



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

UNIVERSITÉ PARIS-SUD
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Synthèse de la thèse

**An algebraic p -adic L -function for
ordinary families**

par

Jyoti Prakash SAHA

Directeurs de thèse:

M. Olivier FOUQUET (Université Paris-Sud)
M. Adrian IOVITA (Università degli Studi di Padova)

Motivation

Soit K_∞/K une \mathbb{Z}_p -extension d'un corps des nombres K et soit $K \subset K_n \subset K_\infty$ la sous-extension de degré n . K. Iwasawa a montré dans [Iwa59] que la puissance exacte de p divisant l'ordre du groupe de classes X_n de K_n est donnée pour n assez grand par la formule

$$(0.0.1) \quad \lambda n + \mu p^n + \nu$$

où $\lambda \geq 0$, $\mu \geq 0$ et ν sont entiers. Peu après, J.-P. Serre a remarqué dans [Ser95] que ce résultat découle de deux principes généraux: en premier lieu, la limite inverse X_∞ du X_n par rapport à l'application de norme est un module de torsion de type fini sur $\Lambda = \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(K_\infty/K)]]$ (un anneau régulier de dimension 2); en second lieu, il existe un élément spécifique ω_n tel que X_n soit égal à X_∞/ω_n . Comme l'ordre du groupe de classes est lié par la formule de nombre de classes de Dirichlet pour les valeurs spéciales de la fonction zeta, ces résultats suggèrent que la variation du groupes de classes en \mathbb{Z}_p -extension pourrait être liée à une fonction L p -adique et, de fait, la fonction zeta de Kubota-Leopoldt a reçu une nouvelle construction en termes de \mathbb{Z}_p -extensions cyclotomique dans [Iwa69]. Dans [Maz72], B. Mazur a montré que la formule (0.0.1) admet une extension à la croissance du groupe de Tate-Shafarevich des variétés abéliennes en \mathbb{Z}_p -extensions et il a proposé une généralisation audacieuse de ces faits à la cohomologie galoisienne de la cohomologie étale des variétés sur \mathbb{Q} . Toutefois, dans le contexte déjà de variétés abéliennes, un fait remarquable est que le théorème de contrôle qui relie le groupe de Selmer sur Λ au groupe de Selmer sur $\mathbb{Z}[\text{Gal}(K_n/K)]$ n'est vrai qu'à un terme d'erreur d'origine locale près; les termes d'erreur dans les places sur p étant parfois sans limite avec n . L'analogie mentionnée ci-dessus avec l'interpolation p -adique des valeurs spéciales des fonctions L peut peut-être expliquer le comportement étrange en p , tout comme il ne faut pas s'attendre à être en mesure d'interpoler les valeurs spéciales des fonctions L sans enlever d'abord un facteur d'Euler en p , il ne faut probablement pas s'attendre à interpoler p -adiquement des modules de cohomologie galoisienne, sans modification en p . La pertinence (le cas échéant) des termes d'erreur en d'autres places, d'autre part, reste évasive.

Dans les années 80 et au début des années 90, plusieurs améliorations théoriques ont complètement changé notre approche de ces questions classiques. Tout d'abord, R. Greenberg a proposé dans [Gre89, Gre91] que le cadre approprié pour l'étude de la variation p -adique des valeurs spéciales des fonctions L et des modules de Selmer est la déformation universelle d'une représentation galoisienne d'origine géométrique. Deuxièmement, les conjectures formulées par Bloch et Kato dans [BK90, Kat93] ont considérablement approfondi notre compréhension du comportement des valeurs spéciales des fonctions L . En particulier, elles ont clairement indiqué que les valeurs spéciales des fonctions L devraient être liées à une base entière dans le déterminant du complexe de cohomologie galoisienne des motifs à coefficients. Vu de ce double point de vue, la bonne extension du théorème classique d'Iwasawa et de contrôle de Mazur devrait être que la spécialisation d'une base entière de la cohomologie galoisienne d'un motif à coefficients dans un anneau de déformation universelle en un point arithmétique x doit être égale à la base entière du déterminant de la cohomologie galoisienne du motif sur \mathbb{Q} correspondant à x provenant des conjectures sur les valeurs spéciales des fonctions L . Comme dans [Kat04], on peut vérifier, par exemple, que cette formulation appliquée sur le motif $\mathbb{Q}(1)$ redonne exactement le théorème de contrôle d'Iwasawa et qu'aucun

nombre premier $\ell \neq p$ ne peut faire une contribution au terme d'erreur dans le cas des \mathbb{Z}_p -extensions. Toutefois, même dans le plus simple exemple de familles p -adique universelles des motifs de rang 2, celui des familles p -adique de formes propres ordinaires paramétrées par l'algèbre de Hida-Hecke, même une formulation précise de la forme conjecturale du théorème de contrôle a été faite jusqu'ici .

Les raisons pour cela sont doubles. Pour commencer, les anneaux de déformation universelles ne sont généralement pas connus pour être des anneaux réguliers, donc les complexes de cohomologie galoisienne de familles p -adique avec des coefficients dans les anneaux de déformation universelles ne sont généralement pas connus pour être des complexes parfaits, ce qui exclut la possibilité de prendre sans condition leurs déterminants. Même dans la formulation plus classique de Greenberg ([**Gre91**]), il faut considérer l'idéal caractéristique de certains modules et cela nécessite au moins l'anneau d'être normal. Cet exemple est probablement la raison pour laquelle [**EPW06**] (par Emerton, Pollack et Weston) ne contient pas de définition d'une contrepartie algébrique à la fonction L p -adique analytique pour les familles de Hida. En outre, même lorsque les complexes sont connus pour être parfaits, le terme d'erreur omniprésent dans les théorèmes de contrôle depuis [**Maz72**] peut être très difficile à contrôler de manière explicite dans la déformation universelle. C'est ce qui se passe par exemple dans [**Och06, FO12**] (par Fouquet et Ochiai) et est liée à la variation des invariants sous l'inertie en familles.

Dans ce manuscrit, nous prouvons un théorème de contrôle parfait aux points arithmétiques sur un branche d'une famille de Hida pour $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Q})$ et pour les groupes unitaires définis avec aucune hypothèse sur la nature de l'anneau universelle de déformation, et ainsi construisons inconditionnellement une fonction L p -adique algébrique pour les représentations galoisiennes attachées à ces familles de Hida. L'outil fondamental permettant ce progrès est la reconnaissance du rôle crucial joué par la conjecture de monodromie-poids dans la variation des valeurs spéciales des fonctions L (une idée que nous avons apprise de Nekovář [**Nek06**] et Ochiai [**Och06**]). La philosophie derrière la conjectures de Bloch, Kato, Fontaine, Perrin-Riou ([**BK90, FPR94**]) est que les valeurs spéciales des fonctions L doivent encoder les extensions des motifs qui ne sont pas trop ramifiées. Cela implique que les conditions locales en $\ell \neq p$ qui l'on pense devoir apparaître dans la définition des fonctions L p -adiques algébriques doivent impliquer la ramification. La conjecture de monodromie-poids permet de relier les invariants sous l'inertie de modules purs avec les valeurs propres du Frobenius et ceci permet à la fois de définir inconditionnellement une fonction L p -adique algébrique ainsi que de prouver qu'elle satisfait un théorème de contrôle aux points arithmétiques. Nous remarquons que la conjecture de monodromie-poids est connue dans de nombreux cas par de travaux de Blasius, Caraiani, Carayol, Clozel, Harris, Scholze, Shin, Taylor, Yoshida *et al.* (voir [**Car86, Théorème A**], [**Bla06, Theorem 2**], [**HT01, TY07, Shi11, Car12, Sch12, Clo13**] par exemple).

Énoncé des résultats

Dans cette section, nous résumons les résultats obtenus dans les [**Sah**, chapter 1, 3, 4].

Pureté pour le représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension. ¹ Soit p un nombre premier et K une extension finie de \mathbb{Q}_ℓ pour $\ell \neq p$. Soit \mathcal{R} un anneau intègre de caractéristique zero contenant \mathbb{Z}_p comme une sous-algèbre. Notons le corps des fractions de \mathcal{R} par \mathcal{K} et nous fixons une clôture algébrique $\overline{\mathcal{K}}$ de \mathcal{K} .

Notons la clôture intégrale de \mathcal{R} dans $\overline{\mathcal{K}}$ par $\mathcal{O}_{\overline{\mathcal{K}}}$. On remarque que tout homomorphisme d'anneaux ψ de \mathcal{R} dans un corps Ω algébriquement clos de caractéristique zero s'étend à $\mathcal{O}_{\overline{\mathcal{K}}}[1/p]$ qui sera notée ψ par abus de notation. Remarquons que $\overline{\mathbb{Q}}$ est contenue dans $\mathcal{O}_{\overline{\mathcal{K}}}[1/p]$. Supposons que $G_K = \text{Gal}(\overline{K}/K)$ agit sur un \mathcal{R} -module libre \mathcal{T} de rang fini de sorte que son action est monodromique (*i.e.*, un sous-groupe de indice fini de I_K agit à travers ses \mathbb{Z}_p -quotient par l'exponentielle d'une matrice nilpotente, voir [Sah, Definition 1.1.1]). Soit \mathcal{M}_\bullet la filtration sur \mathcal{T} associée à son monodromie. Notons la G_K -représentation $\mathcal{T} \otimes_{\mathcal{R}} \overline{\mathcal{K}}$ par \mathcal{V} . La paramétrisation de Weil-Deligne de une G_K -représentation V est notée par $\text{WD}(V)$. Pour une représentation de Weil-Deligne V , son Frobenius-semisimplification est notée $V^{\text{Fr-ss}}$.

Théorème A (Pureté pour le représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension ²). *Supposons que $\lambda : \mathcal{R} \rightarrow \overline{\mathbb{Q}}_p$ est un morphisme de \mathbb{Z}_p -algèbres tel que la G_K -représentation*

$$V_\lambda := \mathcal{T} \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p$$

est pur de poids w . Soit \mathfrak{p}_λ le noyau de λ . Soit $M_{\lambda, \bullet}$ la filtration sur V_λ associée à son monodromie. Alors, les énoncés suivants s'avèrent.

- (1) *Après les avoir localisé à \mathfrak{p}_λ , les termes et gradués de \mathcal{M}_\bullet deviennent libres sur $\mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}$ et pour tout $i \in \mathbb{Z}$, l'application λ induit les isomorphismes*

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_i \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p &\simeq M_{\lambda, i}, \\ \text{Gr}_i \mathcal{M}_\bullet \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p &\simeq \text{Gr}_i M_{\lambda, \bullet} \end{aligned}$$

de W_K -modules.

- (2) *Il existent*

- (a) *un entier $J \geq 1$,*
- (b) *des entiers $0 \leq t_1 < \dots < t_J$,*
- (c) *un entier $I \geq 1$,*
- (d) *(i) des caractères non ramifiées*

$$\chi_1 : W_K \rightarrow \mathcal{O}_{\overline{\mathcal{K}}}^\times, \dots, \chi_I : W_K \rightarrow \mathcal{O}_{\overline{\mathcal{K}}}^\times$$

- (ii) des représentations Frobenius-semisimples irréductibles*

$$\rho_1 : W_K \rightarrow \text{GL}_{d_1}(\overline{\mathbb{Q}}), \dots, \rho_I : W_K \rightarrow \text{GL}_{d_I}(\overline{\mathbb{Q}})$$

avec l'image finie et

- (e) *des entiers $n_{ij} \geq 0$ pour $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J$ de sorte que les propriétés suivantes sont satisfaites.*

¹“Purity for big Galois representations” en anglais.

²“Purity for big Galois representations” en anglais.

- Il existent des isomorphismes de représentations de Weil-Deligne

$$\begin{aligned} \mathrm{WD}(\mathcal{V})^{\mathrm{Fr}\text{-ss}} &\simeq \bigoplus_{i=1}^I \bigoplus_{j=1}^J \mathrm{Sp}_{t_j}(\chi_i \otimes \rho_i)_{/\overline{K}}^{n_{ij}}, \\ \mathrm{WD}(V_\lambda)^{\mathrm{Fr}\text{-ss}} &\simeq \bigoplus_{i=1}^I \bigoplus_{j=1}^J \mathrm{Sp}_{t_j}(\lambda \circ (\chi_i \otimes \rho_i))_{/\overline{\mathbb{Q}}_p}^{n_{ij}}. \end{aligned}$$

- L'image de la représentation

$$\lambda \circ (\chi_i \otimes \rho_i) : W_K \rightarrow \mathrm{GL}_{d_i}(\overline{\mathbb{Q}}_p)$$

est contenue dans $\mathrm{GL}_{d_i}(\overline{\mathbb{Q}})$ pour chaque $1 \leq i \leq I$.

De plus, les entiers I, J, t_i, n_{ij} et les représentations χ_i, ρ_i dépendent de \mathcal{V} , mais pas de λ .

- (3) La λ -spécialisation des sommandes centrales irréductibles de $\mathrm{WD}(\mathcal{V})^{\mathrm{Fr}\text{-ss}}$ (considérées sur $\mathcal{O}_{\overline{K}}[1/p]$) sont strictement pur de poids w .
- (4) Le polynôme $\mathrm{Eul}(\mathcal{V})^{-1}$ a des coefficients dans $\mathcal{O}_K \cap \mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}$, son λ -spécialisation est $\mathrm{Eul}(V_\lambda)^{-1}$, i.e.,

$$\lambda(\mathrm{Eul}(\mathcal{V})^{-1}) = \mathrm{Eul}(V_\lambda)^{-1}.$$

- (5) Les $\mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}$ -modules $\mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}^{IK}, \mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}/\mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}^{IK}$ sont libres et l'application λ induit un isomorphisme

$$\mathcal{T}^{IK} \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p \simeq \mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}^{IK} \otimes_{\mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p \simeq V_\lambda^{IK}.$$

Par conséquent, le complexe $[\mathcal{T}^{IK} \xrightarrow{\phi^{-1}} \mathcal{T}^{IK}]$ concentré en degré 0, 1 descend parfaitement au complexe $[V_\lambda^{IK} \xrightarrow{\phi^{-1}} V_\lambda^{IK}]$ concentré en degré 0, 1, i.e.,

$$[\mathcal{T}^{IK} \xrightarrow{\phi^{-1}} \mathcal{T}^{IK}] \otimes_{\mathcal{R}, \lambda}^L \overline{\mathbb{Q}}_p \simeq [V_\lambda^{IK} \xrightarrow{\phi^{-1}} V_\lambda^{IK}].$$

Pour une version plus générale, nous faisons appel au [Sah, theorem 1.2.4] qui est le résultat principal du [Sah, chapter 1]. La caractéristique principale de pureté pour le représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension est que l'utilisation de celui-ci peut montrer des théorèmes de contrôle à spécialisations pur pour les (facteurs locaux en dehors de p des) fonctions L p -adiques algébriques que nous construisons dans le [Sah, chapter 3, 4]. En utilisant le même outil et [Ber13, Lemma 5.5], nous espérons également construire un fonction L p -adique algébrique au long des composantes irréductibles de variétés de Hecke. En fait, nous espérons que l'utilisation de la pureté pour le représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension, un fonction L p -adique algébrique peut être construit pour toute la famille de représentations galoisiennes et les pseudo-représentations qui interpoler représentations galoisiennes sur $\overline{\mathbb{Q}}_p$, dont la restriction à des groupes de décomposition aux places en dehors de p sont purs. Nous nous référons à l'introduction du [Sah, chapter 1] pour une discussion détaillée sur un contexte approprié de la pureté pour le représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension, une esquisse de la preuve, les conséquences et l'explication de l'inévitabilité de la hypothèse que \mathcal{R} est un anneau intègre.

Théorème A ci-dessus est obtenu à partir des deux théorèmes suivants.

Théorème B. *Supposons que $\lambda : \mathcal{R} \rightarrow \overline{\mathbb{Q}}_p$ est un morphisme de \mathbb{Z}_p -algèbres tel que la G_K -représentation*

$$V_\lambda := \mathcal{T} \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p$$

est pur de poids w . Soit \mathfrak{p}_λ le noyau de λ . Soit $M_{\lambda, \bullet}$ la filtration sur V_λ associée à son monodromie. Alors, les énoncés suivants s'avèrent.

- (1) *Après les avoir localisé à \mathfrak{p}_λ , les termes et gradués de \mathcal{M}_\bullet deviennent libres sur $\mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}$.*
- (2) *Pour tout $i \in \mathbb{Z}$, l'application λ induit les isomorphismes*

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_i \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p &\simeq M_{\lambda, i}, \\ \mathrm{Gr}_i \mathcal{M}_\bullet \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p &\simeq \mathrm{Gr}_i M_{\lambda, \bullet} \end{aligned}$$

de W_K -modules.

Théorème C. *Supposons que $\lambda : \mathcal{R} \rightarrow \overline{\mathbb{Q}}_p$ est un morphisme de \mathbb{Z}_p -algèbres. Posons*

$$V_\lambda := \mathcal{T} \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p.$$

Soit \mathfrak{p}_λ le noyau de λ . Soit $M_{\lambda, \bullet}$ la filtration sur V_λ associée à son monodromie. Supposons que

- (I) *après les avoir localisé à \mathfrak{p}_λ , les termes et gradués de \mathcal{M}_\bullet deviennent libres sur $\mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}$ et*
- (II) *pour tout $i \in \mathbb{Z}$, l'application λ induit les isomorphismes*

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_i \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p &\simeq M_{\lambda, i}, \\ \mathrm{Gr}_i \mathcal{M}_\bullet \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}}_p &\simeq \mathrm{Gr}_i M_{\lambda, \bullet} \end{aligned}$$

de W_K -modules.

Alors, les énoncés suivants s'avèrent.

- (1) *Il existent*
 - (a) *un entier $J \geq 1$,*
 - (b) *des entiers $0 \leq t_1 < \dots < t_J$,*
 - (c) *un entier $I \geq 1$,*
 - (d) *(i) des caractères non ramifiées*

$$\chi_1 : W_K \rightarrow \mathcal{O}_{\overline{K}}^\times, \dots, \chi_I : W_K \rightarrow \mathcal{O}_{\overline{K}}^\times$$

- (ii) *des représentations Frobenius-semisimples irréductibles*

$$\rho_1 : W_K \rightarrow \mathrm{GL}_{d_1}(\overline{\mathbb{Q}}), \dots, \rho_I : W_K \rightarrow \mathrm{GL}_{d_I}(\overline{\mathbb{Q}})$$

avec l'image finie et

- (e) *des entiers $n_{ij} \geq 0$ pour $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J$ de sorte que les propriétés suivantes sont satisfaites.*

- Il existent des isomorphismes de représentations de Weil-Deligne

$$\begin{aligned} \text{WD}(\mathcal{V})^{\text{Fr-ss}} &\simeq \bigoplus_{i=1}^I \bigoplus_{j=1}^J \text{Sp}_{t_j}(\chi_i \otimes \rho_i)_{/\overline{\mathcal{K}}}^{n_{ij}}, \\ \text{WD}(V_\lambda)^{\text{Fr-ss}} &\simeq \bigoplus_{i=1}^I \bigoplus_{j=1}^J \text{Sp}_{t_j}(\lambda \circ (\chi_i \otimes \rho_i))_{/\overline{\mathbb{Q}_p}}^{n_{ij}}. \end{aligned}$$

- L'image de la représentation

$$\lambda \circ (\chi_i \otimes \rho_i) : W_K \rightarrow \text{GL}_{d_i}(\overline{\mathbb{Q}_p})$$

est contenue dans $\text{GL}_{d_i}(\overline{\mathbb{Q}})$ pour chaque $1 \leq i \leq I$.

De plus, les entiers I, J, t_i, n_{ij} et les représentations χ_i, ρ_i dépendent de \mathcal{V} , mais pas de λ .

- (2) Le polynôme $\text{Eul}(\mathcal{V})^{-1}$ a des coefficients dans $\mathcal{O}_{\mathcal{K}} \cap \mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}$, son λ -spécialisation est $\text{Eul}(V_\lambda)^{-1}$, i.e.,

$$\lambda(\text{Eul}(\mathcal{V})^{-1}) = \text{Eul}(V_\lambda)^{-1}.$$

- (3) Les $\mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}$ -modules $\mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}^{I_{\mathcal{K}}}, \mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}/\mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}^{I_{\mathcal{K}}}$ sont libres et l'application λ induit un isomorphisme

$$\mathcal{T}^{I_{\mathcal{K}}} \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}_p} \simeq \mathcal{T}_{\mathfrak{p}_\lambda}^{I_{\mathcal{K}}} \otimes_{\mathcal{R}_{\mathfrak{p}_\lambda}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}_p} \simeq V_\lambda^{I_{\mathcal{K}}}.$$

Par conséquent, le complexe $[\mathcal{T}^{I_{\mathcal{K}}} \xrightarrow{\phi^{-1}} \mathcal{T}^{I_{\mathcal{K}}}]$ concentré en degré 0, 1 descend parfaitement au complexe $[V_\lambda^{I_{\mathcal{K}}} \xrightarrow{\phi^{-1}} V_\lambda^{I_{\mathcal{K}}}]$ concentré en degré 0, 1, i.e.,

$$[\mathcal{T}^{I_{\mathcal{K}}} \xrightarrow{\phi^{-1}} \mathcal{T}^{I_{\mathcal{K}}}] \otimes_{\mathcal{R}, \lambda}^L \overline{\mathbb{Q}_p} \simeq [V_\lambda^{I_{\mathcal{K}}} \xrightarrow{\phi^{-1}} V_\lambda^{I_{\mathcal{K}}}] .$$

Nous montrons également la proposition suivante.

Proposition A. *Supposons que $\lambda : \mathcal{R} \rightarrow \overline{\mathbb{Q}_p}$ est un morphisme de \mathbb{Z}_p -algèbres. Posons*

$$V_\lambda := \mathcal{T} \otimes_{\mathcal{R}, \lambda} \overline{\mathbb{Q}_p}.$$

Alors, les énoncés suivants s'avèrent.

- (1) Le polynôme $\text{Eul}(\mathcal{V})^{-1}$ a des coefficients dans $\mathcal{O}_{\mathcal{K}}$.

- (2)

$$\dim_{\overline{\mathcal{K}}} \mathcal{V}^{I_{\mathcal{K}}} \leq \dim_{\overline{\mathbb{Q}_p}} V_\lambda^{I_{\mathcal{K}}}.$$

Fonctions L p -adiques algébriques pour la famille de Hida pour $\text{GL}_2(\mathbb{Q})$. Les résultats obtenus dans le [Sah, chapter 3] sont résumés ici.

Nous construisons fonctions L p -adiques algébriques $L_{p, \text{Gr}}^{\text{alg}}(-), L_{p', \text{Gr}}^{\text{alg}}(-), L_{p, \text{Kato}}^{\text{alg}}(-)$. En utilisant de [Sah, theorem 1.2.4] et la pureté des représentations galoisiennes modulaires, nous montrons qu'elles satisfont des théorèmes de contrôle à spécialisations arithmétiques (sous certaines hypothèses). Nous relient aussi notre construction avec groupe de Selmer

stricte de Greenberg (en utilisant [Kat04, Theorem 17.4], [Nek06, Theorem 7.8.6]). Maintenant, nous enonçons ces résultats se référant au [Sah, chapter 3] pour plus de détails.

Soit

$$h_\infty^{\text{ord}} = \varprojlim_{r \geq 1} h_2^{\text{ord}}(Np^\infty; \mathbb{Z}_p) \simeq \varprojlim_{r \geq 1} h_k^{\text{ord}}(Np^\infty; \mathbb{Z}_p)$$

l'algèbre de Hida-Hecke et \mathfrak{a} un idéal premier minimal de h_∞^{ord} . Posons

$$R(\mathfrak{a}) = h_\infty^{\text{ord}} / \mathfrak{a}.$$

Supposons que la composition d'applications

$$h_\infty^{\text{ord}} \twoheadrightarrow R(\mathfrak{a}) \hookrightarrow \text{Frac}(R(\mathfrak{a}))$$

est *minimal* dans le sens de [Hid88, p. 317]. Notons $\mathcal{T}(\mathfrak{a})$ la représentation galoisienne de Hida de $G_{\mathbb{Q}, S}$ sur $R(\mathfrak{a})$, où S désigne un ensemble fini de places de \mathbb{Q} contenant p et la place à l'infini. Supposons que la représentation résiduelle $\bar{\rho}$ associé à la $G_{\mathbb{Q}, S}$ -représentation $\mathcal{T}(\mathfrak{a})$ est absolument irréductible (ce qui dit [Sah, hypothesis 3.2.4]).

Pour une spécialisation arithmétique λ de $R(\mathfrak{a})$, posons

$$\mathcal{O}_\lambda = \text{Im} \lambda$$

et notons T_λ la $G_{\mathbb{Q}, S}$ -représentation $\mathcal{T}(\mathfrak{a}) \otimes_{R(\mathfrak{a}), \lambda} \mathcal{O}_\lambda$.

On désigne

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}} &= \mathcal{T}(\mathfrak{a}) \widehat{\otimes}_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(\mathbb{Q}_\infty/\mathbb{Q})]], \\ T_{\lambda, \text{Iw}} &= T_\lambda \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(\mathbb{Q}_\infty/\mathbb{Q})]] \end{aligned}$$

la déformation cyclotomique de $\mathcal{T}(\mathfrak{a})$ et T_λ respectivement, où \mathbb{Q}_∞ désigne les \mathbb{Z}_p -extension cyclotomiques de \mathbb{Q} .

Posons

$$\begin{aligned} \Lambda_{\mathcal{O}_\lambda} &= \mathcal{O}_\lambda \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(\mathbb{Q}_\infty/\mathbb{Q})]], \\ R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}} &= R(\mathfrak{a}) \widehat{\otimes}_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(\mathbb{Q}_\infty/\mathbb{Q})]]. \end{aligned}$$

Dans la [Sah, definition 3.3.4], nous définissons $L_{p, \text{Gr}}^{\text{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}})$, $L_{p', \text{Gr}}^{\text{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}})$, $L_{p, \text{Kato}}^{\text{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}})$, $L_{p, \text{Gr}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}})$, $L_{p', \text{Gr}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}})$, $L_{p, \text{Kato}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}})$, où λ désigne une spécialisation arithmétique de $R(\mathfrak{a})$.

Théorème D. *Soit λ une spécialisation arithmétique de $R(\mathfrak{a})$. Ensuite, les isomorphismes dans les [Sah, propositions 2.1.2, 2.2.1, 2.2.3] induisent un isomorphisme*

$$L_{p, \text{Gr}}^{\text{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}) \otimes_{R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}, \lambda} \Lambda_{\mathcal{O}_\lambda} \cong L_{p, \text{Gr}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}})$$

lorsque $\bar{\rho}$ est p -distingué. Ils induisent également les isomorphismes

$$\begin{aligned} L_{p',\text{Gr}}^{\text{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}) \otimes_{R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}, \lambda} \Lambda_{\mathcal{O}_\lambda} &\cong L_{p',\text{Gr}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}}), \\ L_{p,\text{Kato}}^{\text{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}) \otimes_{R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}, \lambda} \Lambda_{\mathcal{O}_\lambda} &\cong L_{p,\text{Kato}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}}). \end{aligned}$$

Théorème E. *Soit λ une spécialisation arithmétique de $R(\mathfrak{a})$ telle que \mathcal{O}_λ est un anneau de valuation discrète. Le complexe de Selmer $R\Gamma_f(T_{\lambda, \text{Iw}})$ défini par rapport à la condition locale de Greenberg ([Sah, définition 2.2.2]) est un complexe parfait de $\Lambda_{\mathcal{O}_\lambda}$ -modules et l'application $i_{\Lambda_{\mathcal{O}_\lambda}}(-, -, -)$ (comme dans [Sah, équation 2.1.4]) induit un isomorphisme*

$$L_{p,\text{Gr}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}}) \simeq \left(\det_{\Lambda_{\mathcal{O}_\lambda}} R\Gamma_f(T_{\lambda, \text{Iw}}) \right)^{-1}.$$

Pour tout entier $i < 1$ et $i > 2$,

$$\tilde{H}_f^i(T_{\lambda, \text{Iw}}) = 0.$$

Supposons que p ne divise pas le niveau de la forme ordinaire associé à λ . Alors

$$\tilde{H}_f^2(T_{\lambda, \text{Iw}}) \otimes_{\Lambda_{\mathcal{O}_\lambda}} \text{Frac}(\Lambda_{\mathcal{O}_\lambda}) = 0$$

et

$$\tilde{H}_f^1(T_{\lambda, \text{Iw}}) = 0.$$

L'application surjective

$$\tilde{H}_f^1(A_{\lambda, \text{Iw}}) \twoheadrightarrow \text{Sel}_{A_{\lambda, \text{Iw}}}^{\text{str}}$$

comme dans le [Sah, lemma 3.4.4] induit une application injective

$$(0.0.2) \quad D_P \left(\text{Sel}_{A_{\lambda, \text{Iw}}}^{\text{str}} \right) \hookrightarrow \tilde{H}_f^2(T_{\lambda, \text{Iw}})$$

avec conoyau fini. Par conséquent, nous obtenons un isomorphisme canonique

$$L_{p,\text{Gr}}^{\text{alg}}(T_{\lambda, \text{Iw}}) \cong (\text{char}_{\Lambda_{\mathcal{O}_\lambda}} D_P(\text{Sel}_{A_{\lambda, \text{Iw}}}^{\text{str}}), 0)$$

en utilisant les [Sah, équations 2.1.3, 2.1.5, 3.4.2].

Les deux théorèmes ci-dessus correspondent aux [Sah, theorem 3.3.7] (resp. [Sah, theorem 3.4.5]). Les ingrédients essentiels de la preuve sont [Sah, theorem 1.2.4] et la pureté des représentations galoisiennes modulaires (resp. [Kat04, Theorem 17.4], [Nek06, Theorem 7.8.6]).

Dans [Sah, §3.5], nous montrons que tous les modules de cohomologie du complexe $C_{\text{Gr}}^\bullet(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}})$ sont nuls, sauf peut-être le deuxième, qui est de torsion sur $R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}$ ([Sah, proposition 3.5.6]). Ce résultat permet de construire des *fonctions L p -adiques algébriques de deux variables* $\mathcal{L}_p^{\text{alg}}(\mathfrak{a}) \in \text{Frac}(R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}})$ dont l'image par réduction mod \mathfrak{p} engendrent l'idéal caractéristique de la duale de Pontrjagin du groupe Selmer strict $\text{Sel}_{A_{\lambda_{\mathfrak{p}}, \text{Iw}}}^{\text{str}}$ pour \mathfrak{p} parcourant un sous-ensemble dense de $\text{Spec}^{\text{arith}}(R(\mathfrak{a}))$ (ici $\lambda_{\mathfrak{p}}$ désigne une spécialisation arithmétique de $R(\mathfrak{a})$ dont le noyau est \mathfrak{p}). D'une part, ces idéal caractéristiques sont engendrent par les fonctions L p -adiques analytiques $f_{\lambda_{\mathfrak{p}}}$ (calculés par rapport à un période canonique), qui sont interpolées par un élément $L_p^{\text{an}}(\mathfrak{a})$ de $R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}$ (construit dans [EPW06]). Ceci suggère

un lien entre $\mathcal{L}_p^{\text{alg}}(\mathfrak{a})$ et $L_p^{\text{an}}(\mathfrak{a})$, ce qui conduit à la conjecture ci-dessus.

Conjecture A. *L'élément $\mathcal{L}_p^{\text{alg}}(\mathfrak{a})$ de $\text{Frac}(R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}})$ appartient à $R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}^{\text{int}}$ et*

$$\mathcal{L}_p^{\text{alg}}(\mathfrak{a})R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}^{\text{int}} = L_p^{\text{an}}(\mathfrak{a})R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}^{\text{int}}.$$

Dans ce qui précède, $R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}^{\text{int}}$ désigne la clôture intégrale de $R(\mathfrak{a})$ dans son corps de fractions et

$$R(\mathfrak{a})_{\text{Iw}}^{\text{int}} = R(\mathfrak{a})^{\text{int}} \widehat{\otimes}_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(\mathbb{Q}_\infty/\mathbb{Q})]].$$

En supposant que la conjecture de Greenberg sur la disparition des μ -invariants de formes modulaires (avec représentation résiduelle absolument irréductible et p -distinguée), nous montrons cette conjecture dans [Sah, theorem 3.5.22].

Fonctions L p -adiques algébriques pour la famille de Hida pour groupes unitaires définis. Les résultats obtenus dans le [Sah, chapter 4] sont résumés ici.

Dans ce chapitre, nous construisons des fonctions L p -adiques algébriques $L_{p', \text{Gr}}^{\text{alg}}(-)$, $L_{p, \text{Kato}}^{\text{alg}}(-)$. En utilisant de [Sah, theorem 1.2.4] et la pureté de représentations galoisiennes associées aux représentations automorphes (qui sont de poids dominant et stable) pour les groupes unitaires définies, nous montrons qu'elles satisfont des théorèmes de contrôle à spécialisations arithmétique de poids dominant régulier, dont les représentations galoisiennes associées sont cristallines à chaque place au-dessus de p et représentations automorphes associées sont stables. Maintenant, nous énonçons ce résultats se référant au [Sah, chapter 4] pour plus de détails.

Soit $R(\mathfrak{a})$ une normalisation partielle (comme défini dans [Sah, §4.3]) du quotient de l'algèbre de Hida-Hecke

$$h_{\lambda, \{\chi_v\}}^{\Sigma, \text{ord}}(U(\mathfrak{p}^\infty), \mathcal{O}_K) := \varprojlim_{c \geq 1} h_{\lambda, \{\chi_v\}}^{\Sigma, \text{ord}}(U(\mathfrak{p}^{c,c}), \mathcal{O}_K)$$

par un idéal premier minimal \mathfrak{a} (ici K désigne une extension finie de \mathbb{Q}_p). Notons $\mathcal{T}(\mathfrak{a})$ la représentation galoisienne de Hida de $G_{F,S}$ sur $R(\mathfrak{a})$ où S désigne un ensemble fini des places d'un corp F avec CM contenant les places au-dessus de p et les places à l'infini. Supposons que la représentation résiduelle $\bar{\rho}$ associé à la $G_{F,S}$ -représentation $\mathcal{T}(\mathfrak{a})$ est absolument irréductible ([Sah, hypothesis 4.3.1]). Pour une spécialisation arithmétique ζ de $R(\mathfrak{a})$, posons

$$\mathcal{O}_\zeta = \text{Im}\zeta$$

et notons T_ζ la $G_{F,S}$ -représentation $\mathcal{T}(\mathfrak{a}) \otimes_{R(\mathfrak{a}), \zeta} \mathcal{O}_\zeta$. Notons la représentation automorphe associée à ζ par π_ζ .

Soit

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\text{Iw}} &= \mathcal{T}(\mathfrak{a}) \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(F_\infty/F)]], \\ T_{\zeta, \text{Iw}} &= T_\zeta \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\text{Gal}(F_\infty/F)]] \end{aligned}$$

la déformation cyclotomique de $\mathcal{T}(\mathfrak{a})$ et T_ζ respectivement, où F_∞ désignent le \mathbb{Z}_p -extension cyclotomique de F . Notons

$$\Lambda_{\mathcal{O}_\zeta} = \mathcal{O}_\zeta \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p[[\mathrm{Gal}(F_\infty/F)]].$$

Dans la [Sah, definition 4.3.3], nous définissons $L_{p',\mathrm{Gr}}^{\mathrm{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\mathrm{Iw}})$, $L_{p,\mathrm{Kato}}^{\mathrm{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\mathrm{Iw}})$, $L_{p',\mathrm{Gr}}^{\mathrm{alg}}(T_{\zeta,\mathrm{Iw}})$, $L_{p,\mathrm{Kato}}^{\mathrm{alg}}(T_{\zeta,\mathrm{Iw}})$, où ζ désigne une spécialisation arithmétique de $R(\mathfrak{a})$ de poids dominant régulier tel que $V_\zeta|_{G_{F_w}}$ est cristalline pour tous les places w de F au-dessus de p . D'après [Sah, lemma 4.3.5], les noyaux de ces spécialisations forment un sous-ensemble dense de $\mathrm{Spec}(R(\mathfrak{a}))$.

Théorème F. *Soit ζ une spécialisation arithmétique de $R(\mathfrak{a})$ de poids dominante régulière tel que π_ζ est stable et $V_\zeta|_{G_{F_w}}$ est cristalline pour tous les place w de F au-dessus de p . Ensuite, les isomorphismes dans les [Sah, propositions 2.1.2, 2.2.1, 2.2.3] induisent les isomorphismes suivants*

$$\begin{aligned} L_{p',\mathrm{Gr}}^{\mathrm{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\mathrm{Iw}}) \otimes_{R(\mathfrak{a})_{\mathrm{Iw}},\zeta} \Lambda_{\mathcal{O}_\zeta} &\cong L_{p',\mathrm{Gr}}^{\mathrm{alg}}(T_{\zeta,\mathrm{Iw}}), \\ L_{p,\mathrm{Kato}}^{\mathrm{alg}}(\mathcal{T}(\mathfrak{a})_{\mathrm{Iw}}) \otimes_{R(\mathfrak{a})_{\mathrm{Iw}},\zeta} \Lambda_{\mathcal{O}_\zeta} &\cong L_{p,\mathrm{Kato}}^{\mathrm{alg}}(T_{\zeta,\mathrm{Iw}}). \end{aligned}$$

Le théorème ci-dessus correspondent au [Sah, theorem 4.3.6]. L'ingrédient essentiel de sa preuve est le [Sah, theorem 1.2.4] et la pureté des représentations galoisiennes associées aux formes automorphes (qui sont de poids dominant et stable) pour les groupes unitaires définis. Bien que ces représentations galoisiennes ne sont pas connus pour être motiviques, dans [Pin92, Conjecture 5.4.1], ils sont conjecturés satisfaire des propriétés similaires à des représentations motiviques. Par exemple, la conjecture de monodromie-poids, qui est connue par [Car12] dans ce cas.

Organisation

Cette thèse est disposé en quatre chapitres.

Le premier chapitre est le cœur technique de ce manuscrit. Ici, nous développons un outil ([Sah, theorem 1.2.4]) pour comprendre la variation des invariants sous l'inertie (en tant que module de Frobenius) dans une famille, que nous appelons ³

pureté pour la représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension.

Il décrit la paramétrisation de Weil-Deligne d'une spécialisation pur d'un représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension en termes de la paramétrisation de Weil-Deligne de la représentation galoisienne à coefficients dans un anneau de grande dimension et donc décrit la variation de invariants d'inertie de spécialisations purs. Cela permet de montrer des théorèmes de contrôle pour (les facteurs locaux en dehors de p de la) fonctions L p -adiques algébriques que nous construisons dans les [Sah, chapter 3, 4].

Le deuxième chapitre rappelle la notion de complexes de Selmer et la notion de foncteurs déterminants comme introduits dans [Nek06, KM76] respectivement.

Dans le troisième chapitre, nous construisons des fonctions L p -adiques algébriques au long de composantes irréductibles de la famille de Hida des formes paraboliques ordinaires et montrons qu'ils satisfont de théorèmes de contrôle parfait à spécialisations arithmétiques.

³“Purity for big Galois representations” en anglais.

Nous relient aussi notre construction avec le groupe de Selmer stricte de Greenberg. Dans la dernière section, nous conjecturons un lien entre notre construction et la fonction L p -adique analytique construite dans [EPW06].

Dans le quatrième chapitre, nous construisons fonctions L p -adiques algébriques au long de composantes irréductibles de la famille de Hida pour les groupes unitaires définis et montrons qu'ils satisfont théorèmes de contrôle parfait à spécialisations arithmétiques qui sont de poids dominant régulier et dont représentations galoisiennes associés sont cristallines à tous les places au-dessus de p .

Notations

Pour chaque corps E de caractéristique zero, nous fixons une clôture algébrique \overline{E} et le groupe de Galois absolu $\text{Gal}(\overline{E}/E)$ par G_E . Nous fixons également des plongements $\mathbb{C} \xleftrightarrow{i_\infty} \overline{\mathbb{Q}} \xleftrightarrow{i_p} \overline{\mathbb{Q}}_p$.

Soit F un corps de nombres et v un place finie de F . Ensuite, le groupe de décomposition et le groupe d'inertie de F en v seront désignés par G_{F_v} , I_{F_v} respectivement. Lorsque is ne se pose pas de confusion, ils seront désignés par G_v , I_v respectivement. Le Frobenius géométrique dans G_v/I_v est notée par Fr_v .

Tout au long de ce manuscrit, l'isomorphisme de réciprocity de la théorie du corps de classes locale est normalisé en laissant uniformisateurs correspondre à des éléments de Frobenius géométriques.

Bibliography

- [Ber13] John Bergdall, *On the variation of (φ, Γ) -modules over p -adic families of automorphic forms*, ProQuest LLC, Ann Arbor, MI, 2013, Thesis (Ph.D.)—Brandeis University. MR 3192943
- [BK90] Spencer Bloch and Kazuya Kato, *L-functions and Tamagawa numbers of motives*, The Grothendieck Festschrift, Vol. I, Progr. Math., vol. 86, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1990, pp. 333–400. MR 1086888 (92g:11063)
- [Bla06] Don Blasius, *Hilbert modular forms and the Ramanujan conjecture*, Noncommutative geometry and number theory, Aspects Math., E37, Vieweg, Wiesbaden, 2006, pp. 35–56. MR 2327298 (2008g:11077)
- [Car86] Henri Carayol, *Sur les représentations l -adiques associées aux formes modulaires de Hilbert*, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **19** (1986), no. 3, 409–468. MR 870690 (89c:11083)
- [Car12] Ana Caraiani, *Local-global compatibility and the action of monodromy on nearby cycles*, Duke Math. J. **161** (2012), no. 12, 2311–2413. MR 2972460
- [Clo13] Laurent Clozel, *Purity reigns supreme*, Int. Math. Res. Not. IMRN (2013), no. 2, 328–346. MR 3010691
- [EPW06] Matthew Emerton, Robert Pollack, and Tom Weston, *Variation of Iwasawa invariants in Hida families*, Invent. Math. **163** (2006), no. 3, 523–580. MR 2207234 (2007a:11059)
- [FO12] Olivier Fouquet and Tadashi Ochiai, *Control theorems for Selmer groups of nearly ordinary deformations*, J. Reine Angew. Math. **666** (2012), 163–187. MR 2920885
- [FPR94] Jean-Marc Fontaine and Bernadette Perrin-Riou, *Autour des conjectures de Bloch et Kato: cohomologie galoisienne et valeurs de fonctions L* , Motives (Seattle, WA, 1991), Proc. Sympos. Pure Math., vol. 55, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1994, pp. 599–706. MR 1265546 (95j:11046)
- [Gre89] Ralph Greenberg, *Iwasawa theory for p -adic representations*, Algebraic number theory, Adv. Stud. Pure Math., vol. 17, Academic Press, Boston, MA, 1989, pp. 97–137. MR 1097613 (92c:11116)
- [Gre91] ———, *Iwasawa theory for motives, L -functions and arithmetic* (Durham, 1989), London Math. Soc. Lecture Note Ser., vol. 153, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1991, pp. 211–233. MR 1110394 (93a:11092)
- [Hid88] Haruzo Hida, *On p -adic Hecke algebras for GL_2 over totally real fields*, Ann. of Math. (2) **128** (1988), no. 2, 295–384. MR 960949 (89m:11046)
- [HT01] Michael Harris and Richard Taylor, *The geometry and cohomology of some simple Shimura varieties*, Annals of Mathematics Studies, vol. 151, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2001, With an appendix by Vladimir G. Berkovich. MR 1876802 (2002m:11050)
- [Iwa59] Kenkichi Iwasawa, *On Γ -extensions of algebraic number fields*, Bull. Amer. Math. Soc. **65** (1959), 183–226. MR 0124316 (23 #A1630)
- [Iwa69] ———, *On p -adic L -functions*, Ann. of Math. (2) **89** (1969), 198–205. MR 0269627 (42 #4522)
- [Kat93] Kazuya Kato, *Lectures on the approach to Iwasawa theory for Hasse-Weil L -functions via B_{dR} . I*, Arithmetic algebraic geometry (Trento, 1991), Lecture Notes in Math., vol. 1553, Springer, Berlin, 1993, pp. 50–163. MR 1338860 (96f:11067)
- [Kat04] ———, *p -adic Hodge theory and values of zeta functions of modular forms*, Astérisque (2004), no. 295, ix, 117–290, Cohomologies p -adiques et applications arithmétiques. III. MR 2104361 (2006b:11051)
- [KM76] Finn Faye Knudsen and David Mumford, *The projectivity of the moduli space of stable curves. I. Preliminaries on “det” and “Div”*, Math. Scand. **39** (1976), no. 1, 19–55. MR 0437541 (55 #10465)

- [Maz72] Barry Mazur, *Rational points of abelian varieties with values in towers of number fields*, Invent. Math. **18** (1972), 183–266. MR 0444670 (56 #3020)
- [Nek06] Jan Nekovář, *Selmer complexes*, Astérisque (2006), no. 310, viii+559. MR 2333680 (2009c:11176)
- [Och06] Tadashi Ochiai, *On the two-variable Iwasawa main conjecture*, Compos. Math. **142** (2006), no. 5, 1157–1200. MR 2264660 (2007i:11146)
- [Pin92] Richard Pink, *On l -adic sheaves on Shimura varieties and their higher direct images in the Baily-Borel compactification*, Math. Ann. **292** (1992), no. 2, 197–240. MR 1149032 (93c:11042)
- [Sah] Jyoti Prakash Saha, *An algebraic p -adic L -function for ordinary families*, date prévue de soutenance 11 Juin 2014.
- [Sch12] Peter Scholze, *Perfectoid spaces*, Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci. **116** (2012), 245–313. MR 3090258
- [Ser95] Jean-Pierre Serre, *Classes des corps cyclotomiques (d’après K. Iwasawa)*, Séminaire Bourbaki, Vol. 5, Soc. Math. France, Paris, 1995, pp. Exp. No. 174, 83–93. MR 1603459
- [Shi11] Sug Woo Shin, *Galois representations arising from some compact Shimura varieties*, Ann. of Math. (2) **173** (2011), no. 3, 1645–1741. MR 2800722
- [TY07] Richard Taylor and Teruyoshi Yoshida, *Compatibility of local and global Langlands correspondences*, J. Amer. Math. Soc. **20** (2007), no. 2, 467–493. MR 2276777 (2007k:11193)