



Prédiction des structures convectives terrestres

Léa Bello

► To cite this version:

Léa Bello. Prédiction des structures convectives terrestres. Géophysique [physics.geo-ph]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2015. Français. NNT : 2015ENSL0977 . tel-01126911

HAL Id: tel-01126911

<https://theses.hal.science/tel-01126911>

Submitted on 6 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

en vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lyon, délivré par l'École Normale Supérieure de Lyon

Discipline : Sciences de la Terre et de l'Univers

Laboratoire de Géologie de Lyon, Terre, Planète, Environnement

École Doctorale : Physique et d'Astrophysique de Lyon

présentée et soutenue publiquement le 16 janvier 2015

par Madame **Léa BELLO**

Prédiction des structures convectives terrestres

Directeur de thèse : M. Nicolas COLTICE

Après l'avis de :

Mme Luce FLEITOUT

M. Laurent HUSSON

Devant la commission d'examen formée de :

Mme Luce FLEITOUT, ENS Ulm, rapportrice

M. Laurent HUSSON, IsTerre, rapporteur

Mme Carolina LITHGOW-BERTELLONI, UCL, membre

M. Taras GERYA, ETH Zurich, membre

M. Yanick RICARD, ENS Lyon, membre

M. Nicolas COLTICE, directeur

Prédiction des structures convectives terrestres

Thèse déposée à
l'Université de Lyon et l'ENS Lyon

en vue de l'obtention du grade de
Docteur en Sciences de la Terre et de l'Univers

présentée et soutenue publiquement par
LÉA BELLO

Devant la commission formée de:
Dr. Luce Fleitout, Rapportrice
Dr. Laurent Husson, Rapporteur
Pr. Carolina Lithgow-Bertelloni, Examinatrice
Pr. Taras Gerya, Examineur
Dr. Yanick Ricard, Examineur
Pr. Nicolas Coltice, Directeur de thèse

16 Janvier 2015

Remerciements

J'aimerais remercier Laurent Husson et Luce Fleitout d'avoir accepté d'évaluer ce manuscrit. Merci Laurent pour la pertinence de ton rapport, de tes questions et de tes corrections, qui ont permis d'améliorer la qualité du manuscrit. Merci Luce pour votre rapport et la justesse de vos remarques. Je remercie également les autres membres du jury, Carolina Lithgow-Bertelloni, Taras Gerya et Yanick Ricard, qui ont contribué à faire de la séance de questions suivant la soutenance, une vraie discussion scientifique.

N'étant pas naturellement très douée pour l'exercice qui suit, je prierais le lecteur d'être indulgent car mes mots n'arrivent pas toujours à exprimer ce que je souhaiterais. Cette thèse est la conclusion d'un parcours de plus de 9 ans à Lyon qu'il serait difficile de résumer en deux pages de remerciements.

Mes premiers remerciements vont à mon maître de thèse, Nicolas Coltice. Merci Nico de m'avoir donné la possibilité de faire cette thèse, mais surtout merci de l'avoir encadrée comme tu l'as fait, avec beaucoup de disponibilité, un remarquable équilibre entre rigueur et compréhension, et un sens inné du *motivational speech*. C'est l'occasion de te dire une dernière fois ce que je sais que tu détestes : Merci CHEF !

Je voudrais aussi remercier ceux qui m'ont chaleureusement accueilli au LGLTPE, et surtout au R6. Merci, Marie-Paule qui a subi les nuisances sonores du Bureau 601, merci pour toutes les discussions, les contes et légendes du labo, les allusions involontaires et les fous rires. Merci JEM pour toutes les références et explications que tu as eu l'occasion de me donner à chaque problème géologique que j'avais, et pour ta bonne humeur à toute épreuve. Merci Véro d'avoir partagé l'humour pas toujours très distingué du bureau 601 ! Fabien, merci mille fois de m'avoir aidée, dépannée, sauvée, (et un peu moquée quand c'était mérité) alors que je me noyais dans mes codes. Merci Vincent Grossi de prendre notre pollution acoustique avec le sourire, toujours !

Merci Hervé Bertrand de m'avoir fait découvrir et aimer la géologie à travers la volcanologie, et de continuer à montrer les aspects sociétaux et humains de cette discipline.

Merci à mes cobureaux successifs : Guilhem, pour tous nos intermèdes culturels et nos vraies discussions, et pour avoir partagé mon goût pour la *Marmite*, Lorraine pour nos découvertes et essais culinaires respectifs dégustés au repas de midi. Alexandre et plus récemment Claire, merci de m'avoir soutenue et supportée au quotidien cette dernière année, et de ne pas avoir jugé mes goûts musicaux.

Je remercie évidemment aussi les autres thésards, qu'ils soient du labo ou d'ailleurs, qu'ils aient été là ou absents pour ma soutenance. Merci d'avoir entretenu l'ambiance du

R6 pendant ces années. Votre investissement vous aura poussés, vous et mes cobureaux, à renoncer à toute forme d'amour propre pour réaliser de magnifiques films. Merci Manu, Benjamin, Gautier, Clem, Bertrand, ...

Merci mon coloc, j'ai vraiment aimé habiter au 2 rue Paul Bert. Merci beaucoup beaucoup de m'avoir supportée pendant ces 3 dernières années, et surtout sur la fin de thèse, je suis désolée, je sais que je n'ai pas toujours été de bonne humeur. Julien, je tâcherai de te rendre la pareille dans les mois qui viennent, courage !

Anais, je te remercie, une vraie supporter toujours présente pour une soirée quiche-rhum-zouk, une séance de renfo, et même un cours de ragga... mais aussi pour les vraies longues discussions, de celles qui font grandir. Merci Doudou !

Merci à tous mes amis, en particulier aux Pouniques, massivement représentés à ma soutenance : ça m'a fait énormément plaisir de vous voir tous réunis pour cette soirée. Merci Alex, Elise, Carl, Claire, Sara, Roméo, Bruno, Sergio, ...

Je veux évidemment remercier ma famille, pour leur soutien de près et de loin. Mes parents, tellement aimants et heureux pour moi qu'ils ne m'ont pas laissé le temps de remercier le jury, mais qui ont organisé un pot mémorable, avec l'aide de ma petite soeur, de Jean, Françoise, et des ValaMiDo. Merci !

Enfin, Pierre-François, merci de m'avoir soutenue, consolée, motivée, écoutée, merci de m'avoir changé les idées, fait rêver et voyager... Collés ou à distance, merci pour nos moments un peu hors du temps, qui m'ont aidée à me sentir bien. Même si je ne sais pas toujours comment exprimer mes sentiments, tu sais qu'ils sont là. Et Nice c'est pas si moche finalement.

Je laisse maintenant un espace blanc. Si malgré mes efforts, toi, lecteur, tu n'as pas trouvé satisfaction dans ces remerciements, j'en suis sincèrement navrée et je te laisse écrire ici la dédicace que tu aurais voulue.

Bonne lecture !

Résumé

Depuis sa formation, la Terre subit un refroidissement lent. La chaleur provenant du noyau et de la désintégration des éléments radioactifs présents dans le manteau est évacuée vers la surface par convection. L'évolution des structures thermiques ainsi créées contrôle de nombreux phénomènes de surface tels que le mouvement des continents et le niveau marin. L'étude présentée ici s'attache à déterminer quelles structures convectives terrestres peuvent être reconstruites, sur quelle période de temps et avec quelle précision.

La chaotité de la convection implique que les incertitudes initialement présentes sur le champ de température croissent exponentiellement au cours du temps et peuvent créer des structures convectives artificielles dans les modèles. A l'aide de la méthode des expériences jumelles initialement développée par [Lorenz \[1965\]](#) en météorologie, le temps de Lyapunov et l'horizon de prédiction sont calculés pour la première fois en géodynamique mantellique. Différentes rhéologies sont étudiées. La valeur du temps de Lyapunov pour notre modèle le plus proche de la Terre suggère qu'une erreur de 5% sur les conditions initiales limite l'horizon de prédiction à 95 millions d'années.

D'autre part, la qualité de la prédiction des structures thermiques dépend de notre capacité à décrire de façon réaliste les propriétés rhéologiques du manteau. L'utilisation d'une rhéologie pseudo-plastique dans les modélisations de convection en 3D sphérique, permet aujourd'hui de générer une tectonique de plaques compatible au premier ordre avec les caractéristiques cinématiques de la surface terrestre. Une stratégie cohérente de reconstruction peut alors être élaborée. L'état thermique actuel du manteau est reconstruit en imposant les vitesses de surface de ces 200 derniers millions d'années [[Seton et al., 2012](#); [Shephard et al., 2013](#)] sur un modèle de convection généré par le code StagYY [[Tackley, 2008](#)]. La morphologie et la position des slabs reconstruits varient considérablement avec le contraste de viscosité et la pseudo-plasticité. L'erreur introduite par l'utilisation de rhéologies différentes lors des reconstructions est ainsi plus importante que les erreurs liées aux incertitudes sur les conditions initiales et les vitesses de surface.

Ces résultats montrent l'importance du choix la rhéologie sur la qualité des prédictions réalisées. Ils mettent également en évidence rôle clé du contraste de viscosité et de la pseudo-plasticité pour reconstruire des slabs cohérents et des subductions plates, structures propres à la convection terrestre.

Abstract

Since its formation, the Earth is slowly cooling. The heat produced by the core and the radioactive decay in the mantle is evacuated toward the surface by convection. The evolving convective structures thereby created control a diversity of surface phenomena such as vertical motion of continents or sea level variation. The study presented here attempts to determine which convective structures can be predicted, to what extent and over what timescale.

Because of the chaotic nature of convection in the Earth's mantle, uncertainties in initial conditions grow exponentially with time and limit forecasting and hindcasting abilities. Following the twin experiments method initially developed by [Lorenz \[1965\]](#) in weather forecast, we estimate for the first time the Lyapunov time and the limit of predictability of Earth's mantle convection. Our numerical solutions for 3D spherical convection in the fully chaotic regime, with diverse rheologies, suggest that a 5% error on initial conditions limits the prediction of Earth's mantle convection to 95 million years.

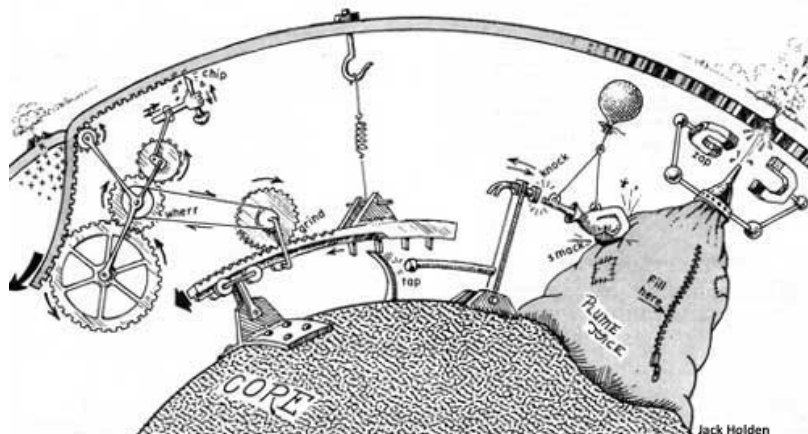
The quality of the forecast of convective structures also depends on our ability to describe the mantle properties in a realistic way. In 3D numerical convection experiments, pseudo plastic rheology can generate self-consistent plate tectonics compatible at first order with Earth surface behavior [[Tackley, 2008](#)]. We assessed the role of the temperature dependence of viscosity and the pseudo plasticity on reconstructing slab evolution, studying a variety of mantle thermal states obtained by imposing 200 million years of surface velocities extracted from tectonic reconstructions [[Seton et al., 2012](#); [Shephard et al., 2013](#)]. The morphology and position of the reconstructed slabs largely vary when the viscosity contrast increases and when pseudo plasticity is introduced. The errors introduced by the choices in the rheological description of the mantle are even larger than the errors created by the uncertainties in initial conditions and surface velocities.

This work shows the significant role of initial conditions and rheology on the quality of predicted convective structures, and identifies pseudo plasticity and large viscosity contrast as key ingredients to produce coherent and flat slabs, notable features of Earth's mantle convection.

Table des matières

Résumé	vii
Abstract	ix
Table des matières	xi
Introduction	1
1 Dynamique mantellique et tectonique de surface	5
1.1 Modèle tectonique de la Terre	5
1.1.1 Découvertes préliminaires	6
1.1.2 Théorie de la tectonique des plaques	8
1.2 Modèle de convection mantellique	12
1.2.1 Modèle physique	12
1.2.2 Adimensionalisation	18
1.2.3 Code numérique StagYY	20
1.3 Tectonique de surface dans les modèles géodynamiques	22
1.3.1 Convection contrainte par les vitesses de surface	22
1.3.2 Génération d'une tectonique de surface auto-cohérente	24
1.3.3 Paramètres du modèle utilisé	30
2 Horizon de prédiction des modèles de convection mantellique terrestre	35
2.1 Convection : un phénomène chaotique	36
2.1.1 Mélange et chaos lagrangien dans le manteau terrestre	36
2.1.2 Sensibilité aux conditions initiales	38
2.1.3 Méthode des expériences jumelles	39
2.2 On the predictability limit of convection models of the Earth's mantle	43
2.2.1 Introduction	43
2.2.2 Limit of predictability	44
2.2.3 Convection Model	48

2.2.4	Sensitivity of the Lyapunov Time	51
2.2.5	Limit of predictability for the Earth's Mantle	54
2.2.6	Conclusions	56
2.3	Temps de Lyapunov et temps caractéristiques du système	58
2.3.1	Déplacement des continents	58
2.3.2	Exposants de Lyapunov des erreurs de taille finie	58
3	Reconstitution des structures convectives terrestres	63
3.1	Evolution des reconstructions tectoniques	64
3.1.1	Principe des reconstructions cinématiques	64
3.1.2	Reconstructions de la cinématique actuelle	67
3.1.3	<i>Continuously closing plates</i>	68
3.2	Intégration des reconstructions tectoniques dans StagYY	72
3.2.1	Géométrie du problème	72
3.2.2	Mise à l'échelle du temps et de la vitesse	75
3.2.3	Etat initial	77
3.2.4	Reconstructions réalisées	79
3.3	Assessing the role of rheology in reconstructing slab morphology	81
3.3.1	Introduction	81
3.3.2	Modeling convection reconstructions	83
3.3.3	Results	89
3.3.4	Discussion	94
3.3.5	Conclusions	97
3.4	Evaluation des erreurs liées à la rhéologie	99
3.4.1	Evolution de l'erreur dans les reconstructions	99
3.4.2	Filtre tomographique	101
4	Conclusions, discussion et perspectives	105
4.1	Prédiction des structures convectives	105
4.2	Géométrie des zones de subduction	107
4.3	Qualité des modèles de reconstructions	110
A	Chaoticité de la convection à nombre de Prandtl fini	115
B	Instantanés des structures convectives	121
C	Bibliographie	125
D	Table des figures	151



Introduction

“ L’avenir étant toujours chargé de passé, pour prévoir, c’est-à-dire voir en avant, il faut d’abord regarder en arrière.”

Gustave Le Bon, *Aphorismes du temps présent* (1913).

Depuis sa formation, la Terre subit un refroidissement lent [[Davies, 1980](#); [Schubert et al., 1980](#)]. Le manteau terrestre participe activement à ce refroidissement grâce aux mouvements de convection qui l’animent. Ainsi, la chaleur provenant du noyau et de la désintégration d’éléments radioactifs présents dans le manteau est évacuée vers la surface par transport de matière [[McKenzie and Weiss, 1975](#)]. L’évolution des courants chauds et froids créés par la convection mantellique contrôle de nombreux phénomènes de surface tels que le mouvement des continents [[Oxburgh and Turcotte, 1978](#)], le niveau marin et l’intensité du champ magnétique [[Aubert et al., 2008](#)]. La reconstitution de l’évolution de ces structures convectives dans le manteau terrestre constitue donc un sujet clé en géosciences.

Le manteau s’étend de la base de la croûte terrestre (0-70 km) à la limite du noyau (2900 km) [[Dziewonski and Anderson, 1981](#)]. Les pressions exercées sur les minéraux peuvent atteindre 1.3 millions de fois la pression atmosphérique et la température peut dépasser 2500 K à la base du manteau. La mise en oeuvre d’expériences reproduisant ces conditions extrêmes de pression et de température est complexe, ce qui rend les études en laboratoire délicates. De plus, les mouvements à la surface de la Terre sont de l’ordre de quelques centimètres par an, ce qui reflète une évolution des structures internes à l’échelle de la dizaine de millions d’années. La simulation numérique est donc une méthode particulièrement adaptée pour rendre compte des observations, des échelles de temps et de l’évolution du manteau terrestre dans sa globalité. Les modèles de convection mantellique se sont donc développés depuis les années 1970 [[Mckenzie et al., 1974](#)] en tentant de reproduire les complexités de la dynamique terrestre.

La dynamique du manteau se manifeste à la surface de la Terre par la présence d'une lithosphère épaisse et peu déformable, se séparant en plaques. Ces plaques tectoniques agissent comme la couche limite thermique de la convection, ce qui incite à étudier le manteau et les plaques comme un seul et unique système. En effet, les forces agissant sur les plaques sont identiques à celles qui agissent dans le manteau. Les critères d'apparition et de maintien de ces plaques tectoniques ne sont encore que partiellement compris, mais ces dernières décennies les modèles numériques ont permis de grandes avancées.

Aujourd'hui, certains codes numériques produisent des modèles de convection avec une tectonique de plaques en surface générée naturellement par la résolution des équations physiques décrivant la dynamique du manteau. Le choix des paramètres rhéologiques, c'est à dire des paramètres régissant l'écoulement et la déformation sous l'effet des contraintes, est déterminant pour réaliser un tel modèle. Ainsi, le régime convectif avec des plaques en surface est obtenu en employant une rhéologie pseudo-plastique et dépendant fortement de la température, autrement dit une viscosité qui diminue lorsque la température augmente et lorsque la contrainte augmente au-delà d'un certain seuil [*Moresi and Solomatov, 1998; Trompert, 1998; Tackley, 2000a*]. Ces modèles reproduisent de nombreuses caractéristiques de la tectonique terrestre telles que les dorsales, les zones de subduction et les zones de cisaillement transformant. Ces résultats numériques sont donc compatibles au premier ordre avec les données cinématiques de la surface terrestre, ce qui ouvre de nouvelles perspectives pour étudier l'état thermique du manteau.

Le champ de température du manteau aujourd'hui est le fruit de l'évolution des structures convectives au cours du temps, c'est pourquoi depuis la fin des années 1990, de nombreux travaux ont choisi d'utiliser l'ensemble de l'histoire tectonique de la Terre accessible à ce jour pour forcer les courants de convection dans le manteau. Ces modèles sont des reconstructions de la convection, utilisées entre autres pour prédire l'état présent du manteau profond [ex : *McNamara and Zhong, 2005; Davies et al., 2012*] ou l'agrégation future de supercontinents [*Yoshida and Santosh, 2011a*].

Cependant, les reconstructions tectoniques utilisées, c'est à dire l'ensemble des calculs de position, d'orientation et de mouvements à la surface de la Terre au cours du temps, parviennent à modéliser l'histoire de la lithosphère jusqu'à 200 millions d'années en arrière avec précision [*Seton et al., 2012; Shephard et al., 2013*]. Au delà, toute la lithosphère océanique ayant disparu, la description des mouvements repose sur des indices continentaux paléomagnétiques et paléobiologiques plus rares [ex : *Scotese et al., 1991; Stampfli and Borel, 2002*].

Les reconstructions de la convection doivent donc commencer à partir d’une estimation de l’état thermique du manteau terrestre il y a 200 millions d’années.

Or, la convection est un phénomène chaotique [*Stewart and Turcotte, 1989*]. Cela implique que les incertitudes initialement présentes sur le champ de température croissent exponentiellement au cours du temps et peuvent créer artificiellement des structures convectives irréalistes dans les modèles. Ainsi, sans une connaissance parfaite de l’état thermique du manteau terrestre en début de reconstruction, la prédiction des structures convectives passées, présentes et futures, est limitée dans le temps. Comme en météorologie, l’évolution au cours du temps des erreurs sur les structures thermiques prédites doit donc être étudiée pour estimer la limite de prédictibilité, ou horizon de prédiction, des modèles utilisés.

D’autre part, la qualité des reconstructions de la convection mantellique dépend de notre aptitude à décrire de façon réaliste les propriétés physiques des matériaux. La rhéologie est un facteur déterminant, et les reconstructions de la convection réalisées jusqu’à présent se sont heurtées au problème numérique de sa modélisation. Les variations de la viscosité ont été limitées, et la pseudo-plasticité peu employée. Les modèles développés ces dernières années permettent de simuler en géométrie sphérique et en trois dimensions une convection avec une rhéologie pseudo-plastique générant une tectonique de plaques en surface [*Tackley, 2008; van Heck and Tackley, 2008; Foley and Becker, 2009; Yoshida, 2010; Rolf and Tackley, 2011*]. Il est donc aujourd’hui possible de construire des modèles plus réalistes et d’évaluer l’importance de ces progrès ainsi que les incertitudes liées aux choix des paramètres rhéologiques sur les structures convectives prédites.

Les problématiques abordées au cours de cette thèse peuvent être résumées en ces termes : Quelles structures convectives terrestres peut-on reconstruire à l’aide de modèles géodynamiques, sur quelle période de temps et avec quelle précision ?

Le premier chapitre décrit tout d’abord le modèle physique employé pour étudier la structure thermique du manteau terrestre. Les approximations de la théorie de la tectonique des plaques sont ensuite exposées et discutées. La dernière section montre comment les modèles géodynamiques développés aujourd’hui intègrent et dépassent cette théorie. En particulier, nous mettons en évidence la capacité du code StagYY [*Tackley, 2008*], utilisé au cours de cette thèse, à générer une tectonique de plaques en surface. Enfin, nous exposons

les paramètres rhéologiques choisis qui permettent de reproduire certaines caractéristiques de la tectonique terrestre.

La limite de prédictibilité imposée à nos modèles par le caractère chaotique de la convection mantellique sera étudiée dans le deuxième chapitre. A l'aide de la méthode des expériences jumelles initialement développée par *Lorenz [1965]* en météorologie, cet horizon de prédiction est quantifié pour la première fois en géodynamique mantellique, et sa dépendance à la rhéologie évaluée et discutée.

Dans le troisième chapitre, les reconstructions tectoniques sont décrites et envisagées comme conditions limites en surface de modèles de convection. Le développement technique intégrant les reconstructions tectoniques réalisées par *Seton et al. [2012]* et *Shephard et al. [2013]* au code StagYY y est présenté. L'état thermique du manteau est ainsi reconstruit à partir des vitesses de surface de ces derniers 200 millions d'années pour différentes rhéologies. Ces résultats nous amènent à réfléchir à l'effet des variations latérales de viscosité et de l'utilisation d'une rhéologie visco-plastique sur l'organisation et la morphologie prédites pour les slabs.

Enfin, le quatrième chapitre résume l'ensemble des résultats au sein d'une discussion sur la capacité des modèles développés à reconstruire certaines structures convectives et tectoniques caractéristiques de la Terre. Cette synthèse permet ainsi de proposer de futures pistes de recherche.

Les travaux présentés ici s'intègrent dans le projet AUGURY soutenu par le conseil européen de la recherche. Ce projet débuté en 2014 a pour but de créer une nouvelle génération de reconstructions des structures convectives dans le manteau terrestre, à l'aide de modèles géodynamiques innovants utilisant l'assimilation de données.

Chapitre 1

Dynamique mantellique et tectonique de surface

Tout au long du travail présenté ici, nous reviendrons sur le modèle de convection, les paramètres utilisés, le type de tectonique de surface produite, et les stratégies de reconstruction employées. Ce premier chapitre a pour but de clarifier ces idées.

Nous décrirons tout d’abord le concept de tectonique des plaques et les approximations sur lesquelles repose cette théorie. Le modèle physique employé pour étudier la convection dans le manteau terrestre, ainsi que le code numérique utilisé seront ensuite exposés. Puis nous montrerons comment les modèles géodynamiques développés ces dernières décennies ont tenté de reproduire, d’intégrer et de dépasser la théorie de la tectonique des plaques à l’aides de modèles numériques de pointe. Enfin, nous exposerons les paramètres rhéologiques qui permettent, dans notre modèle, de générer une convection mantellique reproduisant certaines caractéristiques de la tectonique terrestre.

1.1 Modèle tectonique de la Terre

Dès la fin du XIX^{ème} siècle, l’observation des structures géologiques amène certains scientifiques à envisager des mouvements dans la couche superficielle de la Terre. Les mécanismes invoqués sont encore flous : déluge biblique, contraction thermique... Il faudra attendre l’hypothèse de la dérive des continents formalisée par *Wegener* en 1912 pour organiser ces idées en une hypothèse scientifique cohérente reposant sur un certain nombre d’arguments. Cette

théorie, qui suppose des fractures et des mouvements horizontaux des continents, ne sera acceptée qu'un demi siècle plus tard avec les preuves apportées par l'exploration sous-marine et l'hypothèse de l'expansion des fonds océaniques. La théorie de la tectonique des plaques est alors développée et sera étayée, améliorée et précisée jusqu'à aujourd'hui. Les différents domaines des sciences de la Terre, de la paléontologie à la géologie structurale, trouvent enfin leur place au sein d'une même théorie cinématique globale.

L'étude des mouvements de la lithosphère se développe ainsi en sciences de la Terre et profite pleinement du développement de nouvelles technologies. Les mouvements tectoniques sont désormais reconstruits à l'échelle de la planète sur une période qui s'étend jusqu'à la formation de la Pangée.

Nous exposons ici les étapes importantes qui ont amené à la formulation de la théorie de la tectonique des plaques et ses conséquences dans la description des mouvements de surface.

1.1.1 Découvertes préliminaires

Dérive des continents selon Wegener

Aujourd'hui, notre conception de la convection mantellique implique une relation entre les mouvements de convergence et de divergence dans le manteau et ceux des plaques en surface. Cependant, manteau et plaques ont longtemps été considérés comme deux systèmes distincts.

L'hypothèse de la dérive des continents est présentée par Alfred Wegener en janvier 1912 [[Wegener, 2002](#), traduction suivie du texte original], puis il la développe progressivement au cours d'éditions successives de son livre *Die Entstehung der Kontinente und Ozeane* [[Wegener, 1966](#), traduction à partir de la 3^{ème} édition]. Les continents ne seraient pas fixés mais se casseraient et dériveraient comme des flotteurs à la surface de la Terre. Son hypothèse décrit des translations des continents uniquement et repose sur les arguments suivants :

- la statistique des altitudes de la croûte terrestre qui présente deux niveaux majoritairement représentés,
- la correspondance entre les formes des continents et la continuité des structures géologiques d'un continent à l'autre,
- les analogies des faunes et des flores fossiles entre différents continents,

- les traces de la glaciation permo-carbonifère et la répartition des gypses et des ceintures désertiques sur plusieurs continents,
- l’ampleur des déformations tectoniques observées dans les chaînes de montagnes, nécessitant des mouvements tangentiels très importants,
- l’évolution similaire de la différence de longitudes entre le Groenland et l’Europe et entre l’Amérique du Nord et l’Europe.

Il imagine ainsi un supercontinent primitif, la Pangée, regroupant l’ensemble des continents sous leur forme actuelle, qui est amené à se briser et laisser dériver chacune de ses entités. Mais ces arguments ne suffisent pas à convaincre la communauté scientifique du début du XX^{ème} siècle, faute de réelles preuves et d’un mécanisme explicatif satisfaisant.

Expansion des fonds océaniques

C’est justement la convection mantellique qui permettra de définir un moteur aux mouvements de surface. Le début de l’exploration des fonds océaniques donne de nouveaux indices sur la présence de mouvements de surface couplés à des mouvements internes. Trente ans après les premiers modèles de [Holmes, 1931] qui avancent l’hypothèse d’une convection subcontinentale à l’échelle planétaire, deux scientifiques, Hess [1962] et Dietz [1961], tentent de créer un modèle global intégrant les récentes découvertes géologiques. En effet, l’exploration des fonds océaniques montre désormais l’existence de dorsales caractérisées par un flux de chaleur et une activité volcanique et sismique élevés ainsi qu’une topographie singulière. Hess et Dietz formulent alors quasi simultanément, mais indépendamment, l’hypothèse de l’expansion des fonds océaniques.

Cette hypothèse est ensuite confirmée par les mesures magnétiques réalisées au cours des explorations marines, qui montrent des bandes d’anomalies magnétiques alternées, alignées parallèlement aux dorsales et situées de part et d’autre de leur axe (Fig. 1.1). En comparant ces anomalies à l’échelle chronologique des inversions du champ magnétique terrestre, Vine and Matthews [1963] expliquent leur origine. Ils proposent que la croûte océanique, lorsqu’elle est créée au niveau des dorsales, acquiert une aimantation propre en se refroidissant et s’écarte ensuite symétriquement de part et d’autre des dorsales. La divergence au niveau des dorsales océaniques est confirmée par les études sismologiques de Wilson [1965] et de Sykes [1967], qui expliquent le fonctionnement des failles transformantes. Les indices des mouvements de surface de la Terre sont désormais aussi bien continentaux qu’océaniques.



FIGURE 1.1: *Diagramme montrant les anomalies de champ magnétique au Sud-Ouest des îles Vancouver. Les anomalies positives sont représentées en noir. Les lignes montrent les décalages causés par des failles transformantes et les flèches les axes des 3 segments de dorsale : Explorer, Juan de Fuca et Gorda (Fig. 1 [Vine, 1966]).*

1.1.2 Théorie de la tectonique des plaques

Une dernière observation permettra de formaliser la théorie de la tectonique des plaques. A l'échelle du globe, les séismes se localisent sur des zones relativement étroites (Fig. 1.2 Haut). Ces bandes correspondent à des zones de convergence pour les plus larges et des

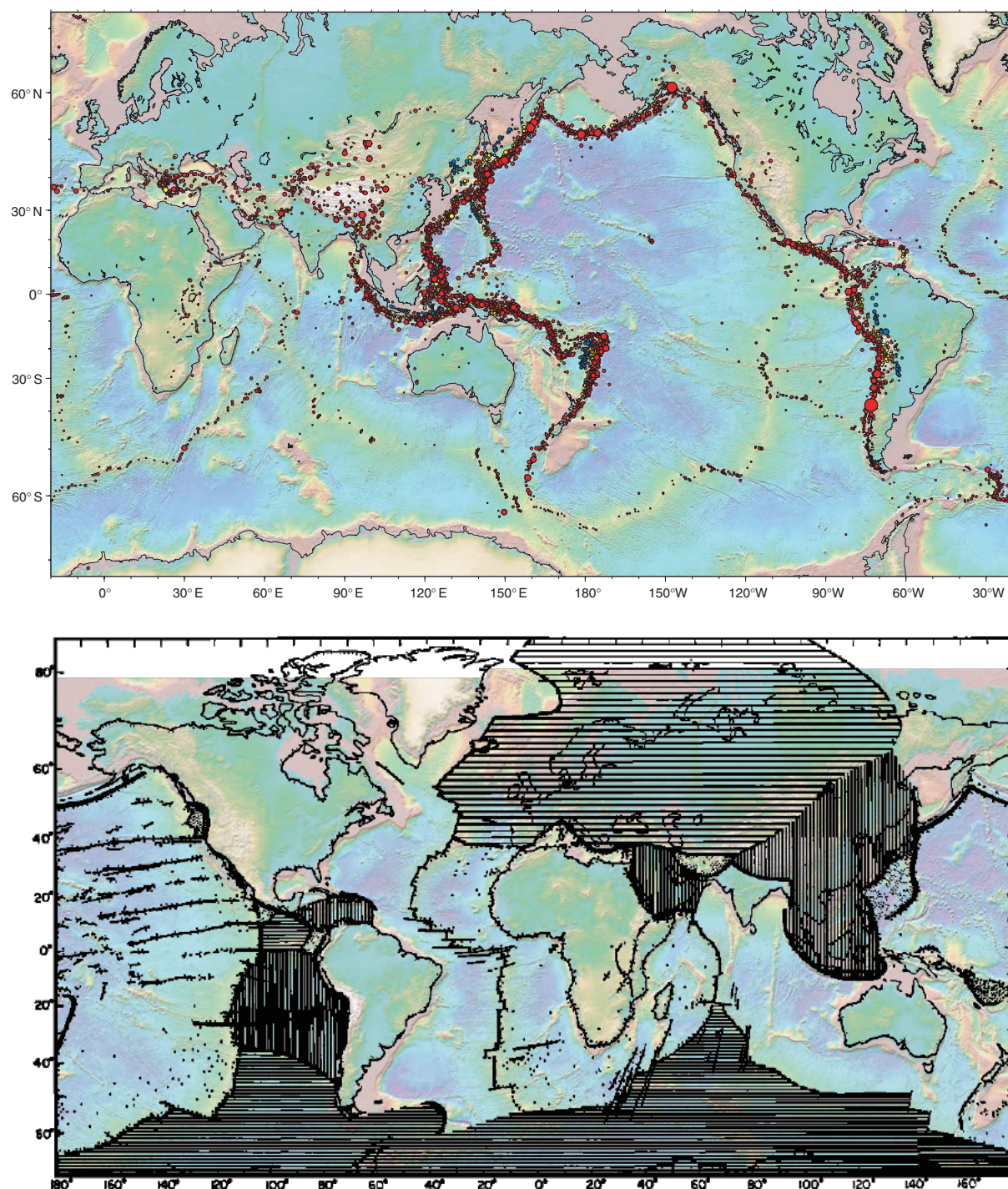


FIGURE 1.2: (Haut) Distribution mondiale des séismes de magnitude supérieure à 6 entre 1900 et 1999. La taille des cercles est proportionnelle à la magnitude, la couleur dénote la profondeur de l'épicentre (rouge : inférieure à 70 km, jaune : comprise entre 70 et 350 km, bleue : supérieure à 350 km). [USGS Centennial catalog]. (Bas) Répartition des plaques définies par Morgan [1968]. Les limites entre les plaques sont des failles, des dorsales ou des chaînes de montagnes excepté pour l'Asie, où Morgan précise que la frontière est hypothétique. Ces deux distributions sont représentées sur la même carte topo-bathymétrique [Smith and Sandwell, 1997].

zones de divergence pour les plus étroites, et délimitent des blocs asismiques. L'ensemble de ces observations et hypothèses sont synthétisées par *Morgan* [1968] en un modèle de la surface de la terre découpée en blocs rigides, se déplaçant sur l'asthénosphère ductile et s'y enfouissant selon un plan incliné au niveau de zones de convergence. La morphologie de ces zones est décrite par *Oliver and Isacks* [1967] grâce aux données sismiques au niveau des fosses marines. *Morgan* [1968] et *Le Pichon* [1968], délimitent ainsi des plaques qui pavent la surface de la Terre (Fig. 1.2 Bas).

La lithosphère découpée en blocs, se distingue de l'asthénosphère par ses propriétés physiques, et joue désormais un rôle clé dans la dynamique du globe, ce qui amène *Isacks and Oliver* [1968] à introduire l'idée d'une tectonique globale (Fig 1.3). Les plaques bougent en réponse aux forces de "traction" au niveau des zones de subduction et aux forces de "poussée" au niveau des dorsales, et sont freinées par des forces de frottement et par une résistance au niveau des zones de collision. Ces forces locales de traction et de poussée sont rapidement remplacées dans les modèles physiques par la poussée d'Archimède qui contrôle la plongée de la lithosphère dans le manteau [*McKenzie*, 1969; *Forsyth and Uyeda*, 1975; *Solomon et al.*, 1975; *Backus et al.*, 1981]. L'origine mécanique de la plongée de la lithosphère océanique est enfin trouvée dans l'épaississement progressif lors de son refroidissement [*Crough and Thompson*, 1976]. Ceci permet l'intégration de la lithosphère de manière cohérente dans les modèles de convection mantellique dès la fin des années 1970 [*Lister*, 1975; *Houseman et al.*, 1981; *Hager and Connell*, 1981].

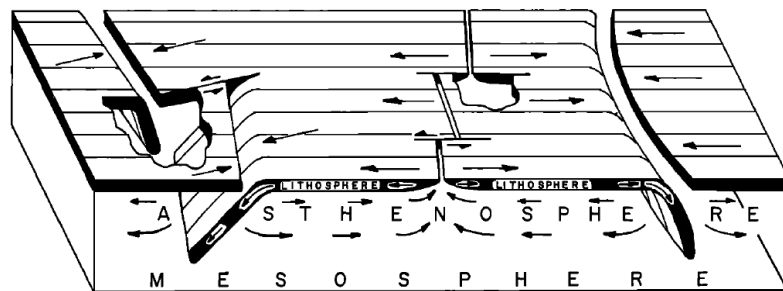


FIGURE 1.3: Bloc diagramme illustrant le rôle de la lithosphère, de l'asthénosphère et de la mésosphère, ainsi que la géométrie des dorsales, des zones de subduction et des failles transformantes dans une des premières visions globales de la tectonique terrestre (Fig. 1 [*Isacks and Oliver*, 1968]).

Depuis les travaux de *Morgan* [1968] et *Le Pichon* [1968], la définition des limites et des mouvements des plaques s'est précisée, profitant notamment des progrès dans l'étude de la topographie, de la bathymétrie et du champ de gravité. L'utilisation de données satellites

et de modèles informatiques ont renforcé l'idée d'une tectonique globale, et permettent aujourd'hui différentes approches pour reconstruire les mouvements de surface.

A ses débuts en 1970, la théorie de la tectonique des plaques, est ainsi une théorie purement cinématique, une forme d'approximation discontinue du comportement de la Terre en surface et proche de la surface. Elle a depuis été fortement nuancée par les études géophysiques. En particulier, les limites de plaques ne sont pas infiniment étroites et peuvent être diffuses [exemple : [Wiens et al., 1985](#); [Gordon, 1998](#)]. Enfin, les continents ne sont pas indéformables, ni les plaques totalement rigides [exemple : [Müller and Smith, 1993](#); [Gordon, 1995](#)], comme l'illustre bien la formation des chaînes de montagne.

1.2 Modèle de convection mantellique

Les courants de convection ont aujourd’hui une importance considérable dans la description physique de l’intérieur de la Terre. Leur existence et leur lien avec les mouvements superficiels n’ont été compris que très tardivement avec les travaux de *Holmes* [1931] qui avance l’hypothèse d’une convection sub-continentale à l’échelle planétaire (Fig. 1.4). Par la suite, les modélisations de *Pekeris* [1935] mettent en évidence la possibilité d’une convection à grande échelle en milieu solide cristallin, mettant ainsi fin à la principale incompatibilité entre la vision de la convection du début du XX^{ème} siècle et l’hypothèse de mouvements convectifs dans le manteau terrestre. En effet, les temps caractéristiques des processus géologiques sont de l’ordre du million d’années ou de la dizaine de millions d’années. A cette échelle de temps, le manteau se déforme comme un fluide, bien qu’il se comporte comme un solide élastique lorsqu’il est soumis à des contraintes sur des échelles de temps faibles. L’écoulement des glaciers est une illustration de ce type de comportement à notre échelle.

La physique des milieux continus, utilisée pour établir les équations de la convection, est basée sur la continuité des propriétés physiques dans les matériaux. Un fluide pourra être traité comme un continuum si les changements dans les quantités telles que la vitesse, la densité ou la température, se font à une échelle grande par rapport à l’échelle atomique ou moléculaire. Cette hypothèse paraît naturelle pour les fluides habituellement utilisés à l’échelle du laboratoire, et nous l’utiliserons pour le manteau tout en ayant conscience de l’hétérogénéité de celui-ci à l’échelle micro et mésoscopique.

Nous allons établir les équations de conservation ainsi que les équations d’état associées utilisées pour modéliser le manteau terrestre. Puis nous décrirons le code numérique utilisé pour résoudre ces équations.

1.2.1 Modèle physique

La physique de la convection est décrite par des équations de conservation étudiées en détails dans de nombreux ouvrages [ex. *Landau and Lifshitz*, 1959; *Jarvis and McKenzie*, 1980; *Landau and Lifshitz*, 1987; *Shubert et al.*, 2001; *Ricard*, 2007]. Les équations présentées ici sont appliquées à la convection dans le manteau terrestre.

Les dérivées Lagrangienne et Eulérienne seront utilisées ci-après pour établir les équations de mécanique des fluides. La dérivée temporelle du point de vue Eulérien correspond

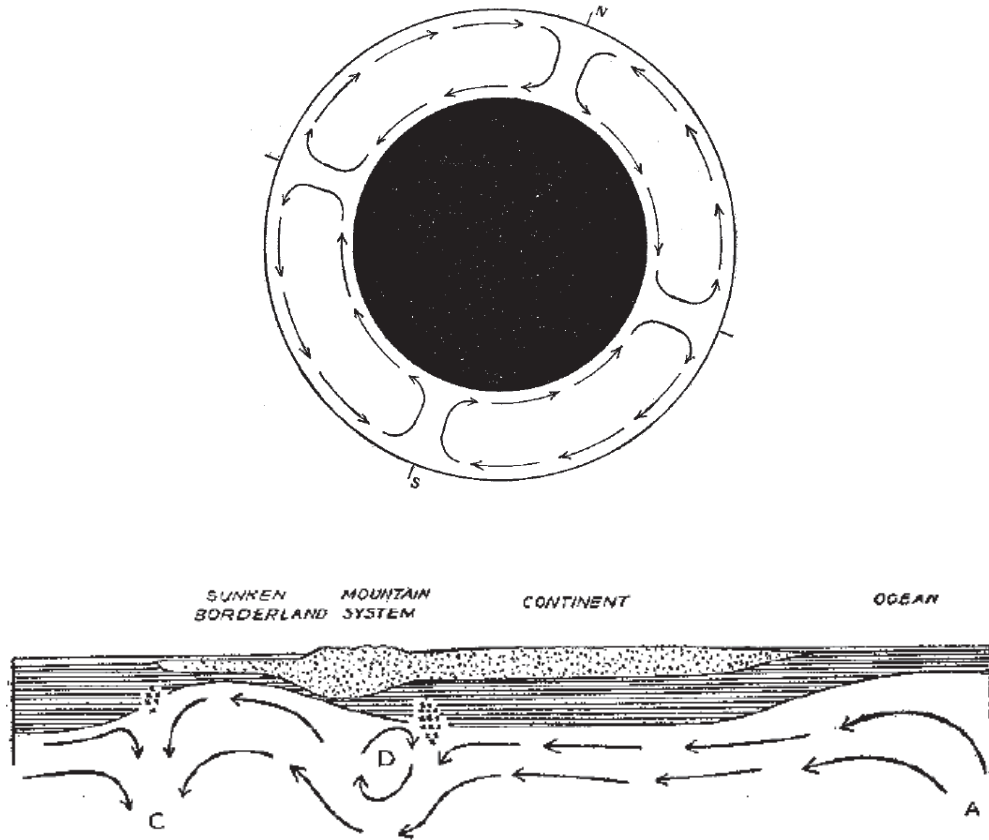


FIGURE 1.4: Figures illustrant la circulation sub-continentale décrite par Holmes, mettant en évidence un couplage plaques-manteau. (Haut) Circulation à l'échelle planétaire, les effets de la croûte étant négligés. En noir le noyau, en blanc le manteau ou "substratum" (Figure 1 [Holmes, 1931]). (Bas) Modèle de circulation locale au niveau d'une chaîne de montagnes. Figuré en pointillés : "couche de surface" constitué par la croûte continentale, figuré strié : "couche intermédiaire" composée de diorites, d'amphibolites, de gabbros et de granulites, figuré blanc : "substratum", constitué d'un matériau vitreux de même composition que les péridotites. La formation d'éclogites est représentée par des étoiles (Figure 4 [Holmes, 1931]).

à la dérivée temporelle classique $\frac{\partial}{\partial t}$ d'une variable associée au fluide, vue par un observateur extérieur. La dérivée temporelle dans la description Lagrangienne (*Giuseppe Lodovico de Lagrangia*, 1736-1813), notée $\frac{D}{Dt}$ correspond, elle, à la variation temporelle vue par une particule fluide, qui suit donc la trajectoire de ce fluide. La relation symbolique liant ces deux descriptions est la suivante :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla), \quad (1.1)$$

où $\mathbf{v}$ est le vecteur vitesse, $\mathbf{v} \cdot \nabla$ représentant ainsi l'opérateur $\sum_i (v_i \frac{\partial}{\partial x_i})$.

Conservation de la masse

Le flux de masse par unité de surface étant $\rho \mathbf{v}$, où ρ représente la masse volumique et $\mathbf{v}$ le vecteur vitesse. L'équation de conservation de la masse s'écrit alors :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.2)$$

La première approximation possible pour étudier le manteau est celle d'un fluide incompressible. La masse volumique reste donc constante lorsque l'on suit une particule de fluide et l'équation (1.2) devient :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.3)$$

Cette hypothèse n'est qu'approximativement valide dans le manteau terrestre où la masse volumique varie quasiment de deux ordres de grandeur avec la pression. De plus, l'approximation de fluide incompressible est trop drastique, car elle ne permet pas de prendre en compte les variations de masse volumique dues aux variations de température. En présence de gravité, ces inhomogénéités de densité permettent de mettre le fluide en mouvement (exemple Fig. 1.5). Nous nous placerons donc dans l'approximation de Boussinesq (*Joseph Valentin Boussinesq*, 1842-1929), qui permet de prendre en compte ces variations de densité tout en supposant que la vitesse des ondes sonores est infinie devant la vitesse de l'écoulement [*Spiegel and Veronis*, 1960; *Mihaljan*, 1962]. Elle permet d'écrire l'équation (1.3) tout en gardant les termes responsables de la force d'Archimède faisant intervenir la masse volumique. Les autres aspects de cette approximation seront détaillés au fur et à mesure de l'établissement des équations.

D'autres modèles utilisent l'approximation inélastique qui, de manière semblable, permet de prendre en compte la compressibilité tout en négligeant les ondes élastiques [*Jarvis and McKenzie*, 1980; *Bercovici et al.*, 1992; *Tackley*, 1996, par exemple].

Conservation de la quantité de mouvement

L'application du principe fondamental de la dynamique à une particule fluide, soumise à la gravité comme seule force volumique, permet d'écrire :

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \underline{\sigma} + \rho \mathbf{g} \quad (1.4)$$

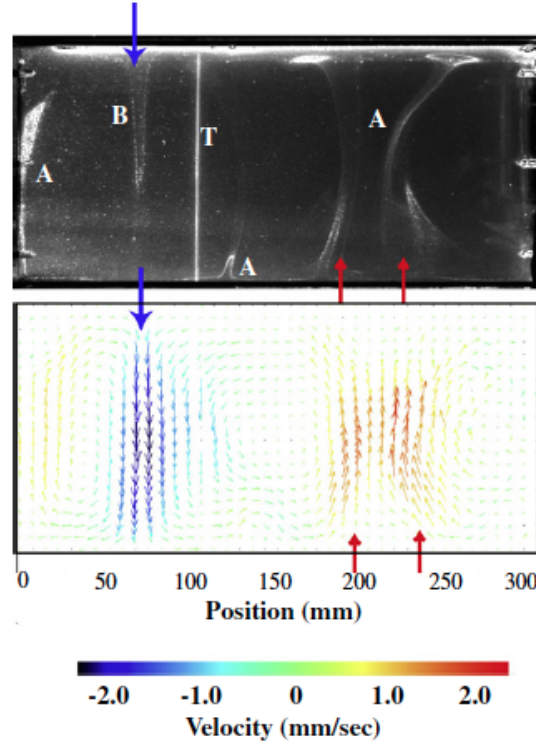


FIGURE 1.5: Exemple d'expériences analogiques de convection dans lequel une couche de fluide (sirop de glucose) est chauffée par le bas et refroidie par le haut, mettant en évidence la remontée de panaches chauds (A, flèches rouges) moins dense et la descente d'un courant froid (B, flèche bleue) plus dense que la moyenne. (Haut) coupe verticale, les lignes blanches sont des isothermes (T =thermocouple). (Bas) champ de vitesse correspondant [Androvandi et al., 2011].

avec $\mathbf{g}$ l'accélération normale de la pesanteur terrestre et $\underline{\sigma}$ le tenseur des contraintes appliquées sur la particule fluide.

Or $\underline{\sigma} = -P\underline{\mathbf{I}} + \underline{\tau}$, où P représente la pression thermodynamique et $\underline{\tau}$ le déviateur des contraintes. Le manteau peut être approximé par un fluide Newtonien, c'est à dire que le tenseur des contraintes est proportionnel au tenseur des vitesses. L'équation (1.4) devient :

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \left(\eta \left(\underline{\nabla \mathbf{v}} + (\underline{\nabla \mathbf{v}})^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \underline{\mathbf{I}} \right) + \xi \nabla \cdot \mathbf{v} \underline{\mathbf{I}} \right) + \rho \mathbf{g} \quad (1.5)$$

avec η la viscosité dynamique et ξ la viscosité de volume, qui est une mesure de la dissipation en compression ou en extension. Dans le manteau ξ est très grande et l'approximation de Stokes (George Gabriel Stokes, 1819-1903) consiste à supposer $\nabla \xi = 0$. De plus dans le cas de l'approximation Boussinesq, le fluide est incompressible, donc les déformations se font à volume constant, et on a bien $\xi = 0$. Ainsi, avec $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, on obtient l'équation de Navier-

Stokes suivante :

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \eta \left(\underline{\nabla \mathbf{v}} + (\underline{\nabla \mathbf{v}})^T \right) + \rho \mathbf{g} \quad (1.6)$$

Une source importante de simplification de l'équation (1.6) vient de l'équation d'état choisie pour les roches du manteau. Dans le manteau, la masse volumique est une fonction de la température et de la pression principalement, même s'il peut y avoir d'importantes variations liées aux changements de phases ou à la différence de composition chimique.

On supposera que ρ dépend uniquement et linéairement de T :

$$\rho(T) = \rho_0 \left(1 - \alpha(T - T_s) \right) \quad (1.7)$$

avec ρ_0 la masse volumique à la température de référence T_s , ici choisie comme la température à la surface.

En décomposant la pression en pression hydrostatique P_H et pression dynamique p et en utilisant l'équilibre hydrostatique $\nabla P_H = \rho_0 \mathbf{g}$, on peut écrire :

$$\nabla P = \nabla(P_H + p) = \rho_0 \mathbf{g} + \nabla p \quad (1.8)$$

L'équation (1.6) devient alors :

$$\rho_0 \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \eta \left(\underline{\nabla \mathbf{v}} + (\underline{\nabla \mathbf{v}})^T \right) - \rho_0 \mathbf{g} \alpha(T - T_s) \quad (1.9)$$

Conservation de l'énergie

Un bilan thermodynamique sur une particule fluide élémentaire permet d'écrire :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{v}) + \rho H \quad (1.10)$$

où u symbolise l'énergie interne, $\mathbf{q}$ le flux de chaleur et H est le taux de production de chaleur du à décroissance radioactive. Ces grandeurs extensives sont ici utilisées sur leur forme massique.

La loi de diffusion de la chaleur de Fourier peut être appliquée pour exprimer le flux de chaleur : $\mathbf{q} = -k \nabla T$. En utilisant également la décomposition de $\underline{\boldsymbol{\sigma}}$ précédente, l'équation (1.10) devient :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = k \nabla^2 T - P \nabla \cdot \mathbf{v} + \underline{\boldsymbol{\tau}} : \nabla \mathbf{v} + \rho H \quad (1.11)$$

avec $\underline{\tau} : \nabla \mathbf{v}$ le contracté des tenseurs $\underline{\tau}$ et $\nabla \mathbf{v}$ et qui est égal à $\Sigma_{ij} \tau_{ij} \partial v_i / \partial x_j$.

On applique ensuite la forme différentielle du premier principe de la thermodynamique :

$$du = \delta q + \delta w \quad (1.12)$$

avec $\delta q = c_p dT - \alpha \frac{T}{\rho} dP$ le flux de chaleur élémentaire et $\delta w = -P dv$ le travail élémentaire, v désignant le volume massique,

$$\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \quad \text{et} \quad c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P$$

le coefficient d'expansion thermique et la capacité calorifique massique à pression constante, respectivement.

La variation élémentaire peut être vue comme une dérivée Lagrangienne, et l'équation (1.12) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= c_p \frac{DT}{Dt} - \frac{\alpha T}{\rho} \frac{DP}{Dt} - P \frac{Dv}{Dt} \\ \text{avec} \quad \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{1}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Or dans l'approximation Boussinesq, l'incompressibilité permet de négliger le terme $-\frac{\alpha T}{\rho} \frac{DP}{Dt}$ qui représente le travail des forces par compression ou décompression. De plus, $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, donc l'identité (1.13) se résume à :

$$\frac{Du}{Dt} = c_p \frac{DT}{Dt} \quad (1.14)$$

Enfin, toujours dans le cas de l'approximation Boussinesq, le terme dissipation visqueuse $\underline{\tau} : \nabla \mathbf{v}$ est également négligeable, et l'équation (1.10) devient :

$$\frac{DT}{Dt} = \kappa \nabla^2 T + \frac{H}{c_p} \quad (1.15)$$

avec $\kappa = k / \rho c_p$ le coefficient de diffusivité thermique.

1.2.2 Adimensionalisation

Le système formé par les équations (1.3), (1.9) et (1.15) doit ensuite être adimensionné pour mettre en évidence les paramètres qui contrôlent l'écoulement et simplifier encore les équations. Plusieurs adimensionnements sont possibles et peuvent être trouvés dans la littérature [Shubert et al., 2001; Ricard, 2007]. Les paramètres de référence choisis ici pour adimensionner sont adaptés à l'étude de la convection mantellique et résumés table 1.1.

TABLE 1.1: Symbole, définition et valeur des paramètres dimensionnés utilisés dans les équations de convection.

Symbole	Signification	Valeur
L	Epaisseur du manteau.	2900 km^a
ΔT	Ecart de température entre surface et base de la lithosphère.	1300 K^b
η_0	Viscosité à mi-manteau pour une température de 1300K.	$3.1 \times 10^{23} \text{ Pa} \cdot \text{s}^c$
ρ_0	Masse volumique moyenne du manteau supérieur.	$3300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}^a$
g	Accélération normale de la pesanteur terrestre.	$9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
κ	Coefficient de diffusivité thermique.	$1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}^c$
α	Coefficient d'expansivité thermique.	$3 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}^c$

^a Valeur moyenne basée sur le modèle PREM [Dziewonski and Anderson, 1981].

^b d'après la valeur moyenne de la température dans le manteau [McKenzie and Bickle, 1988; Herzberg et al., 2007].

^c Valeurs de références pour le manteau [Turcotte and Schubert, 1982] reprises par Tackley [2000a].

La distance et la viscosité sont adimensionnées par les paramètres de référence. Par analyse dimensionnelle, les autres variables peuvent être adimensionnées de la façon suivante :

- le temps par $L^2/\kappa = 265Ga$ (temps de diffusion de la chaleur à travers l'épaisseur du manteau)
- la vitesse par κ/L (vitesse de diffusion)
- la pression par $\kappa\eta_0/L^2$
- la température par $T^* = (T - T_s)/\Delta T$.

De la même façon, l'opérateur ∇ est adimensionné par la longueur L : $\nabla = \nabla^*/L$. L'astérisque dénote les variables, paramètres et opérateurs sans dimension.

L'équation (1.9) devient :

$$\rho_0 \frac{\kappa^2}{L^3} \frac{D\mathbf{v}^*}{Dt^*} = -\frac{\kappa\eta_0}{L^3} \nabla^* p^* + \frac{\eta_0}{L} \nabla^* \cdot \eta^* \frac{\kappa}{L^2} \left(\underline{\nabla^* \mathbf{v}^*} + (\underline{\nabla^* \mathbf{v}^*})^T \right) - g\rho_0\alpha\Delta TT^* \quad (1.16)$$

Pour alléger l'écriture, l'astérisque ne sera plus utilisé pour les variables sans dimension dans les équations de convection suivantes. L'équation (1.16) se réduit à :

$$\frac{1}{\text{Pr}} \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \eta \left(\underline{\nabla \mathbf{v}} + (\underline{\nabla \mathbf{v}})^T \right) + \text{Ra} T \mathbf{e}_r \quad (1.17)$$

avec $\mathbf{e}_r$ le vecteur unitaire selon le rayon de la Terre. Ra, le nombre de Rayleigh (*John William Strutt* dit Lord Rayleigh, 1842-1919) et Pr, le nombre de Prandtl (*Ludwig Prandtl*, 1875-1953), les deux paramètres sans dimension de l'écoulement apparaissent ici :

$$\text{Ra} = \frac{\rho_0 g \alpha \Delta T L^3}{\kappa \eta_0} \quad \text{et} \quad \text{Pr} = \frac{\eta_0}{\rho_0 \kappa} \quad (1.18)$$

Dans le manteau, le nombre de Prandtl est de l'ordre de 10^{23} alors que le nombre de Rayleigh est estimé être supérieur à 10^7 . Le terme de gauche de l'équation (1.17) peut donc être négligé. Ceci revient à négliger l'inertie du système, ce qui est cohérent avec les données terrestres. En effet, on peut calculer un ordre de grandeur de l'énergie cinétique d'une plaque tectonique. Pour une plaque d'épaisseur de 100 km, de surface de 10^8 km^2 , de masse volumique 3000 kg.m^{-3} , et qui se déplace à 10 cm.an^{-1} , $Ec \sim 1.5 \times 10^5 J$, soit l'énergie cinétique d'une Coccinelle de Volkswagen lancée à 50 km/h contre un mur.

Le système d'équations sans dimension que nous considérerons ici est donc :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.19a)$$

$$\nabla p - \nabla \cdot \eta \left(\underline{\nabla \mathbf{v}} + (\underline{\nabla \mathbf{v}})^T \right) = \text{Ra} T \mathbf{e}_r \quad (1.19b)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \nabla^2 T + H \quad (1.19c)$$

avec $H = H \times \frac{L^2 c_p}{\kappa \Delta T}$ le taux de production de chaleur sans dimension.

1.2.3 Code numérique StagYY

Les équations de la convection sont numériquement résolues en utilisant le code de convection StagYY [[Tackley, 2008](#)] dans un espace adimensionné. L'algorithme procède en deux étapes : la première permet de déterminer les champs de pression et de vitesse qui satisfont les équations (1.19a) et (1.19b), et la deuxième de réaliser un pas de temps en résolvant l'équation (1.19c).

Le domaine représentant le manteau est une coquille sphérique définie sur une grille Yin Yang dont la géométrie facilite la discrétisation des équations [[Kageyama and Sato, 2004](#)]. Elle est constituée de deux blocs identiques, l'un étant obtenu à partir de l'autre par rotation (Fig. 1.6). Cette géométrie assure une variation de volume faible entre les différentes cellules, en évitant les trop faibles tailles de cellules aux pôles.

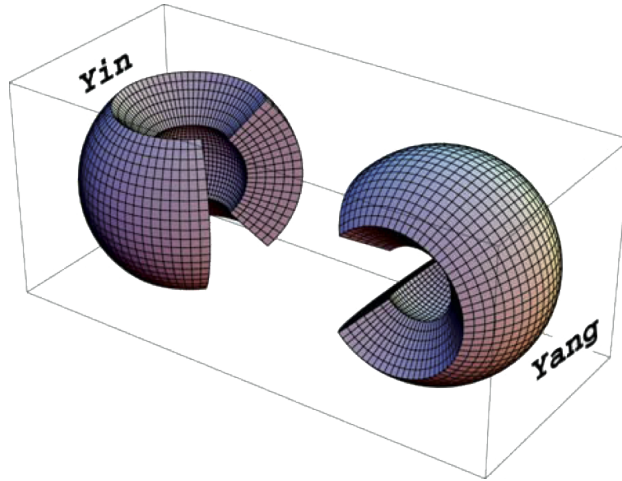


FIGURE 1.6: Géométrie de la grille yin yang [[Kageyama and Sato, 2004](#)].

Les équations (1.19a) et (1.19b) sont discrétisées sur une grille décalée (staggered). La grille tire son nom du fait que la pression, la viscosité, la température et les autres variables scalaires sont définies au centre de chaque cellule de la grille, alors que les composantes de la vitesse sont définies sur les parois correspondantes de chaque cellules (Fig. 1.7). L'utilisation de cette grille implique que toutes les dérivées premières calculées s'appliquent en des points adjacents et permet d'éviter les artéfacts mathématiques (solutions oscillatoires de pression).

Pour résoudre les équations (1.19a) et (1.19b), le code utilise une méthode de relaxation itérative combinée à une méthode multigrilles [[Brandt, 1977](#); [Wesseling, 1992](#)]. Cette approche se base sur l'utilisation de plusieurs grilles de différentes résolutions spatiales. Les

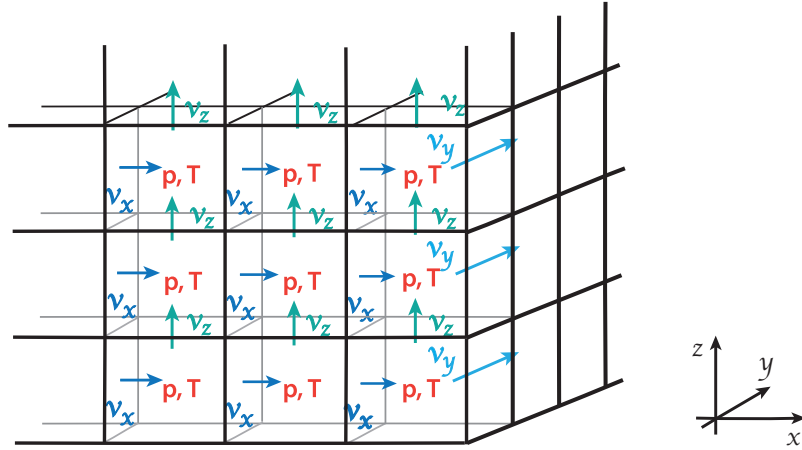


FIGURE 1.7: Illustration de la grille du code Stag (de “staggered”, décalée). La pression p et la température T sont définies au centre de chaque cellule. La vitesse selon y est définie au centre de la paroi de la cellule, selon la normale au plan xz .

composantes de basses fréquences du résidu des itérations sont efficacement relaxées sur les grilles grossières, alors que les composantes de hautes fréquences sont calculées plus précisément sur les grilles fines. Les étapes d’interpolation entre ces différentes grilles permettent ainsi d’optimiser la convergence.

Le terme d’advection DT/Dt dans l’équation (1.19c) est ensuite calculé en utilisant l’algorithme MPDATA (Multidimensional Positive Definite Advection Transport Algorithm) [Smolarkiewicz and Margolin, 1998]. Le terme de diffusion $\nabla^2 T$ est lui calculé simplement en utilisant une méthode des différences finies du second ordre.

Ce code de convection tire sa puissance dans sa capacité à gérer les grands écarts de viscosité (jusqu’à 9 ordres de grandeur) sur de faibles distances. Il intègre de nombreuses options décrivant des mécanismes pertinents pour l’étude des planètes, tels que les variations de composition, la fusion partielle, ou les changements de phases des minéraux. La viscosité peut être fonction entre autres, de la température, de la profondeur, de la composition, des contraintes, des phases minérales. Enfin, StagYY est entièrement parallèle et a été utilisé sur différents calculateurs pour les besoins de cette thèse : Augury, LSTcalc et Seisglob (Laboratoire de géologie de Lyon), Brutus (ETH Zurich) et les centres nationaux français (IDRIS, CINES).

1.3 Tectonique de surface dans les modèles géodynamiques

Depuis les premiers travaux de *Lister* [1975] et *Hager and O’Connell* [1979], les modèles de convection mantellique, se sont orientés dans leur quête de ressemblance avec la Terre vers deux directions différentes : (1) ceux qui tentent d’imposer des conditions de surface terrestres dans le but de générer un état physique du manteau proche de son état réel présent, et (2) ceux qui s’emploient à modéliser la physique de la Terre dans le but de générer une tectonique terrestre en surface émergeant naturellement des propriétés des matériaux.

1.3.1 Convection contrainte par les vitesses de surface

Les modèles instantanés de l’écoulement dans le manteau ont permis dès les années 1980 de relier les hétérogénéités de densité internes aux observations de surfaces, telles que le géoïde [exemple : *Richards and Hager*, 1984; *Hager*, 1984; *Ricard et al.*, 1984], la topographie dynamique [exemple : *Fleitout and Froidevaux*, 1982; *Hager et al.*, 1985], puis la divergence des vitesses des plaques [*Forte and Peltier*, 1987; *Ricard et al.*, 1988]. Les premières utilisations des reconstructions à l’actuel ont donc naturellement été en tant que contraintes pour reconstruire les variations radiales de viscosité [*Forte et al.*, 1991; *Ricard and Wuming*, 1991], les hétérogénéités de densité [*Ricard et al.*, 1993a] et les changements de positions de l’axe de rotation de la Terre [*Steinberger and O’Connell*, 1997].

Utilisant les reconstructions de la cinématique terrestre du Mésozoïque jusqu’à aujourd’hui pour contraindre en surface un modèle dynamique de convection mantellique, *Bunge* [1998] reconstruit l’évolution récente des structures de densité à l’intérieur du manteau. Le développement de la puissance de calcul permet désormais de résoudre les équations de la convection dépendant du temps. Des modèles de la structure interne du manteaux sont ainsi obtenus indépendamment des modèles tomographiques et sont comparés à ces derniers. *Bunge and Grand* [2000] comparent ainsi la géométrie de la plaque Farallon subductée avec les images tomographiques de *Grand et al.* [1997]. Ce type de modèles, dits “modèles cinématiques”, sont employés pour étudier la structure des panaches mantelliques sous l’Afrique et le Pacifique [*McNamara and Zhong*, 2005], l’évolution globale de la structure thermique du manteau depuis le Paléozoïque [*Zhang et al.*, 2010], la répartition du flux de chaleur à la surface et à la limite manteau noyau [*Zhang and Zhong*, 2011], ainsi que les zones de diminution des vitesses sismiques d’ondes de cisaillement (LLSVP) [*Steinberger and Torsvik*,

2012; *Davies et al.*, 2012], et l'agrégation possible de supercontinents [*Yoshida and Santosh*, 2011a]. Cependant, ces modèles utilisent des lois de viscosité simples, dépendant de la température et de la profondeur, et les vitesses imposées en surface ne peuvent être solutions des équations régissant l'écoulement dans le manteau. En particulier, le champ de vitesse sur Terre comporte une importante composante toroïdale générée par les mouvements cisailants et transformants au niveau des failles et par les mouvements de rotation des plaques [*Hager and O'connell*, 1978; *Olson and Bercovici*, 1991; *Lighthow-Bertelloni et al.*, 1993]. Cette caractéristique du champ des vitesses terrestre ne peut être produite par les équations décrivant la convection dans les modèles cinématiques cité ci-dessus.

Les efforts pour intégrer de manière cohérente la tectonique des plaques aux modèles de convection s'amplifient cependant aujourd'hui, dans le but d'améliorer la modélisation des interactions entre la structure du manteau et les mouvements de la lithosphère. L'équipe de Géologie et Sciences Planétaires de Caltech a notamment développé le code Rhéa qui utilise un maillage adaptatif pour étudier les limites de plaques au kilomètre près [*Stadler et al.*, 2010; *Alisic et al.*, 2012; *Burstedde et al.*, 2013]. Ce code permet de résoudre les équations de la mécanique des milieux continus à la fois à l'intérieur du manteau et en surface. Les conditions initiales thermiques sont dérivées de la sismologie, puis des zones de faible viscosité sont imposées au niveau des limites de plaques. Dans les modèles précédemment publiés, la taille des zones de faible viscosité, limitée par la résolution, est souvent comparable à l'épaisseur des plaques [exemple *Yoshida et al.*, 2001; *Yoshida and Nakakuki*, 2009; *Yoshida*, 2010; *Becker*, 2006]. Dans le modèle proposé par Caltech, la lithosphère glisse au niveau de failles mais la viscosité et la déformation de la plaque plongeante sont décrites par les équations des milieux continus appliquées au système global. La puissance de calcul nécessaire pour réaliser ces modèles est limitante ne permet pas d'intégrer une évolution temporelle des frontières de plaques. D'autres équipes se tournent vers une intégration dynamique de la structure thermique de la lithosphère et des plaques plongeantes à partir des reconstructions tectoniques. L'assimilation de la structure des plaques plongeante permet de réduire la différence entre l'écoulement imposé par la reconstruction cinématique en surface et l'écoulement dans le manteau supérieur. Ces modèles permettent de reproduire avec succès les structures du manteau profond [*Bower et al.*, 2013], et la topographie dynamique [*Flament et al.*, 2014].

La faiblesse commune à l'ensemble de ces modèles cinématiques reste cependant que la localisation de la déformation au niveau des limites de plaques n'est pas une propriété

qui émerge naturellement du modèle de convection mantellique, mais une conséquence des vitesses prescrites en surface. La répartition des vitesses imposées est très différente de celle que produirait l'écoulement dans un même modèle avec une surface libre, et de fait, le régime de convection serait a priori différent.

1.3.2 Génération d'une tectonique de surface auto-cohérente

Les plaques tectoniques agissent comme la couche limite thermique de la convection mantellique, ce qui incite à étudier le manteau et les plaques comme un seul et unique système cohérent, et non comme deux entités séparées. En effet, les forces agissant sur les plaques sont identiques à celles qui agissent dans le manteau, et les plaques font ainsi partie intégrante de la convection. Les critères d'apparition et de maintien d'une tectonique de plaques en surface d'un manteau en convection ne sont encore que partiellement compris, mais ces dernières décennies les modèles numériques ont permis de grandes avancées.

Dans le manteau terrestre, les variations de viscosité sont grandes, comme le montrent notamment les études sur le rebond post glaciaire [exemple : *Forte and Mitrovica, 1996; Mitrovica and Forte, 1997*], ou le géoïde [*Ricard et al., 1988, 1993a*, exemple :]. Les modèles de convection en deux dimensions, avec une loi de viscosité dépendant uniquement de la température, ne montrent cependant pas une évolution de surface semblable à la Terre [*Nataf and Richter, 1982; Christensen, 1984; Ogawa et al., 1991; Solomatov, 1995; Moresi and Solomatov, 1995; Kameyama and Ogawa, 2000*, par exemple]. Trois régimes différents de convection apparaissent dans ces modèles, mais aucun ne présente de plaques en surface (Fig. 1.8(a)). Lorsque le contraste de viscosité (différence de viscosité entre la surface et la base du manteau) est semblable à celui de la terre, une couche limite froide et solide se développe en surface et se découple du fluide en convection sur lequel elle repose. C'est le régime dit de "couvercle stagnant". Dans les deux autres régimes de convection, réalisés pour des contrastes de viscosité plus faibles, la couche limite thermique participe partiellement ou totalement à la convection, ce qui ne permet ni de former ni de maintenir des plaques rigides en surface.

Dans le régime de couvercle stagnant, des zones de déformation peuvent être imposées pour faire céder la couche immobile en surface. Les études en deux dimensions [*Gurnis and Hager, 1988; Gurnis, 1989; Zhong and Gurnis, 1995*] puis en trois dimensions [*Zhong and Gurnis, 1996; Zhong et al., 1998, 2000*], montrent que cette technique permet de simuler

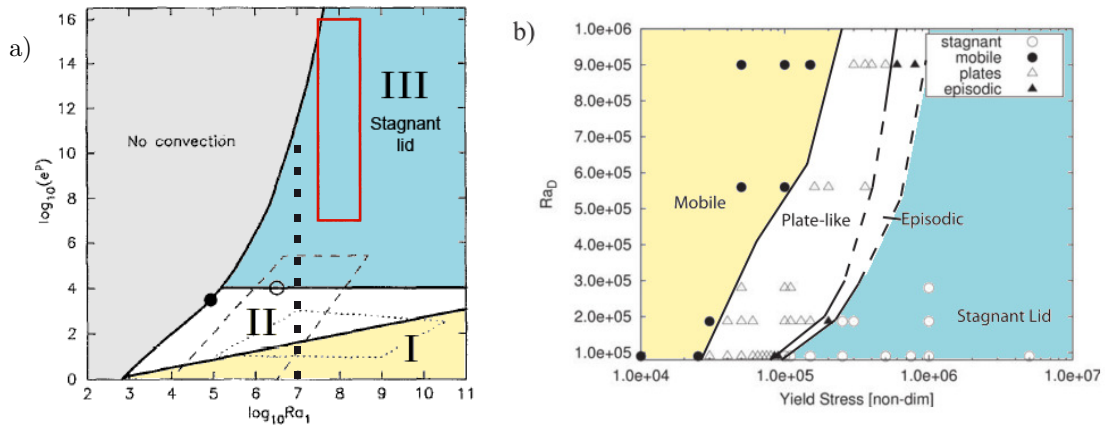


FIGURE 1.8: (a) Diagramme des 3 régimes de convection pour une viscosité dépendant de la température uniquement, en fonction du nombre de Rayleigh Ra_1 et du contraste de viscosité $e^P = \exp(E/R\Delta T)$. (I- jaune) régime de faible contraste de viscosité où la surface participe totalement à la convection (régime mobile), (II- blanc) régime intermédiaire où la surface est souple et participe lentement à la convection, (III- bleu) régime de couvercle stagnant (stagnant lid). Le rectangle rouge donne une approximation du domaine terrestre. Les données de Moresi and Solomatov [1995] sont figurées par les carrés noirs, les gammes de données de Christensen [1984] et de Hansen et al. [1993] sont entourée approximativement par des pointillés et points respectivement (d'après Solomatov [1995]). (b) Diagramme des régimes de convection pour une viscosité dépendante de la température et de la contrainte seuil, en fonction de cette contrainte seuil et du nombre de Rayleigh. Un régime présentant des plaques en surface (Plate-like) et un régime présentant périodiquement un couvercle stagnant (Episodic) apparaissent entre les régimes mobiles et couvercle stagnant (d'après Foley and Becker [2009]).

efficacement les failles et de créer une tectonique artificielle proche de celle de la Terre. De nombreux modèles cinématiques décrits précédemment, employant une viscosité dépendant de la température et de la profondeur, se situeraient également dans un régime de convection de couvercle stagnant si les vitesses n'étaient pas prescrites en surface [exemple McNamara and Zhong, 2005; Zhang et al., 2010; Yoshida and Santosh, 2011a]. Ce sont donc les conditions imposées en surface qui permettent de passer d'un régime de convection avec un couvercle stagnant à un régime présentant une tectonique des plaques. Néanmoins, ces modèles permettent de montrer, entre autres, l'importance du couplage entre les mouvements de la lithosphère et l'état du manteau profond.

Pour créer les variations latérales de viscosité nécessaires à la localisation de la déformation, il est nécessaire de considérer une rhéologie non-Newtonienne. En effet, la partie supérieure de la lithosphère (0-20 km) a un comportement cassant, puis la transition se fait

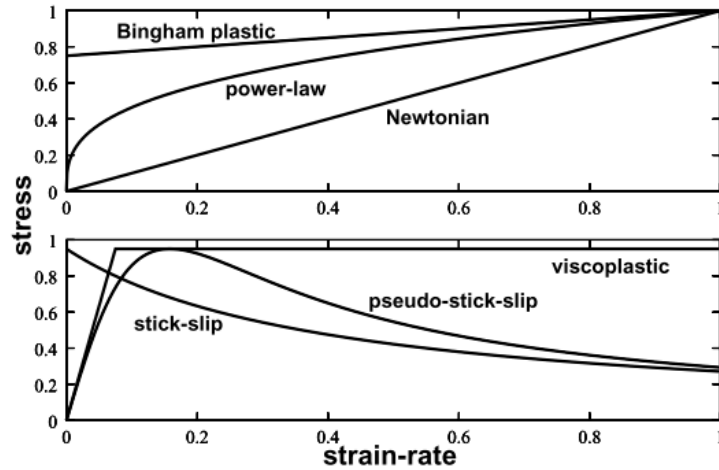


FIGURE 1.9: Différentes lois reliant la contrainte (stress) au taux de déformation (strain rate) utilisées pour décrire la rhéologie de la lithosphère (Fig. 6 [Bercovici, 2003]).

vers un comportement mi-ductile mi-cassant, puis vers un comportement ductile comparable au manteau au-delà de 40km de profondeur pour la lithosphère océanique [Kohlstedt *et al.*, 1995]. La modélisation de la rhéologie des parties supérieure et centrale de la lithosphère est donc un élément clé dans la formation de plaques en surface. Les rhéologies basées sur une loi de puissance entre contrainte et taux de déformation (power law, Fig. 1.9), et une viscosité dépendant de la température et de la pression, n'ont pas permis de reproduire des zones de déformation étroites dans la lithosphère [exemples : Christensen, 1983; Christensen and Harder, 1991; Weinstein and Olson, 1992]. Cependant, Moresi and Solomatov [1998] parviennent à reproduire un comportement cassant en surface de leurs modèles en introduisant d'un seuil des contraintes pour la lithosphère selon une rhéologie visco-plastique (Fig. 1.9). Ainsi quand les contraintes atteignent la contrainte seuil, la viscosité de la lithosphère est affaiblie, ce qui permet de modéliser des failles et des zones cisaillement. Les travaux en géométrie cartésienne et en trois dimensions de Trompert [1998] et Stein *et al.* [2004] montrent que dans ces conditions, trois régimes de convection principaux sont réalisés : un régime avec une surface mobile et un régime de couvercle stagnant, séparés par un régime où des plaques apparaissent, soit périodiquement, soit de façon stable (Fig. 1.8(b)). Tackley [2000b] et Stein *et al.* [2004] montrent également que la dépendance de la viscosité avec la pression augmente la rigidité des plaques et stabilise le régime de convection dans lequel les plaques se forment. En effet, celles-ci sont ralenties par la résistance croissante qu'elles rencontrent à mesure qu'elles plongent dans le manteau, ce qui diminue les vitesses de sur-

face et supprime le régime épisodique de tectonique des plaques. Le passage en géométrie sphérique montre une répartition similaire des régimes de convection [Richards *et al.*, 2001; van Heck and Tackley, 2008; Tackley, 2008; Foley and Becker, 2009].

Ces modèles génèrent ainsi une tectonique de surface, avec des blocs cohérents, des bandes très étroites concentrant la déformation et des zones de cisaillement transformantes (Fig. 1.10) ainsi qu’une composante toroïdale du champ des vitesses de surface proche de la valeur terrestre. Plusieurs diagnostics ont été définis pour évaluer quantitativement la capacité des modèles à reproduire une tectonique terrestre, d’abord par Weinstein and Olson [1992] en 2 dimensions, puis par Zhong *et al.* [1998] et Alisic *et al.* [2012] pour les modèles où la géométrie des plaques est imposée, et par Tackley [2000a] pour les modèles libres en trois dimensions :

- le rapport des composantes toroïdale et poloïdale du champ des vitesses qui, sur Terre, varie entre 0.25 et 0.5 sur les derniers 120 millions d’années [Olson and Bercovici, 1991; Lighthow-Bertelloni *et al.*, 1993].
- la mobilité des plaques, mesurée par le rapport de la vitesse moyenne de surface sur la vitesse moyenne de la totalité du domaine étudié.
- la “plateness” (nous utiliseront le terme anglais), qui mesure le degré de localisation de la déformation et donc la capacité à produire des plaques. Tackley [2000a] définit la plateness P à partir de la fraction f_{80} de la surface contenant les 80% de la déformation, celle-ci étant calculée comme la racine carrée du second invariant du tenseur des contraintes de surface. Pour des plaques parfaites, la déformation se concentre sur des zones infiniment étroites, $f_{80} = 0$ et $P = 1$.

En outre, dans les modèles ayant une rhéologie visco-plastique, la présence de continents favorise le développement de plaques en surface pour des seuils des contraintes de la lithosphère océanique plus élevés [Rolf and Tackley, 2011], et ainsi plus proches des valeurs expérimentales [Kohlstedt *et al.*, 1995; Karato, 2010a]. La définition d’une asthénosphère moins visqueuse accentue également la localisation de la déformation en découplant partiellement la lithosphère de l’asthénosphère comme le montrent les études préliminaires de Zhong and Gurnis [1996] et Tackley [2000b] en géométrie cartésienne, puis le développement en géométrie sphérique de Richards *et al.* [2001]. De fait, cette zone de faible viscosité apparaît d’elle-même lorsque la viscosité dépend de la pression [Stein *et al.*, 2004].

D’autres rhéologies permettant de créer des zones de faiblesses dans la lithosphère sont également explorées. Le “pseudo stick-and-slip”, mécanisme d’adoucissement à la contrainte

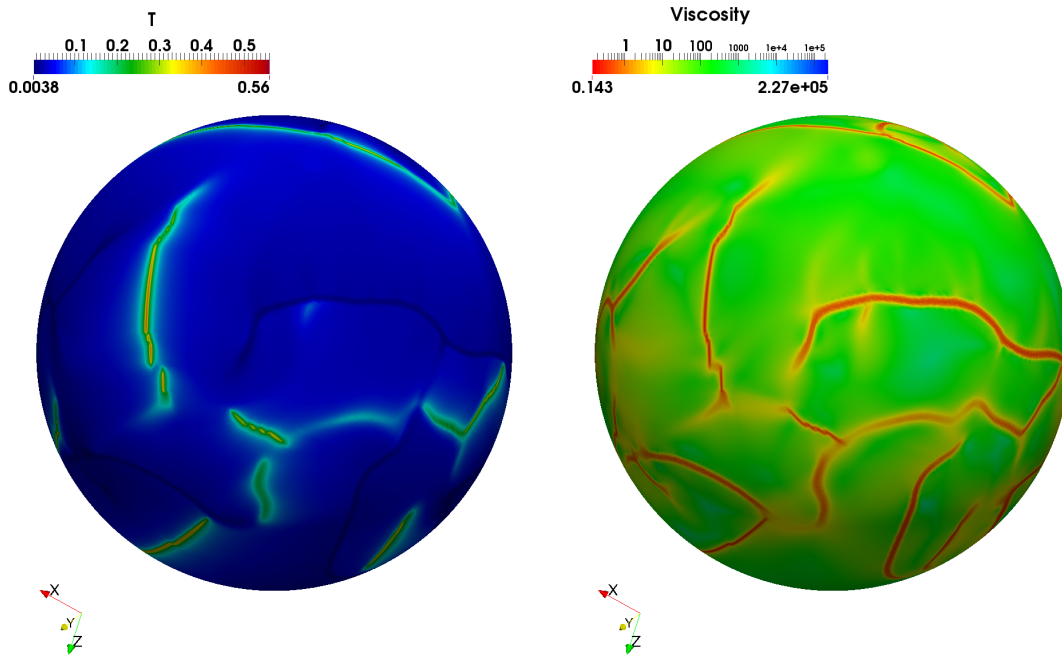


FIGURE 1.10: Exemple de tectonique générée par le code de convection StagYY [Tackley, 2008]. Champ de température et de viscosité en surface (adimensionnées) pour un calcul de convection thermique avec chauffage interne ($\sim 65\%$) et basal ($\sim 35\%$), une viscosité dépendant de la température, de la contrainte seuil (identique à van Heck and Tackley [2008]), et de la profondeur (saut de viscosité d'un facteur 30 entre manteau supérieur et inférieur), avec une lithosphère uniquement océanique.

ou d'auto-fragilisation de la lithosphère, entraîne une diminution des contraintes à mesure que le taux de déformation augmente au delà d'une certaine valeur (Fig. 1.9). Deux mécanismes sont tout d'abord envisagés comme source de cet affaiblissement des contraintes dans la lithosphère terrestre : le résultat d'une viscosité fortement dépendante de la température dans une zone de dissipation visqueuse [Bercovici, 1996], ou une absorption d'eau lors de la formation de micro-craquements au niveau des zones de déformation [Bercovici, 1998]. Dans les modèles simples de convection mantellique, cette rhéologie augmente la plateness et permet le développement d'une importante composante toroïdale du champ des vitesses [Bercovici, 1993, 1996, 1998; Tackley, 1998]. Cependant, ce type de rhéologie reste difficile à implémenter en trois dimensions, et peut notamment entraîner la fragmentation des plaques et l'apparition épisodique de subductions massives [Tackley, 2000b].

Récemment, de nouveaux mécanismes d'adoucissement à la contrainte sont envisagés pour résoudre le problème de l'absence de mémoire dans les rhéologies pseudo-plastiques,

où les zones de faible viscosité disparaissent dès que la déformation disparaît. Inspirés du phénomène de remobilisation des failles sur Terre, ils consistent à imposer une “cicatrisation” progressive (et non instantanée) des zones de déformation. La loi de viscosité est reliée à l’histoire des contraintes par la variable endommagement (damage) [Tackley, 2000b; Ogawa, 2003]. L’observation des caractéristiques cristallines des mylonites au niveau des zones de cisaillement sur Terre [exemple : White *et al.*, 1980], incite à associer l’endommagement à l’évolution de la taille des grains : la réduction de la taille des grains étant le mécanisme principal de réduction locale de la viscosité [Karato *et al.*, 1980], et la croissance des grains étant le mécanisme progressif de disparition des zones de déformation. Dans les premiers modèles théoriques, la déformation entraîne une diminution de la taille des grains selon un mécanisme de dislocation-recristallisation, alors que la rhéologie dépend de la taille des grains selon mécanisme de pression-dissolution (permettant de relâcher les contraintes à mesure que la taille des grains diminue)[Kameyama *et al.*, 1997; Braun *et al.*, 1999; De Bresser *et al.*, 2000; Montési, 2002; Montési and Hirth, 2003]. Ces deux mécanismes ne coexistent cependant pas dans le même régime de déformation. Dans ces modèles, la déformation n’est ainsi que transitoirement localisée, la croissance des grains tendant à compenser la recrystallisation. En revanche, la théorie de l’endommagement à deux phases minérales développée par Bercovici, Ricard et Schubert, génère une localisation de la déformation rapide et une disparition lente des zones déformées [Bercovici *et al.*, 2001a,b; Ricard *et al.*, 2001; Bercovici and Ricard, 2003, 2012; Bercovici, 2005]. La présence d’une deuxième phase génère du Zener pinning (Clarence Zener, 1905-1993) : un blocage de la migration des limites de grains proportionnel à la courbure de l’interface entre les deux phases [Nes *et al.*, 1985], qui favorise la réduction de la taille des grains. L’application de cette théorie à un écoulement dans une couche infiniment fine a récemment permis de proposer un modèle de génération de plaques tectoniques par remobilisation de zones préalablement déformées par des proto-subductions [Bercovici and Ricard, 2013, 2014]. Ce modèle prometteur produit une tectonique stable en deux dimensions, présentant des complexités comparables à celles de la Terre : des subductions obliques, des failles décrochantes, et un champ de vitesse comportant une importante composante toroïdale.

En géométrie sphérique à trois dimensions cependant, une loi de viscosité dépendante de la température, de la profondeur et de la contrainte seuil selon une rhéologie visco-plastique, reste la meilleure solution, à ce jour, pour générer des plaques tectoniques en surface d’un modèle de convection. Les codes numériques intégrant ces caractéristiques rhéologiques,

et en particulier StagYY [Tackley, 2008] (Fig. 1.10), permettent désormais de reproduire convenablement de nombreuses caractéristiques terrestres, telles que l'évolution des âges de la lithosphère océanique [Coltice et al., 2012, 2013], la géométrie et la migration des zones de subduction [Crameri and Tackley, 2014], ou la formation et la dispersion de supercontinents [Rolf et al., 2014]. Ce type de modèles de convection apparaît donc particulièrement adapté à la prescription de vitesses de plaques. En choisissant des paramètres rhéologiques adaptés, l'écoulement se place dans un régime de convection qui produit une tectonique de surface semblable à la Terre au premier ordre. Les vitesses de surfaces imposées ensuite sont alors cohérentes avec le régime de convection. Elle pourraient presque être solutions des équations décrivant l'écoulement, à ceci près que les reconstructions tectoniques sont des modèles discontinus, les limites de plaques sont infiniment étroites, ce qui n'est pas réalisable en mécanique des milieux continus [Bercovici and Wessel, 1994].

Ainsi nous avons choisi d'imposer les vitesses issues des reconstructions tectoniques les plus avancées [Seton et al., 2012; Shephard et al., 2013] comme conditions limites en surface du modèle de convection mantellique StagYY [Tackley, 2008], capable de générer une tectonique auto-cohérente. Malgré la cohérence de cette approche, aucun calcul numérique de ce type n'a encore été réalisé, ce qui la rend d'autant plus innovante.

1.3.3 Paramètres du modèle utilisé

StagYY permet de choisir plusieurs rhéologies. Nous avons choisi une rhéologie visco-plastique, la viscosité dépendant de la contrainte seuil, de la température (selon une loi d'Arrhenius), et éventuellement de la profondeur (saut de viscosité) et de la composition (présence de continents) :

$$\eta(T, z, C) = \eta_0 \times \eta(C) \times \eta(z) \times \exp \left(A + \frac{E}{R(T + T_{surf})} \right) \quad (1.20)$$

avec T la température, z la profondeur, C la composition (0 pour les océans, 1 pour les continents), R la constante des gaz parfaits, T_{surf} la température de surface et E l'énergie d'activation. η_0 est la viscosité de référence et A permet d'assurer que la viscosité est égale à η_0 à la température et la profondeur de références choisies. Le système étant adimensionné, il convient de noter que $\eta_0 = 1$, $R = 1$, et que z varie entre 0 en surface et 1 à la limite manteau-noyau. La valeur de E est fixée pour permettre une variation de plusieurs ordres de grandeur entre $T=0$ et $T=1$. Dans la majorité des modèles publiés utilisant StagYY, $E = 23.03$ ce qui

permet 5 ordres de grandeurs de variation de la viscosité avec la température [Tackley, 2008; Rolf and Tackley, 2011; Rolf et al., 2012, 2014; Coltice et al., 2012, 2013]. Elle correspond à 60 kcal/mol ce qui est encore inférieur aux valeurs expérimentales [Karato et al., 1986; Karato, 2010b]. Cette valeur sera variée et son influence sur la morphologie des structures thermiques reconstruites sera évaluée. $\eta(C)$ est le facteur dépendant de la composition [Rolf and Tackley, 2011] et $\eta(z)$ le facteur dépendant de la profondeur développé pour cette thèse :

$$\eta(C) = \exp \left(\ln(\Delta\eta_C) \times C \right) \quad (1.21)$$

$$\eta(z) = a \exp \left(\ln(B) \times \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \text{th} \left(\frac{d_0 - z}{d_{step}} \right) \right) \right] \right) \quad (1.22)$$

avec $\Delta\eta_C$ le contraste de viscosité entre lithosphère océanique et continentale : $\Delta\eta_C = \eta(C = 1)/\eta(C = 0)$. Ainsi, $\eta(C) = 1$ pour la lithosphère océanique, $\eta(C) = \Delta\eta_C$ pour la lithosphère continentale. L'équation (1.22) permet de créer un saut de viscosité continu d'un facteur B à la profondeur d_0 , la transition ayant lieu sur une épaisseur $2 \times d_{step}$ (Fig. 1.11). B est donc le contraste de viscosité entre le manteau inférieur et le manteau supérieur. Le préfacteur a correspond à la valeur prise par $\eta(z)$ dans le manteau supérieur et assure que la valeur de la moyenne de $\eta(z)$ reste 1.

Une contrainte seuil à 2 composantes est utilisée comme implémenté par Tackley [2000b], puis Rolf and Tackley [2011] pour les continents. Une composante dépendant de la profondeur modélise le comportement pseudo-plastique de la partie supérieure du manteau lithosphérique et une composante constante modélise le comportement mi-plastique mi-ductile de la partie inférieure du manteau lithosphérique :

$$\sigma_{seuil}(z, C) = \min \left[\sigma_{seuil}^{ductile}(C), (1 - z) \dot{\sigma}_{seuil}^{pl}(C) \right] \quad (1.23)$$

avec $\sigma_{seuil}^{ductile}(C)$ la contrainte seuil constante et $\dot{\sigma}_{seuil}^{pl}(C)$ le gradient vertical de la contrainte seuil dans la partie supérieure de la lithosphère. La relation (adimensionnée) $\dot{\sigma}_{seuil}^{pl}(C) = 20 \times \sigma_{seuil}^{ductile}(C)$ permet de fixer la limite plastique/ductile, en imposant que le volume de la partie ayant un comportement pseudo-plastique représente 5% du domaine étudié depuis la surface. L'influence d'une variation de la valeur de la contrainte seuil en surface $\sigma_{seuil}^{pl}(0, 0)$ sur la qualité des modèles cinématiques sera étudiée, sauf indications contraires, σ_{seuil} fera référence à cette valeur. La valeur de $\dot{\sigma}_{seuil}^{pl}(C)$ restera fixée à 0.83 MPa.km⁻¹ pour la lithosphère océanique et 10 fois plus pour la lithosphère continentale.

Lorsque les contraintes atteignent la contrainte seuil σ_{seuil} , la viscosité du matériau est ramenée à la “viscosité seuil” :

$$\eta_{seuil}(C) = \exp \left(\ln(\Delta\sigma_C) \times C \right) \times \frac{\sigma_{seuil}(0,0) + z \times \dot{\sigma}_{seuil}^{pl}(C)}{2\dot{\epsilon}} \quad (1.24)$$

avec $\Delta\sigma_C = \sigma_{seuil}(z,1)/\sigma_{seuil}(z,0)$ le rapport des seuils des contraintes entre lithosphère continentale et océanique, et $\dot{\epsilon}$ le second invariant du tenseur des déformations.

La viscosité effective est alors définie par :

$$\eta_e(T, z, C, \sigma_{seuil}) = \frac{1}{1/\eta(T, z, C) + 1/\eta_{seuil}(C)} \quad (1.25)$$

ce permet une transition graduelle de la viscosité dépendant de la profondeur vers la viscosité seuil dans les régions soumises à de fortes contraintes.

De plus, une réduction de viscosité dans l’asthénosphère favorise la formation des plaques. Dans notre modèle, elle prend la forme d’une réduction de la viscosité d’un facteur 10 lorsque la température dépasse le solidus [[Tackley, 2000b](#); [van Heck and Tackley, 2008](#)].

$$T_{sol}(z) = T_{sol0} + \dot{T}_{sol0} \times z \quad (1.26)$$

$$T_{sol}(z) = 0.6 + 7.5 \times z \quad (1.27)$$

avec T_{sol0} la valeur du solidus en surface et $\dot{T}_{sol0}$ le gradient de T_{sol0} avec la profondeur. En supposant une différence de température de 1300K entre la surface et la base de la lithosphère, $T_{sol0} \simeq 1300K$ et $\dot{T}_{sol0} \simeq 3.5K.km^{-1}$. Ces valeurs sont adaptées des travaux de [Hirschmann \[2000\]](#).

Enfin, les continents, lorsqu’ils sont présents sont modélisés selon [Rolf and Tackley \[2011\]](#) : ils sont assimilés à des cratons archéens dont la température en surface est maintenue à 300 K. Ils diffèrent du reste du manteau par leurs propriétés physiques :

- une masse volumique plus faible : 100 kg.m^{-3} de moins que le manteau et la lithosphère océanique,
- une viscosité plus grande $\Delta\eta_C = 100$,
- une contrainte seuil plus élevée : $\Delta\sigma_{YC} = 10$.

Ces valeurs sont justifiées par la déshydratation de la lithosphère continentale relativement à la lithosphère océanique [[Karato, 2010b](#)].

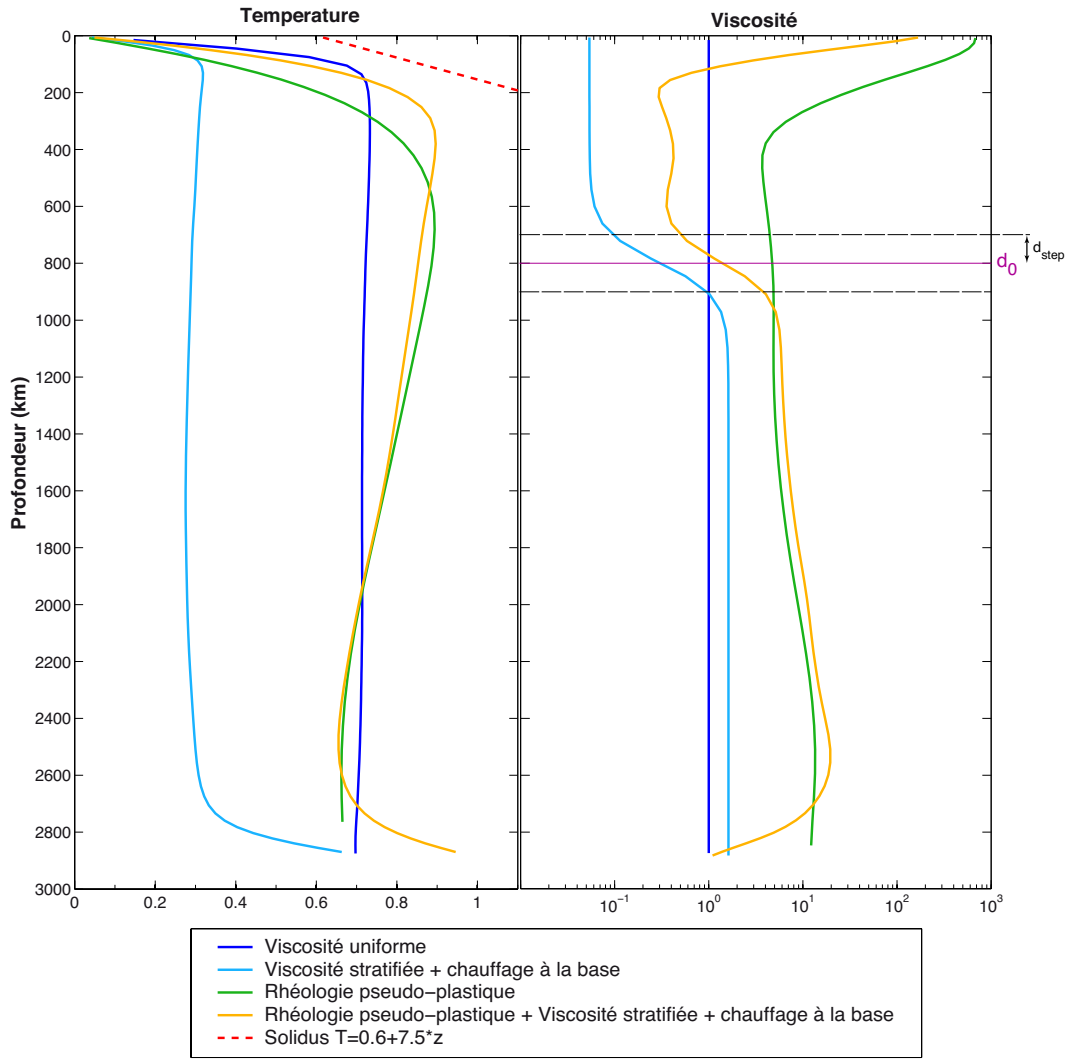


FIGURE 1.11: Exemples de profils radiaux moyens de température et de viscosité employés dans nos modèles. (Gauche) Profil radial moyen de la température (sans dimension) à l'équilibre statistiquement stationnaire pour différentes rhéologies, et température du solidus. (Droite) Profil radial moyen de la viscosité (sans dimension) dans le modèle à l'équilibre statistiquement stationnaire pour différentes lois de viscosité.

Nous avons ainsi décrit le modèle physique, le code numérique et les paramètres rhéologiques qui pourront être utilisés. Ces outils nous permettent de générer, entre autres, un régime convectif développant une tectonique de plaques auto-cohérente, dont certaines caractéristiques sont comparables à la Terre. Ce modèle, qui a été comparé ci dessus à d'autres modèles développés ces dernières années, sera utilisé dans toute la suite de cette étude.

Chapitre 2

Horizon de prédiction des modèles de convection mantellique terrestre

En géosciences, la chaotité de la convection mantellique est généralement associée à la question du mélange dans le manteau terrestre. Cependant, il est intéressant de réfléchir à ce qu'elle implique pour la prédiction des structures convectives. La chaotité se définit par une sensibilité aux conditions initiales, rendue populaire en météorologie par [Lorenz \[1972\]](#) sous le nom d' "effet papillon". Appliquée au système manteau-lithosphère, cette métaphore peut correspondre de façon imagée à se demander si le léger déplacement du panache sous l'Islande peut faire naître une subduction dans le Pacifique. De façon plus pragmatique, la chaotité de la convection implique que les incertitudes sur l'état initial du manteau terrestre peuvent créer dans les modèles des structures convectives artificielles au bout d'un certain temps. La prédiction de l'état du manteau est donc intrinsèquement limitée.

Nous proposons dans ce chapitre d'étudier brièvement les preuves de la chaotité de la convection dans le manteau terrestre, puis de déterminer la limite de prédictibilité, appelée aussi horizon de prédiction de nos modèles, et de tester sa sensibilité à différents paramètres de la convection.

2.1 Convection : un phénomène chaotique

2.1.1 Mélange et chaos lagrangien dans le manteau terrestre

Les compositions élémentaires et isotopiques des basaltes des dorsales océaniques (MORBs) et des basaltes des points chauds (OIBs) indiquent que des hétérogénéités géochimiques persistent dans le manteau [exemple : [Hofmann, 2007](#)]. L'homogénéisation du manteau par diffusion est un processus extrêmement lent : la diffusivité thermique est de l'ordre de $10^{-2} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et celle de l'uranium par exemple est de $10^{-19} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ [[Hofmann and Hart, 1978](#)]. Les mouvements de convection dans le manteau sont donc nécessaires pour réduire les hétérogénéités à une taille où la diffusion peut intervenir [[Richter and Ribe, 1979](#); [Kellogg and Turcotte, 1987](#)]. La question de l'efficacité du mélange (brassage puis diffusion) dans un manteau en convection est ainsi posée très tôt, et c'est dans cette optique que la chaotité de la convection est étudiée en sciences de la Terre.

Les premières études du mélange consistent à introduire des traceurs passifs dans un modèle de convection. Ces traceurs sont regroupés par paires, chaque paire définissant les extrémités d'une bande de mêmes propriétés physiques que le matériau environnant et dont l'extension est mesurée au cours du temps [exemple : [Kellogg and Turcotte, 1987](#); [Christensen, 1989](#); [Schmalzl et al., 1996](#); [Ricard and Coltice, 2004](#)]. Grâce à cette méthode, [Olson, Yuen, and Balsiger \[1984\]](#) et [Aref \[1984\]](#) montrent dès 1984 que des trajectoires chaotiques au sein du fluide sont nécessaires à un brassage efficace. En effet, dans ce cas, la distance a entre deux points croît exponentiellement au cours du temps t selon $a(t) = a(0) \exp(\lambda t)$. λ est défini comme l'exposant de Lyapunov, et correspond ici au taux de déformation Lagrangien, c'est à dire au taux de déformation effectif sur la trajectoire d'une particule fluide. Défini ainsi, cet exposant décrit le chaos Lagrangien : les particules fluides ont un mouvement chaotique, mais le champ des vitesses et le champ de température dans le fluide peuvent être stationnaires. En particulier, la turbulence de l'écoulement n'est pas une condition nécessaire à la chaotité du brassage, comme le montrent par exemple les travaux de [Hénon \[1966\]](#) puis de [Aref \[1984\]](#). Cependant, l'existence de trajectoires chaotiques même en l'absence de chaos dans le champ des vitesses montre que l'étude du brassage permet de décrire la majeure partie des propriétés de la dynamique du mélange (brassage et diffusion) [[Crisanti et al., 1991](#); [Ottino, 1989](#); [Aref, 1999](#)]. Le chaos permet ainsi la création de structures à des échelles si petites (striation, plis) que le brassage à lui seul permet d'approcher

l'état du fluide homogénéisé par brassage puis diffusion.

En trois dimensions, les premiers modèles semblent montrer que l'homogénéisation n'est pas possible, la convection n'étant pas assez chaotique dans les conditions terrestres [*Gurnis and Davies, 1986a; Christensen, 1989; Davies, 1990; Schmalzl et al., 1996*]. Cependant, *Ferrachat and Ricard [1998]* montrent que la présence d'une composante toroïdale dans le champ de vitesse de surface engendre une forte chaoticté et donc accroît l'efficacité du brassage même en trois dimensions. Or la présence de failles transformantes et décrochantes, ainsi que les mouvements de rotation des plaques en surface, créent une forte composante toroïdale dans le champ des vitesses [*Hager and O'connell, 1978; Olson and Bercovici, 1991; Gable et al., 1991*]. Ainsi sur Terre, le rapport des composantes toroïdale et poloïdale du champ des vitesses de surface se situe entre 0.25 et 0.5 sur ces 120 derniers millions d'années [*Lighthow-Bertelloni et al., 1993*], ce qui suggère une importante chaoticté de la convection dans le manteau.

Les études de la convection en deux et trois dimensions à nombre de Prandtl infini, montrent qu'en réalité deux transitions ont lieu dans les régimes de convection lorsque le nombre de Rayleigh augmente : (1) une première transition depuis un régime stationnaire spatialement indépendant du temps vers un régime où les structures convectives dépendent du temps, puis (2) une transition vers un régime de forte turbulence thermique, présentant de nombreuses instabilités plongeant dans le manteau et de nombreux panaches ("plume-dominated regime") [*Machetel and Yuen, 1986; Solomon and Gollub, 1988; Christensen and Yuen, 1989; Hansen et al., 1992; Travis and Olson, 1994*]. Ces deux transitions sont également mises en évidence par les expériences de laboratoire de *Weeraratne and Manga [1998]*. Ainsi, une fois le régime pleinement chaotique atteint, le mélange est aussi efficace en deux dimensions qu'en trois dimensions [*Coltice and Schmalzl, 2006*]. Les expériences numériques [exemple : *Coltice and Schmalzl, 2006*], et analogiques [exemple : *Boffetta et al., 2000a*] permettent alors de proposer une loi d'échelle reliant le taux de déformation Langrangien (exposant de Lyapunov) à $\sim Ra^{0.5-0.7}$.

La coexistence de régions du manteau terrestre où persistent des hétérogénéités et de régions où le mélange est efficace est également discutée à l'aide d'arguments rhéologiques. La présence d'une viscosité stratifiée pourrait diminuer les échanges entre le manteau supérieur et inférieur [exemple : *Gurnis and Davies, 1986b; Solheim and Peltier, 1994; Manga, 1996*], bien que cet effet soit atténué lorsque la convection est dans un régime chaotique [*Hunt and Kellogg, 2001; Coltice, 2005*]. Cependant même si, du point de vu mélange, le manteau n'est

pas totalement homogène, la convection dans le manteau n'en est pas moins physiquement et mathématiquement chaotique.

2.1.2 Sensibilité aux conditions initiales

Dans l'optique de reconstruire l'état du manteau terrestre, nous nous intéressons plus particulièrement aux conséquences de la chaotité de la convection sur notre capacité de prédiction. Pour un système dynamique, c'est à dire un système qui évolue au cours du temps de façon causale et déterministe (à un état initial donné correspond un et un seul état suivant), la définition de la chaotité la plus fréquemment utilisée en mathématiques est celle de *Devaney* [1989] :

- a) le système est sensible aux conditions initiales,
 - b) le système est non décomposable en sous-systèmes indépendants,
 - c) pour presque toutes les conditions initiales, le système va repasser au cours du temps aussi près que l'on veut de sa condition initiale, et ce de façon répétée (propriété de récurrence).
- En physique cependant, les études se concentrent en général sur le premier aspect de cette définition, et la notion de chaos déterministe est utilisée en relation avec la dépendance aux conditions initiales et la stabilité dans le temps des solutions.

La météorologie est un support exemplaire pour l'étude des phénomènes chaotiques, et l'étude des équations régissant la convection atmosphérique constitue la première application de la théorie du chaos. Lorenz montre analytiquement [*Lorenz*, 1963] puis numériquement [*Lorenz*, 1965] que dans un fluide en convection thermique, à nombre de Prandtl fini ($Pr=10$), le chaos se traduit par l'évolution divergente de deux états initialement très proches (voir la démonstration Annexe A). Au delà de son analyse des équations de convection, le travail de Lorenz est déterminant car il introduit pour la première fois la notion de prédictibilité d'un système dynamique chaotique. La sensibilité aux conditions initiales est généralisée et formalisée pour l'ensemble des systèmes dynamiques chaotiques [*Eckmann and Ruelle*, 1985; *Crisanti et al.*, 1991; *Arnold*, 1998; *Boffetta*, 2002; *Kalnay*, 2003]. Dans un tel système, l'équation différentielle gouvernant l'évolution d'une erreur $E(t)$ en fonction du temps t , initialement égale à $E(0)$ et suffisamment petite, peut ainsi être linéarisée :

$$E(t) \propto E(0)e^{\lambda t} \quad (2.1)$$

λ est l'exposant de Lyapunov majeur (*Alexandre Mikhaïlovitch Liapounov*, 1857-1918), exposant caractéristique du système [*Ziehmann et al.*, 2000; *Skokos*, 2010; *Rosenstein et al.*,

1993]. Le fait que λ soit positif, suffit à prouver la présence de chaos dans le système. En effet, dans ce cas les erreurs croissent exponentiellement dans le système qui est ainsi très sensible aux erreurs initiales.

Stewart and Turcotte [1989] reprennent les équations de la convection de *Lorenz* [1963] et analysent leur comportement lorsque le nombre de Prandtl tend vers l'infini. En étendant le développement en séries de Fourier des solutions, ils montrent que pour un nombre de Prandtl infini et un nombre de Rayleigh supérieur ou égal à 4.5×10^4 , la convection devient chaotique. Ce résultat est confirmé ensuite par des études numériques en physique des fluides [exemple : *Hansen et al.*, 1992]. Or, les équations de la convection thermique dans le manteau terrestre sont communément décrites par un nombre de Prandtl infini et un nombre de Rayleigh supérieur ou égal à 10^7 (voir section 1.2.1). L'analyse de *Stewart and Turcotte* [1989] prouve ainsi mathématiquement la chaotité de ce système. Les incertitudes sur l'état initial du manteau croissent donc dans les modèles de convection mantellique de façon exponentielle au cours du temps, selon $\exp(\lambda t)$. Elles deviennent macroscopiques au bout d'un temps fini, et pourraient créer des structures convectives irréalistes dans ces modèles. En cherchant à reconstruire l'état thermique du manteau terrestre, nous étudions l'évolution des structures convectives sur une période de 200 millions d'années, à partir d'un état initial très peu contraint. Il apparaît donc nécessaire d'évaluer la dépendance aux conditions initiales de nos modèles et d'en calculer l'horizon de prédiction.

2.1.3 Méthode des expériences jumelles

On peut définir un temps caractéristique de croissance des erreurs : $\tau = 1/\lambda$, le temps de Lyapunov ou horizon de Lyapunov¹. L'horizon de prédiction, ou limite de prédictibilité d'un modèle, est définie comme le temps au-delà duquel son comportement n'est plus prédictible avec une précision donnée. Pour un système chaotique, cette limite t_{pred} dépend à la fois de cette précision Δ (également appelée tolérance, ou erreur maximum tolérée dans la prédiction), de l'erreur $E(0)$ sur les conditions initiales et de la croissance des erreurs dans le modèle à travers le temps de Lyapunov τ [e.g. *Kalnay*, 2003] :

$$t_{pred} = \tau \ln \frac{\Delta}{E(0)}. \quad (2.2)$$

1. Ce temps est également utile à l'assimilation de données : le temps entre deux assimilations doit être inférieur au temps de Lyapunov pour que les corrections de l'analyse précédente ne soient pas compensées par l'évolution exponentielle des erreurs.

Il faut donc déterminer le temps de Lyapunov τ de nos modèles pour en calculer l’horizon de prédiction.

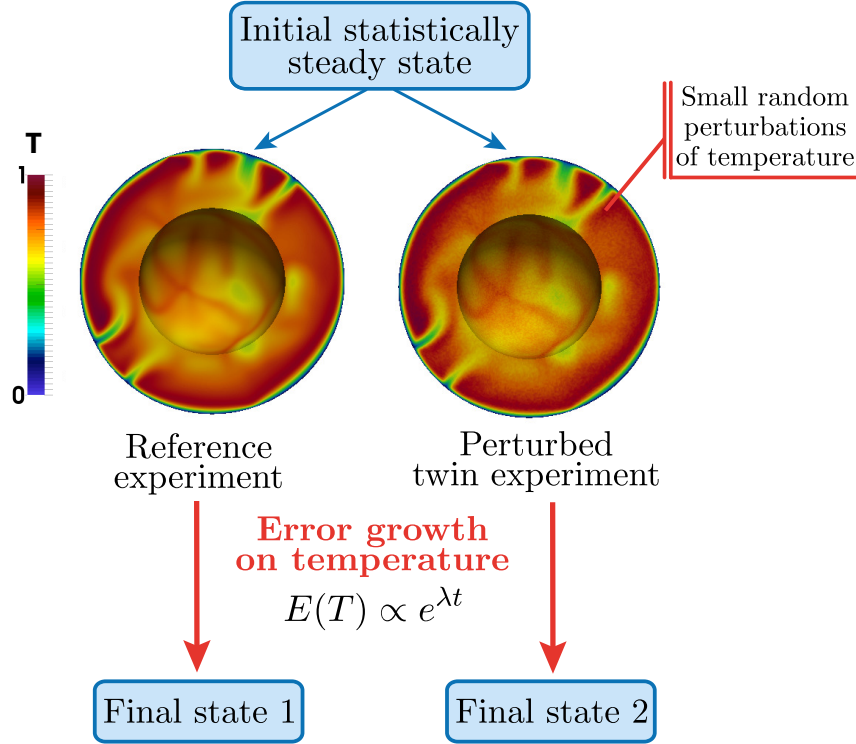


FIGURE 2.1: Méthode des “expériences jumelles” utilisée pour mesurer l’évolution de l’erreur et le temps de Lyapunov de nos modèles.

La méthode classique pour évaluer le temps de Lyapunov a été développée en météorologie par [Lorenz \[1965\]](#), et est connue sous le nom de méthode des expériences jumelles. Elle consiste à mesurer la croissance de l’erreur entre deux états, initialement très proches. A partir d’un même état initial de convection mantellique, nous créons donc deux modèles jumeaux, et nous introduisons une perturbation de très faible amplitude dans le champ de température de l’un des deux modèles (Fig. 2.1).

La position de l’erreur initiale de température pourrait jouer sur la vitesse de propagation. En effet, les études sur le mélange [exemple : [van Keken and Zhong, 1999](#); [Van Keken et al., 2003](#)] montrent que lorsqu’un groupe de traceurs passifs (de même propriétés physiques que le matériaux environnant) est introduit dans le champ de vitesse d’un modèle ayant une convection pleinement développée, le temps de mélange est différent selon si le

groupe est introduit dans un panache ou vers le centre d'une cellule de convection (Fig. 2.2). En utilisant un bruit blanc sur l'ensemble du champ de température, d'amplitude inférieure à 1% de la température moyenne, nous avons ainsi pris soin de répartir les erreurs sur la totalité du domaine étudié et de solliciter toutes les longueurs d'ondes d'erreur. De plus, cette perturbation est semblable à l'erreur que peuvent créer les incertitudes sur le champ de température initial, dans le cas par exemple d'un champ de température dérivé de la tomographie. L'évolution temporelle de l'erreur $E(t)$ sur le champ de température est ensuite enregistrée et le temps de Lyapunov calculé à partir de l'équation (2.1).

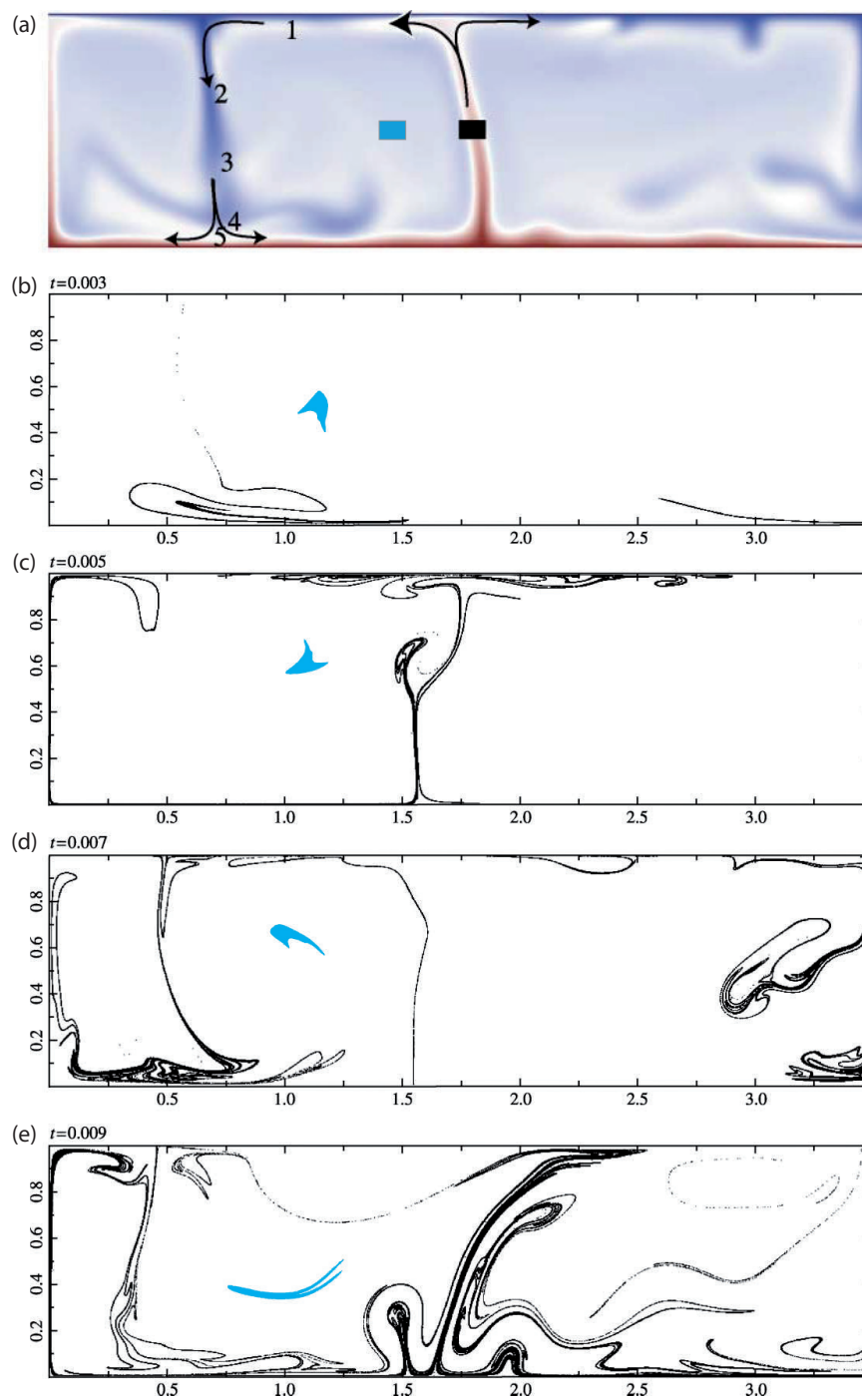


FIGURE 2.2: *Evolution temporelle de deux groupes de traceurs introduits dans un modèle de convection. (a) Champ de température initial et position des deux groupes de traceurs introduits. Les flèches 1,2,3,4,5, représentent les premiers mouvements de l'écoulement qui agissent sur les groupes de traceurs. (b) (c) (d) (e) Déformation des deux groupes de traceurs au cours du temps [d'après Van Keken et al., 2003].*

2.2 On the predictability limit of convection models of the Earth's mantle

Article publié en Juin 2014 :

Bello, L., N. Coltice, T. Rolf, and P. J. Tackley (2014), On the predictability limit of convection models of the Earth's mantle, *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 15 (6), 2319-2328, doi : 10.1002/2014GC005254

Abstract. Reconstructing convective flow in the Earth's mantle is a crucial issue for a diversity of disciplines, from seismology to sedimentology. The common and fundamental limitation of these reconstructions based on geodynamic modelling is the unknown initial conditions. Because of the chaotic nature of convection in the Earth's mantle, errors in initial conditions grow exponentially with time and limit forecasting and hindcasting abilities. In this work we estimate for the first time the limit of predictability of Earth's mantle convection. Following the twin experiment method, we compute the Lyapunov time (i.e. e-folding time) for state-of-the art 3D spherical convection models, varying rheology and Rayleigh number. Our most Earth-like and optimistic solution gives a Lyapunov time of 136 ± 13 My. Rough estimates of the uncertainties in best guessed initial conditions are around 5%, leading to a limit of predictability for mantle convection of 95 My. Our results suggest that error growth could produce unrealistic convective structures over timescales shorter than that of Pangea dispersal.

2.2.1 Introduction

Reconstructing the history of convection in the Earth's mantle is a fundamental issue for a diversity of disciplines. The evolving density structure within the planet controls, for instance, the evolution of sea-level, vertical motion of continents or Earth's moment of inertia. In the past 15 years, the primary strategy for establishing the history of mantle flow has been to force convection and temperature redistribution by imposing surface velocities derived from plate tectonic reconstructions [e.g. *Bunge, 1998*]. Time-dependent surface kinematics drives the large-scale transport of thermal and chemical heterogeneities. This approach was successful in predicting, to first order, seismic velocity variations [*Bunge, 1998*], deep mantle chemical heterogeneities [*McNamara and Zhong, 2005*] and dynamic topography [*Flament*

et al., 2013]. Despite difficulties in reconstructing plate kinematics before 200 Ma [*Seton et al.*, 2012], *Zhang et al.* [2010] attempted to push mantle convection reconstructions back to 450 Ma.

The common and crucial limitation of these models is the unknown initial conditions. In the absence of constraints, the initial condition for the thermal field is commonly approximated by a statistically steady state solution, obtained by imposing the most ancient known surface velocity field at all times [see *Bunge*, 1998]. To overcome this problem, backward advection of a seismically derived temperature and density field has been used, but was limited to several tens of million years, over which thermal diffusion is considered negligible [*Steinberger and O’Connell*, 1997; *Conrad and Gurnis*, 2003; *Moucha and Forte*, 2011]. To take into account the effects of thermal diffusion, variational data assimilation methods have been pioneered to compute the initial condition up to 100 My ago [*Bunge et al.*, 2003; *Ismail-Zadeh et al.*, 2004; *Liu et al.*, 2008]. These methods employ a present-day thermal field derived from seismic tomography for the assimilated data, and reconstructed surface velocities to drive the convective flow.

Convection in the Earth’s mantle is chaotic [*Stewart and Turcotte*, 1989; *Travis and Olson*, 1994]. As a consequence, two initially very close convective states diverge quickly from each other in time to ultimately produce two uncorrelated thermal structures [*Lorenz*, 1963]. This is known as the Butterfly effect : a small wobbling of the Iceland plume could set off subduction in the Pacific. Hence, there is an intrinsic limit of predictability for any chaotic system, which any mantle convection reconstruction strategy faces. Backward advection is limited not only by thermal diffusion, but also by the chaotic nature of the flow. So is data assimilation, and even more reconstructions, starting from less constrained solutions.

The predictability limit of mantle convection has never been quantified. In this paper, we follow the twin experiment approach initially developed by *Lorenz* [1965] and used in climate sciences [*Goswami and Shukla*, 1991], geomagnetism [*Hulot et al.*, 2010] and solar dynamics [*Sanchez et al.*, 2014], to evaluate the range of predictability of 3D spherical convection models with diverse rheologies.

2.2.2 Limit of predictability

The time-dependence of convection at high Rayleigh number is strong enough to develop a chaotic regime. The presence of lateral viscosity variations in the Earth’s mantle results

in a significant toroidal component of the surface velocity field [*Hager and O’Connell, 1979; Ricard and Wuming, 1991*] that further enhances the chaotic nature of the system [*Ferrachat and Ricard, 1998*]. Deterministic chaos of mantle convection implies that two slightly different initial states, evolving according to the same physical laws and same material properties, will result in two significantly different states after some time. Predictions based on mantle convection calculations are therefore intrinsically limited to a certain duration. The limit of predictability depends on the uncertainties in initial conditions, the growth rate of the errors in the convection calculations, and the tolerance error of the predicted state.

Lorenz [1963] described experimentally the growth rate of errors in atmospheric models. Later, using the theory of dynamical systems, physicists proved that the differential equations governing the error growth in convective atmospheric systems can be linearized under certain conditions [e.g. *Arnold, 1998; Boffetta, 2002*]. Hence, the evolution with time t of a temperature perturbation $E(t)$, initially equal to $E(0)$ and sufficiently small, can be approximated by :

$$E(t) = E(0)e^{\lambda t} [1 + \mathcal{O}(e^{-(\lambda-\lambda_2)t})] . \quad (2.3)$$

Here λ and λ_2 are the two largest characteristic Lyapunov exponents of the system [*Ziehmann et al., 2000*]. For chaotic convection, λ is positive, i.e. the error grows exponentially as $\exp(\lambda t)$. We can thus define a characteristic time of the system, the Lyapunov time : $\tau = 1/\lambda$. The limit of predictability t_{pred} is linearly proportional to τ and depends on the initial and tolerance errors on the prediction, $E(0)$ and Δ respectively [e.g. *Kalnay, 2003*] :

$$t_{\text{pred}} = \tau \ln \frac{\Delta}{E(0)} . \quad (2.4)$$

In order to evaluate t_{pred} for mantle convection, we first need to evaluate the Lyapunov time. The classic methodology to do so is the twin experiment method, developed by *Lorenz [1965]* for dynamic meteorology and repeatedly used in various fields of geophysics, from climate sciences [*Goswami and Shukla, 1991*] to geomagnetism [*Hulot et al., 2010*] and solar dynamics [*Sanchez et al., 2014*]. A twin experiment is defined as the comparison of two initially very close dynamical trajectories. The timescale of divergence of these two trajectories provides the Lyapunov time by integration of Eq. (2.3).

First, we use a convection model to generate a statistically steady-state solution for the temperature field. This state is used as the initial condition for one of the twins, referred hereafter as the reference twin. We create the initial condition of the other twin by adding

a perturbation to the initial condition of the reference twin. Here, we introduce random perturbations of temperature uniformly distributed in space, which produce a white noise, i.e. errors at all scales from the smallest to the largest. The Lyapunov exponent is intrinsic and expected not to depend on the lengthscale of the error, as verified by *Hulot et al. [2010]* for the Earth's core.

The magnitude of the local perturbations is required to be small for Eq. (2.3) to be valid. We set the magnitude to 0.01-1% of the average temperature depending on our calculation, making sure negative temperatures are filtered. The corresponding volume averaged differences of the temperature fields of the two twins are 0.002-0.2% (see Table 1). We monitor the value of this difference through time :

$$E(t) = \int_{V_\Omega} \frac{|T_p(\mathbf{x}, t) - T(\mathbf{x}, t)|}{T(\mathbf{x}, t)} \frac{dV(\mathbf{x})}{V_\Omega} \quad (2.5)$$

where $T(\mathbf{x}, t)$ and $T_p(\mathbf{x}, t)$ represent the temperature at position $\mathbf{x}$ of the reference twin and the perturbed twin, respectively. V_Ω is the volume of the model in which the temperature is not imposed by boundary conditions. We then use a least-squares method to fit the evolution of $E(t)$ using Eq. (2.3). The end of the exponential growth can be difficult to estimate precisely. Hence, we fit the Lyapunov time for all time windows in the exponential growth phase having a number of points >10 and a low misfit, and we choose the mode of the fitted Lyapunov times (> 1000) to define the Lyapunov time of the twin experiment.

For each set of convection parameters, we proceed to multiple evaluation of the Lyapunov time by computing a family of twins differing in the magnitude of the initial perturbation. In general, we compute 3 twin experiments for a given set of convection parameters. We define the Lyapunov time for this set of convection parameters as the average of the Lyapunov times of this family of twin experiments. The computational cost of 3D spherical convection models was a limiting factor for the number of numerical solutions we computed. Varying the initial conditions for the reference twin, the type of perturbation, and computing more twin experiments would improve the accuracy of our estimates.

Once the Lyapunov time is estimated for a variety of dynamic models, we evaluate t_{pred} for mantle convection by estimating uncertainties in the initial conditions and the tolerance error relevant to the Earth.

TABLE 2.1: *Convection parameters and Lyapunov times of the twin experiments computed for this study.*

Name	Rheological Model	Ra^a	H^b	$E(0)^c$ (%)	τ^d (My)
(ISO1)	Isoviscous	3×10^5	13.42	0.2	77.8
(ISO2)	Isoviscous	10^6	20.05	0.2	55.3
(ISO3)	Isoviscous	5×10^6	34.28	0.2	39.5
(ISO4)	Isoviscous	10^7	44.17	0.002	34.8
(ISO5)	Isoviscous	10^7	44.17	0.02	35.6
(ISO6)	Isoviscous	10^7	44.17	0.2	35.0
(LV1)	Layered Viscosity	10^7	44.17	0.2	59.8 / 116
(LV2)	Layered Viscosity	10^7	44.17	0.2	54.8 / 121
(PL1)	Plate-Like Behavior	10^5	9.52	0.02	466
(PL2)	Plate-Like Behavior	10^5	9.52	0.2	395
(PL3)	Plate-Like Behavior	3×10^5	13.42	0.002	200
(PL4)	Plate-Like Behavior	3×10^5	13.42	0.02	190
(PL5)	Plate-Like Behavior	3×10^5	13.42	0.2	239
(PL6)	Plate-Like Behavior	10^6	20.05	0.002	265
(PL7)	Plate-Like Behavior	10^6	20.05	0.02	247
(PL8)	Plate-Like Behavior	10^6	20.05	0.2	196
(PLLV1)	Plate-Like Behavior & Layered Viscosity	10^6	20.05	0.002	124
(PLLV2)	Plate-Like Behavior & Layered Viscosity	10^6	20.05	0.02	113
(PLLV3)	Plate-Like Behavior & Layered Viscosity	10^6	20.05	0.2	119
(PLC1)	Plate-Like Behavior & Continents	10^6	20.05	0.002	131
(PLC2)	Plate-Like Behavior & Continents	10^6	20.05	0.02	149
(PLC3)	Plate-Like Behavior & Continents	10^6	20.05	0.2	128

^a Rayleigh number.^b Non-dimensional internal heating rate.^c Initial error between the temperature field of reference and perturbed twins.^d Resulting Lyapunov time. The two Lyapunov times for LV1 and LV2 correspond to the short Lyapunov time and the long Lyapunov time (see text).

2.2.3 Convection Model

We compute time-dependent solutions for incompressible mantle convection in 3D spherical geometry using the code StagYY [Tackley, 2008]. The resolutions used here are 45 km close to the surface for cases with Rayleigh numbers lower than or equal to 10^6 , and 23 km for higher Rayleigh numbers. Here, the Rayleigh number Ra is given by :

$$Ra = \frac{\rho g \alpha \Delta T L^3}{\kappa \eta_0}, \quad (2.6)$$

where ρ , g , α , ΔT , L , κ and η_0 are density, gravitational acceleration, thermal expansivity, temperature scale, mantle thickness, thermal diffusivity and reference viscosity obtained at non-dimensional temperature $T = 1$, respectively. Because computational power is limited, we have restricted our study to purely internally heated convection, neglecting the effects of hot plumes. The non-dimensional internal heating rate H is chosen for each calculation to obtain a non-dimensional temperature drop of 1 across the mantle (see Table 2.1). We have further focused the exploration of the parameter space on rheological aspects, since choosing a rheology for mantle rocks has a decisive impact on the time-dependent structure of convective flow and the strength of the toroidal component of the surface velocity field. In this study, we present 32 different 3D spherical calculations we computed, resulting in 22 twin experiments (see Table 2.1).

The models with uniform viscosity (named ISO for isoviscous) displays short-lived cold plumes operating at small scales (Fig. 2.3a²). We compute models with viscosity increasing in the lower mantle (named LV for layered viscosity), as required by geophysical constraints [Ricard et al., 1993a; Mitrovica and Forte, 2004]. Because the radial viscosity structure remains difficult to resolve finely, we implement a gradual viscosity increase by a factor of 40 between 800 and 1000 km depth. In these calculations, strongly time-dependent, drip-like small-scale instabilities persist in the upper mantle, but the more sluggish lower mantle

2. **Figure 2.3.** Snapshots of the interior temperature field (left side), viscosity and surface velocity (right side), and spherical harmonic maps of the initial state of convection calculations for five different rheologies. White arrows represent surface velocities. Each panel of spherical harmonic map is normalized to the maximum amplitude. The values increase exponentially from dark blue to dark red and there are 20 contour intervals. (a) Isoviscous mantle, $Ra=10^7$. (b) Mantle with a viscosity increase by a factor of 40 between 800 and 1000 km depth, $Ra=10^7$. (c) Mantle with temperature-dependent viscosity and pseudo-plastic yielding, $Ra=10^6$. (d) Same as (c) with a viscosity increase by a factor of 30 between 800 and 1000 km depth, $Ra=10^6$. (e) Same as (c) with continents. All calculations are internally heated only.

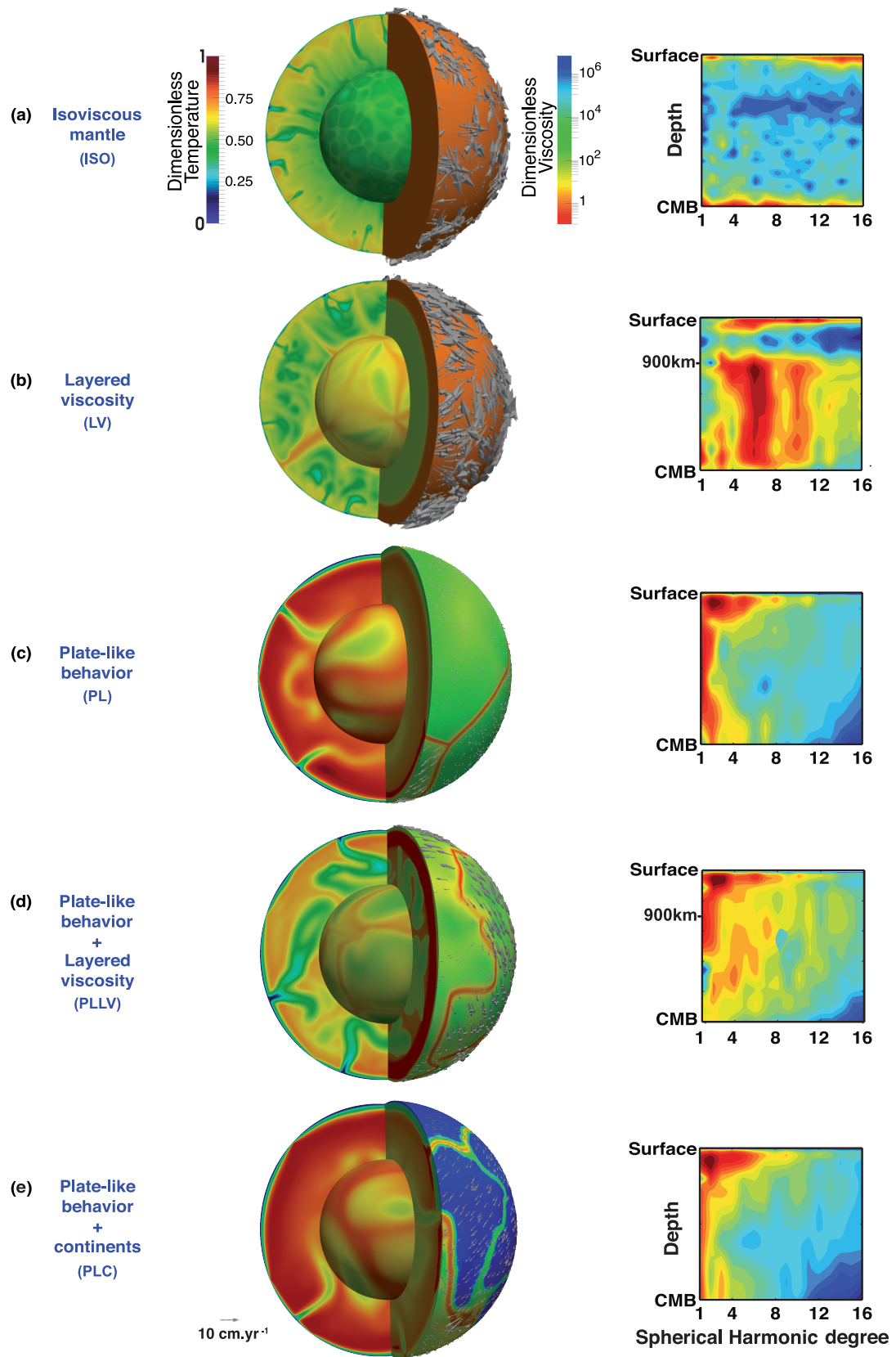


FIGURE 2.3: See caption on adjacent page.

introduces a long-wavelength flow component [*Tackley, 1996; Bunge et al., 1997*], that ultimately dominates the power spectrum of the temperature field (see Fig. 2.3b).

Lateral viscosity variations are required to explain surface features on Earth like the toroidal component of the surface velocity field [*Kaula, 1980; Ricard and Wuming, 1991*]. Hence, we investigated models with pseudo-plasticity, in which the viscosity is temperature- and stress-dependent (named PL for plate-like behavior). When the stress exceeds the yield stress, the viscosity is decreased to reduce the stress back to the yield stress. We used the same formulation as in *van Heck and Tackley [2008]*, and indeed observed that convection with plate-like behavior leads to stable large-scale flow (Fig. 2.3c) with a toroidal component of the surface velocity amounting to 23% in this case. Length scales of the flow are here even larger than those produced by layered viscosity alone, as described by *Zhong et al. [2000]*.

We also computed solutions with both pseudo-plasticity and a viscosity dependence with depth (named PLLV for plate-like behavior and layered viscosity), the viscosity for a given temperature increasing by a factor of 30 between 800 and 1000 km depth. The overall structure of the flow is similar to cases with plate-like behavior, but the downwellings are slowed down and buckle in the more sluggish deeper mantle. The toroidal component of the surface velocity is close to 38%.

We finally computed solutions with pseudo-plasticity and continental rafts (named PLC for plate-like behavior and continents), following *Rolf and Tackley [2011]* but with Earth-like shapes and starting from a configuration similar to Pangea, 200 My ago. The combination of plate-like behavior and continental rafts produces mantle convection that matches, to first order, basic tectonic features observed on Earth [*Coltice et al., 2012, 2013*]. Large scale convection is also developed in these simulations (Fig. 2.3d) with a toroidal component of 41% of the surface velocity field.

To compare our calculations both to the Earth and to each other, time is scaled by the transit time $t_t = L/v_{\text{surf}}$ where v_{surf} is the time and space averaged surface velocity. Assuming a surface velocity of 3.4 cm.y^{-1} and a mantle thickness of 2900 km, the transit time is 85 My for the Earth's mantle. Thus, time is dimensionalized as $t = t^{\text{Model}} \times t_t^{\text{Earth}}/t_t^{\text{Model}}$.

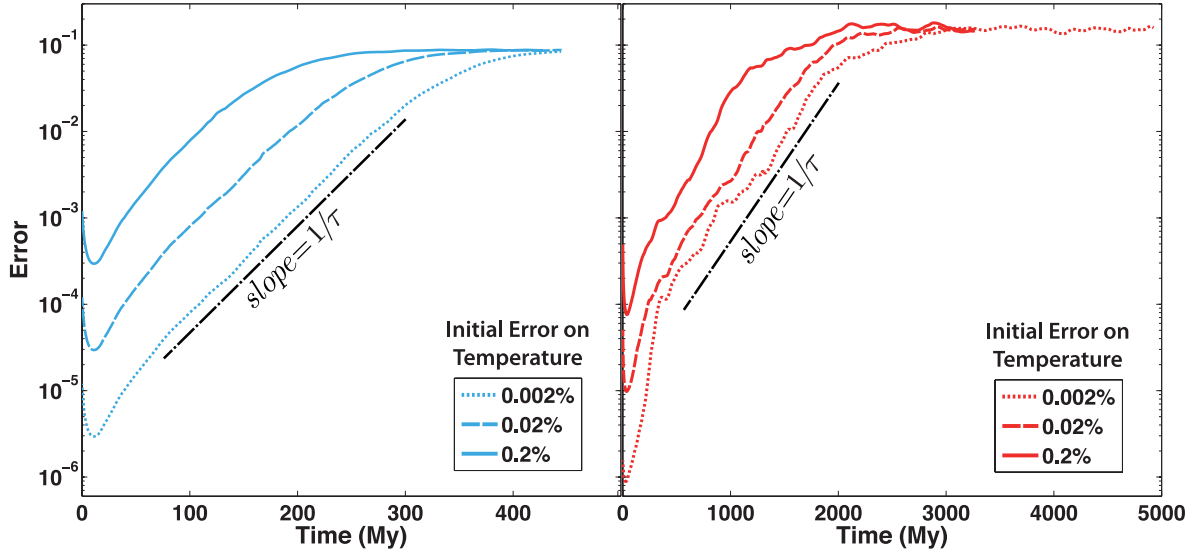


FIGURE 2.4: Error growth for three twin experiments started from the same reference temperature field, for two different rheologies : isoviscous ISO4,5,6 (left) and pseudo-plastic yielding PL6,7,8 (right). $E(0)$, the initial error on the temperature of the twin experiment was alternatively set to 0.2% (bold line), 0.02% (dashed line) and 0.002% (dotted line). The error on the dimensionless temperature is plotted versus time. Note that the time scales on the x-axis is different. The resulting Lyapunov times τ are obtained fitting the slope of the phase of exponential growth.

2.2.4 Sensitivity of the Lyapunov Time

The initial error grows in three main phases : (1) a short diffusion phase where error decreases, (2) an exponential growth phase and (3) a saturation phase (Fig. 2.4). During the first phase, the smallest scale perturbations are smeared out by thermal diffusion before advection becomes significant. The duration of this phase does not depend on the amplitude of the initial perturbation. The growth phase consists of the transport and dissemination of the error described by Eq. (2.3), causing significant and global modifications in the flow structure. The duration of this phase, much longer than the diffusion phase, depends on the amplitude of the initial error : the smaller $E(0)$, the longer the exponential growth. However, the Lyapunov time does not depend on $E(0)$ (as long as it is small, see Fig. 2.4) as predicted by Eq. (2.3). The saturation phase starts when the error does not grow anymore. From then on, the perturbed solution evolves with no apparent correlation to the reference solution and initial twins cannot be recognized. The value of the saturation does not depend on $E(0)$ and reaches $\sim 10\%$ in our models. Scaled to the Earth's mantle, this value represents an average local temperature difference of ~ 150 K between perturbed and reference solutions.

We obtain the Lyapunov time through fitting the slope of the exponential growth stage. The larger the initial error, the faster the saturation is reached, and the less precise the determination of the Lyapunov time. Averaging individual Lyapunov times obtained for the initial errors $E(0) = 0.2\%$, 0.02% , and 0.002% , the Lyapunov time is 35 ± 0.5 My and 236 ± 36 My for ISO and PL models respectively (Table 2.1).

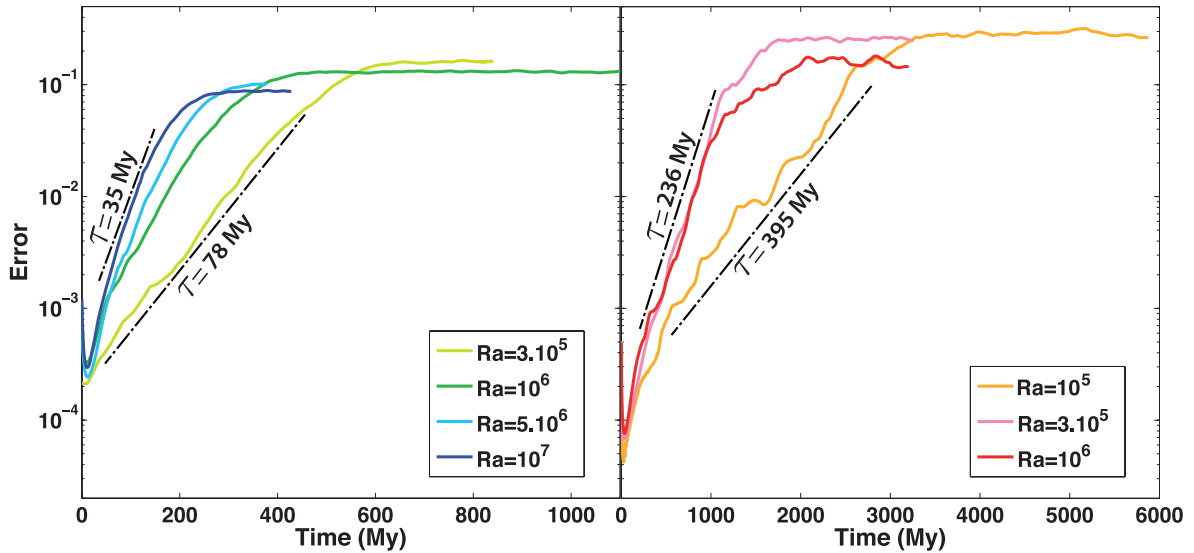


FIGURE 2.5: Error growth for twin experiments varying only in the Rayleigh number. Each panel displays the results for a given viscosity law : isoviscous (ISO1,2,3,6) with Ra ranging from 3×10^5 to 10^7 (left) and pseudo-plastic yielding (PL2,5,8) with Ra ranging from 10^5 to 10^6 (right). $E(0) = 0.2\%$ for all experiments.

Fig. 2.5 shows the influence of the Ra on the Lyapunov time for isoviscous convection and for convection with plate-like behavior. We performed twin experiments for $Ra = 10^5$, 3×10^5 , 10^6 , 5×10^6 and 10^7 for a diversity of initial perturbations (Table 2.1). As seen in Fig. 2.5, where experiments conducted with $E(0) = 0.2\%$ are presented, the rate of exponential growth increases with Ra and tends to saturate at high Ra . In isoviscous models, τ drops from 78 My at $Ra = 3 \times 10^5$ (ISO1) to 35 My at $Ra = 10^7$ (ISO4,5,6), while in models with plate-like behavior, τ drops from ~ 400 My at $Ra = 10^5$ (PL1,2) to ~ 220 My at $Ra \geq 3 \times 10^5$ (PL3,4,5,6,7,8). The decrease of the Lyapunov time to a minimum value corresponds to the evolution towards fully developed chaotic regime. For Ra higher than 5×10^6 in ISO cases, the mantle flow structure shows transient formation and development of new boundary-layer instabilities. This regime of thermal turbulence [Travis and Olson, 1994], also called “plume-dominated” regime [Weeraratne and Manga, 1998], is strongly time-dependent and

rapidly fluctuating, which ensures deterministic chaos. In this convection regime, the non-dimensional Lyapunov time depends only on the inverse of convective velocities ($v \propto \text{Ra}^{2/3}$) and reaches its minimum value. Hence, choosing to scale with the transit time implies that the dimensional Lyapunov time is not dependent on Ra in the fully chaotic regime. The scaling of mixing times for mantle convection is similar [Coltice and Schmalzl, 2006]. Hence, we measured τ when Ra is large enough to ensure a fully chaotic regime, for each rheology considered here. The corresponding Ra is below Earth's values, so we were able to reach an Earth-like chaotic regime despite our calculation limitations. The transition into fully developed chaos occurs at a lower Ra for PL than for ISO models (Fig. 2.5). The existence of a significant toroidal component of the surface velocity field in models with plate-like behavior is probably fundamental in this phenomenon. We obtained $\tau = 210 \pm 26$ My and $\tau = 236 \pm 36$ My for PL calculations at $\text{Ra} = 3 \times 10^5$ and $\text{Ra} = 10^6$, respectively. Because the convective structures (temperature anomalies with respect to the adiabatic state) are thinner and thermal mixing is more efficient at higher Ra , the saturation error slightly decreases with convective vigor (Fig. 2.5).

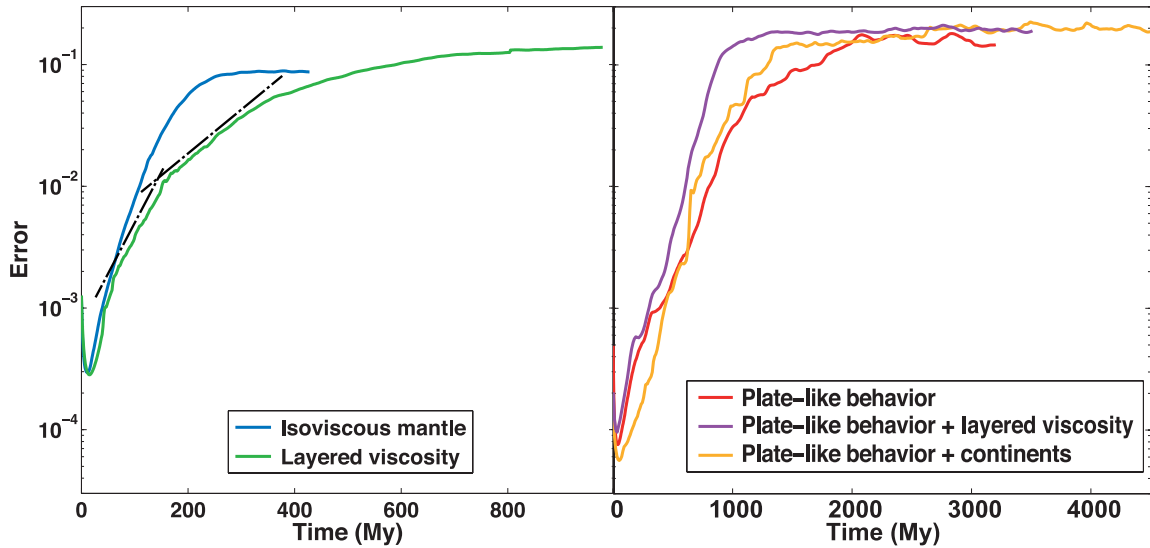


FIGURE 2.6: Error growth for different rheologies : isoviscous ISO6 (blue), layered viscosity with an increase by a factor of 40 between 800 and 1000 km depth LV2 (green), pseudo-plastic yielding only PL8 (red), pseudo-plastic yielding combined to a viscosity increase by a factor of 30 between 800 and 1000 km depth PLLV3 (purple), and pseudo-plastic yielding with continents PLC3 (orange). $E(0)$ is 0.2% for all experiments. The Rayleigh number is chosen so as to ensure fully chaotic behavior : $\text{Ra} = 10^7$ for ISO and LV, $\text{Ra} = 10^6$ for PL, PLLV and PLC.

The Lyapunov time strongly depends on mantle rheology (Fig. 2.6). Each twin experiment is carried out at Ra high enough to ensure that τ has reached its minimum value ($Ra=10^7$ for ISO and LV models, $Ra=10^6$ for PL, PLLV and PLC models). In the four cases presented in Fig. 2.6, $E(0)$ is 0.2%, but the corresponding Lyapunov times were also reproduced by twin experiments with initial perturbations of 0.02% and 0.002% (Table 2.1). ISO has the shortest τ (35 ± 0.5 My) whereas the PL displays the longest τ (236 ± 36 My). The LV case introduces an additional degree of complexity in estimating τ as there are two Lyapunov times involved, namely 57 ± 4 My and 118 ± 4 My (Fig. 2.6). The shorter dominates at infinitesimal errors, and the longer dominates at larger errors. This phenomenon is typical for a chaotic system involving two time scales : the shorter τ is associated with small-scale dynamics and saturates quickly, then the longer τ , associated with the large-scale flow, takes over [Boffetta *et al.*, 1998]. In the LV cases, small-scale and strongly time-dependent instabilities in the upper mantle (Fig. 2.3) enforce quick error growth. Such structures do not develop in the more sluggish lower mantle. The shorter τ is close to that of the ISO case as expected, and the longer τ corresponds to the large-scale component, somewhat similar to the PL case, which is large-scale as well. When plate-like behavior and layered viscosity are combined, the error grows with the same type of evolution as in the PL cases. In contrast to the LV cases, there are no small-scale instabilities in the upper mantle and only one Lyapunov time is required : $\tau = 119 \pm 6$ My, which is even shorter than that of PL. The fact that this Lyapunov time is almost the same as the longer τ of LV is probably coincidental, since the structure and time-dependence of these two flows are extremely different. When continents are added to the PL model, τ is 136 ± 13 My. The Lyapunov times for PLLV and PLC are both shorter than that of PL probably because they both have a significantly higher toroidal component of the surface velocity field than PL (38% and 41% versus 23%, respectively), which enhances chaoticity.

2.2.5 Limit of predictability for the Earth's Mantle

In addition to the Lyapunov time, computing the limit of predictability requires knowledge of the initial error $E(0)$ and of the tolerance error Δ for the prediction (Eq.(2.4)). Δ is taken here to be the saturation of the error observed in our twin experiments. It weakly depends on rheology, slightly decreases with Ra and remains close to 10%. The most Earth-like model would integrate pseudo-plasticity, layered viscosity, continents and heating from

the core, as well as additional complexities of mantle convection (e.g. grain-size rheology, compressibility, phase changes, chemical heterogeneity). But this is a first attempt to estimate the predictability limit of convection in the Earth's mantle and computing such model remains beyond the scope of this study. We therefore try to estimate a Lyapunov time for the Earth's mantle using the calculations presented here.

We have shown that the PLC and PLLV models have similar Lyapunov times, both displaying long wavelength flow and a high toroidal component of their respective surface velocity fields. We assume here that introducing continents in the PLLV model would not produce a longer Lyapunov time. We also do not expect a moderate amount of basal heating added to the PLC or PLLV models to alter the Lyapunov time. Indeed, the study of chaotic mixing shows that convection heated from the base displays Lagrangian Lyapunov exponents similar to those with internal heating only, as long as the fully chaotic regime is reached [*Coltice and Schmalzl, 2006*]. Hence, we assume here that our best and most optimistic Lyapunov time for Earth's mantle convection is that of PLC : 136 ± 13 My. Given this value, a precision of 10^{-16} on the initial temperature field would be necessary to predict 4 Gy of Earth's evolution, which makes this exercise impossible. We focus here on predictions published in the last 15 years that span over 30-75 My for backward advection [*Steinberger and O'Connell, 1997; Conrad and Gurnis, 2003; Moucha and Forte, 2011*], 75-100 My for data assimilation [*Bunge et al., 2003; Ismail-Zadeh et al., 2004; Liu et al., 2008*], and 250-450 My for forward convection calculations [*McNamara and Zhong, 2005; Zhang and Zhong, 2011; Yoshida and Santosh, 2011b*]. To remain below the tolerance error throughout the whole integration time, the error on the initial conditions has to be $<8\%$ for 30 My, $<5\%$ for 100 My and $<0.4\%$ for 450 My.

The best guesses for initial conditions used for forecasts and hindcasts, up to this day, are 3D temperature fields derived from tomographic models. The errors on such temperature fields come both from uncertainties in the tomographic models and from the conversion of seismic velocities into temperature. *Becker and Boschi [2002]* compared 3 tomographic models for P-waves and 7 models for S-waves, showing correlations of 0.5 to 0.9 between different models depending on depth. Local differences between models of S-velocity anomalies are consistently over 0.5%, which can be considered here as a strict minimum. For a known mineralogical model, such deviation corresponds to an uncertainty of 100 K on the local temperature above 400 km, and 250 K in the shallow lower mantle [*Cammarano et al., 2003*]. Additional uncertainties have to be taken into account when converting the seismic

velocities into temperature : composition is not well-known and phase diagrams are not determined with absolute precision [Mattern *et al.*, 2005; Stixrude and Lithgow-Bertelloni, 2007]. Such considerations suggest that the errors in a starting temperature field derived from tomographic models is already as large as the tolerance error of the convection model. However, tomographic models also agree on coherent structures at the larger scales, consistent with sinking slabs [Becker and Boschi, 2002] for instance. Hence, we propose that the average local uncertainty on the temperature could be lower and around 5%. A careful analysis of the uncertainties is required to reach a more accurate estimate. Using $E(0)=5\%$ leads to a limit of predictability $t_{\text{pred}}=95$ My. As a consequence, error growth operates on the timescale shorter than that of Pangea dispersal. Proposing a scenario for a future supercontinent therefore seems out of reach yet. We also show here that backward reconstruction of a thermal field is limited not only by thermal diffusion [Conrad and Gurnis, 2003; Ismail-Zadeh *et al.*, 2004; Moucha and Forte, 2011]. It is evenly limited by backward advection of initial uncertainties that grow exponentially to reach the saturation error within a timescale comparable to that of these calculations. However, with this study we cannot predict how different wavelengths are affected.

For models with imposed surface velocities [Bunge, 1998; Zhang *et al.*, 2010, among others], it is possible that driving the flow could help to impede the divergence from the solution relevant to the Earth, despite the significant time-dependence and toroidal component of imposed surface velocities. De facto, some of these models were successful for predictions of seismic velocity variations [Bunge, 1998], deep mantle chemical heterogeneities [McNamara and Zhong, 2005] and dynamic topography [Flament *et al.*, 2013]. Despite these important successes, uncertainties in the surface velocities for deep time reconstructions introduce new sources of error in the system, which will ultimately grow as well. Data assimilation strategies that use a tomographic thermal field as input for defining present day structure [Liu *et al.*, 2008; Davies *et al.*, 2012] should also be limited in time by the growth of uncertainties in a chaotically convecting mantle.

2.2.6 Conclusions

Predictions of the past or future convective structure of the Earth's mantle are intrinsically limited in time because of the chaotic nature of mantle convection. We have used the twin experiment method to evaluate the Lyapunov time, which corresponds to the cha-

racteristic time of exponential growth of the error. This time is proportional to the inverse of the velocity when the convective regime is fully chaotic. It depends on the rheology and is maximum with plate-like behavior, because of the existence of long-living stable structures. The presence of a high toroidal component in the surface velocity field reduces the Lyapunov time. Our most optimistic estimate for the Earth's mantle is 136 ± 13 My, but our models would require improvements to obtain a more accurate value (basal heating and compressibility, among other features).

The limit of predictability of the Earth's mantle increases with the Lyapunov time, but decreases with uncertainties in initial conditions. For most models used for convection reconstructions, the best guesses for initial conditions in forward or backward integration are derived from tomographic models. The uncertainties in these initial conditions are difficult to estimate, especially as a function of wavelength. A rough estimate would suggest a limit of predictability of 95 My. Hence, because of the chaotic nature of the flow, the error growth is almost as limiting as thermal diffusion for backward advection. Our results suggest that uncertainties in initial conditions could produce unrealistic structures in convection reconstructions over times comparable to Pangea dispersal. We propose that future convection reconstructions are published together with a computation of their limit of predictability (i.e. error analysis). This type of information will be extremely useful to estimate their level of confidence.

Acknowledgments

We are thankful to the editor and both reviewers for their comments and questions, which greatly contributed to the improvement of the manuscript. Fruitful discussions were had with A. Fournier, G. Hulot, Y. Ricard, M. Ulvrova and N. Flament. The research leading to these results has received funding from Institut Universitaire de France, ENS de Lyon, and the European Research Council within the framework of the SP2-Ideas Program ERC-2013-CoG, under ERC Grant agreement number 617588. Calculations were performed on LGLTPE Seisglob high-performance computing cluster.

2.3 Temps de Lyapunov et temps caractéristiques du système

2.3.1 Déplacement des continents

Nous avons précédemment évalué à 136 ± 13 millions d'années le temps de Lyapunov pour les modèles comportant une rhéologie viscoplastique ainsi que des continents. Ce temps de Lyapunov est caractéristique de la croissance des erreurs sur le champ de température. Cependant, certaines études s'intéressent plus précisément à la position des continents [*Yoshida and Santosh, 2011a; Yoshida, 2014*]. En observant l'évolution temporelle des expériences jumelles de convection avec une rhéologie viscoplastique et des continents, on peut remarquer que l'erreur sur la position des continents augmente peu, alors même que l'on observe de grandes différences entre les champs de température et de viscosité des deux modèles (Fig. 2.7). Les différences dans la position et la forme des dorsales entre les modèles sont visibles dès 870 millions d'années alors que la position des continents est indifférenciable. L'erreur semble donc croître plus rapidement dans le champ de température que dans le champ des vitesses de surface. Le temps de Lyapunov et l'horizon de prédiction de la position des continents pourraient être plus grands.

La température et la vitesse sont reliées par l'équation de conservation de la quantité de mouvement (1.19b), cependant on peut penser que ces deux grandeurs évoluent avec des temps caractéristiques différents. Une détermination de l'horizon de prédiction adaptée au problème est donc nécessaire. Le temps de Lyapunov doit être calculé en introduisant une erreur de position des continents entre les deux expériences jumelles et en évaluant la divergence de position au cours du temps. Cette méthode ouvre la voie à une prochaine étude qui demande cependant un déploiement technique qui dépasse le cadre de cette thèse.

2.3.2 Exposants de Lyapunov des erreurs de taille finie

Cette observation montre que la détermination de l'horizon de prédiction pour les systèmes comportant différents temps caractéristiques est complexe. *Boffetta, Giuliani, Paladin, and Vulpiani [1998]* démontrent que la limite de prédictibilité de ces systèmes peut être indépendante du temps de Lyapunov caractéristique du système (inverse de l'exposant de Lyapunov majeur dans l'équation 2.1). En effet, ce dernier est en général associé à

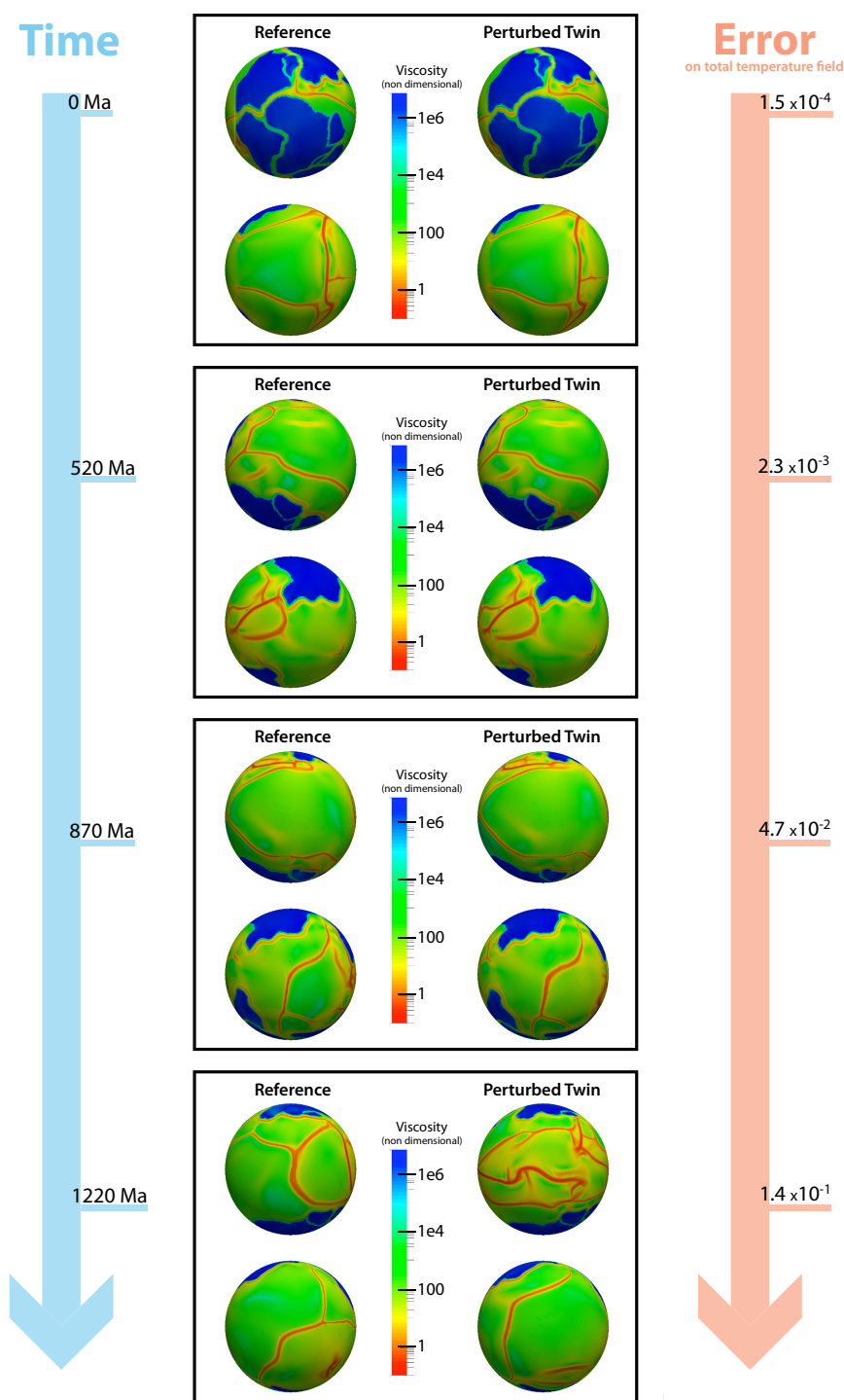


FIGURE 2.7: Evolution au cours du temps de calcul de deux expériences jumelles comportant des continents de forme terrestre initialement dans une position correspondant au début de la dispersion de la Pangée, il y a 200 millions d'années. Chaque encadré représente la viscosité sans dimension en surface des deux modèles, face avant en haut, face arrière en bas, au temps indiqué à gauche. La valeur de l'erreur sur le champ de température définie Eq. (2.5) est donnée à droite.

l'échelle de temps la plus rapide, qui contrôle la croissance des erreurs lorsqu'elles sont infinitésimales. Cependant les erreurs à grandes échelles de taille évoluent en général selon de grandes échelles de temps, et l'on peut espérer que l'horizon de prédiction des phénomènes à grande échelle soit plus grand. La météorologie est un bon exemple de ce comportement conjecturé par *Lorenz* [1969] : malgré le temps de Lyapunov très faible de l'atmosphère, du à la convection à petite échelle, les prédictions météorologiques à l'échelle nationale sont possibles jusqu'à 10 jours environ. Nous avons également montré que ce comportement se retrouve dans l'évolution du modèle avec un manteau isovisqueux en deux couches (figure 2.3b et 2.6). La présence d'instabilités à petites échelles dans le manteau supérieur peu visqueux entraîne une croissance rapide de l'erreur, associée à un temps de Lyapunov très court. Puis l'erreur se propage au manteau inférieur selon un temps de Lyapunov plus grand. Cette évolution est illustrée figure 2.8.

Une nouvelle estimation de la prédictibilité a été développée par Boffetta et collaborateurs [*Aurell et al.*, 1996; *Boffetta et al.*, 1998, 2000b; *Cecconi et al.*, 2003] pour les systèmes à plusieurs temps caractéristiques. Cette méthode utilise des exposants de Lyapunov pour des erreurs de taille finie (Finite Size Lyapunov Exponents). Comme pour le calcul du temps de Lyapunov caractéristique, l'erreur entre un état de référence et un état perturbé est suivie au cours du temps avec la méthode des expériences jumelles. Le temps $\tau_1(\delta, r)$ nécessaire pour que cette erreur initialement égale à δ atteigne $r \times \delta$ est mesuré. Puis successivement les temps $\tau_2(\delta, r)$, $\tau_3(\delta, r)$... et ainsi de suite, correspondant aux temps nécessaires pour que l'erreur atteigne respectivement $r^2\delta$, $r^3\delta$... etc. La valeur de r doit être supérieure à 1, typiquement $r = 2$, mais doit rester modérée pour éviter que plusieurs échelles ne soient sollicitées. L'exposant de Lyapunov pour des erreurs de taille finie τ dépend de δ et il est alors défini comme :

$$\tau(\delta) = \frac{\langle \tau_i(\delta, r) \rangle}{\ln r} \quad (2.7)$$

où $\langle \tau_i(\delta, r) \rangle$ représente la moyenne des temps τ_i mesurés.

Pour les erreurs δ infinitésimales, $\tau(\delta)$ converge vers le temps de Lyapunov caractéristique. Pour les erreurs affectant les grandes échelles de temps, le temps de Lyapunov des erreurs finies augmente avec la taille de l'erreur, ce qui entraîne une amélioration de l'horizon de prédiction. Ainsi, certaines structures à grandes échelles temporelle et spatiale (telle que la position des continents) pourraient être reconstruites même dans les modèles possédant des instabilités évoluant rapidement ou de la convection secondaire à petite échelle.

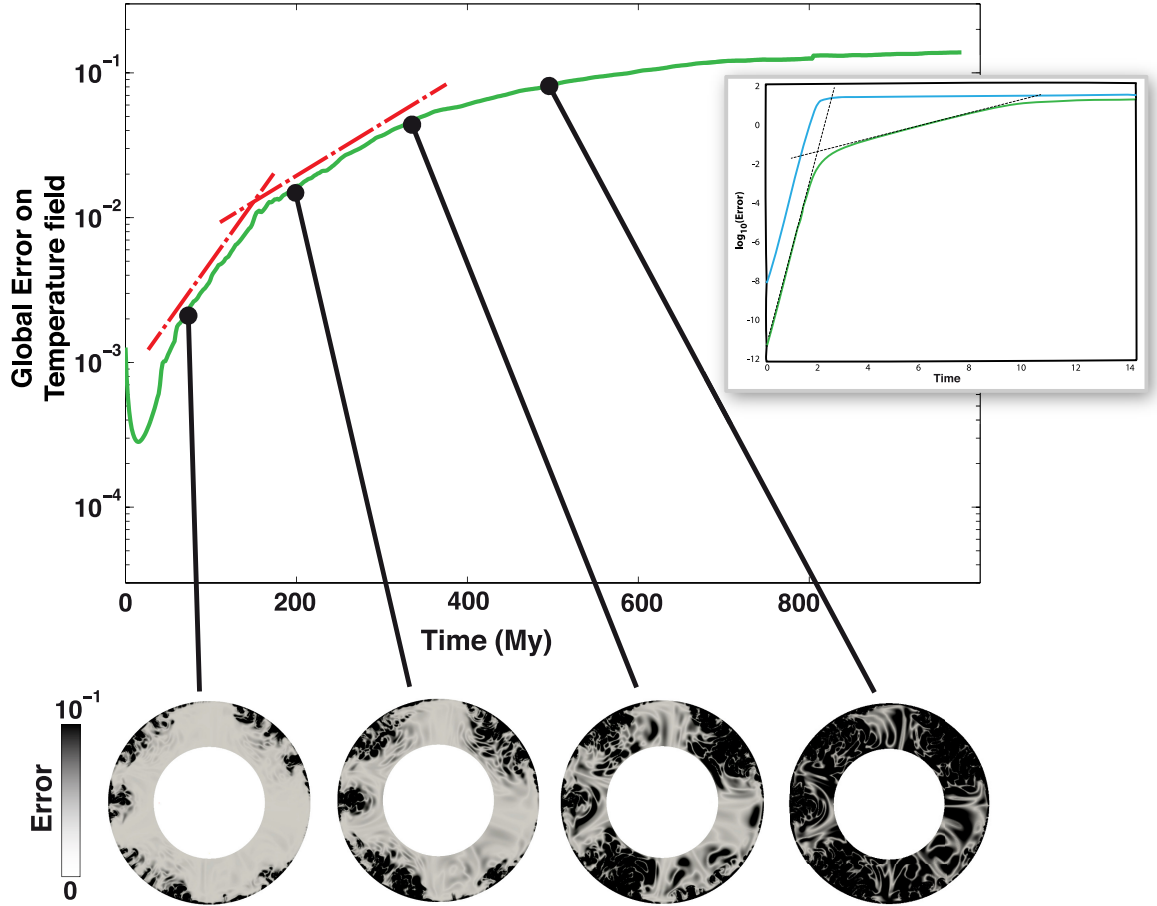


FIGURE 2.8: Croissance de l'erreur sur le champ de température entre deux expériences jumelles présentant une viscosité uniforme, indépendante de la température, avec un manteau inférieur 30 fois plus visqueux. Sections du manteau présentant la répartition de l'erreur dans le manteau à 4 instants différents. (Insert) Croissance de l'erreur pour la composante rapide (bleu) et la composante lente (vert) d'un modèle type comportant deux temps caractéristiques (d'après [Boffetta et al. \[1998\]](#)).

Chapitre 3

Reconstitution des structures convectives terrestres

La prédiction des structures convectives terrestres nécessite de développer une stratégie de reconstruction qui s'appuie sur :

- (1) un état thermique initial du manteau terrestre,
- (2) des conditions aux limites terrestres,
- (3) un modèle de convection.

Les erreurs générées ne proviennent donc pas seulement des incertitudes sur les conditions initiales. En effet, une description réaliste et précise des propriétés physiques du manteau est impossible à réaliser. Les modèles de convection utilisent donc certains paramètres rhéologiques (décrits chapitre 1) pour simuler le comportement des matériaux dans le manteau terrestre. Nous proposons donc d'évaluer l'erreur générée par le choix des paramètres rhéologiques sur les structures convectives prédites, après avoir exposé notre stratégie de reconstruction.

Dans ce chapitre, nous montrerons les progrès réalisés dans la description de la cinématique de surface de la Terre qui ont permis d'obtenir des reconstructions tectoniques particulièrement adaptées aux modèles géodynamiques. Nous exposerons ensuite le développement technique réalisé pour intégrer ces reconstructions au code StagYY, ainsi que la démarche adoptée pour reconstruire l'état thermique du manteau. Enfin, nous étudierons et discuterons l'impact du choix de la rhéologie utilisée sur les caractéristiques des structures convectives ainsi prédites.

3.1 Evolution des reconstructions tectoniques

Les reconstructions tectoniques regroupent l'ensemble des calculs de position, d'orientation et de mouvement des plaques au cours du temps. Elles servent en général de données en entrée des modèles géodynamiques et géochimiques, et doivent alors satisfaire aux contraintes physiques et géométriques de ces modèles.

3.1.1 Principe des reconstructions cinématiques

Des reconstructions géométriques

En première approximation, la surface de la Terre est une sphère et le mouvement de chaque plaque tectonique peut être décrit par une simple rotation [McKenzie and Parker, 1967]. Cette rotation est définie par une vitesse angulaire ω autour d'un axe passant par le centre de la Terre, dont le point d'intersection avec la surface est nommé pôle d'Euler. Morgan [1968] note ainsi que les failles transformantes sont situées sur des petits cercles centrés sur le pôle d'Euler, ce qui permet d'en déterminer la position (Fig. 3.1). Dans le cas d'une dorsale entre deux plaques, il suffit donc de déterminer l'axe des petits cercles que forment les failles transformantes, puis d'évaluer la vitesse d'expansion des fonds océaniques pour reconstituer le mouvement d'écartement des deux plaques au cours du temps. Le Pichon [1968] utilise cette technique pour réaliser une première reconstruction des mouvements de la lithosphère depuis le Crétacé.

Cependant ce type de reconstructions cinématiques se limite souvent à la rotation d'entités distinctes de forme fixe, ne prenant pas en compte les possibles modifications de la forme des plaques au cours du temps. Les études publiées par Le Pichon [1968] par exemple, évaluent le mouvement de rotation des côtes américaines par rapport aux côtes africaines et européennes alors que ces continents ne constituent qu'une partie des plaques et que la dorsale change de morphologie au cours du temps, notamment avec l'apparition de failles transformantes. De plus la répartition temporelle des inversions du champ magnétique n'offre que des instantanés des mouvements à la surface de la Terre à des intervalles de temps irréguliers. Malgré ces difficultés, de nombreuses reconstructions cinématiques ont proposé une tectonique globale sur ces derniers 250 millions d'années, sans cesse améliorant la précision à l'échelle locale et la cohérence physique et géologique [Scotese et al., 1988, 1991; Golonka

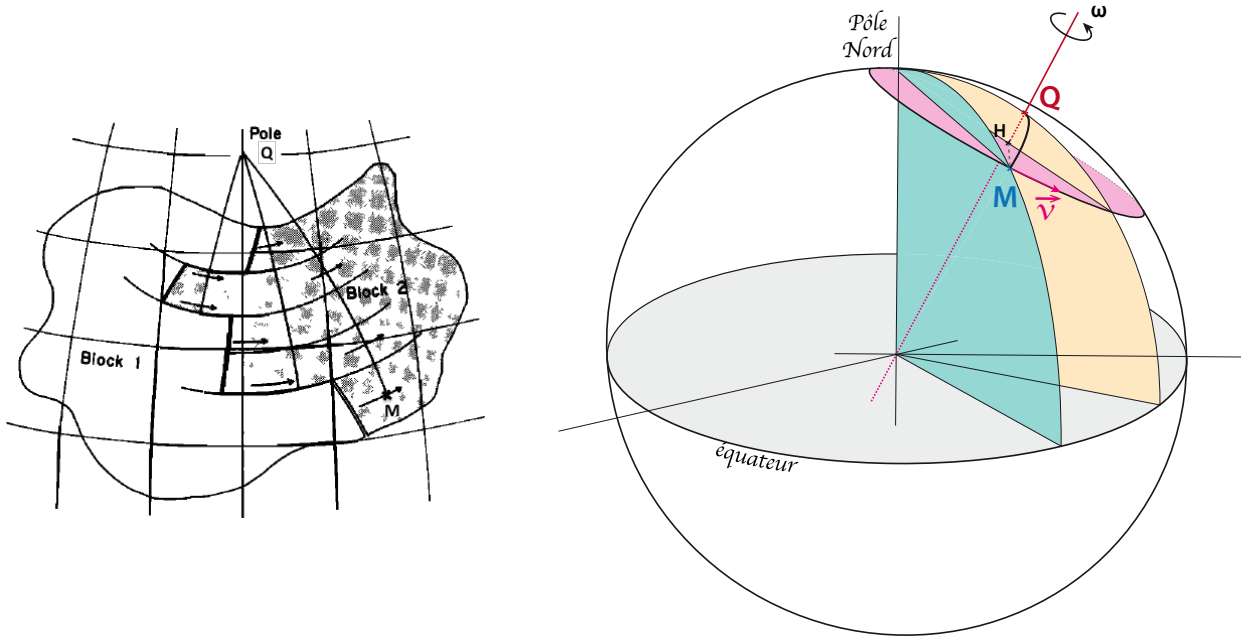


FIGURE 3.1: Description géométrique des mouvements à la surface d'une sphère. (Gauche) Le mouvement d'un bloc par rapport à l'autre est une rotation autour de l'axe passant par le pôle d'Euler Q . Les failles transformantes sont des petits cercles autour de ce pôle (d'après [Morgan, 1968]). (Droite) Représentation en 3 dimensions de la géométrie utilisée. Le point M se déplace à la vitesse angulaire ω autour de l'axe passant par le centre de la Terre et le pôle d'Euler Q . Les plans vert et jaune permettent de déterminer les coordonnées des points M et Q respectivement. Le plan rose intercepte la sphère selon un petit cercle dont le centre H est situé sur l'axe du pôle d'Euler. La vitesse du point M est $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{HM}$.

and Ford, 2000; Stampfli and Borel, 2002; Golonka, 2007; Müller et al., 2008; Torsvik et al., 2010].

Se pose donc un problème de continuité dans les reconstructions “traditionnelles” qui rend difficile leur utilisation comme conditions aux limites de modèles de convection mantellique. Ceci est particulièrement vrai pour les zones de subduction où le déplacement de la fosse (trench rollback) n'est pas modélisé. Il apparaît donc nécessaire d'intégrer une évolution temporelle de la forme des dorsales, des failles et des zones de subduction, pour créer des reconstructions de la cinématique passée plus cohérentes et continues dans le temps.

Repère de référence géographique

Pour décrire le mouvement absolu des plaques en surface, les déplacements de la lithosphère doivent être définis par rapport à un repère extérieur, immobile ou de mouvement

bien contraint, à partir duquel les coordonnées géographiques peuvent être déterminées. Un des premiers systèmes de référence utilisé considère les points chauds comme des manifestations de surface de panaches mantelliques stationnaires (hotspot reference frame). Les volcans de ces points chauds forment une ligne (hot spot track) dont la forme est attribuée au mouvement des plaques. Un des exemples les plus connus est celui de la chaîne sous-marine Hawaii-Empereur créée par les éruptions successives d'un point chaud au sein de la plaque pacifique. Dans un tel repère, les points chauds sont fixes par rapport à l'axe de rotation de la Terre et donc par rapport aux coordonnées géographiques, ce qui permet d'exprimer les mouvements absolus des plaques [exemples : *Morgan, 1971, 1972, 1983; Gordon and Jurdy, 1986; Müller et al., 1993*]. Cependant les avancées dans les reconstructions tectoniques ont montré que les points chauds ne sont pas exactement immobiles, notamment au-delà de 80 millions d'années dans le passé. Les panaches dont ils sont issus peuvent être advectés dans le manteau [*Molnar and Stock, 1987; Molnar and Atwater, 1973; Steinberger and O'Connell, 1998*]. La position des points chauds doit donc être corrigée pour former un système de référence absolu par rapport au manteau [*Norton, 2000; Steinberger and O'Connell, 1997; O'Neill et al., 2005*].

Une autre raison peut être invoquée pour le mouvement apparent du repère des points chauds. L'alignement de l'axe d'inertie, qui détermine le pôle Nord géographique, avec le pôle magnétique de la Terre varie au cours des temps géologiques. La dérive de l'axe de rotation ou True Polar Wander, est une conséquence de l'évolution des anomalies de densité à l'intérieur de la Terre qui font varier son moment d'inertie [*Spada et al., 1992; Ricard et al., 1993b*]. Ces variations de la position du pôle Nord géographique par rapport au pôle Nord magnétique impliquent de corriger les données paléomagnétiques. Une autre approche consiste à choisir les coordonnées du pôle Nord magnétique pour positionner géographiquement la plaque de référence. Dans les deux cas il est donc nécessaire de connaître plus précisément la dérive de l'axe de rotation de notre planète en fonction du temps [*Harrison and Lindh, 1982a; Besse and Courtillot, 1991; Besse, 2002; Schettino and Scotese, 2005; Steinberger and Torsvik, 2008*].

Les discussions sur la validité des différents systèmes de références ont alimenté de nombreuses études [*Harrison and Lindh, 1982b; Duncan and Richards, 1991; Torsvik et al., 2008*], l'observation générale étant que le choix du système de référence dépend de la période de temps sur laquelle se fait la reconstruction.

3.1.2 Reconstructions de la cinématique actuelle

Le développement de technologies permettant une surveillance permanente de la surface de la Terre a permis de créer d'importantes bases de données de mesures physiques à haute résolution. Les reconstructions tectoniques de la cinématique actuelle bénéficient donc d'une grande précision et peuvent être comparées à des observations géologiques indépendantes des données utilisées. Ces modèles reposent sur l'association de nouveaux relevés bathymétriques, magnétiques et sismiques (NUVEL-1) [DeMets *et al.*, 1990; Bird, 2003], sur des relevés GPS [Argus and Heflin, 1995], sur des mesures de géodésie par satellite (GEODVEL) [Argus *et al.*, 2010], et sur une association de toutes ces sources de données (MORVEL) [DeMets *et al.*, 2010; Argus *et al.*, 2011]. L'utilisation de la géolocalisation permet également de s'affranchir du choix d'un système de référence géographique. Cependant la précision et le degré de confiance acquis par ces reconstructions de la cinématique actuelle ne peuvent être généralisés aux reconstructions de la cinématique passée.

Une autre stratégie a consisté à utiliser les forces convectives pour prédire le mouvement des plaques aujourd'hui. En effet, les données de topographie et de flux de chaleur en surface permettent de créer des cartes des hétérogénéités de densité résultant de l'épaississement de la lithosphère lors de son refroidissement. Ces cartes sont ensuite traduites en forces et imposées comme conditions aux limites de modèles physiques du manteau terrestre. Ces modèles sont basés sur l'équilibrage des forces agissant sur la lithosphère [exemple : Hager and Connell, 1981; Lithgow-Bertelloni and Richards, 1995]. Les données tomographiques et sismiques permettent également d'affiner ces modèles en contraignant la localisation et l'inclinaison du plan de subduction dans le manteau supérieur [Becker and O'Connell, 2001; Van der Meer *et al.*, 2009; Stadler *et al.*, 2010]. Ainsi, les mouvement des plaques à l'actuel peuvent être (1) établis à partir des résultats de modèles physiques du manteau [exemple : Lithgow-Bertelloni and Richards, 1998; Becker and O'Connell, 2001; Conrad and Lithgow-Bertelloni, 2002], (2) utilisés en tant que contraintes de surfaces pour modéliser les hétérogénéités du manteau [Ricard *et al.*, 1993a]. Ces reconstructions de la cinématique actuelle restent cependant dépendantes du choix de la géométrie initiale du problème et des propriétés physiques du manteau intégrées au modèle géodynamique. La description des zones de subduction par exemple, peut mener à des résultats légèrement différents si la pente et la profondeur de la plaque plongeante sont basées sur la tomographie des ondes S ou des ondes P [Becker and O'Connell, 2001], ou si la plaque plongeante est arbitrairement imposée

verticale et descendant à vitesse constante dans le manteau supérieur [*Lithgow-Bertelloni and Richards, 1998*]. Il en va de même pour les paramètres physiques du manteau et de la lithosphère, facteurs les moins contraints de ces modèles : ces reconstructions sont particulièrement sensibles à la masse volumique qui intervient dans la force d’Archimède et dans la viscosité, qui jouent un rôle clé dans la convection mantellique. Enfin, le caractère global devient parfois une faiblesse de ces reconstructions qui ne peuvent pas décrire les spécificités de la tectonique locale.

Les limitations des reconstructions cinématiques présentées ci-dessus, “traditionnelles” et actuelles, en font des conditions aux limites insuffisantes pour l’étude de l’évolution de la convection mantellique dans un modèle numérique tel que StagYY. Il apparaît ainsi indispensable d’avoir recours à des reconstructions qui décrivent une tectonique de surface, de manière précise et continue dans le temps, en accord avec les données géologiques sur une période de temps remontant jusqu’à l’ouverture de la Pangée, et compatible avec notre modèle.

3.1.3 *Continuously closing plates* : évolution continue du contour des plaques

L’équipe EARTH BYTE de l’Université de Sydney a proposé une approche nouvelle pour résoudre les problèmes de continuité spatiale et temporelle des reconstructions de la cinématique terrestre de ces 250 derniers millions d’années. Les modèles récemment publiés [*Gurnis et al., 2012; Seton et al., 2012; Shephard et al., 2013*], reposent sur une analyse détaillée des données magnétiques, gravimétriques et bathymétriques des fonds océaniques provenant de jeux de données publics et de nouveaux relevés effectués par l’équipe (Fig. 3.2). Ces modèles sont basés uniquement sur des contraintes de surface, ils n’utilisent pas de données issues de la tomographie pour localiser les zones de subduction. Leurs principaux atouts sont de présenter une résolution spatiale et temporelle fine, d’être cohérents avec les observations géologiques globales et locales, et d’être disponibles sous une forme adaptée à l’implémentation dans les modèles numériques de convection mantellique.

Dans les reconstructions, les mouvements des plaques sont décrits de manière relative. Chaque plaque est en rotation par rapport à une plaque qui est elle-même en rotation par rapport à une autre plaque et ainsi de suite. L’ensemble forme ainsi une arborescence avec une hiérarchie permettant de remonter jusqu’au mouvement d’une seule plaque de

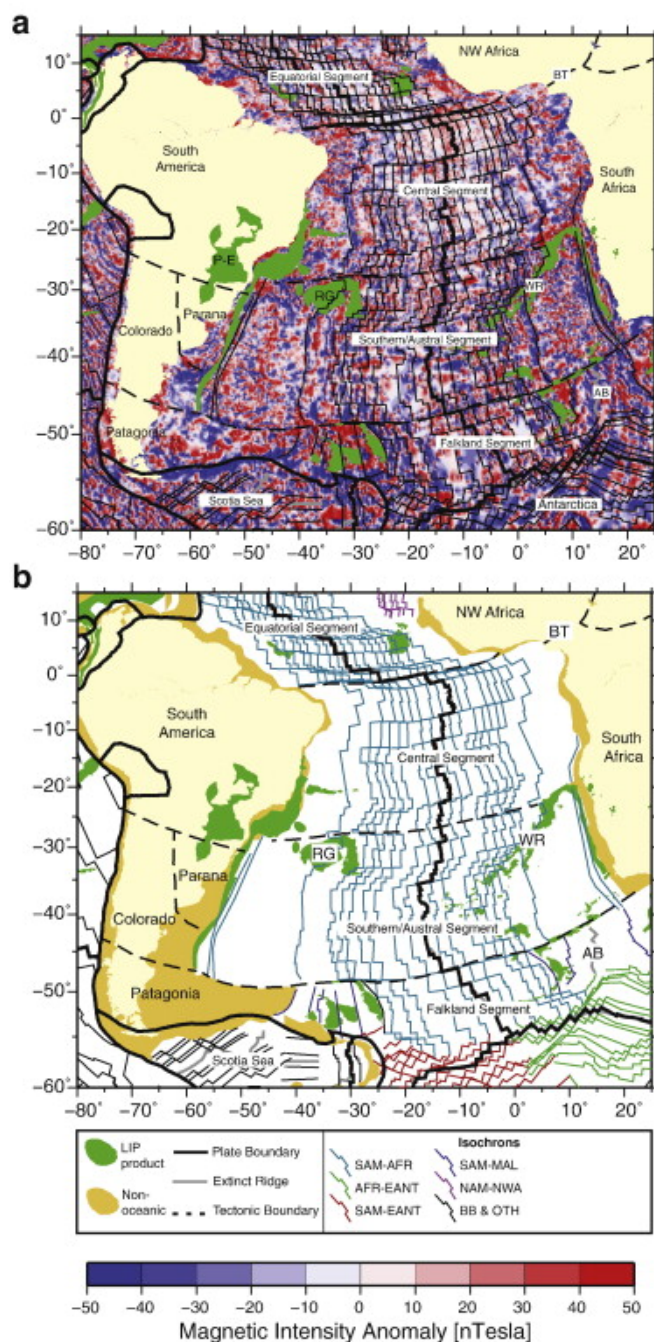


FIGURE 3.2: Reconstruction du mouvement des plaques à partir des anomalies magnétiques de la lithosphère océanique. (a) Représentation des anomalies magnétiques dans l'océan Atlantique Sud. Les isochrones déduites de l'expansion des fonds océaniques sont représentées en noir sur cette image. (b) Représentations des isochrones d'expansion océanique, la couleur étant associée à la paire de plaques en mouvement lors de la formation de l'isochrone représenté (Fig. 2 [Seton et al., 2012]).

référence. Le mouvement de la plaque de référence est lui même défini par rapport au repère de référence à partir duquel les coordonnées géographiques sont déterminées. Les reconstructions tectoniques de *Seton et al.* [2012] reposent sur un système de référence mixte, utilisant un repère des points chauds des océans Indien et Atlantique jusqu'il y a 100 millions d'années [*O'Neill et al.*, 2005], et un repère paléomagnétique basé sur la dérive du pôle de rotation entre 100 et 200 millions d'années dans le passé [*Steinberger and Torsvik*, 2008]. La plaque Pacifique est également temporairement définie dans un repère indépendant, basé sur les points chauds du Pacifique [*Wessel et al.*, 2006; *Wessel and Kroenke*, 2008], car son mouvement ne peut être raccordé à celui des autres plaques qu'à partir d'il y a 84 millions d'années.

L'ensemble des données est calibré sur plusieurs échelles d'inversion du champ magnétique : CK95 pour le Cénozoïque, G94 pour le Mésozoïque et T06 pour le Jurassique. Les isochrones déduites de l'expansion des fonds océaniques reposent en grande partie sur les travaux de *Müller et al.* [2008] ainsi que sur de nouvelles mesures géomagnétiques réalisées au cours de campagnes en mer de l'équipe EARTH BYTE (Fig. 3.2).

Les plaques sont décrites comme des polygones pavant entièrement la surface de la Terre et dont les limites évoluent au cours du temps [*Schettino*, 1999; *Torsvik et al.*, 2010]. La méthode "Continuously closing plates" développée par *Gurnis et al.* [2012] consiste à attribuer un pôle d'Euler différent à chaque limite de plaque, tout en s'assurant que le polygone définissant chaque plaque reste topologiquement clos au cours du temps (Fig. 3.3). En effet les segments constituant les bordures d'une plaque évoluent de façons a priori différentes car chacun représente une frontière entre deux plaques dont la géométrie change dans le temps selon sa nature (subduction, collision, faille, dorsale). Dans ce modèle, les paramètres décrivant les rotations des bordures sont définis indépendamment de la rotation de la plaque en question. Les pôles d'Euler des bordures sont définis sur des durées qui peuvent varier d'un segment à l'autre. Ainsi, l'ensemble des pôles d'Euler des plaques, leurs vitesses angulaires, et les pôles d'Euler et vitesses angulaires associés aux bordures de chacune des plaques, constituent une reconstruction globale et continue dans le temps de la tectonique de ces 250 derniers millions d'années.

Ces reconstructions ont été développées avec le logiciel *GPlates* [*Boyden et al.*, 2011]. Ce logiciel en libre accès permet de visualiser interactivement et d'exporter des reconstructions tectoniques, ainsi que divers types de données de surface. Désormais il permet également de visualiser des champs de température dans le manteau issue de modèles de convection.

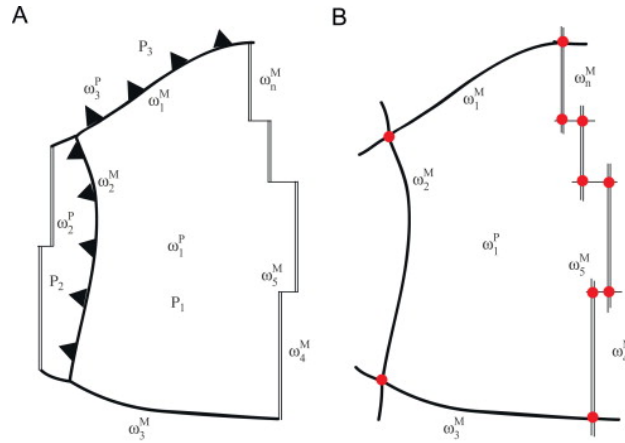


FIGURE 3.3: (A) Schéma d'une plaque fictive avec les différentes vitesses angulaires. Les triangles indiquent le sens des subductions. (B) Polygone représentant la plaque. ω^P représente la vitesse angulaire de la plaque, ω^M les vitesses angulaires des limites (Fig. 1 [Gurnis et al., 2012]).

Charger les reconstructions de [Seton et al. \[2012\]](#) et [Shephard et al. \[2013\]](#) dans [GPlates](#), permet également d'extraire les limites de plaques à des intervalles de temps arbitraires, et en particulier, inférieurs à 1 million d'années.

Nous avons ainsi en main un set de reconstructions tectoniques particulièrement adapté aux modélisations géodynamiques. De son couplage avec un des modèles numériques les plus performants pour décrire la physique interne de la terre, devrait naître un outil puissant pour la prédiction du champ de température dans le manteau terrestre.

3.2 Intégration des reconstructions tectoniques dans StagYY

3.2.1 Géométrie du problème

Comme il a été vu précédemment, la grille du code numérique StagYY est complexe. Pour utiliser les reconstructions tectoniques, données en latitude/longitude, il faut tenir compte de la géométrie en surface (Fig. 3.4). La partie Yin de la grille couvre les latitudes allant de -45° à 45° et les longitudes entre -120° et 120° . La description de la grille Yang qui occupe le reste de la sphère est plus complexe. Elle couvre les latitudes supérieures à 45° et inférieures à 45° pour les longitudes comprises entre -120° et 120° , puis toutes les latitudes pour les longitudes inférieures à -120° et supérieures à 120° . De plus, sur la grille Yin la coordonnée x correspond à la latitude et la coordonnée y à la longitude alors que c'est l'inverse sur la grille Yang.

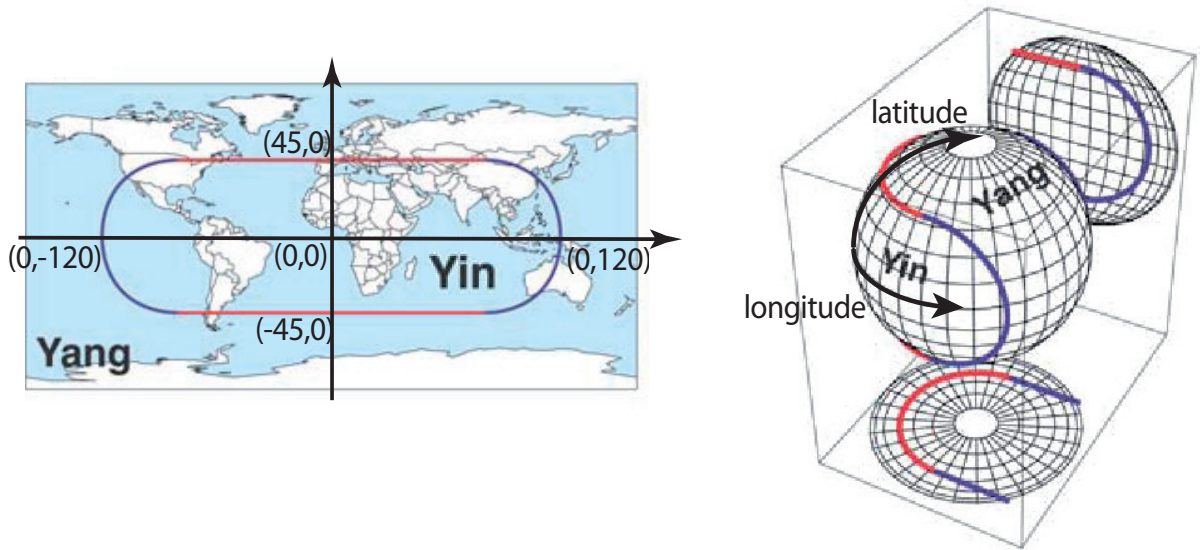


FIGURE 3.4: Correspondance entre la grille Yin Yang et les coordonnées géographiques [modifié d'après Kageyama and Sato, 2004].

La routine créée s'intègre au code numérique StagYY et permet de calculer la vitesse en tout point de la surface de la grille Yin Yang, à un instant donné dans le temps, à partir :

- des coordonnées de chaque point M en surface de la grille Yin Yang en latitude/longitude,
- de l'ensemble des coordonnées des sommets V_i des polygones définissant les plaques,

- des coordonnées des poles d’Euler Q pour chaque plaque,
- des vitesses angulaires ω pour chaque plaque,
- de l’instant choisi (avec une précision de 100 000 ans).

Pour déterminer la vitesse absolue d’un point de la surface, nous utilisons les pôles d’Euler absolus des plaques, ainsi que les vitesses angulaires absolues [Greiner, 1999]. Il est donc nécessaire de déterminer en premier lieu à quelle plaque appartient chaque point de la surface. Pour cela, j’ai adapté l’algorithme “point-in-polygon” de *Bevis and Chatelain* [1989], qui permet de déterminer si un point est à l’intérieur d’un polygone sur une sphère. En effet des tests géométriques simples permettent de savoir si un point est à l’intérieur ou pas d’un polygone, à condition de connaître un point permettant de différencier l’extérieur de l’intérieur du polygone (Fig. 3.5).

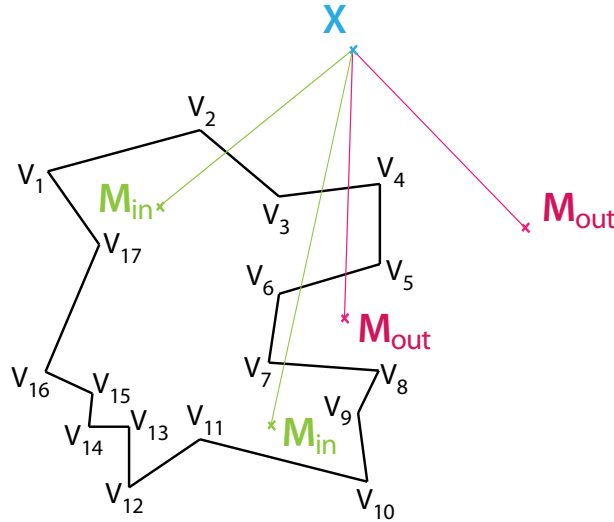


FIGURE 3.5: Géométrie sur laquelle repose l’algorithme “PIPS” : point à l’intérieur d’un polygone sur une sphère. Les points V_i sont les sommets du polygone. Le point X permet de différencier l’intérieur de l’extérieur du polygone. Le point M est à l’intérieur du polygone (M_{in}) si et seulement si le segment $[XM]$ croise un nombre impair de fois la bordure du polygone. Sinon il est à l’extérieur (M_{out}).

Lors de mon séjour au sein de l’équipe EARTH BYTE en novembre 2012, nous avons créé un format de données issues des reconstructions compatible avec les calculs de vitesses imposées dans StagYY. En effet, les reconstructions tectoniques de *Seton et al.* [2012] et *Shephard et al.* [2013] sont décrites par trois fichiers : une arborescence hiérarchisée des plaques, les pôles d’Euler et les angles relatifs à chaque couple de plaques, tous les millions

d'années. Gplates release 13596M (version non disponible en libre accès) permet désormais d'extraire directement de n'importe quelle reconstruction chargée dans le logiciel, les pôles d'Euler absolus et les vitesses angulaires absolues, pour chaque plaque, dans le repère de référence, sur n'importe quel intervalle de temps.

Pour automatiser l'extraction des données, j'ai cherché un point X situé à l'extérieur de chaque polygone. Mon choix s'est porté sur le point en surface diamétralement opposé au centroïde du polygone. Les polygones décrivant les plaques tectoniques sont des polygones auto-cohérents, c'est à dire que ce sont des polygones vérifiant les propriétés suivantes :

- (1) Les polygones qui s'auto-interceptent ont été séparés en deux polygones distincts.
- (2) Tous les sommets en double ont été supprimés.

Ces propriétés associées au fait qu'une plaque ne couvre jamais plus de la moitié de la surface de la Terre, assurent que ce point X est toujours situé à l'extérieur de la plaque considérée.

A chaque point est donc assigné un numéro correspondant à la plaque à laquelle il appartient (plate ID). Ce numéro va permettre de retrouver les coordonnées du pôle de rotation de ce point et sa vitesse angulaire pour un intervalle de temps donné. Pour calculer ensuite la valeur de la vitesse d'un point M de la grille dont on connaît les coordonnées en latitude/longitude, on utilise la formule de Viete (*François Viete*, 1540-1603) pour la trigonométrie sphérique. La valeur de la norme du vecteur $\mathbf{v}$ peut être calculée à partir des coordonnées du pôle Q(lat_Q, lon_Q) et du point M(lat_M, lon_M), en utilisant l'angle θ (Fig. 3.6) :

$$\cos(\theta) = \sin(lat_M) \times \sin(lat_Q) + \cos(lat_M) \times \cos(lat_Q) \times \cos(lon_Q - lon_M) \quad (3.1)$$

$$||\mathbf{v}|| = |\omega \times R \times \sin(\theta)| \quad (3.2)$$

avec R le rayon de la Terre et ω la vitesse angulaire à l'instant choisi.

Pour appliquer la vitesse sur la grille de StagYY, les coordonnées ($\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_r$) dans le repère sphérique local doivent être calculées. On accède à $\mathbf{v}_x$ et $\mathbf{v}_y$ en appliquant la formule de Viete puis la formule des sinus à l'angle sphérique $\widehat{M}$ (cf. Fig. 3.6) :

$$\sin(lat_Q) = \cos(\theta) \times \sin(lat_M) - \sin(\theta) \times \cos(lat_M) \times \cos(\widehat{M}) \quad (3.3)$$

$$\frac{\sin(\widehat{M})}{\sin(\frac{\pi}{2} - lat_Q)} = \frac{\sin(lon_Q - lon_M)}{\sin(\theta)} \quad (3.4)$$

La vitesse verticale $\mathbf{v}_r$ est nulle car le mouvement des plaques est une translation en surface de la Terre. La grille de StagYY étant décalée (Fig. 1.7), il faut en réalité faire 2 calculs, un pour chaque coordonnée de la vitesse car elles sont appliquées en des points différents.

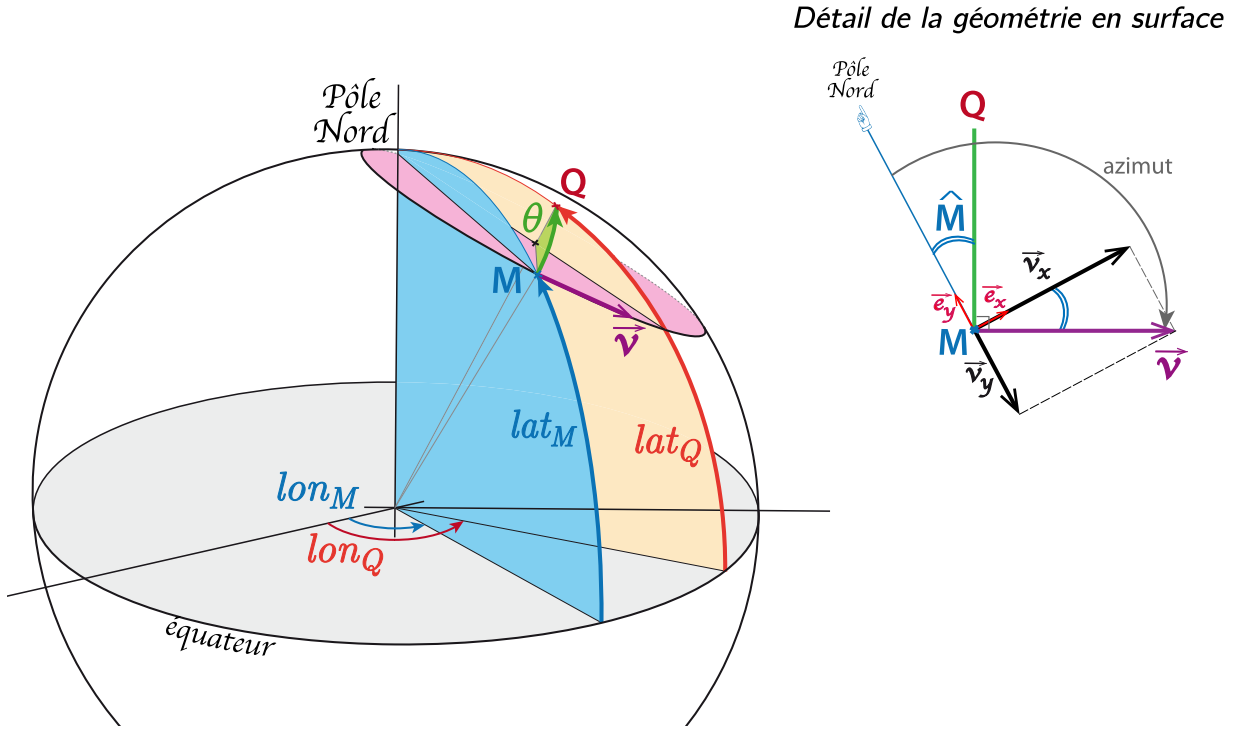


FIGURE 3.6: Angles utilisés pour déterminer les coordonnées $(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y)$ de la vitesse du point M . Q est le pôle d'Euler. Le vecteur $\mathbf{v}_r$. L'angle sphérique $\hat{M}$ est l'angle entre les plans bleu et vert.

Un exemple du résultat, reconstituant les vitesses il y a 65 millions d'années, est présenté Fig. 3.7.

3.2.2 Mise à l'échelle du temps et de la vitesse

Les équations de la convection sont résolues dans un système adimensionné. Pour utiliser les reconstructions de la cinématique terrestre, il convient de redonner une dimension au temps et aux vitesses de nos modèles. En dimensionnant le système à l'aide des valeurs présentées Table 1.1, les vitesses de surface obtenues ne sont pas cohérentes avec les valeurs terrestres. En effet, nous travaillons à un nombre de Rayleigh a priori inférieur au nombre de Rayleigh terrestre, dont la valeur exacte n'est pas connue, et la vigueur de la convection est a priori plus faible. De plus, la valeur moyenne des vitesses de surface peut varier de près d'un ordre de grandeur entre nos différents modèles, lorsque les paramètres rhéologiques sont modifiés. Il est donc nécessaire de mettre les vitesses issues des reconstructions tectoniques à l'échelle des vitesses du modèle, en respectant la vigueur de la convection. En imposant

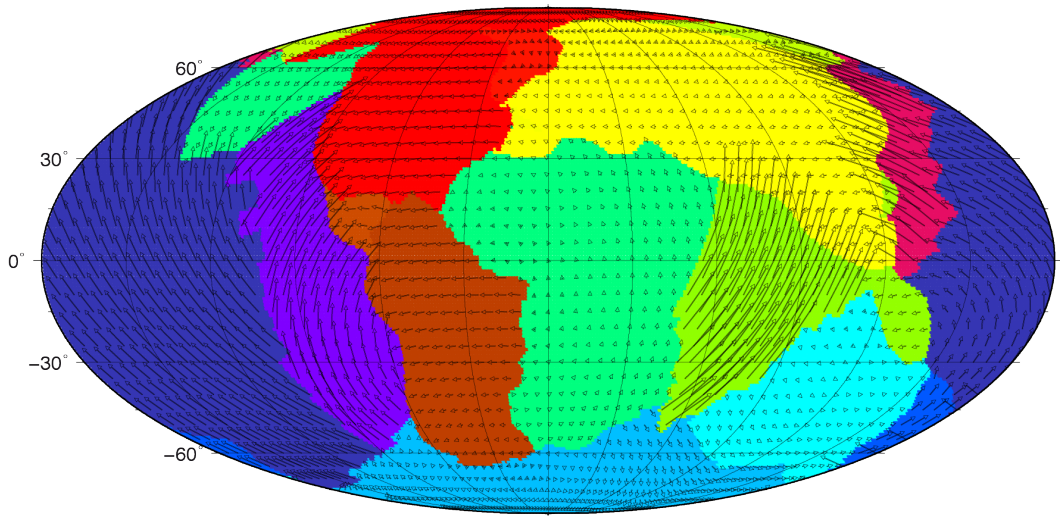


FIGURE 3.7: *Limites de plaques et vitesses imposées sur la grille de StagYY correspondant à la reconstruction tectonique de la Terre il y a 65 millions d’années. Chaque couleur correspond à une plaque différente.*

des vitesses trop rapides, la lithosphère entraînée dans le manteau est trop froide. Inversement, si les vitesses imposées sont trop lentes, le manteau ne sera pas assez rapidement refroidi. Dans les deux cas la dynamique du système est affectée. L’utilisation de modèles générant une tectonique de surface auto cohérente prend ici toute son importance. En effet, les reconstructions réalisées jusqu’à présent utilisent des modèles avec une rhéologie ne dépendant pas du yield stress et peu [exemple : [Zhang et al., 2010](#); [Davies et al., 2012](#)] ou pas [[Bunge, 1998](#); [Butterworth et al., 2014](#)] de la température, qui génèrent un régime convectif libre comportant une surface stagnante ou trop déformable (cf. chapitre 1). L’absence de tectonique rend la cinématique de surface très différente et le choix d’une mise à l’échelle cohérente n’est pas évident. Employée en l’absence de tectonique de surface, l’assimilation de la structure thermique de la lithosphère, serait une méthode alternative pour réduire la différence entre l’écoulement imposé par la reconstruction cinématique en surface et l’écoulement dans le manteau supérieur [[Bower et al., 2013](#); [Flament et al., 2014](#); [Shephard et al., 2014](#)].

Nous avons choisi de faire en sorte que le temps de transit soit identique à la Terre pour l’ensemble de nos modèles, de manière à s’assurer que la vigueur de la convection soit comparable. En effet, le temps de transit $t_t = L/v_{surf}$ (avec v_{surf} la moyenne spatiale de la vitesse de surface) représente le temps mis par une particule fluide pour traverser le manteau. Il est donc particulièrement approprié pour l’étude de la convection [[Gurnis](#)

and Davies, 1986a; Gurnis, 1988] et peut être exactement calculé pour la Terre. La mise à l'échelle du temps, et dans le même temps la dimensionnalisation du temps, se feront donc par l'équation :

$$t = t_{\text{sansdimension}} \times t_t^{\text{Terre}} / t_t^{\text{modèle}} \quad (3.5)$$

Toutes les variables faisant intervenir le temps, en particulier le flux de chaleur, seront ainsi mises à l'échelle avant d'être utilisées. De la même façon, la dimensionnalisation de la vitesse se fera à l'aide de la vitesse de surface actuelle :

$$v = v_{\text{sansdimension}} \times v_{\text{surf}}^{\text{Terre}} / v_{\text{surf}}^{\text{modèle}} \quad (3.6)$$

dont la valeur est calculée à partir des reconstructions de *Seton et al.* [2012] et *Shephard et al.* [2013] : 3.96 cm/an. Le temps de transit de la Terre t_t^{Terre} utilisé est alors de 73 millions d'années.

3.2.3 Etat initial

Les reconstructions publiées par *Seton et al.* [2012] et *Shephard et al.* [2013] débutent il y a 200 millions d'années, soit au cours de la dislocation de la Pangée. Cependant, l'état du manteau à cette époque là n'est pas connu. Il faut donc créer un état initial présentant des structures convectives compatibles avec les vitesses de surface il y a 200 millions d'années.

La stratégie utilisée dans la majorité des reconstructions précédemment publiées consiste à imposer les vitesses de la plus ancienne reconstruction disponible pendant un certain temps [exemple : *Bunge, 1998; McNamara and Zhong, 2005; Zhang et al., 2010; Butterworth et al., 2014*]. Une autre stratégie consiste à inverser le temps dans les équations d'advection, pour "advecter en arrière" les hétérogénéités de densité du manteau (backward advection). Cette stratégie est cependant limitée par la diffusion thermique qui n'est plus négligeable au delà de 30 millions d'années environ [*Steinberger and O'Connell, 1997; Conrad and Gurnis, 2003; Moucha and Forte, 2011*]. Pour prendre en compte les effets de la diffusion des méthodes d'assimilations de données variationnelles ont été développées, et ont été utilisées pour reconstruire l'état thermique du manteau jusqu'à 75 à 100 millions d'années en arrière [*Bunge et al., 2003; Ismail-Zadeh et al., 2004; Liu et al., 2008; Shephard et al., 2010*]. Dans ces méthodes cependant, la convection est forcée en imposant les vitesses de plaques en surface, et les observations à approcher sont les modèles tomographiques. Le projet ERC

AUGURY porté par Nicolas Coltice depuis Mars 2014, a pour objectif de développer de nouvelles méthodes d'assimilation de données séquentielle (inspirées des travaux sur le filtre de Kalman de *Fournier et al. [2011]*) et variationnelle, en utilisant le code StagYY pour résoudre les équations de la convection. À terme, ces nouvelles méthodes utiliseront les données issues des reconstructions tectoniques comme données d'entrée pour l'inversion du champ de température, beaucoup plus précise et accessibles que les données de la tomographie. Elle permettront de reconstruire un champ de températures pour le manteau, de façon indépendante et complémentaire de la tomographie.

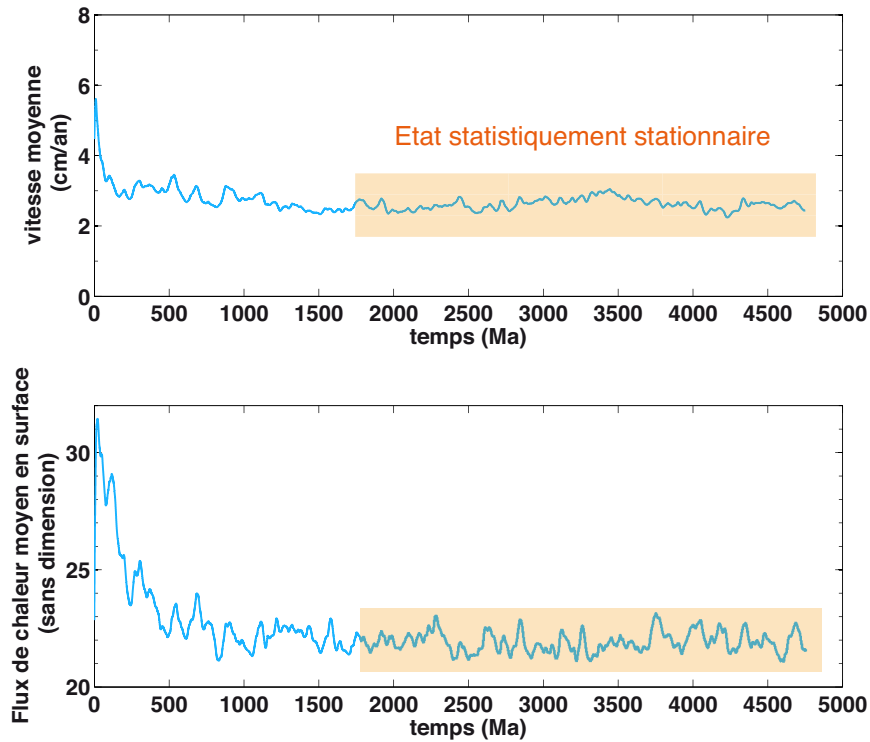


FIGURE 3.8: Evolution temporelle de la vitesse moyenne dans le manteau et du flux de chaleur (sans dimension) en surface pour un modèle comportant une rhéologie visco-plastique, un saut de viscosité et un chauffage 65% interne 45% par la base. L'équilibre statistiquement stationnaire est atteint au bout de 2 milliards d'années.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons choisi d'imposer les vitesses correspondant à la cinématique terrestre il y a 200 millions d'années reconstituée par *Seton et al. [2012]*, pendant un temps de transit sur Terre, soit 75 millions d'années. Le champ de température initial du modèle varie uniquement radialement selon le profil moyen du modèle sans vitesses imposées, une fois à l'état statistiquement stationnaire (Fig. 1.11). Pour définir le profil

de température initial de chaque modèle, un calcul préliminaire est réalisé sur 5 milliards d'années, comportant exactement les mêmes paramètres mais sans vitesses imposées en surface. Ces modèles libres permettent également d'avoir accès aux vitesses moyennes de surface $v_{surf}^{modèle}$ utilisées pour mettre les modèles à l'échelle de la Terre (cf Eq. (3.6)). Elle est calculée une fois l'état statistiquement stationnaire atteint, sur une période de 700 millions d'années à 3 milliards d'années (Fig. 3.8), selon les différents types de calculs réalisés.

3.2.4 Reconstructions réalisées

Nous avons développé une stratégie de reconstruction permettant de prédire les structures convectives du manteau à l'aide des reconstructions tectoniques terrestres et d'un modèle de convection performant. L'intégration de la cinématique de surface dans le modèle géodynamique est faite de façon cohérente. La démarche employée repose sur la capacité du modèle géodynamique à reproduire une tectonique de surface comparable à la Terre au premier ordre, ce qui permet de mettre les vitesses terrestres à l'échelle des vitesses du modèle en convection libre, avant de les imposer comme conditions limites en surface. Cette approche se distingue des reconstructions dans lesquelles la rhéologie employée ne produit pas librement de tectonique de plaques en surface, rendant le choix d'une mise à l'échelle cohérente moins évident (cf. section 3.2.2).

Les reconstructions réalisées jusqu'à présent utilisent des modèles avec une rhéologie ne dépendant pas du yield stress et peu [exemple : *Zhang et al.*, 2010; *Davies et al.*, 2012] ou pas [*Bunge*, 1998; *Butterworth et al.*, 2014] de la température. Cependant, elles ont permis de prédire des structures convectives actuelles en accord avec les images de tomographie sismique [exemple : *Bunge*, 1998; *Zhang et al.*, 2010] et avec la topographie dynamique [exemple : *Bower et al.*, 2013; *Flament et al.*, 2014] (cf. section 1.3.1).

Il est donc naturel de questionner l'influence de la rhéologie du modèle géodynamique employé sur la qualité des structures convectives reconstruites. Nous avons donc réalisé plusieurs reconstructions géodynamiques en utilisant des rhéologies différentes, puis nous avons comparé les champs de température reconstruits en accordant une attention particulière à la morphologie des zones de subduction et des plaques subductées. Les premiers modèles présentés comportent une viscosité dépendant faiblement de la température comparables entre autres aux travaux de *Davies et al.* [2012], *Bower et al.* [2013] et *Shephard et al.* [2014], puis le domaine de variations de la viscosité avec la température (contraste

de viscosité) est augmenté à des valeurs proches et supérieures à celles de *McNamara and Zhong* [2005] et *Zhang et al.* [2010]. En convection libre ces modèles ne présentent pas de tectonique de plaque en surface. Enfin, une rhéologie pseudo-plastique associée à de larges contrastes de viscosité est employée. Cette rhéologie décrite section 1.3.3 permet de générer une tectonique auto-cohérente dans les modèles de convection libre. Elle représente notre modèle de référence pour reconstruire le champ de température du manteau terrestre. Les structures convectives obtenues par l'ensemble de ces modèles sont étudiées et comparées dans un article (en préparation), présenté dans la section suivante.

3.3 Assessing the role of rheology in reconstructing slab morphology

Bello, L., N. Coltice, P. J. Tackley, D. Muller, *Earth and Planetary Science Letters. in prep.*

Abstract. Reconstructing the 3D structure of the Earth’s mantle has been a challenge for geodynamicists for about 40 years. Although numerical models and computational capabilities have incredibly progressed, parameterizations used for modeling convection forced by plate motions are far from being Earth-like. Among the set of parameters, rheology is fundamental because it defines in a non-linear way the dynamics of slabs and plumes, and the organization of the lithosphere. Previous studies have employed diverse viscosity laws, most of them being temperature and depth dependent with relatively small viscosity contrasts. In this study, we evaluate the role of the temperature dependence of viscosity (variations up to 6 orders of magnitude) on reconstructing slab evolution in 3D spherical models of convection driven by plate history models. We also investigate the importance of pseudo-plasticity in such models. We show that strong temperature dependence of viscosity combined with pseudo-plasticity produce laterally and vertically continuous slabs, and flat subduction where trench retreat is fast (North, Central and South America). Moreover, pseudo-plasticity allows a consistent coupling between imposed plate motions and global convection, which is not possible with temperature-dependent viscosity only. However, even our most sophisticated model is not able to reproduce unambiguously stagnant slabs probably because of the simplicity of material properties we use here. The differences between models employing different viscosity laws are very large, larger than the differences between two models with the same rheology but using two different plate reconstructions or initial conditions.

3.3.1 Introduction

Reconstruction of the 3D structure of the Earth’s mantle was an inaccessible challenge until the 1970’s, when seismic heterogeneities in the mantle started to be imaged [[Jordan, 1975](#); [Dziewonski et al., 1977](#)] and 3D spherical models of mantle flow started to be developed [[Hager and O’Connell, 1979](#)]. At the end of the 1990’s, a leap forward in the quality of

seismic data and computational power gave rise to tomographic models where slabs could be detected in the lower mantle [*Grand, 1994; van der Hilst et al., 1997*]. At the same period, *Bunge [1998]* and *Gurnis [1998]* pioneered convection reconstructions from 3D convection models forced at the surface by the velocities of plate tectonic models. Thermal and seismic imaging at this time were found consistent, mostly imaging the large scale temperature anomalies caused by the slow sinking of slabs throughout the mantle. The deepest mantle remains nowadays the region of conflicting interpretations of the seismic signal by convection calculations [*McNamara and Zhong, 2005; Davies et al., 2012; Bower et al., 2013*].

Computing a reconstruction of mantle convection requires (a) suitable initial conditions, (b) realistic material properties and (c) decent reconstructed surface velocities. Initial conditions are fundamentally unknown and initial errors grow quickly [*Bello et al., 2014*]. Therefore several strategies to define a starting temperature field have been used, the most consistent being variational data assimilation [*Bunge et al., 2003; Liu et al., 2008*]. Realistic material properties are out of reach, and sometimes even not known, a fundamental one being rheology. Reconstructed surface velocities are produced by plate kinematic models, which inevitably loose accuracy as deeper time is concerned [*Seton et al., 2012*].

Among these three issues, the impact of kinematic models is the most studied. Kinematic models have been improved according to similarities and discrepancies between observations of the Earth and convection reconstructions. Comparisons between dynamic topography computed from the convection model and stratigraphy observations are interpreted, to locate sinking slabs for instance [*Gurnis, 1998; Flament et al., 2014*]. Similitudes between tomographic models and convection models are a basis to propose scenarios of slab sinking in the mantle [for instance *Bunge and Grand, 2000*], or improvements of the reference frame for plate reconstructions [*Shephard et al., 2013*].

While it is often stated as a fundamental issue to investigate [*Bunge and Grand, 2000*], the impact of rheology on slab reconstructions has been neglected. Hence, this manuscript focuses on the impact of the choice of rheology on reconstructing sinking slabs into the mantle. Modelling the viscosity variations within models for convection reconstruction is crucial because it drives slab shape or plume dynamics [*Zhong et al., 2000*]. For instance, rheological parameters used in former studies are not consistent with the velocities imposed at the surface : in studies with none to small temperature dependence of the viscosity, the surface should be deformable and toroidal motion negligible whereas in studies with larger temperature dependence of the viscosity, convection should be in a stagnant lid regime

[[Solomatov, 1995](#)]. In recent years, 3D spherical models of convection with plate-like behavior have been developed [[van Heck and Tackley, 2008](#); [Yoshida, 2010](#); [Rolf and Tackley, 2011](#)], producing convection models more consistent with Earth’s surface tectonics [[Coltice et al., 2012, 2013](#); [Rolf et al., 2014](#)]. These models are in principle closer to Earth’s dynamic regime, with stiff mobile plates and narrow shear zones where deformation is localized.

We propose here to evaluate the reconstructions produced by sophisticated toy models of 3D spherical convection employing a variety of rheological parameters. We show that models with plate-like behavior are the only models that can (a) be consistently scaled for reconstructions and (b) can produce flat subduction in regions of fast trench retreat. Differences between two models with different rheological parameters are extremely large for the position and morphology of slabs, and more profound than those produced by initial conditions or plate kinematics uncertainties.

3.3.2 Modeling convection reconstructions

To date, building a convection reconstruction model takes 3 steps : solving for the equations of convection, imposing surface velocities from a plate reconstruction model, and starting from specific initial conditions. In this study, the numerical solution for convection motions are obtained thanks to the 3D spherical convection code StagYY [[Tackley, 2008](#)]. StagYY solves the conservation equations for mass, momentum and energy on a staggered Yin-Yang grid, and allows for large lateral viscosity variations. The specificity of using StagYY is we resolve here up to 10^6 viscosity changes, which is 3 to 4 orders of magnitude higher than in the previous convection reconstruction studies. We are then able to produce convection reconstructions with stiff slabs.

Convection model

We work here with dimensionless equations, and we make several approximations. First, convection is incompressible here. We understand compressibility can be an important factor, especially in the deepest mantle, but we focus this study on the impact of rheology. Because of this choice, we do not take into account variable material properties (expansion coefficient, thermal diffusivity, heat production), except for the viscosity. The viscosity η in

our models depends on temperature, depth as

$$\eta(T, z) = \eta_1(z) \exp \left(A + \frac{E}{T} \right), \quad (3.7)$$

where T is the temperature, z the depth, A a constant that ensures viscosity is $\eta_1(z)$ when T is 1, and E the non dimensional activation energy. The depth-dependence of viscosity is taken into account such that

$$\eta(z) = a \exp \left(\ln(B) \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \tanh \left(\frac{d_0 - z}{d_{step}} \right) \right) \right] \right), \quad (3.8)$$

where B stands for the factor of viscosity jump at depth d_0 over a thickness $2d_{step}$, and a is a prefactor that ensures viscosity is 1 for temperature 1 at the base of the mantle. We model a viscosity jump of 30 between 800 and 1000km, as suggested by geoid [[Hager, 1984](#); [Ricard et al., 1993a](#)] and post-glacial rebound studies [[Mitrovica, 1996](#)].

The viscosity can also vary with stress in our calculations, through a pseudo-plastic rheology, in a way plate-like behavior can be modelled (see [Moresi and Solomatov \[1998\]](#); [Trompert \[1998\]](#); [Tackley \[2000a\]](#)). The yield stress $\sigma_Y(p)$ depends linearly with pressure p . When the local stress reaches the yield stress, the local viscosity is given by

$$\eta = \frac{\sigma_Y(p)}{2\dot{\epsilon}}, \quad (3.9)$$

where $\dot{\epsilon}$ is the second invariant of the strain rate tensor. Because a low viscosity channel below the cold boundary layer improves plate-like behavior [[Tackley, 2000a](#); [Richards et al., 2001](#)], the viscosity drops by a factor of 10 when the temperature crosses a simple linear solidus model.

The temperature variations in our calculations are caused by a thermal gradient from the bottom to the top, since $T = 0$ at the surface, and $T = 1$ at the base of the mantle, and by constant internal heat production. The heat production is adjusted to obtain a basal heat flux of about 30% of the total.

The Rayleigh number Ra in our calculations, based on the temperature drop across the whole depth, is here 10^6 , which is about 10-50 times lower to what is expected for the Earth. This choice is governed by the computational power required to solve for convection with large viscosity variations. The resolution here is 45km in the 3 directions for all models. As a consequence, we are not able to reproduce exactly Earth's structures since lower Ra convection produces thicker convective structures (slabs and plumes). However, the goal

TABLE 3.1: *Convection parameters used in this study.*

Symbols	Definition	Value ^a
Ra	Rayleigh number	10^6
L	Mantle thickness	1
d_0	Depth of viscosity jump	0.276
B	Factor of viscosity increase	30
d_{step}	Half thickness of viscosity jump	0.02
ΔT	Temperature drop across the mantle	1
Ts	Surface temperature	0
H	Internal heating rate	32
E	Activation energy	9 – 30
σ_Y	Surface yield stress	1.5×10^4
$\dot{\sigma}_Y$	Yield stress gradient	0.025
v_{rms}^{model}	Model's mean surface velocity	628

^a Non dimensional.

here is not to predict Earth structures but rather to evaluate how choosing a rheological parameterization impacts the quality of reconstructions. Hence, the only parameters we vary in this study are the activation energy and the stress dependence of the viscosity. A complete summary of the parameters used in this study is in Table 3.1, and typical temperature and viscosity profiles are shown in Fig. 3.9.

Imposing surface velocities

Imposing surface velocities on a convection model has been pioneered a long time ago by *Bunge* [1998]. The procedure of imposing surface time-dependent boundary conditions has become the rule to produce convection reconstruction since. The simplest approach, that we follow here, is to impose velocities predicted by a plate reconstruction model for times corresponding to the calculation time. A more sophisticated approach, which also adds additional constraints to the system to enforce the geometry of slabs and boundary layer thermal structure, is to impose also thermal anomalies in the shallow upper mantle and subduction diving boards as described in *Flament et al.* [2014]. We decided here to let the thermal boundary layer free to develop and the slabs to sink freely.

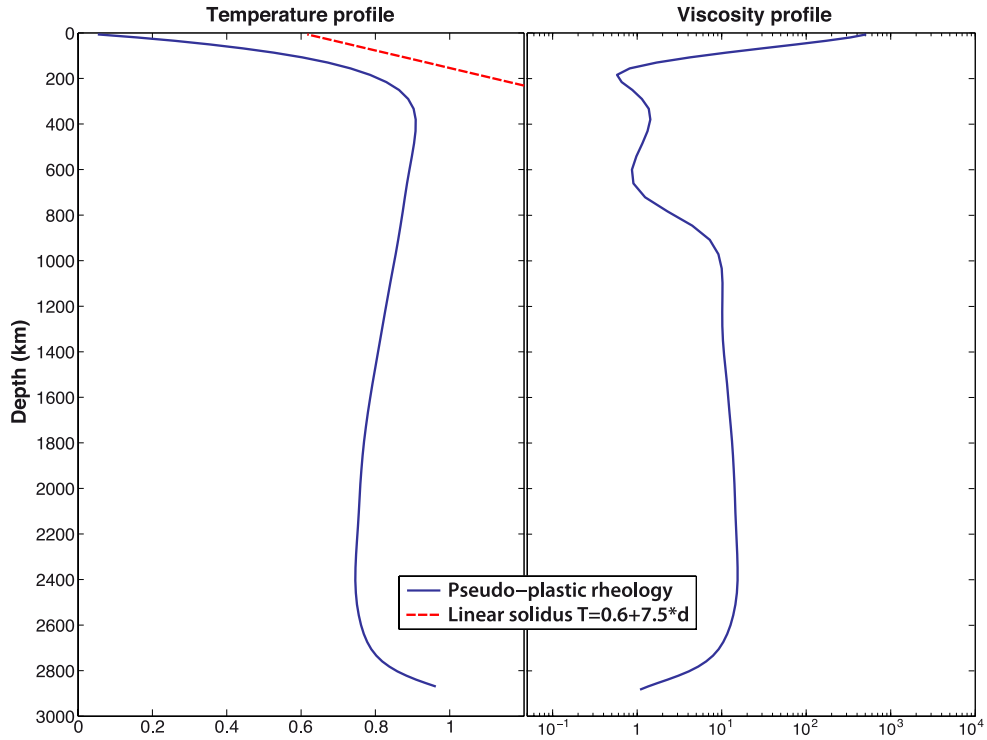


FIGURE 3.9: *Temperature and viscosity profiles in model E (10^6 viscosity variations with temperature).*

We use the plate reconstruction of *Seton et al. [2012]* for the past 200 My, and produce with the software *GPlates [Boyden et al., 2011]* plate stages every 0.1 My to have continuously closing polygons [*Gurnis et al., 2012*]. The time step in our models is always greater than 0.1 My. The local surface velocity is computed identifying the plate to which the location belongs, thanks to a plate-in-polygon algorithm [*Bevis and Chatelain, 1989*], and using rotation information. Because convection parameters for any model cannot be exactly those of the Earth, plugging a plate reconstruction model to a convection model requires a specific adaptor. This adaptor is a scaling of time by the transit time (the time a slab would take to cross the mantle at the root-mean-square surface velocity of the model). As a consequence the dimensional scaled time is $t_{scaled} = t \times v_{rms}^{model} / v_{rms}^{Earth}$, v_{rms}^{Earth} being 3.96 cm y^{-1} .

This has been a fundamental and sometimes unappreciated problem in previous studies. When lateral viscosity variations are employed (10^2 to 10^3 variations), very often no scaling is used, the argument being that the convection parameters in these studies are supposed to

be close to the Earth [Zhang *et al.*, 2010; Davies *et al.*, 2012]. A strategy developed recently by Bower *et al.* [2013] and used in subsequent work by their group [Flament *et al.*, 2014; Shephard *et al.*, 2014, among others] is to impose a thermal structure of slabs in order to guarantee a buoyancy flux consistent with imposed surface kinematics.

The major issue comes from the fact free convection with temperature and depth dependent viscosity with 10^2 to 10^3 lateral viscosity variations produce a sluggish to stagnant lid convection mode, in which the surface is almost immobile. It is at odds to what is observed on Earth. Hence, v_{rms}^{model} is not appropriate for the scaling. It is important to note that if the slabs are driven too fast, they will be too cold within the model and the dynamics will not be appropriate. If slabs are driven too slow, they will be too hot and the system can potentially heat up while it should not. If this happens in a model where the temperature dependence of viscosity is large (lateral variations of viscosity are 10^5 or higher), the model degenerates because of the non-linear relationship between viscosity and temperature.

In this study, we make use of models with plate-like behavior, hence we can realize a more appropriate scaling. To obtain plate-like behavior, lateral viscosity variations needs to be large ($> 10^4$) and the yield stress is required to be in a specific range [Moresi and Solomatov, 1998; Tackley, 2000a; van Heck and Tackley, 2008]. Our calculations with pseudo-plasticity produce a mobile surface as very viscous stable plates bounded by localised zones of shearing where the viscosity drops because of yielding (see Fig.3.10). Hence, v_{rms}^{model} , which fluctuates by about 20% through time, is appropriate for a more consistent scaling for our models with lateral viscosity variations of 10^5 and 10^6 . In the following, we also present calculations with smaller lateral viscosity variations of 10^2 and 10^3 for evaluation. If we introduce pseudo-plasticity in these models, surface tectonics has nothing to do with Earth. We then used v_{rms}^{model} of the convection model with 10^5 lateral viscosity variations for them. It illustrates that, as our colleagues using these models, we need to make *ad hoc* choices to scale the time when models do not produce plate-like behavior. A more consistent way would be to do as Bower *et al.* [2013], but this would requires serious developments where our purpose is to make use of plate-like behavior.

Initial conditions

Starting conditions for convection reconstruction models is an extremely complicated issue. Indeed, plate reconstructions themselves are more uncertain as deeper time is consi-

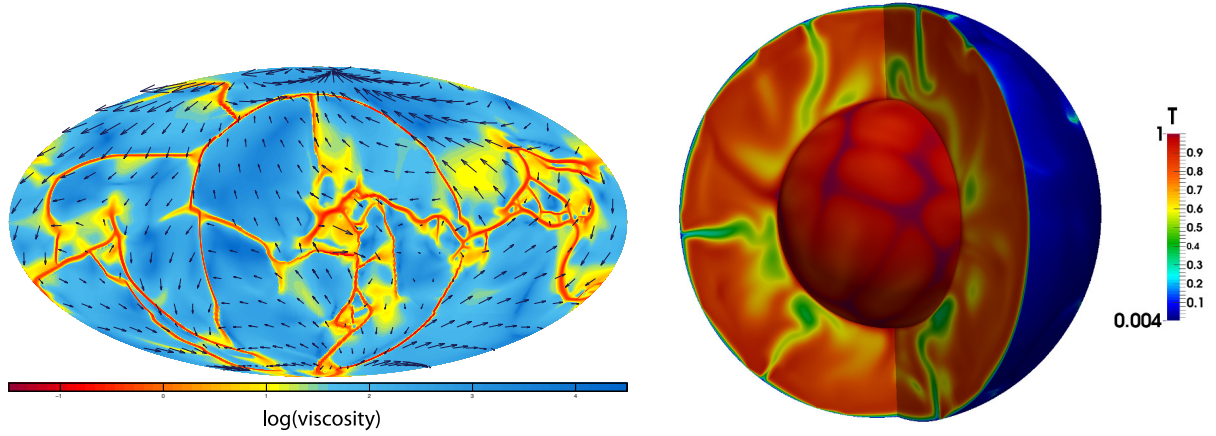


FIGURE 3.10: *Snapshot of a free convection solution (no imposed plate motion) featuring pseudo-plastic rheology corresponding to parameterization of model E. (left) Surface viscosity, non dimensional. (right) Snapshot of 3D temperature field (non dimensional).*

dered, so for convection it is even more difficult to generate a full 3D temperature field without information. The best method is to use some sort of variational data-assimilation method, which is an inverse methodology to recover initial conditions that would minimise the difference between synthetic data and "observations". [Bunge et al. \[2003\]](#) and [Liu et al. \[2008\]](#) have developed variational data assimilation codes in which a present-day 3D spherical temperature field derived from a tomographic model is the data to match.

The most common method is to start from a controlled state with a priori information. The difficulty with such method is that errors in initial conditions grow with time since mantle convection is intrinsically chaotic. Hence, dynamic features could result from small a priori errors [[Bello et al., 2014](#)], leading to different deep mantle structures [[McNamara and Zhong, 2005](#)]. Although we employ this methodology here, we evaluate the potential error growth in the discussion section. We first run the convection model for several billions of years without imposing surface velocities. From this calculation, we compute a 1D temperature profile averaging solutions which are at statistically steady-state (see Fig. 3.9). Starting from this radial temperature model, we then impose for 1 transit time the older plate reconstruction (200Ma) to develop a thermal structure in the upper boundary layer, and obtain the initial conditions. This solution is no better than any other, except we start from a 1D thermal structure developed naturally from the convection model, hence consistent with the set of parameters we use. As for scaling with v_{rms}^{model} , this was not possible in previous studies. For our models with 10^2 and 10^3 lateral viscosity variations, we employ the 1D

temperature profile of our model with pseudo-plasticity and 10^5 lateral viscosity variations.

3.3.3 Results

We compared the reconstructions obtained by five models differing only by the dependence of their rheology on temperature and stress. We assessed the effects of the temperature dependence by varying the activation energy in the viscosity law Eq. (3.7), and the effects of the stress dependence by introducing pseudo-plasticity following Eq. (3.9). In the first three models, referred to as A, B and C, viscosity is only temperature and depth-dependent. The viscosity contrast, i.e. the range of viscosity variations over the range of temperature, is increased from 10^2 (A) to 10^5 (C). In a free convective regime, these models produce a sluggish to stagnant lid convection mode [Solomatov, 1995], in which the surface is almost immobile relative to the interior. Pseudo plasticity, which can generate a self consistent plate tectonic behavior, is introduced in models D and E. The viscosity contrast is increased from 10^5 (D) to 10^6 (E). Common parameters for these five models are summarized table 3.1. The viscosity law is defined so that the value of the viscosity being 1 is maintained at the base of the mantle for $T=1$. This implies that the increase in the viscosity contrast will increase the viscosity of the cold material while keeping the viscosity of the rest constant throughout the whole set of calculations. Thus, we here study the characteristics of the reconstructed slabs.

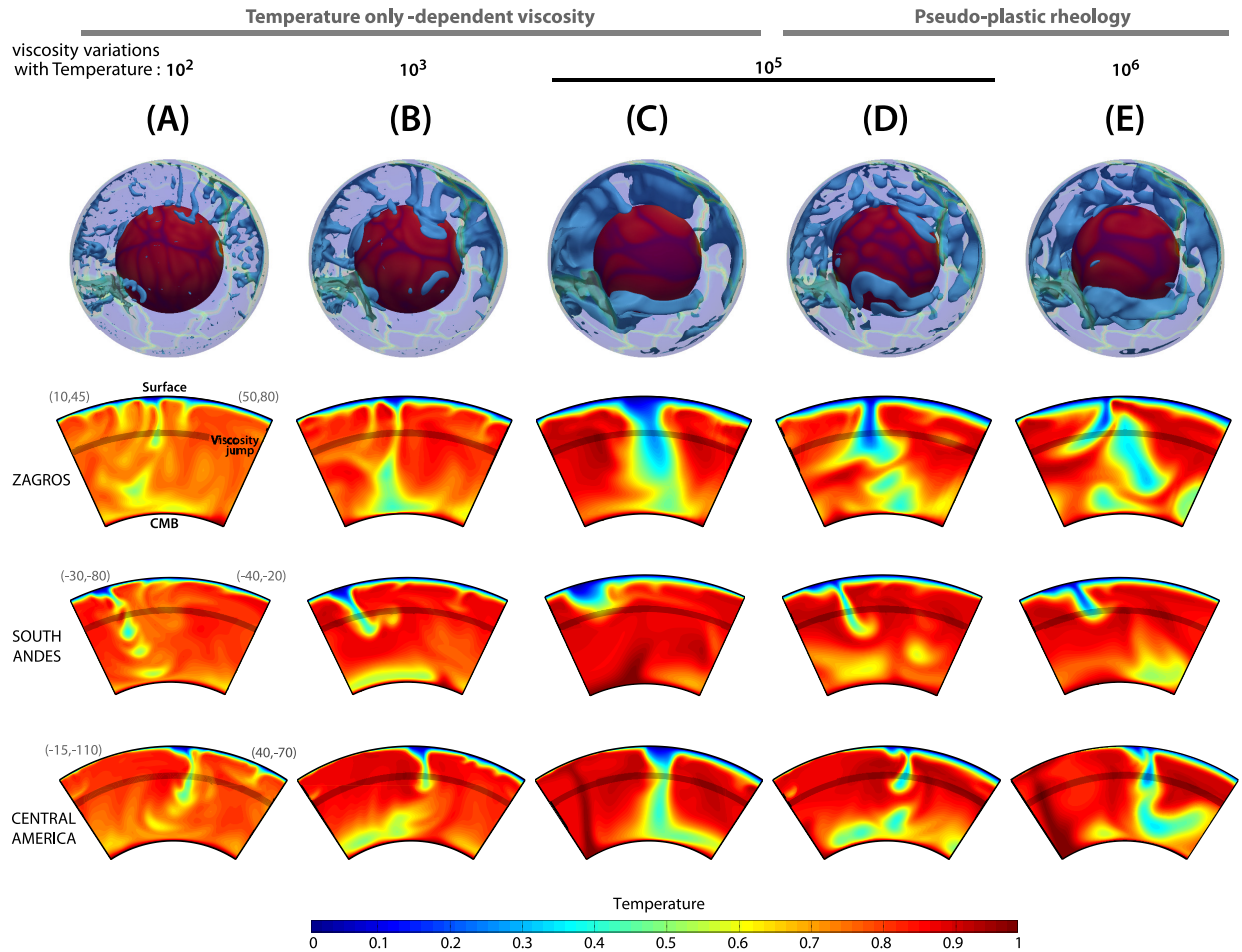


FIGURE 3.11: Temperature cross sections in our modes (see Fig. 3.12). First line is a 3D view of the contour of the cold isotherme $T=0.55$ between the base of the lithosphere and core-mantle boundary, seen from above the Pacific, North up. Second line is a cross section of the models beneath Zagros (Arabian/Eurasian plates). Latitudes and longitudes of the extremities of the cross sections are mentioned. Third line is a cross section beneath the south of the Andes subduction zones (Nazca/South American plates). The last line is a cross section beneath Central America (Coco/North American plates). Temperature is non dimensional.

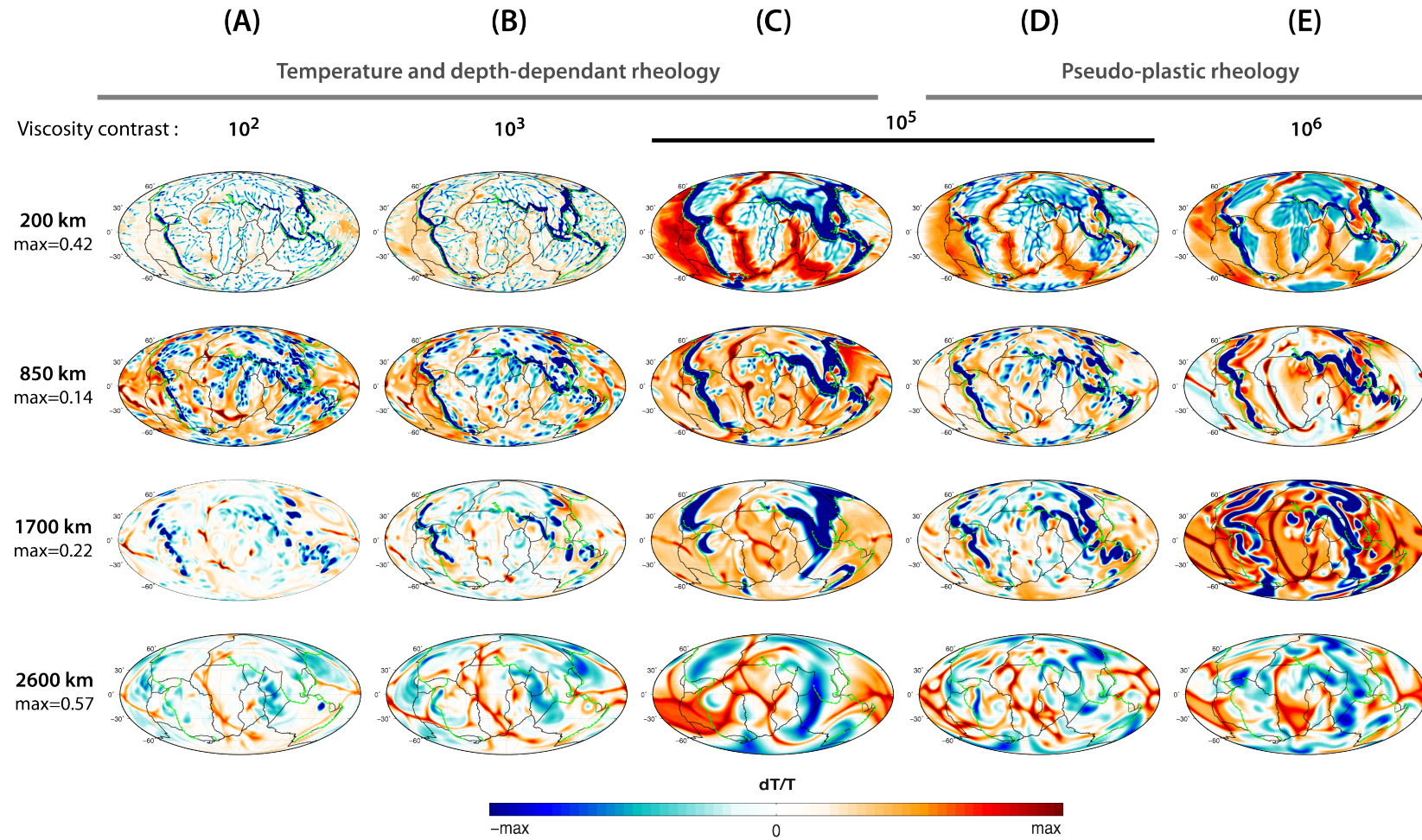


FIGURE 3.12: 2D maps of relative temperature variations at different depths in the reconstructed temperature fields (see text) of five models featuring the following rheologies : (A) temperature and depth dependent viscosity with a maximum 10^2 viscosity variations with temperature, (B) same as (A) with a maximum 10^3 viscosity variations with temperature, (C) same as (A) with a maximum 10^5 viscosity variations with temperature, (D) temperature and depth dependent viscosity and pseudo-plasticity with a maximum 10^5 viscosity variations with temperature, (E) same as (D) with a maximum 10^6 viscosity variations with temperature. Temperature variations are normalized to the mean temperature at each depth. The extrema of the colormap are adapted to each depth in order to maximise the contrast. Present day plate boundaries are represented in black, with convergent zones in green.

Thickness and lateral continuity of the slabs

The viscosity of the cold material is enhanced when the range of viscosity variations with temperature is extended. Hence, slab stiffness increases with viscosity contrast. We first studied how this stiffness shapes the slabs in models with viscosity only temperature and depth-dependent. When the viscosity contrast is limited to 10^2 , slabs have the shape of drops that dribble through the mantle (Fig. 3.11 model A). There is no continuity in the slabs along the subduction zones : the cold downwellings form juxtaposed drops aligned along the subduction zones, particularly noticeable at depth 850 and 1700 km (Fig. 3.12). Increasing the range of lateral viscosity variations makes the dribbles evolve to larger trickles or columns (model B), often continuous from the surface to the lower mantle (see 3D snapshots Fig. 3.11), but remaining laterally discontinuous (Fig. 3.12). Long and linear sheets appear only when the viscosity contrast is extended to 10^5 (model C). In this model, the thickness of the slabs is considerable, especially around the Asian and Eurasian subduction zones, under which they form a large cold aggregate (Fig. 3.12). The evolution from thin drips to thick slabs is well illustrated by the reconstructed thermal fields of model A, B and C in the Zagros subduction zone (Fig. 3.11).

In models with large viscosity contrasts ($\leq 10^5$), introducing a pseudo plastic rheology produces thinner slabs. Indeed, during the reconstruction, stresses localize at plate boundaries, focussing the deformation in narrow zones which thinness imposes the morphology of the downwelling. This effect of pseudo plastic rheology on slab morphology is flaunting when comparing the reconstructed thermal structures of models C and D in the South Andes subduction zone (Fig. 3.11). C and D have the same viscosity contrast (10^5), scaling and initial conditions, but model D has also pseudo-plastic yielding. Although thinner in the upper mantle, reconstructed slabs remain laterally continuous and planar as seen in the 3D contour Fig. 3.11. The thickness of the slabs in model D is comparable to model A-B but the lateral continuity of the slabs in model D is still preserved at 1700km depth, contrary to model A (Fig. 3.12).

Vertical coherence of the slabs

As the viscosity contrast increases, slabs are stiffer, improving vertical cohesion. In model A, the cold dribbles form clearly discontinuous downwellings, whereas in model B, some of the trickles sink continuously through the whole mantle (Fig. 3.11). At higher viscosity

contrasts, the considerable thickness of the slabs frequently remedies slab detachment, often produced because the trench moves away from where the downwelling previously started to sink vertically. This behavior is particularly visible in Central America here, where the slab in model C is the only one still attached to the paleosubducted slab (Fig. 3.11). The presence of thick cold slabs deep into the mantle causes the large temperature contrast in the 1700 km depth map for model E. At this depth there is very little locations where temperature is equal to the mean, hence plumes and slabs are largely represented.

The pseudo-plastic rheology often causes the slabs to break off before reaching the base of the mantle, as seen beneath Zagros and Central America in our models for instance (Fig. 3.11). The lateral coherence of the slabs is preserved as they sink into the mantle, forming long planar downwellings, but most of the slabs in model D and model E, eventually detach from the surface. Progressive changes in orientation of surface velocities and migration of plate boundaries amplify the stresses applied at subduction zones, which causes a viscosity reduction in the lithosphere facilitating slab detachment.

Location of slab dip

Pseudo-plastic rheology also affects the location where slabs effectively start to sink through the mantle. The reconstructed slabs in models A to C dip into the mantle at the exact location of the plate boundary (Fig 3.12 at 200 and 850km). However, when using a pseudo plastic rheology, the slab dip can be distant from the boundary. A closer look at the Central and South American subduction zones shows that the slabs in models D and E are sinking eastward from the plate boundary (Fig 3.12). In the vertical section beneath the South Andes (Fig. 3.11) the slab is flat before it starts to sink through the mantle in models D and E. Flat subduction is also observed in model E beneath North America, the location of slab sinking being far Eastern than the trench as in models A, B and C especially (Fig 3.12, 200km).

In this area, trench retreat is fast [*Müller et al., 2008; Funiciello et al., 2008*], which causes the plate boundary to be moved westward. When a simple temperature and depth-dependent rheology is employed, the surface velocities drag the entire stiff lithosphere and the limit between two converging plates determines the location of the slab descent (Fig. 3.11). With pseudo-plasticity, high stresses caused by surface velocity gradients or slab drag generate a drop in viscosity within the plate boundary region. The low viscosity regions produce

shear zones that can decouple slab motion from surface motion. Hence, the imposed surface velocities do not necessarily impose the location of the sinking of the slab. The combination of fast trench motion and a low viscosity channel is known to produce flat subduction [*Manea and Gurnis, 2007*]. When trench retreat is too fast, the sinking slab detaches and a new subduction starts closer to the plate boundary (Central America in model D and model E, see Fig. 3.11).

Upwellings and small scale convection

Small scale convection is present in the uppermost part of the mantle, particularly in the models with small temperature dependence of viscosity. At the base of the lithosphere of models A and B, the lateral temperature variations due to secondary convection form a network of very sharp and thin cold thermal structures (Fig. 3.12 at 200km and Fig. 3.11). Increasing the viscosity contrast leads to stiffer, thicker and more stable lithosphere, which only destabilizes far from the spreading ridges, long after its formation.

Hot plumes coming from the base have similar size in the five model but display a variety of distributions while rising through the mantle. Rising hot material form long linear sheets at the base of the mantle, surrounded by cold material, and breaking into plume-like structures as they leave the core-mantle boundary (Fig. 3.12). The cold downwellings, located beneath the subduction zones, control the location of rising hot material, leading to a similar distribution in the lower mantle for the five models : warm upwellings gather underneath central Atlantic, Africa and below the central Pacific.

3.3.4 Discussion

Understanding the role of rheology in the morphology of the convective structures is crucial, as it is a key ingredient for convection modeling. We have investigated the effects of temperature dependance of viscosity and pseudo-plasticity by making a comparative study of thermal fields reconstructed with toy models featuring a pseudo-plastic or depth and temperature-dependent rheology, and imposed surface velocities taken from *Seton et al. [2012]*. The models presented here have lower convection vigor than Earth, the Rayleigh number being lower by a factor of 10-50, and other parameters are simplified (no compressibility, no material properties computed as a function of mineralogical assemblage, no free

surface, no continental lithosphere). Hence, it is not our goal to use them as realistic reconstructions of convection for the Earth mostly because the boundary layer and convective structure are thicker than what is expected by a factor of about 2. Stepping up our models to a level it could be used for reconstruction is still ahead of our computational capabilities yet.

Pseudo-plasticity with strong temperature-dependence viscosity improves convection reconstructions

Although our models are toy models, they show how slab morphology is dependent on rheological parameters. Models employing a rheology only depth and temperature-dependent are not able to generate long and planar downwellings for a viscosity contrast lower than 10^5 . These models favor downwellings that form soft drips. For a viscosity contrast of 10^5 , the thickness of the slabs is excessive, especially close to the trench. For these reasons, [Bower et al. \[2013\]](#) have developed a strategy to impose slab thermal structure to ensure coherent slabs sinking in the lower mantle.

Employing pseudo-plasticity with enhanced temperature dependence of viscosity makes fundamental differences. First, because such rheology produces naturally a plate-like behavior, imposing properly scaled plate velocities as boundary conditions on the convection model becomes possible. When models with temperature dependent viscosity alone are used, there is no direct way to ensure that imposed scaled plate velocities are too fast or too slow, leading to unnatural convective structures. This difficulty in prior models has been overcome only by [Bower et al. \[2013\]](#), who impose at each step a thermal structure of the slabs in the first 350km to obtain buoyancy fluxes consistent with plate kinematics. Such effort is necessary when pseudo-plasticity is not used. The trade-off of this method is that the thermal structure is more imposed than naturally arising, as it can be with convection models with pseudo-plasticity.

Using pseudo-plasticity leads also to a more appropriate morphology of slabs (thin close to the trench, laterally and vertically continuous), but with a tendency to detach. Moreover, the visco-plasticity allows shearing over short distances close to the trench, producing flat subduction in regions of rapid trench retreat, like in the Andes, where flat subduction is observed [[Fukao et al., 2001](#); [Fukao and Obayashi, 2013](#)]. Such behavior is similar to that of models of subduction with fast trench motion and a low viscosity zone close to the surface

[*Manea and Gurnis, 2007*]. It suggests fast motion of the overriding plate is a major factor for flat subduction as proposed earlier by *Cross and Pilger [1982]*.

We observe a tendency to flat slab on the western margin of North, Central and South America. However, it is not enough to explain the position of the slab at depth identified in seismic tomography and reconstructed in convection models imposing a specific geometry of subduction [*Bunge and Grand, 2000; Liu et al., 2008*]. Indeed, the shape of slabs in our most sophisticated model (model E) is still far from being realistic enough. We do not unambiguously observe slabs lying above the more viscous lower mantle as it is the case in regional tomographic models [*Li and van der Hilst, 2010; Fukao and Obayashi, 2013*]. Increasing the convection vigor, rheological description of the slab and improving the description of variable material properties, like phase changes [*Yanagisawa et al., 2010*] can certainly help. Also, a continuous model of surface kinematics [*Bercovici and Wessel, 1994*] would be more consistent with the pseudo-plastic behavior than the discontinuous plate kinematics. As a matter of fact, imposing plate models pushes towards higher stresses and more localized shear zones than naturally occurring in free convection with plate-like behavior using our parameters.

Estimation of uncertainties coming from rheology, initial conditions and plate reconstructions

The extreme variability in slab thickness, stiffness, lateral and vertical continuity, and location of dip when rheological parameters are varied implies uncertainties in convection reconstructions are large. To quantitatively evaluate this issue, we computed the global average error on the temperature field between all the models and model D following the method of *Bello et al. [2014]*. Because uncertainties in convection reconstructions come also from initial conditions, we computed a convection reconstruction identical to model D but we introduced in the initial temperature field a random error of magnitude 5% of the local temperature as in *Bello et al. [2014]*, before we impose for 1 transit time the older plate reconstruction. To assess the errors introduced by uncertainties in plate kinematics, we also computed a model differing from model D only because imposed surface velocities are taken from *Shephard et al. [2013]* instead of *Seton et al. [2012]*. The resulting errors are summarized in Table 3.2.

The global error produced by an uncertainty in rheological parameters is very large here,

TABLE 3.2: *Error on the temperature field between model D and other models*

Model	A	B	C	E	Random error on initial temperature field	Velocities from <i>Shephard et al.</i> [2014]
Final Error	0.1662	0.1191	0.1229	0.1196	0.0415	0.0672

since it reaches values similar to the maximum global error between two uncorrelated states of a convection model [*Bello et al.*, 2014]. Uncertainties in the rheology produces boundary layer and instabilities of different thickness and morphology. This error is about twice larger than that obtained for a model driven by two distinct models of plate kinematics. The kinematic model of *Shephard et al.* [2013] has significant differences with that of *Seton et al.* [2012] around the Arctic region. *Shephard et al.* [2014] provide a more detailed study of these differences. Other authors have already made such analysis of the impact of uncertainties in plate kinematics on convection reconstructions and we refer to their work [*Zhong et al.*, 2000; *Bunge and Grand*, 2000; *Butterworth et al.*, 2014]. As state by *McNamara and Zhong* [2005], uncertainties in initial conditions modify the global structure of the flow. However, the error produced by perturbing our initial conditions decreases from 5% to less than 1% after we impose the older plate reconstruction for 1 transit time, and only grow up to 4.2% in the final state. Thus, uncertainties on initial conditions produce errors similar to those obtained by uncertainties in plate kinematics but smaller than those due to uncertainty on the rheology.

3.3.5 Conclusions

Using toy models (convection models not designed for direct interpretation of 3D mantle structure but for a comparative analysis), we have shown that the temperature-dependence of viscosity is crucial to model the morphology of slabs, as long as it is combined with pseudo-plasticity or a way to model strain-rate weakening in tectonically active regions. The choice of rheology dictates slab lateral and vertical continuity, and the way it sinks. Therefore, large differences are observed in the reconstructed thermal fields between models with small and large viscosity variations caused by temperature and stress. Such difference is more important than the difference produced by changing the plate reconstruction model, or initial conditions.

Using pseudo-plasticity in convection models is a leap forward for convection recons-

tructions, because it allows a consistent scaling of surface motions and initial boundary layer thicknesses, which was not possible before. In addition, pseudo-plasticity produces flat slabs when trench retreat is fast, as observed on the western boundary of North and South American continents. However, even our most advanced model leads to unsatisfactory slab geometry, since stagnant slabs are not observed yet for instance.

Nonetheless, previous reconstructions have shown reasonable agreement with global tomographic images of the mantle [*Bunge, 1998; McNamara and Zhong, 2005; Shephard et al., 2014*]. Because of the sparse distribution of seismic sources and receivers along with damping in the inverse methodologies, tomographic images represent a filtered view of actual mantle structures. Hence, we expect a tomographic filtering of our reconstructions to attenuate the discrepancies between the models. In particular, the small scale structures, as secondary convection and thin sheet-like upwellings at the base of the mantle, will not be visible [*Bull et al., 2009*]. We expect the poor lateral and vertical continuity of the downwellings we described in models with low viscosity contrast to be smoothed, leading to an artificial coherence even for dribbly slabs. Hence, refining the structure of sinking slabs with denser seismic networks or/and waveform modelling may provide datasets that could be distinguish more clearly between parameterizations of mantle convection reconstructions.

3.4 Evaluation des erreurs liées à la rhéologie

3.4.1 Evolution de l'erreur dans les reconstructions

Dans la continuité du travail sur l'horizon de prédiction, nous avons voulu observer l'évolution de l'erreur entre les modèles au cours du temps. Le modèle D (Fig. 3.12 et 3.11), présentant une rhéologie pseudo plastique et un contraste de viscosité de 10^5 , a été choisi comme référence. A titre de comparaison, nous avons également réalisé deux expériences jumelles de la reconstruction du modèle D :

- (1) une reconstruction réalisée à partir d'un champ de température initial perturbé par un bruit blanc d'amplitude 5% (modèle F),
- (2) une reconstruction réalisée en imposant en surface la reconstruction tectonique de *Shephard et al.* [2013] et non celle de *Seton et al.* [2012] (modèle G).

L'évolution temporelle de l'erreur est présentée Fig 3.13.

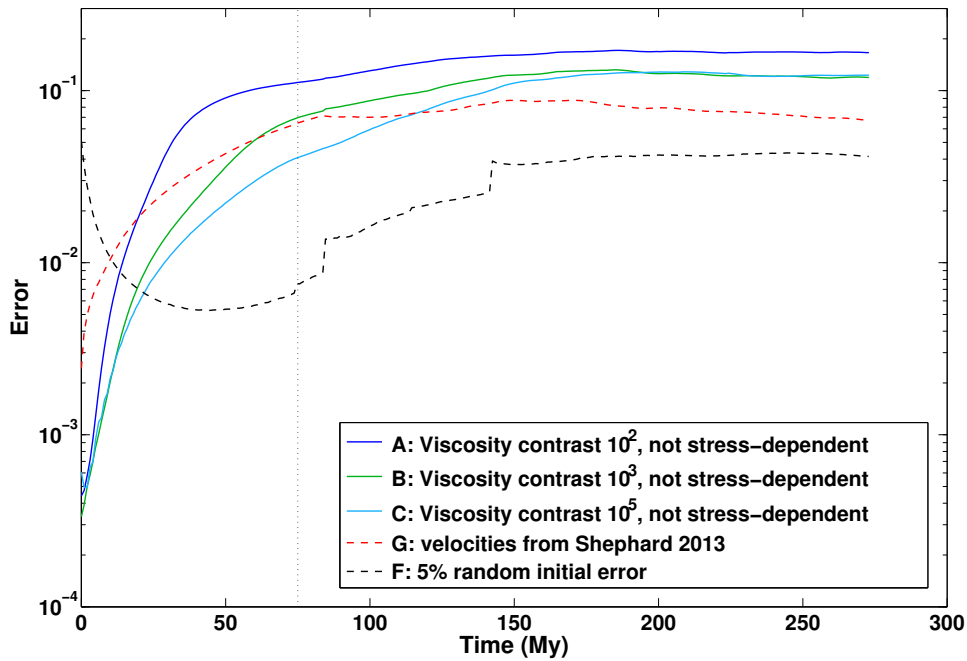


FIGURE 3.13: Evolution des erreurs entre le champ de température du modèle D et celui des modèles A, B, C et E (Fig. 3.12 et 3.11). Sont également tracées les erreurs sur le champ de température générées par l'introduction d'une perturbation de température d'amplitude 5% dans l'état initial, et par l'utilisation des vitesses reconstruites par *Shephard et al.* [2013].

Lorsque les limites de plaques et les vitesses imposées sont différentes mais que l'ensemble des paramètres rhéologiques reste inchangé (courbe rouge Fig 3.13), c'est la position des plaques plongeantes qui détermine l'erreur. La différence entre le champ de température reconstruit par le modèle D et celui reconstruit par le modèle G est donc grande dès le début l'initialisation. Elle sature ensuite à une valeur inférieure aux erreurs générées par les changements dans la rhéologie. Pour tous les modèles, la valeur de saturation de l'erreur est autour de 0.1, ce qui est cohérent avec l'étude du temps de Lyapunov présentée au chapitre 2. Cette valeur correspond à une erreur moyenne de ~ 150 K entre les champs de température.

Dès la fin des 75 millions d'années permettant de créer l'état initial pour la reconstruction, l'erreur entre les modèles de rhéologies différentes a quasiment atteint la saturation. Nous avons vu que la morphologie des courants descendants varie selon les modèles : plaques dans les modèles C, D et E, gouttes ou colonnes dans les modèles A et B. Au cours de la première phase de la reconstruction, les courants descendants se mettent en place, avec leur morphologie respective, ce qui fait croître l'erreur. De plus, en 75 millions d'années, les premiers panaches remontent depuis la limite manteau-noyau. Leur localisation diffère d'un modèle à l'autre (Fig. 3.12) ce qui amplifie l'erreur entre les champs de température. Ainsi, l'état initial créé pour chacune de ces reconstructions est très différent d'un modèle à l'autre, car les structures convectives qui le composent présentent déjà les caractéristiques propres à chaque modèle. Cette démarche garantit un état initial dont la structure est cohérente avec le modèle et avec les vitesses de la plus ancienne reconstruction tectonique.

Au cours de la reconstruction (de 75 à 275 millions d'années), l'erreur, déjà saturée n'évolue plus. Dans le modèle F, jumeau du modèle D, l'erreur décroît initialement et semble ensuite être limitée au cours de la reconstruction. En effet, l'étude de l'horizon de prédiction présentée chapitre 2 montre que la position et la forme des zones de faible viscosité en surface (convergentes ou divergentes) diffèrent entre le modèle de référence et le modèle perturbé, lorsque l'erreur devient importante (Fig. 2.7). Au cours des reconstructions, les frontières des plaques sont imposées en surface ce qui limiterait la divergence entre les modèles. Une étude approfondie du temps de Lyapunov des modèles forcés par des vitesses en surface serait nécessaire pour tester cette hypothèse. En particulier, l'erreur est ici calculée de façon globale sur le champ de température, et une évaluation de l'erreur obtenue uniquement sur la reconstruction des slabs pourrait être plus pertinente.

3.4.2 Filtre tomographique

Nous avons vu que la morphologie et la dynamique des structures thermiques reconstruites est extrêmement dépendante du choix des paramètres rhéologiques pour décrire le manteau terrestre. En particulier, les modèles géodynamiques utilisant une viscosité ne dépendant pas des contraintes et très peu de la température ne génèrent pas de plaques plongeantes planes et cohérentes. Pourtant ce type de rhéologies a été utilisé avec succès pour produire des structures comparables aux images issues des modèles tomographiques [*Bunge and Grand, 2000; McNamara and Zhong, 2005; Zhang et al., 2010; Butterworth et al., 2014; Shephard et al., 2014*]. A cause de l'atténuation liée à l'anisotropie du manteau terrestre, de l'inégale répartition des séismes et des stations sismiques à la surface de la Terre, et des incertitudes sur les modèles inverses, la tomographie sismique donne une image filtrée des structures convectives réellement présentes. Le filtrage des données issues des modèles géodynamiques atténue donc en partie les hétérogénéités de températures et les structures à petites échelles [*Ritsema et al., 2007; Schuberth et al., 2009; Bull et al., 2010; Davies et al., 2012*]. Nous avons voulu réévaluer la différence entre cinq modèles présentés dans l'article précédent après application d'un filtre sismique. La conversion des températures en vitesses sismiques d'ondes S a été réalisée selon la méthode développée par *Deschamps et al. [2012]*. Puis ce champ de vitesses a été moyenné pour correspondre à la paramétrisation spatiale du modèle A SAVANI [*Auer et al., 2014*]. Un filtre sismique correspondant à ce modèle a été appliqué ensuite sur les cinq modèles pour simuler la résolution des données terrestres et tenir compte des incertitudes du modèle inverse. Les anomalies de vitesse sont ici uniquement liées aux anomalies de température. Les cartes d'anomalies de vitesses des ondes S sont présentées figure 3.14 à différentes profondeurs et pour les cinq modèles.

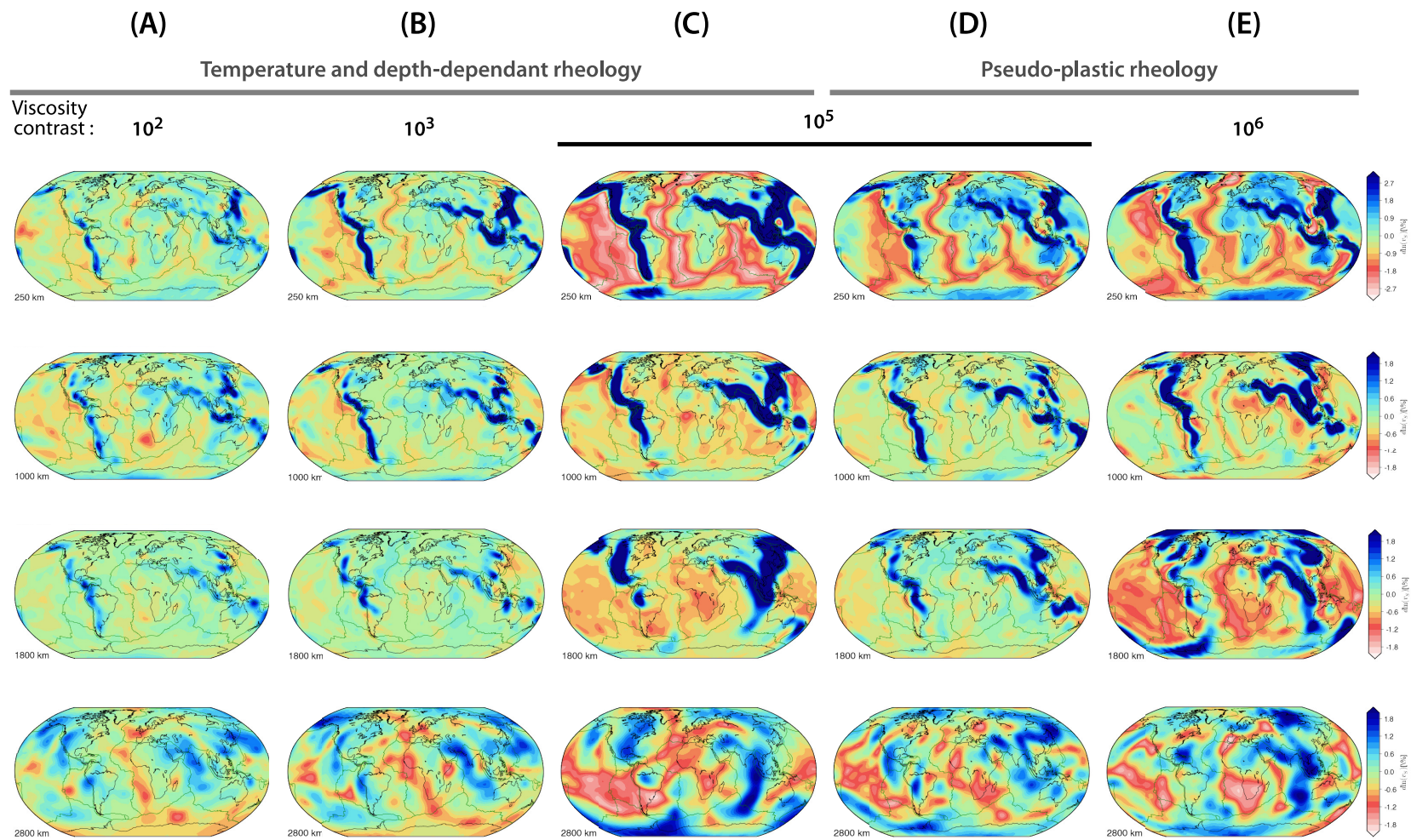


FIGURE 3.14: Cartes des anomalies de vitesses obtenues par filtrage tomographique des modèles géodynamiques présentés Fig. 3.12.

Une fois le filtre tomographique appliqué, la convection secondaire à petite échelle à la base de la lithosphère n'est plus visible dans les coupes à 200km de profondeur (Fig. 3.14). La forme en gouttes des courants froids, propre aux modèles à faible contraste de viscosité (profondeurs ≥ 800 km Fig. 3.12), ne peut plus être distinguée dans les anomalies de vitesse. Ainsi, les anomalies positives de vitesse dans les modèles A et B ont une morphologie comparable à celle des modèles D et E, alors que les anomalies de température correspondantes sont très différentes dans les modèles géodynamiques (Fig. 3.11). De même, dans le manteau profond les structures à petite échelle sont atténuées et la différence entre les modèles plus faibles. Cet effet d'un filtre tomographique sur les structures dans le manteau profond a été mis en évidence par *Bull et al.* [2009, 2010]. Son étude montre qu'à la limite manteau-noyau, la structure fine des panaches est atténuée par le filtrage. Les anomalies de vitesses d'ondes S créées par les amas de panaches et celles créées par la présence de piles denses de composition différente génèrent des structures semblables dans le manteau profond. Il devient alors difficile de déterminer quels modèles s'accordent le mieux avec les modèles de tomographie terrestre.

Ce travail est le sujet d'une collaboration en cours avec Ludwig Auer de l'ETH Zurich. L'absence d'un champ chimique dans nos modèles ne nous permet pas d'explorer l'ensemble des scénarii d'évolution des structures convectives du manteau profond. L'introduction d'une couche dense à la base du manteau est envisagée dans un modèle du type E, associée à une étude des anomalies de vitesses d'ondes P.

Chapitre 4

Conclusions, discussion et perspectives

4.1 Prédiction des structures convectives

La prédiction des structures convectives du manteau terrestre représente un défi en géodynamique depuis les premières hétérogénéités sismiques ont été détectées dans les années 1970 [*Jordan, 1975; Dziewonski et al., 1977*]. Les modèles développés depuis les travaux *Gurnis [1998]* et *Bunge [1998]*, consistent à imposer les vitesses et les frontières de plaques issues des reconstructions tectoniques en surface de modèles de convection mantellique en trois dimensions. Ces stratégies de reconstruction sont confrontées à trois difficultés : (1) estimer correctement des conditions initiales, (2) créer un modèle de convection en accord avec les propriétés thermomécaniques du manteau terrestre, (3) et obtenir des reconstructions tectoniques fiable et précises, sur la période de temps la plus longue possible. Le travail réalisé au cours de cette thèse a permis d'étudier l'influence de ces points clés sur la qualité des reconstructions et de proposer un nouveau cadre pour les reconstructions.

Au delà de 200 millions d'années dans le passé, la précision des reconstructions tectoniques se dégrade fortement car la totalité de la lithosphère océanique présente à cette époque a subducté. L'état thermique du manteau terrestre il y a 200 millions d'années n'est pas connu et les reconstructions de la convection doivent se contenter de commencer à partir d'une estimation de cet état. Or la convection est un phénomène chaotique [*Stewart and Turcotte, 1989*] et la prédiction de la structure thermique du manteau est donc très sensible aux conditions initiales. En effet, nous avons montré au chapitre 2 que les erreurs sur le champ de température grandissent exponentiellement avec le temps selon l'exposant de

Lyapunov. La valeur de cet exposant dépend de la rhéologie du modèle et de la vigueur de la convection, mais pas de l'erreur initiale. Le temps de Lyapunov, inverse de l'exposant du même nom, atteint 136 ± 13 millions d'années pour notre modèle le plus optimiste, comportant une rhéologie pseudo-plastique, des continents et un nombre de Rayleigh de 10^6 . Cette valeur suggère qu'une erreur de 5% sur les conditions initiales limite l'horizon de prédiction à 95 millions d'années. La valeur du temps de Lyapunov apporte également des informations cruciales pour l'assimilation de données. En assimilation de données séquentielle notamment, le temps entre deux observations doit être inférieur au temps de Lyapunov pour que les corrections de chaque analyse ne soient pas compensées par l'évolution exponentielle des erreurs. L'horizon de prédiction est ici calculée sur le champ de température global de nos modèles et pour des erreurs infinitésimales. L'étude de l'évolution de l'erreur en fonction de la longueur d'onde ou l'utilisation des exposants de Lyapunov des erreurs finies (section 2.3.2) permettrait d'estimer l'erreur réalisée sur la prédiction des structures de grande étendue spatiale évoluant sur de grandes échelles de temps, qui devrait être plus faible [Boffetta *et al.*, 1998].

D'autre part, une description réaliste et précise des propriétés physiques du manteau est impossible à réaliser. Les propriétés rhéologiques du manteau sont fondamentales dans la reconstitution des structures thermiques car elles définissent la réaction des matériaux aux contraintes et à la température. Pourtant l'impact de la rhéologie sur la qualité des reconstructions n'a encore jamais été étudié plus avant. A l'aide de modèles de reconstruction utilisant des rhéologies différentes, nous avons comparé les structures thermiques prédites (chapitre 3). La morphologie des plaques plongeantes dépend fortement des variations de la viscosité avec la température. Lorsque ces variations sont faibles, la largeur et la continuité latérale et verticale des slabs se dégrade. Une rhéologie pseudo-plastique améliore la cohérence latérale des slabs, et contrôle également la position et la forme de la subduction en particulier dans les zones où le retrait de la fosse est rapide. Ces variations importantes dans la morphologie et la position des structures thermiques reconstruites rendent compte de larges incertitudes sur les reconstructions géodynamiques.

Enfin, l'impact des reconstructions tectoniques sur la structure convective a été étudié dans le but d'améliorer la description cinématique de la surface terrestre. En comparant la morphologie et/ou la position des slabs reconstruits et des slabs imagés par la tomographie sismique du manteau, Bunge and Grand [2000], et plus récemment Shephard *et al.* [2014] et Butterworth *et al.* [2014], discutent de la qualité des reconstructions tectoniques

et proposent de nouveaux scénarios pour décrire la cinématique de surface et la dynamique des plaques plongeantes.. *Zhang and Zhong* [2011] évaluent eux l'erreur sur la prédiction de l'état thermique du manteau en comparant les flux de chaleurs reconstruits en surface à l'aide de deux descriptions cinématiques différentes du Pacifique. Nous avons également voulu estimer les erreurs entre les champs de température prédits à l'aide de deux reconstructions tectoniques différentes (*Seton et al.* [2012] et *Shephard et al.* [2013], chapitre 3). La valeur finale est similaire à l'erreur générée par une perturbation de 5% introduite en début de reconstruction, et deux fois plus faible que les erreurs liées au choix des paramètres rhéologiques.

Pour minimiser ces incertitudes sur les reconstructions du champ de température, le développement de méthodes inverses serait une solution adaptée. En particulier, l'assimilation de données variationnelle permettrait de retrouver les conditions initiales avec une incertitude minimale, mais également d'accéder aux propriétés rhéologiques compatibles avec l'évolution des structures convectives jusqu'à l'état actuel du manteau terrestre.

4.2 Géométrie des zones de subduction

Nous avons proposé un ensemble de paramètres rhéologiques permettant de générer en 3D, à l'aide du code StagYY [*Tackley*, 2008], un régime convectif présentant en surface une tectonique de plaques auto-cohérente (chapitre 1). Cette tectonique comporte certaines caractéristiques terrestres telles que des bandes très étroites localisant de la déformation, des zones de cisaillement transformantes, et une composante toroïdale du champ des vitesses proche de la valeur terrestre. Ces caractéristiques sont également obtenues par plusieurs modèles en géométrie 3D sphérique développés ces dix dernières années [*Richards et al.*, 2001; *van Heck and Tackley*, 2008; *Foley and Becker*, 2009; *Yoshida*, 2010]. Jusqu'à présent, les modèles géodynamiques utilisés pour reconstruire le champ de température du manteau terrestre reposaient sur une viscosité ne dépendant pas d'un seuil de contraintes et peu [exemple : *Davies et al.*, 2012] ou pas [*Bunge*, 1998; *Butterworth et al.*, 2014] de la température. Ces rhéologies génèrent une surface stagnante ou molle et l'absence de tectonique de plaques et de champ toroidal rend la cinématique de surface très différente de celle de la Terre (cf. section 1.3.2). L'emploi d'un modèle dont le comportement libre est semblable au premier ordre à celui de la Terre est donc particulièrement pertinent dans le processus

d'intégration des données terrestre. Ainsi, avant d'être imposées, les vitesses issues des reconstructions tectoniques peuvent être mises à l'échelle des vitesses du modèle, en respectant la vigueur de la convection. Employée également en l'absence de tectonique de plaques en surface, l'assimilation de la structure thermique de la lithosphère, est une méthode alternative pour réduire la différence entre l'écoulement imposé par la reconstruction cinématique en surface et l'écoulement dans le manteau supérieur [Bower *et al.*, 2013; Flament *et al.*, 2014; Shephard *et al.*, 2014].

A l'aide du modèle ainsi créé, nous avons montré qu'il est possible de reconstruire des plaques plongeantes ayant une morphologie cohérente en choisissant une rhéologie pseudo plastique et de larges variations de viscosité avec la température ($\geq 10^5$) (chapitre 3). De plus, ces reconstructions nous apportent des indices sur les paramètres rhéologiques contrôlant la dynamique des zones de subductions à l'échelle globale. En particulier, le développement de subductions planes n'est possible que dans les modèles ayant une rhéologie pseudo-plastique. Ces modèles présentent des subductions de morphologies comparables à la Terre, dans les Andes [Gutscher *et al.*, 2000; Martinod *et al.*, 2010], l'ouest de l'Amérique centrale [Pérez-Campos *et al.*, 2008] et de l'Amérique du nord [Sigloch and Mihalynuk, 2013]. Dans cette zone où le retrait de la fosse est rapide, de fortes contraintes sont appliquées sur la lithosphère, ce qui entraîne une diminution de la viscosité, et permet le découplage de la plaque plongeante (Fig. 4.1). Ni la pente de la plaque plongeante, ni la zone de faible viscosité ne sont imposées dans nos modèles, ces caractéristiques se développent naturellement lorsque le retrait de la fosse est rapide. Ces résultats sont en accord avec les modèles analogiques et numériques de subductions plates [exemple : van Hunen *et al.*, 2004; Manea and Gurnis, 2007; Heuret *et al.*, 2007]. Les subductions plates représenterait 10% des zones de subduction sur Terre [Gutscher *et al.*, 2000]. Leur présence est donc une caractéristique importante dans les reconstructions réalisées avec une rhéologie pseudo plastique. Ces zones pourront également faire l'objet de comparaisons des reconstructions avec les données de sismologie et de tomographie à l'échelle locale, lorsque la résolution des modèles le permettra.

L'ensemble des morphologies de slabs décrites pour la Terre n'est cependant pas retrouvé dans nos modèles. Malgré l'implémentation d'un saut de viscosité entre manteau supérieur et manteau inférieur, les reconstructions réalisées n'ont pas permis de reconstituer de plaques stagnant autour de la zone de transition. De telles structures sont observées en tomographie locale, par exemple au sud de l'archipel des Kouriles ou au niveau de l'île japonaise Honshu [Fukao *et al.*, 2001; Obayashi *et al.*, 2006; Li and van der Hilst, 2010; Fukao and Obayashi,

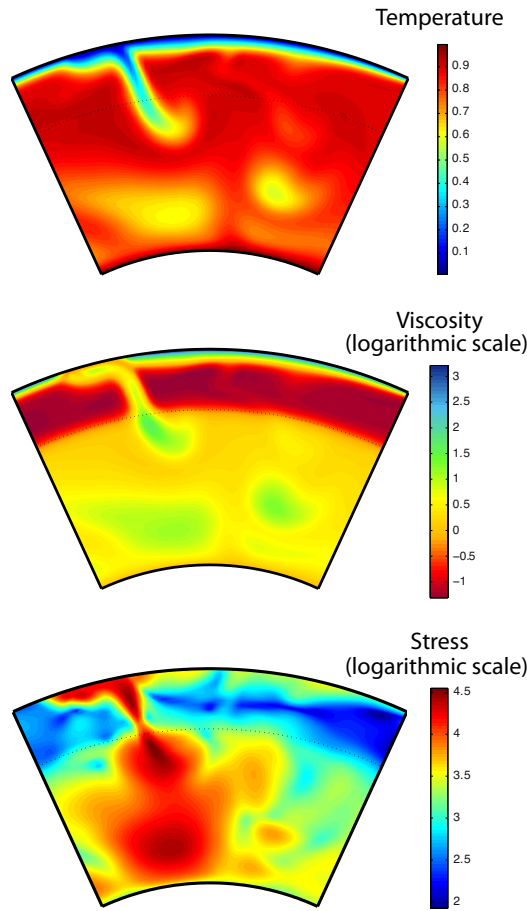


FIGURE 4.1: *Champs de température, viscosité et contraintes sur une coupe au niveau du sud des Andes (latitude -30°) en fin de reconstruction par le modèle D (pseudo plasticité, contraste de viscosité 10^5 , cf. chapitre 3). La limite manteau supérieur/inférieur est représentée en pointillés (augmentation de la viscosité d'un facteur 30). Les valeurs de température, viscosité et contrainte sont sans dimension.*

2013]. Plusieurs hypothèses sont envisagées pour la formation de slabs stagnants, la plus commune étant l'augmentation de la flottabilité de la lithosphère ayant subi des transitions de phases autour de 660 km, ceci associé à une migration rapide de la fosse. Cette hypothèse est soutenue par de nombreuses modélisations numériques utilisant une rhéologie pseudo-plastique en 2D cartésien [exemple : Čížková *et al.*, 2002; Tagawa *et al.*, 2007] et en géométrie 3D sphérique Yanagisawa *et al.* [2010]. Les expériences de laboratoire [Guillou-Frottier *et al.*, 1995] et certaines modélisations numériques en deux dimensions [Torii and Yoshioka, 2007] montrent pourtant que la stagnation des plaques subductées est possible avec une rhéologie pseudo-plastique même en l'absence de changement de phase, lorsque le retrait de la fosse

est rapide et l'augmentation de viscosité dans le manteau inférieur d'un facteur supérieur ou égal à 30. Une légère augmentation du saut de viscosité dans nos modèles pourrait suffire à développer des slabs stagnants au niveau de la zone de transition.

Enfin, nos modèles n'ont pas de surface libre, ce qui ne permet pas de générer la topographie nécessaire à la formation de subductions asymétriques. Dans nos reconstructions l'asymétrie des zones de subduction est liée au forçage en surface. L'utilisation de paramètres permettant le développement libre de subductions asymétriques pourrait améliorer la reconstruction de la géométrie des plaques plongeantes, particulièrement dans les zones de retrait rapide de la fosse comme le suggèrent les travaux de *Crameri and Tackley [2014]* sur le code StagYY. D'une façon générale, nos modèles globaux n'intègrent pas toutes les complexités du système manteau-lithosphère qui permettent aux modèles régionaux de modéliser les zones subductions avec précision [*Gerya et al., 2008; Baitsch-Ghirardello et al., 2014; Husson, 2006*].

4.3 Qualité des modèles de reconstructions

Malgré le caractère terrestre au premier ordre de la tectonique de surface dans les modèles géodynamiques utilisés, de nombreuses complexités n'ont pas été explorées et pourraient permettre d'améliorer le réalisme des structures convectives prédites.

Le nombre de Rayleigh est limité dans cette étude à 10^6 pour les modèles ayant une rhéologie pseudo-plastique et de larges variations latérales de viscosité. La résolution spatiale et la puissance de calcul ont été le facteur limitant la valeur de Ra dans cette étude. En effet, pour de plus grandes valeurs de Ra, les variations latérales de viscosité, la valeur du seuil de plasticité et la résolution spatiale doivent être également mises à l'échelle, et donc augmentées. Un plus grand nombre de Rayleigh amplifie la vigueur de la convection et crée des structures thermiques plus fines (couche limite, plaques plongeantes et panaches plus étroits) [*Shubert et al., 2001*]. Les frontières de plaques imposées en surface lors des reconstructions étant infiniment étroites, un nombre de Rayleigh plus grand permettrait peut être d'améliorer la compatibilité du modèle avec ces conditions aux limites discontinues. La solution la plus pertinente serait d'utiliser une description cinématique continue de la tectonique des plaques [*Bercovici and Wessel, 1994*]. Autrement dit, les reconstructions imposées en surfaces pourraient être lissées pour que les formes et les limites des plaques

imposées en surface soient en conformité avec celles qui se développent naturellement dans les modèles libres. En particulier, les limites de plaques doivent être élargies à une certaine épaisseur sur laquelle la transition d’une plaque à l’autre peut avoir lieu continument.

Nous avons présenté chapitre 3 deux modèles avec une rhéologie pseudo plastique employant un seuil de plasticité de 1.5×10^4 en surface. En augmentant la valeur de ce seuil, sans changer le nombre de Rayleigh, les plaques reconstruites sont plus rigides. Cependant c’est l’étude de la qualité de la tectonique des plaques dans les modèles libres correspondants qui a permis de choisir la valeur du yield stress pour nos modèles les plus proches de la Terre (Fig. 4.2). Ce diagnostic, réalisé en adoptant le point de vue des reconstructions tectoniques terrestres a été développé par Claire Mallard, doctorante au sein de l’équipe AUGURY. En effet, l’étude des modèles à plus forts seuils de plasticité montre une tectonique en surface moins en accord avec la Terre : diminution du nombre de plaques, augmentation de leur surface, frontières non connectées, évolution géométrique lente, jusqu’à obtenir une division en moins de 3 plaques pour des seuils de plasticité supérieurs à 3×10^4 (Fig. B.3 en annexe). Pour les valeurs du seuil de plasticité inférieures ou égales à 1×10^4 , les modèles libres présentent des plaques trop déformables, trop nombreuses et de taille très faible.

La cohérence des plaques au cours de leur descente dans le manteau est un paramètre d’étude important en particulier pour reconstituer le manteau profond. Les slabs produits par les modèles utilisant une rhéologie pseudo-plastique ont tendance à se détacher une fois entrés dans le manteau (Fig 3.11). Une solution serait d’augmenter encore les variations latérales de viscosité pour améliorer la rigidité des slabs. Dans nos modèles, l’augmentation du seuil de plasticité avec la profondeur est fixée à 0.83 MPa.km^{-1} , suivant la loi de *Byerlee* [1978]. La loi de viscosité établie section 1.3.3 fixe ensuite la limite cassant/ductile, en imposant que le volume de la partie ayant un comportement cassant représente 5% du domaine étudié depuis la surface. Or nous avons vu que le nombre de Rayleigh utilisé est plus faible que la terre et l’épaisseur de la couche limite thermique qui correspond à la lithosphère est donc plus grande. Adapter cette valeur de 5% à l’épaisseur réelle de la lithosphère dans nos modèles permettrait de créer des plaques plongeantes plus résistantes. De façon plus générale, la description rhéologique de la lithosphère dans nos modèles reste simple. La qualité des reconstructions gagnerait à prendre en compte certaines complexités telles que la croissance des grains [*Bercovici and Ricard, 2013, 2014*] qui permettrait notamment de résoudre le problème de l’absence de mémoire des zones de faible viscosité dans les rhéologies pseudo-plastiques.

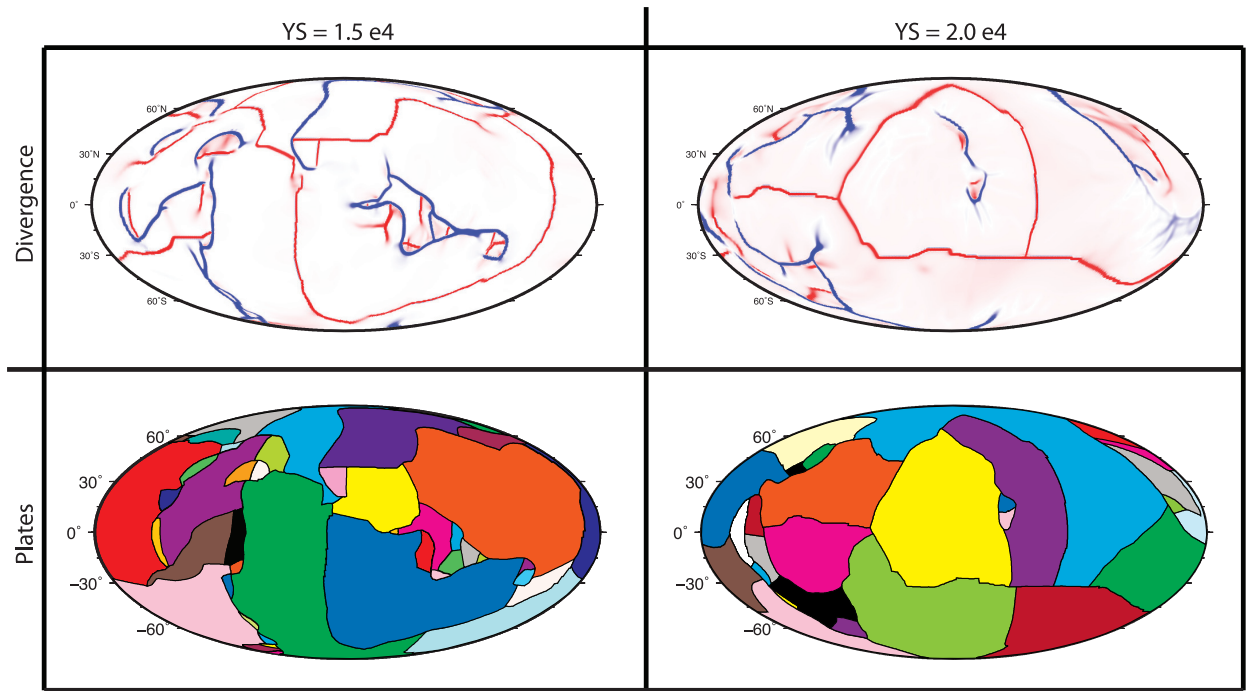


FIGURE 4.2: Influence du seuil de plasticité sur le nombre et la taille des plaques. (haut) Carte des divergences de surface des modèles en convection libre. Les valeurs positives sont en bleu, négatives en rouge. (bas) Carte des plaques tectoniques reconstruites à partir des limites convergentes (subductions) et divergentes (dorsales océaniques) visibles et des limites diffuses retrouvées à partir des discontinuités dans le champs des vitesses et de la carte des âges de la lithosphère. [Claire Mallard, communication personnelle]

Les futures reconstructions devront également intégrer une lithosphère continentale en surface. En effet, la présence de continents pourrait modifier la position et la forme des zones de subduction, notamment en favorisant le développement de subduction planes sous la lithosphère continentale [van Hunen et al., 2004]. Elle contrôle également le développement de la convection secondaire à petite échelle [Doin et al., 1996; King and Ritsema, 2000; Sleep, 2011]. Ainsi, la présence de continents modifie la répartition du flux de chaleur en surface et permet de prédire des âges lithosphériques proches de la Terre [Rolf et al., 2012; Coltice et al., 2012, 2013]. Un problème reste à résoudre : comment créer un état initial qui incorpore les continents ? L'approche utilisée pour créer un état initial dans l'étude présentée consiste à imposer pendant un temps de transit terrestre les vitesses de la plus ancienne reconstruction tectonique. Au cours de cette phase, sous l'effet des contraintes de vitesses en surface, la lithosphère continentale migre lorsqu'elle est libre, ou ne parvient pas à s'équilibrer avec le manteau lorsqu'elle est fixée. Reste la possibilité d'imposer brutalement

les continents dans l'état initial avant la reconstruction. L'assimilation de données est la seule méthode qui permettrait d'insérer les continents de manière cohérente dans le modèle, en reconstituant un champ de température cohérent avec la présence de continents il y a 200 millions d'années.

Enfin, l'intérêt d'intégrer les transitions de phases dans le modèle a été évoqué pour l'étude des slabs stagnants. Associée à la compressibilité elle pourrait également améliorer la reconstruction des structures dans manteau profond. Cette étude fera l'objet de collaborations, en particulier, suite aux travaux de *Nakagawa and Tackley* [2014], l'évolution de la géométrie d'une couche dense de composition distincte à la base du manteau pourra être étudiée à l'aide de reconstructions de la convection mantellique. Les structures convectives ainsi prédites pourront être filtrées en utilisant des modèles sismiques d'ondes P et S (cf. section 3.4.2), pour élaborer une étude comparative plus complète.

Ainsi, l'amélioration de notre stratégie de reconstruction permettrait d'étudier avec plus de précision l'évolution du flux de chaleur à limite manteau noyau, dont le rôle dans la dynamo terrestres est établi [exemple : *Buffett*, 2002; *Aubert et al.*, 2008] et qui pourrait être responsable des inversions de polarité du champ magnétique [*Olson et al.*, 2010].

Réaliser des modèles de reconstructions du manteau terrestre particulièrement performants et réalistes constitue donc non seulement un élément clé dans la compréhension de la dynamique terrestre, mais également le fondement nécessaire au développement de l'assimilation de données en géodynamique.

Annexe A

Chaoticité de la convection à nombre de Prandtl fini

- Equations de Lorenz -

Reprenons le système d'équations de la convection thermique établie au chapitre 2, pour un fluide incompressible, dans l'approximation Boussinesq :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{A.1a})$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \eta \left(\underline{\nabla \mathbf{v}} + (\underline{\nabla \mathbf{v}})^T \right) + \rho \mathbf{g} \quad (\text{A.1b})$$

$$\frac{DT}{Dt} = \kappa \nabla^2 T + \frac{H}{c_p} \quad (\text{A.1c})$$

Etudions une couche d'épaisseur L , sur laquelle sont appliquées les températures T_0 en surface et $T_0 + \Delta T$ à la base. A l'aide des variables Table 1.1, nous procédons à un changement de variables différent pour adimensionner le système :

- les distances $x = x^* L$, $z = z^* L$, $\nabla = \nabla^* / L$,
- la température $T = T_0 + \Delta T \times (T^* - \frac{z}{L})$
- la vitesse $v = v^* \times L^2 g \rho_0 \alpha \Delta T / \eta_0$
- le temps $t = t^* \times \eta_0 / (L g \rho_0 \alpha \Delta T)$
- la pression $p = p^* \times \rho_0 g \alpha L \Delta T$

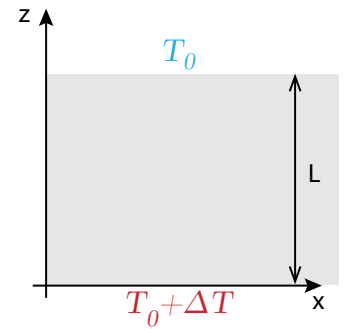


FIGURE A.1: Géométrie du problème étudié.

L'astérisque signale les valeurs sans dimensions.

L'équation d'état utilisée est : $\rho(T) = \rho_0 \left(1 - \alpha(T - T_0) \right)$. On peut décomposer la pression en pression hydrostatique P_H et pression dynamique p puis utiliser l'équilibre hydrostatique $\nabla P_H = \rho_0 \mathbf{g}$ pour réécrire l'équation (A.1b) :

$$\rho_0 \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \eta \left(\underline{\nabla \mathbf{v}} + (\underline{\nabla \mathbf{v}})^T \right) + \rho_0 \mathbf{g} \alpha (T - T_0) \quad (\text{A.2})$$

Dans la géométrie étudiée et avec les changements de variables choisis pour la normalisation, cette équation de conservation de la quantité de mouvement se simplifie :

$$\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \frac{D\mathbf{v}^*}{Dt^*} = -\nabla^* p^* + \nabla^{*2} \mathbf{v}^* - T^* \mathbf{e}_z \quad (\text{A.3})$$

où Ra et Pr sont les nombres de Rayleigh et Prandtl précédemment définis :

$$\text{Ra} = \frac{\rho_0 g \alpha \Delta T L^3}{\kappa \eta_0} \quad \text{et} \quad \text{Pr} = \frac{\eta_0}{\rho_0 \kappa} \quad (\text{A.4})$$

En l'absence de chauffage interne et avec la normalisation choisie, l'équation de conservation de l'énergie (A.1c) devient :

$$\frac{D(T^* - z^*)}{Dt^*} = \frac{\nabla^{*2} T^*}{\text{Ra}} \quad (\text{A.5})$$

Pour alléger l'écriture nous omettrons les astérisques par la suite.

Le système se réduit donc à

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{A.6a})$$

$$\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{v} - T \mathbf{e}_z \quad (\text{A.6b})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)(T - z) = \frac{\nabla^2 T}{\text{Ra}} \quad (\text{A.6c})$$

Comme *Saltzman* [1962] et *Lorenz* [1963] étudions le comportement des solutions de ce système pour $\text{Pr} \leq 10$.

Pour vérifier la conservation de la masse on choisit une fonction courant ϕ telle que :

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{et} \quad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{A.7})$$

En prenant le rotationnel de l'équation de Navier Stokes (A.6b), on obtient :

$$\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial \nabla^2 \phi}{\partial t} \right) + \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} = \nabla^4 \phi + \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{A.8})$$

avec

$$A_x = v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad \text{et} \quad A_x = v_z \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (\text{A.9})$$

On recherche alors les solutions sous la forme :

$$\phi = \phi_1 \cos(\pi z) \sin(kx) \quad \text{et} \quad T = T_1 \cos(\pi z) \cos(kx) + T_2 \sin(2\pi z) \quad (\text{A.10})$$

On a donc

$$A_x = \phi_1^2 \pi^2 k \sin(kx) \cos(kx) \quad \text{et} \quad A_z = -\phi_1^2 \pi k^2 \sin(\pi z) \cos(\pi z) \quad (\text{A.11})$$

Et l'équation (A.8) devient :

$$-\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}}(\pi^2 + k^2) \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = (\pi^2 + k^2)^2 \phi_1 - kT_1 \quad (\text{A.12})$$

Calculons maintenant la quantité $(\mathbf{v} \cdot \nabla)(T - z)$:

$$\begin{aligned} (\mathbf{v} \cdot \nabla)(T - z) &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ &= -\pi k T_1 \phi_1 \sin(\pi z) \cos(\pi z) + 2\pi k T_2 \phi_1 \cos(\pi z) \cos(kx) \cos(2\pi z) \\ &\quad - \phi_1 k \cos(\pi z) \cos(kx) \\ &= -\frac{1}{2} \pi k T_1 \phi_1 \sin(2\pi z) + \pi k T_2 \phi_1 \cos(kx) (\cos(\pi z) + \cos(3\pi z)) \\ &\quad - \phi_1 k \cos(\pi z) \cos(kx) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

L'équation de conservation de l'énergie (A.6c) devient :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial T_1}{\partial t} \cos(\pi z) \cos(kx) + \frac{\partial T_2}{\partial t} \sin(2\pi z) - \frac{1}{2} \pi k T_1 \phi_1 \sin(2\pi z) \\ &+ \pi k T_2 \phi_1 \cos(kx) (\cos(\pi z) + \cos(3\pi z)) - \phi_1 k \cos(\pi z) \cos(kx) \\ &= -\frac{(\pi^2 + k^2)}{\text{Ra}} T_1 \cos(\pi z) \cos(kx) - \frac{4\pi^2}{\text{Ra}} T_2 \sin(2\pi z) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

En négligeant le terme en $\cos(3\pi z)$, le terme en $\cos(\pi z) \cos(kx)$ est :

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + \pi k T_2 \phi_1 - \phi_1 k = -\frac{(\pi^2 + k^2)}{\text{Ra}} T_1 \quad (\text{A.15})$$

et le terme en $\sin(2\pi z)$ est :

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} - \frac{1}{2} \pi k T_1 \phi_1 = -\frac{4\pi^2}{\text{Ra}} T_2 \quad (\text{A.16})$$

Poser :

$$t = at*, \quad T_1 = bY, \quad T_2 = cZ \quad \text{et} \quad \phi = dX \quad (\text{A.17})$$

permet de simplifier les équations précédentes en choisissant judicieusement les paramètres a, b, c , et d . Les équations (A.15) et (A.16) deviennent :

$$\frac{b}{a} \frac{\partial Y}{\partial t} + \pi k c d Z X - d k X = -\frac{(\pi^2 + k^2)}{\text{Ra}} b Y \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{c}{a} \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{1}{2} \pi k b d Y X = -\frac{4\pi^2}{\text{Ra}} c Z \quad (\text{A.19})$$

et l'équation (A.12) :

$$-\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} (\pi^2 + k^2) \frac{d}{a} \frac{\partial X}{\partial t} = (\pi^2 + k^2)^2 d X - k b Y \quad (\text{A.20})$$

On peut alors choisir :

$$d = \frac{k b}{(\pi^2 + k^2)^2} \quad c = \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{\pi k^2 \text{Ra}} \quad \text{et} \quad a = \frac{\text{Ra}}{(\pi^2 + k^2)} \quad (\text{A.21})$$

Ce qui transforme la dernière équation en :

$$-\frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial X}{\partial t} = X - Y \quad (\text{A.22})$$

et (A.18) et (A.19) respectivement en :

$$\frac{(\pi^2 + k^2)}{\text{Ra}} \frac{\partial Y}{\partial t} + \pi c \frac{k^2}{(\pi^2 + k^2)^2} X Z - \frac{k^2}{(\pi^2 + k^2)^2} X = -\frac{(\pi^2 + k^2)}{\text{Ra}} Y \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{(\pi^2 + k^2)^4}{\pi k^2 \text{Ra}^2} \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{1}{2} \pi \frac{k^2 b^2}{(\pi^2 + k^2)^2} Y X = -4\pi^2 \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{\pi k^2 \text{Ra}^2} Z \quad (\text{A.24})$$

Puis en posant :

$$b = \sqrt{2} \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{\pi k^2 \text{Ra}}, \quad r = \frac{\text{Ra} k^2}{(\pi^2 + k^2)^3} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{4\pi^2}{\pi^2 + k^2} \quad (\text{A.25})$$

on obtient les équations de Lorenz, également obtenues pour un développement en séries de Fourier de la fonction courant [Saltzman, 1962; Stewart and Turcotte, 1989] :

$$\dot{X} = \text{Pr}(Y - X) \quad (\text{A.26a})$$

$$\dot{Y} = -XZ + rX - Y \quad (\text{A.26b})$$

$$\dot{Z} = XY - \beta Z \quad (\text{A.26c})$$

Une étude mathématique extensive des ces équations peut être trouvée dans l'ouvrage de *Sparrow* [1982], suivie dans les années 1990 par de nombreuses études numériques. Ce système a trois solutions stationnaires (vérifiant $\dot{X} = 0, \dot{Y} = 0, \dot{Z} = 0$) : une solution purement convective et deux solutions chacune comportant deux rouleaux de convection tournant en sens opposés. Etudions la stabilité des solutions convectives stationnaires de ce système. Elles vérifient $Z = r - 1$ et $X = Y = \pm\sqrt{\beta(r-1)}$, et sont donc possibles si $r \geq 1$, ce qui revient à définir le nombre de Rayleigh critique :

$$\text{Ra}_c = \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{k^2} \quad (\text{A.27})$$

Ce nombre est minimum pour un nombre d'onde $k^2 = \pi^2/2$ (ie) $\beta = 8/3$.

Ajoutons une perturbation à une des deux solutions stationnaires :

$$X = \pm\sqrt{\beta(r-1)} + \delta X \quad (\text{A.28a})$$

$$Y = \pm\sqrt{\beta(r-1)} + \delta Y \quad (\text{A.28b})$$

$$Z = (r-1)\delta Z \quad (\text{A.28c})$$

On a le système :

$$\delta\dot{X} = \text{Pr}(\delta Y - \delta X) \quad (\text{A.29a})$$

$$\delta\dot{Y} = \delta X - \delta Y \pm \sqrt{\beta(r-1)} \quad (\text{A.29b})$$

$$\delta\dot{Z} = \pm\sqrt{\beta(r-1)}\delta X \pm \sqrt{\beta(r-1)}\delta Y - \beta\delta Z \quad (\text{A.29c})$$

Les valeurs propres de ce système linéaire sont alors racines du polynôme caractéristique suivant :

$$-(\text{Pr} + x)(1 + x)(\beta + x) + \text{Pr}(1 - x)\beta(r - 1) - \text{Pr}(\beta + x) + \beta\text{Pr}(r - 1) \quad (\text{A.30})$$

$$(ie) \quad x^3 + x^2(\beta + \text{Pr} + 1) + x\beta(\text{Pr} + r) + 2\beta\text{Pr}(r - 1) \quad (\text{A.31})$$

Le produit des trois racines est $-2\beta\text{Pr}(r - 1) < 0$ et leur somme est $-(\beta + \text{Pr} + 1) < 0$. Pour $r > 1$, ce polynôme admet donc au moins une racine réelle, toujours négative. Les deux autres racines sont réelles ou complexes conjuguées. Le comportement est chaotique si la partie réelle de ces deux racines devient positive, ce qui arrive lorsque l'imaginaire iy , $y \in \mathbb{R}$ devient racine. En remplaçant x par iy dans le polynôme caractéristique, on obtient la condition sur r puis sur Ra pour l'apparition de la chaoticité sachant que $\text{Pr} \neq (\beta + 1)$:

$$r = \frac{\text{Pr}(3 + \text{Pr} + \beta)}{\text{Pr} - \beta - 1} \quad (\text{A.32})$$

$$\text{Ra} = \text{Ra}_c \text{Pr} \frac{(\text{Pr} + 7)\pi^2 + (\text{Pr} + 3)k^2}{(\text{Pr} - 5)\pi^2 + (\text{Pr} - 1)k^2} \quad (\text{A.33})$$

Dans le cas $Pr=10$ et $\beta=8/3$, les solutions deviennent chaotiques pour $Ra>24.74$.

D'un point de vue phénoménologique, à chaque fois que la convection ralentit, la couche limite thermique grandit et la cellule de convection, devenue quasi immobile, peut se remettre à convecter en sens horaire ou anti-horaire. La présence de ces deux possibilités équiprobables dans ce système déterministe, confère aux équations de Lorentz leur caractère chaotique et apériodique.

Stewart and Turcotte [1989] reprennent ces équations pour étudier leur comportement à la limite $Pr \rightarrow +\infty$. Pour cela ils étendent la décomposition de la fonction courant et obtiennent un système de 12 équations différentielles. Cette étude leur permet de montrer que pour un nombre de Prandtl infini, y compris pour des nombres de Rayleigh élevés, les solutions présentent un comportement chaotique déterministe. Ainsi, dans le manteau terrestre, où $Ra \gtrsim 10^7$ et $Pr \gtrsim 10^{23}$, la convection est un phénomène chaotique.

Annexe B

Instantanés des structures convectives

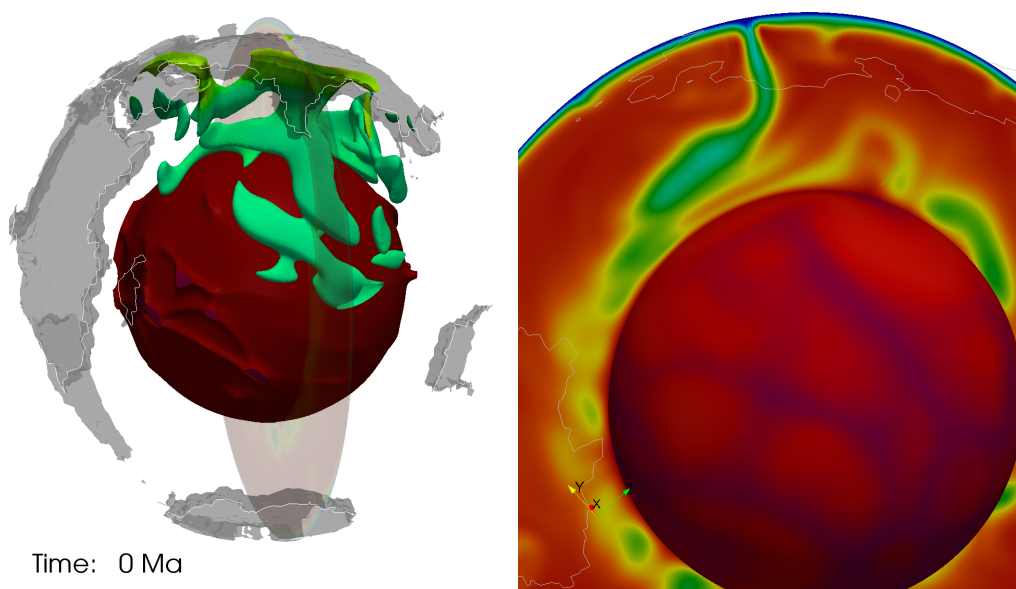
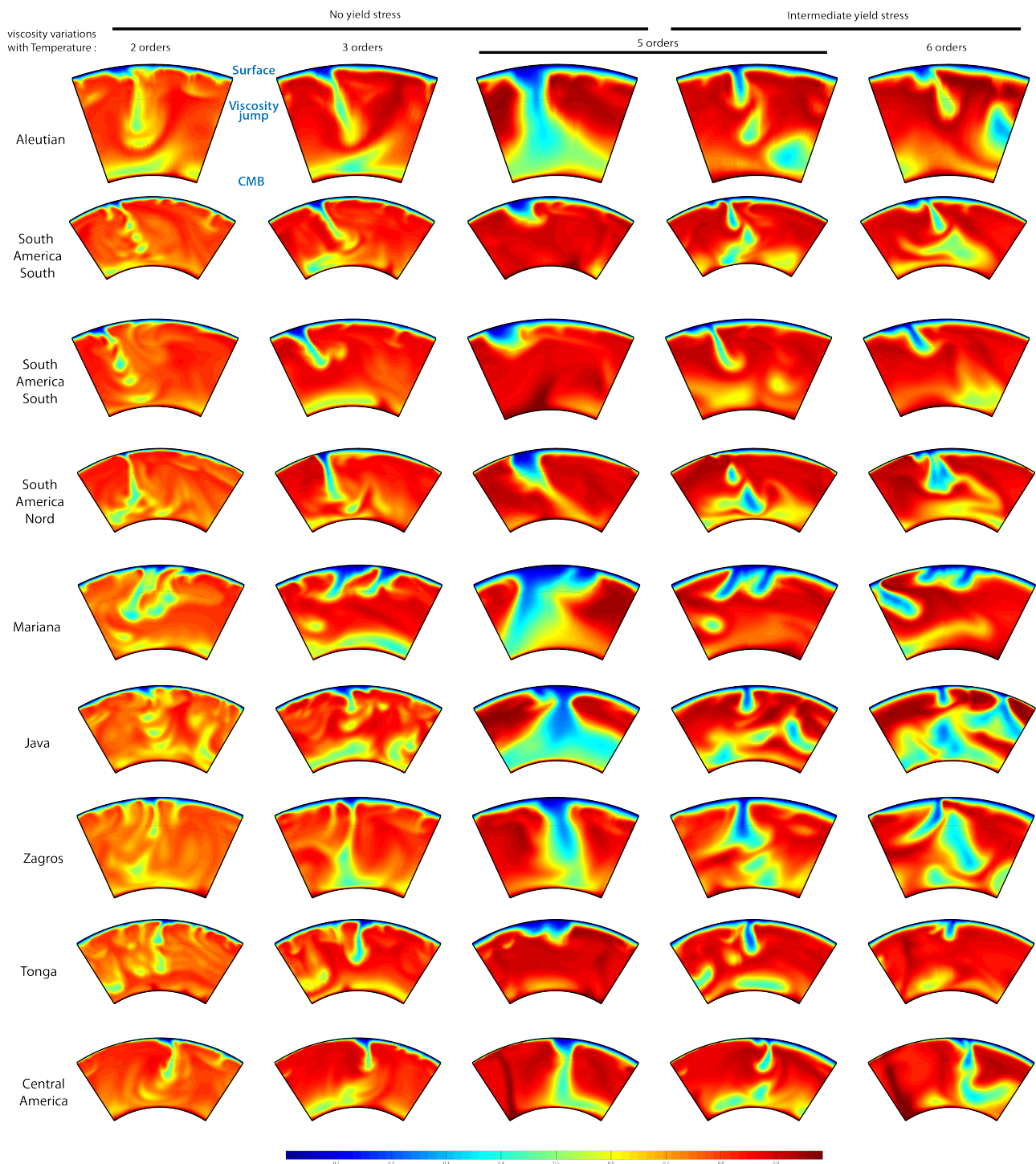


FIGURE B.1: *Champ de température du manteau terrestre reconstruit par le modèle D (chapitre 3) comportant une rhéologie pseudo plastique et un contraste de viscosité de 10^5 . (Gauche) L'isotherme 0.5 est représenté en vert pour les profondeurs supérieures à 400km. L'isotherme 0.9 est représenté en rouge pour le manteau profond uniquement. Les continents sont tracés pour la localisation. (Droite) Champ de température dans la coupe transversale représentée à gauche. La morphologie du slab reconstruit ici réconcilie les différents scénarii de subductions sous l'Inde proposé par [Van der Voo et al. \[1999\]](#).*

FIGURE B.2: Ensemble de coupes réalisées sur les cinq reconstructions de la structure thermique du manteau terrestre présentées au chapitre 3. Les reconstructions correspondent aux modèles A à E, présentées dans l'ordre alphabétique. La température est sans dimension.



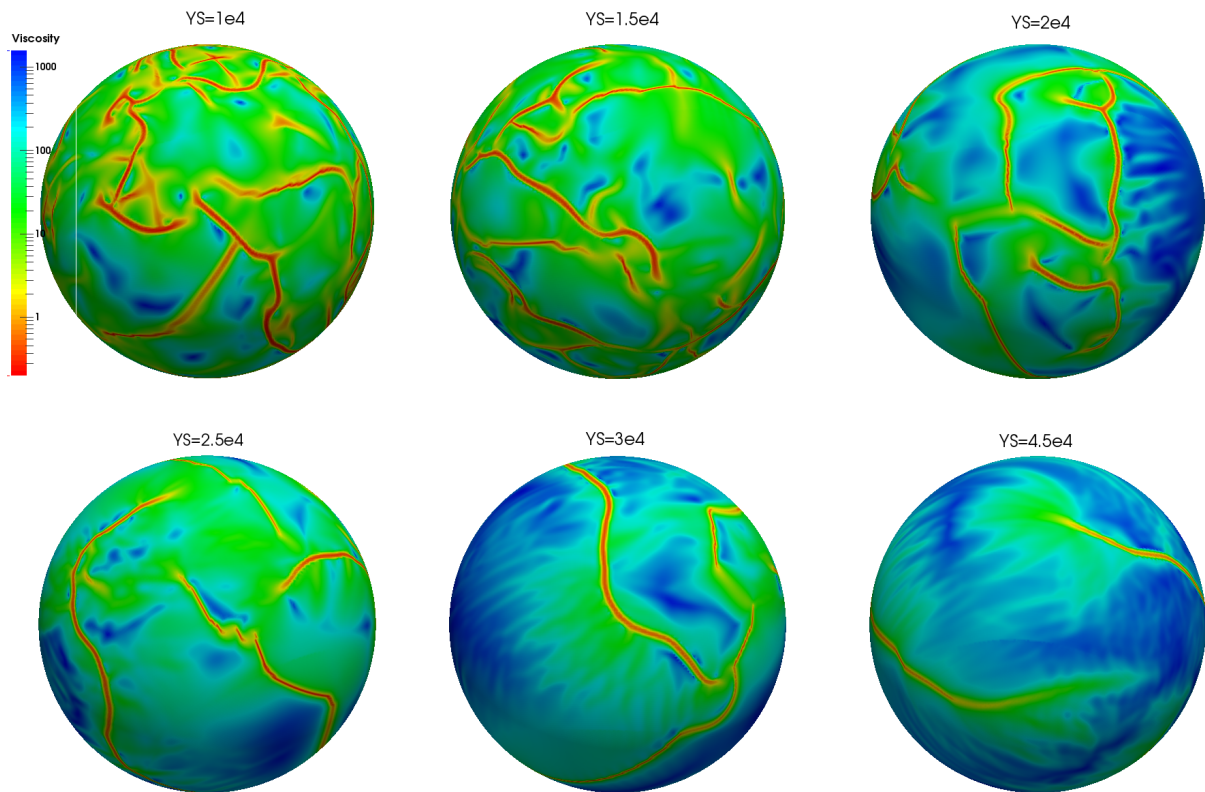


FIGURE B.3: *Influence du seuil de plasticité sur le nombre et la taille des plaques, ainsi que sur leur rigidité et sur la connectivité des limites. Viscosité de surface sans dimension (échelle logarithmique) pour différents seuils de plasticité sans dimension.*

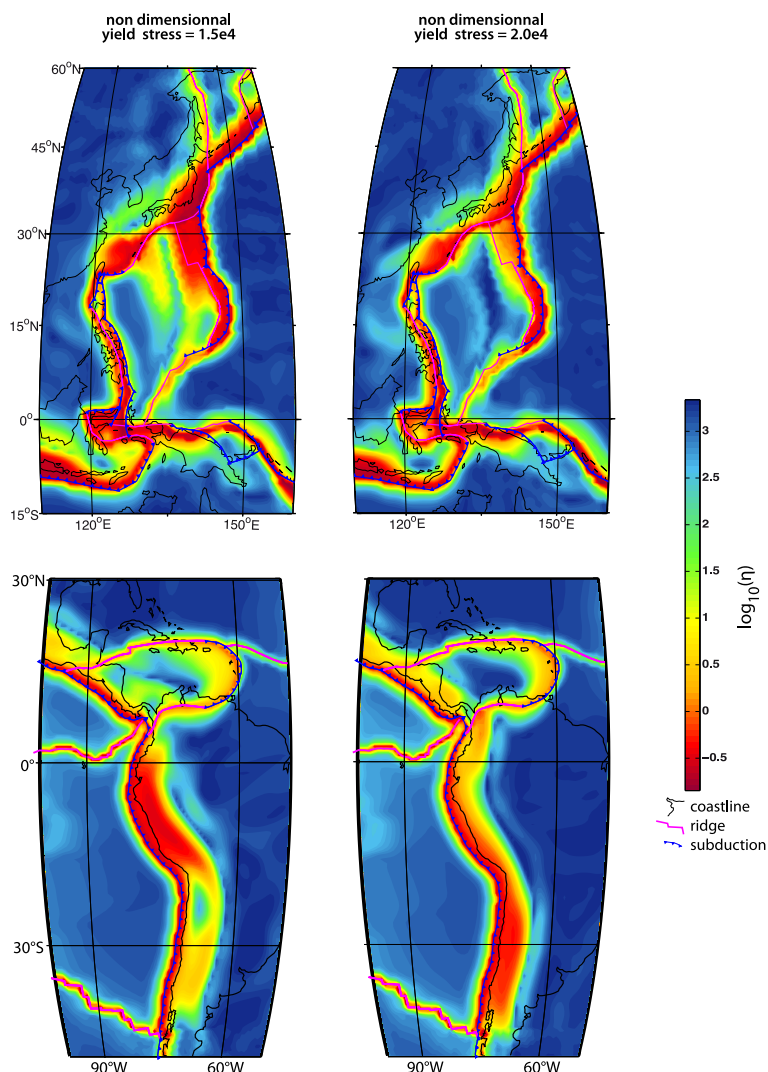


FIGURE B.4: Influence du seuil de plasticité sur la reconstruction de la viscosité en surface au niveau du Japon (haut) et des Andes (bas). Les continents sont dessinés pour faciliter la localisation mais n'ont pas été intégrés au calcul. La viscosité est sans dimension. Carte des viscosités en surface des reconstructions réalisées à l'aide du modèle D décrit chapitre 3 (gauche) et à l'aide d'un modèle identique à D mais avec un seuil de plasticité en surface supérieur (droite). Dans le modèle avec le plus faible seuil de plasticité, la lithosphère montre une zone de déformation à l'ouest du Japon en l'absence de limite de plaques.. La zone de faible viscosité au niveau de la subduction plate sous les Andes est plus marquée et moins large dans le modèle à fort seuil de plasticité.

Annexe C

Bibliographie

- Alisic, L., M. Gurnis, G. Stadler, C. Burstedde, and O. Ghattas (2012), Multi-scale dynamics and rheology of mantle flow with plates, *J. Geophys. Res.*, *117*(B10), B10,402, doi : 10.1029/2012JB009234.
- Androvandi, S., A. Davaille, A. Limare, A. Fouquier, and C. Marais (2011), At least three scales of convection in a mantle with strongly temperature-dependent viscosity, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *188*(3-4), 132–141, doi :10.1016/j.pepi.2011.07.004.
- Aref, H. (1984), Stirring by chaotic advection, *J. Fluid Mech.*, *143*, 1–21, doi :10.1017/S0022112084001233.
- Aref, H. (1999), Fluid dynamics : Order in chaos, *Nature*, *401*(October), 2–4, doi :10.1038/44495.
- Argus, D. F., and M. B. Heflin (1995), Plate motion and crustal deformation estimated with geodetic data from the Global Positioning System, *Geophys. Res. Lett.*, *22*(15), 1973–1976, doi :10.1029/95GL02006.
- Argus, D. F., R. G. Gordon, M. B. Heflin, C. Ma, R. J. Eanes, P. Willis, W. R. Peltier, and S. E. Owen (2010), The angular velocities of the plates and the velocity of Earth’s centre from space geodesy, *Geophys. J. Int.*, *180*(3), 913–960, doi :10.1111/j.1365-246X.2009.04463.x.
- Argus, D. F., R. G. Gordon, and C. DeMets (2011), Geologically current motion of 56 plates relative to the no-net-rotation reference frame, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *12*(11), doi :10.1029/2011GC003751.
- Arnold, L. (1998), Measurable Dynamical Systems, in *Random Dyn. Syst.*, Springer Monographs in Mathematics, chap. IV Appendix, pp. 535–550, Springer Berlin Heidelberg, doi :10.1007/978-3-662-12878-7.

- Aubert, J., H. Amit, G. Hulot, and P. Olson (2008), Thermochemical flows couple the Earth's inner core growth to mantle heterogeneity., *Nature*, 454(7205), 758–61, doi : 10.1038/nature07109.
- Auer, L., L. Boschi, T. W. Becker, T. Nissen-Meyer, and D. Giardini (2014), Savani : A variable resolution whole-mantle model of anisotropic shear velocity variations based on multiple data sets, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 119(4), 3006–3034, doi : 10.1002/2013JB010773.
- Aurell, E., G. Boffetta, A. Crisanti, G. Paladin, and A. Vulpiani (1996), Growth of Noninfinitesimal Perturbations in Turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 77(7), 1262–1265, doi : 10.1103/PhysRevLett.77.1262.
- Backus, G., J. Park, and D. Garbasz (1981), On the relative importance of the driving forces of plate motion, *Geophys. J. Int.*, 67(2), 415–435, doi :10.1111/j.1365-246X.1981.tb02758.x.
- Baitsch-Ghirardello, B., T. V. Gerya, and J.-P. Burg (2014), Geodynamic regimes of intra-oceanic subduction : Implications for arc extension vs. shortening processes, *Gondwana Res.*, 25(2), 546–560, doi :10.1016/j.gr.2012.11.003.
- Becker, T. W. (2006), On the effect of temperature and strain-rate dependent viscosity on global mantle flow, net rotation, and plate-driving forces, *Geophys. J. Int.*, 167(2), 943–957, doi :10.1111/j.1365-246X.2006.03172.x.
- Becker, T. W., and L. Boschi (2002), A comparison of tomographic and geodynamic mantle models, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 3(2001GC000168), doi :10.1029/2001GC000168.
- Becker, T. W., and R. J. O'Connell (2001), Predicting plate velocities with mantle circulation models, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 2(12), doi :10.1029/2001GC000171.
- Bello, L., N. Coltice, T. Rolf, and P. J. Tackley (2014), On the predictability limit of convection models of the Earth's mantle, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 15(6), 2319–2328, doi :10.1002/2014GC005254.
- Bercovici, D. (1993), A simple model of plate generation from mantle flow, *Geophys. J. Int.*, 114(3), 635–650, doi :10.1111/j.1365-246X.1993.tb06993.x.
- Bercovici, D. (1996), Plate generation in a simple model of lithosphere-mantle flow with dynamic self-lubrication, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 144(1-2), 41–51, doi :10.1016/0012-821X(96)00140-9.
- Bercovici, D. (1998), Generation of plate tectonics from lithosphere–mantle flow and void–volatile self-lubrication, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 154(1-4), 139–151, doi :10.1016/S0012-821X(97)00182-9.

-
- Bercovici, D. (2003), The generation of plate tectonics from mantle convection, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *205*(3-4), 107–121, doi :10.1016/S0012-821X(02)01009-9.
- Bercovici, D. (2005), Tectonic plate generation and two-phase damage : Void growth versus grain size reduction, *J. Geophys. Res.*, *110*(B3), B03,401, doi :10.1029/2004JB003181.
- Bercovici, D., and Y. Ricard (2003), Energetics of a two-phase model of lithospheric damage, shear localization and plate-boundary formation, *Geophys. J. Int.*, *152*(3), 581–596, doi : 10.1046/j.1365-246X.2003.01854.x.
- Bercovici, D., and Y. Ricard (2012), Mechanisms for the generation of plate tectonics by two-phase grain-damage and pinning, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *202-203*, 27–55, doi : 10.1016/j.pepi.2012.05.003.
- Bercovici, D., and Y. Ricard (2013), Generation of plate tectonics with two-phase grain-damage and pinning : Source–Sink model and toroidal flow, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *365*, 275–288, doi :10.1016/j.epsl.2013.02.002.
- Bercovici, D., and Y. Ricard (2014), Plate tectonics, damage and inheritance., *Nature*, *508*(7497), 513–6, doi :10.1038/nature13072.
- Bercovici, D., and P. I. P. P. I. Wessel (1994), A continuous kinematic model of plate-tectonic motions, *Geophys. J. Int.*, *119*(2), 595–610, doi :10.1111/j.1365-246X.1994.tb00144.x.
- Bercovici, D., G. Schubert, and G. Glatzmaier (1992), Three-dimensional convection of an infinite- Prandtl-number compressible fluid in a basally heated spherical shell, *J. Fluid Mech.*, *239*, 683–719.
- Bercovici, D., Y. Ricard, and G. Schubert (2001a), A two-phase model for compaction and damage : 1. General Theory, *J. Geophys. Res.*, *106*(B5), 8887, doi :10.1029/2000JB900430.
- Bercovici, D., Y. Ricard, and G. Schubert (2001b), A two-phase model for compaction and damage : 3. Applications to shear localization and plate boundary formation, *J. Geophys. Res.*, *106*(B5), 8925, doi :10.1029/2000JB900432.
- Besse, J. (2002), Apparent and true polar wander and the geometry of the geomagnetic field over the last 200 Myr, *J. Geophys. Res.*, *107*(B11), 2300, doi :10.1029/2000JB000050.
- Besse, J., and V. Courtillot (1991), Revised and synthetic apparent polar wander paths of the African, Eurasian, North American and Indian Plates, and true polar wander since 200 Ma, *J. Geophys. Res.*, *96*(B3), 4029, doi :10.1029/90JB01916.
- Bevis, M., and J.-L. Chatelain (1989), Locating a point on a spherical surface relative to a spherical polygon of arbitrary shape, *Math. Geol.*, *21*(8), 811–828.

- Bird, P. (2003), An updated digital model of plate boundaries, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 4(3), doi :10.1029/2001GC000252.
- Boffetta, G. (2002), Predictability : a way to characterize complexity, *Phys. Rep.*, 356(6), 367–474, doi :10.1016/S0370-1573(01)00025-4.
- Boffetta, G., P. Giuliani, G. Paladin, and A. Vulpiani (1998), An Extension of the Lyapunov Analysis for the Predictability Problem, *J. Atmos. Sci.*, 55(23), 3409–3416, doi :10.1175/1520-0469(1998)055<3409:AEOTLA>2.0.CO;2.
- Boffetta, G., M. Cencini, S. Espa, G. Querzoli, and I. Introduction (2000a), Chaotic advection and relative dispersion in an experimental convective flow, *Phys. Fluids*, 12(12), 3160–3167.
- Boffetta, G., A. Celani, M. Cencini, G. Lacorata, and A. Vulpiani (2000b), The predictability problem in systems with an uncertainty in the evolution law, *J. Phys. A. Math. Gen.*, 33(7), 1313–1324, doi :10.1088/0305-4470/33/7/302.
- Bower, D. J., M. Gurnis, and M. Seton (2013), Lower mantle structure from paleogeographically constrained dynamic Earth models, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 14(1), 44–63, doi :10.1029/2012GC004267.
- Boyden, J., R. Müller, M. Gurnis, T. H. Torsvik, J. A. Clark, M. Turner, H. Ivey-Law, R. J. Watson, and J. S. Cannon (2011), Next-generation plate tectonic reconstructions using Gplates, in *Model. Softw. community codes*, pp. 95–113.
- Brandt, A. (1977), Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary-Value Problems, *Math. Comput.*, 31(138), 333–390.
- Braun, J., J. Chéry, A. Poliakov, D. Mainprice, A. Vauchez, A. Tomassi, and M. Daignières (1999), A simple parameterization of strain localization in the ductile regime due to grain size reduction : A case study for olivine, *J. Geophys. Res.*, 104(B11), 25,167, doi : 10.1029/1999JB900214.
- Buffett, B. a. (2002), Estimates of heat flow in the deep mantle based on the power requirements for the geodynamo, *Geophys. Res. Lett.*, 29(12), 1566, doi :10.1029/2001GL014649.
- Bull, A., A. McNamara, and J. Ritsema (2009), Synthetic tomography of plume clusters and thermochemical piles, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 278(3-4), 152–162, doi :10.1016/j.epsl.2008.11.018.
- Bull, A., A. McNamara, T. Becker, and J. Ritsema (2010), Global scale models of the mantle flow field predicted by synthetic tomography models, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 182(3-4), 129–138, doi :10.1016/j.pepi.2010.03.004.

-
- Bunge, H. H.-p., and S. S. P. Grand (2000), Mesozoic plate-motion history below the northeast Pacific Ocean from seismic images of the subducted Farallon slab, *Nature*, *405*(6784), 337–40, doi :10.1038/35012586.
- Bunge, H.-P. (1998), Time Scales and Heterogeneous Structure in Geodynamic Earth Models, *Science* (80-.), *280*(5360), 91–95, doi :10.1126/science.280.5360.91.
- Bunge, H.-p., M. A. Richards, and J. R. Baumgardner (1997), A sensitive study of three-dimensional spherical mantle convection at 10^8 Rayleigh number : Effects of depth-dependent viscosity, heating mode, and endothermic phase change., *J. Geophys. Res.*, *102*(B6), 11,991–12,007, doi :10.1029/96JB03806.
- Bunge, H.-P., C. R. Hagelberg, and B. J. Travis (2003), Mantle circulation models with variational data assimilation : inferring past mantle flow and structure from plate motion histories and seismic tomography, *Geophys. J. Int.*, *152*(2), 280–301, doi : 10.1046/j.1365-246X.2003.01823.x.
- Burstedde, C., G. Stadler, L. Alisic, L. C. Wilcox, E. Tan, M. Gurnis, and O. Ghattas (2013), Large-scale adaptive mantle convection simulation, *Geophys. J. Int.*, *192*(3), 889–906, doi :10.1093/gji/ggs070.
- Butterworth, N., a.S. Talsma, R. Müller, M. Seton, H.-P. Bunge, B. Schuberth, G. Shephard, and C. Heine (2014), Geological, tomographic, kinematic and geodynamic constraints on the dynamics of sinking slabs, *J. Geodyn.*, *73*, 1–13, doi :10.1016/j.jog.2013.10.006.
- Byerlee, J. (1978), Friction of rocks, *Pure Appl. Geophys.*, *116*(4-5), 615–626, doi :10.1007/BF00876528.
- Cammarano, F., S. Goes, P. Vacher, and D. Giardini (2003), Inferring upper-mantle temperatures from seismic velocities, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *138*(3-4), 197–222, doi : 10.1016/S0031-9201(03)00156-0.
- Cecconi, F., M. Falcioni, and A. Vulpiani (2003), Complexity Characterization of Dynamical Systems Through Predictability, *Acta Phys. Pol. B*, *34*(7), 3581–3607, doi :2003AcPPB.34.3581C.
- Christensen, U. (1983), Convection in a variable-viscosity fluid : Newtonian versus power-law rheology, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *64*(1), 153–162, doi :10.1016/0012-821X(83)90060-2.
- Christensen, U. (1984), Heat transport by variable viscosity convection and implications for the Earth’s thermal evolution, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *35*(4), 264–282, doi :10.1016/0031-9201(84)90021-9.
- Christensen, U. (1989), Mixing by time-dependent convection, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *95*(3-4), 382–394, doi :10.1016/0012-821X(89)90112-X.

- Christensen, U., and H. Harder (1991), 3-D Convection With Variable Viscosity, *Geophys. J. Int.*, *104*(1), 213–220, doi :10.1111/j.1365-246X.1991.tb02505.x.
- Christensen, U. R., and D. A. Yuen (1989), Time-dependant Convection With Non-Newtonian Viscosity, *J. Geophys. Res.*, *94*(B1), 814–820.
- Coltice, N. (2005), The role of convective mixing in degassing the Earth’s mantle, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *234*(1-2), 15–25, doi :10.1016/j.epsl.2005.02.041.
- Coltice, N., and J. Schmalzl (2006), Mixing times in the mantle of the early Earth derived from 2-D and 3-D numerical simulations of convection, *Geophys. Res. Lett.*, *33*(23), L23,304, doi :10.1029/2006GL027707.
- Coltice, N., T. Rolf, P. J. Tackley, and S. Labrosse (2012), Dynamic causes of the relation between area and age of the ocean floor., *Science (80-.)*, *336*(6079), 335–8, doi :10.1126/science.1219120.
- Coltice, N., M. Seton, T. Rolf, R. Müller, and P. Tackley (2013), Convergence of tectonic reconstructions and mantle convection models for significant fluctuations in seafloor spreading, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *383*, 92–100, doi :10.1016/j.epsl.2013.09.032.
- Conrad, C. P., and M. Gurnis (2003), Seismic tomography, surface uplift, and the breakup of Gondwanaland : Integrating mantle convection backwards in time, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *4*(3), 1031, doi :10.1029/2001GC000299.
- Conrad, C. P., and C. Lithgow-Bertelloni (2002), How mantle slabs drive plate tectonics., *Science*, *298*(5591), 207–9, doi :10.1126/science.1074161.
- Cramer, F., and P. J. Tackley (2014), Spontaneous development of arcuate single-sided subduction in global 3-D mantle convection models with a free surface, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, *119*(7), 5921–5942, doi :10.1002/2014JB010939.
- Crisanti, A., M. Falcioni, A. Vulpiani, and G. Paladin (1991), Lagrangian chaos : Transport, mixing and diffusion in fluids, *La Riv. del Nuovo Cim.*, *14*(12), 1–80, doi : 10.1007/BF02811193.
- Cross, T. A., and R. H. Pilger (1982), Controls of subduction geometry, location of magmatic arcs, and tectonics of arc and back-arc regions, *Geol. Soc. Am. Bull.*, *93*(6), 545–562, doi : 10.1130/0016-7606(1982)93<545:COGLO>2.0.CO;2.
- Crough, S. T., and G. a. Thompson (1976), Thermal model of continental lithosphere, *J. Geophys. Res.*, *81*(26), 4857–4862, doi :10.1029/JB081i026p04857.
- Davies, D. R., S. Goes, J. Davies, B. Schuberth, H.-P. Bunge, and J. Ritsema (2012), Reconciling dynamic and seismic models of Earth’s lower mantle : The dominant role of thermal heterogeneity, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *353-354*, 253–269, doi :10.1016/j.epsl.2012.08.016.

-
- Davies, G. F. (1980), Thermal histories of convective Earth models and constraints on radiogenic heat production in the Earth, *J. Geophys. Res.*, *85*(B5), 2517, doi :10.1029/JB085iB05p02517.
- Davies, G. F. (1990), Comment on " Mixing by time-dependent convection " by U. Christensen, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *98*, 405–407.
- De Bresser, J., J. Ter Heege, and C. Spiers (2000), Grain size reduction by dynamic recrystallization : can it result in major rheological weakening?, *Int. J. Earth Sci.*, *90*(1), 28–45, doi :10.1007/s005310000149.
- DeMets, C., R. G. Gordon, D. F. Argus, and S. Stein (1990), Current plate motions, *Geophys. J. Int.*, *101*(2), 425–478, doi :10.1111/j.1365-246X.1990.tb06579.x.
- DeMets, C., R. G. Gordon, and D. F. Argus (2010), Geologically current plate motions, *Geophys. J. Int.*, *181*(1), 1–80, doi :10.1111/j.1365-246X.2009.04491.x.
- Deschamps, F., L. Cobden, and P. J. Tackley (2012), The primitive nature of large low shear-wave velocity provinces, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *349–350*, 198–208, doi :10.1016/j.epsl.2012.07.012.
- Devaney, R. L. (1989), *An introduction to chaotic dynamical systems*, 336 pp., Addison-Wesley,, Redwood City, CA.
- Dietz, R. S. (1961), Continent and Ocean Basin Evolution by Spreading of the Sea Floor, *Nature*, *190*(4779), 854–857, doi :10.1038/190854a0.
- Doin, M.-p., L. Fleitout, and D. McKenzie (1996), Geoid anomalies and the structure of continental and oceanic lithospheres, *J. Geophys. Res.*, *101*(B7), 16,119, doi :10.1029/96JB00640.
- Duncan, R. A., and M. A. Richards (1991), Hotspots, mantle plumes, flood basalts, and true polar wander, *Rev. Geophys.*, *29*(1), 31, doi :10.1029/90RG02372.
- Dziewonski, A. M., and D. L. Anderson (1981), Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *25*(4), 297–356, doi :10.1016/0031-9201(81)90046-7.
- Dziewonski, A. M., B. H. Hager, and R. J. O’Connell (1977), Large-scale heterogeneities in the lower mantle, *J. Geophys. Res.*, *82*(2), 239–255, doi :10.1029/JB082i002p00239.
- Eckmann, J.-P., and D. Ruelle (1985), Ergodic theory of chaos and strange attractors, *Rev. Mod. Phys.*, *57*(3, Part 1), 617–656.
- Ferrachat, S., and Y. Ricard (1998), Regular vs. chaotic mantle mixing, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *155*(1-2), 75–86, doi :10.1016/S0012-821X(97)00200-8.

- Flament, N., M. Gurnis, and R. D. Muller (2013), A review of observations and models of dynamic topography, *Lithosphere*, 5(2), 189–210, doi :10.1130/L245.1.
- Flament, N., M. Gurnis, S. Williams, M. Seton, J. Skogseid, C. Heine, R. Dietmar, and R. Dietmar Müller (2014), Topographic asymmetry of the South Atlantic from global models of mantle flow and lithospheric stretching, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 387, 107–119, doi :10.1016/j.epsl.2013.11.017.
- Fleitout, L., and C. Froidevaux (1982), Tectonics and topography for a lithosphere containing density heterogeneities, *Tectonics*, 1(1), 21–56, doi :10.1029/TC001i001p00021.
- Foley, B. J., and T. W. Becker (2009), Generation of plate-like behavior and mantle heterogeneity from a spherical, viscoplastic convection model, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 10(8), doi :10.1029/2009GC002378.
- Forsyth, D., and S. Uyeda (1975), On the Relative Importance of the Driving Forces of Plate Motion, *Geophys. J. Int.*, 43(1), 163–200, doi :10.1111/j.1365-246X.1975.tb00631.x.
- Forte, A. M., and J. X. Mitrovica (1996), New inferences of mantle viscosity from joint inversion of long-wavelength mantle convection and post-glacial rebound data, *Geophys. Res. Lett.*, 23(10), 1147–1150, doi :10.1029/96GL00964.
- Forte, A. M., and W. R. Peltier (1987), Plate tectonics and aspherical earth structure : The Importance of poloidal-toroidal coupling, *J. Geophys. Res.*, 92(B5), 3645, doi :10.1029/JB092iB05p03645.
- Forte, A. M., W. R. Peltier, and A. M. Dziewonski (1991), Inferences of mantle viscosity from tectonic plate velocities, *Geophys. Res. Lett.*, 18(9), 1747–1750, doi :10.1029/91GL01726.
- Fournier, A., J. Aubert, and E. Thébault (2011), Inference on core surface flow from observations and 3-D dynamo modelling, *Geophys. J. Int.*, 186(1), 118–136, doi : 10.1111/j.1365-246X.2011.05037.x.
- Fukao, Y., and M. Obayashi (2013), Subducted slabs stagnant above, penetrating through, and trapped below the 660 km discontinuity, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 118(11), 5920–5938, doi :10.1002/2013JB010466.
- Fukao, Y., S. Widiyantoro, and M. Obayashi (2001), Stagnant slabs in the upper and lower mantle transition region, *Rev. Geophys.*, 39(3), 291, doi :10.1029/1999RG000068.
- Funiciello, F., C. Faccenna, a. Heuret, S. Lallemand, E. Di Giuseppe, and T. Becker (2008), Trench migration, net rotation and slab–mantle coupling, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 271(1-4), 233–240, doi :10.1016/j.epsl.2008.04.006.

-
- Gable, C. W., R. J. O'Connell, and B. J. Travis (1991), Convection in three dimensions with surface plates : Generation of toroidal flow, *J. Geophys. Res.*, *96*(B5), 8391, doi : 10.1029/90JB02743.
- Gerya, T. V., J. a.D. Connolly, and D. a. Yuen (2008), Why is terrestrial subduction one-sided ?, *Geology*, *36*(1), 43, doi :10.1130/G24060A.1.
- Golonka, J. (2007), Late Triassic and Early Jurassic palaeogeography of the world, *Palaeogeogr. Palaeoclimatol. Palaeoecol.*, *244*(1-4), 297–307, doi :10.1016/j.palaeo.2006.06.041.
- Golonka, J., and D. Ford (2000), Pangean (Late Carboniferous to Middle Jurassic) paleoenvironment and lithofacies, *Palaeogeogr. Palaeoclimatol. Palaeoecol.*, *161*(1-2), 1–34, doi :10.1016/S0031-0182(00)00115-2.
- Gordon, R. G. (1995), Plate motions, crustal and lithospheric mobility, and paleomagnetism : Prospective viewpoint, *J. Geophys. Res.*, *100*(B12), 24,367, doi :10.1029/95JB01912.
- Gordon, R. G. (1998), THE PLATE TECTONIC APPROXIMATION : Plate Nonrigidity, Diffuse Plate Boundaries, and Global Plate Reconstructions, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, *26*, 615–42.
- Gordon, R. G., and D. M. Jurdy (1986), Cenozoic global plate motions, *J. Geophys. Res.*, *91*(B12), 12,389, doi :10.1029/JB091iB12p12389.
- Goswami, B. N., and J. Shukla (1991), Predictability of a Coupled Ocean-Atmosphere Model, *J. Clim.*, *4*(1), 3–22, doi :10.1175/1520-0442(1991)004<0003:POACOA>2.0.CO;2.
- Grand, S. P. (1994), Mantle shear structure beneath the Americas and surrounding oceans, *J. Geophys. Res.*, *99*(B6), 11,591, doi :10.1029/94JB00042.
- Grand, S. P., R. D. van der Hilst, and S. Widiyantoro (1997), GSA TODAY, *Geol. Soc. Am. TODAY*, *7*(4), 1–7.
- Greiner, B. (1999), Euler rotations in plate-tectonic reconstructions, *Comput. Geosci.*, *25*(3), 209–216, doi :10.1016/S0098-3004(98)00160-5.
- Guillou-Frottier, L., J. Buttles, and P. Olson (1995), Laboratory experiments on the structure of subducted lithosphere, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *133*(1-2), 19–34, doi : 10.1016/0012-821X(95)00045-E.
- Gurnis, M. (1988), Large-scale mantle convection and the aggregation and dispersal of supercontinents, *Nature*, *332*(6166), 695–699, doi :10.1038/332695a0.
- Gurnis, M. (1989), A reassessment of the heat transport by variable viscosity convection with plates and lids, *Geophys. Res. Lett.*, *16*(2), 179–182, doi :10.1029/GL016i002p00179.

- Gurnis, M. (1998), Cretaceous Vertical Motion of Australia and the Australian Antarctic Discordance, *Science* (80-.), *279*(5356), 1499–1504, doi :10.1126/science.279.5356.1499.
- Gurnis, M., and G. F. Davies (1986a), Mixing in numerical models of mantle convection incorporating plate kinematics, *J. Geophys. Res.*, *91*(B6), 6375–6395.
- Gurnis, M., and G. F. Davies (1986b), The effect of depth-dependent viscosity on convective mixing in the mantle and the possible survival of primitive mantle, *Geophys. Res. Lett.*, *13*(6), 541–544, doi :10.1029/GL013i006p00541.
- Gurnis, M., and B. H. Hager (1988), Controls of the structure of subducted slabs, *Nature*, *335*(6188), 317–321, doi :10.1038/335317a0.
- Gurnis, M., et al. (2012), Plate tectonic reconstructions with continuously closing plates, *Comput. Geosci.*, *38*(1), 35–42, doi :10.1016/j.cageo.2011.04.014.
- Gutscher, M.-A., W. Spakman, H. Bijwaard, and E. R. Engdahl (2000), Geodynamics of flat subduction : Seismicity and tomographic constraints from the Andean margin, *Tectonics*, *19*(5), 814–833, doi :10.1029/1999TC001152.
- Hager, B. H. (1984), Subducted slabs and the geoid : Constraints on mantle rheology and flow, *J. Geophys. Res.*, *89*(B7), 6003, doi :10.1029/JB089iB07p06003.
- Hager, B. H., and R. J. O. Connell (1981), A Simple Global Model of Plate Dynamics and Mantle Convection, *J. Geophys. Res.*, *86*(B6), 4843–4867.
- Hager, B. H., and R. J. O’connell (1978), Subduction zone dip angles and flow driven by plate motion, *Tectonophysics*, *50*(2-3), 111–133, doi :10.1016/0040-1951(78)90130-0.
- Hager, B. H., and R. J. O’Connell (1979), Kinematic models of large-scale flow in the Earth’s mantle, *J. Geophys. Res.*, *84*(B3), 1031, doi :10.1029/JB084iB03p01031.
- Hager, B. H., R. W. Clayton, M. A. Richards, R. P. Comer, and A. M. Dziewonski (1985), Lower mantle heterogeneity, dynamic topography and the geoid, *Nature*, *313*(6003), 541–545, doi :10.1038/313541a0.
- Hansen, U., D. Yuen, and A. Malevsky (1992), Comparison of steady-state and strongly chaotic thermal convection at high Rayleigh number, *Phys. Rev. A*, *46*(8), 4742–4754, doi :10.1103/PhysRevA.46.4742.
- Hansen, U., D. Yuen, S. Kroening, and T. Larsen (1993), Dynamical consequences of depth-dependent thermal expansivity and viscosity on mantle circulations and thermal structure, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *77*(3-4), 205–223, doi :10.1016/0031-9201(93)90099-U.

-
- Harrison, C. G. A., and T. Lindh (1982a), A polar wandering curve for North America during the Mesozoic and Cenozoic, *J. Geophys. Res.*, *87*(B3), 1903, doi :10.1029/JB087iB03p01903.
- Harrison, C. G. A., and T. Lindh (1982b), Comparison between the hot spot and geomagnetic field reference frames, *Nature*, *300*(5889), 251–252, doi :10.1038/300251a0.
- Hénon, M. (1966), Sur la topologie des lignes de courant dans un cas particulier., *Comptes Rendus Hebd. Des Seances L'academie Des Sci. Ser. A*, *262*(5), 312–314.
- Herzberg, C., P. D. Asimow, N. Arndt, Y. Niu, C. M. Lesher, J. G. Fitton, M. J. Cheadle, and a. D. Saunders (2007), Temperatures in ambient mantle and plumes : Constraints from basalts, picrites, and komatiites, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *8*(2), doi : 10.1029/2006GC001390.
- Hess, H. H. (1962), History of Ocean Basins, *Petrol. Stud. A Vol. to Honor A.F. Buddingt.*, pp. 599–620.
- Heuret, a., F. Funiciello, C. Faccenna, and S. Lallemand (2007), Plate kinematics, slab shape and back-arc stress : A comparison between laboratory models and current subduction zones, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *256*(3-4), 473–483, doi :10.1016/j.epsl.2007.02.004.
- Hirschmann, M. M. (2000), Mantle solidus : Experimental constraints and the effects of peridotite composition, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *1*(10), doi :10.1029/2000GC000070.
- Hofmann, A. (2007), Sampling Mantle Heterogeneity through Oceanic Basalts : Isotopes and Trace Elements, in *Treatise on Geochemistry*, vol. 2 The Mant, pp. 1–44, Elsevier, doi :10.1016/B0-08-043751-6/02123-X.
- Hofmann, A., and S. Hart (1978), An assessment of local and regional isotopic equilibrium in the mantle, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *38*(1), 44–62, doi :10.1016/0012-821X(78)90125-5.
- Holmes, A. (1931), Radioactivity and Earth Mouvements., *Geol. Soc. Glas.*, *XVIII*(III), 559–606.
- Houseman, G. A., D. P. McKenzie, and P. Molnar (1981), Convective instability of a thickened boundary layer and its relevance for the thermal evolution of continental convergent belts, *J. Geophys. Res.*, *86*(B7), 6115, doi :10.1029/JB086iB07p06115.
- Hulot, G., F. Lhuillier, and J. Aubert (2010), Earth's dynamo limit of predictability, *Geophys. Res. Lett.*, *37*(6), L06,305, doi :10.1029/2009GL041869.
- Hunt, D. L., and L. H. Kellogg (2001), Quantifying mixing and age variations of heterogeneities in models of mantle convection : Role of depth-dependent viscosity, *J. Geophys. Res.*, *106*(B4), 6747, doi :10.1029/2000JB900261.

- Husson, L. (2006), Dynamic topography above retreating subduction zones, *Geology*, *34*(9), 741, doi :10.1130/G22436.1.
- Isacks, B., and J. Oliver (1968), Seismology and the New Global Tectonics, *J. Geophys. Res.*, *75*(18), 5855–5899.
- Ismail-Zadeh, A., G. Schubert, I. Tsepelev, and A. Korotkii (2004), Inverse problem of thermal convection : numerical approach and application to mantle plume restoration, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *145*(1-4), 99–114, doi :10.1016/j.pepi.2004.03.006.
- Jarvis, G. T., and D. P. McKenzie (1980), Convection in a compressible fluid with infinite Prandtl number, *J. Fluid Mech.*, *96*(3), 515–583.
- Jordan, T. H. (1975), Lateral heterogeneity and mantle dynamics, *Nature*, *257*(5529), 745–750, doi :10.1038/257745a0.
- Kageyama, A., and T. Sato (2004), "Yin-Yang grid" : An overset grid in spherical geometry, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *5*(9), doi :10.1029/2004GC000734.
- Kalnay, E. (2003), *Atmospheric modeling , data assimilation and predictability*, Cambridge University Press.
- Kameyama, M., and M. Ogawa (2000), Transitions in thermal convection with strongly temperature-dependent viscosity in a wide box, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *180*(3-4), 355–367, doi :10.1016/S0012-821X(00)00171-0.
- Kameyama, M., D. A. Yuen, and H. Fujimoto (1997), The interaction of viscous heating with grain-size dependent rheology in the formation of localized slip zones, *Geophys. Res. Lett.*, *24*(20), 2523–2526, doi :10.1029/97GL02648.
- Karato, S.-i. (2010a), Rheology of the Earth's mantle : A historical review, *Gondwana Res.*, *18*(1), 17–45, doi :10.1016/j.gr.2010.03.004.
- Karato, S.-i. (2010b), Rheology of the deep upper mantle and its implications for the preservation of the continental roots : A review, *Tectonophysics*, *481*(1-4), 82–98, doi : 10.1016/j.tecto.2009.04.011.
- Karato, S.-i., M. Toriumi, and T. Fujii (1980), Dynamic recrystallization of olivine single crystals during high-temperature creep, *Geophys. Res. Lett.*, *7*(9), 649–652, doi :10.1029/GL007i009p00649.
- Karato, S.-I., M. S. Paterson, and J. D. FitzGerald (1986), Rheology of synthetic olivine aggregates : Influence of grain size and water, *J. Geophys. Res.*, *91*(B8), 8151, doi : 10.1029/JB091iB08p08151.

-
- Kaula, W. M. (1980), Material properties for mantle convection consistent with observed surface fields, *J. Geophys. Res.*, *85*(B12), 7031, doi :10.1029/JB085iB12p07031.
- Kellogg, L., and D. Turcotte (1987), Homogenization of the mantle by convective mixing and diffusion, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *81*(4), 371–378, doi :10.1016/0012-821X(87)90124-5.
- King, S. D., and J. Ritsema (2000), African hot spot volcanism : small-scale convection in the upper mantle beneath cratons., *Science*, *290*, 1137–1140, doi :10.1126/science.290.5494.1137.
- Kohlstedt, D. L., B. Evans, and S. J. Mackwell (1995), Strength of the lithosphere : Constraints imposed by laboratory experiments, *J. Geophys. Res.*, *100*(B9), 17,587, doi : 10.1029/95JB01460.
- Landau, L. D., and E. M. Lifshitz (1959), Fluid Mechanics, in *Vol. 6 Course Theor. Phys.*, Pergamon Press, Oxford, England.
- Landau, L. D., and E. M. Lifshitz (1987), Fluid Mechanics, in *Vol. 6 Course Theor. Phys.*, second eng ed., Pergamon Press, Oxford, England.
- Le Pichon, X. (1968), Sea-floor spreading and continental drift, *J. Geophys. Res.*, *73*(12), 3661–3697, doi :10.1029/JB073i012p03661.
- Li, C., and R. D. van der Hilst (2010), Structure of the upper mantle and transition zone beneath Southeast Asia from traveltimes tomography, *J. Geophys. Res.*, *115*(B7), B07,308, doi :10.1029/2009JB006882.
- Lithgow-Bertelloni, C., M. A. Richards, Y. Ricard, R. J. O’Connell, and D. C. Engebretson (1993), Toroidal-Poloidal partitioning of plate motions since 120Ma., *Geophys. Res. Lett.*, *20*(5), 375–378.
- Lister, C. R. B. (1975), Gravitational drive on oceanic plates caused by thermal contraction, *Nature*, *257*(5528), 663–665, doi :10.1038/257663a0.
- Lithgow-Bertelloni, C., and M. A. Richards (1995), Cenozoic plate driving forces, *Geophys. Res. Lett.*, *22*(11), 1317–1320, doi :10.1029/95GL01325.
- Lithgow-Bertelloni, C., and M. A. Richards (1998), The dynamics of Cenozoic and Mesozoic plate motions, *Rev. Geophys.*, *36*(97), 27–78, doi :10.1029/97RG02282.
- Liu, L., S. Spasojevic, and M. Gurnis (2008), Reconstructing Farallon plate subduction beneath North America back to the Late Cretaceous., *Science (80-.)*, *322*(5903), 934–8, doi :10.1126/science.1162921.
- Lorenz, E. N. (1963), Deterministic Nonperiodic Flow, *J. Atmos. Sci.*, *20*(2), 130–141, doi : 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2.

- Lorenz, E. N. (1965), A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model, *Tellus*, *17*(3), 321–333, doi :10.1111/j.2153-3490.1965.tb01424.x.
- Lorenz, E. N. (1969), The predictability of a flow which possesses many scales of motion, *Tellus*, *21*(3), 289–307, doi :10.1111/j.2153-3490.1969.tb00444.x.
- Lorenz, E. N. (1972), Predictability : Does the Flap of a Butterfly’s Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas ?, in *Assoc. fro Adv. Sci.*, pp. 11–13.
- Machetel, P., and D. A. Yuen (1986), The onset of time-dependent convection in spherical shells as a clue to chaotic convection in the Earth’s mantle, *Geophys. Res. Lett.*, *13*(13), 1470–1473, doi :10.1029/GL013i013p01470.
- Manea, V., and M. Gurnis (2007), Subduction zone evolution and low viscosity wedges and channels, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *264*(1-2), 22–45, doi :10.1016/j.epsl.2007.08.030.
- Manga, M. (1996), Mixing of heterogeneities in the mantle : Effect of viscosity differences, *Geophys. Res. Lett.*, *23*(4), 403–406, doi :10.1029/96GL00242.
- Martinod, J., L. Husson, P. Roperch, B. Guillaume, and N. Espurt (2010), Horizontal subduction zones, convergence velocity and the building of the Andes, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *299*(3-4), 299–309, doi :10.1016/j.epsl.2010.09.010.
- Mattern, E., J. Matas, Y. Ricard, and J. Bass (2005), Lower mantle composition and temperature from mineral physics and thermodynamic modelling, *Geophys. J. Int.*, *160*(3), 973–990, doi :10.1111/j.1365-246X.2004.02549.x.
- McKenzie, D., and N. Weiss (1975), Speculations on the Thermal and Tectonic History of the Earth, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, *42*(1), 131–174, doi :10.1111/j.1365-246X.1975.tb05855.x.
- McKenzie, D. P. (1969), Speculations on the Consequences and Causes of Plate Motions, *Geophys. J. Int.*, *18*(1), 1–32, doi :10.1111/j.1365-246X.1969.tb00259.x.
- McKenzie, D. P., and M. J. Bickle (1988), The Volume and Composition of Melt Generated by Extension of the Lithosphere, *J. Petrol.*, *29*(3), 625–679, doi :10.1093/petrology/29.3.625.
- McKenzie, D. P., and R. L. Parker (1967), The North Pacific : An Example of Tectonics on a Sphere, *Nature*, *216*(5122), 1276–1280, doi :10.1038/2161276a0.
- Mckenzie, D. P., J. M. Roberts, and N. O. Weiss (1974), Convection in the earth’s mantle : towards a numerical simulation, *J. Fluid Mech.*, *62*(03), 465, doi :10.1017/S0022112074000784.

-
- McNamara, A. K., and S. Zhong (2005), Thermochemical structures beneath Africa and the Pacific Ocean., *Nature*, *437*(7062), 1136–9, doi :10.1038/nature04066.
- Mihaljan, J. M. (1962), A Rigorous Exposition of the Boussinesq Approximations Applicable to a Thin Layer of Fluid., *Astrophys. J.*, *136*, 1126–1133, doi :10.1086/147463.
- Mitrovica, J., and A. Forte (2004), A new inference of mantle viscosity based upon joint inversion of convection and glacial isostatic adjustment data, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *225*(1-2), 177–189, doi :10.1016/j.epsl.2004.06.005.
- Mitrovica, J. X. (1996), Haskell [1935] revisited, *J. Geophys. Res.*, *101*(B1), 555, doi : 10.1029/95JB03208.
- Mitrovica, J. X., and A. M. Forte (1997), Radial profile of mantle viscosity : Results from the joint inversion of convection and postglacial rebound observables, *J. Geophys. Res.*, *102*(B2), 2751, doi :10.1029/96JB03175.
- Molnar, P., and T. Atwater (1973), Relative Motion of Hot Spots in the Mantle, *Nature*, *246*(5431), 288–291, doi :10.1038/246288a0.
- Molnar, P., and J. Stock (1987), Relative motions of hotspots in the Pacific, Atlantic and Indian Oceans since late Cretaceous time, *Nature*, *327*(6123), 587–591.
- Montési, L. G., and G. Hirth (2003), Grain size evolution and the rheology of ductile shear zones : from laboratory experiments to postseismic creep, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *211*(1-2), 97–110, doi :10.1016/S0012-821X(03)00196-1.
- Montési, L. G. J. (2002), A unified description of localization for application to large-scale tectonics, *J. Geophys. Res.*, *107*(B3), 2045, doi :10.1029/2001JB000465.
- Moresi, L., and V. Solomatov (1998), Mantle convection with a brittle lithosphere : thoughts on the global tectonic styles of the Earth and Venus, *Geophys. J. Int.*, *133*(3), 669–682, doi :10.1046/j.1365-246X.1998.00521.x.
- Moresi, L., and V. S. Solomatov (1995), Numerical investigation of 2D convection with extremely large viscosity variations, *Phys. Fluids*, *7*(9), 2154–2162, doi :10.1063/1.868465.
- Morgan, J. W. (1968), Rises, trenches, great faults, and crustal blocks, *J. Geophys. Res.*, *73*(6), 1959–1982, doi :10.1029/JB073i006p01959.
- Morgan, J. W. (1971), Convection Plumes in the Lower Mantle, *Nature*, *230*(5288), 42–43, doi :10.1038/230042a0.
- Morgan, J. W. (1972), Deep Mantle Convection Plumes and Plate Motions, *Am. Assoc. Pet. Geol. Bull.*, *56*(2), 203–213.

- Morgan, J. W. (1983), Hotspot tracks and the early rifting of the Atlantic, *Tectonophysics*, *94*(1-4), 123–139, doi :10.1016/0040-1951(83)90013-6.
- Moucha, R., and A. M. Forte (2011), Changes in African topography driven by mantle convection, *Nat. Geosci.*, *4*(10), 707–712, doi :10.1038/ngeo1235.
- Müller, R. D., and W. H. F. Smith (1993), Deformation of the oceanic crust between the North American and South American Plates, *J. Geophys. Res.*, *98*(B5), 8275, doi :10.1029/92JB02863.
- Müller, R. D., J.-Y. Royer, and L. A. Lawver (1993), Revised plate motions relative to the hotspots from combined Atlantic and Indian Ocean hotspot tracks, *Geology*, *21*(3), 275, doi :10.1130/0091-7613(1993)021<0275:RPMRTT>2.3.CO;2.
- Müller, R. D., M. Sdrolias, C. Gaina, and W. R. Roest (2008), Age, spreading rates, and spreading asymmetry of the world’s ocean crust, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *9*(4), doi :10.1029/2007GC001743.
- Nakagawa, T., and P. J. Tackley (2014), Influence of combined primordial layering and recycled MORB on the coupled thermal evolution of Earth’s mantle and core, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *15*(3), 619–633, doi :10.1002/2013GC005128.
- Nataf, H., and F. Richter (1982), Convection experiments in fluids with highly temperature-dependent viscosity and the thermal evolution of the planets, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *29*(3-4), 320–329, doi :10.1016/0031-9201(82)90020-6.
- Nes, E., N. Ryum, and O. Hunderi (1985), On the Zener drag, *Acta Metall.*, *33*(1), 11–22, doi :10.1016/0001-6160(85)90214-7.
- Norton, I. O. (2000), Global Hotspot Reference Frames and Plate Motion, in *Hist. Dyn. Glob. Plate Motions*, pp. 339–357, American Geophysical Union, Washington, D. C, doi :10.1029/GM121p0339.
- Obayashi, M., H. Sugioka, J. Yoshimitsu, and Y. Fukao (2006), High temperature anomalies oceanward of subducting slabs at the 410-km discontinuity, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *243*(1-2), 149–158, doi :10.1016/j.epsl.2005.12.032.
- Ogawa, M. (2003), Plate-like regime of a numerically modeled thermal convection in a fluid with temperature-, pressure-, and stress-history-dependent viscosity, *J. Geophys. Res.*, *108*(B2), 2067, doi :10.1029/2000JB000069.
- Ogawa, M., G. Schubert, and A. Zebib (1991), Numerical simulations of three-dimensional thermal convection in a fluid with strongly temperature-dependent viscosity, *J. Fluid Mech.*, *233*, 299–328, doi :10.1017/S0022112091000496.

-
- Oliver, J., and B. Isacks (1967), Deep earthquake zones, anomalous structures in the upper mantle, and the lithosphere, *J. Geophys. Res.*, *72*(16), 4259–4275, doi :10.1029/JZ072i016p04259.
- Olson, P., and D. Bercovici (1991), On the equipartition of kinetic energy in plate tectonics, *Geophys. Res. Lett.*, *18*(9), 1751–1754, doi :10.1029/91GL01840.
- Olson, P., D. a. Yuen, and D. Balsiger (1984), Mixing of passive heterogeneities by mantle convection, *J. Geophys. Res.*, *89*(B1), 425, doi :10.1029/JB089iB01p00425.
- Olson, P. L., R. S. Coe, P. E. Driscoll, G. a. Glatzmaier, and P. H. Roberts (2010), Geodynamo reversal frequency and heterogeneous core–mantle boundary heat flow, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *180*(1-2), 66–79, doi :10.1016/j.pepi.2010.02.010.
- O’Neill, C., D. Müller, and B. Steinberger (2005), On the uncertainties in hot spot reconstructions and the significance of moving hot spot reference frames, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *6*(4), doi :10.1029/2004GC000784.
- Ottino, J. M. (1989), The Mixing of Fluids, doi :10.1038/scientificamerican0189-56.
- Oxburgh, E. R., and D. L. Turcotte (1978), Mechanisms of continental drift, *Reports Prog. Phys.*, *41*(8), 1249–1312, doi :10.1088/0034-4885/41/8/003.
- Pekeris, C. L. (1935), Thermal Convection in the Interior of the Earth, *Geophys. J. Int.*, *3*(Supplement 8), 343–367, doi :10.1111/j.1365-246X.1935.tb01742.x.
- Pérez-Campos, X., et al. (2008), Horizontal subduction and truncation of the Cocos Plate beneath central Mexico, *Geophys. Res. Lett.*, *35*(18), L18,303, doi :10.1029/2008GL035127.
- Ricard, Y. (2007), Physics of Mantle Convection, in *Treatise Geophys.*, vol. 7, edited by D. Bercovici, pp. 31–87.
- Ricard, Y., and N. Coltice (2004), Geophysical and Geochemical Models of Mantle Convection : Successes and Future Challenges, in *State Planet Front. Challenges Geophys., Geophysical Monograph Series*, vol. 150, edited by R. S. J. Sparks and C. J. Hawkesworth, American Geophysical Union, Washington, D. C., doi :10.1029/GM150.
- Ricard, Y., and B. Wuming (1991), Inferring the viscosity and the 3-D density structure of the mantle from geoid, topography and plate velocities, *Geophys. J. Int.*, *105*(3), 561–571, doi :10.1111/j.1365-246X.1991.tb00796.x.
- Ricard, Y., L. Fleitout, and C. Froidevaux (1984), Geoid heights and lithospheric stresses for a dynamic earth, *Ann. Geophys.*, *2*(3), 267–286.

- Ricard, Y., C. Froidevaux, and L. Fleitout (1988), Global plate motion and the geoid : a physical model, *Geophys. J. Int.*, *93*(3), 477–484, doi :10.1111/j.1365-246X.1988.tb03875.x.
- Ricard, Y., M. Richards, C. Lithgow-Bertelloni, and Y. Le Stunff (1993a), A geodynamic model of mantle density heterogeneity, *J. Geophys. Res.*, *98*(B12), 21,895, doi :10.1029/93JB02216.
- Ricard, Y., G. Spada, and R. Sabadini (1993b), Polar wandering of a dynamic Earth, *Geophys. J. Int.*, *113*, 284–298, doi :10.1111/j.1365-246X.1993.tb00888.x.
- Ricard, Y., D. Bercovici, and G. Schubert (2001), A two-phase model for compaction and damage : 2. Applications to compaction, deformation, and the role of interfacial surface tension, *J. Geophys. Res.*, *106*(B5), 8907, doi :10.1029/2000JB900431.
- Richards, M. a., and B. H. Hager (1984), Geoid anomalies in a dynamic Earth, *J. Geophys. Res.*, *89*(B7), 5987, doi :10.1029/JB089iB07p05987.
- Richards, M. A., W.-S. Yang, J. R. Baumgardner, and H.-P. Bunge (2001), Role of a low-viscosity zone in stabilizing plate tectonics : Implications for comparative terrestrial planetology, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *2*.
- Richter, F., and N. Ribe (1979), On the importance of advection in determining the local isotopic composition of the mantle, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *43*(2), 212–222, doi :10.1016/0012-821X(79)90204-8.
- Ritsema, J., A. K. McNamara, and A. L. Bull (2007), Tomographic filtering of geodynamic models : Implications for model interpretation and large-scale mantle structure, *J. Geophys. Res.*, *112*(B1), B01,303, doi :10.1029/2006JB004566.
- Rolf, T., and P. J. Tackley (2011), Focussing of stress by continents in 3D spherical mantle convection with self-consistent plate tectonics, *Geophys. Res. Lett.*, *38*(18), L18,301, doi : 10.1029/2011GL048677.
- Rolf, T., N. Coltice, and P. J. Tackley (2012), Linking continental drift, plate tectonics and the thermal state of the Earth’s mantle, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *351-352*, 134–146, doi :10.1016/j.epsl.2012.07.011.
- Rolf, T., N. Coltice, and P. J. Tackley (2014), Statistical cyclicity of the supercontinent cycle, *Geophys. Res. Lett.*, *41*(7), 2351–2358, doi :10.1002/2014GL059595.
- Rosenstein, M. T., J. J. Collins, and C. J. De Luca (1993), A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets, *Phys. D Nonlinear Phenom.*, *65*(1-2), 117–134, doi :10.1016/0167-2789(93)90009-P.

-
- Saltzman, B. (1962), Finite Amplitude Free Convection as an Initial Value Problem-I, *J. Atmos. Sci.*, *19*(4), 329–341, doi :10.1175/1520-0469(1962)019<0329:FAFCAA>2.0.CO;2.
- Sanchez, S., A. Fournier, and J. Aubert (2014), THE PREDICTABILITY OF ADVECTION-DOMINATED FLUX-TRANSPORT SOLAR DYNAMO MODELS, *Astrophys. J.*, *781* :8(1), 1–15, doi :10.1088/0004-637X/781/1/8.
- Schettino, A. (1999), Polygon intersections in spherical topology : application to plate tectonics, *Comput. Geosci.*, *25*(1), 61–69, doi :10.1016/S0098-3004(98)00081-8.
- Schettino, A., and C. R. Scotese (2005), Apparent polar wander paths for the major continents (200 Ma to the present day) : a palaeomagnetic reference frame for global plate tectonic reconstructions, *Geophys. J. Int.*, *163*(2), 727–759, doi :10.1111/j.1365-246X.2005.02638.x.
- Schmalzl, J., G. Houseman, and U. Hansen (1996), Mixing in vigorous, time dependent three-dimensional convection and application to Earth’s mantle, *J. Geophys. Res.*, *101*(B10), 21,847–21,858.
- Schubert, G., D. Stevenson, and P. Cassen (1980), Whole planet cooling and the radiogenic heat source contents of the Earth and Moon, *J. Geophys. Res.*, *85*(B5), 2531, doi :10.1029/JB085iB05p02531.
- Schuberth, B. S. a., H.-P. Bunge, and J. Ritsema (2009), Tomographic filtering of high-resolution mantle circulation models : Can seismic heterogeneity be explained by temperature alone?, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *10*(5), doi :10.1029/2009GC002401.
- Scotese, C. R., L. M. Gahagan, and R. L. Larson (1988), Plate tectonic reconstructions of the Cretaceous and Cenozoic ocean basins, *Tectonophysics*, *155*(1-4), 27–48, doi :10.1016/0040-1951(88)90259-4.
- Scotese, C. R., C. R., and Scotese (1991), Jurassic and cretaceous plate tectonic reconstructions, *Palaeogeogr. Palaeoclimatol. Palaeoecol.*, *87*, 493–501, doi :10.1016/0031-0182(91)90145-H.
- Seton, M., et al. (2012), Global continental and ocean basin reconstructions since 200Ma, *Earth-Science Rev.*, *113*(3-4), 212–270, doi :10.1016/j.earscirev.2012.03.002.
- Shephard, G. E., R. D. Müller, L. Liu, and M. Gurnis (2010), Miocene drainage reversal of the Amazon River driven by plate–mantle interaction, *Nat. Geosci.*, *3*(12), 870–875, doi :10.1038/ngeo1017.
- Shephard, G. E., R. D. Müller, and M. Seton (2013), The tectonic evolution of the Arctic since Pangea breakup : Integrating constraints from surface geology and geophysics with mantle structure, *Earth-Science Rev.*, *124*, 148–183, doi :10.1016/j.earscirev.2013.05.012.

- Shephard, G. E., N. Flament, S. Williams, M. Seton, M. Gurnis, and R. D. Müller (2014), Circum-Arctic mantle structure and long-wavelength topography since the Jurassic, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, doi :10.1002/2014JB011078.
- Shubert, G., D. L. Turcotte, P. Olson, and Schubert (2001), *Mantle Convection in Earth and Planets*, Cambridge University Press.
- Sigloch, K., and M. G. Mihalynuk (2013), Intra-oceanic subduction shaped the assembly of Cordilleran North America., *Nature*, 496(7443), 50–6, doi :10.1038/nature12019.
- Skokos, C. (2010), The Lyapunov Characteristic Exponents and their computation, *Lect. notes Phys.*, 790, 63–135, doi :10.1007/978-3-642-04458-8_2.
- Sleep, N. H. (2011), Small-scale convection beneath oceans and continents, *Chinese Sci. Bull.*, 56(13), 1292–1317, doi :10.1007/s11434-011-4435-x.
- Smith, W. H., and D. T. Sandwell (1997), Global Sea Floor Topography from Satellite Altimetry and Ship Depth Soundings, *Science (80-.)*, 277, 1956–1962, doi :10.1126/science.277.5334.1956.
- Smolarkiewicz, P. K., and L. G. Margolin (1998), MPDATA : A Finite-Difference Solver for Geophysical Flows, *J. Comput. Phys.*, 140(2), 459–480, doi :10.1006/jcph.1998.5901.
- Solheim, L. P., and W. R. Peltier (1994), Avalanche effects in phase transition modulated thermal convection : A model of Earth’s mantle, *J. Geophys. Res.*, 99(B4), 6997, doi : 10.1029/93JB02168.
- Solomatov, V. S. (1995), Scaling of temperature- and stress-dependent viscosity convection, *Phys. Fluids*, 7(2), 266, doi :10.1063/1.868624.
- Solomon, S. C., N. H. Sleep, and R. M. Richardson (1975), On the Forces Driving Plate Tectonics : Inferences from Absolute Plate Velocities and Intraplate Stress, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 42(2), 769–801, doi :10.1111/j.1365-246X.1975.tb05891.x.
- Solomon, T., and J. Gollub (1988), Chaotic particle transport in time-dependent Rayleigh-Bénard convection, *Phys. Rev. A*, 38(12), 6280–6286, doi :10.1103/PhysRevA.38.6280.
- Spada, G., Y. Ricard, and R. Sabadini (1992), Excitation of true polar wander by subduction, doi :10.1038/360452a0.
- Sparrow, C. (1982), *The Lorenz Equations : Bifurcations, chaos and strange attractors*, Applied Mathematical Sciences, applied ma ed., Springer, New York.
- Spiegel, E. A., and G. Veronis (1960), On the Boussinesq Approximation for a Compressible Fluid., *Astrophys. J.*, 131, 442–447, doi :10.1086/146849.

-
- Stadler, G., M. Gurnis, C. Burstedde, L. C. Wilcox, L. Alisic, and O. Ghattas (2010), The dynamics of plate tectonics and mantle flow : from local to global scales., *Science* (80-.), *329*(5995), 1033–8, doi :10.1126/science.1191223.
- Stampfli, G. M., and G. D. Borel (2002), A plate tectonic model for the Paleozoic and Mesozoic constrained by dynamic plate boundaries and restored synthetic oceanic isochrons, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *196*, 17–33.
- Stein, C., J. Schmalzl, and U. Hansen (2004), The effect of rheological parameters on plate behaviour in a self-consistent model of mantle convection, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *142*(3-4), 225–255, doi :10.1016/j.pepi.2004.01.006.
- Steinberger, B., and R. J. O’Connell (1997), Changes of the earth’s rotation axis owing to advection density heterogeneities, *Nature*, *387*, 169–173.
- Steinberger, B., and R. J. O’Connell (1998), Advection of plumes in mantle flow : implications for hotspot motion, mantle viscosity and plume distribution, *Geophys. J. Int.*, *132*(2), 412–434, doi :10.1046/j.1365-246x.1998.00447.x.
- Steinberger, B., and T. H. Torsvik (2008), Absolute plate motions and true polar wander in the absence of hotspot tracks., *Nature*, *452*(7187), 620–3, doi :10.1038/nature06824.
- Steinberger, B., and T. H. Torsvik (2012), A geodynamic model of plumes from the margins of Large Low Shear Velocity Provinces, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, *13*(1), doi : 10.1029/2011GC003808.
- Stewart, C. A., and D. L. Turcotte (1989), The route to chaos in thermal convection at infinite Prandtl number : 1. Some trajectories and bifurcations, *J. Geophys. Res.*, *94*(B10), 13,707, doi :10.1029/JB094iB10p13707.
- Stixrude, L., and C. Lithgow-Bertelloni (2007), Influence of phase transformations on lateral heterogeneity and dynamics in Earth’s mantle, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *263*(1-2), 45–55, doi :10.1016/j.epsl.2007.08.027.
- Sykes, L. R. (1967), Mechanism of earthquakes and nature of faulting on the mid-oceanic ridges, *J. Geophys. Res.*, *72*(8), 2131–2153, doi :10.1029/JZ072i008p02131.
- Tackley, P. J. (1996), On the ability of phase transitions and viscosity layering to induce long wavelength heterogeneity in the mantle, *Geophys. Res. Lett.*, *23*(15), 1985–1988, doi :10.1029/96GL01980.
- Tackley, P. J. (1998), Self-consistent generation of tectonic plates in three-dimensional mantle convection, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *157*(310), 9–22.

- Tackley, P. J. (2000a), Self-consistent generation of tectonic plates in time-dependent, three-dimensional mantle convection simulations : 1. Pseudoplastic yielding, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 1(8).
- Tackley, P. J. (2000b), Self-consistent generation of tectonic plates in time-dependent, three-dimensional mantle convection simulations : 2. Strain weakening and asthenosphere, *Geochemistry, Geophys. Geosystems*, 1(8), doi :10.1029/2000GC000043.
- Tackley, P. J. (2008), Modelling compressible mantle convection with large viscosity contrasts in a three-dimensional spherical shell using the yin-yang grid, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 171(1-4), 7–18, doi :10.1016/j.pepi.2008.08.005.
- Tagawa, M., T. Nakakuki, and F. Tajima (2007), Dynamical modeling of trench retreat driven by the slab interaction with the mantle transition zone, *Earth, Planets Sp.*, 59(2), 65–74, doi :10.1186/BF03352678.
- Torii, Y., and S. Yoshioka (2007), Physical conditions producing slab stagnation : Constraints of the Clapeyron slope, mantle viscosity, trench retreat, and dip angles, *Tectonophysics*, 445(3-4), 200–209, doi :10.1016/j.tecto.2007.08.003.
- Torsvik, T. H., R. D. Müller, R. Van der Voo, B. Steinberger, and C. Gaina (2008), Global plate motion frames : Toward a unified model, *Rev. Geophys.*, 46(3), RG3004, doi :10.1029/2007RG000227.
- Torsvik, T. H., B. Steinberger, M. Gurnis, and C. Gaina (2010), Plate tectonics and net lithosphere rotation over the past 150My, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 291(1-4), 106–112, doi :10.1016/j.epsl.2009.12.055.
- Travis, B., and P. Olson (1994), Convection with internal heat sources and thermal turbulence in the Earth's mantle, *Geophys. J. Int.*, 118(1), 1–19, doi :10.1111/j.1365-246X.1994.tb04671.x.
- Trompert, R. (1998), Mantle convection simulations with rheologies that generate plate-like behaviour, *Nature*, 395(October), 686–689, doi :10.1038/27185.
- Turcotte, D. L., and G. Schubert (1982), *Geodynamics applications of continuum physics to geological problems*, cambridge ed.
- van der Hilst, R. D., S. Widiyantoro, and E. R. Engdahl (1997), Evidence for deep mantle circulation from global tomography, *Nature*, 386(6625), 578–584, doi :10.1038/386578a0.
- Van der Meer, D. G., W. Spakman, D. J. J. van Hinsbergen, M. L. Amaru, and T. H. Torsvik (2009), Towards absolute plate motions constrained by lower-mantle slab remnants, *Nat. Geosci.*, 3(1), 36–40, doi :10.1038/ngeo708.

-
- Van der Voo, R., W. Spakman, and H. Bijwaard (1999), Tethyan subducted slabs under India, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *171*, 7–20, doi :10.1016/S0012-821X(99)00131-4.
- van Heck, H. J., and P. J. Tackley (2008), Planforms of self-consistently generated plates in 3D spherical geometry, *Geophys. Res. Lett.*, *35*(19), L19,312, doi :10.1029/2008GL035190.
- van Hunen, J., A. P. van den Berg, and N. J. Vlaar (2004), Various mechanisms to induce present-day shallow flat subduction and implications for the younger Earth : a numerical parameter study, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *146*(1-2), 179–194, doi :10.1016/j.pepi.2003.07.027.
- van Keken, P., and S. Zhong (1999), Mixing in a 3D spherical model of present-day mantle convection, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *171*(4), 533–547, doi :10.1016/S0012-821X(99)00181-8.
- Van Keken, P. E., C. J. Ballentine, and E. H. Hauri (2003), Convective Mixing in the Earth's Mantle, in *Treatise Geochemistry Vol. 2*, pp. 471–491, Elsevier.
- Čižková, H., J. van Hunen, A. P. van den Berg, and N. J. Vlaar (2002), The influence of rheological weakening and yield stress on the interaction of slabs with the 670 km discontinuity, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *199*(3-4), 447–457, doi :10.1016/S0012-821X(02)00586-1.
- Vine, F. (1966), Spreading of the Ocean Floor : New Evidence, *Science (80-.)*, *154*(3755), 1405–1415.
- Vine, F., and D. Matthews (1963), Magnetic Anomalies Over Oceanic Ridges, *Nature*, *4897*, 947–949.
- Weeraratne, D., and M. Manga (1998), Transitions in the style of mantle convection at high Rayleigh numbers, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *160*(3-4), 563–568, doi :10.1016/S0012-821X(98)00111-3.
- Wegener, A. (1966), *The Orgins of Continents and Oceans*, Dover Publication (original publication 1920), Mineola, N.Y., U.S.A.
- Wegener, A. (2002), The origins of continents, *Int. J. Earth Sci.*, *91*(translation of Geol Rundsch 3 : 276-292, 1912), s4–s17, doi :10.1007/s00531-002-0271-1.
- Weinstein, S. A., and P. L. Olson (1992), Thermal convection with non-Newtonian plates, *Geophys. J. Int.*, *111*(3), 515–530, doi :10.1111/j.1365-246X.1992.tb02109.x.
- Wessel, P., and L. W. Kroenke (2008), Pacific absolute plate motion since 145 Ma : An assessment of the fixed hot spot hypothesis, *J. Geophys. Res.*, *113*(B6), B06,101, doi : 10.1029/2007JB005499.

- Wessel, P., Y. Harada, and L. W. Kroenke (2006), Toward a self-consistent, high-resolution absolute plate motion model for the Pacific, *Geochemistry Geophys. Geosystems*, 7(3), Q03L12, doi :10.1029/2005GC001000.
- Wesseling, P. (1992), *An introduction to multigrid methods*, Pure and Applied Mathematics, Wiley, Chichester, England.
- White, S., S. Burrows, J. Carreras, N. Shaw, and F. Humphreys (1980), On mylonites in ductile shear zones, *J. Struct. Geol.*, 2(1-2), 175–187, doi :10.1016/0191-8141(80)90048-6.
- Wiens, D. A., et al. (1985), A diffuse plate boundary model for Indian Ocean tectonics, *Geophys. Res. Lett.*, 12(7), 429–432, doi :10.1029/GL012i007p00429.
- Wilson, J. T. (1965), A New Class of Faults and their Bearing on Continental Drift, *Nature*, 207(4995), 343–347, doi :10.1038/207343a0.
- Yanagisawa, T., Y. Yamagishi, Y. Hamano, and D. R. Stegman (2010), Mechanism for generating stagnant slabs in 3-D spherical mantle convection models at Earth-like conditions, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 183(1-2), 341–352, doi :10.1016/j.pepi.2010.02.005.
- Yoshida, M. (2010), Preliminary three-dimensional model of mantle convection with deformable, mobile continental lithosphere, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 295(1-2), 205–218, doi : 10.1016/j.epsl.2010.04.001.
- Yoshida, M. (2014), Effects of various lithospheric yield stresses and different mantle-heating modes on the breakup of the Pangea supercontinent, *Geophys. Res. Lett.*, 41(9), 3060–3067, doi :10.1002/2014GL060023.
- Yoshida, M., and T. Nakakuki (2009), Effects on the long-wavelength geoid anomaly of lateral viscosity variations caused by stiff subducting slabs, weak plate margins and lower mantle rheology, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 172(3-4), 278–288, doi :10.1016/j.pepi.2008.10.018.
- Yoshida, M., and M. Santosh (2011a), Future supercontinent assembled in the northern hemisphere, *Terra Nov.*, 23(5), 333–338, doi :10.1111/j.1365-3121.2011.01018.x.
- Yoshida, M., and M. Santosh (2011b), Supercontinents, mantle dynamics and plate tectonics : A perspective based on conceptual vs. numerical models, *Earth-Science Rev.*, 105(1-2), 1–24, doi :10.1016/j.earscirev.2010.12.002.
- Yoshida, M., S. Honda, M. Kido, and Y. Iwase (2001), Numerical simulation for the prediction of the plate motions : Effects of lateral viscosity variations in the lithosphere, *Earth Planets Sp.*, 53, 709–721.

-
- Zhang, N., and S. Zhong (2011), Heat fluxes at the Earth's surface and core-mantle boundary since Pangea formation and their implications for the geomagnetic superchrons, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *306*(3-4), 205–216, doi :10.1016/j.epsl.2011.04.001.
- Zhang, N., S. Zhong, W. Leng, and Z.-X. Li (2010), A model for the evolution of the Earth's mantle structure since the Early Paleozoic, *J. Geophys. Res.*, *115*(B6), B06,401, doi :10.1029/2009JB006896.
- Zhong, S., and M. Gurnis (1995), Mantle convection with plates and mobile, faulted plate margins., *Science* (80-.), *267*(5199), 838–43, doi :10.1126/science.267.5199.838.
- Zhong, S., and M. Gurnis (1996), Interaction of weak faults and non-newtonian rheology produces plate tectonics in a 3D model of mantle flow, *Nature*, *383*(6597), 245–247, doi : 10.1038/383245a0.
- Zhong, S., M. Gurnis, and L. Moresi (1998), Role of faults, nonlinear rheology, and viscosity structure in generating plates from instantaneous mantle flow models, *J. Geophys. Res.*, *103*(B7), 15,255, doi :10.1029/98JB00605.
- Zhong, S., M. T. Zuber, L. Moresi, and M. Gurnis (2000), Role of temperature-dependent viscosity and surface plates in spherical shell models of mantle convection, *J. Geophys. Res.*, *105*(B5), 11,063, doi :10.1029/2000JB900003.
- Ziehmann, C., L. a. Smith, and J. Kurths (2000), Localized Lyapunov exponents and the prediction of predictability, *Phys. Lett. A*, *271*(4), 237–251, doi :10.1016/S0375-9601(00)00336-4.

Annexe D

Table des figures

1.1	Diagramme montrant les anomalies de champ magnétique au Sud-Ouest des îles Vancouver.	8
1.2	Distribution mondiale des séismes de magnitude supérieure à 6 entre 1900 et 1999. Répartition des plaques définies par <i>Morgan</i> [1968].	9
1.3	Bloc diagramme illustrant le rôle de la lithosphère, de l’asthénosphère et de la mésosphère, ainsi que la géométrie des dorsales, des zones de subduction et des failles transformantes.	10
1.4	Figures illustrant la circulation sub-continentale décrite par Holmes.	13
1.5	Illustration d’une expérience analogique de convection.	15
1.6	Géométrie de la grille yin yang.	20
1.7	Illustration de la grille du code Stag.	21
1.8	Diagrammes des régimes de convection pour une viscosité dépendant de la température uniquement et une viscosité dépendante de la température et de la contrainte seuil.	25
1.9	Différentes lois reliant la contrainte au taux de déformation	26
1.10	Exemple de tectonique générée par le code de convection StagYY.	28
1.11	Exemples de profils radiaux moyens de température et de viscosité employés dans nos modèles.	33
2.1	Méthode des “expériences jumelles” utilisée pour mesurer l’évolution de l’erreur et le temps de Lyapunov de nos modèles.	40

2.2	Evolution temporelle de deux groupes de traceurs introduits dans un modèle de convection. (a) Champ de température initial et position des deux groupes de traceurs introduits. Les flèches 1,2,3,4,5, représentent les premiers mouvements de l'écoulement qui agissent sur les groupes de traceurs. (b) (c) (d) (e) Déformation des deux groupes de traceurs au cours du temps [d'après <i>Van Keken et al.</i> , 2003].	42
2.3	Snapshots of the interior temperature field, viscosity and surface velocity, and spherical harmonic maps of the initial state of convection calculations for five different rheologies.	49
2.4	Error growth in twin experiments with rheologies isoviscous and pseudo-plastic yielding.	51
2.5	Error growth for twin experiments varying only in the Rayleigh number. . .	52
2.6	Error growth for different models : isoviscous, layered, pseudo-plastic yielding only, pseudo-plastic yielding combined to layered viscosity, and pseudo-plastic yielding with continents.	53
2.7	Evolution temporelle de deux expériences jumelles comportant des continents de forme terrestre formant initialement la Pangée.	59
2.8	Propagation de l'erreur du manteau supérieur au manteau inférieur pour le modèle LV.	61
3.1	Description géométrique des mouvement à la surface d'une sphère.	65
3.2	Reconstruction du mouvement des plaques à partir des anomalies magnétiques de la lithosphère océanique.	69
3.3	Définition des polygones représentant les plaques tectoniques dans les reconstructions de l'aquie EARTH BYTE.	71
3.4	Correspondance entre la grille Yin Yang et les coordonnées géographiques. .	72
3.5	Géométrie utilisée dans l'algorithme de détermination d'un point à l'intérieur d'un polygone sur une sphère.	73
3.6	Géométrie utilisée dans StagYY pour déterminer les coordonnées de la vitesse d'un point en rotation	75
3.7	Exemple de limites de plaques et vitesses imposées sur la grille de StagYY. .	76
3.8	Evolution de la vitesse moyenne dans le manteau et du flux de chaleur vers un état statistiquement stationnaire.	78
3.9	Typical temperature and viscosity profiles	86
3.10	Snapshot of a free convection solution featuring pseudo-plastic rheology corresponding to parameterization of model E	88

3.11 Slab morphology for different rheologies seen at different subduction zones.	90
3.12 2D maps of relative temperature variations at different depths.	91
3.13 Evolution des erreurs sur le champ de température lors des reconstructions	99
3.14 Synthethic tomography maps	102
4.1 Coupes montrant une subduction plane au niveau des Andes.	109
4.2 Influence du seuil de plasticité sur la tectonique de surface.	112
A.1 Géométrie du problème étudié.	115
B.1 Slab sous l'Inde	121
B.2 Coupes réalisées sur les reconstructions au niveau des principales zones de subduction	122
B.3 Influence du seuil de plasticité sur la tectonique de surface.	123
B.4 Influence du seuil de plasticité sur les variations latérales de viscosité en surface au niveau du Japon et des Andes	124
D.1	153

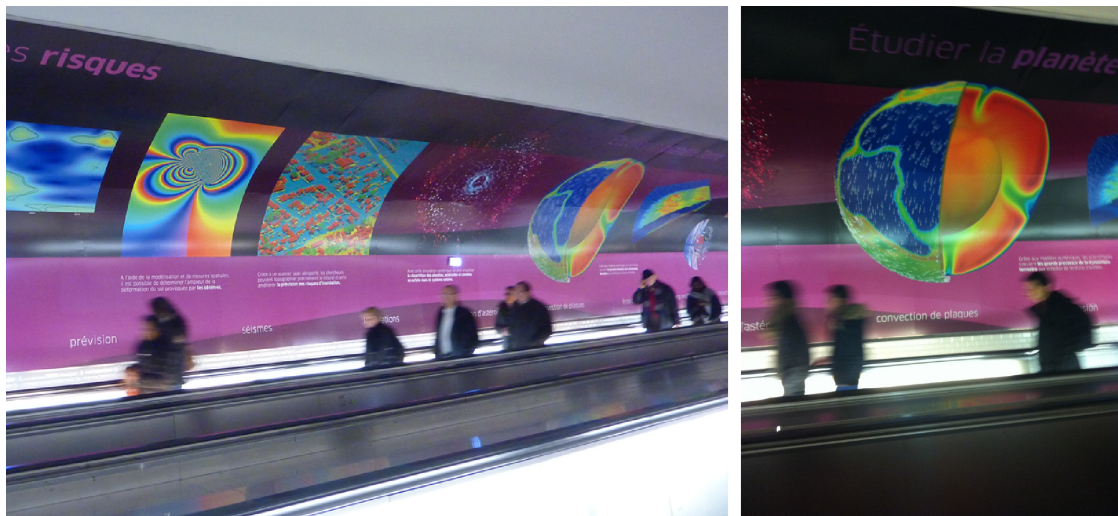


FIGURE D.1: *Fresque du CNRS, station de métro Montparnasse Bienvenue, Janvier-Mars 2014.*