Evaluation et validation des systèmes distribués avioniques

Georges Arnaud Kemayo

▶ **To cite this version:**

Georges Arnaud Kemayo. Evaluation et validation des systèmes distribués avioniques. Autre [cs.OH]. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechique - Poitiers, 2014. Français. NNT : 2014ESMA0010 . tel-01127020

HAL Id: tel-01127020
https://theses.hal.science/tel-01127020

Submitted on 6 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE ET D'AEROTECHNIQUE
(Diplôme National – Arrêté du 7 août 2006)

Ecole Doctorale : Sciences et Ingénierie pour l'Information, Mathématiques
Secteur de Recherche : Informatique et Applications

Présentée par :

Georges Arnaud KEMAYO

****

Évaluation et validation des systèmes distribués avioniques

****

Directeur de Thèse : Pascal RICHARD

Co-encadrants : Frédéric RIDOUARD, Henri BAUER

****

Soutenue le 23 septembre 2014
devant la Commission d'Examen :

****

JURY

Yvon TRINQUET	Professeur, IRCCyN, Nantes	Président
Jean-Luc SCHARBARG	Professeur, IRIT/ENSEEIHT, Toulouse	Rapporteur
Laurent GEORGE	Maître de conférences HDR, LIGM/Université de Paris-Est	Rapporteur
Frédéric RIDOUARD	Maître de Conférences, LIAS/Université de Poitiers	Examinateur
Henri BAUER	Maître de Conférences, LIAS/ENSMA, Poitiers	Examinateur
Pascal RICHARD	Professeur, LIAS/Université de Poitiers	Examinateur

Remerciements

Je voudrais adresser ma reconnaissance et mes remerciements à :

- Pascal RICHARD, mon directeur de thèse, et mes co-encadrants, Frédéric RIDOUARD et Henri BAUER, pour m'avoir guidé tout au long de cette thèse. Je les remercie pour la confiance qu'ils ont placée en moi et les encouragements que j'ai reçus d'eux pendant les phases difficiles de la thèse. L'implication active et la rigueur qu'ils ont consacrées à ce travail m'ont permis d'avancer et d'aboutir sur ce manuscrit.

- Emmanuel GROLLEAU, actuel directeur adjoint du LIAS pour avoir contribué à mon intégration au sein du laboratoire et pour nos différentes discussions sympathiques.

- Jean-Luc SCHARBARG et Laurent GEORGE, pour avoir accepté la lourde tâche de rapporter mon travail. Je remercie également le Professeur Yvon TRINQUET qui m'a fait l'honneur de présider le jury de ma thèse.

- aux membres et anciens membres du LIAS :
  - Frédéric CARREAU et Claudine RAULT pour leur assistance administrative et logistique durant cette thèse.

  - Valéry TEGUIAK, Géraud FOKOU, Yves MOUAFO, Christian FOTSING, Raoul TIAM et Ferdinand FOTIE, pour leur amitié qui est tout naturellement allée au delà du cadre du laboratoire étant donné notre origine nationale commune.

  - Yassine OUHAMMOU, Moustapha BIKIENGA, Bery MBAIOSSOUM, Selma BOUARAR, Guillaume PHAVORIN, Olga GOUBALI, Amira KERKAD, Ahcène BOUKORCA, Thomas LACHAUME, Zouhir DJILANI, Youness BAZHAR, Stephane JEAN, Mickael BARON, Ladjel BELLATRECHE, Yamine AIT-AMEUR, Zoé FAGET, Laurent GUITET, Annie GENIET, etc, que j'ai quotidiennement côtoyés et dont les multiples échanges et blagues que nous avons eus ont contribué à mon épanouissement au sein du laboratoire.

- tous les membres de ma famille et plus particulièrement à ceux qui m'ont permis d'arriver à ce niveau : ma maman Clarisse NJANTEU, Papa Richard NANA, maman Anne TCHABO et maman Hortense KWANKOU. Les moyens de toute sorte, les conseils, les encouragements et le soutien inconditionnel que j'ai toujours reçus d'eux sont sans doute la source par laquelle ma motivation et mon envie d'aller de l'avant n'ont jamais fléchies.

- Dieu, le tout puissant, qui me donne la force et la santé pour travailler.

Table des matières

1 Introduction générale **1**

Partie I Etat de l'art

2 Introduction aux systèmes avioniques **5**
2.1 Introduction . . . 7
2.2 Contexte avionique civil . . . 7
2.2.1 Historique . . . 7
2.2.2 Système avionique : un système temps réel distribué . . . 8
2.2.3 Quelques fonctionnalités avioniques . . . 10
2.2.4 Différentes catégories de criticité dans le système avionique . . . 10
2.2.5 Évolution des Architectures avioniques . . . 11
2.2.6 Avionique Modulaire Intégrée (IMA) . . . 13
2.3 Les réseaux embarqués avioniques . . . 17
2.3.1 Réseaux embarqués temps réel . . . 18
2.3.2 Les réseaux avioniques de l'ADCN . . . 19
2.3.3 Le réseau AFDX . . . 21
2.4 Conclusion . . . 27

3 Méthodes de validation **29**
3.1 Introduction . . . 31
3.2 Méthodes d'analyse du réseau AFDX . . . 31
3.2.1 La méthode par simulation . . . 32
3.2.2 La méthode par vérification de modèle . . . 33
3.2.3 La méthode holistique . . . 33
3.2.4 Le Network Calculus . . . 34
3.2.5 La méthode des trajectoires . . . 42
3.3 Méthode des trajectoires : contexte et modèle réseau . . . 42

3.3.1 Modélisation des éléments du réseau 42
3.3.2 Modélisation des flux du réseau 44
3.3.3 Caractérisation du délai de communication de bout en bout 45
3.3.4 Exemple d'application du modèle réseau 45
3.4 Méthode des trajectoires pour l'AFDX 48
3.4.1 Présentation de la méthode des trajectoires sur un exemple 48
3.4.2 Élaboration des formules de calcul 54
3.4.3 Prise en compte de l'effet de sérialisation dans la méthode 66
3.5 Autres travaux sur la méthode des trajectoires 70
3.6 Conclusion 71

Partie II Contributions 3

4 Analyse de la méthode des trajectoires 75
4.1 Introduction 77
4.2 Analyse du problème d'optimisme en contexte distribué 77
4.2.1 Énoncé du problème d'optimisme en contexte distribué 78
4.2.2 Contre exemple illustrant l'optimisme 79
4.2.3 Analyse des sources de l'optimisme 85
4.2.4 Discussion sur la résolution du problème d'optimisme 91
4.3 Optimisme dû à la prise en compte de la sérialisation 93
4.3.1 Présentation du contre-exemple 93
4.3.2 Illustration de l'optimisme 94
4.3.3 Analyse de l'optimisme dû au critère de *Bauer et al.* 97
4.4 Correction de la méthode des trajectoires pour des cas moins généraux 99
4.4.1 Le cas d'un nœud 100
4.4.2 La ligne de diffusion 102
4.4.3 Optimalité de la méthode des trajectoires en ligne de diffusion 105
4.4.4 Pseudo-ligne de diffusion générant l'optimisme 110
4.5 Conclusion 113

5 Nouvelle méthode d'analyse des délais de bout en bout dans l'AFDX 115
5.1 Introduction 117
5.2 Modèle réseau 118
5.3 Analyse du délai de bout en bout 118
5.3.1 Principe 119
5.3.2 Scénario pire cas pour la détermination de l'arriéré maximal 120
5.3.3 Fonction cumulative et request bound function 123

5.3.4 Formule de l'arriéré de travail maximal 127
5.3.5 Valeurs de t à tester 128
5.3.6 Récapitulatif des formules 131
5.3.7 Algorithme d'implémentation de FA et exemple détaillé 131
5.4 Étude comparative sur un exemple 135
5.5 Conclusion 137

6 Conclusion et Perspectives **139**

Publications **145**

Annexe A **147**
A.1 Pessimisme lié à la comptabilisation des trames pivots 147
A.1.1 Illustration du pessimisme dû aux choix arbitraire du nœud $slow_i$ 148
A.1.2 Amélioration du pessimisme dans l'évaluation des trames pivots 152
A.2 Conclusion 152

Notations **153**

Accronymes **157**

Table des figures

2.1 Évolution de l'avionique dans les aéronefs d'Airbus 8
2.2 Schéma conceptuel d'un système temps réel embarqué en avionique 9
2.3 Schéma abstrait de l'architecture avionique répartie 13
2.4 Architecture IMA de l'A380 : découpage du système avionique en sous-systèmes représentant les principales fonctions avion (tirée de [Iti]) 14
2.5 Schéma abstrait d'un CPM 16
2.6 Différence entre avionique classique et avionique intégrant l'IMA 16
2.7 Organisation des réseaux dans l'architecture IMA 18
2.8 Schéma structurel d'un réseau ARINC 429 19
2.9 Format d'une trame ARINC 429 20
2.10 Structure d'un réseau CAN 20
2.11 Format d'une trame CAN 21
2.12 Structuration de l'AFDX au centre de l'IMA 22
2.13 Structure d'un commutateur AFDX 24
2.14 Réseau AFDX redondé 24
2.15 Structure d'un End System 25
2.16 Caractérisation des liens virtuels sur les liens physiques 25
2.17 Illustration du BAG sur un E/S 26
2.18 Format d'une trame AFDX 26

3.1 Informations sur le délai de bout en bout d'un VL tirée de [Bau11] 32
3.2 Principe de modélisation d'un réseau par le Network Calculus 35
3.3 Courbe d'arrivée de type "seau percé" 36
3.4 Courbe de service de type "latence-débit" 37
3.5 Configuration pour l'illustration des formules du Network Calculus 38
3.6 Calcul graphique du délai d'attente et de l'arriéré présent sur un port 40
3.7 Courbe de sortie du commutateur S_1 du flux v_1 41
3.8 Structure d'un nœud du réseau 43
3.9 Temps minimum inter-génération de trames sur le nœud source 44
3.10 Croisement entre deux flux 44
3.11 Caractérisation des composants du délai de communication d'un flux v_i 45
3.12 Modélisation d'un port de sortie de commutateur en nœud 46

3.13 Modélisation du port de sortie d'E/S en nœud 46
3.14 Correspondance entre un VL et un flux du modèle à analyser 47
3.15 Correspondance entre l'AFDX et le modèle réseau 47
3.16 Un exemple de configuration AFDX 48
3.17 Modèle réseau étudié issu de la configuration 3.16 49
3.18 Modélisation de la configuration du chemin du flux v_6 49
3.19 Instant de départ de la trame 6 dans un scénario possible 50
3.20 Instant de départ au plus tard $W_6^{S_{21}}(0)$ de la trame 6 dans le scénario pire cas . 53
3.21 Quantification maximale des trames de v_j retardant i sur h 56
3.22 Représentation graphique de recherche du délai de bout en bout R_i d'un flux v_i 60
3.23 Modèle de la configuration de la figure 3.16 avec l'ordre des nœuds 62
3.24 Extrait du fichier CSV généré par l'outil de calcul des délais de bout en bout pour l'exemple de la figure 3.16 65
3.25 Illustration de la définition de la sérialisation 66
3.26 Configuration réseau illustrant la sérialisation 66
3.27 Pire scénario de la trame 3 sans prise en compte de la sérialisation 67
3.28 Pire scénario de la trame 3 avec prise en compte de la sérialisation 67
3.29 Détermination d'un $\Delta_i^h(t)$ non forcement nul 68
3.30 Extrait du fichier CSV généré par l'outil avec prise en compte de la sérialisation pour l'exemple de la figure 3.16 70

4.1 Expression schématique de l'optimisme d'une borne calculée 79
4.2 Configuration AFDX pour la caractérisation de l'optimisme 79
4.3 Configuration AFDX transposée en modèle des trajectoires 80
4.4 Pire délai de bout en bout de la trame 1 à la date $t = 0\,\mu$s 83
4.5 Pire délai de bout en bout de la trame 1 à la date $t = 40\,\mu$s 85
4.6 Analyse de l'optimisme due à l'intervalle d'estimation 87
4.7 Configuration illustrant l'optimisme de $W_i^{last_i}(t)$ 87
4.8 Scénario illustrant l'optimisme de $W_i^{last_i}(t)$ 88
4.9 Combinaison des fonctions t et $W_1^{N_2}(t)$ 89
4.10 Analyse de l'optimisme due à $W_i^{last_i}(t)$ 90
4.11 Illustration du non optimisme lorsque $t_1 \leq t_2$ 91
4.12 Illustration de l'optimisme lorsque $t_1 > t_2$ 91
4.13 Configuration caractérisant l'optimisme dû à la sérialisation 93
4.14 Liens d'entrée IP_0 et IP_1 du nœud N_3 de la figure 4.13 96
4.15 Pire délai de bout en bout de la trame 1 générée à l'instant $t = 40\,\mu$s 97
4.16 Calcul du terme $\Delta_1^{N_3}(40)$ selon le critère d'optimisation de *Bauer et al.* 99
4.17 Calcul du terme $\Delta_1^{N_3}(40)$ en tenant compte de la période des flux. 99
4.18 Exemple de réseau monoprocesseur 100
4.19 Illustration des éléments de délais en configuration monoprocesseur 100
4.20 Configuration monoprocesseur illustrant le problème de l'instant de départ . . . 101

4.21 Pires scénarios de la trame 1 aux instants $t = 0\,\mu$s et $t = 10\,\mu$s 102
4.22 Exemple de configuration en ligne de diffusion 103
4.23 Exemple d'un système flowshop de permutation 105
4.24 Scénario illustrant le temps de réponse de le tâche τ_4 106
4.25 Configuration en pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux sortant . . 110
4.26 Configuration en pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux entrants . . 111
4.27 Contre-exemple illustrant l'optimisme en pseudo-ligne de diffusion 112
4.28 Pire délai de bout en bout de la trame 1 générée à l'instant $t = 0\,\mu$s 113

5.1 Exemple avec non prise en compte de l'effet de sérialisation 118
5.2 Calcul itératif de $Smax_i^h$ 119
5.3 Scénario pire cas considérant que la trame f_j arrive seule sur un nœud h 122
5.4 Scénario pire cas dans lequel f_j arrive simultanément que ses k ($k \geq 0$) précédentes trames sur le nœud h. 122
5.5 Scénario pire cas des arrivées de trames de v_j dans un intervalle de longueur t sur un nœud h 123
5.6 Scénario des arrivées de trames de v_j lorsque $\alpha_j^h < 0$. 125
5.7 Une configuration AFDX 133
5.8 Transposée de la configuration figure 5.7 dans le modèle de la méthode FA . . . 133

A.1 Configuration 1 illustrant le pessimisme 148
A.2 Configuration 2 illustrant le pessimisme 151

Liste des tableaux

3.1 Caractéristiques des flux v_1 et v_2 38

4.1 Caractéristiques des flux de la configuration figure 4.2 (en μs) 80
4.2 Durées minimale et maximale des flux pour arriver sur le nœud S_{31} 81
4.3 Valeurs de $A_{1,j}$ sur le premier nœud commun 81
4.4 Caractéristiques des flux de la configuration de la figure 4.13 94
4.5 Durées minimale et maximale des flux pour atteindre le nœud h commun avec v_1 94
4.6 Valeurs de $A_{1,j}$ sur le premier nœud commun avec v_1 95
4.7 Correspondance entre éléments de ligne de diffusion et flowshop de permutation 108
4.8 Caractéristiques des flux de la configuration figure 4.27 112

5.1 Caractéristiques des flux de la configuration présentée sur la figure 5.7 134
5.2 Temps mis pour arriver sur le nœud S_{31} 135
5.3 Pire délai de bout en bout calculés par les méthodes FA, NC, NCSS et MT pour chaque flux. 136

A.1 Caractéristiques des flux de la configuration de la figure A.1 149

Introduction générale

Contexte

Un système avionique correspond à un ensemble de sous-systèmes temps réel repartis dans l'avion et reliés entre eux par des réseaux informatiques. Son évolution au fil du temps se caractérise par l'ajout de nouvelles fonctionnalités, mais aussi par l'augmentation de la quantité de données échangées entre les différents systèmes. Il est donc nécessaire de définir un réseau à haut débit permettant la transmission de ces données. C'est dans ce contexte que les avionneurs tels que Airbus développent le réseau AFDX (Avionics Full Duplex switched Ethernet) standardisé par la norme avionique ARINC 664 partie 7 [ARI03]. Les systèmes avioniques sont soumis à de fortes contraintes de criticité et de temps réel. Ainsi, du point de vue de la gestion de la communication entre les sous-systèmes, il faut garantir que le temps de traversée (délai de bout en bout) de chaque message échangé entre les équipements, est borné. C'est une condition incontournable à la certification du système avionique. Cette thèse se focalise sur l'étude des systèmes avioniques civils et particulièrement sur les problématiques liées au réseau AFDX.

Problématique

L'évaluation du pire délai de bout en bout dans un réseau passe par la démonstration de son déterminisme et la maîtrise de ses différents composants (les nœuds, les liens entre nœuds, la politique de service des messages dans la file d'attente des nœuds). Cependant, cette évaluation est un problème difficile car elle requiert la construction, non évidente, du scénario pire cas de transit sur le réseau pour chaque message afin de déterminer le pire délai de bout en bout recherché. Cette thèse se focalise sur l'analyse du pire délai de bout en bout des messages dans le réseau AFDX fonctionnant avec la politique de service FIFO (First In, First out). Après un état de l'art des méthodes d'analyse des délais de bout en bout existantes, notre objectif est

d'analyser la *méthode des trajectoires* en démontrant son optimisme. Nous finissons par la définition d'une nouvelle approche permettant de valider le pire temps de traversée des messages dans le réseau AFDX.

Structure de la thèse

Ce document comporte deux parties : la partie I pour l'état de l'art et la partie II réservée à l'exposition de nos contributions. La partie I est constituée des chapitres 2 et 3 et la partie II des chapitres 4 et 5.

Le chapitre 2 présente les systèmes avioniques civils en se basant sur l'exemple de l'Airbus A380. Leur historique, leur définition, ainsi que l'évolution de ses architectures sont décrites. Un accent particulier est mis sur l'architecture IMA (Integrated Modular Avionics) et plus particulièrement sur l'étude des réseaux embarqués temps réel utilisés, dont l'AFDX.

Le chapitre 3 s'intéresse à l'étude des principales méthodes existantes permettant de valider les délais de bout en bout des messages dans le réseau AFDX. Dans ce chapitre, la méthode par simulation, par vérification de modèle (model checking), la méthode holistique, le calcul réseau (Network Calculus) et la méthode des trajectoires sont exposées. Une étude approfondie de la méthode des trajectoires est réalisée, c'est le sujet principal de cette thèse.

Le chapitre 4 présente la première contribution de cette thèse. Il se focalise sur l'analyse des délais de bout en bout dans l'AFDX avec la méthode des trajectoires. Nous démontrons que cette méthode présente des problèmes d'optimisme qui la rend inutilisable pour la validation des configurations réseaux AFDX. Après avoir déterminé les sources de l'optimisme, nous analysons la difficulté à résoudre ce problème.

Le chapitre 5, au regard des limitations de méthodes existantes, propose une nouvelle approche d'analyse des délais de bout en bout dans le réseau AFDX. Cette méthode basée sur les concepts de l'ordonnancement temps réel effectue une caractérisation pire cas du trafic rencontré par un message dans le réseau.

Finalement, nous concluons cette thèse et discutons des perspectives de notre travail.

Première partie

Etat de l'art

Chapitre

2 Introduction aux systèmes avioniques

Sommaire

2.1 Introduction **7**
2.2 Contexte avionique civil **7**
2.2.1 Historique 7
2.2.2 Système avionique : un système temps réel distribué 8
2.2.3 Quelques fonctionnalités avioniques 10
2.2.4 Différentes catégories de criticité dans le système avionique 10
2.2.5 Évolution des Architectures avioniques 11
2.2.6 Avionique Modulaire Intégrée (IMA) 13
2.3 Les réseaux embarqués avioniques **17**
2.3.1 Réseaux embarqués temps réel 18
2.3.2 Les réseaux avioniques de l'ADCN 19
2.3.3 Le réseau AFDX 21
2.4 Conclusion **27**

Résumé

Ce chapitre est une introduction aux systèmes avioniques. Son objectif est de définir et de présenter l'ensemble des éléments composant un système avionique civil. Ce chapitre met un accent particulier sur la présentation du réseau avionique AFDX représentant l'une des innovations majeures introduites dans les avions de dernières générations.

2.1 Introduction

Un système avionique se définit comme l'ensemble de tous les équipements physiques et logiciels embarqués dans un avion, et qui lui permettent de réaliser l'ensemble de ses fonctions. Il existe deux catégories de systèmes avioniques : civils et militaires. Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur les systèmes avioniques civils. Dans un premier temps, nous présentons leur contexte général. Ensuite, nous nous concentrons sur l'étude des réseaux embarqués avioniques qui permettent l'interconnexion entre les différents équipements physiques du système. Ces réseaux sont de plusieurs types selon les avionneurs. Dans ce travail, nous nous focalisons sur les réseaux généralement utilisés dans les avions du constructeur Airbus, et en particulier sur le réseau avionique nommé *AFDX* (Avionics Full Duplex Switched Ethernet), sur lequel repose l'essentiel de la problématique traitée dans cette thèse.

Nous organisons ce chapitre de la façon suivante : dans le paragraphe 2.2, nous introduisons le contexte de l'avionique civil au travers de son historique, de définitions, et de ses évolutions architecturales. Dans le paragraphe 2.3, nous nous focalisons sur les réseaux embarqués avioniques et présentons en détail le réseau AFDX. Finalement, au paragraphe 2.4, nous concluons ce chapitre.

2.2 Contexte avionique civil

2.2.1 Historique

Avant les années 60, la quasi totalité des équipements embarqués dans l'avion étaient analogiques. C'est-à-dire, basés sur des techniques mécaniques par exemple. L'évolution des besoins dans les avions implique une augmentation et une complexification des équipements, ainsi qu'un accroissement des données échangées. Les éléments analogiques ne permettent plus de répondre aux besoins en termes de performance et de fiabilité de fonctionnement. Une évolution majeure de l'avionique est l'intégration de l'informatique et de l'électronique. Ainsi, au début des années 60, le remplacement des équipements analogiques par des équipements numériques se démocratise. Dans les années 70/80, des systèmes hydrauliques, électriques ainsi que les premiers micro-ordinateurs sont installés à bord des avions. Ces micro-ordinateurs sont capables de réaliser par exemple, les fonctions de navigation ou encore les fonctions de contrôle de l'énergie électrique de l'avion. Airbus, pour répondre aux besoins croissants en termes de performance et de fiabilité, a progressivement introduit des composants numériques dans ses aéronefs. La Figure 2.1 illustre l'évolution dans le temps du système avionique dans ces aéronefs. Nous remarquons une nette progression des besoins. Ainsi, le volume logiciel est passé de quatre Méga octets pour l'A310 dans les années 70 à dix Méga octets à la fin des années 80 pour l'A320. Aujourd'hui, il y a plusieurs centaines de Méga octets dans l'A380 et cette croissance exponentielle ne ralentit pas.

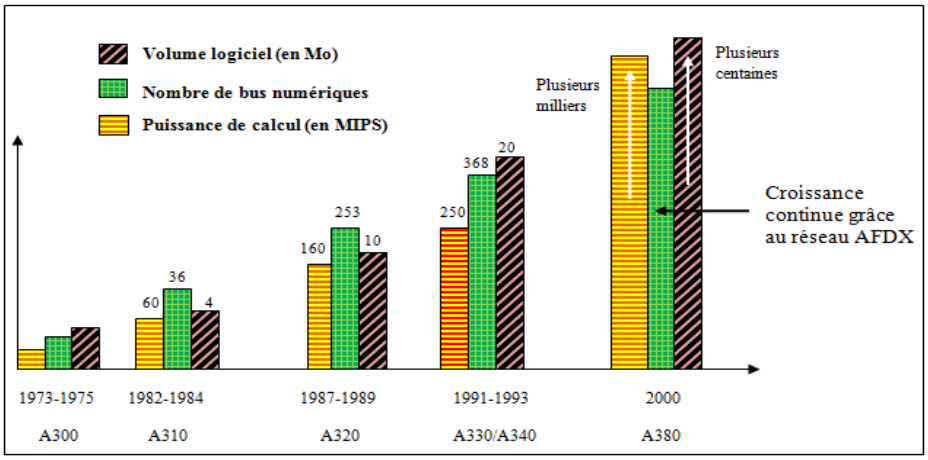

FIGURE 2.1 – Évolution de l'avionique dans les aéronefs d'Airbus

2.2.2 Système avionique : un système temps réel distribué

Le système avionique est l'ensemble des moyens informatiques et électroniques embarqués à bord d'un avion (mais aussi d'un satellite, d'une fusée, etc). Plus précisément, l'avionique est l'ensemble des capteurs, actionneurs, calculateurs, logiciels et bus réseaux, permettant aux systèmes de remplir les différentes fonctionnalités d'un avion. Ces fonctionnalités sont soumises à des contraintes temps réel et de criticité [CHA07]. Les logiciels sont exécutés par les calculateurs et les bus réseaux permettent l'interconnexion entre les équipements physiques (calculateurs, capteurs, actionneurs,...).

Le bon fonctionnement d'un système temps réel ne dépend pas seulement de la justesse des résultats, mais aussi du temps auquel ils sont fournis (au bon instant) [Leh90]. Il est donc soumis à deux types de contraintes : *fonctionnelles* qui font référence aux résultats de calcul et *temporelles* qui font référence aux exigences sur les dates auxquelles ces résultats doivent être délivrés. Un système avionique est temps réel et distribué, car il est composé d'un ensemble de sous-systèmes temps réel hétérogènes repartis dans l'avion et qui doivent intercommuniquer via divers réseaux embarqués, pour réaliser ses fonctions. En avionique, les données en entrée du système sont fournies par les capteurs ou les consignes. Ces données sont traitées par les logiciels embarqués sur les calculateurs d'un ou de plusieurs sous-systèmes, puis en fonction des résultats obtenus, ces derniers agissent sur le procédé contrôlé (l'avion) au travers des actionneurs. Il ressort ainsi deux dimensions dans l'avionique :

- Premièrement, une dimension **système** chargée de la mise en place des architectures physiques embarquées dans l'avion et de la gestion temps réel des applications qu'elles supportent.
- Deuxièmement, une dimension **réseaux** chargée de la mise en place des bus d'interconnexion entre les diverses architectures physiques et de la gestion temps réel des messages transmis

sur ces bus.

La figure 2.2 récapitule la définition précédente de l'avionique comme ensemble de systèmes temps réel contrôlant un procédé et reliés entre eux par une couche constituée d'un ensemble de réseaux embarqués.

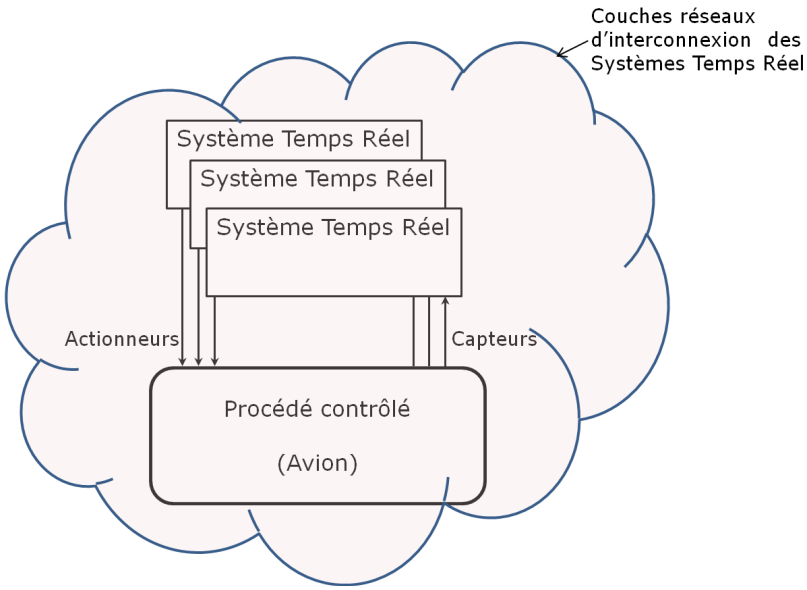

FIGURE 2.2 – Schéma conceptuel d'un système temps réel embarqué en avionique

Il est important de souligner que les systèmes embarqués à bord d'un avion, doivent être capables de fonctionner dans des conditions difficiles : milieu à très grande variation de température et de pression, perturbations électromagnétiques, vibrations...

2.2.3 Quelques fonctionnalités avioniques

Un système avionique doit réaliser un ensemble de tâches pour assurer le bon fonctionnement de l'avion. Sans être exhaustif, nous ne citons dans cette section, que quelques unes d'entre elles :

- planification et contrôle de la trajectoire de l'avion (suivi de plan de vol, tenue de cap, mesure de l'altitude...),
- contrôle des mouvements de l'avion autour de son centre de gravité,
- contrôle des commandes de vol,
- pilotage automatique de l'avion
- gestion des écrans du cockpit,
- gestion des alarmes,
- gestion du carburant et de l'électricité dans l'avion,
- gestion du confort des passagers dans l'avion,
- ...

2.2.4 Différentes catégories de criticité dans le système avionique

Les systèmes embarqués dans l'avionique peuvent être classés en plusieurs catégories selon leurs niveaux de criticité. Seule la partie logicielle des systèmes est concernée par ces niveaux de criticité. Plusieurs normes de sécurité internationales qui régissent les activités de développement et de test des logiciels embarqués à bord des avions, ont été définies pour atteindre cet objectif. Ce sont les normes **DO-178A**, **DO-178B** [DO-92] et **ED-12B**, et les récentes **DO-178C** et **ED-12C** publiées fin 2011. D'après la norme [ARI97], nous pouvons les regrouper dans cinq grandes classes aussi appelées niveaux DAL (Development Assurance Level) que nous résumons ci-dessous :

- **Les systèmes de niveau A** : ce sont les systèmes qui ont des fortes contraintes de déterminisme [1] temps réel. Ces systèmes doivent donc avoir une grande sûreté de fonctionnement. Une défaillance de ces systèmes critiques entraine des conséquences catastrophiques (sécurité de vol, atterrissage compromis, crash...) [Ves07]. Par exemple, le système de commandes de vol est un système critique dans l'avion. Il est chargé en fonction de l'environnement extérieur, de stabiliser l'avion par le contrôle et la commande de ses gouvernes. S'il tombe en panne, cela peut entrainer un crash de l'avion.

- **Les systèmes de niveau B** : ce sont les systèmes ayant les mêmes contraintes que celles des systèmes critiques, à la différence qu'une défaillance ne provoque pas des conséquences irréversibles. Une défaillance ou un non respect d'une contrainte peut provoquer un impact négatif sur la sécurité et/ou les performances de l'avion, ou encore modifier la capacité de

1. Un système déterministe temps réel est un système ayant toujours les mêmes réactions face aux mêmes évènements. Son comportement est prévisible [SR93].

l'équipage à gérer l'avion [Ves07]. Par exemple, la défaillance du système de pilotage automatique rajoute une charge de travail élevée à l'équipage.

- **Les systèmes de niveau C** : une défaillance peut provoquer des problèmes sérieux entraînant un dysfonctionnement des équipements vitaux de l'avion. Par exemple, la défaillance du système de gestion de l'énergie électrique peut entrainer un problème du management du confort dans l'avion. Ce qui a pour conséquence de provoquer un mal être des passagers.

- **Les systèmes de niveau D** : systèmes dont une défaillance est notable, mais a moins d'impact qu'une défaillance dans les classes précédentes.

- **Les systèmes de niveau E** : ce sont les systèmes dont le fonctionnement n'est lié à aucune contrainte. Une défaillance ne crée aucune conséquence sur la sécurité de l'avion ou encore la charge de travail de l'équipage. C'est par exemple le système de gestion du multimédia dans l'avion.

2.2.5 Évolution des Architectures avioniques

Depuis l'avènement de l'avionique jusqu'à nos jours, plusieurs architectures se sont succédées pour répondre aux besoins de l'évolution des systèmes avioniques. L'architecture d'un système influe directement sur la façon dont ses entités sont reliées entre elles et comment elles coopèrent. Nous listons ci-dessous chronologiquement ces différentes architectures avioniques [GRI04, CHA07] :

1. **Architecture centralisée** : c'est la toute première des architectures avioniques. Dans cette architecture, les quelques applications embarquées dans les équipements sont gérées par un calculateur unique central. Les équipements passent par ce calculateur pour exécuter leurs fonctions. Ce système est très vulnérable car il est centré sur un seul calculateur. Le dysfonctionnement ou la perte de ce calculateur peut entrainer des conséquences critiques dans l'exécution de certaines tâches. Pour remédier aux problèmes liés à l'architecture centralisée, les avionneurs ont défini l'architecture fédérale.

2. **Architecture fédérale** : dans cette architecture, les équipements embarqués sont répartis dans l'avion, à proximité des capteurs et des actionneurs. Le but de cette répartition est non seulement de gagner en temps de communication entre ces équipements et les capteurs/actionneurs, mais aussi de réduire la longueur du câblage qui les interconnecte et ainsi le poids de l'avion. L'architecture fédérale a été présentée dans le concept DAIS (Digital Avionics Information System) [Goc81] et utilisée principalement dans les aéronefs militaires tels que le F16 de l'US Air Force. Dans cette architecture, le contrôle des équipements est centralisé autour non plus d'un seul, mais de plusieurs calculateurs plus puissants que celui de l'architecture centralisée. Chaque calculateur contrôle un ensemble

d'équipements bien définis et ne peut exécuter qu'une seule application embarquée à un moment donné. Il existe un calculateur supplémentaire qui contrôle les communications entre les équipements. Cette architecture favorise l'utilisation des bus réseau du type MIL-STD-1553B [MS78] destinés aux aéronefs militaires. Un avantage de cette architecture par rapport à la précédente est la répartition du système en plusieurs domaines, chacun étant contrôlé par un calculateur, ce qui réduit la vulnérabilité de tout le système. Les autres avantages sont sa simplicité et sa tolérance aux fautes. Le principal inconvénient est la centralisation des communications via un unique calculateur, ce qui implique une vulnérabilité et un besoin d'adapter les caractéristiques du reste du système à ce calculateur central. Dans le passé, cette vulnérabilité était un réel problème, car contrairement aux aéronefs militaires, les fournisseurs d'équipement étaient très nombreux pour le développement des aéronefs civils. Cette diversité ne facilite ainsi pas l'adaptabilité suscitée.

3. **Architecture répartie** : Principalement utilisée sur l'A320 et l'A340 d'Airbus ou encore sur le Boeing 777, cette architecture est la même que l'architecture fédérale, à la différence qu'il n'existe plus de contrôle centralisé des communications. Les équipements coopèrent ensemble pour réaliser leurs missions. Cette architecture introduit aussi la notion de standardisation des équipements en modules appelés LRU (Line Replaceable Unit). Cette standardisation consiste au regroupement et à l'uniformisation de certains équipements physiques et logiciels compatibles afin d'en faire un seul : c'est le LRU. Un LRU est désormais l'équipement avionique qui exécute une application dédiée et dispose de ses propres ressources (mémoire, calculateur...). Dans l'architecture répartie, il n'existe plus de contrainte sur le moyen de communication entre les équipements, contrairement à l'architecture fédérale qui imposait des bus de communication. Un avantage de cette architecture est la facilitée de maintenance, car si un LRU est défaillant, il est remplacé par un autre qui jouera le même rôle. Par contre, les LRU ne partagent pas de ressources. Par conséquent, l'augmentation du nombre d'applications embarquées dans une telle architecture, passe par une augmentation du nombre de LRU ainsi que du nombre de câblages d'interconnexions. Ceci entraîne une augmentation du poids de l'avion et complique sa maintenance. La Figure 2.3 présente une architecture répartie abstraite sur laquelle nous pouvons remarquer le maillage complexe des interconnexions entre LRU.

4. **Avionique Modulaire Intégrée (Integrated Modular Avionics <IMA>)** : dernière génération d'architecture avionique, elle est utilisée sur les avions A380, A350 et A400M d'Airbus. Cette architecture propose une découpe du système avionique en plusieurs sous-systèmes et une structuration des divers sous-systèmes autour d'un réseau cœur (l'AFDX) de haute performance servant de relai d'intercommunication entre ces derniers. Nous étudions plus en détails cette architecture dans le paragraphe suivant.

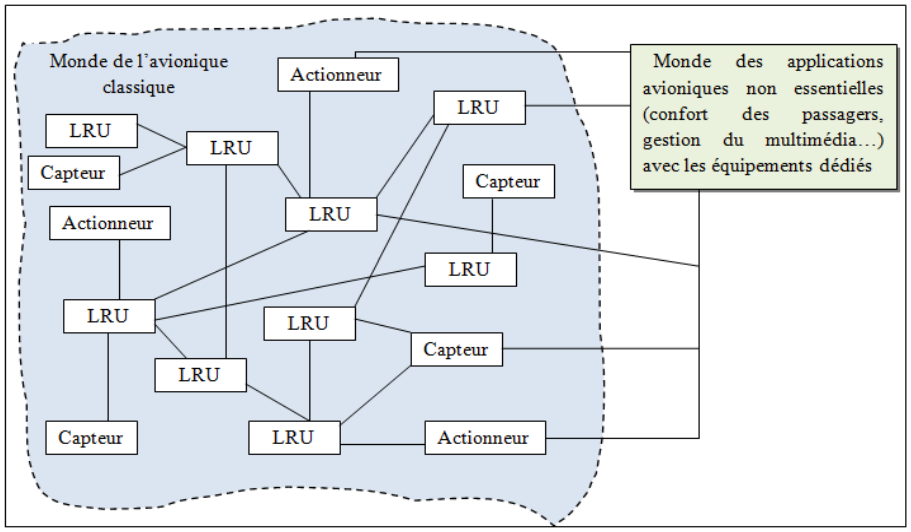

FIGURE 2.3 – Schéma abstrait de l'architecture avionique répartie

2.2.6 Avionique Modulaire Intégrée (IMA)

L'IMA est l'architecture la plus récente utilisée dans les avions pour répondre aux besoins de l'avionique et ainsi pallier aux problèmes posés par l'architecture répartie : problème de poids, du câblage pléthorique, du non partage de ressources... Cette architecture est majoritairement utilisée par les avionneurs actuels. L'IMA est issue des projets européens de recherche PAMELA [HP01] (Process for Advanced Management of End of life Aircraft) et VICTORIA [Vic] (Validation platform for Integration of standard Components, Technologies and tools in an Open, modulaR and Improved Aircraft electronic system). Cette architecture est implémentée dans les avions A380, A350 et A400M d'Airbus, le 787 de Boeing, le Rafale et le Falcon 900 de Dassault Aviation... Tout comme l'architecture répartie, l'IMA n'impose pas de moyen de communication entre les composants avioniques. La solution adoptée par Airbus a été de développer un nouveau réseau de communication à haut débit, appelé AFDX correspondant à l'implémentation de la partie 7 de la norme *ARINC 664*.

L'IMA est basée sur une architecture de type «systèmes» [CHA07]. C'est-à-dire, le découpage du système avionique global en plusieurs sous-systèmes distribués dans l'avion. La Figure 2.4 présente l'architecture IMA réelle de l'Airbus A380 présentant la répartition du système en plusieurs sous-systèmes que sont par exemple : le «flight control system», le «Engines system», le «cockpit system», le «Fuel & LG system» ...

L'architecture IMA apporte deux innovations :

– Sur le plan système : une réorganisation de l'architecture avionique et une restructuration des équipements embarqués, dans l'optique de répondre aux problèmes de poids, de permettre

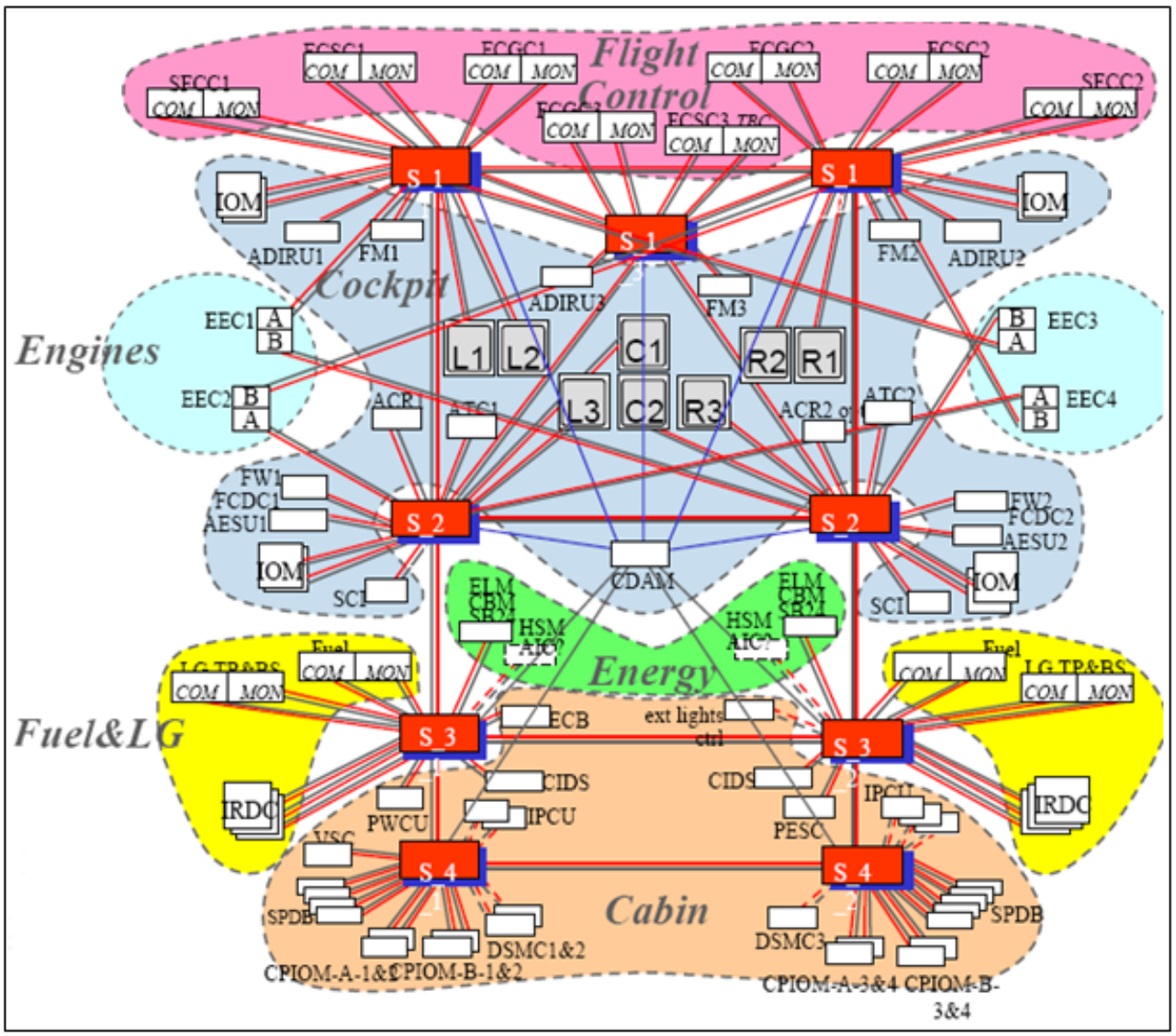

FIGURE 2.4 – Architecture IMA de l'A380 : découpage du système avionique en sous-systèmes représentant les principales fonctions avion (tirée de [Iti])

le partage de ressources ou encore de faciliter la maintenance de l'avionique ; cette partie est développée dans le paragraphe 2.2.6.a suivant.
- Sur le plan réseau : l'ajout d'un nouveau réseau embarqué avionique de haute performance : par exemple le réseau AFDX (Avionics Full Duplex switched Ethernet) qui est le choix d'Airbus ou le réseau ARINC 629 qui est le choix de Boeing. Ce réseau représente désormais, le cœur de communication entre les équipements avioniques. Ainsi, les autres réseaux embarqués dans l'avion doivent s'articuler autour de ce dernier. Cette partie est détaillée dans le paragraphe 2.2.6.b.

2.2.6.a L'IMA : partie système

Dans l'architecture repartie, les LRU sont des équipements disposant de leurs propres ressources (calculateurs, mémoires,...). L'IMA pour répondre aux nouveaux besoins en ressource, restructure et regroupe ces équipements embarqués (les LRU) sous forme de nouveaux modules standardisés appelés génériquement LRM (Line Replaceable Module). Ces derniers permettent le partage de ressources.

L'architecture physique de l'IMA est décrite par la norme ARINC 651 [ARI91]. Il existe ainsi trois types de LRM dans cette architecture : le CPM (Core Processing Module), spécialisé dans les calculs, l'IOM (Input/Output Module) jouant le rôle de pont de communication entre sous-systèmes hétérogènes, et le GWM (GateWay Module) jouant le rôle de pont de communication entre plusieurs LRM. Sous l'IMA, les LRM sont généralement regroupés sur des *étagères* et intercommuniquent entre eux, au travers des bus spéciaux de type ARINC 659 [GRI04]. Chaque étagère est ensuite placée en entrée de chaque sous-système pour lui permettre d'être relié au reste du système avionique.

Nous donnons à présent une description détaillée des différents LRMs ci-dessus cités :

- Les modules de calculs CPIOM ou CPM (Core Processing Input/Output Module) sont chargés d'exécuter les applications avioniques. Ce sont des composants avioniques de grande puissance. Ils permettent la réduction du nombre de LRU et donc la réduction du poids de l'avion. Un CPM exécute plusieurs partitions indépendantes et chaque partition exécute une application (logicielle) avionique. La gestion des différentes applications est effectuée via un système d'exploitation conforme à la norme ARINC 653 [ARI97], s'exécutant sur les ressources matérielles du CPM. La Figure 2.5 présente le schéma abstrait d'un CPM.
  Ce CPM dispose de trois partitions et les applications A, B et C sont respectivement exécutées sur chacune de ces partitions. Le End System (E/S) est un sous composant du CPM. Il représente l'interface de gestion des communications de ce dernier avec le réseau AFDX (détaillé au paragraphe 2.3.3).

- Les modules d'entrée/sortie IOM (Input Output Module) permettent aux divers équipements

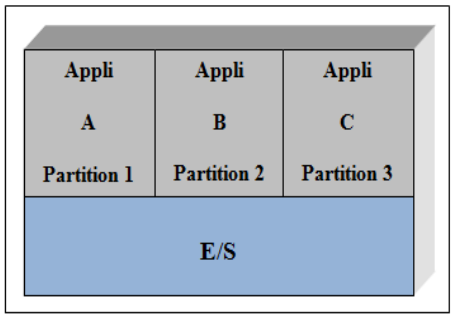

FIGURE 2.5 – Schéma abstrait d'un CPM

standardisés par l'IMA de communiquer avec d'autres équipements du système avionique non standardisés IMA. L'IOM joue le rôle de passerelle de communication entre des équipements avioniques appartenant à des sous-systèmes hétérogènes ne disposant pas du même format de partage de données. L'IOM résout ainsi le problème d'hétérogénéité des messages échangées. L'IOM dispose également d'un sous-composant appelé End System (E/S) lui servant d'interface de communication avec le réseau AFDX.

– Les modules passerelles GWM (GateWay Module). Contrairement aux IOM qui jouent la passerelle de communication entre sous-systèmes avioniques hétérogènes, le GWM permet aux différents étagères de LRMs (standardisés IMA) de communiquer au travers du réseau AFDX qui les relie.

Nous présentons sur la Figure 2.6 tirée de [BAK10], la différence entre un système avionique réparti et un système avionique implémentant l'architecture IMA.

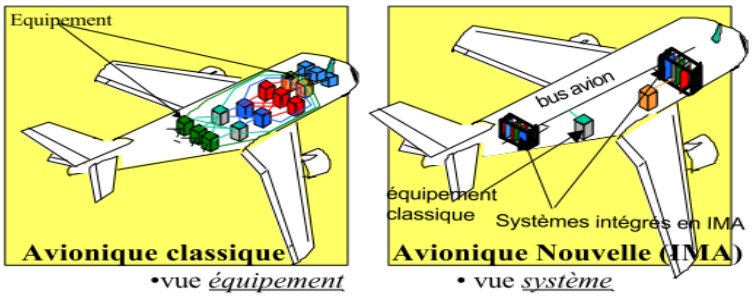

FIGURE 2.6 – Différence entre avionique classique et avionique intégrant l'IMA

Nous pouvons remarquer que dans l'avionique répartie, les équipements sont beaucoup plus nombreux et répartis dans l'avion avec un fort maillage d'interconnexion entre eux. Alors que dans l'avionique appliquant l'IMA, ce nombre d'équipements est réduit et nécessite moins de câblage.

L'architecture logicielle de l'IMA est décrite par la norme APEX (Application/Executive). Cette norme décrit l'interface permettant aux applications avioniques embarquées dans un composant de l'IMA (exemple du CPM) d'interagir avec son système d'exploitation (en anglais, Operating System ou OS). Ce système d'exploitation est décrit par la norme ARINC 653 [ARI97]. Les applications s'exécutant sur les différentes partitions du CPM, accèdent aux ressources (mémoire, processeur...) de ce dernier en passant par le système d'exploitation. Contrairement à l'architecture répartie où une seule application avionique est embarquée sur un LRU, dans l'IMA plusieurs applications sont embarquées dans un CPM (chacune dans une partition). L'utilisation d'un système d'exploitation dans les CPM permet un développement séparé entre les applications avioniques et l'architecture physique (matériel) sur laquelle elles seront embarquées/exécutées, ce qui favorise une meilleure intégration. La séparation entre le développement logiciel et le développement matériel permet des gains en temps et donc une réduction du coût de développement. En général, le fait que certains composants matériels (CPM, IOM et GWM) soient standardisés, apporte aussi des gains non seulement en coût de développement mais aussi en coût de maintenance matériel/logiciel.

2.2.6.b L'IMA : partie réseau

Pour Airbus, l'architecture IMA est implémentée de façon à apporter une nouvelle organisation des réseaux embarqués dans le système avionique. Contrairement aux architectures antérieures où les divers composants sont répartis dans l'avion et interconnectés entre eux par des liaisons point-à-point via des bus dédiés de faible débit (voir figure 2.3), l'IMA apporte une restructuration des réseaux embarqués dans l'avionique. Chaque sous-système utilise des bus spécifiques (bus ARINC, CAN...) pour communiquer avec l'AFDX au travers des étagères de LRM. Sur la Figure 2.7, nous illustrons cette organisation de l'IMA autour du réseau AFDX.

Dans les paragraphes suivants, nous présentons ces différents réseaux avioniques en prenant l'exemple de l'ADCN (Aircraft Data Communication Network) d'Airbus.

2.3 Les réseaux embarqués avioniques

Les réseaux permettent les échanges de messages entre les différents équipements/sous-systèmes embarqués, afin de leur permettre de réaliser leurs fonctions. Certains réseaux doivent respecter des contraintes qui font d'eux des réseaux dits *temps réel*. Dans cette partie, nous donnons dans un premier temps une définition des réseaux embarqués temps réel. Puis nous nous focalisons dans un deuxième temps, sur l'étude des réseaux embarqués avioniques en nous basant sur le cas de l'ADCN d'Airbus.

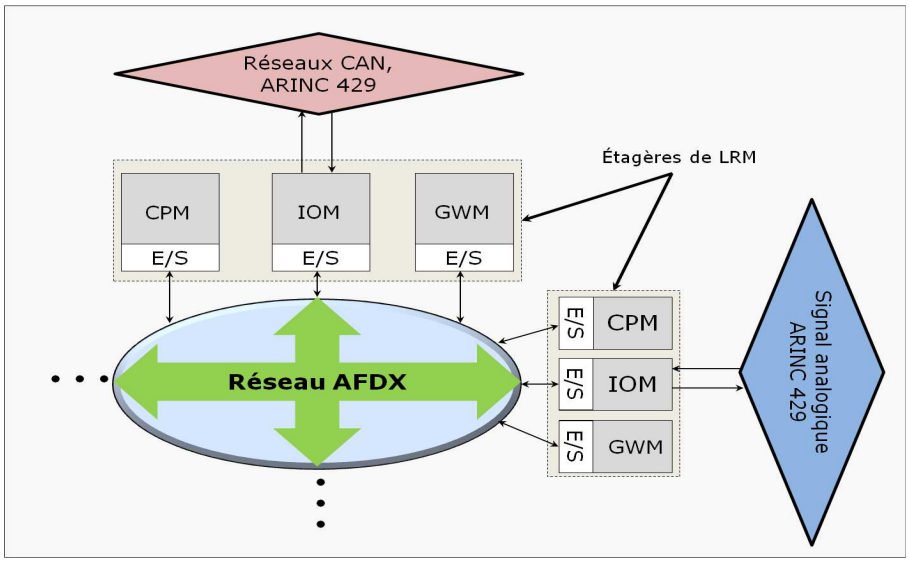

FIGURE 2.7 – Organisation des réseaux dans l'architecture IMA

2.3.1 Réseaux embarqués temps réel

Un réseau embarqué est un système de communication commun à plusieurs dispositifs embarqués dans un procédé (avion, automobile, etc). Il permet l'échange de données entre ces éléments. Un tel réseau est dit temps réel, s'il respecte les contraintes suivantes [TMV95, MZ95] :

- statique : le réseau doit avoir une configuration statique (table de routage et d'interconnexion entre équipements bien définie et invariable tout au long du fonctionnement du réseau) ;
- déterminisme : les équipements qui émettent/reçoivent des messages doivent être connus. Le protocole utilisé dans le réseau pour l'ordonnancement des messages ne doit se prêter à aucun comportement aléatoire. Les types, la taille minimale et maximale des messages qui transitent sur le réseau doivent être connus. Ces messages doivent également être périodiques et/ou sporadiques. C'est-à-dire, qu'ils sont soumis à un contrôle d'admission à l'entrée du réseau (connaissance de l'intervalle de temps entre deux émissions consécutives, connaissance de leurs pires gigues avant transmission réelle). De plus, la durée de transmission d'un message au niveau de tout équipement réseau doit pouvoir être bornée. Ainsi, les délais de bout en bout des messages doivent être garantis ;
- sûreté : le réseau doit assurer qu'il est capable de transporter des données de bout en bout sans qu'il n'y ait de perte ni de dégradation ;
- fiabilité : le réseau doit assurer une utilisabilité garantie (faible probabilité de défaillance/panne matérielle).

Nous ne nous intéressons dans le paragraphe suivant, qu'aux réseaux embarqués avioniques temps réel.

2.3.2 Les réseaux avioniques de l'ADCN

L'ADCN (Aircraft Data Communication Network) est le nom donné au réseau avionique embarqué dans les avions d'Airbus (A380, A350 et A400M). Sa topologie diffère dans ces différents avions, mais reste calquée sur l'architecture IMA. Actuellement, il existe cinq principaux types de réseaux embarqués temps réel dans l'ADCN de l'A380 : les signaux discrets, les signaux analogiques, les bus ARINC 429, les bus CAN et enfin le réseau cœur AFDX (cf. figure 2.7). Nous nous focalisons dans la suite uniquement sur les trois derniers cités.

2.3.2.a Le bus ARINC 429

Le bus ARINC 429 a été standardisé par la norme ARINC (Aeronautical Radio Inc.) [ARI01]. Ce bus est un média de communication numérique unidirectionnel. Il définit une connexion point à point entre un LRU et un IOM, ou encore entre un IOM et un actionneur par exemple. Il peut être multicast. C'est-à-dire, qu'il permet la transmission d'un message initié par un émetteur à destination de plusieurs récepteurs. Son débit est de 100kbits/s au maximum. Ce bus fiable et simple à mettre en œuvre, permet de véhiculer des données numériques de type chaine de caractères, booléen, entier, etc. Le bus ARINC 429 est utilisé dans l'ensemble de la gamme des avions d'Airbus : A320, A330, A380, A350 et A400M. La figure 2.8 présente un scénario de communication avec le bus ARINC 429.

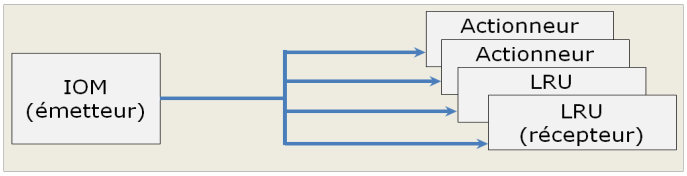

FIGURE 2.8 – Schéma structurel d'un réseau ARINC 429

Les principaux avantages de l'ARINC 429 sont sa fiabilité et sa simplicité. Par contre, ses inconvénients sont : son débit de communication très faible et le fait que les connexions sont point-à-point, ce qui implique qu'une augmentation de fonctionnalités, conduit à une augmentation du câblage entre les équipements. Un nouveau câble est nécessaire pour chaque nouvelle communication (cf. figure 2.3), d'où les problèmes de poids et de maintenance du système avionique.

Une donnée (trame) circulant sur un bus ARINC 429, a une taille maximale de 32 bits. Son format est représenté par la figure 2.9.
Les différentes parties d'une trame ARINC 429 sont décrites comme suit :
- *Label* : champ d'identification du message (8 bits)
- *SDI* : champ d'identification de l'émetteur (3 bits)
- *Données* : champ des données utiles sur 18 bits (plus un éventuel bit de signe)
- *SSM* (Sign/Status Matrix) : validité de la donnée et parfois son signe (2 bits)

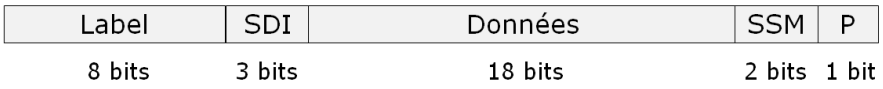

FIGURE 2.9 – Format d'une trame ARINC 429

– P : champ du bit de parité (1 bit)

2.3.2.b Le bus CAN

CAN (Controller Area Network) est un bus conçu par BOSCH pour apporter des solutions de communication numérique temps réel entre des calculateurs embarqués dans l'automobile. Il a été standardisé par l'ISO 11898 et l'ISO 11519 . Il a été dérivé pour être utilisé dans plusieurs autres domaines, notamment dans l'avionique. Dans ce contexte, ce bus permet d'interconnecter des composants tels que des LRU, des capteurs et des IOM par exemple. Dans un réseau CAN, les équipements sont directement connectés au bus aussi appelé *médium*. La communication dans le réseau CAN est gérée selon le protocole CSMA/CA (Carrier Sense Multiple Acces with Collision Avoidance) ou TDMA (Time Division Multiple Access). Si le bus est géré selon le protocole CSMA/CA, alors toute trame à transmettre sur le bus contient un champ d'arbitrage qui définit son niveau de priorité. Plus le champ d'arbitrage est petit plus la priorité de la trame est grande. Lorsque plusieurs équipements tentent d'émettre simultanément sur le bus, c'est celui disposant de la trame la plus prioritaire qui émet en premier. On dit dans ce cas que CAN est basé sur un accès avec priorité au médium et avec résolution de collision. Si le bus est géré selon le protocole TDMA, alors chaque équipement dispose d'un intervalle de temps pour transmettre ses messages et la transmission est cyclique pour tous les équipements. Par ailleurs, le débit du réseau CAN est de 1 Mbit/s maximum. La figure 2.10 présente la structure d'un réseau CAN où nous avons arbitrairement disposé des équipements avioniques. Des informations supplémentaires sur le réseau CAN peuvent être trouvées dans [TBW95].

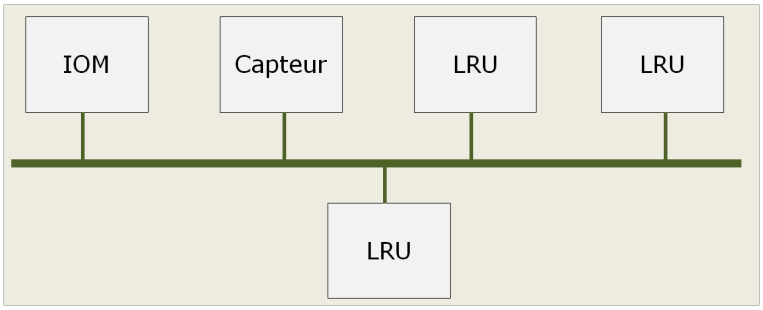

FIGURE 2.10 – Structure d'un réseau CAN

La taille d'une trame CAN varie entre 44 et 108 bits. Il existe plusieurs types de messages CAN : les messages de données, les messages de requêtes, les messages d'erreur, les messages

de surcharge et les messages inter-espace. Nous illustrons sur la Figure 2.11, la structure d'une trame de données CAN.

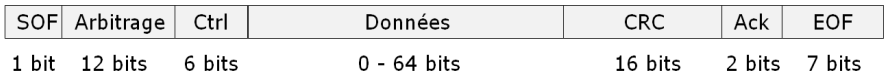

FIGURE 2.11 – Format d'une trame CAN

Ces différentes parties sont décrites comme suit :
- *SOF (Start of Frame)* : Début de la trame (1 bit)
- *Arbitrage* : Champ d'arbitrage (12 bits)
- *Ctrl* : Champ de contrôle (6 bits)
- *Données* : Champs de données (de 0 à 64 bits)
- *CRC* (Cyclic Redundancy Code) : Code de contrôle d'erreur (16 bits)
- *Ack* : Champ d'acquittement (2 bits)
- *EOF* (End of Frame) : Fin de la trame (7 bit à 0)

2.3.2.c Le réseau AFDX

C'est le réseau cœur nouvellement introduit dans l'architecture IMA. Dans cette thèse, ce réseau avionique représente le thème principal sur lequel nous focalisons notre étude. Nous le présentons donc plus en détails dans le paragraphe suivant.

2.3.3 Le réseau AFDX

L'AFDX (Avionics Full Duplex Switched Ethernet) est un réseau issu de la technologie Ethernet commuté. Il est standardisé par la norme ARINC 664 (partie 7) [ARI03] pour être applicable dans l'avionique. Cette norme a été rédigée par des industriels tels que Airbus, HoneyWell, Boeing ou encore Rockwell-Collins. L'AFDX repose essentiellement sur des équipements appelés *commutateurs* (en anglais, switches). Il est placé au centre de l'architecture IMA et sert de cœur de communication entre les différents sous-systèmes avioniques (voir figure 2.12).

Dans la suite, avant d'exposer les caractéristiques de l'AFDX, nous présentons brièvement le réseau Ethernet duquel il s'inspire, dans le paragraphe 2.3.3.a. Puis, les caractéristiques et les différents composants de l'AFDX sont détaillés dans les paragraphes suivants.

2.3.3.a Le réseau Ethernet

L'Ethernet est une technologie réseau qui est utilisée dans le monde industriel et qui est décrite par la norme IEEE 802.3 [IEE]. Il s'agit d'un réseau à haut débit fonctionnant à l'origine sur un bus. Il peut également fonctionner dans une architecture en étoile multiplexée, c'est l'Ethernet

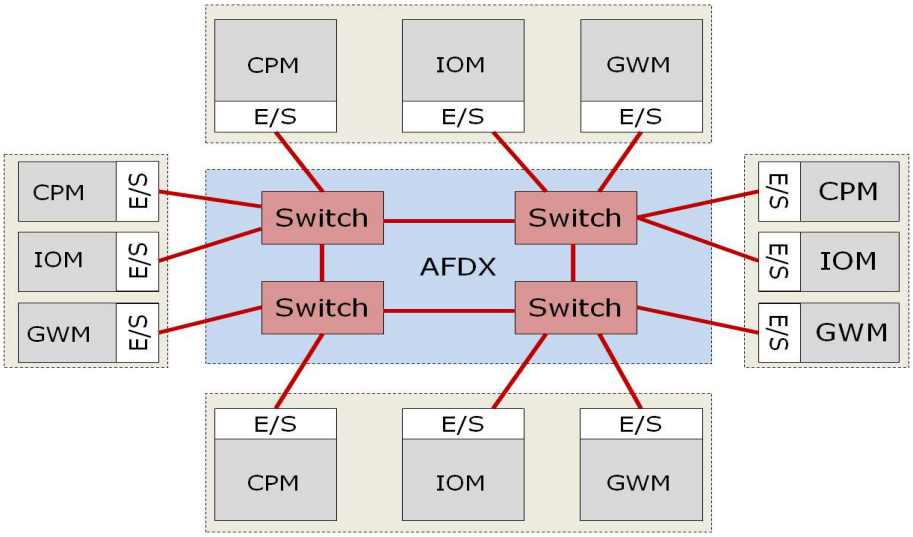

FIGURE 2.12 – Structuration de l'AFDX au centre de l'IMA

commuté. C'est-à-dire, une architecture dans laquelle des terminaux (équipements périphériques) sont reliés entre eux au moyen de commutateurs interconnectés par des liens physiques. Le multiplexage géré au niveau des commutateurs, consiste en la réception, le traitement et la retransmission des données circulant sur les liens physiques à l'intérieur du réseau. Son débit est de 10 ou 100 Mbps (**M**éga **b**its **p**ar **s**econde) et peut aller jusqu'au Giga bits par seconde. Les données numériques échangées entre deux terminaux sont encapsulées dans des paquets ou *trames*. Dans l'Ethernet, un lien physique peut fonctionner en *half duplex* ou en *full duplex*. Dans le cas half duplex, il ne laisse transiter les trames que dans un seul sens à un instant donné. Dans ce contexte, sur un lien physique, si deux trames se croisent, alors, elles entrent en collision. Dans le cas full duplex, la circulation des trames est possible dans les deux sens. Dans ce contexte, la collision n'est plus possible. Par défaut, l'Ethernet fonctionne en mode half duplex et est piloté par le protocole d'accès au médium (lien) appelé CSMA/CD (Carrier Sense, Multiple Access, with Collision Detection). Ce protocole est indéterministe, ceci à cause de l'aléa dans l'algorithme de sa méthode de résolution des collisions. Ce protocole n'évite donc pas la perte de trames due aux collisions. S'il y a collision, le protocole autorise les terminaux dont les trames se sont rencontrées, d'attendre un temps aléatoire afin de réessayer d'émettre en évitant une nouvelle collision. Par ailleurs, l'Ethernet bénéficie d'une très grande fiabilité en terme de fonctionnement et de sureté dans les équipements qui la constitue. Ceci se justifie par sa longue histoire et son succès dans le domaine industriel.

Cependant, si nous regardons les contraintes sur les réseaux embarqués définis dans le paragraphe 2.3.1, l'Ethernet n'est pas un réseau déterministe, dû au protocole CSMA/CD et les possibles pertes dues aux collisions. Son utilisation directe dans l'avionique est donc impossible. Dans le paragraphe suivant, nous présentons les principales spécifications de l'AFDX issues de

l'Ethernet.

2.3.3.b De l'Ethernet au réseau AFDX

L'Ethernet s'est rapidement imposé pour le développement de l'AFDX pour les raisons suivantes :
- sa grande maîtrise par le monde industriel classique ;
- son débit élevé (10, 100 Mbps ou Gb/s) ;
- la possibilité d'une réutilisation de ses composants ;
- la possibilité de réduire le câblage entre équipements avioniques, car tous les équipements sont reliés par des commutateurs et une nouvelle liaison entre deux équipements passe par une reconfiguration de la table de commutation et non plus par un nouveau câblage, comme c'est le cas dans un réseau ARINC 429 ; ce qui constitue un gain en terme de flexibilité du réseau.
- du point de vue maintenance, ce réseau facilite la mise à jour, la modification et le traitement des problèmes pouvant survenir dans le système avionique, car le fonctionnement de ses composants est maîtrisé.

Malgré les bonnes caractéristiques du réseau Ethernet, le problème d'indéterminisme doit être corrigé pour une utilisation dans l'avionique. La norme ARINC 664 impose d'utiliser le réseau Ethernet dit *commuté Full Duplex* . Le Full Duplex fait appel à un lien physique bidirectionnel permettant l'émission simultanée de trames dans les deux sens sans qu'elles ne se croisent (désormais, il est impossible de perdre des trames en raison de collisions). Ainsi, le protocole CSMA/CD devient inutile et il n'y a plus de temps d'attente aléatoire pour accéder au réseau. Mais cela ne suffit pas à le définir, car un autre composant principal du réseau AFDX est le commutateur Ethernet. Ce dernier doit également être spécifié pour être utilisé dans le contexte critique qu'est l'avionique.

2.3.3.c Les commutateurs AFDX

Le commutateur est le composant principal du réseau AFDX. Il fonctionne en mode *store and forward*. Ce mode implique la récupération entière d'une trame avant le début de son traitement. Chaque commutateur reçoit des trames sur ses liens d'entrée. Il les analyse puis les oriente sur le(s) port(s) de sortie souhaité(s). Lorsque plusieurs trames essaient d'accéder au même port de sortie, celles qui ne sont pas encore transmises sont stockées dans une file d'attente. La figure 2.13 dépeint la structure d'un commutateur AFDX.
Les fonctions de contrôle et de surveillance se résument à l'analyse de l'intégrité de la trame et au respect du contrat de trafic (taille des trames et temps inter-trames). Pour chaque commutateur, le temps de commutation d'une trame (arrivée de la trame, contrôle et routage) est borné par 16 μs [GRI04]. Il existe deux niveaux de priorité (*high* et *low*) dans la file d'attente des commutateurs AFDX. Lorsque les messages ont la même priorité, ils sont gérées en mode

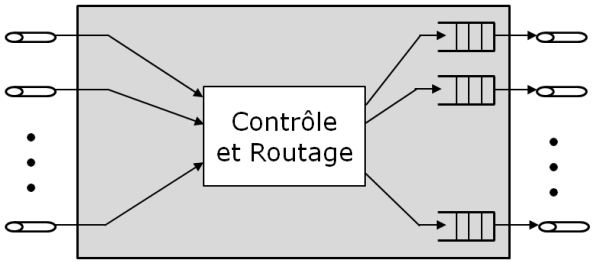

FIGURE 2.13 – Structure d'un commutateur AFDX

FIFO (First In, First Out) : les trames sont traitées suivant leur ordre d'arrivée. Chaque commutateur dispose d'une horloge interne, mais il n'existe pas de mécanisme de synchronisation globale de ces différentes horloges. Le commutateur est au cœur du déterminisme du réseau AFDX. Pour éviter les problèmes d'indéterminisme, sa table de commutation est configurée statiquement et ce avant le démarrage du réseau. Enfin, le débit du lien de chaque port de sortie est configuré à 10 Mbps ou 100 Mbps.

Par ailleurs, comme le réseau AFDX repose essentiellement sur les commutateurs, la perte d'un commutateur peut entraîner de graves conséquences. Pour assurer une disponibilité accrue du réseau, il est redondé. C'est-à-dire qu'un réseau miroir (qui est l'exact copie du premier) est ajouté. Ainsi, les terminaux émettent des messages sur les deux réseaux en parallèle. En sortie, les destinataires traitent le premier des deux messages arrivés. La figure 2.14 illustre un réseau AFDX redondé.

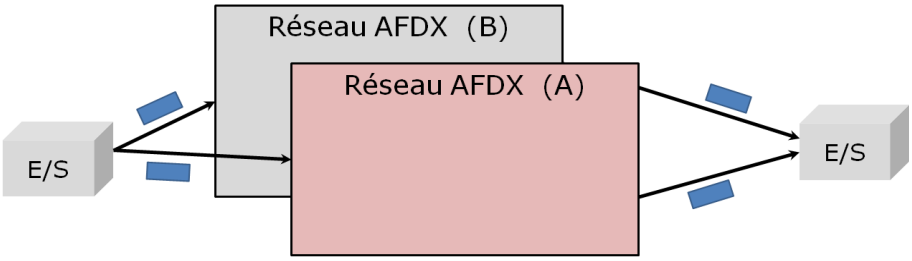

FIGURE 2.14 – Réseau AFDX redondé

2.3.3.d Les End Systems

Un End System (E/S) représente les points d'entrée/Sortie du réseau AFDX. Il définit la composante d'un LRM (CPM, IOM, GWM) lui permettant d'envoyer ou de recevoir des messages sur le réseau AFDX (cf. figure 2.12). Il est chargé de transmettre sur le réseau, via un port de sortie, les messages générés par les applications s'exécutant sur son LRM. Ce port est doté d'une file d'attente. Le débit du lien du port de sortie est le même que celui des commutateurs

(10 Mbps ou 100 Mbps). De même, chaque E/S dispose de sa propre horloge interne et il n'existe aucune synchronisation globale avec les autres E/S du système, ou avec les commutateurs. La structure d'un E/S est illustrée sur la Figure 2.15.

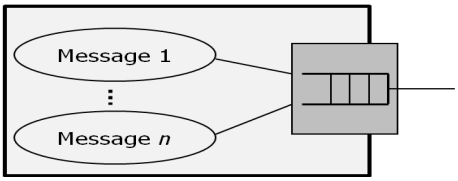

FIGURE 2.15 – Structure d'un End System

Le End System effectue plusieurs opérations (structuration des données à envoyer sous forme de trames, fragmentation/défragmentation de trames, filtrage de trames, ou encore duplication de la trame sur le réseau redondé,...) avant de laisser entrer ou sortir une trame sur le réseau AFDX. Il dispose de ports de communication qui ont été standardisés par la norme ARINC 653 [ARI97]. Ces ports sont de deux types :

- Le port Sampling : ce type de port dispose d'une file d'attente ayant une seule place. Lorsqu'une nouvelle trame est transmise par une application à ce port, l'ancienne trame est écrasée.
- Le port Queuing : ce type de port dispose d'une file d'attente ayant plusieurs places. Les nouvelles trames entrantes sont ajoutées en queue et la première arrivée est la première à être transmise sur le réseau (politique de service FIFO).

2.3.3.e Les liens virtuels

Dans le réseau AFDX, les communications sont modélisées par des liens virtuels (VL - Virtual Link). Un VL est un canal virtuel, statique et unidirectionnel sur un lien physique. Il permet de ségréguer (partager) un lien physique en communications indépendantes. Il permet donc de réserver de la bande passante pour chaque flux avionique devant traverser le réseau AFDX. Un VL peut également être multicast : il peut se dupliquer sur un nœud en suivant différents chemins menant à plusieurs E/S destinataires. La figure 2.16, illustre un E/S générant trois VL, dont l'un est multicast et les deux autres sont unicast (un émetteur vers un seul destinataire).

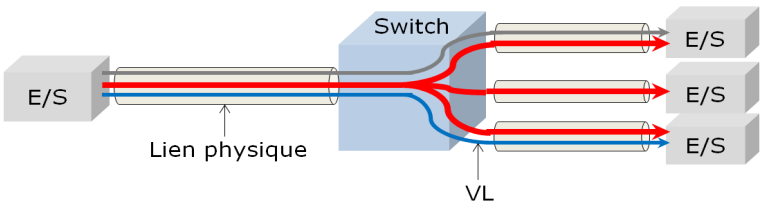

FIGURE 2.16 – Caractérisation des liens virtuels sur les liens physiques

Chaque VL dispose des caractéristiques suivantes :
- un E/S source ;
- un chemin statique vers un ou plusieurs E/S destinataires ;
- un identifiant (ID) unique ;
- une taille minimale notée F_{Min} et maximale notée F_{Max} des trames qu'il admet ;
- un BAG (Bandwith Allocation Gap), représentant le délai minimum entre l'émission de deux trames consécutives sur son E/S source (c'est-à-dire, le délai entre les entrées de deux trames consécutives du VL dans la file d'attente du E/S). Si la trame d'un VL générée par le E/S ne respecte pas le BAG défini, alors, elle est supprimée. La figure 2.17 dépeint cette situation.

En conséquence, un VL dispose d'un débit maximal égal à la taille maximale de ses trames, divisée par son BAG (c'est-à-dire, $\frac{F_{Max}}{BAG}$).

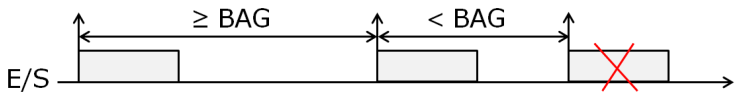

FIGURE 2.17 – Illustration du BAG sur un E/S

2.3.3.f Structure d'une trame AFDX

Une trame AFDX a une taille comprise entre 84 et 1538 octets en fonction de la charge utile qu'elle contient. La figure 2.18 illustre le format d'une trame AFDX qui est à l'image de la trame Ethernet.

FIGURE 2.18 – Format d'une trame AFDX

Les différentes parties de la trame AFDX sont décrites comme suit :
- Le *Preambule* sur 7 octets : annonce le début de la trame et permet la synchronisation ;
- *SFD* (Start Frame Delimiter) sur 1 octet : annonce le début de la partie essentielle de la trame ;
- *DA* (Destination Address) sur 6 octets : adresse physique du destinataire de la trame ;
- *SA* (Source Address) sur 6 octets : adresse physique de l'émetteur de la trame ;
- *IPv4* sur 2 octets : indique que le protocole concerné par le message émis est de type IP (Internet Protocol) ;
- *IP S* (IP Structure) sur 20 octets : champ décrivant la structure de l'entête du protocole IP ;
- *UDP S* (UDP Structure) sur 8 octets : champ décrivant la structure de l'entête du protocole UDP ;
- *Données* : donnée utile contenue dans la trame. La donnée utile peut être de taille comprise entre 0 et 17 (pour une trame de 84 octets octets) ou 0 et 1471 octets (pour une trame de

1538 octets octets). Si la donnée est inférieure à ces valeurs références, alors la trame est bourrée pour atteindre le nombre ;
- *SN* (Sequence Number) sur 1 octet : champ permettant de compter et ordonner les trames émises sur un même VL ;
- *FCS* (Frame Check Sequence) sur 4 octets : champ permettant de vérifier que la réception de la trame s'est effectuée sans erreur ;
- *IFG* (Inter Frame Gap) sur 12 octets : champ spécifiant l'intervalle de temps minimum entre deux transmissions de trames par l'émetteur ;

2.3.3.g Garantie du délai de bout en bout dans l'AFDX

La certification du système avionique implique :
- une garantie sur le pire délai de bout en bout de transmission pour chaque trame générée par un VL entre deux E/S ;
- et une garantie de non perte de trames dans le réseau.

Les trames transmises sur le réseau AFDX ne peuvent être perdues sur les liens physiques grâce au Full Duplex. Par conséquent, la seule possibilité de perte de trames, se situe dans le dépassement des files d'attente d'un port de sortie des commutateurs. En effet, si une file d'attente est pleine, un problème de congestion survient et toute nouvelle trame arrivant sera perdue. Ainsi, les tailles des files d'attente des composants AFDX (commutateurs et E/S) sont surdimensionnées afin de garantir l'absence de congestion.

Du point de vue de la garantie sur les délais de bout en bout des VLs, plusieurs travaux ont été menés et des méthodes d'analyse et de validation de l'AFDX ont été proposées. Ces méthodes sont présentées dans le chapitre suivant.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le contexte des systèmes avioniques civils : l'historique, une définition, quelques unes de leurs fonctionnalités et les différentes architectures qui se sont succédées. Nous avons ensuite mis l'accent sur l'architecture de dernière génération appelée IMA (Integrated Modular Avionics), implémentée dans les avions tels que l'A380, l'A350 ou encore l'A400M d'Airbus. Nous nous sommes orientés sur la partie réseau avionique de l'IMA. Nous avons étudié l'ensemble des réseaux embarqués temps réel du modèle ADCN (Aircraft Data Communication Network). Nous avons insisté sur la présentation du réseau AFDX introduite dans les systèmes avioniques récents. Pour certifier le système avionique, il faut apporter la preuve que ce réseau remplit des objectifs en termes de sûreté de fonctionnement et de borne sur le délai de bout en bout de chaque trame générée par les liens virtuels (VL). Ceci constitue l'objet du prochain chapitre de cette thèse.

Chapitre

3 Méthodes de validation

Sommaire

3.1 Introduction **31**
3.2 Méthodes d'analyse du réseau AFDX **31**
3.2.1 La méthode par simulation 32
3.2.2 La méthode par vérification de modèle 33
3.2.3 La méthode holistique 33
3.2.4 Le Network Calculus 34
3.2.5 La méthode des trajectoires 42
3.3 Méthode des trajectoires : contexte et modèle réseau **42**
3.3.1 Modélisation des éléments du réseau 42
3.3.2 Modélisation des flux du réseau 44
3.3.3 Caractérisation du délai de communication de bout en bout 45
3.3.4 Exemple d'application du modèle réseau 45
3.4 Méthode des trajectoires pour l'AFDX **48**
3.4.1 Présentation de la méthode des trajectoires sur un exemple 48
3.4.2 Élaboration des formules de calcul 54
3.4.3 Prise en compte de l'effet de sérialisation dans la méthode 66
3.5 Autres travaux sur la méthode des trajectoires **70**
3.6 Conclusion **71**

Résumé

Ce chapitre a pour objectif de présenter les différentes méthodes existantes permettant d'analyser le délai de bout en bout des flux dans le réseau AFDX. Ce chapitre insiste principalement sur la méthode des trajectoires qui représente la principale approche étudiée dans cette thèse.

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous considérons les systèmes temps réel distribués. Un système est dit temps réel si son bon fonctionnement ne dépend pas seulement de la correction fonctionnelle de ses actions, mais aussi de l'instant auquel elles se produisent [Sta88]. Un système temps réel est dit distribué s'il est reparti entre plusieurs entités. Le support de communication qui est une ressource partagée entre ces entités, est un réseau informatique. Dans le monde industriel, ces systèmes sont de plus en plus complexes avec une augmentation constante du volume de données échangées. Dans les environnements critiques, par exemple l'avionique, le système a besoin de déterminisme. Notamment la garantie que le délai de communication est borné pour chaque flux de données traversant le réseau. Ce chapitre est dédié à la présentation des méthodes d'analyse des délais de communication de bout en bout. Ces méthodes sont appliquées dans le réseau AFDX utilisé dans les systèmes distribués avioniques de dernière génération.

Nous présentons chacune de ces méthodes dans le but de préciser leurs fonctionnements respectifs. Parmi elles, la méthode des trajectoires sera approfondie avec la politique de service FIFO (First In, First Out) dans les files d'attente.

Nous organisons ce chapitre de la façon suivante : dans le paragraphe 3.2, nous présentons les différentes méthodes d'analyse et de validation de délais de bout en bout dans les réseaux AFDX. Dans le paragraphe 3.3, nous nous focalisons sur la méthode des trajectoires et définissons le contexte et le modèle réseau dans lequel elle s'applique. Le paragraphe 3.4 présente la théorie de la méthode des trajectoires développée dans [Mar04] et appliquée par [Bau11] dans le réseau AFDX. Nous menons ensuite dans le paragraphe 3.5, une étude bibliographique sur les différents autres travaux qui ont été effectués avec la méthode des trajectoires mais non abordés dans cette thèse. Enfin, le paragraphe 3.6 conclut ce chapitre état de l'art.

3.2 Méthodes d'analyse du réseau AFDX

Il existe plusieurs types de méthodes permettant d'évaluer le délai de bout en bout de chaque VL (Virtual Link - cf. paragraphe 2.3.3.e page 25) circulant sur le réseau AFDX : la méthode par simulation [CHA07], la méthode par vérification de modèle [AD94], la méthode holistique [TC94, GPH12], la méthode de calcul réseau (de l'anglais, Network Calculus) [CRU91a, CRU91b, BT01, FFG06, SRF09] et la méthode des trajectoires introduite dans [Mar04], puis particularisée pour l'AFDX dans [Bau11]. La figure 3.1 présente différentes informations que l'on peut tirer du délai de bout en bout d'un même VL :

- le délai de bout en bout minimal : correspond au cas où la trame du VL traverse seule le réseau, sans jamais être retardée par d'autres trames dans les ports de sortie des commutateurs communs ;
- La courbe de distribution du délai de bout en bout est obtenue des résultats d'expérimenta-

tions via la simulation par ordinateur des traversées de trames dans le réseau. Elle permet de mieux comprendre le comportement du système ;
- le pire délai de bout en bout exact : correspond à la situation où ce VL traverse le réseau en étant maximalement retardé. Cette situation est difficile à évaluer ;
- la gigue maximale sur le délai de bout en bout : correspond à la différence entre le délai pire cas exact et le délai minimal ;
- Enfin, la borne supérieure sur le délai de bout en bout : correspond à une majoration du pire délai de bout en bout exact. Chaque approche calcule sa borne supérieure. L'écart entre cette borne et le pire cas exact représente le pessimisme dans l'approche.

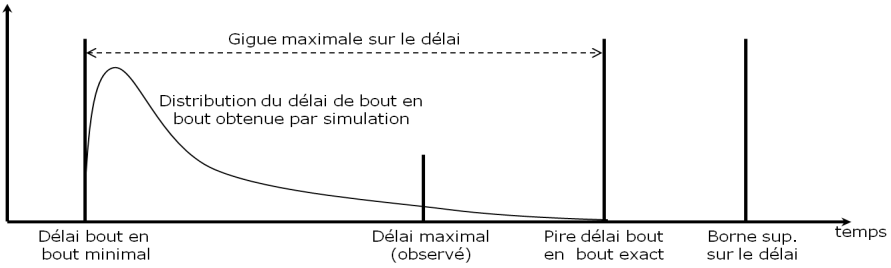

FIGURE 3.1 – Informations sur le délai de bout en bout d'un VL tirée de [Bau11]

3.2.1 La méthode par simulation

La simulation est une méthode d'évaluation de la distribution des délais de bout en bout des différents VL (Virtual Link) d'un réseau AFDX [CHA07]. La pertinence de la distribution dépend des scénarii considérées. Partant d'un modèle de réseau donné (une configuration réseau bien précise), cette méthode génère un ensemble de scénarii aléatoires permettant de simuler la traversée des différentes trames émises sur un VL avec des paramètres différents. Ces paramètres peuvent être par exemple, la taille des trames (comprise entre une taille minimale et maximale), la gigue sur activation du VL, l'intervalle inter-émission entre deux trames consécutives du VL (le BAG), etc. La borne supérieure sur le délai de bout en bout calculée par simulation, est le pire délai obtenu par l'expérimentation. Cette approche permet de comprendre le comportement réel du réseau. Par contre, le pire délai de bout en bout exact s'obtient lors de cas rares que la simulation peut manquer. Par conséquent, la borne du délai de bout en bout obtenue par simulation n'est pas garantie. Par ailleurs, les délais observés par cette méthode sont fortement liés au modèle réseau étudié. Ainsi, les résultats varient d'un modèle à l'autre et sont donc difficiles à généraliser.

Pour ces raisons, bien que l'approche par simulation soit intéressante, elle ne peut être utilisée comme moyen de validation d'un réseau AFDX de taille industrielle tel que celui de l'A380. Le

fait qu'elle ne peut garantir le pire délai de bout en bout des VLs, la rend inutilisable parmi les outils de certification de système avionique.

3.2.2 La méthode par vérification de modèle

La méthode par vérification de modèle (de l'anglais, Model Checking) est une méthode formelle basée sur les automates temporisés [AD94, Alu91, Lau12]. C'est une méthode analytique permettant d'explorer tous les états possibles du réseau, afin de déterminer le scénario produisant le pire délai de bout en bout d'un VL. Un état de l'automate représente une situation dans lequel peut se trouver le réseau à un instant donné. Les transitions entre états de l'automate, marquent les liens entre des situations différentes. Cette approche a l'avantage de calculer le pire délai de bout en bout exact d'un VL. Mais, elle se limite à l'évaluation de petites configurations réseaux (quelques VLs et deux ou trois commutateurs). Car l'analyse des différents états d'un réseau complexe, débouche sur une explosion combinatoire des cas possibles à étudier. Le passage à l'échelle est donc le réel problème du Model Checking.

Ce problème implique sa non-utilisation pour valider un réseau AFDX de taille industrielle (de l'ordre d'une dizaine de commutateurs et des milliers de VLs) tel que celui de l'A380. Toutefois, des travaux sont actuellement menés pour réduire cette explosion combinatoire, afin de permettre une utilisation plus efficace de la méthode sur des configurations AFDX de plus grandes tailles [ASEF11]. Ces travaux montrent que 2/3 du nombre de VLs d'un réseau de grande taille peuvent être analysés.

3.2.3 La méthode holistique

La méthode holistique est une approche déterministe. C'est-à-dire qu'elle permet au travers d'une analyse pire cas, d'évaluer une borne supérieure du délai de bout en bout de chaque flux de données traversant le réseau. Elle fut introduite pour la première fois par *Tindell et al.* [TC94, Tin94], pour l'analyse conjointe des tâches et des messages dans les systèmes temps réel distribués. La dépendance entre une tâche réceptrice d'un message et une tâche émettrice de ce message est caractérisée par la gigue qu'il accumule sur les nœuds réseau du système. Cette méthode ne peut pas être directement appliquée au réseau AFDX, car elle est basée sur les concepts de l'ordonnancement préemptif [LL73, JP86, Aud91] ; alors que l'ordonnancement des messages dans le réseau AFDX est non-préemptif (la transmission d'une trame ne peut être interrompue). Grâce aux travaux de *George et al.* [GRS96] introduisant l'ordonnancement monoprocesseur non-préemptif, la méthode holistique a été adaptée et peut être utilisée en contexte réseau [MMG03].

D'après la formalisation de la méthode holistique présentée dans [MMG03], le délai de bout en bout d'un flux de données va de son entrée dans la file d'attente du port de sortie de son nœud source, jusqu'à son arrivée dans le nœud destination. La borne supérieure du pire délai de bout

en bout du flux correspond à la somme des pires délais locaux qu'il subit dans les différents nœuds traversés. Le pire délai local subi par un flux dans un nœud du réseau, est calculé en considérant ce nœud comme un système monoprocesseur classique. Ainsi, en déterminant la gigue maximale des flux à l'entrée de ce processeur, l'analyse classique du pire temps de réponse en contexte non-préemptif [GRS96] est appliquée pour le flux étudié.

D'un autre côté, les auteurs *Palencia et al.* [GPH12] ont proposé une approche holistique pour l'analyse du délai de bout en bout des VLs dans le réseau AFDX. Ils appliquent au niveau des commutateurs du réseau, la méthode holistique définie dans [MMG03]. Mais concernant les E/S source et destination, une analyse du délai local subi par un VL est menée. Dans le E/S source, le délai local subi correspond désormais au temps d'attente dû à l'ordonnancement et à la transmission d'autres VLs qui le précèdent. Dans le E/S destination le pire temps d'attente subi par le VL avant sa réception est également évalué et pris en compte.

3.2.4 Le Network Calculus

La méthode du calcul réseau (de l'anglais, Network Calculus) a été développée par Cruz [CRU91a, CRU91b] en 1991. C'est une approche déterministe basée sur l'algèbre min-plus [CGQ05]. Elle permet de calculer une borne supérieure du pire délai de bout en bout des flux de données circulant dans un réseau. Le Network Calculus a été appliqué dans le contexte de l'AFDX par *Grieu et al.* [GRI04]. Cette méthode a été choisie par Airbus pour la certification du réseau AFDX embarqué dans son avion A380. Pour cette raison, nous décrivons son utilisation dans le réseau AFDX.

3.2.4.a Modélisation d'un réseau AFDX par le Network Calculus

Un réseau AFDX est composé d'éléments (End/System, commutateurs) traversés par des flux. Chacun de ces composants se doit d'être modélisé. Les flux et les éléments du réseau sont modélisés chacun par le Network Calculus à l'aide de fonctions affines par morceaux. Cette modélisation est illustrée par la figure 3.2.

Le flux v et chaque port de sortie du commutateur S, emprunté par v, sont modélisés par deux fonctions affines par morceaux. A partir de ces courbes, le Network Calculus détermine la fonction affine par morceaux qui modélise le flux de sortie de v déformé par son passage dans le commutateur S. Cette dernière servira de courbe d'arrivée du flux v dans le prochain élément réseau traversé. En parallèle le Network Calculus calcule une borne supérieure sur le délai de traversée de S par v ainsi qu'une borne supérieure sur l'arriéré de travail maximal présent dans la file d'attente du port de sortie de S.

a) Modélisation des flux de données du réseau

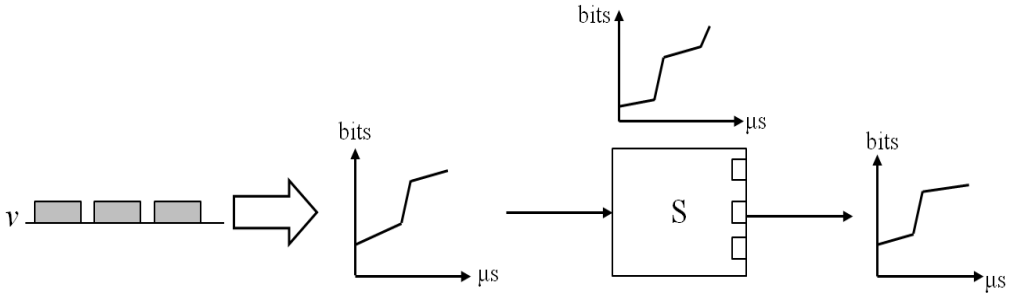

FIGURE 3.2 – Principe de modélisation d'un réseau par le Network Calculus

Chaque paquet traversant le réseau est modélisé par un flux. Le réseau est composé d'un ensemble de flux $\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$. Les flux AFDX sont les VLs (Virtual Link). Les VLs sont des liens unidirectionnels et multicast. C'est-à-dire qu'ils sont générés par un End/System source mais peuvent avoir un (ou plusieurs) End/System(s) destinataire(s). Les flux dans le calcul réseau sont unicast (une seule source et un seul destinataire). Ainsi, à chaque fois qu'un VL est dupliqué sur plusieurs ports de sortie d'un commutateur, le flux est dupliqué sur chaque port de sortie correspondant.

Chaque flux v_i est alors émis depuis un End/System source jusqu'à un End/System destinataire. La garantie du délai de bout en bout d'un flux commence à son entrée dans la file d'attente de l'End/System source (ce qui se passe avant est dépendant de l'application émettrice) et s'arrête à l'arrivée de la trame sur le End/System destinataire (ou à sa sortie du dernier commutateur traversé, car le délai de propagation sur le lien est négligeable). En effet, ce qui se passe après dépend de l'application réceptrice. Ainsi, le End/System destinataire n'est pas modélisé.

En Network Calculus, les flux de messages circulant dans le réseau sont modélisés par une courbe d'arrivée [BT01].

Définition 1. ***Courbe d'arrivée***
Soit v un flux. La courbe d'arrivée du flux v est une fonction dépendante du temps, notée généralement, $\gamma(t)$. Elle définit la quantité maximale de bits générée par le flux v depuis l'instant 0 jusqu'à l'instant t.

Une courbe d'arrivée peut être définie de plusieurs façons selon les caractéristiques des flux. Un exemple classique de courbe d'arrivée est celle de type *seau percé* (ou Leaky Bucket). Elle définit le nombre maximal de bits qui peuvent tomber dans le seau sans jamais le faire déborder. Le seau est de capacité b bits et il comporte une fuite qui a un débit de r $bits/\mu s$. A l'instant 0, comme le seau est vide, au maximum, une rafale de b bits peut arriver. Ensuite, comme le seau est plein, le trafic restant arrive à la vitesse de la fuite. Par conséquent, un flux v modélisé par une courbe d'arrivée de type seau percé, est représenté par la courbe d'arrivée : $\gamma_{r,b}(t) = b + rt$

représentant le nombre maximal de bits pouvant être reçus à un instant t. Une telle courbe d'arrivée est représentée sur la figure 3.3.

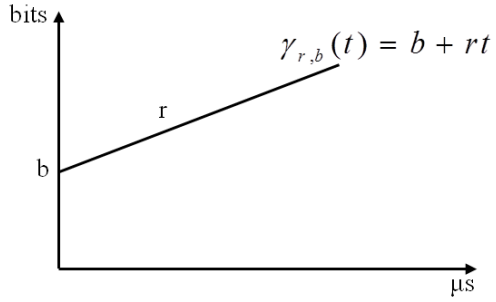

FIGURE 3.3 – Courbe d'arrivée de type "seau percé"

Dans le cadre du réseau AFDX, chaque VL v peut émettre instantanément une trame de taille maximale $b = F_{Max}$ et son débit maximal est $r = \frac{F_{Max}}{BAG}$ (cf. paragraphe 2.3.3.e du chapitre 2). Les VLs peuvent ainsi être modélisés par la courbe d'arrivée :

$$\gamma_{r,b}(t) = F_{Max} + \frac{F_{Max}}{BAG}t$$

b) Modélisation des éléments du réseau

Le Network Calculus considère chaque point de multiplexage du réseau comme un nœud. Un point de multiplexage est un élément de convergence entre plusieurs flux venant de différentes sources et devant partager un lien commun. Dans l'AFDX, chaque port de sortie d'un commutateur est un point de multiplexage et donc un nœud pour le calcul réseau. Un commutateur possède n flux en entrée. Chaque flux est redirigé vers un ou plusieurs port(s) de sortie. Pour chaque port de sortie, les flux entrants sont agrégés en sortie vers un unique lien.

Le délai de commutation des commutateurs AFDX est de 16 μs [GRI04] et il est retranscrit dans chaque nœud. Les files d'attente des ports de sortie sont gérées en mode FIFO (premier arrivé, premier servi). Le débit de traitement de la file d'attente est celui de son lien de sortie, 10 ou 100$Mbits/s$ (soit 10 ou 100 $bits/\mu s$). Chaque End/System est composé d'un unique port de sortie. Ce port de sortie est également modélisé par un nœud. Il n'est pas composé de liens entrants mais les applications hébergées sur le LRM intégrant ce End/System génèrent des trames. A sa génération, chaque trame est transmise dans la file d'attente du port de sortie. Pour les End/System, il n'y a pas de délai de commutation.

Le comportement de chaque nœud est modélisé par une courbe de service [BT01].

Définition 2. ***Courbe de service***
Soit S un nœud du réseau. La courbe de service est une fonction dépendante du temps, notée généralement, $\beta(t)$. Elle définit le nombre de bits traités dans l'intervalle $[0;t]$.

Une courbe de service peut être définie de plusieurs façon selon les caractéristiques du nœud prises en compte pour décrire le service garanti par le nœud. Un exemple classique est la courbe de service de type *latence-débit*, notée aussi $\beta_{R,T}(t)$. Un nœud modélisé par une courbe de service de type latence-débit, offre à chaque trame entrante, après une attente comprise entre $0\,\mu$s et (au maximum) $T\,\mu$s, un débit de traitement constant R. Cette courbe est égale à $\beta_{R,T}(t) = max(0, R(t-T)) = R[t-T]^+$ ou encore par :

$$\beta_{R,T}(t) = R[t-T]^+ = \begin{cases} 0 \;\; si\, t < T \\ R(t-T) \;\; si\, t \geq T \end{cases}$$

Une courbe de service de type latence-débit est représentée sur la figure figure 3.4.

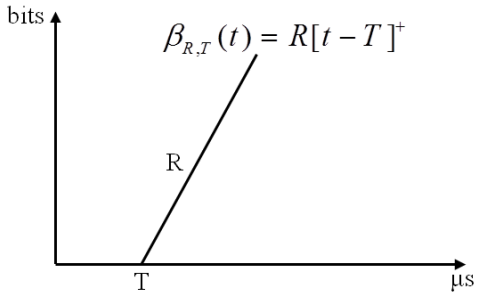

FIGURE 3.4 – Courbe de service de type "latence-débit"

Les files d'attente des ports de sorties des nœuds (End/System et commutateurs) servent avec un débit R (10 ou $100 bits/\mu s$), sans attente, les paquets stockés en attente de transmission. Ainsi chaque port de sortie est modélisé par une courbe de service de type latence-débit $\beta_{R,0}(t)$.

Chaque trame qui arrive dans un port de sortie d'un commutateur subit le délai de commutation de $16\,\mu$s avant d'être placée dans la file d'attente. Ce délai n'est pas modélisé par la courbe de service mais lors du calcul final du délai de bout en bout, il ne faudra pas oublier de rajouter $16\,\mu$s par commutateur traversé.

Pour chaque file d'attente, en parallèle, sont calculées : une borne supérieure du délai de traversée pire cas de la file d'attente par une trame du flux v, une borne supérieure de la quantité de bits présents simultanément dans la file, ainsi que la courbe de sortie du flux v. Cette courbe servira de courbe d'arrivée pour le prochain nœud.

c) Modélisation des liens physiques

Les liens AFDX sont des liens Ethernet full duplex reliant deux nœuds. Par conséquent, aucune collision ne peut se produire sur de tels liens. Un lien retarde une trame, d'un délai égal à la durée de propagation électrique le long de ce lien. La vitesse de propagation électrique dans un câble cuivré est de 2.73 km/s soit $273m/\mu s$. De plus, les câbles AFDX sont de l'ordre de quelques dizaines de mètres. Par conséquent, ce temps est généralement considéré comme négligeable, ou intégré avec les durées de commutation des commutateurs à la fin du calcul.

3.2.4.b Calcul du délai de bout en bout par le Network Calculus

Pour présenter le calcul du délai de bout en bout d'un flux par le Network Calculus, nous allons considérer un exemple.

Considérons la configuration représentée par la figure 3.5. Elle est composée de deux nœuds S_1 et S_2, traversés par deux flux v_1 et v_2. Les caractéristiques de ces flux sont regroupées dans le tableau 3.1. La dernière ligne définit la courbe d'arrivée de chaque flux. Les nœuds S_1 et S_2 sont modélisés par une courbe de service $\beta_{100,0}(t)$ (le débit du lien de sortie est de $100bits/\mu s$).

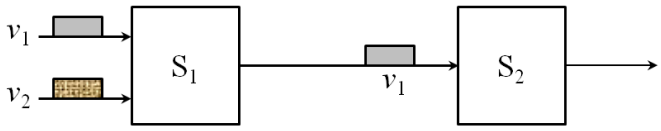

FIGURE 3.5 – Configuration pour l'illustration des formules du Network Calculus

La courbe de service n'est pas offerte au flux v_1 ou v_2 en particulier, mais à v_1 et v_2 simultanément. Notons v, le flux généré par v_1 et v_2 simultanément. Pour obtenir v, les courbes d'arrivée de v_1 et v_2 sont sommées. Ainsi, la courbe d'arrivée de l'ensemble des flux en entrée de S_1 est $(150 + 10t) + (200 + 2t) = 350 + 12t = \gamma_{12,350}(t)$.

	v_1	v_2
F_{Max} $(bits)$	150	200
BAG (μs)	15	100
$\gamma_{r_i,b_i}(t) = F_{Max} + \frac{F_{Max}}{BAG}t$	$150 + 10t$	$200 + 2t$

TABLE 3.1 – Caractéristiques des flux v_1 et v_2

Nous étudions la borne supérieure sur le délai de traversée du nœud S_1 par une trame du flux v_1. Le scénario pire cas, pour une trame générée par le flux v_1, consiste à faire arriver la trame de v_1 juste après une trame générée par le flux v_2. La file d'attente sert en premier la trame du flux v_2

puis celle du flux v_1. Ainsi la trame du flux v_1 doit attendre son délai de transmission plus celui lié à la trame du flux v_2. Le délai pire cas du flux v_1 est égal à $\frac{(200+150)}{100} = 3,5\,\mu$s où 100 désigne la vitesse de service du nœud S_1. De plus, dans la file d'attente, la quantité maximale de bits présents, à un instant donné, est égale à la somme des tailles des deux trames : $150+200 = 350bits$.

Cas général : Considérons un nœud S modélisé par une courbe de service $\beta_{R,0}(t)$. Notons $\Gamma_S = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$, l'ensemble des flux traversant S. Chaque flux v_i est modélisé par une courbe d'arrivée, $\gamma_{r_i,b_i}(t)$. Le Network Calculus permet de déterminer le délai maximal subi par une trame générée par un flux v_i. Il détermine, également, une borne supérieure sur la quantité maximale de bits présents dans la file d'attente.

La courbe de service n'est pas offerte à un flux v_i en particulier, mais à l'ensemble Γ_S des flux entrants. Pour obtenir le flux v généré par l'ensemble Γ_S, les courbes d'arrivée sont sommées. Ainsi, la courbe d'arrivée du flux agrégé v en entrée de S est :

$$\gamma_{\sum_{v_i\in\Gamma_S} r_i, \sum_{v_i\in\Gamma_S} b_i}(t) = \sum_{v_i\in\Gamma_S} r_i + t \sum_{v_i\in\Gamma_S} b_i$$

Dans la suite, et pour plus de simplicité, nous noterons la courbe d'arrivée de v par $\gamma_{r,b}(t)$ où $b = \sum_{v_i\in\Gamma_S} b_i$ et $r = \sum_{v_i\in\Gamma_S} r_i$.

Le problème revient une nouvelle fois, à analyser un flux entrant v modélisé par une courbe d'arrivée de type seau percé, $\gamma_{r,b}(t)$, dans un nœud modélisé par une courbe de service de type latence-débit, $\beta_{R,0}(t)$. La borne supérieure sur le délai d_S de traversée d'un nœud S par le flux v peut se déduire graphiquement comme l'écart horizontal maximal, dénoté $h(\gamma_{r,b}, \beta_{R,0})$, entre les courbes $\gamma_{r,b}(t)$ et $\beta_{R,0}$ [BT01]. L'écart horizontal définit pour chaque bit entrant, la différence de temps entre son arrivée, courbe $\gamma_{r,b}(t)$, et l'instant où il est servi, courbe $\beta_{R,0}$. Cela n'a un sens que si $\gamma_{r,b}(t) \geq \beta_{R,0}$ (sinon le bit est servi dès son arrivée). Si $r \leq R$, c'est-à-dire s'il ne rentre pas plus de bits que le nœud ne peut en traiter, cet écart horizontal maximal et donc une borne supérieure du délai d_S peut se déduire par la formule suivante : $d_S \leq \frac{b}{R}$. Sinon, le délai tend vers l'infini. A noter que ce délai à un sens tant que la courbe $\gamma_{r,b}(t)$ reste à gauche de $\beta_{R,0}$. Ce délai est défini pour le flux sommé v. Il est ensuite reporté à chaque flux v_i qui le compose.

L'arriéré de travail maximal présent dans la file d'attente, $Bklg_S$, peut se lire graphiquement comme l'écart vertical maximum, dénoté $v(\gamma_{r,b}, \beta_{R,0})$, entre les courbes $\gamma_{r,b}(t)$ et $\beta_{R,0}(t)$. A un instant t quelconque tel que $\gamma_{r,b}(t) \geq \beta_{R,0}(t)$ (pour avoir un sens), cette différence verticale définit la quantité de bits introduite dans la file d'attente, modélisée par la courbe $\gamma_{r,b}(t)$ mais non encore servie par la courbe $\beta_{R,0}(t)$. Si $r \leq R$, la formule de $Bklg_S$ [BT01], peut s'écrire ainsi : $Bklg_S = b$ sinon il tend vers l'infini.

Pour résumer, si un nœud modélisé par une courbe de service $\beta_{R,0}(t)$ sert un flux entrant sommé, v, modélisé par la courbe d'arrivée $\gamma_{r,b}(t)$ alors nous obtenons si $r \leq R$:

$$\begin{cases} d_S = h(\alpha, \beta) = \dfrac{b}{R} \\ Bklg_S = v(\alpha, \beta) = b \end{cases}$$

Ces résultats sont illustrés sur la figure 3.6.

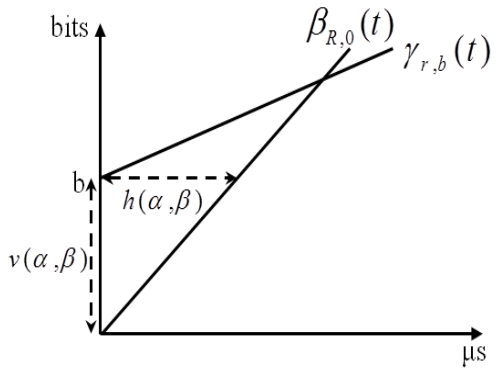

FIGURE 3.6 – Calcul graphique du délai d'attente et de l'arriéré présent sur un port

Ayant désormais obtenu le délai d'attente $d_{S_1} = \frac{150+200}{100} = 3,5\,\mu$s de v_1 sur S_1, il faut maintenant calculer son prochain délai d'attente d_{S_2} sur le second commutateur S_2 pour avoir le délai de bout en bout total.

Pour propager les calculs, il faut déterminer la courbe d'arrivée de v_1 dans le nœud S_2. Elle est équivalente à sa courbe de sortie du nœud S_1 puisqu'elle ne subit pas de retard sur le lien physique. Il a été prouvé dans [BT01] que la courbe de sortie du flux v_1 du nœud S_1 est égale à sa courbe d'arrivée décalée sur la gauche par la valeur de sa gigue.

La gigue d'un flux pour la traversée d'un nœud se définit comme l'écart entre le délai de traversée pire cas et le délai le plus favorable. Le délai le plus favorable consiste à ce que la file d'attente soit vide à l'arrivée du flux analysé. Ainsi, le délai le plus favorable pour le flux v_1 en traversant le nœud S_1 est $\frac{150}{100} = 1,5\,\mu$s (la longueur de sa trame divisée par le débit), sa gigue est donc de $3,5 - 1,5 = 2\,\mu$s. La courbe de sortie du flux v_1 du nœud S_1 est $\gamma_{10,150}(t+2) = 150 + 10(t+2) = 180 + 10t$. Le calcul du délai du flux v_1 peut ainsi se propager au nœud S_2. Cette courbe est représentée par la figure 3.7.

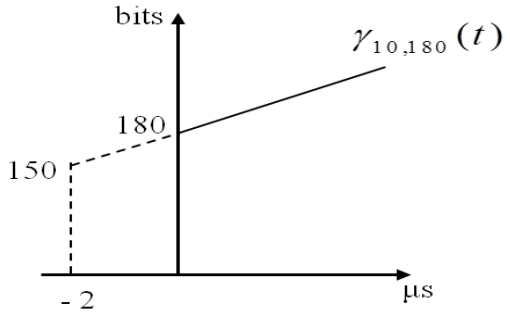

FIGURE 3.7 – Courbe de sortie du commutateur S_1 du flux v_1

Cas général : Considérons un nœud S modélisé par une courbe de service $\beta_{R,0}$. Notons $\Gamma_S = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$, l'ensemble des flux traversant S. Chaque flux v_i est modélisé par une courbe d'arrivée, $\gamma_{r_i,b_i}(t)$. Le flux v généré par l'ensemble Γ_S est noté $\gamma_{r,b}(t)$ où $b = \sum_{v_i \in \Gamma_S} b_i$ et $r = \sum_{v_i \in \Gamma_S} r_i$.

La courbe de sortie de chaque flux v_i est :

$$\gamma_{r_i,b_i+r(b-b_i)/R}(t) = b_i + \frac{(r_i(b-b_i))}{R} + r_i t$$

En effet, son pire délai de traversée de S est b/R et son meilleur délai (file d'attente vide à l'arrivée de la trame) est b_i/R. Ainsi sa gigue est de $\frac{(b-b_i)}{R}$ et selon [BT01], sa courbe de sortie est égale à :

$$\gamma_{r_i,b_i}(t + (b-b_i)/R) = \gamma_{r_i,b_i+r(b-b_i)/R}(t)$$

Plus généralement, il a été prouvé que si un commutateur intermédiaire du réseau est traversé par n flux tels que le flux v les agrégeant a une courbe d'arrivée $\gamma_{r,b}(t) = \sum_{j=1}^{n} b_j + t \sum_{j=1}^{n} r_j$, alors la courbe de sortie d'un flux particulier v_i est donnée par

$$\gamma_{r_i,b_i}(t) = b_i + \frac{r_i(b-b_i)}{R} + r_i t$$

Pour le cas de l'exemple précédent, étant donné que les flux v_1 et v_2 traversent également tous deux le commutateur S_2, le délai d'attente subi par v_1, est $d_{S_2} = \frac{150+200}{100} = 3,5\,\mu$s. Le délai de bout en bout total étant égal à la somme des délais d'attente locaux plus les délais de commutation subis dans les différents commutateurs, nous obtenons pour le flux v_1 : $16 + 3,5 + 16 + 3,5 = 39\,\mu$s.

Le pire délai de bout en bout des flux calculé par le Network Calculus est quelquefois pessimiste. C'est-à-dire, qu'il surestime le délai pire cas exact. Des travaux ont été menés pour réduire ce

pessimisme. Par exemple, le Network Calculus prenant en compte la sérialisation[1] des flux a été développé dans [GRI04, FFG06]. Le Network Calculus avec prise en compte du concept *Pay Burst Only Once* a été développé dans [BT01, Bou98]. Enfin, de nouvelles techniques telles que le *probabilistic Network Calculus* [SRF09] ont été introduites pour calculer une distribution des délais de bout en bout ou une borne probabiliste.

3.2.5 La méthode des trajectoires

Tout comme le Network Calculus, la méthode des trajectoires est une approche déterministe permettant de calculer une borne supérieure du pire délai de bout en bout des VLs. Dans cette thèse, nous nous focalisons principalement sur cette dernière. Le reste de ce chapitre est consacré à l'étude détaillée de la méthode des trajectoires.

3.3 Méthode des trajectoires : contexte et modèle réseau

Dans cette section, nous définissons le modèle réseau sur lequel est basé la méthode des trajectoires. Nous présentons les éléments composant le réseau ainsi que le délai de bout en bout d'un flux de ce réseau. Le réseau se définit comme un ensemble de terminaux (sources/destinataires) reliés entre eux par des liens physiques et inter-communiquent par des échanges de messages.
La suite de cette section est organisée ainsi : le paragraphe 3.3.1 définit les éléments du modèle réseau. Le paragraphe 3.3.2 caractérise les flux circulant dans ce réseau. Dans le paragraphe 3.3.3, les éléments nécessaires à une détermination des délais de communication de bout en bout sont illustrés. Enfin, le paragraphe 3.3.4 présente la correspondance entre le réseau AFDX et celui décrit dans le modèle générique de la méthode des trajectoires.

Les différentes notations que nous allons utiliser pour décrire la méthode des trajectoires ci-dessous, sont récapitulées en annexe à partir de la page 153.

3.3.1 Modélisation des éléments du réseau

Le réseau considéré est un réseau de paquets. C'est-à-dire, un réseau dans lequel chaque message émis d'un point à un autre, est encapsulé sous forme de paquet. La transmission d'un paquet sur un lien physique ne peut pas être interrompue. Un lien physique représente un média partagé sur lequel plusieurs paquets provenant de diverses sources circulent. Le partage de liens entre les paquets implique un point de multiplexage en avant de chaque lien. Le multiplexage consiste à entrelacer les différents paquets arrivant sur le lien.
Chaque point de multiplexage du réseau est modélisé par un nœud. Il est chargé de recevoir les paquets provenant de ses différents liens d'entrée, de les traiter, puis de les stocker dans une file d'attente pour ensuite les retransmettre sur un lien de sortie. Le lien de sortie du nœud

1. Ce concept est détaillé au paragraphe 3.4.3 page 66 de ce chapitre

transmet les paquets avec un débit qui lui est propre, noté R. La structure d'un nœud est dépeinte par la figure 3.8.

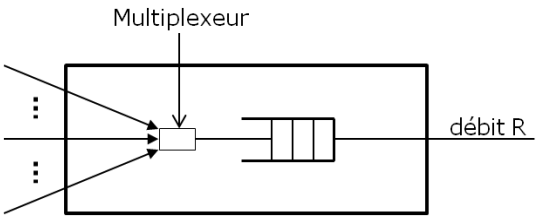

FIGURE 3.8 – Structure d'un nœud du réseau

Hypothèses sur les nœuds :

1. Il existe différentes politiques de service pour la gestion des paquets stockés dans la file d'attente d'un nœud. La politique de service FIFO (First-In, First-Out) est celle utilisée dans le cadre de ces travaux. Ainsi, les paquets stockés dans la file, sont transmis sur le lien de sortie suivant leur ordre d'arrivée.
2. Les points d'entrée/sortie (les terminaux) du réseau sont également modélisés par des nœuds. Le nœud source génère des paquets sur le réseau et ne dispose pas de liens d'entrée, mais d'applications émettrices. Afin d'éviter des rafales de trames et la congestion du réseau, les nœuds sources sont dotés d'un dispositif de type seau percé [GRI04]. Le nœud destinataire reçoit les paquets qui lui sont destinés, les traite et les retransmet à ses applications.
3. Dans le réseau, chaque nœud dispose d'une horloge pour sa gestion interne. Mais, il n'existe pas de synchronisation globale entre ces différentes horloges. De plus, la configuration du réseau est statique : la disposition des nœuds et leurs configurations sont figées. Finalement, le réseau est étudié dans son mode de fonctionnement nominal ; il n'y a pas de nœud en panne.
4. Le réseau est fiable : il n'y a ni collision entre les paquets sur les liens physiques, ni perte de paquets dans les files d'attente. Un paquet peut être perdu dans une file d'attente si son arrivée implique un dépassement de sa capacité. Par conséquent, les files d'attente sont supposées suffisamment grandes pour éviter toute perte de paquet. Pour dimensionner les files d'attente, il faut connaître les caractéristiques des flux entrant dans le réseau. Un flux est un canal virtuel partageant les liens physiques du réseau et laissant circuler des paquets de données toujours d'un même nœud source vers un même nœud destination. La caractérisation des flux du réseau est présentée dans le paragraphe suivant.

3.3.2 Modélisation des flux du réseau

Dans le réseau, un ensemble $\Gamma = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ de n flux circulent entre les nœuds. Pour un nœud h, on note Γ_h l'ensemble des flux le traversant. Chaque paquet traversant le réseau est généré par un flux qui doit respecter un contrat de trafic : le délai minimum entre deux générations consécutives de paquets d'un flux sur le nœud source (voir figure 3.9). En plus de ce délai minimum qui correspond à sa période, un flux est aussi caractérisé par une longueur minimale et maximale de ses paquets. Mais ces caractérisations ne sont pas suffisantes pour éviter les rafales au niveau des nœuds. Par conséquent, comme l'évoque l'hypothèse (2) du paragraphe 3.3.1, une délai minimum est imposée entre deux arrivées consécutives des paquets d'un même flux sur un nœud.

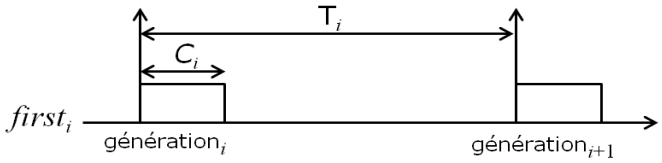

FIGURE 3.9 – Temps minimum inter-génération de trames sur le nœud source

Le chemin d'un flux (constitué dans l'ordre, des nœuds qu'il traverse) est statique et unidirectionnel dans le réseau. Pour un flux v_i circulant dans le réseau, $\mathcal{P}_i$ désigne son chemin depuis son nœud source noté $first_i$, jusqu'à son nœud destination noté $last_i$. $|\mathcal{P}_i|$ représente la cardinalité de $\mathcal{P}_i$ (c'est-à-dire, le nombre de nœuds traversés par v_i).

Hypothèse sur les flux :

Lorsque deux flux v_i et v_j se croisent dans le réseau, on note $first_{i,j}$ leur premier nœud en commun et $last_{i,j}$ leur dernier nœud en commun. Entre $first_{i,j}$ et $last_{i,j}$, v_i et v_j suivent dans le même ordre, les mêmes nœuds intermédiaires. Enfin, lorsque v_i et v_j se séparent, ils ne se recroisent plus (voir figure 3.10).

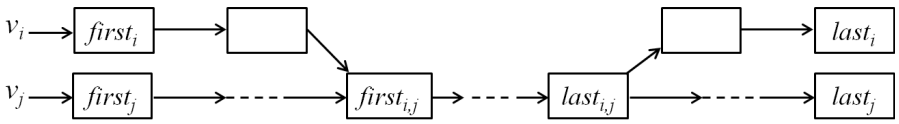

FIGURE 3.10 – Croisement entre deux flux

Un flux v_i du réseau peut se modéliser par les caractéristiques suivantes :

- C_i^h, la durée maximale de transmission d'un paquet de v_i sur un nœud h de $\mathcal{P}_i$. Elle correspond à la différence entre la date de sortie du dernier bit de ce paquet dans la file d'attente du nœud h, et la date de sortie de son premier bit. Cette durée est alors bornée par la taille maximale des paquets de v_i, divisée par le débit R^h du lien de sortie du nœud h (c'est-à-dire,

$C_i^h = \frac{F_{Max}}{R^h}$). Si le débit est constant sur tous les nœuds du réseau (c'est-à-dire $\forall\ h,\ R^h = R$), alors $C_i^h = C_i$ pour tous les nœuds ;
- T_i, sa période ou durée minimum entre deux paquets consécutifs émis par v_i. Elle correspond alors au temps entre deux générations consécutives de trames par le flux v_i sur le nœud $first_i$;
- $\mathcal{P}_i$, l'ensemble ordonné des nœuds traversés.

Le contrat de trafic n'étant imposé que sur le nœud source, il dévient difficile de caractériser l'ordonnancement des paquets sur les nœuds entre le nœud source et le nœud destination (ce dernier y compris). Ce qui explique la complexité dans le problème de détermination du délai de bout en bout. D'où la nécessité des méthodes de calcul spécifiques telles que la méthode des trajectoires.

3.3.3 Caractérisation du délai de communication de bout en bout

Le délai de bout en bout d'un flux pour la méthode des trajectoires, correspond à la durée allant de son entrée dans la file d'attente de son nœud source, jusqu'à sa sortie dans la file d'attente du nœud destination. Ce paragraphe présente les éléments composant ce délai de bout en bout dans le réseau. La figure 3.11 illustre ces éléments pour un flux v_i.

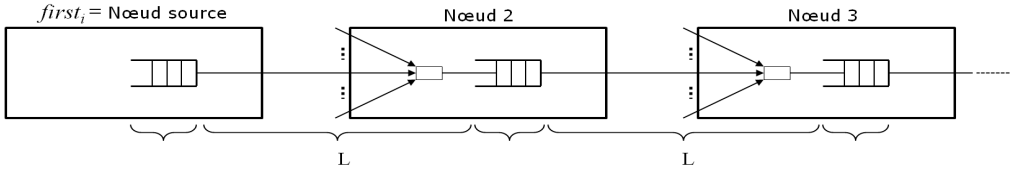

FIGURE 3.11 – Caractérisation des composants du délai de communication d'un flux v_i

Il est composé des :
- durées d'attente dans les files : au moment de l'arrivée du paquet étudié noté i du flux v_i dans chaque file d'attente, il y a une quantité variable de paquets en attente présents dans la file. Le délai lié aux files d'attente varie fortement suivant l'instant d'arrivée du paquet étudié ;
- délai L de multiplexage et de propagation électrique sur le lien physique. La propagation électrique étant négligeable, L représente le délai de multiplexage, constant sur chaque nœud. La valeur généralement utilisée pour L est 16 μs [GRI04].

3.3.4 Exemple d'application du modèle réseau

Un cas d'application du modèle réseau (décrit précédemment) sur lequel s'applique la méthode des trajectoires, est le réseau AFDX (Avionics Full Duplex Switched Ethernet) [BSF09b]. Un

réseau AFDX est constitué principalement de deux équipements matériels : les commutateurs et les End/Systems (E/S).

Le commutateur AFDX est l'équipement chargé de relayer les trames qu'il reçoit vers les bons destinataires. Il dispose d'un ensemble de liens d'entrée, d'un régulateur (cœur de commutation) chargé du filtrage et de l'aiguillage des trames vers les ports de sortie. Chaque port de sortie d'un commutateur représente un point de multiplexage et se modélise par un nœud (voir figure 3.12).

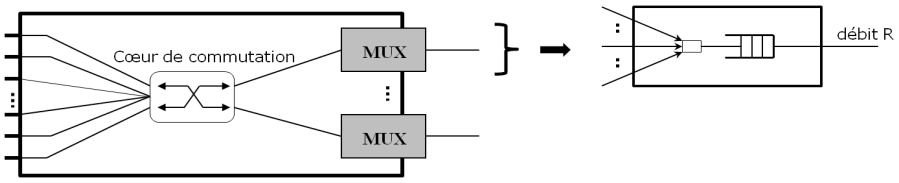

FIGURE 3.12 – Modélisation d'un port de sortie de commutateur en nœud

Les E/S représentent les points d'entrée/sortie (les terminaux) du réseau AFDX. Un E/S émet sur le réseau des flux de messages, générées par les d'applications s'exécutant sur son LRM, vers son port de sortie. Un E/S représente un nœud du modèle réseau (voir figure 3.13).

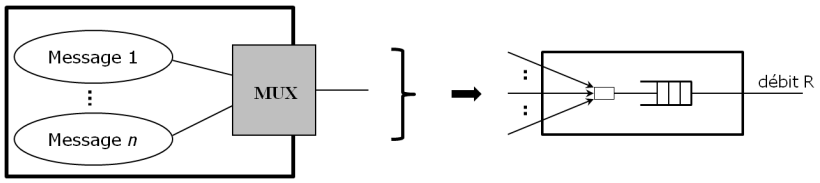

FIGURE 3.13 – Modélisation du port de sortie d'E/S en nœud

Tous les nœuds du réseau AFDX fonctionnent avec un débit R égal à 10 ou 100 Mbps. L'AFDX est un réseau statique : la disposition des commutateurs et leurs configurations sont figées. De plus, il n'y a pas de synchronisation d'horloge entre les différents ports de sortie (et donc des nœuds) des équipements.

Un VL (Virtual Link) de l'AFDX, se modélise par un flux. Mais, le VL est multicast tandis qu'un flux du modèle des trajectoires est unicast (un nœud source vers un seul destinataire). Donc à chaque fois que le VL est dupliqué sur différents ports de sorties d'un commutateur, le flux est dupliqué sur les différents nœuds. La figure 3.14, illustre la correspondance entre un VL et un flux du modèle qui sera analysé.
Le délai de bout en bout du flux est étudié pour chaque destination du VL. Ainsi, un flux v_i du réseau AFDX est défini par les caractéristiques suivantes : $C_i = \frac{F_{Max}}{R}$, $T_i = BAG$. Avec, F_{Max} la taille maximale de ses trames.

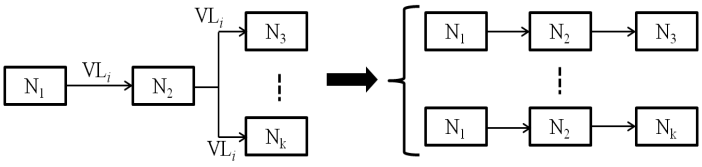

FIGURE 3.14 – Correspondance entre un VL et un flux du modèle à analyser

Le calcul du délai de bout en bout d'un flux AFDX v_i, ne tient pas compte de son E/S (nœud) destination. Il n'est pas pris en compte dans l'étude du délai de bout en bout, car la durée de traitement d'une trame dans le E/S destination dépend de l'application embarquée dans son LRM. Le dernier nœud $last_i$ de v_i est alors le port de sortie du dernier commutateur qu'il traverse. Dans l'AFDX, le délai de multiplexage et de propagation électrique des trames est constant, égal à $L = 16\mu s$, mais nul dans le E/S destination [GRI04]. La figure 3.15 illustre la correspondance entre le réseau AFDX et le modèle réseau du paragraphe 3.3.1 :

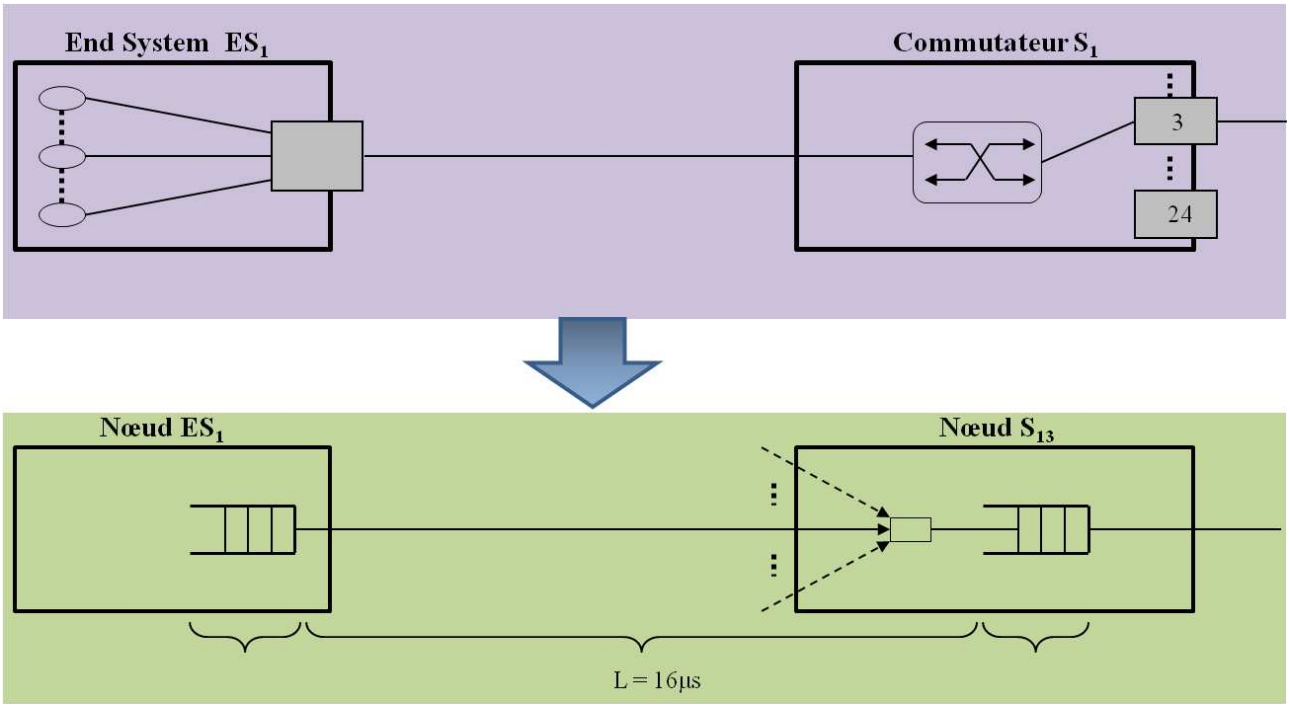

FIGURE 3.15 – Correspondance entre l'AFDX et le modèle réseau

Le End System ES_1 se modélise par le nœud ES_1. Tandis que chaque port de sortie du commutateur S_1 correspond à un nœud du modèle. Par exemple, le nœud S_{13} correspond au port de sortie numéro 3 du commutateur S_1.

3.4 Méthode des trajectoires pour l'AFDX

Dans cette section, le calcul des délais de communication de bout en bout des flux est présenté à l'aide de la méthode des trajectoires. Dans le paragraphe 3.4.1, le principe de cette méthode est illustré sur une petite configuration réseau AFDX. Le paragraphe 3.4.2, expose l'élaboration des formules de calcul de l'approche par trajectoires en contexte FIFO. Enfin, le paragraphe 3.4.3 présente une amélioration de ces formules par la prise en compte de l'effet de sérialisation dans le réseau.

3.4.1 Présentation de la méthode des trajectoires sur un exemple

Le principe de la méthode des trajectoires est basé sur le calcul d'une borne supérieure du pire délai de bout en bout de chacune des trames qui traverse le réseau. Pour une trame i (d'un flux v_i) sous étude, la méthode évalue sur chaque nœud traversé, du dernier $last_i$ vers le premier $first_i$ (**raisonnement par backtraking**), une durée maximale l'ayant retardée sur ce nœud. Le pire délai de bout en bout de la trame i est déterminé en sommant chacune de ces portions dans les différents nœuds traversés.

Afin de présenter la méthode des trajectoires sur un exemple, nous considérons la configuration AFDX de la figure 3.16.

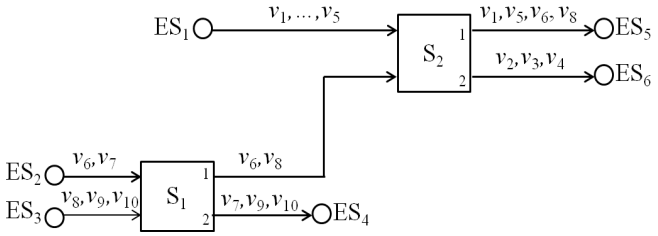

FIGURE 3.16 – Un exemple de configuration AFDX

Elle est constituée de 6 End Systems $\{ES_1, ..., ES_6\}$, de 2 commutateurs $\{S_1, S_2\}$ et enfin de 10 flux $\{v_1, ..., v_{10}\}$ qui traversent le réseau. Dans cette configuration, les commutateurs S_1 et S_2 disposent chacun de 2 ports de sortie numérotés 1 et 2. Ils se décomposent donc chacun en deux nœuds. Le modèle réseau issu de la configuration AFDX de la figure 3.16 est donné par la figure 3.17.
On note i la trame correspondant au flux v_i. Pour simplifier la présentation des concepts ainsi que la lecture des scénarii que nous décrirons, nous considérons dans cet exemple que la durée de transmission maximale C_i d'un flux v_i est constante égale à $20\mu s$ sur chaque nœud de la configuration et que $T_i = 400\mu s$, pour $i \in \{1..10\}$.

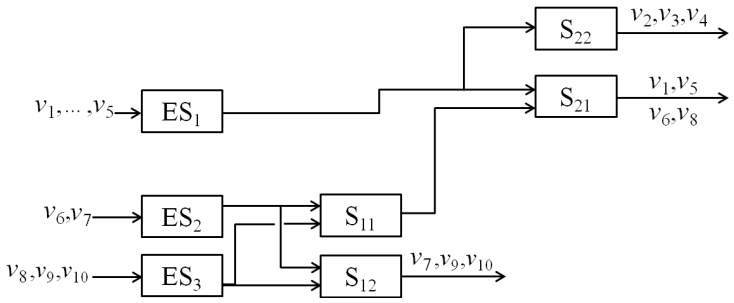

FIGURE 3.17 – Modèle réseau étudié issu de la configuration 3.16

Nous nous intéressons au flux v_6 et nous analysons le délai de bout en bout de sa trame notée 6. Son chemin dans le réseau est $\mathcal{P}_6 = \{ES_2, S_{11}, S_{21}\}$ et correspond à la partie de la configuration précédente modélisée par la figure 3.18.

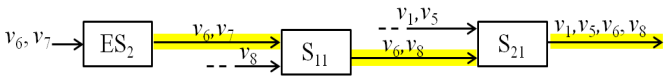

FIGURE 3.18 – Modélisation de la configuration du chemin du flux v_6

Cette figure illustre ainsi que le flux v_6 rencontre sur son chemin uniquement les flux v_7, v_8, v_5 et v_1 du réseau. Le chemin de la trame 6 se termine par le nœud S_{21}. En effet, comme expliqué dans le paragraphe 3.3.4, dans le réseau AFDX, le délai de bout en bout que nous étudions ne tient pas compte du End System destination et le dernier nœud $last_i$ d'un flux v_i correspond toujours au nœud précédant son End System destination.

Connaissant les caractéristiques des flux sur l'exemple de la figure 3.17 (avec T_i très grand par rapport à C_i), une seule trame de chaque flux du réseau peut retarder la trame 6 étudiée. Un ordonnancement possible pendant la traversée de la trame 6 dans le réseau est illustré par la figure 3.19. Les instants d'arrivée des messages sur les nœuds ont été choisis arbitrairement pour représenter un scénario quelconque que peut rencontrer la trame 6.

Plusieurs termes apparaissent dans le scénario de la figure 3.19 et sont nécessaires à sa description. Les paragraphes ci-dessous décrivent chacun de ces éléments. Le paragraphe 3.4.1.a présente la notion de période d'activité sur un nœud. Le paragraphe 3.4.1.b expose les trames particulières d'une période d'activité. Les Paragraphes 3.4.1.c et 3.4.1.d, illustrent les calculs des délais de bout en bout des trames. Enfin, le paragraphe 3.4.1.e présente les raisons d'une recherche d'une borne supérieure sur le délai de bout en bout d'une trame.

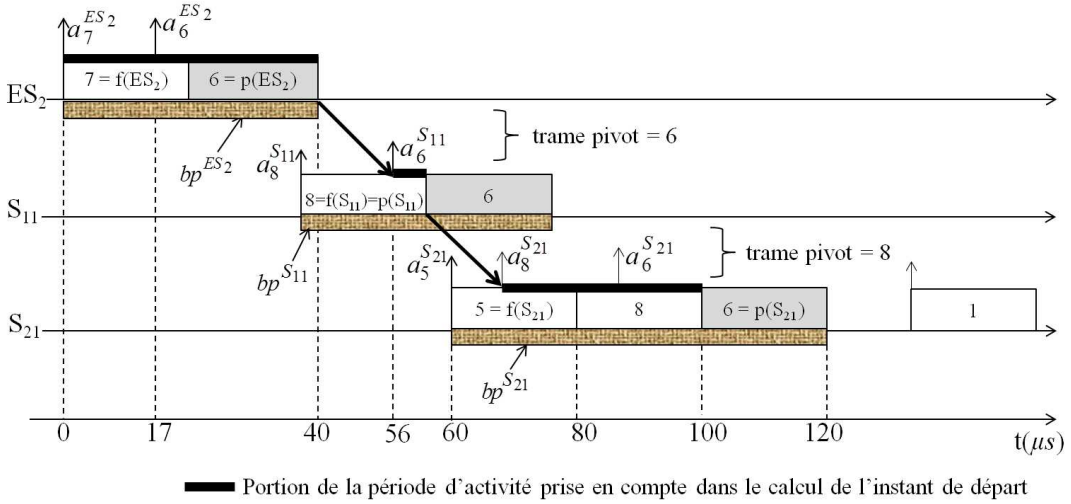

FIGURE 3.19 – Instant de départ de la trame 6 dans un scénario possible

3.4.1.a Période d'activité d'un nœud

Pour déterminer le pire délai de bout en bout d'une trame, la méthode des trajectoires s'appuie sur les éléments définis ci-dessous :

Définition 3. ***Instant oisif*** t

Un instant oisif t sur un nœud h, est un instant où toutes les trames générées ou arrivées avant t ont toutes été transmises à cet instant au plus tard.

Définition 4. ***Période d'activité*** $[t, t')$ **[Leh90]**

Une période d'activité sur un nœud h, est un intervalle temporel $[t, t')$ où t et t' représentent deux instants oisifs consécutifs. C'est une période où le nœud est occupé à transmettre des trames sans la moindre interruption possible.

On note bp^h, la période d'activité sur un nœud h affectant le délai de la trame i étudiée. La trame 6 traverse trois périodes d'activités notées bp^{ES_2}, $bp^{S_{11}}$ et $bp^{S_{21}}$ appartenant respectivement aux nœuds ES_2, S_{11} et S_{21}.

La date d'arrivée d'une trame j (du flux v_j) sur le nœud h, est notée a_j^h. Sur la figure 3.19 par exemple, la trame 6 étudiée arrive sur le nœud ES_2 à l'instant $a_6^{ES_2} = 17\mu s$, etc. Sans perte de généralité, l'origine des temps (instant 0) est posée à l'instant d'arrivée de la première trame retardant 6 sur le premier nœud ES_2 (c-à-d, $a_7^{ES_2} = 0$) [MM06a].

3.4.1.b Caractérisation des trames particulières d'une période d'activité

Pour chaque période d'activité constituée des trames traversant un nœud, deux trames particulières délimitent les trames à considérer dans le calcul du délai de bout en bout de la trame

sous étude :

- **La trame de tête notée $f(h)$:**
  C'est la première trame à être traitée dans la période d'activité bp^h d'un nœud h. Notons que $f(h)$ peut coïncider avec la trame i étudiée. Par exemple sur la figure 3.19, la trame $7 = f(ES_2)$, $8 = f(S_{11})$ et $5 = f(S_{21})$.

- **La trame pivot $p(h)$:**
  Les flux ayant des chemins différents, la trame $f(h)$ de bp^h ne suit pas forcement la trame i étudiée sur le nœud suivant $h+1$. Sur la figure 3.19, on remarque, par exemple, que sur le nœud ES_2, la trame $7 = f(ES_2)$ ne suit pas la trame 6 étudiée sur le nœud S_{11}. C'est pourquoi sur un nœud h, on note $p(h)$ la première trame de la période d'activité bp^h qui sera présente dans la période d'activité bp^{h+1} du nœud qui suit h (c'est-à-dire, le nœud $h+1$). $p(h)$ correspond ainsi à la trame pivot et permet de relier temporellement les deux périodes d'activité bp^h et bp^{h+1} appartenant respectivement aux nœuds consécutifs h et $h+1$ situés sur le chemin de la trame étudiée. Notons que $p(h)$ peut coïncider avec la trame i étudiée. Par exemple sur la figure 3.19, la trame 6 est pivot entre bp^{ES_2} et $bp^{S_{11}}$ et la trame 8 est pivot entre $bp^{S_{11}}$ et $bp^{S_{21}}$.

Dans l'analyse pire cas, il peut être démontré que sur chaque nœud h, toutes les trames après $p(h)$ ne contribuent pas à retarder la trame sous étude sur ce nœud [MM06a].

La trame $p(last_i)$:
La dernière trame à considérer dans la période d'activité bp^{last_i} du dernier nœud $last_i$, correspond toujours à la trame i étudiée. Par convention, elle est notée $p(last_i)$. En effet, sur le dernier nœud toute trame traitée après la trame étudiée n'interfère pas avec elle. C'est pourquoi la trame étudiée 6 est notée $p(S_{21})$ sur la figure 3.19.

3.4.1.c Calcul du délai de bout en bout d'une trajectoire

Le délai de bout en bout nécessite d'établir la plus grande date de départ dans la file d'attente, de la trame analysée sur son dernier nœud $last_i$. Cet instant dépend bien sûr de l'instant t de génération de la trame sur son nœud source et du trafic rencontré dans les nœuds traversés. Précisément :

Définition 5. ***Instant*** $W_i^h(t)$
C'est l'instant maximal où la trame de v_i, générée à l'instant t sur son nœud source $first_i$, débute sa transmission sur le nœud h. Cet instant est appelé, instant de départ au plus tard de la trame étudiée sur h.

Définition 6. ***Délai de bout en bout*** $R_i(t)$
C'est la borne supérieure du pire délai de bout en bout d'une trame i du flux v_i sous étude. Elle

correspond à la durée allant de l'instant t de génération de la trame i sur son nœud source $first_i$ *jusqu'à la fin de sa transmission sur son dernier nœud* $last_i$. $R_i(t) = W_i^{last_i}(t) + C_i - t$

Sur l'exemple de la figure 3.19, la fin de la transmission de la trame 6 sur son dernier nœud S_{21}, par rapport à l'origine des temps $a_7^{ES_2} = 0$, est obtenue en additionnant les portions de temps ayant retardés la trame 6 dans les différentes périodes d'activités bp^{ES_2}, $bp^{S_{11}}$ et $bp^{S_{21}}$ et en ajoutant les durées de propagation L entre les nœuds $(ES_2 \rightarrow S_{11})$ et $(S_{11} \rightarrow S_{21})$.

D'après [MM06a], la portion de temps considérée dans une période d'activité bp^h, correspond à :
- la durée de transmission des trames allant de $f(h)$ à $p(h)$,
- à laquelle est retranchée la durée entre les instants $a^h_{f(h)}$ et $a^h_{p(h-1)}$, excepté sur le nœud $first_i$.

En effet, toute trame transmise après $p(h)$ ne peut plus affecter le délai de la trame étudiée ; et la durée $a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)}$ est retranchée car les trames transmises avant l'arrivée de la trame pivot $p(h-1)$, provenant du nœud précédant $h-1$, ne peuvent non plus affecter le délai de la trame étudiée. Cette durée n'est pas retranchée sur $first_i$, car l'origine du temps $a^{first_i}_{f(first_i)} = 0$ s'y trouve et le calcul de l'instant de départ se fait à partir de cet instant.

Pour définir l'instant de départ de la trame 6 sur son dernier nœud S_{21}, sa durée de transmission C_6 ne doit pas être comptabilisée dans la durée de $f(S_{21})$ à $p(S_{21})$, car $p(S_{21}) = 6$. Ainsi, elle doit être retranchée du calcul de l'instant de départ de la trame 6 sur son dernier nœud S_{21}. Les portions des périodes d'activités définissant l'instant de départ au plus tard de la trame 6 sur sa trajectoire sont données par l'expression :

$$\sum_{h \in \mathcal{P}_i} \left(\sum_{g=f(h)}^{p(h)} C_g^h \right) - C_i - \sum_{h \in \mathcal{P}_i \setminus \{first_i\}} \left(a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)} \right)$$

où, g correspond à toute trame entre $f(h)$ et $p(h)$ sur un nœud h. Sur la figure 3.19 ces portions permettant de déterminer l'instant de départ de la trame 6 sur S_{21}, correspondent aux barres noires au dessus des périodes d'activités :
- sur ES_6, cette portion de temps est égale à la durée de transmission des trames allant de $7 = f(ES_6)$ à $6 = p(ES_6)$,
- sur S_{11}, il s'agit du temps de transmission de la trame $8 = f(S_{11}) = p(S_{11})$, moins $(a_6^{S_{11}} - a_8^{S_{11}})$,
- sur S_{21}, elle correspond au temps de transmission des trames allant de $8 = f(S_{21})$ à $6 = p(S_{21})$, moins $(a_8^{S_{21}} - a_5^{S_{21}})$, moins la durée de transmission C_6 de la trame 6.

On obtient un instant de départ de la trame 6 sur S_{21} égal à :

$$40 + 16 + 2 + 16 + 26 = 100\,\mu\text{s}$$

Le délai de bout en bout de la trame 6 pour ce scénario, se calcule en ajoutant à son instant de départ, sa durée de transmission sur S_{21}, et en retranchant l'instant de génération $t = 17\mu s$ de la trame 6 sur ES_2 par rapport à l'origine $a_7^{ES_2}$: $100 + 20 - 17 = 103\,\mu$s.

3.4.1.d Maximisation du délai de bout en bout d'une trajectoire

Le scénario présenté figure 3.19 ne conduit pas au pire délai de bout en bout pour la trame 6 sous analyse. En effet, pour obtenir le pire instant de départ et donc le pire délai de bout en bout d'un flux sur sa trajectoire, il faut sur chaque nœud h [MM06a], maximiser sa longueur de période d'activité et minimiser la durée entre $a^h_{p(h-1)}$ et $a^h_{f(h)}$. C'est-à-dire,

$$a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)} = 0\,\mu\text{s}$$

Remarque 1. Poser $a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)} = 0\,\mu$s, revient à avancer la trame pivot $p(h-1)$ de façon à ce qu'elle arrive sur le nœud h au même instant que la trame de tête $f(h)$. Dans ce cas, $p(h-1)$ et $f(h)$ sont confondues et on considère alors que $p(h-1) = f(h)$ permet de caractériser le pire scénario.

Le pire instant de départ de la trame 6, est alors illustré par le scénario de la figure 3.20.

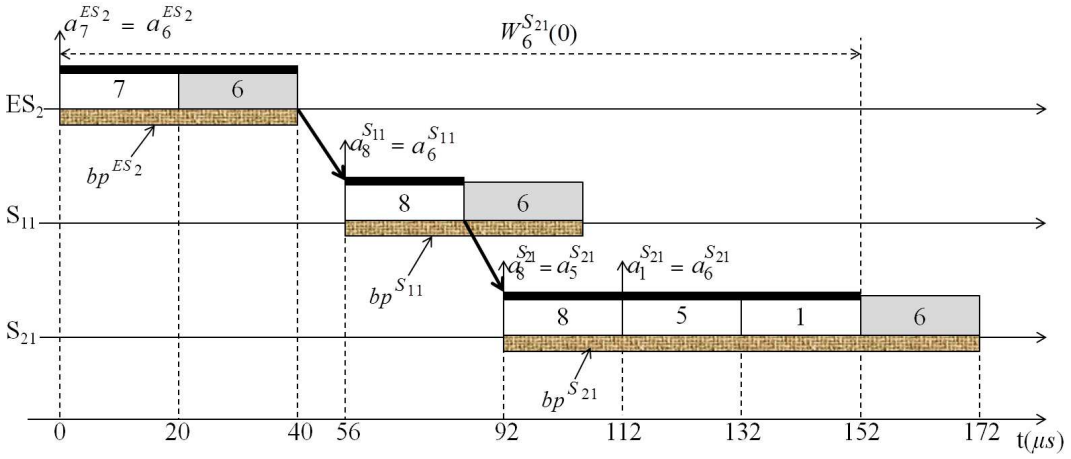

FIGURE 3.20 – Instant de départ au plus tard $W_6^{S_{21}}(0)$ de la trame 6 dans le scénario pire cas

L'instant de départ au plus tard $W_6^{S_{21}}(0)$ (cf. définition 5) de la trame 6 (générée sur ES_2 à l'instant $t = 0\mu s$) sur son dernier nœud S_{21}, est alors obtenu en additionnant sur chaque nœud, les durées de transmission des trames l'ayant retardée et les durées L de propagation entre nœuds :

$$W_6^{S_{21}}(0) = (20 + 20) + 16 + 20 + 16 + (20 + 20 + 20) = 152\,\mu\text{s}$$

Le pire délai de bout en bout $R_6(0)$ (cf. définition 6) de la trame 6 est obtenu en ajoutant à son instant de départ au plus tard, sa durée de transmission sur son dernier nœud S_{21} et en retranchant sa date $t = 0\mu s$ de génération par rapport à l'origine du temps. C'est-à-dire, $R_6(0) = 152 + 20 - 0 = 172\,\mu$s.

Il n'existe aucune méthode simple pour définir un pire scénario conduisant systématiquement au pire délai de bout en bout. Seules les approches exhaustives comme le model checking (cf. paragraphe 3.2.2 page 33) sur de petites configurations permettent d'obtenir un tel scénario, mais au prix d'un temps de calcul prohibitif au delà de quelques flux et quelques nœuds.

Les principes qui ont été présentés ci-dessus, à travers l'exemple introductif, vont être réutilisés pour définir un majorant du pire délai de bout en bout.

3.4.1.e Recherche d'un majorant du pire délai de bout en bout

Puisqu'il n'existe pas une caractérisation menant au pire scénario conduisant au pire délai de bout en bout d'une trame, la méthode des trajectoires n'étudie pas tous les ordonnancements possibles des trames sur les nœuds traversés, comme illustré précédemment. La raison en est double :

- on ne peut pas connaître les dates d'arrivée des trames dans les différentes périodes d'activités des nœuds traversés. Il peut exister un nombre important de cas d'ordonnancement à tester. Ce qui peut conduire en pratique à une explosion combinatoire.
- Il n'est pas possible de connaître, a priori, quelle trame sera pivot sur chaque nœud dans l'analyse.

Ainsi, la méthode recherche un majorant de l'interférence de chaque flux v_j sur la trajectoire de la trame sous analyse. Dans le paragraphe 3.4.2, le calcul de ce majorant est présenté.

3.4.2 Élaboration des formules de calcul

Cette section présente les différents termes entrant dans l'évaluation d'un majorant du pire délai de bout en bout d'un flux par la méthode des trajectoires. Les termes de ce majorant dépendent de la politique de service utilisée par les nœuds. Dans la suite, nous faisons l'hypothèse que la politique de service est FIFO (First In, First Out). Les résultats présentés ci-après sont tirés de [MM06a].

Pour une trame i d'un flux v_i, générée à un instant t sur son nœud source $first_i$, seuls les flux v_j croisant le flux v_i (générateur de i) peuvent impacter son délai de bout en bout. C'est-à-dire, les flux v_j tels que $\mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing$. Puisque les trajectoires des flux v_j et v_i ne se croisent qu'une fois, l'ordre d'arrivée des trames de v_j par rapport à la trame i analysée, sera le même sur leurs nœuds communs situés entre $first_{i,j}$ et $last_{i,j}$. En conséquence, seules les trames de v_j arrivées

avant la trame i sur $first_{i,j}$ pourront l'interférer. Celles arrivées après i sur $first_{i,j}$ ne pourront jamais là retarder le long de sa trajectoire. Nous donnons alors la propriété suivante :

Propriété 1. *En contexte FIFO, seules les trames d'un flux v_j arrivées sur $first_{i,j}$ avant la trame i du flux v_i sous étude peuvent interférer sur son délai de bout en bout. L'étude de l'interférence de v_j sur v_i se limite alors au nœud $first_{i,j}$.*

Comme le met en évidence l'exemple introductif, les trames pivots sont comptabilisées deux fois dans l'analyse, alors que les autres trames ne le sont qu'une fois. Pour unifier les calculs, chaque flux v_j interférant avec la trame sous analyse, sera comptabilisée une unique fois sur $first_{i,j}$ et un autre terme spécifique représentera le second comptage des trames pivots dans le délai de bout en bout.

Le paragraphe 3.4.2.a présente la quantification maximale de l'interférence des flux du réseau sur la trame i (de v_i) analysée.

3.4.2.a Évaluation de l'interférence des flux du réseau sur le délai de la trame i étudiée

Le temps d'attente de i (générée à un instant t sur son nœud source $first_i$) sur un nœud h de sa trajectoire, est induit par la quantité maximale de travail présente dans la file d'attente au moment de son arrivée. Cette quantité maximale de travail correspond à la durée de transmission des trames appartenant aux flux v_j qui croisent le flux v_i (générateur de i) sur h.

D'après la propriété 1, la quantité maximale de travail générée par un flux v_j pour retarder i, est calculée uniquement sur le nœud $first_{i,j}$, premier nœud commun entre v_j et v_i (générateur de i). Afin de déterminer la quantité maximale de trames générées par v_j sur $first_{i,j}$ pour retarder i, il est nécessaire de donner les définitions suivantes :

Définition 7. ***Durée*** $Smin_j^h$
C'est la durée minimale subie par une trame du flux v_j depuis son entrée dans la file d'attente de son nœud source $first_j$ jusqu'à son arrivée dans celle du nœud h. Cette durée suppose qu'à chaque nœud traversé, la file d'attente est vide (v_j ne rencontre aucun autre paquet sur son chemin).

Définition 8. ***Durée*** $Smax_j^h$
C'est la durée maximale subie par une trame du flux v_j depuis son entrée dans la file d'attente de son nœud source $first_j$ jusqu'à son arrivée dans celle du nœud h. Cette durée suppose qu'à chaque nœud traversé, v_j rencontre dans sa file d'attente un maximum de paquets d'autres flux.

Dans la suite, on suppose que les durées $Smin_j^h$ et $Smax_j^h$ de chaque flux v_j sont connues pour tout nœud h. Nous présenterons l'algorithme de leurs calculs dans un deuxième temps.

a) Intervalle d'estimation sur un nœud h

Pour évaluer l'interférence d'un flux v_j sur le délai de bout en bout du flux v_i sous étude (générateur de i), il est nécessaire de définir un intervalle de temps sur $h = first_{i,j}$ dans lequel le plus grand nombre possible de trames de v_j vont arriver pour interférer avec la trame i de v_i sous analyse. L'interférence subie par la trame i ne peut être comptabilisée qu'entre les instants :

- M_i^h : défini dans [MM06a] comme étant le minorant de la date à partir de laquelle toute trame de v_j arrivée sur h peut retarder i,
- $t + Smax_i^h$: date d'arrivée au plus tard de i sur h.

Avant l'instant M_i^h, aucune période d'activité n'a pu débuter sur le nœud h. Après l'instant $t + Smax_i^h$, les trames ne pourront plus interférer avec i. Car, $t + Smax_i^h$ représente l'instant d'arrivée pire cas de i sur le nœud h. D'après [MM06a], l'instant M_i^h est calculé par l'expression suivante :

$$M_i^h = \sum_{k=first_i}^{h-1} \left(\min_{v_j \in \Gamma_k} \{C_j^k\} + L \right) \tag{3.1}$$

Par convention, si h correspond au nœud source du flux v_i, alors $M_i^h = 0\,\mu$s.
L'intervalle $[M_i^h\,;\, t + Smax_i^h]$ est appelé l'intervalle d'estimation de la trame i du flux v_i sur le nœud h. Il permet d'évaluer l'interférence générée par un flux concurrent v_j qui croise v_i sur h.

b) Interférence d'un flux v_j

Les trames du flux v_j doivent arriver sur $h = first_{i,j}$ dans l'intervalle temporel $[M_i^h, t+Smax_i^h]$ pour retarder i. Le nombre maximum de trames de v_j pouvant retarder i sur h, est obtenu en sommant toutes les arrivées possibles de trames de v_j dans l'intervalle $[M_i^h,\ t + Smax_i^h]$. La figure 3.21 illustre le pire scénario permettant d'évaluer ces arrivées :

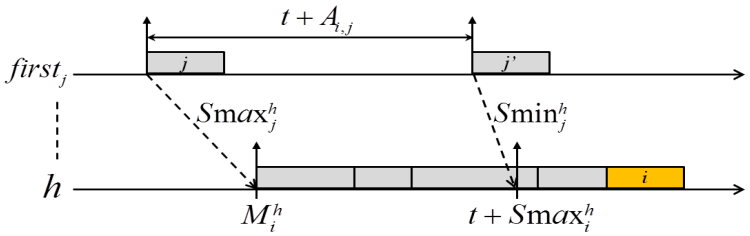

FIGURE 3.21 – Quantification maximale des trames de v_j retardant i sur h

La première trame de v_j générée au plus tôt sur $first_j$ et retardant i doit arriver au plus tôt à l'instant M_i^h en ayant été la plus retardée (durée $Smax_j^h$). De même, la dernière trame de v_j

générée plus tardivement et retardant i, doit effectuer sa durée minimale $Smin_j^h$ pour arriver sur h au plus tard à l'instant $t + Smax_i^h$. Les trames de v_j doivent donc être générées sur $first_j$ dans l'intervalle $[M_i^h - Smax_j^h,\ t + Smax_i^h - Smin_j^h]$ de longueur $t + A_{i,j}$. Où,

$$A_{i,j} = Smax_i^h - Smin_j^h - M_i^h + Smax_j^h$$

Le flux v_j est sporadique de période T_j sur $first_j$. Le nombre maximum de trames de v_j générées sur $first_j$ et arrivant dans l'intervalle $[M_i^h,\ t + Smax_i^h]$ sur le nœud h est alors borné par :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \tag{3.2}$$

La quantité maximale de travail générée par v_j pour retarder i sur h est alors déduite par :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) C_j \tag{3.3}$$

La quantité maximale de travail générée par les flux v_j (y compris v_i lui même) du réseau qui croisent v_i et qui retardent sa trame i (générée à l'instant t sur $first_i$) sur sa trajectoire $\mathcal{P}_i$, est donc bornée par :

$$\sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) C_j \tag{3.4}$$

Les flux interférant avec la trame i sont tous les flux croisant son chemin, y compris v_i lui même. En effet, i peut être retardé par une trame générée avant son instant t de génération. Donc cette somme comprend également v_i.

c) Interférence des trames pivots sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$ de la trame i étudiée

Les trames pivots ont été présentées au paragraphe 3.4.1.b. Soit h un nœud de la trajectoire de v_i ($h \in \mathcal{P}_i \backslash \{last_i\}$), par définition, la trame pivot $p(h)$ (appartenant à un flux quelconque v_j) sur un nœud h, est une trame qui est présente dans la période d'activité bp^h et celle bp^{h+1} du nœud suivant $h + 1$. Elle permet alors de relier temporellement les nœuds consécutifs h et $h + 1$ situés sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$ de i. Ainsi, partant du premier nœud $first_i$ de i vers le nœud $last_i$ (dernier nœud de i), il existe dans la période d'activité considérée de chacun de ces nœuds traversés, une trame pivot. Exemple, sur les figures 3.19 et 3.20, la trame $6 = p(ES_2)$ (resp. $8 = p(S_{11})$) est traitée dans bp^{ES_2} (resp. $bp^{S_{11}}$) et dans $bp^{S_{11}}$ (resp. $bp^{S_{21}}$).

Puisque les trames pivots sont traitées dans deux périodes d'activités différentes, elles retardent alors doublement i sur sa trajectoire, mais, seule une des deux est comptabilisée par le calcul

d'interférence donné par la formule (3.4) [MM06a]. Le deuxième retard engendré par une trame pivot doit donc être évalué en plus. Comme il n'est pas possible d'identifier $p(h)$ sur un nœud h (dans bp^h), car l'ordonnancement et les dates d'arrivées des trames sur h ne peuvent être connus, on considère que la trame pivot sur h est la trame la plus longue (pire cas). En pratique, la trame qui s'exécute sur h avec la plus grande durée de transmission est choisie comme trame pivot [MM06a]. De plus, il est démontré dans [MM06a] que les trames pivots sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$ doivent être comptabilisées sur chaque nœud, sauf sur celui dit "le plus lent" noté $slow_i$ (c'est-à-dire, sur chaque noeud $h \in \mathcal{P}_i \backslash \{slow_i\}$). Le nœud le plus lent $slow_i$ de la trajectoire $\mathcal{P}_i$ d'un flux v_i, est celui pour lequel la durée de transmission $C_i^{slow_i}$ de toute trame i de v_i est la plus élevée (c'est-à-dire, $\forall k \in \mathcal{P}_i, C_i^k \leq C_i^{slow_i}$) ; le débit de son lien de sortie est le plus faible. Ainsi, l'ensemble des trames pivots $p(h)$ sur chaque nœud $h \in \mathcal{P}_i \backslash \{slow_i\}$ traversé, est alors borné par [MM06a] :

$$\sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq slow_i}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\} \right) \tag{3.5}$$

où, Γ_h correspond à l'ensemble des flux traversant le nœud h.

Cependant, dans le contexte où les nœuds du réseau travaillent avec la même vitesse (cas possible dans le réseau AFDX), il n'existe pas de nœud "le plus lent" et ce dernier doit alors être arbitrairement choisi. De nombreux travaux dans ce contexte, ont été menés par les auteurs [BSF09c] qui choisissent arbitrairement ce nœud égal à $last_i$ (c'est-à-dire, $slow_i = last_i$). La formule (3.6) est ainsi déduite pour le cas de l'AFDX [BSF09c] :

$$\sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq last_i}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\} \right) \tag{3.6}$$

d) Évaluation du délai de propagation sur les liens entre nœuds

En plus des interférences que subit la trame i dues aux flux croisés sur son chemin, cette dernière est également retardée par le délai dû à son multiplexage et sa propagation sur les liens reliant les nœuds de sa trajectoire. La trame i ayant une trajectoire notée $\mathcal{P}_i$ et contenant exactement $|\mathcal{P}_i|$ nœuds, il se déduit que sa durée totale de multiplexage et propagation entre les nœuds, est donnée par :

$$(|\mathcal{P}_i| - 1)\, L \tag{3.7}$$

3.4.2.b Formules de calcul des bornes supérieures sur les délais de bout en bout

a) Pire délai de bout en bout de la trame i générée à l'instant t

Partant des évaluations présentées dans les paragraphes précédents et en considérant l'hypothèse pire cas où l'on suppose $a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)} = 0\,\mu\text{s}\ \forall h \in \mathcal{P}_i \backslash \{first_i\}$ [MM06a], l'instant de départ au plus tard $W_i^{last_i}(t)$, de la trame i de v_i (générée sur $first_i$ à l'instant t) sur son dernier nœud $last_i$ s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} W_i^{last_i}(t) = & \sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) C_j + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq last_i}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}\right) \\ & + (|\mathcal{P}_i| - 1)\, L - C_i \end{aligned} \tag{3.8}$$

où, $A_{i,j} = Smax_i^h - Smin_j^h - M_i^h + Smax_j^h$

La borne supérieure $R_i(t)$ du pire délai de bout en bout de i, est obtenue en soustrayant à l'instant de départ $W_i^{last_i}(t)$, l'instant t de sa génération et en ajoutant la durée C_i correspondant à son temps de transmission sur $last_i$:

$$R_i(t) = W_i^{last_i}(t) + C_i - t \tag{3.9}$$

b) Pire délai de bout en bout du flux v_i

La borne supérieure R_i sur le délai de bout en bout pire cas du flux v_i lui même, est égale au maximum des $R_i(t)$ de l'ensemble des trames qu'il a généré à des instants t différents :

$$R_i = \max_{0 \leq t < \mathcal{B}_i} \left\{W_i^{last_i}(t) + C_i - t\right\} \tag{3.10}$$

Graphiquement, le délai de bout en bout R_i du flux v_i correspond à la recherche sur l'intervalle $[0,\ \mathcal{B}_i)$ de la plus grande déviation verticale entre la courbe en escalier de la fonction $f(t) =$

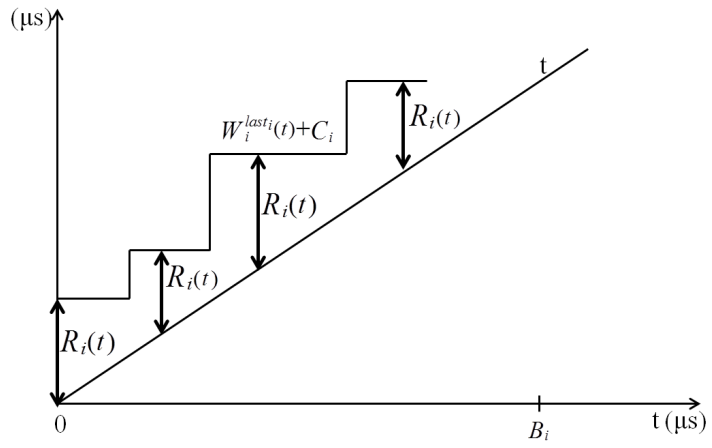

FIGURE 3.22 – Représentation graphique de recherche du délai de bout en bout R_i d'un flux v_i

$W_i^{last_i}(t) + C_i$ et la courbe linéaire de la fonction identité $g(t) = t$ représentant les instants de génération. C'est-à-dire, la recherche du plus grand $R_i(t)$ tel que t varie dans l'intervalle $[0, \mathcal{B}_i)$. La figure 3.22 illustre cette représentation.
$\mathcal{B}_i$ est le terme prouvé par [MM06a] comme bornant les instants t à tester. Il s'obtient par une recherche du plus petit point fixe :

$$\mathcal{B}_i^{(0)} = 1, \qquad \mathcal{B}_i^{(k+1)} = \sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{(k)}}{T_j} \right\rceil C_j \tag{3.11}$$

Le point fixe $\mathcal{B}_i$ qui correspond à l'obtention de $\mathcal{B}_i^{(k+1)} = \mathcal{B}_i^{(k)}$ est possible si et seulement si la condition (3.12) est vérifiée.

$$\sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing}} \frac{C_j}{T_j} \leqslant 1 \tag{3.12}$$

Enfin, le temps est considéré discret et seuls les instants t entiers sont testés. De plus, cette borne $\mathcal{B}_i$ des instants à tester découle de la propriété 2 suivante prouvée par [MM06a].

Propriété 2. *Pour tout instant t, $W_i^{last_i}(t + \mathcal{B}_i) \leq W_i^{last_i}(t) + \mathcal{B}_i$*

Remarque 2. Le calcul du point fixe $\mathcal{B}_i$ suppose qu'un flux v_j croisant le flux v_i sous étude, ne le quitte pas. Ce qui revient à considérer durant l'analyse, que le trafic rencontré dans tout le réseau par la trame i sous étude, est inférieur à celui que peut traiter un unique nœud. Cette remarque fournit une limitation majeure de l'applicabilité de la méthode des trajectoires sur des réseaux avec un trafic important et/ou un grand nombre de nœuds traversés.

3.4.2.c Algorithme de calcul des durées $Smin_j^h$ et $Smax_j^h$

a) Calcul de $Smin_j^h$

La durée $Smin_j^h$ représente le délai minimum subi par une trame du flux v_j depuis son nœud source $first_j$ jusqu'au nœud h. Elle est donnée par la formule (3.13) suivante :

$$Smin_j^h = \sum_{k=first_j}^{h-1} \left(C_j^k + L\right) \tag{3.13}$$

Cette durée suppose que la trame analysée ne rencontre aucune autre trame sur son chemin pendant son parcours. Par convention, si h correspond au nœud source du flux v_j, alors $Smin_j^h = 0\,\mu$s.

b) Calcul de $Smax_j^h$

La durée $Smax_j^h$ représente le délai maximum subi par le flux v_j depuis sa génération sur son nœud source $first_j$ jusqu'à son arrivée sur le nœud h. Cette durée correspond à une borne supérieure sur le pire délai de bout en bout du flux v_j sur la portion de sa trajectoire notée ${\mathcal{P}_j}^{h-1} = \{first_j, ..., h-1\}$, à laquelle est ajoutée la durée L de propagation de v_j sur le lien physique entre les nœuds $h-1$ et h. Le nœud $h-1$ étant le nœud précédant directement h dans $\mathcal{P}_j$. Le calcul de $Smax_j^h$ se réduit alors à l'application de la méthode des trajectoires sur le flux v_j sur la portion ${\mathcal{P}_j}^{h-1}$, plus le délai L.

D'après le calcul du pire délai de bout en bout d'un flux présenté par la formule (3.10) dans le paragraphe 3.4.2.b page 59, $Smax_j^h$ se déduit de la même manière et s'exprime ainsi :

$$Smax_j^h = \max_{0 \le t < \mathcal{B}_j^h} \left\{W_j^{h-1}(t) - t + C_j\right\} + L \tag{3.14}$$

Où, $\mathcal{B}_j^h$ représente la borne supérieure des instants t (de génération des trames j de v_j) à tester. Elle s'obtient de même avec l'expression (3.11), mais sur la portion $\mathcal{P}_j^{h-1}$ de v_j.

Par convention, $Smin_j^{first_j} = Smax_j^{first_j} = 0\,\mu$s pour tout flux v_j. Pour cela, l'ensemble $\mathcal{S}$ des nœuds du réseau sont triés dans un ordre topologique. L'ordre (paramètre $\mathcal{O}^h$) défini ci-dessous, permet un calcul organisé de nœud en nœud.

Définition 9. *L'ordre d'un nœud h, dénoté par $\mathcal{O}^h$, représente son rang maximal dans l'ensemble des flux traversant h :*

$$\mathcal{O}^h = \max_{v_j \in \Gamma_h} (h_j)$$

Les nœuds sont analysés suivant l'ordre croissant de $\mathcal{O}^h$. Au début de l'analyse, tous les nœuds avec un ordre $\mathcal{O}^h$ égal à 1 sont étudiés. Ils correspondent aux nœuds sources des flux. Puis les nœuds d'ordre $\mathcal{O}^h = 2$ sont étudiés, car ils sont directement reliés aux nœuds d'ordre 1 dont nous venons de déterminer toutes les informations de délais ($Smax_j^h$, $Smin_j^h$, $\cdots$) dont nous aurons besoin pour effectuer les calculs sur ces derniers, etc.

3.4.2.d Exemple d'application détaillé

Dans ce paragraphe, nous revenons sur l'exemple introductif du paragraphe 3.4.1 et nous appliquons les formules de la méthode des trajectoires (en s'inspirant de la description algorithmique présentée ci-dessus) pour calculer la borne supérieure du pire délai de bout en bout de la trame 6 du flux v_6 générée à l'instant $t = 0\,\mu$s. Nous rappelons que la durée L de propagation des trames sur les liens est égale à $16\,\mu$s. La figure 3.23 suivante dépeint la configuration précédemment étudiée, enrichie par l'ordre des différents nœuds.

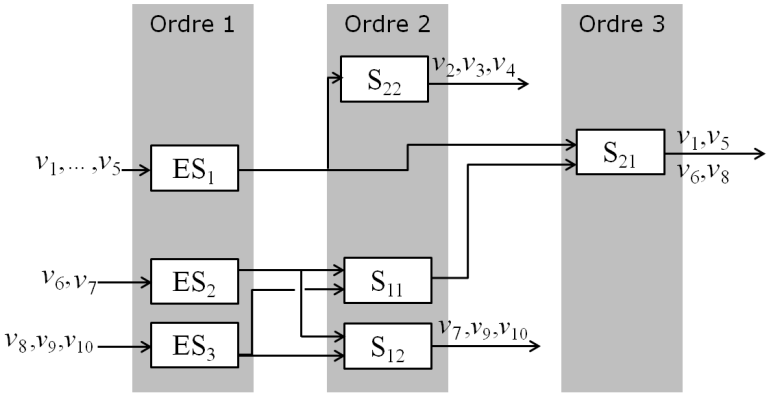

FIGURE 3.23 – Modèle de la configuration de la figure 3.16 avec l'ordre des nœuds

a) Comptabilisation des interférences des flux croisant v_6

Le flux v_6 étudié, de trajectoire $\mathcal{P}_6 = \{ES_2, S_{11}, S_{21}\}$, croise les flux v_6 (lui même), v_7, v_8, v_1 et v_5. Ainsi, d'après la propriété 1, l'interférence de chacun de ces flux est calculée sur leur premier nœud commun. Nous présentons ci-dessous le calcul de la quantité maximale de travail générée par chacun de ces flux pour retarder la trame 6. L'application de l'algorithme présenté dans le paragraphe précédent se déroule de la manière suivante :

- **Sur les nœuds d'ordre** 1, nous avons ES_1 générant les flux v_1 à v_5, ES_2 générant v_6 et v_7 et ES_3 générant v_8 à v_{10}. Nous savons que $Smax_j^h = 0\,\mu$s et $Smin_j^h = 0\,\mu$s avec $h \in \{ES_1, ES_2, ES_3\}$ et $j \in \{1, \cdots, 10\}$, car ce sont les nœuds sources de ces flux. Mais,

puisque nous étudions v_6, seul le nœud ES_2 nous intéresse. Ce nœud est le premier commun entre v_6 et v_7 ($ES_2 = \mathit{first}_{6,6} = \mathit{first}_{6,7}$) . La quantité maximale de travail (cf. formule (3.3) page 57) générée par v_6 (lui même) et v_7 pour retarder la trame 6 émise à la date $t = 0\,\mu$s, doit être calculée à ce niveau :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{6,6}}{T_6} \right\rfloor\right) C_6 = \left(1 + \left\lfloor \frac{0+0}{400} \right\rfloor\right) \times 20 = 20\,\mu\text{s}$$

car, $A_{6,6} = Smax_6^{ES_2} - Smin_6^{ES_2} - M_6^{ES_2} + Smax_6^{ES_2} = 0 - 0 - 0 + 0 = 0\,\mu$s. Et,

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{6,7}}{T_7} \right\rfloor\right) C_7 = \left(1 + \left\lfloor \frac{0+0}{400} \right\rfloor\right) \times 20 = 20\,\mu\text{s}$$

car, $A_{6,7} = Smax_6^{ES_2} - Smin_7^{ES_2} - M_6^{ES_2} + Smax_7^{ES_2} = 0 - 0 - 0 + 0 = 0\mu s$.

- **Sur les nœuds d'ordre** 2, nous avons S_{11} traversé par v_8 et v_6, S_{12} traversé par v_7, v_9 et v_{10}, et enfin S_{22} traversé par v_2 à v_4. S_{11} est le premier nœud commun entre v_8 et v_6 étudié ($S_{11} = \mathit{first}_{6,8}$). Sa quantité maximale de travail générée pour retarder 6 doit être calculée à ce niveau. Il est par contre nécessaire de connaître les durées $Smax_6^{S_{11}}$ et $Smax_8^{S_{11}}$. Elles s'obtiennent par application de la formule (3.14) s'exprimant en fonction des durées minimale et maximale des flux retardant v_8 et v_6 sur les nœuds précédents (et donc d'ordre 1). Or nous savons déjà que ces durées valent $0\,\mu$s sur les nœuds d'ordre 1. Nous déduisons alors que $Smax_6^{S_{11}} = \max_{0 \le t < 40}(W_6^{ES_2}(t) - t + C_6) + L = W_6^{ES_2}(0) - 0 + C_6 = (20 - 0 + 20) + 16 = 56\,\mu$s, car le calcul de point fixe (formule (3.11)) permet d'obtenir $\mathcal{B}_6^{S_{11}} = 40\,\mu$s ; et de même $Smax_8^{S_{11}} = 36\,\mu$s :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{6,8}}{T_8} \right\rfloor\right) C_8 = \left(1 + \left\lfloor \frac{0+20}{400} \right\rfloor\right) \times 20 = 20\,\mu\text{s}$$

avec, $A_{6,8} = Smax_6^{S_{11}} - Smin_8^{S_{11}} - M_6^{S_{11}} + Smax_8^{S_{11}} = 56 - 36 - 36 + 36 = 20\,\mu$s. Les durées $Smin_8^{S_{11}}$ et $M_6^{S_{11}}$ sont respectivement aisément obtenues via les formules (3.13) et (3.1).

- **Sur les nœuds d'ordre** 3, nous avons S_{21} traversé par v_1, v_5, v_6 et v_8. S_{21} est le premier nœud commun des flux v_1 et v_5 avec le flux v_6 étudié ($S_{21} = \mathit{first}_{6,1} = \mathit{first}_{6,5}$). Les quantités maximales de travail de v_1 et v_5 générées pour retarder 6 doivent être calculées à ce niveau. Mais, comme précédemment, il est nécessaire de connaître les durées $Smax_6^{S_{21}}$, $Smax_1^{S_{21}}$ et $Smax_5^{S_{21}}$ qui dépendent de celles déjà connues sur les nœuds d'ordre 1 et 2. Nous pouvons donc aisément appliquer la formule (3.14) pour déduire ces durées maximales recherchées pour arriver sur S_{21}. Ainsi, nous déduisons que :
$Smax_6^{S_{21}} = \max_{0 \le t < 60}(W_6^{S_{11}}(t) - t + C_6) + L = W_6^{S_{11}}(0) - 0 + C_6 = (76 - 0 + 20) + 16 = 112\,\mu$s, car le calcul de point fixe (formule (3.11)) permet d'obtenir $\mathcal{B}_6^{S_{21}} = 60\,\mu$s ; et de même

$Smax_1^{S_{21}} = Smax_5^{S_{21}} = 116\,\mu$s :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{6,1}}{T_1} \right\rfloor\right) C_1 = \left(1 + \left\lfloor \frac{0 + 120}{400} \right\rfloor\right) \times 20 = 20\,\mu\text{s}$$

car, $A_{6,1} = Smax_6^{S_{21}} - Smin_1^{S_{21}} - M_6^{S_{21}} + Smax_1^{S_{21}} = 112 - 36 - 72 + 116 = 120\,\mu$s. Les durées $Smin_1^{S_{21}}$ et $M_6^{S_{21}}$ sont aisément obtenues via les formules (3.13) et (3.1). Et,

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{6,5}}{T_5} \right\rfloor\right) C_5 = \left(1 + \left\lfloor \frac{0 + 120}{400} \right\rfloor\right) \times 20 = 20\,\mu\text{s}$$

b) Comptabilisation de l'interférence des trames pivots

La comptabilisation des trames pivots, est effectuée avec la formule (3.6) page 58 :

$$\begin{aligned}\sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_6 \\ h \neq S_{21}}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}\right) &= \max_{v_j \in \Gamma_{ES_2}} \{C_6, C_7\} + \max_{v_j \in \Gamma_{S_{11}}} \{C_6, C_8\} \\ &= 20 + 20 \\ &= 40\,\mu\text{s}\end{aligned}$$

c) Comptabilisation de la durée de propagation sur les liens

Cette durée est calculée avec la formule (3.7) :

$$(|\mathcal{P}_6| - 1)\, L = (3 - 1) \times 16 = 32\,\mu\text{s}$$

d) Calcul du pire instant de départ au plus tard $W_6^{S_{21}}(0)$

Le pire instant de départ $W_6^{S_{21}}(0)$ de la trame 6 sur son dernier nœud S_{21} est obtenu par la formule (3.8). D'après les calculs précédents, il est égal à :

$$\begin{aligned}W_6^{S_{21}}(0) = &\sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_6 \neq \varnothing}} \left(1 + \left\lfloor \frac{0 + A_{6,j}}{T_j} \right\rfloor\right) C_j \\ &+ \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_6 \\ h \neq S_{21}}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}\right) + (|\mathcal{P}_6| - 1)\, L - C_6 \\ =&(20 + 20 + 20 + 20 + 20) + 40 + (3 - 1) \times 16 - 20 \\ =&152\,\mu\text{s}\end{aligned}$$

e) Borne supérieure sur le pire délai de bout en bout $R_6(0)$ de la trame 6

Par application de la formule (3.9), la borne supérieure sur le pire délai de bout en bout de la trame 6 du flux v_6, générée à l'instant $t = 0\mu s$ sur ES_2, est donnée par :

$$R_6(0) = W_6^{S_{21}}(0) - 0 + C_6 = 152 - 0 + 20 = 172\,\mu\text{s}$$

Remarque 3. La borne supérieure calculée par la méthode des trajectoires est exactement égale au pire délai de bout en bout de la trame 6 obtenu par construction sur le scénario pire cas de la figure 3.20 du paragraphe 3.4.1.d page 53.

3.4.2.e Développement d'un outil d'automatisation de la méthode des trajectoires

Nous avons développé un outil basé sur le langage de programmation Java sous sa version JDK 1.7 [Jav], permettant d'automatiser le calcul des bornes supérieures sur le pire délai de bout en bout des flux selon la méthode des trajectoires. L'outil dispose d'une interface graphique permettant de saisir textuellement la configuration réseau à analyser. Pour un flux donné v_i, il faut renseigner ses paramètres C_i, T_i (et même sa gigue initiale J_i si non nulle) et l'ensemble de tous les nœuds qu'il traverse. Il est également possible de renseigner la configuration réseau directement dans un fichier au format *CSV* (Comma Separated Value) et de l'importer dans l'outil pour l'analyser. Après le traitement des données d'entrée et le calcul des délais, l'outil renvoi un fichier *CSV* résultat contenant les statistiques sur chacun des flux v_i du réseau. Notamment, son premier nœud, son dernier nœud, son BAG (c'est-à-dire, sa période T_i), sa durée de transmission C_i, le nombre de nœuds traversés sur son chemin (LC), la charge qu'il subit sur son chemin, la borne supérieure de son pire délai de bout en bout et enfin, l'instant t auquel cette borne du pire délai de bout en bout est obtenue. Pour la configuration de l'exemple introductif (figure 3.16) du paragraphe 3.4.1 page 48, l'outil génère les résultats dont la capture d'écran est présentée à la figure 3.24 suivante.

Flux	1er Noeud	dernier Noeud	BAG	C_i	LC	charge	Délai (us)	t
v1	ES1	S21	400.0	20.0	2	0,35	176.0	0.0
v2	ES1	S22	400.0	20.0	2	0,25	136.0	0.0
v3	ES1	S22	400.0	20.0	2	0,25	136.0	0.0
v4	ES1	S22	400.0	20.0	2	0,25	136.0	0.0
v5	ES1	S21	400.0	20.0	2	0,35	176.0	0.0
v6	ES2	S21	400.0	20.0	3	0,25	172.0	0.0
v7	ES2	S12	400.0	20.0	2	0,2	116.0	0.0
v8	ES3	S21	400.0	20.0	3	0,3	192.0	0.0
v9	ES3	S12	400.0	20.0	2	0,2	116.0	0.0
v10	ES3	S12	400.0	20.0	2	0,2	116.0	0.0

FIGURE 3.24 – Extrait du fichier CSV généré par l'outil de calcul des délais de bout en bout pour l'exemple de la figure 3.16

Nous remarquons que pour cet exemple, la borne supérieure du pire délai de bout en bout de chacun des flux v_1 à v_{10}, a été obtenue à l'instant $t = 0\,\mu$s.

3.4.3 Prise en compte de l'effet de sérialisation dans la méthode

3.4.3.a Présentation des concepts et critères d'amélioration

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont ceux de *Bauer et al.* publiés dans l'article [BSF10]. Dans cet article, il est démontré que la méthode des trajectoires telle que présentée précédemment, génère du pessimisme dans le calcul des délais de bout en bout. En effet, la sérialisation des flux dans le réseau n'est pas prise en compte. Nous donnons ci-dessous la définition de la notion de sérialisation dans un réseau.

Définition 10. ***Sérialisation :***
La sérialisation est le fait que deux ou plusieurs trames provenant d'un même nœud h et suivant le même lien physique, ne peuvent arriver au même instant sur le nœud suivant $h+1$.

La figure 3.25 illustre l'exemple de deux trames 1 et 2 qui sont sérialisées.

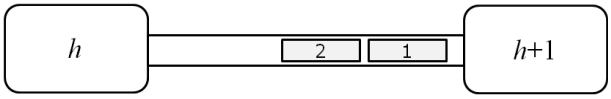

FIGURE 3.25 – Illustration de la définition de la sérialisation

Il a été prouvé dans [MM06a] que l'instant de départ au plus tard $W_i^{last_i}(t)$ d'une trame i (générée à l'instant t sur $first_i$) sur son dernier nœud $last_i$, est calculé en maximisant son temps d'attente dans les différentes périodes d'activité des nœuds traversés. Cette maximisation est obtenue en considérant que pour tout nœud h de $\mathcal{P}_i$,

$$a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)} = 0\mu s \tag{3.15}$$

Mais, les auteurs de [BSF10] montrent que l'hypothèse (3.15) n'est pas toujours réaliste et entraine du pessimisme. Nous l'illustrons avec l'exemple de la configuration AFDX de la figure 3.26.

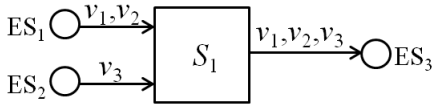

FIGURE 3.26 – Configuration réseau illustrant la sérialisation

Elle dispose de trois End Systems $\{ES_1, ES_2, ES_3\}$, d'un commutateur S_1 et trois flux $\{v_1, v_2, v_3\}$. Les paramètres des flux sont tels que, $C_1 = C_2 = C_3 = 20\mu s$ et $T_1 = T_2 = T_3 = 100\mu s$. La trame 3 du flux v_3 qui suit le chemin $\mathcal{P}_3 = \{ES_2, S_1\}$ est analysée. Pour maximiser le temps d'attente de la trame 3 dans la période d'activité bp^{S_1} sur le nœud S_1, l'évaluation de la formule (3.4)

de calcul de l'interférence des flux, implique que les trames 1 et 2 (des flux v_1 et v_2) retardent toutes les deux la trame 3 étudiée. En considérant ce calcul d'interférence et l'hypothèse (3.15), l'on en déduit ainsi pour la trame 3 le scénario pire cas de la figure 3.27 où son délai de bout en bout est de $40\,\mu$s.

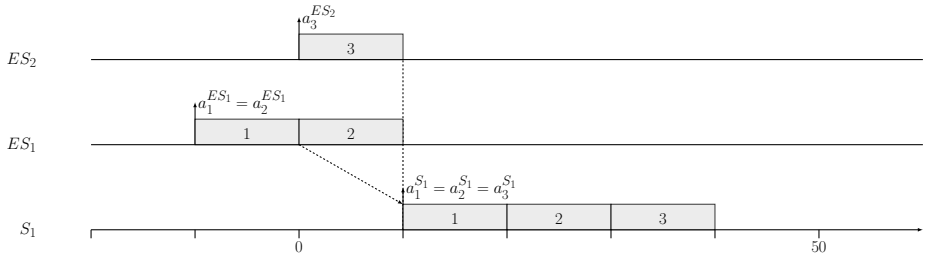

FIGURE 3.27 – Pire scénario de la trame 3 sans prise en compte de la sérialisation

Mais ce scénario n'est pas réaliste, car l'hypothèse selon laquelle, $a^{S_1}_{p(ES_3)} - a^{S_1}_{f(S_1)} = a^{S_1}_3 - a^{S_1}_{f(S_1)} = 0\,\mu$s, sur le nœud S_1 implique que les instants d'arrivée des trames 1 et 2 doivent être simultanés avec celui de la trame 3 sur S_1. Ce qui n'est pas possible, car les trames 1 et 2 sont nécessairement sérialisées, elles proviennent toutes deux du nœud ES_1. Elles ne peuvent donc arriver simultanément sur S_1. Dans ce cas, seule une des deux trames 1 ou 2 peut retarder la trame 3 étudiée. Le vrai scénario pire cas de la trame 3, en considérant la sérialisation est dépeint par la figure 3.28, où le délai réel est de $30\,\mu$s au lieu de $40\,\mu$s.

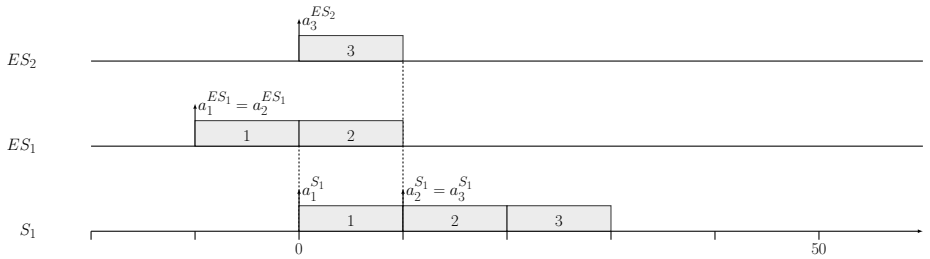

FIGURE 3.28 – Pire scénario de la trame 3 avec prise en compte de la sérialisation

En effet, l'hypothèse $a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)} = 0\mu s$ n'est toujours vraie que sur le nœud $first_i$, où le pire cas survient lorsque tous les flux générés par ce nœud sont activés simultanément (l'instant critique est toujours possible). Pour tout nœud $h \in \mathcal{P}_i \backslash \{first_i\}$, disposant de $k_h + 1$ liens d'entrée $\{IP^h_0, ..., IP^h_{k_h}\}$ et en considérant par convention que la trame i étudiée arrive par le lien IP^h_0, un minorant non forcement nul de $\Delta^h_i(t) = a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)}$, est obtenu de la façon suivante

[Bau11, BSF10] :

On sait que $\Delta_i^h(t) = a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)}$ est minoré si l'instant $a^h_{p(h-1)}$ est minimal et l'instant $a^h_{f(h)}$ est maximal. Le travail consiste donc à rechercher un majorant de l'instant $a^h_{f(h)}$ et un minorant de l'instant $a^h_{p(h-1)}$.

En effet, pour obtenir ce résultat, les auteurs de [BSF10] supposent un pire cas, où sur chaque lien d'entrée du nœud h, les trames arrivant sont retardées au maximum et accumulées de façon à former un train (voir figure 3.29). Puis, à partir d'un instant θ, ceux-ci commencent à être transmises sur le port de sortie noté OP^h du nœud h.

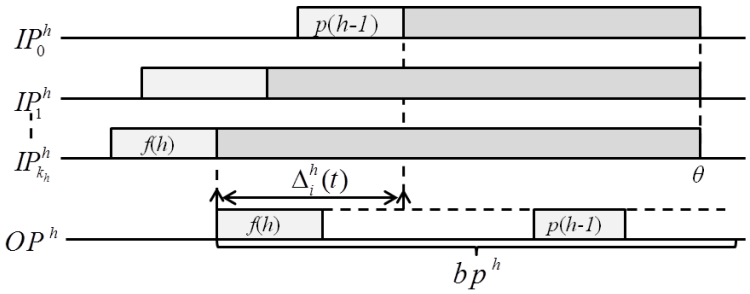

FIGURE 3.29 – Détermination d'un $\Delta_i^h(t)$ non forcement nul

Ainsi, il est possible de calculer la longueur du train de trames arrivant sur tout lien d'entrée IP_x^h par l'expression (3.16) :

$$\sum_{\substack{v_j \in \Gamma_h \\ v_j \in IP_x^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) C_j \tag{3.16}$$

Pour déterminer un majorant de l'instant $a^h_{f(h)}$, on choisit le plus long train parmi les k_h ($k_h \neq 0$) liens d'entrée du nœud h, permettant d'identifier d'où provient la trame $f(h)$. Le majorant de l'instant $a^h_{f(h)}$ est obtenu en considérant que la trame $f(h)$, tête de ce train, est la plus grande. C'est-à-dire,

$$a^h_{f(h)} \leq \theta - \max_{x \in [1;k_h]} \left(\sum_{\substack{v_j \in \Gamma_h \\ v_j \in IP_x^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) C_j - \max_{\substack{v_y \in \Gamma_h \\ v_y \in IP_x^h}} C_y \right). \tag{3.17}$$

De même, pour déterminer un minorant de l'instant $a^h_{p(h-1)}$, il suffit de considérer que la trame

$p(h-1)$, tête du train de trames du lien IP_0^h, est la plus petite. C'est-à-dire,

$$a^h_{p(h-1)} \geq \theta - \left(\sum_{\substack{v_j \in \Gamma_h \\ v_j \in IP_0^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) C_j - \min_{\substack{v_y \in \Gamma_h \\ v_y \in IP_0^h}} C_y \right). \tag{3.18}$$

En faisant la différence entre les formules (3.17) et (3.18), on obtient le résultat (3.19) :

$$\begin{aligned} \Delta^h_i(t) \geq \Bigg[& \max_{x \in [1;k_h]} \left(\sum_{\substack{v_j \in \Gamma_h \\ v_j \in IP_x^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) C_j - \max_{\substack{v_y \in \Gamma_h \\ v_y \in IP_x^h}} C_y \right) \\ & - \left(\sum_{\substack{v_j \in \Gamma_h \\ v_j \in IP_0^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) C_j - \min_{\substack{v_y \in \Gamma_h \\ v_y \in IP_0^h}} C_y \right) \Bigg]^+ \end{aligned} \tag{3.19}$$

Ce qui permet de déduire un nouvel instant de départ au plus tard optimisé égal à :

$$\begin{aligned} W_i^{last_i}(t) = & \sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) C_j + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq last_i}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\} \right) \\ & + (|\mathcal{P}_i| - 1)\, L - C_i - \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq first_i}} \Delta^h_i(t) \end{aligned} \tag{3.20}$$

Où, $A_{i,j} = Smax_i^h - Smin_j^h - M_i^h + Smax_j^h$.

Par ailleurs, les mêmes auteurs de [Bau11, BSF10] démontrent que cette optimisation de l'instant de départ au plus tard due à la sérialisation dans le réseau, modifie également l'intervalle des instants à tester pour l'obtention de la borne supérieure du délai de bout en bout d'un flux. Les instants à tester pour un flux v_i sont les points de l'intervalle $[0; \mathcal{B}_i)$ où $\mathcal{B}_i$ est le point fixe de la nouvelle expression récursive suivante :

$$\mathcal{B}_i^{(0)} = 1, \quad \mathcal{B}_i^{(k+1)} = \sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{(k)}}{T_j} \right\rceil C_j + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq first_i}} \left(\sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ h-1 \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{(k)}}{T_j} \right\rceil C_j \right) + \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{(k)}}{T_i} \right\rceil C_i \tag{3.21}$$

De même que précédemment, le point fixe de l'expression (3.21) peut être obtenu si, et seulement si, la condition (3.12) est vérifiée et donc avec les mêmes limitations que précédemment : la charge totale de la trajectoire d'un flux doit être inférieure à celle que peut accepter un nœud. Sinon la méthode des trajectoires est par conception inutilisable.

3.4.3.b Extension de l'outil pour la prise en compte de la sérialisation

Pour s'affranchir de la difficulté manuelle d'appliquer le critère d'amélioration due à la sérialisation des flux, nous avons étendu notre outil pour qu'il automatise ce calcul. Ainsi, si nous revenons une fois de plus sur l'exemple introductif de la figure 3.16 du paragraphe 3.4.1, l'outil génère les résultats optimisés dont la capture d'écran est présentée à la figure 3.30.

Flux	1er Noeud	dernier Noeud	BAG	C_i	LC	charge	Délai (us)	t
v1	ES1	S21	400.0	20.0	2	0,35	176.0	0.0
v2	ES1	S22	400.0	20.0	2	0,25	136.0	0.0
v3	ES1	S22	400.0	20.0	2	0,25	136.0	0.0
v4	ES1	S22	400.0	20.0	2	0,25	136.0	0.0
v5	ES1	S21	400.0	20.0	2	0,35	176.0	0.0
v6	ES2	S21	400.0	20.0	3	0,25	172.0	0.0
v7	ES2	S12	400.0	20.0	2	0,2	96.0	0.0
v8	ES3	S21	400.0	20.0	3	0,3	192.0	0.0
v9	ES3	S12	400.0	20.0	2	0,2	116.0	0.0
v10	ES3	S12	400.0	20.0	2	0,2	116.0	0.0

FIGURE 3.30 – Extrait du fichier CSV généré par l'outil avec prise en compte de la sérialisation pour l'exemple de la figure 3.16

L'on remarque que contrairement à la méthode de base qui trouve un délai de 116 μs pour le flux v_7, la méthode avec prise en compte de la sérialisation permet d'optimiser ce délai à 96 μs. Les autres délais restent inchangés, ce qui témoigne de la finesse de la méthode des trajectoires.

3.5 Autres travaux sur la méthode des trajectoires

L'objectif de ce paragraphe est de présenter brièvement l'étude bibliographique des autres travaux qui ont été effectués sur la méthode des trajectoires et que nous avons rencontrés dans la littérature, mais qui ne sont pas directement liés aux travaux de cette thèse.

La méthode des trajectoires n'a pas été développée qu'en considérant la politique d'ordonnancement FIFO. Les premiers travaux sur cette méthode ont été développés avec des politiques telles que FP/EDF et FP/FIFO [Mar04, MM06b]. A l'origine, cette méthode s'inspire de l'ordonnancement monoprocesseur «classique» non-préemptif à priorité fixe de *George et al.* [GRS96]. Ainsi de manière chronologique, ses premières versions ont été développées pour l'analyse du cas particulier d'un réseau ayant uniquement un nœud, puis étendues dans le cas des réseaux

en ligne de diffusion [2] [MMG03]. La méthode des trajectoires a également été comparée à la méthode holistique et les travaux illustrant cette comparaison sont présentés dans les articles [MMG05, MM05]. La méthode des trajectoires est meilleure.

Comme expliqué précédemment, les premiers travaux d'application de la méthode des trajectoires sur le réseau AFDX ont été menés par *Bauer et al.* [Bau11]. Ces travaux ne se sont pas limités qu'au cas FIFO présenté dans ce chapitre. Mais, ils ont aussi été menés sur l'application des politiques d'ordonnancement FP/FIFO [BSF09b] et GPS (Generalized Processor Sharing ou politique d'ordonnancement équitable) dans le réseau AFDX. De plus, comme pour le cas FIFO précédent, des résultats existent également pour la méthode des trajectoires en politique FP/FIFO avec prise en compte de l'effet de sérialisation dans le réseau AFDX [BSF10, BSF09a]. Par ailleurs, *Bauer et al.* ont aussi mené une étude visant au dimensionnement précis des files d'attente des ports de sortie des commutateurs et des E/S du réseau AFDX. Cette étude consiste à utiliser la méthode des trajectoires pour déterminer le pire arriéré de travail que peuvent contenir chacun de ces éléments réseau. Ces travaux sont présentés dans l'article [BSF12].

Enfin, des travaux sur l'étude du pessimisme de la méthode des trajectoires ont été menés. Notons que la méthode est dite pessimiste lorsqu'elle surestime le pire délai de bout en bout exact des flux dans le réseau. Les articles respectivement de *Li et al.* [LSF11] et de *Medlej et al.* [MMC12] présentent les différentes sources de ce pessimisme. Pour finir, la méthode des trajectoires a été étendue du point de vue des formules pour l'analyse de réseaux hétérogènes. Typiquement l'analyse d'un réseau composé simultanément de l'AFDX et du réseau CAN. Ce travail mené par *Li et al.* est présenté dans [LSF12].

3.6 Conclusion

La méthode des trajectoires est une approche déterministe. Elle permet de calculer une borne supérieure du pire délai de bout en bout d'un flux dans un réseau. Ce réseau doit disposer d'une configuration statique. De plus, un contrôle d'admission mais aussi un contrôle de trafic doivent être effectués respectivement à ses points d'entrée et sur les nœuds intermédiaires. Un exemple de réseau vérifiant ces conditions est l'AFDX. Dans ce chapitre, ce réseau a été utilisé pour présenter et appliquer les différents concepts d'analyse de délai de bout en bout. En plus d'autres méthodes de validation de délai de bout en bout dont nous avons rapidement illustré le fonctionnement, nous nous sommes focalisés sur la méthode des trajectoires dans un contexte où les nœuds travaillent avec une politique de service FIFO (First In, First Out). Dans ce contexte, ces différents concepts et ces techniques d'analyse des délais de bout en bout ont été abordés en profondeur. Les formules permettant de calculer les bornes supérieures de ces délais ont été exposées. Nous avons terminé ce chapitre en menant une étude bibliographique

2. Ce type de réseau est décrit au paragraphe 4.4.2 page 102

présentant d'autres travaux qui ont été effectués avec la méthode des trajectoires.

Le chapitre suivant approfondit l'utilisation de la méthode des trajectoires sur différentes configurations réseaux fondés sur l'AFDX.

Deuxième partie

Contributions

Chapitre

4 Analyse de la méthode des trajectoires

Sommaire

4.1 Introduction **77**
4.2 Analyse du problème d'optimisme en contexte distribué **77**
4.2.1 Énoncé du problème d'optimisme en contexte distribué 78
4.2.2 Contre exemple illustrant l'optimisme 79
4.2.3 Analyse des sources de l'optimisme 85
4.2.4 Discussion sur la résolution du problème d'optimisme 91
4.3 Optimisme dû à la prise en compte de la sérialisation **93**
4.3.1 Présentation du contre-exemple 93
4.3.2 Illustration de l'optimisme 94
4.3.3 Analyse de l'optimisme dû au critère de *Bauer et al.* 97
4.4 Correction de la méthode des trajectoires pour des cas moins généraux . . . **99**
4.4.1 Le cas d'un nœud 100
4.4.2 La ligne de diffusion 102
4.4.3 Optimalité de la méthode des trajectoires en ligne de diffusion 105
4.4.4 Pseudo-ligne de diffusion générant l'optimisme 110
4.5 Conclusion **113**

Résumé

Ce chapitre a pour objectif d'analyser la méthode des trajectoires sur différents types de réseaux. Le principal apport de ce chapitre est la démonstration de problèmes d'optimisme à l'aide d'un contre-exemple. Les origines de ce problème d'optimisme dans les formules sont établies. Pour finir, la correction de la méthode pour des configurations limitées à un seul nœud ou en ligne de diffusion est vérifiée.

4.1 Introduction

La méthode des trajectoires est une approche récente représentant une alternative potentielle au Network Calculus pour la validation du réseau AFDX dans les systèmes avioniques. Dans de tels systèmes critiques, la garantie des bornes supérieures sur les délais de communication doit être assurée pour la certification. De plus, le pessimisme engendré par ces bornes doit être minimisé afin d'éviter le surdimensionnement des équipements embarqués.

L'objectif de ce chapitre est de présenter nos résultats sur l'analyse de la méthode des trajectoires. A partir des travaux de *Li et al.* [LSF11] démontrant que la méthode des trajectoires reste pessimiste malgré la prise en compte de la sérialisation, nous avons, initialement, travaillé sur l'analyse des sources de ce pessimisme. Nous avons une solution pour une source qui peut être majeure (voire Annexe A). Mais, en parallèle, nous avons démontré que la méthode des trajectoires peut, à l'inverse, être optimiste. C'est-à-dire que dans certains cas, elle peut calculer une borne supérieure sur le délai qui soit inférieure au pire cas exact. Ce résultat rend obsolète toute tentative de correction du pessimisme. En conséquence, nous consacrons ce chapitre à la présentation des problèmes d'optimisme dans la méthode des trajectoires. Ensuite, nous recherchons les sources de cet optimisme.

Nous organisons ce chapitre de la façon suivante : dans le paragraphe 4.2, à l'aide d'un contre-exemple, nous démontrons l'optimisme de la méthode des trajectoires. Ensuite, nous analysons les sources de cet optimisme en contexte distribué. Puis, nous discutons des difficultés à résoudre ce problème. Dans le paragraphe 4.3, nous analysons un autre problème d'optimisme lié, cette fois, au critère d'optimisation de *Bauer et al.* [BSF10] introduit pour tenir compte de la sérialisation des flux dans le réseau. Partant de ces résultats négatifs observés en contexte distribué, nous menons au paragraphe 4.4, une analyse de l'optimisme sur des configurations réseaux avec un unique nœud et en ligne de diffusion afin de vérifier la correction de la méthode sur ces configurations. Pour finir, nous démontrons que sous certaines hypothèses, la méthode est même optimale pour le calcul des délais de bout en bout des flux. Le paragraphe 4.5 conclura ce travail.

4.2 Analyse du problème d'optimisme en contexte distribué

Un système distribué peut fonctionner dans un environnement critique, si les garanties de déterminisme sur son réseau sont apportées. Par exemple, dans l'avionique, le déterminisme d'un réseau tel que l'AFDX implique, notamment, que le pire délai de communication de chaque flux ne peut dépasser une borne garantie. Nous allons montrer dans cette section que la forme actuelle de la méthode des trajectoires telle que présentée dans l'état de l'art (cf. chapitre 3), ne permet pas de certifier les délais dans le réseau AFDX.

Dans le paragraphe 4.2.1, nous commençons par définir de manière formelle le problème d'optimisme et nous l'énonçons pour le cas de la méthode des trajectoires. Ensuite, dans le paragraphe 4.2.2, nous présentons un contre exemple prouvant l'optimisme de la méthode des trajectoires sur un cas d'étude. Dans le paragraphe 4.2.3, nous analysons les deux sources générant cet optimisme. Puis, nous réalisons une synthèse sur ces deux sources afin de caractériser le scénario amenant la méthode à devenir optimiste. Enfin, dans le paragraphe 4.2.4, nous discutons des points durs à explorer afin de résoudre ces problèmes.

4.2.1 Énoncé du problème d'optimisme en contexte distribué

Nous entendons par contexte distribué, le cas général des configurations réseaux ne faisant l'objet d'aucune contrainte structurelle et topologique (c'est le cadre des configurations étudiées au chapitre 3). Ce sont, par exemple, les configurations dont les assertions suivantes sont vraies :
- le nombre de nœuds du réseau n'est pas limité, mais connu a priori ;
- aucune limitation n'est faite sur le nombre de flux qui entrent dans un nœud donné et ceux qui le quittent (la seule limitation est que la charge locale sur chaque nœud est inférieure ou égale à 100%) ;
- bien que deux flux ne peuvent se croiser qu'une seule fois en suivant les mêmes nœuds communs dans le même ordre, aucune autre contrainte n'est imposée sur la trajectoire des différents flux du réseau. C'est-à-dire que la trajectoire d'un flux ne peut faire l'objet d'autre restriction en terme de direction.

Nous donnons à présent une définition formelle du problème d'optimisme d'une méthode déterministe de calcul de bornes supérieures des délais de bout en bout dans les configurations distribuées.

Définition 11. ***Problème d'optimisme.***
Une méthode déterministe est dite optimiste, si elle peut calculer une borne supérieure du délai de bout en bout d'un flux qui soit inférieure au pire cas exact. Dans ce cas la méthode est non fiable pour garantir les délais de bout en bout dans le réseau.

La figure 4.1 suivante dépeint schématiquement la notion d'optimisme. Nous observons que la borne supérieure calculée est inférieure au délai pire cas exact.

Il a été prouvé [LSF11, MMC12] que la méthode des trajectoires introduit du pessimiste. C'est-à-dire que la borne sur le pire délai de communication calculée par la méthode des trajectoires peut être pessimiste, mais reste garantie. Nous démontrons à l'aide d'un contre-exemple, que dans certains cas, cette méthode ne garantit pas les bornes qu'elle calcule. Nous résumons cela

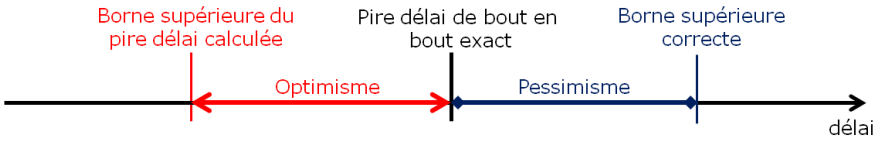

FIGURE 4.1 – Expression schématique de l'optimisme d'une borne calculée

par le théorème 1.

Théorème 1. ***Optimisme de la méthode des trajectoires.***
En contexte distribué et avec la politique de service FIFO, la méthode des trajectoires peut calculer une borne supérieure du délai de bout en bout d'un flux qui soit inférieure au pire cas exact. Elle est optimiste et ne peut être utilisée pour une validation fiable des délais.

Pour démontrer ce théorème, nous présentons un contre-exemple avec une étude de cas. Ce contre-exemple est détaillé dans le paragraphe suivant.

4.2.2 Contre exemple illustrant l'optimisme

4.2.2.a Présentation de la configuration

Soit la configuration AFDX de la figure 4.2.

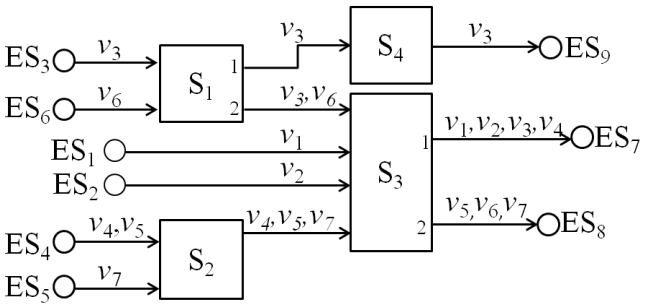

FIGURE 4.2 – Configuration AFDX pour la caractérisation de l'optimisme

Elle est constituée de 9 End Systems ES_1 à ES_9, de 4 commutateurs S_1 à S_4 et de 7 flux v_1 à v_7. Les commutateurs S_1 et S_3 disposent chacun de deux ports de sortie numérotés 1 et 2. Ils se décomposent donc chacun en deux nœuds, respectivement S_{11}, S_{12} et S_{31}, S_{32} (cf. chapitre 3, paragraphe 3.3.4 page 45). La figure 4.3 présente la configuration dans le modèle des trajectoires, issue du réseau AFDX de la figure 4.2. Les End Systems destination ES_7 à ES_9 ne sont

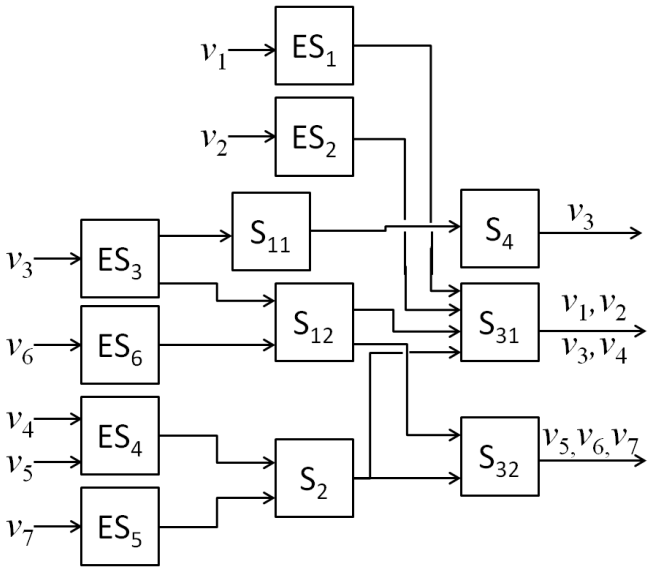

FIGURE 4.3 – Configuration AFDX transposée en modèle des trajectoires

pas représentés (cf. chapitre 3 paragraphe 3.3.4).

Les flux ont la même durée de transmission sur tous les nœuds. Leurs caractéristiques sont données dans le tableau 4.1.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
C_i	40	20	20	40	30	40	50
T_i	4000	4000	60	120	4000	4000	4000

TABLE 4.1 – Caractéristiques des flux de la configuration figure 4.2 (en μs)

Nous nous focalisons sur le flux v_1 et nous montrons que la borne supérieure de son pire délai de bout en bout, calculée par la méthode des trajectoires, est optimiste. Pour ce flux v_1, les instants t à tester pour l'obtention de cette borne sont ceux de l'intervalle $[0; \mathcal{B}_1)$. Lorsqu'on ne tient pas compte de la sérialisation dans le réseau, $\mathcal{B}_1$ correspond au calcul du plus petit point fixe de l'expression (3.11) de *Martin et al.* [MM06a], qui résulte à $\mathcal{B}_1 = 220\,\mu$s. Avec prise en compte de la sérialisation, $\mathcal{B}_1$ correspond également au plus petit point fixe de l'expression (3.21) de *Bauer et al.* [Bau11], qui résulte à $\mathcal{B}_1 = 240\,\mu$s. Nous montrerons qu'aucun instant t de l'intervalle $[0; \mathcal{B}_1)$ (avec ou sans sérialisation) ne permet d'obtenir une borne supérieure correcte du délai de v_1 avec la méthode des trajectoires.

Dans la suite, et pour simplifier les scénarios à présenter, nous considérons sans perte de géné-

ralité que les délais L de propagation des trames sur les liens physiques entre les nœuds, sont négligeables (c'est-à-dire, $L = 0\,\mu$s).

Dans le paragraphe 4.2.2.b, nous étudions le délai de bout en bout du flux v_1 avec prise en compte de la sérialisation. C'est-à-dire, avec les formules optimisées de la méthode des trajectoires introduites par *Bauer et al.* [Bau11]. Puis, dans le paragraphe 4.2.2.c, nous étudions également ce délai sans serialisation. C'est-à-dire, avec les formules de base de la méthode des trajectoires définies par *Martin et al.* [MM06a]. Nous montrons que dans les deux cas, les résultats obtenus sont optimismes.

4.2.2.b Étude du pire délai de bout en bout du flux v_1 avec sérialisation

D'après la configuration réseau de la figure 4.3, le flux v_1 étudié suit le chemin $\mathcal{P}_1 = \{ES_1; S_{31}\}$. Il croise les flux v_2, v_3 et v_4 sur le nœud S_{31}. Il est donc nécessaire de calculer les durées $Smin_j^{S_{31}}$ et $Smax_j^{S_{31}}$ (avec $j \in \{1,2,3,4\}$) pour évaluer leurs interférences sur le flux v_1. Puisque ES_1 correspond au nœud source de v_1, la durée $Smin_1^{ES_1} = Smax_1^{ES_1} = 0\,\mu$s. Les valeurs de $Smin_j^{S_{31}}$ et $Smax_j^{S_{31}}$ pour $j \in \{1,2,3,4\}$, sont calculées en appliquant les formules (3.13) et (3.14) présentées dans le paragraphe 3.4.2.c page 61 et sont récapitulées dans le tableau 4.2.

	v_1	v_2	v_3	v_4
$Smin_j^{S_{31}}$ (μs)	40	20	40	80
$Smax_j^{S_{31}}$ (μs)	40	20	80	160

TABLE 4.2 – Durées minimale et maximale des flux pour arriver sur le nœud S_{31}

Sachant que $M_1^{ES_1} = 0\,\mu$s et que $M_1^{S_{31}} = C_1 + L = 40\,\mu$s (cf. formule (3.1), page 56), il est désormais possible de calculer les valeurs $A_{1,j}$, pour $j \in \{1,2,3,4\}$, permettant d'évaluer les interférences subies par le flux étudié v_1. Rappelons que $A_{1,j} = Smax_1^{S_{31}} - Smin_j^{S_{31}} - M_1^{S_{31}} + Smax_j^{S_{31}}$. Nous résumons ces valeurs dans le tableau 4.3.

j	1	2	3	4
$A_{1,j}$ (μs)	0	0	40	80

TABLE 4.3 – Valeurs de $A_{1,j}$ sur le premier nœud commun

L'instant de départ au plus tard sur son dernier nœud S_{31} de la trame 1 de v_1, générée à la

date t sur ES_1, noté $W_1^{S_{31}}(t)$, est calculé en utilisant la formule (3.20) de *Bauer et al* [BSF10] :

$$\begin{aligned} W_1^{S_{31}}(t) = &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+0}{4000} \right\rfloor\right) C_1 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+0}{4000} \right\rfloor\right) C_2 \\ &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+40}{60} \right\rfloor\right) C_3 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+80}{120} \right\rfloor\right) C_4 \\ &+ \max_{v_j \in \Gamma_{ES_1}} \{C_j\} + (|\mathcal{P}_1| - 1)\, L - C_1 - \Delta_1^{S_{31}}(t) \end{aligned}$$

Sur le nœud ES_1, seul le flux v_1 y est généré, d'où $\max_{v_j \in \Gamma_{ES_1}} \{C_j\} = C_1 = 40\,\mu$s. De même, le terme $(|\mathcal{P}_1| - 1)\, L$ s'annule, car nous considérons $L = 0\,\mu$s. Nous obtenons donc un instant de départ égal à :

$$\begin{aligned} W_1^{S_{31}}(t) = &\left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor\right) 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor\right) 20 \\ &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+40}{60} \right\rfloor\right) 20 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+80}{120} \right\rfloor\right) 40 - \Delta_1^{S_{31}}(t) \end{aligned}$$

La borne supérieure du délai de bout en bout du flux v_1 est déterminée pour la méthode des trajectoires à l'instant $t = 0\,\mu$s. A l'aide de la formule (3.19) nous obtenons $\Delta_1^{S_{31}}(0) = 0\,\mu$s. Ainsi, l'instant de départ au plus tard $W_1^{S_{31}}(0)$ est :

$$W_1^{S_{31}}(0) = (1 \times 40 + 1 \times 20 + 1 \times 20 + 1 \times 40) - 0 = 120\,\mu\text{s}$$

La borne supérieure du pire délai de bout en bout de v_1, est ainsi égale à :

$$R_1 = R_1(0) = W_1^{S_{31}}(0) + C_1 - 0 = 160\,\mu\text{s}$$

Par ailleurs, un scénario pour la trame 1 de v_1, construit à la main est présenté figure 4.4. Celui-ci présente une situation dans laquelle $R_1 = 180\,\mu$s.
La trame 1 générée à l'instant $t = 0\,\mu$s sur le nœud ES_1, arrive à l'instant $40\,\mu$s sur le nœud S_{31}, au même instant que les trames 2, 3 et 4. La trame $3'$, générée par v_3 juste avant 3, est retardée par 6 sur S_{12}. $3'$ arrive sur S_{31} à l'instant $20\,\mu$s. Le même principe est répété pour la trame $4'$ de v_4 qui est retardée par 5 sur ES_4 et par 7 sur S_2. $4'$ arrive sur S_{31} à l'instant $0\,\mu$s. Les trames $3'$ et $4'$ génèrent ainsi, un arriéré de travail à l'arrivée de la trame 1 étudiée. En conséquence, la trame 1 générée à $t = 0\,\mu$s quitte le réseau à l'instant $180\,\mu$s. Le délai de bout en bout de la trame 1 de v_1, obtenu via ce scénario est donc de $180 - 0 = 180\,\mu$s.

Nous observons alors que la borne supérieure du délai de bout en bout du flux v_1 calculée par la méthode des trajectoires ($R_1 = 160\,\mu$s), est inférieure au délai ($180\,\mu$s) obtenu dans le scénario pire cas (cf. figure 4.4) de sa traversée dans le réseau. Nous concluons que la méthode des trajectoires tenant compte de la sérialisation est optimiste.

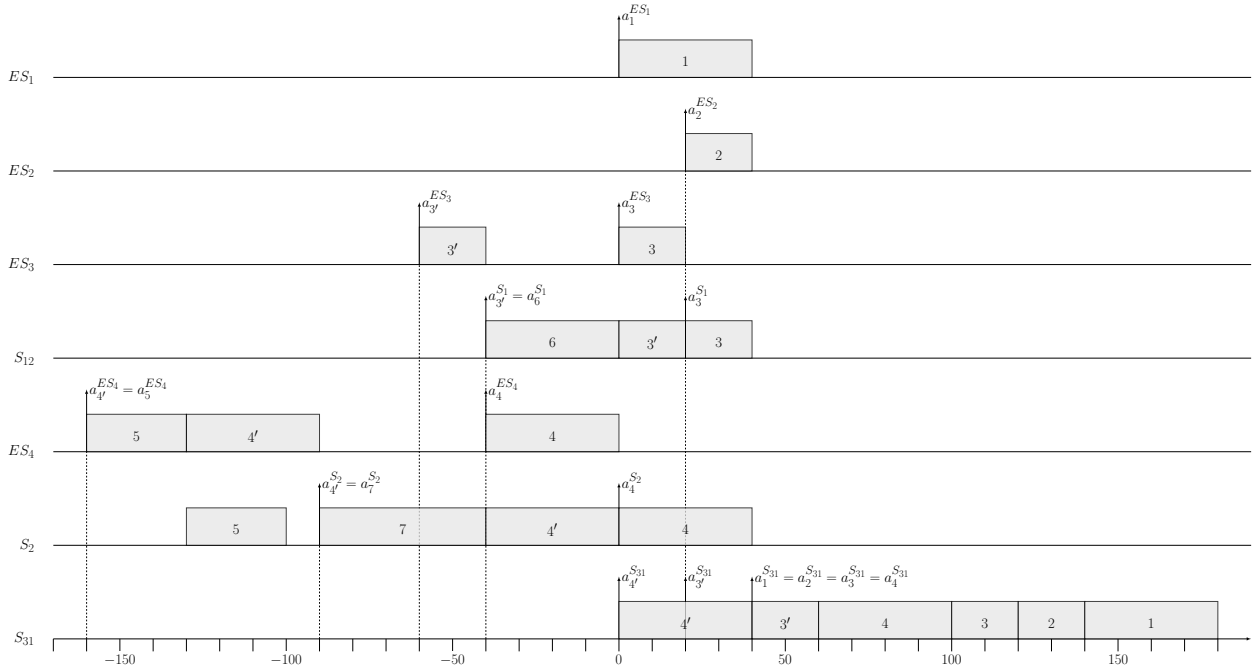

FIGURE 4.4 – Pire délai de bout en bout de la trame 1 à la date $t = 0\,\mu$s

Un calcul par la méthode Network Calculus à l'aide l'outil développé par [Bau11], de la borne supérieure du pire délai de bout en bout du flux v_1, donne un résultat de $200,19\,\mu$s. Ce délai n'est pas exact, mais reste supérieure au $180\,\mu$s trouvé par ce scénario construit à la main, à la différence de la méthode des trajectoires.

4.2.2.c Étude du pire délai de bout en bout du flux v_1 sans sérialisation

Nous étudions dans ce cas, le délai du flux v_1 avec la formule de base de l'instant de départ au plus tard (cf. chapitre 3, formule (3.8) page 59). C'est-à-dire, celle initiée par *Martin et al.* [MM06a] considérant que pour tout nœud h et pour tout instant t testé, $\Delta_1^h(t) = 0\,\mu$s.

En nous inspirant des calculs présentés au paragraphe précédent, l'instant de départ au plus tard sur le dernier nœud S_{31} de la trame 1 de v_1, générée à la date t sur ES_1, noté $W_1^{S_{31}}(t)$, est calculé en utilisant la formule (3.8) de *Martin et al.* [MM06a] :

$$W_1^{S_{31}}(t) = \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor\right) 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor\right) 20 \\ \left(1 + \left\lfloor \frac{t+40}{60} \right\rfloor\right) 20 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+80}{120} \right\rfloor\right) 40$$

La méthode des trajectoires détermine une borne supérieure du pire délai de bout en bout de v_1 à la date $t = 40\,\mu$s. Ainsi, l'instant de départ au plus tard $W_1^{S_{31}}(40)$ est :

$$W_1^{S_{31}}(40) = (1 \times 40 + 1 \times 20 + 2 \times 20 + 2 \times 40) = 180\,\mu\text{s}$$

La borne supérieure du pire délai de bout en bout de v_1, est ainsi égale à :

$$R_1 = R_1(40) = W_1^{S_{31}}(40) + C_1 - 40 = 180\,\mu\text{s}$$

Les résultats obtenus par calcul avec la méthode des trajectoires de base et par construction manuelle d'un scénario pire cas (cf. figure 4.4), sont identiques (c'est-à-dire, $180\,\mu$s). Ce qui laisse supposer que la méthode des trajectoires est correcte sur cet exemple. Mais, l'hypothèse de *Martin et al.* [MM06a] qui pose $\Delta_1^{S_{31}}(40) = 0\,\mu$s, est pessimiste sur cet exemple. En effet, en se référant à la figure 4.5, qui représente le même scénario que celui de la figure 4.4 mais décalé à l'instant $t = 40\,\mu$s sur lequel la borne supérieure est obtenue par la méthode, $\Delta_1^{S_{31}}(40) > 0\,\mu$s :

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{S_{31}}(40) &= a_{p(ES_1)}^{S_{31}} - a_{f(S_{31})}^{S_{31}} \\
&= a_1^{S_{31}} - a_{4'}^{S_{31}} \\
&= 80 - 40 \\
&= 40\,\mu\text{s}
\end{aligned}$$

Ce résultat de $\Delta_1^{S_{31}}(40) = 40\,\mu$s, se confirme par application de la formule (3.19) de *Bauer et al.* [Bau11] :

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{S_{31}}(40) \geq & \left[\max\left\{\left(1 + \left\lfloor \frac{40+0}{4000} \right\rfloor\right) C_2 - C_2; \left(1 + \left\lfloor \frac{40+40}{60} \right\rfloor\right) C_3 - C_3; \right.\right. \\
& \left.\left. \left(1 + \left\lfloor \frac{40+80}{120} \right\rfloor\right) C_4 - C_4\right\} - \left(\left(1 + \left\lfloor \frac{40+0}{4000} \right\rfloor\right) C_1 - C_1\right)\right]^+ \\
\geq & \left[\max\{0; 20; 40\} - 0\right]^+ \\
\geq & 40\,\mu\text{s}
\end{aligned}$$

Nous observons alors que : le pire délai de bout en bout, $R_1 = 180\,\mu$s, du flux v_1 obtenu par la méthode des trajectoires de base de *Martin et al.* [MM06a] est exact. Mais ce délai est basé sur une hypothèse pessimiste. Celle qui considère que pour tout nœud h de la trajectoire du flux v_1 étudié, $\Delta_1^h(t) = 0\,\mu$s. Si cette durée pessimiste $\Delta_1^h(t)$ est remplacée par sa valeur exacte, nécessairement strictement positive, alors ceci conduit la méthode des trajectoires à calculer un délai de bout en bout optimiste (i.e, $140\,\mu$s). Nous concluons que même la méthode des trajectoires de base est optimiste. Car le calcul de la borne est exact, mais obtenu sur la base d'une hypothèse pessimiste.

Dans le paragraphe suivant, nous analysons les causes de cet optimisme.

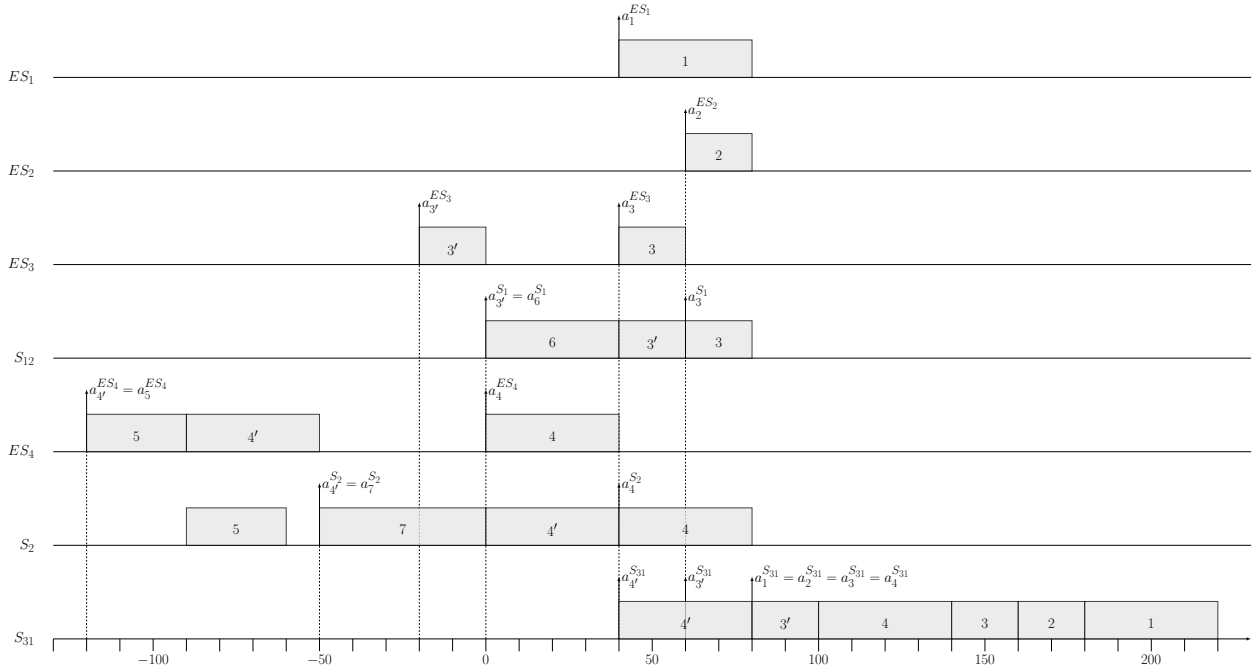

FIGURE 4.5 – Pire délai de bout en bout de la trame 1 à la date $t = 40\,\mu$s

4.2.3 Analyse des sources de l'optimisme

L'optimisme apparu dans le calcul de la borne supérieure du pire délai de bout en bout du flux v_1, provient de deux problèmes. Afin de mieux les présenter, nous divisons cette section en trois paragraphes. Dans les paragraphes 4.2.3.a et 4.2.3.b, nous analysons séparément, la première et la deuxième source d'optimisme de la méthode des trajectoires. Et enfin dans le paragraphe 4.2.3.c, nous réalisons une synthèse combinant les deux problèmes pour cerner l'optimisme de la méthode.

4.2.3.a Le problème de l'intervalle d'estimation

Pour chaque nœud h traversé par un flux v_i étudié, la méthode des trajectoires calcule un intervalle d'estimation défini dans [MM06a] par $\left[M_i^h; t + Smax_i^h\right]$. Avec,
$M_i^h = \sum_{k=first_i}^{h-1} \left(\min_{v_j \in \Gamma_k}\{C_j\} + L\right)$, où Γ_k représente l'ensemble des flux traversant le nœud k. Cet intervalle permet de comptabiliser sur h, l'interférence maximale subie par une trame i de v_i, due aux flux concurrents nouvellement croisés v_j (c'est-à-dire, $h = first_{i,j}$).

La borne $t+Smax_i^h$ représente l'instant d'arrivée pire cas sur h de la trame i étudiée, générée à l'instant t sur son nœud source. Toute trame arrivant sur h après cette borne ne pourra plus retarder i sur les nœuds suivants, car la politique de service est FIFO dans les nœuds du réseau.

M_i^h est définie comme la borne inférieure de l'instant à partir duquel, toute trame arrivant sur h retarde la trame i étudiée. Mais, cette borne ne dépend ni de l'instant t de génération de la trame étudiée, ni des instants de génération des trames des autres flux concurrents v_j sur le nœud h. Il est possible de définir des exemples où une trame arrivant avant M_i^h interfère quand même avec le flux analysé. Nous présentons un exemple ci-dessous.

Considérons le contre exemple de la figure 4.2 précédent avec le calcul du pire délai de la trame 1 de v_1 générée à l'instant $t = 0\,\mu$s (cf. paragraphe 4.2.2.b page 81) :

L'intervalle d'estimation $\left[M_1^{S_{31}}; t + Smax_1^{S_{31}}\right]$ calculé sur le nœud S_{31}, est réduit à un instant égal à $[40; 40] = \{40\,\mu\text{s}\}$. Car $M_1^{S_{31}} = Smax_1^{S_{31}} = 40\,\mu$s. Avec cet intervalle singleton, la méthode des trajectoires comptabilise une seule trame des flux concurrents v_2, v_3 et v_4, comme l'illustre les calculs présentés dans le paragraphe 4.2.2.b de ce chapitre. Mais, cette comptabilisation n'est pas correcte. Car en observant le scénario de la figure 4.4, nous remarquons que les trames additionnelles $3'$ et $4'$ respectivement des flux v_3 et v_4, sont oubliées dans le calcul alors qu'elles affectent le délai de la trame 1 étudiée. En effet sur ce scénario, la période d'activité $bp^{S_{31}}$ interférant le délai de la trame 1 sur S_{31}, débute à la date $0\,\mu$s avec l'arrivée de la trame $4'$. Or par calcul, la méthode des trajectoires considère que cette date advient à l'instant $M_1^{S_{31}} = 40\,\mu$s. Ce problème provoque la non prise en compte des trames $3'$ et $4'$ par l'intervalle d'estimation et cause ainsi l'optimisme sur le délai calculé pour $t = 0\,\mu$s.

L'amplitude de l'intervalle d'estimation est liée à l'instant t de génération de la trame étudiée. Ainsi, quand t grandit, l'intervalle grandit aussi. Le problème de l'intervalle d'estimation se résout alors pour des valeurs de t suffisamment grandes. C'est justement ce qui advient dès l'instant $t = 40\,\mu$s où les trames $3'$ et $4'$ sont finalement comptabilisées (voir figure 4.5). En conséquence, pour chaque flux v_i à analyser, il existe forcément une valeur t_1 dénotant l'instant à partir duquel sur tout nœud h et pour tout $t \geq 1$, l'intervalle $\left[M_i^h; t + Smax_i^h\right]$ est suffisamment grand pour ne pas sous-estimer l'interférence des autres flux.

Ce problème ne peut donc pas à lui seul introduire de l'optimisme dans la méthode des trajectoires. Car pour tout $t \geq t_1$, l'interférence calculée est correcte. En effet, la borne supérieure sur le pire délai de bout en bout de tout flux v_i, correspond au maximum des $t \geq 0$ (cf. formule 3.10). Ce qui permet d'obtenir une borne finale correcte.

Nous résumons l'analyse décrite ci-dessus par la figure 4.6.

4.2.3.b Le problème de l'instant de départ au plus tard : $W_i^{last_i}(t)$

A partir de l'instant t de génération de la trame i étudiée, la méthode des trajectoires calcule l'instant de départ au plus tard $W_i^{last_i}(t)$ sur le dernier nœud $last_i$. Plus précisément, elle part

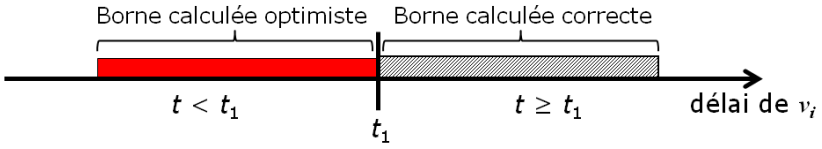

FIGURE 4.6 – Analyse de l'optimisme due à l'intervalle d'estimation

du dernier nœud et remonte jusqu'au premier (c'est le principe de backtracking). Sur chaque nœud, elle construit la plus longue période d'activité qui retarde i. Notons que i n'appartient pas forcément à ces périodes, sauf sur $last_i$. Ces périodes d'activité recouvrent un intervalle de temps compris entre $0\,\mu$s (début de la période d'activité concernée sur le nœud source) et l'instant de démarrage de la transmission de i sur le dernier nœud ($W_i^{last_i}(t)$). Mais, pour des grandes valeurs de t, il n'est pas possible de construire des périodes d'activité recouvrant l'intervalle $\left[0; W_i^{last_i}(t)\right]$. Il se forme des trous (temps creux) non pris en compte dans le calcul de $W_i^{last_i}(t)$.

Considérons la configuration de la figure 4.7. Elle est composée uniquement d'un flux v_1 traversant deux nœuds N_1 et N_2. Les paramètres de v_1 sont tels que $C_1 = 10\,\mu$s et $T_1 = 100\,\mu$s. Sur cet exemple, nous considérons la latence sur le lien physique entre N_1 et N_2 égal à $L = 16\,\mu$s.

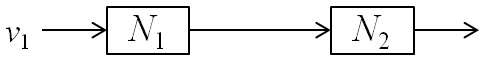

FIGURE 4.7 – Configuration illustrant l'optimisme de $W_i^{last_i}(t)$

Le flux v_1 étant seul dans le réseau, le calcul de son instant de départ $W_1^{N_2}(t)$ sur N_2 est plutôt simple. Nous avons par définition $Smin_1^{N_1} = Smax_1^{N_1} = M_1^{N_1} = 0\,\mu$s, et donc $A_{1,1} = 0\,\mu$s. D'où, l'instant de départ sur N_2 de toute trame 1 de v_1 générée à une date t sur N_1, est calculé par :

$$\begin{aligned} W_1^{N_2}(t) &= \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{1,1}}{20} \right\rfloor\right) C_1 + \max_{v_j \in \Gamma_{N_1}} \{C_j\} \\ &\quad + (|\mathcal{P}_1| - 1)\, L - C_1 - \Delta_1^{N_2}(t) \\ &= \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{100} \right\rfloor\right) 10 + 16 \end{aligned}$$

En effet, nous avons $\max_{v_j \in \Gamma_{N_1}} \{C_j\} = C_1 = 10\,\mu$s, $|\mathcal{P}_1| = 2$, $L = 16\,\mu$s et $\Delta_1^{N_2}(t) = 0\,\mu$s.

Le pire scénario de traversée de la trame 1 générée à $t = 0\,\mu$s est illustré à la figure 4.8.a. De même, le pire scénario de la trame 1 générée à la date $t = 10\,\mu$s est illustré figure 4.8.b.

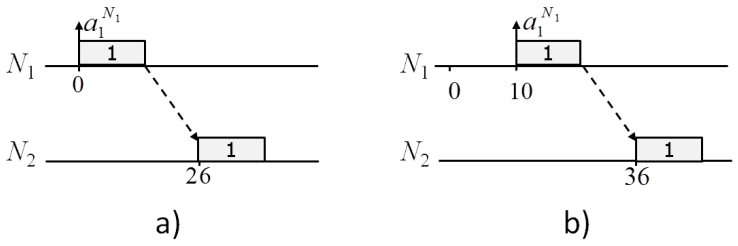

FIGURE 4.8 – Scénario illustrant l'optimisme de $W_i^{last_i}(t)$

L'application de la formule précédente de l'instant de départ au plus tard de la trame 1, dans les deux scénarios nous donne :

$$W_1^{N_2}(0) = W_1^{N_2}(10) = 10 + 16 = 26\,\mu s$$

Sur la figure 4.8.a, nous observons qu'il est possible de construire des périodes d'activité permettant de relier l'instant de départ au plus tard $26\,\mu s$ sur N_2, à l'instant $0\,\mu s$ sur N_1 (c'est-à-dire, l'intervalle $[0; 26\,\mu s]$) : c'est la période d'activité sur N_1 plus la latence $L = 16\,\mu s$ entre les deux nœuds.

Par contre, comme illustré par la figure 4.8.b, il est impossible de relier aux travers de périodes d'activité, l'instant de départ au plus tard $36\,\mu s$ sur N_2 à l'instant $0\,\mu s$ sur N_1 (c'est-à-dire, l'intervalle $[0; 36\,\mu s]$). En partant de l'instant $36\,\mu s$ sur N_2, puis en remontant de $L = 16\,\mu s$ la latence due au lien physique entre les nœuds, ainsi que de la période d'activité sur N_1, l'intervalle pouvant être couvert est $[10; 36\,\mu s]$. Ce qui est contradictoire avec la définition même du principe de la méthode des trajectoires décrit ci-dessus. Par conséquent, nous déduisons que l'instant de départ $W_1^{N_2}(10) = 26\,\mu s$ calculé à la date $t = 10\,\mu s$ est erroné. Car, il sous-évalue sa valeur réelle qui est de $36\,\mu s$ comme observé sur la figure 4.8.b.

Le problème lié à l'instant de départ $W_i^{last_i}(t)$ provient de l'origine du temps. En effet, la méthode définit l'origine du temps pour le calcul du délai d'une trame i étudiée, comme étant l'instant $a_i^{first_i}$ d'arrivée de la première trame l'interférant dans la période d'activité bp^{first_i} de son nœud source (cf. chapitre 3, paragraphe 3.4.1.a page 50). Mais, avec l'exemple de la figure 4.8.b, nous remarquons qu'il est impossible de vérifier cette assertion pour des dates de génération $t > 0\,\mu s$. Pour l'exemple figure 4.8.b, dès que $t > 0\,\mu s$, alors $a_1^{N_1} \neq 0$. Ceci s'expliquant par le fait que la trame 1 est seule sur le réseau et sa période $T_1 = 100\,\mu s$ est trop large pour pouvoir engendrer des périodes d'activité supérieures à $C_1 = 10\,\mu s$.

Par ailleurs, cette erreur démontrée dans le calcul de l'instant de départ au plus tard $W_i^{last_i}(t)$, peut avoir des conséquences plus profondes. En effet, il peut provoquer l'obtention de l'inéquation $W_i^{last_i}(t) \leq t$ pour des dates de génération t très grandes. C'est-à-dire, concrètement qu'il

peut arriver que l'instant de départ au plus tard d'une trame sur son dernier nœud, précède son instant de génération sur le nœud source. Ce qui est bien sûr impossible lorsque ces nœuds sont différents. Pour l'exemple de la figure 4.7, nous présentons sur la figure 4.9, le graphique combinant la courbe de la fonction t (liée aux instants de génération de la trame 1 sur N_1) et la courbe de la fonction $W_1^{N_2}(t)$ (liée à l'instant de départ sur N_2 pour chaque instant de génération t).

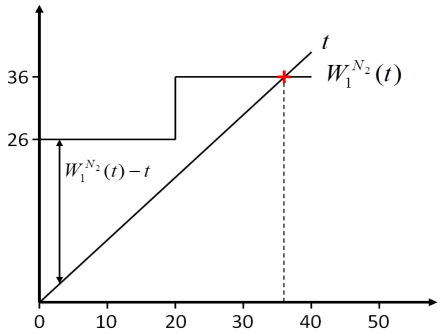

FIGURE 4.9 – Combinaison des fonctions t et $W_1^{N_2}(t)$

Nous remarquons qu'à l'instant $t = 36\,\mu$s, ces deux courbes s'intersectent. Il s'en suit un passage de la courbe de $W_1^{N_2}(t)$ sous celle de t. Ainsi, la trame 1 arrive sur N_2 au même instant qu'elle est générée sur N_1. Ceci ne peut pas être possible dans la réalité.

Cependant, il convient de préciser que le problème de l'instant de départ décrit ci-dessus, n'est pas une condition suffisante à elle seule pour que la méthode des trajectoires soit optimiste. Car par définition, la borne supérieure est recherchée en considérant le maximum des $R_i(t) = (W_i^{last_i}(t) - t) + C_i$ pour tout $t \geq 0$. Ainsi, pour l'exemple de la figure 4.7 ci-dessus, la borne supérieure du pire délai du flux v_1 est obtenue à $t = 0\,\mu$s :

$$\begin{aligned} R_1 = \max_{t\geq 0}\{W_1^{N_2}(t) - t + C_1\} &= \max_{t\geq 0}\{W_1^{N_2}(t) - t\} + C_1 \\ &= (W_1^{N_2}(0) - 0) + C_1 \\ &= 36\,\mu\text{s} \end{aligned}$$

Ce qui correspond au pire cas réel pour le flux v_1 (voir figure 4.8.a).

Nous venons de montrer que pour certaines valeurs très grandes de t, l'instant de départ de la trame i calculé par $W_i^{last_i}(t)$ peut devenir erroné et causer un calcul optimiste de la borne sur le délai pour cette date. Nous avons observé que ce problème seul n'affecte pas la borne calculée par la méthode. En effet, la borne supérieure retenue correspond au maximum des $R_i(t)$ pour tout $t \geq 0$. Cette situation implique, comme pour le problème de l'intervalle d'estimation (cf.

paragraphe 4.2.3.a page 85), qu'il existe une valeur t_2 (qui dépend de v_i) telle que pour tout instant de génération $t > t_2$, $W_i^{last_i}(t)$ est erroné. Mais, lorsque $t \leq t_2$, $W_i^{last_i}(t)$ reste correct et par conséquent la borne sur le délai de bout en bout aussi. La figure 4.10 résume cette analyse.

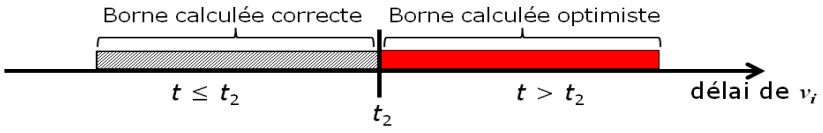

FIGURE 4.10 – Analyse de l'optimisme due à $W_i^{last_i}(t)$

4.2.3.c Synthèse : analyse de l'apparition de l'optimisme dans la méthode

Dans les paragraphes 4.2.3.a et 4.2.3.b nous avons analysé les deux sources générant l'optimisme dans la méthode des trajectoires. Nous avons montré que, prise séparément, chacune de ces sources d'optimisme ne peut à elle seule entrainer la méthode des trajectoires à être optimiste sur le calcul de la borne du délai d'un flux.

Nous avons prouvé que lors du calcul de la borne supérieure du pire délai de bout en bout d'un flux, il peut exister une valeur t_1, telle que pour tout instant de génération $t < t_1$, l'intervalle d'estimation est sous-estimé. De même, nous avons également montré qu'il peut exister une valeur t_2, telle que pour tout $t > t_2$, le calcul de l'instant de départ au plus tard devient erroné.

Lorsque $t_1 \leq t_2$, la figure 4.11 représentant la combinaison entre la figure 4.6 illustrant le problème de l'intervalle d'estimation, et la figure 4.10 pour le problème de l'instant de départ au plus tard, montre que dans cette situation, la méthode des trajectoires ne peut être optimiste. Nous observons que dans l'intervalle $[t_1; t_2]$, il est toujours possible de calculer des bornes supérieures R_i qui sont correctes ; car il existe des instants t pour lesquels le calcul de $R_i(t)$ est correct.

Lorsque $t_1 > t_2$, la figure 4.12 représentant la combinaison entre la figure 4.6 et la figure 4.10 montre que dans ce cas, la méthode des trajectoires devient optimiste. En effet, il n'est plus possible dans ce cas, de trouver un seul instant de génération t pour lequel la méthode peut calculer une borne supérieure correcte (cf. figure 4.12).

Conclusion : Au terme de la synthèse précédente, nous concluons que la méthode des trajectoires est optimiste pour calculer une borne supérieure du pire délai de bout en bout d'un flux, lorsqu'il apparaît une conjonction simultanée entre les problèmes de l'intervalle d'estimation et de l'instant de départ au plus tard (cf. figure 4.12). Dans ce cas, il est impossible de trouver un instant de génération t à tester qui permette d'obtenir une borne supérieure qui soit correcte.

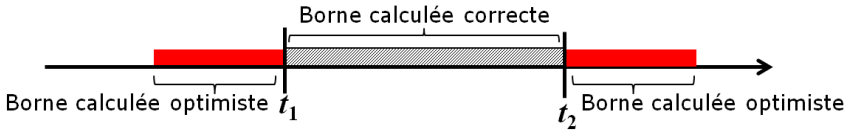

FIGURE 4.11 – Illustration du non optimisme lorsque $t_1 \leq t_2$

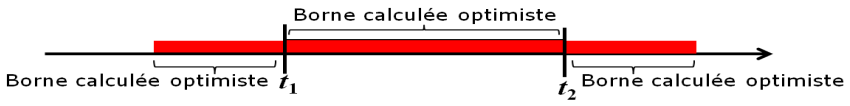

FIGURE 4.12 – Illustration de l'optimisme lorsque $t_1 > t_2$

Nous pensons néanmoins que cette situation n'apparaît que très rarement. Mais, le fait qu'elle puisse exister, rend la méthode des trajectoires non fiable et nécessite qu'elle soit modifiée pour être corrigée.

Reprenons notre contre exemple présenté à la figure 4.2 du paragraphe 4.2.2.a page 79. Pour le flux v_1 étudié, le problème de l'intervalle d'estimation mis en évidence, est résolu à l'instant $40\,\mu$s. En effet, à partir de cette date, les trames $3'$ et $4'$ des flux v_3 et v_4 sont finalement comptabilisées (cf. figure 4.5). Cela implique donc que $t_1 = 40\,\mu$s. D'un autre côté, étant donné que v_1 est seul sur son nœud source ES_1, dès que $t > 0$, il n'est plus possible d'avoir une origine de temps égale à zéro. En conséquence, l'instant $W_1^{S_{31}}(t)$ est erroné dès la date $t = 0 + \epsilon$ (avec ϵ le plus petit réel positif). D'où $t_2 = 0 + \epsilon$. Nous remarquons donc que $t_1 > t_2$; alors une conjonction des deux problèmes d'optimisme survient pour tous les instants t à tester. Ce qui par conséquent, entraine la méthode des trajectoires à être optimiste dans son calcul de la borne supérieure du délai de bout en bout du flux v_1.

Les problèmes d'optimisme que nous avons découvert dans la méthode des trajectoires sont complexes à résoudre. Nous présentons dans le paragraphe suivant les difficultés survenant lorsqu'on cherche à les corriger.

4.2.4 Discussion sur la résolution du problème d'optimisme

Nous avons montré dans le paragraphe 4.2.3.c précédent, que si $t_1 \leq t_2$, alors la méthode des trajectoires calcule une borne supérieure correcte dans l'intervalle $[t_1; t_2]$. Une piste de résolution de l'optimisme de la méthode est donc de déterminer, lors de l'étude d'un flux, la valeur de t_1 pour le problème de l'intervalle d'estimation et la valeur de t_2 pour le problème de l'instant de départ au plus tard.

4.2.4.a Calcul de t_1 et t_2

Déterminer t_1 revient à savoir à partir de quel instant t, l'intervalle d'estimation $\left[M_i^h; t + Smax_i^h\right]$ est suffisant pour comptabiliser toutes les interférences des flux $v_j \in \Gamma_h$ sur tout nœud h, pour retarder le flux v_i étudié. Mais, pour savoir si l'intervalle d'estimation est suffisamment grand, il faut connaître le pire délai de bout en bout exact du flux v_i. Or cette donnée représente justement la valeur recherchée à la fin du calcul. Par conséquent, nous concluons que t_1 ne peut a priori pas être déterminé par un moyen analytique.

L'instant t_2 pourrait être déterminé en analysant les courbes $W_i^{last_i}(t)$ et t, même si la formulation de $W_i^{last_i}(t)$ complique ce calcul. Mais connaître uniquement t_2 ne suffit pas.

4.2.4.b Autres pistes de résolution

L'optimisme de la méthode des trajectoires est due à l'apparition simultanée des deux sources. Il vient alors que le problème est résolu si l'une des deux sources est corrigée.

Pour le problème de l'intervalle d'estimation, une redéfinition pourrait être une solution. C'est-à-dire, trouver une formulation correcte ou une surestimation de l'intervalle $\left[M_i^h; t + Smax_i^h\right]$. La borne $t + Smax_i^h$ étant correctement définie (date d'arrivée pire cas de v_i sur h), le problème se réduit alors à trouver une nouvelle valeur M_i^h autre que celle proposée par [MM06a] (cf. formule (3.1) page 56). Mais, M_i^h doit dépendre des autres flux v_j traversant le nœud h. Le problème est qu'il est difficile de dire jusqu'à quand on doit remonter dans le passé pour être sûr qu'avant cette date, aucune trame ne peut arriver dans la période d'activité qui affecte le délai de v_i sur h.

Pour le problème de l'instant de départ au plus tard $W_i^{last_i}(t)$, une redéfinition pourrait aussi être une solution. La prise en compte du décalage sur $first_i$, entre la "vraie origine du temps (instant 0)" et l'instant $a_i^{first_i}$ de début de la période d'activité bp^{first_i} affectant le délai de v_i à la date t testée conduit à l'écriture suivante :

$$\begin{aligned} W_i^{last_i}(t) = a_i^{first_i} &+ \sum_{\substack{v_j \in \Gamma \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \varnothing}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) C_j \\ &+ \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq last_i}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}\right) + (|\mathcal{P}_i| - 1)\, L \\ &- C_i - \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq first_i}} \Delta_i^h(t) \end{aligned}$$

La difficulté dans cette nouvelle expression de $W_i^{last_i}(t)$ réside dans la détermination de la valeur de $a_i^{first_i}$ pour un instant t testé. Théoriquement, il est difficile de trouver a priori une fonction liant $a_i^{first_i}$ à t. Cette piste n'est aussi par conséquent pas facilement exploitable pour la résolution du problème de l'instant de départ au plus tard $W_i^{last_i}(t)$.

4.3 Optimisme dû à la prise en compte de la sérialisation

Dans le paragraphe 4.2 précédent, nous avons montré qu'en contexte distribué, la méthode des trajectoires peut calculer des bornes optimistes, dues à l'occurrence simultanée des problèmes de l'intervalle d'estimation et de l'instant de départ au plus tard.

Dans cette partie, nous restons dans le contexte distribué et nous démontrons que la formule (3.19) (présentée au paragraphe 3.4.3 page 66) introduite par *Bauer et al.* [Bau11, BSF10] pour prendre en compte la sérialisation des flux dans le réseau AFDX, peut également engendrer de l'optimisme dans la méthode des trajectoires.

Dans le paragraphe 4.3.1, nous présentons le contre-exemple démontrant ce nouveau problème. Puis, dans le paragraphe 4.3.2, nous procédons au cas d'étude illustrant l'optimisme dû à la prise en compte de la sérialisation (formule (3.19)). Enfin, dans le paragraphe 4.3.3, nous analysons la cause de cet optimisme.

4.3.1 Présentation du contre-exemple

Soit la configuration AFDX représentée en modèle des trajectoires par la figure 4.13.

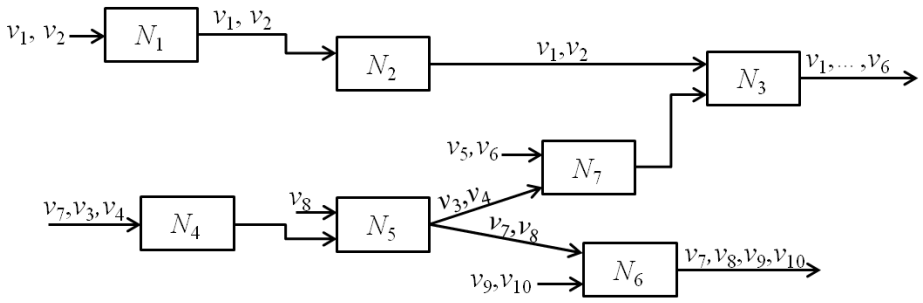

FIGURE 4.13 – Configuration caractérisant l'optimisme dû à la sérialisation

Elle est constituée de 7 nœuds N_1 à N_7 et de 10 flux v_1 à v_{10}. Les flux ont la même durée de transmission sur tous les nœuds et nous supposons que la latence technologique L entre les nœuds est nulle. Les caractéristiques des flux sont données dans le tableau 4.4.

	$v_1, v_3, \ldots, v_8$	v_2	v_9	v_{10}
C_i	20	20	30	10
T_i	1000	40	1000	1000

TABLE 4.4 – Caractéristiques des flux de la configuration de la figure 4.13

Pour calculer une borne supérieure du pire délai de bout en bout de la trame i (d'un flux v_i) générée à la date t, *Martin et al.* [MM06a] propose de considérer nul, le terme $\Delta_i^h(t) = a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)}$ pour chaque nœud h de la trajectoire $\mathcal{P}_i \backslash \{first_i\}$ de i (cf. paragraphe 3.4.1.d page 53). Mais, les auteurs *Bauer et al.* [Bau11, BSF10] ont montré que dû à l'effet de sérialisation des flux dans le réseau AFDX (avec la politique FIFO), considérer $\Delta_i^h(t) = 0$ pour tout nœud h, est une hypothèse pessimiste (cf. paragraphe 3.4.3 page 66). Ces derniers ont ainsi proposé la formule (3.19) (page 69) permettant de calculer une borne inférieure non nécessairement nulle de $\Delta_i^h(t)$. Ce qui améliore les bornes supérieures des délais de bout en bout calculer par la méthode des trajectoires.

Cependant, bien que cet apport de *Bauer et al.* réduit le pessimisme de la méthode, elle peut dans certains cas, introduire de l'optimisme dans les calculs. Dans le paragraphe suivant, nous présentons ce résultat à l'aide de la configuration donnée à la figure 4.13.

4.3.2 Illustration de l'optimisme

Nous étudions le flux v_1 de trajectoire $\mathcal{P}_1 = \{N_1, N_2, N_3\}$. Plus particulièrement, nous nous intéressons au délai de bout en bout de sa trame 1 générée à l'instant $t = 40\,\mu$s sur N_1 (cet instant produit le pire délai du flux v_1). v_1 est interféré par 6 flux : v_1 (lui-même) et v_2 sur le nœud N_1, et v_3 à v_6 sur le nœud N_3. Il est donc nécessaire de calculer les durées minimales et maximales $Smin_j^{N_1}$ et $Smax_j^{N_1}$ (resp. $Smin_j^{N_3}$ et $Smax_j^{N_3}$) de v_1 et v_2 (resp. de v_3 à v_6). Nous récapitulons ces durées dans le tableau 4.5.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
$Smin_j^h$ (μs)	0	0	60	60	20	20
$Smax_j^h$ (μs)	0	0	140	140	60	60

TABLE 4.5 – Durées minimale et maximale des flux pour atteindre le nœud h commun avec v_1

Pour calculer les valeurs de $A_{1,j}$ (avec $j \in \{3 \cdots 6\}$), nous devons déterminer les durées $Smax_1^{N_3}$ et $Smin_1^{N_3}$. En appliquant de même les formules (3.14) et (3.13), nous obtenons $Smax_1^{N_3} = 60\,\mu$s et $Smin_1^{N_3} = 40\,\mu$s. Considérant les données du tableau 4.5, nous déduisons alors les valeurs $A_{1,j}$ (avec $j \in \{1 \cdots 6\}$) dans le tableau 4.6.

j	1	2	3	4	5	6
$A_{1,j}$ (μs)	0	0	100	100	60	60

TABLE 4.6 – Valeurs de $A_{1,j}$ sur le premier nœud commun avec v_1

L'instant de départ au plus tard sur N_3 de la trame 1 de v_1, générée à la date t sur N_1, est donné par la formule :

$$\begin{aligned} W_1^{N_3}(t) = &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+0}{1000} \right\rfloor\right) C_1 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+0}{40} \right\rfloor\right) C_2 \\ &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+100}{1000} \right\rfloor\right) C_3 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+100}{1000} \right\rfloor\right) C_4 \\ &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+60}{1000} \right\rfloor\right) C_5 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+60}{1000} \right\rfloor\right) C_6 \\ &+ \max_{v_j \in \Gamma_{N_1}} \{C_j\} + \max_{v_j \in \Gamma_{N_2}} \{C_j\} + (|\mathcal{P}_1| - 1)\, L - C_1 - \Delta_1^{N_2}(t) - \Delta_1^{N_3}(t) \end{aligned}$$

Les durées de transmission des flux sur les nœuds N_1 à N_3 étant les mêmes, $\max_{v_j \in \Gamma_{N_1}} \{C_j\} = \max_{v_j \in \Gamma_{N_2}} \{C_j\} = C_1 = 20\,\mu$s. De même, le terme $(|\mathcal{P}_1| - 1)\, L$ s'annule, car nous considérons $L = 0\,\mu$s. Nous obtenons ainsi un instant de départ au plus tard égal à :

$$\begin{aligned} W_1^{N_3}(t) = &\left(1 + \left\lfloor \frac{t}{1000} \right\rfloor\right) 20 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{40} \right\rfloor\right) 20 \\ &2 \times \left(1 + \left\lfloor \frac{t+100}{1000} \right\rfloor\right) 20 + 2 \times \left(1 + \left\lfloor \frac{t+60}{1000} \right\rfloor\right) 20 \\ &+ 20 - \Delta_1^{N_2}(t) - \Delta_1^{N_3}(t) \end{aligned}$$

Les paragraphes suivants complètent ce calcul en déterminant les valeurs de $\Delta_1^{N_2}(t)$ et $\Delta_1^{N_3}(t)$.

4.3.2.a Calcul avec le critère de base de *Martin et al.*

Si nous considérons le critère de base de *Martin et al.* qui suppose que $\Delta_1^{N_2}(t) = \Delta_1^{N_3}(t) = 0$, alors l'instant de départ au plus tard de la trame 1 générée à la date $t = 40\,\mu$s est égal à

$$W_1^{N_3}(40) = 20 + 2 \times 20 + 2 \times 20 + 2 \times 20 + 20 - 0 - 0 = 160\,\mu\text{s}$$

D'où la borne supérieure du pire délai de bout en bout de la trame 1 et donc du flux v_1 est égale à :

$$R_1 = R_1(40) = W_1^{N_3}(40) + C_1 - 40 = 160 + 20 - 40 = 140\,\mu\text{s}$$

4.3.2.b Calcul avec le critère optimisé de *Bauer et al.*

Par ailleurs, en appliquant le critère d'optimisation de *Bauer et al.* [Bau11] (la formule (3.19)), permettant de prendre en compte la sérialisation des flux dans le réseau, nous obtenons $\Delta_1^{N_2}(40) = 0$ sur le nœud N_2. Car ce nœud ne dispose que d'un seul lien d'entrée. Le nœud N_3 dispose de deux liens d'entrée IP_0 et IP_1. Sur IP_0, arrivent les flux v_1 et v_2 et sur IP_1, arrivent les flux v_3 à v_6 (voir figure 4.14).

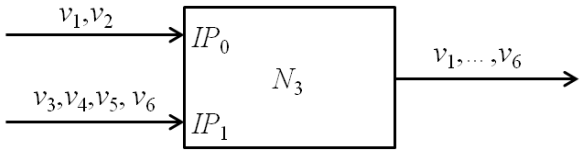

FIGURE 4.14 – Liens d'entrée IP_0 et IP_1 du nœud N_3 de la figure 4.13

La valeur de $\Delta_1^{N_3}(40)$ sur N_3 est non nulle et est calculée via la formule (3.19) comme suit :

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{N_3}(40) \geq & \left[\left(\left(1+\left\lfloor\frac{40+100}{1000}\right\rfloor\right)C_3+\left(1+\left\lfloor\frac{40+100}{1000}\right\rfloor\right)C_4\right.\right. \\
& +\left(1+\left\lfloor\frac{40+60}{1000}\right\rfloor\right)C_5+\left(1+\left\lfloor\frac{40+60}{1000}\right\rfloor\right)C_6-C_3\Big) \\
& \left.\left.-\left(\left(1+\left\lfloor\frac{40+0}{1000}\right\rfloor\right)C_1+\left(1+\left\lfloor\frac{40+0}{40}\right\rfloor\right)C_2-C_2\right)\right]^+ \\
\geq & \left[(C_3+C_4+C_5+C_6-C_3)-(C_1+2\times C_2-C_2)\right]^+ \\
\geq & \left[(20+20+20+20-20)-(20+2\times 20-20)\right]^+ \\
\geq & \left[(80-20)-(60-20)\right]^+ \\
\geq & \, 20\,\mu\text{s}
\end{aligned}$$

L'instant de départ au plus tard de la trame 1 dans ce cas est alors égal à :

$$W_1^{N_3}(40) = 20+2\times 20+2\times 20+2\times 20+20-0-20 = 140\,\mu\text{s}$$

D'où la borne supérieure de son pire délai de bout en bout et donc du flux v_1 est :

$$R_1 = R_1(40) = W_1^{N_3}(40) + C_1 - 40 = 140+20-40 = 120\,\mu\text{s}$$

Par ailleurs, un scénario pour la trame 1 de v_1, construit à la main est illustré à la figure 4.15. Il conduit à une valeur de $R_1 = 140\,\mu$s. La trame 1 est générée à l'instant $40\,\mu$s simultanément avec la trame 2 de v_2 sur le nœud N_1. La période de v_2 étant de $T_2 = 40\,\mu$s, une trame notée $2'$ de v_2 est générée à l'instant $0\,\mu$s sur N_1. La trame $2'$ arrive sur N_2 à l'instant $20\,\mu$s et les

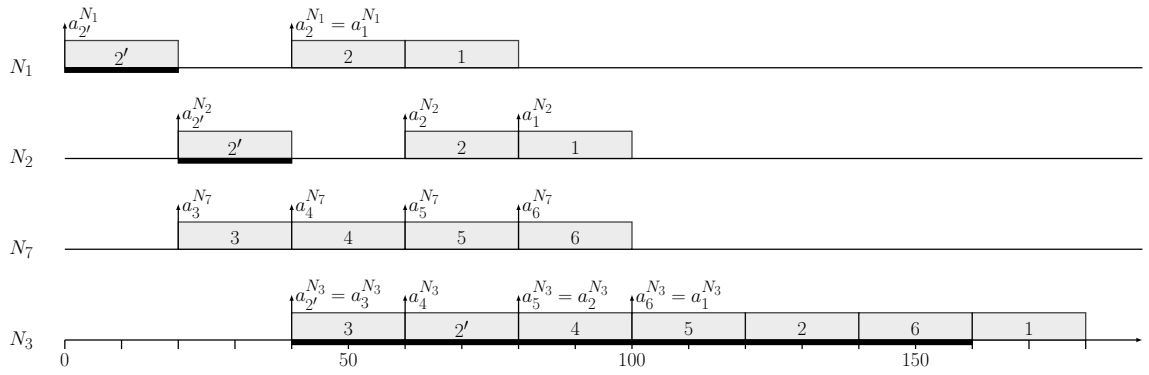

FIGURE 4.15 – Pire délai de bout en bout de la trame 1 générée à l'instant $t = 40\,\mu$s

trames 2 et 1 arrivent respectivement aux instants $60\,\mu$s et $80\,\mu$s. Sur le nœud N_3, la trame 1 est retardée par les trames 3, 4, 5 et 6. Comme ces trames sont sérialisées sur le lien physique entre les nœuds N_7 et N_3, seule 6 arrive au même instant que 1 sur N_3. Les trames 3 à 5 arrivent avant et la trame $2'$ arrive simultanément avec 3 sur N_3. Ce qui produit une période d'activité bp^{N_3} constituée des trames 3, $2'$, 4, 5, 2, 6 et 1, qui contribuent au retard de la trame 1 sur N_3.

Le pire délai de bout en bout du flux v_1 observé sur le scénario de la figure 4.15 est de $180 - 40 = 140\,\mu$s. Ce délai ($140\,\mu$s) est le même que la borne calculée en utilisant le critère de base de *Martin et al.* (voir paragraphe suivant). Mais, la borne calculée en utilisant le critère d'optimisation (formule (3.19)) de *Bauer et al.* est $120\,\mu$s. Ce qui est inférieur au délai pire cas observé sur le scénario et par le calcul avec *Martin et al.* Nous concluons que la méthode des trajectoires avec le critère d'optimisation lié à la prise en compte de la sérialisation des flux dans le réseau, est optimiste sur cet exemple.

4.3.3 Analyse de l'optimisme dû au critère de *Bauer et al.*

Nous démontrons dans ce paragraphe que le critère d'optimisation de *Bauer et al.* (formule (3.19), page 69) est la seule source d'optimisme dans le contre-exemple ci-dessus. Les problèmes de l'intervalle d'estimation et d'instant de départ n'étant pas responsables.

En effet, sur le scénario pire cas de la figure 4.15, nous observons que les résultats obtenus sont les mêmes avec les calculs de *Martin et al.* [MM06a] (cf. paragraphe 4.3.2.a page 95). C'est-à-dire :

- le même délai de bout en bout pire cas $R_1 = 140\,\mu$s ;
- le même instant de départ $W_1^{N_3}(40) = 160\,\mu$s. De plus, il est correct sur cet exemple, car l'intervalle $\left[0; W_1^{N_3}(40)\right]$ est recouvert par les périodes d'activité des nœuds N_1, N_2 et N_3 ;
- les mêmes valeurs des instants $M_1^{N_1} = 0\,\mu$s, $M_1^{N_2} = 20\,\mu$s et $M_1^{N_3} = 40\,\mu$s. D'où les inter-

valles d'estimation $\left[M_1^h; 40 + Smax_1^h\right]$ (avec $h \in \{N_1, N_2, N_3\}$) calculés par la méthode sont corrects.

Nous montrons maintenant que l'optimisme vient du terme $\Delta_1^{N_3}(40)$ (formule (3.19)).

En effet, par définition dans la méthode des trajectoires,

$$\Delta_1^{N_3}(40) = a_{p(N_3-1)}^{N_3} - a_{f(N_3)}^{N_3}$$

C'est-à-dire que, $\Delta_1^{N_3}(40)$ est égal à la différence entre les dates d'arrivées sur N_3 de la trame pivot $p(N_3-1) = 2'$ provenant de N_2 et de la trame $f(N_3) = 3$ provenant d'un nœud quelconque. Ainsi, nous obtenons (voir figure 4.15) :

$$\begin{aligned}\Delta_1^{N_3}(40) &= a_{2'}^{N_3} - a_3^{N_3} \\ &= 40 - 40 \\ &= 0\,\mu\text{s}\end{aligned}$$

Or la formule (3.19) de *Bauer et al.*, calcule $\Delta_1^{N_3}(40) \geq 20\,\mu$s (cf. paragraphe 4.3.2.b page 96). Ce qui sur-estime sa vraie valeur qui est égale à $0\,\mu$s. Nous concluons donc que la formule (3.19) introduite dans la méthode des trajectoires pour prendre en compte la sérialisation des flux, est aussi une source d'optimisme. De plus, l'analyse effectuée ci-dessus démontre que cette source est une condition suffisante pour que la méthode soit optimiste.

Nous présentons ci-dessous l'erreur dans le critère de *Bauer et al.* qui provoque sa sur-estimation :

Pour calculer une borne inférieure de $\Delta_i^h(t)$ sur un nœud h, *Bauer et al.* [BSF10] propose le critère suivant (cf. figure 3.29 du paragraphe 3.4.3 page 66) : sur chaque lien d'entrée du nœud h, les trames comptabilisées comme retardant la trame étudiée, sont accumulées et mises bout à bout de façon à former un train. L'écart entre deux trames consécutives est alors égale à $0\,\mu$s. A partir d'un instant θ où la queue de ces trains de trames sont tous synchronisés, le nœud h débute leurs transmissions sur son port de sortie. L'application de ce critère sur le nœud N_3 du contre-exemple est illustrée figure 4.16 (avec ici $\theta = 100$). Ce qui produit un $\Delta_1^{N_3}(40) = a_{2'}^{N_3} - a_3^{N_3} = 20\,\mu$s.

Le problème dans ce critère d'optimisation est qu'il ne tient pas compte de la période d'arrivées entre deux trames consécutives générées par le même flux sur un nœud h. En d'autres termes, le critère pire cas de *Bauer et al.* consistant à mettre bout à bout des trames arrivant sur un lien de h de façon à former un train sans trou, n'est pas toujours possible. Par observation de la figure 4.15 illustrant le pire scénario de la trame 1, nous constatons que les dates d'arrivée des trames 2 et $2'$ du flux v_2 sur le nœud N_2, ne peuvent pas être distantes de moins de $T_2 = 40\,\mu$s. Ce qui crée un écart non nul entre $2'$ et 2. Nous récapitulons cela à la figure 4.17.

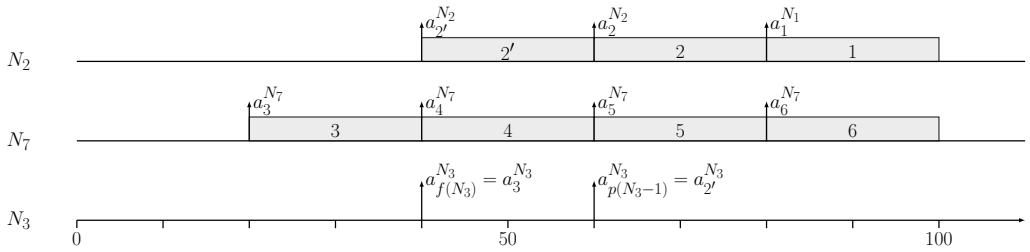

FIGURE 4.16 – Calcul du terme $\Delta_1^{N_3}(40)$ selon le critère d'optimisation de *Bauer et al.*

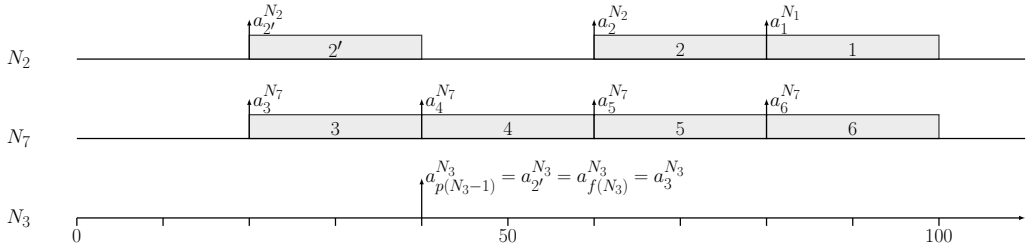

FIGURE 4.17 – Calcul du terme $\Delta_1^{N_3}(40)$ en tenant compte de la période des flux.

Nous observons alors que la valeur réelle de $\Delta_1^{N_3}(40) = a_{2'}^{N_3} - a_3^{N_3} = 0\,\mu$s est inférieure aux $20\,\mu$s obtenues avec le critère de *Bauer et al.* Nous concluons donc que la formule (3.19) nécessite d'être revue et corrigée, car sa forme actuelle est une source d'optimisme dans la méthode des trajectoires.

4.4 Correction de la méthode des trajectoires pour des cas moins généraux

Nous avons démontré dans les paragraphes 4.2 et 4.3 de ce chapitre, que la méthode des trajectoires peut être optimiste en contexte distribué. L'objectif de cette section est d'effectuer un retour aux origines de la méthode pour analyser son comportement sur des cas moins généraux. En effet, avant de proposer des formules générales pour l'analyse des délais de bout en bout en contexte distribué, *Martin et al.* [Mar04] ont initialement introduit des versions successives de la méthode des trajectoires pour l'étude des configurations avec un unique nœud et en ligne de diffusion. Nous montrons que le problème d'optimisme mis en évidence dans le cas général ne peut pas survenir dans les cas avec un nœud et en ligne de diffusion, afin de cerner la fiabilité ou non des formules dédiées.

4.4.1 Le cas d'un nœud

4.4.1.a La méthode des trajectoires pour le cas d'un nœud

Une configuration à un nœud se réduit à un unique nœud réseau traversé par un ou plusieurs flux. Par analogie, elle correspond à l'exécution des tâches sur un processeur en ordonnancement non préemptif [GRS96, LL73, RCM96, Spu96]. Un exemple est donné figure 4.18, avec les flux v_1 à v_3 qui traversent l'unique nœud N du réseau.

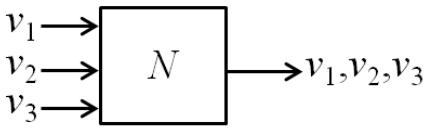

FIGURE 4.18 – Exemple de réseau monoprocesseur

Il est démontré [Mar04, MMG03] que, si une trame i d'un flux v_i arrive à un instant t sur N, alors son pire délai de bout en bout noté $R_i(t)$, survient dans la plus longue période d'activité notée bp^N qui la contient. La date à partir de laquelle débute bp^N est considérée comme l'origine du temps (instant zéro) et correspond à l'instant critique où tous les flux arrivent simultanément sur N.

La figure 4.19 illustre les éléments du délai dans la période d'activité bp^N. Notamment, l'instant de départ au plus tard de i sur N noté $W_i(t)$ et son pire délai de bout en bout noté $R_i(t)$.

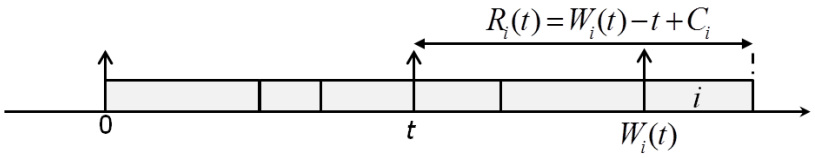

FIGURE 4.19 – Illustration des éléments de délais en configuration monoprocesseur

Nous introduisons alors la propriété 3.

Propriété 3. [Mar04]
Soit Γ l'ensemble des flux traversant le nœud N du réseau. Si N ordonnance ces flux avec la politique FIFO et que son facteur d'utilisation est inférieur à 1, c'est-à-dire $\sum_{v_j \in \Gamma} \frac{C_j}{T_j} \leq 1$, alors une borne supérieure du pire délai de bout en bout d'un flux v_i est donné par l'expression suivante :

$$R_i = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}_i} \{W_i(t) + C_i - t\}$$

avec,

$$W_i(t) = \sum_{v_j \in \Gamma} \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_j} \right\rfloor\right) C_j - C_i \tag{4.1}$$

où, $\mathcal{B}_i$ correspond à la longueur de la période d'activité bp^N (cf. formule (3.11), page 60). Et $W_i(t)$ correspond à l'instant de départ au plus tard de i sur N. Cet instant dépend des trames arrivées sur N avant i, c'est-à-dire dans l'intervalle $[0; t]$.

4.4.1.b Analyse de l'optimisme pour le cas d'un nœud

Nous exposons le comportement de la méthode des trajectoires en contexte monoprocesseur dans le théorème 2.

Théorème 2. *Dans le cas d'un réseau à un seul nœud avec une politique de service FIFO, la méthode des trajectoires n'est pas optimiste.*

Démonstration. Nous avons démontré dans le paragraphe 4.2.3.c de ce chapitre que la méthode des trajectoires est optimiste lorsqu'il y a apparition simultanée du problème de l'intervalle d'estimation utilisé pour évaluer l'interférence des flux et le problème d'instant de départ au plus tard. Dans le cadre des configurations réseau à un seul nœud, l'intervalle d'estimation utilisé est $[0; t]$ (cf. formule (4.1)) ; ce qui est justifié avec la politique FIFO. Les seules trames pouvant retarder i étant celles arrivées après le début de bp^N (instant 0), mais avant elle à l'instant t. Par conséquent, nous déduisons que le problème de l'intervalle d'estimation est inexistant dans ce contexte. Il y a donc impossibilité d'apparition simultanée des deux problèmes. Cela implique que la méthode des trajectoires ne peut être optimiste.

□

Néanmoins, même si la borne R_i obtenue pour tout flux v_i est correcte au terme du calcul, il existe des instants de génération t testés pour lesquels le délai $R_i(t)$ trouvé est optimiste. Cet optimisme est causé par le problème de l'instant de départ au plus tard qui apparaît dès ce contexte. Nous l'illustrons sur la configuration de la figure 4.20. Le flux v_1 a pour paramètres : $C_1 = 10\,\mu$s et $T_1 = 100\,\mu$s.

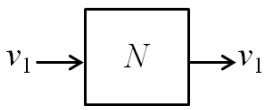

FIGURE 4.20 – Configuration monoprocesseur illustrant le problème de l'instant de départ

Nous étudions les instants de départ de la trame 1 de v_1, générée respectivement aux dates $t = 0\,\mu$s et $t = 10\,\mu$s. Par application de la formule (4.1) exposée dans la propriété 3, nous obtenons :

$$W_1(0) = W_1(10) = 0\,\mu\text{s}$$

Le pire scénario de la trame 1, générée à chacune de ces dates, est dépeint par la figure 4.21.

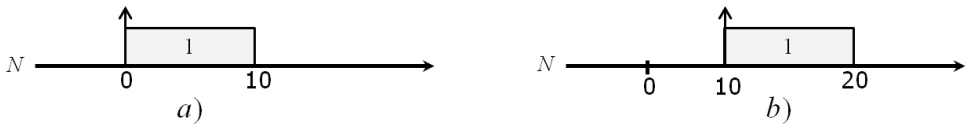

FIGURE 4.21 – Pires scénarios de la trame 1 aux instants $t = 0\,\mu$s et $t = 10\,\mu$s

Étant donné que v_1 est seul dans le réseau et dispose d'une large période $T_1 = 100\,\mu$s, alors quelle que soit la date t de génération de la trame 1, son délai de bout en bout est égal à $C_1 = 10\,\mu$s. Or avec la méthode des trajectoires, le pire délai de bout en bout de la trame 1 générée à $t = 0\,\mu$s est de :

$$R_1(0) = W_1(0) - 0 + C_1 = 10\,\mu\text{s}$$

Ce qui correspond au résultat de la figure 4.21.*a*. Mais à l'instant $t = 10\,\mu$s, ce délai est de :

$$R_1(10) = W_1(10) - 10 + C_1 = 0\,\mu\text{s}$$

Ce qui est impossible, car le délai de bout en bout d'une trame ne peut être nulle. Le problème provient de l'origine du temps dans la formule de l'instant de départ au plus tard. La méthode calcule $W_1(10) = 0\,\mu$s, alors qu'il vaut $10\,\mu$s (voir figure 4.21.*b*). Dans ce cas, l'interprétation de $W_1(10)$ comme l'instant de départ au plus tard n'a pas physiquement de sens. Mais, cela n'affecte pas toutefois la borne calculée, car elle correspond au maximum des $R_1(t)$ pour tout $t \geq 0$. Si nous revenons sur l'exemple de la figure 4.20, le délai pire cas du flux v_1 est obtenu à $t = 0\,\mu$s : $R_1 = \max_{t\geq 0}\{R_1(t)\} = R_1(0) = 10\,\mu$s ; ce qui est exact.

4.4.2 La ligne de diffusion

4.4.2.a La méthode des trajectoires pour la ligne de diffusion

Une ligne de diffusion correspond à un ensemble de flux suivant tous le même chemin. Ils sont générés par un même nœud source et sont à destination d'un même autre nœud. Ils traversent tous les nœuds compris entre la source et la destination, dans le même ordre et dans le même sens. La figure 4.22 dépeint un exemple de configuration en ligne de diffusion dans le modèle

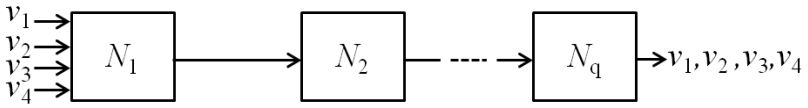

FIGURE 4.22 – Exemple de configuration en ligne de diffusion

des trajectoires. Il est constitué de quatre flux v_1 à v_4 qui sont transmis du nœud N_1 jusqu'au nœud N_q.

Nous notons Γ l'ensemble des flux circulant dans une ligne de diffusion. Ces flux arrivent tous par le nœud source N_1, puis sont traités successivement dans chacun des nœuds suivants jusqu'au nœud N_q. Chaque nœud applique la même politique d'ordonnancement des flux, FIFO, et fonctionnent à la même vitesse.

Nous présentons ci-dessous les formules de calcul des délais de bout en bout de la méthode des trajectoires pour la ligne de diffusion.

Il est démontré [Mar04, MMG03] qu'en ligne de diffusion, si les nœuds ordonnancent les flux avec la politique FIFO, alors les éléments du délai de bout en bout sont constitués de :

L'interférence générée par les flux v_j pour retarder la trame i (du flux v_i étudié) générée à un instant t sur N_1 :

$$\sum_{v_j \in \Gamma} \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_j} \right\rfloor\right) C_j$$

L'interférence des trames pivots qui doivent être comptabilisées doublement (même principe que le cas distribué, cf. paragraphe 3.4.2.a page 55). Elle est comptabilisée sur chaque nœud, sauf sur le plus lent :

$$(q-1) \max_{v_j \in \Gamma} \{C_j\}$$

q correspondant au nombre de nœuds du réseau.

Le délai subi par i sur les liens physiques, est toujours égal à : $(q-1)\,L$;

La propriété 4 redonne le calcul du délai de bout en bout de *Martin et al.*

Propriété 4. [Mar04]
Soit Γ l'ensemble des flux traversant le réseau en ligne de diffusion. Si chaque nœud N_k travaille

avec la même vitesse et ordonnance les flux avec la politique FIFO, et si la charge du réseau est inférieure à 1, c'est-à-dire $\sum_{v_j \in \Gamma} \frac{C_j}{T_j} \leq 1$*, alors une borne supérieure du pire délai de bout en bout d'un flux* v_i *est donnée par l'expression suivante :*

$$R_i = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}_i} \{W_i^{N_q}(t) + C_i - t\}$$

où, $W_i^{N_q}(t)$ *correspond à l'instant de départ au plus tard pour une trame générée à l'instant* t *sur la source* $first_i$ *par* v_i *:*

$$W_i^{N_q}(t) = \sum_{v_j \in \Gamma} \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_j} \right\rfloor\right) C_j + (q-1) \max_{v_j \in \Gamma}\{C_j\} + (q-1)\, L - C_i \tag{4.2}$$

$\mathcal{B}_i$ est calculé avec la formule (3.11), présentée à la page 60.

4.4.2.b Analyse de l'optimisme en ligne de diffusion

Nous exposons le comportement de la méthode des trajectoires en ligne de diffusion dans le théorème 3.

Théorème 3. *En contexte ligne de diffusion avec une politique de service FIFO, la méthode des trajectoires n'est pas optimiste.*

Démonstration. Dans ce contexte, puisque tous les flux sont générés par un seul et même nœud source N_1, les seules trames pouvant interférer avec une trame i, sont celles arrivées avant elle. C'est-à-dire, dans l'intervalle $[0; t]$ sur N_1. Car grâce à l'ordonnancement FIFO dans les nœuds, une trame qui ne retarde pas i sur N_1, ne peut plus l'interférer sur le reste des nœuds. Ceci implique donc que l'intervalle d'estimation est bien défini en ligne de diffusion et ne peut être sous-estimé. La méthode des trajectoires ne peut donc être optimiste dans ce contexte, car une apparition simultanée du problème de l'intervalle d'estimation et d'instant de départ au plus tard n'est pas possible. □

Néanmoins, même si la borne R_i obtenue pour tout flux v_i est correcte au terme du calcul, il existe des instants de génération t testés pour lesquels le délai $R_i(t)$ trouvé est optimiste. L'exemple de la figure 4.7 du paragraphe 4.2.3.b page 86, que nous avons utilisé dans le cas distribué pour démontrer le problème de l'instant de départ, est aussi une configuration valable en ligne de diffusion. Il prouve ainsi que ce problème est bien aussi présent dans ce contexte. Mais, comme nous l'avons démontré, il n'affecte pas la borne finale calculée ; car c'est le maximum des $R_i(t)$ qui est retenu pour tout $t \geq 0$.

4.4.3 Optimalité de la méthode des trajectoires en ligne de diffusion

Nous venons de montrer que la méthode des trajectoires ne subit pas le problème d'optimisme mis en évidence dans le cas général pour l'analyse des délais en ligne de diffusion et le cas d'un nœud. Nous démontrons dans cette partie de notre travail que sous certaines conditions, cette méthode est même optimale dans ce contexte. Notons qu'une méthode est dite optimale pour l'analyse des délais, si le pire délai de bout en bout calculé est égal au pire délai exact. Nous nous appuierons sur des résultats existants dans le domaine de la recherche opérationnelle et plus particulièrement sur la notion d'ordonnancement pour les problèmes de *flowshop de permutation* [SHP96, EMBH08, PSK13].

Dans le paragraphe 4.4.3.a, nous présentons la notion de flowshop de permutation ainsi que les résultats qui nous importent. Dans le paragraphe 4.4.3.b, nous présentons notre contribution à la démonstration de l'optimalité de la méthode des trajectoires en ligne de diffusion. Pour ce faire, nous exposons les hypothèses considérées et nous démontrons la similitude entre le problème d'analyse du plus petit temps de réponse dans un système flowshop de permutation, et le problème d'analyse des délais de bout en bout dans un réseau en ligne de diffusion. Finalement, nous déduisons l'optimalité de la méthode des trajectoires dans ce contexte.

4.4.3.a Flowshop de permutation et plus petit temps de réponse

Un système flowshop est un problème d'ordonnancement dans lequel un ensemble de n tâches $\{\tau_1, \cdots, \tau_n\}$ doivent être exécutées en séquence sur une chaîne ordonnée de m machines $\{M_1, \cdots, M_m\}$ (pas de parallélisation de traitement d'une tâche sur plusieurs machines) [PPR01, SHP96]. La notion de périodicité des tâches n'existe pas. Par conséquence, elles ont toute une seule instance dans chaque machine. Une permutation sur une machine M_k correspond à un ordre bien défini d'exécution de ces tâches. Pour la suite, par abus de langage, nous entendons par permutation un ordre d'exécution des tâches défini sur M_1 et conservé sur toutes les autres machines M_2 à M_m. Un système flowshop de permutation est donc un système flowshop dans lequel l'ordonnancement choisi, identique sur chaque machine, est une permutation de l'ensemble des tâches. Cela correspond à l'ordonnancement FIFO des flux dans la ligne de diffusion. La figure 4.23 illustre un exemple de flowshop de permutation, où les tâches τ_1 à τ_4 ordonnancées comme suit $< \tau_3\tau_1\tau_4\tau_2 >$, sont séquencées sur trois machines M_1 à M_3.

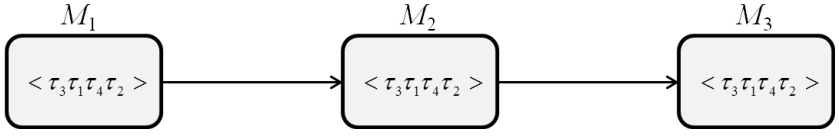

FIGURE 4.23 – Exemple d'un système flowshop de permutation

A un instant donné, une machine M_k ne peut exécuter qu'au plus une seule tâche. L'exécution d'une tâche ne peut être interrompue. Une tâche τ_i est définie par une durée d'exécution notée C_i qui est constante sur toutes les machines. L'exécution de τ_i sur M_k ne peut débuter avant sa terminaison sur M_{k-1}, $k = 2 \cdots m$. Nous notons R_i le temps de réponse de la tâche τ_i. Par définition, ce temps de réponse correspond à l'instant où la tâche τ_i termine son exécution sur la dernière machine M_m après avoir été successivement exécutée par les machines M_1 à M_{m-1} ; sachant que l'instant zéro est la date de génération des tâches sur M_1.

Considérons l'exemple de la figure 4.23 où les durées d'exécution de τ_1 à τ_4 sont : $C_1 = C_3 = 10\,\mu$s et $C_2 = C_4 = 20\,\mu$s. Le scénario tenant compte de la permutation $< \tau_3\tau_1\tau_4\tau_2 >$ sur toutes les machines est illustré par la figure 4.24. Pour la tâche τ_4 par exemple, nous pouvons observer sur le graphique que son temps de réponse est égal à $R_4 = 80\,\mu$s.

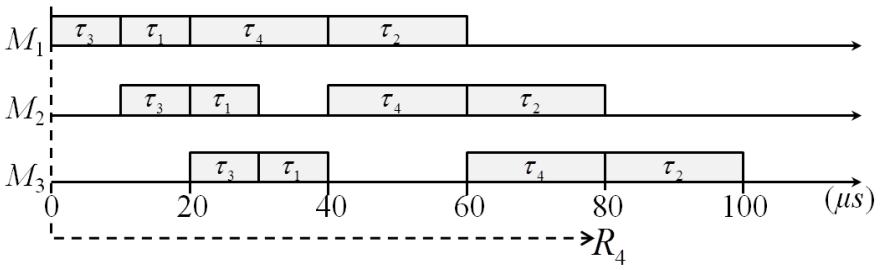

FIGURE 4.24 – Scénario illustrant le temps de réponse de le tâche τ_4

La formule permettant de calculer le plus petit temps de réponse de toute tâche τ_i dans un système flowshop de permutation a été démontrée par *Shakhlevich et al.* [SHP96]. Ces auteurs supposent que : si σ est une permutation des tâches identique sur toutes les machines du système flowshop et si $C_{[j]}$ désigne la durée d'exécution de la $j^{\text{ème}}$ tâche dans σ, alors le plus petit temps de réponse [SHP96] de toute tâche τ_i est donné par l'expression suivante :

$$R_i(\sigma) = \sum_{j=1}^{i} C_{[j]} + (m-1)\max\{C_{[1]}, \cdots, C_{[i]}\} \tag{4.3}$$

où le premier terme correspond à l'ensemble des tâches τ_j, j allant de 1 à i (τ_i incluse) simultanément disponibles sur M_1, mais exécutées avant τ_i étudiée ; et le deuxième terme correspond aux durées d'exécution pire cas des tâches la retardant à chaque fois sur chacune des $m-1$ machines restantes.

Concernant la tâche τ_4 précédemment étudiée dans le flowshop de permutation $\sigma =< \tau_3\tau_1\tau_4\tau_2 >$,

l'application de la formule (4.3) délivre le résultat suivant :

$$\begin{aligned} R_i(\sigma) &= (C_3 + C_1 + C_4) + (3-1)\max\{C_3, C_1, C_4\} \\ &= (10 + 10 + 20) + 2 \times 20 \\ &= 80\,\mu\text{s} \end{aligned}$$

Nous remarquons que les résultats obtenus par construction et par calcul sont identiques.

Le point important des travaux de *Shakhelevich et al.* [SHP96] à observer pour utiliser ce résultat de flowshop à notre problème réseau, est que la date de fin de la dernière tâche de toute séquence de permutation est la même :

$$\forall \sigma, \sigma', \text{ deux permutations de } \{\tau_1, \cdots, \tau_n\},\ R_n(\sigma) = R_n(\sigma')$$

Ceci est évident au regard de l'équation (4.3). Dans ce cadre, ils déduisent que si l'objectif recherché est de minimiser le temps de réponse d'une tâche dans un système flowshop, alors la classe des permutations est optimale. La politique de service FIFO dans les nœuds du réseau est identique à la permutation dans le système flowshop (démontrée optimale). En effet, comme les permutations, l'ordonnancement FIFO des flux choisit un ordre d'exécution des tâches sur le nœud de départ qui ne peut plus varier sur les autres nœuds du réseau. Nous montrerons alors dans le paragraphe suivant l'optimalité de la méthode des trajectoires sous la condition que les nœuds travaillent avec la même vitesse.

4.4.3.b Optimalité de la méthode des trajectoires

Dans ce paragraphe, nous montrons la similitude entre un flowshop de permutation et une ligne de diffusion. Nous montrons ensuite sous certaines conditions, la similitude entre la méthode des trajectoires et la formule (4.3) démontrée comme optimale en flowshop de permutation. Ces résultats nous permettront ainsi de conclure.

Similitude entre flowshop de permutation et ligne de diffusion. Partant des exposés des paragraphes 4.4.2 (pour la ligne de diffusion) et 4.4.3.a (pour le flowshop de permutation), la première similitude entre un flowshop et une ligne de diffusion est qu'il s'agit dans les deux cas, de systèmes de traitement en chaîne. Les tâches sont traitées en chaîne dans un flowshop et les flux sont traités en chaîne dans une ligne de diffusion. Un flux est assimilé à une tâche dans un flowshop si, et seulement si, il dispose d'une période très grande. Dans ce cas, une seule trame de chaque flux est présente dans chaque nœud, comme une seule instance de chaque tâche est présente dans chaque machine. Ainsi, la trame d'un flux ne se fera pas retarder par une autre trame du même flux générée avant elle. Un nœud de la ligne de diffusion correspond à une machine dans le système flowshop. La transmission FIFO des flux en ligne de diffusion est équivalente à une permutation des tâches dans un flowshop. La durée de transmission C_i d'un flux v_i en ligne de diffusion équivaut alors à la durée d'exécution de toute tâche τ_i. Nous

résumons dans le tableau 4.7 la correspondance entre les éléments d'une ligne de diffusion et ceux d'un flowshop de permutation.

Ligne de diffusion :	Flux v_i	Nœud N_k	Durée de transmission C_i	Politique FIFO
Flowshop :	Tâche τ_i	Machine M_k	Durée d'exécution C_i	Permutation σ

TABLE 4.7 – Correspondance entre éléments de ligne de diffusion et flowshop de permutation

En plus de la correspondance entre les éléments des deux systèmes, nous remarquons que la propriété de non préemption de traitement est respectée dans les deux cas. Tout comme une tâche ne peut être interrompue sur une machine pendant son exécution, une trame ne peut l'être également sur un nœud pendant sa transmission.

Optimalité de la méthode des trajectoires. Après la mise en évidence de la similitude entre le flowshop de permutation et la ligne de diffusion, nous montrons maintenant sous certaines hypothèses, l'optimalité de la méthode des trajectoires dans ce contexte. Nous montrons que sa formule de calcul du pire délai de bout en bout des flux se réduit à celle du calcul du plus petit temps de réponse des tâches dans le flowshop de permutation.

Théorème 4. *En ligne de diffusion, en supposant que les périodes des flux sont très grandes de manière à ce qu'une seule trame de chaque flux circule dans le réseau à un moment donné ; que les nœuds travaillent tous avec la même vitesse et ordonnancent les flux avec la politique FIFO, alors la méthode des trajectoires est optimale dans ce contexte pour le calcul du pire délai de bout en bout des flux.*

Démonstration. La méthode des trajectoires est optimale si nous montrons que sa formule de calcul du pire délai pour tout flux v_i, se réduit à celle d'une tâche τ_i en flowshop de permutation. C'est-à-dire, montrer l'équivalence entre R_i (pire délai de bout en bout en réseau) et $R_i(\sigma)$ (plus petit temps de réponse en flowshop), où la permutation σ correspond à l'ordonnancement FIFO dans lequel le flux v_i est transmis en dernier (pire cas pour v_i).

Pour un flux v_i, son pire délai de bout en bout par la méthode des trajectoires est égal à (cf. propriété 4 page 103) :

$$R_i = \max_{t \geq 0} \{W_i^{N_q}(t) + C_i - t\}$$

Mais, comme un flux ne génère qu'une seule trame pendant un temps très long, il n'est pas nécessaire de tester les instants $t > 0$, car le pire cas pour la trame i de v_i est défini à l'instant

critique $t = 0$ lorsqu'elle arrive simultanément avec chaque trame des autres flux sur le premier nœud N_1 et est ordonnancée en dernier. Ainsi,

$$\begin{aligned}
R_i &= \max_{t\geq 0}\{W_i^{N_q}(t) + C_i - t\} \\
&= W_i^{N_q}(0) + C_i - 0 \\
&= \sum_{v_j\in\Gamma}\left(1 + \left\lfloor\frac{0}{T_j}\right\rfloor\right)C_j + (q-1)\max_{v_j\in\Gamma}\{C_j\} + (q-1)\,L - C_i + C_i \\
&= \sum_{v_j\in\Gamma} C_j + (q-1)\max_{v_j\in\Gamma}\{C_j\} + (q-1)\,L - C_i + C_i \\
&= \sum_{v_j\in\Gamma} C_j + (q-1)\max_{v_j\in\Gamma}\{C_j\} + (q-1)\,L
\end{aligned}$$

Par ailleurs, considérons un ensemble de n tâches exécutées dans un flowshop. Le plus petit temps de réponse d'une tâche τ_i exécutée dans le flowshop de permutation $\sigma =< \tau_1 \cdots \tau_{i-1}\tau_{i+1} \cdots \tau_n\tau_i >$, c'est-à-dire une permutation dans laquelle la tâche τ_i est exécutée en dernier après avoir été retardée par les $n-1$ autres tâches, est donné par [SHP96] :

$$R_n(\sigma) = \sum_{j=1}^{n} C_j + (m-1)\max\{C_1, \cdots, C_n\}$$

Nous remarquons par correspondance entre R_i et $R_n(\sigma)$ que :

$$\sum_{j=1}^{n} C_j \Leftrightarrow \sum_{v_j\in\Gamma} C_j$$

car, Γ représente l'ensemble des flux du réseau et n représente l'ensemble des tâches du flowshop. Et que :

$$(m-1)\max\{C_1, \cdots, C_n\} \Leftrightarrow (q-1)\max_{v_j\in\Gamma}\{C_j\}$$

car, m représente le nombre total de machines du flowshop de permutation et q le nombre total de nœuds du réseau.

Le terme $(q-1)\,L$ restant dans la formule de R_i en ligne de diffusion est dû aux latences technologiques entre les nœuds qui n'existe pas en flowshop. Ce terme est une constante.

Nous concluons ainsi que R_i est équivalent à $R_n(\sigma)$. D'où la méthode des trajectoires est optimale pour le calcul du pire délai de bout en ligne de diffusion dans les hypothèses considérées. La raison étant que la ligne de diffusion est équivalente au flowshop de permutation dans lequel $R_n(\sigma)$ est optimale. □

Remarque 4. L'optimalité de la méthode des trajectoires démontrée ci-dessus pour la ligne de diffusion est également valable pour le cas des réseaux à un seul nœud. Le cas d'un nœud correspond au cas d'un flowshop de permutation ayant une seule machine.

4.4.4 Pseudo-ligne de diffusion générant l'optimisme

Les résultats obtenus par la méthode des trajectoires sont corrects quelle que soit la configuration à un seul nœud et en ligne de diffusion. Elle est même optimale, sous certaines conditions, dans ces deux contextes. Mais, elle peut être optimiste dans le cas distribué. Il est donc nécessaire de cerner la topologie des configurations intermédiaires entre la ligne de diffusion et le cas distribué sur laquelle l'optimisme s'introduit dans la méthode des trajectoires. Dans un réseau distribué, des flux se croisent, se rejoignent et/ou se quittent. Nous avons choisi une topologie intermédiaire en deux étapes :
- une ligne de diffusion, avec uniquement des flux quittant la trajectoire du flux étudié ;
- une ligne de diffusion, avec uniquement des flux rejoignant la trajectoire du flux étudié.

4.4.4.a Pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux quittant la trajectoire

Une configuration en "pseudo-ligne de diffusion avec flux quittant la trajectoire" est constituée d'un ensemble de nœuds N_1 à N_q reliés entre eux par des liens physiques. Tous les flux sont générés par le nœud source N_1. Sur un nœud donné N_k, zéro ou plusieurs flux peuvent le quitter. La figure 4.25 dépeint une telle configuration dont la trajectoire est constituée dans l'ordre de N_1, N_2 et N_3. Les quatre flux v_1 à v_4 sont tous générés par le nœud source N_1. v_4 quitte la trajectoire après N_1, et puis, v_2 et v_4 la quitte au niveau de N_2. Finalement seul v_3 arrive sur le nœud destination N_3.

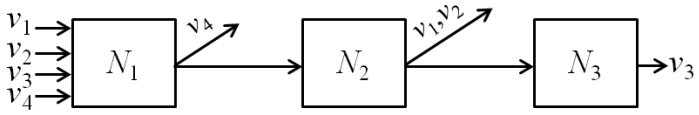

FIGURE 4.25 – Configuration en pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux sortant

Sur ce modèle de configuration, si nous étudions une borne du pire délai d'une trame i d'un flux v_i, générée à un instant t, alors :
- Étant donné que tous les flux du réseau sont générés par un seul et même nœud source N_1, seules les trames arrivées sur ce dernier dans l'intervalle $[0; t]$ peuvent la retarder ;
- Les autres éléments du délai sont liés au comptage des trames pivots sur les nœuds et aux latences technologiques sur les liens physiques.

Nous constatons que dans ce contexte, l'interférence de l'ensemble des flux du réseau sur la trame étudiée est calculée uniquement sur le *nœud source*. Par conséquent, les flux quittant ou pas sa trajectoire après le nœud source n'a pas d'influence sur le délai. Nous concluons sur la correction de la méthode des trajectoires pour cette pseudo-ligne de diffusion (cf. propriété 4 page 103).

4.4.4.b Pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux rejoignant la trajectoire

Une configuration en "pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux rejoignant la trajectoire" est constituée d'un ensemble de nœuds N_1 à N_q reliés entre eux par des liens physiques. Tous les flux sont à destination du dernier nœud N_q, mais rentrent dans le réseau sur l'un des nœuds N_k traversés. La figure 4.26 dépeint une telle configuration dont la trajectoire est constituée dans l'ordre de N_1, N_2 et N_3. Les quatre flux v_1 à v_4 sont tous à destination du nœud N_3. Les flux v_2 et v_3 sont générés par le nœud N_1. Sur N_2, le flux v_1 provenant d'une source quelconque rejoint la trajectoire et sur N_3, le flux v_4 rejoint également la trajectoire.

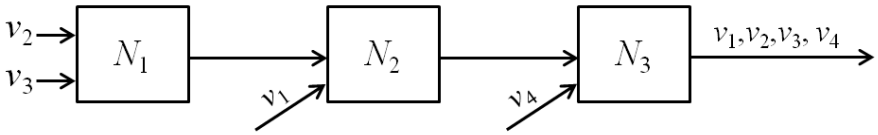

FIGURE 4.26 – Configuration en pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux entrants

Pour un flux v_i sous analyse, contrairement aux configurations du modèle "pseudo-ligne de diffusion avec uniquement des flux quittant la trajectoire" étudié précédemment, l'interférence des flux ne peut plus être calculée uniquement sur son nœud source. L'interférence d'un flux v_j rejoignant v_i sur sa trajectoire doit être calculée sur leur premier nœud commun $first_{i,j}$. Par conséquent, le besoin d'un intervalle d'estimation $\left[M_i^h; t + Smax_i^h\right]$ de l'interférence est calculée en utilisant les formules des délais du cas distribué (cf. formule (3.20) page 69). Ce modèle permet de mettre en avant les configurations de bases introduisant de l'optimisme dans les calculs du délai de bout en bout d'un flux.

Soit la configuration AFDX de la figure 4.27. Elle est constituée de 4 End Systems ES_1 à ES_4, 2 commutateurs S_1 et S_2 et 4 flux v_1 à v_4. Les caractéristiques des flux sont données dans le tableau 4.8. Nous considérons nul, le délai L de propagation des trames sur les liens. Cette configuration vérifie le modèle présenté figure 4.26.

Nous étudions le flux v_1 ayant pour trajectoire $\mathcal{P}_1 = \{ES_1, S_1, S_2\}$.

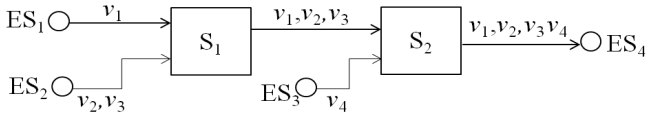

FIGURE 4.27 – Contre-exemple illustrant l'optimisme en pseudo-ligne de diffusion

	v_1	v_2	v_3	v_4
C_i	10	10	10	10
T_i	1000	1000	1000	20

TABLE 4.8 – Caractéristiques des flux de la configuration figure 4.27

D'après la méthode des trajectoires, l'instant de départ au plus tard calculé sur son dernier nœud S_2 pour toute date de génération t est :

$$\begin{aligned} W_1^{S_2}(t) = &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+0}{1000} \right\rfloor\right) C_1 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+10}{1000} \right\rfloor\right) C_2 \\ &\left(1 + \left\lfloor \frac{t+10}{1000} \right\rfloor\right) C_3 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+10}{20} \right\rfloor\right) C_4 \\ &+ \max_{v_j \in \Gamma_{ES_1}} \{C_j\} + \max_{v_j \in \Gamma_{S_1}} \{C_j\} + (|\mathcal{P}_1| - 1)\, L - C_1 - \Delta_1^{S_1}(t) - \Delta_1^{S_2}(t) \end{aligned}$$

Par application numérique, le pire cas est déterminer à l'instant $t = 0\,\mu$s avec $\Delta_1^{S_1}(0) = 10\,\mu$s et $\Delta_1^{S_2}(0) = 0\,\mu$s, d'où :

$$W_1^{S_2}(0) = 40\,\mu\text{s}$$

La borne supérieure du pire délai de bout en bout de v_1 est égale à :

$$R_1 = R_1(0) = W_1^{S_2}(0) + C_1 - 0 = 40 + 10 - 0 = 50\,\mu\text{s}$$

Par ailleurs, le pire scénario pour la trame 1 de v_1 construit à la main est présenté à la figure 4.28. La trame 1 générée à l'instant $0\,\mu$s arrive sur S_1 à la date $10\,\mu$s simultanément avec la trame 2 de v_2. Sur ce nœud la trame 3 ne peut retarder 1 car 3 et 2 sont sérialisées. Sur le nœud S_2, 1 arrive à l'instant $30\,\mu$s simultanément avec la trame 4 de v_4. Mais puisque sa période $T_4 = 20\,\mu$s, une autre trame $4'$ de v_4 est générée sur ES_3 à la date $0\,\mu$s et arrive sur S_2 simultanément avec 3 à l'instant $10\,\mu$s. Finalement, la période d'activité bp^{S_2} affectant le délai de 1 sur S_2 est constituée des trames : $4'$, 3, 2, 4 et 1.

Ce scénario montre que le pire délai de bout en bout du flux v_1 est de $60 - 0 = 60\,\mu$s. Ce qui est supérieur aux $50\,\mu$s calculés par la méthode des trajectoires. Ce résultat confirme ainsi son

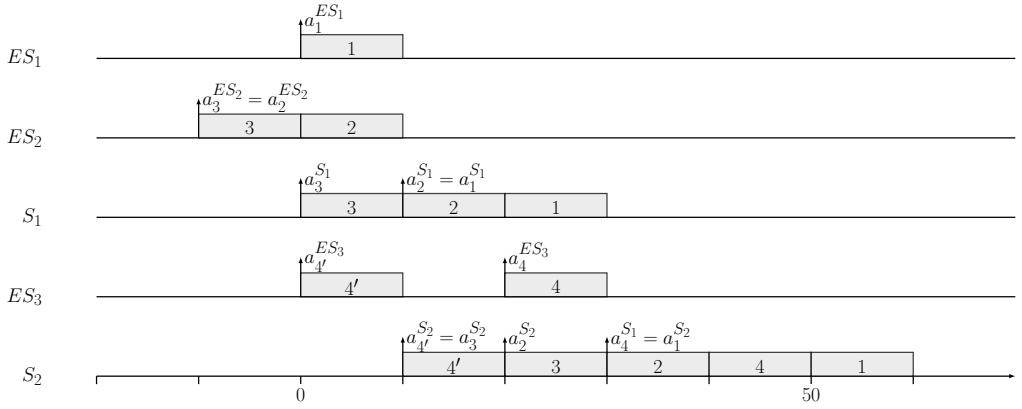

FIGURE 4.28 – Pire délai de bout en bout de la trame 1 générée à l'instant $t = 0\,\mu$s

optimisme dans ce contexte.

Les problèmes à l'origine de cet optimisme sont les mêmes que ceux déjà présentés pour le cas distribué : c'est la présence simultanée du problème de l'intervalle d'estimation et de l'instant de départ au plus tard. Si nous observons la figure 4.28, sur le nœud S_2, l'intervalle d'estimation est $[10; 30]$. Alors que celui calculé par la méthode des trajectoires est de $\left[M_1^{S_2}; 0 + Smax_1^{S_2}\right] = [20; 30]$. Il est donc sous-estimé. D'où l'oubli du comptage de la trame supplémentaire $4'$. Ce problème est néanmoins résolu dès l'instant $t_1 = 20\,\mu$s. Par ailleurs, le flux v_1 étant seul sur ES_1, le problème de l'instant de départ apparait dès $t_2 = 0 + \epsilon\,\mu$s (ϵ étant le plus petit réel positif). En se référant à la synthèse du paragraphe 4.2.3.c page 90, nous constatons que $t_1 > t_2$, d'où l'obtention d'un résultat optimiste.

Il faudrait sûrement partir de cette topologie pour tenter de trouver une solution à la méthode des trajectoires.

4.5 Conclusion

La méthode des trajectoires est une approche déterministe. Elle a pour objectif de calculer une borne supérieure du pire délai de bout en bout des flux circulant dans des réseaux à configurations statiques avec contrainte de contrôle de trafic à ses points d'entrée. Dans ce chapitre, nous avons analysé le comportement de cette méthode sur les réseaux dont les nœuds travaillent à la même vitesse et appliquent la politique de service FIFO (First In, First Out). Le réseau AFDX vérifiant ces propriétés a été utilisé dans les divers exemples d'application.

Dans ce chapitre nous avons démontré que la méthode des trajectoires peut être optimiste dans certains cas rares. C'est-à-dire qu'elle peut calculer une borne supérieure du délai de bout en

bout d'un flux, qui soit inférieure à son pire délai exact. Elle ne peut donc pas être utilisée comme moyen de validation/certification temporelle dans un système avionique par exemple. Nous avons démontré que ce problème apparaît principalement sur des réseaux ayant une configuration distribuée. Nous avons ensuite identifié les trois sources via lesquels ce problème d'optimisme apparait. Pour la méthode des trajectoires de base de *Martin et al.* [MM06a], nous avons démontré deux sources : le problème de l'intervalle d'estimation et le problème de l'instant de départ au plus tard. Pour la méthode des trajectoires améliorée de *Bauer et al.* [BSF10], nous avons démontré que le critère d'optimisation prenant en compte de la sérialisation des flux peut conduire à une source d'optimisme. Pour les deux premiers problèmes, la méthode des trajectoires devient optimiste lorsqu'ils apparaissent simultanément lors de l'étude du délai d'un flux. Mais pour le critère d'optimisation de *Bauer et al.*, il représente à lui seul une condition suffisante entrainant la méthode à être potentiellement optimiste.

Au vue des résultats négatifs obtenus en contexte distribué, nous avons fait un retour sur les origines de la méthode des trajectoires dédiée à l'analyse des réseaux à un seul nœud et en ligne de diffusion. Elle est valide et fiable pour l'analyse des délais de bout en bout, même si quelques problèmes subsistants n'affectent pas la borne supérieure du délai calculée. De plus, en utilisant les résultats d'optimalité démontrés en recherche opérationnelle sur les systèmes flowshop de permutation [SHP96], nous avons prouvé, sous certaines conditions, que la méthode des trajectoires utilisant la politique FIFO est optimale en ligne de diffusion et le cas de réseau à un nœud. C'est-à-dire, sa capacité à calculer le pire délai de bout en bout exact des flux. La politique de service FIFO est donc optimale dans le cas d'une ligne de diffusion.

Enfin dans ce chapitre, nous avons analysé la méthode des trajectoires sur des configurations réseaux intermédiaires entre la ligne de diffusion qui est correcte et le cas distribué générant l'optimisme. Ce travail nous permet de cibler la topologie de configuration de base à partir de laquelle la méthode devient optimiste. Une tentative de correction peut commencer à partir de cette topologie.

Publications. Les travaux présentés dans ce chapitre ont fait l'objet de deux publications qui ont été acceptées dans des conférences internationales :
- la conférence ETFA'13 [1] [KRBR13b] ;
- le workshop JRWRTC'13 [2] de la conférence RTNS'13 [3] [KRBR13a].

1. Emerging Technologies and Factory Automation
2. Junior Researcher Workshop on Real-Time Computing
3. Real-Time Networks and Systems

Chapitre

5 Nouvelle méthode d'analyse des délais de bout en bout dans l'AFDX

Sommaire

5.1 Introduction **117**
5.2 Modèle réseau **118**
5.3 Analyse du délai de bout en bout **118**
5.3.1 Principe 119
5.3.2 Scénario pire cas pour la détermination de l'arriéré maximal 120
5.3.3 Fonction cumulative et request bound function 123
5.3.4 Formule de l'arriéré de travail maximal 127
5.3.5 Valeurs de t à tester 128
5.3.6 Récapitulatif des formules 131
5.3.7 Algorithme d'implémentation de FA et exemple détaillé 131
5.4 Étude comparative sur un exemple **135**
5.5 Conclusion **137**

Résumé

Ce chapitre est dédié à la présentation d'une nouvelle méthode d'évaluation et de validation des délais de bout en bout des flux dans le réseau AFDX. A l'inverse de la méthode des trajectoires, cette méthode effectue une analyse itérative du pire scénario de traversée de la trame d'un flux, de son point d'entrée vers sa destination.

5.1 Introduction

Plusieurs méthodes ont été proposées pour l'analyse des délais de communication de bout en bout pire cas dans le réseau AFDX. Nous avons introduit ces approches dans le chapitre 3 de l'état de l'art (voire page 31). La simulation et le model checking ne peuvent pas servir à la certification. La simulation peut manquer des scénarios rares pouvant conduire au pire délai de bout en bout des flux. De plus, le model checking ne peut pour le moment passer à l'échelle pour analyser des configurations réelles à cause de l'explosion combinatoire du nombre de scénarios à considérer.

Pour re-situer la contribution présentée dans ce chapitre, nous rappelons que le Network Calculus [GRI04] a été utilisé pour la certification du réseau AFDX de l'Airbus A380. Nous avons présenté cette méthode dans le paragraphe 3.2.4 du chapitre 3. Elle est introduite par *Cruz* [CRU91a, CRU91b] et se base sur les notions de courbes de service modélisant les éléments du réseau (port de sortie des commutateurs et end/systems) et de courbes d'arrivée modélisant le trafic pour évaluer le pire délai local subi par un flux. Son pire délai de bout en bout est alors la somme de ces délais locaux, plus les latences technologiques entre les nœuds. Les délais locaux étant calculés itérativement de la source vers la destination du flux, par une propagation de sa gigue. Cependant, malgré la prise en compte des techniques (sérialisation des flux [GRI04]) de réduction du pessimisme dans cette méthode, les bornes supérieures des délais de bout en bout qu'elle calcule restent souvent éloignées de la réalité. C'est ainsi que la méthode des trajectoires [Mar04] a été développée pour apporter une solution pouvant être moins pessimiste que le Network Calculus. Pour la méthode des trajectoires, le délai de bout en bout d'un flux est analysé en recherchant son pire scénario global sur l'ensemble de sa trajectoire. L'interférence subie par un flux sur cette trajectoire est étudiée en considérant que l'ensemble des flux qui le croise sont agrégés sur un seul nœud. Le calcul n'est donc possible que si la charge globale rencontrée sur la trajectoire étudiée est inférieure à 100%, ce qui constitue une limitation majeure. De plus, nous avons montré dans le chapitre précédent que la méthode des trajectoires peut être optimiste en contexte distribué dans certains cas rares et que les sources de ce problème mises en évidence sont difficiles à corriger.

Ces raisons nous ont motivé à définir dans ce chapitre une nouvelle méthode d'analyse des délais de bout en bout, qui se base sur la caractérisation pire cas du trafic rencontré par des trames au niveau des nœuds du réseau AFDX. Cette méthode, *Forward end-to-end delay Analysis* (FA), contrairement au principe du backtracking de la méthode des trajectoires, applique une analyse vers l'avant : étude du premier vers le dernier nœud du flux analysé en se focalisant sur le pire trafic qu'il peut rencontrer sur chaque nœud. FA est applicable même lorsque la charge globale sur la trajectoire du flux étudié est supérieure à 100%, à condition toutefois que la charge soit inférieure à 100% sur chaque nœud traversé (condition nécessaire pour que le délai de bout en bout soit borné).

Nous organisons ce chapitre de la façon suivante : le paragraphe 5.2 présente le modèle réseau Le paragraphe 5.3 est consacré à la présentation détaillée de la méthode FA : ses techniques de calcul du délai de bout en bout, son algorithme d'implémentation et un exemple d'application détaillé sont exposés. Dans le paragraphe 5.4, nous réalisons une analyse comparative entre FA, le Network Calculus et la méthode des trajectoires sur une étude de cas. Enfin, le paragraphe 5.5 conclut ce chapitre.

5.2 Modèle réseau

Le modèle réseau de la méthode FA est le même que celui défini pour la méthode des trajectoires présenté dans le chapitre 3 page 42.

Pour ce chapitre, nous ne prenons pas en compte l'effet de sérialisation (cf. définition 10, chapitre 3). Par conséquent, dans les calculs, si deux ou plusieurs trames partagent le même lien physique, nous considérons qu'elles peuvent toutes arriver simultanément sur le nœud suivant. Cette hypothèse est illustrée à la figure 5.1.

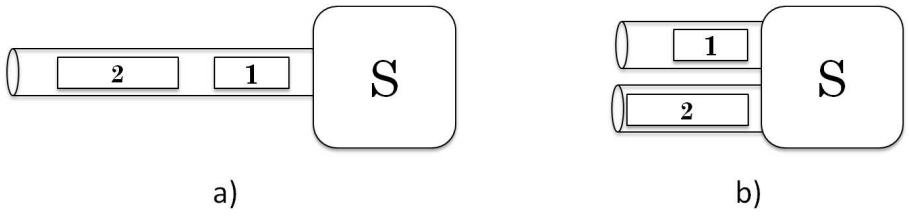

FIGURE 5.1 – Exemple avec non prise en compte de l'effet de sérialisation

Les trames 1 et 2 partagent le même lien. Ainsi, en considérant l'effet de sérialisation sur la figure 5.1.*a*, elles arrivent successivement sur le nœud S. De plus, puisque la politique de service du réseau est FIFO (First In, First Out), la trame 2 ne peut retarder 1. Sur la figure 5.1.*b*, le modèle ne tenant pas compte de la sérialisation est considéré. Les trames 1 et 2 ne sont pas sérialisées et peuvent donc arriver simultanément sur S. Dans ce cas, la trame 2 peut retarder 1.

Cette hypothèse est restrictive, car elle peut introduire du pessimisme dans l'analyse, mais pas d'optimisme. Nous considérons néanmoins cette hypothèse pour cette première étape de définition de notre méthode.

5.3 Analyse du délai de bout en bout

Dans cette partie, nous définissons la méthode *Forward end-to-end delay Analysis* (FA) pour l'analyse du délai de bout en bout pire cas des trames circulant dans le réseau.

5.3.1 Principe

Pour calculer le pire délai de bout en bout d'un flux v_i, la méthode FA considère une trame f_i de v_i et analyse de manière itérative les différents nœuds traversés, de sa source $first_i$ jusqu'à sa destination $last_i$. Pour chaque nœud traversé, la méthode FA évalue le pire délai local subi par f_i. La notion clé pour l'analyse de f_i sur un nœud h est de calculer une borne supérieure de :
- la durée maximale effectuée par f_i pour arriver sur le nœud h ;
- l'arriéré de travail rencontré sur h (cf. définition 12 de ce chapitre).

Nous présentons dans la suite ces deux concepts précédents ainsi que leurs expressions mathématiques.

La durée $Smax_i^h$ (cf. définition 8, chapitre 3, page 55) peut être déterminée de façon itérative sur chaque nœud. Par définition, $Smax_i^{first_i} = 0$. Nous notons par $h+1$ le nœud successeur de h sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$. Comme illustré par la figure 5.2, si nous connaissons le pire délai local subi par f_i sur h (représenté par la partie hachurée sur la figure), le calcul de $Smax_i^{h+1}$ se déduit de celle de $Smax_i^h$, plus le pire délai local et la latence technologique L jusqu'au nœud $h+1$.

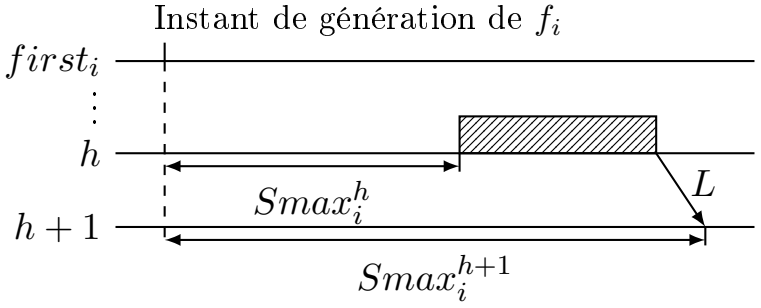

FIGURE 5.2 – Calcul itératif de $Smax_i^h$

Comme les files d'attentes des nœuds servent les trames en FIFO (First In, First Out), la trame f_i ne peut pas se faire retarder par des trames arrivées après elle sur h. Par conséquent, le délai local subi sur ce dernier est composé de :
- $Bklg_i^h$: l'arriéré de travail maximal (ou pire cas) présent dans la file d'attente de h à l'arrivée de f_i (cf. Définition 12) ;
- C_i : la durée de transmission de la trame f_i elle même.

Définition 12. ***Arriéré de travail***
L'arriéré de travail est la durée totale de transmission des trames en attente dans la file d'un

nœud à l'arrivée de la trame sous analyse. Nous dénotons $Bklg_i^h$, l'arriéré de travail pire cas présent dans la file d'attente du nœud h à l'arrivée d'une trame f_i générée par le flux v_i.

L'expression de $Smax_i^{h+1}$ se définit alors de la façon suivante :

$$Smax_i^{h+1} = Smax_i^h + Bklg_i^h + C_i + L \tag{5.1}$$

Finalement, le pire délai de bout en bout, R_i, d'un flux v_i peut être exprimé comme égal à la durée maximale $Smax_i^{last_i}$ effectuée par sa trame f_i pour arriver sur le dernier nœud $last_i$, plus l'arriéré de travail $Bklg_i^{last_i}$ rencontré sur ce nœud, plus sa durée de transmission C_i :

$$R_i = Smax_i^{last_i} + Bklg_i^{last_i} + C_i \tag{5.2}$$

Pour calculer R_i, le problème principal est de calculer $Bklg_i^h$ pour chaque flux v_i du réseau et pour chaque nœud h traversé. En effet, le scénario pire cas conduisant à l'obtention de l'arriéré de travail maximal $Bklg_i^h$ dans la file d'attente d'un nœud h à l'arrivée de f_i est difficile à caractériser. Nous consacrons le paragraphe 5.3.2 suivant à la caractérisation de ce scénario pire cas. Dans le paragraphe 5.3.3, nous introduisons les notions de *fonction cumulative* et de *request bound function* qui vont nous permettre de déduire au paragraphe 5.3.4 une formule pour le $Bklg_i^h$. Dans le paragraphe 5.3.5, une borne supérieure des intervalles à tester afin de déterminer l'arriéré de travail pire cas est établie. Finalement, dans les paragraphes 5.3.6 et 5.3.7 respectivement, nous résumons les formules de la méthode et proposons un algorithme permettant de l'implémenter.

5.3.2 Scénario pire cas pour la détermination de l'arriéré maximal

L'arriéré de travail maximal, $Bklg_i^h$, est calculé pour chaque nœud h traversé par la trame f_i étudiée, générée par le flux v_i. Dans la suite, nous nous focalisons sur la trame f_i sur un nœud h pour définir l'arriéré maximal $Bklg_i^h$ présent à son arrivée.

Le délai local subi par une trame pour traverser un nœud dépend des trames en attente à son arrivée. Ainsi, le temps pris par la trame f_i entre sa génération sur son nœud source $first_i$ jusqu'à son arrivée sur h peut subir d'importantes variations. L'arriéré de travail retardant f_i est déterminé dans un intervalle de temps entre l'instant d'arrivée minimum, $Smin_i^h$, de f_i et son instant d'arrivée maximal, $Smax_i^h$. Le terme $Smin_i^h$ introduit par la définition 7 du chapitre 3 page 55, se calcule par la formule (3.13) page 61.

Nous définissons à présent l'arriéré de travail maximal généré par un flux v_j sur un nœud h dans un intervalle de temps $[a, b]$ (avec $a \leq b$).

Théorème 5. *Lorsque la politique de service est FIFO dans la file d'attente, alors le pire arriéré de travail généré par un flux v_j sur un nœud h pendant un intervalle de temps $[a, b]$ advient lorsque :*

(i) les trames de v_j sont générées strictement périodiquement sur leur nœud source $first_j$;

(ii) une trame f_j de v_j arrive sur h à la fin de l'intervalle. C'est-à-dire, à l'instant b ;

(iii) la trame f_j arrive sur h en ayant effectuée sa durée minimale $Smin_j^h$, et toutes les autres trames de v_j générées avant f_j effectuent leur durée maximale $Smax_j^h$ pour atteindre h sans dépasser b.

Démonstration. Pour déterminer l'arriéré de travail pire cas, nous devons considérer le cas où les flux génèrent un nombre maximum de trames. Cette considération est atteinte lorsque les trames de v_j sont générées sur $first_j$ avec leur intervalle d'inter-génération minimal. C'est-à-dire que v_j génère une trame exactement après chaque T_j unités de temps sur $first_j$, ce qui prouve l'item (i) du théorème.

Pour définir une contribution maximale dans un intervalle $[a, b]$, les trames du flux v_j générées plus tôt doivent être retardées au maximum pour pouvoir d'arriver dans cet intervalle. Pour prouver l'item (ii), nous raisonnons par l'absurde : si la dernière trame f_j générée par v_j, arrive avant b, alors il est toujours possible de construire un scénario pire cas en retardant cet instant pour qu'elle arrive plus proche de b. Par conséquent, pour déterminer l'arriéré de travail maximal, la dernière trame f_j dans l'intervalle $[a, b]$ doit exactement arriver à l'instant b.

Supposons que chaque trame générée par v_j subit un délai d, tel que $Smin_j^h \leq d \leq Smax_j^h$, pour arriver sur h. Pour prouver l'item (iii), nous remarquons que :

- Si f_j arrive sur h en effectuant une durée supérieure à $Smin_j^h$, alors l'écart de temps entre les arrivées des deux dernières trames générées par v_j (f_j et la trame qui la précède directement) sera plus grande que lorsqu'on considère le cas où f_j arrive sur h en ayant effectuée $Smin_j^h$. Par conséquent, l'arriéré de travail n'est pas maximisé dans cette condition et ne conduit pas au pire cas.

- De manière similaire, toutes les trames générées avant f_j doivent subir leur pire durée pour arriver sur h. Par exemple, considérons un scénario où la trame précédant directement f_j effectue une durée $d < Smax_j^h$ sans pouvoir rattraper f_j. Tout scénario dans lequel cette trame effectue une durée plus grande que d est pire que le scénario précédent, car l'écart de temps entre cette trame et f_j n'est pas minimal (voir figure 5.3).

Dans la suite, nous dénotons par $f_{j,1}$ la trame générée par v_j et précédant f_j, mais n'arrivant pas simultanément avec f_j sur h. Sachant que $f_{j,1}$ effectue sa durée maximale $Smax_j^h$ pour arriver sur h et que les trames qui la précèdent ne peuvent pas effectuer une durée plus grande que $Smax_j^h$, nous déduisons que la pire contribution de v_j dans l'intervalle $[a, b]$ survient lorsque les trames précédant $f_{j,1}$ arrivent périodiquement sur h.

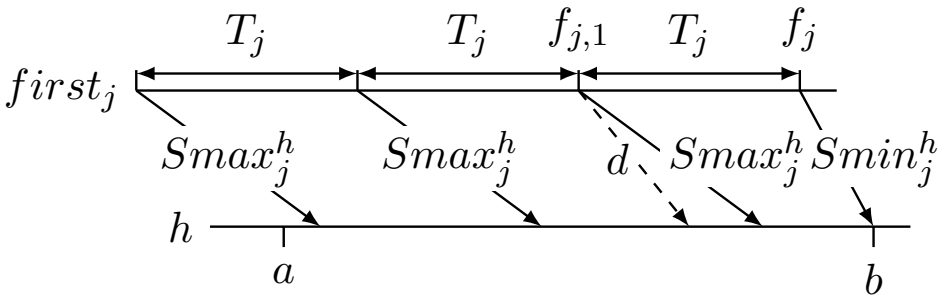

FIGURE 5.3 – Scénario pire cas considérant que la trame f_j arrive seule sur un nœud h

Plus généralement, la durée effectuée par une trame pour arriver sur h, peut subir des variations importantes (entre $Smin_j^h$ et $Smax_j^h$). Une ou plusieurs trames peuvent se rattraper. Plusieurs trames d'un même flux peuvent arriver simultanément sur un nœud h traversé, car la sérialisation n'est pas prise en compte. Mais, avec la politique de service FIFO dans les nœuds, aucune trame générée avant une autre ne peut la dépasser.

La figure 5.4 illustre le scénario où k ($k \geq 0$) autres trames de v_j arrivent simultanément à l'instant b avec f_j.

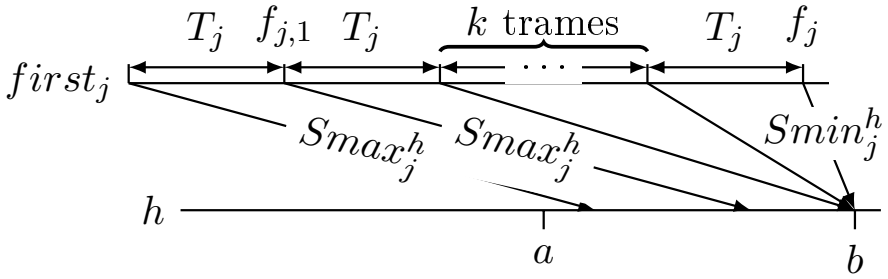

FIGURE 5.4 – Scénario pire cas dans lequel f_j arrive simultanément que ses k ($k \geq 0$) précédentes trames sur le nœud h.

Comme défini précédemment, f_j subit sa durée minimale $Smin_j^h$ pour maximiser la contribution de v_j dans l'intervalle $[a, b]$. Les k trames arrivent au même instant que f_j en subissant leur pire durée possible (donc $Smax_j^h$). Mais comme nous sommes en FIFO, c'est la pire durée possible jusqu'à atteindre l'instant b.

□

Le théorème 5 permet ainsi de déterminer l'arriéré de travail maximal généré par un flux dans un intervalle $[a, b]$ sur un nœud h. Cet arriéré est obtenu lorsqu'on considère que f_i étudiée arrive à l'instant b. Maintenant, pour déterminer la quantité totale d'arriéré de travail présent

dans la file d'attente de h pour l'ensemble des flux le traversant, nous devons introduire les notions de *fonction cumulative* et de *request bound function*.

5.3.3 Fonction cumulative et request bound function

La request bound function $RBF_j^h(t)$ se définit comme étant le temps de transmission total des trames d'un flux v_j arrivées sur un nœud h dans un intervalle de longueur t. Nous dénotons par $W^h(t)$ la fonction cumulative correspondant au temps de transmission cumulé des trames de tous les flux traversant h et arrivées dans un intervalle de longueur t :

$$W^h(t) = \sum_{v_j \in \Gamma_h} RBF_j^h(t) \tag{5.3}$$

La formule $RBF_j^h(t)$ qui va être définie ci-après a une formulation classique. Toutefois, le pire scénario pour borner $RBF_j^h(t)$ n'est pas classique et conduit en conséquence à une preuve plus complexe qu'il peut y paraître de prime abord.

Le calcul de $RBF_j^h(t)$ doit pouvoir couvrir la scénario pire cas décrit dans le théorème 5. Ce scénario définit le nombre maximum de trames d'un flux v_j pouvant arriver dans un intervalle $[a, b]$ de longueur t (avec, $t = b - a$). La figure 5.5 décrit ce scénario où l'arriéré de travail maximal généré par v_j sur h est défini par :
- un scénario d'arrivée strictement périodique de période T_j unités de temps jusqu'à la trame $f_{j,1}$;
- les trames générées après $f_{j,1}$ qui arrivent toutes simultanément avec f_j.

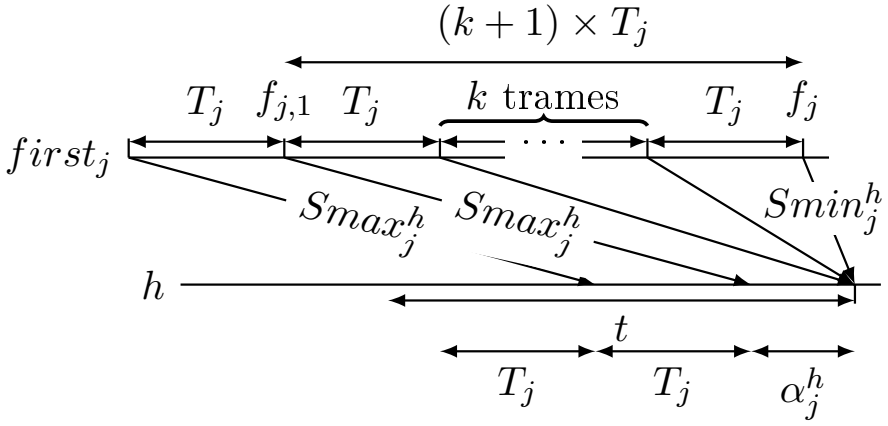

FIGURE 5.5 – Scénario pire cas des arrivées de trames de v_j dans un intervalle de longueur t sur un nœud h

D'après ce scénario pire cas, la trame $f_{j,1}$ arrive à l'instant α_j^h avant la fin de l'intervalle (correspondant à la date d'arrivée de f_j). Nous présentons dans le lemme 1 la formule permettant

d'évaluer la longueur α_j^h qui sera utilisée pour calculer $RBF_j^h(t)$.

Lemme 1. *L'arriéré de travail maximal généré par un flux v_j advient lorsque sa trame $f_{j,1}$ arrive α_j^h unités de temps avant la trame f_i étudiée. L'intervalle de temps α_j^h est ainsi défini par :*

$$\alpha_j^h = (k+1)T_j - J_j^h \tag{5.4}$$

où, $J_j^h = Smax_j^h - Smin_j^h$ correspond à la gigue d'arrivée maximale de v_j sur h et k ($k \geq 0$) le nombre de trames de v_j arrivant au même instant que f_j.

Démonstration. Le scénario pire cas des arrivées de trames de v_j a été prouvé dans le théorème 5 et illustré par la figure 5.5. Nous allons donc prouver la formule (5.4) pour toute valeur de k ($k \geq 0$).
En considérant l'instant de génération de $f_{j,1}$ comme référence temporelle, lorsque les k autres trames de v_j arrivent au même instant que f_j sur h, α_j^h correspond à l'écart temps entre l'instant d'arrivée de f_j (égal à $(k+1)T_j + Smin_j^h$) et l'instant d'arrivée de $f_{j,1}$ (égal à $Smax_j^h$) :

$$\begin{aligned} &\alpha_j^h = (k+1)T_j + Smin_j^h - Smax_j^h \\ \Leftrightarrow\ &\alpha_j^h = (k+1)T_j - J_j^h \end{aligned}$$

□

Nous prouvons maintenant que α_j^h est toujours positif.

Lemme 2. *Le terme α_j^h (cf. lemme 1) est strictement positif, $\alpha_j^h > 0$.*

Démonstration. Nous démontrons ce lemme par l'absurde :
- si $\alpha_j^h = 0$, nous constatons, au regard de la figure 5.5, que la trame $f_{j,1}$ arrive au même instant que f_j, ce qui contredit sa définition ;
- si $\alpha_j^h < 0$, alors $J_j^h > (k+1)T_j$, ce qui équivaut à $Smax_j^h > (k+1)T_j + Smin_j^h$. La figure 5.6 illustre ce scénario : la trame $f_{j,1}$ générée avant f_j arrive sur h après elle, ce qui est impossible au regard de la politique de service FIFO.

□

Dans le lemme 3, nous déterminons le nombre de trames de v_j arrivant sur h au même instant que f_j. Ce nombre dépend de la gigue d'arrivée de v_j sur h, J_j^h.

Lemme 3. *Dans le scénario pire cas, le nombre k ($k \geq 0$) de trames arrivant simultanément avec la trame f_j satisfait :*

$$kT_j \leq J_j^h < (k+1)T_j \tag{5.5}$$

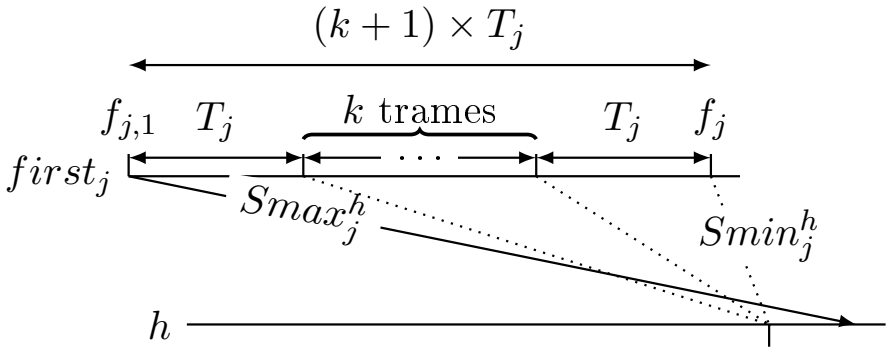

FIGURE 5.6 – Scénario des arrivées de trames de v_j lorsque $\alpha_j^h < 0$.

Et considérant l'intervalle de longueur t tel que $0 \leq t < \alpha_j^h$ la relation suivante est aussi vérifiée :

$$kT_j \leq t + J_j^h < (k+1)T_j \tag{5.6}$$

Démonstration. Nous démontrons séparément les deux inégalités de la formule (5.5) :
- sachant que $\alpha_j^h > 0$ (voire lemme 2) et qu'il vaut $\alpha_j^h = (k+1)T_j - J_j^h$ (cf. lemme 1), nous déduisons directement que : $J_j^h < (k+1)T_j$;
- Pour la seconde inégalité, sachant que l'intervalle de longueur α_j^h correspond à l'arrivée non périodique des trames de v_j, nécessairement nous avons $\alpha_j^h \leq T_j$ (sinon les arrivées de trames après $f_{j,1}$ sont périodiques, ce qui est impossible par définition). En remplaçant α_j^h par sa valeur, nous obtenons $(k+1)T_j - J_j^h \leq T_j$, ce qui équivaut à $kT_j \leq J_j^h$.

De plus, si $0 \leq t < \alpha_j^h$,
- sachant que $t \geq 0$ et par utilisation de l'inégalité gauche de la formule (5.5) du lemme 3, l'expression $kT_j \leq t + J_j^h$ est vérifiée ;
- pour la seconde inégalité, $\alpha_j^h = (k+1)T_j - J_j^h$ (voire lemme 1) est équivalent à $J_j^h = (k+1)T_j - \alpha_j^h$. En considérant $t < \alpha_j^h$, nous obtenons $t + J_j^h < (k+1)T_j$.

Nous en déduisons ainsi la formule (5.6). □

En utilisant les lemmes précédents, nous définissons à présent la request bound function (permettant de déterminer sa contribution maximale) d'un flux v_j sur un nœud h de sa trajectoire. La formule de la request bound function est classique, mais la démonstration ne l'ait pas à cause du schéma des arrivées décrit dans le théorème 5.

Théorème 6. *La request bound function pour un flux v_j traversant un nœud h dans un intervalle de longueur t est :*

$$RBF_j^h(t) = \left(1 + \left\lfloor \frac{t + J_j^h}{T_j} \right\rfloor\right) C_j \tag{5.7}$$

où, J_j^h désigne la gigue d'arrivée maximale de v_j sur h, $J_j^h = Smax_j^h - Smin_j^h$.

Démonstration. Pour démontrer ce théorème, nous allons considérer deux cas couvrant l'arrivée périodique des trames de v_j et les arrivées simultanées des trames de v_j avec f_i.

• $0 \leq t < \alpha_j^h$:
D'après la formule (5.6) du lemme 3 : $kT_j \leq t + J_j^h < (k+1)T_j$, où k est le nombre de trames de v_j arrivées simultanément avec la trame f_i étudiée

$$\begin{aligned}
& kT_j \leq t + J_j^h < (k+1)T_j \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{kT_j}{T_j} \leq \frac{t + J_j^h}{T_j} < \frac{(k+1)T_j}{T_j} \\
\Leftrightarrow \quad & k \leq \frac{t + J_j^h}{T_j} < k + 1 \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{t + J_j^h}{T_j} - 1 < k \leq \frac{t + J_j^h}{T_j} \\
\Leftrightarrow \quad & \left\lfloor \frac{t + J_j^h}{T_j} \right\rfloor = k
\end{aligned}$$

Par conséquent, nous déduisons que si $0 \leq t < \alpha_j^h$, alors $RBF_j^h(t) = (k+1)C_j$. Cette fonction comptabilise ainsi $k+1$ ($k \geq 0$) trames (f_j et les k trames arrivant simultanément).

• $t \geq \alpha_j^h$:
Comme nous l'avons démontré précédemment, $k+1$ trames de v_j sont comptabilisées à la fin de l'intervalle considéré sur la longueur α_j^h ($[0,\alpha_j^h)$). Lorsque $t = \alpha_j^h$, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
t + J_j^h &= \alpha_j^h + J_j^h \\
&= (k+1)T_j - J_j^h + J_j^h \\
&= (k+1)T_j
\end{aligned}$$

$$\text{d'où, } \left\lfloor \frac{t + J_j^h}{T_j} \right\rfloor = k + 1$$

Nous concluons ainsi que lorsque $t = \alpha_j^h$, $t + J_j^h$ est un multiple de T_j. Ainsi, exactement une nouvelle trame arrive (c'est la trame $f_{j,1}$, voire figure 5.5). De plus, une nouvelle trame sera comptabilisée après chaque T_j unités de temps rajoutée à t par la formule (5.7).

En résumant les deux cas nous obtenons alors :

$$RBF_j^h(t) = \left(1 + \left\lfloor \frac{t + J_j^h}{T_j} \right\rfloor\right) C_j$$

□

Nous terminons ce paragraphe en démontrant le corollaire 1.

Corollaire 1. *La formule (5.7) définit dans le théorème 6 est identique sur le nœud source d'un flux au résultat d'ordonnancement temps réel non préemptif sur le calcul du temps d'exécution total d'une tâche dans un intervalle de longueur t d'un système monoprocesseur.*

Démonstration. Sur le nœud source $first_j$ d'un flux v_j, $Smin_j^{first_j} = Smax_j^{first_j} = 0$, ce qui implique $J_j^{first_j} = 0$. D'où,

$$RBF_j^{first_j}(t) = \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_j} \right\rfloor\right) C_j$$

□

Ce corollaire prouve ainsi que le cas particulier de l'analyse d'un réseau ayant uniquement un nœud est identique à l'analyse d'un système monoprocesseur en ordonnancement non préemptif. Le théorème 6 a démontré que cette formule pouvait en plus se généraliser aux autres nœuds du réseau.

5.3.4 Formule de l'arriéré de travail maximal

Dans un intervalle de longueur t, un arriéré de travail est généré si les trames arrivant pendant cet intervalle n'ont pas toutes été entièrement servies à la fin de cet intervalle. La file d'attente n'a pas assez de temps disponible pour servir toutes les trames. L'arriéré de travail peut se déterminer en utilisant la fonction cumulative (cf. formule (5.3)). En effet, l'arriéré de travail si il y en a, généré sur un nœud h dans un intervalle de longueur t, est égal au temps de transmission total des trames de tous les flux arrivées pendant cet intervalle (c'est-à-dire, $W^h(t)$), moins le temps t disponible. L'arriéré de travail maximal est obtenu en testant toutes les longueurs d'intervalle t et en gardant le maximum.

Pour calculer cet arriéré maximal $Bklg_i^h$ rencontré par un flux v_i sur un nœud h traversé, nous devons soustraire à $W^h(t)$, sa durée de transmission C_i, car la fonction cumulative comptabilise déjà la trame f_i étudiée (cf. formule (5.1) du calcul de $Smax_i^h$). D'où,

$$Bklg_i^h = \max_{t \geq 0} \left(W^h(t) - C_i - t \right) \tag{5.8}$$

Propriété 5. *Le terme $Bklg_i^h$, défini par la formule (5.8), ne peut être négatif.*

Démonstration. A l'instant $t = 0$, $W^h(0) - C_i - 0 \geq 0$, car $W^h(0)$ comptabilise au moins la durée de transmission de la trame f_i analysée. D'où le résultat pour tout $t \geq 0$. □

5.3.5 Valeurs de t à tester

Pour calculer l'arriéré de travail maximal (voire formule (5.11)) rencontré par un flux v_i sur un nœud h, tous les intervalles de longueur $t \geq 0$ doivent être testés. Mais, il est impossible d'analyser un nombre infini de valeurs de t. Par conséquent, nous devons déterminer une borne supérieure des valeurs t à tester garantissant l'obtention de l'arriéré pire cas. Cette borne est établie pour tous les flux traversant un nœud h et est dénotée par $\mathcal{B}^h$.
Pour déterminer cette borne supérieure $\mathcal{B}^h$ de t, nous devons considérer :
- les arrivées strictement périodiques de trames utilisant le concept de période d'activité (cf. paragraphe 5.3.5.a suivant) ;
- les arrivées non périodiques de trames (cf. paragraphe 5.3.5.b).

Finalement, nous résumons dans le paragraphe 5.3.5.c la borne supérieure $\mathcal{B}^h$ recherchée.

5.3.5.a Période d'activité

Tout d'abord analysons les trames arrivant périodiquement.

La longueur $\mathcal{B}^h$ dépend des arrivées périodiques des trames des flux dans l'intervalle de longueur t. Ces arrivées génèrent une période d'activité dans laquelle nous devons rechercher l'arriéré de travail. Une période d'activité (cf. définition 4, chapitre 3) sur un nœud est un intervalle temporel dans lequel il est pleinement occupé à la transmission des trames. Elle est comprise entre deux instants oisifs. Un instant oisif (cf. définition 3, chapitre 3) sur un nœud est un instant où toutes les trames générées ou arrivées avant, sont toutes transmises à cette date. Ainsi, aucune trame arrivée avant un instant oisif ne peut générer un arriéré de travail additionnel après cet instant. Par conséquent, si pendant un intervalle temporel un instant oisif est détecté, le calcul de la période d'activité peut être arrêté, car pour tout scénario avec un intervalle de longueur plus grande, l'arriéré ne pourra plus être augmenté.

Considérant que tous les flux traversant h sont périodiques, nous pouvons utiliser le résultat du lemme suivant établi en ordonnancement monoprocesseur [Spu96, RCM96].

Lemme 4. [Spu96, RCM96]. *La plus longue période d'activité générée par un ensemble* Γ_h *de flux périodiques traversant un nœud* h *est évaluée comme le plus petit point fixe utilisant la formule suivante si* $\sum_{v_j \in \Gamma_h} \frac{C_j}{T_j} \leq 1$ *:*

$$\begin{cases} \mathcal{BP}^h(0) = \sum_{v_j \in \Gamma_h} C_j \\ \\ \mathcal{BP}^h(k+1) = \sum_{v_j \in \Gamma_h} \left\lceil \frac{\mathcal{BP}^h(k)}{T_j} \right\rceil C_j \end{cases}$$

L'itération s'arrête par l'obtention d'un point fixe $\mathcal{BP}^{(k+1)} = \mathcal{BP}^{(k)}$. Nous dénotons par $\mathcal{BP}^h$ ce point fixe.

La période d'activité ainsi calculée représente l'écart de temps maximal entre deux instants oisif. Dans le contexte réseau, en considérant le scénario où les flux sont strictement périodiques sur h, si nous testons un intervalle temporel d'une longueur au moins égale à $\mathcal{BP}^h$, alors un instant oisif sera rencontré et nous pouvons donc arrêter le test.

5.3.5.b Le terme α_j^h

Comme nous l'avons illustré dans le lemme 1, l'intervalle de longueur α_j^h représente les arrivées non périodiques d'un flux v_j sur h. Nous généralisons en déterminant que $\max_{v_j \in \Gamma_h}\{\alpha_j^h\}$ correspond à l'intervalle dans lequel les trames d'au moins un flux arrivent non périodiquement. Il définit l'intervalle de temps maximum à considérer avant que tous les flux soient périodiques.

Pour déterminer la formule (5.11), nous devons d'abord évaluer la valeur de α_j^h exposée dans le lemme suivant.

Lemme 5. *Pour chaque flux* v_j *et pour chaque nœud traversé* h, α_j^h *est déterminé par :*

$$\alpha_j^h = \left(1 + \left\lfloor \frac{J_j^h}{T_j} \right\rfloor\right) T_j - J_j^h$$

Démonstration. D'après le lemme 1, nous avons $\alpha_j^h = (k+1)T_j - J_j^h$, où k correspond au nombre maximal de trames arrivées simultanément avec f_j et J_j^h est la gigue d'arrivée de v_j

sur h ($Smax_j^h - Smin_j^h$). k est déterminé via le lemme 3 :

$$\begin{aligned} & kT_j \leq J_j^h < (k+1)T_j \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{kT_j}{T_j} \leq \frac{J_j^h}{T_j} < \frac{(k+1)T_j}{T_j} \\ \Leftrightarrow \quad & k \leq \frac{J_j^h}{T_j} < k+1 \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{J_j^h}{T_j} - 1 \leq k < \frac{J_j^h}{T_j} \\ \Leftrightarrow \quad & \left\lfloor \frac{J_j^h}{T_j} \right\rfloor = k \end{aligned}$$

En remplaçant k par sa valeur dans la formule (5.4) de α_j^h, le lemme est vérifié. □

La longueur de l'intervalle contenant au moins une arrivée non périodique de flux traversant h est donc égale à :

$$\max_{v_j \in \Gamma_h} \left(\left(1 + \left\lfloor \frac{J_j^h}{T_j} \right\rfloor \right) T_j - J_j^h \right) \tag{5.9}$$

5.3.5.c La borne supérieure $\mathcal{B}^h$

Sur un nœud h, la borne supérieure $\mathcal{B}^h$ des intervalles de longueur t à tester pour déterminer la formule (5.11), est établie en additionnant :
- la longueur maximale de l'intervalle correspondant aux arrivées non périodiques donnée par la formule (5.9) ;
- la longueur de l'intervalle correspondant aux arrivées périodiques évaluée par l'expression du calcul de la plus longue période d'activité (lemme 4).

Nous résumons cela dans le théorème suivant.

Théorème 7. *Soit h un nœud traversé par un ensemble de flux Γ_h vérifiant $\sum_{v_j \in \Gamma_h} C_j/T_j \leq 1$ et utilisant la politique de service FIFO, alors la borne supérieure $\mathcal{B}^h$ des longueurs t à tester est définie par :*

$$\mathcal{B}^h = \mathcal{BP}^h + \max_{v_j \in \Gamma_h} \left(\left(1 + \left\lfloor \frac{J_j^h}{T_j} \right\rfloor \right) T_j - J_j^h \right) \tag{5.10}$$

Démonstration. Ce résultat découle directement des lemmes 4 et 5. □

5.3.6 Récapitulatif des formules

Nous résumons dans cette section les formules de la méthode FA détaillée ci-dessus.

Pour un flux v_i, son pire délai de bout en bout est calculé comme un résultat direct des formules ci-dessous et de la formule (5.7) :

$$R_i = Smax_i^{last_i} + Bklg_i^{last_i} + C_i$$

où, $Smax_i^{last_i}$ est itérativement calculée à partir du nœud source $first_i$ par la formule suivante :

$$Smax_i^{h+1} = Smax_i^h + Bklg_i^h + C_i + L$$

dans lequel l'arriéré de travail maximal $Bklg_i^h$ est égal à :

$$Bklg_i^h = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}^h} \left(W^h(t) - C_i - t \right) \tag{5.11}$$

avec, $W^h(t) = \sum_{v_j \in \Gamma_h} RBF_j^h(t)$
et, $\mathcal{B}^h = \mathcal{BP}^h + \max_{v_j \in \Gamma_h} \left(\left(1 + \left\lfloor \frac{J_j^h}{T_j} \right\rfloor \right) T_j - J_j^h \right)$

Le paragraphe suivant présente l'algorithme complet pour organiser ces calculs.

5.3.7 Algorithme d'implémentation de FA et exemple détaillé

5.3.7.a Algorithme

L'algorithme 1 présente un pseudo-code permettant de calculer le pire délai de bout en bout de l'ensemble des flux traversant le réseau. Il se base sur la notion de l'ordre des nœuds introduit dans le paragraphe 3.4.2.c, chapitre 3, définition 9. Initialement pour chaque flux, $Smax_i^{first_i} = Smin_i^{first_i} = 0$. Puis, les nœuds sont visités suivant leurs ordres $\mathcal{O}^h$ croissant. Pour chaque nœud h traversé, l'arriéré de travail maximal rencontré par chaque flux v_i à son arrivée est calculé. Si h n'est pas le dernier nœud $last_i$ de v_i, les valeurs $Smin_i^{h+1}$ et $Smax_i^{h+1}$ sont déterminées (où, $h+1$ est le nœud succédant h dans $\mathcal{P}_i$). Sinon, le pire délai de bout en bout R_i est calculé.

Algorithme 1 : Algorithme FA pour le calcul des délais de bout en bout pire cas des flux dans le réseau

Input : Un réseau défini par $\mathcal{S}$ et Γ
Pour chaque flux $v_i \in \Gamma$: C_i, T_i et $\mathcal{P}_i$
La latence technologique L
Result : R_i pour chaque flux $v_i \in \Gamma$
begin
  for $v_i \in \Gamma$ **do**
    $Smin_i^{first_i} \longleftarrow 0$
    $Smax_i^{first_i} \longleftarrow 0$
  for $ordre = 1..\max_{h\in\mathcal{S}}\{\mathcal{O}^h\}$ **do**
    foreach *nœud* h *avec* $\mathcal{O}^h = ordre$ **do**
      foreach *flux* $v_i \in \Gamma_h$ **do**
        $J_i^h \longleftarrow Smax_i^h - Smin_i^h$
      $\mathcal{B}^h \longleftarrow {}_{\mathcal{BP}^h + \max_{v_j\in\Gamma_h}}\left(\left(1+\left\lfloor \frac{J_j^h}{T_j} \right\rfloor\right)T_j - J_j^h\right)$
      $W^h(t) \longleftarrow \sum_{v_j\in\Gamma_h} RBF_j^h(t)$
      foreach *flux* $v_i \in \Gamma_h$ **do**
        $Bklg_i^h \longleftarrow \max_{0\le t\le\mathcal{B}^h}\left(W^h(t) - C_i - t\right)$
        if $h \neq last_i$ **then**
          $Smin_i^{h+1} \longleftarrow\mid h_i \mid (C_i + L)$
          $Smax_i^{h+1} \longleftarrow Smax_i^h + Bklg_i^h + C_i + L$
        else
          $R_i \longleftarrow Smax_i^h + Bklg_i^h + C_i$

5.3.7.b Exemple d'application détaillé

Dans ce paragraphe nous détaillons le calcul du pire délai de bout en bout d'un flux avec la méthode FA sur un exemple d'application.

Soit la configuration AFDX de la figure 5.7.

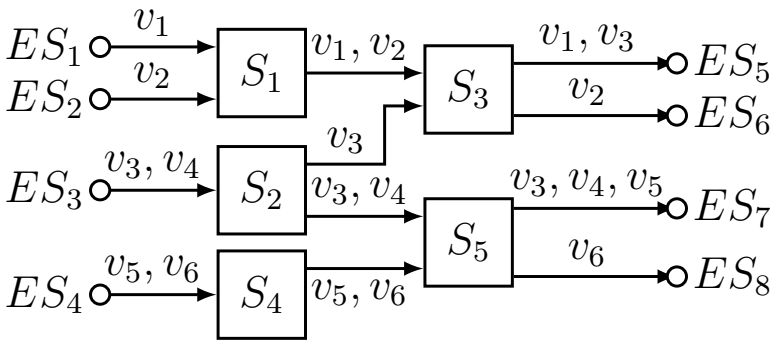

FIGURE 5.7 – Une configuration AFDX

Elle est constituée de 8 End Systems ES_1 à ES_8 inter-connectés par 5 commutateurs S_1 à S_5, et de 6 VL v_1 à v_6. Le VL v_3 est multicast généré par ES_3 et parcours les chemins suivants : $ES_3 - S_2 - S_3 - ES_5$ et $ES_3 - S_2 - S_5 - ES_7$. La transposée de cette configuration dans le modèle réseau de la méthode FA est présentée à la figure 5.8.

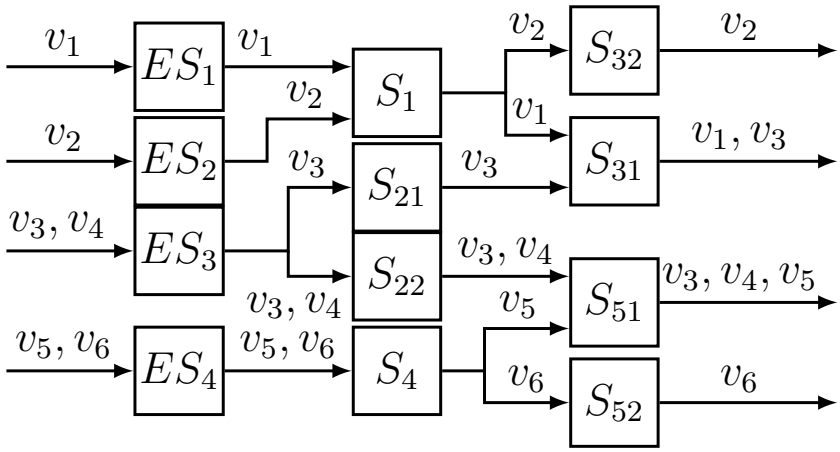

FIGURE 5.8 – Transposée de la configuration figure 5.7 dans le modèle de la méthode FA

Les caractéristiques des flux de cette configuration sont données dans le tableau 5.1.
Nous nous focalisons sur le flux v_1 (de trajectoire $\mathcal{P}_1 = \{ES_1, S_1, S_{31}\}$) qui croise le flux v_2 sur S_1 et v_3 sur S_{31}.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
C_i	10					
T_i	100		50	30	30	50

TABLE 5.1 – Caractéristiques des flux de la configuration présentée sur la figure 5.7

Premièrement, nous calculons l'ordre des nœuds du réseau : les E/S sont d'ordre 1 car ils représentent les points d'entrée du réseau ; les nœuds S_1, S_{21}, S_{22} et S_4 sont d'ordre 2 car ils sont directement connectés aux nœuds d'ordre 1 ; et finalement les nœuds S_{31}, S_{32}, S_{51} et S_{52} sont d'ordre 3.

Dans la suite, nous analysons uniquement les nœuds de $\mathcal{P}_1$ conformément à l'algorithme 1. Par définition, $Smin_1^{ES_1} = Smax_1^{ES_1} = 0$. v_1 est seul sur ES_1, d'où la formule (5.11) de calcul de l'arriéré de travail maximal est réduite à :

$$Bklg_1^{ES_1} = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}^{ES_1}} \left\{ \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_1} \right\rfloor \right) C_1 - C_1 - t \right\}$$

où, $\mathcal{B}^{ES_1} = 110$ car $\mathcal{BP}^{ES_1} = 10$ (d'après le lemme 4) et $\alpha_1^{ES_1} = T_1 = 100$ (d'après le lemme 5, où $J^{ES_1} = 0$). L'arriéré de travail maximal est obtenu lorsque $t = 0$ et nous avons $Bklg_1^{ES_1} = 0$. Par application de la formule (5.1) nous avons $Smax_1^{S_1} = 10 + 16 = 26$. De plus la formule (3.13) page 61, permet d'obtenir $Smin_1^{S_1} = 26$. Nous ne détaillons pas les calculs pour les autres nœuds.

Les nœuds ayant un ordre égal à 2 peuvent désormais être analysés et particulièrement S_1. Sur ce nœud, v_1 croise le flux v_2. L'expression de l'arriéré de travail maximal est :

$$Bklg_1^{S_1} = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}^{S_1}} \left\{ \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_1} \right\rfloor \right) C_1 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_2} \right\rfloor \right) C_2 - C_1 - t \right\}$$

où, $\mathcal{B}^{S_1} = 120$ ($\mathcal{BP}^{S_1} = 20$ et $\alpha_1^{S_1} = \alpha_2^{S_1} = 100$). En utilisant cette formule, l'arriéré de travail maximal est obtenu lorsque $t = 0$ et est égal à $Bklg_1^{S_1} = 10$, d'où $Smax_1^{S_{31}} = 62$.

Finalement, sur le dernier nœud de $\mathcal{P}_1$, S_{31}, v_1 croise le flux v_3. Les valeurs de $Smin_j^{S_{31}}$ et $Smax_j^{S_{31}}$ sont résumées dans le tableau 5.2. Les valeurs de $Smin_j^{S_{31}}$ sont calculées avec la formule (3.13) et $Smax_j^{S_{31}}$ avec la formule (5.1). Le flux v_3 croise v_4 sur ES_3, d'où $Smax_3^{S_{21}} = 36$ et comme il reste seul sur S_{21}, nous obtenons $Smax_3^{S_{31}} = 62$.

	v_1	v_3
$Smin_j^{S_{31}}$	$52\,\mu$s	$52\,\mu$s
$Smax_j^{S_{31}}$	$62\,\mu$s	$62\,\mu$s

TABLE 5.2 – Temps mis pour arriver sur le nœud S_{31}

L'arriéré de travail maximal rencontré par v_1 à son arrivée sur S_{31} est alors de :

$$Bklg_1^{S_{31}} = \max_{0\leq t\leq \mathcal{B}^{S_{31}}} \left\{ \left(1 + \left\lfloor \frac{t + J_1^{S_{31}}}{T_1} \right\rfloor \right) C_1 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + J_3^{S_{31}}}{T_3} \right\rfloor \right) C_3 - C_1 - t \right\}$$

En remplaçant les gigues d'arrivées $J_1^{S_{31}}$ et $J_3^{S_{31}}$, les durées de transmissions C_j et les périodes $\mathcal{B}^{S_{31}}$ et $\alpha_j^{S_{31}}$ par leurs valeurs, nous obtenons :

$$Bklg_1^{S_{31}} = \max_{0\leq t\leq 110} \left\{ \left(1 + \left\lfloor \frac{t + 10}{100} \right\rfloor \right) 10 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + 10}{50} \right\rfloor \right) 10 - 10 - t \right\}$$

Avec $\mathcal{B}^{S_{31}} = 110$ car $\mathcal{BP}^{S_{31}} = 20$, $\alpha_1^{S_{31}} = 90$ et $\alpha_3^{S_{31}} = 40$.

De même, l'arriéré de travail maximal est obtenu lorsque $t = 0$, d'où $Bklg_1^{S_{31}} = 10$. Le pire délai de bout en bout du flux v_1 est alors appliqué via la formule (5.2), ce qui résulte à $R_1 = 82\,\mu$s.

5.4 Étude comparative sur un exemple

Nous comparons maintenant la méthode FA avec le Network Calculus avec prise en compte de la sérialisation (NC) et sans prise en compte de la sérialisation (NCSS), et la méthode des trajectoires sans sérialisation (MT), sur la configuration exemple de la figure 5.7 et modélisée par la figure 5.8. Nous utilisons l'outil développé dans [Bau11] pour l'application du NC (et du NCSS). Sur cette configuration, le critère d'optimisation établi dans [BSF10] n'a pas d'effet sur les résultats de la méthode des trajectoires.

Les caractéristiques des flux sont décrites dans le tableau 5.1. Les pires délais de bout en bout des flux calculés par chacune des méthodes (FA, NC, NCSS et MT) sont récapitulés dans le tableau 5.3.

	FA	NC	NCSS	MT
R_1	82 μs	85 μs	85 μs	82 μs
R_2	72 μs	73 μs	73 μs	72 μs
R_3 (S_{31})	82 μs	87 μs	87 μs	82 μs
R_3 (S_{51})	112 μs	100.8 μs	126.7 μs	82 μs
R_4	112 μs	100.8 μs	126.7 μs	82 μs
R_5	112 μs	100.8 μs	126.7 μs	N/A
R_6	82 μs	77.6 μs	92 μs	72 μs

TABLE 5.3 – Pire délai de bout en bout calculés par les méthodes FA, NC, NCSS et MT pour chaque flux.

Dans ce tableau, nous différentions le pire délai de bout en bout du flux v_3 pour chacun de ses nœuds destinations. Le pire délai de bout en bout du flux v_5 ne peut être calculé par la méthode des trajectoires (MT). En effet, la charge globale ($\sum C_j/T_j$) générée par tous les flux qui croisent v_5 sur sa trajectoire ($\{v_3, v_4, v_5, v_6\}$) est strictement supérieure à 100% ; ce qui implique une non convergence des calculs de la MT. Ceci représente une limitation importante de cette approche. Cependant, pour les autres flux, les délais calculés par MT ne sont pas optimistes. Les sources d'optimisme décrites dans le chapitre précédent [KRBR13a, KRBR13b] n'apparaîssent pas sur cette configuration.

Avec la non prise en compte de la sérialisation des flux (c'est-à-dire, la considération que deux ou plusieurs flux ne se suivent pas entre deux nœuds consécutifs) comme v_1, v_2 et v_3 (avec pour destination S_{31} et S_{32}), la méthode FA obtient les mêmes résultats que MT, alors que les résultats obtenus avec le Network Calculus (NC ou NCSS) sont plus pessimistes. NC et NCSS calculent les mêmes délais pour v_1, v_2 et v_3, car l'effet de sérialisation n'apparait pas pour ces flux.

L'effet de sérialisation apparait pour les autres flux : v_3 (ayant pour destination S_{51}), v_4, v_5 et v_6. Les pires délais de bout en bout calculés par la méthode FA sont pessimistes pour ces flux, principalement parce que la sérialisation n'est pas prise en compte dans cette version. Par exemple, en considérant le flux v_4, le pire délai de bout en bout est égal à 112 μs avec FA et 82 μs avec MT. Le pessimisme est de 30 μs : 20 μs due au flux v_3 et 10 μs venant de v_4 lui même. En effet, comme nous nous focalisons sur la trame f_4 générée par v_4 avec FA, nous considérons que cette trame est retardée par celle de v_3 successivement sur ES_3, S_{22} et S_{51}, ce qui est impossible du fait que v_3 et v_4 sont sérialisés à la sortie du nœud ES_3. Par conséquent, une trame de v_3 est inutilement additionnellement comptabilisée sur les nœuds S_{22} et S_{51} ($2C_3 = 20\,\mu$s), ce qui génère du pessimisme. De plus, l'arriéré de travail maximal $Bklg_4^{S_{51}}$ rencontré par v_4 à son

arrivée sur S_{51} est défini par :

$$Bklg_4^{S_{51}} = \max_{0 \leq t \leq 60} \left\{ \left(1 + \left\lfloor \frac{t+20}{50} \right\rfloor \right) C_3 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+20}{30} \right\rfloor \right) C_4 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t+20}{30} \right\rfloor \right) C_5 - C_4 - t \right\}$$

où, $\mathcal{B}^{S_{51}} = 60$ car $\mathcal{BP}^{S_{51}} = 30$, $\alpha_3^{S_{51}} = 30$ et $\alpha_4^{S_{51}} = \alpha_5^{S_{51}} = 10$. L'arriéré de travail maximal est obtenu lorsque $t = 10$ et nous avons :

$$Bklg_4^{S_{51}} = (C_3 + 2C_4 + 2C_5 - C_4 - 10) = 30\,\mu\text{s}$$

Une seconde trame générée par v_4 est comptabilisée. Par conséquent, la trame sous analyse est retardée par une autre trame de v_4 et cette trame n'est toujours pas sérialisée par la méthode FA.

En conclusion, en se comparant à MT, cette expérimentation sur cette configuration exemple confirme que la méthode FA est pessimiste du fait qu'elle ne prend pas en compte pour le moment l'effet de sérialisation des flux. Mais, elle n'a aucune contrainte par rapport à la charge globale sur la trajectoire d'un flux, ainsi elle peut calculer les délais des flux tels que v_5 qui n'est pas possible par MT. Finalement, considérant les flux subissant la sérialisation, FA est plus pessimiste que NC mais moins que NCSS. Ceci montre que prendre en compte la sérialisation dans la méthode FA peut amener à l'obtention des résultats meilleurs sur un grand ensemble de configurations.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé et détaillé une nouvelle méthode, *Forward end-to-end delays Analysis (FA)*, d'évaluation des délais de bout en bout pire cas pour les réseaux Ethernet commutés tels que l'AFDX en contexte FIFO. Cette méthode actuellement ne tient pas compte de la sérialisation des flux, ce qui conduit au calcul de délais quelques fois pessimistes. Dans ce travail, nous avons également comparé la méthode FA à différentes méthodes existantes (le Network Calculus et la méthode des trajectoires) sur une configuration exemple. Les résultats obtenus sont prometteurs du fait que FA peut calculer des délais moins pessimistes que le Network Calculus lorsqu'il ne tient pas compte de la sérialisation. De plus, la méthode FA est capable d'obtenir un résultat par rapport à la méthode des trajectoires lorsque la charge globale sur la trajectoire d'un flux est supérieure à 100%. Nous avons aussi constaté que le pessimisme introduit par la méthode FA est similaire à celui du Network Calculus ne tenant pas compte de la sérialisation.

Le prochain objectif de ce travail se focalisera sur l'introduction d'une technique de prise en compte de la sérialisation des flux.

Publications. Les travaux présentés dans ce chapitre ont fait l'objet d'une acceptation dans la conférence internationale RTNS [KRBR14] qui doit se tenir en octobre 2014.

Conclusion et Perspectives

Contexte

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés aux systèmes avioniques civils. Un système avionique est un ensemble de sous-systèmes répartis dans un avion et interconnectés par des réseaux informatiques. Les fortes contraintes de criticité de l'avionique impose un besoin de certification de ses différents sous-systèmes et en particulier la garantie d'une borne du délai de bout en bout de chaque message échangé sur les réseaux. Dans ce travail, nous nous sommes concentrés sur la dernière génération de réseau de paquet utilisé par Airbus : l'AFDX. Le réseau AFDX est validé par la méthode Network Calculus [GRI04], mais il existe plusieurs autres méthodes qui ont été proposées dans la littérature pour effectuer cette validation. Nous nous sommes focalisés sur l'analyse des délais de bout en bout des messages dans le réseau AFDX par la méthode des trajectoires.

Principaux résultats

Après un état de l'art complet sur les systèmes avioniques et les méthodes d'évaluation des délais de bout en bout, les principales contributions de cette thèse sont :

- la mise en évidence des problèmes d'optimisme de la méthode des trajectoires dédiée à l'analyse des configurations distribuées. En effet, à l'aide d'un contre-exemple, nous avons démontré que les bornes déterminées par la méthode des trajectoires peuvent être inférieures à leurs pires délais réels dans certains cas rares. La méthode n'est donc pas fiable pour la validation des délais de bout en bout et ne peut être utilisée en l'état. Nous avons analysé et identifié les sources de l'optimisme. Premièrement, nous avons ressorti deux sources indépendantes qui lorsqu'elles apparaissent simultanément entraine l'optimisme. Deuxièmement, nous avons identifié une troisième source qui à elle seule peut potentiellement engendrer l'optimisme de la

méthode. Enfin, nous avons mis en évidence la difficulté à résoudre ces différents problèmes. Ensuite, nous avons analysé des configurations réseaux moins générales que le cas distribué (réseau à un seul nœud, ligne de diffusion). Nous démontrons que sur ces types de réseaux, il n'y a pas d'optimisme avec la méthode des trajectoires. De plus, sous des hypothèses préalablement définies, nous prouvons que cette méthode est optimale pour le calcul du pire délai de bout en bout des flux dans les réseaux à un nœud et en ligne de diffusion. C'est-à-dire, sa capacité à toujours calculer des pires délais exacts. Pour prouver cette assertion, nous utilisons des résultats de recherche opérationnelle et plus particulièrement dans les *systèmes flowshop de permutation* [SHP96]. Enfin, suite au paradoxe entre la non fiabilité de la méthode à valider les configurations distribuées et sa correction/optimalité en ligne de diffusion, nous avons recherché et identifié la topologie des configurations intermédiaires (pseudo-ligne de diffusion) dès laquelle survient le problème d'optimisme.

- en second point, une nouvelle méthode, *Forward end-to-end delays Analysis* (FA), a été définie pour l'évaluation pire cas des délais de bout en bout dans le réseau AFDX en contexte FIFO. En effet, notre motivation vient du fait de la mise en évidence de la difficulté à corriger l'optimisme de la méthode des trajectoires, du constat que les méthodes de simulation et model checking ne peuvent être utilisées pour la validation des configurations de grandes tailles, et enfin que le Network Calculus est une méthode pessimiste. Nous présentons ainsi les techniques de calcul de la méthode FA, basées sur les concepts d'ordonnancement temps réel, et détaillons son applicabilité sur un exemple. Nous proposons ensuite un algorithme pour son implémentation et enfin, nous réalisons une analyse comparative avec les méthodes existantes afin d'estimer ses performances. Les observations sont que la méthode FA introduit plus de pessimisme que la méthode des trajectoires, car la sérialisation n'est pas encore prise en compte. Mais, la méthode FA est par ailleurs moins pessimiste que le Network Calculus sans sérialisation.

Un outil a été développé permettant l'analyse du réseau AFDX en utilisant la méthode des trajectoires et la méthode FA.

Perspectives

Plusieurs perspectives s'ouvrent à l'issue de cette thèse : premièrement la correction des problèmes d'optimisme identifiés dans la méthode des trajectoires pour le cas général des configurations distribués. L'obtention d'un tel résultat permettrait son utilisation pour la validation du problème, de comparaison aux autres méthodes existantes et potentiellement de relancer les recherches sur la réduction de son pessimisme. Deuxièmement, la nouvelle méthode FA que nous avons développée engendre aussi de nombreux travaux : la prise en compte de la sérialisation et donc la réduction de son pessimisme, l'analyse comparative avec les méthodes existantes sur une configuration AFDX réelle et la définition de la méthode FA avec d'autres politiques

de service (FP, FP/FIFO, $\cdots$). Enfin, il serait intéressant d'étudier l'impact du pessimisme des méthodes de validation sur le dimensionnement du réseau avionique en termes de capacité, tailles des files d'attente dans les commutateurs, etc.

Annexes

Publications

- Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, Pascal Richard, Scheduling analysis to enhance the trajectory approach. Pont-a-Mousson (Nancy), France, November 2012. 6th Junior Researcher Workshop on Real-Time Computing (JRWRTC).

- Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, Pascal Richard, Optimism due to serialization in the trajectory approach for switched Ethernet networks. pages 13-16, Sophia Antipolis, France, October 2013. 7th Junior Researcher Workshop on Real-Time Computing (JRWRTC).

- Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, Pascal Richard, Optimistic problems in the trajectory approach in FIFO context. pages 1-8, Cagliari, Italy, September 2013. 18th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA).

- Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, Pascal Richard. A forward end-to-end delays analysis for packet switched networks. Versailles, France, October 2014. 22nd International Conference on Real-Time Networks and Systems (RTNS).

Annexe A

Analyse du pessimisme dans la méthode des trajectoires

Avant de démontrer l'optimisme de la méthode des trajectoires, nous avions travaillé à réduire son pessimisme. Certains de ces travaux ont fait l'objet d'une publication [KRBR12].

Il a été démontré dans [LSF11, MMC12] que la méthode des trajectoires engendre du pessimisme dans ses calculs. Ainsi, la borne sur le délai pire cas qu'elle calcule est souvent surestimée. Les auteurs *Li et al.* [LSF11], ont démontré que les termes (3.3) et (3.6) respectivement présentés aux pages 57 et 58, sont à l'origine de ce pessimisme. Nous les rappelons ci-dessous :

$$\underbrace{\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}} \left(\max_{v_j\in\Gamma_h}\{C_j^h\}\right)}_{(1)} \qquad \text{et} \qquad \underbrace{\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)C_j}_{(2)}$$

Dans la suite, nous nous focalisons uniquement sur le pessimisme du terme (1). Dans le paragraphe A.1, nous identifions à l'aide d'exemples, la source du pessimisme. Nous proposons ensuite une solution permettant de le réduire. Finalement, nous concluons ce travail dans le paragraphe A.2.

A.1 Pessimisme lié à la comptabilisation des trames pivots

Dans le paragraphe 3.4.2.a page 55, nous avons présenté le terme (3.5) proposé par [MM06a], pour comptabiliser l'interférence des trames pivots sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$ d'un flux v_i sous étude.

En rappel, ce terme est donné par l'expression suivante :

$$\sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq slow_i}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\} \right)$$

Le symbole $slow_i$ correspond au nœud "le plus lent" situé sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$ du flux v_i et Γ_h correspond à l'ensemble des flux traversant le nœud h.

Nous nous focalisons dans le contexte où les nœuds du réseau travaillent avec la même vitesse. C'est-à-dire, $\forall h$ et $\forall v_j$, $C_j^h = C_j$. Ce qui est possible dans le réseau AFDX. Dans ce cadre, il n'existe plus de nœud le plus lent et $slow_i$ doit alors être arbitrairement choisi parmi les nœuds de $\mathcal{P}_i$. Nous montrerons ci-dessous que les résultats calculés varient par rapport au choix de $slow_i$, ce qui pose un problème. Nous proposons ensuite une solution pour réduire ce pessimisme.

A.1.1 Illustration du pessimisme dû aux choix arbitraire du nœud $slow_i$

Étant donné qu'il est impossible de déterminer quelle trame est pivot sur un nœud h de $\mathcal{P}_i$, la supposition qu'elle est la plus longue ($\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}$) est un choix pessimiste. Ce pessimisme peut être aggravé si le choix arbitraire du nœud le plus lent $slow_i$ n'est pas accompagné de certaines considérations strictes. Nous nous focalisons dans la suite sur le choix de $slow_i = last_i$ (c'est la situation proposée par [BSF09c]) et le cas où $slow_i = first_i$. Nous comparons les résultats obtenus dans les deux cas pour un même flux étudié, afin de démontrer le pessimisme.

A.1.1.a 1ère configuration illustrant le pessimisme

Considérons la configuration AFDX dépeinte par la figure A.1. Elle est constituée de trois E/S ES_1 à ES_3, un commutateur S_1 et de deux flux v_1 et v_2. Le flux v_1 a pour chemin $\mathcal{P}_1 = \{ES_1, S_{11}\}$ selon le modèle réseau de la méthode des trajectoires, tandis que le flux v_2 quitte v_1 après le nœud ES_1. Les caractéristiques des flux sont données dans le tableau A.1.

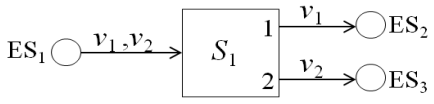

FIGURE A.1 – Configuration 1 illustrant le pessimisme

Où, ϵ est un nombre réel positif tendant vers 0. Nous considérons que la latence L entre les nœuds est négligeable (i.e, $L = 0\,\mu$s). Enfin, nous nous focalisons sur le flux v_1. L'instant de

	v_1	v_2
C_i	ϵ	1
T_i	1000	1000

TABLE A.1 – Caractéristiques des flux de la configuration de la figure A.1

départ au plus tard sur S_{11} de toute trame 1 de v_1 (générée à une date t sur ES_1) est donné par (cf. formule (3.20) page 69) :

$$W_1^{S_{11}}(t) = \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{1,1}}{1000} \right\rfloor\right) C_1 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{1,2}}{1000} \right\rfloor\right) C_2 + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_1 \\ h \neq slow_1}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}\right) - C_1 - \Delta_1^{S_{11}}(t)$$

Par ailleurs, $A_{1,1} = A_{1,2} = Smax_1^{ES_1} - M_1^{ES_1} + Smax_2^{ES_1} - Smin_2^{ES_1} = 0 - 0 + 0 - 0 = 0\,\mu$s. De plus, $\Delta_1^{S_{11}}(t) = 0\,\mu$s, par application de la formule (3.19) page 69. Nous déduisons alors que l'instant de départ au plus tard de la trame 1 de v_1 générée à une date t se réduit à :

$$W_1^{S_{11}}(t) = \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{1000} \right\rfloor\right)(1 + \epsilon) + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_1 \\ h \neq slow_1}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}\right) - \epsilon$$

Par application de la formule (3.21) page 69, l'ensemble des instants t à tester sont ceux de l'intervalle $[0; 1+3\epsilon)$. D'où $\forall t$, $\left(1 + \left\lfloor \frac{t}{1000} \right\rfloor\right) = 1$. Nous évaluons maintenant la valeur de $W_1^{S_{11}}(t)$ par rapport au nœud $slow_1$ choisi :

a) $slow_1 = last_1 = S_{11}$

$$\begin{aligned} W_1^{S_{11}}(t) =& 1 + \epsilon + \sum_{\substack{h \in \{ES_1; S_{11}\} \\ h \neq S_{11}}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\}\right) - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{C_1^{ES_1}; C_2^{ES_1}\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{\epsilon; 1\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + 1 - \epsilon \\ =& 2 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lorsque le choix arbitraire du nœud le plus lent $slow_1$ sur la trajectoire $\mathcal{P}_1$ de v_1, est porté sur son dernier nœud $last_1 = S_{11}$, alors son instant de départ au plus tard est $W_1^{S_{11}}(t) = 2\,\mu$s.

b) $slow_1 = first_1 = ES_1$

$$\begin{aligned} W_1^{S_{11}}(t) =& 1 + \epsilon + \sum_{\substack{h \in \{ES_1; S_{11}\} \\ h \neq S_{11}}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\} \right) - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{C_1^{S_{11}}\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{\epsilon\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + \epsilon - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lorsque le choix arbitraire du nœud le plus lent $slow_1$ de la trajectoire $\mathcal{P}_1$ de v_1, est porté sur son premier nœud $first_1 = ES_1$, alors son instant de départ au plus tard est $W_1^{S_{11}}(t) \approx 1\,\mu$s. Car, puisque la durée de transmission $C_1 = \epsilon$ de v_1 tend vers 0, $\lim\limits_{\epsilon \to 0} W_1^{S_{11}}(t) = \lim\limits_{\epsilon \to 0}(1+\epsilon) = 1\,\mu$s.

RÉCAPITULATIF : En comparant les instants de départ obtenus dans les deux cas d'études (a) et (b) précédents, nous observons que le choix du nœud le plus lent dans la méthode des trajectoires est un élément important dans le calcul des délais de bout en bout lorsque les nœuds fonctionnement tous à la même vitesse. Ce choix peut introduire un pessimisme allant du simple au double. La cause de ce pessimisme provient de *la non prise en compte dans le terme (3.5) page 58, des flux qui quittent la trajectoire $\mathcal{P}_i$ du flux étudié. Le choix arbitraire de $slow_i$ en est la cause.* Sur l'exemple précédent, le flux v_2 quitte v_1 après ES_1. Ainsi, lorsque $slow_1 = S_{11}$, l'interférence des trames pivots est comptabilisée uniquement sur ES_1 (voir calcul cas (a)). Alors que lorsque $slow_1 = ES_1$, cette interférence est comptabilisée uniquement sur S_{11} (voir calcul cas (b)). Mais, comme l'unique flux traversant à la fois les nœuds ES_1 et S_{11} de la trajectoire $\mathcal{P}_1$ étudié est v_1, il est le seul à pouvoir générer la trame jouant le rôle de pivot. D'où la comptabilisation exact advient lorsque $slow_1 = ES_1$ et non lorsque $slow_1 = S_{11}$.

A.1.1.b 2ème configuration illustrant le pessimisme

L'inverse de l'exemple avec la non prise en compte des flux rejoignant la trajectoire $\mathcal{P}_i$ du flux étudié, combiné au choix arbitraire du nœud $slow_i$ introduit également du pessimisme dans le délai de bout en bout. Considérons la configuration AFDX dépeinte par la figure A.2. Elle est constituée de trois E/S ES_1 à ES_3, un commutateur S_1 et de deux flux v_1 et v_2. Le flux v_2 rejoint v_1 sur S_1 et a pour chemin $\mathcal{P}_2 = \{ES_2, S_1\}$ selon le modèle réseau de la méthode des trajectoires, alors que v_1 est tel que $\mathcal{P}_1 = \{ES_1, S_1\}$.
Les caractéristiques des flux sont les mêmes, données dans le tableau A.1. Nous allons montrer dans ce cas, qu'avec les mêmes caractéristiques des flux, on obtient les résultats inverses du précédent exemple.

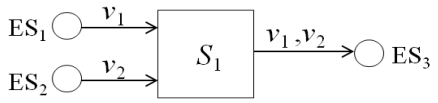

FIGURE A.2 – Configuration 2 illustrant le pessimisme

La formule de calcul de l'instant de départ $W_1^{S_1}(t)$ de v_1 sur S_1 est la même que celle exposée dans la section précédente. Nous évaluons maintenant cet instant de départ au plus tard par rapport au choix de $slow_1$.

a) $slow_1 = last_1 = S_1$

$$\begin{aligned} W_1^{S_1}(t) =& 1 + \epsilon + \sum_{\substack{h \in \{ES_1; S_1\} \\ h \neq S_1}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\} \right) - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{C_1^{ES_1}\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{\epsilon\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + \epsilon - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lorsque le choix arbitraire du nœud le plus lent $slow_1$ sur la trajectoire $\mathcal{P}_1$ de v_1, est porté sur son dernier nœud $last_1 = S_1$, alors son instant de départ au plus tard est $W_1^{S_1}(t) \approx 1\,\mu$s. En effet, la durée de transmission $C_1 = \epsilon$ du flux v_1 tend vers 0, $\lim\limits_{\epsilon \to 0} W_1^{S_1}(t) = \lim\limits_{\epsilon \to 0}(1 + \epsilon) = 1\,\mu$s.

b) $slow_1 = first_1 = ES_1$

$$\begin{aligned} W_1^{S_1}(t) =& 1 + \epsilon + \sum_{\substack{h \in \{ES_1; S_1\} \\ h \neq S_1}} \left(\max_{v_j \in \Gamma_h} \{C_j^h\} \right) - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{C_1^{ES_1}; C_2^{S_1}\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + max\{\epsilon; 1\} - \epsilon \\ =& 1 + \epsilon + 1 - \epsilon \\ =& 2 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ De même, lorsque le choix arbitraire du nœud le plus lent $slow_1$ sur la trajectoire $\mathcal{P}_1$ de v_1, est porté sur son premier nœud $first_1 = ES_1$, alors son instant de départ au plus tard $W_1^{S_1}(t) = 2\,\mu$s.

RÉCAPITULATIF : De même, en comparant les instants de départ obtenus dans les deux cas d'études (a) et (b) précédents, on observe une fois de plus l'impact du choix du nœud le plus lent. Ce choix peut introduire un pessimisme allant du simple au double. Dans ce cas précis, la cause de ce pessimisme provient de *la non prise en compte dans le terme (3.5), des flux qui rejoignent la trajectoire $\mathcal{P}_i$ du flux étudié. Le choix arbitraire de $slow_i$ en est la cause.* Sur l'exemple précédent, le flux v_2 rejoint v_1 sur S_1. Ainsi, lorsque $slow_1 = S_1$, l'interférence des trames pivots est comptabilisée uniquement sur ES_1 (voir calcul cas (a)). Alors que lorsque $slow_1 = ES_1$, cette interférence est comptabilisée uniquement sur S_1 (voir calcul cas (b)). Mais, comme l'unique flux traversant à la fois les nœuds ES_1 et S_1 de la trajectoire $\mathcal{P}_1$ étudié est v_1, il est le seul à pouvoir générer la trame jouant le rôle de pivot. D'où la comptabilisation exacte advient (à l'inverse de l'autre exemple) lorsque $slow_1 = S_1$ et non lorsque $slow_1 = ES_1$.

A.1.2 Amélioration du pessimisme dans l'évaluation des trames pivots

Nous pouvons réduire le pessimisme généré dans l'évaluation de l'interférence des trames pivots. Ce choix doit être unique et minimiser le pessimisme engendré pour toutes les configurations. Une trame pivot entre h et $h+1$ est présent sur ces deux nœuds consécutifs. Ainsi, au lieu de considérer

$$\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i \\ h\neq last_i}} \left(\max_{v_j\in\Gamma_h} \{C_j^h\} \right)$$

il suffit de prendre :

$$\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i \\ h\neq last_i}} \left(\max_{v_j\in\Gamma_h\cap\Gamma_{h+1}} \{C_j^h\} \right) \tag{1}$$

Avec un parcours topologique de $first_i$ vers $last_i$ sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$ étudiée.

A.2 Conclusion

Dans les paragraphes précédents, nous avons proposé une solution permettant de réduire le pessimisme de la méthode des trajectoires. Mais, étant donné que cette méthode comporte actuellement des problèmes d'optimisme, l'utilité de cette contribution ne peut devenir intéressante que si, et seulement si l'optimisme est corrigé de façon compatible.

Notations

Liste récapitulative des notations utilisées dans le cadre de cette thèse :

- F_{Min} : taille minimale d'une trame AFDX
- F_{Max} : taille maximale d'une trame AFDX
- v_i : un flux circulant dans le réseau
- Γ : ensemble des flux circulant dans le réseau
- Γ_h : ensemble des flux traversant un nœud h
- $\mathcal{S}$: ensemble des nœuds du réseau
- $first_i$: premier nœud traversé par un flux v_i
- $last_i$: dernier nœud traversé par un flux v_i
- $\mathcal{P}_i$: trajectoire allant de $first_i$ à $last_i$ suivi par le flux v_i
- $\mathcal{P}_i^h$: une portion de la trajectoire de v_i allant de $first_i$ jusqu'au nœud $h \in \mathcal{P}_i$
- $|\mathcal{P}_i|$: longueur de la trajectoire $\mathcal{P}_i$
- $first_{i,j}$: premier nœud commun entre les flux v_i et v_j
- $last_{i,j}$: dernier nœud commun entre les flux v_i et v_j
- R^h : débit du lien de sortie d'un nœud h
- C_i^h : durée maximum de transmission d'une trame de v_i sur un nœud h du réseau.
- C_i : durée maximum de transmission d'une trame de v_i sur tout nœud du réseau.
- T_i : temps minimum entre deux émissions consécutives de v_i sur son nœud source $first_i$
- L : délai de multiplexage et de propagation de toute trame sur le lien physique
- E/S : End System
- a_i^h : instant d'arrivée d'une trame i d'un flux v_i sur le nœud h
- bp^h : période d'activité concernée par l'étude de délai sur un nœud h
- $f(h)$: première trame arrivée dans bp^h (elle est aussi appelée trame de tête)
- $p(h-1)$: trame pivot entre les périodes d'activité bp^{h-1} et bp^h
- $Smin_i^h$: durée minimale subie par une trame de v_i de son nœud source au nœud h
- $Smax_i^h$: durée maximale subie par une trame de v_i de son nœud source au nœud h

- $W_i^h(t)$: instant de départ au plus tard d'une trame i (générée à l'instant t) de v_i sur le nœud h
- $R_i(t)$: borne supérieure sur le délai de bout en bout d'une trame de v_i générée à l'instant t
- R_i : borne supérieure sur le pire delai de bout en bout du flux v_i
- M_i^h : instant de début de l'intervalle d'estimation d'interférence de la trame i sur le nœud h
- $t + Smax_i^h$: instant d'arrivée au plus tard de la trame i sur le nœud h
- $t + A_{i,j}$: longueur de l'intervalle sur $first_j$ dans lequel les trames de v_j générées retardent la trame i étudiée sur sa trajectoire
- $Slow_i$: nœud le plus lent sur la trajectoire $\mathcal{P}_i$ du flux v_i
- $\mathcal{B}_i$: borne des instants t à tester pour le calcul du pire délai de bout en bout du flux v_i
- $\mathcal{B}_i^h$: borne des instants t à tester pour le calcul du pire délai de bout en bout du flux v_i sur sa portion de trajectoire $\mathcal{P}_i^h$ s'arrêtant au nœud h
- IP_x^h : lien d'entrée numéro x du nœud h
- OP^h : lien de sortie du nœud h
- $k_h + 1$: nombre total de liens d'entrée d'un nœud h
- $\Delta_i^h(t)$: durée dans la période d'activité bp^h n'entrant pas dans la comptabilisation du délai subi par la trame i (générée à l'instant t) sur le nœud h
- R : débit de 10 ou 100 Mbps sur le lien de sortie d'un E/S ou d'un commutateur
- $\gamma_{r,b}(t)$: courbe d'arrivée à un instant t d'un flux ayant un débit r et une taille maximale de trame de b bits (Network Calculus)
- $\beta_{R,T}(t)$: courbe de service à un instant t d'un élément réseau (E/S ou commutateur) ayant un débit de R et attendant au maximum $T\,\mu$s avant de transmettre une trame (Network Calculus)
- $h(\alpha, \beta)$: distance horizontale maximale entre $\gamma_{r,b}(t)$ et $\beta_{R,T}(t)$ permettant de déterminer le délai d'attente pire cas d'un flux sur un élément réseau par le Network Calculus
- $v(\alpha, \beta)$: distance verticale maximale entre $\gamma_{r,b}(t)$ et $\beta_{R,T}(t)$ permettant de déterminer l'arriéré de travail pire cas de la file d'attente du port de sortie d'un élément réseau par le Network Calculus
- d_S : égal à $h(\alpha, \beta)$, il correspond au délai local subi sur un nœud S par le Network Calculus
- $Bklg_S$: égal à $v(\alpha, \beta)$, il correspond au pire arriéré de travail subi sur un nœud S par le Network Calculus
- τ_i : une tâche dans un système de flowshop
- $R_i(\sigma)$: plus petit temps de réponse de τ_i dans le système de flowshop de permutation σ
- $Bklg_i^h$: pire arriéré de travail calculé par la méthode FA pour un flux v_i sur un nœud h
- $W^h(t)$: fonction cumulative de l'arriéré de travail généré par tous les flux traversant un nœud h sur un intervalle de longueur t
- $RBF_i^h(t)$: c'est la *request bound function* d'un flux v_i sur un intervalle de longueur t d'un nœud h
- $f_{i,1}$: dernière trame considérée par la méthode FA comme arrivant dans l'intervalle de longueur α_i^h

– α_i^h : longueur de l'intervalle sur h dans lequel les arrivées de trames de v_i sont non périodiques
– $J_i^h = Smax_i^h - Smin_i^h$: gigue d'arrivée maximale de v_i sur h
– $\mathcal{BP}^h$: longueur maximale de la période d'activité sur h lorsque les flux sont périodiques
– $\mathcal{B}^h$: borne sur les longueurs des intervalles à tester sur h pour calculer $Bklg_i^h$
– $\mathcal{O}^h$: ordre d'un nœud h dans le réseau
– $|h_i|$: nombre de nœuds entre $first_i$ et h dans la trajectoire $\mathcal{P}_i$ du flux v_i

Accronymes

Liste récapitulative des différents accronymes utilisés dans le cadre de cette thèse :

- AFDX : Avionics Full Duplex Switched Ethernet
- ADCN : Aircraft Data Communication Network
- ARINC : Aeronotical Radio Inc.
- APEX : Application/Executive
- BAG : Bandwidth Allocation Gap
- CAN : Controller Area Network
- CPIOM : Core Processing Input Output Module
- CSMA/CA : Carrier Sense Multiple Acces with Collision Avoidance
- CSMA/CD : Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection
- CSV : Comma Separated Value
- DAL : Design Assurance Level
- DAIS : Digital Avionics Information System
- FA : Forward end-to-end delays Analysis
- FIFO : First In, First Out
- FP/EDF : Fixed Priority / Earliest Deadline First
- FP/FIFO : Fixed Priority / First In, First Out
- GPS : Generalized Processor Sharing
- GWM : GateWay Module
- IOM : Input Output Module
- JDK : Java Development Kit
- LRU : Line Replaceable Unit
- IMA : Integrated Modular Avionic (en français, Avionique Modulaire Intégrée)
- Mbps : Méga bits par seconde
- MT : Méthode des Trajectoires
- NC : Network Calculus

- NCSS : Network Calculus Sans Sérialisation
- PAMELA : Process for Advanced Management of End of life Aircraft
- VICTORIA : Validation platform for Integration of standard Components, Technologies and tools in an Open, modulaR and Improved Aircraft electronic system
- LRM : Line Replaceable Module
- TDMA : Time Division Multiple Access
- VL : Virtual Link

Index

ADCN, 17
AFDX, 21
Airbus, 7
Algorithme FA, 131
APEX, 17
Architecture fédérale, 11
ARINC 429, 19
ARINC 651, 15
ARINC 653, 17
ARINC 664, 21
Arriéré de travail, 119
Avionique Modulaire Intégrée, 13

Bactracking, 48

CAN, 20
Certification AFDX, 77
Commutateur, 23
Configuration distribuée, 78
Contre exemple, 79
Courbe d'arrivée, 35
Courbe de service, 37
CPM, 15
CSMA/CA, 20
CSMA/CD, 22

DAIS, 11
DAL, 10
Délai de bout en bout, 51
Déterminisme, 18
DO-178A, 10
DO-178B, 10
DO-178C, 10
Durée maximale, 55
Durée minimale, 55

ED-12B, 10
ED-12C, 10
End System, 24
    Le port Queuing, 25
    Le port Sampling, 25

Fiabilité, 18
FIFO, 24
Flowshop, 105
Flowshop de permuation, 105
Fonction cumulative, 120, 123

GWM, 16

IEEE 802.3, 21
IMA
    Sur le plan réseau, 15
    Sur le plan système, 13
Instant de départ, 51
Instant oisif, 50
IOM, 15

ISO 11519, 20
ISO 11898, 20

Latence-débit, 37
Lien Virtuel - Virtual Link, 25
Ligne de diffusion, 102
LRM, 15
LRU, 12

Message
    Périodique, 18
    Sporadique, 18
Méthode des trajectoires, 31
Méthode FA, 119
Méthode holistique, 33
MIL-STD-1553B, 11
Model Checking, 33
Multiplexage, 22

Network Calculus, 34

Optimisme, 78

PAMELA, 13
Pay Burst Only Once, 42
Période d'activité, 50, 128
Permutation, 105
Pessimisme, 78
Pseudo-ligne de diffusion, 110

Request bound function, 120, 123
Réseau embarqué, 18
Réseau Ethernet
    Full duplex, 23
    Half duplex, 21

Seau percé, 35
Sérialisation, 66
Simulation, 32
Statique, 18
Store and forward, 23
Sûreté, 18

TDMA, 20
temps de réponse, 106
Trame
    AFDX, 26
    ARINC 429, 19
    CAN, 21
Trame de tête, 51
Trame pivot, 51

Validation AFDX, 77
VICTORIA, 13

Bibliographie

[AD94] R. Alur and D. L. Dill. Theory of timed automata. *Theoretical Computer Science*, 126(2) :183–235, 1994.

[Alu91] Rajeev Alur. *Techniques for automatic verification of real-time systems.* PhD thesis, Stanford University, August 1991.

[ARI91] ARINC. *ARINC 651, Aeronautical Radio Inc. ARINC specification 651. Design Guidance for Integrated Modular Avionics*, 1991.

[ARI97] ARINC. *ARINC 653, Aeronautical Radio Inc. ARINC specification 653. Avionics application Software Standard Interface*, 1997.

[ARI01] ARINC. *ARINC 429, Aeronautical Radio Inc. ARINC specification 429. Digital Information Transfer System (DITS) parts 1,2,3.*, 2001.

[ARI03] ARINC. *ARINC 664, Aircraft Data Network, Part 7 : Deterministic Networks.*, 2003.

[ASEF11] Muhammad Adnan, Jean-Luc Scharbarg, Jérome Ermont, and Christian Fraboul. An improved timed automata model for computing exact worst-case delays of afdx periodic flows. *16th IEEE Int. Conf. on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*, September 2011.

[Aud91] Neil C. Audsley. *Optimal Priority Assignment and Feasibility of Static Priority Tasks with Arbitrary Start Times.* Technical report. 1991.

[BAK10] Patrick BAKABADIO. Étude du protocole flexray et son application aux réseaux avioniques. Master's thesis, Université de Poitiers - ENSMA, 2010.

[Bau11] Henri Bauer. *Analyse pire cas de flux héterogènes dans un réseau embarqué avion.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2011.

[Bou98] Jean-Yves Le Boudec. Application of network calculus to guaranteed service networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, May 1998.

[BSF09a] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Applying and optimizing trajectory approach for performance evaluation of afdx avionics network. *Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2009)*, july 2009. Palma de Mallorca.

[BSF09b] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Applying trajectory approach to afdx avionics network. *Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2009)*, pages 1–8, september 2009. Palma de Mallorca.

[BSF09c] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Applying trajectory approach to afdx avionics network. *Euromicro Conference on Real-Time Systems (Session work in progress) (ECRTS 2009)*, july 2009. Dublin.

[BSF10] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Improving the worst-case delay analysis of an afdx network using and optimized trajectory approach. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 6(4) :521–533, 2010.

[BSF12] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Worst-case backlog evaluation of Avionics switched Ethernet networks with the Trajectory approach (regular paper). In *Euromicro Conference on Real-Time Systems (ECRTS), Pise, 11/07/2012-13/07/2012*, juillet 2012.

[BT01] Jean-Yves LE BOUDEC and Patrick THIRAN. *Network calculus : A Thoery od Deterministic Queuing Systems for the Internet*, volume 2050. Springer Verlag, 2001. ISBN : 3-540-42184-X.

[CGQ05] G. Cohen, S. Gaubert, and J.-P Quadrat. «l'algèbre des sandwichs», pour la science. 328 :56–63, 2005.

[CHA07] Hussein CHARARA. *Évaluation des performances temps réel de réseaux embarqués avioniques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.

[CRU91a] Rene L. CRUZ. A calculus for network delay, part i : Network elements in isolation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 37(1) :114–131, January 1991.

[CRU91b] Rene L. CRUZ. A calculus for network delay, part ii : Network analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 37(1) :132–141, January 1991.

[DO-92] *Requirements and Technical concepts for Aviation, DO-178B : software considerations in Airborne systems and Equipement certification*, 1992.

[EMBH08] Arantza Estévez, Manuel Mosquera, Peter Borm, and Hebert Hamers. Proportionate flow shop games. *Journal of scheduling*, 11(6) :433–447, December 2008.

[FFG06] Fabrice Frances, Christian Fraboul, and Jerome GRIEU. Using network calculus to optimize the afdx network. In *ERTS : Embedded Real Time Systems*, January 2006.

[Goc81] John C. Goclowski. Digital avionics information system (dais) : Impact of dais concept on life cycle cost supplement. Distributed by ERIC Clearinghouse, 1981.

[GPH12] J. Javier Gutiérrez, J. Carlos Palencia, and Michael González Harbour. Response time analysis in afdx networks with sub-virtual links and prioritized switches. *XV Jornadas de Tiempo Real*, January-February 2012. Santander.

[GRI04] Jérôme GRIEU. *Analyse et évaluation de techniques de commutation Ethernet pour l'interconnexion des systèmes avioniques.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.

[GRS96] Laurent George, Nicolas Riviere, and Marco Spuri. Premptive and non-premptive scheduling real-time uniprocessor scheduling. Technical report, INRIA, 1996.

[HP01] J. Huysseume and P. Palmer. Nevada - pamela - victoria, Hamburg 2001. Invited Paper Aeronautics days.

[IEE] *IEEE std 802.3, 1998 Edition : Information technology Telecommunication and information exchange.*

[Iti] Jean-Bernard Itier. A380 integrated modular avionics. http ://www.artist-embedded.org/docs/Events/2007/IMA/Slides/ARTIST2_IMA_Itier.pdf.

[Jav] Java. Site officiel. http ://www.java.com/fr/. Langage de programmation Java.

[JP86] M. Joseph and P. Pandya. Finding response times in real-time system. *Real-Time System*, 29(5) :390–395, 1986.

[KRBR12] Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, and Pascal Richard. Scheduling analysis to enhance the trajectory approach. Pont-a-Mousson (Nancy), France, November 2012. 6th Junior Researcher Workshop on Real-Time Computing (JRWRTC).

[KRBR13a] Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, and Pascal Richard. Optimism due to serilization in the trajectory approach for switched ethernet networks. pages 13–16, Sophia Antipolis, France, October 2013. 7th Junior Researcher Workshop on Real-Time Computing (JRWRTC).

[KRBR13b] Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, and Pascal Richard. Optimistic problems in the trajectory approach in fifo context. pages 1–8, Cagliari, Italy, September 2013. 18th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA).

[KRBR14] Georges Kemayo, Frédéric Ridouard, Henri Bauer, and Pascal Richard. A forward end-to-end delays analysis for packet switched networks. Versailles, France, October 2014. 22nd International Conference on Real-Time Networks and Systems (RTNS).

[Lau12] Michael Lauer. *Une méthode globale pour la vérification d'exigences temps réel : application à l'avionique modulaire intégrée.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, juin 2012.

[Leh90] J.P. Lehoczky. Fixed-priority scheduling of periodic task sets with arbitrary deadlines. *Real-Time Systems Symposium*, pages 201–209, 1990.

[LL73] C. L. Liu and J. W. LayLand. Scheduling algorithms for multiprogramming in real-time environment. *Journal of the ACM*, 20(1) :46–61, 1973.

[LSF11] Xiaoting Li, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Analysis of the pessimism of the trajectory approach for upper bounding end-to-end delay of sporadic flows sharing a switched ethernet network. *International Conference on Real-Time and Network Systems*, pages 149–158, September 2011.

[LSF12] Xiaoting Li, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Worst-case delay analysis on a real-time heterogeneous network. In *IEEE International Symposium on Industrial Embedded Systems (SIES), Karlsruhe, 20/06/2012-22/06/2012*, juin 2012.

[Mar04] Steven Martin. *Maîtrise de la dimension temporelle de la qualité de service dans les réseaux*. PhD thesis, Université de Paris XII, 2004.

[MM05] Steven Martin and Pascale Minet. Holistic and trajectory approaches for distributed non-preemptive fp/dp* scheduling. In *ICN*, pages 296–305, Berlin Heidelberg, 2005. Springer-verlag.

[MM06a] Steven Martin and Pascale Minet. Schedulability analysis of flows scheduled with fifo : application to the expedited forwarding class. pages 8–, Rhodes Island, Greece, april 2006. IEEE International Parallel and Distributed Processing Symposium (IPDPS'06).

[MM06b] Steven Martin and Pascale Minet. Worst case end-to-end response times of flows scheduled with fp/fifo. In *ICNICONSMCL'06 : Proceedings of the International Conference on Networking, International Conference on Systems and International Conference On Mobile Communications and Learning Technologies*, page 54. IEEE Computer Society, 2006.

[MMC12] S. Medlej, S. Martin, and J-M. Cottin. Identifying sources of pessimism in the trajectory approach with fifo scheduling. In *proceedings ERTS*, February 2012.

[MMG03] Steven Martin, Pascale Minet, and Laurent George. Non-premptive fixed priority scheduling with fifo arbitration : uniprocessor and distributed case. Technical report, INRIA, 2003.

[MMG05] Steven Martin, Pascale Minet, and Laurent George. End-to-end response time with fixed priority scheduling : Trjectory approach versus holistic approach. 18(1) :37–56, 2005.

[MS78] MIL-SRD-1553. *MIL-STD-1553B Specification : Aircraft Internal Time Division Command/Response Multiplex Data Bus, U.S. Departement of Defense, Aeronautical Systems Division*, 1978.

[MZ95] Nicholas Malcolm and Wei Zhao. Hard real-time communication in multiple-acess networks. *Real-Time System*, (8) :35–77, 1995.

[PPR01] Laurent Péridy, Eric Pinson, and David Rivreau. Régles d'élimination pour flow-shop de permutation : cas des gammes homogénes et hétérogénes. Troyes (France), 25-27 avril 2001. 3éme Conférence Francophone de Modélisation et Simulation (MOSIM'01).

[PSK13] S. Panwalkar, Milton Smith, and Chrsitos Koulamas. Review o the ordered and proportionate flow shop scheduling research. *International journal of Naval research logistics*, 60(1) :46–55, January 2013.

[RCM96] I. Ripoll, A. Crespo, and A.K. Mok. Improvement in feasibility testing for real-time tasks. *J. Real-Time Systems*, 11(1) :19–39, 1996.

[SHP96] Natalia Shakhlevich, Han Hoogeveen, and Michael Pinedo. Minimizing total weighted completion time in a proportionate flow shop. In *Journal of scheduling*, 1996.

[Spu96] Marco Spuri. Analysis of deadline scheduled real-time systems. Technical Report 2772, INRIA, 1996.

[SR93] John A. Stankovic and Krithi Ramamritham. What is predictability for real-time systems ? *Real-Time Systems*, 2 :247–254, 1993.

[SRF09] Jean-Luc Scharbarg, Frédéric Ridouard, and Christian Fraboul. A probabilistic analysis of end-to-end delays on an afdx avionic network. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 5(1) :38–49, Février 2009.

[Sta88] John A. Stankovic. Misconception about real-time systems - a serious problem for next generation systems. pages 10–19. IEEE Computer, October 1988.

[TBW95] K. Tindell, A. Burns, and A. Wellings. Calculating controller area network (can) message response times. *Control Engineering Practice*, 3 :1163–1169, 1995.

[TC94] Ken Tindell and John Clark. Holistic schedulability analysis for distributed hard real-time systems. *Microprocessing and Microprogramming*, 40(2-3) :117–134, April 1994.

[Tin94] Ken W. Tindell. *Fixed Priority scheduling of hard real-time systems.* PhD thesis, University of york, 1994.

[TMV95] Jean-Pierre Thomesse, Zoubir Mammeri, and L. Vega. Time in distributed systems cooperation and communication. In *FTDCS*, pages 41–49, 1995.

[Ves07] Steve Vestal. Preemptive scheduling of multi-criticality systems with varying degrees of execution time. In *Proceedings of the 28th IEEE International Real-Time Systems Symposium*, RTSS'07, pages 239–243, Washington, DC, USA, 2007. IEEE Computer Society.

[Vic] Projet européen de recherche victoria. http ://www.europroject-victoria.org.

Résumé

Les systèmes avioniques sont soumis à de fortes contraintes de criticité et de temps réel. Pour certifier de tels systèmes, il est nécessaire de calculer une borne supérieure du délai de bout en bout de chaque message transmis dans le réseau. Cette thèse se focalise principalement sur l'étude des systèmes avioniques civils utilisant le réseau AFDX (Avionics Full Duplex Switched Ethernet), qui a été par exemple introduit dans l'architecture de l'Airbus A380.
Dans ce contexte, nous nous sommes focalisés sur le calcul des délais de bout en bout des messages circulant dans le réseau. Parmi les méthodes existantes, nous nous sommes intéressés à la méthode des trajectoires proposée dans la littérature. Cette méthode permet de calculer des bornes supérieures du temps de traversée des messages dans les nœuds d'un réseau AFDX. Notre première contribution a été de démontrer que cette méthode peut calculer des délais bout en bout optimistes. Cette méthode ne peut donc pas sans modification être utilisée pour valider les délais de bout en bout des messages transmis dans l'AFDX. Malgré l'identification des problèmes au sein de la méthode des trajectoires, il ne nous apparaît pas simple d'apporter une correction aux problèmes mis en évidence. Dans un deuxième temps, nous avons proposé une nouvelle approche pour calculer ces délais qui repose sur la caractérisation pire cas du trafic que peut rencontrer un paquet, sur chaque nœud.

Mots-clés : Système temps réel, Réseau AFDX, Validation temporelle, Délai de communication de bout en bout.

Abstract

Avionics systems are subject to hard real-time constrainst and criticality. To certify these systems, it is neccessary to compute the upper bound of the end-to-end delay of each message transmitted in the network. In this thesis, we mainly focus on civils avionics systems that use AFDX (Avionics Full Duplex Switched Ethernet) network and that has been introduced in the Airbus A380 architecture.
In this context, we focus in the computation of the end-to-end delays of messages crossing the network. Among the existing methods, we interested in the trajectory approach precedently proposed by researchers. The goal of this method is to compute end-to-end delay upper bounds of messages in the nodes of AFDX network. As a first contribution, we prove that the end-to-end delays computed by this method can be optimistic. This means that without any modification, it cannot be used to validate transmission end-to-end delays for the AFDX. Despite the identification of these optimistic problems in the trajectory approach, a solution to remove them seems not to be simple from our point of view. Hence, as a second contribution, we propose a new approach to compute these delays based on the characterization of the worst-case traffic encountered by a packet on each crossed node.

Keywords : real-time system, AFDX network, temporal validation, end-to-end communication delay.

Secteur de recherche : Informatique et Applications

LABORATOIRE D'INFORMATIQUE ET D'AUTOMATIQUE POUR LES SYSTÈMES
Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique
Téléport 2 – 1, avenue Clément Ader – BP 40109 – 86961 Chasseneuil-Futuroscope Cédex
Tél : 05.49.49.80.63 – Fax : 05.49.49.80.64