



# Inversion de données électromagnétiques par algorithme génétique pour la télédétection en zone forestière

Mahmoud Kanj

## ► To cite this version:

Mahmoud Kanj. Inversion de données électromagnétiques par algorithme génétique pour la télédétection en zone forestière. Physique de l'espace [physics.space-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2014. Français. NNT : 2014PA112350 . tel-01127075

**HAL Id: tel-01127075**

**<https://theses.hal.science/tel-01127075>**

Submitted on 6 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS - SUD

ÉCOLE DOCTORALE

Sciences et Technologies de l'Information, des Télécommunications  
et des Systèmes

Laboratoire des Signaux et Systèmes  
( UMR 8506, CNRS - SUPELEC - Univ. Paris-Sud 11)

**DISCIPLINE : PHYSIQUE**

**THÈSE DE DOCTORAT**

Soutenue le 28/11/2014

par

**Mahmoud KANJ**

Inversion de données électromagnétiques par algorithme génétique pour la  
télédétection en zone forestière.

**Composition du jury :**

Rapporteurs :	Andrea MASSA	– Professeur, University of Trento, ELEDIA
	Amélie LITMAN	– MdC, Aix-Marseille 1, Institut Fresnel
Directeur de thèse :	Bernard DUCHÊNE	– CR CNRS, L2S
Co-directeur :	Hélène ROUSSEL	– Professeur, UPMC, L2E
Encadrant :	Cyril DAHON	– MdC, UPMC, L2E
Examineurs :	Marc HÉLIER	– Professeur, UPMC, L2E
	Lionel PICHON	– DR CNRS, LGEP



*The two most important days in your life are the day  
you are born and the day you find out why.  
" Mark Twain "*

*If you're unable to reward, then make sure to thank.  
This thesis is dedicated to my parents for their love,  
endless support and encouragement.*





# Remerciements

De nombreuses personnes sont à remercier. Toutes ont contribué à rendre ce travail possible grâce à leur soutien, leurs encouragements, leur confiance, leur amitié, leur affection, ou leur présence.

Ma thèse s'est déroulée au Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S) au sein du Département de Recherche en Électromagnétisme (DRÉ), en collaboration avec le Laboratoire d'Électronique et Électromagnétisme (L2E). Je tiens d'abord à remercier monsieur **Silviu Niculescu**, Directeur de Recherche au CNRS et Directeur du L2S, d'une part pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire pendant mes années de thèse et, d'autre part, pour m'avoir assuré les conditions nécessaires à mon travail.

Je remercie ensuite monsieur **Andrea MASSA** et madame **Amélie LITMAN** pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce long manuscrit. Je remercie également messieurs **Marc HÉLIER** et **Lionel PICHON** de m'avoir fait l'honneur et le plaisir d'accepter le rôle d'examineur.

J'adresse un grand merci à mes directeurs de thèse, sans qui mes travaux n'auraient pu aboutir aux résultats présentés ici. Je tiens donc à remercier **Bernard DUCHÊNE** et **Hélène ROUSSEL** pour leur disponibilité, pour les nombreuses discussions à caractère scientifique que nous avons pu partager, mais également pour les moyens qu'ils ont mis à ma disposition afin de faire avancer ma recherche le plus loin possible. C'est à travers ces quelques mots que je souhaite leur exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance. Je remercie particulièrement et sincèrement **Cyril DAHON** pour ces quelques années agréables passées ensemble, pour le temps qu'il a pu me consacrer, en partageant ses idées et sa bonne humeur quotidienne, mais aussi pour le travail réalisé (poussé jusqu'au bistrot "107", ...).

Je remercie également, monsieur **Aziz BENLARBI-DELAÏ** Professeur à l'UPMC et Directeur du laboratoire L2E d'avoir accepté de m'y accueillir pendant quelques mois. Je tiens à remercier madame **Chloé HAMEL-DELLENBACH**, la secrétaire administrative du L2E, qui m'a beaucoup aidé pour mes documents administratifs et rendre mon séjour au laboratoire légal. De plus, j'aimerais remercier tous les membres du L2E, permanents et (post-)doctorants,

pour l'ambiance de travail qui a été conviviale et très agréable durant mon séjour.

La liste de remerciements s'allonge mais je vais quand même prendre quelques lignes de plus pour adresser mes remerciements à tous les membres du L2S. Donc je remercie, pour le quotidien, **Marc, Christophe, Antoine, Florian, Frederic, Vincent, Henri, Philippe, Giacomo, Takis, Moussa** et bien sûr mes collègues du bureau **Safaa** et **Momo**. J'en oublie sûrement car la liste est longue, mais je remercie tout ceux que j'ai omis de citer, ils se reconnaîtront. Un grand merci pour toutes les discussions scientifiques et non scientifiques (à table le midi, pause café, ...), vous avez été d'un grand soutien journalier.

Encore et encore des remerciements ... je veux remercier mes amis **Azzam, Monzer, Abdallah, Ahmad, Mostapha, Mariam, AlBatoul**, et **Sonia** pour tous vos conseils et les bons moments passés ensemble. A vous mes amis, je dois reconnaître la patience de supporter mes pires défauts, les sautes d'humeur, la négligence, les vanités, mes peurs et mes doutes.

Lorsque l'on a la chance de côtoyer une personne dévouée et des collègues digne de confiance, il est difficile de leur rendre, au moins en partie, toute leur sollicitude. Pour cela, je tiens à remercier du fond du coeur mon amie **Aurore**, qui lors de mon arrivée en France, a su m'épauler coûte que coûte. Elle a réussi à mélanger le libanais et le français pour m'accompagner durant cette grande aventure. Merci pour ton investissement, ton optimisme, ton intérêt et surtout merci d'avoir cru en moi.

Et pour finir, parce qu'on garde toujours le meilleur pour la fin, je tiens à remercier tout spécialement mes deux compatriotes **Younane NASSIF** et **Jad ABOU CHAAYA** où j'ai trouvé une amitié sans failles, et qui m'auront aidé au delà de mes espérances dans mon parcours aussi bien professionnel que personnel. Malheureusement toute ma gratitude n'est pas possible à exprimer tellement elle est grande, alors je vous remercie pour chaque jour qu'il m'aura été donné de partager avec vous.

Le doctorat aura été pour moi une expérience extraordinaire, enrichissante, mais aussi un long marathon. Je vous laisse donc sur ces mots simples :

***"La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est que de l'information"***

***– Albert Einstein –***

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>V</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Modélisation et étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu forestier</b>	<b>4</b>
<b>I Introduction à la modélisation de la diffusion par un milieu forestier</b>	<b>6</b>
I.1 Modèles existants de diffusion par la végétation . . . . .	6
I.2 Matrice de diffusion et conventions . . . . .	8
<b>II Modèle approché</b>	<b>9</b>
II.1 Introduction . . . . .	10
II.2 Principe général du modèle approché . . . . .	10
II.3 Calcul du champ diffracté par un cylindre infini . . . . .	12
A- Calcul du champ diffracté pour une polarisation verticale (TM) . . . . .	12
B- Calcul du champ diffracté pour une polarisation horizontale (TE) . . . . .	17
II.4 Calcul du champ diffracté par un cylindre fini . . . . .	20
II.5 Calcul de la matrice de diffusion . . . . .	23
II.6 Représentation d'une parcelle forêt dans le modèle approché . . . . .	25
II.7 Conclusion . . . . .	26
<b>III Modèle exact</b>	<b>27</b>
III.1 Introduction . . . . .	27
III.2 Rappels des équations fondamentales . . . . .	28
III.3 Calcul du champ diffracté par la Méthode des Moments . . . . .	30
III.4 Représentation d'une parcelle de forêt dans le modèle exact . . . . .	33
III.5 Conclusion . . . . .	36

<b>IV Validation numérique du modèle approché par comparaison au modèle exact</b>	<b>37</b>
IV.1 Introduction	38
IV.2 Étude de convergence du modèle approché d'un cylindre en espace libre	39
IV.3 Validation dans le cas d'un cylindre en espace libre	43
A- Cylindre vertical	44
B- Cylindre incliné	49
IV.4 Prise en compte des mécanismes de diffusion pour un cylindre posé sur sol	53
A- Interactions diffuseur-sol	53
B- Contribution du sol	54
IV.5 Validation pour un cylindre vertical posé sur une surface parfaitement conductrice	55
A- Cas du monostatisme	56
B- Cas du bistatisme	57
IV.6 Validation pour un arbre composé d'un tronc et deux branches inclinées	59
IV.7 Effet de couplage	61
A- Arbre avec quatre branches inclinées	61
B- Arbre avec huit branches inclinées	63
IV.8 Validation du cas de diffraction par plusieurs arbres	66
IV.9 Validation d'un objet diffractant posé sur un sol réel	68
A- Cas d'un cylindre diélectrique	68
B- Cas d'un arbre composé d'un tronc et de quatre branches	69
IV.10 Conclusion	71
<b>V La réciprocité du modèle approché</b>	<b>73</b>
V.1 Introduction	74
V.2 La réciprocité polarimétrique en configuration monostatique	74
A- Principe de la réciprocité	74
B- Discussion sur la réciprocité des mécanismes de diffusion	77
C- Mise en évidence de la perte de réciprocité	77
V.3 Reformulation de la matrice de diffusion d'un cylindre diélectrique	80
V.4 Diagnostic de la perte de réciprocité	82
V.5 Modèle PRECY	85
A- Cas du bistatisme en $\theta$	85
B- Cas du bistatisme quelconque	86
V.6 Vérification de l'impact de la modification PRECY	88
V.7 Conclusion	90

<b>II</b>	<b>Estimation des paramètres de la végétation</b>	<b>91</b>
<b>I</b>	<b>Optimisation par algorithme génétique</b>	<b>93</b>
I.1	Méthodes d'optimisation . . . . .	94
A-	Introduction sur l'optimisation . . . . .	94
B-	Minimisation et maximisation . . . . .	96
C-	Optimum local et global . . . . .	96
D-	État de l'art des méthodes d'optimisation . . . . .	98
E-	Le choix de la méthode d'optimisation . . . . .	101
I.2	Algorithme génétique (AG) . . . . .	104
A-	L'algorithme génétique (AG) . . . . .	104
B-	Principe de l'algorithme génétique . . . . .	105
C-	Étapes d'implémentation de l'algorithme génétique . . . . .	106
I.3	Étude de l'algorithme génétique (AG) . . . . .	113
A-	AG classique et modifié . . . . .	113
B-	Étude des différentes modifications de l'opérateur génétique . . . . .	120
I.4	Conclusion . . . . .	127
<b>II</b>	<b>Applications de l'algorithme génétique : résultats numériques</b>	<b>129</b>
II.1	Introduction et présentation du problème . . . . .	130
II.2	Études préalables . . . . .	132
A-	Étude numérique des fonctions coût du problème "idéal" . . . . .	132
B-	Étude de convergence de l'AG : critère d'arrêt sans a priori . . . . .	142
II.3	Estimation des variables dans le cas du "crime inverse" . . . . .	145
A-	Inversion d'un cylindre seul . . . . .	145
B-	Effet du nombre de points de mesure sur l'inversion dans le cas du bistatisme en $\phi$ . . . . .	149
C-	Inversion de deux cylindres en bistatisme en $\phi$ . . . . .	152
II.4	Estimation à partir de données du modèle exact . . . . .	155
A-	Inversion d'un cylindre . . . . .	156
B-	Inversion de deux cylindres . . . . .	160
C-	Inversion de quatre cylindres . . . . .	175
II.5	Estimation des variables à partir de mesures . . . . .	180
A-	Inversion d'un cylindre en plexiglas . . . . .	181
B-	Inversion d'un cylindre d'époxy chargé de dioxyde de titane . . . . .	183
C-	Inversion de 4 cylindres d'époxy chargé de dioxyde de titane . . . . .	192
II.6	Conclusion . . . . .	195
	<b>Conclusion</b>	<b>197</b>

<b>III Annexes</b>	<b>202</b>
<b>A Base de polarisation en convention FSA-BSA</b>	<b>204</b>
A.1 Base de polarisation dans la convention FSA . . . . .	204
A.2 Base de polarisation dans la convention BSA . . . . .	206
<b>B Rotation d'Euler</b>	<b>208</b>
<b>C Expression du champ électromagnétique incident en coordonnées cylindriques</b>	<b>211</b>
C.1 Étude de la polarisation verticale (mode TM) . . . . .	213
A- Calcul du champ électromagnétique du mode TM en coordonnées cylindriques	214
C.2 Étude de la polarisation horizontale (mode TE) . . . . .	215
A- Calcul du champ électromagnétique du mode TE en coordonnées cylindriques	215
C.3 Quantification de l'erreur du modèle approché . . . . .	217
<b>D Fonctions coût en fonction des paramètres à inverser</b>	<b>218</b>
D.1 Fonction coût en fonction de la variation hauteur - permittivité . . . . .	220
D.2 Fonction coût en fonction de la variation rayon - hauteur . . . . .	225
<b>E Convergence des paramètres physiques pour différentes configurations d'antennes</b>	<b>229</b>
<b>F Comparaison des matrices de diffusion calculées à l'aide des modèles approché et exact pour deux cylindres</b>	<b>232</b>
F.1 Pour une fréquence de 425 MHz . . . . .	233
F.2 Pour une fréquence de 445 MHz . . . . .	234
<b>Bibliographie</b>	<b>235</b>

# Introduction

**L**A forêt abrite une grande part de la bio-diversité terrestre, qu'il s'agisse de forêts naturelles ou de forêts dédiées à la production de bois de construction ou de papier. Ce milieu reste fondamental pour la survie de la biosphère et de l'humanité car aucun autre écosystème ne peut le remplacer. Sa surveillance est logiquement devenue un sujet environnemental très important et urgent à traiter.

Depuis son origine, la télédétection a évolué pour devenir un outil important pour surveiller l'état du couvert végétal. La télédétection est une technique permettant d'obtenir de l'information sur des cibles en analysant des données collectées par des instruments n'étant pas en contact direct avec ces cibles. Elle se fait grâce à deux types de capteurs, optiques et micro-ondes, qui dépendent de la bande de fréquence utilisée. Les images des capteurs optiques sont relativement simples à interpréter, puisque très proches de la vision humaine, mais leur fonctionnement dépend des conditions météorologiques (ciel dégagé, utilisation matinale et à des altitudes où la présence de pluie et de nuages est moins fréquente). De leur côté, les images des capteurs micro-ondes ( $300\text{ MHz} < f < 300\text{ GHz}$ ) sont plus difficiles à interpréter car l'onde peut pénétrer profondément dans les cibles, voire les traverser. En retour, l'avantage est qu'ils sont moins sensibles aux conditions météorologiques ([1, 2]).

Il existe deux types de capteurs : le capteur passif qui enregistre le rayonnement naturel électromagnétique et le capteur actif qui comporte sa propre source d'éclairement.

Les mesures en télédétection radar sont principalement effectuées par des capteurs actifs qui émettent une onde quasi monochromatique et polarisée. Le délai entre l'émission et la réception fournit une information sur la distance de la cible et l'amplitude de l'onde reçue en caractérise la nature. L'onde reçue a la même fréquence que l'onde émise, mais sa polarisation peut être changée. Sur une cible végétale, les variations de polarisation sont directement liées aux propriétés biophysiques de cette dernière, telles que la permittivité, la géométrie, etc ...

Les antennes micro-ondes, lors des mesures, sont placées à bord d'avions ou de satellites permettant d'augmenter la résolution des images par une technique de synthèse d'ouverture



(Synthetic Aperture Radar- SAR). Cette technique s'appuie sur le mouvement du porteur pour obtenir un effet d'ouverture d'antenne beaucoup plus grand que ses dimensions physiques.

L'imagerie radar se distingue par sa complexité d'interprétation, particulièrement pour les zones naturelles. Les mécanismes d'interaction entre l'onde électromagnétique et la végétation sont d'une complexité telle que cela en brouille la compréhension. Dans ce contexte, on comprend aisément l'intérêt de disposer de modèles électromagnétiques d'interaction entre les ondes et la végétation. Grâce à eux, il est possible de simuler des images tout en maîtrisant parfaitement tous les paramètres. En ce sens, la modélisation électromagnétique de zones forestières fait partie intégrante de la télédétection radar et en est un aspect très prometteur. Dans la littérature, plusieurs modèles théoriques ont été développés pour aider à l'interprétation des mesures de télédétection. Mais en raison de la nature complexe du problème de diffusion, le modèle parfait et universel n'existe pas... mais on s'y essaye. Le choix d'un modèle ou d'un autre dépend surtout de l'objectif fixé, de la scène observée et de l'échelle d'acquisition des données. Plus le modèle est fidèle à la réalité, plus les ressources informatiques nécessaires à sa mise en œuvre numérique sont prohibitives. C'est pourquoi, depuis quelques années, on peut constater un intérêt croissant pour les modèles électromagnétiques approchés basés sur des approximations physiques et mathématiques.

La problématique de l'imagerie radar pose comme objectif de caractériser la cible observée. Dans le contexte de la télédétection appliquée aux milieux forestiers, il s'agit d'en extraire les paramètres physiques constitutifs de la végétation. La forêt est un milieu particulièrement complexe de par le nombre de diffuseurs présents et leurs différences en terme de position, de dimensions, d'orientation et de permittivité. L'extraction de tous les paramètres physiques est donc une tâche particulièrement ardue. Une façon de simplifier le problème est d'utiliser les basses fréquences radar (VHF-Bande P). Dans cette bande de fréquences, la canopée (feuilles, aiguilles et petites branches) est assimilable à une couche homogène atténuatrice. Les principaux diffuseurs sont alors les troncs et les branches primaires. Dans ces conditions, nous avons choisi une approche de complexité croissante où les forêts ne sont d'abord constituées que de troncs, puis de troncs avec des branches primaires.

L'extraction des paramètres physiques de ces cibles à partir de mesures radar constitue un problème dit "inverse", qui consiste à reconstruire un objet inconnu à partir de la mesure du champ électromagnétique résultant de son interaction avec une onde interrogatrice (dite "onde incidente") connue. La résolution d'un tel problème nécessite la construction d'un modèle numérique, dit "direct", capable de calculer le champ électromagnétique résultant de l'interaction d'un objet connu avec une onde interrogatrice connue. Bien entendu, ce modèle doit être fiable et rapide. Les modèles qui résolvent numériquement les équations de Maxwell sans approximations physiques, bien que particulièrement fiables, sont coûteux en

ressources informatiques. C'est pourquoi nous avons opté pour l'utilisation d'un modèle direct "approché" basé sur une approximation physique qui conduit à une solution analytique et qui, bien que moins fiable, est beaucoup plus rapide que les modèles précédents. Ce modèle assimile les troncs et les branches primaires à des cylindres diélectriques de sections circulaires et de longueurs finies.

La première partie de ce manuscrit consiste donc à valider le modèle direct approché qui sera utilisé dans la seconde partie pour l'inversion numérique. Elle est divisée en plusieurs chapitres. Le premier chapitre a pour objet de présenter le modèle direct approché qui sera utilisé dans l'algorithme d'inversion pour calculer le champ diffusé. Le deuxième chapitre présente le modèle dit "exact" qui servira à la fois de référence pour la validation du modèle approché et de fournisseur de données simulées pour valider l'inversion. Le troisième chapitre valide le modèle approché par des comparaisons avec le modèle "exact" sur des cibles dont la complexité croît. Le dernier chapitre de cette partie traite d'une problématique intrinsèque au modèle approché, la perte de réciprocité polarimétrique.

La deuxième partie de ce document, se focalise sur l'inversion de données électromagnétiques. Elle traite, dans son premier chapitre, de l'état de l'art des méthodes numériques d'optimisation. Elle argumente le choix d'un algorithme d'inversion génétique pour résoudre le problème posé. Cet algorithme est ensuite décrit, puis son fonctionnement étudié. Ce premier chapitre se conclut par la proposition d'améliorations dont les performances sont présentées. Le second chapitre s'applique à valider, étape par étape, l'algorithme d'inversion génétique. La première étape s'attache d'abord à observer le comportement de l'algorithme d'inversion sous un angle physique et numérique. La deuxième étape consiste à tester l'inversion grâce à des données idéales (issues d'un "crime inverse"). Quant à la troisième étape, les données idéales y sont abandonnées au profit de données simulées par le modèle exact. Enfin, la dernière étape confronte l'algorithme d'inversion à des données expérimentales acquises en situation contrôlée. Selon la même démarche, pour chaque étape, les cibles inversées ont une complexité croissante. Le second chapitre, s'attache aussi à étudier les moyens de rendre plus efficace l'inversion par algorithme génétique.

## **Première partie**

# **Modélisation et étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu forestier**



# I

## Introduction à la modélisation de la diffusion par un milieu forestier

### Sommaire

<b>I.1</b>	<b>Modèles existants de diffusion par la végétation</b>	<b>6</b>
<b>I.2</b>	<b>Matrice de diffusion et conventions</b>	<b>8</b>

Ce chapitre se focalise sur les modèles dédiés à la modélisation de la forêt. Il exclut de fait les modèles basés sur une résolution numérique des équations de Maxwell puisque ceux-ci n'ont pas d'applications spécifiques.

### I.1 Modèles existants de diffusion par la végétation

La modélisation électromagnétique des couverts végétaux consiste à établir des relations entre les paramètres physiques décrivant la forêt (la biomasse [3], la hauteur des arbres [4], la densité de la forêt [5]) et les champs électromagnétiques. Il s'agit de modéliser l'ensemble de la chaîne : l'émission de l'onde, l'interaction avec le couvert et le calcul du champ diffusé.

La modélisation des couverts forestiers fait apparaître trois problématiques différentes :

- \* **Problème de description du milieu** Afin de créer un modèle de diffusion électromagnétique réaliste, les paramètres physiques doivent bien décrire le couvert forestier.
- \* **Problème électromagnétique** Un bon modèle doit bien représenter la physique de l'interaction onde-forêt.
- \* **Problème pratique** Le modèle doit être adapté aux ressources informatiques disponibles pour le calcul.

Plusieurs modèles ont donc été développés en fonction du compromis fait entre ces trois aspects.

La modélisation de la végétation elle-même a donné lieu à plusieurs modèles physiques (continus<sup>1</sup>, ou discrets<sup>2</sup>). Nous avons opté pour l'approche discrète afin d'avoir la représentation la plus réaliste de la végétation.

Historiquement, les premiers modèles approchés de forêt étaient basés sur la théorie du transfert radiatif utilisée pour caractériser la dispersion de la forêt. Elle s'appuie sur le principe de la conservation de l'énergie. La méthode de résolution itérative de l'équation du transfert radiatif permet de prendre en compte les mécanismes d'interaction entre l'onde et les diffuseurs avec plus ou moins de précision. Cette méthode a évolué vers une formulation vectorielle afin de prendre en compte la polarisation des ondes [6, 7, 8]. La forêt y est représentée en couches superposées au dessus d'un sol diélectrique lisse ou rugueux. Cette formulation est incohérente, elle ne prend pas en compte la position des diffuseurs discrets. Les champs diffusés sont décorrélés de sorte que l'énergie de l'ensemble des champs diffusés est égale à la somme des énergies de chaque champ. Cette approche énergétique ne tenant pas compte de la nature complexe du champ électrique, cela conduit à ne pas prendre en compte les interférences destructives ou constructives entre les ondes diffusées ([9, 10]) et a aussi pour conséquence de perdre la phase absolue et, par là même, de se priver de l'application à l'interférométrie. De plus, cette approche n'est pas valable dans le cas de milieux denses où les couplages en champ proche sont forts ([11, 12]).

Les modèles approchés ont donc été améliorés de manière à palier ce défaut. Ces modèles sont dits "cohérents" de par le fait que les contributions de chaque diffuseur sont sommées de manière cohérente. D'autre part, ces modèles sont basés sur l'approximation de Born au premier ordre<sup>3</sup> qui ne tient pas compte de la diffusion multiple ([13, 14]). Notre démarche

---

1. Un modèle est dit continu si les éléments de ce milieu sont remplacés par une fonction de fluctuation de la permittivité diélectrique.

2. Les diffuseurs sont aléatoirement distribués.

3. L'approximation de Born au premier ordre signifie le premier terme de la série de Born qui s'obtient par résolution itérative d'une formulation de la diffusion, en supposant les termes de diffusion petits devant les termes de propagation. Dans le cas des milieux végétaux à diffuseurs discrets, la série est basée sur l'équation de diffusion multiple de Foldy-Lax.

s'inscrit dans le développement d'un modèle cohérent.

Dans un modèle de forêt discret, les cibles élémentaires sont les diffuseurs (troncs, branches, feuilles,...). Le choix d'un modèle électromagnétique de diffuseur dépend d'un compromis entre son domaine de validité, sa capacité à ressembler géométriquement au diffuseur réel, son degré d'approximation et sa facilité à être mis en œuvre numériquement. Karam et Fung ont, par exemple, proposé des modèles de diffusion par une ellipsoïde ([15]), par un disque ([16]) et par un cylindre ([17]). Sarabandi ([18]) a également proposé un modèle de diffusion par un cylindre de longueur finie et c'est ce modèle que nous avons choisi pour calculer le champ diffracté par les troncs et les branches primaires dans le cas du modèle "approché". Ce modèle a l'avantage de ne pas prendre en compte la diffusion par les sections terminales du cylindre, ce qui nous paraît réaliste car celle-ci n'existe pas excepté pour les arbres coupés.

## I.2 Matrice de diffusion et conventions

Les modèles cohérents nécessitent, pour chaque diffuseur, une caractérisation électromagnétique sous la forme d'une matrice de diffusion (ou matrice de Sinclair) afin de conserver l'information de phase absolue. Cette matrice est une représentation mathématique de l'interaction d'une onde électromagnétique avec une cible à une distance  $r$  de l'antenne. Cette interaction crée un champ diffusé dont la polarisation peut varier. Ce changement de polarisation entre l'onde incidente et l'onde diffractée est dû principalement aux caractéristiques de la cible. La matrice de diffusion est une matrice de  $(2 \times 2)$  éléments complexes. Elle contient toutes les informations sur les propriétés physiques de la cible pour une fréquence et des angles d'orientation d'antennes donnés. Elle s'écrit sous la forme suivante (**convention**  $\mathbf{e}^{-j\omega\mathbf{t}}$ ) :

$$\begin{bmatrix} E_v^s \\ E_h^s \end{bmatrix} = \frac{e^{-j(\omega t - k_0 r)}}{r} \begin{bmatrix} S_{Vv} & S_{Vh} \\ S_{Hv} & S_{Hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_v^i \\ E_h^i \end{bmatrix}, \quad (\text{I.1})$$

où  $S_{Vv}$  et  $S_{Hh}$  représentent les canaux de copolarisation et  $S_{Hv}$  et  $S_{Vh}$  les canaux de polarisation croisée. Les indices  $v$  et  $h$  représentent respectivement les polarisations verticale et horizontale. Par souci de lisibilité, l'indice en minuscule représente la polarisation en émission et l'indice en majuscule représente la polarisation de réception. Traditionnellement, les matrices de diffusion peuvent s'exprimer en deux conventions différentes, en convention BSA (Back Scattering Alignement) ou en convention FSA (Forward Scattering Alignement, Annexe A). Nous avons choisi la **convention FSA**.

# II

## Modèle approché

### Sommaire

<b>II.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>10</b>
<b>II.2</b>	<b>Principe général du modèle approché</b>	<b>10</b>
<b>II.3</b>	<b>Calcul du champ diffracté par un cylindre infini</b>	<b>12</b>
A-	Calcul du champ diffracté pour une polarisation verticale (TM)	12
a-	La composante sur $\hat{z}$ du champ électromagnétique en polarisation verticale (TM)	13
b-	La composant transverse du champ électromagnétique en polarisation verticale (TM)	14
c-	Expressions des champs électromagnétiques en polarisation verticale (TM)	15
d-	Calcul des coefficients $a_n^s$ , $b_n^s$ , $a_n$ et $b_n$ associés à chaque harmonique	16
B-	Calcul du champ diffracté pour une polarisation horizontale (TE)	17
a-	Expressions des champs électromagnétiques en polarisation horizontale (TE)	18
b-	Expression des coefficients $a_n'^s$ , $b_n'^s$ , $a_n'$ et $b_n'$	19
<b>II.4</b>	<b>Calcul du champ diffracté par un cylindre fini</b>	<b>20</b>
<b>II.5</b>	<b>Calcul de la matrice de diffusion</b>	<b>23</b>
<b>II.6</b>	<b>Représentation d'une parcelle forêt dans le modèle approché</b>	<b>25</b>
<b>II.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>26</b>



## II.1 Introduction

Le problème de la diffraction par un cylindre diélectrique homogène infini a été résolu par Lord Rayleigh [19] pour une incidence normale. Depuis sa solution a été généralisée au cas d'une incidence oblique et d'un cylindre fini moyennant une approximation ([16], [18]).

La principale différence entre les deux méthodes présentées par ces auteurs est que la première prend en compte la diffraction par les deux sections apparentes d'un cylindre, alors que la seconde non. En effet, dans la seconde méthode, le cylindre éclairé par le dessus ne rayonne pas. Nous avons choisi cette méthode car il nous a semblé plus réaliste de considérer que les sections terminales ne doivent pas contribuer au signal diffracté puisque dans la nature, mis à part une branche ou un tronc d'arbre coupé, un arbre n'a pas de section de cylindre apparente.

Cette deuxième méthode de calcul de champ diffracté, que nous appellerons "méthode de Sarabandi" en référence à son auteur, se base sur l'approximation du cylindre infini. Elle permet de calculer la matrice de diffusion d'un cylindre illuminé par une onde d'incidence quelconque. Elle a le grand avantage de proposer une solution analytique simple qui ne requiert aucune méthode numérique élaborée. Elle est donc très rapide. De plus, la matrice de diffusion donne une information complètement polarimétrique qui autorise l'utilisation des techniques de la polarimétrie radar pour interpréter le signal simulé.

## II.2 Principe général du modèle approché

Nous considérons donc une onde plane d'incidence oblique, définie par un vecteur champ électrique  $\vec{E}^i$  et un vecteur champ magnétique  $\vec{H}^i$ , illuminant un cylindre diélectrique homogène de permittivité  $\varepsilon$ . L'onde incidente se propage dans la direction  $\hat{k}_i$  et son champ électrique est polarisé dans la direction  $\hat{e}_i$ , perpendiculaire à  $\hat{k}_i$ . En convention temporelle  $e^{-j\omega t}$ , le champ incident est défini par l'équation suivante :

$$\vec{E}^i = E_0 e^{jk_0 \hat{k}_i \vec{r}} \hat{e}_i, \quad (\text{II.1})$$

où  $E_0$  est l'amplitude du champ électrique,  $\vec{r}$  est le vecteur position dans le repère  $(O, X, Y, Z)$  ( $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ ) et  $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$  est la constante de propagation dans le vide.

En champ lointain, le champ diffracté a la forme d'une onde sphérique avec une dépendance en  $\frac{e^{jkr}}{r}$ , où  $r$  est la distance entre la source et le point d'observation. En général, l'objet diffracte un champ  $\vec{E}^s$  polarisé selon  $\hat{e}_s$  dans toutes les directions  $\hat{k}_s$ . Il s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\vec{E}^s = f(\hat{k}_s, \hat{k}_i) E_0 \frac{e^{jkr}}{r} \hat{e}_s. \quad (\text{II.2})$$

La fonction  $f(\hat{k}_s, \hat{k}_i)$  représente la proportion de l'amplitude diffractée de la direction  $\hat{k}_i$  vers la direction  $\hat{k}_s$ . Nous souhaitons calculer cette fonction pour chaque cylindre composant la forêt, afin de pouvoir sommer, de manière cohérente, les champs diffractés par chacun de ces cylindres. Cette fonction, obtenue pour les différentes combinaisons de polarisation et écrite sous forme matricielle, n'est autre que la matrice de diffusion.

Afin de prendre en compte tous les cas de polarisation, il convient de définir deux vecteurs de polarisation. Nous avons choisi, dans ce manuscrit, la représentation traditionnelle de la polarimétrie radar : le vecteur de polarisation verticale  $\hat{v}$  et le vecteur de polarisation horizontale  $\hat{h}$  qui forment un plan orthogonal à la direction de propagation  $\hat{k}$ .

On définit, les vecteurs unitaires de polarisation de la façon suivante :

$$\hat{h}_p = \frac{\hat{z} \wedge \hat{k}_p}{|\hat{z} \wedge \hat{k}_p|}. \quad (\text{II.3})$$

$\hat{h}_p$  est donc perpendiculaire à  $\hat{z}$  et  $\hat{k}_p$ .  $\hat{v}_p$  doit l'être par rapport à  $\hat{k}_p$  et  $\hat{h}_p$ , pour former un trièdre direct  $(\hat{k}_p, \hat{v}_p, \hat{h}_p)$ , d'où :

$$\hat{v}_p = \hat{h}_p \wedge \hat{k}_p, \quad (\text{II.4})$$

où l'indice  $p$  équivaut à l'indice  $i$  pour l'onde incidente ou  $s$  pour l'onde diffractée. Néanmoins, dans la littérature, on peut trouver une autre notation traditionnellement utilisée en électromagnétisme : la polarisation "TM" (transverse magnétique), équivalente à la polarisation verticale, et la polarisation "TE" (transverse électrique), équivalente à la polarisation horizontale.

Pour un cylindre diélectrique homogène de longueur infinie, le problème de diffusion est à symétrie cylindrique et devient un problème à deux dimensions. Les champs électromagnétiques peuvent donc être décomposés sur une base de fonctions de Bessel cylindriques. Le passage au cas d'un cylindre fini peut se faire grâce à une approximation qui suppose que le courant à la surface du cylindre fini est le même que celui sur le cylindre infini. Cette approximation n'est cependant valide que lorsque le cylindre est long par rapport à la longueur d'onde du signal radar. D'autre part, la validité de cette approche est largement conditionnée

par les dimensions respectives de la longueur et du rayon : le rapport rayon-longueur d'onde  $\frac{a}{\lambda_0}$  doit être faible en comparaison du rapport longueur-longueur d'onde  $\frac{h}{\lambda_0}$  [20].

## II.3 Calcul du champ diffracté par un cylindre infini

### A- Calcul du champ diffracté pour une polarisation verticale (TM)

Dans une base de coordonnées cylindriques  $(O, \hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$ , le cylindre infini de rayon  $a$  est vertical et son axe de symétrie est sur l'axe  $\hat{z}$ . On suppose que l'onde incidente se propage dans la direction  $\hat{k}_i$ , qui fait un angle  $\theta_i$  avec l'axe  $z > 0$ , et qu'elle est polarisée de façon à ce que son vecteur champ électrique  $\vec{E}^i$  soit dans le plan d'incidence. La figure II.1 illustre la géométrie du problème avec  $P$ , le point d'observation de coordonnées  $(\rho, \phi, z)$  dans le repère cylindrique.

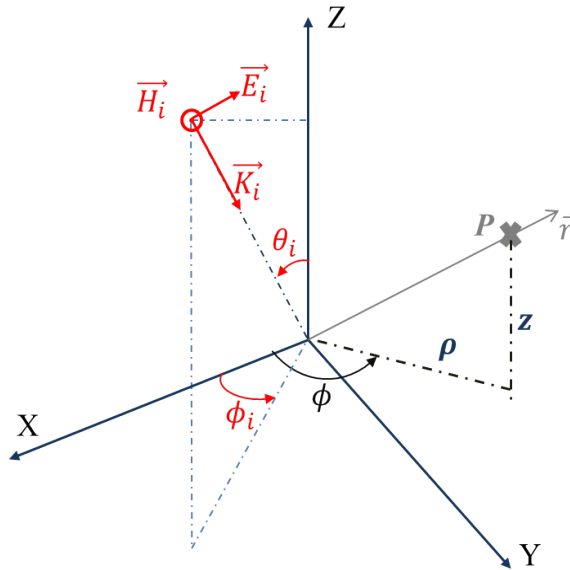


FIGURE II.1 – Géométrie du calcul du champ diffracté en mode TM en un point  $P$ .

En coordonnées cartésiennes nous avons :

$$\begin{aligned}\vec{k}_i &= k_0(-\sin\theta_i \cos\phi_i \hat{x} - \sin\theta_i \sin\phi_i \hat{y} + \cos\theta_i \hat{z}), \\ \vec{r} &= \rho \cos\phi \hat{x} + \rho \sin\phi \hat{y} + z \hat{z}, \\ \vec{k}_i \cdot \vec{r} &= k_0(-\rho \sin\theta_i \cos(\phi - \phi_i) + \cos\theta_i z).\end{aligned}\tag{II.5}$$

En se basant sur les résultats des équations (II.5) et les propriétés des fonctions de Bessel ([21], page 355 à 374), l'équation de l'onde incidente peut être décomposée sur la base des fonctions de Bessel et s'écrire :

$$\begin{aligned} e^{j\vec{k}_i \cdot \vec{r}} &= e^{-jk_0 \sin \theta_i \rho \cos(\phi - \phi_i)} e^{jk_0 \cos \theta_i z} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n J_n(k_0 \sin \theta_i \rho) e^{jn(\phi - \phi_i)} e^{jk_0 \cos \theta_i z}. \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

Par simplicité on prendra  $\phi_i = 0$  dans la suite du calcul.

#### a- La composante sur $\hat{z}$ du champ électromagnétique en polarisation verticale (TM)

D'après les équations (II.1) et (II.6), la composante sur  $\hat{z}$  du champ électrique de l'onde incidente est donnée par :

$$E_z^i = E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n J_n(\lambda_0 \rho) F_n. \quad (\text{II.7})$$

Comme le cylindre est supposé de longueur infinie, il n'y a pas d'effet de bord. La dépendance des champs en  $z$  est donc périodique et prise en compte par le facteur  $e^{jk_0 \cos \theta_i z}$  dans la fonction  $F_n$  qui sera donnée en fin de ce paragraphe.

Par analogie, la composante sur  $\hat{z}$  du champ diffracté  $E_z^s$  s'écrit comme une somme pondérée de fonctions de Hankel :

$$E_z^s = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n. \quad (\text{II.8})$$

Le choix des fonctions de Hankel de première espèce garantit le bon comportement du champ à l'infini pour notre convention temporelle.

La composante sur  $\hat{z}$  du champ électrique à l'intérieur du cylindre est exprimée de la façon suivante :

$$E_z^{int} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n J_n(\lambda_1 \rho) F_n. \quad (\text{II.9})$$

Le choix d'une base de fonctions de Bessel garantit que le champ est fini pour  $\rho = 0$ .

Le même principe est appliqué aux champs magnétiques, d'où :

$$\begin{aligned}
 H_z^i &= 0 \quad (\text{polarisation TM}), \\
 H_z^s &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n, \\
 H_z^{int} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n J_n(\lambda_1 \rho) F_n,
 \end{aligned} \tag{II.10}$$

avec :

$\lambda_0 = k_0 \sin \theta_i$	composante transverse du nombre d'onde dans le vide
$\lambda_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_r \mu_r - \cos^2 \theta_i}$	composante transverse du nombre d'onde dans le cylindre
$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$	nombre d'onde dans le vide (milieu 2)
$k_1 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$	nombre d'onde dans le cylindre (milieu 1)
$J_n, H_n$	$n^{\text{ème}}$ ordres des fonctions de Bessel et Hankel
$a_n^s, b_n^s$	coefficients des $n^{\text{ème}}$ harmoniques des ondes TM et TE du champ diffracté ( $\rho > a$ )
$a_n, b_n$	coefficients des $n^{\text{ème}}$ harmoniques des ondes TM et TE du champ à l'intérieur du cylindre ( $\rho < a$ )
$F_n = e^{jn(\phi)} e^{jk_0 \cos \theta_i z} e^{-j\omega t}$	

#### b- La composant transverse du champ électromagnétique en polarisation verticale (TM)

Les champs électrique et magnétique s'écrivent, dans la base de coordonnées cylindriques  $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$ , de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= E_\rho \hat{\rho} + E_\phi \hat{\phi} + E_z \hat{z} = \vec{E}_{trans} + E_z \hat{z}, \\
 \vec{H} &= H_\rho \hat{\rho} + H_\phi \hat{\phi} + H_z \hat{z} = \vec{H}_{trans} + H_z \hat{z}.
 \end{aligned} \tag{II.11}$$

En utilisant les équations de Maxwell (III.1) et l'équation (II.11), on peut relier la composante transverse du champ électromagnétique à sa composante sur  $\hat{z}$ .

En rappelant que nous sommes en convention FSA <sup>1</sup> (annexe A), nous obtenons :

---

1. Alignement en diffusion avant (" Forward scattering alignment")

$$\begin{aligned}\vec{E}_{trans} &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left[ \nabla_{trans} \frac{\partial E_z}{\partial z} - j \omega \mu \hat{z} \wedge \nabla_{trans} H_z \right], \\ \vec{H}_{trans} &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left[ \nabla_{trans} \frac{\partial H_z}{\partial z} + j \omega \varepsilon \hat{z} \wedge \nabla_{trans} E_z \right],\end{aligned}\quad (\text{II.12})$$

où  $\nabla_{trans}$  représente la composante transverse de l'opérateur  $\nabla$ .

### c- Expressions des champs électromagnétiques en polarisation verticale (TM)

Nous introduisons les équations (II.7), (II.8), (II.9) et (II.10) dans les expressions (II.12) afin de trouver tous les termes des champs électriques et magnétiques (incident, diffracté et à l'intérieur du cylindre) dans la base  $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$ . Nous avons alors :

le champ électrique incident :

$$\begin{aligned}\vec{E}_\rho^i &= j \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} E_0 \sin \theta_i k_0 \cos \theta_i \lambda_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n J'_n(\lambda_0 \rho) F_n \hat{\rho}, \\ \vec{E}_\phi^i &= - \frac{n}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} E_0 \sin \theta_i \frac{k_0 \cos \theta_i}{\rho} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n J_n(\lambda_0 \rho) F_n \hat{\phi}, \\ \vec{E}_z^i &= E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n J_n(\lambda_0 \rho) F_n \hat{z},\end{aligned}\quad (\text{II.13})$$

le champ électrique diffracté par le cylindre :

$$\begin{aligned}\vec{E}_\rho^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ - \frac{n \omega \mu_2}{\rho} b_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n + j k_0 \cos \theta_i a_n^s \lambda_0 H_n'^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n \right] \hat{\rho}, \\ \vec{E}_\phi^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ - \frac{n k_0 \cos \theta_i}{\rho} a_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n - j \omega \mu_2 b_n^s \lambda_0 H_n'^{(1)}(\lambda_2 \rho) F_n \right] \hat{\phi}, \\ \vec{E}_z^s &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n \hat{z},\end{aligned}\quad (\text{II.14})$$

le champ électrique à l'intérieur du cylindre :

$$\begin{aligned}\vec{E}_\rho^{int} &= \frac{1}{\omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - k_{z_1}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ - \frac{\omega \mu_1 n}{\rho} b_n J(\lambda_1 \rho) F_n + j k_0 \cos \theta_i a_n \lambda_1 J'_n(\lambda_1 \rho) F_n \right] \hat{\rho}, \\ \vec{E}_\phi^{int} &= \frac{1}{\omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - k_{z_1}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ - \frac{n k_0 \cos \theta_i}{\rho} a_n J_n(\lambda_1 \rho) F_n - j \omega \mu_1 b_n \lambda_1 J'_n(\lambda_1 \rho) F_n \right] \hat{\phi}, \\ \vec{E}_z^{int} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n H_n^{(1)}(\lambda_1 \rho) F_n \hat{z},\end{aligned}\quad (\text{II.15})$$

le champ magnétique incident :

$$\begin{aligned}\vec{H}_\rho^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \frac{n \omega \varepsilon_2}{\rho} E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n J_n(\lambda_0 \rho) F_n \hat{\rho}, \\ \vec{H}_\phi^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} j \omega \varepsilon_2 E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \lambda_0 J'_n(\lambda_0 \rho) F_n \hat{\phi}, \\ \vec{H}_z^i &= 0,\end{aligned}\tag{II.16}$$

le champ magnétique diffracté par le cylindre :

$$\begin{aligned}\vec{H}_\rho^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{n \omega \varepsilon_2}{\rho} a_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n + j k_0 \cos \theta_i b_n^s \lambda_0 H_n'^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n \right] \hat{\rho}, \\ \vec{H}_\phi^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{n k_0 \cos \theta_i}{\rho} b_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n + j \omega \varepsilon_2 a_n^s \lambda_0 H_n'^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n \right] \hat{\phi}, \\ \vec{H}_z^s &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 \rho) F_n \hat{z},\end{aligned}\tag{II.17}$$

et le champ magnétique à l'intérieur du cylindre :

$$\begin{aligned}\vec{H}_\rho^{int} &= \frac{1}{\omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - k_{z_1}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{n \omega \varepsilon_1}{\rho} a_n J(\lambda_1 \rho) F_n + j k_0 \cos \theta_i b_n \lambda_1 J'_n(\lambda_1 \rho) F_n \right] \hat{\rho}, \\ \vec{H}_\phi^{int} &= \frac{1}{\omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - k_{z_1}^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{n k_0 \cos \theta_i}{\rho} b_n J_n(\lambda_1 \rho) F_n + j \omega \varepsilon_1 a_n \lambda_1 J'_n(\lambda_1 \rho) F_n \right] \hat{\phi}, \\ \vec{H}_z^{int} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n H_n^{(1)}(\lambda_1 \rho) F_n \hat{z},\end{aligned}\tag{II.18}$$

où ' désigne les dérivées des fonctions de Bessel et Hankel par rapport à leur argument.

#### d- Calcul des coefficients $a_n^s$ , $b_n^s$ , $a_n$ et $b_n$ associés à chaque harmonique

Afin de calculer les champs électriques et magnétiques à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre, il faut trouver les expressions des termes  $a_n^s, b_n^s, a_n, b_n$ . Pour cela, il faut appliquer les équations de continuité des composantes tangentielles à l'interface cylindre/air, c'est-à-dire en  $\rho = a$ . Cela conduit à un système de quatre équations à quatre inconnues :

$$\rho = a \quad \begin{cases} H_z^i + H_z^s &= H_z^{int}, \\ E_\phi^i + E_\phi^s &= E_\phi^{int}, \end{cases}\tag{II.19a}$$

$$\rho = a \quad \left\{ \begin{array}{l} E_z^i + E_z^s = E_z^{int}, \\ H_\phi^i + H_\phi^s = H_\phi^{int}, \end{array} \right. \quad (\text{II.19b})$$

Avec les deux équations (II.19a) on trouve :

$$\begin{aligned} a_n &= [E_0 \sin \theta_i (-j)^n J_n(\lambda_0 a) + a_n^s H_n^{(1)}(\lambda_0 a)] \frac{1}{J_n(\lambda_1 a)}, \\ b_n &= b_n^s \frac{H_n^{(1)}(\lambda_0 a)}{J_n(\lambda_1 a)}, \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

que l'on complète grâce aux équations (II.19b) pour obtenir :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n^s = E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n C_n^{TM}, \\ b_n^s = -j \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \bar{C}_n, \end{array} \right. \quad (\text{II.21a})$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} C_n^{TM} = -\frac{V_n P_n - q_n^2 J_n^2(\lambda_1 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) J_n(\lambda_0 a)}{N_n P_n - [q_n J_n(\lambda_1 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a)]^2}, \\ \bar{C}_n = \frac{2j}{\pi k_2 a \sin^2 \theta_i} \left[ \frac{q_n J_n^2(\lambda_1 a)}{P_n N_n - [q_n J_n(\lambda_1 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a)]^2} \right], \end{array} \right. \quad (\text{II.21b})$$

et

$$V_n = k_0 a \left[ \frac{\varepsilon}{\lambda_1 a} J_n(\lambda_0 a) J_n'(\lambda_1 a) - \frac{1}{\lambda_0 a} J_n'(\lambda_0 a) J_n(\lambda_1 a) \right], \quad (\text{II.22a})$$

$$N_n = k_0 a \left[ \frac{\varepsilon}{\lambda_1 a} H_n^{(1)}(\lambda_0 a) J_n'(\lambda_1 a) - \frac{1}{\lambda_0 a} H_n'^{(1)}(\lambda_0 a) J_n(\lambda_1 a) \right], \quad (\text{II.22b})$$

$$M_n = k_0 a \left[ \frac{1}{\lambda_1 a} J_n(\lambda_0 a) J_n'(\lambda_1 a) - \frac{1}{\lambda_0 a} J_n'(\lambda_0 a) J_n(\lambda_1 a) \right], \quad (\text{II.22c})$$

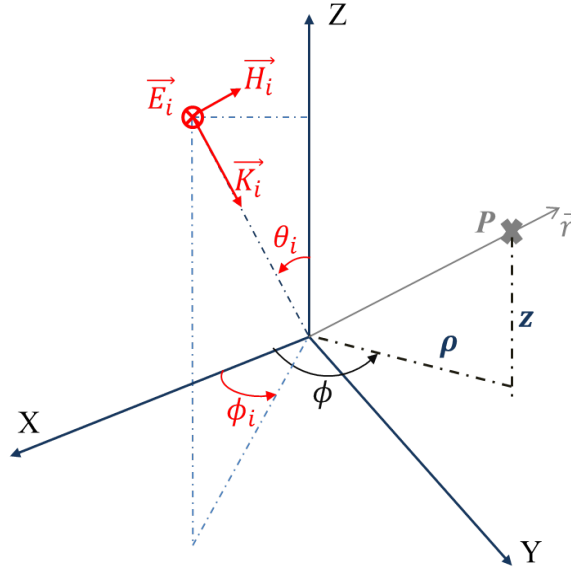
$$P_n = k_0 a \left[ \frac{1}{\lambda_1 a} H_n^{(1)}(\lambda_0 a) J_n'(\lambda_1 a) - \frac{1}{\lambda_0 a} H_n'^{(1)}(\lambda_0 a) J_n(\lambda_1 a) \right], \quad (\text{II.22d})$$

$$q_n = n k_0 a \cos \theta_i \left( \frac{1}{(\lambda_1 a)^2} - \frac{1}{(\lambda_0 a)^2} \right). \quad (\text{II.22e})$$

## B- Calcul du champ diffracté pour une polarisation horizontale (TE)

Pour une onde incidente polarisée horizontalement (cas TE), le champ électrique incident est orthogonal au plan d'incidence. Par contre, le champ magnétique incident est dans le plan d'incidence. La figure II.2 illustre la géométrie du problème en mode TE.



FIGURE II.2 – Géométrie du calcul du champ diffracté en mode TE en un point  $P$ .

Il est donc aisé de faire l'analogie avec le cas TM puisque le champ électrique  $\vec{E}_{TM}^i$  est permuté avec le champ magnétique  $\vec{H}_{TE}^i$ . Le champ diffracté par une onde incidente de polarisation TE s'obtient donc à partir du champ diffracté pour une onde incidente de polarisation TM par les permutations suivantes :

$$TM \rightarrow TE = \begin{cases} E \rightarrow H & \varepsilon \rightarrow \mu & a_n^s \rightarrow a_n'^s \\ H \rightarrow -E & \mu \rightarrow \varepsilon & b_n^s \rightarrow b_n'^s \end{cases} . \quad (\text{II.23})$$

#### a- Expressions des champs électromagnétiques en polarisation horizontale (TE)

Après permutation, les champs incidents et diffractés sont donnés par :

$$\begin{aligned} E_\rho^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \left[ -\frac{n\omega\mu}{\rho} H_0 \sin\theta_i J_n(\lambda_0 \rho) F_n \right], \\ E_\phi^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \left[ -j\omega\mu\lambda_0 H_0 \sin\theta_i J_n'(\lambda_0 \rho) F_n \right], \\ E_z^i &= 0, \end{aligned} \quad (\text{II.24a})$$

$$\begin{aligned}
H_\rho^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n [j k_0 \cos \theta_i H_0 \sin \theta_i \lambda_0 J_n'(\lambda_0 \rho) F_n], \\
H_\phi^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \left[ -\frac{n k_0 \cos \theta_i}{\rho} H_0 \sin \theta_i J_n(\lambda_0 \rho) F_n \right], \\
H_z^i &= H_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n J_n(\lambda_0 \rho) F_n,
\end{aligned} \tag{II.24b}$$

$$\begin{aligned}
E_\rho^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ j k_0 \cos \theta_i \lambda_0 a_n'^s H_n'(\lambda_0 \rho) - \frac{n \mu_2 \omega}{\rho} b_n'^s H_n(\lambda_0 \rho) \right] F_n, \\
E_\phi^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{n k_0 \cos \theta_i}{\rho} a_n'^s H_n(\lambda_0 \rho) - j \omega \mu_2 \lambda_0 b_n'^s H_n'(\lambda_0 \rho) \right] F_n, \\
E_z^s &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n'^s H_n(\lambda_0 \rho) F_n,
\end{aligned} \tag{II.24c}$$

$$\begin{aligned}
H_\rho^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ j k_0 \cos \theta_i \lambda_0 b_n'^s H_n'(\lambda_0 \rho) + \frac{n \varepsilon_2 \omega}{\rho} a_n'^s H_n(\lambda_0 \rho) \right] F_n, \\
H_\phi^s &= \frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{n k_0 \cos \theta_i}{\rho} b_n'^s H_n(\lambda_0 \rho) + j \omega \varepsilon_2 \lambda_0 a_n'^s H_n'(\lambda_0 \rho) \right] F_n, \\
H_z^s &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n'^s H_n(\lambda_0 \rho) F_n.
\end{aligned} \tag{II.24d}$$

### b- Expression des coefficients $a_n'^s$ , $b_n'^s$ , $a_n'$ et $b_n'$

De la même manière que pour le mode TM, les coefficients des harmoniques sont obtenus en appliquant les conditions aux limites (II.19a et II.19b) sur les composantes tangentielles des champs électrique et magnétique, soit :

$$\begin{aligned}
a_n'^s &= E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n C_n^{TE}, \\
b_n'^s &= -j \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} E_0 \sin \theta_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \bar{C}_n,
\end{aligned} \tag{II.25}$$

avec

$$\begin{aligned}
C_n^{TE} &= -\frac{M_n N_n + q_n^2 J_n^2(\lambda_1 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) J_n(\lambda_0 a)}{N_n P_n - [q_n J_n(\lambda_1 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a)]^2}, \\
\bar{C}_n &= \frac{2j}{\pi k_2 a \sin^2 \theta_i} \left[ \frac{q_n J_n^2(\lambda_1 a)}{P_n N_n - [q_n J_n(\lambda_1 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a)]^2} \right].
\end{aligned} \tag{II.26}$$

On peut remarquer que  $b_n'^s = b_n^s$ .

## II.4 Calcul du champ diffracté par un cylindre fini

Notre objectif est de déterminer l'expression du champ diffracté par un cylindre fini de hauteur  $\mathbf{h}$ , de permittivité relative  $\varepsilon_r$  et de rayon  $\mathbf{a}$ , à partir de l'expression du champ diffracté par un cylindre infini donnée dans la section II.3. Le principe consiste à dire que le champ électromagnétique rayonné par le cylindre fini est généré par des courants circulant à la surface du cylindre, calculés comme si ce dernier était infini mais tronqués en dehors du cylindre.

Sachant que le champ diffracté par le cylindre fini est donné par :

$$\begin{aligned} E^s(\vec{r}) &= r\vec{o}t(r\vec{o}t\prod_e(\vec{r})) + jk_0\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}r\vec{o}t\prod_m(\vec{r}), \\ &= -k_0^2\left[\hat{r}\wedge\hat{r}\wedge\prod_e(\vec{r}) + \hat{r}\wedge\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\prod_m(\vec{r})\right], \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

où  $\prod_e(\vec{r})$  et  $\prod_m(\vec{r})$  représentent les vecteurs de Hertz électrique et magnétique, soit :

$$\begin{aligned} \prod_e(\vec{r}) &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{j}{4\pi k_0}\int_{V'}\vec{J}_e^v(\vec{r}')\frac{e^{jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d_{V'}, \\ \prod_m(\vec{r}) &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{j}{4\pi k_0}\int_{V'}\vec{J}_m^v(\vec{r}')\frac{e^{jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d_{V'}, \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

où  $\vec{r}$  est le point d'observation et  $\vec{r}'$  le point source contenu dans le volume  $V'$  appartenant au cylindre fini.

Si on se place en champ lointain ( $r > 2h^2/\lambda_0$ ), l'approximation  $|\vec{r}-\vec{r}'| \simeq r - \vec{r}\cdot\vec{r}'/r$  permet de simplifier l'équation (II.28) et d'écrire :

$$\int_{V'}\vec{J}_{e,m}^v(\vec{r}')\frac{e^{jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d_{V'} \simeq \frac{e^{jk_0r}}{r}\int_{V'}\vec{J}_{e,m}^v(\vec{r}')e^{-jk_0\vec{r}\cdot\vec{r}'}d_{V'}. \quad (\text{II.29})$$

Les vecteurs de Hertz peuvent s'écrire sous deux formes, une première en fonction des courants volumiques et une seconde en fonction des courants surfaciques. Dans le cas de la formulation basée sur les courants surfaciques, l'intégrale ne porte que sur la surface latérale du cylindre, omettant ainsi le rayonnement par les extrémités. Dans le cas de la formulation

volumique, les extrémités sont prises en compte. Il faut néanmoins remarquer que les intégrales volumique et surfacique sont équivalentes si l'on considère le champ réel qui existe à l'intérieur du cylindre fini, au lieu d'un cylindre infini.

Cependant, c'est bien la formulation par les courants surfaciques qui paraît la plus pertinente pour la modélisation des forêts dans le sens où elle modélise le champ diffusé par un cylindre qui sera prolongé par d'autres diffuseurs à ses extrémités. Ce modèle simule une branche d'arbre dont le courant qui circule à sa surface est continu à la jonction avec une autre branche et où les lignes de champs sont très peu déformées. Au contraire, la formulation volumique semble plus adéquate pour calculer la diffusion par des cylindres isolés, tel que des troncs ou des branches qui ont été coupés. La différence entre ces deux formulations réside dans la manière dont sont prises en compte ces extrémités et on s'attend notamment à observer une grande différence entre ces modèles surtout aux faibles incidences.

L'équation (II.28) en champ lointain, exprimée avec la formulation surfacique des vecteurs de Hertz, donne :

$$\begin{aligned}\Pi_e(\vec{r}) &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{j}{4\pi k_0} \int_{z'} \int_{\phi'} \vec{J}_e^s(\vec{r}') e^{-jk_0 \hat{r} \cdot \vec{r}'} \mathbf{a}_{\phi'} d_{z'}, \\ \Pi_m(\vec{r}) &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{j}{4\pi k_0} \int_{z'} \int_{\phi'} \vec{J}_m^s(\vec{r}') e^{-jk_0 \hat{r} \cdot \vec{r}'} \mathbf{a}_{\phi'} d_{z'}.\end{aligned}\tag{II.30}$$

On peut remarquer que cette formulation permet d'intégrer les courants de surface sur une hauteur  $z'$  finie et donc de considérer un cylindre de hauteur fini,  $h$ .

D'après le principe d'équivalence, le champ total (incident+diffracté) à la surface du cylindre engendre des courants de surface électrique  $J_e$  et magnétique  $J_m$  donnés par :

$$\begin{aligned}\vec{J}_e^s &= \hat{n} \wedge \vec{H} = \hat{\rho} \wedge (H_\rho \hat{\rho} + H_\phi \hat{\phi} + H_z \hat{z}) = H_\phi \hat{z} - H_z \hat{\phi}, \\ \vec{J}_m^s &= -\hat{n} \wedge \vec{E} = -\hat{\rho} \wedge (E_\rho \hat{\rho} + E_\phi \hat{\phi} + E_z \hat{z}) = -E_\phi \hat{z} + E_z \hat{\phi},\end{aligned}\tag{II.31}$$

où  $\hat{n}$  est le vecteur unitaire normal à la surface du cylindre et dirigé vers l'extérieur et  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  représentent les champs totaux sur la surface du cylindre.

En regroupant les termes correspondant aux différentes polarisations (h, v) calculés pour le cylindre infini (section II.3) et en sommant les champs incidents et diffractés, nous obtenons :

nous les équations des champs totaux en  $\rho = a$  :

$$\begin{aligned} E_z(\rho = a) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n [J_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)] F_n, \\ H_z(\rho = a) &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n [J_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)] F_n, \end{aligned} \quad (\text{II.32a})$$

$$\begin{aligned} E_\phi(\rho = a) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \left[ -\frac{n \cos \theta_i}{k_2 a \sin^2 \theta_i} [J_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{j}{\sin \theta_i} [J'_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n'^{(1)}(\lambda_0 a)] \right] F_n, \\ H_\phi(\rho = a) &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \left[ -\frac{n \cos \theta_i}{k_2 a \sin^2 \theta_i} [J_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{j}{\sin \theta_i} [J'_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n'^{(1)}(\lambda_0 a)] \right] F_n, \end{aligned} \quad (\text{II.32b})$$

avec :

$$\mathbf{A}_n = [C_n^{TM} \hat{e}_z + j \bar{C}_n \hat{h}_z], \quad \mathbf{B}_n = [C_n^{TE} \hat{h}_z - j \bar{C}_n \hat{e}_z]$$

et où  $\hat{e}_z$  et  $\hat{h}_z$  représentent des vecteurs unitaires de polarisation verticale et horizontale, respectivement.

En introduisant les composantes tangentielles des champs totaux à la surface (équation II.32) dans les expressions des courants de surface (II.31), on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{J}_e^s &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \left[ \left[ -\frac{n \cos \theta_i}{k_2 a \sin^2 \theta_i} (J_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)) + \frac{j}{\sin \theta_i} (J'_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mathbf{A}_n H_n'^{(1)}(\lambda_0 a)) \right] \hat{z} + (J_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)) \hat{\phi} \right] F_n, \\ \vec{J}_m^s &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-j)^n \left[ \left[ \frac{n \cos \theta_i}{k_2 a \sin^2 \theta_i} (J_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)) + \frac{j}{\sin \theta_i} (J'_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mathbf{B}_n H_n'^{(1)}(\lambda_0 a)) \right] \hat{z} - (J_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a)) \hat{\phi} \right] F_n, \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

avec  $\hat{\phi} = \cos \phi \hat{y} - \sin \phi \hat{x}$ .

Une fois les courants de surface exprimés, il suffit de les utiliser dans l'expression des vecteurs de Hertz (II.30), puis d'utiliser les vecteurs de Hertz dans l'équation (II.27) pour obtenir

l'expression du champ diffracté par le cylindre fini :

$$\begin{aligned} \vec{E}^s = K_n k_0^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} & \left[ \left[ \frac{n}{\lambda_0 a} \mathbf{C} \cos \theta_s J_n(\lambda_0 a) - \mathbf{A} \sin \theta_s J_n(\lambda_0 a) + j \mathbf{E} J'_n(\lambda_0 a) \right] \hat{\theta}_s \right. \\ & \left. - \left[ \frac{n}{\lambda_0 a} \mathbf{E} \cos \theta_s J_n(\lambda_0 a) - \mathbf{D} \sin \theta_s J_n(\lambda_0 a) + j \mathbf{C} J'_n(\lambda_0 a) \right] \hat{\phi}_s \right], \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

avec :

$$\mathbf{A} = -\frac{n \cos \theta_i}{k_0 a \sin^2 \theta_i} \left[ J_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] + j \frac{1}{\sin \theta_i} \left[ J'_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n'^{(1)}(\lambda_0 a) \right],$$

$$\mathbf{D} = \frac{n \cos \theta_i}{k_0 a \sin^2 \theta_i} \left[ J_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] + j \frac{1}{\sin \theta_i} \left[ J'_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n'^{(1)}(\lambda_0 a) \right],$$

$$\mathbf{C} = J_n(\lambda_0 a) \hat{h}_z + \mathbf{B}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a), \quad \mathbf{E} = J_n(\lambda_0 a) \hat{e}_z + \mathbf{A}_n H_n^{(1)}(\lambda_0 a), \quad (\text{II.35})$$

$$\mathbf{K}_n = \frac{e^{jk_0 r}}{r} (-1)^n \frac{jk_0 a h}{2} \frac{\sin \left( k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z} \right)}{k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}} e^{jn\phi_s},$$

$$\hat{\theta}_s = \frac{\hat{k}_s \wedge (\hat{k}_s \wedge \hat{z})}{\sin \theta_s}, \quad \hat{\phi}_s = -\frac{\hat{k}_s \wedge \hat{z}}{\sin \theta_s}.$$

## II.5 Calcul de la matrice de diffusion

En champ lointain, l'expression II.34 du champ diffracté s'écrit sous la forme :

$$\vec{E}^s = \frac{e^{jk_0 r}}{r} \mathbf{S} \vec{E}^i, \quad (\text{II.36})$$

où  $\mathbf{S}$  est la matrice de diffusion :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{Vv} & \mathbf{S}_{Vh} \\ \mathbf{S}_{Hv} & \mathbf{S}_{Hh} \end{pmatrix}, \quad (\text{II.37})$$

avec

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_{\mathbf{V}\mathbf{V}} &= -\frac{k_0 a h}{2 \sin \theta_s} \frac{\sin\left(k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}\right)}{k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}} D_e(\hat{v}_i, \hat{z})(\hat{v}_s, \hat{z}), \\
\mathbf{S}_{\mathbf{V}\mathbf{H}} &= j \frac{k_0 a h}{2 \sin \theta_s} \frac{\sin\left(k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}\right)}{k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}} \bar{D}_e(\hat{v}_i, \hat{z})(\hat{v}_s, \hat{z}), \\
\mathbf{S}_{\mathbf{H}\mathbf{V}} &= -j \frac{k_0 a h}{2 \sin \theta_s} \frac{\sin\left(k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}\right)}{k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}} \bar{D}_h(\hat{v}_i, \hat{z})(\hat{v}_s, \hat{z}), \\
\mathbf{S}_{\mathbf{H}\mathbf{H}} &= -\frac{k_0 a h}{2 \sin \theta_s} \frac{\sin\left(k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}\right)}{k_0 \frac{h}{2} (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \hat{z}} D_h(\hat{v}_i, \hat{z})(\hat{v}_s, \hat{z}).
\end{aligned} \tag{II.38a}$$

Les quatre coefficients complexes des canaux de polarisation directs et croisés s'écrivent :

$$\begin{aligned}
D_e &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \left[ \left[ J_n(\lambda_0 a) J'_n(\lambda_0 a) - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_s} J'_n(\lambda_0 a) J_n(\lambda_0 a) \right] + C_n^{TM} \left[ J_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_s} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. J'_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] + \bar{C}_n J_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \left[ \frac{n \cos \theta_i}{k_0 a \sin \theta_i} \left( 1 - \frac{\cos \theta_s \sin^2 \theta_i}{\cos \theta_i \sin^2 \theta_s} \right) \right] \right] e^{jn\phi_s},
\end{aligned} \tag{II.38b}$$

$$\begin{aligned}
\bar{D}_e &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \left[ \bar{C}_n \left[ J_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_s} J'_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] + \left[ \frac{n \cos \theta_i}{k_0 a \sin \theta_i} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left( 1 - \frac{\cos \theta_s \sin^2 \theta_i}{\cos \theta_i \sin^2 \theta_s} \right) \right] + \left[ J_n(\lambda_0 a) + C_n^{TE} H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] J_n(\lambda_0 a) \right] e^{jn\phi_s},
\end{aligned} \tag{II.38c}$$

$$\begin{aligned}
\bar{D}_h &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \left[ \bar{C}_n \left[ J_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_s} J'_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] + \left[ \frac{n \cos \theta_i}{k_0 a \sin \theta_i} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left( 1 - \frac{\cos \theta_s \sin^2 \theta_i}{\cos \theta_i \sin^2 \theta_s} \right) \right] \left[ J_n(\lambda_0 a) + C_n^{TM} H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] J_n(\lambda_0 a) \right] e^{jn\phi_s},
\end{aligned} \tag{II.38d}$$

$$\begin{aligned}
D_h &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \left[ \left[ J_n(\lambda_0 a) J'_n(\lambda_0 a) - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_s} J'_n(\lambda_0 a) J_n(\lambda_0 a) \right] + C_n^{TE} \left[ J_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_s} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. J'_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \right] + \bar{C}_n J_n(\lambda_0 a) H_n^{(1)}(\lambda_0 a) \left[ \frac{n \cos \theta_i}{k_0 a \sin \theta_i} \left( 1 - \frac{\cos \theta_s \sin^2 \theta_i}{\cos \theta_i \sin^2 \theta_s} \right) \right] \right] e^{jn\phi_s}.
\end{aligned} \tag{II.38e}$$

## II.6 Représentation d'une parcelle forêt dans le modèle approché

Le modèle de diffusion par un cylindre diélectrique étant décrit, il est donc possible de l'utiliser pour modéliser les diffuseurs élémentaires qui constituent la forêt. En télédétection radar appliquée à la forêt, les fréquences utilisées sont dans des bandes de fréquence basses (VHF, UHF et L). Ceci nous permet de négliger les feuilles et les branches secondaires des arbres car leur contribution au champ diffracté est faible [22] du fait de leurs dimensions petites par rapport à la longueur d'onde. Dans notre modèle, le milieu forestier est donc représenté par deux demi-espaces homogènes simulant l'air ( $\epsilon_0, \mu_0$ ) et le sol ( $\epsilon, \mu_0$ ) séparés par une interface plane en  $z = 0$ . Les principaux éléments de la forêt, les troncs et les branches primaires, sont modélisés par des cylindres diélectriques et non magnétiques ( $\epsilon_r, \mu_0$ ), respectivement verticaux et inclinés, avec des sections différentes. Ils sont placés dans un repère cartésien orthonormé (O,x,y,z) dans le demi-espace  $z > 0$ . La représentation géométrique de la forêt est illustrée sur la figure II.3.

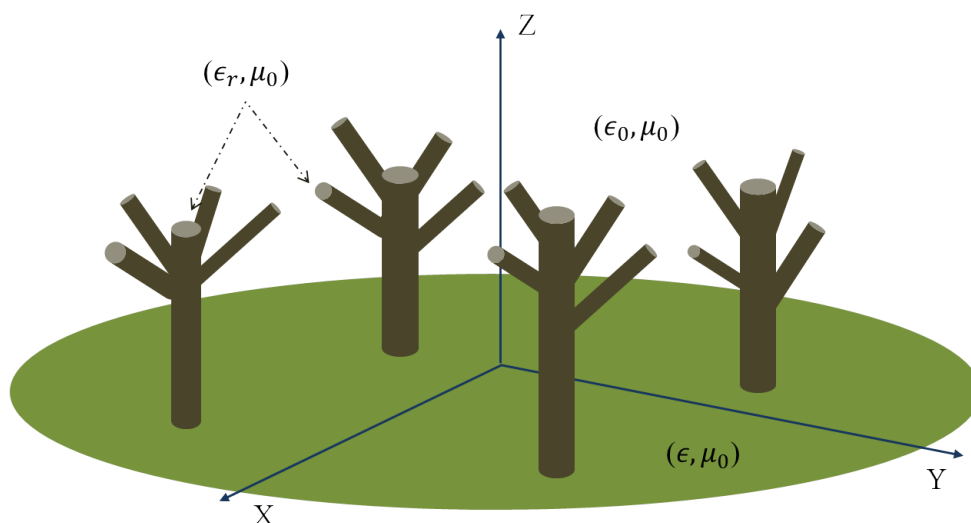


FIGURE II.3 – Représentation géométrique de la forêt dans le modèle approché.

L'orientation des cylindres est calculée à partir des angles d'Euler (Annexe B) qui permettent un changement de base de la base locale, dans laquelle le cylindre est vertical, à la base globale, dans laquelle sont positionnés les antennes et le cylindre incliné. La relation du changement de base est donnée par :



$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \alpha & \cos \beta \sin \alpha & -\sin \beta \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \sin \beta \cos \alpha & \sin \beta \sin \alpha & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (\text{II.39})$$

Une fois le cylindre orienté, son centre de phase est positionné par des translations.

## II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle électromagnétique approché de diffusion par un cylindre. Ce modèle permettra ensuite de construire un modèle cohérent de la diffusion radar par des scènes forestières. Cependant, il présente des restrictions :

- \* l'absence de modélisation de la diffusion par les sections terminales du cylindre, ce qui semble être une approche réaliste,
- \* et le fait que la longueur du cylindre doit être grande devant la longueur d'onde, celui-ci étant considéré comme infini.

Avant de pouvoir utiliser ce modèle approché dans l'algorithme d'inversion, il est nécessaire de le valider. Pour cela, nous utiliserons un modèle dit "exact" et, à travers cette validation, nous verrons l'impact de ces approximations sur les champs diffractés simulés.

# III

## Modèle exact

### Sommaire

<b>III.1 Introduction</b>	<b>27</b>
<b>III.2 Rappels des équations fondamentales</b>	<b>28</b>
<b>III.3 Calcul du champ diffracté par la Méthode des Moments</b>	<b>30</b>
<b>III.4 Représentation d'une parcelle de forêt dans le modèle exact</b>	<b>33</b>
<b>III.5 Conclusion</b>	<b>36</b>

### III.1 Introduction

Nous présentons un modèle électromagnétique dit "exact" qui résout numériquement l'équation de propagation du champ diffracté pour des cibles quelconques sans approximation analytique. Pour notre application à la télédétection radar en zones forestières, il s'agit de pouvoir simuler le champ rayonné par un ensemble d'arbres placés sur un sol diélectrique. Bien sûr cette dénomination "exact" est un abus de langage : ce modèle n'est pas exact dans l'absolu, mais nous le désignons comme cela par opposition au modèle dit "approché" que nous avons présenté dans le chapitre précédent et qui est basé sur une approximation qui

conduit à une solution analytique en considérant les troncs et les branches primaires comme des cylindres de section circulaire et de longueur finie mais qui ne prend que partiellement en compte cette longueur finie. Le modèle exact lui prend totalement en compte celle-ci. En revanche, il introduit des erreurs de modèle, notamment au travers de la discrétisation des objets diffractants en cellules cubiques, ce qui pose évidemment un problème pour la description géométrique des arbres. Ce modèle est basé sur une formulation intégrale de volume du champ électrique dont la version discrète est obtenue à l'aide de la méthode des moments. Notons que les fonctions de base choisies lors de l'application de cette dernière, qui sont les fonctions caractéristiques des cellules cubiques discrétisant l'objet et conduisent à une formulation relativement simple des équations discrètes, sont également une source d'erreurs introduites dans ce modèle dit "exact", de sorte qu'une dénomination plus correcte de ce dernier serait "EFIE-MoM" (pour Electric Field Integral Equation - Method of Moment), terme sous lequel un tel modèle est généralement désigné. Nous conserverons cependant cette dénomination "exact" par souci de simplicité.

Dans ce chapitre, les équations fondamentales de l'électromagnétisme sur lesquelles s'appuie le modèle exact seront tout d'abord introduites. Ensuite, le modèle exact que nous allons utiliser sera présenté. Les principales équations qui le soutiennent nous permettront d'identifier ses limitations pour l'application visée, de présenter la géométrie des arbres simulés puis de conclure quant à l'utilisation que nous ferons de cet outil développé dans le cadre d'une thèse déjà soutenue au L2E [23].

## III.2 Rappels des équations fondamentales

Tous les phénomènes électromagnétiques sont décrits par les équations de Maxwell. Il s'agit d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles reliant les champs électromagnétiques ( $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ), les inductions électromagnétiques ( $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$ ), les distributions de courants ( $\vec{J}$ ,  $\vec{M}$ ) et de charge ( $\rho_e$ ,  $\rho_m$ ) et les caractéristiques des matériaux ( $\epsilon$ ,  $\mu$ ).

Le tableau ci-dessous III.1 donne la forme différentielle des équations de Maxwell généralisées et les équations de conservation de la charge.

quantité	électrique	magnétique
champ	$\nabla \wedge \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) = -\vec{\mathbf{M}}(\vec{r}) - \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}(\vec{r})}{\partial t}$	$\nabla \wedge \vec{\mathbf{H}}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{J}}(\vec{r}) + \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}(\vec{r})}{\partial t}$
induction	$\nabla \cdot \vec{\mathbf{D}}(\vec{r}) = \rho_e(\vec{r})$	$\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}}(\vec{r}) = \rho_m(\vec{r})$
conservation de la charge	$\nabla \cdot \vec{\mathbf{J}}(\vec{r}) = -\frac{\partial \rho_e(\vec{r})}{\partial t}$	$\nabla \cdot \vec{\mathbf{M}}(\vec{r}) = -\frac{\partial \rho_m(\vec{r})}{\partial t}$

TABLE III.1 – Formes différentielles des équations de Maxwell et de conservation de la charge

Notons que, dans la suite de ce travail, nous nous intéresserons à des champs en régime harmonique dont la convention temporelle implicite sera choisie en  $\mathbf{e}^{-j\omega t}$ . De plus, les milieux étudiés sont linéaires, homogènes, isotropes et non magnétiques. Dans ces conditions, les inductions électrique et magnétique sont liées respectivement aux champs électrique et magnétique par les relations constitutives :

$$\vec{\mathbf{D}}(\vec{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\vec{r}) \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}), \quad \vec{\mathbf{B}}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{\mathbf{H}}(\vec{r}), \quad (\text{III.1})$$

où  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  sont respectivement la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du vide ( $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ ,  $\mu_0 = 1,256 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$ ) et  $\varepsilon_r$  est la permittivité diélectrique relative. En régime harmonique les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \nabla \wedge \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) & = & -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}(\vec{r})}{\partial t} = \mathbf{j}\omega \vec{\mathbf{B}}(\vec{r}), \\ \nabla \wedge \vec{\mathbf{H}}(\vec{r}) & = & \vec{\mathbf{J}}(\vec{r}) + \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}(\vec{r})}{\partial t} = \vec{\mathbf{J}}(\vec{r}) - \mathbf{j}\omega \vec{\mathbf{D}}(\vec{r}), \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{D}}(\vec{r}) & = & \rho_e(\vec{r}), \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{B}}(\vec{r}) & = & 0. \end{array} \right. \quad (\text{III.2})$$

Dans un milieu homogène de permittivité  $\varepsilon_0$  et perméabilité  $\mu_0$  si l'on ajoute l'action des sources ou courants appliqués notés  $\vec{\mathbf{J}}_a(\vec{r})$ , le système (III.2) peut se mettre sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \nabla \wedge \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) & = & \mathbf{j}\omega\mu_0\vec{\mathbf{H}}(\vec{r}), \\ \nabla \wedge \vec{\mathbf{H}}(\vec{r}) & = & \vec{\mathbf{J}}_a(\vec{r}) - \mathbf{j}\omega\epsilon_0\vec{\mathbf{E}}(\vec{r}), \\ \nabla \cdot \epsilon_0\vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) & = & \rho_e(\vec{r}), \\ \nabla \cdot \mu_0\vec{\mathbf{H}}(\vec{r}) & = & 0. \end{array} \right. \quad (\text{III.3})$$

En combinant les équations de Maxwell (III.3), on obtient l'équation de propagation du champ électrique dans un milieu homogène (équation de Helmholtz) :

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) + k_0^2 \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) = -\frac{j}{\omega\epsilon_0} (k_0^2 + \nabla \nabla \cdot) \vec{\mathbf{J}}_a(\vec{r}),$$

où  $k_0$  représente la constante de propagation dans le milieu homogène (ici le vide).

### III.3 Calcul du champ diffracté par la Méthode des Moments

En présence d'un objet diffractant (ici les arbres), le champ observé, dit champ total se décompose en la somme d'un champ de référence (exposant *ref*) et d'un champ diffracté (exposant *s*) tels que :

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) &= \vec{\mathbf{E}}^{ref}(\vec{r}) + \vec{\mathbf{E}}^s(\vec{r}), \\ \vec{\mathbf{H}}(\vec{r}) &= \vec{\mathbf{H}}^{ref}(\vec{r}) + \vec{\mathbf{H}}^s(\vec{r}), \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

où le champ de référence est le champ observé en l'absence d'objet diffractant. Dans le cas d'un milieu semi-infini il est donc donné par la somme du champ incident (exposant *i*) et du champ réfléchi par le sol (exposant *r*) vu comme une source secondaire. Pour le champ électrique, cela donne :

$$\vec{\mathbf{E}}^{ref}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{E}}^i(\vec{r}) + \vec{\mathbf{E}}^r(\vec{r}). \quad (\text{III.5})$$

L'équation locale de Maxwell-Ampère pour le champ total s'écrit :

$$\nabla \wedge \vec{\mathbf{H}}(\vec{r}) + j\omega\epsilon(\vec{r})\vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{J}}_a(\vec{r}), \quad (\text{III.6})$$

tandis que l'équation vérifiée par le champ de référence est :

$$\nabla \wedge \vec{\mathbf{H}}^{ref}(\vec{r}) + j\omega\epsilon_0\vec{\mathbf{E}}^{ref}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{J}}_a(\vec{r}). \quad (\text{III.7})$$

En soustrayant l'équation (III.7) à l'équation (III.6), puis en combinant le résultat avec les équations (III.4), on obtient :

$$\nabla \wedge \vec{\mathbf{H}}^s(\vec{r}) + j\omega\epsilon_0\vec{\mathbf{E}}^s(\vec{r}) = -j\omega(\epsilon(\vec{r}) - \epsilon_0)\vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{J}}_{eq}(\vec{r}), \quad (\text{III.8})$$

où  $\vec{\mathbf{J}}_{eq}(\vec{r})$  est une densité de courants équivalents, dépendante du champ électrique total et du contraste diélectrique  $(\epsilon(\vec{r}) - \epsilon_0)$ . Notons que le contraste, donc la densité de courants équivalents, est nul en dehors des diffuseurs, i.e. lorsque  $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon_0$ . Les diffuseurs sont une source secondaire puisqu'ils sont soumis au champ incident. Mais ils peuvent être assimilés à une source primaire parcourue par une densité de courants  $\vec{\mathbf{J}}_{eq}(\vec{r})$  qui rayonne le champ diffracté  $\vec{\mathbf{E}}^s(\vec{r})$ .

Il s'agit maintenant d'écrire l'équation de propagation du champ électrique diffracté. Pour cela, on part de l'équation (III.8) et, comme pour le milieu homogène, on en déduit l'équation de propagation du champ diffracté  $\vec{\mathbf{E}}^s(\vec{r})$  :

$$(\nabla^2 + k_0^2)\vec{\mathbf{E}}^s(\vec{r}) = -\frac{j}{\omega\epsilon_0}(k_0^2 + \nabla\nabla\cdot)\vec{\mathbf{J}}_{eq}(\vec{r}), \quad (\text{III.9})$$

soit, en remplaçant  $\vec{\mathbf{J}}_{eq}(\vec{r})$  par son expression en fonction du champ électrique :

$$(\nabla^2 + k_0^2)\vec{\mathbf{E}}^s(\vec{r}) = -\frac{\epsilon(\vec{r}) - \epsilon_0}{\epsilon_0}(k_0^2 + \nabla\nabla\cdot)\vec{\mathbf{E}}(\vec{r}). \quad (\text{III.10})$$

Par un raisonnement simple combinant les équations de Maxwell (III.2), nous avons obtenu l'équation de Helmholtz (III.10) satisfaite par le champ électrique diffracté.

À partir de cette équation, nous allons maintenant chercher une représentation intégrale du champ électrique en appliquant le théorème de Green et en tenant compte des conditions de continuité des champs et de rayonnement à l'infini. Ce théorème fait intervenir une

fonction de Green dyadique  $\bar{G}(\vec{r}, \vec{r}')$  qui représente le rayonnement d'une source élémentaire placée au point  $\vec{r}'$  observé au point  $\vec{r}$  en l'absence de diffracteurs. Notons que cette fonction de Green est, ici, celle d'un milieu stratifié constitué de deux demi-espaces séparés par l'interface air-sol considérée comme plane. Elle vérifie l'équation de Helmholtz :

$$(\nabla^2 + k_0^2)\bar{G}(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}')\bar{\mathbf{I}}, \quad (\text{III.11})$$

où  $\delta$  est la distribution de Dirac et  $\bar{\mathbf{I}}$  la dyade identité, la condition de rayonnement de Sommerfeld à l'infini ( $k$  est le vecteur d'onde du milieu considéré) :

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left( \frac{\partial \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial R} - jk \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}') \right) = 0, \quad R = \|\vec{r} - \vec{r}'\|$$

et satisfait les conditions de continuité à l'interface air-sol [23]. Notons que dans notre cas, où source et observation sont situées dans le même milieu, la dyade de Green peut se décomposer en deux parties dont l'une  $\bar{G}^r$ , dite régulière, tient compte de la présence de l'interface air-sol, tandis que l'autre  $\bar{G}^s$ , dite singulière, représente le rayonnement de la source en espace libre :

$$\begin{aligned} \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}') &= \bar{G}^s(\vec{r}, \vec{r}') + \bar{G}^r(\vec{r}, \vec{r}') \\ &= \frac{e^{jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \bar{\mathbf{I}} + \bar{G}^r(\vec{r}, \vec{r}'). \end{aligned}$$

En appliquant le théorème de Green avec un point d'observation  $\vec{r}$  placé dans le domaine de mesure, on obtient une première équation intégrale, dite équation d'observation, exprimant le champ électrique diffracté en fonction du champ électrique total dans les diffracteurs  $\bar{\mathbf{E}}$  :

$$\bar{\mathbf{E}}^s(\vec{r}) = (k_0^2 + \nabla \nabla \cdot) \int_{\Omega} C^e(\vec{r}) \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}') \bar{\mathbf{E}}(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (\text{III.12})$$

où  $\Omega$  est le volume occupé par les objets diffractants et  $C^e(\vec{r}) = (\varepsilon(\vec{r}) - \varepsilon_0)/\varepsilon_0$  est le contraste diélectrique normalisé. En plaçant maintenant le point d'observation dans le domaine  $\Omega$ , on obtient une seconde équation, dite équation de couplage, qui relie le champ électrique total au champ de référence et à lui-même :

$$\bar{\mathbf{E}}(\vec{r}) = \bar{\mathbf{E}}^{ref}(\vec{r}) + (k_0^2 + \nabla \nabla \cdot) \int_{\Omega} C^e(\vec{r}) \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}') \bar{\mathbf{E}}(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (\text{III.13})$$

Notons que cette équation peut être reformulée de la façon suivante :

$$\bar{\mathbf{E}}^{ref}(\vec{r}) = \bar{\mathbf{E}}(\vec{r}) - (k_0^2 + \nabla \nabla \cdot) \int_{\Omega} C^e(\vec{r}) \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}') \bar{\mathbf{E}}(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (\text{III.14})$$

Des contreparties discrètes des équations (III.12) et (III.14) sont obtenues à l'aide d'une méthode de moments [24, 25] qui consiste à projeter ces dernières sur des ensembles de fonctions de base et de fonctions de test. La première étape consiste à partitionner le domaine  $\Omega$  en  $N$  cellules élémentaires que nous choisirons ici cubiques. Quoiqu'elles n'assurent pas la continuité des composantes normales des courants aux interfaces entre les cellules, nous avons choisi, pour des questions de simplicité, des fonctions de base rectangulaires, en fait les fonctions caractéristiques des cellules élémentaires discrétisant l'objet, traduisant le fait que nous faisons l'hypothèse que le champ est constant dans chaque maille cubique. La conséquence directe de cette hypothèse est que les mailles doivent être suffisamment petites pour bien décrire les variations du champ total dans le diffuseur et pour pouvoir considérer les paramètres (permittivité et conductivité) comme constants sur chacune d'elles. Traditionnellement, la taille de la maille est obtenue par la condition la plus contraignante entre l'aspect diélectrique ou conducteur du diffuseur, soit  $\min(\lambda_1/10, \delta_1/5)$ , avec  $\lambda_1 = \lambda_0/\sqrt{\Re(\epsilon_r)}$ ,  $\delta_1 = \sqrt{2/k_0^2 \Im(\epsilon_r)}$  et  $\epsilon_r = \epsilon(\vec{r})/\epsilon_0$ . En ce qui concerne les fonctions de tests, nous choisirons des distributions de Dirac localisées aux centres des cellules élémentaires (méthode dite du "point matching"). En appliquant ces deux étapes de projection à l'équation de couplage (III.14) on obtient le système linéaire suivant :

$$\mathbf{Z} \cdot \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{E}}^{ref}(\vec{r}), \quad (\text{III.15})$$

où  $\mathbf{Z}$  est la matrice d'interaction de taille  $3N \times 3N$ ,  $\vec{\mathbf{E}}(\vec{r})$  et  $\vec{\mathbf{E}}^{ref}(\vec{r})$  des vecteurs de taille  $3N$  représentant les trois composantes du champ total et du champ de référence, respectivement, au centre de chacune des  $N$  mailles partitionnant  $\Omega$ . Le champ total à l'intérieur du diffuseur est alors obtenu en inversant ce système, ce qui ne pose pas de problèmes particuliers car la matrice d'interaction est généralement bien conditionnée. Une fois le champ total connu, le champ diffracté  $\vec{\mathbf{E}}^s(\vec{r})$  est obtenu directement à l'aide de la contrepartie discrète de l'équation d'observation (III.12) obtenue par le même procédé de projection que pour l'équation de couplage. Les détails de la méthode ainsi que les expressions des différentes quantités sont présentés dans [23].

### III.4 Représentation d'une parcelle de forêt dans le modèle exact

La forêt est représentée par deux milieux diélectriques homogènes semi-infinis (l'air  $(\epsilon_0, \mu_0)$  et le sol  $(\epsilon, \mu_0)$ ) séparés par une interface plane située en  $z = 0$  et sur laquelle sont disposés les arbres. Compte tenu de la méthode de résolution choisie pour calculer le champ dif-



fracté, les troncs et les branches sont modélisés par des parallélépipèdes diélectriques ( $\epsilon_r, \mu_0$ ) verticaux ou inclinés (Fig III.1). En limitant le domaine d'application aux basses fréquences, comme pour le modèle approché (chapitre II), il est possible de négliger les petits diffuseurs comme les feuilles et les branches secondaires. De plus, le choix de représenter les troncs et les branches des arbres par des cylindres de sections carrées est d'autant plus valide que la longueur d'onde est grande devant leurs sections [26]. Lors des comparaisons avec le modèle dit approché nous choisirons d'imposer des sections identiques pour les deux représentations (section carrée  $C$ , ou circulaire de rayon  $R$ ) en utilisant la relation simple :  $C = R \times \sqrt{\pi}$ . La figure III.1 montre l'exemple d'une parcelle de forêt composée de quatre arbres ayant chacun quatre branches primaires.

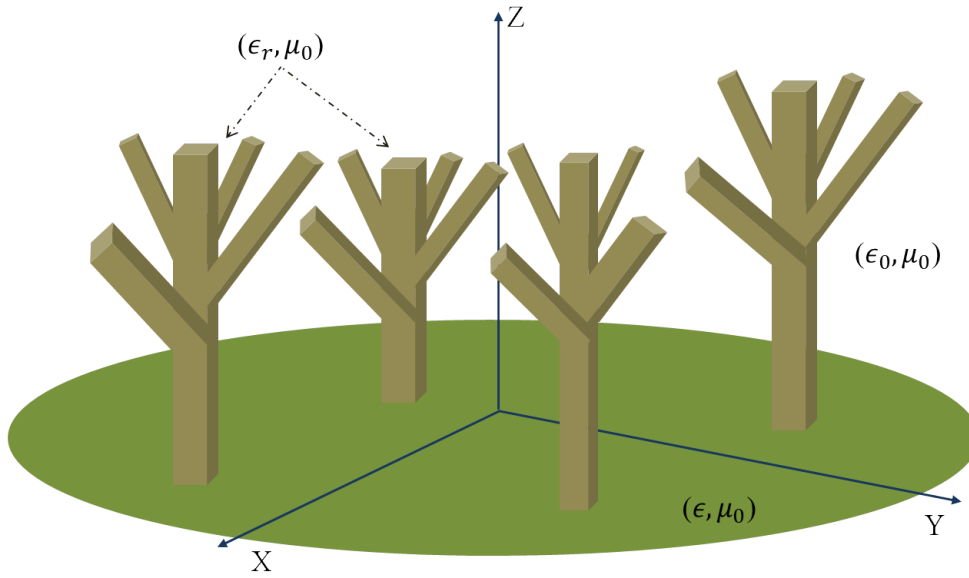


FIGURE III.1 – Représentation graphique de la forêt sous forme de parallélépipèdes.

Chaque élément est discrétisé en cellules cubiques (Fig III.2) qui serviront de support aux fonctions de base de la méthode des moments.

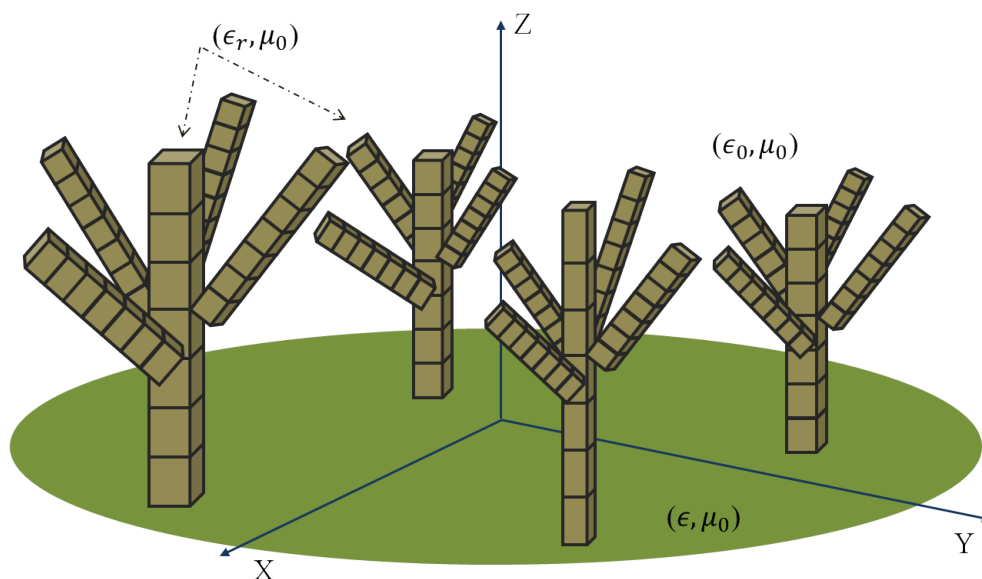


FIGURE III.2 – Discretisation de la forêt en cellules cubiques pour la mise en œuvre de la méthode des moments.

Afin de pouvoir représenter chaque élément de la forêt, chaque parallélépipède doit pouvoir être orienté, puis positionné dans le repère  $(O, X, Y, Z)$ . Le cylindre vertical a son axe de symétrie sur l'axe  $Z$ . L'inclinaison de celui-ci est représentée par deux angles,  $\beta$  et  $\alpha$  (chapitre B) et la translation suivant les trois axes ( $X, Y$  et  $Z$ ) par  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  (Fig III.3).

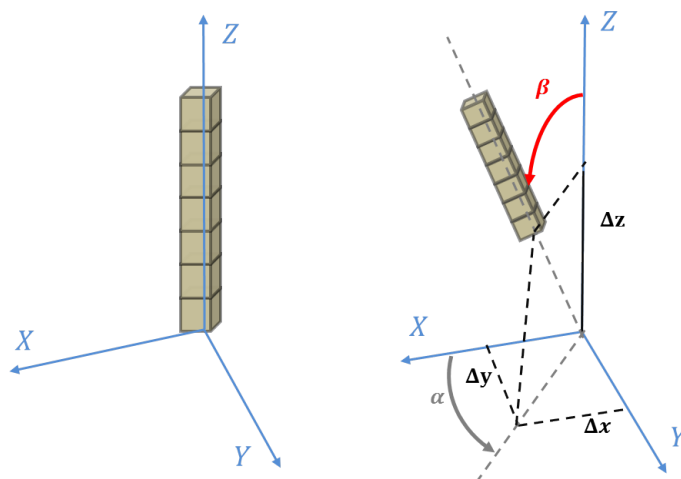


FIGURE III.3 – Rotation et translation du cylindre.

Ainsi, les coordonnées  $(x', y', z')$  des centres de chaque maille cubique sont obtenues, après rotation et translation, à partir des leurs coordonnées initiales  $(x, y, z)$  par l'équation :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha & \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}. \quad (\text{III.16})$$

### III.5 Conclusion

Le principal avantage du modèle exact réside dans le fait que peu d'hypothèses sont faites sur le calcul du champ diffracté, ce qui permet de prendre en compte tous les couplages mis en jeu. En revanche, il présente des limitations en termes de temps de calcul et d'espace mémoire. Sans amélioration par des méthodes numériques d'optimisation, le nombre de mailles  $N$  utilisées pour discrétiser l'objet diffractant peu devenir un facteur limitant très fortement la méthode. En effet, le nombre de mailles élémentaires à considérer augmente avec la fréquence et le contraste diélectrique des milieux étudiés. Ce phénomène est amplifié par l'accroissement du nombre d'objets diffractant. Ces limitations sont particulièrement contraignantes dans le cas de la télédétection radar appliquée à la végétation où les arbres sont nombreux, chacun étant de plus composé d'une multitude de diffuseurs (troncs, branches) pouvant présenter de forts contrastes diélectriques. L'utilisation de ce modèle numérique impose donc de se limiter à des bandes de fréquences basses ou à simuler des zones forestières de dimensions réduites et donc moins réalistes. C'est face à ce constat que l'on peut se rendre compte de l'intérêt d'un modèle approché, surtout s'il est nécessaire de multiplier les simulations comme cela est le cas lors d'une inversion basée sur un algorithme génétique.

Dans le prochain chapitre nous allons utiliser ce modèle exact d'abord comme référence pour valider le modèle approché et, ensuite, pour obtenir des données utilisées lors de l'étape d'inversion.

# IV

## Validation numérique du modèle approché par comparaison au modèle exact

### Sommaire

---

<b>IV.1 Introduction</b>	<b>38</b>
<b>IV.2 Étude de convergence du modèle approché d'un cylindre en espace libre</b>	<b>39</b>
<b>IV.3 Validation dans le cas d'un cylindre en espace libre</b>	<b>43</b>
A- Cylindre vertical	44
a- Cas du monostatisme	44
b- Cas du bistatisme	45
Bistatisme en $\theta_s$	45
Bistatisme en $\phi_s$	46
B- Cylindre incliné	49
a- Cas du monostatisme	49
Vérification des copolarisations	49
Vérification des polarisations croisées	50
b- Cas du bistatisme	51
Bistatisme en $\theta_s$	51

Bistatisme en $\phi_s$ . . . . .	52
<b>IV.4 Prise en compte des mécanismes de diffusion pour un cylindre posé sur sol . .</b>	<b>53</b>
A- Interactions diffuseur-sol . . . . .	53
B- Contribution du sol . . . . .	54
<b>IV.5 Validation pour un cylindre vertical posé sur une surface parfaitement conduc-</b>	
<b>trice . . . . .</b>	<b>55</b>
A- Cas du monostatisme . . . . .	56
B- Cas du bistatisme . . . . .	57
<b>IV.6 Validation pour un arbre composé d'un tronc et deux branches inclinées . . . .</b>	<b>59</b>
<b>IV.7 Effet de couplage . . . . .</b>	<b>61</b>
A- Arbre avec quatre branches inclinées . . . . .	61
B- Arbre avec huit branches inclinées . . . . .	63
<b>IV.8 Validation du cas de diffraction par plusieurs arbres . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>IV.9 Validation d'un objet diffractant posé sur un sol réel . . . . .</b>	<b>68</b>
A- Cas d'un cylindre diélectrique . . . . .	68
B- Cas d'un arbre composé d'un tronc et de quatre branches . . . . .	69
<b>IV.10 Conclusion . . . . .</b>	<b>71</b>

## IV.1 Introduction

Afin de tester et de vérifier le modèle approché utilisé dans notre étude, nous comparons les résultats fournis par ce modèle avec ceux obtenus par le modèle exact sur le cas d'un cylindre diélectrique en espace libre ou posé sur un sol lisse.

Nous ne comparons ici que les champs diffractés par les éléments de la forêt, la réflexion spéculaire due au sol est bien évidemment la même pour les deux modèles.

Nous présentons d'abord une étude préalable qui permet de s'assurer que l'hypothèse du cylindre infini, utilisée pour le calcul analytique de la solution du modèle approché, est bien valide et que le nombre de modes choisi assure bien la convergence de nos résultats.

Par ailleurs, le fait de poser un cylindre sur une interface lisse va introduire des mécanismes de diffusion plus complexes. Nous allons donc décrire ces mécanismes afin de pouvoir calculer, de manière cohérente, la somme de leurs contributions pour obtenir le champ diffracté total.

Lors de la validation du modèle approché, nous considérons pour chaque cas d'étude (en espace libre et sur un sol) deux configurations possibles pour le cylindre diffractant, i.e., vertical ou incliné. Dans chacun de ces cas plusieurs configurations d'antennes sont choisies, tels que le monostatisme (les antennes d'émission et de réception sont colocalisées) ou le bistatisme (les deux antennes se trouvent à deux positions différentes).

Nous validons la configuration d'un seul cylindre posé sur une interface modélisant un sol lisse pour deux interfaces différentes, la première représentant un sol parfaitement conducteur et la seconde un sol diélectrique. Ensuite, nous montrons la comparaison entre les deux modèles pour le cas d'une forêt simplifiée composée de deux arbres eux-mêmes composés d'un tronc et de deux branches.

Dans toutes ces études du champ diffracté, nous montrons la réponse pour les différents canaux de polarisation  $S_{Vv}, S_{Hh}$  (copolarisations) et  $S_{Vh}, S_{Hv}$  (polarisations croisées), où le premier indice représente la polarisation de l'antenne de réception et le second représente la polarisation de l'antenne d'émission.

## IV.2 Étude de convergence du modèle approché d'un cylindre en espace libre

Avant de valider le modèle approché par comparaison avec le modèle exact, il nous faut être sûr que la solution du modèle approché est bien valide pour les configurations d'intérêt. Deux aspects doivent être vérifiés.

Premièrement, comme cela a été écrit précédemment, le modèle approché est basé sur l'approximation du cylindre infini. Cette hypothèse implique que la longueur  $h$  du cylindre soit "suffisamment grande" (par rapport à la longueur d'onde), ce qui se traduit par :  $k_0 h \gg 2\pi$ . Lors d'une première étude, nous allons mettre en évidence l'effet de cette contrainte.

Un cylindre vertical est positionné au centre du repère  $(O, X, Y, Z)$  en espace libre et est éclairé par une onde de fréquence 435 MHz et d'incidence  $\theta_i = 35^\circ$  dans le plan  $XOZ$ . Le champ diffracté est mesuré sur la couronne du cône spéculaire ( $\theta_s = 145^\circ$ ) tel qu'illustré sur la figure IV.1.

Pour cette étude nous avons choisi un rayon tel que  $h/a = 100$ . Nous considérons trois cylindres différents de couples [rayon (cm), hauteur (m)] égaux à [1, 1], [2, 2] et [4, 4], ce qui correspond à des valeurs de  $k_0 h$  respectivement égales à 9.11, 18.22 et 36.44.

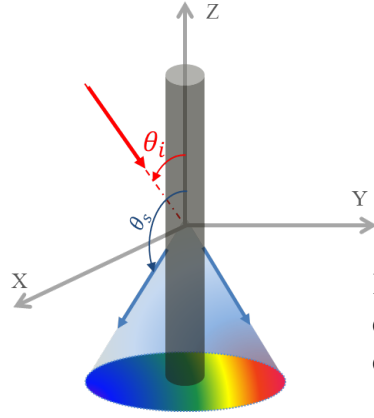


FIGURE IV.1 – Configuration de simulation du cylindre en espace libre placé au centre du repère.

Les comparaisons des figures IV.2 et IV.3 montrent successivement le champ diffracté par des cylindres de différentes hauteurs et de même permittivité relative  $\epsilon_r = 9 + 6j$ , pour les quatre canaux de polarisation.

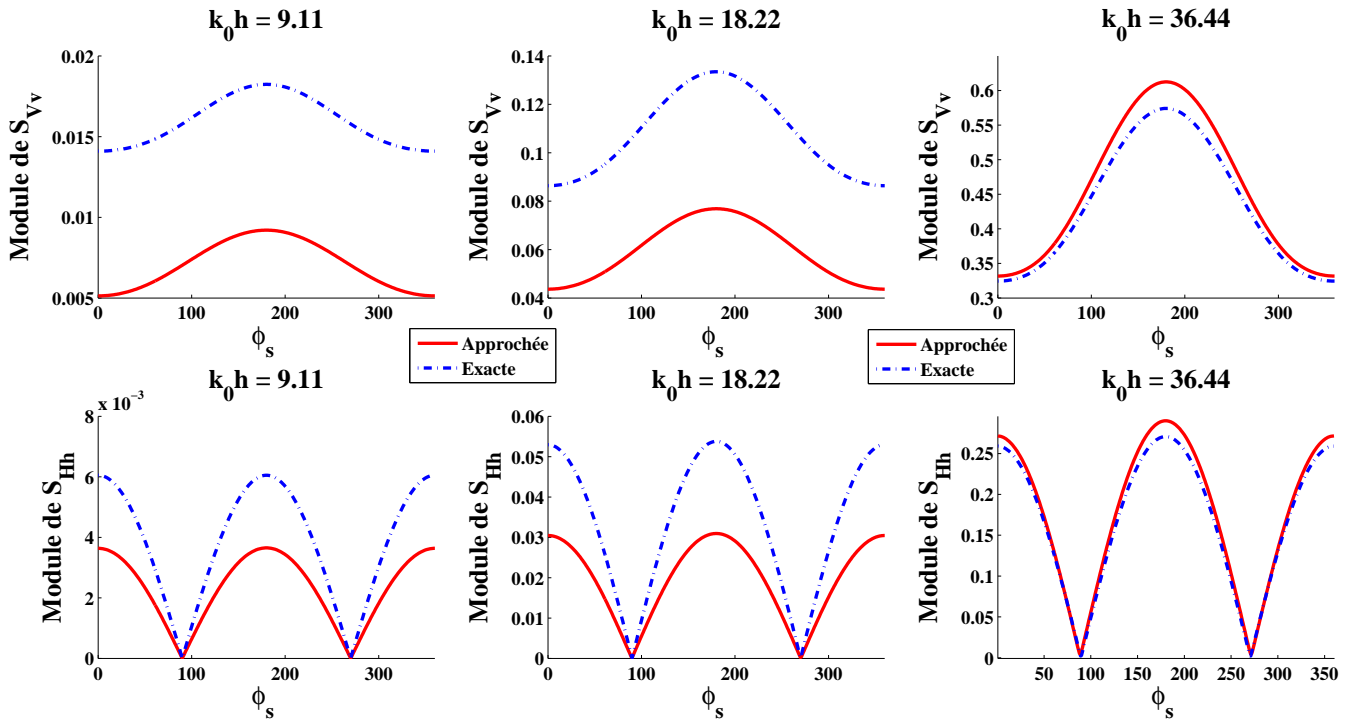


FIGURE IV.2 – Comparaison des copolarisations entre le modèle exact et le modèle approché pour différentes hauteurs de cylindre.

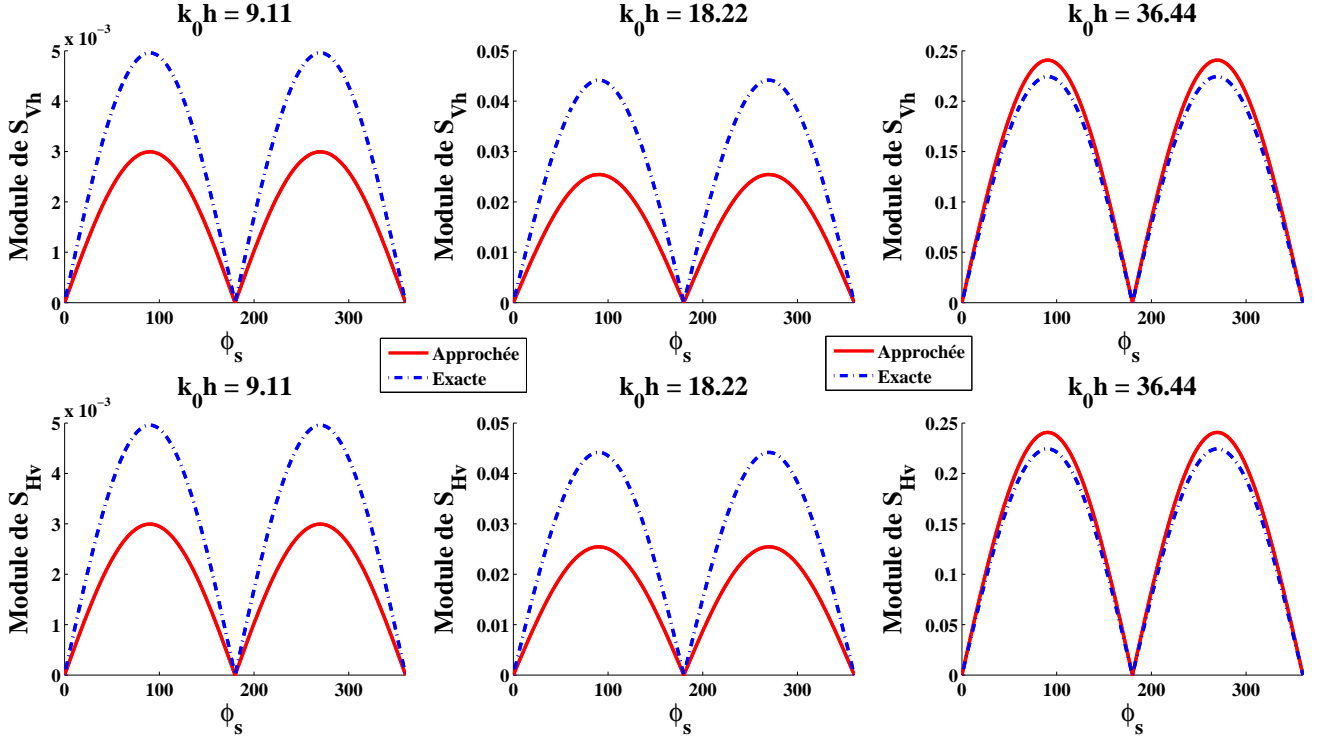


FIGURE IV.3 – Comparaison des polarisations croisées entre le modèle exact et le modèle approché pour différentes hauteurs de cylindre.

Alors que la hauteur du cylindre augmente, l'inégalité  $k_0 h \gg 2\pi$  devient valide et le champ diffracté calculé par le modèle approché s'approche de la solution exacte.

Ces comparaisons permettent de bien mettre en évidence une limite du modèle approché lorsqu'il s'agira de modéliser les éléments d'une forêt réelle. En effet, l'application aux basses fréquences, donc aux grandes longueurs d'onde, sera une contrainte forte sur la taille des éléments à simuler de façon fiable.

Dans le chapitre (II.3) les champs électromagnétiques sont exprimés comme une somme finie d'ondes cylindriques. Le choix du nombre d'harmoniques utilisés est important car, s'il est trop faible, le calcul approché n'aura pas convergé et, s'il est trop fort, le calcul nécessitera inutilement des ressources informatiques. Nous proposons ici une étude qui illustre la problématique de la convergence du modèle approché en fonction du nombre d'harmoniques choisi.

Nous prenons d'abord le cas simple d'un cylindre diélectrique de dimensions [rayon=15 cm, hauteur=3 m] et de constante diélectrique  $9 + 6j$ . La fréquence de l'onde incidente est égale à 435 MHz et nous étudions la réponse du cylindre sur le cône spéculaire (figure IV.1). L'antenne d'émission est fixée pour une incidence de  $\theta_i = 30^\circ$  et  $\phi_i = 0^\circ$ . Les angles



de diffusion sont tels que  $\theta_s = 150^\circ$  et  $\phi_s$  varie de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ , par pas angulaire de  $1^\circ$ .

La figure IV.4 présente le module du champ diffracté par le cylindre en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s$  pour différents nombres d'harmoniques, pour toutes les polarisations.

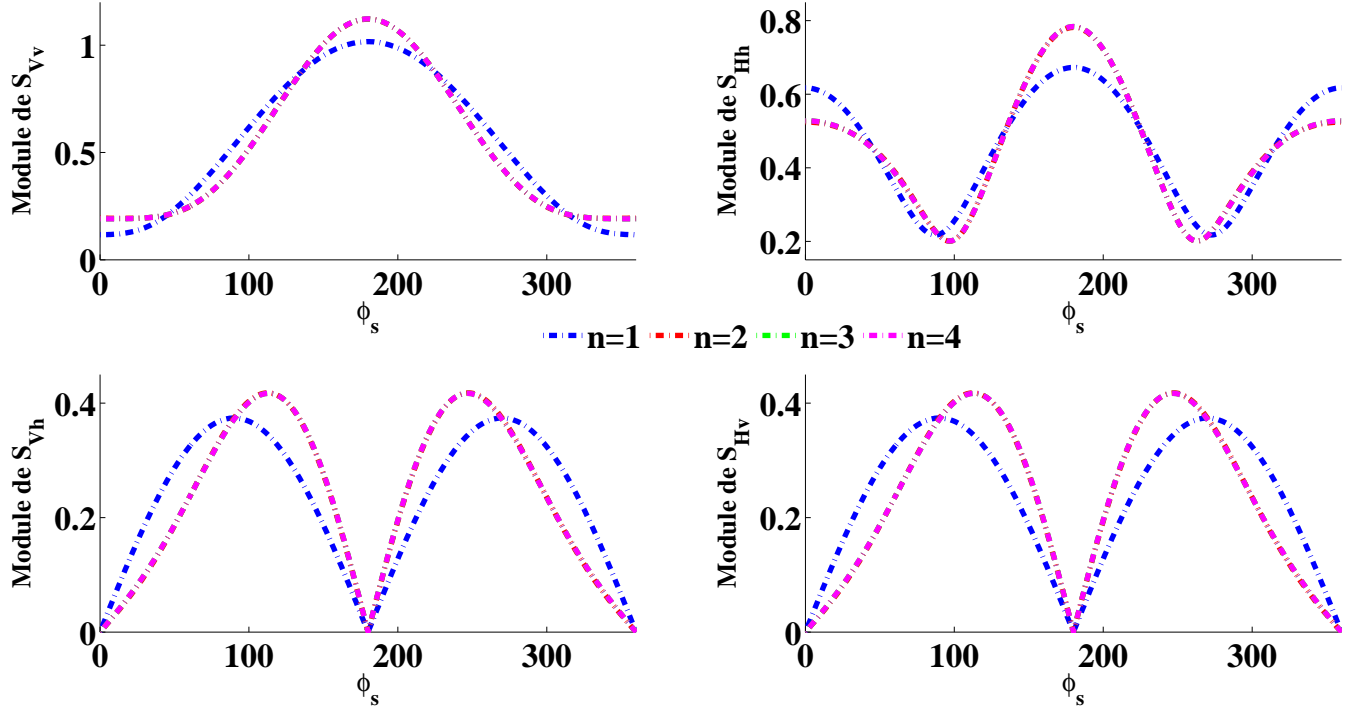


FIGURE IV.4 – Convergence des résultats du modèle approché en fonction du nombre d'harmoniques.

Nous remarquons bien qu'en augmentant le nombre d'harmoniques ( $n > 1$ ) le résultat devient stable et la solution converge vers une solution unique (les courbes  $n=2,3$  et  $4$  sont superposées).

Nous prenons ensuite un cylindre situé en espace libre et centré sur le repère, de hauteur fixe égale à  $3\text{ m}$  mais de rayon variable. La configuration d'observation correspond à la diffusion avant ( $\theta_i = 30^\circ$ ,  $\phi_i = 0^\circ$ ,  $\theta_s = 150^\circ$ ,  $\phi_s = 180^\circ$ ). La figure IV.5 montre la réponse d'un cylindre de rayon variable pour un nombre différent d'harmoniques. Une augmentation du rayon du cylindre implique une augmentation du nombre d'harmoniques afin d'assurer la convergence de notre modèle.

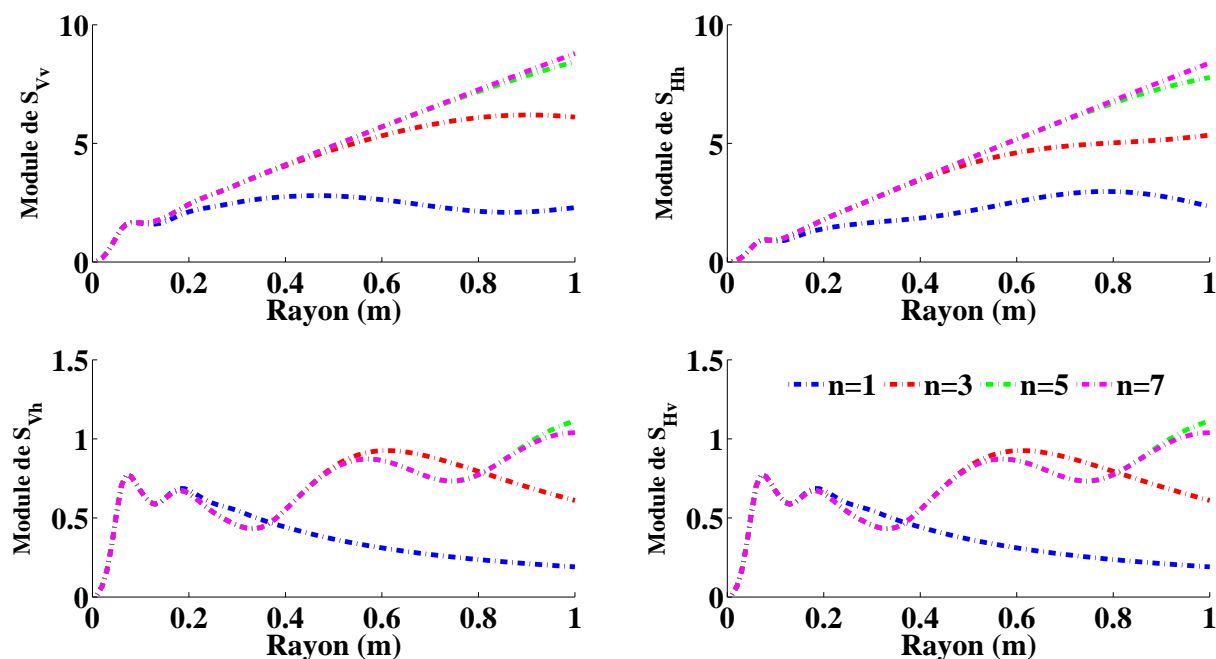


FIGURE IV.5 – Convergence des résultats du modèle approché en diffusion avant en fonction du rayon du cylindre.

D'après ces simulations nous sommes en mesure de choisir le nombre d'harmoniques nécessaires pour les simulations de validation. Par ailleurs, notre modèle étant dédié aux problématiques forestières, il y a des valeurs limites pour les rayons des arbres. En se basant sur des données réelles mesurées par l'INRA sur le site de la forêt de Nézer dans les Landes ([27]), le rayon maximal du tronc est de 17 cm, ce qui nous impose d'utiliser un nombre d'harmonique supérieur ou égal à 3 pour assurer la convergence à une fréquence de 435 MHz. Ce résultat accrédite l'utilisation de l'équation  $N = E(2k_{cyl}a)$ , où  $E$  signifie la partie entière et  $k_{cyl}$  est le nombre d'onde dans le cylindre, qui donne, dans ce cas, un nombre d'harmoniques à prendre en compte égal à 3.

Une fois que les précautions à prendre pour bien utiliser le modèle approché dans son domaine de validité sont identifiées, nous pouvons aborder la validation de celui ci par comparaison au modèle exact.

### IV.3 Validation dans le cas d'un cylindre en espace libre

Nous prenons le cas d'un cylindre diélectrique, de dimensions [rayon = 7cm, hauteur = 2,5m] et de permittivité relative  $\epsilon_r = 9 + 6j$ , éclairé par une onde électromagnétique plane de

fréquence égale à 435 MHz et polarisée d'abord verticalement, puis horizontalement. Ainsi le produit  $k_0 h$  est égale à 22,7. Les dimensions choisies pour notre comparaison sont petites pour les troncs usuellement rencontrés. En effet, l'augmentation de la taille du cylindre nécessiterait une augmentation des ressources informatiques nécessaires au calcul avec le modèle exact. De plus, nous avons montré précédemment que les cylindres de faible hauteur étaient les plus pénalisants pour le modèle analytique, ce qui justifie notre choix.

Le cylindre diélectrique peut se présenter sous deux configurations différentes, i.e., vertical pour représenter des troncs ou incliné pour représenter des branches. Ces deux cas sont étudiés séparément.

## A- Cylindre vertical

### a- Cas du monostatisme

La figure IV.6 illustre la configuration géométrique de la simulation.

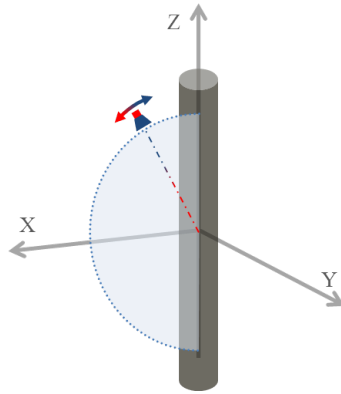


FIGURE IV.6 – Configuration d'étude monostatique pour un cylindre vertical en espace libre. Le plan d'incidence et de réception est représenté en bleu clair ( $\phi_i = \phi_s = 0^\circ$ ) et les points d'observation sont indiqués en bleu ( $\theta_i = \theta_s \in [0^\circ : 360^\circ]$ ).

La figure IV.7 montre une bonne correspondance entre les modules simulés par les deux modèles pour les polarisations Vv et Hh, excepté pour les incidences inférieures à  $50^\circ$  et supérieures à  $130^\circ$ . Notons que les champs diffractés pour ces incidences critiques sont faibles par rapport au niveau obtenu pour l'incidence  $\theta_i = 90^\circ$ . De plus, dans le modèle approché, les sections terminales du cylindre ne sont pas prises en compte dans les équations modélisant la réponse du cylindre, donc le cylindre est considéré comme creux pour les faibles incidences. C'est ce qui explique la différence entre les deux modèles pour les très faibles angles d'incidence, ainsi que pour les plus élevés. Les résultats de la comparaison sur les phases montrent une meilleure correspondance dans le cas de la polarisation Hh que pour la polarisation Vv, avec une dégradation pour les faibles et fortes incidences.

Les polarisations croisées (Hv et Vh) ne sont pas représentées dans cette configuration, car elles ont des valeurs quasiment nulles (bruit numérique), puisque l'axe de symétrie du cylindre est confondu avec les plans d'incidence et de diffusion des antennes.

D'autre part, nous pouvons constater que nous retrouvons la symétrie de l'objet diffractant (cylindre) sur le champ diffracté autour de  $\theta_i = 90^\circ$ .

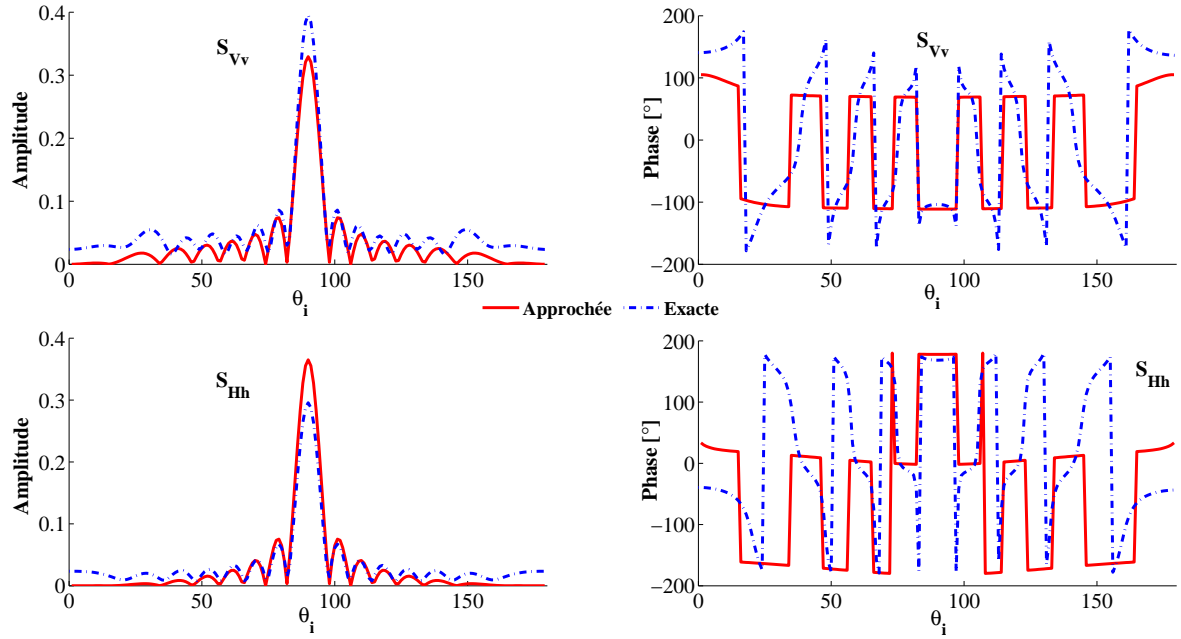


FIGURE IV.7 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché dans le plan  $\phi_s = \phi_i = 0^\circ$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_i$ .

### b- Cas du bistatisme

Le cylindre est ici le même que dans le cas monostatique, seule la configuration d'antenne change. Nous allons étudier deux cas de bistatisme, i.e., le bistatisme en  $\theta_s$  et le bistatisme en  $\phi_s$ .

**Bistatisme en  $\theta_s$**  Dans cette configuration le cylindre est éclairé par une onde électromagnétique plane sous un angle d'incidence de  $30^\circ$  dans le plan  $XOZ$  ( $\phi_i = 0^\circ$ ). Le champ diffusé est calculé à une distance de 3000 m du centre du repère dans le même plan  $XOZ$  ( $\phi_s = 0^\circ$ ) où l'angle d'observation  $\theta_s$  varie entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ , par pas de  $1^\circ$ . La configuration est représentée sur la figure IV.8.

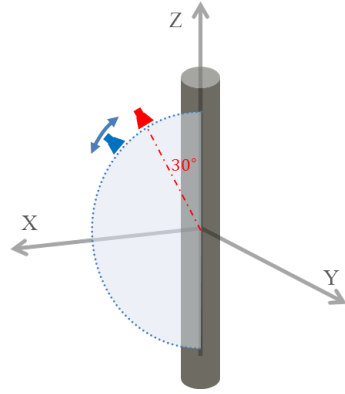


FIGURE IV.8 – Configuration d'étude du bistatisme en  $\theta_s$  pour un cylindre vertical en espace libre. Les plans d'incidence et de réception sont représentés en bleu clair ( $\phi_i = \phi_s = 0^\circ$ ) et les points d'observation sont indiqués en bleu ( $\theta_s \in [0^\circ : 180^\circ]$ ).

Nous n'étudions que les cas des copolarisations Vv et Hh. Les polarisations croisées (Hv et Vh) sont nulles pour la même raison que dans le cas du monostatisme.

Sur la figure IV.9, nous représentons les variations de l'amplitude et de la phase du champ diffusé en fonction de l'angle d'observation  $\theta_s$ . Nous voyons que, excepté une différence d'amplitude, le modèle approché (trait plein) suit la même allure que celle du modèle exact (trait pointillé). Comme en monostatique, la phase de la polarisation Vv montre plus de différences que celle de la polarisation Hh.

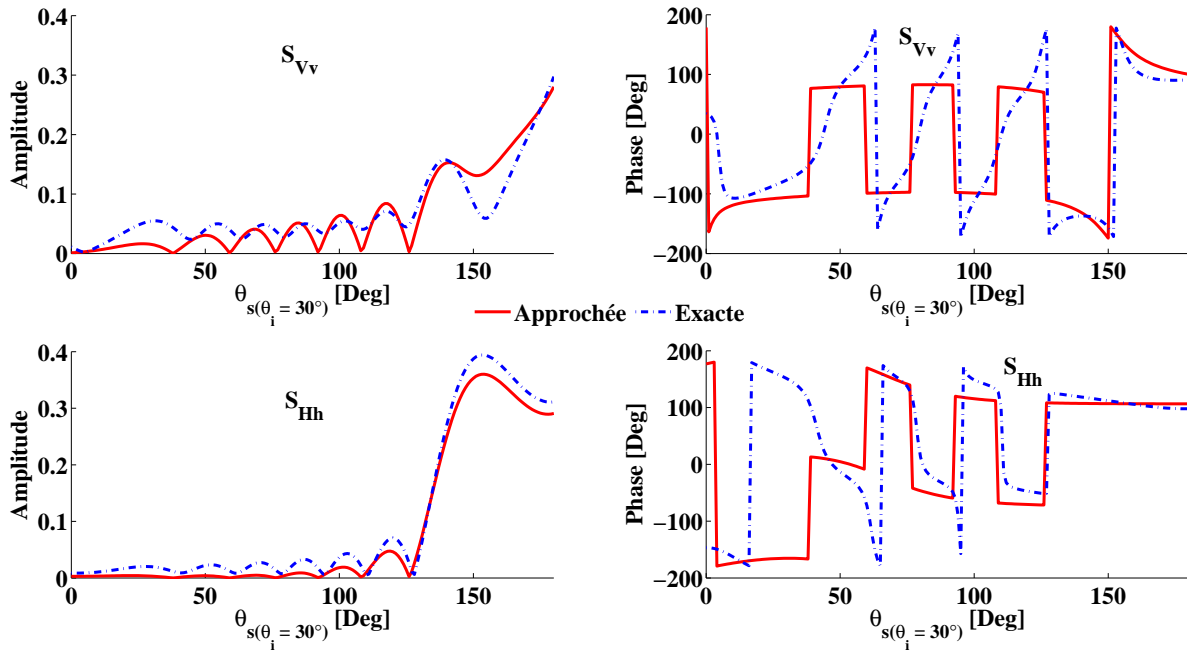


FIGURE IV.9 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché dans le plan  $\phi_i = \phi_s = 0^\circ$  en fonction de l'angle d'observation  $\theta_s$  pour une incidence de  $30^\circ$  et pour les deux polarisations Vv et Hh.

**Bistatisme en  $\phi_s$**  Dans cette configuration, le cylindre est éclairé par une onde électromagnétique plane de fréquence 435 MHz. L'angle d'incidence  $\theta_i$  est de  $30^\circ$  et l'azimuth  $\phi_i$  est

de  $0^\circ$ . Nous calculons le champ diffracté en 360 points situés sur un cercle placé dans un plan parallèle au plan  $XOY$ , centré sur l'axe du cylindre. Ces points correspondent à des angles azimutaux de diffusion  $\phi_s$  de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ , avec un pas angulaire de  $1^\circ$ . L'angle de diffusion zénithal  $\theta_s$  est fixé à  $150^\circ$ , comme illustré sur la figure IV.10.

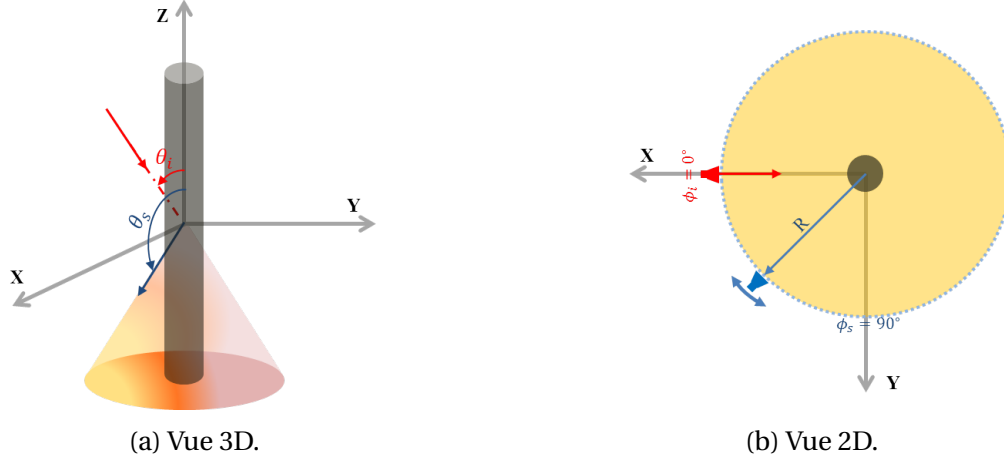


FIGURE IV.10 – Configuration d'étude du bistatisme en  $\phi_s$  pour un cylindre vertical en espace libre. Le plan d'incidence est  $[\phi_i = 0^\circ, \theta_i = 30^\circ]$ , tandis que la direction d'observation varie  $[\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ], \theta_s = 150^\circ]$ .

Sur les figures IV.11 et IV.12, on remarque bien la correspondance entre les deux modèles (exact et approché) pour l'amplitude et la phase du champ diffracté. Nous rappelons que, pour un cylindre infiniment long, le maximum du champ diffracté sera obtenu dans la direction de son cône spéculaire ( $\theta_s = \pi - \theta_i$ ).

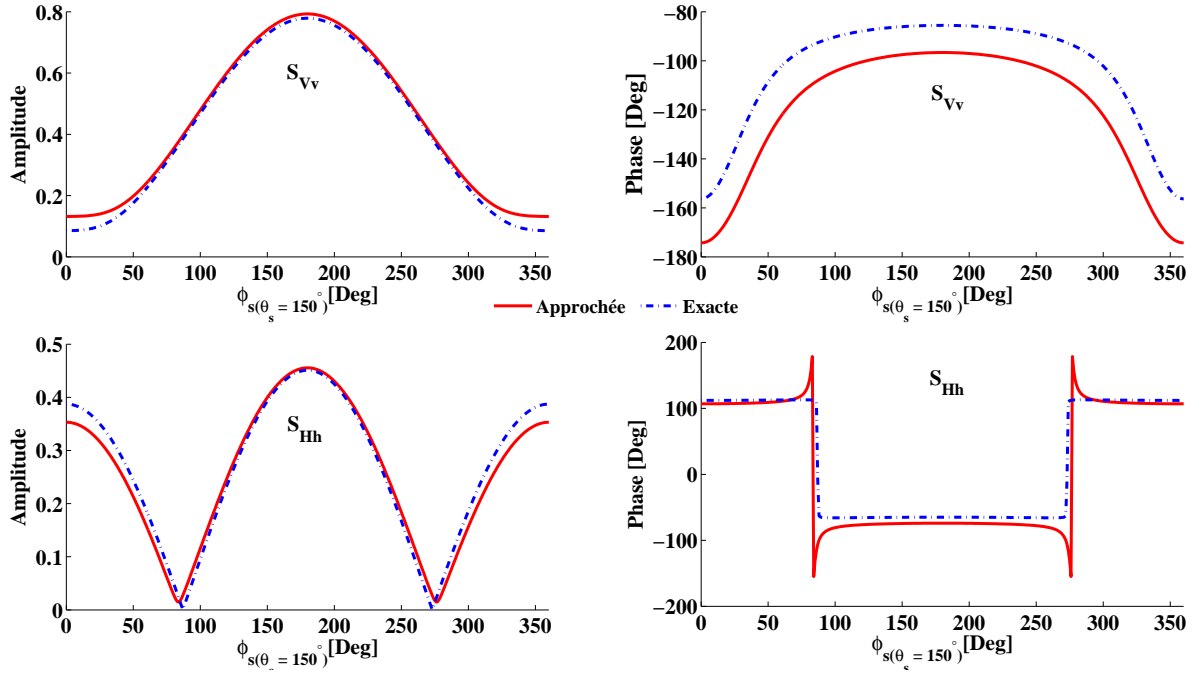


FIGURE IV.11 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché en fonction de l'angle de diffusion  $\phi_s$  pour les copolarisations Vv et Hh.

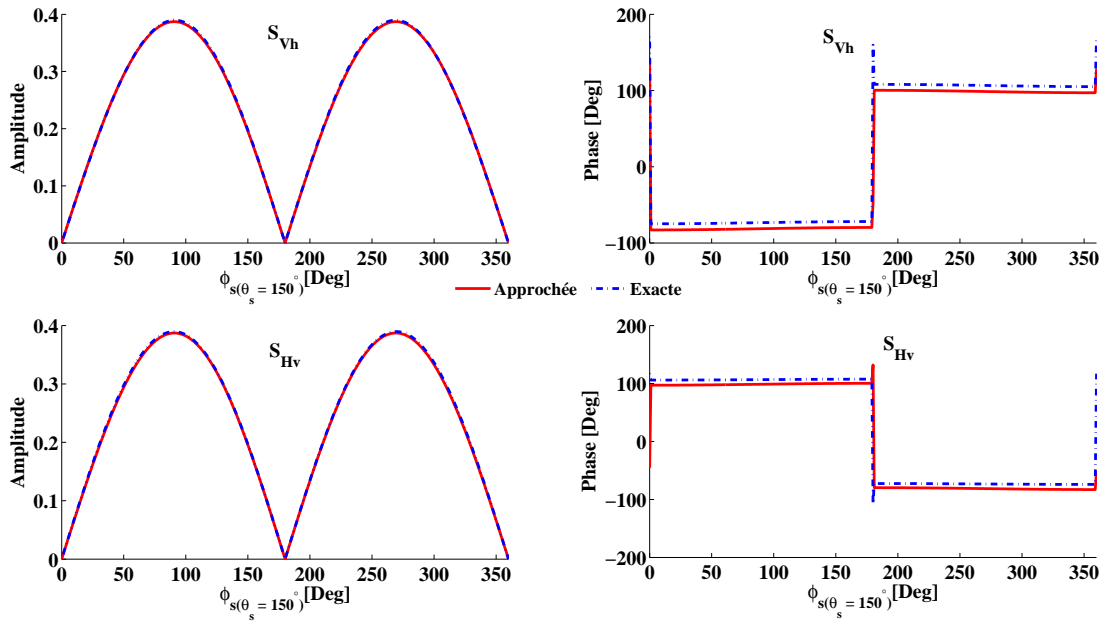


FIGURE IV.12 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché en fonction de l'angle de diffusion  $\phi_s$  pour les polarisations croisées Vh et Hv.

## B- Cylindre incliné

Dans cette partie, nous utilisons le même cylindre que précédemment à la différence qu'il est maintenant incliné. Les mêmes configurations d'antenne sont présentées.

### a- Cas du monostatisme

Dans cette étude notre cylindre est incliné dans le plan  $XOZ$  ( $\alpha = 0^\circ$ ) d'un angle  $\beta = 30^\circ$  par rapport à l'axe  $OZ$  (Fig. IV.13).

**Vérification des copolarisations** Pour étudier les copolarisations, on choisit la configuration où les plans d'incidence et de réception sont dans le même plan de symétrie que le cylindre. Pour cette configuration d'étude du cylindre incliné, le plan de symétrie se trouve dans la position où  $\alpha = 0^\circ$ , c'est-à-dire  $\phi_i = \phi_s = 0^\circ$ .

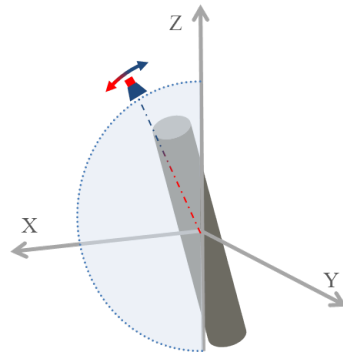


FIGURE IV.13 – Configuration d'étude du cylindre incliné ( $\beta = 30^\circ, \alpha = 0^\circ$ ) en espace libre. Les plans d'incidence et de réception sont représentés par le demi disque en bleu ( $\phi_s = \phi_i = 0^\circ$ ) et les points d'observations sont indiqués en bleu ( $\theta_i = \theta_s \in [0^\circ : 180^\circ]$ ).

La figure IV.14 nous montre un bon accord sur l'allure des deux modèles en copolarisation pour les incidences supérieures à  $60^\circ$ . L'amplitude maximale du champ diffracté par le cylindre est obtenue pour  $\theta_i = 120^\circ$ . Cette amplitude est décalée de  $30^\circ$  par rapport à celle obtenue dans le cas d'un cylindre vertical. Ainsi le décalage observé correspond bien à l'angle d'inclinaison  $\beta = 30^\circ$  du cylindre.

D'autre part, pour le modèle approché, on voit bien sur les deux courbes en copolarisation une discontinuité en  $\theta_i = 30^\circ$ . Cela s'explique par le fait que le cylindre est incliné de  $30^\circ$  dans le plan  $XOZ$  et notre incidence est de  $30^\circ$  dans ce même plan. Donc l'onde incidente éclaire directement la section terminale du cylindre qui n'est pas prise en compte dans l'approximation du calcul du champ diffracté. Il n'y aura donc pas de champ diffracté pour cette incidence. Pour la même raison, la zone de faible incidence où les deux modèles montrent des écarts dans le cas du cylindre vertical est élargie dans le cas du cylindre incliné. La rotation d'angle  $\beta$  se traduit logiquement par une translation du diagramme de rayonnement 2D.



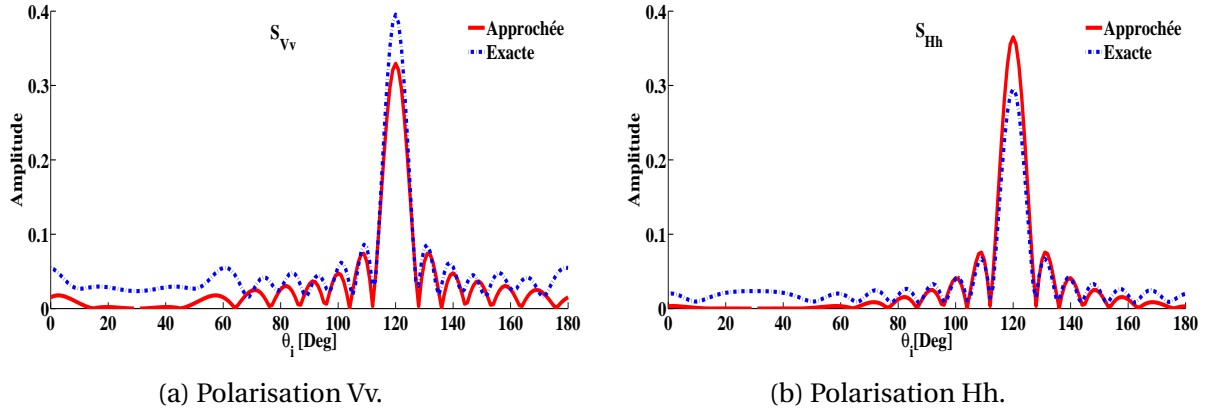


FIGURE IV.14 – Comparaison des amplitudes calculées à l’aide des modèles exact et approché en configuration monostatique dans le plan  $\phi_i = \phi_s = 0^\circ$  en fonction de l’angle d’incidence  $\theta_i$  pour les polarisations Vv (a) et Hh (b).

**Vérification des polarisations croisées** A cette étape, afin de valider les polarisations croisées (Hv et Vh), nous plaçons les antennes d’émission et de réception dans le plan d’incidence  $\phi_i = \phi_s = 60^\circ$  qui ne correspond à aucun plan de symétrie du cylindre (Fig. IV.15).

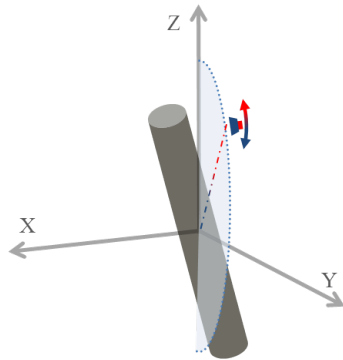


FIGURE IV.15 – Configuration d’étude du cylindre incliné ( $\beta = 30^\circ, \alpha = 0^\circ$ ) en espace libre. Les plans d’incidence et de réception sont représentés par le demi disque en bleu ( $\phi_s = \phi_i = 60^\circ$ ) et les points d’observations sont indiqués en bleu ( $\theta_i = \theta_s \in [0^\circ : 180^\circ]$ ).

La figure IV.16 montre la comparaison des amplitudes des champs diffractés calculés à l’aide des deux modèles exact et approché et met en évidence un bon accord pour les polarisations croisées. De plus, on voit que les deux modèles donnent une amplitude maximale pour les mêmes angles d’incidence.

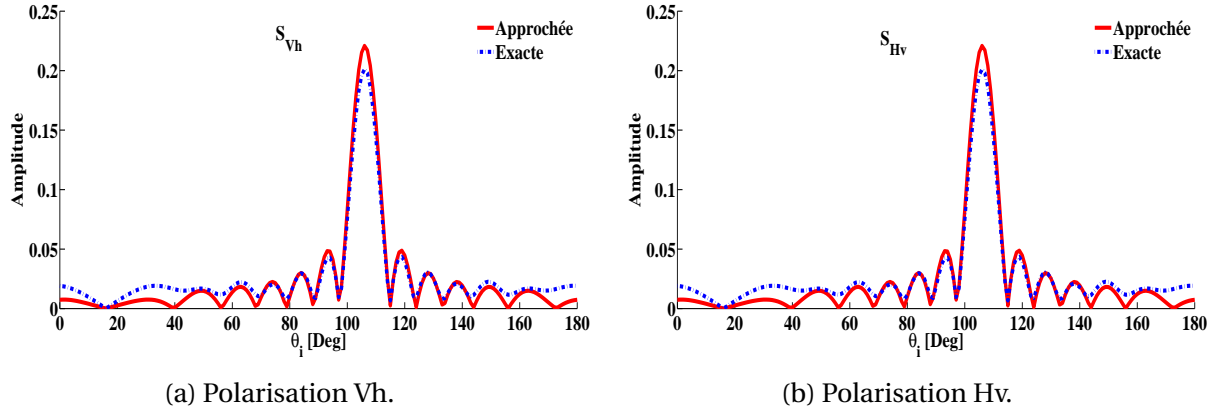


FIGURE IV.16 – Comparaison des amplitudes calculées à l'aide des modèles exact et approché dans le plan  $\phi_i = \phi_s = 60^\circ$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_i$  pour les polarisations Vh (a) et Hv (b).

En conclusion, dans le cas du monostatisme, les comparaisons entre les deux modèles de diffraction par un cylindre incliné montrent une bonne correspondance pour les quatre canaux de polarisation.

### b- Cas du bistatisme

Dans cette partie, nous allons étudier les deux cas de bistatisme, i.e., le bistatisme en  $\theta_s$  et le bistatisme en  $\phi_s$ . Le cylindre est le même que celui considéré précédemment ([7 cm, 2,5 m]).

**Bistatisme en  $\theta_s$**  Dans cette configuration, le cylindre incliné va être éclairé sous une incidence de  $\theta_i=30^\circ$  par rapport à l'axe  $OZ$ , dans le plan  $\phi_i = 60^\circ$ . Le champ diffusé est calculé dans le même plan ( $\phi_s=60^\circ$ ) pour des angles d'observation zénithaux variant entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ , avec un pas angulaire de  $1^\circ$ . La configuration d'étude est représentée sur la figure IV.17.

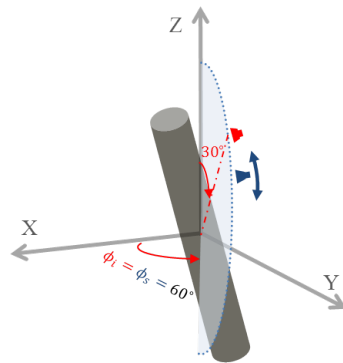


FIGURE IV.17 – Configuration d'étude pour un cylindre incliné ( $\beta = 30^\circ, \alpha = 0^\circ$ ) en espace libre. Les plans d'incidence et de réception sont représentés par le demi-disque en bleu clair ( $\phi_s = \phi_i = 60^\circ$ ) et les points d'observation sont indiqués en bleu ( $\theta_s \in [0^\circ : 180^\circ]$ ).

Sur la figure IV.18 nous montrons la bonne correspondance entre les allures des amplitudes des champs diffractés calculés à l'aide des deux modèles pour les quatre canaux de polarisation.

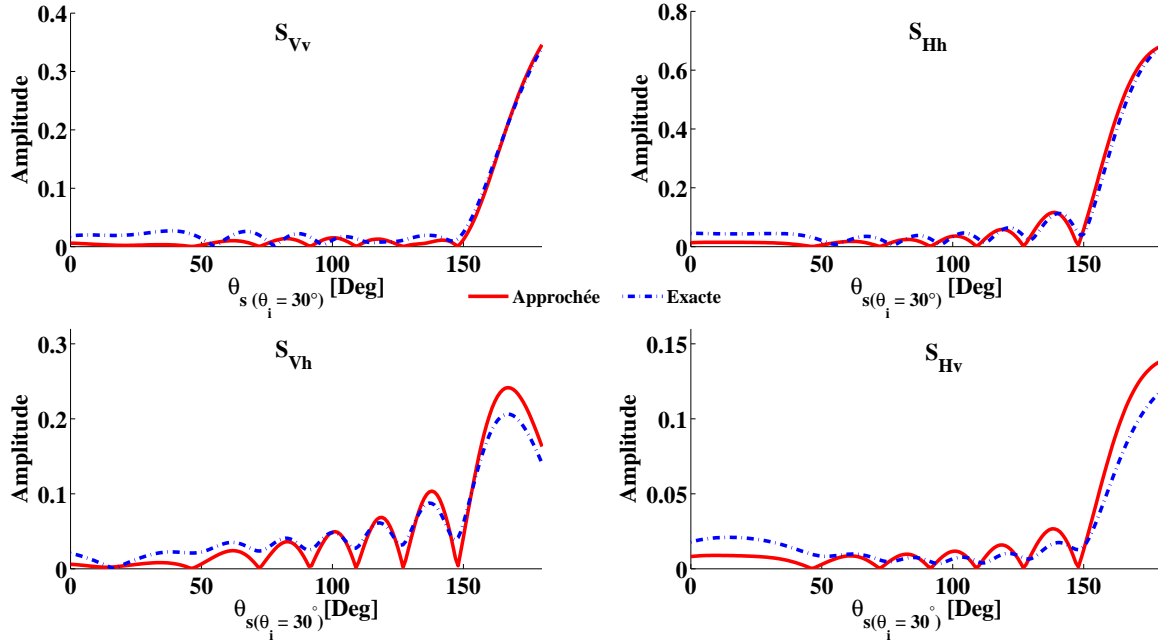


FIGURE IV.18 – Comparaison des amplitudes calculées à l'aide des modèles exact et approché dans le plan  $\phi_i = \phi_s = 60^\circ$  en fonction de l'angle d'observation  $\theta_s$  pour une incidence  $\theta_i = 30^\circ$ .

**Bistatisme en  $\phi_s$**  Dans cette configuration, le cylindre est éclairé par la même onde plane que précédemment ( $\theta_i = 30^\circ$ ,  $\phi_i = 60^\circ$ ). Nous calculons le champ diffracté pour  $\theta_s = 150^\circ$ , tandis que l'angle de diffusion  $\phi_s$  varie de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ , avec un pas angulaire de  $1^\circ$ . La configuration étudiée est représentée sur la figure IV.19.

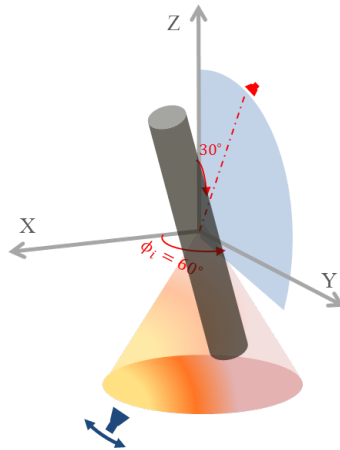


FIGURE IV.19 – Configuration d'étude du bistatisme en  $\phi_s$  sur un cylindre incliné ( $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) en espace libre. Les plans d'incidence et de réception sont représentés par le demi-disque en bleu ( $\phi_s = \phi_i = 60^\circ$ ).

Les résultats de la figure IV.20 montrent une bonne correspondance entre les amplitudes des champs diffractés calculés à l'aide des deux modèles pour tous les canaux de polarisations.

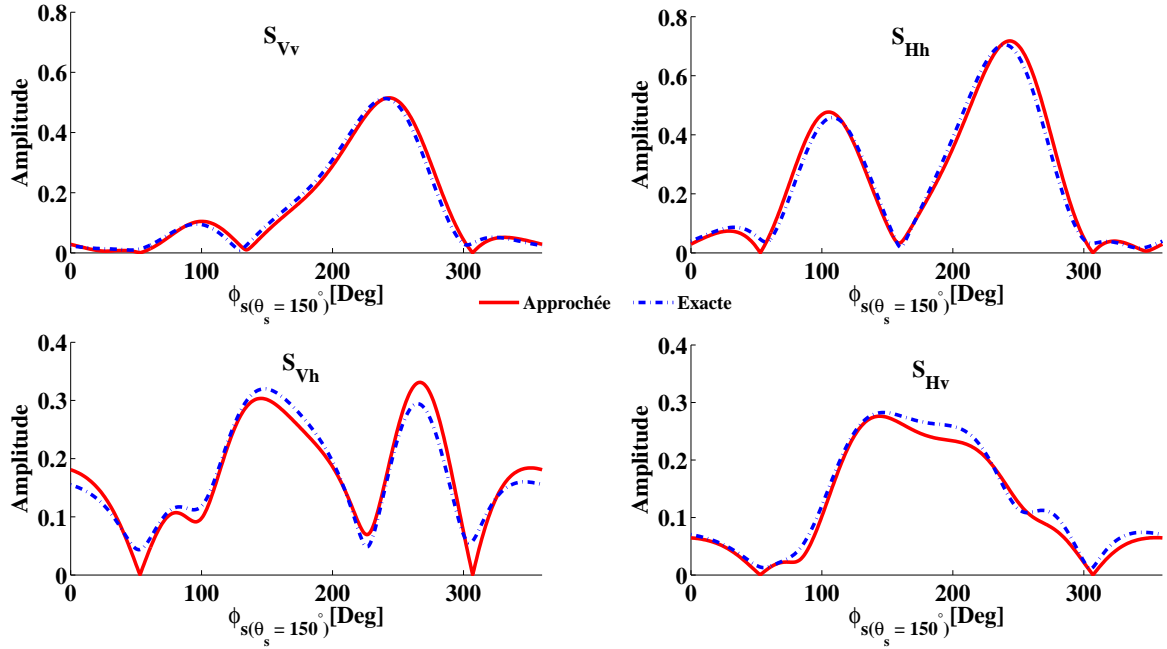


FIGURE IV.20 – Comparaison des amplitudes calculées à l'aide des modèles exact et approché pour un cylindre incliné ( $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) dans le plan  $\phi_i = 60^\circ$  en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s$ , pour une incidence  $\theta_i = 30^\circ$ .

## IV.4 Prise en compte des mécanismes de diffusion pour un cylindre posé sur sol

### A- Interactions diffuseur-sol

Dans cette partie, nous présentons les mécanismes de diffusion d'ordre 1 qui contribuent au champ total diffusé par un cylindre diélectrique posé sur un sol lisse. On peut distinguer trois principaux processus de diffusion :

- \* le simple rebond ou rétrodiffusion directe, comme si le diffuseur était en espace libre (figure IV.21b),
- \* le double rebond qui comporte :
  - la contribution du trajet  $DR_1$  émetteur-sol-diffuseur-récepteur (Fig IV.21c),
  - la contribution du trajet  $DR_2$  émetteur-diffuseur-sol-récepteur (Fig IV.21d),

\* le triple rebond défini par la contribution du trajet émetteur-sol-diffuseur-sol-récepteur (Fig IV.21e).

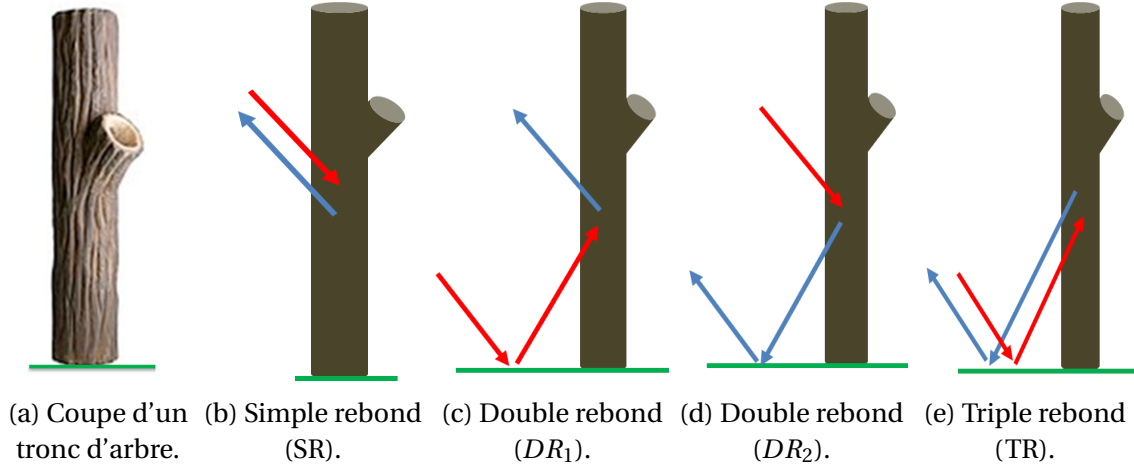


FIGURE IV.21 – Mécanismes de diffusion.

La matrice de diffusion totale est la somme des matrices de réponse de chacun de ces trois mécanismes :

$$\mathbf{S}_T = \mathbf{S}_{SR} + \mathbf{S}_{DR1} + \mathbf{S}_{DR2} + \mathbf{S}_{TR}. \quad (\text{IV.1})$$

Nous avons pu observer que l'effet du triple rebond est faible et celui-ci peut donc être négligé par rapport aux contributions du simple et du double rebond [28]. La matrice de diffusion totale que nous utiliserons sera donc :

$$\mathbf{S}_T = \mathbf{S}_{SR} + \mathbf{S}_{DR1} + \mathbf{S}_{DR2}. \quad (\text{IV.2})$$

Pour les basses fréquences (UHF, VHF), le mécanisme de diffusion du double rebond est souvent la contribution dominante au champ total diffusé.

## B- Contribution du sol

Dans le cas du double rebond, si on choisit l'exemple du mécanisme décrit par la figure IV.21c, le champ diffracté en champ lointain s'écrit :

$$E_{DR1}^s = \frac{e^{jk_0 r}}{r} \mathbf{S}_{DR1} \mathbf{S}_{sol} E^i. \quad (\text{IV.3})$$

La matrice  $\mathbf{S}_{sol}$  représente la réflexion de l'onde sur le sol. Elle est déduite des coefficients de réflexion de Fresnel  $R_{vv}$  et  $R_{hh}$ . Pour une surface lisse et horizontale, cette matrice a une

forme diagonale, dépendant uniquement de l'angle d'incidence au sol  $\theta$  et de la permittivité relative  $\varepsilon_{rs}$  de ce dernier. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$\mathbf{S}_{\text{sol}}(\theta, \varepsilon_{rs}) = \begin{pmatrix} R_{vv}(\theta, \varepsilon_{rs}) & 0 \\ 0 & R_{hh}(\theta, \varepsilon_{rs}) \end{pmatrix}. \quad (\text{IV.4})$$

Les coefficients de réflexion de Fresnel  $R_{vv}$  et  $R_{hh}$  sont donnés par :

$$R_{vv}(\theta, \varepsilon_{rs}) = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon_{rs} - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_{rs} - \sin^2 \theta}},$$

$$R_{hh}(\theta, \varepsilon_{rs}) = \frac{\varepsilon_{rs} \cos \theta - \sqrt{\varepsilon_{rs} - \sin^2 \theta}}{\varepsilon_{rs} \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_{rs} - \sin^2 \theta}}.$$

Dans le cas d'une surface parfaitement conductrice, l'équation IV.4 devient :

$$\mathbf{S}_{\text{sol}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pour l'ensemble des résultats présentés dans la suite de ce rapport, la matrice "S" est calculée en considérant le simple et les doubles rebonds.

## IV.5 Validation pour un cylindre vertical posé sur une surface parfaitement conductrice

Après la validation du modèle approché en espace libre, qui illustre le cas du mécanisme de simple rebond sur un tronc ou une branche d'arbre, nous étudions le cas d'un cylindre diélectrique, de dimensions [5cm, 1,5m] et de permittivité relative  $\varepsilon_r = 9 + 6j$ , posé sur un sol plan parfaitement conducteur. L'onde incidente, de fréquence 435 MHz, est polarisée verticalement, puis horizontalement. Nous nous plaçons ici dans un cas plus "contraignant" que pour l'étude précédente, car le produit  $k_0 h$  vaut ici 13,66 (la condition  $k_0 h \gg 2\pi$  n'est plus vérifiée).

## A- Cas du monostatisme

Pour cette configuration les antennes d'émission et de réception sont situées dans le plan  $XOZ$  ( $\phi_i = \phi_s = 0^\circ$ ).

L'antenne se déplace sur un arc de cercle de rayon 3000m centré à l'origine du repère. L'angle d'incidence  $\theta_i$  varie entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , avec un pas angulaire de  $1^\circ$ . La configuration d'étude est illustrée sur la figure IV.22.

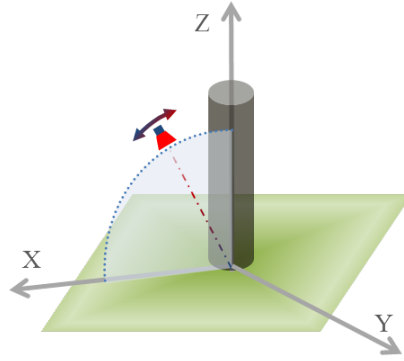


FIGURE IV.22 – Configuration monostatique pour un cylindre vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) sur un sol parfaitement conducteur. Les plans d'incidence et de réception sont représentés en bleu clair ( $\phi_s = \phi_i = 0^\circ$ ) et les points d'observation sont indiqués en bleu ( $\theta_i = \theta_s \in [0^\circ : 90^\circ]$ ).

Les résultats de la comparaison entre les modèles approché et exact, pour ce cas monostatique, est présenté sur la figure IV.23. Ils montrent un bon accord en amplitude et en phase pour les copolarisations (Vv et Hh). Les polarisations croisées ne sont pas présentées car elles sont nulles pour cette configuration.

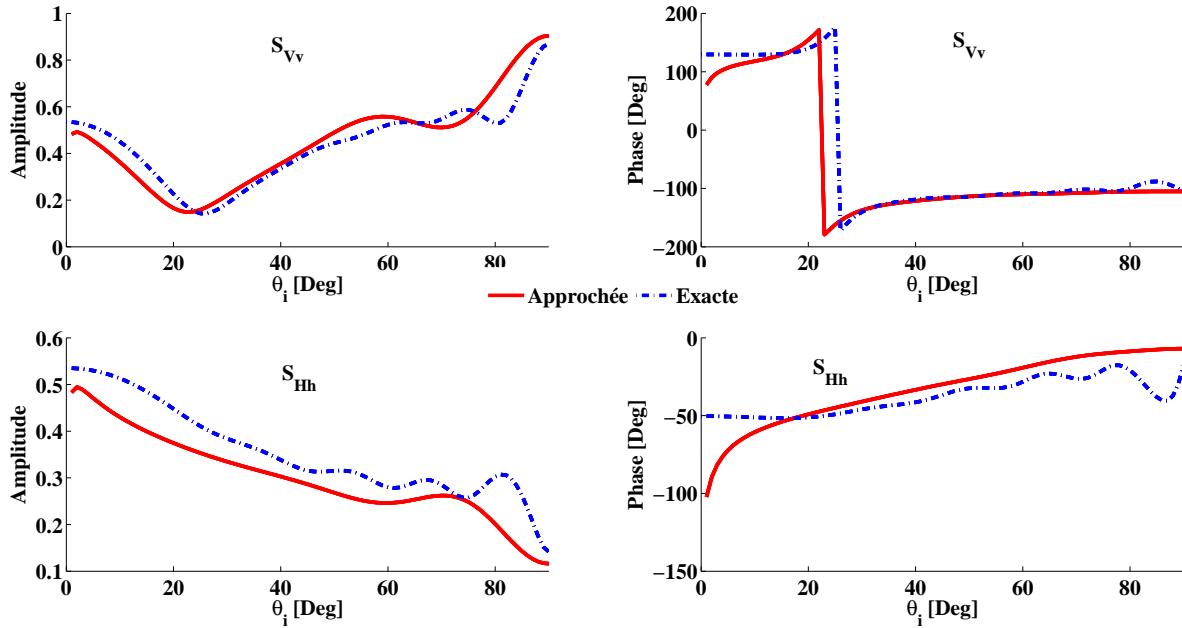


FIGURE IV.23 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché dans le plan  $\phi_i = \phi_s = 0^\circ$  pour un cylindre vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol parfaitement conducteur en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_i$ .

## B- Cas du bistatisme

Dans cette configuration l'antenne d'émission est située dans le plan  $XOZ$  ( $\phi_i = 0^\circ$ ) avec une incidence de  $\theta_i = 30^\circ$ . L'antenne de réception se déplace sur un cercle centré à l'origine du repère et de rayon 3000 m pour une angle  $\theta_s = 30^\circ$ . Les directions d'observation  $\phi_s$  varient entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ , avec un pas angulaire de  $1^\circ$ . La configuration d'étude est illustrée sur la figure IV.24.

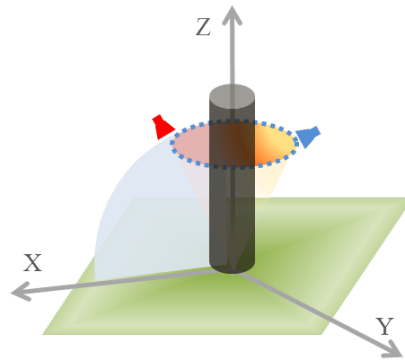


FIGURE IV.24 – Configuration d'étude d'un cylindre vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) posé sur un sol parfaitement conducteur. Le plan d'incidence est représenté en bleu clair ( $\phi_i = 0^\circ$ ) et les points d'observation sont indiqués en bleu pour  $\theta_s = 30^\circ$  ( $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$ ).

Pour un cylindre vertical placé sur un sol parfaitement conducteur, les résultats des figures IV.25 et IV.26 montrent la bonne concordance (C.3) entre les amplitudes et phases du champ diffracté calculé à l'aide des modèles exact et approché.



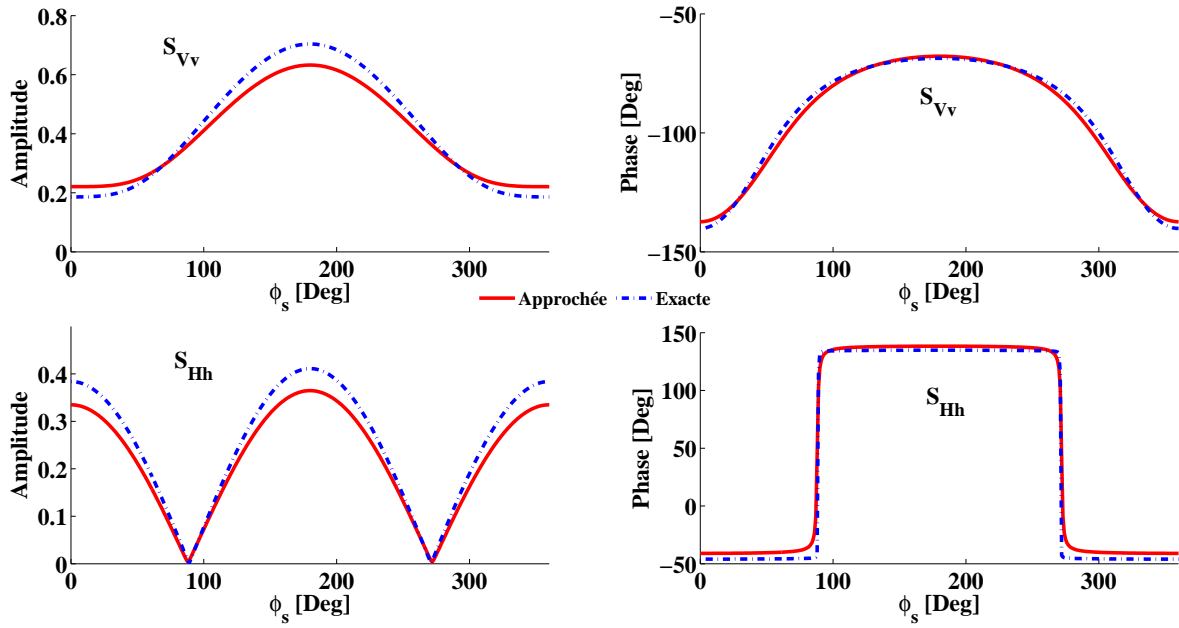


FIGURE IV.25 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l’aide des modèles exact et approché pour un cylindre vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol parfaitement conducteur en fonction de l’angle d’observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  pour les polarisations Vv et Hh.

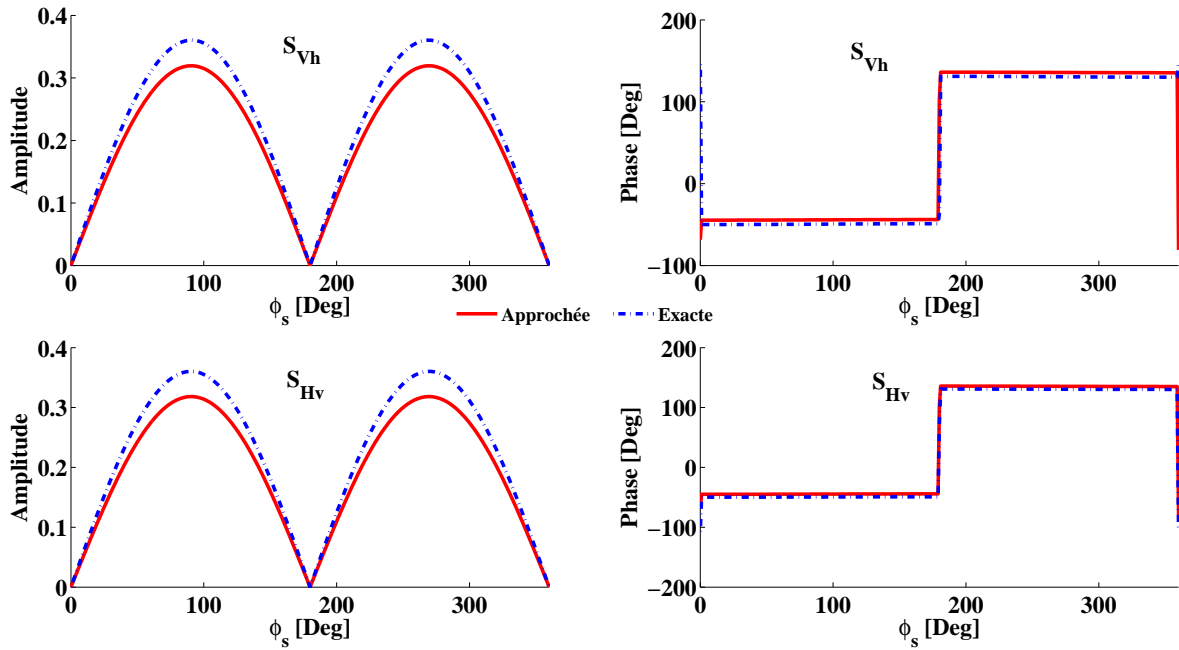


FIGURE IV.26 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l’aide des modèles exact et approché pour un cylindre vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol parfaitement conducteur en fonction de l’angle d’observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  pour les polarisations Vh et Hv.

## IV.6 Validation pour un arbre composé d'un tronc et deux branches inclinées

Pour cette comparaison, nous avons choisi le cas d'un seul arbre posé sur un sol parfaitement conducteur. L'arbre est composé d'un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ, \alpha = 0^\circ$ ) de dimensions [5 cm, 1,5 m] auquel sont accrochées deux branches inclinées d'un angle  $\beta = 30^\circ$  par rapport à la verticale. La première est dans le plan ( $\alpha = 0^\circ$ ) et la seconde dans le plan ( $\alpha = 90^\circ$ ). Les branches ont des dimensions de [2 cm, 0,5 m] et sont placées à 1 m du sol. La permittivité relative de l'arbre est choisie égale à  $\epsilon_r = 9 + 6j$ .

L'arbre est éclairé par une onde électromagnétique plane de fréquence 435 MHz. L'antenne d'émission est localisée dans le plan  $XOZ$  ( $\phi_i = 0^\circ$ ), avec un angle d'incidence  $\theta_i = 35^\circ$ . L'antenne de réception se déplace sur un cercle centré sur l'axe  $OZ$  avec un angle de réception  $\theta_s$  de  $35^\circ$  et les points d'observation varient entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ , avec un pas angulaire de  $1^\circ$ . La configuration de l'étude est illustrée sur la figure IV.27.

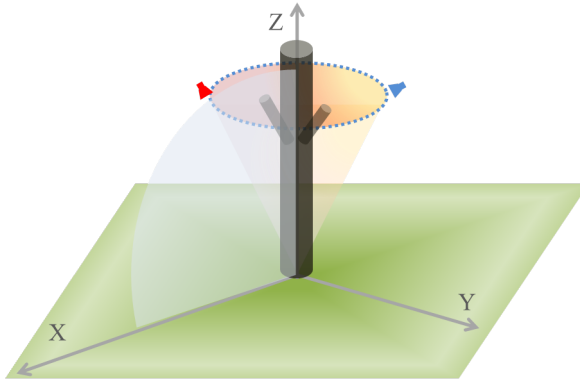


FIGURE IV.27 – L'arbre est placé sur un sol parfaitement conducteur et est composé d'un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ, \alpha = 0^\circ$ ) et deux branches inclinées ( $\beta_1 = 30^\circ, \alpha_1 = 0^\circ, \beta_2 = 30^\circ, \alpha_2 = 90^\circ$ ). Le plan d'incidence est représenté en bleu clair ( $\phi_i = 0^\circ$ ) avec un angle d'incidence  $\theta_i = 35^\circ$  et les points d'observation sont indiqués en bleu pour  $\theta_s = 35^\circ$  ( $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$ ).

Les figures IV.28 et IV.29 montrent que les amplitudes et phases du modèle approché pour les quatre canaux de polarisation sont assez proches (C.3) de celles calculées à l'aide du modèle exact. Elles sont toutefois moins proches que pour le cylindre seul. Ceci peut s'expliquer par le fait que nous ne prenons pas en compte les couplages entre les branches et le tronc pour le modèle approché. A cela s'ajoute le fait que les branches sont de faibles dimensions et ne satisfont pas la condition  $k_0 h \gg 2\pi$ .

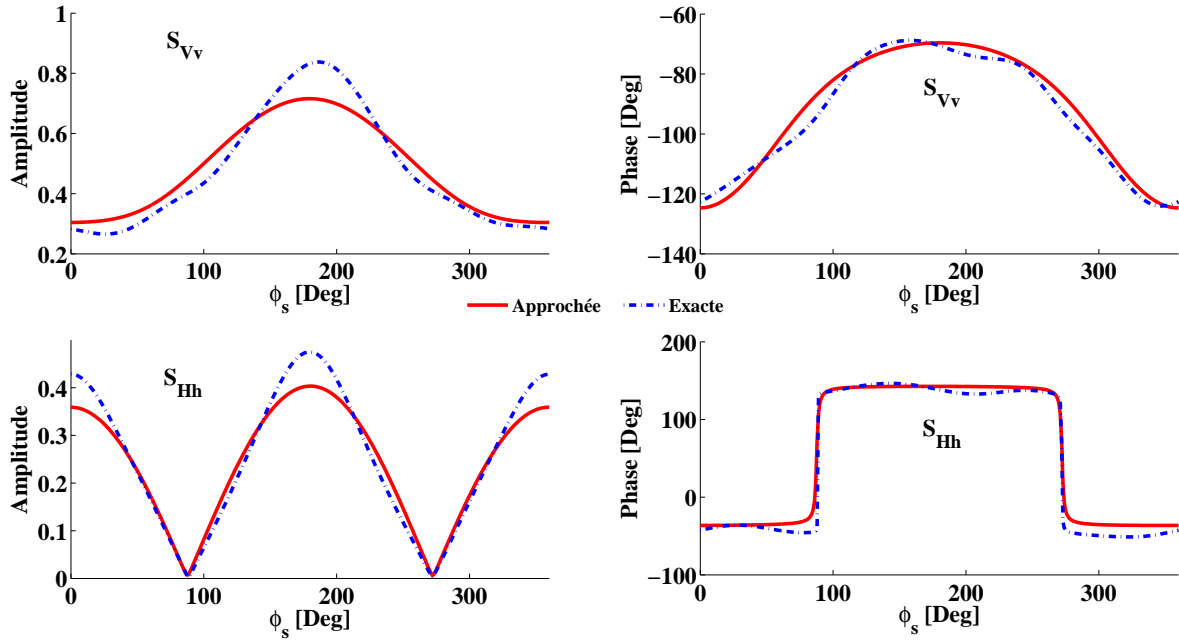


FIGURE IV.28 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l’aide des modèles exact et approché pour un arbre placé sur un sol parfaitement conducteur et composé d’un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) et deux branches inclinées ( $\beta_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_1 = 0^\circ$ ,  $\beta_2 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 90^\circ$ ) en fonction de l’angle d’observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vv et Hh.

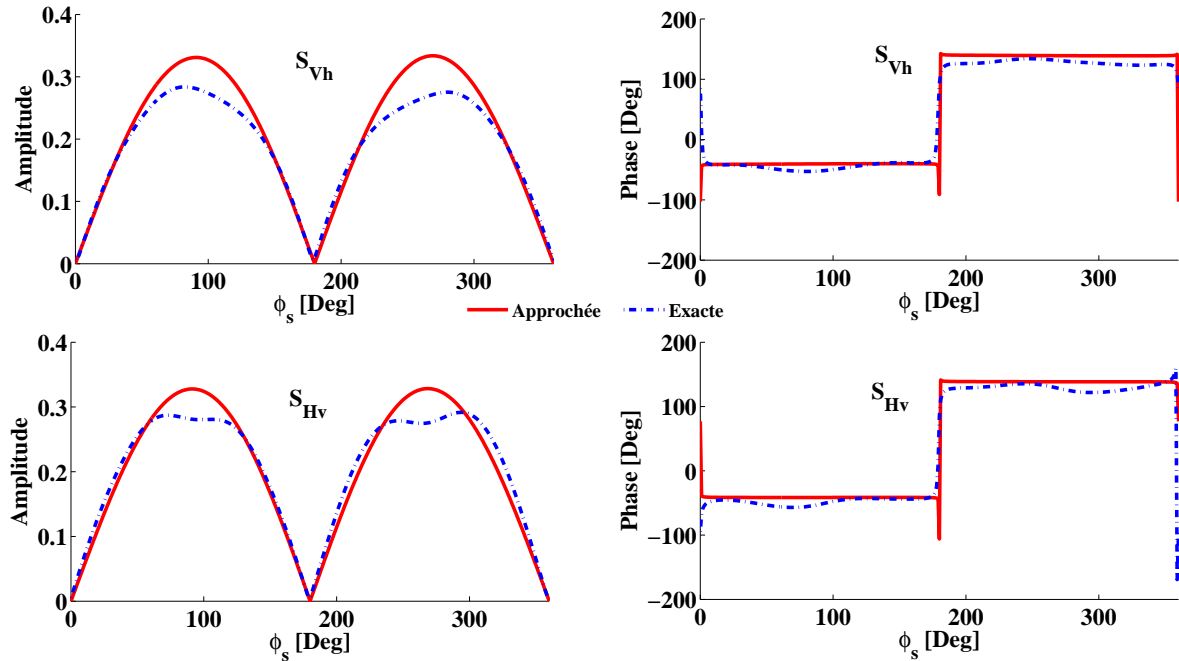


FIGURE IV.29 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l’aide des modèles exact et approché pour un arbre placé sur un sol parfaitement conducteur et composé d’un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) et deux branches inclinées ( $\beta_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_1 = 0^\circ$ ,  $\beta_2 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 90^\circ$ ) en fonction de l’angle d’observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vh et Hv.

A titre d'exemple, notons qu'en ce qui concerne le temps de calcul pour cette configuration, le modèle approché (5,4 s) est 15 fois plus rapide que le modèle exact (79,2 s).

## IV.7 Effet de couplage

Afin de mieux évaluer l'effet de couplage pris en compte dans le calcul du champ diffracté par le modèle exact, ainsi que l'influence de la taille et du nombre de branches sur les résultats, deux configurations sont étudiées séparément et les résultats sont comparés à ceux obtenus à l'aide du modèle approché.

### A- Arbre avec quatre branches inclinées

Dans cette première configuration, nous étudions le champ diffracté par un arbre composé d'un tronc vertical ( $\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ$ ) de dimensions [5 cm, 1,5 m], positionné à deux mètres de l'origine suivant l'axe  $OX$  et auquel sont accrochées quatre branches inclinées, elles-même positionnées à une hauteur de 1,5 m et réparties autour du tronc. Les quatre branches sont de mêmes dimensions [1 cm, 0,1 m] et d'orientations respectives ( $\alpha_1 = 45^\circ, \beta_1 = 30^\circ$ ), ( $\alpha_2 = 135^\circ, \beta_2 = 30^\circ$ ), ( $\alpha_3 = 225^\circ, \beta_3 = 30^\circ$ ) et ( $\alpha_4 = 315^\circ, \beta_4 = 30^\circ$ ). La géométrie de la scène est représentée sur la figure IV.30.

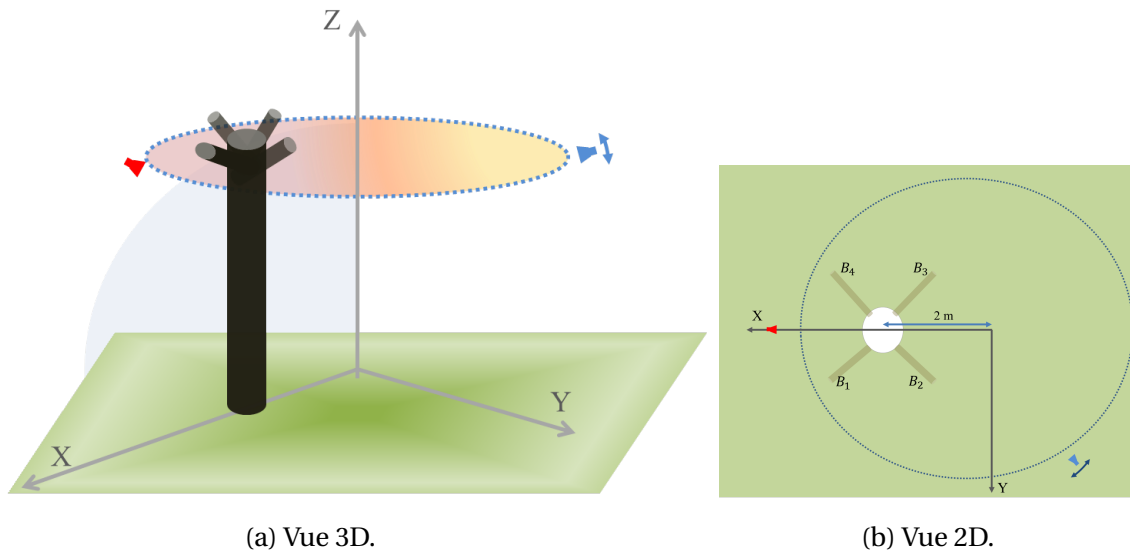


FIGURE IV.30 – Configuration d'étude d'un arbre composé d'un tronc placé sur un sol parfaitement conducteur et de quatre branches inclinées. Le plan d'incidence est ( $\phi_i = 0^\circ, \theta_i = 35^\circ$ ) et le plan d'observation varie ( $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ], \theta_s = 35^\circ$ ).

Les figures IV.31 et IV.32 montrent une bonne concordance (C.3) entre les deux modèles, mise à part une légère différence sur les modules. La différence peut être due à l'approximation du cylindre infini ou à la non prise en compte de l'effet du couplage dans le modèle approché.

La première hypothèse semble la plus plausible ; elle est, en effet, étayée par les résultats des figures IV.25 et IV.26 où l'on peut voir que les valeurs du champ diffracté par un cylindre vertical seul sont sensiblement égales à celles obtenues pour le cylindre avec quatre branches. Ceci signifie que les résultats présentés sur les figures IV.31 et IV.32 sont dus principalement à la contribution du tronc dont la taille est grande par rapport à celle des branches. Ainsi, la présence de ces quatre branches n'affecte que très peu les résultats.

Pour s'en convaincre, nous allons rajouter des branches et voir l'effet de leur contribution.

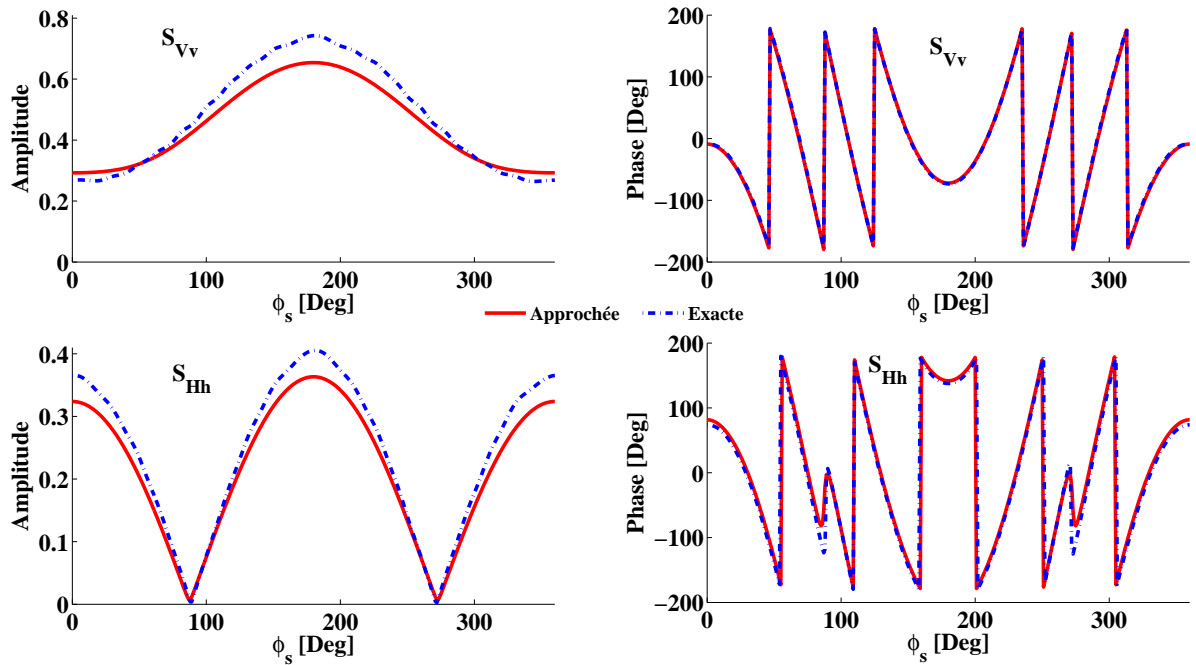


FIGURE IV.31 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché, pour un arbre composé d'un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol parfaitement conducteur et de quatre branches inclinées, en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vv et Hh.

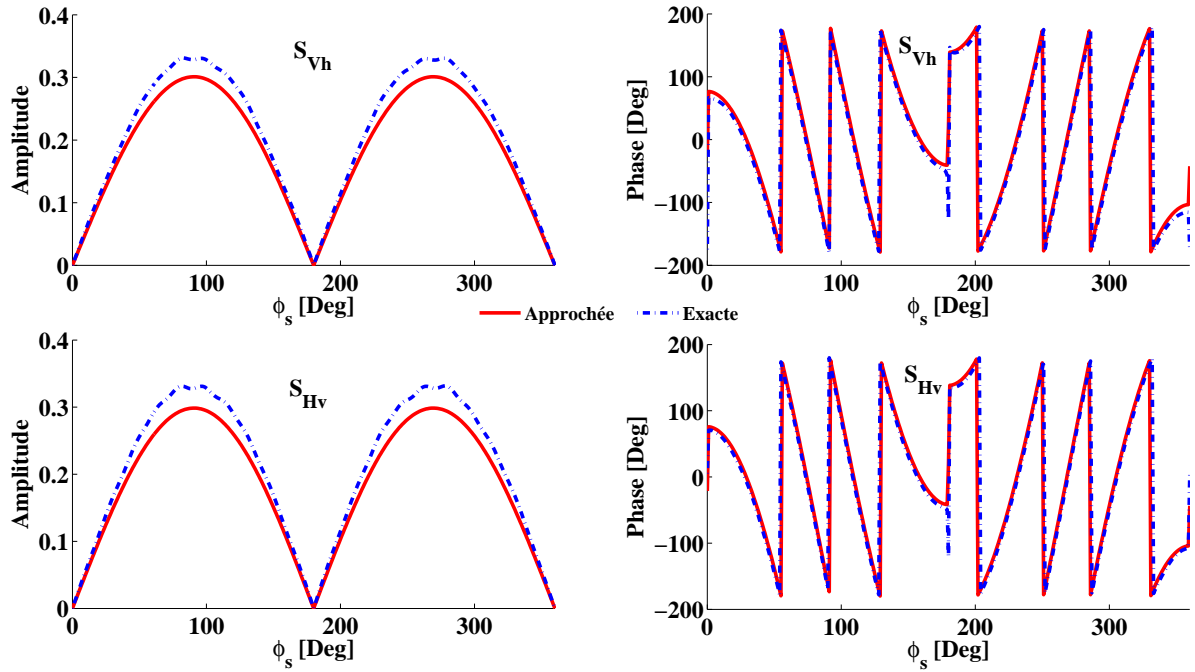


FIGURE IV.32 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché, pour un arbre composé d'un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol parfaitement conducteur et de quatre branches inclinées, en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vh et Hv.

## B- Arbre avec huit branches inclinées

Dans cette configuration (Fig IV.33) nous étudions le champ diffracté par une arbre composé d'un tronc de mêmes dimensions que précédemment [5 cm, 1,5 m], positionné à deux mètres de l'origine suivant l'axe  $OX$  et auquel sont accrochées huit branches inclinées, dont quatre, placées à la hauteur de 1 m, sont de dimensions [2 cm, 0,5 m] et sont inclinées de  $(\alpha_1 = 0^\circ, \beta_1 = 30^\circ)$ ,  $(\alpha_2 = 90^\circ, \beta_2 = 30^\circ)$ ,  $(\alpha_3 = 180^\circ, \beta_3 = 30^\circ)$  et  $(\alpha_4 = 270^\circ, \beta_4 = 30^\circ)$ , respectivement, et les quatre autres, positionnées à une hauteur de 1,5 m, sont de dimensions [1 cm, 0,1 m] et sont inclinées de  $(\alpha_5 = 45^\circ, \beta_5 = 30^\circ)$ ,  $(\alpha_6 = 135^\circ, \beta_6 = 30^\circ)$ ,  $(\alpha_7 = 225^\circ, \beta_7 = 30^\circ)$  et  $(\alpha_8 = 315^\circ, \beta_8 = 30^\circ)$ , respectivement.

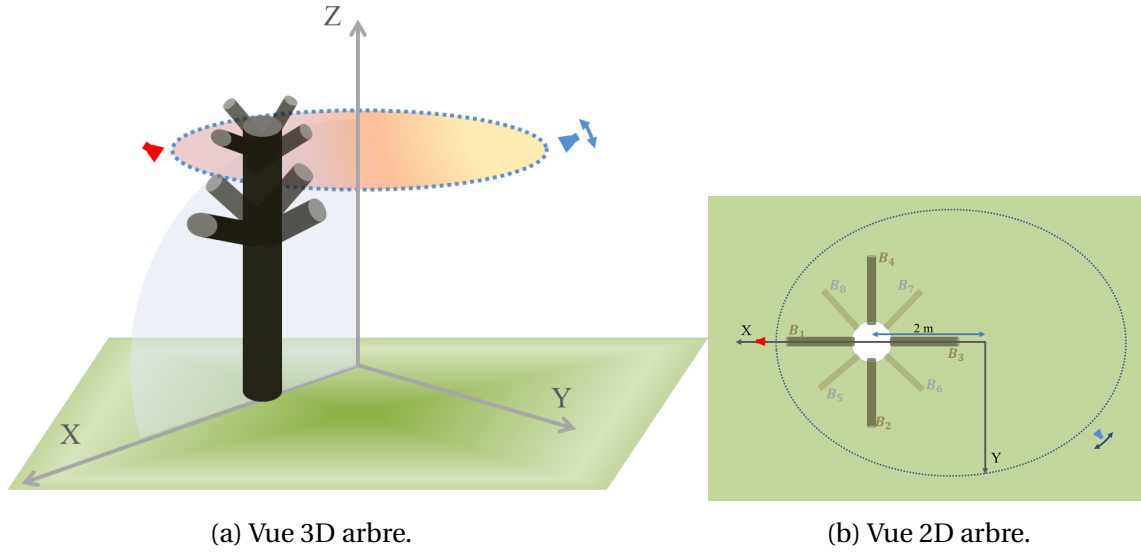


FIGURE IV.33 – Configuration d'étude d'un arbre composé d'un tronc posé sur un sol parfaitement conducteur et de huit branches inclinées. Le plan d'incidence est ( $\phi_i = 0^\circ$ ,  $\theta_i = 35^\circ$ ) et le plan d'observation varie ( $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$ ,  $\theta_s = 35^\circ$ ).

Nous rappelons que le but de cette étude est de montrer que l'effet du couplage, qui se produit entre les branches, le tronc et le sol, doit être de moins en moins négligeable à mesure que le volume occupé par les branches augmente en comparaison de celui du tronc.

Les figures IV.34 et IV.35 montrent la comparaison entre les deux modèles, en amplitude et phase et pour tous les canaux de polarisation. Tout d'abord, nous pouvons remarquer que le modèle approché donne une bonne approximation du champ calculé par le modèle exact. Par ailleurs, l'amplitude du champ diffracté calculé par le modèle exact montre bien l'effet du couplage qui se manifeste par la présence d'oscillations (C.3). Cet effet est logiquement absent dans le modèle approché. Cela vérifie bien l'hypothèse selon laquelle l'effet des branches était négligeable lorsqu'elles n'étaient que quatre.

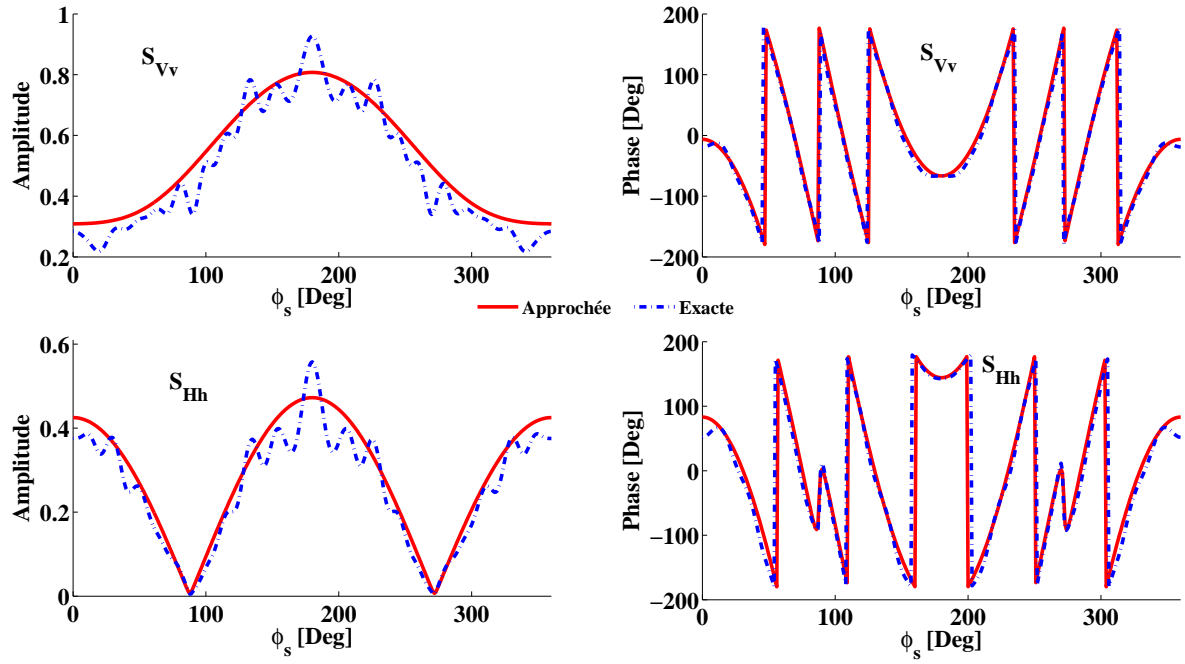


FIGURE IV.34 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché, pour un arbre composé d'un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol parfaitement conducteur et de huit branches inclinées, en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vv et Hh.

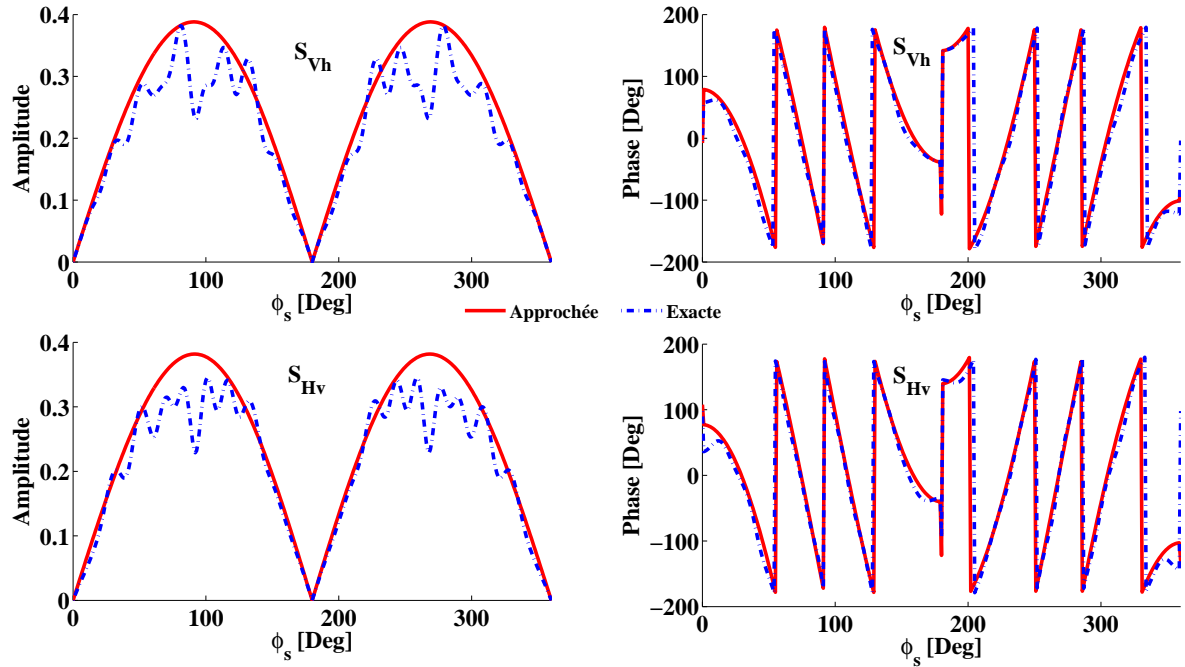


FIGURE IV.35 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché, pour un arbre composé d'un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol parfaitement conducteur et de huit branches inclinées, en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vh et Hv.



## IV.8 Validation du cas de diffraction par plusieurs arbres

Afin de valider notre modèle de diffraction sur une cible plus réaliste, une étude est faite sur une scène plus complexe. Cette scène est constituée de deux "arbres", où chacun est représenté par un cylindre vertical ( $\alpha = 0^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ ) simulant le tronc de dimensions [5 cm, 1,5 m] et deux cylindres inclinés ( $\alpha_1 = 0^\circ$ ,  $\alpha_2 = 90^\circ$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 30^\circ$ ) de dimensions [2 cm, 0,5 m] pour les branches positionnées autour du tronc à 1 m du sol. Les deux arbres sont placés sur un sol parfaitement conducteur loin l'un de l'autre, de manière à limiter les couplages entre les arbres et à respecter les distances le plus couramment observées. Le premier est positionné à 2 m de l'origine suivant l'axe  $OX$ , tandis que le second est positionné à 2 m de l'origine suivant l'axe  $OY$ .

La scène est éclairée par une onde électromagnétique plane de fréquence 435 MHz. L'antenne d'émission est localisée dans le plan  $XOZ$  ( $\phi_i = 0^\circ$ ), avec un angle d'incidence de  $35^\circ$ . L'antenne de réception se déplace sur une cercle centré sur l'axe  $OZ$  parallèle au plan  $XOY$ , avec un angle de réception de  $\theta_s = 35^\circ$ . Les points d'observation varient entre  $\phi_s = 0^\circ$  et  $360^\circ$ , avec un pas angulaire de  $1^\circ$ . Il s'agit donc d'un bistatisme en  $\phi_s$ . La configuration d'étude est illustrée sur la figure IV.36.

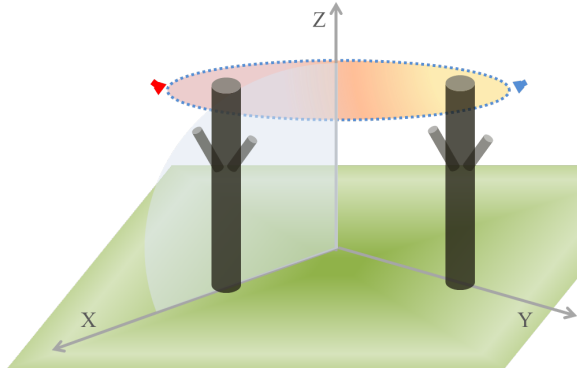


FIGURE IV.36 – Deux arbres sont placés sur un sol parfaitement conducteur. Chaque arbre est composé d'un tronc vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) et deux branches inclinées de ( $\beta_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_1 = 0^\circ$ ) et ( $\beta_2 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 90^\circ$ ), respectivement. Le plan d'incidence est représenté en bleu clair ( $\phi_i = 0^\circ$ ) avec un angle d'incidence  $\theta_i = 35^\circ$  et les points d'observation sont indiqués en bleu ( $\theta_s = 35^\circ$ ,  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$ ).

Les figures IV.37 et IV.38 montrent un bon accord (C.3) entre les deux modèles, en amplitude et en phase et pour tous les canaux de polarisation. Compte tenu des résultats obtenus précédemment (chapitre IV.7), nous savons que les troncs sont les diffuseurs principaux de cette configuration. Les branches sont petites et trop peu nombreuses pour avoir un effet clairement visible. De plus, la bonne adéquation entre les résultats des deux modèles confirme bien le fait que le couplage entre les arbres est négligeable. Enfin, la faible erreur sur les phases permet de valider le modèle approché lorsqu'il prend en compte les sommations cohérentes des ondes diffractées par des objets distants.

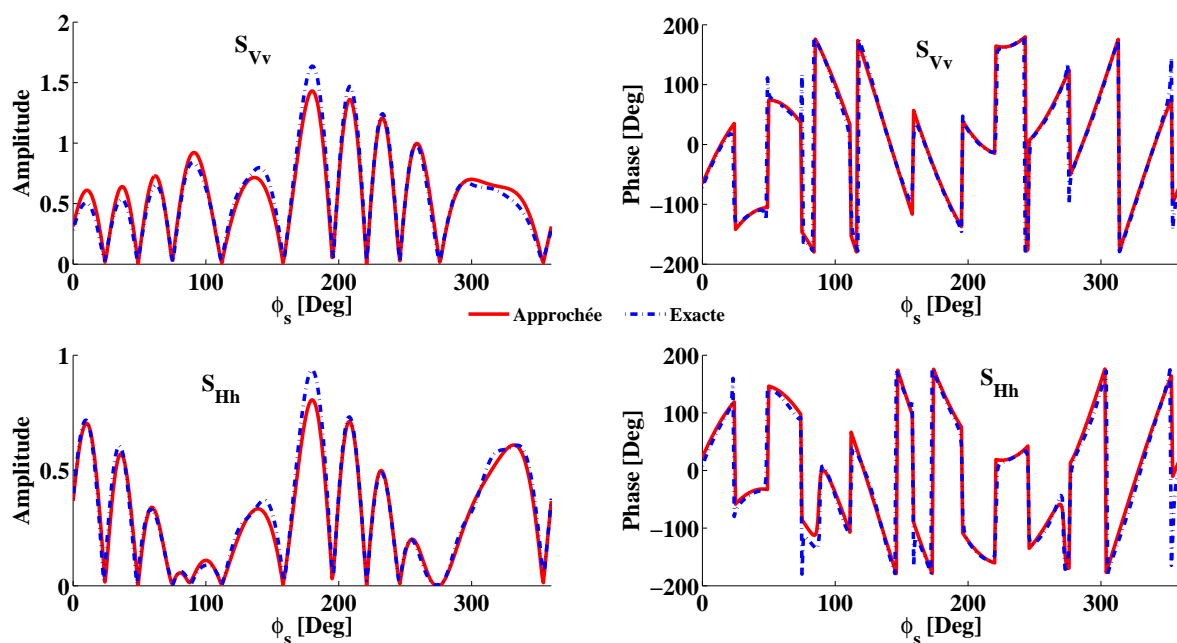


FIGURE IV.37 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché pour deux arbres en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vv et Hh.

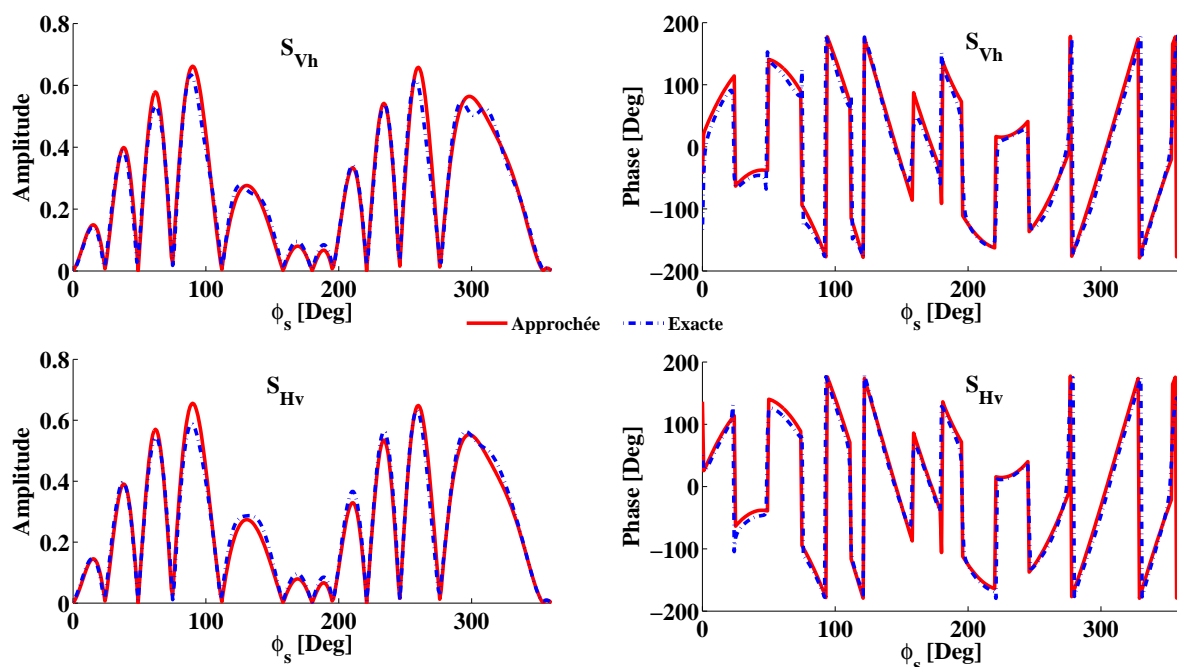


FIGURE IV.38 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché pour deux arbres en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vh et Hv.

## IV.9 Validation d'un objet diffractant posé sur un sol réel

### A- Cas d'un cylindre diélectrique

Pour cette validation, nous nous replaçons dans la configuration bistatique en  $\phi_s$  déjà étudiée (Fig IV.24) et nous remplaçons le sol parfaitement conducteur par un sol diélectrique de permittivité relative  $\varepsilon_r = 10 + j3.6$

Sur les figures IV.39 et IV.40 nous présentons la comparaison des amplitudes et phases du champ diffracté calculé à l'aide des deux modèles pour un cylindre placé sur un sol réel en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s$  et pour les quatre canaux de polarisation (Vv, Hh, Vh et Hv).

Les résultats nous montrent la bonne correspondance entre les deux modèles, aussi bien en module qu'en phase. De plus, nous remarquons que, comme attendu, l'amplitude des champs diffractés est atténuée par rapport au cas sur sol parfaitement conducteur.

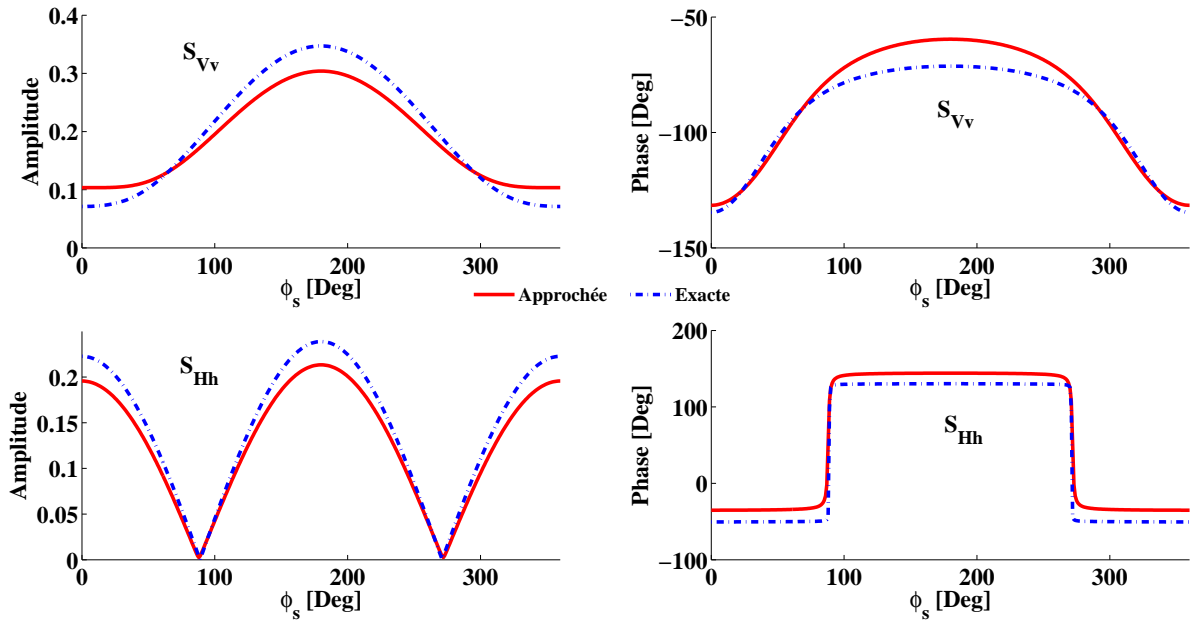


FIGURE IV.39 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché pour un cylindre vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol diélectrique de permittivité  $\varepsilon_r = 10 + j3.6$  en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vv et Hh.

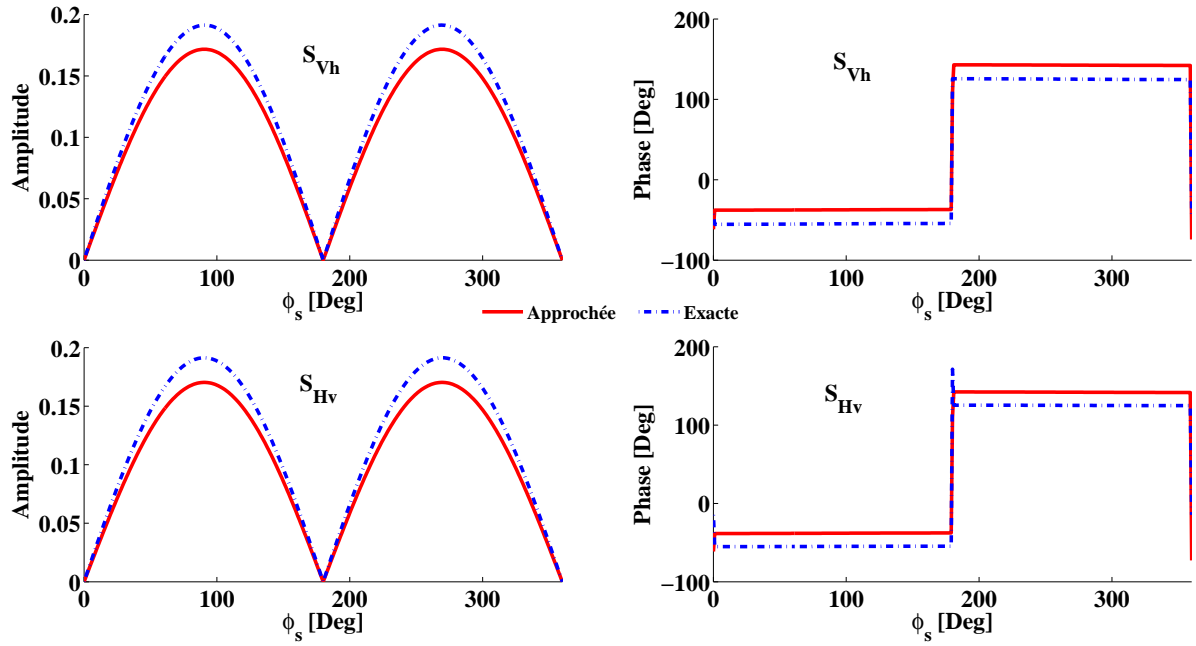


FIGURE IV.40 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché pour un cylindre vertical ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ) placé sur un sol diélectrique de permittivité  $\epsilon_r = 10 + j3.6$  en fonction de l'angle d'observation  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  et pour les polarisations Vh et Hv.

## B- Cas d'un arbre composé d'un tronc et de quatre branches

Pour cette configuration (fig. IV.41), l'arbre est positionné à 2 m sur les axes  $OX$  et  $OY$  et posé sur une surface diélectrique de permittivité relative  $\epsilon_r = 10 + j3.6$  modélisant un sol réel à pertes. L'arbre est composé d'un tronc de dimensions [5 cm, 1,5 m]. Sur son pourtour, quatre branches sont positionnées de façon à ce qu'elles soient séparées de  $90^\circ$  les unes des autres et toutes à 1 m de hauteur au dessus du sol. Toutes les branches sont inclinées de  $30^\circ$  par rapport à l'axe  $OZ$ .

L'angle d'incidence est de  $\theta_i = 35^\circ$  dans le plan  $XOZ$ . L'antenne de réception se déplace dans un plan parallèle au sol avec un pas angulaire de  $1^\circ$ , pour un angle de diffusion  $\theta_s = 35^\circ$ .

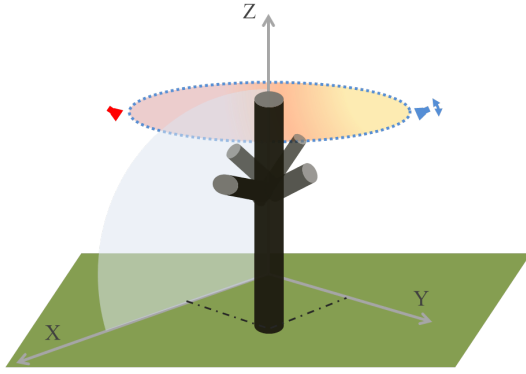


FIGURE IV.41 – Un arbre est placé sur un sol diélectrique. L'arbre est composé d'un tronc vertical et de quatre branches inclinées. Le plan d'incidence est représenté en bleu clair ( $\phi_i = 0^\circ$ ) avec un angle d'incidence  $\theta_i = 35^\circ$  et les points d'observation sont indiqués en bleu pour  $\theta_s = 35^\circ$  ( $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$ ).

Les figures IV.42 et IV.43 montrent une bonne concordance entre les deux modèles pour le module et la phase. De plus, dans ces résultats on peut bien distinguer l'effet du couplage (tronc-branches) pris en compte dans le modèle exact, à travers les oscillations visibles sur les amplitudes des éléments de la matrice de diffusion. En effet ici les branches ont de plus grandes dimensions que dans le cas traité dans le paragraphe IV.7.A-

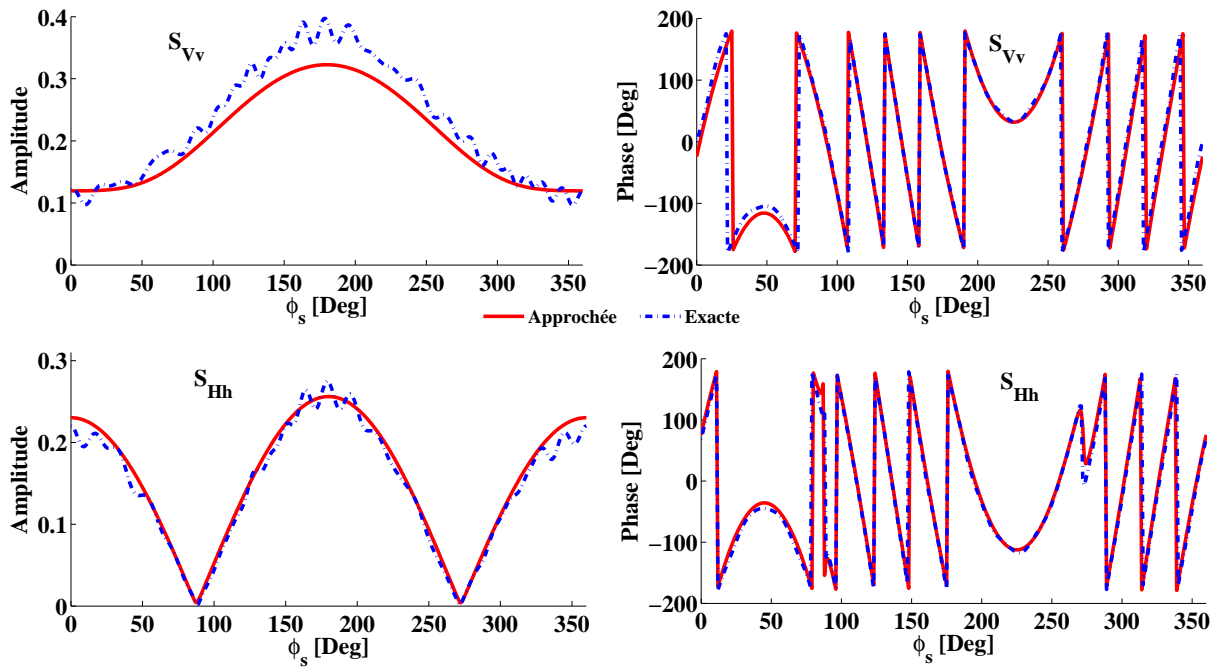


FIGURE IV.42 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l'aide des modèles exact et approché pour un arbre constitué d'un tronc vertical placé sur un sol diélectrique de permittivité  $\epsilon_r = 10 + j3.6$  et de quatre branches situées à une hauteur de 1 m pour les polarisations Vv et Hh.

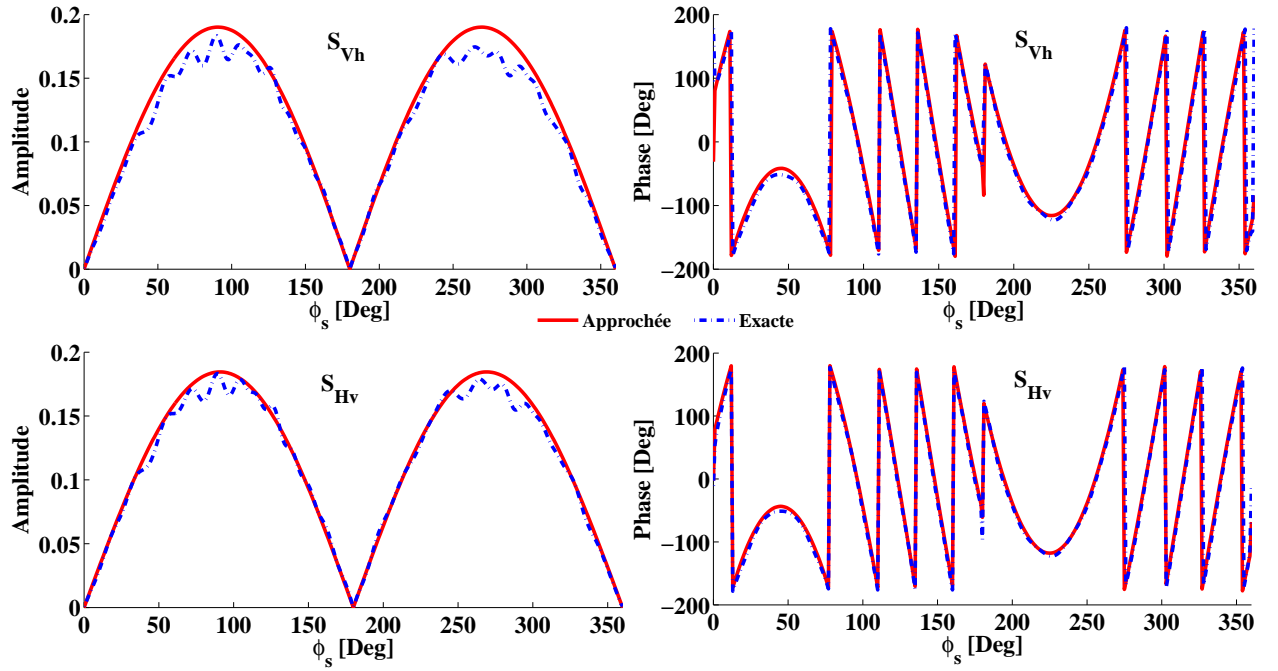


FIGURE IV.43 – Comparaison des amplitudes et phases calculées à l’aide des modèles exact et approché pour un arbre constitué d’un tronc vertical placé sur un sol diélectrique de permittivité  $\epsilon_r = 10 + j3.6$  et de quatre branches situées à une hauteur de 1 m pour les polarisations Vh et Hv.

## IV.10 Conclusion

Ce chapitre avait pour but de confronter le modèle approché proposé par Sarabandi à un modèle exact basé sur la méthode des moments. Le modèle approché est établi dans l’hypothèse du cylindre infini qui est d’autant plus valide que la hauteur est grande devant la longueur d’onde. Une comparaison entre les deux modèles l’a bien mis en évidence. De plus, en fonction du rapport entre le rayon du cylindre et la longueur d’onde, nous avons pu mettre en évidence une autre source d’erreur possible liée aux nombre d’harmoniques utilisés pour calculer numériquement la solution du modèle approché. Ces deux limites étant posées, nous avons pu comparer les deux modèles dans de multiples configurations :

- tout d’abord des configurations géométriques à travers des cylindres verticaux ou inclinés, en espace libre et sur sol conducteur parfait ou diélectrique à pertes, seuls ou en groupe pour représenter un tronc avec des branches ou plusieurs arbres,
- ensuite, des configurations monostatiques ou bistatiques et, pour ce dernier cas, deux configurations différentes (bistatisme en  $\theta_s$  et en  $\phi_s$ ).

Pour toutes ces configurations d'étude, le modèle approché s'est révélé fournir une bonne approximation du résultat obtenu à l'aide du modèle dit "exact", pourvu qu'il soit utilisé dans son domaine de validité. Les limitations du modèle approché sont clairement apparues notamment lorsque la géométrie implique des couplages forts entre les différents diffuseurs. Si le modèle approché est capable de donner une description correcte du comportement du champ diffusé, les contributions des couplages ne sont pas prises en compte.

Enfin, dans la configuration bistatique en  $\phi_s$ , les résultats particulièrement bons de la comparaison laissent supposer que cette configuration de mesure sera à privilégier lors de l'utilisation du modèle approché dans le processus d'inversion de données.



# La réciprocité du modèle approché

## Sommaire

---

<b>V.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>74</b>
<b>V.2</b>	<b>La réciprocité polarimétrique en configuration monostatique</b>	<b>74</b>
A-	Principe de la réciprocité	74
B-	Discussion sur la réciprocité des mécanismes de diffusion	77
C-	Mise en évidence de la perte de réciprocité	77
<b>V.3</b>	<b>Reformulation de la matrice de diffusion d'un cylindre diélectrique</b>	<b>80</b>
<b>V.4</b>	<b>Diagnostic de la perte de réciprocité</b>	<b>82</b>
<b>V.5</b>	<b>Modèle PRECY</b>	<b>85</b>
A-	Cas du bistatisme en $\theta$	85
B-	Cas du bistatisme quelconque	86
<b>V.6</b>	<b>Vérification de l'impact de la modification PRECY</b>	<b>88</b>
<b>V.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>90</b>

---



## V.1 Introduction

La réciprocité polarimétrique en configuration monostatique est importante. D'une part les configurations monostatiques sont les plus simples à mettre en œuvre lors des mesures et la plupart des radars embarqués sont dans cette configuration et, d'autre part, la réciprocité implique une symétrie de la matrice de diffusion qui est exploitée par la théorie de la polarimétrie radar.

Néanmoins, il est bien connu que les modèles approchés basés sur l'approximation du cylindre infini ne sont pas réciproques [29]. Malgré ce constat, le sujet ne semble pas avoir été approfondi, à notre connaissance. Cela est donc l'objet de ce chapitre.

Nous commencerons par présenter et discuter de la réciprocité d'un point de vue théorique, puis nous mettrons en évidence la perte de réciprocité attendue par des comparaisons avec le modèle exact. Ensuite, nous essaierons d'identifier, dans les équations analytiques du modèle approché, les causes de cette perte de réciprocité. Face à cela, nous proposerons une façon simple de limiter l'erreur due à la perte de réciprocité en configuration monostatique.

## V.2 La réciprocité polarimétrique en configuration monostatique

### A- Principe de la réciprocité

La propriété majeure des configurations monostatiques est la réciprocité des canaux de polarisation croisée qui est la conséquence de la propriété de réciprocité d'un chemin optique parcouru dans les deux sens, trajet "aller" et "retour".

Afin de démontrer la propriété de réciprocité polarimétrique [30], on considère une onde électromagnétique plane dont le vecteur d'onde incident est  $\hat{k}_i$  et qui éclaire un objet ou un ensemble d'objets diffractants ( $\Omega$ ). Le vecteur d'amplitude à l'origine est défini par  $\vec{E}^i(O) = E_0 \hat{q}$ , où le vecteur unitaire  $\hat{q}$  décrit la polarisation de l'onde incidente, verticale ( $\hat{q} = \hat{v}$ ) ou horizontale ( $\hat{q} = \hat{h}$ ).

Dans l'approximation du champ lointain, le champ diffracté  $\vec{E}^s$  mesuré en polarisation  $\hat{q}'$  s'écrit de manière générale en fonction du vecteur d'onde incident  $\hat{k}_i$ , du vecteur d'onde diffusé  $\hat{k}_s$  et de la polarisation de l'onde incidente  $\hat{q}$  :  $\vec{E}_{\hat{q}'}^s = \hat{q}' \cdot \vec{E}^s(\hat{q}, \hat{k}_i, \hat{k}_s)$ .

La figure V.1 illustre la configuration du chemin "aller" (noté  $_1$ ). Le champ diffracté s'écrit

alors :

$$\vec{E}^{s_1} = \hat{q}' \cdot \vec{E}^{s_1}(\hat{q}, \hat{k}_{i_1}, \hat{k}_{s_1}). \quad (\text{V.1})$$

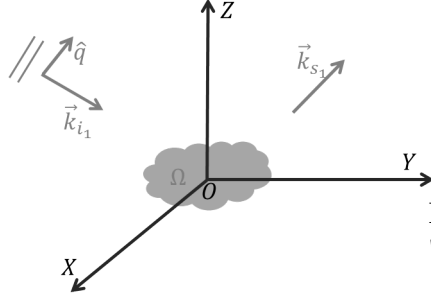


FIGURE V.1 – Configuration du chemin "aller" pour la diffraction par un objet  $\Omega$ .

De la même manière, le chemin "retour" (indiqué par l'indice 2 et décrit sur la figure V.2) conduit à l'équation :

$$\vec{E}^{s_2} = \hat{q} \cdot \vec{E}^{s_2}(\hat{q}', -\hat{k}_{s_1}, -\hat{k}_{i_1}), \quad (\text{V.2})$$

où l'on a préalablement établi que  $\hat{k}_{i_2} = -\hat{k}_{s_1}$  et  $\hat{k}_{s_2} = -\hat{k}_{i_1}$  pour le trajet "retour", puis considérer que la polarisation de l'onde diffractée (resp. émise) sur le trajet "aller" est la polarisation de l'onde émise (resp. diffractée) pour le trajet "retour".

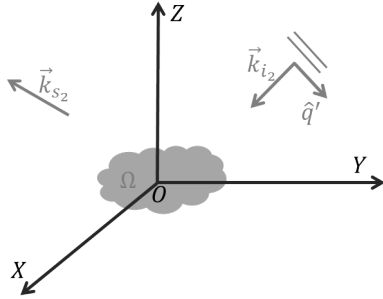


FIGURE V.2 – Configuration du chemin "retour" pour la diffraction par un objet  $\Omega$ .

La propriété de réciprocité des chemins optiques parcourus dans deux sens différents impose l'égalité de ces deux mesures (équations V.1 et V.2) et conduit donc à [31, 30] :

$$\hat{q}' \cdot \vec{E}^{s_1}(\hat{q}, \hat{k}_{i_1}, \hat{k}_{s_1}) = \hat{q} \cdot \vec{E}^{s_2}(\hat{q}', -\hat{k}_{s_1}, -\hat{k}_{i_1}). \quad (\text{V.3})$$

Dans le cas particulier du monostatisme, où  $\hat{k}_s = -\hat{k}_i$ , l'équation V.3 s'écrit :

$$\hat{q}' \cdot \vec{E}^{s_1}(\hat{q}, \hat{k}_{i_1}, -\hat{k}_{i_1}) = \hat{q} \cdot \vec{E}^{s_2}(\hat{q}', \hat{k}_{i_1}, -\hat{k}_{i_1}). \quad (\text{V.4})$$

Afin de se focaliser sur les propriétés des polarisations croisées, réécrivons l'équation V.4 en supposant que  $\hat{q} = \hat{h}_i$  et  $\hat{q}' = \hat{v}_s$  :

$$\hat{v}_s \cdot \vec{E}^{s1}(\hat{h}_i, \hat{k}_{i1}, -\hat{k}_{i1}) = \hat{h}_i \cdot \vec{E}^{s2}(\hat{v}_s, \hat{k}_{i1}, -\hat{k}_{i1}). \quad (V.5)$$

En convention FSA, on a  $\hat{h}_s = -\hat{h}_i$  et  $\hat{v}_s = \hat{v}_i$ , ce qui permet de réécrire le second terme de l'équation V.5 sous la forme :

$$\hat{v}_s \cdot \vec{E}^{s1}(\hat{h}_i, \hat{k}_{i1}, -\hat{k}_{i1}) = -\hat{h}_s \cdot \vec{E}^{s2}(\hat{v}_i, \hat{k}_{i1}, -\hat{k}_{i1}). \quad (V.6)$$

Pour faire apparaître les coefficients de polarisation croisée  $S_{Hv}$  et  $S_{Vh}$  de la matrice de diffusion, on utilise l'expression de la forme générale du champ diffracté en champ lointain donnée par l'équation I.1. On obtient l'expression des champs diffusés  $\vec{E}^{s1}$  et  $\vec{E}^{s2}$  :

$$\hat{v}_s \cdot \vec{E}^{s1}(\hat{h}_i, \hat{k}_{i1}, -\hat{k}_{i1}) = \frac{e^{j(\omega t - k_0 r)}}{r} S_{Vh} E_0, \quad (V.7a)$$

$$\hat{h}_s \cdot \vec{E}^{s2}(\hat{v}_i, \hat{k}_{i1}, -\hat{k}_{i1}) = \frac{e^{j(\omega t - k_0 r)}}{r} S_{Hv} E_0. \quad (V.7b)$$

Par simple substitution dans l'équation V.6 on obtient alors :

$$(S_{Hv} = -S_{Vh})_{FSA}. \quad (V.8)$$

Donc, pour une configuration monostatique dans la convention FSA, la réciprocité force la condition suivante :

$$\begin{bmatrix} S_{Vv} & S_{Vh} \\ S_{Hv} & S_{Hh} \end{bmatrix}_{FSA} = \begin{bmatrix} S_{Vv} & -S_{Hv} \\ S_{Hv} & S_{Hh} \end{bmatrix}_{FSA}. \quad (V.9)$$

La condition de réciprocité donnée par V.5 est aussi valide en convention BSA où  $\hat{h}_s = \hat{h}_i$  et  $\hat{v}_s = \hat{v}_i$ . Le même raisonnement conduit à la condition :

$$(S_{Hv} = S_{Vh})_{BSA}. \quad (V.10)$$

Ainsi, l'avantage de la convention BSA, par rapport à la convention FSA, réside dans le fait que la matrice de diffusion est symétrique.

## B- Discussion sur la réciprocité des mécanismes de diffusion

La condition de réciprocité, ainsi énoncée pour les coefficients contrapolaires, doit être valide quelque soit la cible observée en configuration monostatique.

Si la cible se trouve en espace libre, seul un mécanisme de simple rebond est mis en jeu (Fig IV.21b). La réciprocité implique donc que sa matrice de diffusion respecte la condition (V.8) en convention FSA ou (V.10) en BSA. Puisque  $\hat{k}_s = -\hat{k}_i$ , lors de l'interaction avec le cylindre, la réciprocité du simple rebond est automatique.

Lorsque la cible se trouve sur le sol, deux autres mécanismes rentrent en jeu, i.e., le double rebond (Fig IV.21c et Fig IV.21d) et le triple rebond (Fig IV.21e). Pour ce dernier mécanisme, l'interaction de l'onde avec le cylindre est assimilable à celle observée pour le simple rebond ( $\hat{k}_s = -\hat{k}_i$ ). La réciprocité est évidente. La situation du double rebond est différente. Ce mécanisme se décompose en deux chemins optiques faisant intervenir une diffusion bistatique sur le cylindre. Il n'y a donc aucune raison pour que les mécanismes de double rebond "aller" et "retour", pris séparément, soient réciproques. Mais, dans le cas où les antennes sont en configuration monostatique et seulement dans ce cas, les chemins "aller" et "retour" sont des trajets réciproques et la sommation de ces deux mécanismes donne une matrice de diffusion polarimétriquement réciproque. Cela se conçoit aisément si l'on considère que le découpage du double rebond en deux sous-mécanismes "aller" et "retour" n'est qu'un artefact de modélisation. Puisque le double rebond est globalement monostatique, il est évident que les matrices de diffusion du double rebond "aller" et du double rebond "retour" doivent satisfaire l'égalité ([27], [32]) :

$$\begin{bmatrix} S_{Vv} & S_{Vh} \\ S_{Hv} & S_{Hh} \end{bmatrix}_{\text{"retour"}} = \begin{bmatrix} S_{Vv} & -S_{Hv} \\ -S_{Vh} & S_{Hh} \end{bmatrix}_{\text{"aller"}}. \quad (\text{V.11})$$

Nous allons mettre en évidence une faiblesse du modèle qui ne permet pas de satisfaire cette condition de réciprocité.

## C- Mise en évidence de la perte de réciprocité

Après avoir défini les conditions de la réciprocité polarimétrique et discuté de la problématique de la perte de réciprocité, nous allons mettre en évidence cette dernière en comparant le modèle approché au modèle exact pour une configuration qui s'y prête.

Pour cette comparaison, nous avons adopté la configuration d'un cylindre diélectrique vertical en espace libre. Le cylindre est éclairé par une onde plane émise par une antenne positionnée dans le plan  $XOZ$  ( $\phi_i = 0^\circ$ ) avec une angle d'incidence  $\theta_i = 30^\circ$ . L'antenne réceptrice est positionnée sur un cercle centré sur l'axe du cylindre, parallèle au plan  $XOY$  tel que  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$  avec une angle de diffraction  $\theta_s = 120^\circ$  (Fig V.3a), ce qui positionne les récepteurs en dehors du cône spéculaire. Cette configuration représente le chemin optique "aller". Pour obtenir le chemin optique "retour", il nous suffit d'invertir les antennes d'émission et de réception (Fig V.3b).

La configuration de cette étude simule les deux mécanismes de diffusion localement bi-statique sur le cylindre qui interviendraient dans le calcul du double rebond sur un cylindre incliné au dessus d'un sol lisse pour une configuration monostatique.

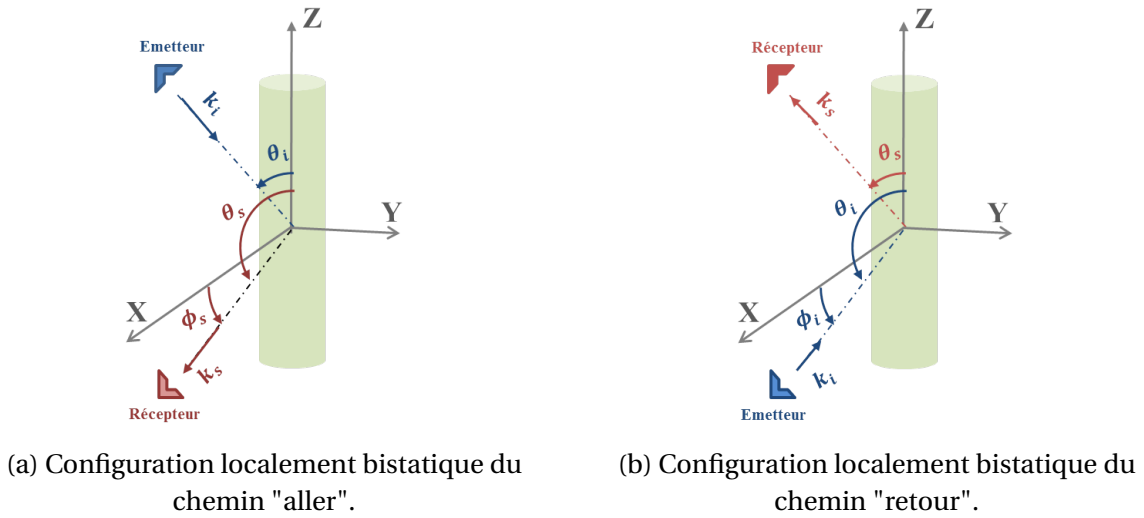


FIGURE V.3 – Chemins optiques réciproques liés au mécanisme de double rebond monostatique.

Les figures V.4 et V.5 montrent les parties réelles et imaginaires du champ diffracté, pour les quatre canaux de polarisation, en fonction de  $\phi_s$  pour le chemin "aller" ( $\phi_i$  pour le chemin de retour) pour les modèles exact et approché.

La présentation des résultats sur ces figures est faite de telle manière que les courbes de chaque modèle sont superposées si la réciprocité est vérifiée.

Les résultats V.4 et V.5 montrent bien que le modèle exact respecte la condition de réciprocité (courbes confondues), tandis que le modèle approché échoue.

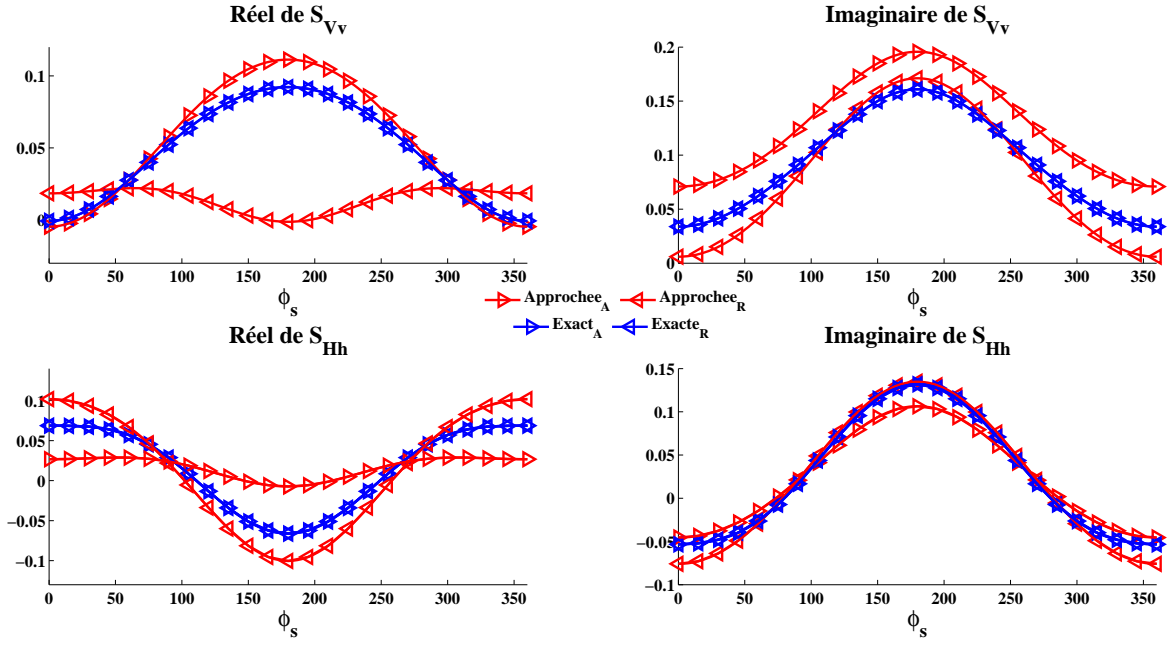


FIGURE V.4 – Mise en évidence de la perte de réciprocité sur les parties réelle et imaginaire des copolarisations (Vv, Hh).

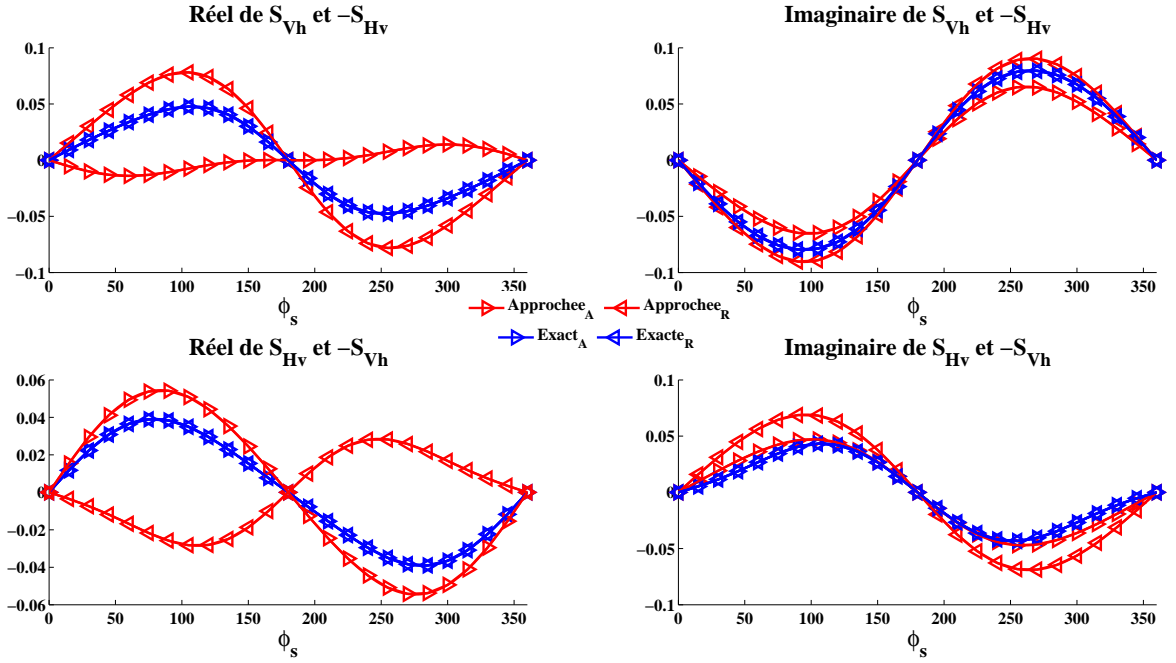


FIGURE V.5 – Mise en évidence de la perte de réciprocité sur les parties réelle et imaginaire des polarisations croisées (Vh, Hv).

L'idée la plus simple pour remédier à cette perte de réciprocité consisterait à ne calculer

qu'un seul des deux chemins optiques et de déduire l'autre à partir des relations de réciprocité. Cette technique est par ailleurs utilisée pour optimiser le calcul du couplage entre diffuseurs ([33]). Néanmoins, les résultats présentés sur les figures V.4 et V.5 montrent aussi que l'on ne peut pas conclure qu'un trajet est toujours mieux calculé que l'autre. Par exemple, pour les canaux copolaires de la figure V.4, le calcul approché du chemin "aller" est plus proche du modèle exact seulement pour la partie réelle de  $S_{V\nu}$ . Pour les autres, le calcul approché du chemin "retour" semble meilleur.

Différentes simulations, qui ne seront pas présentées ici, ont permis de comprendre que la perte de réciprocité est due au mécanisme de double rebond. Nous avons donc tenté de dépasser ce constat et d'identifier les sources de la perte de réciprocité dans le modèle approché.

### V.3 Reformulation de la matrice de diffusion d'un cylindre diélectrique

Afin de rendre plus facilement visible la provenance de la perte de réciprocité, nous avons préféré synthétiser l'expression des coefficients de la matrice de diffusion (II.38a) calculée par la méthode approchée présentée dans le chapitre II.

Le matrice de diffusion  $S$  d'un cylindre diélectrique fini de permittivité relative  $\varepsilon_r$ , de rayon  $a$  et de hauteur  $h$ , est définie par l'équation suivante :

$$S_{pq} = \frac{k_0 a h}{2 \sin \theta_s} \operatorname{sinc} \left( \frac{k_0 h}{2} (\cos \theta_i - \cos \theta_s) \right) D_{pq}, \quad (\text{V.12})$$

où  $p$  et  $q$  représentent la polarisation ( $\nu$  ou  $h$ ) et où le terme  $D_{pq}$  dépend des polarisations ( $\nu$  et  $h$ ) et des paramètres  $r$ ,  $\theta_i$ ,  $\theta_s$  et  $\phi_t = \phi_s - \phi_i$ .

Les termes de copolarisation  $D_{pp}$  ( $p = \nu$  ou  $h$ ) s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned} D_{pp} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n [A_n + n^2 \gamma B_n] e^{J^n \phi_t}, \\ A_n &= P(J_n) + C_n P(H_n^{(1)}), \\ B_n &= \overline{C}_n H_n^{(1)}(x_0) J_n(y_0), \end{aligned} \quad (\text{V.13})$$

où  $J_n$  et  $H_n^{(1)}$  sont les fonctions de Bessel et de Hankel de première espèce d'ordre  $n$  et :

$$\begin{aligned} P(F_n) &= F'_n(x_0) J_n(y_0) - \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_s} F_n(x_0) J'_n(y_0), \\ \gamma &= \frac{\cos\theta_i}{k_0 r \sin\theta_i} \left[ 1 - \frac{\cos\theta_s \sin\theta_i}{\cos\theta_i \sin\theta_s} \right], \\ x_0 &= k_0 a \sin\theta_i \quad ; \quad y_0 = k_0 a \sin\theta_s. \end{aligned} \quad (\text{V.14})$$

$C_n$  est un coefficient qui vaut respectivement  $C_n^{TM}$  pour la polarisation  $Vv$  (TM pour transverse magnétique) ou  $C_n^{TE}$  pour la polarisation  $Hh$  (TE pour transverse électrique), avec :

$$\begin{aligned} \bar{C}_n &= \frac{2 J \delta J_n^2(x_1)}{\pi x_0 \sin\theta_i Q}, \\ C_n^{TM} &= -[V(1, H_n^{(1)}) V(\varepsilon_r, J_n) - W(J_n) W(H_n^{(1)})] / Q, \\ C_n^{TE} &= -[V(\varepsilon_r, H_n^{(1)}) V(1, J_n) - W(J_n) W(H_n^{(1)})] / Q \end{aligned} \quad (\text{V.15})$$

et

$$\begin{aligned} x_1 &= k_0 a \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\theta_i}, \\ Q &= V(1, H_n^{(1)}) V(\varepsilon_r, H_n^{(1)}) - W^2(H_n^{(1)}), \\ V(\eta, F_n) &= k_0 a \left[ \frac{\eta}{x_1} F_n(x_0) J'_n(x_1) - \frac{1}{x_0} F'_n(x_0) J_n(x_1) \right], \\ W(F_n) &= n \delta F_n(x_0) J_n(x_1), \quad F_n = J_n \text{ ou } H_n^{(1)}, \\ \delta &= k_0 a \cos\theta_i \left[ \frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_0^2} \right], \quad \eta = 1 \text{ ou } \varepsilon_r. \end{aligned} \quad (\text{V.16})$$



Les termes de polarisation croisée  $D_{pq}$  (avec  $p \neq q$ ) sont définis par :

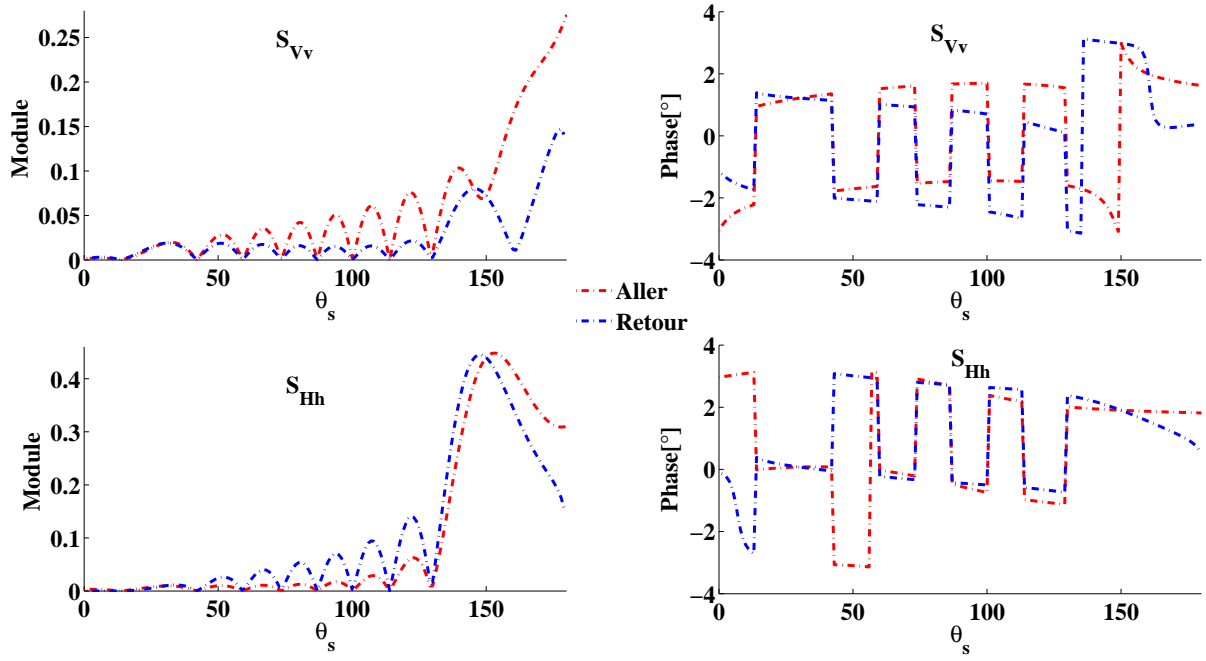
$$\begin{aligned}
 D_{pq} &= \sigma \sum_{n=-\infty}^{\infty} n (-1)^n \left[ \overline{C}_n P(H_n^{(1)}) + \gamma E_n \right] e^{J n \phi_t}, \\
 E_n &= \left[ J_n(x_0) + C_n H_n^{(1)}(x_0) \right] J_n(y_0), \\
 \sigma &= \begin{cases} -1 & \text{if } pq = hv \\ +1 & \text{if } pq = vh \end{cases},
 \end{aligned} \tag{V.17}$$

où  $C_n$  représente respectivement  $C_n^{TM}$  et  $C_n^{TE}$  pour les polarisations  $hv$  et  $vh$ .

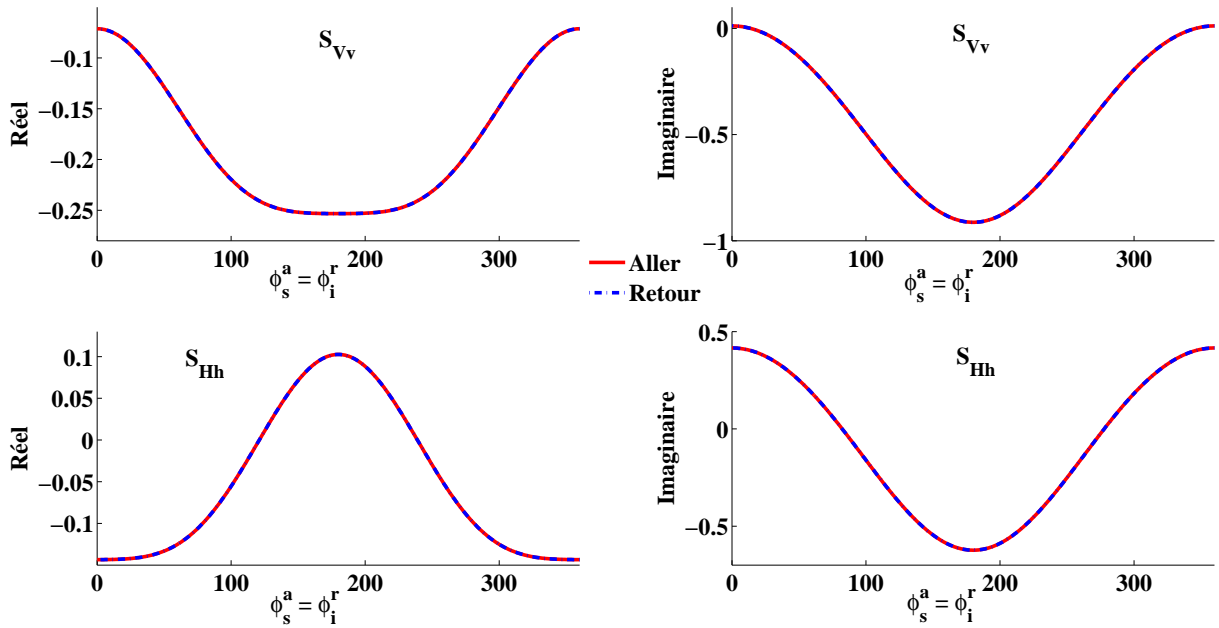
## V.4 Diagnostic de la perte de réciprocité

Nous prenons à nouveau le cas d'un cylindre diélectrique vertical en espace libre et nous allons étudier les matrices de diffusion pour les deux trajets "aller" et "retour". Nous allons tester séparément le cas du bistatisme en  $\theta_s$  et le cas du bistatisme en  $\phi_s$  pour identifier quel angle fait perdre les propriétés de réciprocité énoncées par l'équation V.11.

La figure V.6 donne le module et la phase des canaux copolaires dans la configuration d'un bistatisme en  $\theta_s$  avec  $\phi_s = \phi_i$ . Les canaux contrapolaires ne sont pas présentés car ils sont nuls pour cette configuration.

FIGURE V.6 – Module et phase des canaux copolaires en bistatime en  $\theta_s$  avec  $\phi_s = \phi_i$ .

Les figures V.7 et V.8 donnent respectivement les parties réelles et imaginaires des canaux copolaires et contrapolaires dans le cas d'un bistatisme en  $\phi_s$  pour  $\theta_s = \theta_i$ , soit des antennes sur le cône de rétrodiffusion.

FIGURE V.7 – Parties réelles et imaginaires des canaux copolaires en bistatime en  $\phi_s$  avec  $\theta_s = \theta_i$ .

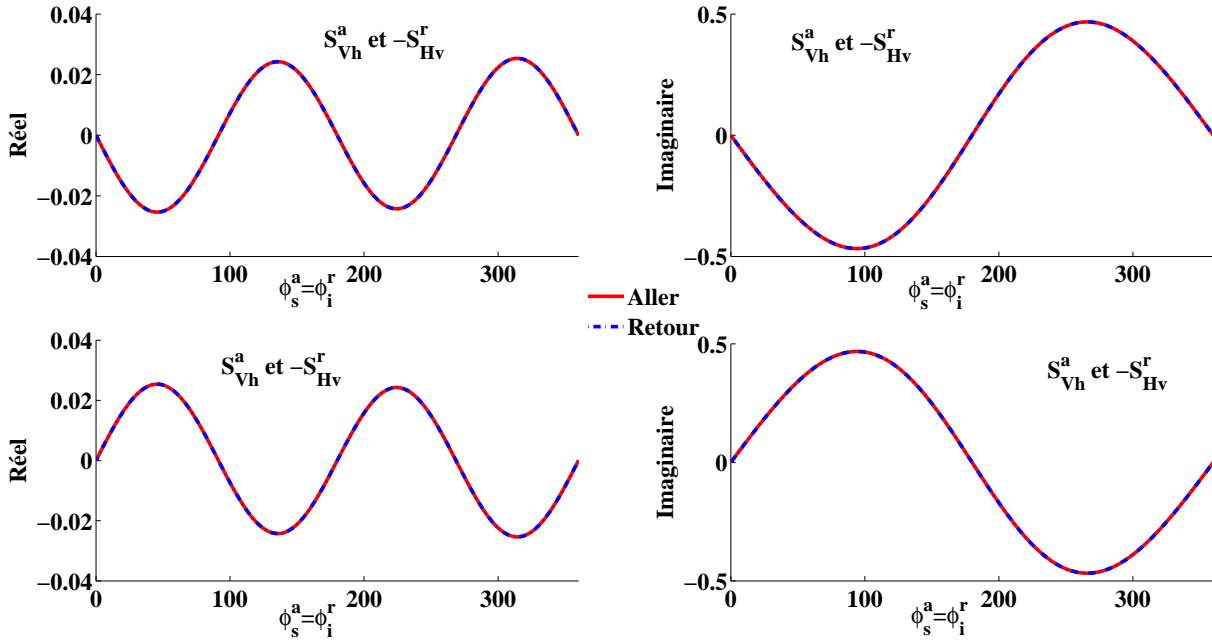


FIGURE V.8 – Parties réelles et imaginaires des canaux contrapolaire en bistatisme en  $\phi_s$  avec  $\theta_s = \theta_i$ .

Le premier constat, au regard de ces résultats, est que le bistatisme en  $\theta_s$  ne conserve pas la réciprocité (Fig V.6). Néanmoins, la représentation en module/phase a ici été choisie car elle permet de faire apparaître un résultat important. Les modules et phases des trajets "aller" et "retour" sont égaux sur les deux canaux de polarisation pour  $\theta_s = \theta_i$  et pour  $\theta_s = \pi - \theta_i$ , c'est-à-dire lorsque le mécanisme local de diffusion se fait sur le cône de rétrodiffusion ou diffusion spéculaire. Cette propriété est illustrée par la comparaison des figures V.4 et V.5 aux figures V.7 et V.8. Dans le premier cas, nous nous plaçons à dessein en dehors du cône de rétrodiffusion et du cône spéculaire ; les résultats montrent alors une perte de réciprocité. Dans le second cas, la réciprocité est assurée pour des antennes sur le cône de rétrodiffusion.

En résumé, le bistatisme en  $\theta_s$  montre une perte de réciprocité que n'affiche pas le bistatisme en  $\phi_s$  pour des antennes sur les cônes de rétrodiffusion et spéculaire. Les angles d'incidence  $\theta_i$  et de diffusion  $\theta_s$  en sont donc les responsables. Par conséquent, le fait que la réciprocité soit vérifiée, sur les cônes de rétrodiffusion ou spéculaire du mécanisme local de diffusion, implique que, dans une configuration monostatique, le double rebond fait perdre la réciprocité au modèle approché dès lors que le cylindre est incliné au dessus du sol.

Poussons notre analyse plus loin en étudiant les équations du chapitre V.3 lorsque  $\theta_i$  et  $\theta_s$  sont permutés. Si l'on regarde l'équation V.12, on voit clairement que la permutation des angles  $\theta_i$  et  $\theta_s$  entre les deux trajets n'a aucun effet sur le terme en sinus cardinal mais en a

sur le facteur en  $\sin \theta_s$ . Quant aux termes  $D_{pp}$  et  $D_{pq}$ , il peuvent être affectés par cette permutation à travers les sinus et cosinus dans tous les autres termes.

En conclusion, si nous rendons permutable les sinus et cosinus des angles  $\theta_i$  et  $\theta_s$  nous pouvons espérer rendre la réciprocité à la matrice de diffusion du double rebond.

## V.5 Modèle PRECY

Dans la section précédente, nous avons vu que la perte de réciprocité était due à la non-permutabilité (hors cône spéculaire ou de rétrodiffusion) des angles d'incidence  $\theta_i$  et de diffusion  $\theta_s$  lors de la définition des trajets optiques réciproques du double rebond en configuration monostatique.

Nous proposons, dans ce chapitre, une modification simple du code d'origine afin de limiter la perte de réciprocité. Nous avons dénommé cette modification "PRECY" (Polarimetric REciprocal model for finite CYlinder). Elle consiste à forcer la réciprocité en remplaçant les fonctions circulaires sinus et cosinus par leur moyenne géométrique, mais en conservant les signes de manière à ne pas changer les quadrants dans lesquels se trouvent les vecteurs d'ondes incident et diffusé :

$$f(\theta_m) = \text{sign}(f(\theta_m)) \sqrt{|f(\theta_i)f(\theta_s)|}, \quad (\text{V.18})$$

où  $m$  signifie  $i$  (pour incident) ou  $s$  (pour diffusé) et  $f$  est la fonction circulaire "cos" ou "sin".

Le changement donné par l'équation V.18 a d'abord un premier avantage, i.e., il est simple à mettre en œuvre. Ensuite, il ne change rien au calcul des champs diffusés dans les directions spéculaire et de rétrodiffusion, là où le modèle initial est déjà réciproque.

Nous allons tout d'abord vérifier que la modification proposée donne des résultats réciproques dans le cas du bistatisme en  $\theta$ , puis dans un cas de bistatisme quelconque.

### A- Cas du bistatisme en $\theta$

Nous reprenons notre cible de référence, un cylindre vertical en espace libre, que nous éclairons sous une incidence de  $\theta_i = 30^\circ$  dans le plan  $XOZ$ , et nous calculons avec PRECY le champ diffracté sur une antenne réceptrice positionnée sur un demi-cercle dans le plan d'incidence ( $\phi_s = 0^\circ$ ). La figure V.9 montre bien que le modèle PRECY est réciproque dans

toutes les configurations de bistatisme en  $\theta$ . Les canaux contrapolaires ne sont pas montrés car leur contribution est nulle.

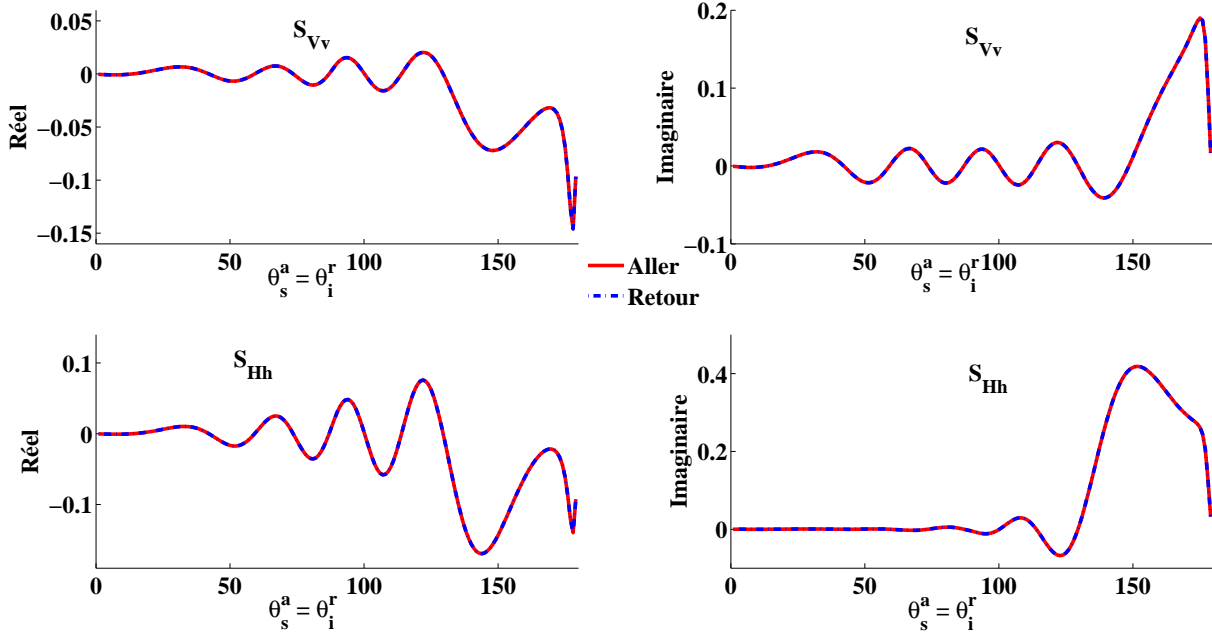


FIGURE V.9 – Vérification de la réciprocité forcée par le modèle PRECY sur les parties réelle et imaginaire des canaux copolaires du champ diffracté par un cylindre vertical en espace libre pour une configuration de bistatisme en  $\theta$ .

## B- Cas du bistatisme quelconque

Nous allons vérifier maintenant que le modèle PRECY force bien la réciprocité dans un cas de bistatisme quelconque.

Nous choisissons à nouveau un cylindre vertical en espace libre, pour une incidence de  $\theta_i = 35^\circ$  et  $\phi_i = 0^\circ$  et pour un angle de diffusion  $\theta_s = 120^\circ$  avec une antenne de réception tournant autour de l'axe du cylindre selon  $\phi_s$ . Nous sommes bien en dehors des cônes spéculaire et de rétrodiffusion, comme dans la section C- où la perte de réciprocité a été mise en évidence. L'apport de PRECY est donc montré par comparaison au modèle approché initial.

Les figures V.10 et V.11 comparent le respect de la réciprocité par les deux modèles approchés. Si le modèle est réciproque, alors les courbes des chemins "aller" et "retour" sont confondues.

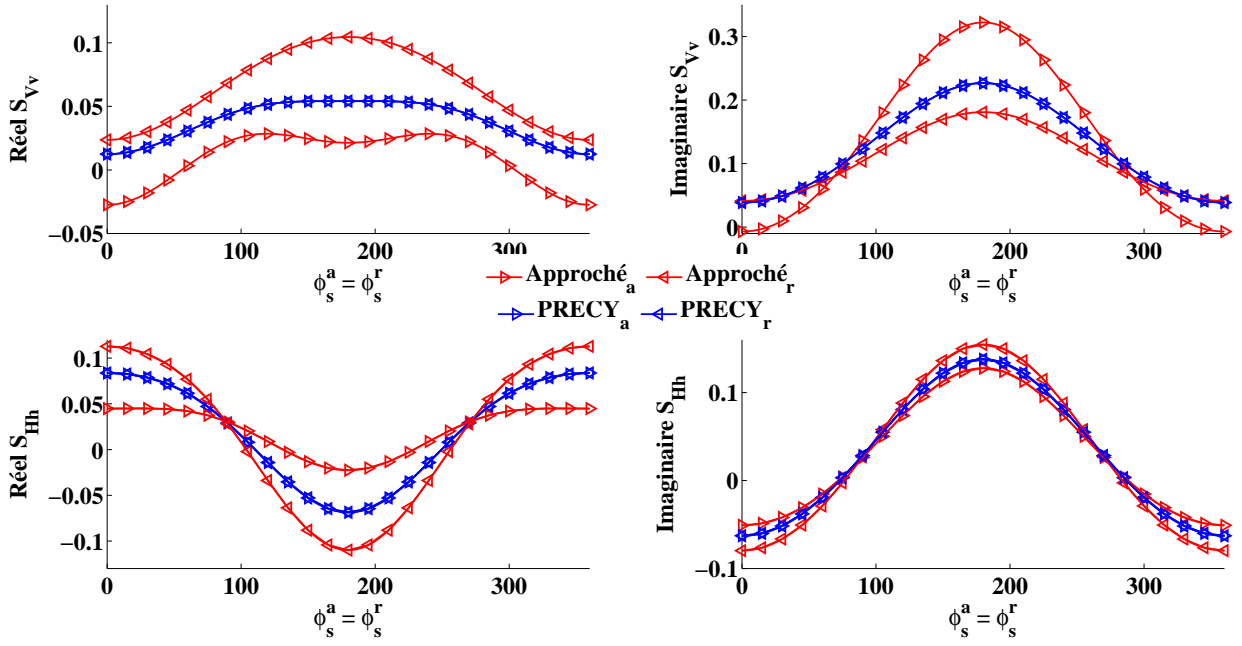


FIGURE V.10 – Vérification de la réciprocité forcée par le modèle PRECY sur les parties réelle et imaginaire des canaux copolaires en bistatisme quelconque.

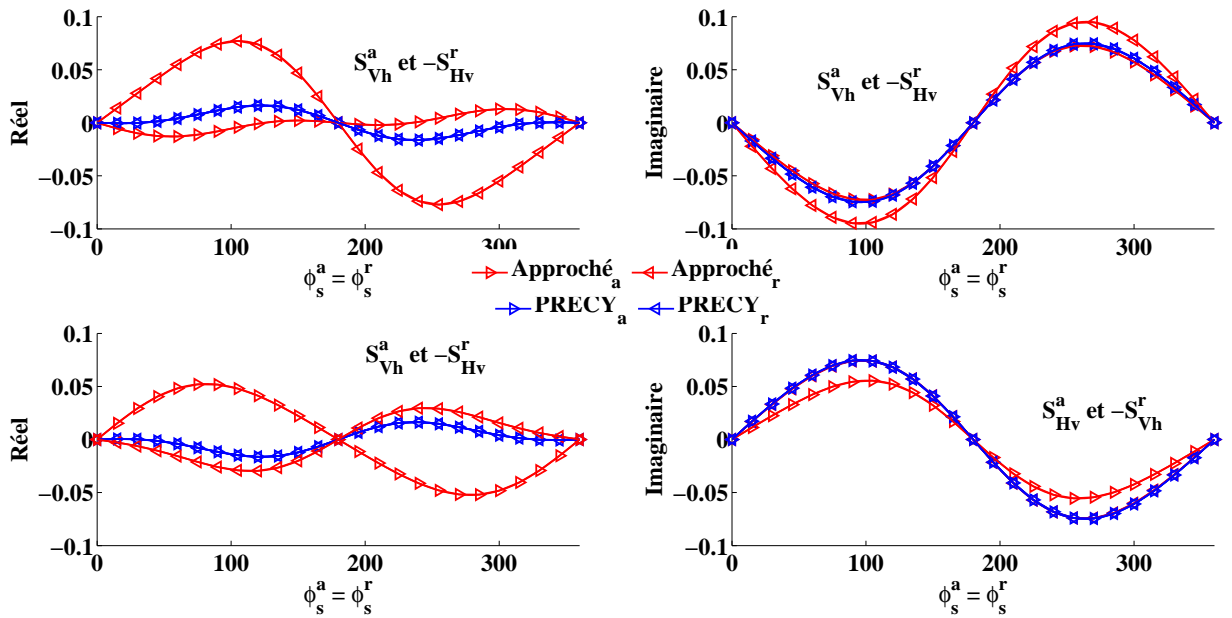


FIGURE V.11 – Vérification de la réciprocité forcée par le modèle PRECY sur les parties réelle et imaginaire des canaux contrapolaires en bistatisme quelconque.

Il est bien clair que la modification PRECY force la réciprocité là où le modèle initial

échoue. Il s'agit maintenant de vérifier, dans un contexte plus réaliste, l'impact de cette modification.

## V.6 Vérification de l'impact de la modification PRECY

Pour notre choix de représentation de la forêt, les cylindres mis en jeu seront en situation de configurations monostatiques et/ou bistatiques. Retrouver la propriété de réciprocité par la modification PRECY est une bonne chose pour les configurations monostatiques. Néanmoins, on peut se demander quel impact elle a sur le diagramme de rayonnement d'un cylindre et si le fait de forcer la réciprocité ne disqualifie pas PRECY pour les configurations bistatiques plus générales. Pour en avoir un aperçu, nous avons comparé l'erreur entre le modèle approché initial et sa version PRECY par rapport au modèle de référence (le modèle exact).

Pour cela nous choisissons un cylindre vertical ([5 cm, 3 m],  $\varepsilon_r = 9 + 6j$ ), posé sur un sol conducteur et éclairé à une fréquence de 435 MHz. Nous avons ainsi fixé  $\phi_i = 0^\circ$ , puis nous avons calculé l'erreur cumulée sur tout le diagramme de rayonnement du demi-espace supérieur ( $\theta_s \in [0^\circ : 90^\circ]$ ,  $\phi_s \in [0^\circ : 360^\circ]$ ) pour chaque  $\theta_i$ . Nous avons isolé le mécanisme du double rebond dans le calcul du modèle exact ([23]) et nous nous en sommes servi de référence pour calculer l'erreur :

$$\xi_{pq} = \frac{\sum_{\theta_s, \phi_s} |S_{pq}^{MoM} - S_{pq}|^2}{\sum_{\theta_s, \phi_s} |S_{pq}^{MoM}|^2}, \quad (V.19)$$

où  $p$  et  $q$  représentent les polarisations ( $h$  ou  $v$ ) et  $S^{MoM}$  et  $S$  représentent respectivement les matrices de diffusion obtenues par la méthode exacte et une des deux méthodes approchées (modèle approché ou sa version PRECY).

Avant d'interpréter les résultats de la figure V.12 pour répondre à notre problématique, nous faisons deux remarques préalables. Tout d'abord, le niveau d'erreur des deux modèles qui augmente quand l'angle d'incidence diminue est dû au fait que les modèles approchés ne prennent pas en compte la diffusion par les sections terminales des cylindres, contrairement à ce que fait le modèle exact. Ensuite, pour ce qui concerne les fortes erreurs dans les canaux de polarisation croisée pour les grands angles d'incidence, nous avons vérifié que cela était dû à des niveaux de polarisation croisée très faibles qui augmentent artificiellement l'erreur relative.

Pour ce qui est de voir l'impact de la modification PRECY dans une configuration plus réaliste, la figure V.12 nous permet de remarquer que les erreurs des deux modèles approchés tendent à être identiques pour les grands angles d'incidence, lorsque  $\theta_i$  devient rasant. Pour les plus faibles angles d'incidence, le modèle modifié PRECY tend à donner des résultats plus proches des calculs du modèle exact que le modèle approché initial. Cela signifie, que dans cette configuration, l'impact de la réciprocité forcée est plutôt bénéfique.

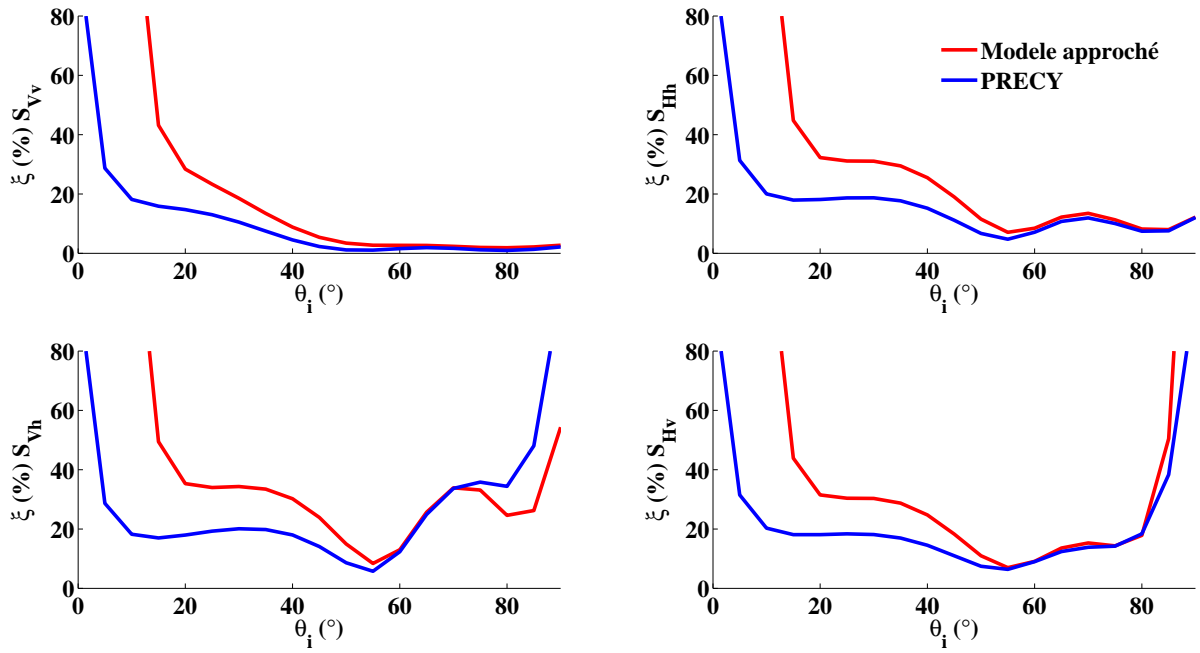


FIGURE V.12 – L'erreur sur les différents canaux de polarisation pour le modèle approché et sa version PRECY.

Néanmoins, il nous semble nécessaire de modérer notre propos. En effet, des simulations supplémentaires ont permis de mettre en évidence des cas particuliers où la perte de réciprocité n'est pas corrigée par la modification PRECY. Cela se produit lorsque les angles locaux  $\theta_i$  et  $\theta_s$ , qui sont calculés à partir de l'axe du cylindre, donnent des cosinus de même signe. Dans ce cas seulement, le terme  $\gamma$  de l'équation V.14 est non nul et fait perdre la réciprocité. Cette configuration angulaire locale se produit lorsque le cylindre est suffisamment incliné pour que son angle d'inclinaison apparent par rapport à la verticale soit plus grand que l'angle d'incidence de l'antenne. Cela peut aisément se produire pour une branche. En ce qui concerne les troncs, majoritairement impliqués dans le double rebond, leur relative verticalité nous assure qu'un angle d'incidence réaliste sera toujours plus grand que son inclinaison. En configuration monostatique, pour les mécanismes de double rebond sur des troncs, il apparaît que PRECY est une modification intéressante.



## V.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé un problème récurrent dans les modèles approchés basés sur l'approximation du cylindre infini. Ils n'assurent pas la réciprocité polarimétrique attendue dans une configuration monostatique. Au cours de notre étude nous avons pu identifier le coupable comme étant le double rebond. Nous avons montré que ce mécanisme perd sa réciprocité à cause de la diffusion bistatique locale qui ne respecte pas toujours les conditions nécessaires. Ceci est d'autant plus important que le double rebond est un mécanisme fort, voire dominant.

Nous avons donc proposé une modification du code approché qui permet de forcer la réciprocité attendue dans un mécanisme contenant deux trajets optiques réciproques. Nous avons montré que cette modification simple permet effectivement de satisfaire les propriétés de réciprocité attendues mais aussi que cette modification a un impact plutôt bénéfique sur les résultats quand on les compare à ceux obtenus à l'aide du modèle exact. Néanmoins, nous avons apporté un bémol à cette méthode en limitant son applicabilité à des cylindres assez verticaux, comme les troncs. Ceci est d'autant plus important que les troncs sont les principaux contributeurs du mécanisme de double rebond.

## **Deuxième partie**

### **Estimation des paramètres de la végétation**



# I

## Optimisation par algorithme génétique

### Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Méthodes d'optimisation</b>	<b>94</b>
A-	Introduction sur l'optimisation	94
a-	L'optimisation d'un point de vue mathématique	94
b-	L'optimisation d'un point de vue ingénierie	95
B-	Minimisation et maximisation	96
C-	Optimum local et global	96
a-	Qu'est-ce qu'une meilleure solution ?	97
b-	Minimum local et global	97
D-	État de l'art des méthodes d'optimisation	98
a-	Problèmes d'optimisation contraints	98
b-	Problèmes d'optimisation non contraints	99
c-	Problème d'optimisation à objectifs multiples	100
E-	Le choix de la méthode d'optimisation	101
<b>I.2</b>	<b>Algorithme génétique (AG)</b>	<b>104</b>
A-	L'algorithme génétique (AG)	104
a-	Généralités	104

b- Les avantages et les inconvénients des algorithmes génétiques . . . . .	104
B- Principe de l'algorithme génétique . . . . .	105
C- Étapes d'implémentation de l'algorithme génétique . . . . .	106
a- Codage . . . . .	106
b- Population initiale et principe d'évaluation . . . . .	108
c- Sélection . . . . .	109
d- Opérateurs génétiques . . . . .	110
Croisement . . . . .	110
Mutation . . . . .	112
e- Critère d'arrêt et solution optimale . . . . .	113
<b>I.3 Étude de l'algorithme génétique (AG) . . . . .</b>	<b>113</b>
A- AG classique et modifié . . . . .	113
a- Choix du type de croisement . . . . .	114
b- Choix du type de mutation . . . . .	118
B- Étude des différentes modifications de l'opérateur génétique . . . . .	120
a- Etude statistique de l'AG pour les différentes stratégies . . . . .	121
Effet du taux de mutation . . . . .	121
Effet de la taille de la population . . . . .	125
<b>I.4 Conclusion . . . . .</b>	<b>127</b>

## I.1 Méthodes d'optimisation

### A- Introduction sur l'optimisation

#### a- L'optimisation d'un point de vue mathématique

L'optimisation est une approche mathématique qui est utilisée pour obtenir des solutions à un problème donné. Un problème de dimension  $k$  peut être écrit de façon générale comme :

$$(Problème) \begin{cases} \min_x \text{ ou } \max_x f(x) \in \mathcal{R}^k \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, q \\ x_{tmin} \leq x_t \leq x_{tmax} & t = 1, \dots, k \end{cases} \quad (I.1)$$

où :

" $f(x)$ " est le critère à optimiser (minimiser ou maximiser), appelé aussi fonction objectif,

" $x$ " est un vecteur à  $k$  variables ( $x_k$ ), qui représentent les variables d'optimisation,

" $g_i(x)$ " et " $h_j(x)$ " représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité,

" $x_{tmin}$ " et " $x_{tmax}$ " désignent les contraintes de domaine,

" $\mathcal{R}^k$ " est l'espace de recherche borné par les contraintes de domaine.

La solution de ce problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble de paramètres  $x$  pour lesquels la fonction d'objectif présente une valeur optimum (minimum ou maximum), en respectant les contraintes d'égalité, d'inégalité et du domaine de variation. Dans l'approche mathématique, l'optimisation consiste à trouver les zéros de la dérivée de la fonction. Même si la dérivée est souvent exprimable, la détermination de ses zéros est difficile.

### b- L'optimisation d'un point de vue ingénierie

Pour l'ingénierie, il s'agit d'utiliser le principe mathématique de l'optimisation pour obtenir la meilleure solution à un problème physique concret. Pour un système déterminé, on souhaite trouver le jeu de paramètres d'entrée qui fournit la sortie désirée. Le jeu de paramètres d'entrée doit donc évoluer de manière à faire en sorte que la sortie du système tende vers la sortie attendue ; il est alors optimisé. La notion de processus itératif est, ici, intuitivement ressentie.

Dans ce contexte, nous imaginons que l'ordinateur est l'outil idéal pour l'optimisation, tant que le système et les variables influençant le système sont identifiés et peuvent être mis sous forme numérique.

L'optimisation est donc le processus d'ajustement des entrées ou des caractéristiques d'un dispositif, afin de trouver l'optimum, donc la solution désirée.

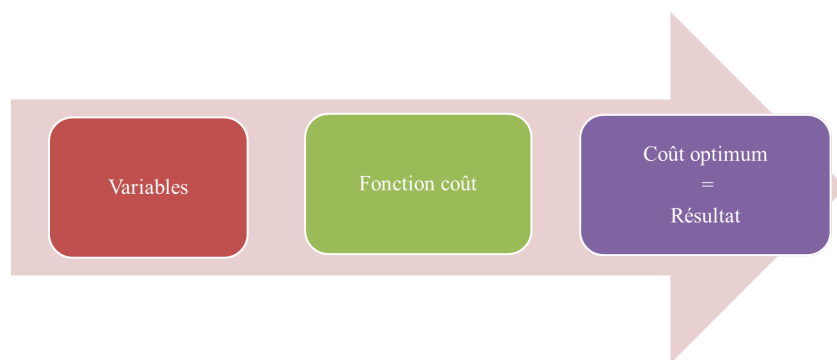


FIGURE I.1 – Processus d'optimisations pour les ingénieurs.

La figure I.1, illustre les différentes étapes d'optimisation. Elles sont définies par : l'entrée ou les éléments qui composent les différentes variables d'un problème, le processus d'optimisation (qui consiste à maximiser/minimiser la fonction objectif ou fonction coût) et la sortie qui retourne l'ensemble des variables d'entrées correspondant à un coût optimum (maximum ou minimum), c'est-à-dire la solution du problème. La fonction coût est, tout simplement, une estimée de l'erreur entre la sortie attendue et la sortie calculée par l'optimisation à chaque itération.

La science a développé des modèles simples pour représenter certains aspects limités de la nature et la plupart de ces modèles simples (linéaires en général) ont été optimisés. Néanmoins, beaucoup de problèmes physiques sont fortement non linéaires : une petite perturbation de l'état initial peut donner lieu à des solutions très différentes, ce qui rend la procédure d'optimisation difficile.

Une autre difficulté concernant l'optimisation des problèmes physiques consiste à déterminer si un optimum donné correspond à la meilleure solution (optimum global) ou à une solution sous-optimale (minimum local). L'optimisation d'un problème peut donc s'avérer extrêmement délicate. Les approches habituelles pour les problèmes non linéaires consistent généralement à restreindre le domaine de recherche à une région suffisamment petite pour trouver une approximation linéaire valide. Ceci exclut de fait les problèmes difficilement linéarisables qui s'étendent sur de grands domaines de variation de leurs paramètres.

## B- Minimisation et maximisation

Dans l'équation (I.1), il s'agit d'optimiser une fonction objectif. Il existe deux types d'optimisation : la minimisation ou la maximisation de cette fonction. La plupart des cas d'optimisation sont des minimisations. Mais il y a des cas où l'intérêt est de trouver le point de maximisation. Afin de résoudre cette situation, la fonction de minimisation est directement liée à celle de maximisation par une simple transformation de la fonction objectif [34] :

$$f(x) \rightarrow -f(x) \quad \text{Max}_x [f(x)] = \text{Min}_x [-f(x)] . \quad (\text{I.2})$$

## C- Optimum local et global

Le résultat trouvé par l'optimisation représente la solution de notre problème. Mais est-ce la seule solution ? "Souvent pas" ! Est-ce la meilleure solution ? "C'est une question difficile" ([35]).

**a- Qu'est-ce qu'une meilleure solution ?**

La notion de "meilleure solution" est, avant tout, relative au problème posé, à la méthode utilisée pour sa résolution et aux tolérances admises. Donc, la solution optimale dépend de la formulation du problème. Ensuite, un problème peut n'avoir qu'une seule solution. Elle ne peut donc être que la meilleure. La terminologie "meilleure solution" implique alors qu'il y a plus qu'une seule solution à un problème donné. Certains problèmes peuvent avoir différentes "meilleures solutions" selon l'intervalle choisi pour les variables d'entrée. On parlera donc d'extrema en sous-entendant que sur un grand intervalle incluant les plus petits, il puisse y avoir plusieurs "bonnes solutions". La "meilleure solution" sera alors la meilleure (extremum global) des meilleures (extrema locaux). Mais s'il existe plusieurs extrema globaux, cela signifie que la fonction objectif est ambiguë, que plusieurs jeux de paramètres d'entrée fournissent la même sortie attendue, une conséquence peut avoir plusieurs causes. Dans ce cas, on dit que le problème est mal posé. Cela peut être un avantage lorsque un système est actionné par un utilisateur qui a donc le choix de ses entrées pour obtenir une même sortie. Cela peut être le cas pour un système artificiel. Mais cela devient un inconvénient dans un système où l'utilisateur n'a aucune prise sur les entrées, comme un système naturel (la forêt par exemple). Dans le domaine de la télédétection, le système observé est tel qu'il est et les ambiguïtés conduisent à des interprétations non fiables. Pour y remédier, il faut lever les ambiguïtés, autant que faire se peut.

**b- Minimum local et global**

Soit  $(x^*)$  la solution minimum d'un problème de minimisation sur un domaine de définition donné  $\mathcal{X}^n$ .

- ☞  $x^*$  représente un minimum local s'il existe un voisinage de  $x^*$  noté  $\mathcal{V}(x^*)$  tel que la fonction objectif  $f(x)$  est supérieure à  $f(x^*)$  dans ce voisinage :

$$\forall x \in \mathcal{V}(x^*) \quad f(x) \geq f(x^*).$$

- ☞  $x^*$  représente un minimum global si, dans tout l'espace de définition  $\mathcal{X}^n$ , il ne se trouve pas un point  $x$  où  $f(x)$  est inférieure à  $f(x^*)$  :

$$\forall x \in \mathcal{X}^n \quad f(x) \geq f(x^*).$$

La figure (I.2), illustre les notions d'optima locaux et globaux pour une fonction  $f(x)$ .



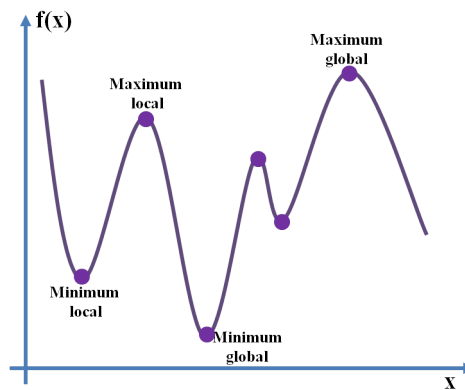


FIGURE I.2 – Représentation du minimum et du maximum local et global d’une fonction.

Une fonction est nommée unimodale si elle ne contient qu’un seul minimum local. Dans le cas contraire, elle est appelée multimodale.

## D- État de l’art des méthodes d’optimisation

Les problèmes d’optimisation peuvent être classés en trois grandes catégories qui dépendent de la nature mathématique du problème.

### a- Problèmes d’optimisation contraints

Dans les problèmes d’optimisation contraints, nous pouvons trouver au moins une fonction de contrainte  $g_i(x)$  ou  $h_j(x)$  dans la description du problème. Ce type de problème peut être résolu par deux approches : **les méthodes de transformation** et **les méthodes directes**.

- **Les méthodes de transformation** ou indirectes [36, 37] qui consistent à transformer le problème général avec ses contraintes en sous-problèmes équivalents sans contrainte, en introduisant les contraintes dans la fonction d’objectif à optimiser. Plusieurs algorithmes suivent cette classe de méthodes. Nous pouvons citer l’algorithme de **pénalité** [38], du **Lagrangien augmenté** [39] et des **asymptotes mobiles** [40].
- **Les méthodes directes** ou primales [41, 36] regroupent les méthodes qui résolvent directement le problème original avec ses contraintes. Elles sont capables de trouver une solution soit à partir d’une optimisation unidirectionnelle soit en remplaçant le problème original par une suite de sous-problèmes approchés. Parmi cette classe de méthodes, nous pouvons trouver la méthode du **gradient réduit** ou celle du **gradient projeté** [41], la méthode de l’**ellipsoïde** [42] et la méthode de **programmation quadratique récursive** [43].

**b- Problèmes d'optimisation non contraints**

Il est question d'un problème d'optimisation non contraint si les fonctions de contraintes n'apparaissent pas dans la description du problème ; en d'autres termes si les fonctions  $g_i(x)$  et  $h_j(x)$  de l'équation (I.1) ne sont pas définies. Afin de résoudre ce type de problème, il convient de classer les problèmes selon la nature mathématique de la fonction objectif (unidimensionnelle ou multidimensionnelle, linéaire ou non linéaire, différentiable ou non différentiable).

Différentes méthodes peuvent être appliquées sur ce type de problèmes afin de trouver la solution optimum. Ces méthodes peuvent être classées en deux grandes catégories : **les méthodes déterministes** et **les méthodes stochastiques**.

- **Les méthodes déterministes** sont des méthodes qui, lors de leur évolution vers la solution, restent dépendantes des données initiales. La résolution du problème est donc dépendant du choix des données initiales. En général, ce sont des méthodes efficaces et peu coûteuses. Mais leurs deux principaux inconvénients résident d'une part dans leur dépendance aux données initiales et, d'autre part, dans leur convergence vers la solution (optimum) la plus proche du point de départ, qu'elle soit locale ou globale. Dans les méthodes déterministes, nous pouvons rencontrer différentes sous-méthodes qui dépendent de la nature mathématique du problème, par exemple : les méthodes de **Fibonacci** [44] et **Brent** [45] pour les problèmes unidimensionnels, les méthodes analytiques comme celles de **quasi-Newton** [41, 46] et du **gradient conjugué** [41, 46], ou les méthodes heuristiques comme celles de **Hooke et Jeeves** [47] et du **simplex** [48], qui sont utilisées dans le cas de problèmes multidimensionnels.
- **Les méthodes stochastiques** s'appuient sur des mécanismes de transitions aléatoires et probabilistes. Contrairement aux méthodes déterministes, ces méthodes sont basées sur des exécutions successives qui peuvent conduire à des résultats identiques pour différentes configurations initiales. Les avantages de ces méthodes sont qu'elles ne nécessitent ni la connaissance a priori d'un point de départ adapté, ni de la dérivée de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale qui, dans leur cas, est souvent l'optimum global du problème. Dans les méthodes stochastiques, nous distinguons différentes sous-méthodes, i.e., de façon non exhaustive : la méthode du **recuit simulé** [49, 50], de la **recherche tabou** [51] et **les méthodes évolutionnistes**.

Les méthodes évolutionnistes [44, 52] sont basées sur un même principe. Il consiste à travailler sur un ensemble de solutions possibles améliorées progressivement, plutôt que de n'en considérer qu'une seule. Ces dernières années, certains algorithmes d'optimisation ont été regroupés sous la dénomination d'algorithmes d'optimisation naturels censés reproduire des systèmes observés dans la nature. Parmi ces méthodes, nous

pouvons trouver de façon non exhaustive l'**algorithme génétique** [53], l'**optimisation par essaim de particules** [54], l'**optimisation par colonie de fourmis** [55]. Ces modèles s'appuient sur une recherche intelligente dans un espace grand mais fini en utilisant des méthodes statistiques. Ces méthodes génèrent de nouveaux points dans l'espace des solutions possibles en appliquant des opérateurs à une itération donnée afin de se déplacer vers des endroits statistiquement plus prometteurs à l'itération suivante. Ces algorithmes ne nécessitent pas de calcul des dérivées de la fonction coût et peuvent donc traiter des variables discrètes et des fonctions coût non continues.

### c- Problème d'optimisation à objectifs multiples

Dans ce type d'optimisation, il s'agit d'optimiser plusieurs fonctions objectifs simultanément pour les mêmes variables d'optimisation. Dans ce cas, le problème d'optimisation représente un problème multiobjectif ou multicritère. Un problème d'optimisation multiobjectif peut être exprimé par :

$$(Problème) \left\{ \begin{array}{l} \min_x \text{ ou } \max_x \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_N(x) \end{bmatrix} \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ x_{tmin} \leq x_t \leq x_{tmax} \quad t = 1, \dots, k \end{array} \right. \quad (I.3)$$

où  $f_l(x)$  sont les fonctions objectifs que nous cherchons à optimiser simultanément.

L'optimisation multiobjectif souffre d'une difficulté principale : elle ne permet pas de trouver une solution qui est optimale pour toutes les fonctions objectifs. Autrement dit, la solution optimale pour certaines fonctions objectifs ne l'est pas forcément pour les autres fonctions. Il peut donc y avoir un conflit entre les diverses fonctions à optimiser.

La solution de ce type d'optimisation est trouvée par la méthode d'**optimum de Pareto**, où la solution  $x^*$  est appelée Pareto-optimale. La solution  $x^*$  est un optimum de Pareto s'il n'y a aucune solution  $x$  pour laquelle :

$$f_l(x) < f_l(x^*) \quad l \in [1, N].$$

La méthode de Pareto donne un ensemble de solutions optimales, contrairement aux méthodes d'apprentissage où il n'y a qu'une solution à la fois établie sur un compromis imposé à

l'avance. Cet ensemble de solutions, qui représentent les meilleurs compromis possibles sur toutes les fonctions objectifs, est appelé front de Pareto.

## E- Le choix de la méthode d'optimisation

Dans la section précédente, nous avons présenté différents types d'optimisation possibles. Il s'agit donc, ici, d'expliquer le choix de notre méthode d'optimisation pour résoudre le problème qui nous occupe.

Notre problème consiste à inverser des mesures électromagnétiques issues de la diffusion d'une onde incidente par un groupement d'arbres. Il nous faut retrouver les grandeurs biophysiques qui caractérisent ces groupements d'arbres, tels que les dimensions, la permittivité relative, la position,... des éléments diffusants qui les constituent. En général, un problème électromagnétique introduit un grand nombre de paramètres descriptifs pour peu d'observables dont l'indépendance n'est pas garantie.

Pour appuyer notre démarche de choix, prenons l'exemple d'une fonction coût typique de notre problème électromagnétique (Fig I.3) dont il faut trouver le minimum. Nous ne discuterons pas ici de la manière dont est obtenue la fonction coût. Nous admettrons que la fonction coût d'un cylindre diélectrique vertical posé sur un sol lisse parfaitement conducteur calculée à partir du modèle approché présenté dans le chapitre II a cette forme :

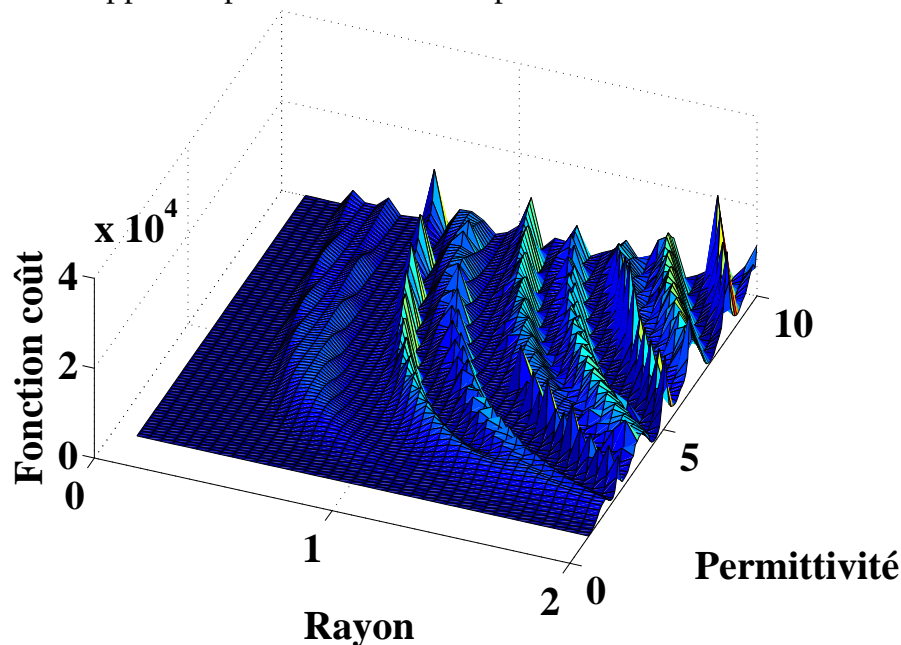


FIGURE I.3 – Fonction coût en fonction du rayon et de la permittivité relative d'un cylindre vertical de hauteur 0.1 m et éclairé par une onde plane à 12 Ghz.

Nous pourrions d'abord estimer que notre problème d'optimisation pourrait être résolu par des méthodes d'optimisation sous contraintes. En effet, les grandeurs géométriques qui décrivent les arbres ne peuvent être négatives et l'observation nous permet de donner des bornes maximales réalistes à ces grandeurs. Par souci de simplicité de formulation du problème excluons d'entrée les méthodes de transformation. Les méthodes directes et déterministes sont aussi à proscrire si elles utilisent des calculs différentiels. En effet, compte tenu de l'expression complexe et multivariable du champ rayonné, l'expression analytique des différentielles de la fonction coût n'est pas des plus aisées. De plus, la forme de la fonction coût indique que le calcul numérique des différentielles risque d'être délicat. Enfin, sur les intervalles choisis de la figure 1.3 qui ne sont pourtant pas si grands ( $[0.1; 2]$  cm pour le rayon et  $[2; 10]$  pour la partie réelle de la permittivité relative), la présence de nombreux minima locaux exclut d'office les méthodes locales qui ne trouvent que le minimum le plus proche du point initial. Cela revient donc à considérer que notre problème peut s'apparenter à un problème non borné. Les méthodes stochastiques représentent donc une solution prometteuse pour notre problème.

A ce point, nous estimons important de présenter brièvement les quelques méthodes stochastiques précédemment citées (section b-).

Tout d'abord, la méthode du **recuit simulé** est basée sur la correspondance entre l'énergie d'un système et la fonction objectif à minimiser. L'analogie historique se fait avec une substance chauffée au-dessus de sa température de fusion et, ensuite, refroidie progressivement afin de produire un réseau cristallin, ce qui minimise la probabilité de distribution de l'énergie. L'objectif de cette méthode est de contrôler soigneusement la vitesse du changement de température car un refroidissement trop rapide va retarder la formation du réseau cristallin et les atomes vont se retrouver dans un état plus élevé que l'énergie optimale. Plus concrètement, l'algorithme cherche un point à meilleur coût dans l'entourage du point en cours d'évaluation. L'optimal, gardé en mémoire, est remplacé si un meilleur candidat est trouvé au cours des ces déplacements. Afin de permettre à l'algorithme de sortir d'un minimum local, une solution peut être acceptée même si son coût est moins bon, après qu'un tirage aléatoire lui donne une chance d'être au dessous d'un seuil. Au fur et à mesure des itérations, le seuil est abaissé, comme la température dans l'analogie avec les cristaux, selon une loi de décroissance choisie.

Quant à la méthode de **recherche tabou**, l'optimum global est atteint à partir d'une analogie avec la mémoire du cerveau humain. Cette méthode est basée sur une série des mouvements aléatoires stockés dans une liste limitée, nommée "liste de tabous". Le passage d'une itération à une autre est constitué d'une série de mouvements aléatoires. Il faut obligatoirement que ces mouvements n'appartiennent pas à la liste de tabous, sauf si à l'itération précé-

dente le mouvement a donné une meilleure solution.

Enfin, les algorithmes **évolutionnistes** [52] se répartissent en deux classes. La première classe concerne des méthodes, telles que les **algorithmes génétiques** [56] ou les algorithmes d'**évolution différentielle** [57], qui reposent sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle de Darwin. Dans la seconde moitié du XIXe siècle, les sciences biologiques ont subi une révolution quand Charles Darwin a découvert les processus par lesquels la nature sélectionne les organismes adaptés à leur environnement et qui favorisent une voie d'évolution au fil des générations. Cette théorie se base sur l'idée que les individus d'une population les mieux adaptés à leur environnement ont une grande probabilité de survivre et de se reproduire en donnant des descendants encore mieux adaptés. C'est le processus de sélection naturelle qui cause l'évolution des espèces. Par analogie avec l'évolution naturelle, les algorithmes génétiques font évoluer un ensemble initial de solutions candidates, appelé "population initiale d'individus". Un "individu" n'est autre qu'une solution possible du problème à résoudre. A chaque individu de cette population est attribué une grandeur (un coût) calculé par la fonction coût. Ce coût permet de mesurer la qualité ou le poids de cette solution. Grâce à cela, les meilleurs individus de cette population sont sélectionnés. Ensuite, ils subissent des opérations génétiques (des croisements et des mutations) pour qu'une nouvelle population de solutions soit produite pour la génération suivante. Ce processus se poursuit, génération après génération, jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit atteint. Le processus d'optimisation s'arrête alors en donnant la solution optimale trouvée qui correspond à l'individu de plus faible coût rencontré au cours des itérations. La seconde classe d'algorithmes évolutionnistes regroupe des méthodes dites "coopératives", telles que l'optimisation par **essaims de particules** [58] ou par **colonies de fourmis** [59], qui sont basées sur l'intelligence collective et l'échange d'informations au sein d'un groupe social. L'optimisation avec ces méthodes part d'un ensemble de solutions possibles (population) aléatoire. La méthode d'optimisation en elle-même est basée sur le vecteur vitesse de chaque particule. A chaque itération, la réactualisation du vecteur vitesse est influencée à la fois par la meilleure solution globale associée au coût le plus bas jamais constaté pour une particule et la meilleure solution locale associée au coût le plus bas dans la population actuelle. Si la meilleure solution locale a un coût inférieur au coût de la solution totale actuelle, la meilleure solution locale remplace la solution totale.

Les algorithmes génétiques peuvent traiter des variables discrètes, puisque historiquement liés à une représentation binaire, mais aussi continues. Du point de vue calcul numérique ils sont aisément parallélisables et l'on peut facilement faire évoluer le compromis temps/ressources de calcul, ce qui les rend très adaptables. En outre, ils sont faciles à programmer et à mettre en œuvre. Les algorithmes génétiques peuvent facilement gérer les discontinuités et ne nécessitent pas la différentiabilité des fonctions coût.

Ces raisons nous ont incité à choisir l'algorithme génétique même si elles ne disqualifient en rien les autres méthodes stochastiques et, en particulier, les algorithmes évolutionnistes coopératifs qui semblent plus adaptés aux problèmes de grandes dimensions.

## I.2 Algorithme génétique (AG)

### A- L'algorithme génétique (AG)

#### a- Généralités

L'algorithme génétique (AG) est une méthode d'optimisation robuste et une technique de recherche stochastique basée sur les principes de la génétique et de la sélection naturelle. Cette méthode est considérée comme générale et peut être appliquée à une grande gamme de problèmes. L'optimisation par algorithme génétique permet à une population composée de nombreux individus d'évoluer selon les règles de sélection spécifiques à un état qui minimise une fonction coût. Cette méthode a été développée par John Holland (1975) au cours des années 1960-1970 et enfin popularisée par un de ses élèves, David Goldberg, qui a été en mesure de résoudre un problème difficile impliquant le contrôle de la transmission dans un gazoduc pour sa thèse de doctorat [60]. Depuis, de nombreuses versions de la programmation évolutive ont été essayées avec succès (par exemple l'évolution différentielle [61], l'AG adaptatif [62] ...). Les algorithmes génétiques sont très simples à comprendre et à transposer en programmes informatiques.

Les algorithmes génétiques sont classés parmi les optimiseurs globaux. Ils sont capables de trouver le minimum global d'une fonction coût malgré la présence de plusieurs minima locaux sur des intervalles potentiellement grands.

#### b- Les avantages et les inconvénients des algorithmes génétiques

Les avantages d'un AG sont :

- \* optimisation des variables continues ou discrètes,
- \* ne nécessite pas le calcul de dérivées de la fonction coût,
- \* recherche simultanée d'un large panel de solutions possibles (assimilable en cela à un processus de Monte-Carlo "plus intelligent"),
- \* supporte un grand nombre de variables,
- \* est bien adapté pour le calcul parallèle,

- \* supporte des fonctions coût extrêmement complexes (non-linéarité, minima locaux, ...),
- \* fournit une liste de solutions optimales dans l'ordre de qualité décroissante et non pas une seule solution,
- \* fonctionne avec des données générées numériquement, des données expérimentales, ou des fonctions analytiques.

Malgré tous ces avantages, il ne faut pas voir en l'AG une méthode miracle. Nous avons bien insisté sur le fait que la méthode d'optimisation choisie dépend du problème posé à travers la forme de la fonction coût sur l'intervalle des solutions possibles. En effet, pour une fonction coût linéaire, avec un seul minimum, la méthode du gradient s'avérera bien plus efficace. Par ailleurs, la grande population de solutions qui donne à l'AG sa puissance est un point faible quand il s'agit de la vitesse sur un ordinateur. En effet, la fonction coût doit être évaluée pour toutes les solutions possibles. Une fonction coût longue à calculer peut engendrer un temps de calcul prohibitif. Pour cette raison, nous avons choisi de calculer les fonctions coût de notre problème à partir du modèle électromagnétique approché présenté dans le chapitre [II](#).

## B- Principe de l'algorithme génétique

La figure [I.4](#), illustre le principe de l'algorithme génétique.

Le premier pas dans la création d'un algorithme génétique est de créer une population initiale. Chaque individu dans la population est appelé chromosome (par analogie avec la biologie). Ce chromosome contient l'ensemble des paramètres à optimiser.

Dans un second temps, les AG font intervenir les notions de fonction d'évaluation et de sélection. Chaque chromosome de la population est d'abord évalué. Cela revient à calculer son coût. Les chromosomes sont ensuite sélectionnés en fonction de leur coût selon une stratégie donnée. Cela permet d'appliquer les opérateurs génétiques de façon discriminée sur la population en privilégiant les meilleures solutions et en écartant peu à peu les plus mauvaises.

Les deux opérations fondamentales des opérateurs génétiques sont le croisement et la mutation. Le principe consiste d'abord à croiser les meilleures solutions de manière à générer de nouvelles solutions potentiellement meilleures et destinées à remplacer les plus mauvaises. Ensuite, il s'agit de muter certains chromosomes de manière à assurer une diversité dans la transmission du patrimoine génétique.

Puis, les nouveaux individus de la nouvelle population sont à nouveau évalués de manière à mettre à jour la solution optimale. Enfin, la convergence de l'algorithme est testée afin de



sortir de la procédure itérative.

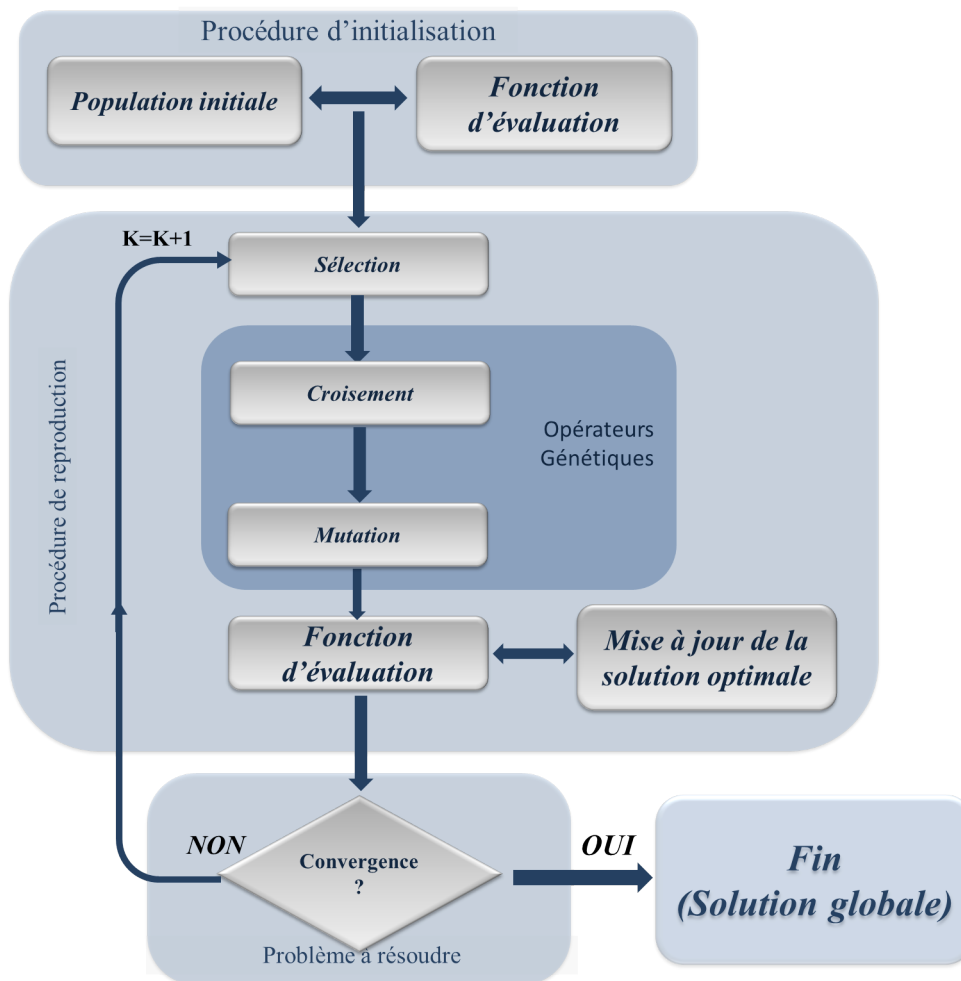


FIGURE I.4 – Principe de fonctionnement d'un algorithme génétique.

## C- Étapes d'implémentation de l'algorithme génétique

Nous allons ici approfondir les différentes étapes de la procédure d'un algorithme génétique et présenter différentes algorithmes. Cet état de l'art est bien entendu non exhaustif, mais il présente quelques méthodes simples.

### a- Codage

L'AG agit sur une population. Une population est un ensemble d'individus ou chromosomes, et chaque chromosome est une suite de gènes. Les gènes représentent les variables d'entrée qu'il faut optimiser. Toutes les valeurs que peut prendre un gène sont assimilables à

des allèles. Les allèles sont codés dans les gènes et chacun est représenté par un code unique. Les gènes sont repérables par leurs positions sur le chromosome de longueur finie. Cette hiérarchie est représentée sur la figure I.5.

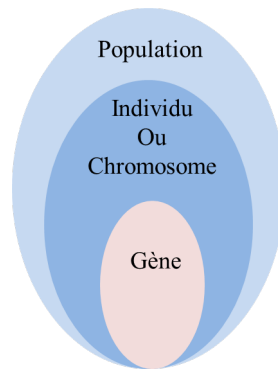


FIGURE I.5 – Les différents niveaux d'organisation des paramètres pour un algorithme génétique.

Le codage est la manière de représenter les différents paramètres (gènes) d'un individu. Nous pouvons identifier trois principaux types de codage :

- \* **le codage binaire** : les gènes sont codés sur un ou plusieurs bits, tout dépend de la taille de l'espace de variation de chaque paramètre et de la précision souhaitée pour ce paramètre. L'individu étant composé de plusieurs paramètres, le chromosome devient une chaîne de caractères composés de "0" ou "1". Cette méthode est très répandue mais souffre d'un inconvénient, i.e., deux éléments voisins en termes de distance de Hamming<sup>1</sup> ne codent pas nécessairement deux éléments proches dans l'espace de recherche. Le changement d'un seul bit peut donc fournir des grandeurs très éloignées.
- \* **Codage de Gray** ou binaire réfléchi : pour éviter ce dernier inconvénient une autre méthode de codage peut être utilisée : le codage de Gray. Ce codage a la particularité que deux valeurs successives ne sont différenciées que par le changement d'un seul bit.

---

1. La distance de Hamming est une notion mathématique. Elle permet de quantifier la différence entre deux séquences de symboles. Pour deux suites de symboles de même longueur, elle associe le nombre de positions où les deux suites diffèrent.

Exemple : soient deux suites binaires successives, A = 00110011 et B = 00110100, la distance de Hamming pour ces deux suites est "3" puisqu'il y a 3 bits différents

Codage decimal	Codage binaire	Codage Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010

TABLE I.1 – Différence entre codage de Gray et codage binaire.

\* **Codage réel** : pour ce codage les valeurs des paramètres sont représentées directement par leurs valeurs réelles. L'ensemble des variables  $(x_i)_{i=1,n}$ , généré aléatoirement dans  $[x_i^{min}, x_i^{max}]$ , est représenté par un vecteur  $\bar{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  où chaque  $x_i$  est un nombre réel dans l'espace de recherche. Ce vecteur a un nombre illimité de possibilités et fournit une précision de l'ordre de la précision machine, ce qui n'est pas forcément nécessaire.

Une solution de compromis consiste à imposer une précision sur les paramètres réels. Cela revient à faire un codage réel quantifié. Il a à la fois l'avantage de réduire l'espace des possibilités comme en codage binaire, d'avoir des distances de Hamming petites pour des valeurs proches comme en codage de Gray, de pouvoir supporter les valeurs négatives et de ne pas nécessiter d'étape de codage/décodage des valeurs réelles aux valeurs binaires. C'est le type de codage que nous avons choisi d'utiliser dans la suite de cette étude.

## b- Population initiale et principe d'évaluation

Une population est représentée par sa taille  $N$ . La population initiale est tirée selon une loi aléatoire uniforme afin d'assurer le plus de diversité possible sans a priori au démarrage. Plus  $N$  est grand plus la répartition initiale sera uniforme. Par ailleurs, il est assez intuitif d'imaginer qu'augmenter  $N$  permet de donner plus de chances à l'algorithme de trouver la solution optimale rapidement. Néanmoins, cela se paye par des temps de calcul plus élevés, notamment pour le calcul de la fonction coût pour les  $N$  individus. Par contre, une population initiale trop faible peut empêcher l'algorithme génétique de sortir d'un minimum local et ainsi de converger vers la solution optimale. Il existe bien un seuil de population critique [63].

L'évaluation, quant à elle, est l'un des principes fondamentaux de l'algorithme génétique. Sans cette évaluation, il ne peut y avoir de sélection de solutions mieux adaptées au problème

et donc pas d'évolution de celles-ci. Il s'agit de calculer le coût de chaque individu de la population. Pour ce faire, nous avons choisi d'utiliser le modèle électromagnétique approché de diffusion par un cylindre, présenté dans le chapitre II, car il présente un bon compromis temps de calcul/précision. Le modèle approché fournit une grandeur électromagnétique pour chaque individu contenant une solution possible. La comparaison de cette grandeur simulée à une grandeur mesurée permet de donner le coût de la solution possible en cours d'évaluation. Ce coût représente donc l'erreur entre la mesure à inverser et la simulation. Plus le coût est faible, plus la mesure et la simulation sont ressemblantes et plus les paramètres d'entrée du modèle électromagnétique sont proches des paramètres physiques réels de la scène mesurée. La qualité de l'évaluation de la fonction coût repose donc sur la capacité du modèle électromagnétique à bien simuler la mesure. De la qualité du modèle électromagnétique dépend la qualité de la solution inversée.

### c- Sélection

Comme la population initiale doit évoluer dans le temps, les individus vont être sélectionnés au cours des itérations. Afin de garder les meilleures individus qui doivent se reproduire dans la population en cours, nous sélectionnons ces individus. Cette opération ne crée pas de nouveaux individus mais identifie les individus à meilleur coût. Les individus les mieux adaptés sont sélectionnés alors que les moins bien adaptés seront écartés par les opérateurs génétiques. Il existe plusieurs méthodes de sélection [64]. Nous présentons ici les plus répandues dans le domaine :

- \* **La décimation de population** : c'est la structure déterministe la plus simple. Un coût arbitraire minimum est choisi comme seuil et tout individu ayant un coût supérieur à ce minimum sera écarté de la population. L'avantage de cette méthode est sa simplicité. En revanche, son principal inconvénient est que de bons gènes ne peuvent pas être directement associés aux meilleurs coûts dans les premières étapes de l'évolution.
- \* **La roulette** : c'est la méthode la plus ancienne, où chaque individu de la population occupe un secteur de la roue inversement proportionnel à son coût. L'angle du secteur est donc proportionnel à la qualité de l'individu qu'il représente. Les tirages des individus sont pondérés par leur qualité. Donc, les meilleurs individus ont plus de chance d'être croisés et de participer à l'amélioration de la population. La différence entre cette méthode et la sélection par décimation est que, dans la roulette, il y a toujours une probabilité non nulle que les individus ayant des coûts élevés participent à une partie des accouplements préservant ainsi leurs informations génétiques. Par contre, cette méthode de sélection rencontre des problèmes lorsque le coût des chromosomes varie énormément. Si le meilleur coût d'un chromosome représente 90 % de la roulette,

alors les autres chromosomes auront très peu de chances d'être sélectionnés et cela peut conduire à une stagnation de l'évolution.

- \* **La sélection par rang :** la sélection par rang trie d'abord la population en fonction du coût. Ensuite, chaque chromosome se voit associé un rang en fonction de sa position. La sélection par rang d'un chromosome est la même que pour la roulette, mais les proportions sont en relation avec le rang plutôt qu'avec la valeur du coût.
- \* **La sélection de tournoi :** pour cette sélection, une sous-population de  $M$  individus est choisie au hasard dans la population. Les individus de cette sous-population sont en concurrence sur la base de leurs coûts. L'individu dans la sous-population qui a le moindre coût remporte le tournoi et devient l'individu sélectionné pour se reproduire. Tous les membres des sous-populations sont ensuite remplacés dans la population générale et le processus est répété. La forme la plus couramment utilisée de sélection de tournoi est la sélection de tournoi binaire dans laquelle  $M$  est égal à deux.
- \* **L'élitisme :** Cette méthode permet de mettre en avant les meilleurs individus de la population. L'élitisme a l'avantage de permettre une convergence plus rapide vers la solution recherchée, mais ceci se fait au détriment de la diversité des individus. Pour s'assurer que les meilleurs individus feront effectivement partie de la prochaine génération, l'élitisme permet de les sauvegarder pour pouvoir les rajouter dans la population suivante.

Dans notre algorithme d'inversion, nous avons choisi la sélection par rang afin de maintenir une certaine diversité au cours de l'évolution de l'algorithme. Une fois que la population a subi la sélection, les opérateurs génétiques peuvent être appliqués.

#### d- Opérateurs génétiques

**Croisement** L'opérateur de croisement a pour effet de combiner des informations provenant de deux chromosomes ce qui permet de créer de nouvelles chaînes en échangeant de l'information entre deux chaînes déjà existantes. Autrement dit, le principe du croisement consiste à générer deux enfants à partir de deux parents. Pour cela, deux chromosomes sont choisis parmi les éléments sélectionnés pour produire deux descendants. Puisque les chromosomes des parents ont des coûts faibles, il est logique qu'ils contiennent des informations génétiques importantes sur la solution de notre problème. Alors leur combinaison peut engendrer un ou deux chromosomes encore plus performants. Le croisement permet donc à la population de converger vers la solution à meilleur coût. Compte tenu de ce rôle important, la probabilité de croisement a un taux assez élevé et varie entre 0,5 et 0,9. Le croisement peut

aussi explorer de nouvelles zones de l'espace de recherche. Il existe différentes techniques de croisement :

- \* **Le croisement à un point** : un entier  $k$ , représentant une position sur la chaîne, est choisi aléatoirement entre 1 et la longueur de la chaîne ( $l$ ) moins un ( $l - 1$ ). Deux nouvelles chaînes sont créées en échangeant tous les caractères compris entre les positions  $k + 1$  et  $l$  inclusivement. L'exemple de la figure I.6 montre deux chaînes (Père et Mère) de longueur  $l = 6$  appartenant à la population initiale. Les deux nouvelles chaînes (Enfant 1 et Enfant 2) appartenant à la nouvelle population sont obtenues par croisement à la position  $k = 2$

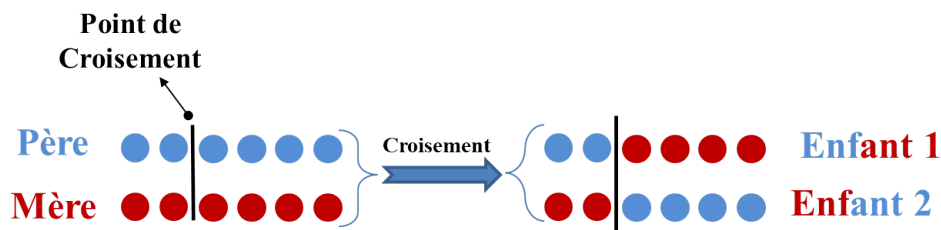


FIGURE I.6 – Représentation d'un croisement de deux chaînes en **un point**.

- \* **Le croisement à deux points** : dans cette situation, nous trouvons deux points de cassure sur notre chaîne et les éléments sont interchangeés alternativement comme l'illustre la figure I.7.

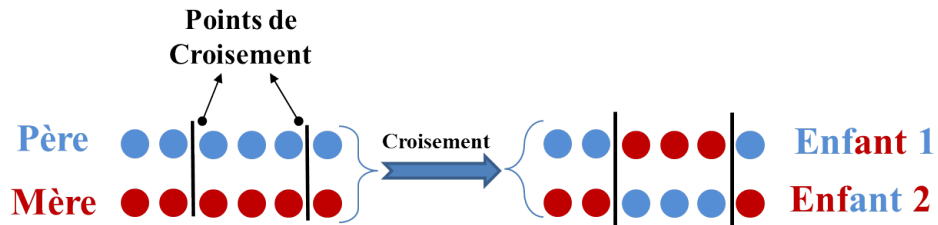


FIGURE I.7 – Représentation d'un croisement de deux chaînes en **deux points**.

- \* **Le croisement mélangé** : pour ce type de croisement, les deux enfants sont obtenus en deux étapes. D'abord à partir d'un mélange des parents tel que :

$$\begin{aligned} enfant_1 &= parent_1 - \beta(parent_1 - parent_2), \\ enfant_2 &= parent_2 + \beta(parent_1 - parent_2), \end{aligned} \quad (I.4)$$

où  $\beta$  est une variable aléatoire tirée uniformément entre 0 et 1. La seconde étape consiste à opérer un (ou plusieurs) point(s) de coupure, comme présenté dans les deux exemples précédents. L'avantage de cette méthode de croisement est qu'elle amène

plus de diversité sur les éléments croisés.

Il existe d'autres types de croisements comme le croisement multipoint et le croisement spécialisé, comme dans le cas du problème du voyageur de commerce ou des problèmes d'ordonnancement qui tiennent compte de la structure particulière du codage employé.

Comme point de départ, dans notre algorithme, nous avons opté pour le croisement à un point. Les enfants créés sont intégrés à la nouvelle population en remplaçant les individus à plus haut coût. Ceci a pour conséquence de pousser assez fortement à la convergence vers la meilleure solution de la population en cours. Son inconvénient majeur est de n'engendrer aucune nouvelle valeur de paramètre qui n'aurait pas été dans la population initiale. Cela crée de facto un manque de diversité. Pour y remédier, nous avons utilisé, dans un second temps, un croisement mélangé avec un seul point de coupure. Cette méthode permet donc de créer de nouveaux individus qui, géométriquement, ne seront pas placés sur les coins des hypercubes définis par les parents, mais à l'intérieur.

**Mutation** Puisque son rôle est de faire converger les solutions vers celle à plus bas coût, le croisement concentre par nature les caractéristiques génétiques d'une population, jusqu'à provoquer son "étouffement" par manque de diversité. Ce comportement peut influencer négativement sur la convergence de la population vers la solution optimale globale en se focalisant vers un optimum local.

L'opérateur de mutation doit rééquilibrer le processus en amenant du nouveau matériel génétique. Il permet donc de relancer l'exploration vers des régions qui n'ont pas pu être atteintes par le simple effet de croisement. La mutation doit assurer qu'une zone donnée dans l'espace de recherche à une probabilité non nulle d'être explorée. La mutation classique consiste donc à modifier les individus de la population, sauf le meilleur.

Dans la littérature nous pouvons constater que la probabilité de mutation doit être faible et varie entre "0,01" et "0,1" [64]. D'un autre côté, des auteurs (Haupt [35] et Goldberg [60]) ont déjà travaillé sur des probabilités plus grandes où le nombre de mutations n'est pas seulement calculé par rapport à la taille de la population mais aussi par rapport au nombre de bits qui forment le chromosome. La valeur de mutation doit être maintenue constante tout au long de l'évolution de l'AG.

Dans un chromosome donné, la mutation n'agit que sur un seul bit si nous utilisons le codage binaire ou un seul gène si nous utilisons le codage réel. La figure I.8 illustre le principe de mutation en général, puis pour un codage binaire :

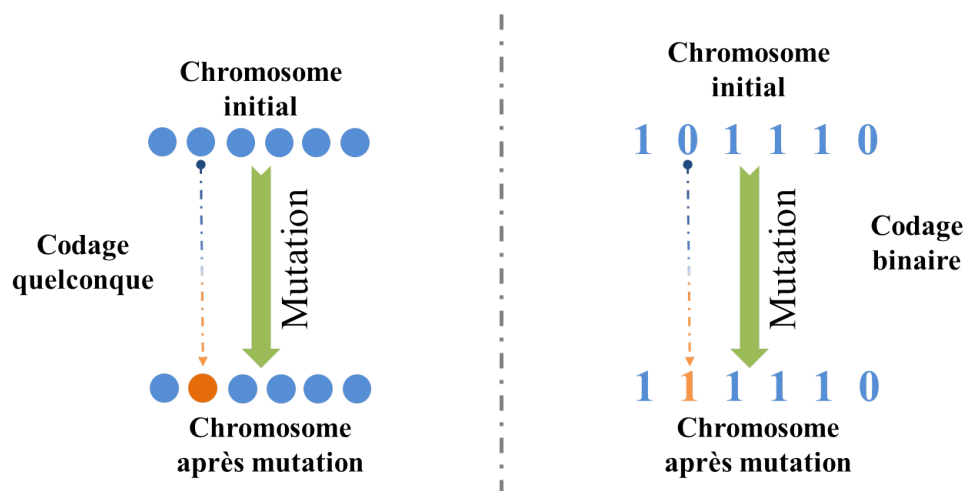


FIGURE I.8 – Représentation du principe de mutation dans une chaîne.

#### e- Critère d'arrêt et solution optimale

Après l'application des opérateurs génétiques, il faut à nouveau évaluer les coûts liés aux nouveaux individus. Le processus de sélection, d'opérations génétiques et d'évaluation est ensuite répété jusqu'à satisfaire un critère de convergence ou critère d'arrêt. Le critère d'arrêt est une condition ajoutée par l'utilisateur pour faire stopper le processus d'optimisation. Cette condition peut être liée au nombre d'itérations, au temps de calcul, ou à la stabilité de la solution sur un nombre donné d'itérations ou une combinaison de ces critères. Dès que la condition d'arrêt est vérifiée, l'algorithme rend le vecteur de solutions (celle à plus faible coût est considérée comme étant l'optimale).

Dans notre cas, nous avons choisi un critère d'arrêt qui consiste à considérer que la convergence vers la solution optimale globale est atteinte lorsque la solution optimale ne varie pas sur un nombre d'itérations défini par l'utilisateur.

## I.3 Étude de l'algorithme génétique (AG)

### A- AG classique et modifié

Dans ce chapitre, nous allons traiter des modifications que nous avons apportées à l'algorithme génétique classique afin de l'améliorer, tout au moins pour l'application considérée ici. Nous sommes ainsi intervenus sur les deux opérateurs génétiques, le croisement et la mutation. Puis nous avons étudié la rapidité de convergence de l'algorithme comportant ces mo-



difications par rapport à l'algorithme classique dans le cas de l'inversion de trois paramètres physiques (rayon, hauteur, partie réelle de la permittivité) d'un cylindre vertical posé sur un sol métallique, ce qui est la représentation la plus simple de la problématique globale de la télédétection radar en zone forestière. Cela nous conduit donc à tester ces améliorations lors de la minimisation de fonctions coût réalistes.

### a- Choix du type de croisement

La figure I.9 illustre le processus de sélection suivi du croisement dans le cas de la première itération, c'est-à-dire sur la population initiale. Aux itérations suivantes, le processus reste identique puisque, comme le montre la figure I.4, une évaluation puis une sélection sont systématiquement opérées avant chaque opération de croisement.

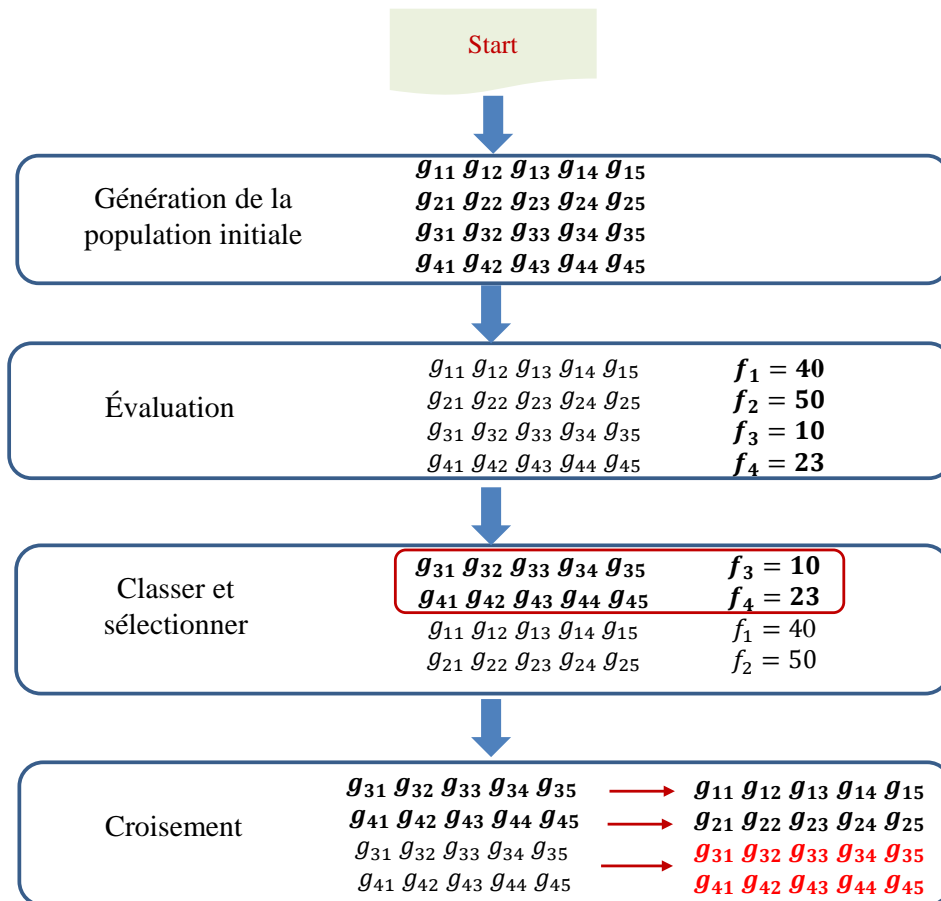


FIGURE I.9 – Diagramme illustrant le processus d'évaluation et de croisement dans un algorithme génétique.

Le principe du croisement dans l'algorithme génétique consiste à prendre un taux fixe

de croisement pour tout le processus d'évolution. Dans notre cas nous avons choisi un taux de 50% des éléments de la population. Les 50% des individus à meilleur coût sont sélectionnés pour être croisés ("chromosomes-parents") et donner naissance à des enfants ("chromosomes-enfants") qui remplaceront les 50% des individus à plus mauvais coût. Bien que la littérature, comme indiqué dans la section C- d-, indique que des taux entre 0.5 et 0.9 sont couramment utilisés, nous avons opté pour le taux le plus faible afin de concentrer la population dans la zone d'intérêt (matérialisée par les "parents") et trouver plus rapidement le minimum global. Cela a pour effet d'accélérer l'effet d'étouffement (sortie difficile d'un minimum local) et doit donc être compensé par l'opérateur de mutation.

Néanmoins, l'algorithme de croisement classique qui nous sert de référence est un croisement à un point. Comme indiqué précédemment(C- d-), il semble souffrir d'un manque de diversité patent : aucune nouvelle valeur n'est introduite. Les individus résultants du croisement classique sont forcément sur les sommets des hypercubes formés par les "chromosomes-parents". Pour des individus constitués de deux paramètres, cas 2-D, cela signifie que les solutions obtenues par croisement sont sur les lignes ou les colonnes de l'espace des solutions possibles.

Pour pallier à ce manque de diversité, mais aussi pour chercher des solutions qui ne seraient pas sur les sommets des hypercubes, nous avons choisi de mettre en œuvre un croisement "mélangé" à un point de coupure tel que [35] :

$$enfant_1 = Mère - \beta(Mère - Père) \quad || \quad Père + \beta(Mère - Père),$$

$$enfant_2 = Père + \beta(Mère - Père) \quad || \quad Mère - \beta(Mère - Père),$$

où  $\beta$  est une variable aléatoire uniforme entre 0 et 1 et  $||$  représente la position du point de croisement. Ce type de croisement conserve le principe d'un croisement basé sur des individus parents.

Nous attendons de cette formulation deux effets différents au cours des itérations. Pour les premières itérations, lorsqu'il existe encore une diversité forte au sein des 50% de la population sélectionnés pour être croisés, le croisement mélangé aura surtout pour rôle de générer de nouvelles valeurs de paramètres qui n'existaient pas dans la population initiale. Ce faisant, il fournira à l'opérateur génétique de mutation des individus bien plus divers. Il permettra donc une couverture plus complète de l'espace des solutions possibles par la mutation. Pour les itérations plus avancées, lorsque la diversité sera faible au sein des 50% choisis pour le croisement, si l'algorithme génétique joue son rôle à plein, le nuage de meilleures solutions devrait graviter autour du minimum global. Le croisement mélangé permettra donc de cher-

cher des solutions avec plus de précision dans ce nuage et ainsi permettra de converger plus vite vers la solution optimale.

Pour illustrer le fonctionnement du croisement mélangé par rapport au croisement classique, nous avons pris le cas de la recherche du rayon et de la partie réelle de la permittivité d'un cylindre vertical placé sur un sol conducteur. La fonction coût de ce problème sur un intervalle borné est montrée sur la figure I.10. Trouver le minimum de cette fonction est rendu difficile par la présence d'un très grand nombre de minima locaux isolés entre des maxima, ce qui fait penser à des vallées entourées de chaînes montagneuses, et une large zone à coût faible, comme une plaine, où se situe le minimum global représenté par une croix rouge.

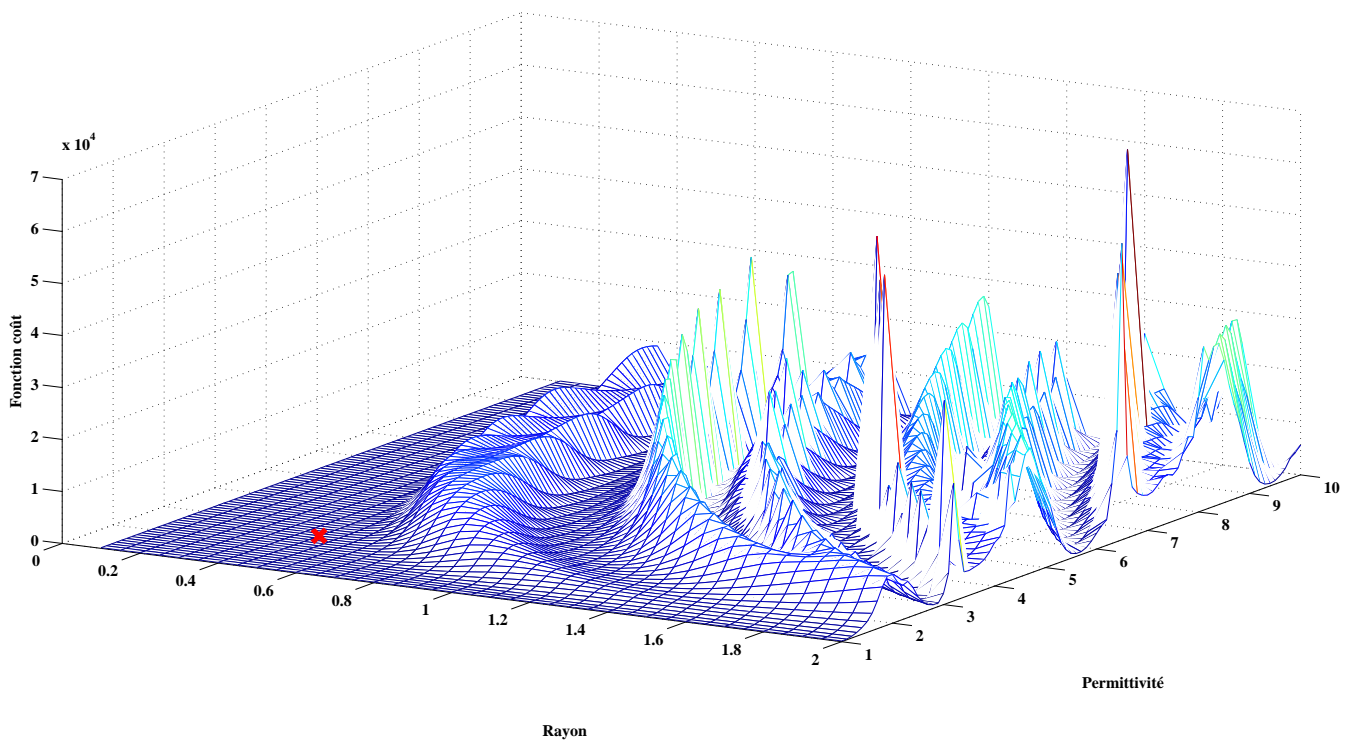


FIGURE I.10 – Amplitude de la fonction coût d'un cylindre vertical en fonction de son rayon et de sa permittivité. Le minimum global de la fonction est représenté par la croix rouge.

Les figures I.11a et I.11b montrent, pour la première itération, les points générés par le croisement classique et par le croisement mélangé. Le croisement mélangé montre une répartition plus hétérogène que le croisement classique, comme attendu.

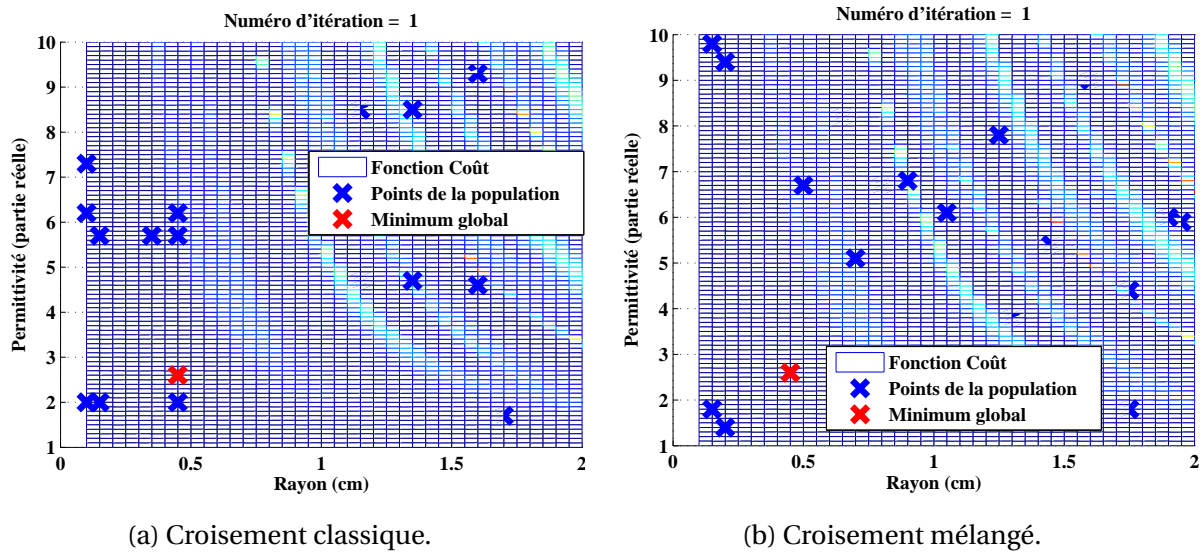


FIGURE I.11 – Points créés par les deux types de croisement à l'itération 1.

A la dixième itération (Fig I.12), le croisement mélangé commence à positionner ces points dans la zone du minimum global, alors que le croisement classique a une distribution de points très éparse.

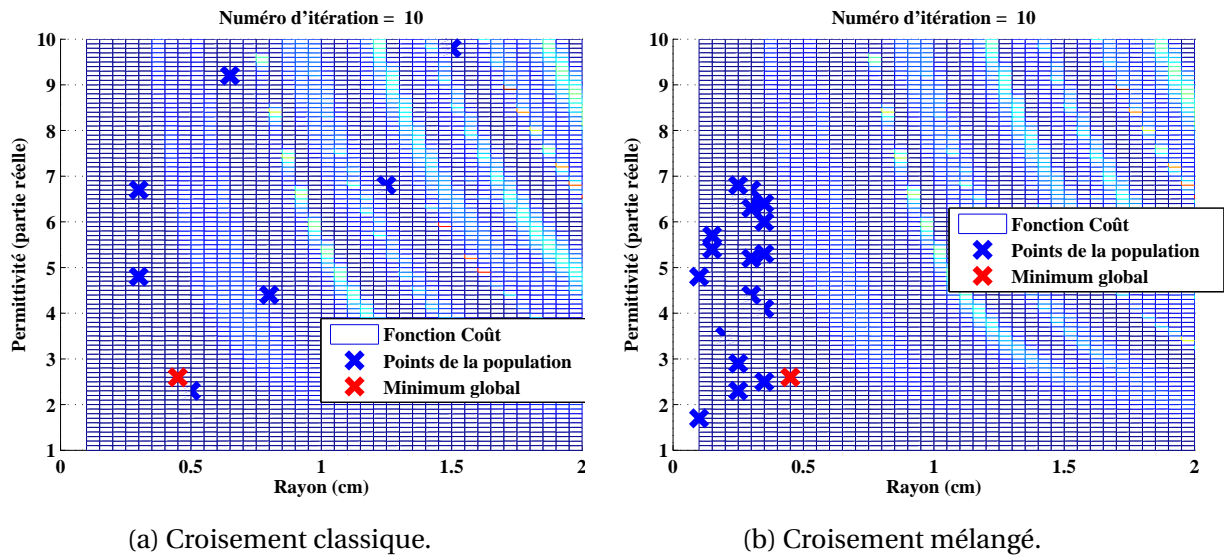


FIGURE I.12 – Points créés par les deux types de croisement à l'itération 10.

Le comportement de ces deux méthodes de croisement au cours des itérations est donc contraire : beaucoup (resp. peu) de diversité pour les premières itérations puis moins (resp. plus) de diversité pour les itérations suivantes pour le croisement mélangé (resp. classique). Le croisement mélangé cherche donc très tôt de manière diverse puis resserre son intervalle

de recherche autour de la zone définie par ses meilleurs solutions apportant ainsi une recherche en précision. Ce croisement doit légitimement accélérer la procédure d'inversion. A titre d'information et en anticipant les résultats présentés par la suite, il aura fallu 31 itérations à l'AG basé sur le croisement mélangé pour converger vers la solution optimale, alors que l'algorithme classique a eu besoin de 228 itérations.

De plus, la figure I.13 illustre parfaitement la différence entre les deux méthodes de croisement. La structure des points générés par le croisement classique (Fig I.13a) et cumulés sur 29 itérations successives permet de retrouver des structures en lignes-colonnes qui suggèrent globalement des croix sur l'espace de recherche autour des points qui ont plusieurs fois servi de parents pour les croisements. Ces structures en lignes-colonnes sont la résultante d'un croisement qui positionne les enfants sur les deux autres coins du rectangle (en 2D) généré par les deux parents. Par contre, on peut voir que le croisement mélangé (Fig I.13b) ne subit pas ce genre d'effet. L'avantage est de taille puisque, dans le cas où le minimum global se trouverait dans le rectangle généré par deux parents, le croisement mélangé peut le trouver mais pas le croisement classique.

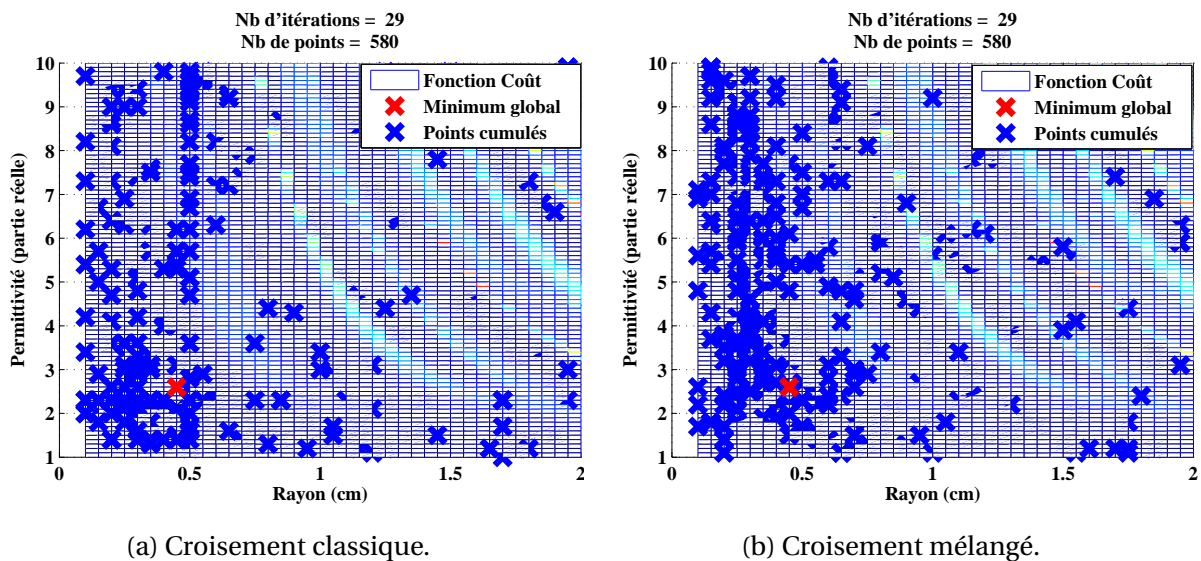


FIGURE I.13 – Position des points cumulés sur les 29 premières itérations.

## b- Choix du type de mutation

Du point de vue de l'évolution des espèces, les contraintes physiques (climat, géologie,...) varient très lentement sur la Terre. Le taux de mutation des espèces doit alors aussi être lent. Tout du moins, on peut ressentir intuitivement qu'il doit y avoir une forme d'adéquation entre la vitesse d'évolution des espèces et la vitesse d'évolution de leur environnement. Dans ce contexte, le taux de mutation faible (maximum 10%) traditionnellement utilisé dans

les AG trouve sa justification historique. D'un point de vue numérique, par contre, on peut voir la mutation comme le moyen pour l'AG d'aller scruter tout l'espace des solutions possibles. On peut alors en conclure que plus le taux de mutation est élevé plus la recherche sera efficace. C'est la poursuite de cet objectif qui nous a poussé à envisager d'augmenter radicalement le taux de mutation. Néanmoins, cela ne peut se faire sans risque. En effet, la mutation classique, telle que présentée dans la section C-d-, remplace l'individu mutant par l'individu muté tout en préservant de la mutation l'individu de meilleur coût, de manière à ne pas perdre la meilleure solution obtenue (Fig I.14a). Mais lorsque le taux de mutation devient très élevé, 80% par exemple, le risque de perdre de bons candidats est nettement trop élevé. Nous avons donc décidé de modifier la mutation classique pour en faire une mutation "classée" (Fig I.14b). Cela signifie d'abord qu'une étape d'évaluation/sélection est opérée entre le croisement et la mutation, de manière à obtenir une population classée avant la mutation. Ensuite, sur le même principe que pour le croisement, les individus mutés vont remplacer les individus à plus haut coût, préservant ainsi les meilleurs d'entre eux. Cela permet donc d'augmenter à loisir le nombre d'individus mutés via le taux de mutation, tout en gardant l'assurance que les meilleurs avant la mutation classée seront sauvegardés pour la prochaine itération et donc le prochain croisement. Les chances que la mutation engendre de meilleurs candidats propres à être croisés sont donc plus élevées. Il ne s'agit pas, à proprement parler d'une mutation naturelle, puisque l'individu est d'abord cloné avant d'être muté.

En outre, cette technique possède une propriété qui peut être tournée en avantage. En effet, si le taux de mutation  $X$  est supérieur à 50%, nous sommes certains que  $X - 50\%$  de la population générée par la mutation sera dans le groupe des individus croisés. Cela assure au croisement un approvisionnement permanent en matériel génétique nouveau et lui évite ainsi l'étouffement, comme par consanguinité.

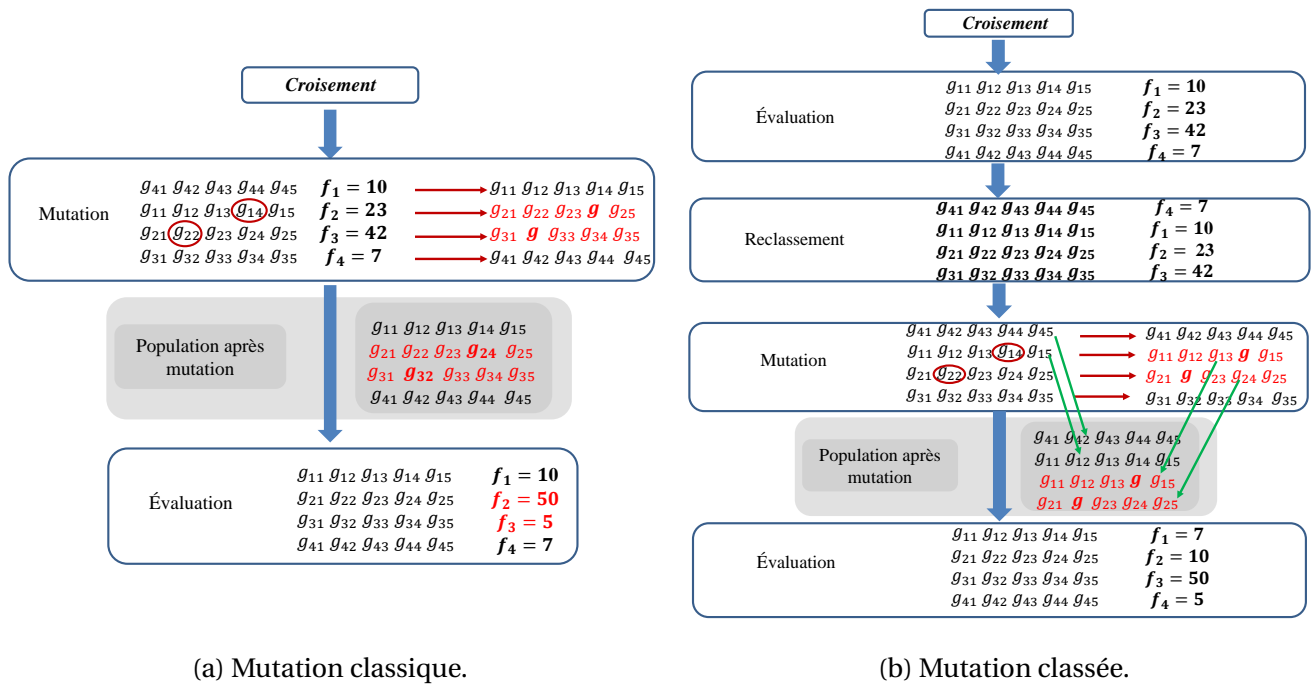


FIGURE I.14 – Diagramme de fonctionnement de deux types de mutation.

## B- Étude des différentes modifications de l'opérateur génétique

Dans cette partie nous allons montrer l'effet de chaque modification proposée en l'appliquant aux opérateurs génétiques afin de quantifier son efficacité. Nous avons testé cinq stratégies différentes :

- \* **Crois - Mut - Eva** : cette stratégie est celle de l'AG classique où le croisement est suivi par une mutation, puis par une évaluation avant l'itération suivante. Le croisement est à un seul point de cassure. Les enfants sont obtenus par échange du patrimoine génétique de leurs parents. La mutation choisit aléatoirement les individus à muter parmi toute la population, excepté le meilleur. Comme cela se passe dans la nature, les individus choisis sont modifiés par la mutation. Cette stratégie sert de référence.
- \* **Crois - Eva- Mut - Eva** : dans cette stratégie, nous appliquons une étape supplémentaire d'évaluation entre le croisement et la mutation. Cette stratégie a pour objectif d'observer l'effet d'une évaluation supplémentaire avant de modifier les opérateurs génétiques et de vérifier que cette modification n'influe pas négativement sur l'efficacité de notre algorithme.
- \* **Crois - Eva - Mut (classée) - Eva** : dans cette stratégie nous avons échangé la mutation classique avec la mutation classée. Le but de cette stratégie est de voir l'effet de la mutation classée, seule. Rappelons qu'elle choisit les candidats à la mutation parmi toute



la population, le meilleur individu inclus. Les mauvais individus sont remplacés par les individus mutés.

- \* **crois (mélangé) - Eva - Mut - Eva** : dans cette stratégie nous avons échangé le croisement classique par le croisement mélangé. Il s'agit ici d'observer l'effet de cette modification seule. Rappelons que le croisement mélangé donne à la fois plus de diversité et plus de précision dans la recherche de la solution optimale.
- \* **Crois (mélangé) - Eva - Mut (classée) - Eva** : dans cette stratégie, nous évaluons l'effet de toutes les modifications proposées : la mutation classée qui doit s'accompagner d'une évaluation préalable et le croisement mélangé. Grâce à cette stratégie, nous pouvons observer les interactions entre les différentes modifications.

#### a- Étude statistique de l'AG pour les différentes stratégies

Afin de montrer l'efficacité de chaque stratégie, nous étudions statistiquement l'optimisation sur trois variables (rayon, hauteur et partie réelle de la permittivité) dans le cas d'un cylindre vertical posé sur un sol lisse conducteur. Cette étude est faite dans une configuration de "crime inverse" mais cela n'affecte en rien les observations que l'on pourra en tirer puisque l'étude est purement numérique. L'inversion du même problème électromagnétique est faite 100 fois pour chaque stratégie. Seules les populations initiales de chaque essai changent et sont tirées aléatoirement afin d'éviter toute connaissance a priori. L'AG s'arrête soit quand il a trouvé la solution optimale préalablement calculée, soit au bout de 1000 itérations.

Nous allons étudier le comportement de ces stratégies lorsque le taux de mutation augmente et lorsque la taille de la population choisie est différente à travers deux marqueurs : le **taux de convergence** et la **vitesse de convergence**.

#### Effet du taux de mutation

**Sur le taux de convergence** Dans cette étude nous avons fixé la taille de population à 200 individus ce qui représente approximativement 0,2% du nombre de combinaisons possibles de nos trois variables. Nous allons utiliser des taux de mutation différents : 0.1, 0.4, 0.6 et 0.8. Augmenter le taux de mutation permet d'ajouter plus de diversité à la population et ainsi de rendre l'optimisation plus rapide et plus efficace.

La figure [I.15](#) montre d'abord qu'en augmentant le taux de mutation la probabilité de convergence augmente pour chaque stratégie.



De plus nous pouvons constater que chaque modification donne des résultats sensiblement meilleurs que l'AG classique. L'ajout d'une étape d'évaluation entre le croisement et la mutation améliore le taux de convergence, même si intuitivement il ne semble pas y avoir de raison à cela. En effet, si le tirage aléatoire des individus à muter donne la même chance à chacun d'être choisi, ce qui est le cas, que la population soit classée ou non ne devrait pas avoir d'incidence. Cela peut peut-être se comprendre si l'on estime que plus le taux de mutation est faible, moins le tirage aléatoire est uniforme. Cette hypothèse pourrait être accréditée par le fait que le taux de convergence de ces deux stratégies semble s'équilibrer à mesure que le taux de mutation augmente, jusqu'à légèrement s'inverser pour un taux de mutation de 0,8. Ce point semble devoir être approfondi pour en tirer une conclusion générale.

Ensuite, les résultats obtenus pour les stratégies où seule la mutation classée est ajoutée, où seule le croisement mélangé est ajouté et où les deux modifications sont ajoutées, montrent un avantage pour le croisement mélangé lorsque le taux de mutation est faible, tendance qui s'inverse lorsque le taux de mutation augmente. Il semblerait ici que lorsque le taux de mutation est faible, donc une diversité faible, l'apport de diversité dû au croisement mélangé a un effet certain.

Enfin, la stratégie où les deux modifications interagissent montre des résultats incontestablement meilleurs quant à son taux de convergence, quelque soit le taux de mutation.

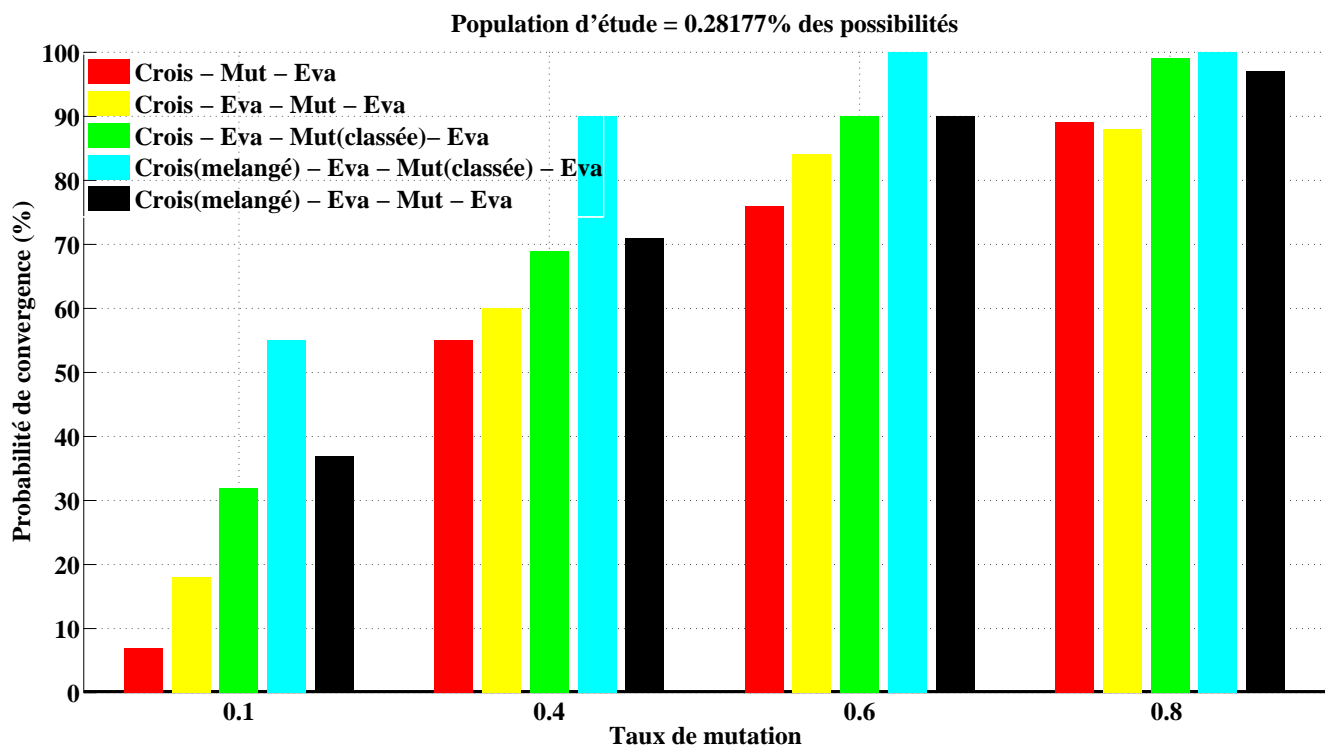


FIGURE I.15 – Etude de la convergence des différentes stratégies en fonction des taux de mutation.

**Sur la vitesse de convergence** Dans cette étude nous allons prendre deux taux de mutation différents (0,6 et 0,8) pour montrer la vitesse de convergence de ces différentes stratégies. Dans ces deux cas, la stratégie "croisement mélangé-mutation classée" à convergé à 100% vers la solution optimale.

La figure I.16, montre que la stratégie "Crois (mélangé)-Eva-Mut (classée)-Eva" a nécessité 720 itérations pour que tous les essais convergent vers le minimum global, tandis que les autres stratégies, même après 1000 itérations, n'ont pas réussi à franchir la limite de 85% de convergence. Sa supériorité est, là aussi, sans conteste.

Nous observons aussi que, au delà d'un meilleur taux de convergence, l'application de l'évaluation intermédiaire apporte de la performance à l'algorithme génétique. Quant au croisement mélangé seul, il semble fournir une plus grande rapidité de convergence que la mutation classée seule lors des premières itérations, malgré des résultats finaux sensiblement identiques. Sur les premières itérations il suit de près la stratégie "Crois (mélangé)-Eva-Mut (classée)-Eva" avant de décrocher, ce qui laisse à penser que l'effet du croisement mélangé est primordial avant tout pour les premières itérations.

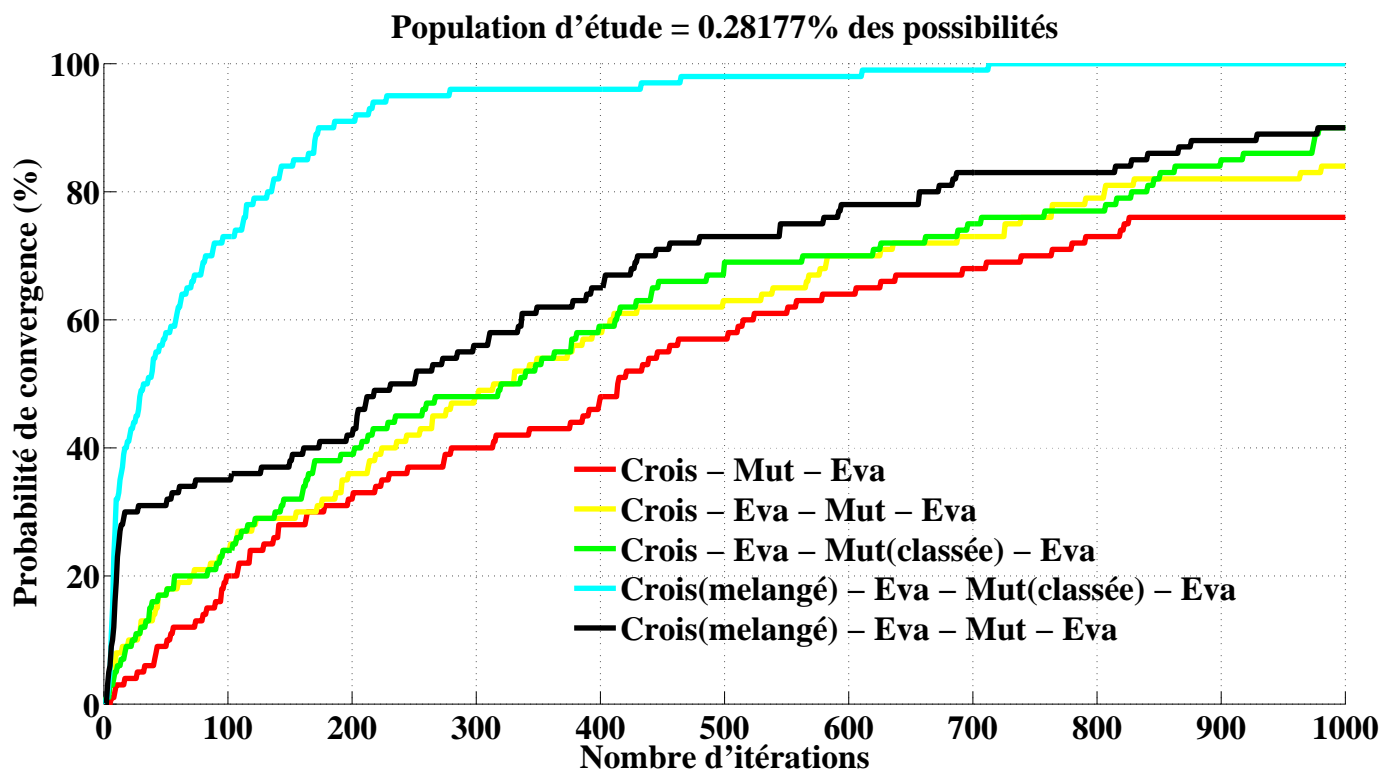


FIGURE I.16 – Vitesse de convergence des stratégies en fonction du nombre d'itérations pour un taux de mutation égal à 0,6.

Le même principe est utilisé pour obtenir la figure I.17 où le taux de mutation est de 0,8. Nous constatons la grande ressemblance entre les comportements pour les taux de mutation de 0,6 et de 0,8.

Pour ce taux de mutation aussi le croisement mélangé est le plus efficace durant les premières itérations. Néanmoins, il est très vite dépassé par la mutation classée. Pour un taux de 0,8, la mutation semble pouvoir assurer la diversité du processus par elle-même. Il est même possible qu'avec un taux de 80% de changement de la population par mutation à chaque itération, la mutation classique mute des individus de qualité et les perde ainsi. Ceci pourrait expliquer la perte de performance de la stratégie "Crois (mélangé) - Eva - Mut - Eva" lorsque le taux de mutation augmente.

Malgré des résultats finaux quasi identiques, la stratégie classique et la stratégie avec l'évaluation supplémentaire montrent des performances inverses à celles obtenues pour un taux de mutation de 0,6, comme si l'évaluation supplémentaire devenait un handicap pour les forts taux de mutation. L'effet de cette évaluation est tout à fait singulier.

Ici aussi, la stratégie "Crois (mélangé)-Eva-Mut (classée)-Eva" surpasse les autres. Approximativement 130 itérations lui ont suffi pour trouver la solution optimale pour 100 populations initiales différentes. Ce résultat est meilleur que pour un taux de mutation de 0,6. Considérant que le nombre d'itérations influe sur le temps de calcul, la tentation est grande d'augmenter le taux de mutation où cette stratégie semble exceller. Néanmoins il faut relativiser ce résultat car un taux de mutation plus grand implique aussi un nombre d'évaluations plus grand et donc plus de temps pour calculer les fonctions coût idoines.

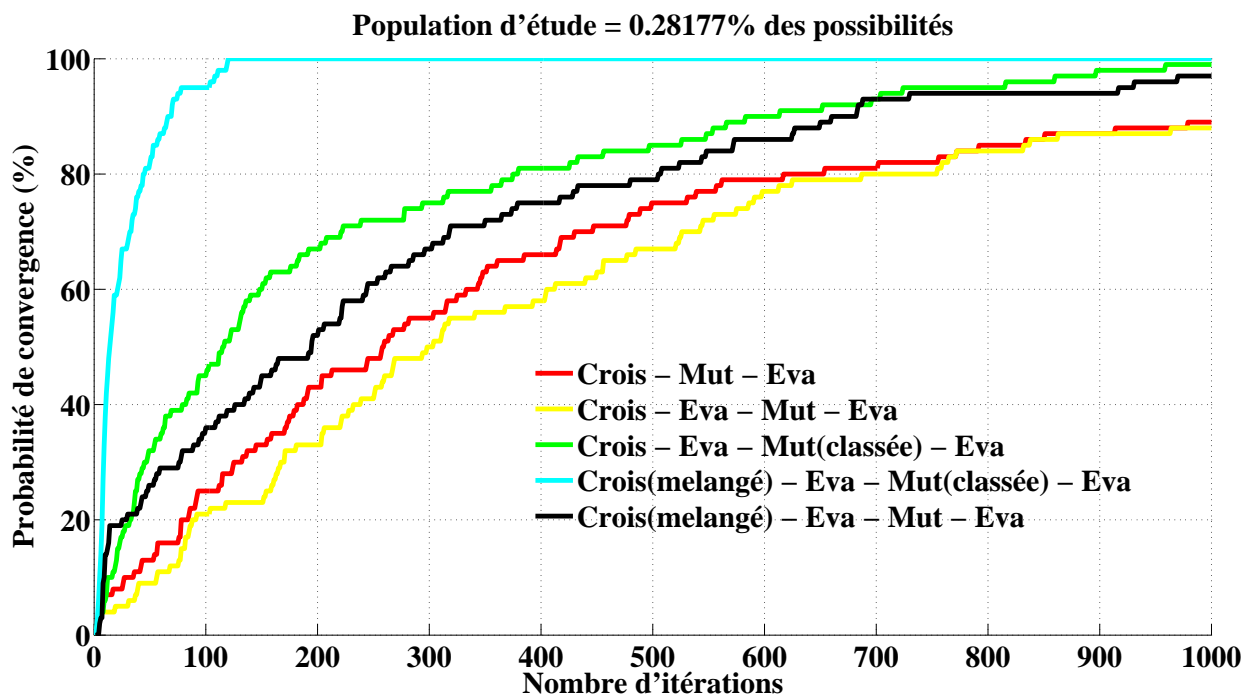


FIGURE I.17 – Vitesse de convergence des stratégies en fonction du nombre d'itérations pour un taux de mutation égal à 0,8.

### Effet de la taille de la population

**Sur le taux de convergence** La figure I.18 montre le taux de convergence de trois stratégies pour un taux de mutation de 0,8 et pour des populations allant de 50 à 800 individus, ce qui représente un pourcentage allant de 0,07% à 1,1% du nombre de combinaisons possibles des paramètres à inverser. Par souci de lisibilité et forts des résultats précédents, nous avons restreint cette étude à trois stratégies : l'"AG classique" qui sert de référence, la "**Crois - Eva - Mut (classée) - Eva**" puisque la mutation classée est une approche hétérodoxe de la mutation et la "**Crois (mélangé) - Eva - Mut (classée) - Eva**" pour ses bonnes performances.

Sur cette figure, nous voyons clairement que la stratégie "Crois (mélangé) - Eva - Mut (classée) - Eva" a convergé totalement, même pour de petites populations, ce qui permet d'envisager là aussi un gain de temps de calcul. Un fort taux de mutation nécessitant un grand nombre d'évaluations pourrait être contrebalancé par le petit nombre d'individus nécessaires à la convergence de l'algorithme.

Ce résultat n'éclipse pourtant pas les bons résultats de la stratégie "Crois - Eva - Mut (classée) - Eva" qui laissent à penser que la mutation classée permet de garder de la diversité pour des populations plus petites puisqu'elle est faite pour supporter des taux de mutation très éle-

vés. Cette hypothèse semble être corroborée par les résultats de la figure I.15 qui s'améliorent avec les forts taux de mutation.

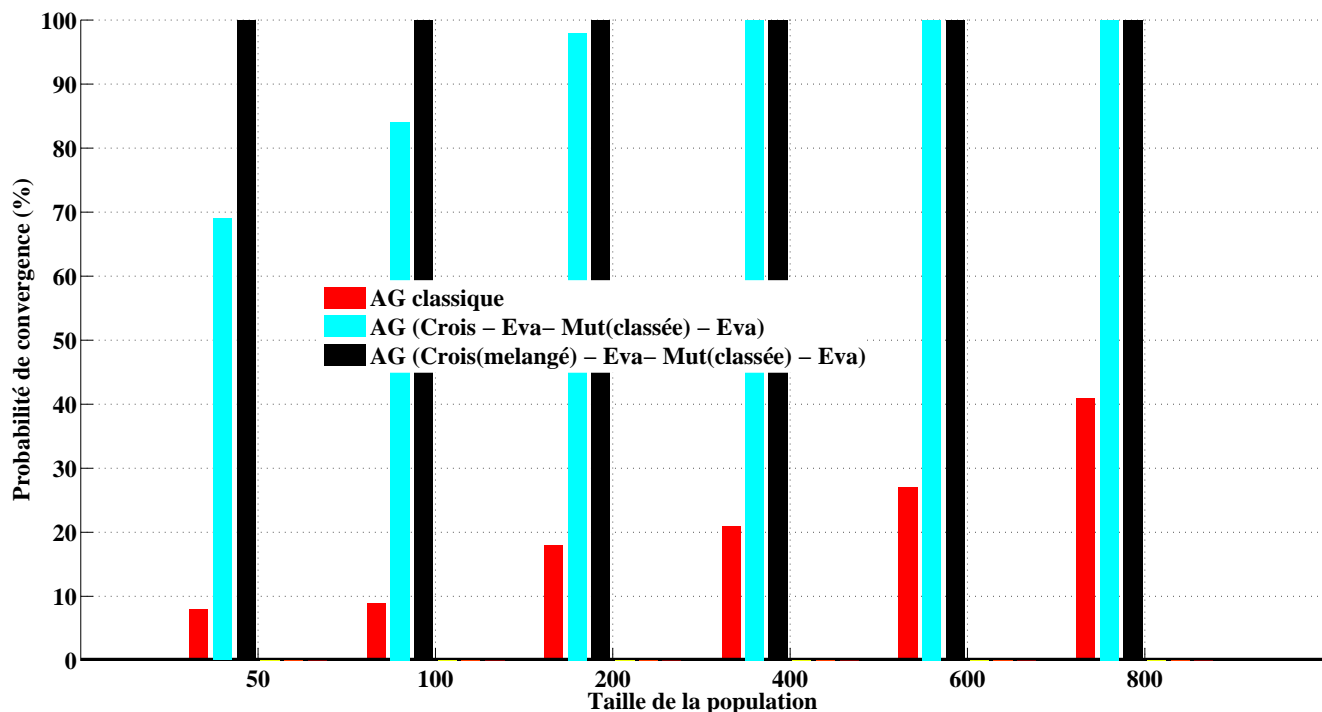


FIGURE I.18 – Etude de la convergence des stratégies en fonction de la taille de la population.

**Sur la vitesse du convergence** Le taux de convergence de 100% de la stratégie "Crois (mélangé)- Eva - Mut (classée) - Eva" pour des populations de petites tailles nous a poussé à étudier cette stratégie particulièrement performante pour un spectre de tailles de population plus large. Dans cette étude aussi les itérations de l'AG sont interrompues s'il n'a pas trouvé la solution optimale avant 1000 itérations. Le taux de convergence en fonction des itérations est paramétré par des tailles de populations allant de 20 individus (représentant 0,02% des possibilités) à 800 (1,25%).

La figure I.19 confirme que, plus la taille de la population augmente, plus la performance du modèle augmente et plus le nombre d'itérations nécessaires à la convergence diminue. Cette diminution est rapide pour atteindre une valeur plus petite que 70 itérations pour des tailles de population supérieures à 400 individus. Néanmoins, pour la population critique de 20 individus, les résultats ne sont pas décevants. Ils indiquent que si le problème nécessite l'utilisation de population très petite, cela peut être compensé par un nombre d'itérations certes grand, mais pas infini.

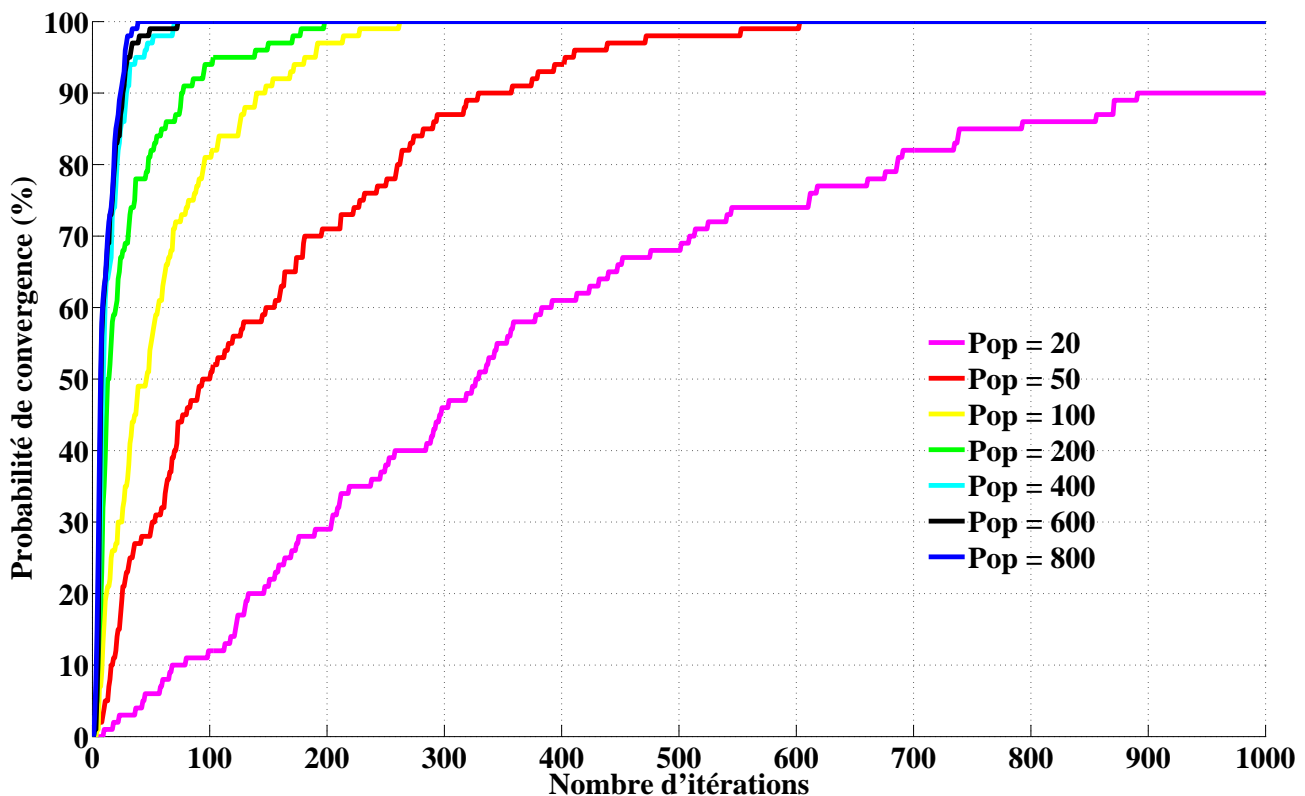


FIGURE I.19 – Étude de la vitesse de convergence de la stratégie "**Crois (mêlé)**- **Eva** - **Mut (classée)** - **Eva**" en fonction du nombre d'itérations pour différentes tailles de population.

## I.4 Conclusion

Le croisement mélangé permet de fournir des solutions plus diverses à la mutation classée qui, en retour, lui fournit un grand nombre de solutions avec plus de chances d'en obtenir de bonnes.

Dans ce chapitre, nous avons d'abord présenté les notions fondamentales de l'optimisation et indiqué quelques exemples typiques de classes d'algorithmes. Ce bref aperçu du vaste paysage de l'optimisation nous a aiguillé vers le choix d'un algorithme génétique pour inverser notre problème.

Ensuite, nous avons approfondi la présentation de l'algorithme génétique en présentant ses différentes étapes constitutives (codage, population initiale, évaluation, sélection, croisement et mutation). A cette occasion nous avons cité différentes méthodes pour réaliser ces différentes étapes, ce qui nous a permis d'indiquer les choix que nous avons fait pour implé-

menter notre outil d'inversion de base.

Enfin, nous avons présenté les modifications que nous avons apporté sur les opérateurs génétiques de l'algorithme classique pour rendre le processus d'optimisation plus efficace et plus rapide. Nous avons tout d'abord introduit de la diversité dans l'opérateur de croisement en opérant un croisement mélangé. Cet opérateur semble avoir un fort impact pour les premières itérations du processus en fabriquant de nouvelles valeurs. Ensuite, nous avons augmenté très fortement le taux de mutation. Préalablement évalués, puis classés, les individus de la population sont mutés selon une approche peu orthodoxe. En effet, les individus mutés remplacent de facto les individus les plus mal classés, conservant en cela un pourcentage non négligeable des individus les mieux classés. Cette mutation appelée "mutation classée" a semblé montrer sa capacité à supporter les petites populations. L'AG, ainsi modifié, a montré des performances tout à fait encourageantes, autant en termes de taux de réussite d'inversion qu'en termes de vitesse de convergence. Cette étude laisse supposer que l'outil d'optimisation à notre disposition est suffisamment efficient pour être confronté positivement à des problèmes électromagnétiques réels.

# II

## Applications de l'algorithme génétique : résultats numériques

### Sommaire

---

<b>II.1 Introduction et présentation du problème</b>	<b>130</b>
<b>II.2 Études préalables</b>	<b>132</b>
A- Étude numérique des fonctions coût du problème "idéal"	132
a- Fonctions coût en fonction de la variation rayon - permittivité et de la fréquence	133
b- Étude statistique de l'inversion en fonction des configurations fréquentielles	140
Synthèse	142
B- Étude de convergence de l'AG : critère d'arrêt sans a priori	142
<b>II.3 Estimation des variables dans le cas du "crime inverse"</b>	<b>145</b>
A- Inversion d'un cylindre seul	145
a- Configuration monostatique	146
b- Configuration de bistatisme en $\phi$	147
B- Effet du nombre de points de mesure sur l'inversion dans le cas du bistatisme en $\phi$	149
a- Cas de 10 points de mesures	149



b- Cas de 50 points de mesures . . . . .	150
C- Inversion de deux cylindres en bistatisme en $\phi$ . . . . .	152
a- cas de 10 points de mesure . . . . .	152
b- cas de 21 points de mesures . . . . .	154
Synthèse . . . . .	155
<b>II.4 Estimation à partir de données du modèle exact . . . . .</b>	<b>155</b>
A- Inversion d'un cylindre . . . . .	156
B- Inversion de deux cylindres . . . . .	160
a- Cas d'une population de 1000 individus . . . . .	162
Cas d'une seule fréquence (435 MHz) : . . . . .	162
Cas de deux fréquences (425 MHz et 445 MHz) : . . . . .	163
Cas de trois fréquences (425 MHz, 435 MHz et 445 MHz) : . . . . .	164
b- Cas d'une population de 2000 individus . . . . .	166
Cas d'une seule fréquence (435 MHz) : . . . . .	166
Cas de deux fréquences (425 MHz et 445 MHz) : . . . . .	167
Cas de trois fréquences (425 MHz, 435 MHz et 445 MHz) : . . . . .	169
c- Cas de l'augmentation du nombre de positions d'antenne . . . . .	170
Cas d'une seule fréquence (435 MHz) : . . . . .	171
Cas de deux fréquences (425 MHz et 445 MHz) : . . . . .	172
Cas de trois fréquences (425 MHz, 435 MHz et 445 MHz) : . . . . .	173
C- Inversion de quatre cylindres . . . . .	175
Synthèse . . . . .	179
<b>II.5 Estimation des variables à partir de mesures . . . . .</b>	<b>180</b>
A- Inversion d'un cylindre en plexiglas . . . . .	181
B- Inversion d'un cylindre d'époxy chargé de dioxyde de titane . . . . .	183
C- Inversion de 4 cylindres d'époxy chargé de dioxyde de titane . . . . .	192
Synthèse . . . . .	194
<b>II.6 Conclusion . . . . .</b>	<b>195</b>

## II.1 Introduction et présentation du problème

Dans ce chapitre, nous allons montrer les résultats de l'estimation des principaux paramètres (rayon, hauteur, permittivité) d'un cylindre ou de plusieurs cylindres à partir de données. Ces données peuvent être simulées ou mesurées. Dans le cas des données simulées nous disposons d'abord du modèle de diffusion approché par un cylindre présenté dans

la première partie (chapitre II). Puisque ce modèle de diffusion est le même que celui utilisé dans l'algorithme d'inversion, nous commettrons alors un "crime inverse" au sens de [65] qui consiste à tester notre algorithme d'inversion sur des données synthétiques obtenues en résolvant le problème direct à l'aide d'une méthode étroitement liée à celle utilisée pour résoudre le problème inverse. Nous utiliserons cette configuration peu orthodoxe à des fins purement numériques, pour étudier l'AG en propre. Ensuite, nous disposons du modèle de diffusion exact présenté dans la première partie (chapitre III) pour fournir des données simulées. Enfin, nous disposons aussi d'un jeu de mesures faites en chambre anéchoïque au CCRM de Marseille.

L'algorithme génétique utilisé a été présenté dans les sections I.2 et I.3. Nous rappelons néanmoins les informations principales.

Les paramètres à estimer sont codés en utilisant le codage réel quantifié<sup>1</sup> avec une précision d'un centième. Ce type de codage nous semble être le plus réaliste pour représenter nos variables.

Les individus sont sélectionnés par la méthode de la sélection par rang où les solutions sont triées par ordre croissant de la valeur de leur fonction coût. La fonction coût, que l'on cherche à minimiser, représente l'erreur entre le champ électromagnétique rayonné simulé pour la combinaison des variables données pour un individu et le champ électromagnétique rayonné par la "vérité terrain" qui servira de référence (les données). Ce champ de référence peut être simulé ou mesuré pour des positions d'antennes (émission et réception) et des fréquences différentes. Quant à la "vérité terrain", cette notion fait référence aux paramètres physiques réels des diffuseurs simulés ou mesurés.

Pour les opérateurs génétiques, le croisement mélangé sélectionne les individus à croiser parmi les 50% d'individus à meilleur coût. Les autres 50% (coût plus élevé) seront remplacés par les individus-enfants issus du croisement mélangé. La probabilité de croisement est donc  $P_c = 0,5$ . La mutation classée a, quant à elle, une probabilité  $p_{mut} = 0,8$ , i.e., 80% des individus sont sélectionnés pour être mutés puis remplacent les 80% de la population dont le coût est le plus élevé.

Lors de tout le processus d'optimisation, la taille de la population doit être fixe. Elle est définie par l'utilisateur dont le souci est de chercher la valeur qui lui assure le meilleure compromis entre le temps de calcul, la ressource mémoire et la convergence vers la solution optimale. Ce paramètre sera indiqué au début de chaque validation numérique.

Mais avant de confronter notre modèle d'inversion à des données, deux études préalables

---

1. La précision sur les valeurs d'une variable est donnée à "N" chiffres après la virgule, ce qui limite le nombre de possibilités de valeur pour une variable dans un intervalle donné.

sont présentées. La première concerne les fonctions coût. Selon leur forme dans l'espace des paramètres à optimiser, l'inversion peut être plus ou moins ardue. Afin de faciliter le processus, nous avons étudié le comportement des fonctions coût en fonction des fréquences utilisées. La seconde étude consiste à vérifier que le modèle d'inversion converge vers une solution stable et, en cela, à valider le critère d'arrêt de l'AG sans connaissance a priori de la solution optimale.

## II.2 Études préalables

### A- Étude numérique des fonctions coût du problème "idéal"

Dans cette partie, nous allons étudier la fonction coût du problème consistant à inverser trois paramètres physiques d'un cylindre droit posé sur un sol lisse métallique, à savoir son rayon, sa hauteur et la partie réelle de sa permittivité. La visualisation d'une fonction coût en fonction de ces trois variables étant impossible, nous avons été contraint d'étudier des représentations en fonction de deux variables, la troisième étant posée comme paramètre fixe. Il s'agira donc de plans de coupe dans un espace à trois dimensions où le paramètre est choisi tel qu'il corresponde à la vérité terrain. Conscients de la différence entre une inversion 2D et une inversion 3D, l'étude présentée ici nous permet néanmoins de mieux appréhender les fonctions coût.

Cette étude est faite sur un jeu de données obtenu par crime inverse de manière à se placer dans un cas idéal, en s'affranchissant des différences entre mesures et simulations. Le but de cette étude numérique est donc de voir si, dans le cas idéal, le problème physique posé, en supposant que le modèle électromagnétique approché le modélise parfaitement, possède des ambiguïtés qui rendront plus difficile l'inversion, voire impossible. Ces ambiguïtés consistent en la présence de minima locaux qui peuvent "piéger" l'AG, voire l'existence de multiples minima globaux. Dans ce dernier cas, l'inversion donnera, au mieux, plusieurs solutions différentes qu'il sera impossible de départager. Mais cela caractérise surtout une fonction coût mal adaptée au problème.

Lorsque la fonction coût possède trop d'ambiguïtés, une méthode consiste à introduire de la diversité dans les données, diversité spatiale (plus de points de mesures), diversité fréquentielle (plus de fréquences de mesure), ou diversité de polarisation. Ici nous allons d'abord nous focaliser sur l'effet de la multiplicité des fréquences utilisées pour former le jeu de données.

La fonction coût est calculée selon :

$$\text{Fonction coût} = \sum_{\text{points de mesure et polarisations}} \frac{|S_{PP}^{mes} - S_{PP}^{sim}|^2}{|S_{PP}^{mes}|^2} \quad (\text{II.1})$$

où  $PP$  sera "VV", "HH", "VH" ou/et "HV" selon les polarisations utilisées et les points de mesure sont définis par la position des antennes d'émission/réception et la fréquence de l'onde.

Dans le cas "idéal", les ambiguïtés, si elles existent, sont dues uniquement à la nature même de la fonction coût, donc au problème électromagnétique lui-même, traditionnellement caractérisé comme "mal posé" (un même champ mesuré peu correspondre à différents jeux de paramètres d'entrée).

Dans notre étude nous utilisons des données simulées en polarisation HH, pour une configuration bistatique en  $\phi$  (l'angle azimutal d'incidence est fixé et celui de réception varie). Nous observerons l'effet de données acquises à plusieurs fréquences sur la fonction coût. Nous avons étudié les trois configurations possibles de variables  $[(\text{rayon}, \text{hauteur}), (\text{rayon}, \text{permittivité}), (\text{hauteur}, \text{permittivité})]$ . Les observations faites étant identiques pour les trois cas, nous avons renvoyé deux d'entre elles en annexe D pour ne garder que celle qui présente le plus d'ambiguïtés, celle en fonction du rayon et de la partie réelle de la permittivité.

Les fréquences sont choisies dans une bande qui correspond à celle utilisée pour les mesures faites au CCRM de Marseille. Six cas différents sont étudiés : tout d'abord une seule fréquence (10,6 GHz, fréquence centrale); puis deux fréquences définissant deux intervalles autour de la fréquence centrale, [9,6;11,6] GHz et [7;13] GHz; enfin trois cas multifréquentiels avec respectivement trois fréquences [9,6;10,6;11,6] GHz, cinq fréquences [9,6;10;10,6;11;11,6] GHz et onze fréquences [9,6;9,8;10;10,2;10,4;10,6;10,8;11;11,2;11,4;11,6] GHz. Ce choix a pour intérêt de voir à la fois l'effet du nombre de fréquences utilisées et l'effet d'un intervalle large avec peu de fréquences. L'enjeu, ici, est le temps de calcul. En effet, plus le nombre de fréquences est élevé, plus le jeu de données est grand et plus le temps de calcul pour l'évaluation sera grand.

#### a- Fonctions coût en fonction de la variation rayon - permittivité et de la fréquence

Nous présentons ici les fonctions coût obtenues pour différentes fréquences en faisant varier deux paramètres physiques : rayon et partie réelle de la permittivité. Il faut noter que sa partie imaginaire est considérée comme nulle. Quant à la hauteur, elle est supposée connue. La croix rouge indique, sur les figures, la position de la solution à trouver (vérité terrain). La croix bleue indique celle du minimum global de la fonction calculée préalablement. Pour une

fonction coût obtenue par "crime inverse", ces deux points sont confondus puisque les données sont "parfaites".

La figure II.1 représente les fonctions coût dans l'espace de recherche sur le rayon et sur la partie réelle de la permittivité pour les six configurations de fréquence. Nous pouvons tout d'abord constater la présence d'un seul minimum global de la fonction coût indiqué par une croix rouge. Cela signifie que la fonction coût utilisée est bien adaptée au problème posé. En étudiant plus précisément les figures, la première observation concerne la dynamique des fonctions coût. L'utilisation de plusieurs fréquences dans le jeu de données semble l'augmenter. A mesure que le nombre de fréquences augmente les "montagnes" (zone à haut coût) se dessinent plus clairement. Cela facilite donc la discrimination des coûts, donc l'inversion. Concernant les intervalles de fréquence, le grand intervalle [7; 13] GHz présente moins de "vallées" (zone à faible coût) que le petit intervalle [9,6; 11,6] GHz, ce qui pencherait en faveur de l'intérêt de l'utilisation de grands intervalles de fréquences plutôt qu'un nombre élevé de fréquences.

La figure II.2 confirme cette analyse. Les fonctions coût sont projetées dans le plan (*rayon, permittivité*) et un seuil arbitraire de 400 est appliqué. Seule la partie des fonctions coût sous ce seuil est visible sur la figure. Cela permet de visualiser sans équivoque l'effet des fréquences sur la dynamique des fonctions. Plus le nombre de fréquence augmente, plus la zone à faible coût diminue écartant de facto des minima locaux. L'intervalle de fréquences plus large permet, lui aussi, de diminuer les zones d'ambiguïtés où l'AG peut perdre du temps à chercher des solutions qui ne seront pas concluantes. La multiplicité des fréquences semble quand même plus efficace que le choix d'un intervalle, même pour le plus large des deux. Cette visualisation 2D permet d'avoir une vision globale sur tout l'intervalle de recherche des paramètres physiques. Mais qu'en est-il dans les zones à faible coût que l'on vient d'identifier ?

Les figures II.3 et II.4 sont des coupes transverses dans les plans (*fonction coût, rayon*) et (*fonction coût, permittivité*), respectivement. La première fait apparaître plusieurs lobes. La courbure générale de ces lobes s'accroît avec le nombre de fréquences qui augmente mais aussi avec l'intervalle entre deux fréquences qui augmente. Dans le cas des onze fréquences par rapport au grand intervalle, on peut voir l'effet local de la multiplicité des fréquences : les lobes se creusent. La fonction coût la plus favorable semblent être la multifréquentielle (avec 11 fréquences) ou le grand intervalle. La seconde figure montre particulièrement bien l'apport des données multifréquentielles. En effet, la forme en coquillage des fonctions se creuse avec le nombre de fréquences utilisées. Cela devrait permettre à l'AG de moins tâtonner loin du minimum global. Cela étant dit, nous voyons le même effet, dans une moindre mesure, quand des intervalles de fréquences sont utilisés. En comparant là aussi

le cas à 11 fréquences et le grand intervalle, on constate que, bien que ce dernier donne une fonction coût moins étroite, la zone du minimum global semble moins hérissée de pics étroits et profonds.

En conclusion, les données multifréquentielles donnent des fonctions coût qui semblent intuitivement plus facilement inversibles par l'AG. Néanmoins, compte tenu du coup potentiel en temps de calcul des configurations multifréquentielles, la configuration large intervalle n'est pas à écarter d'emblée. De plus, nous avons observé qu'en fonction de la permittivité, les données multifréquentielles creusent des lobes accentuant ainsi l'effet des minima locaux. De la même manière, en fonction du rayon, les données multifréquentielles présentent des pics profonds et serrés autour du minimum global. Dans le but de savoir quelle serait la configuration qui conviendrait le mieux à l'AG, nous avons fait une étude de convergence de l'AG vers la solution optimale pour les six configurations multifréquentielles.

FIGURE II.1 – Amplitudes de la fonction coût pour un cylindre vertical en fonction de son rayon et de sa permittivité pour des données multifréquentielles. Positionnement du minimum global et de la vérité terrain.

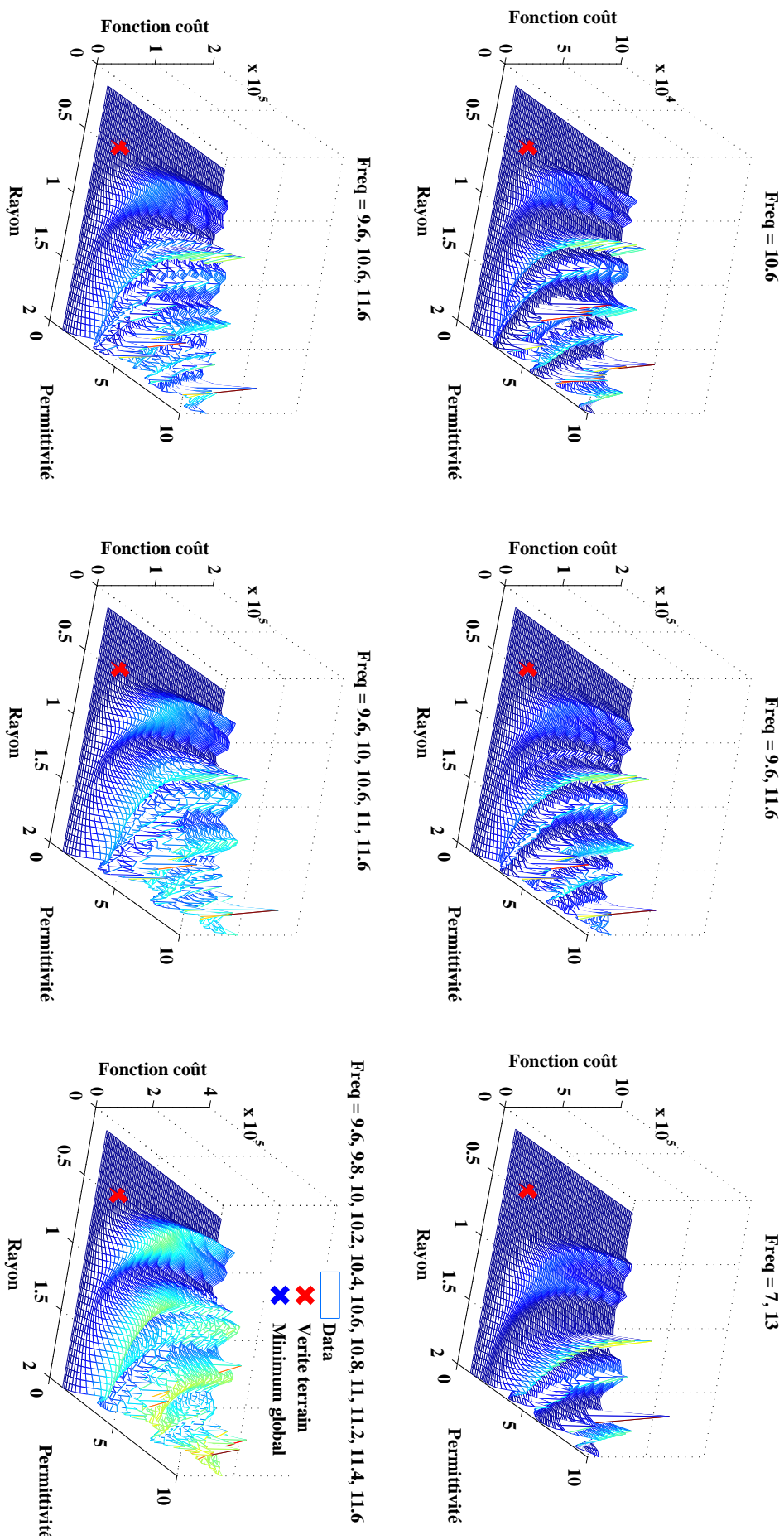




FIGURE II.2 – Coupe 2D sur l’amplitude (seuil de 400) en fonction des variables (rayon-permittivité) pour les différentes données multifréquentielles.

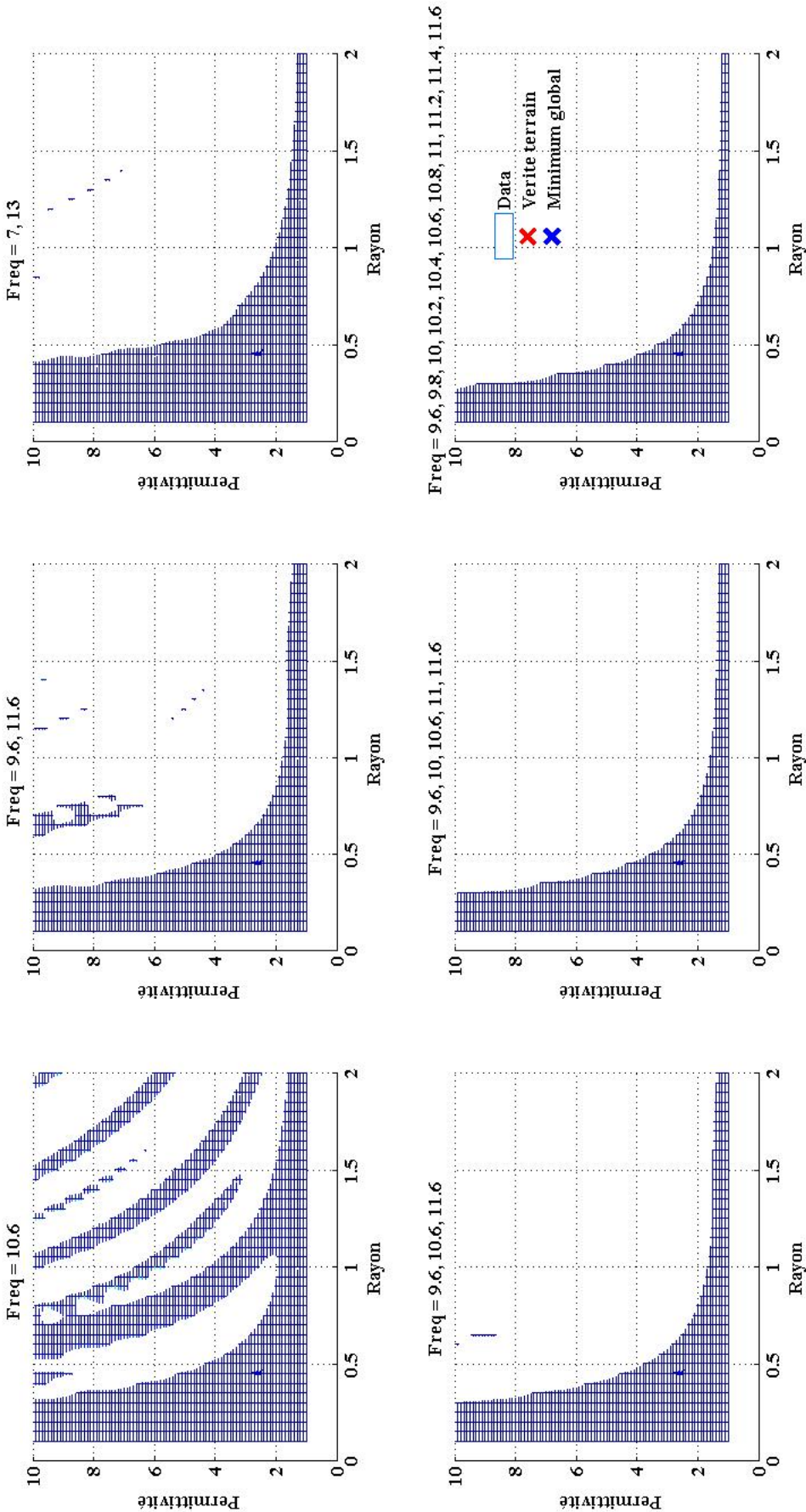




FIGURE II.3 – Coupe 2D (fonction coût-permittivité) sous le seuil de 400 pour les différentes données multifréquentielles.

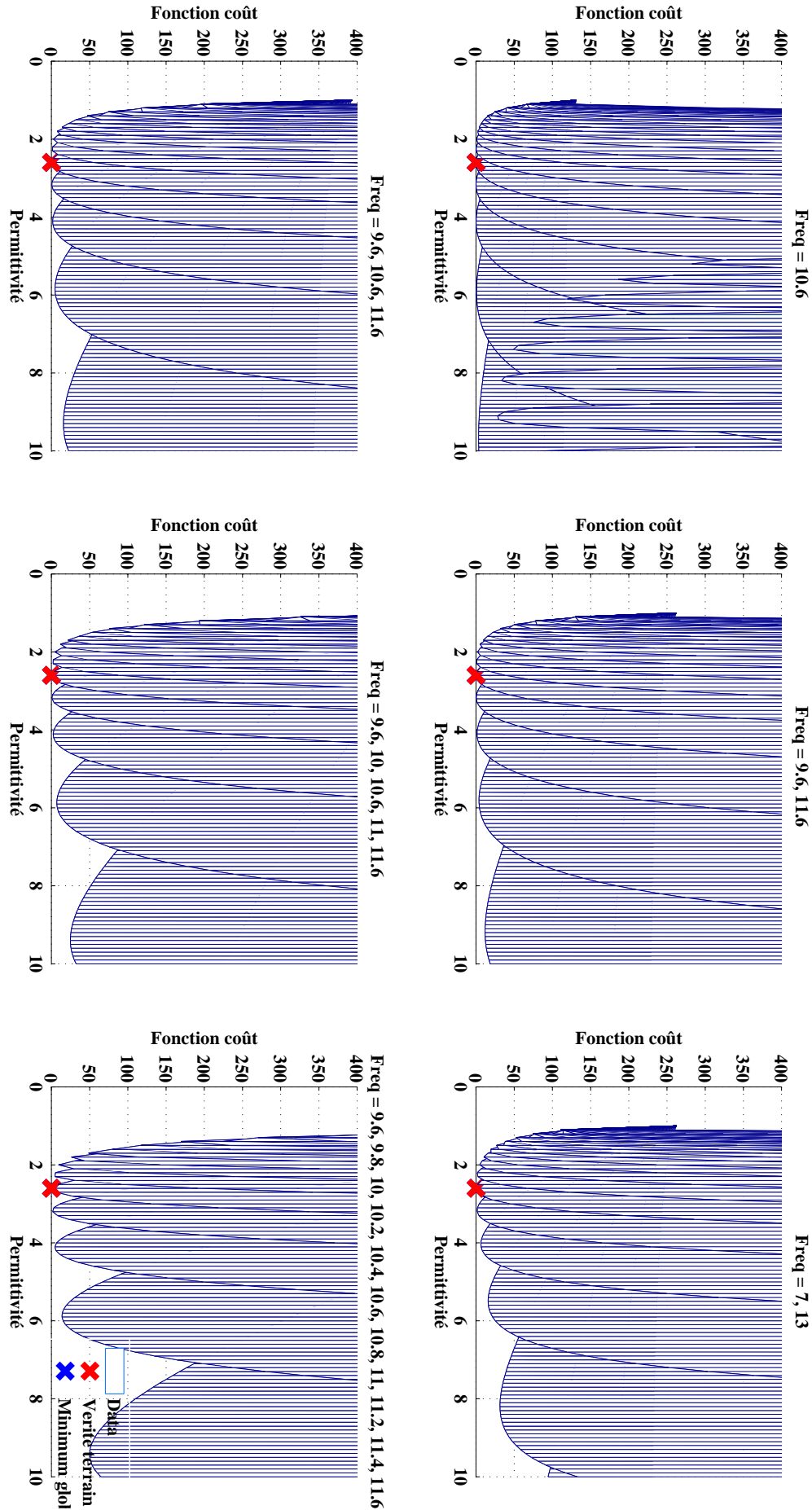
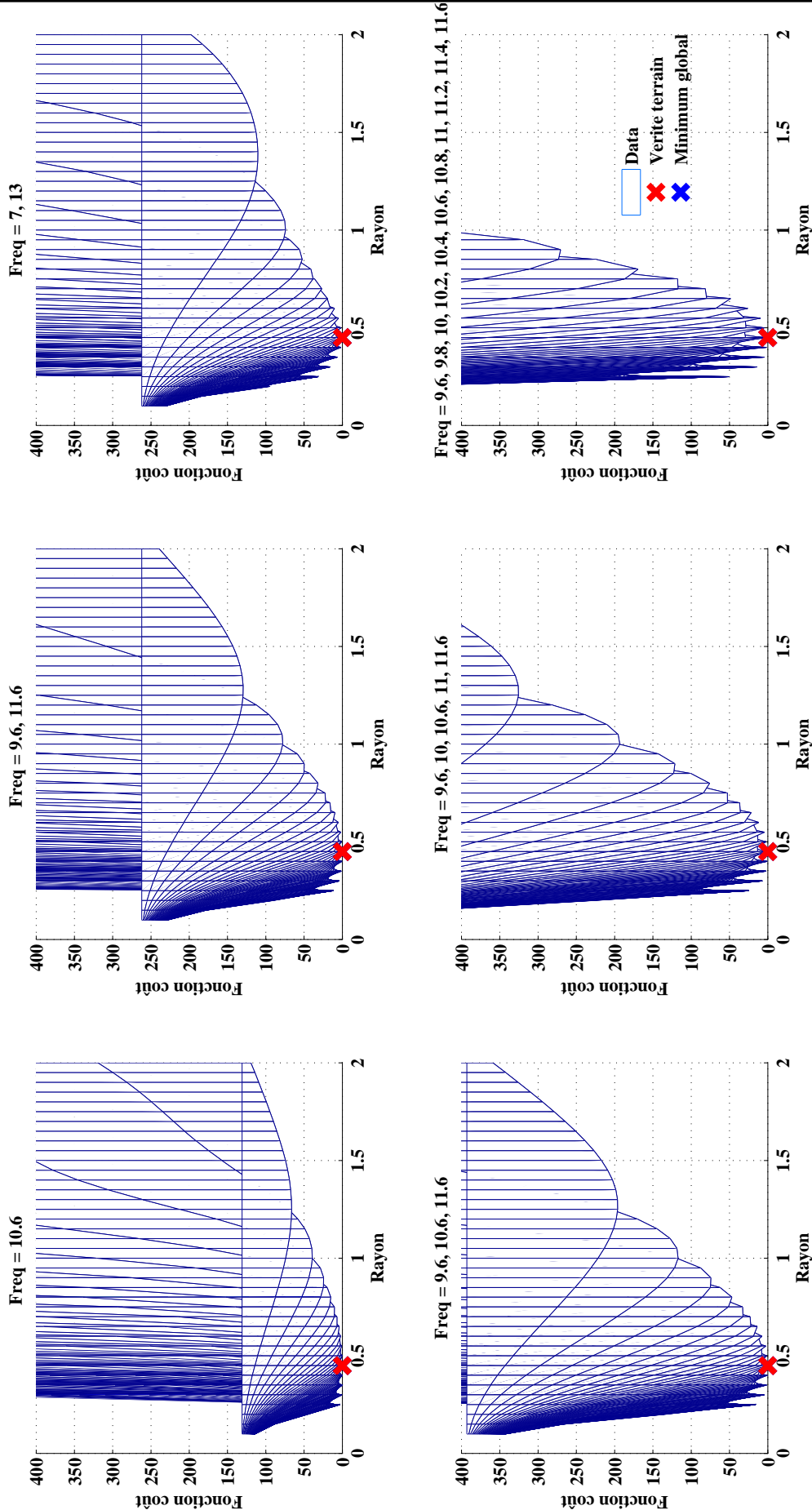


FIGURE II.4 – Coupe 2D – (fonction coût-rayon) sous le seuil de 400 pour les différentes données multifréquentielles.



### b- Étude statistique de l'inversion en fonction des configurations fréquentielles

L'étude est faite sur 50 essais pour une population de 20 individus, où, pour chaque essai, la population initiale est choisie aléatoirement. Nous allons optimiser les variables rayon et partie réelle de la permittivité d'un cylindre vertical en supposant que la hauteur est connue. En somme, nous laissons à l'AG le soin de trouver le minimum global des fonctions coût présentées sur la figure II.1 et étudiées plus précisément précédemment.

Les résultats de cette étude sont montrés sur la figure II.5. Le nombre d'essais qui ont trouvé la solution optimale est tracé, en cumulé, en fonction du nombre d'itérations de l'AG et ce pour les six différentes configurations fréquentielles étudiées.

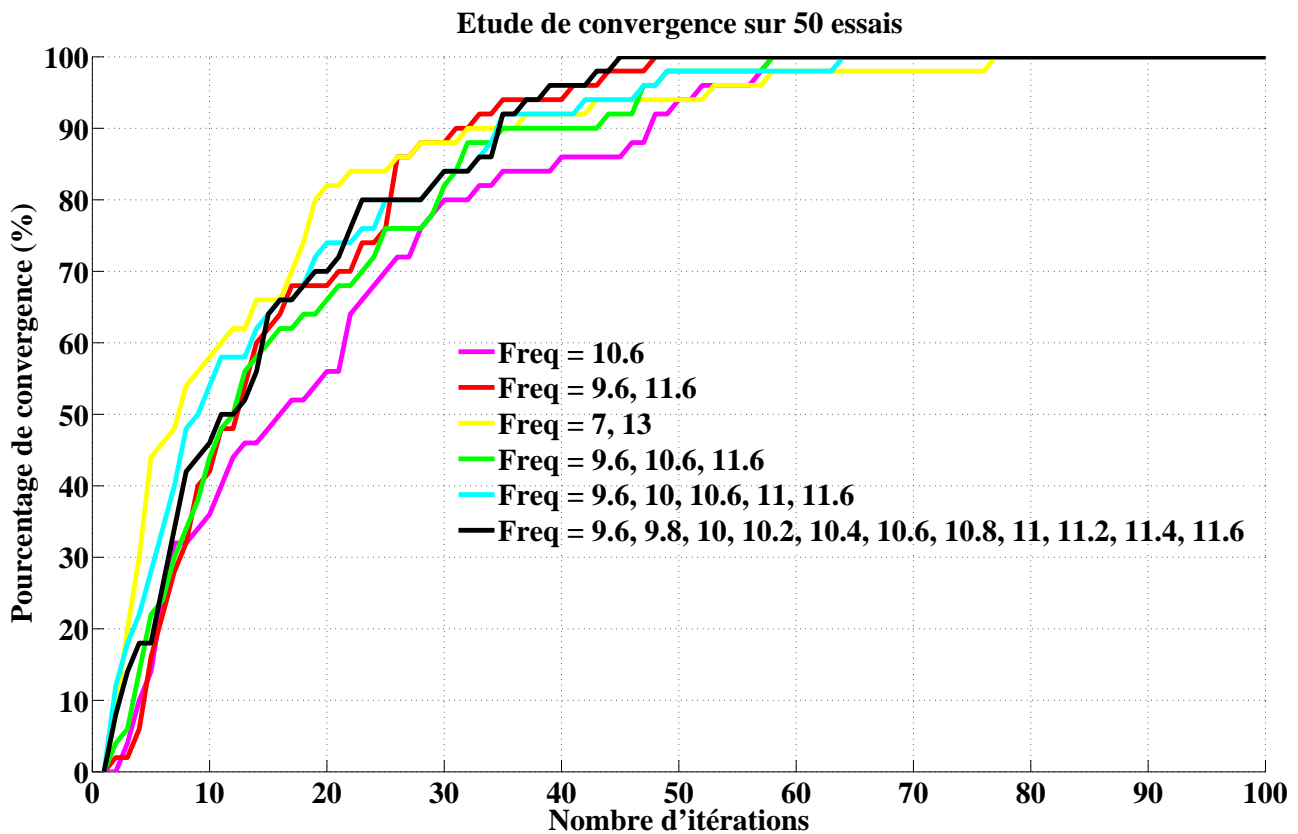


FIGURE II.5 – Vitesse de convergence de l'AG en fonction du nombre d'itérations pour différents jeux de données fréquentielles.

Les résultats de cette expérience numérique sont édifiants. Contre toute attente, il ne semble pas y avoir de configuration fréquentielle singulièrement plus adaptée qu'une autre à l'AG. Toutes les configurations donnent des résultats sensiblement identiques. Même si nous pouvons remarquer que la première configuration à atteindre 100% de convergence est la

configuration à 11 fréquences, il n'est pas possible de dégager une tendance marquante : l'intervalle de fréquence le plus grand arrive bon dernier de la comparaison, l'utilisation de cinq fréquences est moins performante que l'utilisation de trois. La conclusion que l'on peut en tirer est que l'effet d'ajouter des fréquences aux données n'a pas un impact majeur sur la convergence de l'AG.

Pour aller plus loin dans l'analyse de ce résultat, une observation est nécessaire. Pour une méthode d'inversion déterministe comme la méthode du gradient, par exemple, la forme de la fonction coût est cruciale puisque la position de la solution dans l'espace des solutions possibles pour une itération est calculée à partir de la fonction coût à l'itération précédente. Pour une méthode stochastique comme l'AG, la forme de la fonction coût ne doit pas avoir d'importance puisque la position de chaque solution est calculée à partir des autres solutions des itérations précédentes (opérateurs génétiques). L'AG n'a pas à "sortir du trou" d'un minimum local comme le permet justement le recuit simulé puisque l'AG ne "sait pas" qu'il est dans un minimum local. L'AG ne traite que des solutions (individus) classées dans un ordre particulier. Là réside l'avantage certain pour l'AG quant à l'inversion pour des fonctions coût possédant plusieurs minima locaux. Bien que cela soit vrai, cela n'est pas rigoureusement exact. Le fait de changer la forme de la fonction coût de manière à rehausser le niveau des zones de minima locaux augmente statistiquement les chances pour l'AG de ne pas perdre de temps dans ces zones puisqu'il a statistiquement plus de chance de trouver une solution à meilleur coût dans la bonne zone si celle-ci a une surface relativement plus grande. La figure II.2 est particulièrement représentative du processus d'inversion de l'AG si l'on considère que le seuil utilisé pour tronquer cette figure n'est autre que le coût de la meilleure solution trouvée jusqu'à l'itération en cours. Le nombre d'itération grandissant, le meilleur coût diminue, diminuant ainsi la "surface" des solutions meilleures possibles. Cette "surface" diminuant, les opérateurs génétiques ont moins de chance de fabriquer des solutions dans celle-ci. Il convient donc que cette "surface" soit unique (pas en taches de léopard) et autour du minimum global. Sinon, la chance statistique de pouvoir sortir d'un morceau de "surface" autour d'un minimum local s'amenuise au cours des itérations et peut mener à un AG qui ne converge pas vers la solution optimale.

Cette réflexion nous mène donc à l'hypothèse suivante : l'AG n'est que peu sensible à la forme de la fonction coût d'autant moins que ses opérateurs génétiques lui permettent de sortir efficacement des minima locaux. L'AG que nous utilisons semble performant sur ce point puisqu'il ne montre pas particulièrement de préférence dans la forme des fonctions coût. Les légères différences des résultats observées sur la figure II.5 ne seraient alors que la conséquence de la nature aléatoire de l'AG. En effet, une population de 20 individus est une petite population qui ne peut prétendre avoir une répartition uniforme dans un espace de 3549 solutions possibles. Dans ce cas, les différences de population initiale pourraient jouer

un faible rôle sur la vitesse de convergence sans pour autant remettre en cause véritablement son efficacité.

**Synthèse** En conclusion, nous pouvons être enclins à penser que notre problème électromagnétique, malgré des fonctions coût chahutées, est inversible et ne sera pas trop perturbé par les minima locaux. Les sources des difficultés que nous risquons de rencontrer n'auront peut-être pas pour cause les ambiguïtés du problème physique mais peut-être "l'imprécision" du modèle approché et le bruit de mesure. L'effet des imprécisions de modèle et du bruit de mesure sera abordé par la suite, lors de l'inversion de données mesurées.

## B- Étude de convergence de l'AG : critère d'arrêt sans a priori

Nous avons abordé à plusieurs reprises la notion de convergence. La convergence dans un algorithme génétique signifie que pour différents essais d'optimisation pour un même jeu de données et donc une même fonction coût, le résultat doit être identique pour chaque essai (quelque soit la population initiale) et doit correspondre à l'optimum global de la fonction coût. Nous avons donc conduit cette étude, de manière à s'assurer que notre procédure d'AG converge bien et qu'à partir d'un certain nombre d'itérations sa solution est stable. Cela permet, en outre, de pouvoir définir un critère d'arrêt (section I.2-C-e-) pour le processus d'inversion, lorsque celui-ci opérera en situation réelle, sans information a priori sur la solution à obtenir.

Pour cette étude, nous avons fixé la population initiale à 283 individus (0,15% du nombre de possibilités) et pour chaque configuration (10 points de mesure par configuration et données complètement polarimétriques) nous avons généré aléatoirement les paramètres (rayon, hauteur, permittivité complexe) d'un cylindre vertical posé sur un sol métallique. Nous avons fait plusieurs essais avec pour objectif de montrer l'unicité du résultat et la convergence vers le minimum global de notre fonction coût (équation (II.1)).

La figure II.6 regroupe quatre sous-figures qui correspondent chacune à une configuration d'antennes caractéristique : le monostatisme (voir figure IV.6), le bistatisme en  $\theta_s$  (voir figure IV.8), le bistatisme en  $\phi_s$  (voir figure IV.10 pour  $\theta_s = \theta_i$ ) et le bistatisme quelconque. Pour chaque configuration, cinq essais différents sont fait et le meilleur coût trouvé pour chaque itération est tracé.

Nous pouvons observer que le coût minimum trouvé pour chaque itération diminue très vite et tend rapidement vers zéro quelle que soit la configuration choisie.

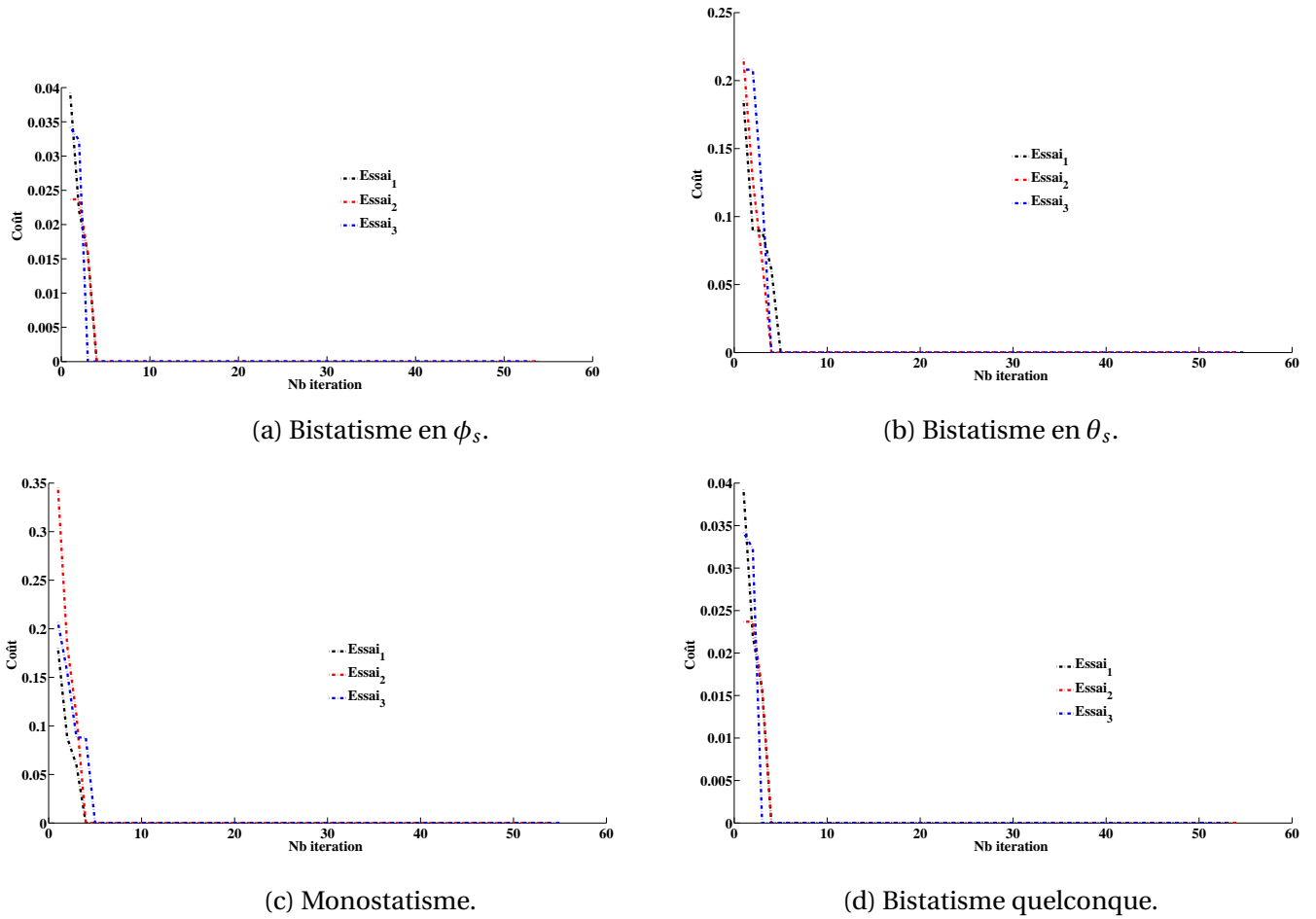


FIGURE II.6 – Convergence du meilleur coût trouvé en fonction du nombre d’itérations pour différentes configurations.

Lorsque le meilleur coût tend vers zéro (le coût optimal), les paramètres physiques doivent eux-aussi rester stables et doivent converger vers la solution (la vérité terrain). Pour nous en convaincre, nous avons tracé l’évolution des paramètres physiques associés au meilleur coût de chaque itération pour les quatre configurations d’antennes. Nous présentons ici (Fig II.7) la convergence des paramètres physiques pour la configuration de bistatisme en  $\phi_s$ . Les résultats pour les trois autres configurations sont renvoyées en annexe E. Les croix rouge indiquent le minimum global, soit la valeur à retrouver. Nous constatons donc que les quatre paramètres physiques convergent tous, pour chacun des essais, vers la bonne solution. Nous pouvons, ici aussi, constater que la convergence se fait très rapidement.

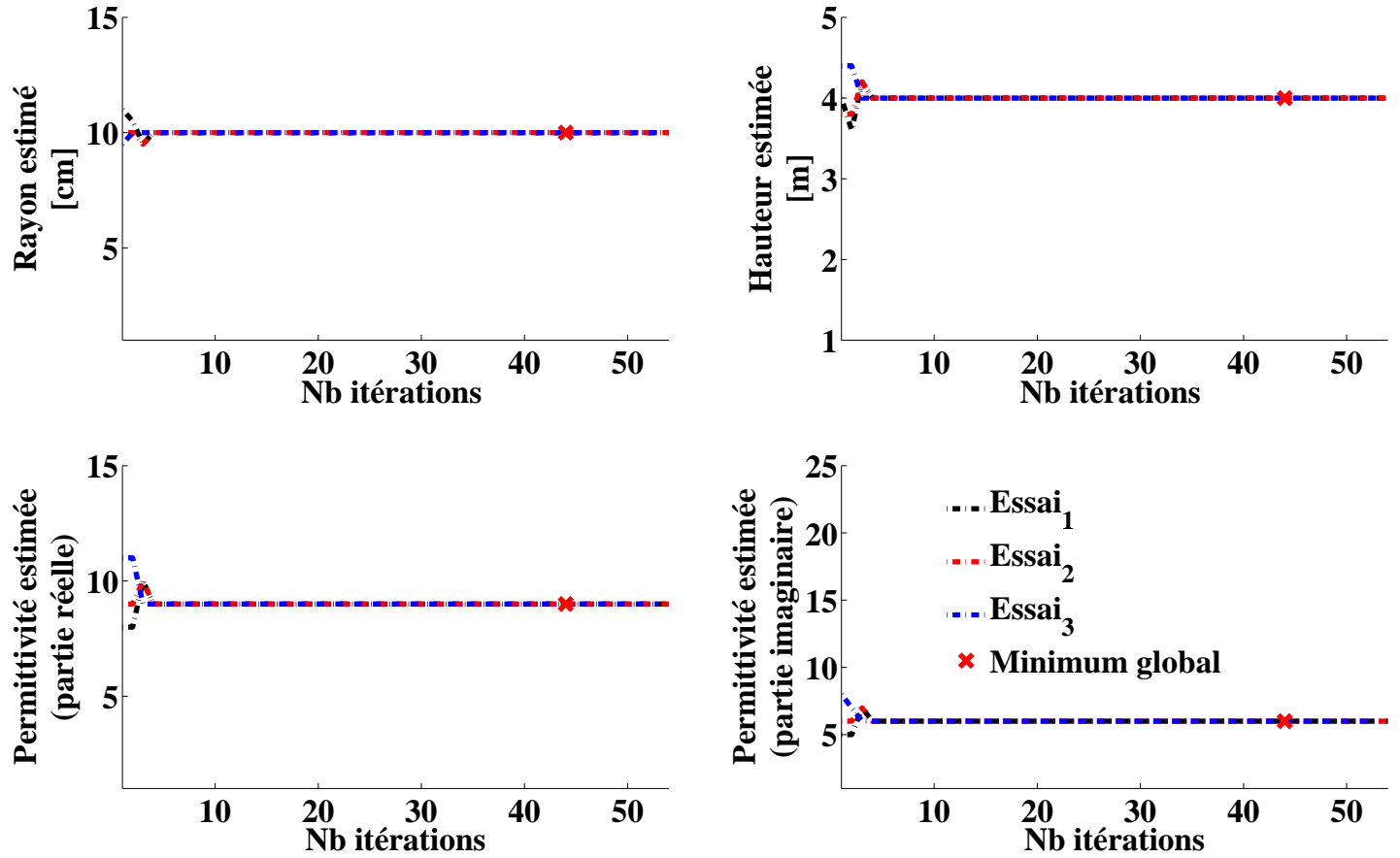


FIGURE II.7 – Convergence des paramètres physiques d'un cylindre observé en configuration de bistatisme en  $\phi_s$ .

Quant à la condition d'arrêt du processus d'optimisation, nous pouvons donc utiliser comme critère la stabilité des paramètres inversés sur un certain nombre d'itérations. Dans notre algorithme, nous considérons que la solution optimale est trouvée quand les paramètres associés au meilleur coût sur toute une population restent constants durant un nombre d'itérations successives ( $N_i s$ ) définies par l'utilisateur. Pour quantifier cette stabilité, nous considérons qu'elle est atteinte lorsque la meilleure solution de l'itération en cours ne diffère pas de  $10^{-5}$  de la moyenne des meilleures solutions sur les  $N_i s$  dernières itérations.

Lorsque le critère de convergence est vérifié, le processus d'inversion s'arrête et renvoie la combinaison de paramètres physiques auxquels correspond le coût optimal. Ce résultat est la solution du processus d'inversion.

## II.3 Estimation des variables dans le cas du "crime inverse"

Dans cette partie, les données d'inversion sont simulées par le modèle de diffusion électromagnétique approché, le même que celui utilisé par le processus d'inversion de l'AG, d'où la dénomination de "crime inverse". La raison qui nous pousse à utiliser ce type de données est que nous souhaitons d'abord tester notre modèle d'inversion sur des données privées de bruit de mesure et d'erreurs liées au modèle électromagnétique.

Plusieurs cas vont être pris en considération afin d'étudier et de valider le processus d'inversion par l'AG. Nous commençons par le cas le plus simple, celui d'un cylindre seul pour des configurations monostatique et bistatique en  $\phi$ . Le bistatisme en  $\phi$  a été identifié comme le cas donnant les meilleurs résultats quand le modèle approché a été comparé au modèle exact dans le chapitre IV, comme souligné en conclusion. Il sera donc utilisé préférentiellement lorsque, par la suite, l'inversion sera testée en conditions réelles. Nous approfondirons notre étude en configuration de bistatisme en  $\phi$  en observant l'effet du nombre de points de mesures.

Après une première validation sur un cas simple, nous allons complexifier l'étude en inversant les paramètres pour deux cylindres. Du point de vue de l'inversion, la différence majeure entre un seul et plusieurs cylindres réside dans le nombre de paramètres à optimiser. L'augmentation du nombre de paramètres à optimiser accroît les combinaisons de solutions possibles pour les paramètres recherchés. Il s'agira donc de voir comment notre modèle d'optimisation réagit pour un nombre de combinaisons possibles conséquent.

Dans cette partie, les cibles sont éclairées par une onde de fréquence égale à 435 MHz.

### A- Inversion d'un cylindre seul

Nous commençons cette étude par le cas d'un cylindre seul placé verticalement au centre du repère ( $OXYZ$ ) sur un sol diélectrique de permittivité  $\epsilon_r = 5 + 2,1j$ . Le cylindre a comme dimensions  $[rayon, hauteur] = [10\text{ cm}, 4\text{ m}]$  et comme permittivité relative  $\epsilon_{cyl} = 9 + 6j$ . Il s'agit de retrouver les quatre paramètres physiques du cylindre pour deux configurations d'antennes différentes et avec des données complètement polarimétriques. Les intervalles de recherche pour ces quatre paramètres sont respectivement  $r\text{ (cm)} = [1 : 0,5 : 15]$ ,  $h\text{ (m)} = [1 : 0,2 : 5]$ ,  $\Re(\epsilon_r) = [1 : 1 : 15]$  et  $\Im(\epsilon_r) = [1 : 1 : 25]$ , ce qui signifie, par exemple, que le rayon peut varier entre 1 et 15 cm et qu'il est cherché avec une précision de 0,5 cm

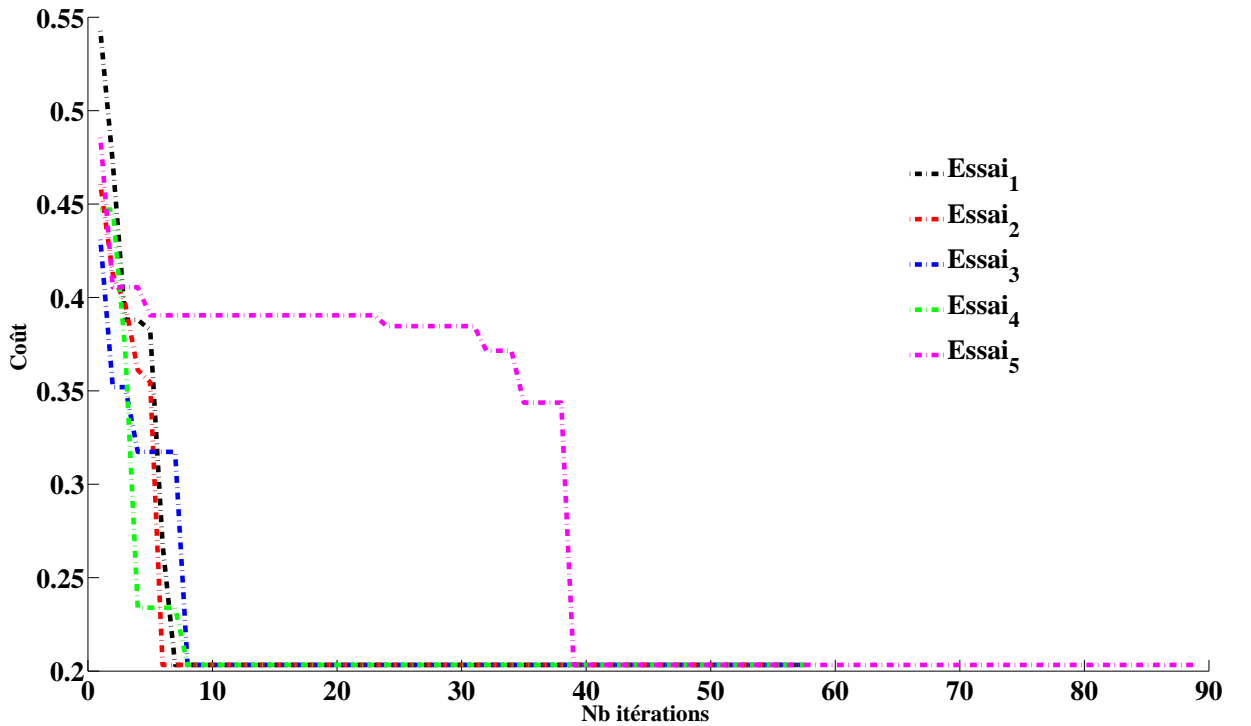


### a- Configuration monostatique

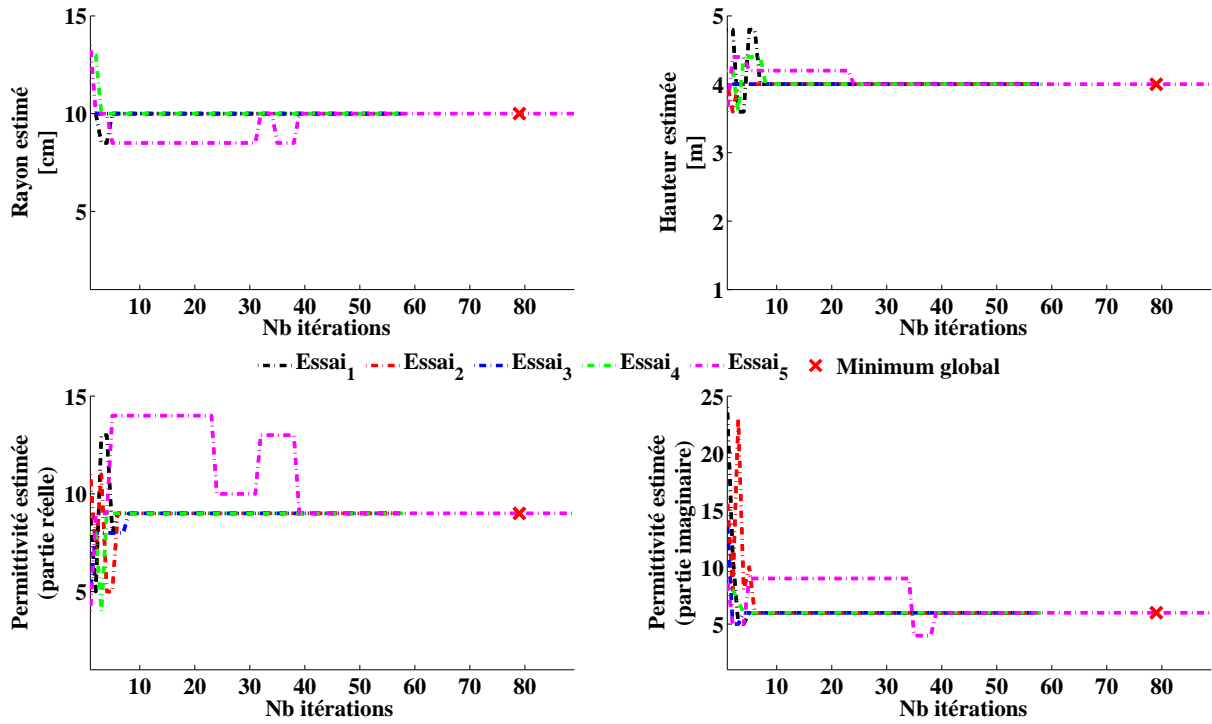
Pour la configuration monostatique, les antennes d'émission et de réception sont localisées au même endroit pour 9 angles zénithaux différents variants entre  $\theta_s = \theta_i \in [10^\circ : 90^\circ]$  par pas de  $10^\circ$  et  $\phi_s = \phi_i = 0^\circ$  en azimuth.

L'inversion est faite pour une population de 95 individus, soit 0.05% des possibilités existant dans la domaine de recherche.

Les figures II.7a et II.7b représentent respectivement la variation du coût optimal et des paramètres estimés pour 5 essais différents en fonction du nombre d'itérations. Les figures montrent bien la convergence des résultats vers l'optimum global pour la fonction coût et vers les valeurs exactes des paramètres du cylindre représentés par une croix. On peut aussi observer que l'essai numéro 5 a mis plus de temps à converger. Il a probablement rencontré un minimum local qu'il a réussi à quitter après une dizaine d'itérations. L'étude est donc encourageante pour la suite.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations.



(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables en fonction du nombre d'itérations.

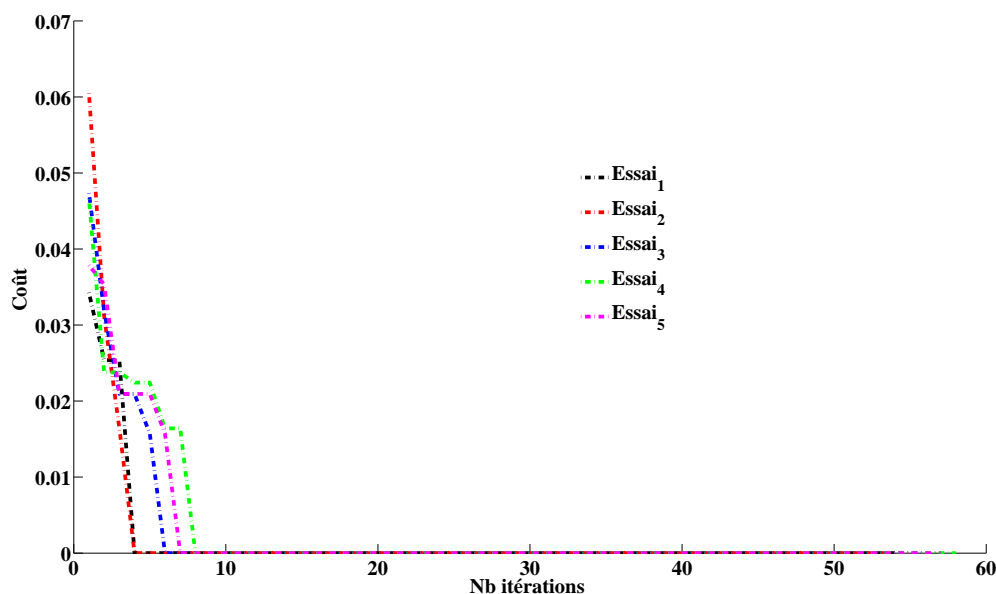
FIGURE II.7 – Résultat de l'inversion d'un cylindre seul en configuration monostatique.

### b- Configuration de bistatisme en $\phi$

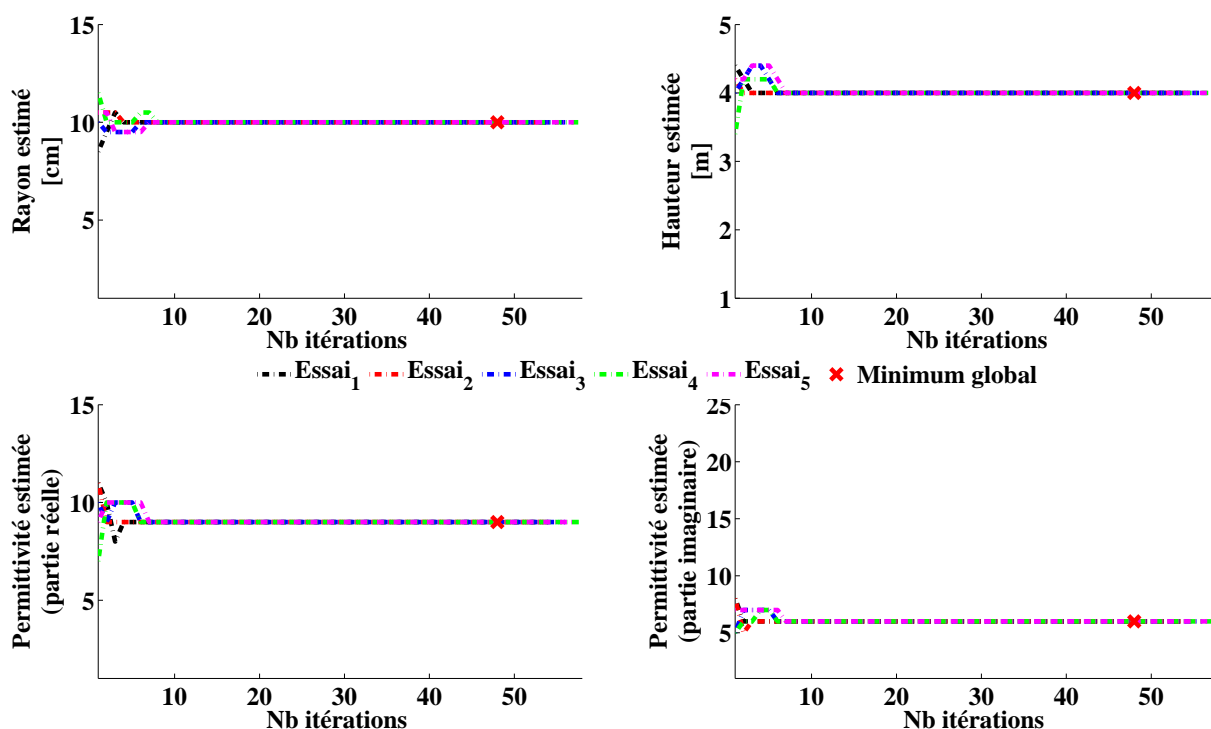
Après l'étude de l'inversion des paramètres d'un cylindre seul en configuration monostatique, nous allons répéter la même expérience en changeant les données pour une configuration bistatique en  $\phi$ . Les antennes d'émission et de réception sont positionnées à  $\theta_s = \theta_i = 30^\circ$  par rapport à la verticale et les antennes de réception tournent sur un arc de cercle en allant de  $\phi_s = 50^\circ$  à  $\phi_s = 230^\circ$  par pas de  $20^\circ$ .

Dans le cas d'un cylindre vertical, l'apport d'une configuration bistatique, par rapport à une configuration monostatique, est que les données complètement polarimétriques contiennent maintenant du signal dans les canaux contrapolaires. Cela fournit des données supplémentaires pour un même nombre de points de mesures.

Les figures II.8a et II.8b représentent la variation de la meilleur valeur de la fonction coût et des différents paramètres à estimer en fonction du nombre d'itérations. Les cinq essais ont convergé vers les paramètres souhaités.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations.



(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.8 – Résultat de l'inversion d'un cylindre seul en configuration bistatique en  $\phi$ .

L'inversion de données monostatiques et bistatiques est concluante. Néanmoins, en configuration bistatique, nous avons utilisé une position d'antenne supplémentaire dans le jeu de données. En outre, les polarisations croisées bistatiques sont non nulles, ce qui ajoute

de facto des données. Malgré cela, pour obtenir la convergence de l'AG vers la vérité terrain en configuration bistatique, nous avons été contraints d'augmenter la taille de la population à 377 individus, ce qui représente 0,2% de la totalité des possibilités existant dans la domaine de recherche. La configuration monostatique semble donc plus efficace pour l'inversion.

Malheureusement, les résultats de la comparaison directe entre les modèles approché et exact (chapitre IV) ont montré de meilleurs résultats en configuration bistatique. Pour se donner plus de chance dans l'inversion des mesures, en limitant les erreurs de modèle, nous sommes contraints d'abandonner la configuration monostatique.

### **B- Effet du nombre de points de mesure sur l'inversion dans le cas du bistatisme en $\phi$**

Dans la partie précédente nous avons été contraints d'augmenter la taille de la population de la configuration bistatique en  $\phi$  afin que l'AG converge vers l'optimum global ou la vérité terrain. Dans cette partie, nous allons mettre en évidence cet effet pour 15 essais différents dans le cas d'un cylindre positionné au centre du repère ( $OXYZ$ ). Le cylindre est différent pour chacun de ces 15 essais. La taille de la population est fixée à 189 individus (0,1% des possibilités). Tous les essais sont fait avec le même jeu de données mais pour deux nombres de points différents : un cas avec 10 points de mesures ( $\theta_i = \theta_s = 30^\circ$  et  $\phi_s = [47 : 20 : 227]^\circ$ ) et un cas avec 50 points de mesures ( $\theta_i = \theta_s = 30^\circ$  et  $\phi_s = [47 : 4 : 243]^\circ$ ).

#### **a- Cas de 10 points de mesures**

Les quatre graphes de la figure II.9 donnent les résultats estimés des 4 paramètres pour les 15 essais (15 cylindres seuls différents). Pour 10 points de mesure, nous observons que 14 essais sur 15 ont convergé vers l'optimum global, donc vers la solution recherchée (où les valeurs estimées égalent la vérité terrain sur la droite  $y = x$ ), et un essai a convergé vers une solution différente de la solution optimale, soit un minimum local.

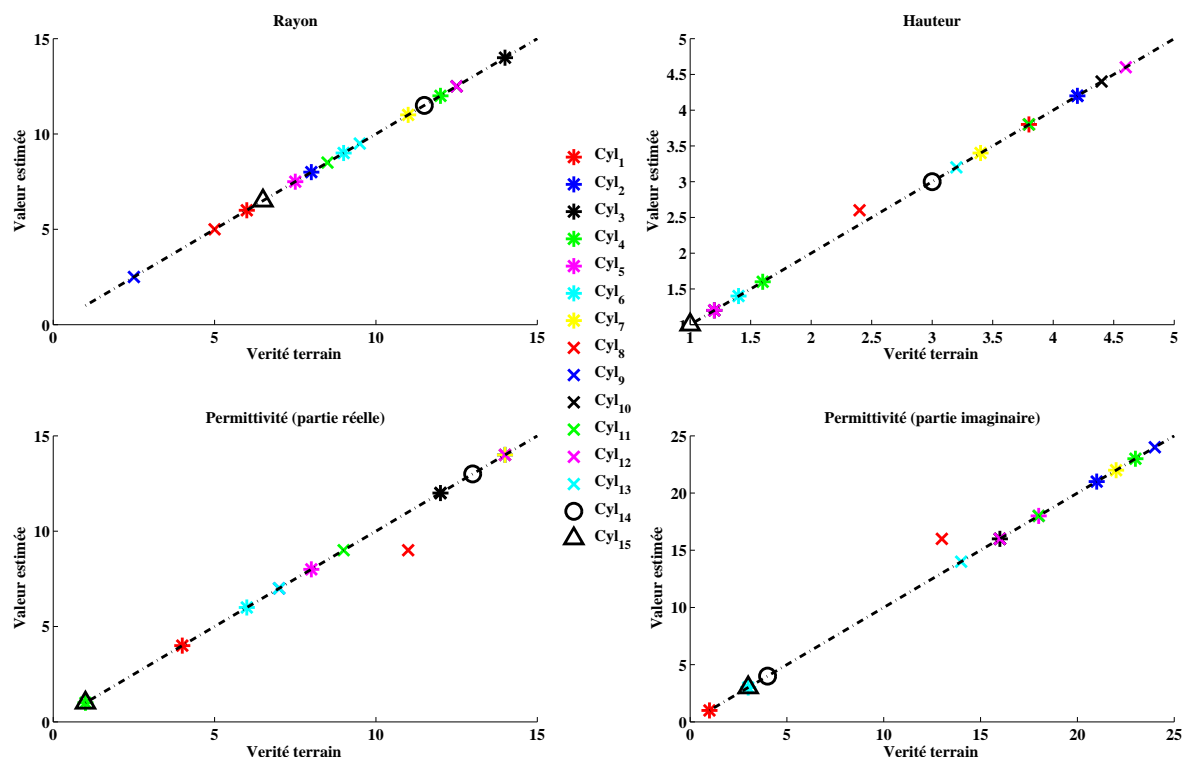


FIGURE II.9 – Résultats de l'optimisation de 15 cylindres différents, seuls et verticaux, pour 10 points de mesures de bistatisme en  $\phi_s$ . La droite  $y = x$  en pointillés représente l'égalité entre la vérité terrain (en abscisse) et la valeur estimée (en ordonnée).

### b- Cas de 50 points de mesures

Les mêmes 15 cylindres sont inversés de nouveau avec, cette fois, 50 points de mesure.

La figure II.10 montre bien que l'inversion a convergé vers le minimum global de la fonction coût pour les 15 cylindres, fournissant ainsi les bonnes estimations des paramètres.

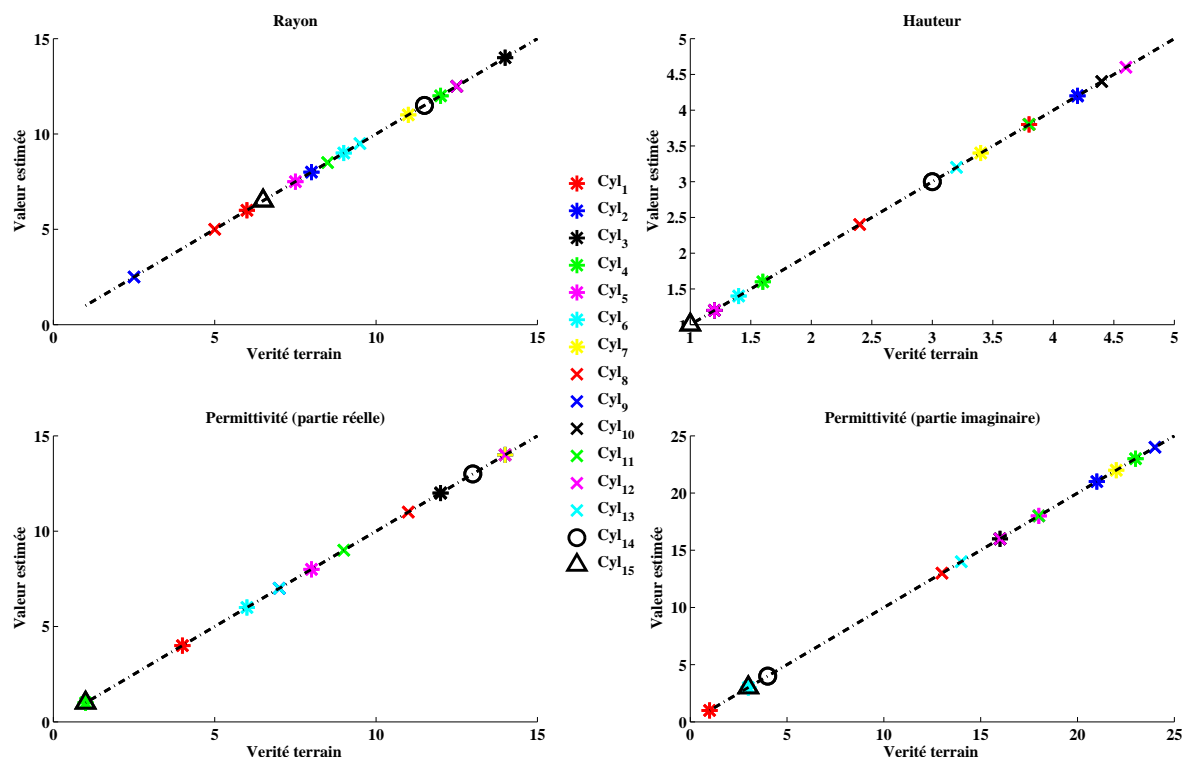


FIGURE II.10 – Résultats de l'optimisation de 15 cylindres différents, seuls et verticaux, pour 50 points de mesures de bistatisme en  $\phi_s$ . La droite  $y = x$  en pointillés représente l'égalité entre la vérité terrain (en abscisse) et la valeur estimée (en ordonnée).

Nous savons que, en augmentant la taille de la population, la convergence de l'AG serait accélérée. De plus une population trop faible par rapport à la complexité de la fonction coût a pour conséquence de rendre plus lente la sortie de l'AG d'un minimum local. Ici, nous venons d'observer que si la sortie du minimum local est trop lente, le critère d'arrêt peut stopper le processus d'inversion trop tôt. En effet, de par sa nature statistique et le fait que sa population ne s'étouffe pas, notre AG trouvera toujours l'optimum global, mais pour un nombre d'itérations tendant vers l'infini à mesure que la taille de la population diminue. Mais ce n'est pas réalisable. Cette étude nous montre une autre façon de résoudre le problème de convergence vers l'optimum global. Si la fonction coût a des minima locaux qui gênent l'AG, l'autre solution consiste à modifier la fonction coût à optimiser en augmentant la taille des données par des positions d'antenne supplémentaires. Cela consiste bien à augmenter le nombre de données pour diminuer les ambiguïtés de la fonction coût.

Augmenter la taille de la population ou augmenter la taille des données, quelle que soit la solution choisie cela implique du temps de calcul supplémentaire lors de l'étape d'évaluation de la fonction coût. Mais cela permet aussi d'envisager de pouvoir traiter des problèmes, avec

un grand nombre de solutions possibles dans l'intervalle de recherche, en augmentant à la fois la taille de la population et le nombre de positions d'antenne.

### C- Inversion de deux cylindres en bistatisme en $\phi$

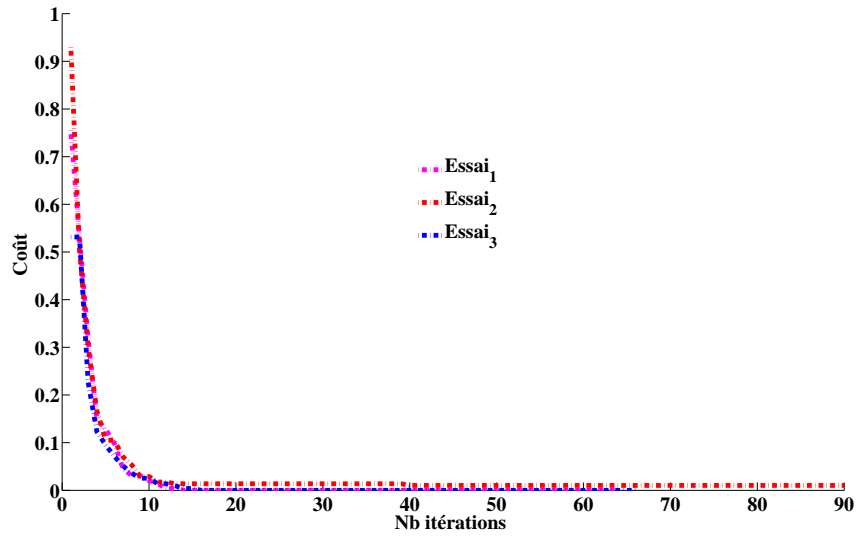
Dans cette partie, nous allons inverser les données correspondant à deux cylindres verticaux positionnés à 1 m ( $1.4\lambda$ ) de l'origine du repère. Le premier est positionné sur l'axe ( $OX$ ) et le second sur l'axe ( $OY$ ). Nous allons inverser les 4 variables (rayon, hauteur, permittivité complexe) de ces deux cylindres. Le premier est de permittivité relative  $\varepsilon_r = 9 + 6j$  et tel que  $[rayon, hauteur] = [8 \text{ cm}, 3 \text{ m}]$ . Le second est de permittivité relative  $\varepsilon_r = 7 + 13j$  et tel que  $[rayon, hauteur] = [13 \text{ cm}, 7 \text{ m}]$ . Ceci fait passer la longueur du chromosome d'inversion dans l'AG de 4 à 8 variables. Le nombre de solutions possibles pour les paramètres des deux cylindres s'élève à 500250 possibilités.

Ici, nous prenons le cas de deux cylindres pour complexifier le problème à inverser. Mais nous allons profiter de cette étude pour vérifier le résultat précédent, à savoir, l'augmentation du nombre de points de mesure accélère la convergence de l'inversion. Deux cas seront testés : le cas de 10 points de mesure ( $\theta_i = \theta_s = 30^\circ$  et  $\phi_s = [10 : 30 : 280]^\circ$ ) et le cas de 21 points de mesure ( $\theta_i = \theta_s = 30^\circ$  et  $\phi_s = [10 : 15 : 310]^\circ$ ). Pour chaque situation, trois essais sont fait, afin de montrer la convergence vers une solution unique.

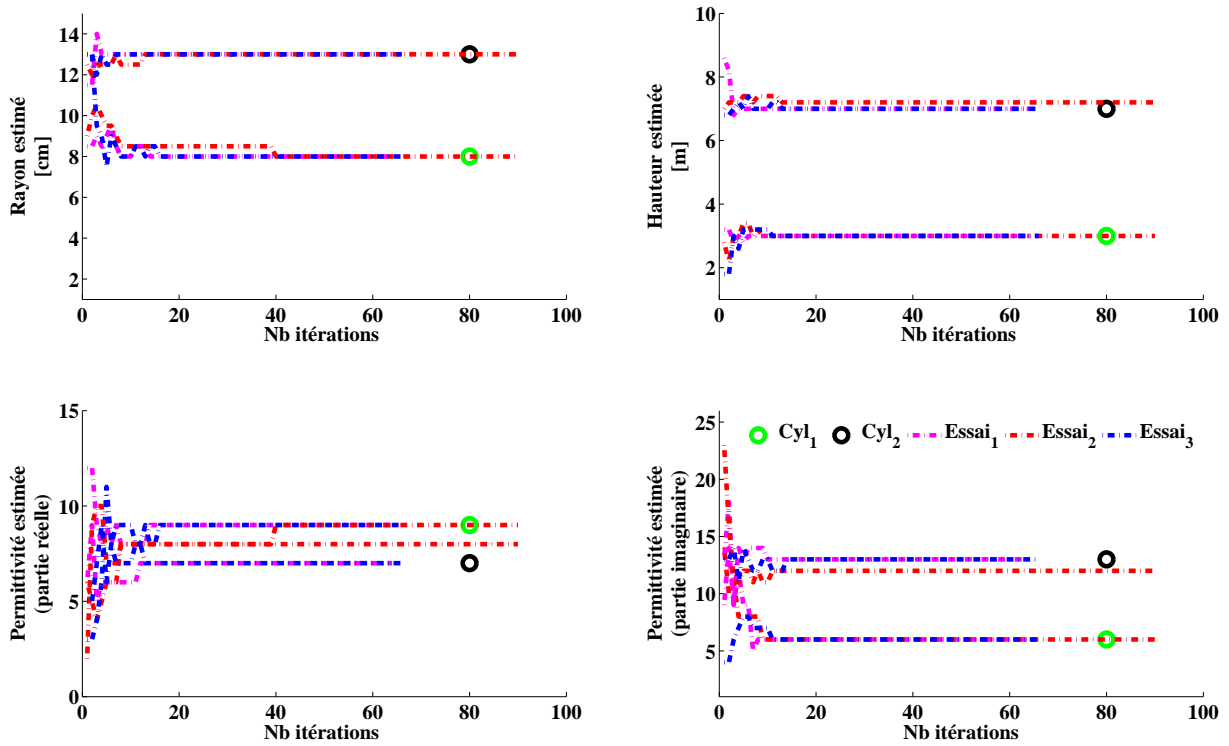
La taille de la population est de 140 individus, soit 0,028% des solutions possibles.

#### a- cas de 10 points de mesure

Les figures II.11a et II.11b montrent clairement que l'AG n'a pas convergé vers l'optimum global pour tous les essais, mais seulement pour deux sur trois. La fonction coût de l'essai 2, malgré son faible niveau, n'a pas convergé vers zéro. L'effet sur la convergence des paramètres se voit sur la figure II.11b. Les deux cercles (noirs et vert) représentent les valeurs des paramètres de deux cylindres. L'essai 2 n'a pas retrouvé les paramètres du cylindre 2, représentés par le cercle noir.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations.



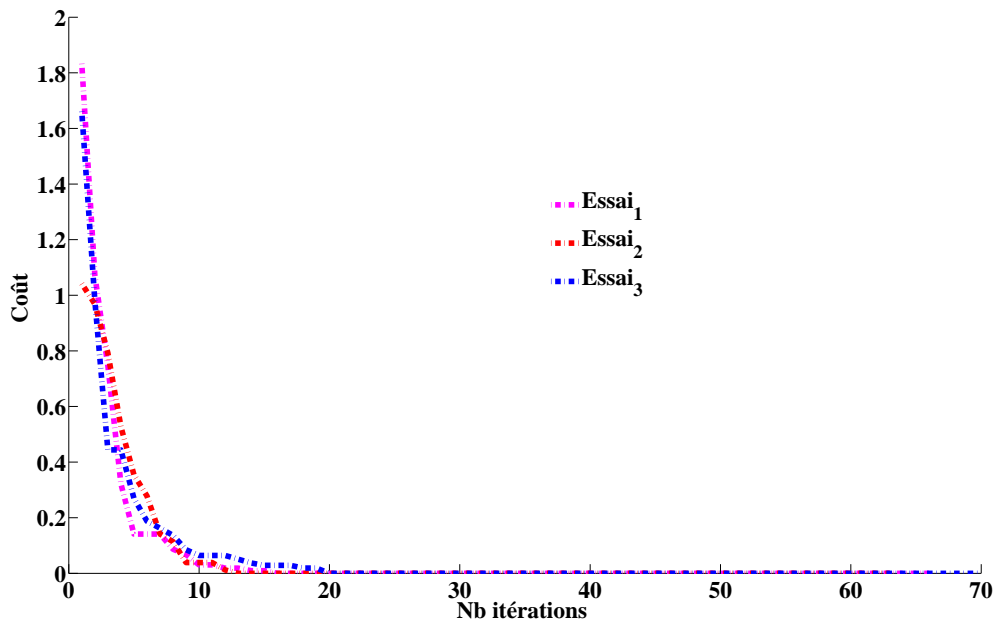
(b) Variation des meilleures valeurs des huit variables en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.11 – Résultat de l'inversion de deux cylindres en configuration bistatique en  $\phi_s$  pour 10 points de mesure.

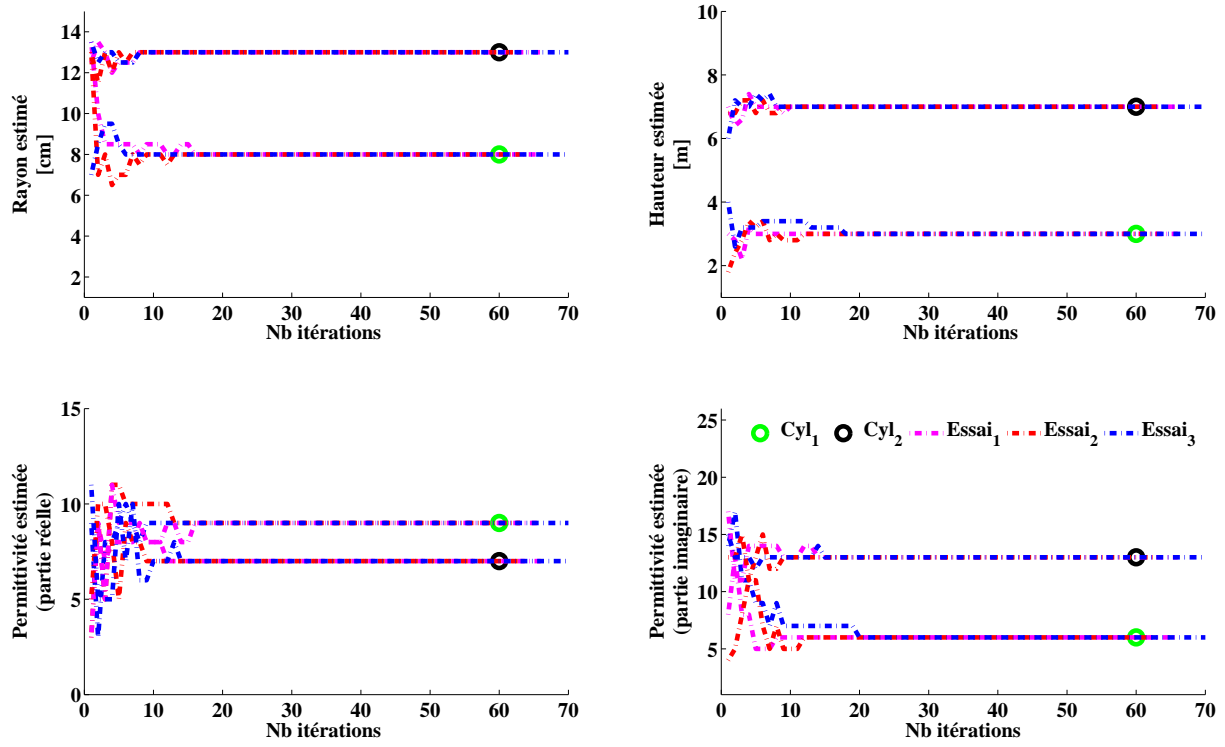


**b- cas de 21 points de mesures**

Nous avons donc augmenté le nombre de points de mesures de l'étude précédente (21 points à la place de 10 points). Les figures II.12a et II.12b montrent parfaitement la convergence de tous les essais vers l'optimum global pour lequel le coût a une valeur nulle et qui correspond aux paramètres recherchés.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations.



(b) Variation des meilleures valeurs des huit variables en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.12 – Résultat de l'inversion de deux cylindres en configuration bistatique en  $\phi$  pour 21 points de mesure.

**Synthèse** L'inversion de deux cylindres s'effectue correctement. Cette étude nous conforte dans l'idée qu'augmenter le nombre de positions d'antennes dans les données aide à la convergence de l'AG vers le minimum global de la fonction coût qui correspond, en crime inverse, à la vérité terrain.

## II.4 Estimation à partir de données du modèle exact

Dans cette section, nous allons augmenter le niveau de complexité de l'inversion en utilisant des données simulées par le modèle exact présenté dans la première partie de ce manuscrit (chapitre III). Nous sortons du "crime inverse" puisque le modèle électromagnétique utilisé pour fabriquer les données n'est pas celui utilisé pour l'inversion. En faisant cela nous introduisons une erreur de modèle entre les données et les simulations utilisées par l'AG. Le modèle électromagnétique approché n'est plus considéré comme décrivant parfaitement le phénomène physique. Afin de minimiser cette erreur de modèle, nous allons utiliser la configuration de bistatisme en  $\phi$  qui a montré, au chapitre IV, les meilleures performances lors de

la comparaison entre les deux modèles électromagnétiques.

Nous allons inverser trois types de cibles. Un cylindre seul, puis deux et enfin quatre cylindres. Selon les cas, nous étudierons l'effet de la taille de la population utilisée, du nombre de données (multifréquences ou multipositions) et nous formulerons des hypothèses sur la convergence qui guideront notre démarche.

Les données fournies sont complètement polarimétriques. Pour chaque résultat d'inversion, nous montrerons les comparaisons des simulations des modèles exact et approché pour la configuration d'intérêt de manière à se faire une idée qualitative de l'erreur apportée par le modèle.

## A- Inversion d'un cylindre

Dans cette étude, nous allons optimiser les paramètres d'un cylindre seul, défini par son rayon, sa hauteur et sa permittivité complexe. Nous allons montrer les résultats pour trois jeux de paramètres :

- pour le premier cylindre :  $[rayon, hauteur] = [6,8 \text{ cm}, 2,2 \text{ m}]$  et permittivité relative  $\epsilon_r = 3,6 + 6j$ ,
- pour le deuxième cylindre :  $[rayon, hauteur] = [8,4 \text{ cm}, 3,6 \text{ m}]$  et permittivité relative  $\epsilon_r = 5,8 + 14,2j$ ,
- pour le troisième cylindre :  $[rayon, hauteur] = [11,2 \text{ cm}, 8,2 \text{ m}]$  et permittivité relative  $\epsilon_r = 9,6 + 7,8j$ .

Ces paramètres sont pris de façon à modéliser des troncs d'arbres ou des branches primaires de manière réaliste. Ils sont cherchés respectivement sur les intervalles  $r \text{ (cm)} = [5 : 0,2 : 15]$ ,  $h \text{ (m)} = [1 : 0,2 : 10]$ ,  $\Re(\epsilon_r) = [1 : 0,2 : 15]$  et  $\Im(\epsilon_r) = [5 : 0,2 : 15]$ .

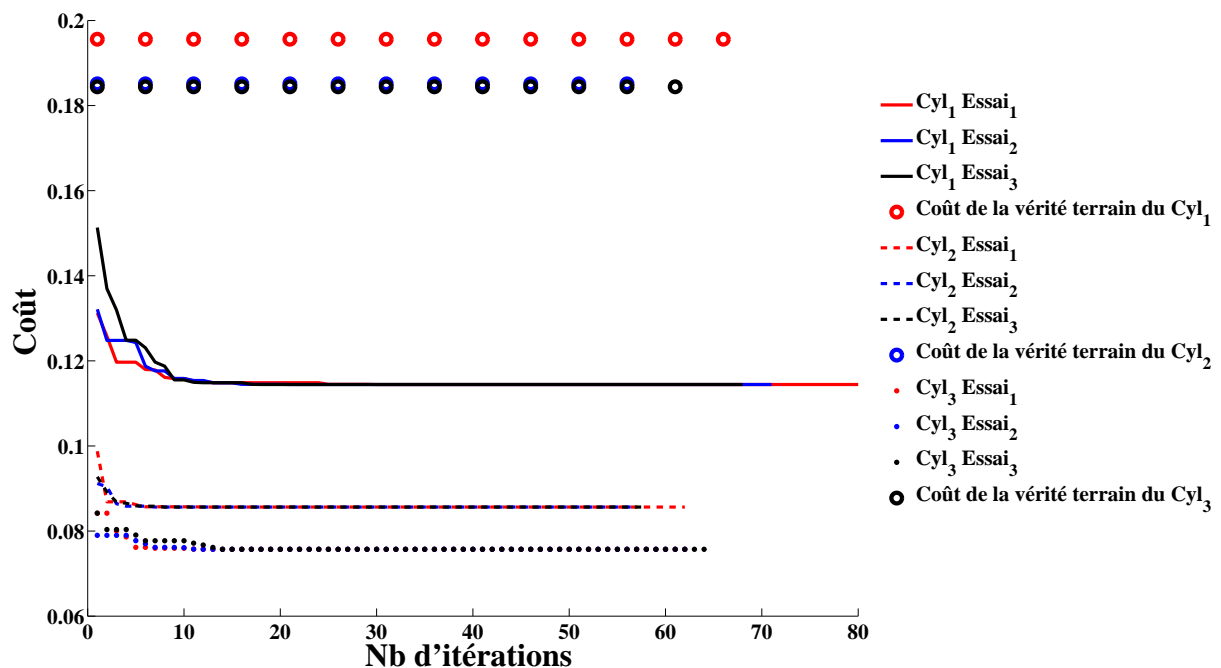
Pour chaque processus d'inversion de ces trois cylindres, nous avons effectués trois essais pour bien montrer la convergence du résultat vers une solution unique. Chaque cylindre est positionné sur une surface parfaitement conductrice au centre du repère  $(OXYZ)$ .

La population est ici fixée à 500 individus. Cette population représente 0,0063% des 7875000 possibilités dans les intervalles de recherche des paramètres. Nous avons pris 121 points de mesures, tous en bistatisme en  $\phi_s$  ( $\theta_i = \theta_s = 30^\circ$  et  $\phi_s = [50 : 2 : 290]^\circ$ ) pour une fréquence de 435 MHz.

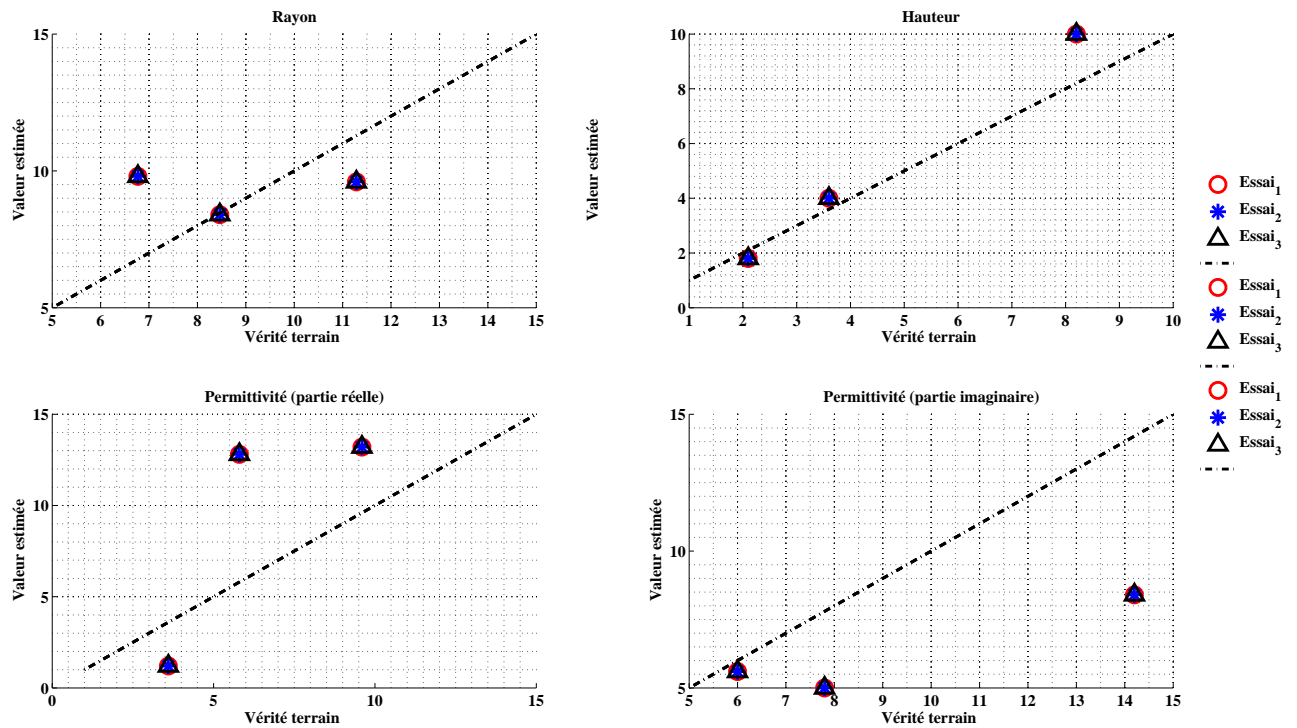
La figure II.13a montre les variations des valeurs des meilleurs coûts pour chaque cylindre, pour les trois essais, en fonction du nombre d'itérations. Nous pouvons tout d'abord

remarquer que même si le meilleur coût a convergé, le coût optimal n'est plus zéro. Cela signifie qu'il reste une erreur entre les données et les simulations du modèle approché même pour les paramètres optimaux. De plus, nous représentons le coût de la vérité terrain de chaque cylindre par un cercle rouge, bleu ou noir (les deux dernières étant superposées). Cela nous permet de constater que les solutions estimées ont un coût inférieur à celui des solutions à trouver. Cela signifie que les paramètres optimaux trouvés seront différents de ceux de la vérité terrain.

Pour mieux appréhender cette différence, nous présentons les quatre paramètres inversés sur la figure II.13b. Pour les quatre paramètres, les trois essais ont convergé vers une solution unique (rond, étoile et triangle sont confondus), mais cette solution est d'autant plus mauvaise qu'elle s'éloigne de la droite  $y = x$ . Les estimations semblent bien meilleures pour la hauteur et le rayon que pour la permittivité complexe.



(a) Variations des meilleurs coûts pour trois cylindres seuls et différents pour trois essais d'inversion en fonction du nombre d'itérations. Représentation du coût du paramètre exact à retrouver.



(b) Les solutions estimées pour les trois cylindres seuls avec trois essais en fonction des valeurs recherchées dans l'intervalle de chaque paramètre.

FIGURE II.13 – Résultats de l'inversion avec des données du modèle exact de trois cylindres seuls en bistatisme en  $\phi_s$ .

Les solutions obtenues montrent un écart entre les valeurs trouvées et la vérité terrain. Cette erreur est due à l'erreur entre les données générées par le modèle exact et le modèle approché utilisé lors de l'inversion. Pour s'en convaincre, les figures II.14 et II.15 montrent la comparaison directe du troisième cylindre inversé simulé par les deux modèles dans la même configuration que les données. Même si d'un point de vue comportemental la comparaison semble concluante, d'un point de vue quantitatif les différences (notamment sur les phases) semblent être critiques pour l'inversion.

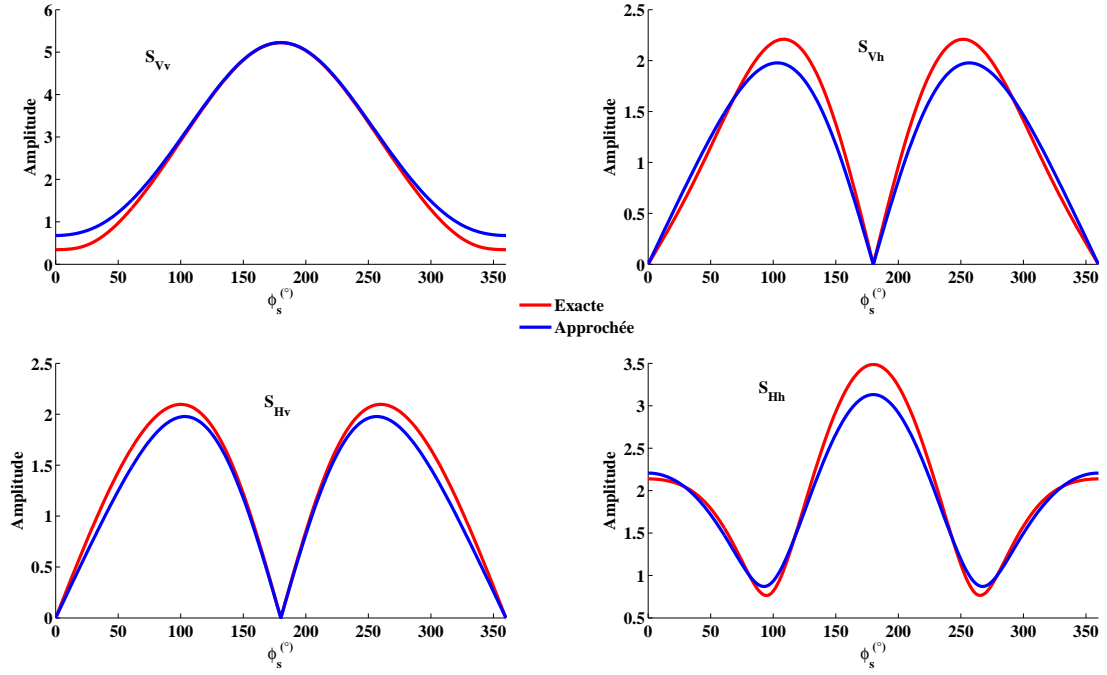


FIGURE II.14 – Amplitude de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi$  de diffusion pour un cylindre.

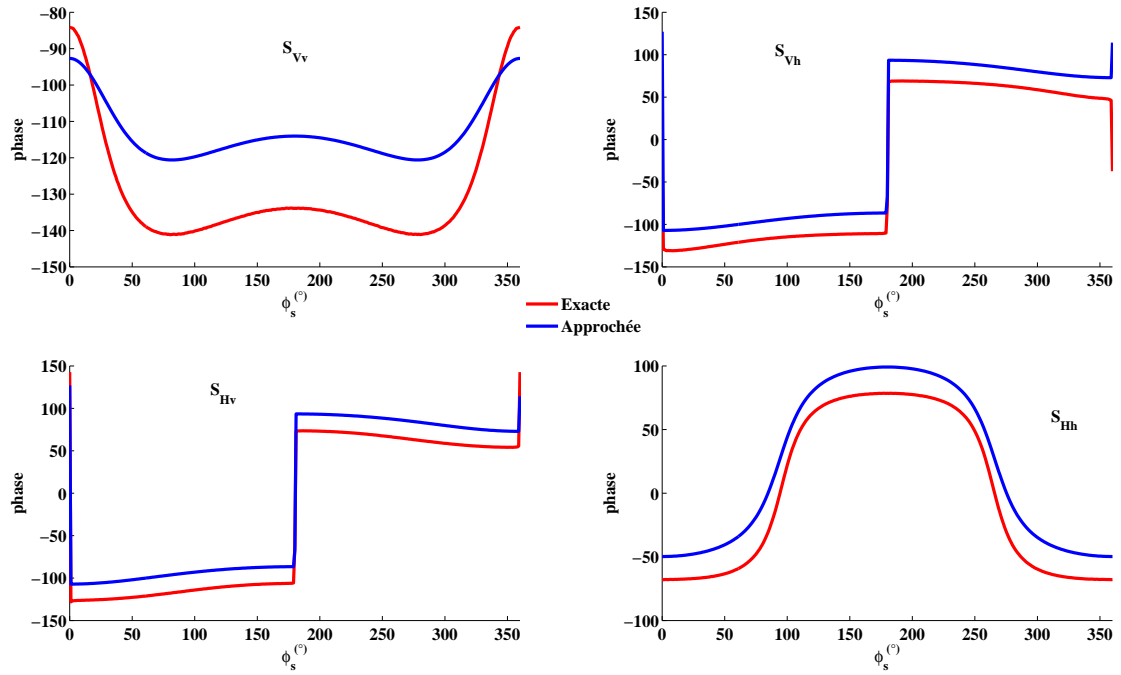


FIGURE II.15 – Phase de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi$  de diffusion pour un cylindre.

Dans cette expérience nous avons inversé des données avec du bruit de modèle. La taille de la population et le nombre de points de mesures choisis ont néanmoins permis à l'AG de converger vers la solution optimale. Par contre, l'erreur de modèle a pour conséquence d'éloigner la solution optimale de la vérité terrain.

## B- Inversion de deux cylindres

Dans cette partie, nous allons traiter le cas de deux cylindres pour complexifier le problème à inverser. Nous profiterons de cette expérience pour vérifier les deux propriétés observées précédemment : l'augmentation de la taille de la population (avec 1000 et 2000 individus) et l'augmentation du nombre de positions d'antenne (avec 56 et 168 points de mesure) dans les données, augmentent la rapidité de convergence de l'AG. Puisqu'il s'agit d'augmenter la taille des données, nous allons aussi tester l'effet de l'utilisation de données multifréquentielles (425 MHz, 435 MHz et 445 MHz). Cela nous permettra d'augmenter la taille du jeu de données tout en distinguant l'effet d'une augmentation du nombre de positions d'antenne et du nombre de fréquences utilisées.

Comme les paramètres d'optimisation sont codés en valeurs réelles discrètes, l'intervalle de recherche de chaque paramètre est échantillonné à la précision souhaitée par l'utilisateur. Il est alors fort possible que le paramètre réel dénommé "vérité terrain" soit légèrement différent de sa valeur quantifiée. Cette dernière est donc nommée "vérité terrain inversible" (VTI) dans le sens où elle est la solution la plus proche de la vérité terrain que l'AG peut trouver. Pour illustrer cela, nous avons choisi de faire apparaître, sur les premières figures, les valeurs de la vérité terrain ainsi que celles de la vérité terrain inversible.

Les deux cylindres différents sont positionnés verticalement sur une surface de permittivité  $\varepsilon_r = 5 + 2,1j$  et sont espacés de 2 m sur l'axe ( $OY$ ) autour du centre du repère. Pour la vérité terrain inversible, le premier cylindre a pour paramètres  $[rayon, hauteur] = [12 \text{ cm}, 8,8 \text{ m}]$  et permittivité relative  $\varepsilon_r = 9 + 12j$ . Le second cylindre a pour paramètres  $[rayon, hauteur] = [8,5 \text{ cm}, 6,4 \text{ m}]$  et permittivité relative  $\varepsilon_r = 7 + 9j$ .

Les figures II.16 et II.17 montrent les résultats de la comparaison des matrices de diffusion calculées à l'aide des modèles approché et exact. Cette comparaison est faite pour une fréquence de 435 MHz. Les résultats pour les deux autres fréquences sont renvoyées en annexe F. Il y a un bon accord général entre les deux modèles avec une légère sous-estimation de l'amplitude de la part du modèle approché et des différences plus marquées sur la phase. Le même constat peut être tiré des comparaisons à 425 MHz et à 445 MHz.

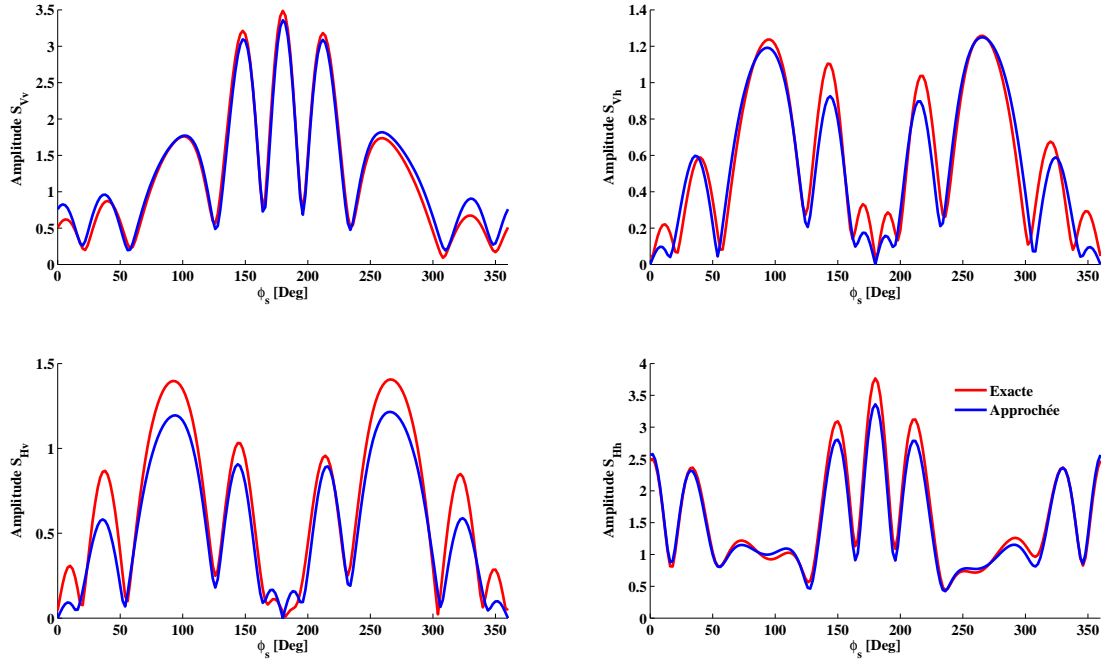


FIGURE II.16 – Amplitude de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour deux cylindres.

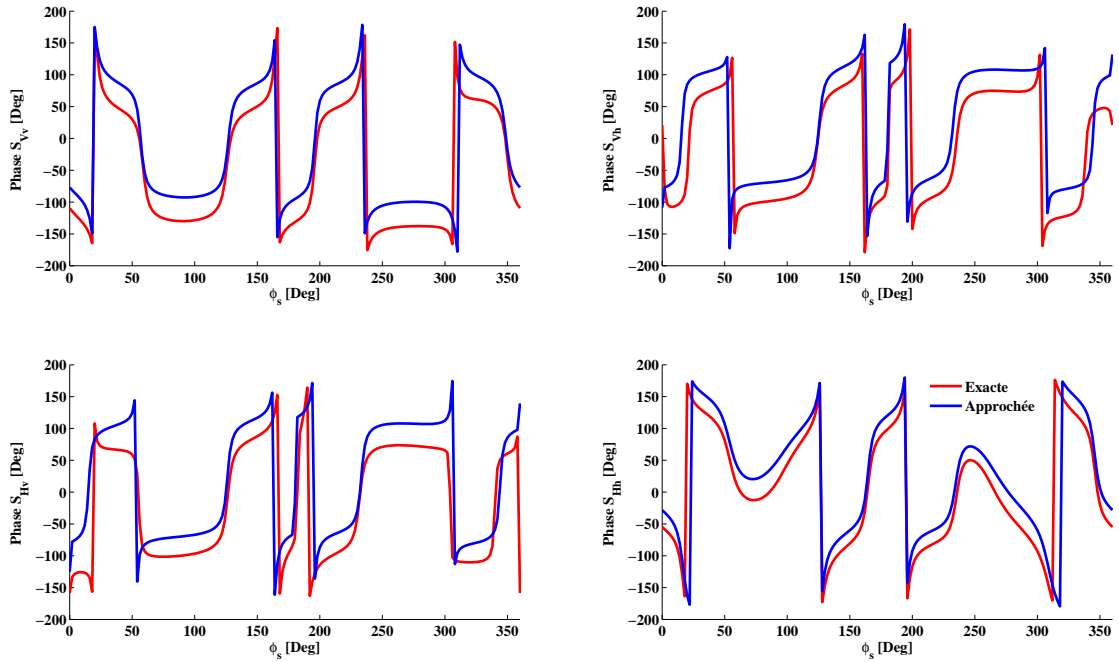


FIGURE II.17 – Phase de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour deux cylindres.

Pour ce processus d'inversion, l'intervalle de recherche des paramètres est le suivant :  $r$  (cm) = [1 : 0,5 : 15],  $h$  (m) = [1 : 0,2 : 10],  $\Re(\epsilon_r)$  = [1 : 1 : 15] et  $\Im(\epsilon_r)$  = [1 : 1 : 25]. Le



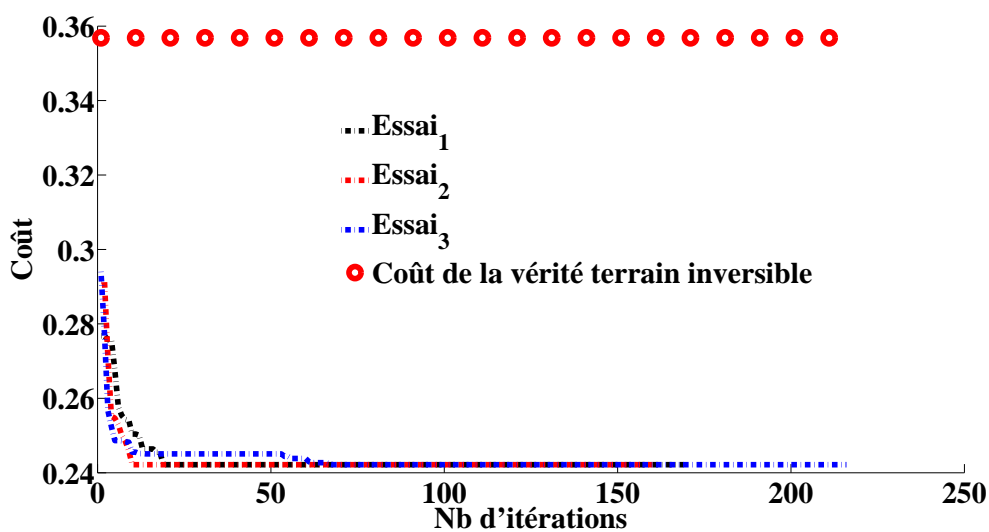
nombre de solutions possibles pour ces deux cylindres de quatre variables chacun est donc de  $1,7923 \times 10^{11}$ . Pour assurer la convergence vers le minimum global de la fonction coût, nous avons choisi un critère d'arrêt plus contraignant qui nécessite la stabilité du résultat sur 150 itérations successives. Enfin, pour toutes les configurations étudiées dans cette partie, nous allons montrer les résultats de trois essais du processus d'inversion afin de vérifier la convergence du résultat vers une solution unique qui doit correspondre à l'optimum global de la fonction coût.

#### a- Cas d'une population de 1000 individus

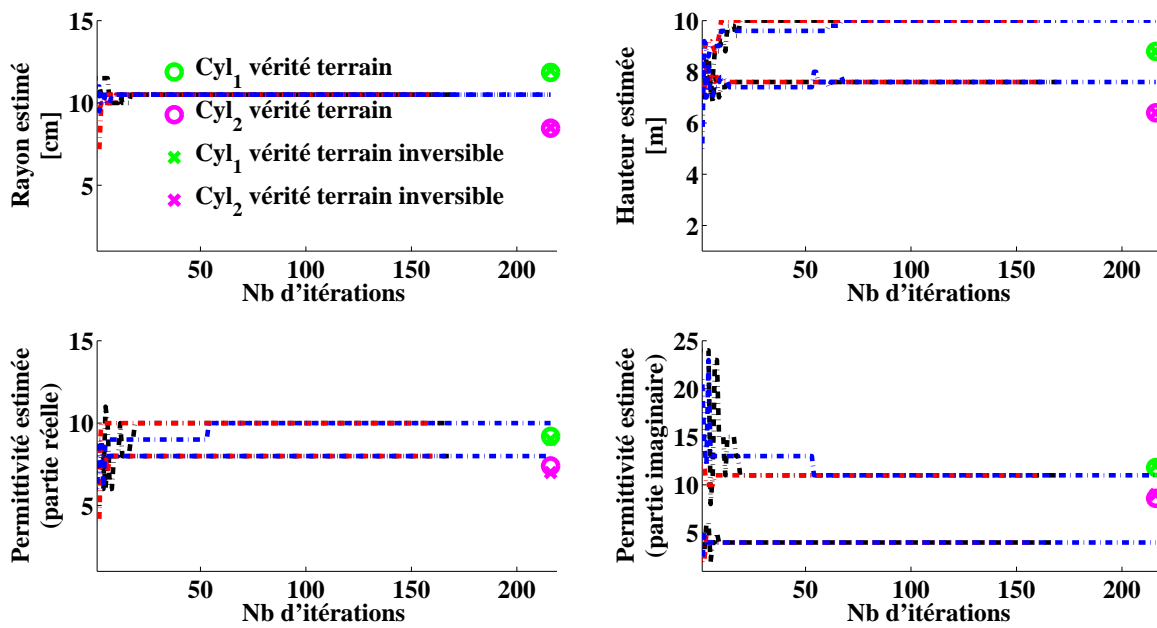
Une population de 1000 individus représente, dans notre problème,  $5,58 \times 10^{-7}\%$  des possibilités. Les données sont constituées de 56 points de mesure où seules les positions d'antenne changent ( $\theta_i = \theta_s = 40^\circ$  et  $\phi_s = [10 : 2 : 120]^\circ$ ).

**Cas d'une seule fréquence (435 MHz) :** Nous allons inverser les paramètres des deux cylindres en utilisant les données de 56 points de mesures à une seule fréquence. Les figures II.18a et II.18b montrent qu'à partir de 25 itérations les trois essais ont convergé vers la solution optimale.

La figure II.18b montre que l'AG n'a pas réussi à identifier deux rayons différents et la solution trouvée donne deux rayons identiques pour ces deux cylindres. Par contre l'AG est bien arrivé à distinguer les deux valeurs pour les trois autres paramètres même s'ils montrent des écarts avec les solutions recherchées.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.

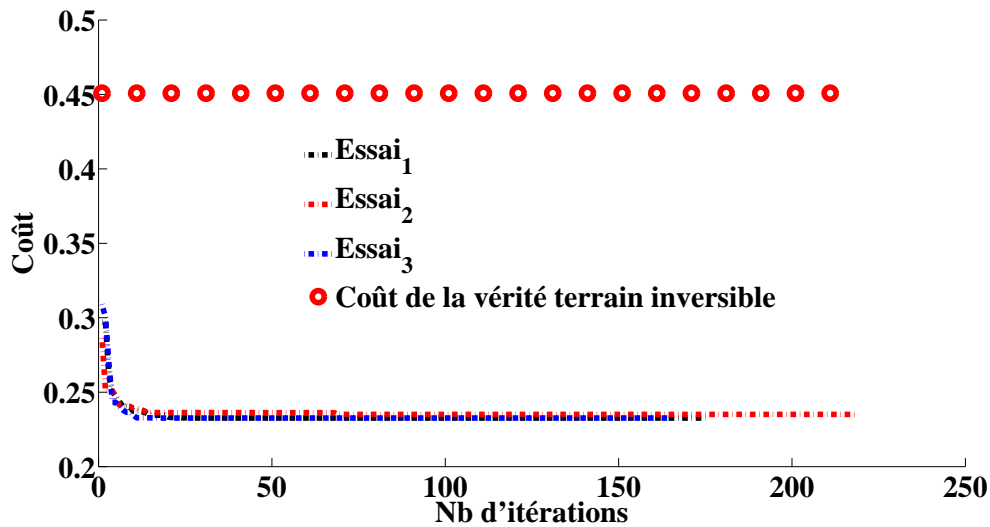


(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

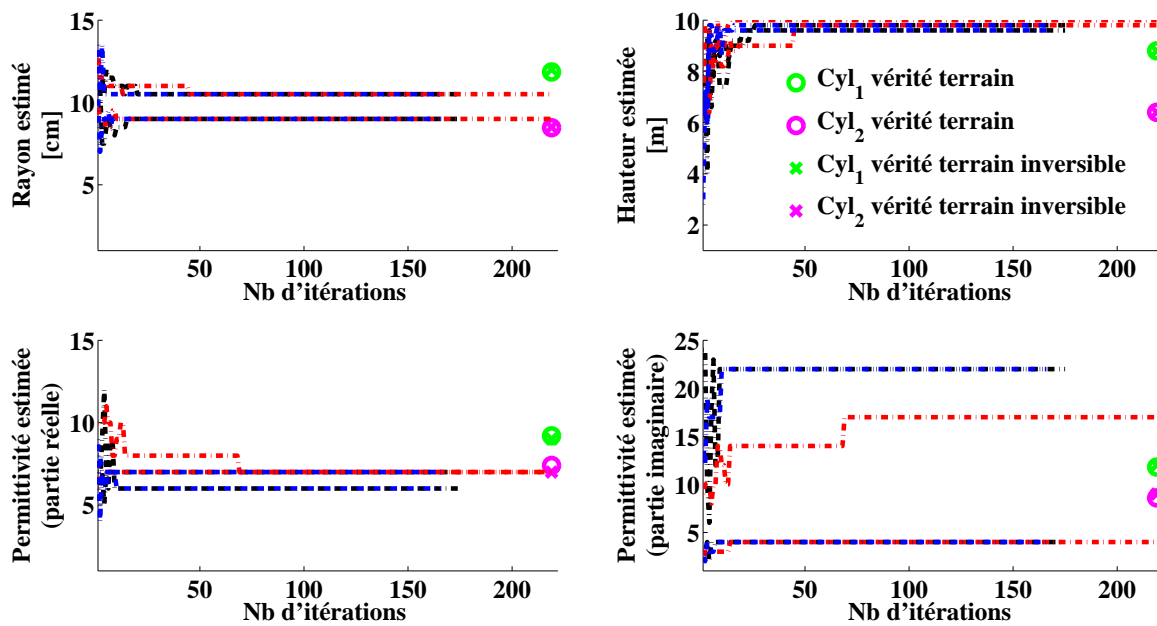
FIGURE II.18 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 1000 individus, 56 positions d'antenne, données monofréquentielles et bistatisme en  $\phi_s$ .

**Cas de deux fréquences (425 MHz et 445 MHz) :** les mêmes 56 positions d'antenne sont utilisées.

La figure II.19a montre un léger décalage de la valeur vers laquelle converge le meilleur coût pour les trois essais. Cela est dû (Fig II.19b) à la non convergence de la hauteur et de la permittivité complexe pour l'essai numéro 3. Manifestement l'évolution de la forme de la fonction coût éloigne la solution optimale de la vérité terrain inversible puisque le coût de cette dernière passe de 0,35 pour une seule fréquence à 0,45 pour deux fréquences.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.

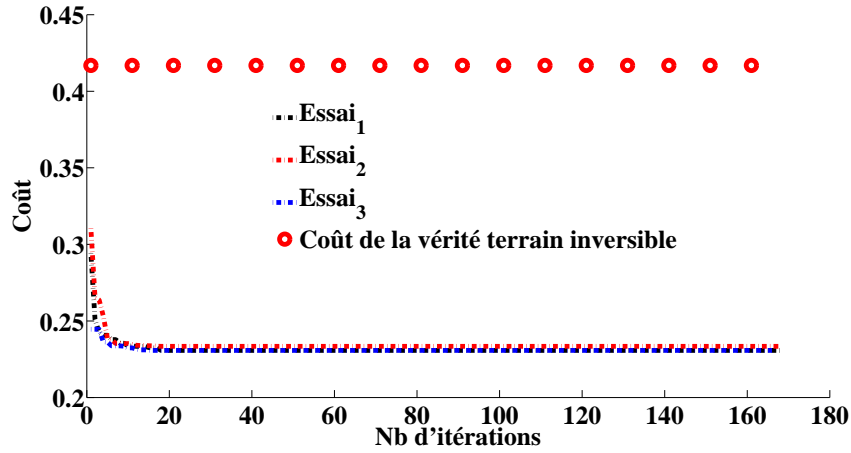


(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

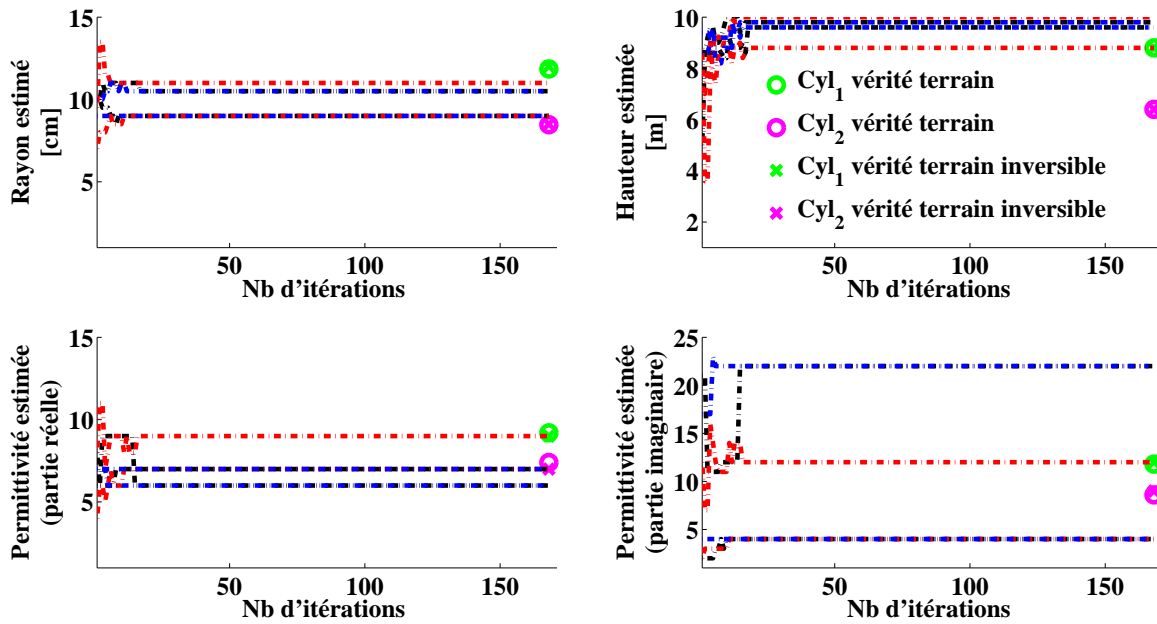
FIGURE II.19 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 1000 individus, 56 positions d'antenne, données multifréquentielles (2 fréquences) et bistatisme en  $\phi_s$ .

**Cas de trois fréquences** (425 MHz, 435 MHz et 445 MHz) : l'ajout d'une fréquence n'a pas été concluant. Afin de pouvoir conclure sur l'ajout de fréquences nous avons fait une ultime tentative avec trois fréquences différentes et toujours 56 positions d'antenne pour chacune.

Les résultats des figures II.20a et II.20b indiquent que l'AG n'a pas convergé vers la solution optimale pour l'essai numéro 2.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.



(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.20 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 1000 individus, 56 positions d'antenne, données multifréquentielles (3 fréquences) et bistatisme en  $\phi_s$ .

La conclusion qui se dégage est que, à taille de population fixe, l'augmentation de la taille des données par l'introduction de nouvelles fréquences de mesure, avec les mêmes positions d'antenne, n'améliore pas la convergence. Ce résultat rejoint l'observation faite en crime in-

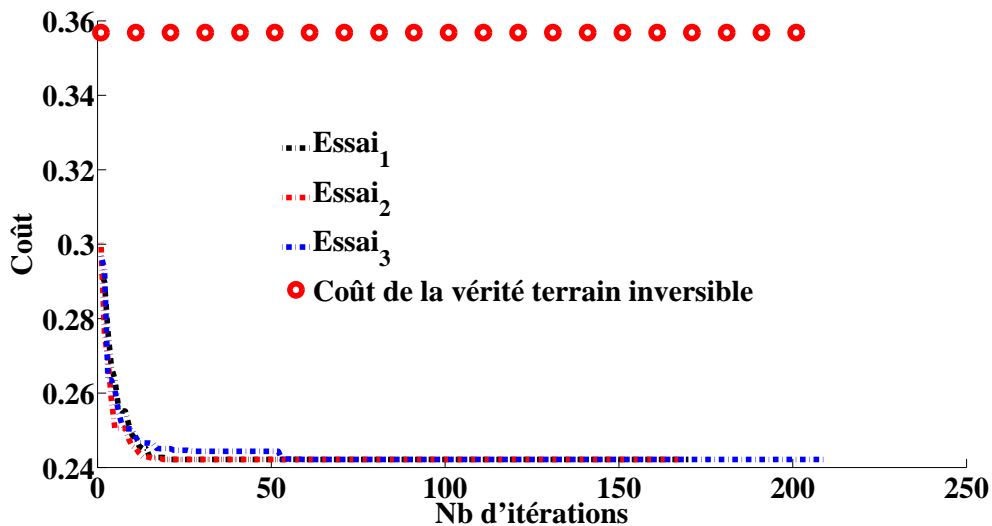
verse lors de l'étude préalable de la convergence de l'AG (section II.2 - A- b-).

### b- Cas d'une population de 2000 individus

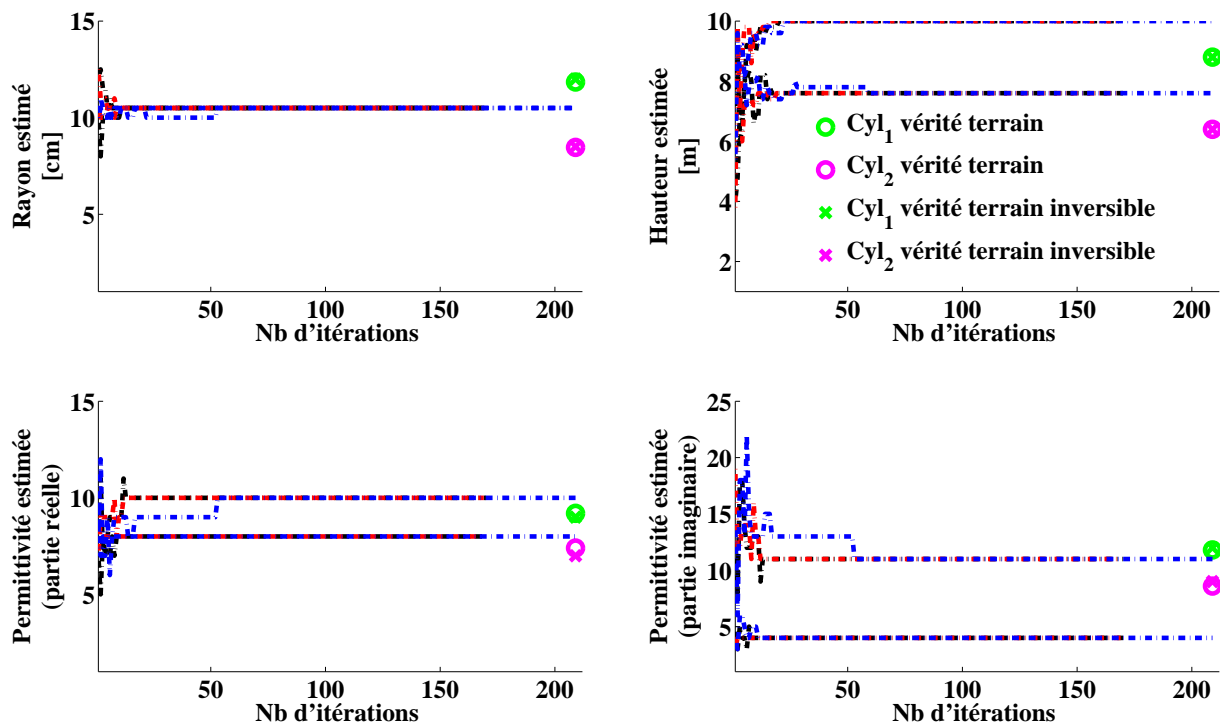
Comme nous avons constaté que l'inversion de deux cylindres avec des données multi-fréquentielles pour une population de démarrage de 1000 individus n'a pas convergé vers une solution unique pour les 3 essais, nous allons multiplier la taille de la population par deux et réitérer l'expérience pour évaluer l'effet de ce choix.

Une population de 2000 individus représente ici  $1,12 \times 10^{-6}\%$  des possibilités. Les données sont constituées de 56 points de mesure où seules les positions d'antenne changent ( $\theta_i = \theta_s = 40^\circ$  et  $\phi_s = [10 : 2 : 120]^\circ$ ).

**Cas d'une seule fréquence (435 MHz) :** les résultats obtenus, reportés sur les figures II.21a et II.21b, ne montrent aucune différence notable avec le cas de 1000 individus. La convergence s'effectue toujours correctement pour des valeurs optimales semblables. Les deux rayons ne sont toujours pas discernables. Cela confirme bien que l'AG a convergé vers sa solution optimale.



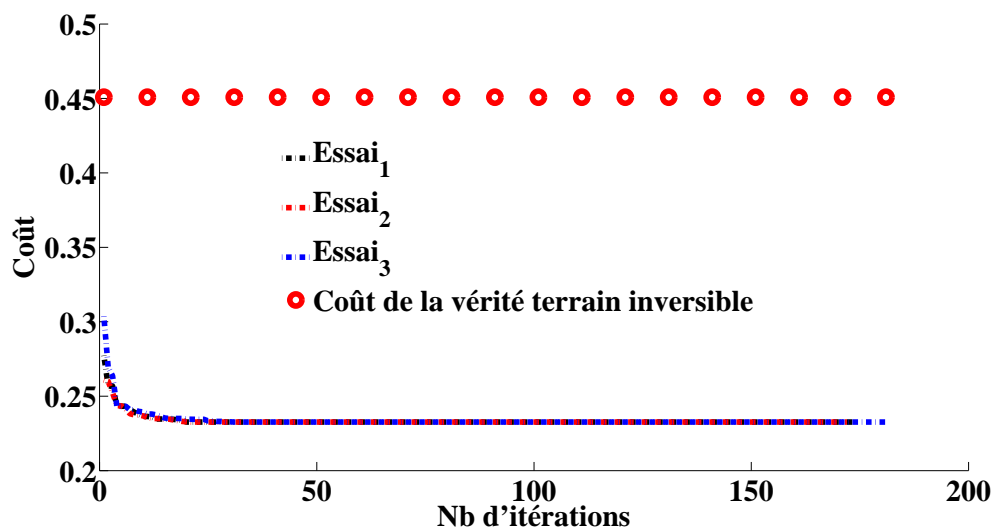
(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.



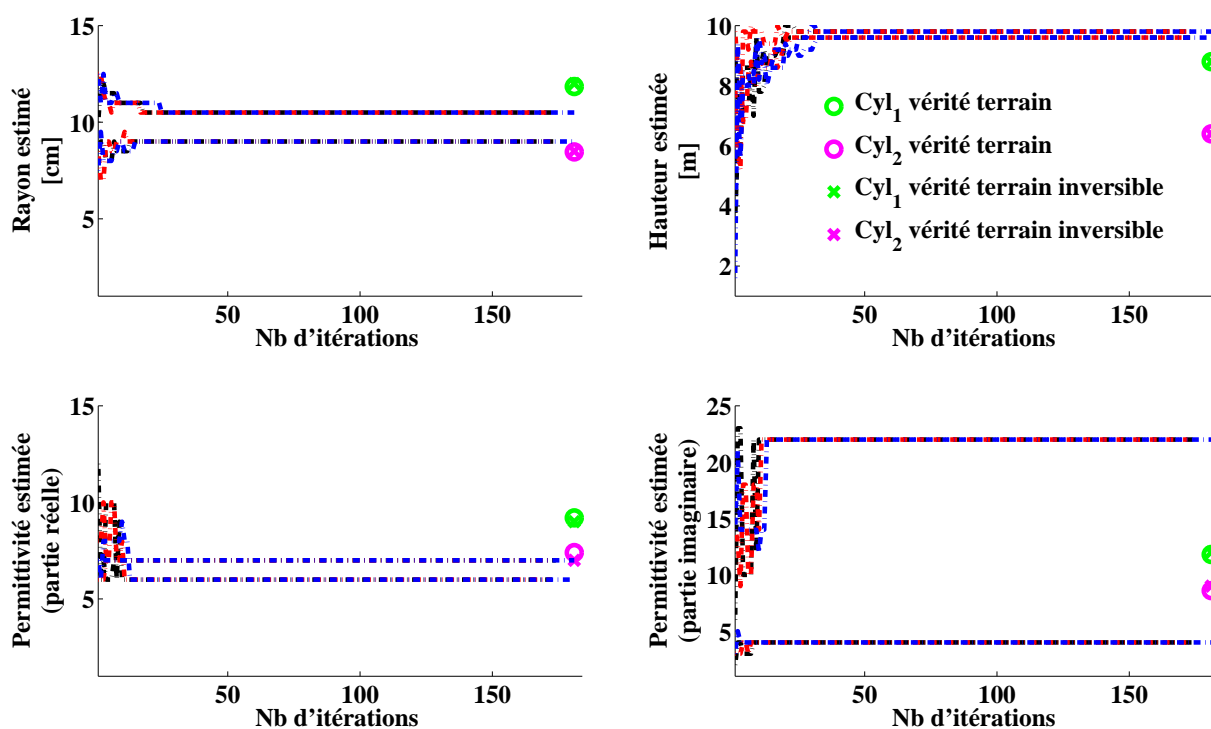
(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.21 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact. 2000 individus, 56 positions d'antenne, données monofréquentielles et bistatisme en  $\phi_s$ .

**Cas de deux fréquences (425 MHz et 445 MHz) :** comme cela était attendu, les figures II.22a et II.22b montrent que l'augmentation de la taille de la population a fait converger les solutions des trois essais vers une solution unique. Les résultats indiquent bien la présence de deux cylindres avec des paramètres différents. Seuls les rayons semblent relativement bien estimés. Là aussi, l'ajout d'une fréquence, à taille de population identique, semble diminuer l'erreur sur le rayon estimé.



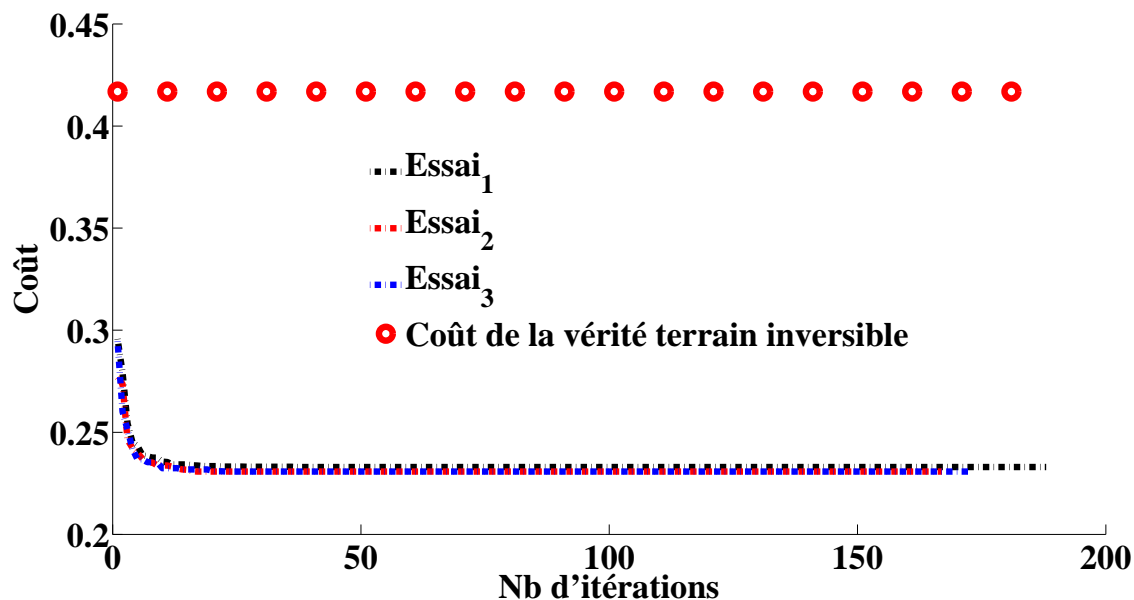
(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.



(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

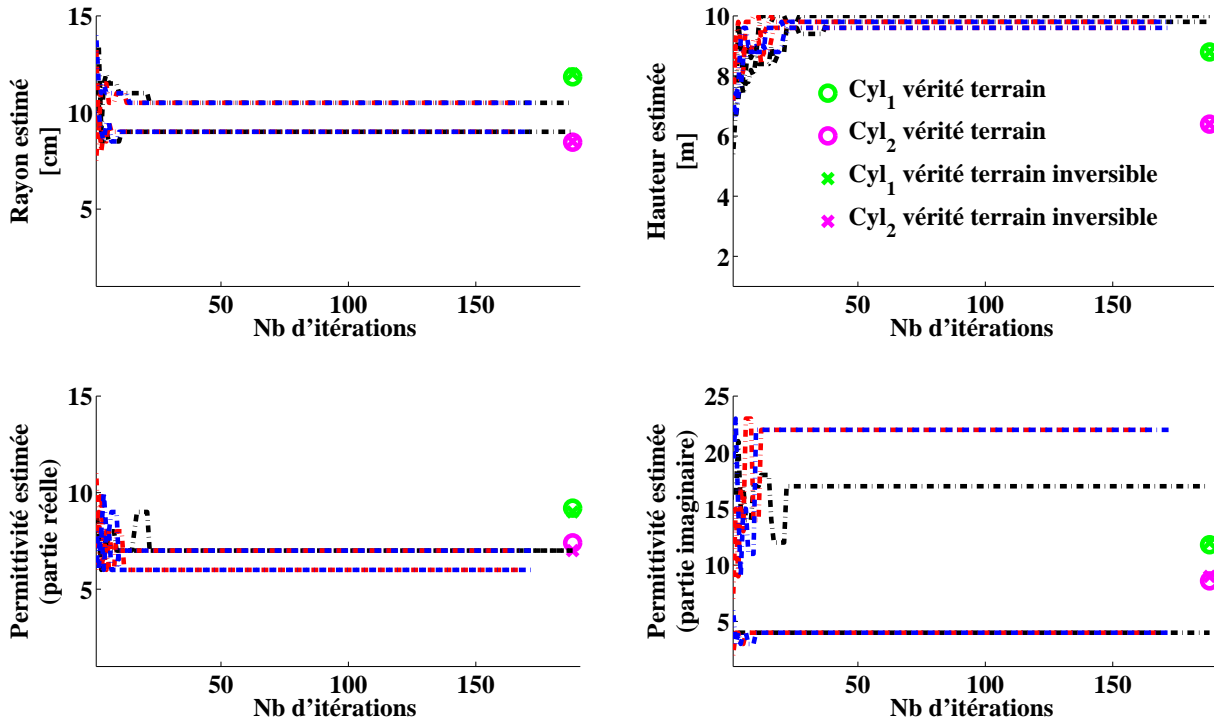
FIGURE II.22 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 2000 individus, 56 positions d'antenne, données multifréquentielles (2 fréquences) et bistatisme en  $\phi_s$ .

**Cas de trois fréquences** (425 MHz, 435 MHz et 445 MHz) : les meilleurs coûts de la figure II.23a ne convergent pas vers le même minimum. Les paramètres de la figure II.23b ne convergent pas vers une solution unique. Il semblerait qu'à nouveau la taille de la population soit trop petite.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.





(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.23 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 2000 individus, 56 positions d'antenne, données multifréquentielles (3 fréquences) et bistatisme en  $\phi_s$ .

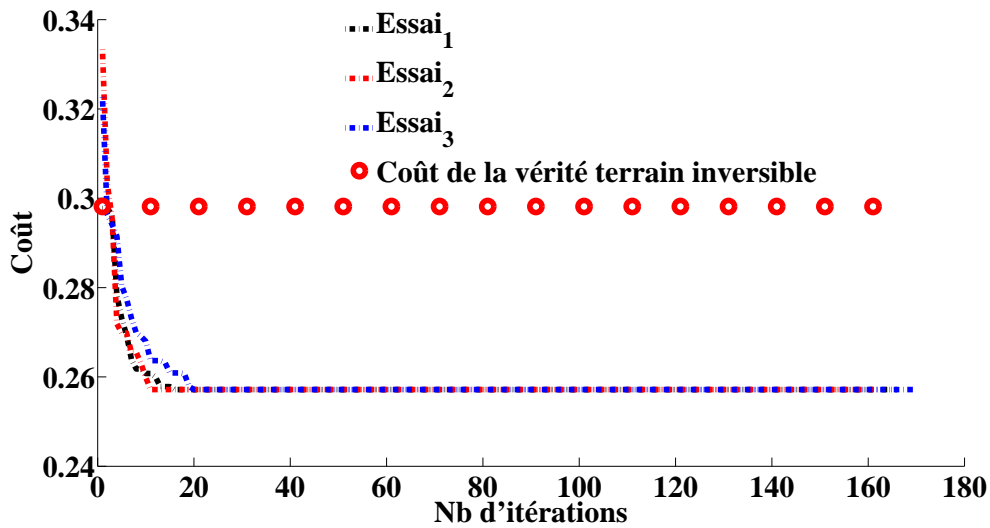
Grâce à cette série d'expériences, nous avons vérifié à nouveau qu'augmenter la taille de la population aide à la convergence de l'AG. En effet, le cas bifréquentiel ( $2 \times 56$  positions d'antenne), qui ne convergeait pas pour une population de 1000 individus, converge lorsque la population a doublé. Par contre, pour le cas trifréquentiel, le doublement de la population n'a pas autorisé la convergence de l'AG. Il semblerait qu'une nouvelle augmentation soit nécessaire. Il nous reste à vérifier qu'il en est de même lorsque le nombre de positions d'antenne augmente. Nous avons aussi remarqué qualitativement que l'ajout de fréquences avait, parfois, un impact positif sur l'erreur entre les paramètres estimés et la vérité terrain inversible.

### c- Cas de l'augmentation du nombre de positions d'antenne

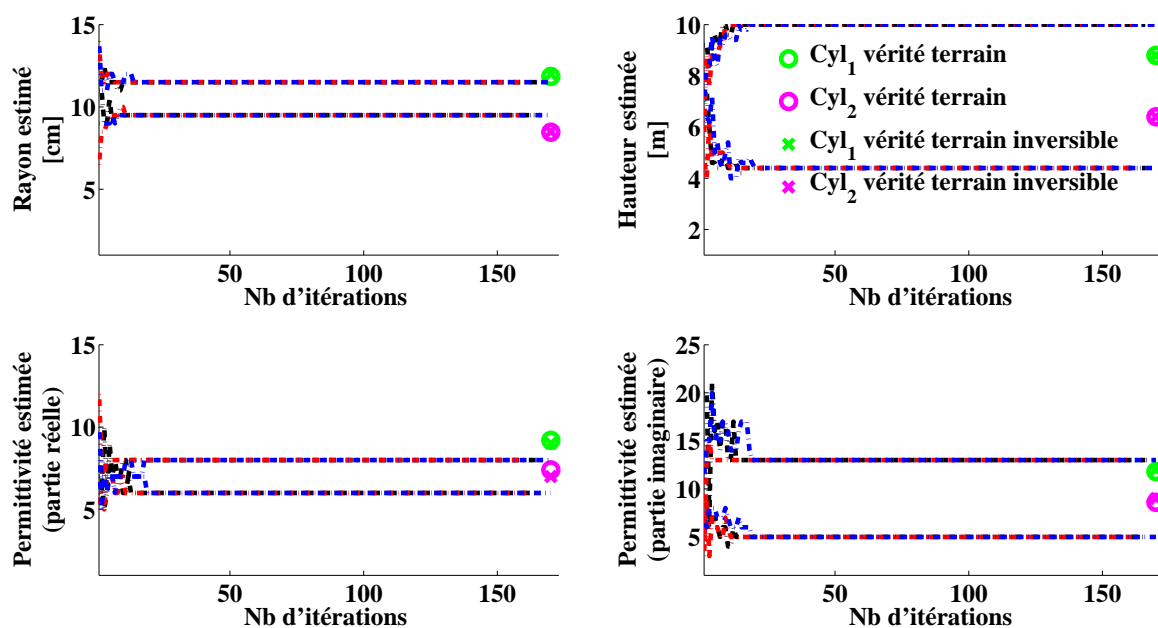
Dans cette étude, le but étant de vérifier l'effet de l'ajout de positions d'antenne dans les données, nous fixons la taille de la population à 1000 individus. Nous avons augmenté la quantité de données en ajoutant des points sur l'arc de cercle parcouru par l'antenne de

réception. Nous passons de 56 points de mesure à 168 points ( $\theta_i = \theta_s = 40^\circ$  et  $\phi_s = [20 : 2 : 354]^\circ$ ).

**Cas d'une seule fréquence (435 MHz) :** la variation du meilleur coût (Fig II.24a) indique que les trois essais ont convergé vers la solution optimale, différente de la vérité terrain inversible. La figure II.24b montre que l'AG a réussi à distinguer les deux rayons. De plus, le coût de la vérité terrain inversible est ici de  $\simeq 0,3$  alors qu'il était plus élevé ( $\simeq 0,35$ ) pour 56 positions d'antenne à une seule fréquence. Cela signifie que le nombre de positions d'antenne a un impact sur l'écart entre les paramètres inversés et la vérité terrain. Ici, cela semble améliorer les résultats.



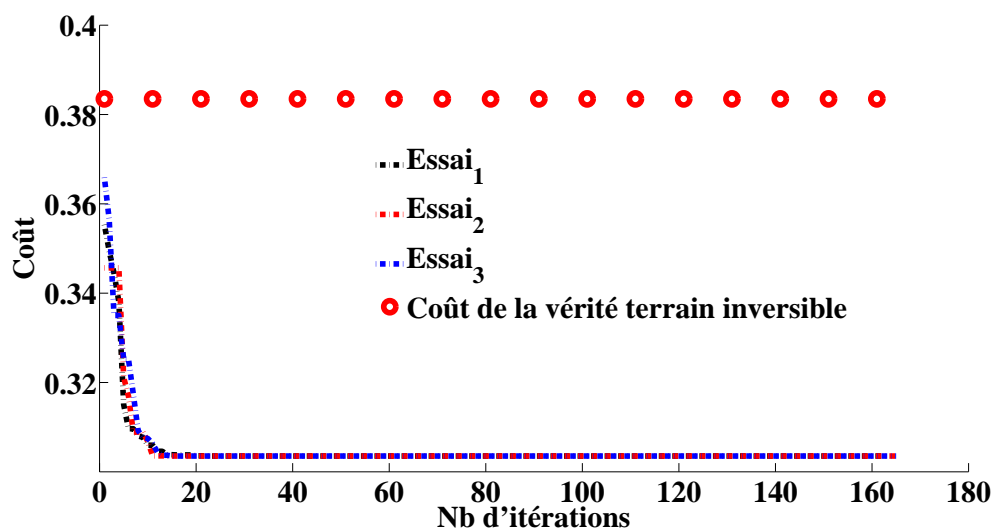
(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.



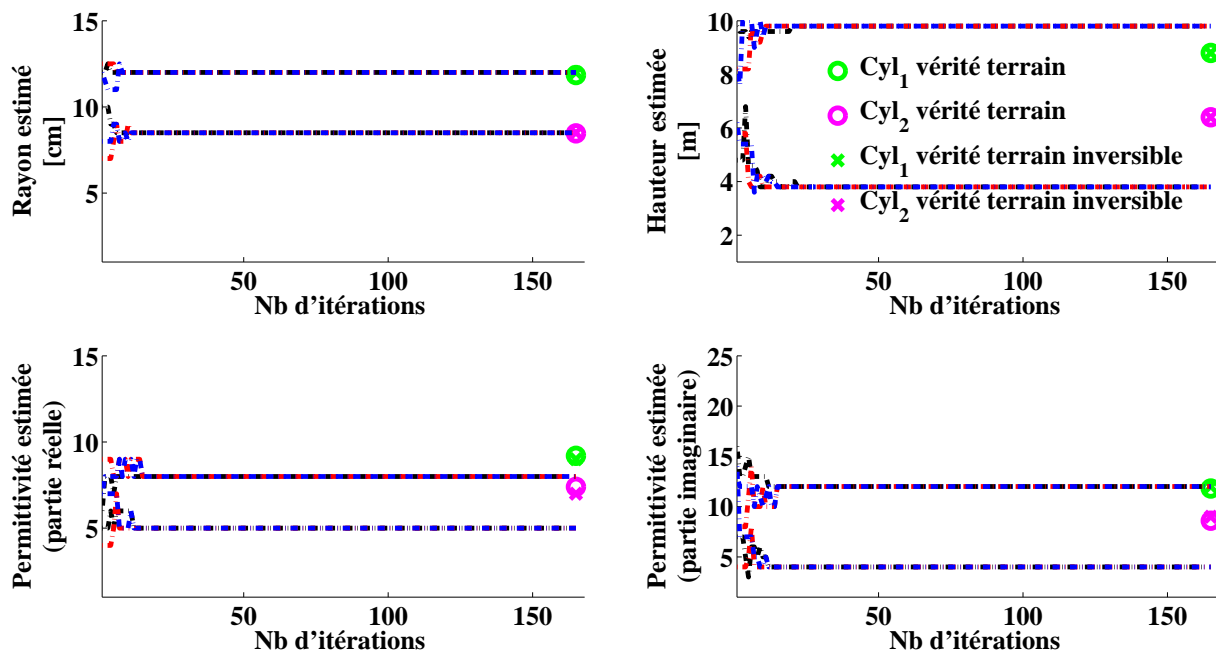
(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations

FIGURE II.24 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 1000 individus, 168 positions d'antenne à une seule fréquence et bistatisme en  $\phi_s$ .

**Cas de deux fréquences (425 MHz et 445 MHz) :** les trois essais ont convergé vers la même valeur de meilleur coût, inférieure au coût de la vérité terrain inversible (Fig II.25a). La figure II.25b montre que l'AG a bien convergé vers une solution unique et a aussi réussi à distinguer les deux rayons.



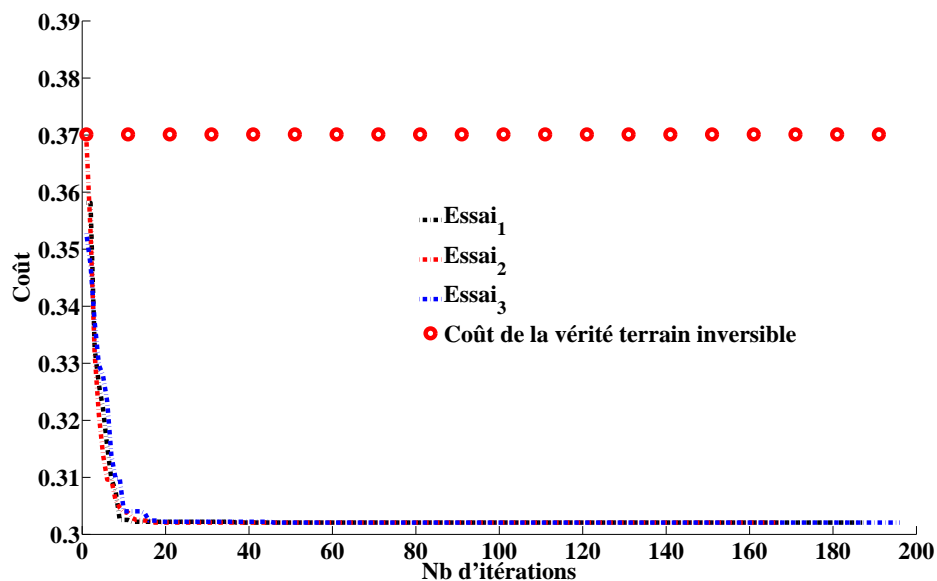
(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.



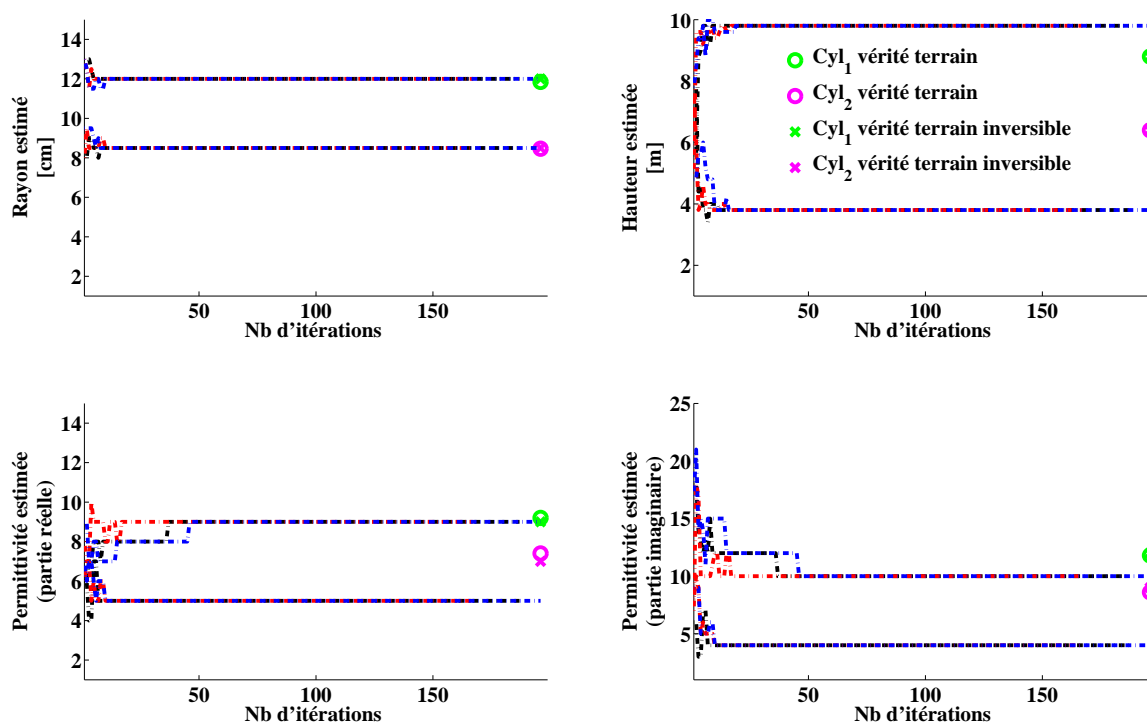
(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.25 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 1000 individus, 168 positions d'antenne, données multifréquentielles (2 fréquences) et bistatisme en  $\phi_s$ .

**Cas de trois fréquences** (425 MHz, 435 MHz et 445 MHz) : la figure II.26a indique que les meilleurs coûts, pour les trois essais, ont convergé vers la même valeur, inférieure au coût de la vérité terrain inversible. Quant à la figure II.26b, elle montre que l'AG a aussi réussi à distinguer les deux rayons.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations et coût de la vérité terrain inversible.



(b) Variation des meilleures valeurs des quatre variables des deux cylindres en fonction du nombre d'itérations.

FIGURE II.26 – Résultats de l'inversion des données correspondant à deux cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 1000 individus, 168 positions d'antenne, données multifréquentielles (3 fréquences) et bistatisme en  $\phi_s$ .

Les résultats présentés dans cette étude ont été obtenus pour un nombre de données plus important grâce à l'ajout de positions d'antenne. A taille de population identique (1000 individus) et pour un même nombre de fréquences, l'augmentation du nombre de positions d'antenne (168 positions) a fait converger les cas bi- et trifréquentiel qui n'avaient pas convergé pour 56 positions d'antenne.

Dans la même logique, l'expérience sur 1000 individus a été paramétrée de manière à ce que les données monofréquentielles étendues en nombre de positions d'antenne soient aussi nombreuses, soit 168 points de mesure, que les données trifréquentielles non étendues. Sachant que les données monofréquentielles ont convergé et que les trifréquentielles non, la conclusion est sans appel : l'hypothèse avancée précédemment (section B-), selon laquelle l'augmentation du nombre de positions d'antenne dans le jeu de données augmentait la capacité de convergence de l'AG, est valide. Par contre, le nombre de fréquences utilisées dans le jeu de données n'aide pas à la convergence. Il existe bien deux leviers pour améliorer la convergence de l'AG : la taille de la population et le nombre de positions d'antenne dans les données.

Ce qui nous semble le plus plausible pour expliquer l'effet positif de l'augmentation du nombre de positions d'antenne est que le nombre de points par fréquence doit être suffisamment élevé pour échantillonner correctement la mesure en  $\phi_s$  (cf. figures II.14 et II.15). Si le champ est mal échantillonné, l'ajout de fréquences revient à ajouter des erreurs supplémentaires au jeu de données.

## C- Inversion de quatre cylindres

Dans cette partie, la complexité augmente encore. Nous souhaitons inverser les paramètres de 4 cylindres différents, représentés sur la figure II.27. Leur permittivité relative est identique et a pour valeur de vérité terrain inversible  $\varepsilon_r = 9 + 5j$ . Leurs hauteurs sont toutes différentes, tandis que leurs rayons sont égaux deux à deux et tels que, pour leur vérité terrain inversible :

- Cylindre 1 :  $[rayon, hauteur] = [7 \text{ cm}, 6,4 \text{ m}]$ ,
- Cylindre 2 :  $[rayon, hauteur] = [8,5 \text{ cm}, 9,2 \text{ m}]$ ,
- Cylindre 3 :  $[rayon, hauteur] = [8,5 \text{ cm}, 8,4 \text{ m}]$ ,
- Cylindre 4 :  $[rayon, hauteur] = [7 \text{ cm}, 7,2 \text{ m}]$ .

Ces quatre cylindres sont posés sur un sol diélectrique de permittivité  $\varepsilon_r = 5 + 2,1j$  et sont suffisamment espacés de manière à minimiser les couplages.

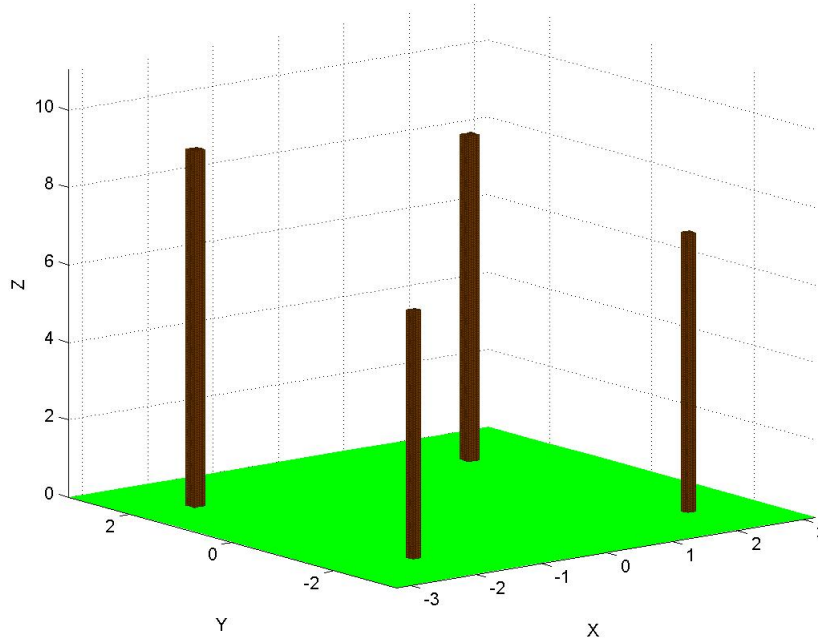


FIGURE II.27 – Schéma des 4 cylindres différents à inverser.

Nous avons utilisé les mêmes configurations d'antenne que précédemment (bistatisme en  $\phi_s$  avec 168 positions d'antenne). Pour les quatre cylindres décrits chacun par quatre paramètres, le nombre de solutions possibles sur l'intervalle de recherche ( $[1 : 0,5 : 15; 1 : 0,2 : 10; 1 : 1 : 15; 1 : 1 : 25]$ ) s'élève à  $3,2125 \times 10^{22}$ . Devant ce nombre de possibilités, nous avons fixé la population à 20000 individus ( $6,2 \times 10^{-17}\%$  des solutions possibles) et nous avons fait deux essais d'inversion. Le critère d'arrêt est ramené à 100 itérations de stabilité du coût de la meilleure solution. Pour constituer le jeu de données, nous avons pris 168 positions d'antenne telles que ( $\theta_i = \theta_s = 40^\circ$  et  $\phi_s = [20 : 2 : 354]^\circ$ ) pour une fréquence de 435 MHz.

Nous allons d'abord montrer la comparaison directe entre les données fournies par le modèle exact et les résultats du calcul de la matrice de diffusion de ces quatre cylindres simulés par le modèle approché. Les figures II.28 et II.29 donnent la comparaison des amplitudes et des phases sur tous les canaux de polarisation en fonction d'angle azimutal de diffusion  $\phi_s$ . Les angles zénithaux d'émission et de diffusion sont fixés à  $\theta_i = \theta_s = 40^\circ$  pour un angle azimutal d'émission égal à  $\phi_i = 0^\circ$ . Les amplitudes donnent des résultats particulièrement concordants, les phases moins.

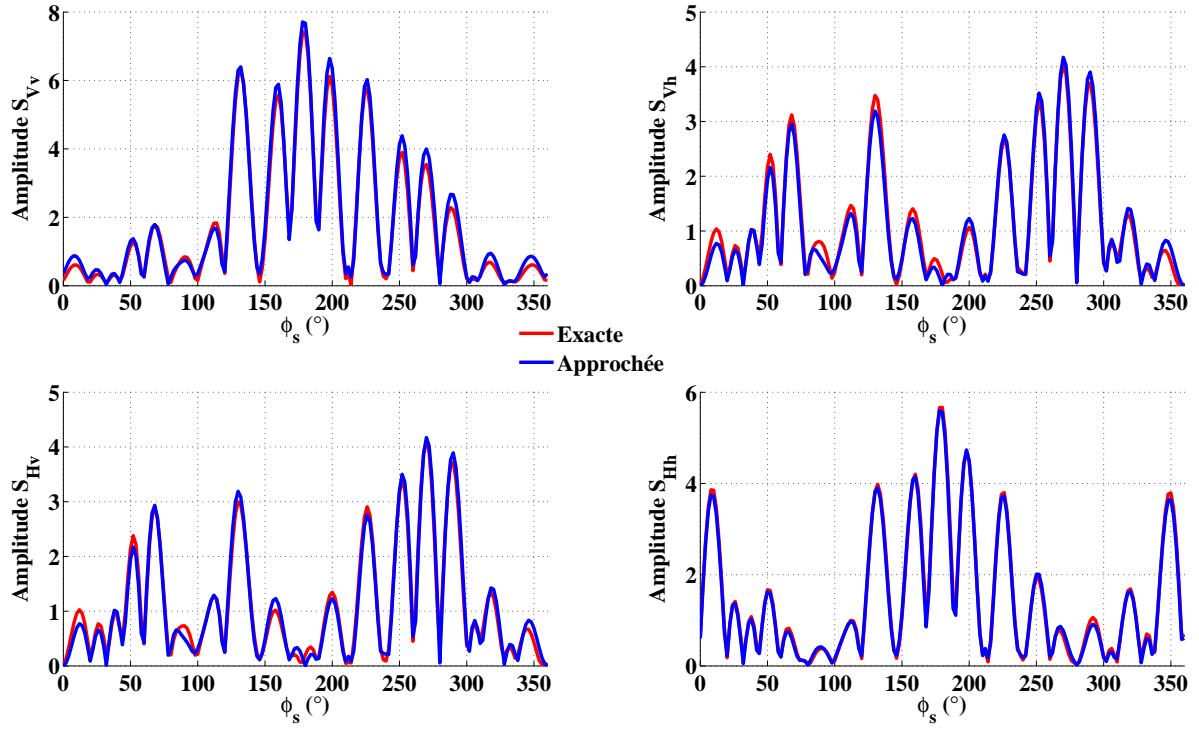


FIGURE II.28 – Amplitude de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour quatre cylindres.

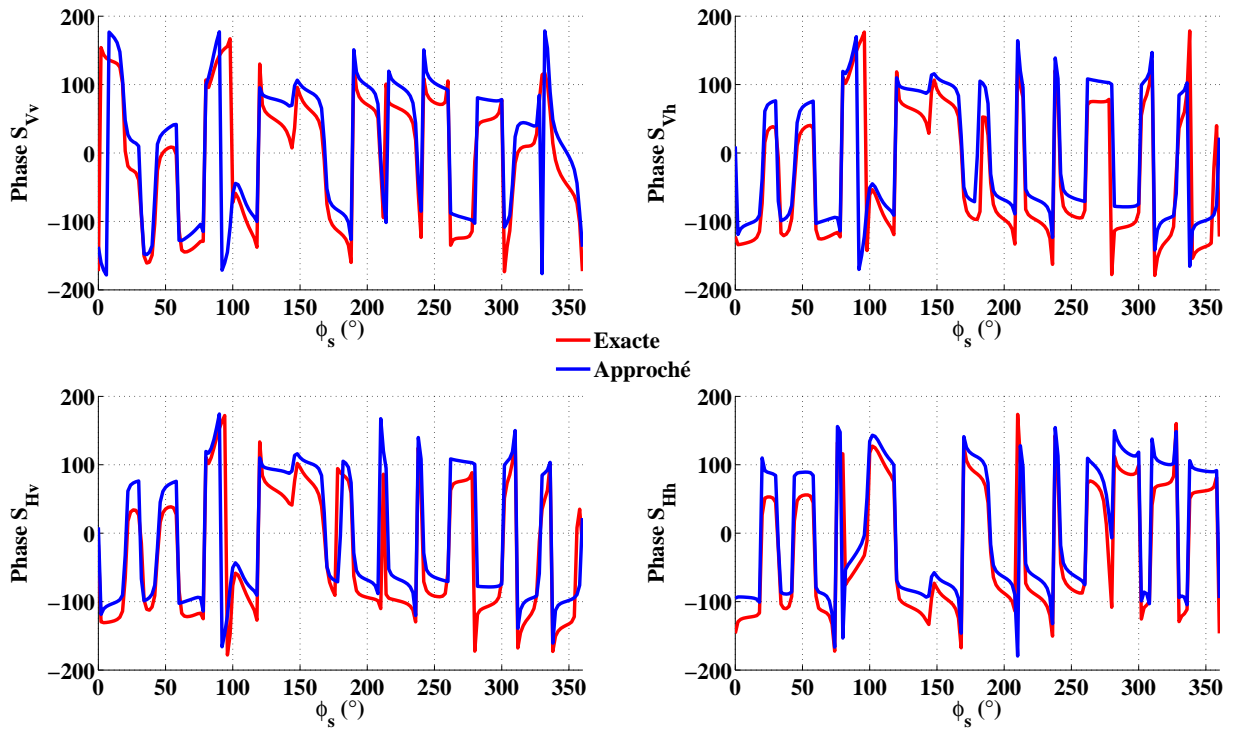
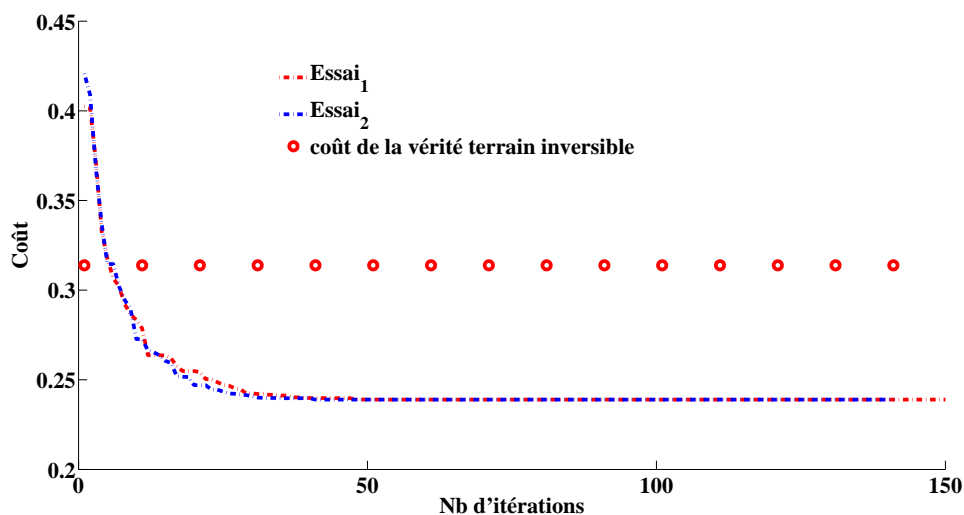


FIGURE II.29 – Phase de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour quatre cylindres.

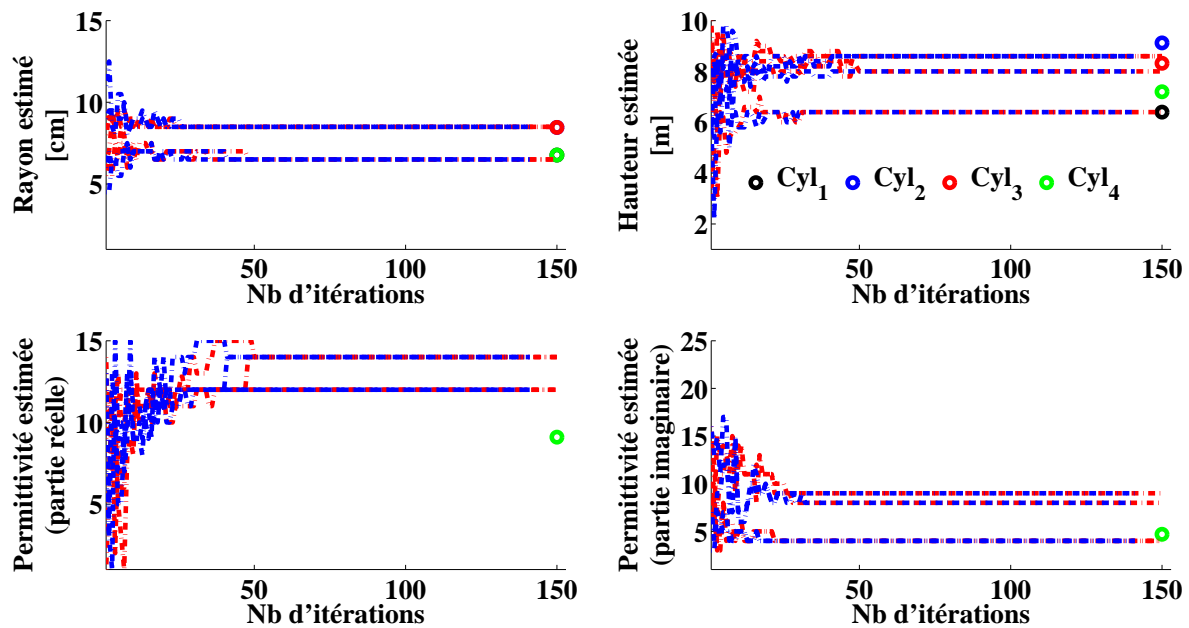


La figure II.30a indique que les deux essais ont convergé vers la même solution et qu'il y a des différences entre les solutions optimales et la vérité terrain inversible. La figure II.30b confirme que les quatre paramètres ont convergé vers une solution unique pour les deux essais. Par ailleurs, la solution proposée par l'AG indique bien qu'il y a deux rayons différents. Cependant il donne trois hauteurs différentes au lieu de quatre, et deux permittivités réelles pour une seule et trois imaginaires pour une seule. Quant à l'estimation des valeurs, elles sont particulièrement bonnes pour les rayons, dans le bon ordre de grandeur pour les hauteurs et d'un peu moins bonne qualité pour la permittivité.

L'inversion converge vers la solution optimale malgré une taille de population négligeable par rapport au nombre de solutions possibles. L'AG a parfaitement joué son rôle. Par contre, malgré les comparaisons du jeu de données assez concluantes, les erreurs de modèles entachent assez fortement la précision des paramètres inversés.



(a) Variation du meilleur coût en fonction du nombre d'itérations pour deux essais d'inversion de quatre cylindres et coût de la vérité terrain inversible.



(b) Variation des meilleures valeurs en fonction du nombre d'itérations pour les quatre variables des quatre cylindres et vérité terrain inversible.

FIGURE II.30 – Résultats de l'inversion des données correspondant à quatre cylindres et calculées à l'aide du modèle exact . 20.000 individus, 168 positions d'antenne, données monofréquentielles et bistatisme en  $\phi_s$ .

**Synthèse** Dans le processus de validation de l'inversion par notre AG, nous avons inversé des cibles de plus en plus complexes en utilisant des données obtenues par un modèle exact. Cela nous rapproche d'un pas vers le contexte opérationnel d'un AG, le traitement de mesures. L'AG a montré sa capacité à inverser ces cibles, en cherchant dans un espace de solutions gigantesque, dans le sens où il est capable de trouver le minimum global de la fonction coût. Pour aider à cette convergence, nous avons vérifié l'hypothèse émise dans l'étude en crime inverse : on peut soit augmenter la taille de la population, soit augmenter la taille des données en ajoutant des mesures pour différentes positions d'antenne. En outre, nous avons observé que l'utilisation de plusieurs fréquences dans le jeu de données n'aide en rien la convergence. Par contre, une comparaison qualitative des paramètres inversés avec la vérité terrain nous amène à conclure que le nombre de fréquences et le nombre de positions d'antenne a un impact sur la qualité de l'inversion.

## II.5 Estimation des variables à partir de mesures

Les études d'inversion présentées jusqu'ici ont été faite en s'appuyant sur des données générées à partir du modèle approché ou du modèle exact. Cependant, l'utilisation de données expérimentales acquises en situation contrôlée s'avère être un pas supplémentaire pour la validation de l'AG.

Les mesures ont été faite dans la chambre anéchoïque du CCRM à Marseille, dans le cadre de la thèse de S. Bellez [23], pour valider le modèle exact [66]. Pour une description plus détaillée de la chambre anéchoïque et des moyens de mesures nous vous renvoyons aux documents cités. L'utilisation de données mesurées en chambre anéchoïque s'avère plus avantageuse que les mesures en milieu naturel pour ce qui concerne un processus de validation puisque les conditions y sont contrôlées (connaissance de la cible, de sa position et des conditions expérimentales).

La mesure a été réalisée sur des maquettes représentant des éléments de forêt à échelle réduite. Les dimensions des cibles ainsi que la bande de fréquence de mesure ont été déterminées en appliquant un changement d'échelle. Les paramètres de la mesure en chambre sont ainsi liés à ceux du milieu naturel par un facteur d'échelle.

Les maquettes utilisées sont composées d'une plaque métallique circulaire représentant le sol et de parallélépipèdes diélectriques verticaux représentant les troncs des arbres (Fig II.31). La plaque circulaire en aluminium est de diamètre égal à 900 mm et d'épaisseur 2 mm. Les cibles de forme parallélépipédique sont faites de matériaux différents : le premier est du plexiglas de permittivité relative  $\epsilon_r = 2,6 + j0.001$  et le second est de l'époxy chargée de dioxyde de titane de permittivité relative moyenne  $\epsilon_r = 9 + j0.001$ .

Les données sont constituées de mesures en bistatiques en  $\phi_s$  telles que  $(\theta_i = \theta_s = 40^\circ$  et  $\phi_s = [50 : 2 : 310]^\circ$ ).

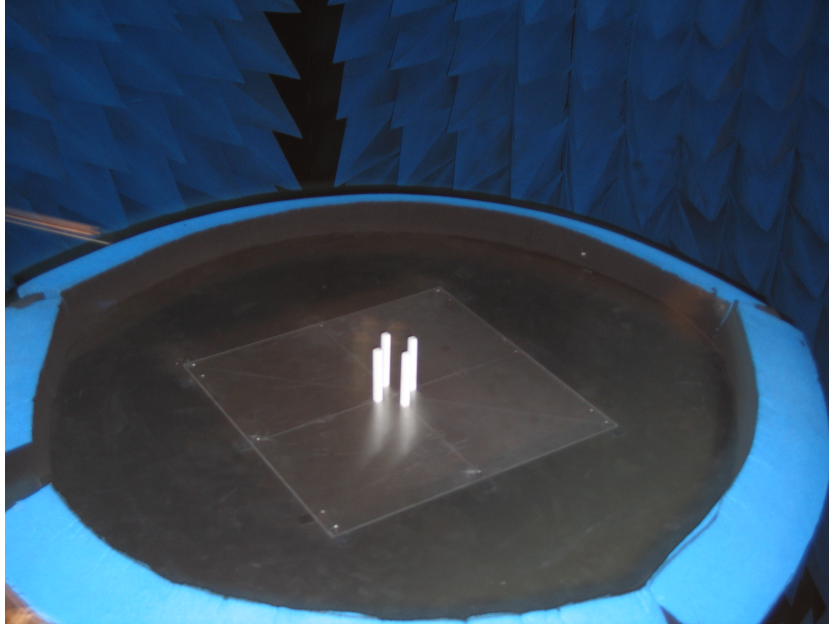


FIGURE II.31 – Photo de la maquette mesurée en chambre anéchoïque constituée quatre parallélépipèdes.

### A- Inversion d'un cylindre en plexiglas

Nous allons commencer notre étude pour le cas d'un cylindre en plexiglas. La cible est un parallélépipède de dimension  $8 \times 8 \times 100 \text{ mm}^3$  (Fig II.32a). Nous avons mesuré le champ diffracté par ce parallélépipède en polarisation HH selon la configuration présentée sur la figure II.32b.

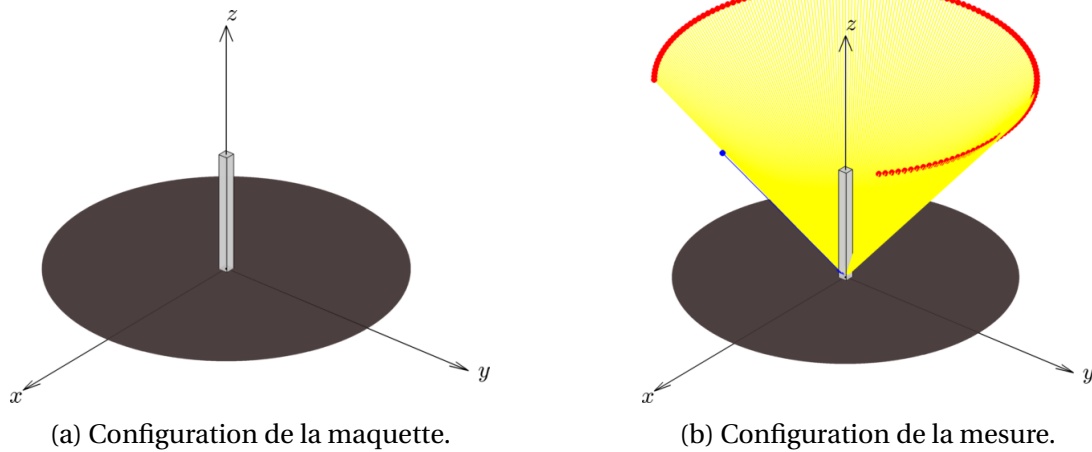


FIGURE II.32 – Configuration géométrique de la maquette et des antennes d'émission et de réception. (a) Configuration de la maquette. (b) Bistatisme en  $\phi_s$ . Le point en bleu indique la position de l'antenne émettrice et ceux en rouge représentent les positions des récepteurs.

La figure II.33 présente la comparaison directe du module et de la phase en polarisation HH entre les données expérimentales et simulées par les modèles approché et exact. Les résultats de ce dernier sont présentés à titre indicatif. Cette comparaison montre très clairement le très bon accord entre les mesures et les simulations. Le jeu de données extrait des mesures devrait limiter les erreurs de modèle et de mesure dans le processus d'inversion.

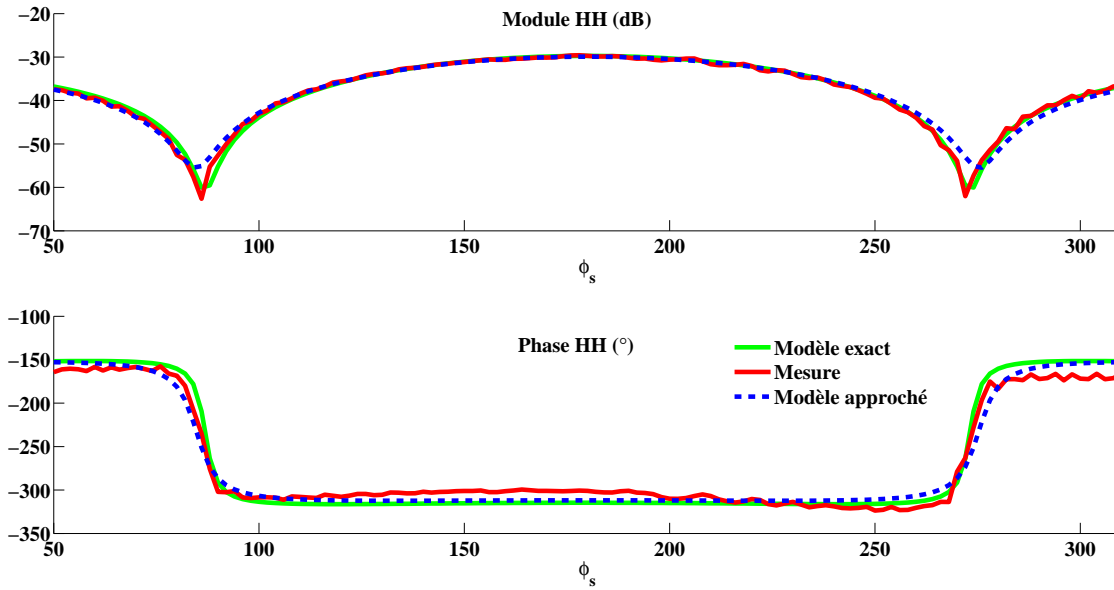


FIGURE II.33 – Comparaison entre mesures et simulations pour un cylindre seul vertical en plexiglas à une fréquence de 12 GHz.

La figure II.34 présente les résultats de l'inversion à 12 GHz des trois paramètres [rayon, hauteur, partie réelle de la permittivité] dans des intervalles respectifs de  $r$  (cm) = [0,1 : 0,05 : 2],  $h$  (m) = [0,05 : 0,05 : 1],  $\Re(\epsilon_r)$  = [1 : 0,1 : 10]. Nous avons fixé la population de départ à 100 individus (soit 0,14% des solutions possibles) et le critère d'arrêt est fixé à 50 itérations de stabilité. Le meilleur coût trouvé tend vers l'optimum global préalablement calculé (croix bleue) mais la vérité terrain présente un coût légèrement supérieur (ronds verts). Les trois paramètres inversés fournissent une solution unique pour chacun des trois essais effectués ; l'AG a convergé. Ils tendent vers les valeurs associées au minimum global de la fonction coût (croix bleue). Le plus remarquable est qu'ils tendent aussi vers les valeurs de la vérité terrain inversible (rond vert). Cela veut dire que le champ mesuré est très proche de celui prédit par le modèle utilisé (figure II.33).

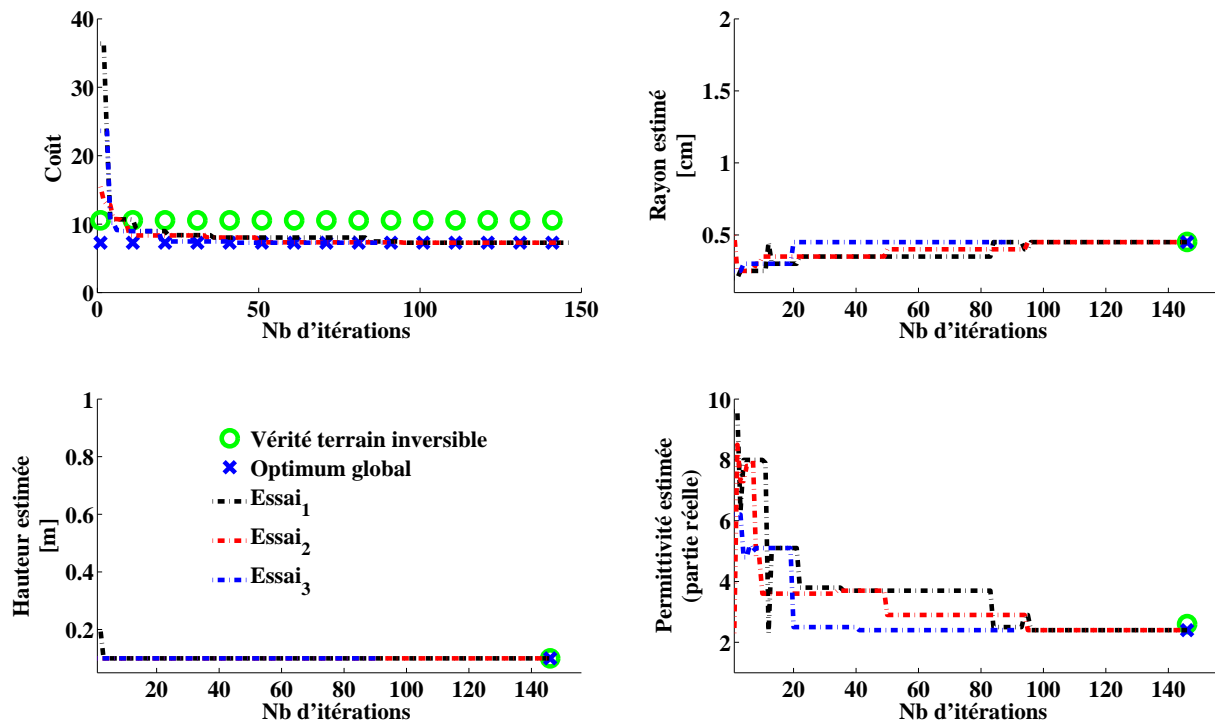


FIGURE II.34 – Résultats de l'inversion d'un barreau de plexiglas vertical sur sol métallique. Meilleur coût et meilleures valeurs des paramètres en fonction du nombre d'itérations.

## B- Inversion d'un cylindre d'époxy chargé de dioxyde de titane

Dans cette expérience la cible est échangée pour un parallélépipède d'époxy chargé de dioxyde de titane, choisi parce que sa permittivité réelle est plus grande. La configuration de mesure reste inchangée (Fig II.32). Par contre nous disposons des mesures en polarisation VV et HH. Le parallélépipède est de dimensions  $7,5 \times 7,5 \times 75 \text{ mm}^3$ .

Les figures II.35 et II.36 montrent la comparaison directe en module et en phase pour les polarisations HH et VV des matrices de diffusion mesurée et simulées à 7 GHz. Ces résultats montrent une certaine erreur entre les modèles et la mesure pour les deux polarisations. L'inversion sera, ici, plus délicate.

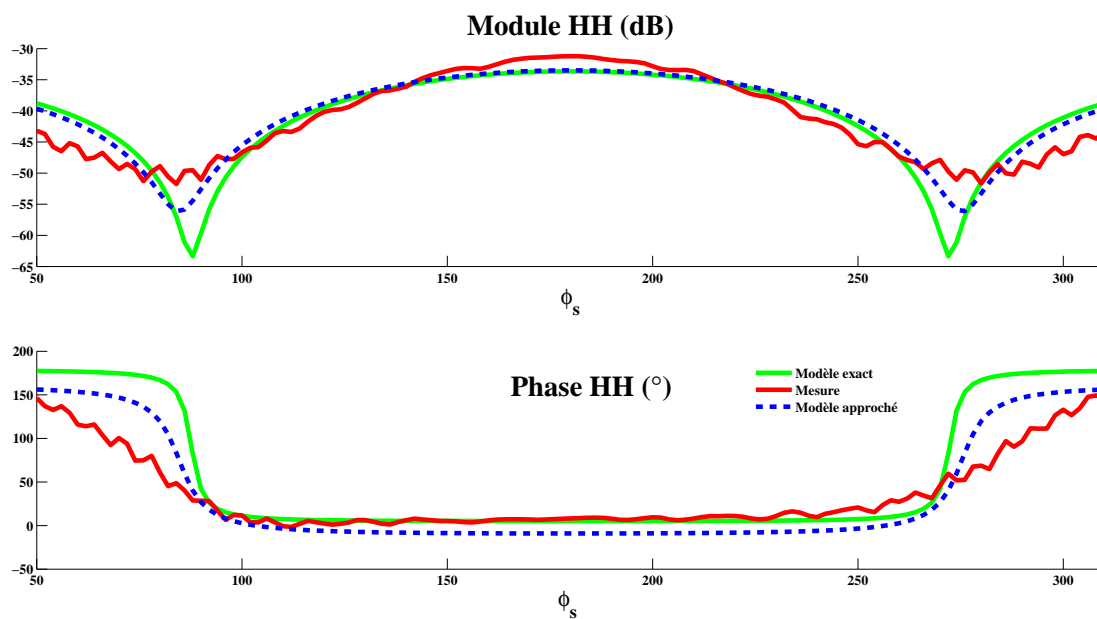


FIGURE II.35 – Comparaison en module et phase des matrices de diffusion mesurée et simulées en polarisation HH à 7 GHz.

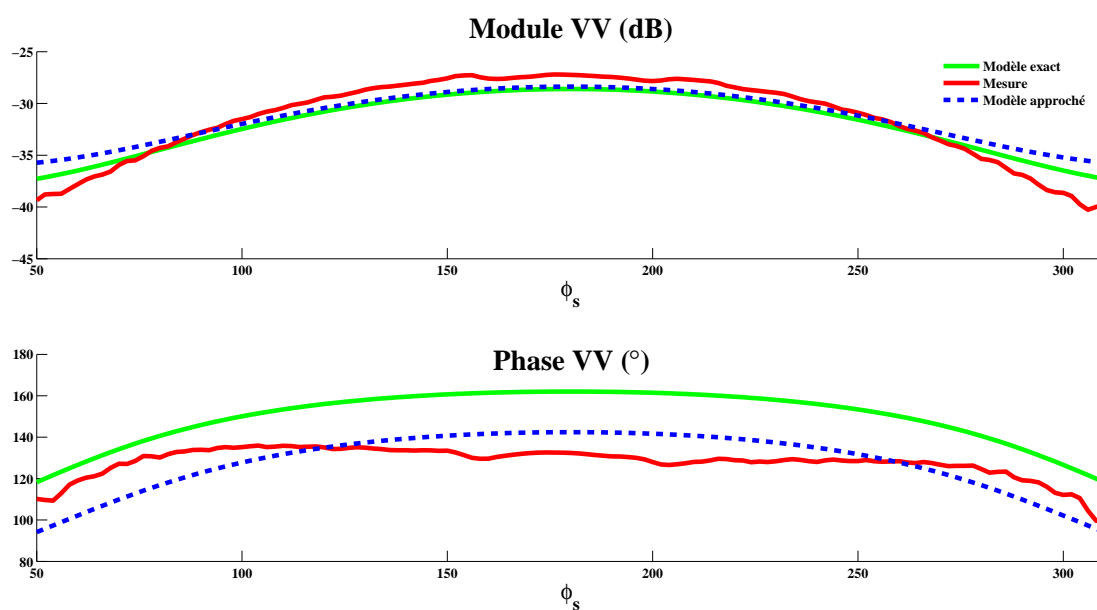


FIGURE II.36 – Comparaison en module et phase des matrices de diffusion mesurée et simulées en polarisation VV à 7 GHz.

La figure II.37 montre les résultats du processus d'inversion pour un jeu de données contenant les deux polarisations HH et VV. L'AG a bien convergé vers le minimum global de la fonction coût et vers une solution unique sur trois essais. Les paramètres physiques ont

convergé aussi mais donnent une solution où seule la hauteur estimée est proche de la vérité terrain inversible, même si les résultats pour les autres paramètres ne sont pas aberrants pour autant. L'effet de l'erreur de modèle et la qualité des mesures se font bien sentir.

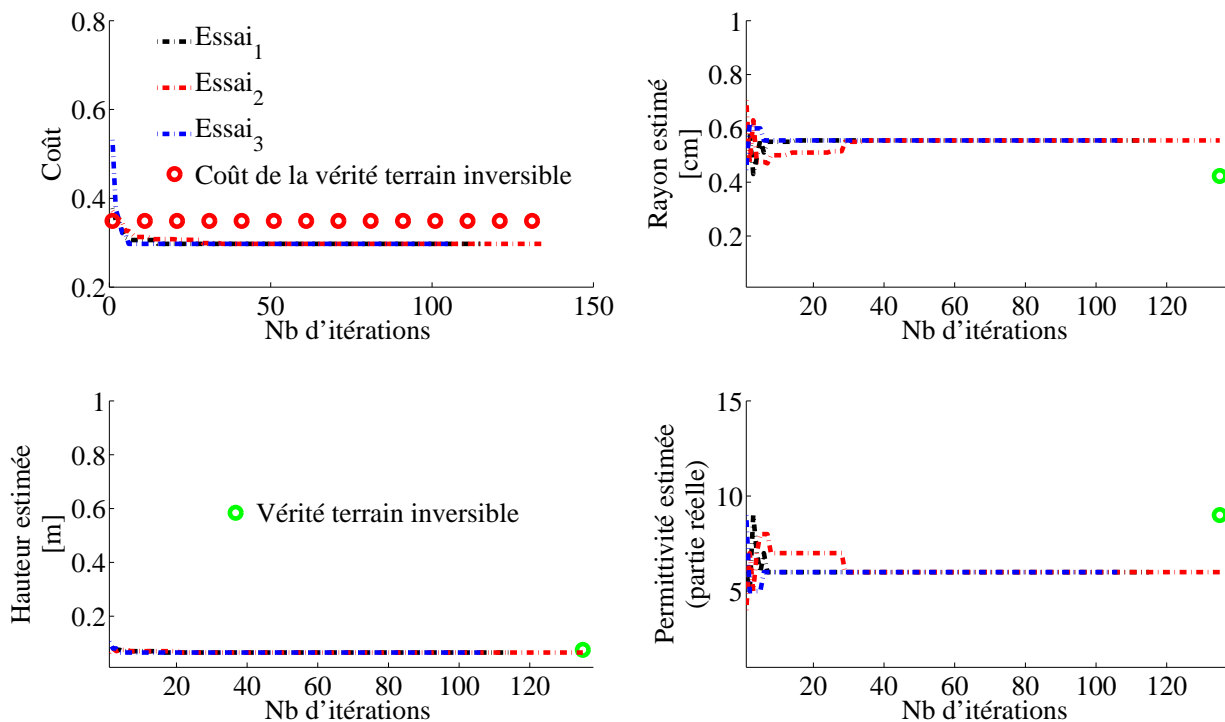


FIGURE II.37 – Résultats de l'inversion des données correspondant à un barreau d'époxy chargé, vertical, sur sol métallique. Meilleur coût et meilleures valeurs des paramètres en fonction du nombre d'itérations.

Comme l'erreur d'estimation dépend du jeu de données utilisé, l'inversion a aussi été faite pour les deux polarisations séparément. Le tableau II.1 synthétise les résultats de l'inversion des paramètres pour les trois configurations de polarisation utilisées. Il présente d'abord les coûts de la vérité terrain inversible à comparer avec les coûts des minima globaux de la fonction coût. L'écart entre ces valeurs caractérise l'erreur qui sera faite sur la précision des paramètres inversés. Ensuite, le tableau indique les valeurs du rayon, de la hauteur, du volume associé et de la partie réelle de la permittivité obtenus par l'inversion. Ces valeurs sont à comparer avec les valeurs de la vérité terrain inversible (VTI). Enfin, le tableau indique la distance géométrique entre le jeu de paramètres inversés et le jeu de paramètres de la vérité terrain inversible pour chaque combinaison de polarisation.



Données d'inversion	HH	VV	HH-VV	VTI
Paramètres estimés				
Coût de la VTI	0,2402	0,109	0,3491	
Coût minimum global	0,174	0,0457	0,2975	
Rayon cylindre (cm)	0,8	0,585	0,555	0,425
Hauteur cylindre (m)	0,055	0,07	0,065	0,075
Permittivité (partie réelle)	3	6	6	9
Volume cylindre ( $\times 10^{-4} \text{ m}^3$ )	0,1106	0,0753	0,0629	0,0426
Distance = $\sqrt{\sum_{\text{paramètres}} \frac{ \text{paramètres}_{\text{vérité terrain}} - \text{paramètres}_{\text{inversé}} ^2}{ \text{paramètres}_{\text{vérité terrain}} ^2}}$	1,13	0,5	0,48	0

TABLE II.1 – Les différents résultats de l'inversion en fonction des polarisations utilisées dans le jeu de données.

La plus petite erreur entre le coût de la vérité terrain inversible et le coût du minimum global est obtenue pour les jeux de données utilisant les polarisations HH-VV ensemble (distance minimale), malgré les erreurs sur les données en HH. Cela peut être expliqué par le niveau relatif du module des deux polarisations (cf. figures II.35 et II.36). Le maximum du module de VV (-27 dB) est à 4dB au dessus de celui de HH (-31 dB). Ce dernier doit donc avoir une contribution moindre lors de l'utilisation des deux polarisations. La configuration en HH-VV donne la meilleure estimation du rayon et les bons ordres de grandeur pour la hauteur et la permittivité. La polarisation VV fournit une erreur un peu plus grande sur le rayon mais estime mieux la hauteur. L'erreur sur le rayon de la polarisation HH-VV se compense avec l'erreur sur la hauteur de la polarisation VV, pour donner la même distance géométrique à la vérité terrain inversible. Néanmoins, rayon et hauteur ne sont pas équivalents et les erreurs sur ces paramètres conduisent à des volumes différents. De ce point de vue, c'est la polarisation HH-VV qui estime le mieux les paramètres recherchés. L'apport de la polarisation HH, quand elle est couplée à la polarisation VV, est de donner une meilleure estimation du volume du cylindre. Quant à la permittivité, il semble bien que son inversion soit un point dur.

Cette expérience semble montrer que l'utilisation des différents canaux de polarisation n'est pas concluante pour réduire l'erreur entre les paramètres inversés et la vérité terrain inversible. Par contre, lors de la validation de l'algorithme d'inversion sur des données simulées par le modèle exact, nous avons constaté que l'utilisation de données multifréquentielles avaient un impact sur les paramètres inversés et donc, logiquement, sur l'erreur d'inversion. Pour approfondir cette observation, nous avons utilisé plusieurs jeux de données constitués à partir d'un nombre de fréquences différent, sur le même principe que dans la section II.2. Le tableau II.2 présente donc les résultats de l'expérience qui a consisté à inverser le rayon, la hauteur et la permittivité du cylindre diélectrique pour des jeux de données constitués d'une, de deux, de quatre, de sept et de treize fréquences différentes. Le jeu de quatre fréquences est mesuré à 7 GHz, 8,8 GHz, 11,6 GHz et 13 GHz tandis que le jeu de sept fréquences est mesuré entre 7 GHz et 13 GHz par pas de 1 GHz. Enfin, pour obtenir le jeu de 13 fréquences, nous ajoutons au jeu de sept fréquences des mesures de 7,6 GHz à 12,6 GHz par pas de 1 GHz. Les paramètres estimés à partir de ces jeux de données sont présentés et permettent de calculer leur distance géométrique à la vérité terrain inversible (tableau II.2).

Etude de l'erreur d'inversion : jeu de données unique et multifréquentiel					
Vérité terrain inversible	Rayon (mm)		Hauteur (cm)	Permittivité	
	4		7	9	
Valeurs estimées	Polarisation VV				
	Fréquence (GHz)	Rayon (mm)	Hauteur (cm)	Permittivité	Distance
	7	5,5	7	6,4	0,47
	[7 - 8,8]	5,5	7	6,9	0,44
	[7 - 12]	4,5	7	8	0,16
	4 fréquences	4	5	8,7	0,28
	7 fréquences	4,5	5	6,7	0,4
	13 fréquences	5	6	6,1	0,43

TABLE II.2 – Synthèse des résultats d'inversion pour des données multifréquentielles rassemblées. Erreur sur les paramètres inversés.

Les résultats du tableau II.2 confirment d'abord que l'utilisation de données multifréquentielles a clairement un effet sur les erreurs d'inversion ("Distance"). Cela étant dit, cette expérience ne permet pas d'identifier une relation causale évidente entre l'utilisation de plusieurs fréquences dans le jeu de données et l'erreur d'inversion matérialisée par la distance à la vérité terrain inversible. A ce stade de l'étude, il nous faut avoir plus d'informations sur les mesures pour chaque fréquence séparément afin de tenter d'interpréter les résultats du tableau II.2. Nous avons donc calculé l'erreur sur le jeu de données entre les mesures et les simulations du modèle approché, pour chaque fréquence séparément. Cette erreur est calculée de la même manière que les fonctions coût (équation II.1). Le tableau II.3 rend compte de cette erreur de mesure ("Erreur") et de l'erreur d'inversion ("Distance").

Freq (GHz)	Erreur	Rayon(mm)	Hauteur (cm)	$\Re(\varepsilon_r)$	Distance
7	10	5,5	7	6,4	0,47
7,6	14,8	6	7	6	0,6
8	156,7	13,5	9	6,4	2,4
8,6	23,6	5	8	9,1	0,28
8,8	20,1	5	8	8,9	0,28
9	17,3	4,5	8	10,2	0,23
9,6	16,1	4	7	11,6	0,28
10	11	4	7	11,2	0,24
10,6	5,5	4	8	10,7	0,23
11	8,8	3,5	8	12	0,38
11,6	9,9	4	7	9,4	0,04
12	10	4	7	9,3	0,03
12,6	226,6	5	5	6,6	0,46
13	293,5	2,5	5	6,8	0,53

TABLE II.3 – Erreurs de mesure (Erreur) et erreurs d'inversion (Distance) pour des mesures à différentes fréquences.

Les distances présentées dans le tableau II.2 montrent d'abord une diminution de l'erreur puis son augmentation lorsque le nombre de fréquences utilisées augmente. La comparaison du cas monofréquentiel (7 GHz) et des deux cas bifréquentiel (la même fréquence de 7 GHz plus une autre de 8,8 GHz ou 12 GHz)) semble indiquer qu'ajouter des fréquences diminue l'erreur d'inversion : les deux cas bifréquentiels ont des erreurs plus petites que le cas monofréquentiel. Malgré cela, les erreurs des deux cas bifréquentiels sont différentes. Cela s'expliquerait par le fait que l'erreur de mesure amenée par la deuxième fréquence est différente :

une erreur de 20,1 pour 8,8 GHz et une erreur de 10 pour 12 GHz (II.3). Ajouter une fréquence à plus faible erreur, diminue l'erreur d'inversion (tableau II.2) et inversement. Cela explique probablement la remontée de l'erreur d'inversion dans les cas de 4, 7 et 13 fréquences. En effet, dans le cas de 4 fréquences, la mesure à 13 GHz introduit beaucoup d'erreur. Dans le cas de 7 fréquences, des erreurs sont introduites par deux fréquences (8 GHz et 13 GHz). Et dans le cas de 13 fréquences, des erreurs sont ajoutées par trois fréquences (8 GHz, 12,6 GHz et 13 GHz). L'interprétation qui se dégage est que si l'ajout de fréquences a tendance à diminuer l'erreur d'inversion, l'erreur de mesure qu'il amène joue un rôle primordial. L'erreur de mesure compense complètement l'apport de données multifréquentielles.

Nous venons donc de constater que l'erreur d'inversion (distance) est liée aux erreurs de mesure. Comme la distance est mathématiquement liée aux paramètres inversés, ces derniers sont donc dépendants de l'erreur de mesure. En observant les résultats donnés par le tableau II.3, nous remarquons que l'erreur d'inversion ne semble pas être corrélée à l'erreur de mesure : par exemple, à distance identique (0,23), l'erreur de mesure pour la fréquence de 10,6 GHz est de 5,5 tandis qu'elle est de 17,3 pour la fréquence de 9 GHz. Sachant que la distance est liée aux paramètres inversés, ces derniers ne sont donc pas corrélés non plus aux erreurs de mesures. Nous en tirons l'hypothèse selon laquelle, pour diminuer l'erreur d'inversion (la distance), il serait plus judicieux de "mélanger" des jeux de paramètres inversés sur plusieurs fréquences séparées que de "mélanger" plusieurs fréquences dans le même jeu de données et n'obtenir qu'un seul jeu de paramètres inversés. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons regroupé dans le tableau II.4 les moyennes des paramètres inversés sur un nombre de fréquences différents, identiques à celles du tableau II.2.

Etude de l'erreur d'inversion : jeux de données mono- et multifréquentiels					
Vérité terrain inversible	Rayon (mm)		Hauteur (cm)		Permittivité
	4		7		9
Valeurs estimées	Polarisation VV				
	Fréquence (GHz)	$\overline{Rayon}$ (mm)	$\overline{Hauteur}$ (cm)	$\overline{Permittivité}$	Distance
	7	5,5	7	6,4	0,47
	[7 - 8,8]	5,2	7,5	7,65	0,34
	[7 - 12]	4,75	7	7,85	0,22
	4 fréquences	4,25	6,75	7,87	0,14
	7 fréquences	5,35	7,28	8,29	0,34
	13 fréquences	5	7,15	8,9	0,25

TABLE II.4 – Synthèse des résultats d'inversion pour des données multifréquentielles séparées. Erreur sur les paramètres inversés.

Le tableau II.4 montre globalement une amélioration des paramètres inversés puisque les distances d'erreur sont inférieures à celles du tableau II.2. Cela confirmerait que moyenner des jeux de paramètres inversés sur plusieurs fréquences seules est mieux qu'inverser un seul jeu de paramètres pour plusieurs fréquences ensembles. Le tableau II.4 montre aussi que la distance diminue avec l'augmentation du nombre de fréquences utilisées sauf dans un seul cas (7 fréquences). Comme la distance est calculée à partir des moyennes de chaque paramètre inversé, celle-ci dépend des paramètres inversés pour chaque fréquence (tableau II.3). Ce dernier indique une valeur inversée du rayon très erronée pour la fréquence 8 GHz qui contamine assez fortement la moyenne sur 7 fréquences mais dont l'impact est amoindri par l'ajout des paramètres bien estimés à six autres fréquences (cas 13 fréquences).

Cette étude nous mène donc au constat suivant : l'inversion avec un seul jeu de données multifréquentielles dépendant de l'erreur de mesure, l'inversion avec plusieurs jeux de données monofréquentielles dépendant de l'erreur sur les paramètres inversés et le tableau II.3 montrant qu'il y a plus de fréquences mesurées que de jeux de paramètres inversés avec de

grosses erreurs, il est donc logique que la méthode basée sur la moyenne des paramètres inversés soit meilleure. Toutefois, un résultat est remarquable. Il s'agit de la permittivité qui est, pour une fois, particulièrement bien estimée.

### C- Inversion de 4 cylindres d'époxy chargé de dioxyde de titane

Dans cette partie la cible est composée de quatre parallélépipèdes identiques verticaux de dimensions  $7,5 \times 7,5 \times 75 \text{ mm}^3$ . La distance entre chaque parallélépipède et le centre de la plaque circulaire est de 25 mm (Fig II.31). Dans le cas réel, ces parallélépipèdes correspondent à quatre troncs d'arbres espacés de 2 m selon les axes  $x$  et  $y$ . La configuration de la maquette ainsi que les configurations géométriques des antennes sont représentées sur la figure II.38.

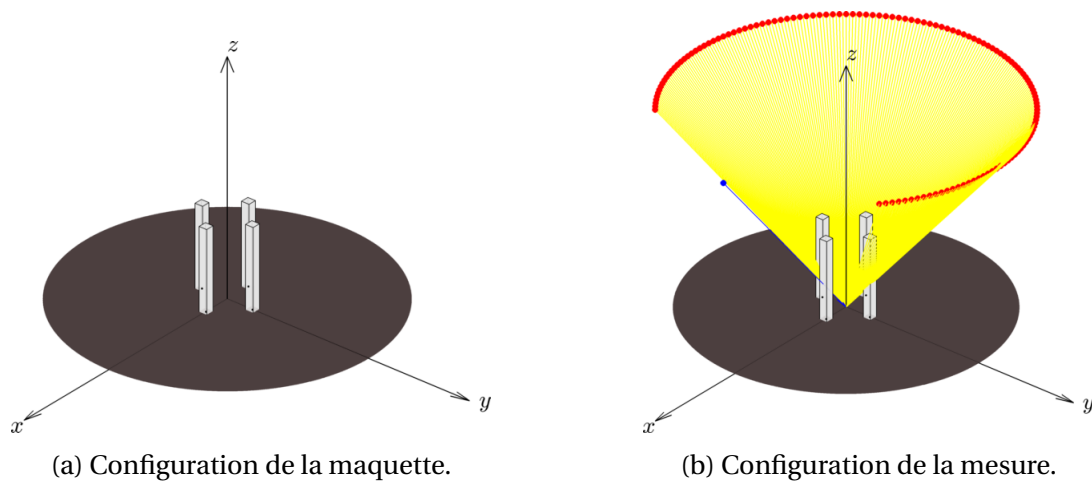


FIGURE II.38 – Configurations géométriques de la maquette et des antennes d'émission et de réception. (a) Configuration de la maquette. (b) Bistatisme en  $\phi_s$ . Le point en bleu indique la position de l'antenne émettrice et ceux en rouge représentent les positions des récepteurs.

La figure II.39 présente les comparaisons entre les mesures et les simulations du modèle approché pour le module et la phase de la matrice de diffusion en polarisation HH. Le modèle approché donne une bonne approximation des données.

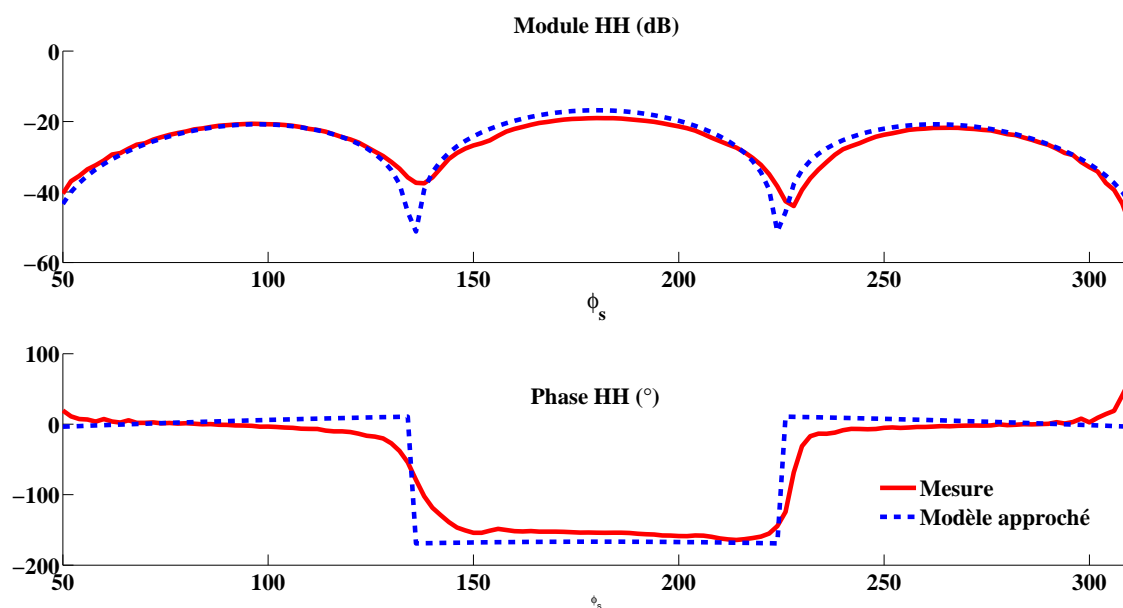


FIGURE II.39 – Comparaison en module et phase des matrices de diffusion mesurée et simulée en polarisation HH à 9.4 GHz.

Pour faciliter l'inversion, nous contraignons l'AG en imposant que les quatre cylindres aient des paramètres identiques, ce qui revient, en terme de taille de chromosome, à être équivalent à l'inversion d'un seul cylindre. Cela nous permet notamment d'utiliser une taille de population plus faible fixée à 500 individus qui représente 0,09% des solutions possibles. Les données ont été obtenues à partir de toutes les mesures en  $\phi_s$ , soit 131 positions d'antenne, et pour la fréquence de 9,4 GHz.

La figure II.40 donne les résultats de l'inversion des trois paramètres de quatre cylindres pour trois essais différents. Ces trois essais ont convergé vers une même solution. Cependant, excepté la hauteur, la précision souhaitée n'est pas au rendez-vous, même si les paramètres inversés ne sont pas aberrants compte tenu des intervalles de recherche.



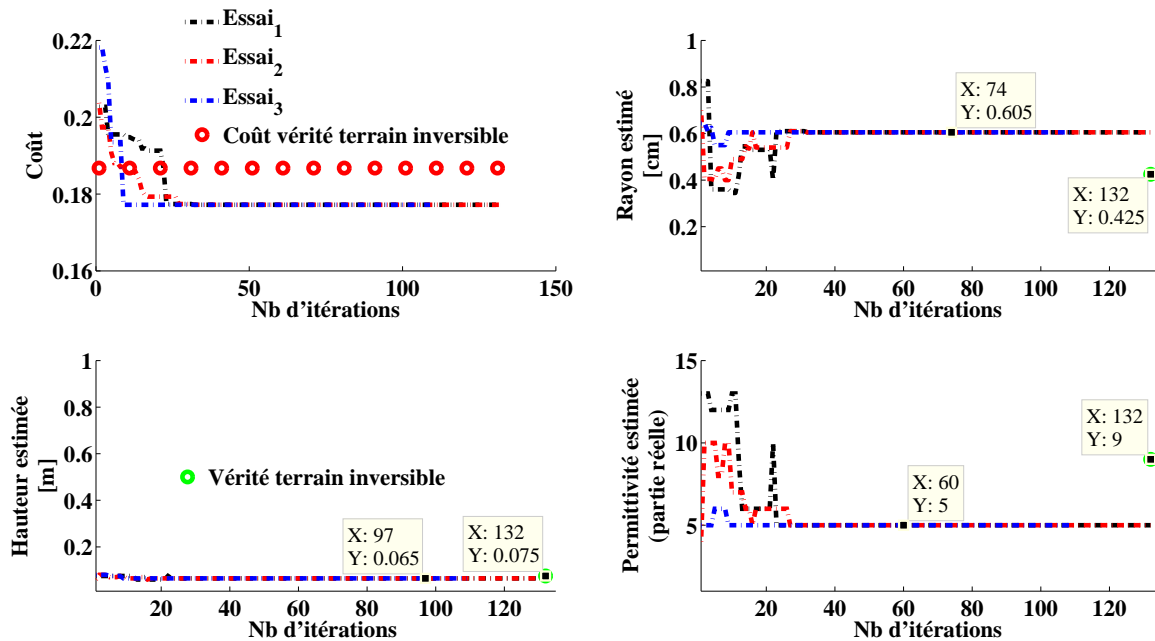


FIGURE II.40 – Résultats de l'inversion des données correspondant à 4 barreaux d'époxy chargé, verticaux, sur sol métallique. Meilleur coût et meilleures valeurs des paramètres en fonction du nombre d'itérations.

**Synthèse** Sur le jeu de données obtenues par des mesures, l'AG a réussi pour toutes les cibles à trouver la solution optimale. Lorsque l'erreur de modèle est faible (cas du plexiglas) les paramètres inversés sont de très bonne qualité. Tandis que pour le cas du cylindre en époxy chargé, les paramètres inversés sont de moindre qualité, tout en restant dans un domaine acceptable. Dans ce cas, les erreurs de modèle ne sont pas négligeables, comme en témoignent les comparaisons entre mesures et données calculées au moyen du modèle approché.

Pour le cas d'un seul cylindre en époxy chargé, nous avons étudié l'effet de la polarisation des ondes utilisées dans les données. Nous avons trouvé que la polarisation HH donnait les plus mauvais résultats. Pourtant, dans le cas du plexiglas, la polarisation HH a donné d'excellents résultats. La polarisation n'est donc pas en cause. Il est plus probable que ces mauvais résultats relèvent de la qualité des mesures. En particulier dans les zones angulaires où la courbe présente de fortes inflexions. Ceci met bien en évidence que la qualité de la mesure est un facteur fondamental. L'utilisation de plusieurs polarisations semble utile même si notre étude ne nous permet pas de le conclure définitivement. Par contre, l'utilisation de plusieurs fréquences a montré un impact positif sur la précision des paramètres inversés. Dans notre cas d'étude, la moyenne des paramètres inversés pour différentes fréquences s'est révélée être une approche prometteuse pour diminuer l'effet des erreurs de mesure.

## II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons eu pour objectif d'expérimenter l'inversion basée sur l'algorithme génétique en trois étapes : la première avec des données sans erreur (crime inverse), la deuxième avec des données contenant des erreurs de modèle (données calculées par le modèle exact) et la troisième dans le cas de données expérimentales mesurées en chambre anéchoïque. L'algorithme génétique a montré sa capacité à converger vers la solution optimale pour chacune des étapes.

Une première étude préalable, en crime inverse sur un seul cylindre, a d'abord permis d'établir un critère qui assure la convergence de l'AG. Elle nous a ensuite permis de vérifier que l'AG était capable d'inverser des données monostatiques, bistatiques en  $\theta_s$ , bistatiques en  $\phi_s$  et bistatiques quelconques. Malgré ce bon résultat, nous avons adopté, pour la suite de l'étude, la configuration de bistatisme en  $\phi_s$  puisque cette configuration de mesure avait montré les meilleurs résultats lorsque le modèle approché utilisé dans l'AG avait été comparé au modèle exact.

Ensuite, afin de se rapprocher de données réelles, nous avons appliqué l'AG à des données fabriquées par le modèle exact, pour un seul, puis deux et enfin quatre cylindres. Cette étude a montré qu'il était capable de converger vers la solution optimale. Malgré cela, l'erreur entre les modèles exact et approché a fait émerger un autre problème qui se traduit par une solution optimale différente de la vérité terrain inversible.

Enfin, nous avons expérimenté l'inversion sur des données mesurées sur un, puis quatre cylindres. Bien que l'AG converge ici aussi, il est sujet aux erreurs entre les mesures et les simulations du modèle approché. Dans le cas d'un seul cylindre, nous disposions de deux types de cibles : un cylindre en plexiglas et l'autre en époxy chargé de dioxyde de titane. Cela nous a permis de tester l'inversion sur des jeux de données entachées d'erreurs différentes dues à la fois aux approximations du modèle électromagnétique et au bruit de mesure.

Au delà de l'efficacité de l'AG, nous avons profité de la validation de l'AG pour mieux appréhender son fonctionnement.

Tout d'abord, lors d'une seconde étude préalable, en crime inverse, nous avons pu observer l'effet de l'utilisation de données multifréquentielles sur la forme des fonctions coût. Même si les données multifréquentielles permettent d'éliminer des ambiguïtés en rehaussant le niveau des minima locaux, cela n'a pas semblé avoir un impact évident sur la vitesse de convergence de l'AG.

Ensuite, la validation de l'AG en crime inverse nous a conduit à expérimenter l'effet d'ajouter des positions d'antenne dans le jeu de données. Cet ajout permet d'améliorer la convergence de l'AG en l'assurant même lorsque la taille de la population est trop faible.

Il est connu qu'augmenter la taille des données facilite l'inversion en réduisant les ambiguï-

tés. Mais il y a deux manières de le faire : soit en ajoutant de la diversité spatiale (des positions d'antenne), soit en ajoutant de la diversité en fréquence. Les résultats précédents nous ont poussé à formuler l'hypothèse selon laquelle seul l'ajout de positions d'antenne améliorerait la convergence, l'autre manière étant d'augmenter la taille de la population.

Nous avons mis cette hypothèse à l'épreuve lorsque des données simulées par le modèle exact ont été utilisées pour valider l'AG. Notre étude nous a d'abord conduit à vérifier que l'augmentation de la taille de la population et du nombre de positions d'antenne influence très favorablement la convergence de l'AG. Ensuite, nous avons vérifié que l'ajout de nouvelles fréquences dans le jeu de données n'améliore pas de façon significative la convergence de l'AG.

Enfin, nous avons pu observer l'effet des erreurs de modèle et de mesure à partir de données simulées par le modèle exact ou mesurées. Ces erreurs provoquent un écart entre les paramètres inversés et les paramètres de la vérité terrain.

Lors de la validation de l'AG sur des données issues du modèle exact, nous avons constaté qualitativement que les erreurs d'inversion sont sensibles non seulement au nombre de positions d'antenne mais aussi au nombre de fréquences utilisées dans le jeu de données.

Par ailleurs, lors de la validation de l'AG sur des données mesurées, nous avons pu utiliser deux jeux de données présentant différents niveaux d'erreur par rapport au modèle approché. Les mesures les moins sujettes aux erreurs ont permis d'obtenir de très bons résultats d'inversion.

Nous avons profité de cette étude pour tester l'effet de la polarisation des données utilisées pour, cette fois, quantifier l'erreur d'inversion. Nous avons observé que la polarisation VV donne un bien meilleur résultat que la polarisation HH. Il semblerait que cela soit dû, là aussi, à des erreurs de mesures. Malgré cela, et certainement à cause du faible niveau du canal HH par rapport au canal VV, lors de l'utilisation conjointe des deux polarisations dans le jeu de données, l'erreur d'inversion reste proche de celle du canal VV seul.

Dans la même optique de réduction de l'erreur d'inversion, cette étude a été mise à profit pour étudier la façon d'utiliser des données multifréquentielles. Il s'avère qu'inverser avec plusieurs jeux de données monofréquentiels, puis moyenner les paramètres inversés, est plus efficace que d'utiliser plusieurs fréquences dans le même jeu de données. Ce résultat, à confirmer par une étude plus exhaustive, est d'autant plus intéressant que, numériquement, le temps de calcul est d'autant plus faible que la taille des données l'est aussi.

## Conclusion

L'objectif de ce travail était de poser des bases solides à une problématique d'inversion de données électromagnétiques dans le contexte de la télédétection en zone forestière.

La première partie de ce manuscrit s'est donc attachée à valider un modèle approché de diffusion par un cylindre diélectrique avec des comparaisons à un modèle dit "exact" basé sur une formulation intégrale de volume en champ électrique dont la formulation discrète est obtenue à l'aide de la méthode des moments. Le modèle approché s'appuie sur l'approximation selon laquelle les courants à la surface d'un cylindre fini sont calculés comme si le cylindre était infini. Le champ électromagnétique engendré par ces courants est, quant à lui, calculé en prenant en compte la longueur finie du cylindre, les courants étant alors tronqués et supposés nuls en dehors de celle-ci. Ce modèle a pour avantage d'aboutir à une formulation analytique du champ diffracté. Cela lui confère une grande rapidité d'exécution. De plus, le modèle approché a montré sa relativement bonne fiabilité lors de la comparaison avec le modèle exact, notamment en configuration bistatique en  $\phi$ . Cela a motivé notre choix de la configuration d'antenne utilisée pour la validation de l'inversion.

Le modèle approché a néanmoins montré que la réciprocité polarimétrique attendue en configuration monostatique n'était plus vérifiée pour le mécanisme de double rebond si le cylindre est incliné par rapport à la verticale. Cela est d'autant plus important que le mécanisme de double rebond est dominant, notamment sur les troncs et les branches primaires et que les capteurs radar sont encore, pour la plupart, monostatiques. Face à cela, nous avons tenté d'apporter des modifications aux expressions analytiques du champ rayonné. En effet, la perte de réciprocité intervient car ces expressions ne sont pas symétriques à l'égard des angles locaux d'incidence et de diffusion. La solution proposée consistait à opérer une moyenne géométrique signée sur les fonctions trigonométriques de ces angles. Cette solution, bien que ne résolvant que partiellement le problème, a permis de réduire les zones angulaires critiques aux cas où l'angle d'inclinaison du cylindre par rapport à la verticale est plus grand que l'angle d'incidence. Cette solution partielle est donc envisageable pour des troncs. Nous n'apportons pas ici de solution définitive à la perte de réciprocité, mais nous avons jugé

utile de mettre en exergue cette problématique.

La seconde partie de ce manuscrit s'est focalisée plus spécifiquement sur l'inversion numérique de données électromagnétiques.

Dans un premier temps, nous avons fait un tour d'horizon succinct des différentes méthodes d'optimisation de manière à présenter la démarche qui nous a conduit à choisir l'algorithme génétique pour répondre à notre problématique. En effet, l'algorithme génétique est bien adapté aux problèmes à fortes ambiguïtés. Dans un deuxième temps, nous avons détaillé le principe de l'algorithme génétique classique. Enfin, nous avons proposé une amélioration de l'algorithme classique : nous avons amené de la diversité dans l'opérateur de croisement en utilisant une méthode de croisement mélangé. De plus, nous avons augmenté l'efficacité de l'opérateur de mutation classique en augmentant de manière très forte le taux de mutation. Pour cela, il a été nécessaire de modifier le fonctionnement de l'opérateur de mutation de manière à ce que celui-ci remplace les individus à plus haut coût par les individus mutés. Cela a nécessité l'introduction d'une étape d'évaluation supplémentaire entre l'application de l'opérateur de croisement et celle du nouvel opérateur de mutation. Cette amélioration a montré des performances nettement supérieures à celles de l'algorithme classique en terme de rapidité de convergence.

Après cette étude de l'algorithme génétique en soi, cet outil a été utilisé pour l'étape d'inversion.

Puisque les algorithmes d'inversion numériques s'appuient sur la minimisation de fonctions coût, nous avons préalablement observé leur comportement lorsque le jeu de données est modifié. En effet, comme la fonction coût représente l'erreur entre les coefficients de la matrice de diffusion calculés à l'aide du modèle approché et les données, changer les données implique un changement de la fonction coût. Nous avons pu constater qu'augmenter la taille des données en ajoutant de la diversité fréquentielle modifie favorablement le comportement de la fonction coût en rehaussant le niveau des minima locaux. En contrepartie, l'algorithme génétique utilisé ne semblait pas fortement influencé par l'utilisation de données multifréquentielles.

Enfin, la dernière partie de ce manuscrit est exclusivement dédiée à l'inversion de données. Elle poursuit deux objectifs. Le premier objectif a consisté en la validation de l'algorithme génétique. Dans une démarche de complexité croissante, nous avons éprouvé la convergence de l'algorithme génétique vers la solution optimale qui est liée au minimum global de la fonction coût. Pour cela, nous avons vérifié sa convergence dans le cas idéal où les données sont simulées par le modèle approché utilisé lors de l'inversion (crime inverse), puis en présence d'erreurs de modèle, les données étant alors obtenues à l'aide du modèle exact

et, enfin, dans le cas expérimental réel où les données sont mesurées en situation contrôlée dans une chambre anéchoïque. Parallèlement à cela, nous avons fait évoluer les cibles à inverser d'un cas simple (un seul cylindre) à des cas plus compliqués (plusieurs cylindres). En ce qui concerne les paramètres physiques (rayon, hauteur, permittivité) des cylindres étudiés, la convergence a été systématiquement obtenue. La validation numérique de l'algorithme génétique a été un succès.

Le second objectif a été mené en parallèle avec la validation numérique. Chaque étape de la validation a permis de poser des hypothèses que nous avons mises à l'épreuve dans les étapes suivantes. Nous avons ainsi pu vérifier que la vitesse de convergence dépend directement de la taille de la population, ce qui était déjà connu, et du nombre de positions d'antennes dans le jeu de données. Plus ils augmentent, plus l'algorithme converge rapidement. Nous disposons donc de deux leviers différents pour traiter des espaces de solutions possibles très grands. Par contre, l'utilisation de données multifréquentielles dans le même jeu de données, n'a pas amélioré la convergence. Enfin, la confrontation de notre algorithme d'inversion à des données expérimentales acquises en situation contrôlée a été l'occasion d'introduire un autre aspect de l'inversion qui est l'écart entre les paramètres estimés optimaux et la vérité terrain. L'origine de cet écart est liée d'une part à l'erreur de modèle introduite par le modèle approché et, d'autre part, aux incertitudes de la mesure. Nous avons ainsi observé l'effet de la polarisation utilisée dans le jeu de données. Comme les niveaux des canaux de polarisation sont souvent différents, la polarisation qui a la réponse la plus forte impose son erreur aux autres. La diversité de polarisation n'ayant pas montré des avantages remarquables concernant l'inversion, deux façons d'utiliser les données multifréquentielles ont été étudiées. De cette étude, il ressort que la méthode la plus rapide numériquement est aussi la plus efficace et la moins sensible aux erreurs de mesures ; elle consiste à estimer les différents paramètres à partir des données correspondant à chaque fréquence séparément, puis à calculer leur moyennes sur les différentes fréquences.

Ce travail a donc validé l'outil d'inversion numérique par algorithme génétique et proposé des moyens d'améliorer sa convergence et sa précision. Nous avons ouvert des pistes d'utilisation de données multifréquentielles et multipolarisation.

L'inversion numérique de données électromagnétiques se base à la fois sur un modèle électromagnétique de diffusion et sur une méthode d'optimisation. Des perspectives peuvent donc être avancées sur ces deux axes.

Du point de vue de la modélisation électromagnétique, le modèle approché que nous avons utilisé privilégie la rapidité au détriment de la réalité physique. Un premier pas consisterait à y introduire la notion de couplage. En effet, les couplages électromagnétiques entre diffuseurs peuvent être négligés lorsque ceux-ci sont éloignés les uns des autres, mais il est

évident que négliger le couplage entre les troncs et les branches ne peut représenter fidèlement la forêt, notamment aux basses fréquences.

Par ailleurs, les constantes avancées dans le domaine de la modélisation électromagnétique (par exemple [67] ou [68]) laissent à penser qu'à terme, des modèles réputés "exacts" pourront directement être implantés dans la chaîne d'inversion.

Du point de vue des méthodes d'optimisation et plus particulièrement de l'algorithme génétique, nos travaux nous ont d'abord conduit à identifier comme point dur, l'erreur entre les paramètres inversés et la vérité terrain. Nous avons observé que l'utilisation de données multifréquentielles semblait pouvoir améliorer les résultats quand elles sont traitées de façon séquentielle. Il s'agirait maintenant d'approfondir cette piste par une étude exhaustive.

Par ailleurs, nos travaux se sont bornés à n'inverser que trois paramètres physiques (rayon, hauteur et permittivité) pour des cylindres verticaux. Dans un souci de description réaliste d'une zone forestière, il est indispensable de prendre en compte les branches primaires et donc d'inverser leurs paramètres d'orientation et plus généralement de pouvoir localiser (paramètres de position) les diffuseurs. Cependant, le réalisme de la scène augmentant, le nombre de paramètres physiques à inverser augmente. La dimension du domaine des solutions possibles, dans lequel se trouve la solution optimale, augmente d'autant. Une solution consisterait donc à augmenter la taille de la population, à augmenter la diversité spatiale dans le jeu de données et/ou à accorder plus d'itérations pour le critère d'arrêt. Cela aurait pour conséquence d'augmenter le temps de calcul. Une autre solution consisterait à améliorer l'algorithme génétique lui-même en s'inspirant d'une méthode d'évolution différentielle [61] ou d'une méthode adaptative [62]. Cela n'exclue pas l'intérêt d'une comparaison préalable des performances de ces deux approches à la méthode présentée dans ce manuscrit. Cependant, il semblerait plus judicieux de traiter le problème d'optimisation par une méthode évolutionniste coopérative car de telles méthodes, notamment celles d'optimisation par essais particuliers ou par colonies de fourmis, sont réputées être plus adaptées aux problèmes de grandes dimensions que les algorithmes génétiques.

Enfin, il faut noter que, à l'heure actuelle, des recherches de pointe portent sur la résolution des problèmes inverses de diffraction à l'aide de méthodes basées sur l'acquisition comprimée (en anglais : compressive sensing ou compressed sampling) [69, 70], aussi bien dans le domaine du radar [71, 72] que dans celui de l'imagerie micro-onde [73, 74, 75]. Ces méthodes supposent que le problème inverse soit linéaire et que l'objet recherché soit parcimonieux, c'est-à-dire qu'il puisse être représenté par un petit nombre de coefficients lorsqu'il est projeté sur une base judicieusement choisie. Elles paraissent donc tout à fait adaptées à notre

problème. En effet, nous avons vu que les modèles de diffusion par la forêt étaient souvent linéarisés dans le cadre de l'approximation de Born d'une part et, d'autre part, le modèle du cylindre fini peut très bien servir de base à une représentation parcimonieuse.



## **Troisième partie**

### **Annexes**





## Base de polarisation en convention FSA-BSA

Une onde électromagnétique plane voit sa polarisation complètement décrite dans une base orthogonale à deux dimensions, elle même orthogonale à son vecteur d'onde  $\hat{k}$ . Deux bases de polarisation sont par ailleurs nécessaires pour décrire les états de polarisation de l'onde émise et de l'onde reçue. Dans la littérature deux conventions sont rencontrées. La première, appelée FSA (Forward Scattering Alignment) venant de l'optique est aussi utilisée en modélisation électromagnétique. **Cette convention a été choisie pour le travail présenté dans ce rapport.** La deuxième convention (BSA, Back Scattering Alignement) est traditionnellement utilisée dans le domaine du radar pour la télédétection monostatique.

### A.1 Base de polarisation dans la convention FSA

La base de polarisation est définie par ses deux vecteurs unitaires vertical et horizontal ( $\hat{v}, \hat{h}$ ) eux-même définis par rapport à la direction de propagation de l'onde ( $\hat{k}$ ). En convention FSA, les bases de polarisation ( $\hat{k}, \hat{v}, \hat{h}$ ) d'émission et de réception forment un trièdre direct. La figure A.1 montre les bases de polarisation de l'onde incidente (indice i) et de l'onde diffusée (indice s) dans la convention FSA.

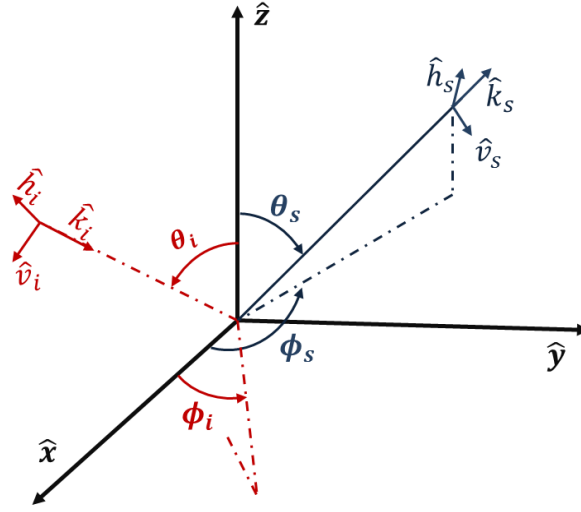


FIGURE A.1 – Représentation géométrique des bases de polarisation incidente et diffusée en convention FSA.

Les vecteurs unitaires de la base de polarisation de l'onde incidente sont donnés par les équations suivantes :

$$\hat{k}_i = -\sin\theta_i \cos\phi_i \hat{x} - \sin\theta_i \sin\phi_i \hat{y} - \cos\theta_i \hat{z} \quad (\text{A.1})$$

et, puisque  $(\hat{k}_i, \hat{v}_i, \hat{h}_i)$  forment un trièdre direct,  $\hat{v}_i$  et  $\hat{h}_i$  peuvent tourner autour de l'axe de propagation en respectant toujours l'orthogonalité. Par convention, on peut donc définir  $\hat{h}_i$  par rapport à  $\hat{z}$  et  $\hat{k}_i$  par la formule suivante :

$$\hat{h}_i = \frac{\hat{z} \wedge \hat{k}_i}{|\hat{z} \wedge \hat{k}_i|} = \sin\phi_i \hat{x} - \cos\phi_i \hat{y}. \quad (\text{A.2})$$

De plus  $\hat{v}_i$  doit être orthogonal à  $\hat{k}_i$  et  $\hat{h}_i$ , d'où :

$$\hat{v}_i = -\hat{k}_i \wedge \hat{h}_i = \cos\theta_i \cos\phi_i \hat{x} + \cos\theta_i \sin\phi_i \hat{y} - \sin\theta_i \hat{z}. \quad (\text{A.3})$$

De même les vecteurs unitaires dans le plan de réception sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}
\hat{k}_{sFSA} &= \sin\theta_s \cos\phi_s \hat{x} + \sin\theta_s \sin\phi_s \hat{y} + \cos\theta_s \hat{z}, \\
\hat{v}_{sFSA} &= \cos\theta_s \cos\phi_s \hat{x} + \cos\theta_s \sin\phi_s \hat{y} - \sin\theta_s \hat{z}, \\
\hat{h}_{sFSA} &= -\sin\phi_s \hat{x} + \cos\phi_s \hat{y}.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Dans le cas monostatique ( $\theta_s = \theta_i, \phi_s = \phi_i$ ), en convention FSA et en se référant aux équations (A.1), (A.2), (A.3) et (A.4), les relations entre les vecteurs unitaires incidents et diffusés deviennent :  $\hat{k}_s = -\hat{k}_i$ ,  $\hat{v}_s = \hat{v}_i$  et  $\hat{h}_s = -\hat{h}_i$ .

## A.2 Base de polarisation dans la convention BSA

Dans la convention **BSA**, la base de polarisation de l'onde incidente est la même qu'en convention **FSA**, mais, en réception, la direction du vecteur unitaire de propagation de l'onde diffusée est opposée à celle de la convention FSA (Fig A.2). Les équations qui définissent les vecteurs unitaires de polarisation dans la base de réception sont :

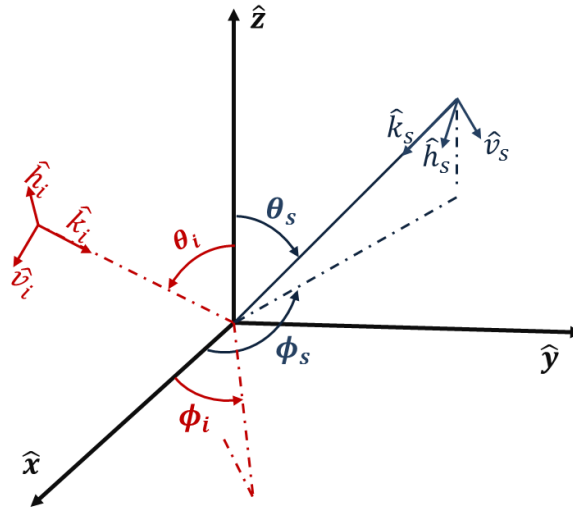


FIGURE A.2 – Représentation géométrique des bases de polarisation incidente et diffusée en convention BSA.

$$\begin{aligned}
\hat{k}_{sBSA} &= -\sin\theta_s \cos\phi_s \hat{x} - \sin\theta_s \sin\phi_s \hat{y} - \cos\theta_s \hat{z}, \\
\hat{v}_{sBSA} &= \cos\theta_s \cos\phi_s \hat{x} + \cos\theta_s \sin\phi_s \hat{y} - \sin\theta_s \hat{z}, \\
\hat{h}_{sBSA} &= \sin\phi_s \hat{x} - \cos\phi_s \hat{y}.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Dans cette convention, les bases de polarisation ( $\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{h}}$ ) d'émission et de réception sont identiques en monostatique. Le passage du champ diffusé exprimé dans la convention FSA à celui exprimé dans la convention BSA est donné par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} E_s^v \\ E_s^h \end{pmatrix}_{BSA} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s^v \\ E_s^h \end{pmatrix}_{FSA}. \tag{A.6}$$

# B

## Rotation d'Euler

La description d'un objet dans un repère fixe fait intervenir 6 paramètres : trois coordonnées décrivent la position et les trois autres décrivent les angles d'orientation. Nous avons choisi d'utiliser les angles d'Euler pour décrire l'orientation d'un solide par rapport à un repère fixe.

Les angles d'Euler seront utilisés pour passer d'un repère de référence  $OXYZ$ , que nous appellerons repère global, à celui lié à l'objet  $OX'Y'Z'$ , que nous appellerons repère local, par trois rotations successives :

- la précession : rotation du repère global autour de son axe  $OZ$ ,
- la nutation : rotation du repère nouvellement créé autour de son axe  $Y$ ,
- la rotation propre : rotation de ce dernier repère autour de son axe  $Z$ .

Pour des raisons de symétrie, la rotation propre n'a aucun effet sur un cylindre. On limite notre description des rotations aux deux angles  $\alpha$  (précession) et  $\beta$  (nutation). Ces rotations sont présentées sur la figure [B.1](#)

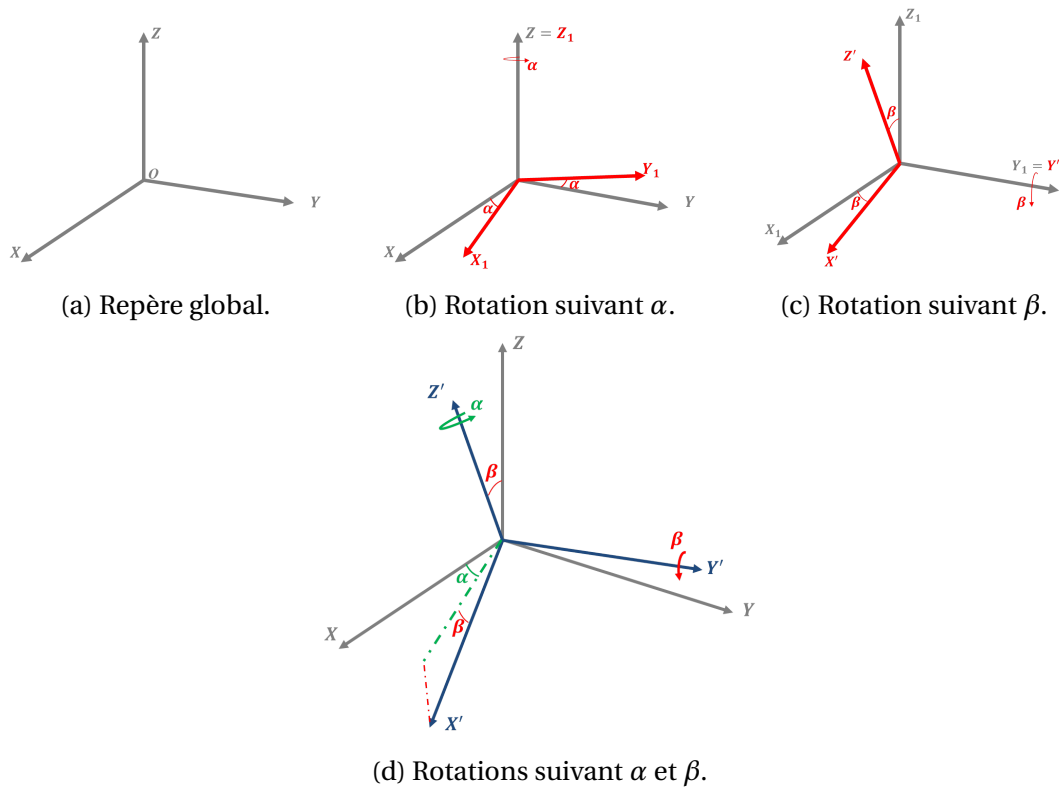


FIGURE B.1 – Passage d'un repère global à un repère local mobile par deux rotations des angles d'Euler.

Pour chaque rotation dans le sens direct (trigonométrique), les matrices équivalentes sont définies par :

$$\begin{aligned}
 \text{— précession} \quad \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}, \\
 \text{— nutation} \quad \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

La matrice de rotation totale est le résultat de la multiplication des deux matrices de rotation :



$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \alpha & \cos \beta \sin \alpha & -\sin \beta \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \sin \beta \cos \alpha & \sin \beta \sin \alpha & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (\text{B.2})$$



## Expression du champ électromagnétique incident en coordonnées cylindriques

Tout d'abord, les ondes planes sont des ondes dont la phase est constante pour tous les points appartenant à un plan et sont les solutions de l'équation d'Alembert :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = 0.$$

Ces ondes ont la forme suivante :  $e^{\mp j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$ , où  $\omega$  est la pulsation,  $\vec{k}_i$  représente le vecteur d'onde incident et  $\vec{r}$  est le vecteur position du point où l'on veut calculer le champ.

Les champs électrique et magnétique s'écrivent dans la base cylindrique sous la forme :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_\rho \hat{\rho} + E_\phi \hat{\phi} + E_z \hat{z} = \vec{E}_{trans} + E_z \hat{z}, \\ \vec{H} &= H_\rho \hat{\rho} + H_\phi \hat{\phi} + H_z \hat{z} = \vec{H}_{trans} + H_z \hat{z}.\end{aligned}\tag{C.1}$$

En convention  $e^{-j\omega t}$ , les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\begin{aligned} \vec{rot}.\vec{E} &= \nabla \wedge \vec{E} = j\omega\mu\vec{H}, \\ \vec{rot}.\vec{H} &= \nabla \wedge \vec{H} = -j\omega\epsilon\vec{E}. \end{aligned} \quad (C.2)$$

En utilisant les équations C.1, les équations C.2 se mettent sous la forme :

$$\begin{aligned} \nabla_{trans} \wedge E_z \hat{z} + \nabla_{trans} \wedge \vec{E}_{trans} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \wedge \vec{E}_{trans} &= j\omega\mu\vec{H}_{trans} + j\omega\mu H_z \hat{z}, \\ \nabla_{trans} \wedge H_z \hat{z} + \nabla_{trans} \wedge \vec{H}_{trans} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \wedge \vec{H}_{trans} &= -j\omega\epsilon\vec{E}_{trans} - j\omega\epsilon E_z \hat{z}. \end{aligned} \quad (C.3)$$

Par identification, les équations C.3 permettent de séparer les composantes du champ dans le plan transverse et sur l'axe  $\hat{z}$  :

$$\begin{aligned} \nabla_{trans} \wedge E_z \hat{z} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \wedge \vec{E}_{trans} &= j\omega\mu\vec{H}_{trans}, & \nabla_{trans} \wedge \vec{E}_{trans} &= j\omega\mu H_z \hat{z}, \\ \nabla_{trans} \wedge H_z \hat{z} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \wedge \vec{H}_{trans} &= -j\omega\epsilon\vec{E}_{trans}, & \nabla_{trans} \wedge \vec{H}_{trans} &= -j\omega\epsilon E_z \hat{z}. \end{aligned} \quad (C.4)$$

En couplant le premier élément de la première ligne avec le premier élément de la seconde ligne dans l'équation C.4, nous trouvons les champs électrique et magnétique transverse en fonction de  $E_z$  et  $H_z$  :

$$\vec{E}_{trans} = \frac{1}{\omega^2\mu\epsilon - k_z^2} \left[ \nabla_{trans} \frac{\partial E_z}{\partial z} - j\omega\mu \hat{z} \wedge \nabla_{trans} H_z \right], \quad (C.5)$$

$$\vec{H}_{trans} = \frac{1}{\omega^2\mu\epsilon - k_z^2} \left[ \nabla_{trans} \frac{\partial H_z}{\partial z} + j\omega\epsilon \hat{z} \wedge \nabla_{trans} E_z \right]. \quad (C.6)$$

Les équations C.5 et C.6 montrent que les composantes transverses du champ électromagnétique s'obtiennent à partir de sa composante sur  $\hat{z}$ .

En exprimant les variables de la phase généralisée de l'onde plane incidente  $e^{-j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$  en coordonnées cylindriques :

$$\vec{k}_i = k_0 [-\sin(\theta_i) \cos(\phi_i) \hat{x} - \sin(\theta_i) \sin(\phi_i) \hat{y} + \cos(\theta_i) \hat{z}] ,$$

$$\vec{r} = \rho \cos(\phi_s) \hat{x} + \rho \sin(\phi_s) \hat{y} + z_s \hat{z} ,$$

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = k_0 [-\rho \sin(\theta_i) \cos(\phi_s - \phi_i) + z_s \cos(\theta_i)] ,$$

on obtient l'expression :

$$\begin{aligned} e^{-J(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} &= e^{-J(\omega t - k_0 [-\rho \sin(\theta_i) \cos(\phi_s - \phi_i) + z_s \cos(\theta_i)])} \\ &= e^{-J k_0 \rho \sin(\theta_i) \cos(\phi_s - \phi_i)} e^{J k_0 z_s \cos(\theta_i)} e^{-J \omega t} . \end{aligned} \quad (C.7)$$

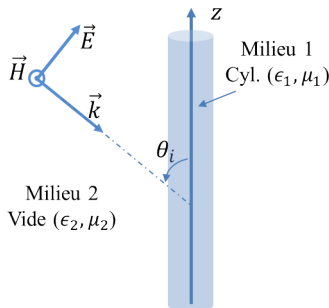
Puis en utilisant les relations 9.1.41, 9.1.44 et 9.1.45 de [21], l'équation C.7 peut se réécrire :

$$\begin{aligned} e^{-J(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} &= \sum_n (-J)^n J_n(k_0 \rho \sin(\theta_i)) e^{J n(\phi_s - \phi_i)} e^{J k_0 z_s \cos(\theta_i)} e^{-J \omega t} \\ &= \sum_n (-J)^n J_n(k_0 \rho \sin(\theta_i)) F_n , \end{aligned} \quad (C.8)$$

avec  $F_n = e^{J n(\phi)} e^{J k_0 z_s \cos(\theta_i)} e^{-J \omega t}$  et  $\phi = \phi_s - \phi_i$ .

Le champ électrique d'une onde plane qui se propage peut se projeter dans un repère orthogonal, positionné dans le plan d'onde, défini par deux vecteurs  $\hat{v}$  et  $\hat{h}$ . On peut alors parler de polarisation verticale (ou mode Transverse Magnétique - TM) et horizontale (ou mode Transverse Électrique - TE).

## C.1 Étude de la polarisation verticale (mode TM)



On appelle polarisation verticale (ou mode TM) le cas où le champ magnétique est orthogonal au plan d'incidence, ce qui implique  $H_z = 0$ .

## A- Calcul du champ électromagnétique du mode TM en coordonnées cylindriques

### a- Composantes des champs électrique et magnétique sur $\hat{z}$ :

A l'aide de l'équation C.8 les composantes sur  $\hat{z}$  des vecteurs champ électrique et magnétique s'écrivent :

$$\begin{aligned} E_z^i &= E_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n, \\ H_z^i &= 0, \end{aligned}$$

avec  $\lambda_2 = k_0 \sin(\theta_i)$ .

### b- Composantes des champs électrique et magnétique dans le plan transverse :

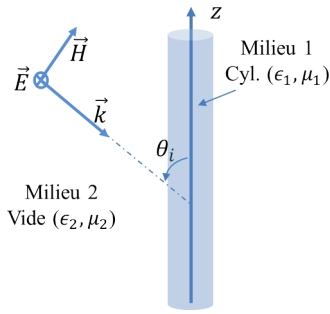
Les champs sont projetés sur les axes  $\hat{\rho}$  et  $\hat{\phi}$  des coordonnées cylindriques. Les termes des équations C.5 et C.6 s'écrivent avec  $\nabla_{trans} = \frac{\partial}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z^i}{\partial z} &= J k_0 \cos(\theta_i) E_z^i, \\ \frac{\partial H_z^i}{\partial z} &= 0, \\ \nabla_{trans} E_z^i &= E_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\rho} \\ &\quad + \frac{E_0 \sin(\theta_i)}{\rho} \sum_n (-J)^n n J J_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\phi}, \\ \nabla_{trans} H_z^i &= 0, \\ \nabla_{trans} \frac{\partial E_z^i}{\partial z} &= J k_0 \cos(\theta_i) E_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\rho} \\ &\quad + J \frac{k_0 \cos(\theta_i)}{\rho} E_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n n J J_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\phi}, \\ \nabla_{trans} \frac{\partial H_z^i}{\partial z} &= 0, \\ \hat{z} \wedge \nabla_{trans} E_z^i &= -\frac{n J E_0 \sin(\theta_i)}{\rho} \sum_n (-J)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\rho} + E_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) \hat{\phi}, \\ \hat{z} \wedge \nabla_{trans} H_z^i &= 0. \end{aligned}$$

ce qui conduit aux expressions des champs dans le plan transverse :

$$\begin{aligned}
 E_\rho^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ j k_0 \cos(\theta_i) E_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-j)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\rho}, \\
 E_\phi^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ -n \frac{k_0 \cos(\theta_i)}{\rho} E_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-j)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\phi}, \\
 H_\rho^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ \sum_n \frac{n \omega \varepsilon_2}{\rho} E_0 \sin(\theta_i) (-j)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\rho}, \\
 H_\phi^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ j \omega \varepsilon_2 E_0 \sin \theta_i \sum_n (-j)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\phi}.
 \end{aligned} \tag{C.9}$$

## C.2 Étude de la polarisation horizontale (mode TE)



On appelle polarisation horizontale (ou mode TE), le cas où le champ électrique est orthogonal au plan d'incidence ce qui implique  $E_z = 0$ .

### A- Calcul du champ électromagnétique du mode TE en coordonnées cylindriques

#### a- Composantes des champs électrique et magnétique sur $\hat{z}$ :

$$\begin{aligned}
 E_z^i &= 0, \\
 H_z^i &= H_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-j)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n,
 \end{aligned}$$

avec  $\lambda_2 = k_0 \sin \theta_i$ .

#### b- Composantes des champs électrique et magnétique dans le plan transverse :

Les termes des équations C.5 et C.6 s'écrivent avec  $\nabla_{trans} = \frac{\partial}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$  :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_z^i}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial H_z^i}{\partial z} &= J k_0 \cos(\theta_i) H_z^i, \\
 \nabla_{trans} E_z^i &= 0, \\
 \nabla_{trans} H_z^i &= H_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\rho} \\
 &\quad + \frac{H_0 \sin(\theta_i)}{\rho} \sum_n (-J)^n n J J_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\phi}, \\
 \nabla_{trans} \frac{\partial E_z^i}{\partial z} &= 0, \\
 \nabla_{trans} \frac{\partial H_z^i}{\partial z} &= J k_0 \cos(\theta_i) H_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\rho} \\
 &\quad + J \frac{k_0 \cos(\theta_i)}{\rho} H_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n n J J_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\phi} \\
 \hat{z} \wedge \nabla_{trans} E_z^i &= 0, \\
 \hat{z} \wedge \nabla_{trans} H_z^i &= -\frac{n J H_0 \sin(\theta_i)}{\rho} \sum_n (-J)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n \hat{\rho} \\
 &\quad + H_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) \hat{\phi}
 \end{aligned}$$

ce qui conduit à :

$$\begin{aligned}
 E_\rho^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ \sum_n \frac{n \omega \mu_2}{\rho} H_0 \sin(\theta_i) (-J)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\rho}, \\
 E_\phi^i &= \frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ J \omega \mu_2 H_0 \sin \theta_i \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\phi}, \\
 H_\rho^i &= -\frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ J k_0 \cos(\theta_i) H_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n \lambda_2 J'_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\rho}, \\
 H_\phi^i &= -\frac{1}{\omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 - k_{z_2}^2} \left[ -n \frac{k_0 \cos(\theta_i)}{\rho} H_0 \sin(\theta_i) \sum_n (-J)^n J_n(\rho \lambda_2) F_n \right] \hat{\phi}.
 \end{aligned} \tag{C.10}$$

### C.3 Quantification de l'erreur du modèle approché

Nous avons quantifié l'erreur entre le modèle approché et le modèle nommé "excat" en configuration bistatique en  $\phi$ , pour différentes configurations des cibles posées sur une sol parfaitement conducteur, avec l'équation suivante :

$$\xi = \frac{1}{\text{nb Pol}} \sum_{\text{Pol}} \frac{\sum_{\text{angle}} |S_{pq_{\text{exact}}} - S_{pq_{\text{approché}}}|^2}{\sum_{\text{angle}} |S_{pq_{\text{exact}}}|^2} \quad (\text{C.11})$$

où "Pol" représente les différents canaux de polarisation, "angle" les positions d'antennes, "S" la matrice de diffusion, "p" et "q" les polarisations verticale ou horizontale.

	Erreur ( $\xi$ )	Section
Cylindre seul	0,017	<a href="#">IV.5-B-</a>
Cylindre seul avec 2 branches	0,03	<a href="#">IV.6</a>
Cylindre seul avec 4 branches	0,02	<a href="#">IV.7-A-</a>
Cylindre seul avec 8 branches	0,07	<a href="#">IV.7-B-</a>
2 Cylindres avec 2 branches	0,03	<a href="#">IV.8</a>



D

Fonctions coût en fonction des paramètres à  
inverser



## D.1 Fonction coût en fonction de la variation hauteur - permittivité

FIGURE D.1 – Amplitudes de la fonction coût d'un cylindre vertical en fonction de sa hauteur et de sa permittivité pour des données multifréquentielles. Positionnement du minimum global et de la vérité terrain.

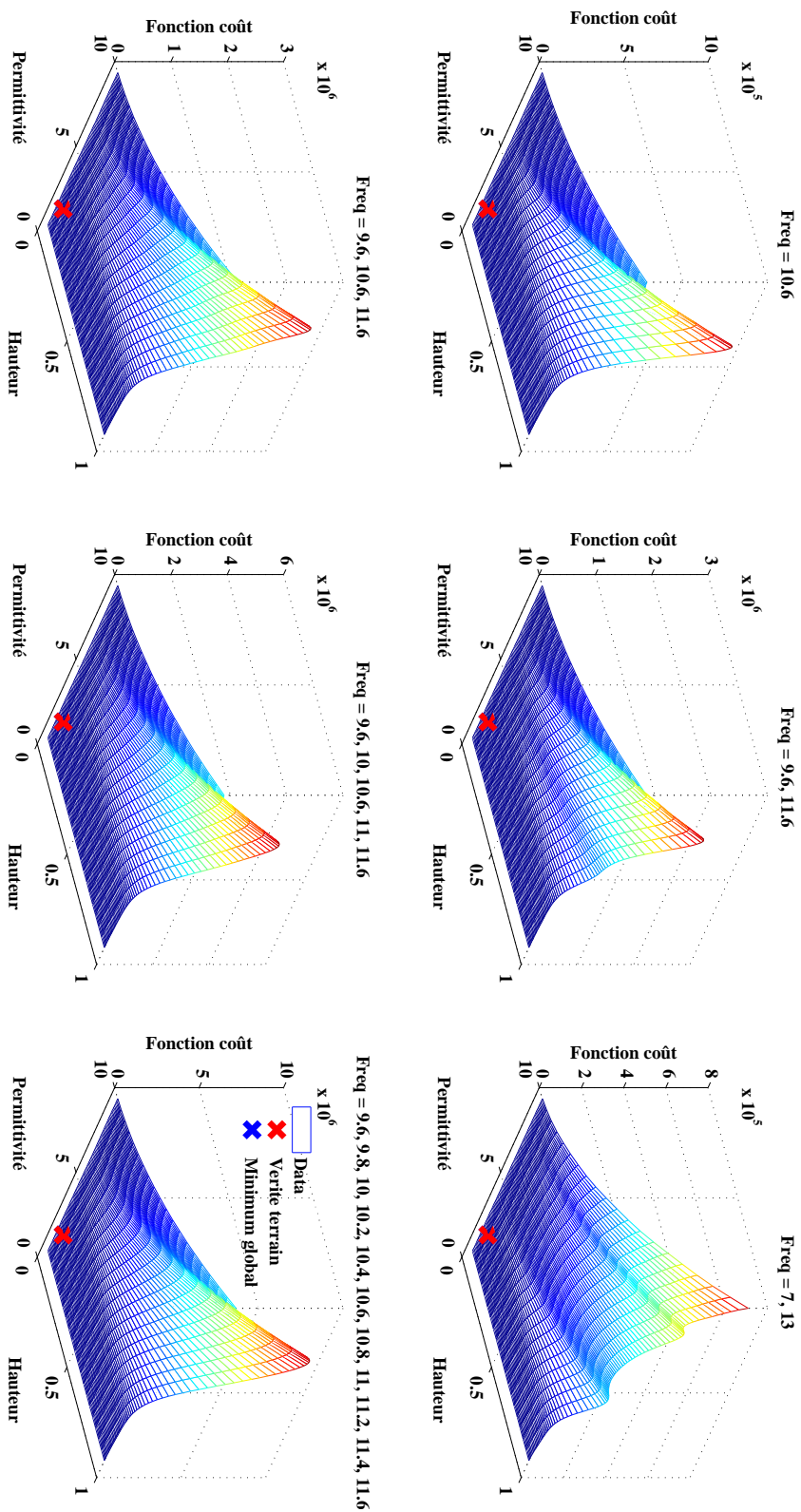


FIGURE D.2 – Coupe 2D sur l’amplitude (seuil de 400) en fonction des variables (hauteur, permittivité) pour les différentes données multifréquentielles.

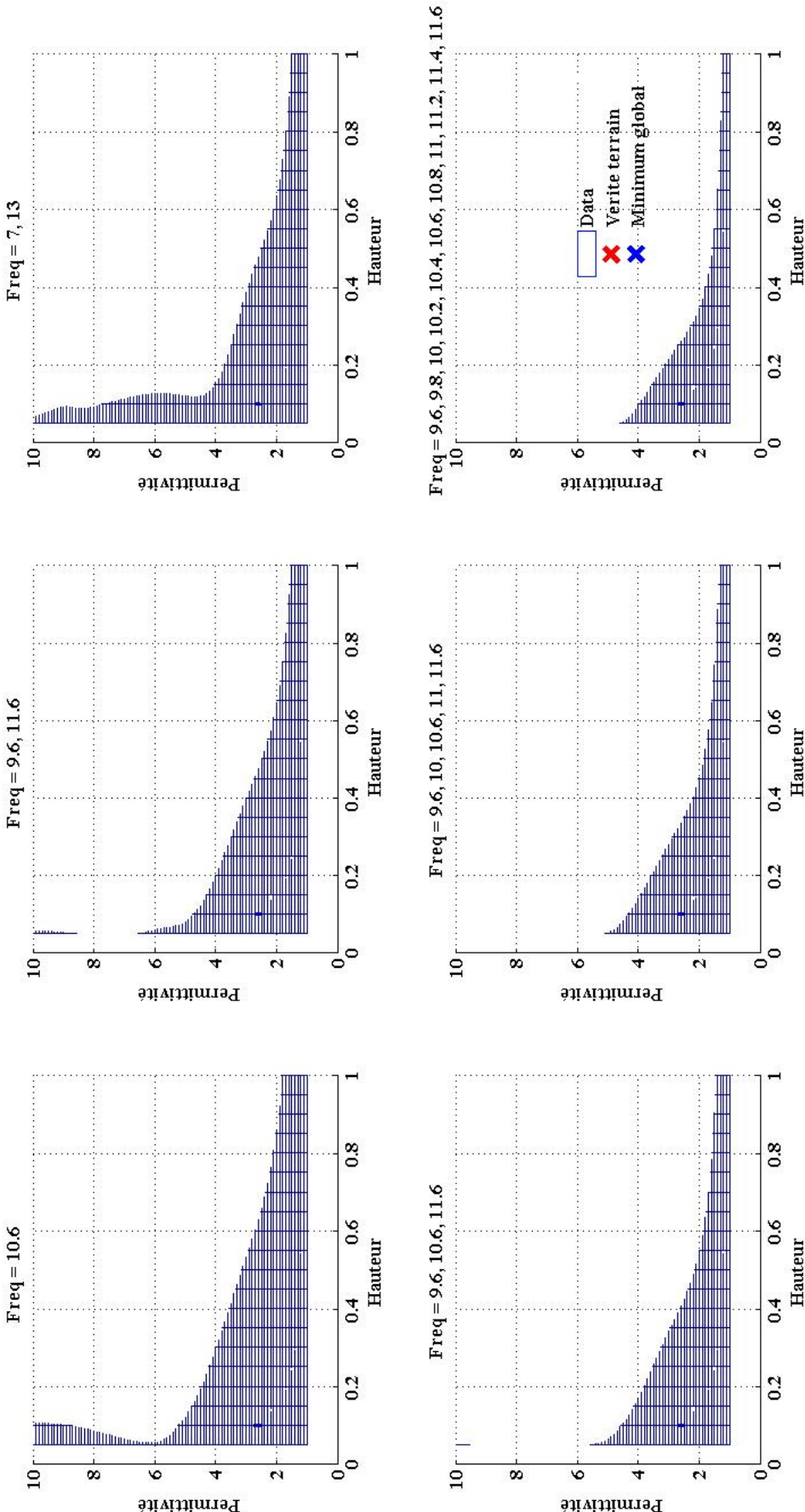


FIGURE D.3 – Coupe 2D (fonction coût-hauteur) sous le seuil de 400 pour les différentes données multifréquentielles.

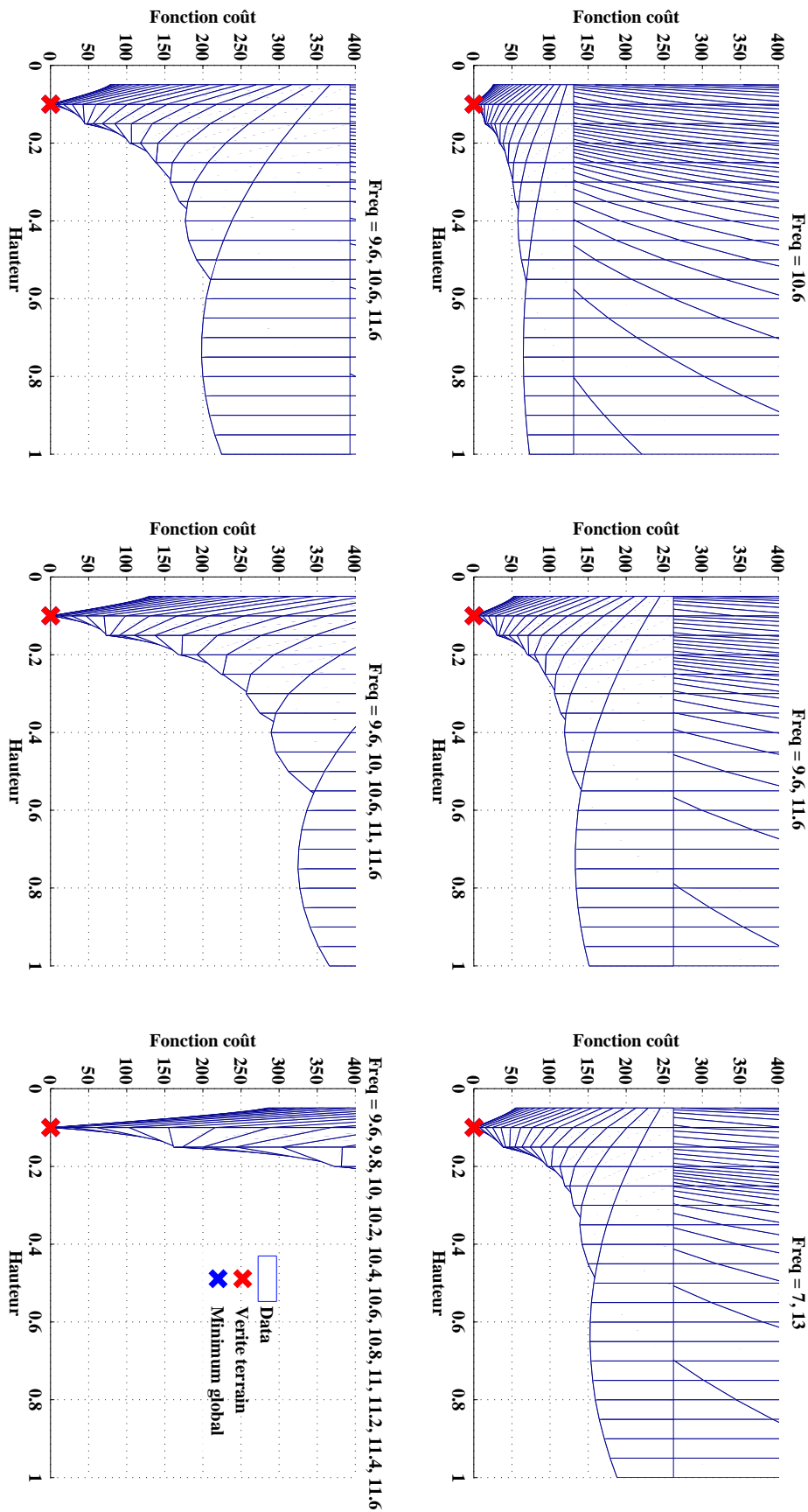
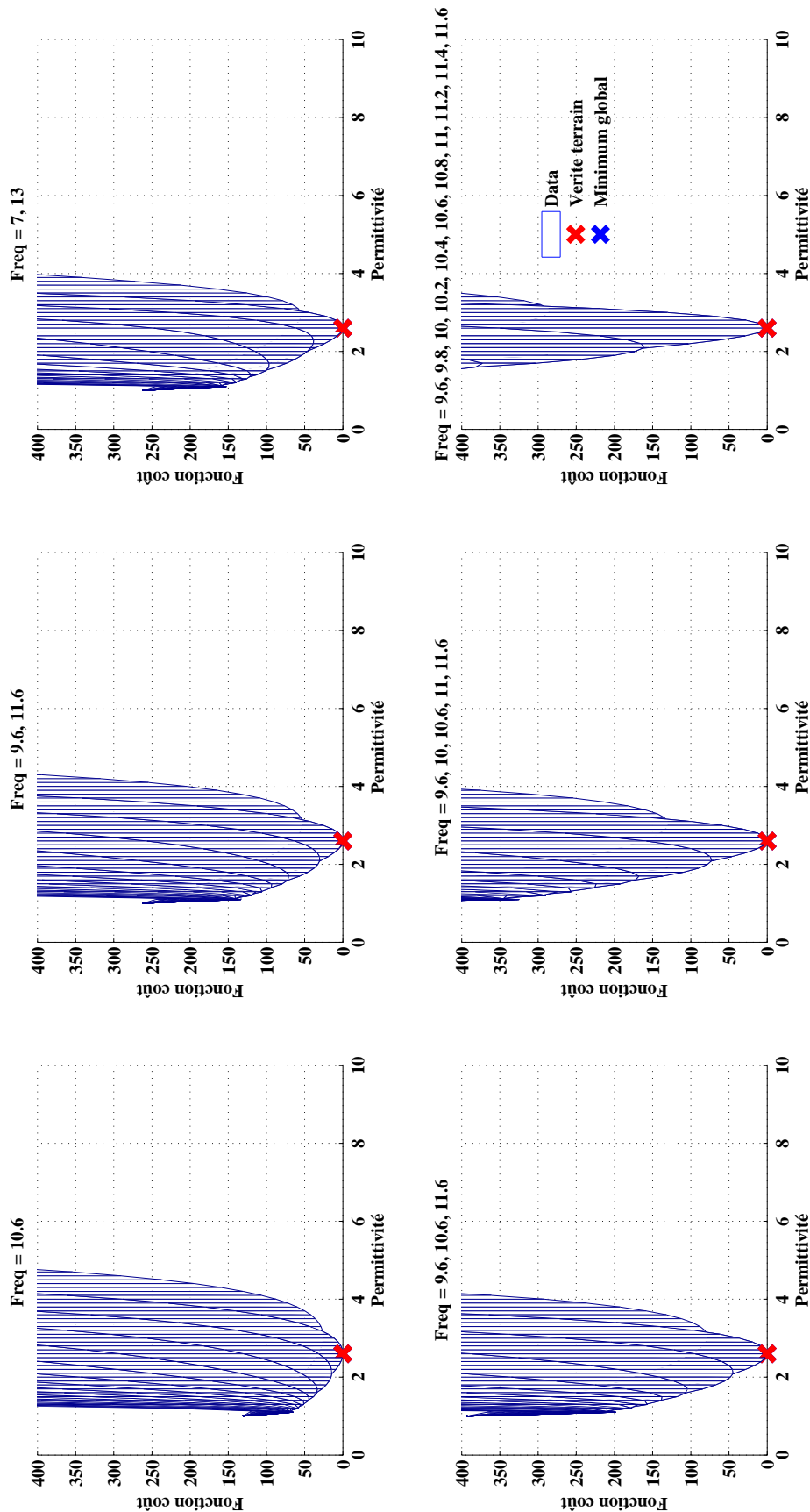


FIGURE D.4 – Coupe 2D – Fonction coût-permittivité) sous le seuil de 400 pour les différentes données multifréquentielles.





## D.2 Fonction coût en fonction de la variation rayon - hauteur

FIGURE D.5 – Amplitude de la fonction coût d'un cylindre vertical en fonction de son rayon et sa hauteur pour des données multifréquentielles. Positionnement du minimum global et de la vérité terrain.

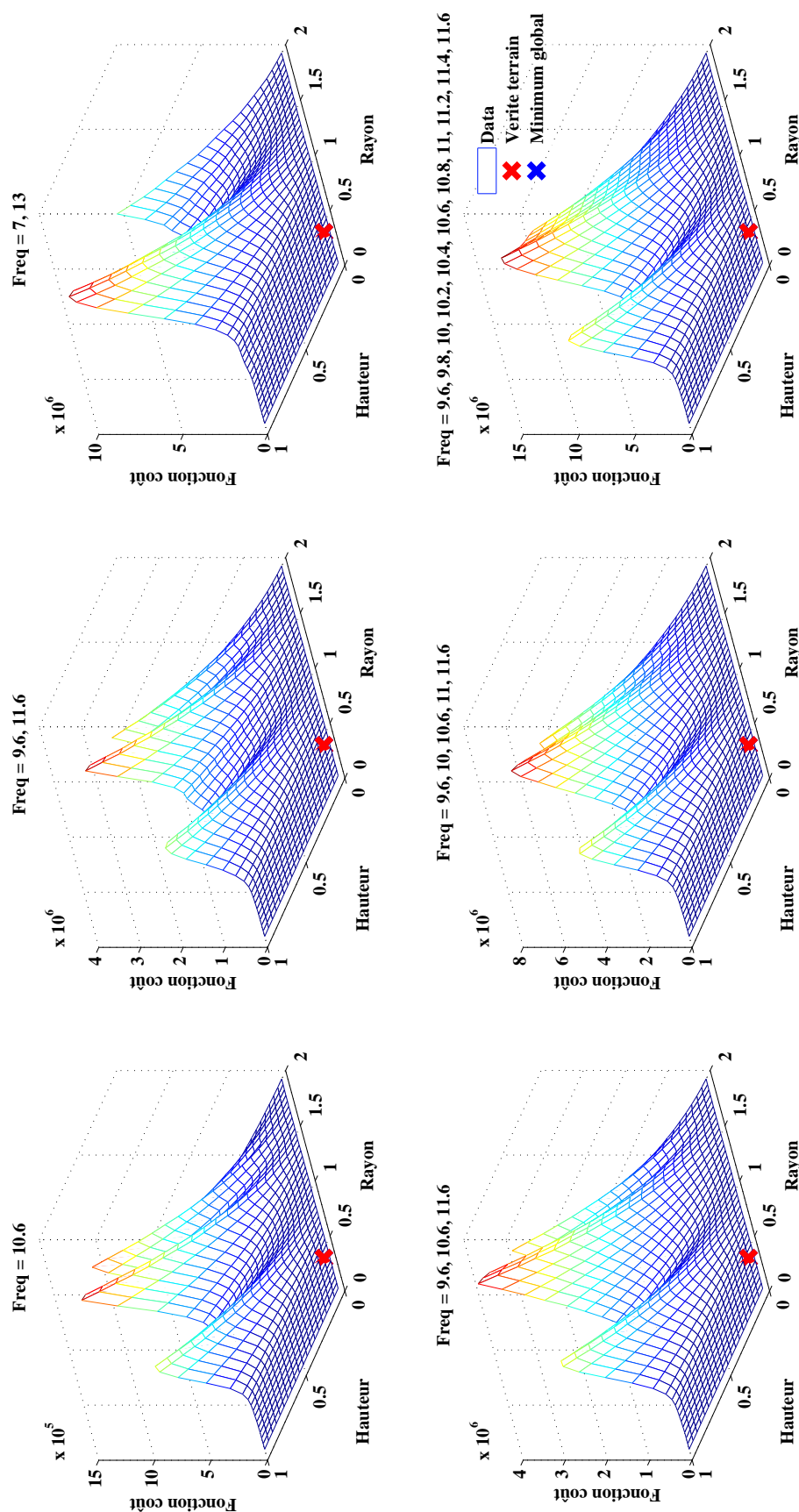




FIGURE D.6 – Coupe 2D sur l'amplitude (seuil de 400) en fonction des variables (rayon, hauteur) pour les différentes données multifréquentielles.

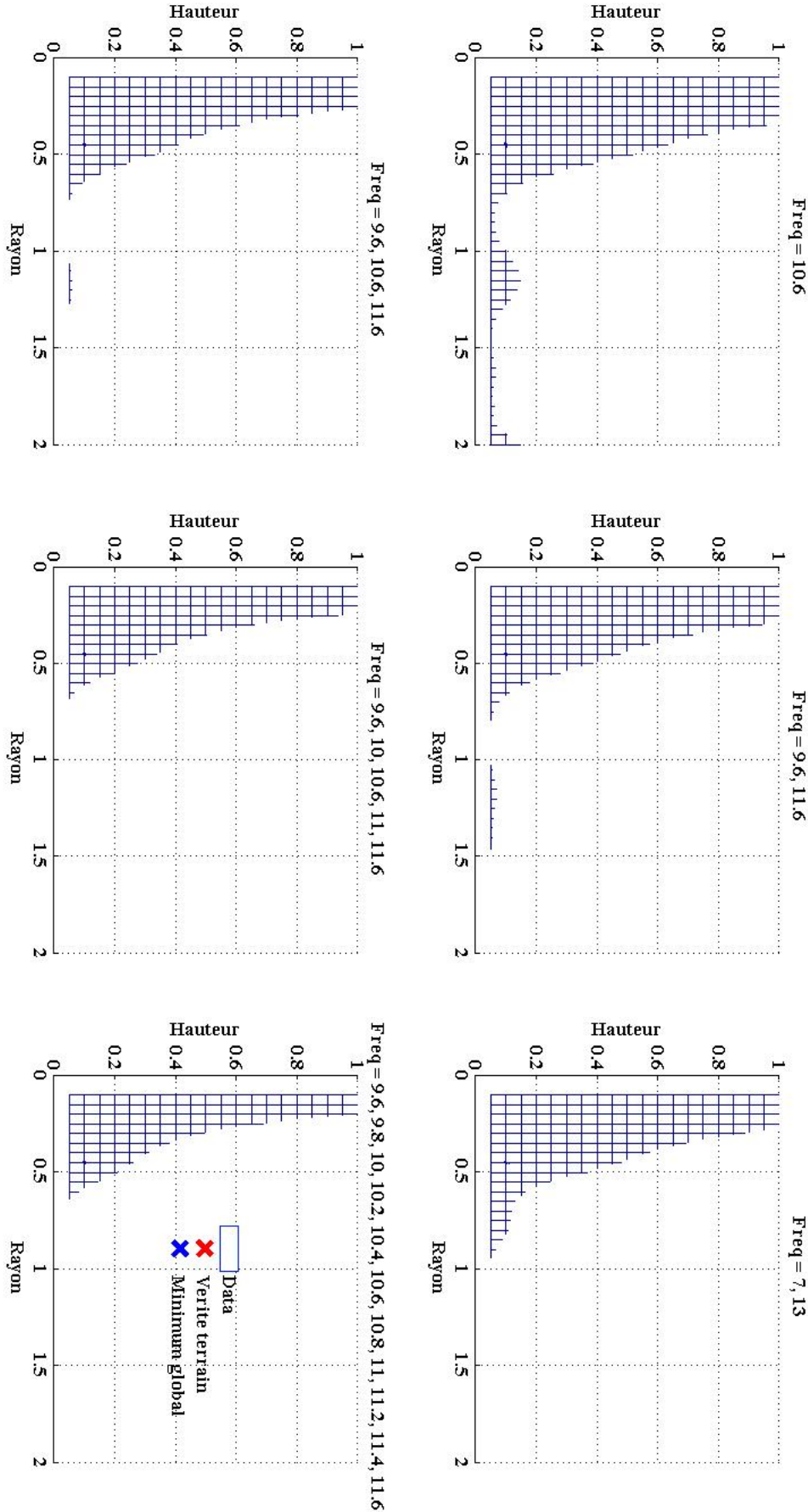


FIGURE D.7 – Coupe 2D (fonction coût-rayon) sous le seuil de 400 pour les différentes données multifréquentielles.

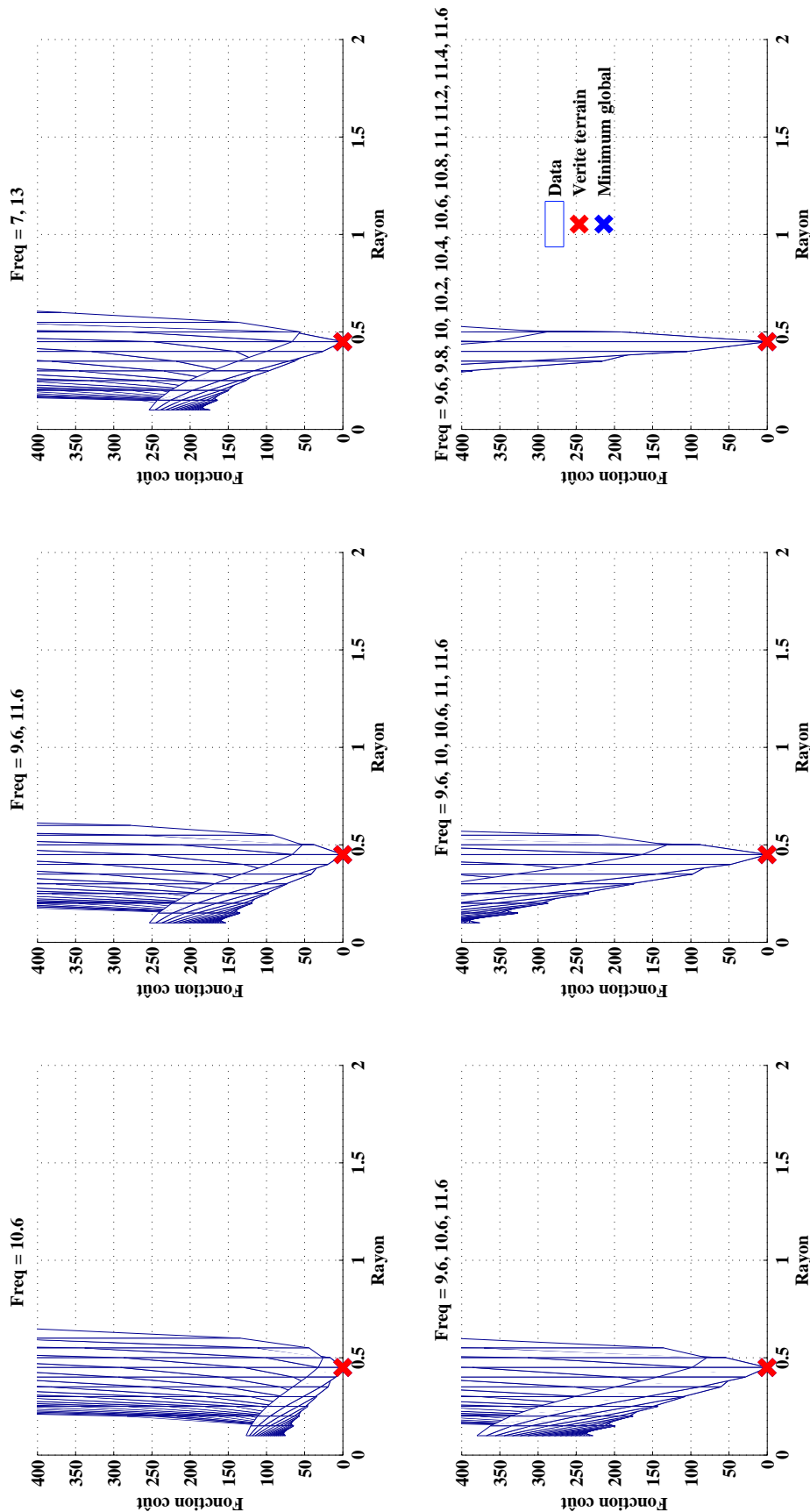
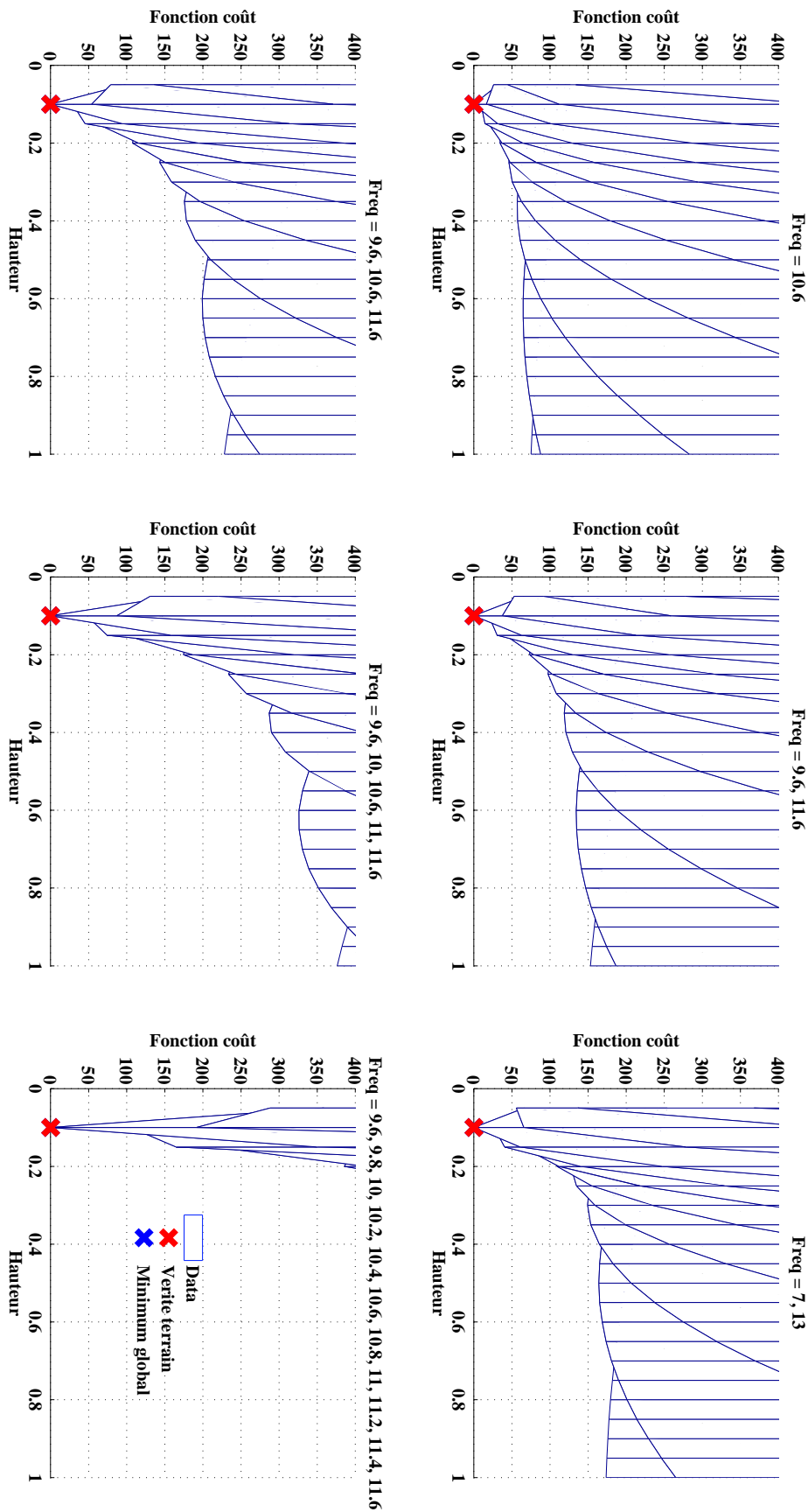


FIGURE D.8 – Coupe 2D (fonction coût-hauteur) sous le seuil de 400 pour les différentes données multifréquentielles.



# E

Convergence des paramètres physiques  
pour différentes configurations d'antennes

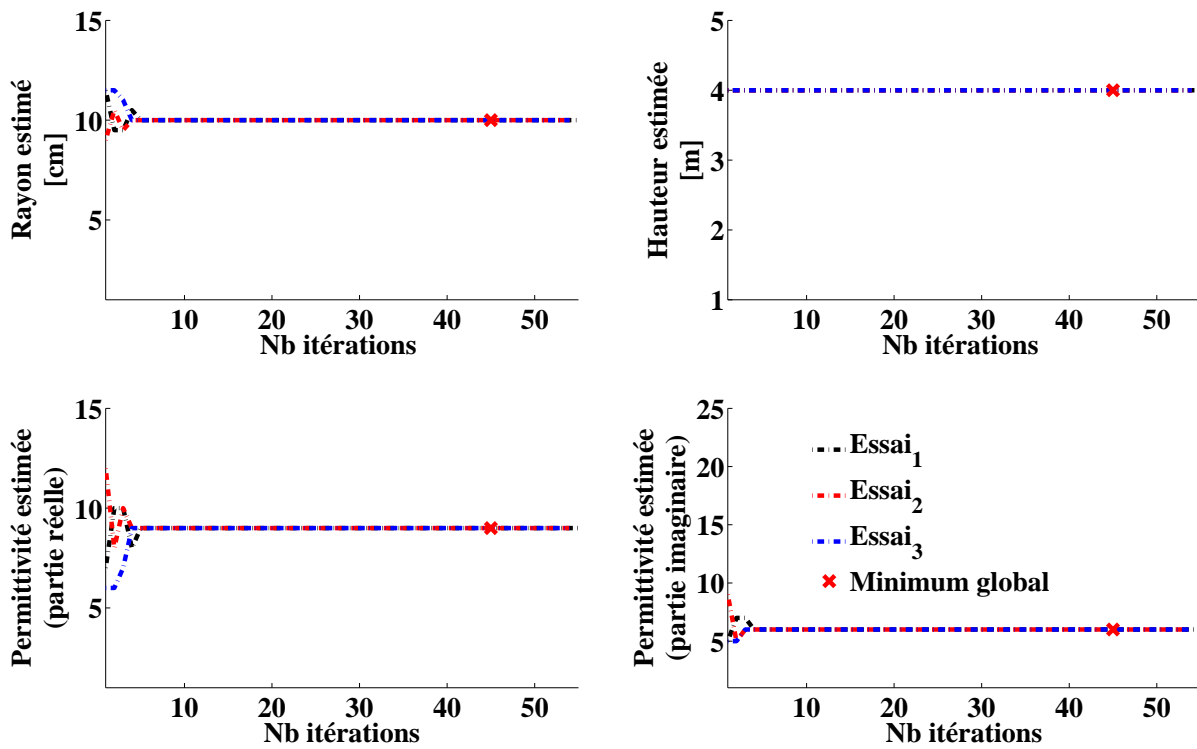


FIGURE E.1 – Convergence des paramètres physiques d'un cylindre observé en configuration bistatique en  $\theta_s$ .

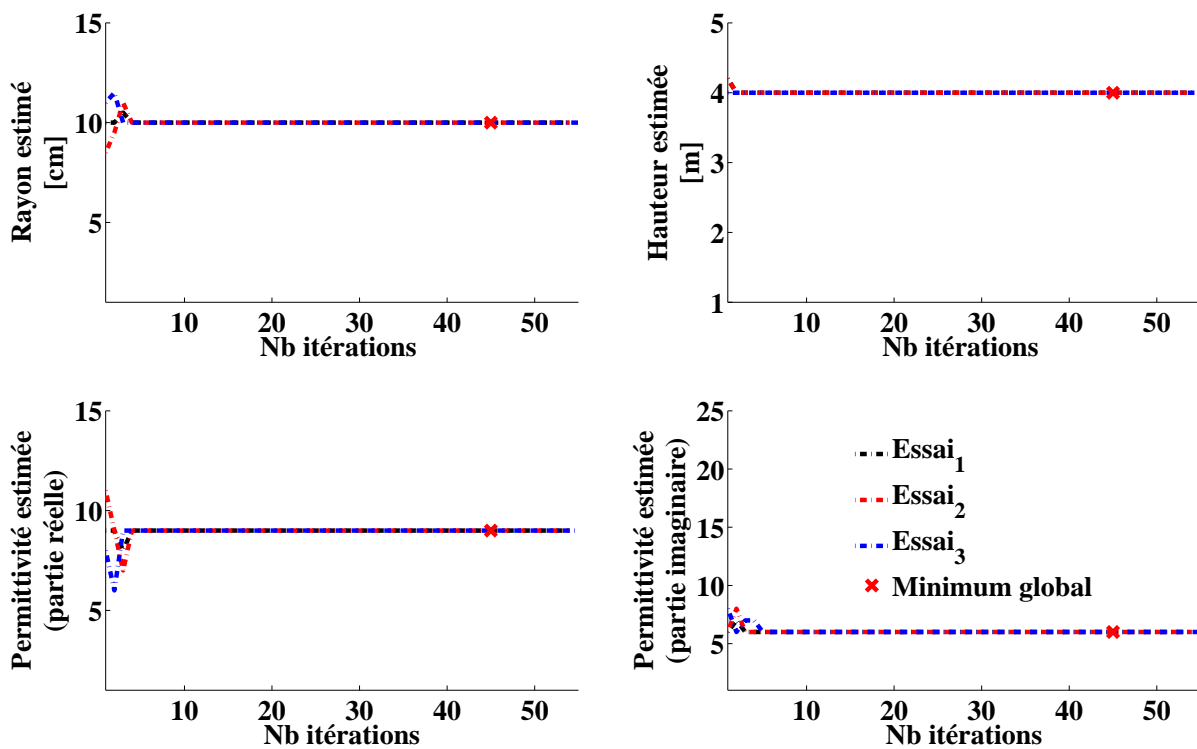


FIGURE E.2 – Convergence des paramètres physiques d'un cylindre observé en configuration monostatique.

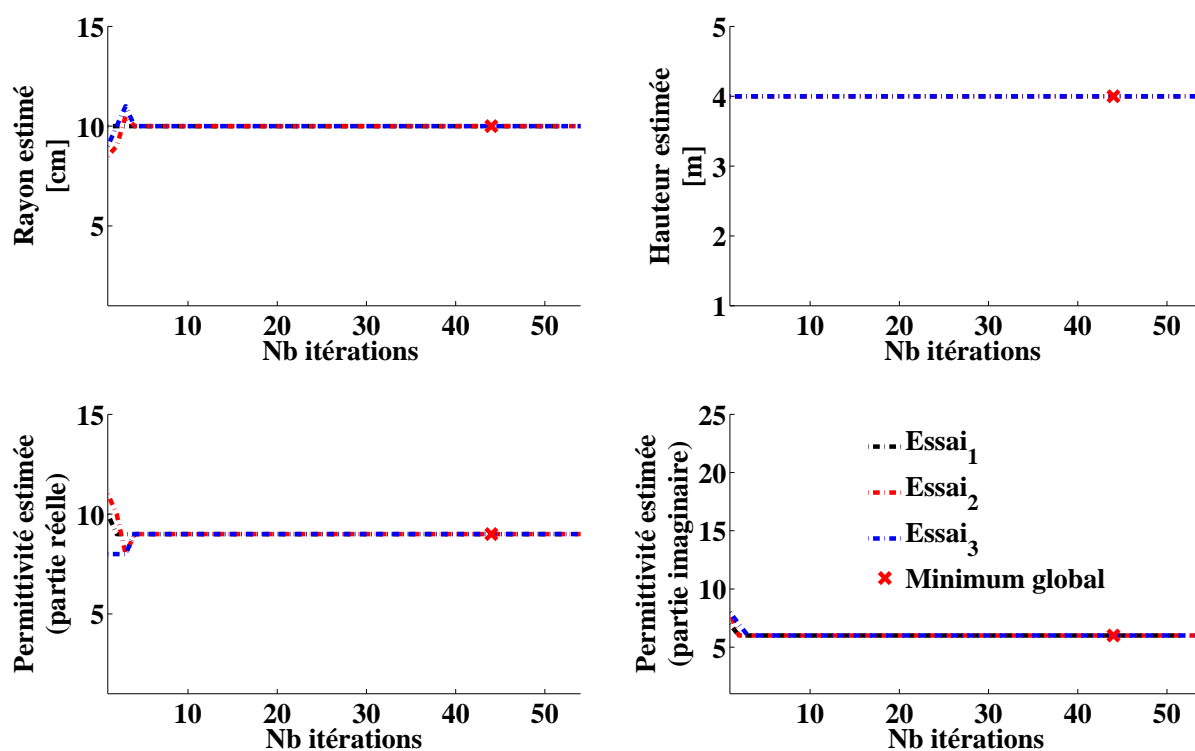


FIGURE E.3 – Convergence des paramètres physiques d'un cylindre observé en configuration bistatique quelconque.

# F

Comparaison des matrices de diffusion  
calculées à l'aide des modèles approché et  
exact pour deux cylindres

## F.1 Pour une fréquence de 425 MHz

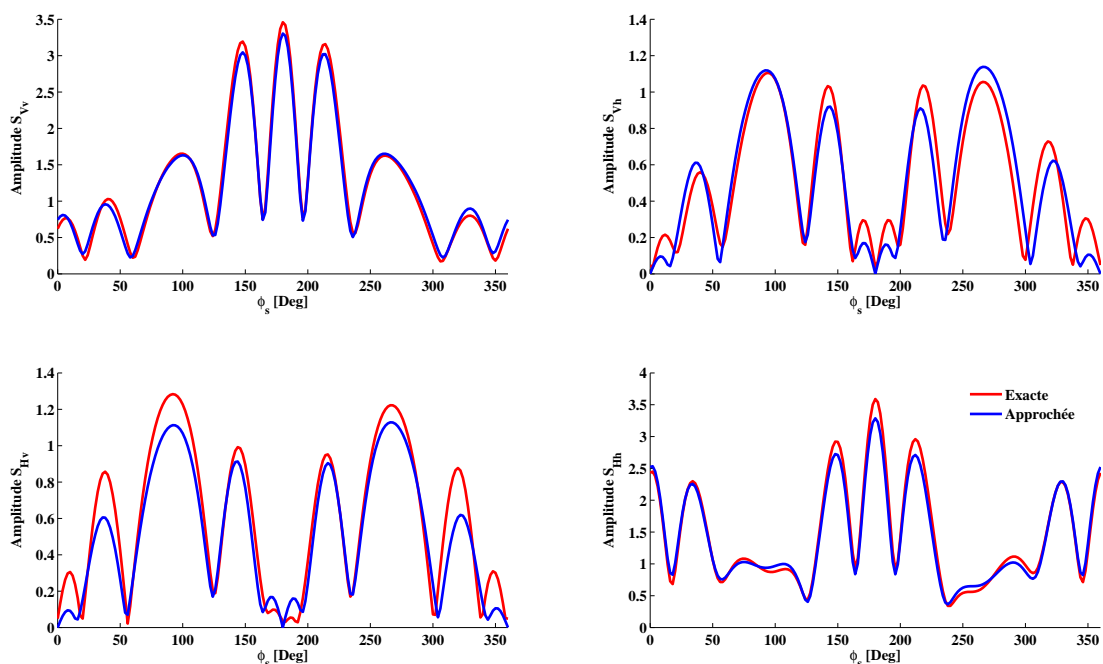


FIGURE F.1 – Amplitude de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour deux cylindres.

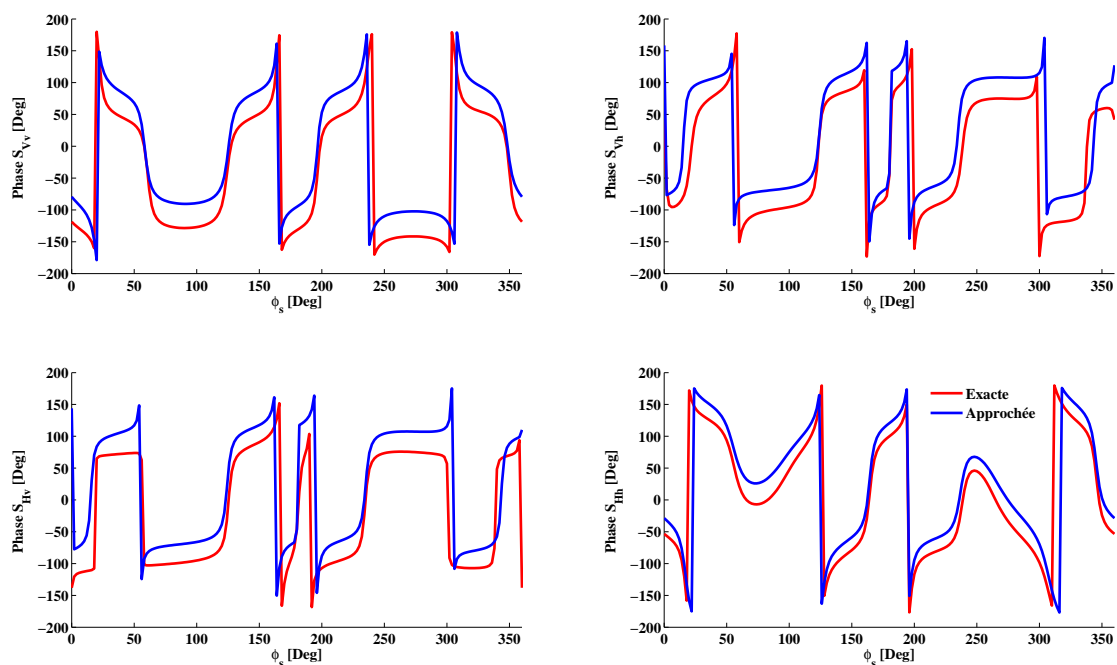


FIGURE F.2 – Phase de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour deux cylindres.



## F.2 Pour une fréquence de 445 MHz

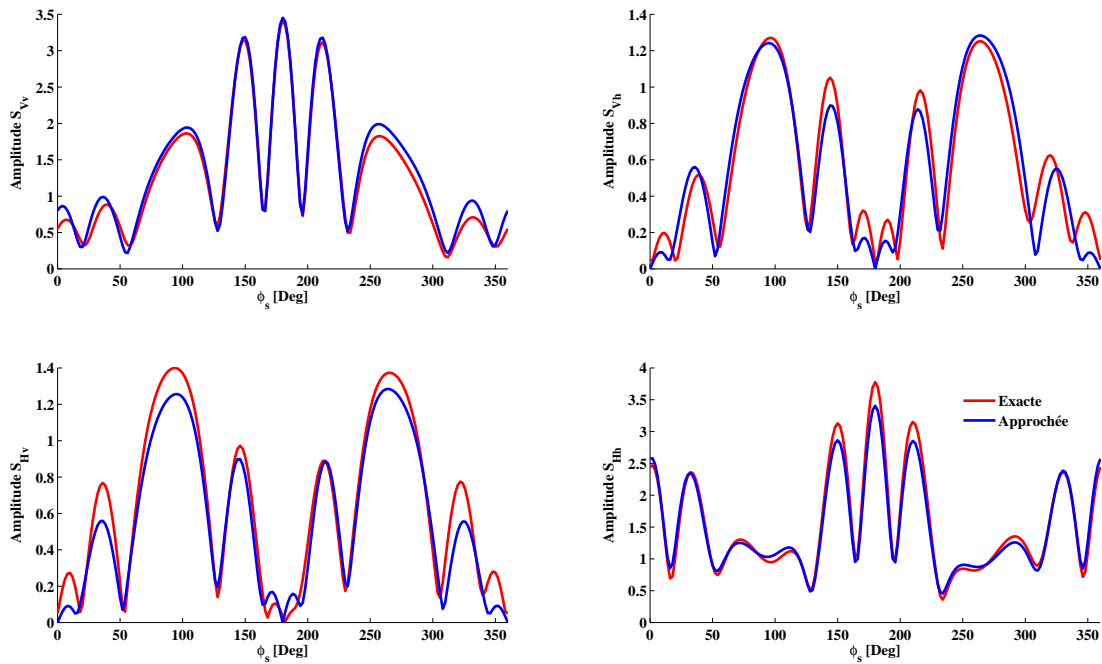


FIGURE F.3 – Amplitude de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour deux cylindres.

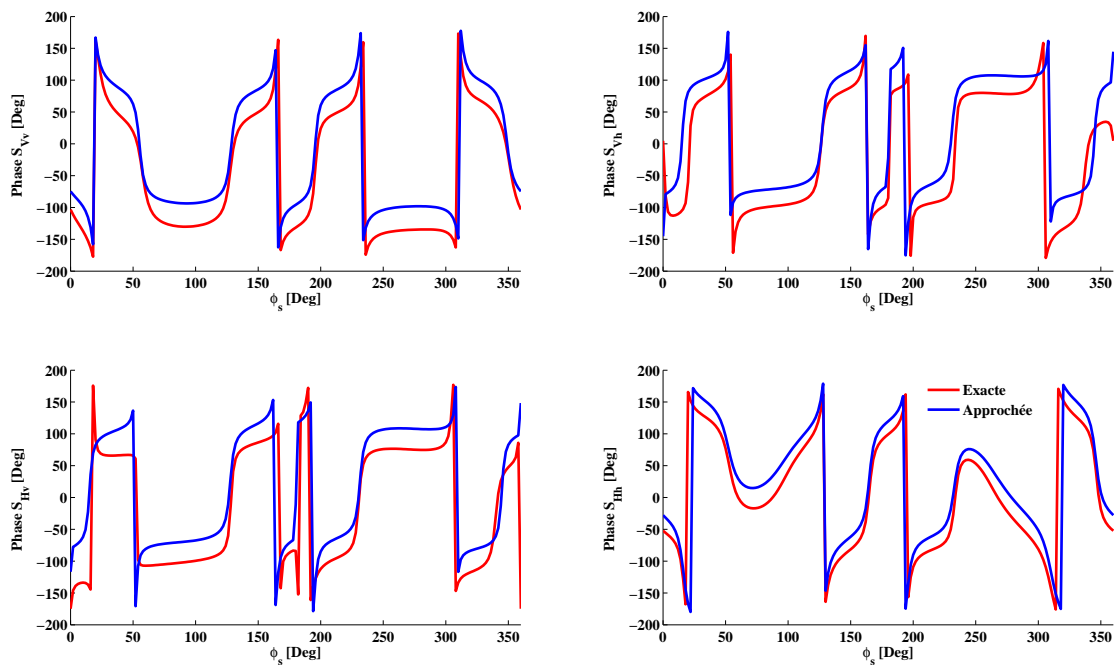


FIGURE F.4 – Phase de la matrice de diffusion sur tous les canaux de polarisation pour les modèles exact et approché en fonction de l'angle  $\phi_s$  pour deux cylindres.

## Bibliographie

- [1] F. Ulaby, R. Moore, and A. Fung, *Microwave Remote Sensing Active and Passive Vol. 1 : Microwave Remote Sensing Fundamentals and Radiometry*. 1981. Cité page 1
- [2] F. Ulaby, R. Moore, and A. Fung, *Microwave remote sensing active and passive Volume 2 : radar remote sensing and surface scattering and emission theory*. 1987. Cité page 1
- [3] E. S. Kasischke, N. L. Christensen Jr, and L. L. Bourgeau-Chavez, "Correlating radar backscatter with components of biomass in loblolly pine forests," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 33, no. 3, pp. 643–659, 1995. Cité page 6
- [4] J. E. Fransson, F. Walter, and L. M. Ulander, "Estimation of forest parameters using carabas-ii vhf sar data," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 38, no. 2, pp. 720–727, 2000. Cité page 6
- [5] P. Liang, L. E. Pierce, and M. Moghaddam, "Radiative transfer model for microwave bistatic scattering from forest canopies," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 11, pp. 2470–2483, 2005. Cité page 6
- [6] R. H. Lang and J. S. Singh, "Electromagnetic backscattering from a layer of vegetation : A discrete approach," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, no. 1, pp. 62–71, 1983. Cité page 7
- [7] F. T. Ulaby, K. Sarabandi, K. McDonald, M. Whitt, and M. C. Dobson, "Michigan microwave canopy scattering model (mimics)," *University of Michigan Radiation Laboratory Report*, 1988. Cité page 7
- [8] M. A. Karam, A. K. Fung, R. H. Lang, and N. S. Chauhan, "A microwave scattering model for layered vegetation," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 30, no. 4, pp. 767–784, 1992. Cité page 7
- [9] S. S. Saatchi and K. C. McDonald, "Coherent effects in microwave backscattering models for forest canopies," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 35, no. 4, pp. 1032–1044, 1997. Cité page 7

- [10] C. Dahon, L. Ferro-Famil, C. Titin-Schnaider, and E. Pottier, "Computing the double-bounce reflection coherent effect in an incoherent electromagnetic scattering model," *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, vol. 3, no. 2, pp. 241–245, 2006. Cité page 7
- [11] H. Ewe and H. T. Chuah, "Electromagnetic scattering from an electrically dense vegetation medium," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 38, no. 5, pp. 2093–2105, 2000. Cité page 7
- [12] J. Du, J. Shi, S. Tjuatja, and K. S. Chen, "A combined method to model microwave scattering from a forest medium," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 4, pp. 815–824, 2006. Cité page 7
- [13] L. Thirion, *Modélisation de l'interaction cohérente des ondes électromagnétiques avec des couverts forestiers*. PhD thesis, Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2003. Cité page 7
- [14] L. Thirion, E. Colin, and C. Dahon, "Capabilities of a forest coherent scattering model applied to radiometry, interferometry, and polarimetry at p-and l-band," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 4, pp. 849–862, 2006. Cité page 7
- [15] M. A. Karam and A. K. Fung, "Leaf-shape effects in electromagnetic wave scattering from vegetation," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 6, pp. 687–697, 1989. Cité page 8
- [16] M. A. Karam, A. K. Fung, and Y. M. Antar, "Electromagnetic wave scattering from some vegetation samples," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 26, no. 6, pp. 799–808, 1988. 2 citations pages 8 et 10
- [17] M. Karam and A. Fung, "Electromagnetic scattering from a layer of finite length, randomly oriented, dielectric, circular cylinders over a rough interface with application to vegetation," *Remote Sensing*, vol. 9, no. 6, pp. 1109–1134, 1988. Cité page 8
- [18] K. Sarabandi, *Electromagnetic Scattering from Vegetation Canopies*. PhD thesis, University of Michigan, 1989. 2 citations pages 8 et 10
- [19] L. Rayleigh, "Xli. the dispersal of light by a dielectric cylinder," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 36, no. 215, pp. 365–376, 1918. Cité page 10
- [20] L. Ulander, T. Martin, and H. Israelsson, "Numerical studies of forest backscatter in the vhf-band," in *Geoscience and Remote Sensing, 1997. IGARSS'97. Remote Sensing-A Scientific Vision for Sustainable Development., 1997 IEEE International*, vol. 4, pp. 1878–1880, IEEE, 1997. Cité page 12
- [21] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions : With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, vol. 55. DoverPublications. com, 1964. 2 citations pages 13 et 213

- [22] R. Lang, R. Landry, O. Kilic, and R. Cacciola, "Modeling techniques for curved and tapered branches at different microwave frequencies," in *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1995. IGARSS'95. Quantitative Remote Sensing for Science and Applications, International*, vol. 1, pp. 612–vol, IEEE. *Cité page 25*
- [23] S. Bellez, *Contribution à l'analyse de la diffusion bistatique par un milieu forestier dans les bandes VHF et UHF à l'aide d'une représentation intégrale du champ électrique et de mesures en chambres anéchoïques*. PhD thesis, Paris 6, 2010. *5 citations pages 28, 32, 33, 88, et 180*
- [24] W. Au, L. Tsang, R. Shin, and J. Kong, "Collective scattering and absorption effects in microwave interaction with vegetation canopies," *Progr. Electromagn. Res*, vol. 14, pp. 181–231, 1996. *Cité page 33*
- [25] M. M. Ney, "Method of moments as applied to electromagnetic problems," *Micro-wave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 33, no. 10, pp. 972–980, 1985. *Cité page 33*
- [26] J. S. Izadian, L. Peters, and J. H. Richmond, "Computation of scattering from penetrable cylinders with improved numerical efficiency," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, no. 1, pp. 52–61, 1984. *Cité page 34*
- [27] C. Dahon, *Contribution à l'analyse de la réponse polarimétrique d'un couvert forestier*. PhD thesis, 2004. *2 citations pages 43 et 77*
- [28] S. Bellez, C. Dahon, and H. Roussel, "Analysis of the main scattering mechanisms in forested areas : An integral representation approach for monostatic radar configurations," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 47, no. 12, pp. 4153–4166, 2009. *Cité page 54*
- [29] L. Tsang, C.-H. Chan, J. A. Kong, and J. Joseph, "Polarimetric signatures of a canopy of dielectric cylinders based on first and second order vector radiative transfer theory," *Journal of electromagnetic waves and applications*, vol. 6, no. 1-4, pp. 19–51, 1992. *Cité page 74*
- [30] F. T. Ulaby and C. Elachi, *Radar polarimetry for geoscience applications*, vol. 1. Norwood, MA, Artech House, Inc, 1990. *2 citations pages 74 et 75*
- [31] V. Bringi and V. Chandrasekar, *Polarimetric Doppler weather radar : principles and applications*. Cambridge University Press, 2001. *Cité page 75*
- [32] L. M. Zurk, P. Koistinen, J. Sarvas, and L. Holmström, "Electromagnetic scattering model for forest remote sensing," *Rolf Nevanlinna Inst., Helsinki, Finland, Research Rep. A*, vol. 38, 2001. *Cité page 77*
- [33] K. Sarabandi and P. F. Polatin, "Electromagnetic scattering from two adjacent objects," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 4, pp. 510–517, 1994. *Cité page 80*

- [34] W. H. Press, *Numerical recipes 3rd edition : The art of scientific computing*. Cambridge university press, 2007. Cité page 96
- [35] R. L. Haupt and S. E. Haupt, *Practical genetic algorithms*. John Wiley & Sons, 2004. 3 citations pages 96, 112, et 115
- [36] R. R. Saldanha, *Optimisation en Electromagnétisme par application conjointe des Méthodes de Programmation Non linéaire et de la Méthode des Eléments Finis*. PhD thesis, Grenoble, INPG, 1992. Cité page 98
- [37] J. A. Vasconcelos *et al.*, *Optimisation de forme des structures électromagnétiques*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1994. Cité page 98
- [38] C. W. Carroll, “The created response surface technique for optimizing nonlinear, restrained systems,” *Operations Research*, vol. 9, no. 2, pp. 169–184, 1961. Cité page 98
- [39] R. T. Rockafellar, “A dual approach to solving nonlinear programming problems by unconstrained optimization,” *Mathematical Programming*, vol. 5, no. 1, pp. 354–373, 1973. Cité page 98
- [40] K. Svanberg, “The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization,” *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 24, no. 2, pp. 359–373, 1987. Cité page 98
- [41] J. Culioli, “Introduction à l’optimisation, editor : ellipses,” ISBN : 2729894284, 1994. 2 citations pages 98 et 99
- [42] N. Z. Shor, “Cut-off method with space extension in convex programming problems,” *Cybernetics and systems analysis*, vol. 13, no. 1, pp. 94–96, 1977. Cité page 98
- [43] S.-P. Han, “A globally convergent method for nonlinear programming,” *Journal of optimization theory and applications*, vol. 22, no. 3, pp. 297–309, 1977. Cité page 98
- [44] H.-P. P. Schwefel, *Evolution and optimum seeking : the sixth generation*. John Wiley & Sons, Inc., 1993. Cité page 99
- [45] R. P. Brent, *Algorithms for minimization without derivatives*. Courier Dover Publications, 2013. Cité page 99
- [46] R. Fletcher, *Practical methods of optimization*. John Wiley & Sons, 2013. Cité page 99
- [47] Y. Cherruault, *Optimisation : méthodes locales et globales*. Presses Universitaires de France-PUF, 1999. Cité page 99
- [48] J. A. Nelder and R. Mead, “A simplex method for function minimization,” *Computer journal*, vol. 7, no. 4, pp. 308–313, 1965. Cité page 99
- [49] S. Kirkpatrick, M. Vecchi, *et al.*, “Optimization by simulated annealing,” *science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983. Cité page 99

- [50] S. Kirkpatrick, "Optimization by simulated annealing : Quantitative studies," *Journal of statistical physics*, vol. 34, no. 5-6, pp. 975–986, 1984. *Cité page 99*
- [51] F. Glover and M. Laguna, *Tabu search*. Springer, 1999. *Cité page 99*
- [52] P. Rocca, M. Benedetti, M. Donelli, D. Franceschini, and A. Massa, "Evolutionary optimization as applied to inverse scattering problems," *Inverse Problems*, vol. 25, no. 12, p. 123003, 2009. *2 citations pages 99 et 103*
- [53] J. Holland, "1975, adaptation in natural and artificial systems, university of michigan press, ann arbor," *Cité page 100*
- [54] K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, "Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization," *Natural computing*, vol. 1, no. 2-3, pp. 235–306, 2002. *Cité page 100*
- [55] M. Dorigo and L. M. Gambardella, "Ant colony system : A cooperative learning approach to the traveling salesman problem," *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, vol. 1, no. 1, pp. 53–66, 1997. *Cité page 100*
- [56] M. Pastorino, A. Massa, and S. Caorsi, "A microwave inverse scattering technique for image reconstruction based on a genetic algorithm," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 3, pp. 573–578, 2000. *Cité page 103*
- [57] P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Differential evolution as applied to electromagnetics," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 53, no. 1, pp. 38–49, 2011. *Cité page 103*
- [58] M. Donelli and A. Massa, "Computational approach based on a particle swarm optimizer for microwave imaging of two-dimensional dielectric scatterers," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 53, no. 5, pp. 1761–1776, 2005. *Cité page 103*
- [59] C. Solnon, *Optimisation par colonies de fourmis*. Hermes Science Publications, 2008. *Cité page 103*
- [60] D. E. Goldberg and J. H. Holland, "Genetic algorithms and machine learning," *Machine learning*, vol. 3, no. 2, pp. 95–99, 1988. *2 citations pages 104 et 112*
- [61] R. Storn and K. Price, *Differential evolution-a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*. ICSI Berkeley, 1995. *2 citations pages 104 et 200*
- [62] B. Liu, L. Beghou, L. Pichon, and F. Costa, "Adaptive genetic algorithm based source identification with near-field scanning method," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 9, pp. 215–230, 2008. *2 citations pages 104 et 200*
- [63] R. Cerf *et al.*, "Asymptotic convergence of genetic algorithms," *Advances in Applied Probability*, vol. 30, no. 2, pp. 521–550, 1998. *Cité page 108*



- [64] J. M. Johnson and V. Rahmat-Samii, "Genetic algorithms in engineering electromagnetics," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 39, no. 4, pp. 7–21, 1997.  
2 citations pages [109](#) et [112](#)
- [65] D. Colton and L. Päiväranta, "The uniqueness of a solution to an inverse scattering problem for electromagnetic waves," *Archive for rational mechanics and analysis*, vol. 119, no. 1, pp. 59–70, 1992.  
Cité page [131](#)
- [66] S. Bellez, H. Roussel, C. Dahon, and J.-M. Geffrin, "A rigorous forest scattering model validation through comparison with indoor bistatic scattering measurements," *Progress In Electromagnetic Research B*, no. 33, pp. 1–19, 2011.  
Cité page [180](#)
- [67] I. Fenni, H. Roussel, M. Darces, and R. Mittra, "Fast analysis of large 3d dielectric scattering problems arising in remote sensing of forest areas using the characteristic basis function method (cbfm)," 2014.  
Cité page [200](#)
- [68] J. Song, C.-C. Lu, and W. C. Chew, "Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 10, pp. 1488–1493, 1997.  
Cité page [200](#)
- [69] E. J. Candès and M. B. Wakin, "An introduction to compressive sampling," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 25, no. 2, pp. 21–30, 2008.  
Cité page [200](#)
- [70] Y. C. Eldar and G. Kutyniok, *Compressed sensing : theory and applications*. Cambridge University Press, 2012.  
Cité page [200](#)
- [71] L. C. Potter, E. Ertin, J. T. Parker, and M. Cetin, "Sparsity and compressed sensing in radar imaging," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 1006–1020, 2010.  
Cité page [200](#)
- [72] M. A. Herman and T. Strohmer, "High-resolution radar via compressed sensing," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 6, pp. 2275–2284, 2009.  
Cité page [200](#)
- [73] G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "A bayesian-compressive-sampling-based inversion for imaging sparse scatterers," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 10, pp. 3993–4006, 2011.  
Cité page [200](#)
- [74] L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Microwave imaging within the first-order born approximation by means of the contrast-field bayesian compressive sensing," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 6, pp. 2865–2879, 2012.  
Cité page [200](#)
- [75] L. Poli, G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "Bayesian compressive sensing approaches for the reconstruction of two-dimensional sparse scatterers under te illuminations," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 5, pp. 2920–2936, 2013.  
Cité page [200](#)

## **Inversion de données électromagnétiques par algorithme génétique pour la télédétection en zone forestière.**

**Résumé :** La problématique de l'imagerie radar pose comme objectif de caractériser la cible observée. Dans le contexte de la télédétection appliquée au milieux forestiers, il s'agit d'extraire les paramètres physiques constitutifs de la végétation.

Ce manuscrit traite donc de la problématique de l'inversion de données électromagnétiques pour les basses fréquences radar, de la bande VHF à la bande P. Dans ces bandes de fréquences la canopée (feuilles et petites branches) n'interagit quasiment pas avec l'onde radar et la forêt peut donc, en première approximation, être représentée par des cylindres verticaux (troncs) et inclinés (branches primaires).

Dans ce contexte, les méthodes d'inversion numériques s'appuient sur des modèles qui calculent, à de multiples reprises, les champs rayonnés par ce type de diffuseurs. Il faut alors choisir un modèle physique dont le compromis rapidité/précision penche en faveur de la rapidité, donc un modèle "approché". La précision du modèle choisi est ensuite étudié puis validé par comparaison à un modèle dont le compromis rapidité/précision est inversé, donc un modèle "exact". Parmi les nombreuses méthodes d'inversion, celle de l'algorithme génétique (AG) a été choisie. Cet algorithme bien connu est ici analysé puis amélioré pour répondre aux exigences du problème électromagnétique posé. Il est ensuite validé sur des données simulées et mesurées. Cette validation est aussi l'occasion d'étudier l'impact du jeu de données utilisé sur la rapidité et la précision de l'inversion, en fonction des configurations d'antenne (fréquences, positions, polarisations).

**Mots clés :** Télédétection radar, forêt, modélisation électromagnétique, inversion, algorithme génétique

## **Inversion electromagnetic data by using genetic algorithm for forest remote sensing.**

**Abstract :** The objective of radar imaging is to characterize the observed target. In the case of forest remote sensing, the objective is to extract the component of the vegetation physical parameters.

This manuscript addresses the problem of the inversion of electromagnetic data for low frequency wave, VHF band to the P band. In these frequency bands, the canopy (leaves and small branches) does not almost interact with the radar wave and the forest can thus, in first approximation, be represented by vertical cylinders (trunks) and tilted (primary branches).

In this context, the numerical electromagnetic methods of inversion lean on models which calculate, many times, the scattered fields radiated by such broadcasters. It is then necessary to choose a physical model which compromise speed/accuracy tilts in favor of the speed, thus a "approached" model. The exactness of the chosen model is then studied and then validated by comparison to a model which the compromise speed/accuracy is inverted, thus a "exact" model. Among the many numerical methods of inversion, that of the genetic algorithm (AG) was chosen. This algorithm, well known, is analyzed here then improved to meet the requirements of the composed electromagnetic problem. It is then validated on simulated and measured data. This validation is also an opportunity to study the impact of the set of data used on the speed and the precision of the inversion, according to the configurations of antenna (frequencies, positions, polarizations).

**Keywords :** Radar remote sensing, forest, electromagnetic modelling, inversion and genetic algorithm