



HAL
open science

Transport à travers un canal quantique élémentaire : action du circuit, quantification de la charge et limite quantique du courant de chaleur

Sebastien Jezouin

► **To cite this version:**

Sebastien Jezouin. Transport à travers un canal quantique élémentaire : action du circuit, quantification de la charge et limite quantique du courant de chaleur. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066348 . tel-01127390

HAL Id: tel-01127390

<https://theses.hal.science/tel-01127390>

Submitted on 7 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

présentée par

Sébastien Jezouin

**Transport à travers un canal quantique élémentaire :
action du circuit, quantification de la charge
et limite quantique du courant de chaleur**

préparée au Laboratoire de Photonique et de Nanostructures

sous la direction de Frédéric Pierre et Anne Anthore

soutenue le 27 novembre 2014, devant le jury composé de :

M. Thierry Martin	Rapporteur
M. Silvano De Franceschi	Rapporteur
M. Patrice Roche	Examineur
M. Gwendal Fève	Examineur
M. Robert Whitney	Examineur
M. Frédéric Pierre	Directeur de thèse

Table des matières

1	Introduction	9
1.1	Le canal de conduction, bloc élémentaire des conducteurs cohérents . . .	11
1.2	Action d'un circuit linéaire sur un conducteur cohérent	13
1.3	Quantification de la charge d'un îlot métallique	19
1.4	Quantum de conductance thermique	23
<hr/>		
I	ACTION D'UN CIRCUIT LINÉAIRE SUR UN UNIQUE CANAL DE CONDUCTION	27
<hr/>		
2	État des lieux théorique	33
2.1	Environnement électromagnétique	33
2.2	Jonction tunnel dans un circuit linéaire	36
2.3	Conducteur cohérent dans un circuit de faible impédance	39
2.3.1	Faible effet du circuit	39
2.3.2	Fort effet du circuit	40
2.4	Canal de conduction dans un circuit linéaire	40
2.4.1	Bosonisation du canal	41
2.4.2	Analogie formelle avec les interactions entre électrons dans les liquides de Tomonaga-Luttinger	43
2.4.3	Qu'est-ce qu'un liquide de Tomonaga-Luttinger? — Origine phy- sique de l'analogie	46
2.4.4	Réalisations expérimentales des liquides de Tomonaga-Luttinger	47
2.4.5	Limite de faible rétrodiffusion	48
3	Réalisation expérimentale du circuit	49
3.1	Contact ponctuel quantique	51
3.2	Environnement électromagnétique linéaire	52
3.3	Micro-contact ohmique	53
3.4	Court-circuit in situ de la résistance série	54
3.5	Extraction de la transmission intrinsèque du canal	55

4	Résultats expérimentaux	57
4.1	Test du circuit en régime tunnel	57
4.2	Observation empirique à tension nulle	58
4.3	Loi d'échelle universelle	60
4.4	Comparaison avec une autre expérience	62
4.5	Comparaison avec les prédictions théoriques	65
4.5.1	À température nulle	65
4.5.2	À température finie pour des interactions $K = 1/2$	66
4.6	Analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger	69
4.6.1	Contraintes imposées	69
4.6.2	Mise en évidence expérimentale directe	70
4.6.3	Correspondance entre les paramètres du canal et du liquide de Tomonaga-Luttinger	71
4.7	Possibles artefacts expérimentaux	72
4.7.1	Dépendance en énergie intrinsèque des conductances des QPC	72
4.7.2	Chauffage du micro-contact ohmique	74
5	Conclusion et perspectives	77

II	QUANTIFICATION DE LA CHARGE D'UN ÎLOT MÉTALLIQUE	79
----	--	----

6	Ilot isolé par des jonctions tunnels : le SET	85
6.1	Énergie électrostatique	85
6.2	Quasi-particules et couplage tunnel	86
6.3	1 ^{er} ordre : transfert de charge séquentiel	86
6.3.1	Diamants de Coulomb	87
6.3.2	Interprétation énergétique du transport	88
6.3.3	Oscillations de Coulomb	88
6.4	2 ^{ème} ordre : cotunneling	90
6.4.1	Hors-résonance	90
6.4.2	À la résonance	91
6.5	Jonctions tunnels de grande conductance	92
7	Ilot couplé par des contacts ponctuels quantiques	93
7.1	Analogie avec l'effet Kondo	93
7.1.1	Dans la limite $G_{L,R} \ll 1/R_K$	93
7.1.2	Vue d'ensemble	94
7.1.3	L'effet Kondo de charge est-il observable expérimentalement ?	96
7.2	Couplage fort	96
7.2.1	Sans le spin	96

7.2.2	Avec le spin	99
7.3	Forte asymétrie	100
7.3.1	Sans le spin	100
7.3.2	Avec le spin	101
7.4	Lien avec le blocage de Coulomb dynamique	101
8	Circuit étudié expérimentalement	103
9	Résultats expérimentaux	107
9.1	Diamants de Coulomb	107
9.2	Contraste des oscillations de Coulomb	108
9.2.1	Destruction de la quantification de la charge par un canal balistique	108
9.2.2	Persistance de la quantification avec N canaux partiellement transmis	110
9.2.3	Subsistance d'effets à un électron quand la charge n'est plus discrétisée	110
9.2.4	Comparaison avec les prédictions théoriques	112
9.2.5	Dépendance en température	114
9.3	Oscillations complètes dans les limites de couplage fort et de forte asymétrie	116
9.4	Conductance au maximum et au minimum des oscillations de Coulomb – Indications d'un effet Kondo de charge	117
9.4.1	Contacts ponctuels quantiques symétriques	117
9.4.2	Contacts ponctuels quantiques asymétriques	118
10	Informations complémentaires	123
10.1	Influence capacitive SW-QPC	123
10.1.1	Détermination de la compensation	123
10.1.2	Dépendance en V_{sw}	125
10.1.3	Robustesse aux conditions de mesure	125
10.1.4	Stabilité dans le temps	127
10.1.5	Test indépendant de la compensation	127
10.2	Température électronique	127
10.3	Blocage de Coulomb dynamique en régime tunnel	128
10.4	Dépendance en énergie intrinsèque des QPC	128
11	Conclusion et perspectives	131

III	LIMITE QUANTIQUE DU COURANT DE CHALEUR À TRAVERS UN UNIQUE CANAL DE CONDUCTION	133
-----	---	-----

12	Transfert de chaleur à l'échelle mésoscopique	139
12.1	Expressions générales des courants électrique et de chaleur	139
12.2	Modes de transfert dans le régime linéaire	140
12.3	Quantum de conductance thermique	142
12.3.1	Dans le régime non-linéaire	142
12.3.2	Universalité du quantum de conductance thermique	142
12.3.3	Vers une limite universelle du transfert d'information?	143
12.3.4	Situation expérimentale	145
13	Approche expérimentale	149
13.1	Principe de l'expérience	149
13.2	Échantillon étudié	150
13.2.1	Puissance injectée par effet Joule	152
13.2.2	Détermination de la température par des mesures de bruit ther- mique	152
14	Résultats expérimentaux	155
14.1	Thermométrie de bruit	155
14.1.1	Mesures de bruit	155
14.1.2	Caractéristique courant de chaleur-température	159
14.2	Séparation du courant de chaleur électronique	159
14.2.1	Données à température de base	159
14.2.2	Données à 40 mK	160
14.3	Modélisation du courant de chaleur total	162
14.3.1	Hypothèses sur le couplage électron-phonon	162
14.3.2	Courant de chaleur à travers tous les canaux électroniques	163
15	Mesures Mégahertz	165
15.1	Amplificateurs cryogéniques HEMT	165
15.2	Implémentation de la chaîne d'amplification dans le cryostat	167
15.3	Modélisation et calibration de la chaîne d'amplification	168
15.4	Signal mesuré et contrôle de la chaîne d'amplification	170
16	Conclusion et perspectives	173

IV	ANNEXES	175
----	---------	-----

A	Action euclidienne des éléments du circuit	177
A.1	Passage du hamiltonien à l'action euclidienne	177
A.2	Environnement électromagnétique	178
A.3	Canal de conduction	178
A.4	Couplage canal-environnement	179
B	Mesures DC	181
B.1	Thermalisation et filtrage	181
B.2	Circuit de mesure et de polarisation	181
B.3	Spécificités de l'effet Hall quantique	182
C	Articles publiés dans le cadre de la thèse	183

Introduction

La mécanique quantique est indispensable pour décrire les conducteurs électriques : cohésion du réseau cristallin, théorie des bandes, capacité calorifique, etc. Pourtant, à l'échelle macroscopique, une description classique du transport de charge est souvent in fine suffisante. La cause revient aux multiples interactions que subit un porteur de charge avec son environnement (phonons, impuretés magnétiques, les autres charges, etc.) qui brouillent rapidement sa phase quantique. Ce n'est que depuis les années 1980, avec les progrès en nano-fabrication par lithographie électronique et grâce aux techniques de cryogénie, qu'il est possible d'étudier des conducteurs dans lesquels la cohérence de phase est préservée, en dépit du nombre apparemment rédhibitoire de degrés de liberté de l'environnement. Ces travaux ont mis en évidence des phénomènes nouveaux (courants permanents dans un métal normal [1], charges fractionnaires [2–4], etc.), permis de tester les fondements de la mécanique quantique (interférences à un [5] ou deux [6] électrons, indiscernabilité quantique [7], etc.) et ouvert la voie au développement d'une électronique exploitant de nouvelles fonctionnalités quantiques (SQUID, qubits, etc.). Cette thèse expérimentale porte sur le transport électrique lorsque de tels *conducteurs cohérents* sont assemblés dans un circuit, ainsi que sur le transport quantique de la chaleur.

Dans les parties I et II de ce mémoire nous explorerons les lois de l'électricité dans des circuits comportant des conducteurs cohérents distincts. Contrairement aux conducteurs macroscopiques, le transport à travers un conducteur cohérent peut être radicalement affecté par la présence des autres composants du circuit, quand bien même il en serait séparé par des distances supérieures à la longueur de cohérence de phase des électrons. En cause, la granularité du transfert de charge à travers le conducteur cohérent qui résulte en un couplage non-linéaire des quasi-particules électroniques aux modes électromagnétiques du circuit. Les lois classiques de composition des impédances ne sont plus valables et de nouvelles lois quantiques de l'électricité doivent être trouvées. Jusqu'à présent, l'essentiel des travaux a porté sur des circuits incluant un cas particulier de conducteur cohérent : la jonction tunnel [8]. Ce travail de thèse va au-delà en utilisant comme banc d'essai pour les conducteurs cohérents un système

emblématique de la physique mésoscopique : le contact ponctuel quantique (QPC). Formé dans du Ga(Al)As, il permet de se placer à l'échelle élémentaire du *canal de conduction* et d'en moduler les propriétés continûment par effet de champ.

Dans la partie III nous nous intéresserons au transport de chaleur dans les conducteurs cohérents. Non seulement les dispositifs électroniques subissent un échauffement qu'il est crucial de maîtriser, mais les techniques de nano-structuration ouvrent la voie à l'amélioration des propriétés thermiques des conducteurs, par exemple les rendements des dispositifs thermoélectriques [9, 10]. Pourtant, l'étude expérimentale des aspects thermiques des conducteurs cohérents souffre d'un important déficit en comparaison de leurs aspects électriques, notamment en raison de l'extrême difficulté de mesurer des températures et déterminer des courants de chaleur à l'échelle mésoscopique. Grâce aux performances d'un système de mesure de bruit entièrement développé au Laboratoire de Photonique et de Nanostructures et implémenté pendant ce travail de thèse, nous avons mesuré pour la première fois la conductance thermique d'un unique canal de conduction électronique et montré qu'elle est fondamentalement limitée par la mécanique quantique à une valeur $G_{\text{th}} = (\pi^2 k_B^2 / 3h)T$, appelée *quantum de conductance thermique*.

Le reste de ce chapitre a pour but de présenter certaines propriétés générales des conducteurs cohérents et d'introduire plus précisément les trois parties constituant ce mémoire. Pour chacune des parties, un court résumé des résultats obtenus pendant la thèse sera par ailleurs délivré.

1.1 Le canal de conduction, bloc élémentaire des conducteurs cohérents

Nous présentons ici les propriétés des conducteurs cohérents qui seront importantes par la suite en nous plaçant dans le cadre notoire de l'approche de diffusion [11–14], qui décrit un conducteur cohérent directement connecté à une source de tension et en l'absence d'interaction.

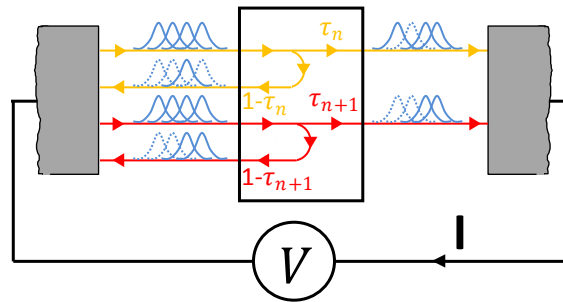


FIGURE 1.1 – **Conducteur cohérent dans l'approche de diffusion.** Un conducteur cohérent est décomposé en canaux de conduction parallèles et indépendants qui sont entièrement caractérisés par leur probabilité de transmission $\{\tau_n\}$. À température nulle, les réservoirs injectent un courant non-bruité – qu'on peut voir comme des paquets d'ondes électroniques parfaitement ordonnés par le principe de Pauli – qui est partitionné si $\tau_n < 1$.

Canal de conduction Dans l'approche de diffusion, un conducteur cohérent est décomposé en un ensemble de guides d'onde unidimensionnels, parallèles et indépendants, appelés canaux de conduction (figure 1.1). Cette discrétisation en canaux est associée au confinement dont les origines microscopiques sont diverses : grilles latérales dans un QPC [15] ou orbitales électroniques dans une jonction atomique [16] par exemple. Mais, remarquablement, une fois établies les probabilités de transmission $\{\tau_n\}$ des électrons dans les différents canaux, la plupart des propriétés du transport peuvent être déduites indépendamment du matériau, de la géométrie ou de toute autre considération microscopique sur le conducteur. Témoin le courant moyen qui s'exprime¹ :

$$I = \sum_n I_n = \sum_n \tau_n \frac{e^2}{h} V. \quad (1.1)$$

Il est égal à la somme des courants I_n des canaux et dépend, outre la tension V et les constantes fondamentales e et h , uniquement des probabilités de transmission τ_n .

Granularité du transfert de charge L'expression du bruit de partition (bruit en courant à fréquence et température nulles) [14, 17, 18] est très instructive sur la façon

1. Pour simplifier, on a supposé les transmissions τ_n indépendantes de l'énergie.

dont la charge circule dans les conducteurs cohérents [19] :

$$S_p = \sum_n 2e\tau_n(1 - \tau_n)\frac{e^2}{h}V \quad (1.2)$$

Chaque canal produit un bruit sous-poissonien, réduit d'un facteur $(1 - \tau_n)$ par rapport à $2eI_n$. Dans le régime tunnel, où les probabilités de transmission sont très petites, $\tau_n \ll 1$, le bruit poissonien correspond au transport granulaire – c.-à-d. discrétisé – et décorrélé des électrons à travers le conducteur cohérent. À l'opposé, dans un conducteur balistique, $\tau_n = 1$, le bruit de partition s'annule : les électrons sont ordonnés par le principe de Pauli et la charge s'écoule continûment, comme dans une résistance macroscopique.

Contact ponctuel quantique Au cours de ce travail de thèse, nous avons étudié le transport à l'échelle élémentaire du canal de conduction. Pour cela, nous avons utilisé un système archétypal : le contact ponctuel quantique (QPC) formé dans du Ga(Al)As. La quantification de la conductance [20, 21], mettant en évidence la pertinence des canaux de conduction, et l'annulation du bruit de partition [22] furent observés pour la première fois dans un QPC. Ce système permet de contrôler *in situ*, au moyen d'une simple tension de grille, le nombre de canaux de conduction et leur probabilité de transmission. Nous avons de plus systématiquement travaillé dans le régime de l'effet Hall quantique entier [23], où la séparation entre les différents canaux est presque parfaite.

1.2 Action d'un circuit linéaire sur un conducteur cohérent

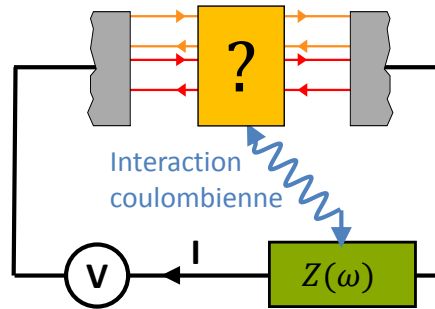


FIGURE 1.2 – **Conducteur cohérent dans un circuit linéaire.** L'interaction coulombienne entre les quasi-particules du conducteur cohérent et les modes électromagnétiques du circuit, lesquels sont décrits par une impédance linéaire $Z(\omega)$, résulte en une modification du transport de charge à travers le conducteur cohérent.

Pendant les deux prochaines sections, nous étudierons ce qu'il advient lorsqu'un conducteur cohérent court² est inséré dans un circuit sans être directement connecté à une source de tension.

Pour commencer, nous considérons la situation représentée schématiquement sur la figure 1.2, où le circuit peut être décrit par une impédance linéaire. Le problème à résoudre est le suivant : connaissant l'impédance $Z(\omega)$ et les probabilités de transmission τ_n qui caractérisent les canaux, quelle est la conductance du circuit ? Simple en apparence, il s'agit en fait d'un problème complexe de physique à N-corps hors d'équilibre qui n'est résolu expérimentalement et théoriquement que dans des cas limites³ :

— dans la limite tunnel $\tau_n \ll 1$; théoriquement [26, 30, 31] car chaque canal peut être traité comme une petite perturbation du circuit ; expérimentalement [32, 33] car la fabrication des jonctions tunnels est extrêmement bien maîtrisée et leur petite taille permet des énergies de charge importantes. Les études, d'abord limitées à des jonctions petites et opaques, ont ensuite été étendues à des jonctions de grandes conductance [34] et taille [35], puis au domaine des hautes fréquences [36] et au bruit [37, 38].

— dans la limite d'une très faible impédance série $\text{Re}(Z) \ll R_K \equiv h/e^2$ [39–44], où l'impédance est traitée comme une perturbation des canaux.

Une partie de ce travail de thèse a consisté à étudier le cas général dans lequel un canal de transmission quelconque, $\tau_\infty \in [0, 1]$, est inséré dans un circuit dont l'impédance prend des valeurs de l'ordre du quantum de résistance R_K et où l'effet du circuit sur

2. « Court » signifie que le temps de traversée du conducteur cohérent par les électrons est négligeable. En conséquence, les probabilités de transmission τ_n ne dépendent pas de l'énergie.

3. Dans ce mémoire de thèse nous nous concentrons sur les conducteurs cohérents courts, mais l'effet d'une impédance sur d'autres types de conducteur cohérent a aussi été étudié [24–26] (par exemple, un niveau résonant [27, 28] ou une impureté Kondo [29]).

la conductance peut être fort. Remarquablement, bien qu'un traitement perturbatif ne soit plus possible, il a été montré [45] que ce problème est étroitement lié à la physique des conducteurs unidimensionnels d'électrons en interaction décrite par le modèle de Tomonaga-Luttinger. Dans le formalisme de l'intégrale de chemin, l'action décrivant un conducteur mono-canal placé en série avec une résistance est identique à celle décrivant un liquide de Tomonaga-Luttinger (TLL) interrompu par une impureté locale. Ces liquides ont suscité d'intenses recherches théoriques car l'unidimensionnalité leur confère des propriétés physiques fascinantes (fractionnalisation de la charge [46, 47], séparation spin-charge [48]) et autorise un traitement exact des interactions. En contrepartie, leur réalisation expérimentale est particulièrement ardue. Cette analogie bénéficie donc non seulement aux circuits quantiques, en permettant d'importer les nombreux résultats théoriques obtenus pour les TLL, mais aussi aux TLL eux-mêmes en permettant de tester des prédictions jusque-là hors de portée expérimentale.

Nous précisons maintenant les mécanismes physiques à l'œuvre, puis nous présenterons succinctement les résultats obtenus au cours de cette thèse.

Origine et conséquences du couplage quasiparticule-circuit

La conductance du circuit de la figure 1.2 ne peut être déduite directement des lois de Kirchhoff car le transport dans le conducteur cohérent est affecté à basse énergie par le circuit. Ce phénomène trouve son origine dans le fait que la charge circule dans le conducteur cohérent par quanta qui, injectés dans le circuit, excitent les modes photoniques. En conséquence, le transport est bloqué aux basses tensions et températures où l'énergie thermique et celle fournie par le générateur sont insuffisantes pour exciter ces modes.

À titre illustratif, considérons une résistance R en série avec une petite jonction tunnel opaque (figure 1.3A). Quand un électron traverse la jonction, un quantum de charge e s'étale quasi-instantanément sur ses bords, lesquels forment naturellement un condensateur de capacité C . Le saut tunnel couple donc l'état d'équilibre du condensateur $|\delta Q = 0\rangle$, où $\delta Q = CV - Q$, à l'état excité $|\delta Q = -e\rangle$ auquel est associée une *énergie de charge* $E_c = e^2/2C$ (figure 1.3B). Dans la limite $R \rightarrow 0$, cet état hors équilibre relaxe infiniment vite et peut être oublié. Le courant électrique est alors proportionnel au nombre d'états au-dessus du niveau de Fermi, lui-même proportionnel à eV . Dans la limite opposée $R \rightarrow \infty$, la charge déposée sur le condensateur y reste en revanche très longtemps et l'événement tunnel ne se produira que si l'énergie à disposition de l'électron est supérieure à l'énergie E_c de l'état excité. En conséquence, à température nulle, le courant est bloqué pour $|eV| < E_c$ et la conductance différentielle de la jonction est la fonction non-linéaire de l'énergie représentée sur la figure 1.3C. On parle de *blocage de Coulomb statique*. Le saut tunnel excepté, ces processus relèvent de la physique classique. Nous nous intéressons dans cette thèse au cas où la résistance série

est finie. La charge déposée sur le condensateur s'écoule alors en un temps fini RC , ce qui, d'après le principe d'Heisenberg, résulte en un élargissement $\Delta E \approx h/RC$ du niveau d'énergie $|\delta Q = -e\rangle$. La courbe de la conductance est lissée par les fluctuations quantiques de la charge du condensateur C et a la forme représentée sur la figure 1.3D. On parle de *blocage de Coulomb dynamique*; on peut estimer l'échelle de résistance caractéristique du régime dynamique avec le critère suivant : $\Delta E \approx E_c \Leftrightarrow R \approx R_K$.

Comment ce phénomène est-il modifié lorsque la jonction tunnel est remplacée par un canal de transmission quelconque? Qualitativement, on s'attend à une réduction de l'effet du circuit car la granularité du transfert de charge, qui est à l'origine du couplage aux modes du circuit, disparaît progressivement en augmentant la probabilité de transmission d'un canal. Dans la limite balistique $\tau_n = 1$, la charge s'écoule continûment. Or une variation infinitésimale dq de la charge portée par le condensateur sera bloquée si $dq|V| < \frac{dq^2}{2C} \Leftrightarrow |V| < \frac{dq}{2C}$. Dans la limite continue $dq \rightarrow 0$, les modes du circuit ne sont donc pas excités et le canal balistique n'est pas affecté par le blocage de Coulomb. Ceci fut d'abord validé dans la limite où la résistance série est petite, $R \ll R_K$, et l'effet du circuit sur le conducteur cohérent faible. En accord avec les prédictions [39], l'expérience montra [44] que la réduction relative de la conductance du conducteur cohérent est réduite par rapport au cas tunnel par le même facteur de réduction du bruit de partition comparé au bruit poissonien, le facteur de Fano.

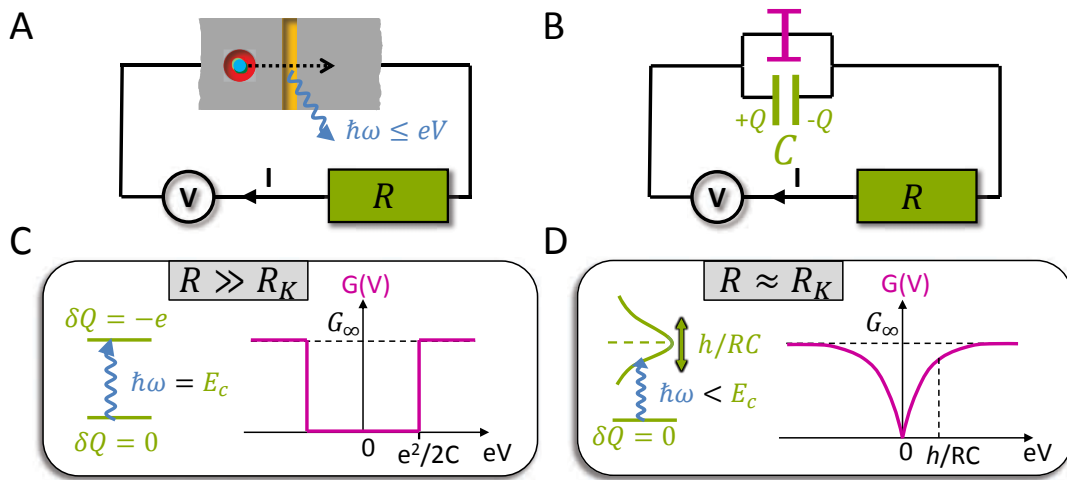


FIGURE 1.3 – **Jonction tunnel dans un circuit linéaire.** (A) Électron traversant une jonction tunnel en série avec une résistance. Le blocage de Coulomb dynamique provient du fait que l'évènement tunnel excite les modes photoniques du circuit, ce qui coûte de l'énergie. (B) La jonction tunnel est conceptuellement décomposée en un pur élément tunnel en parallèle avec un condensateur C . Ce condensateur et la résistance R forment la partie photonique du circuit, dont l'excitation à la suite d'un évènement tunnel est causée par la variation soudaine $Q \rightarrow Q + e$ de la charge du condensateur. (C) Dans le cas $R \gg R_K$ (blocage de Coulomb statique), l'état $|\delta Q = -e\rangle$ a un long temps de vie et son énergie $E_c = e^2/2C$ est bien définie. À $T = 0$, la conductance est nulle si $|eV| < E_c$. (D) Dans le cas $R \approx R_K$ (blocage de Coulomb dynamique), l'état $|\delta Q = -e\rangle$ a un temps de vie fini et est défini avec une incertitude $\Delta E \approx h/RC$. La courbe de la conductance est lissée par les fluctuations quantiques.

Résultats obtenus au cours de cette thèse

Nous avons pour la première fois mesuré la réduction de la conductance d'un conducteur cohérent court mono-canal de transmission quelconque, $\tau_\infty \in [0, 1]$, dans le régime où l'action du circuit sur le canal est forte. Notre approche expérimentale repose notamment sur la possibilité de court-circuiter in situ l'impédance série. Cela donne directement et séparément accès à la conductance intrinsèque du canal $G_\infty = \tau_\infty/R_K$ (c.-à-d. lorsqu'il est directement connecté à une source de tension) et à sa conductance réduite G en présence de la résistance série.

Le panneau de gauche de la figure 1.4 montre ainsi la réduction relative de la conductance du canal $(G - G_\infty)/G_\infty$ en fonction de sa conductance intrinsèque G_∞ . L'amplitude relative du blocage – qui atteint presque 100% en régime tunnel avec la résistance la plus élevée – diminue en augmentant la conductance intrinsèque du canal, jusqu'à devenir nulle lorsque le canal est balistique. Remarquablement, nous constatons sur plus d'un ordre de grandeur de la résistance série (figure 1.4, panneau de droite) que la réduction relative de la conductance du canal est, à notre résolution expérimentale, proportionnelle à $(1 - R_K G)$. Cette observation non-triviale implique une expression générale de la conductance d'un canal en présence d'une impédance série, laquelle peut être mise sous la forme d'une loi d'échelle universelle reliant la conductance à deux tensions $V_{1,2}$ et températures $T_{1,2}$:

$$\frac{G_1/(1 - R_K G_1)}{G_2/(1 - R_K G_2)} = \frac{1 + g_t(Z, T_1, V_1)}{1 + g_t(Z, T_2, V_2)}, \quad (1.3)$$

où $G_{1,2} \equiv G(Z, T_{1,2}, V_{1,2})$ et $g_t(Z, T, V)$ est la réduction relative de la conductance d'une jonction tunnel qui serait placée en série de la même impédance Z (g_t est donc connue [26]). Cette loi d'échelle empirique, que nous avons directement testée expérimentalement en fonction de la tension, est aussi en très bon accord avec les résultats ultérieurs du groupe de Gleb Finkelstein à *Duke University*, qui a étudié le même effet sur un système physique très différent : un nanotube de carbone couplé à des électrodes résistives [49, 50]. De plus, l'équation (1.3) reproduit à une très bonne précision, en-deçà de notre résolution expérimentale, voire exactement dans certains cas, les prédictions de l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger dans le régime $eV \gg k_B T$. Par contre, de manière intéressante, les calculs montrent dans le régime opposé, $eV \ll k_B T$, des déviations significatives entre les prédictions de l'analogie et de la loi d'échelle qui pourraient permettre de discriminer entre les deux, mais que nous ne pouvions tester expérimentalement en l'état.

Sur la figure 1.5, les prédictions de l'analogie TLL dans le régime $eV \gg k_B T$ sont confrontées directement aux données expérimentales mesurées avec une résistance série $R = R_K/4$. L'analogie TLL prédit que la conductance d'un canal de conduction placé en série d'une résistance R est identique à la conductance d'une impureté locale

interrompant un liquide de Tomonaga-Luttinger dont le paramètre K , décrivant les interactions entre électrons, est relié à la résistance selon la formule suivante :

$$K = \frac{1}{1 + R/R_K}. \quad (1.4)$$

L'ansatz de Bethe thermodynamique permet de calculer la conductance de l'impureté [51]. Elle obéit à une courbe universelle $G_K(V/V_B)$, où la tension est normalisée par le paramètre V_B décrivant la force de l'impureté. Cette courbe est tracée en tirets rouges sur la figure 1.5 avec le paramètre d'interaction $K = 0.8$. Les données expérimentales obtenues avec la résistance série correspondante $R = R_K/4$ (symboles) sont en accord avec cette courbe sur quatre ordres de grandeur en V/V_B et pour quasiment toutes les valeurs de conductance, du régime tunnel jusqu'à transmission unité. Noter que dans le régime sondé expérimentalement, les effets de la coupure capacitive et de la température (non pris en compte par le calcul théorique) sont essentiellement négligeables.

En conclusion, nous avons mesuré la réduction de la conductance d'un canal de conduction de transmission quelconque, déduit des données une expression empirique de cette conductance, et démontré expérimentalement l'analogie prédite avec les liquides de Tomonaga-Luttinger.

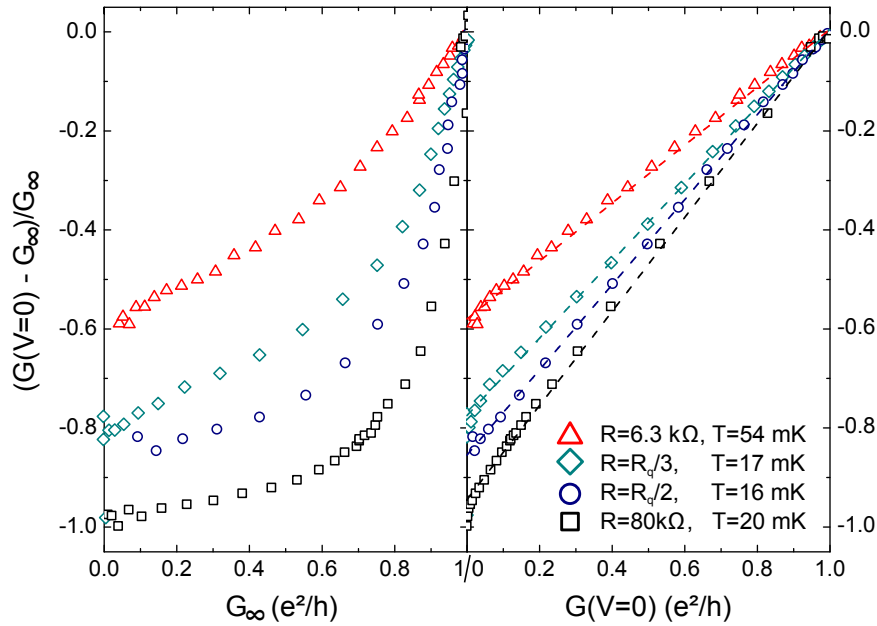


FIGURE 1.4 – **Observation empirique de la conductance d'un QPC placé en série avec une résistance.** À gauche, la réduction relative de la conductance du QPC est tracée en fonction de sa conductance intrinsèque, G_∞ . À droite, elle est tracée en fonction de sa conductance à tension nulle, $G(V = 0)$. Les différentes courbes correspondent à différentes valeurs de la résistance série $R = 6.3 \text{ k}\Omega$, $R_K/3$, $R_K/2$ et $80 \text{ k}\Omega$. La linéarité empiriquement observée en fonction de $G(V = 0)$ implique une expression générale de la conductance d'un canal de transmission quelconque en présence d'une impédance série, équation (1.3).

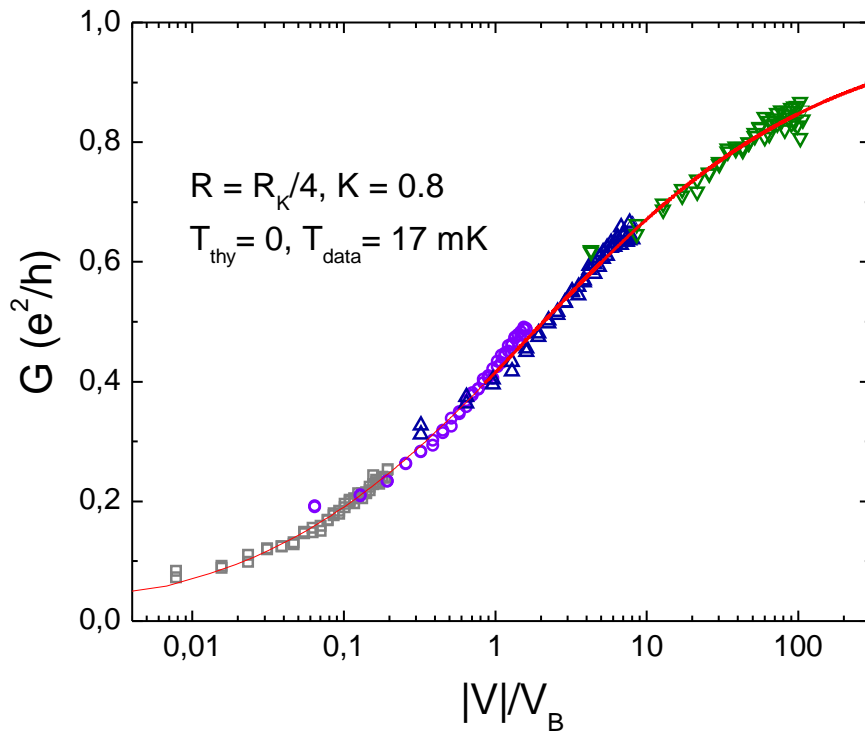


FIGURE 1.5 – **Démonstration expérimentale de l’analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger.** Symboles : Conductance mesurée du QPC en présence d’une résistance série $R = R_K/4$. Les différents symboles correspondent à différentes valeurs de $\tau_\infty = \{0.25, 0.5, 0.67, 0.87\}$. Ligne en tirets : Conductance, calculée avec l’ansatz de Bethe thermodynamique, d’une impureté dans un liquide de Tomonaga-Luttinger de paramètre d’interaction $K = 0.8$.

1.3 Quantification de la charge d'un îlot métallique

Ayant étudié la conductance d'un canal unique inséré dans un circuit linéaire, nous franchissons maintenant une étape dans la complexité du circuit en considérant la présence d'autres canaux. L'environnement de chaque canal est désormais non-linéaire et il doit se produire un phénomène de blocage réciproque car chaque canal fait partie de l'environnement des autres.

Nous avons étudié le circuit de la figure 1.6, où l'impédance de la section précédente est remplacée par un autre conducteur cohérent.

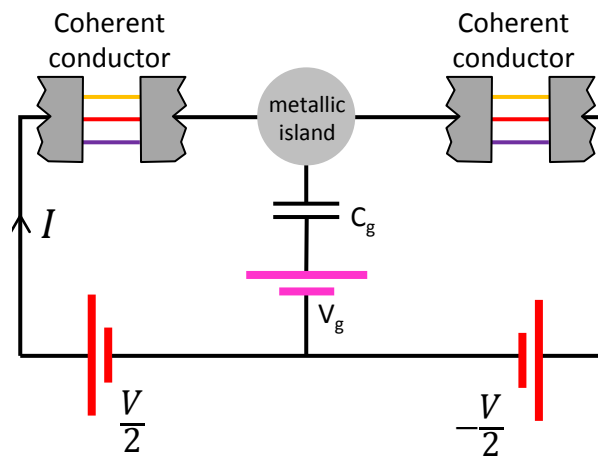


FIGURE 1.6 – **Représentation schématique du circuit étudié.** Un îlot métallique est enclos entre deux conducteurs cohérents et capacitivement couplé à une source de tension V_g . Lorsque les deux conducteurs cohérents sont des jonctions tunnels, la charge Q de l'îlot est discrétisée en unité de e . En augmentant les probabilités de transmission des canaux de conduction, la quantification de la charge de l'îlot est progressivement détruite, jusqu'à ce devenir une variable continue dès lors qu'un canal est balistique.

Ce circuit est très bien connu lorsque les deux conducteurs cohérents sont des jonctions tunnels : il s'agit du transistor à un électron (SET) [26, 52]. Apparaît dans ce circuit un phénomène qui va dominer la physique⁴ : la charge Q de l'îlot métallique⁵ entre les deux jonctions tunnels est discrétisée en unité du quantum de charge e . Ce circuit et ses dérivés font partie des rares systèmes permettant de manipuler des électrons un à un et sont parmi les plus sensibles à la charge électrique. Ils ont suscité d'intenses recherches et de nombreuses applications [8] allant de la détection de charges

4. À la condition que l'énergie électrostatique associée à l'ajout d'un électron sur l'îlot, l'énergie de charge $E_c = e^2/2C$, soit plus grande que l'énergie thermique.

5. Métallique implique que l'écart δ entre les niveaux d'énergie de l'îlot est très petit devant les autres échelles d'énergie ($k_B T$, E_c , etc.). Les situations dans lesquelles δ n'est pas négligeable [53] ne seront pas abordées dans ce mémoire de thèse, bien qu'elles donnent naissance à une physique riche et variée (effet Kondo [54–57] ou oscillations de Coulomb mésoscopiques [58–60] par exemple).

fractionnaires [4] à la métrologie de l'ampère [61, 62] en passant par la réalisation de machines thermiques fondamentales [63] ont vu le jour.

Mais, à nouveau, le comportement du circuit pour des probabilités de transmission au-delà du régime tunnel est largement méconnu [64–66]. Des travaux théoriques dans la limite quasi-balistique ($\tau \rightarrow 1$) prédisent [67–69] que la quantification de la charge de l'îlot – qui est la caractéristique essentielle du SET – est progressivement détruite et que le circuit tend vers le blocage de Coulomb dynamique quand $\tau = 1$.

La (non-)quantification de la charge se comprend bien en raisonnant sur les fonctions d'onde électronique. Quand tous les canaux connectant l'îlot au circuit sont en régime tunnel, la charge est discrétisée car les fonctions d'onde, qui ne peuvent s'étaler par dessus les jonctions tunnels, sont localisées dans l'îlot. Mais, à l'opposé, si un canal est balistique, elles peuvent s'y délocaliser librement. La charge Q est alors une variable continue car seule une « partie de l'électron » est localisée dans l'îlot – dit autrement, car la position de l'électron fluctue (quantiquement) entre l'intérieur et l'extérieur de l'îlot.

Cette transition de discret à continu du spectre des valeurs propres de la charge de l'îlot peut aussi se comprendre à la lumière de la nature du transfert de charge dans le canal qui passe d'un transport granulaire à un écoulement continu. En effet, partant de la situation où $Q = 0$, si seuls des électrons « entiers » peuvent traverser le conducteur cohérent, alors les valeurs de Q ne pourront être que des multiples entiers de e . À l'opposé, si une quantité infinitésimale de charge peut traverser le conducteur cohérent, alors Q pourra prendre toute valeur réelle.

Des résultats expérimentaux contradictoires ont pourtant été obtenus ; certains observant la suppression de la quantification de la charge [70–72], d'autres non [73, 74]. De plus, il n'existe aucune vérification quantitative des prédictions théoriques. Les raisons à tout cela se trouvent probablement dans certaines complications que pouvaient avoir les circuits étudiés : cohérence quantique dans l'îlot, ignorance des transmissions intrinsèques des canaux de conduction, mélange de canaux balistiques et non-balistiques, dégénérescence de spin, etc.

Notre réalisation expérimentale du circuit de la figure 1.6 – un contact ohmique AuGeNi enclos par deux QPC en régime d'effet Hall quantique entier pouvant être chacun court-circuité – accomplit la situation la plus canonique possible : absence de cohérence et densité d'états continue dans l'îlot, dégénérescence de spin levée, contrôle des transmissions intrinsèques des QPC. Cela nous a permis de démontrer sans ambiguïté que la quantification de Q est détruite dès qu'un canal balistique connecte l'îlot au circuit. Nous avons également effectué une caractérisation fine de cette destruction dans la limite quasi-balistique, et l'avons trouvée en accord quantitatif avec les prédictions des références [68, 69]. Ces résultats sont maintenant résumés.

Résultats obtenus au cours de cette thèse

La quantification de la charge de l'îlot est révélée par les *oscillations de Coulomb* de la conductance différentielle $G = \partial I / \partial V$ du circuit quand est balayée la tension V_g de la grille couplée capacitivement à l'îlot. L'évolution de ces oscillations est montrée en haut de la figure 1.7 lorsque la conductance intrinsèque G_L du QPC_L est progressivement augmentée, tandis que le QPC_R est maintenu à une faible probabilité de transmission : $R_K G_R = 0.24$, où $R_K = \frac{h}{e^2}$. En régime tunnel ($R_K G_L = 0.11$, à gauche), la conductance présente des pics étroits séparés par des régions de conductance nulle, ce qui indique que la charge de l'îlot est discrétisée. En augmentant G_L (vers la droite), le minimum augmente, les pics s'élargissent et les oscillations finissent par disparaître quand un canal est balistique ($R_K G_L = 1.5$, à droite) : la charge de l'îlot est devenue une variable continue. Plus quantitativement, le panneau principal de la figure 1.7 montre le contraste des oscillations de Coulomb $\frac{G_{\max} - G_{\min}}{G_{\max} + G_{\min}}$ mesuré en fonction de G_L , pour différentes réalisations de G_R . Sur toutes les courbes, le contraste tend abruptement vers zéro lorsque $R_K G_L \rightarrow 1$ et reste nul pour $R_K G_L \geq 1$. Une conductance telle que $R_K G_{L,R} < 1$ correspond à un unique canal partiellement transmis ; une conductance telle que $1 < R_K G_{L,R} < 2$ correspond à deux canaux parallèles, dont l'un est balistique et l'autre partiellement transmis.

Des prédictions théoriques quantitatives existent pour des températures $k_B T \ll E_c$ dans deux cas limites :

- les deux canaux sont quasi-balistiques $1 - R_K G_{L,R} \ll 1$ [68] ;
- un canal est quasi-balistique $1 - R_K G_L \ll 1$ et l'autre tunnel $R_K G_R \ll 1$ [69].

Il est prédit et nous avons observé expérimentalement que le contraste diminue dans ces deux cas comme $\sqrt{1 - R_K G_L}$; les données sont de plus en accord quantitatif raisonnable avec le préfacteur prédit. Nous avons aussi observé que ce comportement en $\sqrt{1 - R_K G_L}$ est plus généralement valable quelle que soit la valeur de G_R dès lors que $1 - R_K G_L \ll 1$; voir la courbe en haut de la figure 1.8 pour $R_K G_R = 0.75$ par exemple. Remarquablement, comme le montrent les données en bas de la figure 1.8, il s'avère que ce comportement, à l'origine perturbatif en $1 - R_K G_L$, devient, aux températures $k_B T \approx E_c$, vrai quelle que soit la valeur de la conductance intrinsèque du canal, $R_K G_L \in [0, 1]$.

En conclusion, nous avons démontré que seuls des canaux non-balistiques permettent la quantification de la charge de l'îlot, nous avons pour la première fois testé quantitativement des prédictions théoriques au-delà du régime tunnel et nous avons observé que certaines caractéristiques de ces prédictions ont une portée plus générale que les conditions dans lesquelles elles ont été dérivées. En perspectives, il est prédit qu'à très basse température le circuit est gouverné au point de dégénérescence par un effet Kondo de charge. Nous verrons que nos données fournissent les premières indications de l'existence de cet effet.

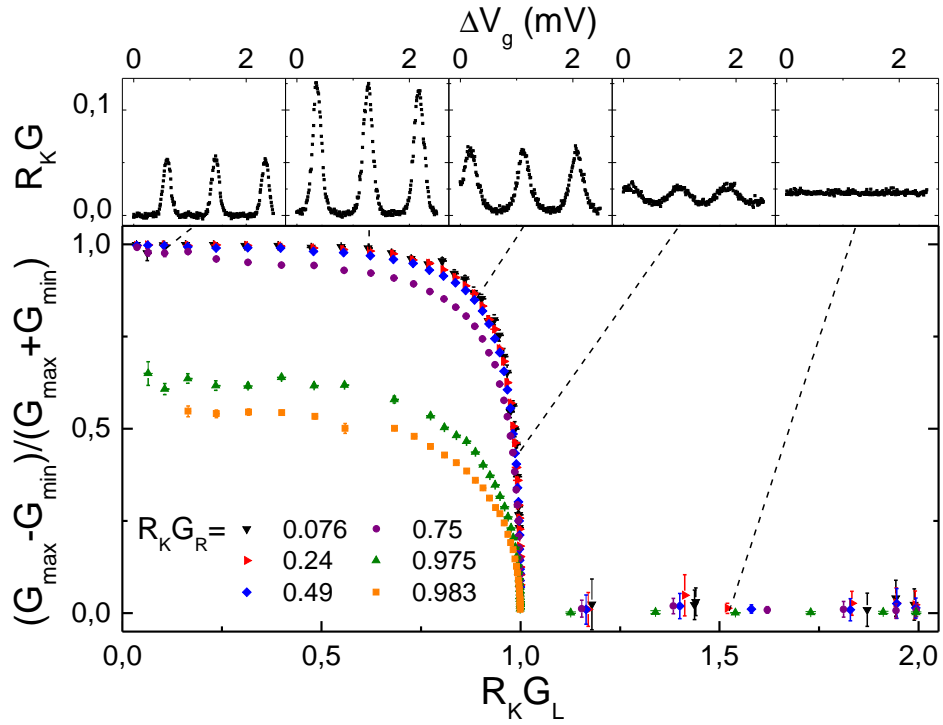


FIGURE 1.7 – Destruction de la quantification de la charge de l’îlot en fonction des transmissions des canaux. Les cinq panneaux du haut montrent la mesure brute des oscillations de Coulomb en fonction de V_g avec $R_K G_R = 0.24$ et, de gauche à droite, $R_K G_L = \{0.11, 0.62, 0.88, 0.989, 1.5\}$. Le panneau principal montre le contraste des oscillations de Coulomb mesuré à température de base, $T = 13$ mK, en fonction de $R_K G_L$, avec de haut en bas $R_K G_R = \{0.076, 0.24, 0.49, 0.75, 0.975, 0.983\}$.

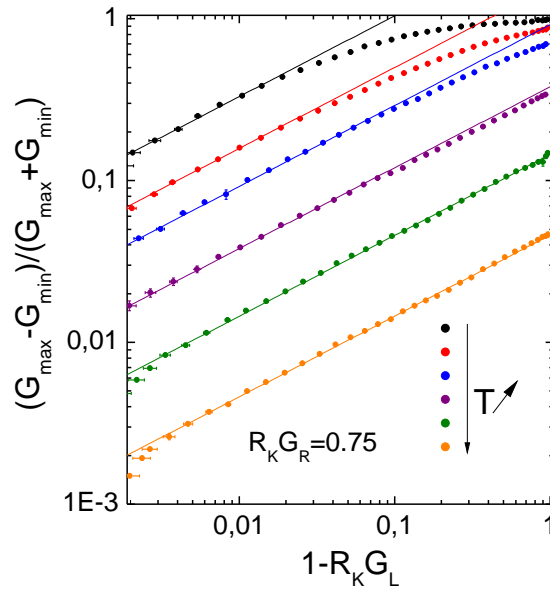


FIGURE 1.8 – Destruction de la quantification de la charge de l’îlot en fonction de la température. Le contraste des oscillations de Coulomb est mesuré avec $R_K G_R = 0.75$ aux températures $T = \{13, 30, 45, 80, 120, 165\}$ mK. Les lignes continues sont des fonctions $y \propto \sqrt{x}$.

1.4 Quantum de conductance thermique

Nous nous intéressons désormais aux propriétés thermiques des conducteurs cohérents. Pour cela nous revenons à des conducteurs cohérents qui sont simplement connectés à leur source de tension et décrits par l’approche de diffusion. Comme l’électricité, le transport de chaleur est affecté par la mécanique quantique. Des interférences quantiques entre deux courants de chaleur ont d’ailleurs été récemment observées [75] dans un SQUID. Dans les conducteurs cohérents, le courant de chaleur est porté par les électrons circulant dans les canaux de conduction [76–80]. De même que la conductance électrique, la conductance thermique d’un canal possède une borne supérieure fondamentale : $G_{\text{th}} = (\pi^2 k_B^2 / 3h)T$, appelée *quantum de conductance thermique*. Mais alors que le quantum de conductance électrique, $G_{\text{el}} = e^2/h$, a été mesuré pour la première fois il y a 25 ans dans un QPC [20, 21], il n’existe toujours pas de mesure quantitative précise de G_{th} pour des systèmes électroniques. La raison en est l’extrême difficulté de déterminer des températures et courants de chaleur à l’échelle mésoscopique [81].

Une prédiction remarquable à propos du quantum de conductance thermique est qu’il est universel à toutes les particules connues [82–84] (électrons [76, 77], phonons [85, 86], photons [87], anyons [88, 89], etc.). Compte-tenu des liens étroits entre chaleur, entropie et information [90], cette propriété a inspiré des travaux pointant vers l’existence d’une énergie minimale transférée avec toute information [82, 91]. Dans la référence [92], la conductance thermique de canaux phononiques fut mesurée et trouvée en accord quantitatif avec la valeur maximale G_{th} . Puis les auteurs de la référence [93] étudièrent la conductance thermique d’un unique canal photonique jusqu’à des valeurs $\lesssim 0.5G_{\text{th}}$, et dans la référence [94] le refroidissement à la limite quantique d’une résistance par rayonnement thermique dans un unique canal photonique put être réalisé. Enfin, concernant les électrons, il fut démontré expérimentalement [95, 96] que la conductance thermique est proportionnelle au nombre de canaux du conducteur cohérent et un accord qualitatif en ordre de grandeur avec la valeur de G_{th} fut même obtenu.

Au cours de ce travail de thèse, nous avons mesuré la conductance thermique d’un ou plusieurs canaux balistiques formés dans des QPC et l’avons trouvée en accord à moins de 10 % près avec la valeur prédite de G_{th} . La suite consiste en une courte présentation de ces mesures.

Résultats obtenus au cours de cette thèse

Concrètement, nous avons mesuré la conductance thermique des deux QPC de la figure 1.9 (grilles en jaune). Ils sont réglés au milieu de leur plateau de conductance où ils transmettent respectivement n_1 et n_2 canaux balistiques (il n'y a donc ni quantification de la charge ni blocage de Coulomb dynamique). Pour déterminer leur conductance thermique, l'îlot métallique (brun) auquel ils sont connectés est chauffé à une température T_Ω en y injectant une puissance contrôlée J_Q par effet Joule. La puissance de Joule J_Q est générée en appliquant une tension V à l'échantillon et la température T_Ω est déterminée en mesurant au contact M_2 le bruit thermique émis par l'îlot métallique.

En régime stationnaire, la puissance injectée J_Q est égale à la somme du courant de chaleur $n \times J_e(T_\Omega, T_0)$ s'évacuant par les $n = n_1 + n_2$ canaux balistiques et du courant de chaleur $J_{e-ph}(T_\Omega, T_0)$ s'évacuant vers les phonons froids du substrat. Le courant de chaleur à travers un unique canal électronique, J_e , est donc directement donné par la quantité dont doit être augmentée J_Q pour garder T_Ω constante quand un nouveau canal balistique est transmis par les QPC.

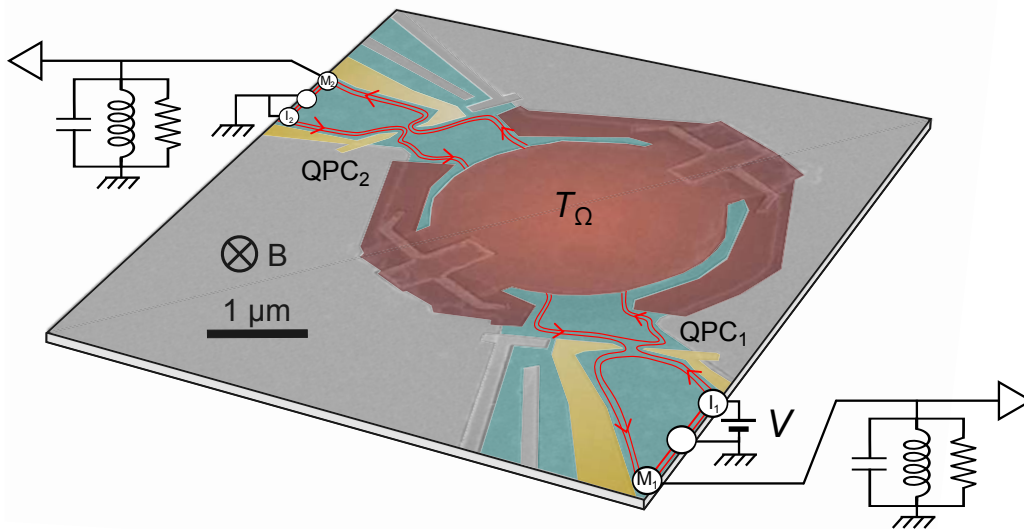


FIGURE 1.9 – Image MEB en fausses couleurs de l'échantillon étudié. Deux QPC, dont les grilles métalliques sont colorisées en jaune, sont connectés au micro-contact ohmique AuGeNi brun qui est chauffé à une température T_Ω par effet Joule. Les QPC sont opérés dans le régime de l'effet Hall quantique et définis au milieu de leur plateau de conductance. Sur la figure, $n_1 = 1$ canal balistique est transmis par le QPC₁ et $n_2 = 2$ le sont par le QPC₂, soit un total de $n = n_1 + n_2 = 3$ canaux participant à l'évacuation de la chaleur du micro-contact ohmique. La puissance de Joule J_Q chauffant le micro-contact ohmique est générée en appliquant une tension continue V à l'échantillon et la température T_Ω est déterminée en mesurant le bruit thermique. Le circuit de mesure du bruit thermique est représenté de manière simplifiée par un résonateur RLC et un amplificateur de tension.

La figure 1.10 montre en encart le bruit thermique en excès mesuré en fonction de la tension V pour $n = 2, 3$ et 4 canaux balistiques transmis. La précision de la mesure de bruit ($\approx 10^{-31} \text{A}^2/\sqrt{\text{Hz}}$) est atteinte grâce à des amplificateurs cryogéniques ultra-bas bruits développés au LPN [97] et implémentés pendant ce travail de thèse. Le panneau principal présente ces mêmes données, réexprimées comme la température électronique de l'îlot T_Ω en fonction de la puissance J_Q qui y est injectée. Le courant de chaleur J_e se lit directement sur cette figure ; à titre d'exemple, la taille de la barre noire représente le courant de chaleur circulant dans le quatrième canal lorsque $T_\Omega = 59 \text{ mK}$.

Pour aller plus loin, on choisit une courbe de référence, $n = 4$ en l'occurrence, et l'on soustrait, pour chaque valeur de T_Ω , la valeur de J_Q correspondant à 4 canaux ouverts à celle correspondant à n canaux ouverts. Nous obtenons ainsi le courant de chaleur $(n - 4)J_e(T_\Omega, T_0)$ qui circule à travers $(n - 4)$ canaux balistiques. Ce courant de chaleur est tracé sur la figure 1.11 en fonction du carré de la température. Il est négatif car il y a moins de chaleur circulant à travers $n = 2$ ou 3 canaux qu'à travers 4. Les mesures (symboles) sont en parfait accord avec les prédictions théoriques (lignes continues) :

$$(n - 4)J_e(T_\Omega, T_0) = (n - 4) \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_\Omega^2 - T_0^2).$$

Cela démontre que le courant de chaleur dans un canal électronique est limité quantiquement et que cette limite est bien celle universellement prédite. Répéter cette expérience dans le régime de l'effet Hall quantique fractionnaire permettrait de tester si cette universalité s'étend aux anyons. Par ailleurs, la précision avec laquelle nous avons ici mesuré G_{th} , de l'ordre de quelques pourcents, ouvre la voie à l'étude de nombreux aspects du transport de chaleur quantique, comme par exemple les effets d'interférences dont G_{th} donne l'échelle.

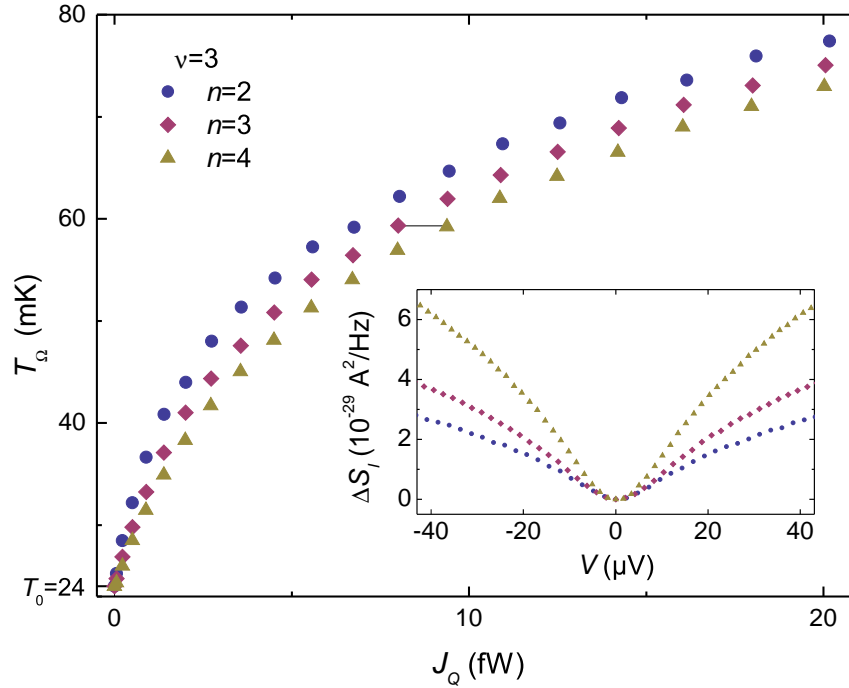


FIGURE 1.10 – **Thermométrie de bruit en fonction de la puissance injectée.** La température électronique T_Ω du micro-contact ohmique est tracée en fonction de la puissance injectée J_Q pour une température électronique de base $T_0 = 24$ mK et un facteur de remplissage $\nu = 3$. De haut en bas, il y a $n = 2, 3$ et 4 canaux balistiques transmis par les deux QPC. ENCART Densité spectrale de bruit en excès mesurée en fonction de la tension continue V appliquée à l'échantillon. Dans le panneau principal, les données avec des tensions opposées sont moyennées pour augmenter le rapport signal sur bruit.

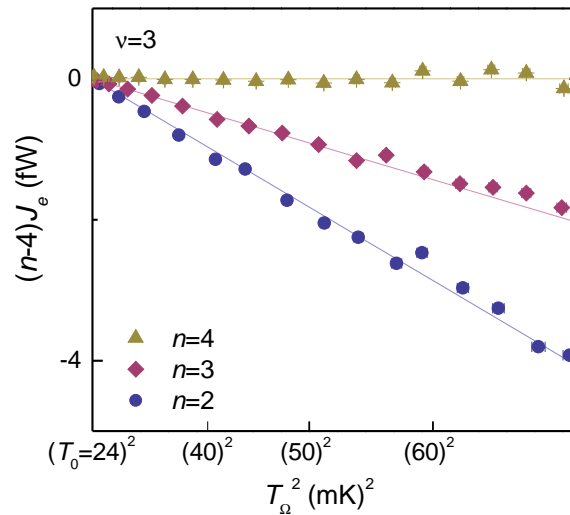


FIGURE 1.11 – **Limite quantique du courant de chaleur dans les canaux électroniques balistiques.** Symboles : mesure du courant de chaleur circulant à travers $(n - 4)$ canaux électroniques en fonction du carré de la température. La température de base est $T_0 = 24$ mK et le facteur de remplissage $\nu = 3$. Lignes continues : prédictions théoriques de la limite quantique du courant de chaleur à travers $(n - 4)$ canaux balistiques.

Première partie

ACTION D'UN CIRCUIT LINÉAIRE SUR
UN UNIQUE CANAL DE CONDUCTION

Sommaire

2	État des lieux théorique	33
2.1	Environnement électromagnétique	33
2.2	Jonction tunnel dans un circuit linéaire	36
2.3	Conducteur cohérent dans un circuit de faible impédance	39
2.3.1	Faible effet du circuit	39
2.3.2	Fort effet du circuit	40
2.4	Canal de conduction dans un circuit linéaire	40
2.4.1	Bosonisation du canal	41
2.4.2	Analogie formelle avec les interactions entre électrons dans les liquides de Tomonaga-Luttinger	43
2.4.3	Qu'est-ce qu'un liquide de Tomonaga-Luttinger ? — Origine phy- sique de l'analogie	46
2.4.4	Réalisations expérimentales des liquides de Tomonaga-Luttinger	47
2.4.5	Limite de faible rétrodiffusion	48
3	Réalisation expérimentale du circuit	49
3.1	Contact ponctuel quantique	51
3.2	Environnement électromagnétique linéaire	52
3.3	Micro-contact ohmique	53
3.4	Court-circuit in situ de la résistance série	54
3.5	Extraction de la transmission intrinsèque du canal	55
4	Résultats expérimentaux	57
4.1	Test du circuit en régime tunnel	57
4.2	Observation empirique à tension nulle	58
4.3	Loi d'échelle universelle	60

4.4	Comparaison avec une autre expérience	62
4.5	Comparaison avec les prédictions théoriques	65
4.5.1	À température nulle	65
4.5.2	À température finie pour des interactions $K = 1/2$	66
4.6	Analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger	69
4.6.1	Contraintes imposées	69
4.6.2	Mise en évidence expérimentale directe	70
4.6.3	Correspondance entre les paramètres du canal et du liquide de Tomonaga-Luttinger	71
4.7	Possibles artefacts expérimentaux	72
4.7.1	Dépendance en énergie intrinsèque des conductances des QPC	72
4.7.2	Chauffage du micro-contact ohmique	74
5	Conclusion et perspectives	77

Introduction

Dans cette partie nous étudions comment la conductance d'un conducteur cohérent court mono-canal⁶ est affectée quand il est inséré dans un circuit linéaire décrit par une impédance (figure 2.1A). Ceci est bien connu lorsque la probabilité de transmission intrinsèque du canal est très faible, $\tau_\infty \ll 1$, [26] ou lorsque l'impédance série, $Z(\omega)$, est beaucoup plus petite que le quantum de résistance, $R_K = h/e^2$ [44]. Ici, nous nous intéressons à la situation où la partie dissipative de l'impédance – un circuit RC – est de l'ordre de R_K (fort blocage de Coulomb dynamique), et considérons toutes les valeurs possibles de la transmission intrinsèque du canal, $\tau_\infty \in [0, 1]$. Ce régime est difficile du point de vue théorique car il n'y a pas de « petit paramètre ». Remarquablement, une analogie très profonde, au niveau de l'action, est prédite [45] entre le transport de charge dans le canal en présence de l'impédance série et le transport de charge à travers une impureté dans un conducteur unidimensionnel d'électrons en interaction décrit par le modèle de Tomonaga-Luttinger [98, 99].

Nous commencerons par passer en revue les travaux théoriques dans les régimes susmentionnés. En particulier, une extension de l'analogie à des liquides de Tomonaga-Luttinger généralisés [100] sera proposée. Puis nous décrirons notre approche expérimentale et l'échantillon réalisant le circuit. Cette approche repose notamment sur la possibilité de moduler in situ, continûment entre zéro et un, la transmission intrinsèque du canal, ainsi que sur la possibilité de court-circuiter in situ l'impédance série. Enfin, les résultats expérimentaux obtenus au cours de cette thèse seront présentés ; notamment une loi d'échelle universelle à laquelle obéit la conductance que nous avons empiriquement observée, ainsi que la démonstration expérimentale de l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger.

6. Le comportement d'un conducteur cohérent multi-canal, p. ex. une jonction tunnel, dont la conductance intrinsèque G_∞ vérifie $G_\infty \ll 1/Z$ se déduit du comportement des conducteurs mono-canaux puisque les différents canaux ne se « voient » pas.

État des lieux théorique

Ce chapitre fait un état des lieux des descriptions théoriques d'un conducteur cohérent court mono-canal en série avec une impédance (figure 2.1A). En préalable sera présenté le modèle de Caldeira-Leggett [101] qui décrit les modes électromagnétiques du circuit (figure 2.1B). Ensuite, le comportement du conducteur cohérent sera successivement dépeint dans la limite tunnel, $\tau_\infty \ll 1$, et dans la limite d'une très faible impédance série, $Z \ll R_K$. Puis l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger sera exposée.

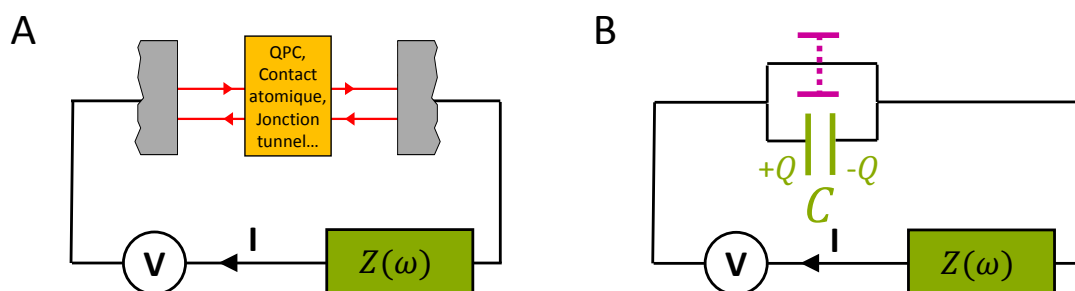


FIGURE 2.1 – **Conducteur cohérent court mono-canal en série d'une impédance.** (A) Schéma du circuit. (B) Le conducteur cohérent est conceptuellement décomposé en deux éléments parallèles : un pur conducteur de quasi-particules et un condensateur C . Le condensateur C et l'impédance $Z(\omega)$ constituent les degrés de liberté électromagnétiques – aussi appelés photoniques – du circuit ; ils interviennent au travers de l'impédance $Z_t(\omega) = 1/(j\omega C + 1/Z(\omega))$, voir l'équation (2.6). Les degrés de liberté photoniques sont couplés aux degrés de liberté quasi-particulaires car la charge du condensateur fluctue à la suite du transfert de quasi-particules.

2.1 Environnement électromagnétique

Les modes électromagnétiques du circuit, aussi appelés modes photoniques (les fréquences en jeu $\approx 1 - 100$ GHz correspondent aux micro-ondes), doivent être traités quantiquement. Remarquablement, il est possible d'appliquer directement les règles de la quantification canonique à des variables comme la charge d'un condensateur

ou le flux magnétique stocké dans une inductance [102], qui pourtant résultent du mouvement coopératif d'un gigantesque nombre d'électrons. Ainsi, les états propres du circuit LC sont les états de Fock de l'oscillateur harmonique quantique ayant pour variables conjuguées la charge $q(t) = \int^t dt' I(t')$ portée par le condensateur et le flux $\phi(t) = \int^t dt' V(t')$ de l'inductance :

$$[\phi, q] = i\hbar \quad (2.1)$$

$$H = \frac{q^2}{2C} + \frac{\phi^2}{2L}. \quad (2.2)$$

La description des éléments dissipatifs du circuit est en revanche nettement moins triviale, car l'énergie est conservée dans le formalisme hamiltonien. Il faut donc prendre en compte les degrés de liberté microscopiques dans lesquels le système perd son énergie. Une description *ab initio* de ces degrés de liberté n'étant évidemment pas envisageable, on a recours à une approche phénoménologique les modélisant comme un bain d'oscillateurs harmoniques $\{q_n, \phi_n\}$ couplés linéairement (voir [103] pour une description orientée circuit et [104] plus généralement). La partie photonique du circuit de la figure 2.1B est ainsi décrite au moyen du hamiltonien suivant :

$$H_{\text{env}} = \frac{\delta Q^2}{2C} + \sum_n \left(\frac{q_n^2}{2C_n} + \frac{(\delta\Phi - \phi_n)^2}{2L_n} \right), \quad (2.3)$$

où les variables $\delta Q = CV - Q$ et $\delta\Phi = Vt - \Phi$ sont les écarts de la charge et de la phase du condensateur C par rapport à leurs valeurs à l'équilibre¹. Stricto sensu, ce hamiltonien décrit le circuit de la figure 2.2. Mais si on élimine des équations du mouvement les variables $\{q_n, \phi_n\}$, qui n'ont pas de réalité physique, on obtient :

$$\begin{cases} \delta\dot{\Phi} &= \delta Q/C \\ \delta\dot{Q} &= -\int_{-\infty}^{+\infty} Y(t')\delta\Phi(t-t')dt' + \xi(t) \end{cases}, \quad (2.4)$$

où $Y(t)$ a pour transformée de Fourier $Y(\omega) = \sum_n \frac{1}{2L_n} \left(\frac{i}{\omega - \omega_n + i0^+} + \frac{i}{\omega + \omega_n + i0^+} \right)$, avec $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_n C_n}}$, et $\xi(t)$ est une force de Langevin² dont les propriétés dépendent de la fonction $Y(t)$. Les paramètres non-physiques $\{L_n, C_n\}$ n'interviendront désormais plus qu'au travers de la fonction phénoménologique Y . Pour l'exprimer en fonction des grandeurs mesurables, on remarque que la deuxième équation donne en moyenne dans le domaine fréquentiel :

$$I_Z(\omega) = Y(\omega)V_Z(\omega), \quad (2.5)$$

1. Ce choix de variables a l'avantage d'éliminer la source de tension V du hamiltonien.

2. Elle a l'expression suivante : $\xi(t) = -\sum_n \omega_n a_n \cos(\omega_n t + \psi_n)$, où $a_n e^{i\psi_n} \equiv \sqrt{\frac{C_n}{L_n}} \phi_n(t = -\infty) + iQ_n(t = -\infty)$. En se plaçant dans le régime classique, $\hbar\omega \ll k_B T$, et en supposant que $Y(\omega) = 1/R$, on trouve qu'elle a les propriétés suivantes : $\langle \xi(t) \rangle = 0$ et $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \frac{2k_B T}{R} \delta(t-t')$, qui sont précisément celles d'une force de Langevin. La valeur moyenne $\langle \dots \rangle$ porte sur les paramètres a_n et ψ_n des oscillateurs harmoniques, lesquels sont supposés être à l'équilibre thermodynamique.

où $I_Z = -\langle \delta \dot{Q} \rangle$ et $V_Z = \langle \delta \dot{\Phi} \rangle$ sont respectivement les courants et tensions moyens du bloc de résonateurs $L_n C_n$. En choisissant les paramètres $\{L_n, C_n\}$ de sorte que $Y(\omega) = 1/Z(\omega)$, le bloc de résonateurs modélisera donc l'impédance de la figure 2.1B.

S'il arrive que le bain d'oscillateurs harmoniques couplés linéairement fournisse une description microscopiquement exacte de la dissipation (par exemple pour un système couplé par l'interaction dipolaire au champ électromagnétique), ce n'est en général pas le cas. Quelles justifications alors à son utilisation pour décrire une résistance ? À un niveau microscopique, les modes sont nombreux et le couplage à chacun d'entre eux est faible (même si le couplage à l'environnement dans son ensemble est fort) : on peut donc voir chaque oscillateur harmonique comme la linéarisation du vrai hamiltonien non-linéaire³. À un niveau macroscopique, on sait que le comportement d'une résistance est indépendant du détail de ses propriétés microscopiques : le modèle choisi ne devrait donc, en principe, pas avoir d'importance. Enfin, d'un point de vue pragmatique, il faut bien reconnaître qu'il s'agit du seul modèle réellement utilisable en pratique.

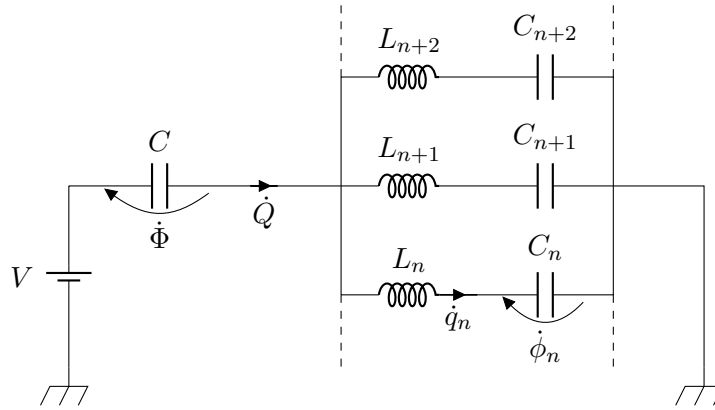


FIGURE 2.2 – Modèle de Caldeira-Leggett de la partie photonique du circuit de la figure 2.1B.

Anticipant la suite, on donne maintenant l'expression des fluctuations de la phase $\delta\Phi(t)$:

$$\langle \delta\Phi(t)\delta\Phi(0) \rangle = \frac{\hbar}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \left(\coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) + 1 \right) \text{Re}[Z_t(\omega)] e^{-i\omega t}, \quad (2.6)$$

où $Z_t(\omega) = 1/(j\omega C + Y(\omega))$. Cette équation implique l'expression suivante du bruit en tension aux températures $k_B T \gg \hbar\omega$:

$$S_v = 2k_B T \text{Re}[Z_t(\omega)], \quad (2.7)$$

3. On notera par ailleurs que la présence de nombreux modes est nécessaire pour s'assurer que le temps de résurgence – c.-à-d. le temps au bout duquel les oscillateurs harmoniques réinjectent leur énergie dans le système – soit infini.

qui est bien celle du bruit thermique classique [105]. Les bruits d'origine microscopique ou hors équilibre (1/f, télégraphe, etc.) ne sont pas inclus dans un tel modèle qui ne retient que les bruits fondamentaux liés à la thermodynamique et aux inégalités d'Heisenberg.

Mentionnons pour finir que (2.3) décrit aussi le mouvement brownien d'une particule libre dont la coordonnée est $\delta\Phi$, l'impulsion δQ , la masse C et le coefficient de friction $Y = 1/Z$.

2.2 Jonction tunnel dans un circuit linéaire

Ayant une description hamiltonienne (2.3) de l'environnement, nous décrivons maintenant son effet sur une jonction tunnel en suivant la référence [26]. Une jonction tunnel est constituée de deux électrodes métalliques, L et R , séparées par une fine couche isolante. Dans ces électrodes, les électrons vivent sous la forme de quasi-particules neutres qui sont décrites par le hamiltonien suivant :

$$H_\alpha = \sum_k \epsilon_{\alpha k} c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha k}, \quad \alpha = \{L, R\}, \quad (2.8)$$

et sont à l'équilibre thermodynamique : $\langle c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha' k'} \rangle = \delta_{\alpha, \alpha'} \delta_{k, k'} f(\epsilon_{\alpha k})$, où $f(\epsilon)$ est la fonction de Fermi. Si le temps que met un électron à traverser la jonction par effet tunnel, puis le temps que met sa charge à s'étaler sur la surface de la jonction, sont négligeables, alors un évènement tunnel se résume à détruire une quasi-particule d'un côté de la jonction, en créer une autre du côté opposé et modifier d'une quantité e la charge Q du condensateur C que forme naturellement la jonction⁴. Ce processus est réalisé par le terme suivant :

$$H_T = \lambda \sum_{k, k'} \left(c_{Lk}^\dagger c_{Rk'} e^{-ie\Phi/\hbar} + \text{h.c.} \right), \quad (2.9)$$

où l'exponentielle est l'opérateur « translation » de la charge du condensateur :

$$e^{ie\Phi/\hbar} Q e^{-ie\Phi/\hbar} = Q - e.$$

Il implique un couplage hautement non-linéaire entre les quasi-particules et les modes photoniques du circuit et sera responsable de la modification de la caractéristique I-V de la jonction.

Si la jonction est très opaque, c.-à-d. que sa conductance intrinsèque G_∞ est telle

4. Même si le conducteur cohérent avait une forme plus complexe – un QPC en effet Hall quantique p. ex. – on pourrait toujours définir une influence capacitive entre les deux bornes du conducteur cohérent.

que $G_\infty \ll 1/R_K$, les deux électrodes sont faiblement couplées par H_T . On calcule alors le courant en perturbation par rapport à H_T au moyen de la règle d'or de Fermi :

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_T | i \rangle|^2 \delta(E_i - E_f). \quad (2.10)$$

Si de plus $G_\infty \ll 1/\text{Re}(Z)$, alors le temps entre deux évènements tunnels consécutifs est beaucoup plus grand que le temps de relaxation du circuit et les états initiaux $|i\rangle$ sont les états d'équilibre thermodynamique de $H_L + H_R + H_{\text{env}}$. Sous ces conditions, en supposant de plus la densité d'état ν_F approximativement constante aux énergies sondées, on trouve l'expression suivante du courant électrique moyen :

$$I(V) = \frac{G_\infty}{e} \int_{-\infty}^{+\infty} dE dE' \left\{ \begin{aligned} & f(E - eV) [1 - f(E')] P(E - E') \\ & - [1 - f(E - eV)] f(E') P(E' - E) \end{aligned} \right\}, \quad (2.11)$$

où $f(E) = 1/(e^{\beta E} + 1)$ est la distribution de Fermi, $G_\infty = 4(\pi\nu_F\lambda)^2/R_K$ est la conductance intrinsèque de la jonction tunnel et $P(E)$ est une densité de probabilité. Elle s'exprime comme suit :

$$P(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp \left[J(t) + \frac{i}{\hbar} Et \right], \quad (2.12)$$

où $J(t) = \langle [\delta\Phi(t) - \delta\Phi(0)] \delta\Phi(0) \rangle$ est la fonction d'auto-corrélation de la phase aux bornes de la jonction tunnel (voir éq. (2.6)). L'équation (2.11) admet une interprétation physique simple (figure 2.3A). Le premier terme de l'intégrande décrit le transfert d'un électron de la gauche vers la droite (et inversement pour le second) : $f(E - eV)$ est la probabilité que l'état d'énergie E soit occupé à gauche (eV est le décalage du niveau de Fermi de l'électrode par la source de tension) ; $1 - f(E')$ est la probabilité que l'état d'énergie E' soit vide à droite (condition imposée par le principe d'exclusion de Pauli) ; $P(E - E')$ est la probabilité que l'énergie $\Delta E = E - E'$ des photons émis par l'électron soit absorbée par l'impédance. À basse énergie, la conductance de la jonction est réduite car les transitions inélastiques telles que $\Delta E > eV, k_B T$ sont interdites par le principe de Pauli. Ceci apparaît clairement sur l'expression de la conductance différentielle, $G = \partial I / \partial V$, à température nulle :

$$G(V, T = 0) = G_\infty \int_0^{eV} P(\Delta E) d\Delta E$$

La fonction $P(E)$, élément central de cette théorie, est représentée à titre d'exemple sur la figure 2.3B dans quatre situations :

- $Z = 0 \Rightarrow P(E) = \delta(E)$: l'électron traverse la jonction élastiquement.
- $Z = \infty \Rightarrow P(E) = \delta(E - E_c)$: l'électron doit fournir l'énergie de charge E_c .

— $Z_t = RC \Rightarrow$ la fonction $P(E)$ est, par rapport au cas précédent, élargie par les fluctuations quantiques de la charge Q de la capacité C et son centre décalé en $E = h/RC$.

— $Z_t = LC \Rightarrow P(E) = \sum_k e^{-\rho \frac{\rho^k}{k!}} \delta(E - k\hbar\omega_{LC})$: des photons sont émis indépendamment dans le résonateur, selon une loi poissonnienne de paramètre $\rho = E_c/\hbar\omega_{LC}$.

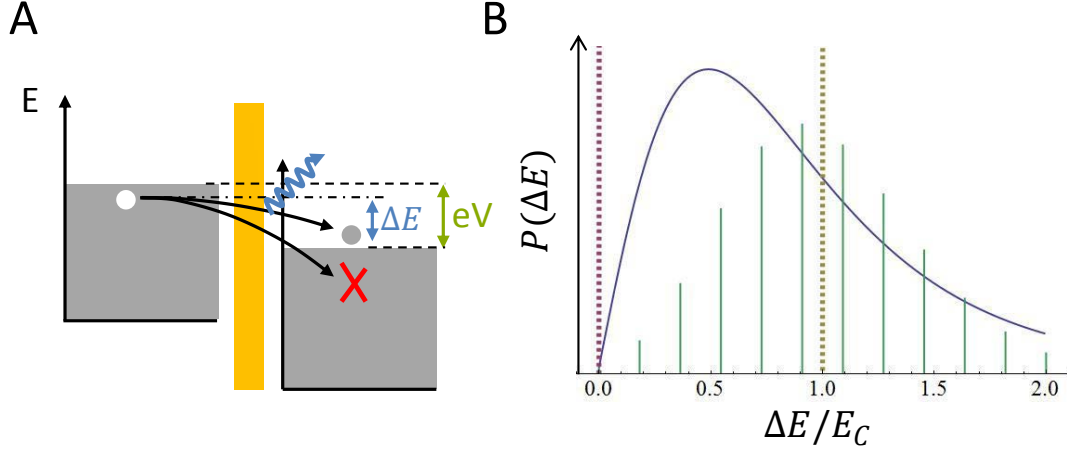


FIGURE 2.3 – **Bilan énergétique d'un évènement tunnel à température nulle.** Le schéma de gauche montre le saut d'un électron de la gauche à la droite de la barrière tunnel (représentée en jaune). Les mers de Fermi des quasi-particules sont représentées en gris de part et d'autre de la barrière. Lorsqu'un électron traverse la barrière, il excite les modes du circuit et perd une énergie ΔE . Seules sont permises les transitions aboutissant au-dessus du niveau de Fermi. Les autres, bloquées par le principe de Pauli, induisent une réduction de la conductance à basse énergie. Le graphique de droite montre la probabilité $P(\Delta E)$ que l'environnement absorbe l'énergie ΔE : les droites verticales en tirets correspondent aux impédances $Z = 0$ (droite d'abscisse $\Delta E = 0$) et $Z = \infty$ (abscisse $\Delta E = E_c$) ; les droites continues verticales correspondent à un circuit LC tel que $\rho = 5.5$; et la courbe continue bleue correspond à un circuit RC avec une résistance $R = R_K$.

Cette théorie standard du blocage de Coulomb dynamique permet de calculer la conductance⁵ d'une petite jonction tunnel opaque en présence de n'importe quelle impédance série. Elle a été généralisée à des jonctions étendues où la charge ne s'étale pas instantanément sur toute la surface du condensateur C [35]. Un électron qui traverse la jonction « voit » alors une impédance effective dépendant de la dynamique de l'étalement de la charge. Elle a aussi été généralisée au cas où l'électron ne traverse pas instantanément la jonction [25]. Enfin, pour une jonction tunnel non-opaque – c.-à-d. que ses canaux, bien que de très faibles transmissions, sont suffisamment nombreux pour que $R_K G_\infty \gtrsim 1$ – la jonction « se court-circuite elle-même » : un électron transféré par un canal peut s'écouler du condensateur C non seulement par l'impédance série mais aussi par les autres canaux. Il a été montré expérimentalement que ces autres canaux peuvent être modélisés par une impédance linéaire déterminée dans une approche de champ moyen [106].

5. Le calcul ici limité à fréquence nulle peut être effectué à fréquence finie [106]. D'autres quantités comme le bruit peuvent également être calculées et mesurées [37, 38].

2.3 Conducteur cohérent dans un circuit de faible impédance

2.3.1 Faible effet du circuit

Quand la probabilité de transmission τ_∞ n'est pas très petite devant un, le conducteur cohérent ne peut être traité en perturbation par rapport au circuit. Cette difficulté fut d'abord surmontée en considérant une impédance série telle que $Z(\omega) \ll R_K$, dans la limite où l'effet du circuit sur le conducteur cohérent est faible. Il fut alors montré expérimentalement [44] et théoriquement [39–42] que la réduction relative de la conductance d'un canal de conduction court en présence de l'impédance série est diminuée, par rapport au régime tunnel, par le même facteur – de Fano – que le bruit de partition par rapport au bruit poissonien (en absence de l'impédance) :

$$\frac{G - G_\infty}{G_\infty} = (1 - R_K G_\infty) g_t(Z_t, T, V). \quad (2.13)$$

La réduction relative de la conductance dans le régime tunnel, $g_t = \lim_{R_K G_\infty \rightarrow 0} \frac{G - G_\infty}{G_\infty}$, se calcule avec la théorie standard du blocage de Coulomb dynamique, équations (2.11) et (2.12), en posant $\exp[J(t)] \approx 1 + J(t)$ dans (2.12). À température nulle cela donne :

$$g_t(Z_t \ll R_K, T = 0, V) \approx -2 \int_{eV}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re}[Z_t(\omega)]}{R_K}. \quad (2.14)$$

L'équation (2.13) peut facilement être généralisée à un conducteur cohérent comportant plusieurs canaux puisque chaque canal a un effet négligeable sur les autres dans cette limite $Z(\omega) \ll R_K$. On trouve alors :

$$\frac{G - G_\infty}{G_\infty} = F_{\{\tau_n\}} g_t(Z_t, T, V), \quad (2.15)$$

où $F = \frac{\sum_n \tau_n (1 - \tau_n)}{\sum_n \tau_n}$ est le facteur de Fano. Ici, τ_n est la probabilité de transmission intrinsèque du $n^{\text{ième}}$ canal et $G_\infty = \sum_n \tau_n / R_K$. Le lien entre le bruit de partition et le blocage de Coulomb provient de l'origine commune de ces deux phénomènes : la granularité du transfert de charge. Celle-ci disparaissant progressivement quand τ_n augmente, il en va de même du blocage de Coulomb. En particulier, dans la limite balistique, $\tau_n = 1$, le courant électrique s'écoule continûment à travers le conducteur cohérent. La charge Q n'est donc pas soumise à des sauts brusques, en conséquence de quoi les modes photoniques du circuit ne sont pas excités ; il n'y a pas de blocage de Coulomb.

2.3.2 Fort effet du circuit

Le résultat (2.15) n'est valable que si $Z(\omega) \ll R_K$ et si l'effet du circuit sur le conducteur cohérent est faible, $\left| \frac{G-G_\infty}{G_\infty} \right| \ll 1$. Cette deuxième contrainte est levée dans la référence [43] qui utilise une description effective du conducteur cohérent et considère une impédance purement résistive, $Z_t(\omega) \approx R$. L'effet des interactions avec les modes photoniques du circuit revient à une renormalisation des probabilités de transmission des canaux, lesquelles obéissent, à température nulle, à l'équation de flot suivante :

$$\frac{d\tau(E)}{d \log(E)} = \frac{2R}{R_K} \tau(E) [1 - \tau(E)]. \quad (2.16)$$

Cette équation s'intègre et donne, en posant que $\tau(E_c) = \tau_\infty$:

$$\tau(E) = \tau_\infty \frac{\left(\frac{E}{E_C}\right)^{2R/R_K}}{1 + \tau_\infty \left[\left(\frac{E}{E_C}\right)^{2R/R_K} - 1 \right]}. \quad (2.17)$$

Remarquablement, dès lors que le canal de conduction n'est pas balistique ($\tau_\infty \neq 1$), même de faibles interactions $R \ll R_K$ suffisent à bloquer complètement le transport à basse énergie : $\tau(E \rightarrow 0) = 0$. Notons enfin que (2.17) peut aussi être mise sous la forme suivante :

$$\frac{\tau(E) - \tau_\infty}{\tau_\infty} = (1 - \tau(E)) \times \left[\left(\frac{E}{E_C}\right)^{2R/R_K} - 1 \right], \quad (2.18)$$

où $\left(\frac{E}{E_C}\right)^{2R/R_K}$ est égal à un facteur près⁶ à $1 + g_t(Z_t = R, V, T = 0)$. L'équation (2.18) généralise donc (2.13) en remplaçant, dans le facteur de Fano, la transmission intrinsèque τ_∞ par la transmission $\tau(E)$ réduite par la résistance série.

2.4 Canal de conduction dans un circuit linéaire

Pour une valeur quelconque de la transmission intrinsèque du canal, $\tau_\infty \in [0, 1]$, et une impédance de l'ordre du quantum de résistance, R_K , il n'est pas possible d'effectuer directement de développement selon « un petit paramètre ». Dans cette section, tirant parti du caractère unidimensionnel du canal et du fait qu'on s'intéresse à des énergie petites devant l'énergie de Fermi, nous allons utiliser une autre approche pour décrire

6. Ce facteur manquant provient de l'interruption brutale et quelque peu arbitraire du flot de renormalisation à l'énergie E_c pour introduire $\tau_\infty : \tau(E_c) = \tau_\infty$. Pour éviter ce genre de problème, on préfère en général comparer les transmissions à deux énergies différentes $E_1, E_2 \ll E_c$.

le canal de conduction : la *bosonisation* (voir [107, 108] pour la bosonisation elle-même et [64, 67, 109] pour la bosonisation appliquée à un QPC). Cette technique consiste à décrire le fluide électronique par ses fluctuations de densité, ce qui permet de traiter les interactions – en l’occurrence avec les modes photoniques du circuit – exactement. Cependant, le prix à payer est que le terme de rétro-diffusion des quasi-particules est non-quadratique dans cette représentation. Si l’environnement est purement ohmique, $Z_t(\omega) \approx R$, le problème se réduit [45] au modèle de Tomonaga-Luttinger pour lequel il existe une solution exacte [51]. Dans le cas plus général où l’impédance dépend de la fréquence, on peut établir une analogie vers une généralisation du modèle de Tomonaga-Luttinger [100] prenant en compte la portée finie des interactions. Bien que ce modèle généralisé ne soit pas résolu, il reste la possibilité de traiter le terme de rétro-diffusion en perturbation [110], ce qui correspond à la limite $1 - \tau_\infty \ll 1$.

2.4.1 Bosonisation du canal

La bosonisation s’applique à tout système unidimensionnel dont le spectre des excitations est linéaire. En principe, le hamiltonien de tout canal de conduction décrit par l’approche de diffusion peut être mis sous une forme 1D :

$$H = H_K + H_B = \int dk \xi_k c_k^\dagger c_k + \frac{1}{2\pi} \int dk dk' V(k - k') c_k^\dagger c_{k'}. \quad (2.19)$$

Avec un QPC par exemple, l’obtention de (2.19) est immédiate en séparant formellement l’énergie potentielle électrostatique $U(x, y)$ en la somme de deux termes [111] : la barrière $U(x)$ dans la direction de propagation x et le confinement $U_x(y)$ dans la direction transverse y . Dans l’hypothèse réaliste et usuelle que $U_x(y)$ varie adiabatiquement avec x , les états propres sont de la forme $\phi_x(y) \times \psi(x)$, avec $\phi_x(y)$ solution de $p_y^2/2m + U_x(y)$ d’énergie ϵ_x et $\psi(x)$ solution de $H_{1D} = p_x^2/2m + U(x) + \epsilon_x$. Le hamiltonien (2.19) n’est autre que l’expression de H_{1D} en seconde quantification, où $|k\rangle$ est l’onde plane e^{ikx} , $\xi_k = \hbar^2 k^2/2m - E_F$, et $V(k)$ est la transformée de Fourier de $V(x) = U(x) + \epsilon_x$.

Si de plus les énergies sondées $eV, k_B T, E_c$ sont très petites devant E_F , alors on peut linéariser le spectre au voisinage des deux points de Fermi $k = \pm k_F$ (figure 2.4, gauche). On obtient ainsi deux branches d’excitations qui décrivent les électrons se propageant vers la droite pour l’une et vers la gauche pour l’autre ; on leur associe les opérateurs créations $c_{R(L),k}^\dagger = c_{k \approx \pm(-)k_F}^\dagger$. Étant donné que les excitations très au-dessous du niveau de Fermi sont bloquées par le principe de Pauli et que celles très au-dessus ne sont simplement pas excitées par manque d’énergie, on peut artificiellement prolonger ces deux branches à l’infini (figure 2.4, droite). L’énergie cinétique dans (2.19) prend

alors la forme suivante :

$$H_K \approx \sum_{\alpha=L,R} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \hbar v_F (\epsilon_\alpha k - k_F) c_{\alpha,k}^\dagger c_{\alpha,k}, \quad (2.20)$$

qui est précisément celle du modèle de Tomonaga-Luttinger. On a posé : $\epsilon_R = +1$ et $\epsilon_L = -1$. De la même manière, on trouve pour la barrière d'énergie potentielle :

$$H_B \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk dk' V(k - k') \left[c_{R,k}^\dagger c_{R,k'} + c_{L,k}^\dagger c_{L,k'} + c_{R,k}^\dagger c_{L,k'} + c_{L,k}^\dagger c_{R,k'} \right]. \quad (2.21)$$

Les deux derniers termes sont les plus importants ; ils décrivent les processus où l'électron est rétro-diffusé.

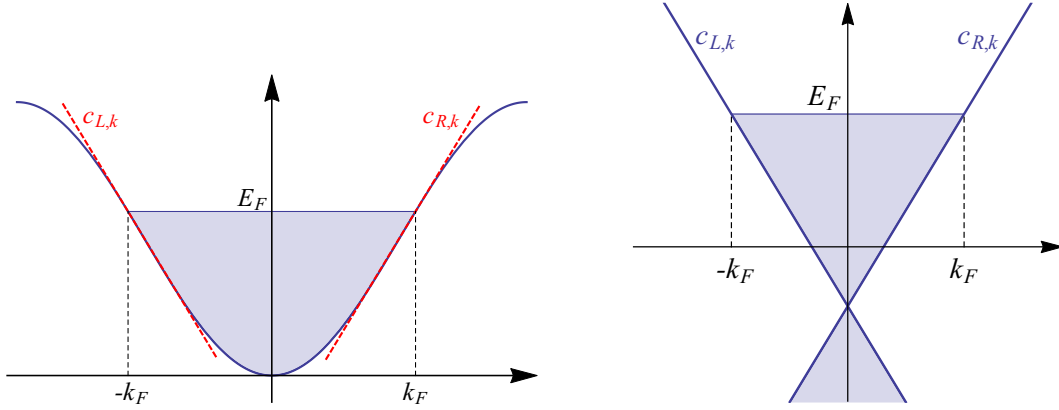


FIGURE 2.4 – **Spectre des excitations.** À gauche, le spectre des excitations (courbe continue bleue) est linéarisé au voisinage des deux points de Fermi, $k = \pm k_F$. Il en résulte deux branches d'excitations, $c_{R(L),k}$ (droites en tirets rouges). À droite, ces deux branches sont artificiellement prolongées jusqu'à l'infini. Ce nouveau spectre correspond précisément à celui du modèle de Tomonaga-Luttinger.

La technique de la bosonisation consiste à exprimer les opérateurs champ fermioniques :

$$\psi_\alpha(x) = \int \frac{dk}{\sqrt{2\pi}} c_{\alpha,k} e^{ikx},$$

en fonction de deux observables, $\phi(x)$ et $\theta(x)$:

$$\psi_\alpha(x) = U_\alpha \lim_{D \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} e^{i\epsilon_\alpha(k_F x - \phi(x))} e^{i\theta(x)}, \quad (2.22)$$

où U_α est le facteur de Klein et D une coupure UV qui sert à régulariser le nombre infini d'états d'énergie négative. Physiquement, $\phi(x)/\pi$ compte le nombre d'électrons dans l'intervalle $]-\infty, x]$ relativement au cristal parfait. Quant à $\theta(x)$, il est relié au moment conjugué $\Pi(x)$ de $\phi(x)$ selon : $\Pi(x) = \nabla\theta(x)/\pi$.

Nous exprimons maintenant les principales observables en fonction de ces champs.

La densité, $\rho = \psi^\dagger \psi$, avec $\psi = \psi_L + \psi_R$, a pour expression :

$$\rho(x) = -\frac{1}{\pi} \nabla \phi(x) + \frac{1}{\pi D} \cos(2k_F x - 2\phi(x)). \quad (2.23)$$

En négligeant les variations rapides à l'échelle $1/2k_F$ (2^e terme), elle est linéaire en ϕ . Les interactions entre électrons, qui sont en ρ^2 , seront donc simplement quadratiques en ϕ . Toujours en négligeant les variations rapides de ρ , on déduit, grâce à l'équation de continuité $\partial_t \rho + \nabla j = 0$, l'expression du courant :

$$j(x) = \frac{1}{\pi} \partial_t \phi. \quad (2.24)$$

Quant à l'énergie cinétique, elle devient :

$$H_K = \frac{\hbar v_F}{2\pi} \int dx \left[(\pi \Pi(x))^2 + (\nabla \phi(x))^2 \right]. \quad (2.25)$$

Remarquablement, elle reste quadratique dans cette représentation. Enfin, concernant la barrière d'énergie potentielle, en exprimant (2.21) en fonction de la densité : $H_B = \int dx V(x) \rho(x)$, on obtient :

$$H_B = -\frac{V(0)}{\pi} \nabla \phi(0) + \frac{V(2k_F)}{\pi D} \cos[2\phi(0)], \quad (2.26)$$

où l'on a supposé que la barrière $V(x)$ est centrée en $x = 0$ et que le champ ϕ varie peu sur l'extension spatiale de la barrière : $\phi(x) \approx \phi(0)$. Le premier terme induit un simple déphasage et nous le négligerons par la suite. Le deuxième terme, qui décrit la rétro-diffusion des électrons, est, comme annoncé, fortement non-linéaire.

2.4.2 Analogie formelle avec les interactions entre électrons dans les liquides de Tomonaga-Luttinger

Le terme de couplage entre le canal de conduction et le circuit a pour expression : $H_c = -Q_{\text{canal}} u_{\text{canal}}$, avec u_{canal} la tension aux bornes du canal et $Q_{\text{canal}}(t)$ la charge ayant traversé le canal au temps t . En intégrant (2.24), on obtient⁷ : $Q_{\text{canal}}(t) = \frac{e}{\pi} \phi(x=0, t)$. Le couplage s'écrit donc de la manière suivante :

$$H_c = -\frac{e}{\pi} \phi(x=0, t) [V - \partial_t \delta \Phi(t)]. \quad (2.27)$$

Dans la base des états bosonisés, l'interaction avec le circuit est simplement linéaire.

Les hamiltoniens (2.3), (2.25), (2.26) et (2.27) fournissent une description complète du système. Nous poursuivons les calculs dans le formalisme de l'intégrale de chemin.

⁷. On suppose qu'un électron traverse la constriction instantanément, ce qui permet de compter Q_{canal} à partir de la position $x = 0$.

L'intérêt de ce formalisme réside ici dans sa capacité à facilement éliminer les degrés de liberté inintéressants : $\{q_n, \phi_n\}$ et $\phi(x \neq 0)$. Les actions euclidiennes associées à ces hamiltoniens deviennent alors (voir l'annexe A) :

$$S_K = \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{2|\omega_n|}{\pi} |\phi|^2 \quad (2.28)$$

$$S_{\text{env}} = \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{|\omega_n|}{Z_t(i|\omega_n|)} |\delta\Phi|^2 \quad (2.29)$$

$$S_c = \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{e\omega_n}{\pi} (\phi^* \delta\Phi - \phi \delta\Phi^*), \quad (2.30)$$

où $\beta = 1/k_B T$, ω_n est la fréquence de Matsubara et $\phi(x = 0)$ est simplement désigné par ϕ . La variable $\delta\Phi$ qui représente l'impédance Z_t étant décrite par une action quadratique et couplée linéairement à ϕ , on peut l'éliminer. Pour cela on remarque que :

$$\begin{aligned} S_{\text{env}} + S_c &= \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{|\omega_n|}{Z_t} \left[\delta\Phi^* + Z_t \frac{e}{\pi} \frac{\omega_n}{|\omega_n|} \phi^* \right] \left[\delta\Phi - Z_t \frac{e}{\pi} \frac{\omega_n}{|\omega_n|} \phi \right] + \frac{e^2}{\pi^2} |\omega_n| Z_t |\phi|^2 \\ &= \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{|\omega_n|}{Z_t} \tilde{\Phi}(-i\omega_n) \tilde{\Phi}(i\omega_n) + \frac{e^2}{\pi^2} |\omega_n| Z_t |\phi|^2 \end{aligned}$$

où l'on a effectué le changement de variable $\tilde{\Phi} = \delta\Phi - Z_t \frac{e}{\pi} \frac{\omega_n}{|\omega_n|} \phi$ et utilisé que pour un champ réel $\varphi(-i\omega_n) = \varphi(i\omega_n)^*$. Le champ $\tilde{\Phi}$ étant découplé de ϕ , on peut l'oublier. L'effet de l'impédance sur le canal de conduction est donc entièrement inclus dans le deuxième terme. Sa forme très proche de l'action S_K permet de les regrouper en une action effective :

$$S_K^{\text{eff}} = \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{2|\omega_n|}{\pi} \left[1 + \frac{Z_t(i|\omega_n|)}{R_K} \right] |\phi|^2 \quad (2.31)$$

Ceci constitue le résultat principal de cette section : le couplage des quasi-particules avec les modes photoniques du circuit revient à l'ajout dans S_K du facteur $\left[1 + \frac{Z_t(i|\omega_n|)}{R_K} \right]$, dont nous discutons maintenant la signification.

Environnement ohmique

Dans la limite où l'on peut considérer que l'impédance est purement résistive, $Z_t \approx R$, on a : $S_K^{\text{eff}} = \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{2|\omega_n|}{\pi K} |\phi|^2$, avec $K = \frac{1}{1+R/R_K} \leq 1$. Cette action est précisément celle d'un liquide de Tomonaga-Luttinger avec des interactions entre électrons répulsives, lesquelles sont caractérisées par le *paramètre d'interaction* K ; $K = 1$ correspond à des électrons libres et plus K est petit, plus les interactions sont fortes. L'effet d'une résistance série sur le transport dans un canal de conduction est donc équivalent à l'effet des interactions entre électrons dans un conducteur unidimensionnel. Calculer la conductance du système non-linéaire $S_K^{\text{eff}} + S_B$ est un problème difficile

qui a d'abord été résolu dans des cas particuliers :

— quand la rétro-diffusion est faible, $1 - \tau_\infty \ll 1$, en traitant S_B en perturbation [112];

— au point spécial $K = 1/2$ (c.-à-d. $R = R_K$), grâce à la technique de la refermionisation [112];

— quand les interactions sont faibles [113], $1 - K \ll 1$ (c.-à-d. $R \ll R_K$), où l'on retrouve exactement l'équation (2.16).

Remarquablement, il existe aussi une solution totalement générale [51], obtenue grâce à l'ansatz de Bethe thermodynamique (TBA). Elle prédit notamment que le courant circulant à température nulle obéit, pour des interactions K données, à une fonction universelle $I_K(V/V_B)$, où le paramètre V_B caractérise la force de la barrière. Il nous faut ici préciser que l'expression de V_B en fonction des paramètres $V(2k_F)$ (ou τ_∞) et K dépend du comportement à haute énergie du système d'une manière inconnue qui n'est pas donnée par le TBA; en conséquence V_B doit être déterminé de façon ad hoc. Nous donnons maintenant l'expression de $I_K(V/V_B)$ car elle sera utilisée par la suite :

$$I_K(V/V_B) = \frac{V}{R_K} \times \begin{cases} \frac{1}{1+r} - \frac{1}{(1+r)^2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{1}{1+r} \right) \left(\frac{eV}{k_B T'_B} \right)^{\frac{-2nr}{1+r}} & , eV > k_B T'_B e^\Delta \\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n (1+r) \left(\frac{eV}{k_B T'_B} \right)^{2nr} & , eV < k_B T'_B e^\Delta \end{cases} \quad (2.32)$$

où l'on a introduit les quantités :

$$r = \frac{1}{K} - 1 = R/R_K,$$

$$T'_B = \frac{eV_B}{k_B} \frac{\sqrt{\pi}(r+1)\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2r}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2r}\right)},$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \log(r) - \frac{1+r}{2r} \log(1+r),$$

et la fonction :

$$a_n(x) = (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(nx)}{2\Gamma(n)\Gamma\left(\frac{3}{2} + n(x-1)\right)}.$$

Dans le langage du blocage de Coulomb dynamique, la fonction $G_{\text{tot}} \equiv \frac{\partial I_K(V/V_B)}{\partial V}$ est la conductance différentielle du circuit complet (canal et résistance série). La conductance différentielle du canal de conduction pris séparément s'en déduit :

$$G_K(V/V_B) = \frac{G_{\text{tot}}}{1 - RG_{\text{tot}}}. \quad (2.33)$$

Une remarque avant d'aller plus loin. Nous avons supposé que les déviations à haute énergie du système réel par rapport au modèle simplifié (spectre linéaire et impédance purement résistive) avec lequel ont été menés les calculs n'ont pas d'impact sur le trans-

port aux basses tensions et températures. Cette hypothèse intuitive peut être rendue rigoureuse en montrant que les non-linéarités du spectre [108, 114] et la dépendance en fréquence de l'impédance introduisent dans l'action des termes qui ne sont pas pertinents à basse énergie au sens du groupe de renormalisation (voir par exemple [112] pour le spectre et le *Supplementary Information* de [115] pour l'impédance).

Impédance dépendant de la fréquence

Dans le cas général où $Z_t(\omega)$ dépend de la fréquence, on peut toujours interpréter l'effet de l'impédance comme étant équivalent à des interactions entre électrons, mais le paramètre qui les caractérise, K , acquiert une dépendance en fréquence : $K(i\omega_n) = \frac{1}{1+Z_t(i|\omega_n|)/R_K}$. Cette dépendance en fréquence correspond à des interactions entre électrons de portée finie [100, 108] : $U_{\text{el}}(x) \neq \delta(x)$. On a le lien suivant entre la transformée de Fourier de U_{el} et l'impédance :

$$\frac{1}{1+Z_t(i|\omega_n|)} = \int dk \frac{v_F |\omega_n| / \pi}{\omega_n^2 + k^2 v_F^2 (1 + 2U_{\text{el}}(k) / \pi \hbar v_F)}. \quad (2.34)$$

Contrairement aux interactions courte-portées, il existe très peu de résultats théoriques dans le cas de portée finie.

Canal balistique

Pour finir, si $S_B = 0$, on peut – à l'inverse de ce qui vient d'être fait – éliminer le champ correspondant au canal. On obtient alors une action effective du circuit :

$$S_{\text{env}}^{\text{eff}} = \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} |\omega_n| \left(\frac{1}{Z_t(i|\omega_n|)} + \frac{1}{R_K} \right) |\delta\Phi|^2. \quad (2.35)$$

Il s'agit de l'action d'une impédance constituée de Z_t en parallèle avec une résistance R_K (comparer à (2.29)). En l'absence de la barrière, le canal est donc équivalent⁸ à une résistance R_K qui amortit l'impédance Z_t .

2.4.3 Qu'est-ce qu'un liquide de Tomonaga-Luttinger ? — Origine physique de l'analogie

On a l'habitude de décrire l'effet des interactions entre électrons à basse énergie par la théorie de Landau des liquides de Fermi [116]. Celle-ci stipule que les excitations de basse énergie se comportent comme un simple gaz d'électrons presque libres dont certains paramètres, comme la masse, sont renormalisés par les interactions. Physiquement, ces quasi-particules sont des électrons écrantés par la charge positive du

8. Cette équivalence est ici obtenu après élimination de tous les modes $x \neq 0$, mais on peut montrer [109] que le hamiltonien de départ (2.25) est identique, quand il est exprimé en fonction de ses modes bosoniques, au hamiltonien décrivant une résistance de valeur R_K dans le modèle de Caldeira-Leggett.

réseau cristallin. Le faible résidu d'interaction leur confère un temps de vie fini. À une dimension, cette théorie n'est plus applicable. La raison est géométrique (figure 2.5) : à 1D, un électron qui se déplace ne peut contourner ou être évité par ses voisins, mais les pousse avec lui à cause des interactions. Seuls sont donc possibles des mouvements *collectifs*, qui sont incompatibles avec les quasi-particules presque libres de la théorie de Landau.

Nous avons vu précédemment que ces excitations collectives correspondent aux fluctuations de la densité du liquide et sont, comme les modes électromagnétiques d'une impédance, de nature bosonique. Un électron qui traverse la barrière doit, en « retombant » dans le liquide, se décomposer dans ces modes collectifs. Or cela n'est possible que s'il a assez d'énergie à sa disposition pour les exciter. La conductance de la barrière diminue donc à basse énergie selon un procédé identique au blocage de Coulomb dynamique.

Notons pour finir que seules sont concernées par cette analogie les propriétés du liquide de Tomonaga-Luttinger qui sont locales et ne font pas intervenir le spin.

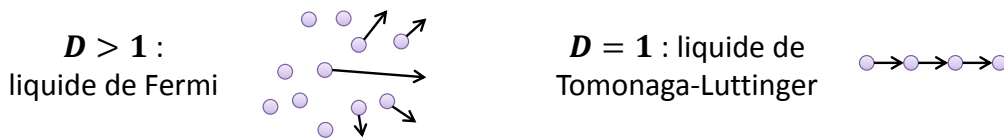


FIGURE 2.5 – **Liquides de Fermi et de Tomonaga-Luttinger.** Aux dimensions $D \geq 1$, les excitations du système à basse énergie sont des quasi-particules se comportant comme des électrons presque libres. À une dimension, un électron ne peut se déplacer sans pousser tous les autres. En conséquence, seules des excitations collectives sont possibles.

2.4.4 Réalisations expérimentales des liquides de Tomonaga-Luttinger

Si les liquides de Tomonaga-Luttinger ont généré un intense travail théorique en raison de leurs propriétés exotiques et des résultats exacts qui peuvent être obtenus, leur réalisation expérimentale est en revanche particulièrement ardue. Des indications de cette physique ont été observées dans des nanotubes [117], des fils quantiques [48, 118], des chaînes de spin [119, 120] et d'atomes [121], ou encore dans les canaux de bord de l'effet Hall quantique fractionnaire [122, 123]. La signature typique de cette physique est l'observation de la suppression à basse énergie de la conductance d'un processus tunnel (par exemple l'injection d'un électron directement dans le liquide) selon une loi puissance. Une prédiction comme l'équation (2.32) n'a en revanche jamais été mesurée au-delà du régime tunnel (premier terme du développement).

2.4.5 Limite de faible rétrodiffusion

Dans le cas où la dépendance en fréquence de l'impédance $Z_t(\omega)$ n'est pas négligeable, il reste possible de traiter S_B en perturbation, ce qui revient à être dans la limite $1 - \tau_\infty \ll 1$. Cette limite permet de mieux comprendre les résultats précédemment obtenus. Le courant s'écrit dans cette limite de la manière suivante [110] :

$$I = I_0 - I_B,$$

où I_0 est le courant en l'absence de la barrière et I_B correspond à la – faible – rétrodiffusion. Si l'impédance Z_t comporte uniquement des modes à haute fréquence $\hbar\omega > E_c$, alors I_B est donné par la même expression (2.11) que dans le régime tunnel, en substituant $\tau_\infty \rightarrow 1 - \tau_\infty$ et $Z_t \rightarrow \frac{R_K Z_t}{R_K + Z_t}$. Ce résultat se comprend bien en remarquant que la rétrodiffusion d'un électron dans cette limite $1 - \tau_\infty \ll 1$ est, tout comme le transfert d'un électron dans la limite $\tau_\infty \ll 1$, un évènement rare dont la statistique est poissonnienne [19]. La rétrodiffusion d'un électron par la barrière s'accompagne donc d'une variation soudaine $\delta Q = e$ de la charge du condensateur et doit être bloquée à basse énergie. Notons que l'impédance Z_t est amortie par la résistance R_K du canal de conduction à l'ordre 0.

Ce résultat implique une *augmentation* de la conductance à basse énergie. Comment comprendre alors la diminution de la conductance prédite pour une résistance série $Z_t(\omega) \approx R$? La raison provient du fait qu'une résistance comporte de nombreux modes à basse fréquence pour lesquels la théorie $P(E)$ des jonctions tunnels ne s'exporte pas directement à I_B . À cause de ces modes, le liquide de Luttinger agit sur lui-même via l'environnement, si bien que I_0 et les termes $f(1 - f)$ dans (2.11), sont modifiés.

Réalisation expérimentale du circuit

Les circuits que nous avons étudiés expérimentalement sont composés de trois éléments principaux (figure 3.1) : un contact ponctuel quantique (QPC) qui émule n'importe quel conducteur cohérent court mono-canal ; une résistance série R – qui sera réalisée de deux manières différentes – en parallèle avec une petite capacité géométrique C ; un interrupteur in situ qui sert à court-circuiter la résistance série et extraire la probabilité de transmission intrinsèque τ_∞ qui caractérise le QPC.

La figure 3.2 montre deux images MEB en fausses-couleurs des surfaces des échantillons réalisant ce circuit. L'image du haut correspond à une réalisation « macroscopique » de la résistance série, celle du bas à une réalisation « mésoscopique ».

Ces échantillons sont maintenant décrits en détail.

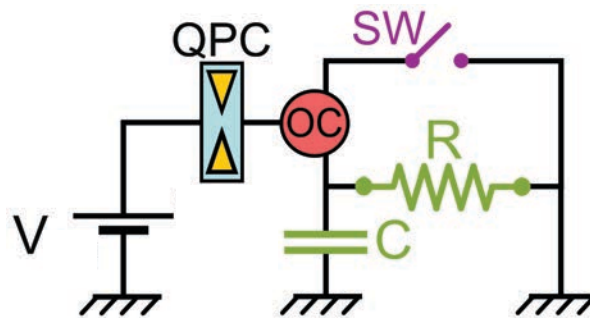


FIGURE 3.1 – Schéma synoptique des circuits étudiés.

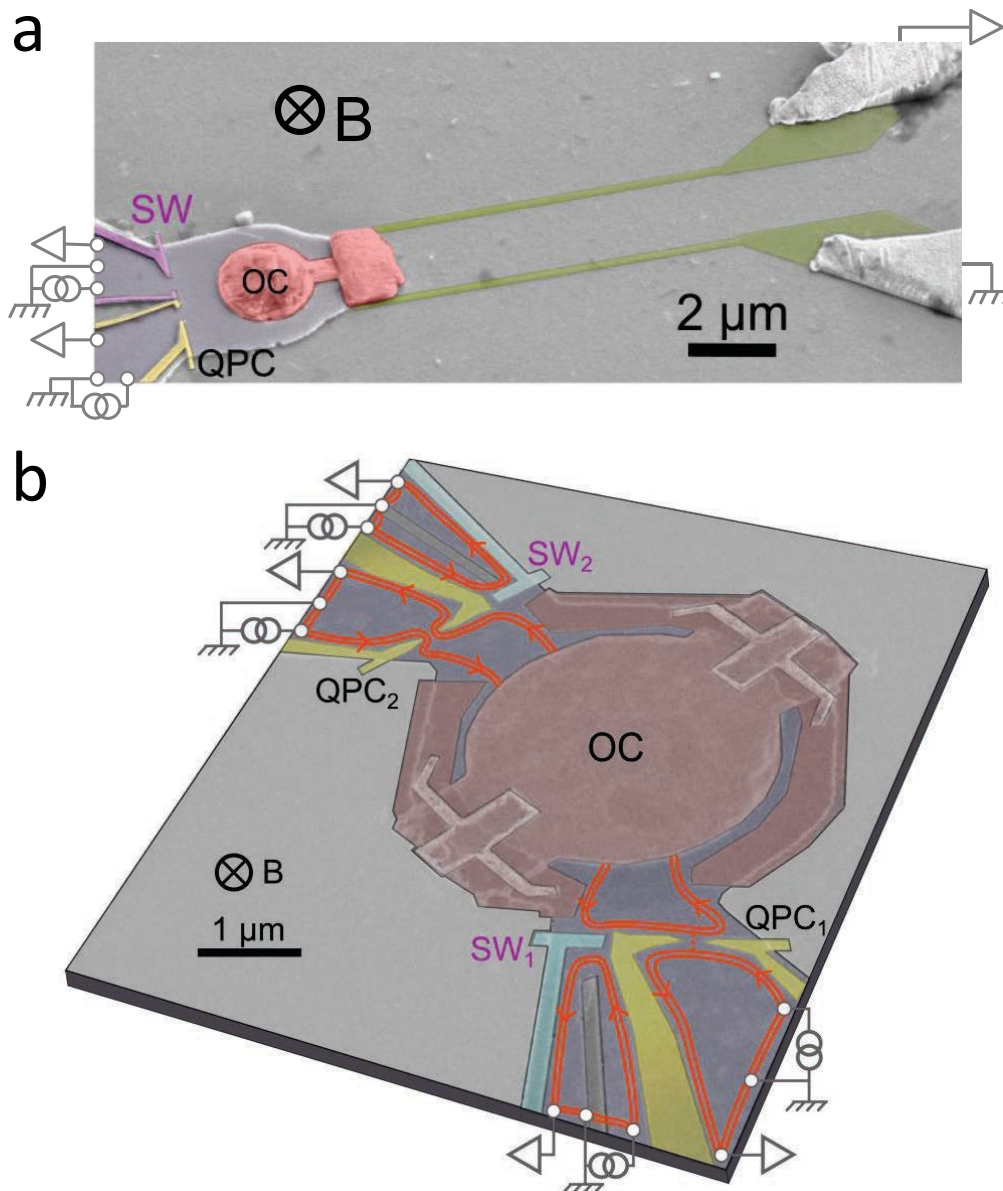


FIGURE 3.2 – Images MEB des échantillons étudiés. Le gaz d'électron, qui est situé environ 100 nm sous la surface, est matérialisé en gris sombre, les grilles des QPC sont colorisées en jaune, les grilles des QPC-interrupteurs en violet et le micro-contact ohmique en rouge. Les points blancs symbolisent de gros contacts ohmiques auxquels est connecté le circuit de polarisation et de mesure. On remarquera que la polarisation en courant, qui sert à éviter certains inconvénients comme les tensions thermoélectriques, se comporte en fait comme une polarisation en tension en raison de la chiralité des canaux de bord et de la masse froide placée à gauche du contact d'injection. La figure (a) montre l'échantillon réalisant la résistance macroscopique : deux fils de chrome (colorisés en vert) parallèles déposés à la surface de l'hétérojonction. Le fil qui est connecté à une mesure de tension à basse fréquence est en fait mis à la masse via la capacité distribuée le long des câbles de mesure aux fréquences en jeu pour le blocage de Coulomb dynamique. La figure (b) montre l'échantillon réalisant une résistance mésoscopique : le second QPC, qui est défini au milieu d'un plateau de conductance. Sur cette figure (b), les flèches rouges représentent les canaux de bords de l'effet Hall quantique : un canal partiellement transmis au QPC₁ est affecté par la résistance $R_K/2$ que forment les deux canaux parfaitement transmis à travers le QPC₂.

3.1 Contact ponctuel quantique

Les contacts ponctuels quantiques avec lesquels nous avons travaillé sont réalisés dans des hétérojonctions semiconductrices à l'interface desquelles est piégé un gaz bidimensionnel d'électrons [20, 21]. Sur la figure 3.2, les zones où il y a un gaz d'électrons – qui est situé environ 100 nm sous la surface – sont représentées en gris foncé. Typiquement, les densités et mobilités des gaz utilisés lors de ce travail de thèse sont, respectivement, $n \approx 2 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ et $\mu \approx 50 \text{ m}^2/\text{V.s}$.

Un QPC repose sur la réalisation dans le gaz d'électrons d'une petite constriction, dont la largeur est de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi afin que seuls quelques canaux de conduction la traversent [15]. La constriction est créée en appliquant une tension négative, V_{QPC} , à deux grilles métalliques se faisant face (colorisées en jaune) qui sont déposées à la surface de l'hétérojonction. Comme le montre la figure 3.3, cette tension, qui contrôle la largeur de la constriction et la hauteur de la barrière électrostatique, permet de choisir le nombre de ces canaux et de régler la probabilité de transmission du dernier continûment entre 0 et 1.

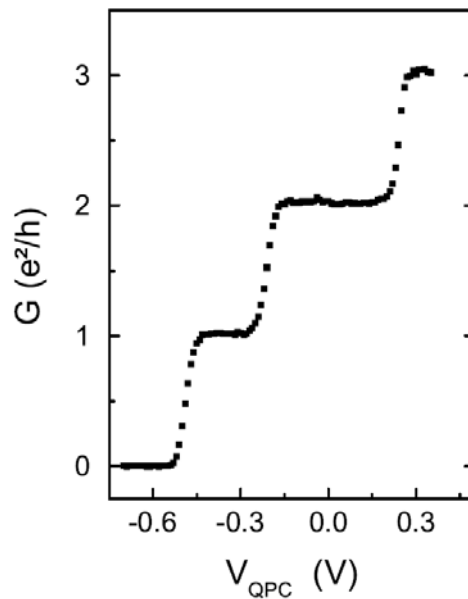


FIGURE 3.3 – **Conductance d'un QPC en fonction de sa tension de grille.** Mesure réalisée dans le régime de l'effet Hall quantique au facteur de remplissage $\nu = 4$ à une température de 22.5 mK. Quand $V_{\text{QPC}} < -0.6 \text{ V}$, aucun canal n'est transmis à travers le QPC dont la conductance est nulle. Les marches dans la conductance qui apparaissent en augmentant V_{QPC} traduisent l'ouverture un par un des canaux. Sur un plateau, il y a $R_K G$ canaux totalement transmis tandis que les autres sont totalement réfléchis. Entre deux plateaux, un canal est partiellement transmis/réfléchi.

Pendant ce travail de thèse, nous nous sommes systématiquement placés dans le régime de l'effet Hall quantique entier en appliquant un fort champ magnétique per-

pendiculaire au gaz d'électrons. Dans ce régime, les électrons se propagent le long des bords de l'échantillon dans des *canaux de bord* chiraux représentés en rouge [23]. Le nombre de ces canaux est égal au facteur de remplissage ν qui dépend par exemple de l'intensité du champ magnétique. Ce régime présente notamment les avantages suivants :

- la dégénérescence de spin est levée par l'effet Zeeman ;
- les différents canaux sont séparés par des énergies importantes [15], comme l'attestent les larges plateaux de la figure 3.3.

Ces deux points sont essentiels pour explorer le niveau le plus élémentaire du conducteur cohérent mono-canal dans un circuit linéaire.

3.2 Environnement électromagnétique linéaire

L'environnement électromagnétique des quasi-particules électroniques du canal de conduction consiste en une résistance en parallèle avec une petite capacité géométrique. La résistance est réalisée de deux façons différentes :

- une *résistance macroscopique* (figure 3.2A, colorisée en vert) qui est faite de deux fils de chrome parallèles déposés à la surface de l'échantillon. Un fil est directement connecté à la masse froide et l'autre au circuit de mesure. Ce dernier permet de mesurer à basse fréquence (\lesssim kHz) les résistances des deux fils de chrome séparément, ainsi que la connexion électrique entre le micro-contact ohmique (voir plus loin) et le gaz d'électrons. Aux hautes fréquences responsables du blocage de Coulomb dynamique (GHz), ce circuit de mesure est essentiellement court-circuité à la masse via la capacité distribuée le long des câbles de mesure. Avec des longueurs de l'ordre de la dizaine de microns, ces fils de chrome réalisent des résistances de l'ordre du quantum de résistance $R_K \approx 26 \text{ k}\Omega$.

- une *résistance mésoscopique* (figure 3.2B) qui est faite d'un second QPC défini au milieu d'un plateau de résistance R_K/n , avec n un entier. Sur un plateau, les canaux du QPC sont soit totalement réfléchis – auquel cas ils sont spectateurs –, soit totalement transmis et alors ils se comportent comme des résistances macroscopiques non affectées par le blocage de Coulomb. Cette résistance mésoscopique présente l'avantage d'avoir une valeur définie à une très grande précision et d'être modifiable in situ.

À très haute fréquence, ces résistances sont court-circuitées par la capacitance géométrique entre la masse AC et l'aire enclose par le QPC et la résistance. La valeur de C est essentiellement due au micro-contact ohmique (colorisé en rouge, voir le paragraphe suivant). Des simulations numériques par élément finis effectuées avec le logiciel Comsol donnent $C \approx 2 - 2.5 \text{ fF}$, selon la taille du micro-contact ohmique. Par ailleurs, ces simulations montrent que la capacité distribuée le long de la résistance macroscopique

est négligeable¹.

3.3 Micro-contact ohmique

La connexion électrique entre le QPC et la résistance est réalisée par un contact ohmique (colorisé en rouge) de taille micrométrique. Il est formé par un empilement d'or, de nickel et de germanium, qui est diffusé dans l'hétérojonction. Concernant la résistance macroscopique, cet élément est nécessaire pour connecter électriquement la résistance déposée sur la surface de l'hétérojonction et le gaz d'électrons situé au-dessous. Concernant la résistance mésoscopique, il permet de casser toute cohérence quantique entre les deux QPC et de déjouer la chiralité qui protègerait du blocage de Coulomb dynamique. Sa taille résulte du compromis entre des contraintes antagonistes :

— d'un côté, on souhaite que le blocage de Coulomb dynamique soit fort. Or pour cela il faut que les fluctuations thermiques ne soient pas en mesure d'exciter les modes de l'impédance Z_t à la suite d'un évènement tunnel. La conductance à tension nulle diminuant à basse température comme $\left(\frac{k_B T}{\hbar/R_C}\right)^{2R/R_K}$, la capacité C , c.-à-d. la taille du micro-contact ohmique, doit donc être la plus petite possible. Avec $C = 2$ fF et $R = R_K$, la fréquence de coupure est supérieure à la fréquence des photons thermiques : $1/(2\pi R_K C) = 3$ GHz et $k_B T/h \approx 0.4$ GHz à 20 mK.

— de l'autre côté, le micro-contact ohmique doit se comporter comme un réservoir idéal qui absorbe tous les électrons lui arrivant et ne réémet que des électrons incohérents distribués selon la fonction de Fermi. Le premier point exige que la longueur du bord du contact ohmique contiguë au gaz soit suffisamment grande. C'est le plus contraignant en pratique. Avec les contacts ohmiques des figures 3.2A et B, on mesure une résistance électrique entre le gaz et le contact de l'ordre de $10^{-3}R_K$; autrement dit, la probabilité de réflexion d'un électron incident est de l'ordre de un pour mille. Le deuxième point réclame un volume du contact ohmique suffisamment important pour que les électrons y pénétrant aient le temps de relaxer vers une distribution de Fermi avant d'être réémis. À basse température, le temps d'interaction électron-électron est typiquement de 10 ns dans un métal comme l'or [124] (principal constituant du contact ohmique), tandis que le temps passé par un électron dans le contact ohmique est [125] : $t_{\text{dwell}} = \hbar \nu_F \Omega \approx 50 \mu\text{s}$, avec un volume $\Omega \approx 2 \mu\text{m}$ et une densité d'états au niveau de Fermi $\nu_F \approx 10^{47} \text{ J}^{-1}\text{m}^{-3}$.

1. Elle a pour effet de légèrement renormaliser la valeur de C .

3.4 Court-circuit in situ de la résistance série

Enfin, le dernier élément du circuit est un interrupteur in situ permettant de court-circuiter à la demande la résistance série. Concrètement, il s'agit du QPC colorisé en violet² (qu'on appellera « QPC-interrupteur » par la suite) situé à la gauche du QPC jaune jouant le rôle du conducteur cohérent (qu'on appellera simplement QPC). Tirant parti de la chiralité des canaux de bord, le QPC-interrupteur permet de dévier vers la masse les canaux revenant du micro-contact ohmique (figure 3.4A). Dans ce cas, les potentiels des canaux arrivant au QPC sont fixés par la masse d'un côté et par la source de tension V de l'autre; le QPC est aveugle à la résistance série, qui est donc court-circuitée. Sur le schéma synoptique, l'interrupteur est en position fermée et l'on mesure la conductance intrinsèque G_∞ . En revanche, quand les canaux sont réfléchis par le QPC-interrupteur (figure 3.4B), le QPC est en série avec la résistance et soumis au blocage de Coulomb dynamique. Sur le schéma synoptique, l'interrupteur est en position ouverte et l'on mesure la conductance réduite G .

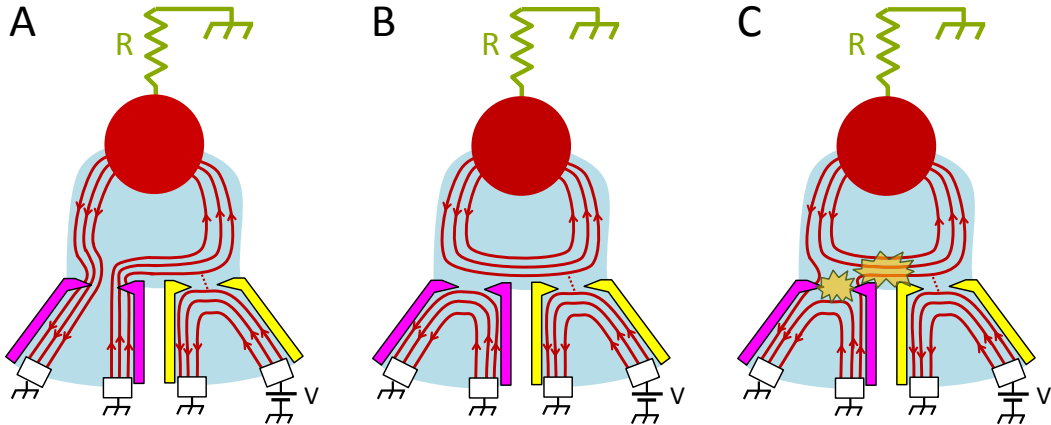


FIGURE 3.4 – **Court-circuit in situ de la résistance série.** (A) Lorsque tous les canaux sont transmis par le QPC-interrupteur (violet), le QPC (jaune) est aveugle à la présence de la résistance série R . Il n'est donc pas soumis au blocage de Coulomb dynamique et l'on mesure sa conductance intrinsèque G_∞ . (B) Lorsque tous les canaux sont réfléchis par le QPC-interrupteur, le QPC jaune est en série avec la résistance série et sa conductance différentielle $G(V)$ est réduite à basse énergie. (C) En pratique, pour supprimer le blocage de Coulomb dynamique, il faut qu'au moins les deux canaux les plus externes soient transmis par le QPC-interrupteur. Il semble en effet que le deuxième canal pollue le canal externe, ou que le canal externe ne soit pas parfaitement transmis par le QPC-interrupteur aux énergies pertinentes pour le blocage de Coulomb dynamique. Il n'est en revanche pas nécessaire de transmettre les canaux suivants qui sont séparés par la très grande énergie cyclotron (quelques meV).

En principe, il suffit de transmettre le canal externe à travers le QPC-interrupteur (figure 3.4C) car les autres sont spectateurs. En pratique pourtant, il faut aussi trans-

². Sa forme inhabituelle sur la figure 3.2B – il recouvre complètement le gaz – a pour but de réduire l'intervalle de tension entre la situation où il transmet tous les canaux et celle où il les réfléchit tous, afin de minimiser la compensation capacitive à appliquer à l'autre QPC (voir la section suivante).

mettre le deuxième canal pour supprimer complètement le blocage de Coulomb (voir la figure 3.5). Il n'est en revanche pas nécessaire de transmettre le troisième canal, ni les suivants. Il semble donc que le deuxième canal pollue le canal externe pendant le court trajet entre le QPC-interrupteur et le QPC, ou que le canal externe ne soit pas parfaitement transmis par le QPC-interrupteur aux énergies pertinentes pour le blocage de Coulomb dynamique. Une raison pourrait être la faiblesse, comparé à l'énergie de charge $E_c \approx 40 \mu\text{V}$, de l'énergie Zeeman $E_Z \approx 70 \mu\text{V}$ qui sépare ces deux canaux. Les deuxième et troisième canaux sont quant à eux séparés par l'énergie cyclotron qui est beaucoup plus grande (de l'ordre de quelques meV).

3.5 Extraction de la transmission intrinsèque du canal

Nous avons trois méthodes pour extraire τ_∞ , chacune ayant ses avantages et ses inconvénients.

— L'une est d'augmenter la tension appliquée à l'échantillon jusqu'à tuer le blocage de Coulomb dynamique ($|eV| \gg h/RC$). Elle a l'avantage de la simplicité. Néanmoins, elle requiert que la transmission intrinsèque τ_∞ du QPC reste à peu près constante entre la tension nulle et la tension nécessaire pour supprimer complètement le blocage.

— Une autre est d'augmenter la température de l'échantillon ($k_B T \gg h/RC$). À nouveau une éventuelle dépendance en énergie de τ_∞ posera problème, mais surtout il faut beaucoup de temps pour ensuite refroidir l'échantillon.

— Enfin, il y a l'interrupteur in situ. Cette méthode est rapide, insensible à la dépendance en énergie de τ_∞ , mais nécessite d'appliquer une compensation à la tension V_{QPC} en raison de l'influence capacitive des grilles du QPC-interrupteur sur le gaz d'électrons au niveau du QPC. Souvent, une compensation linéaire suffit : $\Delta V_{\text{QPC}} = -\alpha \Delta V_{\text{sw}}$, avec $\alpha \approx 5 - 10\%$ (voir la figure 3.5 où une telle compensation linéaire a été appliquée). Des non-linéarités peuvent toutefois exister. Elles requièrent un contrôle plus approfondi qui est fait dans la partie II. Dans cette partie I, l'interrupteur in situ n'est utilisé que lorsque la compensation linéaire suffit.

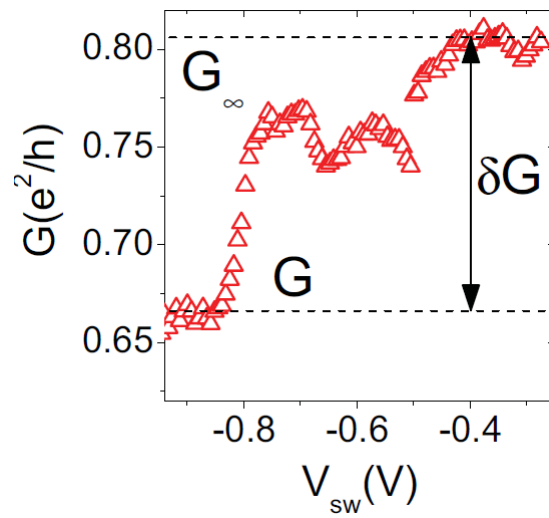


FIGURE 3.5 – **Extraction de la conductance intrinsèque du QPC avec l'interrupteur in situ.** La conductance du QPC est mesurée en fonction de la tension V_{sw} appliquée aux grilles du QPC-interrupteur. Pour $V_{sw} < -0.8$ V, les canaux sont tous réfléchis par le QPC-interrupteur et l'on mesure la conductance G du QPC qui est réduite par le blocage de Coulomb dynamique. Pour $V_{sw} > -0.4$ V, deux canaux sont transmis à travers le QPC-interrupteur ; la résistance est alors court-circuitée et l'on mesure la conductance intrinsèque $G_\infty = \tau_\infty/R_K$ du QPC. Le plateau observé pour $V_{sw} \in [-0.7, -0.5]$ V correspond à la situation où seul un canal est transmis à travers le QPC-interrupteur.

Résultats expérimentaux

Ce chapitre présente les résultats expérimentaux obtenus pendant ce travail de thèse.

4.1 Test du circuit en régime tunnel

En préalable, la modélisation des circuits réalisés expérimentalement par le schéma simplifié de la figure 3.1 est testée en comparant la réduction de la conductance du QPC mesurée lorsque sa transmission intrinsèque est très faible, $\tau_\infty \ll 1$, avec les prédictions théoriques pour des jonctions tunnels.

La figure 4.1 montre en symboles la conductance différentielle $G(V, T)$ du QPC mesurée en fonction de la tension V appliquée au circuit pour quatre réalisations de la résistance : $R = 6.3$ et $80 \text{ k}\Omega$ avec des fils de chrome (résistance « macroscopique »), $R = R_K/2$ et $R_K/3$ avec des QPC définis au milieu d'un plateau (résistance « mésoscopique »). Les lignes noires sont calculées avec la théorie des jonctions tunnels, équation (2.11). Le seul paramètre ajustable de ce calcul est la conductance intrinsèque $G_\infty = \tau_\infty/R_K$ du QPC, qui est essentiellement donnée par la valeur de la conductance à haute tension. La résistance R est mesurée in situ, la capacité C correspond à des simulations numériques par éléments finis et la température T est celle de la chambre de mélange du réfrigérateur à dilution.

Le bon accord entre les données et les prédictions théoriques valide la modélisation du circuit réalisé et prouve qu'un canal de conduction parfaitement transmis se comporte comme une résistance macroscopique non-affectée par le blocage de Coulomb dynamique.

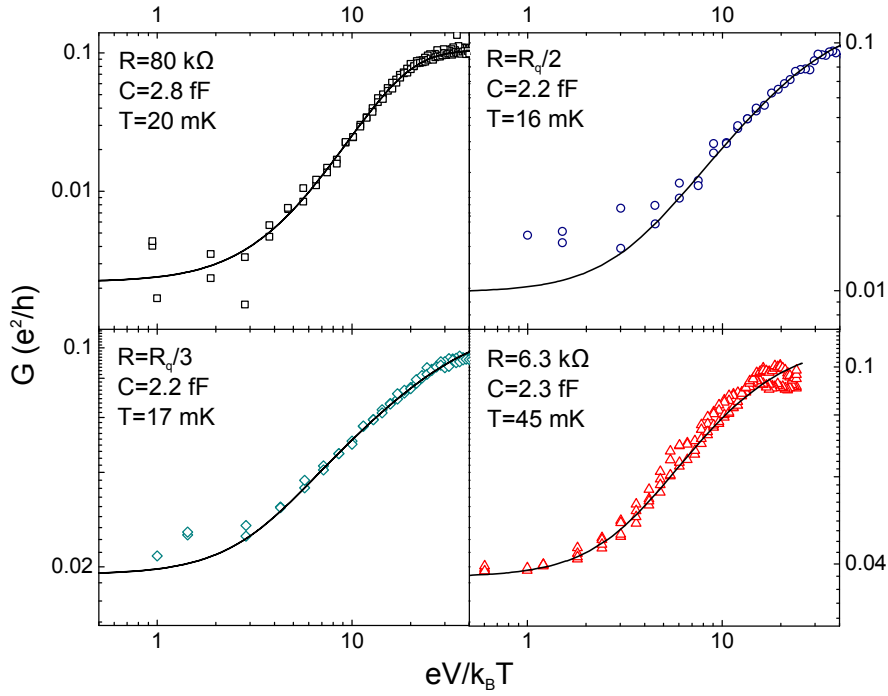


FIGURE 4.1 – Test du circuit dans le régime tunnel. Symboles : conductance différentielle $G(V, T)$ du QPC à basse température en fonction de la tension V appliquée au circuit. Le QPC est réglé dans le régime tunnel ($\tau_\infty \approx 0.1$) et chaque panneau correspond à une valeur différente de la résistance série. Lignes continues : prédictions de la théorie du blocage de Coulomb dynamique pour les jonctions tunnels, équation (2.11). Les paramètres R, C, T utilisés dans le calcul sont déterminés séparément et indiqués dans les panneaux.

4.2 Observation empirique à tension nulle

Nous commençons l'étude du blocage de Coulomb dynamique au-delà du régime tunnel en nous plaçant à tension nulle où la conductance est la plus fortement réduite.

Les symboles du panneau de gauche de la figure 4.2 montrent la réduction relative de la conductance du canal, $\frac{G(V=0, T) - G_\infty}{G_\infty}$, mesurée en fonction de sa conductance intrinsèque, G_∞ . Les différents types de symbole correspondent aux quatre réalisations de l'environnement précédemment mentionnées. La conductance intrinsèque est mesurée à haute tension pour les résistances $R = 80 \text{ k}\Omega, R_K/2, R_K/3$ et avec l'interrupteur in situ pour $R = 6.3 \text{ k}\Omega$. Dans chacun des quatre cas, l'effet relatif du blocage de Coulomb dynamique sur la conductance diminue en valeur absolue lorsque G_∞ augmente. Ceci est la conséquence de la disparition progressive de la granularité du transfert de charge à travers le canal de conduction. En particulier, lorsque le canal est balistique ($R_K G_\infty = 1$), la conductance n'est pas réduite.

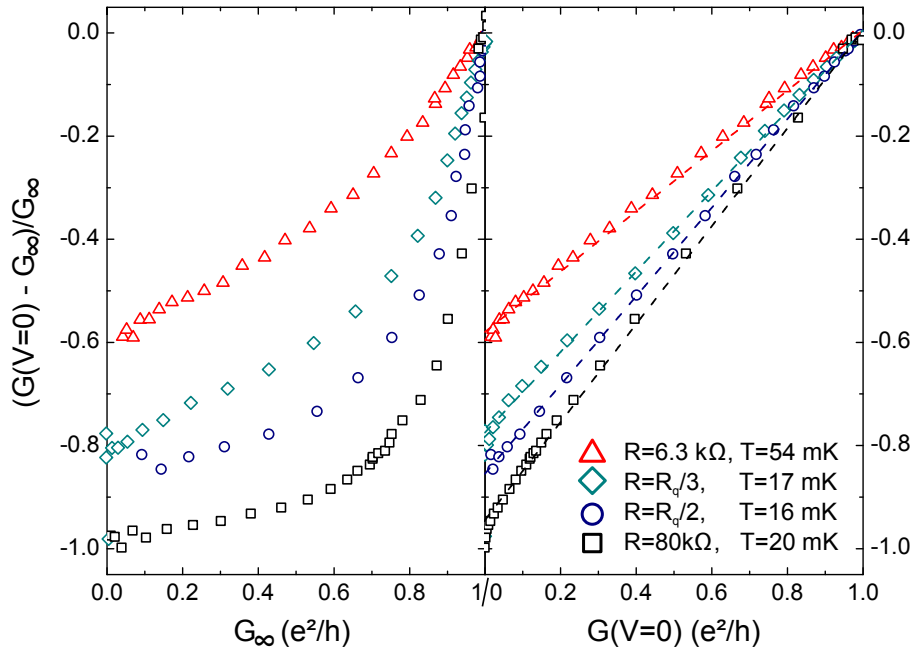


FIGURE 4.2 – **Suppression de la conductance à tension nulle dans le régime général.** À gauche, la réduction relative de la conductance à tension nulle, $G(V = 0, T)$, du QPC par rapport à sa conductance intrinsèque G_∞ , est tracée en fonction de G_∞ . À droite, ces mêmes données sont tracées en fonction de la conductance réduite $G(V = 0, T)$. On observe empiriquement une relation linéaire dans ce dernier cas; les lignes droites en tirets sont des guides pour les yeux.

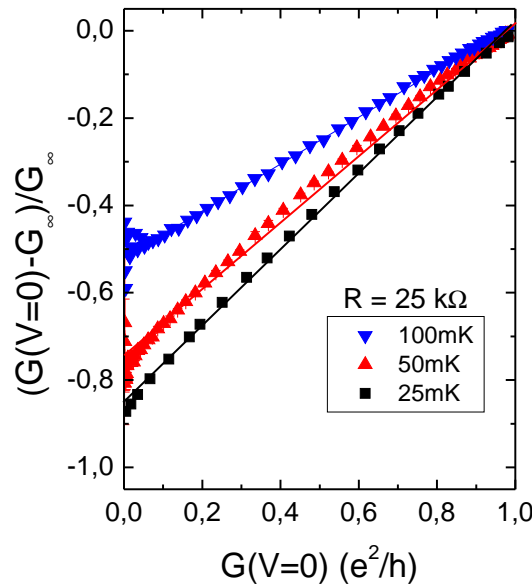


FIGURE 4.3 – **Suppression de la conductance à tension nulle dans le régime général – dépendance en température.** Symboles : mesures de la réduction relative de la conductance à tension nulle $G(V = 0, T)$ du QPC, par rapport à sa conductance intrinsèque G_∞ , pour des températures de 25, 50 et 100 mK. La résistance série $R = 25 \text{ k}\Omega$ est réalisée avec des fils de chrome déposés à la surface de l'échantillon. La conductance intrinsèque G_∞ est extraite avec l'interrupteur in situ. Les lignes droites sont des guides pour les yeux.

En outre, on observe que plus la résistance série est élevée, plus la réduction de la conductance est forte – elle atteint d’ailleurs quasiment 100% dans le régime tunnel pour $R = 80 \text{ k}\Omega$ – et plus les courbes sont non-linéaires. Ce dernier point implique que la prédiction (2.13) dérivée dans le régime de faible blocage, qui stipule que la réduction relative de la conductance est proportionnelle à $(1 - R_K G_\infty)$, n’est pas valable dans le régime de fort blocage. Mais, remarquablement, on observe une relation linéaire en traçant ces mêmes données en fonction de la conductance réduite $G(V = 0, T)$ (figure 4.2, panneau de droite). Cette linéarité persiste à plus haute température (figure 4.3). Cette observation – effectuée sur plus d’un ordre de grandeur de la résistance série, de 6 à 80 k Ω – implique que la réduction relative de la conductance est, à notre précision expérimentale, simplement proportionnelle à $(1 - R_K G(V = 0, T))$. Ceci se traduit mathématiquement par l’expression suivante :

$$\frac{G - G_\infty}{G_\infty} = (1 - R_K G) g_t(Z_t, T, V = 0), \quad (4.1)$$

où $g_t = \lim_{R_K G_\infty \rightarrow 0} \frac{G - G_\infty}{G_\infty}$ est la réduction relative de la conductance dans le régime tunnel qui est connue et se calcule à partir de l’équation (2.11). Cette équation constitue une généralisation des résultats obtenus dans la limite d’une faible impédance série (comparer à (2.13) et (2.18)). Elle est non-triviale et permet de directement déduire, sans autre hypothèse, une expression générale de la conductance d’un conducteur cohérent court mono-canal en présence d’une impédance série :

$$G(G_\infty, Z_t, V, T) = G_\infty \frac{1 + g_t(Z_t, V, T)}{1 + R_K G_\infty g_t(Z_t, V, T)}. \quad (4.2)$$

Anticipant la suite, on a supposé que cette observation, pour l’instant effectuée à $V = 0$, reste valable à tension finie.

4.3 Loi d’échelle universelle

L’équation (4.2) fait apparaître la conductance intrinsèque G_∞ du canal qu’il n’est pas toujours aisé de connaître, aussi bien expérimentalement que théoriquement. Il est donc avantageux de remarquer qu’elle peut être exprimée sous la forme d’une loi d’échelle reliant la conductance à deux énergies différentes, sans faire apparaître G_∞ :

$$\frac{G_1/(1 - R_K G_1)}{G_2/(1 - R_K G_2)} = \frac{1 + g_t(Z_t, T_1, V_1)}{1 + g_t(Z_t, T_2, V_2)}, \quad (4.3)$$

où $G_{1(2)}$ sont les conductances du canal de conduction aux températures $T_{1(2)}$ et tensions $V_{1(2)}$. Cette loi d’échelle est universelle dans le sens où elle est indépendante de la valeur de la conductance intrinsèque G_∞ du canal de conduction. Elle est testée direc-

tement sur la figure 4.4, où le rapport d'échelle $\frac{G_1/(1-R_K G_1)}{G_2/(1-R_K G_2)}$ est tracé en fonction de V_1 avec une valeur fixe de V_2 , choisie égale à $9k_B T/e$. La température T est de 17 mK et les différentes couleurs des symboles correspondent à différentes valeurs de G_∞ qui s'étendent du régime tunnel au régime de faible rétrodiffusion. En accord avec (4.3), pour une valeur de R donnée, les points expérimentaux forment une unique courbe, qui est donc indépendante de G_∞ . Cette courbe est de plus bien reproduite par la ligne continue noire qui correspond au membre de droite de (4.3) calculé avec la théorie des jonctions tunnels, sans aucun paramètre ajustable.

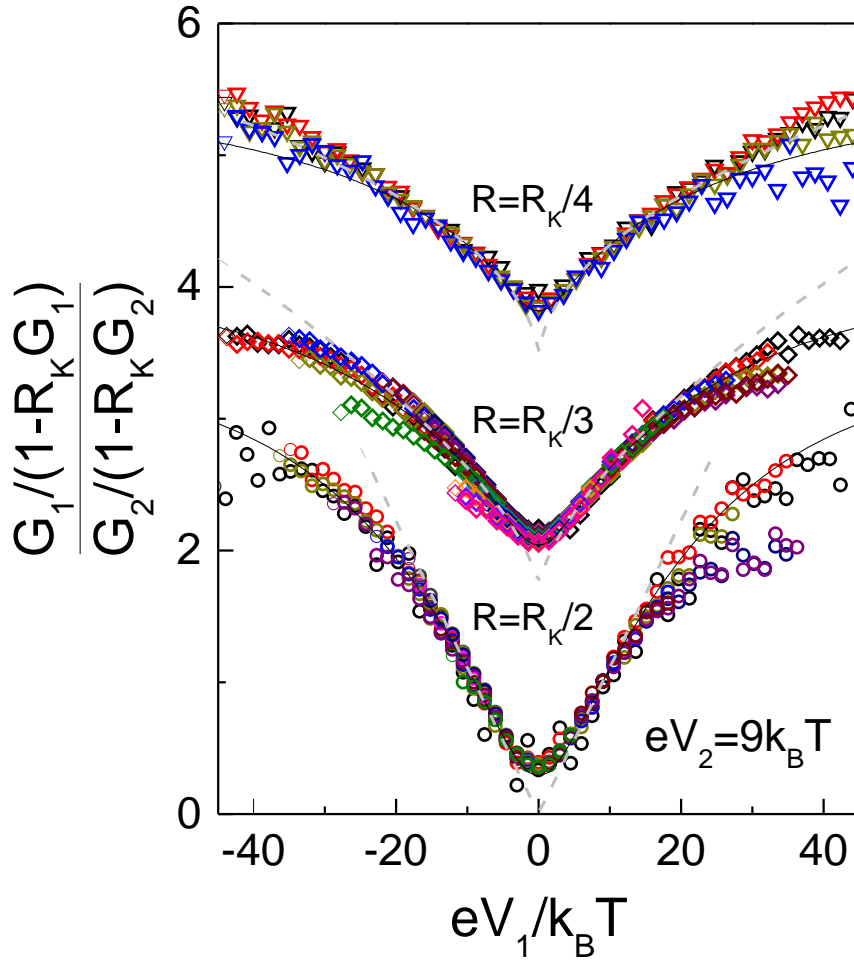


FIGURE 4.4 – **Test expérimental de la loi d'échelle universelle.** Symboles : la conductance mesurée à basse température est mise sous la forme du rapport d'échelle $\frac{G_1/(1-R_K G_1)}{G_2/(1-R_K G_2)}$ et ce dernier est tracé en fonction de V_1 avec une valeur fixe de $V_2 = 9k_B T/e$. Les trois ensembles de données correspondent à trois valeurs de la résistance série $R_K/2, R_K/3, R_K/4$; ceux correspondant à $R_K/3$ et $R_K/4$ sont décalés verticalement pour plus de clarté. À une couleur de symbole correspond une valeur de τ_∞ . On a $\tau_\infty \in [0.06, 0.95]$ pour $R_K/2$, $[0.06, 0.996]$ pour $R_K/3$ et $[0.25, 0.85]$ pour $R_K/4$. Les lignes continues sont les prédictions de la loi d'échelle empirique – membre de droite de (4.3) – calculées avec la théorie du blocage de Coulomb dynamique pour les jonctions tunnels en utilisant la valeur correspondante de R et $C = 2.0$ fF. Les lignes en tirets sont ces mêmes prédictions en supposant que l'environnement est purement ohmique.

Les lignes en tirets sont les prédictions pour une impédance purement résistance, $Z_t(\omega) \approx R$, à température nulle : $\frac{1+g_{t1}}{1+g_{t2}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2R/R_K}$. Les déviations par rapport à ces lignes signalent, à basse tension, le moment où l'énergie thermique domine sur eV et, à haute tension, le moment où la dépendance en fréquence de l'impédance Z_t n'est pas négligeable.

Précisions pour finir que ce test expérimental de la loi d'échelle est effectué avec des résistances $R \leq R_K/2$ car de plus grandes entraineraient un chauffage de la résistance série par effet Joule. De plus, seules sont montrées des données pour lesquelles la dépendance en énergie de la conductance intrinsèque du QPC reste faible. Ces deux points seront spécifiquement abordés dans la section 4.7 à la fin du chapitre.

4.4 Comparaison avec une autre expérience

La réduction de la conductance d'un conducteur cohérent mono-canal en présence d'un environnement dissipatif a récemment été mesurée par le groupe de Gleb Finkelstein à *Duke University* dans un système très différent du nôtre [49, 50] (figure 4.5). Il s'agit d'un nanotube de carbone connecté électriquement à deux électrodes résistives et soumis à un fort champ magnétique levant la dégénérescence de spin. Le nanotube de petite taille (≈ 300 nm) réalise un niveau résonant, dont les couplages tunnels à l'électrode de drain, Γ_D , et à l'électrode de source, Γ_S , peuvent être contrôlés au moyen de deux grilles latérales, tandis qu'une grille en face arrière permet d'ajuster sa position ΔE par rapport à l'énergie de Fermi.

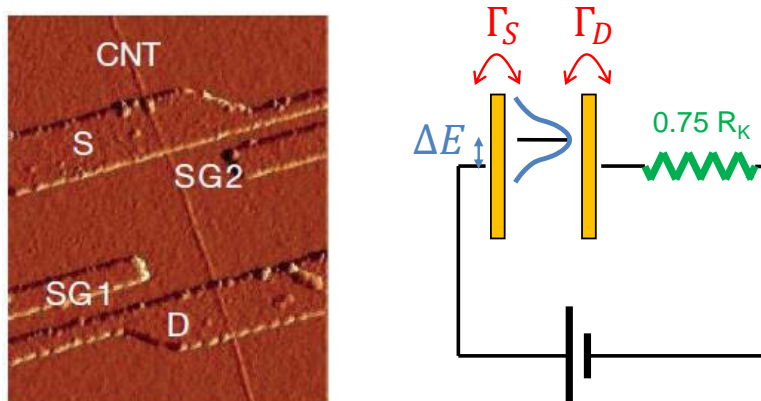


FIGURE 4.5 – **Circuit étudié à *Duke University*.** À gauche : image de l'échantillon. À droite : schéma synoptique du circuit. Un nanotube de carbone (CNT) réalise un niveau résonant qui est couplé électriquement à deux électrodes résistives (D et S) qui forment une résistance série $R \approx 0.75R_K$. Deux grilles latérales (SG1 et SG2) et une grille en face arrière permettent de contrôler la symétrie des couplages tunnels Γ_D et Γ_S aux électrodes, ainsi que la position ΔE du niveau résonant par rapport au niveau de Fermi.

En accord qualitatif avec ce travail de thèse, ils observent que la conductance différentielle G du nanotube de carbone n'est pas réduite à basse énergie si elle est égale à e^2/h (symboles noirs sur les figures 4.6A, B, C et D ; ils correspondent à la situation où le niveau est aligné avec l'énergie de Fermi $\Delta E = 0$ et où les couplages sont symétriques $\Gamma_S = \Gamma_D$), et inversement dès lors que $G < e^2/h$ (ceci est réalisé en désalignant l'énergie du niveau sur les figures 4.6A et B et en asymétrisant le couplage sur les figures 4.6C et D).

Un niveau résonant n'est pas un conducteur cohérent court, notamment car sa transmission intrinsèque, $\tau_\infty(E)$, dépend de l'énergie. Toutefois, les variations de $\tau_\infty(E)$ apparaissent sur une échelle \hbar/t_{dwell} , avec t_{dwell} le temps mis par un électron pour traverser le nanotube. En l'absence d'autre effet comme le « tunneling » séquentiel, le niveau résonant est donc assimilable à un conducteur cohérent court aux tensions et températures telles que $eV, k_B T \lesssim \hbar/t_{\text{dwell}}$. On peut raisonnablement estimer que c'est le cas aux températures $T \lesssim 500$ mK sur les figures 4.6A et C et aux tensions $V \lesssim 30$ μV sur les figures 4.6B et D. À plus haute énergie, le niveau résonant n'est certainement plus assimilable à un conducteur cohérent court, car sa conductance dans la situation où il est symétrique et aligné avec l'énergie de Fermi (symboles noirs sur les quatre figures) devient inférieure à e^2/h .

On peut donc comparer quantitativement notre formule empirique et leurs données expérimentales à basse énergie. Ne connaissant pas τ_∞ qui dépend de manière compliquée de l'asymétrie du couplage et de la position par rapport à l'énergie de Fermi, on utilise la loi d'échelle (4.3) pour exprimer la conductance $G(T, V)$ en fonction de la conductance G_{ref} mesurée à un point de référence $(T_{\text{ref}}, V_{\text{ref}})$:

$$G(Z_t, V, T) = \frac{G_{\text{ref}} [1 + g_t(Z_t, V, T)]}{1 + g_t(Z_t, V_{\text{ref}}, T_{\text{ref}}) + R_K G_{\text{ref}} [g_t(Z_t, V, T) - g_t(Z_t, V_{\text{ref}}, T_{\text{ref}})]}. \quad (4.4)$$

Les lignes continues montrent cette conductance calculée en prenant pour référence $T_{\text{ref}} = 80$ mK (figures 4.6A et C) et $V_{\text{ref}} = 0$ (figures 4.6B et D). Les calculs sont effectués avec la résistance $R = 0.75R_K$ donnée dans [49] et une capacité supposée¹ égale à 0.07 fF. Le très bon accord avec les données à basse énergie, notamment les données en tension dont les conductances sont majoritairement au-delà du régime tunnel, corrobore nos résultats expérimentaux.

1. Typiquement dans ces systèmes $C \lesssim 0.1$ fF. Aux plus basses énergies – celles qui nous intéressent – la valeur précise de C n'a aucun impact.

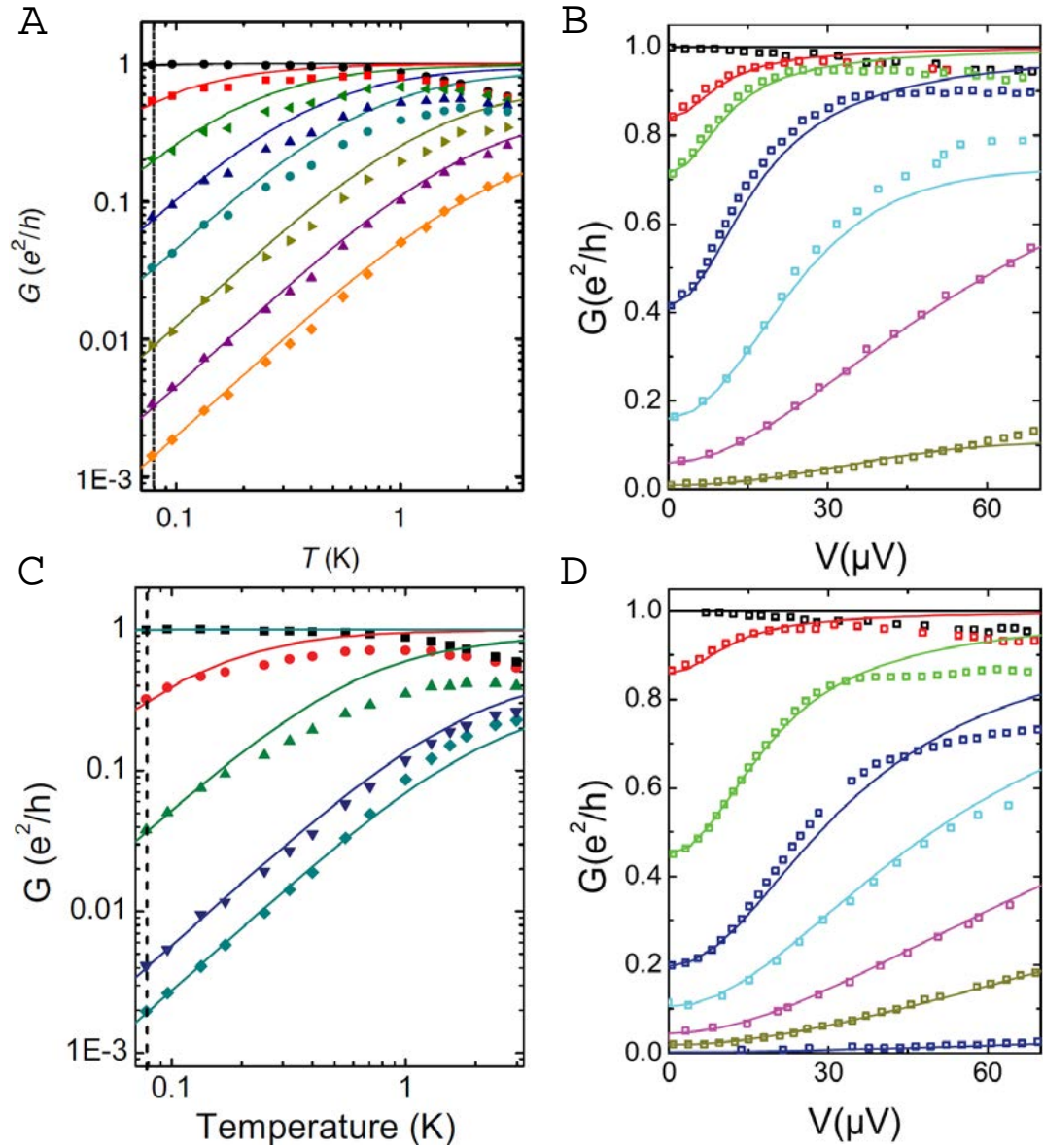


FIGURE 4.6 – Dépendance en énergie d'un niveau résonant en présence d'un environnement dissipatif. Symboles : conductance différentielle du nanotube de carbone mesurée en fonction de la température T (A et C) ou de la tension V (B et D). Sur les graphiques A et B : le couplage est symétrique ($\Gamma_S = \Gamma_D$) et chaque type de symbole correspond à un écart ΔE de l'énergie du niveau résonant par rapport à l'énergie de Fermi ; $\Delta E = 0$ pour les données du haut (noir) et augmente vers le bas. Sur les graphiques C et D : le niveau résonant est aligné avec le niveau de Fermi ($\Delta E = 0$) et chaque type de symbole correspond à un degré d'asymétrie des couplages tunnel ; $\Gamma_S = \Gamma_D$ pour les données du haut (noir) et l'asymétrie augmente vers le bas. Lignes continues : prédictions de la loi d'échelle empirique (4.4) en prenant comme paramètres $R = 0.75R_K$, $C = 0.07$ fF et comme point de référence $T_{\text{ref}} = 80$ mK (A et C) ou $V_{\text{ref}} = 0$ (B et D).

4.5 Comparaison avec les prédictions théoriques

Nous comparons maintenant la loi d'échelle empirique aux prédictions théoriques existant pour des impédances purement résistives, $Z_t(\omega) \approx R$.

4.5.1 À température nulle

Dans un premier temps nous nous plaçons à température nulle car les prédictions sont souvent plus simples. Sous ces conditions, la loi d'échelle (4.3) devient :

$$\frac{G_1(V_1)/(1 - R_K G_1(V_1))}{G_2(V_2)/(1 - R_K G_2(V_2))} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2R/R_K}. \quad (4.5)$$

Il existe trois régimes dans lesquels les prédictions théoriques sont rigoureusement identiques à cette équation :

— quand $R \ll R_K$, la conductance du canal obéit à l'équation de flot (2.16), dont on montre qu'elle vérifie (4.5).

— quand $R = R_K$, la solution (2.32) que donne l'ansatz de Bethe thermodynamique (TBA) se simplifie en $I = \frac{V_B}{2R_K} \left[\frac{V}{V_B} - \arctan\left(\frac{V}{V_B}\right) \right]$ (la technique de la refermionisation donne le même résultat), dont on déduit l'expression suivante de la conductance du canal (éq. (2.33)) : $G_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{R_K} \frac{(V/V_B)^2}{2+(V/V_B)^2}$, qui vérifie aussi (4.5).

— quand $V \rightarrow 0$ et quelle que soit R , le TBA prédit que la conductance du canal est proportionnelle à V^{2R/R_K} (terme $n = 1$ de la deuxième ligne de l'équation (2.32)) et donc vérifie (4.5). On remarquera que la condition $V \rightarrow 0$ est équivalente à $R_K G \rightarrow 0$: il s'agit du régime où la conductance est presque entièrement supprimée par les interactions (même si au départ τ_∞ est proche de un).

Pour des résistances entre 0 et R_K , il faut recourir à un calcul numérique. La conductance du canal prédite par le TBA (éq. (2.32) et (2.33)) est, pour des interactions K données, une fonction universelle, $G_K(V/V_B)$. Elle est tracée en lignes continues sur la figure 4.7 pour des résistances $0.1 \leq R/R_K \leq 0.9$, soit des paramètres d'interaction $10/11 \geq K \geq 10/19$. Les lignes en tirets représentent la conductance calculée à partir de la forme (4.5) de la loi d'échelle en prenant comme référence la conductance $G_K(V_{\text{ref}}/V_B)$ au point $(V_{\text{ref}}/V_B)^{2R/R_K} = 10^{-2}$, où l'on a vu que les prédictions du TBA et de la loi d'échelle sont identiques. On constate un bon accord quantitatif sur plusieurs ordres de grandeur en V/V_B ; l'écart relatif (encart de la figure 4.7) est inférieur à 6% et est le plus prononcé pour $R = R_K/2$.

Pour des résistances $R > R_K$, la conductance $G_K(V/V_B)$ prédite par le TBA présente un pic dont le maximum est supérieur à e^2/h (figure 4.8). Un tel pic n'est ni prédit par la loi d'échelle, ni observé expérimentalement avec la résistance série

$R = 80 \text{ k}\Omega$ (figure 4.9). Il faut cependant remarquer que les conditions expérimentales sont assez éloignées de celles requises pour l'utilisation du TBA. D'une part, la valeur élevée de la résistance R n'autorise certainement pas à négliger la coupure capacitive : à la fréquence des photons thermiques, $\omega_{th} = k_B T / \hbar \approx 2\pi \times 0.4 \text{ GHz}$, la partie réelle de l'impédance a déjà perdu un quart de sa valeur, $\text{Re}[Z(\omega_{th})] = \frac{R}{1+(\omega_{th}RC)^2} \approx 60 \text{ k}\Omega$ (pour rappel $C = 2.8 \text{ fF}$). D'autre part, le pic tracé sur la figure 4.8 à température nulle est atténué à température finie – cet effet est d'ailleurs aggravé à tension finie par le chauffage de la résistance série par effet Joule.

4.5.2 À température finie pour des interactions $K = 1/2$

Dans le cas spécial où les interactions sont telles que $K = 1/2$, soit une résistance $R = R_K$, le TBA (et la refermionisation) prédit une expression relativement simple de la conductance du circuit à température finie et tension nulle :

$$G_{\text{tot}} = \frac{1}{2R_K} \left[1 - \frac{T_B}{\pi T} \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{T_B}{\pi T} \right) \right], \quad (4.6)$$

où $T_B = eV_B/2k_B$ et ψ est la fonction digamma. La conductance du canal s'en déduit : $G_{\frac{1}{2}}(T/T_B) = \frac{G_{\text{tot}}}{1-R_K G_{\text{tot}}}$. Quant à la loi d'échelle, elle devient sous ces conditions :

$$\frac{G_1(T_1)/(1 - R_K G_1(T_1))}{G_2(T_2)/(1 - R_K G_2(T_2))} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2. \quad (4.7)$$

Sur la figure 4.10, la ligne continue correspond à la conductance $G_{\frac{1}{2}}(T/T_B)$ prédite par le TBA et les lignes en tirets aux prédictions de la forme (4.7) de la loi d'échelle en prenant comme référence la conductance $G_{\frac{1}{2}}(T_{\text{ref}}/T_B)$ au point $T_{\text{ref}}/T_B = 0.1$ (magenta) et $T_{\text{ref}}/T_B = 3.6$ (jaune).

Les deux prédictions dévient fortement hors du régime tunnel. Ce résultat est intéressant car il pourrait permettre de discriminer entre les deux. Malheureusement nous allons voir que les données expérimentales ne s'y prêtent pas en l'état. Premièrement, étant donné qu'une température de référence est nécessaire pour déterminer T_B , la conductance doit être mesurée à au moins deux températures différentes, ce qui n'est le cas que des figures 4.3, 4.6A et 4.6C. Les données de la figure 4.3 sont mesurées avec la bonne résistance série $R = 25 \text{ k}\Omega$, mais elles ne sont pas comparables aux prédictions du TBA car la coupure capacitive joue un rôle important. Les données du groupe de *Duke University* (figures 4.6A et C), qui sont mesurées avec une capacité beaucoup plus petite, sont nettement plus adaptées à une comparaison, mais l'essentiel se trouve dans le régime tunnel où les deux prédictions diffèrent peu. On observe bien quelques déviations entre les données et les prédictions de la loi d'échelle quand $G > 0.1e^2/h$, mais elles pourraient être liées à la physique du niveau résonant.

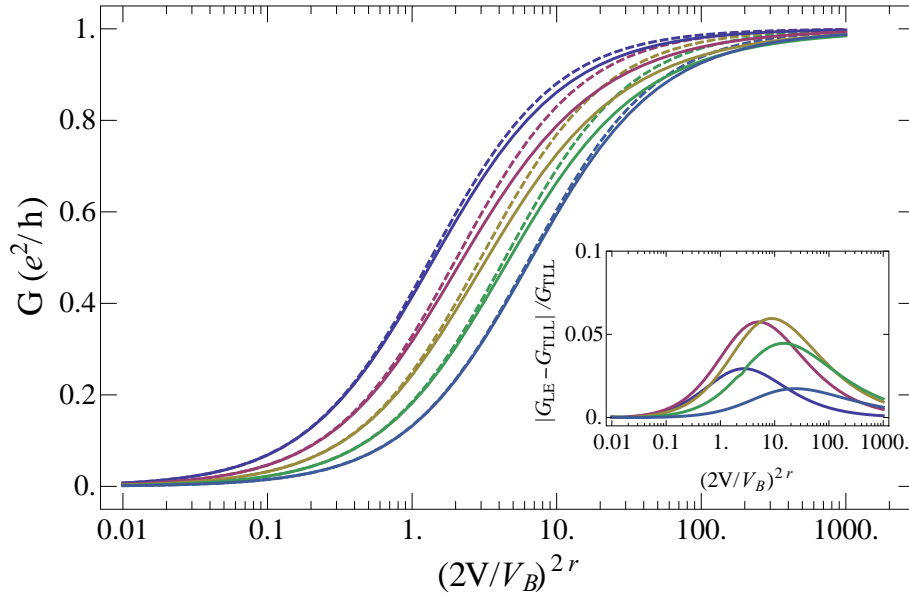


FIGURE 4.7 – **Comparaison de la loi d'échelle empirique avec les prédictions du TBA à température nulle pour $R \leq R_K$.** Lignes continues : courbe universelle de la conductance $G_K(V/V_B)$ prédite par le TBA à température nulle, équations (2.32) et (2.33), pour des interactions $K = 1/(1+r)$. De gauche à droite : $r = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$. Lignes en tirets : conductance $G(V/V_B)$ calculée à partir de la forme (4.5) de la loi d'échelle avec des résistances $R = rR_K$ et en prenant pour référence la conductance $G_K(V_{\text{ref}}/V_B)$ au point $(V_{\text{ref}}/V_B)^{2r} = 0.01$. Encart : écart relatif entre les prédictions du TBA et de la loi d'échelle.

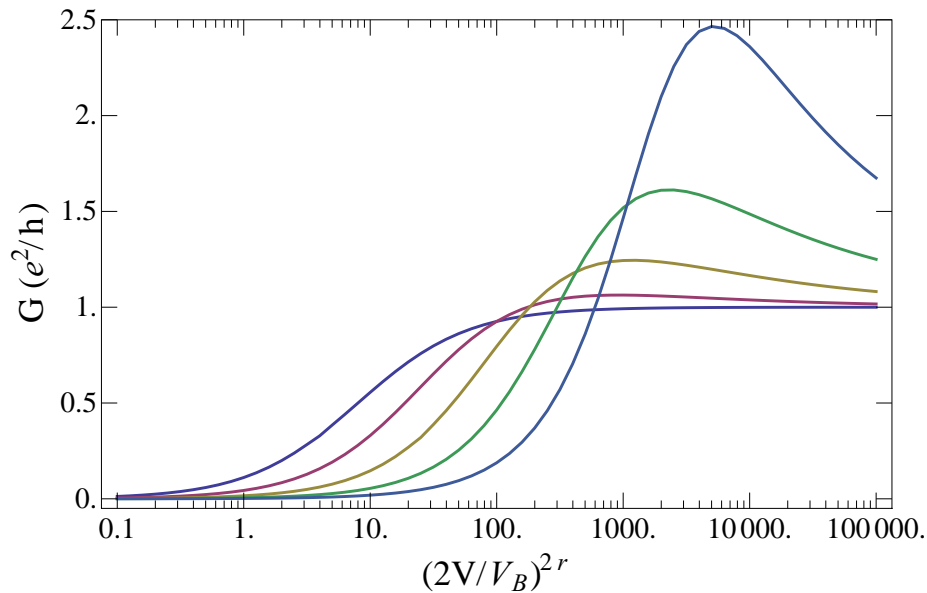


FIGURE 4.8 – **Prédictions du TBA à température nulle pour $R \geq R_K$.** La courbe universelle de la conductance $G_K(V/V_B)$ prédite par le TBA à température nulle, équations (2.32) et (2.33), est tracée pour des interactions $K = 1/(1+r)$, avec de gauche à droite : $r = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$.

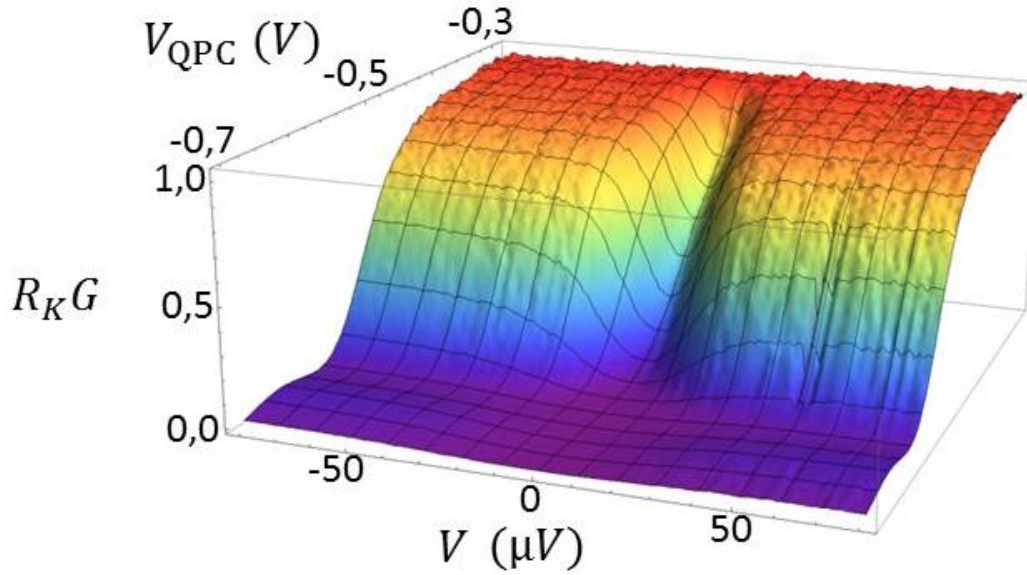


FIGURE 4.9 – **Dépendance en tension de la conductance du canal avec une résistance série $R = 80 \text{ k}\Omega$.** La conductance différentielle du QPC mesurée à la température $T = 20 \text{ mK}$ est tracée en fonction de la tension V appliquée à l'échantillon et de la tension V_{QPC} des grilles du QPC. Contrairement aux prédictions de l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger, lesquelles sont valables pour un environnement purement résistif, il n'apparaît aucun pic et la conductance reste toujours inférieure à e^2/h .

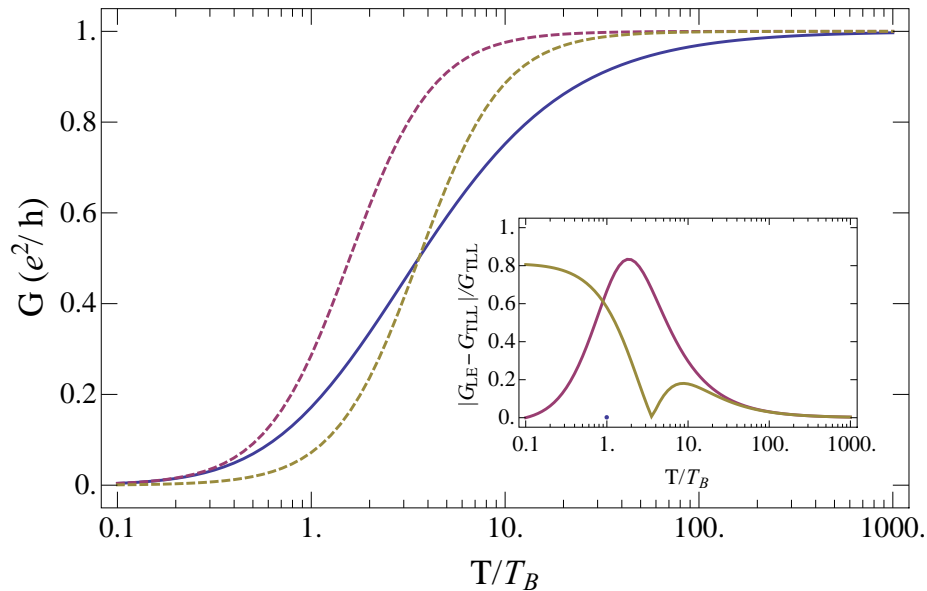


FIGURE 4.10 – **Comparaison de la loi d'échelle avec les prédictions du TBA à température finie et tension nulle pour $R = R_K$.** Ligne continue : conductance $G_{\frac{1}{2}}(T/T_B)$ prédite par le TBA, équation (4.6). Lignes en tirets : conductance $G(T/T_B)$ calculée à partir de la forme (4.7) de la loi d'échelle en prenant pour référence la conductance $G_{\frac{1}{2}}(T_{\text{ref}}/T_B)$ à la température $T_{\text{ref}} = 0.1T_B$ (magenta) et $T_{\text{ref}} = 3.6T_B$ (jaune). Encart : écart relatif entre les prédictions du TBA et de la loi d'échelle.

4.6 Analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger

Nous confrontons maintenant les prédictions de l'analogie TLL calculées avec le TBA, éq. (2.32) et (2.33), directement aux mesures expérimentales.

4.6.1 Contraintes imposées

Les données expérimentales pourront être comparées à ces prédictions si la tension V satisfait :

$$k_B T \ll eV \ll h/RC.$$

La première condition est facile à réaliser : $\frac{k_B}{e} \times 20 \text{ mK} \approx 1.7 \mu\text{V}$. La seconde nécessite une résistance inférieure à $R_K : \frac{h/R_K C}{e} \approx 70 \mu\text{V}$. On la détermine en comparant sur la figure 4.11 la conductance qu'aurait une jonction tunnel dans les conditions dans lesquelles les équations (2.32) et (2.33) sont valables, $C = 0$ et $T = 0$ (lignes en tirets), à celle qu'elle a dans les conditions expérimentales réelles, $C = 2.2 \text{ fF}$ et $T = 20 \text{ mK}$ (lignes continues). Nous choisissons de travailler avec une résistance série $R = R_K/4$, car elle correspond au meilleur compromis entre une large gamme de tension « exploitable » et une résistance suffisante pour explorer le régime non-perturbatif de fort blocage de Coulomb.

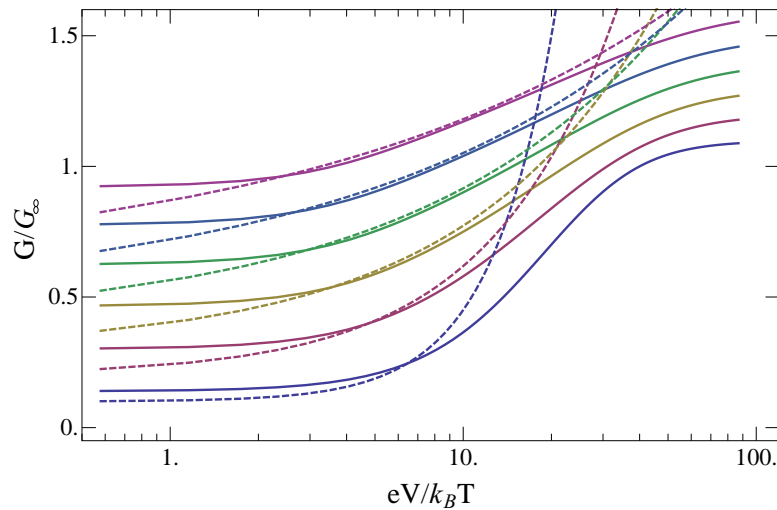


FIGURE 4.11 – **Influence de la coupure capacitive et de la température en régime tunnel.** Le rapport G/G_∞ de la conductance G d'une jonction tunnel par rapport à sa conductance intrinsèque G_∞ est calculé à partir de l'équation (2.11) pour des résistances $R = R_K/n$. De bas en haut : $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; pour plus de lisibilité, les courbes sont décalées verticalement. Les lignes continues sont calculées dans des conditions réelles : $C = 2.2 \text{ fF}$ et $T = 20 \text{ mK}$. Les lignes en tirets sont calculées dans les conditions dans lesquelles les équations (2.32) et (2.33) sont valables : $C = 0$ et $T = 0$.

4.6.2 Mise en évidence expérimentale directe

Le panneau de gauche de la figure 4.12 montre la dépendance en tension de la conductance différentielle d'un QPC placé en série avec une résistance série $R_K/4$. Elle est mesurée pour quatre valeurs différentes de la transmission intrinsèque du QPC : $\tau_\infty = \{0.25, 0.5, 0.67, 0.87\}$. Pour comparer ces mesures avec la conductance $G_{0.8}(V/V_B)$ prédite par le TBA au paramètre d'interaction $K = \frac{1}{1+1/4} = 0.8$, il faut déterminer les valeurs de V_B correspondant aux différents τ_∞ . Pour cela, on fait correspondre la conductance mesurée à une tension de référence $V_{\text{ref}} = \frac{9k_B T}{e} \approx 13 \mu\text{V}$, avec la conductance prédite par le TBA à cette même tension : $G_{0.8}(V_{\text{ref}}/V_B)$. On trouve ainsi $V_B = \{330, 40, 8, 0.6\} \mu\text{V}$.

Sur le panneau de droite de la figure 4.12, on trace en rouge la courbe universelle $G_{0.8}(V/V_B)$ calculée avec un paramètre d'interaction $K = \frac{1}{1+1/4} = 0.8$ et en symboles les quatre ensembles de données du panneau de gauche exprimés en fonction du rapport adimensionné V/V_B . On observe un très bon accord quantitatif sur tout l'intervalle de conductance $0 < G < e^2/h$ et sur quatre ordres de grandeur en V/V_B . Ceci constitue une démonstration expérimentale directe que le transport à travers un conducteur cohérent court mono-canal en présence d'un environnement dissipatif est analogue au transport dans un liquide de Tomonaga-Luttinger interrompu par une impureté locale.

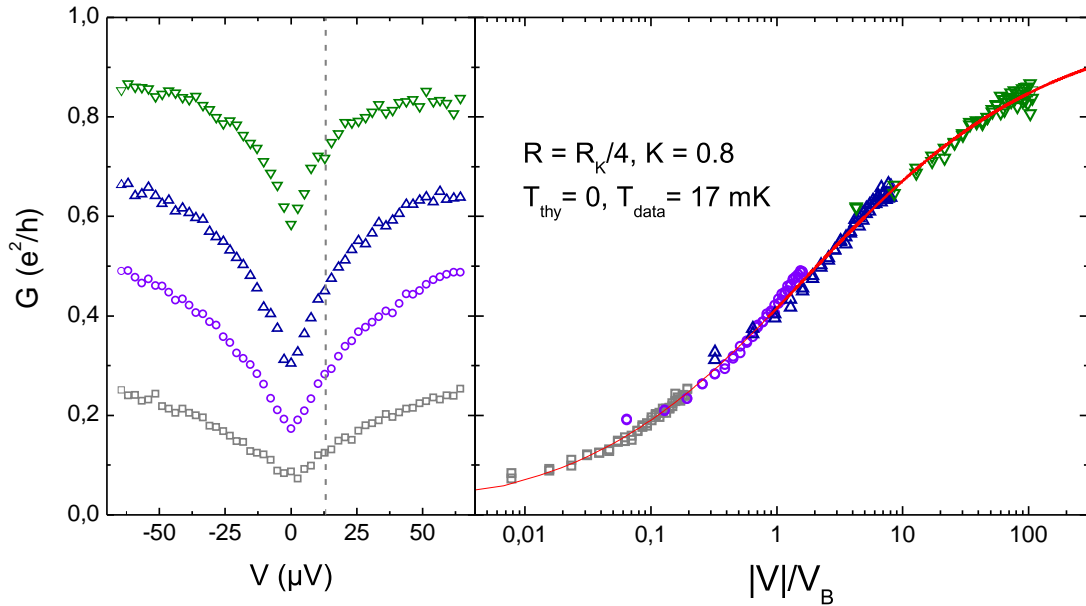


FIGURE 4.12 – **Test expérimental direct de l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger** à $R = R_K/4$. Panneau de gauche : conductance du QPC mesurée, à $T = 17 \text{ mK}$, en fonction de la tension V pour quatre valeurs différentes de sa transmission intrinsèque τ_∞ . Panneau de droite : les données du panneau de gauche sont retracées en fonction de V/V_B et confrontées à la courbe universelle $G_K(V/V_B)$ (ligne rouge) que prédit l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger. Cette dernière est calculée au moyen du TBA, équations (2.32) et (2.33), avec comme paramètre d'interaction : $K = \frac{1}{1+1/4} = 0.8$. Le paramètre V_B est déterminé pour chaque τ_∞ à partir du point de référence $V_{\text{ref}} = \frac{9k_B T}{e}$.

4.6.3 Correspondance entre les paramètres du canal et du liquide de Tomonaga-Luttinger

La relation non-universelle entre V_B et les paramètres G_∞ et K dépend du comportement haute-fréquence du système et n'est pas connue dans le cadre du TBA. En comparant la loi d'échelle et les prédictions de l'analogie dans une précédente section, nous nous sommes d'ailleurs limités à des énergies petites devant \hbar/RC où la conductance intrinsèque G_∞ – qui est aussi la conductance à haute énergie – n'apparaît pas. Ce faisant, nous n'avons pas testé l'observation empirique originale (4.1) dans toute sa généralité. Prenant le problème à l'envers, nous établissons maintenant une relation entre V_B , G_∞ et K en imposant que, dans la limite $T = 0$, $V \rightarrow 0$ (où $G_K(V/V_B)$ et la loi d'échelle sont rigoureusement identiques), la solution $G_K(V/V_B)$ vérifie l'observation empirique :

$$\frac{G_K(V/V_B) - G_\infty}{G_\infty} = (1 - R_K G_K(V/V_B)) g_t(Z_t = R, T = 0, V). \quad (4.8)$$

L'équation ci-dessus et la théorie des jonctions tunnels, $1 + g_t = \frac{e^{-2\gamma r}}{\Gamma(2r+1)} \left(\frac{eV}{\hbar/RC}\right)^{2r}$, impliquent que l'on doit avoir :

$$G_K(V/V_B) = \left(\frac{1}{G_\infty} - R_K\right)^{-1} \frac{e^{-2\gamma r}}{\Gamma(2r+1)} \left(\frac{eV}{\hbar/RC}\right)^{2r}.$$

En comparant avec l'expression donnée par le TBA, $G_K(V/V_B) = \frac{1}{R_K} \frac{f(r)}{\Gamma(2r+1)} \left(\frac{V}{V_B}\right)^{2r}$, on trouve alors la relation suivante :

$$eV_B = \frac{\hbar e^\gamma}{RC} \left[f(r) \left(\frac{1}{\tau_\infty} - 1 \right) \right]^{1/2r}, \quad (4.9)$$

où $f(r) = \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(r+1)\Gamma(2r+2)}{2\Gamma(3/2+r)} \left(\frac{\Gamma(1/2r)}{\sqrt{\pi}(1+r)\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{1}{2r})} \right)^{2r}$.

La figure 4.13 montre un excellent accord entre cette expression et les quatre couples (V_B, τ_∞) que nous avons déterminés expérimentalement avec la résistance $R = R_K/4$.

Il y a des limites dans lesquelles il n'est pas besoin de recourir au TBA. La référence [68] nous offre ainsi, dans le cas d'une résistance série $R = R_K$ et dans la limite $\tau_\infty \rightarrow 1$, une expression de la conductance à tension nulle et température finie qui s'exprime uniquement en fonction des paramètres du circuit :

$$G_{\text{Matveev}} = \frac{1}{2R_K} \left[1 - \frac{e^\gamma}{\pi^3} (1 - \tau_\infty) \frac{E_c}{k_B T} \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{e^\gamma}{\pi^3} (1 - \tau_\infty) \frac{E_c}{k_B T} \right) \right], \quad (4.10)$$

En comparant avec l'expression (4.6), on trouve : $eV_B = \frac{2e^\gamma}{\pi^2} E_c (1 - \tau_\infty)$. À nouveau, dans la situation où $R = R_K$ et $T = 0$, on observe des déviations entre les prédictions de l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger et notre observation empirique,

puisque l'équation (4.9) donne : $eV_B = \frac{e\gamma}{\pi} E_c \sqrt{\frac{1-\tau_\infty}{\tau_\infty}} \approx \frac{e\gamma}{\pi} E_c \sqrt{1-\tau_\infty}$.

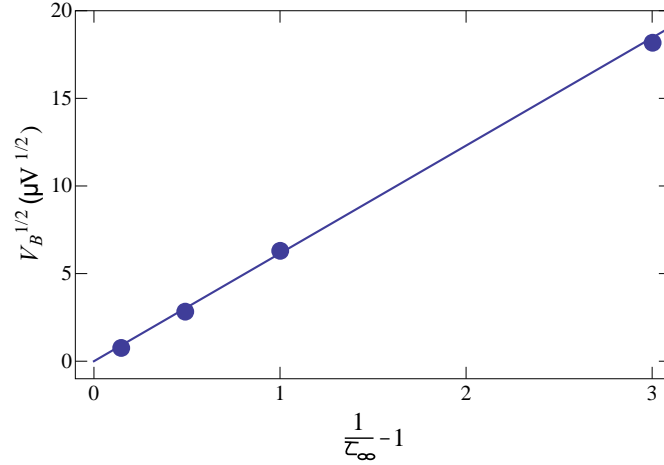


FIGURE 4.13 – **Relation entre le paramètre du TBA V_B et le paramètre physique τ_∞ .** Les quatre couples (V_B, τ_∞) déterminés expérimentalement avec la résistance $R = R_K/4$ sont tracés (symboles) sous la forme $V_B^{1/2}$ en fonction de $\frac{1}{\tau_\infty} - 1$ et comparés à l'expression (4.9) qui prédit pour cette résistance : $V_B^{1/2} \approx 6.15 \times (\frac{1}{\tau_\infty} - 1)$ (ligne continue).

4.7 Possibles artefacts expérimentaux

4.7.1 Dépendance en énergie intrinsèque des conductances des QPC

Les figures 4.14 et 4.15 ci-dessous montrent les dépendances en énergie des conductances intrinsèques G_∞ des QPC étudiés.

Sur la figure 4.4 où nous avons testé la loi d'échelle en fonction de la tension, seules avaient été gardées, pour les résistances séries $R_K/2$ et $R_K/3$, les données dont la conductance intrinsèque $G_\infty(V)$ est égale, à l'incertitude statistique près, à la conductance intrinsèque à tension nulle $G_\infty(V=0)$ (gros symboles sur le panneau de gauche de la figure 4.15). Remarquons que si beaucoup de points sont exclus dans certains cas, notamment quand $R_K G_\infty \approx 0.5$, les données conservées couvrent néanmoins l'essentiel de la réduction de la conductance (gros symboles sur le panneau de droite de la figure 4.15).

Pour améliorer la dépendance en énergie de G_∞ si elle est trop importante, principalement deux armes sont à notre disposition. La première est de jouer avec le champ magnétique pour se déplacer sur le plateau de Hall, voire changer de facteur de remplissage (les données présentées dans cette partie I étaient à $\nu = 3$ ou 4). La seconde est de polariser différemment les deux grilles du QPC. En pratique, on garde fixée la tension de la grille la plus proche du QPC-interrupteur (qu'on appellera V_c), et l'on varie l'autre pour changer G_∞ (qui correspond donc à V_{QPC}). On voit sur la figure 4.16

que le choix de V_c influe grandement sur la conductance $G_\infty(V_{\text{QPC}})$. L'interprétation est que cette tension agit sur la position des canaux de bord par rapport aux éventuelles impuretés à proximité du QPC.

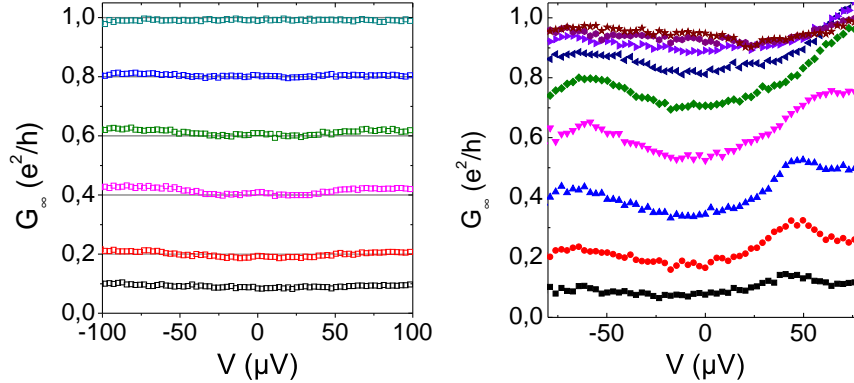


FIGURE 4.14 – QPC utilisés avec les résistances macroscopiques $R = 80 \text{ k}\Omega$ (à gauche) et $R = 25 \text{ k}\Omega$ (à droite). La conductance intrinsèque G_∞ est tracée en fonction de la tension V appliquée à l'échantillon. Les différentes courbes correspondent à différentes valeurs de la tension de grille V_{QPC} .

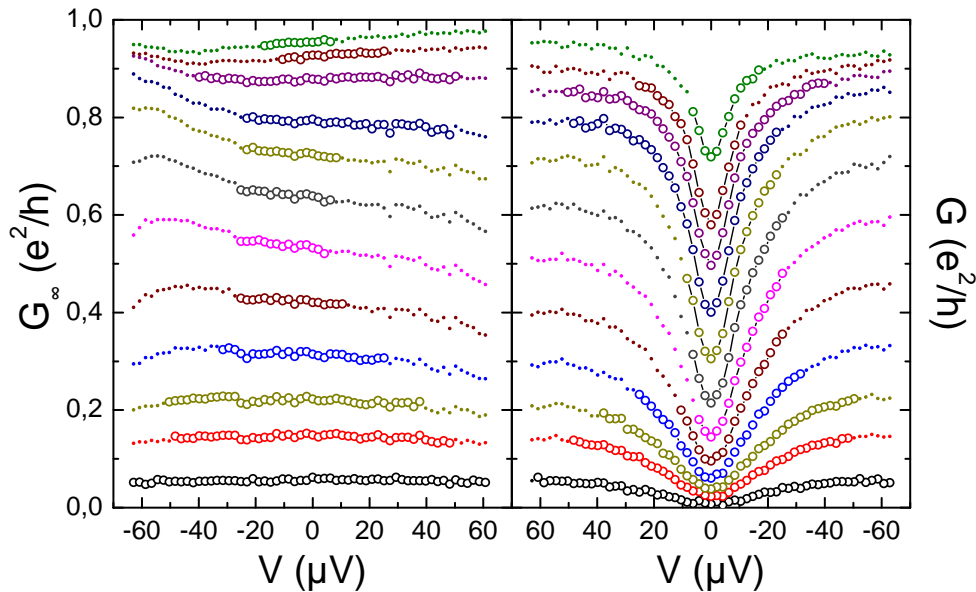


FIGURE 4.15 – QPC utilisé avec les résistances mésoscopiques $R_K/2$ et $R_K/3$. Le panneau de gauche montre la conductance intrinsèque G_∞ de ce QPC (le même a été utilisé pour ces deux résistances séries) mesurée en fonction de la tension V appliquée à l'échantillon. Les différentes courbes correspondent à différentes valeurs de la tension de grille V_{QPC} . Le panneau de droite montre la conductance G de ce même QPC lorsqu'il est en série de la résistance $R_K/2$, laquelle est réalisée en réglant sur son deuxième plateau le second QPC de l'échantillon. Noter que l'axe des tensions est inversé. Seuls les données en gros symboles sont montrées sur la figure 4.4; ce sont celles dont la conductance intrinsèque $G_\infty(V)$ est égale, à l'incertitude statistique près, à la conductance intrinsèque à tension nulle $G_\infty(V = 0)$. Les données montrées sur la figure 4.4 avec la résistance série $R_K/3$ ont été sélectionnées de la même manière.

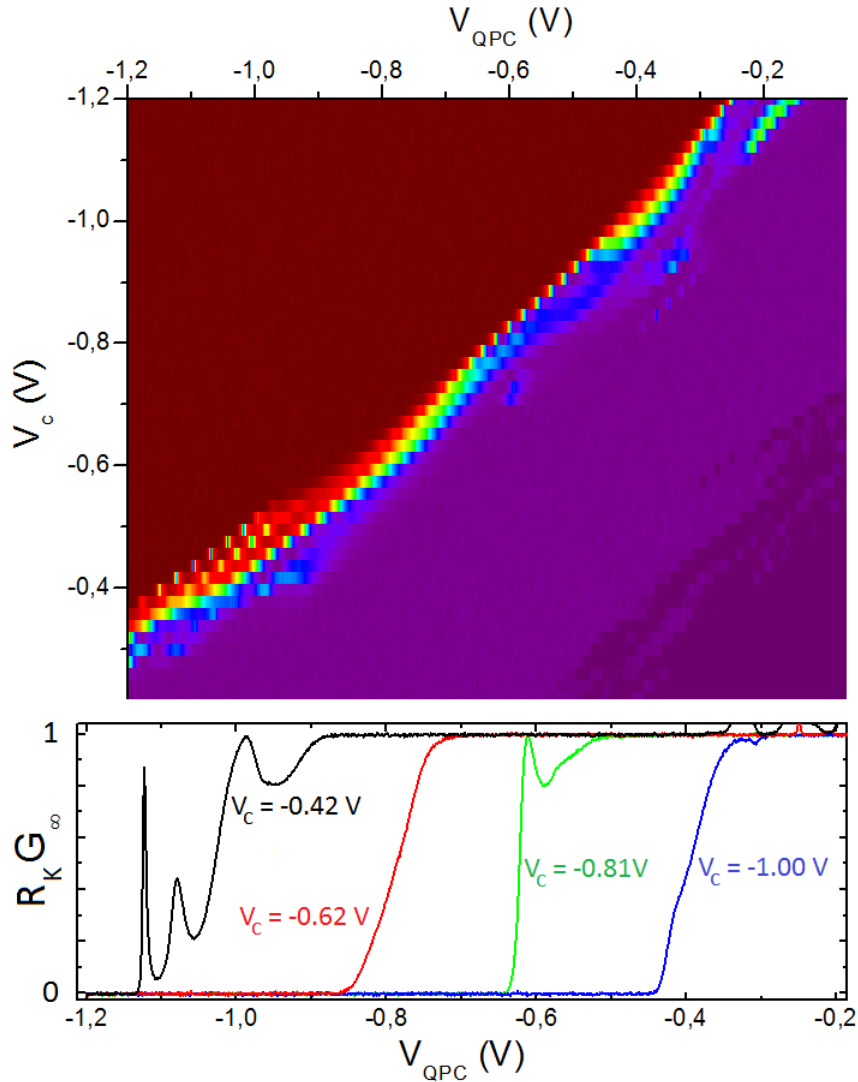


FIGURE 4.16 – **Amélioration du QPC avec des tensions de grille asymétriques.** Panneau du haut : conductance G_∞ du QPC en fonction de V_c et V_{QPC} ; la couleur rouge correspond à $G_\infty = 0$ et la couleur violette à $G_\infty = e^2/h$. Panneau du bas : conductance G_∞ du QPC en fonction de V_{QPC} pour de gauche à droite $V_c = -0.42, 0.62, 0.81, -1.0$ V. La valeur de V_c influe grandement sur la présence ou non de résonances dans la conductance du QPC. Ces données sont prises à température de base.

4.7.2 Chauffage du micro-contact ohmique

En testant expérimentalement la loi d'échelle (figure 4.4), nous appliquons une tension qui peut chauffer le micro-contact ohmique par effet Joule et fausser les résultats. Nous évaluons maintenant cet effet. Pour cela on adopte un modèle simplifié des échanges de chaleur prenant en compte les seuls degrés de liberté électroniques²

2. Ce faisant nous surestimons l'effet du chauffage, puisque les couplages à d'autres degrés de liberté froids (couplage électron-phonon ou électron-photon par exemple) ne pourraient qu'aller dans le sens d'une moindre élévation de la température du micro-contact ohmique.

et supposant que le courant de chaleur à travers le QPC en régime de blocage de Coulomb dynamique obéit à la loi de Wiedemann-Franz avec la conductance moyenne \bar{G} du QPC. Sous ces conditions, la puissance injectée par effet Joule dans le micro-contact ohmique est égale à la chaleur s'évacuant par le QPC et la résistance série :

$$\frac{\bar{G}(V - V_\Omega)^2}{2} + \frac{V^2}{4R} = \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_\Omega^2 - T^2) (R_K \bar{G} + R_K/R).$$

Cela donne pour la température T_Ω du micro-contact ohmique :

$$T_\Omega = \sqrt{T^2 + \frac{3e^2 V^2}{\pi^2 k_B^2} \frac{R\bar{G}}{(1 + R\bar{G})(1 + 2R\bar{G})}}.$$

On calcule³ alors la conductance du QPC avec la formule empirique (4.2) dans laquelle la fonction g_t est calculée en adaptant l'équation (2.11) pour prendre en compte le déséquilibre en température. Le résultat est visible sur la figure 4.17 (lignes en tirets) avec les résistances séries $R = 80 \text{ k}\Omega$ (en bas) et $R = R_K/2$ (en haut). Les lignes continues sont calculées sans prendre en compte le chauffage. L'effet du chauffage est très important pour la résistance de $80 \text{ k}\Omega$ mais faible pour $R_K/2$.

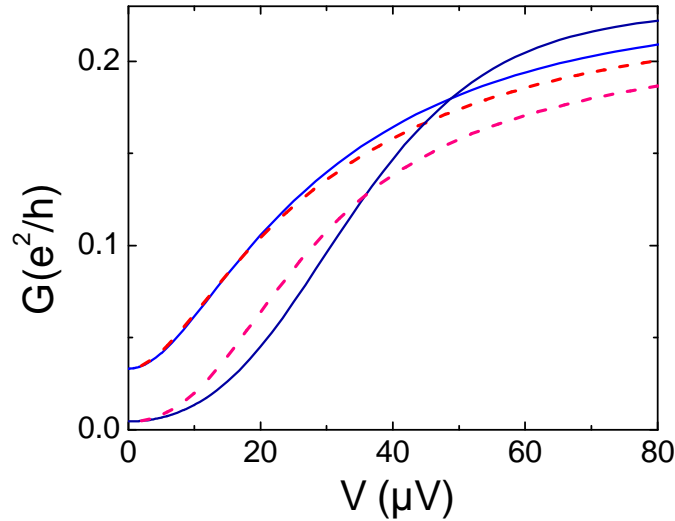


FIGURE 4.17 – **Effet du chauffage du micro-contact par effet Joule.** Lignes continues : conductance différentielle du canal calculée sans prendre en compte le chauffage. Lignes en tirets : conductance différentielle du canal calculée en prenant compte du chauffage (voir texte). Les calculs sont effectués avec $\tau_\infty = 0.23$, $C = 2 \text{ fF}$, $T = 25 \text{ mK}$ et $R = 80 \text{ k}\Omega$ (en bas) ou $R = R_K/2$ (en haut).

3. La température dépendant elle-même de la conductance, plusieurs itérations doivent être effectuées avant d'atteindre une solution stable.

Conclusion et perspectives

Nous avons mesuré la réduction, à basse énergie, de la conductance d'un canal de conduction placé en série d'une impédance, dont la partie dissipative est de l'ordre du quantum de résistance, pour toutes valeurs de la transmission intrinsèque du canal. Nous avons constaté empiriquement, sur un ordre de grandeur de la résistance série de 6 à 80 k Ω et pour des températures entre 16 et 100 mK, que la réduction relative de la conductance est, à notre résolution expérimentale, simplement proportionnelle à $(1 - R_K G)$, éq. (4.1). Cette observation implique une expression générale de la conductance du canal de conduction, éq. (4.2), qui peut être exprimée sous la forme d'une loi d'échelle universelle, éq. (4.3). Cette loi d'échelle est corroborée par les mesures expérimentales du groupe de Gleb Finkelstein sur un nanotube de carbone et est identique aux prédictions à température nulle de l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger dans les trois limites : $R \ll R_K$, $R = R_K$ et $V \rightarrow 0$. Pour des résistances intermédiaires, $0 < R < R_K$, il y a un bon accord quantitatif entre la loi d'échelle et l'analogie, en-deçà de notre résolution expérimentale. Plus directement, nous avons mesuré la dépendance en tension de la conductance d'un canal placé en série avec une résistance $R_K/4$ et démontré qu'elle concorde avec les prédictions de l'analogie sur quatre ordres de grandeur en V/V_B et quasiment tout l'intervalle de conductance entre 0 et $1/R_K$. Ceci constitue le premier test expérimental de la courbe universelle de la conductance d'une impureté locale dans un liquide de Tomonaga-Luttinger au-delà du régime tunnel.

De façon intéressante, des déviations qui pourraient permettre de discriminer entre les prédictions de l'analogie et celles de la loi d'échelle apparaissent en fonction de la tension avec des résistances $R > R_K$, et en fonction de la température avec $R = R_K$. Cependant, elle ne peuvent être testées par notre système expérimental à cause de la coupure capacitive qui a lieu à trop basse énergie pour ces résistances. Il serait donc intéressant de voir si les déviations en température persistent avec des résistances plus petites pour lesquelles la coupure capacitive n'est pas un problème.

À l'opposé, se concentrer sur le régime où la dépendance en fréquence de l'impédance $Z_t(\omega)$ est importante permettrait d'étudier l'effet peu connu d'une portée finie

des interactions dans le liquide de Tomonaga-Luttinger. La loi d'échelle qui semble valable dans ce régime suggèrerait une possible généralisation des résultats théoriques obtenus dans la limite où les interactions sont courtes-portées. Au-delà de la conductance électrique, l'étude du bruit de partition ou de la conductance thermique pourrait apporter de nouvelles informations. Un lien très étroit est d'ailleurs prédit entre la conductance électrique et le bruit de partition [45, 126]. Enfin, l'analogie avec les liquides de Tomonaga-Luttinger peut être étendue au cas où un liquide de Tomonaga-Luttinger interrompu par un QPC est lui-même placé en série avec une résistance [110]. L'effet de la résistance série est équivalent à une modification du paramètre d'interaction K_0 du liquide : $K_{\text{eff}} = \frac{1}{1/K_0 + R/R_K}$. Cette prédiction pourrait être testée directement avec notre système expérimental en allant dans le régime de l'effet Hall quantique fractionnaire.

Deuxième partie

QUANTIFICATION DE LA CHARGE
D'UN ÎLOT MÉTALLIQUE

Sommaire

6	Ilot isolé par des jonctions tunnels : le SET	85
6.1	Énergie électrostatique	85
6.2	Quasi-particules et couplage tunnel	86
6.3	1 ^{er} ordre : transfert de charge séquentiel	86
6.3.1	Diamants de Coulomb	87
6.3.2	Interprétation énergétique du transport	88
6.3.3	Oscillations de Coulomb	88
6.4	2 ^{ème} ordre : cotunneling	90
6.4.1	Hors-résonance	90
6.4.2	À la résonance	91
6.5	Jonctions tunnels de grande conductance	92
7	Ilot couplé par des contacts ponctuels quantiques	93
7.1	Analogie avec l'effet Kondo	93
7.1.1	Dans la limite $G_{L,R} \ll 1/R_K$	93
7.1.2	Vue d'ensemble	94
7.1.3	L'effet Kondo de charge est-il observable expérimentalement ?	96
7.2	Couplage fort	96
7.2.1	Sans le spin	96
7.2.2	Avec le spin	99
7.3	Forte asymétrie	100
7.3.1	Sans le spin	100
7.3.2	Avec le spin	101
7.4	Lien avec le blocage de Coulomb dynamique	101
8	Circuit étudié expérimentalement	103

9	Résultats expérimentaux	107
9.1	Diamants de Coulomb	107
9.2	Contraste des oscillations de Coulomb	108
9.2.1	Destruction de la quantification de la charge par un canal balistique	108
9.2.2	Persistance de la quantification avec N canaux partiellement transmis	110
9.2.3	Subsistance d'effets à un électron quand la charge n'est plus discrétisée	110
9.2.4	Comparaison avec les prédictions théoriques	112
9.2.5	Dépendance en température	114
9.3	Oscillations complètes dans les limites de couplage fort et de forte asymétrie	116
9.4	Conductance au maximum et au minimum des oscillations de Coulomb – Indications d'un effet Kondo de charge	117
9.4.1	Contacts ponctuels quantiques symétriques	117
9.4.2	Contacts ponctuels quantiques asymétriques	118
10	Informations complémentaires	123
10.1	Influence capacitive SW-QPC	123
10.1.1	Détermination de la compensation	123
10.1.2	Dépendance en V_{sw}	125
10.1.3	Robustesse aux conditions de mesure	125
10.1.4	Stabilité dans le temps	127
10.1.5	Test indépendant de la compensation	127
10.2	Température électronique	127
10.3	Blocage de Coulomb dynamique en régime tunnel	128
10.4	Dépendance en énergie intrinsèque des QPC	128
11	Conclusion et perspectives	131

Introduction

Dans cette partie nous étudions comment la charge d'un îlot métallique, qui est une variable discrète proportionnelle au nombre d'électrons qui la compose quand l'îlot est isolé du monde extérieur, est progressivement rendue continue par les fluctuations quantiques lorsqu'il est couplé à un circuit. Pour cela, nous avons étudié le circuit de la figure 5.1 où un îlot métallique de taille micrométrique est électriquement connecté à une source de tension par deux conducteurs cohérents. Ce circuit est très bien connu quand les conducteurs cohérents sont des jonctions tunnels : il s'agit du transistor à un électron (SET). La charge de l'îlot est alors discrétisée car les fonctions d'onde électronique sont bloquées par les jonctions tunnels et localisées dans l'îlot. Ici, nous remplaçons les jonctions tunnels par des contacts ponctuels quantiques (QPC), qui permettent de contrôler précisément le couplage entre l'îlot métallique et le circuit. Lorsque les couplages augmentent, il est prédit que les fluctuations quantiques écrantent la charge de l'îlot et détruisent sa quantification. Des observations expérimentales contradictoires ont pourtant été faites et il n'existe aucune vérification expérimentale quantitative des prédictions théoriques.

Nous commencerons par rappeler certaines caractéristiques importantes du transfert de charge dans un SET, puis nous présenterons les propositions théoriques allant au-delà des jonctions tunnels, notamment une analogie existant avec l'effet Kondo à basse température. Nous décrirons ensuite le circuit que nous avons réalisé et étudié expérimentalement, qui s'affranchit de nombre d'inconvénients qu'avaient les échantillons précédemment étudiés par d'autres groupes. Enfin, les résultats expérimentaux obtenus pendant ce travail de thèse seront exposés. En plus de la destruction de la quantification de la charge que nous caractériserons finement dans la limite quasi-ballistique, nous montrerons les premiers signes de l'existence, à basse température, d'un effet Kondo de charge dans le circuit.

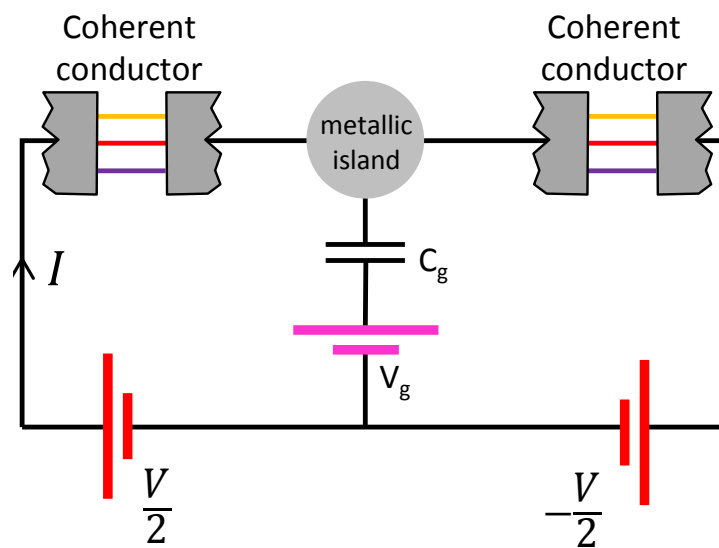


FIGURE 5.1 – **Quantification de la charge d'un îlot métallique.** Un petit îlot métallique est enclos par deux conducteurs cohérents et capacitivement couplé à une grille. Ce dispositif est très bien connu quand les conducteurs cohérents sont des jonctions tunnels : il s'agit du transistor à un électron (SET). L'îlot est alors quasiment isolé du circuit et sa charge est discrétisée en unité de e . Nous nous intéressons dans cette partie au devenir de ce dispositif lorsque le couplage entre l'îlot et le circuit devient fort. Pour cela, nous utilisons comme conducteurs cohérents deux contacts ponctuels quantiques (QPC).

Ilot isolé par des jonctions tunnels : le SET

Dans ce chapitre, nous rappelons les caractéristiques principales du transfert de charge dans un SET [8] (figure 5.1), puis nous préfigurerons l'effet d'un couplage fort entre l'îlot et le circuit en considérant des jonctions tunnels de grande conductance ($G_{L,R} \gtrsim 1/R_K$).

6.1 Énergie électrostatique

Dans un SET, l'environnement électromagnétique des quasi-particules est purement électrostatique. Son énergie comporte l'énergie stockée dans le champ électrique des différents condensateurs et le travail effectué par les sources de tension. À la suite d'un évènement tunnel, les charges relaxent quasi-instantanément dans la microstructure vers l'état d'équilibre. L'énergie électrostatique dépend donc uniquement du nombre n d'électrons dans l'îlot et du nombre p d'électrons transférés par les sources de tension. On montre qu'elle a l'expression suivante :

$$E(n, p) = E_c \left(n - \frac{(C_L - C_R)V}{2e} - \frac{C_g V_g}{e} \right)^2 + p \frac{eV}{2}, \quad (6.1)$$

où $C_{L(R)}$ est la capacité associée¹ à la jonction $L(R)$, C_g est la capacité entre la grille latérale et l'îlot, C_Σ est la capacité totale de l'îlot vers la masse AC et $E_c = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$ est l'énergie de charge. On remarquera que le travail effectué par la source de tension V_g est équivalent à l'ajout d'une charge effective $-en_g = C_g V_g$ sur l'îlot.

La probabilité d'un évènement tunnel dépendra de la différence d'énergie électrostatique avant et après cet évènement. Partant de la situation où n électrons sont sur l'îlot, on obtient l'expression suivante pour faire entrer ($n \rightarrow n+1$) ou sortir ($n \rightarrow n-1$)

1. On décompose conceptuellement un conducteur cohérent comme un pur conducteur de quasi-particules en parallèle avec un condensateur modélisant l'influence capacitive entre les charges accumulées de part et d'autre du conducteur cohérent ; voir la figure 2.1B.

de l'îlot un électron par la jonction R :

$$\Delta E_{n \rightarrow n \pm 1}^{(R)} = E(n \pm 1, p \mp 1) - E(n, p) = E_c [1 \pm 2(n - n_g)] \mp \frac{C_\Sigma + C_L - C_R}{2C_\Sigma} eV.$$

Quant à la jonction L , on obtient :

$$\Delta E_{n \rightarrow n \pm 1}^{(L)} = E(n \pm 1, p \pm 1) - E(n, p) = E_c [1 \pm 2(n - n_g)] \pm \frac{C_\Sigma + C_R - C_L}{2C_\Sigma} eV.$$

À partir de ces équations, on peut obtenir une identité, qui sera utile par la suite, montrant que transférer une charge e par les deux jonctions libère une énergie eV :

$$\Delta E_{n \rightarrow n+1}^{(R)} + \Delta E_{n+1 \rightarrow n}^{(L)} = -eV \quad (6.2)$$

6.2 Quasi-particules et couplage tunnel

Les degrés de liberté quasi-particulaires sont décrits de la même manière qu'à la section 2.2 :

$$H = H_L + H_R + H_I + H_L^{(t)} + H_R^{(t)},$$

où $H_\alpha = \sum_k \epsilon_{\alpha k} c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha k}$ décrit les quasi-particules du réservoir $\alpha = \{L, R, I\}$ et $H_\beta^{(t)}$ décrit le couplage tunnel entre le réservoir $\beta = \{L, R\}$ et le réservoir I :

$$\begin{aligned} H_L^{(t)} &= \lambda_L \sum_{k, k'} \left(T_{--} c_{Lk}^\dagger c_{Ik'} + T_{++} c_{Ik}^\dagger c_{Lk'} \right); \\ H_R^{(t)} &= \lambda_R \sum_{k, k'} \left(T_{-+} c_{Rk}^\dagger c_{Ik'} + T_{+-} c_{Ik}^\dagger c_{Rk'} \right); \end{aligned}$$

où l'opérateur T modifie l'état électrostatique : $T_{rr'} |n, p\rangle = |n + r, p + r'\rangle$.

6.3 1^{er} ordre : transfert de charge séquentiel

Au premier ordre en $H_L^{(t)} + H_R^{(t)}$, un événement tunnel consiste simplement à transférer un électron à travers une jonction. Avec la règle d'or de Fermi (2.10), on trouve l'expression suivante du taux de transition :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{G_{L,R}}{e^2} \int d\epsilon d\epsilon' f(\epsilon) [1 - f(\epsilon')] \delta(\epsilon' + \Delta E - \epsilon); \\ &= \frac{G_{L,R}}{e^2} \frac{\Delta E}{e^{\beta \Delta E} - 1}; \end{aligned} \quad (6.3)$$

où $G_{L,R}$ est la conductance intrinsèque de la jonction tunnel, c.-à-d. lorsqu'elle est directement connectée à une source de tension ou à haute température.

6.3.1 Diamants de Coulomb

L'expression (6.3) du taux de transition montre qu'à température nulle un événement tunnel ne pourra se produire que si $\Delta E < 0$. Dans le plan (n_g, V) , les points tels que $\Delta E_{n \rightarrow n+r}^{(\alpha)} = 0$, où $\alpha = \{L, R\}$ et $r = \pm 1$, forment quatre droites qui sont tracées sur la figure 6.1. Dans le parallélogramme au centre – qui est appelé *diamant de Coulomb* – aucun électron ne peut entrer ou sortir de l'îlot, que ce soit par l'une ou l'autre des jonctions : le nombre n d'électrons est donc gelé et la conductance différentielle du circuit, $G = \partial I / \partial V$, est nulle (au premier ordre). En dehors du diamant, le nombre d'électrons peut en revanche varier et la conductance est non-nulle. Mesurer ce diamant est un bon moyen de déterminer les différents paramètres du circuit, notamment l'énergie de charge E_c .

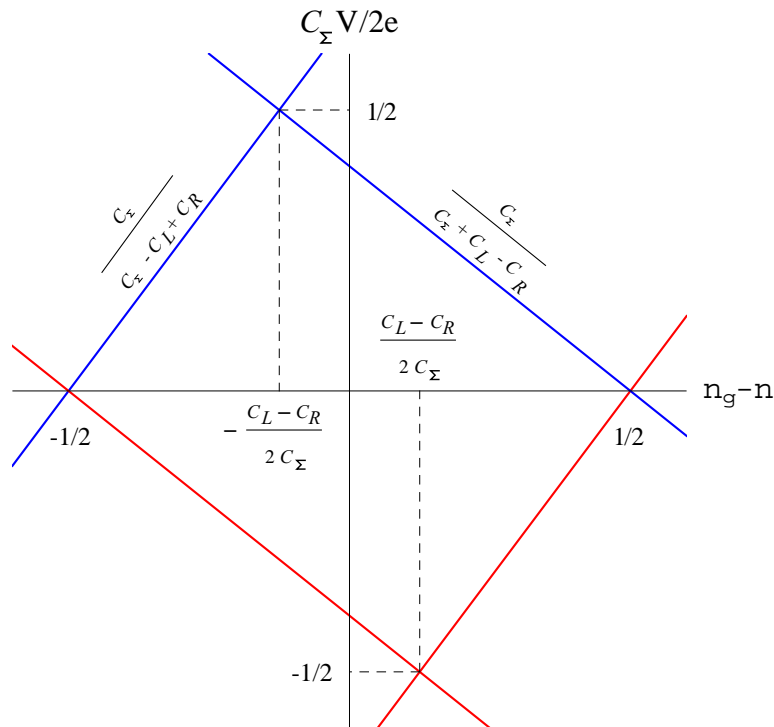


FIGURE 6.1 – **Diamant de Coulomb.** Cette figure montre, dans le plan (n_g, V) , les quatre droites d'équation $\Delta E_{n \rightarrow n+\epsilon}^{(\alpha)} = 0$ (on a supposé que $C_L \geq C_R$). Les droites (dé)croissantes correspondent à la jonction $\alpha = L(R)$. Les bords gauche (droit) du parallélogramme correspondent à la transition $r = -1(+1)$. À l'intérieur du parallélogramme, on a $\Delta E > 0$ pour les quatre transitions. Le nombre d'électrons de l'îlot est donc gelé à n et, au premier ordre, aucun courant ne parcourt le circuit à température nulle.

6.3.2 Interprétation énergétique du transport

En dehors du diamant, plusieurs états de charge contribuent au courant circulant dans le circuit. On peut en donner une interprétation simple en utilisant l'équation (6.2) pour réexprimer les taux de transition (6.3) de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\Gamma_{n+1 \rightarrow n}^{(L)} &= \frac{G_L}{e^2} \int d\epsilon f(\epsilon - eV) \left[1 - f\left(\epsilon + \Delta E_{n \rightarrow n+1}^{(R)}\right) \right]; \\ \Gamma_{n \rightarrow n+1}^{(R)} &= \frac{G_R}{e^2} \int d\epsilon [1 - f(\epsilon)] f\left(\epsilon + \Delta E_{n \rightarrow n+1}^{(R)}\right).\end{aligned}$$

Cela permet de représenter le SET selon le diagramme énergétique de la figure 6.2A, où l'état de charge avec n électrons sur l'îlot est caractérisé par le niveau d'énergie électrostatique $-\Delta E_{n \rightarrow n+1}^{(R)}$. À température nulle, les niveaux ayant une énergie dans l'intervalle $[0, eV]$ peuvent être séquentiellement remplis par une jonction, puis vidés par l'autre. Ce processus stochastique permet à un courant électrique stationnaire de circuler dans le SET. Il s'écrit $I = e \sum_n p_n \left(\Gamma_{n \rightarrow n-1}^{(L)} - \Gamma_{n \rightarrow n+1}^{(L)} \right)$, où les probabilités p_n qu'il y ait n électrons sur l'îlot obéissent au bilan détaillé :

$$p_n \left(\Gamma_{n \rightarrow n+1}^{(L)} + \Gamma_{n \rightarrow n+1}^{(R)} \right) = p_{n+1} \left(\Gamma_{n+1 \rightarrow n}^{(L)} + \Gamma_{n+1 \rightarrow n}^{(R)} \right)$$

La structure en niveaux électrostatiques de la figure 6.2A est la conséquence directe de la quantification de la charge de l'îlot. Elle est révélée dans les propriétés de transport en mesurant la conductance différentielle $G = \partial I / \partial V$ du SET en fonction des tensions V et V_g :

— en augmentant la tension V , la fonction de Fermi du réservoir L rattrape les uns après les autres les niveaux électrostatiques $n - 1, n - 2$, etc., lesquels offrent des possibilités supplémentaires pour faire circuler le courant. Ce dernier a alors, sous certaines conditions, l'aspect d'un escalier, appelé *escalier de Coulomb*.

— en balayant la tension V_g , les niveaux électrostatiques sont tous décalés en bloc. On s'attend donc à ce que les propriétés de transport oscillent périodiquement avec V_g selon une période e/C_g (soit une période 1 en n_g) : les *oscillations de Coulomb*.

6.3.3 Oscillations de Coulomb

Expérimentalement, nous mesurerons les oscillations de Coulomb de la conductance à tension nulle, $V = 0$. Cette dernière est en effet plus simple à calculer théoriquement (c'est une propriété d'équilibre) et moins sensible aux artefacts expérimentaux comme le chauffage par effet Joule ou la dépendance en énergie des conductances intrinsèques des QPC. Faire varier n_g fait osciller périodiquement le système entre les deux situations « extrêmes » de la figure 6.2B. Quand n_g prend des valeurs entières, il y a un gap d'énergie E_c et le transport est bloqué aux températures $k_B T \ll E_c$ (c'est aussi là que

l'on est le plus éloigné des bords du diamant de Coulomb). Mais quand n_g prend des valeurs demi-entières, ce gap est supprimé (on est alors à l'extrémité du diamant, où les états de charge $n = n_g - 1/2$ et $n = n_g + 1/2$ sont dégénérés) et la conductance est non-nulle. Entre ces deux situations, la conductance est progressivement activée thermiquement au fur et à mesure que la température augmente et que le gap diminue (les bords haut et bas du diamant se rapprochent). Si la température est suffisamment basse pour que seuls deux états de charge n et $n + 1$ contribuent au transport, on trouve l'expression suivante de la conductance à tension nulle :

$$G = \frac{G_\infty}{2} \frac{\frac{2E_c}{k_B T} \left(\frac{1}{2} + n - n_g\right)}{\sinh \left[\frac{2E_c}{k_B T} \left(\frac{1}{2} + n - n_g\right) \right]} \quad (6.4)$$

Elle présente des pics étroits de hauteur $G_\infty/2$, où $G_\infty = \frac{G_L G_R}{G_L + G_R}$ est la conductance intrinsèque du circuit (courbes du bas de la figure 6.3). À plus haute température, il faut prendre en compte les autres états de charge ; on trouve que les oscillations de Coulomb disparaissent et la conductance tend vers G_∞ (courbes du haut). On remarquera que la disparition des oscillations de Coulomb quand $k_B T \gg E_c$ ne signifie pas que la charge de l'îlot n'est plus discrétisée. L'îlot peut passer d'un état de charge à un autre grâce aux fluctuations thermiques, mais, à un instant donné, la charge de l'îlot reste bien définie et égale à un nombre entier d'électrons.

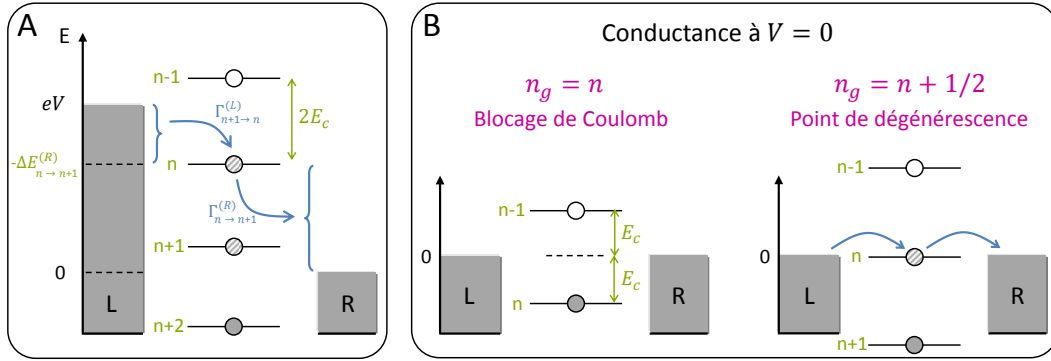


FIGURE 6.2 – **Transfert de charge séquentiel dans le SET.** (A) Les fonctions de Fermi des réservoirs L et R sont représentées en gris à température nulle et les états de charge de l'îlot sont caractérisés par les niveaux d'énergies électrostatiques $-\Delta E_{n \rightarrow n+1}^{(R)}$. Le taux de la transition $n + 1 \rightarrow n$ ($n \rightarrow n + 1$) transférant un électron par la jonction α est proportionnel au nombre d'états occupés (vides) du réservoir α au-dessus (au-dessous) du niveau n . Seuls les niveaux électrostatiques situés entre les potentiels électrochimiques des réservoirs L et R participeront donc au courant. Ici, il s'agit des niveaux n et $n + 1$; les niveaux $\geq n + 2$ sont toujours occupés (c.-à-d. que le nombre d'électrons sur l'îlot sera toujours $\leq n + 2$) ; et les niveaux $\leq n - 1$ sont toujours vides (c.-à-d. que le nombre d'électrons sur l'îlot sera toujours $> n - 1$). (B) À tension nulle, il y a un gap entre les niveaux électrostatiques et l'énergie de Fermi. Lorsque $n_g = n$, ce gap est maximal et vaut E_c : la conductance est nulle aux basses températures $k_B T \ll E_c$. En variant n_g , les niveaux sont décalés en bloc et le gap diminue jusqu'à devenir nul en $n_g = n \pm 1/2$: la conductance est non-nulle.

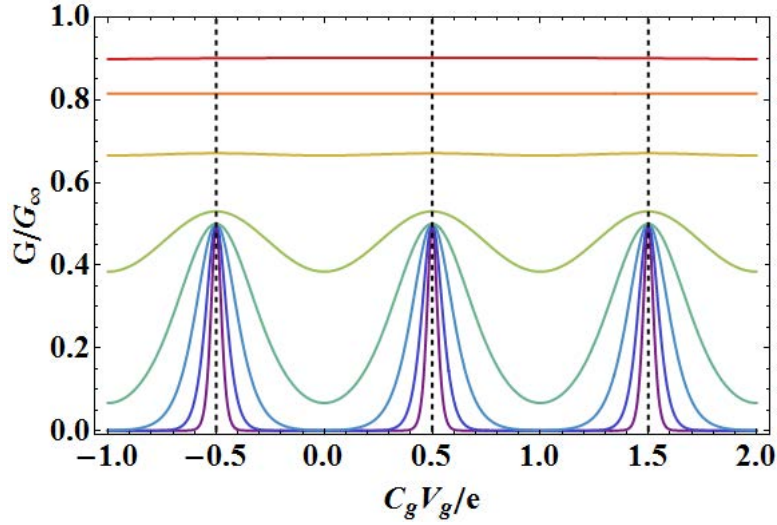


FIGURE 6.3 – **Oscillations de Coulomb du SET.** La conductance différentielle, $G = \partial I / \partial V$, du SET est tracée à tension nulle, $V = 0$, en fonction de la charge effective n_g pour différentes températures. Aux températures $k_B T \ll E_c$ (courbes du bas), la conductance présente d'étroits pics périodiques de hauteur $G_\infty/2$; ils sont centrés sur les valeurs demi-entières $n_g = n + 1/2$, où les états de charge n et $n + 1$ sont dégénérés : $E(n, p) = E(n + 1, p)$. Entre deux pics, la conductance est nulle car le nombre d'électrons dans l'îlot est gelé par l'énergie de charge E_c . Ce comportement reflète directement la quantification de la charge de l'îlot. Aux températures $k_B T \gtrsim E_c$ (courbes du haut), le transport est activé thermiquement quelle que soit n_g et la conductance tend vers G_∞ quand $k_B T \gg E_c$.

6.4 2^{ème} ordre : cotunneling

6.4.1 Hors-résonance

Aux valeurs entières de n_g , l'équation (6.4) montre que la conductance à tension nulle est exponentiellement supprimée à très basse température. Le processus au deuxième ordre en $H_L^{(t)} + H_R^{(t)}$ prend alors le relais. Ce processus contourne l'interdit du gap en énergie en transférant une charge e directement du réservoir L au réservoir R par l'intermédiaire d'un état virtuel (figure 6.4). Il est appelé *cotunneling inélastique* car deux électrons sont transférés simultanément et car il laisse une excitation particule-trou dans l'îlot². Si ce processus est possible, c'est que, d'après l'équation (6.2), l'énergie électrostatique a diminué après le transfert des deux électrons.

D'après les prédictions théoriques [127–129] et les observations expérimentales [130],

2. Le cotunneling est dit élastique si le même électron est transféré par les deux jonctions. Ce processus est dominant quand l'écart δ entre les niveaux d'énergie des quasi-particules dans l'îlot n'est plus négligeable. Typiquement, le taux de transition élastique est relié au taux de transition inélastique selon $\Gamma_{el} \approx \Gamma_{inel} \times \frac{\delta}{E_c}$. Γ_{el} est donc totalement négligeable dans un îlot métallique.

la conductance à tension nulle s'écrit :

$$G = \frac{R_K}{6} G_L G_R \left(\frac{k_B T}{\Delta} \right)^2, \quad (6.5)$$

où $\Delta = E_c(1 + 2(n - n_g))$ (Δ varie entre E_c quand $n_g = n$ et 0 quand $n_g = n + 1/2$). Ce résultat est valable dans la limite $k_B T \ll \Delta$; le cotunneling domine alors sur le transfert de charge séquentiel car il décroît seulement en T^2 .

6.4.2 À la résonance

Aux valeurs demi-entières de n_g , même si le transfert de charge séquentiel n'est pas supprimé à basse température, le cotunneling peut tout de même être une contribution importante. Le calcul aboutissant à l'équation (6.5) ci-dessus diverge à température finie et il faut recourir à des techniques avancées [131]. En accord avec l'expérience [132], il est prédit que la conductance est réduite à des valeurs inférieures à $G_\infty/2$ à basse température.

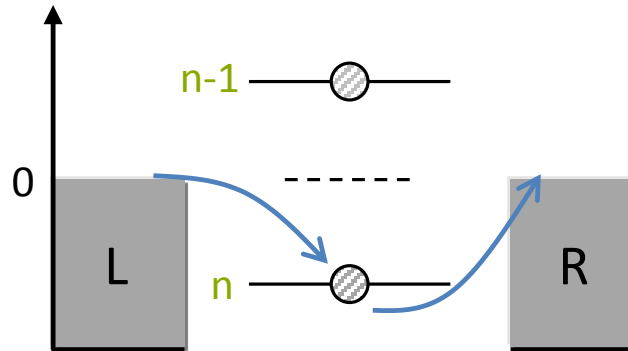


FIGURE 6.4 – **Cotunneling dans le SET.** Aux valeurs entières de n_g , le transfert de charge séquentiel est exponentiellement supprimé à très basse température par le gap E_c . La mécanique quantique permet toutefois de transférer de la charge directement du réservoir L au réservoir R en passant par un état virtuel : on passe de l'état n à l'état $n + 1$ en transférant un électron par la jonction R , puis simultanément on retourne à l'état n en transférant un autre électron par la jonction L . L'état virtuel intermédiaire avec $n + 1$ électrons est interdit car $\Delta E_{n \rightarrow n+1}^{(R)} > 0$, mais le transfert des deux électrons est autorisé car l'énergie électrostatique a baissé après le transfert du second électron : $\Delta E_{n \rightarrow n+1}^{(R)} + \Delta E_{n+1 \rightarrow n}^{(L)} = -eV < 0$. Noter qu'un second processus – non représenté sur la figure – est possible : passer de l'état n à $n - 1$ en transférant un électron par la jonction L , puis simultanément retourner à l'état n en transférant un autre électron par la jonction R .

6.5 Jonctions tunnels de grande conductance

Un premier moyen d'augmenter le couplage entre l'îlot et le circuit consiste à multiplier le nombre de canaux dans la jonction tunnel en agrandissant sa taille. Chaque canal réalise un couplage faible, mais l'ensemble réalise un couplage fort ($G_{L,R} \gtrsim 1/R_K$). Il est alors prédit [133, 134] que les fluctuations quantiques de la charge de l'îlot détruisent progressivement sa quantification. Cela se traduit sur la forme des oscillations de Coulomb : les pics sont élargis, le maximum de la conductance tend vers zéro en $1/\log(T)$ à basse température, et l'énergie de charge est effectivement réduite. La théorie n'est pas quantitative car interviennent des paramètres renormalisés dont le lien avec les paramètres réels n'est pas connu, mais elle a pu être confirmée expérimentalement à un niveau qualitatif [132].

Ilot couplé par des contacts ponctuels quantiques

Nous considérons maintenant le cas où l'îlot métallique est connecté à deux contacts ponctuels quantiques (figure 5.1). Nous commençons pour cela par mentionner une analogie entre le hamiltonien tunnel du chapitre précédent et le modèle Kondo, laquelle permet notamment d'estimer qualitativement le comportement du circuit pour toutes valeurs des conductances G_L et G_R des canaux des QPC. Nous étudierons ensuite certaines limites dans lesquelles les oscillations de Coulomb peuvent être calculées quantitativement.

7.1 Analogie avec l'effet Kondo

7.1.1 Dans la limite $G_{L,R} \ll 1/R_K$

Aux énergies $eV, k_B T \ll E_c$ où seuls deux états de charge n et $n+1$ peuvent être atteints par les processus réels et virtuels, il a été observé dans les références [135, 136] que le hamiltonien tunnel du chapitre précédent est identique au hamiltonien du modèle Kondo anisotrope [137] :

$$H_{\text{Kondo}} = \sum_{k,s,m} \epsilon_k a_{ksm}^\dagger a_{ksm} + B_K S^z + \sum_{k,s,k',s',m} J_m (\sigma_{ss'}^+ S^- + \sigma_{ss'}^- S^+) a_{ksm}^\dagger a_{k's'm},$$

où l'opérateur a_{ksn}^\dagger crée un électron d'énergie ϵ_k et de spin $s = \uparrow, \downarrow$ dans la $n^{\text{ième}}$ bande de conduction, et les matrices $S^{z,\pm}$ agissent sur le spin de l'impureté Kondo¹. Dans cette analogie, les états « up » et « down » du spin de l'impureté Kondo correspondent aux états de charge n et $n+1$, les états $s = \uparrow$ et \downarrow du spin d'un électron de conduction correspondent, respectivement, à la position de l'électron à l'intérieur et à l'extérieur de l'îlot, le champ magnétique $B_K = E_c [1 + 2(n - n_g)]$, et J_m correspond au couplage λ d'un canal m .

1. S^\pm est une combinaison linéaire des matrices de Pauli : $S^\pm = S^x \pm S^y$. Idem pour σ^\pm .

Physiquement, cette analogie signifie que, de la même manière que le spin des électrons de conduction écrante le spin de l'impureté Kondo, les paires particule-trou virtuelles créées de part et d'autre des jonctions écrantent la charge de l'îlot. La charge de l'îlot est d'ailleurs directement reliée au spin de l'impureté Kondo selon la relation suivante : $\langle Q \rangle = e \left(\frac{1}{2} - \langle S^z \rangle \right)$.

Une conséquence importante de cette analogie est que le nombre de canaux connectés à l'îlot est déterminant [138]. Avec deux QPC en effet Hall quantique, où la dégénérescence de spin est levée, on arrive à un effet Kondo à $N = 2$ canaux ; à champ nul, $N = 4$; et avec deux jonctions tunnels métalliques, $N \gg 1$. Or le nombre de canaux est crucial pour l'effet Kondo. Le comportement d'un QPC de transmission $G_{L,R} \ll 1/R_K$ peut donc être très différent de celui d'une jonction tunnel de même conductance. Par exemple, il est bien connu que dans le modèle Kondo à $N = 2$ canaux (QPC sans spin), les constantes de couplage ne cessent de croître en diminuant la température si $B_K = 0$. Le maximum des oscillations de Coulomb du QPC doit donc, à très basse température, remonter jusqu'à $e^2/2h$.

On se donne un aperçu du comportement du circuit avec l'expression suivante de la renormalisation des conductances des QPC à basse énergie :

$$G_{L,R}^{\text{Kondo}}(T) = \frac{G_{L,R}}{\cos^2 \left(\sqrt{R_K G_{L,R}} \xi / \pi \right)}, \quad \text{avec } \xi = \log \frac{E_c}{\max(k_B T, \Delta)}, \quad (7.1)$$

qui est valable tant que $G^{\text{Kondo}} \ll e^2/h$. La conductance du circuit se déduit en remplaçant $G_{L,R}$ par sa valeur renormalisée $G_{L,R}^{\text{Kondo}}(T)$ dans les expressions (6.4) et (6.5) du transfert de charge séquentiel et du cotunneling. Hors résonance ($\Delta \neq 0$), la conductance diminue donc toujours en T^2 aux températures $k_B T \ll \Delta$. À la résonance ($\Delta = 0$), en revanche, on trouve que la conductance croît au fur et à mesure que la température diminue, jusqu'à diverger en $T_K = \frac{E_c}{k_B} \exp \left(\frac{-\pi^2}{2\sqrt{R_K G_{L,R}}} \right)$. Cette divergence signifie que l'expression ci-dessus n'est valable qu'aux températures $T \gg T_K$ et que $G_{L,R} \approx e^2/h$ aux températures $T \lesssim T_K$.

7.1.2 Vue d'ensemble

Le fait que la conductance à la résonance remonte à des valeurs $\approx e^2/h$ même en partant de QPC dont les conductances intrinsèques sont très inférieures à e^2/h suggère une certaine universalité des caractéristiques de la solution (7.1). En s'appuyant dessus et avec des arguments de « scaling », Furusaki et Matveev [68] ont dressé une vue d'ensemble qualitative du comportement du circuit (figure 7.1).

Hors résonance, que la dégénérescence de spin soit levée ou non dans le QPC, le couplage faible est le seul point fixe stable et la diminution en T^2 de la conductance est universelle.

À la résonance, il faut distinguer plusieurs cas :

- si les QPC sont asymétriques ($G_L \neq G_R$), alors l'asymétrie – qui est une perturbation pertinente au sens du groupe de renormalisation – ne va cesser de croître jusqu'à ce que la plus grande des deux conductances tende vers e^2/h et la plus petite vers zéro ;

- dans le cas symétrique et avec la dégénérescence de spin levée, le couplage faible est un point fixe instable tandis que le couplage fort est stable : les deux canaux verront leur conductance converger vers e^2/h ;

- dans le cas symétrique et avec des états de spin dégénérés, ni le couplage fort, ni le couplage faible ne sont des points fixes stables et les conductances convergeront vers une valeur intermédiaire $\lesssim e^2/h$.

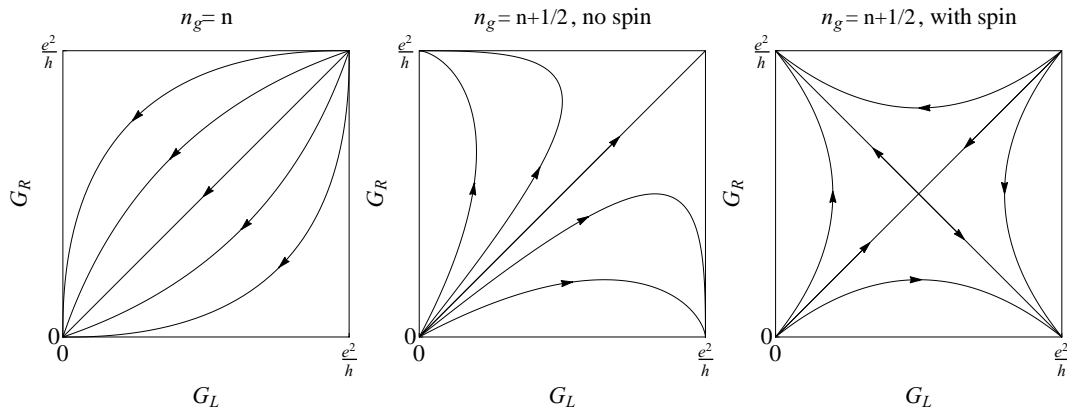


FIGURE 7.1 – **Diagramme de flot des conductances G_L et G_R des canaux des QPC.** Les flèches montrent l'évolution de G_L et G_R lorsque l'énergie décroît. À gauche (hors résonance, avec ou sans spin), toutes les configurations évoluent vers le couplage faible. Au milieu (à la résonance, sans spin), les configurations symétriques évoluent vers le couplage fort et les configurations asymétriques évoluent vers une asymétrie de plus en plus forte. À droite (à la résonance, avec spin), les configurations symétriques évoluent vers un couplage intermédiaire d'ordre e^2/h et les configurations asymétriques évoluent vers une asymétrie de plus en plus forte. On remarquera que, G_L et G_R désignant les conductances des canaux, en présence du spin où il y a deux canaux identiques dans chaque QPC, la conductance d'un QPC est égale à $2 \times G_{L,R}$.

La remontée à e^2/h de la conductance dans le cas symétrique et en l'absence de spin est confortée par deux autres résultats. Premièrement, il a été montré [67] que le hamiltonien (7.2) que nous verrons plus loin (il décrit le circuit au voisinage du point fixe de couplage fort), est identique (en posant $V = 0$ et $|r_L| = |r_R|$) au hamiltonien de l'effet Kondo à deux canaux dans la limite de Toulouse [139]. Deuxièmement, des calculs numériques montrent que la capacité de l'îlot – qui correspond à la susceptibilité magnétique du spin de l'impureté Kondo – diverge logarithmiquement à basse température, quelle que soit la valeur de $G_{L,R}$ [140, 141]. Il existe donc à la fois une analogie formelle avec l'effet Kondo aux deux « extrémités » que sont les points fixes de couplage fort et de couplage faible et de forts indices numériques entre les deux.

Mentionnons pour finir que la température Kondo est bien approximée par T_K quelles que soient les conductances $G_{L,R}$, d'après les calculs numériques de la référence [140].

7.1.3 L'effet Kondo de charge est-il observable expérimentalement ?

Pour estimer si la remontée de la conductance que Furusaki et Matveev prédisent lorsque $G_L = G_R$ est mesurable, on utilise la solution (7.1) qui nous donne l'échelle T_K de cette remontée dans le régime de couplage faible. Avec $R_K G_{L,R} = 0.1$, on trouve : $T_K \approx 1.7 \times 10^{-7} E_c / k_B \approx 50$ nK ($E_c \approx 300$ mK dans notre système expérimental). Aucune chance donc de voir la remontée avec un couplage faible. Si on se permet d'utiliser cette solution dans le régime de couplage fort, $R_K G_{L,R} = 0.9$, pour estimer qualitativement la mesurabilité de l'effet, on trouve $T_K \approx 1.7$ mK. Cette température n'est pas totalement négligeable comparée à celle d'un réfrigérateur à dilution entre 10 et 20 mK ; cependant, l'amplitude de la remontée est naturellement limitée par le fait que la conductance de départ est déjà proche de e^2/h . Les conductances intermédiaires, $R_K G_{L,R} \approx 0.5$, devraient donc être plus propices. On trouve : $T_K = 0.3$ mK. Cette température est très faible, mais la lente dépendance logarithmique donne : $G_{L,R}^{\text{Kondo}}(30 \text{ mK}) = 0.66 e^2/h$ et $G_{L,R}^{\text{Kondo}}(10 \text{ mK}) = 0.96 e^2/h$. La différence entre ces deux conductances est très clairement mesurable ; on s'attend bien sûr à ce que la remontée réelle soit plus faible, mais elle resterait mesurable même si elle était inférieure d'un ordre de grandeur ; nos résultats expérimentaux montreront que c'est le cas.

7.2 Couplage fort

Ayant une vision globale et qualitative du comportement du circuit, nous l'étudions maintenant quantitativement au voisinage du point fixe de couplage fort – et au voisinage du point fixe de forte asymétrie dans la prochaine section² – en suivant les références [68] et [69]. Les expériences que nous avons menées concernent le cas où la dégénérescence de spin est levée, mais ici nous évoquons aussi les résultats théoriques obtenus quand les états de spin sont dégénérés, à titre informatif et pour souligner l'importance du nombre de canaux.

7.2.1 Sans le spin

Pour étudier la conductance au voisinage du point fixe de couplage fort où les deux QPC sont quasi-balistiques, on utilise la technique de la bosonisation présentée à la

2. Il n'y a pas de résultat pour la conductance au voisinage du point fixe intermédiaire qui apparaît lorsque les conductances sont symétriques et les états de spin dégénérés.

section 2.4.1. Le hamiltonien du canal $\alpha = \{L, R\}$ s'écrit :

$$H_\alpha = H_{K,\alpha} + H_{B,\alpha},$$

avec :

$$\begin{aligned} H_{K,\alpha} &= \frac{\hbar v_F}{2\pi} \int dx [(\pi \Pi_\alpha(x))^2 + (\nabla \phi_\alpha(x))^2]; \\ H_{B,\alpha} &= \hbar v_F \frac{|r_\alpha|}{\pi D} \cos[2\phi_\alpha(0)]. \end{aligned}$$

$H_{K,\alpha}$ et $H_{B,\alpha}$ sont, respectivement, l'énergie cinétique et la faible barrière d'énergie potentielle³. L'énergie électrostatique, équation (6.1), s'exprime de la manière suivante en fonction des champs bosonisés⁴ :

$$H_{\text{el}} = \frac{E_c}{\pi^2} [\phi_R(0) - \phi_L(0) - \pi n_g]^2 - \frac{1}{\pi} [\phi_L(0) + \phi_R(0)] \frac{eV}{2}.$$

On effectue maintenant la transformation canonique suivante :

$$\phi_{I,c} = \frac{\phi_R \pm \phi_L}{\sqrt{2}}, \quad \Pi_{I,c} = \frac{\Pi_R \pm \Pi_L}{\sqrt{2}}.$$

Les champs ϕ_c et ϕ_I correspondent, respectivement, à la charge de l'îlot et à la charge transférée à travers le circuit. L'intérêt de ces nouvelles variables est qu'elles ne sont pas couplées par l'énergie électrostatique :

$$H_{\text{el}} = \frac{E_c}{\pi^2} [\sqrt{2}\phi_c(0) - \pi n_g]^2 - \frac{eV}{\sqrt{2}\pi} \phi_I(0).$$

Elles laissent de plus l'énergie cinétique, $H_{K,L} + H_{K,R}$, invariante. En revanche, elles sont couplées de manière complexe au niveau des deux barrières :

$$\begin{aligned} H_{B,L} + H_{B,R} &= \frac{\hbar v_F}{\pi D} (|r_L| + |r_R|) \cos[\sqrt{2}\phi_I(0)] \cos[\sqrt{2}\phi_c(0)] \\ &+ \frac{\hbar v_F}{\pi D} (|r_L| - |r_R|) \sin[\sqrt{2}\phi_I(0)] \sin[\sqrt{2}\phi_c(0)]. \end{aligned}$$

Néanmoins, dans la limite où $|r_\alpha| \rightarrow 0$ et $k_B T \ll E_c$, la dynamique du mode de charge

3. Dans la limite d'une faible rétro-diffusion, la transformée de Fourier $V_\alpha(2k_F)$ du potentiel de la barrière est reliée à l'amplitude de rétro-diffusion r_α selon la formule : $V_\alpha(2k_F) = \hbar v_F |r_\alpha|$. Quant à r_α , elle est reliée par définition à la conductance intrinsèque du canal selon la formule : $G_\alpha = (1 - |r_\alpha|^2) e^2/h$ en l'absence du spin et $G_\alpha = 2 \times (1 - |r_\alpha|^2) e^2/h$ en présence du spin.

4. On suppose pour simplifier que $C_L = C_R$.

ϕ_c est dominée par H_{el} et l'on peut le moyenner. On a :

$$\begin{aligned} \left\langle \cos \left[\sqrt{2}\phi_c(0) \right] \right\rangle &= e^{-\langle \phi_c(0)^2 \rangle + \langle \phi_c(0) \rangle^2} \cos \left[\sqrt{2}\langle \phi_c(0) \rangle \right] \\ &= \sqrt{\frac{2De^\gamma E_c}{\pi \hbar v_F}} \cos(\pi n_g). \end{aligned}$$

La charge de l'îlot est en moyenne fixée à n_g et ses fluctuations quantiques vont renormaliser l'amplitude de la barrière. On obtient pour le hamiltonien complet :

$$\begin{aligned} H &= \frac{\hbar v_F}{2\pi} \int dx \left[\frac{1}{2}(\pi\Pi(x))^2 + \frac{1}{1/2}(\nabla\phi(x))^2 \right] \\ &+ \sqrt{\frac{e^\gamma E_c \hbar v_F}{2\pi^3 D}} \left[r e^{2i\phi(0)} + r^* e^{-2i\phi(0)} \right] \\ &- \frac{\phi(0)}{\pi} eV, \end{aligned} \quad (7.2)$$

où l'on a effectué la transformation canonique $\phi = \phi_I/\sqrt{2}$, $\Pi = \sqrt{2}\Pi_I$ et introduit le paramètre $r = |r_L|e^{-i\pi n_g} + |r_R|e^{i\pi n_g}$.

Ce hamiltonien est précisément celui d'une impureté locale dans un liquide de Tomonaga-Luttinger décrit par des interactions $K = 1/2$. Nous avons mentionné à la section 2.4.2 qu'il peut être résolu exactement grâce à la technique de la refermionisation. La conductance différentielle du circuit à tension nulle et température finie prend la forme suivante :

$$G = \frac{e^2}{2h} \left[1 - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{4k_B T} \frac{1}{\cosh^2(E/2k_B T)} \frac{\Gamma_0^2(n_g)}{E^2 + \Gamma_0^2(n_g)} \right], \quad (7.3)$$

où $\Gamma_0(n_g) = \frac{2e^\gamma E_c}{\pi^2} [|r_L|^2 + |r_R|^2 + 2|r_L||r_R|\cos(2\pi n_g)]$, et $\gamma = 0.5772\dots$ est la constante d'Euler. Le dernier terme de cette fonction est responsable des oscillations de Coulomb ; il est nul dès qu'un canal est balistique ($r_L = 0$ ou $r_R = 0$), signe que la charge de l'îlot n'est plus une variable discrète, mais une variable continue.

Dans la limite $k_B T \gg \Gamma_0$, l'équation (7.3) ci-dessus se réduit à :

$$G = \frac{e^2}{2h} \left(1 - \frac{\pi\Gamma_0(n_g)}{4k_B T} \right). \quad (7.4)$$

Les oscillations de Coulomb sont des sinusoides dont l'amplitude décroît avec la température.

Dans la limite $k_B T \ll \Gamma_0$, l'équation (7.3) devient :

$$G = \frac{\pi^2 e^2}{6h} \left(\frac{k_B T}{\Gamma_0(n_g)} \right)^2.$$

On retrouve la diminution en T^2 du cotunneling. On remarquera que le régime $k_B T \ll$

Γ_0 n'est jamais atteint à la résonance ($n_g = 1/2$) si les barrières sont symétriques ($|r_L| = |r_R|$), car $\Gamma_0 = 0$. Dans ce cas particulier, la conductance est de plus indépendante de la température et égale à $e^2/2h$, signe que le point fixe est stable.

La figure 7.2 montre l'évolution avec la température des oscillations de Coulomb quand les barrières sont symétriques (en haut) et asymétriques (en bas).

7.2.2 Avec le spin

Si les deux états de spin sont dégénérés, la conductance du circuit est telle que :

$$G = \frac{e^2}{h} \left[1 - \frac{2\Gamma(3/4)}{\Gamma(1/4)} \sqrt{\frac{\gamma E_c}{\pi k_B T}} (|r_L|^2 + |r_R|^2) \right],$$

où Γ est la fonction gamma d'Euler. Contrairement au cas précédent, la conductance diminue tout le temps avec la température, signe que le point fixe est instable.

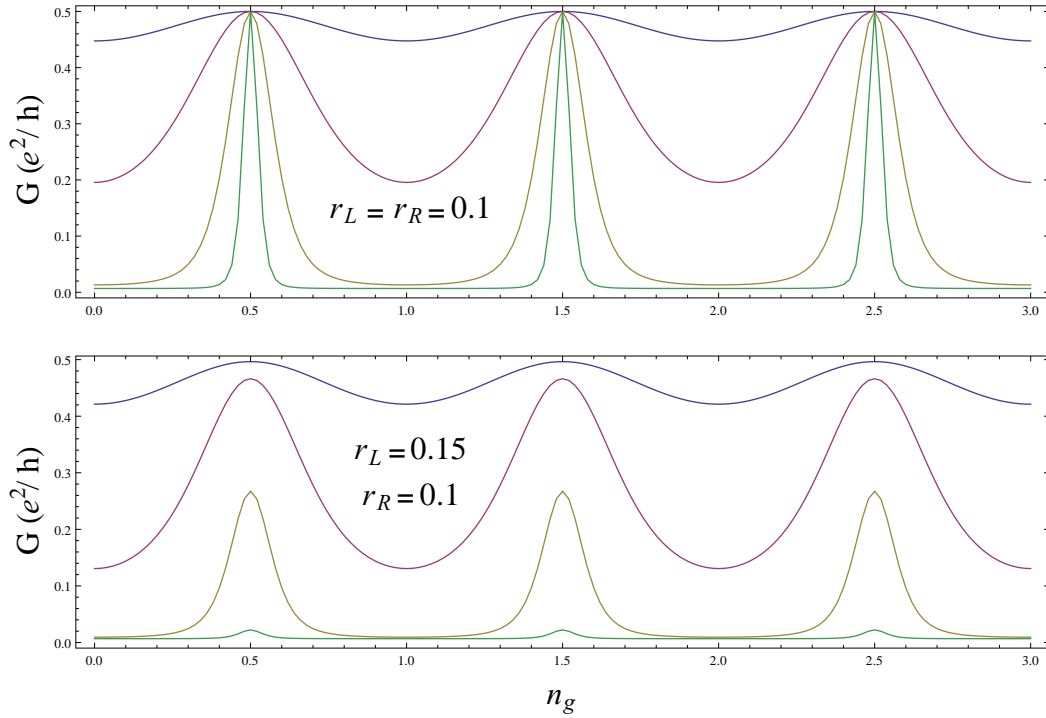


FIGURE 7.2 – Oscillations de Coulomb avec deux canaux quasi-balistiques et à basse température $k_B T \ll E_c$. La conductance différentielle à tension nulle, éq. (7.3), est tracée en fonction de n_g avec de haut en bas : $k_B T/E_c = \{0.1, 0.01, 0.001, 0.0001\}$. Sur le graphique du haut, les deux canaux sont symétriques ($|r_L| = |r_R| = 0.1$) et la conductance décroît en T^2 , sauf à la résonance où elle reste égale à $e^2/2h$. Sur le graphique du bas, les canaux sont asymétriques ($|r_L| = 0.15$ et $|r_R| = 0.1$) et la conductance décroît partout en T^2 .

7.3 Forte asymétrie

7.3.1 Sans le spin

Au voisinage du point fixe de forte asymétrie, un canal est très faiblement transmis, $R_K G_L \ll 1$, et l'autre quasi-balistique, $R_K G_R \rightarrow 1$. Pour étudier ce point fixe, on décrit le canal L par un hamiltonien tunnel et l'on utilise la bosonisation pour le canal R . Le courant s'obtient en calculant le taux de probabilité d'un évènement tunnel dans le canal L au moyen de la règle d'or de Fermi. Le canal R intervient alors en modifiant la densité d'états de l'îlot. Le résultat du calcul est :

$$G = G_L \frac{2\pi^4}{3e^{2\gamma}} \left(\frac{k_B T}{E_c} \right)^2 \left[1 - 2e^\gamma \xi |r_R| \cos(2\pi n_g) \right], \quad (7.5)$$

où $\xi \approx 1.59$ est un facteur numérique. Il est intéressant de comparer cette expression de la conductance à celle de la charge de l'îlot [67] :

$$\langle Q \rangle = en_g - \frac{e^\gamma}{\pi} e |r_R| \sin(2\pi n_g).$$

Si le canal R est balistique, $|r_R| = 0$, la charge est simplement proportionnelle à n_g et la conductance n'oscille pas. Autrement, la charge et la conductance sont des fonctions sinusoïdales de n_g ; les oscillations de la charge sont indépendantes de la température tandis que celles de la conductance décroissent en T^2 . La présence d'un canal balistique connecté à l'îlot détruit donc complètement la quantification de la charge et cela se traduit par la disparition des oscillations de Coulomb. Expérimentalement, nous utiliserons le contraste des oscillations de Coulomb pour caractériser la nature de la charge de l'îlot. Dans le régime de forte asymétrie, les expressions ci-dessus montrent un lien de proportionnalité direct :

$$\frac{G_{\max} - G_{\min}}{G_{\max} + G_{\min}} = \pi \xi \frac{\delta Q_{\max} - \delta Q_{\min}}{e},$$

où $\delta Q \equiv \langle Q \rangle - en_g$. Dans le régime tunnel, on trouve, aux températures $k_B T \ll E_c$, que le contraste de la conductance vaut un dans la limite séquentielle, éq. (6.4), et est légèrement inférieur à un en prenant en compte le cotunneling, éq. (6.5) ; la charge est en effet parfaitement discrétisée dans le premier cas et les processus virtuels du second marquent le début de l'écrantage de la charge de l'îlot.

7.3.2 Avec le spin

Si les deux états de spin sont dégénérés, la conductance du circuit devient :

$$G = \frac{G_L k_B T}{4e^\gamma E_c} \int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{\Gamma_R}{E^2 + \Gamma_R^2} \frac{\pi^2 + (E/k_B T)^2}{\cosh^2(E/2k_B T)},$$

où $\Gamma_R = \frac{8e^\gamma}{\pi^2} E_c |r_R|^2 \cos^2(\pi n_g)$.

Dans la limite $k_B T \gg \Gamma_R$, l'équation ci-dessus se réduit à :

$$G = G_L \frac{\pi^3}{4e^\gamma} \frac{k_B T}{E_c}.$$

La conductance décroît linéairement avec la température.

Dans la limite $k_B T \ll \Gamma_R$, elle devient :

$$G = G_L \frac{4\pi^2}{3e^\gamma} \frac{T^2}{E_c \Gamma_R}.$$

On retrouve la diminution en T^2 du cotunneling. On remarquera que ce régime n'est jamais atteint à la résonance où $\Gamma_R = 0$.

7.4 Lien avec le blocage de Coulomb dynamique

Lorsque l'un des canaux connectés à l'îlot est balistique, la quantification de la charge de l'îlot est détruite et ce canal est équivalent⁵ à une résistance R_K . On est alors dans le régime du blocage de Coulomb dynamique. Si de plus seuls deux canaux sont connectés à l'îlot, la situation correspond exactement à celle étudiée dans la partie I : un conducteur mono-canal en série d'une impédance R_K (l'équation (7.3) avec $r_R = 0$ avait d'ailleurs été comparée aux résultats expérimentaux à la section 4.6.3). En revanche, si plusieurs canaux non-balistiques sont connectés à l'îlot, alors on est face à un blocage de Coulomb dynamique plus complexe où il y a une interaction réciproque entre les canaux non-balistiques. À cet effet, nous mentionnons les résultats de la référence [66], dans laquelle est étudié un îlot connecté à un grand nombre de canaux dont les conductances $G_n \in [0, 1/R_K]$ sont telles que $\sum_n G_n \gg 1/R_K$. Les auteurs trouvent que les conductances des canaux sont renormalisées aux basses énergies $E \ll h/R_\infty C$, où $R_\infty = 1/\sum_n G_n$, de la manière suivante :

$$\frac{dG_n}{d \log E} = \frac{2G_n(1 - R_K G_n)}{R_K \sum_n G_n}.$$

5. Voir la note bas de page 8.

Cette équation est remarquablement similaire à l'équation (2.16) décrivant la renormalisation à basse énergie de la conductance d'un canal de conduction unique placé en série avec une résistance R . La résistance série est simplement remplacée par l'inverse de la conductance totale des canaux : $(\sum_n G_n(E))^{-1}$. La différence principale entre ces deux équations est que, contrairement à la résistance R , la conductance totale des canaux est elle-même renormalisée à basse énergie.

Circuit étudié expérimentalement

Le circuit que nous avons étudié (figure 8.1) est constitué : d'un îlot métallique ; de deux contacts ponctuels quantiques, QPC_L et QPC_R , qui le connectent électriquement à une source de tension ; d'une grille métallique capacitivement couplée à l'îlot et qui est portée à une tension V_g ; et de deux interrupteurs in situ qui permettent de déterminer les conductances intrinsèques, G_L et G_R , des QPC en les connectant directement aux sources de tension.

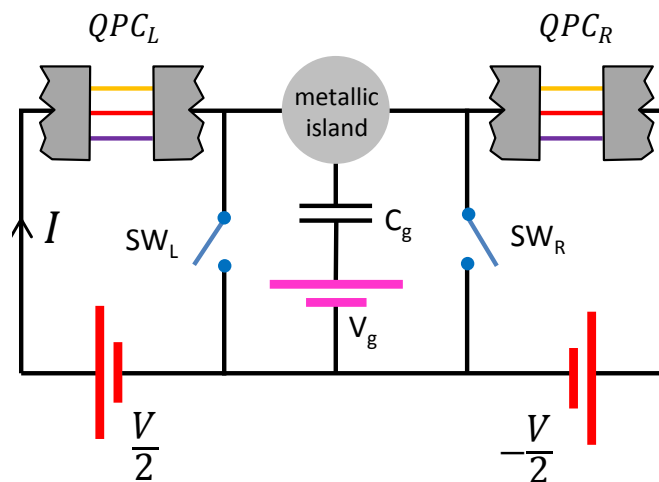


FIGURE 8.1 – Schéma synoptique du circuit étudié.

L'échantillon réalisant ce circuit est montré sur la figure 8.3.

L'îlot métallique est le contact ohmique de taille micrométrique de couleur gris clair au centre de la figure. Il est connecté à une source de tension via deux contacts ponctuels quantiques (grilles en jaune) opérés dans le régime de l'effet Hall quantique, au facteur de remplissage $\nu = 2$, en appliquant un fort champ magnétique perpendiculairement à l'échantillon. Dans ce régime, deux canaux de conduction chiraux (dont l'un est indiqué par une flèche rouge) se propagent le long des bords de l'échantillon. Plus de détails

sur les QPC sont donnés dans la section 3.1. L'intérêt de l'effet Hall quantique réside ici dans la levée de la dégénérescence de spin par l'effet Zeeman et, surtout, dans la grande séparation en énergie des canaux de bords. Ces caractéristiques sont visibles sur la figure 8.2 montrant la conductance du QPC en fonction de sa tension de grille : la conductance d'une marche est égale à e^2/h et le plateau entre deux marches est large et plat. La stricte séparation des canaux de bord sera notamment cruciale pour étudier la limite quasi-balistique ; nous aurons en effet besoin de réaliser un conducteur strictement mono-canal avec des probabilités de transmission supérieures à 0.99 et définies à $\approx 10^{-3}$ près.

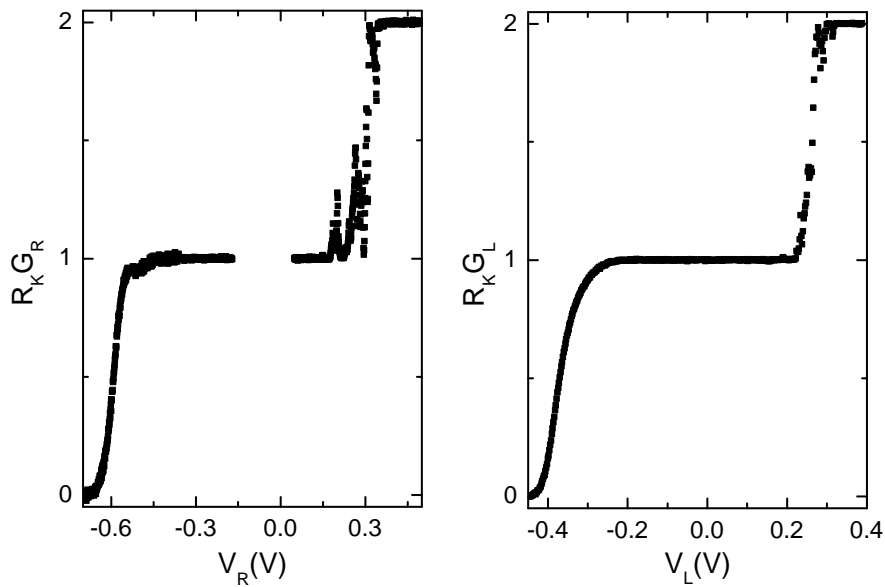


FIGURE 8.2 – **Conductances intrinsèques des deux QPC.** La conductance G_R (G_L) du QPC_R (QPC_L) à gauche (droite) est mesurée en fonction de sa tension de grille V_R (V_L) à température de base, au facteur de remplissage $\nu = 2$. Ces mesures sont réalisées avec l'interrupteur in situ SW_R (SW_L) réglé en position fermée en laissant passer les $\nu = 2$ canaux de bord sous la grille bleue.

La conductance intrinsèque d'un QPC est déterminée au moyen d'un interrupteur in situ qui est réalisé par la grille bleue située à la gauche du QPC. Le principe de fonctionnement de cet interrupteur est décrit en détail dans la section 3.4. Il est basé sur la chiralité des canaux de bord : en laissant passer les canaux sous la grille bleue, un QPC « voit » d'un côté la masse froide et de l'autre la source de tension $V/2$, mais est aveugle au reste du circuit ; cela correspond à avoir l'interrupteur de la figure 8.1 en position fermée. Un point technique important est l'influence capacitive de la grille bleue sur la conductance intrinsèque du QPC. Cette perturbation doit être corrigée et elle sera étudiée en détail dans la section 10.1.

Le micro-contact ohmique est un élément crucial du circuit. Sa taille résulte du compromis entre des contraintes antagonistes. D'un côté, on souhaite qu'il soit le plus

petit possible pour maximiser l'énergie de charge. Mais de l'autre côté, il doit être suffisamment grand pour se comporter comme un réservoir à l'équilibre thermodynamique parfaitement connecté au gaz bidimensionnel d'électrons et détruisant toute cohérence quantique entre les deux QPC. Les détails sont donnés dans la section 3.3, mais ces contraintes sont satisfaites avec le contact ohmique de taille micrométrique de la figure 8.3. On notera que la condition la plus contraignante, celle qui fixe sa taille en pratique, est l'exigence d'une connexion électrique quasi-parfaite avec le gaz bidimensionnel d'électrons.

Enfin, la grille violette sert à mettre en évidence la quantification ou non de la charge de l'îlot en modulant capacitivement son énergie électrostatique.

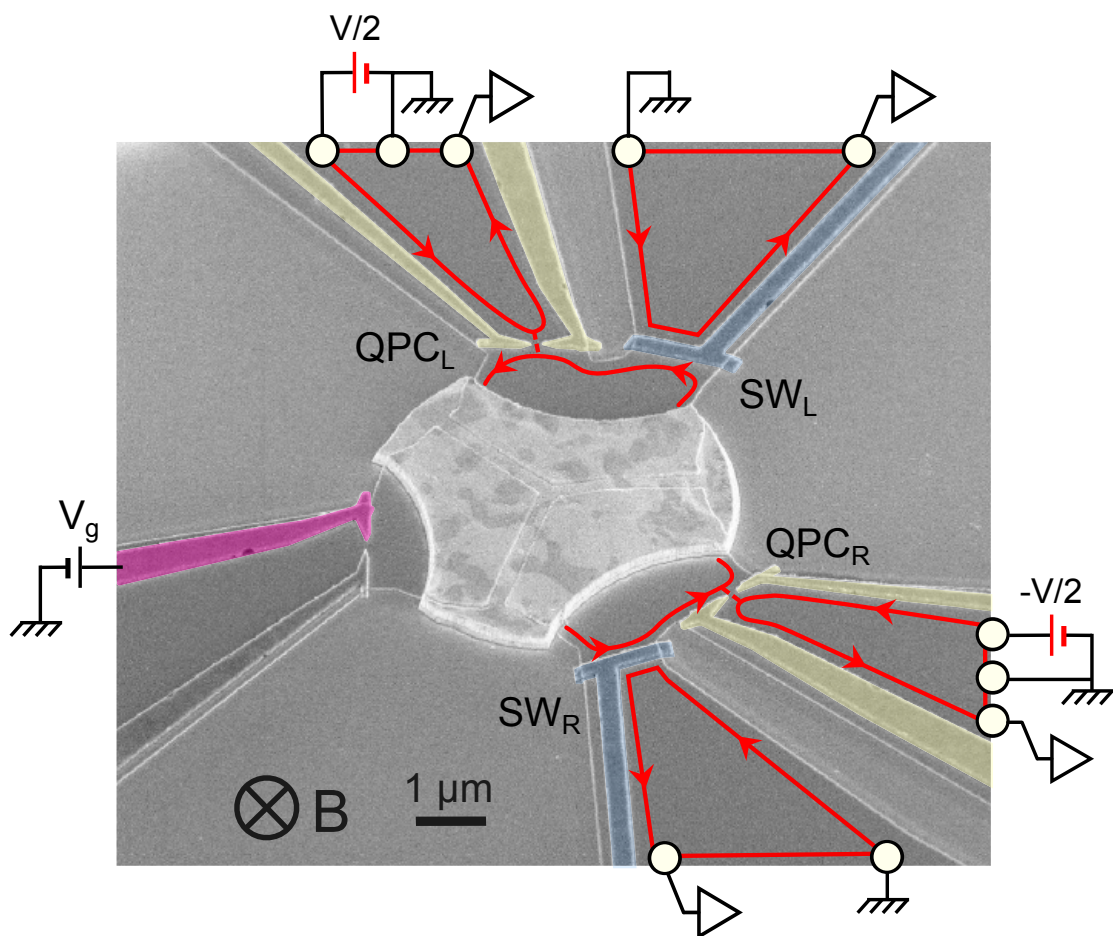


FIGURE 8.3 – **Image MEB de l'échantillon étudié.** Le micro-contact ohmique réalisant un îlot métallique est en gris clair, le gaz bidimensionnel d'électrons situé 94 nm sous la surface est représenté en gris foncé, les grilles des QPC sont en jaunes et un des deux canaux de bord de l'effet Hall quantique est représenté par des flèches rouges. La grille violette sert à moduler capacitivement l'énergie électrostatique de l'îlot et les grilles bleues permettent de déterminer les conductances intrinsèques G_L et G_R des QPC en déviant vers la masse les canaux partant du micro-contact ohmique. Finalement, les points blancs symbolisent des contacts ohmiques de grande dimension servant à connecter l'échantillon au circuit de polarisation et de mesure.

Résultats expérimentaux

Ce chapitre présente l'étude expérimentale des oscillations de Coulomb en fonction du couplage entre l'îlot et le circuit. En préalable, sera testée la conformité du comportement de l'échantillon avec les prédictions pour des couplages tunnels. Nous mettrons ensuite l'accent sur le contraste des oscillations, dans le but de révéler la nature, continue ou discrète, de la charge de l'îlot, et caractériserons quantitativement la transition entre ces deux états dans les régimes de couplage fort et de forte asymétrie. Enfin, nous étudierons à un niveau qualitatif la conductance à la résonance avec des couplages intermédiaires et verrons les premières indications d'un effet Kondo de charge.

9.1 Diamants de Coulomb

Pour commencer, l'échantillon est testé et caractérisé à température de base dans le régime bien connu où les transmissions des deux QPC sont très faibles ($G_{L,R} \lesssim 0.1e^2/h$).

La conductance différentielle $G = \partial I / \partial V$ du circuit est mesurée sur la figure 9.1A en fonction de la tension V appliquée à l'échantillon et de la tension V_g de la grille latérale. Elle forme les « diamants de Coulomb » caractéristiques du SET, dont l'absence de structure interne confirme que l'espacement entre les niveaux d'énergie de l'îlot est inférieur à $k_B T$.

À partir de la hauteur des diamants, qui est égale à $2E_c/e$ (figure 6.1) et vaut expérimentalement $52 \pm 5 \mu\text{V}$ (soit $E_c \approx k_B \times 300 \text{ mK}$), on déduit la capacité de l'îlot vers la masse AC : $C_\Sigma = 3.1 \pm 0.3 \text{ fF}$.

À partir des données à $V = 0$ (oscillations de Coulomb), qui sont reproduites sur la figure 9.1B et ajustées avec l'équation (6.4), on obtient $C_g = 0.26 \text{ fF}$ et $k_B T / E_c = 0.070 \pm 0.005$, soit une température $T_{\text{Osc}} = 21 \pm 2 \text{ mK}$. Cette température est significativement plus élevée que celle obtenue en mesurant le bruit thermique : $T_{\text{th}} = 13 \pm 3 \text{ mK}$ (voir la section 10.2). On l'attribue au bruit de charge provenant du substrat, des lignes, etc., qui provoque un élargissement des pics et résulte en une température effective plus

élevée.

La valeur $C_\Sigma = 3.1$ fF est compatible avec des simulations numériques par éléments finis ainsi que des mesures de blocage de Coulomb dynamique en régime tunnel (voir la section 10.3). Ces dernières donnent par ailleurs une température $T_{\text{DCB}} = 10$ mK, qui est proche de T_{th} ; l'impact du bruit de charge invoqué plus haut est en effet négligeable sur le blocage de Coulomb dynamique.

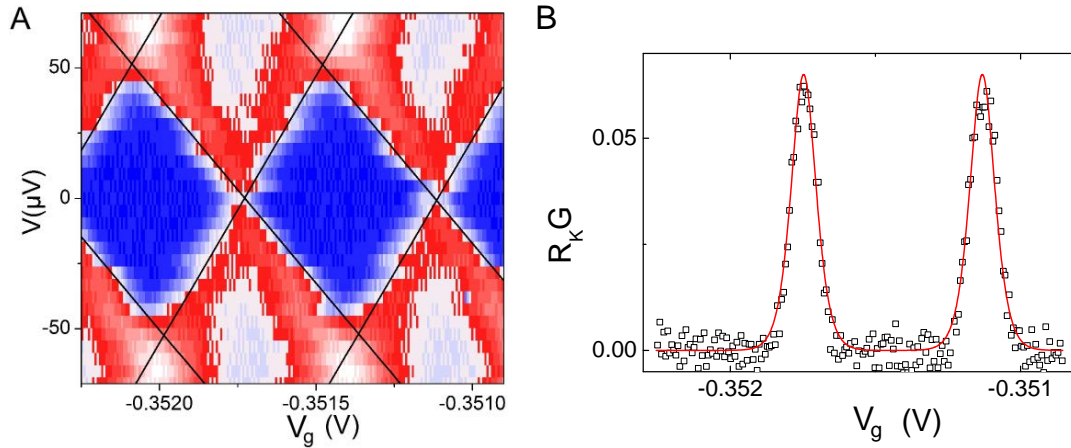


FIGURE 9.1 – **Caractérisation de l'échantillon en régime tunnel à température de base.** (A) Conductance différentielle $G = \partial I / \partial V$ du circuit mesurée en fonction de la tension V appliquée à l'échantillon et de la tension V_g de la grille latérale (bleu : $G = 0$ – rouge : conductance la plus élevée). (B) Conductance G en fonction de V_g avec $V = 0$. Les mesures (symboles) sont ajustées avec l'équation (6.4) (ligne continue).

9.2 Contraste des oscillations de Coulomb

Nous étudions maintenant comment les oscillations de Coulomb du SET sont affectées lorsque les transmissions des canaux de conduction, c.-à-d. le couplage de l'îlot métallique au circuit, sont augmentées du régime tunnel au régime balistique.

9.2.1 Destruction de la quantification de la charge par un canal balistique

Les panneaux du haut de la figure 9.2 montrent l'évolution des oscillations de Coulomb lorsque le QPC_R est réglé une faible transmission ($R_K G_R = 0.24$) et que la conductance G_L du QPC_L est progressivement augmentée de 0.1 à $1.5 e^2/h$. La conductance G du circuit présente d'abord des pics étroits séparés par des régions de conductance nulle indiquant que la charge de l'îlot est discrétisée ($R_K G_L = 0.11$ et 0.62); puis ses pics s'élargissent, son minimum augmente ($R_K G_L = 0.88$) et sa forme devient progressivement sinusoidale ($R_K G_L = 0.989$); alors, au fur et à mesure

que la probabilité de transmission se rapproche de un, la sinusoïde voit son amplitude diminuer et finalement disparaître ($R_K G_K = 1.5$) : la quantification de la charge est détruite.

Pour chiffrer cette évolution, on calcule le contraste des oscillations : $\frac{G_{\max} - G_{\min}}{G_{\max} + G_{\min}}$. Le panneau principal montre ce contraste en fonction de la conductance G_L du QPC_L pour des valeurs de la conductance du QPC_R allant du régime tunnel, $R_K G_R = 0.076$, au régime quasi-balistique, $R_K G_R = 0.983$. On observe à peu près le même comportement pour toutes les valeurs de G_R : le contraste diminue d'abord très légèrement ($R_K G_L < 0.6$), puis chute abruptement vers zéro lorsque $R_K G_L$ s'approche de un, et reste nul par la suite ($R_K G_L \geq 1$). Quand $R_K G_L < 1$, seul un canal est transmis à travers le QPC_L ; quand $R_K G_L > 1$, deux canaux sont transmis par le QPC_L, l'un étant balistique et l'autre de transmission $1 - R_K G_L$. Les barres d'erreur correspondent aux incertitudes statistiques sur les valeurs mesurées de G_{\min} , G_{\max} et G_L . L'augmentation de certaines barres d'erreur quand $R_K G_L > 1$ est due à la piètre qualité du deuxième canal du QPC (cf. figure 8.2).

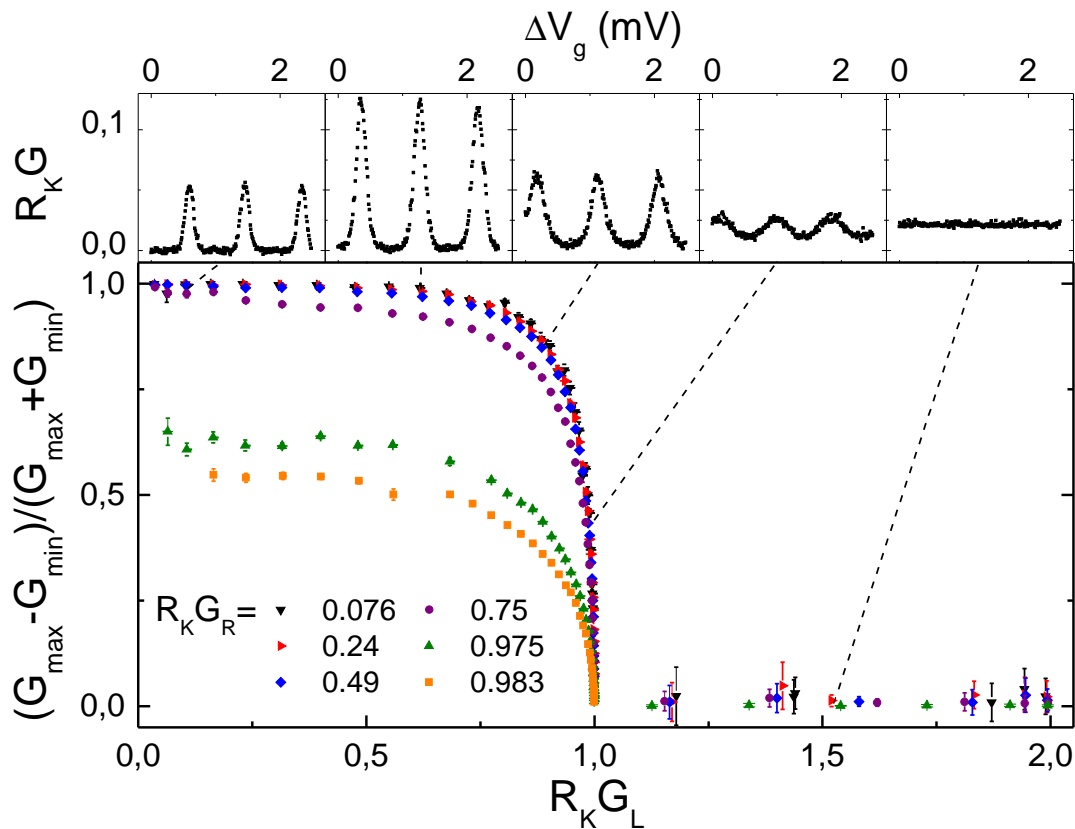


FIGURE 9.2 – Oscillations de Coulomb et leur contraste à température de base. En haut : conductance différentielle à tension nulle, $G = \frac{\partial I}{\partial V} \Big|_{V=0}$, en fonction de V_g avec $R_K G_R = 0.24$ et, de gauche à droite, $R_K G_L = 0.11, 0.62, 0.88, 0.989, 1.5$. En bas : contraste des oscillations de Coulomb en fonction de G_L avec, de haut en bas, $R_K G_R = 0.076, 0.24, 0.49, 0.75, 0.975$ et 0.983 .

9.2.2 Persistance de la quantification avec N canaux partiellement transmis

Nous observons donc que la quantification de la charge de l'îlot est détruite dès lors que la conductance du QPC_L est telle que $R_K G_L \geq 1$, ce qui correspond à avoir un canal balistique transmis par le QPC_L. La conductance e^2/h est très particulière car elle implique que l'incertitude en énergie associée au temps que reste un électron sur l'îlot, $\Delta E = h/R_K C_\Sigma$, est de l'ordre de l'énergie de charge, E_c . Pour déterminer si la destruction de la quantification que nous observons est la conséquence de la conductance du conducteur cohérent qui dépasse e^2/h , ou si elle est la conséquence de la présence du canal balistique, nous comparons sur la figure 9.3 deux configurations ayant la même conductance, mais dont les probabilités de transmission des canaux diffèrent. Pour la première, on reprend les données du panneau en haut à droite de la figure 9.2 : $R_K G_R = 0.24$ et $R_K G_L = 1.5$. Pour la deuxième, on garde $R_K G_R = 0.24$, mais le QPC_L est réglé à la conductance $R_K G_L = 0.7$ et, en parallèle, on ouvre le troisième QPC – qui était jusque là inutilisé – à une conductance $R_K G_3 = 0.8$; on émule ainsi un conducteur cohérent connecté à l'électrode de gauche ayant la même conductance $1.5 e^2/h$, mais constitué de deux canaux non-balistiques. On observe que les oscillations de Coulomb sont absentes dans le premier cas (symboles pleins) mais présentes dans le second (symboles creux). La nature de la charge de l'îlot n'est donc pas déterminée par la conductance du conducteur cohérent, mais par les probabilités de transmission individuelles de ses canaux.

Ces résultats sont en accord avec les prédictions théoriques. Les oscillations observées expérimentalement pour des conductances supérieures à e^2/h dans les références [73, 74] étaient probablement la conséquence de canaux en réalité imparfaitement transmis ou d'interférences de type Fabry-Pérot dues à une cohérence résiduelle entre les conducteurs cohérents.

9.2.3 Subsistance d'effets à un électron quand la charge n'est plus discrétisée

La quantification de la charge de l'îlot est donc détruite dès lors qu'un canal balistique le connecte au circuit. Nous avons vu à la section 1.3 que c'est la conséquence du fait que la charge s'écoule continûment à travers ce canal balistique. Néanmoins, il est important de remarquer que la granularité du transfert de charge à travers les autres canaux non-balistiques reste un élément déterminant des propriétés du circuit. La figure 9.4 montre en effet que lorsque les QPC sont réglés aux conductances $R_K G_R = 0.24$ et $R_K G_L = 1.5$, pour lesquelles il n'y a plus d'oscillations de Coulomb, la conductance du circuit est fortement réduite à basse tension V : c'est le phénomène de blocage de Coulomb dynamique.

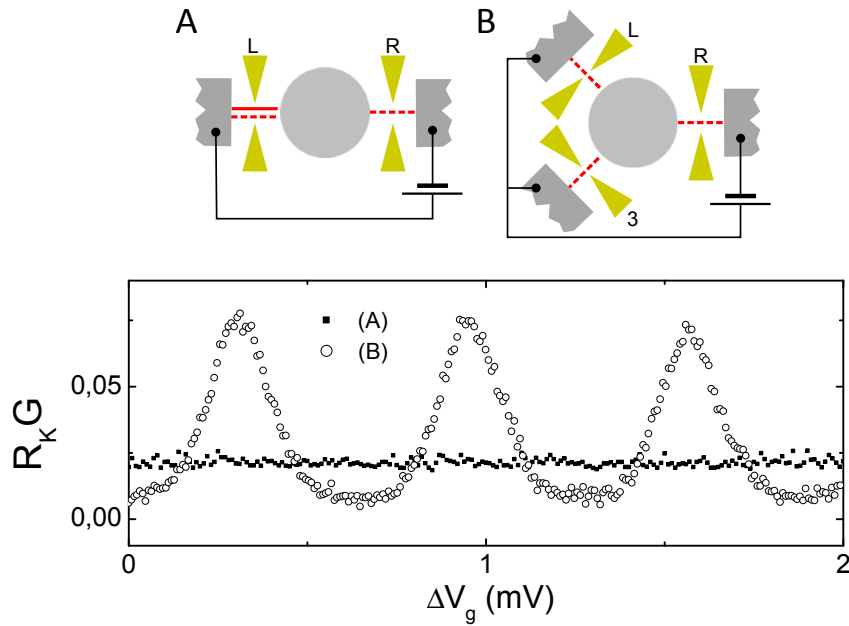


FIGURE 9.3 – **Quantification de la charge de l’îlot : conductance contre probabilités de transmission.** On compare sur cette figure les oscillations de Coulomb mesurées lorsque $R_K G_R = 0.24$, $R_K G_L = 1.5$ et $R_K G_3 = 0$ (symboles pleins, circuit A), et lorsque $R_K G_R = 0.24$, $R_K G_L = 0.7$ et $R_K G_3 = 0.8$ (symboles creux, circuit B). La conductance totale est la même dans les deux cas, mais dans le cas (A) un canal balistique est connecté à l’îlot (trait continu), alors que dans le cas (B) tous les canaux sont non-balistiques (trait en tirets). Le fait que les oscillations de Coulomb sont absentes dans le cas (A) alors qu’elles sont présentes dans le cas (B) signifie que la nature de la charge de l’îlot est déterminée, non pas par la conductance, mais par les probabilités de transmission individuelles des canaux.

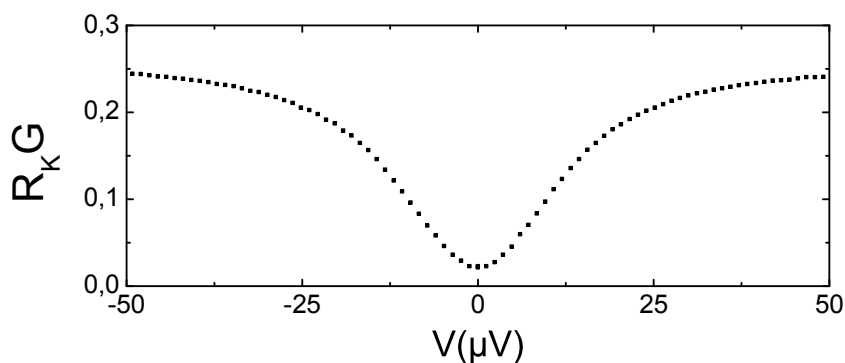


FIGURE 9.4 – **Blocage de Coulomb dynamique quand la quantification de la charge est détruite.** La conductance différentielle du circuit est tracée en fonction de la tension V lorsque les QPC sont réglés aux conductances $R_K G_R = 0.24$, $R_K G_L = 1.5$ et $R_K G_3 = 0$, pour lesquelles il n’y a plus d’oscillations de Coulomb. La forte réduction de la conductance à basse tension indique la présence d’un autre effet de charge : le blocage de Coulomb dynamique.

9.2.4 Comparaison avec les prédictions théoriques

Nous nous concentrons maintenant sur les transmissions $R_K G_L$ proches de un, où la chute du contraste est la plus abrupte. Pour cela, le contraste est tracé sur la figure 9.5 en fonction de la probabilité de réflexion $1 - R_K G_L$ en échelle logarithmique.

Nous avons vu que des prédictions théoriques quantitatives ont été développées aux basses températures $k_B T \ll E_c$ dans deux limites : quand un QPC a sa transmission proche de un et l'autre proche de zéro (point fixe de forte asymétrie) ; quand les deux QPC ont leur transmission proche de un (point fixe de couplage fort). À chaque fois, il est prédit que le contraste diminue comme $\sqrt{1 - R_K G_L}$ (voir plus loin). Ici, nous observons que ce comportement est en fait valable plus généralement : dans la limite $R_K G_L \rightarrow 1$, les données tombent toutes sur des droites de pentes 1/2, quelle que soit la valeur de $R_K G_R \in [0.076, 0.983]$.

Plus quantitativement, au voisinage du point fixe de forte asymétrie, l'équation (7.5) prédit l'expression suivante du contraste :

$$\frac{G_{\max} - G_{\min}}{G_{\max} + G_{\min}} = 2\xi e^\gamma \sqrt{1 - R_K G_L}. \quad (9.1)$$

Elle est indépendante de G_R et de la température. Pour les faibles valeurs de $R_K G_R$, les données semblent converger vers une même courbe qui est inférieure à la prédiction (ligne en tirets noirs).

À l'opposé, au voisinage du point fixe de couplage fort, le contraste prédit par l'équation (7.3) dépend de G_R et $k_B T/E_c$. Compte-tenu des valeurs expérimentales de ces paramètres, il est à une bonne approximation égal à :

$$\frac{G_{\max} - G_{\min}}{G_{\max} + G_{\min}} = \frac{e^\gamma E_c}{\pi k_B T} \sqrt{1 - R_K G_L} \sqrt{1 - R_K G_R}. \quad (9.2)$$

Les données mesurées avec $R_K G_R = 0.975$ et celles avec $R_K G_R = 0.983$ sont bien reproduites par les prédictions (lignes continues grises) en prenant pour la température $k_B T/E_c = 0.0552$, soit $T = 16.5$ mK. Cette température se situe entre la température effective $T_{\text{osc}} = 21$ mK mesurée à partir des oscillations de Coulomb dans le régime du SET et la température électronique $T_{\text{th}} = 13$ mK mesurée avec le bruit thermique. Cette valeur intermédiaire n'est pas surprenante car on s'attend à ce que le bruit de charge ait moins d'impact sur les sinusoides du couplage fort que sur les pics très étroits du SET.

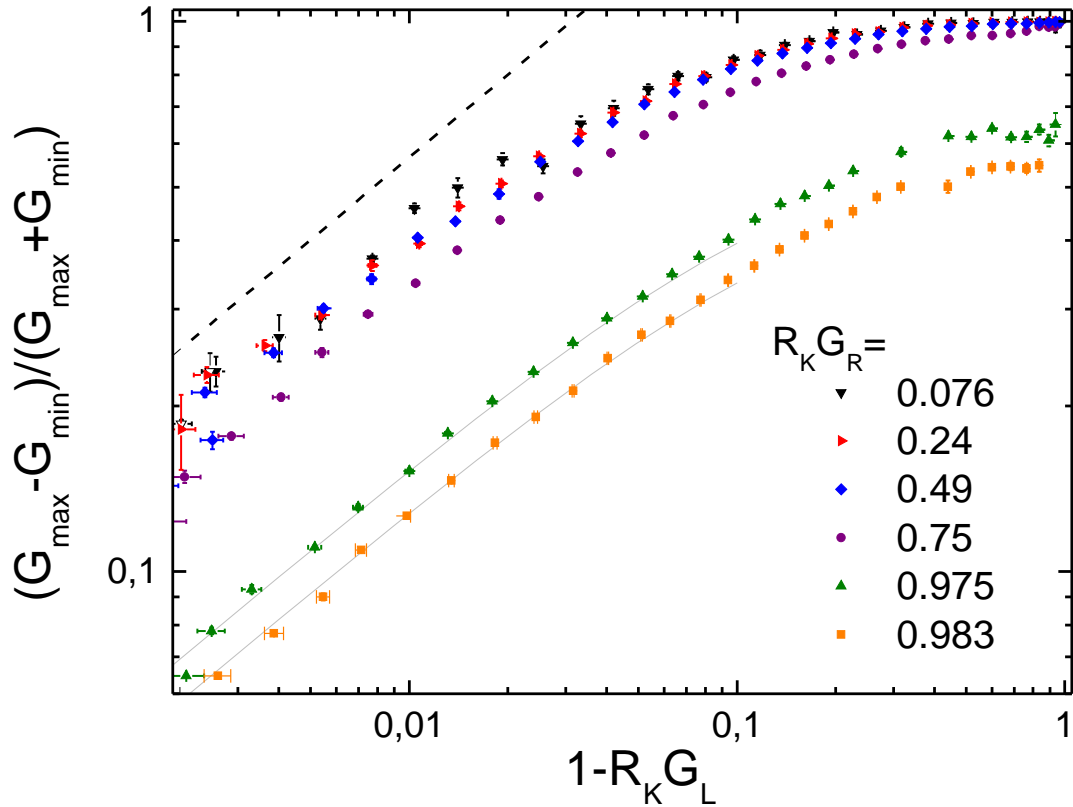


FIGURE 9.5 – **Contraste des oscillations de Coulomb en fonction de la probabilité de réflexion** $1 - R_K G_L$. Les symboles sont les mesures expérimentales à température de base avec, de haut en bas, $R_K G_R = 0.076, 0.24, 0.49, 0.75, 0.975$ et 0.983 . La ligne en tirets noirs est la prédiction (9.1) pour le point fixe de forte asymétrie ($R_K G_L \rightarrow 1$ et $R_K G_R \rightarrow 0$). Les lignes continues grises sont calculées à partir de l'expression (7.3) de la conductance prédite au voisinage du point fixe de couplage fort ($R_K G_L \rightarrow 1$ et $R_K G_R \rightarrow 1$). Le calcul est effectué avec : $R_K G_R = 0.975$ pour la courbe du haut, $R_K G_R = 0.983$ pour la courbe du bas, et $k_B T / E_c = 0.0552$.

L'écart observé entre les données et les prédictions pourrait aussi tenir au domaine de validité limité des prédictions théoriques : $k_B T \ll E_c$. Pour mieux en cerner les limites, nous utilisons le fait que l'équation (7.5) avec $|r_R| = 0$ décrit le blocage de Coulomb dynamique de la conductance d'une jonction tunnel en série avec une résistance égale à R_K . Or ce problème admet une solution générale valable à toute température, équation (2.11). Ces deux résultats sont comparés sur la figure 9.6. Ils dévient de 8 à 25 % entre 10 et 20 mK ; on donc peut s'attendre, pour les oscillations de Coulomb, à des déviations du même ordre avec les prédictions théoriques du fait de la température finie de l'expérience.

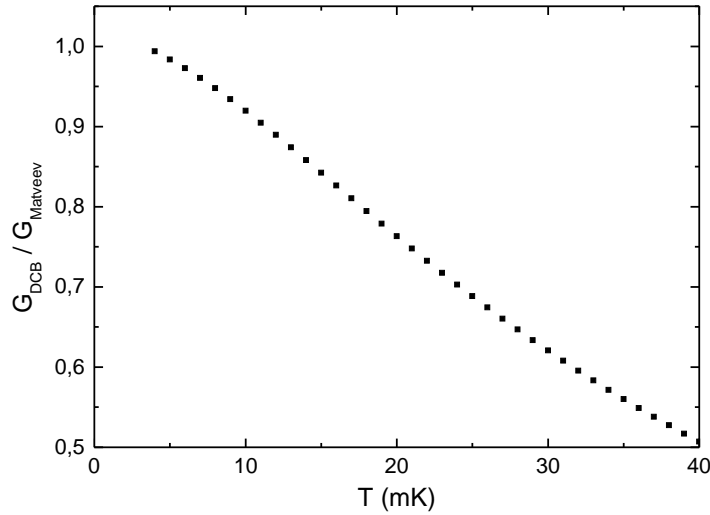


FIGURE 9.6 – **Domaine de validité en température de l'équation (7.5) dans le régime du blocage de Coulomb dynamique.** La conductance $G_{\text{Matveev}} = G_L \frac{2\pi^4}{2e^{2\gamma}} \left(\frac{k_B T}{E_c}\right)^2$ correspondant à l'équation (7.5) avec $|r_R| = 0$ dévie à température finie de la conductance G_{DCB} correspondant aux prédictions pour une jonction tunnel en série avec une impédance linéaire. Cette dernière est calculée à partir de l'équation (2.11) en posant $R = R_K$ et $C = 3.1$ fF.

9.2.5 Dépendance en température

L'évolution du contraste avec l'énergie est sondée en répétant cette expérience à différentes températures. La figure 9.7A montre le contraste mesuré en fonction de $1 - R_K G_L$ avec $R_K G_R = 0.75$ et des températures allant de 13 à 165 mK (températures données par le bruit thermique). Remarquablement, il s'avère qu'à haute température la dépendance en $\sqrt{1 - R_K G_L}$ du contraste est valable quelle que soit la conductance $R_K G_L \in [0, 1]$ du QPCL. Il semblerait aussi que cette dépendance apparaisse dès que le contraste est inférieur à ≈ 0.3 . Comme le montre la figure 9.7B à la plus haute température $T = 165$ mK, ces observations s'appliquent à toutes les autres valeurs de $R_K G_R$. La dépendance en $\sqrt{1 - \tau}$ semble donc avoir une portée plus générale que la limite $\tau \rightarrow 1$ et $k_B T / E_c \rightarrow 0$ dans laquelle elle a été dérivée.

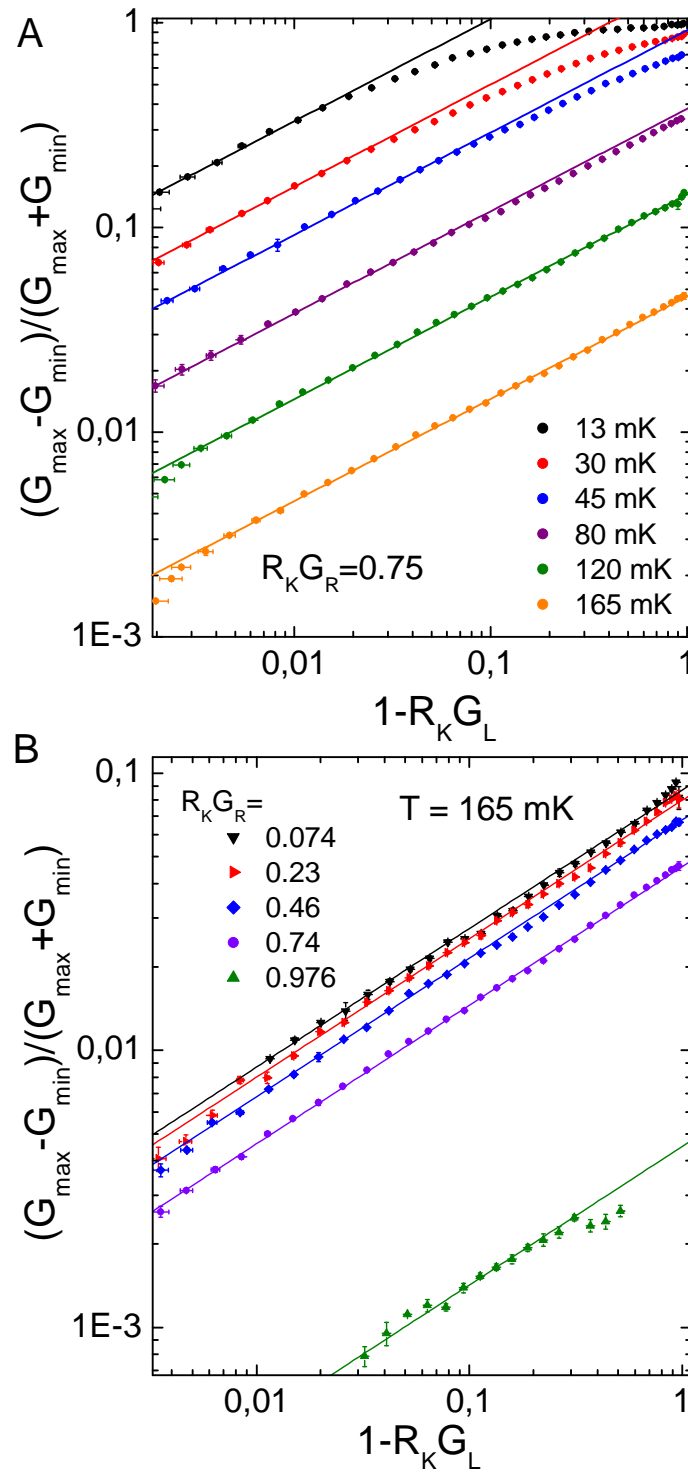


FIGURE 9.7 – Dépendance en température du contraste des oscillations de Coulomb. (A) Le contraste mesuré avec $R_K G_R = 0.75 \pm 0.01$ (l'incertitude provient du fait que G_R n'est pas rigoureusement identique à toutes les températures) est tracé en symboles en fonction de $1 - R_K G_L$ pour des températures $T_{\text{th}} = 13, 30, 45, 80, 120$ et 165 mK. Les droites ont pour équation $y \propto \sqrt{x}$. (B) Le contraste mesuré à la plus haute température $T = 165$ mK est tracé en symboles en fonction de $1 - R_K G_L$ pour des conductances $R_K G_R = 0.074, 0.23, 0.46, 0.74$ et 0.976 . Les droites ont pour équation $y \propto \sqrt{x}$.

9.3 Oscillations complètes dans les limites de couplage fort et de forte asymétrie

Nous nous sommes jusque-là concentrés sur le contraste des oscillations de Coulomb, dans le but de révéler la nature de la charge de l'îlot. Ici, nous confrontons directement les oscillations de Coulomb mesurées aux prédictions théoriques dans les deux régimes de couplage fort et de forte asymétrie.

Les panneaux du bas de la figure 9.8 correspondent au couplage fort : les symboles sont les mesures lorsque $R_K G_R = 0.983$ et, de gauche à droite, $R_K G_L = 0.982, 0.990$ et 0.996 . Elles correspondent raisonnablement aux prédictions de l'équation (7.3) calculées avec la température $T = 16.5$ mK déterminée plus haut (ligne continue bleue). Pour information, la zone grisée correspond à ces mêmes prédictions entre les deux valeurs extrêmes de la température : $T_{\text{th}} = 13$ mK et $T_{\text{Osc}} = 21$ mK.

Dans le cas d'une forte asymétrie ($R_K G_R = 0.076$, panneaux du haut), seules les prédictions de l'équation (7.5) à la température T_{th} sont en accord avec les mesures expérimentales. On remarquera que la dépendance en température est très forte dans ce cas : $\frac{G(T_{\text{Osc}})}{G(T_{\text{th}})} = 2.6$.

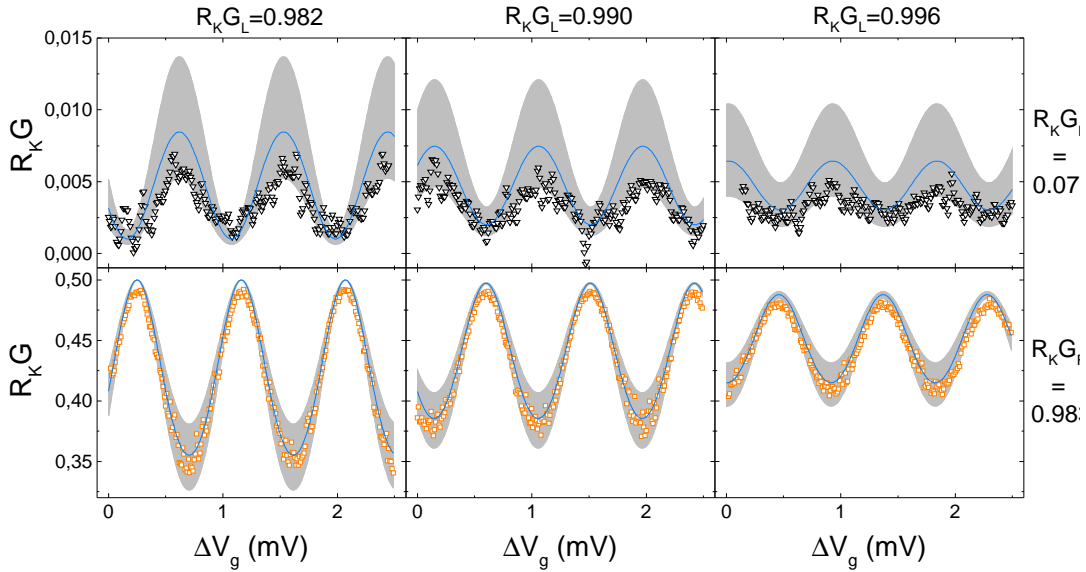


FIGURE 9.8 – Oscillations de Coulomb dans les limites de couplage fort et de forte asymétrie. Les symboles sont les mesures expérimentales ; les lignes continues bleues sont les prédictions des équations (7.3) et (7.5) à la température $T = 16.5$ mK ; et les zones grisées ces mêmes prédictions entre les valeurs extrêmes de la température : $T_{\text{th}} = 13$ mK et $T_{\text{Osc}} = 21$ mK. Les panneaux du haut correspondent au point fixe de forte asymétrie : $R_K G_R = 0.076$ et de gauche à droite $R_K G_L = 0.982, 0.990$ et 0.996 . Les panneaux du bas correspondent au point fixe de couplage fort : $R_K G_R = 0.983$ et de gauche à droite $R_K G_L = 0.982, 0.990$ et 0.996 .

9.4 Conductance au maximum et au minimum des oscillations de Coulomb – Indications d’un effet Kondo de charge

Cette section présente une étude préliminaire et qualitative du minimum et du maximum des oscillations de Coulomb aux valeurs intermédiaires de G_L et G_R . Ces deux points ont tous les deux des propriétés spéciales qui sont très différentes pour l’un et pour l’autre : au minimum la charge est gelée par le gap d’énergie E_c , tandis qu’au maximum les états de charge n et $n + 1$ sont dégénérés et le circuit pourrait avoir un comportement analogue au modèle Kondo à deux canaux.

9.4.1 Contacts ponctuels quantiques symétriques

Nous commençons par le cas de QPC symétriques ($G_L = G_R$) où l’analogie avec l’effet Kondo prévoit un comportement surprenant et opposé aux prédictions standard du blocage de Coulomb : G_{\max} remonte vers $e^2/2h$ quand $T \rightarrow 0$. La figure 9.9 montre la dépendance en température de G_{\min} et G_{\max} lorsque $G_L \approx G_R \approx 0.24, 0.47, 0.75$ et $0.977 e^2/h$. La valeur de $G_\infty = \frac{1}{G_L^{-1} + G_R^{-1}}$ est également indiquée en symboles carrés. Les tailles des barres d’erreur de G_∞ sont égales à $|G_L - G_R|$ (la dissymétrie des conductances des QPC est de l’ordre du pourcent¹), tandis que celles de G_{\max} et G_{\min} représentent les incertitudes statistiques.

Si G_{\min} décroît simplement avec la température sur les quatre graphiques, on observe en revanche une remontée de G_{\max} quand $R_K G_{L,R} \approx 0.47$ (en haut à droite) ou 0.75 (en bas à gauche). Le grossissement en encart montre que cette remontée est supérieure à l’incertitude due à la dissymétrie des deux QPC. La conductance G_{\max} est même *supérieure* à G_∞ à la plus basse température $T_{\text{th}} = 13$ mK (pour rappel, dans l’approximation du transfert séquentiel, $G_{\max} \rightarrow G_\infty/2$ à basse température). Quand $R_K G_{L,R} \approx 0.24$ et 0.977 , la conductance est, par contre, constante aux barres d’erreurs près. Ce n’est pas surprenant compte-tenu de la discussion de la section 7.1.3 ; dans le régime de couplage faible, la température Kondo est de plusieurs ordres de grandeur inférieure à la température expérimentale ; à l’opposé la température Kondo est maximale dans le régime de couplage fort, mais l’amplitude de la remontée est naturellement limitée par le fait que la conductance de départ est déjà proche de e^2/h .

1. On aurait tout-à-fait pu obtenir une symétrie avec une précision similaire à celle avec laquelle nous mesurons G_L et G_R , soit environ un pour mille, mais les données présentées ici ont été extraites a posteriori d’ensembles de données pour lesquels la symétrie des QPC n’était pas du tout recherchée (ceux ayant servi pour la section 9.2 portant sur le contraste des oscillations de Coulomb).

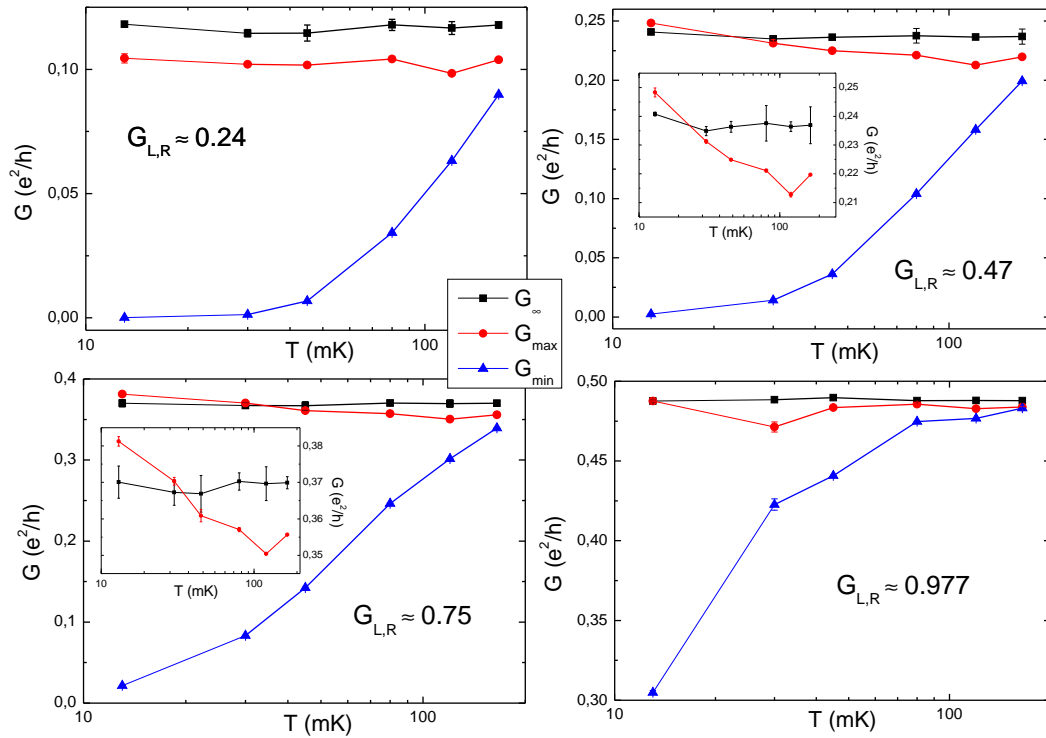


FIGURE 9.9 – Dépendance en température du maximum et du minimum des oscillations de Coulomb lorsque les QPC sont symétriques. Les quatre graphiques correspondent à quatre configurations symétriques des QPC : $G_L \approx G_R \approx \{0.24, 0.47, 0.75, 0.977\}e^2/h$. À chaque fois, le minimum des oscillations de Coulomb, G_{\min} , diminue avec la température. À l’opposé, le maximum des oscillations de Coulomb, G_{\max} , remonte à basse température quand $R_K G_{L,R} \approx 0.47$ (en haut à droite) et 0.75 (en bas à gauche). Ce type de comportement n’est absolument pas prédit par la théorie standard du blocage de Coulomb et suggère fortement que le comportement du circuit est analogue à l’effet Kondo. Comme on peut s’y attendre, cette remontée n’est pas visible quand les conductances $G_{L,R}$ sont trop petites (≈ 0.24 , en haut à gauche) ou trop grandes (≈ 0.977 , en bas à droite). Dans le premier cas, la température Kondo est en effet beaucoup trop faible (≈ 50 nK), tandis que dans le second cas l’effet est naturellement limité par le fait que la conductance de départ est déjà proche de e^2/h .

9.4.2 Contacts ponctuels quantiques asymétriques

À la résonance

On s’intéresse maintenant à l’effet de l’asymétrie des conductances G_L et G_R . Pour cela, on trace sur la figure 9.10 l’évolution de G_{\max} lorsque la conductance G_L du QPC_L est variée et la conductance G_R de l’autre QPC est fixée. Le panneau du haut correspond à $R_K G_R = 0.47$, celui du bas à $R_K G_R = 0.75$ et les différentes courbes à différentes valeurs de la température. Les courbes présentent un maximum qui se situe en $G_L = G_R$ à basse température. Contre-intuitivement, il y a donc un moment où augmenter G_L diminue la conductance totale G_{\max} . Cela indique un comportement complexe tel que celui du modèle Kondo pour lequel le degré d’asymétrie des QPC est

un élément clé. Pour plus de précision, il faut regarder la dépendance en température et la comparer au diagramme de renormalisation des conductances G_L et G_R prédit par Furusaki et Matveev (figure 7.1). Munis de ce diagramme, on peut mettre en évidence trois comportements qualitativement différents de la conductance G du circuit qui sont montrés en encart :

- avec des conductances G_L et G_R symétriques, G_{\max} remonte à basse température jusqu'à $e^2/2h$ (flèche C) ;

- avec des conductances fortement asymétriques, G_{\max} décroît avec la température jusqu'à zéro (flèche E) ;

- avec des conductances « modérément » asymétriques, G_{\max} commence par remonter, puis redescend vers zéro (flèche A). Toutefois, si l'asymétrie est trop faible, on ne pourra voir la redescence du fait de la température finie de l'expérience (flèches B et D).

Aux températures $T_{\text{th}} \leq 120$ mK, on observe en effet une remontée pour les conductances symétriques et faiblement asymétriques : $R_K G_L \in [0.3, 0.7]([0.7, 0.85])$ sur le panneau de gauche (droite). On observe également une remontée, mais suivie d'une redescence, pour les conductances « modérément » asymétriques : $R_K G_L \approx 0.25(0.65)$ sur le panneau de gauche (droite) où la redescence se fait au-dessous de $\approx 80(30)$ mK. Enfin, pour les conductances fortement asymétriques, on n'observe rien d'autre qu'une diminution de la conductance avec la température. On notera cependant que le même comportement qualitatif est prédit dans ce dernier cas par la théorie standard du blocage de Coulomb.

Finalement, on remarque que la courbe à la température $T_{\text{th}} = 165$ mK est systématiquement au-dessus de celle à $T_{\text{th}} = 120$ mK ; cela pourrait indiquer le retour attendu vers le comportement habituel du blocage de Coulomb, mais il faudrait des données à plus haute température pour en être sûr.

Hors résonance

Concernant le minimum des oscillations, Furusaki et Matveev prédisent que seul est stable le point fixe de couplage faible. Sur la figure 9.11 où est tracée l'évolution de G_{\min} lorsque la conductance G_L du QPC_L est variée et la conductance G_R du QPC_R est fixée, on observe en effet que la conductance ne fait que diminuer avec la température. Par ailleurs, G_{\min} est simplement une fonction croissante de G_L .

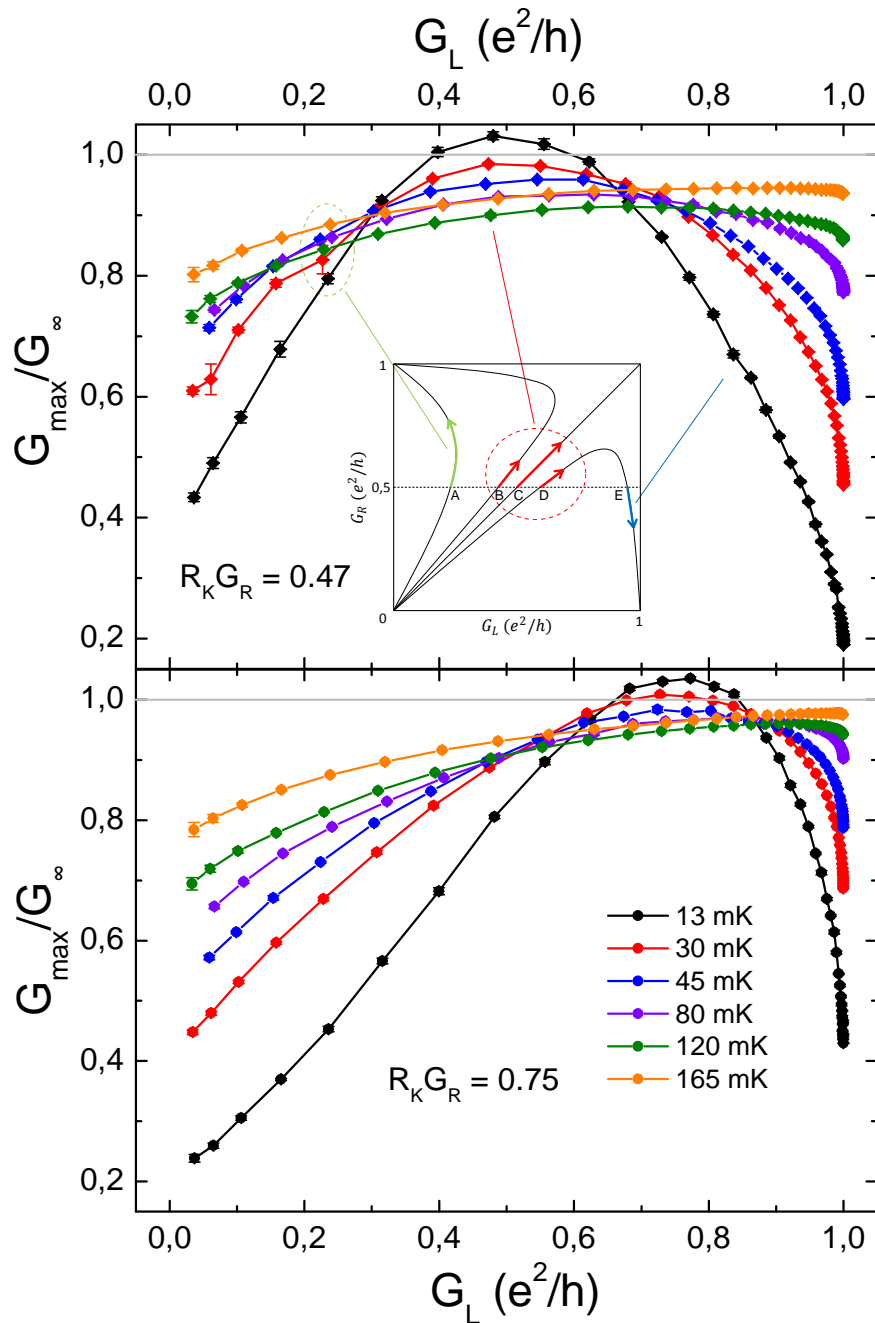


FIGURE 9.10 – Effet de l’asymétrie des QPC sur le maximum des oscillations de Coulomb. Le maximum G_{\max} des oscillations de Coulomb est tracé en fonction de G_L avec G_R fixé à $0.47 e^2/h$ sur le panneau du haut et $0.75 e^2/h$ sur celui du bas. Les différentes courbes correspondent à différentes températures allant de $T_{\text{th}} = 13$ mK pour la plus froide jusqu’à 165 mK pour la plus chaude. De 165 à 120 mK, la conductance diminue en accord avec la théorie standard du blocage de Coulomb. Mais au-dessous de 120 mK, on observe trois types de comportement suggérant le début d’une physique de type Kondo : avec des QPC symétriques, la conductance G_{\max} remonte à basse température ; avec des QPC très asymétriques, la conductance G_{\max} diminue à basse température ; avec des QPC « modérément » asymétriques, la conductance remonte légèrement avant de redescendre. Ces comportements se comprennent au moyen du diagramme de renormalisation des conductances G_L et G_R qui est prédit par Furusaki et Matveev et montré en encart.

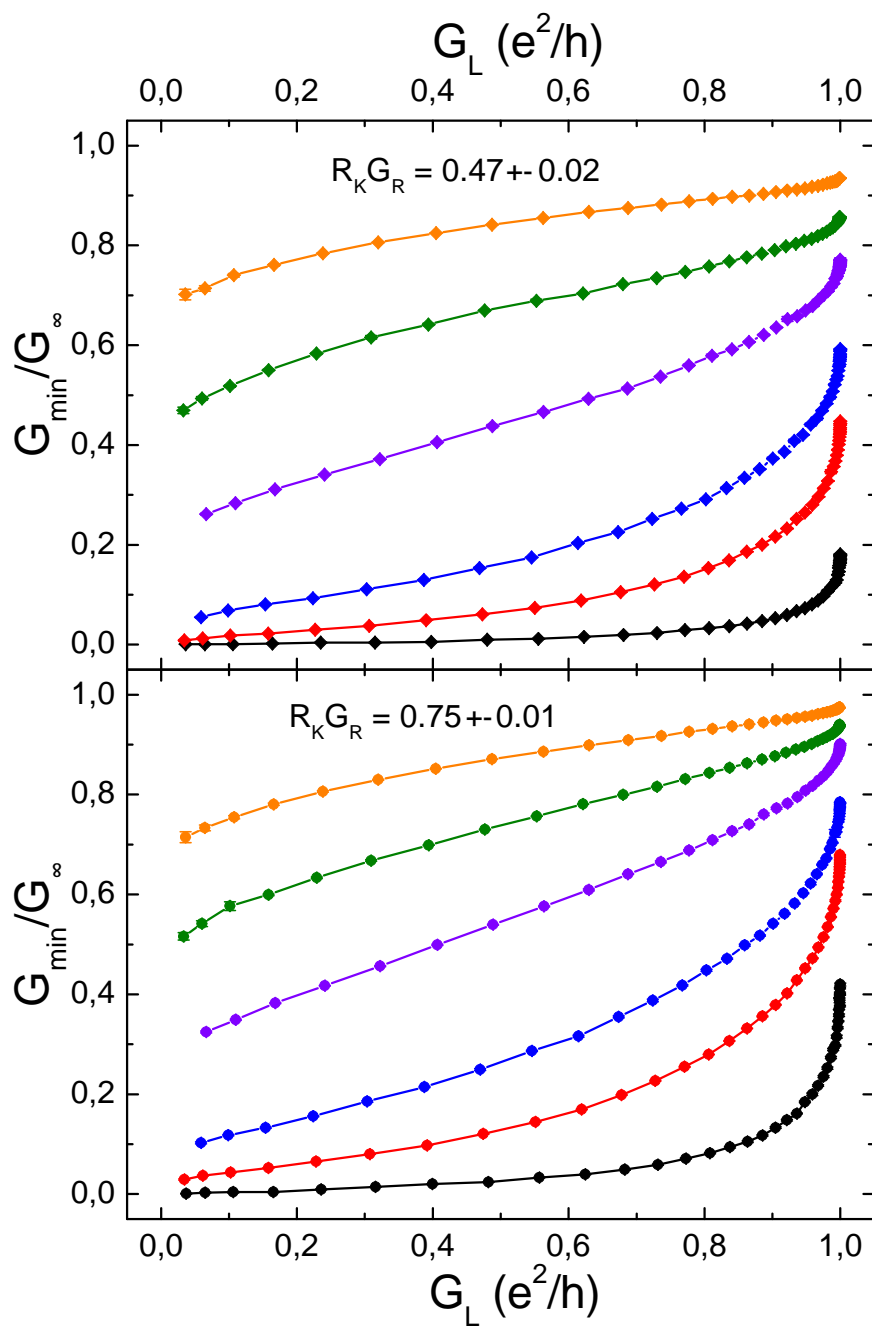


FIGURE 9.11 – Effet de l’asymétrie des QPC sur le minimum des oscillations de Coulomb. Le minimum G_{\min} des oscillations de Coulomb est tracé en fonction de G_L , avec G_R fixé à $0.47 e^2/h$ sur le panneau du haut et $0.75 e^2/h$ sur celui du bas. Les différentes courbes correspondent à différentes températures ; de bas en haut : $T_{\text{th}} = 13, 30, 45, 80, 120$ et 165 mK. Dans tous les cas, la conductance G_{\min} diminue avec G_L et avec la température.

Informations complémentaires

10.1 Influence capacitive SW-QPC

La figure 10.1 montre la conductance de l'interrupteur L en fonction de la tension V_{swL} de sa grille. Pendant la mesure des oscillations de Coulomb, l'interrupteur est maintenu en position ouverte en appliquant une tension $V_{swL} = -0.35$ V, afin que tous les canaux soient réfléchis au niveau de la grille bleue. La conductance intrinsèque G_L du QPC $_L$ est ensuite déterminée en fermant l'interrupteur par l'application d'une tension $V_{swL} = +0.1$ V, afin que tous les canaux soient transmis sous la grille bleue. Cependant, la variation $\Delta V_{swL} = +0.45$ V entraîne, par influence capacitive sur le gaz d'électrons au niveau du QPC $_L$, une modification de la conductance intrinsèque G_L , laquelle doit être compensée par un changement ΔV_L de la tension de la grille du QPC $_L$.

Nous expliquons maintenant la procédure pour déterminer cette compensation, puis présentons un certain nombre de tests visant à la valider.

10.1.1 Détermination de la compensation

La compensation est déterminée en comparant les deux courbes $G_L(V_L, V_{swL} = -0.35$ V) (cercles rouges) et $G_L(V_L, V_{swL} = +0.1$ V) (triangles noirs), qui sont tracées sur la figure 10.2. Ces deux courbes sont mesurées dans les conditions suivantes : $V/2 = 72$ μ V, $R_K G_R = 0$ et $R_K G_{swR} = 2$, qui permettent de supprimer les oscillations de Coulomb et le blocage de Coulomb dynamique, afin que l'influence de V_{swL} sur G_L soit exclusivement capacitive. On observe qu'en décalant de 5.5 mV la courbe $V_{swL} = +0.1$ V (triangles bleus orientés vers le bas), on reproduit à une très bonne précision la courbe $V_{swL} = -0.35$ V. La compensation à appliquer est donc : $\Delta V_L = 5.5$ mV. La figure 10.3A montre l'évolution de ΔV_L et ΔV_R avec la température.

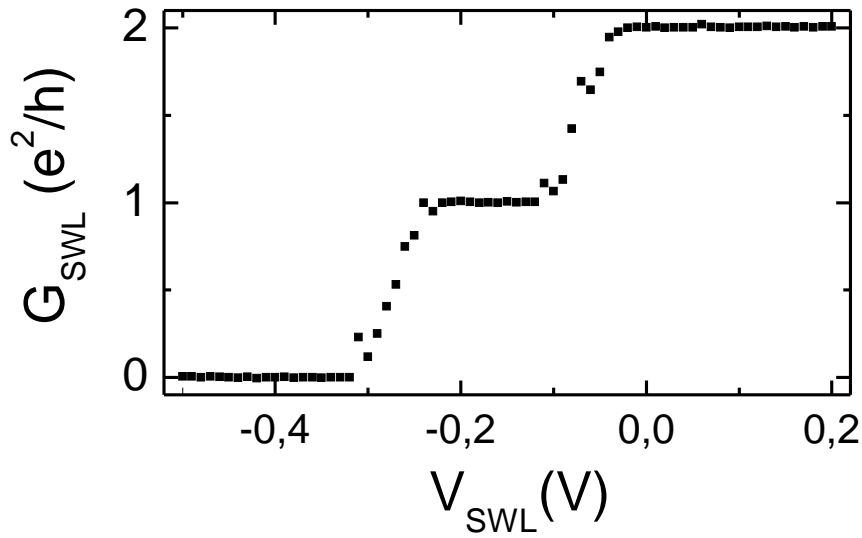


FIGURE 10.1 – Conductance de l'interrupteur SW_L en fonction de la tension V_{swL} de sa grille. Cette courbe est mesurée à température de base en réglant le QPC $_L$ à la conductance $R_K G_L = 2$.

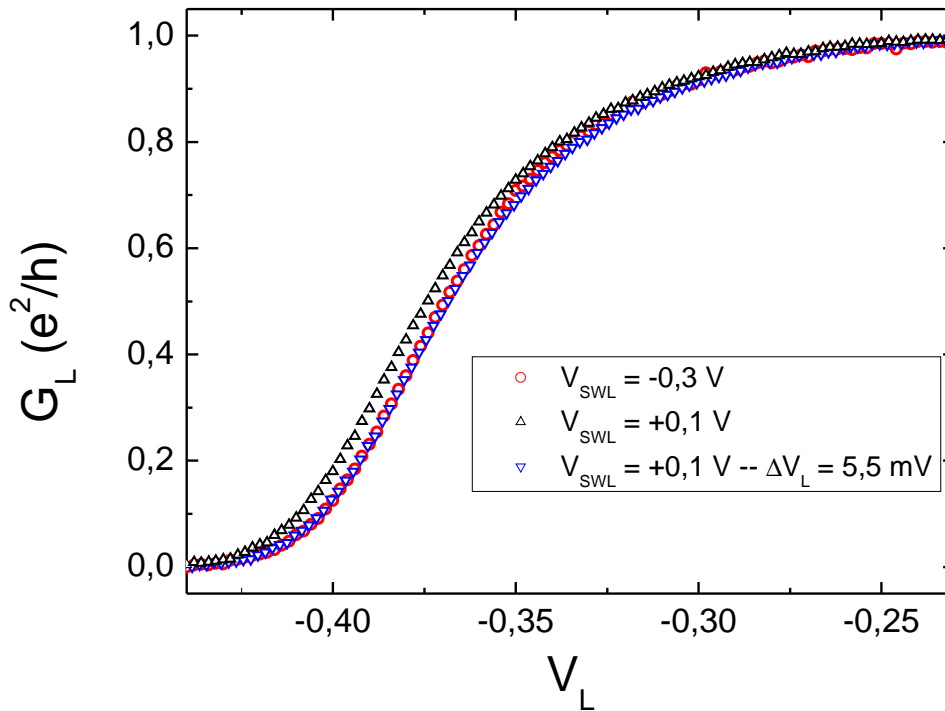


FIGURE 10.2 – Compensation de l'influence capacitive SW-QPC. Cercles rouges : conductance G_L du QPC $_L$ mesurée en fonction de V_L avec $V_{swL} = -0.35$ V, $V/2 = 72$ μ V, $R_K G_R = 0$ et $R_K G_{swR} = 2$. Triangles noirs : conductance G_L du QPC $_L$ mesurée cette fois-ci avec $V_{swL} = +0.1$ V. Triangles bleus orientés vers le bas : triangles noirs décalés de $\Delta V_L = 5.5$ mV.

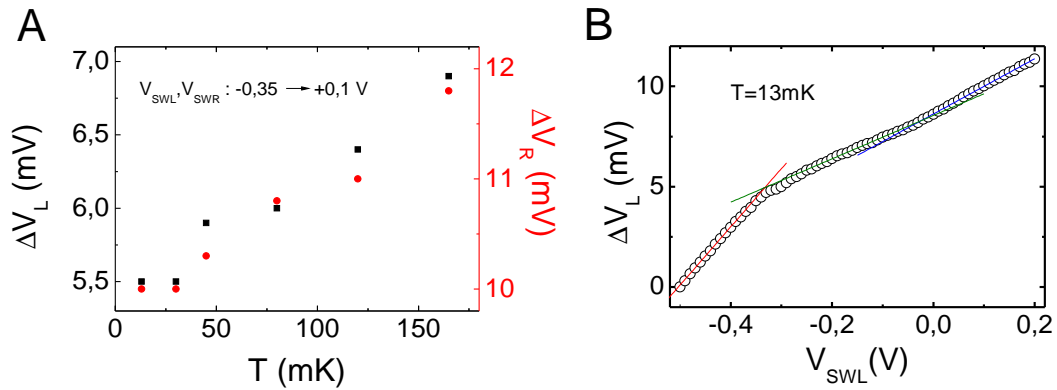


FIGURE 10.3 – **Dépendance en température et en V_{swL} de la compensation.** (A) La compensation ΔV_L (ΔV_R) à appliquer quand l'interrupteur est basculé, $V_{swL}(V_{swR}) : -0.35 \rightarrow +0.1 \text{ V}$, est tracée en fonction de la température T_{th} en symboles carrés noirs (disques rouges). (B) Les symboles montrent la compensation ΔV_L à appliquer quand la tension du SW_L est modifiée de -0.5 V à V_{swL} . Elle dépend linéairement de V_{swL} quand le SW_L est sur un plateau; les trois droites sont des guides pour les yeux.

10.1.2 Dépendance en V_{sw}

Pour tester l'origine capacitive de cette compensation, nous traçons sur la figure 10.3B, en fonction de la tension V_{swL} , la compensation ΔV_L à appliquer pour faire correspondre la courbe $G_L(V_L, V_{swL})$ avec la courbe $G_L(V_L, V_{swL} = -0.5 \text{ V})$. L'influence capacitive de conducteurs fixes est une fonction linéaire. Nous observons ici que ΔV_L est une fonction linéaire par morceaux avec des ruptures de pentes qui sont concomitantes des moments où de nouveaux canaux sont transmis sous la grille bleue. On peut interpréter les ruptures de pentes comme la conséquence de la modification de la géométrie des canaux, lesquels écrantent en partie les grilles métalliques.

10.1.3 Robustesse aux conditions de mesure

La valeur de la compensation étant déterminée dans des conditions particulières ($V/2 = 72 \mu\text{V}$, $R_K G_R = 0$ et $R_K G_{swR} = 2$), il convient de vérifier qu'elle ne dépend ni des tensions des autres grilles, ni de la tension V appliquée à l'échantillon.

En pratique, les deux grilles d'un QPC sont polarisées différemment, ce qui permet d'atténuer ses défauts (voir la figure 4.16 de la partie I). Concrètement, on maintient fixe la tension de la grille la plus proche de l'interrupteur à une tension optimisée $V_{cL,R}$, et l'on contrôle la conductance du QPC avec l'autre grille ($V_{L,R}$ donc). La grille la plus susceptible de modifier la valeur de la compensation $\Delta V_{L,R}$ est de loin la grille $V_{cL,R}$. Or on mesure la même valeur de ΔV_L pour basculer l'interrupteur ($V_{swL} : -0.35 \rightarrow +0.1 \text{ V}$) que $V_{cL} = -0.36, -0.40$ ou -0.45 V .

La figure 10.4 montre la compensation mesurée sur un autre échantillon et dans un

autre cryostat. Le panneau A montre que ΔV_L est également linéaire par morceaux en fonction de V_{swL} . Sur le panneau B, la compensation ΔV_L pour basculer l'interrupteur ($V_{swL} : -0.5 \rightarrow +0.2$ V) est tracée en fonction de la tension appliquée à l'échantillon. Elle est constante pour des tensions $V/2 > 40$ μ V. Les données à plus basse tension n'ont en revanche pas de sens car les courbes $G_L(V_L, V_{swL} = -0.5$ V) et $G_L(V_L, V_{swL} = +0.2$ V) ont des formes différentes à cause du blocage de Coulomb dynamique. On peut néanmoins tester en partie les basses tensions en considérant la compensation ΔV_L à appliquer pour une variation de V_{swL} telle que l'interrupteur reste ouvert ($V_{swL} : -0.5 \rightarrow -0.4$ V, panneau C) ou fermé ($V_{swL} : +0.1 \rightarrow +0.2$ V, panneau D). Dans les deux cas, V_{swL} , est constant quelle que soit V .

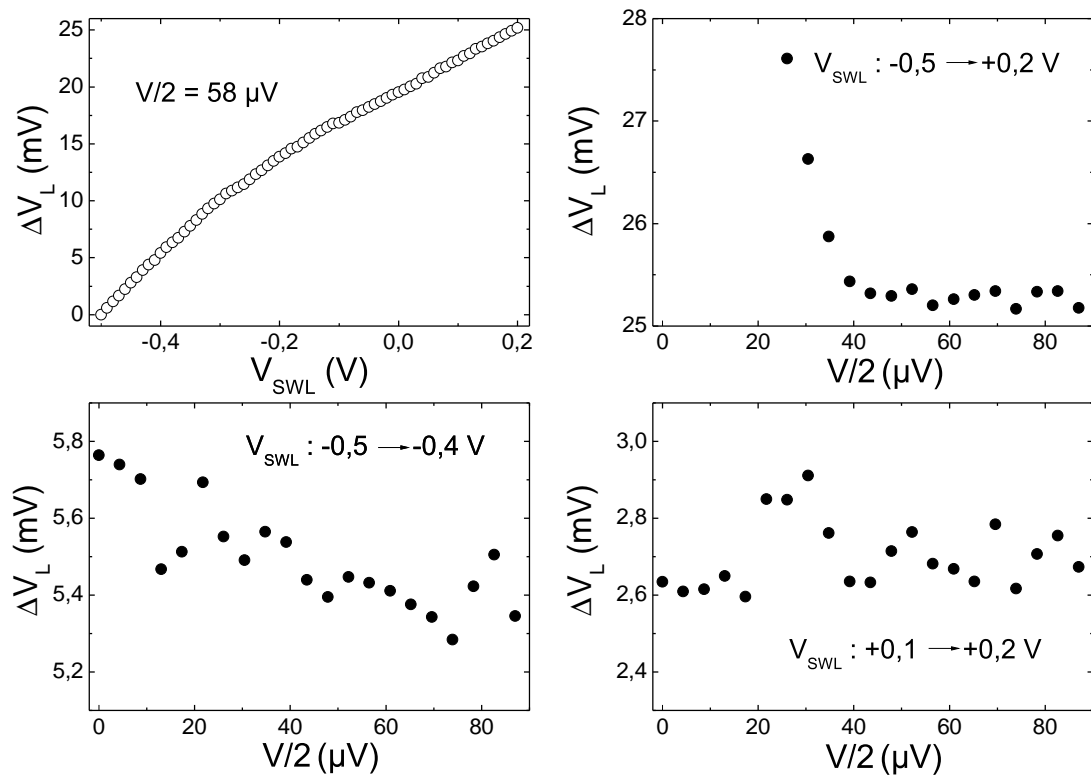


FIGURE 10.4 – **Dépendance en tension de la compensation.** L'absence de dépendance en tension de la compensation ΔV_L est démontrée sur un autre échantillon. (A) Les symboles montrent la compensation ΔV_L à appliquer quand la tension du SW_L est modifiée de -0.5 V à V_{swL} ; ici aussi elle est linéaire par morceaux. (B) Dépendance en tension V de la compensation à appliquer quand $V_{swL} : -0.5 \rightarrow +0.2$ V (interrupteur basculé d'ouvert à fermé). (C) Dépendance en tension V de la compensation à appliquer quand $V_{swL} : -0.5 \rightarrow -0.4$ V (l'interrupteur reste ouvert). (D) Dépendance en tension V de la compensation à appliquer quand $V_{swL} : +0.1 \rightarrow +0.2$ V (l'interrupteur reste fermé).

10.1.4 Stabilité dans le temps

La stabilité des compensations ΔV_L et ΔV_R est cruciale pendant une prise de données; en conséquence, elles sont systématiquement mesurées avant et après. En pratique, elles sont stables pendant plusieurs semaines.

10.1.5 Test indépendant de la compensation

Une manière de tester la détermination relative des compensations ΔV_L et ΔV_R est de comparer les oscillations mesurées avec des couples de conductance symétriques : (G_L, G_R) et (G_R, G_L) . La figure 10.5 montre que les couples $(0.485, 0.975)$ et $(0.985, 0.975)$ donnent à une très bonne précision les mêmes oscillations de Coulomb que leurs symétriques respectifs.

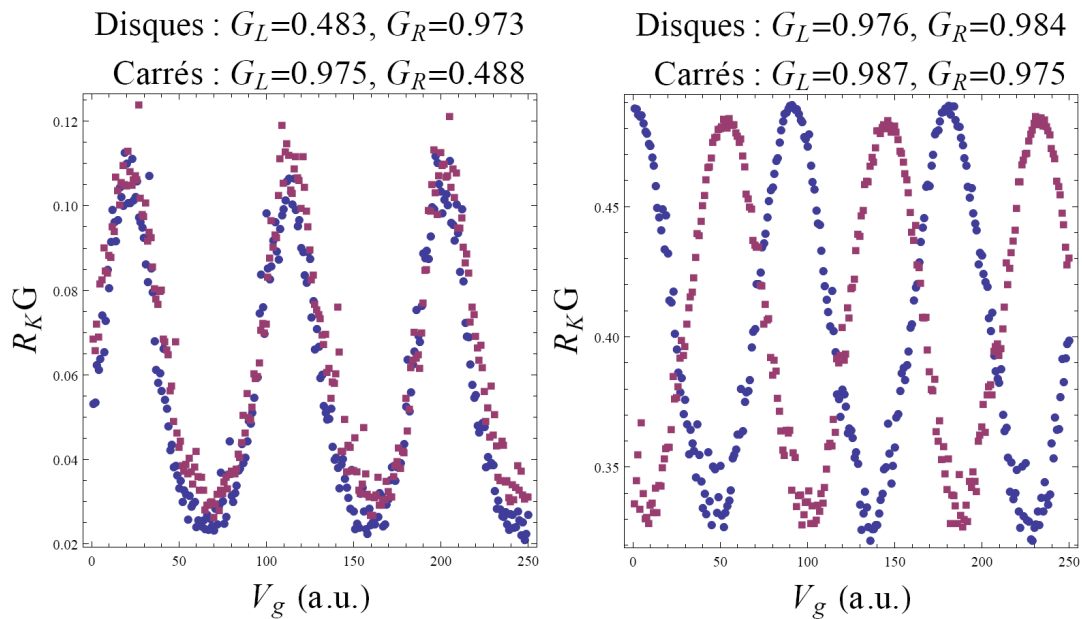


FIGURE 10.5 – Comparaison des oscillations de Coulomb de couples (G_L, G_R) symétriques.

10.2 Température électronique

Nous avons plusieurs moyens de déterminer la température électronique. Le premier est une sonde RuO_2 fixée sur la chambre de mélange, mais d'une part elle n'est pas calibrée au-dessous de 40 mK et d'autre part le très faible couplage électron-phonon aux températures de l'ordre de millikelvin peut résulter en une température électronique

supérieure à celle du réfrigérateur. Le second consiste à mesurer le bruit thermique S_v émis par la résistance de Hall $R_K/2$ de l'échantillon grâce à un amplificateur cryogénique qui sera présenté dans la partie III. Le bruit thermique est en effet proportionnel à la température : $S_v = a \times T_{\text{th}} + b$. Il suffit alors de calibrer a et b à deux températures suffisamment élevées pour que $T_{\text{th}} = T_{\text{RuO}_2}$, en l'occurrence 47 et 82 mK, pour pouvoir déduire T_{th} de S_v . La figure 10.6A montre que $T_{\text{th}} = T_{\text{RuO}_2}$ au-dessus de 30 mK et l'on trouve $T_{\text{th}} = 13 \pm 3$ mK à température de base. Une autre possibilité consiste à déduire la température à partir des oscillations de Coulomb du SET. La figure 10.6B montre ces températures T_{Osc} ; les barres d'erreur correspondent à l'incertitude de 10 % sur l'énergie de charge E_c . Les déviations entre T_{Osc} et T_{RuO_2} à haute température ne sont pas comprises.

10.3 Blocage de Coulomb dynamique en régime tunnel

Les valeurs trouvées de l'énergie de charge et de la température T_{th} sont corroborées par des mesures de blocage de Coulomb dynamique. Sur la figure 10.7, les symboles sont la conductance mesurée en fonction de la tension V avec $R_K G_R = 0.095$ et $R_K G_L = 1$ et la ligne continue est la conductance calculée avec l'équation (2.11). Le seul paramètre libre est la température $T_{\text{DCB}} = 10$ mK ; la transmission intrinsèque est fixée à 0.095, la capacité à 3.1 fF et la résistance à R_K . L'incertitude sur la capacité n'a pas d'influence sur la valeur de T_{DCB} .

10.4 Dépendance en énergie intrinsèque des QPC

Il est important que la conductance intrinsèque d'un QPC soit constante sur une échelle d'énergie de l'ordre de E_c . Ceci est vérifié sur la figure 10.8 en mesurant sa conductance en fonction de la tension continue V avec l'interrupteur en position fermée.

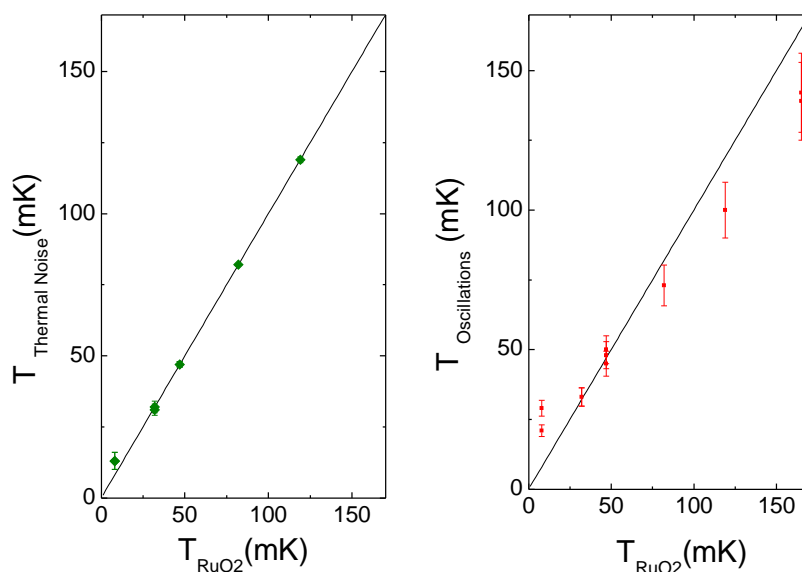


FIGURE 10.6 – **Mesures de la température électronique.** (A) Température électronique T_{th} mesurée avec le bruit thermique en fonction de la température mesurée par la sonde RuO_2 . La ligne est la droite $y = x$. (B) Température mesurée avec les oscillations de Coulomb dans le régime du SET en fonction de la température mesurée par la sonde RuO_2 . Les barres d'erreur correspondent à l'incertitude de 10 % sur la capacité C . La ligne est la droite $y = x$.

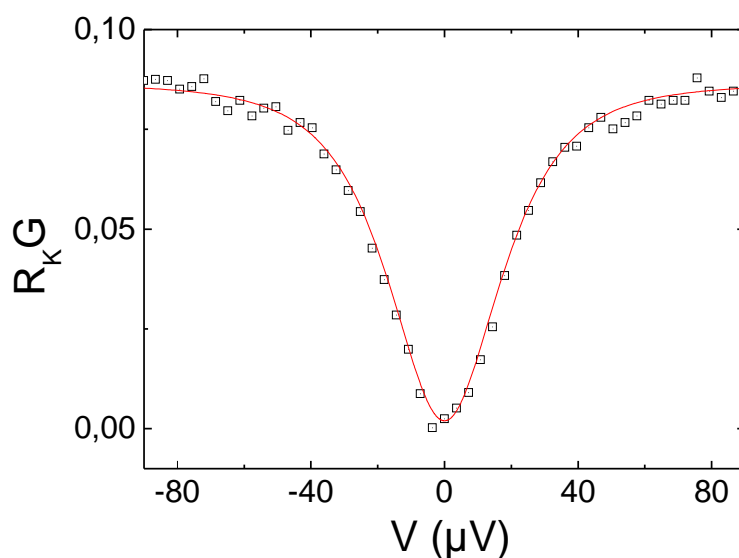


FIGURE 10.7 – **Blocage de Coulomb dynamique en régime tunnel.** Symboles : conductance du circuit mesurée en fonction de la tension V avec $R_K G_R = 0.095$ et $R_K G_L = 1$. Ligne continue : conductance calculée avec l'équation (2.11) en prenant $T_{\text{DCB}} = 10$ mK pour la température, 0,095 pour la transmission intrinsèque, 3,1 fF pour la capacité et R_K pour la résistance.

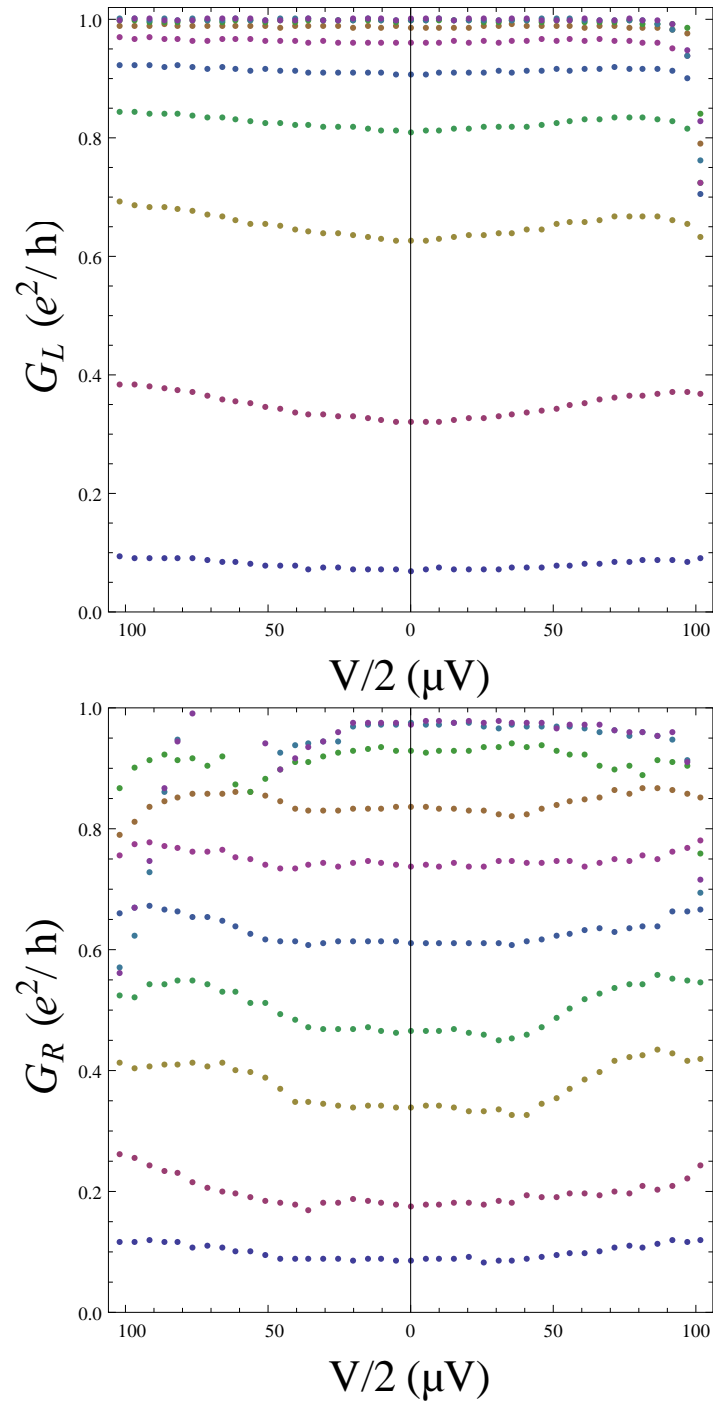


FIGURE 10.8 – Dépendance en énergie des conductances intrinsèques des QPC. Les différentes courbes correspondent à différentes valeurs des tensions $V_{L,R}$ des grilles des QPC.

Conclusion et perspectives

Nous avons étudié la transition entre l'état où la charge d'un îlot métallique est une variable discrète et l'état où elle est continue. Nous avons démontré que la condition pour détruire la quantification de la charge de l'îlot est l'existence d'au moins un canal de conduction balistique le connectant au circuit et nous avons pu caractériser quantitativement cette destruction dans les limites de couplage fort et de forte asymétrie. Nos données confirment les prédictions théoriques dans ces deux limites et donnent même à certaines de leurs caractéristiques une portée plus générale que les conditions dans lesquelles elles furent dérivées.

Nos données ont également permis de mettre en évidence de premières indications qualitatives que la physique du circuit au maximum des oscillations de Coulomb est, à basse température, analogue au modèle Kondo à deux canaux. Cela ouvre de nombreuses perspectives car les observations expérimentales d'un effet Kondo de charge restent à un état primitif [72, 142]. De plus amples investigations sont toutefois nécessaires. Par exemple, mesurer non pas la conductance totale du circuit, mais séparément les oscillations de Coulomb de chacun des deux QPC permettrait une comparaison plus directe avec le diagramme de renormalisation. Parvenir à rapprocher la température effective des oscillations de Coulomb de la température électronique donnée par le bruit thermique serait également une amélioration importante compte-tenu de la petitesse de l'énergie de charge dans notre système. Remarquons enfin qu'ajouter des QPC permettrait d'étudier un effet Kondo à plus de deux canaux.

Nous avons déjà mentionné que la destruction de la quantification de la charge de l'îlot ne signifie pas la fin des effets de charge au sens large, puisque le comportement du circuit est alors déterminé par le phénomène de blocage de Coulomb dynamique. De ce point de vue, la géométrie à trois QPC qui a été brièvement utilisée pourrait permettre d'étudier un blocage de Coulomb dynamique où deux canaux de conduction non-balistiques interagissent, ce qui constitue une extension naturelle de la partie I.

Troisième partie

LIMITE QUANTIQUE DU COURANT DE
CHALEUR À TRAVERS UN UNIQUE
CANAL DE CONDUCTION

Sommaire

12 Transfert de chaleur à l'échelle mésoscopique	139
12.1 Expressions générales des courants électrique et de chaleur	139
12.2 Modes de transfert dans le régime linéaire	140
12.3 Quantum de conductance thermique	142
12.3.1 Dans le régime non-linéaire	142
12.3.2 Universalité du quantum de conductance thermique	142
12.3.3 Vers une limite universelle du transfert d'information ?	143
12.3.4 Situation expérimentale	145
13 Approche expérimentale	149
13.1 Principe de l'expérience	149
13.2 Échantillon étudié	150
13.2.1 Puissance injectée par effet Joule	152
13.2.2 Détermination de la température par des mesures de bruit thermique	152
14 Résultats expérimentaux	155
14.1 Thermométrie de bruit	155
14.1.1 Mesures de bruit	155
14.1.2 Caractéristique courant de chaleur-température	159
14.2 Séparation du courant de chaleur électronique	159
14.2.1 Données à température de base	159
14.2.2 Données à 40 mK	160
14.3 Modélisation du courant de chaleur total	162
14.3.1 Hypothèses sur le couplage électron-phonon	162
14.3.2 Courant de chaleur à travers tous les canaux électroniques	163

15 Mesures Mégahertz	165
15.1 Amplificateurs cryogéniques HEMT	165
15.2 Implémentation de la chaîne d'amplification dans le cryostat	167
15.3 Modélisation et calibration de la chaîne d'amplification	168
15.4 Signal mesuré et contrôle de la chaîne d'amplification	170
16 Conclusion et perspectives	173

Introduction

Nous nous intéressons dans cette partie à la conductance thermique des canaux de conduction. En comparaison de la conductance électrique, elle a été très peu étudiée expérimentalement car il est très difficile de mesurer des températures et déterminer des courants de chaleur à l'échelle mésoscopique. Un pilier du transport électrique dans les circuits mésoscopiques est le quantum de conductance électrique, $G_{\text{el}} = e^2/h$. Il fut révélé pour la première fois en 1988 par l'observation de marches dans la conductance électrique d'un contact ponctuel quantique (QPC) au fur et à mesure que le nombre de canaux transmis à travers le QPC était augmenté. Nous présentons ici la première mesure quantitative de son analogue, le *quantum de conductance thermique*, $G_{\text{th}} = (\pi^2 k_B^2 / 3h)T$. Remarquablement, cette limite quantique fondamentale de la conductance thermique d'un canal de conduction est universelle, indépendante de la nature du canal (électronique, photonique, phononique, anyonique, etc.). Compte-tenu des liens très étroits entre chaleur, entropie et information, cela suggère l'existence d'une limite universelle associée au transfert d'information. Le quantum de conductance thermique a d'ailleurs déjà été mis en évidence dans des canaux bosoniques : en 2000 avec des phonons et en 2006 avec des photons. Mais concernant les fermions, s'il fut montré que la conductance thermique d'un QPC présente bien des marches associées à l'ouverture successive des canaux de conduction, la valeur quantitative de la conductance thermique restait inaccessible. Notre approche, basée sur la détermination très précise de la température électronique en mesurant le bruit thermique grâce à des amplificateurs cryogéniques ultra-bas bruit et sur le contrôle du courant de chaleur injecté dans les canaux de conduction, nous a permis de mesurer pour la première fois la conductance thermique d'un unique canal de conduction électronique, que nous avons trouvée égale à G_{th} à une précision inférieure à 10 %.

Transfert de chaleur à l'échelle mésoscopique

Dans ce chapitre, nous commençons par dériver les expressions des courants électrique et de chaleur dans le cas général, puis dans le régime linéaire, où il apparaît que les conductances électrique et thermique d'un canal électronique sont bornées par les quantum de conductance électrique et thermique. Nous nous intéressons alors plus spécifiquement au quantum de conductance thermique en évoquant son étonnante universalité et les conséquences que cela pourrait avoir dans le domaine de l'information, puis en décrivant succinctement les principales – et peu nombreuses – expériences le mettant en évidence.

12.1 Expressions générales des courants électrique et de chaleur

On peut sans perte de généralité considérer la situation représentée sur la figure 12.1 où deux réservoirs de potentiels électrochimiques $\mu_{L,R}$ et températures $T_{L,R}$ sont reliés par un unique canal de conduction décrit par une probabilité de transmission $\tau(\epsilon)$. Les propriétés d'un conducteur multi-canal s'obtiennent simplement en sommant les résultats de cette situation élémentaire.

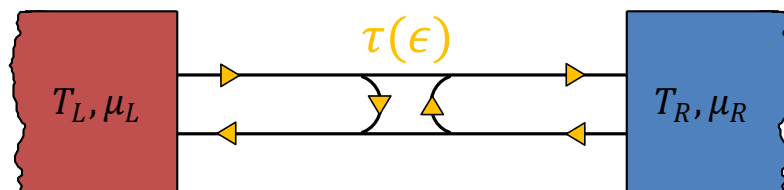


FIGURE 12.1 – Canal de conduction soumis à une différence de potentiel et de température.

Les courants électrique et de chaleur sont respectivement portés par la charge et l'énergie cinétique des électrons circulant dans le canal de conduction [76, 77]. Le courant d'électrons arrivant au réservoir $\alpha \in \{L, R\}$ avec une énergie cinétique dans l'intervalle $[\epsilon, \epsilon + d\epsilon]$ s'écrit [12] :

$$d\dot{n}_\alpha = \tau(\epsilon) [f_\alpha(\epsilon) - f_{\bar{\alpha}}(\epsilon)] v(\epsilon) \rho(\epsilon) d\epsilon,$$

où $\bar{\alpha} = \{R, L\}$ est le réservoir opposé à α , $f(\epsilon)$ est la fonction de Fermi du réservoir, v est la vitesse des électrons et ρ leur densité d'états. Une spécificité de l'unidimensionalité des canaux est que le produit ρv est constant, égal à $1/h$. Toute la complexité du conducteur est donc encapsulée dans la transmission $\tau(\epsilon)$. On en déduit l'expression du courant électrique I_α arrivant au réservoir α :

$$I_\alpha = \frac{e}{h} \int d\epsilon \tau(\epsilon) [f_{\bar{\alpha}}(\epsilon) - f_\alpha(\epsilon)]. \quad (12.1)$$

Et celle du taux de variation J_α de la chaleur du réservoir α :

$$J_\alpha = \frac{1}{h} \int d\epsilon \tau(\epsilon) (\epsilon - \mu_\alpha) [f_{\bar{\alpha}}(\epsilon) - f_\alpha(\epsilon)]. \quad (12.2)$$

Pour cette dernière, on a usé du premier principe de la thermodynamique : $\delta J = d\dot{U} - \mu d\dot{n} = (\epsilon - \mu) d\dot{n}$. Si $J > 0 (< 0)$, la réservoir chauffe (refroidit).

Il est clair que $I_R = -I_L \equiv I$, signe que la charge est conservée. En revanche, on a $J_L + J_R = VI$, où $eV \equiv \mu_L - \mu_R$, car de la chaleur est créée irréversiblement par effet Joule dès qu'un courant circule dans le canal.

12.2 Modes de transfert dans le régime linéaire

Le régime linéaire a lieu lorsque les déséquilibres en température et en tension sont très petits devant l'énergie thermique : $eV \ll k_B T$ et $\Delta T \ll T$, où $T \approx T_{L,R}$ et $\Delta T \equiv T_{\bar{\alpha}} - T_\alpha$. Les expressions des courants électrique et de chaleur y prennent la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} I \\ J_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_0 & L_1 \\ L_1 & L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ \Delta T/T \end{pmatrix}, \quad (12.3)$$

où $L_n = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \tau(\epsilon) \left(\frac{\epsilon - \epsilon_F}{e}\right)^n \left(-\frac{\partial f}{\partial \epsilon}\right)$. Le courant est souvent préféré à la tension comme variable. Cela donne :

$$\begin{pmatrix} V \\ J_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/G & -S \\ \Pi & \kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ \Delta T \end{pmatrix}. \quad (12.4)$$

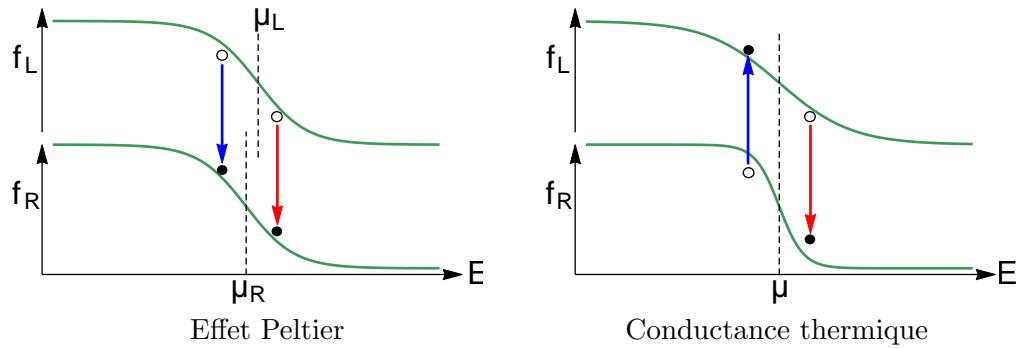


FIGURE 12.2 – **Courant de chaleur en régime linéaire.** Les courbes vertes représentent les fonctions de Fermi du réservoir L en haut et du réservoir R en bas. La flèche rouge (bleue) indique le sens de propagation des particules situées au-dessus (au-dessous) du niveau de Fermi, lesquelles sont chaudes (froides). À gauche, les fonctions de Fermi sont à la même température, mais à des potentiels électrochimiques différents. Si le canal est balistique ($\tau = 1$), alors le courant électrique comportera autant d'électrons chauds que d'électrons froids et aucun courant de chaleur ne circulera dans le canal. En revanche, si la transmission est asymétrique par rapport au niveau de Fermi, alors un courant de chaleur réversible pourra circuler dans le canal (effet Peltier). À droite, les fonctions de Fermi sont au même potentiel électrochimique, mais à des températures différentes. Les électrons chauds et les électrons froids se propagent dans des sens différents. Il y aura donc conduction de chaleur du réservoir chaud vers le réservoir froid.

où $G = 1/L_0$, $\Pi = L_1/L_0$, $S = \Pi/T$ et $\kappa = \frac{1}{T} \left(L_2 - \frac{L_1^2}{L_0} \right)$. On remarque que $J_L + J_R = 0$: l'effet Joule est absent, car c'est un phénomène d'ordre 2. En régime linéaire, la chaleur est donc simplement transférée d'un réservoir à l'autre, selon deux modes distincts.

— L'effet Peltier, Π , est dû à l'entropie portée par le courant électrique circulant dans le canal. C'est un effet réversible (il suffit de changer le sens du courant pour revenir à la situation de départ), qui est lié au coefficient Seebeck par la relation d'Onsager, $S = \Pi/T$. Cet effet est nul pour un canal balistique [78, 80, 95] (plus généralement pour tout canal dont la transmission n'est pas asymétrique par rapport au niveau de Fermi). En effet, comme le montre la figure 12.2, il y a dans ce cas autant d'électrons chauds que d'électrons froids participant au courant électrique.

— La conductance thermique, κ , qui correspond à une diffusion irréversible de chaleur dans le fluide électronique lorsque les réservoirs sont à des températures différentes. Contrairement à la situation précédente, les électrons chauds et froids se propagent dans des sens opposés. Même si la transmission est symétrique par rapport au niveau de Fermi, il circulera donc un courant de chaleur (mais pas de courant électrique, les électrons chauds et froids étant en nombres identiques – le coefficient Seebeck est nul [78–80]). Par exemple, si la transmission est indépendante de l'énergie, on trouve : $\kappa = \tau \frac{\pi^2 k_B^2}{3h} T = \tau G_{\text{th}}$. Remarquablement, la loi de Wiedemann-Franz est vérifiée dans ce cas. En effet, lorsque la transmission τ est indépendante de l'énergie,

la conductance électrique vaut : $G = \tau \frac{e^2}{h} = \tau G_{\text{el}}$, ce qui donne :

$$\frac{\kappa}{GT} = \frac{G_{\text{th}}}{G_{\text{el}}T} = \frac{\pi^2 k_B^2}{3e^2}. \quad (12.5)$$

12.3 Quantum de conductance thermique

12.3.1 Dans le régime non-linéaire

Les calculs précédent montrent que les conductances électrique et thermique d'un canal sont majorées par, respectivement, le quantum de conductance électrique $G_{\text{el}} = e^2/h \approx 1/(26 \text{ k}\Omega)$ et le quantum de conductance thermique $G_{\text{th}} = (\pi^2 k_B^2/3h)T \approx (1 \text{ pW/K}^2)T$. Ces valeurs sont atteintes lorsque le canal est balistique, $\tau = 1$. Dans ce cas, on peut aussi calculer les courants au-delà du régime linéaire, pour des V et ΔT quelconques¹ :

$$I = \frac{e^2}{h}V \quad (12.6)$$

$$J_\alpha = \frac{1}{2}VI + \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_\alpha^2 - T_\alpha^2) \quad (12.7)$$

Le courant électrique a la même expression que dans le régime linéaire, et le deuxième terme du courant de chaleur a une forme similaire : $\frac{\pi^2 k_B^2}{3h} \bar{T} \Delta T$, où $\bar{T} = (T_L + T_R)/2$. Le premier terme du courant de chaleur est la puissance de Joule dissipée dans le réservoir α ; elle est réduite d'un facteur 1/2 par rapport à VI car elle est dissipée à parts égales entre les deux réservoirs.

12.3.2 Universalité du quantum de conductance thermique

Le quantum de conductance électrique est souvent qualifié « d'universel », car il est indépendant des propriétés microscopiques du conducteur dans lequel est réalisé le canal². Le quantum de conductance thermique est d'une plus grande universalité encore. Il est en effet indépendant de la statistique quantique des particules portant le courant de chaleur [83, 84]. Le rayonnement thermique d'un canal photonique peuplé selon la distribution de Bose-Einstein transportera donc la même quantité de chaleur qu'un canal électronique peuplé selon la distribution de Fermi-Dirac. C'est plus généralement le cas de toutes les particules obéissant à une statistique fractionnaire telle que définie par Haldane [143], ce qui concerne notamment les quasi-particules de Laughlin [144] et les fermions composites de la hiérarchie de Jain [145] qu'on trouve dans la zoologie de

1. Tant que les énergies électrostatique et thermique restent très inférieures à l'énergie de Fermi.
2. C'est la conséquence de l'égalité $\rho v = 1/h$.

l'effet Hall quantique fractionnaire. Cette remarquable universalité est une propriété exclusive de la conductance thermique : le quantum de conductance électrique est différent pour des fermions et des anyons. Cela implique d'ailleurs la violation de la loi de Wiedemann-Franz pour les anyons [83, 88, 89].

12.3.3 Vers une limite universelle du transfert d'information ?

L'universalité du quantum de conductance thermique et les liens étroits entre chaleur, entropie et information suggèrent l'existence d'une limite universelle associée au transfert d'information [82, 91].

Illustrons-le en considérant des bosons tels que $\mu_L = \mu_R = 0$ (photons ou phonons acoustiques par exemple). Supposons de plus que $T_R = 0$. Seul le réservoir de gauche émet alors des particules et l'on a : $J \leq \frac{\pi^2 k_B^2}{6\hbar} T_L^2$. En utilisant le lien entre le courant de chaleur et le courant d'entropie³ : $J = T_L \dot{S}/2$, on trouve que l'entropie aussi est bornée :

$$\dot{S}^2 \leq \frac{\pi k_B^2}{3\hbar} J.$$

Puis en utilisant le lien entre l'entropie de Boltzmann, S , et celle de Shannon, $S_I = S/k_B \log 2$, on obtient :

$$\dot{S}_I \leq \frac{\pi}{\log 2} \sqrt{\frac{2P}{3\hbar}},$$

où P est la puissance transférée du réservoir L au réservoir R (ici $P = J$ car $\mu = 0$). Cette inégalité signifie que l'information envoyée dans le canal par le réservoir s'accompagne d'un transfert d'énergie; de plus, l'énergie associée à la transmission d'un bit d'information n'est pas fixe mais augmente avec le débit (dépendance en \sqrt{P}).

Cette manière de définir le débit d'information est toutefois limitée; par exemple elle ne prend pas en compte les différents codages possibles. La mesure appropriée de l'information transmise de l'émetteur au récepteur s'appelle la capacité, C , qui d'après le théorème de codage-canal est le débit maximal d'information pouvant être transmis sans erreur à travers le canal en la codant de façon appropriée [90].

Les auteurs de la référence [146] montrent que pour un canal bosonique, quelle que soit la manière dont est encodé le signal (que ce soit avec des états nombres, cohérents,

3. Le facteur 1/2 provient de la nature irréversible du processus.

squeezés, etc.), la valeur maximale atteignable par la capacité est ⁴ :

$$C_{\max} = \frac{\pi}{\log 2} \sqrt{\frac{2P}{3\hbar}} \text{ bit/s.} \quad (12.8)$$

Dans la référence [91], il est montré que cette valeur majore aussi les capacités de particules ayant une statistique fermionique ou fractionnaire au sens de Haldane. En revanche, contrairement aux bosons, il n'est pas possible de l'atteindre. Pour les fermions par exemple, la plus grande capacité atteignable est $C_{\text{fermions}} = \frac{C_{\max}}{\sqrt{2}}$. Cela est cependant dû au fait que le calcul de la capacité considère un flot unidirectionnel d'information. Pour la conductance thermique en revanche, le canal est connecté à deux réservoirs et l'énergie et l'entropie circulent dans les deux sens. En généralisant la notion de capacité à un transfert bidirectionnel d'information (émetteur et récepteur à chaque extrémité du canal), les auteurs de la référence [91] montrent que la borne C_{\max} est atteignable pour toutes les statistiques.

Cette limitation est d'origine purement quantique. On peut s'en donner un premier aperçu en considérant la capacité d'un canal classique de bande passante D avec un bruit blanc gaussien B :

$$C_{\text{gaus}} = D \log \left(1 + \frac{P}{BD} \right). \quad (12.9)$$

Clairement, seule l'existence d'un bruit minimal comme celui dû aux fluctuations quantiques peut limiter cette capacité à une puissance donnée. Dans le régime quantique, l'équation (12.9) ne peut toutefois pas être directement utilisée car le bruit quantique n'est en général ni additif, ni gaussien, ni blanc.

Pour comprendre la forme de C_{\max} , supposons que l'information est encodée par l'envoi ou non de paquets d'ondes successifs (figure 12.3). Si N bits d'information sont à transmettre pendant un temps T , alors la résolution temporelle finie d'un paquet d'ondes implique que son énergie vérifie : $E \gtrsim \hbar N/T$. Avec en moyenne $N/2$ paquets d'ondes transmis, la puissance moyenne vaut : $P = (N/2) \times E/T \gtrsim \hbar(N/T)^2/2$, soit $C \lesssim \sqrt{P/\hbar}$.

La limitation de la capacité est donc la conséquence du principe d'Heisenberg qui veut que des quanta transférés en un temps fini ont une énergie finie. Il ne s'agit pas forcément d'un coût énergétique inévitable pour transmettre l'information : P est la puissance transférée avec les bits d'informations, mais il n'y a pas de raison, en principe, pour que cette puissance soit consommée. Seul le principe d'effacement de Landauer [147] le requiert.

4. Ce résultat est obtenu pour un canal balistique et sans perte, où seul le bruit quantique fondamental est pris en compte. A priori, la suppression d'une de ces contraintes ne pourrait que réduire la capacité du canal.

Tous ces résultats sont valables pour un unique canal. La capacité maximale de N canaux est N fois plus grande. Compte-tenu de ce que n'importe quel câble électrique contient plusieurs millions de canaux en parallèle, la limite (12.8) pourrait sembler incongrue. En pratique pourtant, un processeur est incapable de traiter toutes ces informations parallèles et la même information est transmise par tous les canaux. À l'heure actuelle, C_{\max} est d'ailleurs très loin d'être une limite pratique. Pour une puissance $P = 1$ nW, on a : $C_{\max} = 4.5$ Tbit/s.

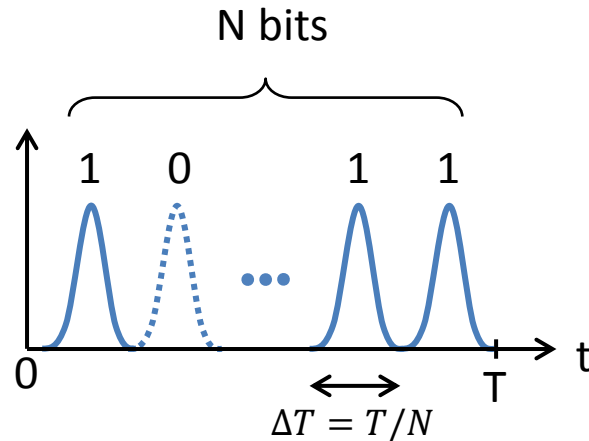


FIGURE 12.3 – **Origine de la limitation quantique de la capacité d'un canal.** Supposons que N bits sont envoyés en un temps T en transmettant (bit=1) ou non (bit=0) des paquets d'ondes. La largeur temporelle finie d'un paquet d'onde, $\Delta T = T/N$, implique d'après le principe d'Heisenberg qu'il a une énergie $E \gtrsim \hbar/\Delta T$ qui est transférée avec le bit d'information.

12.3.4 Situation expérimentale

Phonons

La première confirmation expérimentale de la valeur prédite de G_{th} eut lieu en 2000 avec des canaux phononiques [92]. Le principe de cette expérience est proche de celui que nous implémenterons avec des canaux électroniques. Une membrane de nitrure de silicium suspendue, jouant le rôle de réservoir de phonons, est connectée au substrat par quatre bras constituant des guides d'onde phononiques (figure 12.4A). Deux résistances en couche-mince déposées sur la membrane permettent de la chauffer par effet Joule et de déterminer l'élévation de sa température par une mesure du bruit thermique. La chaleur injectée dans la membrane ne pouvant s'échapper que par les quatre bras⁵, le rapport de la puissance de Joule par l'élévation de la température est égal à la conductance thermique des quatre bras.

Les auteurs de l'expérience trouvent (figure 12.4B) que la conductance thermique

5. Les résistances sont connectées au circuit de mesure par des fils de niobium supraconducteurs qui ne conduisent pas la chaleur.

mesurée sature à basse température à une valeur égale à seize fois le quantum de conductance, G_{th} , ce qui correspond à la valeur maximum attendue pour les quatre modes acoustiques que comporte chacun des quatre bras ⁶. L'augmentation de la conductance thermique à plus haute température s'expliquerait par le peuplement thermique des modes optiques, ainsi que par la diminution du gap supraconducteur du niobium.

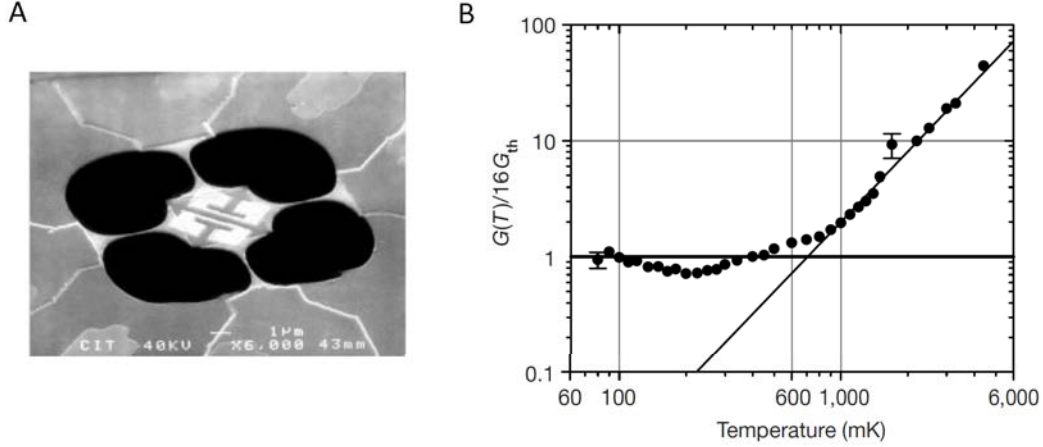


FIGURE 12.4 – **Conductance thermique de 16 canaux phononiques, d'après [92].** (A) Échantillon étudié. (B) Conductance thermique des quatre bras suspendus en fonction de la température.

Photons

La conductance thermique d'un unique canal photonique a été étudiée dans la référence [93] (figure 12.5). Ils s'intéressent au rayonnement thermique d'une résistance R_1 – qui est chauffée par une puissance P_1 – vers une autre résistance R_2 à laquelle elle est connectée via un SQUID réalisant un circuit LC modulable.

L'expression de la conductance thermique entre les deux résistances peut alternativement être obtenue comme précédemment dans l'approche de diffusion [82] ou en restant dans le cadre de l'électrocinétique [87, 148]. Dans ce dernier cas, la puissance transférée d'une résistance à l'autre est due au bruit électromagnétique qu'elles rayonnent selon le mécanisme suivant : la résistance $R_{1,2}$ produit un bruit en tension de densité spectrale [105] $S_v(\omega) = 4\hbar\omega R_{1,2} [n_{1,2}(\omega) + 1/2]$, où $n_{1,2}(\omega) = [\exp(\hbar\omega/k_B T_{1,2}) - 1]^{-1}$ est la distribution de Bose, lequel génère dans le circuit un bruit en courant $S_I = S_v/|R_1 + R_2 + Z|^2$, qui dissipe dans l'autre résistance $R_{2,1}$ une puissance :

$$R_{2,1}S_I = \frac{R_1 R_2}{|R_1 + R_2 + Z|^2} \times 4\hbar\omega \times \left[n_{1,2}(\omega) + \frac{1}{2} \right].$$

6. Ces modes sont balistiques grâce à la forme en \cosh^2 de la largeur des bras.

La puissance transmise d'une résistance à l'autre est donc :

$$J_{\text{photons}} = \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{4R_1R_2}{|R_1 + R_2 + Z|^2} \hbar\omega [n_1(\omega) - n_2(\omega)]. \quad (12.10)$$

Elle est identique à la formule (12.2) où les fonctions de Fermi sont remplacées par des fonctions de Bose et la transmission du canal est telle que : $\tau = \frac{4R_1R_2}{|R_1+R_2+Z|^2}$. Pour une impédance $Z = 0$ et des résistances adaptées $R_1 = R_2$, on a $\tau = 1$ et la conductance thermique est égale au quantum de conductance thermique.

Dans [93], le SQUID permet de varier l'impédance $Z(\omega)$ et donc la conductance thermique du canal photonique. Les auteurs trouvent que les variations correspondantes de T_1 – mesurées au moyen d'une jonction NIS déposée sur la résistance – sont compatibles avec la modélisation des échanges thermiques (figure 12.5B) et parviennent à atteindre des valeurs de la transmission τ de l'ordre de 60%. Dans la référence [94], un circuit similaire dans lequel l'adaptation d'impédance est améliorée a permis de réaliser un refroidissement par les photons cohérent avec la limite quantique, G_{th} .

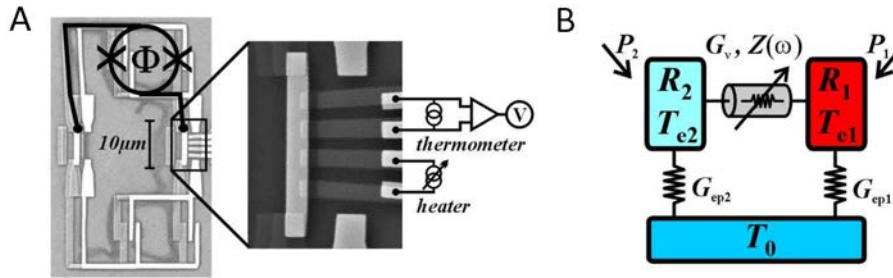


FIGURE 12.5 – Conductance thermique d'un canal photonique, d'après [93]. (A) Circuit étudié. (B) Modèle thermique de ce circuit.

Électrons

Dès 1990, une série d'expériences [79, 95] menées dans des gaz bidimensionnels d'électrons avec des QPC mit en évidence les effets quantiques sur les coefficients Seebeck et Peltier, ainsi que sur la conductance thermique κ . Le circuit ayant servi à étudier cette dernière est montré sur la figure 12.6A. Un courant électrique circulant entre les contacts 3 et 4 chauffe le gaz d'électrons d'une température ΔT dans la zone à droite du QPC₁. Cela entraîne un courant de chaleur, $J = \kappa\Delta T$, à travers le QPC₁, qui est dissipé vers les phonons du substrat dans la zone à sa gauche. Il en résulte une faible élévation de la température de cette zone, $\delta T \ll \Delta T$, laquelle est directement proportionnelle au courant thermique : $J \propto \delta T$. En mesurant les tensions thermoélectriques qui se développent aux bornes des QPC₂ et QPC₃ : $V_{\text{th}}^{(2)} = -S_2\delta T$ et $V_{\text{th}}^{(3)} = -S_3\Delta T$, ils obtiennent les variations δT et ΔT et parviennent donc à remonter à la conductance thermique du QPC₁. La figure 12.6B montre que la tension thermoélectrique $V_{\text{th}}^{(2)}$ présente des plateaux qui coïncident avec ceux de la conductance électrique du QPC₁ ; la

conductance thermique est donc proportionnelle au nombre de canaux transmis. De plus, en supposant une forme simplifiée de la chaleur dissipée vers les phonons : $\frac{c_v A \delta T}{\tau_{e-p}}$ (τ_{e-p} est le temps de relaxation électron-phonon, c_v la capacité calorifique par unité de surface du gaz et A la surface de gaz chauffée), ils peuvent estimer la conductance thermique : $\kappa = \frac{c_v A}{\tau_{e-p}} \frac{V_{th}^{(2)}/S_2}{V_{th}^{(3)}/S_3}$, qu'ils trouvent à un facteur 2 de ce que prédit la loi de Wiedemann-Franz.

Dans la référence [96], un circuit différent a permis de démontrer plus clairement que la conductance thermique est proportionnelle au nombre de canaux transmis par un QPC, mais la valeur de la conductance d'un canal, c.-à-d. le quantum de conductance thermique, n'était pas accessible par construction de l'expérience.

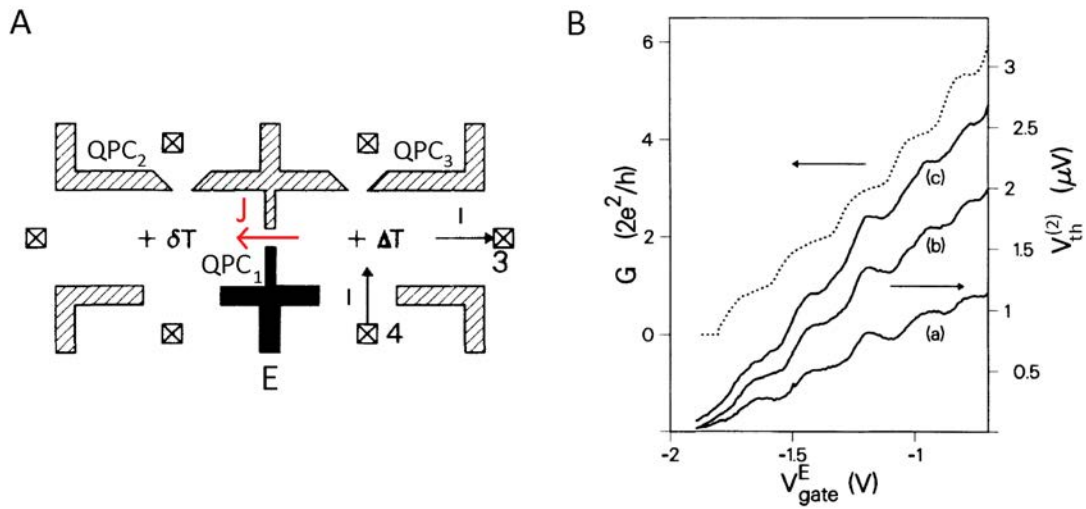


FIGURE 12.6 – **Conductance thermique d'un contact ponctuel quantique, d'après [95].** (A) Circuit étudié. (B) Conductance électrique du QPC₁ (ligne en tirets) et tension thermoélectrique se développant aux bornes du QPC₂ (lignes continues) en fonction de la tension de la grille E . La courbe (a) correspond à $I = 1.0 \mu\text{A}$, (b) à $I = 1.3 \mu\text{A}$ et (c) à $I = 1.5 \mu\text{A}$.

Approche expérimentale

Ce chapitre présente le principe de la mesure du quantum de conductance thermique que nous avons réalisée pour des canaux électroniques, ainsi que son implémentation concrète.

13.1 Principe de l'expérience

Le principe de l'expérience est schématisé sur la figure 13.1. Une électrode métallique de dimension micrométrique est électriquement connectée, par un nombre ajustable n de canaux électroniques, à un réservoir froid à la température T_0 . Les électrons de l'électrode sont chauffés à une température T_Ω – qui est déterminée directement par des mesures de bruit thermique – en y injectant, par effet Joule, une puissance contrôlée J_Q . En régime stationnaire, T_Ω est telle que le bilan de chaleur est nul dans l'électrode :

$$J_Q = n \times J_e(T_\Omega, T_0) + J_{e-ph}(T_\Omega, T_0), \quad (13.1)$$

où $n \times J_e$, est le courant de chaleur s'évacuant par les n canaux électroniques et J_{e-ph} est un courant de chaleur s'évacuant par un chemin additionnel, qui sera plus tard attribué au couplage entre les électrons chauds et les phonons froids de l'électrode.

Pour déterminer J_e , nous cherchons à nous « débarrasser » du mécanisme de refroidissement parasite, J_{e-ph} . Pour cela on compare la situation où il y a n canaux de conduction, avec celle où il y a $n + \Delta n$ canaux et où la puissance de Joule injectée a été ajustée afin de garder identique la température T_Ω . Par exemple, si $\Delta n > 0$, il faut augmenter la puissance de Joule, $\Delta J_Q > 0$, car le chaleur a plus de chemins par lesquels s'évacuer. Le courant de chaleur J_{e-ph} étant indépendant de n , il est identique dans les deux situations. En conséquence, la quantité ΔJ_Q est directement égale à la chaleur circulant à travers les Δn canaux électroniques et l'on obtient :

$$J_e(T_\Omega, T_0) = \left. \frac{\Delta J_Q}{\Delta n} \right|_{T_\Omega}, \quad (13.2)$$

où la notation $\frac{*}{*}|_{T_\Omega}$ rappelle qu'on compare deux situations avec la même température T_Ω . Le courant de chaleur électronique J_e peut donc être extrait directement, indépendamment de J_{e-ph} .

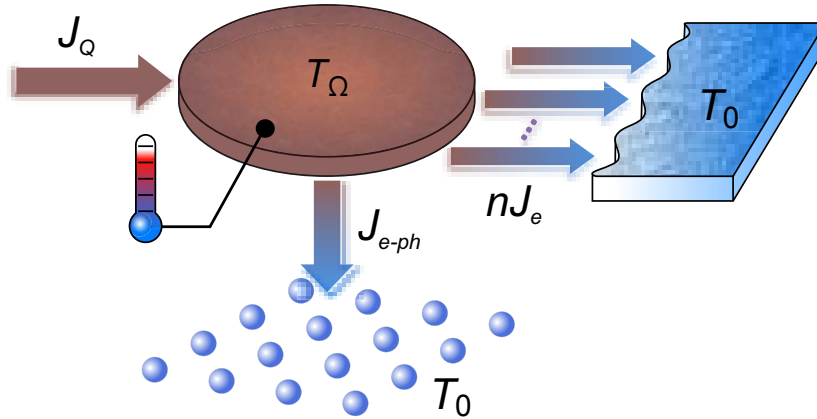


FIGURE 13.1 – **Principe de l'expérience.** Les électrons d'une électrode métallique (disque brun) sont chauffés à une température T_Ω en injectant une puissance de Joule (symbolisée par la flèche J_Q) qui peut s'évacuer par n canaux électroniques (flèches nJ_e), ainsi que par les phonons du substrat (flèche J_{e-ph}).

13.2 Échantillon étudié

La figure 13.2 montre une image en fausses-couleurs de l'échantillon étudié.

L'électrode métallique dont les électrons sont chauffés à la température T_Ω est le contact ohmique AuGeNi de taille micrométrique colorisé en brun sur la figure. Il est connecté électriquement à d'autres contacts ohmiques (symbolisés par des disques blancs), qui sont beaucoup plus gros et restent froids, via deux contacts ponctuels quantiques, QPC₁ et QPC₂ (grilles colorisées en jaune). Chaque QPC est réglé au centre d'un plateau de conductance, où ses canaux sont soit totalement transmis, soit totalement réfléchis (voir la section 3.1 pour plus de détail sur les QPC). Sur la figure 13.2, il y a $n_1 = 1$ canal transmis par le QPC₁ et $n_2 = 2$ canaux transmis par le QPC₂. Le nombre total de canaux permettant à la chaleur de s'évacuer du micro-contact ohmique est $n = n_1 + n_2$.

La taille du micro-contact ohmique résulte du compromis entre des contraintes antagonistes (voir aussi la section 3.3). D'un côté, la connexion électrique au gaz bi-dimensionnel d'électron (colorisé en bleu) doit être presque parfaite (comparée à G_{el}) et les électrons qu'il absorbe doivent avoir le temps de relaxer vers une distribution d'équilibre avant d'être réemis (condition pour être un réservoir). Ceci fixe sa taille minimale. Mais de l'autre côté, il ne doit pas être trop gros, autrement le poids du couplage électron-phonon, lequel est proportionnel au volume, deviendrait trop impor-

tant par rapport au courant de chaleur électronique. Avec le micro-contact ohmique de la figure 13.2, la résistance de contact mesurée est de l'ordre de $10^{-3}R_K$, le temps passé par un électron dans l'électrode est de l'ordre de la dizaine de microsecondes (comparé à un temps d'interaction électron-électron de typiquement 10 ns, voir la section 3.3) et le courant de chaleur électronique domine sur le couplage électron-phonon pour des températures $T_\Omega \lesssim 70$ mK (voir plus loin).

Les mesures qui seront présentées ont été prises dans le régime de l'effet Hall quantique entier [23] aux facteurs de remplissage $\nu = 3$ et $\nu = 4$. Les électrons se propagent alors le long des bords de l'échantillon dans ν canaux de bords chiraux (représentés en rouge avec une flèche indiquant la direction de propagation). Une motivation pour travailler dans ce régime est la séparation spatiale des canaux arrivant et partant des QPC qui prévient tout échange d'énergie entre les électrons chauds sortant du micro-contact ohmique et les électrons froids y entrant. De plus, il n'y a pas de chute de potentiel le long des canaux – même sur des distances de l'ordre du millimètre – et en conséquence pas de dissipation. La chiralité facilite également l'implémentation du système de mesure de bruit, car l'impédance vue par l'amplificateur de tension est indépendante de n . Finalement, la grande taille des plateaux des QPC dans ce régime permet de se placer dans une situation où les canaux sont très précisément, soit ouverts, soit fermés.

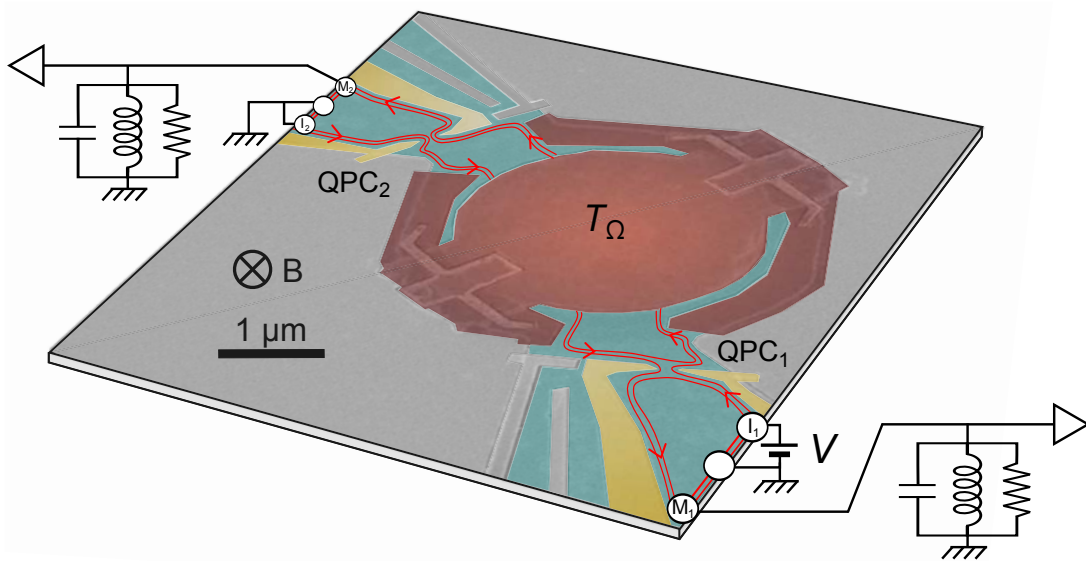


FIGURE 13.2 – **Image MEB de l'échantillon étudié.** Le gaz bidimensionnel d'électrons situé 94 nm sous la surface est colorisé en bleu, les grilles métalliques des QPC en jaune et le micro-contact ohmique en brun. Les grilles métalliques en gris, qui sont polarisées avec une forte tension négative, sont ici spectatrices. Deux canaux de bords de l'effet Hall quantique sont représentés par des flèches rouges avec $n_1 = 1$ canal transmis par QPC₁ et $n_2 = 2$ canaux transmis par QPC₂, soit un total de $n = n_1 + n_2 = 3$ canaux participant à l'évacuation de la chaleur du micro-contact ohmique. La puissance J_Q chauffant le micro-contact ohmique est générée par effet Joule en appliquant une tension continue V à l'échantillon. Le circuit de mesure du bruit thermique est représenté de manière simplifiée par un résonateur RLC et un amplificateur de tension.

13.2.1 Puissance injectée par effet Joule

La puissance J_Q injectée dans le micro-contact ohmique pour en chauffer ses électrons est générée par effet Joule en appliquant une tension continue V à l'échantillon. En supposant que le micro-contact ohmique est bien un réservoir à l'équilibre thermodynamique, les formules (12.6) et (12.7) donnent les courants électrique et de chaleur lui arrivant par le QPC₁ :

$$I_1 = n_1 G_{\text{el}} (V - V_\Omega); \quad (13.3)$$

$$J_1 = \frac{1}{2} (V - V_\Omega) I_1 + n_1 \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_0^2 - T_\Omega^2); \quad (13.4)$$

ainsi que par le QPC₂ :

$$I_2 = n_2 G_{\text{el}} (0 - V_\Omega); \quad (13.5)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (0 - V_\Omega) I_2 + n_2 \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_0^2 - T_\Omega^2). \quad (13.6)$$

Son potentiel est fixé par la conservation du courant électrique : $I_1 + I_2 = 0 \Leftrightarrow V_\Omega = \frac{n_1}{n_1 + n_2} V$. Quant à sa température, elle est déterminée par le bilan de chaleur, $J_1 + J_2 = J_{\text{e-ph}}$, qui s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{1}{2} G_{\text{el}} \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} V^2 = (n_1 + n_2) \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_\Omega^2 - T_0^2) + J_{\text{e-ph}}(T_\Omega, T_0). \quad (13.7)$$

On retrouve l'équation (13.1), où $n = n_1 + n_2$ et où la puissance de Joule a pour expression : $J_Q = \frac{V^2}{2R}$, avec $R = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) G_{\text{el}}^{-1}$, la résistance de l'échantillon.

13.2.2 Détermination de la température par des mesures de bruit thermique

La température T_Ω du micro-contact ohmique est déterminée en mesurant au contact M_1 ou M_2 le bruit thermique du courant qu'il émet [17, 149]. Pour ce faire, le bruit en courant est converti en bruit en tension aux alentours de 700 kHz par un résonateur *RLC* puis amplifié par un HEMT cryogénique suivi d'un autre amplificateur à température ambiante. Nous déterminons maintenant l'expression de ce bruit thermique.

Les fluctuations du courant émis dans un canal i par un réservoir α à la température T est la somme de deux contributions [150] :

$$\delta I_{\alpha,i} = \delta I_{\alpha,i}^{\text{th}} + G_{\text{el}} \delta V_\alpha.$$

La première correspond aux fluctuations thermiques associées à la distribution de Fermi

des électrons émis dans le canal; sa densité spectrale de bruit vaut : $\langle \delta I_{\alpha,i}^{\text{th}} \delta I_{\beta,j}^{\text{th}} \rangle_{\omega} = \delta_{\alpha,\beta} \delta_{i,j} 2k_B T G_{\text{el}}$. La deuxième correspond aux fluctuations du potentiel du réservoir; elles sont non-nulles si le réservoir n'est pas directement connecté à une source de tension ($\alpha = \Omega, M_1, M_2$) et déterminées par la conservation du courant. Par exemple, pour les contacts Ω et M_1 :

$$(n_1 + n_2)G_{\text{el}}\delta V_{\Omega} + \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \delta I_{\Omega,i}^{\text{th}} = \sum_{i=1}^{n_1} \delta I_{1,i}^{\text{th}} + \sum_{i=1}^{n_2} \delta I_{2,i}^{\text{th}}; \quad (13.8)$$

$$\frac{\delta V_{M_1}}{Z_1} + \delta I_{Z_1}^{\text{th}} + \nu G_{\text{el}}\delta V_{M_1} + \sum_{i=1}^{\nu} \delta I_{M_1,i}^{\text{th}} = n_1 G_{\text{el}}\delta V_{\Omega} + \sum_{i=1}^{n_1} \delta I_{\Omega,i}^{\text{th}} + \sum_{i=n_1+1}^{\nu} \delta I_{1,i}^{\text{th}} \quad (13.9)$$

où $\delta I_{Z_1}^{\text{th}}$ correspond aux fluctuations thermiques générées par l'impédance Z_1 qui ont pour densité spectrale : $\langle (\delta I_{Z_1}^{\text{th}})^2 \rangle_{\omega} = 4k_B T \text{Re}(1/Z_1(\omega))$. Ce système d'équations aboutit à l'expression suivante du bruit en tension, $S_{v_1} \equiv \langle (\delta V_{M_1})^2 \rangle_{\omega}$:

$$S_{v_1} = \left| \frac{1}{\nu G_{\text{el}} + 1/Z_1} \right|^2 \times \left\{ \begin{aligned} &4k_B T_0 \text{Re}(1/Z_1) \\ &+ \left[\nu + (\nu - n_1) + \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 (n_1 + n_2) \right] 2k_B G_{\text{el}} T_0 \\ &+ \left[\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 n_2 + \left(1 - \frac{n_1}{n}\right)^2 n_1 \right] 2k_B G_{\text{el}} T_{\Omega} \end{aligned} \right\} \quad (13.10)$$

Le terme entre accolades est le bruit en courant incident sur le contact de mesure M_1 . Il est converti en bruit en tension en se déversant dans l'impédance $Z_{//} = (\nu G_{\text{el}} + 1/Z_1)^{-1}$ vue par ce contact. Malgré son apparente complexité, l'expression du bruit en courant peut être retrouvée sans calcul en considérant une à une les sources de bruit thermique :

— Les plus simples sont les bruits thermiques produits par l'impédance Z_1 , les ν canaux partant du contact M_1 en direction de la masse et les $(\nu - n_1)$ canaux partant du contact I_1 qui sont directement réfléchis sur le contact M_1 . Tous se déversent en effet directement dans $Z_{//}$. Ils contribuent donc à hauteur de $4k_B T_0 \text{Re}(1/Z_1) + (2\nu - n_1)2k_B T_0 G_{\text{el}}$.

— Concernant les $(n_1 + n_2)$ canaux partant des contacts I_1 et I_2 en direction de Ω , ils contribuent chacun à hauteur de $\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 2k_B T_0 G_{\text{el}}$ car une fluctuation thermique de courant, δI^{th} , incidente sur Ω voit une fraction $\frac{n_1}{n} \delta I^{\text{th}}$ déviée vers M_1 et une fraction $\frac{n_2}{n} \delta I^{\text{th}}$ déviée vers M_2 .

— Les n_2 canaux partant de Ω en direction de M_2 contribuent chacun à hauteur de $\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 2k_B T_{\Omega} G_{\text{el}}$ car une fluctuation δI^{th} émise en direction de M_2 doit être compensée par une variation du potentiel V_{Ω} telle que $nG_{\text{el}}\delta V_{\Omega} = -\delta I^{\text{th}}$, ce qui résulte en un courant $n_1 G_{\text{el}}\delta V_{\Omega} = -\frac{n_1}{n} \delta I^{\text{th}}$ en direction de M_1 .

— Enfin, les n_1 canaux partant de Ω en direction de M_1 contribuent chacun à hauteur de $\left(1 - \frac{n_1}{n}\right)^2 2k_B T_{\Omega} G_{\text{el}}$ car une fluctuation δI^{th} émise en direction de M_1 est en partie compensée par la fluctuation du potentiel $\delta V_{\Omega} = -\delta I^{\text{th}}/nG_{\text{el}}$ si bien qu'arrive

en M_1 une fluctuation $(1 - \frac{n_1}{n}) \delta I^{\text{th}}$.

Le bruit en tension au contact M_2 s'obtient simplement en échangeant les indices 1 et 2 dans cette expression. On montre que les expressions du bruit en courant se simplifient grandement et sont en fait indépendantes du contact de mesure :

$$S_{v_i} = 4k_B T_0 \text{Re}(Z_{//}) + |Z_{//}|^2 \times \frac{2k_B(T_\Omega - T_0)G_{\text{el}}}{1/n_1 + 1/n_2}. \quad (13.11)$$

Le premier terme est le bruit à l'équilibre ($T_\Omega = T_0$). Ce n'est autre que le bruit de Johnson-Nyquist produit par l'impédance $Z_{//}$. L'échantillon y apparaît par l'intermédiaire de la résistance de Hall, $1/\nu G_{\text{el}}$, car c'est ce que « voit » le contact M_i du fait de la chiralité. Le deuxième terme, $\Delta S_I = \frac{2k_B(T_\Omega - T_0)G_{\text{el}}}{1/n_1 + 1/n_2}$, correspond à l'augmentation du bruit en courant incident sur le contact M_i du fait de l'élévation de la température du micro-contact ohmique.

Son expression relativement simple se comprend en remarquant que le circuit simplifié de la figure 13.3, qui omet la chiralité et modélise le QPC $_i$ par deux résistances de contact de valeur $R_K/2n_i$, l'une à la température T_0 l'autre à T_Ω , redonne la même expression de ΔS_I ¹.

Finalement, après amplification, le bruit mesuré est :

$$S_v^{\text{mes}} = |G|^2 (S_v + S_v^{\text{amp}}), \quad (13.12)$$

où apparaissent le gain, $G \approx 1000$, et le bruit rajouté par la chaîne d'amplification, $\sqrt{S_v^{\text{amp}}} \approx 0.2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. La température T_Ω du micro-contact ohmique est alors déduite du bruit en courant en excès, ΔS_I , qui donne la différence $(T_\Omega - T_0)$ et du bruit à l'équilibre qui donne la température de base T_0 . Plus de détails, notamment sur la calibration de la chaîne d'amplification, seront apportés dans le chapitre 15.

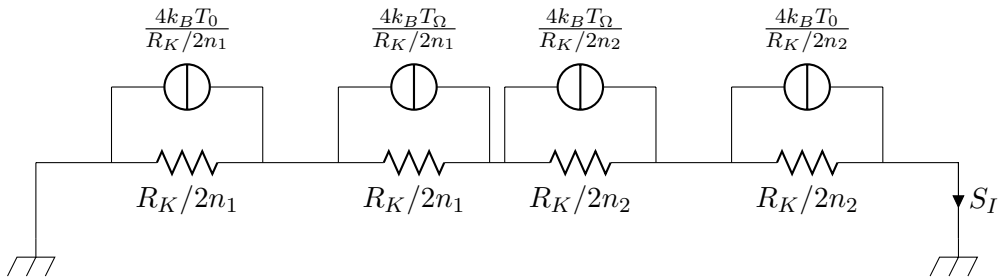


FIGURE 13.3 – Modélisation du bruit émis par le micro-contact ohmique en omettant la chiralité.

1. Mais pas le bruit total à cause de l'omission de la chiralité.

Résultats expérimentaux

Ce chapitre est consacré à l'étude expérimentale des propriétés thermiques du circuit que nous venons de présenter. Dans un premier temps, nous appliquons la procédure explicitée au début du chapitre précédent qui vise à mesurer le quantum de conductance thermique en se débarrassant de la contribution additionnelle J_{e-ph} . Puis, dans un second temps, nous nous intéressons au courant de chaleur total et démontrons notamment que cette contribution additionnelle est explicable par un couplage électron-phonon.

14.1 Thermométrie de bruit

14.1.1 Mesures de bruit

La figure 14.2A montre le bruit en courant en excès $\Delta S_I = S_I(V) - S_I(0)$ mesuré en fonction de la tension V appliquée à l'échantillon avec, de bas en haut, $n = 0, 2, 3$ et 4 canaux électroniques ouverts. Les symboles creux (pleins) correspondent aux mesures réalisées avec la chaîne d'amplification connectée au contact M_1 (M_2). Chaque point représente environ 10 minutes d'acquisition et l'incertitude statistique est de 10^{-31} A²/Hz.

Cette figure permet de faire un certain nombre de vérifications importantes indiquant le bon fonctionnement de l'échantillon.

Premièrement, on observe en conformité avec l'équation (13.11) que le bruit en excès mesuré au contact M_1 est identique, à deux pour cent près, à celui mesuré au contact M_2 . ΔS_I étant déduit de S_v^{mes} après correction du facteur $|G|^2|Z_{//}|^2$ qui est calibré indépendamment pour chaque chaîne de calibration, ceci démontre la précision relative de ces calibrations.

Deuxièmement, on observe que le bruit est indépendant de la tension lorsque tous les canaux électroniques sont réfléchis vers les contacts de mesure, $n = 0$. Cela implique que le circuit en amont de l'échantillon ainsi que les chaînes d'amplification sont insensibles à la tension V . En particulier, les gros contacts ohmiques matérialisés par

des points blancs sur la figure 13.2 ne sont pas chauffés par l'effet Joule et restent bien des réservoirs froids à la température T_0 .

L'augmentation du bruit en excès avec la tension pour les $n \neq 0$ est donc imputable au chauffage du micro-contact ohmique par l'effet Joule.

Troisièmement, on vérifie que les deux QPC sont identiques du point de vue du transport de chaleur. La courbe $n = 2$ est obtenue avec des QPC dans la configuration $(n_1, n_2) = (1, 1)$, la courbe $n = 4$ avec $(2, 2)$, mais la courbe $n = 3$ peut être obtenue avec $(1, 2)$ ou $(2, 1)$. La figure 14.1 montre que ces deux dernières configurations sont identiques à notre résolution expérimentale; c'est leur moyenne qui est tracée sur la figure 14.2A.

Notons également que, les courbes étant symétriques en V , les tensions thermo-électriques sont négligeables.

Les données de la figure 14.2A ont été mesurées au facteur de remplissage $\nu = 3$. Des données supplémentaires mesurées au facteur de remplissage $\nu = 4$ sont montrées sur la figure 14.2B avec, de bas en haut, $n = 2, 3, 4, 5$ et 6. La courbe $n = 2$ correspond à la configuration $(1, 1)$; $n = 3$ à la moyenne entre $(1, 2)$ et $(2, 1)$ (voir aussi la figure 14.1); $n = 4$ à $(2, 2)$ ¹; $n = 5$ à la moyenne entre $(2, 3)$ et $(3, 2)$ (voir aussi la figure 14.1); $n = 6$ à $(3, 3)$.

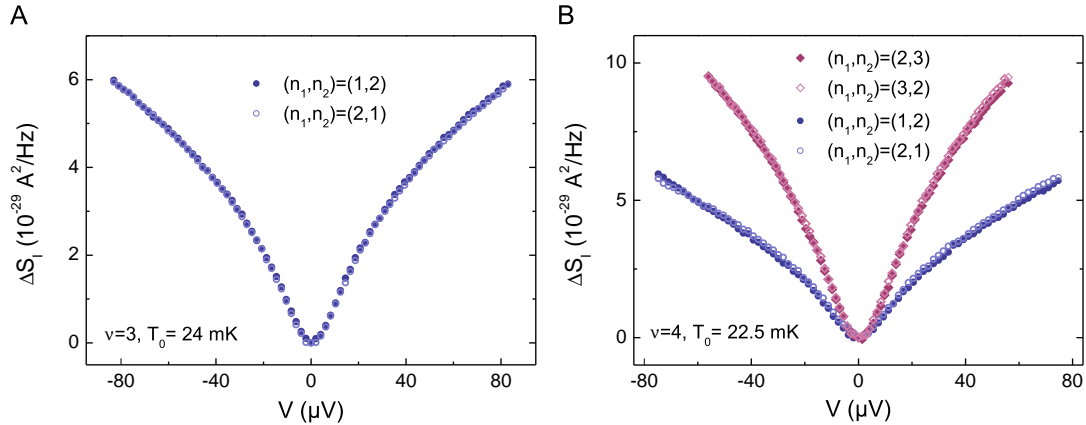


FIGURE 14.1 – **Comparaison du bruit mesuré pour des configurations symétriques des QPC.** La densité spectrale du bruit en courant en excès, $\Delta S_I = S_I(V) - S_I(0)$, est mesurée en fonction de la tension continue, V , appliquée à l'échantillon. **(A)** : les mesures sont réalisées au facteur de remplissage $\nu = 3$ dans les configurations $(n_1, n_2) = (1, 2)$ (disques) et $(2, 1)$ (cercles). **(B)** : les mesures sont réalisées au facteur de remplissage $\nu = 4$ dans la configuration $(n_1, n_2) = (1, 2)$ (disques) et $(2, 1)$ (cercles); $(n_1, n_2) = (2, 3)$ (losanges pleins) et $(3, 2)$ (losanges vides).

1. Les configurations $(1, 3)$ et $(3, 1)$ ne sont pas montrées car la chute de potentiel V se fait essentiellement aux bornes du QPC placé sur son premier plateau et sa dépendance en énergie intrinsèque vient perturber les résultats.

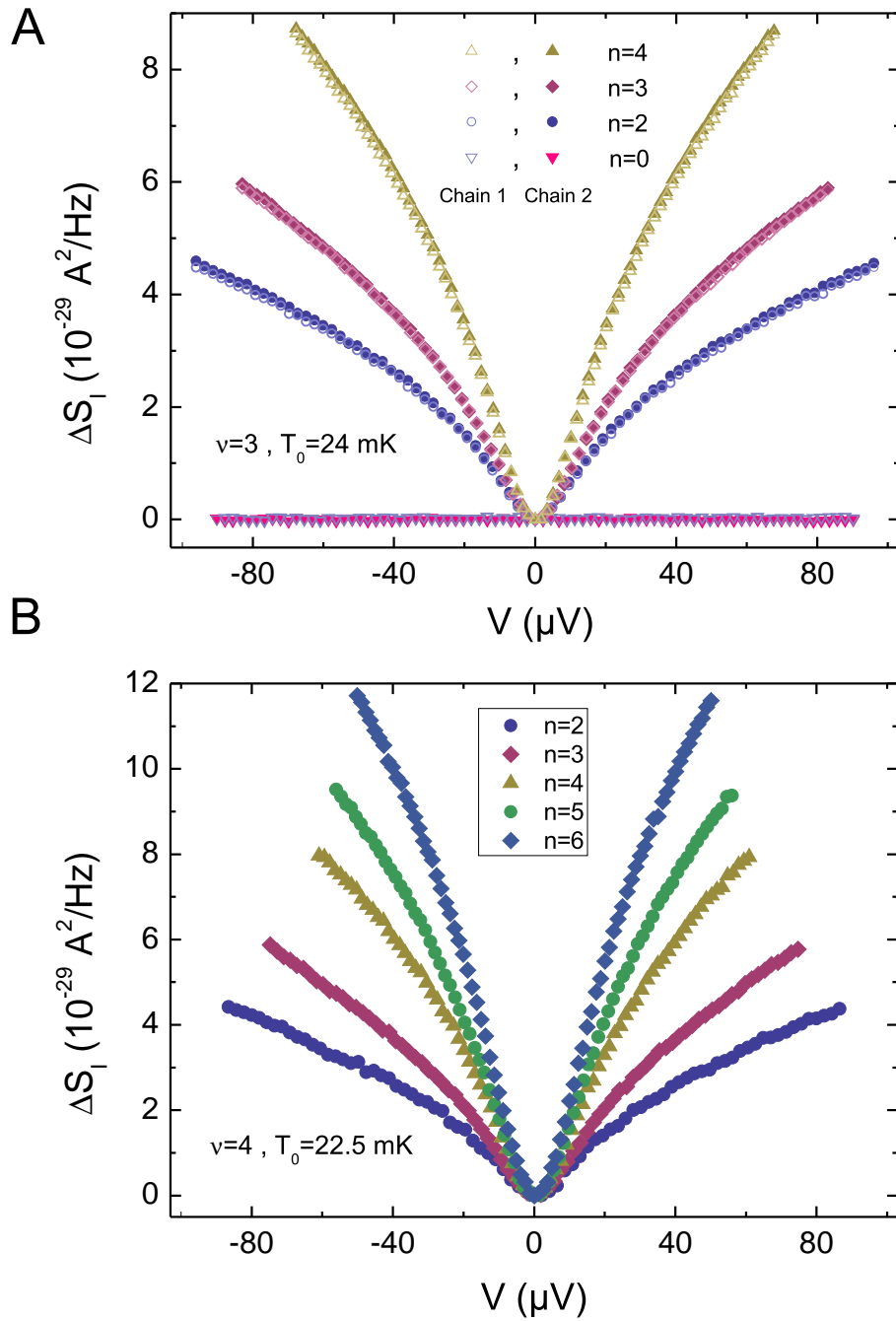


FIGURE 14.2 – **Augmentation du bruit thermique en fonction de la tension.** La densité spectrale du bruit en courant en excès, $\Delta S_I = S_I(V) - S_I(0)$, est mesurée en fonction de la tension continue, V , appliquée à l'échantillon. **(A)** : les mesures sont réalisées au facteur de remplissage $\nu = 3$ avec, de bas en haut, $n = 0, 2, 3, 4$ canaux balistiques permettant l'évacuation de la chaleur du micro-contact ohmique. Les symboles creux (pleins) sont mesurés avec la chaîne d'amplification derrière le contact M_1 (M_2). Le même résultat est trouvé avec les deux chaînes d'amplification, à deux pourcents près. **(B)** : les mesures sont réalisées au facteur de remplissage $\nu = 4$ avec, de bas en haut, $n = 2, 3, 4, 5, 6$ canaux balistiques permettant l'évacuation de la chaleur du micro-contact ohmique.

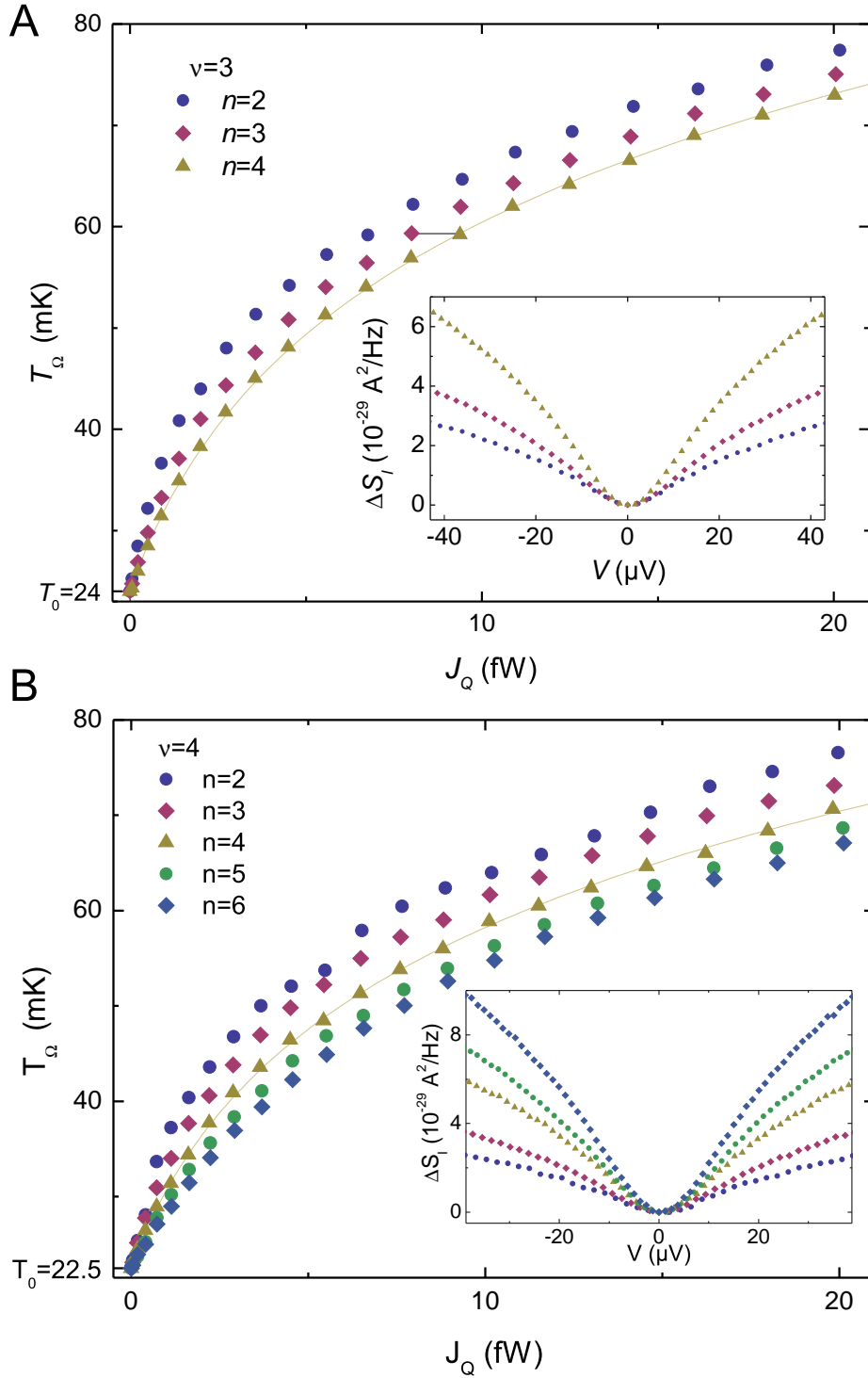


FIGURE 14.3 – **Température du micro-contact ohmique en fonction de la puissance injectée.** Sur la figure A(B), les mesures sont réalisées au facteur de remplissage $\nu = 3(4)$, pour une température de base $T_0 = 24(22.5)$ mK et avec $n = 2, 3, 4(2, 3, 4, 5, 6)$ canaux balistiques permettant l'évacuation de la chaleur du micro-contact ohmique. L'encart montre la portion des données de la figure 14.2A(B) qui est telle que $J_Q \lesssim 20$ fW. Sur la figure A, la barre noire représente le courant de chaleur à travers le 4^{ième} canal de conduction lorsque $T_\Omega = 59$ mK (voir la section 14.2). Les lignes continues jaune sont des ajustements de la courbe $n = 4$ avec un modèle complet du courant de chaleur (voir la section 14.3).

14.1.2 Caractéristique courant de chaleur–température

Les données de la figure 14.2 sont réexprimées sur la figure 14.3 comme la température électronique du micro-contact ohmique T_Ω en fonction de la puissance de Joule J_Q qui y est injectée. Seule est gardée la partie des données se concentrant sur le régime de faible puissance injectée, $J_Q < 20$ fW (soit $V \lesssim 40 \mu\text{V}$, voir encart), où le courant de chaleur électronique domine sur $J_{e\text{-ph}}$ pour $n = 4$. De plus, les données aux tensions V et $-V$ ont été moyennées.

Ces courbes sont les équivalents thermiques de la caractéristique $V - I$ en électronique. Elles donnent la résistance thermique entre le micro-contact ohmique et les degrés de liberté froids auxquels il est couplé. Pour une puissance J_Q donnée, plus le nombre n de canaux ouverts est important plus la température est faible, car la chaleur a plus de chemins pour s'évacuer.

14.2 Séparation du courant de chaleur électronique

Nous séparons maintenant le courant de chaleur électronique de la contribution additionnelle. À une valeur de T_Ω donnée, l'augmentation de J_Q lorsque Δn nouveaux canaux sont ouverts est directement égale au courant de chaleur au travers de ces Δn canaux (équation (13.2)). À titre d'exemple, la taille de la barre horizontale sur la figure 14.3A représente le courant de chaleur à travers le 4^{ième} canal de conduction lorsque $T_\Omega = 59$ mK et $T_0 = 24$ mK. Pour aller plus loin, nous choisissons une courbe de référence par rapport à laquelle mesurer le courant de chaleur électronique. Nous prenons la courbe $n = 4$ car elle correspond aux plateaux de Hall les plus robustes : $n_1 = n_2 = 2$. En soustrayant, pour chaque T_Ω , la valeur de J_Q correspondant à 4 canaux ouverts à celle correspondant à n canaux ouverts, nous obtenons le courant de chaleur $(n - 4)J_e(T_\Omega, T_0)$ qui circule à travers $(n - 4)$ canaux balistiques. Quand $n > 4$ ($n < 4$), $|n - 4|$ canaux sont ouverts (fermés) par rapport à la courbe de référence.

14.2.1 Données à température de base

Le courant de chaleur $(n - 4)J_e$ est tracé en fonction du carré de la température sur les figures 14.5A ($\nu = 3$, $T_0 = 24$ mK) et 14.5B ($\nu = 4$, $T_0 = 22.5$ mK). Il est proportionnel à T_Ω^2 et en bon accord avec le préfacteur $\frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$ prédit théoriquement (lignes continues). L'universalité de ce préfacteur constitue la singularité du quantum de conductance thermique. On en extrait une valeur quantitative en ajustant les différentes courbes par la fonction $\alpha_{n-4}(T_\Omega^2 - T_0^2)$, avec α_{n-4} comme unique paramètre libre (Tableau 1). L'ensemble des pentes normalisées, $\{\alpha_{n-4}/(n - 4)\}$, obtenues avec

les données à $\nu = 3$ et $\nu = 4$ donne :

$$\frac{J_e(T_\Omega, T_0)}{T_\Omega^2 - T_0^2} = (1.06 \pm 0.07) \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}, \quad (14.1)$$

où l'incertitude de 7% est l'écart-type des six valeurs $\{\alpha_{n-4}/(n-4)\}$, chacune pondérée par le nombre $|n-4|$ de canaux. Elle ignore les sources d'erreur systématique, p. ex. sur les calibrations de la chaîne d'amplification et de la température de base ou encore sur la dépendance en énergie des plateaux.

14.2.2 Données à 40 mK

Nous avons testé la robustesse de ces résultats à une valeur différente de la température de base : $T_0 = 40$ mK. La figure 14.4 montre : le bruit en excès ΔS_I en fonction de la tension V ; la température T_Ω en fonction de la puissance de Joule J_Q ; et le courant de chaleur relatif $(n-4)J_e$ en fonction du carré de la température T_Ω^2 . Ces données ont subi le même traitement que les précédentes. En particulier, on se concentre désormais sur des puissance telles que $J_Q \lesssim 10$ fW afin de satisfaire au critère : $nJ_e \gtrsim J_{e-\text{ph}}$ pour $n = 4$. Au final, en accord avec les prédictions théoriques, on trouve toujours que le courant de chaleur électronique relativement à la référence $n = 4$ est proportionnel à T_Ω^2 , et l'on obtient pour le préfacteur : $\alpha_{n-4} = -2.2 \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$ avec $n = 2$ et $\alpha_{n-4} = -1.2 \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$ avec $n = 3$.

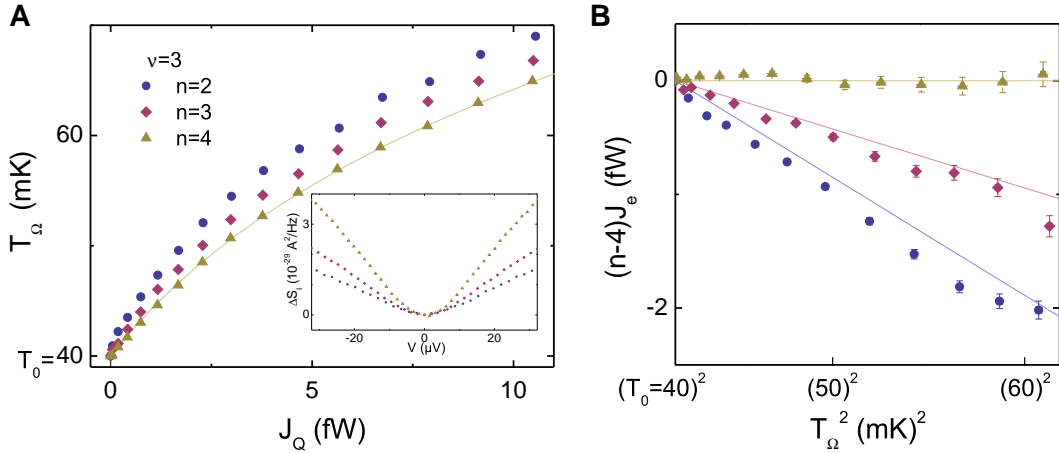


FIGURE 14.4 – Données avec une température de base $T_0 = 40$ mK et un facteur de remplissage $\nu = 3$. La mesure du bruit en excès en fonction de la tension (encart de la figure A) est réexprimée, au moyen des formules $\Delta S_I = 2k_B(T_\Omega - T_0)/R$ et $J_Q = V^2/2R$, comme la température du micro-contact ohmique en fonction de la puissance de Joule (panneau principal de la figure A). On en extrait le courant de chaleur électronique relatif (symboles de la figure B) et on le compare aux prédictions théoriques (lignes continues de la figure B). La ligne continue jaune sur la figure A est un ajustement de la courbe $n = 4$ avec un modèle complet du courant de chaleur.

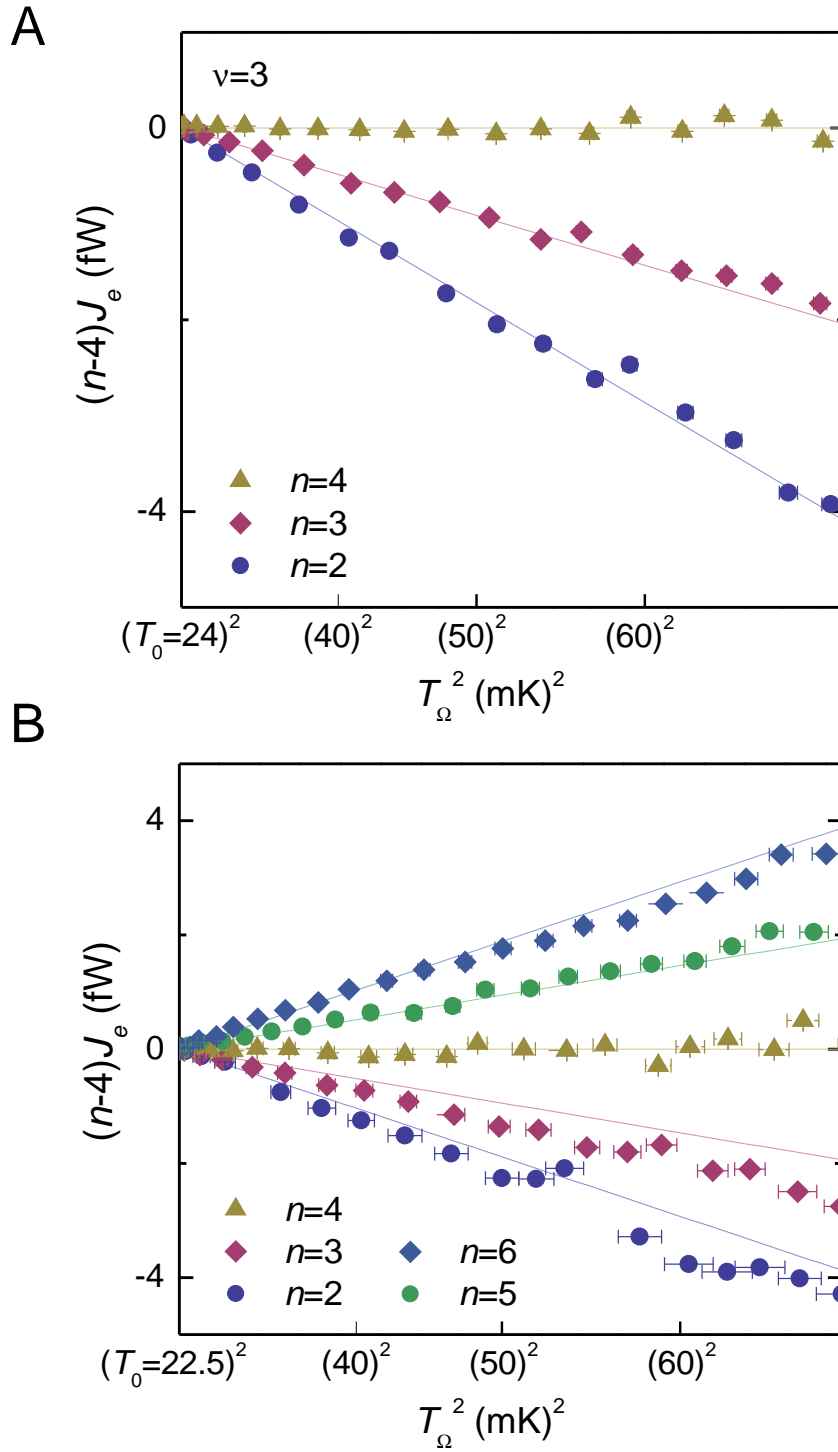


FIGURE 14.5 – **Courant de chaleur électronique relativement à la référence $n = 4$.** Le courant de chaleur électronique relatif $(n-4)J_e$ est tracé en fonction du carré de la température. Les symboles sont les mesures prises au facteur de remplissage $\nu = 3$ sur la figure A et $\nu = 4$ sur la figure B. Les lignes continues sont les prédictions théoriques : $(n-4)J_e = (n-4) \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_\Omega^2 - T_0^2)$. On notera que le courant relatif $(n-4)J_e$ est obtenu en soustrayant les lignes continues jaunes de la figure 14.3, lesquelles reproduisent les données expérimentales avec $n = 4$ à une excellente précision.

14.3 Modélisation du courant de chaleur total

Nous essayons maintenant de comprendre la courbe de référence $n = 4$ avec le modèle complet du courant de chaleur : $J_Q = 4J_e + J_{e-ph}$. L'hypothèse la plus probable concernant le mécanisme de refroidissement supplémentaire, J_{e-ph} , est qu'il s'agisse du couplage avec les phonons froids du réseau cristallin. En effet, les canaux couplant thermiquement les réservoirs froids au micro-contact ohmique étant balistiques, la chaleur ne peut s'évacuer de ce dernier ni par l'effet Peltier [79], ni par le couplage électron-photon qui est nul comme le montre l'absence de blocage de Coulomb dynamique (voir la partie I). La courbe $n = 4$ est ajustée avec la forme standard du couplage électron-phonon dans les métaux diffusifs [81] : $J_{e-ph}(T_\Omega, T_0) = \Sigma \mathcal{V} (T_\Omega^5 - T_0^5)$, où le paramètre $\Sigma \mathcal{V}$ est laissé libre. Quant au courant de chaleur électronique, on suppose aussi connaître la dépendance en température : $4J_e(T_\Omega, T_0) = \beta_4 (T_\Omega^2 - T_0^2)$ mais on laisse libre le préfacteur β_4 . Les ajustements obtenus sont les lignes continues jaunes sur les figures 14.3A, 14.3B et 14.4B ; les valeurs extraites des paramètres sont :

	$\nu = 3 / T_0 = 24 \text{ mK}$	$\nu = 4 / T_0 = 22.5 \text{ mK}$	$\nu = 3 / T_0 = 40 \text{ mK}$
$\Sigma \mathcal{V}$	5.5 nW/K ⁵	6.5 nW/K ⁵	5.5 nW/K ⁵
β_4	$3.8 \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$	$4.2 \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$	$3.8 \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$

La valeur de β_4 est égale à 5 % près à celle prédite. Quant au couplage électron-phonon, compte-tenu du volume $\mathcal{V} \approx 2 \mu\text{m}^3$ du micro-contact ohmique, on trouve : $\Sigma \approx 3 \text{ nW/K}^5/\mu\text{m}^3$. Cette valeur est typique pour les métaux constituant le micro-contact ohmique ; par exemple, une valeur de $2.4 \text{ nW/K}^5/\mu\text{m}^3$ est mesurée dans l'or avec des températures entre 80 mK et 1 K (voir la revue [81]). L'écart de 20 % entre les couplages déterminés à $\nu = 3$ et $\nu = 4$ pourrait s'expliquer par la différence de champ magnétique à ces deux facteurs de remplissage.

14.3.1 Hypothèses sur le couplage électron-phonon

En supposant que le couplage électron-phonon a la forme $J_{e-ph}(T_\Omega, T_0) = \Sigma \mathcal{V} (T_\Omega^5 - T_0^5)$, deux hypothèses sont faites.

La première est que les phonons sont froids, ce qui nécessite une résistance de Kapitza suffisamment faible entre le micro-contact ohmique et l'hétérojonction Ga(Al)As et une diffusion thermique suffisante dans cette dernière. Si cette hypothèse des phonons froids est habituelle pour ce bas niveau de puissance injectée, sa validité est ici confirmée par le fait que la valeur de $\Sigma \mathcal{V}$ extraite à $\nu = 3$ est identique à $T_0 = 24 \text{ mK}$ et $T_0 = 40 \text{ mK}$. C'est un critère habituel pour démontrer l'absence de phonons chauds [151].

L'autre hypothèse est que la dépendance en température se fait selon une loi puissance T^p d'exposant $p = 5$. C'est le comportement standard qui est observé dans la plupart des expériences impliquant des matériaux similaires à basse température. Des déviations peuvent toutefois exister, par exemple dans les métaux très désordonnés [152], qui correspondent à des variations de l'exposant entre 3 et 6. Pour tester cette hypothèse, les données $n = 4$ sont ajustées en laissant libre l'exposant p . Afin de se concentrer sur le couplage électron-phonon, qui devient dominant aux puissances $J_Q \gtrsim 20$ fW, l'ajustement est effectué jusqu'aux plus hautes tensions V appliquées à l'échantillon, qui correspondent à $J_Q \approx 90$ fW. On trouve pour les données à $\nu = 3$ un exposant $p = 4.8$ et un préfacteur $\beta_4 = 4.04 \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$; pour les données à $\nu = 4$ le même exposant $p = 4.8$ et un préfacteur $\beta_4 = 3.6 \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$.

Ces observations concordent toutes avec l'hypothèse que le mécanisme de refroidissement supplémentaire est dû au couplage électron-phonon décrit par l'expression standard : $J_{e-ph} = \Sigma \mathcal{V} (T_\Omega^5 - T_0^5)$.

14.3.2 Courant de chaleur à travers tous les canaux électroniques

Nous avons successivement déterminé le courant de chaleur électronique à travers $(n - 4)$ canaux en suivant une procédure totalement indépendante du mécanisme de refroidissement supplémentaire, puis à travers les 4 canaux de référence en modélisant ce mécanisme par le couplage électron-phonon. Nous compilons maintenant ces résultats pour obtenir le courant de chaleur à travers l'ensemble des n canaux de conduction. Il est de la forme $nJ_e(T_\Omega, T_0) = \beta_n(T_\Omega^2 - T_0^2)$, avec $\beta_n = \beta_4 + \alpha_{n-4}$. Le coefficient β_n , qui est tracé en symboles sur la figure 14.6 en fonction du nombre de canaux n , est en très bon accord avec les prédictions théoriques, $n \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$ (ligne grise). La même analyse statistique que précédemment sur l'ensemble de huit valeurs $\{\beta_n/n\}$ (Tableau 1) donne :

$$\frac{J_e(T_\Omega, T_0)}{T_\Omega^2 - T_0^2} = (0.98 \pm 0.02) \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}. \quad (14.2)$$

	$\nu = 3$			$\nu = 4$				
n	2	3	4	2	3	4	5	6
α_{n-4}	-2.00	-0.93		-2.33	-1.40		1.06	1.83
$\frac{\alpha_{n-4}}{n-4}$	1.00	0.93		1.16	1.40		1.06	0.92
β_n	1.78	2.85	3.78	1.84	2.77	4.17	5.23	6.00
$\frac{\beta_n}{n}$	0.89	0.95	0.95	0.92	0.92	1.04	1.05	1.00

Tableau 1

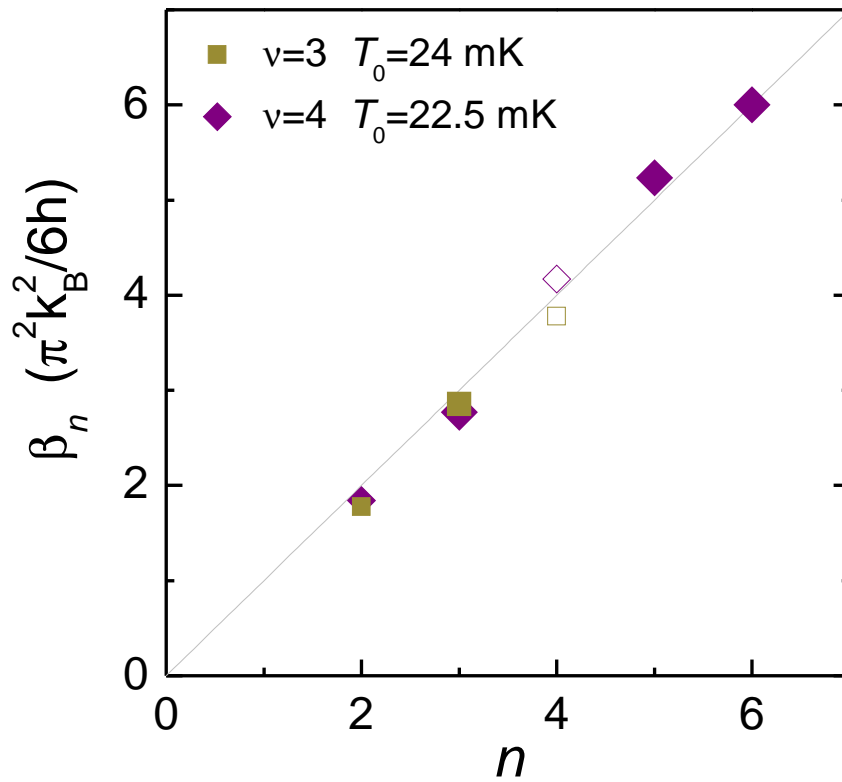


FIGURE 14.6 – Limite quantique du courant de chaleur à travers n canaux électroniques. Le coefficient $\beta_n = \frac{nJ_e}{T_0^2 - T_0^2} = \alpha_{n-4} + \beta_4$, qui est déterminé à partir des mesures du courant de chaleur électronique relatif (α_{n-4}) et à partir de l'ajustement de la référence $n = 4$ avec un modèle complet du courant de chaleur (β_4), est tracé en symboles en fonction du nombre de canaux n et comparé aux prédictions théoriques, $n \frac{\pi^2 k_B^2}{6h}$, qui tombent sur la ligne continue grise.

Mesures Mégahertz

Ce chapitre décrit les chaînes d'amplification implémentées dans le réfrigérateur à dilution au début de ce travail de thèse et donne des détails supplémentaires sur les mesures de bruit présentées précédemment.

15.1 Amplificateurs cryogéniques Hemt

Le cœur de la chaîne d'amplification est un amplificateur cryogénique HEMT de haute impédance d'entrée conçu et fabriqué au LPN [97]. Le schéma générique d'un tel transistor est représenté sur la figure 15.1A : un courant électrique circulant entre le drain D et la source S d'un gaz bidimensionnel d'électrons de haute mobilité – formé dans une hétérostructure Ga(Al)As dans notre cas – est modulé par effet de champ au moyen d'une tension appliquée à une grille G . Le HEMT est polarisé en appliquant des tensions continues V_{DD} et V_S . Typiquement, nos paramètres de polarisation sont : $I_{DS} \approx 4$ mA et $V_{DS} \approx 100$ mV. En régime de saturation, un – petit – signal δV_G à la fréquence ω entraîne une variation du courant de polarisation, δI_{DS} , qui se répercute amplifiée sur la tension du drain : $\delta V_D = -G\delta V_G$. On montre que le gain a l'expression suivante¹ : $G = \frac{g_m}{g_d+1/Z_L}$, où apparaissent la transconductance, $g_m \equiv \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} \right|_{V_{DS}}$, et la conductance du gaz, $g_d \equiv \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{GS}}$. Typiquement, on a : $g_d \approx 5$ mS, $g_m \approx 100$ mS et $G \approx 5$.

Un élément important pour les performances du HEMT est le couplage capacitif, $C_{gd} \approx 2$ pF, entre la grille et le drain². Une première conséquence est que, vue depuis la grille, cette capacité est renormalisée : $C'_{gd} = (1 + G)C_{gd}$. Cette renormalisation s'appelle *l'effet Miller* (figure 15.1B) et conduit à une diminution de la bande passante. Une deuxième conséquence de cette capacité parasite est que le bruit « thermique »,

1. DD et S sont à la masse à cette fréquence.

2. Aux fréquences de travail (\approx MHz), la source est à la masse ($\delta V_S = 0$) donc C_{gs} est sans importance.

S_v^{HEMT} , produit par le canal se déverse dans l'impédance d'entrée Z via le couplage parasite C_{gd} . En modélisant le HEMT selon le schéma de la figure 15.2, on trouve l'expression suivante du bruit mesuré :

$$\langle (\delta V_D)^2 \rangle_\omega = |G|^2 \left[4k_B T \text{Re} [Z'(\omega)] + S_v^{\text{HEMT}} |1 + jG\omega C_{gd} Z'(\omega)|^2 \right],$$

où $Z' = \left(1/Z + j\omega C'_{gd}\right)^{-1}$. Il apparaît un bruit en courant, $S_I^{\text{HEMT}} = S_v^{\text{HEMT}} (G\omega C_{gd})^2$, corrélé au bruit en tension. Ce n'est pas la source usuelle de bruit en courant qu'on attribue en général au bruit de partition du courant de fuite – totalement négligeable avec ces HEMT – entre la grille et le gaz d'électrons. Pour minimiser le bruit en courant, il faut ici réduire G , C_{gd} ou encore la fréquence, mais en pratique cela a tendance à augmenter S_v^{HEMT} . Avant de monter un HEMT dans le réfrigérateur à dilution, on effectue une recherche systématique des paramètres de polarisation optimisant ses performances. Ceci est fait dans une canne à 4 K avec un montage spécial permettant de déterminer G , C_{gd} et S_v^{HEMT} .

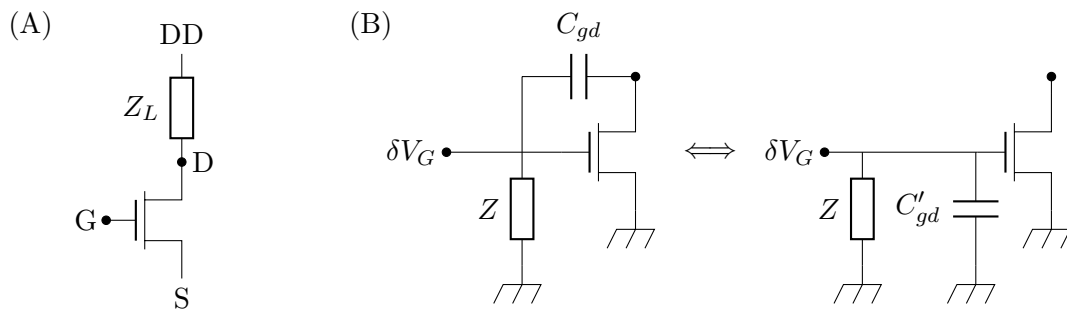


FIGURE 15.1 – (A) Schéma générique d'un amplificateur cryogénique HEMT. (B) Re-normalisation de la capacité G_{gd} par effet Miller.

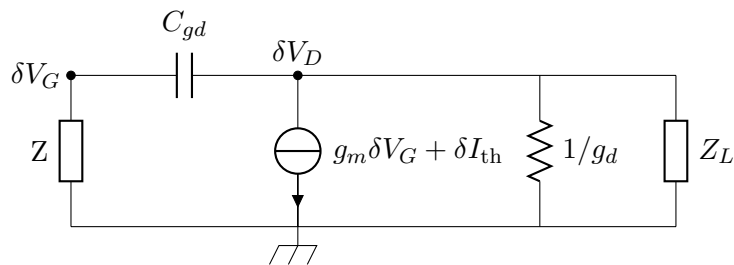


FIGURE 15.2 – Schéma électronique modélisant un HEMT dans le régime des petits signaux. δI_{th} est le bruit « thermique » du canal : $g_d^2 \langle (\delta I_{th})^2 \rangle_\omega = S_v^{\text{HEMT}}$.

15.2 Implémentation de la chaîne d'amplification dans le cryostat

Un schéma simplifié de la chaîne d'amplification est montré sur la figure 15.3 ci-dessous.

Le HEMT est collé sur un circuit imprimé qui consiste en des pistes d'or déposées sur un substrat de saphir. L'intérêt du saphir réside dans sa très bonne conductance thermique pour évacuer efficacement la chaleur dissipée par effet Joule (quelques mW). Le tout est monté dans un boîtier en cuivre ancré thermiquement à l'étage à 4 K du réfrigérateur à dilution. Une source de tension Yokogawa 7651 connectée à deux résistances variables polarise le HEMT. Afin de réduire la sensibilité aux variations du niveau d'hélium liquide dans le dewar, le câble coaxial reliant le boîtier à 4 K au circuit à 300 K est accompagné sur presque toute sa longueur d'une tresse ancrée thermiquement à 4 K. Tout le circuit de polarisation est court-circuité à partir de 10 Hz par une série de condensateurs CMS placée à proximité immédiate du HEMT. De plus, le HEMT est directement court-circuité par une capacité de 100 pF pour supprimer d'éventuelles oscillations résonantes à haute fréquence qui peuvent altérer son fonctionnement.

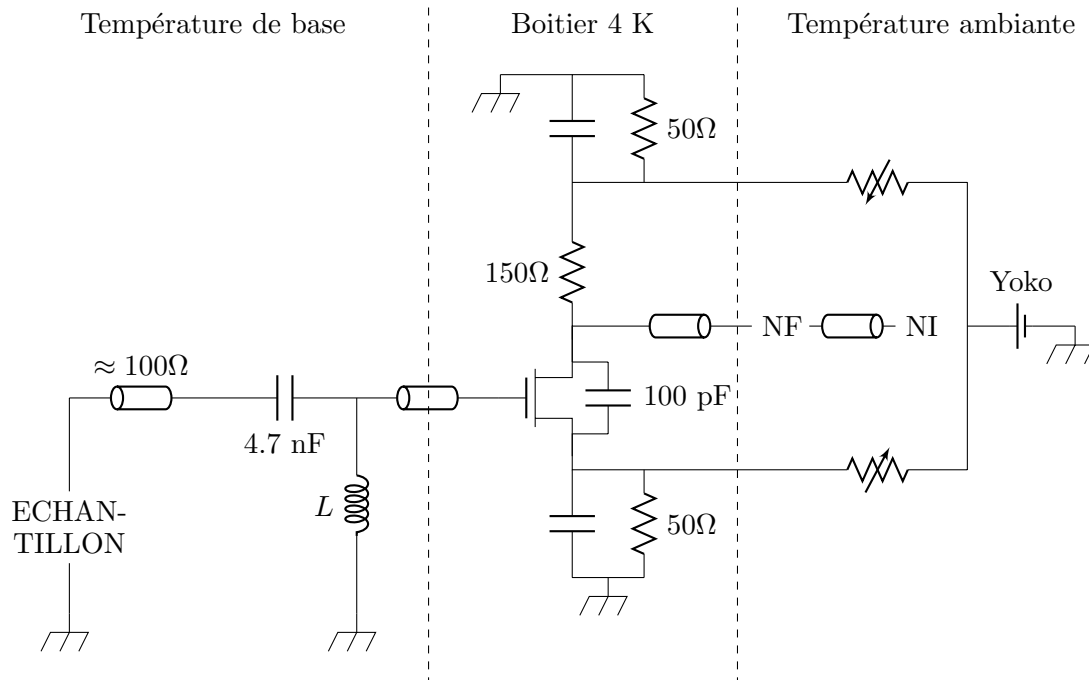


FIGURE 15.3 – Schéma simplifié de la chaîne d'amplification implémentée dans le réfrigérateur à dilution.

Le signal amplifié en D est réamplifié à température ambiante par un amplificateur NF SA-200F5, échantillonné à une fréquence de 10 MHz par une carte d'acquisition NI PXI-5922, puis traité numériquement. Le gain de l'amplificateur NF est ≈ 200 et son bruit en tension ramené à l'entrée est $\sqrt{S_v^{\text{NF}}} \approx 0.45 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$.

La grille du HEMT est connectée à un des contacts M_i de l'échantillon (figure 13.2) par des câbles coaxiaux résistifs ($\approx 100\Omega$). En DC, l'échantillon est découplé de la grille par une capacité de 4.7 nF afin que la polarisation du HEMT ne soit pas affectée par la tension continue appliquée à l'échantillon. Une bobine d'inductance L insérée en parallèle de l'échantillon sert d'une part à mettre la grille du HEMT à la masse en DC, et d'autre part à décaler les fréquences de travail autour de 0.7 MHz. À ces fréquences, les performances des HEMT sont optimales et la plupart des sources de bruit extrinsèques, comme le bruit de génération-recombinaison, sont négligeables. La bobine est réalisée par l'enroulement en spires d'un fil supraconducteur. Elle est thermalisée à la température de base en étant connectée à la masse froide et est entourée d'un écran de plomb l'isolant du résidu du champ magnétique dans lequel est plongé l'échantillon.

15.3 Modélisation et calibration de la chaîne d'amplification

La chaîne d'amplification de la figure 15.3 est modélisée aux fréquences MHz par le circuit de la figure 15.4. La capacité C est due à la capacité distribuée le long des lignes coaxiales connectant l'échantillon à la grille du HEMT, à la capacité $C_{gs} \approx 10 \text{ pF}$ du HEMT et à l'effet Miller. La résistance parallèle R_p modélise la dissipation qui résulte essentiellement des pertes dans la bobine supraconductrice et de la faible résistance de la ligne coaxiale. Enfin, le gain G est le produit des gains des amplificateurs HEMT et NF.

Nous démontrons maintenant la pertinence de ce modèle pour décrire le circuit réel et calibrons ses différents paramètres. Pour cela, nous mesurons la dépendance en fréquence de la densité spectrale de bruit à différentes températures et pour différentes valeurs du facteur de remplissage $\nu = 2, 3, 4$. À l'équilibre, la densité spectrale s'écrit :

$$S_v^{\text{eq}}(\omega) = |G|^2 [4k_B T_0 \text{Re}[Z_{//}(\omega)] + S_v^{\text{amp}}(\omega)], \quad (15.1)$$

où $Z_{//}(\omega) = \left(\frac{\nu}{R_K} + \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1}$ est l'impédance de mesure et S_v^{amp} est le bruit rajouté par la chaîne d'amplification (principalement S_v^{HEMT} , S_I^{HEMT} et S_v^{NF}). Essentiellement, la dépendance en fréquence permettra de déterminer L et C , la mesure à différentes températures d'éliminer S_v^{amp} , et la mesure à différents facteurs de rem-

plissage de séparer G de R_p .

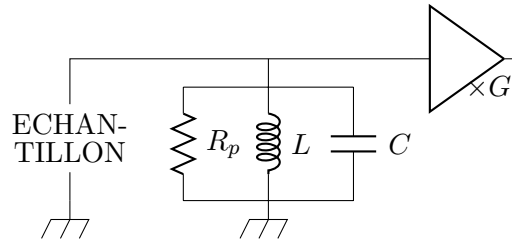


FIGURE 15.4 – Modèle de la chaîne d’amplification aux fréquences de travail, de l’ordre de 1 MHz.

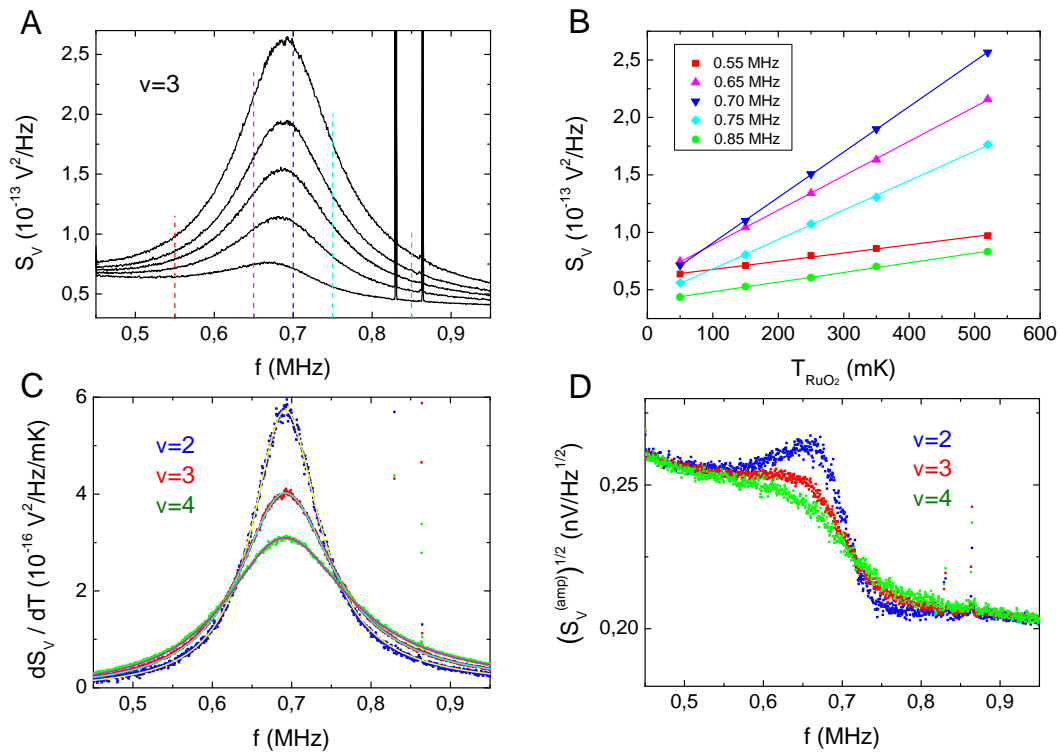


FIGURE 15.5 – **Calibration de la chaîne d’amplification.** Les données montrées ici correspondent à la chaîne d’amplification derrière le contact M_2 , mais des données de même qualité sont obtenues pour celle derrière le contact M_1 . (A) Densité spectrale du bruit mesuré au facteur de remplissage $\nu = 3$. Chaque courbe correspond à une valeur de la température T_{RuO_2} de la chambre de mélange. De bas en haut : 50, 150, 250, 350 et 520 mK. (B) Linéarité du bruit en fonction de la température. Les symboles montrent la densité spectrale extraite de la figure A à cinq fréquences différentes (lignes verticales en tirets). Les lignes continues sont des ajustements linéaires de ces données. (C) Symboles : pentes des ajustements linéaires de la densité spectrale en fonction de la température aux facteurs de remplissage $\nu = 2, 3$ et 4. Lignes continues : ajustement simultané de ces trois courbes avec la fonction $|G|^2 4k_B \text{Re}[Z_{//}]$ (éq. (15.1)). (D) Densité spectrale du bruit en tension ajouté par la chaîne d’amplification. Il est extrait de l’ordonnée à l’origine des ajustements linéaires de la densité spectrale en fonction de la température.

La figure 15.5A montre les spectres mesurés derrière le contact M_2 au facteur de remplissage $\nu = 3$ pour des températures allant de 50 à 520 mK. Comme illustré sur la figure 15.5B avec cinq fréquences différentes, la densité spectrale est bien une fonction linéaire de la température. On effectue donc, pour les trois facteurs de remplissage $\nu = 2, 3$ et 4, un ajustement linéaire à chaque fréquence. Les pentes ainsi obtenues sont tracées sur la figure 15.5C. Elles forment trois courbes qui sont ajustées simultanément avec la fonction $|G|^2 4k_B \text{Re}[Z_{jj}]$ (éq. (15.1)). Cet ajustement nous donne les grandeurs G, R_p, L et C , dont les valeurs sont résumées dans le tableau ci-dessous. La très bonne qualité de l'ajustement sur une large gamme de tension valide le modèle simplifié du circuit. Par ailleurs, on trouve une valeur comparable du gain avec une autre procédure moins précise basée sur la mesure in situ de g_m et g_d . Finalement, on peut aussi extraire de l'ordonnée à l'origine des ajustements linéaires le bruit ajouté par la chaîne d'amplification, S_v^{amp} . Il est tracé sur la figure 15.5D pour les trois facteurs de remplissage. La dépendance en ν autour de la résonance est le reflet du bruit en courant du HEMT.

	$G/200$	R_p	L	C
Chaîne 1	5.00 ± 0.01	$94.5 \pm 2 \text{ k}\Omega$	$442 \pm 1 \text{ }\mu\text{H}$	$144 \pm 1 \text{ pF}$
Chaîne 2	4.86 ± 0.01	$73.7 \pm 1.5 \text{ k}\Omega$	$375 \pm 1 \text{ }\mu\text{H}$	$141 \pm 1 \text{ pF}$

15.4 Signal mesuré et contrôle de la chaîne d'amplification

Lors de la prise de données, la densité spectrale est intégrée autour de la résonance sur une bande passante optimisant le rapport signal sur bruit. Le bruit en courant en excès ΔS_I produit par le micro-contact ohmique est alors déduit par la formule suivante (voir équations (13.11) et (13.12)) :

$$\Delta S_I = \frac{\int_{\text{BW}} [S_v^{\text{mes}}(V) - S_v^{\text{mes}}(V = 0)]}{\int_{\text{BW}} d\omega |G Z_{jj}(\omega)|^2}.$$

Pour les mesures du quantum de conductance thermique, la bande passante était $\text{BW}=230 \text{ kHz}$ à $\nu = 3$ et $\text{BW}=340 \text{ kHz}$ à $\nu = 4$.

La stabilité de la chaîne d'amplification pendant la mesure est évidemment cruciale. La stabilité du gain G est contrôlée en injectant un signal AC d'amplitude constante à une fréquence légèrement en dehors de l'intervalle de fréquence sur lequel est intégrée la densité spectrale (il s'agit des pics étroits sur la figure 15.5A). La figure 15.6 montre la mesure de ce signal par la chaîne d'amplification au contact M_2 pendant toute la

durée d'acquisition des données de la figure 14.2A. Ses variations, donc celles du gain, sont inférieures à 1 % pendant les deux jours et demi d'acquisition.

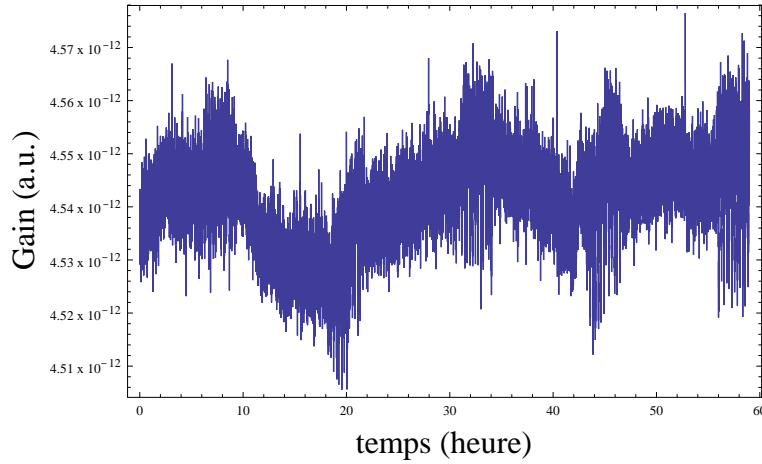


FIGURE 15.6 – **Contrôle de la stabilité du gain.** Cette figure montre l'évolution temporelle d'un signal AC (830 kHz) injecté via les lignes DC au contact I_2 et mesuré par la chaîne d'amplification au contact M_2 pendant toute la durée d'acquisition des données de la figure 14.2A. Noter que ce signal dépend des variations du gain G , mais aussi du nombre de canaux transmis par les QPC. Ce dernier effet a été corrigé sur les données montrées ici.

La stabilité du bruit S_v^{amp} pendant la durée séparant les mesures $S_v^{\text{mes}}(V \neq 0)$ et $S_v^{\text{mes}}(V = 0)$ est également cruciale pour déterminer correctement le bruit en excès. D'une part on réduit ce temps à environ 8 minutes en intégrant les spectres de bruit pendant un temps relativement court de 10 secondes et en multipliant les balayages de la tension V . D'autre part on contrôle directement sa stabilité en mesurant le bruit à 3 MHz où le résonateur LC est essentiellement un court-circuit. La figure 15.7 montre (à gauche) que $S_v^{\text{mes}}(V = 0, 3 \text{ MHz})$ et $S_v^{\text{mes}}(V \neq 0, 3 \text{ MHz})$ diffèrent en général de moins de 1 %. Les quelques pics un peu plus importants (entre 2 et 5 %) sont dus à de brusques sauts de S_v^{mes} (à droite) qui sont concomitants de variations de T_{RuO_2} .

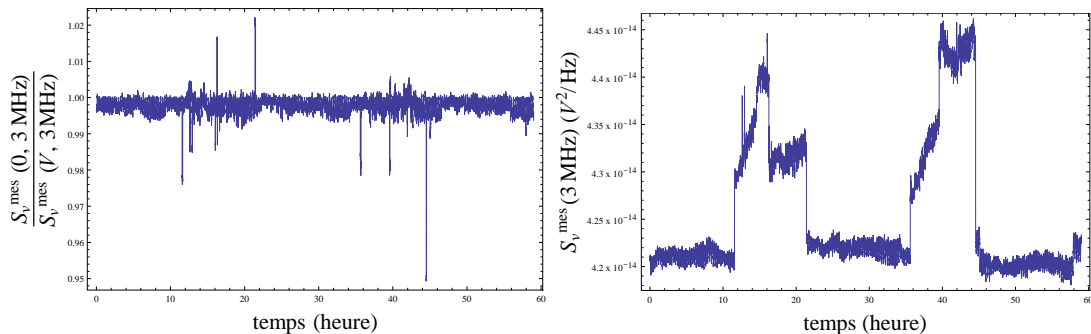


FIGURE 15.7 – **Contrôle de la stabilité du bruit ajouté par la chaîne d'amplification.** Cette figure montre l'évolution temporelle du bruit mesuré à 3 MHz au contact M_2 pendant toute la durée d'acquisition des données de la figure 14.2A.

La chaîne d'amplification étant précisément calibrée et stable à quelques pourcents, on peut mesurer la température électronique T_0 tout au long de la prise de donnée, à chaque fois qu'est mesuré le bruit à tension nulle :

$$T_0 = \frac{\int_{\text{BW}} S_v^{\text{mes}}(V=0, \omega) - \int_{\text{BW}} |G|^2 S_v^{\text{amp}}(\omega)}{\int_{\text{BW}} |G|^2 4k_B \text{Re}[Z_{//}(\omega)]}$$

La figure 15.8 montre l'histogramme des valeurs de T_0 ainsi obtenues pendant les mesures du quantum de conductance thermique aux facteurs de remplissage $\nu = 3$ (à gauche) et $\nu = 4$ (à droite). Elles suivent une distribution gaussienne qui donne : $T_0 = 23.8 \pm 0.7$ mK à $\nu = 3$ et $T_0 = 22.6 \pm 0.7$ mK à $\nu = 4$.

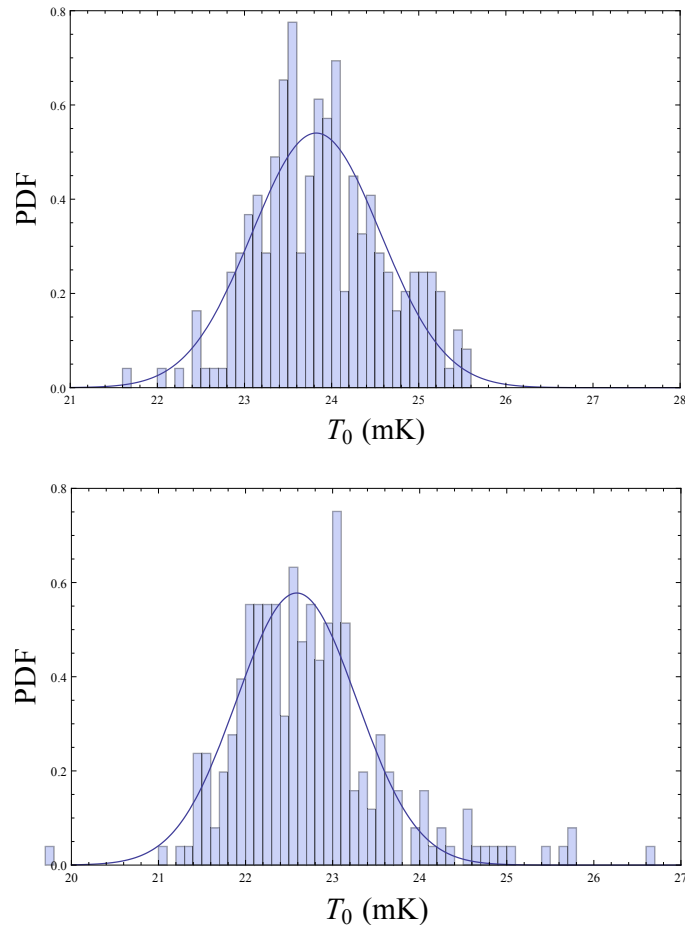


FIGURE 15.8 – **Mesure de la température électronique de base T_0 .** Histogramme des valeurs de T_0 mesurées via le bruit à tension nulle pendant toute la durée d'acquisition des données de la figure 14.2A (en haut) et de la figure 14.2B (en bas). Les lignes continues sont des ajustements gaussiens.

Conclusion et perspectives

Grâce à un système de mesure de bruit très performant basé sur un amplificateur cryogénique HEMT développé au LPN, nous avons déterminé expérimentalement la dépendance en température du courant de chaleur s'écoulant à travers un ou plusieurs canaux électroniques balistiques. La valeur finie de ce courant de chaleur pour un déséquilibre en température donné implique une limite quantique fondamentale de la conductance thermique d'un canal électronique. Nous la trouvons en accord, à une précision inférieure à 10 %, avec l'expression universellement prédite du quantum de conductance thermique, $G_{\text{th}} = \frac{\pi^2 k_B^2}{3h} T$.

Ceci constitue la première mesure quantitative pour des fermions. L'étape suivante est de répéter cette expérience dans le régime de l'effet Hall quantique fractionnaire. D'abord aux facteurs de remplissage tels que $\nu = 1/3$ pour tester l'universalité de G_{th} avec les anyons. Puis aux facteurs de remplissage où apparaissent des modes neutres que notre système, sensible aux courants d'énergie, permettrait de « voir » directement et dont on pourrait quantifier les propriétés [89].

Par ailleurs, une légère modification du circuit pour s'affranchir du bruit de partition rendrait accessible la conductance thermique d'un canal de conduction dans le régime du blocage de Coulomb dynamique. Plus généralement, le principe de cette expérience n'est certainement pas limité à l'étude de la conductance thermique d'un QPC. Compte-tenu de la précision atteinte sur la mesure de G_{th} , l'étude, par exemple, d'interférences quantiques du courant de chaleur est envisageable.

Quatrième partie

ANNEXES

Action euclidienne des éléments du circuit

Nous démontrons dans cette appendice comment passer des hamiltoniens (2.3), (2.25) et (2.27) décrivant dans la base des états bosonisés, respectivement, l'environnement, le canal et le couplage aux actions euclidiennes (2.29), (2.28) et (2.30).

A.1 Passage du hamiltonien à l'action euclidienne

De manière générale, l'action euclidienne correspondant à un hamiltonien :

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(q),$$

où p est le moment conjugué de la variable q , s'écrit [153] :

$$S = \int_0^\beta d\tau \left[\frac{(\partial_\tau q)^2}{2m} + V(q(\tau)) \right].$$

La fonction $q(\tau)$ étant (anti-)périodique si la particule a une statistique bosonique (fermionique), il est commode d'utiliser son développement en série de Fourier :

$$q(i\omega_n) = \int_0^\beta d\tau q(\tau) e^{i\omega_n \tau},$$

où ω_n est la fréquence de Matsubara, car cela diagonalise le terme $(\partial_\tau q)^2$:

$$S = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \left[\frac{\omega_n^2 |q(i\omega_n)|^2}{2m} + V(q) \right].$$

A.2 Environnement électromagnétique

En utilisant les résultats ci-dessus, l'expression de l'action correspondant au hamiltonien (2.3) de l'environnement s'écrit :

$$S_{\text{env}} = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \left\{ \frac{C}{2} \omega_n^2 |\delta\Phi|^2 + \sum_p \left[\frac{C_p}{2} \omega_n^2 |\phi_p|^2 + \frac{|\delta\Phi - \phi_p|^2}{2L_p} \right] \right\}.$$

On cherche à éliminer les variables ϕ_p qui n'ont pas de sens physique. Pour cela on remarque que le terme entre crochet peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} [\dots] &= \left(\frac{\omega_n}{\omega_p} \right)^2 \frac{|\phi_p|^2}{2L_p} + \frac{|\delta\Phi - \phi_p|^2}{2L_p} \\ &= \frac{1}{2L_p} \left[\left(\frac{\omega_n}{\omega_p} \right)^2 + 1 \right] \left| \phi_p - \frac{\delta\Phi}{1 + (\omega_n/\omega_p)^2} \right|^2 + \frac{|\delta\Phi|^2}{2L_p} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \omega_p^2}. \end{aligned}$$

On peut donc oublier le premier terme (voir l'obtention de (2.31)) et l'action devient :

$$\begin{aligned} S_{\text{env}} &\rightarrow \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \left[\frac{C}{2} \omega_n^2 + \sum_p \frac{1}{2L_p} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \omega_p^2} \right] |\delta\Phi|^2 \\ &= \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \frac{1}{2} |\omega_n| \left[-i|\omega_n|C + Y(i|\omega_n|) \right] |\delta\Phi|^2 \\ &= \frac{1}{2\beta} \sum_{\omega_n} \frac{|\omega_n|}{Z_t(i|\omega_n|)} |\delta\Phi|^2. \end{aligned}$$

A.3 Canal de conduction

L'expression de l'action correspondant au hamiltonien (2.3) de l'environnement s'écrit :

$$S_K = \int_0^\beta d\tau \int dx \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\hbar v_F} (\partial_\tau \phi)^2 + \hbar v_F (\nabla \phi)^2 \right].$$

En fréquences de Matsubara et en transformée de Fourier par rapport à x , elle devient :

$$S_K = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \int \frac{dk}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\omega_n^2}{\hbar v_F} + \hbar v_F k^2 \right] |\phi(k)|^2.$$

Pour éliminer les degrés de liberté $\phi(x \neq 0)$, nous suivons la méthode des références [64, 109] en introduisant un nouveau champ $\phi(\tau)$ qu'on force à être égal à $\phi(x = 0, \tau)$ au

moyen d'un multiplicateur de Lagrange $\lambda(\tau)$:

$$S_L = i \int_0^\beta d\tau \lambda(\tau) [\phi(\tau) - \phi(x=0, \tau)] = \frac{i}{2\beta} \sum_{\omega_n} \left[\lambda^* \left(\phi - \int \frac{dk}{2\pi} \phi(k) \right) + \text{c.c.} \right].$$

On commence par éliminer le champ $\phi(k)$ de la même manière que précédemment. Après calculs, l'action $S_K + S_L$ devient :

$$\begin{aligned} S_K + S_L &\rightarrow \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \int \frac{dk}{2\pi} \frac{\pi}{2} \frac{|\lambda|^2}{\omega_n^2 / \hbar v_F + \hbar v_F k^2} + \frac{i}{2\beta} \sum_{\omega_n} (\lambda^* \phi + \phi^* \lambda) \\ &= \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \left[\frac{\pi}{4} \frac{|\lambda|^2}{|\omega_n|} + \frac{i}{2} (\lambda^* \phi + \phi^* \lambda) \right]. \end{aligned}$$

On peut alors éliminer le multiplicateur de Lagrange et l'on obtient :

$$S_K + S_L \rightarrow \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \frac{|\omega_n|}{\pi} |\phi|^2.$$

A.4 Couplage canal-environnement

L'action euclidienne (2.30) est la transposition directe du hamiltonien (2.27) après avoir posé $V = 0$ (le but est ici d'obtenir une action effective du canal, pas de calculer le courant induit à une tension finie V , ce qui nécessite l'utilisation du formalisme de Keldysh) et remplacé $\phi(x=0, \tau)$ par $\phi(\tau)$.

Mesures DC

Cette appendice expose brièvement le système de mesure de la conductance DC.

B.1 Thermalisation et filtrage

La thermalisation aux plus basses températures est effectuée par de longs fils résistifs ($300 \Omega/\text{m}$) insérés dans des tubes en CuNi (diamètre intérieur de $\approx 200 \mu\text{m}$) et par une plaque de cuivre ancrée thermiquement à la température de la chambre de mélange.

Le filtrage est d'abord assuré par des filtres π commerciaux placés à l'entrée du réfrigérateur, puis par la capacité distribuée des lignes ($100 \text{ pF}/\text{m}$) et finalement par, selon les cas, une résistance de $300 \text{ k}\Omega$ fixée sur le porte-échantillon, une résistance de $16 \text{ M}\Omega$ à l'étage 4 K ou un filtre RC constitué d'une résistance de $2 \text{ k}\Omega$ et une capacité de 2 nF .

B.2 Circuit de mesure et de polarisation

L'échantillon est polarisé en courant par une source de tension en série avec une résistance de $10 \text{ M}\Omega$ à température ambiante. Une source de tension Yokogawa 7621 est utilisée pour appliquer une tension finie et un lock-in Stanford SR810 pour mesurer la conductance différentielle à cette tension. Les signaux sont amplifiés à température ambiante par des amplificateurs construits à l'institut Néel de Grenoble. Les amplificateurs et les résistances de polarisation sont placés dans une cage de Faraday connectée à un piquet de terre à l'extérieur du laboratoire qui définit la masse du système de mesure.

B.3 Spécificités de l'effet Hall quantique

Toutes les mesures que nous avons présentées ont été réalisées dans le régime de l'effet Hall quantique avec un contact ohmique relié à la masse froide placé à la gauche de chacune des injections. Cette géométrie a plusieurs avantages :

Premièrement, la résistance vue par le contact d'injection est toujours égale à la résistance de Hall R_K/ν . La polarisation en courant se comporte donc comme une polarisation en tension $V_{\text{pol}} = \frac{R_K}{\nu} I_{\text{pol}}$ qui est totalement indépendante de l'état des QPC.

Deuxièmement, la tension de polarisation in situ peut être mesurée directement en fermant le QPC car le contact de mesure et le contact d'injection voient exactement la même résistance R_K/ν , donc $V_{\text{mes}}(G_{\text{QPC}} = 0) = V_{\text{pol}}$.

La conductance intrinsèque d'un QPC est mesurée quand est ouvert son interrupteur au moyen de la formule suivante :

$$G_{\infty} = \frac{\nu}{R_K} \left(1 - \frac{V_{\text{mes}}}{V_{\text{pol}}} \right).$$

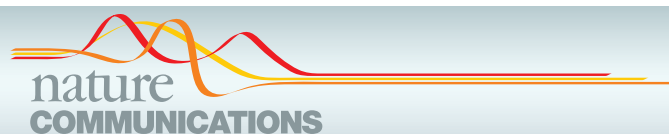
Quand l'interrupteur est fermé, cette formule donne la conductance série des deux QPC :

$$\frac{1}{1/G_L + 1/G_R} = \frac{\nu}{R_K} \left(1 - \frac{V_{\text{mes}}}{V_{\text{pol}}} \right).$$

En général on ne peut pas séparer G_L et G_R , sauf si l'un des deux QPC est sur un plateau, car il n'est alors pas affecté par le blocage de Coulomb. Par exemple si $G_R = n/R_K$, on obtient :

$$G_L = \left(\frac{R_K}{\nu(1 - V_{\text{mes}}/V_{\text{pol}})} - \frac{R_K}{n} \right)^{-1}.$$

**Articles publiés dans le cadre de
la thèse**



ARTICLE

Received 27 Dec 2012 | Accepted 26 Mar 2013 | Published 30 Apr 2013

DOI: 10.1038/ncomms2810

OPEN

Tomonaga-Luttinger physics in electronic quantum circuits

S. Jezouin¹, M. Albert², F.D. Parmentier¹, A. Anthore¹, U. Gennser¹, A. Cavanna¹, I. Safi² & F. Pierre¹

In one-dimensional conductors, interactions result in correlated electronic systems. At low energy, a hallmark signature of the so-called Tomonaga-Luttinger liquids is the universal conductance curve predicted in presence of an impurity. A seemingly different topic is the quantum laws of electricity, when distinct quantum conductors are assembled in a circuit. In particular, the conductances are suppressed at low energy, a phenomenon called dynamical Coulomb blockade. Here we investigate the conductance of mesoscopic circuits constituted by a short single-channel quantum conductor in series with a resistance, and demonstrate a proposed link to Tomonaga-Luttinger physics. We reformulate and establish experimentally a recently derived phenomenological expression for the conductance using a wide range of circuits, including carbon nanotube data obtained elsewhere. By confronting both conductance data and phenomenological expression with the universal Tomonaga-Luttinger conductance curve, we demonstrate experimentally the predicted mapping between dynamical Coulomb blockade and the transport across a Tomonaga-Luttinger liquid with an impurity.

¹CNRS/Univ Paris Diderot (Sorbonne Paris Cité), Laboratoire de Photonique et de Nanostructures (LPN), route de Nozay, 91460 Marcoussis, France.

²CNRS/Univ Paris Sud, Laboratoire de Physique des Solides (LPS), 91405 Orsay, France. Correspondence and requests for materials should be addressed to F.P. (email: frederic.pierre@lpn.cnrs.fr).

ARTICLE

NATURE COMMUNICATIONS | DOI: 10.1038/ncomms2810

Despite a very large number of strongly interacting electrons, the low-lying electronic excitations in conventional bulk metals can be described as weakly interacting Fermi quasiparticles, as attested by the remarkable success of Landau's Fermi liquid theory¹. This picture breaks down in one-dimensional (1D) conductors, where interactions result in cooperative behaviours². According to the Tomonaga-Luttinger liquid (TLL) theory²⁻⁶, the low-energy elementary excitations in 1D are collective plasmon modes, markedly different from their constitutive individual electrons. This gives rise to intriguing phenomena, such as the separation of spin and charge degrees of freedom into distinct elementary excitations propagating at different velocities²; or the charge fractionalization of an injected electron⁷. Experimentally, indications of TLL physics were observed in such 1D systems as nanotubes^{8,9}, quantum wires^{10,11} and chains of spins^{12,13} or atoms¹⁴. In addition, this physics is applicable to other many-body phenomena, including the fractional quantum Hall effect¹⁵⁻¹⁷, the quantum noise in 1D Bose condensates¹⁸ and the dynamical Coulomb blockade (DCB)¹⁹.

In the present work, we investigate experimentally the DCB conductance suppression across a quantum coherent conductor inserted in a dissipative circuit. This quantum electrodynamics phenomenon, also called zero-bias anomaly, is remarkably similar to a hallmark signature of the collective TLL physics, namely the low-energy conductance suppression in the presence of an impurity (see Fisher and Glazman²⁰ for a review of TLL more focused on quantum transport). In both situations, the conductance suppression originates from the granularity of charge transfers across the quantum conductor (DCB) or the impurity (TLL). Owing to Coulomb interactions, this granularity results in the possible excitation of collective electrical degrees of freedom, which impedes the charge transfers at low energy and therefore reduces the conductance. These collective degrees of freedom are the electromagnetic modes of the surrounding electrical circuit for the DCB, and the plasmon modes for a TLL. In fact, it was shown¹⁹ that the transport across a short single-channel quantum conductor in series with a pure resistance R can be mapped rigorously onto the transport across a TLL with an impurity. Such circuits therefore provide powerful test beds for the transport across TLL systems, with many adjustable parameters including the crucial Luttinger interaction coefficient², given by $K = 1/(1 + Re^2/h)$. Inversely, as detailed below, the mapping towards a TLL extends the theoretical understanding of DCB.

To understand the quantum laws governing electrical transport in mesoscopic circuits composed of distinct quantum components, it is imperative to address the general case of the DCB for arbitrary quantum conductors. This problem remains poorly understood except in the important limit of low-transmission coherent conductors realized by tunnel junctions, which can be handled in the theory as a small perturbation to the circuit. For this class of coherent conductors embedded in a linear circuit, extensive experimental and theoretical studies have led to a good understanding²¹⁻³⁰ (see Ingold and Nazarov³¹ for a pedagogical review of the theory). The tunnel limit was first overcome for relatively small conductance suppressions and low impedance environments compared with the resistance quantum $R_q = h/e^2 \simeq 25.8\text{k}\Omega$. The striking prediction^{32,33} and observation³⁴ are that the conductance suppression is directly proportional to the amplitude of quantum shot noise. There has also been important progress in the understanding of the regime of relatively strong conductance suppression, where the deviation to classical impedance composition laws are large (for example, Safi and Saleur¹⁹, Matveev *et al.*³⁵, Flensberg³⁶, Nazarov³⁷, Kindermann and Nazarov³⁸, Golubev *et al.*³⁹, Zamoum *et al.*⁴⁰). In particular, the mapping of DCB to a TLL¹⁹ opens access to the strong DCB regime for an arbitrary short single-channel quantum

conductor in series with a pure resistance of arbitrary value (also see Le Hur and Li⁴¹ and Florens *et al.*⁴² beyond the short conductor limit). Experimentally, the strong DCB regime was recently explored for circuit impedances comparable to R_q ($R = 13\text{k}\Omega$ and $26\text{k}\Omega$) (ref. 43); and a generalized phenomenological expression for the transmission of an arbitrary short single-channel quantum conductor embedded in a linear circuit was derived from the data (equation 1 in Parmentier *et al.*⁴³, see also equation 1 in the present article).

Does this phenomenological expression have a deeper significance? Here we show that the answer is affirmative. First, we recast equation 1 in Parmentier *et al.*⁴³ as a powerful phenomenological scaling law (equation 2) and demonstrate experimentally that it applies to a very wide range of surrounding circuits and single-channel quantum conductors. It is shown to capture the DCB data obtained for series resistances ranging from $R = 6-80\text{k}\Omega$, and for different realizations of R (using both on-chip chromium resistance or fully transmitted quantum channels). It is also shown to apply to a very different realization of the single-channel quantum conductor from the quantum point contacts (QPCs) in a Ga(Al)As two-dimensional electron gas measured here and in Parmentier *et al.*⁴³ We demonstrate that this phenomenological expression reproduces quantitatively, essentially without fit parameters, the measurements of Finkelstein and coworkers^{44,45} on a carbon nanotube resonant level embedded in a dissipative circuit. Second, the origin of the phenomenological expression can be traced back to the TLL collective physics. We establish this link by confronting the full universal conductance scaling curve predicted for a TLL in presence of an impurity^{46,47} to the corresponding phenomenological scaling law for a pure series resistance R . The agreement is exact at $R = R_q$, $R \ll R_q$ and, for arbitrary values of R , in the limit of a small single-channel transmission $GR_q \ll 1$. At intermediate values, $R \neq R_q$, although relatively small deviations emerge, the proposed phenomenological scaling law is found to provide a good approximate expression for the conductance.

Remarkably, the predicted mapping DCB-TLL, here extended theoretically to realistic situations in the presence of a high-frequency (for example, capacitive) cutoff, is further established by a direct comparison with the DCB conductance data. We demonstrate, with $R = R_q/4$, a strikingly close agreement, over a broad range of conductances, with the corresponding TLL universal scaling curve computed from the exact thermodynamic Bethe ansatz solution^{46,47}.

Results

Experimental principle. The studied quantum circuits realize a tunable single-channel quantum conductor in series with an adjustable resistance. The suppression of the quantum conductor's conductance due to DCB is extracted either by increasing the temperature or voltage (exploiting the asymptotic vanishing of DCB), or by short circuiting the series resistance *in situ* using an on-chip field-effect switch. A QPC of adjustable width is used as a test-bed to emulate any short single-channel quantum conductor.

Experimental implementation. The nano-circuits are tailored in a Ga(Al)As 2D electron gas and their conductance $G(V, T) = \partial I(V, T)/\partial V$ is measured at low temperatures, in a dilution refrigerator, using standard low-frequency lock-in techniques. The samples are constituted of three basic elements (Fig. 1) as described below.

First, a single-channel quantum coherent conductor characterized by its transmission probability fully adjustable between

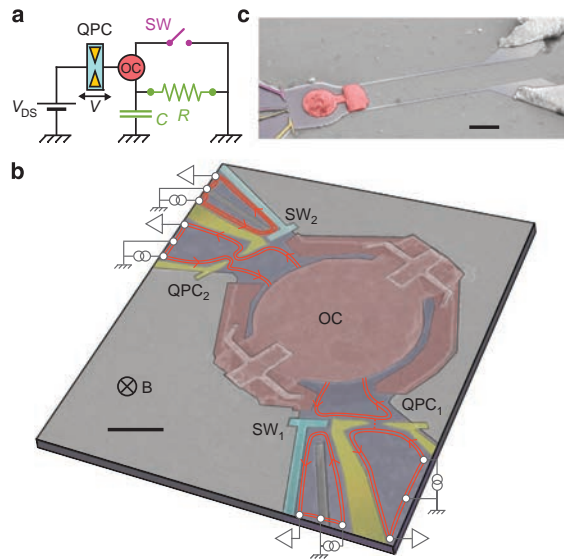


Figure 1 | Single electronic channel in a resistive environment.

(a) Schematic circuit for the measured samples. The QPC emulates any single-channel short quantum conductor, R is the on-chip series resistance and C is the geometrical shunt capacitance. Note that V and V_{DS} are, respectively, the DC voltages across the QPC and the whole circuit. (b) Coloured SEM micrograph of the sample with a series resistance R_q/n realized by a second QPC fully transmitting n channels. The 2D electron gas (blue) is separated in two zones by the micron-sized ohmic contact (OC). Each zone comprises a QPC (yellow split gates) and a short-circuit switch (blue gate) that allows to divert to ground the quantum Hall edge channels (red lines, here at filling factor 2) returning from the central ohmic contact. The black horizontal scale bar is $1\ \mu\text{m}$ long. (c) Coloured SEM micrograph of the sample with a series resistance $R = 6.3\ \text{k}\Omega$ realized by two parallel thin chromium wires visible at the right of the ohmic contact (a similar implementation was used for $R = 80\ \text{k}\Omega$). The black horizontal scale bar is $2\ \mu\text{m}$ long.

0 and 1. It is realized by a QPC formed by field effect in the 2D electron gas using a capacitively coupled metal split gate (at the bottom right in Fig. 1b, colorized in yellow) biased at a negative voltage. The presence of well-defined plateaus at integer multiples of $1/R_q$ in the QPC conductance G versus split gate voltage ascertains that only one electronic quantum channel is partially open at time, with a transmission probability $\tau = R_q G - n$ where n corresponds to the number of fully open quantum channels. Note that to obtain a single partially open channel, spin degeneracy was broken with a large magnetic field perpendicular to the 2D electron gas that corresponds to the integer quantum Hall effect. Consequently, the electrical current propagates along several chiral edge channels, shown as lines in Fig. 1b with arrows indicating the propagation direction. In most cases, only the outer edge channel is partially reflected/transmitted at the studied QPC.

Second, a dissipative environment characterized by a linear impedance $Z(\omega)$. It is realized by a resistance R , made either from a thin chromium wire deposited at the sample surface ($R = 6.3$ and $80\ \text{k}\Omega$, Fig. 1c) or from a second QPC (Fig. 1b) set to the centre of a resistance plateau R_q/n (in this case the QPC emulates a linear resistance unaffected by DCB^{36,39}). This resistance is in parallel with a small geometrical capacitance $C \approx 2\ \text{fF}$. The studied QPC is connected to the series resistance through a small ohmic contact (OC in Fig. 1). The ohmic contact is necessary to establish a connection between the surface chromium wires and the 2D

electron gas buried 94 nm below the surface. In the presence of a series QPC, it also has the crucial role of an electron reservoir that separates the studied QPC and the series QPC into two distinct quantum conductors.

Third, an on-chip switch to turn off DCB. The studied QPC can be isolated from the dissipative environment by diverting towards grounded electrodes the chiral edge channels that are returning from the small ohmic contact. This turns off the DCB suppression of the QPC's conductance. In practice, it is realized using additional metal gates close to the studied QPC (for example, in Fig. 1b, the gate SW_1 is used to short circuit the dissipative environment of QPC_1). In the schematic representation shown in Fig. 1a, the switch is in parallel with the series resistance: when DCB is turned off, the studied QPC is directly voltage biased. Note that these extra gates allow us to characterize separately the different circuit elements, including the small ohmic contact.

Test of experimental procedure in tunnel regime. The experimental procedure to investigate DCB is tested by confronting the extracted conductance suppression of the QPC, set to a low-transmission probability, with the known theoretical predictions for tunnel junctions (see Ingold and Nazarov³¹).

Figure 2 shows as symbols the measured QPC conductance versus DC voltage V for four different dissipative environments: two 'macroscopic' on-chip chromium wires ($R = 6.3\ \text{k}\Omega$ and $80\ \text{k}\Omega$) and two 'mesoscopic' series QPCs set to a resistance plateau ($R = R_q/2$ and $R = R_q/3$). The conductance calculated using the DCB theory for tunnel junctions³¹ is shown as continuous black lines. The dissipative environment in the calculation is modelled by the schematic $R//C$ circuit shown in Fig. 1a. Note that the only adjustable parameter here is the QPC's 'intrinsic' conductance G_∞ in absence of DCB, which is approximately given by the measured conductance at the highest applied voltages. The resistance R injected in the calculation is measured directly on-chip, the capacitance C corresponds to finite elements numerical simulations and the temperature T is set to that of the dilution fridge mixing chamber.

The good agreement in the tunnel regime between data and theory validates our experimental approach. It also shows that a QPC set to a well-defined resistance plateau $R = R_q/n$ mimics a 'macroscopic' linear resistance^{36,39}.

Single quantum channel conductance suppression. Figure 3 shows as symbols the relative suppression of the single-channel QPC conductance measured at zero DC voltage bias and low temperature for the same four environments tested in the tunnel regime. The quantum channel is characterized by its 'intrinsic' conductance G_∞ , which is extracted by two methods: we either assign G_∞ to the conductance measured with the dissipative environment short circuited using the switch, or to the conductance measured at a large voltage bias where DCB corrections are small (see Supplementary Note 1 for further details). The same data are plotted in the left panel of Fig. 3 versus G_∞ , and in the right panel versus the suppressed conductance $G(V=0, T)$. The non-linear dependence exhibited in the left panel shows that the prediction derived in the weak DCB framework, of a relative conductance suppression proportional to $(1 - R_q G_\infty)$ for a single channel^{32,33}, does not hold in the strong DCB regime. Instead, we observe that the relative conductance suppression is proportional to $(1 - R_q G(V=0, T))$ at our experimental accuracy, as seen from the linear dependence exhibited in the right panel of Fig. 3. This result is a remarkable corroboration of the recent experimental finding in Parmentier *et al.*⁴³, extending it to over more than one order of magnitude of the series resistance.

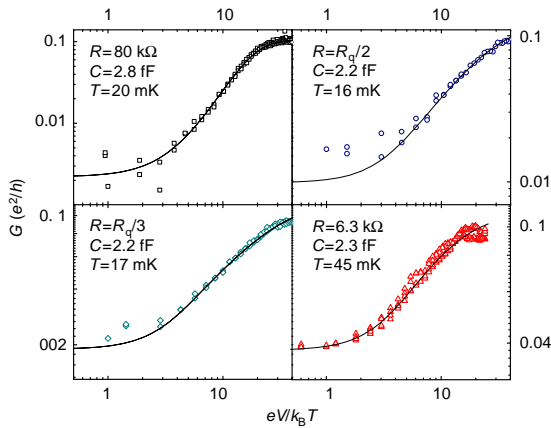


Figure 2 | Conductance suppression of a tunnel quantum channel in a resistive environment. Symbols: low temperature conductance $G(V, T) = \partial(V, T)/\partial V$ versus QPC DC voltage normalized by the temperature. Each panel corresponds to a QPC in the tunnel regime ($G_\infty \approx 0.1/R_q$) in series with a different on-chip resistance R . Continuous lines: prediction of the DCB theory for tunnel junctions using the separately determined values of R , C and T indicated in the panels.

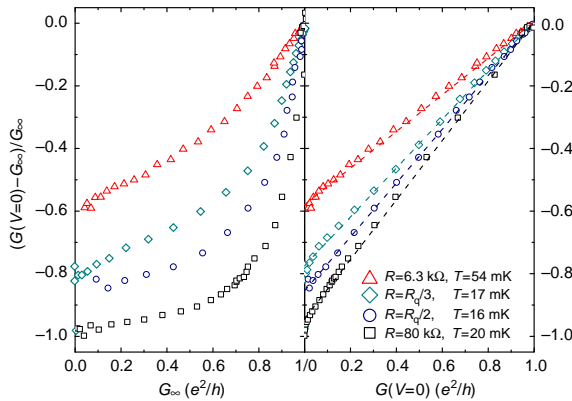


Figure 3 | Conductance suppression of an arbitrary quantum channel. The relative suppression of the measured zero-bias QPC conductance $G(V=0, T)$ with respect to ‘intrinsic’ quantum channel conductance G_∞ is plotted as symbols versus G_∞ (left panel) and $G(V=0, T)$ (right panel) for four series resistances $R=6.3$ kΩ, $R_q/3$, $R_q/2$ and 80 kΩ. The straight dashed lines are guides for the eye.

Phenomenological expression and scaling law. The experimental observation of a relative conductance suppression approximately proportional to $(1 - R_q G)$ is highly non-trivial and has strong implications.

As shown in Parmentier *et al.*⁴³ (Supplementary Note 2), this finding implies a phenomenological expression for the conductance G of a single channel embedded in a linear environment characterized by the impedance $Z(\omega)$:

$$G(G_\infty, Z, V_{DS}, T) = G_\infty \frac{1 + E_B(Z, V_{DS}, T)}{1 + R_q G_\infty E_B(Z, V_{DS}, T)}, \quad (1)$$

where $E_B \equiv \lim_{G_\infty \rightarrow 0} \frac{G - G_\infty}{G_\infty}$ is the relative conductance suppression in the tunnel regime, that can be calculated within the well-known DCB tunnel framework³¹. Note that equation 1

applies to short channels for which the energy $\hbar/\tau_{\text{dwell}}$, associated with the electronic dwell time τ_{dwell} , is larger than the other relevant energy scales (for example, eV_{DS} , $k_B T$, $e^2/2C$). Indeed, even in absence of DCB, the conductance can change with the voltage and the temperature on the typical energy scale $\hbar/\tau_{\text{dwell}}$ (for example, owing to quantum interferences within the conductor). Moreover, a finite dwell time could result in a high-energy cutoff for the excited electromagnetic modes of the circuit, thereby reducing the overall conductance suppression due to DCB⁴⁸.

The above phenomenological expression for G requires the knowledge of the ‘intrinsic’ conductance G_∞ , which is inconvenient when this quantity is not available. This is the case for the TLL predictions, due to the presence of a high-energy cutoff in the theory, or in experimental situations such as in ref. 44 where the conductor’s conductance changes significantly at high energy even in absence of DCB. It is therefore useful to remark that the above experimental finding can be recast as a scaling law relating the transmissions $\tau = R_q G$ at two different energies without involving G_∞ (Supplementary Note 3):

$$\frac{\tau_1/(1 - \tau_1)}{\tau_2/(1 - \tau_2)} = \frac{1 + E_B(Z, V_{DS1}, T_1)}{1 + E_B(Z, V_{DS2}, T_2)}, \quad (2)$$

where $\tau_{1,2} \equiv G_{1,2} R_q$ are the conductances, in units of conductance quantum, of the same single-channel quantum conductor in presence of DCB at the generator bias voltages V_{DS1} and V_{DS2} , and at the temperatures T_1 and T_2 .

A direct test of the scaling is displayed Fig. 4a, where the data obtained at $T=17$ mK for a wide range of G_∞ , from near tunnel to near full transmission, are recast following the above scaling law with a fixed reference voltage $V_{DS2} = 9k_B T$. We observe that all the data corresponding to a given series resistance $R \in \{R_q/2, R_q/3, R_q/4\}$ fall on top of each other, following the same black continuous line calculated with equation 2 without fit parameters. Note that we display only the data points on voltage ranges for which the separately measured energy dependency of the conductance in the absence of DCB is small (see Methods and Supplementary Note 4). Note also that for these series resistances, heating effects due to the voltage bias are negligible (Supplementary Note 5).

In Fig. 4b, we make use of the scaling law for the $R=6.3$ kΩ series resistance’s sample by taking as a reference point the QPC conductance at $T=80$ mK (dashed vertical line), which is high with respect to mismatches between electronic and mixing chamber temperatures, and low regarding temperature dependencies of the ‘intrinsic’ transmission. We find that the measured conductances (symbols) plotted versus temperature obey the scaling law prediction of equation 2 (continuous lines) without any fit parameters and for a wide range of QPC tunings. Note that the discrepancies below 40 mK are possibly due to a higher electronic temperature for this set of data.

Comparison with carbon nanotube resonant level. The conductance suppression for a single-channel quantum conductor inserted into a dissipative environment was recently measured on a markedly different physical system than in the present work, namely a resonant level within a carbon nanotube in series with on-chip resistances^{44,45}. The fact that the resonant peaks are wide, much more than the temperature broadening⁴⁴, implies that the energy associated with the dwell time across the nanotube is large with respect to temperature. According to the scattering approach^{49–51}, such a resonant level realizes at low temperatures a short single-channel quantum conductor whose apparent complexity can be encapsulated in its ‘intrinsic’ transmission probability. In Mebrahtu *et al.*⁴⁴, the single-channel quantum

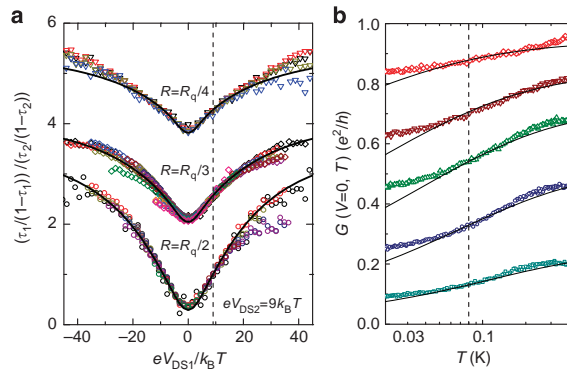


Figure 4 | Direct test of derived scaling law. (a) Symbols: the measured low temperature QPC transmissions ($\tau_{1,2} = R_q G(V_{DS1, DS2}, T)$) are recast as $\frac{\tau_1/(1-\tau_1)}{\tau_2/(1-\tau_2)}$ and plotted versus V_{DS1} for a fixed reference voltage $V_{DS2} = 9k_B T$. For each of the three series resistances, $R = R_q/2$, $R_q/3$ and $R_q/4$ (corresponding data sets are shifted vertically for clarity), the QPC are tuned over a broad range of G_∞ , respectively $[0.06, 0.95]e^2/h$, $[0.06, 0.996]e^2/h$ and $[0.25, 0.85]e^2/h$. Continuous lines: prediction of the phenomenological scaling law equation 2 using the corresponding R and $C = 2.0$ fF. (b) Symbols: zero-bias QPC conductance plotted versus temperature for the sample of series resistance $R = 6.3$ k Ω , and with five different tuning of the QPC yielding different G_∞ . Continuous lines: predictions of equation 2 calculated with $R = 6.3$ k Ω , $C = 2.3$ fF and using $T = 80$ mK as the reference point.

conductor was tuned *in situ* by adjusting the position of the resonant level with respect to the Fermi energy and by changing the symmetry of its coupling to the two connected leads. As in the present work and in Parmentier *et al.*⁴³, Mebrahtu *et al.*^{44,45} found that the conductance through the resonant level is strongly reduced at low temperatures only when it is tuned away from full transmission (the unitary limit) $G \simeq e^2/h$.

Here, we first compare the full temperature dependent conductance measured in Mebrahtu *et al.*⁴⁴ (symbols in Fig. 5a correspond to the data of Fig. 4a in Mebrahtu *et al.*⁴⁴) with the prediction of the phenomenological scaling law (equation 2) calculated essentially without fit parameters (continuous lines). The calculations are performed using the series resistance $R = 0.75R_q$ given in Mebrahtu *et al.*⁴⁴, assuming a small parallel capacitance $C = 0.07$ fF (there is little effect for realistic values $C \leq 0.1$ fF), and using $T_2 = 80$ mK as the reference temperature. We find a reasonable agreement between data and phenomenological scaling law (equation 2) at low enough temperatures such that the symmetric resonant level aligned with the Fermi energy (\bullet) is perfectly transmitted. At higher temperatures, the conductance reduction in the symmetric case at the Fermi energy signals a transition towards either the sequential tunnelling regime⁴⁴ or the long dwell-time regime with energy-dependent transmissions⁴⁵, where the phenomenological expression equation 2 for short quantum conductors does not hold. Comparisons between the phenomenological scaling law equation 2 and the other data in Mebrahtu *et al.*⁴⁴, as well as those in the new preprint⁴⁵, are available in Supplementary Note 6.

To expand further on the link with the present work, we plot in Fig. 5b the relative conductance reduction at $T = 50$ mK with respect to the maximum conductance G_{\max} measured at the same gate voltage (extracted from Fig. 2b of Mebrahtu *et al.*⁴⁴). The similarity with Fig. 3 is striking: whereas the relative conductance suppression plotted versus G_{\max} is markedly convex, it is close to a

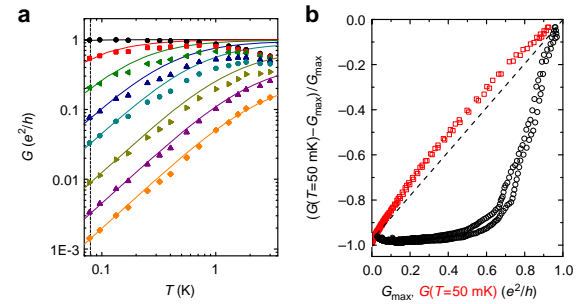


Figure 5 | Carbon nanotube resonant level in a resistive environment. (a) Symbols: zero-bias conductance of the carbon nanotube single-channel resonant level plotted versus temperature (data extracted from Fig. 4a in Mebrahtu *et al.*⁴⁴), with each type of symbols corresponding to a different energy of the resonant level (tuned with a plunger gate, unity transmission corresponds to the Fermi energy⁴⁴). Continuous lines: predictions calculated essentially without fit parameters with equation 2, using $R = 0.75R_q$, $C = 0.07$ fF and a reference temperature $T = 80$ mK indicated by a dashed line. (b) The zero-bias relative conductance suppression at $T = 50$ mK with respect to the maximum conductance (extracted from the data shown in Fig. 2b of Mebrahtu *et al.*⁴⁴) is shown as open symbols for different tunings of the resonant level position. The same data is plotted as circles versus the maximum conductance G_{\max} and as squares versus the conductance at $T = 50$ mK. Note that the appearance of two distinct curves, most visible when plotted versus G_{\max} , corresponds to the two sets of data obtained by shifting the resonant level in opposite direction from the Fermi energy. The straight dashed line is a guide for the eye.

straight line when plotted as a function of $G(T = 50$ mK). Note that the discrepancy with a perfect linear behaviour could be attributed to difference between G_{\max} and the 'intrinsic' conductance G_∞ .

Generalized mapping to Tomonaga-Luttinger. The problem of a single-channel quantum conductor in a purely dissipative linear circuit, characterized by the series resistance R , can be mapped to that of a TLL of Luttinger interaction coefficient $1/(1 + R/R_q)$ (ref. 19). Remarkably, it can be shown that a frequency-dependent circuit impedance corresponds to the more general problem of a 1D conductor with finite-range electron-electron interactions (Supplementary Note 7). In the low-energy limit, this more general model is known to reduce to a conventional TLL model with short-range interactions⁶. Similarly, we establish here that realistic circuits with a high-frequency cutoff, for example, capacitive as in Fig. 1a, can be mapped to a TLL.

More specifically, we consider the impact of the next orders in the Taylor series for the real part of a frequency-dependent series impedance $Re[Z(\omega)] = R + \sum_{n=1}^{\infty} R_n(\omega/\omega_Z)^n$, where ω_Z is the radius of convergence of the Taylor series expansion. As detailed in Supplementary Note 7, the electromagnetic environment shows up in the effective bosonic action, describing the electrical transport across the quantum conductor, as an additional quadratic term proportional to $Re[Z(\omega)] |\dot{Q}(\omega)|^2$, where $\dot{Q}(t)$ is a bosonic field identifiable as the transferred charge. Then, by power-counting arguments, we find that the leading term $R |\dot{Q}(\omega)|^2$ is most relevant at low-energy scales. Consequently, this problem is described by the same action as for an impurity in a TLL. Note that the mapping applies provided the energy scales $k_B T$ and eV_{DS} remain small compared with $\min[\hbar\omega_Z, \hbar\omega_F]$. Here, $\hbar\omega_F$ is a TLL cutoff that delimits both the validity of the short single-channel conductor approximation

ARTICLE

NATURE COMMUNICATIONS | DOI: 10.1038/ncomms2810

(limited by the finite dwell time across the conductor and the energy barrier separating additional electronic channels) and of the linearization of the energy spectrum in the leads.

Theoretical derivation of phenomenological scaling law. First, for purely dissipative circuits characterized by a small series resistance $Z(\omega) = R \ll R_q$ but beyond the limit of weak conductance suppression, it was predicted both using a renormalization group approach³⁸ and exploiting the mapping to TLL^{19,35} that the energy-dependent single-channel conductance $G = \tau/R_q$ obeys the out-of-equilibrium flow equation ($k_B T \ll eV_{DS}$):

$$\frac{d\tau(V_{DS})}{d \log V_{DS}} = \frac{2R}{R_q} \tau(V_{DS}) [1 - \tau(V_{DS})]. \quad (3)$$

This equation can be integrated between the applied generator voltages V_{DS1} and V_{DS2} , which results in the same expression as for the proposed phenomenological scaling law equation 2 for the corresponding limit of a purely dissipative circuit at $T=0$ (in which case^{21–25,52} $(1 + E_B) \equiv \lim_{G_\infty \rightarrow 0} G/G_\infty \propto V_{DS}^{2R/R_q}$):

$$\frac{\tau(V_{DS1})/[1 - \tau(V_{DS1})]}{\tau(V_{DS2})/[1 - \tau(V_{DS2})]} = \left(\frac{V_{DS1}}{V_{DS2}} \right)^{2R/R_q}. \quad (4)$$

Remarkably, we find here, using the thermodynamic Bethe ansatz solution of the impurity problem in a TLL at $k_B T \ll eV_{DS}$ (ref. 47), that the same flow equation 3 and, consequently, the phenomenological scaling law equation 2 are obeyed beyond the limit $R \ll R_q$; as detailed in Supplementary Note 8, we obtain the flow equation 3 exactly at $R = R_q$ within the full generalized validity domain of the mapping (eV_{DS} below $\min[\hbar\omega_Z, \hbar\omega_F]$). Note that for $R = R_q$, corresponding to a Luttinger interaction coefficient $K = 1/2$, the same conclusions can be reached by an alternative theoretical approach referred to as the refermionization procedure^{53–55}. We also obtain equation 3 for arbitrary values of R in the low V_{DS} limit corresponding to small values of the suppressed transmission $\tau(V_{DS}) \ll 1$ (even if the corresponding τ_∞ is close to unity).

Comparison TLL-phenomenological scaling law. Now that the validity of the proposed phenomenological scaling law (equation 2) is theoretically established in the three different limits $\tau(V_{DS}) \ll 1$, $R \ll R_q$ and $R = R_q$, we confront its predictions at intermediate values of R with numerical evaluations of the exact TLL universal conductance curve.

In Fig. 6, we display such a comparison for the intermediate series resistance $R = R_q/4$ on the full range of single-channel conductances. The out-of-equilibrium ($k_B T \ll eV_{DS}$) TLL prediction for the conductance in the presence of an impurity follows a universal scaling curve $G_{TLL}(V_{DS}/V_B)$, with V_B a scaling voltage encapsulating the impurity potential. As detailed in Supplementary Note 8, this conductance can be numerically computed using the exact thermodynamic Bethe ansatz solution^{46,47} (red dashed line in Fig. 6). Although the conductance curve depends on the TLL interaction coefficient $K = 1/(1 + R/R_q)$, it is universal in the sense that the same curve applies for an arbitrary local impurity. Note that there is no universal relation between V_B and the ‘intrinsic’ transmission probability τ_∞ of the corresponding DCB problem. For instance, such a relation would depend on the specific high-frequency behaviour of $Z(\omega)$. The conductance predicted by the phenomenological scaling law equation 2 is shown as a continuous black line in Fig. 6. In the corresponding limit of a pure series resistance $Z(\omega) = R_q/4$ at $k_B T \ll eV_{DS}$, it takes the simple analytical form given by

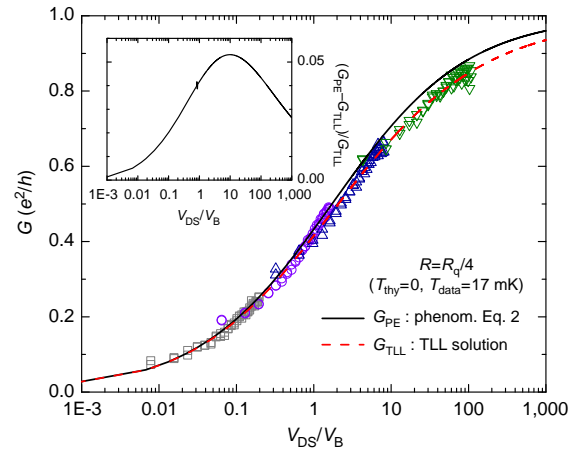


Figure 6 | Comparison TLL universal conductance curve-phenomenological scaling law-data for $R = R_q/4$, beyond the theoretically established validity of the phenomenological scaling law. Red dashed line: universal conductance scaling curve $G_{TLL}(V_{DS}/V_B)$ computed from the TLL thermodynamic Bethe ansatz solution at $T=0$ (refs 46,47) (Supplementary Note 8). Black straight line: conductance G_{PE} predicted by the phenomenological scaling law given by equation 4 for a pure series resistance at $T=0$. The full conductance curve $G_{PE}(V_{DS}/V_B)$ was calculated using the single reference point $G_{PE} = G_{TLL}$ at $V_{DSref}/V_B = 0.0005$. Symbols: four data sets measured at $T = 17$ mK in the presence of a series resistance $R = R_q/4$. The corresponding scaling voltages $V_B = 330 \mu\text{V}$ (open squares), $40 \mu\text{V}$ (open circles), $8 \mu\text{V}$ (open upright triangles) and $0.6 \mu\text{V}$ (open downward triangles) are obtained by matching $G_{TLL}(V_{DSref}/V_B)$ with the conductance measured at the reference point $V_{DSref} = 9k_B T \approx 13 \mu\text{V}$ (note that a better agreement data-phenomenological scaling law would have been obtained using instead $G_{PE}(V_{DSref}/V_B)$). Inset: relative deviations of the conductance calculated using the phenomenological expression equation 2 with respect to the universal conductance scaling curve $(G_{PE} - G_{TLL})/G_{TLL}$.

equation 4. The single reference point used in the phenomenological scaling law is the TLL conductance prediction at a very low voltage bias $V_{DSref}/V_B = 0.0005$, where it is theoretically established that both predictions match. Note that there is no need to fix the scaling voltage V_B here, as only the voltage ratio with respect to V_{DSref} is needed in equation 4.

We find a good quantitative agreement between TLL and phenomenological scaling law predictions on the full range of bias voltages and conductances, with relatively small deviations appearing at large bias voltages ($\lesssim 5\%$, see inset of Fig. 6). This good agreement corroborates the predicted mapping DCB-TLL. It is noteworthy that the phenomenological scaling law equation 2 encompasses arbitrary linear circuit impedances $Z(\omega)$, beyond the limit of a series resistance $Z(\omega) \simeq R$, suggesting a possible generalization of the TLL predictions.

Experimental test of predicted mapping TLL-DCB. The most straightforward experimental test consists in the direct comparison of the conductance data with the universal conductance scaling curve $G_{TLL}(V_{DS}/V_B)$. Figure 6 displays such a comparison for the series resistance $R = R_q/4$. Four data sets of the conductance measured at $T = 17$ mK, each corresponding to a different tuning of the QPC embedded in the same $R = R_q/4$ environment, are shown as symbols. For each data set, the value of V_B is fixed by matching the measured conductance at a single

arbitrary reference voltage $V_{\text{DSref}} = 9k_{\text{B}}T \approx 13 \mu\text{V}$ with the TLL prediction for the conductance $G_{\text{TLL}}(V_{\text{DSref}}/V_{\text{B}})$. This gives $V_{\text{B}} = 330 \mu\text{V}$, $40 \mu\text{V}$, $8 \mu\text{V}$ and $0.6 \mu\text{V}$. Note first that the lowest voltage in each data set corresponds to $\sim 3k_{\text{B}}T/e$, thereby minimizing the effect of the finite experimental temperature. Note also that the highest voltage in each data set $V_{\text{DS}} \approx 65 \mu\text{V}$ is smaller than $h/eRC \approx 300 \mu\text{V}$, which limits the contribution of the experimental short-circuit capacitance $C \approx 2 \text{ pF}$ to the series impedance $Z(\omega) \approx R_{\text{q}}/4$.

We observe that the conductance data closely obey the TLL predictions over the full range of single-channel conductances and over four orders of magnitudes of $V_{\text{DS}}/V_{\text{B}}$. This observation constitutes a direct experimental demonstration that the transport across a single-channel quantum conductor embedded in a dissipative environment can be mapped onto collective Tomonaga–Luttinger liquid behaviours.

Discussion

The present work is at the crossroad of two seemingly distinct phenomena namely, on the one hand, the Tomonaga–Luttinger physics of interacting 1D conductors and, on the other hand, the different set of quantum laws of electricity when distinct quantum coherent conductors are assembled into a circuit. By advancing and confronting both the experimental and theoretical aspects, we have established the predicted link between these two phenomena for the basic class of mesoscopic circuits constituted by a short single-channel quantum conductor in series with a linear resistance. This opens the path to using electronic circuits as test beds for Luttinger physics, and also advances our understanding of the quantum laws of electricity through the powerful TLL theoretical framework. In particular, important insight may be obtained in the investigation of the direct link between suppressed conductance and quantum shot noise, that is expected to hold even in the regime of strong conductance suppression^{19,38} (see also Supplementary Note 9). An important outcome of the present work is that we strongly consolidate, delimit the validity, and grasp the significance of the generalized phenomenological expression 1 for the conductance of an arbitrary short quantum channel in a linear environment. From an experimental standpoint, its validity is demonstrated for a wide range of circuit impedances, and is found in good agreement with the data of Mebrahtu *et al.*^{44,45} obtained on a different physical system, a carbon nanotube resonant level. From a theoretical standpoint, the equivalent scaling law equation 2 is derived for the suppressed conductance in various limits, in particular for a series resistance $R = R_{\text{q}}$. We also find that relatively small deviations exist in intermediate regimes. These results are not only of fundamental importance; the knowledge of the different quantum laws of electricity with coherent conductors has also direct implications for the quantum engineering of future nanoelectronic devices.

Methods

Measured samples. The samples are nanostructured by standard e-beam lithography in a 94-nm-deep GaAs/Ga(Al)As 2D electron gas of density $2.5 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ and mobility $55 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Experimental setup. The measurements were performed in a dilution refrigerator with a base temperature of $T = 16 \text{ mK}$. All measurement lines were filtered by commercial π -filters at the top of the cryostat. At low temperature, the lines were carefully filtered and thermalized by arranging them as 1-m-long resistive twisted pairs ($300 \Omega \text{ m}^{-1}$) inserted inside 260 μm inner diameter CuNi tubes, which were tightly wrapped around a copper plate screwed to the mixing chamber. The samples were further protected from spurious high-energy photons by two shields, both at the mixing chamber temperature.

Measurement techniques. The differential conductance measurements were performed using standard lock-in techniques at frequencies below 100 Hz. To avoid

sample heating, the AC excitation voltages across the sample were smaller than $k_{\text{B}}T/e$. The sample was current biased by a voltage source in series with a $10 \text{ M}\Omega$ or $100 \text{ M}\Omega$ polarization resistance. The bias current applied to the drain was converted on-chip into a fixed V_{DS} , independent of the QPC conductance, by taking advantage of the well-defined quantum Hall resistance to ground of the drain electrode (R_{q}/n at filling factor $\nu = n$). Similarly, the current across each component (QPCs, switches) is obtained by converting the voltage measured with the amplifiers represented as triangles in Fig. 1 using the R_{q}/n quantum Hall resistance. The conductances of the QPC, switch and series chromium wires or series QPC were obtained separately by three point measurements. For all the samples, we used cold grounds directly connected to the mixing chamber of the dilution refrigerator.

Test of the small ohmic contacts. The electrical connection between the small ohmic contact (labelled OC in Fig. 1b) and the buried 2D electron gas was tested with both the QPCs and the switches set in the middle of the very large and robust conductance plateau $G = 2/R_{\text{q}}$. Assuming that the two outer edge channels are fully transmitted across QPCs and switches, and that the inner channels are fully reflected, we find for all samples that the reflection of each of the two outer edge channels on the small ohmic contact is smaller than 0.01.

Energy dependences of ‘intrinsic’ conductance. A coherent conductor may present energy dependences in its ‘intrinsic’ conductance G_{∞} associated with, for example, a finite dwell time. In the case of QPCs, these often result from nearby defects. These energy dependences add up with the DCB energy dependence, which makes the extraction of the DCB signal as a function of voltage and temperature more difficult. In Supplementary Note 4, we illustrate the energy behaviour of the QPCs with the electromagnetic environment short circuited and explain how we deal with the energy dependences of G_{∞} in the present work.

References

- Pines, D. & Nozieres, P. *The Theory of Quantum Liquids* (Perseus Books, 1966).
- Giamarchi, T. *Quantum Physics in One Dimension* (Oxford University Press, 2003).
- Tomonaga, S. Remarks on Bloch’s Method of Sound Waves applied to Many-Fermion Problem. *Prog. Theor. Phys.* **5**, 544–569 (1950).
- Luttinger, J. M. An exactly soluble model of a many-Fermion System. *J. Math. Phys.* **4**, 1154–1162 (1963).
- Mattis, D. C. & Lieb, E. H. Exact Solution of a Many-Fermion System and Its Associated Boson Field. *J. Math. Phys.* **6**, 304–312 (1965).
- Haldane, F. D. M. ‘Luttinger liquid theory’ of one-dimensional quantum fluids: I. Properties of the Luttinger model and their extension to the general 1D interacting spinless Fermi gas. *J. Phys. C* **14**, 2585–2609 (1981).
- Safi, I. & Schulz, H. J. Transport in an inhomogeneous interacting one-dimensional system. *Phys. Rev. B* **52**, R17040–R17043 (1995).
- Bockrath, M. *et al.* Luttinger-liquid behaviour in carbon nanotubes. *Nature* **397**, 598–601 (1999).
- Postma, H. W. C., de Jonge, M., Yao, Z. & Dekker, C. Electrical transport through carbon nanotube junctions created by mechanical manipulation. *Phys. Rev. B* **62**, R10653–R10656 (2000).
- Auslaender, O. M. *et al.* Spin-charge separation and localization in one dimension. *Science* **308**, 88–92 (2005).
- Jompol, Y. *et al.* Probing spin-charge separation in a Tomonaga–Luttinger liquid. *Science* **325**, 597–601 (2009).
- Lake, B., Tennant, D. A., Frost, C. D. & Nagler, S. E. Quantum criticality and universal scaling of a quantum antiferromagnet. *Nat. Mater.* **4**, 329–334 (2005).
- Kim, B. J. *et al.* Distinct spinon and holon dispersions in photoemission spectral functions from one-dimensional SrCuO₂. *Nat. Phys.* **2**, 397–401 (2006).
- Blumenstein, C. *et al.* Atomically controlled quantum chains hosting a Tomonaga–Luttinger liquid. *Nat. Phys.* **7**, 776 (2011).
- Wen, X.-G. Theory of the edges states in fractional quantum Hall effects. *Int. J. Mod. Phys. B* **6**, 1711–1762 (1992).
- Milliken, F. P., Umbach, C. P. & Webb, R. A. Indications of a Luttinger liquid in the fractional quantum Hall regime. *Solid State Commun.* **97**, 309–313 (1996).
- Chang, A. M. Chiral Luttinger liquids at the fractional quantum Hall edge. *Rev. Mod. Phys.* **75**, 1449–1505 (2003).
- Hofferberth, S. *et al.* Probing quantum and thermal noise in an interacting many-body system. *Nat. Phys.* **4**, 489–495 (2008).
- Safi, I. & Saleur, H. One-channel conductor in an Ohmic environment: mapping to a Tomonaga–Luttinger liquid and full counting statistics. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 126602–126605 (2004).
- Fisher, M. P. A. & Glazman, L. I. *Mesoscopic electron transport*. 331 (Kluwer academic publishing, 1997).
- Panyukov, S. V. & Zaikin, A. D. Quantum fluctuations and quantum dynamics of small Josephson junctions. *J. Low Temp. Phys.* **73**, 1–32 (1988).
- Odnintsov, A. A. Effect of dissipation on the characteristics of small-area tunnel junctions: application of the polaron model. *Sov. Phys. JETP* **67**, 1265–1267 (1988).

ARTICLE

NATURE COMMUNICATIONS | DOI: 10.1038/ncomms2810

23. Nazarov, Y. V. Anomalous current-voltage characteristics of tunnel junctions. *Sov. Phys. JETP* **68**, 561–566 (1989).
24. Devoret, M. H. *et al.* Effect of the electromagnetic environment on the Coulomb blockade in ultrasmall tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1824–1827 (1990).
25. Girvin, S. M., Glazman, L. I., Jonson, M., Penn, D. R. & Stiles, M. D. Quantum fluctuations and the single-junction Coulomb blockade. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3183–3186 (1990).
26. Cleland, A. N., Schmidt, J. M. & Clarke, J. Influence of the environment on the Coulomb blockade in submicrometer normal-metal tunnel junctions. *Phys. Rev. B* **45**, 2950–2961 (1992).
27. Holst, T., Esteve, D., Urbina, C. & Devoret, M. H. Effect of a transmission line resonator on a small capacitance tunnel junction. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3455–3458 (1994).
28. Joyez, P., Esteve, D. & Devoret, M. H. How is the coulomb blockade suppressed in high-conductance tunnel junctions? *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1956–1959 (1998).
29. Pierre, F. *et al.* Electrodynamic dip in the local density of states of a metallic wire. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1590–1593 (2001).
30. Hofheinz, M. *et al.* Bright side of the coulomb blockade. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 217005–217008 (2011).
31. Ingold, G.-L. & Nazarov, Y. *Single charge tunneling: Coulomb blockade phenomena in nanostructures* Chapter 2 (Plenum, 1992).
32. Yeyati, A. L., Martin-Rodero, A., Esteve, D. & Urbina, C. Direct link between coulomb blockade and shot noise in a quantum-coherent structure. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 046802–046805 (2001).
33. Golubev, D. S. & Zaikin, A. D. Coulomb interaction and quantum transport through a coherent scatterer. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4887–4890 (2001).
34. Altimiras, C., Gennser, U., Cavanna, A., Mailly, D. & Pierre, F. Experimental test of the dynamical coulomb blockade theory for short coherent conductors. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 256805–256808 (2007).
35. Matveev, K. A., Yue, D. & Glazman, L. I. Tunneling in one-dimensional non-Luttinger electron liquid. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3351–3354 (1993).
36. Flensberg, K. Capacitance and conductance of mesoscopic systems connected by quantum point contacts. *Phys. Rev. B* **48**, 11156–11166 (1993).
37. Nazarov, Y. V. Coulomb blockade without tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1245–1248 (1999).
38. Kindermann, M. & Nazarov, Y. V. Interaction effects on counting statistics and the transmission distribution. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 136802–136805 (2003).
39. Golubev, D. S., Galaktionov, A. V. & Zaikin, A. D. Electron transport and current fluctuations in short coherent conductors. *Phys. Rev. B* **72**, 205417–205434 (2005).
40. Zamoum, R., Crépieux, A. & Safi, I. One-channel conductor coupled to a quantum of resistance: exact AC conductance and finite-frequency noise. *Phys. Rev. B* **85**, 125421–125433 (2012).
41. Le Hur, K. & Li, M.-R. Unification of electromagnetic noise and Luttinger liquid via a quantum dot. *Phys. Rev. B* **72**, 073305–073308 (2005).
42. Florens, S., Simon, P., Andergassen, S. & Feinberg, D. Interplay of electromagnetic noise and Kondo effect in quantum dots. *Phys. Rev. B* **75**, 155321–155328 (2007).
43. Parmentier, F. D. *et al.* Strong back-action of a linear circuit on a single electronic quantum channel. *Nat. Phys.* **7**, 935–938 (2011).
44. Mebrahtu, H. T. *et al.* Quantum phase transition in a resonant level coupled to interacting leads. *Nature* **488**, 61–64 (2012).
45. Mebrahtu, H. T. *et al.* Observation of Majorana Quantum Critical Behaviour in a Resonant Level Coupled to a Dissipative Environment. Preprint at <http://arXiv.org/abs/1212.3857> (2012).
46. Fendley, P., Ludwig, A. W. W. & Saleur, H. Exact Conductance through Point Contacts in the $\nu = 1/3$ Fractional Quantum Hall Effect. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3005–3008 (1995).
47. Fendley, P., Ludwig, A. W. W. & Saleur, H. Exact nonequilibrium transport through point contacts in quantum wires and fractional quantum Hall devices. *Phys. Rev. B* **52**, 8934–8950 (1995).
48. Nazarov, Y. V. Influence of the electrodynamic environment on electron tunneling at finite traversal time. *Phys. Rev. B* **43**, 6220–6223 (1991).
49. Landauer, R. Residual resistivity dipoles. *Z. Phys. B* **21**, 247–254 (1975).
50. Anderson, P. W., Thouless, D. J., Abrahams, E. & Fisher, D. S. New method for a scaling theory of localization. *Phys. Rev. B* **22**, 3519–3526 (1980).
51. Büttiker, M. Four-terminal phase-coherent conductance. *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761–1764 (1986).
52. Averin, D. V. & Odintsov, A. A. Macroscopic quantum tunneling of the electric charge in small tunnel junctions. *Phys. Lett. A* **140**, 251–257 (1989).
53. Guinea, F. Dynamics of a particle in an external potential interacting with a dissipative environment. *Phys. Rev. B* **32**, 7518–7523 (1985).
54. Matveev, K. A. Coulomb blockade at almost perfect transmission. *Phys. Rev. B* **51**, 1743–1751 (1995).
55. Chamon, C., Freed, D. E. & Wen, X. G. Nonequilibrium quantum noise in chiral Luttinger liquids. *Phys. Rev. B* **53**, 4033–4053 (1996).

Acknowledgements

We acknowledge Y. Nazarov, the Quantronics group and E. Sukhorukov for discussions, F. Lafont for his contribution to the experiment, and L. Couraud, D. Mailly, H. le Sueur and C. Ulysse for their inputs in the nanofabrication. This work was supported by the ERC (ERC-2010-StG-20091028, no. 259033) and the ANR (ANR-09-BLAN-0199).

Author contributions

Experimental work and analysis: S.J., F.D.P., A.A. and F.P.; heterojunction growth: A.C. and U.G.; nanofabrication: F.D.P. and A.A.; TLL theory: M.A., F.P. and I.S.; manuscript preparation: A.A., S.J., F.D.P., U.G., M.A., I.S. and F.P.; project planning and supervision: A.A. and F.P.

Additional information

Supplementary Information accompanies this paper at <http://www.nature.com/naturecommunications>

Competing financial interests: The authors declare no competing financial interests.

Reprints and permission information is available online at <http://npg.nature.com/reprintsandpermissions/>

How to cite this article: Jezouin, S. *et al.* Tomonaga–Luttinger physics in electronic quantum circuits. *Nat. Commun.* **4**:1802 doi: 10.1038/ncomms2810 (2013).



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Strong back-action of a linear circuit on a single electronic quantum channel

F. D. Parmentier, A. Anthore^{*}, S. Jezouin, H. le Sueur[†], U. Gennser, A. Cavanna, D. Mailly and F. Pierre^{*}

The question of which laws govern electricity in mesoscopic circuits is a fundamental matter that also has direct implications for the quantum engineering of nanoelectronic devices. When a quantum-coherent conductor is inserted into a circuit, its transport properties are modified; in particular, its conductance is reduced because of the circuit back-action. This phenomenon, known as environmental Coulomb blockade, results from the granularity of charge transfers across the coherent conductor¹. Although extensively studied for a tunnel junction in a linear circuit^{2–5}, it is only fully understood for arbitrary short coherent conductors in the limit of small circuit impedances and small conductance reduction^{6–8}. Here, we investigate experimentally the strong-back-action regime, with a conductance reduction of up to 90%. This is achieved by embedding a single quantum channel of tunable transmission in an adjustable on-chip circuit of impedance comparable to the resistance quantum $R_K = h/e^2$ at microwave frequencies. The experiment reveals significant deviations from calculations performed in the weak back-action framework^{6,7}, and is in agreement with recent theoretical results^{9,10}. Based on these measurements, we propose a generalized expression for the conductance of an arbitrary quantum channel embedded in a linear circuit.

The transport properties of a coherent conductor depend on the surrounding circuit. First, electronic quantum interferences blend the conductor with its vicinity, resulting in a different coherent conductor (see for example ref. 11). Furthermore, the circuit back-action modifies the full counting statistics of charge transfers across coherent conductors^{9,10,12}. This mechanism, which is our concern here, results in violations of the classical impedance composition laws even for distinct circuit elements, separated by more than the electronic phase coherence length. The present experimental work investigates the strong circuit back-action on the conductance of an arbitrary electronic quantum channel.

The circuit back-action originates from the granularity in the transfer of charges across a coherent conductor. As a result of Coulomb interactions, an excitation by these current pulses of the circuit electromagnetic modes is possible, which impedes the charge transfers and therefore reduces the conductance of the coherent conductor. This environmental Coulomb blockade is best understood in the limit of a tunnel junction embedded in a circuit of very high series impedance, which is of particular importance for single-electron devices¹³. In this limit, each time an electron tunnels across the junction, its charge stays a very long time on the capacitor C inherent to the junction's geometry. Consequently, a charging energy $e^2/2C$ has to be paid. As this energy is not available at low

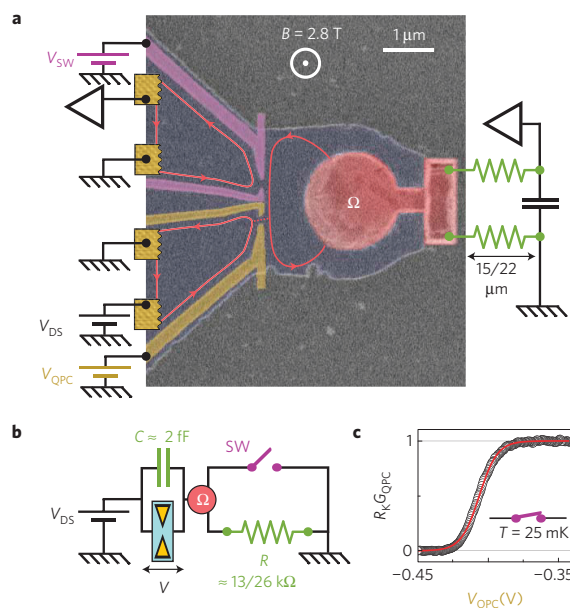


Figure 1 | Measured devices. **a**, SEM micrograph of the $R = 26$ k Ω sample. The bottom-left metal split gate (yellow) is used to tune the studied QPC. The outer-edge channel, shown as a red line, is partially transmitted at the QPC. A small ohmic contact labelled Ω (red) is used to connect the 2DEG (light blue) with the series chromium wires symbolized by green resistors. The top-left split gate (violet) realizes a switch to short-circuit the on-chip impedance. **b**, Schematic of the equivalent circuit, with C the parallel geometrical capacitance. **c**, Conductance G_{QPC} of the bottom left QPC in **a** versus the applied gate voltage V_{QPC} , for a short-circuited impedance.

voltages and temperatures, the tunnelling of electrons is blocked and the tunnel junction's conductance vanishes. One speaks of 'static' Coulomb blockade, because the circuit's dynamical response can be ignored. Beyond this limit, if the circuit response time τ is short enough, the charging energy becomes ill-defined, with an uncertainty $\Delta E \approx h/\tau \gtrsim e^2/2C$. This 'dynamical' Coulomb blockade regime corresponds to quantum fluctuations of the charge on the capacitor that are comparable to the electron charge e . It is therefore essential to consider the circuit as a quantum object. For a resistor R in series with the tunnel junction, the crossover

CNRS/Univ Paris Diderot (Sorbonne Paris Cité), Laboratoire de Photonique et de Nanostructures (LPN), route de Nozay, 91460 Marcoussis, France.

[†]Present address: CNRS, Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse (CSNSM), 91405 Orsay Campus, France.

^{*}e-mail: anne.anthore@lpn.cnrs.fr; frederic.pierre@lpn.cnrs.fr.

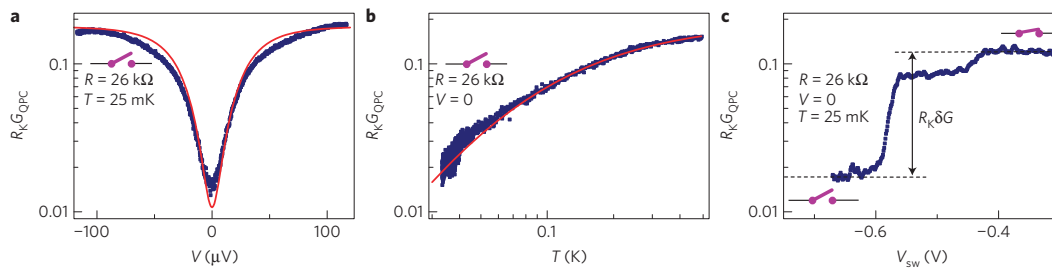


Figure 2 | Back-action signal versus prediction in the tunnel limit, for the $R = 26 \text{ k}\Omega$ sample. Predictions (see text) are shown as continuous lines and data as symbols. **a**, Differential conductance G_{QPC} versus V at $T = 25 \text{ mK}$ with the switch open. **b**, G_{QPC} versus temperature at $V = 0$ with the switch open. **c**, G_{QPC} versus switch gate voltage V_{SW} at $V = 0$ and $T = 25 \text{ mK}$. The series resistance, $R = 26 \text{ k}\Omega$ at $V_{\text{SW}} < -0.6 \text{ V}$, is short-circuited at $V_{\text{SW}} > -0.4 \text{ V}$.

between the static and the dynamical Coulomb blockade is at $R \approx R_K \equiv h/e^2 \approx 25.8 \text{ k}\Omega$. Importantly, the conductance can also be fully suppressed in the dynamical regime, at sufficiently low energy.

The environmental Coulomb blockade was first studied on small, opaque tunnel junctions embedded in linear circuits^{2–5}. The studies were later extended to tunnel junctions of larger conductance¹⁴ and size¹⁵, and to the high-frequency domain¹⁶. To go beyond tunnel junctions, a major theoretical difficulty is that a general coherent conductor, with electronic channels of arbitrary transmission probabilities, cannot be handled as a small perturbation to the circuit. This difficulty was first overcome in the limit of low-impedance linear circuits with a small back-action. In this case, the striking prediction^{6,7} and observation⁸ are that the circuit back-action on the conductance is directly proportional to the amplitude of quantum shot noise in the absence of the circuit. However, the even more important and challenging regime of strong back-action remains mostly unexplored and unsolved for arbitrary coherent conductors, despite important advances in that direction^{9,12,17–19} and a powerful link established with the Luttinger physics of interacting 1D conductors¹⁰. The present experimental work investigates this regime on a tunable quantum point contact (QPC) embedded in an on-chip circuit of impedance comparable to R_K , beyond reach of perturbative theoretical treatments, resulting in relative reductions of the QPC conductance of up to 90%.

The samples are constituted of three basic elements (see Fig. 1a,b): a tunable single electronic channel as a test-bed for coherent conductors, an on-chip dissipative environment and a switch to short-circuit the dissipative environment.

We emulate any single-channel short coherent conductor with a tunable QPC formed by field effect in a buried GaAs/Ga(Al)As two-dimensional electron gas (2DEG), using a surface metallic split gate biased at V_{QPC} (bottom split gate in Fig. 1a). A single-channel short coherent conductor is characterized by the ‘intrinsic’ quantum channel transmission probability $\tau_\infty \equiv R_K G_\infty \in [0, 1]$, with G_∞ the coherent conductor’s conductance in the absence of circuit back-action. The single step followed by a well-defined $1/R_K$ plateau of the QPC conductance $G_{\text{QPC}}(V_{\text{QPC}})$ (symbols in Fig. 1c) shows that the studied QPC can be operated in the single-channel regime, and that its transmission probability can be varied continuously from 0 to 1. The canonical QPC behaviour is confirmed by fitting the measured $G_{\text{QPC}}(V_{\text{QPC}})$ with the standard saddle-point model of a QPC (ref. 20; continuous line in Fig. 1c). Note that it is important to break spin degeneracy to first study a single electronic channel. Otherwise, the additional channels would partly shunt the surrounding circuit^{14,21}. For this purpose, we applied a strong perpendicular magnetic field $B = 2.8 \text{ T}$ corresponding to the integer quantum Hall effect at filling factor 4. Consequently, the current propagates at the edges along four copropagating edge channels. The studied outer edge channel is shown in Fig. 1a as a red line, with an arrow indicating the propagation direction.

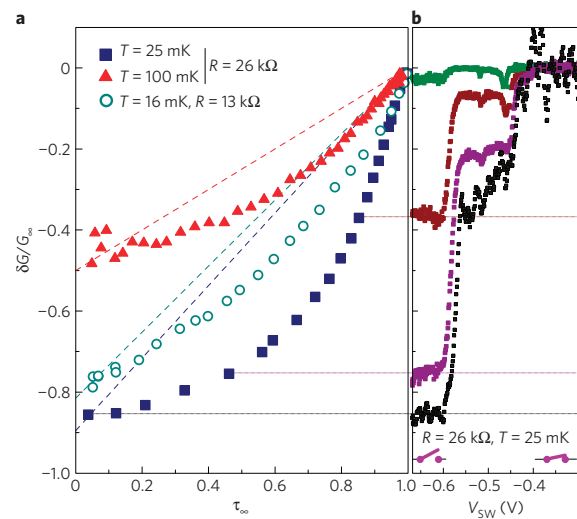


Figure 3 | Environment back-action versus transmission probability.

a, Measured relative back-action amplitude $\delta G/G_\infty$ (symbols) versus ‘intrinsic’ transmission probability τ_∞ . The data with $R = 26 \text{ k}\Omega$ are shown for $T = 25 \text{ mK}$ (solid square) and $T = 100 \text{ mK}$ (solid triangle). Those with $R = 13 \text{ k}\Omega$ are shown for $T = 18 \text{ mK}$ (circle). The dashed lines represent the $(1 - \tau_\infty)$ behaviour predicted in the limit of small environmental impedances. **b**, Sweeps $\delta G/G_\infty(V_{\text{SW}})$ measured at $\tau_\infty = \{0.038, 0.462, 0.853, 0.987\}$, respectively from bottom to top, in the $26 \text{ k}\Omega$ sample for $T = 25 \text{ mK}$.

The three other edge channels (not shown) are always fully reflected at the QPC.

The second element is the surrounding circuit of the QPC, of large dissipative impedance $\text{Re}[Z(\omega)] \sim R_K$ up to microwave frequencies $\omega \sim k_B T/h \sim 1 \text{ GHz}$. This is achieved with a nanofabricated on-chip environment modelled by the linear RC circuit in Fig. 1b. The series resistances R is $26 \text{ k}\Omega$ for the sample shown in Fig. 1a and $13 \text{ k}\Omega$ for a second sample. It is realized by two parallel thin chromium wires of identical lengths $L = 22 \mu\text{m}$ ($15 \mu\text{m}$) for $R = 26 \text{ k}\Omega$ ($13 \text{ k}\Omega$) deposited at the surface. These chromium wires can be described as macroscopic linear resistors (see Supplementary Information). The parallel capacitance C in Fig. 1b corresponds to the shunt capacitor to a.c. ground of the area delimited by the metal split gates and the series chromium wires. To avoid a capacitive short-circuit of the series resistance at the relevant microwave frequencies, this area must be minimized. For this purpose, the buried 2DEG is connected to the chromium resistors at the surface with a micrometre-scale AuGeNi ohmic contact (labelled Ω in

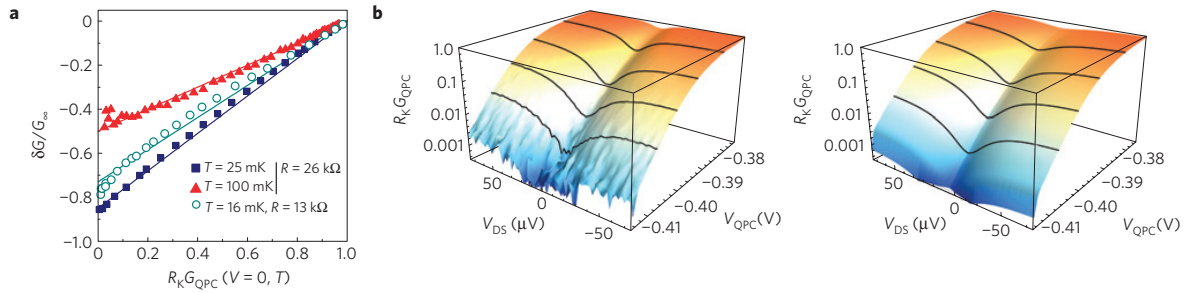


Figure 4 | Comparison between data and extended strong back-action predictions. **a**, $\delta G/G_\infty$ (same datasets as Fig. 3a) plotted as a function of the conductance $G_{\text{QPC}}(V=0, T)$ in the presence of back-action. The straight continuous lines are guides for the eyes. **b**, Normalized QPC differential conductance $R_K G_{\text{QPC}}$ plotted on a log scale as a function of the QPC gate voltage V_{QPC} and the applied drain-source voltage V_{DS} . The continuous lines correspond to different values of the ‘intrinsic’ transmission probability τ_∞ , from top to bottom {0.78, 0.37, 0.097, 0.018}. Left panel, conductance measured with $R = 26 \text{ k}\Omega$; right panel, calculations using equation (1) with $\tau_\infty(V_{\text{QPC}}, V_{\text{DS}} = 100 \mu\text{V})$.

Fig. 1a). This micrometre-scale contact also plays the role of a floating electron reservoir, which breaks the quantum coherence between electrons emitted and arriving at the studied QPC.

The third element is a switch that allows us to suppress the back-action of the environment by short-circuiting it. This switch is controlled by the voltage V_{SW} applied to the top split gate in Fig. 1a. A second voltage amplifier (top left in Fig. 1a) is used to monitor the switch’s conductance.

In the present experiment, the reduction δG of the QPC conductance G_{QPC} by the circuit back-action is extracted by three different methods: We measure G_{QPC} as a function of either the d.c. voltage V across the QPC (Fig. 2a), the temperature (Fig. 2b), or the gate voltage V_{SW} controlling the switch (Fig. 2c). In the first two methods, traditionally used to investigate the Coulomb blockade, $\delta G \equiv G_{\text{QPC}}(V=0, T) - G_\infty$ is obtained by assuming that G_{QPC} converges towards its ‘intrinsic’ conductance G_∞ for eV or $k_B T$ much larger than \hbar/RC and $e^2/2C$. In the third method, G_∞ is obtained from the QPC conductance measured with a short-circuited environmental impedance. This last, more direct method yields the back-action signal without any particular assumption on its energy dependence, and avoids possible sources of error related to the transmission energy dependence, sample heating, or the QPC stability over long times.

Figure 2 illustrates the three methods for the same sample of series resistance $R = 26 \text{ k}\Omega$, and with the QPC set to similar low transmissions. In this near-tunnel limit, the measured voltage and temperature dependence of G_{QPC} , shown as symbols in Fig. 2a and b, can be compared to the known predictions for tunnel junctions¹. The calculations, plotted as continuous lines, were performed within the simplified RC model depicted in Fig. 1b. The temperature T was set to that of the dilution fridge mixing chamber, $R = 26 \text{ k}\Omega$ to the measured value of the on-chip series resistance, and the parallel geometrical capacitance C to the value $C = 2 \text{ fF}$ obtained by finite element numerical simulations. The only fit parameter is the transmission in the absence of back-action $\tau_\infty = 0.18$ (Fig. 2a) and 0.19 (Fig. 2b). Figure 2c shows $G_{\text{QPC}}(V=0, T = 25 \text{ mK})$ versus the voltage V_{SW} controlling the switch to short-circuit the environment. The capacitive crosstalk between the switch gates and the QPC gates was first calibrated for each sample, then compensated for when sweeping V_{SW} (see Supplementary Information). For $V_{\text{SW}} < -0.6 \text{ V}$, the conductance across the switch is zero, and the measured G_{QPC} corresponds to the conductance reduced by the environmental back-action. As V_{SW} is increased, the switch’s conductance increases in steps corresponding to the successive edge channel transmission. The environmental back-action is found to be suppressed by fully transmitting the two outer edge channels across the switch (see

Supplementary Information); the corresponding QPC conductance measured at $V_{\text{SW}} \in [-0.4, -0.3] \text{ V}$ is taken as G_∞ . We stress that the conductance reductions δG obtained from all three methods are consistent with one another, and that we find a good agreement between data and theoretical predictions in the tunnel limit for a known surrounding circuit. This provides strong support for our interpretation of δG in terms of environmental back-action. We have now established the experimental principle with a tunnel QPC, and demonstrated the strong back-action regime with a conductance reduction of 90%.

Next, we investigate the circuit back-action on an arbitrary single-channel coherent conductor characterized by its ‘intrinsic’ transmission probability τ_∞ . Figure 3a shows as symbols, for both samples, the measured relative reduction of the QPC conductance $\delta G/G_\infty$ due to the circuit back-action when the switch is open, as a function of τ_∞ . Figure 3b shows the sweeps $\delta G/G_\infty(V_{\text{SW}})$ at $\tau_\infty = \{0.038, 0.462, 0.853, 0.987\}$ for the $R = 26 \text{ k}\Omega$ sample at 25 mK . First, we observe that $|\delta G/G_\infty|$ is largest in the tunnel limit and diminishes monotonously towards zero as τ_∞ increases towards full transmission. However, contrary to predictions and observations in the limit of small environmental impedances^{6–8}, $|\delta G/G_\infty|$ is not proportional to $(1 - \tau_\infty)$ in the full range $\tau_\infty \in [0, 1]$ (dashed lines), but markedly larger at intermediate τ_∞ . As seen by comparing the data at $T = 25 \text{ mK}$ and 100 mK for the $R = 26 \text{ k}\Omega$ sample, when the temperature increases, $|\delta G/G_\infty|$ and the deviations to a $(1 - \tau_\infty)$ dependence decrease.

Remarkably, we observe that the back-action correction to the conductance $\delta G/G_\infty$ is instead proportional to $(1 - R_K G_{\text{QPC}}(V=0, T))$, for all series resistances and temperatures. This is demonstrated, within experimental uncertainties, in Fig. 4a by plotting $\delta G/G_\infty$ now as a function of $R_K G_{\text{QPC}}(V=0, T)$. This proportionality can be written as $\delta G/G_\infty = (1 - R_K G_{\text{QPC}})E_B$, where $E_B \equiv \lim_{G_\infty \rightarrow 0} \delta G/G_\infty$ is the relative circuit back-action for a small tunnel junction embedded in the same circuit. Using the environmental Coulomb blockade framework for tunnel junctions¹, $E_B(Z, V, T)$ can be calculated for arbitrary circuit impedances Z , bias voltages V and temperatures T . Consequently, solving the above equation for G_{QPC} allows us to propose a generalized expression for the conductance of a single electronic channel of arbitrary transmission embedded in a linear environment of arbitrary impedance (see also Supplementary Information):

$$G_{\text{QPC}}(V, T) = \frac{\tau_\infty}{R_K} \frac{1 + E_B(Z, V, T)}{1 + \tau_\infty E_B(Z, V, T)} \quad (1)$$

We further tested the proposed equation (1) by comparing in Fig. 4b the measured (left panel) and calculated (right panel) QPC conductance versus the applied bias voltage V_{DS} and the gate

LETTERS

NATURE PHYSICS DOI: 10.1038/NPHYS2092

voltage V_{QPC} for $R = 26 \text{ k}\Omega$. The calculations were performed with equation (1) using $\tau_{\infty}(V_{\text{QPC}}) \simeq R_{\text{K}}G_{\text{QPC}}(V_{\text{QPC}}, V_{\text{DS}} = 100 \mu\text{V})$. We find a good agreement between data and theory for $\tau_{\infty} < 0.5$, illustrating the validity of this formula even at finite bias voltage. Note that, for $\tau_{\infty} \gtrsim 0.5$, we find that the measured dip in $R_{\text{K}}G_{\text{QPC}}(V_{\text{DS}})$ is significantly narrower than calculations. However, this deviation can be accounted for by including the significant sample heating by the d.c. current within a simplified model based on the Wiedemann–Franz law (see Supplementary Information).

Moreover, equation (1) agrees with a recent theoretical prediction using a renormalization-group approach⁹ (see Supplementary Information), and generalizes it to arbitrary impedances, beyond resistances small compared with R_{K} .

Equation (1) could be understood as a direct link between the conductance reduction by the circuit back-action and the quantum shot noise in the presence of the circuit. The bridge established for a purely resistive environment between Luttinger physics and the environmental Coulomb blockade suggests that $\delta G/G_{\infty}$ remains proportional to the amplitude of quantum shot noise for arbitrary series impedances¹⁰. As pointed out in ref. 10, the quantum shot noise is now strongly modified by the environmental back-action. Although there is no fully developed theoretical framework, the experimental observation $\delta G/G_{\infty} = (1 - R_{\text{K}}G_{\text{QPC}})E_{\text{B}}$, from which equation (1) is derived, would correspond to a quantum shot noise spectral density of the current S_I in the presence of back-action that verifies $dS_I/dV = 2eG_{\text{QPC}}(1 - R_{\text{K}}G_{\text{QPC}})$. Significantly, the same expression is verified in the absence of circuit back-action^{22,23}, but using the ‘intrinsic’ transmission probability τ_{∞} instead of the measured transmission probability $R_{\text{K}}G_{\text{QPC}}$. These relations can be derived exactly in the special case $Z(\omega) = R_{\text{K}}$ (I. Safi, private communication: a detailed comparison with equation (1) will be published elsewhere).

To conclude, we explored the strong back-action of a linear circuit on an arbitrary, single-channel, short coherent conductor. The results suggest the generalized expression equation (1) for the environmental back-action, which remains to be derived theoretically. This experiment opens the path for further investigations of the quantum laws of electricity in nanocircuits. These include the investigation of circuits with coherent conductors in which the environmental back-action can coexist with other phenomena such as the Kondo effect²⁴, as well as the investigation of the circuit back-action on the full statistics of charge transfers across a coherent conductor^{9,10,12}.

Methods

The measurements were performed in a dilution refrigerator down to $T = 16 \text{ mK}$, on two samples tailored in a typical 2DEG. The 2DEG of density $2.5 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ and mobility $55 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ is buried 94 nm deep in a GaAs/Ga(Al)As heterojunction. The measured differential conductances were obtained by standard lock-in techniques at frequencies below 100 Hz with custom-made ultra-low noise electronics. To measure independently the QPC conductance and the series resistance R , and also to test the small ohmic contact, the end of one of the chromium wires realizing R is connected at room temperature to a high-impedance voltage amplifier (see Fig. 1a). As a result of antenna effects, the impedance of the line towards the amplifier is reduced at the relevant microwave frequencies to approximately the vacuum impedance $377 \Omega \ll R_{\text{K}}$. This is symbolized in Fig. 1a by a capacitor in parallel with the top right amplifier. Further details are given in the Supplementary Information.

Received 4 May 2011; accepted 12 August 2011; published online 18 September 2011

References

1. Ingold, G.-L. & Nazarov, Y. *Single Charge Tunneling: Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures* Ch. 2 (Plenum, 1992).
2. Devoret, M. H. *et al.* Effect of the electromagnetic environment on the Coulomb blockade in ultrasmall tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1824–1827 (1990).

3. Girvin, S. M., Glazman, L. I., Jonson, M., Penn, D. R. & Stiles, M. D. Quantum fluctuations and the single-junction Coulomb blockade. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3183–3186 (1990).
4. Cleland, A. N., Schmidt, J. M. & Clarke, J. Influence of the environment on the Coulomb blockade in submicrometer normal-metal tunnel junctions. *Phys. Rev. B* **45**, 2950–2961 (1992).
5. Holst, T., Esteve, D., Urbina, C. & Devoret, M. H. Effect of a transmission line resonator on a small capacitance tunnel junction. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3455–3458 (1994).
6. Yeyati, A. L., Martin-Rodero, A., Esteve, D. & Urbina, C. Direct link between Coulomb blockade and shot noise in a quantum-coherent structure. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 046802 (2001).
7. Golubev, D. S. & Zaikin, A. D. Coulomb interaction and quantum transport through a coherent scatterer. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4887–4890 (2001).
8. Altimiras, C., Gennser, U., Cavanna, A., Mailly, D. & Pierre, F. Experimental test of the dynamical Coulomb blockade theory for short coherent conductors. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 256805 (2007).
9. Kindermann, M. & Nazarov, Y. V. Interaction effects on counting statistics and the transmission distribution. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 136802 (2003).
10. Safi, I. & Saleur, H. One-channel conductor in an ohmic environment: Mapping to a Tomonaga–Luttinger liquid and full counting statistics. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 126602 (2004).
11. Umbach, C. P., Santhanam, P., van Haesendonck, C. & Webb, R. A. Nonlocal electrical properties in mesoscopic devices. *Appl. Phys. Lett.* **50**, 1289–1291 (1987).
12. Golubev, D. S., Galaktionov, A. V. & Zaikin, A. D. Electron transport and current fluctuations in short coherent conductors. *Phys. Rev. B* **72**, 205417 (2005).
13. Devoret, M. H., Esteve, D. & Urbina, C. Single-electron transfer in metallic nanostructures. *Nature* **360**, 574–553 (1992).
14. Joyez, P., Esteve, D. & Devoret, M. H. How is the Coulomb blockade suppressed in high-conductance tunnel junctions? *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1956–1959 (1998).
15. Pierre, F. *et al.* Electrodynamic dip in the local density of states of a metallic wire. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1590–1593 (2001).
16. Hofheinz, M. *et al.* Bright side of the Coulomb blockade. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 217005 (2011).
17. Matveev, K. A., Yue, D. & Glazman, L. I. Tunneling in one-dimensional non-Luttinger electron liquid. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3351–3354 (1993).
18. Molenkamp, L. W., Flensberg, K. & Kemerink, M. Scaling of the Coulomb energy due to quantum fluctuations in the charge on a quantum dot. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4282–4285 (1995).
19. Nazarov, Y. V. Coulomb blockade without tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1245–1248 (1999).
20. Büttiker, M. Quantized transmission of a saddle-point constriction. *Phys. Rev. B* **41**, 7906–7909 (1990).
21. Bagrets, D. A. & Nazarov, Y. V. Full current statistics in the regime of weak coulomb interaction. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 056801 (2005).
22. Martin, T. & Landauer, R. Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems. *Phys. Rev. B* **45**, 1742–1755 (1992).
23. Blanter, Y. M. & Büttiker, M. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.* **336**, 1–166 (2000).
24. Florens, S., Simon, P., Andergassen, S. & Feinberg, D. Interplay of electromagnetic noise and Kondo effect in quantum dots. *Phys. Rev. B* **75**, 155321 (2007).

Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge Y. Nazarov, the Quantronics group and I. Safi for discussions, F. Lafont for his contribution to the experiment, and L. Couraud and C. Ulysse for their contributions to the nano-fabrication. This work was supported by the ERC (ERC-2010-StG-20091028, #259033), the ANR (ANR-09-BLAN-0199) and NanoSci-ERA (ANR-06-NSCI-001).

Author contributions

A.A., F.D.P., F.P. and S.J. carried out the experimental work and theoretical analysis; A.A., F.P. and H.I.S. carried out nano-fabrication and sample design with inputs from D.M.; A.C. and U.G. carried out heterojunction growth; A.A., F.D.P., F.P. and U.G. prepared the manuscript with inputs from coauthors; F.P. planned and supervised the project.

Additional information

The authors declare no competing financial interests. Supplementary information accompanies this paper on www.nature.com/naturephysics. Reprints and permissions information is available online at <http://www.nature.com/reprints>. Correspondence and requests for materials should be addressed to A.A. or F.P.

References and Notes

- D. H. Staelin, E. C. Reifenstein 3rd, *Science* **162**, 1481–1483 (1968).
- J. M. Comella, H. D. Craft, R. V. E. Lovelace, J. M. Sutton, G. L. Tyler, *Nature* **221**, 453–454 (1969).
- T. Gold, *Nature* **218**, 731–732 (1968).
- A. G. Lyne, R. S. Pritchard, F. G. Smith, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **233**, 667–676 (1988).
- A. G. Lyne, R. S. Pritchard, F. G. Smith, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **265**, 1003–1012 (1993); <http://adsabs.harvard.edu/full/1993MNRAS.265.1003L>.
- A. G. Lyne, C. A. Jordan, M. E. Roberts, *The Jodrell Bank Crab Pulsar Ephemeris* (University of Manchester, Manchester, 2013). (<http://www.jb.man.ac.uk/pulsar/crab.html>).
- A. A. Abdo et al., *Astrophys. J.* **708**, 1254–1267 (2010).
- D. A. Moffett, T. H. Hankins, *Astrophys. J.* **468**, 779–783 (1996).
- Materials and methods are available as supplementary material on *Science Online*.
- M. Morini, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **202**, 495–510 (1983).
- K. S. Cheng, C. Ho, M. Ruderman, *Astrophys. J.* **300**, 500–539 (1986).
- R. W. Romani, I.-A. Yadigaroglu, *Astrophys. J.* **438**, 314–321 (1995).
- A. G. Muslimov, A. K. Harding, *Astrophys. J.* **606**, 1143–1153 (2004).
- J. Dyks, B. Rudak, *Astrophys. J.* **598**, 1201–1206 (2003).
- R. W. Romani, K. P. Watters, *Astrophys. J.* **714**, 810–824 (2010).
- C.-Y. Ng, R. W. Romani, *Astrophys. J.* **673**, 411–417 (2008).
- D. I. Jones, N. Andersson, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **324**, 811–824 (2001).
- J. Shaham, *Astrophys. J.* **214**, 251–260 (1977).
- A. Sedrakian, I. Wasserman, J. M. Cordes, *Astrophys. J.* **524**, 341–360 (1999).
- A. Lyne, G. Hobbs, M. Kramer, I. Stairs, B. Stappers, *Science* **329**, 408–412 (2010).
- A. K. Harding, J. V. Stern, J. Dyks, M. Frackowiak, *Astrophys. J.* **680**, 1378–1393 (2008).
- K. P. Watters, R. W. Romani, P. Weltevredre, S. Johnston, *Astrophys. J.* **695**, 1289–1301 (2009).
- Y. J. Du, G. J. Qiao, W. Wang, *Astrophys. J.* **748**, 84 (2012).
- A. G. Lyne, F. Graham-Smith, *Pulsar Astronomy*, 4th ed. (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2012).
- V. S. Beskin, E. E. Nokhrina, *Astrophys. Space Sci.* **308**, 569–573 (2007).
- W. W. Macy Jr., *Astrophys. J.* **190**, 153–164 (1974).
- B. Link, R. I. Epstein, *Astrophys. J.* **478**, L91 (1997).
- M. P. Allen, J. E. Horvath, *Astrophys. J.* **488**, 409–412 (1997).

Acknowledgments: Pulsar research at Jodrell Bank Centre for Astrophysics is supported by a Consolidated Grant from the U.K. Science and Technology Facilities Council.

Supplementary Materials

www.sciencemag.org/content/342/6158/598/suppl/DC1
Materials and Methods
References (29, 30)

15 July 2013; accepted 1 October 2013
10.1126/science.1243254

Quantum Limit of Heat Flow Across a Single Electronic Channel

S. Jezouin,^{1*} F. D. Parmentier,^{1*} A. Anthore,^{1,2†} U. Gennser,¹ A. Cavanna,¹ Y. Jin,¹ F. Pierre^{1†}

Quantum physics predicts that there is a fundamental maximum heat conductance across a single transport channel and that this thermal conductance quantum, G_Q , is universal, independent of the type of particles carrying the heat. Such universality, combined with the relationship between heat and information, signals a general limit on information transfer. We report on the quantitative measurement of the quantum-limited heat flow for Fermi particles across a single electronic channel, using noise thermometry. The demonstrated agreement with the predicted G_Q establishes experimentally this basic building block of quantum thermal transport. The achieved accuracy of below 10% opens access to many experiments involving the quantum manipulation of heat.

The transport of electricity and heat in reduced dimensions and at low temperatures is subject to the laws of quantum physics. The Landauer formulation of this problem (1–3) introduces the concept of transport channels: A quantum conductor is described as a particle waveguide, and the channels can be viewed as the quantized transverse modes. Quantum physics sets a fundamental limit to the maximum electrical conduction across a single electronic channel. The electrical conductance quantum $G_e = e^2/h$, where e is the unit charge and h is the Planck constant, was initially revealed in ballistic one-dimensional (1D) constrictions (4, 5). However, different values of the maximum electrical conductance are observed for different types of charge-carrying particles. In contrast, for heat conduction the equivalent thermal conductance quantum $G_Q = \pi^2 k_B^2 T / 3h \approx (1 \text{ pW/K}^2) T$ (which sets the

maximum thermal conduction across a single transport channel, k_B being the Boltzmann constant and T the temperature) is predicted to be independent of the heat carrier statistics, from bosons to fermions, including the intermediate “anyons” (6–16). In electronic channels, which carry both an electrical and thermal current, the predicted ratio ($\pi^2 k_B^2 / 3e^2$) T between G_Q and G_e verifies and extends the Wiedemann-Franz relation down to a single channel (8, 9). In general, the universality of G_Q , together with the deep relationship between heat, entropy, and information (17), points to a quantum limit on the flow of information through any individual channel (6, 15).

The thermal conductance quantum has been measured for bosons, in systems with as few as 16 phonon channels (18, 19), and probed at the single-photon channel level (20, 21). For fermions, heat conduction was shown to be proportional to the number of ballistic electrical channels (22, 23). In (22), the data were found compatible, within an order of magnitude estimate, to the predicted thermal conductance quantum, whereas (23) demonstrated more clearly the quantization of thermal transport, but G_Q was not accessible by construction of the experiment.

We have measured the quantum-limited heat flow across a single electronic channel using the conceptually simple approach depicted in Fig. 1A. A micrometer-sized metal plate is electrically connected by an adjustable number n of ballistic quantum channels to a cold bath at temperature T_0 . Electrons in the small plate are heated up with a well-known Joule power (J_Q in Fig. 1A), and the resulting increased electronic temperature T_Ω is measured by direct thermometry based on noise measurements. Heat balance implies that the injected Joule power is compensated by the overall outgoing heat current

$$J_Q = nJ_Q^e(T_\Omega, T_0) + J_Q^{e-ph}(T_\Omega, T_0) \quad (1)$$

where $nJ_Q^e(T_\Omega, T)$ is the electronic heat flow across the n ballistic quantum channels. The flow $J_Q^{e-ph}(T_\Omega, T_0)$ is an additional contribution, here attributed to the transfer of heat from the hot electrons toward the cold phonon bath in the plate (and thus independent of n). The heat flow across a single ballistic electronic channel is then directly given by how much J_Q is increased to keep T_Ω constant when one additional electronic channel is opened. The quantum-limited heat flow for a single electronic channel connecting two heat baths at T_Ω and T_0 reads (8, 9)

$$J_Q^e(T_\Omega, T_0) = \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} (T_\Omega^2 - T_0^2) \quad (2)$$

The quadratic temperature dependence reflects the fact that the temperature sets both the average energy of electronic excitations, as well as their number, the latter being proportional to the energy bandwidth.

The actual sample, displayed in Fig. 1B, was cooled down to $T_0 \approx 20$ mK in our experiment. The noise thermometry was performed with ultra-sensitive cryogenic electronics based on a home-grown high-electron-mobility transistor (24).

The ballistic quantum channels are formed in a high-mobility Ga(Al)As 2D electron gas by the field-effect tuning of two quantum point contacts

¹CNRS, Laboratoire de Photonique et de Nanostructures, UPR20, route de Nozay, 91460 Marcoussis, France. ²Univ Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, Département de Physique, 4 rue Elsa Morante, 75013 Paris, France

*These authors contributed equally to this work.

†Corresponding author. E-mail: anne.anthore@lpn.cnrs.fr (A.A.); frederic.pierre@lpn.cnrs.fr (F.P.)

REPORTS

(QPCs), labeled QPC₁ and QPC₂ in Fig. 1B. The potentials applied to the metal split gates (colored yellow in Fig. 1B) are set to fully transmit n electronic channels, in which case the QPC electrical conductances display clear plateaus [see fig. S5 in (25)]. The measured conductances $n_1 e^2/h$ and $n_2 e^2/h$ of QPC₁ and QPC₂, respectively, correspond to $n = n_1 + n_2$. For fully transmitted channels, the electron-photon coupling observed in the same sample for the case of partially transmitted channels (26) vanishes.

The heated-up metal plate, colored brown in Fig. 1B, is a micrometer-sized ohmic contact (25), which is electrically connected to cold electrodes located further away exclusively through the two QPCs. To approach the quantum limit of heat flow per channel, the electrical connection between the plate and the 2D electron gas located 94 nm below the surface must have a negligibly low resistance compared to h/e^2 . Moreover, the heated-up electrons must dwell in the plate for a time longer than the electron-electron energy exchange time, in order to relax toward a quasi-equilibrium situation characterized by a hot Fermi distribution at T_Ω . These two conditions set the minimum size of the ohmic contact (25); however, the ohmic contact must be small enough to minimize the heat transfer toward phonons, which is proportional to volume. The sample was optimized to fulfill these antagonistic requirements, achieving a negligibly small contact resistance, a typical dwell time in the 10 μ s range, and a dominating electronic heat flow for $T_\Omega \leq 70$ mK.

The sample was subjected to a strong perpendicular magnetic field in order to enter the integer quantum Hall effect (QHE) regime, at filling factors $\nu = 3$ or $\nu = 4$. In this regime, the current flows along the sample edges in so-called edge channels with a unique propagation direction (continuous red lines with arrows in Fig. 1B). One motivation for performing the experiment in this regime is the spatial separation between incoming and outgoing edge channels away from the QPC, which enables use of the large metal electrodes located further away as ideal cold reservoirs. Furthermore, it is easier to tune the QPCs to a discrete set of fully open channels (25), and the spin degeneracy is broken so that the electronic channels can be opened one at a time. Finally, the QHE regime allows for a simple implementation of the noise thermometry.

The injected Joule power J_Q was generated with an applied DC current (Fig. 1B) partly transmitted across the n_1 ballistic channels of QPC₁ into the plate (25).

The resulting increase $T_\Omega - T_0$ of the electronic temperature in the plate was determined from the increase ΔS_I in the measured spectral density of the current noise along the outgoing edge channels (25, 27, 28)

$$\Delta S_I = 2k_B(T_\Omega - T_0) \frac{G_e}{1/n_1 + 1/n_2} \quad (3)$$

The raw measurements of excess current noise ΔS_I versus applied DC current for $n \in \{2, 3, 4\}$

Fig. 1. Experimental principle and practical implementation.

(A) Principle of the experiment: Electrons in a small metal plate (brown disk) are heated up to T_Ω by the injected Joule power J_Q . The large arrows symbolize injected power (J_Q) and outgoing heat flows (nJ_Q^e, J_Q^{e-ph}). (B) False-colors scanning electron micrograph of the measured sample. The Ga(Al)As 2D electron gas is highlighted in light blue, the QPC metal gates in yellow and the micrometer-sized metallic ohmic contact in brown. The light gray metal gates are polarized with a strong negative gate voltage and are not used in the experiment. The propagation direction of two co-propagating edge channels (shown out of $\nu = 3$ or $\nu = 4$) is indicated by red arrows. QPC₁ is here set to fully transmit a single channel ($n_1 = 1$) and QPC₂ two channels ($n_2 = 2$), corresponding to a total number of open electronic channels $n = n_1 + n_2 = 3$. The experimental apparatus is shown as a simplified diagram. It includes two $L-C$ tanks used to perform the noise thermometry measurements around 700 kHz. The Joule power J_Q is injected on the micrometer-sized metallic electrode from the DC polarization current partly transmitted through QPC₁.

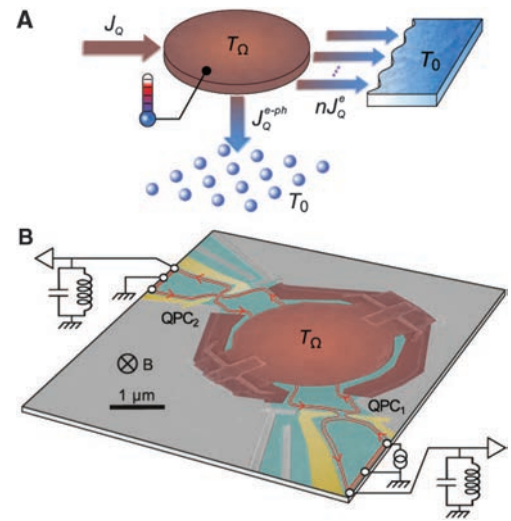
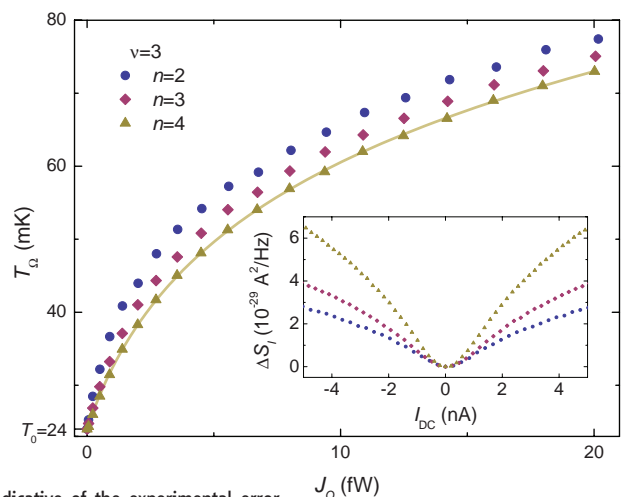


Fig. 2. Noise thermometry measurements versus injected power.

The electronic temperature T_Ω in the micrometer-sized ohmic contact is plotted as a function of the injected power J_Q at $\nu = 3$ and for a base electronic temperature $T_0 = 24$ mK. The symbols \bullet , \blacklozenge , and \blacktriangle correspond, respectively, to $n = 2, 3$, and 4 open electronic channels. The continuous line is a fit of the data for $n = 4$ open channels, including the heat transfer to phonons (see text). The size of the symbols is indicative of the experimental error bars. (Inset) Measured excess noise spectral density versus applied DC current. In the main panel, data at opposite DC currents, which are equal at our experimental accuracy, are averaged to improve the signal-to-noise ratio.



open electronic channels at $\nu = 3$ are shown as symbols in the inset of Fig. 2. Here $n = 2$ corresponds to the two equivalent configurations (1, 1), $n = 3$ is the average over the two equivalent configurations (1, 2) and (2, 1) [see fig. S6 in (25)], and $n = 4$ corresponds to (2, 2). The displayed data are measured on the top left electrode, behind QPC₂; the same excess noise, within 2%, was measured with another amplification chain on the bottom right electrode, behind QPC₁ (25).

The main panel of Fig. 2 shows these data recast as the measured electronic temperature in

the micrometer-sized plate T_Ω versus the injected Joule power J_Q . The base temperature $T_0 = 24$ mK was obtained separately, from a noise thermometry performed at $\nu = 3$ during the same experimental run (25). At fixed T_Ω , the distinct increase in J_Q as the number n of ballistic electronic channels is incremented by one directly corresponds to the heat flow across an individual electronic channel. We focus here on the low injected power regime $J_Q \leq 20$ fW, where the electronic heat flow nJ_Q^e is the most important contribution at $n = 4$ (25).

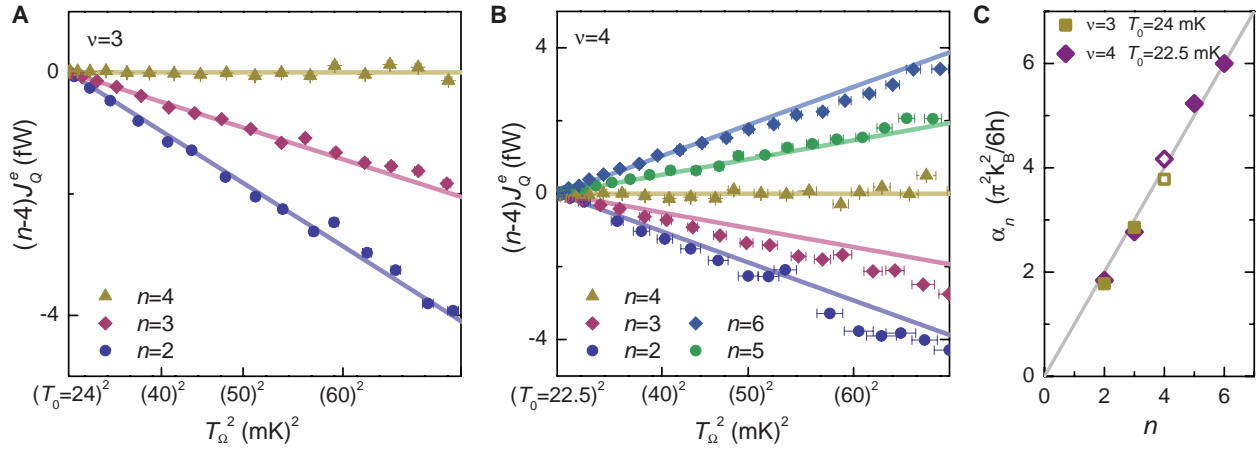


Fig. 3. Heat flow across ballistic electronic channels. (A and B) The symbols display the heat current across $|n - 4|$ electronic channels, with a positive (negative) sign for $n > 4$ ($n < 4$), as a function of the squared temperature T_Ω^2 of the micrometer-sized ohmic contact. The data in (A) [(B)] were measured at $\nu = 3$ ($\nu = 4$) at a base temperature $T_0 = 24$ mK ($T_0 = 22.5$ mK) for $n = 2, 3$, and 4 ($n = 2, 3, 4, 5, 6$), respectively from bottom to top. The continuous lines are the theoretical predictions for the quantum-limited heat

flow. (C) Extracted electronic heat current factor $\alpha_n \equiv nJ_Q^e / (T_\Omega^2 - T_0^2)$ in units of $\pi^2 k_B^2 / 6h$ (symbols) versus the number n of electronic channels. It is obtained from the fitted slopes α'_{n-4} of the data in (A) and (B) added to the separately extracted value of α_4 (see text and Fig. 2): $\alpha_n = \alpha'_{n-4} + \alpha_4$, with $\alpha_4 = 3.8$ ($\alpha_4 = 4.2$) at $\nu = 3$ ($\nu = 4$) shown distinctly as open symbols. The predictions for the quantum limit of heat flow fall on the continuous line $y = x$.

We now separate the electronic heat flow nJ_Q^e from the additional, a priori unidentified, contribution J_Q^{e-ph} , which is independent of the number n of open electronic channels. For this purpose, we use as a reference the $n = 4$ data corresponding to the most robust QPC plateaus $n_1 = n_2 = 2$.

First, we show that important information can already be extracted at $n = 4$ within a model-dependent approach. The $n = 4$ reference data $J_Q = J_Q^{e-ph} + 4J_Q^e$ are fitted with the standard expression for electron-phonon cooling in diffusive metals (29–31) $J_Q^{e-ph}(T_\Omega, T) = \Sigma\Omega(T_\Omega^5 - T_0^5)$ with $\Sigma\Omega$ a free parameter; for $4J_Q^e$ we used the predicted power law (see Eq. 2), $4J_Q^e = \alpha_4(T_\Omega^2 - T_0^2)$ with α_4 a free parameter. The fit is shown as a continuous yellow line in Fig. 2. The electron-phonon coupling parameter $\Sigma\Omega = 5.5$ nW/K⁵ extracted from the fit is a very typical value for similar metals (29–31) given the micrometer-sized ohmic contact volume $\Omega \sim 2\mu\text{m}^3$. The extracted electronic heat flow $4J_Q^e$ is found to be $3.8(\pi^2 k_B^2 / 6h)(T_\Omega^2 - T_0^2)$, which is within 5% of the theoretically predicted value given by Eq. 2. The same $\Sigma\Omega$ and electronic heat current are obtained by repeating this analysis on the $n = 4$ data at the higher temperature $T_0 = 40$ mK, whereas a relatively small difference of about 20% is seen at filling factor $\nu = 4$ [see figs. S8 and S9 in (25)].

Second, following the model-free approach described earlier, we extract the amount of heat $(n - 4)J_Q^e(T_\Omega, T_0)$ flowing across the additional $(n - 4)$ ballistic electronic channels by subtracting from the measured J_Q with n open channels the $n = 4$ reference signal. At $n > 4$ ($n < 4$), $|n - 4|$ channels are opened (closed) with respect to the reference configuration. Given the extreme-

ly accurate fit described above, within experimental error bars, we choose to subtract the fit function, instead of using an arbitrary interpolation function between the measured $n = 4$ data points. The extracted variations of the electronic heat currents $(n - 4)J_Q^e$ are plotted as symbols in Fig. 3A as a function of the squared temperature T_Ω^2 , for the data at $\nu = 3$ and $T_0 = 24$ mK. Similar data obtained for $T_0 = 22.5$ mK at the different filling factor $\nu = 4$ and for up to $n = 6$ ballistic electronic channels (Fig. 3B) show larger scatter simply because of a lower experimental accuracy, due to the less favorable current-voltage conversion at this filling factor and a smaller acquisition time per point. We find that $(n - 4)J_Q^e$ is proportional to T_Ω^2 , as expected from theory (Eq. 2).

We now compare the extracted electronic heat currents with the quantitative prediction Eq. 2 for the quantum-limited heat flow. The experimentally extracted $(n - 4)J_Q^e(T_\Omega, T_0)$ are in good agreement with the theoretical predictions shown as continuous lines in Fig. 3, A and B. We then extract a quantitative experimental value for the quantum-limited heat flow by fitting the data $(n - 4)J_Q^e(T_\Omega, T_0)$ using the predicted and observed functional $\alpha'_{n-4}(T_\Omega^2 - T_0^2)$, with α'_{n-4} the only free parameter. Taking altogether the set of normalized slopes $\{\alpha'_{n-4}(n - 4)\}$ obtained within the model-free approach at $\nu = 3$ and $\nu = 4$, we find

$$\frac{J_Q^e(T_\Omega, T_0)}{T_\Omega^2 - T_0^2} = (1.06 \pm 0.07) \times \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} \quad (4)$$

in agreement, at our experimental accuracy, with the theoretical prediction for the quantum-limited heat flow across a single channel, and therefore

with the predicted value given by the thermal conductance quantum. The displayed 7% uncertainty is the standard error on the mean value obtained from the six values $\{\alpha'_{n-4}/(n - 4)\}$, each weighted by the corresponding number $|n - 4|$ of electronic channels (25). This uncertainty ignores systematic sources of error, e.g., on the calibrated gain of the amplification chain (25). The accuracy can be improved by including the values of α_4 obtained at $\nu = 3$ and $\nu = 4$ within the model-dependent approach detailed earlier. Figure 3C displays as symbols the full electronic heat current factors $\{\alpha_n \equiv \alpha'_{n-4} + \alpha_4\}$ versus n , with the corresponding theoretical predictions $n \times \pi^2 k_B^2 / 6h$ falling on the continuous line. The same statistical analysis on the eight values of $\{\alpha_n/n\}$ yields $J_Q^e(T_\Omega, T_0)/(T_\Omega^2 - T_0^2) = (0.98 \pm 0.02) \times \pi^2 k_B^2 / 6h$ (25).

The present experiment demonstrates that the quantum-limited heat flow across a single electronic channel, which sets the scale of quantum interference effects, is now attainable at a few percent accuracy level. This opens access to many studies in the emergent field of quantum heat transport (32, 33), such as quantum phase manipulation of heat currents.

References and Notes

1. R. Landauer, *Z. Phys. B* **21**, 247–254 (1975).
2. P. W. Anderson, D. J. Thouless, E. Abrahams, D. S. Fisher, *Phys. Rev. B* **22**, 3519–3526 (1980).
3. M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761–1764 (1986).
4. B. J. van Wees et al., *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848–850 (1988).
5. D. A. Wharam et al., *J. Phys. C* **21**, L209 (1988).
6. J. B. Pendry, *J. Phys. A* **16**, 2161–2171 (1983).
7. R. Maynard, E. Akkermans, *Phys. Rev. B Condens. Matter* **32**, 5440–5442 (1985).
8. U. Sivan, Y. Imry, *Phys. Rev. B Condens. Matter* **33**, 551–558 (1986).

REPORTS

9. P. N. Butcher, *J. Phys. Condens. Matter* **2**, 4869–4878 (1990).
10. C. L. Kane, M. P. A. Fisher, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3192–3195 (1996).
11. C. L. Kane, M. P. A. Fisher, *Phys. Rev. B* **55**, 15832–15837 (1997).
12. A. Greiner, L. Reggiani, T. Kuhn, L. Varani, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1114–1117 (1997).
13. L. G. C. Rego, G. Kirzenow, *Phys. Rev. B* **59**, 13080–13086 (1999).
14. I. V. Krive, E. R. Mucciolo, *Phys. Rev. B* **60**, 1429–1432 (1999).
15. M. P. Blencowe, V. Vitelli, *Phys. Rev. A* **62**, 052104 (2000).
16. D. R. Schmidt, R. J. Schoelkopf, A. N. Cleland, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 045901 (2004).
17. C. Shannon, *Bell Syst. Tech. J.* **27**, 379–423 (1948).
18. K. Schwab, E. A. Henriksen, J. M. Worlock, M. L. Roukes, *Nature* **404**, 974–977 (2000).
19. C. S. Yung, D. R. Schmidt, A. N. Cleland, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 31 (2002).
20. M. Meschke, W. Guichard, J. P. Pekola, *Nature* **444**, 187–190 (2006).
21. A. V. Timofeev, M. Helle, M. Meschke, M. Möttönen, J. P. Pekola, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 200801 (2009).
22. L. W. Molenkamp, Th. Gravier, H. van Houten, O. J. A. Buijk, M. A. A. Mabeoone, C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3765–3768 (1992).
23. O. Chiatti *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 056601 (2006).
24. Y. X. Liang, Q. Dong, U. Gennser, A. Cavanna, Y. Jin, *J. Low Temp. Phys.* **167**, 632–637 (2012).
25. Materials and methods are available as supplementary materials on Science Online.
26. S. Jezouin *et al.*, *Nat. Commun.* **4**, 1802 (2013).
27. M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2901–2904 (1990).
28. Y. M. Blanter, E. V. Sukhorukov, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1280–1283 (2000).
29. F. C. Wellstood, C. Urbina, J. Clarke, *Phys. Rev. B Condens. Matter* **49**, 5942–5955 (1994).
30. F. Pierre *et al.*, *Phys. Rev. B* **68**, 085413 (2003).
31. F. Giazotto, T. T. Heikkilä, A. Luukanen, A. M. Savin, J. P. Pekola, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 217–274 (2006).
32. Y. Dubi, M. Di Ventra, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 131–155 (2011).
33. F. Giazotto, M. J. Martínez-Pérez, *Nature* **492**, 401–405 (2012).

Acknowledgments: We gratefully acknowledge the contribution of V. Andreani to the noise measurement setup. This work was supported by the European Research Council (ERC-2010-StG-20091028, no. 259033).

Supplementary Materials

www.sciencemag.org/content/342/6158/601/suppl/DC1
Materials and Methods
Figs. S1 to S9
Table S1
References (34–42)

13 June 2013; accepted 16 September 2013
Published online 3 October 2013;
10.1126/science.1241912

Parameter Space Compression Underlies Emergent Theories and Predictive Models

Benjamin B. Machta,^{1,2} Ricky Chachra,¹ Mark K. Transtrum,^{1,3} James P. Sethna^{1*}

The microscopically complicated real world exhibits behavior that often yields to simple yet quantitatively accurate descriptions. Predictions are possible despite large uncertainties in microscopic parameters, both in physics and in multiparameter models in other areas of science. We connect the two by analyzing parameter sensitivities in a prototypical continuum theory (diffusion) and at a self-similar critical point (the Ising model). We trace the emergence of an effective theory for long-scale observables to a compression of the parameter space quantified by the eigenvalues of the Fisher Information Matrix. A similar compression appears ubiquitously in models taken from diverse areas of science, suggesting that the parameter space structure underlying effective continuum and universal theories in physics also permits predictive modeling more generally.

Physics owes its success (1) in large part to the hierarchical character of scientific theories (2). These theories of our physical world model natural phenomena as if physics at macroscopic length scales were almost independent of the underlying, shorter-length-scale details. For example, understanding string theory or the electroweak interaction is not necessary for quantitatively modeling the behavior of solids or superconductors active on longer length and time scales. The fact that many lower-level theories in physics can be systematically coarsened (renormalized) into macroscopic effective models establishes and quantifies their hierarchical character.

A similar emergent simplicity also appears in other areas of science (3–9). In many cases,

important predictions largely depend only on a few “stiff” combinations of parameters, followed by a sequence of geometrically less important “sloppy” ones (Fig. 1) (10–12). This recurring characteristic, termed “sloppiness,” naturally arises (13, 14) in models describing collective data (not chosen to probe individual system components) and has implications similar to those of the renormalization group (RG) and continuum limit methods of statistical physics. Both physics and sloppy models show weak dependence of macroscopic observables on microscopic details and allow effective descriptions with reduced dimensionality. To clarify this connection, we developed and applied an information theory–based generalization of sloppy model analysis to two well-understood physics models—a discrete model of diffusion and an Ising model of the ferromagnetic phase transition. For both models, we show that when observations are confined to long time or length scales, there is a similar compression of the microscopic parameter space, with sensitive or stiff directions corresponding to the relevant

macroscopic parameters (such as the diffusion constant). These results suggest that the hierarchy of theories in physics relies on the same parameter space compression that is ubiquitous in general multiparameter models.

The sensitivity of model predictions to changes in parameters is quantified by the Fisher Information Matrix (FIM). The FIM forms a metric on parameter space that measures the distinguishability between a model with parameters θ^μ and a nearby model with parameters $\theta^\mu + \delta\theta^\mu$ (15–18). This divergence is given by $ds^2 = g_{\mu\nu} \delta\theta^\mu \delta\theta^\nu$, where $g_{\mu\nu}$ is the FIM defined by

$$g_{\mu\nu} = -\frac{\partial^2 \log P_\theta(\vec{x})}{\partial \theta^\mu \partial \theta^\nu} \quad (1)$$

Here, $P_\theta(\vec{x})$ is the probability that a (stochastic) model with parameters θ^μ would produce observables \vec{x} . In the context of nonlinear least squares, g is the Hessian of χ^2 , the sum of squares of residuals of the data fit (15). Distance in this metric space is a fundamental measure of distinguishability in stochastic systems. Sorted by decreasing eigenvalues, eigenvectors of g describe progressively less important linear combinations of parameters that govern system behavior. Previously, it was shown that in nonlinear least squares models describing collective data, this metric’s eigenvalues have logarithms that are roughly uniformly distributed over many decades and reach extremely small values (Fig. 1). These eigenvalues quantify parameter space compression: A few stiff eigenvectors in each model point along directions where observables are sensitive to changes in parameters, whereas progressively sloppier directions make little difference. These sloppy parameter combinations cannot be inferred from collective data, and conversely, their exact values do not need to be known to quantitatively understand system behavior (12). Do physics models share this structure?

The diffusion equation is the canonical example of a continuum limit in physics. It governs behavior whenever small particles undergo

¹Laboratory of Atomic and Solid State Physics, Cornell University, Ithaca, NY 14853, USA. ²Lewis-Sigler Institute for Integrative Genomics, Princeton University, Princeton, NJ 08542, USA. ³Department of Physics and Astronomy, Brigham Young University, Provo, UT 84602, USA.

*Corresponding author. E-mail: sethna@lassp.cornell.edu

Bibliographie

- [1] Buttiker, M., Imry, Y. & Landauer, R. Josephson behavior in small normal one-dimensional rings. *Phys. Lett. A* **96**, 365–367 (1983).
- [2] Saminadayar, L., Glattli, D. C., Jin, Y. & Etienne, B. Observation of the $e/3$ Fractionally Charged Laughlin Quasiparticle. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2526–2529 (1997).
- [3] de Picciotto, R. *et al.* Direct observation of a fractional charge. *Nature* **389**, 162–164 (1997).
- [4] Martin, J. *et al.* Localization of fractionally charged quasi-particles. *Science* **305**, 980–982 (2004).
- [5] Ji, Y. *et al.* An electronic Mach-Zehnder interferometer. *Nature* **422**, 415–418 (2003).
- [6] Neder, I. *et al.* Interference between two indistinguishable electrons from independent sources. *Nature* **448**, 333–337 (2007).
- [7] Bocquillon, E. *et al.* Coherence and Indistinguishability of Single Electrons Emitted by Independent Sources. *Science* **339**, 1054–1057 (2013).
- [8] Grabert, H. & Devoret, M. H. *Single charge tunneling; Coulomb blockade phenomena in nanostructures* (NATO ASI Series B, 1992).
- [9] Hicks, L. D. & Dresselhaus, M. S. Effect of quantum-well structures on the thermoelectric figure of merit. *Phys. Rev. B* **47**, 12727–12731 (1993).
- [10] Hicks, L. D. & Dresselhaus, M. S. Thermoelectric figure of merit of a one-dimensional conductor. *Phys. Rev. B* **47**, 16631–16634 (1993).
- [11] Landauer, R. Residual resistivity dipoles. *Z. Phys. B* **21**, 247–254 (1975).
- [12] Buttiker, M., Imry, Y., Landauer, R. & Pinhas. Generalized many-channel conductance formula with application to small rings. *Phys. Rev. B* **31**, 6207 (1985).

- [13] Büttiker, M. Four-terminal phase-coherent conductance. *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761–1764 (1986).
- [14] Martin, T. & Landauer, R. Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems. *Phys. Rev. B* **45**, 1742–1755 (1992).
- [15] Büttiker, M. Quantized transmission of a saddle-point constriction. *Phys. Rev. B* **41**, 7906–7909 (1990).
- [16] Scheer, E., Joyez, P., Esteve, D., Urbina, C. & Devoret, M. H. Conduction Channel Transmissions of Atomic-Size Aluminum Contacts. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3535–3538 (1997).
- [17] Buttiker, M. Scattering theory of Thermal and Excess Noise in open conductors. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2901 (1990).
- [18] Blanter, Y. M. & Büttiker, M. Shot Noise in Mesoscopic Conductors. *Physics Reports* **336**, 1 (2000).
- [19] Levitov, L. & Lesovik, G. Charge-transport statistics in quantum conductors. *JETP Lett.* **55**, 555 (1992).
- [20] van Wees, B. J. *et al.* Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848–850 (1988).
- [21] Wharam, D. A. *et al.* One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *Journal of Physics C : Solid State Physics* **21**, L209 (1988).
- [22] Kumar, A., Saminadayar, L., Glattli, D. C., Jin, Y. & Etienne, B. Experimental Test of the Quantum Shot Noise Reduction Theory. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2778–2781 (1996).
- [23] Büttiker, M. Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors. *Phys. Rev. B* **38**, 9375–9389 (1988).
- [24] Nazarov, Y. V. Anomalous current-voltage characteristics of tunnel junctions. *JETP* **68**, 561 (1989).
- [25] Nazarov, Y. V. Influence of the electrodynamic environment on electron tunneling at finite traversal time. *Phys. Rev. B* **43**, 6220–6223 (1991).
- [26] Ingold, G.-L. & Nazarov, Y. V. Charge Tunneling Rates in Ultrasmall Junctions. In *Single charge tunneling; Coulomb blockade phenomena in nanostructures* (eds. Grabert, H. & Devoret, M. H.) (NATO ASI Series B, 1992). (Chapter 2).
- [27] Le Hur, K. & Li, M.-R. Unification of electromagnetic noise and Luttinger liquid via a quantum dot. *Phys. Rev. B* **72**, 073305 (2005).

- [28] Liu, D. E., Zheng, H., Finkelstein, G. & Baranger, H. U. Tunable quantum phase transitions in a resonant level coupled to two dissipative baths. *Phys. Rev. B* **89**, 085116 (2014).
- [29] Florens, S., Simon, P., Andergassen, S. & Feinberg, D. Interplay of electromagnetic noise and Kondo effect in quantum dots. *Phys. Rev. B* **75**, 155321 (2007).
- [30] Devoret, M. H. *et al.* Effect of the electromagnetic environment on the Coulomb blockade in ultrasmall tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1824–1827 (1990).
- [31] Girvin, S. M., Glazman, L. I., Jonson, M., Penn, D. R. & Stiles, M. D. Quantum fluctuations and the single-junction Coulomb blockade. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3183–3186 (1990).
- [32] Cleland, A. N., Schmidt, J. M. & Clarke, J. Influence of the environment on the Coulomb blockade in submicrometer normal-metal tunnel junctions. *Phys. Rev. B* **45**, 2950–2961 (1992).
- [33] Holst, T., Esteve, D., Urbina, C. & Devoret, M. H. Effect of a Transmission Line Resonator on a Small Capacitance Tunnel Junction. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3455–3458 (1994).
- [34] Joyez, P. & Esteve, D. Single-electron tunneling at high temperature. *Phys. Rev. B* **56**, 1848–1853 (1997).
- [35] Pierre, F. *et al.* Electrodynamic Dip in the Local Density of States of a Metallic Wire. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1590–1593 (2001).
- [36] Hofheinz, M. *et al.* Bright Side of the Coulomb Blockade. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 217005 (2011).
- [37] Altimiras, C. *et al.* Dynamical Coulomb Blockade of Shot Noise. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 236803 (2014).
- [38] Parlavecchio, O. *et al.* Fluctuation-dissipation relations of a tunnel junction driven by a quantum circuit. *ArXiv :1409.6696v1* (2014).
- [39] Yeyati, A. L., Martin-Rodero, A., Esteve, D. & Urbina, C. Direct Link between Coulomb Blockade and Shot Noise in a Quantum-Coherent Structure. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 046802 (2001).
- [40] Golubev, D. S. & Zaikin, A. D. Coulomb Interaction and Quantum Transport through a Coherent Scatterer. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4887–4890 (2001).
- [41] Galaktionov, A. V., Golubev, D. S. & Zaikin, A. D. Current fluctuations and electron-electron interactions in coherent conductors. *Phys. Rev. B* **68**, 085317 (2003).

- [42] Golubev, D. S., Galaktionov, A. V. & Zaikin, A. D. Electron transport and current fluctuations in short coherent conductors. *Phys. Rev. B* **72**, 205417 (2005).
- [43] Kindermann, M. & Nazarov, Y. V. Interaction Effects on Counting Statistics and the Transmission Distribution. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 136802 (2003).
- [44] Altimiras, C., Gennser, U., Cavanna, A., Mailly, D. & Pierre, F. Experimental Test of the Dynamical Coulomb Blockade Theory for Short Coherent Conductors. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 256805 (2007).
- [45] Safi, I. & Saleur, H. One-Channel Conductor in an Ohmic Environment : Mapping to a Tomonaga-Luttinger Liquid and Full Counting Statistics. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 126602 (2004).
- [46] Safi, I. & Schulz, H. J. Transport in an inhomogeneous interacting one-dimensional system. *Phys. Rev. B* **52**, R17040–R17043 (1995).
- [47] Kamata, H., Kumada, N., Hashisaka, M., Muraki, K. & Fujisawa, T. Fractionalized wave packets from an artificial Tomonaga-Luttinger liquid. *Nature Nanotechnology* **9**, 177–181 (2014).
- [48] Jompol, Y. *et al.* Probing Spin-Charge Separation in a Tomonaga-Luttinger Liquid. *Science* **325**, 597–601 (2009).
- [49] Mebrahtu, H. T. *et al.* Quantum phase transition in a resonant level coupled to interacting leads. *Nature* **488**, 61–64 (2012).
- [50] Mebrahtu, H. T. *et al.* Observation of Majorana quantum critical behaviour in a resonant level coupled to a dissipative environment. *Nature Physics* **9**, 732–737 (2013).
- [51] Fendley, P., Ludwig, A. W. W. & Saleur, H. Exact nonequilibrium transport through point contacts in quantum wires and fractional quantum Hall devices. *Phys. Rev. B* **52**, 8934–8950 (1995).
- [52] Fulton, T. A. & Dolan, G. J. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.* **59**, 109–112 (1987).
- [53] Beenakker, C. W. J. Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot. *Phys. Rev. B* **44**, 1646–1656 (1991).
- [54] Glazman, L. I. & Raikh, M. E. Resonant Kondo transparency of a barrier with quasilocal impurity states. *JETP Lett.* **47**, 452 (1988).

- [55] Goldhaber-Gordon, D. *et al.* Kondo effect in a single-electron transistor. *Nature* **391**, 156 (1998).
- [56] van der Wiel, W. G. *et al.* The Kondo Effect in the Unitary Limit. *Science* **289**, 2105 (2000).
- [57] Potok, R. M., Rau, I. G., Shtrikman, H., Oreg, Y. & Goldhaber-Gordon, D. Observation of the two-channel Kondo effect. *Nature* **446**, 167 (2007).
- [58] Aleiner, I. L. & Glazman, L. I. Mesoscopic charge quantization. *Phys. Rev. B* **57**, 9608–9641 (1998).
- [59] Cronenwett, S. M. *et al.* Mesoscopic Coulomb Blockade in One-Channel Quantum Dots. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5904–5907 (1998).
- [60] Amasha, S. *et al.* Coulomb Blockade in an Open Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 216804 (2011).
- [61] Averin, D. V., Korotkov, A. N. & Likharev, K. K. Theory of single-electron charging of quantum wells and dots. *Phys. Rev. B* **44**, 6199–6211 (1991).
- [62] Keller, M., Martinis, J., Zimmerman, N. & Steinbach, A. Accuracy of electron counting using 7-junction electron pump. *Applied Physics Letters* **69**, 1804 (1996).
- [63] Koski, J. V., Maisi, V. F., Pekola, J. P. & Averin, D. V. Experimental realization of a Szilard engine with a single electron. *ArXiv :1402.5907* (2014).
- [64] Flensberg, K. Capacitance and conductance of mesoscopic systems connected by quantum point contacts. *Phys. Rev. B* **48**, 11156–11166 (1993).
- [65] Nazarov, Y. V. Coulomb Blockade without Tunnel Junctions. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1245–1248 (1999).
- [66] Bagrets, D. A. & Nazarov, Y. V. Full Current Statistics in the Regime of Weak Coulomb Interaction. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 056801 (2005).
- [67] Matveev, K. A. Coulomb blockade at almost perfect transmission. *Phys. Rev. B* **51**, 1743–1751 (1995).
- [68] Furusaki, A. & Matveev, K. A. Theory of strong inelastic cotunneling. *Phys. Rev. B* **52**, 16676–16695 (1995).
- [69] Matveev, K. A. & Andreev, A. V. Thermopower of a single-electron transistor in the regime of strong inelastic cotunneling. *Phys. Rev. B* **66**, 045301 (2002).

- [70] Kouwenhoven, L. *et al.* Single electron charging effects in semiconductor quantum dots. *Z. Phys. B* **85**, 367–373 (1991).
- [71] Duncan, D. S., Livermore, C., Westervelt, R. M., Maranowski, K. D. & Gossard, A. C. Direct measurement of the destruction of charge quantization in a single-electron box. *Applied Physics Letters* **74**, 1045–1047 (1999).
- [72] Berman, D., Zhitenev, N. B., Ashoori, R. C. & Shayegan, M. Observation of Quantum Fluctuations of Charge on a Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 161–164 (1999).
- [73] Pasquier, C. *et al.* Quantum limitation on Coulomb blockade observed in a 2D electron system. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 69–72 (1993).
- [74] Liang, C.-T. *et al.* Experimental Evidence for Coulomb Charging Effects in an Open Quantum Dot at Zero Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3507–3510 (1998).
- [75] Giazotto, F. & Martinez-Perez, M. The Josephson heat interferometer. *Nature* **492**, 401–405 (2012).
- [76] Sivan, U. & Imry, Y. Multichannel Landauer formula for thermoelectric transport with application to thermopower near the mobility edge. *Phys. Rev. B* **33**, 551–558 (1986).
- [77] Butcher, P. N. Thermal and electrical transport formalism for electronic microstructures with many terminals. *Journal of Physics : Condensed Matter* **2**, 4869 (1990).
- [78] Streda, P. Quantised thermopower of a channel in the ballistic regime. *J. Phys. Condensed Matter* **1**, 1025–1027 (1989).
- [79] Molenkamp, L. W., van Houten, H., Beenakker, C. W. J., Eppenga, R. & Foxon, C. T. Quantum oscillations in the transverse voltage of a channel in the nonlinear transport regime. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1052–1055 (1990).
- [80] Proetto, C. R. Thermopower oscillations of a quantum-point contact. *Phys. Rev. B* **44**, 9096–9099 (1991).
- [81] Giazotto, F., Heikkilä, T. T., Luukanen, A., Savin, A. M. & Pekola, J. P. Opportunities for mesoscopes in thermometry and refrigeration : Physics and applications. *Rev. Mod. Phys.* **78**, 217–274 (2006).
- [82] Pendry, J. B. Quantum limits to the flow of information and entropy. *Journal of Physics A : Mathematical and General* **16**, 2161 (1983).

- [83] Rego, L. G. C. & Kirczenow, G. Fractional exclusion statistics and the universal quantum of thermal conductance : A unifying approach. *Phys. Rev. B* **59**, 13080–13086 (1999).
- [84] Krive, I. V. & Mucciolo, E. R. Transport properties of quasiparticles with fractional exclusion statistics. *Phys. Rev. B* **60**, 1429–1432 (1999).
- [85] Rego, L. G. C. & Kirczenow, G. Quantized Thermal Conductance of Dielectric Quantum Wires. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 232–235 (1998).
- [86] Blencowe, M. P. Quantum energy flow in mesoscopic dielectric structures. *Phys. Rev. B* **59**, 4992–4998 (1999).
- [87] Schmidt, D. R., Schoelkopf, R. J. & Cleland, A. N. Photon-Mediated Thermal Relaxation of Electrons in Nanostructures. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 045901 (2004).
- [88] Kane, C. L. & Fisher, M. P. A. Thermal Transport in a Luttinger Liquid. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3192–3195 (1996).
- [89] Kane, C. L. & Fisher, M. P. A. Quantized thermal transport in the fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. B* **55**, 15832–15837 (1997).
- [90] Shannon, C. A Mathematical Theory of Communication. *Bell Syst. Tech. J.* **27**, 379–423 (1948).
- [91] Blencowe, M. P. & Vitelli, V. Universal quantum limits on single-channel information, entropy, and heat flow. *Phys. Rev. A* **62**, 052104 (2000).
- [92] Schwab, K., Henriksen, E., Worlock, J. & Roukes, M. Measurement of the quantum of thermal conductance. *Nature* **404**, 974–977 (2000).
- [93] Meschke, M., Guichard, W. & Pekola, J. Single-mode heat conduction by photons. *Nature* **444**, 187–190 (2006).
- [94] Timofeev, A. V., Helle, M., Meschke, M., Möttönen, M. & Pekola, J. P. Electronic Refrigeration at the Quantum Limit. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 200801 (2009).
- [95] Molenkamp, L. W. *et al.* Peltier coefficient and thermal conductance of a quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3765–3768 (1992).
- [96] Chiatti, O. *et al.* Quantum Thermal Conductance of Electrons in a One-Dimensional Wire. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 056601 (2006).
- [97] Liang, Y., Dong, Q., Gennser, U., Cavanna, A. & Jin, Y. Input Noise Voltage Below 1 nV/Hz^{1/2} at 1 kHz in the HEMTs at 4.2 K. *Journal of Low Temperature Physics* **167**, 632–637 (2012).

- [98] Tomonaga, S. Remarks on Bloch's Method of Sound Waves applied to Many-Fermion Problem. *Prog. Theor. Phys.* **5**, 544 (1950).
- [99] Luttinger, J. M. An Exactly Soluble Model of a Many-Fermion System. *Journal of Mathematical Physics* **4**, 1154–1162 (1963).
- [100] Fabrizio, M., Gogolin, A. O. & Scheidl, S. Coulomb effects in transport properties of quantum wires. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2235–2238 (1994).
- [101] Caldeira, A. O. & Leggett, A. J. Quantum tunnelling in a dissipative system. *Annals of Physics* **149**, 374 (1983).
- [102] Yurke, B. & Denker, J. S. Quantum network theory. *Phys. Rev. A* **29**, 1419–1437 (1984).
- [103] Devoret, M. Quantum Fluctuations in Electrical Circuits. In *Quantum Fluctuations - Les Houches LXIII* (eds. Reynaud, S., Giacobino, E. & Zinn-Justin, J.) (Elsevier, 1997). (Course 10).
- [104] Gardiner, C. & Zoller, P. *Quantum Noise - A Handbook of Markovian and Non-Markovian Quantum Stochastic Methods* (Springer, 2000).
- [105] Nyquist, H. Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors. *Phys. Rev.* **32**, 110–113 (1928).
- [106] Joyez, P., Esteve, D. & Devoret, M. H. How Is the Coulomb Blockade Suppressed in High-Conductance Tunnel Junctions? *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1956–1959 (1998).
- [107] Haldane, F. D. M. 'Luttinger liquid theory' of one-dimensional quantum fluids. I. Properties of the Luttinger model and their extension to the general 1D interacting spinless Fermi gas. *Journal of Physics C : Solid State Physics* **14**, 2585 (1981).
- [108] Giamarchi, T. *Quantum Physics in One Dimension* (Oxford University Press (USA), 2003).
- [109] Gogolin, A., Nersisyan, A. & Tsvelik, A. *Bosonization and Strongly Correlated Systems* (Cambridge University Press, 1998).
- [110] Souquet, J.-R., Safi, I. & Simon, P. Dynamical Coulomb blockade in an interacting one-dimensional system coupled to an arbitrary environment. *Phys. Rev. B* **88**, 205419 (2013).
- [111] Glazman, L. I., Lesovik, G. B., Khmel'nitskii, D. E. & Shekhter, R. I. Reflectionless quantum transport and fundamental ballistic-resistance steps in microscopic constrictions. *JETP Letters* **48**, 238 (1991).

- [112] Kane, C. L. & Fisher, M. P. A. Transmission through barriers and resonant tunneling in an interacting one-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **46**, 15233–15262 (1992).
- [113] Matveev, K. A., Yue, D. & Glazman, L. I. Tunneling in one-dimensional non-Luttinger electron liquid. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3351–3354 (1993).
- [114] Haldane, F. D. M. Effective Harmonic-Fluid Approach to Low-Energy Properties of One-Dimensional Quantum Fluids. *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1840–1843 (1981).
- [115] Jezouin, S. *et al.* Tomonaga-Luttinger physics in electronic quantum circuits. *Nature Comm.* **4**, 1802 (2013).
- [116] Pines, D. & Nozieres, P. *The Theory of Quantum Liquids* (Perseus Books, 1966).
- [117] Bockrath, M. *et al.* Luttinger-liquid behaviour in carbon nanotubes. *Nature* **397**, 598–601 (1999).
- [118] Auslaender, O. M. *et al.* Spin-Charge Separation and Localization in One Dimension. *Science* **308**, 88–92 (2005).
- [119] Lake, B., Tennant, D. A., Frost, C. D. & Nagler, S. E. Quantum criticality and universal scaling of a quantum antiferromagnet. *Nat Mater* **4**, 329–334 (2005).
- [120] Kim, B. J. *et al.* Distinct spinon and holon dispersions in photoemission spectral functions from one-dimensional SrCuO₂. *Nat Phys* **2**, 397–401 (2006).
- [121] Blumenstein, C. *et al.* Atomically controlled quantum chains hosting a Tomonaga-Luttinger liquid. *Nat Phys* **7**, 776 (2011).
- [122] Wen, X.-G. Theory of the edges states in fractional quantum Hall effects. *Int. J. Mod. Phys B* **6**, 1711–1762 (1992).
- [123] Milliken, F. P., Umbach, C. P. & Webb, R. A. Indications of a Luttinger liquid in the fractional quantum Hall regime. *Solid State Commun.* **97**, 309–313 (1996).
- [124] Pierre, F. *et al.* Dephasing of electrons in mesoscopic metal wires. *Phys. Rev. B* **68**, 085413 (2003).
- [125] Brouwer, P. W. & Buttiker, M. Charge-relaxation and dwell time in the fluctuating admittance of a chaotic cavity. *EPL (Europhysics Letters)* **37**, 441 (1997).
- [126] Zamoum, R., Crépieux, A. & Safi, I. One-channel conductor coupled to a quantum of resistance : Exact ac conductance and finite-frequency noise. *Phys. Rev. B* **85**, 125421 (2012).

- [127] Averin, D. V. & Odintsov, A. A. Macroscopic quantum tunneling of the electric charge in small tunnel junctions. *Phys. Lett. A* **140**, 251 (1989).
- [128] Averin, D. V. & Nazarov, Y. V. Virtual electron diffusion during quantum tunneling of the electric charge. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2446–2449 (1990).
- [129] Averin, D. V. & Nazarov, Y. V. Macroscopic Quantum Tunneling of Charge and Co-Tunneling. In *Single charge tunneling; Coulomb blockade phenomena in nanostructures* (eds. Grabert, H. & Devoret, M. H.) (NATO ASI Series B, 1992). (Chapter 6).
- [130] Geerligs, L. J., Averin, D. V. & Mooij, J. E. Observation of macroscopic quantum tunneling through the Coulomb energy barrier. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3037–3040 (1990).
- [131] König, J., Schoeller, H. & Schön, G. Cotunneling at Resonance for the Single-Electron Transistor. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4482–4485 (1997).
- [132] Joyez, P., Bouchiat, V., Esteve, D., Urbina, C. & Devoret, M. H. Strong Tunneling in the Single-Electron Transistor. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1349–1352 (1997).
- [133] Schoeller, H. & Schön, G. Mesoscopic quantum transport : Resonant tunneling in the presence of a strong Coulomb interaction. *Phys. Rev. B* **50**, 18436–18452 (1994).
- [134] König, J., Schoeller, H. & Schön, G. Resonant Tunneling and Coulomb Oscillations. *Europhys. Lett.* **31**, 1 (1995).
- [135] Glazman, L. I. & Matveev, K. A. Lifting of the Coulomb blockade of one-electron tunneling by quantum fluctuations. *JETP* **71**, 1031 (1990).
- [136] Matveev, K. A. Quantum fluctuations of the charge of a metal particle under the Coulomb blockade conditions. *JETP* **72**, 892 (1991).
- [137] Nozières, P. & Blandin, A. Kondo effect in real metals. *J. Phys. (Paris)* **41**, 193 (1980).
- [138] Zaránd, G., Zimányi, G. T. & Wilhelm, F. Two-channel versus infinite-channel Kondo models for the single-electron transistor. *Phys. Rev. B* **62**, 8137–8143 (2000).
- [139] Emery, V. J. & Kivelson, S. Mapping of the two-channel Kondo problem to a resonant-level model. *Phys. Rev. B* **46**, 10812–10817 (1992).
- [140] Lebanon, E., Schiller, A. & Anders, F. B. Coulomb blockade in quantum boxes. *Phys. Rev. B* **68**, 041311 (2003).

- [141] Hamamoto, Y. & Kato, T. Numerical study of the Coulomb blockade in an open quantum dot. *Phys. Rev. B* **77**, 245325 (2008).
- [142] Matsushita, Y., Bluhm, H., Geballe, T. H. & Fisher, I. R. Evidence for Charge Kondo Effect in Superconducting Tl-Doped PbTe. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 157002 (2005).
- [143] Haldane, F. D. M. Fractional statistics in arbitrary dimensions : A generalization of the Pauli principle. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 937–940 (1991).
- [144] Laughlin, R. B. Anomalous Quantum Hall Effect : An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations. *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1395–1398 (1983).
- [145] Jain, J. K. Composite-fermion approach for the fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 199–202 (1989).
- [146] Caves, C. M. & Drummond, P. D. Quantum limits on bosonic communication rates. *Rev. Mod. Phys.* **66**, 481–537 (1994).
- [147] Landauer, R. Irreversibility and heat generation in the computing process. *IBM Journal of Research and Development* **5**, 183–191 (1961).
- [148] Pascal, L. M. A., Courtois, H. & Hekking, F. W. J. Circuit approach to photonic heat transport. *Phys. Rev. B* **83**, 125113 (2011).
- [149] Blanter, Y. M. & Buttiker, M. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.* **336**, 1–166 (2000).
- [150] Blanter, Y. M. & Sukhorukov, E. V. Semiclassical Theory of Conductance and Noise in Open Chaotic Cavities. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1280–1283 (2000).
- [151] Rajauria, S. *et al.* Electron and Phonon Cooling in a Superconducto-Normal-Superconductor Tunnel Junction. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 047004 (2007).
- [152] Sergeev, A. & Mitin, V. Electron-phonon interaction in disordered conductors : Static and vibrating scattering potentials. *Phys. Rev. B* **61**, 6041–6047 (2000).
- [153] Negele, J. W. & Orland, H. *Quantum Many-particle Systems* (Westview Press, 1998).