



**HAL**  
open science

# Etude du comportement du néoprène et d'appareils d'appui parasismiques en néoprène fretté

Quang Tam Nguyen

► **To cite this version:**

Quang Tam Nguyen. Etude du comportement du néoprène et d'appareils d'appui parasismiques en néoprène fretté. Génie civil. Université de Strasbourg, 2013. Français. NNT : 2013STRAD038 . tel-01124223

**HAL Id: tel-01124223**

**<https://theses.hal.science/tel-01124223>**

Submitted on 6 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ÉCOLE DOCTORALE MATHÉMATIQUES, SCIENCES DE L'INFORMATION ET DE  
L'INGÉNIEUR**

Laboratoire ICube, Equipe Génie Civil

**THÈSE** présentée par :

**Quang Tam NGUYEN**

soutenue le : **28 Novembre 2013**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité : Génie Civil

**ETUDE DU COMPORTEMENT DU  
NEOPRENE ET D'APPAREILS D'APPUI  
PARASISMIQUES EN NEOPRENE FRETTE**

**THÈSE dirigée par :**

**M. FOND Christophe**

Professeur, université de Strasbourg

**RAPPORTEURS :**

**M. BOUKAMEL Adnane**

Professeur, Ecole Hassania des Travaux Publics

**Mme. DIANI Julie**

Directrice de Recherche, Arts et Métiers ParisTech

---

**AUTRES MEMBRES DU JURY :**

**M. DESMORAT Rodrigue**

Professeur, ENS de Cachan

**M. DUBE Jean-François**

Professeur, Université Montpellier 2



# Remerciements

Cette étude a été réalisée au sein de l'équipe Génie Civil du laboratoire ICube de l'Université de Strasbourg dirigée par le Professeur Christophe Fond. Je tiens à le remercier chaleureusement pour son accueil et les moyens donnés pour réaliser ce travail dans de bonnes conditions. Je ne sais pas comment le remercier pour ses conseils pertinents, ses orientations, sa patience et tout ce qu'il a pu m'apprendre au cours de ces trois années.

Un grand merci à mon co-encadrement Mme Violaine Tinard, une personne souriante, pédagogue et foncièrement positive. J'ai particulièrement aimé travailler avec elle durant toutes ces années.

Je remercie bien évidemment M. Rodrigue Desmorat qui m'a fait l'honneur de présider mon jury, M. Adnane Boukamel et Mme Julie Diani pour avoir accepté la lourde tâche d'être rapporteur malgré leurs emplois du temps déjà bien remplis, ainsi que M. Jean-François Dubé pour l'examen attentif de ce travail. Qu'ils trouvent en ces quelques mots toute ma gratitude.

Un grand merci à M. Yves Peyré et M. Patrice Wolff pour leur participation à la conception et au fonctionnement du dispositif biaxial original.

Si une thèse ne peut se réaliser hors d'un environnement scientifique, le cadre humain est tout aussi indispensable. A ce titre, j'exprime toute ma reconnaissance aux membres de l'équipe Génie Civil pour leur soutien qui n'a jamais fait défaut. Je remercie particulièrement Jian Lin, Vincent Magnenet, Komla Apedo et Sandrine Braymand pour tous leurs conseils pertinents, leur aide et leur gentillesse.

Je dédie mes derniers remerciements et mes meilleurs sentiments à ma famille et à mes amis pour leurs conseils, leurs encouragements et leurs soutiens précieux pendant ma thèse.



# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>   | <b>3</b>  |
| <b>CHAPITRE 1. SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE .....</b>  | <b>5</b>  |
| 1.1. INTRODUCTION DU CHAPITRE .....  | 7         |
| 1.2. PROPRIÉTÉS DES ELASTOMÈRES .....  | 7         |
| 1.2.1. Introduction concernant les propriétés des élastomères.....   | 7         |
| 1.2.2. Qu'est-ce que l'élastomère ? .....  | 7         |
| 1.2.3. Propriétés élastiques.....  | 8         |
| 1.2.4. Propriétés dissipatives .....   | 10        |
| 1.2.5. Effet Mullins.....  | 13        |
| 1.2.6. Anisotropie induite du comportement .....   | 15        |
| 1.2.7. Conclusions concernant les propriétés des élastomères .....   | 16        |
| 1.3. MODELISATION DU COMPORTEMENT DES ELASTOMÈRES .....  | 16        |
| 1.3.1. Introduction concernant la modélisation du comportement des élastomères .....                                       | 16        |
| 1.3.2. Contribution hyperélastique .....   | 16        |
| 1.3.3. Contribution rhéologique.....   | 20        |
| 1.3.4. Contribution de l'effet Mullins.....  | 29        |
| 1.3.5. Contribution de l'anisotropie induite du comportement.....  | 31        |
| 1.3.6. Discussions et conclusions de la modélisation des élastomères .....   | 32        |
| 1.4. GÉNÉRALITÉS SUR LES APPAREILS D'APPUI .....   | 32        |
| 1.4.1. Introduction concernant les appareils d'appui.....  | 32        |
| 1.4.2. Structure des appareils d'appui en néoprène fretté .....  | 33        |
| 1.4.3. Comportement de l'appareil d'appui en néoprène fretté.....  | 34        |
| 1.4.4. Discussions et conclusions concernant les appareils d'appui .....   | 37        |
| 1.5. CONCLUSIONS DU CHAPITRE.....  | 38        |
| <b>CHAPITRE 2. CARACTÉRISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU NEOPRENE ET DE L'APPAREIL D'APPUI EN NEOPRENE FRETTE .....</b> | <b>39</b> |
| 2.1. INTRODUCTION DU CHAPITRE .....  | 41        |
| 2.2. CARACTÉRISATION MÉCANIQUE DU NEOPRENE .....   | 41        |
| 2.2.1. Essais typiques de caractérisation mécanique du néoprène .....  | 41        |
| 2.2.2. Essais biaxiaux sur des éprouvettes de néoprène .....   | 50        |
| 2.3. CARACTÉRISATION MÉCANIQUE DE L'AANF .....   | 60        |
| 2.3.1. Conception et dimensionnement d'un dispositif biaxial.....  | 60        |
| 2.3.2. Essais biaxiaux sur des AANF .....  | 63        |
| 2.4. CONCLUSIONS DU CHAPITRE.....  | 72        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>CHAPITRE 3.      MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DU NEOPRENE ET DE L'APPAREIL D'APPUI EN NEOPRENE FRETTE .....</b> | <b>73</b>  |
| 3.1.    INTRODUCTION DU CHAPITRE .....   | 75         |
| 3.2.    PRE ETUDE .....  | 75         |
| 3.2.1. <i>Introduction concernant la pré étude.....</i>  | 75         |
| 3.2.2. <i>Modèle élastique simple en 2D d'AANF.....</i>  | 75         |
| 3.2.3. <i>Discussions et conclusions concernant la pré étude.....</i>  | 83         |
| 3.3.    MODELISATION DU NEOPRENE.....  | 84         |
| 3.3.1. <i>Introduction concernant la modélisation du néoprène .....</i>  | 84         |
| 3.3.2. <i>Formulation du modèle.....</i>   | 84         |
| 3.3.3. <i>Géométrie et conditions aux limites.....</i>   | 89         |
| 3.3.4. <i>Test du modèle .....</i>   | 92         |
| 3.3.5. <i>Validation du modèle .....</i>   | 94         |
| 3.3.6. <i>Conclusions concernant la modélisation du néoprène .....</i>   | 105        |
| 3.4.    MODELISATION DE L'AANF .....   | 105        |
| 3.4.1. <i>Introduction concernant la modélisation de l'AANF.....</i>   | 105        |
| 3.4.2. <i>Géométrie et conditions aux limites.....</i>   | 106        |
| 3.4.3. <i>Lois de comportement.....</i>  | 107        |
| 3.4.4. <i>Résultats numériques des AANF .....</i>  | 107        |
| 3.4.5. <i>Discussions et conclusions concernant la modélisation de l'AANF .....</i>  | 111        |
| 3.5.    DISCUSSIONS DU MODELE NUMERIQUE.....   | 111        |
| 3.6.    DISCUSSIONS ET CONCLUSIONS DU CHAPITRE.....  | 114        |
| <b>CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES.....</b>  | <b>115</b> |
| <b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>  | <b>117</b> |
| <b>ANNEXE.....</b>   | <b>127</b> |

# Introduction générale

Un appareil d'appui de pont est un élément d'ouvrage dont le rôle est de transmettre des chargements verticaux et de permettre des mouvements de translation horizontaux en cas de sollicitations telles que le vent ou un séisme. Il existe plusieurs types d'appareil d'appui tels que l'appareil d'appui en béton, l'appareil d'appui métallique, l'appareil d'appui en néoprène fretté, l'appareil d'appui à pot, etc. En général, en zone sismique, il est préférable de prévoir des appareils d'appui en néoprène fretté du fait de leur souplesse. Selon la norme Eurocode 8 [1] et la norme des appareils d'appui EN 1337-3 [2], le comportement d'un Appareil d'Appui en Néoprène Fretté (AANF) est considéré comme élastique linéaire ou hystérétique linéaire. En réalité, les comportements mécaniques de l'AANF sont très complexes et sont essentiellement ceux de l'élastomère tels que l'élasticité non linéaire, la viscosité, la plasticité, l'effet Payne, l'effet Mullins, etc. C'est la raison pour laquelle le chapitre 1 est consacré au rappel de quelques propriétés mécaniques des élastomères et des AANF. En effet, de nombreux essais expérimentaux décrits dans la littérature ont permis de mettre en évidence la complexité du comportement des élastomères. Les principaux phénomènes mis en jeu sont rappelés : élasticité non linéaire, viscosité, plasticité, effet Mullins, etc. Par ailleurs, les différents modèles numériques présents dans la littérature pour simuler le comportement des élastomères et des AANF sont exposés. Il existe en effet des modèles numériques unidimensionnels permettant de simuler le comportement hyperélastique [3,4], élastoviscoplastique [5], viscoélastique et l'effet Mullins [6] de cet appareil d'appui. Des modèles par élément finis ont également été développés pour modéliser son comportement hyperélastique [4,5,7], viscoélastique [7], et élastoplastique [4]. Toutefois, très peu d'études de l'effet Mullins et de la piezo-dépendance sont rapportées et aucun modèle par éléments finis ne permet de modéliser simultanément ces phénomènes dans l'AANF. C'est la raison pour laquelle l'objectif de cette thèse est l'étude de l'effet Mullins, de la piezo-dépendance et la viscoélasticité sur le néoprène et sur l'AANF. Pour atteindre ces objectifs, la caractérisation de ces phénomènes sur le néoprène et sur l'AANF est tout d'abord réalisée. Grâce à ces résultats expérimentaux, un nouveau modèle est développé afin de modéliser ces phénomènes du néoprène. Enfin, ce modèle est utilisé pour simuler la réponse de l'AANF sous le chargement couplé compression statique – cisaillement cyclique.

Le but du chapitre 2 est donc la caractérisation des propriétés mécaniques du néoprène et de l'AANF. Dans la première partie, une campagne d'essais de caractérisation mécanique du néoprène est présentée. Des essais mécaniques classiques tels que la relaxation, la traction ou compression cyclique et la restauration sont tout d'abord réalisés. Les essais de relaxation sont effectués avec trois vitesses de chargement différentes pour caractériser la viscoélasticité du néoprène. L'effet Mullins est quantifié par des essais de traction cyclique et de compression cyclique. Le temps de restauration du néoprène est estimé par des essais de restauration en traction cyclique. Ensuite, des essais originaux biaxiaux de compression quasi-



statique et de cisaillement cyclique sur des éprouvettes de néoprène sont réalisés. Ces essais permettent d'étudier le comportement du néoprène et aussi d'appréhender le comportement de l'appareil d'appui sous ce type de chargement. Dans un second temps, un dispositif biaxial original permettant de tester des AANF sous chargement de compression statique – cisaillement cyclique est conçu et dimensionné. Plusieurs essais sur AANF au moyen de ce dispositif sont effectués. Ces essais permettent de caractériser expérimentalement la viscoélasticité, l'effet Mullins et la piezo-dépendance de l'AANF sous cette configuration.

Le chapitre 3 présente la modélisation du comportement du néoprène et de l'AANF. Dans la première partie, une pré étude numérique permet de connaître la distribution des champs de contraintes en compression de l'AANF dans le cas le plus simple où un modèle bidimensionnel simplifié avec un comportement élastique du matériau est utilisé. Ce modèle est analysé avec trois méthodes différentes telles que la méthode par calculs analytiques et les méthodes par calculs numériques par éléments finis et par éléments de frontière. Les résultats de ces méthodes nous permettent de valider l'utilisation des éléments incompressibles existants dans Cast3M pour simuler la réponse mécanique du néoprène et de l'AANF. Dans la deuxième partie, un modèle par éléments finis permettant de modéliser le comportement mécanique du néoprène est exposé. En se basant sur le modèle viscoélastique non linéaire de Cunaat, un nouveau modèle est développé. L'originalité de ce modèle viscoélastique réside dans l'activation du temps de relaxation par la contrainte de von Mises. De plus, ce modèle est développé dans l'optique de prendre en compte l'effet Mullins et la piezo-dépendance du matériau. Une stratégie d'identification et d'optimisation des paramètres du modèle est aussi présentée. Une bonne concordance de tendance entre les résultats numériques et expérimentaux permet d'utiliser cette loi de comportement du néoprène pour modéliser le comportement mécanique de l'AANF.

# **Chapitre 1.**

## **Synthèse bibliographique**



## 1.1. Introduction du chapitre

Un appareil d'appui est placé entre le tablier et les appuis pour les ponts ou entre les fondations et la superstructure pour les bâtiments dans les zones sismiques. En général, l'appareil d'appui en néoprène fretté est le plus utilisé pour les ouvrages dans les zones sismiques [2]. Une modélisation convenable de ce type d'appareils d'appui nécessite une connaissance précise de son comportement, et en particulier du comportement complexe de l'élastomère. C'est la raison pour laquelle une première partie est consacrée au rappel de quelques propriétés mécaniques des élastomères, en termes de propriétés élastiques non linéaire, de propriétés dissipatives, d'effet Mullins et d'anisotropie induite du comportement. Ensuite, les différents modèles numériques présents dans la littérature pour représenter ce type de matériau sont exposés. Parmi les modèles d'élastomères existants, ceux traitant de l'hyperélasticité, de la rhéologie et de l'effet Mullins sont détaillés. Une deuxième partie est consacrée à la présentation des comportements mécaniques de l'appareil d'appui tel que l'élasticité non linéaire, la viscosité, la plasticité, l'effet Mullins et la piezo-dépendance. Les différents modèles numériques présents dans la littérature pour simuler le comportement des AANF sont exposés.

## 1.2. Propriétés des élastomères

### 1.2.1. Introduction concernant les propriétés des élastomères

Cette partie est consacrée à l'étude bibliographique des propriétés mécaniques des élastomères. Les applications des élastomères sont en effet multiples, tant pour leurs propriétés élastiques que pour leur capacité à amortir les vibrations. Afin de comprendre les mécanismes de l'élastomère, un grand nombre d'études ont été réalisées. Les principaux résultats en ce qui concerne les comportements mécaniques sont présentés dans cette section. Ses propriétés élastiques non linéaires et dissipatives ainsi que l'effet Mullins sont présentés plus en détails.

### 1.2.2. Qu'est-ce que l'élastomère ?

L'élastomère est obtenu après une étape de vulcanisation du latex. Cette réticulation permet de créer des réseaux tridimensionnels dans le matériau, ce qui permet d'améliorer certaines propriétés mécaniques comme l'élasticité ou la résistance à la rupture [8]. Il existe divers procédés de vulcanisation, dont le principal est la vulcanisation par le soufre. Les caractéristiques d'un mélange à base d'élastomère dépendent non seulement de la nature de l'élastomère brut, mais aussi de la formulation d'un certain nombre d'ingrédients. Ces ingrédients ont une influence directe sur les caractéristiques finales du mélange :

- Les charges permettent d'améliorer un grand nombre de propriétés mécaniques telles que la viscosité, le module d'élasticité, la dureté des mélanges, la résistance à la rupture, etc. Il existe généralement deux catégories de charge : les charges noires telles

que les noirs de carbone qui sont les plus utilisées, les charges claires telles que les silices précipitées, les argiles, les kaolins, les craies, etc.

- Les plastifiants facilitent la mise en œuvre des mélanges.
- Les agents protecteurs permettent d'améliorer la tenue au vieillissement.

L'élastomère chargé peut être vu à quatre échelles décroissantes :

- Macroscopique : le matériau est homogène et isotrope.
- Mésoscopique : l'élastomère se compose d'une matrice des chaînes et de charges. A cette échelle, les comportements mécaniques de la matrice et des charges sont bien distingués.
- Microscopique : l'élastomère est constitué des agglomérats de charge et de chaînes liées par les ponts de réticulation.
- Nanoscopique : l'élastomère se compose des particules élémentaires de charges et des chaînes.

### 1.2.3. Propriétés élastiques

#### 1.2.3.1. Elasticité non linéaire

L'élastomère présente une très grande déformation [9,10]. Il peut se déformer jusqu'à 700% à la rupture et la réponse contrainte vs déformation est fortement non linéaire [11]. De plus, cette réponse est très différente entre le chargement et le déchargement, comme illustré sur la figure 1.

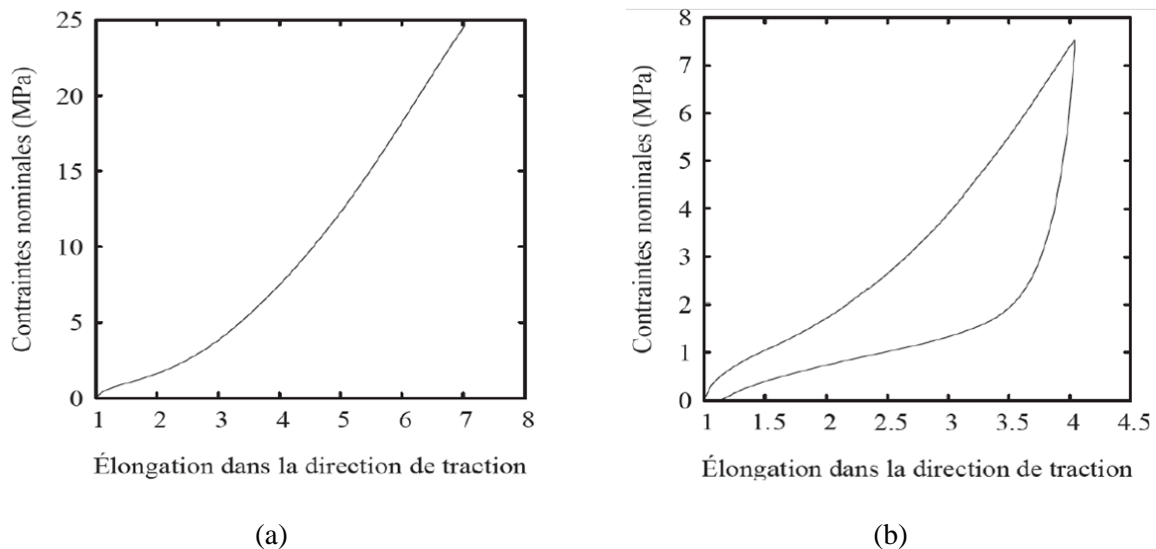


Figure 1. Essai de traction jusqu'à la rupture (a) et de traction d'un cycle de charge/décharge (b) d'un élastomère chargé de noir de carbone [11].

La quasi incompressibilité de l'élastomère (coefficient de Poisson  $\approx 0.5$ ) est aussi un caractère important [12–14]. L'ordre de grandeur du module de compressibilité est de 1000 MPa, alors que l'ordre de grandeur du module de cisaillement est d'environ 1 MPa. Cette différence

signifie que l'élastomère ne varie presque pas de volume. De plus, les variations de volumes sont difficiles à mesurer car elles sont très faibles devant les distorsions. Son comportement est donc quasi incompressible.

### 1.2.3.2. Cristallisation

Dans la configuration initiale des élastomères, les chaînes macromoléculaires s'enchevêtrent avec les chaînes voisines. Sous chargement, ces chaînes se réorganisent, glissent et puis entraînent l'alignement progressif dans la direction de chargement et l'extension des segments situés entre deux points de réticulation. Ces actions forment des zones cristallites qui agissent comme des liens supplémentaires dans le réseau macromoléculaire [15].

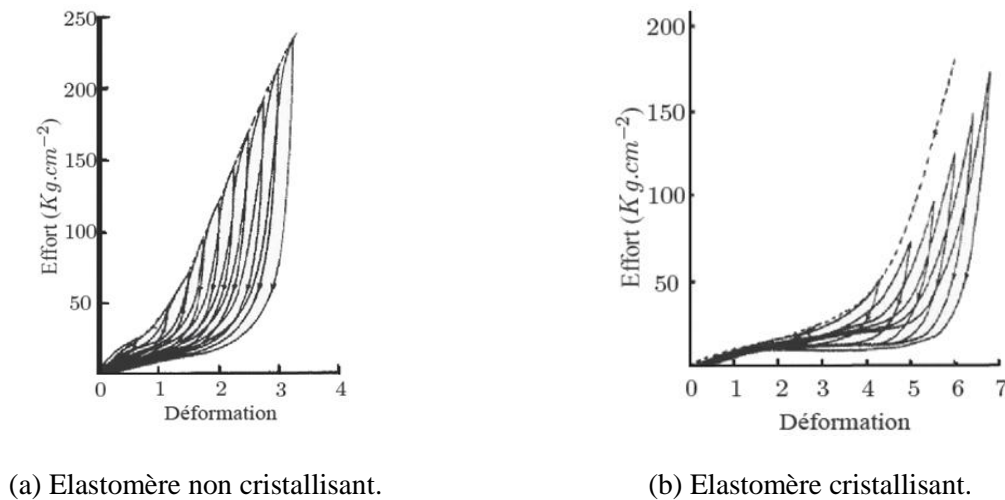


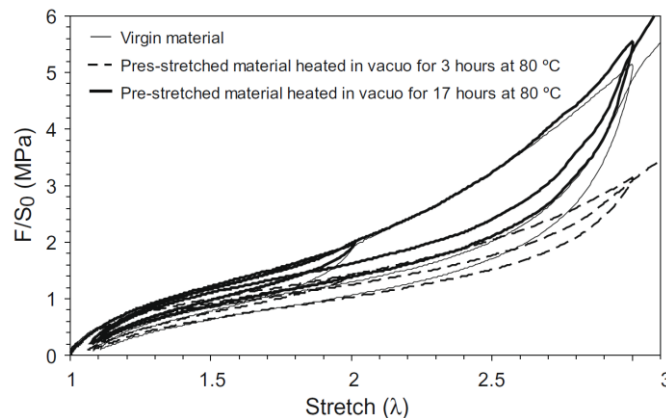
Figure 2. Effet de cristallisation sous contrainte [16].

Afin de vérifier si un élastomère est cristallisant ou non sous contraintes, une méthode consiste à soumettre le matériau à un essai de traction cyclique à amplitude croissante [16]. Si les cycles réponses ne rejoignent pas la courbe non-cyclée alors l'élastomère est cristallisant. Si ces derniers rejoignent la courbe de comportement du matériau non-cyclé alors le matériau est non cristallisant. Ces deux situations sont illustrées sur la figure 2.

### 1.2.3.3. Restauration du comportement

La restauration du comportement du matériau est observée par la restauration de la déformation résiduelle ou de la réponse contrainte vs déformation. Mullins [17] a étudié la restauration de la contrainte de l'élastomère sous la précharge de traction de 420%. Il a quantifié cette restauration à l'élongation de 200% après des périodes de restauration et des températures différentes. Il a confirmé que la restauration dépendait de la température. Après deux jours, il a observé une faible restauration (inférieure à 20%) à température ambiante, mais à 100°C le matériau est restauré à 80%. A température ambiante, Rigbi [18] a montré que l'élastomère chargé de noir de carbone est restauré partiellement après quatre semaines et Hanson et al [19] ont mentionné que la courbe contrainte vs déformation est restaurée après six mois. A haute température, Harwood & Payne [20] ont aussi étudié la restauration de la contrainte de caoutchouc vulcanisé selon le type d'enchevêtrement. Leurs résultats confirment

que la restauration dépend du type d'enchevêtrement et la restauration est presque complète après 24 heures dans le cas monosulfure enchevêtré et C-C enchevêtré. Laraba-Abbes et al. [21] ont observé que la restauration de la réponse contrainte vs déformation de l'élastomère chargé de noir de carbone est complète après 48 heures à 95°C. Diani et al. [22] ont trouvé que la réponse mécanique de l'élastomère chargé de 50% de volume de noir de carbone sous traction cyclique est restaurée à peu près complètement après 17h à 80°C. Ces résultats sont présentés en figure 3.



**Figure 3. Restauration du comportement de l'élastomère chargé de noir de carbone à la température de 80°C après 3h et 17h [22].**

En conclusion, la restauration du comportement de l'élastomère dépend du type de matériau, du type d'enchevêtrement et de la température. En revanche, il y a très peu d'études qui présentent l'influence des conditions de chargement sur la restauration du matériau.

Une interprétation possible de ce phénomène est que le matériau évolue vers son état d'équilibre, caractérisé par une entropie maximale (l'énergie minimale). A haute température, les molécules dans le matériau sont plus mobiles, le matériau peut donc évoluer vers son état d'équilibre plus rapidement. Ceci explique que la restauration à haute température est plus rapide qu'à température ambiante.

## 1.2.4. Propriétés dissipatives

### 1.2.4.1. Influence de la température

Le comportement global macroscopique d'un élastomère est conditionné par son état physico-chimique. Bueche [23] et Nielsen [24] mettent en évidence quatre états :

- Etat vitreux : le matériau est figé, les molécules peuvent très difficilement se déplacer sous la sollicitation mécanique. L'élastomère se comporte comme un verre rigide. Cet état se caractérise par un module d'Young très élevé (de l'ordre de 1000 MPa).
- Etat de transition : les molécules se déplacent plus facilement que dans l'état vitreux, le module dynamique diminue donc brutalement et l'amortissement est maximal à la température de transition vitreuse. Cette température de transition  $T_g$  varie selon le type de matériau. Le tableau 1 présente la température de transition vitreuse pour quelques types

d'élastomères courants. Cet état est une phase de transition d'un état à caractère fragile à un état de grande déformabilité.

| Elastomère                   | Symbole | Température de transition vitreuse (°C) |
|------------------------------|---------|---|
| Caoutchouc naturel           | NR      | -72                                     |
| Polybutadiène                | BR      | -112                                    |
| Polychloroprène (néoprène)   | CR      | -45                                     |
| Nitrile-butadiène            | NBR     | -20 à -45                               |
| Copolymère styrène/butadiène | SBR     | -50                                     |
| Terpolymère éthylène         | EPDM    | -55                                     |

Tableau 1 : Températures de transition vitreuse pour plusieurs élastomères classiques [8].

- Etat caoutchoutique : les mouvements moléculaires sont aisés. Ils permettent au matériau d'avoir une très grande déformabilité et de présenter plusieurs propriétés mécaniques comme l'élasticité non linéaire, la viscosité, la plasticité, l'effet Mullins, etc. L'appareil d'appui est en général utilisé à la température du milieu extérieur, donc le néoprène est souvent utilisé dans cet état.
- Etat d'écoulement : l'élastomère se comporte comme un fluide.

La figure 4 représente l'évolution du module dynamique et de l'angle de perte  $\tan\delta$  (amortissement du matériau) en fonction de la température d'EPDM dans l'essai dynamique DMA (Dynamic Mechanical Analysis). Ces valeurs peuvent dépendre de l'amplitude d'élongation, de la fréquence ou du type d'élastomère. Toutefois, la forme générale schématisée reste valable pour tous les élastomères [25].

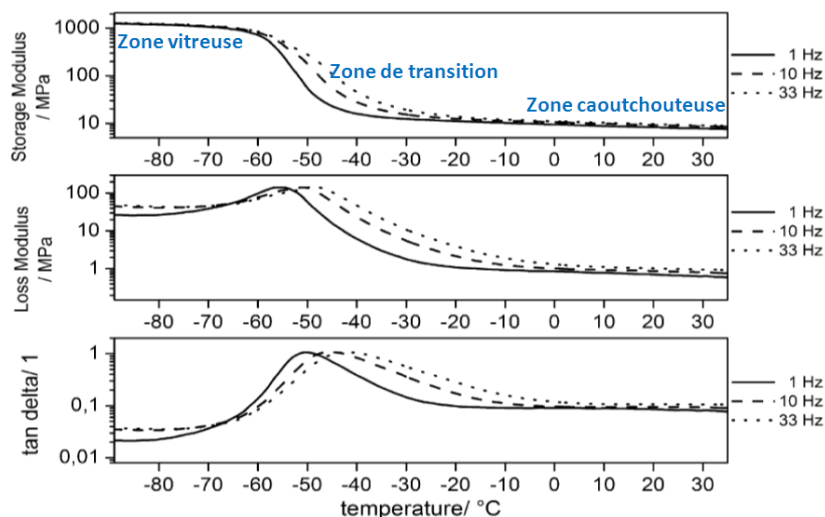


Figure 4. Evolution du module d'Young et de l'angle de perte en fonction de la température lors de tests de compression sur Terpolymère éthylène (EPDM) [26].

De nombreux essais expérimentaux présentent l'influence de la température sur le comportement des élastomères [27–30]. La figure 5 montre un exemple de l'influence de la



température sur le comportement des élastomères à l'état caoutchoutique sous des types de chargements différents. Cette figure montre que la relaxation, la raideur et la dissipation d'énergie sont plus marquées lorsque la température diminue.

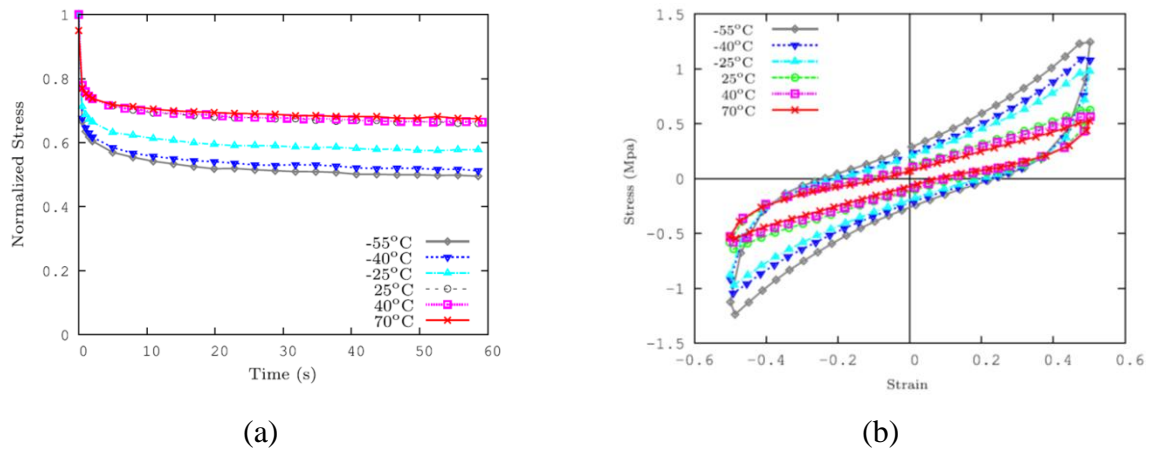


Figure 5 : Influence de la température sur le comportement de silicone chargé de silice dans l'essai de relaxation en cisaillement (a) et cisaillement cyclique (b) [27].

#### 1.2.4.2. Influence de la fréquence

La figure 4 représente également l'influence de la fréquence sur le module de rigidité et sur l'angle de perte. A basses fréquences, le module dynamique et le coefficient d'amortissement sont faibles. A hautes fréquences, le module de rigidité devient important.

Le comportement des élastomères est influencé par la fréquence, ce qui illustre la viscosité du matériau. Le comportement viscoélastique des élastomères est clairement constaté lors d'essais de relaxation ou de fluage [18,27,31] ainsi que lors d'essais à plusieurs vitesses de chargement différentes [7,18,27], comme illustré sur la figure 6. De plus, la viscosité des élastomères est plus visible lorsque le taux de charge dans le mélange augmente.

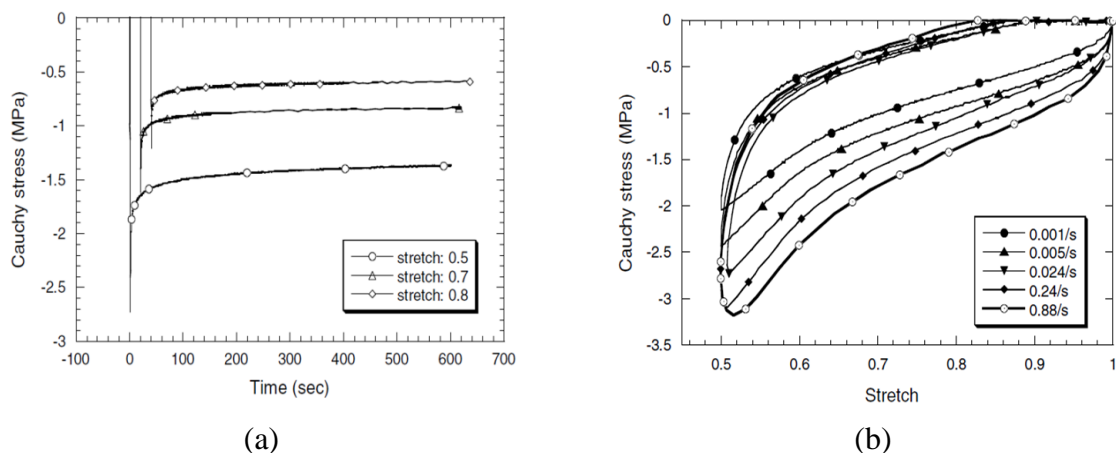


Figure 6 : Essai de relaxation en compression (a) et de compression cyclique (b) sur élastomère [7].

### 1.2.4.3. Plasticité

La propriété de plasticité [32–34] dans les élastomères est observée par une déformation résiduelle permanente lorsqu’une éprouvette est chargée et relâchée, ou par une boucle d’hystérésis à la fin de chaque période de relaxation dans les essais de relaxation interrompue, comme illustré sur la figure 7.

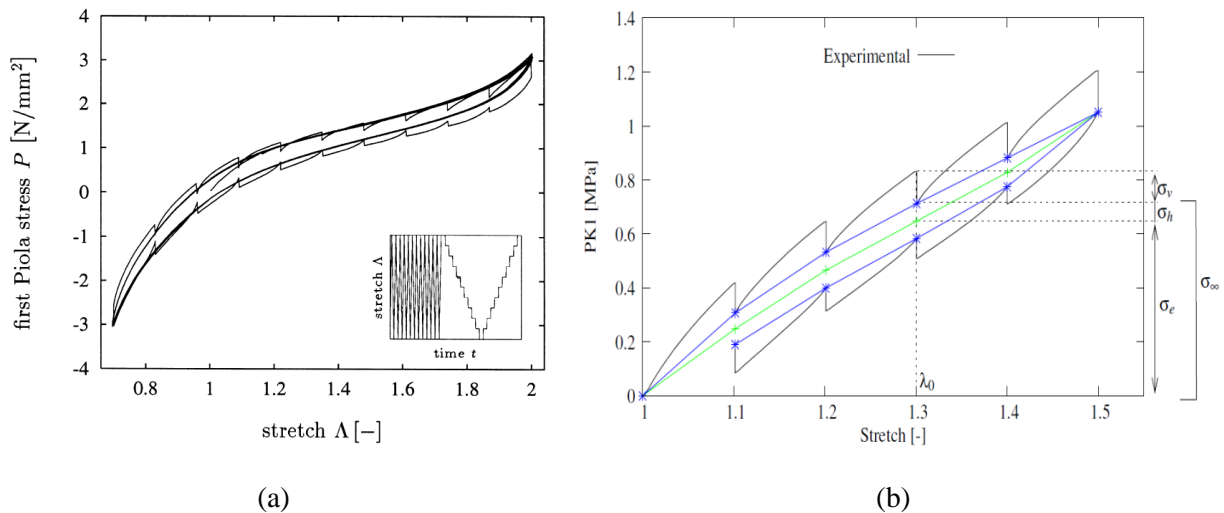


Figure 7 : Essai interrompu par des relaxations pour quantifier la plasticité dans l’élastomère chargé de noir de carbone (a) [35] et dans l’élastomère fluoré (b) [36].

Mullins a étudié la déformation résiduelle du caoutchouc naturel et du caoutchouc chargé [37,38]. Il a noté que cette déformation n’est pas permanente, mais qu’une partie de celle-ci peut être récupérée rapidement. Par conséquent, il a fixé le temps de relâchement à une heure avant toute mesure de déformation permanente afin que le matériau récupère la déformation résiduelle résultant de sa viscosité. Il a aussi remarqué que la déformation résiduelle dépend du type de charge. De même, après avoir déformé de l’EPDM chargé jusqu’à 200%, Diani et al. [31] ont observé que la déformation résiduelle instantanée est de 31%, que cette valeur diminue à 13% après 20 min, et qu’elle reste à 12% après 48 heures. Dorfmann & Ogden [39] ont effectué des essais de traction cyclique uniaxiale sur des élastomères mélangés avec des pourcentages volumiques de noir de carbone de 1%, 20% et 60%. Ils ont conclu que la déformation résiduelle augmente avec la quantité de charge et avec la déformation maximale appliquée au matériau.

En conclusion, la déformation résiduelle après le chargement restaure avec le temps. Le processus de restauration est plus rapide lorsque le matériau est chauffé.

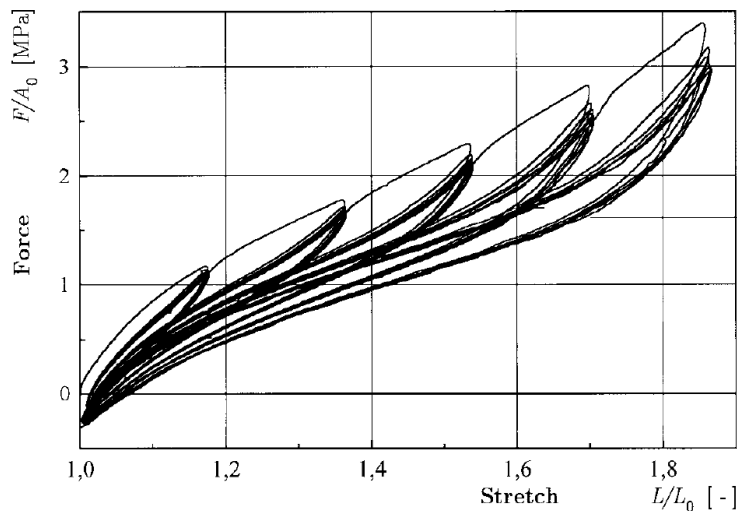
### 1.2.5. Effet Mullins

L’effet Mullins est caractérisé comme étant la combinaison de plusieurs phénomènes [40–42] :

- Lors d’un chargement cyclique, une réponse mécanique différente est observée entre les premiers cycles (principalement le premier) et les suivants.

- Si la sollicitation dépasse la déformation maximale atteinte auparavant, la réponse est quasiment celle d'un premier cycle au-delà de cette déformation.
- L'adoucissement de la contrainte entre les cycles augmente avec l'augmentation de la déformation maximale atteinte.
- Le module sécant entre les courbes stabilisées diminue selon la déformation maximale appliquée.

La figure 8 illustre l'effet Mullins dans le cas d'un chargement en traction cyclique.



**Figure 8. Courbe de charge cyclique pour plusieurs déformations maximales différentes de l'élastomère chargé de noir de carbone [33].**

L'effet Mullins est d'autant plus marqué que la teneur en charges renforçantes (noir de carbone en général) est élevée dans le caoutchouc et il n'est pas identique dans toutes les directions. Il est moins visible dans le sens perpendiculaire à l'élongation que dans celui de la direction d'élongation [43]. L'effet Mullins est observé pour différents types de chargement comme la traction cyclique [44], la compression cyclique [7,45], la traction équibiaxiale [46] et est constaté pour plusieurs types d'élastomères différents comme le NB, le SBR, l'EPDM, le PDMS ou le Néoprène, et avec plusieurs types de mélanges différents comme le noir de carbone, la silice, etc. [22].

L'effet Mullins est expliqué à l'échelle microscopique par [35] :

- Une réorganisation, un glissement des chaînes provoquant une orientation préférentielle du réseau (modèle Dannenberg & Boonstrat).
- Des ruptures de chaînes (modèle de Bueche [23])
- Une décohésion entre les chaînes et les charges, ou ruptures des charges (élastomère chargé).
- Un déplacement entre les charges.

L'effet Mullins est peu quantifié dans le cas de l'appareil d'appui en néoprène fretté. C'est la raison pour laquelle une campagne d'essai cyclique pour quantifier cet effet dans le néoprène et dans l'appareil d'appui en néoprène fretté est réalisée, et sera présenté dans le chapitre 2.

### 1.2.6. Anisotropie induite du comportement

Diani et al. [31] ont observé cet effet sur l'élastomère chargé de noir de carbone. Ce matériau est considéré comme isotrope. Deux éprouvettes sont préchargées dans la direction 1 jusqu'à 200% de déformation et relâchées. Ensuite, une des deux éprouvettes est chargée en traction cyclique jusqu'à 200% de déformation selon la direction 1 et l'autre selon la direction 2 qui est perpendiculaire à la direction 1. La figure 9 montre que la réponse contrainte vs élongation est différente pour les deux éprouvettes chargées suivant deux directions perpendiculaires après la précharge. Ce phénomène illustre l'anisotropie induite du comportement. D'autres auteurs ont également observé cet effet dans l'élastomère chargé de noir de carbone [47], l'élastomère chargé de silicone [48], le PDMS chargé de silicate [19] et l'EPDM chargé de noir de carbone [49].

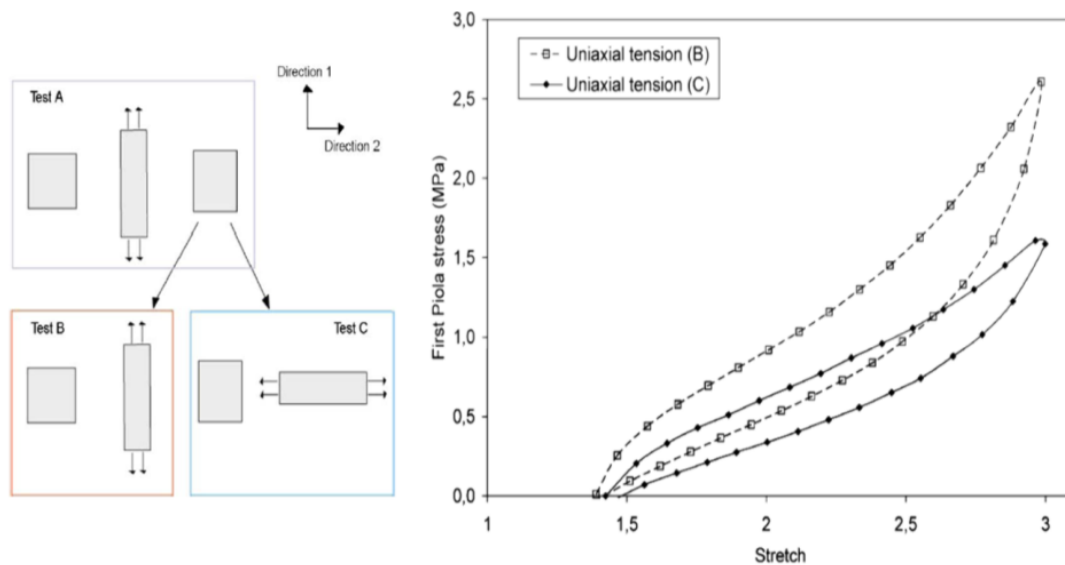


Figure 9. Anisotropie induite d'élastomère chargé de noir de carbone selon deux directions de chargement perpendiculaires après la précharge [31].

Des auteurs expliquent cet effet à l'échelle microscopique : sous sollicitation, la configuration interne du matériau est changée à cause des processus intermoléculaires (par exemple de glissement de chaîne) ou des processus intramoléculaires (par exemple un changement dans la conformation de la chaîne). Ces processus sont préférentiels selon la direction de précharge, cela conduit à une variation correspondante de la structure tridimensionnelle de l'élastomère et peut être accompagné par le développement de l'anisotropie induite du comportement. Il faut savoir aussi que, après la précharge, l'élastomère présente souvent une déformation résiduelle. Ainsi, si le matériau subit ensuite le même type de chargement suivant une autre direction, la réponse mécanique est évidemment différente de celle de la précharge [50].

Cependant, il y a très peu d'études quantifiant clairement l'anisotropie induite en fonction des mélanges, des taux de charge, des types de chargement et de l'histoire de la déformation maximale appliquée.

### **1.2.7. Conclusions concernant les propriétés des élastomères**

L'étude bibliographique présentée dans cette partie a permis d'avoir des connaissances sur le comportement mécanique des élastomères. Cette partie met en évidence plusieurs propriétés mécaniques générales des élastomères, à savoir :

- La capacité à subir de très grandes déformations.
- Le comportement dépendant fortement de la température et de la fréquence.
- La grande capacité d'amortissement caractérisée par la viscosité et la plasticité, et la capacité de restauration du comportement.
- L'effet Mullins
- L'anisotropie induite du comportement.

Ces connaissances permettent d'envisager des essais expérimentaux pour caractériser le comportement du néoprène, de l'appareil d'appui en néoprène fretté et développer un modèle numérique du comportement des élastomères.

## **1.3. Modélisation du comportement des élastomères**

### **1.3.1. Introduction concernant la modélisation du comportement des élastomères**

La modélisation du comportement des élastomères est toujours délicate dans la mesure où de nombreux phénomènes physiques sont à prendre en compte : non linéarité de la réponse contrainte vs déformation, transformation finie, rhéologie, restauration, effet Mullins et anisotropie induite du comportement. A cause de la complexité du comportement des élastomères, la plupart des modèles mécaniques sont basés sur des théories thermodynamiques et il existe plusieurs modèles ayant découpé les phénomènes pour simuler ses comportements. Dans cette thèse, seuls les modèles à l'échelle macroscopique nous intéressent. Les paragraphes qui suivent présentent quelques modèles existants qui permettent de modéliser le comportement hyperélastique, rhéologique, l'effet Mullins et l'anisotropie induite du comportement.

### **1.3.2. Contribution hyperélastique**

Les élastomères présentent une très grande déformabilité et de nombreux modèles hyperélastiques permettent de simuler le comportement en grandes déformations. Dans la mesure où le modèle proposé dans le chapitre 3 ne prend pas encore en compte cet aspect, seuls les principaux modèles seront exposés succinctement.

En se basant sur la conservation de l'énergie, dans le cas des élastomères supposés homogènes, isotropes, incompressibles et des processus isothermes, la contrainte dérive de la densité d'énergie de déformation par la relation suivante [51] :

$$\sigma_{ij} = 2\left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2}\right)B_{ij} - \frac{\partial W}{\partial I_2} B_{ij}^2\right] - p\delta_{ij} \quad \text{Eq. 1}$$

où  $p$  est la pression hydrostatique et  $B_{ij}$  est le tenseur de Cauchy-Green gauche.  $I_1$  et  $I_2$  sont les deux premiers invariants du tenseur  $B$ .

De nombreux auteurs ont travaillé sur ce sujet. A l'échelle macroscopique, l'énergie de déformation peut s'exprimer en fonction des invariants et en fonction des élongations principales.

### 1.3.2.1. Modèles en fonction des invariants du tenseur des déformations

Le modèle **Néo-Hookéen** [52,53] est basé sur la relation entre l'énergie et le premier invariant:

$$W = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) \quad \text{Eq. 2}$$

où  $\mu$  est le module de cisaillement à l'état initial. Ce modèle est un cas particulier du modèle de Mooney-Rivlin et il ne donne pas de bons résultats lors que l'élongation est proche de l'élongation maximale.

**Mooney-Rivlin** [54] a proposé un modèle de comportement hyperélastique selon deux invariants  $I_1$  et  $I_2$  du tenseur des déformations de Cauchy-Green droit :

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad \text{Eq. 3}$$

où  $C_{10}$  et  $C_{01}$  sont des constantes du matériau. Ce modèle est souvent utilisé pour sa simplicité. Par contre, dans le cas d'élastomères chargés de noir de carbone, son utilisation peut donner de moins bons résultats [8].

En écrivant la fonction d'énergie de déformation sous la forme d'un développement en série où figurent les deux invariants  $I_1$  et  $I_2$ , le modèle de Mooney-Rivlin généralisé est obtenu [8]:

$$W = \sum_{i,j=0}^N C_{ij}(I_1 - 3)^i(I_2 - 3)^j \quad \text{Eq. 4}$$

où  $C_{ij}$  sont des constantes. Ce modèle est implanté dans la plupart des codes de calcul par éléments finis et est aussi souvent utilisé pour son efficacité. Cette équation montre que l'énergie de déformation est une fonction polynômiale de la déformation.

**Gent-Thomas** [55] a développé un modèle dans lequel la variation de l'énergie de déformation est linéaire en  $I_1$  et est à croissance logarithmique en  $I_2$  :

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2 \ln\left(\frac{I_2}{3}\right) \quad \text{Eq. 5}$$

**Yeoh** [56] a proposé la formule suivante qui est appliquée à des élastomères chargés en noir de carbone en constatant expérimentalement que  $\frac{\partial W}{\partial I_2}$  est négligeable dans le cas de ces mélanges :

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad \text{Eq. 6}$$

où  $C_{10}$ ,  $C_{20}$  et  $C_{30}$  sont des constantes du matériau.

**Swanson** [57] a formulé un modèle hyperélastique en utilisant les invariants élevés à des puissances non entières. L'énergie volumique de déformation devient :

$$W = \sum_{i=1}^p \frac{3A_i \left(\frac{I_1}{3}\right)^{1+\alpha_i}}{2(1+\alpha_i)} + \sum_{j=1}^q \frac{3B_j \left(\frac{I_2}{3}\right)^{1+\beta_j}}{2(1+\beta_j)} + \frac{1}{2} \int_0^{I_3} g(\xi) d\xi - \left( \sum_{i=1}^p A_i + 2 \sum_{j=1}^q B_j \right) \frac{\log(I_3)}{2} \quad \text{Eq. 7}$$

En petites déformations, on obtient :

$$G_0 = \sum_{i=1}^p A_i + \sum_{j=1}^q B_j \quad \text{Eq. 8}$$

où  $A_i, B_j, \alpha_i, \beta_j$  sont des constantes du matériau.

**Hart-Smith** [58] a cherché à déterminer les fonctions mathématiques les plus à même de décrire les dérivées de l'énergie de déformation par rapport aux invariants sur une large gamme de déformations. Le potentiel proposé par Hart-Smith est une fonction exponentielle selon l'invariant  $I_1$  et logarithmique selon l'invariant  $I_2$  :

$$W = C_1 \int \exp\left(C_3(I_1 - 3)^2\right) dI_1 + C_2 \log\left(\frac{I_2}{3}\right) \quad \text{Eq. 9}$$

où  $C_1, C_2$  et  $C_3$  sont des paramètres du matériau. L'intérêt de ce type de loi est de représenter l'évolution brutale de la rigidité d'un élastomère aux très grandes déformations.

### 1.3.2.2. Modèles en fonction des élongations principales

**Ogden** [59] a proposé une fonction d'énergie de déformation en fonction des élongations principales :

$$W = \sum_n \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad \text{Eq. 10}$$

où  $n$  est le nombre de termes de l'énergie de déformation, les  $\mu_n$  sont des coefficients de cisaillement et les  $\alpha_n$  sont des constantes sans dimension. Ce modèle donne de bons résultats, et, en ajoutant un deuxième terme dans la loi constitutive, un choix judicieux des deux

paramètres  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  lui permet d'approximer les courbes expérimentales jusqu'au très grandes déformations [60].

**Valanis & Landel** [61] ont aussi proposé une autre expression présentant l'énergie de déformation en fonction des élongations :

$$W = f(\lambda_1) + f(\lambda_2) + f(\lambda_3) \quad \text{Eq. 11}$$

Les fonctions  $f$  pouvant être développées sous forme logarithmique :

$$f(\lambda_n) = 2\mu \sum_n \lambda_n (\log \lambda_n - 1) \quad \text{Eq. 12}$$

où  $\mu_n$  est le coefficient de cisaillement.

### 1.3.2.3. Synthèse des modèles hyperélastiques

Le tableau 2 présente les domaines de validité des modèles hyperélastiques qui sont basés sur les résultats de Steinmann & al. [53] et Heuillet & Dugautier [62]. La principale limitation de ces modèles réside en la nécessité d'identifier un nouveau jeu de paramètres pour chaque type d'essai. Cependant, il y a peu de modèles capables de bien simuler le comportement des élastomères à l'approche de la déformation maximale pour tous les types de chargements avec les mêmes paramètres. Le modèle de Mooney-Rivlin généralisé, de Yeoh et d'Ogden sont les plus utilisés dans la littérature.

| Modèle             | Neo-Hookéen [52] |      |     | Mooney-Rivlin [54] |      |     | Gent-Thomas [55] |      |     |
|--------------------|------------------|------|-----|--------------------|------|-----|------------------|------|-----|
| Type de chargement | TE               | CP   | TU  | TE                 | CP   | TU  | TE               | CP   | TU  |
| $\epsilon_{val}$   | 150%             | 300% | 50% | 150%               | 300% | 50% | 150%             | 300% | 50% |

| Modèle             | Yeoh [56] |      |      | Swanson [57] |      |      | Ogden [59] |      |      |
|--------------------|-----------|------|------|--------------|------|------|------------|------|------|
| Type de chargement | TU        | TE   | CP   | TU           | TE   | CP   | TU         | TE   | CP   |
| $\epsilon_{val}$   | 650%      | 350% | 400% | 650%         | 350% | 400% | 650%       | 350% | 400% |

Tableau 2. Synthèse des domaines de validité des modèles hyperélastiques.

où :

- $\epsilon_{val}$  est la valeur maximale de déformation pour laquelle le modèle est en accord avec les données expérimentales de Treolar [52].
- TU, TE et CP représentent respectivement la traction uniaxiale, la traction equibiaxiale et le cisaillement pur.



### 1.3.3. Contribution rhéologique

Il existe de nombreux modèles rhéologiques différents dans la littérature. En général, ils se composent d'éléments de base comme des ressorts, des amortisseurs visqueux ou des frotteurs, comme illustrés sur la figure 10. On se limite ici au cas uni-dimensionnel.

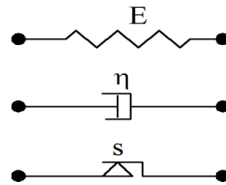


Figure 10. Unités rhéologiques élémentaires.

En combinant ces éléments purement élastiques et purement visqueux, nous obtenons des modèles viscoélastiques classiques de la littérature comme ceux de Maxwell, de Kelvin-Voigt, de Zener et de Burgers, comme illustrés sur la figure 11. Pour chaque modèle, la loi de comportement liant contrainte vs déformation est rappelée.

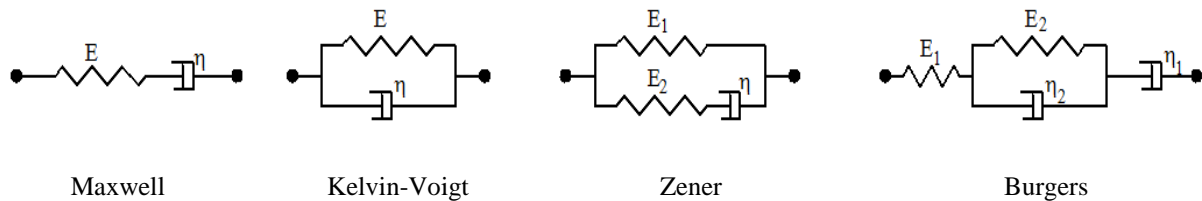


Figure 11. Modèles rhéologiques typiques [8].

Dans ces modèles, la constante  $\eta$  représente l'amortisseur linéaire. Si  $\eta$  est une fonction de la vitesse de déformation  $\eta = f(\dot{\epsilon})$ , cet amortisseur devient non linéaire et des modèles viscoélastiques non linéaire sont obtenus.

#### 1.3.3.1. Modèle de Maxwell

Pour le modèle de Maxwell [8], la contrainte est la même pour les deux éléments et la déformation du modèle est la somme d'un élément élastique représenté par le ressort et d'un élément visqueux représenté par l'amortisseur. Dans le cas uniaxial, le modèle donne l'équation d'évolution suivante :

$$\dot{\epsilon}(t) = \frac{1}{E} \dot{\sigma}(t) + \frac{1}{\eta} \sigma(t) \quad \text{Eq. 13}$$

Dans le cas d'essai de relaxation, où  $\epsilon_0$  est la déformation constante imposée et  $E(t)$  est la fonction de relaxation, on peut écrire  $\sigma = E(t)\epsilon_0$ . Avec une condition initiale  $E(t = 0) = E$ , la fonction de relaxation obtenue est  $E(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ , où  $\tau = \frac{\eta}{E}$  est appelé temps de relaxation. L'élasticité instantanée est donc  $E$  et il y a relaxation complète des contraintes à l'infini. Ce modèle représente bien la courbe de relaxation à court terme. Cependant, la fonction de fluage du modèle Maxwell est linéaire avec le temps. En réalité, le fluage de la plupart des matériaux

peut être exponentiel avec le temps. Pour améliorer les inconvénients de ce modèle, le modèle de Maxwell généralisé est souvent utilisé.

**Le modèle de Maxwell généralisé** [8] est composé de  $n$  modèles de Maxwell associés à un ressort en parallèle qui permet la recouvrance à l'état relâché, comme illustré sur la figure 12.

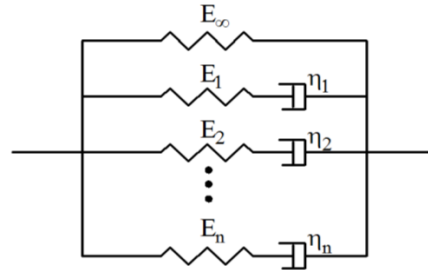


Figure 12. Modèle de Maxwell généralisé.

Le comportement de ce modèle est un assemblage des comportements basiques des ressorts et des amortisseurs définis précédemment. Il permet de mieux approcher les résultats expérimentaux. Les partitions de la déformation et de la contrainte sont les suivantes :

$$\sigma = \sigma_{\infty} + \sum_n \sigma_n \text{ et } \varepsilon = \varepsilon_E^n + \varepsilon_{\eta}^n \quad \text{Eq. 14}$$

Où  $\sigma_{\infty}$  est la contrainte dans le ressort de raideur  $E_{\infty}$ ,  $\sigma_n$  est la contrainte dans le  $n^{\text{ème}}$  modèle de Maxwell caractérisé par sa raideur  $E_n$  et sa viscosité  $\eta_n$ . Dans cette branche, la déformation du ressort est notée  $\varepsilon_E^n$  et celle de l'amortisseur  $\varepsilon_{\eta}^n$ .

La fonction de relaxation  $E(t)$  est alors de la forme :

$$E(t) = E_{\infty} \left( 1 + \sum_{i=1}^n \frac{E_i}{E_{\infty}} e^{-t/\tau_i} \right) \quad \text{Eq. 15}$$

où  $\tau_i = \frac{\eta_i}{E_i}$ .

Ce développement est appelé série de Prony [63–67]. Il est généralement implanté dans les logiciels de calcul par éléments finis traitant de la viscoélasticité linéaire. Chaque valeur  $E_i$  peut être déterminée directement s'il y a peu de branches [63,68], par le logiciel ViscoData [69,70] ou par des algorithmes d'optimisation [64,66,71].

Emri & Tschoegl [72] ont montré que la fenêtre efficace de chaque branche de Maxwell est environ  $\log \frac{t}{\tau} = -0,6$  à  $0,4$ .

Si  $p_i$  est défini comme le coefficient pondéré des modules dans ce modèle,  $p_i$  est donné par la formule suivante :

$$p_i = \frac{E_i}{\sum_{i=1}^n E_i} \quad \text{Eq. 16}$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

La figure 13 présente l'allure de la distribution de  $p_i$  de plusieurs matériaux différents. L'allure de cette distribution est presque exponentielle selon  $\log \tau$  dans la fenêtre de temps ( $\log \tau = -5 \rightarrow 10$ ) pour tous ces matériaux. Pour deux types de matériau (COP et EPDM) la fonction de distribution des  $p_i$  ne présente pas la même allure que pour les autres. Cette perturbation peut être due à l'état vitreux du matériau.

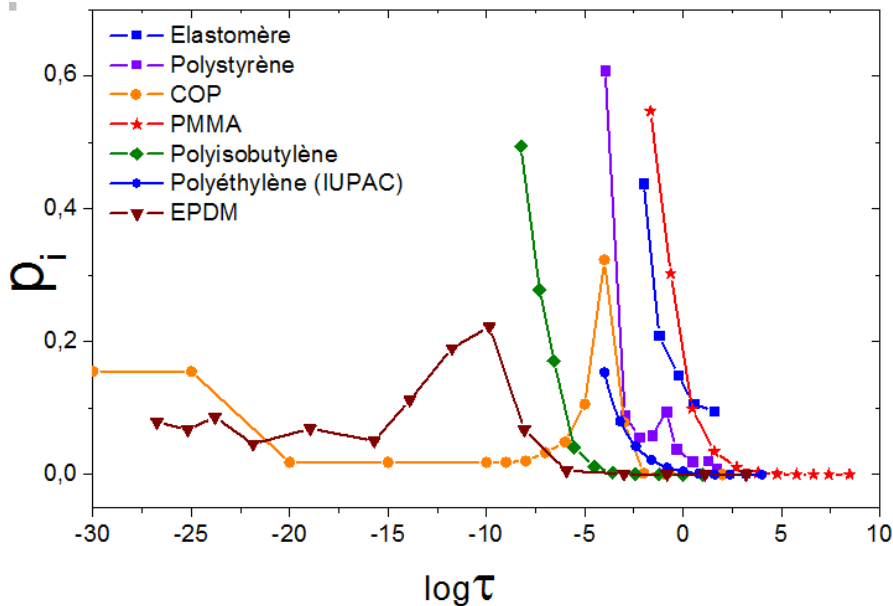


Figure 13. Allure de la distribution de  $p_i$  de l'élastomère [63], du polystyrène [73], du COP (cyclo-olefin-polymer) [74], du PMMA [64], du polyisobutylène [74], du polyéthylène [75] et de l'EPDM [70].

### 1.3.3.2. Modèle de Kelvin-Voigt

Ce modèle résulte de l'association en parallèle d'un ressort de module d'élasticité  $E$  et d'un amortisseur de viscosité  $\eta$ . L'équation différentielle du comportement du modèle s'écrit donc [8] :

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta\dot{\varepsilon}(t) \quad \text{Eq. 17}$$

La fonction de fluage est :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \sigma_c \quad \text{Eq. 18}$$

où  $\tau = \frac{\eta}{E}$ . La fonction exponentielle (eq. 18) représente l'allure du fluage de plusieurs matériaux pour des fenêtres de temps de relaxation limitées. Dans ce modèle, la contrainte est constante lorsque la déformation est constante, donc ce modèle ne représente pas bien la relaxation du matériau. Pour bien identifier la loi de comportement viscoélastique des

matériaux dans l'essai de relaxation, plusieurs branches de Kelvin-Voigt associées en série sont souvent utilisées.

**Le modèle généralisé de Kelvin-Voigt**, présenté en figure 14, est composé de  $n$  modèles de Kelvin-Voigt associés à un ressort en série. Les partitions de la déformation et de la contrainte sont les suivantes :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \sum_n \varepsilon_n \text{ et } \sigma = \sigma_E^n + \sigma_\eta^n \quad \text{Eq. 19}$$

Où  $\varepsilon_0$  est la contrainte dans le ressort de raideur  $E_0$ ,  $\varepsilon_n$  est la déformation du  $n^{\text{ème}}$  élément de Kelvin-Voigt.  $\sigma_E^n$  et  $\sigma_\eta^n$  sont respectivement la contrainte du ressort et celle de l'amortisseur de la branche  $n$ .

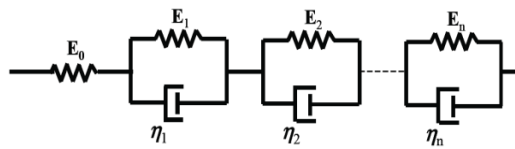


Figure 14. Modèle de Kelvin-Voigt généralisé.

### 1.3.3.3. Modèle de Zener

Le modèle de Zener [8] est constitué d'un modèle de Maxwell de paramètres  $(E_2, \eta)$  en parallèle avec un ressort de module d'élasticité  $E_1$ , illustré sur la figure 11.  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  et  $\varepsilon$  représentent respectivement la déformation du ressort 1, du ressort 2, de l'amortisseur et du modèle.  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ,  $\sigma$  sont les contraintes associées. On a :

$$\varepsilon = \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad \text{Eq. 20}$$

$$\sigma_2 = \sigma_3, \quad \sigma = \sigma_2 + \sigma_3 \quad \text{Eq. 21}$$

L'équation différentielle du modèle de Zener s'écrit :

$$\sigma + \tau \dot{\sigma} = E_1 \varepsilon + (E_1 + E_2) \tau \dot{\varepsilon} \quad \text{Eq. 22}$$

Où  $\tau = \frac{\eta}{E_2}$  est le temps caractéristique de relaxation.

Avec les conditions initiales  $E(t = 0) = E_1 + E_2$  et  $E(t \rightarrow +\infty) = E_1$ , on a alors la fonction de relaxation :

$$E(t) = E_1 \left( 1 + \frac{E_2}{E_1} e^{-t/\tau} \right) \quad \text{Eq. 23}$$

Ce modèle corrige le modèle de Maxwell en lui permettant d'avoir une élasticité à l'infini. Cependant le modèle avec une seule branche de Zener ne peut être utilisé que pour une petite fenêtre de temps de relaxation. Pour simuler le comportement viscoélastique à large fenêtre de temps, le modèle de Zener généralisé est souvent utilisé.

**Le modèle de Zener généralisé**, illustré sur la figure 15, est composé de n modèles de Zener en parallèle. Ce modèle donne les mêmes résultats que le modèle de Maxwell généralisé. En effet, la démonstration mathématique de la fonction de relaxation donne la même forme en série de Prony. Le temps caractéristique de relaxation  $\tau_i$  dans ce modèle est constant, donc ce modèle simule bien le comportement viscoélastique linéaire du matériau.

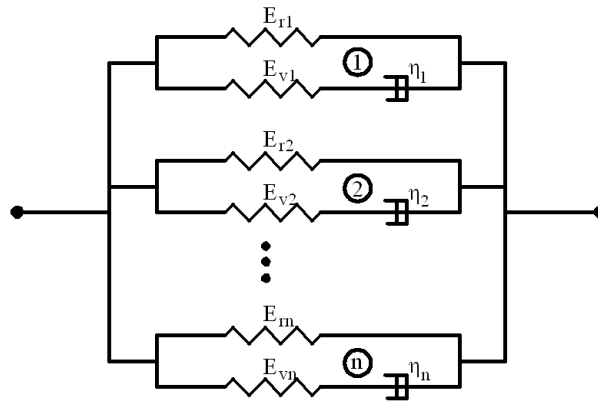


Figure 15. Modèle de Zener généralisé.

Les modèles de Zener et de Kelvin-Voigt permettent de simuler la variation de la déformation lorsque la contrainte est nulle. Ceci permet de modéliser la restauration du comportement du matériau visqueux.

#### 1.3.3.4. Modèle de Burgers

Une branche du modèle de Maxwell simule que la déformation est linéaire en fonction du temps dans l'essai de fluage. Au contraire, une branche du modèle de Kelvin-Voigt simule que la contrainte est toujours constante en fonction du temps dans l'essai de relaxation. Cependant, la plupart des matériaux visqueux présentent une courbe déformation vs temps d'allure exponentielle lorsque la contrainte est constante, et une courbe contrainte vs temps d'allure exponentielle lorsque la déformation est constante. Par conséquent, le modèle de Burgers a été développé afin de pallier ces inconvénients. Ce modèle consiste en une combinaison d'une branche du modèle de Maxwell et d'une branche du modèle de Kelvin-Voigt en série.

L'équation différentielle du modèle de Burgers [8] est :

$$\sigma + \left( \frac{E_1}{\eta_1} + \frac{E_1}{\eta_2} + \frac{E_2}{\eta_2} \right) \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \dot{\sigma} + \left( \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \right) \ddot{\sigma} = \eta_1 \dot{\epsilon} + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_2} \ddot{\epsilon} \quad \text{Eq. 24}$$

Ce modèle peut simuler le comportement visqueux de plusieurs matériaux mais il n'est pas efficace pour des plages de temps de relaxation trop étendues.

#### 1.3.3.5. Modèle rhéologique à potentiel thermodynamique

Si l'on postule l'existence d'un potentiel d'énergie libre, de nombreux modèles rhéologiques à potentiels thermodynamiques sont proposés dans la littérature [27,33,35,45,76]. Ce modèle

typique se compose une branche d'élasticité, une branche de viscoélasticité et une branche d'élastoplasticité, comme illustré sur la figure 16.

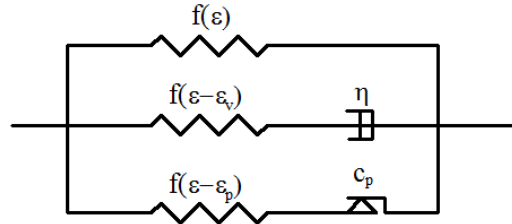


Figure 16 : Modèle rhéologique à potentiel thermodynamique.

Plusieurs auteurs ont proposé un modèle constitutif où la contrainte totale est composée d'une partie d'équilibre et d'une partie d'overstress [33,45,77,78]. Cette décomposition consiste à relier les propriétés indépendantes de la vitesse de déformation ou les processus élastoplastiques (la contrainte d'équilibre  $\sigma_{eq}$ ) et les propriétés dépendantes de la vitesse de déformation ou les processus visqueux (overstress  $\sigma_{ov}$ ) :

$$\sigma = \sigma_{eq} + \sigma_{ov} \quad \text{Eq. 25}$$

La contrainte à l'équilibre est la somme de la contrainte d'élasticité et de la contrainte de plasticité.

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eqe} + \sigma_{eqp} \quad \text{Eq. 26}$$

La décomposition de la déformation est donc définie ainsi :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_{ep} + \varepsilon_p \\ \varepsilon &= \varepsilon_{ev} + \varepsilon_v \end{aligned} \quad \text{Eq. 27}$$

où  $\varepsilon_{ep}$  et  $\varepsilon_p$  sont respectivement la déformation du ressort et la déformation du frotteur de la branche d'élastoplasticité.  $\varepsilon_{ev}$  et  $\varepsilon_v$  sont respectivement la déformation du ressort et la déformation de l'amortisseur de la branche de viscoélasticité.

Dans le cas des processus isothermes et unidimensionnels, l'énergie libre de ce modèle est simplement l'énergie potentielle des ressorts :

$$\psi = \psi_e(\varepsilon) + \psi_p(\varepsilon - \varepsilon_p) + \psi_v(\varepsilon - \varepsilon_v) \quad \text{Eq. 28}$$

L'inégalité de Clausius-Duhem dans le cas des processus isothermes s'écrit :

$$\sigma \dot{\varepsilon} - \rho \dot{\psi} \geq 0 \quad \text{Eq. 29}$$

En remplaçant les équations eq. 25, eq. 26, eq. 27 et eq. 28 dans l'équation eq. 29, on obtient :

$$\left[ \sigma_{eqe} + \sigma_{eqp} + \sigma_{ov} - \rho \frac{d\psi_e}{d\varepsilon} - \rho \frac{d\psi_p}{d\varepsilon_p} - \rho \frac{d\psi_v}{d\varepsilon_v} \right] \dot{\varepsilon} + \rho \frac{d\psi_p}{d\varepsilon_p} \dot{\varepsilon}_p + \rho \frac{d\psi_v}{d\varepsilon_v} \dot{\varepsilon}_v \geq 0 \quad \text{Eq. 30}$$

Une condition suffisante permettant de vérifier l'équation eq. 30 est donnée par les équations eq. 31, eq. 32, eq. 33 et eq. 34 :

$$\sigma_{eqe} = \rho \frac{d\psi_e}{d\varepsilon} = f(\varepsilon) \quad \text{Eq. 31}$$

$$\sigma_{eqp} = \rho \frac{d\psi_p}{d\varepsilon_{ep}} = f_p(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad \text{Eq. 32}$$

$$\sigma_{ov} = \rho \frac{d\psi_v}{d\varepsilon_{ev}} = f_v(\varepsilon - \varepsilon_v) \quad \text{Eq. 33}$$

et l'inégalité de la dissipation résiduelle :

$$\sigma_{eqp}\dot{\varepsilon}_p + \sigma_{ov}\dot{\varepsilon}_v \geq 0 \quad \text{Eq. 34}$$

Il existe plusieurs possibilités pour satisfaire cette inégalité (eq. 34). Chaque auteur propose des formules différentes à partir des observations de l'expérimentation. Un exemple de formules est proposé par Haupt & Sedlan [33] :

$$\dot{\varepsilon}_p = C_p |\dot{\varepsilon}| \sigma_{eqp} \quad \text{Eq. 35}$$

$$\dot{\varepsilon}_v(t) = \frac{1}{\eta} \sigma_{ov} \quad \text{Eq. 36}$$

où  $C_p$ ,  $\eta$  sont des paramètres du matériau.

En général, une seule branche de viscoélasticité et la constante  $\eta$  ne permettent pas de bien simuler la viscoélasticité des élastomères. Des auteurs ont souvent utilisé plusieurs branches de viscoélasticité, et le paramètre  $\eta$  est souvent décrit par une fonction non linéaire selon la vitesse de déformation, ce qui permet de simuler la non linéarité de la viscoélasticité des élastomères.

### 1.3.3.6. Modèle d'Eyring

Eyring [79] suppose que la déformation macroscopique d'un polymère est le résultat de processus intermoléculaires et de processus intramoléculaires. Cette déformation est activée par la fréquence de sauts des chaînes de molécules qui peuvent sauter au-dessus des barrières potentielles. Ces fréquences de sauts modifient donc le comportement viscoélastique linéaire de telle sorte que le déplacement de l'amortisseur soit piloté par les processus d'activation. Le temps de relaxation  $\tau$  est donc écrit par une fonction non linéaire selon des variables d'état. En détails, si un système mécanique reçoit suffisamment d'énergie pour créer une fluctuation de la configuration interne à cause des processus intermoléculaires, ce changement va se stabiliser à un nouvel état interne à la fin du processus de fluctuation. Cette fluctuation dépend de la nature des matériaux. Par exemple, dans les matériaux purement élastiques ou plastiques, le changement de la configuration de la structure sous la sollicitation mécanique est stabilisé immédiatement, ce qui n'engendre aucune fluctuation interne du matériau. Au contraire, dans des matériaux viscoélastiques, des changements de la configuration de la

structure sous la sollicitation mécanique engendrent une fluctuation interne à cause des processus intermoléculaires, et cette fluctuation va se stabiliser dans un nouvel état après un certain temps.

Pour modéliser ce phénomène de manière thermodynamique, Cunat [80], Mrabet et al. [81] ont proposé de faire appel à la mécanique statistique. Le temps de relaxation du mode  $j$  ( $\tau_j$ ) est défini comme le temps caractéristique de passage d'un état interne initial à autre état interne stable. Cunat [82] propose que ces temps de relaxation soient définis par :

$$\tau_j = \frac{1}{v_j p_j} \quad \text{Eq. 37}$$

où  $v_j$  est la fréquence de sauts vers l'état stable  $j$  et  $p_j$  est la probabilité d'occurrence de ces sauts.

Cette formule exprime que si la fréquence de sauts et la probabilité d'occurrence de ce saut vers l'état stable  $j$  est grande, le temps de relaxation en sera d'autant plus petit et vice versa.

Pour estimer la fréquence de sauts, supposée identique pour tous les modes ( $v_j = v$ ), Cunat a proposé la formule suivante :

$$\frac{1}{v_j} = \frac{1}{v} = a_v \frac{h}{kT} \quad \text{Eq. 38}$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  est la température et  $a_v$  est un facteur de glissement des fréquences.

La probabilité  $p_j$  pour traverser la barrière d'activation d'énergie libre est définie par :

$$p_j = \exp\left(-\frac{\Delta F_j^+}{RT}\right) \quad \text{Eq. 39}$$

où  $\Delta F_j^+$  correspond à la variation d'énergie libre du système pour qu'il passe à un état d'énergie excité<sup>1</sup>. Le symbole  $^+$  est utilisé pour souligner l'équilibre instable.  $R$  est la constante des gaz parfaits.

Pour affiner ce modèle, Cunat a développé cette énergie libre  $\Delta F_j^+$  au premier ordre autour de l'équilibre :

$$\Delta F_j^+(t) = \Delta F_{j,r}^+ + \Delta(\Delta F_j^+(t)) \quad \text{Eq. 40}$$

où  $\Delta F_{j,r}^+$  est l'énergie libre d'activation de l'état relaxé  $j$ ,  $\Delta(\Delta F_j^+(t))$  présente la non linéarité de l'évolution de l'énergie libre d'activation.

Finalement, les temps de relaxation se réécrivent sous la forme :

<sup>1</sup> An Introduction to The Mechanical Properties of Solid Polymers, John Wiley & Sons, England, 2004 (p. 231)



$$\tau_j = a_v \frac{h}{kT} \exp\left(\frac{\Delta F_{j,r}^+ + \Delta(\Delta F_j^+(t))}{RT}\right) = a_v \frac{h}{kT} \exp\left(\frac{\Delta F_{j,r}^+}{RT}\right) \exp\left(\frac{\Delta(\Delta F_j^+(t))}{RT}\right) = a(t) \tau_{j,r} \quad \text{Eq. 41}$$

où  $a(t)$  et  $\tau_{j,r}$  sont définis comme suit :

- $a(t) = \exp\left(\frac{\Delta(\Delta F_j^+(t))}{RT}\right)$  le facteur de glissement
- $\tau_{j,r} = a_v \frac{h}{kT} \exp\left(\frac{\Delta F_{j,r}^+}{RT}\right)$  le temps de relaxation du mode  $j$

Ce facteur de glissement montre que l'ensemble des temps de relaxation  $\{\tau_j\}$  dépend du chargement appliqué.

En appliquant ce modèle pour simuler le comportement viscoélastique du matériau, l'évolution de la contrainte  $\sigma$  est écrite [81] :

$$\dot{\sigma}_j = p_j^0 E_u \dot{\epsilon} - \frac{\sigma_j - p_j^0 \sigma_r}{\tau_{j,r} \exp\left(\frac{-c_1 \cdot |\sigma - \sigma_r|}{RT}\right)} \quad \text{Eq. 42}$$

$$\sigma = \sum_{j=1}^N \sigma_j \quad \text{Eq. 43}$$

où

- $E_u$  est le module instantané,
- $\sigma_j$  est la contrainte du mode  $j$ ,
- $\sigma_r$  est la contrainte relaxée,
- $\tau_{j,r} = \frac{h}{kT} \exp\left(\frac{\Delta F_{j,r}^+}{RT}\right)$  est le temps de relaxation du mode  $j$ ,
- $p_j^0$  est le poids pondéré pour mesurer la contribution d'un mode à la réponse globale du système. Ce poids exprime que tous les processus intermoléculaires n'ont pas la même probabilité d'occurrence. Il est donné par la formule  $p_j^0 = B \sqrt{\tau_{j,r}}$ , où  $B = \frac{1}{\sum_{j=1}^N \sqrt{\tau_{j,r}}}$  et  $\sum_{j=1}^N p_j^0 = 1$ , où  $N$  est le nombre de modes.  $c_1$  est une constante du matériau.

Cunat a distingué deux types de réorganisations internes des molécules sous le chargement. La première est liée à des mécanismes de relaxation qui dépendent de la vitesse de déformation imposée (un processus visqueux). La seconde est due à des mécanismes qui sont indépendants de la vitesse de déformation imposée (un processus plastique). Mrabet et al. [81] ont donc écrit une fonction similaire à l'équation eq. 42 pour décrire le processus plastique. L'évolution de la contrainte relaxée pour décrire la plasticité est :

$$\dot{\sigma}_{p,r} = p_p^0 E_r \dot{\epsilon} - \frac{\sigma_{p,r} - p_p^0 \sigma_{p,eq}}{\tau_{p,r} \exp\left(\frac{c_2 |\sigma_r - \sigma_{eq}|}{RT}\right)} \quad \text{Eq. 44}$$

$$\sigma_r = \sum_{p=1}^N \sigma_{p,r} \quad \text{Eq. 45}$$

où

- $E_r$  est le module relaxé,
- $\sigma_{p,r}$  est la contrainte relaxée du mode  $p$ ,
- $\sigma_{p,eq}$  est la contrainte à l'équilibre du mode  $p$ ,
- $\sigma_{eq}$  est la contrainte à l'équilibre,
- $\tau_{p,eq} = a_p \frac{h}{kT} \exp\left(\frac{\Delta F_{p,eq}^+}{RT}\right)$  est le temps à l'équilibre du mode  $p$  où  $a_p$  est le facteur d'effet de la vitesse de déformation,
- $p_p^0$  est le poids pondéré pour mesurer la contribution d'un mode à la réponse globale de la contrainte relaxée du système. Il est donné par la formule  $p_p^0 = B \sqrt{\tau_{p,eq}}$  où  $B = \frac{1}{\sum_{j=1}^N \sqrt{\tau_{j,eq}}}$  et  $\sum_{j=1}^N p_j^0 = 1$ ,
- $c_2$  est une constante du matériau.

### 1.3.4. Contribution de l'effet Mullins

A l'heure actuelle, la description de l'effet Mullins est basée sur deux approches principales [83,84]. La première approche a été initialement proposée par Mullins & Tobin [85,86] : le matériau est supposé contenir deux phases, l'une rigide (des charges) et l'autre souple (la matrice). Sous chargement, la phase rigide est transformée en phase souple du fait du réarrangement du réseau moléculaire. Harwood et al. [87,88] ont introduit une loi d'évolution de la fraction volumique de phase souple selon la déformation maximale appliquée. Miehe [89] et Qi & Boyce [84] ont généralisé cette approche et mis en œuvre cette loi d'évolution dans les modèles éléments finis. Cette approche est souvent utilisée dans les modèles microscopiques.

La deuxième approche est basée sur le cadre thermodynamique de la mécanique de l'endommagement [35,90,91]. Cette approche implique implicitement que les endommagements correspondent à la rupture des chaînes de polymères comme l'explique Bueche [92]. La plupart des modèles récents d'élastomère simule l'effet Mullins selon l'élongation maximale appliquée [89,93,94]. Bueche [23], Dannenberg [95] et Rigbi [18] ont généralisé l'adoucissement comme étant le résultat de la déformation induite par le mouvement relatif entre les molécules et, dans certains cas, la séparation locale des particules de noir de carbone dans le matériau. Simo [90], Govindjee & Simo [91], Miehe & Keck [35] et Lion [96] ont étendu le concept de Bueche et développé des modèles basés sur les variables

d'endommagement afin de simuler le comportement du matériau dans le cadre de grande déformation mécanique.

La densité d'énergie de déformation à l'état initial du matériau  $W_0(F)$  soumise au gradient de transformation  $F$  peut être modifiée par un paramètre d'endommagement continu  $d$  pour prendre en compte l'adoucissement du matériau. La forme classique s'écrit [90] :

$$W(F) = (1 - d)W_0(F) \quad \text{Eq. 46}$$

Selon certains auteurs, les modèles proposés varient en fonction des critères d'endommagement et de la fonction d'évolution des endommagements. Une approche commune montre que les endommagements sont décrits par une fonction de quantité comme l'élongation maximale appliquée, l'invariant de la contrainte ou la contrainte principale maximale, etc. Diani et al. [22] ont souligné les nombreuses descriptions qui sont proposées dans la littérature. Le tableau 3 résume les différents choix de descriptions proposés ces dernières années. Habituellement, ce choix n'est pas très bien justifié, mais il contribue à représenter les courbes expérimentales. Cependant, dans le cas de petites déformations, l'effet Mullins est également présent sous chargement cyclique [35]. De plus, le comportement du matériau peut être restauré presque parfaitement après un certain temps [22], ce qui impliquerait que le matériau ne soit pas endommagé dans ce cas.

| Variables   | Description                                 | Référence   |
|---|---|---|
| $\sqrt{2W_0(F)}$                                      |   | Simo [90], Miehe & Keck [35], Septanika & Ernst [97]        |
| $W_0(F)$  |   | Ogden & Roxburgh [93], Laraba-Abbes et al. [21], Miehe [89] |
| $\lambda_{\max}$                                      | Elongation principale maximale              | Laiarinandrasana et al. [98]                                |
| $\sqrt{I_1/3} - 1$                                    | $I_1 = \text{trace}(C) = \text{trace}(B)$   | Chagnon et al. [51], Qi & Boyce [84]                        |
| $\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon}$ | $\boldsymbol{\varepsilon} = (C^{-1} - I)/2$ | Lion [96]   |
| $\sqrt{\mathbf{e} : \mathbf{e}}$                      | $\mathbf{e} = (I - B^{-1})/2$               | Krishnaswamy & Beatty [99]                                  |
| $P_{\max}$  | Contrainte principale maximale              | Johnson & Beatty [100]                                      |

**C, B,  $\varepsilon$ , e et I** sont respectivement le tenseur des contraintes de Cauchy-Green droite, de Cauchy-Green gauche, le tenseur des déformations de Piola, d'Euler-Almansi et le tenseur unité.

Tableau 3 : Définition des critères d'endommagement pour quelques modèles représentatifs [41].

La figure 17 présente un exemple de modèle qui simule bien l'effet Mullins.

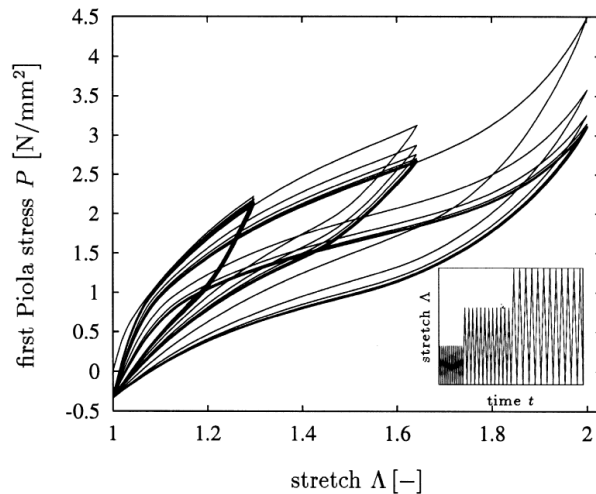


Figure 17 : Exemple du modèle de Miehe & Keck qui permet de bien simuler l'effet Mullins [35].

Dans la littérature, la plupart des modèles simulent bien l'adoucissement de la raideur selon la déformation. Il y a peu de modèles capables de simuler à la fois la différence entre la réponse mécanique du premier cycle et celle des cycles suivants, et la réponse quasiment revenue au niveau de celle du premier cycle lorsque la sollicitation dépasse la déformation maximale atteinte auparavant. De plus, presque tous ces modèles sont décrits au moyen de l'équation d'énergie ou à l'échelle microscopique. Les paramètres du modèle sont donc difficiles à déterminer directement à partir des résultats expérimentaux à l'échelle macroscopique. Ceci explique que nous ne nous intéressons qu'au modèle à l'échelle macroscopique dans cette thèse.

### 1.3.5. Contribution de l'anisotropie induite du comportement

Quelques auteurs ont proposé des modélisations de l'anisotropie induite du comportement [31,48,50,101,102]. Une approche thermodynamique est utilisée pour ces modèles dans lesquels l'énergie de déformation est décrite en fonction de la longueur et de la densité des chaînes. Dans le matériau vierge, les molécules sont réparties aléatoirement dans toutes les directions, le matériau est donc considéré comme isotrope. Une fois le matériau chargé selon la direction  $i$ , la longueur et la densité des chaînes sont modifiées en fonction de la déformation appliquée et de la direction. Ces modifications différentes selon les directions différentes représentent l'anisotropie induite du comportement dans le modèle numérique.

Si le modèle ne tient compte que des directions du tenseur gradient de déformation, il est incapable de décrire l'anisotropie induite du comportement dans toutes les directions de l'espace. Afin de proposer une loi de comportement modélisant ce phénomène, les directions sont supposées fixes et définies comme directions matérielles et toutes les modifications du matériau sous chargement telles que la longueur et la densité des chaînes sont prises en compte sur ces directions [101].

La figure 18 présente un exemple de résultat obtenu avec le modèle de Goktepe & Miehe [50] permettant de simuler l'anisotropie induite du comportement. La figure 18a présente l'histoire de chargement élongation vs temps selon la direction  $\lambda_1$  et puis la direction

perpendiculaire  $\lambda_2$ . La figure 18b montre la réponse contrainte vs élongation numérique dans ce cas.

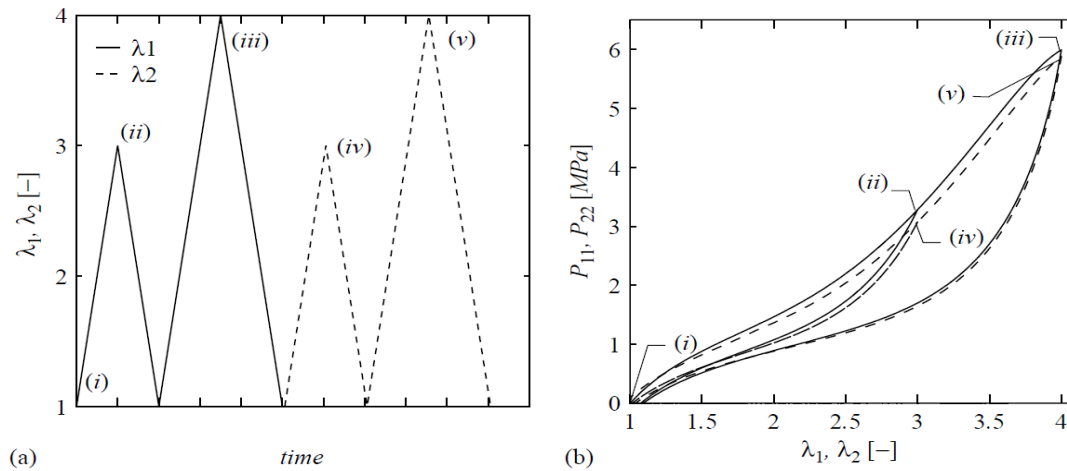


Figure 18 : Modèle de l'anisotropie induite du comportement de Goktepe & Mische [50].

Actuellement, parmi les modèles qui simulent l'anisotropie induite, la plupart est basée sur la formulation thermodynamique à l'échelle microscopique où les paramètres du modèle sont difficilement quantifiables par des mesures à l'échelle macroscopique.

### 1.3.6. Discussions et conclusions de la modélisation des élastomères

Le comportement de l'élastomère est très complexe : hyperélasticité, rhéologie, effet Mullins, anisotropie induite du comportement et restauration. C'est la raison pour laquelle il existe dans la littérature de nombreux modèles permettant de décrire le comportement des matériaux élastomères. La plupart des auteurs s'est concentrée plus particulièrement sur l'un des phénomènes mis en jeu et il existe peu de modèles prenant en compte toute la complexité de ces matériaux.

## 1.4. Généralités sur les appareils d'appui

### 1.4.1. Introduction concernant les appareils d'appui

Un appareil d'appui est un élément d'ouvrage dont le rôle est de transmettre des chargements verticaux de la structure et de permettre d'absorber des déplacements. Il existe plusieurs types d'appareils d'appui qui sont utilisés en réalité tels que l'appareil d'appui en béton, l'appareil d'appui métallique, l'appareil d'appui en néoprène fretté, l'appareil d'appui à pot, etc. Toutefois, en zone sismique, il est préférable de prévoir des appareils d'appui en néoprène fretté du fait de leur souplesse. Par conséquent, les propriétés mécaniques et le comportement de ce type d'appareils d'appui est étudié dans ce qui suit.

### 1.4.2. Structure des appareils d'appui en néoprène fretté

Un Appareil d'Appui en Néoprène Fretté (AANF) est un bloc d'élastomère vulcanisé renforcé intérieurement par une ou plusieurs frettes en acier d'épaisseur 2 mm, collées chimiquement (adhésion) pendant la vulcanisation [2]. Un schéma et une photo de ce type d'AANF sont donnés en figure 19.



Figure 19. Schéma (a) et photo (b) d'un appareil d'appui en néoprène fretté (Source SNAC).

La norme européenne EN 1337-3 définit six types d'AANF [2] :

- Type A : appareil d'appui à une seule frette enrobée.
- Type B : appareil d'appui comportant au moins deux frettes et entièrement enrobé.
- Type C : appareil d'appui comportant des plaques métalliques extérieures.
- Type D : appareil d'appui glissant comportant en surface une feuille de PTFE (polytétrafluoroéthylène).
- Type E : appareil d'appui glissant comportant en surface une plaque métallique en contact avec la feuille de PTFE.
- Type F : Appareil d'appui non fretté et en bande.

Des exemples de ces types d'appareils d'appui sont présentés figure 20.

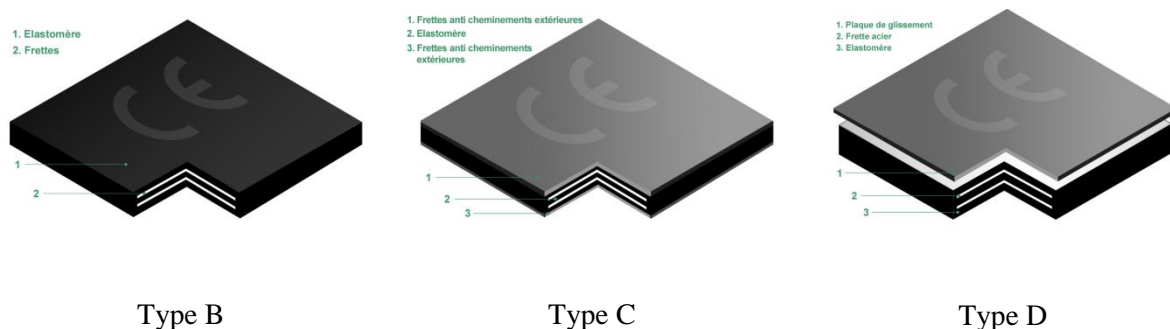


Figure 20. Exemples de types d'appuis en néoprène fretté (Source SNAC).

Ces appareils permettent de dissiper l'énergie mécanique par leur déformation (pour tous les types d'appuis en néoprène fretté) et par le déplacement entre la plaque glissante et la structure (pour les appuis glissants) [103].

Le choix du type d'appareil d'appui est très délicat. Il dépend de nombreux facteurs : descente de charge, rotation maximale, déplacements horizontaux, durabilité, coût, type d'ouvrage, environnement et dispositions constructives. Cependant, en zone sismique, il est préférable de d'utiliser des appareils d'appui en néoprène fretté. En effet, compte tenu de la souplesse qu'apportent les appareils d'appui en néoprène fretté, le comportement global de l'ouvrage sous séisme d'amplitude modérée est meilleur. Sous fort séisme, les appareils d'appui en néoprène fretté se déchireront, et leur remplacement sera moins coûteux que s'il s'agit d'appareil d'appui à pot [103].

Cette étude s'intéressant plus particulièrement aux appareils d'appui en néoprène fretté, il est essentiel de bien connaître le comportement d'une telle structure.

### 1.4.3. Comportement de l'appareil d'appui en néoprène fretté

Un AANF se compose de feuillets de néoprène et de frettes d'acier. L'acier est considéré comme élastique et rigide par rapport au néoprène. Le comportement de cet appareil est donc essentiellement lié à celui du néoprène. Comme ce dernier, le comportement d'un tel AANF est complexe et prend en compte divers phénomènes : élasticité très non linéaire, viscosité, plasticité et effet Mullins.

Dans les conditions d'utilisation classique, l'AANF supporte un chargement de compression permanent de la structure au-dessus et une sollicitation de cisaillement dynamique en cas de séisme. C'est la raison pour laquelle la plupart des auteurs ont étudié le comportement de l'AANF sous le chargement de compression, de cisaillement et de couplage compression statique – cisaillement cyclique.

De nombreux auteurs ont caractérisé expérimentalement le comportement hyperélastique des appareils d'appui [4,104,105]. Un exemple est présenté sur la figure 21. Ce comportement est aussi simulé analytiquement et numériquement par plusieurs auteurs [3,4,106].

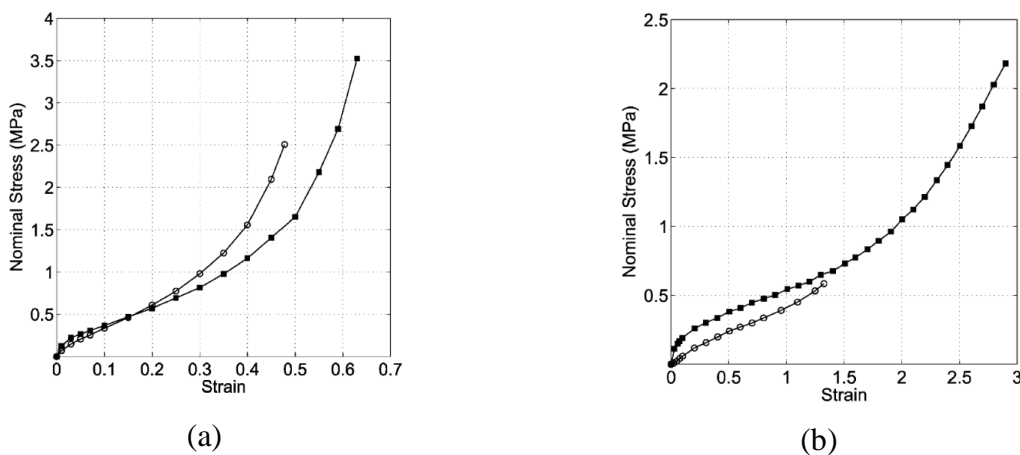


Figure 21 : Réponse mécanique en compression (a) et en cisaillement (b) de l'AANF pour le premier et le troisième chargement [104].

La viscosité dans le comportement des appareils d'appui est très marquée. Cette propriété permet aussi aux appareils d'appui de dissiper de l'énergie et d'amortir des chocs sous des sollicitations mécaniques. De nombreux d'essais expérimentaux ont confirmé la présence de

la viscosité dans les appareils d'appui [4–6,104]. La figure 22 donne un exemple expérimental de la viscosité des appareils d'appui sur l'essai de relaxation en cisaillement et sur l'essai de cisaillement cyclique à plusieurs vitesses de chargement sous la force de compression constante. Cette propriété est aussi modélisée par plusieurs auteurs [4,6,7].

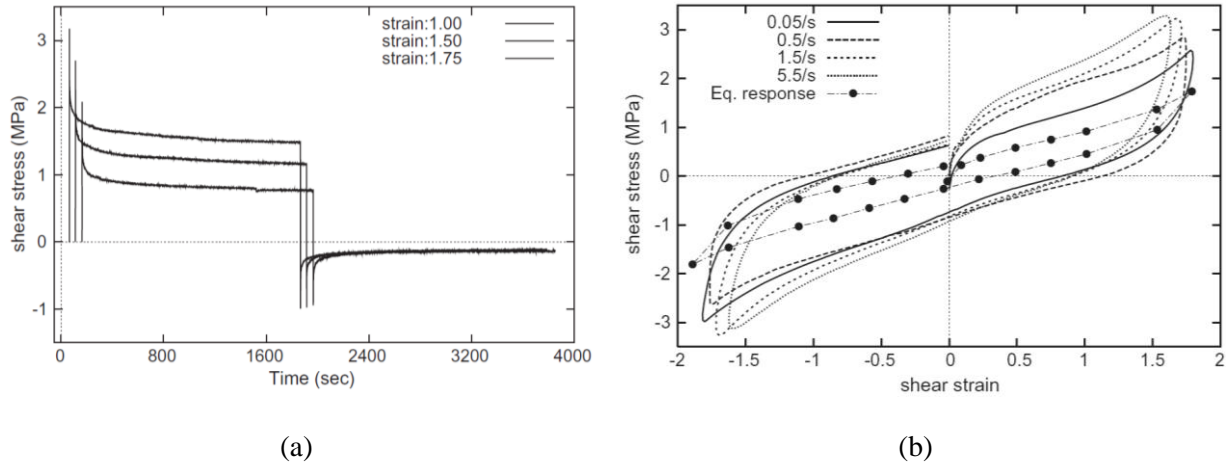
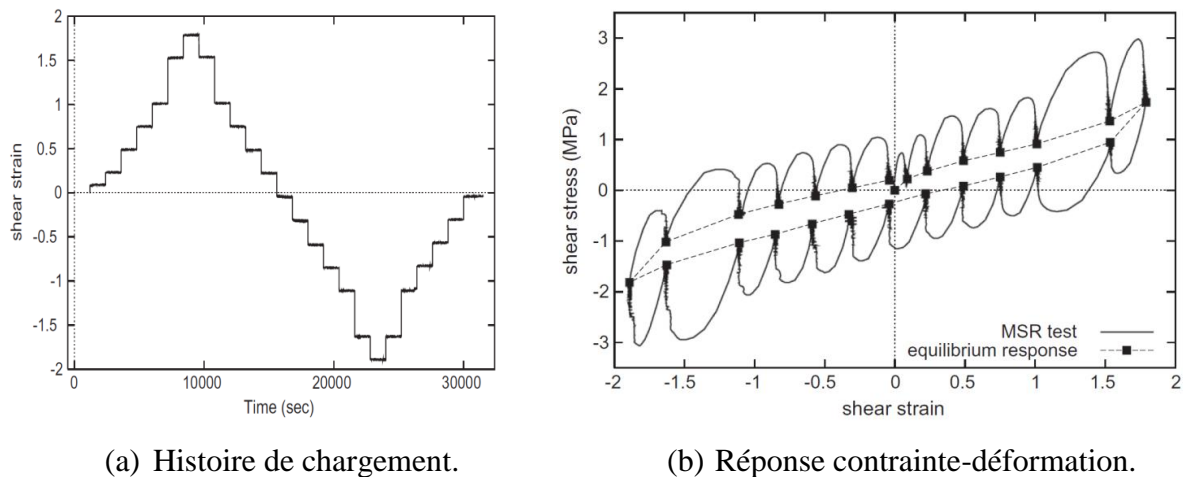


Figure 22 : Comportement d'appareils d'appui lors d'essais de relaxation en cisaillement (a) et en cisaillement cyclique (b), sous une force de compression constante [5].

Le comportement plastique des appareils d'appui est bien observé dans des essais de relaxation interrompue. Le matériau est considéré comme quasiment relaxé à la fin de chaque étape de relaxation. La boucle de dissipation, qui passe par les points situés à la fin de chaque étape de relaxation, représente la boucle de plasticité, comme montré dans la figure 23b (courbe en pointillés). Ces résultats montrent que la plasticité est moins marquée que la viscosité. La plasticité de l'AANF est aussi prise en compte dans la modélisation numérique par certains auteurs [4,5].



(a) Histoire de chargement.

(b) Réponse contrainte-déformation.

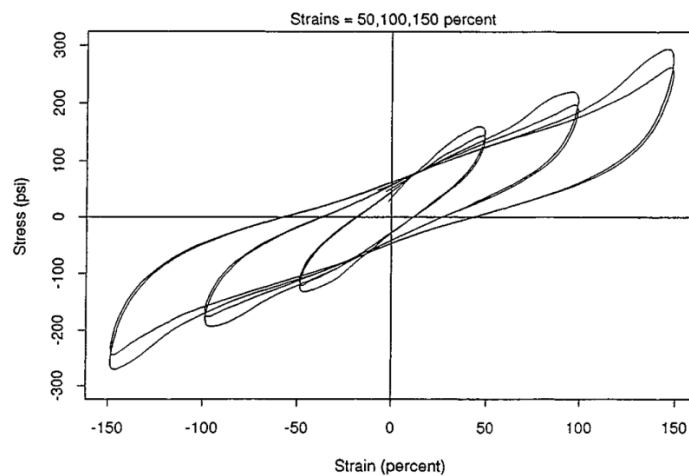
Figure 23 : Essais pour caractériser la plasticité de l'AANF [5].

La figure 24 présente les résultats d'essais de couplage compression statique-cisaillement cyclique d'un AANF. Ces résultats montrent que la réponse mécanique est différente entre le premier cycle et le deuxième cycle, et qu'il y a adoucissement de la raideur selon la



déformation maximale appliquée. Ces propriétés confirment qu'il existe l'effet Mullins dans les AANF. Cet effet est aussi observé dans des essais de cisaillement simple [6] et de couplage compression statique – cisaillement cyclique [4,104,107]. Cependant, selon la norme NF EN 1337-3 [2], le module de cisaillement du deuxième cycle est utilisé pour dimensionner les appareils d'appui et pour calculer la réponse des AANF sous des sollicitations mécaniques : l'effet Mullins n'est donc pas pris en compte dans la norme. En effet, le module de cisaillement de l'appareil d'appui pour le premier chargement est toujours plus grand que le deuxième chargement. La sollicitation sur la superstructure pour le premier chargement est donc plus grande que pour le deuxième chargement. Par conséquent, la simplification utilisée dans la norme rend le calcul plus favorable pour la sollicitation dynamique de la structure supérieure en cas séisme par rapport à la réalité. On pourrait imaginer de faire la sollicitation de l'appareil d'appui avant mise en place. Cette sollicitation permettrait d'accommoder et d'éliminer l'effet Mullins. Toutefois, à cause de la restauration du néoprène, l'effet Mullins réapparaîtrait en cas de séisme survenant après une période de repos.

Actuellement, il y a très peu de modèles éléments finis qui permettent de simuler l'effet Mullins dans l'AANF. Dall'Asta [6] a proposé un modèle unidimensionnel pour simuler cet effet sous le chargement de cisaillement mais ce modèle n'est pas capable de simuler de chargements multiaxiaux. L'effet Mullins est donc pris en compte dans notre modèle par éléments finis d'appareil d'appui.



**Figure 24. Observation de l'effet Mullins lors d'essais biaxiaux compression-cisaillement sur appareils d'appui [4].**

Selon la norme NF EN 1337-3, le module de cisaillement de l'AANF est déterminé lors du second cycle de cisaillement sous une contrainte de compression constante de 6 MPa. En réalité, chaque AANF peut supporter des contraintes de compression différentes. Alors quelques auteurs ont testé l'influence de la contrainte de compression sur le comportement de l'AANF dans le cas d'un couplage compression statique – cisaillement cyclique [107,108]. Les comportements de l'AANF sous cisaillement cyclique sans compression et sous une compression constante de 3 MPa sont respectivement illustrés sur les figure 25a et figure 25b. Ces résultats montrent l'influence de la contrainte de compression sur le comportement de

l'AANF sous ce type de chargement. En détails, la raideur et la dissipation d'énergie augmentent en fonction de la contrainte de compression. Au contraire, l'adoucissement de la raideur en fonction du déplacement maximal appliqué et la différence de la réponse mécanique entre les cycles sont moins marqués quand la contrainte de compression augmente. Ce phénomène peut être expliqué à l'échelle microscopique : les molécules dans le néoprène sont réorganisées, serrées et compactées sous la compression. A ce stade, le néoprène est devenu plus rigide sous les sollicitations mécaniques, ce qui explique que la raideur et la dissipation d'énergie augmentent selon la contrainte de compression appliquée. Ce phénomène peut être nommé la piezo-dépendance [109]. Dans la littérature, ce phénomène est beaucoup étudié à l'état fluide du matériau. Les résultats montrent que la viscosité du matériau est influencée par la pression [110–112]. Ce phénomène est observé expérimentalement par quelques auteurs mais il n'existe pas de modèle qui simule cet effet pour l'AANF [108].

La figure 25 présente aussi la variation de l'effet Mullins selon la contrainte de compression dans l'essai biaxial de compression statique – cisaillement cyclique. Ce changement est possible à cause du couplage entre l'effet Mullins et la piezo-dépendance. Cette remarque nous permet de faire une campagne d'essais pour quantifier l'effet Mullins et la piezo-dépendance dans l'AANF. Ces effets sont aussi décrits dans notre modèle par éléments finis.

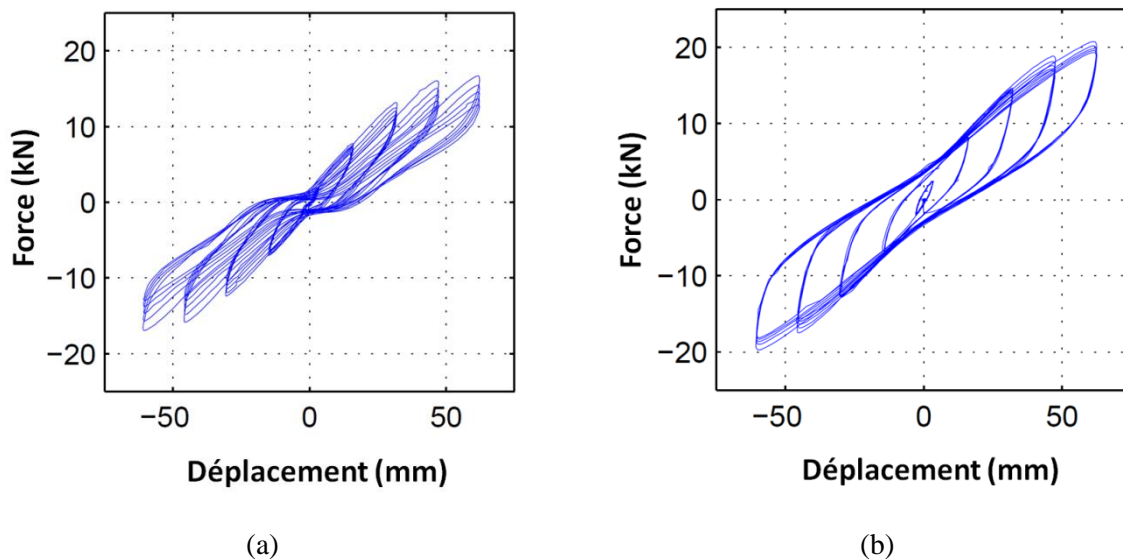


Figure 25 : Comportement de l'AANF sous le cisaillement cyclique (a) et sous le couplage compression 3 MPa – cisaillement cyclique (b) [108].

#### 1.4.4. Discussions et conclusions concernant les appareils d'appui

Il a été étudié dans la littérature plusieurs propriétés mécaniques de l'AANF comme l'hyperélasticité, la viscosité, la plasticité, l'effet Mullins et la piezo-dépendance. Ces propriétés montrent que le comportement des AANF est alors essentiellement lié à celui de l'élastomère.

De nombreux auteurs ont réalisé des essais de couplage compression statique – cisaillement cyclique des AANF. Pour ce type d'essais, même si la contrainte de compression est toujours constante pendant le cisaillement, il existe toujours des variations de la déformation en

compression dues à la viscosité des AANF. Ces variations ne sont pas présentées dans la littérature. Ainsi, pour avoir des informations complètes lors de ce type d'essai, il est préférable de mesurer ces variations simultanément dans la direction de compression et de cisaillement.

La restauration de l'appareil d'appui n'est pas actuellement étudiée dans la littérature. Il serait également intéressant de quantifier la restauration de l'appareil d'appui en configuration réelle. Cette restauration sous compression après des cycles de cisaillement pourrait être étudiée afin de quantifier la restauration de l'AANF après un séisme.

De nombreux modèles numériques se concentrent sur l'hyperélasticité, la viscosité et la plasticité des AANF. Il existe très peu de modèles par éléments finis pour simuler l'effet Mullins et la piezo-dépendance des AANF. Par conséquent, ces effets nous intéresseront plus particulièrement dans cette thèse et ils seront pris en compte dans notre modèle par éléments finis.

## **1.5. Conclusions du chapitre**

L'objet de ce chapitre était de présenter les caractéristiques et les propriétés mécaniques des appareils d'appui en néoprène fretté, avec une attention particulière pour le comportement du principal constituant de ce type d'appuis, à savoir l'élastomère. Il a été vu que le comportement de ce type de matériau était très complexe, dans la mesure où plusieurs phénomènes sont à prendre en compte : hyperélasticité, viscosité, plasticité, effet Mullins et restauration.

Il existe dans la littérature de nombreux modèles permettant de décrire le comportement des élastomères. La plupart des auteurs s'est concentrée plus particulièrement sur l'un des phénomènes mis en jeu et il existe peu de modèles prenant en compte toute la complexité de ces matériaux.

Le but du chapitre 2 sera de caractériser expérimentalement le comportement mécanique du néoprène et de l'AANF en tenant compte du plus de phénomènes possibles, tels que la viscoélasticité, l'effet Mullins et la piezo-dépendance.

# **Chapitre 2.**

**Caractérisation du comportement  
mécanique du néoprène et de l'appareil  
d'appui en néoprène fretté**



## **2.1. Introduction du chapitre**

Les propriétés mécaniques essentielles du néoprène et de l'appareil d'appui en néoprène fretté ont été exposées dans le chapitre 1. Dans le cadre de cette thèse, la viscoélasticité, l'effet Mullins et la piezo-dépendance sont plus particulièrement étudiés. Le but de ce chapitre réside dans la caractérisation expérimentale de ces phénomènes.

Dans la première partie, une campagne d'essais de caractérisation mécanique du néoprène est présentée. Des essais mécaniques classiques tels que la relaxation, la traction ou compression cyclique et la restauration sont tout d'abord réalisés. Les essais de relaxation sont effectués pour caractériser la viscoélasticité du néoprène. La plasticité n'est pas prise en compte dans le contexte de cette thèse car le comportement du matériau restaure quasi totalement avec le temps lorsque le matériau est sollicité avec une déformation inférieure à 200% [22]. L'effet Mullins est quantifié par des essais de traction cyclique et de compression cyclique. La restauration du néoprène est estimée par des essais de restauration en traction cyclique. Dans un second temps, des essais originaux biaxiaux de compression quasi-statique et de cisaillement cyclique sont réalisés, permettant d'étudier le comportement du néoprène sous cette sollicitation. Ce type d'essai permet aussi d'appréhender le comportement de l'appareil d'appui sous ce type de chargement. L'ensemble des résultats issus de ces essais permettra de proposer un modèle puis d'identifier les paramètres de ce modèle ainsi que de préciser son domaine de validité (chapitre 3).

Dans la deuxième partie, un dispositif biaxial original permettant de tester des AANF sous chargement de compression statique – cisaillement cyclique est conçu et dimensionné. Ensuite, plusieurs essais sur AANF au moyen de ce dispositif sont réalisés. Ces essais permettent de caractériser expérimentalement le comportement, l'effet Mullins et la piezo-dépendance de l'AANF sous cette configuration.

## **2.2. Caractérisation mécanique du néoprène**

### **2.2.1. Essais typiques de caractérisation mécanique du néoprène**

#### **2.2.1.1. Introduction concernant les essais mécaniques typiques**

Dans cette partie, quelques types d'essais classiques sont réalisés pour étudier expérimentalement certaines propriétés mécaniques du néoprène. Des essais de relaxation avec plusieurs vitesses de chargement différentes permettent de quantifier la viscoélasticité du néoprène. Ensuite, l'effet Mullins est mis en évidence par des essais de traction cyclique et compression cyclique. Des essais de restauration sont réalisés pour étudier la restauration du comportement du néoprène avec le temps. Tous ces essais sont exposés en détails dans cette section.

### 2.2.1.2. Eprouvettes et dispositif expérimental

Le néoprène est fabriqué par la SNAC (Société Normande d'Application du Caoutchouc) et est un type de caoutchouc chargé de noir de carbone. La figure 26 montre les géométries d'éprouvettes pour les essais de compression et de traction. Les dimensions des éprouvettes pour les essais de traction sont  $2,15 \pm 0,03 \times 7,97 \pm 0,24 \times 118 \pm 0,1 \text{ mm}^3$ . Les essais de compression sont réalisés avec deux autres types de géométrie. Les dimensions des éprouvettes de type A sont  $18 \pm 0,1 \times 18 \pm 0,1 \times 18,6 \pm 0,3 \text{ mm}^3$ . Les dimensions des éprouvettes de type B sont  $4,4 \pm 0,05 \times 25 \pm 0,1 \times 25 \pm 0,1 \text{ mm}^3$ . Ces essais sont réalisés sur une machine de traction électromécanique (Instron 3384).

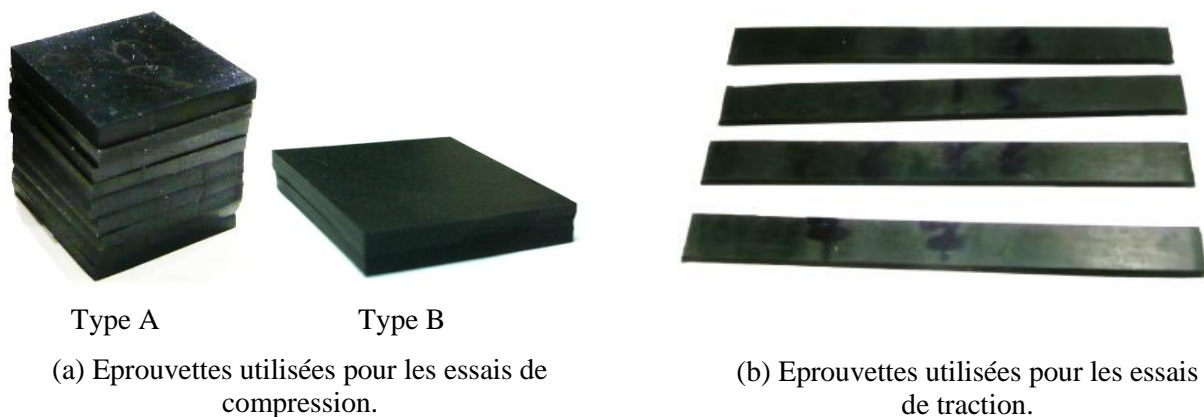


Figure 26 : Illustration des éprouvettes utilisées pour les essais de compression (a) et de traction (b).

La figure 27 présente le dispositif expérimental pour les essais de traction. Un système de poulie relié à l'extensomètre a été ajouté afin d'assurer l'horizontalité de ce dernier au cours de l'essai.

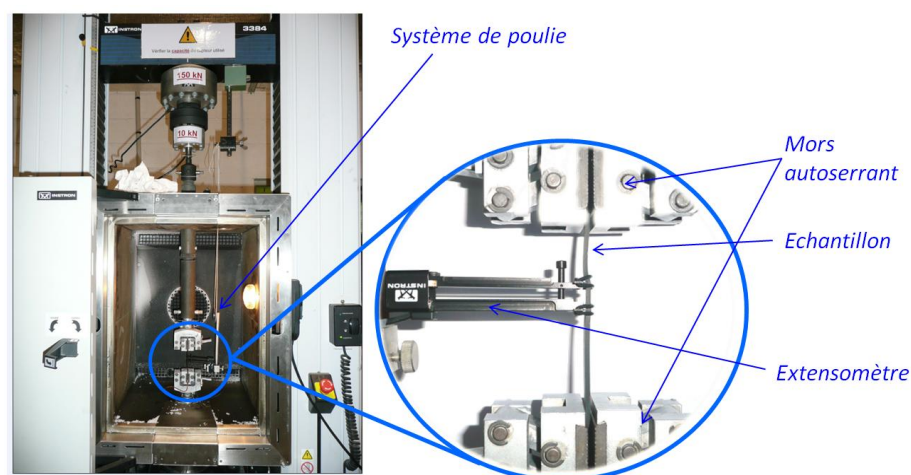


Figure 27 : Dispositif expérimental de l'essai en traction.

La figure 28 illustre ce système de poulie permettant de tenir l'extensomètre pendant l'essai. Ce système se compose d'un fil, d'une poulie et d'un système intermédiaire entre l'extensomètre et la poulie. Une extrémité du fil est fixée sur une traverse immobile et l'autre est fixé sur la traverse mobile de la machine. Le système intermédiaire permet de fixer

l'extensomètre. Grâce à ce système, lorsque la traverse de la machine monte de  $\Delta L$ , l'extensomètre et le centre géométrique de l'éprouvette montent de  $\Delta L/2$ . L'extensomètre est donc toujours perpendiculaire à l'éprouvette pendant l'essai.

L'essai de traction est piloté par la déformation imposée de l'extensomètre et la force est mesurée par le capteur de force de la machine. La capacité du capteur de force est de 10 kN et celle de l'extensomètre est de 40%.

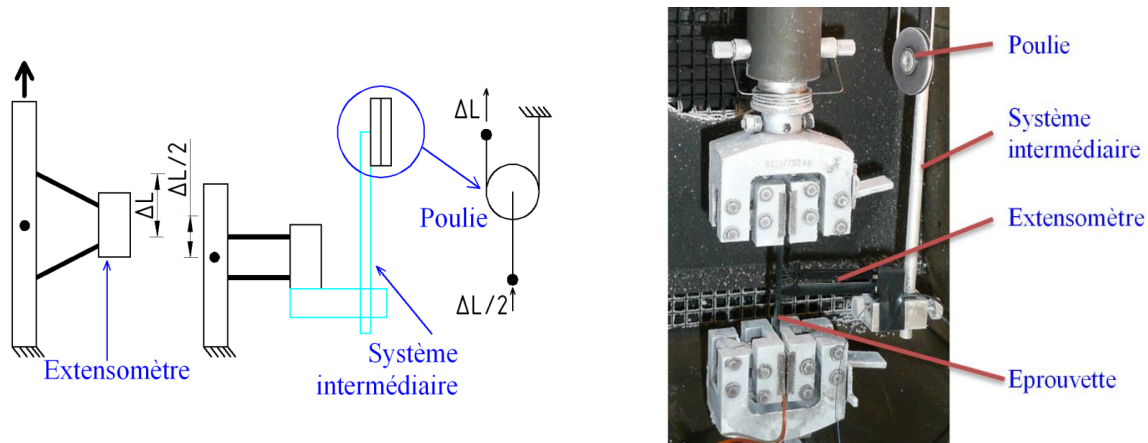


Figure 28 : Illustration du fonctionnement du système de poulie.

La figure 29 présente le montage de l'essai de compression. L'éprouvette est posée sur le plateau inférieur de la machine. Les surfaces de contact entre les plateaux et l'éprouvette sont lubrifiées à l'aide d'une huile afin de pouvoir se rapprocher au mieux d'un test de compression uniaxiale, i. e. avec un seul terme non nul du tenseur des contraintes. Malgré cette précaution, l'éprouvette subit une déformation en forme de tonneau pendant l'essai. Ceci montre qu'il subsiste un frottement important entre les plateaux et l'éprouvette. Cet essai ne peut donc pas être considéré rigoureusement comme une compression uniaxiale. Les conditions aux limites aux surfaces de contact sont très difficiles à maîtriser dans ce cas. En effet, elles ne nous permettent pas de prendre en compte exactement les conditions aux limites aux surfaces de contact dans le modèle numérique. Les éprouvettes sont donc posées directement entre les plateaux de l'Instron, sans utiliser d'huile. De ce fait, il n'existe pas de glissement entre les surfaces de contact.

Les essais de compression sont pilotés par le déplacement de la traverse et la force est mesurée par le capteur de force de la machine.

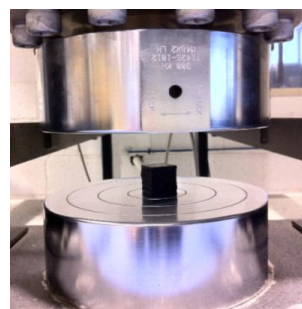
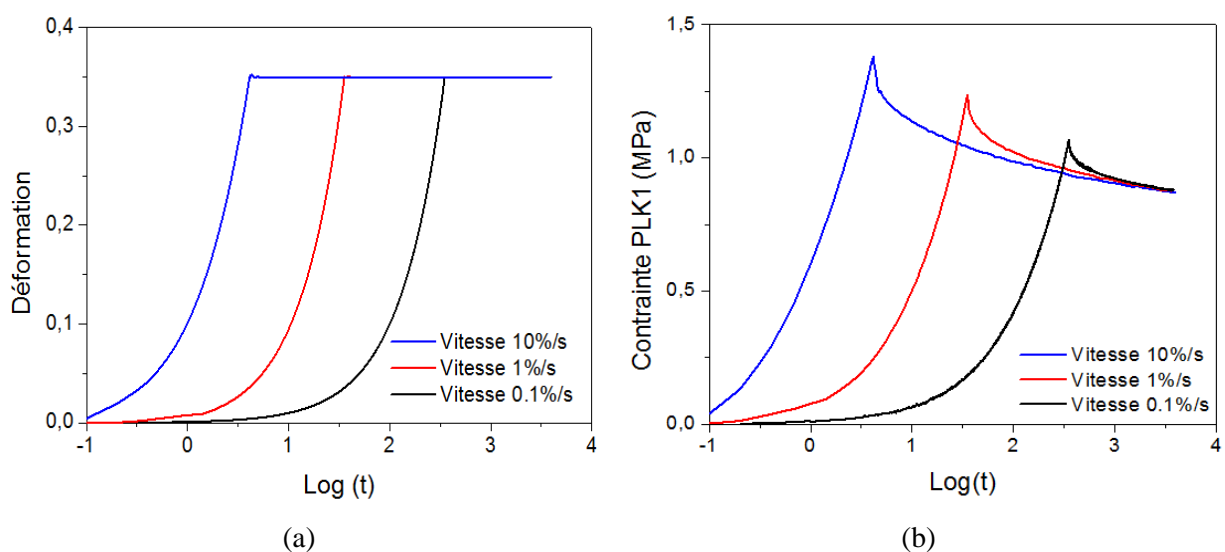


Figure 29 : Montage de l'essai de compression.



### 2.2.1.3. Essais de relaxation en traction

La viscoélasticité dans le comportement du néoprène a été présentée dans le chapitre 1. Des essais de relaxation en traction sont donc réalisés pour quantifier cette propriété de ce matériau. Les dimensions dans la zone de mesure des éprouvettes sont  $2,15 \pm 0,03 \times 7,97 \pm 0,235 \times 12 \pm 0,01 \text{ mm}^3$ . Les essais sont effectués à une température ambiante variant entre  $20^\circ\text{C}$  et  $24^\circ\text{C}$ . Différentes vitesses de chargement ont été adoptées : 0,1 %/s, 1 %/s, 10 %/s. Chaque essai est réalisé sur trois éprouvettes différentes. Pour ce type d'essai, une déformation maximale de 35% est imposée. Les éprouvettes sont maintenues à cette déformation pendant 60 min, comme illustré sur la figure 30a. La figure 30b présente les réponses moyennes contrainte vs temps des essais de relaxation. La contrainte PLK1 est la contrainte de Piola-Kirchhoff 1 qui est définie sur la configuration initiale.



**Figure 30 : Histoire de chargement (a) et réponse mécanique (b) en relaxation pour les trois vitesses de chargement considérées.**

La figure 30b montre une relaxation considérable. Le comportement du matériau est dépendant du temps. La contrainte maximale augmente aussi considérablement avec la vitesse de chargement. Ce phénomène indique que l'on ne peut pas négliger la relaxation pendant la montée en déformation. Toutefois, dans la littérature, certains auteurs ont négligé l'effet de la relaxation pendant la montée en déformation. Ils n'utilisent que le comportement de la partie "post-pic" pour quantifier la viscosité du matériau et pour identifier les paramètres de la viscosité dans leur modèle [63,75]. En effet, il est possible de négliger la relaxation pendant le chargement si le matériau est chargé avec une vitesse suffisamment grande pour éliminer toute relaxation pendant la montée en déformation. En réalité, il n'existe pas de machine qui permette d'imposer une telle vitesse. De plus, des effets inertiels perturberaient la mesure de ce type d'essai en cas de chargement trop rapide [63]. Par conséquent, nos essais sont réalisés à différentes vitesses et notre modèle simulera toute l'histoire de chargement. Ces essais permettent d'identifier les paramètres de la viscoélasticité du modèle numérique.

### 2.2.1.4. Essais de traction cyclique et de compression cyclique

Des essais de traction cyclique et de compression cyclique sont réalisés afin de caractériser expérimentalement l'effet Mullins dans le néoprène. Les dimensions dans la zone de mesure des éprouvettes en traction sont  $2,17 \pm 0,02 \times 7,9 \pm 0,24 \times 12 \pm 0,01 \text{ mm}^3$ . Ces essais sont réalisés à une température ambiante variant entre 19°C et 20°C. Une vitesse de chargement de 0,33 %/s a été adoptée. La déformation maximale appliquée est de 35%. Cinq cycles sont effectués pour chaque essai.

La figure 31a présente la réponse contrainte vs déformation de ce type d'essai. Cette figure montre que la réponse mécanique est différente entre les premiers cycles (principalement entre le premier et le deuxième cycle) et les suivants. L'adoucissement de la contrainte maximale est aussi observé. Ce résultat présente aussi une déformation résiduelle après les cycles. Cependant, cette déformation restaure avec le temps [22]. Toutes ces observations montrent l'effet Mullins et la réponse non linéaire du matériau.

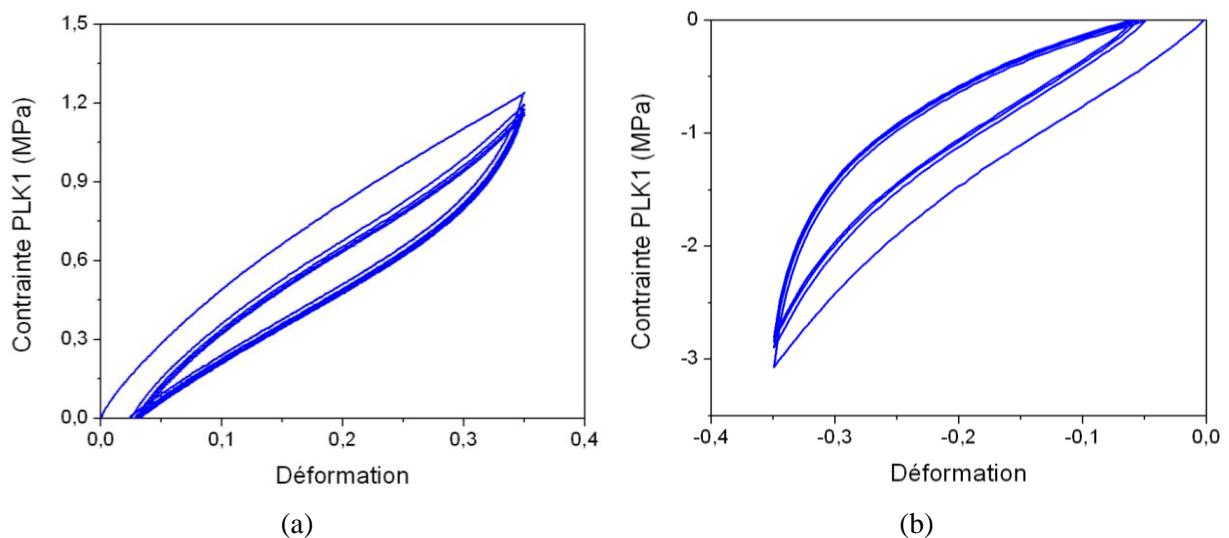


Figure 31 : Réponse mécanique en traction cyclique (a) et en compression cyclique (b).

Les essais de compression cyclique sont réalisés à une température ambiante variant entre 20°C et 21°C et à la vitesse de chargement de 0,5 %/s. La déformation maximale appliquée est toujours de 35%. Cinq cycles sont effectués pour chaque essai. Les essais sont réalisés tout d'abord avec les éprouvettes de type A ( $18 \times 18 \times 18,6 \text{ mm}^3$ ).

La figure 31b présente la réponse contrainte vs déformation de ce type d'essai. Cette figure montre aussi l'effet Mullins du matériau sous ce type de chargement. De plus, la raideur du matériau lors de l'essai de compression est beaucoup plus grande que lors de celui de traction.

Pour constater encore plus clairement l'effet Mullins, des essais cycliques avec différentes valeurs de déformations maximales imposées ont été réalisés. Les déformations maximales appliquées sont de 10%, 20%, 30%, 40% et 50%. Quatre cycles sont effectués pour chaque déformation maximale.

La figure 32 présente la réponse contrainte vs déformation de l'essai de compression cyclique des éprouvettes de type A. Cette figure montre que :

- La réponse mécanique est différente entre les premiers cycles (principalement le premier et le deuxième cycle) et les suivants – effet Mullins.
- L'adoucissement de la contrainte maximale augmente avec la déformation maximale atteinte.
- La raideur stabilisée du néoprène diminue avec la déformation maximale.

Ces propriétés confirment pour notre matériau les tendances classiques du comportement mécanique des élastomères ou caoutchoucs chargés. En chargement, la réponse contrainte vs déformation est quasi-linéaire pour des déformations  $\epsilon \leq 30\%$ . Cependant, cette réponse est très non linéaire au-delà de cette déformation. La réponse mécanique en déchargement est toujours très non linéaire.

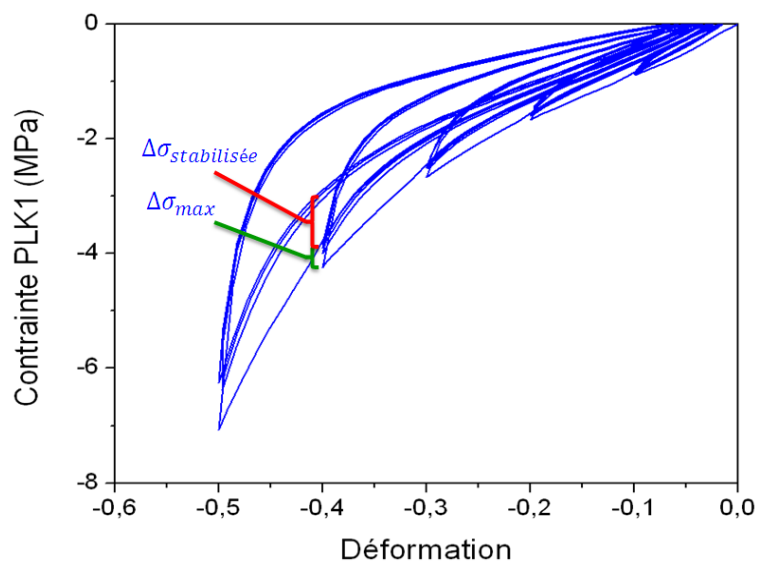
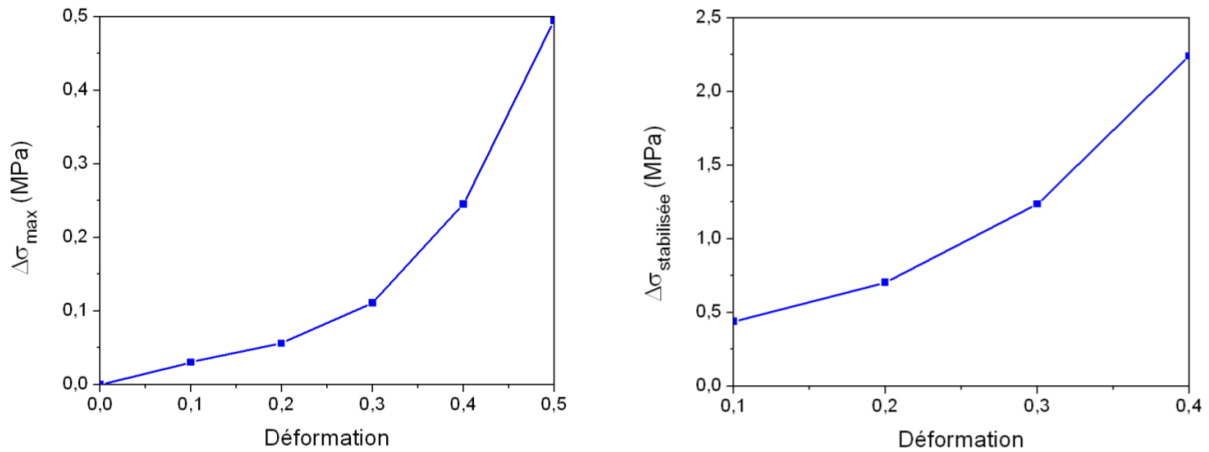


Figure 32 : Réponse mécanique en compression cyclique avec plusieurs amplitudes de déformation imposées.

Pour quantifier l'adoucissement de la contrainte au niveau des déformations maximales appliquées, les variations de la contrainte maximale entre le premier cycle et le deuxième cycle selon les déformations maximales sont calculées, comme illustrées sur la figure 33a. Cette figure montre que la variation de la contrainte maximale entre les deux premiers cycles est croissante avec une allure convexe. La figure 33b présente les variations de la contrainte maximale entre les courbes stabilisées successives en fonction des déformations maximales. Cette figure montre aussi que la variation de la contrainte maximale entre les courbes stabilisées successives est croissante avec une allure convexe en fonction des déformations maximales imposées.

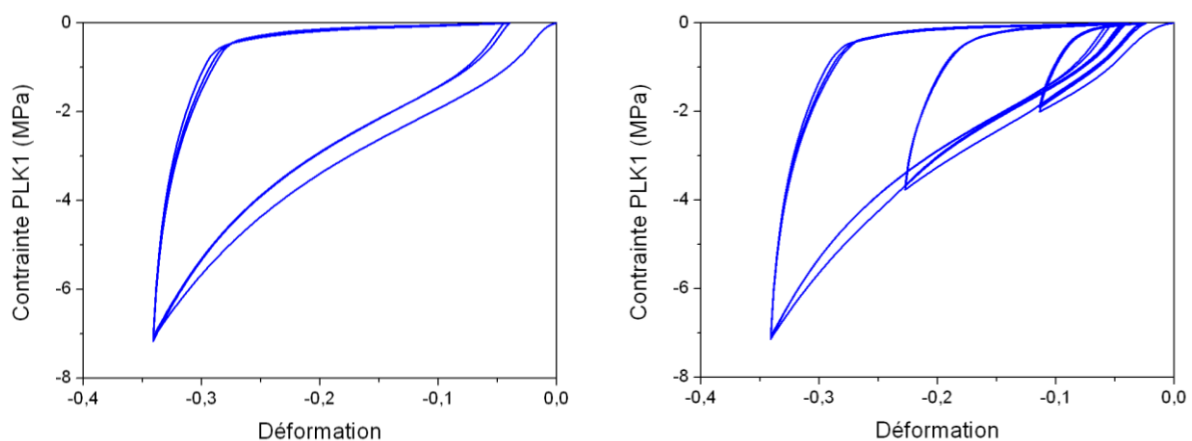


(a) Evolution de la variation de la contrainte maximale en fonction des déformations maximales entre les deux premiers cycles

(b) Evolution de la variation de la contrainte en fonction des déformations maximales entre les courbes stabilisées successives.

**Figure 33 : Evolution de la variation de contrainte maximale en fonction des déformations maximales appliquées.**

La figure 34 présente la réponse mécanique sous compression cyclique avec une et plusieurs amplitudes de déformation imposées pour les éprouvettes de type B ( $4,4 \times 25 \times 25 \text{ mm}^3$ ). Cette figure montre que le comportement du néoprène est très non linéaire. De plus, l'effet Mullins est moins visible dans ce cas comparé aux résultats obtenus précédemment (la figure 31 et la figure 32). Il faut savoir que les géométries des éprouvettes de néoprène de type A ou de type B ne diffèrent que par leur épaisseur. De plus, l'essai de compression se rapproche de conditions de confinement hydrostatique lorsque l'épaisseur de l'éprouvette est très petite devant les autres dimensions [113]. L'essai de compression sur les éprouvettes de type B est donc plus proche en cas de confinement hydrostatique que sur celles de type A. Ceci pourrait expliquer pourquoi l'effet Mullins est alors moins visible au cours de l'essai sur les éprouvettes de type B.



**Figure 34 : Réponse mécanique en compression cyclique.**

Les résultats de traction cyclique et compression cyclique confirment l'existence de l'effet Mullins dans le néoprène et permettent aussi d'identifier les paramètres de cet effet pour notre modèle.

### 2.2.1.5. Essais de restauration en traction cyclique

La partie 1.2.3.3 a montré que le néoprène présente une capacité de restauration de son comportement initial en fonction du temps de repos. Des essais de restauration sont réalisés pour quantifier cette propriété du néoprène. Les dimensions dans la zone de mesure des éprouvettes sont  $2,12 \pm 0,03 \times 8,03 \pm 0,23 \times 12 \pm 0,01 \text{ mm}^3$ . Les essais sont réalisés à une température ambiante variant entre  $19^\circ\text{C}$  et  $22^\circ\text{C}$ , et la vitesse de déformation est de  $0,33 \text{ \%}/\text{s}$ . La déformation maximale appliquée est de  $35\%$ . Cinq cycles sont réalisés pour chaque essai.

Pour ce type d'essai, neuf éprouvettes (R1-R9) ont été réalisées. Au premier jour d'essai, toutes ces éprouvettes sont testées. Les groupes de trois éprouvettes (R1-R3), (R4-R6) et (R7-R9) sont testés respectivement après deux jours, trois jours et quatre jours.

La figure 35 montre la réponse contrainte vs déformation de l'essai de restauration. La restauration est observée aussi bien en termes de raideur que d'énergie dissipée. Cette restauration est plus marquée à mesure que le temps de repos augmente.

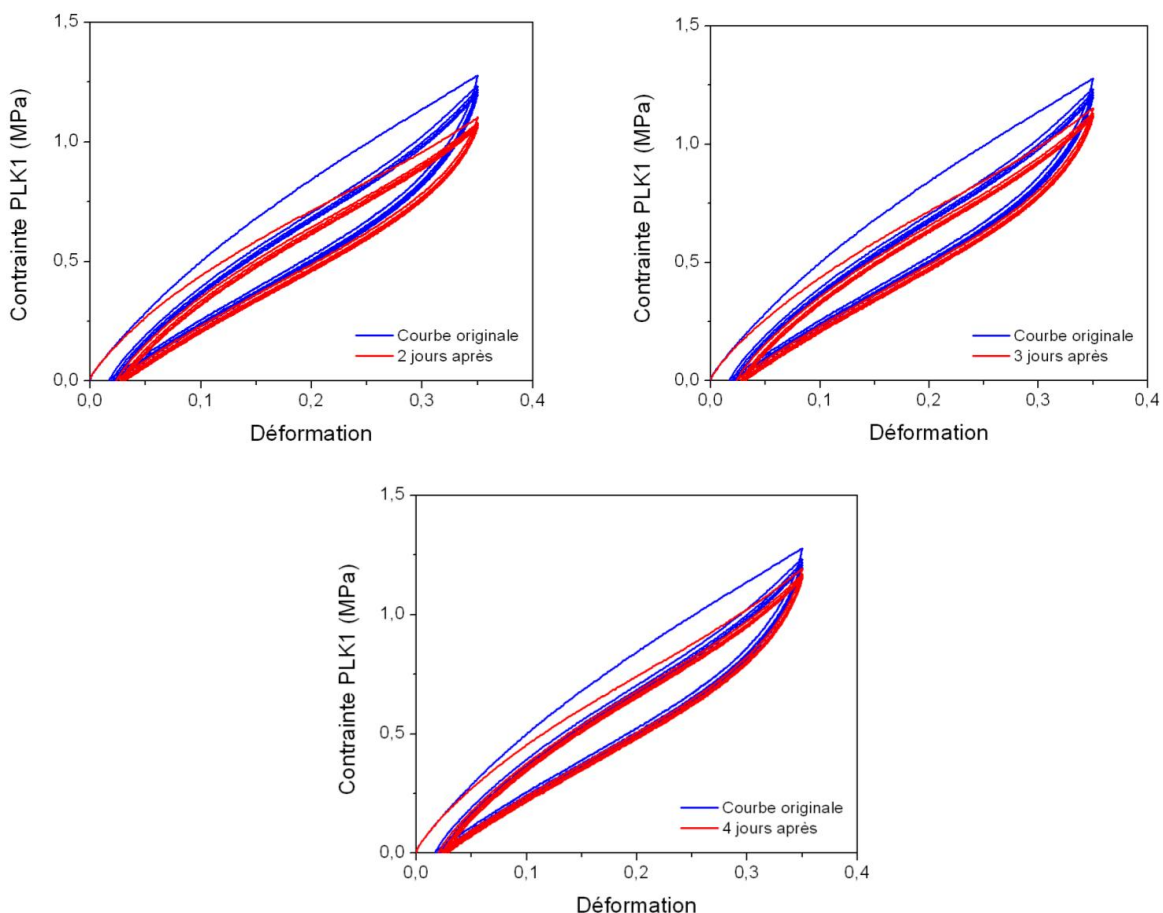


Figure 35 : Réponse mécanique en traction cyclique de l'essai de restauration.

La figure 36 quantifie la restauration de la contrainte maximale et de la densité d'énergie dissipée du premier cycle en fonction du temps. Avec ce type d'essai, le comportement de ce matériau restaure donc à 94% pour la contrainte maximale et pour la densité d'énergie dissipée du premier cycle après quatre jours à température ambiante.

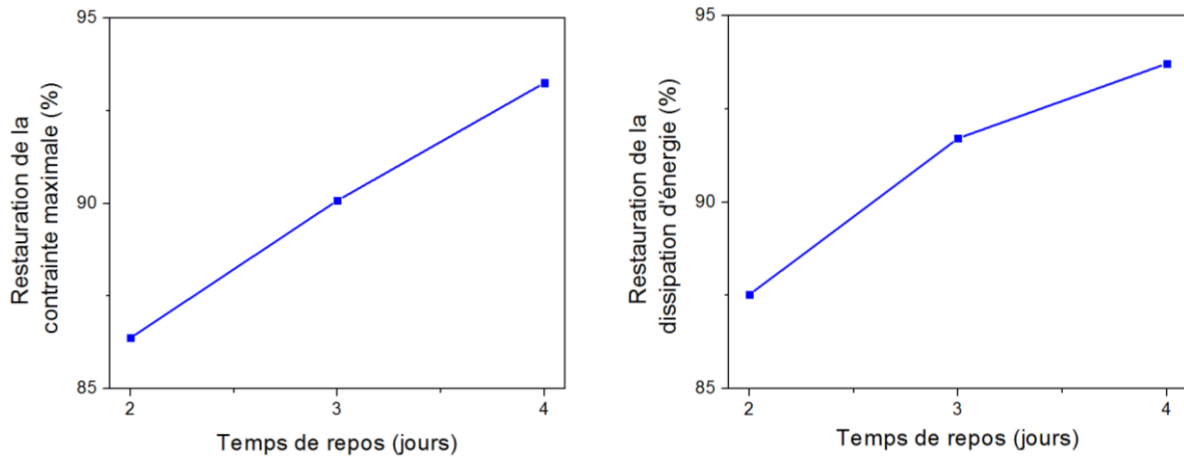


Figure 36 : Restauration de la contrainte maximale et de la densité d'énergie dissipé en fonction du temps de repos.

La restauration du matériau peut être aussi estimée par un autre type d'essai, comme illustré sur la figure 37. Lorsque l'éprouvette est déchargée à l'état de contrainte nulle, le matériau présente une déformation résiduelle. Si la contrainte nulle est maintenue, cette déformation résiduelle n'est pas bloquée, elle va restaurer avec le temps (détaillé dans le paragraphe 1.2.3.3). Cependant, le temps de restauration du comportement du matériau dépend de plusieurs facteurs tels que le type de matériau, l'histoire de chargement, les conditions d'essais, etc. De plus, si le temps de restauration est très long, par exemple plus d'un an, la déformation résiduelle après cette période peut être considérée comme une déformation permanente  $\epsilon_p$ . En effet, les autres phénomènes mécaniques tels que le vieillissement, l'endommagement, etc. seront peut-être plus significatifs que la restauration.

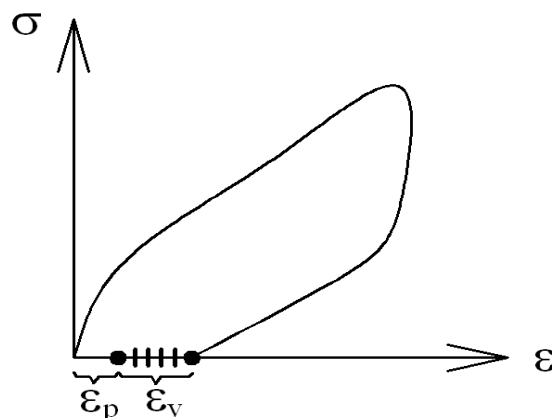


Figure 37 : Illustration d'un type de chargement permettant de quantifier le temps de restauration du matériau.

### **2.2.1.6. Conclusions concernant les essais typiques**

Quelques types d'essais classiques sont réalisés. La viscoélasticité du matériau est bien observée dans les essais de relaxation. L'effet Mullins est confirmé par les essais de traction cyclique et de compression cyclique. Les essais de restauration sont réalisés afin d'estimer le temps de restauration du comportement du néoprène.

Ces résultats permettent de quantifier expérimentalement les propriétés mécaniques du néoprène et seront utilisés pour identifier des paramètres du modèle numérique.

## **2.2.2. Essais biaxiaux sur des éprouvettes de néoprène**

### **2.2.2.1. Introduction concernant les essais biaxiaux**

Dans les conditions d'utilisation classique, l'appareil d'appui en néoprène fretté est sollicité en compression statique et en cisaillement dynamique en cas de séisme. Pour connaître le comportement de l'AANF sous ce type de sollicitation, il est nécessaire d'avoir un dispositif d'essai biaxial de dimension adaptée à la dimension des AANF. Cependant, grâce à l'étude bibliographique, nous avons remarqué que le comportement de l'AANF est essentiellement lié à celui du néoprène. Par conséquent, dans un premier temps, un petit dispositif biaxial est fabriqué, permettant de tester des éprouvettes de néoprène sous le chargement biaxial de compression quasi statique – cisaillement cyclique. En réalité, chaque AANF peut supporter des forces de compression différentes, on a donc besoin de tester l'influence de la force de compression sur le comportement du néoprène sous le chargement de compression quasi-statique couplée à du cisaillement cyclique.

Des essais biaxiaux sont réalisés sur ce dispositif afin de connaître le comportement du néoprène et d'appréhender le comportement de l'AANF sous cette sollicitation. Les parties suivantes présentent en détails ce dispositif biaxial et ainsi que les résultats des essais biaxiaux obtenus avec ce système.

### **2.2.2.2. Montage du système**

Dans l'attente de la réalisation d'un dispositif plus proportionné, un dispositif provisoire a été utilisé. Ce dispositif biaxial permet de tester des éprouvettes de néoprène sous le chargement de compression quasi-statique et de cisaillement cyclique. L'illustration détaillée de ce dispositif est présentée sur la figure 38, la figure 39 et la figure 40. Le système de cisaillement se compose de quatre plaques en acier et d'un système de fixation. Le système de compression se compose de deux tiges filetées, de deux profilés d'acier, de quatre boulons, de deux capteurs de déplacement et d'un anneau dynamométrique.

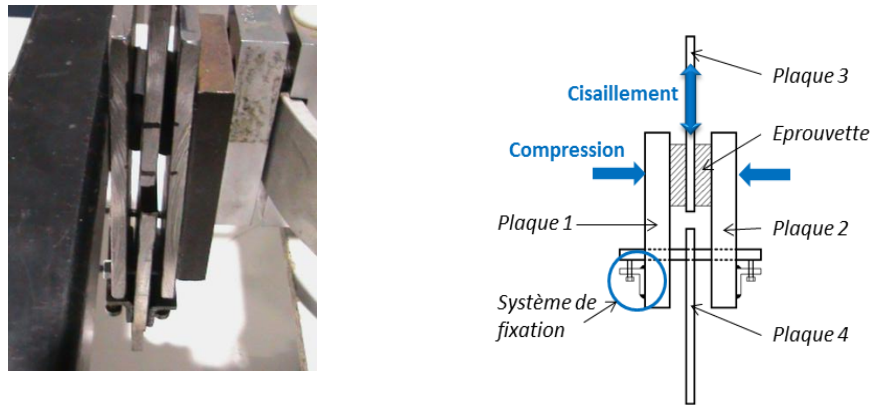


Figure 38 : Illustration du système de cisaillement utilisé pour le dispositif biaxial.

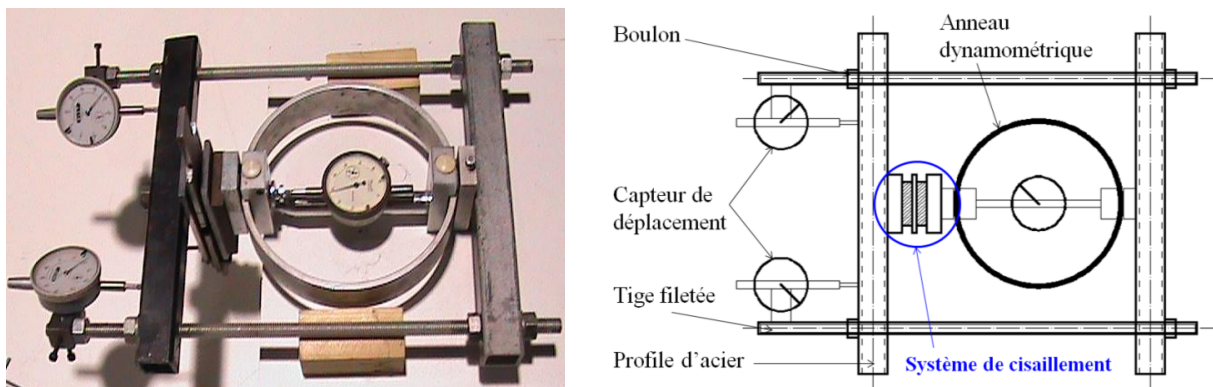


Figure 39 : Illustration du dispositif biaxial pour des essais de couplage compression quasi statique – cisaillement cyclique.



Figure 40 : Photo du dispositif biaxial pendant l'essai.

La figure 38 illustre le système de cisaillement. Les plaques 1 et 2 ont les mêmes dimensions et sont assez épaisses pour appliquer un champ de déplacement uniforme sur les éprouvettes. Leurs surfaces sont assez rugueuses pour éviter le glissement entre elles et les éprouvettes. Les plaques 3 et 4 ont les mêmes dimensions, elles sont rugueuses pour d'une part éviter le glissement entre les plaques (plaque 1, 2 et 3) et les éprouvettes, et d'autre part pour éviter le glissement entre les plaques (plaque 3 et 4) et le mors de la machine. Le système de fixation se compose de deux tiges d'acier, de deux profilés d'acier en L et de quatre boulons. Les tiges



d'acier traversent deux trous alignés dans les plaques 1, 2 et 4. Les profilés d'acier en L sont soudés avec la plaque 1 et la plaque 2. Les boulons sont vissés dans ces profilés d'acier pour éliminer les jeux entre les plaques 1, 2 et les tiges d'acier.

La figure 39 illustre le dispositif biaxial. Deux tiges filetées sont fixées avec les profilés d'acier et l'anneau dynamométrique par quatre boulons. Deux capteurs de déplacement sont fixés sur les tiges filetées pour mesurer le déplacement du système en compression. Une caméra permet de capter les valeurs de l'anneau dynamométrique pendant l'essai. La force de compression est appliquée en vissant les boulons. La figure 40 montre une photo du système pendant l'essai.

### 2.2.2.3. Procédure de l'essai

Le but de cette partie est la caractérisation du comportement du néoprène et de l'influence de la contrainte de compression sur son comportement sous le chargement biaxial de compression quasi-statique et de cisaillement cyclique. Les dimensions des éprouvettes sont  $4,4 \pm 0,08 \times 20 \pm 0,19 \times 25 \pm 0,19 \text{ mm}^3$ .

Des essais sont réalisés avec trois valeurs de force de compression 1 kN, 2 kN et 3 kN qui correspondent aux trois valeurs de contrainte de compression 2 MPa, 4 MPa et 6 MPa.

Pour le premier type d'essai, les éprouvettes sont comprimées jusqu'à la valeur de compression choisie, puis elles sont cisailées de façon cyclique avec une vitesse de déformation de 0,5 %/s jusqu'à la déformation maximale de 35%.

Pour le deuxième type d'essai, les éprouvettes sont comprimées jusqu'à la valeur de compression voulue, puis elles sont cisailées de façon cyclique avec une vitesse de chargement de 0,1 mm/s. Différentes valeurs de déplacements maximaux sont appliquées : 0,5 mm, 1,0 mm, 1,5 mm, 2,0 mm, 2,5 mm et 3,0 mm.

Tous les essais sont réalisés à une température ambiante variant entre 20°C et 22°C et trois cycles de cisaillement sont effectués pour chaque valeur de déplacement maximal appliqué.

Deux éprouvettes sont placées de manière symétrique et sont cisailées selon la direction de leur largeur. La force de compression est appliquée en vissant les boulons. Il est nécessaire d'attendre 30 min pour que les éprouvettes soient bien relaxées. Ensuite, les éprouvettes sont cisailées de façon cyclique. La force de compression est mesurée au moyen de l'anneau dynamométrique. Une caméra est utilisée pour capter les valeurs de l'anneau dynamométrique pendant l'essai. La force de cisaillement est mesurée par le capteur de force de l'Instron. La contrainte de compression est calculée en effectuant le rapport entre la force de compression et la surface initiale des éprouvettes  $\sigma_c = \frac{F_c}{S_0}$ . La contrainte de cisaillement est calculée en effectuant le rapport entre la force de cisaillement totale et deux fois la surface initiale des éprouvettes  $\tau = \frac{F_s}{2S_0}$ . Le rapport  $\gamma = \text{atan}\left(\frac{\delta}{h_1}\right)$  permet de calculer la déformation de cisaillement, où  $\delta$  est le déplacement de la plaque 3, et  $h_1$  est l'épaisseur de l'éprouvette déformée sous la compression.  $h_1$  est calculée à partir de la déformation de l'anneau dynamométrique et de la déformation totale du dispositif biaxial en compression.

2.2.2.4. Résultats des essais

La figure 41a, la figure 42a et la figure 43a montrent l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la déformation de cisaillement, respectivement pour les contraintes de compression de 2, 4 et 6 MPa. La réponse mécanique est toujours différente entre le premier cycle et le deuxième cycle. La réponse du troisième cycle est presque identique avec celle du deuxième cycle, il est donc considéré que la réponse du troisième cycle est représentative de la réponse stabilisée. Ce phénomène montre qu'il existe l'effet Mullins sous ce type d'essai. De plus, la différence de la réponse mécanique entre les deux premiers cycles est moins marquée dans le cas d'une compression de 2 MPa que pour des compressions de 4 MPa et 6 MPa. Ceci montre que l'effet Mullins est influencé par la force de compression.

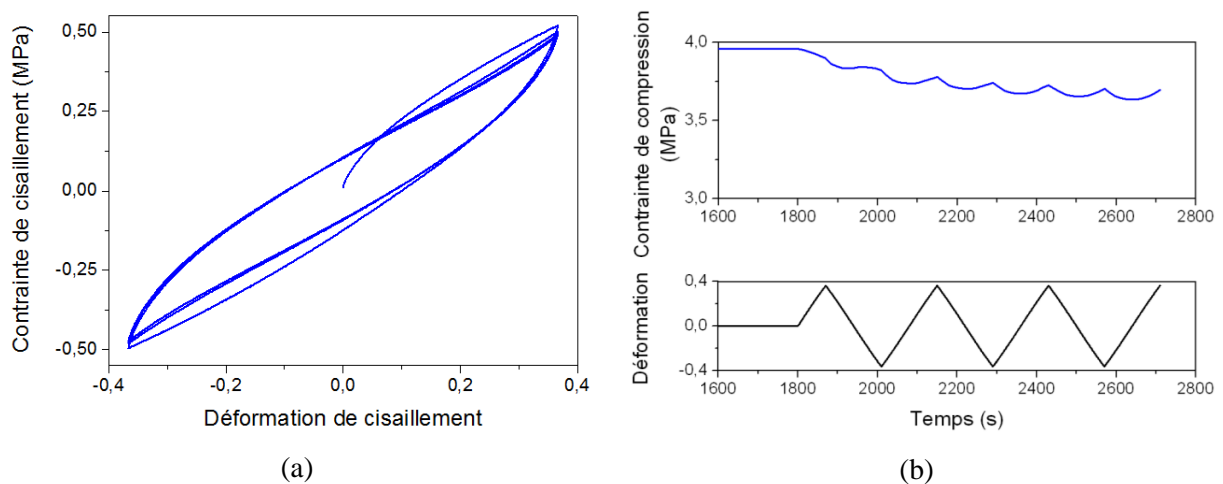


Figure 41 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous la compression de 2 MPa (a), variation de la contrainte de compression pendant l'essai (b).

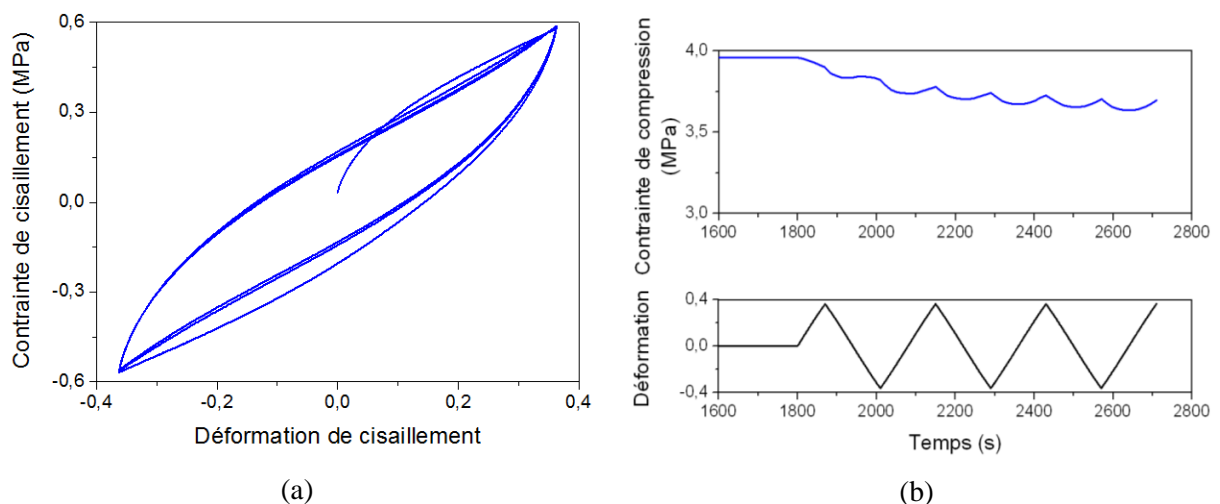
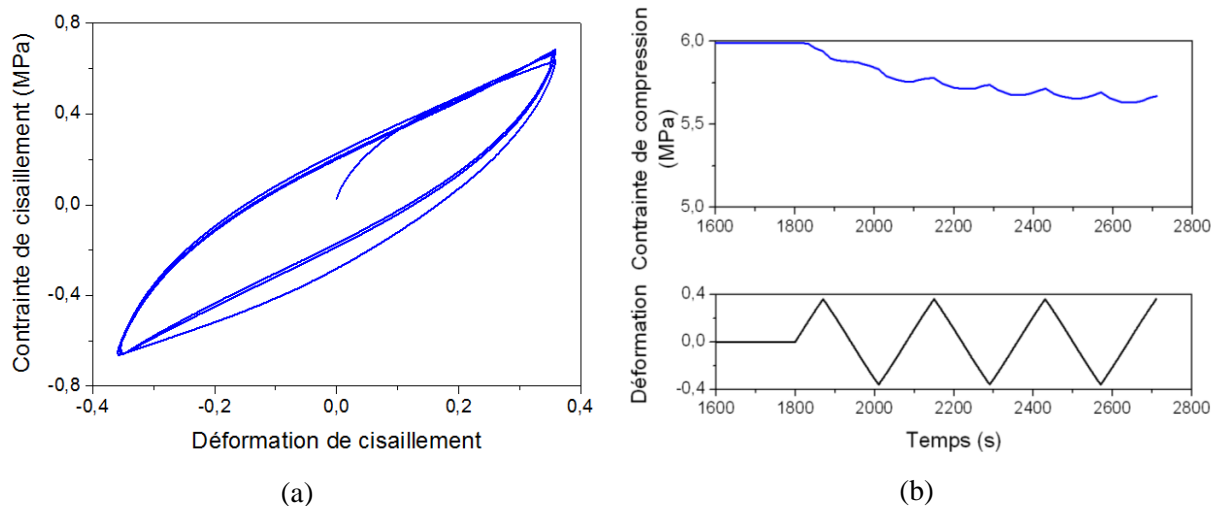


Figure 42 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous la compression de 4 MPa (a), variation de la contrainte de compression pendant l'essai (b).



**Figure 43 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous la compression de 6 MPa (a), variation de la contrainte de compression pendant l'essai (b).**

La figure 41b, la figure 42b et la figure 43b présentent l'évolution de la contrainte de compression en fonction du temps pendant le cisaillement respectivement pour les contraintes de compression de 2, 4 et 6 MPa. Les contraintes de compression diminuent en oscillant pendant le cisaillement. De plus, les valeurs maximales et minimales locales correspondent aux déformations maximales et minimales de cisaillement. Une interprétation possible de ce phénomène est que le cisaillement a accéléré les mouvements des molécules tels que la réorganisation et le glissement entre elles. Ce mouvement crée des fluctuations dans la configuration interne du matériau. Ces fluctuations ont tendance à stabiliser à l'état relaxé mais celui-ci est modifié en continu pendant le cisaillement. Ces changements de l'état relaxé pourraient expliquer ces courbes d'oscillation. Ce phénomène est donc probablement à l'origine de l'effet concomitant matériau-structure (la viscosité du matériau et le changement de la configuration de structure). Cet effet nous conduit à penser à l'utilisation du modèle de Cunaat dans l'équation eq. 42 pour simuler le comportement viscoélastique non linéaire du matériau, parce que le temps de relaxation de ce modèle est modifié par la contrainte de von Mises i.e. la sollicitation. Ceci permet de décrire le changement continu de l'état relaxé pendant le cisaillement.

La figure 44a présente la réponse contrainte vs déformation en cisaillement pour les trois contraintes de compression. Les résultats montrent l'influence de la contrainte de compression sur la réponse de cisaillement. La raideur et la densité d'énergie dissipée augmentent en fonction de la contrainte de compression. Une explication possible de cette augmentation est que, sous la force de compression, les molécules sont réorganisées et glissent entre elles de telle sorte qu'elles soient plus compactées. Le matériau devient donc plus rigide. Ceci exprime l'augmentation de la rigidité et de la densité d'énergie dissipée en cisaillement en fonction de la force de compression appliquée. Ce phénomène est appelé la piezo-dépendance qui est expliqué dans le paragraphe 1.4.3. La figure 44b présente les variations des contraintes de compression pendant l'essai. Les résultats montrent que ces variations sont plus visibles lorsque la contrainte de compression augmente, mais le pourcentage de variation maximal de (12%) est trouvé dans le cas d'une compression de 2 MPa. Par ailleurs, la forme des

oscillations reste identique même si les diminutions de la contrainte de compression sont différentes.

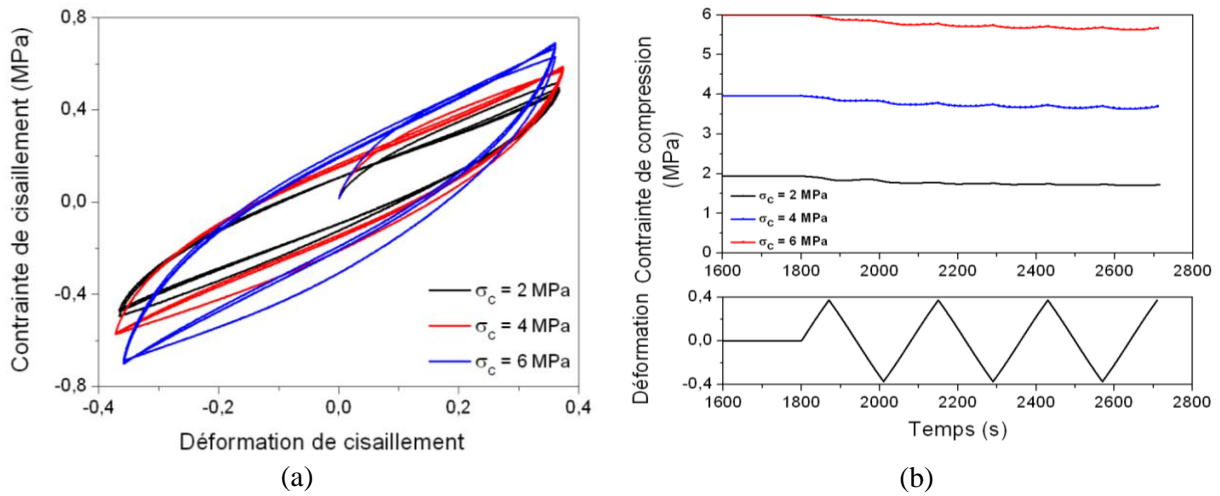


Figure 44 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous trois valeurs de compressions (a), variation de la contrainte de compression pendant l'essai (b).

Le module sécant de cisaillement à la déformation maximale est calculé selon la formule suivante:

$$G_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{\gamma_{\max}} \quad \text{Eq. 47}$$

où  $\tau_{\max}$  et  $\gamma_{\max}$  sont respectivement la contrainte maximale et la déformation maximale de cisaillement.

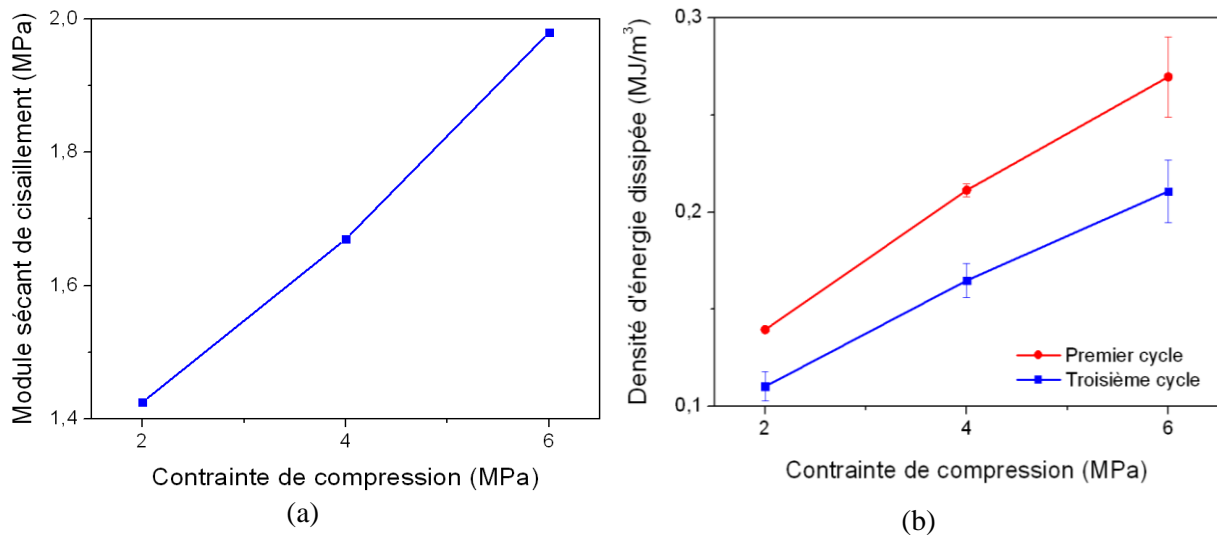
La densité d'énergie dissipée au cours d'un cycle est calculée par :

$$w_{\text{dissipation}} = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{i+1} + \sigma_i}{2} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i) \quad \text{Eq. 48}$$

où  $n$  est le nombre de mesures durant un cycle.

La figure 45a présente l'évolution du module sécant de cisaillement du troisième cycle en fonction de la contrainte de compression appliquée. Ce module augmente presque linéairement avec la contrainte de compression.

La figure 45b présente l'évolution de la densité d'énergie dissipée au cours du premier cycle et du troisième cycle en fonction de la contrainte de compression. La densité d'énergie dissipée durant le premier cycle est toujours plus grande que celle durant le troisième cycle. De plus, ces densités d'énergie dissipée sont quasi linéaires avec la contrainte de compression.



**Figure 45 : Evolution du module sécant de cisaillement pour le troisième cycle (a) et de la densité d'énergie dissipée en fonction de la contrainte de compression appliquée pour le premier et le troisième cycle (b).**

Pour obtenir plus d'informations sur l'effet Mullins sous ce type d'essai, le deuxième type d'essai est réalisé en adoptant différentes valeurs de déplacement maximal appliqué : 0,5 mm, 1,0 mm, 1,5 mm, 2,0 mm, 2,5 mm et 3,0 mm.

La figure 46a, la figure 47a et la figure 48a présentent la réponse contrainte vs déformation en cisaillement sous l'essai biaxial. Elles montrent que :

- Une réponse mécanique différente est observée entre les cycles, surtout entre le premier et le deuxième cycle – effet Mullins.
- Si la sollicitation dépasse le déplacement maximal atteint auparavant, la réponse est quasiment celle d'un premier cycle au-delà de ce déplacement.
- Les raideurs du matériau diminuent avec le déplacement maximal atteint.

La figure 46a, la figure 47a et la figure 48a montrent aussi que l'effet Mullins apparaît dans deux directions de chargement. Ce résultat explique qu'il existe l'effet de mémoire du matériau selon la direction de chargement. Une interprétation possible de cet effet est la réorganisation et le glissement préférentiel des molécules selon les directions de chargement [31,49].

La figure 46b, la figure 47b et la figure 48b montrent les variations de la contrainte de compression pendant le cisaillement cyclique. Ces variations sont de plus en plus importantes avec le déplacement maximal appliqué. En outre, ces oscillations sont un peu plus marquées pendant le premier cycle que pendant les autres. Ce phénomène est probablement lié à l'effet Mullins.

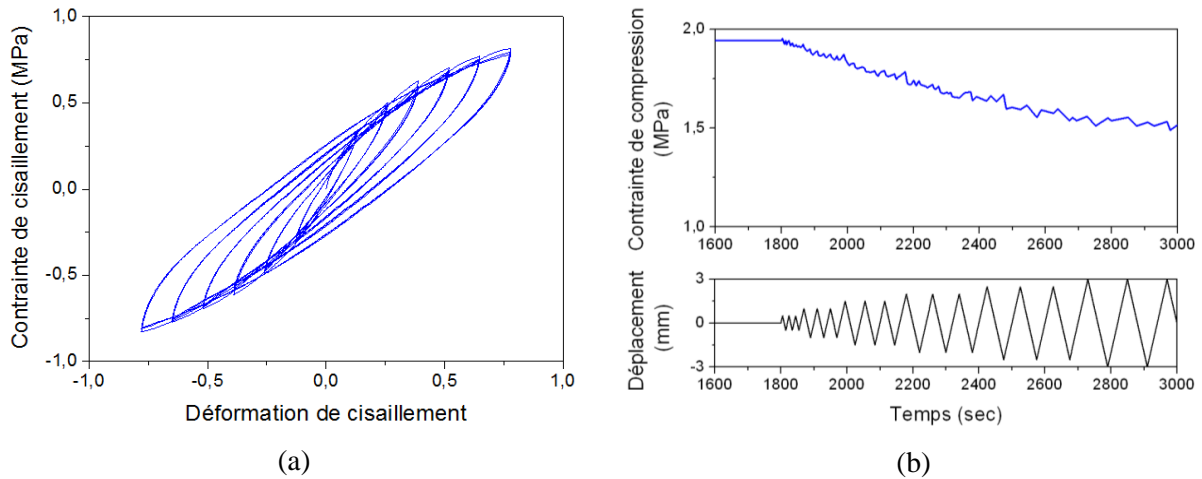


Figure 46 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous la compression de 2 MPa (a), variation de la contrainte de compression pendant l'essai (b).

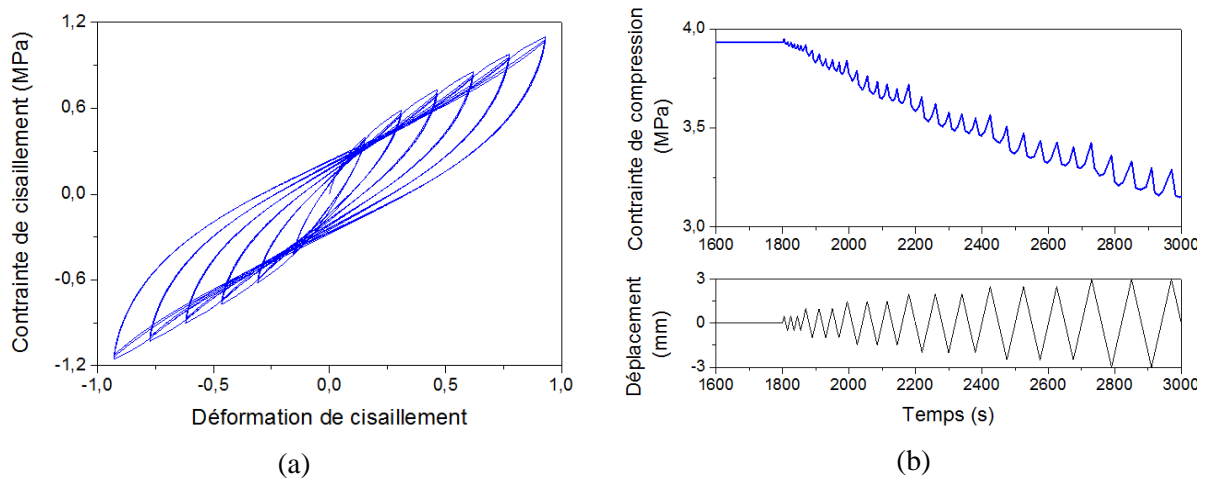


Figure 47 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous la compression de 4 MPa (a), variation de la contrainte de compression pendant l'essai (b).

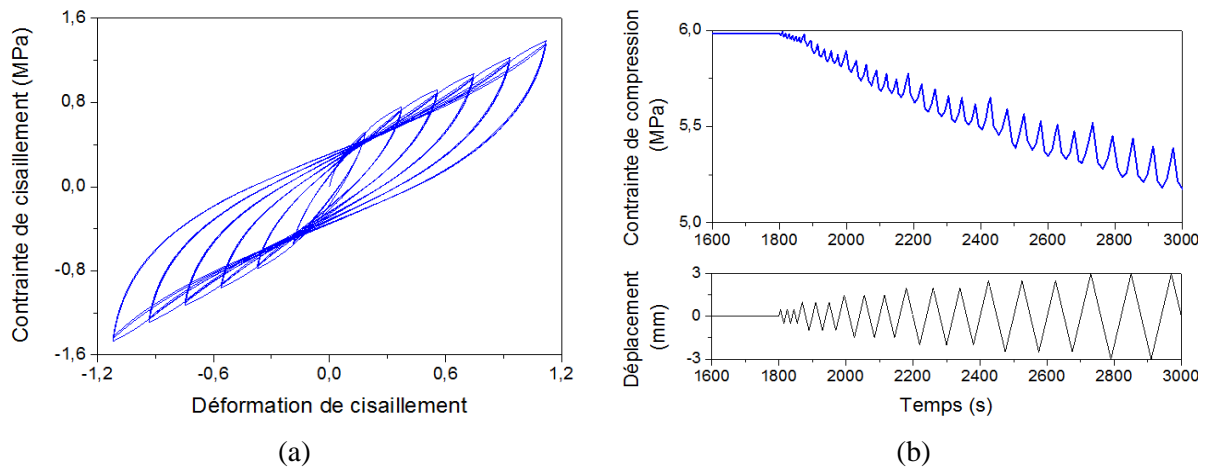


Figure 48 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous la compression de 6 MPa (a), variation de la contrainte de compression pendant l'essai (b).

La figure 49 montre les variations de la contrainte de compression pendant l'essai. Cette figure indique que ces variations sont plus visibles lorsque la contrainte de compression augmente.

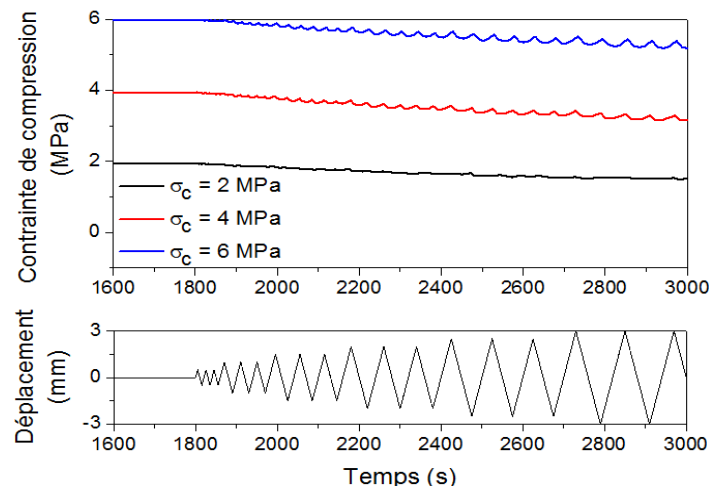


Figure 49 : Variations des contraintes de compression pendant le cisaillement cyclique.

La figure 50a présente l'évolution du module sécant de cisaillement en fonction de la déformation de cisaillement pour différentes valeurs de la contrainte de compression. La figure 50b présente l'évolution de la densité d'énergie dissipée en fonction de la déformation de cisaillement pour trois valeurs de la contrainte de compression. Ces figures montrent que les modules sécants de cisaillement et les densités d'énergie dissipée au cours du troisième cycle sont toujours plus petits que ceux du premier cycle, quelle que soit la contrainte de compression considérée. De plus, les modules de cisaillement diminuent avec une allure convexe en fonction de la déformation maximale. L'augmentation de la densité d'énergie dissipée avec la déformation maximale est aussi observée.

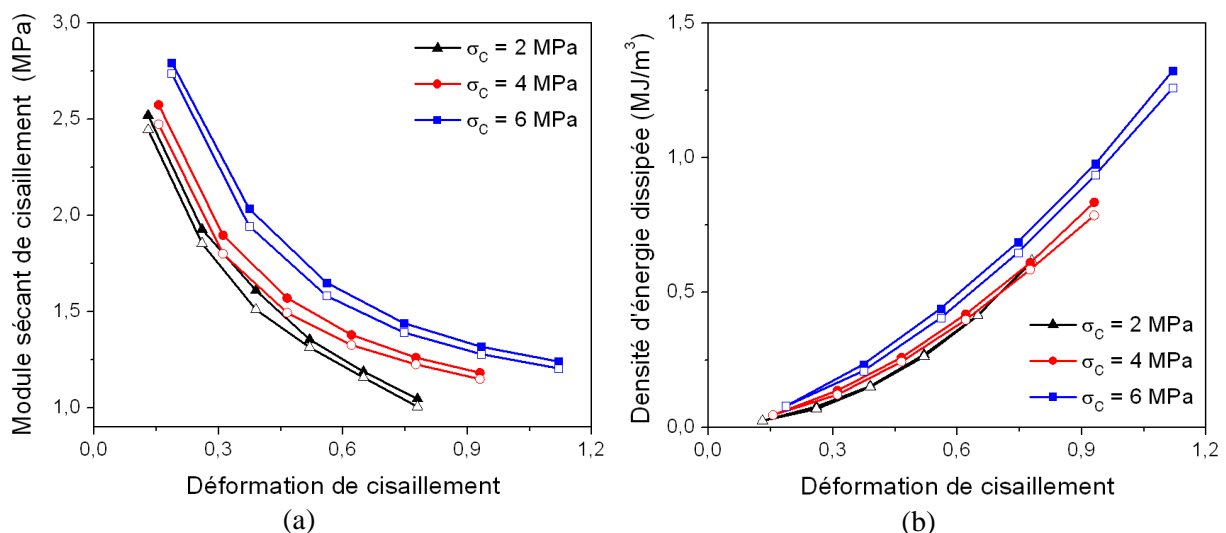


Figure 50 : Evolutions des modules sécants de cisaillement (a) et des densités d'énergie dissipée (b) en fonction des déformations maximales pour les trois valeurs de compression considérées. Les symboles pleins et creux représentent respectivement le premier et le troisième cycle.

La figure 51 montre l'évolution des modules sécants de cisaillement et des densités d'énergie dissipée en fonction de la contrainte de compression du troisième cycle. Ce résultat indique que ces modules de cisaillement et ces densités d'énergie dissipée évoluent de façon quasiment linéaire avec la contrainte de compression.

Ce type d'essai a été réalisé avec trois valeurs de compression, il faudrait approfondir en faisant encore plus de valeur de compression afin de trouver le plus exactement possible. La fonction du module sécant de cisaillement et de la densité d'énergie dissipée en fonction de la contrainte de compression.

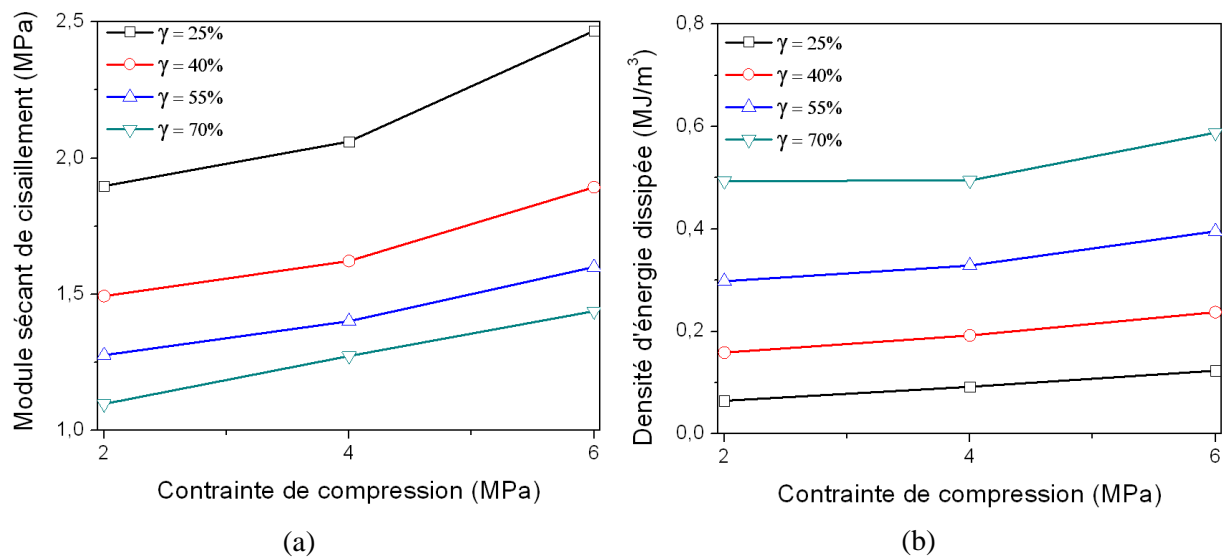


Figure 51 : Variations des modules sécants de cisaillement (a) et des densités d'énergie dissipée (b) selon la contrainte de compression du troisième cycle.

#### 2.2.2.5. Discussions et conclusions concernant les essais biaxiaux

Un premier dispositif original permettant de faire des essais biaxiaux de compression quasi-statique et de cisaillement cyclique a été provisoirement. Malheureusement, ce dispositif ne permet pas d'appliquer soit le déplacement soit la force de compression constante sur des éprouvettes pendant le cisaillement. Ce problème pourra être facilement résolu en remplaçant l'anneau dynamométrique par un capteur de force qui permettrait de comprimer des éprouvettes avec un déplacement quasi constant et d'enregistrer toute l'histoire de chargement en compression.

Les essais biaxiaux de compression quasi-statique et de cisaillement cyclique ont mis en évidence plusieurs propriétés mécaniques du matériau telles que la viscoélasticité, l'effet Mullins et la piezo-dépendance. Les résultats montrent que le comportement du néoprène sous cisaillement cyclique est influencé par la contrainte de compression. Il a été observé que le module sécant de cisaillement et la densité d'énergie dissipée augmentent avec la contrainte de compression.

Ces résultats seront utilisés dans le cadre du développement d'un modèle numérique permettant de simuler ces comportements, en particulier pour la validation de ce modèle.



## 2.3. Caractérisation mécanique de l'AANF

### 2.3.1. Conception et dimensionnement d'un dispositif biaxial

#### 2.3.1.1. Introduction

Les AANF sont soumis à une force de compression permanente de la superstructure et un cisaillement cyclique en cas de séisme. Pour connaître le comportement des AANF sous cette configuration, il faut donc fabriquer un dispositif biaxial permettant de tester des AANF sous compression statique et cisaillement cyclique. Cette partie présente le principe de conception et le dimensionnement de ce nouveau dispositif biaxial.

#### 2.3.1.2. Conception du système biaxial

L'idée est de faire un nouveau dispositif permettant d'effectuer simultanément une compression constante et un cisaillement cyclique. La figure 52 illustre le principe de fonctionnement du dispositif biaxial. Le système de compression se compose d'un vérin hydraulique, des plaques, des quatre tiges, des huit écrous, des quatre glissières et d'un capteur de force. Le vérin est vissé dans la plaque P1. Les surfaces des plaques P2, P3 et P4 sont rugueuses pour éliminer le glissement entre les AANF et ces plaques. Les plaques P1 et P4 sont toujours bloquées pendant l'essai par les écrous. Les trous de la plaque P2 sont assez grands pour éviter les frottements entre cette plaque et les tiges. La plaque P3 est fixée sur le mors en haut d'une machine hydraulique qui permet de faire le cisaillement sur l'AANF. Les plaques P2 et P4 sont fixées sur les glissières par des plaques intermédiaires P5. Les glissières sont boulonnées sur la plaque P6 qui est fixée sur le mors du bas de la machine. Le but du système de glissières est de limiter le frottement entre les plaques et aussi d'autocentrer le système biaxial lors de la compression. Ce système de glissière est offert par l'entreprise Schaeffler France.

La force de compression est produite par le déplacement du vérin i.e. un déplacement sur la plaque P2. Les AANF sont cisailés par le déplacement de la plaque P3.

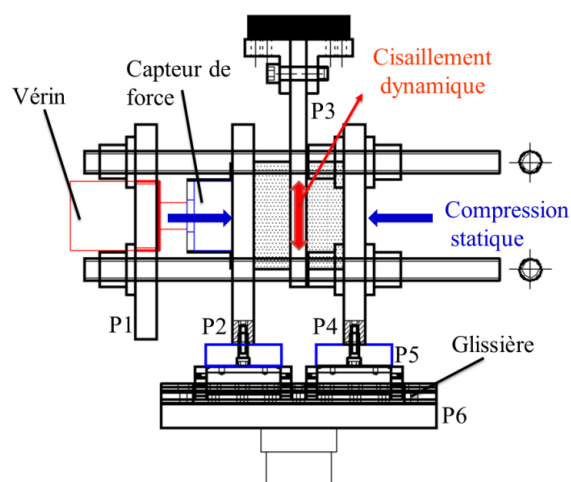


Figure 52 : Illustration du dispositif biaxial.

Avec ce dispositif, la force de compression est mesurée par le capteur de force. Le déplacement entre les plaques P2 et P4 est mesuré par quatre capteurs de déplacements, comme illustré sur la figure 53. La valeur moyenne est utilisée pour calculer la déformation des AANF sous la compression. Ces capteurs permettent aussi de vérifier l'alignement des plaques pendant l'essai.

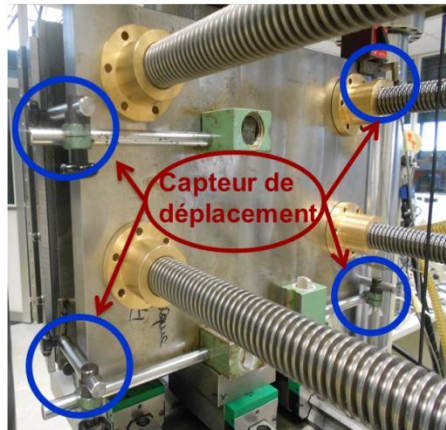


Figure 53 : Illustration des quatre capteurs de déplacement utilisés pour mesurer le déplacement entre la plaque P1 et la plaque P2.

La force et le déplacement de cisaillement sont respectivement mesurés par le capteur de force et le déplacement du vérin de la machine hydraulique.

Afin que ce dispositif fonctionne correctement, les conditions aux états limites (par exemple la résistance des pièces) et aux états de service (par exemple la flexion des plaques, des tiges) sont vérifiées et seront présentées dans la partie suivante.

### 2.3.1.3. Dimensionnement du système biaxial

Selon la norme NF EN 1337-3 [2], les dimensions surfaciques des AANF varient de  $100 \times 150 \text{ mm}^2$  à  $900 \times 900 \text{ mm}^2$ . A cause de la limitation d'espace de la machine hydraulique, le système de compression est dimensionné pour pouvoir tester les AANF ayant une surface inférieure ou égale à  $200 \times 250 \text{ mm}^2$ . La force de compression maximale dans le système correspond à la contrainte de 6 MPa sur ce type AANF i.e. une force de 300 kN. Le vérin est donc choisi de capacité 540 kN et la capacité du capteur de force est de 680 kN. La capacité de la machine hydraulique pour faire le cisaillement est de 250 kN.

Pour des raisons de sécurité, toutes les pièces du dispositif sont dimensionnées par le schéma de calcul le plus défavorable. Les tiges sont dimensionnées par les formules théoriques [114]. Les dimensions des plaques sont dimensionnées en utilisant le programme Cast3m à cause de la complexité du schéma de calcul. L'acier S235 est utilisé pour dimensionner ces pièces. Sa limite élastique à la traction est de 235 MPa. Son comportement est considéré comme élastique linéaire ( $E = 2,1E5 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ).

Le tableau 4 présente les dimensions des pièces, les conditions aux limites et les conditions de vérification de ces pièces.

| Pièces           | Dimensions                       | Conditions limites  | Conditions de vérification            |
|------------------|----------------------------------|---|---------------------------------------|
| <b>Plaque P1</b> | 40x400x560<br>(mm <sup>3</sup> ) | Encastrement aux écrous.<br>Chargement : exercé par le vérin.   | Résistance,<br>flexion                |
| <b>Plaque P2</b> | 40x410x560<br>(mm <sup>3</sup> ) | Encastrement à la surface du capteur.<br>Chargement : exercé par les AANF lorsqu'ils sont comprimés.                    | Résistance,<br>flexion                |
| <b>Plaque P3</b> | 30x300x460<br>(mm <sup>3</sup> ) | Encastrement à la surface des AANF.<br>Chargement : exercé par le mors de la machine hydraulique.                       | Résistance,<br>flambement,<br>flexion |
| <b>Plaque P4</b> | 40x410x560<br>(mm <sup>3</sup> ) | Encastrement aux écrous.<br>Chargement : exercé par les AANF lorsqu'ils sont comprimés.                                 | Résistance,<br>flexion                |
| <b>Plaque P5</b> | 40x110x140<br>(mm <sup>3</sup> ) | Blocage aux boulons.<br>Chargement : exercé par le cisaillement des AANF.   | Résistance,<br>conceptions            |
| <b>Plaque P6</b> | 40x500x510<br>(mm <sup>3</sup> ) | Encastrement à la surface du mors de la machine hydraulique.<br>Chargement : exercé par le cisaillement des AANF.       | Résistance,<br>flexion                |
| <b>Tiges</b>     | Φ50<br>(mm)                      | Encastrement à la plaque P4.<br>Chargement : son poids propre, le poids de la plaque P1, du vérin, du capteur de force. | Résistance,<br>flexion                |

Tableau 4 : Dimensions et conditions pour dimensionner les pièces du dispositif biaxial.

La figure 54 illustre un exemple de la contrainte  $\sigma_{xx}$  de la plaque P4 calculée à l'aide de Cast3m.

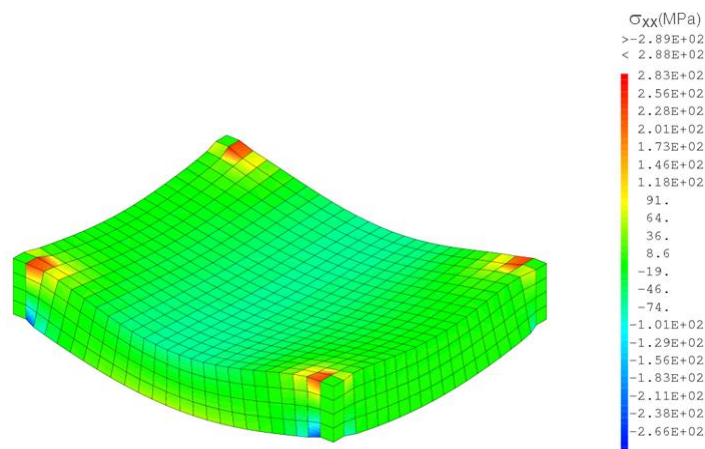


Figure 54 : Illustration de la contrainte  $\sigma_{xx}$  de la plaque P4.

Les boulons de la classe 8.8 sont choisis pour fixer les pièces. Le nombre et le diamètre des boulons sont calculés pour satisfaire les conditions de résistance (en traction, en cisaillement) dans toutes les configurations.

Les dimensions détaillées des pièces du dispositif biaxial sont présentées dans l'annexe.

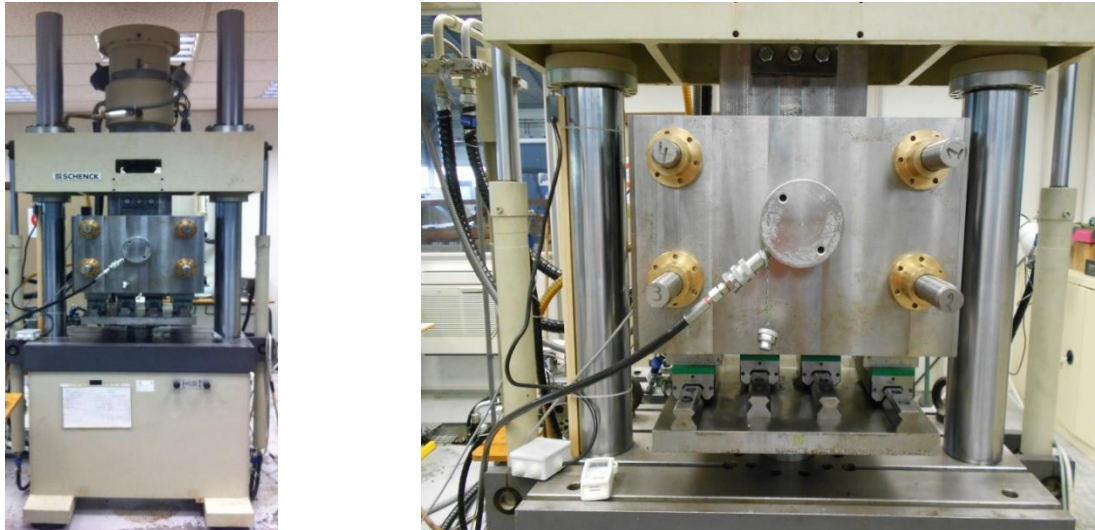


Figure 55 : Photos du dispositif biaxial à l'état d'achèvement (vue suivant l'axe de compression).

La figure 55 montre la photo du dispositif biaxial à l'état d'achèvement. Tous les capteurs de force et de déplacement sont étalonnés avant l'utilisation.

#### 2.3.1.4. Conclusions

Un dispositif biaxial original permettant de tester l'AANF sous le chargement de compression statique et de cisaillement cyclique est conçu et dimensionné. Ce dispositif permet de tester des AANF ayant une surface inférieure ou égale à  $200 \times 250 \text{ mm}^2$ .

### 2.3.2. Essais biaxiaux sur des AANF

#### 2.3.2.1. Introduction

Cette partie est consacrée à l'expérimentation du comportement mécanique de l'AANF sous le chargement biaxial de compression statique - cisaillement cyclique. Les propriétés telles que la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance sont plus particulièrement étudiées.

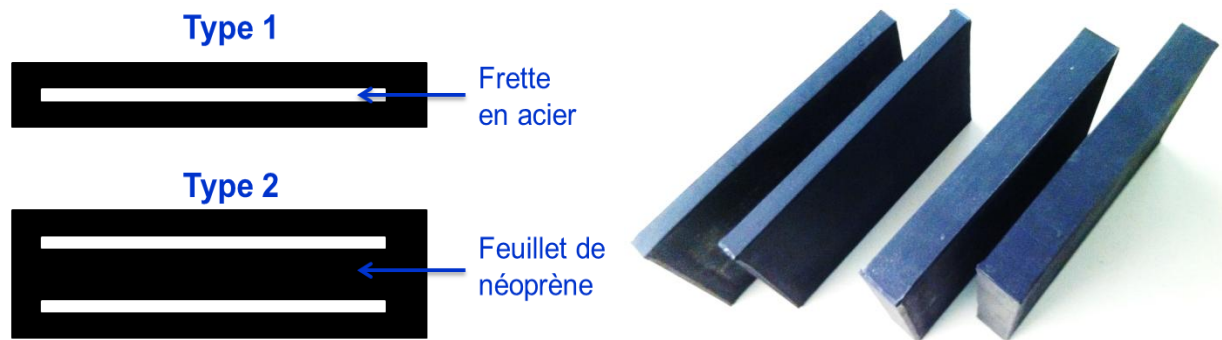
#### 2.3.2.2. Conditions et principe de l'essai

Le but de cette partie est la caractérisation du comportement de l'AANF sous le chargement couplé de compression statique et de cisaillement cyclique.

Dans cette thèse, deux types d'AANF sont testés, leurs dimensions sont détaillées dans le tableau 5. La figure 56 montre les schémas et les photos de ces types d'AANF qui sont fabriqués par la SNAC (Société Normande d'Application du Caoutchouc).

| Type d'AANF | Dimensions (mm <sup>3</sup> ) | Nombre de frettes | Epaisseur (mm)   |                       |                    |
|-------------|-------------------------------|-------------------|------------------|-----------------------|--------------------|
|             |                               |                   | Frettes en acier | Feuillets de néoprène | Elastomère (total) |
| Type 1      | 9,98 × 99,8 × 150,7           | 1                 | 2                |                       | 8                  |
| Type 2      | 19,9 × 100 × 150,8            | 2                 | 2                | 8                     | 16                 |

Tableau 5 : Dimensions des AANF pour l'essai.



(a) Illustration des deux types d'AANF.

(b) Photo des deux types d'AANF.

Figure 56 : Deux types d'AANF à tester.

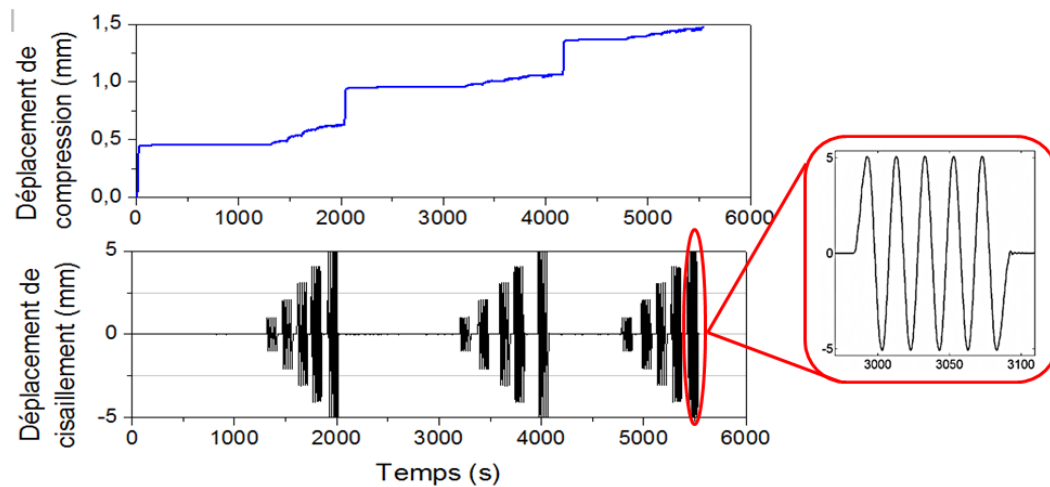
Les essais sont réalisés à une température ambiante variant entre 24°C et 25°C. Le cisaillement cyclique de façon sinusoïdal est effectué à la fréquence de 0,05 Hz, avec différentes amplitudes de déplacement. En ce qui concerne le principe de l'essai, deux AANF sont positionnés pour qu'ils soient symétriques et soient cisailés selon la direction de leurs largeurs. Le déplacement de compression est appliqué tout d'abord sur les AANF. Ce déplacement est maintenu constant pendant environ 15 min, et puis le cisaillement de façon cyclique est imposé sur les AANF au moyen de la machine de traction hydraulique. Cinq cycles sont réalisés pour chaque déplacement maximal.

Malgré toutes les précautions, les résultats des premiers essais ne sont pas encore parfaits. Les déplacements de compression varient un peu pendant le cisaillement, comme illustrés sur la figure 57, la figure 61 et la figure 65. Ces variations sont inférieures 5% pour le cisaillement à même amplitude de déplacement. Elles sont plus visibles lorsque les amplitudes de chargement augmentent. De plus, l'interface de commande de la machine de traction hydraulique ne permet pas de programmer un signal continu avec différentes amplitudes de chargement. Après cinq cycles de chaque amplitude de chargement, le programme de pilotage est donc modifié pour faire cinq cycles avec l'autre amplitude. Cependant, à la fin le cinquième cycle de chaque amplitude de chargement, la machine a fait plusieurs cycles autour de la valeur de zéro de déplacement pour stabiliser son vérin. C'est la raison pour laquelle il y a des perturbations dans la réponse contrainte vs déformation de cisaillement autour de la valeur de zéro à la fin des cycles, comme illustrés sur la figure 58b, la figure 59, la figure 62b et la figure 63. Ces figures montrent aussi quelques perturbations au cours de l'essai. Malgré

ces perturbations, ces premiers résultats nous permettent aussi de connaître la tendance du comportement mécanique de l'AANF.

### 2.3.2.3. Essais biaxiaux sur l'AANF de type 1

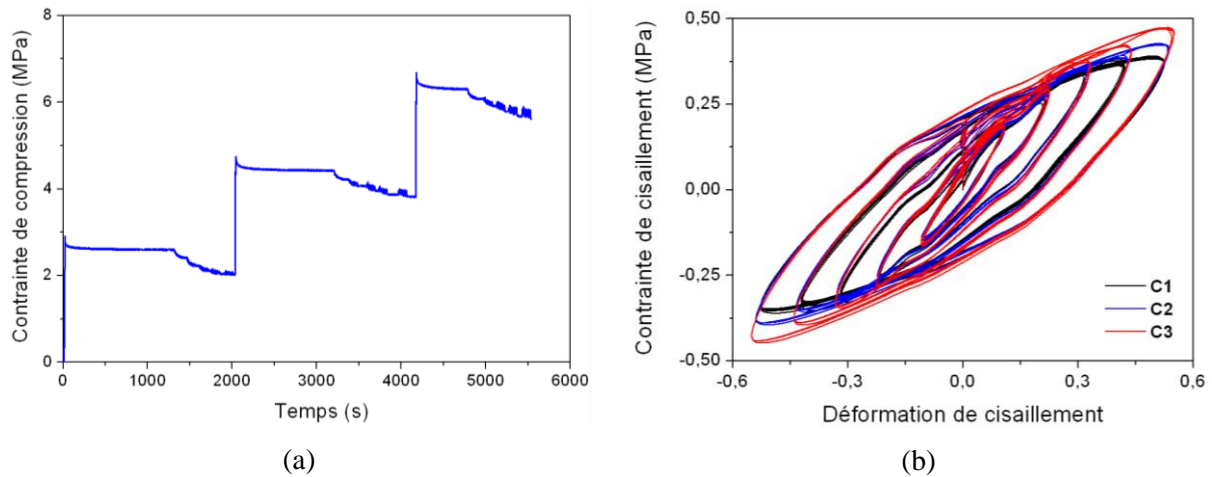
La figure 57 présente les déplacements imposés de compression et de cisaillement pour ce type d'essai. Trois valeurs de déplacement de compression imposé correspondent aux trois valeurs de contrainte de compression  $C1 = 2,67$  MPa,  $C2 = 4,4$  MPa,  $C3 = 6,33$  MPa. Les déplacements de cisaillement maximaux appliqués sont de 1 mm, 2 mm, 3 mm, 4 mm et 5 mm, correspondant à environ 10%, 20%, 30%, 40% et 50% de déformation de cisaillement. Cinq cycles sont réalisés pour chaque déplacement maximal.



**Figure 57 : Déplacements imposés de compression et de cisaillement sous le chargement biaxial de compression statique – cisaillement cyclique.**

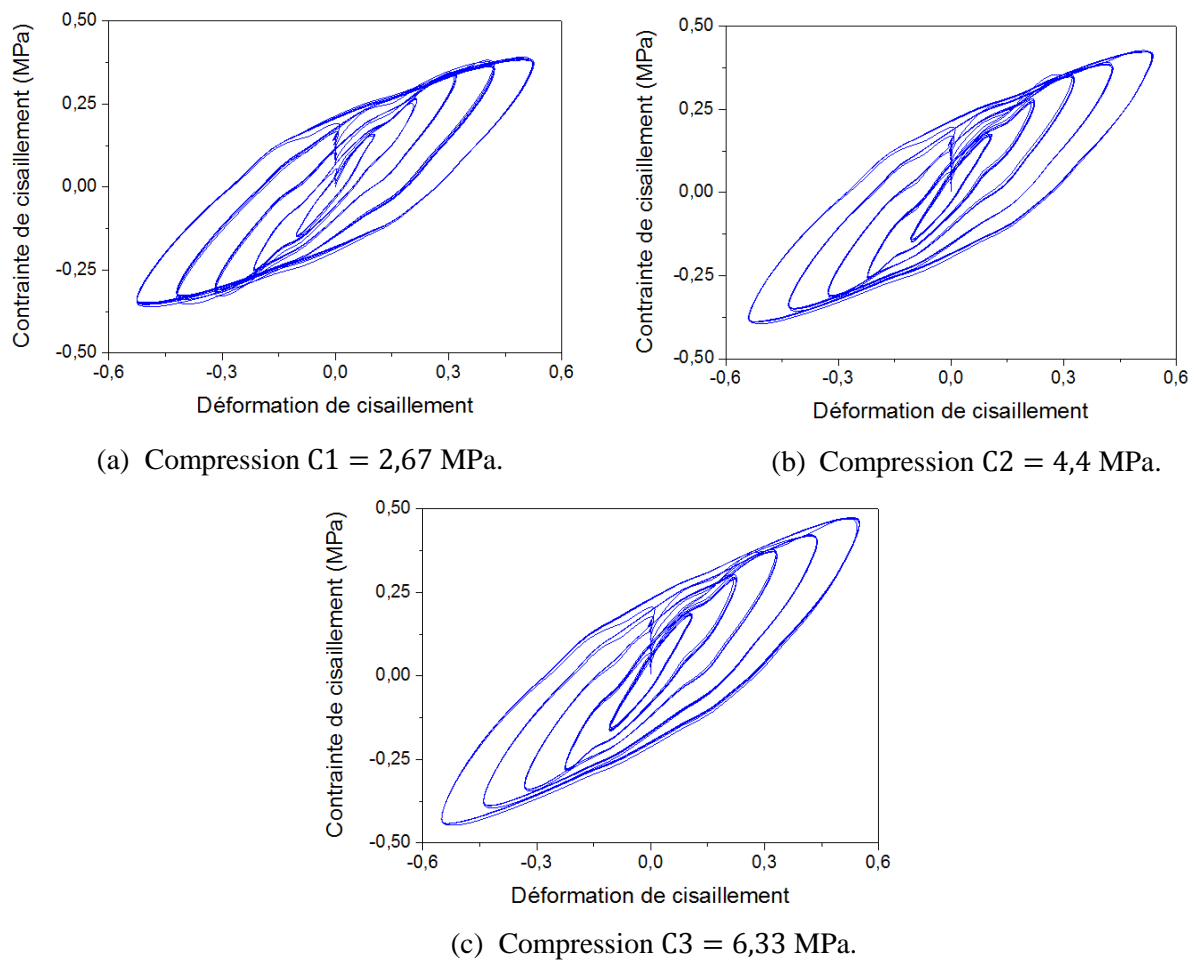
La figure 58 montre la réponse mécanique de compression et de cisaillement de l'essai biaxial de compression statique – cisaillement cyclique. La figure 58a indique que les contraintes de compression relaxent rapidement lorsque les AANF sont cisailés. La diminution de la contrainte de compression sous forme d'oscillations pendant le cisaillement s'accorde avec les résultats obtenus lors des essais biaxiaux sur les éprouvettes du néoprène. Ces variations sont expliquées précédemment par l'effet concomitant matériau – structure. Le néoprène étant viscoélastique, son « écoulement » lors du cisaillement va augmenter les bourrelets de la déformation en tonneau – le néoprène sort des frettes – et, à déplacement UZ imposé, la contrainte  $\sigma_{zz}$  moyenne va diminuer.

La figure 58b confirme l'existence de la piezo-dépendance dans l'AANF à savoir l'augmentation du module sécant et de la densité d'énergie dissipée de cisaillement en fonction de la contrainte de compression.



**Figure 58 : Réponse contrainte de compression vs temps (a) et la réponse contrainte de cisaillement vs déformation (b) avec trois valeurs de compression C1 = 2,67 MPa, C2 = 4,4 MPa et C3 = 6,33 MPa.**

La figure 59 présente la réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous trois valeurs de compression. La réponse mécanique est peu différente entre les cycles. L'effet Mullins n'est pas très visible dans ce cas.



**Figure 59 : Réponse contrainte vs déformation obtenue lors des essais de cisaillement cyclique avec trois valeurs de compression.**

La figure 60a et la figure 60b présentent respectivement les évolutions des modules sécants de cisaillement et des densités d'énergie dissipée en fonction de la déformation de cisaillement maximale pour les trois valeurs de compression C1 (2,67 MPa), C2 (4,4 MPa) et C3 (6,33 MPa). La figure 60a montre que les modules sécants de cisaillement diminuent avec la déformation de cisaillement maximale. La figure 60b indique l'augmentation de la densité d'énergie dissipée en fonction de la déformation de cisaillement maximale. La figure 60 montre aussi que le module sécant de cisaillement et la densité d'énergie dissipée augmentent avec la force de compression. Ce phénomène illustre la piezo-dépendance de l'AANF.

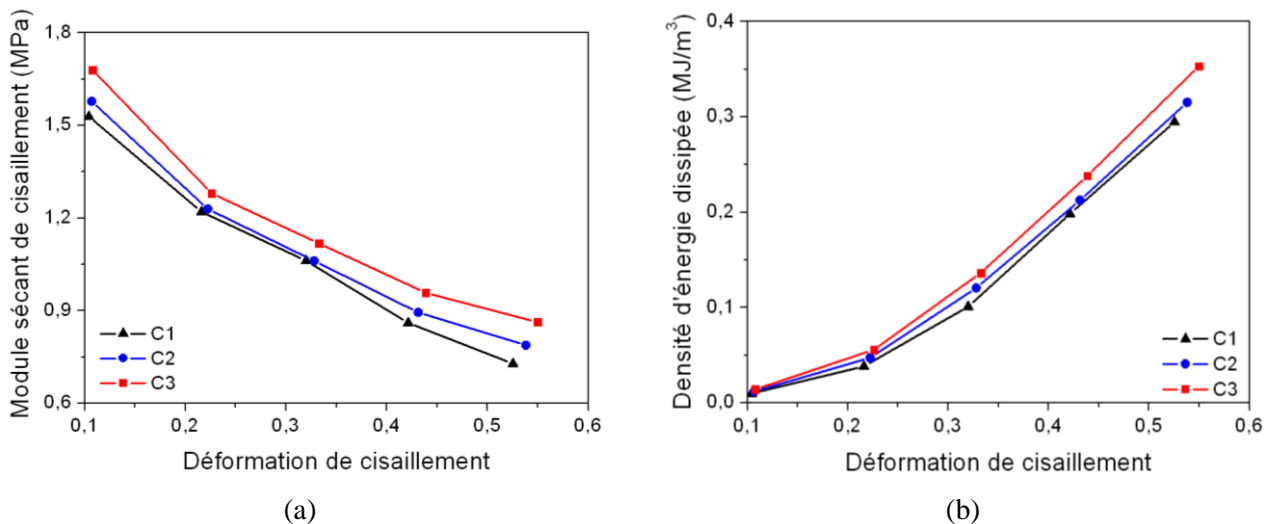


Figure 60 : Evolution des modules sécants de cisaillement (a) et des densités d'énergie dissipée (b) en fonction de la déformation maximale pour trois valeurs de compression C1 (2,67 MPa), C2 (4,4 MPa) et C3 (6,33 MPa).

### 2.3.2.4. Essais biaxiaux sur l'AANF de type 2

La figure 61 présente les déplacements imposés de compression et de cisaillement pour ce type d'essai. Deux valeurs de déplacement de compression imposé correspondent aux deux valeurs de contrainte de compression C1 (4,13 MPa) et C2 (6,13 MPa). Cinq cycles sont réalisés pour chaque déplacement maximal.

La figure 62 présente la réponse mécanique de compression et de cisaillement de l'essai biaxial de compression statique – cisaillement cyclique. Cette figure confirme les phénomènes mécaniques observés pour l'essai du type 1, à savoir la diminution de la compression sous forme d'oscillations pendant le cisaillement, l'effet Mullins et la piezo-dépendance dans l'AANF.



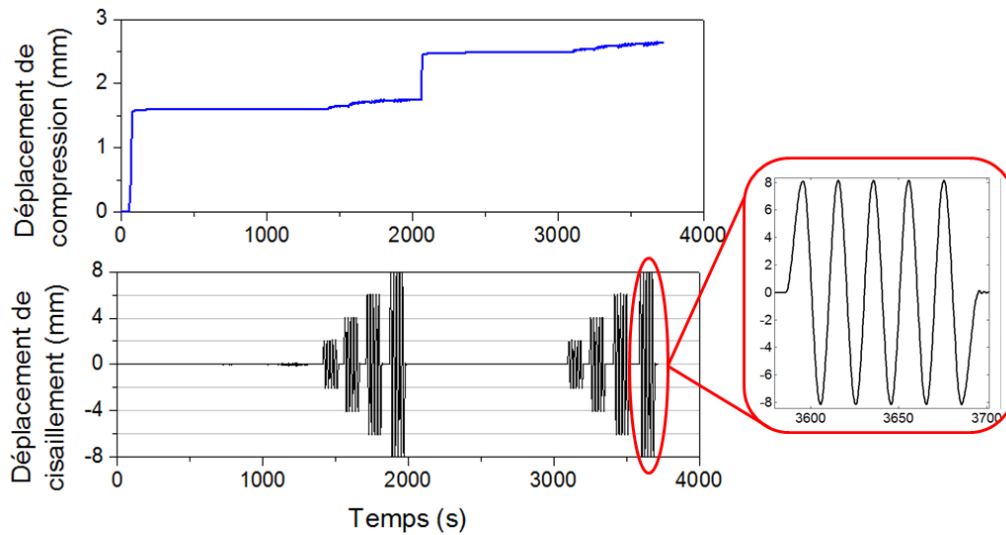


Figure 61 : Déplacements de compression et de cisaillement imposés sous le chargement biaxial de compression statique – cisaillement cyclique.

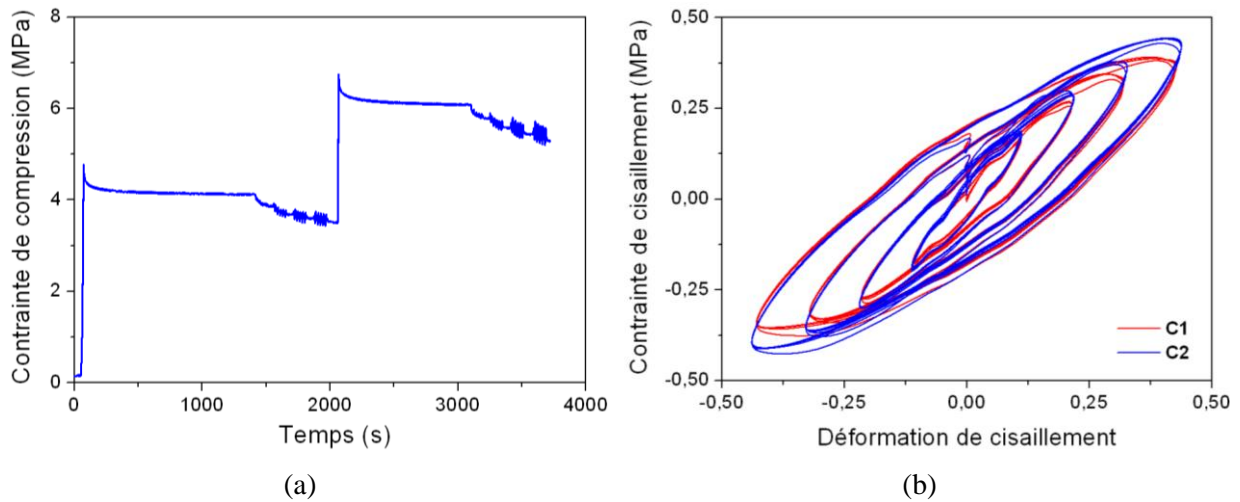


Figure 62 : Réponse contrainte de compression vs temps (a) et la réponse contrainte de cisaillement vs déformation (b) pour les deux valeurs de compression C1 = 4, 13 MPa et C2 = 6, 13 MPa.

La figure 63 présente la réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous deux valeurs de compression différentes. L'effet Mullins est observé par la réponse mécanique différente entre le premier cycle et le deuxième cycle.

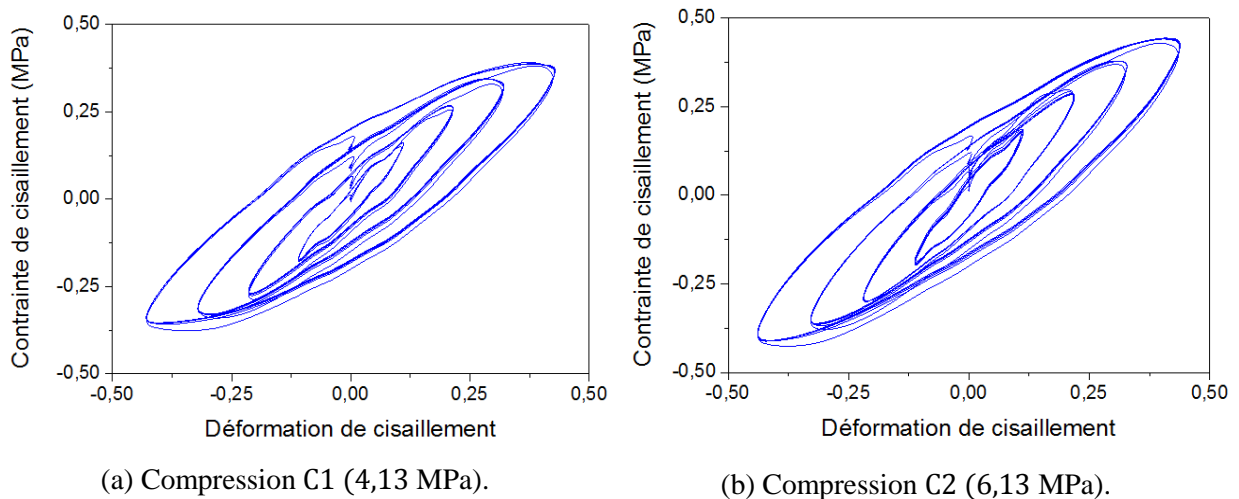


Figure 63 : Réponse contrainte vs déformation de cisaillement cyclique sous deux valeurs de compression différentes.

La figure 64a et figure 64b présentent respectivement les variations des modules sécants de cisaillement et des densités d'énergie dissipée en fonction de la déformation de cisaillement maximale pour le premier et le troisième cycle, avec deux valeurs de compression C1 (4,13 MPa) et C2 (6,13 MPa). La figure 64a montre que le module sécant de cisaillement est presque identique entre le premier cycle et le troisième cycle. De plus, ces modules de cisaillement diminuent en fonction de la déformation maximale. La figure 64b indique que la densité d'énergie dissipée du premier cycle est toujours plus grande que celle du troisième cycle. Cette densité d'énergie dissipée augmente en fonction de la déformation maximale.

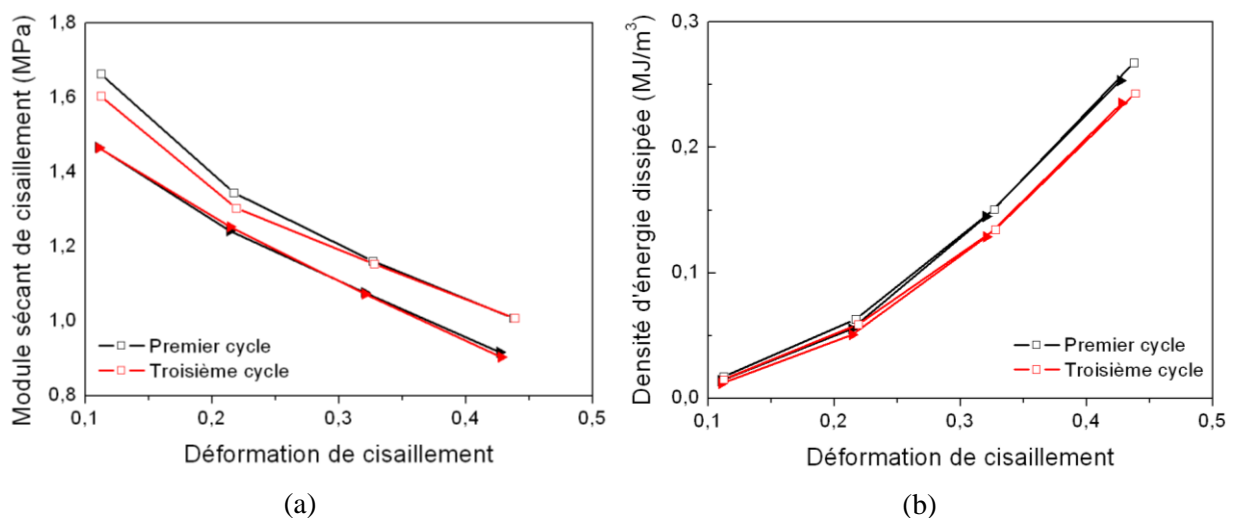
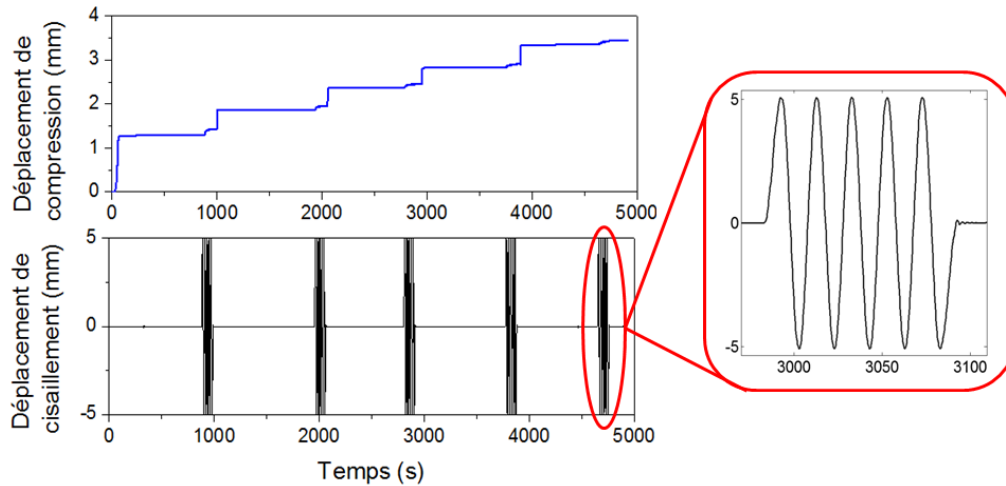


Figure 64 : Evolution des modules sécant de cisaillement (a) et des densités d'énergie dissipée (b) en fonction de la déformation maximale. Les symboles creux et pleins représentent respectivement la compression C1 (4, 13 MPa) et la compression C2 (6, 13 MPa).

Pour quantifier la piezo-dépendance de cet AANF, l'essai biaxial de compression statique – cisaillement cyclique est réalisé avec plusieurs valeurs de compression. La figure 65 présente les déplacements de compression et de cisaillement imposés dans ce type d'essai. L'essai est réalisé avec cinq valeurs de déplacement de compression qui correspondent aux cinq valeurs

de contrainte de compression ( $C1 = 2,83$  MPa,  $C2 = 3,78$  MPa,  $C3 = 4,95$  MPa,  $C4 = 6,24$  MPa et  $C5 = 7,90$  MPa). Cinq cycles sont effectués pour chaque valeur de compression. Le déplacement de compression est maintenu constant pendant environ 15 min afin que la force de compression soit bien relaxée avant le cisaillement.



**Figure 65 : Déplacements imposés de compression et de cisaillement sous le chargement biaxial de compression statique – cisaillement cyclique.**

La figure 66a montre la réponse de compression pendant cet essai. Les contraintes de compression relaxent rapidement lorsque les AANF sont cisailés, comme observées dans les essais de l'AANF du type 1.

Le but de ce type d'essai est la quantification de la piezo-dépendance de l'AANF. Pour découpler avec l'effet Mullins, la réponse du troisième cycle (considéré comme cycle stabilisé) de chaque valeur de compression est étudiée. La figure 66b présente la réponse contrainte vs déformation de cisaillement des cycles stabilisés correspondant aux cinq valeurs de compression  $C1$  (2,83 MPa),  $C2$  (3,78 MPa),  $C3$  (4,95 MPa),  $C4$  (6,24 MPa) et  $C5$  (7,90 MPa). La piezo-dépendance de cet AANF est indiquée par l'augmentation de la raideur et de la densité d'énergie dissipée en fonction de la compression imposée.

La figure 67 montre l'évolution du module sécant et de la densité d'énergie dissipée de la réponse de cisaillement en fonction de la contrainte de compression. Cette figure confirme les tendances observées sur la figure 66. De plus, ce module sécant et la densité d'énergie dissipée augmentent presque linéairement en fonction de la contrainte de compression.

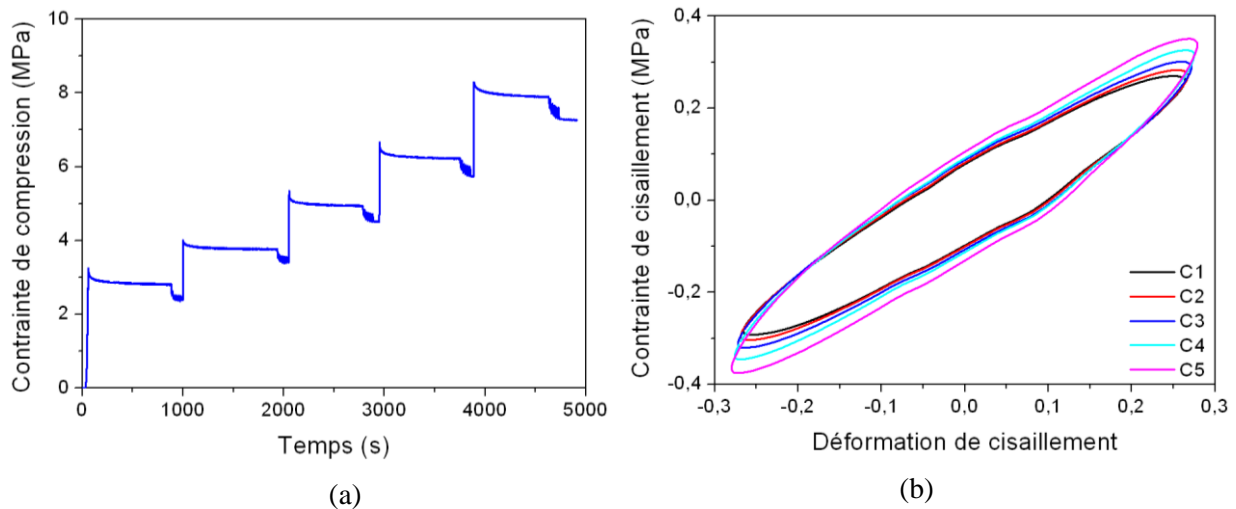


Figure 66 : Réponse contrainte de compression vs temps (a) et la réponse contrainte de cisaillement vs déformation du troisième cycle (b) du cinq valeurs de compression C1 (2,83 MPa), C2 (3,78 MPa), C3 (4,95 MPa), C4 (6,24 MPa) et C5 (7,90 MPa).

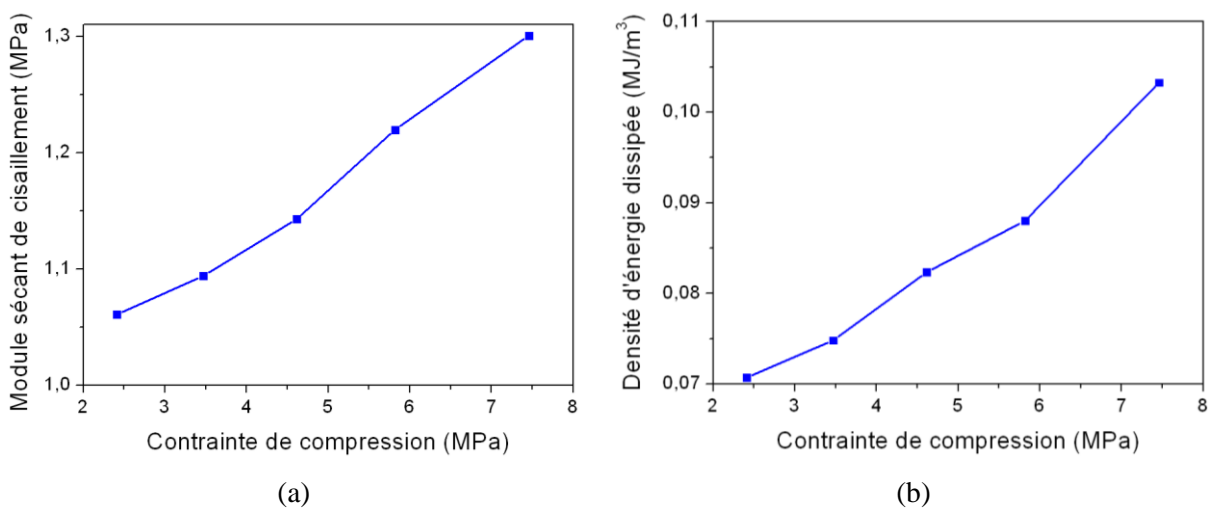


Figure 67 : Evolution du module sécant de cisaillement (a) et de la densité d'énergie dissipée (b) selon la contrainte de compression appliquée pour le troisième cycle.

### 2.3.2.5. Comparaison des résultats entre les AANF de type 1 et de type 2

La figure 68 présente la comparaison de la réponse de cisaillement cyclique entre le type 1 et le type 2 dans l'essai biaxial. Elle montre que la réponse contrainte vs déformation est presque identique pour les deux types d'AANF. Ceci explique que la capacité de déplacement de cisaillement i.e. la capacité d'absorption d'énergie mécanique du type 2 est plus grande que celui du type 1, parce que l'épaisseur du type 2 est plus grande que celui du type 1. La capacité d'absorption de déplacement en cisaillement augmente donc avec l'épaisseur de l'AANF. En conclusion, plus l'épaisseur de l'AANF augmente, plus la capacité d'absorption d'énergie mécanique augmente. En réalité, l'épaisseur de l'AANF est limitée par les conditions de flambement et de rotation d'axe horizontal à l'état d'utilisation [103].

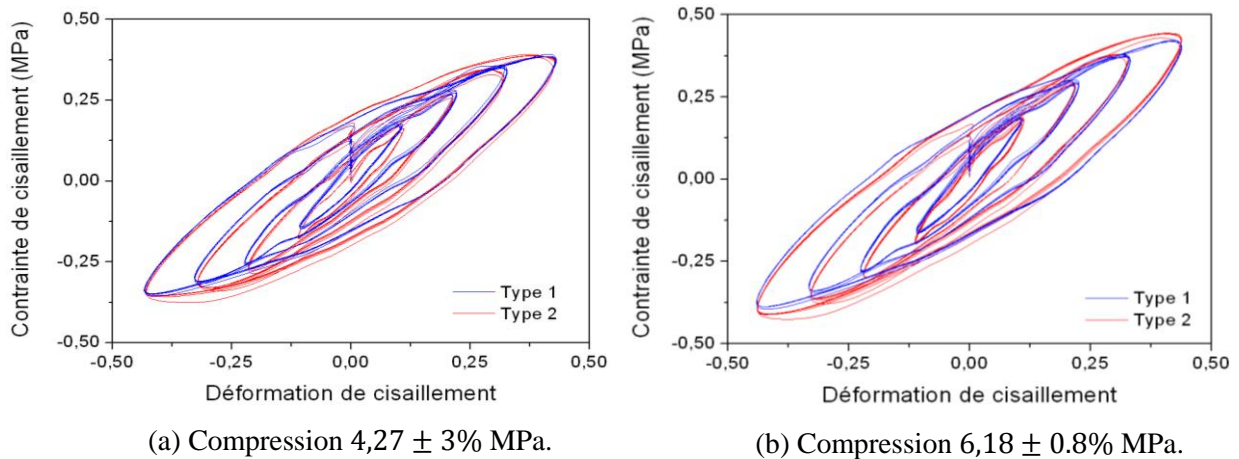


Figure 68 : Comparaison de la réponse de cisaillement cyclique de l'AANF de type 1 et de type 2 dans l'essai biaxial.

### 2.3.2.6. Conclusions

Les essais biaxiaux de compression statique – cisaillement cyclique ont mis en évidence l'effet Mullins et la piezo-dépendance de l'AANF. L'effet Mullins dans l'AANF de type 2 est plus marqué que dans celui de type 1. La piezo-dépendance est confirmée par l'augmentation du module sécant et de la densité de dissipation d'énergie de cisaillement en fonction de la force de compression imposée. La réponse de cisaillement cyclique dans l'essai biaxial est presque identique entre les deux types d'AANF. La capacité d'absorption de déplacement en cisaillement de l'AANF augmente avec son épaisseur. Il subsiste encore des perturbations de ces premiers résultats expérimentaux, ce dispositif biaxial sera perfectionné.

## 2.4. Conclusions du chapitre

Ce chapitre présente une campagne d'essai permettant de caractériser le comportement du néoprène et de l'AANF.

La première partie est consacrée à l'expérimentation du néoprène. Des essais de relaxation, de traction cyclique, de compression cyclique et de biaxial de compression quasi statique - cisaillement cyclique sur les éprouvettes de néoprène sont menés. Ces essais nous permettent de caractériser et de modéliser quelques propriétés du néoprène telles que la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance. Un dispositif biaxial permettant de tester des éprouvettes de néoprène sous configuration de compression quasi-statique et de cisaillement cyclique est réalisé.

La deuxième partie est consacrée à l'expérimentation de l'AANF sous chargement couplé de compression statique et de cisaillement cyclique. Un dispositif biaxial original permettant de tester l'AANF sous cette configuration est conçu, dimensionné et fabriqué. Les essais biaxiaux de compression statique – cisaillement cyclique des AANF sont réalisés au moyen de ce dispositif. Ces essais permettent aussi de caractériser des propriétés de l'AANF telles que la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance.

Le chapitre 3 présentera la modélisation du comportement du néoprène et de l'AANF.

# **Chapitre 3.**

**Modélisation du comportement  
mécanique du néoprène et de l'appareil  
d'appui en néoprène fretté**



### 3.1. Introduction du chapitre

Dans le cadre de cette thèse, la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance sont plus particulièrement étudiés. Le but de ce chapitre est la modélisation numérique de ces phénomènes. Dans la première partie, une pré étude numérique permet de connaître la distribution des champs de contraintes en compression de l'AANF dans le cas le plus simple où un modèle bidimensionnel simplifié avec un comportement élastique du matériau est utilisé. Ce modèle est analysé avec trois méthodes différentes telles que la méthode par calculs analytiques et les méthodes par calculs numériques par éléments finis et par éléments de frontière.

Dans la deuxième partie, le modèle par éléments finis qui permet de modéliser le comportement mécanique du néoprène sera présenté. En se basant sur le modèle viscoélastique non linéaire de Cunaat (eq. 42), un nouveau modèle a été développé. Ce nouveau modèle a la volonté de prendre en compte l'effet Mullins et la piezo-dépendance du matériau. Une stratégie d'identification et d'optimisation des paramètres du modèle sera aussi présentée. Une bonne corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux permet enfin d'utiliser cette loi de comportement du matériau pour modéliser le comportement mécanique d'une structure de type AANF.

### 3.2. Pré étude

#### 3.2.1. Introduction concernant la pré étude

Le but de cette partie consiste à connaître la distribution des champs de contraintes en compression de l'AANF dans le cas le plus simple où un modèle bidimensionnel simplifié avec un comportement élastique du matériau est utilisé. Ce modèle est analysé avec trois méthodes différentes telles que la méthode par calculs analytiques et les méthodes par calculs numériques par éléments finis et par éléments de frontière. Les résultats de ces méthodes nous permettent de valider le modèle par éléments finis. En effet, il s'agit de valider des résultats utilisant les éléments quasi-incompressibles bidimensionnels du logiciel Cast3m. En comparant les avantages et les inconvénients de ces trois méthodes, la méthode des éléments finis sera choisie pour modéliser le comportement du néoprène.

#### 3.2.2. Modèle élastique simple en 2D d'AANF

Il existe plusieurs types d'AANF de dimensions et de nombre de frettes différents. La norme EN 1337-3 [2] propose des formules pour dimensionner l'AANF mais ce sont des formules simplifiées. Il n'existe pas de formule analytique permettant de déterminer le champ de déformations ou le champ de contraintes pour un AANF complet (illustré sur la figure 69a). Un modèle simplifié est donc utilisé (illustré sur la figure 69b). Ce modèle est étudié avec la méthode analytique, la méthode des éléments finis – « Finite Element Method » (FEM) et la méthode des éléments de frontière – « Boundary Element Method » (BEM).



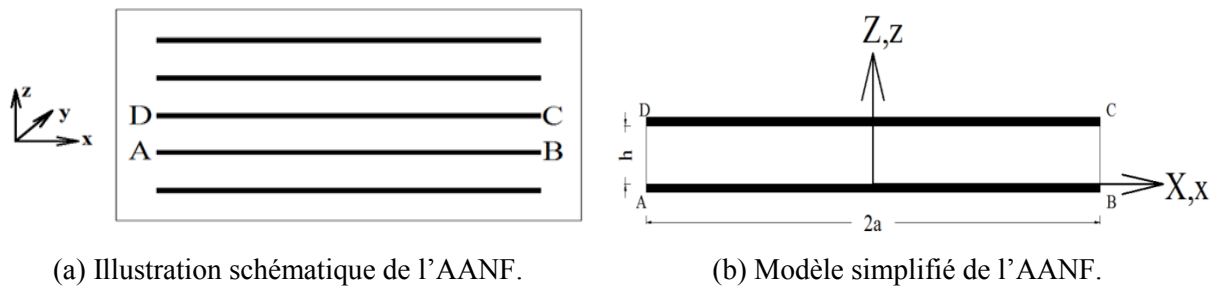


Figure 69 : Modélisation de l'AANF.

### 3.2.2.1. Conditions aux limites

La largeur minimale des AANF disponible est de 100 mm et l'épaisseur des feuillets de néoprène dans l'AANF est identique (8 mm). Un modèle simplifié avec une largeur de  $2a = 100$  mm et la hauteur de  $h = 8$  mm est donc choisi pour l'étude.

Il faut appliquer les conditions aux limites qui reproduisent le plus fidèlement possible les conditions de travail réelles. Le modèle est donc bloqué par la surface AB inférieure et subit une compression  $\sigma_0 = 6$  MPa sur la surface CD supérieure, comme illustré sur la figure 70. Cette valeur de compression est utilisée selon la norme EN 1337-3. La modélisation de l'interface néoprène acier suppose une parfaite adhésion. Le néoprène aux interfaces est supposé avoir les mêmes propriétés que dans la masse.

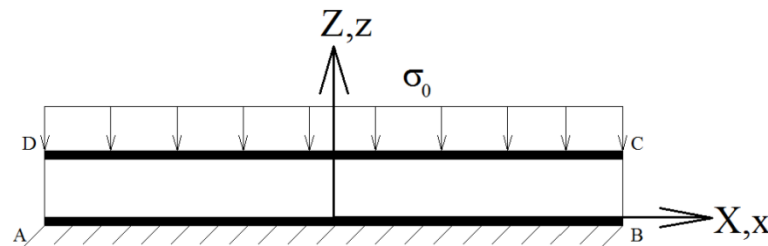


Figure 70 : Conditions aux limites du modèle.

### 3.2.2.2. Modèle par éléments finis

Le modèle numérique est constitué de deux plaques en acier (partie bleu) et d'un bloc de néoprène qui se situe entre ces deux plaques (partie noire), comme illustré sur la figure 71. Le néoprène est considéré comme élastique linéaire isotrope quasi-incompressible ( $E = 3$  MPa,  $\nu = 0,4992$ ). L'acier est considéré comme élastique linéaire isotrope infiniment rigide ( $E = 10^9$  MPa,  $\nu = 0,3$ ), ce qui permet d'imposer un déplacement uniforme sur la surface supérieure du bloc de néoprène lorsque la contrainte de compression est imposée.

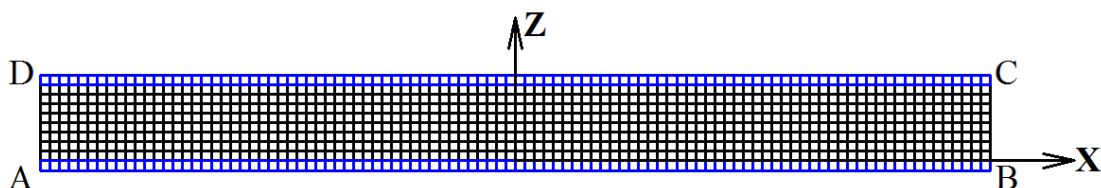


Figure 71 : Illustration du maillage par éléments finis.

Ce modèle est discrétisé avec 100 éléments selon l'axe X et 10 éléments selon l'axe Z. Des éléments compressibles QUA8 (8 points de Gauss) sont utilisés pour les éléments d'acier. Des éléments incompressibles sont utilisés pour les éléments de néoprène. La figure 72 présente différents types d'éléments incompressibles dans Cast3m tels que ICQ4, ICQ8, ICT3, ICT6. Le nombre de points correspond aux points d'intégration. Le modèle par éléments finis est testé avec tous ces types d'éléments.

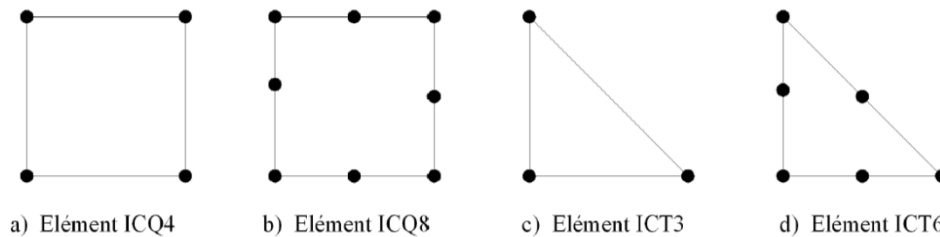


Figure 72 : Différents types d'éléments incompressibles dans Cast3m.

### 3.2.2.3. Données de validation du modèle par éléments finis d'AANF en 2D

Pour connaître la réponse mécanique des feuillets de néoprène dans l'AANF, le modèle simplifié présenté précédemment est analysé au moyen de différentes méthodes telles que la méthode par calculs analytiques et la méthode par calculs numériques par éléments de frontière. Les résultats de ces méthodes permettent de valider le modèle par éléments finis proposé.

#### 3.2.2.3.1. Méthode par calculs analytiques

Le modèle analytique s'applique sous les hypothèses suivantes [113] :

- Le comportement du néoprène est considéré comme linéaire élastique, isotrope et incompressible ( $E = 3 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,5$ ).
- La déformée des deux extrémités du modèle est approximée par une parabole ainsi que pour toutes les sections parallèles aux extrémités.
- Les surfaces planes parallèles restent planes avant et après la déformation, comme illustré sur la figure 73.

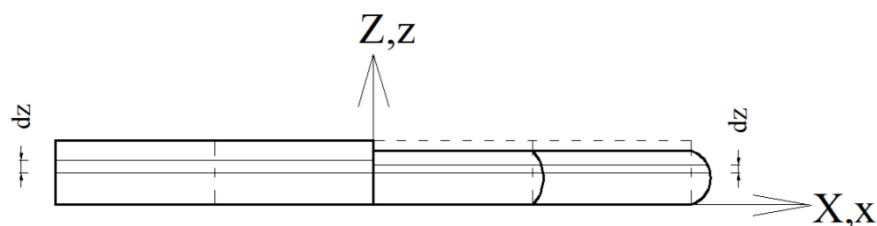


Figure 73 : Configuration de déformation pour le modèle analytique.

Lorsqu'une contrainte de compression verticale  $\sigma_0$  est appliquée sur la plaque supérieure, le bloc de néoprène est comprimé. Les extrémités du bloc sont déformées suivant une forme de tonneau, comme illustré sur la figure 73. Cette forme de tonneau est supposée parabolique et proportionnelle à l'axe X.

Le déplacement latéral  $u$  est défini par [113] :

$$u(X, Z) = \alpha X \frac{Z(Z - h)}{h^2} \quad \text{Eq. 49}$$

où :

- $\alpha = \frac{15\sigma_0}{12G+10Gs^2-6\sigma_0}$
- $G$  est le module de cisaillement,
- $s = \frac{a}{h}$  est le facteur de forme. Stanton et al. [115] ont proposé des relations entre ce facteur  $s$  et le module d'élasticité  $E$ .

En appliquant le principe de l'énergie potentielle minimale ( $\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = 0$ ,  $\Pi$  étant le potentiel total de l'état déformé), les résultats suivants sont obtenus :

$$\begin{aligned} \sigma_{XX}(X) &= 2G\varepsilon_{XX} - \frac{\alpha G s^2}{a^2} X^2 + f(Z) \\ \sigma_{ZZ}(X) &= 2G\varepsilon_{ZZ} - \frac{\alpha G s^2}{a^2} X^2 + f(Z) \\ \sigma_{XZ}(X, Z) &= \alpha G \frac{X(2Z - h)}{h^2} \end{aligned} \quad \text{Eq. 50}$$

où :

- $\varepsilon_{XX} = \frac{\partial u}{\partial X}$  ;  $\varepsilon_{ZZ} = \frac{\partial u}{\partial Z}$  et  $\varepsilon_{XZ} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial u}{\partial Z} \right]$  sont les déformations.
- $f(Z) = -2G \left\{ \frac{\alpha}{h} Z + \alpha(\alpha - 1) \frac{Z^2}{h^2} + \alpha^2(\alpha - 2) \frac{Z^3}{h^3} + \alpha^2(1 + \alpha(\alpha - 3)) \frac{Z^4}{h^4} \right\} + \sigma_0 + \frac{1}{3} \alpha G s^2$

Ces valeurs  $\sigma_{XX}(X)$ ,  $\sigma_{ZZ}(X)$  et  $\sigma_{XZ}(X, Z)$  permettront de valider le modèle par éléments finis proposé.

### 3.2.2.3.2. Méthode par calculs numériques par éléments de frontière

Les éléments de frontière ne connaissent pas les mêmes problèmes devant la quasi incompressibilité que les éléments finis. Ils peuvent donc être utilisés pour vérifier cette dernière méthode, bien sûr avec les restrictions inhérentes à toute méthode basée sur les fonctions de Green. Le modèle est discrétisé par 100 éléments unidimensionnels selon l'axe  $X$  et 8 éléments unidimensionnels selon l'axe  $Z$ . La taille des éléments aux extrémités est choisie beaucoup plus petite que celle des éléments au centre pour augmenter la précision des résultats aux extrémités. Les propriétés mécaniques sont les mêmes que pour le modèle par éléments finis. Le déplacement de compression  $u_z = 0,61$  mm est imposé sur la surface supérieure, ce qui correspond à une compression 6 MPa. La méthode des éléments de frontière a été programmée par le professeur Christophe FOND d'après l'ouvrage de Brebbia [116].

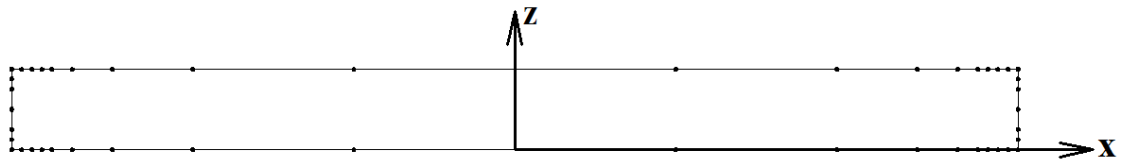


Figure 74 : Illustration du maillage du modèle par éléments de frontière.

### 3.2.2.4. Résultat de validation

La figure 75 présente le champ de contrainte  $\sigma_{ZZ}$  obtenu avec le modèle par éléments finis. Comme attendu, cette figure montre que la contrainte de compression  $\sigma_{ZZ}$  dans les éléments n'est pas uniforme. Les éléments au milieu du modèle sont les plus comprimés. Les éléments aux extrémités présentent peu de traction.

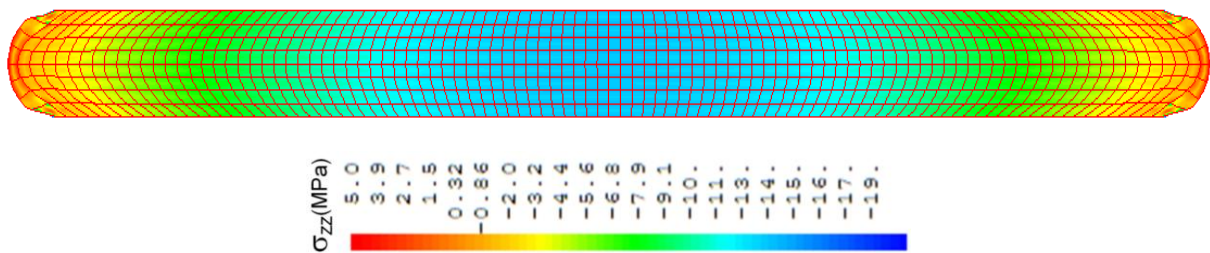


Figure 75 : Champ de contrainte  $\sigma_{ZZ}$  obtenu avec le modèle par éléments finis.

Tous les résultats suivants présentent les contraintes au milieu du modèle ( $Z = Z_0$ ) ou en bas du modèle ( $Z = 0$ ) selon l'axe X, comme illustré sur la figure 76.

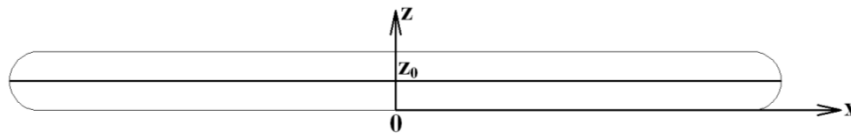


Figure 76 : Etat final de la déformation.

Tout d'abord, les résultats du modèle par éléments finis avec différents types d'éléments sont comparés. La figure 77 et la figure 78 présentent la réponse de la contrainte de compression et de cisaillement à  $Z = Z_0$  selon l'axe X. Ces résultats montrent que cette réponse est très peu influencée par le type d'éléments. Les contraintes sont identiques pour les éléments ICQ4 et ICQ8. Cependant, une petite différence entre le type ICT3, ICT6 et ICQ8 est observée aux extrémités. L'erreur est probablement due à l'antisymétrie des éléments ICT3 et ICT6 par rapport à la symétrie du modèle, comme illustré sur la figure 79. Le modèle étant symétrique, l'élément symétrique ICQ8 sera donc utilisé dans le modèle par éléments finis développé.

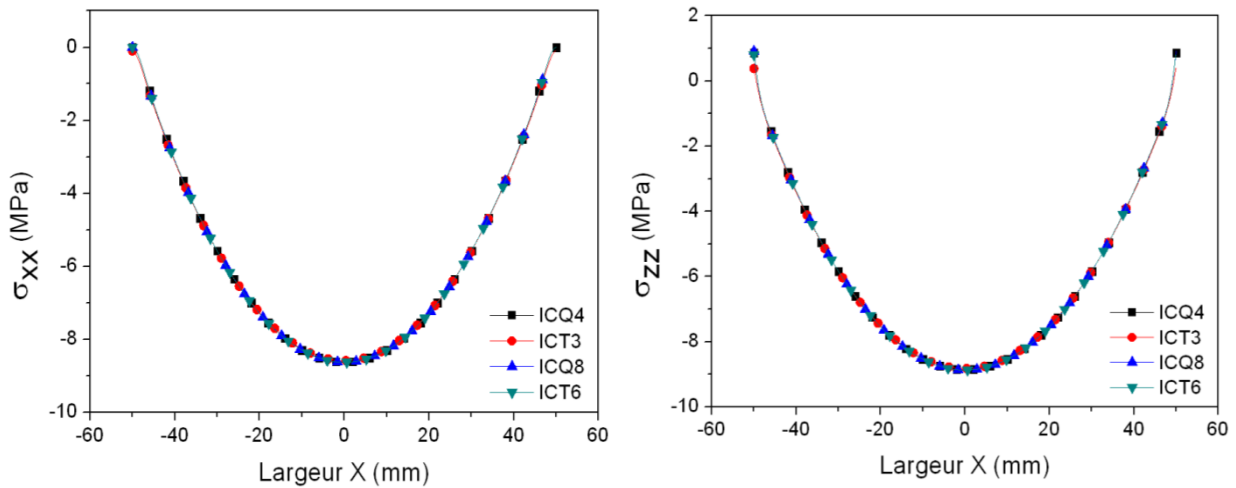


Figure 77 :  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{zz}$  selon l'axe X à  $Z = Z_0$  pour les différents types d'éléments.

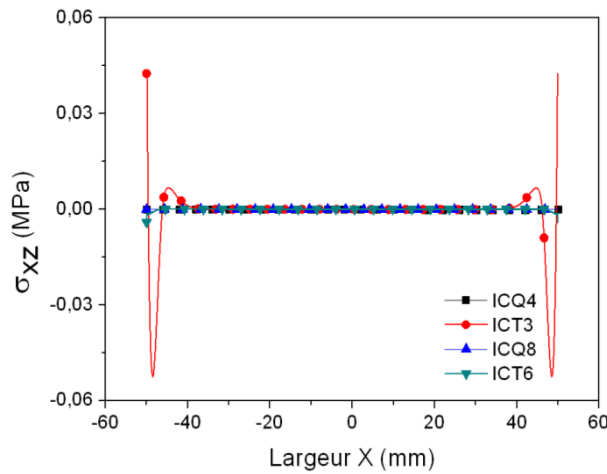


Figure 78 :  $\sigma_{xz}$  selon l'axe X à  $Z = Z_0$  pour les différents types d'éléments.

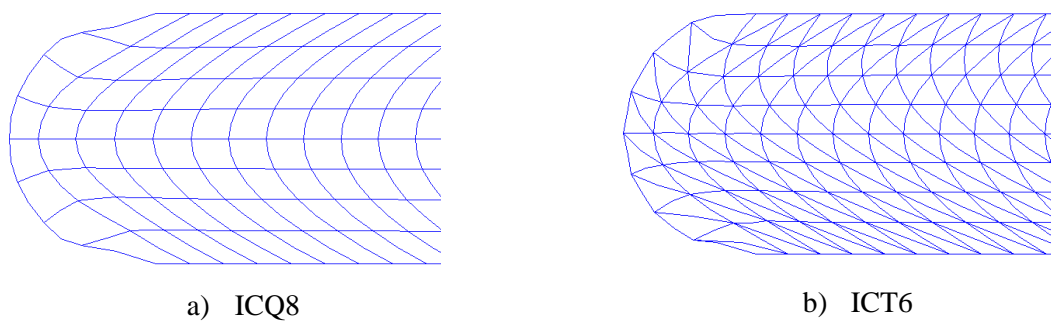


Figure 79 : Illustration d'une partie du modèle pour deux types d'éléments.

Les résultats de la méthode par éléments finis sont maintenant comparés avec ceux de la méthode analytique et ceux de la méthode par éléments de frontière. La figure 80, la figure 81 et la figure 82 présentent respectivement la réponse de la contrainte  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{xz}$  à  $Z = Z_0$  et  $Z = 0$  selon l'axe X pour les trois méthodes. Ces figures montrent que les contraintes de compression  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{zz}$  sont distribuées avec une forme parabolique selon l'axe X. La contrainte de cisaillement  $\sigma_{xz}$  est toujours nulle à  $Z = Z_0$  et maximale aux extrémités du modèle à  $Z = 0$ . Les valeurs de la contrainte  $\sigma_{xx}$  sont proches avec celles de la contrainte  $\sigma_{zz}$ .

Ceci montre que la compression dans les éléments du modèle approche des conditions de compression hydrostatique.

La réponse des contraintes à  $Z = Z_0$  des trois méthodes est presque identique. La réponse des contraintes à  $Z = 0$  est peu différente entre les méthodes numérique et analytique. Cette différence est plus visible aux extrémités du modèle.

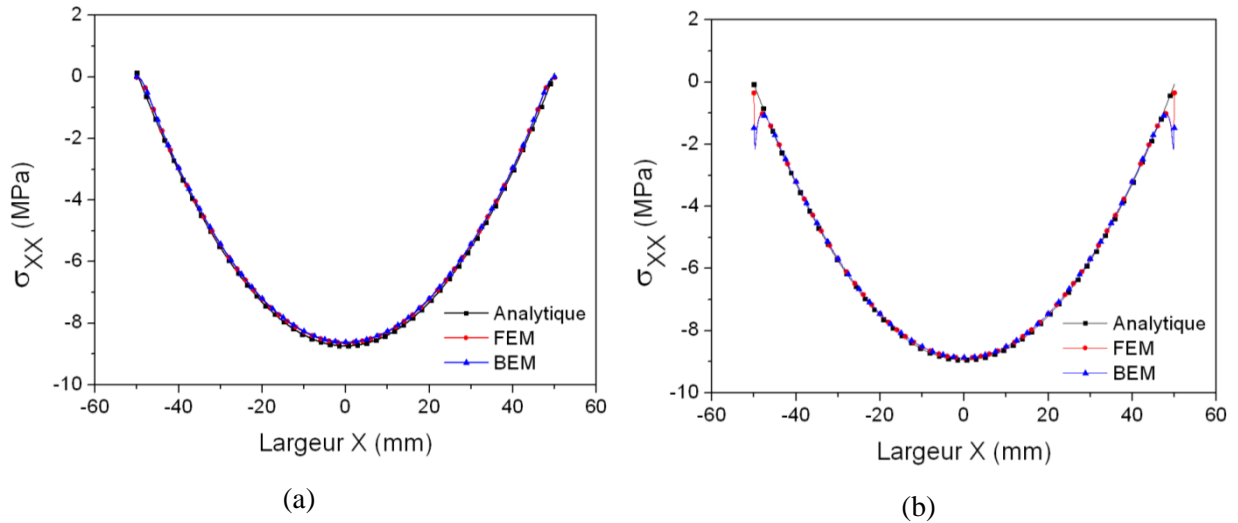


Figure 80 :  $\sigma_{XX}$  selon l'axe X à  $Z = Z_0$  (a) et à  $Z = 0$  (b) pour les différentes méthodes.

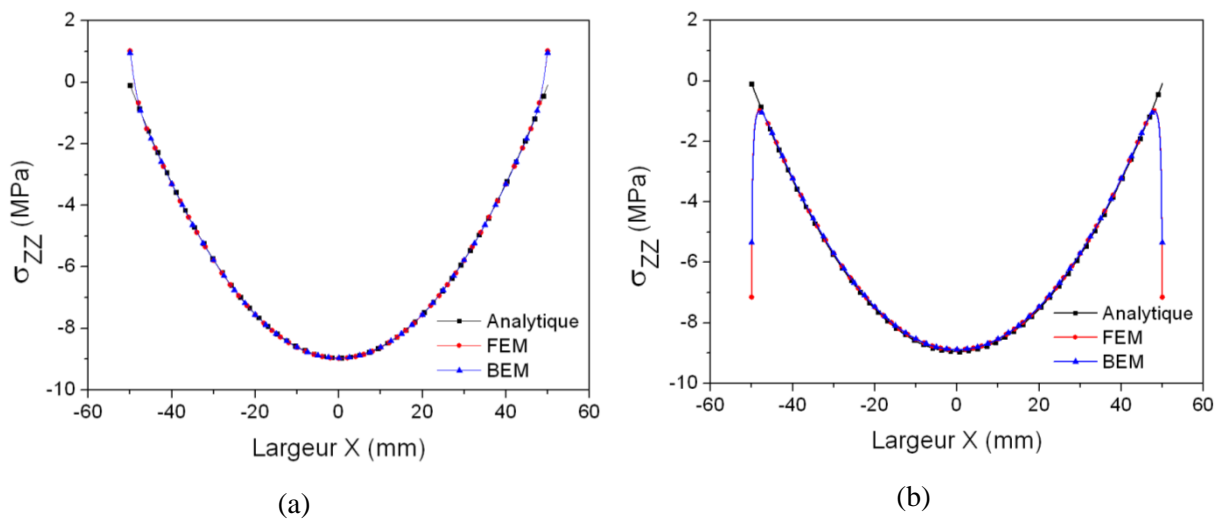


Figure 81 :  $\sigma_{ZZ}$  selon l'axe X à  $Z = Z_0$  (a) et à  $Z = 0$  (b) pour les différentes méthodes.

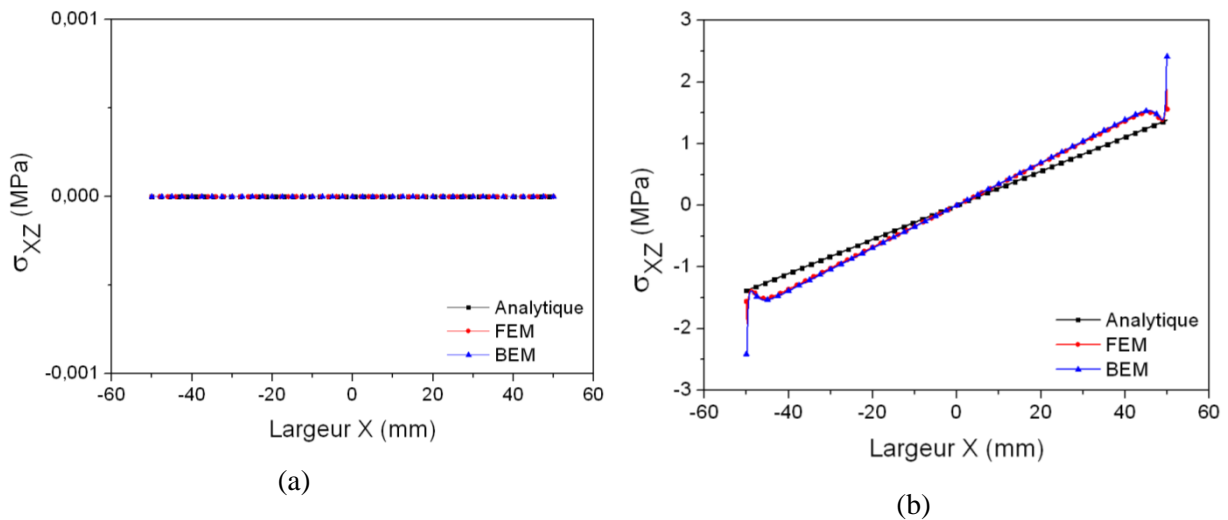


Figure 82 :  $\sigma_{XZ}$  selon l'axe X à  $Z = Z_0$  (a) et à  $Z = 0$  (b) pour les différentes méthodes.

La différence des résultats entre les méthodes numériques et la méthode analytique peut être due aux deuxième et troisième hypothèses de la méthode analytique. La figure 83a montre que les surfaces planes parallèles ne restent pas planes après la déformation aux extrémités du modèle. De plus, le déplacement des éléments aux extrémités n'est pas exactement parabolique comme dans les hypothèses analytiques, comme illustré sur la figure 83b.

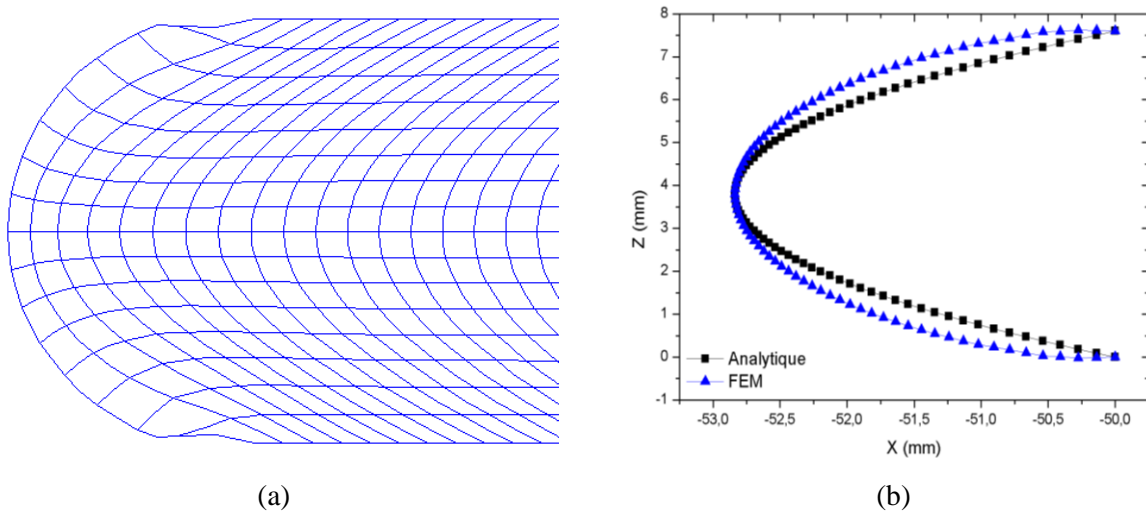


Figure 83 : Illustration d'une partie du modèle par éléments finis à l'état déformé (a) et du déplacement des éléments à l'extrémité (b).

Les résultats obtenus avec les trois méthodes sont presque identiques. Le modèle par éléments finis de l'AANF simplifié est considéré comme validé par la méthode analytique et la méthode des éléments de frontière. Le type d'élément symétrique ICQ8 présente les meilleurs résultats grâce à la symétrie du modèle et au nombre de points de Gauss suffisamment grand.

La méthode des éléments finis et la méthode des éléments de frontière ont des avantages et aussi des inconvénients.

Le tableau 6 présente une synthèse de la comparaison entre ces deux méthodes.

| Méthode des éléments finis                                    | Méthode des éléments de frontière   | Remarque  |
|---|---|---|
| Maillage de l'ensemble du domaine.                            | Maillage de la frontière du domaine.  | Dans la méthode BEM, le maillage est réduit une dimension par rapport à la méthode FEM.   |
| Solution calculée pour l'ensemble du domaine.                 | Solution calculée à la frontière et à l'intérieur (si nécessaire).  | Le coût de calcul de la méthode BEM est beaucoup plus faible que celui de la méthode FEM.   |
| Intégrales faciles à résoudre.                                | Intégrales plus difficiles à résoudre, surtout avec des termes singuliers.                                    | Les intégrales BEM sont beaucoup plus difficiles à résoudre. Les termes singuliers ont un effet significatif sur la précision de la solution.   |
| Largement applicable, aussi pour les problèmes non linéaires. | Bien adaptée au cas élastique ou au problème de fissuration, très difficile pour les problèmes non linéaires. | La méthode BEM est basée sur les fonctions de Green. La fissuration en mécanique élastique linéaire : l'absence de maillage intérieur rend moindre l'influence de la discrétisation spatiale sur le critère de propagation de la fissure. |
| Relativement facile à mettre en œuvre.                        | Beaucoup plus difficile à mettre en œuvre (terme d'intégrale singulier).                                      | Il est difficile de parfaitement maîtriser plusieurs méthodes, le choix se tourne donc naturellement vers la méthode qui résoudra la plus grande gamme de problèmes.  |

Tableau 6 : Comparaison entre la méthode des éléments finis et la méthode des éléments de frontière.

### 3.2.3. Discussions et conclusions concernant la pré étude

Le modèle simplifié par éléments finis en utilisant des éléments incompressibles est validé par la méthode analytique de la littérature et la méthode des éléments de frontière. Ce modèle nous permet de connaître la distribution de la contrainte dans l'AANF sous compression. La méthode par calculs analytiques ne permet pas de connaître la réponse mécanique de l'AANF en cas de comportement non linéaire. L'expérimentation a montré que le comportement mécanique du néoprène et de l'AANF est très non linéaire. Il faut prendre en compte la non linéarité du matériau dans les modèles numériques. La méthode des éléments finis est choisie pour modéliser les non linéarités de comportement mécanique du néoprène grâce à ses avantages et sa souplesse par rapport aux autres méthodes sur ce plan.



### 3.3. Modélisation du néoprène

#### 3.3.1. Introduction concernant la modélisation du néoprène

La modélisation du comportement mécanique du néoprène est complexe car ce matériau présente diverses propriétés non linéarités (chapitre 1). Les propriétés telles que la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins, et la piezo-dépendance sont plus particulièrement étudiées dans cette thèse. Ces propriétés seront décrites dans notre modèle par éléments finis qui sera présenté en détails. De plus, une stratégie d'identification et d'optimisation des paramètres du modèle sera aussi exposée. Une bonne concordance entre les résultats numériques et expérimentaux permet d'envisager d'utiliser cette loi de comportement du néoprène pour modéliser convenablement le comportement mécanique de l'AANF.

#### 3.3.2. Formulation du modèle

##### 3.3.2.1. Formulation de la viscoélasticité non linéaire

Dans le chapitre 1, plusieurs modèles ont été présentés permettant de simuler le comportement viscoélastique du matériau. Au moyen d'essais avec différentes vitesses de chargement, certains auteurs [7,27,33,35] ont montré que la réponse de la contrainte est non linéaire avec la vitesse de chargement. De plus, dans les essais biaxiaux, les contraintes de compression diminuent en oscillant sous le cisaillement cyclique. Ceci peut être expliqué par le changement de l'état relaxé du matériau sous le changement de configuration de la structure. Cet effet nous conduit à penser à l'utilisation du modèle de Cunnat (eq. 42) pour simuler le comportement viscoélastique non linéaire du matériau, car le temps de relaxation de ce modèle est modifié en fonction de l'état de contrainte. Ceci permet de décrire le changement de l'état relaxé pendant le cisaillement. Le modèle est illustré en figure 84. Ce modèle est présenté en détails dans le paragraphe 1.3.3.6.

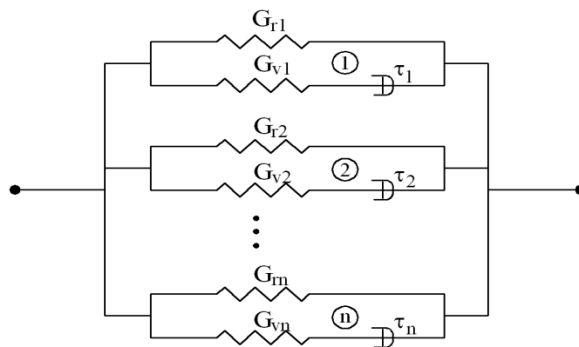


Figure 84 : Illustration du modèle de Cunnat.

L'influence de la température sur le comportement mécanique du néoprène n'est pas étudiée dans cette thèse. L'équation eq. 42 du modèle s'écrit dans le cas tridimensionnel :

$$\dot{\sigma}_{ij(q)} = p_{(q)} C_{ijkl}^u \dot{\epsilon}_{kl} - \frac{\sigma_{ij(q)} - p_{(q)} \sigma_{ij(q)}^r}{\tau_{(q)} \exp\left(-c_1 \cdot (\sigma_{ij(q)} - p_{(q)} \sigma_{ij(q)}^r)_{eq}\right)} \quad \text{Eq. 51}$$

où :

- $C_{ijkl}^u$  est la matrice de rigidité élastique instantanée,
- $\sigma_{ij(q)}^r$  est la contrainte relaxée du mode  $q$ ,
- $\sigma_{ij(q)}$  est la contrainte du mode  $q$ ,
- $\tau_{(q)}$  est le temps de relaxation du mode  $q$ ,
- $p_{(q)}$  est la pondération de la contribution du mode  $q$  à la réponse globale du système,
- $c_1$  est une constante du matériau,
- $(\sigma_{ij(q)} - p_{(q)}\sigma_{ij(q)}^r)_{eq} = \sigma_{vMeq}$  est la contrainte équivalente de von Mises dans la branche visqueuse  $q$ .

Le coefficient de Poisson  $\nu$ , le module de Young  $E$  et la matrice de rigidité  $C_{ijkl}$  du modèle sont calculés par les équations suivantes :

$$\nu = \frac{1,5K - G}{3K + G} \quad \text{Eq. 52}$$

$$E = 2(1 + \nu)G \quad \text{Eq. 53}$$

$$C_{ijkl} = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1 - \nu} & \frac{\nu}{1 - \nu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1 - \nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} & 0 \\ & & \text{SYM} & & & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \end{pmatrix} \quad \text{Eq. 54}$$

où  $G$  et  $K$  sont respectivement le module de cisaillement et le module de compressibilité du néoprène. Dans la mesure où nous n'avons pas de moyen de déterminer le module de compressibilité du néoprène, ce module de l'AANF  $K = 2000$  MPa est utilisé. Cette valeur est choisie en accord avec la norme NF EN 1337-3.

L'équation eq. 51 devient le modèle viscoélastique linéaire de Zener s'il n'y pas le terme  $\exp(-c_1 \cdot (\sigma_{ij(q)} - \sigma_{ij(q)}^r)_{eq})$ . Ce terme permet de décrire le changement de l'état relaxé en fonction de l'état de la contrainte i.e. de décrire le comportement viscoélastique non linéaire du matériau.

Ce modèle est implanté dans le code éléments finis Cast3m. L'équation eq. 51 est résolue numériquement par la méthode de Runge Kutta d'ordre 4.

Le modèle se compose des paramètres suivants :

- $N$  est le nombre de branches  $q$ .

- $\tau_{\min}, \tau_{\max}$  sont respectivement le temps de relaxation de la 1<sup>ère</sup> branche et de la N<sup>ème</sup> branche. Emri & Tschoegl [72] ont montré que la fenêtre efficace de chaque branche viscoélastique linéaire est environ  $\log \frac{t}{\tau} = -0,6$  à  $0,4$ .  $\tau_q$  est donc choisi selon une distribution régulière à l'échelle logarithmique entre  $\tau_{\min}$  et  $\tau_{\max}$  avec la formule suivante :

$$\tau_q = \tau_{\min} \left( \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}} \right)^{\frac{q-1}{N-1}} \quad \text{Eq. 55}$$

- $G_{u,q}, G_{r,q}, G_{v,q}$  sont respectivement le module instantané, le module relaxé et le module visqueux de la branche  $q$ . Le module instantané est le module total des deux ressorts lorsque l'amortisseur est figé. En choisissant le paramètre du rapport entre le module relaxé et le module instantané  $\alpha = \frac{G_{r,q}}{G_{u,q}}$ ,  $G_{r,q}$  et  $G_{v,q}$  sont déterminés par ces relations  $G_{r,q} = \alpha \cdot G_{u,q}$  et  $G_{v,q} = G_{u,q} - G_{r,q}$ . Par souci de simplification, les modules  $G_{u,q}, G_{r,q}, G_{v,q}$  et les poids pondérés  $p_q$  sont choisis pour qu'ils soient identiques dans toutes les branches.

Finalement, six paramètres ( $N, G_u, \alpha, \tau_{\min}, \tau_{\max}$  et  $C_1$ ) sont utilisés pour ce modèle viscoélastique non linéaire.

### 3.3.2.2. Formulation de l'effet Mullins

Il a été vu dans le chapitre 2 que l'effet Mullins est présent dans les essais de traction cyclique, de compression cyclique et de chargement de biaxial compression statique – cisaillement cyclique. Cependant, le modèle présenté précédemment ne permet pas encore de simuler cet effet.

L'idée initiale est d'ajouter un « facteur de glissement »  $a_g$  prenant en compte l'histoire de chargement sur le temps de relaxation  $\tau_q$ . En se basant sur la bibliographie et en observant les résultats des essais obtenus au cours des essais cycliques (voir le paragraphe 2.2), l'effet Mullins peut être décrit selon la déformation maximale atteinte et la direction de chargement.  $a_g$  est donc défini comme une fonction de ces deux paramètres. Quelques fonctions  $a_g$  ont été testées mais la tendance obtenue n'était pas cohérente avec les résultats expérimentaux. Nous avons donc opté pour une autre formulation.

Les résultats expérimentaux dans le cas de compression cyclique et de chargement biaxial cyclique montrent que la raideur du matériau diminue exponentiellement avec la déformation maximale. L'effet Mullins est donc pris en compte en agissant sur le module de cisaillement  $G_{u0}$  i.e. la matrice de rigidité :

$$G_u = G_{u0}(1 - m) \quad \text{Eq. 56}$$

Miehe [89] a proposé que cet adoucissement  $m$  soit décrit selon la formule suivante :

$$m = m_1(1 - e^{-m_2(\lambda_{\max}-1)}) \quad \text{Eq. 57}$$

où  $m_1, m_2$  sont des constantes du matériau et  $\lambda_{\max}$  l'élongation maximale.

Les essais biaxiaux de compression quasi statique et de cisaillement cyclique ont montré que l'effet Mullins apparaît dans deux directions de cisaillement (voir le paragraphe 2.2.2.4). Cependant, l'équation eq. 57 n'est pas capable de prendre en compte l'influence de la direction. Pour tenir compte de cet effet dans le matériau, les déformations maximales selon les directions sont prises en compte dans le modèle. Mais on ne peut pas tenir compte de l'infinité des directions possibles de l'espace. Les directions sont donc discrétisées par l'angle  $\Delta\theta$ , comme illustré sur la figure 85a. Dans un premier temps,  $\Delta\theta = 45^\circ$  est choisi, ce qui permet de réduire à treize directions, comme illustré sur la figure 85b.

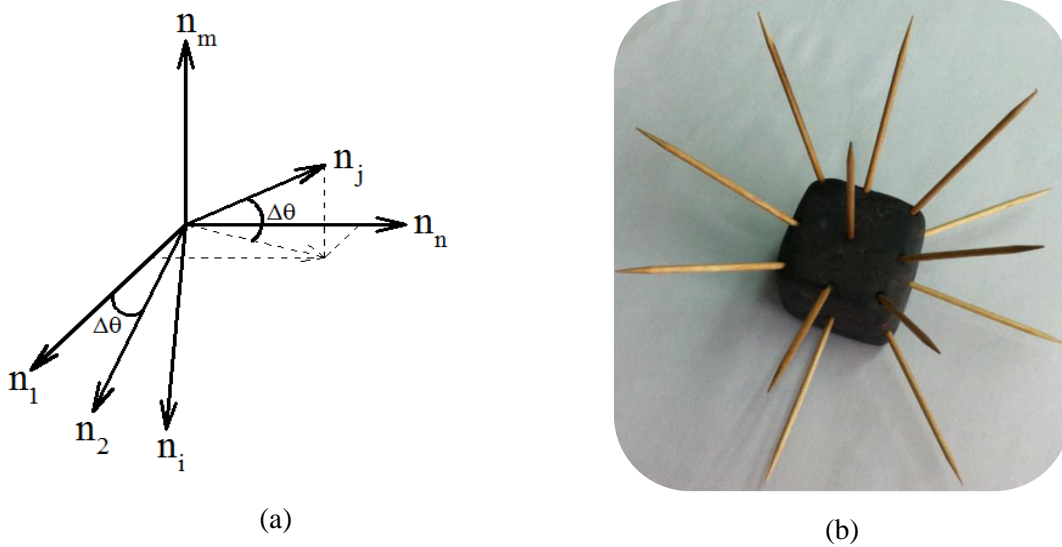


Figure 85 : Illustration de la discrétisation des directions par l'angle  $\Delta\theta$  (a) et par l'angle  $\Delta\theta = 45^\circ$  (b).

Les vecteurs des treize directions en coordonnées cartésiennes sont donnés par :

$$\begin{aligned} n_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, n_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \\ 0 \end{pmatrix}, n_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, n_4 = \begin{pmatrix} -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \\ 0 \end{pmatrix}, n_5 = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 \end{pmatrix}, \\ n_6 &= \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}, n_7 = \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 \end{pmatrix}, n_8 = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ 0 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}, n_9 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ n_{10} &= \begin{pmatrix} -\sqrt{2}/2 \\ 0 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}, n_{11} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 \end{pmatrix}, n_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}, n_{13} = \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Le tenseur des déformations est projeté sur ces 13 directions suivant l'équation :

$$\varepsilon_d = n_d^T \varepsilon_{ij} n_d \quad \text{Eq. 58}$$

Pour tenir compte de la direction dans l'effet Mullins, il faut enregistrer la déformation maximale et la mémoriser selon les directions. Nous avons introduit un paramètre  $\beta_d$  défini par :

$$\beta_d = \frac{\max(\varepsilon_d)}{\varepsilon_{d,\text{mémorisé}}} \quad \text{Eq. 59}$$

où  $\varepsilon_{d,\text{mémorisé}}$  est la déformation maximale atteinte selon la direction  $d$ . L'effet Mullins est donc décrit par la fonction :

$$m = m_1(1 - e^{-m_2 \varepsilon_d(1-\beta_d)}) \quad \text{Eq. 60}$$

Grâce à l'équation eq. 60, l'adoucissement du matériau est pris en compte, ce qui permet de représenter l'effet Mullins.

En conclusion, deux paramètres  $m_1$  et  $m_2$  sont ajoutés aux paramètres du modèle viscoélastique non linéaire pour simuler l'effet Mullins dans le néoprène.

### 3.3.2.3. Formulation de la piezo-dépendance

Les résultats expérimentaux obtenus lors des essais biaxiaux ont mis en évidence la piezo-dépendance du matériau (voir les paragraphes 2.2.2.4 et 2.3.2.4), à savoir que la raideur et la densité d'énergie dissipée sous cisaillement cyclique augmentent avec la contrainte de compression. La piezo-dépendance est beaucoup étudiée à l'état fluide dans la littérature. Les auteurs montrent que la viscosité du matériau est influencée par la température et la pression [109–112]. Selon la formulation de Cunnat (eq. 42), les temps de relaxation ainsi que le facteur de glissement sont définis uniquement en fonction de la température. Par ailleurs, en comparant la figure 5 et la figure 44, nous avons observé que l'augmentation de la contrainte de compression (représentative de la compression hydrostatique) a la même influence sur la raideur et la densité d'énergie dissipée qu'une diminution de la température. Toutes ces observations nous ont menés à l'idée initiale d'ajouter un facteur de glissement sur le temps de relaxation  $\tau_q$ , ce facteur étant choisi comme une fonction de la pression hydrostatique. Quelques fonctions ont été testées : elles présentent une bonne tendance en ce qui concerne la rigidité mais pas pour la densité d'énergie dissipée sous cisaillement cyclique. En effet, ces fonctions permettent de simuler l'augmentation de la rigidité en cisaillement lorsque la contrainte de compression augmente. Cependant, la densité d'énergie dissipée diminue dans ce cas, ce qui est contraire aux résultats expérimentaux.

Les essais biaxiaux de compression quasi-statique et de cisaillement cyclique ont montré que la raideur augmente presque linéairement avec la contrainte de compression, comme illustré dans la figure 45, la figure 51 et la figure 67. A l'instar de l'effet Mullins, la piezo-dépendance est donc décrite directement sur le module de cisaillement  $G_{u0}$  i.e. la matrice de rigidité par :

$$G_u = G_{u0}(1 - m)(1 - p_1 \sigma_h) \quad \text{Eq. 61}$$

où  $p_1$  est une constante du matériau et  $\sigma_h$  est la contrainte hydrostatique :

$$\begin{aligned} \sigma_h &= \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \\ \sigma_h &= \frac{5E}{6} \text{ si } \sigma_h \geq \frac{5E}{6} \end{aligned} \quad \text{Eq. 62}$$

L'équation eq. 62 confère une limite à la rigidité en traction de la contrainte hydrostatique à  $\frac{5E}{6}$ . Ceci reflète l'existence du mécanisme de cavitation lorsque la contrainte hydrostatique est positive et atteint la limite acceptable avant endommagement [117].

La constante matériau  $p_1$  est donc introduite pour quantifier la piezo-dépendance du matériau.

### 3.3.3. Géométrie et conditions aux limites

#### 3.3.3.1. Géométrie et conditions aux limites en traction

Les essais de relaxation en traction et en traction cyclique des éprouvettes de néoprène sont de type de traction uniaxiale. Ces essais sont simulés au moyen d'un modèle axisymétrique. Dans ce cas, le nombre d'éléments n'influence pas le résultat final. Le modèle bidimensionnelle numérique est donc choisi comme un élément cylindrique incompressible ICQ8 de dimension  $0,5 \times 1,0 \text{ mm}^2$ , comme illustré dans la figure 86.

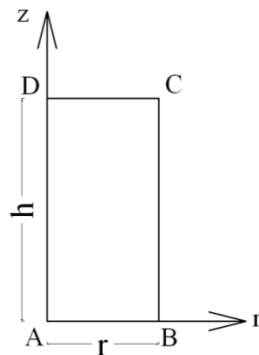


Figure 86 : Maillage du modèle axisymétrique bidimensionnel en traction.

Il faut appliquer les conditions aux limites qui reproduisent le plus fidèlement possible les conditions d'essai. Le déplacement suivant la direction  $r$  de la droite AD est bloqué pour prendre en compte l'axisymétrie. Le déplacement suivant la direction  $z$  de la surface AB est bloqué. Les déformations suivant la direction  $z$  de la surface CD sont les valeurs des déformations expérimentales.

#### 3.3.3.2. Géométrie et conditions aux limites en compression

Les essais de compression sont réalisés avec deux types de géométrie ;  $(18 \pm 0,1) \times (18 \pm 0,1) \times (18,6 \pm 0,3) \text{ mm}^3$  et  $(4,4 \pm 0,05) \times (25 \pm 0,1) \times (25 \pm 0,1) \text{ mm}^3$  pour le type A et B. L'idéal serait de développer un modèle tridimensionnel pour simuler ce type

d'essai. Cependant, il n'existe pas encore d'élément incompressible tridimensionnel dans Cast3m et nous n'avons pas eu le temps d'en développer un dans ce logiciel. Ces éprouvettes sont donc considérées comme des éprouvettes cylindriques équivalentes de rayon 9 mm, de hauteur de 18,6 mm pour le type 1 et de rayon 12,5 mm, de hauteur 4,4 mm pour le type 2. Notre modèle axisymétrique utilise des éléments incompressibles ICQ8 bidimensionnels et se rapproche au mieux du modèle tridimensionnel.

Comme le chapitre précédent l'a montré, lubrifier les plateaux pour diminuer l'effet de frottement ne suffit pas à l'éliminer totalement. En revanche, la lubrification suffit pour rendre mal connues les conditions aux limites à l'interface. Celles-ci sont influencées par le glissement-frottement lié au comportement du lubrifiant sous pression. Il vaut donc mieux, pour la construction du modèle inverse, procéder aux essais avec des conditions expérimentales telles qu'il n'y a aucun glissement à l'interface. Ainsi, les conditions aux limites simples du contact acier moleté-néoprène, induisant des déplacements bloqués, reflètent bien la réalité des essais et simplifient considérablement le modèle et les calculs. La surface AB est donc bloquée en déplacements suivant les directions  $r$  et  $z$ . La surface CD est bloquée en déplacement suivant la direction  $r$  et les valeurs des déplacements expérimentaux sont imposées uniformément suivant la direction  $z$ . Bien sûr, le déplacement suivant la direction  $r$  de la droite AD est bloqué pour prendre en compte la symétrie du mode axisymétrique.

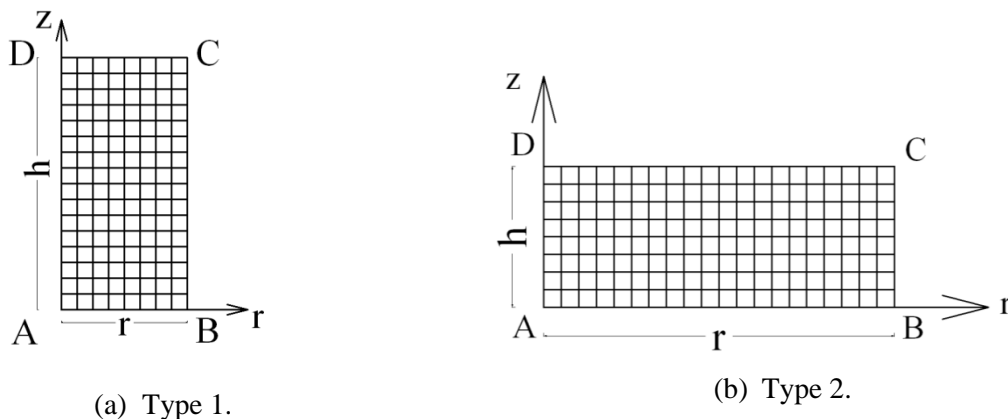


Figure 87 : Maillage du modèle axisymétrique bidimensionnel en compression.

Avec ces conditions aux limites, ce modèle ne produit pas une compression uniaxiale avec un seul terme non nul du tenseur des contraintes exprimé dans le repère  $(R, Z)$ . Le résultat numérique est dans ce cas sensible au nombre d'éléments. Selon le paragraphe 3.3.4.1.1, les densités de maillage choisies dans ce cas sont 16x8 éléments pour le type 1 et 8x20 éléments pour le type 2, comme illustré dans la figure 87, afin d'obtenir une précision suffisante.

### 3.3.3.3. Géométrie et conditions aux limites en chargement biaxial

A nouveau, l'idéal serait de développer un modèle tridimensionnel mais, pour les raisons évoquées précédemment un modèle bidimensionnel en déformation plane avec des éléments incompressibles ICQ8 est utilisé.

Les surfaces des plaques du dispositif biaxial sont rugueuses pour éviter le glissement entre ces plaques et des éprouvettes de néoprène pendant l'essai. Le modèle numérique considère donc que la surface de contact AB est bloquée parfaitement. Les déplacements  $u_x$  et  $u_z$  sont imposés sur la surface CD. Ces valeurs correspondent aux valeurs expérimentales de déplacement d'une éprouvette, comme illustré dans la figure 88. L'essai biaxial est réalisé avec trois valeurs du déplacement de compression, à savoir  $u_z(C1) = 0,55$  mm,  $u_z(C2) = 1,04$  mm,  $u_z(C3) = 1,52$  mm. Ces valeurs correspondent à trois valeurs de la contrainte de compression, respectivement  $C1 = 2$  MPa,  $C2 = 4$  MPa et  $C3 = 6$  MPa.

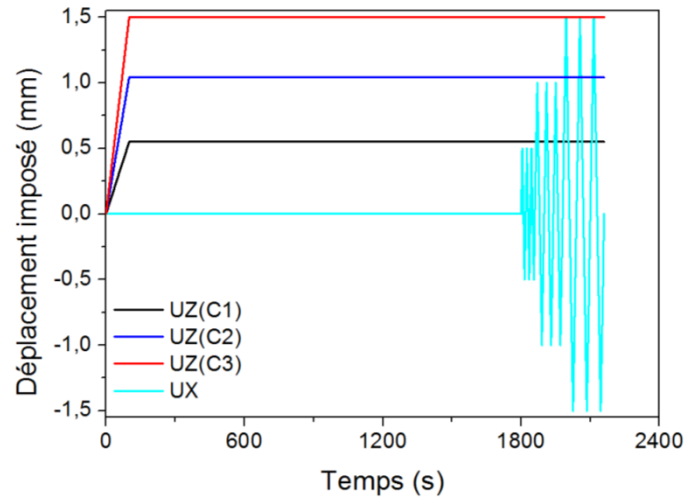


Figure 88 : Histoire de chargement couplé de compression statique et de cisaillement cyclique pour le modèle numérique.

Le modèle est sensible au nombre d'éléments pour ce type d'essai. Selon le paragraphe 3.3.4.1.2, le maillage choisi dans ce cas est donc  $8 \times 40$  éléments, comme illustré dans la figure 89.

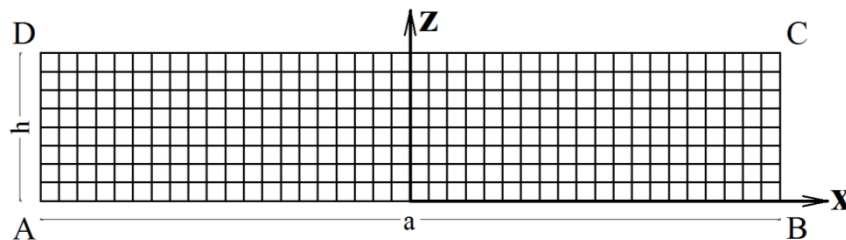


Figure 89 : Maillage du modèle bidimensionnel pour le chargement biaxial de compression statique et de cisaillement cyclique.



### 3.3.4. Test du modèle

#### 3.3.4.1. Sensibilité au nombre d'éléments

##### 3.3.4.1.1. Modèle de compression

L'essai de compression présenté précédemment n'est pas une compression uniaxiale. Le résultat numérique est donc sensible au nombre d'éléments dans le maillage. Les essais de compression sont réalisés avec deux types de géométries. Ici, le test de la sensibilité au nombre d'élément du type B est expliqué en détail. Le modèle est discrétisé avec plusieurs maillages différents : 2x5 éléments, 4x10 éléments, 8x20 éléments, 16x40 éléments. La figure 90a et la figure 90b présentent respectivement l'influence de la densité de maillage sur la réponse contrainte vs déformation et sur la contrainte maximale. Les résultats numériques des maillages 8x20 et 16x40 éléments sont presque identiques, le maillage 8x20 éléments est donc choisi dans ce cas.

Une procédure similaire pour le test de la sensibilité au nombre d'éléments sur la géométrie du type A a été effectuée. Le maillage 16x8 éléments est retenu.

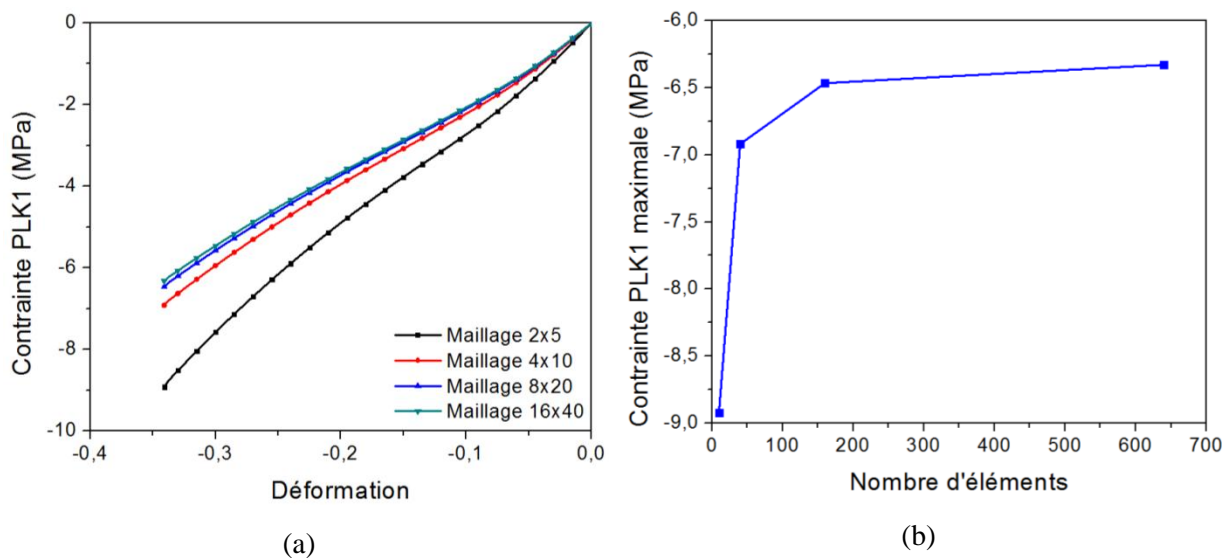


Figure 90 : Influence de la densité de maillage sur la réponse mécanique globale en compression.

##### 3.3.4.1.2. Modèle couplé de compression statique et cisaillement cyclique

Le résultat numérique est également sensible à la densité de maillage pour un chargement de type compression statique - cisaillement cyclique. Le modèle étudié correspond aux conditions d'essai de compression 4 MPa et de cisaillement cyclique. Plusieurs maillages différents sont testés : 2x10 éléments, 4x20 éléments, 8x40 éléments et 16x80 éléments. La figure 91 présente l'influence du maillage sur la réponse globale de la contrainte de cisaillement et de compression sous ce type de chargement. Cette figure montre que l'influence du maillage sur la réponse de cisaillement est moins visible que sur la réponse de compression. Afin que le résultat numérique soit convenable et le calcul moins coûteux en temps, le maillage 8x40 est choisi pour ce type d'essai.

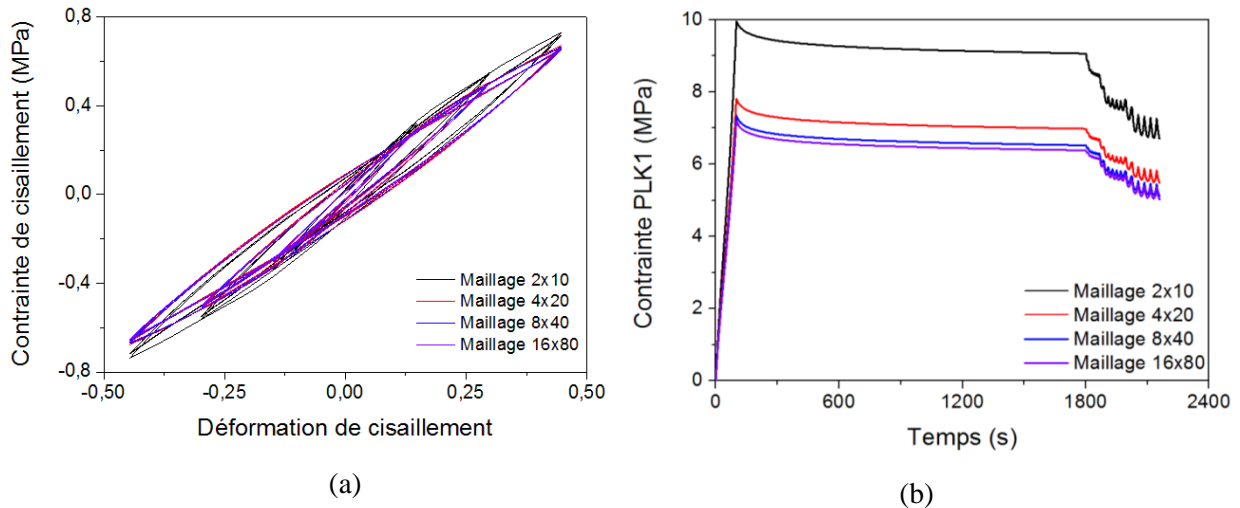


Figure 91 : Influence de la densité de maillage sur la réponse mécanique sous le chargement biaxial compression statique - cisaillement cyclique.

### 3.3.4.2. Etude de la relaxation de la partie hydrostatique

Dans notre modèle, la contrainte est décomposée en contrainte hydrostatique  $\sigma_{kl}^h$  et en contrainte déviatorique  $\sigma_{kl}^d$ .

$$\sigma_{kl} = \sigma_{kl}^h + \sigma_{kl}^d$$

$$\sigma_{kl}^h = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{kl}$$

Eq. 63

La relaxation de la contrainte hydrostatique est caractérisée par un paramètre  $h_r$  dans notre modèle, qui varie entre 0 et 1. Il représente le pourcentage de la relaxation de contrainte hydrostatique par rapport à la relaxation de la contrainte déviatorique. La figure 92 présente la réponse numérique de la contrainte de compression et de cisaillement sous le chargement couplé de compression statique et de cisaillement cyclique avec trois valeurs de  $h_r$  différentes : 0, 0,5 et 1. Cette figure montre logiquement que la relaxation totale du matériau augmente avec celle de la contrainte hydrostatique. De plus, cette propriété influence très peu la réponse mécanique du matériau dans ce cas.

Dans cette thèse, la relaxation de la contrainte hydrostatique n'est pas encore quantifiée. Par souci de simplification pour l'analyse des résultats et en l'absence de données expérimentales, on considère que la contrainte hydrostatique ne relaxe pas ( $h_r = 0$ ). Cependant, la relaxation de la contrainte hydrostatique peut être quantifiée par l'essai de relaxation du matériau sous le chargement hydrostatique dans un dispositif triaxial et sa prise en compte est prévue dans le modèle.

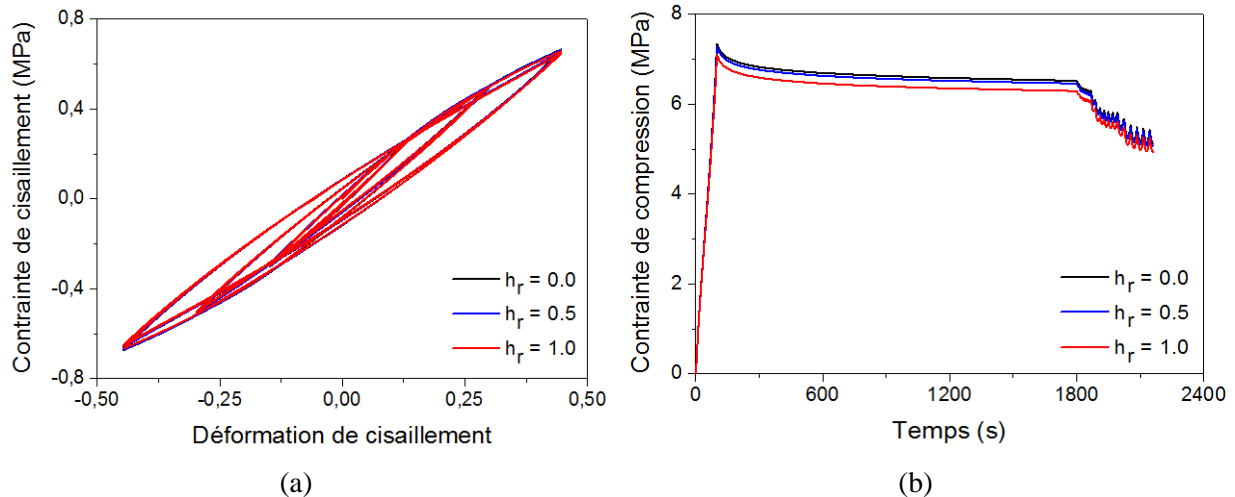


Figure 92 : Réponse en cisaillement (a) et en compression (b) sous le chargement biaxial avec trois valeurs  $h_r$ .

### 3.3.5. Validation du modèle

Cette partie présente les étapes permettant de valider notre modèle par éléments finis. Tout d'abord, quelques paramètres ( $N, G_u, \alpha, \tau_{\min}$  et  $\tau_{\max}$ ) sont estimés au moyen de valeurs extraites des résultats obtenus lors des essais expérimentaux. Les autres paramètres sont initialisés avec des valeurs arbitraires. Ensuite, la sensibilité du modèle aux paramètres pour différents types d'essais est étudiée. Puis, une stratégie d'identification et d'optimisation des paramètres est proposée, ce qui permet de déterminer les paramètres optimaux du modèle. Enfin, les comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux sont présentées.

#### 3.3.5.1. Initialisation des paramètres du modèle

Rappelons qu'il y a neuf paramètres  $N, G_u, \alpha, \tau_{\min}, \tau_{\max}, c_1, p_1, m_1, m_2$  dans notre modèle. Il est possible d'estimer certains paramètres du modèle à partir de notre expérimentation.

Les étapes pour initialiser les paramètres du modèle sont choisies selon l'ordre suivant :

- $G_u$  et  $\alpha$  sont initialisés par la réponse contrainte vs déformation de l'essai de relaxation avec la vitesse de chargement maximale 10%/s.  $G_u$  est déterminé par les premiers incréments de chargement en considérant que le matériau est très peu relaxé.  $G_r$  est déterminé à la fin de l'état relaxé en considérant que le matériau est totalement relaxé, comme illustré sur la figure 93. Le matériau est quasi-incompressible,  $G_u$  et  $\alpha$  sont donc initialisés suivant la formule suivante :

$$G_u = \frac{\sigma_u}{3\varepsilon_u}, G_r = \frac{\sigma_r}{3\varepsilon_r} \quad \text{Eq. 64}$$

$$\alpha = \frac{G_r}{G_u}$$

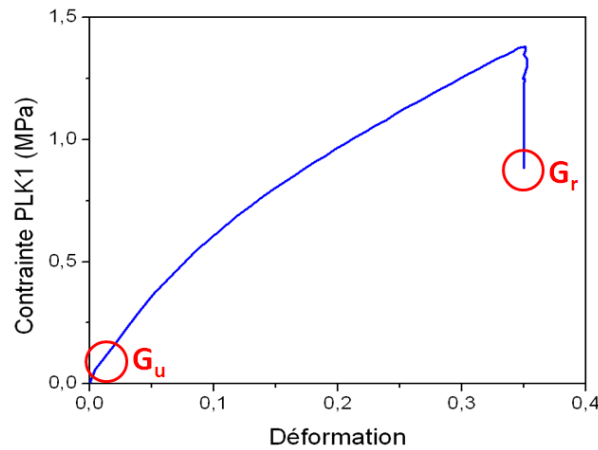


Figure 93 : Réponse contrainte - déformation de l'essai de relaxation pour la vitesse 10%/s.

- $\tau_{\min} = 0,1$  (s) et  $\tau_{\max} = 1e5$  (s) sont choisis afin de couvrir le spectre de temps de chargement.
- N est initialisé en utilisant deux branches par décades du temps. Donc, N est déterminé par :

$$N = 2(\log\tau_{\max} - \log\tau_{\min}) \quad \text{Eq. 65}$$

- $c_1, p_1, m_1, m_2$  sont difficiles à quantifier directement par des essais. Donc, ils sont initialisés par des valeurs arbitraires  $c_1 = 10, p_1 = m_1 = m_2 = 1,0$ .

Finalement, les valeurs initiales des paramètres sont présentées dans le tableau 7 :

| N  | $G_u$ (MPa) | $\alpha$ | $\tau_{\min}$ (s) | $\tau_{\max}$ (s) | $c_1$ | $p_1$ | $m_1$ | $m_2$ |
|----|-------------|----------|-------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| 12 | 2,2         | 0,38     | 0,1               | 1e5               | 10,0  | 1,0   | 1,0   | 1,0   |

Tableau 7 : Valeurs initiales des paramètres du modèle.

### 3.3.5.2. Test de la sensibilité du modèle aux paramètres

Cette partie est consacrée au test de la sensibilité du modèle aux paramètres. Ce test nous permet aussi de connaître l'importance du rôle de chaque paramètre en fonction de l'essai considéré. Ceci permet de proposer une stratégie d'identification des paramètres du modèle. Ce test est réalisé en utilisant les paramètres optimaux obtenus dans le paragraphe 3.3.5.3.

Pour chaque type d'essai, la sensibilité du modèle au paramètre  $x_i$  est calculée de la manière suivante :

$$\Delta S_{p_i} = \frac{\sigma_{x_i} - \sigma_{\text{ref}}}{\Delta x_i} = \frac{\Delta \sigma_{x_i}}{\Delta x_i} \quad \text{Eq. 66}$$

où :

- $\sigma_{\text{ref}}$  est la réponse de la contrainte de référence du modèle qui est calculée avec les paramètres optimaux  $x_i$  dans le paragraphe 3.3.5.3.

- $\sigma_{x_i}$  est la contrainte donnée par le modèle lorsque le paramètre  $x_i$  varie  $\Delta x_i$ . Pour tester la sensibilité du modèle au voisinage des paramètres optimaux,  $\Delta x_i = 1\%$  est choisi dans ce cas, sauf pour le paramètre N, qui varie par unité parce que la valeur de ce paramètre est entière.

Le coefficient de corrélation des paramètres est déterminé par l'équation suivante :

$$R_{x_i, x_j} = \left| \frac{\sum_{k=1}^{M_T} \left( (\Delta\sigma_{x_i}^k - \overline{\Delta\sigma_{x_i}}) \cdot (\Delta\sigma_{x_j}^k - \overline{\Delta\sigma_{x_j}}) \right)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{M_T} (\Delta\sigma_{x_i}^k - \overline{\Delta\sigma_{x_i}})^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^{M_T} (\Delta\sigma_{x_j}^k - \overline{\Delta\sigma_{x_j}})^2}} \right| \quad \text{Eq. 67}$$

où :

- $R_{x_i, x_j}$  est le coefficient de corrélation entre deux paramètres  $x_i$  et  $x_j$ ,
- $\Delta\sigma_{x_i}^k = \sigma_{x_i}^k - \sigma_{\text{ref}}^k$  est la variation de la contrainte au point de mesure k lorsque le paramètre  $x_i$  varie de 1%,
- $\overline{\Delta\sigma_{x_i}}$  est la valeur moyenne de  $\Delta\sigma_{x_i}^k$ ,
- $M_T$  est le nombre de points de mesure de l'essai T.

La figure 94 et la figure 95 présentent la sensibilité du modèle aux paramètres des essais de relaxation, de traction cyclique, de compression cyclique des éprouvettes de type 2 et de compression statique – cisaillement cyclique. Ces figures montrent que le modèle est très sensible aux trois paramètres  $G_u$ ,  $\alpha$ ,  $c_1$  dans tous les essais. Il est moins sensible aux cinq paramètres N,  $\tau_{\min}$ ,  $\tau_{\max}$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ . De plus, deux paramètres  $m_1$  et  $m_2$  sont corrélés pour tous les types de chargement et ils ne jouent de rôle que dans les essais cycliques. Le modèle est plus sensible aux paramètres dans l'essai de compression par rapport aux autres essais.

La réponse de la contrainte varie d'environ 0,7% dans l'essai de relaxation, de traction cyclique et l'essai biaxial lorsque le paramètre  $G_u$  ou le paramètre  $\alpha$  varie de 1%. Cependant, cette réponse varie de 7% dans l'essai de compression. Ces deux paramètres  $G_u, \alpha$  sont corrélés en partie dans l'essai de relaxation. Dans tous les cas, la réponse de la contrainte du modèle diminue lorsque le paramètres  $c_1$  augmente. Le modèle est plus sensible au paramètre  $p_1$  pour les essais de compression et l'essai biaxial que pour les essais de relaxation et de traction.

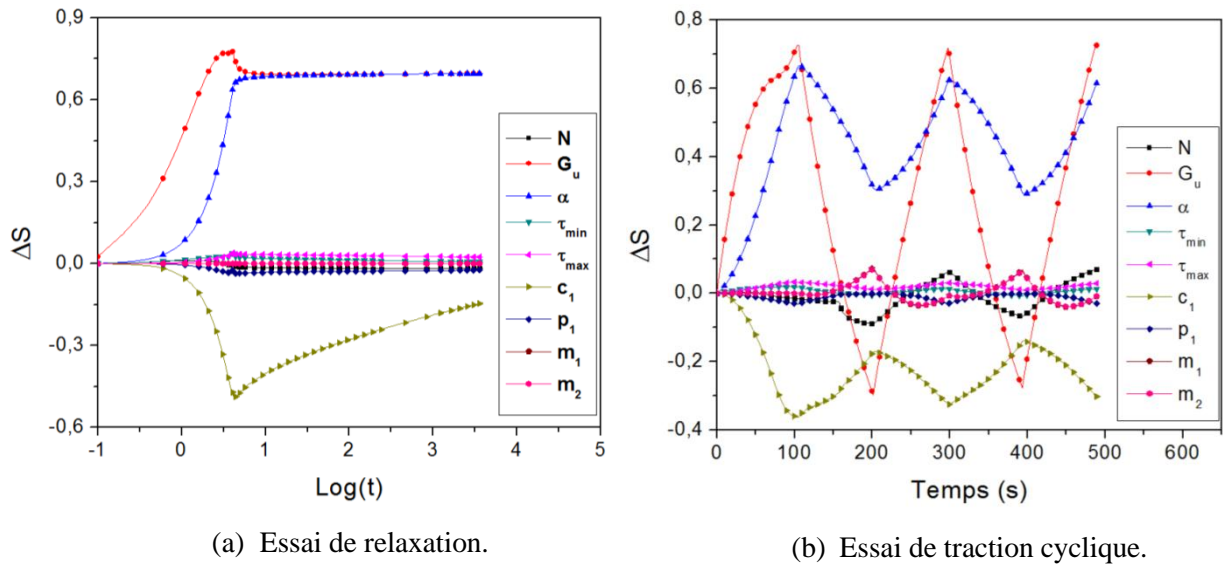


Figure 94 : Sensibilité du modèle aux paramètres pour l'essai de relaxation (a) et pour l'essai de traction cyclique (b).

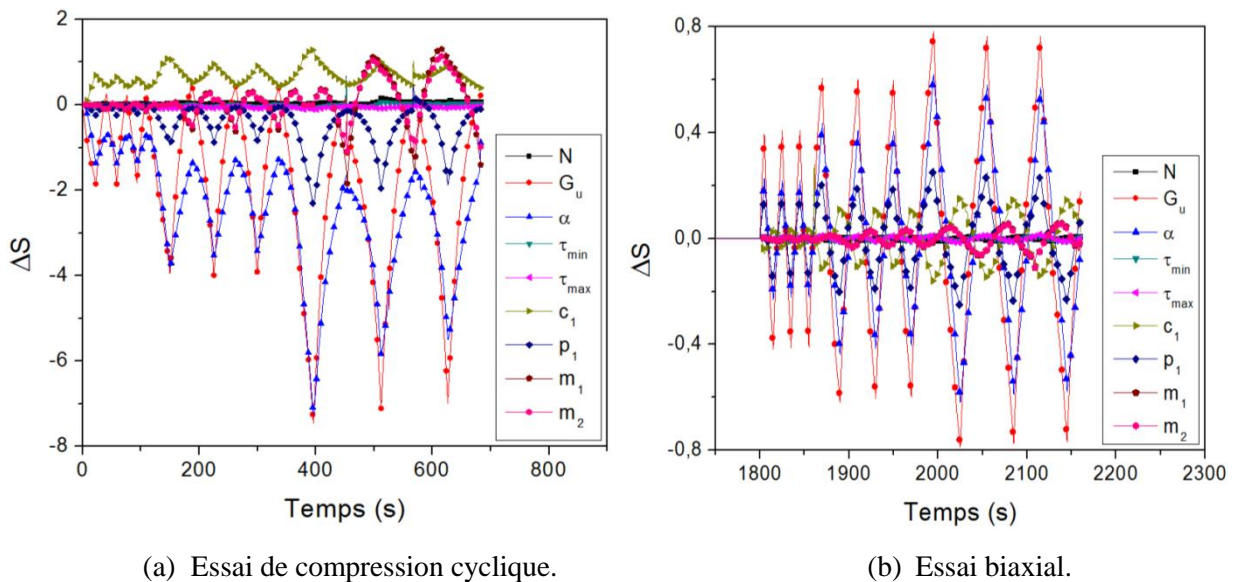


Figure 95 : Sensibilité du modèle aux paramètres pour l'essai de compression cyclique (a) et pour la réponse de cisaillement de l'essai biaxial de compression statique – cisaillement cyclique (b).

Le tableau 8, le tableau 9, le tableau 10 et le tableau 11 présentent respectivement les coefficients de corrélation entre les paramètres du modèle pour la réponse de relaxation, de traction cyclique, de compression cyclique et de cisaillement cyclique dans l'essai biaxial. Le résultat montre que les deux paramètres  $m_1, m_2$  pour décrire l'effet Mullins sont toujours corrélés dans tous les types d'essai. Le coefficient de corrélation est très important dans les couples de paramètres  $(G_u, p_1)$ ,  $(\alpha, p_1)$  et  $(\alpha, \tau_{max})$  dans tous les cas. Le couple de paramètres  $(\alpha, c_1)$  est corrélé dans les essais cycliques. Les paramètres  $G_u$  et  $\alpha$  sont plus corrélés dans l'essai de compression et l'essai biaxial que dans ceux de traction.

|               | N    | $G_u$ | $\alpha$ | $\tau_{\min}$ | $\tau_{\max}$ | $c_1$ | $p_1$ | $m_1$ | $m_2$ |
|---------------|------|-------|----------|---------------|---------------|-------|-------|-------|-------|
| N             | 1    |       |          |               |               |       |       |       |       |
| $G_u$         | 0,40 | 1     |          |               |               |       |       |       |       |
| $\alpha$      | 0,93 | 0,69  | 1        |               |               |       |       |       |       |
| $\tau_{\min}$ | 0,41 | 0,44  | 0,08     | 1             |               |       |       |       |       |
| $\tau_{\max}$ | 0,75 | 0,73  | 0,92     | 0,26          | 1             |       |       |       |       |
| $c_1$         | 0,32 | 0,61  | 0,56     | 0,70          | 0,80          | 1     |       |       |       |
| $p_1$         | 0,66 | 0,80  | 0,86     | 0,40          | 0,94          | 0,88  | 1     |       |       |
| $m_1$         | -    | -     | -        | -             | -             | -     | -     | -     |       |
| $m_2$         | -    | -     | -        | -             | -             | -     | -     | -     | -     |

Tableau 8 : Coefficients de corrélation entre les paramètres pour la réponse en relaxation.

|               | N    | $G_u$ | $\alpha$ | $\tau_{\min}$ | $\tau_{\max}$ | $c_1$ | $p_1$ | $m_1$ | $m_2$ |
|---------------|------|-------|----------|---------------|---------------|-------|-------|-------|-------|
| N             | 1    |       |          |               |               |       |       |       |       |
| $G_u$         | 0,81 | 1     |          |               |               |       |       |       |       |
| $\alpha$      | 0,24 | 0,41  | 1        |               |               |       |       |       |       |
| $\tau_{\min}$ | 0,64 | 0,95  | 0,27     | 1             |               |       |       |       |       |
| $\tau_{\max}$ | 0,36 | 0,62  | 0,95     | 0,53          | 1             |       |       |       |       |
| $c_1$         | 0,19 | 0,42  | 0,99     | 0,32          | 0,97          | 1     |       |       |       |
| $p_1$         | 0,64 | 0,88  | 0,70     | 0,80          | 0,83          | 0,70  | 1     |       |       |
| $m_1$         | 0,85 | 0,71  | 0,24     | 0,59          | 0,35          | 0,23  | 0,47  | 1     |       |
| $m_2$         | 0,85 | 0,71  | 0,24     | 0,59          | 0,35          | 0,23  | 0,47  | 1,00  | 1     |

Tableau 9 : Coefficients de corrélation entre les paramètres pour la réponse en traction cyclique.

|               | N    | $G_u$ | $\alpha$ | $\tau_{\min}$ | $\tau_{\max}$ | $c_1$ | $p_1$ | $m_1$ | $m_2$ |
|---------------|------|-------|----------|---------------|---------------|-------|-------|-------|-------|
| N             | 1    |       |          |               |               |       |       |       |       |
| $G_u$         | 0,20 | 1     |          |               |               |       |       |       |       |
| $\alpha$      | 0,35 | 0,90  | 1        |               |               |       |       |       |       |
| $\tau_{\min}$ | 0,89 | 0,19  | 0,04     | 1             |               |       |       |       |       |
| $\tau_{\max}$ | 0,15 | 0,86  | 0,84     | 0,26          | 1             |       |       |       |       |
| $c_1$         | 0,21 | 0,82  | 0,86     | 0,22          | 0,91          | 1     |       |       |       |
| $p_1$         | 0,26 | 0,95  | 0,94     | 0,12          | 0,83          | 0,81  | 1     |       |       |
| $m_1$         | 0,15 | 0,65  | 0,50     | 0,08          | 0,50          | 0,40  | 0,51  | 1     |       |
| $m_2$         | 0,15 | 0,65  | 0,50     | 0,08          | 0,50          | 0,40  | 0,51  | 1,00  | 1     |

Tableau 10 : Coefficients de corrélation entre les paramètres pour la réponse en compression cyclique.

|                  | N    | G <sub>u</sub> | α    | τ <sub>min</sub> | τ <sub>max</sub> | c <sub>1</sub> | p <sub>1</sub> | m <sub>1</sub> | m <sub>2</sub> |
|------------------|------|----------------|------|------------------|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| N                | 1    |                |      |                  |                  |                |                |                |                |
| G <sub>u</sub>   | 0,19 | 1              |      |                  |                  |                |                |                |                |
| α                | 0,53 | 0,93           | 1    |                  |                  |                |                |                |                |
| τ <sub>min</sub> | 0,05 | 0,98           | 0,86 | 1                |                  |                |                |                |                |
| τ <sub>max</sub> | 0,16 | 0,43           | 0,44 | 0,41             | 1                |                |                |                |                |
| c <sub>1</sub>   | 0,61 | 0,86           | 0,96 | 0,79             | 0,41             | 1              |                |                |                |
| p <sub>1</sub>   | 0,13 | 1,00           | 0,90 | 0,98             | 0,42             | 0,82           | 1              |                |                |
| m <sub>1</sub>   | 0,38 | 0,62           | 0,36 | 0,71             | 0,23             | 0,33           | 0,63           | 1              |                |
| m <sub>2</sub>   | 0,38 | 0,62           | 0,36 | 0,77             | 0,23             | 0,33           | 0,63           | 1,00           | 1              |

Tableau 11 : Coefficients de corrélation entre les paramètres pour la réponse de cisaillement en compression statique – cisaillement cyclique.

Cette partie nous permet à la fois de penser à une stratégie d'identification des paramètres du modèle et de connaître la sensibilité du modèle aux paramètres.

### 3.3.5.3. Stratégie d'identification des paramètres

La formulation du modèle et le test de la sensibilité du modèle aux paramètres montrent que les paramètres de l'effet Mullins sont découplés entre les essais monotones et les essais cycliques. Ainsi, les paramètres de la viscoélasticité et de la piezo-dépendance sont tout d'abord optimisés au moyen des essais de relaxation et de l'essai de compression monotone. Ensuite, les paramètres de l'effet Mullins sont optimisés à l'aide de l'essai de traction cyclique. Ces paramètres identifiés sont utilisés pour simuler les essais de compression cyclique et des essais biaxiaux de compression statique – cisaillement cyclique.

Le schéma permettant d'optimiser les paramètres du modèle est illustré sur la figure 96. Cette optimisation a été effectuée au moyen d'un couplage Matlab – Cast3m. La méthode Nelder-Mead [118] est utilisée pour optimiser les paramètres du modèle. Les étapes d'optimisation sont détaillées ci-dessous :

- (1) Un fichier contenant les paramètres initiaux du modèle est créé.
- (2) Ces paramètres sont utilisés dans le modèle développé sous Cast3m afin de simuler divers essais expérimentaux tels que les essais de relaxation, l'essai de compression simple et l'essai de traction cyclique.
- (3) Les résultats numériques et expérimentaux de la contrainte sont comparés au moyen de la méthode des moindres carrés pour obtenir une valeur résiduelle. Le but de l'optimisation est de trouver la valeur minimale de la valeur résiduelle. Cette valeur résiduelle est définie par la formule suivante :

$$F_R = \sqrt{\sum_T \frac{1}{M_T \cdot \max(\sigma_{exp,T}^k)} \sum_{k=1}^{M_T} (\sigma_{num,T}^k - \sigma_{exp,T}^k)^2} \quad \text{Eq. 68}$$



- T est le type d'essai,
- $M_T$  est le nombre de points de mesure de l'essai T,
- $\sigma_{num,T}^k$  est la contrainte donnée par le modèle numérique pour l'essai T au point de mesure k,
- $\sigma_{exp,T}^k$  est la contrainte donnée par l'expérimentation de l'essai T au point de mesure k.

Le terme  $\frac{1}{M_T \cdot \max(\sigma_{exp,T}^k)}$  dans l'équation eq. 68 est utilisé comme un coefficient pondéré entre les essais. Ce terme permet à la valeur résiduelle d'être indépendante du nombre de points de mesure et des valeurs maximales de la contrainte entre les différents essais. La valeur résiduelle obtenue est donc représentative de l'ensemble des essais.

Si la comparaison est satisfaisante au vu des critères d'optimisation, le calcul s'arrête et les paramètres optimaux sont obtenus. Plusieurs critères d'arrêt sont définis tels que la valeur résiduelle, la tolérance des paramètres, le nombre d'itérations maximum. Sinon le programme continue sur l'étape (4).

- (4) Les paramètres sont modifiés selon la méthode Nelder-Mead. La procédure continue à l'étape (2).

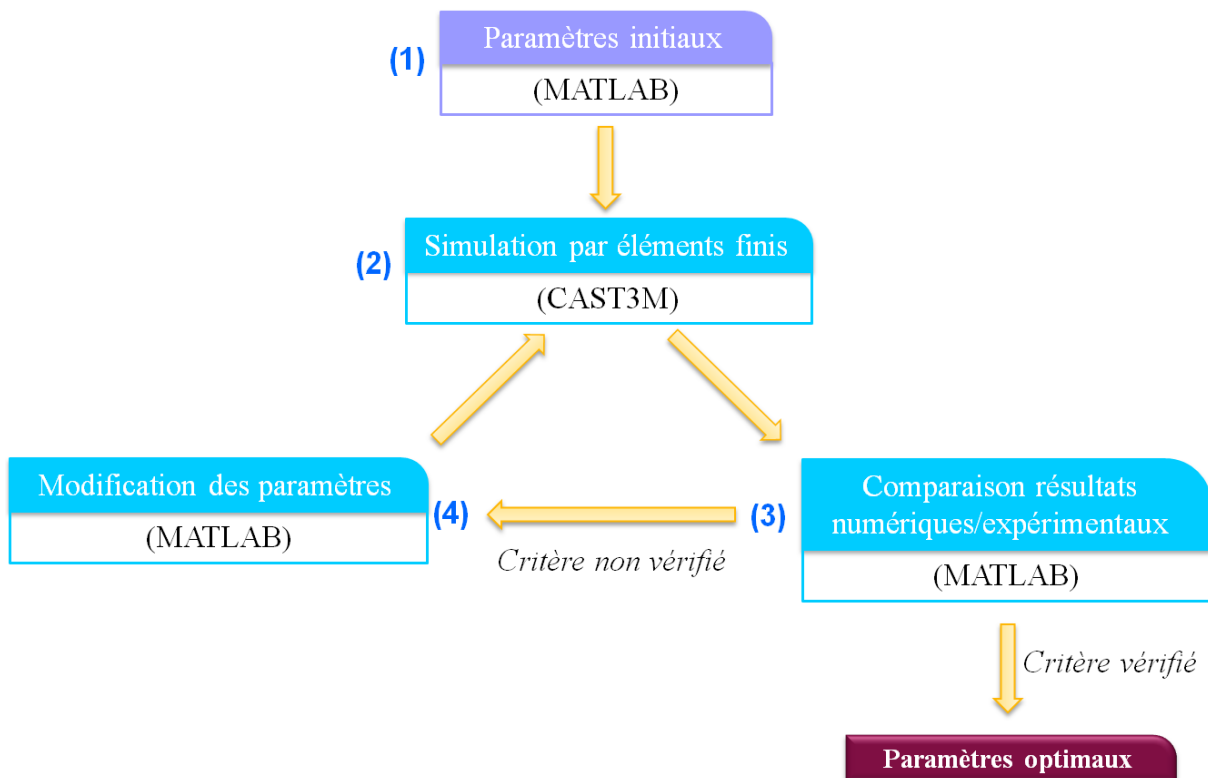


Figure 96 : Procédure d'optimisation des paramètres du modèle.

3.3.5.3.1. Identification des paramètres de la viscoélasticité et de l'effet piézo-dépendance

Les paramètres de la viscoélasticité  $N, G_u, \alpha, \tau_{\min}, \tau_{\max}, c_1$  et de la piézo-dépendance  $p_1$  sont optimisés par les essais de compression monotone des éprouvettes de type 2 et de relaxation. Les informations concernant ces paramètres sont présentés dans le tableau 12.

| Paramètre                           | Valeur initiale | Valeur minimale | Valeur maximale | Valeur optimale |
|-------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>N</b>                            | 12              | 1               | 60              | 32              |
| <b><math>G_u</math> (MPa)</b>       | 2,2             | 1,0             | 6,0             | 2,032           |
| <b><math>\alpha</math></b>          | 0,3             | 0,0             | 1,0             | 0,347           |
| <b><math>\tau_{\min}</math> (s)</b> | 0,1             | 1,0e-3          | 1,0             | 0,071           |
| <b><math>\tau_{\max}</math> (s)</b> | 1,0e5           | 1,0e3           | 1,0e10          | 7,65e7          |
| <b><math>c_1</math></b>             | 10,0            | 0,0             | 100,0           | 12,23           |
| <b><math>p_1</math></b>             | 1,0             | 0,0             | 10,0            | 0,114           |

Tableau 12 : Identification des paramètres de la viscoélasticité et de la piézo-dépendance

La figure 97 montre la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux respectivement des essais de relaxation et de l'essai de compression monotone. Une bonne concordance entre les résultats numériques et expérimentaux est obtenue dans ce cas.

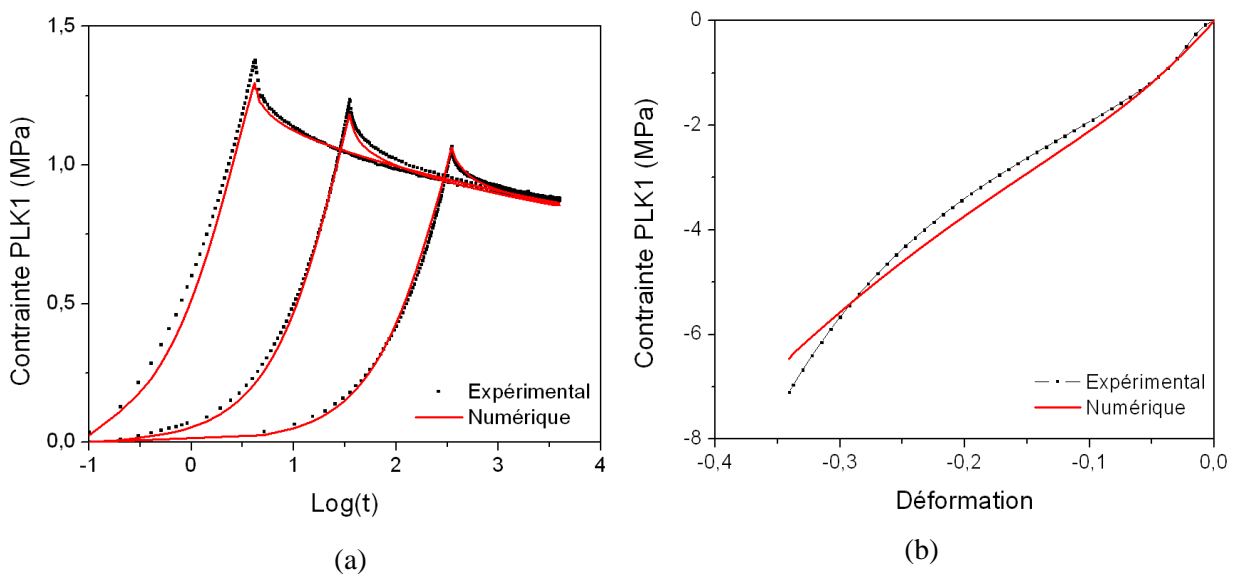


Figure 97 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques dans l'essai de relaxation (a) et de compression monotone (b).

Les paramètres dans le tableau 12 sont utilisés pour identifier les deux paramètres ( $m_1$  et  $m_2$ ) de l'effet Mullins de notre modèle dans l'essai de traction cyclique.

3.3.5.3.2. Identification des paramètres de l'effet Mullins

Il reste désormais deux paramètres ( $m_1$  et  $m_2$ ) liés à l'effet Mullins à déterminer. Ces deux paramètres sont identifiés au moyen de la courbe de traction cyclique. Les informations concernant ces paramètres sont présentés dans le tableau 13.

| Paramètre | Valeur initiale | Valeur minimale | Valeur maximale | Valeur optimale |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $m_1$     | 1,0             | 0,0             | 10,0            | 1,5             |
| $m_2$     | 1,0             | 0,0             | 10,0            | 0,5             |

Tableau 13 : Identification des paramètres de l'effet Mullins.

La figure 98 présente la comparaison entre le résultat numérique et expérimental de l'essai de traction cyclique avec les paramètres optimaux.

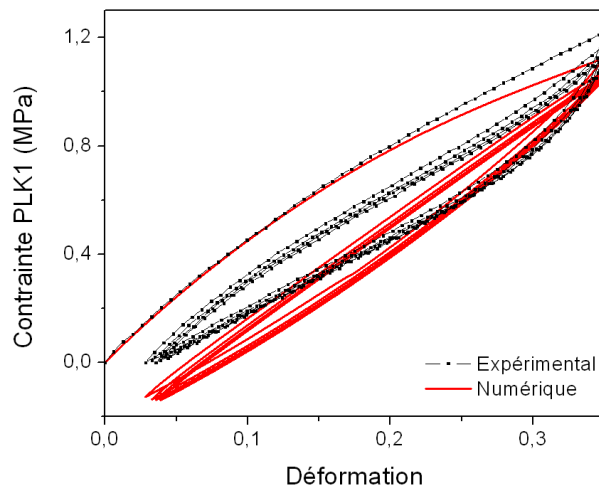


Figure 98 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques dans l'essai de traction cyclique.

Finalement, tous les paramètres du modèle sont déterminés. Les valeurs de ces paramètres sont utilisées pour simuler les essais biaxiaux compression statique et de cisaillement cyclique.

### 3.3.5.4. Validation du modèle

Les valeurs des paramètres optimaux obtenus sont utilisées pour tester la capacité de validation du modèle dans les essais biaxiaux compression statique – cisaillement cyclique. La figure 99 présente le champ de contrainte de compression  $\sigma_{ZZ}$  et de cisaillement  $\sigma_{XZ}$  du modèle numérique sous ce type de chargement. Cette figure montre, comme attendu, que les éléments au milieu sont les plus comprimés et les éléments au bord sont les plus cisailés.

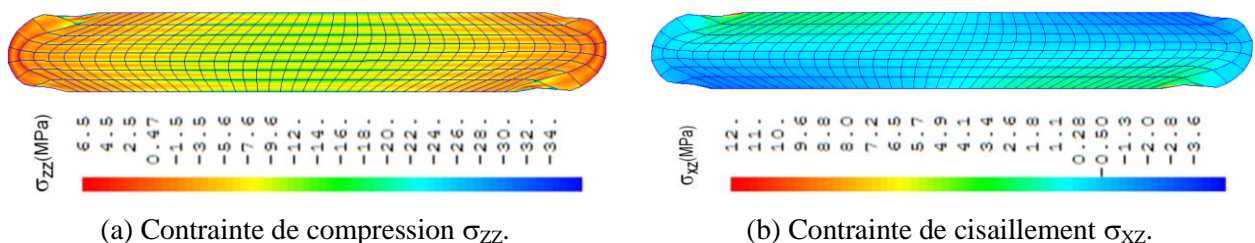
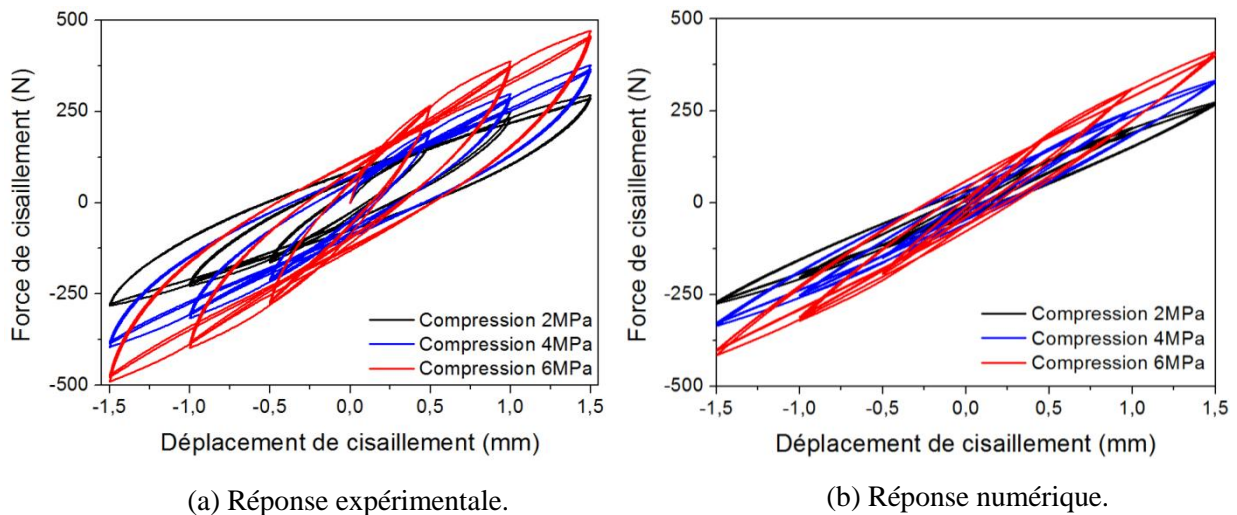


Figure 99 : Champ de contrainte de compression  $\sigma_{ZZ}$  (a) et de cisaillement  $\sigma_{XZ}$  (b) du modèle numérique sous le chargement biaxial de compression statique – cisaillement.

La figure 100 présente la comparaison des résultats expérimentaux et numériques de la réponse de cisaillement sous le chargement biaxial compression statique - cisaillement cyclique. Pour faciliter la visualisation de l'effet Mullins et de la piezo-dépendance, cette figure est présentée en force vs déplacement. Les résultats numériques montrent une bonne concordance de tendance avec l'expérimentation. L'effet Mullins et la piezo-dépendance sont simulés dans ce cas.



**Figure 100 : Réponse mécanique de cisaillement de l'essai biaxial compression statique - cisaillement cyclique.**

La figure 101 montre une superposition des résultats expérimentaux et numériques de cisaillement de l'essai biaxial compression statique - cisaillement cyclique. Les résultats numériques présentent une bonne concordance de tendance avec les résultats expérimentaux, surtout au niveau de la contrainte maximale. Cependant, le modèle ne simule pas encore parfaitement la densité d'énergie dissipée qui est toujours plus petite dans la simulation numérique que dans l'expérimentation.

La figure 102 présente la réponse numérique de la contrainte de compression de l'essai biaxial compression statique - cisaillement cyclique. Cette figure indique aussi que le modèle est capable de simuler la diminution en oscillant de la contrainte de compression pendant le cisaillement. De plus, le modèle montre aussi que cette diminution est plus visible lorsque la contrainte de compression augmente, comme observé expérimentalement dans la figure 49. Les valeurs de la contrainte de compression du modèle numérique sont plus grandes que celles de l'expérimentation. Ceci est probablement dû à l'utilisation du modèle bidimensionnel au lieu du modèle tridimensionnel. En effet, le modèle bidimensionnel considère que l'éprouvette n'est pas déformée selon la direction de sa longueur. Ceci est adapté lorsque la longueur de l'éprouvette est beaucoup plus grande que sa largeur et son épaisseur. En réalité, la dimension de notre éprouvette pour ce type d'essai est  $4,4 \times 20 \times 25 \text{ mm}^3$ . Cette dimension permet à l'éprouvette d'être déformée simultanément selon la direction de sa largeur et de sa longueur sous le chargement, ce qui est aussi observé par l'expérimentation. On trouve que le modèle numérique a ajouté une condition de déformation plane par rapport à l'expérimentation. Cette condition ajoutée montre

probablement que la contrainte de compression du modèle numérique est plus grande que celle de l'expérimentation pour la même valeur de déformation de compression.

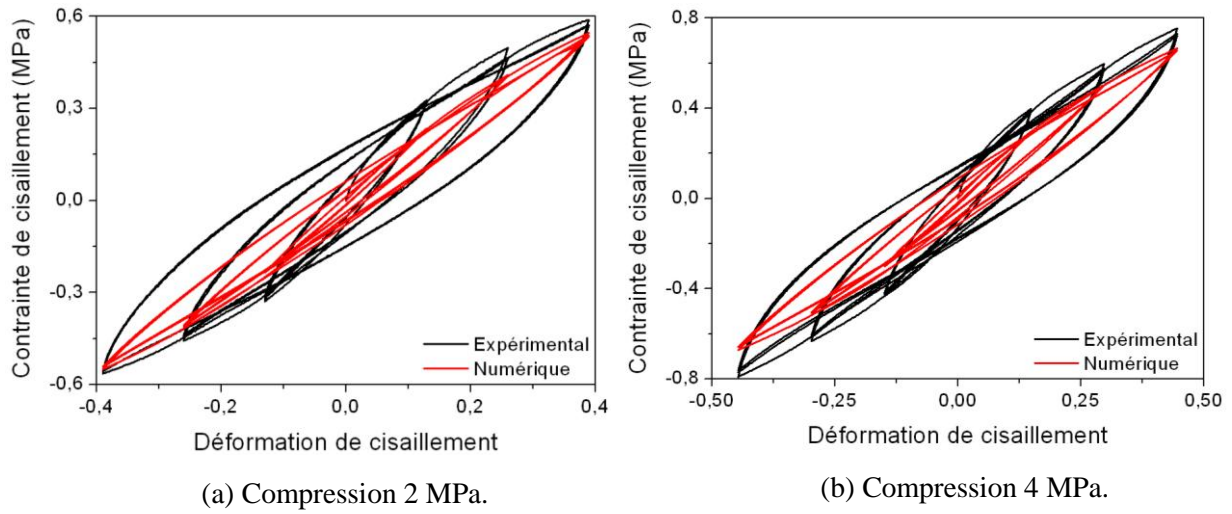


Figure 101 : Superposition de la réponse mécanique de cisaillement de l'essai biaxial en cas de compression de 2 MPa (a), de compression de 4 MPa (b) et de compression de 6 MPa (c).

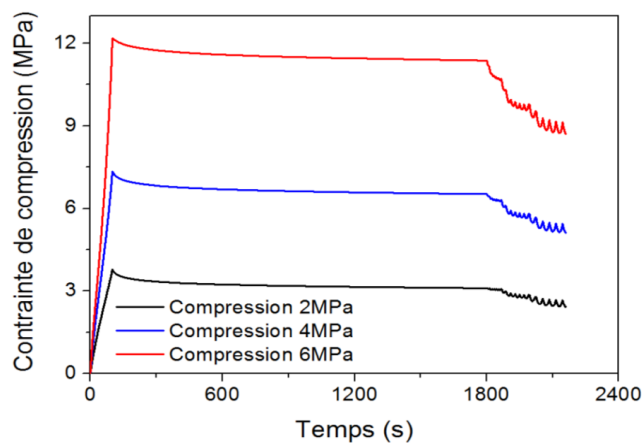


Figure 102 : Réponse numérique de la contrainte de compression pendant l'essai biaxial.

La figure 103 illustre la distribution de la contrainte hydrostatique et de la contrainte de cisaillement selon la droite AB du modèle lorsque l'éprouvette subit la compression maximale. La distribution de la contrainte hydrostatique suit une forme approximativement parabolique. La contrainte de cisaillement est maximale aux extrémités et minimale au milieu. Cependant, la présence de relaxation rend cette distribution non linéaire par rapport à la figure 82 correspondant au cas du comportement élastique linéaire.

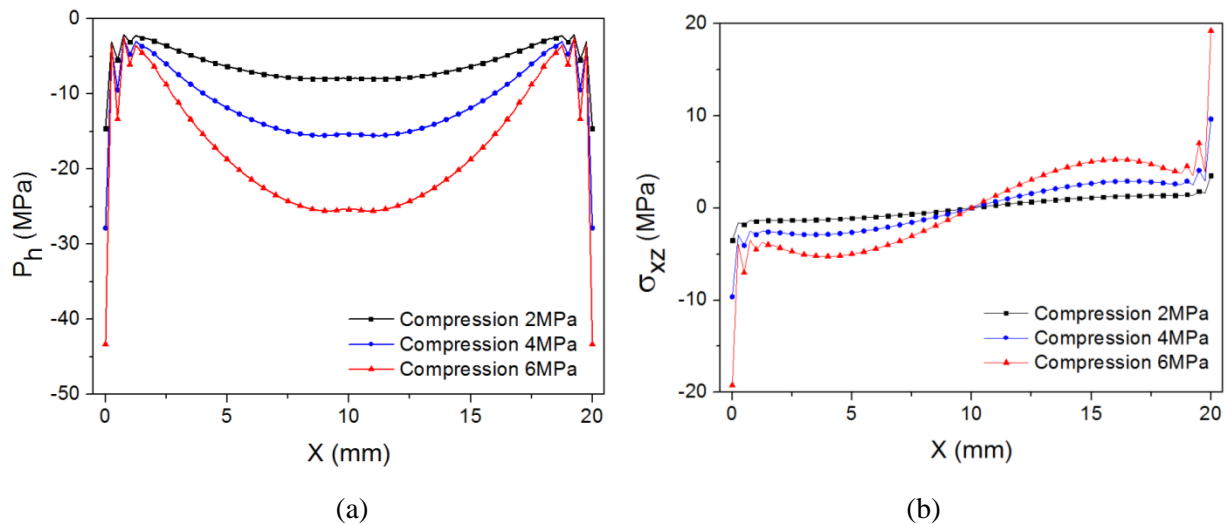


Figure 103 : Distribution de la contrainte hydrostatique (a) et de la contrainte de cisaillement (b) suivant AB.

### 3.3.6. Conclusions concernant la modélisation du néoprène

Le modèle numérique permet de modéliser des propriétés mécaniques du matériau tels que la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance. Des tests de la sensibilité aux paramètres, une stratégie d'identification et d'optimisation des paramètres sont proposés. Les relativement bonnes concordances entre les résultats expérimentaux et numériques nous permettent de proposer une loi de comportement pour le néoprène qui constitue l'AANF.

## 3.4. Modélisation de l'AANF

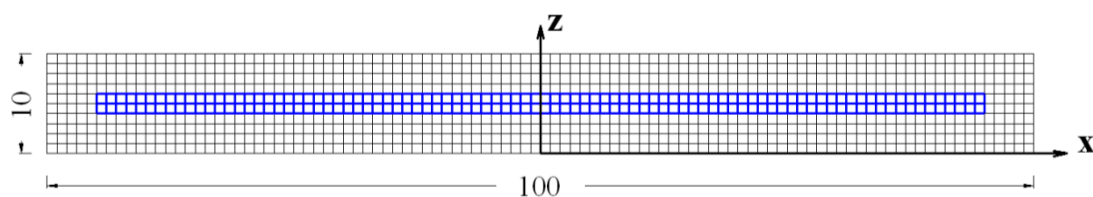
### 3.4.1. Introduction concernant la modélisation de l'AANF

Cette partie est consacrée à la modélisation du comportement mécanique de l'AANF de type 1 et de type 2. Le modèle en déformation plane bidimensionnelle est proposé. La loi de comportement du néoprène obtenu précédemment est utilisée pour le néoprène. L'acier des frettes est considéré élastique linéaire isotrope. Une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux permet d'estimer la capacité du modèle proposé. Le modèle numérique permet aussi de connaître la distribution de la contrainte dans l'AANF.

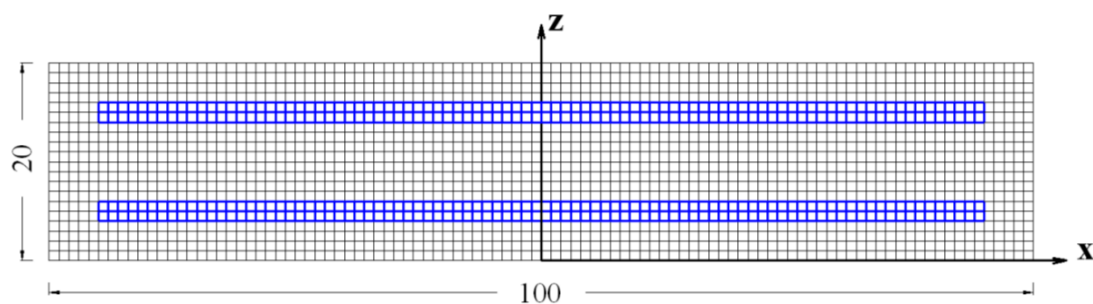
### 3.4.2. Géométrie et conditions aux limites

Le modèle bidimensionnel en déformation plane est utilisé pour modéliser le comportement de l'AANF. Un programme est codé sous Cast3m/Gibiane permettant de générer un maillage automatique d'un AANF selon ses caractéristiques géométriques.

La figure 104 présente le maillage des deux types d'AANF. L'AANF de type 1 est discrétisé avec 10x100 éléments et l'AANF de type 2 est discrétisé avec 20x100 éléments. Des éléments incompressibles ICQ8 sont utilisés pour les éléments de néoprène (partie en noir) et des éléments compressibles QUA8 (8 points de Gauss) sont utilisés pour les éléments d'acier (partie en bleu).



(a) Maillage de l'AANF de type 1.



(b) Maillage de l'AANF de type 2.

**Figure 104 : Maillage du modèle bidimensionnel sous le chargement biaxial de compression statique et de cisaillement cyclique.**

Le modèle numérique considère que la surface de contact en bas est bloquée parfaitement. Les déplacements  $u_x$  et  $u_z$  sont imposés sur la surface supérieure. Ces valeurs correspondent aux valeurs de déplacement expérimentales, obtenues lors des essais sur les AANF. La figure 105 présente l'histoire de chargement biaxial compression statique – cisaillement cyclique pour le modèle numérique avec les deux types d'AANF. Cinq cycles de cisaillement sont réalisés pour chaque amplitude de déplacement.

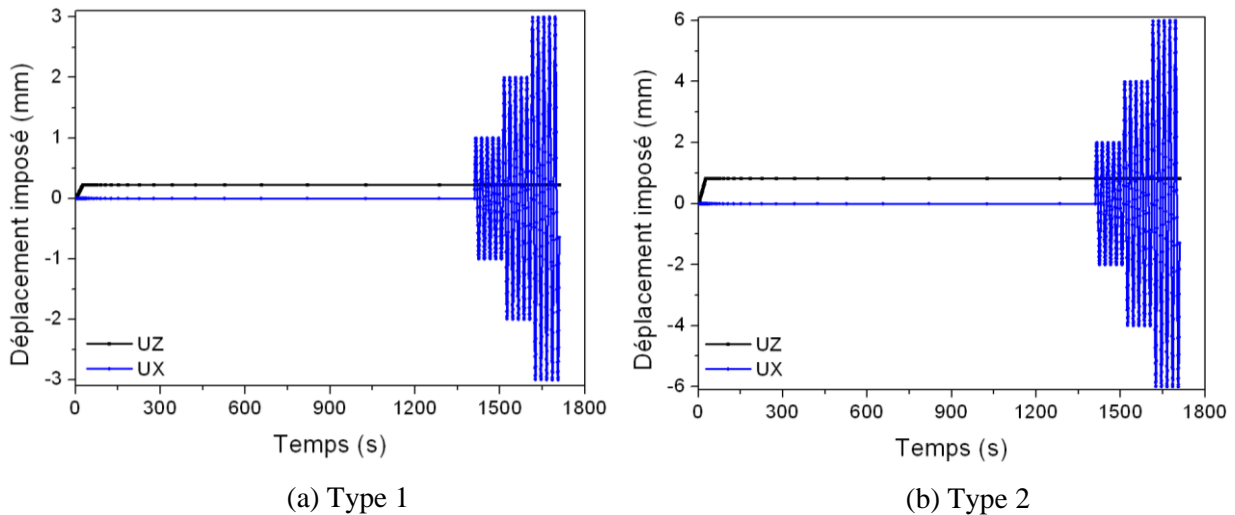


Figure 105 : Histoire du chargement couplé de compression statique et de cisaillement cyclique pour le modèle numérique avec les deux types d'AANF.

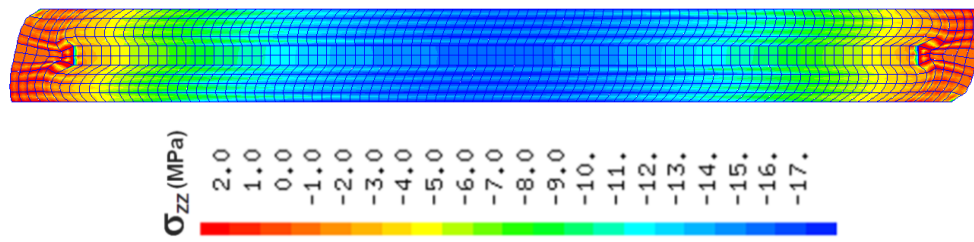
### 3.4.3. Lois de comportement

L'AANF se compose de deux types de matériau : l'acier et le néoprène. Les propriétés mécaniques du néoprène déterminées précédemment sont utilisées pour les éléments de néoprène. L'acier est considéré élastique linéaire isotrope ( $E = 2,1 \times 10^5$  MPa,  $\nu = 0,3$ ,  $\rho = 7,5 \times 10^{-3}$  g/mm<sup>3</sup>).

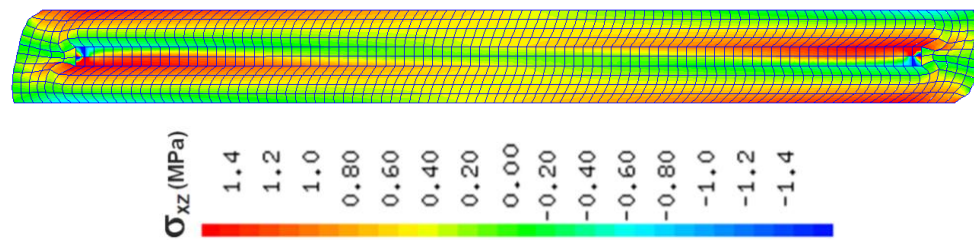
### 3.4.4. Résultats numériques des AANF

La figure 106 et la figure 107 présentent les champs de contrainte de compression  $\sigma_{ZZ}$ , de cisaillement  $\sigma_{XZ}$  et de von Mises  $\sigma_{VM}$  sous chargement biaxial de compression – cisaillement respectivement pour l'AANF du type 1 et celui du type 2. Comme attendu, la contrainte de von Mises est maximale aux surfaces de contact situé aux extrémités des frettes. Si la rupture du néoprène est possible de définir avec le critère de von Mises, la résistance de l'AANF sous ce type de chargement est améliorée lorsque les zones de la contrainte de von Mises maximale sont renforcées.

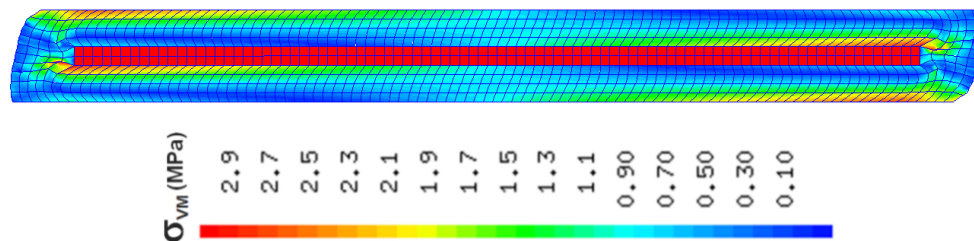




(a) Contrainte de compression  $\sigma_{zz}$ .



(b) Contrainte de cisaillement  $\sigma_{xz}$ .



(b) Contrainte de von Mises.

Figure 106 : Champs de contrainte de compression  $\sigma_{zz}$  (a), de cisaillement  $\sigma_{xz}$  (b) et de von Mises  $\sigma_{vm}$  (c) de l'AANF du type 1 sous le chargement biaxial de compression – cisaillement.

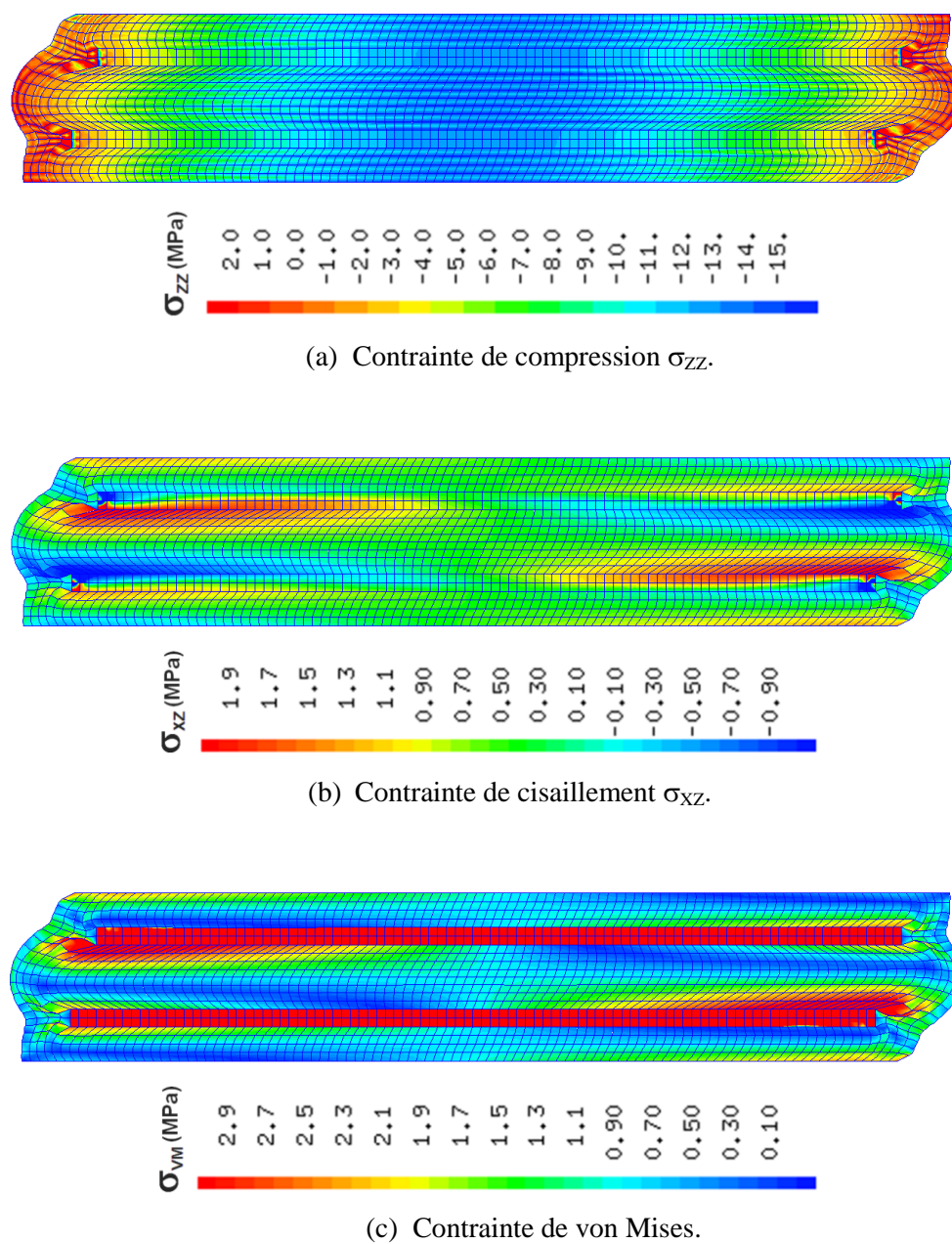
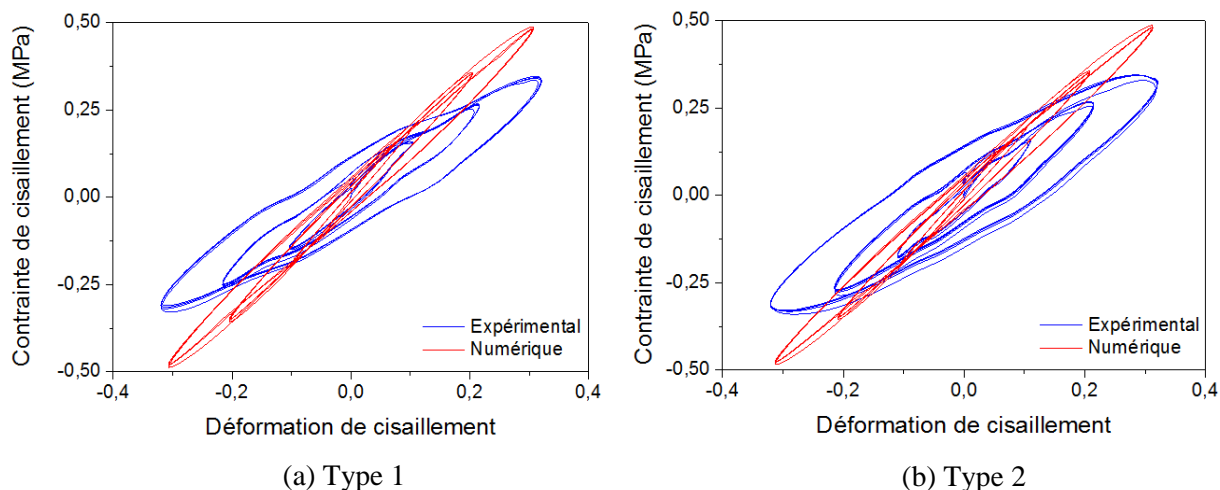


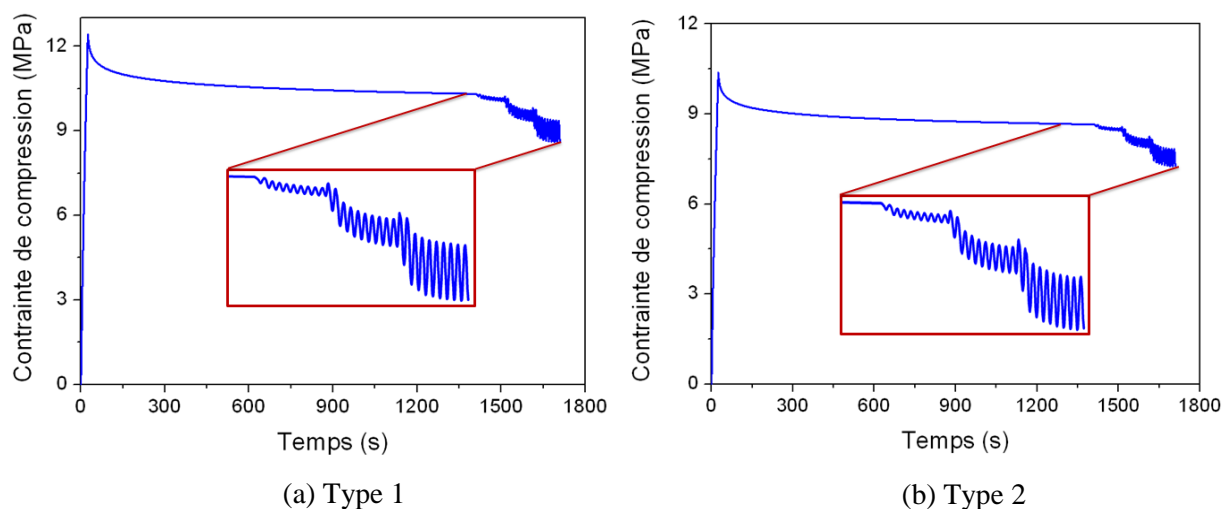
Figure 107 : Champs de contrainte de compression  $\sigma_{zz}$  (a), de cisaillement  $\sigma_{xz}$  (b) et de von Mises  $\sigma_{vm}$  (c) de l'AANF du type 2 sous le chargement biaxial de compression – cisaillement.

La figure 108 présente la comparaison des réponses numérique et expérimentale de cisaillement de l'essai biaxial pour les deux types d'AANF. Ces résultats montrent qu'il y a encore un décalage entre les résultats expérimentaux et numériques, surtout en termes de rigidité et de densité d'énergie dissipée. On pouvait le prévoir depuis la figure 101 puisque le comportement du néoprène n'est pas idéalement modélisé.



**Figure 108 : Comparaison de la réponse mécanique numérique et expérimentale de cisaillement de l'essai biaxial compression statique - cisaillement cyclique.**

La figure 109 présente la réponse numérique de compression de l'essai biaxial pour les deux types d'AANF. Cette figure montre que la contrainte de compression relaxe en oscillant lorsque l'AANF est cisailé. Le modèle est capable de simuler l'effet concomitant matériau-structure. De plus, les résultats numériques sont plus grands que ceux obtenus expérimentalement (en comparant avec la figure 58 et la figure 62). Comme expliqué précédemment, le modèle bidimensionnel numérique a ajouté une condition de déformation plane par rapport à l'expérimentation. Cette condition limite ajoutée explique probablement pourquoi la contrainte de compression du modèle numérique est plus grande que celle de l'expérimentation pour la même valeur de déformation de compression.



**Figure 109 : Réponse numérique de compression de l'essai biaxial.**

### 3.4.5. Discussions et conclusions concernant la modélisation de l'AANF

L'AANF du type 1 et celui du type 2 sont modélisés avec le modèle bidimensionnel. Les résultats numériques présentent une bonne concordance de tendance avec les résultats expérimentaux. Le modèle est aussi capable de simuler la diminution en oscillant de la contrainte de compression pendant le cisaillement. Cependant, un décalage entre les résultats numériques et expérimentaux est observé, surtout en termes de rigidité et de densité d'énergie dissipée. Il subsiste encore cette différence puisque le comportement du néoprène n'est pas idéalement bien modélisé, ce qui est détaillé dans le paragraphe 3.5.

### 3.5. Discussions du modèle numérique

Il existe encore un décalage entre les résultats numériques et expérimentaux, surtout dans la figure 108. C'est la raison pour laquelle des simulations complémentaires en compression ont été réalisées pour estimer la capacité du modèle.

Les valeurs des paramètres optimaux précédents sont utilisées dans le modèle pour simuler les essais de compression cyclique avec deux types de géométrie. La figure 110 et la figure 111 présentent respectivement la comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour l'essai de compression cyclique des éprouvettes de type A de  $18\pm 0,1 \times 18\pm 0,1 \times 18,6\pm 0,3 \text{ mm}^3$ . Ces figures montrent qu'il subsiste encore des grandes différences entre les résultats numériques et expérimentaux, surtout au niveau de la contrainte de compression maximale. En effet, les contraintes maximales obtenues expérimentalement sont deux fois supérieures à celles obtenues numériquement. Le modèle n'est donc pas encore capable de simuler convenablement les résultats expérimentaux dans ce cas.

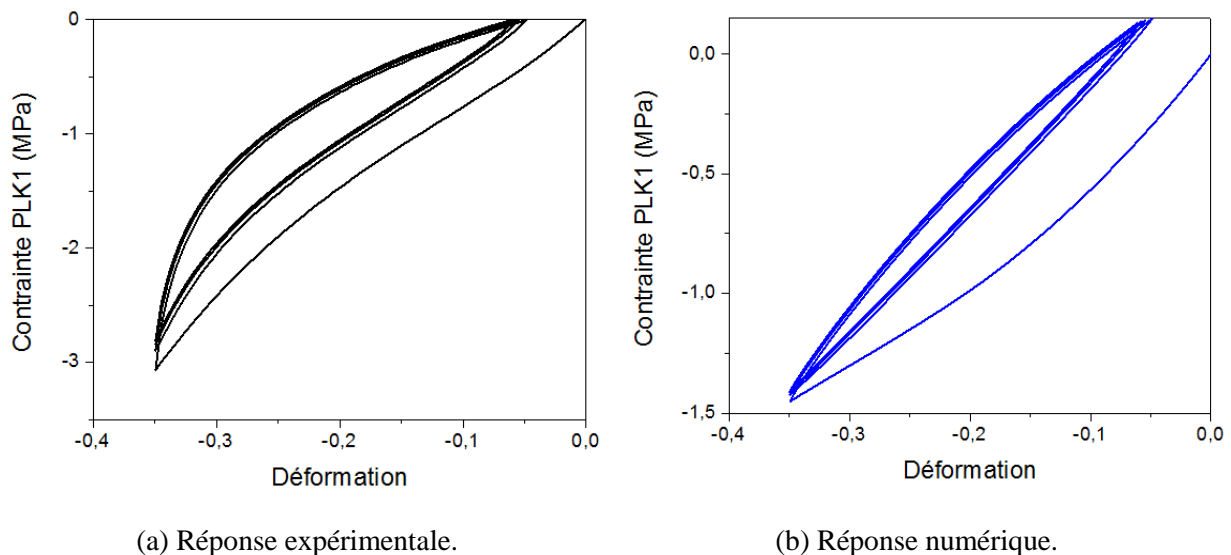
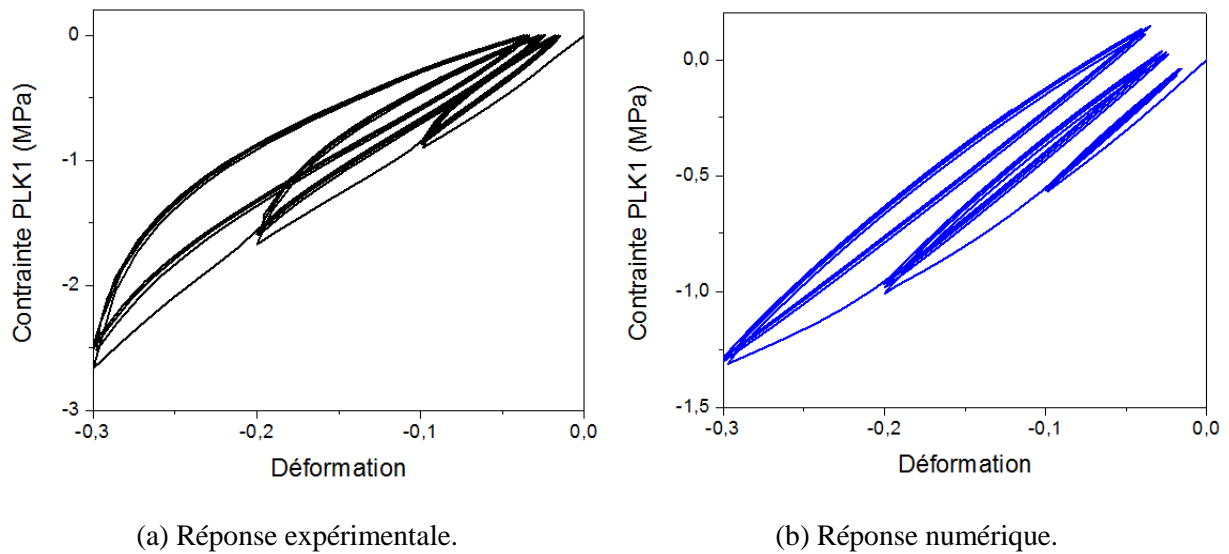
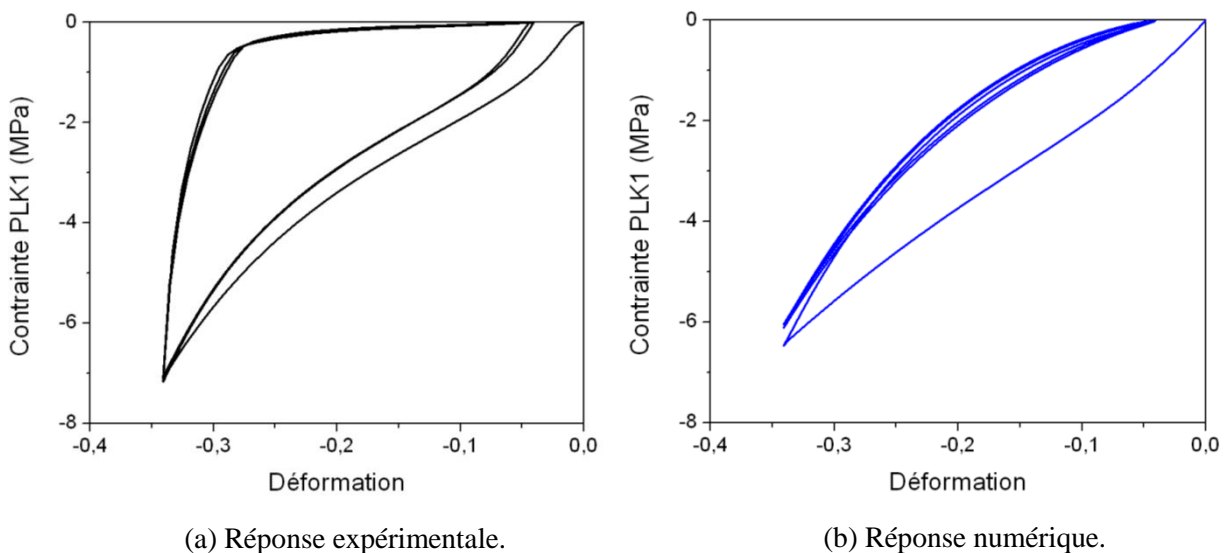


Figure 110 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques dans l'essai de compression cyclique du type A pour une amplitude de déformation maximale.

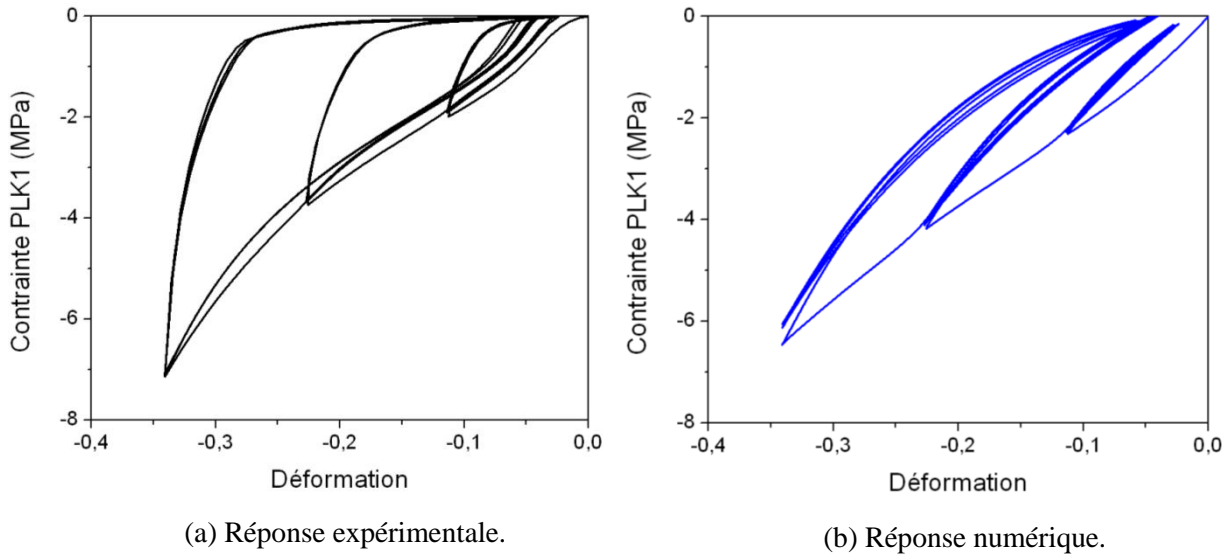


**Figure 111 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques dans l'essai de compression cyclique du type A pour plusieurs amplitudes de déformation maximale.**

La figure 112 et la figure 113 présentent respectivement la comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour l'essai de compression cyclique du type B de  $4,4 \pm 0,05 \times 25 \pm 0,1 \times 25 \pm 0,1 \text{ mm}^3$ . Ces figures montrent une bonne tendance des résultats numériques par rapport aux résultats expérimentaux, surtout au niveau de la contrainte maximale, contrairement aux tendances obtenus avec les éprouvettes de type A. Cependant, ce modèle n'arrive pas encore à simuler correctement la densité d'énergie dissipée.



**Figure 112 : Comparaison des résultat expérimentaux et numériques dans l'essai de compression cyclique pour une amplitude de déformation maximale.**



**Figure 113 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques dans l'essai de compression cyclique pour plusieurs amplitudes de déformation maximale.**

En conclusion, le modèle n'arrive pas encore à bien simuler le comportement du néoprène en compression avec deux types de géométries différentes pour les mêmes valeurs des paramètres du modèle.

Quelques pistes sont envisageables pour tenter d'améliorer notre modèle. Les voici détaillées :

- **Optimisation des paramètres du modèle** : L'équation eq. 68 de calcul de la valeur résiduelle pour optimiser les paramètres ne fournit pas encore un très bon optimum. En effet, le terme  $\frac{1}{\max(\sigma_{\text{exp},T}^k)}$  dans cette équation privilégie l'optimisation des points proches de la contrainte maximale par rapport aux points où la contrainte est peu élevée. L'optimisation serait peut-être plus optimale si la valeur résiduelle était définie avec la fonction suivante :

$$F_R = \sqrt{\sum_T \frac{1}{M_T} \sum_{k=1}^{M_T} \frac{(\sigma_{\text{num},T}^k - \sigma_{\text{exp},T}^k)^2}{(\sigma_{\text{exp},T}^k)^2 + \Delta\xi}} \quad \text{Eq. 69}$$

où la valeur  $\Delta\xi$  est choisie pour éviter les problèmes numériques autour de 0. Ceci pourrait permettre à la valeur résiduelle d'être plus représentative pour l'ensemble des points de mesure et notamment reflèterait mieux la dissipation.

- **La piezo-dépendance** : Cette influence est actuellement identique pour toutes les composantes de contrainte. On ne peut exclure que la pression hydrostatique joue différemment sur la contrainte hydrostatique et sur la contrainte déviatorique. Le modèle peut éventuellement être amélioré en pondérant la pression hydrostatique sur les composantes de cisaillement de la matrice de raideur (trois dernières composantes diagonales de la matrice de raideur dans l'équation eq. 54) avec un coefficient  $p_1$  et sur les restes composantes de la matrice de raideur avec un autre coefficient  $p_2$ .

- **Spectre de temps de relaxation** : Le modèle ne simule pas encore convenablement la densité d'énergie dissipée et la grande diminution de la contrainte lors du déchargement. Nous avons constaté que le spectre de temps de relaxation joue beaucoup sur ces phénomènes. Le modèle simulerait peut-être mieux ces phénomènes si le spectre de temps de relaxation était décrit différemment entre le chargement ( $\dot{\epsilon} > 0$ ) et le déchargement ( $\dot{\epsilon} < 0$ ).
- **Les pondérations sur les contraintes de chaque branche (mode) du modèle** : Actuellement, les coefficients de pondération sur les contraintes de chaque branche sont choisis identiques. Une amélioration du modèle pourrait consister à faire varier ces pondérations en fonction de la branche considérée.

### 3.6. Discussions et conclusions du chapitre

La pré étude numérique permet de connaître la distribution des champs de contrainte en compression de l'AANF dans le cas le plus simple où un modèle bidimensionnel simplifié avec un comportement élastique du matériau est utilisé. Ce modèle est analysé avec trois méthodes différentes telles que la méthode analytique, la méthode des éléments finis et la méthode des éléments de frontière. Les résultats de ces méthodes nous permettent de valider le modèle par éléments finis en utilisant les éléments incompressibles bidimensionnels dans Cast3m tels que ICQ4, ICQ8, ICT3, ICT6. En comparant les avantages et les inconvénients de ces trois méthodes, la méthode des éléments finis est choisie pour modéliser le comportement du néoprène.

Un modèle numérique original par éléments finis est développé afin de modéliser certains aspects du comportement mécanique du néoprène tels que la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance. Une étape de test de la sensibilité du modèle aux paramètres permet à la fois de quantifier la sensibilité du modèle aux paramètres pour chaque type de chargement et de proposer une stratégie d'identification de ces paramètres. De plus, une procédure de couplage Cast3M – Matlab est proposée afin d'optimiser les paramètres du modèle. Une bonne concordance de tendances entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux est obtenue. Toutefois, le modèle ne permet pas encore de bien simuler tous les types d'essais et toutes les géométries en utilisant les mêmes valeurs des paramètres. Des pistes à réfléchir pour améliorer ce modèle sont présentées dans le paragraphe 3.5.

La loi de comportement du néoprène développée est utilisée dans le modèle de l'AANF. Le modèle bidimensionnel est utilisé pour modéliser les AANF des types 1 et 2. Les résultats numériques de ces AANF permettent d'estimer la capacité du modèle développé et aussi de connaître la distribution de la contrainte dans les AANF sous le chargement biaxial de compression statique – cisaillement cyclique.

# Conclusions générales et perspectives

Cette étude est consacrée à la caractérisation et la modélisation du comportement mécanique du néoprène et de l'appareil d'appui en néoprène fretté. Selon la littérature, très peu d'études de l'effet Mullins et de la piezo-dépendance ont été menées, et aucun modèle par éléments finis ne permet de modéliser simultanément ces phénomènes dans l'AANF. C'est la raison pour laquelle l'objectif de cette thèse est l'étude de l'effet Mullins, de la piezo-dépendance et la viscoélasticité sur le néoprène et sur l'AANF. Pour atteindre ces objectifs, la caractérisation de ces phénomènes sur le néoprène et sur l'AANF est tout d'abord réalisée. Grâce à ces résultats expérimentaux, un nouveau modèle est développé afin de modéliser ces phénomènes du néoprène. Et puis, ce modèle est utilisé pour simuler la réponse de l'AANF sous le chargement couplé compression statique – cisaillement cyclique.

La première partie concernant une campagne expérimentale permet de caractériser le comportement mécanique du néoprène et de l'AANF. Dans la première étape, des essais classiques de relaxation, de traction et de compression cyclique sont effectués, afin de caractériser respectivement la viscoélasticité du néoprène ainsi que l'effet Mullins. De plus, des essais de restauration du matériau sont menés. Par ailleurs, un dispositif original est développé afin de caractériser le comportement mécanique du néoprène sous des conditions plus réalistes d'utilisation. En effet, ce dispositif permet d'effectuer un chargement de compression quasi-statique couplé au cisaillement cyclique. Les essais sous ce type de chargement avec différentes forces de compression imposées permettent d'étudier l'influence d'un confinement sur la réponse mécanique en cisaillement cyclique, autrement dit la piezo-dépendance du néoprène. Ce type d'essai permet aussi d'appréhender le comportement de l'AANF sous cette configuration. Dans la seconde étape, un dispositif biaxial original permettant de tester l'AANF sous le chargement de compression statique – cisaillement cyclique est conçu et dimensionné. Ensuite, des essais de compression statique – cisaillement cyclique avec plusieurs amplitudes de déplacement maximal sont réalisés pour caractériser le comportement mécanique de l'AANF, et en particulier l'effet Mullins. Grâce à ce dispositif, l'influence d'un confinement sur le comportement de l'AANF est étudiée. Ceci nous permet aussi de quantifier la piezo-dépendance dans l'AANF.

La deuxième partie concerne la modélisation du comportement mécanique du néoprène et de l'AANF. Dans un premier temps, une pré étude numérique permet de connaître la distribution des champs de contraintes en compression de l'AANF dans le cas le plus simple où un modèle bidimensionnel simplifié avec un comportement élastique du matériau est utilisé. Ce modèle est analysé avec trois méthodes différentes telles que la méthode par calculs analytiques et les méthodes par calculs numériques par éléments finis et par éléments de frontière. Les résultats de ces méthodes nous permettent de valider le modèle par éléments finis. En effet, il s'agit de valider des résultats utilisant les éléments quasi-incompressibles



bidimensionnels du logiciel Cast3m. Dans un second temps, un modèle numérique pour modéliser le comportement du néoprène est proposé. En se basant sur la théorie thermodynamique hors équilibre d'Eyring et la formulation du comportement viscoélastique non linéaire de Cunnat, un modèle viscoélastique non linéaire est implanté sous Cast3M. L'activation du temps de relaxation selon la contrainte de von Mises est une originalité de ce modèle, ce qui permet aussi de simuler la viscoélasticité non linéaire du matériau. De plus, de nouveaux éléments sont ajoutés à ce modèle afin de modéliser l'effet Mullins et la piezo-dépendance du matériau. Finalement, un modèle avec neuf paramètres permet de décrire la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance du néoprène. Une étape de test de la sensibilité du modèle aux paramètres permet à la fois de quantifier la sensibilité du modèle aux paramètres pour chaque type de chargement et de proposer une stratégie d'identification de ces paramètres. Les paramètres de la viscoélasticité et de la piezo-dépendance sont tout d'abord déterminés au moyen des essais de relaxation et de compression uniaxiale. Ensuite, les paramètres de l'effet Mullins sont déterminés à l'aide des essais de traction cyclique. Enfin, les paramètres optimaux du modèle sont utilisés afin de simuler des essais de compression statique couplée au cisaillement cyclique. Une bonne concordance de tendance entre les résultats numériques et expérimentaux permet d'utiliser cette loi de comportement du néoprène pour modéliser le comportement mécanique de l'AANF.

En conclusion, cette thèse a permis d'apporter un dispositif biaxial original et un nouveau modèle par éléments finis. Le dispositif permet de caractériser l'AANF sous un chargement de compression statique couplé au cisaillement cyclique. Le modèle est capable de modéliser simultanément la viscoélasticité non linéaire, l'effet Mullins et la piezo-dépendance du matériau. Toutefois, le modèle ne prédit pas encore assez bien tous les types d'essais pour toutes les géométries différentes. Le paragraphe 3.5 propose quelques pistes qui pourront améliorer ce modèle par éléments finis. De plus, ce modèle ne prend pas en compte les grandes déformations et les transformations finies. Le comportement hyperélastique sera ajouté pour décrire cet aspect. La simulation tridimensionnelle de l'AANF en dynamique pourrait être envisagée. Ceci permet de simuler le comportement de l'AANF sous un séisme. L'optimisation des structures de l'AANF sera réalisée lorsque le modèle sera perfectionné.

Il faut noter aussi qu'il subsiste encore des perturbations dans les résultats des essais biaxiaux de compression statique – cisaillement cyclique de l'AANF. Le dispositif biaxial qui permet de tester l'AANF doit encore être mis au point. L'influence de la température sur le comportement mécanique du néoprène n'est pas encore étudiée dans cette thèse. En réalité, l'AANF est utilisé à la température du milieu extérieur pour les ponts ou à la température de la base du bâtiment. Il sera tout de même nécessaire de faire l'étude du comportement du néoprène dans la gamme de température correspondante aux températures des appuis de pont.

# Bibliographie

- [1] EUROCODE 8. *Calcul des structures pour leur résistance aux séismes*.
- [2] NF EN 1337-3. *Appareils d'appui structuraux. Partie 3: Appareils d'appui en élastomère*. AFNOR, 2005.
- [3] BHUIYAN A. R., AHMED E. « Analytical expression for evaluating stress-deformation response of rubber layers under combined action of compression and shear ». *Construction and Building Materials*. 2007. Vol. 21, p. 1860-1868.
- [4] IAEA. *Verification of analysis methods for predicting the behaviour of seismically isolated nuclear structures*. International Atomic Energy Agency, 2002.
- [5] BHUIYAN A. R., OKUI Y., MITAMURA H., IMAI T. « A rheology model of high damping rubber bearings for seismic analysis: Identification of nonlinear viscosity ». *International Journal of Solids and Structures*. 2009. Vol. 46, p. 1778-1792.
- [6] DALL'ASTA A., RAGNI L. « Experimental tests and analytical model of high damping rubber dissipating devices ». *Engineering Structures*. 2006. Vol. 28, p. 1874-1884.
- [7] AMIN A. F. M. S., LION A., SEKITA S., OKUI Y. « Nonlinear dependence of viscosity in modeling the rate-dependent response of natural and high damping rubbers in compression and shear: Experimental identification and numerical verification ». *International Journal of Plasticity*. 2006. Vol. 22, p. 1610-1657.
- [8] PETITET G., BARQUINS M. *Matériaux caoutchouteux*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2008.
- [9] MOONEY M. « A theory of large elastic deformation ». *Journal of Applied Physics*. 1940. Vol. 11, p. 582-592.
- [10] LION A. « On the large deformation behaviour of reinforced rubber at different temperatures ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1997. Vol. 45, p. 1805-1834.
- [11] RAOULT I. *Structures élastomères sous chargement cyclique : comportement, fatigue, durée de vie*. Thèse, Ecole Polytechnique, 2010.
- [12] STARKOVA O., ANISKEVICH A. « Poisson's ratio and the incompressibility relation for various strain measures with the example of a silica-filled SBR rubber in uniaxial tension tests ». *Polymer Testing*. 2010. Vol. 29, p. 310-318.
- [13] GIANNAKOPOULOS A. E., TRIANTAFYLLOU A. « Spherical indentation of incompressible rubber-like materials ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2007. Vol. 55, p. 1196-1211.

- [14] LE CAM J. B. « A review of the volume changes in rubber. The effect of stretching ». *Rubber Chemistry and Technology*. 2010. Vol. 83, n°3, p. 247-269.
- [15] BOUKAMEL A. *Modélisations mécaniques et numériques des matériaux et structures en élastomères*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, 2006.
- [16] HARWOOD J. A. C., MULLINS L., PAYNE A. R. « Stress softening in rubbers : a review ». *Journal of the IRI*. 1967. p. 17-27.
- [17] MULLINS L. « Effect of Stretching on the Properties of Rubber ». *Rubber Chemistry and Technology*. 1948. Vol. 21, p. 281-300.
- [18] RIGBI Z. « Reinforcement of Rubber by Carbon-Black ». *Advances in Polymer Science*. 1980. Vol. 36, p. 21-68.
- [19] HANSON D. E., HAWLEY M., HOULTON R., CHITANVIS K., RAE P., ORLER E. B., WROBLESKI D. A. « Stress softening experiments in silica-filled polydimethylsiloxane provide insight into a mechanism for the Mullins effect ». *Polymer*. 2005. Vol. 46, p. 10989-10995.
- [20] HARWOOD J. A. C., PAYNE A. R. « Stress softening in natural rubber vulcanizates. Part III. Carbon black filled vulcanizates ». *Journal of Applied Polymer Science*. 1966. Vol. 10, p. 315-323.
- [21] LARABA-ABBES F., IENNY P., PIQUES R. « A new “Tailor-made” methodology for the mechanical behaviour analysis of rubber-like materials: II. Application to the hyperelastic behaviour characterization of a carbon-black filled natural rubber vulcanizate ». *Polymer*. 2003. Vol. 44, p. 821-840.
- [22] DIANI J., FAYOLLE B., GILORMINI P. « A review on the Mullins effect ». *European Polymer Journal*. 2009. Vol. 45, p. 601-612.
- [23] BUECHE F. *Physical Properties of Polymers*. Interscience, John Wiley & sons, New York, 1962.
- [24] NIELSEN L. E. *Mechanical Properties of Polymers*. Literary licensing, LLC, 2012.
- [25] SAAD P. *Modélisation et identification du comportement non linéaire des cales en caoutchouc*. Thèse, Université de Lyon, 2003.
- [26] JAUNICH M., STARK W., WOLFF D. « A new method to evaluate the low temperature function of rubber sealing materials ». *Polymer Testing*. 2010. Vol. 29, p. 815-823.
- [27] MARTINEZ J. M., BOUKAMEL A., MÉO S., LEJEUNES S. « Statistical approach for a hyper-visco-plastic model for filled rubber: Experimental characterization and numerical modeling ». *European Journal of Mechanics a-Solids*. 2011. Vol. 30, p. 1028-1039.

- [28] JAUNICH M., STARK W., WOLFF D. « Comparison of low temperature properties of different elastomer materials investigated by a new method for compression set measurement ». *Polymer Testing*. 2012. Vol. 31, n°8, p. 987-992.
- [29] RONAN S., ALSHUTH T., JERRAMS S., MURPHY N. « Long-term stress relaxation prediction for elastomers using the time–temperature superposition method ». *Materials & Design*. 2007. Vol. 28, n°5, p. 1513-1523.
- [30] DROZDOV A. D., CHRISTIANSEN J. « Thermo-viscoplasticity of carbon black-reinforced thermoplastic elastomers ». *International Journal of Solids and Structures*. Vol. 46, n°11-12, p. 2298-2308.
- [31] DIANI J., BRIEU M., VACHERAND J. M. « A damage directional constitutive model for Mullins effect with permanent set and induced anisotropy ». *European Journal of Mechanics a-Solids*. 2006. Vol. 25, p. 483-496.
- [32] LION A. « Constitutive modelling in finite thermoviscoplasticity: a physical approach based on nonlinear rheological models ». *International Journal of Plasticity*. 2000. Vol. 16, p. 469-494.
- [33] HAUPT P., SEDLAN K. « Viscoplasticity of elastomeric materials: experimental facts and constitutive modelling ». *Archive of Applied Mechanics*. 2001. Vol. 71, p. 89-109.
- [34] HASANPOUR K., ZIAEI-RAD S., MAHZOON M. « A large deformation framework for compressible viscoelastic materials: Constitutive equations and finite element implementation ». *International Journal of Plasticity*. juin 2009. Vol. 25, p. 1154-1176.
- [35] MIEHE C., KECK J. « Superimposed finite elastic-viscoelastic plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. Experiments, modelling and algorithmic implementation ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2000. Vol. 48, p. 323-365.
- [36] VANDENBROUCKE A. *Etude du comportement mécanique pour différentes températures d'un élastomère: caractérisations expérimentale et numérique*. Thèse, Université de Bretagne Sud, 2010.
- [37] MULLINS L. « Permanent set in vulcanized rubber ». *Rubber Chemistry and Technology*. 1949. Vol. 22, p. 1036-1044.
- [38] MULLINS L. « Softening of rubber by deformation ». *Rubber Chemistry and Technology*. 1969. Vol. 42, p. 339-362.
- [39] DORFMANN A., OGDEN R. W. « A constitutive model for the Mullins effect with permanent set in particle-reinforced rubber ». *International Journal of Solids and Structures*. 2004. Vol. 41, p. 1855-1878.
- [40] MULLINS L. « Engineering with Rubber ». *Rubber Chemistry and Technology*. 1987. Vol. 17, p. 720-727.

- [41] MACHADO G., CHAGNON G., FAVIER D. « Analysis of the isotropic models of the Mullins effect based on filled silicone rubber experimental results ». *Mechanics of Materials*. 2010. Vol. 42, p. 841-851.
- [42] DROZDOV A. D. « Mullins' effect in thermoplastic elastomers: Experiments and modeling ». *Mechanics research communications*. 2009. Vol. 36, p. 437-443.
- [43] IDRISSE A. K. M. *Modeling and simulation of the mechanical behavior under finite strains of filled elastomers as function of their microstructure*. Thèse, Université de Strasbourg, 2011.
- [44] LI J., MAYAU D., LAGARRIGUE V. « A constitutive model dealing with damage due to cavity growth and the Mullins effect in rubber-like materials under triaxial loading ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2008. Vol. 56, p. 953-973.
- [45] AMIN A. F. M. S., ALAM M. S., OKUI Y. « An improved hyperelasticity relation in modeling viscoelasticity response of natural and high damping rubbers in compression: experiments, parameter identification and numerical verification ». *Mechanics of Materials*. 2002. Vol. 34, p. 75-95.
- [46] PALMIERI G., SASSO M., CHIAPPINI G., AMODIO D. « Mullins effect characterization of elastomers by multi-axial cyclic tests and optical experimental methods ». *Mechanics of Materials*. 2009. Vol. 41, p. 1059-1067.
- [47] DARGAZANY R., ITSKOV M. « A network evolution model for the anisotropic Mullins effect in carbon black filled rubbers ». *International Journal of Solids and Structures*. 2009. Vol. 46, p. 2967-2977.
- [48] MACHADO G., CHAGNON G., FAVIER D. « Induced anisotropy by the Mullins effect in filled silicone rubber ». *Mechanics of Materials*. 2012. Vol. 50, p. 70-80.
- [49] DIANI J., BRIEU M., GILORMINI P. « Observation and modeling of the anisotropic visco-hyperelastic behavior of a rubberlike material ». *International Journal of Solids and Structures*. mai 2006. Vol. 43, p. 3044-3056.
- [50] GOKTEPE S., MIEHE C. « A micro-macro approach to rubber-like materials. Part III: The micro-sphere model of anisotropic Mullins-type damage ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. octobre 2005. Vol. 53, p. 2259-2283.
- [51] VERRON E., CHAGNON G., GORNET L., MARCKMANN G., CHARRIER P. « On the relevance of Continuum Damage Mechanics as applied to the Mullins effect in elastomers ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2004. Vol. 52, p. 1627-1650.
- [52] TRELOAR L. R. G. « Stress-strain data for vulcanised rubber under various types of deformation ». *Transactions of the Faraday Society*. 1944. Vol. 40, p. 59-70.
- [53] STEINMANN P., HOSSAIN M., POSSART G. « Hyperelastic model for rubber-like materials: consistent tangent operators and suitability for Treolar's data ». *Archive of Applied Mechanics*. 2012. Vol. 82, n°9, p. 1183-1217.

- [54] RIVLIN R. « Large elastic deformations of isotropic materials. VI. Further results in the theory of torsion, shear and plexure ». *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 1949. Vol. 242, p. 173-195.
- [55] GENT A. N., THOMAS A. G. « Forms for the stored (strain) energy function for vulcanized rubber ». *Journal of Polymer Science*. 1958. Vol. 28, n°118, p. 625-628.
- [56] YEOH O. H. « Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates ». *Rubber Chemistry and Technology*. 1990. Vol. 63, p. 792-805.
- [57] SWANSON S. R., CHRISTENSEN L. W. « Large deformation finite element calculations for slightly compressible hyperelastic materials ». *Computers and Structures*. 1985. Vol. 21, p. 81-88.
- [58] HART SMITH L. « Elasticity parameters for finite deformations of rubber like materials ». *Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Physik*. 1966. Vol. 17, p. 608-626.
- [59] OGDEN R. « Nearly isochoric elastic deformations: Applications to rubberlike solids ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1978. Vol. 26, p. 37-57.
- [60] ARRUDA E., BOYCE M. « A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1993. Vol. 41, p. 389-412.
- [61] VALANIS K. C., LANDEL R. F. « The Strain-Energy Function of a Hyperelastic Material in Terms of the Extension Ratios ». *Journal of Applied Physics*. 1967. Vol. 38, p. 2997-3002.
- [62] HEUILLET P., DUGAUTIER L. *Modélisation du comportement hyperélastique des élastomères compacts. Livre de Génie mécanique des caoutchoucs et des élastomères thermoplastiques*. APOLLOR et INPL, Nancy, France., 1997.
- [63] DALRYMPLE T., CHOI J. « Elastomer rate dependence: A testing and material modeling methodology ». In : *Fall 172nd Technical Meeting of the Rubber Division of the American Chemical Society*, 2007.
- [64] PARK S. W., SCHAPERY R. A. « Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I - a numerical method based on Prony series ». *International Journal of Solids and Structures*. 1999. Vol. 36, p. 1653-1675.
- [65] NIKONOV A., DAVIES A. R., EMRI I. « The determination of creep and relaxation functions from a single experiment ». *The Society of Rheology*. 2005. Vol. 49, p. 1193-1211.
- [66] SORVARI J., MALINEN M. « On the direct estimation of creep and relaxation functions. » *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 2007. Vol. 11, p. 143-157.

- [67] PARK S. W., SCHAPERY R. A. « Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part II - an approximate analytical method ». *International Journal of Solids and Structures*. 1999. Vol. 36, p. 1677-1699.
- [68] VANDENBROUCKE A., LAURENT H., AIT HOCINE N., RIO G. « A Hyperelasto-Visco-Hysteresis model for an elastomeric behaviour: Experimental and numerical investigations ». *Computational Materials Science*. 2010. Vol. 48, n°3, p. 495-503.
- [69] HERDY M. *Viscodata*. <http://www.viscodata.de/>.
- [70] FELHOS D., XU D., SCHLARB A. K., VARADI K., GODA T. « Viscoelastic characterization of an EPDM rubber and finite element simulation of its dry rolling friction ». *Express Polymer Letters*. 2008. Vol. 2, p. 157-164.
- [71] MUN S., GEEM Z. W. « Determination of viscoelastic and damage properties of hot mix asphalt concrete using a harmony search algorithm ». *Mechanics of Materials*. 2009. Vol. 41, p. 339-353.
- [72] EMRI I., TSCHOEGL N. W. « Generating Line Spectra from Experimental Responses. Part I: Relaxation Modulus and Creep Compliance ». *Rheologica Acta*. 1993. Vol. 32, p. 311-321.
- [73] BAUMGAERTEL M., WINTER H. H. « Determination of Discrete Relaxation and Retardation Time Spectra from Dynamic Mechanical Data ». *Rheologica Acta*. 1989. Vol. 28, p. 511-519.
- [74] TAKAGI H., TAKAHASHI M., MAEDA R., ONISHI Y., IRIYE Y., IWASAKI T., HIRAI Y. « Analysis of time dependent polymer deformation based on a viscoelastic model in thermal imprint process ». *Microelectronic Engineering*. 2008. Vol. 85, p. 902-906.
- [75] RAMKUMAR D. H. S., CARUTHERS J. M., MAVRIDIS H., SHROFF R. « Computation of the linear viscoelastic relaxation spectrum from experimental data ». *Journal of Applied Polymer Science*. 1997. Vol. 64, p. 2177-2189.
- [76] BESDO D., IHLEMANN J. « A phenomenological constitutive model for rubberlike materials and its numerical applications ». *International Journal of Plasticity*. 2003. Vol. 19, p. 1019-1036.
- [77] KRAUS G., CHILDERS C. W., ROLLMANN K. W. « Stress softening in carbon black-reinforced vulcanizates. Strain rate and temperature effects ». *Journal of Applied Polymer Science*. 1966. Vol. 10, p. 229-244.
- [78] LION A. « A physically based method of represent the thermomechanical behaviour of elastomers ». *Acta Mechanica*. 1997. Vol. 123, p. 1-25.
- [79] WARD I. M., SWEENEY J. *An Introduction to The Mechanical Properties of Solid Polymers*, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, England, 2004.
- [80] LEMAITRE J. *Handbook of Materials Behavior Models*. Academic Press, San Diego, USA, 2001.

- [81] MRABET K., RAHOUADJ R., CUNAT C. « An irreversible thermodynamic model for semicrystalline polymers submitted to multisequence loading at large strain ». *Polymer engineering and science*. 2005. Vol. 45, p. 45-51.
- [82] CUNAT C. « The DLNR Approach and Relaxation Phenomena. Part I: Historical Account and DLNR Formalism ». *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 2001. Vol. 5, p. 39-65.
- [83] CANTOURNET S., DESMORAT R., BESSON J. « Mullins effect and cyclic stress softening of filled elastomers by internal sliding and friction thermodynamic model ». *International Journal of Solids and Structures*. 2009. Vol. 46, p. 2255-2264.
- [84] QI H. J., BOYCE M. C. « Constitutive model for stretch-induced softening of the stress stretch behavior of elastomeric materials ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2004. Vol. 52, p. 2187-2205.
- [85] MULLINS L., TOBIN N. R. « Theoretical model for the elastic behavior of filler reinforced vulcanized rubbers ». *Rubber Chemistry and Technology*. 1957. Vol. 30, p. 555-571.
- [86] MULLINS L., TOBIN N. R. « Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubber ». *Journal of Applied Polymer Science*. 1965. Vol. 9, p. 2993-3009.
- [87] HARWOOD J. A. C., MULLINS L., PAYNE A. R. « Stress-softening in natural rubber vulcanizates. Part II: Stress softening effects in pure gum and filler loaded rubbers ». *Journal of Applied Polymer Science*. 1965. Vol. 9, p. 3011-3021.
- [88] HARWOOD J. A. C., PAYNE A. R. « Hysteresis and strength of rubbers ». *Journal of Applied Polymer Science*. 1968. Vol. 12, p. 889-901.
- [89] MIEHE C. « Discontinuous and continuous damage evolution in Ogden-type large-strain elastic materials ». *European journal of mechanics. A. Solids*. 1995. Vol. 14, p. 697-720.
- [90] SIMO J. C. « On a fully three-dimensional finite-strain visco-elastic damage model: formulation and computational aspects ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1987. Vol. 60, p. 153-173.
- [91] GOVINDJEE S., SIMO J. « A Micro-Mechanically Based Continuum Damage Model for Carbon Black-Filled Rubbers Incorporating Mullins Effect ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1991. Vol. 39, p. 87-112.
- [92] BUECHE F. « Molecular basic for Mullins effect ». *Journal of Applied Polymer Science*. 1960. Vol. 4, p. 107-114.
- [93] OGDEN R. W., ROXBURGH D. G. « A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber ». *Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*. 1999. Vol. 455, p. 2861-2877.



- [94] ANDRIEUX F., SAANOUNI K. « Sur les solides hyperélastiques à compressibilité induite par l'endommagement ». *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Chemistry-Astronomy*. 1997. Vol. 324, p. 281-288.
- [95] DANNENBERG E. M. « The effects of surface chemical interactions on the properties of filler-reinforced rubbers ». *Rubber Chemistry and Technology*. 1974. Vol. 48, p. 410-444.
- [96] LION A. « A constitutive model for carbon black filled rubber, experimental investigation and mathematical ». *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 1996. Vol. 6,.
- [97] ERNST L. J., SEPTANIKA E. G. « Application of the network alteration theory for modeling the time-dependent constitutive behaviour of rubbers. Part I. General theory ». *Mechanics of Materials*. décembre 1998. Vol. 30, p. 253-263.
- [98] LAIARINANDRASANA L., PIQUES R., ROBISSON A. « Visco-hyperelastic model with internal state variable coupled with discontinuous damage concept under total Lagrangian formulation ». *International Journal of Plasticity*. 2003. Vol. 19, p. 977-1000.
- [99] BEATTY M. F., KRISHNASWAMY S. « The Mullins effect in compressible solids ». *International Journal of Engineering Science*. 2000. Vol. 38, p. 1397-1414.
- [100] JOHNSON M. A., BEATTY M. F. « The Mullins Effect in Uniaxial Extension and Its Influence on the Transverse Vibration of a Rubber String ». *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 1993. Vol. 5, p. 83-115.
- [101] DIANI J., BRIEU M., VACHERAND J. M., REZGUI A. « Directional model for isotropic and anisotropic hyperelastic rubber-like materials ». *Mechanics of Materials*. 2004. Vol. 36, p. 313-321.
- [102] SHARIFF M. H. B. M. « An anisotropic model of the Mullins effect ». *Journal of Engineering Mathematics*. 2006. Vol. 56, p. 415-435.
- [103] SÉTRA. *Guide technique. Appareils d'appui en élastomère fretté. Utilisation sur les ponts, viaducs et structures similaires*,. Sétra, 2007.
- [104] BURTSCHER S. L., DORFMANN A. « Compression and shear tests of anisotropic high damping rubber bearings ». *Engineering Structures*. 2004. Vol. 26, p. 1979-1991.
- [105] DION C. *Etude numérique et expérimentation du comportement dynamique des ponts avec isolateurs et amortisseurs sismiques*. Canada. Ecole Polytechnique de Montréal, 2010.
- [106] AMIN A. F. M. S., WIRAGUNA S. I., BHUIYAN A. R., OKUI Y. « Hyperelasticity model for finite element analysis of natural and high damping rubbers in compression and shear ». *Journal of engineering mechanics*. 2006. Vol. 132, n°1, p. 54-65.

- [107] MANOS G. C. « Study of the behavior of steel laminated rubber bearings under prescribed loads ». In : *10th World Conference on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Vibrations, Control of Structures*. Istanbul, Turkey, 2007.
- [108] RYAN K. L., KELLY J. M., CHOPRA A. K. « Experimental observation of axial load effects in isolation bearing ». In : *13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, B.C., Canada, 2004. p. 1707.
- [109] MNEKBI DJEBALI C. *Rhéologie des polymères fondus à hauts taux de cisaillement. Application à la microinjection*. MINES Paris Tech. Ecole nationale supérieure des mines de Paris, 2012.
- [110] BAIR S., JARZYNSKI J., WINER W. O. « The temperature, pressure and time dependence of lubricant viscosity ». *Tribology International*. 2001. Vol. 34, p. 461-468.
- [111] SCHMELZER J. W. P., ZANOTTO E. D., FOKIN V. M. « Pressure dependence of viscosity ». *The Journal of Chemical Physics*. 2005. Vol. 122, p. 074511.
- [112] COUCH M. A., BINDING D. M. « High pressure capillary rheometry of polymeric fluids ». *Polymer*. 2000. Vol. 41, p. 6323-6334.
- [113] SUH J. B. *Stress analysis of rubber blocks under vertical loading and shear loading*. Akron, USA, 2007.
- [114] GOLAY F. *Résistance des matériaux*.
- [115] STANTON J., ROEDER C., MACKENZIE-HELNWEIN P. *Rotation Limits for Elastomeric Bearings*. University of Washington, 2004.
- [116] BREBBIA C. A. *Boundary Elements*. Buch / Hardcover : WIT Press, 2004. Advances in Boundary Elements, 19
- [117] FOND C. « Cavitation Criterion for Rubber Materials: A Review of Void-Growth Models ». *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*. 2001. Vol. 39, n°17, p. 2081-2096.
- [118] NELDER J. A., MEAD R. « A Simplex Method for Function Minimization ». *The computer Journal*. 1965. Vol. 7, n°4, p. 308-313.



# ANNEXE

## Dimensionnement des pièces du dispositif biaxial.

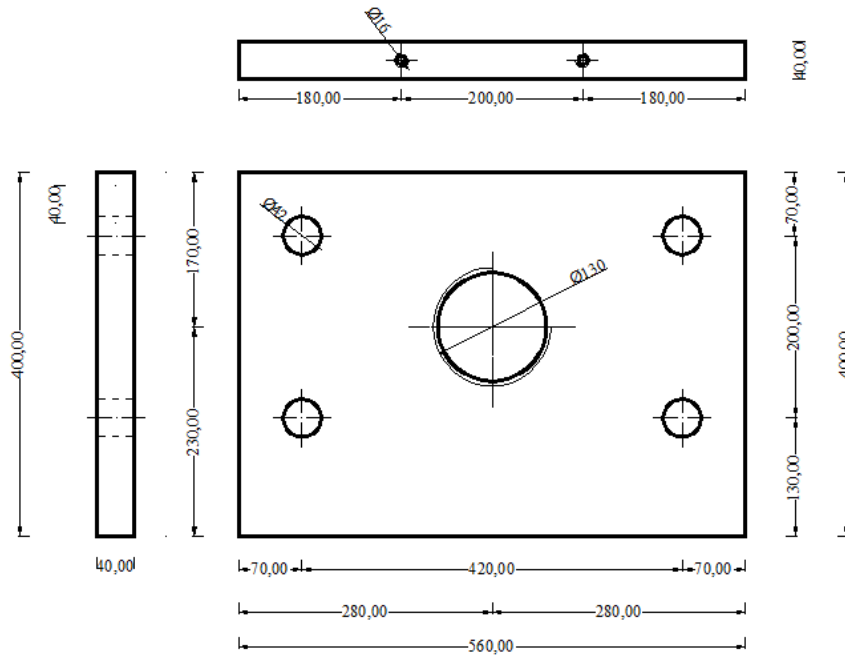


Figure 1 : Dimensionnement de la plaque P1.

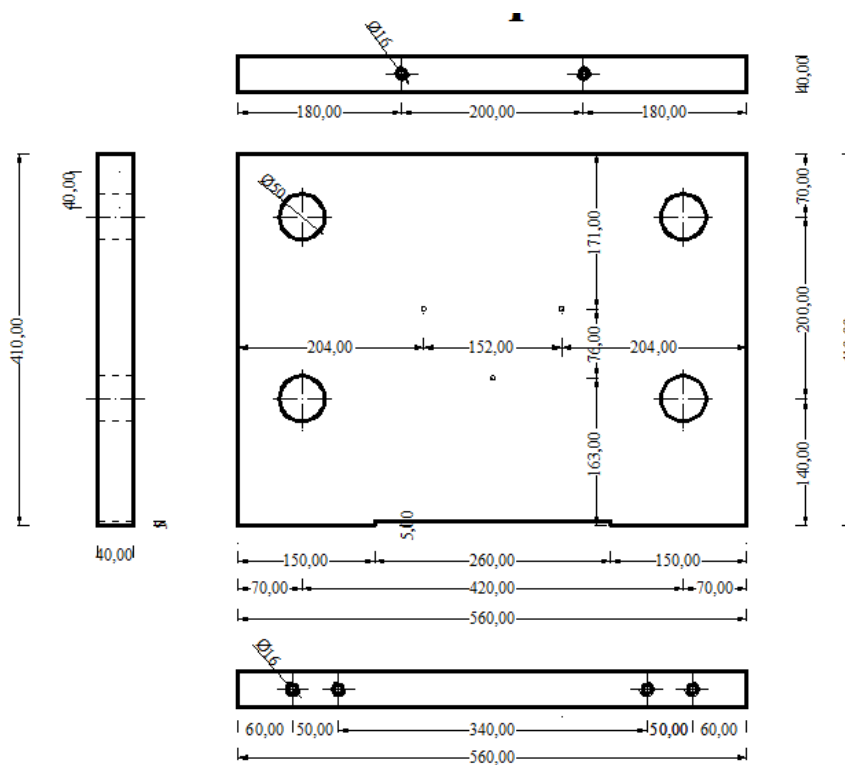


Figure 2 : Dimensionnement de la plaque P2.

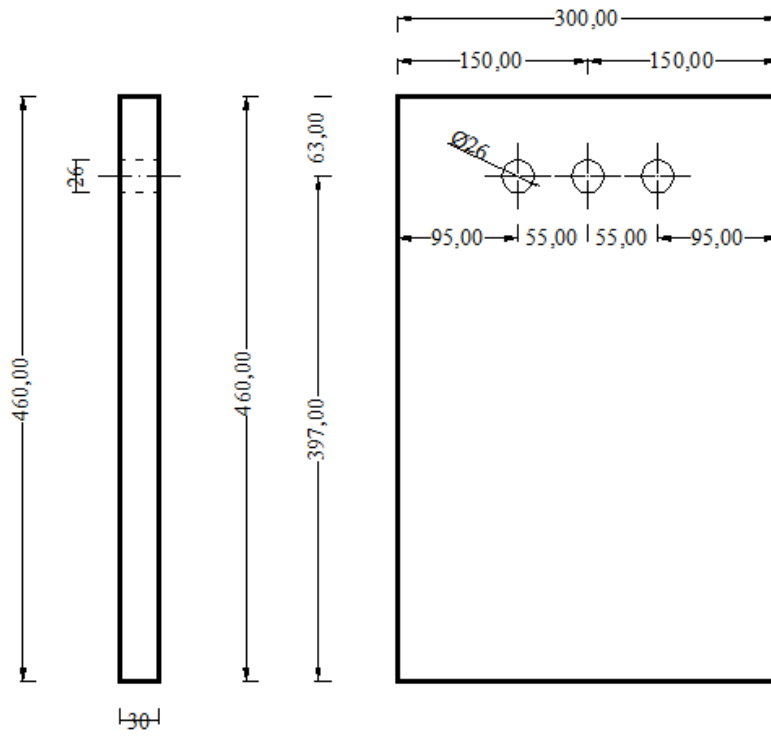


Figure 3 : Dimensionnement de la plaque P3.

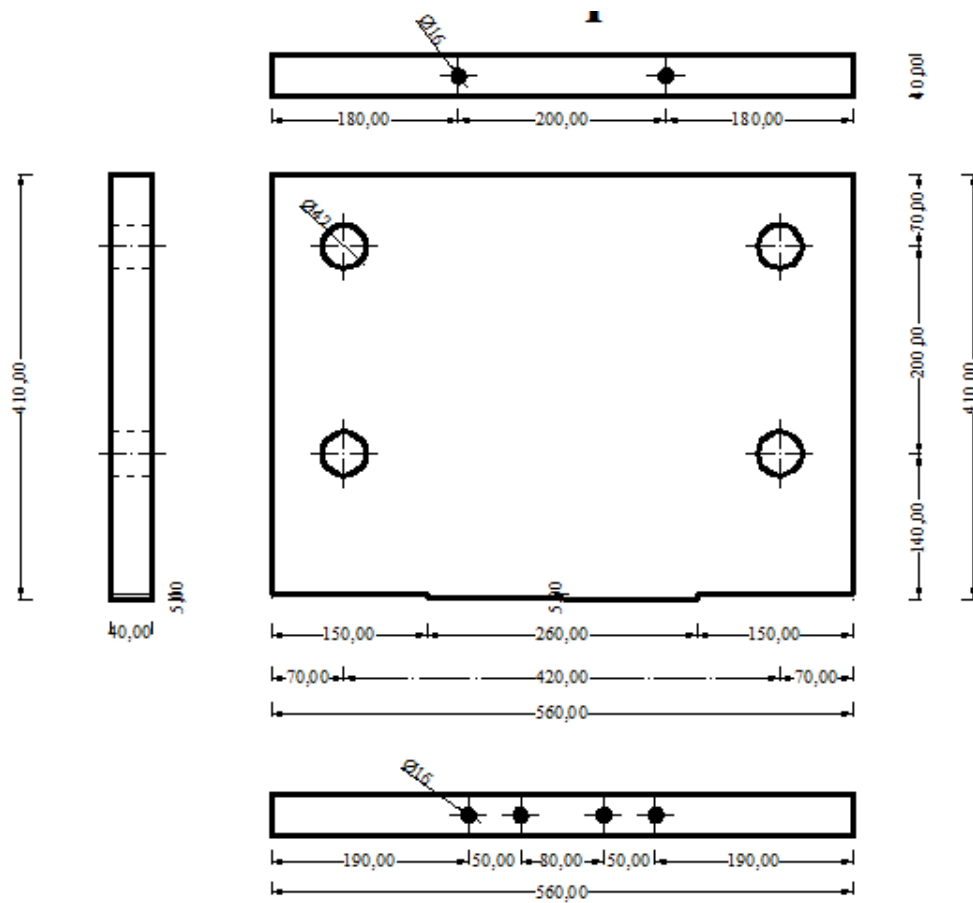


Figure 4 : Dimensionnement de la plaque P4.

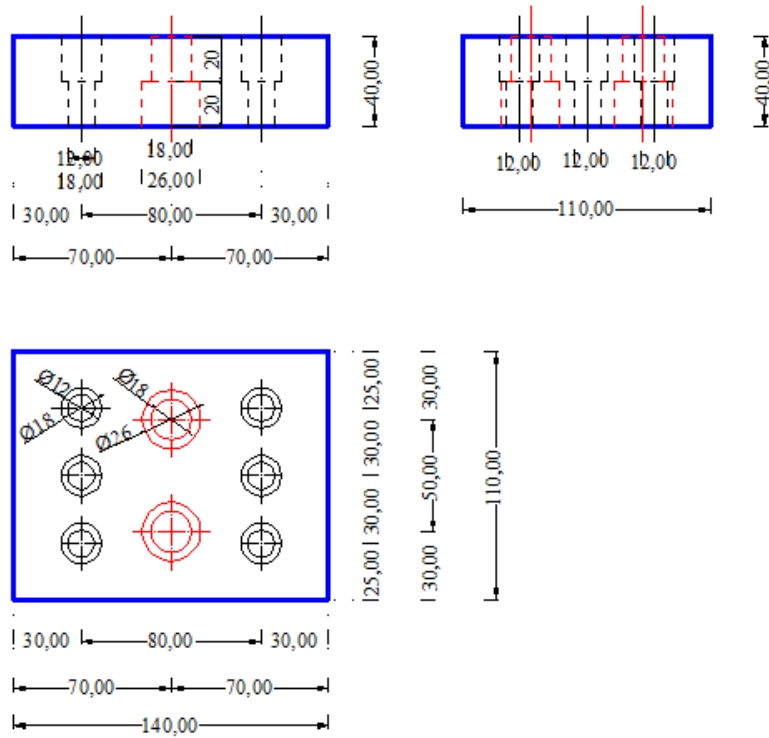


Figure 5 : Dimensionnement de la plaque P5.

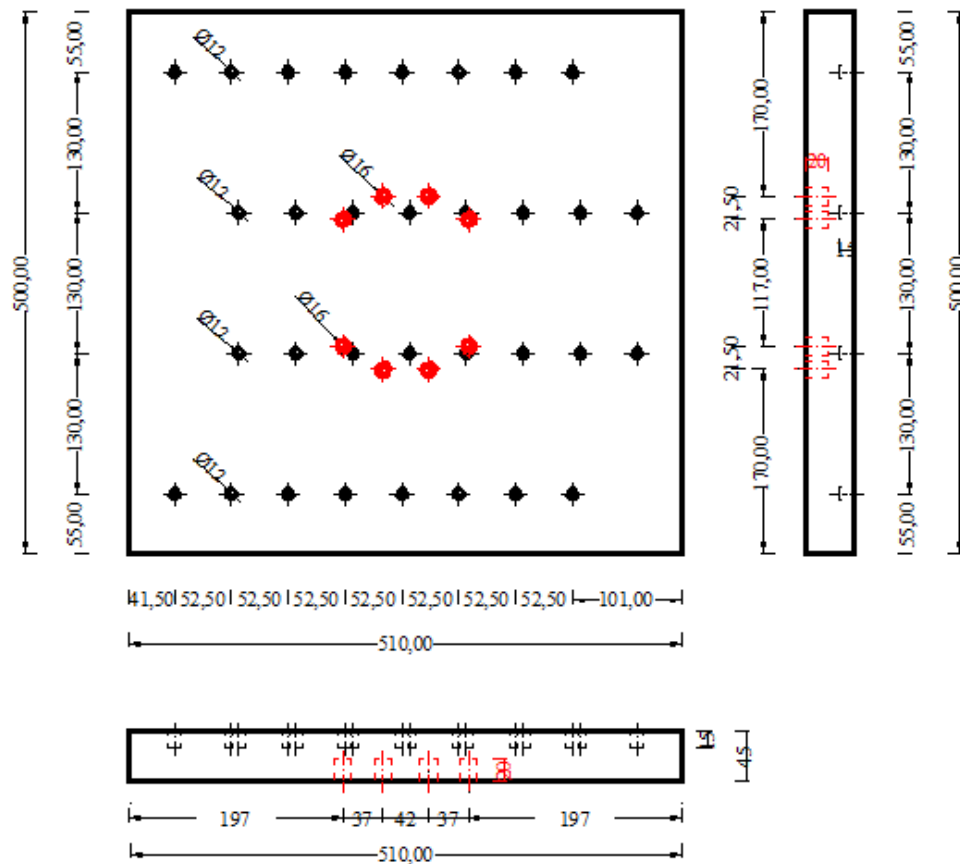


Figure 6 : Dimensionnement de la plaque P6.

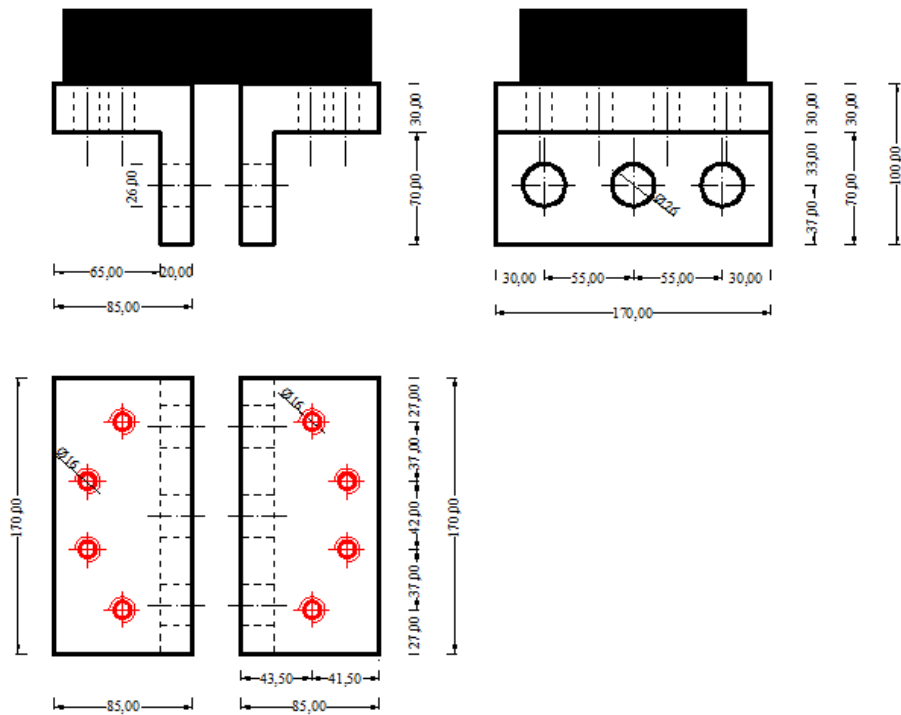


Figure 7 : Dimensionnement du système de fixation sur le mors de la machine hydraulique.

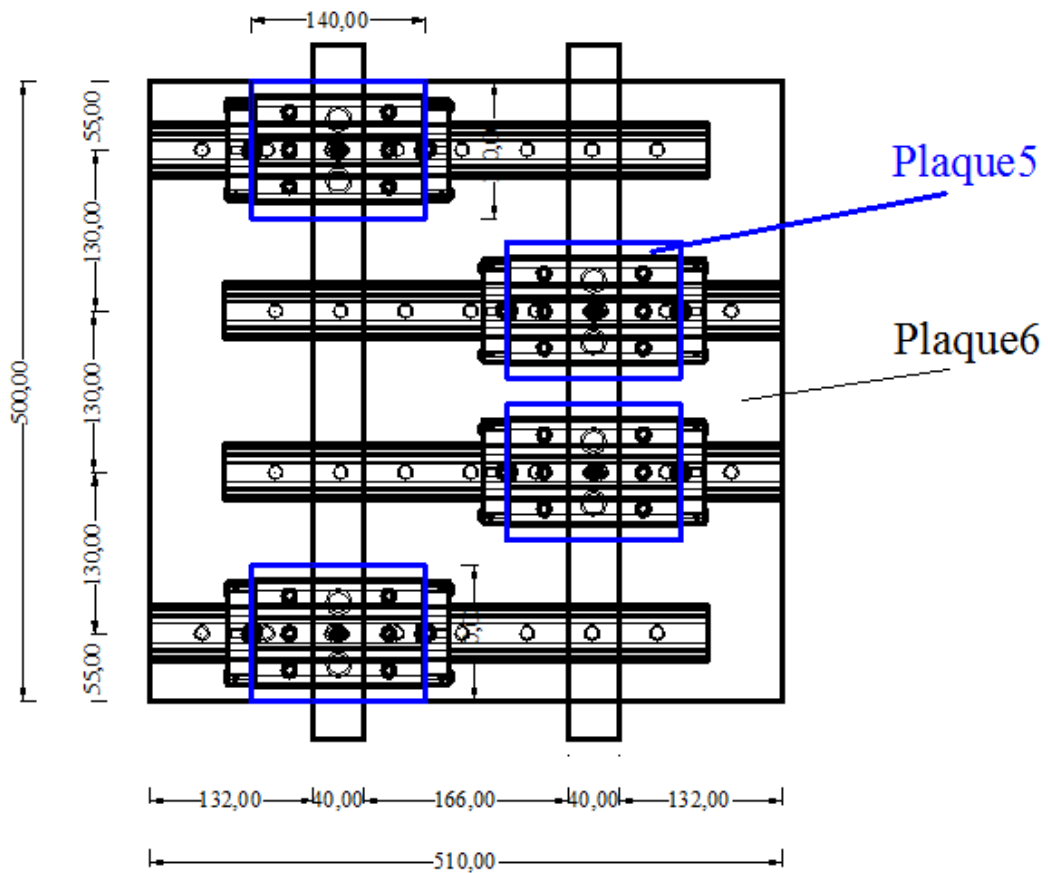


Figure 8 : Plan de fixation des glissières.

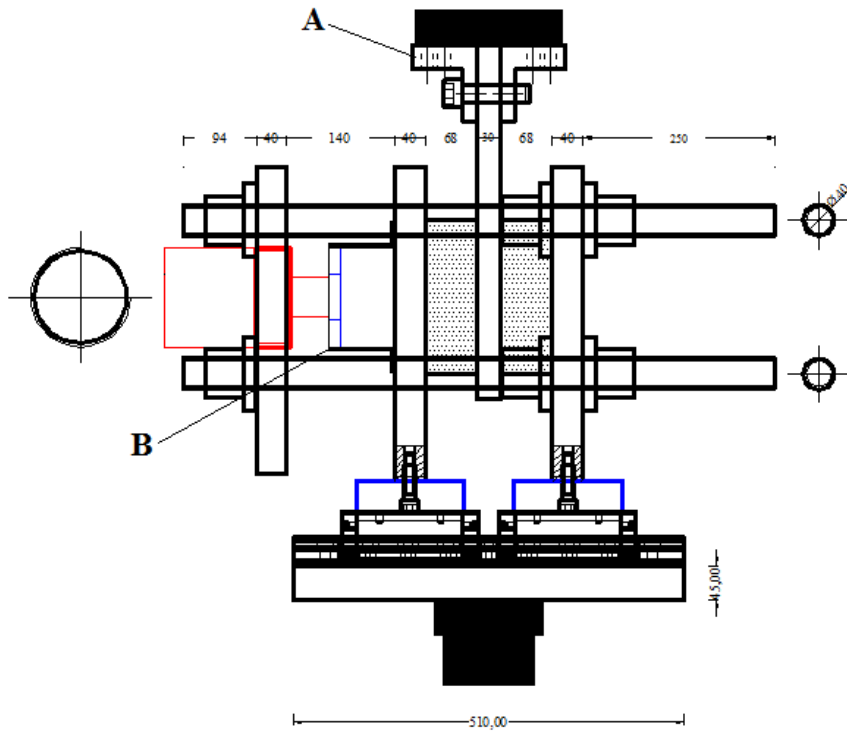


Figure 9 : Vue de face du système biaxial.

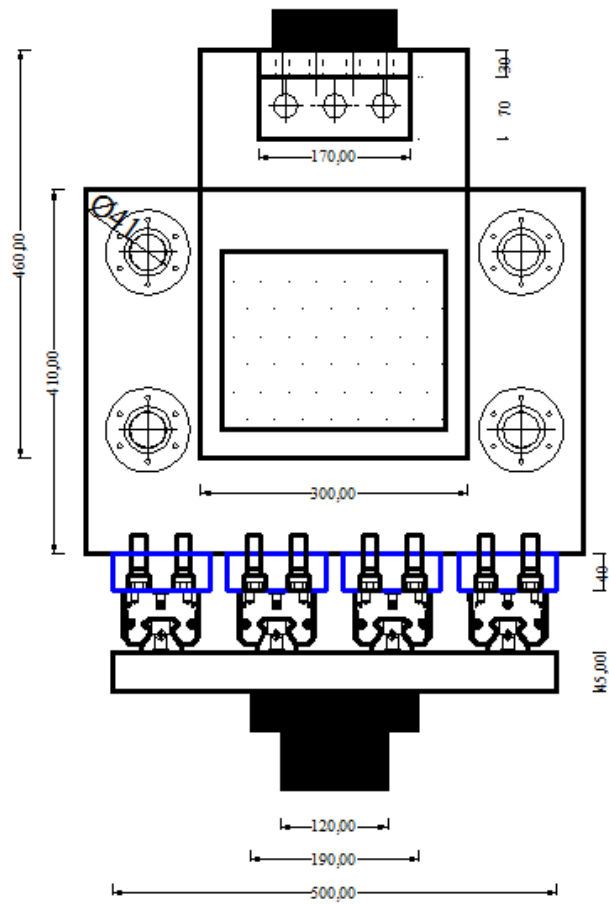


Figure 10 : Vue de droite du système biaxial.



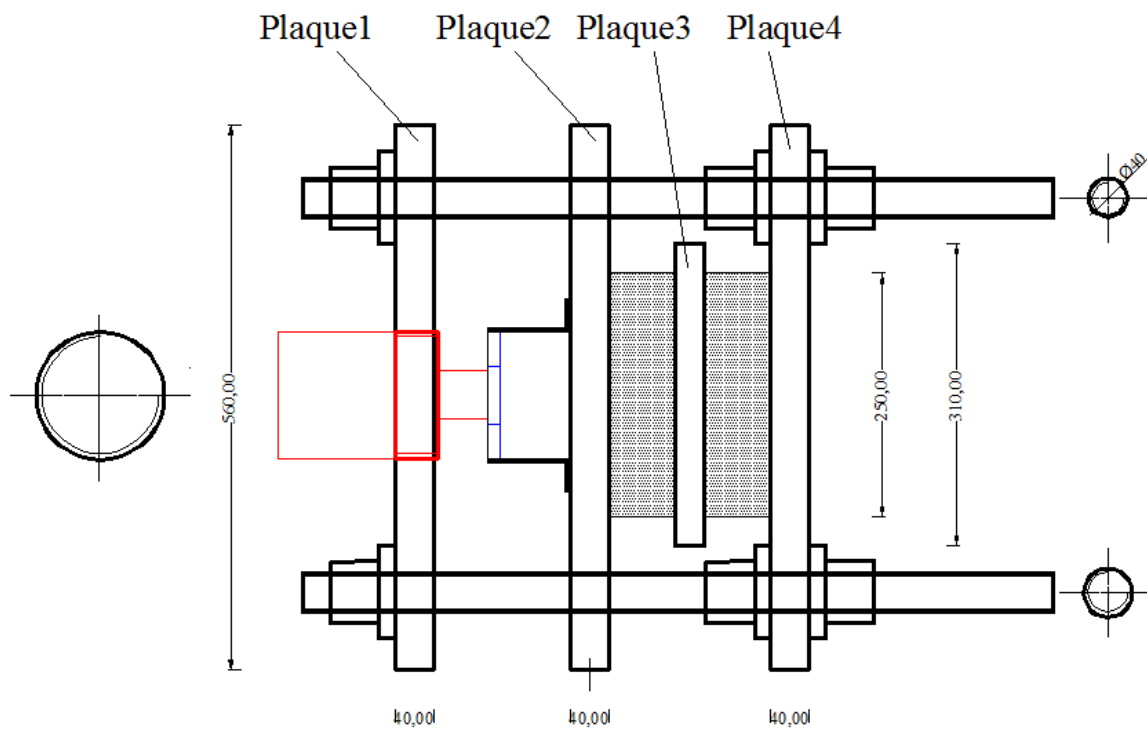


Figure 11 : Vue en plan du système biaxial.



# Résumé

Un Appareil d'Appui en Néoprène Fretté (AANF) est un bloc de néoprène renforcé intérieurement par une ou plusieurs frettes en acier, collées chimiquement pendant la vulcanisation. Le rôle de l'AANF est de transmettre des chargements verticaux et de permettre des mouvements de translation horizontaux en cas de séisme. Selon l'Eurocode 8 et la norme EN 1337-3, le comportement de l'AANF est considéré comme élastique linéaire ou hystérétique linéaire. En réalité, les comportements mécaniques de l'AANF sont très complexes et sont essentiellement ceux du néoprène tels que l'élasticité non linéaire, la viscosité, la plasticité, l'effet Payne, l'effet Mullins, etc. Toutefois, très peu d'études de l'effet Mullins et de la piezo-dépendance existent, et aucun modèle par éléments finis ne permet de modéliser ces phénomènes dans l'AANF. L'objectif de cette thèse est donc l'étude de l'effet Mullins, de la piezo-dépendance et la viscoélasticité non linéaire sur le néoprène et sur l'AANF. Pour atteindre ces objectifs, la caractérisation de ces phénomènes sur le néoprène est tout d'abord réalisée avec différents types de chargements tels que la relaxation, la traction cyclique, la compression cyclique, le couplage compression statique – cisaillement cyclique. De plus, un dispositif biaxial original est fabriqué afin de caractériser l'AANF sous le chargement de compression statique couplé au cisaillement cyclique. Grâce à ces résultats expérimentaux, un nouveau modèle est développé, permettant de modéliser simultanément l'effet Mullins, la piezo-dépendance ainsi que la viscoélasticité non linéaire du néoprène. Enfin, ce modèle est utilisé pour simuler la réponse de l'AANF sous le chargement couplé compression statique – cisaillement cyclique.

# Abstract

High Damping Rubber Bearings (HDRB) composed of alternating thin horizontal layers of elastomer bonded to steel plates are used to support permanent static loading in compression and cyclic shear in case of earthquakes. The behaviour of HDRB is considered to be linear elastic or linear hysteretic according to The European Standard Eurocode 8 and The Standard EN 1337 - 3. The mechanical behaviour of HDRB under loading is actually very complex and essentially linked to the behaviour of elastomer such as nonlinear elasticity, viscosity, plasticity, Payne effect, and Mullins effect. However, the coupling of Mullins effect and nonlinear viscosity as well as influence of hydrostatic stress on viscoelasticity of elastomer or of HDRB has not been studied yet. The aim of this thesis is thus the study of these effects on elastomer and on HDRB. In order to reach these objectives, characterization of these effects on elastomer is firstly performed with different types of loading such as relaxation test, cyclic tensile test, cyclic compression test and combined static compression – cyclic shear test. Furthermore, an original biaxial device is designed and manufactured in order to characterize the behaviour of HDRB under combined static compression – cyclic shear. Based on these experiments a new finite model is developed to simulate simultaneously Mullins effect, nonlinear viscosity and influence of hydrostatic stress on viscoelasticity of elastomer. Subsequently, this model is used to simulate the response of the HDRB under combined static compression - cyclic shear.