surface libre. En se réfléchissant, les ondes de compressions incurvent la surface libre vers l'intérieur du jet. Comme les ondes de compressions sont convergentes, elles finissent pas se rencontrer. Chaque onde correspondant à un état donné du fluide, leur rencontre provoque une discontinuité qui se traduit par l'apparition de deux chocs de focalisation nommés C1 sur la figure II.7. Ces chocs se réfléchissent sur l'axe du jet. Suivant les valeurs du nombre de Mach en aval des chocs incidents et de l'angle des chocs avec l'axe du jet, la réflexion peut être régulière ou donner naissance à un disque de Mach (figure II.8). Lorsque la réflexion est régulière, les chocs obliques réfléchis C2 interceptent les deux surfaces libres (point J et son symétrique). Chaque choc réfléchi ayant augmenté la pression statique, un nouveau faisceau de détente apparaît pour ramener à nouveau la pression statique dans le jet à la pression ambiante. L'écoulement possède alors une structure quasi périodique d'ondes de détente et de recompression qui ne s'atténue qu'avec les effets dissipatifs.

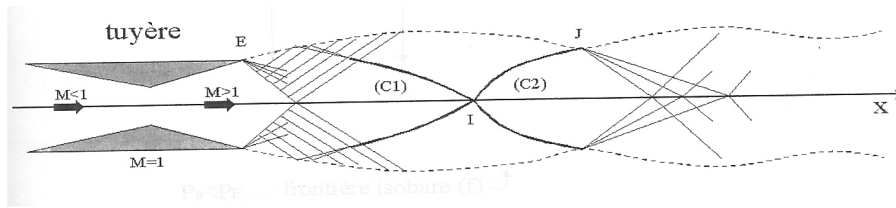


figure II.7 - Zone de détente et de recompression dans un jet supersonique sous-détendu débitant dans une atmosphère au repos. Cas de la réflexion régulière

L'interaction des deux chocs obliques incidents peut aussi donner naissance à un disque de Mach C3 comme représenté sur la figure II.8. Il s'agit alors d'un choc fort qui ralentit, re comprime et élève fortement la température fluide. En aval, la température du fluide peut être proche de celle de la chambre de combustion, ce qui donne naissance à un rayonnement intense. L'écoulement en aval du disque de Mach est localement subsonique. Il se forme deux lignes de glissement séparant l'écoulement ayant traversé le disque de Mach C3 et l'écoulement ayant traversé les chocs obliques C2. Par ailleurs, l'interaction entre les chocs obliques réfléchis et les lignes de glissement externes donne naissance à deux nouveaux faisceaux de détente. Ces faisceaux tendent à resserrer les deux lignes de glissement internes, créant ainsi un col. L'écoulement ayant traversé le disque de Mach est accéléré par cette tuyère apparente et redevient supersonique. Là encore, on observe une structure quasi périodique des chocs. Lorsque le rapport de pression augmente, le nombre de cellules de détente et de recompression diminue.

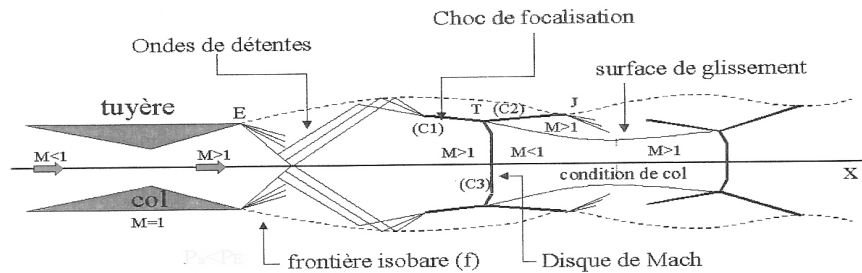


figure II.8 - Zone de détente et de recompression dans un jet supersonique sous-détendu débitant dans une atmosphère au repos. Cas de la réflexion de Mach

Quand le propulseur se déplace, V. Borie a montré que pour un rapport de pressions statiques  $\Pi$  identique, l'allure du jet dépend largement du nombre de Mach de l'écoulement externe [8]. Ainsi, la réflexion de Mach observée lorsque le nombre de Mach de l'écoulement externe est faible disparaît lorsque la vitesse externe augmente, et on retrouve une réflexion régulière. La forme des ondes de détente et de chocs dépend donc du rapport de pressions statiques  $\Pi$ , mais aussi du rapport des pressions totales.

Pour un nombre de Mach fixé de l'écoulement externe, l'augmentation du rapport de pressions  $\Pi$  conduit à une augmentation de la dimension des cellules de détente et de recompression et à une diminution de leur nombre. Lorsque  $\Pi$  est grand, il ne reste plus qu'une seule cellule. Le choc de focalisation s'amorce alors juste à proximité du plan de sortie de tuyère et présente une forme en tonneau.



### 3. DESCRIPTION DE LA RECOMBUSTION

En sortie de tuyère, le mélange est globalement réducteur et présente typiquement un déficit d'oxygène de l'ordre de 20% en masse. Ceci est rendu nécessaire pour obtenir une composition ayant une masse molaire la plus faible possible dans le plan de sortie de tuyère, afin d'avoir la vitesse d'éjection la plus élevée. Dans le plan de sortie de tuyère, la température statique est de l'ordre de 1000 à 1500 K et les vitesses atteignent 2000 à 2500 m.s<sup>-1</sup>. Les forces visqueuses sont à l'origine d'une couche de mélange entre le jet et le fluide externe. Les gaz issus de la tuyère vont progressivement diffuser dans l'air externe et se mélanger à l'oxygène. Lorsque l'atmosphère est suffisamment dense, ce mélange conduit à l'apparition d'une flamme de diffusion turbulente dite de post-combustion. La température dans cette flamme peut atteindre celle de la chambre de combustion. Le caractère plus ou moins réducteur de la composition conduit à une flamme de post-combustion plus ou moins intense. La figure II.9 montre une mesure réalisée à l'Onera de la concentration instantanée du radical OH par fluorescence induite par laser, dans un jet axisymétrique de propulseur expérimental résultant d'une combustion H<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> [9]. Les dimensions en millimètres de la tuyère et du jet sont indiquées. Comme la nappe laser ne possédait qu'une largeur inférieure à 100 mm, la carte du jet a été reconstituée entre 10 et 265 mm du plan de sortie de tuyère, à partir de plusieurs essais, en déplaçant le laser par rapport au jet entre chaque essai.

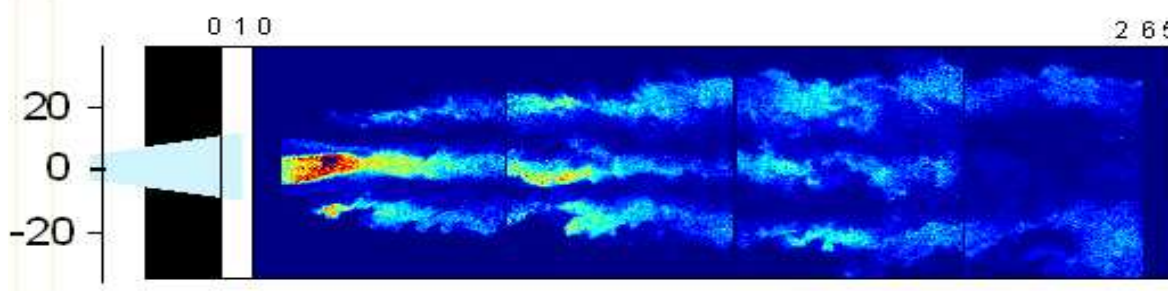


figure II.9 - Mesures de la concentration du radical hydroxyle dans un jet de propulseur expérimental H<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> (tiré de Roblin et al. [9])

On constate l'aspect très turbulent du jet qui est souligné ici en raison du faible temps du pulse laser. Le radical hydroxyle provient de deux origines distinctes. D'une part, l'écoulement en sortie de tuyère contient une quantité non négligeable de OH, en raison de la combustion imparfaite dans la chambre. En second lieu, on constate que le radical hydroxyle se forme dans la couche de mélange qui s'épaissit progressivement. Cette mesure matérialise ainsi la couche de mélange à l'origine de la post-combustion. La zone correspondant au maximum de température est située hors de la zone représentée sur la figure II.9, à environ 600 mm du plan de sortie de tuyère.

La figure II.10 présente trois exemples de jets dans le domaine visible correspondant à des propulseurs différents. Le premier jet, correspondant à une composition double base, produit un écoulement gazeux chargé en suies. On observe clairement leur absorption dans le plan de sortie de tuyère, puis leur émission matérialisant le début de la zone de recombustion, et enfin leur absorption du fond de ciel au-delà de la zone de post-combustion. Le second cas correspond à un propulseur composite très faiblement chargé en aluminium (Butalite). Le jet contient alors très peu de particules d'alumine et l'émission visible provient essentiellement du doublet du Sodium, espèce présente à l'état de trace dans le propergol. La quasi absence de particules (celles-ci ne sont décelables qu'en périphérie du jet) permet de mettre clairement en évidence la première zone d'adaptation à la pression, puis la zone de transition. L'émission du sodium provient de l'augmentation de température aux passages des chocs. En revanche, la troisième zone correspondant à la recombustion n'est pas mise en évidence. Le troisième exemple correspond à un propulseur composite chargé en particules d'aluminium (Butalane). L'émission visible à spectre continu qui résulte de la présence de particules d'alumine dans le jet masque en grande partie les structures observées dans le cas précédent. En règle générale, la dynamique radiométrique des instruments d'enregistrement dans le visible, et notamment celle obtenue avec les émulsions

photographiques, ne permet pas de donner une représentation correcte de la dépendance spatiale de l'émission du jet. En conséquence, les zones d'adaptation à la pression et de recombustion sont souvent masquées en raison de la saturation du moyen d'enregistrement.

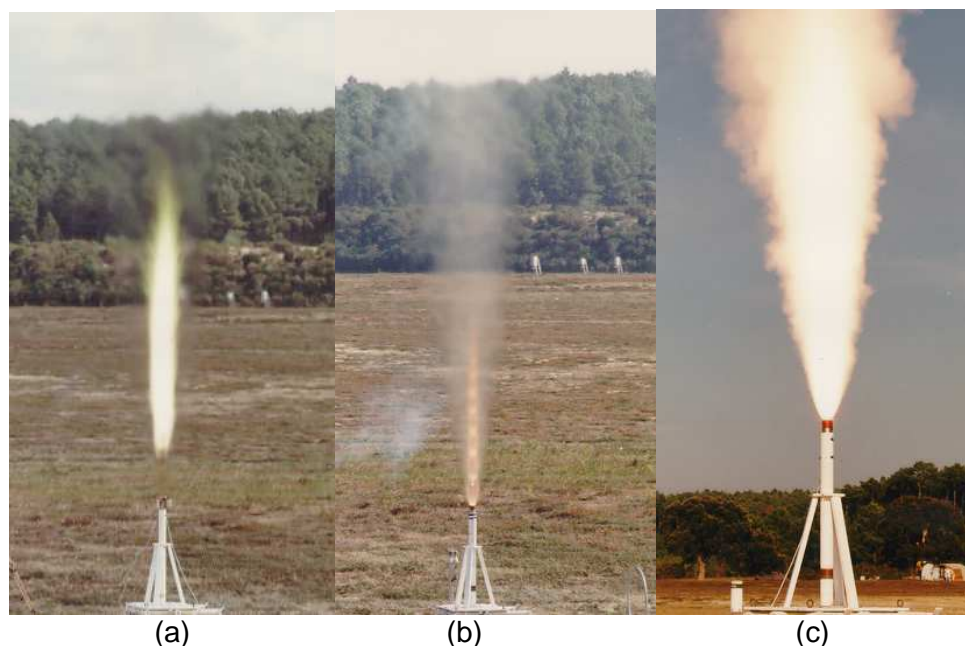


figure II.10 - Exemples de jets de propulseurs dans le visible : (a) propulseur homogène : mise en évidence de la zone de recombustion par émission des suies ; (b) propulseur composite non aluminisé : mise en évidence des zones d'adaptation à la pression, émission majoritaire des raies du Sodium ; (c) propulseur composite chargé en aluminium : masquage des zones d'adaptation à la pression et de recombustion par l'émission à spectre continu des particules d'alumine

Le jet d'un propulseur composite aluminisé de même type que celui présenté figure II.10c, observé dans le domaine ultraviolet est présenté en fausses couleurs sur la figure II.11. Celle-ci met clairement en évidence la zone d'adaptation à la pression, et la forme caractéristique d'émission en fer à cheval correspondant à la recombustion.

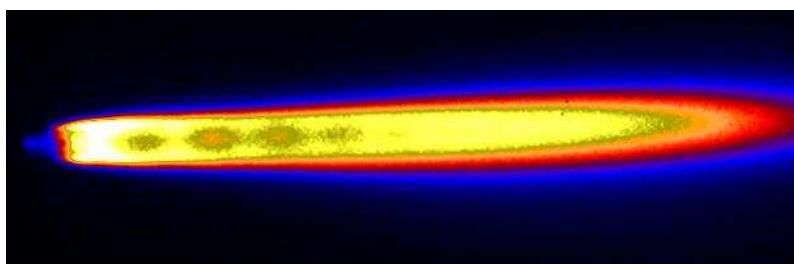


figure II.11 - Emission d'un jet de propulseur composite aluminisé dans l'ultraviolet : mise en évidence de la zone d'adaptation à la pression et de la zone de recombustion

Pour conclure cette présentation des différents types de jets, la figure II.12 montre un exemple de jet de propulseur dont la composition en additif métallique est intermédiaire entre les deux situations précédentes. Dans ce cas, on observe simultanément la zone de détente et recompression et la zone de post-combustion. De plus, cette figure montre à la fois la contribution à l'émission des particules d'alumine, et leur rôle diffusant. Celui-ci est particulièrement notable en périphérie de jet.



figure II.12 - Jet de propulseur composite faiblement chargé en additifs métalliques dans le visible : mise en évidence de la zone d'adaptation à la pression externe et de la recombustion

Les propulseurs les plus énergétiques comme les chargements composites aluminisés ayant des températures de combustion très élevées et produisant des particules solides qui jouent le rôle d'accroche flamme et de point chaud, produisent des flammes de post-combustion intenses. L'apparition de la flamme de post-combustion est largement influencée par les conditions de fonctionnement. Lorsque la tuyère est courte, la température dans le plan de sortie de tuyère reste élevée et la composition contient des radicaux libres qui initient rapidement la post-combustion. La flamme de post-combustion est alors plus intense que celle du même propulseur possédant une tuyère adaptée [10],[11]. De même, la géométrie de l'arrière corps peut favoriser l'apparition de la post-combustion, sous l'effet des recirculations au culot [12]. Lorsque la vitesse de l'engin augmente, l'écart de vitesses entre le jet et l'écoulement externe diminue. Ceci se traduit par une diminution de l'intensité de la post-combustion. Quand l'altitude du propulseur augmente, le rapport de pressions  $\Pi = \frac{P_s}{P_a}$  augmente et la surface couverte par le jet augmente. Ceci conduit, dans un premier temps, à une augmentation de la signature du jet. Au-delà de 25 à 40 Km, la diminution de la densité de l'oxygène dans l'air ambiant diminue l'intensité de la flamme de post-combustion qui finit par s'éteindre, ce qui entraîne une réduction de la signature du jet.

## 4. PARTICULES D'ALUMINE

### 4.1. Généralités

L'ajout d'aluminium à la composition du propergol conduit à la formation de particules d'alumine dans le jet qui ont un rôle essentiel sur sa signature. Pour évaluer correctement l'effet de ces particules sur le rayonnement, il est nécessaire de connaître leurs propriétés optiques en tout point du jet, à savoir : le coefficient d'absorption, le coefficient de diffusion et la fonction de phase de diffusion de la distribution granulométrique. Dans la majorité des travaux, on observe que les particules prélevées dans les jets sont de forme sphérique [13]. Il est donc légitime de recourir à la théorie de Mie pour le calcul des propriétés optiques. Les particules doivent alors être caractérisées en tout point du jet par leur distribution granulométrique et leur indice optique. La distribution granulométrique dépend des différents processus subis par les particules, depuis l'oxydation de l'aluminium dans la chambre de combustion, jusqu'au transport dans le jet. Comme le comportement aérodynamique des particules dépend de leur taille, la distribution n'est pas uniforme dans le jet, les plus grosses particules étant concentrées à proximité de l'axe, alors que les plus petites suivent quasiment le comportement des gaz. En première approximation, l'indice optique est lié à la température des particules, à leur état liquide ou solide et à leur phase solide. Cependant, nous verrons que la partie imaginaire de l'indice optique dans l'infrarouge provient des processus extrinsèques. En conséquence, la température ne suffit pas pour définir complètement l'indice

optique, et celui-ci peut notamment être influencé par la présence de défauts dans la structure cristalline ou les gaz environnants. En second lieu, des particules creuses apparaissent à la solidification, suite à la dissolution de vapeur d'eau dans l'alumine liquide [13]. Cet aspect est susceptible de modifier les propriétés optiques des particules. Nous présentons ci-dessous une description des différents processus régissant la formation, puis l'évolution des particules d'alumine, de la chambre de combustion, jusqu'au jet.

## 4.2. Formation des particules d'alumine

Schématiquement, on peut distinguer cinq zones où les granulométries et les processus subis par les particules sont différents :

- la surface du propergol, en décomposition sous l'effet du transfert de chaleur,
- la zone de combustion située juste au-dessus de la surface du propergol,
- la chambre de combustion où les particules vont s'agglomérer et se rompre,
- la zone située entre la chambre de combustion et le début du divergent où les particules acquièrent une vitesse significative et dans laquelle il se produit de forts cisaillements qui conduisent à la rupture des particules les plus grosses ; dans cette zone, les particules peuvent aussi s'agglomérer,
- l'écoulement dans le divergent et le jet.

Les mécanismes de combustion d'un propergol composite aluminisé ont fait l'objet de nombreux travaux qui se poursuivent actuellement [14], [15], [5], [16]. Lorsque la surface du propergol est chauffée par les produits de la combustion, les particules qui apparaissent à la surface du propergol peuvent soit se détacher de la surface et être éjectées dans l'écoulement, soit s'agglomérer à d'autres particules pour former des globules, avant d'être à leur tour éjectées dans l'écoulement [15]. Les particules d'aluminium qui sont directement éjectées dans l'écoulement ont des diamètres typiques de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$  à quelques dizaines de microns, alors que les globules sont de tailles plus importantes, typiquement comprises entre 50 et 500  $\mu\text{m}$ . Dans les deux cas, les particules sont recouvertes d'une fine couche d'alumine solide  $\text{Al}_2\text{O}_3$  qui empêche toute oxydation de l'aluminium liquide. Il est généralement considéré que la combustion du propergol génère un profil de température dans la masse du propergol et au-dessus de sa surface, comme indiqué sur la figure II.13.

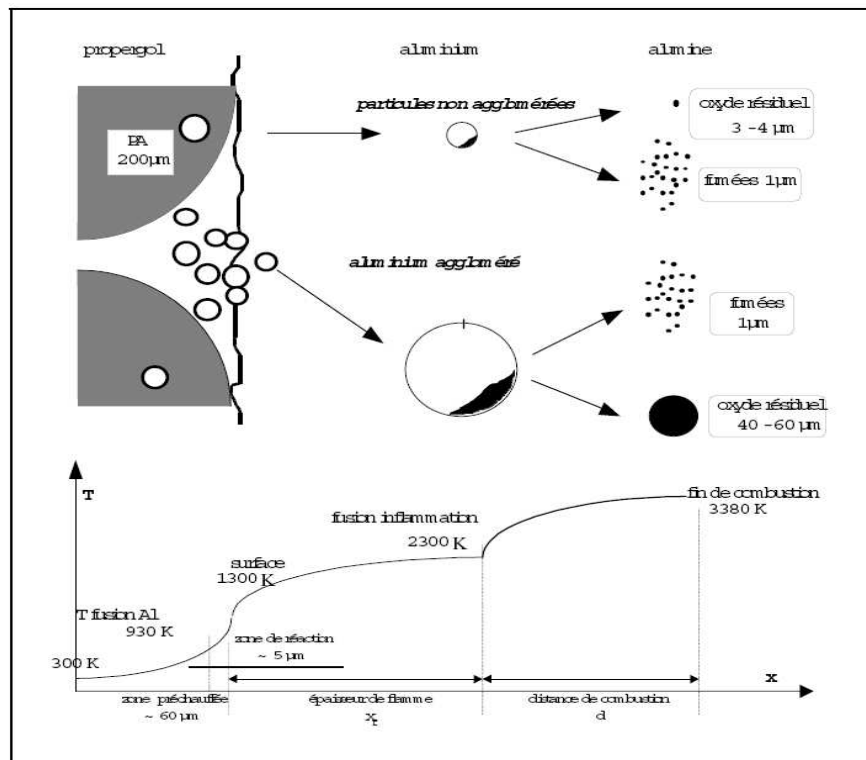


figure II.13 - Profil de température dans et au-dessus d'un propergol solide aluminisé et évolution des particules d'aluminium (tiré de Orlandi [5])

Quand les particules atteignent la température de fusion de l'alumine, la fine couche protectrice d'alumine qui entoure chaque particule se liquéfie : l'aluminium est alors exposé aux gaz oxydants et entre en combustion. Comme l'indique la figure II.14, deux mécanismes de combustion co-existent [17], [18] :

- une combustion en phase vapeur qui produit de fines particules d'alumine, typiquement de taille micronique ou inférieure,
- une combustion au voisinage de la frontière entre le lobe d'alumine et l'aluminium, l'alumine formée se déposant à la périphérie de cette calotte.

Ces deux types de combustion produisent donc des fumées d'une part, et des globules de l'autre.

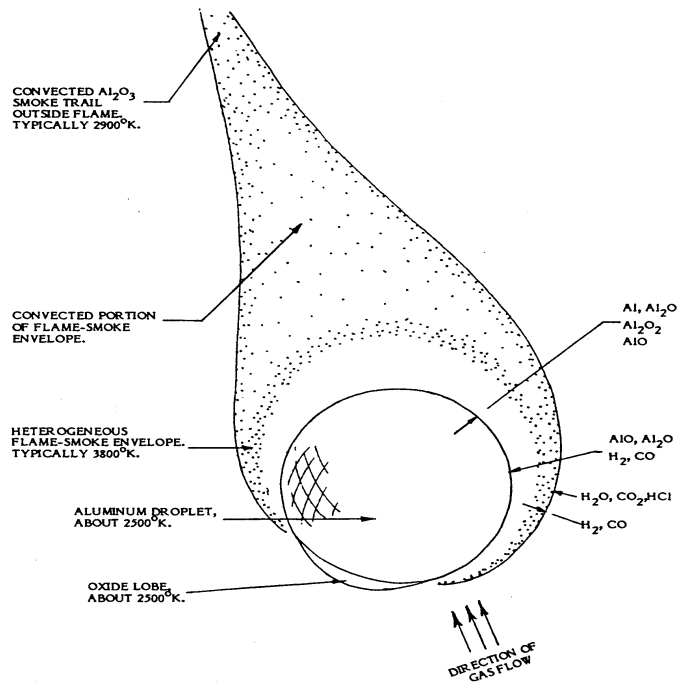


figure II.14 - Schéma de principe de la combustion d'une particule d'aluminium dans un écoulement

### 4.3. Distributions granulométriques des particules d'alumine

Une fois la combustion d'un globule achevée, son diamètre est de l'ordre de 65% du diamètre du globule d'aluminium original [19]. La réduction de dimension est due aux effets combinés de l'évaporation d'aluminium, de l'apport d'oxygène et du changement de densité entre l'alumine et l'aluminium. Après avoir traversé la flamme de diffusion, les particules d'alumine subissent simultanément des processus de coalescence et de rupture. A l'entrée du convergent de la tuyère, les particules subissent une très forte accélération qui s'accompagne de forts cisaillements. Les particules les plus grosses éclatent en particules typiquement dix fois plus petites, mais elles restent beaucoup plus grosses que les fumées résultant de la combustion de l'aluminium en phase gazeuse. La distribution granulométrique dans le plan de sortie de tuyère dépend donc en premier lieu du diamètre du col de la tuyère. Au-delà du col, la distribution granulométrique dépend de la position, en raison de la différence d'inertie entre les grosses et les petites particules. Dans le divergent, seules les petites particules se répartissent jusqu'aux parois de la tuyère. Dans le jet, la distribution granulométrique peut encore être modifiée par les processus de solidification ou de fusion dans la zone de post-combustion. Les mécanismes de coalescence et de rupture peuvent être négligés.

Il n'y a pas aujourd'hui de consensus dans la littérature sur l'aspect mono-modal [19], [20], bi-modal [21], voire multi-modal [21], [22] de la distribution des particules d'alumine à l'entrée des jets de propulseurs. A notre connaissance, il n'existe pas de modèle permettant de calculer l'évolution de la granulométrie des particules d'alumine, depuis la chambre de combustion jusque dans le jet, en prenant en



compte les processus d'oxydation de l'aluminium, de coalescence et de rupture au passage du col. Les calculs aérothermochimiques et de transfert radiatif doivent donc être initialisés par des résultats de mesures ou des corrélations expérimentales, pour les données concernant les particules d'alumine. Hermsen [23] a réalisé une revue des mesures granulométriques dans les jets et a étudié différentes corrélations du diamètre moyen en masse  $d_{43}$  des particules en vue de prédire les performances de propulsion. Ce diamètre représente le rapport de la moyenne du diamètre élevé à la puissance 4 sur la moyenne du diamètre élevé à la puissance 3, il est donc directement relié au volume occupé par les particules. La relation la plus appropriée s'écrit :

$$d_{43} = 3.6304 D_t^{0.2932} (1 - \exp(-0.0008163 \xi_c p_c \tau)) \quad (II.1)$$

où  $D_t$  est le diamètre du col de la tuyère en pouces,  $\xi_c$  est la concentration en aluminium dans le propergol en  $mol/100g$ ,  $p_c$  la pression dans la chambre de combustion en PSI et  $\tau$  le temps de résidence moyen en ms des particules dans la chambre. Cependant, les méthodes utilisées pour évaluer le diamètre moyen et recensées par Hermsen sont plutôt sensibles aux grosses particules résultant de la combustion hétérogène plus qu'aux fumées. Cette relation ne fournit aucune indication sur l'aspect multi-modal de la distribution en tailles. La figure II.15, extraite de la référence [24], représente le diamètre moyen en masse, en fonction du rayon du col de tuyère, pour une pression chambre fixée et un taux de chargement en aluminium de 18% en masse. La figure contient les résultats expérimentaux recensés par Hermsen, et trois corrélations empiriques. L'augmentation du diamètre moyen des particules avec le diamètre du col de tuyère s'explique par les phénomènes de ruptures des particules dans la tuyère. Plus la section du col de tuyère est faible, plus les cisaillements sont importants, et plus les particules de petites tailles sont susceptibles d'être détruites.

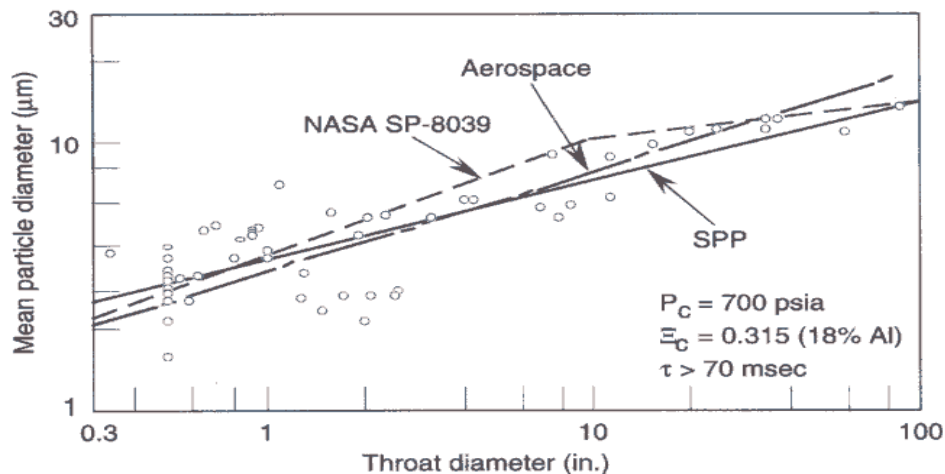


figure II.15 - Diamètre moyen en masse des particules dans un jet en fonction du rayon du col de tuyère : données expérimentales et corrélations empiriques (tirée de Simmons [24])

Jusqu'à maintenant, le manque de modèle prédictif de la distribution granulométrique à l'entrée des jets a été de pair avec les capacités limitées des codes aérothermochimiques. En effet, la distribution granulométrique est généralement discrétisée en quelques classes, typiquement entre 3 et 8. Il est donc difficile de mettre en évidence l'aspect multi-modal des distributions avec un si faible nombre de classes.

Enfin, plusieurs expérimentateurs ont montré que la densité moyenne des particules d'alumine prélevées dans les jets de propulseur était inférieure à la densité du matériau [25], [22]. L'explication la plus couramment avancée était la présence de particules poreuses [19], sans que ce phénomène soit pris en compte dans la description de l'évolution des particules d'aluminium et d'alumine depuis la chambre de combustion, jusqu'au plan de sortie du divergent. La présence de particules creuses a été mise en évidence récemment à l'Onera, à partir de prélèvements effectués lors de tirs au banc d'un propulseur composite aluminisé à échelle réduite [26], [13], [21]. L'explication avancée est la capacité de l'alumine liquide à absorber une grande quantité de gaz. La grande solubilité de la vapeur d'eau dans l'alumine liquide associée à la pression partielle élevée de vapeur d'eau qui atteint typiquement 0.5 MPa dans la chambre de combustion conduisent chaque particule d'alumine dans la chambre à retenir une grande quantité de vapeur d'eau. A cause de sa densité plus élevée, la forme solide de l'alumine ne peut pas

retenir cette vapeur d'eau. Au cours de la solidification, le gaz est expulsé et conduit à une particule creuse. Ce phénomène, appelé rochage, a également été observé en laboratoire sur des billes d'alumine en lévitation aérodynamique [13]. La figure II.16 montre quelques exemples de clichés au microscope électronique de particules collectées lors des essais LP11 de l'Onera [13]. Les particules les plus grosses présentent une forme creuse. Il est possible d'établir une loi de taux de vide qui dépend de la taille des particules.

La présence de particules creuses n'est cependant pas systématique dans les jets. En effet, si une particule se solidifie dans la tuyère ou à proximité du plan de sortie de tuyère, elle traversera ultérieurement les chocs et la zone de recombustion où elle peut atteindre la température de fusion de l'alumine. La pression partielle de vapeur d'eau à cet endroit peut alors être insuffisante pour conduire à un nouveau phénomène de rochage, et la particule se solidifiera sous forme d'une sphère pleine.

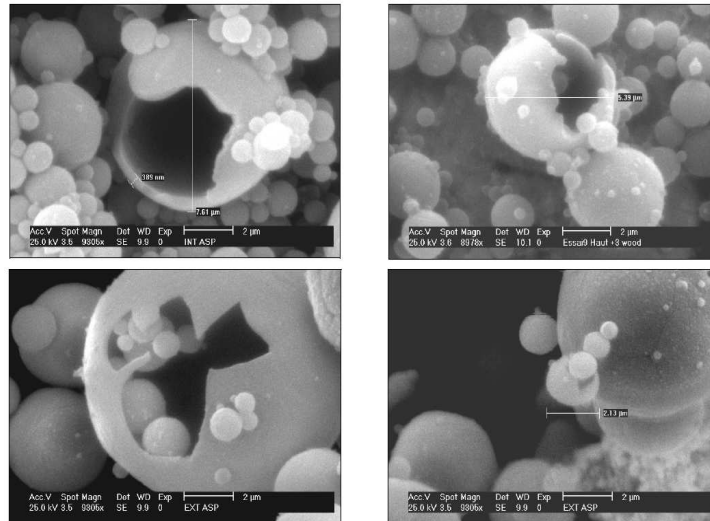


figure II.16 - Exemple de clichés MEB de particules creuses prélevées lors d'essais d'un propulseur à échelle réduite à l'Onera (d'après [13])

#### 4.4. Changements d'états et de phases des particules d'alumine dans les jets

Au cours de la détente dans la tuyère puis dans le coeur du jet, les particules d'alumine se refroidissent. L'approche la plus simple pour décrire la transition liquide-solide lors du refroidissement consiste à considérer un processus à l'équilibre (par opposition à un processus prenant en compte une cinétique). Dans ce cas, une particule est supposée liquide, tant que sa température est supérieure à la température de fusion. Lorsque la particule atteint cette température, la transition vers la phase solide est supposée se produire et l'énergie de fusion dégagée par la particule est échangée avec la phase gazeuse. La particule est alors pour partie solide et pour partie liquide. Elle conserve sa température de fusion, tant que l'énergie de fusion n'est pas totalement évacuée. Une fois ce point atteint, la particule est supposée être entièrement dans l'état solide, et sa température diminue, tant qu'elle reste supérieure ou égale à celle du gaz. Cette description relativement simple ne rend pas compte de certaines propriétés des particules observées dans les jets, notamment la présence de plusieurs phases cristallines. En effet, l'alumine solide existe sous différentes formes structurales : la forme stable  $\alpha$  de maille rhomboédrique et les formes métastables  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\theta$  de maille cubique. A travers leur impact sur les parties réelle et imaginaire de l'indice optique, ces différentes structures cristallines ont potentiellement un effet sur les propriétés optiques du nuage de particules et donc sur la signature du jet. Les transformations de phase de l'alumine dans les processus de solidification rapide tels qu'on les rencontre dans les jets de propulseurs sont pilotées par les cinématiques de solidification et les transferts thermiques. Or, les particules subissent une chute brutale de leur température, de l'ordre de  $10^5$  à  $10^6$  K.s<sup>-1</sup> suivant les propulseurs, à la traversée de la tuyère. Du point de vue énergétique, la structure  $\gamma$  est celle qui possède l'énergie libre de nucléation la plus faible. En conséquence, le procédé le plus rapide de formation d'une phase solide correspond à une transition vers cette phase métastable  $\gamma$ . Rodionov et al. [27] ont mis au point un modèle de solidification des particules

d'alumine liquides dans les jets de propulseurs, à partir de l'interprétation de mesures optiques en laboratoire sur des particules en refroidissement. Chaque particule est caractérisée par un front de cristallisation  $r^*$  qui est égal au rayon de la particule lorsque celle-ci est entièrement liquide et qui est nul lorsqu'elle est solide. Il est alors possible d'établir une équation différentielle décrivant l'évolution temporelle du front de cristallisation au cours de la transition liquide-solide de la forme :

$$r^* \frac{dr^*}{dt} = f_1(T_f, T_p) \quad (II.2)$$

où  $T_f$  est la température de fusion et  $T_p$  la température de la particule. En fait, cette transition ne s'amorce que lorsque la température de la particule est inférieure à la température de surfusion  $T_p \leq T_{sf}$ . Pour l'alumine, la valeur de température de surfusion adoptée est  $T_{sf} = 1900 K$ . La transition liquide-solide est supposée se produire vers la phase  $\gamma$ . La transition  $\gamma \rightarrow \alpha$  s'amorce dès l'apparition de la phase  $\gamma$ , suivant une seconde loi cinétique. Rodionov et al. ont montré que la fraction  $f_\alpha$  d'alumine solide dans la phase  $\alpha$  obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{df_\alpha}{dt} = f_2(T_p) \quad (II.3)$$

Ces deux fonctions  $f_1$  et  $f_2$  représentent les cinétiques de changements d'état et de phase et permettent de prédire les concentrations des particules sous forme liquide, surfondue, solide de phase  $\gamma$ , et solide de phase  $\alpha$ . D'après Rodionov et al., la vitesse de transition de la phase  $\gamma$  vers la phase  $\alpha$  chute très rapidement avec la température. Les particules les plus petites présentent une faible inertie thermique et leur refroidissement est très rapide. En conséquence, la transition  $\gamma \rightarrow \alpha$  n'est pas suffisamment rapide pour se produire intégralement. Ceci explique la présence résiduelle de la phase  $\gamma$  lors de l'analyse de particules prélevées dans les jets de propulseurs.

Expérimentalement, Kim et al. [28] ont mesuré les tailles et phases de particules d'alumine dans un jet de propulseur. Ils ont observé que les particules les plus grosses, d'un diamètre voisin de  $5 \mu m$ , restaient concentrées sur l'axe du jet. Les particules les plus petites, de tailles inférieures à  $1 \mu m$  étaient également présentes en périphérie de jet et sous forme solide  $\gamma$ , alors que les grosses particules se solidifiaient dans la phase  $\alpha$ .

## 5. ETUDE DE DEUX JETS PARTICULIERS

Afin d'illustrer les résultats de la méthode de résolution de l'équation de transfert radiatif que nous avons mise au point, deux résultats de calculs aérothermochimiques de jets ont été utilisés pour réaliser des milieux plans parallèles représentatifs. Les calculs aérothermochimiques ont été effectués à l'Onera avec le code MSD [29]. Le premier cas correspond à un propulseur expérimental mis en œuvre à l'Onera en 2002 et 2003. Sa composition est une butalane 68/18 (18% d'aluminium en masse) et l'architecture du propulseur est représentative d'un propulseur de missile tactique sol-air de très courte portée. Le principal intérêt de ce jet est qu'il a fait l'objet de mesures détaillées, tant pour la radiométrie, que pour les propriétés physiques et optiques des particules qu'il contient. Le second cas correspond à un propulseur fictif de missile balistique ayant une portée de plusieurs centaines de kilomètres, lorsqu'il est à 20 km d'altitude. Ce propulseur possède la même composition de propergol que le premier.

MSD est un code tridimensionnel biphasique, multi-espèces, multi domaines, réactif et turbulent. Il résout les équations moyennées de Navier Stokes (RANS) sur un maillage structuré, ainsi que les équations de bilan des espèces chimiques et des grandeurs turbulentes. Les équations instationnaires sont résolues par une méthode implicite jusqu'à l'obtention d'une solution stationnaire. Deux solveurs peuvent être utilisés pour calculer les propriétés de la phase condensée : l'un Eulérien, l'autre Lagrangien. Les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus avec le solveur Eulérien. Le calcul de l'écoulement est effectué dans la tuyère et dans le jet, et il est initialisé à partir des conditions thermodynamiques supposées



à l'équilibre dans la chambre de combustion. Les particules sont alors supposées en équilibre avec la phase gazeuse à l'entrée de la tuyère. Dans l'approche eulérienne, les équations de bilan pour les particules sont formulées en discrétisant la distribution granulométrique continue en quelques classes de tailles. En accord avec les mesures effectuées dans le plan de sortie de tuyère du propulseur LP11, la distribution est supposée tri-modale [21]. Huit classes sont utilisées pour décrire les modes respectivement submicronique (3 classes), micronique (2 classes) et déca micronique (3 classes). Avant d'injecter les particules dans le maillage, il est nécessaire de prendre en compte la différence de taille entre leur état liquide à l'injection et leur état solide lors de la mesure granulométrique. Ceci est réalisé en considérant la conservation de la masse entre l'entrée et le plan de sortie de la tuyère. Le taux de particules dans l'écoulement est suffisamment faible pour ignorer toute interaction entre elles ; aucun phénomène de rupture n'est pris en compte et elles sont supposées inertes. Le seul phénomène à l'origine d'une modification de taille est la solidification. Cependant, la transition liquide solide n'est pas censée entraîner de changement d'une classe de taille à l'autre. Les seules interactions entre le gaz et les particules sont la force de traînée et les échanges de chaleur résultant des écarts de vitesse et de température entre la phase gazeuse et la phase condensée. Le code MSD utilise un schéma cinétique réduit adapté à la recombustion dans les jets de propulseur composites. Il contient 17 réactions à 12 espèces formées à partir des atomes O, N, H, C et Cl. La turbulence est décrite par un modèle k- $\epsilon$  dont les constantes ont été ajustées sur un jet axisymétrique. La solidification des particules est décrite par un modèle à l'équilibre. Cette approche n'est pas aussi sophistiquée que celle mentionnée plus haut. Néanmoins, afin de prendre en compte la présence de particules dans la phase  $\gamma$ , les particules des modes 1 et 2 sont supposées se solidifier directement dans cette phase, et les particules les plus grosses se solidifient dans la phase  $\alpha$ . De plus, il est possible de considérer la formation des particules solides sous formes pleine, ou avec une loi de taux de vide.

La figure II.17 représente la distribution de température (K) de la phase gazeuse dans la tuyère et le jet du propulseur LP11. Les distances sont indiquées en mètres. On observe une allure typique d'un jet faiblement sous-détendu. Dans le divergent et à proximité du plan de sortie de tuyère, la température décroît, sous l'effet de la détente. La forme en tonneau du choc de refocalisation est clairement observable grâce à l'élévation de température du gaz qu'il provoque. On constate une réflexion de Mach qui est clairement visible suite à l'élévation importante de température qu'elle provoque sur l'axe. Plusieurs cellules de détente et recompression sont visibles par leur effet sur la température du gaz. Puis, on constate la présence de la zone de post-combustion par l'élévation de la température qu'elle provoque à environ 1,5 m du plan de sortie de tuyère (soit une distance de 80 rayons de sortie de tuyère).

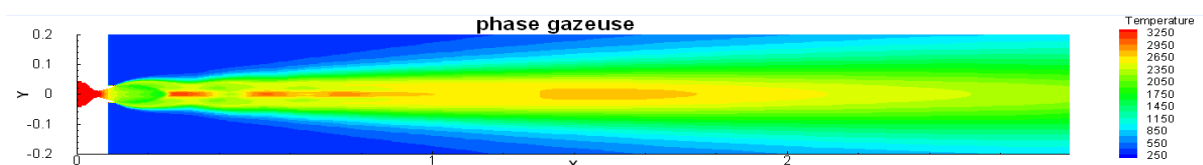


figure II.17 - Calcul MSD du jet du propulseur expérimental LP11 : carte de température de la phase gazeuse

La figure II.18 montre la carte de température des particules les plus petites (rayon de 0.105  $\mu\text{m}$ ). On constate que l'inertie de ces particules est suffisamment faible pour qu'elles puissent être considérées comme une espèce gazeuse équivalente dans la résolution des équations de l'aérothermochimie. La figure II.19 montre la carte de température calculée pour les plus grosses particules considérées (rayon de 10.43  $\mu\text{m}$ ). L'évolution de la température de ces particules est radicalement différente des deux précédentes. Les particules du mode le plus gros montrent clairement un déphasage par rapport au gaz. Elles se refroidissent beaucoup plus lentement dans les détentes, ne s'échauffent quasiment pas à la traversée des chocs, et ne mettent pas en évidence l'élévation de température provenant de la recombustion. Le rayonnement de ces grosses particules aura donc tendance à masquer les aspects spécifiques à l'aérothermochimie des jets comme la forme des zones de détente et de recompression et la forme de la zone de recombustion. Comme nous l'avons signalé plus haut, c'est généralement ce qui est observé dans le domaine visible.

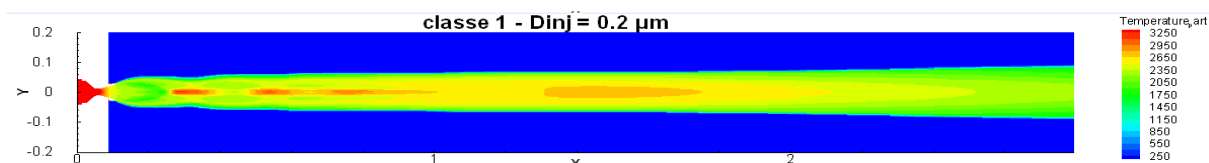


figure II.18 - Résultat de calcul du jet du propulseur expérimental LP11 : carte de température des particules de diamètre 0.2 µm

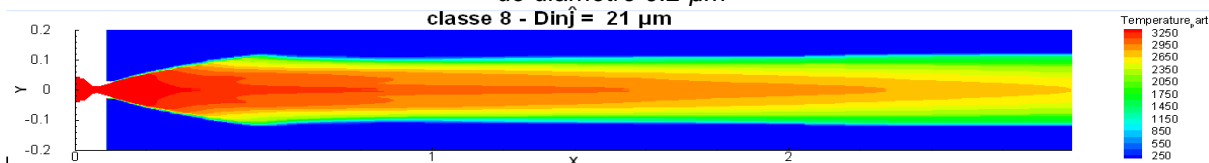


figure II.19 - Résultat de calcul du jet du propulseur expérimental LP11 : carte de température des particules de diamètre 21 µm

Afin de compléter ces résultats par une analyse plus quantitative, nous avons tracé les profils de températures des gaz, des particules du second et du troisième mode calculées le long de l'axe du jet du propulseur LP11. Trois approximations ont été utilisées pour la transition liquide - solide :

- les particules restent toujours liquides,
- les particules se solidifient sous forme pleine,
- les particules se solidifient sous forme creuse.

La figure II.20 montre les profils correspondants. On constate que la manière de traiter la transition liquide – solide n'a pas d'effet visible sur la température de la phase gazeuse. Ceci justifie en partie le couplage faible adopté entre le gaz et la phase condensée. En second lieu, on constate que les particules du mode intermédiaire suivent bien le comportement des gaz. Un léger déphasage est observé dans les zones de détente et de recompression, mais les particules suivent l'évolution du gaz dans la zone de recombustion. Comme cela était prévisible, le choix de l'hypothèse pour la solidification n'a d'impact que lorsque la température de fusion de l'alumine est atteinte, c'est-à-dire à 2326 K. La prise en compte de la solidification conduit à une légère augmentation de la température, par suite de la libération de la chaleur de changement de phase. Pour les plus grosses particules, le profil de température confirme l'observation effectuée sur les cartographies, et leur évolution est radicalement différente de celles des gaz.

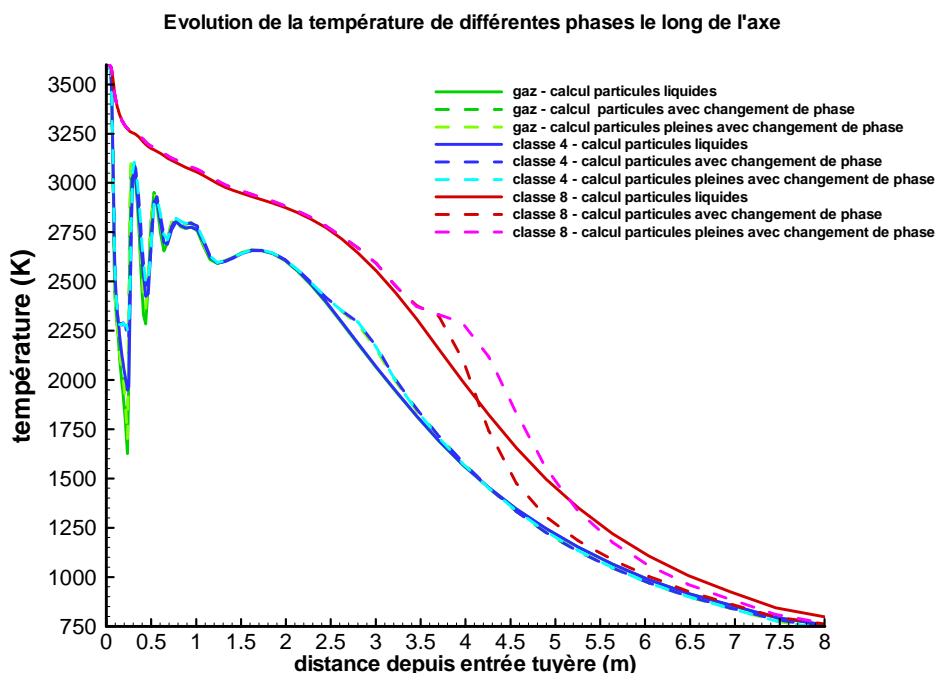


figure II.20 - Résultat de calcul des profils de température des gaz et de la phase condensée le long de l'axe du jet du propulseur LP11

Afin d'illustrer la forme de jet dans la zone de détente et recompression, nous avons représenté sur la figure II.21 un zoom du champ de température de la phase gazeuse du jet LP11 calculé par le code Cedre (successeur de MSD). On observe :

- la diminution de température des gaz dans la tuyère et le faisceau de détente,
- l'augmentation de température relativement modérée à la traversée du choc de refocalisation (choc faible),
- la réflexion de Mach du premier choc de refocalisation entraînant une élévation importante de la température,
- le développement de la couche de mélange en périphérie du jet.

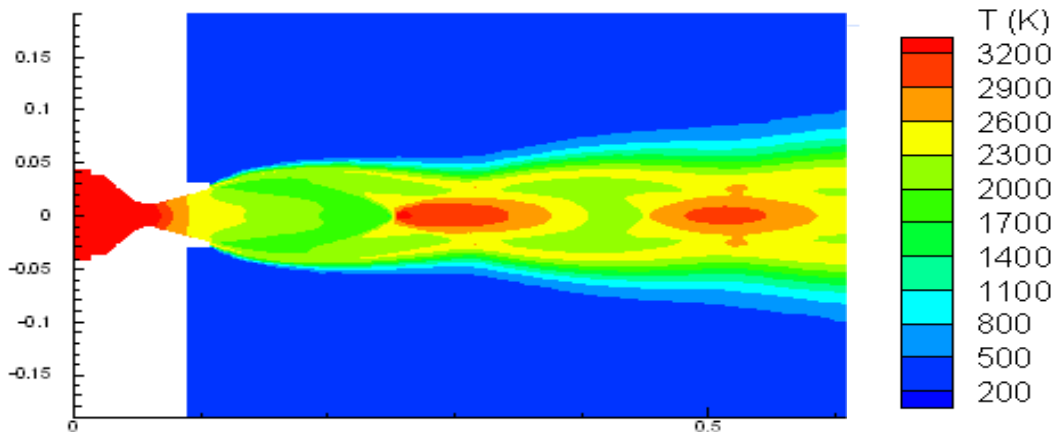


figure II.21 - Résultat de calcul du jet du propulseur expérimental LP11 : détail de la carte de température de la phase gazeuse à proximité du plan de sortie de tuyère

La figure II.22 représente les cartographies de température de la phase gazeuse et de trois classes de particules (de diamètres 0,5, 2,5 et 10  $\mu\text{m}$ ) pour le jet à 20 km d'altitude. Les distances sont données en mètre. Le rapport de pressions statiques  $\Pi$  dans le plan de sortie de tuyère est de l'ordre de 20. Le jet est donc fortement sous-détendu et le nombre de cellules de détente et de recompression est beaucoup plus faible que dans le cas précédent. Par ailleurs, la détente des gaz étant plus importante, la température maximale atteinte est beaucoup plus faible. L'augmentation de l'altitude conduit à une diminution de la densité de l'air ce qui entraîne une réduction de la température atteinte dans la zone de post-combustion. Comme dans le cas précédent, les petites particules suivent le même comportement thermique que les gaz. Cependant, à la différence du cas précédent, les grosses particules subissent cette fois-ci une augmentation de leur température dans la zone de recombustion. Ceci provient du fait qu'elles avaient eu le temps de se refroidir avant d'atteindre le début de cette zone. Les dimensions du jet ont donc un effet essentiel sur la répartition de température des grosses particules. La pression statique étant beaucoup plus faible dans ce cas que pour le jet du propulseur LP11, la forme spectrale des raies d'absorption des gaz n'est plus exclusivement déterminée par l'élargissement collisionnel et l'effet Doppler intervient également.

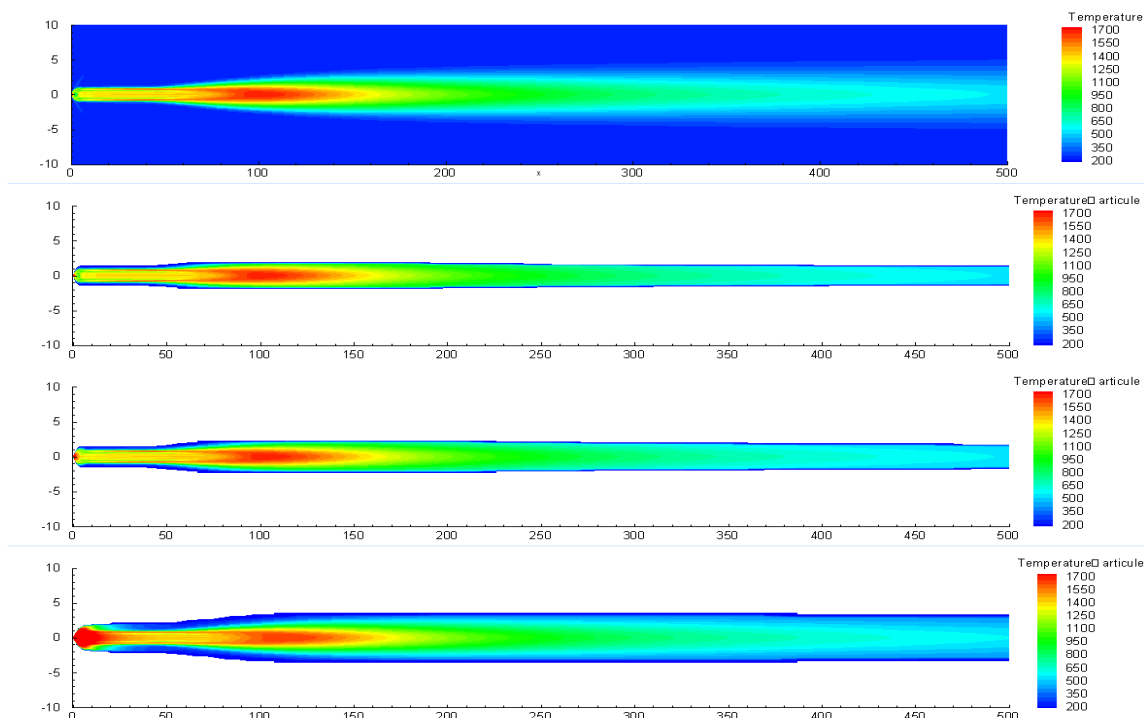


figure II.22 - Résultat de calcul du jet du propulseur situé à 20 km d'altitude : cartes de température (de haut en bas) des gaz, des particules de diamètres 0,5, 2,5 et 10  $\mu\text{m}$ .

## 6. SIGNATURE INFRAROUGE

Pour conclure ce chapitre, nous présentons l'émission spectrale infrarouge du jet du propulseur LP11 enregistrée à l'aide d'un spectromètre imageur à transformée de Fourier [29]. Les figures II.22 et II.23 représentent le spectre émis par le jet dans une direction perpendiculaire à l'axe, à proximité du plan de sortie de tuyère, et dans la zone de post-combustion. Les deux spectres montrent le continuum provenant de l'émission des particules d'alumine, et les bandes d'émission des molécules  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  et  $\text{HCl}$ . Les enregistrements ont été réalisés à quelques dizaines de mètres du jet. En conséquence, on observe clairement les bandes d'absorption atmosphérique de  $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{O}$  autour de 2.7 et de 4.3  $\mu\text{m}$ .

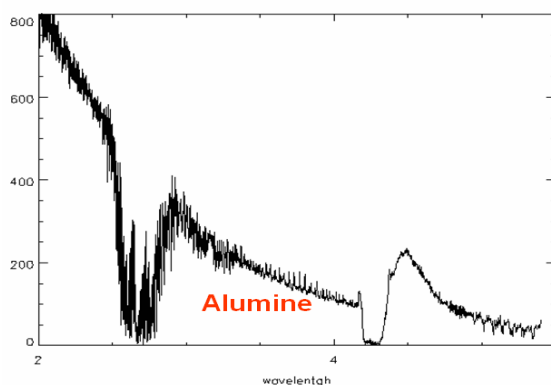


figure II.22 - Spectre d'émission du jet du propulseur expérimental LP11 entre 2 et 5,5  $\mu\text{m}$  à proximité du plan de sortie de tuyère (u.a.)

On note que les contributions relatives des gaz et des particules s'inversent entre le plan de sortie de tuyère et la zone de post-combustion. Dans le plan de sortie de tuyère, le spectre est dominé par l'émission des particules, alors que dans la zone de recombustion, la contribution des gaz est majoritaire et supérieure à sa valeur dans le plan de sortie de tuyère. On constate donc que la recombustion n'a pas le même effet sur l'émission des particules et l'émission des gaz.

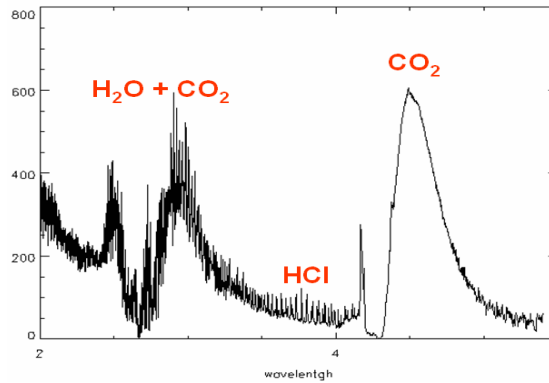


figure 11.23 - Spectre d'émission du jet du propulseur expérimental LP11 entre 2 et 5,5  $\mu\text{m}$  au niveau de la zone de recombustion (u.a.)

Ces deux observations sont confirmées par l'enregistrement de l'émission du jet complet dans deux bandes spectrales différentes, l'une centrée sur l'émission des particules, l'autre sur celle des gaz. La figure 11.24 représente le signal moyen, en niveau de gris, pour les deux cas correspondants. Les images ont été obtenues en moyennant un grand nombre d'enregistrements pendant la phase stationnaire du fonctionnement du propulseur, de telle sorte que les structures turbulentes observées à haute cadence n'apparaissent pas ici. La tuyère est située à gauche des deux images. L'émission des gaz fait clairement apparaître : l'émission du rayonnement à l'intérieur de la tuyère, la forme en tonneau des deux premiers chocs de focalisation, et la zone de post-combustion. A l'inverse, l'image du jet dans le domaine d'émission des particules ne laisse deviner que la présence de la tuyère, mais aucune structure résultant de l'adaptation du jet à la pression ambiante n'est décelée. Ce comportement rappelle celui observé dans le domaine visible. Il n'est cependant pas possible de conclure, d'après cet enregistrement, si l'absence de structures à proximité du plan de sortie de tuyère résulte de la saturation de la caméra, ou de l'indépendance entre la présence de ces structures et l'émission des particules. Par ailleurs, on peut noter que le plan de sortie de tuyère se détache parfaitement du jet. Ceci est en accord avec le fait que les particules restent concentrées à proximité de l'axe du jet. On constate d'ailleurs que le taux d'ouverture du jet est supérieur dans la bande spectrale des gaz à celui observé dans la bande spectrale des particules.

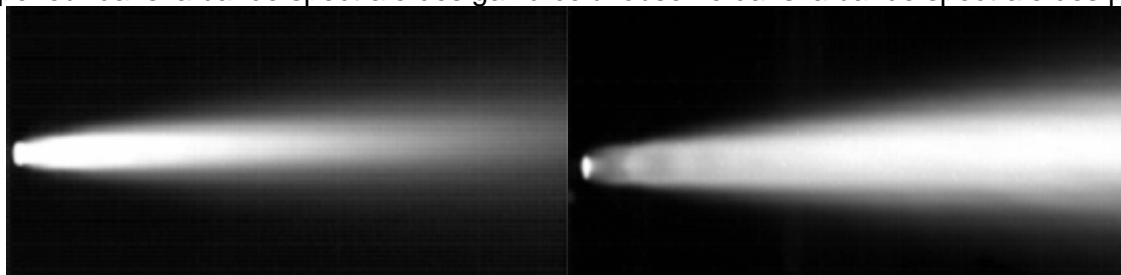


figure 11.24 - Images dans l'infrarouge du jet du propulseur expérimental LP11 : à gauche : émission des particules d'alumine (3.4  $\mu\text{m}$ ), à droite : émission des gaz (4.6  $\mu\text{m}$ )

Comme l'albédo de diffusion des particules est élevé, une partie du rayonnement est redistribué angulairement et l'émission le long d'une ligne de visée n'est pas uniquement liée aux grandeurs optiques le long de cette ligne. Cependant, la contribution de la diffusion est relativement faible pour ce propulseur dans une visée perpendiculaire à son axe. Il paraît alors tentant de corréler l'émission des particules avec la cartographie calculée de la température des grosses particules (figure 11.19). De même, on observe une nette corrélation entre la forme de la distribution 2D de la température des gaz (figure 11.18) et la forme du jet dans la bande d'émission spectrale des gaz. Il est donc essentiel de prédire correctement les grandeurs aérothermochimiques dans le jet (distribution spatiale de la granulométrie des particules, état, phase et température des particules, température et concentrations des gaz) pour prédire la dépendance spatiale du rayonnement. La diffusion et l'absorption du rayonnement entraînent des différences entre la répartition spatiale du rayonnement issu du jet et les cartes des grandeurs aérothermochimiques. Cependant, la répartition spatiale du rayonnement est en premier lieu pilotée par l'aérothermochimie. L'impact du transfert radiatif, à travers la diffusion, est plus important sur la dépendance angulaire que sur la dépendance spatiale. Nous nous attacherons dans cette thèse à étudier cette dépendance angulaire, sous l'effet de la diffusion par les particules et sous l'effet de l'absorption des gaz, en prenant en compte la structure spectrale de cette absorption.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. Sutton  
*Rocket propulsion elements*  
John Wiley and Sons 7<sup>th</sup> Edition, 2001
- [2] A. Davenas  
*Development of modern solid propellants*  
J. Prop. Power, vol. 19, pp 1108-1128, 2003
- [3] N. Kubota  
*Survey of rocket propellants and their combustion characteristics*  
Chapter 1 in K.K. Kuo and M. Summerfield (Eds) Fundamentals of solid-propellant combustion, Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 90, AIAA, New York, 1984
- [4] A. Davenas  
*Technologie des propergols solides*  
Editions Masson, 1989
- [5] O. Orlandi  
*Modélisation et simulation numérique de la combustion d'une goutte isolée d'aluminium*  
Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2002
- [6] M. Almqvist  
*Semi-empirical model for supersonic flow separation in rocket nozzles*  
Department of space Science, Kiruna Sweden, 2005
- [7] D. Pack  
*On the formation of shock-waves in supersonic gas jets*  
Q. J. Mech. Appl. Math., vol. 1, pp 1-17, 1948
- [8] A. Boischoat  
*Compte rendu de la réunion du PRF SIR de jet de missile supersonique*  
Rapport Interne ONERA, 9<sup>ième</sup> réunion PRF, 2000
- [9] A. Roblin, I. Dubois, F. Grisch, A. Boischoat, L. Vingert  
*Comparison between computations and experiments of a H<sub>2</sub>/LOX rocket motor plume*  
8<sup>th</sup> AIAA Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, Saint Louis, AIAA 2002-3107, 2002
- [10] J. Soufletis, J.C. Chastenet  
*Study of the afterburning flame sizing and intensity as a function of the motor parameters*  
26<sup>th</sup> AIAA Joint Propulsion Conference, AIAA Paper 90-1853, 1990.
- [11] J.C. Chastenet, V. Bodart  
*Signatures – Discrétion – Contre-mesures*  
Revue Scientifique et Technique de la Défense, vol. 3, pp 91-105, 1997
- [12] A.C. Victor  
*Calculations of rocket plume afterburning coupled to reacting base recirculation regions*  
J. Spacecraft, vol.14, pp 534-538, 1977
- [13] S. Gossé  
*Caractérisations morphologiques et radiatives des alumines issues de la combustion de propergol. Application au transfert radiatif dans les jets*  
Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2004
- [14] J. Duterque  
*Experimental studies of aluminium agglomeration in solid rocket motors*

- 4<sup>th</sup> International Symposium on special topics in chemical propulsion, Stockholm, Sweden, 1996
- [15] J.F. Trubert  
*Agglomeration and combustion of aluminium particles in solid rocket motors*  
2<sup>nd</sup> European on Launcher Technology, Rome, 2000
- [16] Y. Fabignon, O. Orlandi, J.F. Trubert, D. Lambert, J. Dupays  
*Combustion of aluminium particles in solid rocket motors*  
39<sup>th</sup> AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibits, AIAA 2003-4807, 2003
- [17] P. Kuentzmann  
*Formation de la phase condensée dans un propulseur à propergol solide métallisé*  
Note technique Onera n°210, 1973
- [18] E.W. Price, R.K. Sigman  
*The Al and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> droplet cloud in solid rocket motors*  
21<sup>st</sup> JANNAF Plume Technology Subcommittee Meeting, 1994
- [19] M. Salita  
*Survey of recent Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> droplet size data in solid rocket chambers, nozzles, and plumes*  
21<sup>st</sup> JANNAF Plume Technology Subcommittee Meeting, 1994
- [20] J.K. Sambamurthi  
*Plume particle collection and sizing from static firing of solid rocket motors*  
31<sup>st</sup> AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit, 1995
- [21] S. Gossé, L. Hespel, P. Gossart, A. Delfour  
*Morphological characterization and particle sizing of alumina particles in solid rocket motor*  
J. Prop. Power, vol. 22, pp 127-135, 2006
- [22] E.J. Beiting  
*Solid rocket motor exhaust model for alumina particles in the stratosphere*  
J. Sp. Rockets, vol. 34, pp 303-310, 1997
- [23] R.W. Hermsen  
*Aluminium oxide particles size for solid rocket motor performance prediction*  
J. Spacecraft, vol. 18, pp 483-90, 1981
- [24] F.S. Simmons  
*Rocket exhaust plume phenomenology*  
The Aerospace Press, AIAA, 2000
- [25] L.D. Strand, J.M. Boyer, G. Varsi, F.G. Laue, R. Gauldin  
*Characterization of particulates in the exhaust plume of large solid-propellant rockets*  
J. Spacecraft, vol. 18, 1981
- [26] S. Gossé, V. Sarou-Kanian, E. Véron, F. Millot, J.C. Rifflet, P. Simon  
*Characterization and morphology of particles in solid propellant subscale rocket motors*  
36<sup>th</sup> AIAA Thermophysics conference, AIAA 2003-3649, June 2003
- [27] A.V. Rodionov, Y.A. Plastinin, J.A. Drakes, M.A. Simmons, R.S. Hiers III  
*Modeling of multiphase alumina-loaded jet flow fields*  
34<sup>th</sup> AIAA/ Joint Propulsion Conference and Exhibit , Cleveland, 1998
- [28] H.-O Kim, D. Laredo, D.W. Netzer  
*Measurement of submicrometer Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> particles in plumes*  
Appl. Opt., vol. 32, Issue 33, pp 6834-6840, 1993
- [29] A. Boischot, A. Roblin, L. Hespel, I. Dubois, P. Prévot, T. Smithson  
*Evaluation of computation codes for rocket plume's infrared signature by using measurements on a small scale aluminized composite propellant motor*  
SPIE : Targets and backgrounds XII, vol. 6239,

## TABLE DES MATIERES

<b>1. GRANDEURS RADIATIVES ET EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF .....</b>	<b>31</b>
1.1. Luminance et flux .....	31
1.2. Processus élémentaires .....	33
1.3. Equation de transfert radiatif .....	36
<b>2. LES METHODES DE RESOLUTION DE L'ETR AVEC DIFFUSION.....</b>	<b>38</b>
2.1. Les méthodes 2 flux .....	38
2.2. La méthode aux harmoniques sphériques ou méthode P-N .....	41
2.3. La méthode aux ordonnées discrètes ou méthode S-N .....	42
<b>3. LA METHODE SHDOM.....</b>	<b>43</b>
3.1. Fonctionnement général de SHDOM .....	44
3.1.1. Grille de propriétés et grille de calcul.....	44
3.1.2. Algorithme de calcul .....	45
3.2. Etapes de calcul dans SHDOM.....	46
3.2.1. Initialisation de la luminance.....	46
3.2.2. Transformations OD → HS et HS → OD .....	47
3.2.3. Intégration de l'équation de transfert radiatif.....	49
3.2.4. Calcul de la fonction source .....	50
3.2.5. Critère de convergence .....	51
3.2.6. Expression de la luminance en sortie .....	52
3.3. Cas particulier d'un milieu plans parallèles .....	53
<b>4. MODELISATION EN ABSORPTION MOYENNE.....</b>	<b>54</b>
4.1. Incompatibilité diffusion – Modèle de bande .....	54
4.2. SHDOM en absorption moyenne .....	55
<b>5. MODELE PAR SEPARATION DE LUMINANCE.....</b>	<b>56</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>58</b>



# CHAPITRE III : MODELISATION DU TRANSFERT RADIATIF AVEC DIFFUSION

Ce chapitre est consacré à la présentation de la méthode de résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR) que nous avons retenue dans cette thèse. Deux aspects doivent être considérés :

- l'aspect géométrique : en effet, on cherche à résoudre l'ETR dans un milieu 3D diffusant ; l'équation met alors en jeu cinq variables indépendantes : trois coordonnées d'espace et deux angles définissant la direction du rayonnement ; de plus, la diffusion entraîne un couplage entre le rayonnement se propageant dans les différentes directions,
- l'aspect spectral : on cherche une solution de l'ETR sous forme d'une grandeur moyennée sur un intervalle spectral de l'ordre de quelques  $\text{cm}^{-1}$ , cet intervalle contenant un grand nombre de raies d'absorption des molécules présentes dans le milieu ; théoriquement, l'intégration spectrale peut être réalisée soit sur l'équation de transfert radiatif, soit sur sa solution ; dans la pratique, cette moyenne spectrale fait presque toujours apparaître des approximations rendues nécessaires en raison des temps de calculs entraînés par l'approche exacte.

Ce chapitre s'attache à la discussion de ces deux problèmes. Dans un premier temps, nous définissons les principales grandeurs radiatives utilisées et nous établissons l'équation de transfert radiatif en milieu diffusant. Puis, nous passons en revue plusieurs méthodes possibles pour résoudre le problème géométrique. Comme nous avons retenu le solveur SHDOM (Spherical Harmonics Discrete Ordinates Method) faisant intervenir l'approche deux flux d'Eddington, les harmoniques sphériques et les ordonnées discrètes, nous limitons notre présentation à ces trois catégories de méthodes. Puis, le solveur SHDOM est discuté. Nous nous intéressons ensuite aux différentes approches possibles pour résoudre le second problème ayant trait à la description de la dépendance spectrale du coefficient d'absorption des molécules et à la moyenne spectrale des grandeurs radiatives. Nous achevons ce chapitre par une présentation de la méthode qui a été sélectionnée pour traiter ce problème en milieu diffusant.

## 1. GRANDEURS RADIATIVES ET EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF

L'équation de transfert radiatif résulte d'un bilan d'énergie phénoménologique appliqué à la luminance dans un milieu semi-transparent, ce milieu étant source de rayonnement. Nous commençons par définir la luminance, puis nous rappelons les différents modes d'échange de rayonnement. L'ETR découle alors de ces différents processus. Cette présentation suit une démarche classique présentée dans de nombreux ouvrages [1], [2], [3].

### 1.1. Luminance et flux

Dans cette thèse, on caractérise le rayonnement par la luminance monochromatique  $L_\sigma$  encore appelée intensité spécifique. Elle est définie par la densité de flux d'énergie radiative, par unité de surface, par unité d'angle solide, et par unité de nombre d'onde. Plus précisément, le flux d'énergie radiative  $d\psi$  dont le nombre d'onde est compris entre  $\sigma$  et  $\sigma + d\sigma$  qui traverse la surface  $dA_1$  située autour de la position  $\vec{s}_1$  et qui est reçu par la surface  $dA_2$  peut s'écrire, en l'absence d'absorption entre  $\vec{s}_1$  et  $\vec{s}_2$  :

$$d\psi = L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot d\sigma \cdot dA_1 \cdot \frac{dA_2}{|\vec{s}_1 - \vec{s}_2|^2} = L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot d\sigma \cdot dA_1 \cdot d\Omega \quad (III.1)$$

où  $d\Omega$  est l'angle solide sous lequel est vue la surface  $dA_2$  depuis la surface  $dA_1$ , ces deux surfaces élémentaires étant supposées perpendiculaires à la direction de propagation  $\vec{\Omega}$  (figure III.1). Le nombre d'onde  $\sigma$  est mis en indice dans l'écriture de la luminance pour signifier qu'il s'agit d'une densité

spectrale et que seule une valeur, éventuellement pondérée par une fonction d'appareil, et intégrée sur un intervalle spectral  $\Delta\sigma$ , a un sens.

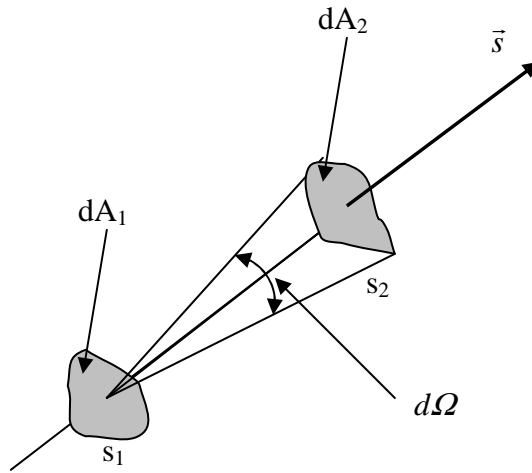


figure III.1 – Angle solide entre deux surfaces élémentaires

Le flux spectral  $\Phi_\sigma$  issu de la surface finie  $A_1$  s'écrit alors :

$$\Phi_\sigma = \int_{A_1} \int_{4\pi} L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot dA_1 \cdot \cos \theta \cdot d\Omega \tag{III.2}$$

où  $\theta$  est l'angle entre la normale à la surface et la direction du rayonnement  $\vec{\Omega}$ . On peut également définir la densité de flux hémisphérique traversant la surface  $A_1$  par la relation :

$$\Phi_\sigma^{HS} = \int_{A_1} \int_{2\pi} L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot dA_1 \cdot \cos \theta \cdot d\Omega = \int_{A_1} \int_{2\pi} L_\sigma(\vec{s}, \theta, \varphi) \cdot dA_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \tag{III.3}$$

où  $\varphi$  est l'angle permettant de repérer l'azimut de la direction  $\vec{\Omega}$ .

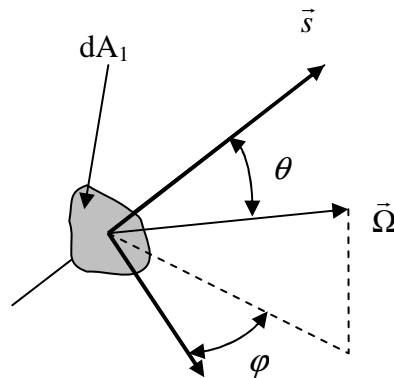


figure III.2 – Direction du rayonnement

Les approches simplifiées de résolution de l'équation de transfert radiatif font largement appel à l'évaluation des trois premiers moments de la luminance par rapport à la direction de propagation :

-  $G_\sigma(\vec{s}) = \int_{4\pi} L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot d\Omega$  qui représente la moyenne angulaire de la luminance ou, à la vitesse de

la lumière près, la densité d'énergie du champ de rayonnement,

-  $\vec{F}_\sigma(\vec{s}) = \int_{4\pi} L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot \vec{\Omega} \cdot d\Omega$  qui est la densité de flux par unité de surface,

-  $\tilde{P}_\sigma(\vec{s}) = \int_{4\pi} L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} \cdot d\Omega$  qui est, là encore à la vitesse de la lumière près, le tenseur de la

pression de radiation.

Dans le cas particulier d'un rayonnement isotrope, le flux est nul et le tenseur de pression de radiation est proportionnel au tenseur unité.

## 1.2. Processus élémentaires

On observe expérimentalement que la quantité de rayonnement absorbée dans un milieu semi transparent est proportionnelle au rayonnement incident. On définit ainsi le coefficient d'absorption spectral  $K_a(\vec{s}, \sigma)$  par la relation :

$$dL_\sigma^{abs} = -K_a(\vec{s}, \sigma) \cdot L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot ds \quad (III.4)$$

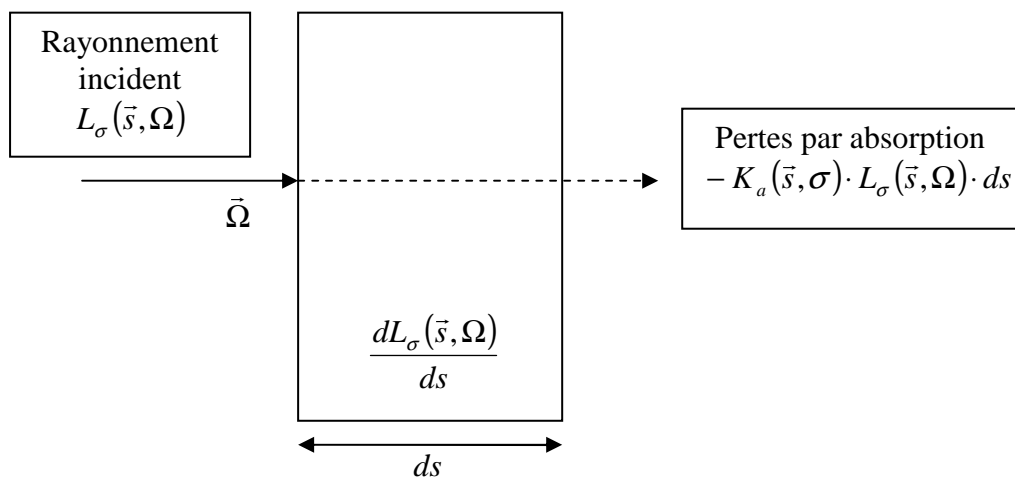


figure III.3 – Processus d'absorption

Dans un milieu homogène qui ne possède aucune source de rayonnement et sans diffusion, l'équation ci-dessus s'intègre immédiatement sous la forme :

$$L_\sigma(s) = L_\sigma(0) \exp\left[-\int_0^s K_a(s', \sigma) ds'\right] \quad (III.5)$$

où  $s'$  est la distance le long de la direction du rayonnement incident  $\vec{\Omega}$ , et  $\tau(s, \sigma) = \int_0^s ds K_a(s, \sigma)$

est l'épaisseur optique monochromatique du trajet de longueur  $s$ .

On déduit de ces expressions la transmittivité spectrale du milieu  $\Gamma(s, \sigma) = e^{-\tau(s, \sigma)}$  et l'absorptivité spectrale  $\alpha(s, \sigma) = 1 - e^{-\tau(s, \sigma)}$ .

L'atténuation du rayonnement par la diffusion est très similaire à l'atténuation du rayonnement par absorption, dans le sens où une partie du rayonnement est extraite de la direction de propagation initiale  $\vec{\Omega}$ . La seule différence entre les deux processus est que l'énergie du rayonnement absorbé est convertie en énergie interne de la molécule, alors que l'énergie extraite par diffusion est renvoyée dans les autres directions. On peut donc décrire l'atténuation du rayonnement sous l'effet de la diffusion par la relation ci-dessous qui introduit le coefficient de diffusion  $K_d(\vec{s}, \sigma)$  :

$$dL_\sigma^{dif} = -K_d(\vec{s}, \sigma) \cdot L_\sigma(\vec{s}, \Omega) \cdot ds \tag{III.6}$$

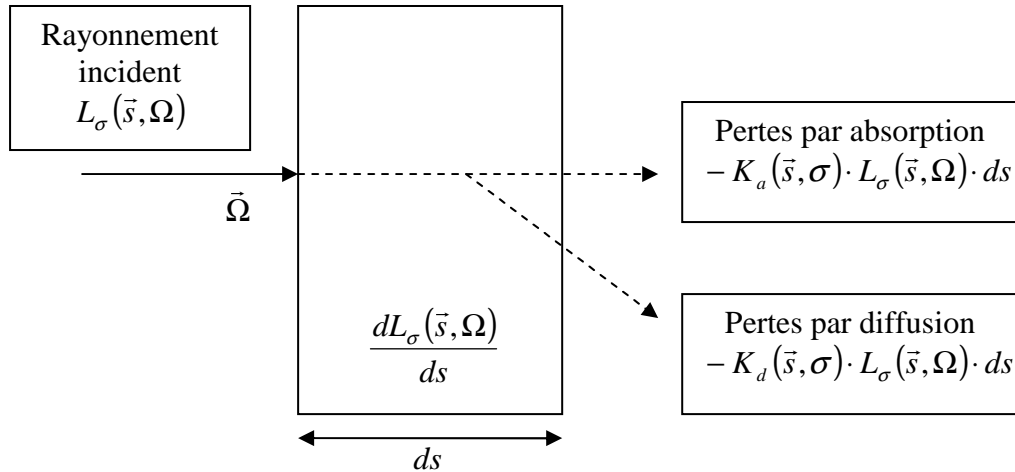


figure III.4 – Processus d'extinction

On définit le coefficient d'extinction du milieu par la relation :  $K_{ext}(\vec{s}, \sigma) = K_a(\vec{s}, \sigma) + K_d(\vec{s}, \sigma)$ . De plus, comme la dépendance spectrale des coefficients d'absorption et de diffusion associés aux particules est beaucoup plus lente que la dépendance spectrale du coefficient d'absorption des molécules, dans la suite, on écrira le coefficient d'extinction sous la forme :

$$K_{ext}(\vec{s}, \sigma) = K_{a,g}(\vec{s}, \sigma) + K_{a,p}(\vec{s}) + K_{d,p}(\vec{s}) \tag{III.7}$$

En même temps qu'un faisceau lumineux traversant un milieu semi transparent subit une atténuation par absorption et diffusion, il reçoit de l'énergie par émission et par la diffusion provenant de toutes les autres directions. Le terme d'émission est défini en référence à l'émission du corps noir  $L_{bb}(T(\vec{s}), \sigma)$  (l'indice *bb* désigne le terme Black Body), en utilisant l'égalité du coefficient d'émission avec le coefficient d'absorption :

$$dL_\sigma^{emi} = K_a(\vec{s}, \sigma) \cdot L_{bb}(\vec{s}, \sigma) \cdot ds \tag{III.8}$$

Cette égalité entre coefficients d'émission et d'absorption, connue sous le nom de loi de Kirchhoff n'est valable que sous l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local.

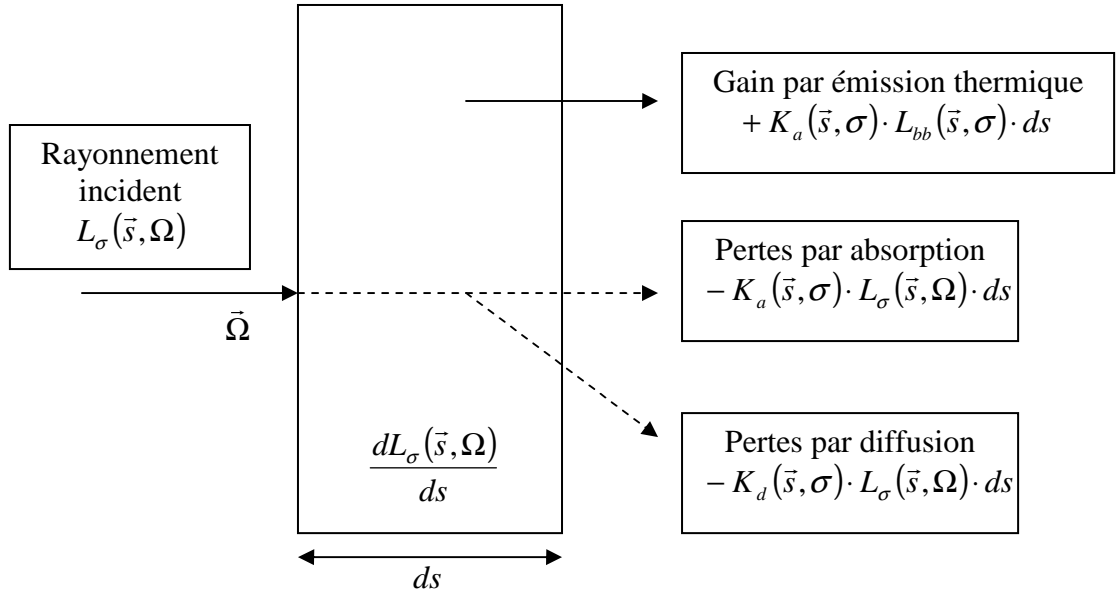


figure III. 5 – Processus d'extinction et d'émission

Comme pour le cas précédent purement absorbant, on peut définir l'émissivité d'un milieu homogène en notant que l'équation qui résulte du bilan d'énergie entre l'absorption et l'émission, le long de la direction  $\vec{\Omega}$  s'écrit :

$$\frac{dL_{\sigma}}{ds} = -K_a(\vec{s}, \sigma) \cdot \{L_{\sigma}(\vec{s}, \Omega) - L_{bb}(\vec{s}, \sigma)\} \quad (III.9)$$

La solution de cette équation, à la distance  $s$ , le long de la direction  $\vec{\Omega}$  s'écrit :

$$L_{\sigma}(s) = L_{\sigma}(0)e^{-\tau(s, \sigma)} + L_{bb}(\sigma) \cdot (1 - e^{-\tau(s, \sigma)}) \quad (III.10)$$

Cette écriture fait apparaître l'émissivité spectrale du milieu  $\varepsilon(s, \sigma)$  sous la forme  $\varepsilon(s, \sigma) = 1 - e^{-\tau(s, \sigma)}$ .

Dans un milieu diffusant, le gain en luminance dans la direction  $\vec{\Omega}$  résulte de la diffusion du rayonnement provenant de toutes les directions  $\vec{\Omega}'$ . Il fait intervenir une intégrale angulaire et la densité de probabilité  $P(\vec{s}, \sigma, \Omega', \Omega)$  pour que le rayonnement de nombre d'onde  $\sigma$  soit diffusé de la direction  $\vec{\Omega}'$  vers la direction  $\vec{\Omega}$  :

$$dL_{\sigma}^{dif+} = \frac{K_d(\vec{s}, \sigma)}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \cdot L_{\sigma}(\vec{s}, \Omega') \cdot P(\vec{s}, \sigma, \Omega', \Omega) \cdot ds \quad (III.11)$$

la densité de probabilité de la direction de diffusion, encore appelée fonction de phase de diffusion, est normalisée suivant la relation :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \cdot P(\vec{s}, \sigma, \Omega', \Omega) = 1 \quad (III.12)$$

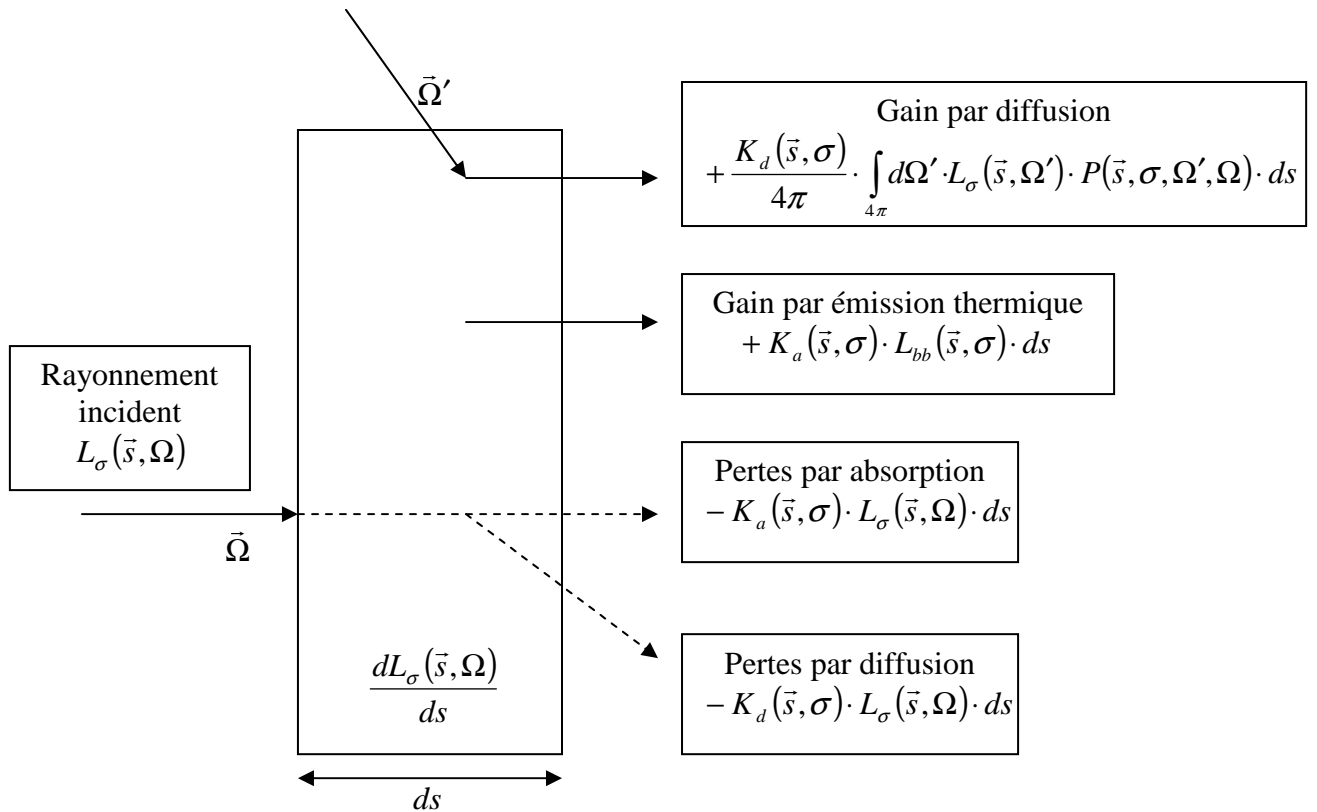


figure III.6 – Processus d'absorption-émission-diffusion

### 1.3. Equation de transfert radiatif

L'équation de transfert radiatif à l'état stationnaire est obtenue en effectuant un bilan des trois mécanismes d'échanges d'énergie radiative : l'absorption, l'émission et la diffusion, le long de la direction de propagation  $\vec{\Omega}$ . On obtient :

$$\frac{dL_{\sigma}(\vec{s}, \Omega)}{ds} = \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} L_{\sigma}(\vec{s}, \Omega) = -(K_a(\vec{s}, \sigma) + K_d(\vec{s}, \sigma)) \cdot L_{\sigma}(\vec{s}, \Omega) + K_a(\vec{s}, \sigma) \cdot L_{bb}(\vec{s}, \sigma) + \frac{K_d(\vec{s}, \sigma)}{4\pi} \int_{4\pi} L_{\sigma}(\vec{s}, \Omega') \cdot P(\vec{s}, \sigma, \Omega', \Omega) \cdot d\Omega' \quad (III.13)$$

Cette équation a été établie en effectuant un bilan phénoménologique des différents mécanismes d'échanges d'énergie radiative. Cette équation présente donc un certain nombre de limitations :

- elle décrit des processus d'échanges radiatifs dans lesquels les effets liés à la nature ondulatoire de la lumière ne sont pas pris en compte ; ainsi, tous les faisceaux lumineux sont supposés incohérents, de telle sorte qu'aucun effet d'interférence n'apparaisse ; on pourra noter que ces interférences existent bien au niveau du processus élémentaire de diffusion ; en effet, le phénomène de diffusion est décrit par les équations de Maxwell dans lesquelles le champ électromagnétique est supposé être cohérent ; cette cohérence, vérifiée au niveau de chaque particule est perdue lors du bilan macroscopique sur l'énergie de rayonnement,
- de la même manière, la polarisation du rayonnement n'est pas prise en compte,
- les gaz et les particules composant le milieu sont supposés à l'équilibre thermodynamique local, ce qui permet d'exprimer la fonction source thermique comme proportionnelle à la luminance du corps noir ; cette hypothèse est globalement vérifiée par les jets de propulseur, tant que l'altitude n'est pas trop élevée (typiquement 60 à 80 km suivant les cas) ; en effet, au-delà de ces altitudes, la détente du jet est très rapide devant les temps

caractéristiques de relaxation vibrationnelle : chaque molécule dans un état vibrationnel doit alors être considérée comme une espèce chimique à part entière et il devient nécessaire de décrire l'évolution des populations des états vibrationnels par une cinétique décrivant le transfert entre les mouvements de translation et de vibration ; la conséquence est qu'il n'est plus possible de définir une unique température et que la fonction source thermique ne se déduit plus à partir de la luminance du corps noir ; dans la suite, nous nous plaçons à une altitude suffisamment faible pour que cet effet soit négligeable,

- l'équation ci-dessus fait également l'hypothèse que les gaz et les particules sont localement à la même température ; or, les modèles aérothermochimiques de jets montrent que cette hypothèse est inacceptable, compte tenu de l'inertie thermique des particules ; les particules sont caractérisées par une distribution granulométrique  $n(r, \vec{s})$  qui représente la densité de particules, en nombre, en surface ou en volume suivant les cas, dont le rayon est compris entre  $r$  et  $r + dr$  à la position  $\vec{s}$ , à laquelle on peut associer, au moins en première approximation, une température  $T(r)$  ; il est ainsi possible de définir localement une température équivalente des particules  $T_{part}$  par la relation :

$$L_{bb}(T_{part}(\vec{s}), \sigma) = \frac{\int L_{bb}(T(r), \sigma) \cdot K_{a,p}(\vec{s}, \sigma, r) \cdot n(r, \vec{s}) \cdot dr}{\int K_{a,p}(\vec{s}, \sigma, r) \cdot n(r, \vec{s}) \cdot dr}, \text{ et de même un coefficient}$$

d'absorption équivalent  $K_{a,p}$  par la relation :  $K_{a,p}(\vec{s}, \sigma) = \int K_{a,p}(\vec{s}, \sigma, r) \cdot n(r, \vec{s}) \cdot dr$ .

Dans un souci de simplification de l'écriture des équations, cette distinction entre température des gaz et température des particules ne sera pas systématiquement indiquée, bien que celle-ci ait été prise en compte dans les calculs. De la même manière on n'indiquera pas systématiquement la dépendance avec la position et la direction de la luminance. Enfin, on mettra en évidence la dépendance spectrale du coefficient d'absorption des gaz pour montrer que les résultats attendus doivent être intégrés sur un intervalle spectral contenant plusieurs raies d'absorption. On peut donc ré-écrire l'ETR sous la forme suivante :

$$\frac{dL_\sigma}{ds} = -(K_{a,g}(\sigma) + K_{a,p} + K_d) \cdot L_\sigma + K_{a,g}(\sigma) \cdot L_{bb}(T_{gaz}) + K_{a,p} \cdot L_{bb}(T_{part}) + \frac{K_d}{4\pi} \int L_\sigma \cdot P \cdot d\Omega' \quad (III.14)$$

Si l'on ne prend pas en compte la distinction entre la température des gaz et la température des particules, et si on laisse de côté la dépendance spectrale des différentes grandeurs radiatives, l'ETR peut encore s'écrire sous la forme :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{s}, \Omega) = -K_{ext}(\vec{s}) \cdot \{L(\vec{s}, \Omega) - J(\vec{s}, \Omega)\} \quad (III.15)$$

avec la définition de la fonction source :

$$J(\vec{s}, \Omega) = (1 - \omega_0(\vec{s}, \Omega)) \cdot L_{bb}(\vec{s}, \sigma) + \frac{\omega_0(\vec{s}, \sigma)}{4\pi} \int_{4\pi} L_\sigma(\vec{s}, \Omega') \cdot P(\vec{s}, \sigma, \Omega', \Omega) \cdot d\Omega' \quad (III.16)$$

où l'on a introduit l'albédo de diffusion  $\omega_0(\vec{s}, \sigma)$ .

Cette forme compacte de l'équation de transfert radiatif permet d'écrire sa solution formelle sous la forme suivante :

$$L(\vec{s}, \Omega) = L(\vec{s}_s, \Omega) \exp\left\{-\int_0^{|\vec{s}-\vec{s}_s|} K_{ext}(\vec{s} - s'\vec{\Omega}) \cdot ds'\right\} + \int_0^{|\vec{s}-\vec{s}_s|} K_{ext}(\vec{s} - s'\vec{\Omega}) \cdot J(\vec{s} - s'\vec{\Omega}, \Omega) \cdot \exp\left\{-\int_0^{s'} K_{ext}(\vec{s} - s''\vec{\Omega}) \cdot ds''\right\} \cdot ds' \quad (III.17)$$

Cette solution n'est que formelle, dans la mesure où la fonction source  $J(\vec{s}, \Omega)$  contient la luminance recherchée  $L(\vec{s}, \Omega)$ . Cependant, cette écriture est intéressante, car elle se prête bien à une résolution itérative, approche retenue dans le solveur SHDOM. La luminance à la position  $\vec{s}$  et dans la direction  $\vec{\Omega}$  se compose de deux termes. Le premier correspond à la luminance à la surface frontière du milieu  $L(\vec{s}_s, \Omega)$  qui est transmise jusqu'à la position d'observation  $\vec{s}$ . Dans ce cas, la transmittivité de la colonne de gaz et de particules est calculée à partir du coefficient d'extinction du mélange. Le second

terme correspond à l'intégration, le long du trajet, du rayonnement émis ou diffusé dans la direction d'observation et parvenant jusqu'au point d'observation. Là encore, le rayonnement est atténué entre le point où il est émis ou diffusé, et le point d'observation.

## 2. LES METHODES DE RESOLUTION DE L'ETR AVEC DIFFUSION

Il existe de nombreuses méthodes possibles de résolution de l'équation de transfert radiatif dans les milieux diffusants. Ces méthodes ont fait l'objet de nombreuses présentations et tentatives de classification dans la littérature [2], [3], [4], [5], [6], [7]. Plutôt que de passer en revue toutes ces méthodes, nous avons choisis de nous centrer sur les approches qui ont un lien avec le solveur SHDOM. Il s'agit :

- de la méthode 2 flux qui est utilisée dans SHDOM pour initialiser le champ de luminance avant la première itération,
- la méthode des harmoniques sphériques, utilisée dans SHDOM pour décrire le champ de luminance et calculer rapidement l'intégrale de diffusion,
- la méthode aux ordonnées discrètes utilisée dans SHDOM pour intégrer spatialement l'ETR.

### 2.1. Les méthodes 2 flux

Les méthodes 2 flux ont été introduites au début du XX<sup>ème</sup> siècle [8], et ont été par la suite utilisées dans de nombreux domaines comme la prédiction du bilan thermique de l'atmosphère terrestre ou l'évaluation des propriétés optiques de revêtements contenant des particules [9], [4]. L'intérêt des méthodes 2 flux est de fournir un résultat rapide du flux radiatif. Ces méthodes sont donc particulièrement adaptées pour l'évaluation du terme radiatif dans les bilans thermiques. Les méthodes 2 flux ont également été étendues pour déterminer la luminance des jets de propulseurs [11], [12]. Les résultats sont dans ce cas moins précis que pour la prédiction du flux. En règle générale, les méthodes 2 flux sont applicables dans les milieux monodimensionnels. Le second intérêt des méthodes 2 flux est de fournir, dans des milieux homogènes, des résultats analytiques. Lorsque le milieu est composé de couches planes homogènes, le caractère analytique de la solution disparaît. L'extension des méthodes 2 flux aux milieux 3D est réalisée moyennant « l'Independent Pixel Approximation » [13]. Cette hypothèse consiste à extraire les propriétés optiques le long d'une ligne de visée particulière, puis à considérer un milieu plan parallèle ayant les mêmes propriétés optiques suivant la verticale. Dans la suite, nous nous limiterons aux milieux plans parallèles horizontaux ou aux milieux infinis horizontalement et homogènes, non éclairés par une source extérieure. La luminance  $L(\vec{s}, \Omega)$  ne dépend alors plus que d'une coordonnée d'espace  $z$  ou de

l'épaisseur optique verticale évaluée depuis le sommet du milieu  $\tau = \int_z^{\tau_{\max}} K_{ext}(z') dz'$  et de l'angle zénithal entre la direction de visée et l'axe vertical  $\mu = \cos \theta = \vec{k} \cdot \vec{\Omega}$ . L'équation de transfert radiatif simplifiée s'écrit sous la forme suivante [32] :

$$\mu \frac{\partial L(\tau, \mu)}{\partial \tau} = -L(\tau, \mu) + (1 - \omega_0(\tau)) \cdot L_{bb}(\tau) + \frac{\omega_0(\tau)}{4\pi} \int_{4\pi} L(\tau, \mu') \cdot P(\tau, \mu, \varphi, \mu', \varphi') \cdot d\mu' \cdot d\varphi' \quad (III.18)$$

Cette équation peut alors être intégrée sur l'hémisphère supérieur et sur l'hémisphère inférieur, ce qui conduit aux relations suivantes :

$$\frac{dF^+(\tau)}{d\tau} = -2\pi \int_0^1 L(\tau, \mu) d\mu + 2\pi(1 - \omega_0(\tau))L_{bb}(\tau) + \pi\omega_0(\tau) \int_0^1 \int_{-1}^1 L(\tau, \mu') P(\mu, \mu') d\mu d\mu' \quad (III.19)$$

$$\frac{dF^-(\tau)}{d\tau} = -2\pi \int_{-1}^0 L(\tau, \mu) d\mu + 2\pi(1 - \omega_0(\tau))L_{bb}(\tau) + \pi\omega_0(\tau) \int_{-1}^0 \int_{-1}^1 L(\tau, \mu') P(\mu, \mu') d\mu d\mu' \quad (III.20)$$

où l'on a introduit les flux hémisphériques vers le haut et vers le bas :



$$F^\pm(\tau) = \pm 2\pi \int_0^{\pm 1} L(\tau, \mu) \mu d\mu \quad (III.21)$$

et la décomposition en polynômes de Legendre de la fonction de phase moyennée sur l'angle azimutal :

$$P(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\mu, \varphi, \mu', \varphi') d\varphi' = \sum_l (2l+1) g_l p_l(\mu) p_l(\mu') \quad (III.22)$$

$$\text{avec } g_l = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p_l(\mu) P(\mu, 1) d\mu$$

Chaque modèle 2 flux se caractérise par des hypothèses particulières sur les dépendances angulaires de la luminance  $L(\tau, \mu)$  et/ou de la fonction de phase  $P(\cos \Theta)$ . Ces modèles peuvent être classés suivant trois catégories principales : l'approximation des flux hémisphériques moyens, le modèle de la quadrature et le modèle d'Eddington.

L'approximation des flux hémisphériques moyens consiste à supposer :

- soit la luminance constante dans chaque hémisphère supérieur et inférieur :

$$L(\tau, \mu) = L^+(\tau) \quad \mu > 0 \quad \text{et} \quad L(\tau, \mu) = L^-(\tau) \quad \mu < 0$$

- soit la fonction de phase de diffusion constante dans chaque hémisphère  $P(\tau, \cos \Theta) = P(\cos \Theta) = 1 + g$  si  $\cos \Theta > 0$  et  $P(\cos \Theta) = 1 - g$  si  $\cos \Theta < 0$  où  $\Theta$  est l'angle

$$\text{de diffusion : } \cos \Theta = \mu \mu' + (1 - \mu^2)^{\frac{1}{2}} (1 - \mu'^2)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi - \varphi')$$

Moyennant ces hypothèses, on peut montrer que l'on obtient les équations suivantes pour les flux hémisphériques :

$$\frac{dF^\pm}{d\tau} = \pm (2 - \omega_0(1+g)) F^\pm \mp \omega_0(1-g) F^\mp \mp 2\pi(1-\omega_0(\tau)) L_{bb}(\tau) \quad (III.23)$$

L'approximation de la quadrature consiste à supposer que la luminance n'est différente de zéro que dans une seule direction  $\mu_\pm = \pm \mu_0 = \pm \frac{1}{D}$  de chaque hémisphère. Cet angle correspond au point de quadrature où sont évaluées les intégrales angulaires. Cette hypothèse revient encore à supposer que la luminance peut se mettre sous la forme suivante :  $L(\tau, \pm \mu) = L(\tau, \pm \mu_0) \delta(\mu \pm \mu_0)$ . Le flux est donc relié à la luminance sous la forme suivante :  $F^\pm(\tau) = \frac{1}{D} L(\tau, \pm \mu_0)$ .

Comme précédemment, on peut montrer que l'on obtient les équations suivantes pour les flux hémisphériques :

$$\frac{dF^\pm}{d\tau} = \pm \frac{2 - \omega_0(1+g)}{2\mu_0} F^\pm \mp \frac{\omega_0(1-g)}{2\mu_0} F^\mp \mp 2\pi(1-\omega_0(\tau)) L_{bb}(\tau) \quad (III.24)$$

L'approximation de la quadrature s'apparente à la méthode des ordonnées discrètes, dans le cas où l'intégrale de diffusion est calculée en effectuant une discrétisation sur une seule direction.

L'approximation d'Eddington consiste à supposer que la fonction de phase de diffusion et la luminance sont des fonctions linéaires du cosinus de l'angle zénithal :  $P(\cos \Theta) = 1 + 3g \cos \Theta$  et  $L(\tau, \mu) = L_0(\tau) + \mu L_1(\tau)$ . En intégrant angulairement cette équation, on peut encore exprimer la luminance en fonction de la densité d'énergie lumineuse et de du flux :

$$L(\tau, \mu) = \frac{1}{4\pi} G(\tau) + \mu \frac{3}{4\pi} F(\tau) \quad (III.25)$$

En multipliant par  $\mu$  l'équation précédente, et en intégrant, on obtient une expression de la luminance en fonction des flux hémisphériques :

$$L(\tau, \pm \mu) = \frac{1}{2} \left\{ (2 \pm \mu) F^+(\tau) + (2 \mp \mu) F^-(\tau) \right\} \quad \mu > 0 \quad (III.26)$$

L'expression de la luminance en fonction de la densité d'énergie et du flux  $L(\tau, \mu) = \frac{1}{4\pi}G(\tau) + \mu \frac{3}{4\pi}F(\tau)$  s'apparente au développement au premier ordre de la luminance en harmoniques sphériques. L'approximation d'Eddington peut donc être assimilée à la méthode des harmoniques sphériques à l'ordre 1. Lorsque le paramètre d'asymétrie  $g$  devient supérieur à  $(4\omega_0 - 1)/(3\omega_0)$ , ce modèle n'est plus fiable car la réflectivité des milieux « plans parallèles » devient négative.

Finalement, on montre que les flux hémisphériques obéissent aux équations suivantes, dans l'approximation d'Eddington :

$$\frac{dF^\pm}{d\tau} = \pm \frac{7 - \omega_0(4 + 3g)}{4} F^\pm \mp \frac{1 - \omega_0(4 - 3g)}{4} F^\mp \mp 2\pi(1 - \omega_0(\tau))L_{bb}(\tau) \quad (III.27)$$

Toutes les méthodes 2 flux conduisent à un système d'équations différentielles auxquels obéissent les deux flux hémisphériques, qui peuvent toutes être regroupées sous l'écriture suivante :

$$\begin{cases} \frac{dF^+}{d\tau} = \gamma_1 F^+ - \gamma_2 F^- - S \\ \frac{dF^-}{d\tau} = \gamma_2 F^+ - \gamma_1 F^- + S \end{cases} \quad (III.28)$$

où  $S$  est le terme d'émission thermique  $S = 2\pi(1 - \omega_0(\tau))L_{bb}(\tau)$ .

Pour un milieu homogène, la solution générale de ce système se met sous la forme :

$$\begin{cases} F^+(\tau) = k_1 e^{\lambda\tau} + \Gamma k_2 e^{-\lambda\tau} + \pi B_0 \\ F^-(\tau) = \Gamma k_1 e^{\lambda\tau} + k_2 e^{-\lambda\tau} + \pi B_0 \end{cases} \quad (III.29)$$

où  $k_1, k_2$  sont des constantes qui dépendent des conditions aux limites, et  $\Gamma = \frac{\gamma_1 - (\gamma_1^2 - \gamma_2^2)^{\frac{1}{2}}}{\gamma_2}$ .

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes formulations des approches 2 flux suivant les trois grandes catégories identifiées au début de ce paragraphe.

Formulation	$\gamma_1$	$\gamma_2$	Approximation utilisée
Flux hémisphériques moyens	$2 - \omega_0(1 + g)$	$\omega_0(1 - g)$	$L(\tau, \pm\mu) = \frac{1}{\pi} F^\pm(\tau)_{\mu>0}$ $P(\cos \Theta)$ $= \begin{cases} 1 + g & \text{si } \cos \Theta > 0 \\ 1 - g & \text{si } \cos \Theta < 0 \end{cases}$
Quadrature	$\frac{1}{\mu_0} \left( 1 - \omega_0 \frac{1+g}{2} \right)$	$\frac{1}{\mu_0} \omega_0 \frac{1-g}{2}$	$L(\tau, \mu) = DF^\pm(\tau) \cdot \delta(\mu - \mu_0)_{\mu>0}$
Eddington	$\frac{7 - \omega_0(4 + 3g)}{4}$	$-\frac{1 - \omega_0(4 - 3g)}{4}$	$L(\tau, \mu) = \frac{1}{4\pi}G(\tau) + \mu \frac{3}{4\pi}F(\tau)$ $P(\mu', \mu) = 1 + 3g\mu'\mu$

tableau III.1 – Formulations courantes du modèle 2-flux

Le principal intérêt des méthodes 2 flux est le caractère analytique de leur solution et la rapidité des calculs. Leur principal inconvénient est la précision des résultats, et la limitation à la prédiction des flux et non de la dépendance angulaire de la luminance. Comme nous le verrons au chapitre V, nous avons profité du caractère analytique de la solution des modèles 2 flux pour évaluer rapidement les contributions non diffusée et diffusée dans des milieux tests.

## 2.2. La méthode aux harmoniques sphériques ou méthode P-N

La méthode de résolution de l'ETR par les harmoniques sphériques consiste à remarquer que les harmoniques sphériques forment une base pour les fonctions de la direction  $\vec{\Omega}$  sur la sphère unité. Il est donc possible de décomposer la luminance sous la forme du développement suivant [2], [15], [16] :

$$L(\vec{s}, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l L_{lm}(\vec{s}) Y_l^m(\Omega) \quad (III.30)$$

Les fonctions  $L_{lm}(\vec{s})$  ne dépendent que des coordonnées d'espace, et les fonctions  $Y_l^m(\vec{\Omega})$  sont les harmoniques sphériques définies par :

$$Y_l^m(\Omega) = (-1)^{(m+|m|)/2} \left\{ \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \right\} e^{im\varphi} p_l^{|m|}(\cos\theta) \quad (III.31)$$

où  $p_l^{|m|}(\cos\theta)$  sont les polynômes de Legendre associés. On observe que cette décomposition permet de séparer les dépendances angulaires et spatiales du champ de luminance.

L'obtention du jeu d'équations caractéristiques de la méthode des harmoniques sphériques comprend les étapes suivantes [17] :

- l'ETR est réécrite sous la forme :  $\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} L = -L + (1 - \omega_0) L_{bb} + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{4\pi} L(\Omega') \cdot P(\Omega', \Omega) \cdot d\Omega'$  où l'on a indiqué que le gradient devait être pris en tenant compte de l'épaisseur optique  $d\tau = K_{ext} ds$ ,
- la fonction de phase est décomposée sur la base des harmoniques sphériques,
- l'équation est multipliée par l'harmonique sphérique  $Y_l^{m'}(\Omega)$ ,
- l'équation résultante est intégrée sur tous les angles.

En exploitant les propriétés d'orthogonalité des harmoniques sphériques, on obtient un système infini d'équations aux dérivées partielles couplées entre-elles. En pratique, le développement de la luminance en harmoniques sphériques est tronqué à partir d'un ordre  $l$ . Dans la majorité des cas, l'approche est limitée aux ordres 1 (approximation P1  $l=0, 1$ ) et 3 (approximation P3  $l=0, 1, 2, 3$ ). Dans la suite, nous allons illustrer les différentes étapes conduisant au système d'équations aux dérivées partielles couplées dans un milieu horizontal plan parallèle où les sources extérieures n'entraînent pas de dépendance azimutale de la luminance. Dans ce cas monodimensionnel, le système d'équations obtenu ne fait plus intervenir que des dérivées totales. Avec ces restrictions, la luminance peut s'écrire :

$$L(\tau, \mu) = \sum_{l=0}^N L_l(\tau) p_l(\mu) \quad (III.32)$$

et l'équation de transfert radiatif devient :

$$\mu \frac{\partial L(\tau, \mu)}{\partial \tau} + L(\tau, \mu) = (1 - \omega_0(\tau)) L_{bb}(\tau) + \frac{\omega_0(\tau)}{2} \int_{-1}^1 P(\mu', \mu) \cdot L(\tau, \mu') \cdot d\mu' \quad (III.33)$$

Comme nous l'avons vu plus haut, la fonction de phase de diffusion peut se mettre sous la forme :

$$P(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\mu, \varphi, \mu', \varphi') d\varphi' = \sum_{l=0}^L A_l p_l(\mu) p_l(\mu') \quad (III.34)$$

L'intégrale de diffusion prend donc la forme suivante :

$$\int_{-1}^1 P(\mu, \mu') L(\tau, \mu') d\mu' = \int_{-1}^1 \sum_{l=0}^L A_l p_l(\mu) p_l(\mu') \sum_{l'=0}^N L_{l'}(\tau) p_{l'}(\mu') d\mu' = \sum_{l=0}^L A_l p_l(\mu) \sum_{l'=0}^N L_{l'}(\tau) \int_{-1}^1 p_l(\mu') p_{l'}(\mu') d\mu' \quad (III.35)$$

On utilise alors les propriétés d'orthogonalité des polynômes de Legendre :

$$\int_{-1}^1 p_l(\mu') p_{l'}(\mu') d\mu' = \frac{2\delta_{ll'}}{2l+1} \quad (III.36)$$

ce qui conduit à la nouvelle expression de l'intégrale de diffusion :

$$\int_{-1}^1 P(\mu, \mu') L(\tau, \mu') d\mu' = \sum_{l=0}^L \frac{2A_l L_l(\tau)}{2l+1} p_l(\mu) \quad (III.37)$$

On constate donc que la décomposition en polynômes de Legendre, dans le cas où le rayonnement présente une symétrie azimutale, conduit à grandement simplifier l'expression de l'intégrale de diffusion, par suite des propriétés d'orthogonalités des polynômes de Legendre : l'intégrale est remplacée par une somme discrète de  $L$  termes correspondant à la fois au nombre de termes utilisés pour décomposer la fonction de phase et à l'ordre de la méthode (nombre de termes utilisés pour décomposer la luminance). La simplicité du calcul de l'intégrale de diffusion lorsque la luminance est décomposée en harmoniques sphériques sera utilisée dans le solveur SHDOM. En reportant ces développements dans l'ETR, on obtient l'équation :

$$\sum_{l=0}^L \left\{ \frac{dL_l(\tau)}{d\tau} \mu p_l(\mu) + L_l(\tau) p_l(\mu) \right\} = (1 - \omega_0) L_{bb}(\tau) + \omega_0 \sum_{l=0}^L \frac{A_l L_l(\tau)}{2l+1} p_l(\mu) \quad (III.38)$$

On utilise alors la propriété suivante des polynômes de Legendre :

$$(2l+1)\mu p_l(\mu) = l p_{l-1}(\mu) + (l+1) p_{l+1}(\mu) \quad (III.39)$$

ce qui conduit à :

$$\sum_{l=0}^L \left\{ \frac{L'_l(\tau)}{2l+1} (l p_{l-1}(\mu) + (l+1) p_{l+1}(\mu)) + L_l(\tau) p_l(\mu) \right\} = (1 - \omega_0) L_{bb}(\tau) + \omega_0 \sum_{l=0}^L \frac{A_l L_l(\tau)}{2l+1} p_l(\mu) \quad (III.40)$$

En multipliant l'équation par les fonctions  $p_k(\mu)$   $k = 0, \dots, L$  et en intégrant, on obtient le système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{2k+1}{2k+3} L'_{k+1} + \frac{k}{2k-1} L'_{k-1} + \left( 1 - \frac{\omega_0 A_k}{2k+1} \right) L_k = (1 - \omega_0) L_{bb}(\tau) \quad k = 0, \dots, L \quad (III.41)$$

Ce système nécessite  $L+1$  conditions aux limites.

Les deux principaux intérêts de la méthode aux harmoniques sphériques sont le découplage entre les grandeurs spatiales et angulaires et la simplicité du calcul de l'intégrale de diffusion. En ce sens, la méthode aux harmoniques sphériques apparaît comme une méthode spectrale, dans laquelle la luminance est décomposée sur une base de fonctions. Cependant, la méthode conduit à des calculs lourds dès que les milieux ne sont pas plans parallèles. Ou et Liou [17] ont appliqué la méthode des harmoniques sphériques à milieux cartésiens, cylindriques et sphériques. Cependant, leurs développements ont été limités aux premiers ordres. La méthode P1 a été appliquée dans les milieux ayant une symétrie de révolution. Dans ce cas, l'hypothèse P1 va de pair avec une troncature de la fonction de phase au premier ordre (diffusion linéairement anisotrope) [18], [19], [20], [21], [22]. L'approximation P3 a également été appliquée à des milieux cylindriques homogènes [23].

### 2.3. La méthode aux ordonnées discrètes ou méthode S-N

La méthode des ordonnées discrètes, introduite par Chandrasekhar au début des années 1960 [30], puis améliorée par Fiveland [31] et Truelove [32], consiste à discrétiser l'espace angulaire en un nombre fini de directions pour représenter la dépendance angulaire de la luminance. Cette approche s'avère donc radicalement différente de la méthode aux harmoniques sphériques, cette dernière s'apparentant à une méthode spectrale où la luminance est décomposée sur une base de fonctions orthogonales. La discrétisation angulaire conduit à transformer l'équation de transfert radiatif en un jeu d'équations, chacune correspondant à une direction discrète. La méthode des ordonnées discrètes s'apparente donc à une méthode aux différences finies pour la dépendance angulaire de la luminance. L'intégrale de diffusion sur toutes les directions de la sphère est remplacée par une somme discrète sur toutes les directions.

La méthode aux ordonnées discrètes consiste donc à réécrire l'équation de transfert radiatif (III.13) sous la forme d'un système de  $n$  équations correspondant aux différentes directions  $\vec{\Omega}_i$  :

$$\frac{1}{K_{ext}(\vec{s})} \cdot \vec{\Omega}_i \cdot \vec{\nabla} L(\vec{s}, \Omega_i) = -L(\vec{s}, \Omega_i) + (1 - \omega_0(\vec{s})) L_{bb}(\vec{s}) + \frac{\omega_0(\vec{s})}{4\pi} \sum_{j=1}^n \omega_j \cdot L(\vec{s}, \Omega_j) \cdot P(\vec{s}, \Omega_j, \Omega_i) \quad (III.42)$$

On obtient donc un système de  $n$  équations couplées, auxquelles obéissent les fonctions des variables spatiales  $L_j(\vec{s}) = L(\vec{s}, \Omega_j)$ . Ce système peut être résolu par différentes approches : analytiquement [29] [34], où la solution formelle de chaque équation est calculée explicitement, par différences finies et par volumes finis [33]. Nous ne nous attarderons pas sur les nombreuses approches qui ont été développées pour résoudre l'équation différentielle sur les coordonnées spatiales, dans la mesure où cette équation est résolue par une approche analytique dans SHDOM. Dans le système d'équations ci-dessus, l'intégrale de diffusion est approchée par une somme discrète, chaque terme étant pondéré par le poids  $\omega_j$ . Le choix du jeu de directions discrètes ou quadrature  $\vec{\Omega}_j \quad j=1, \dots, n$  conditionne directement la précision des résultats. En règle générale, les ordonnées discrètes sont choisies de telle sorte que le jeu de directions soit invariant par rotation d'un angle  $\frac{\pi}{2}$  autour de chaque axe, et que les premiers moments d'un champ isotrope soient conservés :

$$\int_{4\pi} d\Omega = \sum_{i=1}^n \omega_i = 4\pi \quad \int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega = \sum_{i=1}^n \omega_i \vec{\Omega}_i = 0 \quad \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega} d\Omega = \sum_{i=1}^n \omega_i \vec{\Omega}_i \cdot \vec{\Omega}_i = \frac{4\pi}{3} I$$

Nous verrons plus loin que ce choix n'est cependant pas effectué dans le modèle SHDOM.

La méthode des ordonnées discrètes souffre de deux défauts liés aux discrétisations angulaires et spatiales. Le premier, appelé « fausse diffusion » est une conséquence de la discrétisation spatiale et peut s'apparenter à une diffusion numérique. Le rayonnement initialement en faisceau parallèle d'une source ponctuelle subit un élargissement spatial au cours de sa propagation, même en l'absence de diffusion par le milieu, en raison de la taille finie des cellules spatiales. Cet élargissement peut être atténué en diminuant la taille des cellules. Le second défaut, dénommé « effet de rayon », provient du nombre fini de directions utilisées pour décrire la dépendance angulaire de la luminance. Ainsi un volume situé à grande distance d'une source lumineuse ne sera pas éclairé par la source, si la discrétisation angulaire n'est pas suffisante. Un moyen de réduire cet effet est d'augmenter la taille des cellules. A contrario, une diminution de la taille des cellules pour atténuer l'effet de fausse diffusion devra être accompagnée d'une augmentation du nombre de directions utilisées pour représenter la dépendance angulaire de la luminance, pour éviter l'effet de rayon. Comme nous le verrons plus loin, l'utilisation simultanée dans SHDOM des ordonnées discrètes et des harmoniques sphériques atténue l'effet de rayon.

### 3. LA METHODE SHDOM

Les modèles plans parallèles qui sont régulièrement utilisés pour décrire le transfert radiatif atmosphérique, considèrent des couches nuageuses horizontalement uniformes. Or en réalité, l'hétérogénéité des nuages a une influence significative sur la transmission et la diffusion du rayonnement. La méthode de résolution du transfert radiatif SHDOM, a été développée par K.F. Evans [34] afin d'étudier les effets de ces hétérogénéités nuageuses. C'est une méthode déterministe plutôt que statistique, ainsi plusieurs valeurs de luminances sont calculées en même temps dans différentes directions et à différentes positions dans le milieu. C'est aussi une méthode 3D qui permet de résoudre le maximum d'hétérogénéités, mais elle peut aussi être utilisée pour des milieux 2D ou 1D plans parallèles. Enfin, les sources du rayonnement peuvent être d'origine thermique ou d'origine externe.

L'aspect spectral n'est pas abordé directement par SHDOM, on se considère ici dans un cas monochromatique et c'est bien la résolution spatiale du transfert radiatif qui est étudiée. Comme son nom l'indique, c'est une méthode aux ordonnées discrètes, l'équation du transfert radiatif est résolue le long de directions prédéfinies. C'est aussi une méthode itérative pour laquelle les itérations successives permettent d'affiner la prise en compte des effets de la diffusion. Sa particularité principale tient au calcul de l'intégrale

de diffusion de la fonction source. Pour se faire, SHDOM utilise une description en harmoniques sphériques de la luminance et une description de la fonction de phase de diffusion en polynômes de Legendre. Ceci, comme nous le verrons par la suite, permet un calcul de l'intégrale de diffusion bien plus rapide que les méthodes aux ordonnées discrètes usuelles. Ces caractéristiques et cette efficacité en termes de temps de calcul en font une méthode régulièrement utilisée pour le calcul du transfert radiatif dans les atmosphères terrestres et planétaires [39], mais aussi utilisée comme référence par l'13RC pour la comparaison avec des méthodes de type Monte-Carlo [40].

Dans le cadre des signatures de jets de moteurs-fusées, SHDOM possède les qualités nécessaires à la modélisation du transfert radiatif : l'origine thermique des sources de rayonnement, la grille de calcul 3D et le calcul simultané de tout un champ de luminance. Dans le domaine ultraviolet, P.E. Baudoux [11] a ainsi utilisé cette méthode sur des milieux de ce type en y ajoutant une source de rayonnement due à la chimiluminescence. Dans le domaine infrarouge qui nous intéresse ici, les limites de SHDOM sont plutôt liées à l'aspect monochromatique de sa résolution du transfert radiatif. Les méthodes habituellement couplées à SHDOM pour contourner cet état de fait et les limitations qui leurs sont associées sont décrites dans le § 4.

### 3.1. Fonctionnement général de SHDOM

#### 3.1.1. Grille de propriétés et grille de calcul

SHDOM calcule un champ de luminance à partir d'une grille cartésienne  $(x, y, z)$  de propriétés, contenant la température  $T$  et les propriétés optiques suivantes : le coefficient d'extinction  $K_{ext}$ , l'albédo de diffusion  $\omega_0$ , le nombre  $N_L$  de polynômes de Legendre utilisés pour décrire la fonction de phase de diffusion, et les coefficients  $(\chi_i)$  associés à ces polynômes de Legendre (définis ci-dessous, éq. (III.67)). Cette grille est de géométrie cartésienne semi-régulière ; on notera par la suite ses points par les indices  $(i, j, k)$  correspondant respectivement aux points le long des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Le nombre de points le long de ces directions est noté  $N_x$ ,  $N_y$  et  $N_z$ . Le terme de grille semi-régulière signifie ici que les écarts entre deux points successifs le long des axes  $x$  et  $y$ ,  $\Delta x$  et  $\Delta y$  (avec  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ ), restent fixes dans toute la grille ; alors que les écarts entre deux points successifs le long de l'axe  $z$ ,  $\Delta z_k = z_{k+1} - z_k$ , peuvent varier. Ce type de grille définit ainsi un milieu composé de plusieurs couches d'épaisseurs variables,  $\Delta z_k$ , chaque couche étant définie par une grille 2D  $(x, y)$  identique et régulière.

La grille sur laquelle SHDOM calcule les champs de luminance et de fonction source peut être significativement différente de la grille de propriétés. En effet SHDOM utilise une grille de calcul adaptative. À chaque itération, une cellule de la grille de calcul, définie par les huit points qui l'encadrent, peut être divisée en deux. Cette rediscrétisation est effectuée lorsque deux fonctions sources contigües varient plus rapidement qu'un critère prédéfini. Ceci permet d'améliorer la précision de la résolution du transfert radiatif à travers une cellule. Cependant, ce redécoupage n'apporte pas d'amélioration lorsque les cellules sont optiquement minces. Comme les milieux que nous avons étudiés sont caractérisés par des cellules optiquement minces, nous n'avons pas employé cette rediscrétisation aux cours des calculs qui seront présentés ci-dessous. Dans chaque cas, la grille de propriétés est identique à la grille de calcul et nous utiliserons les mêmes indices pour décrire l'une et l'autre.

Enfin, l'ensemble des ordonnées discrètes utilisé constitue une grille gaussienne réduite. Il y a  $N_\mu$  angles zénithaux  $\theta$ , dont les cosinus  $\mu$  sont les points d'une quadrature de Gauss-Legendre, et un maximum de  $N_\varphi$  angles azimutaux  $\varphi$  répartis uniformément entre 0 et  $2\pi$ . Le nombre d'angles azimutaux  $\hat{N}_\varphi(\mu)$  de la grille gaussienne réduite dépend de l'angle zénithal et se réduit vers les pôles. La valeur utilisée pour  $\hat{N}_\varphi(\mu)$  est la partie entière de  $1,9 + (N_\varphi - 1)\sqrt{1 - \mu^2}$ .

### 3.1.2. Algorithme de calcul

Le champ de luminance est obtenu dans SHDOM par une méthode itérative qui utilise successivement une représentation en Harmoniques Sphériques (HS) et une représentation en Ordonnées discrètes (OD). Nous présentons ci-dessous les différentes étapes liées à ce processus itératif et aux passages d'une représentation à l'autre. Pour simplifier les notations à l'intérieur de ce paragraphe, on considère les grandeurs en un seul point. En conséquence, on ignore les indices de position. On utilise les indices  $u$  et  $v$  pour la représentation en ordonnées discrètes ( $u$ , indice zénithal et  $v$ , indice azimutal), et les indices  $l$  et  $m$  pour la représentation en harmoniques sphériques : soit  $J_{uv}$  et  $J_{lm}$  pour les fonctions sources,  $L_{uv}$  et  $L_{lm}$  pour les luminances. En outre, lorsque c'est nécessaire l'ordre itératif est indiqué par un indice supérieur : la fonction source en harmoniques sphériques à la  $n^{\text{ième}}$  itération s'écrit ainsi  $J_{lm}^n$ .

La figure III.7 présente un schéma de l'algorithme général suivi par SHDOM. À partir de la grille de propriétés décrite précédemment, on calcule, en chaque point et dans chaque direction, une valeur initiale de la luminance  $L_{uv}^0$ . Cette première approximation du champ de rayonnement est obtenue par une méthode 2-flux Eddington utilisée sur les colonnes le long de l'axe  $z$ . Cette initialisation a pour but de réduire le nombre d'itérations nécessaires au calcul en le commençant avec des valeurs les plus proches possibles du résultat recherché. Cependant, elle n'est nullement nécessaire pour obtenir la convergence. Une initialisation de la luminance à la valeur zéro permet de se représenter le procédé itératif d'un point de vue physique. Dans ce cas, chaque nouvelle itération correspond à la prise en compte d'un ordre de diffusion supplémentaire. La convergence des résultats à la  $n^{\text{ième}}$  itération revient alors à négliger les diffusions au-delà de l'ordre  $n$ .

À partir de cette luminance initiale  $L_{uv}^0$  en ordonnées discrètes, on calcule la fonction source initiale en harmoniques sphériques,  $J_{lm}^0$ . Ce calcul, également effectué à chaque itération, est décrit en détail par la suite. Dans le cas de l'initialisation zéro, les fonctions sources  $J_{lm}^0$  se réduisent alors à l'émission thermique du milieu.

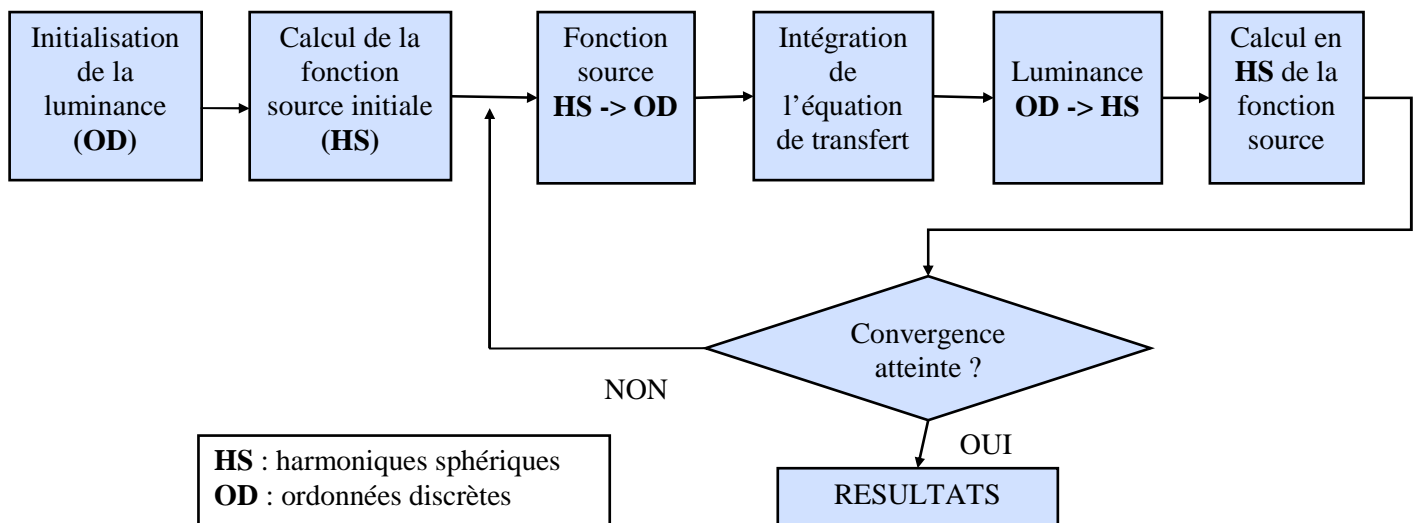


figure III.7 – Algorithme de SHDOM

Le procédé itératif de SHDOM comprend cinq étapes décrites plus précisément et mises en équations dans les paragraphes suivants. Chaque itération  $n$  comprend ainsi les étapes suivantes :

- Les fonctions sources en harmoniques sphériques  $J_{lm}^{n-1}$  sont projetées sur les ordonnées discrètes pour obtenir  $J_{uv}^{n-1}$ .
- L'équation de transfert radiatif est intégrée le long des directions  $(u, v)$  à partir des fonctions sources  $J_{uv}^{n-1}$ , pour obtenir les luminances en ordonnées discrètes  $L_{uv}^n$ .
- Les luminances  $L_{uv}^n$  sont développées sur la base d'harmoniques sphériques pour obtenir  $L_{lm}^n$ .
- Les nouvelles fonctions sources  $J_{lm}^n$ , et notamment l'intégrale de diffusion, sont calculées à partir des luminances en harmoniques sphériques  $L_{lm}^n$ .
- La différence  $\Delta J^n$  entre les fonctions sources  $J_{lm}^n$  et  $J_{lm}^{n-1}$  aux deux itérations est calculée et comparée au critère de convergence  $C_J$ . Le processus itératif est arrêté ou poursuivi, suivant l'issue de ce test.

Lorsque le critère de convergence est atteint (à l'ordre itératif  $N$ , par exemple), l'algorithme calcule les valeurs de sortie de la luminance. Ces valeurs sont évaluées dans des directions pré-définies qui peuvent être différentes des ordonnées discrètes, et en des positions qui peuvent également être différentes de celles de la grille de calcul. Pour cela, l'équation de transfert radiatif est à nouveau intégrée, en projetant les luminances et fonctions sources  $L_{lm}^N$  et  $J_{lm}^N$  sur les directions voulues. Les résultats finaux calculés par SHDOM correspondent donc à l'ordre d'itération  $N + 1$ .

## 3.2. Etapes de calcul dans SHDOM

Ce paragraphe est consacré à une description détaillée de chaque étape composant la figure III.7.

### 3.2.1. Initialisation de la luminance

Comme indiqué précédemment, la luminance peut être initialisée suivant deux approches. Dans la première, elle est supposée nulle, et dans la seconde, elle est solution du système d'équations de la méthode deux flux d'Eddington, appliquée à chaque colonne verticale traitée indépendamment des autres. Le système d'équations s'appliquant à chaque couche  $k$  composant une colonne résout les flux hémisphériques montants et descendants  $F_k^+$  et  $F_k^-$ , et s'écrit de la manière suivante :

$$F_k^+ = k_1 \cdot e^{\lambda \tau} + \Gamma \cdot k_2 \cdot e^{-\lambda \tau} + C(\tau) \quad (III.43)$$

$$F_k^- = \Gamma \cdot k_1 \cdot e^{\lambda \tau} + k_2 \cdot e^{-\lambda \tau} + C(\tau) \quad (III.44)$$

$\tau$ , épaisseur optique mesurée le long de l'axe  $z$

$k_1$  et  $k_2$ , paramètres déterminés par les conditions aux bornes

$$\lambda = \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}$$

$$\Gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 - \lambda}$$

avec, 
$$\gamma_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot [2 - \omega_0 \cdot (1 + g)]}{2}$$



$$\gamma_2 = \frac{\omega_0 \cdot \sqrt{3} \cdot (1-g)}{2}$$

où,  $\omega_0$ , albédo de diffusion  
 $g$ , paramètre d'asymétrie

La résolution de ce système sur la colonne complète conduit à l'expression des flux hémisphériques montants  $F_k^+$  et descendants  $F_k^-$  en chaque point  $k$  de la colonne. La luminance en harmoniques sphériques est alors donnée par les expressions qui suivent.

Pour  $l=0$  et  $m=0$ ,

$$L_{k,00} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot (F_k^+ + F_k^-) \quad (III.45)$$

Pour  $l=1$  et  $m=0$

$$L_{k,10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cdot (F_k^+ - F_k^-) \quad (III.46)$$

Pour toute autre configuration  $lm$ ,  $L_{k,lm} = 0$ .

La fonction source initiale en harmoniques sphériques est alors calculée à partir de cette luminance. Le calcul de fonction source est décrit d'un point de vue général dans le § 3.2.4.

### 3.2.2. Transformations OD → HS et HS → OD

Les harmoniques sphériques  $\{Y_l^m(\Omega)\}_{m=-l \dots l}^{l=0 \dots \infty}$  formant une base de fonctions orthogonales, toute fonction  $L(\vec{s}, \Omega)$  qui dépend des coordonnées angulaires  $\theta, \varphi$  définies par la direction  $\Omega$  et de la position  $\vec{s}$  possède une décomposition unique de la forme :

$$L(\vec{s}, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l L_{lm}(\vec{s}) Y_l^m(\Omega) \quad (III.47)$$

Ce développement peut être tronqué à l'ordre  $L$  et à l'ordre  $M$  :

$$L(\vec{s}, \Omega) \approx \sum_{l=0}^L \sum_{m=-\min(l,M)}^{\min(l,M)} L_{lm}(\vec{s}) Y_l^m(\Omega) \quad (III.48)$$

Les harmoniques sphériques réelles sont définies par les relations suivantes [15] :

$$Y_l^m(\Omega) = Y_l^m(\mu, \varphi) = \Lambda_l^m(\mu) u(m\varphi) = \gamma_l^m p_l^{|m|}(\mu) u(m\varphi) \quad (III.49)$$

avec :

Facteur azimutal :

$$\begin{cases} u(m\varphi) = \sin(m\varphi) & \text{si } m < 0 \\ u(m\varphi) = \cos(m\varphi) & \text{si } m \geq 0 \end{cases} \quad (III.50)$$

Constante de normalisation :

$$\gamma_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{2\pi(1+\delta_{m0})} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \quad (III.51)$$

où  $\mu = \cos\theta$  est la composante zénithale de  $\Omega$  et  $\varphi$  sa composante azimutale, et où les  $p_l^{|m|}(\mu)$  sont les polynômes de Legendre associés définis par :

$$p_l^{(|m|)}(\mu) = \sqrt{(1-\mu^2)^{|m|}} \frac{d^{|m|}}{d\mu^{|m|}} p_l(\mu) \quad (III.52)$$

où  $p_l^0(\mu) = p_l(\mu)$  est le polynôme de Legendre de degré  $l$ . La relation d'orthonormalité de cette base d'harmoniques sphériques peut s'écrire sous la forme :

$$\int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi Y_l^{m'}(\mu, \varphi) Y_l^m(\mu, \varphi) = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (III.53)$$

où  $\delta_{i,j}$  est le symbole de Kronecker. Cette formulation intégrale peut se réécrire en projetant sur les ordonnées discrètes :

$$\gamma_l^{m'} \gamma_l^m \sum_{u=1}^{N_\mu} \omega_\mu p_l^{m'}(\mu_u) p_l^m(\mu_u) \sum_{v=1}^{N_\varphi} \bar{\omega}_{\mu,v} u(m\varphi_v) u(m'\varphi_v) = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (III.54)$$

où les  $\omega_\mu$  sont les poids de quadrature zénithale et les  $\bar{\omega}_{\mu,v}$  sont les poids de quadrature azimutale.

Le respect de cette relation nécessite que la troncature de la base d'harmoniques sphériques soit liée à la résolution angulaire selon les relations :

$$L = N_\mu - 1 \quad (III.55)$$

$$M = \frac{N_\varphi}{2} - 1 \quad (III.56)$$

Cette dernière relation traduit le fait que le développement suivant l'indice  $m$  peut également être tronqué. Comme par construction la valeur de  $M$  ne peut dépasser celle de  $L$ , le nombre d'azimuts est limité par :

$$N_\varphi \leq 2N_\mu \quad (III.57)$$

Durant le processus itératif, le champ de luminance exprimé selon les ordonnées discrètes, est développé sur la base d'harmoniques sphériques. En appliquant la relation d'orthonormalité de ces fonctions, les moments d'harmoniques sphériques de la luminance sont exprimés par :

$$L_{lm}(\vec{s}) = \int_{4\pi} Y_l^m(\Omega) L(\vec{s}, \Omega) d\Omega = \int_{-1}^1 \Lambda_l^m(\mu) d\mu \int_0^{2\pi} u(m\varphi) L(\vec{s}, \mu, \varphi) d\varphi \quad (III.58)$$

Ces intégrales sont approchées par la relation :

$$L_{lm}(\vec{s}) = \sum_{u=1}^{N_\mu} \omega_\mu \Lambda_l^m(\mu_u) \sum_{v=1}^{\hat{N}_\varphi(\mu)} \bar{\omega}_{\mu,v} u(m\varphi_v) L(\vec{s}, \mu_u, \varphi_v) \quad (III.59)$$

La fonction source en ordonnées discrètes  $J(\vec{s}, \Omega)$  s'obtient immédiatement, à partir de son expression en harmoniques sphériques  $J_{lm}$ , par la relation :

$$J(\vec{s}, \Omega) = \sum_{l=0}^L \sum_{m=-l}^l u(m\varphi) \Lambda_l^m(\mu_u) J_{lm}(\vec{s}) \quad (III.60)$$

### 3.2.3. Intégration de l'équation de transfert radiatif

À l'itération  $n$ , SHDOM calcule l'ensemble des luminances en tout point de la grille de calcul et dans toutes les directions  $(\mu_u, \varphi_v)$ , soit  $L_{uv}^n(i, j, k)$  à partir de la grille de propriétés et de la connaissance des fonctions sources à l'itération  $n-1$ , soit  $J_{uv}^{n-1}(i, j, k)$ .

Avec ces notations, l'équation du transfert radiatif que l'on cherche à résoudre devient :

$$\frac{dL_{uv}^n(i, j, k)}{ds} = -K_{ext}(i, j, k)L_{uv}^n(i, j, k) + K_{ext}(i, j, k)J_{uv}^{n-1}(i, j, k) \quad (III.61)$$

La solution formelle de cette équation est donnée par la relation :

$$L_{uv}^n(s) = e^{-\int_0^s K_{ext}(s') ds'} \cdot L_{uv}^n(0) + \int_0^s e^{-\int_s' K_{ext}(t) dt} \cdot J_{uv}^{n-1}(s') \cdot K_{ext}(s') \cdot ds' \quad (III.62)$$

Afin de simplifier la visualisation du problème, on se place dans le cas à deux dimensions représenté par la figure III.8. Il s'agit d'une projection sur le plan  $(x, z)$ , la seule composante angulaire est donc l'angle zénithal,  $\theta_u$ . Pour simplifier les notations sur la figure on a noté  $M$  le point de coordonnées  $(i, k)$ . Afin de résoudre l'équation précédente, SHDOM effectue une intégration arrière pour obtenir la luminance au point  $M$ ,  $L_u(M) = L_u^n(i, k)$ .

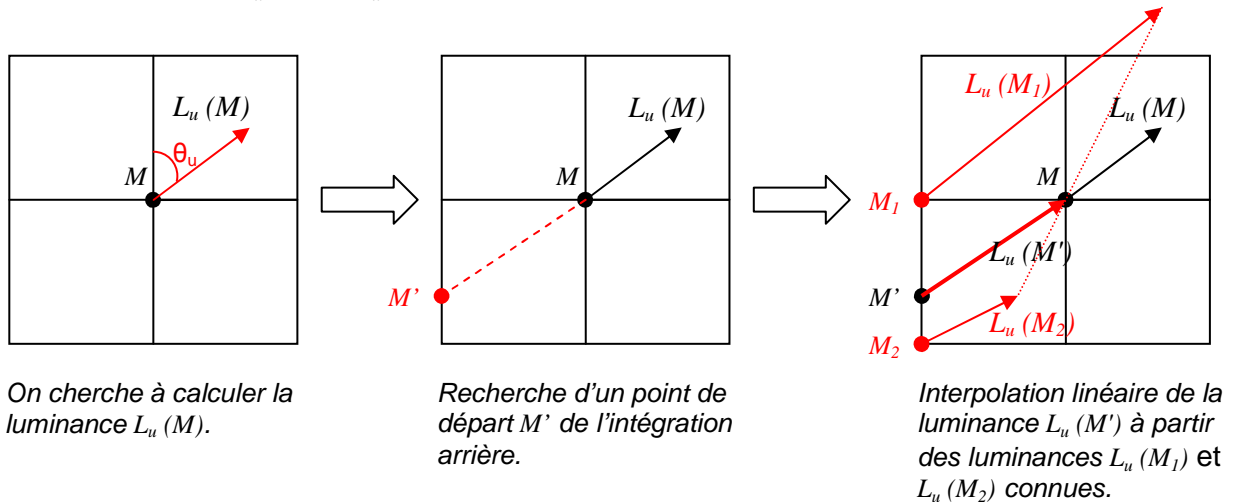


figure III.8 – Intégration arrière de l'équation de transfert radiatif par SHDOM

Tout d'abord, on interpole en  $M'$  les valeurs suivantes : la luminance obtenue à l'itération  $n$ ,  $L_u^n(M')$ , le coefficient d'extinction  $K_{ext}(M')$  et le produit de ce coefficient avec la fonction source obtenue à l'itération  $n-1$ ,  $K_{ext}(M') \cdot J_u^{n-1}(M')$ . Ces valeurs sont linéairement interpolées à partir de celles en  $M_1$  et  $M_2$ . On interpole le produit coefficient d'extinction – fonction source car c'est celui qui intervient dans la formulation intégrale de l'équation de transfert radiatif (équation (III.62)). Dans le cas général à 3 dimensions ce sont des interpolations bilinéaires sur la face d'une cellule qui sont effectuées.

On considère ensuite que  $K_{ext}(s)$  et  $K_{ext}(s) \cdot J_u^{n-1}(s)$  varient linéairement sur le trajet d'intégration  $M'M$ . Soit,

$$K_{ext}(s) = K_{ext}(M') + (K_{ext}(M) - K_{ext}(M')) \cdot \frac{s}{d_{MM'}} \quad (III.63)$$

$$K_{ext}(s) \cdot J_u^{n-1}(s) = K_{ext}(M') \cdot J_u^{n-1}(M') + (K_{ext}(M) \cdot J_u^{n-1}(M) - K_{ext}(M') \cdot J_u^{n-1}(M')) \cdot \frac{s}{d_{MM'}} \quad (III.64)$$

où  $d_{MM'}$  représente la distance de  $M$  à  $M'$ .

La solution à l'équation (III.62) en conservant les termes de premier ordre est alors,

$$L_u^n(M) = \Gamma_{M' \rightarrow M} \cdot L_u^n(M') + (1 - \Gamma_{M' \rightarrow M}) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{K_{ext}(M') \cdot J_u^{n-1}(M') + K_{ext}(M) \cdot J_u^{n-1}(M)}{K_{ext}(M') + K_{ext}(M)} \\ + \frac{K_{ext}(M') \cdot K_{ext}(M) \cdot J_u^{n-1}(M) - K_{ext}(M) \cdot K_{ext}(M') \cdot J_u^{n-1}(M')}{6(K_{ext}(M') + K_{ext}(M))} \end{array} \right\} \quad (III.65)$$

pour lequel,

$$\Gamma_{M' \rightarrow M} = \exp\left(-\int_{M'}^M K_{ext}(s) ds\right) = \exp\left(-\frac{K_{ext}(M') + K_{ext}(M)}{2} \cdot d_{MM'}\right) \quad (III.66)$$

Les équations (III.65) et (III.66) sont aussi valables dans le cas général à 3 dimensions.

Comme on peut donc le voir dans ce cas à 2 dimensions, SHDOM intègre la luminance à travers une seule cellule de la grille de calcul pour un nombre très limité d'opérations. Le cas à trois dimensions requière très peu d'opérations supplémentaires :

- la recherche du point de départ  $M'$  de l'intégration arrière (deux calculs de sinus/cosinus)
- trois interpolations bilinéaires du coefficient d'extinction, du produit coefficient d'extinction - fonction source et de la luminance

Cependant cette méthode d'intégration arrière nécessite d'ordonner précisément les calculs de luminance. Pour revenir au cas à deux dimensions de la figure III.8, les luminances  $L_u(M_1)$  et  $L_u(M_2)$  doivent être calculées avant d'effectuer le calcul de  $L_u(M)$ . Pour cela, on utilise les conditions aux limites du milieu. Dans le cas qui nous a préoccupés, nous avons considéré des valeurs nulles pour les luminances entrantes. Les calculs pouvaient donc s'ordonner aisément à partir de ces valeurs.

### 3.2.4. Calcul de la fonction source

Comme le montre la figure III.7, le champ de luminance en ordonnées discrètes qui résulte de l'intégration de l'équation de transfert radiatif est ensuite converti en harmoniques sphériques. Cette représentation et la décomposition en polynômes de Legendre de la fonction de phase conduisent à un calcul rapide de l'intégrale de diffusion, puis de la fonction source.

En effet, la fonction de phase est développée en série de polynômes de Legendre  $p_l(\mu)$  suivant la relation :

$$P(\Omega, \Omega') = P(\mu) \approx \sum_{l=0}^L \chi_l p_l(\mu) \quad (III.67)$$

$\mu$  désignant ici le cosinus de l'angle entre deux directions  $\Omega$  et  $\Omega'$ .

Lors de l'écriture de la grille de propriétés optiques, les coefficients du développement en série de polynômes de Legendre de la fonction de phase sont calculés à partir de la dépendance angulaire de ce paramètre en utilisant la relation :

$$\chi_l = \left( l + \frac{1}{2} \right) \int_0^\pi P(\mu) p_l(\mu) d\mu \quad (III.68)$$

En raison de la relation de normalisation de la fonction de phase,  $\chi_0$  prend nécessairement la valeur 1. Par construction, le paramètre d'asymétrie se déduit de  $\chi_1$  selon la relation :

$$g = \frac{\chi_1}{3} \quad (III.69)$$

Le théorème d'addition des harmoniques sphériques réelles relie les polynômes de Legendre avec la base d'harmoniques sphériques réelles par la relation :

$$p_l(\mu) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\Omega) Y_l^m(\Omega') \quad (III.70)$$

La fonction de phase s'exprime donc dans la base d'harmoniques sphériques suivant la relation :

$$P(\mu) = 4\pi \sum_{l=0}^L \frac{\chi_l}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\Omega) Y_l^m(\Omega') \quad (III.71)$$

Aussi l'intégrale de diffusion se réduit-elle à la forme suivante :

$$\frac{\omega_o}{4\pi} \int_{4\pi} P(\Omega', \Omega) L(\vec{s}, \Omega') d\Omega' = \omega_o \sum_{l=0}^L \frac{\chi_l}{2l+1} \sum_{m=-M}^M L_{lm}(\vec{s}) Y_l^m(\Omega) \quad (III.72)$$

et la fonction source s'écrit sur la base des harmoniques sphériques (cf. éq. (III.16)):

$$J_{lm}(\vec{s}) = (1 - \omega_o) L_{bb}(\vec{s}) \cdot \sqrt{4\pi} \delta_{l0} \delta_{m0} + \omega_o \frac{\chi_l}{2l+1} L_{lm}(\vec{s}) \quad (III.73)$$

Le premier terme correspond à l'émission thermique isotrope des gaz et des particules, tandis que le second représente l'intégrale de diffusion. Les  $L_{lm}(\vec{s})$  sont les moments d'harmoniques sphériques de la luminance calculée lors de l'itération précédente par intégration de la fonction source suivant les ordonnées discrètes.

En outre, les équations (III.72) et (III.73) impliquent l'utilisation des  $L$  premiers termes de la décomposition en polynômes de Legendre de la fonction de phase. Or, comme nous l'avons vu plus haut (éq. (III.55)), la valeur  $L$  est liée au nombre d'ordonnées discrètes zénithales  $N_\mu$ . On utilise donc uniquement les  $N_\mu$  premiers termes de la décomposition en polynômes de Legendre de la fonction de phase. Dans le cas de fonction de phase fortement piquée vers l'avant, les valeurs usuelles de  $N_\mu$  peuvent alors se révéler insuffisantes. Les fonctions de phase calculées pour les particules d'alumine issues des jets de propulseurs sont majoritairement dans ce cas. On utilise alors une méthode dite Delta-M [41] qui consiste à décomposer la fonction de phase en un pic de diffusion avant et une nouvelle fonction de phase lissée. Les détails de cette méthode sont donnés dans l'annexe 1.

### 3.2.5. Critère de convergence

Le processus d'itération s'arrête lorsque la différence entre les fonctions sources issues de deux itérations successives devient inférieure à un seuil arbitraire appelé critère de convergence  $C_j$ . Cette différence entre fonctions sources consécutives est calculée à partir des descriptions en harmoniques sphériques des fonctions sources calculées aux itérations  $n$  et  $n-1$ , dont on note chacun des termes respectivement  $J_{lm}^n(i, j, k)$  et  $J_{lm}^{n-1}(i, j, k)$ . C'est la somme normalisée des différences entre chacun de ces termes, soit avec ces notations,

$$\Delta_J^n = \sqrt{\frac{\sum_{i,j,k} \sum_{l=0}^L \sum_{m=-l}^l \{J_{lm}^{n-1}(i,j,k) - J_{lm}^n(i,j,k)\}^2}{\sum_{i,j,k} \sum_{l=0}^L \sum_{m=-l}^l \{J_{lm}^n(i,j,k)\}^2}} \quad (III.74)$$

qui est comparée à  $C_J$ .

On nomme aussi cette différence, résidu de convergence normalisé et c'est sous cette forme qu'il sera étudié dans les chapitres suivants.

### 3.2.6. Expression de la luminance en sortie

D'une itération à l'autre, le programme SHDOM conserve uniquement les fonctions sources exprimées suivant leur développement en harmoniques sphériques, afin de limiter les ressources mémoire. Lorsque la convergence est atteinte, SHDOM utilise ces données pour calculer la luminance dans les directions  $(\mu_s, \varphi_s)$  et pour les coordonnées  $(x_s, y_s, z_s)$  choisies par l'utilisateur. Les luminances calculées peuvent ainsi être considérées comme ayant subies  $N+1$  itérations où  $N$  est le nombre d'itérations, telles que décrites plus haut, effectuées par le programme.

Le calcul de la luminance de sortie est assez proche de celui effectué dans la boucle de calcul (figure III.7). On projette l'ensemble du champ de fonctions sources sur la direction  $(\mu_s, \varphi_s)$ , qui ne correspond d'ailleurs pas forcément à une ordonnée discrète utilisée précédemment. Puis on effectue une intégration arrière à partir des coordonnées  $(x_s, y_s, z_s)$ . Cependant, contrairement au processus décrit au §3.2.3 de ce chapitre, il est nécessaire d'initier cette intégration avec les conditions limites du milieu pour lesquelles on connaît la luminance  $L_0(\mu_s, \varphi_s)$  (figure III.9). Dans les cas que nous avons étudiés, ces conditions limites étaient des valeurs nulles de la luminance aux frontières du milieu.

Cette intégration arrière peut traverser plusieurs cellules de la grille de calcul. À chaque surface traversée (les points sur la figure suivante), coefficients d'extinctions et fonctions sources sont interpolés pour effectuer le calcul décrit au §3.2.3. On effectue ainsi un calcul direct de la luminance à partir des conditions limites.

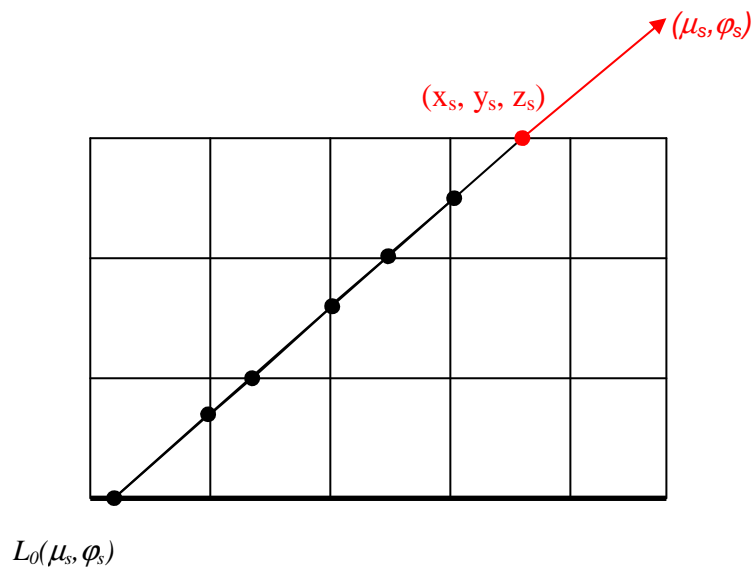


figure III.9 – Intégration arrière des luminances de sortie

### 3.3. Cas particulier d'un milieu plans parallèles

Un milieu plans parallèles est constitué de couches planes infinies superposées et sur chaque plan délimitant ces couches, les propriétés du milieu sont identiques. La luminance conserve donc la même valeur sur chaque plan parallèle. En outre, si on considère ces plans comme parallèles au plan  $Oxy$ , l'invariance du milieu par rotation autour de l'axe  $Oz$  entraîne une invariance en azimut  $\varphi$  de la luminance. Cette dernière ne conserve donc qu'une dépendance zénithale en  $\mu$ .

SHDOM résout l'équation de transfert dans les milieux plans parallèles en introduisant des conditions périodiques dans les directions  $Ox$  et  $Oy$ . Ainsi, on définit une seule colonne de cellules et chaque face horizontale de cellule est constituée de quatre points de grille contenant les mêmes valeurs. Dans l'algorithme de résolution de SHDOM, cela modifie uniquement l'intégration arrière de la luminance telle que décrite plus haut (cf. §3.2.3). La figure III.10 représente une projection de l'intégration sur le plan  $Oxz$ .

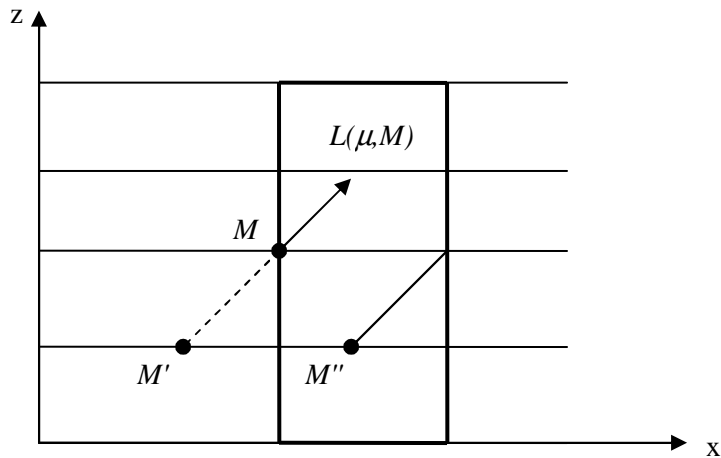


figure III.10 - Intégration arrière en milieu plans parallèles

Pour calculer la luminance  $L(\mu, M)$ , on cherche donc les valeurs de luminance, fonction source et coefficient d'extinction en  $M'$ . Les conditions de périodicité utilisées par SHDOM reviennent à rechercher ces valeurs en un point  $M''$ , situé dans la zone de calcul. La résolution du transfert radiatif s'effectue alors selon les équations décrites au §3.2.3. Cependant dans le cas de direction plus rasante comme celui présenté sur la figure III.11, l'intégration arrière telle que présentée précédemment pose problème dans le calcul d'une luminance initiale en  $M'$  ou  $M''$ .

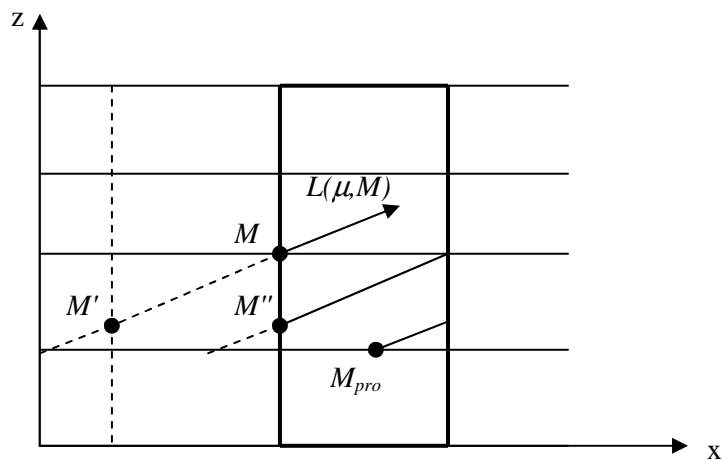


figure III.11 - Intégration arrière prolongée en milieu plans parallèles

En effet, la luminance  $L(\mu, M'')$  serait interpolée entre autre à partir de la luminance  $L(\mu, M)$ , celle-là même que l'on cherche à calculer et qui nous est donc inconnue à l'itération  $i$ . Pour remédier à cette difficulté, on prolonge l'intégration arrière jusqu'à traverser un bord de cellule pour lequel on connaît la luminance, soit jusqu'à  $M_{pro}$  sur la figure III.11. L'intégration est alors effectuée en deux étapes : de  $M_{pro}$  à  $M''$ , puis de  $M''$  à  $M$ , en suivant la procédure décrite au §3.2.3.

## 4. MODELISATION EN ABSORPTION MOYENNE

### 4.1. Incompatibilité diffusion – Modèle de bande

Un problème récurrent dans la résolution de l'ETR en milieu diffusant, est la nécessité de prendre en compte les variations rapides du coefficient d'absorption des gaz avec le nombre d'onde, alors que l'on recherche la luminance moyennée sur un intervalle spectral de l'ordre de  $5 \text{ cm}^{-1}$ , c'est-à-dire grand devant la largeur des raies. Pour y remédier, une solution fréquemment envisagée est d'utiliser des modèles de bande pour milieux homogènes (cf. § IV.3.2) avec un solveur du transfert radiatif comme SHDOM. Ce choix est cependant limité par une série de difficultés qu'on regroupe souvent sous le terme d'incompatibilité Diffusion – Modèle de bande [42],[43].

Pour comprendre cette incompatibilité, revenons à la forme intégrale de l'équation de transfert radiatif avec diffusion. Pour simplifier les notations, on se place dans le cas d'un milieu homogène où gaz et particules sont à la même température.

$$L_\sigma(s, \Omega) = \int_0^s \Gamma_\sigma(s \rightarrow s') \cdot J_\sigma(s', \Omega) \cdot ds' \quad (III.75)$$

où  $J_\sigma(s', \Omega)$  est la fonction source au point  $s'$  dans la direction  $\Omega$ . En y intégrant la diffusion, elle peut s'écrire :

$$J_\sigma(s', \Omega) = (1 - \omega_{0,\sigma}) \cdot L_{bb}(T(s')) + \omega_{0,\sigma} \int_{4\pi} P(\Omega, \Omega') \cdot L_\sigma(s', \Omega') \cdot d\Omega' \quad (III.76)$$

On cherche alors à se servir des modèles de bande pour calculer des luminances intégrées sur une bande spectrale,  $\overline{L(s, \Omega)}$ . Comme nous l'avons dit précédemment, ces bandes sont choisies suffisamment étroites pour qu'on puisse considérer  $L_{bb}(T)$ ,  $K_d$  et  $P(\Omega, \Omega')$  comme constants.

La luminance intégrée spectralement qui en résulte, dépend ainsi de deux produits de termes corrélés :

$$\overline{\omega_0 \cdot \Gamma(s \rightarrow s')} = \frac{1}{\Delta\sigma} \cdot \int_\sigma^{\sigma+\Delta\sigma} \omega_{0,\sigma'} \cdot \Gamma_{\sigma'}(s \rightarrow s') \cdot d\sigma' \quad (III.77)$$

$$\overline{\omega_0 \cdot L(s', \Omega) \cdot \Gamma(s \rightarrow s')} = \frac{1}{\Delta\sigma} \cdot \int_\sigma^{\sigma+\Delta\sigma} \omega_{0,\sigma'} \cdot L_\sigma(s', \Omega) \cdot \Gamma_{\sigma'}(s \rightarrow s') \cdot d\sigma' \quad (III.78)$$

L'approche pratiquée habituellement consiste alors à négliger les termes de corrélations et à utiliser les produits décorrélés :

$$\overline{\omega_0 \cdot \Gamma(s \rightarrow s')} \text{ et } \overline{\omega_0 \cdot L(s', \Omega) \cdot \Gamma(s \rightarrow s')}$$

Ceci permet alors d'exprimer toutes les grandeurs moyennes à partir des modèles de bandes en milieu homogène que nous décrirons dans le chapitre suivant (cf. §IV.3.2). En effet, les modèles à bandes étroites s'appuient sur des paramètres de bande précalculés en fonction d'un nombre restreint de variables (type de gaz, température, nombre d'onde et parfois pression). Les produits corrélés ci-dessus nécessiteraient une paramétrisation avec un nombre encore plus important de variables (rapport particules/gaz, structure spectrale des valeurs de luminance, température du gaz et température des particules si elles sont différentes). L'utilisation et la réalisation de tels tableaux de paramètres sont considérées comme beaucoup trop coûteuses numériquement, voire impossible.



Pourtant les limites de cette hypothèse de décorrélation sont bien documentées [43], [2], et on sait qu'elle introduit des erreurs importantes lorsque les milieux étudiés sont hétérogènes en température et en pression.

Pour bien cerner ces erreurs, la suite décrit deux méthodes que nous comparerons souvent durant cette thèse. Une première qui reprend l'hypothèse de décorrélation et l'utilise dans SHDOM, et une seconde décrite par Liu [24], qui tente de contourner le problème en première approximation. Différentes améliorations apportées à cette seconde méthode et leur étude, font l'objet du cinquième chapitre de ce travail.

## 4.2. SHDOM en absorption moyenne

Le principe de résolution en absorption moyenne consiste à résoudre une seule fois l'équation de transfert radiatif à l'aide du solveur SHDOM, par intervalle spectral de  $5 \text{ cm}^{-1}$  de largeur. Pour cela, la grille de propriétés optiques est construite en associant à chaque cellule un coefficient d'absorption des gaz déduit de la transmission sur la dimension de la cellule, calculée par modèle de bandes. Comme nous le verrons au chapitre IV, les modèles de bande en milieu homogène donne une expression de la transmittivité moyenne  $\overline{\Gamma(l)}$  en fonction de la longueur  $l$  du trajet d'absorption. On obtient alors l'expression d'un coefficient d'absorption des gaz moyens :

$$\overline{K_{a,g}} = -\frac{\ln(\overline{\Gamma(l)})}{l} \tag{III.79}$$

Le choix de la longueur d'absorption  $l$  retenue dépend de chaque cellule et de la configuration du milieu. Dans le cas de milieux plans parallèles comme ceux présentés par la suite, nous avons fait le choix d'une longueur  $l = \delta_z$  où  $\delta_z$  est la hauteur de la couche considérée.

Cette approche en absorption moyenne est cependant problématique en raison des spécificités de la transmittivité moyenne. En effet,  $\overline{\Gamma(l)}$  ne possède pas les propriétés d'une transmittivité monochromatique, en particulier  $\overline{\Gamma(nl)} \neq \prod_n \overline{\Gamma(l)}$ . Pour cette raison le choix d'une longueur d'absorption unique associée à une cellule ne convient pas à la multiplicité des trajets qui peuvent être tracés lors de l'intégration de l'équation de transfert. En outre, le produit de ces transmittivités moyennes sur un trajet traversant plusieurs cellules ne correspond pas à la transmittivité moyenne du trajet complet.

## 5. MODELE PAR SEPARATION DE LUMINANCE

Nous avons expliqué le problème de l'incompatibilité Diffusion – Modèle de bande qui gêne la modélisation du transfert radiatif dans des milieux tels que les jets de propulseurs à propergol solide. La méthode par séparation de variable de Liu et al. [24] propose de résoudre en partie cette difficulté. Pour se faire, elle sépare l'équation de transfert radiatif en deux équations ayant pour solutions deux nouvelles variables : la luminance non diffusée  $L_{nd,\sigma}$  et la luminance diffusée  $L_{d,\sigma}$ . L'équation obéie par la luminance non diffusée n'est pas sujette au problème de l'incompatibilité Diffusion – Modèle de bande, et en l'absence de diffusion, on retrouve le résultat classique calculé par le modèle de bandes.

La luminance diffusée est elle calculée en supposant l'hypothèse de décorrélation. Cependant, dans la majorité des cas, cette luminance diffusée peut être considérée comme une perturbation de la luminance totale. On peut alors estimer que cette méthode lève l'incompatibilité au premier ordre.

L'article précité se place dans un milieu hétérogène 3D, dans lequel gaz et particules sont à même température. À un nombre d'onde donné, et en conservant les mêmes conventions que précédemment, l'équation à résoudre est donc :

$$\frac{dL_\sigma}{ds} = -(K_{a,gaz,\sigma} + K_{a,part} + K_d)L_\sigma + (K_{a,gaz,\sigma} + K_{a,part})L_{bb}(T_{gaz}) + K_d \int_{4\pi} L_\sigma(\Omega') \cdot P \cdot d\Omega' \quad (III.80)$$

Dans le but de se soustraire au problème d'incompatibilité avec les modèles de bande, on cherche, en premier lieu à résoudre l'équation obtenue en supposant qu'il n'y a pas de diffusion dans le milieu. Cette équation dite « non diffusée », s'écrit :

$$\frac{dL_{nd,\sigma}}{ds} = -(K_{a,gaz,\sigma} + K_{a,part})L_{nd,\sigma} + (K_{a,gaz,\sigma} + K_{a,part})L_{bb}(T_{gaz}) \quad (III.81)$$

Cette variable de luminance non diffusée correspond à la part de luminance qui n'a pas été concernée par la diffusion dans ce milieu, depuis son émission. Il peut s'agir de lumière émise par le jet lui-même ou de lumière extérieure (rayonnement solaire par exemple).

La part complémentaire de la luminance est la variable appelée luminance diffusée :

$$L_\sigma = L_{nd,\sigma} + L_{d,\sigma} \quad (III.82)$$

Elle correspond à la lumière ayant été diffusée au moins une fois dans le milieu. Les équations (III.80), (III.81) et (III.82), lui imposent alors d'obéir à l'équation suivante :

$$\frac{dL_{d,\sigma}}{ds} = -K_d L_{nd,\sigma} - (K_{a,gaz,\sigma} + K_{a,part} + K_d)L_{d,\sigma} + K_d \int_{4\pi} L_{nd,\sigma}(\Omega') \cdot P \cdot d\Omega' + K_d \cdot \int_{4\pi} L_{d,\sigma}(\Omega') \cdot P \cdot d\Omega' \quad (III.83)$$

On peut noter que, sous certaines conditions, cette variable  $L_{d,\sigma}$  prend des valeurs négatives. C'est le cas lorsque l'extinction par diffusion de la luminance non diffusée  $L_{nd,\sigma}$  domine les autres composantes. On peut notamment observer ce phénomène dans un jet, pour un rayonnement dirigé vers son centre, lorsqu'on atteint les zones centrales les plus diffusantes. En effet, les particules les plus grandes et les plus lourdes restent concentrées sur l'axe du jet en raison de leur inertie, ce qui accroît la valeur du coefficient de diffusion au centre. Cependant, la luminance diffusée n'est pas une grandeur qui s'observe expérimentalement, il n'y a donc aucune restriction à ce que cette grandeur prenne des valeurs négatives. Cette propriété n'est pas habituelle pour les programmes résolvant le transfert radiatif, qui considèrent souvent une valeur négative comme une erreur numérique. Ce problème sera approfondi par la suite lors de la description de nos choix de méthodes de résolution numérique (cf. §V.2.2).

En outre, l'équation (III.83) montre que  $L_{d,\sigma}$  dépend de  $L_{nd,\sigma}$ . Pour cette raison, la luminance non diffusée  $L_{nd,\sigma}$  se doit d'être résolue avant la luminance diffusée  $L_{d,\sigma}$ .

Comme nous l'avons déjà dit, notre but est de calculer les valeurs intégrées de la luminance sur une bande spectrale d'une largeur de l'ordre de  $5 \text{ cm}^{-1}$ . Pour  $L_{nd,\sigma}$  et  $L_{d,\sigma}$ , ces valeurs seront notées  $\overline{L_{nd}}$  et  $\overline{L_d}$ . Pour résoudre l'équation (III.81) intégrée spectralement, on utilise les modèles de bande en milieu hétérogène que nous décrirons dans le chapitre suivant (cf. §IV.3.3). Cependant, à la différence de ces modèles qui s'appliquent à des milieux purement gazeux, nous résolvons une équation dans laquelle on introduit émission et absorption par les particules. Le coefficient d'absorption des particules étant considéré comme indépendant du nombre d'onde sur une bande étroite, ce coefficient participe exactement comme un continuum ajouté au coefficient d'absorption des gaz. Ce qui permet d'écrire la transmittivité moyenne du mélange gaz + particules  $\overline{\Gamma_{g+p}}(s' \rightarrow s)$  à partir de la transmittivité moyenne des gaz seuls  $\overline{\Gamma_g}(s' \rightarrow s)$ ,

$$\overline{\Gamma_{g+p}}(s' \rightarrow s) = e^{-\int_{s'}^s K_{a,p}(s'') ds''} \cdot \overline{\Gamma_g}(s' \rightarrow s) \quad (III.84)$$

Pour résoudre l'équation (III.83) intégrée spectralement, on utilise par contre l'hypothèse de décorrélation et des absorptions moyennes pour les gaz, comme décrit dans les deux paragraphes précédents. On peut alors calculer  $\overline{L_d}$  à l'aide d'un solveur de l'équation de transfert radiatif avec diffusion, comme SHDOM. En effet, les structures des équations (III.80) et (III.83) sont très similaires, ce sont toutes deux des équations intégro-différentielles. Le terme de fonction source est cependant un peu différent puisque dans l'équation (III.83) il n'y a pas d'émission thermique mais une contribution de la luminance non diffusée.

Cette méthode par séparation de variable permet ainsi d'éviter l'hypothèse de décorrélation pour la part non diffusée de la luminance, et donc de faire des calculs incluant les corrélations spectrales sur cette partie. La partie diffusée à l'inverse ne résout pas le problème de l'incompatibilité Diffusion – Modèle de bande mais, comme nous le verrons par la suite (chapitres V et VI), dans les jets de propulseurs sa contribution est souvent inférieure à celle de la partie non diffusée. Elle peut alors être traitée comme une perturbation de la solution non diffusée.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.F. Modest  
*Radiative heat transfer*  
Academic Press, 2003
- [2] G.C. Pomraning  
*Radiation hydrodynamics*  
Dover Publications, 1973
- [3] J. Lenoble  
*Radiative transfer in scattering and absorbing atmospheres: standard computational procedures*  
A. Deepak Publishing, 1985
- [4] R. Viskanta, M.P. Mengüç  
*Radiation heat transfer in combustion systems*  
Prog. Energy Comb. Sci, vol. 13, pp 97-160, 1987
- [5] R.M. Goody, Y.L. Yung  
*Atmospheric radiation*  
Oxford University Press, 1989
- [6] H.C. Van de Hulst  
*Multiple light scattering. Tables, Formules, and applications. Volume 1*  
Academic Press, 1980
- [7] R. Vaillon  
*Etude de l'interaction rayonnement-chimie dans un plasma réactif d'hydrogène-hélium à l'aide de la méthode des ordonnées discrètes en coordonnées curvilignes*  
Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1996
- [8] A. Schuster  
*Radiation through a foggy atmosphere*  
Astrophysical Journal, vol. 21, pp 1-22, 1905
- [9] P.S. Mudgett et L.W. Richards  
*Multiple scattering calculations for technology*  
Appl. Opt., vol. 10, pp 1485-1502, 1971
- [10] W.E. Meador, W.R. Weaver  
*Two-stream approximations to radiative transfer in planetary atmospheres : a unified description of existing methods and a new improvement*  
J. Atm. Sci., vol. 37, pp 630-647, 1980
- [11] C. B. Ludwig, W. Malkmus, G. N. Freeman, R. Reed, M. Slack  
*Infrared radiation from rocket plumes*  
SPIE : Modern Utilization of Infrared Technology VI, pp 122-128, 1980
- [12] W. Malkmus, R. Reed  
*Practical treatment of particle plumes*  
SPIE : Modern Utilization of Infrared Technology VI, pp 129-137, 1980
- [13] R. F. Cahalan, W. Ridgway, W. J. Wiscombe, T. L. Bell, J. B. Snider  
*The albedo of fractal stratocumulus clouds*  
J. Atm. Sci., vol. 51, pp 2434-2455, 1994
- [14] O.B. Toon, C.P. Mckay, T.P. Ackerman  
*Rapid calculation of radiative heating rates and photodissociation rates in inhomogeneous*

*multiple scattering atmospheres*

J. Geophys. Res., vol. 91, pp 16287-16300, 1989

- [15] K.F. Evans  
*Two-dimensional radiative transfer in cloudy atmospheres : the spherical harmonic spatial grid method*  
J. Atm. Sci., vol. 50, pp 3111-3124, 1993
- [16] M.P. Mengüç, R. Viskanta  
*Radiative transfer in three-dimensional rectangular enclosure containing inhomogeneous, anisotropically scattering media*  
JQSRT, vol. 33, pp 533-549, 1985
- [17] S.-C.S. Ou, K.-N. Liou  
*Generalization of the spherical harmonic method to radiative transfer in multi-dimensional space*  
JQSRT, vol. 28, pp 271-288, 1982
- [18] S.T. Thynell et M.N. Ozisik  
*Integral form of the equation of transfer for an isotropically scattering, inhomogeneous solid cylinder*  
JQSRT, vol. 36, pp 497-503, 1986
- [19] S.T. Thynell et M.N. Ozisik  
*Radiation transfer in absorbing, emitting, isotropically scattering, homogeneous cylindrical media*  
JQSRT, vol. 38, pp 413-426, 1987
- [20] J.M. Zhang et W.H. Sutton  
*Multidimensional radiative transfer in absorbing, emitting, and linearly anisotropic scattering cylindrical medium with space-dependent properties*  
JQSRT, vol. 52, pp 791-808, 1994
- [21] J.M. Zhang et W.H. Sutton  
*Predictions of radiative transfer in two-dimensional nonhomogeneous participating cylindrical media*  
J. Therm. Heat Tr., vol. 10, pp 47-53, 1996
- [22] R. Vogelgesang  
*Radiation transfer in finite cylindrical clouds*  
Meteorol. Atmos. Phys., vol. 58, pp 205-214, 1996
- [23] Y. Bayazitoglu, J. Higenyi  
*Higher-order differential equations of radiative transfer - P3 approximation*  
AIAA Journal, vol. 17, pp 424-431, 1979
- [24] F. Liu, G.J. Smallwood, O.L. Güder  
*Application of statistical narrowband model to three-dimensional absorbing-emitting-scattering media*  
J. Therm. Heat. Tr., vol. 13, pp 285-291, 1999
- [25] L. Tessé  
*Modélisation des transferts radiatifs dans les flammes turbulentes par une méthode Monte-Carlo*  
Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 2001
- [26] H.C. Hottel, A. Sarofim  
*Radiative transfer*  
McGraw-Hill, 1967

- [27] K.H. Bryun, Smith T.F.  
*Development of the zone method for linearly-anisotropic scattering media*  
JQSRT, vol. 40, PP 591-604, 1988
- [28] J. Liu, H.M. Shang, Y.S. Chen, T.S. Wang  
*Analysis of discrete ordinate method with even parity formulation*  
J. Therm. Heat Tr., vol. 11, pp 253-260, 1997
- [29] K. Stamnes, S-C Tsay, W. Wiscombe, K. Jayaweera  
*Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media*  
Appl. Opt., vol. 27, pp 2502-2509, 1988
- [30] S. Chandrasekhar  
*Radiative transfer*  
Dover Publications, 1960
- [31] W.A. Fiveland  
*Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures*  
J. Heat Tr., vol. 106, pp 699-706, 1984
- [32] J.S. Truelove  
*Three-dimensional radiation in absorbing-emitting-scattering media using the discrete-ordinates approximation*  
JQSRT, vol. 39, pp 27-31, 1988
- [33] Y. Joumani  
*Transferts radiatifs dans les moteurs à propergol solide*  
Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2001
- [34] K.F. Evans  
*The spherical harmonics discrete ordinate method for three-dimensional atmospheric radiative transfer*  
J. Atm. Sci., vol. 55, pp 429-446, 1998
- [35] A. Sanchez, T.F. Smith, W.F. Krajewski  
*A three-dimensional atmospheric radiative transfer model based on the discrete-ordinates method*  
Atm. Res., vol. 33, pp 283-308, 1994
- [36] H.A.J. Vercammen, G.F. Froment  
*An improved zone method using monte carlo techniques for the simulation of radiation in industrial furnaces*  
Int. J. Heat Mass Tr., vol. 23, pp 329-337, 1980
- [37] N. Selçuk, R.G. Siddall  
*Two flux spherical harmonics modeling of two-dimensional radiative heat transfer in furnaces*  
Int. J. Heat Mass Tr., vol. 19, pp 313-321, 1976
- [38] P.E. Baudoux  
*Développement d'un modèle de transfert radiatif 3D adapté au calcul de la signature d'un jet de moteur-fusée dans l'ultraviolet*  
Thèse de doctorat, Université de Rouen, 2002
- [39] T. Trautmann, I. Podgorny, J. Landgraf, P.J. Crutzen  
*Actinic fluxes and photodissociation coefficients in cloud fields embedded in realistic atmospheres*  
J. Geophys. Res., vol. 104, pp 30173-30192, 1999

- [40] R. F. Cahalan, L. Oreopoulos, A. Marshak, K. F. Evans, A. B. Davis, R. Pincus, K. H. Yetzer, B. Mayer, R. Davies, T. P. Ackerman, H. W. Barker, E. E. Clothiaux, R. G. Ellingson, M. J. Garay, E. Kassianov, S. Kinne, A. Macke, W. O'Hirok, P. T. Partain, S. M. Prigarin, A. N. Rublev, G. L. Stephens, F. Szczap, E. E. Takara, T. Várnai, G. Wen, T. B. Zhuravleva  
*THE I3RC: Bringing Together the Most Advanced Radiative Transfer Tools for Cloudy Atmospheres*  
B. of the Am. Met. Soc., vol. 86, pp 1275-1293, 2005
- [41] W. J. Wiscombe  
*The Delta-M method : rapid yet accurate radiative flux calculation for strongly asymmetric phase function*  
J. Atm. Sci., vol. 34, pp 1408-1422, 1977
- [42] W. Malkmus  
*Some comments on the extension of band models to include scattering*  
JQSRT, vol. 40, pp 201-204, 1988
- [43] R.A. Reed, D.G. Brown, R.S. Hiers III, B.K. Cromwell, V.A. Zaccardi  
*Compatibility of infrared band models with scattering*  
J. Therm. Heat Tr., vol. 8, pp 208-215, 1994
- [44] P. Rivière  
*Modélisation des propriétés radiatives de la vapeur d'eau à haute température. Application à la signature infrarouge.*  
Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 1994

## TABLE DES MATIERES

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>63</b>
<b>2. PROPRIETES OPTIQUES DES PARTICULES D'ALUMINE .....</b>	<b>63</b>
2.1. Indices de réfraction.....	64
2.1.1. Partie réelle de l'indice .....	64
2.1.2. Revue des principales contributions à la partie imaginaire de l'indice.....	65
2.1.3. Revue des principales mesures de l'indice imaginaire de l'alumine dans les jets .....	68
2.2. Calcul des propriétés optiques de l'alumine.....	72
2.2.1. Grandeurs optiques d'une particule.....	72
2.2.2. Études des grandeurs optiques d'une distribution de particules.....	74
<b>3. PROPRIETES OPTIQUES DES GAZ.....</b>	<b>78</b>
3.1. Propriétés du spectre d'absorption monochromatique d'un gaz.....	78
3.1.1. Définition du coefficient d'absorption.....	78
3.1.2. Profil de raie et mécanismes perturbateurs.....	80
3.1.3. Approche raie par raie pour le calcul du spectre global.....	83
3.2. Modèles de bande en milieu homogène .....	85
3.3. Modèles de bande en milieu hétérogène .....	87
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>89</b>



# CHAPITRE IV : PROPRIETES OPTIQUES DES GAZ ET DES PARTICULES

## 1. INTRODUCTION

La résolution de l'équation de transfert radiatif nécessite de connaître, en entrée, la distribution spatiale des propriétés optiques du milieu, à savoir : le coefficient d'absorption, l'albédo de diffusion simple et la fonction de phase de diffusion. Ces grandeurs sont définies sur une grille spatiale appelée grille de propriétés optiques. Dans notre cas, cette grille est déterminée à partir de la distribution spatiale des propriétés aérothermochimiques du jet. L'objet de ce chapitre est de présenter les différentes étapes du calcul de ces propriétés optiques. En premier lieu, on s'intéresse aux particules d'alumine présentes dans les jets de propulseur à chargement composite aluminisé ; on recherche alors leur coefficient d'absorption et de diffusion ainsi que leur fonction de phase de diffusion. Pour la phase gazeuse, nous avons décidé de limiter notre étude aux deux principaux gaz contribuant à l'émission et à l'absorption infrarouge dans les jets de propulseurs composites, à savoir le gaz carbonique et la vapeur d'eau. Il s'agit alors de déterminer le coefficient d'absorption monochromatique et les paramètres de modèles de bande servant aux calculs de transmittivités moyennes et du coefficient d'absorption moyenné sur un petit intervalle spectral. De nombreux travaux ont été réalisés ces cinquante dernières années à la fois dans le domaine des particules d'alumine ([1], [2], [3], [4], [5]), des propriétés d'absorption infrarouge du dioxyde de carbone [6],[7] et de la vapeur d'eau [1],[7], ou des modèles de bande ([8], [9], [10], [11], [12], [13]). Le travail préliminaire de cette thèse a consisté à choisir et à mettre en œuvre les méthodes les plus adaptées aux jets de propulseurs composites aluminisés. En outre, des travaux ont été effectués récemment sur ces sujets, parallèlement à cette thèse. Pour les particules d'alumine, le travail de thèse de S. Gossé [14] a conduit à de nouvelles valeurs expérimentales des propriétés optiques de l'alumine. Pour les gaz, des travaux ont été effectués sur les bases de données spectroscopiques de la vapeur d'eau [1] et nous avons pu bénéficier de la base de données hautes températures du CO<sub>2</sub> mise au point par le laboratoire EM2C de l'Ecole Centrale.

Au cours de ce chapitre, nous présenterons les processus physiques qui régissent l'absorption et la diffusion pour les particules d'alumine et l'absorption des gaz. Nous détaillerons les choix que nous avons retenus pour les données d'entrée en les illustrant d'exemples tirés de la littérature ou de nos propres études de validation. Pour les gaz, nous insisterons sur les calculs de propriétés spectrales moyennes.

## 2. PROPRIETES OPTIQUES DES PARTICULES D'ALUMINE

Nous avons vu dans le second chapitre que l'hypothèse de particules sphériques était justifiée pour les particules d'alumine présentes dans les jets de propulseur. En conséquence, leurs propriétés optiques se calculent par la théorie de Mie, à partir de leur rayon et de leur indice optique. On s'intéresse donc en premier lieu aux propriétés de l'indice de réfraction de ces particules,  $\tilde{n} = n - ik$ . La partie réelle  $n$  de l'indice est une propriété intrinsèque de l'alumine qui ne dépend que de la température, du nombre d'onde, de la phase de cristallisation ou de son état solide ou liquide. A l'inverse, la partie imaginaire  $k$  de l'indice est une fonction extrinsèque qui dépend entre autres, de la présence d'impuretés, des défauts de cristallisation et des gaz environnants. Nous insistons donc sur le calcul de cette partie imaginaire, sur les modèles et mesures que nous avons retenus. Enfin, nous exposons la dépendance des grandeurs optiques avec le rayon de la particule avant de discuter des grandeurs moyennes associées à une distribution granulométrique typique de celle observée dans les jets.

## 2.1. Indices de réfraction

### 2.1.1. Partie réelle de l'indice

La partie réelle de l'indice de réfraction de l'alumine,  $n(\sigma, T)$ , est principalement dépendante du nombre d'onde et de la température, mais ces deux dépendances sont considérées comme faibles dans le proche infrarouge, à tel point que de nombreux auteurs considèrent une valeur fixe autour de 1,7 [5]. Nous utilisons les travaux de Dombrovsky [2] sur l'alumine dans sa phase cristalline  $\alpha$ . Le domaine de validité de ce modèle couvre le domaine infrarouge entre 1 250 et 6 000  $\text{cm}^{-1}$ , il est utilisé dans plusieurs modèles simulant l'évolution de la partie complexe de l'alumine [3],[4]. Son expression en fonction de la longueur d'onde (en  $\mu\text{m}$ ) et de la température (en K) tient compte des différents processus physiques et s'appuie sur des données expérimentales :

$$n(\lambda, T) = \left\{ 1 + \lambda^2 \cdot \left( \frac{1.02378}{\lambda^2 - 0.0037759} + \frac{1.058264}{\lambda^2 - 0.0122544} + \frac{5.280792}{\lambda^2 - 321.3616} \right) \right\}^{0.5} \times \left[ 1 + 0.029 \cdot \left( \frac{T}{1000} - 0.473 \right) \right] \quad (\text{IV.1})$$

Pour l'alumine liquide, Parry et Brewster [16] proposent une relation entre les parties réelles de l'indice de réfraction de l'alumine à l'état solide  $n_s$  et à l'état liquide  $n_l$ , cette relation faisant intervenir le rapport des densités de l'alumine liquide  $\rho_l$  et solide  $\rho_s$  :

$$\frac{n_l - 1}{n_s - 1} = A \cdot \frac{\rho_l}{\rho_s} \quad (\text{IV.2})$$

où  $A$  est une constante empirique égale à 1.

On utilise l'indice  $n_s$  calculé par le modèle de Dombrovsky, à la température de référence de 2 300 K, on a alors une densité  $\rho_s = 3.93$ . En outre, on considère l'évolution de la densité en fonction de la température pour l'alumine liquide telle que :

$$\rho_l = 3.01 \cdot \left( 1 - \frac{T - T_f}{2684} \right) \quad (\text{IV.3})$$

où  $T_f$  représente la température de fusion  $T_f = 2327 \text{ K}$ .

La figure IV.1 représente les valeurs de la partie réelle de l'indice de réfraction de l'alumine à différentes températures, en fonction du nombre d'onde, entre 2 000 et 5 000  $\text{cm}^{-1}$ .

### Partie réelle de l'indice de réfraction de l'alumine

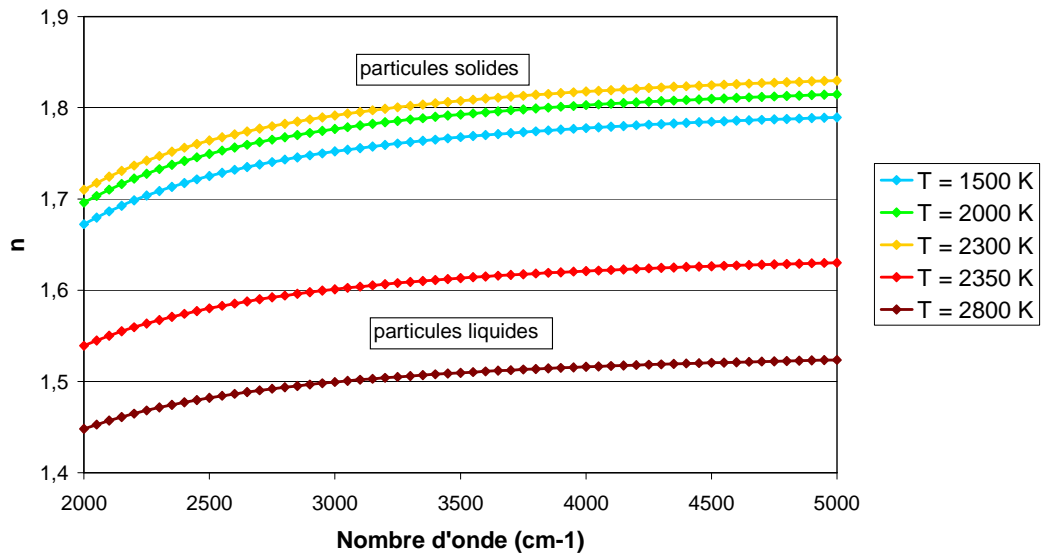


figure IV.1 – Évolution de la partie réelle de l'indice en fonction de la longueur d'onde à différentes températures

Les valeurs de  $n$  calculées croissent avec la température pour les particules solides ( $T > 2327\text{ K}$ ) et décroissent avec la température pour les particules liquides. On observe aussi une valeur moindre de l'indice réel pour les particules liquides. On note cependant, que le domaine de variation de l'indice est relativement restreint  $[1.46, 1.82]$  malgré les fortes différences de températures choisies. Comme nous le verrons par la suite, la variation des grandeurs optiques de l'alumine consécutive à la variation de la partie réelle de l'indice optique est relativement faible devant celle provenant de la partie imaginaire.

### 2.1.2. Revue des principales contributions à la partie imaginaire de l'indice

Ce paragraphe présente les processus physiques à l'origine de la partie imaginaire de l'indice de réfraction,  $k$ , aussi appelée indice d'absorption. Le modèle semi-empirique de Plastinin [4] propose d'évaluer ces contributions en fonction de la température et de la longueur d'onde pour les phases cristallines  $\alpha$  et  $\gamma$  de l'alumine solide ainsi que pour l'alumine liquide. La thèse de Gossé [14] a montré que cette caractérisation en trois phases était plus réaliste pour représenter l'absorption des particules dans les jets de propulseurs aluminisés par rapport aux modèles [3] ne considérant que deux phases solide et liquide.

L'absorption d'un cristal semi-conducteur comme l'alumine dépend des modes de vibration du cristal et de l'occupation par les électrons de deux bandes de niveaux d'énergie : la bande de valence, dans laquelle les électrons sont liés aux liaisons cristallines, et la bande de conduction, dans laquelle les électrons peuvent se déplacer librement dans le cristal, phénomène à l'origine de la conductivité de l'alumine. Ces niveaux d'énergie sont séparés par une bande interdite, faisant de l'alumine un matériau semi-conducteur.

Dans le domaine optique, on dénombre quatre mécanismes à l'origine de l'absorption par les particules d'alumine.

- L'absorption par la bande électronique fondamentale qui correspond à l'excitation des électrons de la bande de valence vers la bande de conduction.
- L'absorption dite de "Queue d'Urbach" qui résulte du couplage entre les phonons et la bande électronique fondamentale.
- L'absorption due aux porteurs libres, les électrons de la bande de conduction.
- L'absorption par les phonons du réseau cristallin.

Pour l'alumine, la transition entre la bande de valence et la bande de conduction est de trop grande énergie pour être responsable de l'absorption dans le domaine infrarouge, on l'observe seulement pour le domaine UV de longueur d'onde inférieure à 135  $\mu\text{m}$ .

Plastinin et al. [4] s'appuient sur des mesures de l'absorption de particules d'alumine chauffées par laser puis se refroidissant et qui passent par la phase cristalline métastable  $\gamma$  avant d'atteindre la phase  $\alpha$ . Grâce à ces mesures, les auteurs ont proposé une série de quatre lois pour décrire les contributions à l'indice identifiées ci-dessus  $k = \kappa_0 + \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3$ .

Absorption par les phonons	$\kappa_0 = h \cdot \lambda \cdot \exp\left(-\frac{6.07 \cdot 10^{-3}}{T} \cdot \left(\frac{10^4}{\lambda} - \omega_0\right)^2\right) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{1.438 \cdot \omega_0}{T}\right)\right)$
Absorption par les porteurs libres	$\kappa_1 = \frac{d \cdot \lambda}{n \cdot \left(1 + (e/\lambda)^2\right)} \cdot \exp\left(-\frac{7194}{T \cdot \lambda_g}\right)$
Absorption par la bande fondamentale	$\kappa_2 = a \cdot \lambda^2 \cdot \left(\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{opt}}\right) \cdot T\right)^2 \quad \text{si } \lambda \leq \lambda_{opt}$
Queue d'Urbach	$\kappa_3 = b \cdot \lambda \cdot \exp\left(\frac{c}{T} \cdot \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{opt}}\right)\right) \quad \text{si } \lambda > \lambda_{opt}$

tableau IV.1 – Lois décrivant les différentes contributions à la partie imaginaire de l'indice optique de l'alumine avec  $T$  en K et  $\lambda$  en  $\mu\text{m}$

Avec la longueur d'onde correspondant à la largeur de la bande interdite :

$$\lambda_{opt} = \frac{1}{E_0 - f \cdot T} \quad (\text{pour Al}_2\text{O}_3 \text{ liquide})$$

$$\lambda_{opt} = \frac{1}{E_0 + E_{pol} - f \cdot T} \quad (\text{pour Al}_2\text{O}_3 \text{ solide})$$

Et avec la longueur d'onde correspondant à la bande de conduction :

$$\lambda_g = \lambda_{opt} \quad (\text{pour Al}_2\text{O}_3 \text{ liquide})$$

$$\lambda_g = \frac{1}{E_0 - f \cdot T} \quad (\text{pour Al}_2\text{O}_3 \text{ solide})$$

Les différents paramètres intervenant dans ces relations sont regroupés dans le tableau IV.2.

Paramètres	Alumine liquide	Alumine phase $\gamma$	Alumine phase $\alpha$
<i>Pour la bande interdite</i>			
$a (K^{-2})$	$2,1 \cdot 10^{-7}$	$2,1 \cdot 10^{-7}$	$2,1 \cdot 10^{-7}$
$E_0 (\mu\text{m}^{-1})$	5,67	6,25	6,82
$f (\mu\text{m}^{-1})$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$8,8 \cdot 10^{-4}$
$E_{pol} (\mu\text{m}^{-1})$	-	0,53	0,53
$b (\mu\text{m}^{-1})$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
$c (K^{-1} \cdot \mu\text{m})$	6 800	6 800	6 800
<i>Pour les porteurs libres</i>			
$d (\mu\text{m}^{-1})$	9	3,6	2,4
$e (\mu\text{m}^{-1})$	0,95	0,95	0,95

Pour l'absorption par les phonons			
$h$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	-	$7,93 \cdot 10^{-4}$	$7,93 \cdot 10^{-4}$
$\omega_0$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	-	1 333	1 333

tableau IV.2 – Paramètres de calcul d'indice de l'alumine pour les phases liquide, solide  $\gamma$  et solide  $\alpha$

La figure IV.2 représente ces différentes contributions à la partie imaginaire de l'indice de réfraction, pour des nombres d'onde compris entre 2 000 et 5 000  $\text{cm}^{-1}$ . Les deux premiers graphiques correspondent à des particules solides dans les deux phases cristallines  $\gamma$  et  $\alpha$  à la température de 2 300 K tandis que les deux suivants correspondent à des particules liquides aux températures de 2 350 K et 2 800 K.

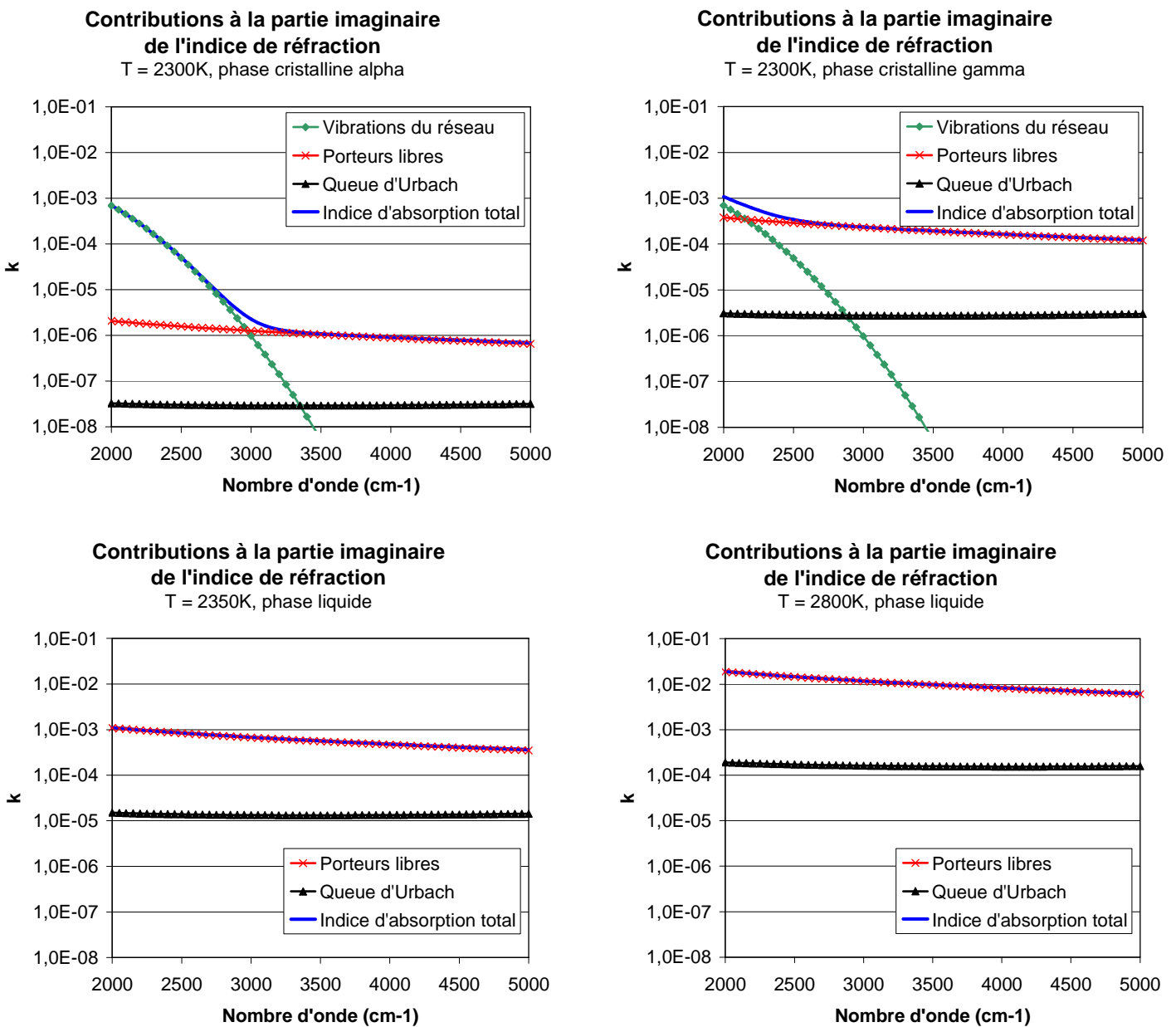


figure IV.2 – Représentation des différentes contributions à la partie imaginaire de l'indice. Modèle Plastinin pour l'alumine phase alpha, phase gamma et liquide

La contribution des porteurs libres à l'absorption est prépondérante dans la majorité des cas, à l'exception de la bande de vibration pour les particules solides, c'est-à-dire lorsque le nombre d'onde est inférieur à  $3\,000\text{ cm}^{-1}$ . Cependant, la partie imaginaire de l'indice varie de plusieurs ordres de grandeur en fonction de la phase cristalline de l'alumine : il existe un facteur 100 entre l'absorption des phases  $\gamma$  et  $\alpha$  pour les nombres d'onde supérieurs à  $3\,000\text{ cm}^{-1}$ . La phase métastable  $\gamma$  est bien plus absorbante, et la composition cristalline des particules d'alumine d'un jet a donc une influence potentiellement importante sur sa signature infrarouge. Pour les faibles nombres d'ondes cependant, l'absorption est indépendante de la phase cristalline car la contribution à l'absorption par les phonons devient prépondérante et ne dépend pas de cette phase.

Comme on peut le voir sur les deux figures correspondant aux particules d'alumine liquide, la température n'influence pas le rapport des contributions des porteurs libres et de la queue d'Urbach. En revanche, elle a bien une influence sur l'indice d'absorption.

Ces résultats sont limités par la qualité extrinsèque de l'absorption par l'alumine. Des facteurs extérieurs comme les impuretés, les défauts de cristallisation ou la composition du gaz environnant [14] influencent fortement la partie imaginaire de l'indice de réfraction. Dans l'infrarouge proche, la quasi-transparence de l'alumine accentue encore l'importance de ces facteurs extérieurs que l'on observe expérimentalement.

### **2.1.3. Revue des principales mesures de l'indice imaginaire de l'alumine dans les jets**

Les mesures expérimentales de l'indice d'absorption présentées ci-dessous montrent d'une part l'influence des impuretés telles qu'on les observe dans les jets [16], et d'autre part, l'influence du gaz environnant [14].

Les données de Konopka ont pour objet des particules d'alumine prélevées dans les jets de deux propulseurs distincts (rocket1 et rocket2). Les particules d'alumine de l'échantillon rocket2 sont celles qui contiennent le plus d'impuretés métalliques (dans des proportions variant de 1 à 10 suivant les métaux analysés par rapport à l'échantillon rocket 1). Les indices d'absorption sont obtenus à partir de mesures de l'émissivité et de la granulométrie. La granulométrie étant la source principale d'incertitude, sa mesure est effectuée par deux méthodes différentes : un calcul à partir de mesures de l'extinction d'un laser à différentes longueurs d'onde et l'analyse d'images par microscope à balayage électronique de particules collectées in situ. La moyenne des indices obtenus à partir de ces deux méthodes est donnée sur les figures suivantes (figure IV.3), en fonction de la longueur d'onde en microns et pour différentes températures. Ces résultats sont comparés à l'indice d'absorption de l'alumine pure.

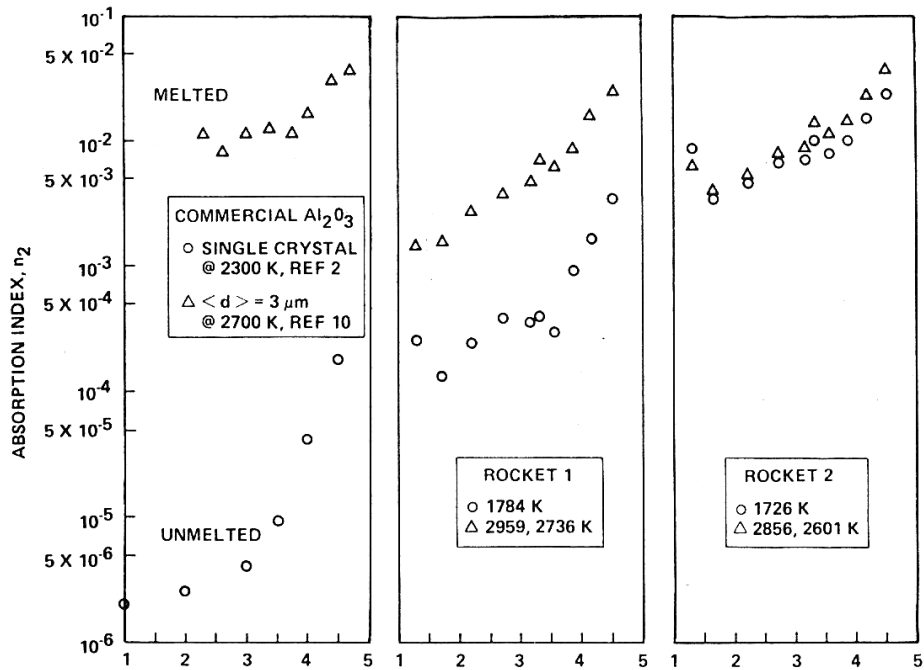


figure IV.3 – Partie imaginaire de l'indice mesurée par Konopka et al. pour diverses aluminés extraites de jets ou pure (tiré de Konopka et al. [16])

L'indice d'absorption de l'alumine liquide (les triangles dans les figures ci-dessus) varie peu avec la quantité d'impuretés présentes dans les particules. Dans cette phase, la quantité d'électrons libres dans le matériau dépend essentiellement de la température et peu de la présence d'impuretés, or, comme nous l'avons vu dans la figure IV.2, ces porteurs libres sont les principaux contributeurs à l'absorption. A l'inverse, l'indice d'absorption des particules d'alumine solides (les ronds dans les figures ci-dessus) est fortement corrélé au taux d'impuretés. Entre les particules d'alumine pure, celles de l'échantillon rocket1 et celles de l'échantillon rocket2, on mesure des indices d'absorption dans les proportions 1, 100, 1000. Dans cette expérience, on suppose qu'il n'y a que la forme cristalline stable  $\alpha$ . Sous cette phase cristalline, la quantité d'électrons libres dépend principalement des impuretés, le taux d'impuretés a ainsi une influence prépondérante sur l'absorption de ces particules solides.

Lorsque l'émission des particules est significative par rapport à celle des gaz, la modélisation du spectre infrarouge de jets de propulseurs atteint ainsi ses limites de prédictibilité avec une incertitude pouvant atteindre un ordre de grandeur. Nous verrons dans la suite comment ces résultats expérimentaux se comparent malgré tout aux calculs de Plastinin.

Les expériences de Gossé [14] quant à elles, mesurent l'influence du gaz environnant sur l'absorption de l'alumine pure. Ces mesures sont effectuées sur des billes d'alumine de pureté 99,99 %, et de diamètre 2 mm sur un banc de lévitation aérodynamique soufflant divers types de gaz. La figure IV.4 présente ces résultats pour les atmosphères oxydantes que sont  $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{O}$  et pour une atmosphère plutôt réductrice sous Noxal 2 (98% Ar –2%  $\text{N}_2$ ). Elles sont comparées aux modèles d'Anfimov et de Plastinin (phases  $\gamma$  et  $\alpha$ ) pour des températures variant de 1 600 à 2 600 K et à la longueur d'onde de 4  $\mu\text{m}$  ( $2500 \text{ cm}^{-1}$ ).

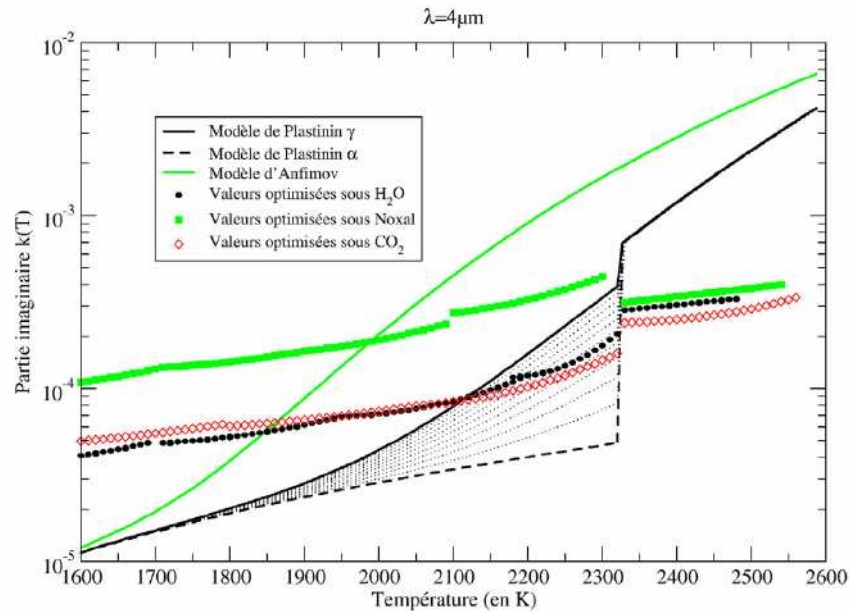


figure IV.4 – Évaluation et comparaison des valeurs de  $k$  mesurées expérimentalement avec celles issues des modèles de Plastinin et Anfimov (tiré de Gossé [14])

Ces mesures donnent des indices d'absorption de l'alumine variant d'un demi-ordre de grandeur entre les atmosphères oxydantes et réductrices, pour des températures inférieures à la température de fusion. Ces différences sont cependant inférieures à celles mesurées par Konopka en faisant varier le taux d'impuretés métalliques.

Les écarts avec les modèles de Plastinin et d'Anfimov sont du même ordre, un facteur 3 à 5, et augmentent même pour les plus hautes températures. Pour Gossé, l'écart observé pour les particules solides avec le modèle de Plastinin, provient de la formation d'aluminium métallique lors de ses propres expériences. Il préconise néanmoins le modèle de Plastinin car le comportement général de l'indice à diverses longueurs d'onde prédit par ce modèle est similaire à ses mesures.

Ce choix du modèle de Plastinin que nous avons également suivi, était aussi dicté par la prise en compte du saut d'indice lors du changement de phase solide-liquide. Cette forte variation de l'indice est en effet observée depuis longtemps ([17],[18]) et ignorée par le modèle d'Anfimov.

Sur les deux figures suivantes (figure IV.5 et figure IV.6), nous montrons les indices d'absorption tirés des mesures de Gossé et Konopka comparés à ceux obtenus par le modèle de Plastinin, en fonction de la longueur d'onde en microns. La figure IV.5 présente les indices de particules solides à des températures proches de 1 750 K. Pour les résultats du modèle Plastinin, les structures cristallines  $\gamma$  et  $\alpha$  sont représentées. La figure IV.6 montre les indices d'absorption de particules liquides pour des températures variant de 2 500 K à 2 959 K.



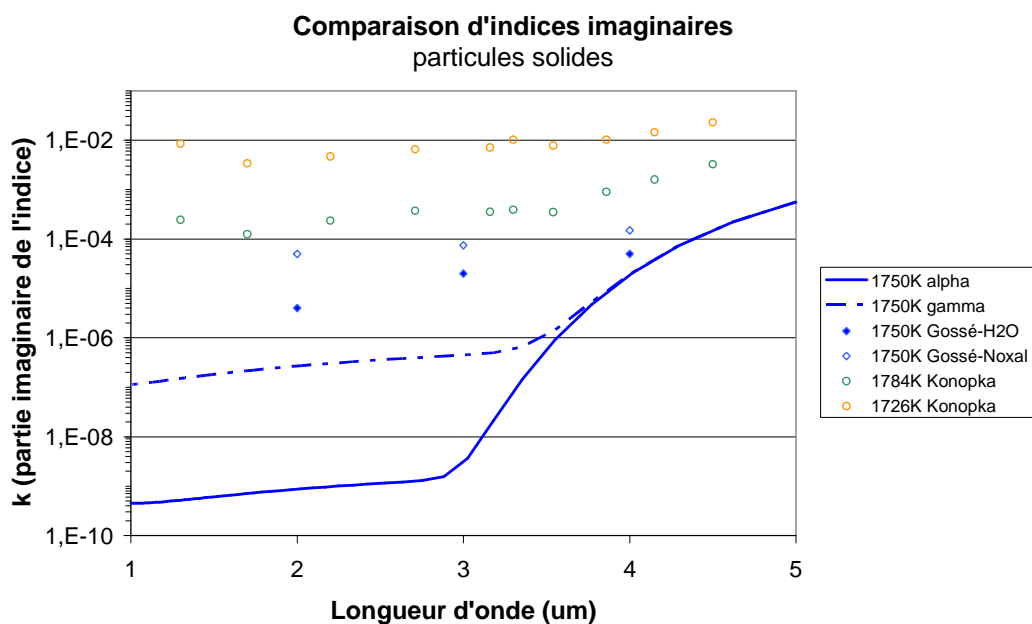


figure IV.5 – Comparaison de la partie imaginaire des indices de l'alumine en phase solide (mesures et calculs)

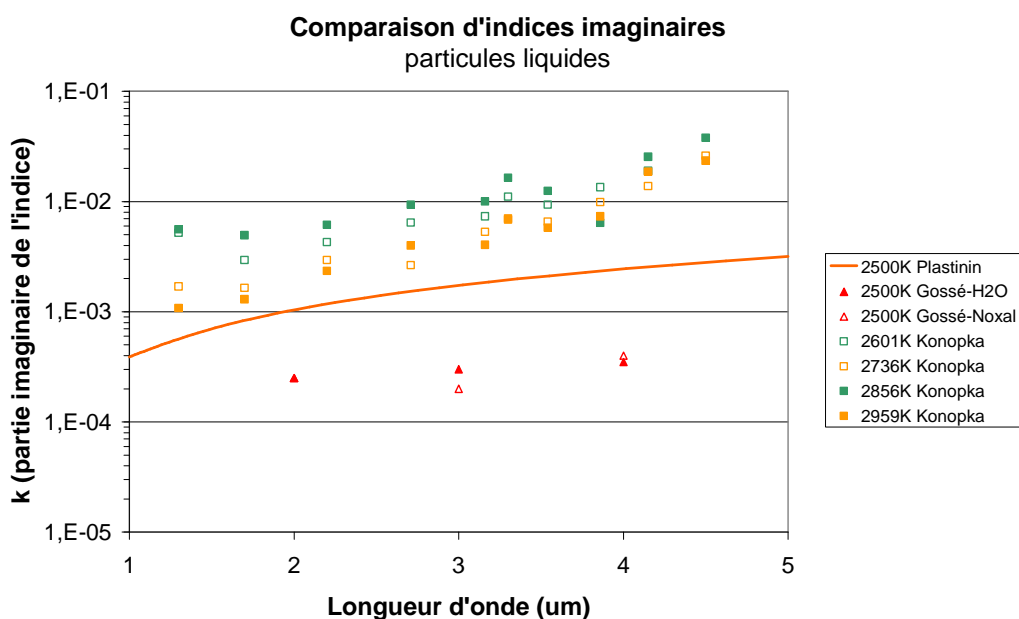


figure IV.6 – Comparaison de la partie imaginaire des indices de l'alumine en phase liquide (mesures et calculs)

Les figures ci-dessus représentent par des points les mesures expérimentales de Gossé et Konopka, tandis que les courbes sont issues du modèle de Plastinin. La figure IV.5 représentant les indices d'alumine solide, contient une courbe en trait plein pour l'alumine de phase cristalline  $\alpha$  et une courbe en pointillés pour l'alumine de phase cristalline  $\gamma$ . Sur cette figure IV.5, l'indice d'absorption est directement dépendant de la quantité d'impuretés dans les différents échantillons d'alumine. Les points jaunes correspondent à l'échantillon rocket2 de Konopka, le plus métallisé, les points verts sont issus des mesures sur l'échantillon rocket1, les losanges bleus, vides ou pleins, des expériences de Gossé pour lesquelles un peu d'aluminium est formé dans la particule d'alumine. Les courbes sont issues des corrélations de Plastinin qui représentent l'alumine pure. Comme nous l'avons vu sur la figure IV.2, la majeure partie de l'absorption dépend de la quantité de porteurs libres disponibles dans le cristal d'alumine, et cette

contribution des porteurs libres varie peu avec la longueur d'onde. Dans le cas d'une alumine contaminée par des métaux, on a considéré que le nombre de porteurs libres résultant de la présence des impuretés dépend peu de la température. Nous avons donc seuillé l'indice d'absorption modélisé par Plastinin pour rendre compte de l'absorption par ces porteurs libres issus des impuretés métalliques dans une alumine de jets de propulseurs. Ce seuil est considéré comme invariant en température et longueur d'onde. Pour le reste de cette étude, nous avons fait le choix d'un seuillage de l'indice d'absorption à  $10^{-5}$ . Cette valeur est certainement un seuil minimal pour rendre compte de la majorité des propulseurs, mais une valeur trop importante aurait favorisé l'émission des particules au détriment de celle des gaz. Or, les difficultés de modélisation du transfert radiatif auxquelles ce travail s'attaque, dépendent du couplage entre l'émission des gaz et la diffusion. Si le seuil de  $10^{-5}$  peut s'avérer faible pour nombre de propulseurs, il permet de mettre en avant les erreurs issues du couplage absorption-diffusion.

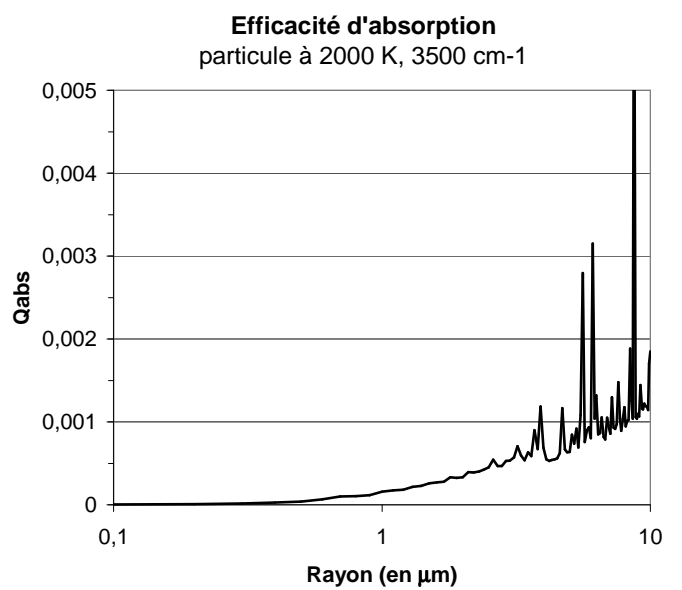
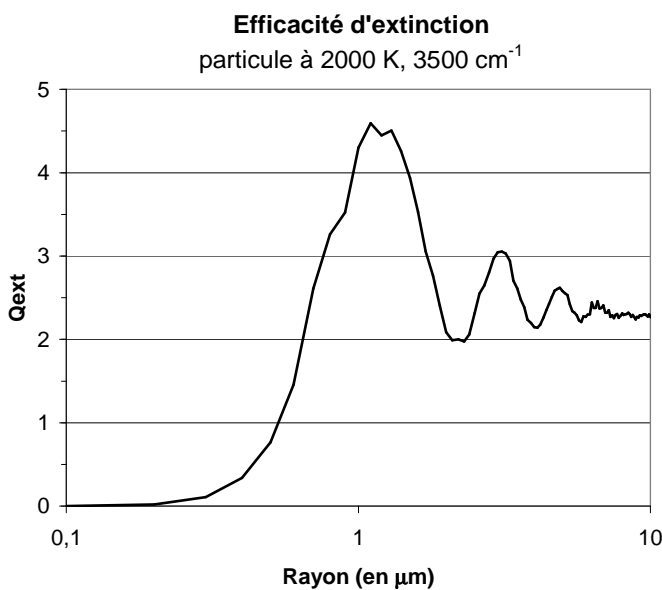
## 2.2. Calcul des propriétés optiques de l'alumine

### 2.2.1. Grandeurs optiques d'une particule

Une fois connues les parties réelle et imaginaire de l'indice de l'alumine, les propriétés optiques d'une particule peuvent être caractérisées, en première approximation, par un jeu de quatre grandeurs : les efficacités d'extinction et d'absorption (rapport entre les sections efficaces correspondantes et la section géométrique de la particule), l'albédo de diffusion simple et le paramètre d'asymétrie de la fonction de phase. Ce dernier représente la moyenne du cosinus de l'angle de diffusion :

$$g = \frac{1}{2} \int_0^\pi P(\theta) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \tag{IV.4}$$

Nous avons réalisé les calculs de ces différentes grandeurs, en utilisant la théorie de Mie, au nombre d'onde de  $3\,500\text{ cm}^{-1}$ , pour des particules sphériques dont le rayon est compris entre  $0,1$  et  $10\ \mu\text{m}$ . L'indice optique a été calculé pour une particule solide à la température de  $2\,000\text{ K}$ , dans la phase  $\alpha$ , puis pour une particule liquide à la température de  $2\,500\text{ K}$ , en utilisant les corrélations de Plastinin et un seuil à  $10^{-5}$  pour la partie imaginaire de l'indice. Les grandeurs correspondantes sont représentées sur la figure IV.7 (particule solide) et la figure IV.8 (particule liquide).



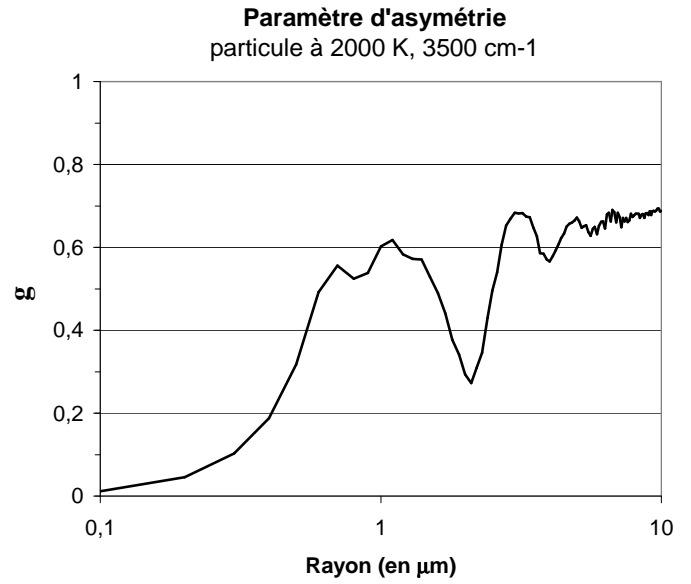
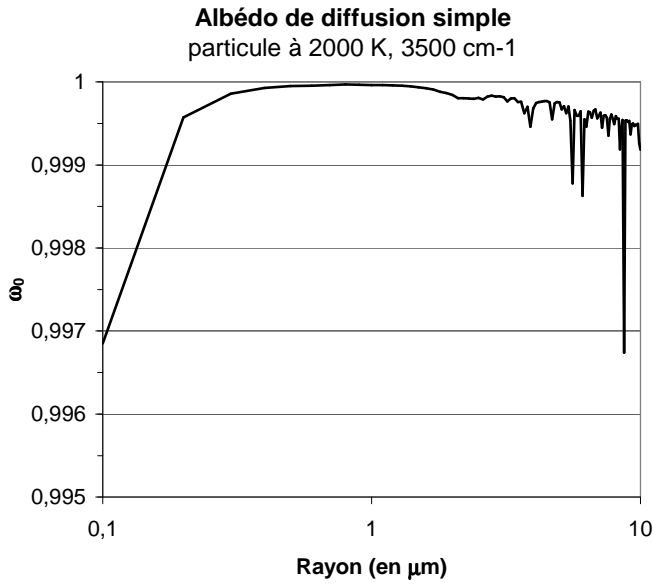
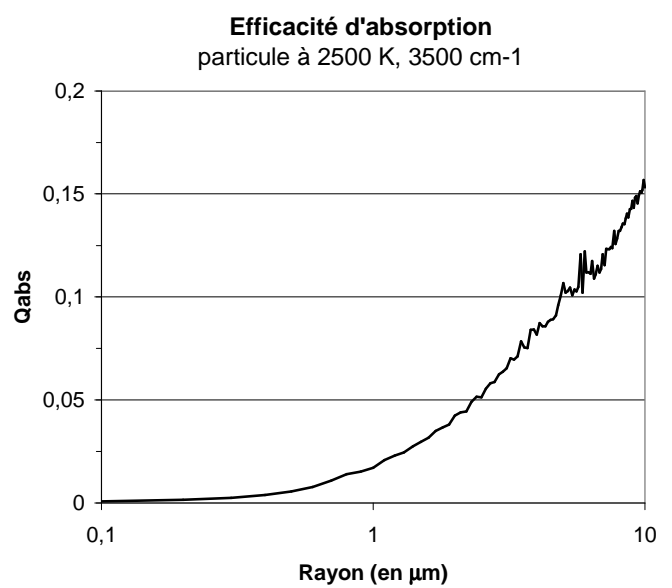
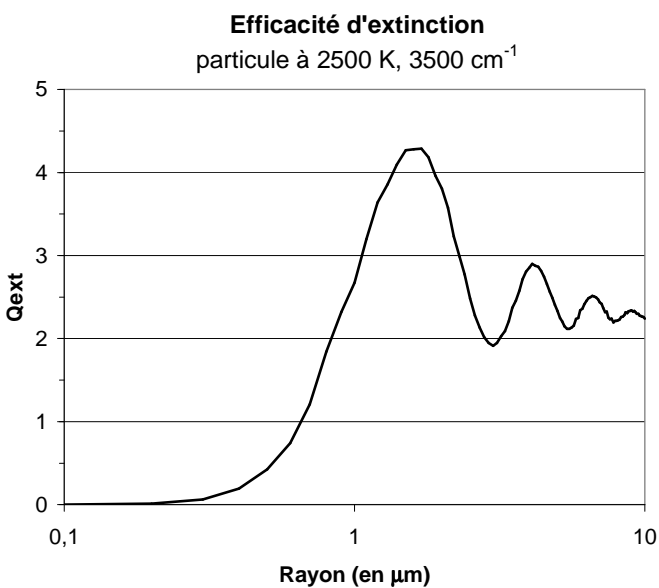


figure IV.7 – Etude paramétrique d'une particule solide de phase cristalline  $\gamma$  (2 000 K) en fonction de son rayon au nombre d'onde 3 500 cm<sup>-1</sup>

D'après ces figures, l'efficacité d'extinction est très faible pour les particules ayant un rayon inférieur à 0.5  $\mu\text{m}$  et croit très rapidement avec le rayon de la particule au-delà. Sa valeur est maximale pour une particule ayant un rayon de l'ordre de 1  $\mu\text{m}$  puis tend vers la valeur asymptotique de 2 pour les particules de grande taille devant la longueur d'onde du rayonnement. L'efficacité d'absorption augmente globalement avec le rayon de la particule. Cependant, celle-ci est inférieure à l'efficacité d'extinction d'environ trois ordres de grandeur. Les particules sont donc essentiellement diffusantes et leur albédo est proche de 1. Comme nous l'avons vu précédemment, nous avons choisi la corrélation de Plastinin pour décrire la partie imaginaire de l'indice. Or, celle-ci est mieux adaptée à l'alumine pure qu'à l'alumine polluée par des impuretés métalliques. En conséquence, nous avons tendance à sous-estimer l'absorption des particules de jets. Hormis pour les très petites particules où la diffusion s'effectue avec une égale probabilité vers l'avant et vers l'arrière, le paramètre d'asymétrie a une valeur proche de 0.5.



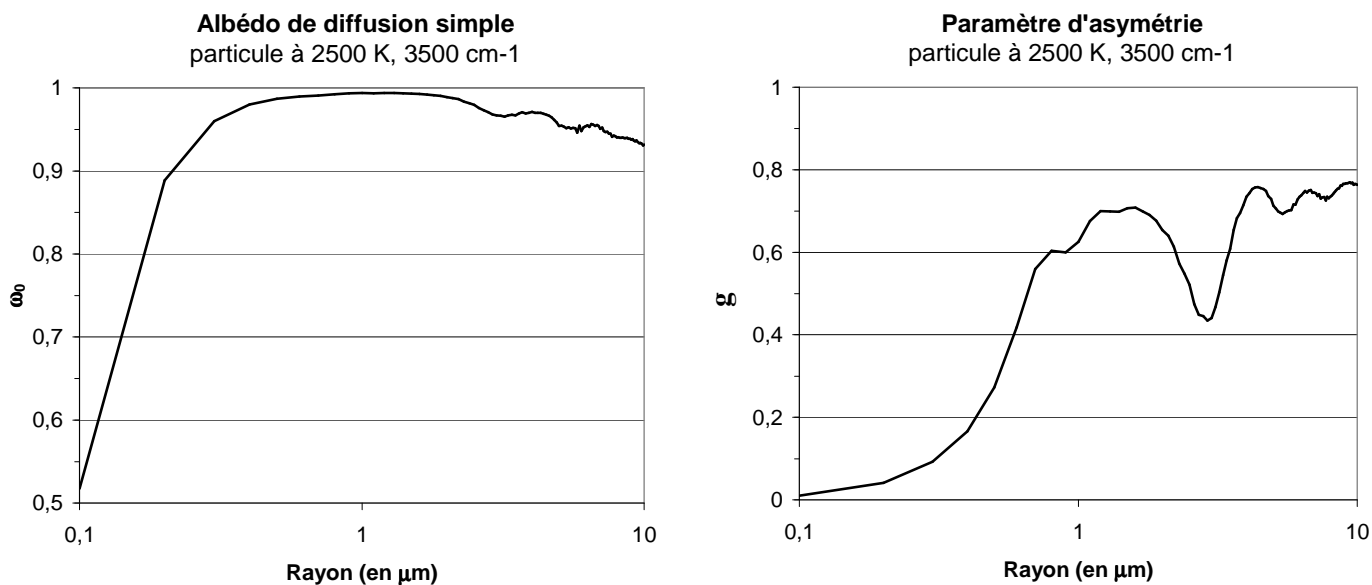


figure IV.8 - Étude paramétrique d'une particule liquide (2 500 K) en fonction de son rayon au nombre d'onde  $3\,500\text{ cm}^{-1}$

Les calculs effectués pour une particule liquide montrent des tendances similaires, hormis le fait que l'augmentation de la partie imaginaire lors du passage de l'état solide à l'état liquide, consécutive à une augmentation des porteurs libres, conduit à une légère diminution de l'albédo de diffusion simple.

### 2.2.2. Études des grandeurs optiques d'une distribution de particules

Comme nous l'avons exposé au début de ce mémoire, il n'y a pas de consensus dans la littérature sur la forme de la distribution en tailles des particules d'alumine présentes dans les jets de moteurs fusées. Les mesures réalisées à l'Onera sur un jet de propulseur composite aluminisé à l'aide d'un néphélomètre ont conclu à une distribution en volume de forme bimodale, voire trimodale si les particules étaient supposées partiellement creuses lors de l'inversion des signaux de diffusion [19]. Les calculs aérothermochimiques réalisés à l'Onera supposent que les particules peuvent être décomposées en 2, 5 ou 8 classes suivant leur taille. La figure IV.9 représente la distribution cumulée en volume déduite d'un calcul aérothermochimique du jet LP11 dans la zone de recombustion (courbe en noir). On observe clairement le caractère bimodal de cette distribution, avec un mode de rayon moyen centré sur  $0,3\ \mu\text{m}$  environ, et un mode de rayon moyen proche de  $8\ \mu\text{m}$ . Cette description de la distribution granulométrique en 8 classes n'est pas bien adaptée aux calculs des grandeurs optiques des particules. En effet, ce découpage introduit des oscillations sur la fonction de phase de diffusion, en raison du nombre trop faible de classes utilisées pour décrire la distribution. Nous avons donc effectué un redécoupage de chaque classe en dix nouvelles sous classes (courbe rouge), et calculé pour les 80 rayons correspondants, les propriétés optiques des particules à l'aide de la théorie de Mie.

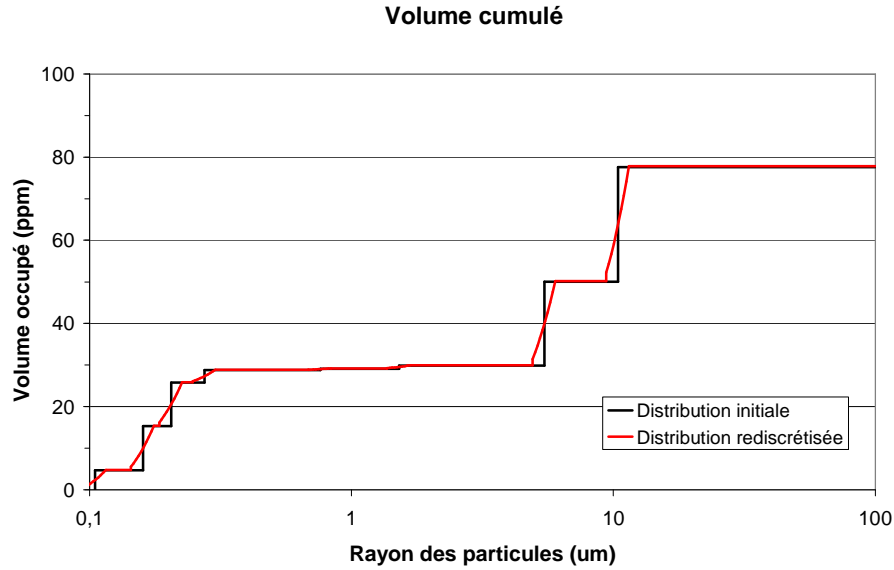


figure IV.9 – Distributions cumulées des particules en volume. Comparaison d'une distribution en 8 classes et d'une distribution rediscrétisée au centre de la zone de recombustion du jet LP11

Ce redécoupage est réalisé en chaque point du jet. Le tableau IV.3 ci-dessous recense les valeurs de différents rayons moyens et des propriétés optiques à  $3500\text{ cm}^{-1}$  (paramètre d'asymétrie, coefficient d'extinction, albédo de diffusion simple) de trois distributions granulométriques issues de calculs aérothermochimiques du jet du propulseur LP11 (sur l'axe du jet à proximité du plan de sortie de tuyère (1), sur l'axe dans la zone de recombustion (2), à la périphérie du jet dans la zone de recombustion (3)). Bien qu'aucun phénomène de rupture ou coalescence des particules ne soit pris en compte dans la modélisation aérothermochimique, la distribution granulométrique des particules dépend de la position dans le jet, en raison de la dépendance des trajectoires des particules à leur taille. Sur l'axe, les distributions granulométriques sont dominées par les plus grosses particules qui restent à une température élevée : ceci conduit à une valeur relativement faible de l'albédo de diffusion. A l'inverse, en périphérie, la distribution est dominée par les plus petites particules, ce qui conduit à diminuer leur caractère absorbant et à augmenter leur albédo de diffusion simple. De plus, tant en sortie de tuyère que dans la zone de recombustion, les particules les plus grosses sont à une température supérieure à celle des particules les plus petites. Là encore, ceci s'explique par l'inertie thermique des plus grosses particules. En conséquence, lorsque la distribution granulométrique est dominée par les grosses particules, leur caractère absorbant est renforcé par la valeur plus élevée de la température qui conduit également à une valeur plus importante de la partie imaginaire de l'indice optique.

	$d_{32}$ ( $\mu\text{m}$ )	$d_{43}$ ( $\mu\text{m}$ )	$d_{\text{moyen}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$g$	$K_{\text{ext}}$	$\omega_0$	fract. vol. (ppm)
(1) Axe ST	0,86	10,4	0,28	0,73	14,3	0,81	77,5
(2) Axe ZdR	0,41	3,37	0,28	0,54	1,95	0,80	17,6
(3) Périphérie ZdR	0,39	1,36	0,30	0,35	0,3	0,99	1,70

tableau IV.3 – Distributions granulométriques et propriétés optiques des particules du jet du propulseur LP11 à  $3500\text{ cm}^{-1}$

Afin de mieux caractériser la contribution des particules suivant leur taille, aux propriétés optiques moyennes de la distribution, nous avons tracé la distribution cumulée du coefficient d'extinction pour les trois points du jet du tableau IV.3, à  $3500\text{ cm}^{-1}$ . Sur l'axe à proximité du plan de sortie de tuyère (1), environ 80% du coefficient d'extinction provient des particules dont le rayon est supérieur à  $1\text{ }\mu\text{m}$ . A l'inverse, en périphérie de jet dans la zone de recombustion (3), environ 80% du coefficient d'extinction est dû aux particules de rayon inférieur à  $1\text{ }\mu\text{m}$ . On constate donc le rôle essentiel de la dépendance spatiale de la distribution granulométrique sur les propriétés optiques locales des particules dans le jet.

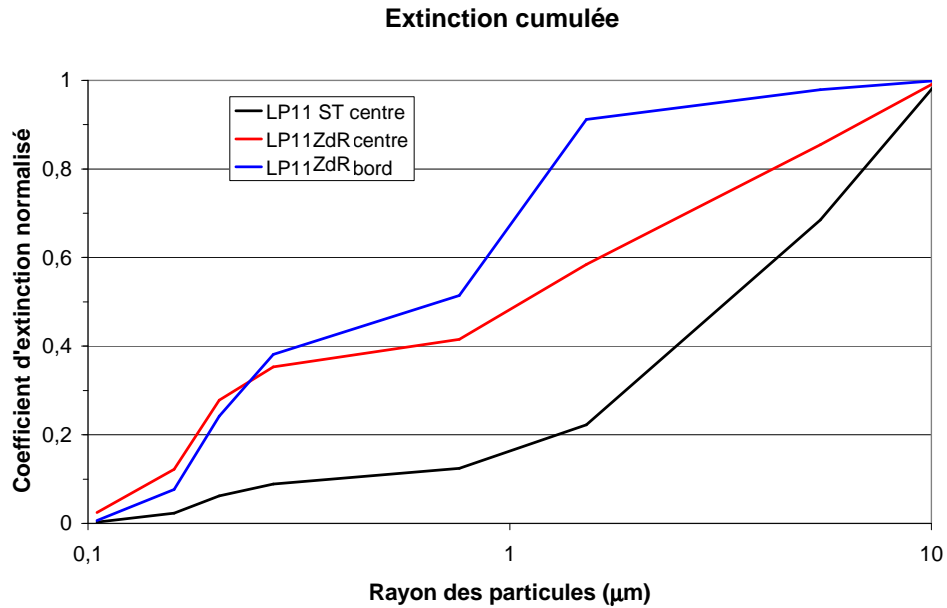
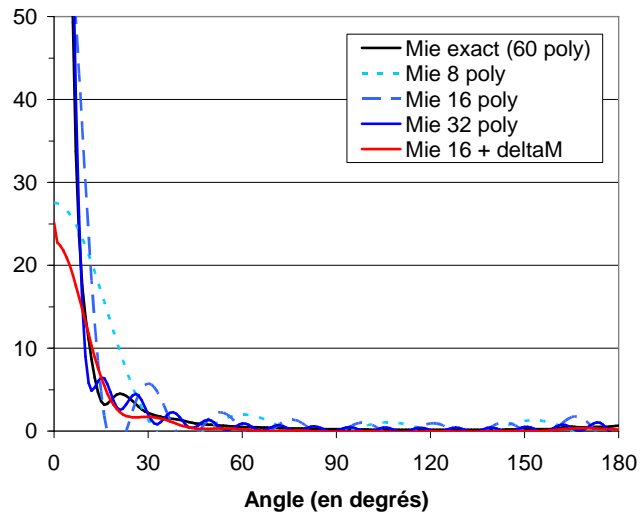


figure IV.10 – Extinction cumulée en fonction du rayon pour trois positions dans le jet du propulseur LP11 et à  $3500\text{ cm}^{-1}$

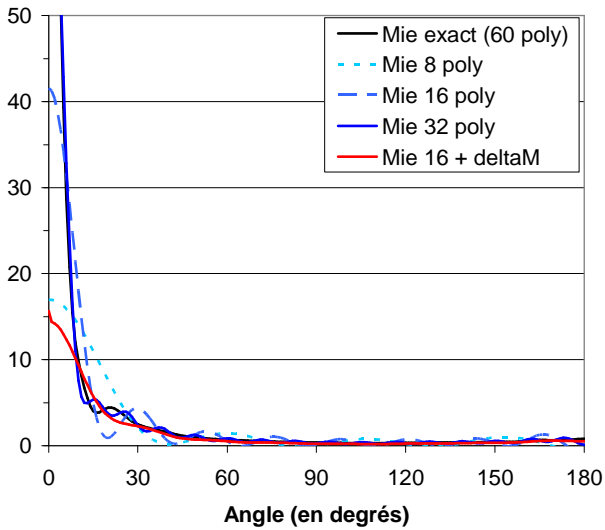
Une difficulté inhérente à la résolution de l'équation de transfert radiatif en milieu diffusant est le nombre de polynômes de Legendre nécessaires à une description correcte de la fonction de phase de diffusion. Ce nombre risque de devenir très important dans le cas d'une diffusion très pointue vers l'avant, caractéristique des particules de grand paramètre de taille. Nous avons vu que ce nombre était lié aux nombres d'harmoniques sphériques et d'ordonnées discrètes décrivant la dépendance angulaire de la luminance. Or, un choix optimal de ce nombre doit être réalisé pour être compatible avec la taille mémoire du calculateur.

Les trois figures ci-dessous montrent une comparaison de la fonction de phase de diffusion calculée suivant différentes options, aux trois points du jet et toujours à  $3500\text{ cm}^{-1}$ . La courbe dénommée « Mie exact » est le résultat du calcul de Mie effectué avec un maximum de 60 polynômes. Dans certains cas un nombre inférieur se révèle suffisant. Cependant, ce nombre est incompatible avec le calculateur que nous avons utilisé. Nous avons donc représenté la fonction de phase obtenue en ne retenant que 8, 16 ou 32 polynômes, et en utilisant la méthode Delta-M [20] (cf. annexe 1). On constate le caractère de moins en moins piqué de la fonction de phase lorsque l'on passe de la première à la troisième distribution. Cette propriété s'explique par la diminution de la taille des particules. On observe que la décomposition de la fonction de phase en seulement 8 polynômes de Legendre est incompatible avec notre problème, dans la mesure où elle introduit des valeurs négatives, pour le point situé sur l'axe à proximité du plan de sortie de tuyère (1). La décomposition en 32 polynômes est généralement acceptable. Enfin, la distribution n'utilisant que 16 polynômes avec la méthode Delta-M reste également acceptable, dans la mesure où le type de granulométrie rencontré sur l'axe dans le plan de sortie de tuyère ne constitue qu'une très petite fraction du volume total du jet. C'est cette dernière configuration que nous avons généralement utilisée par la suite, celle-ci représentant un bon compromis entre performance et ressources numériques nécessaires. De plus la méthode Delta-M permettant "d'extraire" le pic de diffusion avant de la fonction de phase, conduit à une diminution des oscillations pour les angles de diffusion élevés.

**Fonction de phase**  
LP11 Sortie de tuyère



**Fonction de phase**  
LP11 Centre Zone de recombustion



**Fonction de phase**  
LP11 Bord Zone de recombustion

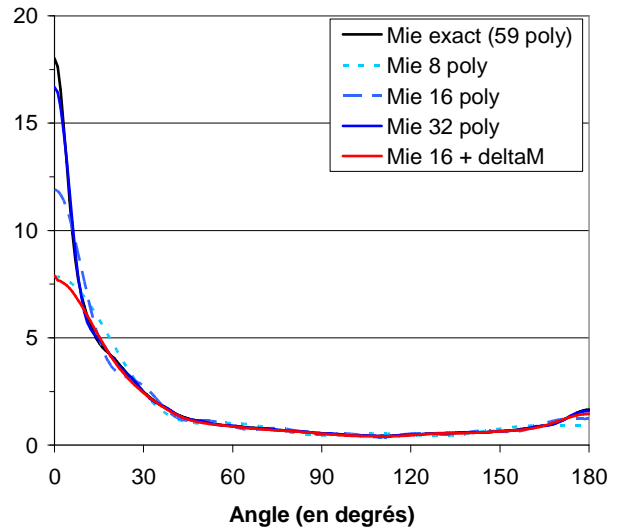


figure IV.11 – Fonctions de phase calculées par Mie pour différentes distributions du jet LP11 à  $3500\text{ cm}^{-1}$ . Courbes de Mie quasi exacte, en 8 polynômes de Legendre, 16 ou 32, et en 16 polynômes de Legendre avec méthode delta-M

### 3. PROPRIETES OPTIQUES DES GAZ

La détermination des propriétés radiatives dans l'infrarouge d'un mélange d'espèces gazeuses en équilibre thermodynamique peut se ramener à la connaissance du coefficient d'absorption. En effet, nous avons vu dans le chapitre précédent que la transmittivité et l'absorptivité d'un milieu gazeux homogène s'expriment uniquement en fonction du coefficient d'absorption du milieu. De même, la luminance issue d'un trajet homogène ou hétérogène se ramène à la connaissance du coefficient d'absorption et de la température, en chaque point du milieu. La connaissance de ces propriétés radiatives, pour la résolution de cas pratiques, revêt deux problèmes distincts. Le premier problème est d'ordre physique : il concerne la détermination des propriétés spectroscopiques des espèces moléculaires ayant des transitions dans le domaine spectral considéré. Or, ces propriétés sont intimement liées à la structure des molécules. L'absorption et l'émission de rayonnement se produisent aux nombres d'ondes correspondant aux transitions autorisées entre deux états quantiques d'énergie différentes des molécules. Ce premier problème consiste donc à modéliser le spectre d'absorption des molécules, dans la gamme de température et pression rencontrées dans les milieux concernés. Pour cela, il est nécessaire de disposer : (1) de bases de données recensant toutes les données spectroscopiques nécessaires au calcul du coefficient d'absorption, (2) d'un moyen de calcul du coefficient d'absorption, sur tout le domaine de température et pression. Le second problème est d'ordre pratique. En effet l'approche rigoureuse du calcul de la dépendance spectrale du coefficient d'absorption n'est généralement pas applicable dans des situations industrielles, en raison de la quantité de calcul qu'elle impose. Même si nous disposons aujourd'hui de bases de données spectroscopiques pour les principales molécules produites dans les milieux en combustion comme  $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{O}$ , il reste nécessaire de recourir à des approches simplifiées, en raison de la lourdeur des calculs physiques. Nous avons choisi dans cette thèse d'utiliser les modèles à bandes étroites permettant de décrire les propriétés radiatives moyennes sur un petit intervalle spectral de quelques  $\text{cm}^{-1}$ . Ces deux problèmes ont guidé la présentation retenue ici. Dans un premier temps, nous exposerons les propriétés monochromatiques du coefficient d'absorption d'un mélange d'espèces gazeuses, indépendamment de toute considération sur les temps de calculs. Puis, dans un second temps, nous exposerons les modèles de bandes que nous avons retenus pour décrire les propriétés radiatives moyennes.

#### 3.1. Propriétés du spectre d'absorption monochromatique d'un gaz

##### 3.1.1. Définition du coefficient d'absorption

Les propriétés d'absorption et d'émission des molécules en phase gazeuse résultent des transitions entre deux états caractérisés par des énergies  $E_u$  et  $E_l$  distinctes ( $E_u > E_l$ ). L'absorption de rayonnement correspond à une transition du niveau d'énergie inférieure  $E_l$  vers le niveau supérieur  $E_u$  et l'émission à la transition opposée. Dans l'infrarouge, les spectres d'absorption correspondent à des transitions entre différents niveaux de vibration rotation des molécules. Lorsque le milieu est en équilibre thermodynamique local, les populations des niveaux sont données par la loi de Boltzmann et, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, toutes les propriétés optiques du mélange gazeux comme l'émissivité, la transmittivité, et la luminance peuvent se ramener au coefficient d'absorption  $K_a(\sigma)$ . Dans un milieu hétérogène, le coefficient d'absorption dépend, en chaque point du milieu, des conditions thermophysiques locales (température, pression, fraction molaire des différentes espèces  $X_m$ ). Sa dépendance en fréquence ou nombre d'onde est extrêmement complexe, en raison du nombre élevé de niveaux d'énergie associés à chaque molécule et qui induisent un grand nombre de transitions possibles.

En prenant en compte les trois mécanismes de transitions radiatives entre deux niveaux d'énergie  $E_l$  et  $E_u$  identifiés par Einstein, puis en supposant que les populations des niveaux d'énergie  $E_l$  et  $E_u$  obéissent à la loi de Boltzmann, puis enfin en identifiant la puissance lumineuse associée à cette transition



à celle du corps noir, il est possible de mettre le coefficient d'absorption  $K_a^{lu}(\sigma)$  associé à la transition entre les deux niveaux d'énergie  $l$  et  $u$  sous la forme [22] :

$$K_a^{lu}(\sigma) = n_l B_{lu} \Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{hc\sigma}{kT}\right) \right] h\sigma \quad (IV.5)$$

où  $B_{lu}$  désigne le coefficient d'Einstein d'absorption pour la transition  $l \rightarrow u$  et  $n_l$  est le nombre de molécules par unité de volume sur le niveau d'énergie  $E_l$ .  $\Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu})$  décrit le profil de la raie associée à la transition de nombre d'onde  $\sigma_{lu} = \frac{E_u - E_l}{hc}$  et représente la densité de probabilité d'absorption au nombre d'onde  $\sigma$ . Ce profil résulte des différents mécanismes d'élargissement discutés plus bas et est normalisé

suivant la relation  $\int_{\sigma=-\infty}^{\sigma=+\infty} d\sigma \Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) = 1$ . Pour les transitions autorisées, le coefficient d'Einstein est relié au moment de transition dipolaire par la relation :

$$B_{lu} = \frac{2\pi^2}{3\epsilon_0 h^2} \frac{1}{g_l} \sum_{s_l, s_u} |\langle \psi_{s_l} | \boldsymbol{\mu} | \psi_{s_u} \rangle|^2 \quad (IV.6)$$

où  $\boldsymbol{\mu}$  désigne l'opérateur moment dipolaire, et  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide. La somme ci-dessus s'entend sur tous les états appartenant au niveau d'énergie inférieur de la transition  $E_l$  et tous les états d'énergie supérieure  $E_u$ . A l'équilibre thermodynamique, le nombre de molécules dans l'état d'énergie  $E_l$  est donné par la loi de Boltzmann :

$$n_l = \frac{ng_l \exp\left(-\frac{E_l}{kT}\right)}{Q(T)} \quad (IV.7)$$

où  $n$  est le nombre de molécules par unité de volume,  $g_l$  le nombre d'états quantiques ayant l'énergie  $E_l$  et  $Q(T) = \sum_l g_l \exp\left(-\frac{E_l}{kT}\right)$  est la fonction de partition. Dans le domaine infrarouge, la largeur des raies reste toujours très petite devant le nombre d'onde de la transition, de telle sorte que le coefficient d'absorption associé à la transition  $l \rightarrow u$  peut encore s'écrire :

$$K_a^{lu}(\sigma) = n B_{lu} \frac{g_l \exp\left(-\frac{E_l}{kT}\right)}{Q(T)} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{hc\sigma_{lu}}{kT}\right) \right] h\sigma_{lu} \Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) = n S_{lu} \Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) \quad (IV.8)$$

Le coefficient d'absorption associé à la transition  $l \rightarrow u$  se met donc sous la forme d'un produit de trois facteurs :

- le nombre de molécules absorbantes par unité de volume  $n$ ,
- l'intensité de la transition qui dépend à la fois du moment de transition, grandeur intrinsèque à la molécule, et de facteurs provenant des populations dans les deux états de la transition et dépendant de la température  $S_{lu}$ ,
- du profil de la raie et résultant des différents mécanismes d'élargissement  $\Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu})$ .

L'écriture ci-dessus permet encore d'exprimer la dépendance en température de l'intensité de la transition  $l \rightarrow u$  par rapport à une température de référence  $T_r$  sous la forme :

$$S_{lu}(T) = S_{lu}(T_r) \exp \left[ -E_l \left( \frac{1}{kT} - \frac{1}{kT_r} \right) \right] \frac{Q(T_r)}{Q(T)} \frac{1 - \exp \left( -\frac{hc\sigma_{lu}}{kT} \right)}{1 - \exp \left( -\frac{hc\sigma_{lu}}{kT_r} \right)} \quad (\text{IV.9})$$

Cette forme est directement utilisée dans les calculs raie par raie du coefficient d'absorption. Une fois défini le coefficient d'absorption associé à une transition particulière, il est possible d'étendre cette définition au spectre complet, en supposant l'hypothèse d'additivité de l'absorption due à chacune des raies. Hormis le cas spécifique des branches Q qui reste marginal pour les applications que nous considérons ici, et l'absorption pour des nombres d'ondes très éloignés des centres des raies, cette hypothèse d'additivité s'avère justifiée. Le coefficient d'absorption d'un mélange de molécules se met donc sous la forme :

$$K_a(\sigma) = \sum_m n_m \sum_r S_{m,r}(T) \Phi_{m,r,m'}(\sigma - \sigma_{m,r}) \quad (\text{IV.10})$$

Les indices  $m$  et  $r$  désignent respectivement la molécule active dans le domaine spectral considéré et le numéro de la transition. Nous avons choisi ici de définir le coefficient d'absorption en fonction du nombre de molécules par unité de volume  $n_m = \frac{X_m p}{kT}$  mais il est également possible de le définir en fonction de la pression partielle de la molécule absorbante  $p_m = X_m p$ ,  $X_m$  étant la fraction molaire de la molécule considérée.  $S_{m,r}(T)$  l'intensité de la transition et  $\Phi_{m,r,m'}(\sigma - \sigma_{m,r})$  le profil de la raie. On a fait figuré l'indice  $m'$  pour indiquer que ce profil n'est pas une quantité intrinsèque à la transition, mais qu'il dépend, au travers du mécanisme d'élargissement collisionnel, des autres gaz constituant le milieu.

### 3.1.2. Profil de raie et mécanismes perturbateurs

Le profil d'une raie d'absorption particulière  $\Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu})$  rend compte des différents mécanismes d'élargissement de la transition. Dans le cas général, cet élargissement est également accompagné d'un décalage de la raie, qui reste cependant très faible dans l'infrarouge. On peut distinguer deux types d'élargissements : ceux liés à une perturbation des états moléculaires  $l$  et  $u$ , et celui provenant du mouvement des molécules et produisant un effet Doppler. Nous supposons ici que ces deux types de perturbations sont indépendants et que le profil résultant est la convolution des profils associés à chacun d'eux. Dans ce paragraphe, nous passons en revue ces différents mécanismes perturbateurs et nous décrivons leur modélisation telle que nous l'avons retenue dans les calculs présentés dans les chapitres suivants.

L'élargissement naturel est inhérent à toute transition radiative : il provient de la durée finie des deux états mis en jeu dans la transition  $l$  et  $u$ . Ainsi, l'état d'énergie supérieure de la transition  $u$  se désexcite naturellement par émission radiative vers un ensemble d'états  $l'$  d'énergie inférieure  $E_{l'}$ . Si  $\tau_u$  désigne la durée de vie radiative de cet état, son énergie  $E_u$  n'est définie qu'avec une précision  $\Delta E_u$  qui obéit au

principe d'Heisenberg  $\tau_u \Delta E_u \geq \frac{h}{2\pi}$ . De même, l'état d'énergie inférieur est susceptible de se désexciter

par émission vers d'autres états. En conséquence son énergie possède également une incertitude  $\Delta E_{l'}$ . La prise en compte de la durée de vie radiative conduit à un profil de raie (dans le domaine fréquentiel) de forme Lorentzienne, dont la largeur à mi-hauteur (en fréquence) est la somme des inverses des durées de vie radiative des deux états. Dans le domaine infrarouge, les durées de vie radiative sont typiquement de l'ordre de la milliseconde, ce qui constitue un temps très long devant celui séparant les collisions entre molécules, dans le domaine de pression qui nous intéresse. En conséquence, l'élargissement naturel ne sera pas pris en compte dans la suite.

Lorsqu'une molécule entre en collision, ses états d'énergie sont perturbés. Les collisions élastiques conduisent à un déphasage des états propres de l'Hamiltonien, et les collisions inélastiques modifient l'état

quantique de la molécule. L'approximation d'impact suppose que la durée des collisions est très petite devant tous les autres temps caractéristiques du problème, dont le temps moyen entre deux collisions et le temps caractéristique lié au nombre d'onde auquel on souhaite déterminer le profil :  $1/c(\sigma - \sigma_{lu})$ . Dans cette approximation, les perturbations des états de la molécule se produisent instantanément et le profil est une nouvelle fois décrit par une Lorentzienne :

$$\Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma_{lu}}{\gamma_{lu}^2 + (\sigma - \sigma_{lu} - \delta_{lu})^2} \quad (IV.11)$$

$\gamma_{lu}$  est la demi largeur à mi-hauteur et  $\delta_{lu}$  est le déplacement de la raie d'absorption sous l'effet des collisions. Ces deux grandeurs dépendent à la fois de la transition  $l \rightarrow u$ , des conditions thermodynamiques, mais aussi du partenaire de collision. Loin du centre de la raie, le temps  $1/c(\sigma - \sigma_{lu})$  devient du même ordre de grandeur que la durée des collisions, et l'approximation d'impact n'est plus vérifiée. Ce cas sera examiné ci-dessous.

Lorsqu'une molécule est en mouvement, l'émission ou l'absorption du rayonnement ne se fait plus au nombre d'onde  $\sigma_{lu}$  mais à une valeur décalée par l'effet Doppler. La densité de probabilité d'absorption au nombre d'onde  $\sigma$  est donc directement reliée à la distribution de vitesse des molécules. Dans un milieu en équilibre thermodynamique local, la distribution de vitesse est donnée par la loi de Maxwell - Boltzmann. Le profil de raie présente alors une distribution gaussienne :

$$\Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) = \frac{1}{\gamma_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left\{-\ln 2 \left(\frac{\sigma - \sigma_{lu}}{\gamma_D}\right)^2\right\} \quad (IV.12)$$

où  $\gamma_D = \sigma_{lu} \sqrt{\frac{2 \ln 2 kT}{Mc^2}}$  est la demi largeur à mi-hauteur du profil Doppler. A la différence de l'élargissement par collisions, l'élargissement Doppler ne dépend pas de la nature des autres molécules. La demi largeur est proportionnelle à la racine carrée de la température et à la racine carrée de l'inverse de la masse  $M$  de la molécule active.

Les profils Lorentz et Doppler correspondent aux conditions limites où le profil de la raie d'absorption est dominé par les collisions ou par la distribution de vitesse des molécules. Lorsque ces deux mécanismes d'élargissement sont présents simultanément, le profil de la raie d'absorption, appelé profil de Voigt, est donné par la convolution des deux profils précédents :

$$\Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) = \frac{1}{\gamma_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \cdot V(x, y) \quad (IV.13)$$

$$V(x, y) = \frac{y}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-t^2)}{y^2 + (x-t)^2} dt \quad (IV.14)$$

$$x = \frac{\sigma - \sigma_{lu}}{\gamma_D} \sqrt{\ln 2} \quad y = \frac{\gamma_L}{\gamma_D} \sqrt{\ln 2} \quad (IV.15)$$

Afin d'identifier les régimes d'élargissement dans les milieux tests que nous utiliserons par la suite, nous avons utilisé une expression phénoménologique de la demi-largeur Lorentz moyenne (Hartmann [23]) pour calculer l'ordre de grandeur de l'élargissement d'une raie d'absorption de la vapeur d'eau située à l'intérieur de la bande à 2.7  $\mu\text{m}$ , pour un mélange ( $X_{H_2O} = 0.10 - X_{N_2} = 0.90$ ), en fonction de la température et de la pression du milieu :

$$\gamma_L = 0,066 \cdot \frac{P}{P_s} \left( 7 X_{H_2O} \cdot \frac{T_s}{T} + 1,2 (X_{H_2O} + X_{N_2}) \cdot \sqrt{\frac{T_s}{T}} \right) \quad (IV.16)$$

où  $\gamma_L$  est exprimé en  $\text{cm}^{-1}$ ,

$p_s$  désigne une pression de référence de 1 atm,  
 $T_s$  désigne une température de référence de 296 K.

La figure IV.12 représente les points d'égalité des largeurs de raie collisionnelle et Doppler dans un diagramme pression – température. On a également fait figurer les points pour lesquels une des deux largeurs est deux fois supérieure à l'autre. Au niveau de la mer, l'élargissement des raies de la vapeur d'eau est dominé par les collisions le long du trajet atmosphérique et dans la zone de post-combustion des jets. A l'inverse, en altitude, l'effet Doppler peut devenir le mécanisme d'élargissement dominant.

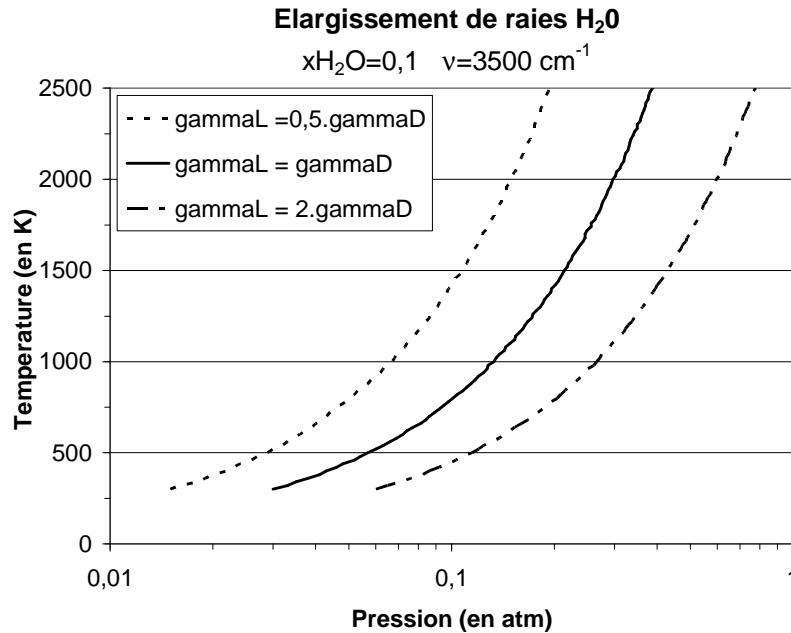


figure IV.12 – Diagramme pression-température du rapport des demi-largeurs à mi-hauteur Lorentz ( $\gamma_L$ ) et Doppler ( $\gamma_D$ ) pour un mélange H<sub>2</sub>O-N<sub>2</sub> (10% H<sub>2</sub>O) à 3500 cm<sup>-1</sup>

Le tableau IV.4 recense les ordres de grandeurs de la température, de la pression et des demi-largeurs Doppler et Lorentz de H<sub>2</sub>O à 3500 cm<sup>-1</sup>, dans les quatre cas d'application qui seront considérés par la suite.

Cas considéré	Température (K)	Pression (atm)	$\gamma_L$ (cm <sup>-1</sup> )	$\gamma_D$ (cm <sup>-1</sup> )	Régime
LP11_ST	2344	1,83	0,067	0,0094	Lorentz
LP11_ZdR	2656	0,93	0,034	0,010	Lorentz
J20_ST	1927	1,16	0,047	0,0085	Lorentz
J20_ZdR	1690	0,051	0,0025	0,0080	Doppler

tableau IV.4 – Régime d'élargissement des raies de H<sub>2</sub>O dans des cas particuliers

Le cas LP11 correspond à un propulseur au niveau de la mer tandis que le cas J20 correspond à un propulseur à 20 km d'altitude. Les termes ST et ZdR désignent la sortie de tuyère et la zone de recombustion du jet. Les valeurs indiquées sont celles que l'on retrouve au centre des jets correspondants. Dans le cas LP11, l'élargissement des raies est principalement dû aux collisions (cf figure IV.12) et cet effet s'amplifie lorsqu'on s'éloigne du centre du jet en raison de la diminution de température du centre vers la périphérie du jet. A l'inverse, le cas J20 présente un rapport des élargissements par collisions et effet Doppler qui peut favoriser soit un profil Lorentzien soit un profil Gaussien le long d'un même trajet lumineux. Dans ce cas, un profil de Voigt est le mieux adapté pour rendre compte de l'élargissement des raies.

Le profil de Voigt fait apparaître le rapport entre la demi largeur due aux collisions  $\gamma_L$  et la demi largeur due à l'effet Doppler  $\gamma_D$ . Comme la gaussienne chute beaucoup plus rapidement que la Lorentzienne lorsque l'on s'éloigne du centre de la raie, le profil de Voigt est dominé par l'effet des collisions dès que l'on s'éloigne du centre de la raie. En toute rigueur, il n'est pas possible de supposer que les deux processus d'élargissement sont indépendants. On observe alors dans des situations spécifiques un rétrécissement dénommé effet Dicke et modélisé par un profil de Galatry. Ce rétrécissement résulte de la modification du vecteur vitesse de la molécule sous l'effet des collisions. Cependant, Rivière [13] a montré que cet effet pouvait être négligé dans la majorité des cas de transfert radiatifs considérés ici.

Le calcul du profil d'absorption loin du centre des raies constitue un problème ardu. En effet, dans ce cas, l'approximation d'impact n'est plus vérifiée et le profil de Lorentz n'est plus valable. De plus, l'absorption résulte de la somme de petites contributions provenant du recouvrement de nombreuses raies. La description de ce recouvrement nécessite de prendre en compte les couplages entre raies, ce qui remet en cause l'hypothèse d'additivité du coefficient d'absorption. Ces deux effets, de durée finie des collisions et de couplage entre raies d'absorption doivent être pris en compte pour décrire l'absorption atmosphérique. En effet, on a pu constater que l'absorption atmosphérique à proximité de la tête de bande  $\nu_3$  de  $\text{CO}_2$  était plus faible que l'absorption prédite par l'addition des profils Lorentz associés à chaque transition. En pratique, ces effets seront pris en compte de manière phénoménologique, en introduisant une fonction correctrice du profil Lorentz (et donc du profil de Voigt), loin du centre des raies :

$$\Phi_{lu}^{\text{corrigé}}(\sigma - \sigma_{lu}) = \Phi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) \chi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu}) \quad (\text{IV.17})$$

La fonction correctrice  $\chi_{lu}(\sigma - \sigma_{lu})$  dépend de la molécule active, des partenaires de collision et des conditions thermodynamiques. Elle est généralement ajustée d'après des résultats expérimentaux. Le coefficient d'absorption à un nombre d'onde donné est donc décomposé en deux contributions, la première associée aux raies proches et la seconde associée aux raies lointaines.

Il existe un dernier mécanisme perturbateur à prendre en compte pour décrire correctement l'absorption du rayonnement infrarouge le long des trajets atmosphériques dans les situations de télédétection auxquelles s'intéresse cette thèse. Il s'agit de l'absorption induite par les collisions. Au cours d'une collision, chaque molécule subit une modification de son moment dipolaire, ou acquiert un moment dipolaire lorsqu'elle n'en possède pas, comme dans le cas des molécules diatomiques homonucléaires ( $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ ). En conséquence, même si ces deux molécules ne possèdent pas de transitions permises dans l'infrarouge, elles possèdent un spectre d'absorption induit par les collisions. Celui-ci doit être pris en compte pour décrire correctement la transmission atmosphérique le long de trajet dont la longueur est supérieure au km au niveau de la mer. Comme ce moment dipolaire n'apparaît typiquement que pendant la durée des collisions, celui-ci donne naissance à un spectre large ne présentant pas structures marquées, à l'inverse des transitions permises.

### 3.1.3. Approche raie par raie pour le calcul du spectre global

L'approche raie par raie consiste à calculer la transmittivité et la luminance spectrique d'un trajet hétérogène non diffusant, en sommant la contribution individuelle de chacune des raies au coefficient d'absorption. Pour cela, le trajet est découpé en  $N$  segments supposés homogènes et l'équation

$$L(\vec{s}, \Omega, \sigma) = L(\vec{s}_s, \Omega, \sigma) \exp \left\{ - \int_0^{|\vec{s} - \vec{s}_s|} K_{abs}(\vec{s} - s' \vec{\Omega}, \sigma) ds' \right\} + \int_0^{|\vec{s} - \vec{s}_s|} K_{abs}(\vec{s} - s' \vec{\Omega}, \sigma) L_{bb}(\vec{s} - s' \vec{\Omega}, \sigma) \exp \left\{ - \int_0^{s'} K_{abs}(\vec{s} - s'' \vec{\Omega}, \sigma) ds'' \right\} ds' \quad (\text{IV.18})$$

est intégrée le long de la ligne de visée.

L'équation discrétisée peut donc s'écrire sous la forme :

$$L_{colonne}(\sigma) = L_N(\sigma) \prod_{k=1}^N \tau_k + \sum_{k=1}^N (1 - \tau_k) L_{bb,k}(\sigma) \tau_{k-1 \rightarrow 1} \quad (\text{IV.19})$$

$$L_{colonne}(\sigma) = L_N(\sigma) \prod_{k=1}^N \tau_k + \sum_{k=1}^N \left\{ (1 - \tau_k) L_{bb}(k, \sigma) \prod_{k'=1}^{k-1} \tau_{k'} \right\}$$

où  $\tau_k = \exp\{-K_{abs}(k, \sigma)l_k\}$  désigne la transmittivité du segment  $k$ . L'observateur est placé à l'extrémité du segment 1 et le milieu peut éventuellement être éclairé à son autre extrémité (segment  $N$ ) par un rayonnement de luminance  $L_N(\sigma)$ . Le calcul raie par raie de la luminance du trajet hétérogène se ramène donc au calcul local du coefficient d'absorption  $K_{abs}(k, \sigma)$  associé à chaque segment  $k$ . Pour l'évaluer, nous avons utilisé l'approche développée par Pierrot [24] et par Ibgui [25],[26]. Celle-ci repose sur les équations (IV.8) à (IV.15), et sur l'utilisation de trois optimisations : (1) le pré calcul du profil de Voigt, (2) l'utilisation d'un pas spectral variable pour le calcul de la contribution d'une raie au coefficient d'absorption, (3) la sélection des raies en fonction de leur contribution au coefficient d'absorption. Le pré calcul du profil consiste à réaliser une table de la fonction de Voigt donnée par l'équation (IV.14) en fonction des deux variables  $x$  et  $y$  de l'équation (IV.15). La table est construite de telle sorte que l'erreur maximale résultant d'une interpolation ultérieure à partir de cette table soit inférieure à un critère fixé [25]. L'utilisation d'un pas spectral variable est basée sur le fait que la dépendance spectrale du profil de Voigt diminue dès que l'on s'éloigne du centre de la raie. En conséquence, il est possible de relâcher le pas spectral, et d'effectuer ensuite une interpolation linéaire du profil de Voigt, pour les points qui n'ont pas été calculés. On obtient ainsi un maillage à grilles spectrales multiples qui permet de diminuer la quantité de calculs à réaliser. Enfin, pour les trajets hétérogènes présentant des températures maximales typiques des milieux en combustion, il existe un nombre considérable de raies qui contribuent potentiellement au coefficient d'absorption (plusieurs centaines de milliers, voire des millions). Cependant, toutes ces raies n'ont pas le même poids dans leur contribution au coefficient d'absorption. Ceci est particulièrement vrai dans les problèmes de signatures dans la mesure où un même trajet contient à la fois des segments à température élevée nécessitant la prise en compte des raies « chaudes », et des trajets atmosphériques où la contribution de ces raies au coefficient d'absorption est totalement négligeable. La méthode que nous avons utilisée ici a été mise au point par L. Ibgui et est basée sur un critère d'erreur maximale sur le coefficient d'absorption. Nous reportons le lecteur à la référence [25] pour plus de détails sur cette approche.

Les données spectroscopiques des molécules nécessaires aux calculs raie par raie ont été extraites de différentes sources. Pour les positions et intensités des raies de la vapeur d'eau, nous avons repris la base de données construite à l'Onera [1], à partir des bases HITRAN [27] [28], HITEMP et des calculs réalisés par Partridge et Schenwke [29]. La base de données a été construite en partant des transitions contenues dans HITRAN, puis en ajoutant les raies appartenant à la base HITEMP absentes de HITRAN, puis en complétant de même avec les transitions calculées par Partridge et Schwenke. Pour cela, chaque transition appartenant à un isotope particulier de la vapeur d'eau est repérée par ses nombres quantiques de vibration et rotation. Cette procédure de sélection des raies permet de s'assurer de la compatibilité de nos calculs pour des trajets atmosphériques avec ceux effectués à l'aide de la base HITRAN uniquement. Compte tenu du nombre de raies contenues dans la base de Partridge et Schwenke (environ  $150 \cdot 10^6$  raies dans le domaine infrarouge), une pré sélection des raies a été réalisée avant la concaténation des différentes bases. La base résultante a ainsi été dimensionnée afin de permettre des calculs à moyenne résolution spectrale, pour des trajets contenant des segments dont la température atteint 3000 K. Bien que la base soit utilisée pour réaliser des calculs raie par raie, ces calculs ne sont pas valables à haute résolution spectrale, compte tenu des erreurs commises sur les positions des raies chaudes. Ils peuvent néanmoins être utilisés pour construire les modèles de bandes.

Pour les nombres d'ondes et intensités des transitions du dioxyde carbone, nous avons utilisé la base de données calculées par Scutaru au Laboratoire EM2C de l'Ecole Centrale de Paris [6],[30]. Ces données ont été complétées avec les coefficients d'élargissement collisionnel issus de Delaye [7].

La figure IV.13 présente un exemple de l'évolution avec le nombre d'onde du coefficient d'absorption de la vapeur d'eau à différentes températures. Le spectre a été dégradé ce qui ne permet pas de distinguer chaque raie individuellement. Cette figure montre cependant clairement l'apparition des raies « chaudes » sur le spectre d'absorption à 3000 K, raies absentes du spectre calculé à 300 K.

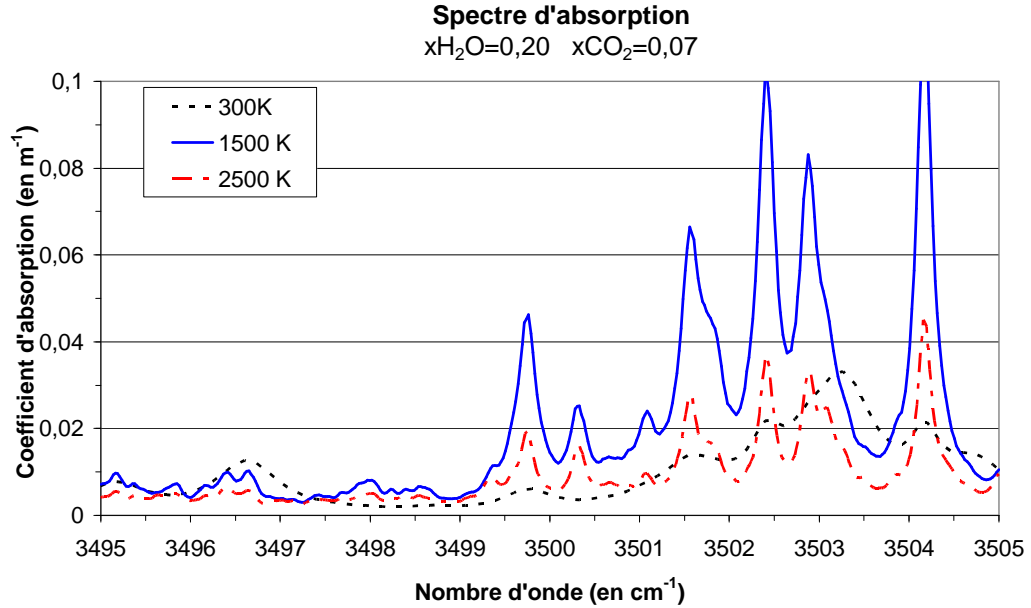


figure IV.13 – Spectre d'absorption d'un mélange H<sub>2</sub>O (20%) – CO<sub>2</sub> (7%)- N<sub>2</sub> (77%) à pression atmosphérique et pour différentes températures.

### 3.2. Modèles de bande en milieu homogène

À pression atmosphérique, le profil d'absorption des gaz de combustion est constitué de raies dont la largeur à mi-hauteur est inférieure au dixième de cm<sup>-1</sup>. Or, pour de nombreuses applications, une telle précision est loin d'être nécessaire. C'est le cas pour la modélisation de signatures infrarouges, où la précision recherchée est généralement de l'ordre de la dizaine de cm<sup>-1</sup>. Des modèles ont été développés afin de calculer des absorptions moyennes à des échelles bien plus grandes que celle des raies individuelles. Ces modèles sont appelés modèles de bande et nous nous intéressons ici plus précisément à ceux nommés modèles statistiques à bandes étroites (Statistical Narrow Band models) qui correspondent le mieux à nos échelles spectrales.

Dans un premier temps, nous nous intéresserons aux modèles qui s'appliquent à des milieux homogènes [8],[22]. Non seulement ce sont les premiers modèles SNB, mais leur utilisation est encore omniprésente.

Leur but est de calculer des transmittivités intégrées sur une bande de nombre d'onde comprise entre  $\sigma$  et  $\sigma + \Delta\sigma$ , en fonction de l'épaisseur  $l$  du milieu :

$$\overline{\tau(l)} = \frac{1}{\Delta\sigma} \int_{\sigma}^{\sigma+\Delta\sigma} \tau_{\sigma'}(l) \cdot d\sigma' \quad (IV.20)$$

Ils s'appuient sur deux hypothèses statistiques fondamentales.

- La première selon laquelle les positions des  $N$  raies comprises dans une bande  $\Delta\sigma$  donnée sont distribuées aléatoirement et que ces raies ont toutes la même largeur à mi-hauteur.
- De ceci, on peut établir une expression pour la transmittivité moyenne (valeur limite pour  $N \rightarrow \infty$ ),

$$\overline{\tau(l)} = \exp\left(-\frac{\overline{W(l)}}{\delta}\right) \quad (IV.21)$$

où  $\overline{W(l)}$  est la largeur de raie noire équivalente moyenne sur cette bande,  $\overline{W(l)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i(l)$

et  $\delta = \frac{\Delta\sigma}{N}$ , l'écart moyen entre deux raies.

- La seconde hypothèse suppose que les intensités  $S$  des raies sur une bande suivent une loi de distribution continue  $P(S)$ .

Diverses lois de distribution ont été proposées, mais nous considérons ici la loi inverse exponentielle tronquée de Malkmus, généralement utilisée :

$$P(S) = \frac{1}{S \cdot \ln R} \cdot \left[ \exp\left(-\frac{S}{Sm}\right) - \exp\left(-\frac{R \cdot S}{Sm}\right) \right] \quad (IV.22)$$

où  $R$  est un paramètre considéré comme grand et, pour assurer la normalisation de cette fonction,  $Sm = \frac{\bar{S} \cdot R \cdot \ln R}{R-1}$

Connaissant le profil d'une raie isolée (Lorentz ou Doppler), ces deux hypothèses permettent d'obtenir des expressions de la transmittivité moyenne.

Pour un régime de raies Lorentz [8],

$$\frac{\overline{W_L(l)}}{\delta} = \frac{\overline{\beta_L}}{\pi} \left( \sqrt{1 + \frac{2\pi \cdot \bar{k} \cdot X \cdot p \cdot l}{\overline{\beta_L}} - 1} \right) \quad (IV.23)$$

où  $\bar{k}$  est l'intensité moyenne des raies pondérée par  $\delta$ ,  $\bar{k} = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i$

et  $\overline{\beta_L}$ , appelé paramètre de forme vaut :  $\overline{\beta_L} = \frac{2\pi \cdot \overline{\gamma_L}}{\delta}$

avec  $\overline{\gamma_L}$ , la demi-largeur moyenne,  $\overline{\gamma_L} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma_{L,i}$

$$\overline{\delta}, \text{ un paramètre tel que } \overline{\delta} = \delta \cdot \frac{\left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \right) \cdot \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma_i \right)}{\left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{S_i \cdot \gamma_i} \right)^2}$$

Pour un régime de raies Doppler [31], [13],

$$\frac{\overline{W_D(l)}}{\delta} = \frac{\gamma'_D}{\pi \cdot \delta} \cdot H\left(\frac{\pi \cdot \bar{k} \cdot \delta \cdot X \cdot p \cdot l}{\gamma'_D}\right) \quad (IV.24)$$

où  $H$  est la fonction définie par

$$H(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \ln(1 + ye^{-\xi^2}) d\xi \quad (IV.25)$$

et  $\gamma'_D$  est tiré de la largeur à mi-hauteur doppler par l'expression,  $\gamma'_D = \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} \cdot \gamma_D$ .

Enfin pour un régime de raies Voigt [32], [13],

$$\overline{W_V} = \sqrt{\overline{W_L}^2 + \overline{W_D}^2 - \left( \frac{\overline{W_L} \cdot \overline{W_D}}{\bar{k} \cdot X \cdot P \cdot l} \right)} \quad (IV.26)$$



Tout l'intérêt de ces modèles de bande réside dans la paramétrisation possible des paramètres  $\bar{k}$  et  $\bar{\delta}$  en fonction de la température et de la bande spectrale. Il est alors possible de précalculer et de tabuler ces valeurs à l'avance et d'obtenir très rapidement des transmittivités moyennes. Les résultats les plus précis sont même obtenus à partir de paramètres optimisés après ajustements sur des calculs de transmittivités moyennes calculées à haute résolution. Les calculs effectués par la suite s'appuient sur les paramètres de bande ajustés calculés par Perez et al. [15] dans le cas de régime de raies Lorentz et sur des paramètres de bande non ajustés dans le cas de régime de raies Doppler, comme discuté par Rivière [34].

Sur un milieu homogène, on peut donc obtenir avec une bonne précision, la dépendance en épaisseur de la transmittivité moyenne, et ceci, pour une large variété de température et de pression qui correspondent aux conditions observées dans les jets. Malheureusement, sur un trajet hétérogène de longueur  $l$ , la transmittivité du parcours complet ne se rapproche pas forcément du produit des transmittivités moyennes de parcours élémentaires homogènes de longueurs  $l_j$ .

$$\overline{\tau_{complet}(l)} \neq \prod_j \overline{\tau_j(l_j)} \quad (IV.27)$$

Il faut tenir compte des termes de corrélations spectrales, et c'est ce que proposent les méthodes SNB en milieu hétérogène.

### 3.3. Modèles de bande en milieu hétérogène

Dans le cas d'un trajet hétérogène en température, en pression et en composition gazeuse, on ne peut plus appliquer directement les modèles SNB homogènes qui présupposent un spectre d'absorption uniforme le long du trajet. L'approximation de Curtis-Godson [9],[10],[11] permet de calculer des paramètres de bande équivalents aux paramètres de bande cités dans le paragraphe précédent, sur un trajet hétérogène, au prix d'hypothèses simplificatrices sur le comportement du profil d'absorption.

Tout d'abord, ces approximations ne peuvent s'appliquer rigoureusement que dans le cas de raies lorentziennes. Nous verrons par la suite les problèmes causés par les profils Doppler. Pour une raie Lorentz isolée, on peut écrire formellement la largeur noire équivalente sur un trajet hétérogène de longueur  $l$ .

$$W_L(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^l \frac{x(s) \cdot p(s) \cdot k(s) \cdot \gamma_L(s)}{\sigma^2 + \gamma_L^2(s)} ds \right] \right\} d\sigma \quad (IV.28)$$

La première hypothèse de Godson suppose alors l'existence de paramètres équivalents  $k_e$  et  $\gamma_e$  permettant de remplacer l'intégration spatiale dans l'équation précédente, par une lorentzienne telle que :

$$W_L(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ 1 - \exp \left[ \frac{k_e(l) \cdot \gamma_{Le}(l)}{\sigma^2 + \gamma_{Le}(l)^2} \right] \right\} d\sigma \quad (IV.29)$$

Les passages aux limites optiquement mince et optiquement épaisse des équations (IV.20) et (IV.21) permettent alors d'identifier ces paramètres sous les formes :

$$k_e(l) = \int_0^l x(s) \cdot p(s) \cdot k(s) \cdot ds \quad (IV.30)$$

$$\gamma_{Le}(l) = \frac{1}{k_e} \cdot \int_0^l x(s) \cdot p(s) \cdot k(s) \cdot \gamma_L(s) \cdot ds \quad (IV.31)$$

Dans le cas d'un modèle statistique à bandes étroites comme celui suivant une loi de distribution de Malkmus (cf. équation (IV.23)), on peut agir de même et chercher les paramètres équivalents  $\overline{k_e}$  et  $\overline{\beta_{Le}}$  permettant d'exprimer la largeur noire équivalente moyenne sous la forme :

$$\frac{\overline{W_L}(l)}{\delta} = \frac{\overline{\beta_{Le}}(l)}{\pi} \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{2\pi\overline{k_e}(l)}{\overline{\beta_{Le}}(l)}} - 1 \right) \quad (IV.32)$$

Le passage à la limite optiquement mince permet bien d'obtenir la valeur de  $\overline{k_e}$  :

$$\overline{k_e}(l) = \int_0^l x(s) \cdot p(s) \cdot \overline{k}(s) \cdot ds \quad (IV.33)$$

où les  $\overline{k}$  sont les paramètres de bande en milieu homogène de l'équation (IV.23).

Par contre, le passage à la limite optiquement épaisse donne une expression trop compliquée pour  $\overline{\beta_{Le}}$ . Sa simplification fait intervenir la seconde hypothèse de Godson, l'hypothèse de séparabilité, qui impose principalement que toutes les intensités des raies d'une bande varient de la même façon avec la température. Cette hypothèse autorise la simplification mais se révèle fautive, puisque la variation d'intensité d'une raie avec la température dépend de l'énergie  $E_1$  du niveau bas de la transition associée. Certaines raies dites « chaudes » ( $E_1$  correspondant à une température élevée) dominent ainsi le spectre d'absorption à haute température, tandis que d'autres dites « froides » ( $E_1$  correspondant à une température faible) dominent ce spectre à basse température. Cette hypothèse n'est donc valide que pour des trajets relativement homogènes en température. On obtient alors, avec la seconde hypothèse de Godson, l'expression suivante :

$$\overline{\beta_{Le}}(l) = \frac{1}{\overline{k_e}(l)} \int_0^l x(s) \cdot p(s) \cdot \overline{k}(s) \cdot \overline{\beta_L}(s) \cdot ds \quad (IV.34)$$

où les  $\overline{\beta_L}$  sont les paramètres de bande en milieu homogène de l'équation (IV.23).

Dans le cas de profil Doppler, Young [12] obtient de même un résultat similaire au cas homogène,  $\frac{\overline{W_D}(l)}{\delta}$  avec des paramètres équivalents  $\overline{k_e}$  et  $\gamma_{De}$ , mais avec une limite optiquement épaisse complexe.

Il est ainsi possible de modéliser la transmittivité de gaz le long d'un trajet hétérogène. Deux limitations sont toutefois à signaler. Tout d'abord, ces modèles ont été développés autour de profils lorentzien, et leur utilisation sur des profils gaussiens est donc à manier avec précaution. Mais surtout, ils s'appuient sur une hypothèse de séparabilité qui suppose un milieu assez homogène en température.

### 3.4. Gaz fictifs

Dans le cas de milieux à forts gradients de température, la seconde hypothèse de Curtis-Godson est mise en défaut et la précision de ces modèles se dégrade, comme montré par Rivière et al. [35]. L'approche multi-groupes de Ludwig et al. [1], ou approche en gaz fictifs [36], se propose d'améliorer les résultats obtenus par les modèles de bandes avec les approximations de Curtis-Godson. Les raies de chaque molécule étudiée sont distribuées dans  $N$  groupes, en fonction de l'énergie de leur niveau inférieur. Chacun de ces groupes peut être considéré comme le spectre d'un gaz fictif indépendant des autres. Ainsi, toutes les raies d'un même gaz fictif ont un comportement similaire en fonction de la température, et l'hypothèse de séparabilité redevient valide. Cette méthode requiert cependant  $N$  fois plus de paramètres de bandes pour chacun des gaz considérés. Dans la suite, nous avons utilisé cette approche pour le seul spectre de  $H_2O$ , à l'aide des paramètres de bandes calculés à l'ONERA pour 5 gaz fictifs, dont les classes d'énergie sont suggérées par Rivière [34].

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] C.B Ludwig, W. Malkmus, J.E. Reardon, J.A.L. Thomson  
*Handbook of infrared radiation from combustion gases*  
NASA SP-3080, Marshall Space Flight Center, Huntsville, Alabama, 1973
- [2] L.A. Dombrovsky  
*Possibility of determining the dispersed composition of a two-phase flow from small angle light scattering*  
High temperature (traduction de Teplofizika Vysokikh Temperatur), vol. 20, pp 472-479, 1982
- [3] N.A. Anfimov, G.F. Karabadjak, B.A. Khmelinin, Y.A. Plastinin, A.V. Rodionov  
*Analysis of mechanisms and nature of radiation from aluminium oxide in different phase states in solid rocket exhaust plumes.*  
28<sup>th</sup> AIAA Thermophysics Conference, AIAA-93-2818, Orlando, 1993
- [4] Y.A. Plastinin, H. Sipatchev, G. Kharabadzak, B. Khmelinin, A. Khlebnikov, Y. Shishkin  
*Influence of alumina particles' phase transition on its radiation in the middle infrared and ultraviolet regions of spectrum*  
38<sup>th</sup> AIAA Aerospace sciences meeting & exhibit, AIAA-2000-0735, Reno, 2000
- [5] R.A. Reed  
*Review of aluminium oxide rocket exhaust particles.*  
28<sup>th</sup> AIAA Thermophysics Conference, AIAA-93-2819, Orlando, 1993
- [6] D. Scutaru  
*Études théorique et expérimentale des propriétés spectroscopiques approchées de CO<sub>2</sub> à température élevée.*  
Thèse de doctorat, École centrale de Paris, 1994
- [7] C. Delaye  
*Calcul des coefficients d'élargissement des raies de H<sub>2</sub>O et exploitation expérimentale d'intensité de raies de CO<sub>2</sub> à haute température dans le domaine infrarouge. Applications.*  
Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, 1990
- [8] W. Malkmus  
*Random Lorentz band model with exponential-tailed S<sup>-1</sup> line-intensity distribution function.*  
J. Opt. Soc. Ame., vol. 57, pp 323-329, 1967
- [9] A.R. Curtis  
*Contribution to a discussion of 'A statistical model for water vapour absorption' by R.M. Goody*  
Q.J.R. Met. Soc., vol. 78, pp 638-640, 1952
- [10] W.L. Godson  
*The evaluation of infra-red radiative fluxes due to atmospheric water vapour*  
Q.J.R. Met. Soc., vol. 79, pp 367-379, 1953
- [11] G.H. Lindquist, F.S. Simmons  
*A band model formulation for non uniform paths*  
JQSRT, vol.12, pp 807-820, 1972
- [12] S.J. Young  
*Nonisothermal Band model theory*  
JQSRT, vol. 18, pp 1-28, 1977
- [13] P. Rivière  
*Modélisation des propriétés radiatives de la vapeur d'eau à haute température. Application à*

- la signature infrarouge.*  
Thèse de doctorat, École Centrale de Paris, 1994
- [14] S. Gossé  
*Caractérisations morphologiques et radiatives des alumines issues de la combustion du propergol. Application au transfert radiatif des jets.*  
Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2004
- [15] P. Perez, A. Boischot, L. Ibgui., A. Roblin  
*A spectroscopic database for water vapor adapted to spectral properties at high temperature, and moderate resolution.*  
JQSRT, vol. 103, pp 231-244, 2007
- [16] W.L. Konopka, R.A. Reed, V.S. Calia  
*Measurements of infrared optical properties of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> rocket particles.*  
18<sup>th</sup> AIAA Thermophysics conference, AIAA-83-1568, Montreal, 1983
- [17] D.A. Gryvnak, D.E. Burch  
*Optical and infrared properties of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> at elevated temperatures.*  
J. Opt. Soc. Ame., vol. 55, pp 625-629, 1965
- [18] J.M. Adams  
*A determination of the emissive properties of a cloud of molten alumina particles*  
JQSRT, vol. 7, pp 273-277, 1967
- [19] S. Gossé, L. Hespel, P. Gossart, A. Delfour  
*Morphological characterization and particle sizing of alumina particles in solid rocket motor*  
JPP, vol. 22, pp 127-135, 2006
- [20] W.J. Wiscombe  
*The delta-M method: rapid yet accurate radiative flux calculations for strongly asymmetric phase functions*  
J. Atm. Sc., vol. 34, pp 1408-1422, 1977
- [21] D.L. Parry, M.Q. Brewster  
*Optical constants and size of propellant combustion aluminum oxide (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) smoke.*  
24<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, AIAA-88-3350, Boston, 1988
- [22] R.M. Goody, Y.L. Yung  
*Atmospheric radiation*  
Oxford University Press, 1989
- [23] J.M. Hartmann, R. Levi Di Leon, J. Taine  
*Line-by-line narrow-band statistical model calculations for H<sub>2</sub>O*  
JQSRT, vol.32, pp 119-127, 1984
- [24] L. Pierrot  
*Développement, étude critique et validation de modèles de propriétés infrarouges de CO<sub>2</sub> et H<sub>2</sub>O à haute température. Application au calcul des transferts dans des chambres aéronautiques et à la télédétection*  
Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 1997
- [25] L. Ibgui  
*Étude de spectres infrarouges pour des applications de télédétection*  
Thèse de doctorat, Université de Paris XI-Orsay, 2000
- [26] L. Ibgui, J.M. Hartmann  
*An optimized line by line code for plume signature calculations—I: model and data*  
JQSRT, vol.75, pp 273-295, 2002
- [27] L.S. Rothman et al.  
*The HITRAN molecular spectroscopic database: edition of 2000 including updates through*

2001

JQSRT, vol. 82, pp 5-44, 2003

- [28] L.S. Rothman, R.B. Wattson, R.R. Gamache, J. Schroeder, A. McCann  
*HITRAN HAWKS and HITRAN High-temperature molecular database*  
SPIE : The Int. Soc. Opt. Eng., vol. 2471, pp 105-111, 1995
- [29] H. Partridge, D.W. Schwenke  
*The determination of an accurate isotope dependent potential energy surface for water from extensive ab initio calculations and experimental data*  
J. Chem. Phys., vol. 106, pp 4618-4639, 1997
- [30] D. Scutaru, L. Rosenmann, J. Taine  
*Approximate intensities of CO<sub>2</sub> hot bands at 2.7, 4.3, and 12 microns for high temperature and medium resolution applications*  
JQSRT, vol. 52, pp 765-781, 1994
- [31] W. Malkmus  
*Random band models with lines of pure Doppler shape*  
J. Opt. Soc. Ame., vol. 58, pp 1214-1217, 1968
- [32] D. Crisp, S.B. Fels, M.D. Schwarzkopf  
*Approximate methods for finding CO<sub>2</sub> 15-micron band transmission in planetary atmospheres*  
J. Geophys. Res., vol. 91, pp 11851-11866, 1986
- [33] P.E. Baudoux  
*Développement d'un modèle de transfert radiatif 3D adapté au calcul de la signature infrarouge d'un jet de moteur-fusée dans l'ultraviolet.*  
Thèse de doctorat, Université de Rouen, 2002
- [34] P. Riviere, A. Soufiani, J. Taine  
*Correlated-k fictitious gas model for H<sub>2</sub>O IR radiation in the Voigt regime*  
JQSRT, vol. 53, pp 335-346, 1995
- [35] P. Riviere, A. Soufiani, J. Taine  
*Correlated-k and fictitious gas methods for H<sub>2</sub>O IR near 2,7 μm*  
JQSRT, vol. 48, pp 187-203, 1992
- [36] R. Levi di Leon, J. Taine  
*Fictive-gaz method for accurate computations of low-resolution IR gas transmittivities : application to the 4,3 μm CO<sub>2</sub> band*  
Rev. Phys. Appl., vol. 21, pp 825-831, 1986

## TABLE DES MATIERES

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>93</b>
<b>2. METHODE.....</b>	<b>94</b>
2.1. Calcul de la luminance non diffusée.....	94
2.2. Méthode SdL : calcul de la luminance diffusée par SHDOM.....	96
2.3. Calcul par approche deux flux.....	100
<b>3. COMPARAISON A DES CAS DE REFERENCES .....</b>	<b>102</b>
3.1. Flux hémisphérique d'une couche plane non diffusante .....	102
3.2. Flux hémisphérique d'une couche plane diffusante .....	104
3.2.1. Définition des milieux.....	104
3.2.2. Étude des discrétisations.....	106
3.2.3. Étude de la convergence.....	108
3.2.4. Comparaisons d'émissivités hémisphériques.....	110
3.3. Luminance d'une couche plane diffusante .....	113
<b>4. ETUDE PARAMETRIQUE DES CONTRIBUTIONS NON DIFFUSEE ET     DIFFUSEE .....</b>	<b>114</b>
<b>5. CONCLUSION.....</b>	<b>123</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>124</b>

# CHAPITRE V : SEPARATION DE LUMINANCE ASSOCIEE A SHDOM – ASPECTS GEOMETRIQUES

## 1. INTRODUCTION

Comme nous l'avons vu au cours des chapitres précédents, le calcul de l'émission infrarouge d'un jet de moteur fusée à propergol solide nécessite deux opérations simultanées. D'une part, il s'agit de résoudre l'équation de transfert radiatif qui est intégró-différentielle. D'autre part, on recherche un résultat moyenné spectralement, typiquement sur  $5 \text{ cm}^{-1}$ . Il faut donc moyennner l'équation différentielle ou sa solution.

Dans ce chapitre, on ne s'intéresse qu'à la première étape du calcul. Nous allons donc étudier les aspects géométriques, c'est-à-dire les problèmes spatiaux et angulaires, en laissant de côté les aspects spectraux. Ceux-ci sont étudiés dans le chapitre suivant. Ceci revient à ne considérer qu'un seul calcul monochromatique. Plus précisément, on se propose de montrer quelles sont les conséquences sur la résolution de l'ETR, de la séparation de la luminance en deux contributions, l'une appelée non diffusée,  $L_{nd}$  et l'autre dénommée diffusée,  $L_d$ . Nous avons vu précédemment que cette approche conduisait à une résolution de l'ETR en deux étapes. Dans un premier temps, la luminance non diffusée est calculée en considérant un milieu composé de gaz et de particules mais non diffusant. En second lieu, la luminance diffusée est recherchée sous la forme d'une solution à l'ETR modifiée. On obtient ainsi deux approches de calcul de la luminance d'un milieu diffusant : (1) l'approche directe (appelée SHDOM) où le code SHDOM 0 est utilisé pour calculer le champ de rayonnement, (2) l'approche par séparation de luminance [2] (appelée SdL) où la luminance non diffusée est calculée par lancer de rayons, puis la luminance diffusée est calculée par le code SHDOM modifié pour prendre en compte la nouvelle équation à laquelle obéit la luminance diffusée.

Nous commencerons par présenter les modifications apportées au solveur SHDOM pour résoudre cette nouvelle équation de la luminance diffusée. Puis, l'approche directe (SHDOM) et l'approche par séparation de luminance (SdL) seront testées sur des milieux géométriques simples pour lesquels il existe des solutions analytiques ou des résultats de référence. Au cours de ces comparaisons, nous avons ajouté des résultats provenant de la méthode deux flux. Bien que celle-ci ne soit pas étudiée dans les autres chapitres de la thèse, cette méthode présente deux avantages. Elle conduit à une solution analytique simple du flux hémisphérique issu d'un milieu plan homogène et infini d'épaisseur donnée. On peut d'ailleurs calculer les contributions totales, non diffusée et diffusée du flux. De plus, les calculs sont très rapides puisque les solutions sont analytiques. Une fois ces différentes approches testées sur des milieux simples, nous réalisons une étude du rapport des contributions diffusée et non diffusée dans des milieux plans parallèles. Nous étudions deux grandeurs : le flux hémisphérique, ce qui nous renseigne alors sur les contributions intégrées angulairement du rayonnement, et la luminance, ce qui nécessite en plus, de prendre en compte l'aspect angulaire. On considère un milieu plan homogène et infini, d'épaisseur fixée, émissif, absorbant et diffusant. Trois situations sont alors étudiées : (1) le milieu comprend une source interne de rayonnement, (2) le milieu est éclairé par une source externe lambertienne et ne comprend pas de source interne, (3) le milieu est éclairé par une source externe et il contient une source interne de rayonnement. Chaque milieu est caractérisé par un nombre limité de paramètres : la luminance source ( $B_0$ ), la luminance de la source externe ( $B_1$ ), l'albédo de diffusion simple ( $\omega_0$ ), le paramètre d'asymétrie de la fonction de phase ( $g$ ) et l'épaisseur optique ( $\tau$ ). Cette étude permet d'obtenir les ordres de grandeurs des contributions non diffusée et diffusée suivant les différentes conditions susceptibles d'être rencontrées. De plus, la prise en compte de l'hétérogénéité spatiale rencontrée dans les jets de propulseur n'est pas indispensable pour évaluer le rapport de ces contributions. On peut ainsi identifier les domaines

définis par le jeu de données  $(B_0, B_1, \omega_0, g, \tau)$  où la contribution diffuse est négligeable, et ceux où elle est très supérieure à la contribution non diffusée. Ceci permet de mettre en évidence trois régions de l'espace  $(\omega_0, g, \tau)$  pour quelques conditions  $(B_0, B_1)$ . La première est celle dans laquelle la diffusion n'aura pas un impact significatif sur le résultat final, l'utilisation de la méthode SdL n'est alors pas utile par rapport à des méthodes plus rapides qui ne prennent pas en compte la diffusion. La seconde est la région d'efficacité de la méthode SdL. Et enfin, la troisième est la région où la méthode SdL risque d'être imprécise puisque l'hypothèse nécessaire à une approche perturbative n'y est pas vérifiée. Ce chapitre conduit ainsi à définir un domaine d'intérêt de l'approche par séparation de luminance, du point de vue géométrique, lors de la résolution de l'ETR.

## 2. METHODE

Ce paragraphe décrit les méthodes SdL et 2 flux dans le cas monochromatique. Comme nous l'avons vu au § III.5, la méthode SdL se divise en deux étapes : le calcul de la luminance non diffusée  $L_{nd}$ , puis le calcul de la luminance diffusée  $L_d$ . La luminance non diffusée  $L_{nd}$  est calculée par une méthode de type lancers de rayons sur une grille à 3 dimensions. Dans le cas de milieux plans parallèles, on utilise une version adaptée pour profiter des symétries de ce type de milieu. Une fois la luminance non diffusée connue, on l'utilise pour initialiser le calcul de la luminance diffusée  $L_d$  par le solveur SHDOM modifié. Ces modifications de SHDOM sont rendues nécessaires par la forme particulière de la fonction source utilisée pour calculer  $L_d$ .

Les milieux simplifiés considérés dans ce chapitre, sont constitués d'une seule couche plane, homogène, de longueurs infinies le long des axes x et y. Bien que les grandeurs optiques caractérisant ce milieu  $(B_0, \omega_0, g, \tau)$  soient uniformes, les grandeurs radiatives telles que la fonction source et la luminance dépendent de la position verticale. Il est donc nécessaire d'envisager une discrétisation spatiale des milieux suivant l'axe vertical z lors de la résolution de l'ETR par SHDOM. Les grilles de propriétés sont donc caractérisées par des profils verticaux 1D. Bien que les calculs soient limités ici à des milieux plans parallèles, on commence par présenter la démarche de calcul dans une géométrie cartésienne 3D. Puis on expose les spécificités de la résolution de l'ETR en géométrie plans parallèles.

### 2.1. Calcul de la luminance non diffusée

Comme nous l'avons vu au § III.5, la méthode SdL consiste à séparer la luminance en deux contributions  $L_{nd}$  et  $L_d$ , tel que :  $L = L_{nd} + L_d$ . La luminance non diffusée  $L_{nd}$  obéit à l'équation suivante :

$$\frac{dL_{nd}(s, \Omega)}{ds} = -\left(K_{a,g}(s) + K_{a,p}(s)\right) \cdot L_{nd}(s, \Omega) + K_{a,g}(s) \cdot L_{bb}(T_g(s)) + K_{a,p}(s) \cdot L_{bb}(T_p(s)) \quad (V.1)$$

où  $K_{a,g}(T_g)$ ,  $K_{a,p}(T_p)$  représentent respectivement les coefficients d'absorption (les températures) du gaz et des particules.

Cette équation ne faisant intervenir la luminance que dans une seule direction, elle s'intègre facilement, en partant d'une grille de propriétés optiques. Comme le champ de luminance non diffusée constitue une entrée du solveur SHDOM, il est calculé sur la même grille spatiale et dans les mêmes directions que celles utilisées par SHDOM pour la résolution de la luminance diffusée. En géométrie 3D (figure V.1), la grille est constituée de cellules parallélépipédiques. Chaque point de la grille de propriétés optiques est caractérisé par :

- le coefficient d'absorption et de diffusion des particules,
- le coefficient d'absorption des gaz,
- les coefficients du développement en polynômes de Legendre de la fonction de phase de diffusion par les particules,
- les températures des gaz et des particules.



Dans la pratique, il suffit de rentrer un seul coefficient d'absorption  $K_a = K_{a,g} + K_{a,p}$ , et une seule température équivalente,  $T_e$  définie par :

$$K_a \cdot L_{bb}(T_e) = K_{a,g} \cdot L_{bb}(T_g) + K_{a,p} \cdot L_{bb}(T_p) \quad (V.2)$$

Cette écriture ne pose pas de problème dans le cas monochromatique considéré ici. Elle est également utilisée pour les calculs effectués par SHDOM en absorption moyenne (cf. § III.4.2) et pour les calculs conduisant à la luminance diffusée  $L_d$ .

Les dimensions  $\Delta x$  et  $\Delta y$  des cellules suivant les axes  $Ox$  et  $Oy$  sont constantes et celles suivant l'axe vertical  $Oz$  dépendent de la position. Pour un jet, la sortie de tuyère est positionnée dans le plan  $z = 0$ .

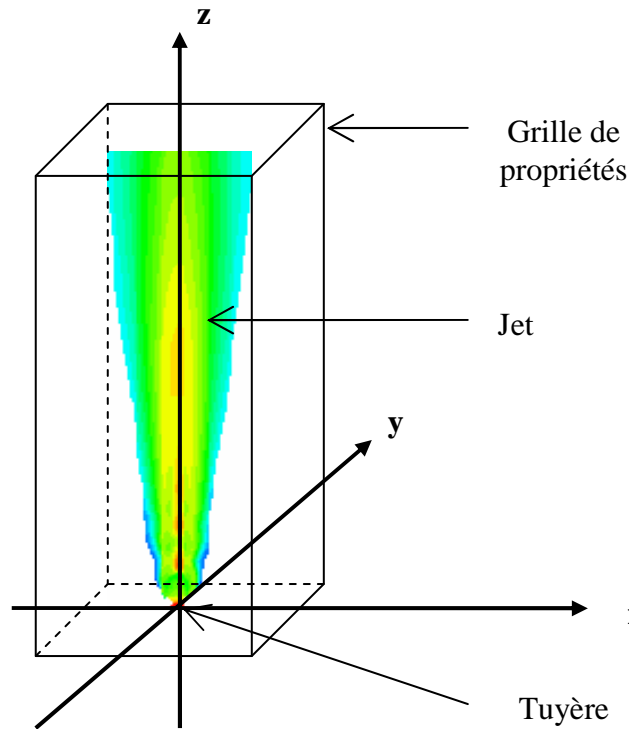


figure V.1 - Grille de propriétés 3D d'un jet de propulseur

En géométrie plans parallèles, la grille de propriétés est définie le long de l'axe  $Oz$  et la distance verticale entre deux points de la grille est variable. Pour les géométries 3D, la discrétisation angulaire correspond à celle de SHDOM (cf. § III.3), c'est à dire aux points d'une quadrature de Gauss-Legendre d'ordre  $N_\mu$  sur le cosinus des angles zénithaux ( $\mu = \cos(\theta)$ ), et à un maximum de  $N_\phi$  angles azimutaux équidistants. Pour les milieux plans parallèles, seule la discrétisation zénithale suivant la quadrature de Gauss-Legendre est utilisée.

En géométrie 3D, la luminance non diffusée doit être calculée en chaque point de la grille optique et dans chaque direction. On est donc conduit à déterminer un tableau à 5 dimensions  $L_{i,j,k,u,v}$  où les indices  $i,j,k$  repèrent les différentes positions dans le milieu et les indices  $u,v$  décrivent les angles zénithaux et azimutaux (figure V.2).

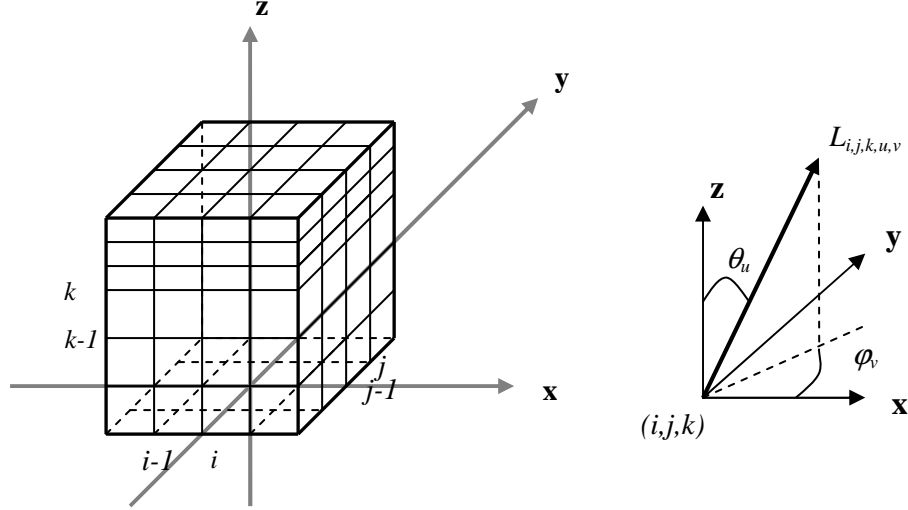


figure V.2 - Grille de calcul 3D

En pratique, on ordonne les calculs de la luminance non diffusée  $L_{nd}(i,j,k,u,v)$  de manière à réduire autant que possible le nombre d'opérations nécessaires. Dans le cadre des milieux 3D tels que ceux décrits dans la figure précédente, on ordonne schématiquement les calculs de la manière suivante. Tout d'abord, on choisit une ordonnée discrète  $(\theta_u, \varphi_v)$ . On calcule alors les luminances dans cette direction particulière pour tous les points de la grille de calcul. Le bord de grille à partir duquel sont effectuées les premières opérations dépend du quadrant azimutal associé à la direction choisie ( $\varphi_v \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right]$ ,  $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ ,  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  ou  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ ). Les calculs de luminances sont ensuite effectués de proche en proche en s'éloignant de ce bord de grille. L'algorithme de lancer de rayons utilisé est présenté dans l'annexe 2.

Les interpolations nécessaires au calcul de  $L_{nd}$  ne font intervenir que des grandeurs de la grille de propriétés optiques. D'autre part, toutes ces grandeurs sont indépendantes de la direction. Ainsi, on ne réalise que des interpolations spatiales et non angulaires. Dans le cas monochromatique, on interpole les coefficients d'absorption  $K_{a,g}$ ,  $K_{a,p}$  et les luminances du corps noir  $L_{bb}(T_g)$ ,  $L_{bb}(T_p)$ .

En milieu plans parallèles, on peut diminuer fortement le nombre d'opérations nécessaires en utilisant l'invariance de la luminance le long des axes  $Ox$  et  $Oy$ . Tout d'abord, cette invariance implique une symétrie d'axe  $Oz$  des luminances dans ce milieu et donc leur invariance suivant l'azimut. On peut ainsi décrire les luminances avec les seuls indices  $k, u$ , soit  $L_{nd}(k, u)$ , où  $k$  est l'indice de la coordonnée spatiale verticale, et  $u$ , l'indice de la coordonnée angulaire. En outre, pour  $\mu_u > 0$  on a la relation :

$$L_{nd}(k, u) = L_{nd}(k-1, u) \cdot \Gamma_{k-1 \rightarrow k, u} + \frac{1 - \Gamma_{k-1 \rightarrow k, u}}{K_{a,g} + K_{a,p}} (K_{a,g} \cdot L_{bb}(T_g) + K_{a,p} \cdot L_{bb}(T_p)) \quad (V.3)$$

$$\text{avec } \Gamma_{k-1 \rightarrow k, u} = \exp\left(- (K_{a,g} + K_{a,p}) \cdot \frac{z_k - z_{k-1}}{\mu_u}\right).$$

Et pour  $\mu_u < 0$ , on a les mêmes relations en remplaçant  $k-1$  par  $k+1$ . Ainsi, en commençant par le calcul des luminances en bord de milieu, on peut utiliser le résultat de luminance précédent ( $L_{nd}(k-1, u)$  pour  $\mu_u > 0$ , et  $L_{nd}(k+1, u)$  pour  $\mu_u < 0$ ) pour le calcul de  $L_{nd}(k, u)$ . La luminance non diffusée ainsi obtenue peut alors être utilisée pour le calcul de la luminance diffusée par SHDOM.

## 2.2. Méthode SdL : calcul de la luminance diffusée par SHDOM

En milieu 3D, la luminance diffusée obéit à l'équation suivante (cf. § III.5) :

$$\begin{aligned} \frac{dL_d(s, \Omega)}{ds} = & -K_d(s) \cdot L_{nd}(s, \Omega) - (K_{a,g}(s) + K_{a,p}(s) + K_d(s)) \cdot L_d(s, \Omega) \\ & + K_d(s) \cdot \int_{4\pi} L_{nd}(s, \Omega') \cdot P(\Omega, \Omega') \cdot d\Omega' + K_d(s) \cdot \int_{4\pi} L_d(s, \Omega') \cdot P(\Omega, \Omega') \cdot d\Omega' \end{aligned} \quad (V.4)$$

En définissant les deux termes sources non diffusé et diffusé par les relations suivantes :

$$J_{nd}(s, \Omega) = -K_d(s) \cdot L_{nd}(s, \Omega) + K_d(s) \cdot \int_{4\pi} L_{nd}(s, \Omega') \cdot P(\Omega, \Omega') \cdot d\Omega' \quad (V.5)$$

$$J_d(s, \Omega) = K_d(s) \cdot \int_{4\pi} L_d(s, \Omega') \cdot P(\Omega, \Omega') \cdot d\Omega' \quad (V.6)$$

on peut écrire l'équation à laquelle obéit la luminance diffusée sous la forme :

$$\frac{dL_d(s, \Omega)}{ds} = - (K_{a,g}(s) + K_{a,p}(s) + K_d(s)) \cdot L_d(s, \Omega) + J_{nd}(s, \Omega) + J_d(s, \Omega) \quad (V.7)$$

Lorsque l'on pose  $J(s, \Omega) = J_{nd}(s, \Omega) + J_d(s, \Omega)$ , cette nouvelle formulation est identique à l'équation de transfert radiatif résolue par le solveur SHDOM (cf. équation (III.61)). On cherche donc la solution  $L_d$  de cette nouvelle équation en utilisant SHDOM, moyennant plusieurs adaptations. Tout d'abord, cette nouvelle fonction source nécessite, au préalable, les valeurs de la luminance non diffusée  $L_{nd}$ . Contrairement aux valeurs scalaires de la grille de propriétés utilisée par SHDOM, la dépendance angulaire de  $L_{nd}$  doit être connue. Il est donc difficile de l'inclure dans le fichier contenant les données de la grille optique. Le choix ici a été de transmettre directement les valeurs de  $L_{nd}$  au programme de SHDOM sans écriture/lecture sur un fichier, opération qui aurait en outre été pénalisante en termes de temps de calcul.

En second lieu, la résolution de la luminance diffusée  $L_d$  implique l'utilisation d'un nouveau type de fonction source  $J$ . Cette fonction source est donc divisée en deux composantes  $J_{nd}$  et  $J_d$ . La composante  $J_{nd}$  dépend uniquement des valeurs de la grille de propriétés  $K_d$  et  $P$ , et de la luminance non diffusée  $L_{nd}$ . Elle reste donc inchangée au cours du processus itératif de résolution de l'ETR. A l'inverse,  $J_d$  peut être considérée comme une fonction source de diffusion habituelle de SHDOM et varie d'une itération à l'autre. Enfin, la luminance  $L_d$  solution de la nouvelle équation, et le terme de fonction source  $J(s, \Omega)$  peuvent tous deux prendre des valeurs négatives. Le solveur SHDOM a donc été modifié afin d'autoriser des valeurs négatives pour ces deux grandeurs. Dans la formulation traditionnelle de l'ETR, luminances et fonctions sources ne peuvent pas être négatives. En conséquence, des tests sont effectués dans le solveur SHDOM, afin de vérifier que la transformation d'harmoniques sphériques en ordonnées discrètes ne conduise pas à des valeurs négatives pour les luminances quasi nulles. Ces tests ont été éliminés du solveur. D'autres tests de positivité sont effectués afin de vérifier l'ordre des calculs. En attribuant initialement la valeur de -1 à tout le champ de luminance, ils permettent de vérifier que les luminances utilisées pour l'intégration arrière ont bien été calculées auparavant. Là encore, le solveur SHDOM a été modifié pour que ces tests restent valides en cas de luminances  $L_d$  négatives.

Ces différentes modifications du solveur conduisent à un algorithme de résolution (figure V.3) un peu différent de celui présenté au § III.3. On calcule tout d'abord la fonction source invariante  $J_{nd}$  en harmoniques sphériques, et elle est utilisée pour initialiser la fonction source totale  $J$ . Cela revient donc à initialiser le calcul en donnant une valeur nulle à  $J_d$  en tout point de la grille et dans toutes les directions. Ainsi, chaque itération correspond à la prise en compte d'un ordre de diffusion supplémentaire. Ensuite, les calculs conduisant à des valeurs de la luminance  $L_d$  en harmoniques sphériques suivent la même procédure que celle décrite au § III.3. En revanche, on ne calcule alors que la contribution variable de la fonction source,  $J_d$ . Puis, en l'additionnant à  $J_{nd}$ , on obtient la fonction source totale  $J$  sur laquelle est effectué le test de convergence.

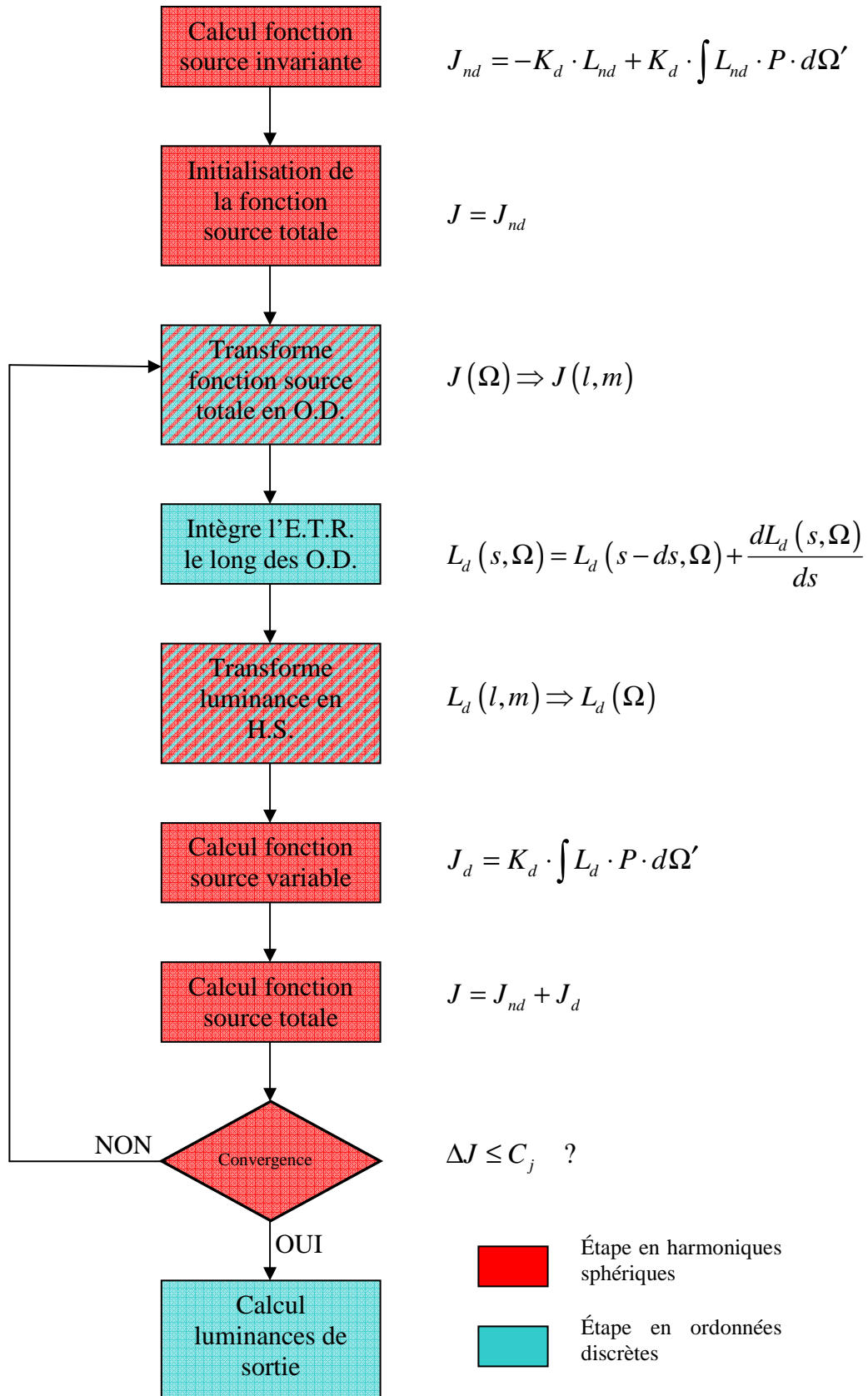


figure V.3 - Algorithme de la séparation de luminance associée à SHDOM

Dans le cas de milieux plans parallèles, la procédure d'intégration du solveur SHDOM est quelque peu différente de celle décrite pour les grilles 3D au § III.3. Ce type de milieu est modélisé par une grille de propriétés à une dimension le long de l'axe  $Oz$ , à laquelle on adjoint des longueurs de cellules fixes,  $\Delta x$  et  $\Delta y$ . Les calculs sont ensuite effectués en considérant le milieu comme périodique, de périodes  $\Delta x$  et  $\Delta y$ , respectivement dans les directions  $Ox$  et  $Oy$ .

Le schéma suivant (figure V.4) permet de comprendre la procédure d'intégration arrière dans un milieu 1D plans parallèles et périodique suivant les directions horizontales. Par souci de lisibilité, on se place dans le plan  $(xOz)$  où l'on cherche à calculer la luminance  $L_{k,u}$ , où  $k$  représente l'indice de position suivant l'axe  $z$  et  $u$  l'indice de direction. La propriété de périodicité implique que les grandeurs de la grille de propriétés, les fonctions sources et les luminances sont toutes égales en tout point d'une droite parallèle à l'axe  $Ox$ .

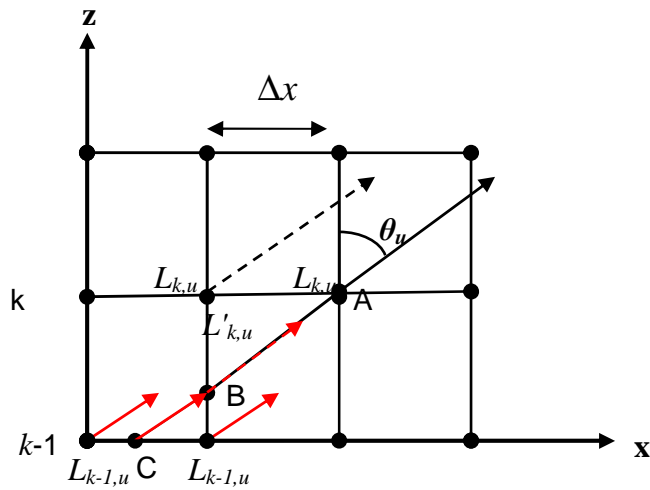


figure V.4 - Intégration spatiale de la luminance en milieu plans parallèles

La procédure d'intégration arrière telle qu'elle est utilisée par SHDOM (cf. § III.3) nécessite la connaissance de la luminance  $L'_{k,u}$  comme point de départ de l'intégration. Dans les conditions de la figure V.4, cette luminance est située entre les plans parallèles  $k$  et  $k-1$ , et est d'ordonnée discrète  $u$ . Elle doit donc se calculer par l'interpolation des luminances  $L_{k,u}$  et  $L_{k-1,u}$ . Pour respecter la procédure de SHDOM, il faut que ces deux luminances  $L_{k,u}$  et  $L_{k-1,u}$  aient été calculées auparavant lors de cette même itération. Or, quelle que soit la façon dont on ordonne les calculs, la luminance  $L_{k,u}$  n'est évidemment pas encore calculée à cette itération. Dans ce cas, on prolonge l'intégration arrière dans la direction  $\pi + \theta_u$  jusqu'à atteindre une surface pour laquelle on peut interpoler des luminances déjà calculées à cette itération. Dans le cas présenté sur la figure V.4 ( $\theta_u < \frac{\pi}{2}$ ), cela revient à prolonger l'intégration arrière jusqu'à atteindre la surface perpendiculaire à  $Oz$  et d'indice  $k-1$ . On prend alors comme point de départ de l'intégration arrière, la luminance  $L_{k-1,u}$ . Au lieu d'intégrer sur le segment  $[AB]$ , on intègre sur le segment prolongé  $[AC]$ .

Ce paragraphe a permis de présenter les modifications apportées au solveur SHDOM afin de calculer la luminance diffusée  $L_d$  dans la méthode SdL. L'ajout de nouvelles données d'entrées (valeurs de  $L_{nd}$ ), la possibilité de valeurs négatives pour les luminances et fonctions sources, ou encore la modification du calcul de fonction source (pas d'émission thermique), sont des questions qui doivent être résolues pour toute adaptation d'un code de transfert radiatif à la méthode par séparation de luminance.

On a aussi décrit dans ce paragraphe, l'intégration arrière de la luminance dans le cas de milieux plans parallèles puisque tous les calculs de ce chapitre V sont effectués dans ce cadre.

### 2.3. Calcul par approche deux flux

L'approche deux flux présente l'intérêt de donner des relations analytiques (mais approchées) pour des géométries simples ; elle permet donc de déterminer le comportement asymptotique des contributions non diffusée et diffusée du flux hémisphérique. Pour un milieu homogène plan infini éclairé uniquement par un rayonnement hémisphérique, les flux hémisphériques montant  $F^+$  et descendant  $F^-$  obéissent au système d'équations suivant [32], [4] :

$$\begin{cases} \frac{\partial F^+}{\partial \tau} = \gamma_1 F^+ - \gamma_2 F^- - S \\ \frac{\partial F^-}{\partial \tau} = \gamma_2 F^+ - \gamma_1 F^- + S \end{cases} \quad (\text{V.8})$$

où  $S = 2\pi(1 - \omega_0)B_0$  représente la source d'origine thermique. Les coefficients  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  dépendent du modèle deux flux considéré. Dans le domaine thermique, Toon et al. [32] ont montré que l'hypothèse des flux hémisphériques moyens (cf. tableau III.1) était la mieux adaptée pour prédire les flux. Les paramètres du modèle 2 flux obéissent alors aux relations suivantes :

$$\begin{cases} \gamma_1 = 2 - \omega_0(1 + g) \\ \gamma_2 = \omega_0(1 - g) \end{cases}$$

On considère ici un milieu dont la surface inférieure est éclairée par un rayonnement lambertien de luminance  $B_1$ , correspondant aux conditions aux limites suivantes :  $F^+(\tau_1) = \pi B_1$  et  $F^-(0) = 0$ .

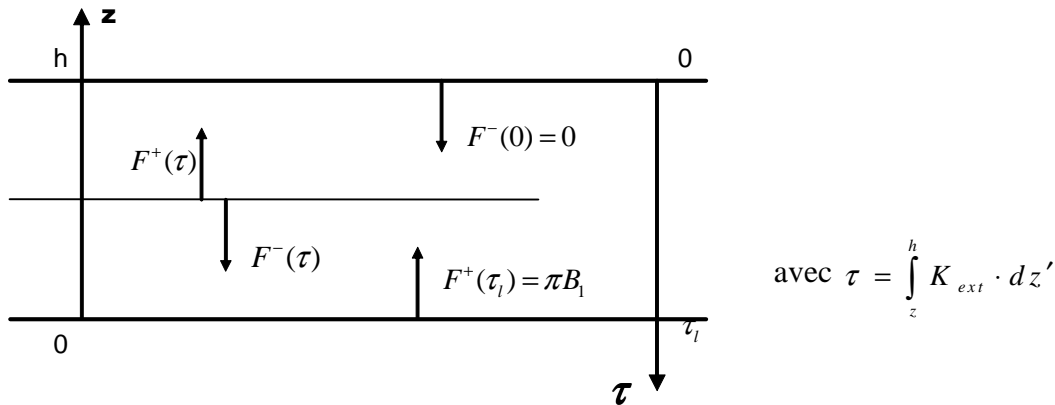


figure V.5 – Géométrie pour l'approche 2 flux

Les solutions générales pour les flux montant et descendant se mettent sous la forme :

$$\begin{cases} F^+(\tau) = k_1 e^{\lambda \tau} + \Gamma k_2 e^{-\lambda \tau} + \pi B_0 \\ F^-(\tau) = \Gamma k_1 e^{\lambda \tau} + k_2 e^{-\lambda \tau} + \pi B_0 \end{cases} \quad (\text{V.9})$$

avec  $\lambda = (\gamma_1^2 - \gamma_2^2)^{\frac{1}{2}}$  et  $\Gamma = \frac{\gamma_1 - \lambda}{\gamma_2}$ . Les constantes  $k_1$  et  $k_2$  peuvent alors être déduites des conditions aux limites et on obtient la solution suivante :

$$F^+(0) = \frac{\pi B_1(1 - \Gamma^2) + \pi B_0(\Gamma e^{-\lambda \tau_1} - 1 - \Gamma + e^{\lambda \tau_1})(1 - \Gamma)}{e^{\lambda \tau_1} - \Gamma^2 e^{-\lambda \tau_1}} \quad (\text{V.10})$$

où  $\tau_1 = k_{ext}h$  est l'épaisseur optique verticale d'extinction du milieu. Cette relation conduit à l'émissivité hémisphérique d'un milieu d'épaisseur optique infinie :

$$\varepsilon_{\text{im}} = 1 - \Gamma \quad (\text{V.11})$$

Lorsque l'albédo de diffusion simple tend vers 0, le coefficient  $\Gamma$  tend vers la valeur  $\frac{(1-g)\omega_0}{4}$ . On observe donc que l'émissivité hémisphérique d'un milieu non diffusant d'épaisseur optique infinie est unitaire.

En suivant un raisonnement similaire à la séparation de luminances, les solutions générales du système d'équations du modèle de flux peuvent être décomposées en un flux non diffusé et un flux diffusé :

$$\begin{cases} F^+(\tau) = F_{nd}^+(\tau) + F_d^+(\tau) \\ F^-(\tau) = F_{nd}^-(\tau) + F_d^-(\tau) \end{cases} \quad (\text{V.12})$$

Le système d'équations auxquelles obéissent les flux non diffusés  $F_{nd}^+$  et  $F_{nd}^-$  s'obtient en annulant l'albédo de diffusion simple dans le système général, et en remplaçant  $\tau$  par  $\tau(1-\omega_0)$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial F_{nd}^+}{\partial \tau} = \gamma_1^0(1-\omega_0)F_{nd}^+ - \gamma_2^0(1-\omega_0)F_{nd}^- - (1-\omega_0)S_0 \\ \frac{\partial F_{nd}^-}{\partial \tau} = \gamma_2^0(1-\omega_0)F_{nd}^+ - \gamma_1^0(1-\omega_0)F_{nd}^- + (1-\omega_0)S_0 \end{cases} \quad (\text{V.13})$$

Les coefficients  $\gamma_1^0, \gamma_2^0, S_0$  se déduisent des relations générales en annulant l'albédo :

$$\begin{cases} \gamma_1^0 = \gamma_1(\omega_0 = 0) = 2 \\ \gamma_2^0 = \gamma_2(\omega_0 = 0) = 0 \\ S_0 = S(\omega_0 = 0) = \frac{2\pi B_0}{\gamma_1^0 - \gamma_2^0} = \pi B_0 \end{cases}$$

et les solutions peuvent se déduire de l'expression générale :

$$\begin{cases} F_{nd}^+(\tau) = k_1^0 \exp \lambda^0 \tau(1-\omega_0) + \Gamma^0 k_2^0 \exp -\lambda^0 \tau(1-\omega_0) + \pi B_0 \\ F_{nd}^-(\tau) = \Gamma^0 k_1^0 \exp \lambda^0 \tau(1-\omega_0) + k_2^0 \exp -\lambda^0 \tau(1-\omega_0) + \pi B_0 \end{cases} \quad (\text{V.14})$$

Là encore, le système d'équations ci-dessus se résout facilement à partir des conditions aux limites :  $F_{nd}^+(\tau_l) = \pi B_1$  et  $F_{nd}^-(0) = 0$ , et on obtient la solution :

$$F_{nd}^+(0) = \pi B_1 e^{-2\tau_l(1-\omega_0)} + \pi B_0 \{1 - e^{-2\tau_l(1-\omega_0)}\} \quad (\text{V.15})$$

De même, les flux non diffusés obéissent au système d'équations :

$$\begin{cases} \frac{\partial F_d^+}{\partial \tau} = \gamma_1 F_d^+ - \gamma_2 F_d^- - \omega_0(1-g)F_{nd}^+ - \omega_0(1-g)F_{nd}^- \\ \frac{\partial F_d^-}{\partial \tau} = \gamma_2 F_d^+ - \gamma_1 F_d^- - \omega_0(1-g)F_{nd}^+ - \omega_0(1-g)F_{nd}^- \end{cases} \quad (\text{V.16})$$

La solution s'obtient à partir des conditions aux limites  $F_d^+(\tau_l) = 0$  et  $F_d^-(0) = 0$  :

$$\begin{aligned} F_d^+(0) = \pi B_1 \left\{ \frac{1-\Gamma^2}{e^{\lambda\tau_l} - \Gamma^2 e^{-\lambda\tau_l}} - e^{-2\tau_l(1-\omega_0)} \right\} \\ + \pi B_0 \left\{ \frac{(\Gamma e^{-\lambda\tau_l} - 1 - \Gamma + e^{\lambda\tau_l})(1-\Gamma)}{e^{\lambda\tau_l} - \Gamma^2 e^{-\lambda\tau_l}} - (1 - e^{-2\tau_l(1-\omega_0)}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{V.17})$$

Le modèle deux flux hémisphérique moyen conduit donc à une expression simple du rapport des flux diffusé et non diffusé. Ce rapport fait intervenir les cinq grandeurs ( $B_0, B_1, \omega_0, g, \tau_l$ ) qui définissent le problème.

### 3. COMPARAISON A DES CAS DE REFERENCES

L'objectif de ce paragraphe est de tester les calculs par les approches SHDOM et SdL dans des situations simplifiées pour lesquelles il existe des résultats analytiques ou de référence dans la littérature. Nous procéderons en trois étapes. Dans tous les cas, le milieu est une couche plane infinie horizontalement, d'épaisseur optique verticale  $\tau$ , non éclairée ( $B_1 = 0$ ). Dans un premier temps, on étudie le flux issu de la couche lorsqu'elle est non diffusante. Ce cas particulièrement simple possède une solution analytique et permet de tester la validité de la discrétisation angulaire utilisée par la suite. Puis, on considère un milieu diffusant. Nous avons alors comparé les flux hémisphériques calculés par les approches SHDOM, SdL et 2-flux avec des calculs N-Flux réalisés par Fu et al. [5]. Enfin, nous avons effectué des comparaisons entre les calculs de luminance réalisés par l'approche SdL avec des résultats analytiques fournis par Van de Hulst [6].

#### 3.1. Flux hémisphérique d'une couche plane non diffusante

La figure V.6 représente l'évolution de l'émissivité hémisphérique d'une couche plane non diffusante et infinie, en fonction de son épaisseur optique  $\tau$ .

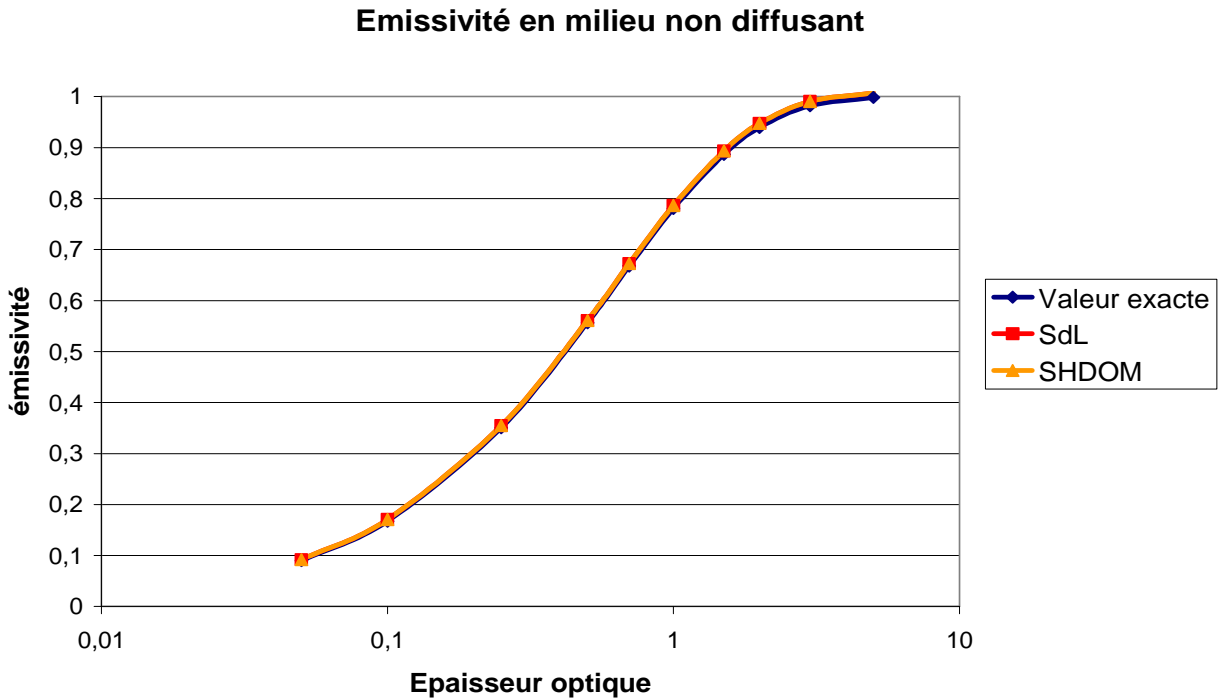


figure V.6 - Emissivité hémisphérique d'un milieu plan non diffusant en fonction de son épaisseur optique calculée suivant trois approches : un calcul purement analytique, l'algorithme SdL et l'algorithme SHDOM classique

Cette émissivité est définie par la relation :  $\varepsilon_H = \frac{F^+(\tau, B_0)}{\pi B_0}$  où  $F^+(\tau, B_0)$  est le flux hémisphérique

déterminé à partir de la luminance  $L(\tau, B_0, \mu_u)$  à la surface et dans les différentes directions  $\mu_u$ . La luminance est calculée de trois manières différentes : par SHDOM, en utilisant la séparation de luminance (SdL), ou par la relation analytique suivante :

$$L(\tau, B_0, \mu) = B_0 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\tau}{\mu}} \right) \tag{V.18}$$



Dans le cas SdL, seule la première étape du calcul est testée, puisque la luminance diffusée est nulle. L'approche SdL ne fait donc pas intervenir le solveur SHDOM dans ce cas particulier. Pour ces deux approches, les erreurs proviennent uniquement de la discrétisation angulaire choisie. En effet, l'intégration spatiale de l'équation de transfert radiatif dans SHDOM est exacte puisque la fonction source est indépendante de la position dans le milieu. On a retenu la discrétisation angulaire ( $N_\mu = 16, N_\phi = 32$ ). Le

flux hémisphérique  $F^+(\tau, B_0) = 2\pi \int_0^1 L(\tau, B_0, \mu) \mu d\mu$  est approximé par une somme faisant intervenir la luminance aux différentes ordonnées discrètes  $\mu_l$  de la manière suivante :

$$F^+(\tau, B_0) = 2\pi \left( \begin{array}{l} \sum_{l=1}^{N_\mu/2} L(\tau, B_0, \mu_l) \cdot \mu_l \cdot \frac{1}{2} (\mu_{l-1} - \mu_{l+1}) \\ + L(\tau, B_0, \mu_1) \cdot \mu_1 \cdot \frac{1}{2} (1 - \mu_1) \\ + L(\tau, B_0, \mu_{N_\mu/2}) \cdot \mu_{N_\mu/2} \cdot \frac{1}{2} (\mu_{N_\mu/2} - 0) \end{array} \right) \quad (V.19)$$

On utilise donc  $N_\mu/2$  angles. La principale source d'erreur dans le calcul du flux hémisphérique provient de cette somme discrète. Il n'est cependant pas possible d'utiliser les points et leurs poids associés de la quadrature de Gauss-Legendre utilisés dans SHDOM pour évaluer cette intégrale, car ceux-ci sont définis sur l'intervalle  $[-1, +1]$ , et l'intégrale n'est évaluée que sur la demi sphère supérieure. Cette intégrale a été approximée de manière plus précise par la relation suivante :

$$F^+(\tau, B_0) = 2\pi \left( \begin{array}{l} \sum_{l=1}^{N_\mu/2} L(\tau, B_0, \mu_l) \cdot \left[ \frac{\mu^2}{2} \right]_{\frac{\mu_l + \mu_{l+1}}{2}}^{\frac{\mu_l + \mu_{l-1}}{2}} \\ + L(\tau, B_0, \mu_1) \cdot \left[ \frac{\mu^2}{2} \right]_{\frac{1 + \mu_1}{2}}^1 \\ + L(\tau, B_0, \mu_{N_\mu/2}) \cdot \left[ \frac{\mu^2}{2} \right]_0^{\frac{\mu_{N_\mu/2}}{2}} \end{array} \right) \quad (V.20)$$

La figure V.7 montre l'erreur commise par rapport au calcul analytique sur le flux hémisphérique calculé par les approches SHDOM et SdL, en fonction de l'épaisseur optique. Pour SdL, les deux techniques de calcul de l'intégrale sont présentées.

### Ecart relatif aux valeurs exactes de flux

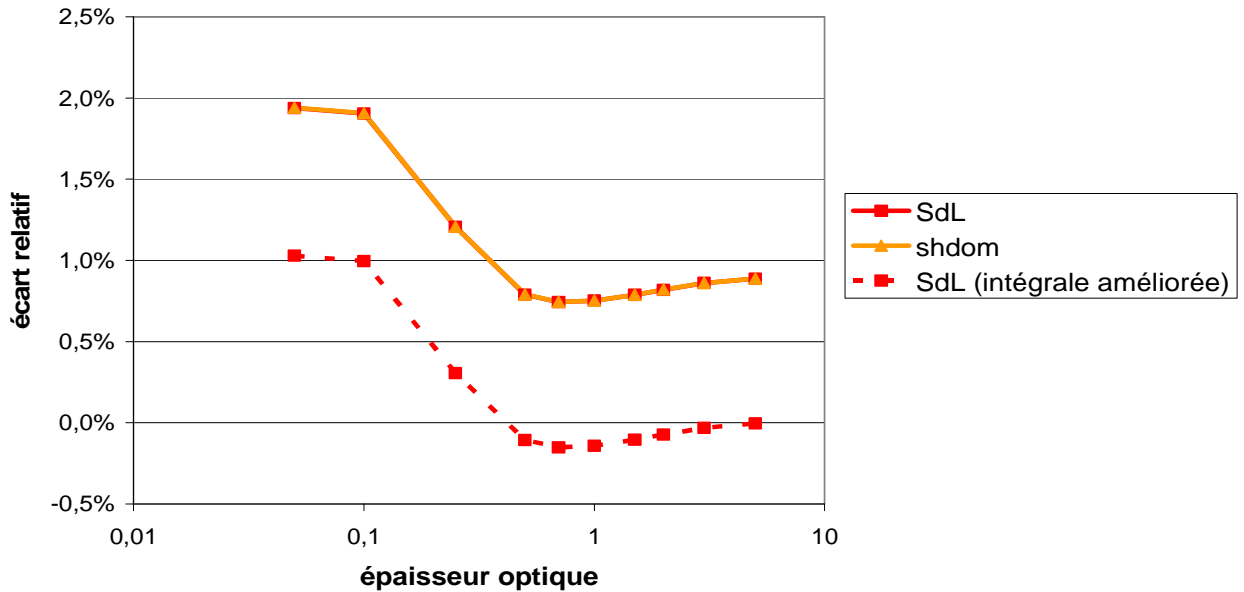


figure V.7 - Écarts relatifs entre différents calculs d'émissivités hémisphériques pour un milieu plan non diffusant. Écarts calculés par rapport au résultat analytique

On observe bien que l'erreur ne provient que du passage du champ de luminance au flux hémisphérique. En effet, SHDOM et SdL produisent des résultats identiques, alors que les intégrations spatiales de la luminance sont radicalement différentes dans ces deux approches. De plus, on constate qu'une amélioration du calcul de l'intégrale conduit à une diminution de l'erreur relative sur l'émissivité hémisphérique. Cette comparaison permet donc d'estimer la perte de précision entraînée par l'intégration angulaire du champ de luminance produit par SHDOM et SdL pour l'obtention du flux hémisphérique. Pour 16 directions zénithales au total, cette précision est comprise entre 1 et 2%, suivant le soin apporté au calcul du flux à partir du champ de luminance.

## 3.2. Flux hémisphérique d'une couche plane diffusante

### 3.2.1. Définition des milieux

On cherche ici à valider l'approche SdL en présence de diffusion, en étudiant le flux hémisphérique,  $\Phi$ . Afin de simuler les conditions dans les jets de propulseur, on se place dans des milieux à la fois émissifs et diffusants, et on choisit des fonctions de phase  $P(\mu)$  capables de représenter les fonctions de phase réelles des particules.

La méthode aux ordonnées discrètes de Stamnes et al. [7] est choisie comme méthode de référence, on la nomme méthode d128 en référence au nombre d'ordonnées discrètes utilisées. On utilise les résultats obtenus par d128, issus de l'article de Fu et al. [5]. En effet, dans les travaux de Fu et al., les calculs sont effectués sur des milieux qui correspondent à nos besoins de validation. Ils sont constitués d'une couche plane infinie, homogène, d'épaisseur optique  $\tau$ , émissive et diffusante avec un albédo de diffusion  $\omega_0$  et une fonction de phase de type Henyey-Greenstein définie par :

$$P(\mu) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2 \cdot g \cdot \mu)^{3/2}} \quad (V.21)$$

Les fonctions de phase de type Henyey-Greenstein sont régulièrement utilisées pour simplifier la fonction de phase de particules diffusantes en transfert radiatif. Elles sont donc adaptées à la validation du modèle SdL.

Les cas de figures étudiés par Fu et al., sont donc ici utilisés pour le calcul de flux hémisphériques par SdL en présence de diffusion. On distingue quatre cas tests :

- (1)  $\omega_0 = 0,3637$  et  $g = 0,8487$
- (2)  $\omega_0 = 0,4982$  et  $g = 0,9467$
- (3)  $\omega_0 = 0,7105$  et  $g = 0,9044$
- (4)  $\omega_0 = 0,7771$  et  $g = 0,7720$

On compare à la méthode de référence d128, trois méthodes décrites précédemment : SHDOM, SdL et 2-flux.

Pour les calculs SHDOM et SdL, la fonction de phase nécessite une description en polynômes de Legendre. On utilise les  $N_\mu$  premiers polynômes de Legendre et leurs coefficients  $\chi_l(\mu)$  issus de la décomposition de la fonction de Henyey-Greenstein, soit :

$$\chi_l(\mu) = (2l - 1) \cdot g^{l-1} \quad 1 \leq l \leq N_\mu \quad (V.22)$$

On observe sur la figure V.8, la fonction de phase  $P(\mu)$ . La fonction de Henyey-Greenstein complète (éq. (V.21)), sa décomposition en 8 et en 16 polynômes de Legendre sont représentées.

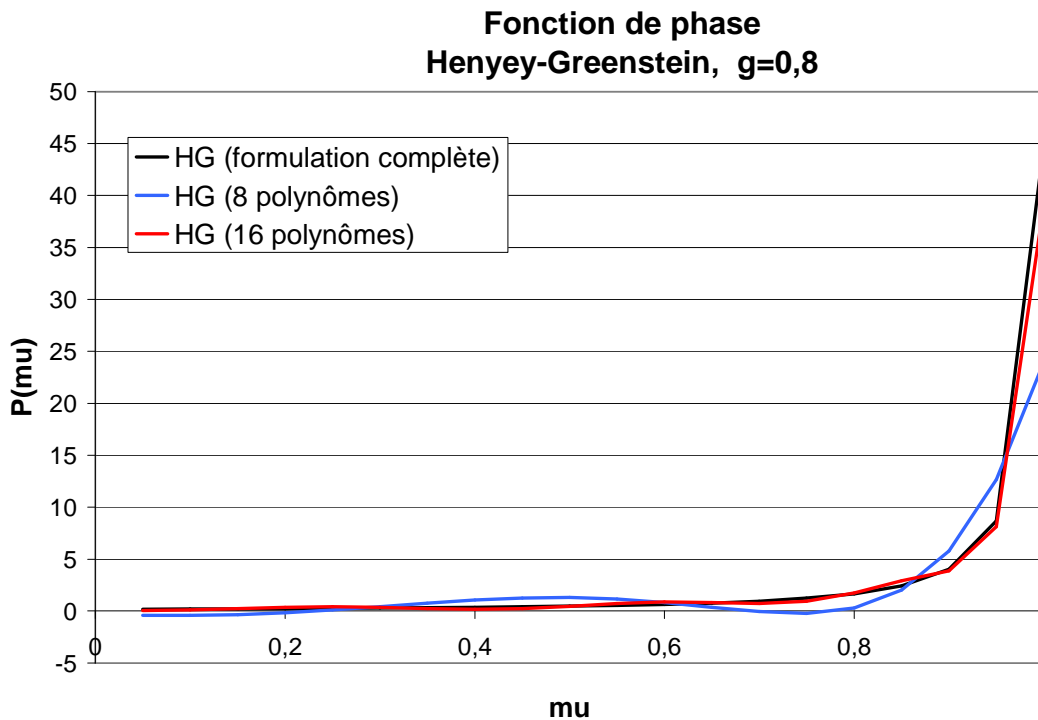


figure V.8 - Fonction de phase de Henyey-Greenstein en fonction du cosinus de la direction à la normale,  $\mu$ , pour un paramètre d'asymétrie  $g=0,8$

On a représenté une fonction de phase piquée vers l'avant ( $g=0,8$ ) afin d'étudier au mieux les cas décrits par la suite. Dans ce cas, la décomposition en 16 polynômes de Legendre de la fonction de phase de Henyey-Greenstein est suffisante. Comme on peut le voir sur la figure précédente, une décomposition sur 8 polynômes de Legendre montre des erreurs significatives et même des valeurs négatives pour certaines directions. Cette précision pour chaque direction est particulièrement importante pour le calcul de luminance et sa dépendance angulaire.

Le tableau V.1 montre le nombre de polynômes nécessaires pour décrire une fonction de Henyey-Greenstein avec une erreur maximale relative inférieure à 10%, 1% ou 0,1%. On présente des fonctions de phase avec un important paramètre d'asymétrie.

Nbre de polynômes nécessaires	g=0,7	g=0,8	g=0,9
Erreur max < 10%	15	27	67
Erreur max < 1%	22	38	91
Erreur max < 0,1%	29	49	114

tableau V.1 – Nombre de polynômes nécessaires pour décrire la fonction de Henyey-Greenstein à différents g

Ces résultats précisent la difficulté de représenter les fonctions de phase très piquées vers l'avant. Cependant, nous avons établi que ces erreurs maximales avaient lieu dans des directions pour lesquelles la fonction de phase est très faible. On peut ainsi considérer que la description en 16 polynômes est un bon compromis entre les performances numériques et la précision avec laquelle est décrite la fonction de phase de Henyey-Greenstein.

### 3.2.2. Étude des discrétisations

Dans un premier temps, on étudie l'impact de la discrétisation spatiale sur la précision du calcul de flux hémisphérique par la méthode SdL. On observe aussi la convergence du résidu et la vitesse de convergence de la méthode en fonction de l'épaisseur optique, tout ceci afin de choisir les discrétisations qui seront appliquées par la suite.

Dans un second temps, on compare les méthodes SHDOM et SdL à la méthode de référence d128 dans les 4 cas précités. L'écart relatif entre les résultats des deux premières et ceux de d128, est calculé pour diverses épaisseurs optiques. Tous ces calculs sont effectués en utilisant la méthode Delta-M (cf. annexe1).

Deux types de discrétisations influencent le niveau de précision du solveur SHDOM : la discrétisation spatiale exprimée en épaisseur optique des cellules, et la discrétisation angulaire caractérisée par le nombre d'ordonnées discrètes. Dans le cas de milieux plans parallèles, on peut ainsi mesurer la discrétisation spatiale à l'épaisseur optique  $d\tau$  entre deux points le long de l'axe  $Oz$ , et la discrétisation angulaire au nombre de directions zénithales  $N_\mu$ .

La figure V.9 présente les écarts relatifs entre les résultats de la méthode d128 et ceux de l'approche SdL, pour un milieu plan d'épaisseur optique  $\tau = 10$ , en fonction de sa discrétisation verticale  $d\tau$ . Le nombre d'ordonnées discrètes zénithales,  $N_\mu$  est fixé à 16 pour SHDOM 0. Il faut bien noter que ces résultats sont issus de calculs ayant convergés. Les écarts observés sont ainsi uniquement liés à des discrétisations spatiales insuffisantes.

### Discrétisation spatiale pour $\tau=10$ $N_\mu=16$

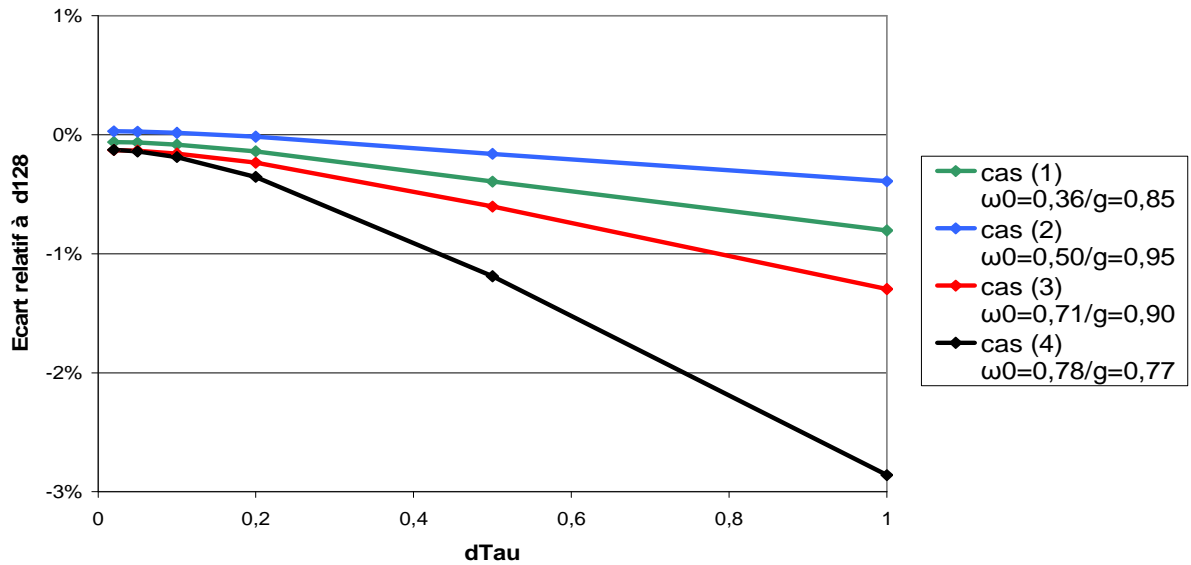


figure V.9 – Écarts relatifs à la méthode de référence d128 pour différentes discrétisations spatiales

Dans les quatre cas, on observe une dégradation de la précision lorsqu'on diminue la discrétisation spatiale. En outre, à même discrétisation, la précision diminue quand l'importance de la diffusion augmente. Sur ce point, on peut d'ailleurs noter que l'importance de la diffusion n'est pas liée directement à l'albédo de diffusion  $\omega_0$ , mais au paramètre  $\omega_0(1-g)$ . En effet, on observe que l'erreur est directement liée à ce facteur qui vaut respectivement 0,027 (cas(2)) ; 0,055 (cas(1)) ; 0,068 (cas(3)) ; 0,177 (cas(4)). Malgré le nombre limité de polynômes de Legendre pris en compte pour décrire la fonction de phase, on constate que les cas à paramètre d'asymétrie élevé ne correspondent pas aux erreurs les plus élevées.

L'écart relatif à la solution d128 reste inférieur à 0,5% dans tous les cas lorsque l'épaisseur optique des cellules  $d\tau$  est inférieure à 0,2. Dans une couche homogène optiquement épaisse où la fonction source dépend de la position, SHDOM nécessite une discrétisation en couches optiquement minces pour décrire très précisément le flux.

De la même façon, pour étudier la discrétisation angulaire, on examine (figure V.10) les écarts relatifs entre les flux hémisphériques calculés par l'approche SdL et ceux calculés par la méthode de référence d128. On se place dans le même milieu que décrit ci-dessus ;  $d\tau$  est fixé à 0,1, et on fait varier  $N_\mu$  de 2 à 32.

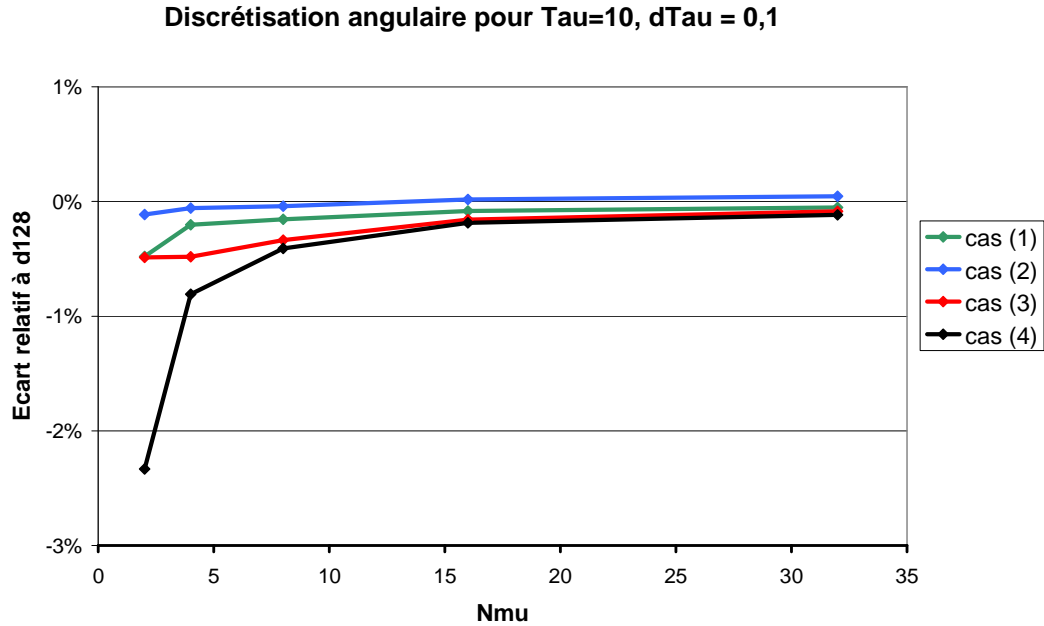


figure V.10 - Écarts relatifs à la méthode de référence d128 pour différentes discrétisations angulaires

On observe bien un écart relatif augmentant quand la discrétisation angulaire diminue. Là encore, l'écart relatif augmente avec le paramètre  $\omega_b(1-g)$ . Ces résultats montrent un écart relatif faible pour  $N_\mu=16$ , comme cela a déjà été mis en évidence 0,[11]. C'est le choix qui sera fait pour tous les autres calculs de ce chapitre.

### 3.2.3. Étude de la convergence

La figure V.11 présente les résidus de convergence (cf. § III.3) en fonction du nombre d'itérations pour l'approche SdL. On constate bien une décroissance exponentielle des résidus de convergence avec le nombre d'itérations. Le critère de convergence est ici fixé à la valeur de  $10^{-4}$ . On constate que pour un milieu d'épaisseur optique unitaire, le nombre d'itérations nécessaires à la résolution de l'ETR est typiquement compris entre 7 et 15. On obtient des résultats similaires avec la méthode SHDOM classique.

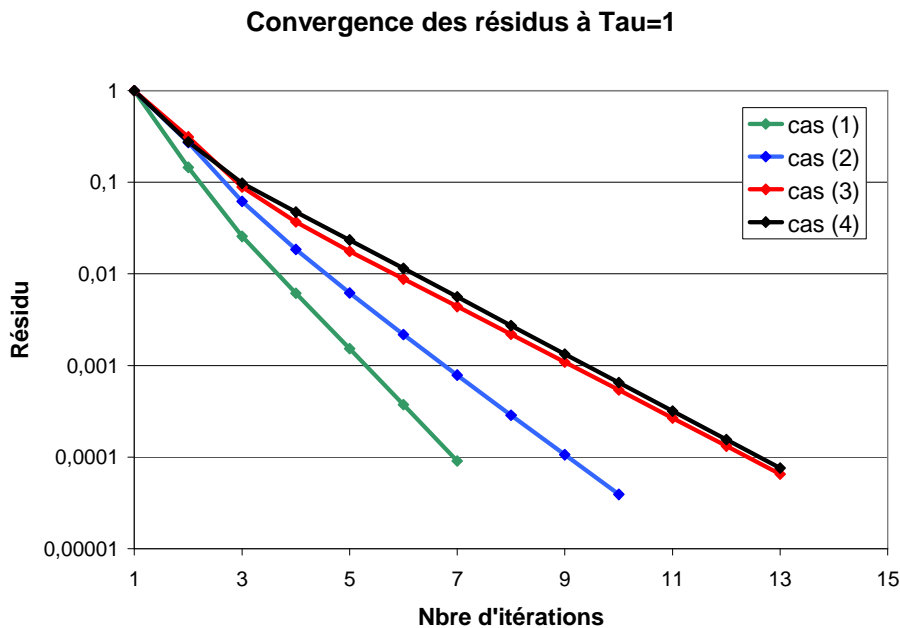


figure V.11 – Courbes de décroissance du résidu de convergence en fonction de l'itération

La figure V.12 montre l'évolution du nombre d'itérations nécessaires pour atteindre le critère de convergence, pour les quatre milieux considérés, lorsque leur épaisseur optique varie de 0,1 à 50. Malgré les épaisseurs optiques très élevées considérées, bien supérieures à celles rencontrées dans les jets de propulseurs, la convergence est toujours atteinte.

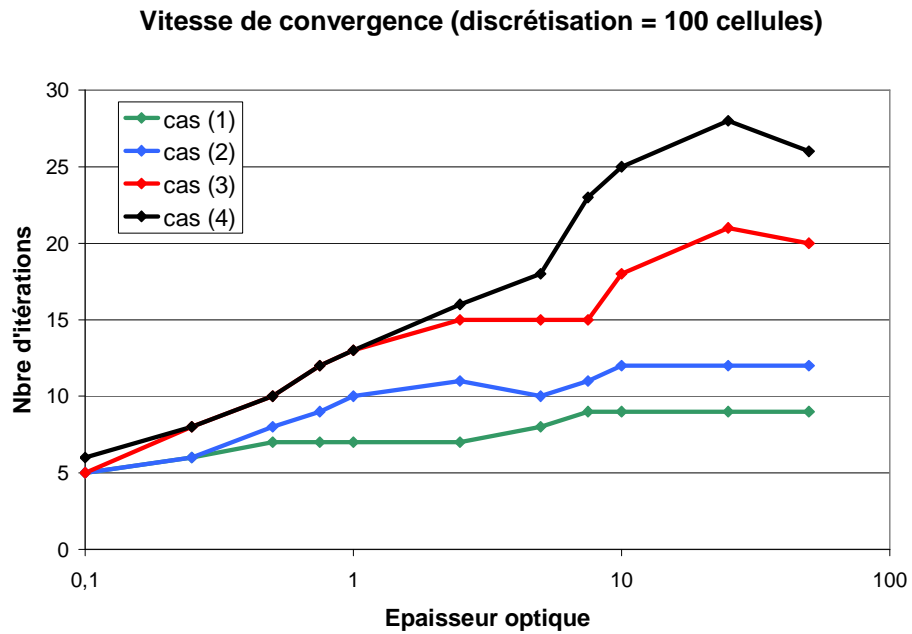


figure V.12 – Nombre final d'itérations en fonction de l'épaisseur optique pour un milieu plans parallèles homogène discrétisé en 100 couches

### 3.2.4. Comparaisons d'émissivités hémisphériques

Pour les 4 cas de figures précités, on compare donc les résultats obtenus par les méthodes d128, SHDOM, SdL et 2-flux. Les méthodes SHDOM et SdL utilisent une discrétisation en 100 couches quelle que soit l'épaisseur optique. La figure V.13 montre les émissivités hémisphériques calculées dans ces quatre cas.

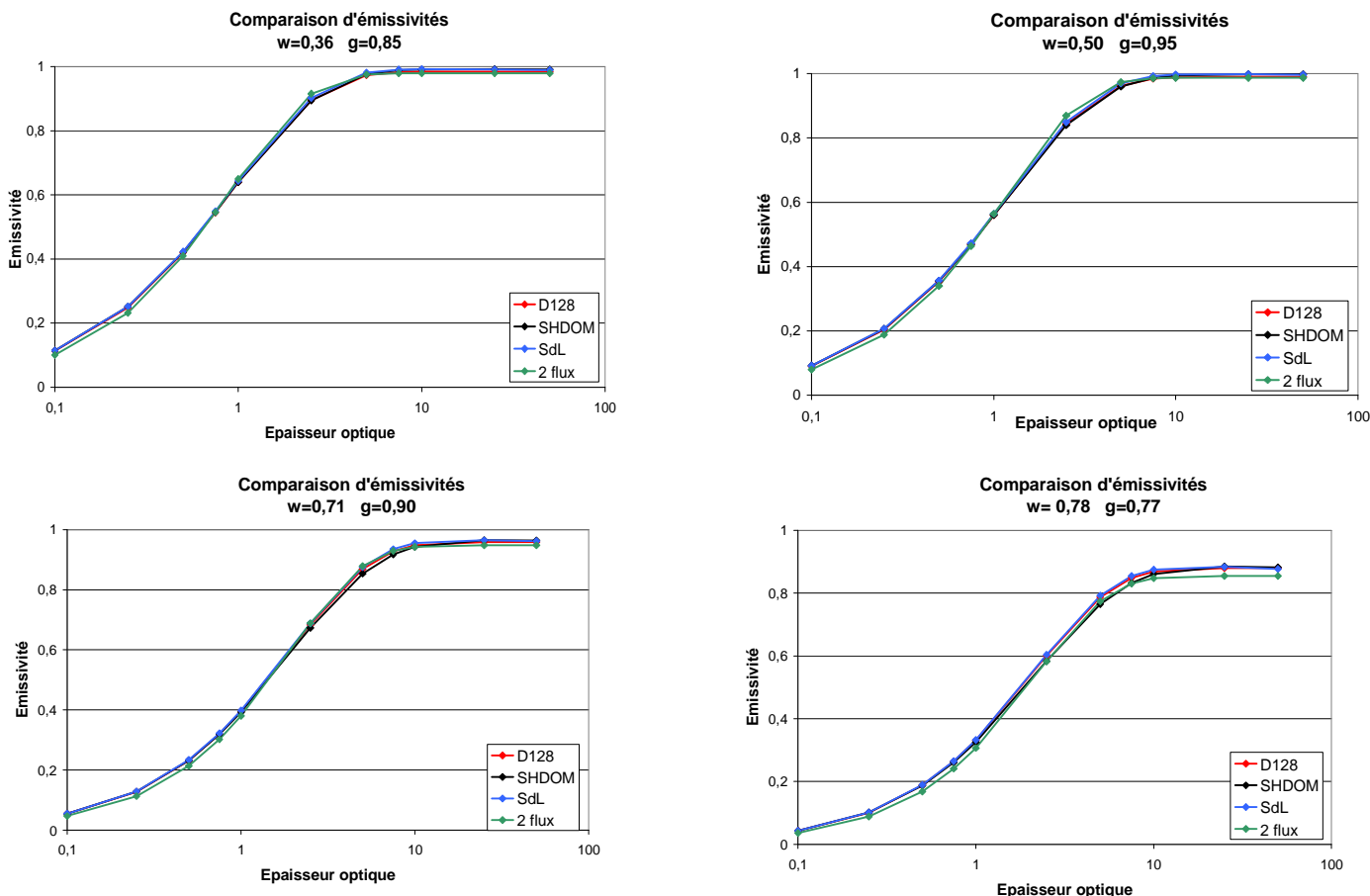


figure V.13 – Comparaison des émissivités obtenues par les quatre méthodes d128, SHDOM, SdL et 2-flux pour diverses épaisseurs optiques. Les quatre figures correspondent aux quatre cas tests

On observe pour les quatre méthodes des résultats très proches. La méthode 2-flux est la seule qui présente des différences notables avec les trois autres, principalement dans le cas d'épaisseurs optiques inférieures à 1.

On remarque aussi que l'émissivité des milieux fortement diffusant (cas (3) et (4)) ne tend pas vers 1 pour les épaisseurs optiques les plus importantes. On est ici en présence d'un milieu optiquement épais émettant moins qu'un corps noir de même température. Ces résultats sont vérifiés asymptotiquement pour les équations du modèle 2-flux. Le retour à l'équation du transfert radiatif pour la luminance permet de comprendre ce phénomène. Pour cela on considère un point  $M$  situé à une distance  $ds$  de la surface supérieure. Supposons que toute luminance au point  $M$  provenant de l'hémisphère inférieur soit égale à celle du corps noir. Ceci se traduit par la relation  $L(s - ds, \mu) = L_{bb}$  pour toute ordonnée discrète correspondant à  $\mu = \cos \theta \geq 0$ . Comme la distance  $ds$  est infinitésimale, l'épaisseur optique  $K_{abs} \cdot ds$  est petite devant 1, et la luminance au point  $M$  provenant de l'hémisphère supérieur est nécessairement inférieure à la luminance du corps noir. Ceci se traduit par l'inégalité  $L(s - ds, \mu) < L_{bb}$  pour toute ordonnée discrète correspondant à  $\mu = \cos \theta < 0$ . Le schéma suivant représente ces hypothèses.



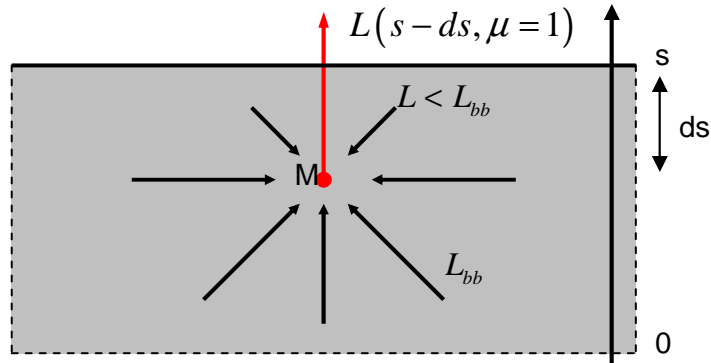


figure V.14 – Représentation (en rouge) de la luminance normale à la surface à une distance  $ds$  de cette surface. Sont représentées aussi (en noir) les luminances en ce même point mais dans les autres directions

$$\text{On a alors } \int_{-1}^1 L(s-ds, \mu') \cdot d\mu' < \int_{-1}^1 L_{bb} \cdot d\mu',$$

$$\text{soit } \int_{-1}^1 L(s-ds, \mu') \cdot P(\mu') \cdot d\mu' < \int_{-1}^1 L_{bb} \cdot P(\mu') \cdot d\mu' = L_{bb}$$

L'équation du transfert radiatif pour la luminance dans la direction verticale ( $\mu=1$ ) peut donc s'écrire :

$$\frac{dL(s-ds, \mu=1)}{ds} = -K_a \{L(s-ds, \mu=1) - L_{bb}\} - K_d \left\{ L(s-ds, \mu=1) - \int_{-1}^1 L(s-ds, \mu') P(\mu') d\mu' \right\}$$

$$\text{soit, avec l'hypothèse formulée ci-dessus, } \frac{dL(s-ds, \mu=1)}{ds} < 0$$

$$\text{soit encore, } L(s, \mu=1) < L_{bb}$$

En présence de diffusion, et particulièrement lorsque le paramètre d'asymétrie est proche de 0, la luminance ne tend pas vers celle du corps noir et donc l'émissivité hémisphérique tend vers une valeur inférieure à 1, même lorsque le milieu est optiquement épais. Le comportement asymptotique des flux calculés par la méthode deux flux du § V.2.3 permet de donner une valeur à cette émissivité asymptotique. Le flux non diffusé  $F_{nd}^+(0)$  (cf. équation (V.15)) tend bien vers celui d'un corps noir, en revanche, le flux diffusé  $F_d^+(0)$  (cf. équation (V.17)) tend vers le produit de l'émission du corps noir par le paramètre  $-\Gamma$ . L'émissivité totale tend donc vers le paramètre  $1-\Gamma$ , qui dépend de l'albédo de diffusion et du paramètre d'asymétrie.

Les quatre méthodes rendent bien compte de ce phénomène. Afin de comparer avec plus de précision leurs résultats, on représente les écarts relatifs des méthodes SHDOM, SdL et 2-flux avec la méthode prise comme référence, d128. La figure V.15 présente ces écarts relatifs en fonction de l'épaisseur optique dans les quatre cas de calcul décrits plus haut.

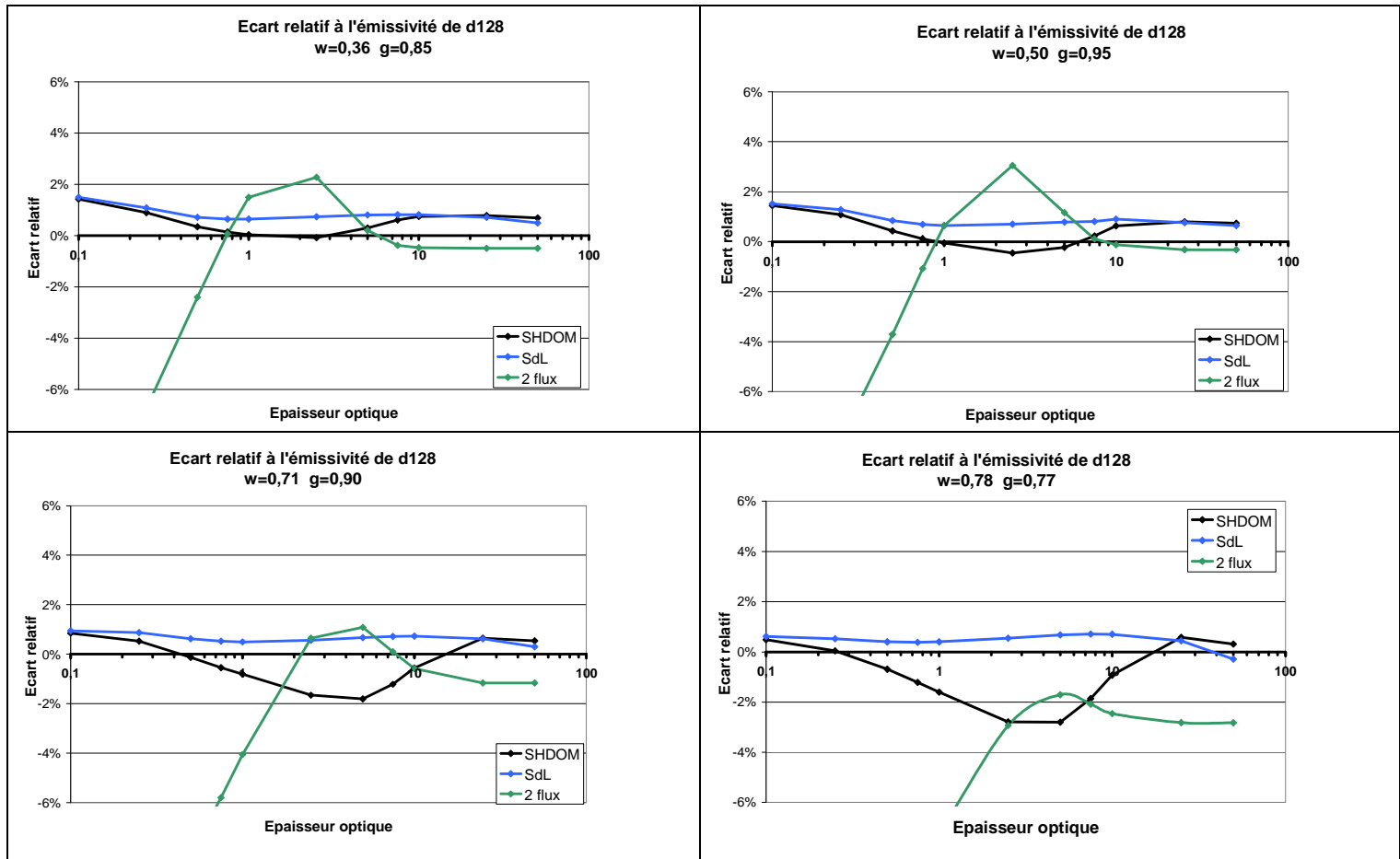


figure V.15 – Écarts relatifs entre les émissivités obtenues par les trois méthodes SHDOM, SdL et 2-flux, et l'émissivité de la méthode de référence d128, pour diverses épaisseurs optiques. Les quatre figures correspondent aux quatre cas tests

Les écarts relatifs à l'émissivité de d128 par la méthode 2-flux sont significatifs (supérieurs à 5-10%) lorsque l'épaisseur optique est inférieure à 1. Cet écart augmente avec l'albédo. Dans les conditions d'un jet de propulseur à propergol solide, on retrouve des épaisseurs optiques de l'ordre de 1 et des albédos importants ( $\omega_0 > 0,5$ ). La méthode 2-flux montre donc ses limites dans ces conditions, alors même que les calculs sont ici effectués sur un milieu simplifié homogène. Cependant, le comportement général et le comportement asymptotique en milieu épais sont respectés comme par exemple, la convergence des émissivités vers une valeur inférieure à 1 pour les albédos les plus élevés.

Pour la méthode SHDOM, les écarts relatifs restent inférieurs à 3% dans les quatre cas étudiés, quelle que soit l'épaisseur optique. Cependant, l'écart moyen tend à augmenter avec l'albédo du milieu. Pour la méthode SdL, les écarts relatifs restent inférieurs à 2% dans toutes les situations étudiées et surtout, l'écart moyen reste stable quel que soit l'albédo.

Les résultats obtenus par les trois méthodes les plus précises, SHDOM, SdL et d128 sont cependant très proches à 2-3% près. Pour la suite, on considère comme une imprécision minimale intrinsèque à la méthode SdL, une valeur de 3%. On la nomme erreur géométrique maximale ( $\varepsilon_{g,max}$ ) par comparaison avec les erreurs dites spectrales que l'on étudiera au chapitre suivant. Ainsi, lors de l'étude des effets spectraux pour la validation de SdL, on ne considèrera comme significative que les différences supérieures à cette erreur géométrique maximale.

### 3.3. Luminance d'une couche plane diffusante

Afin d'approfondir les tests de l'approche SdL, nous allons étudier ici la distribution angulaire de la luminance d'une couche plane diffusante. Lorsque la fonction de phase de diffusion est isotrope ( $g = 0$ ), l'évolution angulaire de la luminance possède une solution analytique [6]. La figure V.16 présente une comparaison entre les calculs analytiques réalisés par Van de Hulst et les résultats de l'approche SdL, pour un milieu d'épaisseur optique verticale  $\tau = 1$ , et différentes valeurs de l'albédo de diffusion simple. Les courbes en trait plein correspondent aux résultats analytiques de Van de Hulst et les points représentent les valeurs obtenues par SdL dans les directions associées à la quadrature de Gauss-Legendre.

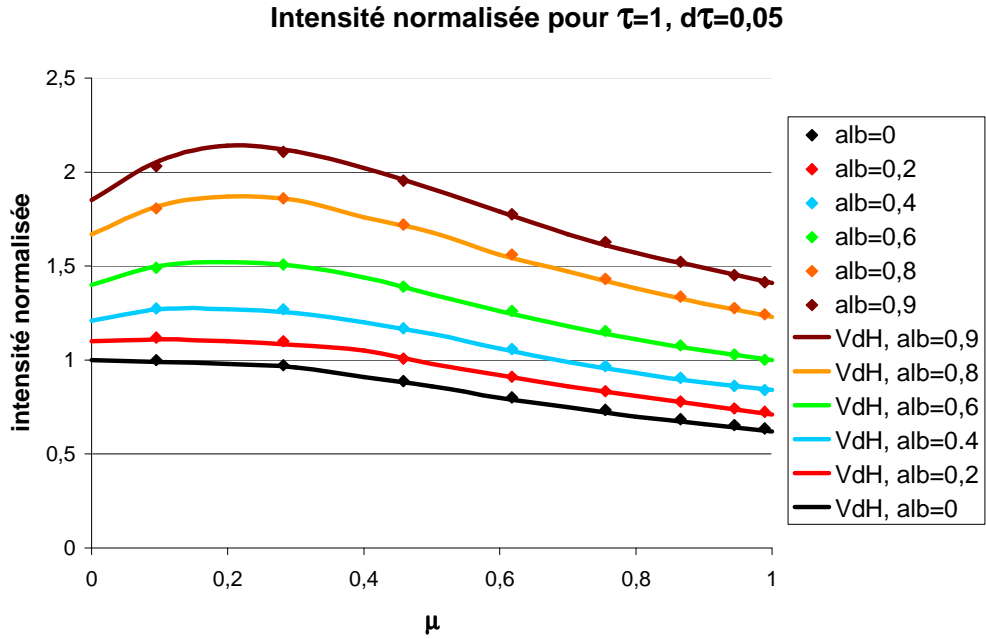


figure V.16 – Comparaison entre les résultats analytiques de Van de Hulst (VdH) et les calculs de SdL pour un milieu plan diffusant

La grandeur représentée, appelée ici intensité, est la luminance du milieu normalisée par la luminance du corps noir et le facteur  $1 - \omega_0$ , en fonction du cosinus de l'angle entre la normale et la direction  $\mu_l = \cos \theta_l$ . Les résultats de l'approche SdL reproduisent parfaitement les calculs analytiques, pour une discrétisation spatiale correspondant à une épaisseur optique de  $\Delta \tau = 0.05$  et une discrétisation angulaire ( $N_\mu=16, N_\varphi=32$ ).

La figure V.17 montre le rapport de la luminance diffusée et de la luminance non diffusée, en fonction de  $\mu_l = \cos \theta_l$ , valeurs calculées en utilisant les deux étapes de la méthode SdL.

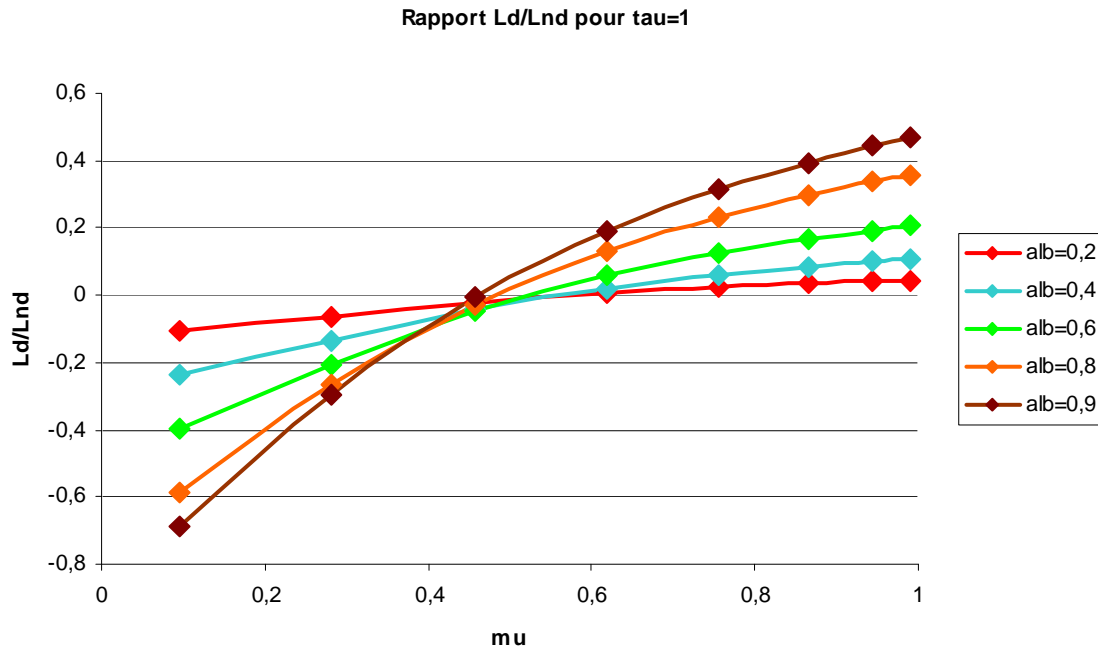


figure V.17 – Rapport entre la luminance diffusée et la luminance non diffusée pour une couche plane diffusante

On constate que la luminance diffusée possède à la fois des valeurs positives et négatives. Ceci justifie le test de l'approche SdL sur cette luminance et non pas uniquement sur le flux hémisphérique. En effet l'intégration angulaire conduit à diminuer la contribution diffuse, devant la contribution non diffusée dont la luminance est toujours positive. La luminance diffusée s'annule pour un angle dont la valeur dépend peu de l'albédo de diffusion. Globalement, la diffusion contribue à augmenter la luminance totale perpendiculairement à la surface alors qu'elle la diminue pour les visées rasantes. Compte tenu du comportement angulaire de  $L_d$ , il est impératif d'étudier la luminance plutôt que le seul flux hémisphérique.

#### 4. ETUDE PARAMETRIQUE DES CONTRIBUTIONS NON DIFFUSEE ET DIFFUSEE

Dans cette partie, on cherche à quantifier les rapports de flux  $\frac{F_d}{F_{nd}}$  et de luminances  $\frac{L_d}{L_{nd}}$  en sortie de couche plane, dans l'espace  $(B_0, B_1, \omega_0, g, \tau)$ , en utilisant les deux étapes de la méthode SdL. L'objectif est de définir les conditions a priori optimales pour utiliser la méthode SdL. En effet, un rapport de luminance  $\frac{L_d}{L_{nd}}$  très faible (c'est-à-dire de l'ordre de l'erreur géométrique maximale  $\varepsilon_{g,max}$ ) permet de négliger la diffusion dans la modélisation du transfert radiatif et donc d'éviter le calcul de  $L_d$ . A l'inverse, le cas où les luminances non diffusée et diffusée vérifient l'une des inégalités suivantes,  $L_d > L_{nd}$  ou  $|L_d| > L_d + L_{nd}$ , l'hypothèse sous-jacente à l'approche perturbative n'est plus respectée. Dans ce cas, la méthode SdL ne peut garantir une prise en compte correcte des corrélations spectrales. Dans le cas

intermédiaire où la luminance non diffusée obéit aux inégalités suivantes  $\varepsilon_{g,\max} \cdot (L_d + L_{nd}) < |L_d| < L_{nd}$  et  $|L_d| < L_d + L_{nd}$ , l'approche perturbative est justifiée d'un point de vue spectral.

Pour décrire l'espace des paramètres de cette étude ( $B_0, B_1, \omega_0, g, \tau$ ), on considère tout d'abord trois cas : un milieu émissif ( $B_0 = 1, B_1 = 0$ ), un milieu éclairé non émissif ( $B_0 = 0, B_1 = 1$ ) et un milieu éclairé et émissif ( $B_0 = 0.5, B_1 = 1$ ). Un milieu émissif non éclairé permettra de représenter le cœur du jet d'un propulseur dans la zone de recombustion, alors qu'un milieu non émissif et éclairé se rapprochera des couches externes du jet ; celles-ci peuvent contenir des particules qui ont subi un refroidissement et qui sont éclairées par l'émission provenant du cœur du jet. Pour chacun de ces milieux, on décrit l'espace des paramètres ( $\omega_0, g, \tau$ ). Par souci de clarté, on représente les courbes en fonction de l'épaisseur optique d'absorption  $\tau_{abs} = (1 - \omega_0) \cdot \tau$ , cela évite que ces courbes s'entrecroisent et rendent les graphiques illisibles.

Dans un premier temps, on étudie le comportement des flux hémisphériques, plus simple que celui des luminances. La figure V.18 représente le rapport entre le flux diffusé et le flux non diffusé pour les trois types de milieux (trois graphes), pour un paramètre d'asymétrie de 0,5, et pour différents albédos de diffusion. La figure V.19 représente le même type de graphes, en fixant l'albédo à 0,7, et en faisant varier le paramètre d'asymétrie.

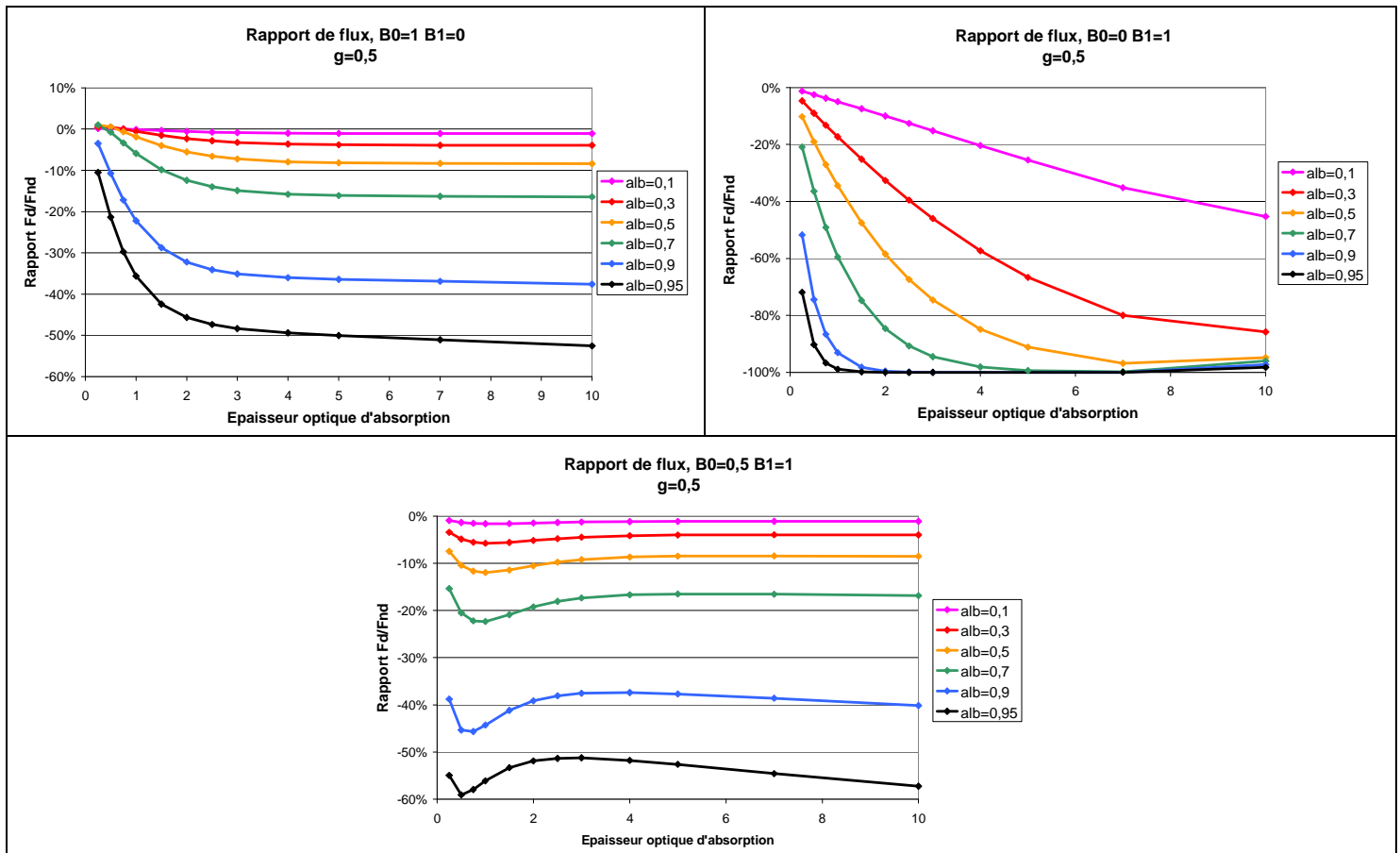


figure V.18 – Rapport du flux hémisphérique diffusé sur le flux hémisphérique non diffusé, calculés par SdL dans un milieu plan diffusant, en fonction de l'épaisseur optique, pour différents albédos et  $g=0,5$

Pour un milieu émissif non éclairé ( $B_0 = 1, B_1 = 0$ ), on constate que le flux diffusé est presque toujours négatif : le flux calculé en ne prenant compte que de l'émission-absorption conduit à une surestimation du rayonnement. On note aussi que le flux diffusé est toujours plus faible que le flux non diffusé. Même pour un albédo de 0,9, le flux diffusé ne dépasse pas 40% du flux non diffusé. Bien qu'elle ne soit pas complètement justifiée à ce stade, c'est cette observation qui nous a conduit à traiter la luminance diffusée comme une perturbation lors de l'opération de moyenne spectrale.

Pour un milieu non émissif et éclairé ( $B_0 = 0, B_1 = 1$ ), la contribution du flux diffusé est en général plus important en valeur absolue que dans le cas précédent.

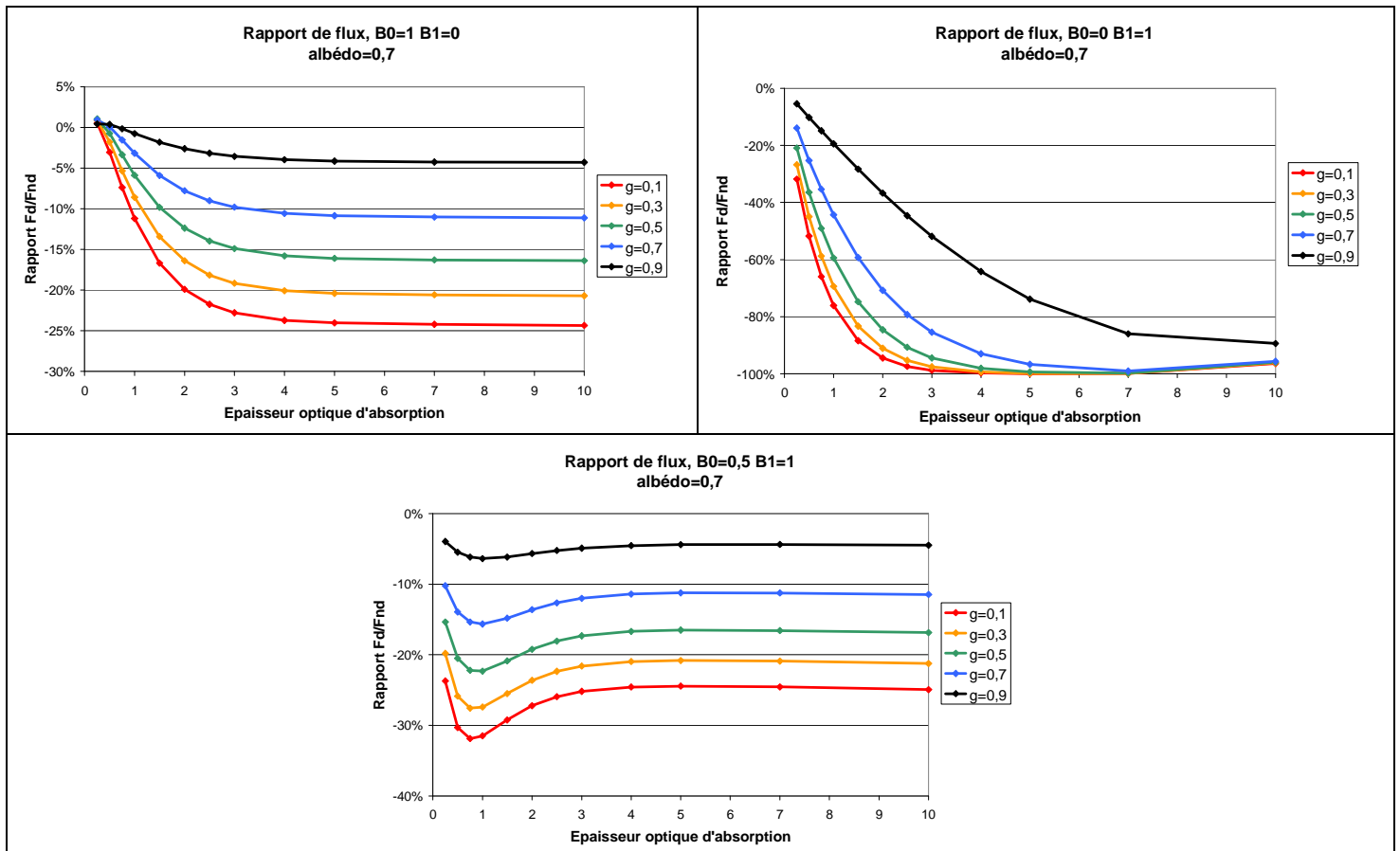


figure V.19 - Rapport du flux hémisphérique diffusé sur le flux hémisphérique non diffusé, calculés par SdL dans un milieu plan diffusant, en fonction de l'épaisseur optique, pour différents paramètres d'asymétrie et albédo=0,7

Pour le milieu émissif non éclairé ( $B_0 = 1, B_1 = 0$ ), et pour un paramètre d'asymétrie de 0,5, on constate que le flux diffusé est presque toujours négatif. Sa contribution augmente en valeur absolue avec l'albédo de diffusion simple et avec l'épaisseur optique d'absorption. Dès que l'albédo dépasse 0,3, le flux diffusé est non négligeable devant le flux non diffusé. En revanche, le cas où l'approche perturbative n'est plus justifiée ( $\frac{L_d}{L_{nd}} < -0,5$ ) ne se rencontre que dans un milieu très épais et très diffusant. Cette situation ne

se produira pas dans les jets de propulseurs. Le premier graphe de la figure V.19 montre que pour un albédo fixé, la contribution en valeur absolue du flux diffusé est d'autant plus importante que le paramètre d'asymétrie est faible. Cette contribution est négligeable lorsque le paramètre d'asymétrie dépasse typiquement 0,9. La limite de l'approche perturbative n'est pas atteinte dans ce cas. En résumé, on constate que la contribution du flux diffusé est d'autant plus importante que :

- l'albédo de diffusion est grand,
- l'épaisseur optique d'absorption est grande,
- le paramètre d'asymétrie est petit.

Les seconds graphes de la figure V.18 et de la figure V.19 montrent les mêmes types de résultats pour un milieu non émissif et éclairé ( $B_0 = 0, B_1 = 1$ ). On obtient globalement le même type de comportement du rapport du flux diffusé sur le flux non diffusé vis-à-vis de l'épaisseur optique d'absorption, de l'albédo de diffusion simple et du paramètre d'asymétrie. Néanmoins, on constate que le domaine en  $(\tau, \omega_0, g)$  dans lequel le flux diffusé est négligeable devant le flux non diffusé est beaucoup plus restreint que dans le cas précédent. En corollaire, la limite de l'approche perturbative correspondant à l'inégalité  $(\frac{L_d}{L_{nd}} < -0,5)$  est beaucoup plus rapidement atteinte et il existe des situations où l'approche par séparation de luminance n'est plus justifiée, même pour un milieu dont l'albédo de diffusion simple est de 0,3.

Dans le cas mixte, représenté sur les deux derniers graphes de la figure V.18 et de la figure V.19, on constate une assez faible dépendance du rapport des flux avec l'épaisseur optique d'absorption. Le domaine en  $(\tau, \omega_0, g)$  dans lequel la contribution diffuse est négligeable est moins étendu que dans le cas purement émissif. De même, le domaine  $(\tau, \omega_0, g)$  dans lequel l'approche perturbative reste justifiée est plus étendu que dans un milieu non émissif et éclairé.

La figure V.20 et la figure V.21 présentent le rapport des luminances diffusée et non diffusée, en fonction du cosinus de l'angle pour les trois types de milieux émissif, éclairé et mixte, pour une épaisseur optique d'absorption  $\tau_{abs} = 1$ .

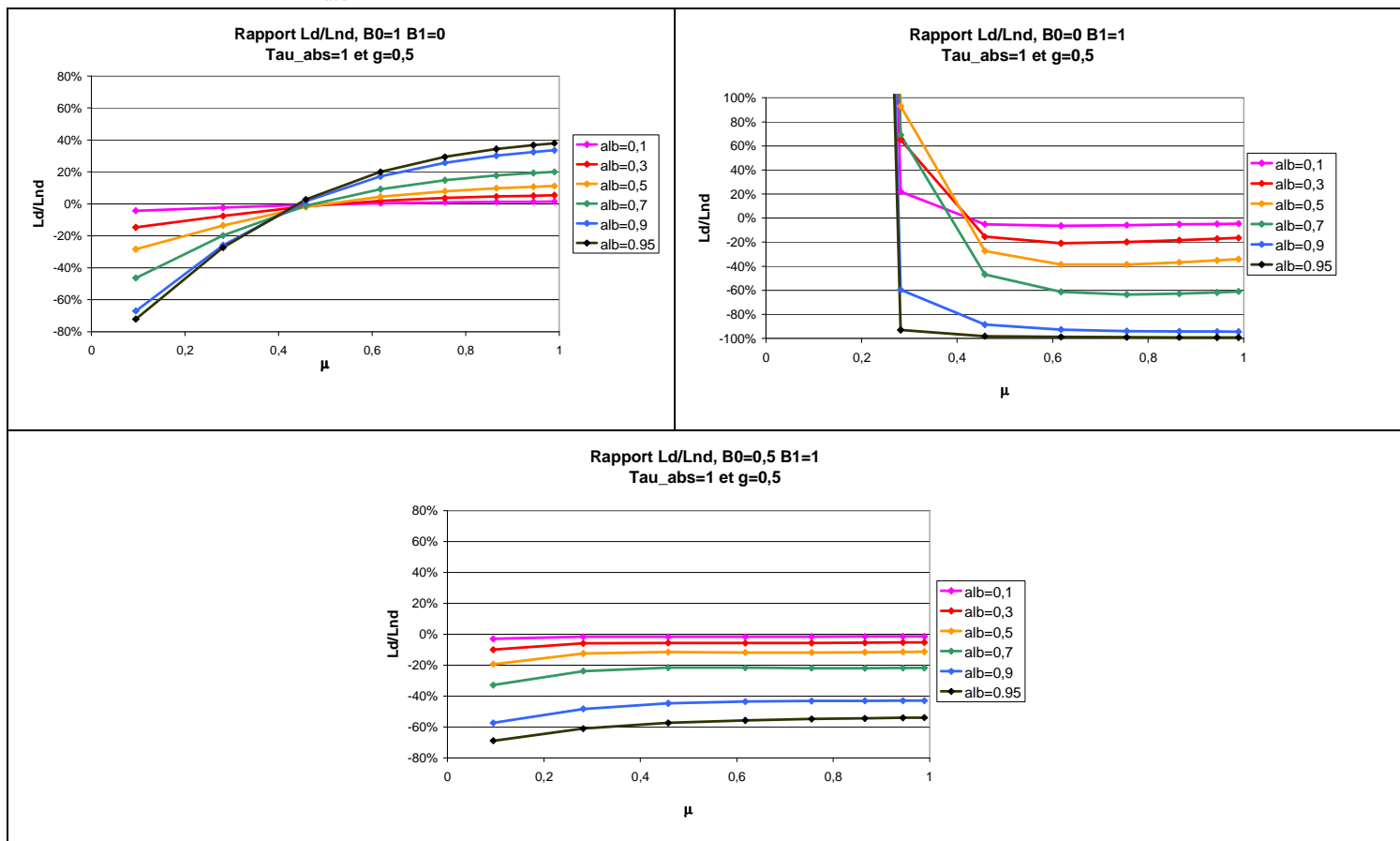


figure V.20 - Rapport de la luminance diffusée sur la luminance non diffusée, calculées par SdL dans un milieu plan diffusant d'épaisseur optique 1, en fonction de la direction zénithale, pour différents albédos et un paramètre d'asymétrie  $g=0,5$

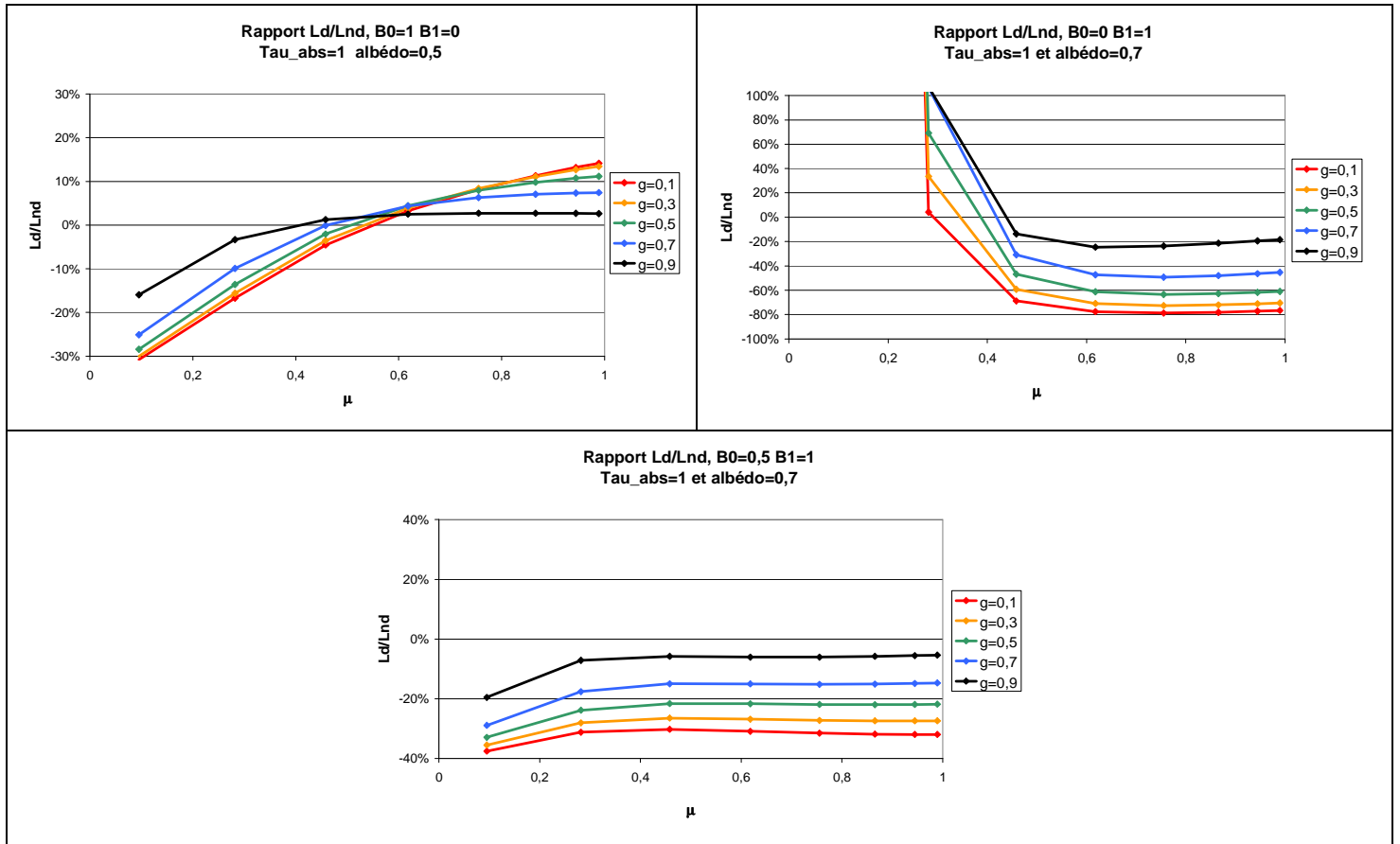


figure V.21 - Rapport de la luminance diffusée sur la luminance non diffusée, calculées par SdL dans un milieu plan diffusant d'épaisseur optique 1, en fonction de la direction zénithale, pour différents paramètres d'asymétrie et un albédo=0,7

Comme le flux hémisphérique intègre angulairement la luminance, l'étude de la luminance tend à accentuer les observations précédentes effectuées sur les flux. En conséquence, on observe que le domaine  $(\tau, \omega_0, g)$  dans lequel le rapport  $\frac{L_d}{L_{nd}}$  est négligeable est plus étroit que celui déduit du rapport des flux. Pour le milieu émissif, le signe de la luminance diffusée dépend de l'angle d'observation. Perpendiculairement à la surface, la luminance diffusée est positive, alors qu'en visée rasante, elle est négative. Comme pour le flux, la valeur absolue du rapport  $\frac{L_d}{L_{nd}}$  est d'autant plus grande que le paramètre d'asymétrie (resp. l'albédo de diffusion simple) est petit (resp. grand). Pour le milieu éclairé, la luminance non diffusée tend vers 0 en visée rasante. En effet, la seule contribution au rayonnement provient de la surface inférieure ( $B_0 = 0, B_1 = 1$ ) ; or la visée rasante pour un milieu plans parallèles implique une longueur d'absorption très importante et donc une transmission directe presque nulle. Le rapport  $\frac{L_d}{L_{nd}}$  devient positif et très grand. Comme pour les rapports de flux, on retrouve des situations du domaine  $(\tau, \omega_0, g)$  où l'approche perturbative n'est pas justifiée. Pour le milieu éclairé et émissif, la situation considérée conduit à une luminance diffusée toujours négative et qui dépend assez peu de l'angle d'observation, sauf pour les visées rasantes. Comme pour les flux, la valeur absolue du rapport  $\frac{L_d}{L_{nd}}$  est d'autant plus grande que :

- l'albédo de diffusion simple est grand,
- le paramètre d'asymétrie est faible.



Nous avons cherché à mieux cerner le domaine dans lequel la méthode par séparation de luminance est susceptible de présenter un intérêt pour la prédiction de la signature infrarouge des jets de propulseur. Pour cela, il est nécessaire que la luminance diffusée ne soit pas trop faible en valeur absolue devant la luminance non diffusée, et qu'elle ne soit pas également trop importante. Dans le premier cas, il n'est pas nécessaire de raffiner le calcul de la luminance moyennée spectralement. Dans le second cas, la luminance diffusée est élevée et les simplifications que nous avons introduites pour l'obtention de sa moyenne spectrale ne sont plus justifiées. Bien évidemment, il est également nécessaire que les gaz présentent une structure spectrale marquée dans le domaine considéré ; nous reviendrons sur ce point dans le chapitre suivant. Plutôt que d'étudier la luminance, ce qui introduit une variable supplémentaire correspondant à l'angle entre la normale au milieu et la direction d'observation, nous avons préféré examiner les flux non diffusé et diffusé. De plus, ceux-ci peuvent être très rapidement évalués à l'aide du modèle 2 flux. Nous avons donc considéré trois domaines séparés par deux limites. Le premier domaine correspond au cas où la contribution du flux diffusé est négligeable :  $\frac{F_d}{F_{nd}} < 5\%$  . Le troisième correspond au

cas où le flux diffusé est trop élevé pour pouvoir justifier les approximations effectuées au chapitre III : on utilise alors le critère  $\frac{F_d}{F_{nd}} > 1$  pour le milieu émissif et le milieu mixte et le critère  $\frac{|F_d|}{F_{nd} + F_d} > 1$  pour le milieu

éclairé. Le premier critère s'applique à un flux diffusé positif, il permet de vérifier que  $F_d$  est une perturbation de  $F_{nd}$ . Le second critère s'applique à un flux diffusé négatif et il permet de vérifier que le flux diffusé reste inférieur au flux total qu'on aurait pu calculer directement avec une méthode par absorption moyenne (cf § III.4.2). Le second domaine est situé entre les deux précédents et correspond à la zone où la méthode que nous proposons présente un intérêt potentiel. Les trois figures figure V. 22, figure V. 23 et figure V. 24 représentent ces trois domaines, pour les trois types de milieux considérés (émissif, éclairé et mixte), en fonction du paramètre d'asymétrie et de l'albédo de diffusion, pour deux épaisseurs optiques. Bien évidemment, ces courbes calculées pour un milieu homogène, avec la méthode 2 flux, ne permettent d'obtenir que des tendances. Pour le milieu émissif, on constate qu'il existe un large domaine en terme de paramètre d'asymétrie et d'albédo de diffusion où la méthode présente un intérêt potentiel. Comme nous l'avons déjà vu, l'effet de la diffusion se fait d'autant plus sentir que l'albédo de diffusion est grand et que le paramètre d'asymétrie est petit, ces deux conditions tendant à renforcer la redistribution angulaire du rayonnement par diffusion. Dans ce cas, le flux diffusé est toujours positif. Pour le milieu éclairé, on obtient les mêmes tendances, mais le domaine pour lequel notre méthode présente un intérêt potentiel est plus étroit, en raison de la contribution relative plus importante de la luminance diffusée en valeur absolue, puis qu'il n'y a aucune émission propre dans le milieu. De plus, le flux diffusé est dans ce cas négatif. Enfin, dans le cas d'un milieu émissif et éclairé, les contributions de signes opposées associées aux deux cas précédents tendent à se compenser, et le domaine d'intérêt potentiel de la méthode est plus restreint que pour un milieu purement émissif.

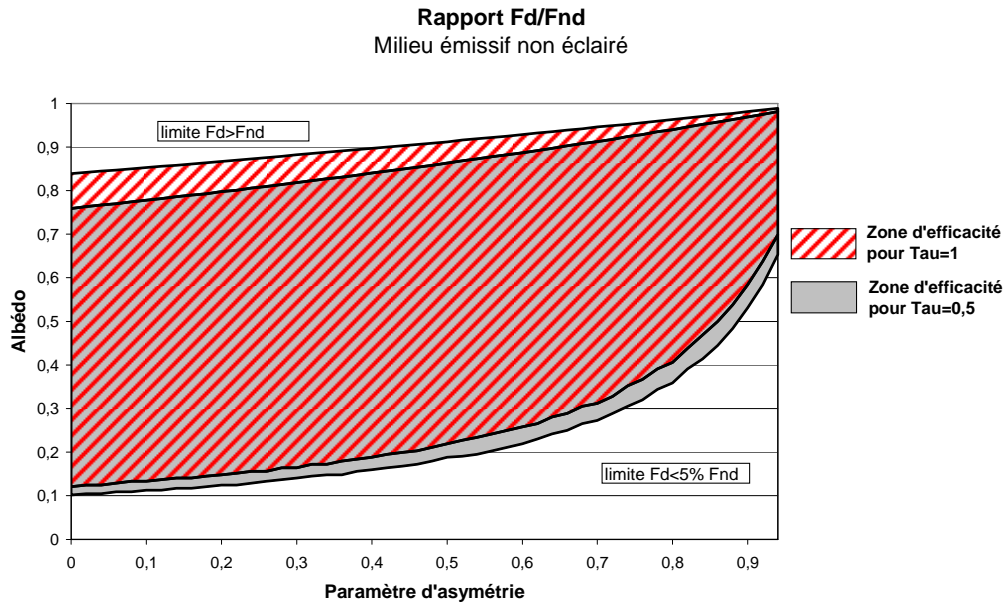


figure V. 22 – Rapport du flux diffusé sur le flux non diffusé, calculés par une méthode 2 flux, en fonction de l'albédo et du paramètre d'asymétrie. Pour un milieu émissif ( $B_0=1$ ) et non éclairé ( $B_1=0$ ), on met en évidence les zones d'efficacité de la méthode SdL pour des épaisseurs optique d'absorption ( $Tau$ ) de 1 et 0,5

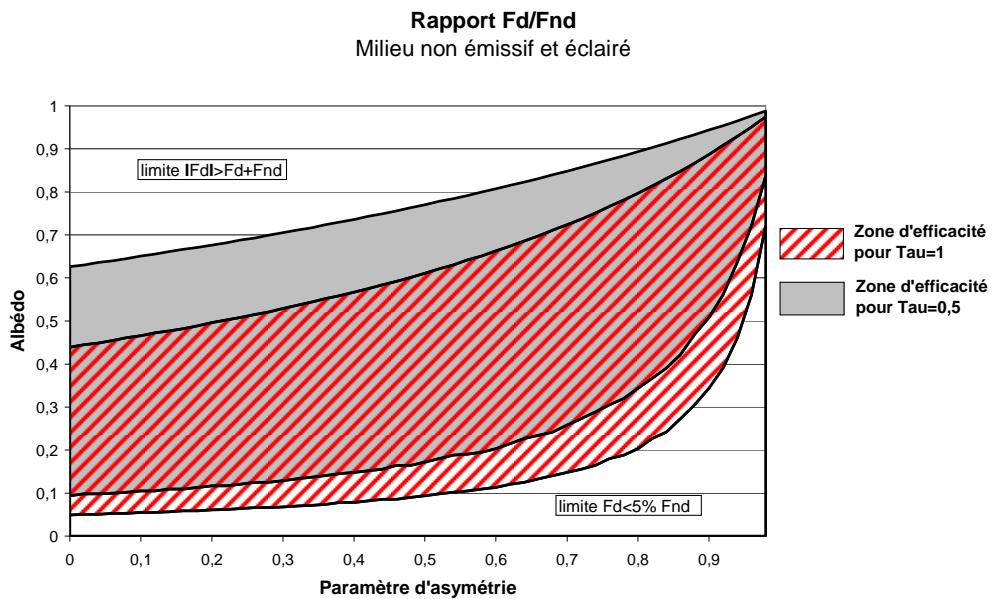


figure V. 23 – Rapport du flux diffusé sur le flux non diffusé, calculés par une méthode 2 flux, en fonction de l'albédo et du paramètre d'asymétrie. Pour un milieu non émissif ( $B_0=0$ ) et éclairé ( $B_1=1$ ), on met en évidence les zones d'efficacité de la méthode SdL pour des épaisseurs optique d'absorption ( $Tau$ ) de 1 et 0,5

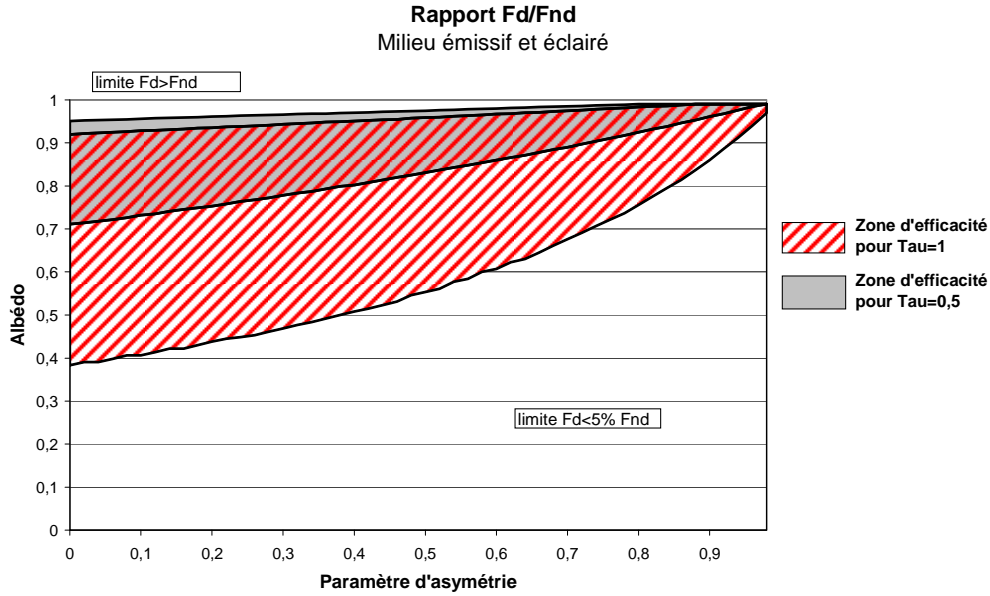


figure V. 24 – Rapport du flux diffusé sur le flux non diffusé, calculés par une méthode 2 flux, en fonction de l'albédo et du paramètre d'asymétrie. Pour un milieu émissif ( $B_0=0,5$ ) et éclairé ( $B_1=1$ ), on met en évidence les zones d'efficacité de la méthode SdL pour des épaisseurs optique d'absorption ( $Tau$ ) de 1 et 0,5

Finalement, nous avons cherché une explication au changement de signe de la luminance diffusée entre la vue quasi-perpendiculaire et la vue rasante pour un milieu émissif non éclairé. Pour cela, nous avons tracé, sur la figure V.25 et la figure V.26, les fonctions sources non diffusée  $J_{nd}$  et diffusée  $J_d$  à l'intérieur du milieu plans parallèles, pour le premier angle de la quadrature à proximité de la normale à la surface ( $\theta = 8^\circ$ ) et pour l'angle le plus rasant de la quadrature ( $\theta = 85^\circ$ ). Pour mémoire, la somme de ces deux fonctions constitue la fonction source de la luminance diffusée  $L_d$ , et elles sont définies par les relations :

$$J_{nd}(s, \Omega) = K_d(s) \cdot \int_{4\pi} (L_{nd}(s, \Omega') - L_{nd}(s, \Omega)) \cdot P(\Omega, \Omega') \cdot d\Omega' \quad (V.23)$$

$$J_d(s, \Omega) = K_d(s) \cdot \int_{4\pi} L_d(s, \Omega') \cdot P(\Omega, \Omega') \cdot d\Omega' \quad (V.24)$$

**Fonctions sources à 8°**  
**Tau\_tot=1 albédo=0,9 g=0,5**

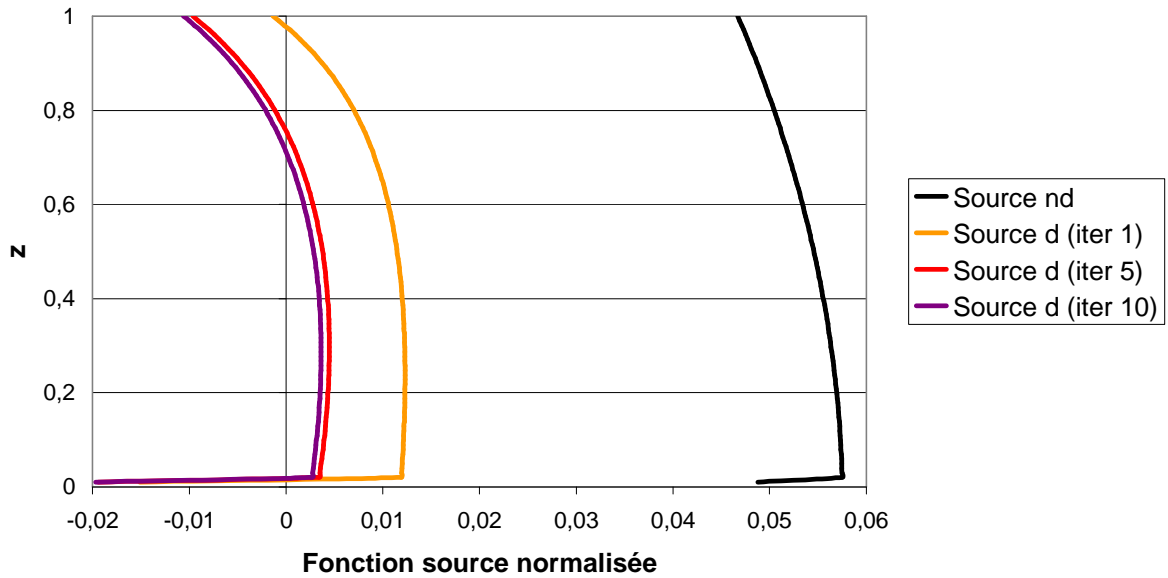


figure V.25 – Fonction source non diffusée et fonction source diffusée (à diverses itérations du calcul) calculées par SdL dans un milieu plan diffusant. Les fonctions sources sont normalisées par l'émission du corps noir interne et tracées en fonction de la hauteur z dans la couche. La direction de la luminance associée forme un angle de 8° avec l'axe Oz

**Fonctions sources à 85°**  
**Tau\_tot=1 albédo=0,9 g=0,5**

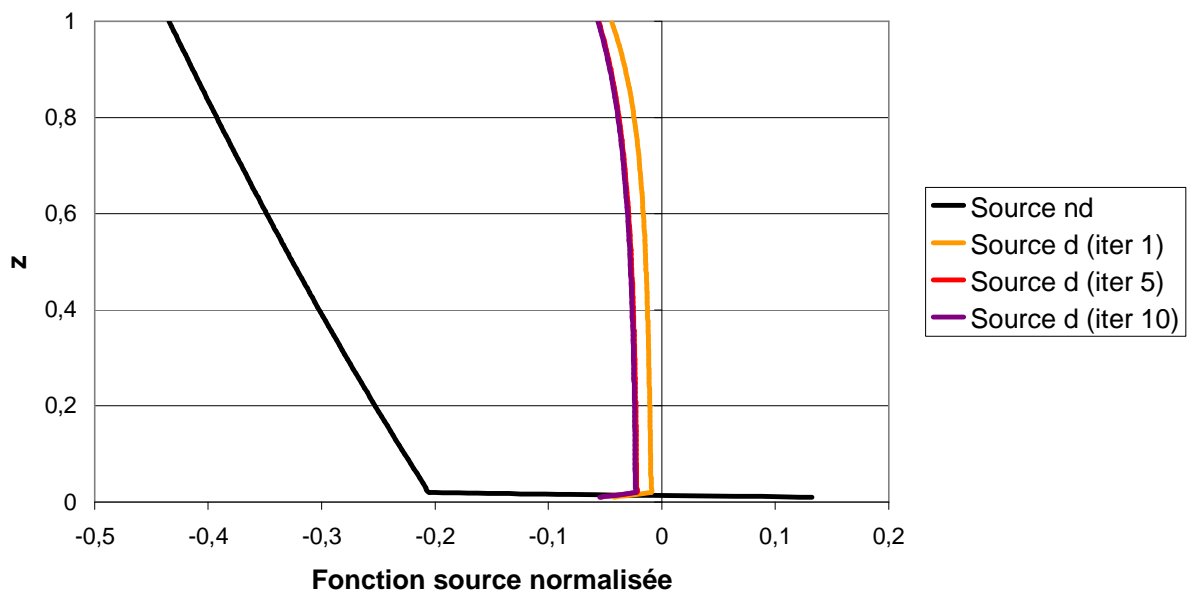


figure V.26 - Fonction source non diffusée et fonction source diffusée (à diverses itérations du calcul) calculées par SdL dans un milieu plan diffusant. Les fonctions sources sont normalisées par l'émission du corps noir interne et tracées en fonction de la hauteur z dans la couche. La direction de la luminance associée forme un angle de 85° avec l'axe Oz

Comme expliqué plus haut, on constate bien que la fonction source non diffusée est indépendante de l'itération, alors que la fonction source diffusée évolue jusqu'à atteindre sa valeur définitive à la convergence de l'algorithme. Pour les deux directions considérées, la fonction source non diffusée est supérieure, en valeur absolue à la fonction source diffusée. En conséquence, le comportement de la luminance diffusée est régi en premier lieu par la fonction source non diffusée. En visée rasante,  $L_{nd}(\Omega)$  est presque toujours supérieure aux luminances dans les autres directions,  $L_{nd}(\Omega')$ . Par conséquent,  $J_{nd}(\Omega)$  est négatif. A l'inverse, la luminance en visée verticale est plutôt plus faible que la luminance dans les autres directions.  $J_{nd}(\Omega)$  est donc positif dans ce cas. La fonction source étant positive (resp. négative) en visée verticale (resp. visée rasante), la luminance diffusée est elle aussi positive (resp. négative).

## 5. CONCLUSION

L'étude de la méthode par séparation de luminance, par ses aspects géométriques, montre la validité de cette approche dans le cas monochromatique. Nous avons vu que dans le cas de couches planes non diffusantes ou de couches planes diffusantes avec fonction de phase isotrope, les résultats de SdL sont très proches des résultats donnés par les méthodes analytiques existantes. Dans le cas d'une couche plane diffusante avec une fonction de phase de type Henyey-Greenstein, les résultats sont aussi très proches (différence < 2%) des méthodes aux ordonnées discrètes usuelles. Ceci nous a permis de définir une erreur géométrique maximale  $\varepsilon_{g,\max}$  que l'on considèrera par la suite comme l'erreur maximale dans les cas monochromatiques.

A partir de cas représentatifs des conditions rencontrées dans les jets de propulseurs, on a aussi pu vérifier la régularité de la convergence ainsi que sa dépendance à la discrétisation spatiale. En outre, ces cas nous ont permis de faire des choix en matière de discrétisations spatiales et angulaires qui nous serviront de référence pour les calculs impliquant les aspects spectraux.

Enfin, l'étude paramétrique des rapports de flux et de luminances, diffusés et non diffusés, permet de dégager le cadre optimal de fonctionnement pour la méthode SdL. Même pour les situations simplifiées décrites dans cette étude, on observe une grande variété de situations en fonction des paramètres  $(\omega_0, g, \tau)$  mais aussi en fonction de la direction d'observation de la luminance. Ceci amène à définir des zones favorables à la méthode SdL, tout en restant prudents sur leur validité dans des conditions moins simples comme les milieux hétérogènes. Par la suite, donc, on continuera d'évaluer ce rapport de luminances diffusés et non diffusés, afin de mesurer en permanence l'intérêt de la méthode SdL.

En définitive, l'étude des aspects géométriques de la méthode SdL a permis de valider notre approche sur des milieux simples pour lesquelles il existe des solutions de référence. Pour étudier les aspects spectraux sur des cas plus complexes, nous nous appuyerons donc sur cette validité géométrique de SdL afin de créer nos propres résultats de référence.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] K.F. Evans  
*The spherical harmonics discrete ordinate method for three-dimensionnal atmospheric radiative transfer*  
J. Atm. Sci., vol. 55, pp 429-446, 1998
- [2] F. Liu , G.J. Smallwood, O.L. Gülder  
*Application of statistical narrowband model to three-dimensionnal absorbing-emitting-scattering media*  
J. Therm. Heat. Tr., vol. 13, pp 285-291, 1999
- [3] O.B. Toon, C.P. Mckay, T.P. Ackerman  
*Rapid calculation of radiative heating rates and photodissociation rates in inhomogeneous multiple scattering atmospheres*  
J. Geophys. Res., vol. 94, pp 16287-16300, 1989
- [4] W.E. Meador, W.R. Weaver  
Two-stream approximations to radiative transfer in planetary atmospheres : a unified description of existing methods and a new improvement  
J. Atm. Sci., vol. 37, pp 630-647, 1980
- [5] Q. Fu, K.N. Liou, M.C. Cribb, T.P. Charlock, A. Grossman  
*Multiple scattering parametrization in thermal infrared radiative transfer*  
J. Atm. Sci., vol. 54, pp 2799-2812, 1997
- [6] H.C. Van de Hulst  
*Multiple light scattering. Tables, Formules, and applications. Volume 1*  
Academic Press, 1980
- [7] K. Stamnes, S. Tsay, W. Wiscombe, K. Jayaweera  
*Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media*  
Appl. Opt., vol. 27, pp 2502-2509, 1988
- [8] P.E. Baudoux  
*Développement d'un modèle de transfert radiatif 3D adapté au calcul de la signature d'un jet de moteur-fusée dans l'ultraviolet*  
Thèse de doctorat, Université de Rouen, 2002



## TABLE DES MATIERES

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>127</b>
<b>2. EXTENSION DE L'APPROXIMATION DE CURTIS-GODSON AUX MILIEUX DIPHASIQUES .....</b>	<b>129</b>
<b>3. DESCRIPTION DES MILIEUX DE REFERENCE .....</b>	<b>131</b>
<b>4. APPLICATION ET TEST DE LA METHODE DE SEPARATION DE LUMINANCE .....</b>	<b>136</b>
4.1. Profil LP11 Sortie de tuyère .....	136
4.2. Profil LP11 Zone de recombustion .....	138
4.3. Profil J20 Sortie de tuyère .....	140
4.4. Profil J20 Zone de recombustion.....	141
<b>5. CONCLUSION.....</b>	<b>144</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>145</b>



# CHAPITRE VI : SEPARATION DE LUMINANCE ASSOCIEE A SHDOM – ASPECTS SPECTRAUX

## 1. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à l'application et aux tests de la méthode par séparation de luminance associée à SHDOM, dans le contexte de la signature infrarouge des jets de propulseurs composites aluminisés. Pour cela, on étudie les problèmes liés à la moyenne spectrale de la luminance d'un milieu absorbant, émissif et diffusant, sur des intervalles de  $5 \text{ cm}^{-1}$ . Comme nous l'avons déjà précisé au chapitre III, les modèles de bande sont incompatibles avec la résolution de l'ETR en présence de diffusion. La séparation de luminance a pour objectif de lever au moins partiellement cette incompatibilité. Dans le chapitre précédent, nous avons étudié les aspects purement géométriques, c'est à dire spatiaux et angulaires, liés aux deux approches de résolution de l'ETR que nous avons envisagées. Nous avons considéré le cas de l'algorithme SHDOM utilisé directement pour résoudre l'ETR, et le cas où la luminance non diffusée est d'abord calculée, puis la luminance diffusée est ensuite déterminée en résolvant l'ETR modifiée à l'aide d'une nouvelle version du solveur SHDOM. Tous les calculs ont été réalisés pour un seul nombre d'onde, et l'objet de ce chapitre est d'étendre cette étude lorsque la luminance spectrale moyenne est calculée. Afin de pouvoir réaliser une série de tests probants, nous avons recouru à des calculs raie par raie pour disposer d'une référence. Compte tenu des temps de calcul inhérents à ce choix, nous avons voulu limiter les milieux tests à des situations simples. En conséquence, on considèrera des milieux 1D dont les profils des grandeurs optiques sont extraits de calculs aérothermochimiques en différents points des deux jets présentés au chapitre II. La méthode de référence, appelée ici RpR, est constituée du solveur SHDOM qui est utilisé pour résoudre l'équation du transfert radiatif en présence de diffusion en monochromatique. A chaque nombre d'onde, la grille de propriétés optiques définissant l'entrée du code SHDOM est initialisée d'après les calculs raie par raie du coefficient d'absorption des gaz [1]. La résolution de l'ETR, à la résolution spectrale nécessaire aux calculs raie par raie, conduit à la luminance monochromatique du milieu. Celle-ci est ensuite intégrée sur chaque intervalle spectral de  $5 \text{ cm}^{-1}$  de largeur. La discrétisation spectrale utilisée pour calculer les propriétés optiques des particules est typiquement de l'ordre de  $100 \text{ cm}^{-1}$ , ce qui est tout à fait compatible avec les variations observées. Pour les calculs par méthode de bande, on a utilisé des paramètres élaborés d'après les résultats du calcul raie par raie de transmittivités de colonnes gazeuses homogènes [7], en cohérence avec la base de données spectroscopiques utilisée dans l'approche de référence. Cette démarche, où la base de données spectroscopiques est commune aux calculs raie par raie sur les milieux diffusants et à la génération des paramètres de modèles de bande, permet d'assurer une cohérence entre les calculs monochromatiques et les calculs à moyenne résolution spectrale. Ces calculs sont effectués selon deux approches. Dans la première, dénommée MdB, le coefficient d'absorption moyen des gaz est déduit d'un calcul de transmission moyenne appliqué à chaque cellule élémentaire de la grille de propriétés. Dans ce cas, l'ETR est résolue une seule fois tous les  $5 \text{ cm}^{-1}$  avec le code SHDOM, et les calculs ne tiennent alors pas compte des corrélations spectrales. La seconde approche consiste à séparer la luminance selon ses deux composantes diffusée et non diffusée. Dans ce cas, la luminance moyenne non diffusée, qui ne prend pas en compte la diffusion, est calculée dans l'approximation des modèles de bande [9],[10], puis l'algorithme modifié de SHDOM est utilisé pour déterminer la luminance diffusée. Une seule résolution de l'équation de transfert radiatif avec diffusion est nécessaire par  $5 \text{ cm}^{-1}$ . Il subsiste une difficulté dans cette approche, dans la mesure où la température des gaz est différente de celle des particules. Nous avons montré que l'approximation de Curtis-Godson [9],[10] permettant d'appliquer les modèles de bande aux trajets hétérogènes, pouvait être étendue à cette situation. La démarche globale et les trois types de calcul possibles RpR, MdB et SdL sont représentés sur la figure VI.1. Ce schéma distingue les parties qui existaient avant cette thèse (en rouge) et les nouveaux points qui ont été développés au cours de la thèse (en bleu).

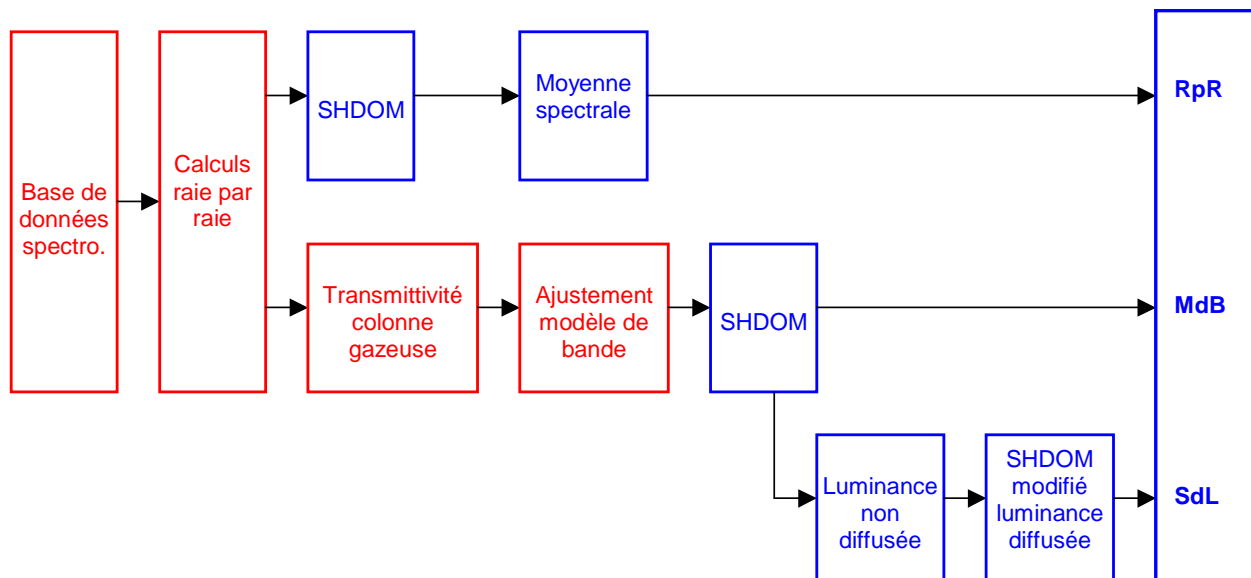


figure VI.1 – Identification des trois approches utilisées dans ce chapitre pour le calcul de l'ETR en milieu diffusant

Les premiers calculs présentés ci-dessous ont été effectués dans l'approximation des raies de profil Lorentz. Pour le jet situé à 20 km d'altitude, cette approximation s'avère inadaptée car les raies présentent un profil de type Voigt. Nous avons donc été amené à étendre les modèles de bande à notre disposition à ce régime en suivant une démarche similaire à celle de Rivière [2]. De plus, lorsque le jet est situé à 20 km d'altitude, il est généralement observé à grande distance, le système optique étant soit situé dans l'espace, soit aéroporté. Dans ce cas, le milieu composé du jet et du trajet atmosphérique est très hétérogène, tant en température, en concentration d'espèces, qu'en pression. Nous avons aussi introduit le découpage des spectres du gaz en spectres de gaz fictifs [2], afin d'améliorer la représentativité des modèles de bande lors des trajets très hétérogènes en température.

Dans la suite, nous commençons par décrire l'extension de l'approximation de Curtis-Godson aux milieux contenant des particules en déséquilibre thermique. Puis nous présentons les différents milieux tests représentatifs des jets. Enfin, les trois types de calculs RpR, MdB et SdL sont comparés dans les différents cas et nous mettons ainsi en évidence l'intérêt et les limites de l'approche par séparation de luminance pour les calculs de luminance spectrale moyenne représentatifs des signatures de jets.

## 2. EXTENSION DE L'APPROXIMATION DE CURTIS-GODSON AUX MILIEUX DIPHASIQUES

Comme nous l'avons vu, les particules présentes dans les jets de propulseurs possèdent une inertie thermique qui leur confère une température différente de celle des gaz. En première approximation, on peut considérer que la température des particules dépend de leur rayon. Ce choix ne constitue qu'une approximation, car il ne prend pas en compte la présence dans le jet de particules creuses ou les changements de phase. Dans ce cas, on peut définir, en chaque point  $\vec{s}$  du jet, un coefficient d'absorption des particules  $K_{a,p}(\vec{s})$  et une température  $T_p(\vec{s})$  par les relations :

$$K_{a,p}(\vec{s}) = \int n(r, \vec{s}) \cdot Q_{abs}(r, \vec{s}) \cdot \pi r^2 \cdot dr \quad (VI.1)$$

$$K_{a,p}(\vec{s}) \cdot L_{bb}(T_p(\vec{s})) = \int n(r, \vec{s}) \cdot Q_{abs}(r, \vec{s}) \cdot \pi r^2 \cdot L_{bb}(T_p(r)) \cdot dr \quad (VI.2)$$

où  $n(r, \vec{s})$  est la distribution granulométrique au point  $\vec{s}$ . L'équation à laquelle obéit la luminance non diffusée s'écrit alors :

$$\frac{dL_{nd,\sigma}}{ds} = -\left(K_{a,g,\sigma} + K_{a,p}\right) \cdot L_{nd,\sigma} + K_{a,g,\sigma} \cdot L_{bb}(T_g) + K_{a,p} \cdot L_{bb}(T_p) \quad (VI.3)$$

Le terme d'émission thermique est modifié par rapport à celui retenu par Liu et al. [12] (cf. § III.5) et il n'est plus possible d'appliquer l'approximation de Curtis-Godson pour déterminer la luminance spectrale moyenne d'une colonne hétérogène. Une solution analogue à celle donnée par Liu et al. consisterait à définir une espèce absorbante, équivalente au mélange du gaz et des particules, définie par son coefficient d'absorption,

$$K_{a,\sigma} = K_{a,g,\sigma} + K_{a,p} \quad (VI.4)$$

et sa température équivalente  $\tilde{T}$  obéissant à l'équation :

$$K_{a,\sigma} \cdot L_{bb}(\tilde{T}) = K_{a,g,\sigma} \cdot L_{bb}(T_g) + K_{a,p} \cdot L_{bb}(T_p) \quad (VI.5)$$

La luminance non diffusée peut alors s'écrire sous une forme analogue à celle donnée par Liu et al. (cf § III.5) :

$$\begin{aligned} L_{nd,\sigma}(s) &= \int_0^s L_{bb}(\tilde{T}) \cdot \frac{d\tau_\sigma}{ds}(s') \cdot ds' \\ &= \int_0^s \frac{K_{a,g,\sigma} \cdot L_{bb}(T_g) + K_{a,p} \cdot L_{bb}(T_p)}{K_{a,g,\sigma} + K_{a,p}} \cdot \frac{d\tau_\sigma}{ds}(s') \cdot ds' \end{aligned} \quad (VI.6)$$

Or cette intégrale comporte le produit de plusieurs termes spectralement corrélés. Pour intégrer correctement ce résultat sur une bande de nombre d'onde, il faudrait donc aussi calculer les produits corrélés. Nous proposons ici une autre méthode, qui nous semble nouvelle et qui permet d'éviter ce calcul.

On sépare l'émission thermique des particules en deux parties :

$$K_{a,p} \cdot L_b(T_{part}) = K_{a,p} \cdot L_b(T_{gaz}) + K_{a,p} \cdot \left(L_b(T_{part}) - L_b(T_{gaz})\right) \quad (VI.7)$$

On peut alors réécrire l'équation (VI.3), ainsi :

$$\frac{dL_{nd,\sigma}}{ds} = -\left(K_{a,g,\sigma} + K_{a,p}\right) \cdot L_{nd,\sigma} + \left(K_{a,g,\sigma} + K_{a,p}\right) \cdot \left\{ L_b(T_{gaz}) + \frac{K_{a,p}}{K_{a,g,\sigma} + K_{a,p}} \cdot \left(L_b(T_{part}) - L_b(T_{gaz})\right) \right\} \quad (VI.8)$$

Dans le cas d'une luminance initiale nulle, cette équation admet la solution :

$$L_{nd,\sigma}(s) = \int_0^s L_b(T_{gaz}(s')) \cdot \frac{d\tau_\sigma(s')}{ds} \cdot ds' + \int_0^s \frac{K_{a,p}(s')}{K_{a,g,\sigma}(s') + K_{a,p}(s')} \cdot (L_b(T_{part}(s')) - L_b(T_{gaz}(s'))) \cdot \frac{d\tau_\sigma(s')}{ds} \cdot ds' \quad (VI.9)$$

La transmittivité étant comprise comme la transmittivité du point ( $s'$ ) au point ( $s$ ), c'est-à-dire :

$$\tau_\sigma(s' \rightarrow s) = \exp\left\{-\int_{s'}^s (K_{a,g,\sigma}(s'') + K_{a,p}(s'')) \cdot ds''\right\} \quad (VI.10)$$

On a donc :

$$\frac{d\tau_\sigma(s')}{ds} = -(K_{a,g,\sigma}(s') + K_{a,p}(s')) \cdot \tau_\sigma(s' \rightarrow s) \quad (VI.11)$$

On peut ainsi réécrire l'équation (VI.9) de la manière suivante :

$$L_{nd,\sigma}(s) = \int_0^s L_b(T_{gaz}(s')) \cdot \frac{d\tau_\sigma(s')}{ds} \cdot ds' - \int_0^s K_{a,p}(s') \cdot (L_b(T_{part}(s')) - L_b(T_{gaz}(s'))) \cdot \tau_\sigma(s' \rightarrow s) \cdot ds' \quad (VI.12)$$

L'équation (VI.12) ne contient alors plus de produits de facteurs dépendants rapidement du nombre d'onde. On peut donc intégrer la luminance non diffusée sur une bande de nombre d'onde sans produits de corrélation.

$$\int_\sigma^{\sigma+\Delta\sigma} L_{nd,\sigma'}(s) d\sigma' = \overline{L_{nd}}(s) \quad (VI.13)$$

$$\overline{L_{nd}}(s) = \int_0^s L_b(T_{gaz}(s')) \cdot \frac{d\overline{\tau}}{ds}(s') \cdot ds' + \int_0^s K_{a,p} \cdot (L_b(T_{part}(s')) - L_b(T_{gaz}(s'))) \cdot \overline{\tau}(s' \rightarrow s) \cdot ds' \quad (VI.14)$$

Les termes  $\frac{d\overline{\tau}}{ds}(s') = \int_\sigma^{\sigma+\Delta\sigma} \frac{d\tau_{\sigma'}}{ds}(s') d\sigma'$  et  $\overline{\tau}(s' \rightarrow s) = \int_\sigma^{\sigma+\Delta\sigma} \tau_{\sigma'}(s' \rightarrow s) d\sigma'$  peuvent être calculés à

partir des hypothèses de Curtis-Godson (cf. § IV.3.3). Dans le cas d'un mélange de gaz et de particules, où seuls H<sub>2</sub>O et CO<sub>2</sub> sont considérés comme des gaz absorbants, on a alors :

$$\overline{\tau}(s' \rightarrow s) = \overline{\tau_{e,co2}}(s' \rightarrow s) \cdot \overline{\tau_{e,h2o}}(s' \rightarrow s) \cdot \exp\left\{-\int_{s'}^s K_{a,p} ds'\right\} \quad (VI.15)$$

L'égalité (VI.14) généralise l'expression de la luminance pour un milieu sans diffusion, dans lequel les particules participent à l'émission thermique et à l'absorption et sont caractérisées par une température différente de celle des gaz. Le cas présenté ici s'appuie sur les hypothèses de Curtis-Godson pour calculer les transmittivités moyennes, mais l'égalité (VI.14) ne contraint pas à ce choix. Les méthodes de Lindquist-Simmons [11] ou de Young [12] pour calculer une transmittivité moyenne peuvent également être appliquées.

### 3. DESCRIPTION DES MILIEUX DE REFERENCE

Pour balayer différentes conditions, nous avons pris les deux types de jets présentés dans le chapitre II : le jet situé au niveau de la mer (LP11) et le jet à 20 km d'altitude (J20). En outre, les contraintes en terme de capacité de calculs liées au calcul raie par raie, nous ont limité à des milieux 1D plans parallèles tels que définis au chapitre V. Comme le montre le schéma suivant (figure VI.2), on fabrique un milieu plans parallèles à partir des données aérothermochimiques en extrayant un profil radial du jet.

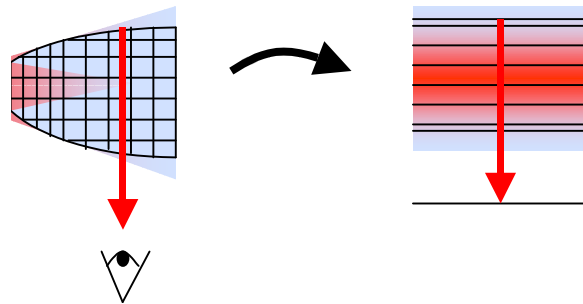


figure VI.2 – Création d'un milieu plans parallèles à partir du profil radial d'un jet axisymétrique

On a vu dans le chapitre II que les conditions dans le plan de sortie de tuyère sont très différentes de celles régnant dans la zone de post-combustion. On extrait donc deux profils par types de jet : un en sortie de tuyère (ST) et un en zone de recombustion (ZdR). Ceci définit donc quatre milieux plans parallèles : LP11\_ST, LP11\_ZdR, J20\_ST et J20\_ZdR.

La figure VI.3 et la figure VI.5 représentent les coefficients d'absorption des gaz et des particules et les coefficients de diffusion le long de ces profils radiaux. Tandis que la figure VI.4 et la figure VI.6 représentent les températures du gaz et de trois classes de particules. Chaque figure ne présente qu'un demi profil, et les milieux complets sont deux fois plus larges afin de représenter la section entière d'un jet. Le coefficient d'absorption des gaz est une valeur moyenne calculée à partir du modèle de bande, sur un trajet correspondant à la dimension de chaque cellule considérée. On a choisi de présenter les coefficients au nombre d'onde de  $3500\text{ cm}^{-1}$ , valeur correspondant à une bande d'absorption de la vapeur d'eau.

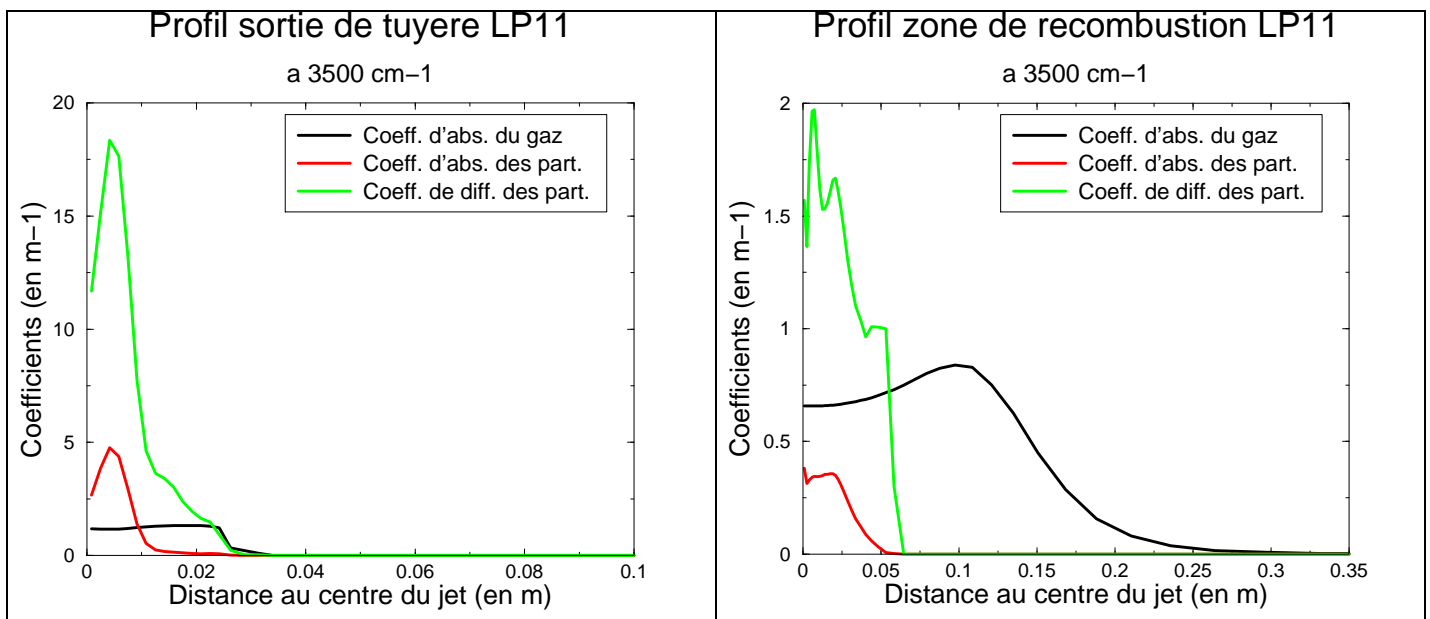


figure VI.3 – Profils radiaux de coefficients d'absorption et de diffusion à  $3500\text{ cm}^{-1}$  pour le jet LP11

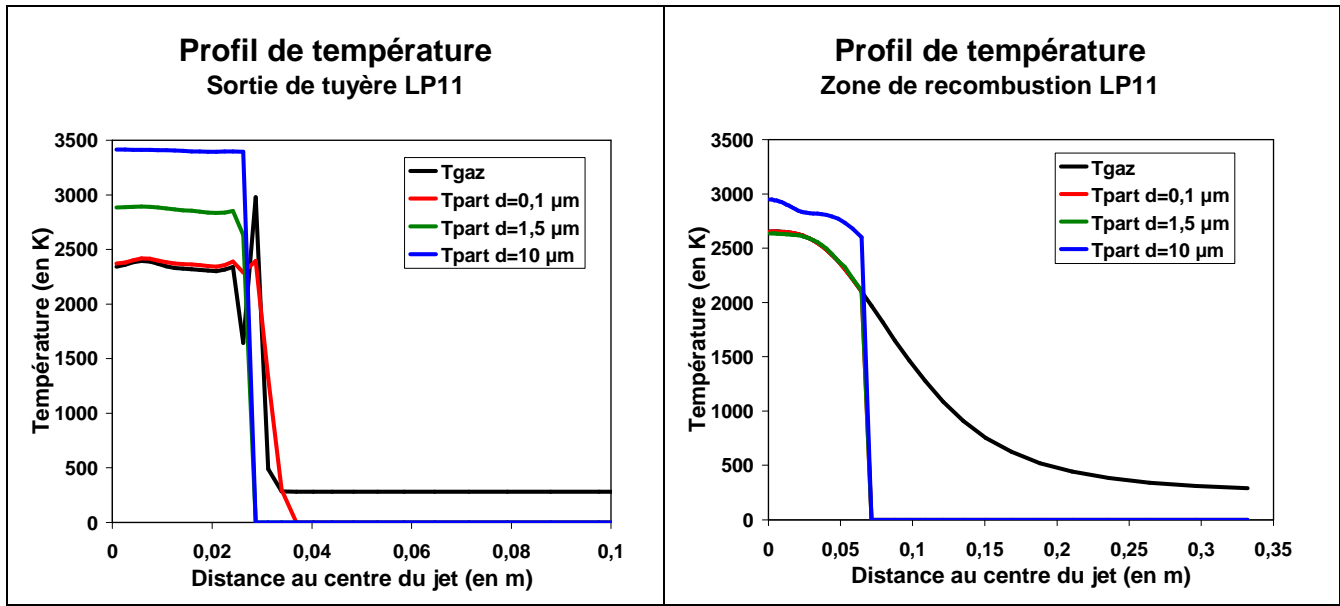


figure VI.4 – Profils radiaux de température du gaz et de plusieurs classes de particules (de diamètres 0,1, 1,5 et 10 µm) pour le jet LP11

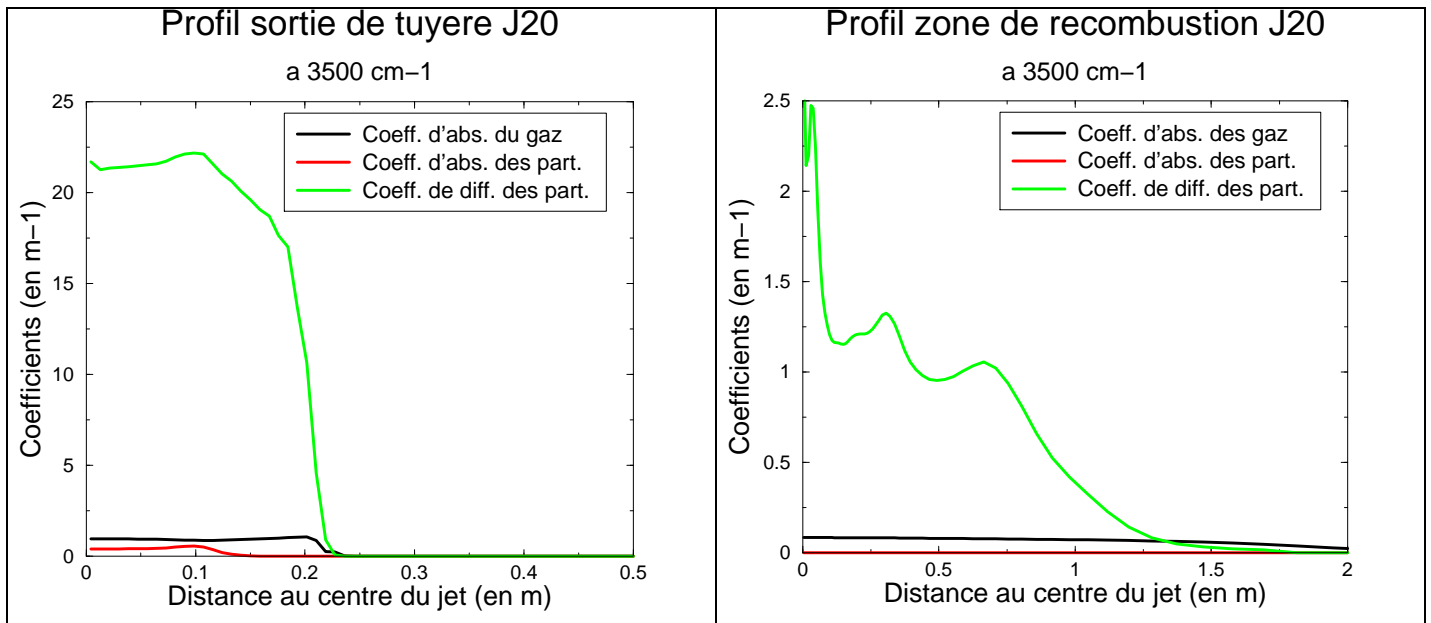


figure VI.5 - Profils radiaux de coefficients d'absorption et de diffusion à 3500 cm<sup>-1</sup> pour le jet J20

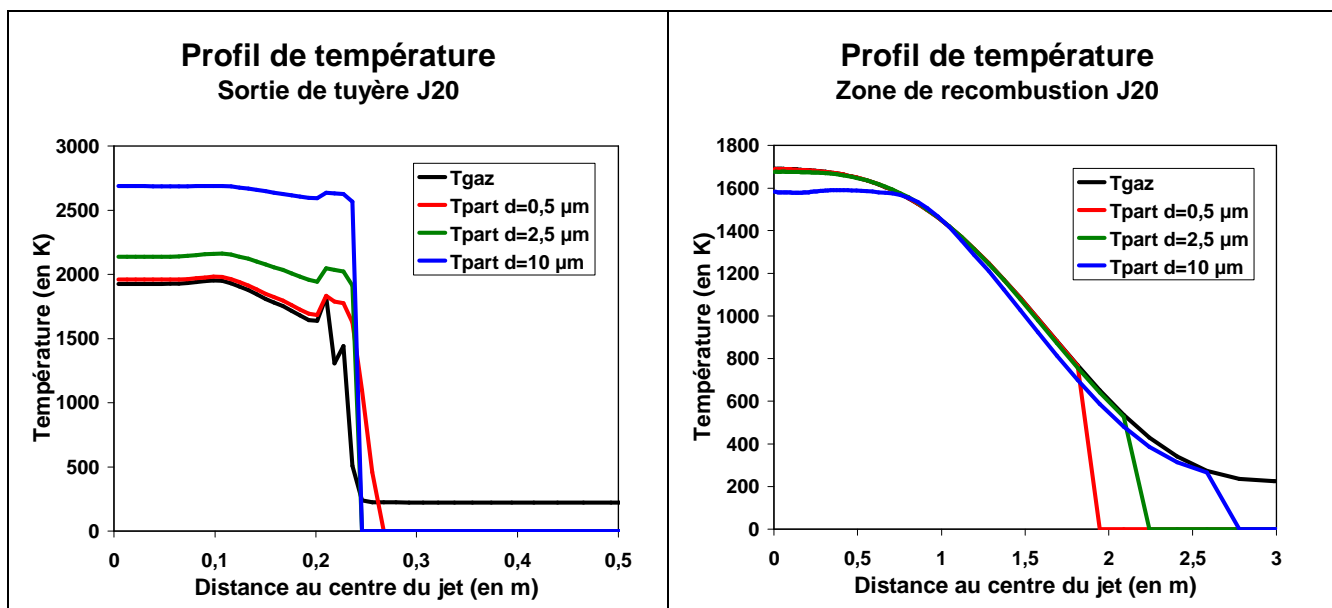


figure VI.6 – Profils radiaux de température du gaz et de plusieurs classes de particules (de diamètres 0,5, 2,5 et 10  $\mu\text{m}$ ) pour le jet J20

Dans l'ensemble, on se trouve plutôt en présence de milieux émissifs et diffusants à fort albédo de diffusion, qu'en présence de milieux diffusants éclairés. Même si la comparaison présente des limites, ces milieux se rapprochent donc plutôt du premier cas de l'étude paramétrique du chapitre précédent. En outre, on peut remarquer que le rapport des coefficients d'absorption des particules sur celui des gaz est plus faible en zone de recombustion qu'en sortie de tuyère. La contribution à l'émission thermique des particules est donc réduite en zone de recombustion. Cet effet provient de la température plus faible des particules dans la zone de postcombustion qu'à proximité du plan de sortie de tuyère. Comme la partie imaginaire de l'indice optique de l'alumine augmente avec la température (cf. figure VI.5), on obtient alors un coefficient d'absorption plus élevé à proximité du plan de sortie de tuyère. Cette observation conduit à une modification du spectre de luminance qui présentera un fond continu dû à l'émission des particules, beaucoup plus faible en zone de recombustion que dans le plan de sortie de tuyère. Comme nous l'avons justifié dans le chapitre II, les particules présentes dans le jet à 20 km d'altitude ont des températures globalement plus faibles que celles présentes dans le jet LP11. Ceci conduit aussi à une émission thermique des particules plus faible pour le jet J20. On observe également que les particules restent concentrées sur l'axe de la zone de recombustion du jet LP11. En effet, au-delà d'une certaine distance au centre du jet, les coefficients d'absorption et de diffusion des particules sont négligeables, alors que le coefficient d'absorption des gaz chute à une distance quatre fois plus importante. Cette différence de comportement résulte de l'inertie des particules qui ne suivent pas le gaz lors de la détente. En conséquence, on observe tout d'abord un milieu émissif et diffusant puis un milieu simplement émissif. Pour le jet à 20 km d'altitude, l'écart entre le comportement des gaz et des particules est nettement atténué et le milieu se rapproche plus du cas émissif considéré au chapitre V.

Afin de mieux caractériser ces profils, on a reporté dans le tableau VI.1 un certain nombre de grandeurs moyennées le long du profil. En pratique la moyenne a été effectuée sur la partie du profil pour laquelle la température des gaz est supérieure à 500 K. Là encore, les grandeurs sont calculées pour le nombre d'onde  $3500\text{ cm}^{-1}$ .

	$\overline{T_{eq}} (K)$	$\overline{\omega_{0,part}}$	$\overline{g}$	$\tau_{abs}$	$\tau_{diff}$	$\overline{d_{32}} (\mu m)$	$\overline{d_{moyen}} (\mu m)$
LP11_ST	2792	0,90	0,41	0,14	0,36	0,55	0,28
LP11_ZdR	2371	0,90	0,38	0,28	0,16	0,39	0,29
J20_ST	2341	0,99	0,53	0,53	8,35	3,14	1,15
J20_ZdR	1196	0,99	0,46	0,32	2,34	8,05	4,79

tableau VI.1 – Grandeurs caractéristiques des profils à  $3500 \text{ cm}^{-1}$ . Température équivalente pour la distribution de particules,  $\overline{T_{eq}} (K)$  ; albédo de diffusion simple des particules,  $\overline{\omega_{0,part}}$  ; paramètre d'asymétrie,  $\overline{g}$  ; épaisseur optique d'absorption,  $\tau_{abs}$  ; épaisseur optique de diffusion,  $\tau_{diff}$  ; diamètre moyen des particules normalisé par leur surface dit diamètre de Sauter,  $\overline{d_{32}} (\mu m)$  ; diamètre moyen des particules  $\overline{d_{moyen}} (\mu m)$ .

On note  $h$ , la longueur du profil sur laquelle sont effectuées ces moyennes. Les équations définissant les grandeurs considérées sont alors les suivantes :

$$\overline{T_{eq,part}} = \int_0^h T_{eq,part}(s) \cdot ds \quad (VI.16)$$

$$\text{avec } T_{eq,part}(s) = \frac{\int_0^\infty n(r,s) \cdot K_{a,p}(r,s) \cdot T_p(r,s) \cdot dr}{\int_0^\infty n(r,s) \cdot K_{a,p}(r,s) \cdot dr}$$

$$\overline{\omega_{0,part}} = \int_0^h \frac{K_d(s)}{K_{a,p}(s) + K_d(s)} \cdot ds \quad (VI.17)$$

$$\overline{g} = \int_0^h g(s) \cdot ds \quad (VI.18)$$

$$\tau_{abs} = \int_0^h (K_{a,g}(s) + K_{a,p}(s)) \cdot ds \quad (VI.19)$$

$$\tau_{diff} = \int_0^h K_d(s) \cdot ds \quad (VI.20)$$

$$\overline{d_{32}} = 2 \cdot \int_0^h \frac{\int_0^\infty n(r,s) \cdot r^3 \cdot dr}{\int_0^\infty n(r,s) \cdot r^2 \cdot dr} \cdot ds \quad (VI.21)$$

$$\overline{d_{moyen}} = 2 \cdot \int_0^h \frac{\int_0^\infty n(r,s) \cdot r \cdot dr}{\int_0^\infty n(r,s) \cdot dr} \cdot ds \quad (VI.22)$$

où  $n(r,s)$  est la distribution des particules en fonction de leur rayon  $r$  et de l'abscisse  $s$ .



La distribution en taille des particules est ici la grandeur la plus importante pour comprendre les différences d'albédo de diffusion des particules,  $\overline{\omega_{0,part}}$  entre les jets LP11 et J20. Dans le jet LP11, les dimensions des particules sont faibles et leur température est élevée. Or, l'albédo de diffusion des particules diminue lorsque leur taille diminue, et il diminue avec la température. Cette dernière diminution provient de l'augmentation de la partie imaginaire de l'indice avec la température, suite aux différents processus d'absorption. La distribution granulométrique influence de la même façon la fonction de phase des particules et donc son paramètre d'asymétrie, mais l'effet est moins marqué. Il faut cependant rappeler (cf. § IV.2.2) que les fonctions de phase sont essentiellement composées de deux pics de diffusion, l'un vers l'avant et l'autre vers l'arrière. Si on se rapporte à l'étude paramétrique du chapitre V, on se trouve ainsi dans les conditions d'une fonction de phase très piquée. En outre, on observe que la zone dans laquelle se produit l'émission des gaz ( $T_g > 500 K$ ) de ces quatre milieux est optiquement mince du point de vue de l'absorption. On doit cependant noter que cette affirmation n'est valable que pour la bande d'absorption autour de  $3500 \text{ cm}^{-1}$ . Pour d'autres bandes d'absorption, on peut obtenir des épaisseurs optiques d'absorption de l'ordre de l'unité. Par contre, les milieux tirés du jet à haute altitude sont optiquement épais du point de vue de la diffusion. En outre, on observe bien un effet moindre de la diffusion pour les milieux en zone de recombustion, par rapport aux milieux en sortie de tuyère. A la vue des albédos moyens des particules, cela correspond ainsi à des milieux pour lesquels l'émission des particules sera faible voire négligeable par rapport à celle des gaz.

Afin de se placer dans des conditions plus réalistes, on a aussi considéré l'atténuation du rayonnement de ces milieux par différents trajets atmosphériques. Ainsi, le profil LP11 a été utilisé soit seul, soit avec une couche d'atmosphère homogène correspondant à l'altitude du niveau de la mer, sur une longueur de 250 m (figure VI.7). Le profil du jet situé à 20 km d'altitude a été utilisé, soit seul, soit avec un trajet atmosphérique homogène de 20 km de longueur (figure VI.7), soit avec un trajet atmosphérique hétérogène de 300 km de longueur (figure VI.8).

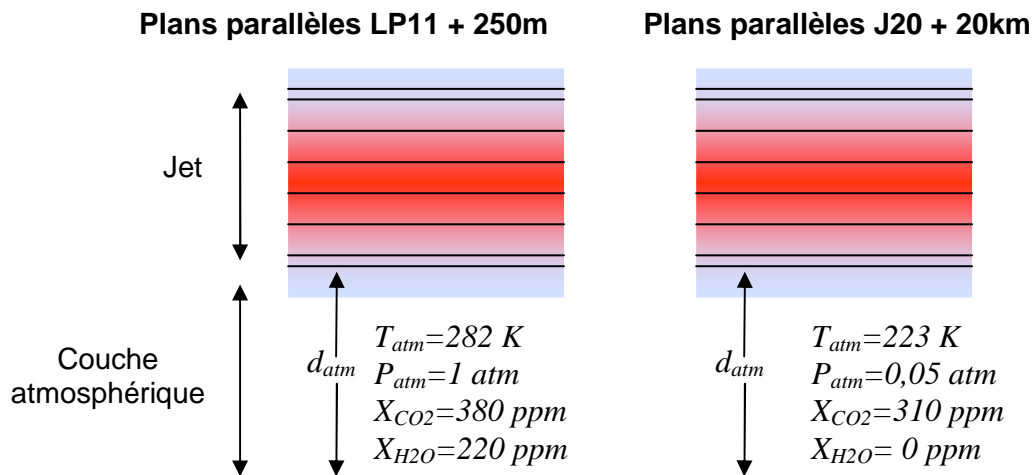


figure VI.7 – Trajets atmosphériques homogènes pour des milieux plans parallèles

### Plans parallèles J20 + 300km

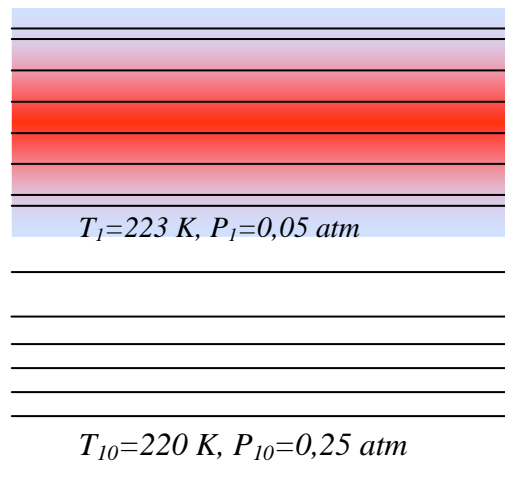


figure VI.8 - Trajet atmosphérique hétérogène pour des milieux plans parallèles

Ce dernier trajet atmosphérique correspond à la ligne de visée entre un observateur situé à 10 km d'altitude, et le propulseur situé à 20 km d'altitude, ces deux points étant séparés de 300 km. Le trajet atmosphérique est divisé en 10 segments supposés homogènes correspondant aux différentes altitudes traversées. Les évolutions de température et pression sont données par le profil US Standard 76, la fraction molaire de  $\text{CO}_2$  est uniforme est égale à  $X_{\text{CO}_2} = 470$  ppm, et la fraction molaire de la vapeur d'eau varie continuellement entre  $X_{\text{H}_2\text{O}} = 90$  ppm à l'altitude inférieure et  $X_{\text{H}_2\text{O}} = 5,2$  ppm à l'altitude supérieure. Il est à noter que dans ces différentes configurations, la distance annoncée (250 m, 20 km ou 300 km) correspond à une visée perpendiculaire aux plans parallèles. Pour un angle de visée  $\theta$  donné, la distance réellement traversée est  $d_{\text{reel}} = d_{\text{atm}} / \cos \theta$ .

## 4. APPLICATION ET TEST DE LA METHODE DE SEPARATION DE LUMINANCE

Les spectres calculés par les différentes approches sont comparés pour les différents milieux tests. On se concentre sur le domaine spectral compris entre  $3000$  et  $4000 \text{ cm}^{-1}$ , zone comprenant les bandes d'absorption du  $\text{CO}_2$  et de la vapeur d'eau autour de  $2,7 \mu\text{m}$ . Dans quelques cas, le domaine spectral est étendu jusqu'à  $2000 \text{ cm}^{-1}$  pour inclure l'émission de la bande  $\nu_3$  du  $\text{CO}_2$  autour de  $4,3 \mu\text{m}$ .

### 4.1. Profil LP11 Sortie de tuyère

La figure VI.9 représente la luminance spectrale à la source du premier milieu (LP11\_ST), sous un angle de  $40^\circ$  par rapport à la normale au plan. On a représenté le résultat supposé exact RpR (en rouge), le calcul effectué sans prendre en compte les corrélations spectrales SHDOM (en noir), et le calcul résultant de la séparation de luminance SdL (en bleu). On a également fait figurer la contribution de la luminance diffusée. Comme indiqué juste au-dessus, ce premier cas se rapproche d'un milieu purement émissif et diffusant non éclairé. D'après la classification établie au chapitre précédent, les ordres de grandeur des valeurs prises par le couple  $(\omega_b, g)$  conduisent à un niveau significatif de la luminance diffusée. Pour ce premier cas, on peut cependant constater que le calcul par modèle de bandes non corrélé (SHDOM) est très proche du résultat de référence (RpR) et que la séparation de luminance ne présente pas d'intérêt particulier. Ce bon accord entre calcul non corrélé et résultat de référence a plusieurs origines. En premier lieu, les particules d'alumine étant à une température élevée dans le plan de sortie de tuyère, leur coefficient d'absorption est assez élevé et leur émission représente la contribution majoritaire à la luminance. En second lieu, comme la pression statique dans le plan de sortie de tuyère est légèrement

supérieure à la pression au niveau de la mer, les raies d'absorption des gaz sont assez larges, ce qui tend à diminuer l'effet de la corrélation spectrale. Globalement, l'émission dans le plan de sortie de tuyère est dominée par le continuum des particules d'alumine, et la résolution de l'ETR sans prise en compte des corrélations spectrales se justifie dans ce cas.

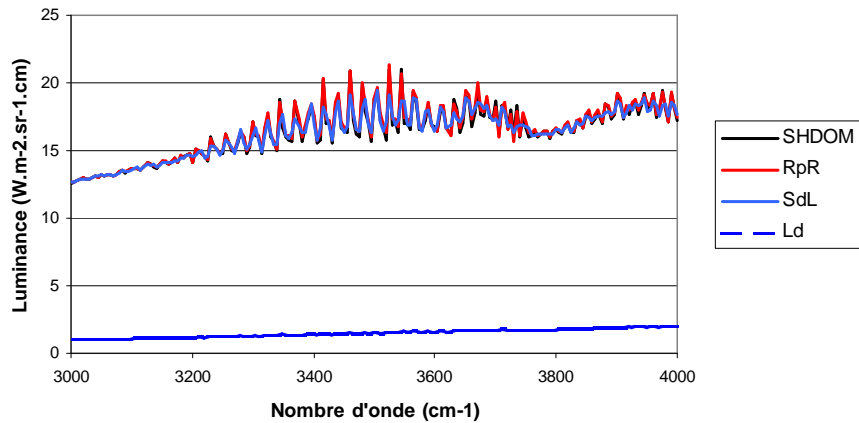


figure VI.9 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur LP11 dans le plan de sortie de tuyère : spectre à la source ( $\theta = 40^\circ$ )

La figure VI.10 montre le même type de résultat, mais le milieu plan parallèle représentant le jet est observé cette fois-ci à travers une couche supplémentaire d'atmosphère de 250 m d'épaisseur. Compte tenu de l'angle entre la direction de visée et la normale ( $\theta = 40^\circ$ ), la longueur d'atmosphère réellement traversée est en fait de 325 m. Le spectre met en évidence la bande d'absorption de  $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{O}$  autour de  $2.7 \mu\text{m}$ . La comparaison montre que le calcul effectué avec la séparation de luminance permet de retrouver le résultat de référence, même sur les bords de la bande d'absorption, alors que le calcul effectué sans prendre en compte les corrélations spectrales entre milieu à haute température et l'atmosphère ne permet pas de retrouver le résultat de référence. Cependant hors bande d'absorption, l'écart entre les trois types de calcul reste faible.

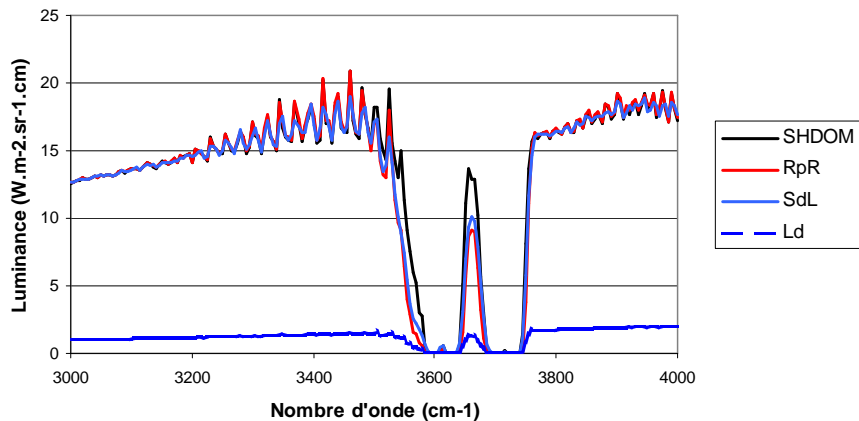


figure VI.10 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur LP11 dans le plan de sortie de tuyère : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 250\text{m}$ ,  $\theta = 40^\circ$ )

Afin de poursuivre l'analogie entre ce premier cas et le milieu homogène émissif, diffusant, et non éclairé défini au cours du chapitre précédent, nous avons calculé la luminance observée sous un angle rasant de  $85^\circ$ , à travers une couche atmosphérique d e 250 m d'épaisseur. On constate cette fois-ci (figure VI.11) que la luminance diffusée est négative, en accord avec l'observation effectuée dans le chapitre précédent sur le changement de signe de la luminance diffusée, entre les visées proches de la normale et les visées rasantes.

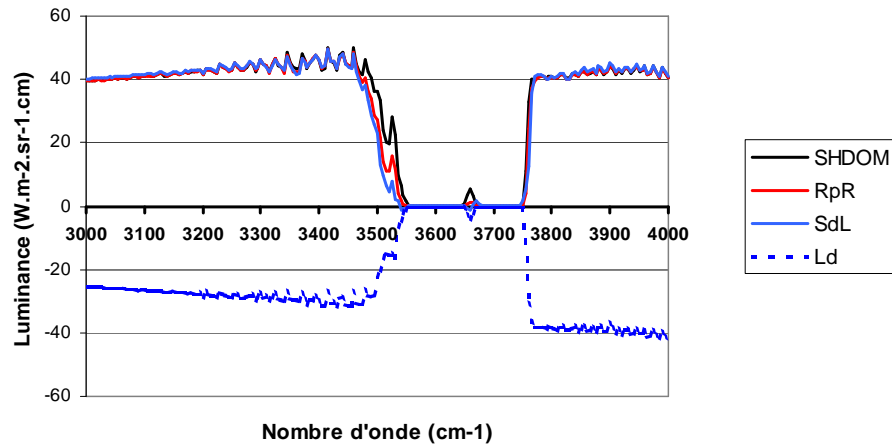


figure VI.11 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur LP11 dans le plan de sortie de tuyère : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 250m$ ,  $\theta = 85^\circ$ )

Compte tenu de l'angle de visée de  $85^\circ$ , le trajet atmosphérique est cette fois-ci de  $2870\text{ m}$ , ce qui conduit à un élargissement de la bande d'absorption autour de  $2.7\ \mu\text{m}$ . Bien que l'approche par séparation de luminance rende mieux compte de l'allure du spectre, l'accord est moins bon que dans le cas précédent. On atteint ici la limite des modèles de bandes pour décrire correctement les bords de bande d'absorption dans une situation où les spectres d'émission et d'absorption sont très corrélés.

#### 4.2. Profil LP11 Zone de recombustion

En passant au second cas (Jet du propulseur LP11 dans la zone de post-combustion LP11\_ZdR), on constate une diminution d'environ un ordre de grandeur des coefficients de diffusion et d'absorption des particules, le coefficient d'absorption des gaz ne diminuant que d'un facteur 2. De plus, le calcul aérothermochimique prévoyant que la majorité des particules reste à proximité de l'axe, une partie du rayonnement émis par les gaz situés en périphérie de jet ne subit aucune diffusion. La luminance à la source dans la direction de  $40^\circ$  par rapport à la normale, représentée sur la figure VI.12, montre une diminution très nette de la contribution des particules à la luminance totale. En conséquence la structure spectrale de l'émission des gaz est plus visible que dans le plan de sortie de tuyère. Globalement, le calcul non corrélé est relativement satisfaisant, même si la séparation de luminance permet d'obtenir un meilleur accord avec le résultat de référence. Comme dans le premier cas, mais pour une raison différente, ce milieu ne met pas en évidence un apport déterminant de la méthode par séparation de luminance pour le calcul de la luminance spectrale moyenne.

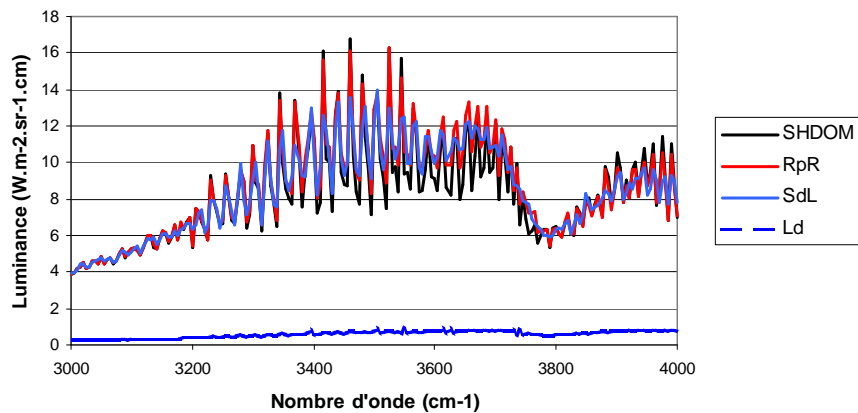


figure VI.12 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur LP11 dans la zone de post-combustion : spectre à la source ( $\theta = 40^\circ$ )

Lorsque l'on ajoute une couche d'atmosphère de 250 m d'épaisseur, l'accord entre les trois types de résultats reste similaire. L'intérêt de la séparation de luminance n'apparaît donc pas clairement ici.

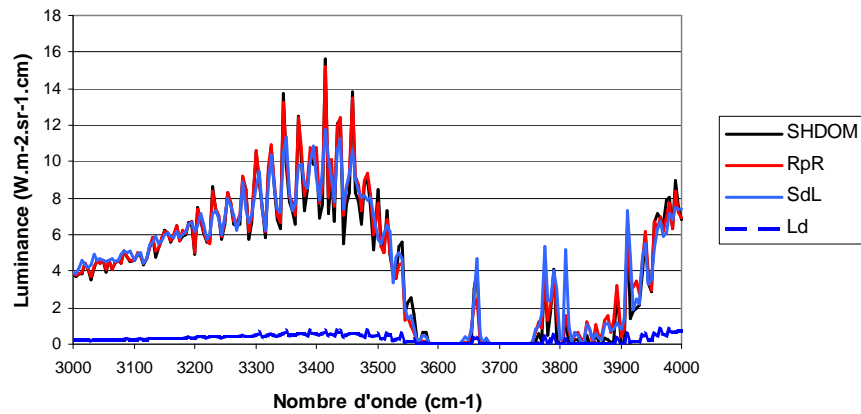


figure VI.13 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur LP11 dans la zone de post-combustion : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 250m$ ,  $\theta = 40^\circ$ )

Afin de préciser ce point, nous avons calculé la luminance spectrale suivant les trois approches, pour un milieu fictif constitué uniquement de gaz. Dans ce cas, l'approche par séparation de luminance se résume à la première étape de calcul de la luminance non diffusée. Elle revient donc à ne calculer que l'émission - absorption des gaz, en prenant en compte les corrélations spectrales pour les trajets hétérogènes à l'aide de l'approximation de Curtis-Godson. On constate (figure VI.14) que cette approximation ne contribue pas à améliorer de façon drastique le calcul non corrélé. Pour certains nombres d'ondes, l'approximation de Curtis-Godson conduit même à un moins bon accord que le calcul non corrélé. On atteint ici la limite des modèles de bandes. En résumé, le cas du jet du propulseur LP11 ne permet pas de montrer un apport essentiel de la méthode par séparation de luminance pour le calcul de la luminance spectrale moyenne en présence de diffusion. Différentes raisons expliquent ce constat : la forte contribution des particules à la luminance totale dans le premier cas, l'étendue limitée de la zone dans laquelle se produisent simultanément l'émission des gaz et la diffusion par les particules dans le second cas, et les profils de raie d'absorption des gaz assez larges dans les deux cas qui justifient un calcul non corrélé.

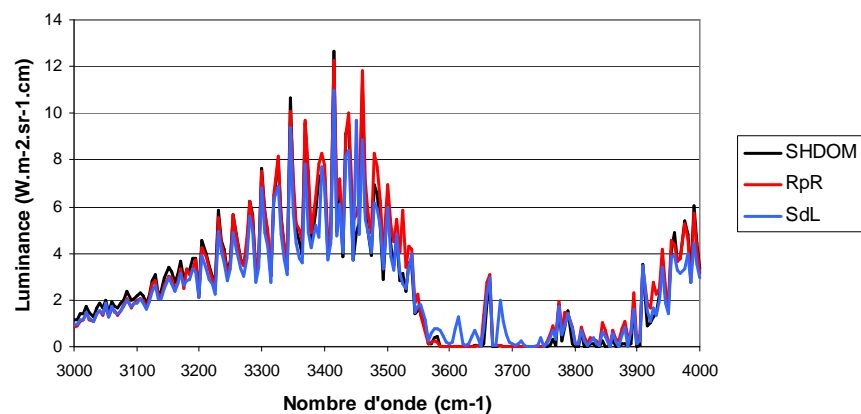


figure VI.14 - Luminance spectrale pour un milieu ne contenant que les gaz  $CO_2$  et  $H_2O$ : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 250m$ ,  $\theta = 40^\circ$ )

Pour terminer l'étude de ce premier cas, nous avons tracé la luminance du milieu représentatif de la zone de post-combustion entre 2000 et 4000  $cm^{-1}$ , sur la figure VI.15. Dans l'ensemble, la séparation de luminance (courbe bleue) reproduit parfaitement le calcul raie par raie (courbe rouge). On notera la présence de quelques pics parasites entre 2400 et 2700  $cm^{-1}$ . Ces raies aberrantes attribuées à la vapeur d'eau sont présentes dans la base de données spectroscopiques HITRAN 2000 ayant servi aux calculs raie par raie et à la détermination des paramètres de modèles de bandes. En effet, comme nous l'avons signalé

au chapitre IV, la base de données spectroscopiques utilisée résulte d'une concaténation des bases HITRAN, HITEMP et NASA-Schwenke.

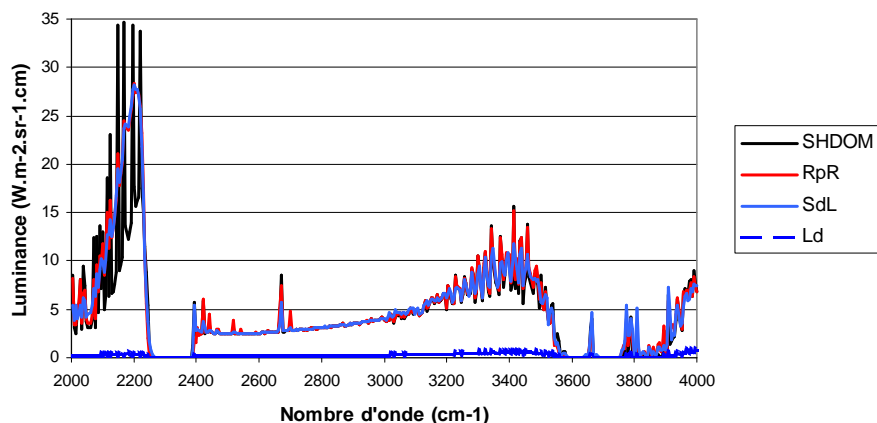


figure VI.15 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur LP11 dans la zone de post-combustion : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 250m$ ,  $\theta = 40^\circ$ )

### 4.3. Profil J20 Sortie de tuyère

Pour montrer l'intérêt du calcul par séparation de luminance, nous allons maintenant étudier le second jet situé à 20 km d'altitude. La figure VI.16 représente la luminance spectrale à la source, sous un angle de  $40^\circ$ , pour le trajet correspondant au plan de sortie de tuyère (cas J20\_ST). On constate une différence entre le calcul de référence et l'approche SdL autour de  $3000\text{ cm}^{-1}$ , là où les effets spectraux sont négligeables. Cet écart provient de la différence de traitement géométrique que nous avons mise en évidence dans le chapitre précédent. Cet effet est amplifié ici, en raison de la forte épaisseur optique du milieu. Hormis, cet écart provenant de la technique utilisée pour intégrer géométriquement l'ETR, l'accord entre les trois méthodes est globalement du même niveau que celui observé dans le plan de sortie de tuyère du jet LP11. En effet, ces deux milieux présentent plusieurs similarités. En premier lieu, l'émission des particules est, dans les deux cas, la principale contribution à la luminance. En second lieu, comme le jet J20 est fortement sous-détendu, la pression dans le plan de sortie de tuyère est du même ordre de grandeur que dans le jet LP11. Les raies d'absorption des gaz sont donc essentiellement élargies par la pression.

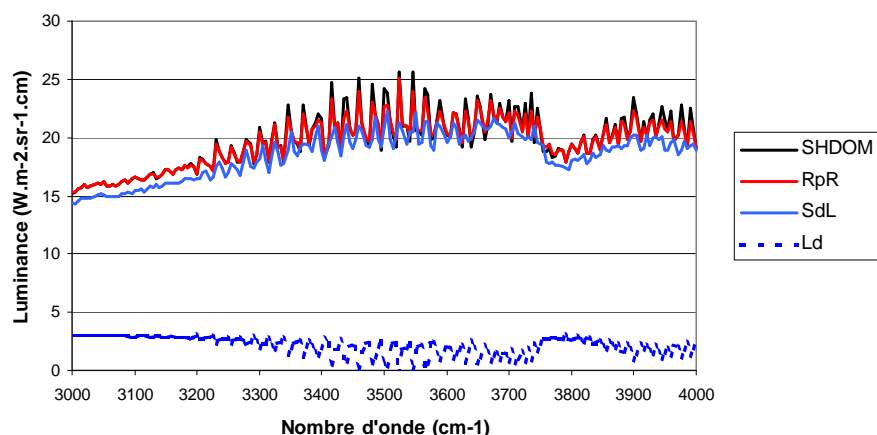


figure VI.16 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur J20 dans le plan de sortie de tuyère : spectre à la source

La figure VI.17 montre la luminance du milieu plan parallèle observé à travers une couche d'atmosphère de 20 km d'épaisseur correspondant aux conditions régnant à 20 Km d'altitude. A proximité

des bandes d'absorption du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau, l'approche non corrélée est totalement erronée, alors que la séparation de luminance permet de retrouver le résultat de référence. Ceci provient du fait que la séparation de luminance traite de façon cohérente l'émission et l'absorption des gaz, dans l'approximation des modèles de bandes. Or, cette contribution devient majoritaire à proximité des bandes d'absorption. Bien que l'épaisseur de la couche atmosphérique fictive soit de 20 km, la diminution de densité, entre le niveau de la mer (cas du test LP11) et l'altitude de 20 km, conduit à des centres de bandes où l'absorption n'est pas saturée. On voit donc que le traitement décorrélé ne permet pas de retrouver cette transmission « non nulle » dans les bandes d'absorption. Ce point est particulièrement important puisque certains détecteurs satellitaires observent le rayonnement émis par les jets, sur des intervalles spectraux étroits, à proximité des bandes d'absorption à 2,7  $\mu\text{m}$ , afin de couper totalement le rayonnement provenant de la surface terrestre et des basses couches atmosphériques [15]. L'élimination de ce rayonnement permet de maximiser le contraste sous lequel est détecté le jet et d'éviter de traiter des enregistrements contenant de nombreuses sources potentiellement assimilables à un jet de propulseur.

Le premier exemple où l'approche par séparation de luminance apporte clairement une amélioration au calcul de la signature infrarouge est donc le cas d'un jet proche de la pression atmosphérique, observé à travers une colonne d'atmosphère optiquement peu épaisse. L'étude du jet J20 dans la zone de post-combustion va offrir un second exemple mettant en évidence l'intérêt de la séparation de luminance pour le calcul de la signature infrarouge des jets.

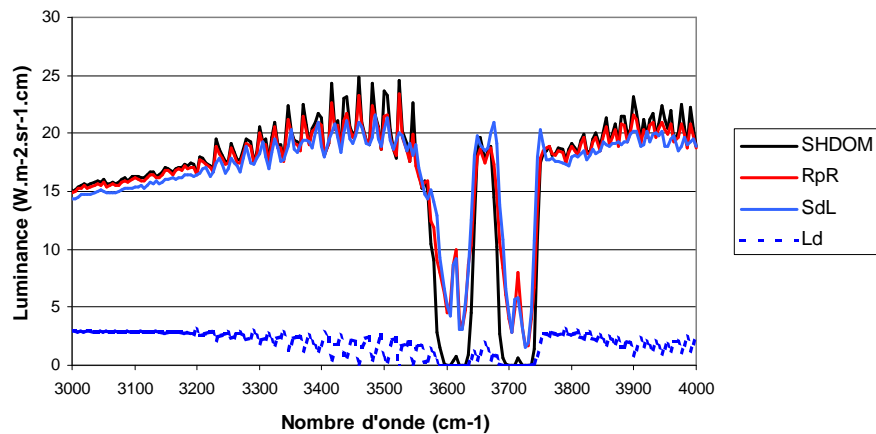


figure VI.17 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur J20 dans le plan de sortie de tuyère : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 20\text{km}$ ,  $\theta = 40^\circ$ )

#### 4.4. Profil J20 Zone de recombustion

En passant du plan de sortie de tuyère à la zone de post-combustion (cas J20\_ZdR), l'examen de la figure VI.5 et du tableau VI.1 conduit à une diminution drastique de l'émission des particules. Celle-ci résulte à la fois d'une chute de la température, et donc de la fonction source, et d'une diminution du coefficient d'absorption des particules (cette diminution est notamment une conséquence de la chute de température). De plus, ce passage s'accompagne d'une chute d'environ un facteur 20 de la pression statique. Les raies d'absorption des gaz sont donc régies par le régime de Voigt. En effet, si l'on considère un mélange  $\text{N}_2\text{-H}_2\text{O}$  à 1500 K, avec 10 % de vapeur d'eau, la largeur collisionnelle moyenne est typiquement deux fois supérieure à la largeur Doppler à  $3500\text{ cm}^{-1}$ , pour une pression de 50 mBar, valeur typique de l'altitude de 20 Km. La figure VI.18 représente la luminance spectrale du milieu plan parallèle observé à travers la couche d'atmosphère de 20 Km d'épaisseur, sous un angle de  $40^\circ$ . La structure spectrale d'émission des gaz est beaucoup plus marquée que dans les cas précédents, en raison de la faiblesse du continuum d'émission des particules et de la plus grande finesse des raies, même si ces raies ne sont pas directement observées individuellement. Le calcul non corrélé est très différent de la référence, dans les bandes d'absorption, comme en dehors de ces bandes. La séparation de luminance permet de se rapprocher du résultat raie par raie, mais l'accord reste médiocre. Cependant, les deux calculs par modèles



de bandes ont été réalisés dans l'hypothèse des raies Lorentz, approximation peu réaliste dans ce cas. A l'inverse, la formulation de Voigt est systématiquement employée pour les calculs raie par raie de référence.

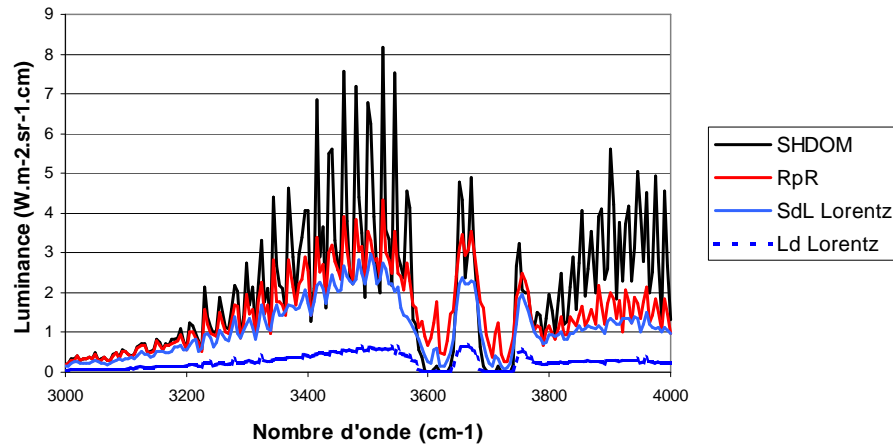


figure VI.18 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur J20 dans la zone de post-combustion : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 20\text{km}$ ,  $\theta = 40^\circ$ )

Une façon simple, mais approchée, de prendre en compte simultanément les élargissements Doppler et Lorentz dans le calcul des paramètres de modèles de bandes consiste à exprimer la largeur de raie noire équivalente moyenne  $\overline{W}_V$  du profil de Voigt, en fonction de  $\overline{W}_L$  et  $\overline{W}_D$ . Nous utilisons ici l'expression de Crisp et al. [16], dont les résultats sont en bon accord avec des calculs raie par raie :

$$\overline{W}_V = \sqrt{\overline{W}_L^2 + \overline{W}_D^2 - \left(\frac{\overline{W}_L \cdot \overline{W}_D}{\overline{S} \cdot p \cdot l}\right)^2} \quad (\text{VI.23})$$

Cette expression est utilisée pour les calculs de la luminance diffusée et de la luminance non diffusée. Pour la luminance diffusée la largeur de raie noire équivalente est utilisée pour calculer les transmittivités de segments homogènes, à partir desquelles on déduit un coefficient d'absorption spectral moyen, comme cela a été réalisé dans le cas purement Lorentzien. Pour la luminance non diffusée, on prend en compte le caractère hétérogène du milieu et les corrélations spectrales du coefficient d'absorption entre chaque segment composant chaque ligne de visée. Comme nous l'avons vu dans le chapitre IV, le modèle de Curtis-Godson [5] permet de calculer  $\overline{W}_L$  à partir des paramètres de bande équivalents  $k_e$  et  $\overline{\beta}_e$  et la largeur de raie noire équivalente Doppler  $\overline{W}_D$  peut être calculée à l'aide de la formulation de Young [17].

La figure VI.19 montre que la séparation de luminance associée à la prise en compte du caractère Voigt des raies d'absorption des gaz conduit maintenant à un accord très satisfaisant avec le résultat de référence, tant dans les bandes d'absorption qu'en dehors de ces bandes.



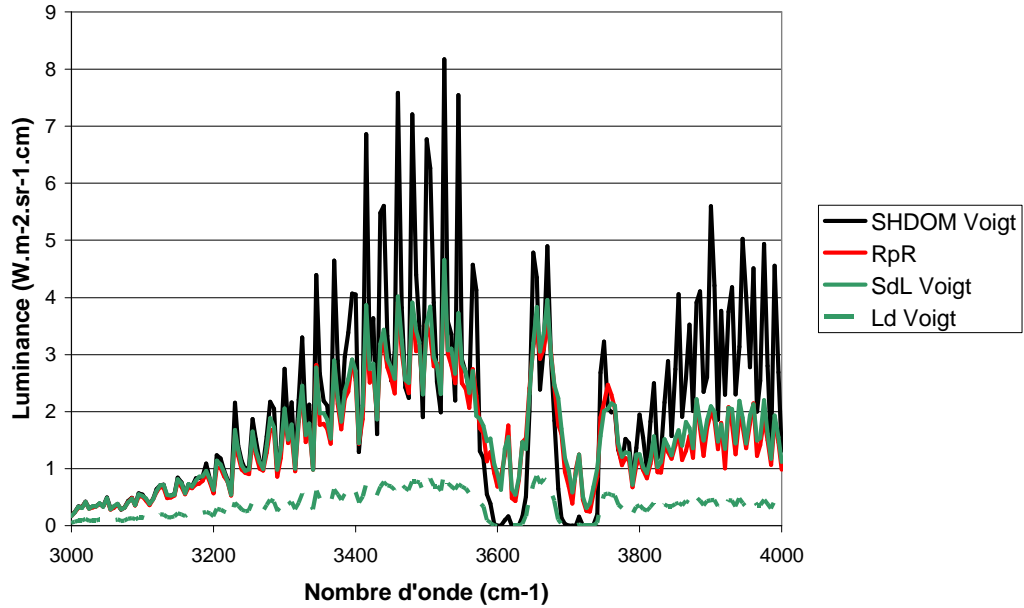


figure VI.19 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur J20 dans la zone de post-combustion : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 20\text{km}$ ,  $\theta = 40^\circ$ )- régime de Voigt

Afin de tester la méthode sur de très grands trajets, nous avons tracé, sur la figure VI.20, le même type de comparaison, mais pour une couche atmosphérique hétérogène de 300 Km de longueur. On constate là encore un très bon accord entre le calcul de référence et l'approche par séparation de luminance. Cette situation limite, caractérisée par un très long trajet atmosphérique, ne se prête plus à une observation du jet dans les bandes d'absorption, car celles-ci sont totalement saturées, et un domaine spectral large doit être envisagé. Là encore, l'approche par séparation de luminance peut être utilisée pour prédire la signature infrarouge du jet.

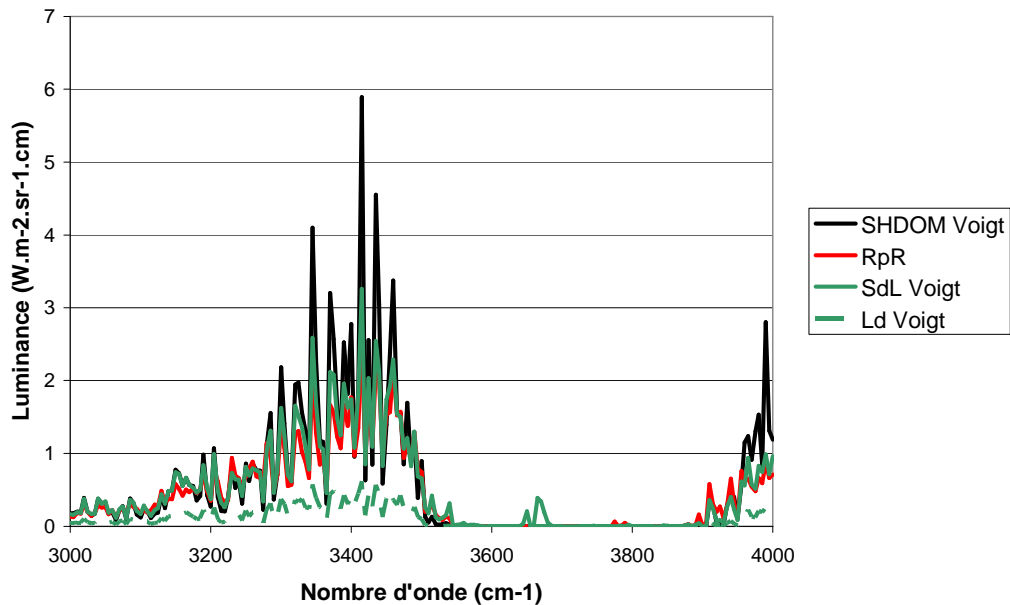


figure VI.20 - Luminance spectrale pour le jet du propulseur J20 dans la zone de post-combustion : spectre observé à travers une colonne atmosphérique ( $e = 300\text{km}$ ,  $\theta = 40^\circ$ )- régime de Voigt

## 5. CONCLUSION

La méthode par séparation de luminance a été appliquée à des milieux plans parallèles représentatifs de trajets optiques traversant différentes portions de jets de propulseurs. Nous avons aussi ajouté une colonne atmosphérique supplémentaire pour se placer dans une situation représentative de la télé-détection. En étudiant des jets de propulseurs composites aluminisés à deux altitudes différentes, nous avons cherché à identifier dans quelles situations la méthode par séparation de luminance apportait un gain en précision de calcul, par rapport à une approche non corrélée telle qu'elle est aujourd'hui pratiquée à l'Onera. Pour cela, nous avons comparé nos résultats avec des calculs raie par raie.

Tout d'abord, nous avons réussi à retrouver le comportement général que nous avons identifié à partir de l'étude des milieux simples du chapitre V. Nous pouvons essayer de cerner les situations dans lesquelles la méthode par séparation de luminance apporte un gain en terme de précision par rapport aux calculs menés actuellement. Il s'agit de cas où l'un des éléments suivants est rencontré :

- l'émission des particules d'alumine ne représente pas la contribution majoritaire à la signature,
- l'absorption par le trajet atmosphérique n'est pas totalement saturée,
- la signature infrarouge du jet est recherchée à proximité des bandes d'absorption des gaz,
- les raies d'absorption des gaz sont étroites.

Nous n'avons pas mis clairement en évidence d'intérêt de la méthode par séparation de luminance pour la signature d'un jet de propulseur composite à basse altitude. Dans les situations examinées, un calcul de diffusion, sans prendre en compte les corrélations spectrales s'avère suffisant. En revanche, notre étude n'est pas suffisamment exhaustive pour affirmer que la méthode par séparation de luminance ne présente aucun intérêt, dans tous les cas rencontrés à basse altitude.

Pour le calcul de la signature d'un jet situé au-dessus de la couche nuageuse et observé depuis un capteur satellitaire, la méthode par séparation de luminance s'avère particulièrement intéressante. A l'avenir, il est envisagé d'utiliser la méthode par séparation de luminance pour calculer la signature infrarouge du jet complet, jusqu'à l'observateur, et de tester ponctuellement, pour quelques lignes de visées, la méthode par séparation de luminance avec un calcul raie par raie, comme nous l'avons réalisé dans ce chapitre. Cette technique présente un intérêt indéniable pour le calcul de la signature infrarouge de missiles balistiques en phase propulsée, afin d'évaluer les performances d'un futur système d'alerte infrarouge satellitaire, système ayant été identifié comme un objectif du livre blanc de la défense paru en 2008.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] L. Ibgui  
*Études de spectres infrarouges pour des applications de télédétection : -développement d'un calcul raie par raie optimisé- mesures en laboratoires, sur des trajets kilométriques ou à haute température*  
Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay, 2000
- [2] P. Perez, A. Boischot, L. Ibgui., A. Roblin  
*A spectroscopic database for water vapor adapted to spectral properties at high temperature, and moderate resolution*  
JQSRT, vol. 103, pp231-244, 2007
- [3] A.R. Curtis  
*Contribution to a discussion of 'A statistical model for water vapour absorption' by R.M. Goody*  
Q.J.R Met. Soc., vol. 78, pp 638-640, 1952
- [4] W.L. Godson  
*The evaluation of infra-red radiative fluxes due to atmospheric water vapour*  
Q.J.R. Met. Soc., vol. 79, pp 367-379, 1953
- [5] P. Rivière  
*Modélisation des propriétés radiatives de la vapeur d'eau à haute température. Application à la signature infrarouge*  
Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 1994
- [6] F. Liu , G.J. Smallwood, O.L. Güder  
*Application of statistical narrowband model to three-dimensionnal absorbing-emitting-scattering media*  
J. Therm. Heat. Tr., vol. 13, pp285-291, 1999
- [7] G.H. Lindquist, F.S. Simmons  
*A band model formulation for non uniform paths*  
JQSRT, vol.12, pp 807-820, 1972
- [8] S.J. Young  
*Nonisothermal Band model theory*  
JQSRT, vol. 18, pp 1-28, 1977
- [9] W.J. Wiscombe  
*Improved Mie scattering algorithms*  
App. Opt., vol. 19, pp 1505-1509, 1980
- [10] K.F. Evans  
*The spherical harmonics discrete ordinate method for three-dimensionnal atmospheric radiative transfer*  
J. Atm. Sci., vol. 55, pp 429-446, 1998
- [11] W.J. Wiscombe  
*The Delta-M method : rapid yet accurate radiative flux calculations for strongly asymmetric phase functions*  
J. Atm. Sci., vol. 43, pp. 1408-1422, 1977
- [12] H.C. Van de Hulst  
*Multiple light scattering. Tables, Formules, and applications.*  
Academic Press, 1980

- [13] A. Boischot, A. Roblin, L. Hespel, I. Dubois, P. Prevot, T. Smithson  
*Evaluation of computation codes for rocket plume's infrared signature by using measurements on a small scale aluminized composite propellant motor*  
SPIE : Target and Backgrounds XII, 2006
- [14] R.M. Goody, Y.L. Yung  
*Atmospheric radiation*  
Oxford University Press, 1989
- [15] F.S. Simmons  
*Rocket exhaust plume phenomenology*  
AIAA, Aerospace Press Series, 2000
- [16] D. Crisp, S.B. Fels, M.D. Schwarzkopf  
*Approximate methods for finding CO<sub>2</sub> 15 μm band transmission in planetary atmospheres*  
J. Geophys. Res., vol. 91, pp 11851-11866, 1986
- [17] S.J. Young  
*Band model formulation for inhomogeneous optical paths*  
JQSRT, vol. 15, pp 483-501, 1975



## CHAPITRE VII : CONCLUSION

Notre travail de thèse a été consacré à une amélioration de la prédiction de la luminance spectrique infrarouge dans les milieux biphasiques en combustion. En effet, la résolution de l'équation de transfert radiatif dans ce type de milieu se heurte à l'absence de modèles décrivant l'absorption des gaz moyennée spectralement, et compatibles de la diffusion provenant de la présence de particules dans le milieu. Notre travail s'inscrit dans la problématique plus large de la prédiction de la signature infrarouge des jets de propulseurs de missiles. Cette signature est en effet indispensable au dimensionnement de futurs capteurs optiques. Or, pour de multiples raisons, il est très difficile d'acquérir expérimentalement les informations sur la signature, et la principale source de données est le calcul. Il est donc indispensable que celui-ci soit le plus réaliste possible, car les incertitudes sur la signature calculée se traduisent directement en marges sur les performances d'un futur capteur et donc en coût. Le problème de la prédiction de la signature infrarouge des jets de propulseur est une question ardue, faisant appel à de très nombreux phénomènes physiques, et qui nécessite de réaliser des compromis si l'on veut mener à bien le calcul. Nous nous sommes focalisés ici sur une des multiples facettes intervenant dans la modélisation de la signature infrarouge des jets de propulseurs, et qui concerne l'incompatibilité des modèles de bandes décrivant l'absorption moyenne des gaz avec la résolution de l'équation de transfert radiatif en présence de diffusion. Or, l'effet de cette incompatibilité est particulièrement prononcé dans le cas de la signature infrarouge des jets de propulseurs pour au moins deux raisons :

- la situation de télédétection nécessite de prendre en compte correctement les corrélations spectrales entre l'émission des zones à haute température et leur ré-absorption le long du trajet atmosphérique entre le jet et l'observateur,
- on recherche la luminance spectrique sur des bandes étroites, typiquement de l'ordre de  $5 \text{ cm}^{-1}$  de largeur, à proximité des bandes d'absorption des gaz.

Nous avons donc mis en œuvre une nouvelle approche de calcul de la luminance permettant de lever partiellement cette incompatibilité, puis nous avons cherché à évaluer, dans différentes situations typiques de télédétection des jets, l'apport de cette méthode.

Au cours de cette thèse, nous avons rencontré un certain nombre de difficultés. Les données utilisées en entrée de notre résolution de l'équation de transfert radiatif sont issues de calculs aérothermochimiques, nous sommes donc tributaires de la précision de ces calculs. En corollaire, nous ne disposons pas de données expérimentales détaillées permettant de valider les calculs intermédiaires ou d'initialiser nos propres calculs. Ainsi, il subsiste de nombreuses incertitudes sur l'état solide ou liquide des particules dans les jets, et sur leur phase cristalline. De même, les propriétés dans l'infrarouge régissant l'absorption des particules d'alumine ne sont pas intrinsèques ; elles dépendent de la présence d'impuretés, ce qui rend délicat le choix des indices optiques. Enfin, nous ne disposons pas de résultats expérimentaux permettant de valider nos calculs lorsque le propulseur est en altitude. Ceci nous a donc conduit à mettre au point une approche de référence, inadaptée pour un calcul de signature d'un jet complet, mais permettant de tester la nouvelle approche que nous avons développée.

Dans un premier temps, nous avons recensé les principaux phénomènes physiques intervenant dans la signature infrarouge des jets de propulseurs. Ce panorama nous a conduits à retenir deux jets de propulseurs composites aluminisés, l'un correspondant à un calcul au niveau de la mer, l'autre à un calcul en altitude. Ces milieux types ont été utilisés par la suite pour évaluer notre nouvelle approche. Nous avons ensuite passé en revue les principales méthodes susceptibles d'être employées pour résoudre l'équation de transfert radiatif. Nous avons retenu le solveur SHDOM déjà utilisé dans une thèse précédente pour prédire le rayonnement dans l'ultraviolet des mêmes types de milieux. Cependant, cette approche est limitée à un calcul monochromatique. Nous avons donc envisagé une décomposition de la luminance en deux termes qui conduit à une nouvelle formulation de l'équation de transfert radiatif en présence de diffusion. Au cours du chapitre suivant, nous avons examiné et sélectionné les propriétés optiques des particules et des gaz intervenant dans les milieux considérés. Nous avons notamment examiné les modèles de bandes permettant d'obtenir des valeurs moyennées spectralement de la luminance pour des

milieux purement gazeux. Une fois sélectionnés les données d'entrée du problème et le solveur de l'ETR, nous avons appliqué la méthode de séparation de luminance, ce qui nous a conduit à développer une méthode de résolution de l'ETR adaptée à la prédiction de la luminance infrarouge des jets de propulseurs. Les deux chapitres suivants ont été respectivement consacrés à une étude des aspects géométriques puis spectraux de cette nouvelle méthode. Dans le chapitre 5, nous avons tout d'abord testé ses résultats sur des configurations simples, à un seul nombre d'onde. Les problèmes de moyenne spectrale ont ainsi été évacués. Puis, nous avons réalisé une étude paramétrique permettant de prévoir les situations physiques pour lesquelles cette méthode était susceptible d'apporter un gain par rapport aux approches existantes. Le dernier chapitre a été consacré à l'application de cette méthode à des milieux représentatifs des jets de propulseurs. En présence de fortes corrélations spectrales et de diffusion, notre méthode permet de retrouver les résultats d'un calcul raie par raie, tout en conservant un temps de calcul du même ordre de grandeur que celui des modèles de bandes.

Les travaux menés au cours de cette thèse ont donc permis :

- de mieux cerner les situations où le couplage entre absorption et diffusion était susceptible d'avoir un impact sur la luminance calculée,
- de démontrer que notre nouvelle méthode permettait de retrouver les résultats d'un calcul de référence, dans la situation la plus critique.

Il subsiste plusieurs voies de poursuite de notre travail que nous n'avons pas eu le temps d'explorer. Dans un premier temps, il serait intéressant d'appliquer notre méthode à un jet complet. Nous avons choisi de ne considérer que des milieux plans parallèles construits à partir de profils radiaux des grandeurs aérothermochimiques. Ce choix de milieux simples nous a ainsi permis de mener à bien les calculs de référence et d'interpréter plus facilement les résultats. Bien que nous ayons limité la résolution de l'équation de transfert radiatif modifiée à une géométrie en plans parallèles, l'algorithme a été conçu pour permettre une extension rapide aux géométries 3D. Une fois le passage en géométrie 3D réalisé, il serait très utile de pouvoir résoudre l'équation de transfert radiatif en géométrie 2D axisymétrique. En effet, la plupart des jets peuvent être caractérisés, en première approximation, par une symétrie de révolution. Or, cette symétrie n'est pas utilisée lors de la résolution de l'ETR. Notons de plus, que le découpage de la luminance en un terme non diffusé et un terme diffusé conduit à une nouvelle forme de l'ETR avec diffusion. Il serait donc intéressant d'étudier comment résoudre cette nouvelle forme de l'équation, en profitant de la symétrie de révolution.

Si l'on peut considérer que les progrès effectués ces vingt dernières années sur la description du rayonnement infrarouge des gaz de combustion permettent de réaliser des prédictions quantitatives, il n'en est pas de même pour les particules d'alumine. De nombreuses questions restent en suspens sur leur état physique dans les jets (leur état solide – liquide, la présence de particules en surfusion, la présence de particules creuses), sur leur granulométrie et sur leurs propriétés optiques. Des progrès devraient être réalisés pour mieux caractériser la granulométrie des particules dans les jets, afin de disposer d'un outil de calcul prédisant leur évolution, depuis la chambre de combustion jusqu'à la fin du jet.

Enfin, du côté des applications pratiques, la mise au point de modèles simplifiés très rapides permettant d'effectuer les nombreux calculs nécessaires à l'évaluation des performances de futurs systèmes, mais ne sacrifiant pas à la précision constitue un besoin qui n'est pas couvert aujourd'hui.

## ANNEXE 1 : METHODE DELTA-M

Le modèle SHDOM utilise une décomposition des fonctions de phase de diffusion en série de polynôme de Legendre. Lorsque la fonction de phase de diffusion est fortement piquée vers l'avant, cette série nécessite un grand nombre de termes et la prise en compte de ce grand nombre dans les modèles de transfert radiatif réduit significativement leurs performances. La méthode Delta-M simplifie le calcul en décomposant la fonction de phase en une combinaison linéaire d'un pic de diffusion avant, et d'une nouvelle fonction de phase  $\tilde{P}(\theta)$  lissée suivant la relation :

$$P(\theta) = 4\pi f \delta(\theta) + (1-f)\tilde{P}(\theta) \quad (A.1)$$

La fonction de phase s'exprime aussi en série de polynôme de Legendre :

$$P(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \chi_l p_l(\cos \theta) \quad (A.2)$$

où  $p_l$  désigne un polynôme de Legendre d'ordre  $l$ .

La fonction de phase lissée s'exprime de même en série de polynôme de Legendre :

$$\tilde{P}(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \tilde{\chi}_l p_l(\cos \theta) \quad (A.3)$$

Le pic de diffusion avant peut aussi s'exprimer ainsi :

$$4\pi f \delta(\theta) = f \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) p_l(\cos \theta) \quad (A.4)$$

En pratique on utilise des séries de polynômes de Legendre réduite aux  $L$  premiers termes pour décrire la fonction de phase. Afin que la troncature du développement de la fonction de phase lissée soit valable, il est nécessaire de s'assurer de la nullité du coefficient  $\tilde{\chi}_{L+1}$  afin de limiter l'apparition d'artefacts numériques tels que des valeurs négatives pour la fonction de phase. Or si on applique la relation (A.1) à l'ordre  $L+1$ , on peut écrire :

$$\chi_{L+1} = (1-f)\tilde{\chi}_{L+1} + (2(L+1)+1)f \quad (A.5)$$

soit

$$f = \frac{\chi_{L+1}}{2L+3} \quad (A.6)$$

Pour les termes strictement inférieurs à l'ordre  $L+1$ , on a la relation,

$$\tilde{\chi}_l = \frac{\chi_l - f(2l+1)}{1-f} \quad (A.7)$$

En utilisant cette décomposition de la fonction de phase, on peut réécrire l'équation de transfert radiatif :

$$\frac{dL(\Omega)}{ds} = -(K_{abs} + K_{diff}) \cdot L(\Omega) + K_{abs} \cdot L_{bb} + \frac{K_{diff}}{4\pi} \int_{4\pi} L(\Omega') \cdot \{4\pi f \delta(\Omega - \Omega') + (1-f)\tilde{P}(\Omega, \Omega')\} d\Omega' \quad (A.8)$$

En introduisant un coefficient d'extinction équivalent tel que :



$$\tilde{K}_{diff} = (1-f)K_{diff} \quad (A.9)$$

L'équation de transfert radiatif introduisant la méthode Delta-M peut s'écrire :

$$\frac{dL(\Omega)}{ds} = -(K_{abs} + \tilde{K}_{diff}) \cdot L(\Omega) + K_{abs} \cdot L_{bb} + \frac{\tilde{K}_{diff}}{4\pi} \int_{4\pi} L(\Omega') \tilde{P}(\Omega, \Omega') d\Omega' \quad (A.10)$$

La résolution est alors semblable à celle l'équation de transfert radiatif originale. On a simplement un coefficient d'extinction réduit du facteur  $1-f$  et une fonction de phase modifiée dont il faut tenir compte.

## ANNEXE 2 : DETAILS DE L'EXTRACTION DES TRAJETS OPTIQUES POUR LE CALCUL DE LA LUMINANCE NON DIFFUSEE

Cette annexe détaille le calcul de la luminance non diffusée  $L_{nd}$  pour la méthode par séparation de luminance. Deux cas différents sont présentés : le cas monochromatique et le cas en modèle de bande pour lequel les transmittivités sont calculées par une méthode Curtis-Godson étendue aux milieux biphasiques (cf § VI.2). La luminance non diffusée est calculée par une méthode en lancers de rayons appliquée à tous les points  $(x_i, y_j, z_k)$  de la grille de calcul et dans toutes les directions  $(\theta_w, \varphi_v)$  que l'on s'est donnés. Pour chacun de ces quintuplets  $(x_i, y_j, z_k, \theta_w, \varphi_v)$ , on lance un rayon jusqu'au bord du milieu considéré comme non éclairé, puis on discrétise ce rayon en  $N_s$  segments homogènes dont on recherche les propriétés optiques afin d'intégrer la luminance le long de ce parcours.

L'expression de la luminance non diffusée s'écrit alors :

- cas monochromatique :

$$L_{nd} = \sum_{l=1}^{N_s} \frac{K_g(l)L_{bb}(T_g(l)) + K_p(l)L_{bb}(T_p(l))}{K_g(l) + K_p(l)} (\Gamma_{l-1 \rightarrow l} - \Gamma_{l \rightarrow l}) \quad (A.11)$$

- cas Curtis-Godson :

$$L_{nd} = \sum_{l=1}^{N_s} L_{bb}(T_g(l)) (\overline{\Gamma_{l-1 \rightarrow l}} - \overline{\Gamma_{l \rightarrow l}}) + \sum_{l=1}^{N_s} K_p(l) (L_{bb}(T_p(l)) - L_{bb}(T_g(l))) \overline{\Gamma_{l \rightarrow l}} a_l \quad (A.12)$$

où l'indice  $l$  désigne les propriétés d'un segment homogène,

$\Gamma_{l \rightarrow 1}$  désigne la transmittivité à travers les segments numérotés de 1 à  $l$ ,

et  $a_l$  désigne la longueur du segment  $l$ .

On observe que cette expression n'est qu'approché dans la mesure où elle ne tend pas vers le comportement du cas monochromatique dans un milieu uniforme dont les coefficients d'absorption seraient indépendants du nombre d'onde.

On recherche donc pour chaque segment homogène la température du gaz et des particules ainsi que les propriétés optiques permettant de calculer la transmittivité. Pour le cas monochromatique, cela revient à connaître les coefficients d'absorption du gaz et des particules. Pour le cas Curtis-Godson, il faut connaître le coefficient d'absorption des particules ainsi que les paramètres de bande de chaque gaz participatif.

La grille de calcul est une grille 3D structurée, régulière en  $x$  et  $y$  et irrégulière en  $z$ . Il s'agit de trouver les intersections entre la droite de direction  $(\theta_w, \varphi_v)$  passant par  $(x_i, y_j, z_k)$ , et les différentes faces définies par la grille de calcul. On en tire une série de points  $M_l, l=1, \dots, N_s$  définissant ces  $N_s$  intersections et on interpole les propriétés optiques en ces points. Le premier point  $M_1$  de cette série est celui de coordonnées  $(x_i, y_j, z_k)$ .

## Algorithme

L'algorithme suit la procédure suivante :

- Choix d'un point  $(x_i, y_j, z_k)$
- Choix d'une direction  $(\theta_u, \varphi_v)$ 
  - Identification des cellules traversées par la droite de direction  $(\theta_u, \varphi_v)$ , passant par  $(x_i, y_j, z_k)$
  - Boucle sur les cellules traversées par la droite  $l=1, \dots, N_s-1$ 
    - Identification des faces de la cellule traversée (face entrante / sortante)
    - Calcul du point d'intersection droite – face sortante,  $M_{l+1}$  et de la longueur de traversée de la cellule,  $d_l$
    - Interpolation bilinéaire des propriétés optiques en  $M_{l+1}$  à partir des propriétés optiques aux 4 coins de la face
      - cas monochromatique : interpolation de  $T_g, T_p, K_g, K_p$
      - cas Curtis-Godson : interpolation des paramètres  $\overline{\beta_L}, \overline{k}, c \cdot p, \overline{\beta_D}$  pour chaque gaz (cf §IV.3.3) interpolation de  $T_g, T_p, K_p$
  - Fin de la boucle sur les cellules traversées
  - Association à chaque point  $M_l$ , d'une section homogène centrée sur ce point et de longueur  $a_l$

avec  $a_l = \frac{d_l + d_{l-1}}{2}$  en considérant  $d_0 = d_{N_s} = 0$ .

→ Calcul des transmittivités  $\Gamma_{l \rightarrow 1}$ ,  $l=1, \dots, N_s$  dont chacune correspond à la transmittivité de l'ensemble des sections homogènes notées de 1 à  $l$ .

(ainsi  $\Gamma_{1 \rightarrow 1} = \exp\{- (K_g(1) + K_p(1))a_1\}$  pour le cas monochromatique)

- cas monochromatique :  $\Gamma_{l \rightarrow 1} = \Gamma_{l-1 \rightarrow 1} \exp\{- (K_g(l) + K_p(l))a_l\}$

- cas Curtis-Godson :

Calcul des paramètres de bande équivalents  $\overline{\beta_{Le}}, \overline{k_e}, \overline{\beta_{De}}$

tels que :

$$\overline{k_e}(l) = \overline{k_e}(l-1) + \overline{k}(l)cp(l)a_l$$

$$\overline{\beta_{Le}}(l) = \overline{\beta_{Le}}(l-1) + \overline{\beta_L}(l)\overline{k}(l)cp(l)a_l$$

$$\overline{\beta_{De}}(l) = \overline{\beta_{De}}(l-1) + \overline{\beta_D}(l)\overline{k}(l)cp(l)a_l$$

Ces paramètres de bande équivalents ajoutés aux coefficients d'absorption des particules  $K_p(l)$  permettent alors de calculer les transmittivités moyennes  $\overline{\Gamma_{l \rightarrow 1}}$ .

→ Calcul de la luminance non diffusée par les équations (A.11) ou (A.12)

## Conclusion

La luminance non diffusée est intégrée directement du bord du milieu jusqu'au point considéré. Cette approche nécessite uniquement l'interpolation de données de la grille de propriétés contrairement à l'approche SHDOM qui interpole aussi des données calculées comme des luminances ou des fonctions sources.





**Résumé :**

La prédiction de l'émission infrarouge des jets de propulseurs composites aluminisés nécessite principalement trois étapes : le calcul des grandeurs aérothermochimiques du jet, la conversion de ces grandeurs en propriétés optiques (coefficient d'absorption, coefficient de diffusion, fonction de phase) puis la résolution de l'équation de transfert radiatif. Cette thèse, essentiellement consacrée à cette troisième étape, propose de nouvelles voies pour l'application des modèles de bande aux cas de milieux biphasiques et diffusants.

D'une part, nous avons étendu ces modèles aux cas de milieux caractérisés par un déséquilibre thermique entre gaz et particules. D'autre part, nous avons proposé une méthode de séparation de la luminance en deux contributions, appelées respectivement non diffusée et diffusée, à partir d'une idée originale de Liu et al. La contribution non diffusée est solution de l'équation de transfert radiatif obtenue en ignorant les effets de la diffusion. Par conséquent, elle peut être résolue par une formulation en modèles de bande. Cette approche permet de réduire les erreurs de corrélations spectrales au seul terme de luminance diffusée.

Nous avons montré l'intérêt de ces approches par comparaison avec une résolution de l'équation de transfert radiatif en raie par raie, sur des milieux représentatifs de situations de télédétection de jets.

**Abstract :**

Prediction of infrared emission of exhaust plumes from aluminized composite rocket, follows mainly three steps : calculating aero-thermo-chemical values in the plume, converting those values to optical properties (absorption coefficient, scattering coefficient and phase function) and resolving the radiative transfer equation. This thesis is mostly devoted to this third step, and proposes new ways to use band models on two-phases and scattering media.

Firstly, we extended band models to cases with thermic non equilibrium between gas and particles. Secondly, we proposed a method consisting in splitting radiance in two parts, one called un-scattered and the other scattered, from an original idea of Liu et al. The un-scattered part is solution of the radiative transfer equation obtained by ignoring scattering. As a result, the un-scattered radiance can be found by using band models. By this approach, errors on spectral correlations are only present on the scattered radiance.

We show the interest of thoses approches by comparing them with a line by line resolution of the radiative transfer equation, on media representative of remote sensing cases of rocket exhaust plumes.