



Dynamique d'un plasma non collisionnel interagissant avec une impulsion laser ultra-intense

Rémi Capdessus

► To cite this version:

Rémi Capdessus. Dynamique d'un plasma non collisionnel interagissant avec une impulsion laser ultra-intense. Autre. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2013. Français. NNT : 2013BOR15268 . tel-01127949

HAL Id: tel-01127949

<https://theses.hal.science/tel-01127949>

Submitted on 9 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE
L'INGÉNIEUR

par **Rémi Capdessus**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : ASTROPHYSIQUE, PLASMA, NUCLEAIRE

Dynamique d'un plasma non collisionnel interagissant avec une impulsion laser ultra-intense

Soutenue le 25 novembre 2013.

Après avis des Rapporteurs :

M. L. Gremillet , Chercheur, DPTA, CEA

Mme C. Riconda , Maître de conférences, Université Paris VI

Devant la commission d'examen formée de :

M. D. Batani, Professeur, Université Bordeaux 1,

M. L. Gremillet, Chercheur, DPTA, CEA,

M. E. d'Humières, Maître de conférences, Université Bordeaux 1,

M. G. Maynard, Directeur de recherche, Université Paris XI,

Mme C. Riconda, Maître de conférences, Université Paris VI,

M. V. T. Tikhonchuk, Professeur, Université Bordeaux 1,

Président

Rapporteur

Codirecteur de thèse

Examineur

Rapporteur

Directeur de thèse

“Cela ne peut être plus dur que le Sajama.”

Remerciements

Je tiens à adresser mes remerciements les plus sincères à tous les gens qui m'ont supporté, tant sur le plan humain que sur le plan scientifique, durant ce travail de longue haleine.

Le laboratoire CELIA, mondialement reconnu pour ses études scientifiques de haut niveau, fut le lieu idéal pour mener à bien mes travaux de thèse. Je remercie donc son directeur, Philippe Balcou, de m'y avoir accueilli lors de ces trois années et demi de stage et de thèse.

Ma plus grande reconnaissance va à mon directeur de thèse, Vladimir Tikhonchuk, que j'ai connu lors de mes premières années à l'université, et qui a su m'apporter toute la motivation nécessaire pour m'intéresser à la physique des plasmas. Je le remercie de m'avoir soutenu tout au long du master fusion puis par la suite durant ces trois années de thèse, par sa grande disponibilité, la confiance qu'il m'a apporté dans l'autonomie de mes travaux, ainsi que son immense expérience avec laquelle il m'a guidé.

Je tiens aussi à remercier très sincèrement mon codirecteur de thèse, Emmanuel d'Humières, qui m'a proposé ce travail de thèse dans la continuité de mon stage de master et lui exprime toute ma reconnaissance pour m'avoir initié aux codes PIC. Je le remercie pour sa grande disponibilité et pour sa patience concernant mon anglais. Je le remercie aussi pour son soutien pour les nombreuses conférences auxquelles j'ai pu participer. Enfin, je tiens à le remercier pour son cours de natation mémorable au précédent forum ILP dont le souvenir reste intact.

J'adresse toute ma reconnaissance aux personnes ayant accepté de faire partie de mon jury de thèse. Toute ma gratitude va à Caterina Riconda et Laurent Gremillet d'avoir accepté le rôle de rapporteurs de thèse. Merci à Caterina pour ses suggestions pertinentes et ses conseils avisés. Merci à Laurent pour sa relecture phénoménale et ses critiques diverses qui ont contribué à enrichir le manuscrit et à fortement améliorer la clarté de ce dernier. Je remercie Gilles Maynard d'avoir accepté d'être examinateur et pour ses questions pertinentes lors de la soutenance. Enfin, je remercie Dimitri Batani d'avoir assumé le rôle de président du jury.

Je tiens à remercier Mickaël Grech, première personne externe avec qui j'ai travaillé durant cette thèse durant un séjour d'un mois à l'institut Max Planck à Dresde dont je garde un excellent souvenir avec quelques épisodes marquants. Mickaël m'a beaucoup apporté tant sur le plan humain que scientifique.

Une pensée amicale pour toute les personnes avec qui j'ai pu notamment dialoguer à la cafétéria. Merci à l'équipe FUSION de m'avoir intégré et pour sa bonne humeur générale. Merci à tous les thésards que j'ai pu côtoyer de quelque manière que se soit. Petite pensée pour l'école d'été en Crête et le précédent forum ILP. Ceux qui étaient présents savent de quoi je parle.

Je remercie avec beaucoup de coeur tous les membres de ma famille pour leur soutien sans faille qu'ils m'apportent depuis des années. Merci à mes parents qui ont su me donner les meilleures conditions possibles, m'ayant permis aujourd'hui de pouvoir mener à bien mes projets tant professionnels que personnels. Une pensée pour ma mère qui a toujours été là pour me soutenir, m'aider de quelque manière que se soit. Une pensée pour mon père qui par sa passion de la montagne a réussi à me transmettre le goût de l'effort et du mérite. Ceux qui ont la chance de pratiquer la randonnée et l'alpinisme savent de quoi je parle. Cela m'a énormément apporté dans ma vie personnelle mais aussi lors des recherches entreprises durant cette thèse.

Une pensée toute particulière pour Carole, qui a su me soutenir durant ces derniers mois de rédactions difficiles et tant apporté sur le plan personnel. Merci aussi pour ses conseils avisés en matière de clarté concernant la présentation de la soutenance. Merci d'avoir compris ma démarche et de rendre cela si évident.

Résumé

L'interaction d'un plasma avec une impulsion laser ultra-intense suscite de plus en plus d'intérêt en raison des progrès en matière de technologie laser et d'outils numériques. La réaction du rayonnement affecte la dynamique des électrons, celle du rayonnement synchrotron, ainsi que celle des ions via le champ de séparation de charges, pour des intensités laser supérieures à 10^{22} W/cm². Les équations cinétiques régissant le transport des particules à ultra-haute intensité ont été obtenues. La réaction du rayonnement implique la contraction du volume de l'espace des phases des électrons. A l'aide de simulations numériques, nous avons démontré la forte rétro action que les effets collectifs induisent sur le rayonnement synchrotron généré par les électrons accélérés. L'importance des effets collectifs dépend fortement de la masse des ions et de l'épaisseur du plasma considéré. Ces effets pourraient être vérifiés expérimentalement avec des cibles cryogéniques d'hydrogène.

The interaction of a laser pulse with a plasma raises more and more interest thanks to the strong progress in the laser technology and numerical tools. The radiation reaction affects the electron dynamics, the synchrotron radiation but also the ion dynamics by the charge separation field, for laser intensities higher than 10^{22} W/cm². The kinetic transport equations of the particles have been derivated. The radiation reaction leads to the contraction of the electron phase space volume. By using numerical simulations, we have demonstrated the strong back reaction that collective effects induce on the synchrotron radiation. The importance of the collective effects strongly depends on the ion mass and on the plasma target thickness. These effects could be experimentally observed by using cryogenic hydrogen targets.

Contents

1	Introduction	11
1.1	Contexte	11
1.2	Le projet ELI	13
1.2.1	Vue d'ensemble	13
1.2.2	Le laser Apollon	15
1.3	Revue des travaux antérieurs	15
1.3.1	Travaux d'ordre théorique	15
1.3.2	Travaux d'ordre numérique	17
1.4	Objectifs et plan de la thèse	17
2	Dynamique d'un électron et d'un plasma relativiste	21
2.1	Grandeurs et définitions	23
2.1.1	Les quadrivecteurs	23
2.1.2	Application à l'électrodynamique	23
2.1.3	Grandeurs fondamentales	24
2.2	Rayonnement d'un électron accéléré	25
2.2.1	Puissance totale rayonnée par un électron relativiste	25
2.2.2	Energie rayonnée d'un électron relativiste	28
2.2.3	Puissance rayonnée par unité d'angle solide	32
2.2.4	Estimation de la durée de l'impulsion du rayonnement	36
2.2.5	Spectre en énergie	37
2.3	Dynamique d'un électron	41
2.3.1	L'équation de Lorentz-Abraham-Dirac	41
2.3.2	Equation de Landau-Lifshitz	45
2.3.3	Le modèle de Sokolov	46
2.3.4	Mouvement d'un électron dans une onde plane	53
2.3.5	Commentaires sur la force pondéromotrice	62
2.3.6	Electron soumis à un champ magnétique constant	63
2.4	Approche cinétique	69
2.4.1	Les équations cinétiques de transport des particules du plasma	69

2.4.2	Emission du rayonnement en fonction de la température du plasma	74
2.4.3	Conservation de l'énergie du système "électrons+champs"	75
2.4.4	Le temps de refroidissement	78
2.4.5	Effet de la réaction du rayonnement sur l'entropie	80
2.5	Les limites de l'approche classique	82
2.5.1	Processus quantiques élémentaires	82
2.5.2	Prise en compte des effets quantiques ($\chi_e \sim 1$) dans le modèle classique	87
2.6	Conclusion	90
3	Aspect numérique	93
3.1	Présentation de la méthode PIC	93
3.1.1	Présentation des équations couplées	93
3.1.2	Discrétisation numérique des équations	94
3.2	Présentation du code PICLS	96
3.3	Implémentation de l'auto-force	98
3.4	Modélisation du rayonnement	99
3.4.1	Conditions sur le pas de temps	99
3.4.2	Rayonnement généré par une macro-particule	101
3.5	Conservation de l'énergie totale	102
3.6	Temps de calcul	104
3.7	Cas tests	104
3.8	Conclusion	107
4	Effet des pertes par rayonnement	109
4.1	Principaux régimes d'interaction à ultra-haute intensité	111
4.1.1	Le régime de transparence induite	111
4.1.2	Le régime hole-boring	112
4.1.3	Le régime light-sail	115
4.2	Pertes d'énergies par rayonnement d'un plasma	118
4.3	Effet de la polarisation	120
4.3.1	Cible fine	122
4.3.2	Cible épaisse	123
4.4	Interaction d'une impulsion laser avec un plasma mince	127
4.4.1	Modification de la densité du paquet d'électrons	127
4.4.2	Accélération des ions	129
4.5	Le régime hybride transparence induite/piston	135
4.6	Faisceau d'électrons interagissant avec une impulsion laser	146
4.7	Conclusion	153

5	Influence des effets collectifs	157
5.1	Caractéristiques fondamentales	159
5.2	Accélération des électrons	163
5.2.1	Cible fine	164
5.2.2	Cible épaisse	166
5.3	Le paramètre $t_{\max}$	168
5.3.1	Dépendance de $t_{\max}$ en fonction de l'épaisseur du plasma et de la masse des ions	170
5.3.2	Influence de la durée de l'impulsion laser sur $t_{\max}$ dans le cas d'une cible mince	172
5.4	Evaluation du paramètre $t_{\max}$ à partir de l'intensité rayonnée .	174
5.5	Influence de la masse des ions sur l'absorption de l'énergie laser	175
5.5.1	Variations dues à l'épaisseur de la cible	175
5.5.2	Variations dues à a_0 et n_e	176
5.6	Influence de E_x sur la génération du rayonnement	180
5.6.1	Effets dus à l'épaisseur de la cible	180
5.6.2	Influence de la masse des ions	183
5.7	Perspectives expérimentales	188
5.8	Conclusion	189
6	Conclusions	191
7	Annexes	197
7.1	Notion de quadrivecteur	197
7.2	Electron dans une onde plane: éléments techniques	198
7.3	Emission rayonnée par un plasma ultra-relativiste	203
7.4	Réduction du volume de l'espace des phases des électrons . . .	204
7.5	Contributions	206
7.5.1	Publications	206
7.5.2	Conférence/ symposium	207
	Bibliography	209

Chapter 1

Introduction

Sommaire

1.1	Contexte	11
1.2	Le projet ELI	13
1.2.1	Vue d'ensemble	13
1.2.2	Le laser Apollon	15
1.3	Revue des travaux antérieurs	15
1.3.1	Travaux d'ordre théorique	15
1.3.2	Travaux d'ordre numérique	17
1.4	Objectifs et plan de la thèse	17

1.1 Contexte

Une nouvelle génération de lasers envisagée dans le projet ELI (Extreme light Infrastructure)[ELI] [CILEX], sur lequel nous reviendrons plus en détails, produira des intensités laser jusqu'à $10^{25}\text{W}/\text{cm}^2$, dans un futur proche. La figure 1.1 montre l'évolution des domaines physiques accessibles par interaction laser plasma, au cours des cinquante dernières années (l'année 1960 correspondant à l'année d'invention du laser) jusqu'aux années 2030. Celle-ci illustre les progrès technologiques spectaculaires qui ont été accomplis pour pouvoir accéder à des régimes optiques ultra-relativistes. Par ces avancées technologiques, il sera possible d'accéder à des domaines de la physique non étudiés auparavant d'un point de vue expérimental. En d'autres termes, il sera possible d'étudier des régimes physiques à haute énergie mettant en jeu

des processus d'électrodynamique quantique et/ou relativistes, dans de nouvelles conditions. A la différence des accélérateurs de particules "classiques" comme le Large Hadron Collider [CERN], dans lesquels des protons sont accélérés à des vitesses très proches de celle de la lumière pour entrer en collision, engendrant l'émission de particules élémentaires, les lasers à ultra-haute intensité permettront d'étudier ces régimes avec un beaucoup plus grand nombre de particules. On parlera de phénomène relativiste lorsque les électrons du milieu considéré sont relativistes. Le terme "ultra-relativistes" sera employée dans le cas où les ions sont eux aussi, relativistes. Plus précisément, il est question d'observer des processus physiques tels que l'émission de photons hautement énergétiques, la réaction du rayonnement sur les électrons, la création de paires électrons-positrons, ainsi que l'accélération d'ions à des énergies relativistes [Bulanov et al. 2009]. L'accélération d'ions par une impulsion laser ultra-intense est l'une des plus importantes applications actuelles, accessible dans un futur proche par des systèmes laser ayant des puissances multiterawatt et petawatt.

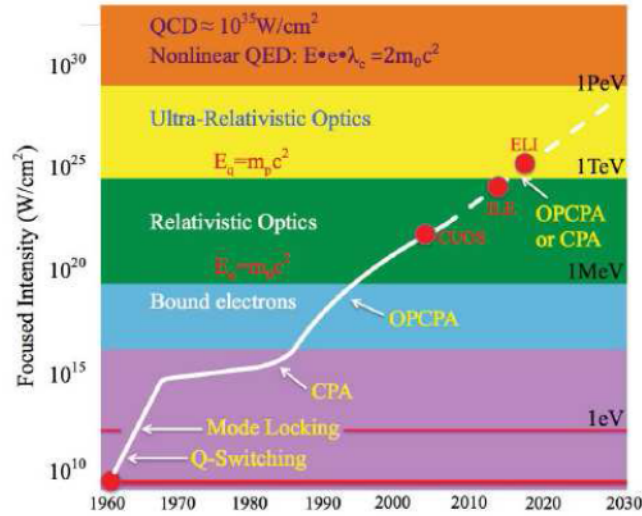


Figure 1.1: Accessibilité des domaines d'interaction au cours des cinquante dernières années jusqu'à 2030 (prévisions en pointillés), en fonction de l'intensité laser.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'études théoriques et numériques de processus physiques induits par une impulsion laser ultra-courte et ultra-intense interagissant avec un plasma d'électrons et d'ions. Ce type d'interaction engendre notamment un rayonnement hautement énergétique allant de la centaine de keV au GeV. Dans ce type de régime, atteint typiquement pour des intensités laser supérieures à 10^{22} W/cm^2 , le rayonnement joue un rôle

important sur la dynamique des électrons, provoquant une modification du rayonnement émis, mais aussi pour la dynamique ionique, affectée indirectement par le champ de séparation de charges. Par ailleurs, l'influence du rayonnement peut être aussi remarquable en astrophysique, notamment dans le cadre des sursauts gamma et des pulsars magnétiques où règnent de très forts champs magnétiques. Ces émissions de rayonnement intense sont produites notamment dans les explosions d'étoiles massives, lorsque les couches externes s'étendent dans le milieu interstellaire. Le rayonnement ultra-intense est aussi engendré par les forts champs magnétiques. La réaction du rayonnement pourrait jouer un rôle important sur le spectre d'émission des photons ainsi que sur l'accélération des particules dans ces forts champs magnétiques.

1.2 Le projet ELI

1.2.1 Vue d'ensemble

Le projet ELI [ELI] a été initié par Gérard Mourou au milieu des années 2000, dont la plus importante contribution dans le domaine de la physique des lasers est l'invention d'une nouvelle technique d'amplification de lasers, universellement utilisée sous le nom d'Amplification par Dérive de Fréquences. Cette technique a permis de produire des impulsions laser ultra-intenses permettant l'accès à de nouveaux domaines de la physique, impliquant notamment des processus comme la production d'électrons fortement accélérés sur de courtes distances et émettant un rayonnement très énergétique (X durs, gamma).

Il y a quelques années, la communauté européenne a validé le projet ELI, ayant pour principal but de produire des pics d'intensité laser au moins un million de fois plus importants que ceux générés sur le NIF (National Ignition Facility) [NIF]. Ces intensités seront obtenues par génération d'impulsions ultra-courtes de 10 fs avec des énergies laser incidentes de quelques kilojoules, tout en focalisant l'impulsion laser sur une tache d'environ 1 micron. En créant une impulsion laser ultra-intense et ultra-courte, il est théoriquement possible de générer des ions ultra-relativistes à des énergies de l'ordre du GeV. ELI sera la première infrastructure laser à atteindre des régimes pour lesquels $I_{\text{Laser}} > 10^{24} \text{W/cm}^2$.

La figure 1.2 illustre la chaîne laser attendue sur le ELI-Beamlines. Le laser est composé des éléments suivants:

- Une partie relative à l'oscillateur et trois amplificateurs de puissance,
- une ligne de faisceau ayant une énergie de 10 Joules en sortie incluant des compresseurs,

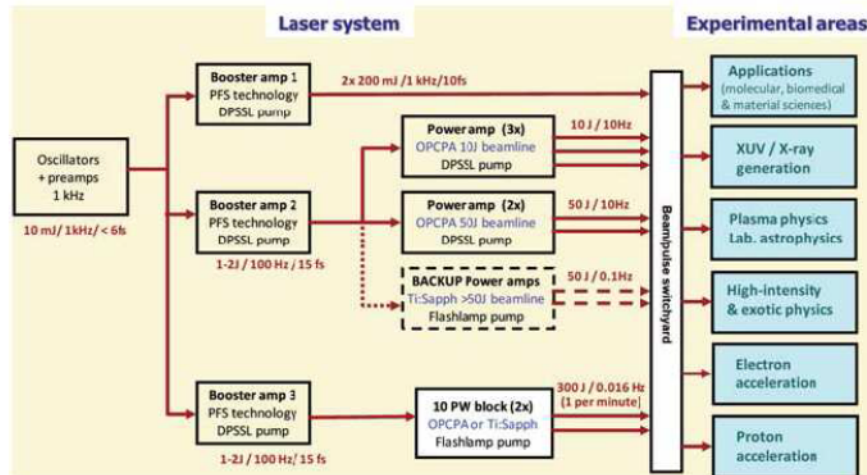


Figure 1.2: Chaîne laser attendue sur l'installation tchèque ELI-Beamlines (Prague).

- une ligne de faisceau ayant une énergie de 50 Joules en sortie incluant des compresseurs,
- une partie se composant de deux faisceaux de haute puissance, 2×10 PW incluant des compresseurs.

Un des premiers objectifs de cette chaîne laser est de délivrer une cadence importante d'impulsions ultra-courtes avec des énergies initiales de 50 Joules. Les deux lignes de 10 PW (illustrées en bas de la figure 1.2) permettront de développer et tester des technologies optiques susceptibles d'être adéquates afin d'atteindre les ultra-hautes intensités recherchées.

Le projet ELI regroupe plusieurs installations laser faisant office de programmes nationaux, regroupées dans plusieurs pays de l'Union européenne:

- Apollon situé à l'Institut de Lumière Extrême (ILE), plateau de Saclay, France,
- Astra-Gemini au Central Laser Facility, RAL, Royaume-Uni,
- HiLASE: Nouveaux lasers pour l'industrie et la recherche, République Tchèque,
- ELI Attosecond, Hongrie,
- ELI Nuclear Physics, Roumanie,
- Petawatt Field Synthesizer au MPQ, Garching, Allemagne,

- VULCAN 10 PW au Central Laser Facility, RAL, Royaume-Uni,
- ELI Beamlines, République Tchèque.

1.2.2 Le laser Apollon

Le laser Apollon sera implanté en France, sur le plateau de Saclay. Il pourra délivrer des intensités jusqu'à 10^{23} W/cm² avec des impulsions de 15 fs et d'énergie 150 Joules. Dans un premier temps, il sera possible d'atteindre des intensités maximales de l'ordre de 10^{22} W/cm². Apollon s'inscrit dans le cadre du projet CILEX [CILEX] dont les responsables sont principalement des chercheurs du laboratoire LULI (Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses) [LULI], du département IRAMIS du CEA/DSM et des autres laboratoires du plateau Saclay. Apollon permettra d'aborder les thématiques suivantes:

- Accélération d'électrons;
- Accélération d'ions;
- Sources intenses de rayonnement X ultra brèves;
- Physique Ultra Haute Intensité/ Haute Densité d'Energie.

Cette installation laser pourra être ouverte aux expérimentateurs vers 2016. Certains effets prévus théoriquement, comme la friction radiative, pourraient être étudiés et mis en lumière de manière expérimentale. Par ailleurs, comme dans le cas du CERN, ces installations permettront certainement de découvrir des phénomènes physiques insoupçonnés.

1.3 Revues des travaux antérieurs

1.3.1 Travaux d'ordre théorique

Le problème de la prise en compte de la réaction du rayonnement dans l'équation du mouvement de l'électron a d'abord été abordé par Lorentz et Abraham, au début du XX^{ème} siècle. Néanmoins, l'équation proposée par ces chercheurs comporte des solutions non-physiques. Pour une force extérieure nulle, nous pouvons prévoir un électron accéléré de manière exponentielle au cours du temps. Ceci viole la conservation de l'énergie du système "champ-particule". En 1938, Dirac avait renormalisé les conditions initiales portant sur l'électron et le champ électromagnétique afin d'éliminer

les solutions pré-accéléatrices [Dirac 1938]. Malgré la disparition de ces solutions de l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac, d'autres solutions non physiques persistent. En effet, par cet artefact, il existe des solutions telles que l'accélération de la particule s'effectue avant même que la force correspondante ne lui soit appliquée, violant ainsi le principe de causalité. Certaines personnes comme Feynman et Wheeler ont adopté une approche quantique pour éviter ces solutions non physiques. D'autres comme Rohrlich, ont argué qu'il était nécessaire de prendre en compte la taille finie des particules chargées en les considérant comme des sphères entourées d'une coquille chargée [Rohrlich 1999]. Pour Rohrlich, l'approche ponctuelle pour les particules élémentaires en physique classique n'a pas de sens puisqu'elle implique la génération de champ coulombien d'amplitude divergente. Landau et Lifshitz ont supposé que l'amplitude de la force de friction radiative (auto-force) est beaucoup plus petite que la force de Lorentz, dans le référentiel de l'électron, impliquant tout de même une condition limite d'amplitude sur la force de Lorentz. Cette condition s'écrit de la manière suivante dans le référentiel du laboratoire:

$$\mathbf{F}_{\text{auto-force}} = \tau_r \dot{\mathbf{F}}_{\text{ext}} \quad (1.1)$$

L'équation de Landau Lifshitz demeure l'équation la plus utilisée en électrodynamique relativiste, où la réaction du rayonnement a de l'importance pour la dynamique des particules chargées et soumises à de forts champs électromagnétiques. Lorsque la réaction du rayonnement n'est pas considérée, nous retrouvons la deuxième loi de Newton. D'autres publications de Rohrlich et Spoon ont contribué à développer une meilleure compréhension de la réaction du rayonnement du point de vue classique [Rohrlich 1999], [Rohrlich 2000], [Rohrlich 2001], [Spohn 2000], [Spohn 2004].

De nombreux travaux théoriques ont été menés à propos de la résolution du mouvement d'un électron dans un champ électromagnétique extérieur. Pour un électron dans un champ magnétique, les résultats remarquables ont été obtenus par Herrera et Shen [Herrera 1973], [Herrera 1974], [Shen 1970], [Shen 1972]. Concernant les études relatives à la diffusion Compton non linéaire par un électron prenant en compte les effets quantiques, les travaux des chercheurs Ritus et Nikishov constituent de bonnes bases [Nikishov and Ritus 1964], [Nikishov and Ritus 1964 (bis)], [Nikishov and Ritus 1965]. La résolution exacte de l'équation de Landau Lifshitz dans le cas d'un électron rayonnant dans une onde plane (polarisation quelconque) a notamment été faite par Di Piazza [Di Piazza 2008].

1.3.2 Travaux d'ordre numérique

Durant ces cinq dernières années, plusieurs modèles prenant en compte les pertes par rayonnement dans l'équation du mouvement de l'électron ont été développés: [Bell and Kirk 2008], [Ford and O'Connell 1993], [Sokolov 2009]. Néanmoins, seules les équations de Sokolov sont différentes par rapport au modèle de Landau-Lifshitz, comme il sera évoqué plus en détail en section 2.3.3. De nombreuses études physiques sur l'effet de la réaction du rayonnement ont été effectuées ces dernières années, en utilisant des codes cinétiques PIC (Particle In Cell) [Zhidkov et al. 2002], [Tamburini et al. 2010], [Schlegel et al. 2009], [Chen et al. 2011]. Une étude intéressante montrant des manifestations notoires des pertes par rayonnement en dessous du seuil classique a été faite dans la référence [Di Piazza et al. 2009]. Les effets des pertes par rayonnement sur des électrons relativistes interagissant avec des champs laser ultra-intenses et de polarisation circulaire ont fait l'objet d'un travail théorique et numérique détaillé au sein de la référence [Schlegel and Tikhonchuk 2012].

1.4 Objectifs et plan de la thèse

Le but de cette thèse est d'étudier les processus engendrés par une impulsion laser ultra-courte et ultra-intense rentrant en interaction avec un plasma. Les études présentées dans ce mémoire de thèse concernent des régimes hautement relativistes, où la réaction du rayonnement a un effet notable sur la dynamique des particules. Je m'intéresse à la dynamique des électrons, des ions ainsi qu'au rayonnement engendré par les électrons relativistes accélérés dans l'onde laser et le champ de séparation de charges. Dans tout le manuscrit, nous supposerons un plasma non collisionnel, c'est à dire où les collisions binaires sont négligeables par rapport aux effets collectifs engendrés par les champs auto-consistants créés au sein du plasma.

Comme il a été évoqué dans la section 1.3, la réaction du rayonnement est un sujet qui a suscité des premiers travaux théoriques il y a environ 100 ans. Les premiers modèles relatifs au mouvement d'un électron rayonnant dans une onde plane, prenant en compte la réaction du rayonnement remontent aux années 1960. Les premières simulations prenant en compte la réaction du rayonnement datent de la fin des années 2000. Afin d'étudier les processus collectifs engendrés par l'interaction d'un laser ultra-intense avec un plasma, il est absolument nécessaire d'avoir une approche cinétique. Un point clé de cette thèse est d'adopter une approche cinétique prenant en compte la réaction du rayonnement. Par ailleurs comme nous le verrons, cette ap-

proche cinétique est indispensable afin de rigoureusement lier la dynamique des électrons à celle de la population des photons hautement énergétiques engendrée par les électrons rayonnants.

Un objectif de la thèse est de prendre en compte de façon numérique la réaction du rayonnement dans l'équation du mouvement des électrons ainsi que le développement de plusieurs diagnostics permettant notamment de modéliser le spectre des photons énergétiques.

Ces considérations d'ordres théorique et numérique ont permis d'étudier différents régimes d'interaction où la réaction du rayonnement joue un rôle important dans les processus physiques engendrés.

Les chapitres de la suite de ce manuscrit reprennent de façon logique ce qui vient d'être évoqué.

Le chapitre 2 est dédié aux bases théoriques des études physiques présentées. Dans un premier temps, nous décrirons de manière qualitative et quantitative, le rayonnement d'un électron soumis à d'intenses champs électromagnétiques. Cette première section pose les bases de la physique du rayonnement d'une particule chargée. Nous nous contenterons de considérer l'électron comme particule chargée sans spin. La section suivante est consacrée à la dynamique d'un électron soumis à des forces de nature électromagnétique, en prenant en compte la force de réaction du rayonnement dans l'équation du mouvement de l'électron. Ce problème a été notamment abordé avec l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac (LAD), la première équation prenant en compte les pertes par rayonnement. Néanmoins, comme nous le verrons, cette équation comporte des solutions non physiques, limitant ainsi son application surtout pour les systèmes cinétiques ayant un grand nombre de particules. L'équation de Landau-Lifshitz, la version perturbative de l'équation LAD, permet de surmonter ce problème. Enfin, le modèle de Sokolov sera abordé. C'est le modèle théorique utilisé dans ce manuscrit servant à décrire la dynamique d'un électron, de manière classique, en tenant compte de la force due au rayonnement. Il s'ensuivra une section relative à un modèle cinétique du système plasma-photons. Une section discutant les limites de l'approche classique se trouve à la fin de ce chapitre.

Le chapitre 3 présente les travaux numériques effectués durant cette thèse. Des rappels seront faits concernant les codes PIC. Dans la suite de cette partie, nous illustrerons et détaillerons l'implémentation des pertes par rayonnement dans l'équation du mouvement des électrons. La modélisation du spectre des photons hautement énergétiques, et les contraintes numériques, seront abordées. Des comparaisons avec d'autres simulations publiées dans la littérature seront faites afin de valider notre travail.

Le chapitre 4 met en évidence les effets des pertes par rayonnement sur la dynamique du plasma dans différents régimes, pour des intensités laser

supérieures à $10^{22}\text{W}/\text{cm}^2$. Nous évoquerons d'abord un état de l'art des régime d'interaction laser-plasma relativistes. Dans une deuxième partie nous illustrerons à l'aide de simulations numériques l'importance des pertes radiatives électroniques pour des intensités laser supérieures à $10^{22}\text{W}/\text{cm}^2$. La troisième partie de ce chapitre est consacrée à l'effet de la polarisation en régime de transparence induite. Les cas d'un plasma mince et d'un plasma épais seront évoqués. Dans la cinquième partie de ce chapitre nous étudierons l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense sur une cible mince. Nous montrerons notamment l'effet des pertes par rayonnement sur l'accélération des ions. La sixième partie de ce chapitre aura pour but de montrer que la réaction du rayonnement induit une transition entre deux régimes lors de l'interaction d'une impulsion ultra-intense avec un plasma épais et surdense. Ce chapitre se terminera par l'étude de l'influence des pertes par rayonnement sur l'interaction d'un faisceau d'électrons se propageant à rebours d'une impulsion laser ultra-intense. Finalement, nous discuterons des possibilités de détection de la réaction du rayonnement dans ce type de régime.

Dans le chapitre 5, nous étudierons la rétro-action des effets collectifs sur le rayonnement synchrotron et l'absorption laser. Ces effets collectifs dus à l'amplitude importante du champ de séparation de charges dépendent fortement de la masse des ions ainsi que de l'épaisseur du plasma considéré. Dans un premier temps, nous introduirons les caractéristiques fondamentales de ce concept. Ensuite nous nous intéresserons à un paramètre remarquable, t_{max} , temps au bout duquel le maximum de l'intensité rayonnée est atteint. Puis nous étudierons le comportement des effets collectifs fortement dépendant de l'amplitude du champ de séparation de charges, en fonction des paramètres plasma et laser. La détection expérimentale de la rétro action des effets collectifs sur le rayonnement synchrotron sera finalement abordée.

Chapter 2

Dynamique d'un électron et d'un plasma relativiste

Sommaire

2.1	Grandeurs et définitions	23
2.1.1	Les quadrivecteurs	23
2.1.2	Application à l'électrodynamique	23
2.1.3	Grandeurs fondamentales	24
2.2	Rayonnement d'un électron accéléré	25
2.2.1	Puissance totale rayonnée par un électron relativiste	25
	Diffusion Thomson	27
	Rayonnement synchrotron	28
2.2.2	Energie rayonnée d'un électron relativiste	28
	Rayonnement synchrotron	29
	Diffusion Thomson	31
2.2.3	Puissance rayonnée par unité d'angle solide	32
	Puissance émise par unité d'angle solide	33
	Puissance reçue par unité d'angle solide	35
2.2.4	Estimation de la durée de l'impulsion du rayonnement	36
2.2.5	Spectre en énergie	37
2.3	Dynamique d'un électron	41
2.3.1	L'équation de Lorentz-Abraham-Dirac	41
2.3.2	Equation de Landau-Lifshitz	45

2.3.3	Le modèle de Sokolov	46
	Renormalisation de l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac	46
	Lien entre l'auto-force et le spectre du rayonnement	53
2.3.4	Mouvement d'un électron dans une onde plane . .	53
2.3.5	Commentaires sur la force pondéromotrice	62
2.3.6	Electron soumis à un champ magnétique constant .	63
2.4	Approche cinétique	69
2.4.1	Les équations cinétiques de transport des particules du plasma	69
	L'équation cinétique de transport des électrons . .	69
	L'équation cinétique de transport des photons . . .	71
	Discussions	72
2.4.2	Emission du rayonnement en fonction de la température du plasma	74
2.4.3	Conservation de l'énergie du système "électrons+champs"	75
2.4.4	Le temps de refroidissement	78
	Cas d'un électron	78
	Cas d'un plasma d'électrons	79
2.4.5	Effet de la réaction du rayonnement sur l'entropie .	80
2.5	Les limites de l'approche classique	82
2.5.1	Processus quantiques élémentaires	82
	Polarisation du vide	82
	Diffusion Compton non linéaire	85
2.5.2	Prise en compte des effets quantiques ($\chi_e \sim 1$) dans le modèle classique	87
2.6	Conclusion	90

Dans ce chapitre théorique, nous définirons d'abord les principales grandeurs utilisées dans ce manuscrit. De plus nous ferons un bref rappel sur le formalisme des quadrivecteurs, formalisme souvent perçu comme austère, mais très pratique dans le cadre de la physique relativiste. Ensuite, une partie est dévolue aux propriétés du rayonnement d'un électron accéléré. Puis nous aborderons le formalisme de l'"auto-force" due à la réaction du rayonnement sur la dynamique de l'électron, finissant par une étude plus poussée du modèle utilisé pour décrire la dynamique de l'électron soumis

à des champs ultra-intenses. Il sera aussi question de discuter du passage de la dynamique d'un électron à la dynamique d'un ensemble d'électrons, de manière cinétique, interagissant avec des champs et des photons. Cette partie se conduira par l'évocation de processus quantiques se produisant à des intensités laser plus élevées que celles considérées dans ce manuscrit.

2.1 Grandeurs et définitions

2.1.1 Les quadrivecteurs

Pour les études présentées dans ce manuscrit, il est utile de faire un rappel sur les principales propriétés d'un quadrivecteur, vecteur à quatre dimensions très utilisé en relativité (restreinte ou générale) pour contracter les équations et simplifier les calculs. Ces différentes notions techniques sont présentées en annexe 7.1.

Nous définissons les quadrivecteurs suivants:

- $x^\mu = (ct, \mathbf{x})$, quadrivecteur position
- $\dot{x}^\mu = \gamma_e (c, \mathbf{v})$, quadrivecteur vitesse
- $a^\mu = \left(\gamma_e^4 \frac{\dot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v}}{c}, \gamma_e^4 \frac{\dot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v}}{c^2} \cdot \mathbf{v} + \gamma_e^2 \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)$, quadrivecteur accélération
- $P_{ray} \equiv (\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{v}, \mathbf{F}_L)$, quadrivecteur Puissance-force
- $p^\mu = (\gamma_e m_e c; \mathbf{p}_e)$, quadrivecteur énergie-impulsion
- $j^\mu = (c\rho, \rho \mathbf{v})$, quadrivecteur courant
- $A^\mu = (A^0, \mathbf{A})$, quadrivecteur électromagnétique

2.1.2 Application à l'électrodynamique

On définit le tenseur électromagnétique, fonction du potentiel vecteur A^μ :

$$F^{\mu\nu} = \frac{\partial A^\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A^\mu}{\partial x_\nu} \quad (2.1)$$

De là, nous pouvons en déduire une propriété intrinsèque de $F^{\mu\nu}$ étant:

$$\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x_l} + \frac{\partial F^{\nu l}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial F^{l\mu}}{\partial x_\nu} = 0 \quad (2.2)$$

Le tenseur $F^{\mu\nu}$ s'écrit en fonction des champs électromagnétiques $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ de la manière suivante:

$$F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Le tenseur électromagnétique vérifie aussi l'équation suivante pour le quadrivecteur courant:

$$\frac{\partial F^{\mu l}}{\partial x^\mu} = -\frac{1}{c\epsilon_0} j^l, \quad (2.4)$$

où ϵ_0 est la constante de permittivité du vide avec $\epsilon_0 \simeq 8.85 \times 10^{-12}$ F/m.

En explicitant (2.2) et (2.4), nous en déduisons les équations de Maxwell dans le vide:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \text{ équation de Maxwell-Faraday} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \text{ équation de Maxwell-Thomson} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \rho/\epsilon_0, \text{ équation de Maxwell-Gauss} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \text{ équation de Maxwell-Ampère} \end{aligned} \quad (2.5)$$

De plus, nous pouvons aussi en déduire la deuxième loi de Newton sous forme contravariante pour un électron de masse m soumis à des champs électromagnétiques, en fonction de $F^{\mu\nu}$:

$$ma^\mu = -\frac{e}{c} F^{\mu\nu} \dot{x}_\nu \quad (2.6)$$

2.1.3 Grandeurs fondamentales

Dans ce cadre de l'interaction laser plasma, nous définissons les quantités suivantes:

- $e \equiv$ charge élémentaire $\simeq 1.6 \times 10^{-19}$ C.
- $m_0 \equiv$ masse de l'électron au repos et dans le vide $= 9.11 \times 10^{-31}$ kg.
- $m_e \equiv$ masse de l'électron pouvant être différente de m_0 .
- $\lambda_L \equiv$ longueur d'onde laser.
- $\omega_L \equiv$ pulsation laser.

- $\gamma_e \equiv (1 - v_e^2/c^2)^{-1/2}$, facteur relativiste de l'électron
- $\mathbf{F}_{Le} \equiv -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, force de Lorentz appliquée à un électron.
- n_e, n_i , densités électronique et ionique.
- $\omega_{pe} \equiv \left(\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}$, pulsation plasma électronique.
- $\tau_r \equiv \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3}$, temps caractéristique associé aux pertes par rayonnement. C'est aussi le temps de traversée du rayon classique de l'électron, à la vitesse de la lumière. Pour un électron, $\tau_r \simeq 6.2 \times 10^{-24} s$.
- $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$, permittivité du vide.
- $\mu_0 = 1/(\epsilon_0 c^2)$, perméabilité du vide.

2.2 Rayonnement d'un électron accéléré

Le but de cette section est d'introduire de manière simple et pédagogique le rayonnement d'un électron relativiste soumis à des forces extérieures. Nous verrons ensuite comment incorporer cette puissance rayonnée dans l'équation du mouvement de l'électron. Dans le cadre de cette étude les forces extérieures sont restreintes à des forces de nature électromagnétique. La gravité est par conséquent négligée.

2.2.1 Puissance totale rayonnée par un électron relativiste

Lorsqu'un électron est accéléré, celui-ci émet de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. Ces champs électromagnétiques se calculent en résolvant les équations de Maxwell. En utilisant la méthode des fonctions de Green nous pouvons en déduire la forme du potentiel vecteur et du potentiel scalaire [Jackson 1962]:

$$A^0(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t_r')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d^3\mathbf{r}' \quad (2.7)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t_r')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d^3\mathbf{r}' \quad (2.8)$$

$$\text{avec } t_r = t + \frac{1}{c} \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\| \quad (2.9)$$

Le temps retardé t_r est le temps auquel l'observateur perçoit le rayonnement émis par l'électron, dont l'émission initiale s'est faite à l'instant t . Ce temps retardé est une conséquence de la vitesse finie de la lumière. Il faut un certain temps à l'onde électromagnétique pour arriver jusqu'à l'observateur. Or dans le cas de phénomènes caractérisés par des vitesses comparables à la vitesse de la lumière, le terme $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|/c$ n'est pas négligeable. Ainsi le temps auquel a été émis le rayonnement diffère du moment où l'observateur perçoit le rayonnement.

En utilisant la relation (2.1), exprimant la relation entre $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$, champs électromagnétiques auxquels est soumis l'électron:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla_r \cdot A^0, \quad \mathbf{B} = \nabla_r \times \mathbf{A}, \quad (2.10)$$

Dans le cas d'une charge ponctuelle impliquant $\rho(\mathbf{r}, t) = -e\delta(\mathbf{r})$ et $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -e\delta(\mathbf{r})\mathbf{v}_e$ on peut en déduire facilement l'expression du champ électrique $\mathbf{E}$ et du champ magnétique $\mathbf{B}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(\mathbf{n} - \beta_e)}{\gamma_e^2 r^2 \kappa^3} \right]_{t=t_r} - \frac{e}{c4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\mathbf{n}}{\kappa^3 r} \times \left((\mathbf{n} - \beta_e) \times \dot{\beta}_e \right) \right]_{t=t_r}, \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{n} \times \mathbf{E}, \\ \kappa &= (1 - \mathbf{n} \cdot \beta_e), \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} = \frac{\mathbf{R}}{\|\mathbf{R}\|}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Le champ électrique $\mathbf{E}$ est composé d'un terme évoluant en $1/\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^2$ qui est appelé terme de Coulomb. Ce terme est négligeable à longue distance et véhicule un champ de nature électrostatique. Le deuxième terme évolue en $1/\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|$. C'est le champ, de nature électromagnétique, dû à l'accélération de l'électron. Nous pouvons montrer aisément que ce terme du champ électrique est perpendiculaire au champ magnétique découlant du potentiel vecteur $\mathbf{A}$. Par conséquent, le vecteur de Poynting, $\mathbf{\Pi} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0}$ associé à ces champs est dirigé dans la direction $\mathbf{R} = R\mathbf{n}$ avec $\|\mathbf{n}\|=1$. Soit Θ l'angle entre $\mathbf{r}$ et le vecteur accélération de l'électron $\dot{\mathbf{v}}_e$, dans le cas non-relativiste, le vecteur de Poynting s'écrit:

$$\mathbf{\Pi} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{1}{c\mu_0} \left[\frac{-e}{c4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\beta}_e)}{\|\mathbf{R}\|} \right]_{t=t_r}^2 \mathbf{n}. \quad (2.12)$$

Nous en déduisons la puissance rayonnée par unité d'angle solide s'écrit:

$$\frac{dP_{ray}}{d\Omega} = \frac{3}{8\pi} \tau_r m_e \dot{\mathbf{v}}_e^2 \sin^2 \Theta. \quad (2.13)$$

En intégrant Θ sur l'angle solide Ω , nous obtenons la puissance totale rayonnée:

$$P_{ray} = \tau_r m_e \dot{\mathbf{v}}_e^2. \quad (2.14)$$

Dans le cas relativiste, une manière élégante et astucieuse de calculer la puissance rayonnée par l'électron est de se placer dans le référentiel propre de l'électron. En effet, nous réécrivons la formule précédente sous forme quadri-vectorielle, valable dans n'importe quel référentiel, du fait que la norme d'un quadrivecteur est un invariant de Lorentz :

$$P_{ray} = m_e \tau_r a_\mu a^\mu. \quad (2.15)$$

Or dans le référentiel propre de l'électron, $\mathbf{v}_e = \mathbf{0}$ ce qui implique que dans ce référentiel, seule la partie temporelle du quadrivecteur accélération est non nulle. Il en est de même pour le quadrivecteur vitesse, $v^\mu = (\gamma_e c; \gamma_e \mathbf{v}) = (c; \mathbf{0})$ car $\gamma_e = 1$ dans le référentiel propre de l'électron. En utilisant la seconde loi de Newton écrite sous forme contravariante (2.6) nous obtenons l'expression de la puissance totale rayonnée :

$$P_{ray} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c^3 m_e^2} e^4 [F^{i0} F_{i0} - F^{ik} F_{ik}] = \frac{\tau_r}{m_e} e^2 E'^2, \quad k \in [1, 3], \quad (2.16)$$

E' étant le champ électrique ressenti par l'électron, dans son référentiel propre.

Afin d'alléger les notations, nous omettrons l'indice "ray" dans P_{ray} . En utilisant la transformée de Lorentz: $\mathbf{E}' = \gamma_e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, nous obtenons finalement, l'expression générale de la puissance totale rayonnée :

$$\boxed{P = \frac{\tau_r}{m_e} \gamma_e^2 e^2 [(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})^2 - (\boldsymbol{\beta}_e \cdot \mathbf{E}) \boldsymbol{\beta}_e]} \quad (2.17)$$

Diffusion Thomson

La diffusion Thomson est un processus d'interaction entre un électron et un photon de faible énergie, associé à un champ électromagnétique $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$. Cela signifie que l'énergie du photon $\hbar\omega$ doit être très inférieure à l'énergie de masse au repos de l'électron, $m_e c^2$. L'électron absorbe le photon et le réémet dans une direction différente de sa direction initiale. L'énergie du photon réémis par l'électron est inchangée si celui ci est initialement au repos, sinon une modification de la fréquence du photon aura lieu par effet Doppler. C'est un processus linéaire. Dans le cas de la diffusion Thomson nous avons, $\mathbf{E} \neq$

$\mathbf{0}$ et la contribution du champ magnétique $\mathbf{B}$ est négligée. Dans ce cas, la puissance rayonnée s'écrit :

$$P_T = \frac{\tau_r}{m_e} \gamma_e^2 (eE)^2. \quad (2.18)$$

En utilisant l'expression de la section efficace de diffusion Thomson : $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2$, r_0 étant le rayon classique de l'électron, nous obtenons une nouvelle expression de la puissance totale rayonnée

$$P_T = c\epsilon_0 \sigma_T \gamma_e^2 E^2. \quad (2.19)$$

Rayonnement synchrotron

Dans le cas synchrotron, $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ et $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})^2 = \sin^2(\psi) \mathbf{v}^2 \mathbf{B}^2$, d'où la puissance totale rayonnée :

$$P_{\text{Synchrotron}} = \frac{\tau_r}{m_e} e^2 v_e^2 B^2 \gamma_e^2 \sin^2(\psi), \quad (2.20)$$

avec $U_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$ étant la densité d'énergie magnétique et $\psi = (\mathbf{v}; \mathbf{B})$. Si l'on désire connaître le comportement moyen du rayonnement émis, il nous faut intégrer l'angle ψ sur $[0, 2\pi]$:

$$\langle P \rangle = \frac{2}{3} \sigma_T U_B c \gamma_e^2 \beta^2. \quad (2.21)$$

Ce dernier cas est sensé pour un plasma d'électrons dans un champ magnétique externe. Il est caractérisé par une émission anisotrope.

Nous remarquons que dans le cas ultra-relativiste ($\|\mathbf{v}_e\| \rightarrow c$), la puissance rayonnée synchrotron s'écrit :

$$P_{v \rightarrow c} = \frac{2}{3} \frac{\tau_r c^2}{m_e} e^2 B^2 \gamma_e^2. \quad (2.22)$$

2.2.2 Energie rayonnée d'un électron relativiste

Nous venons d'établir l'expression de la puissance rayonnée par un électron ayant une accélération non nulle. Nous considérons que l'électron perd son énergie uniquement par pertes radiatives. Nous avons:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -P$$

- $\mathcal{E}$: énergie totale de l'électron.
- P : puissance rayonnée par l'électron.

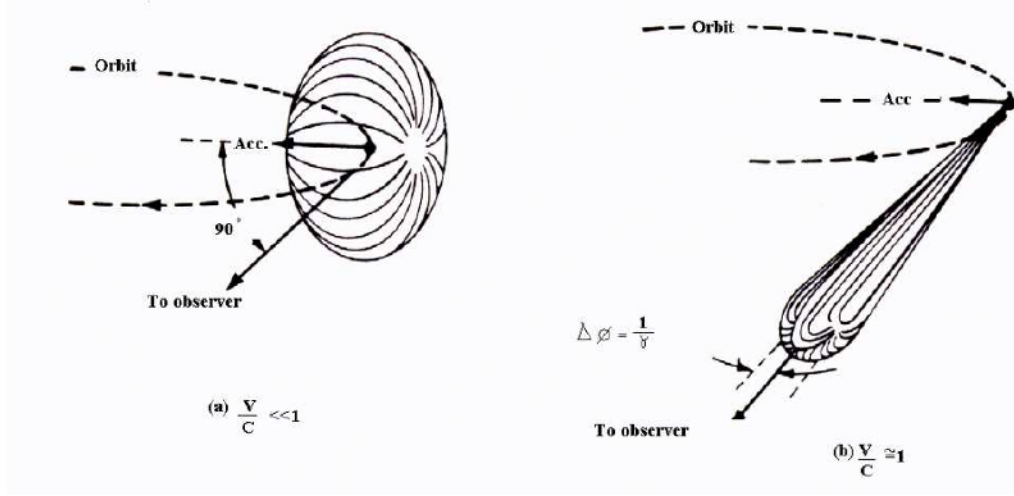


Figure 2.1: Distribution angulaire du rayonnement émis par un électron accéléré. (a): cas non relativiste. (b): cas ultra-relativiste.

Rayonnement synchrotron

Pour simplifier, nous supposons $\psi = \pi/2$, d'où:

$$\frac{d\gamma_e}{dt} = -\frac{\tau_r e^2 B^2 v^2}{m_e^2 c^2 (1 - \frac{v_e^2}{c^2})}$$

En exprimant l'impulsion de l'électron en fonction de sa vitesse, puis l'impulsion en fonction de l'énergie totale, nous obtenons :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{\tau_r \omega_B^2}{m_e c^2} \{ \varepsilon^2 - (m_e c^2)^2 \} \quad (2.23)$$

avec la pulsation cyclotron

$$\omega_B = \frac{eB}{m_e}.$$

On remarque que l'énergie de masse de l'électron $m_e c^2$ est une solution particulière de l'équation (2.23). Ensuite, nous résolvons l'équation sans second membre:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{\tau_r \omega_B^2}{m_e c^2} \varepsilon^2$$

soit

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2} = -\frac{\tau_r \omega_B^2}{m_e c^2} dt$$

d'où l'expression de la solution générale :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{\left(\frac{1}{m_e c^2} \frac{t}{t_0} + \alpha\right)} + m_e c^2$$

- $t_0^{-1} = \omega_B^2 \tau_r$
- α : constante à déterminer.

On a supposé que l'électron rayonne dès l'instant $t = 0$. En fait, l'électron ne commence à rayonner qu'après un certain temps, caractérisant l'interaction du champ avec l'électron. Dans le cadre de notre étude il est raisonnable de négliger ce temps d'interaction, car il est très faible par rapport à la durée sur laquelle nous calculons l'évolution temporelle du rayonnement de l'électron.

Lorsque $t \rightarrow \infty$, $\varepsilon \rightarrow m_e c^2$. Cela traduit un arrêt total du mouvement de l'électron. Qualitativement, l'électron a rayonné toute son "énergie de réserve", c'est à dire toute son énergie cinétique, notée $\varepsilon_c = (\gamma_e - 1)m_e c^2$. Pour déterminer la constante α , nous savons qu'à $t = 0$, l'énergie totale de l'électron est: $\varepsilon(t = 0) = \gamma_e m_e c^2|_{t=0}$. Soit en réinjectant dans l'expression de $\varepsilon(t)$, nous en déduisons que $\alpha = \frac{1}{(\gamma_e - 1)m_e c^2|_{t=0}} = \frac{1}{\varepsilon_c}|_{t=0}$. Finalement nous obtenons l'expression de l'énergie totale à l'instant t :

$$\varepsilon(t) = \left\{ \frac{(\gamma_0 - 1)}{(\gamma_0 - 1)\left(\frac{t}{t_0}\right) + 1} + 1 \right\} m_e c^2 \quad (2.24)$$

Par conservation de l'énergie et en supposant que l'électron perd son énergie sous forme de rayonnement, nous pouvons en déduire l'expression de l'énergie rayonnée ε_{ray} :

$$\varepsilon_{ray}(t) = \varepsilon(t = 0) - \varepsilon(t).$$

Comme $\varepsilon(t = 0) = \gamma_0 m_e c^2$ et en réinjectant l'expression de $\varepsilon(t)$, nous obtenons finalement :

$$\varepsilon_{ray}(t) = \left\{ \frac{(\gamma_0 - 1)^2 (t/t_0)}{(\gamma_0 - 1)(t/t_0) + 1} \right\} m_e c^2. \quad (2.25)$$

Nous posons $t_{cooling} = \frac{t_0}{(\gamma_0 - 1)}$ appelé temps de refroidissement. Dans ce cas, cela correspond au temps pour lequel l'électron a perdu la moitié de son énergie cinétique par rayonnement. La figure 2.2 illustre le comportement de l'énergie cinétique d'un électron soumis à un champ magnétique ainsi que son énergie rayonnée. Ces deux énergies sont complémentaires au sens où l'électron rayonne son énergie au détriment de son énergie de réserve, identique ici à son énergie cinétique. Le temps $t_{1/2}$ correspond au temps de croisement de ces deux courbes.

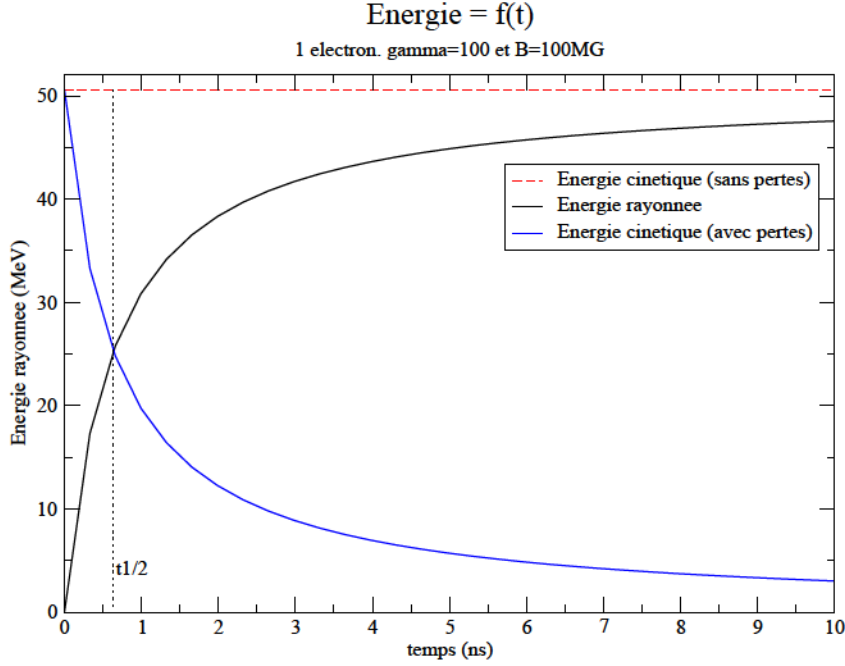


Figure 2.2: Evolution de l'énergie d'un électron sans prise en compte et avec prise en compte des pertes par rayonnement.

Diffusion Thomson

Afin d'éviter le problème complexe de la génération d'harmoniques, nous supposons un champ électrique polarisé circulairement tel que $\mathbf{E} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega_L t - kx) \mathbf{e}_y + \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega_L t - kx) \mathbf{e}_z$. La dépendance temporelle du champ électrique est importante pour la suite. En effet, elle nous permettra d'évaluer numériquement l'énergie rayonnée par un électron, soumis à un oscillateur harmonique 1D avec $\mathbf{v}_e = \|\mathbf{v}_e\| \mathbf{e}_x$. Nous définissons le régime radiatif où l'énergie rayonnée sur une période laser est comparable à l'énergie de masse de l'électron, soit $a_0^4 \omega_L \tau_r \sim 1$. Dans ce cas, nous avons :

$$\frac{d\gamma_e}{dt} = -\omega_E^2 \tau_r \gamma_e^2$$

avec,

$$\omega_E = \frac{eE_0}{2m_e c} = \frac{a_0 \omega_L}{2}$$

On intègre l'équation précédente, ce qui nous donne après simplifications diverses:

$$\gamma_e(t) = \frac{\gamma_0}{1 + \gamma_0 \omega_E^2 t \tau_r} \quad (2.26)$$

En utilisant la relation (2.25), nous en déduisons la forme de l'énergie rayonnée par l'électron :

$$\varepsilon_{ray}(t) = (\gamma_0 - 1) \left[\frac{\tau_r \gamma_0 a_0 / 4\omega_L}{1 + \tau_r \gamma_0 a_0 / 4\omega_L} \right] \quad (2.27)$$

Ici, le temps caractéristique lié au refroidissement de l'électron est $t_{cooling} = (\tau_r \gamma_0 a_0 / 4\omega_L)^{-1}$. Il est inversement proportionnel à l'intensité du champ électrique, si l'on suppose $\gamma_0 = \sqrt{1 + a_0^2}$. Plus l'intensité appliquée à l'électron est importante, plus celui-ci rayonnera une quantité d'énergie en un laps de temps d'autant plus court. Cet aspect lié à la fois à la dynamique de l'électron et au rayonnement qu'il émet, sera davantage détaillé en section 2.4.4. Nous aborderons notamment le comportement du temps de refroidissement dans le cas d'un plasma d'électrons.

2.2.3 Puissance rayonnée par unité d'angle solide

Du fait que nous ne nous intéressons qu'à la partie temporelle du quadri-vecteur Puissance-force, nous utiliserons une notation scalaire. En utilisant le fait que la puissance rayonnée totale est un invariant de Lorentz nous pouvons en déduire à partir de l'expression non relativiste (2.13), dans le référentiel propre de l'électron, la puissance rayonnée par unité d'angle solide :

$$\frac{dP'}{d\Omega'} = \frac{3}{2} m_e \tau_r a'^2 \sin^2(\Theta') \quad (2.28)$$

- $\Theta' \equiv (\vec{a'}; \vec{n'})$ étant l'angle entre la direction de l'émission et l'accélération de l'électron dans son repère propre.

Une fois obtenue la puissance rayonnée par unité d'angle solide dans le référentiel propre de l'électron, nous effectuons des transformées de Lorentz, afin d'obtenir la puissance rayonnée par unité d'angle solide, dans le référentiel du laboratoire.

Lorsque les photons sont émis sous un angle θ' défini par rapport à la vitesse de l'électron, dans le référentiel propre de l'électron, ceux-ci sont émis sous un angle noté θ , dans le référentiel du laboratoire comme le montre la figure 2.3.

Afin d'alléger les expressions, nous posons $\mu \equiv \cos(\theta) = \frac{\mu' + \beta_e}{1 + \beta_e \mu'}$ soit $d\mu = \frac{d\mu'}{\gamma_e^2 (1 + \beta_e \mu')^2}$. Les énergies dans chaque référentiel sont reliées par: $dW =$

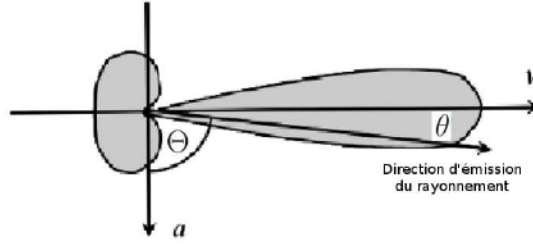


Figure 2.3: Emission du rayonnement par rapport à la vitesse et l'accélération de l'électron, dans le référentiel du laboratoire.

$\gamma_e(dW' + cd p'_x) = \gamma_e(1 + \beta_e \mu') dW'$. Ainsi, nous obtenons la puissance rayonnée par unité d'angle solide dans le référentiel du laboratoire :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{dP'}{d\Omega'} \left(\frac{dt'}{dt} \right) \gamma_e^3 (1 + \beta_e \mu')^3. \quad (2.29)$$

Si l'on désire connaître la puissance émise nous avons la relation suivante :

$$dt = \gamma_e dt'.$$

Si l'on veut connaître la puissance reçue par l'observateur, il faut tenir compte du fait que l'électron se déplace à une vitesse non nulle par rapport à l'observateur. Nous avons donc:

$$dt = \gamma_e(1 - \beta_e \mu) dt'.$$

D'un point de vue fondamental, c'est le rayonnement émis qui nous intéresse car il dépend uniquement de la dynamique de l'électron. D'un point de vue expérimental, c'est l'émission reçue par l'observateur qui est la grandeur la plus pertinente. Par exemple, lors du diagnostic du rayonnement d'un plasma surdense (ayant interagi avec une impulsion laser ultra-courte et ultra-intense), le rayonnement diagnostiqué devra évidemment être confronté à l'expression théorique de l'émission reçue par l'observateur. Après quoi il faudra effectuer une transformation pour en déduire le rayonnement émis afin d'en déduire notamment des propriétés sur la dynamique électronique du plasma. Dans la suite de cette section nous allons donc calculer dans chaque cas (Synchrotron et diffusion Thomson) la puissance émise par unité d'angle solide puis la puissance reçue par unité d'angle solide.

Puissance émise par unité d'angle solide

En utilisant la formule 2.29 nous avons:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{dP'}{d\Omega'} \left(\frac{dt'}{dt} \right) \gamma_e^3 (1 + \beta_e \mu')^3 = \frac{3m_e \tau_r \gamma_e^4 (a_\perp^2 + \gamma_e^2 a_{//}^2)}{8\pi} \sin^2(\Theta') \gamma_e^2 \frac{1}{\gamma_e^6} (1 - \beta_e \mu)^{-3} \quad (2.30)$$

avec $(1 + \beta_e \mu') = \frac{1}{\gamma_e^2 (1 - \beta_e \mu)}$. Or, $\sin^2(\Theta') = \sin^2(\theta') = \frac{\sin^2(\theta)}{\gamma_e^2 (1 - \beta_e \mu)^2}$ et $a' = \gamma_e^2 (a_\perp + \gamma_e a_{//})$. De cette formule, nous obtenons les expressions des puissances rayonnées, pour chaque composante (parallèle et perpendiculaire). Pour la composante liée à l'accélération parallèle à la vitesse nous avons:

$$\frac{dP_{//}}{d\Omega} = \frac{3m_e \tau_r a_{//}^2}{8\pi (1 - \beta_e \mu)^5} \sin^2(\theta) \quad (2.31)$$

Si l'on se place dans le cas ultra relativiste, $\gamma_e \gg 1$, l'émission du rayonnement de l'électron est fortement anisotrope. Le champ électrique (2.11) relatif au potentiel de Liénard–Wiechert présente un dénominateur ayant des dépendances en puissance du facteur de Doppler $(1 - \beta_e \cdot \mathbf{n}/c) = (1 - \beta_e \cos(\theta))$. Par conséquent, la puissance rayonnée est importante pour des angles pour lesquels le facteur de Doppler est petit. En effectuant un développement limité pour $\theta \rightarrow 0$, le facteur de Doppler s'écrit:

$$1 - \beta_e \cos(\theta) = \frac{1}{2} (1 - \beta_e^2 + \theta^2) + \mathcal{O}(\theta^2)$$

Cette différence est petite pour $\theta \sim \sqrt{1 - \beta_e^2} = 1/\gamma_e^2$ [Landau and Lifshitz 1994]. Dans le cas ultra-relativiste, l'angle θ est petit et nous pouvons effectuer un développement limité pour $\sin(\theta)$, ainsi que pour μ . Soit à l'ordre 2, $\sin \theta \sim \theta$ et $\mu \sim 1 - \frac{\theta^2}{2}$. Nous avons aussi $\beta_e = 1 - \frac{1}{2\gamma_e^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma_e^2}\right)$. Nous avons donc $\gamma_e(1 - \beta_e \mu) \simeq \frac{(1 + (\gamma_e \theta)^2)}{2\gamma_e}$, qui nous permet d'écrire :

$$\frac{dP_{//}}{d\Omega} = \frac{12m_e \tau_r a_{//}^2 (\gamma_e \theta)^2}{\pi (1 + (\gamma_e \theta)^2)^5} \gamma_e^8 \quad (2.32)$$

$$\frac{dP_\perp}{d\Omega} = \frac{3m_e \tau_r a_\perp^2}{8\pi (1 - \beta_e \mu)^3} \left(1 - \frac{\sin^2(\theta) \cos^2(\phi)}{\gamma_e^2 (1 - \beta_e \mu)^2} \right) \quad (2.33)$$

avec $\phi = \frac{\omega_B}{\gamma_e} t$. Soit en utilisant les mêmes développements que précédemment, nous obtenons :

$$\frac{dP_\perp}{d\Omega} = \frac{3m_e \tau_r a_\perp^2}{\pi (1 + (\gamma_e \theta)^2)^5} \gamma_e^6 (1 - 2(\gamma_e \theta)^2 \cos(2\phi) + (\gamma_e \theta)^4) \quad (2.34)$$

Nous pouvons simplifier cette expression en posant $\cos(2\phi) \simeq 1$. En effet, nous avons $\phi = \frac{\omega_B}{\gamma_e} t \simeq \frac{\omega_B}{\gamma_e} \Delta t \simeq \frac{1}{\gamma_e^3} \ll 1$. Δt est le temps durant lequel

l'observateur perçoit le rayonnement. Ceci sera détaillé dans la section 2.2.4. Nous obtenons alors une nouvelle expression :

$$\frac{dP_{\perp}}{d\Omega} = \frac{3m_e\tau_r a_{\perp}^2 (1 - (\gamma_e\theta)^2)^2}{\pi(1 + (\gamma_e\theta)^2)^5} \gamma_e^6. \quad (2.35)$$

Rayonnement synchrotron

Dans le cas du rayonnement synchrotron, nous avons $a_{//} = 0$ et $a_{\perp} = \frac{\omega_B}{\gamma_e} v_{\perp}$.

Par conséquent, la puissance émise par unité d'angle solide s'écrit :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{2e^2\omega_B^2 v_{\perp}^2}{\pi c^3(1 + (\gamma_e\theta)^2)^5} (1 - (\gamma_e\theta)^2)^2 \gamma_e^4. \quad (2.36)$$

Diffusion Thomson

Dans le cas de la diffusion Thomson, nous avons $a_{//} = \frac{-e}{m_e c \gamma_e} E_{//}$ et $a_{\perp} = \frac{-e}{m_e c \gamma_e} E_{\perp}$. Nous obtenons :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2\tau_r}{2\pi m_e(1 + (\gamma_e\theta)^2)^5} \{8\gamma_e^2 E_{//}^2 (\gamma_e\theta)^2 + 2E_{\perp}^2 [1 - (\gamma_e\theta)^2]^2\} \gamma_e^4. \quad (2.37)$$

Puissance reçue par unité d'angle solide

En utilisant les mêmes développements que ceux de la formule 2.30 et en procédant de la même façon, nous obtenons les expressions des puissances rayonnées par unité d'angle solide :

$$\frac{dP_{//}}{d\Omega} = \frac{24m_e\tau_r 2a_{//}^2 (\gamma_e\theta)^2 \gamma_e^{10}}{(1 + (\gamma_e\theta)^2)^6} \quad (2.38)$$

$$\frac{dP_{\perp}}{d\Omega} = \frac{6\tau_r m_e a_{\perp}^2 \{1 - (\gamma_e\theta)^2\}^2}{(1 + (\gamma_e\theta)^2)^6} \gamma_e^8 \quad (2.39)$$

Rayonnement synchrotron

Dans le cas du rayonnement synchrotron, la puissance reçue par unité d'angle solide s'écrit :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{6\tau_r m_e \omega_B^2 v_{\perp}^2 \{1 - (\gamma_e\theta)^2\}^2}{(1 + (\gamma_e\theta)^2)^6} \gamma_e^6 \quad (2.40)$$

Diffusion Thomson

Dans le cas de la diffusion Thomson, nous avons :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{4\tau_e e^2 \{4\gamma_e^2 E_{//}^2 (\gamma_e \theta)^2 + E_{\perp}^2 (1 - (\gamma_e \theta)^2)^2\}}{\pi m_e (1 + (\gamma_e \theta)^2)^6} \gamma_e^6 \quad (2.41)$$

2.2.4 Estimation de la durée de l'impulsion du rayonnement

Nous avons vu précédemment que l'émission était fortement anisotrope et concentrée sur un cône de demi-angle de l'ordre de $\frac{1}{\gamma_e}$. En terme de distribution dans l'espace c'est le même type de rayonnement que celui d'un phare. Du fait que ce cône d'émission est très fin dans le cas ultra-relativiste, la durée du rayonnement perçu par l'observateur est extrêmement courte. Cela explique notamment pourquoi nous obtenons dans le cas ultra-relativiste, un spectre en fréquence très large. Pour estimer la durée de l'impulsion du rayonnement, il est nécessaire de connaître le rayon de courbure de la trajectoire de l'électron noté κ pendant la durée de l'émission du rayonnement. Dans une direction donnée, $\Delta s = \kappa \Delta \theta \simeq \frac{2\kappa}{\gamma_e}$. Puis, nous utilisons la deuxième loi de Newton (voir équation (2.6)). En ayant $\|\Delta \mathbf{v}_e\| = \|\mathbf{v}_e\| \Delta \theta$ et $\Delta t' = \frac{\Delta s}{v}$, nous obtenons :

$$\frac{\gamma_e m v^2 \Delta \theta}{\Delta s} = \frac{-e \times v \times B \sin(\psi)}{c} \quad (2.42)$$

or, $\kappa = \frac{\Delta s}{\Delta \theta}$, d'où $\kappa = \frac{v \gamma_e}{\omega_B \sin(\psi)}$ et $\Delta t' = \frac{2}{\omega_B \sin(\psi)}$ avec $\omega_B = \frac{eB}{m_e}$. Pour un observateur au repos dans le référentiel du laboratoire et un électron se propageant vers l'observateur, nous avons la relation $\Delta t = \gamma_e (1 - \beta_e) \Delta t' \approx \frac{\Delta t'}{2\gamma_e}$. Cela nous donne la durée de l'impulsion dans le référentiel du laboratoire :

$$\Delta t = \frac{1}{\gamma_e^2 \omega_B \sin(\psi)} \quad (2.43)$$

Lorsque la valeur de l'angle ψ tend vers 0, cela implique que l'accélération de l'électron dans le champ magnétique $\mathbf{B}$ est nulle. Par conséquent, l'électron ne rayonne pas.

La durée du rayonnement observé, est beaucoup plus faible que la durée "réelle" du temps de parcours de l'électron sur la longueur Δs , d'un facteur γ_e^2 . Ceci est dû à la faible ouverture du cône d'émission qui est en $\frac{1}{\gamma_e}$ et aux effets relativistes de changement de référentiel, faisant apparaître un terme en $\frac{1}{\gamma_e^2}$. Nous pouvons donc nous attendre à observer un spectre de l'émission rayonnée par l'électron, large en fréquence. Dans le cas non relativiste ($\gamma_e \rightarrow 1$), le temps d'observation sera nettement plus important. Nous aurons cette

fois ci, un spectre discret, centré en $\omega = \omega_B$. Typiquement, dans le cadre des sursauts gammas, les intensités des champs magnétiques sont de l'ordre de 10^{-7} Teslas, soit $\omega_B \simeq 10^4$ rad/s. Pour un électron ayant $\gamma_e \approx 10^4$, nous obtenons une durée d'impulsion Δt de l'ordre de 10^{-10} s.

2.2.5 Spectre en énergie

Afin de calculer le spectre en fréquence du rayonnement émis par l'électron accéléré, nous allons calculer la transformée de Fourier de la puissance rayonnée. Nous utilisons la méthode de dérivation décrite dans la référence [Westfold 1959]. En utilisant les expressions des champs électrique (2.11) et magnétique (2.11) engendrés par les électrons rayonnants, la transformée de Fourier du rayonnement émis par unité d'angle solide et de fréquence s'écrit:

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int \left[(\mathbf{n} \times (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}) \frac{1}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3} \right]_{t=t_r} e^{i\omega t} dt \right|^2. \quad (2.44)$$

La première étape consiste à exprimer t en fonction de t_r via un changement de variable. Soit:

$$dt = dt_r (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}).$$

Ce lien entre t et t_r , le temps retardé auquel est perçu le rayonnement par l'observateur est correct pour un observateur très éloigné de la source de rayonnement, ici l'électron accéléré. Autrement dit ce changement de variable est correct pour $R_0 \gg \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}(t_r)$. Ensuite, nous remarquons que:

$$\frac{d}{dt_r} \left(\frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta})}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}} \right) = \frac{\mathbf{n} \times ((\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}})}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2}$$

En effectuant une intégration par parties, le spectre en fréquence du rayonnement s'écrit:

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int e^{i\omega(t_r - \mathbf{r}(t_r) \cdot \mathbf{n}/c)} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) dt_r \right|^2. \quad (2.45)$$

La deuxième étape consiste à projeter le terme $\mathbf{n} \times (\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n})$ sur la base orthonormée $(\mathbf{n}, \mathbf{e}_\perp, \mathbf{e}_\parallel)$ liée à la trajectoire de l'électron:

$$\mathbf{n} \times (\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n}) = \mathbf{e}_\perp \sin \left(\frac{vt_r}{\kappa} \right) - \mathbf{e}_\parallel \cos \left(\frac{vt_r}{\kappa} \right) \sin \theta.$$

Nous supposons que $\boldsymbol{\beta}(t_r)$ est parallèle au vecteur $\mathbf{n}$ à $t_r=0$. Puis, nous supposons que $\mathbf{e}_\parallel$ est contenu dans le plan de l'orbite et perpendiculaire à $\mathbf{n}$.

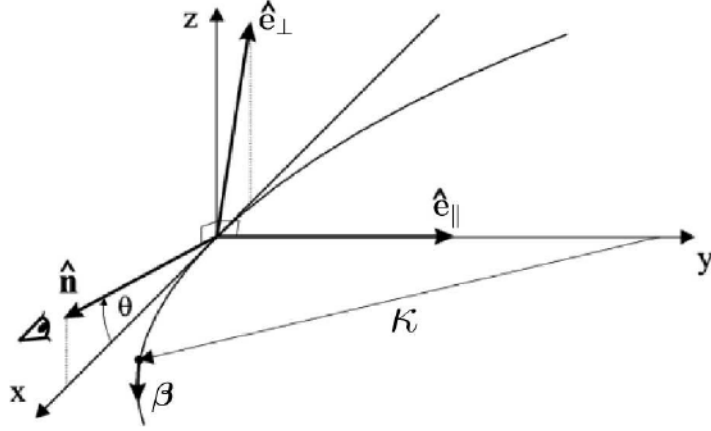


Figure 2.4: Schématisation de la trajectoire de l'électron, figurant les différents angles et vecteurs caractérisant les propriétés du rayonnement émis par l'électron.

Par ailleurs, le vecteur $\mathbf{e}_\perp$ est perpendiculaire au plan $(\mathbf{n}, \mathbf{e}_\perp)$. Cette base est schématisée en figure 2.4.

Puis nous nous plaçons dans l'approximation ultra-relativiste: nous supposons l'angle du cône d'émission $\simeq 2/\gamma$ très petit et où la vitesse de l'électron tend vers celle de la lumière. À l'ordre 1 en $\frac{1}{\gamma^2}$, nous obtenons:

$$\beta_e = 1 - \frac{1}{2\gamma_e^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma_e^2}\right)$$

et

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma_e^2}\right)$$

d'où,

$$t_r - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}(t_r)/c = t_r - \frac{\kappa}{c} \cos \theta \sin\left(\frac{vt_r}{\kappa}\right) = \frac{1}{2\gamma_e^2} \left[(1 + (\gamma_e \theta)^2) t_r + \frac{c^2 \gamma_e^2 t_r^3}{3\kappa^2} \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma_e^2}\right)$$

Pour $\theta < \frac{1}{\gamma_e}$ et $ct_r < \kappa/\gamma_e$ l'exponentielle oscille très rapidement impliquant une contribution nulle dans l'intégrale (2.45). En séparant en composante parallèle et en composante perpendiculaire l'expression (2.2.5) nous avons:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\Omega d\omega} &= \frac{d^2 W_\perp}{d\Omega d\omega} + \frac{d^2 W_\parallel}{d\Omega d\omega}, \\ \frac{d^2 W_\perp}{d\Omega d\omega} &= \frac{e^2 \omega^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int \frac{ct_r}{\kappa} \exp \left[\frac{i\omega}{2\gamma^2} \left(\theta_\gamma^2 t_r + c^2 \frac{\gamma^2 t_r^3}{3\kappa^2} \right) \right] dt_r \right|^2, \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\frac{d^2 W_\parallel}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 \omega^2 \theta^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int \exp \left[\frac{i\omega}{2\gamma^2} \left(\theta_\gamma^2 t_r + c^2 \frac{\gamma^2 t_r^3}{3\kappa^2} \right) \right] dt_r \right|^2 \quad (2.47)$$

avec $\theta_\gamma^2 = (1 + (\theta\gamma)^2)$.

Les intégrales (2.46) et (2.47) peuvent s'exprimer via des fonctions de Bessel modifiées:

$$\frac{d^2 W_\perp}{d\Omega d\omega} = \frac{9e^2 \omega^2}{32\pi^3 \epsilon_0 c} \left(\frac{\kappa \theta_\gamma^2}{c \gamma_e^2} \right) K_{2/3}^2(\eta), \quad (2.48)$$

$$\frac{d^2 W_\parallel}{d\Omega d\omega} = \frac{9e^2 \omega^2 \theta^2}{32\pi^3 \epsilon_0 c} \left(\frac{\kappa \theta_\gamma^2}{c \gamma_e} \right) K_{5/3}^2(\eta) \quad (2.49)$$

$$\eta = \frac{\omega \kappa \theta_\gamma^3}{3c \gamma_e^3}$$

En supposant que $\gamma_e \gg 1$ l'émission de la particule est essentiellement dirigée suivant la quantité de mouvement de la particule. Il est dès lors raisonnable de considérer que le rayonnement émis par unité d'angle solide peut être représenté par une fonction de Dirac centrée sur le moment de l'électron tel que $\frac{d}{d\Omega} \rightarrow \delta\left(\Omega - \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|}\right)$.

En intégrant (2.48) et (2.49) nous obtenons la puissance rayonnée par unité de fréquence et d'angle solide pour chaque polarisation, perpendiculaire et parallèle:

$$\frac{dP_\perp}{d\Omega d\omega} = \frac{3\sqrt{3}\tau_r \omega_B \sin(\alpha) \beta m_e c^2}{8\pi} \delta\left(\Omega - \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|}\right) [F(x) + G(x)], \quad (2.50)$$

$$\frac{dP_\parallel}{d\Omega d\omega} = \frac{3\sqrt{3}\tau_r \omega_B \sin(\alpha) \beta m_e c^2}{8\pi} \delta\left(\Omega - \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|}\right) [F(x) - G(x)], \quad (2.51)$$

$$F(x) = x \int_x^\infty d\xi K_{5/3}(\xi), \quad G(x) = x K_{2/3}(x), \quad (2.52)$$

$$x = \frac{\omega}{\omega_{cr}}$$

Le spectre en fréquence sur toutes les polarisations est la sommation des contributions perpendiculaire (2.50) et parallèle (2.52). En posant $S(x) = \frac{3^{5/2}}{8\pi} F(x)$ tel que $\int_{-\infty}^\infty S(x) dx = 1$ et $P_{rad} = \frac{\gamma_e^2 \tau_r}{m_e} (eBv_e \sin(\alpha))^2$. Le spectre en fréquence du rayonnement émis par un électron accéléré s'écrit:

$$\boxed{\frac{d^2 P}{d\omega d\Omega} = \frac{P_{rad}}{\omega_{cr}} \delta\left(\Omega - \frac{\mathbf{p}}{p}\right) S\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)} \quad (2.53)$$

La fréquence critique ω_{cr} est γ_e^3 fois plus importante que la pulsation fondamentale synchrotron ω_B . Autrement dit, la majorité de l'émission s'effectue à des harmoniques d'ordres élevés. En effet, nous pouvons poser

$\omega_{cr} = n_{cr}\omega_B$ avec $n_{cr} = \frac{3}{2}\gamma_e^3 \sin \alpha$, harmonique critique. Néanmoins, nous avons vu précédemment que l'observateur perçoit uniquement pendant un temps Δt le rayonnement. Par conséquent, l'expression du spectre en puissance de l'électron n'est valable que sur l'intervalle de temps Δt , où le mouvement de l'électron est supposé ultra-relativiste et circulaire. Comme il a été évoqué, l'émission angulaire d'un électron ultra-relativiste est fortement anisotrope, caractérisée par un cône d'émission parallèle au vecteur impulsion $\mathbf{p}_e$ de l'électron et dont la dispersion angulaire est de $\sim 2/\gamma_e$. Il est par conséquent raisonnable de considérer une distribution de Dirac centrée en $\mathbf{p}_e/\|\mathbf{p}_e\|$ pour l'émission angulaire de l'électron.

La fonction $S(x)$ peut être assimilée à une densité de probabilité en fréquence, caractérisant la probabilité qu'a un électron d'émettre un rayonnement de fréquence ω . Les comportements asymptotiques de la fonction $S(x)$ s'expriment simplement:

- Aux basses fréquences telles que $\omega \ll \omega_{cr}$: $\frac{d^2 P}{d\omega d\Omega} \propto (\frac{\omega}{\omega_{cr}})^{1/3}$
- Aux hautes fréquences telles que $\omega \gg \omega_{cr}$: $\frac{d^2 P}{d\omega d\Omega} \propto \sqrt{\frac{\omega}{\omega_{cr}}} e^{-\omega/\omega_{cr}}$

Dans le cas d'un électron soumis à un champ électromagnétique arbitraire, la fréquence critique caractérisant le rayonnement émis prend la forme généralisée [Sokolov et al. 2011]:

$$\boxed{\omega_{cr} = \frac{3}{2}\gamma_e^3 \frac{\|\mathbf{F}_{Le} \times \mathbf{p}_e\|}{p_e^2}} \quad (2.54)$$

avec $\mathbf{F}_{Le} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B})$ la force de Lorentz. Cette pulsation caractéristique prend en compte l'émission synchrotron engendrée par un champ magnétique et le processus de diffusion Thomson engendré par l'interaction d'un champ électrique (composante électrique du champ laser par exemple) avec un électron. En exprimant la force de Lorentz $\mathbf{F}_{Le}$ par rapport au potentiel vecteur normalisé $\mathbf{a}_0$ et en explicitant l'impulsion de l'électron $\mathbf{p}_e = \gamma_e m_e \mathbf{v}_e$ la pulsation critique peut s'exprimer via la pulsation du laser:

$$\omega_{cr} \sim \frac{3}{2}\gamma_e^2 a_0 \omega_L \quad (2.55)$$

Typiquement pour $a_0=200$ et $\gamma_e=100$, $\omega_{cr} \simeq 3 \times 10^6 \omega_L$. Pour une longueur d'onde laser d'un micromètre, l'énergie d'un photon du laser $\hbar\omega_L$ est de l'ordre de 1 eV, ce qui implique un rayonnement $\hbar\omega_{cr}$ de l'ordre de 3 MeV.

Cette forme générale (2.54) a l'avantage de pouvoir traiter deux processus différents mais tous deux essentiels en physique des plasmas. En conséquence, nous considérerons cette forme dans toute la suite du manuscrit pour la pulsation critique du rayonnement émis. Par simplicité, nous parlerons de rayonnement synchrotron dans la suite du texte.

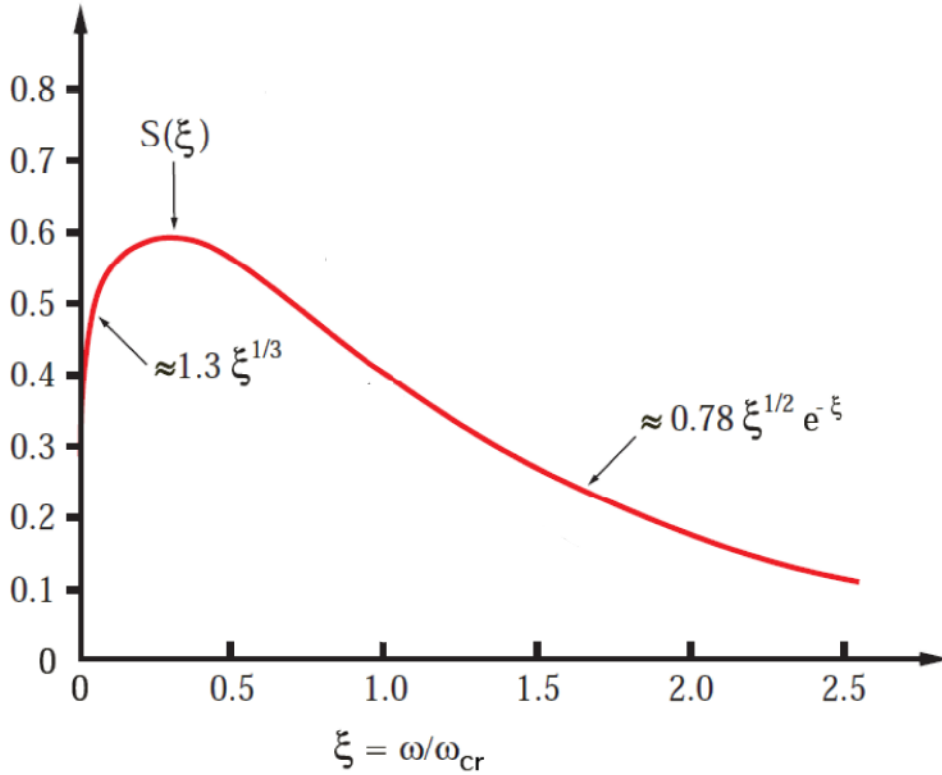


Figure 2.5: Spectre du rayonnement synchrotron d'un électron relativiste accéléré

2.3 Dynamique d'un électron

2.3.1 L'équation de Lorentz-Abraham-Dirac

Dans le but de prendre en compte la réaction du rayonnement dans l'équation du mouvement des électrons, il est nécessaire de considérer une force supplémentaire s'ajoutant à la force de Lorentz, pour un électron soumis à un champ électromagnétique. Cette force est de nature différente par rapport à la force de Lorentz, qui dépend du monde extérieur, engendrée par exemple, par d'autres particules (champ de séparation de charges) ou un champ électromagnétique extérieur. La force supplémentaire appelée auto-force est due à la dynamique de l'électron, mais aussi liée à la puissance instantanée rayonnée par celui-ci selon:

$$P_{\text{rayonnée}} = \mathbf{F}_{\text{auto-force}} \cdot \mathbf{v}_e \quad (2.56)$$

En utilisant la formule de Larmor (voir référence 2.2.1), nous pouvons en déduire facilement l'expression de la force de friction radiative par la

conservation de l'énergie, c'est à dire en stipulant que l'énergie cinétique perdue par l'électron est entièrement convertie sous forme de rayonnement (durant l'accélération de l'électron). Nous en déduisons l'expression de la force engendrée par la réaction du rayonnement sur l'électron:

$$\mathbf{F}_{\text{auto-force}} = m_e \tau_r \frac{d\mathbf{a}}{dt}, \quad (2.57)$$

De là nous en déduisons l'équation de Lorentz-Abraham sous forme contravariante:

$$m_e \frac{dv^\mu}{d\tau} = -\frac{e}{m_e} F^{\mu\nu} v_\nu + m_e \tau_r \frac{d^2 v^\mu}{d\tau^2} \quad (2.58)$$

Cependant, cette équation pour la dynamique de l'électron possède des solutions non physiques. En particulier, lorsque la force extérieure appliquée à l'électron est nulle. Le terme auto-force engendre quand même une accélération proportionnelle à $e^{(t/\tau_r)}$, ce qui est absurde.

Pour des particules chargées ayant des vitesses relativistes, il est judicieux de procéder selon une approche quadri-vectorielle. Il est nécessaire d'avoir une approche différente concernant la prise en compte des pertes par rayonnement de l'électron, afin d'écarter toute solution non physique. Les quadrivecteurs a^μ et F_{ext}^μ sont orthogonaux à v^μ , par conséquent l'auto-force, elle aussi doit être orthogonale à la vitesse, et doit avoir la forme [Rohrlich 2000]:

$$F_{\text{auto-force}}^\mu = P^{\mu\nu} X_\nu = (\eta^{\mu\nu} + \frac{v^\mu v^\nu}{c^2}) X_\nu \quad (2.59)$$

$P^{\mu\nu}$ est la projection perpendiculaire du quadrivecteur vitesse v^μ dans l'espace de Minkowski (7.1). En supposant que l'équation du mouvement prenant en compte la force de réaction du rayonnement est linéaire et d'ordre 2 par rapport à la vitesse, nous pouvons écrire X_ν sous la forme: $X_\nu = av_\nu + b\dot{v}_\nu + z\ddot{v}_\nu$, soit $P^{\mu\nu} X_\nu = (\eta^{\mu\nu} + \frac{v^\mu v^\nu}{c^2})(av_\nu + b\dot{v}_\nu + z\ddot{v}_\nu)$ c'est à dire $P^{\mu\nu} X_\nu = b\dot{v}^\mu + z\ddot{v}^\mu$, car $v^\mu \dot{v}_\mu = 0$ et $P^{\mu\nu} v_\nu = (\eta^{\mu\nu} + \frac{v^\mu v^\nu}{c^2})v_\nu = 0$. Nous posons $b = -\delta m$. Nous ajoutons ce terme dans le membre de gauche de l'équation de Newton. Cela correspond à la renormalisation de la masse de l'électron due à l'auto-force. $m_e = m + \delta m$. Nous pouvons simplifier le dernier terme de droite: $P^{\mu\nu} \ddot{v}_\nu = (\ddot{v}^\mu + \frac{v^\mu v^\nu}{c^2} \ddot{v}_\nu)$. Or, $v^\nu \ddot{v}_\nu = \frac{d}{d\tau} v^\nu \dot{v}_\nu - \dot{v}^\alpha \dot{v}_\alpha = -\dot{v}^\alpha \dot{v}_\alpha$ et nous posons $z = \tau_r$, ce qui nous permet finalement d'écrire l'équation du mouvement de l'électron prenant en compte la réaction du rayonnement :

$$\boxed{m_e \dot{v}_e^\mu = F_{ext}^\mu + F_{\text{auto-force}}^\mu} \quad (2.60)$$

avec

$$F_{\text{auto-force}}^\mu = m_e \tau_r [\ddot{v}^\mu - \frac{\dot{v}^\alpha \dot{v}_\alpha}{c^2} v^\mu] \quad (2.61)$$

C'est l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac. On peut poser:

$$F_{\text{auto-force}}^\mu = F_{\text{sch}}^\mu + F_{\text{ray}}^\mu$$

$$\text{avec } F_{\text{sch}}^\mu = m_e \tau_r \ddot{v}^\mu \text{ et } F_{\text{ray}}^\mu = -m_e \tau_r \frac{\dot{v}^\alpha \dot{v}_\alpha}{c^2} v^\mu \quad (2.62)$$

Le nouveau terme dans l'équation du mouvement, noté $F_{\text{auto-force}}^\mu$, est appelé le tenseur “auto-force” car ce terme est dû au propre champ de la charge, agissant sur elle-même. Ce terme se décompose en deux termes. Le premier terme, appelé terme de Schott [Schott 1912], dépend uniquement de la dérivée temporelle du quadrivecteur accélération de l'électron. Le deuxième terme est appelé tenseur de “réaction de rayonnement”. Il décrit l'impulsion et l'énergie perdues sous forme de rayonnement, lorsque l'électron a un mouvement accéléré. Le terme de Schott, proposé à l'origine par Lorentz et Abraham, décrit un processus réversible en temps. Par contre, le terme de “réaction de rayonnement” implique une irréversibilité temporelle car il engendre une perte de l'impulsion et de l'énergie de l'électron. Cette renormalisation de l'équation de Lorentz-Abraham a été effectuée par Paul Dirac en 1938.

Bien que renormalisée et généralisée aux électrons relativistes cette équation comprend toujours des solutions non physiques comme des solutions anti-causales ou de “pré-accélération”, permettant l'accélération de l'électron avant l'application de la force. Ces solutions non physiques persistantes soulignent la limitation de l'électrodynamique classique. En dessous du rayon classique de l'électron, relié au temps caractéristique τ_r par $r_e = \frac{3}{2} c \tau_r$, l'électrodynamique classique n'est plus valable. La mécanique quantique permet de résoudre ce problème. Par le principe d'incertitude d'Heisenberg stipulant qu'on ne peut mesurer en même temps l'impulsion d'une particule quantique et sa position, nous pouvons en déduire une longueur caractéristique à partir de laquelle le principe d'Heisenberg opère et où la physique classique n'est plus appropriée. Cette longueur est appelée la longueur de Compton. Pour un électron, nous avons : $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$. Numériquement, nous avons $\lambda_c \simeq 2.43 \times 10^{-12} \text{m}$. Typiquement cette longueur est environ 100 fois plus grande que le rayon classique de l'électron. Pour des entités macroscopiques, la longueur d'onde de Compton tend vers 0, rendant les phénomènes quantiques complètement négligeables devant les phénomènes classiques. Il s'ensuit que pour éviter toute solution non physique, il faut considérer soit un rayon fini pour les particules, supposées jusque là ponctuelles, ou bien considérer une approche quantique. Ces deux approches ont notamment été exploitées par Rohrlich, Medina et Feynman [Medina 2006], [Rohrlich 1997], [Wheeler and Feynmann 1945]. Par ailleurs une approche a été proposée

par Landau et Lifshitz afin de rester dans un formalisme classique et de préserver le modèle ponctuel pour les particules.

A présent, relier la longueur de Compton, λ_c , au processus d'accélération de la particule soumise à une force extérieure. Avec ce qui a été évoqué précédemment, nous pouvons en déduire une force extérieure pour laquelle, l'accélération de la particule sera suffisamment intense pour engendrer des processus dus à l'émission des photons, qui nécessitent une description quantique. Il faut donc que cette force extérieure engendre un travail de l'ordre de l'énergie de masse de l'électron sur une distance de l'ordre de la longueur de Compton. Nous en déduisons le champ caractéristique induisant ce gain d'énergie

$$E_s = \frac{m_e c^2}{\lambda_c e}, \quad (2.63)$$

appelé champ de Schwinger. Il est alors important de déterminer le seuil où les processus quantiques jouent un rôle non négligeable dans la dynamique de la particule chargée, caractérisé par le paramètre χ_e , rapport entre la force appliquée à l'électron, sur la force exercée par le champ de Schwinger, E_s . En posant $f_L^\mu = \gamma_e (\mathbf{F}_{Le} \cdot \boldsymbol{\beta}_e, \mathbf{F}_{Le})$, l'expression invariante pour le paramètre χ_e s'écrit:

$$\chi_e = \frac{(-f_{Le}^\mu f_{Le, \mu})^{1/2}}{e E_s} \quad (2.64)$$

Dans le référentiel du laboratoire nous obtenons:

$$\boxed{\chi_e = \gamma_e (\mathbf{F}_{Le}^2 - (\boldsymbol{\beta}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})^2)^{1/2} / e E_s} \quad (2.65)$$

Le facteur γ_e , lié à l'énergie de l'électron intervient dans l'expression de χ_e dans le référentiel du laboratoire. Pour un γ_e élevé, les effets quantiques seront beaucoup plus vite atteignables pour un champ d'amplitude nettement plus faible que le champ de Schwinger. Il convient de noter que $E_s \simeq 1.3 \times 10^{18}$ V/m correspondant à une intensité $I_{cr} \simeq 2.3 \times 10^{29}$ W/cm². Concrètement dans le cadre d'une onde plane laser ou d'un champ magnétique constant, le paramètre χ_e prend les formes suivantes:

$$\begin{cases} \chi_e = \gamma_e (1 - \beta_{e\parallel}) a_0 \hbar \omega_L / m_e c^2 : \text{cas d'une onde plane laser} \\ \chi_e = \gamma_e e B_0 c \beta_e^2 \sin(\alpha) / E_s : \text{champ magnétique constant, } B_0 \end{cases} \quad (2.66)$$

Cette dernière expression permet de manière simple et rapide d'avoir une estimation du χ_e de l'électron ou plus généralement dans le cadre d'une simulation numérique modélisant l'interaction d'un champ laser avec un plasma. De là, en prenant $\gamma_e \sim a_0$, nous pouvons en déduire qu'au delà de $a_0 = 400$

correspondant à une intensité laser $\simeq 3.3 \times 10^{23}$ W/cm², il est nécessaire de prendre en compte les effets quantiques lorsque le paramètre χ_e est de l'ordre de l'unité.

2.3.2 Equation de Landau-Lifshitz

L'idée subtile de Landau et Lifshitz consiste à considérer que dans le référentiel propre de l'électron, l'amplitude de la force de la réaction du rayonnement, est inférieure à l'amplitude de la force de Lorentz à laquelle est soumis l'électron. Cette hypothèse est vérifiée si dans le référentiel de l'électron le champ auquel il est soumis est très inférieur à $m_e c^2 / e c \tau_r \simeq m_e c^2 / e r_e$ où r_e est le rayon classique de l'électron [Landau and Lifshitz 1994]. L'amplitude de ce champ est deux ordres de grandeur plus grande que celle du champ de Schwinger, E_s du fait que $\lambda_c \gg r_e$. Il suffit alors de considérer l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac à l'ordre 0 en τ_r et d'exprimer la dérivée première et la dérivée seconde de l'accélération via le tenseur électromagnétique:

$$\begin{cases} \frac{dv^\mu}{d\tau} = \frac{-e}{m_e} F^{\mu\nu} v_\nu, \\ \frac{d^2 v^\mu}{d\tau^2} = \frac{e}{m_e} \frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} v_\nu v_e^l + \frac{e^2}{m_e^2 c} F^{\mu\nu} F_{\nu l} v^l \end{cases} \quad (2.67)$$

De là nous en déduisons l'équation de Landau-Lifshitz pour 1 électron:

$$\boxed{m_e \frac{dv^\mu}{d\tau} = -e F^{\mu\nu} v_\nu - e \tau_r \frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^l} v_k v_e^l - \tau_r \frac{e^2}{m_e} F^{\mu l} F_{\nu l} v^\nu + \frac{e^2 \tau_r}{m_e} (F_{\nu l} v^l) (F^{\nu m} v_m) v^\mu} \quad (2.68)$$

La réaction du rayonnement ne peut avoir un effet significatif sur la dynamique électronique, que dans la limite relativiste, voir ultra-relativiste telle que $\gamma_e \gg 1$. Dans ce cas, le troisième terme de la partie droite de l'équation (2.68) est de l'ordre de $\gamma_e^2 \gg 1$, par rapport aux trois autres termes. C'est par conséquent le terme dominant. Par ailleurs, le premier terme contenant les dérivées des champs est bien plus petit que les deux autres termes et peut être comparable aux corrections dues au spin de l'électron. Ceci a été discuté dans la référence [Tamburini et al. 2010]. D'un point de vue vectoriel et en négligeant le premier terme de droite de l'équation. 2.68, une forme simplifiée de l'équation du mouvement de l'électron se déduit:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{p}_e}{dt} &= \mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{sf}, \quad \frac{d\mathbf{x}_e}{cdt} = \boldsymbol{\beta}_e \\ \text{où } \mathbf{F}_{sf} &= -\frac{e\tau_r}{m_e} [\mathbf{F}_{Le} \times \mathbf{B} - e\mathbf{E} (\boldsymbol{\beta}_e \cdot \mathbf{E})] - \frac{\tau_r}{m_e c} \gamma_e^2 (\mathbf{F}_{Le}^2 - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \boldsymbol{\beta}_e)^2) \boldsymbol{\beta}_e. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Comparé au modèle de Lorentz-Abraham-Dirac, ce système d'équations ne contient pas de solutions non physiques comme des solutions de “pré-accélération” ou “anti-causales”. Nous remarquons que dans le cas ultra-relativiste la force due à la réaction du rayonnement est opposée à la vitesse de l'électron via l'interaction avec son propre champ électrique. Considérant $\mathbf{v}_e = |\mathbf{v}_e| \mathbf{e}_x$ et en gardant seulement le dernier terme de la formule (2.68), proportionnel à γ_e^2 , nous obtenons l'expression suivante pour $\mathbf{F}_{sf}$ [Zhidkov et al. 2002], [Landau and Lifshitz 1994]:

$$\mathbf{F}_{sf,x} = -\frac{e^2}{m_e c} \tau_r \gamma_e^2 [(E_y - cB_z)^2 + (E_z + cB_y)^2] \quad (2.70)$$

La force de friction radiative est proportionnelle au carré de l'énergie de l'électron. Davantage de précisions seront établies sur les propriétés de cette force, dans la section 2.3.3.

2.3.3 Le modèle de Sokolov

Récemment (2009), une nouvelle approche pour prendre en compte les pertes par rayonnement dans l'équation du mouvement des électrons a été formulée par Igor Sokolov [Sokolov 2009]. Il est question de renormaliser l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac afin d'élargir son domaine d'application à tout le domaine classique, $\chi_e \lesssim 1$, à la différence de l'équation de Landau-Lifshitz, valable pour $\chi_e \ll 1$. Dans cette section, nous décrirons avec le plus de détails et de didactique possibles, l'approche de Sokolov ainsi que les principales différences avec l'équation de Landau-Lifshitz. Ce modèle sera utilisé pour les études physiques et numériques présentées dans ce manuscrit.

Renormalisation de l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac

L'idée fondamentale est une renormalisation de la masse de l'électron.

Considérons un électron au repos entouré d'une certaine charge sphérique de rayon ϵ , tel que l'énergie électrostatique engendrée par la charge de l'électron s'écrive:

$$E_{es} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \quad (2.71)$$

L'énergie électrostatique étant un scalaire, c'est un invariant relativiste. Par conséquent, nous pouvons en déduire facilement l'expression du quadri-vecteur impulsion d'un électron se propageant à une certaine vitesse, reliée

au quadrivecteur $\dot{x}^\mu$:

$$p_{em}^\mu = \frac{\dot{x}^\mu}{c^2} E_{es} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 c^2} \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \quad (2.72)$$

Lorsque l'accélération de l'électron est négligée nous pouvons exprimer le quadrivecteur impulsion dû au champ généré par la charge en mouvement par:

$$p_0^\mu = m_0 \dot{x}^\mu \quad (2.73)$$

Il vient que la masse totale de l'électron est la somme de sa masse "désabillée" et de la contribution de l'énergie électrostatique engendrée par sa propre charge:

$$m_e = m_0 + \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 c^2} \quad (2.74)$$

Cette propriété est due au fait que tous les quadrivecteurs impulsions sont colinéaires au quadrivecteur $\dot{x}^\mu$. Lorsque l'accélération n'est pas négligeable, la situation est plus compliquée. Le quadrivecteur du moment total d'un électron accéléré n'est plus colinéaire avec le quadrivecteur vitesse. Autrement dit, en prenant en compte l'accélération de l'électron, un moment peut se déduire via le rayonnement émis par l'électron accéléré. Finalement le quadrivecteur moment total s'écrit [Sokolov 2009]:

$$p^\mu = p_{em}^\mu + m_0 \dot{x}^\mu = m_e \dot{x}^\mu - m_e \tau_r \ddot{x}^\mu, \quad (2.75)$$

$$\dot{x}^\mu = v^\mu + (\dot{x})_{rad}^\mu$$

$$(\dot{x})_{rad}^\mu \approx \tau_r \ddot{x}^\mu \quad (2.76)$$

Le deuxième terme dans le membre de droite de l'équation (2.76) a été introduit par Rohrlich. Par contre, la contribution (2.76) est un nouveau terme introduit par Sokolov. L'équation de Lorentz Abraham-Dirac (LAD) peut se mettre sous la forme:

$$\dot{p}^\mu = -\frac{e}{c} F^{\mu\nu} \dot{x}_\nu - (\dot{p})_{rad}^\mu, \quad \dot{x}^\mu = \frac{p^\mu}{m_e} + (\dot{x})_{rad}^\mu. \quad (2.77)$$

De là, la conservation du tenseur énergie-impulsion, $T^{\mu\nu}$ s'écrit:

$$\dot{p}^\mu + (\dot{p})_{rad}^\mu + \frac{d}{d\tau} \int T^{\mu 0} dV = 0. \quad (2.78)$$

L'équation (2.78) contient un nouveau terme dû à la prise en compte des pertes par rayonnement $(\dot{p})_{rad}^\mu$. Lorsque les effets dus à l'accélération de l'électron sont négligés, nous avons:

$$\frac{d}{d\tau} \int T^{\mu 0} dV = \frac{e}{c} F^{\mu\nu} \dot{x}_\nu \quad (2.79)$$

Par ailleurs, le terme $(\dot{x})_{rad}^\mu$ est lié au courant de transition entre le champ électromagnétique et l'électron, $-\frac{e}{c}F_{\mu\nu}(\dot{x})_{rad}^\nu$ peut être interprété comme la part d'énergie-impulsion venant du champ électromagnétique, transférée à l'électron lors de son accélération.

Dirac a pointé le fait qu'il n'était pas possible de conserver à la fois la norme du quadrivecteur vitesse:

$$\dot{x}^2 = \dot{x}^\mu \dot{x}_\mu = c^2 \quad (2.80)$$

et la norme du quadrivecteur énergie-impulsion:

$$p^2 = p^\mu p_\mu = m_e^2 c^2 \quad (2.81)$$

dans l'équation LAD. En général, la conservation du quadrivecteur vitesse implique les conditions suivantes sur $(\dot{x})_{rad}^\mu$ et $(\dot{p})_{rad}^\mu$ [Sokolov 2009]:

$$(\dot{x})_{rad}^\mu \dot{x}_\mu = 0, \quad m_e (\dot{x})_{rad}^\mu \ddot{x}_\mu = -(\dot{p})_{rad}^\mu \dot{x}_\mu \quad (2.82)$$

En utilisant une formule de rayonnement dipolaire, pour $(\dot{x})_{rad}^\mu$ et $(\dot{p})_{rad}^\mu$, nous retombons sur l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac. Nous constatons dès lors que comme l'identité (2.80) a été satisfaite, l'identité (2.81) n'est plus satisfaite:

$$p^2 = p^\mu p_\mu = m_e^2 (c^2 + \tau_r^2 \ddot{x}^2) \leq m_e^2 c^2 \quad (2.83)$$

Cela signifie que le quadrivecteur énergie-impulsion de l'électron n'est pas conservé. De plus, via la relation liant le quadrivecteur moment à l'énergie totale de l'électron:

$$E^2/c^2 = p^\mu p_\mu + \mathbf{p}^2 \neq m_e^2 c^2 + \mathbf{p}^2, \quad (2.84)$$

il s'ensuit que la conservation de l'énergie est violée en ordre supérieur en τ_r^2 ainsi que l'énergie de masse de l'électron qui devient inférieure à $m_e c^2$.

Bien que l'équation de Landau-Lifshitz, permette d'éliminer les solutions non physiques, cette équation perturbative de l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac, ne conserve pas non plus l'énergie. En effet, comme il a été évoqué précédemment l'hypothèse maîtresse de l'équation de Landau-Lifshitz est que la norme de la force due aux pertes par rayonnement est très inférieure à celle de la force de Lorentz. Dans le calcul relatif au tenseur des pertes par rayonnement (matérialisé par g^i dans la référence [Landau and Lifshitz 1994]), l'accélération de la particule $\frac{d^2 u}{ds^2}$ (notations de l'ouvrage) est uniquement exprimée en fonction de la force de Lorentz, rompant ainsi la conservation de l'énergie (2.78).

Sokolov propose de non pas conserver le quadrivecteur vitesse mais le quadrivecteur énergie impulsion, c'est à dire l'égalité (2.81). En injectant la condition (2.81) dans (2.77) l'égalité (2.81) ne peut être vraie que si, et seulement si, l'égalité suivante est vérifiée:

$$-ep^\mu F_{\mu\nu}(\dot{x})^\nu_{rad} = p_\mu(\dot{p}^\mu)_{rad} \quad (2.85)$$

Nous obtenons dès lors une expression pour le courant de transition, cohérente avec l'équation (2.85):

$$\begin{cases} (\dot{p}^\mu)_{rad} = \frac{P_{rad}}{m_e c^2} p^\mu, \\ (\dot{x}^\mu)_{rad} = \frac{\tau_r}{m_e} \frac{P_{rad}}{P_{rad,e}} f_L^\mu \end{cases} \quad (2.86)$$

P_{rad} est la puissance rayonnée par l'électron accéléré. Il n'existe pas de restriction de domaine concernant P_{rad} . En effet, celle-ci peut être traitée de façon classique (rayonnement dipolaire par exemple) ou comme une variable aléatoire reflétant la nature stochastique du rayonnement émis. $P_{rad,e} = -\tau_r f_L^2 / m_e$ est le rayonnement dipolaire électrique exprimé via la force généralisée de Lorentz:

$$f_L^\mu = -\frac{eF^{\mu\nu}p_\nu}{m_e} \quad (2.87)$$

En posant $P_{rad} = P_{rad,e}$, nous obtenons les équations de Sokolov régissant le mouvement d'un électron de manière classique:

$$\boxed{\underbrace{\dot{p}^\mu = -eF^{\mu\nu}\dot{x}_\nu - \frac{\tau_r f_L^2}{m_e^2 c^2} p^\mu}_{\text{équation de la quantité de mouvement}}, \underbrace{\dot{x}^\mu = \frac{p^\mu}{m_e} + \frac{\tau_r}{m_e} f_L^\mu}_{\text{équation de la trajectoire}}} \quad (2.88)$$

Le modèle de Sokolov est le seul modèle connu à ce jour conservant la norme du quadrivecteur énergie-impulsion, p^μ . Ceci constitue un point fort sur le plan théorique par rapport à l'équation de Landau-Lifshitz, équation la plus utilisée en électrodynamique lorsque la réaction du rayonnement a une influence sur la dynamique des particules chargées. Comme il a été évoqué précédemment, le modèle de Sokolov ne peut conserver la norme du quadrivecteur vitesse, $v^2 = c^2 - \dot{x}_{rad}^2 \neq c^2$. Néanmoins, l'écart entre v^2 et c^2 est relativement faible et peut être approché de la manière suivante en calculant la norme de $\dot{x}$ à l'aide de l'équation de droite (2.88):

$$\dot{x}^2 = \dot{x}^\mu \dot{x}_\mu = c^2 \left(1 + \left(\frac{\tau_r}{m_e c} \right)^2 f_L^\mu f_{L,\mu} \right)$$

En utilisant l'équation (2.64), nous en déduisons la norme du quadrivecteur vitesse en fonction du paramètre χ_e :

$$\dot{x}^2 \simeq c^2 (1 - 1.05 \times \chi_e^2) \quad (2.89)$$

Ainsi, le deuxième terme de droite est négligeable et $v^2 \simeq c^2$. De plus, l'égalité (2.89) permet d'éviter tout phénomène supralumique. Par ailleurs, ce système d'équations (2.88) permet d'éliminer les solutions non physiques et est plus compact que l'équation de Landau-Lifshitz (2.68). D'un point de vue pratique, le modèle de Sokolov se révèle aussi plus facile à implémenter dans un code PIC. Ce modèle peut être étendu à des régimes faiblement quantiques, pour $\chi_e \sim 1$, tout en gardant une approche classique. Il suffit en effet de considérer une puissance P_{rad} , prenant en compte les effets quantiques. Cet aspect a déjà été abordé en section 2.5.2. Nous rappelons que l'équation de Landau-Lifshitz ne peut être étendue aux régimes quantiques restreignant son application par rapport aux équations de Sokolov.

Ces équations (2.88) permettent de déduire une expression plus générale pour le quadrivecteur impulsion de l'électron en considérant la force de rayonnement comme une perturbation. Le quadrivecteur moment se comporte comme une série infinie dépendant de la vitesse de l'électron et du tenseur électromagnétique $F^{\mu\nu}$. Ceci peut se déduire de l'équation de la trajectoire, deuxième des équations de Sokolov (2.88). En posant $v^\mu = \dot{x}^\mu$ et $\tilde{F}^{\mu\nu} = -\frac{e\tau_r}{m_e} F^{\mu\nu}$ l'équation de la trajectoire peut se mettre sous la forme:

$$m_e v^\mu = p^\mu + \tilde{F}^{\mu\nu} p_\nu \quad (2.90)$$

à l'ordre 0 en $\tilde{F}^{\mu\nu}$ nous retrouvons la relation classique entre le moment de l'électron et sa vitesse:

$$p^\mu = m_e v^\mu + \mathcal{O}(0)$$

A l'ordre 1 en $(\tau_r e \mathbf{E} / m_e c)$ nous obtenons:

$$p^\mu = m_e v^\mu - \tilde{F}^{\mu\nu} v_\nu + \mathcal{O}(\tilde{F}^{\mu\nu})$$

En généralisant à l'ordre n , nous obtenons l'expression complète du quadrivecteur impulsion [Sokolov et al. 2011]:

$$p = m_e \sum_{n \geq 0} (-1)^n \left(\tilde{F} \right)^n . \dot{x} \quad (2.91)$$

Les indices ont été omis dans l'équation précédente et nous avons $\tilde{F} . \dot{x} = \tilde{F}^{ik} \dot{x}_k$, $\tilde{F}^2 . v = \tilde{F} . \tilde{F} . \dot{x} = \tilde{F}^{ik} \tilde{F}_{kl} \dot{x}^l$ etc. Le quadrivecteur moment de l'électron est une série infinie dépendant du tenseur électromagnétique et du quadrivecteur de

l'électron. Ceci est une grande différence avec le modèle de Lorentz-Abraham-Dirac, où le quadrivecteur moment de l'électron est exprimé par $p^\mu = m_e \dot{x}^\mu$. Ici, le quadrivecteur moment de l'électron est une série entière convergente si le champ appliqué à l'électron dans le référentiel du laboratoire est tel que :

$$\frac{\tau_r}{m_e c} \|\mathbf{F}_{Le}\| \ll 1 \quad (2.92)$$

Comme il a été vu en section (2.3.2) ce champ critique $m_e c^2 / c \tau_r$ est beaucoup plus grand que le champ de Schwinger. Afin de rester dans un cadre classique, la condition (2.92) devient :

$$\|\mathbf{F}_{Le}\| \ll e \|\mathbf{E}_s\| \quad (2.93)$$

Finalement, en supposant les hypothèses précédentes à propos de l'amplitude appliquée à l'électron, nous en déduisons la limite de la série entière exprimant le quadrivecteur moment de l'électron :

$$p^\mu = m_e \sum_{n \geq 0} (-1)^n \left(\tilde{F} \right)^n \cdot \dot{x} = \frac{m_e \dot{x}^\mu}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} \quad (2.94)$$

En réinjectant l'expression du quadrivecteur moment de l'électron (2.94) dans l'équation régissant la trajectoire de l'électron (2.88), nous obtenons l'équation suivante en formulation vectorielle :

$$\frac{d\mathbf{x}_e}{dt} = \frac{\mathbf{v}_e}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} + \frac{\tau_r}{m_e} \frac{F^{\mu\nu} v_\nu}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} \quad (2.95)$$

Avec :

$$\frac{\mathbf{v}_e}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} = \mathbf{v}_e - \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le}) \frac{\mathbf{v}_e}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})},$$

et $-e F^{\mu\nu} v_\nu = \mathbf{F}_{Le}$, nous en déduisons immédiatement l'expression vectorielle pour l'équation de la trajectoire :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}_e}{dt} = c (\beta_e + \delta\beta_e) \\ \delta\beta_e = \frac{\tau_r}{m_e c} \frac{\mathbf{F}_{Le} - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \beta_e) \beta_e}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} = \frac{(\tau_r/c) \gamma_e \mathbf{w}_e}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} \end{cases} \quad (2.96)$$

Le terme $c\delta\beta_e$ rend compte du moment de recul engendré par l'émission de photon durant le temps d'accélération de l'électron noté $t_{acc} = c\beta/\ddot{\mathbf{x}}_e$, où $\ddot{\mathbf{x}}_e$ est l'accélération de l'électron. En dérivant l'équation de la trajectoire (2.3.3) par rapport au temps on peut montrer que l'accélération de l'électron s'écrit :

$$\ddot{\mathbf{x}}_e = \frac{1}{\gamma_e m_e} \left[\dot{\mathbf{p}}_e - \left(\frac{\dot{\mathbf{p}}_e \cdot \mathbf{p}_e}{\gamma_e^2 m_e^2 c^2} \mathbf{p}_e \right) \right] + \tau_r \gamma_e \dot{\mathbf{w}}_e + \tau_r \mathbf{w}_e \frac{\dot{\mathbf{p}}_e \cdot \mathbf{p}_e}{\gamma_e} \quad (2.97)$$

où $\mathbf{w}_e \equiv \frac{d\mathbf{v}_e}{dt}[0] = \frac{\mathbf{F}_{Le} - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \boldsymbol{\beta}_e) \boldsymbol{\beta}_e}{\gamma_e m_e}$ est l'accélération de l'électron à l'ordre 0 en $(\tau_r e \|\mathbf{E}\| / m_e c)$. Dans la plupart des situations, la norme du terme $c\delta\boldsymbol{\beta}_e$ est bien plus petite que la vitesse de l'électron. Néanmoins, cela n'est pas toujours le cas. Par exemple, dans le référentiel de l'électron, sa vitesse est nulle alors que la norme du moment de recul peut être différente de zéro. D'un point de vue interaction laser-plasma, la condition stipule que l'intensité laser correspondant (en ordre de grandeur) au champ auquel est soumis l'électron, soit bien plus petite que $\sim 4 \times 10^{25} \text{W/cm}^2$. Comme indiqué, ce terme perturbatif $\delta\boldsymbol{\beta}_e$ a pu être exprimé via $\mathbf{w}_e$. Le deuxième terme au dénominateur du terme $\delta\boldsymbol{\beta}_e$ prend en compte la saturation des pertes par rayonnement pour un électron soumis à des champs ultra-intenses. Cet aspect n'est pas pris en compte dans l'équation de Landau-Lifshitz. De la même façon que précédemment nous obtenons la forme vectorielle de (2.88) pour l'équation du moment de l'électron. Finalement, les équations de Sokolov s'écrivent:

$$\frac{d\mathbf{p}_e}{dt} = \mathbf{F}_{Le} \underbrace{-e\delta\mathbf{v}_e \times \mathbf{B} - \gamma_e^2 (\delta\boldsymbol{\beta}_e \cdot \mathbf{F}_{Le}) \boldsymbol{\beta}_e}_{\mathbf{F}_{rad}}, \quad \frac{d\mathbf{x}_e}{dt} = c(\boldsymbol{\beta}_e + \delta\boldsymbol{\beta}_e) \quad (2.98)$$

La première équation décrit la dynamique de l'électron alors que la deuxième équation est reliée à un phénomène cinétique. L'apparition d'un deuxième terme perturbatif dans l'équation de la trajectoire de l'électron nécessite une nouvelle définition de la vitesse. En considérant que la vitesse de l'électron est une entité qui peut être mesurable, la seule chose qu'on soit susceptible de détecter est bien la variation de la trajectoire de l'électron d'un point A à un point B, au cours du temps. Par conséquent, la vitesse réelle de l'électron est bien la somme vectorielle des termes $\mathbf{v}_e$ et $\delta\mathbf{v}_e$. C'est une des principales différences avec l'équation de Landau-Lifshitz pour laquelle la variation temporelle de la trajectoire de la particule est directement égale à sa vitesse notée $\mathbf{v}_e$.

Le premier avantage à propos du modèle de Sokolov est qu'il constitue une renormalisation exacte de l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac. Contrairement à l'équation de Landau-Lifshitz, le modèle de Sokolov conserve de manière exacte le quadrivecteur énergie-impulsion de l'électron. De plus comme nous le verrons dans la suite, ce modèle peut être étendu aux domaines faiblement quantiques, en renormalisant τ_r . Ceci permet d'accéder à des régimes faiblement quantiques tout en gardant un formalisme classique pour la dynamique de l'électron. L'implémentation des pertes par rayonnement dans l'équation du mouvement de l'électron sera discutée en section relative à l'aspect numérique. Nous pouvons, à l'aide de l'équation (2.98), établir l'évolution de l'énergie totale $\mathcal{E}_e$ de l'électron accéléré. En multipliant par $\frac{d\mathbf{x}_e}{dt}$ l'équation d'évolution du moment de l'électron nous pouvons obtenir

l'équation régissant l'évolution de l'énergie de l'électron au cours du temps:

$$\boxed{\frac{d\mathcal{E}_e}{dt} = -e\mathbf{E} \cdot (\mathbf{v}_e + \delta\mathbf{v}_e) - \gamma_e^2 (\delta\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} \quad (2.99)$$

le terme $\delta\mathbf{v}_e$ engendre un courant de la forme $\delta(x)\delta\mathbf{v}_e$ où $\delta(x)$ représente la position de l'électron, via une distribution de Dirac. Dans la partie cinétique nous verrons que ce terme se retrouve dans l'équation de transport de l'énergie des électrons, homogène à un courant de la forme $n_e\delta\mathbf{v}_e$. Ce terme rend compte de la quantité de mouvement qui est transférée à l'électron lors de son interaction avec les forces extérieures, identique à l'intervalle de temps durant lequel il est accéléré.

Lien entre l'auto-force et le spectre du rayonnement

Nous rappelons l'expression de la puissance rayonnée par unité d'angle solide et de fréquence, par un électron:

$$\frac{d^2I}{d\Omega d\omega} = \delta\left(\Omega - \frac{\mathbf{p}_e}{\|\mathbf{p}_e\|}\right) \gamma_e^2 (\delta\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le}) S\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right), \quad (2.100)$$

formule équivalente à celle exposée en section 2.2.5. Lorsqu'on intègre la puissance rayonnée d'un électron sur toutes les directions et sur toutes les fréquences, nous obtenons identiquement le terme de perte présent dans l'équation d'évolution de l'énergie de l'électron:

$$\int \frac{d^2I}{d\Omega d\omega} d\Omega d\omega = \gamma_e^2 (\delta\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le}) \quad (2.101)$$

Nous reviendrons sur ces aspects plus en détail, dans la partie relative aux équations cinétiques des particules du plasma. Nous verrons notamment comment le terme de perte, est pris en compte dans l'équation cinétique des photons et qu'il implique la non conservation de l'énergie des électrons.

2.3.4 Mouvement d'un électron dans une onde plane

Afin de mieux comprendre le rôle des termes radiatifs dans l'équation de Sokolov, nous nous intéressons à la résolution de ces équations pour un électron soumis à une onde plane. Nous allons chercher la solution de ces problèmes à l'ordre 1 ($\chi_e \ll 1$). Nous suivons l'approche développée par A. Di Piazza [Di Piazza 2008], où l'équation de Landau-Lifshitz est résolue de façon exacte dans le cadre d'une onde plane. Dans cette section, le moment de

l'électron est noté $\mathbf{p}$ et la position de l'électron est notée $\mathbf{x}$. On rappelle les équations de Sokolov sous forme quadri-vectorielle:

$$\dot{p}^\mu = -eF^{\mu\nu}\dot{x}_\nu - \frac{\tau_r f_L^2}{m_e^2 c^2} p^\mu, \quad (2.102)$$

$$\dot{x}^\mu = \frac{p^\mu}{m_e} + \frac{\tau_r}{m_e} f_L^\mu \quad (2.103)$$

On se place dans un système de coordonnées défini par la phase de l'onde ϕ :

$$\phi = n^\mu x_\mu = nx = \omega t - kx \quad (2.104)$$

où $n^\mu = (\frac{\omega}{c}, \mathbf{k}) = k(1, \mathbf{n})$ est le quadrivecteur d'onde attaché à l'onde plane se propageant dans la direction $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$. Pour simplifier, nous supposons une onde plane se propageant suivant l'axe des x , c'est à dire $\mathbf{n} = \mathbf{e}_x$. Nous travaillons dans la jauge de Lorenz stipulant que $\partial_\mu A^\mu(\phi) = 0$. Le quadrivecteur potentiel associé à l'onde plane s'écrit de la manière suivante:

$$A^\mu(\phi) = \left(0, 0, a_1 \frac{m_e c}{e} \psi_1(\phi), a_2 \frac{m_e c}{e} \psi_2(\phi)\right) \quad (2.105)$$

où, $a_0 \simeq 0.85 \sqrt{I_{[10^{18} \text{ W/cm}^2]} \lambda_{L[\mu\text{m}^2]}^2}$ peut être exprimé en fonction de l'intensité I de l'onde plane. Les fonctions scalaires $\psi_1(\phi)$ et $\psi_2(\phi)$ sont définies de la manière suivante:

$$\psi_1(\phi) = \sin(\phi), \quad \psi_2(\phi) = \cos(\phi) \quad (2.106)$$

$$a_1 = a_2 = a_0 / \sqrt{2} \text{ dans le cas d'une polarisation circulaire} \quad (2.107)$$

$$a_1 = a_0 \text{ et } a_2 = 0 \text{ dans le cas d'une polarisation linéaire} \quad (2.108)$$

On dérive par rapport au temps l'équation de la trajectoire de l'électron, et en exprimant $\dot{p}^\mu$ via l'équation (2.102), nous obtenons:

$$m_e \ddot{x}^\mu - \tau_r \dot{f}_L^\mu = -eF^{\mu\nu}\dot{x}_\nu - \frac{\tau_r f_L^2}{m_e^2 c^2} m_e p^\mu \quad (2.109)$$

On multiplie l'équation (2.103) par n_μ . Du fait qu'on considère une onde électromagnétique, cela implique que $n^\mu f_{L,\mu} = 0$ (voir annexe 7.2) et par conséquent $n^\mu p_\mu \equiv m_e n^\mu v_\mu = m_e n^\mu \dot{x}_\mu$. Autrement dit, du fait du caractère transverse de l'onde, le terme $\tau_r / m_e f_L^\mu$, propre au modèle de Sokolov, n'intervient pas dans la résolution de l'équation de l'impulsion de l'électron. Cet aspect n'est plus valable dans le cas d'une onde longitudinal ou dans le cas d'une force centrale du fait que $n^\mu f_{L,\mu} \neq 0$. Comme x^μ , $\dot{x}^\mu$ et $\ddot{x}^\mu$ forment

une base orthogonale et que n_μ est colinéaire à x^μ , nous obtenons l'équation d'évolution de ϕ régissant le mouvement de l'électron dans l'onde:

$$\frac{d^2\phi}{d\tau^2} - \frac{\tau_r f_L^2}{m_e^2 c^2} \frac{d\phi}{d\tau} = 0 \quad (2.110)$$

Pour la résolution de ce problème nous nous plaçons dans le référentiel de l'onde en exprimant toutes les quantités en fonction de la variable ϕ . Nous obtenons la relation liant le temps propre de l'électron, ' τ ' à la phase de l'onde:

$$\frac{d\tau}{d\phi} = \left(\frac{d\phi}{d\tau} \right)^{-1} = \frac{1}{(n^\mu v(\phi)_\mu)} \quad (2.111)$$

En exprimant de manière explicite le terme f_L^2 (un développement détaillé est effectué en annexe 7.2), l'équation (2.110) s'écrit:

$$\frac{d^2\tau}{d\phi^2} = \frac{\tau_r e^2}{m_e^2 c^2} \left[\left(\psi'_1(\phi) \right)^2 a_1^2 + \left(\psi'_2(\phi) \right)^2 a_2^2 \right] \quad (2.112)$$

L'étape suivante consiste à exprimer l'équation du mouvement de l'électron dans le référentiel de l'onde. Nous pouvons obtenir l'expression générale de $\rho \equiv n^\mu v_\mu(\phi) = n v(\phi)$ comme une fonction de ϕ , telle que:

$$\rho_\phi = \frac{\rho_0}{h(\phi)} = \frac{d\phi}{d\tau} \quad (2.113)$$

Le paramètre

$$\rho_0/\omega = (nv_0)/\omega = \gamma_0 (1 - \beta \cdot \mathbf{n}), \quad (2.114)$$

est le facteur de Doppler. Il dépend des conditions initiales définissant le mouvement de l'électron par rapport à l'onde laser. Ce facteur atteint une valeur maximale égale à 2γ , lorsque la particule se propage à rebours de l'onde plane à une vitesse proche de celle de la lumière. Ce facteur de Doppler tend vers 0 pour un électron relativiste se propageant dans le même sens que l'onde. Il est lié aux conditions initiales et notamment à la valeur initiale de la phase ϕ_0 . Finalement, nous en déduisons l'expression de $h(\phi)$ en intégrant l'équation (7.17) sur l'intervalle $[\phi_0; \phi]$, à l'ordre 1 en $(a_0 \omega_L \tau_r)$:

$$h(\phi) = 1 + \rho_0 \tau_r \int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi \left[\left(\psi'_1(\varphi) \right)^2 a_1^2 + \left(\psi'_2(\varphi) \right)^2 a_2^2 \right] \quad (2.115)$$

A présent, nous écrivons l'équation du moment de l'électron dans le référentiel de l'onde en utilisant la transformation suivante:

$$\frac{d}{d\phi} = \frac{d}{d\tau} \frac{d\tau}{d\phi} = \frac{d}{d\tau} \frac{h(\phi)}{\rho_0} \quad (2.116)$$

En posant $\mathcal{F}_j(\phi) \equiv \int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi h(\varphi) \psi'_j(\varphi)$, nous pouvons montrer que le quadri-vecteur vitesse de l'électron s'écrit (voir annexe 7.2):

$$\begin{aligned} v^\mu(\phi) = & \frac{1}{h(\phi)} \left(v_0^\mu - \frac{c^2}{2\rho_0} [h^2(\phi) - 1] n^\mu \right) \\ & - \frac{c}{h(\phi)} [\mathcal{F}_1(\phi) \zeta_1^{\mu\nu} + \mathcal{F}_2(\phi) \zeta_2^{\mu\nu}] v_{0,\nu} \\ & + \frac{c^2}{2h(\phi)\rho_0} [a_1^2 \mathcal{F}_1^2(\phi) + a_2^2 \mathcal{F}_2^2(\phi)] n^\mu \end{aligned}$$

Nous avons posé: $\zeta_j^{\mu\nu} \equiv n^\mu a_j^\nu - n^\nu a_j^\mu$. Davantage de détails sont disponibles en annexe 7.2. De là, nous en déduisons explicitement les expressions des composantes v^μ :

$$\gamma(\phi) = \frac{1}{h(\phi)} \left[\gamma_0 + \frac{1}{2\gamma_0(1-\beta \cdot \mathbf{n})} (h^2(\phi) - 1) \right] + \quad (2.117)$$

$$+ \frac{1}{h(\phi)} \left[\frac{1}{2\gamma_0(1-\beta \cdot \mathbf{n})} (a_1^2 \mathcal{F}_1(\phi)^2 + a_2^2 \mathcal{F}_2(\phi)^2) + [\mathcal{F}_1(\phi) \zeta_1^{0,\nu} + \mathcal{F}_2(\phi) \zeta_2^{0,\nu}] p_{0,\nu} \right]$$

$$\gamma\beta_x(\phi) = \frac{1}{h(\phi)} \left[\epsilon_\pm \gamma_0 \beta_0 + \frac{1}{2\gamma_0(1-\beta_x)} [h^2(\phi) - 1] \right] + \quad (2.118)$$

$$+ \frac{1}{h(\phi)} \left[\frac{1}{\gamma_0(1-\beta \cdot \mathbf{n})} (a_1 \mathcal{F}_1 \gamma_{y,0} \beta_{y,0} + a_2 \mathcal{F}_2 \gamma_{z,0} \beta_{z,0}) + \frac{1}{2\gamma_0(1-\beta_x)} (a_1^2 \mathcal{F}_1^2 + a_2^2 \mathcal{F}_2^2) \right]$$

Le paramètre $\epsilon_\pm$ est défini tel que:

$$\epsilon_\pm = \cos(\mathbf{k}, \mathbf{v}_e) \quad (2.119)$$

$$\gamma\beta_y(\phi) = \frac{1}{h(\phi)} [\gamma_0 \beta_{y,0} + a_1 \mathcal{F}_1(\phi)] \quad (2.120)$$

$$\gamma\beta_z(\phi) = \frac{1}{h(\phi)} [\gamma_0 \beta_{z,0} + a_2 \mathcal{F}_2(\phi)] \quad (2.121)$$

La fonction $h(\phi)$ (7.19) rend compte de l'irréversibilité du quadri-vecteur moment dû à la force de la réaction du rayonnement, équivalente à une force de friction dans le cas classique. En d'autres termes, le paramètre $h(\phi)$ stipule la violation de la loi de conservation $\gamma(\phi) - p_x(\phi) = \gamma_0 - p_{x0}$ qui est valable lorsque l'auto-force est négligeable. En soustrayant entre elles les équations (2.3.4) et (2.3.4), et avec $h(\phi_0) = 1$ nous obtenons la relation suivante:

$$h(\phi) \left(\gamma(\phi) - \frac{p_x(\phi)}{m_e c} \right) = h(\phi_0) \left(\gamma_0 - \frac{p_{x0}}{m_e c} \right) \quad (2.122)$$

De même, les lois de conservation pour les composantes p_y et p_z sont déduites:

$$h(\phi)p_y(\phi) - m_e c a_1 \mathcal{F}_1(\phi) = h(\phi_0)p_{y0}(\phi) - m_e c a_1 \mathcal{F}_1(\phi_0), \quad (2.123)$$

$$h(\phi)p_z(\phi) - m_e c a_2 \mathcal{F}_2(\phi) = h(\phi_0)p_{z0}(\phi) - m_e c a_2 \mathcal{F}_2(\phi_0) \quad (2.124)$$

Par ailleurs, lorsque la réaction du rayonnement est considérée la pulsation du laser dans le référentiel de l'électron, notée ω' , n'est plus constante au cours de l'interaction, mais dépend de la fonction $h(\phi)$ par:

$$\omega' = \frac{1}{h(\phi)} \rho_0 \quad (2.125)$$

Comme $h(\phi)$ est une fonction croissante, il s'avère qu'au cours de l'interaction la fréquence du champ laser diminue dans le référentiel de l'électron. Lorsque les pertes par rayonnement sont négligeables ($h=1$), nous retrouvons les solutions exposées dans la référence [Gibbon 2007]. A présent, nous pouvons en déduire facilement la variation de la trajectoire de l'électron. En utilisant l'équation de la trajectoire de l'électron (2.88) via les équations de Sokolov, les coordonnées spatio-temporelles de l'électron s'écrivent:

$$x^\mu(\phi) = x_0^\mu + \frac{1}{\rho_0} \left[\int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi h(\varphi) v^\mu(\varphi) + \underbrace{\tau_r [\mathcal{F}_1(\phi) \zeta_1^{\mu\nu} + \mathcal{F}_2(\phi) \zeta_2^{\mu\nu}] v_\nu}_{\text{dû au moment de recul des photons}} \right] \quad (2.126)$$

On en déduit l'expression des composantes de $x^\mu(\phi)$:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau(\phi_0) + \frac{1}{\rho_0} \int_{\phi_0}^{\phi} [h(\varphi) \gamma(\varphi) + h(\phi) \omega \tau_r (\mathcal{F}_1 a_1 \gamma \beta_y + \mathcal{F}_2 a_2 \gamma \beta_z)] d\varphi, \\ x(\phi) &= x(\phi_0) + \frac{c}{\rho_0} \int_{\phi_0}^{\phi} [h(\varphi) \gamma \beta_x(\varphi) + h(\varphi) \tau_r \omega (\mathcal{F}_1 a_1 \gamma \beta_y(\varphi) + \mathcal{F}_2 a_2 \gamma \beta_z(\varphi))] d\varphi, \\ y(\phi) &= y(\phi_0) + \frac{c}{\rho_0} \int_{\phi_0}^{\phi} [h(\varphi) \gamma \beta_y(\varphi) - \rho_0 \tau_r \mathcal{F}_1 a_1] d\varphi, \\ z(\phi) &= z(\phi_0) + \frac{c}{\rho_0} \int_{\phi_0}^{\phi} [h(\varphi) \gamma \beta_z(\varphi) - \rho_0 \tau_r \mathcal{F}_2 a_2] d\varphi. \end{aligned}$$

Nous remarquons que le terme du moment de recul des photons générés durant le temps d'accélération de l'électron joue un rôle non négligeable dans

l'évolution de la trajectoire de la particule. Ce dernier rend plus compliquée l'expression de la trajectoire de l'électron par rapport à l'approche faite par Di Piazza, avec l'équation de Landau-Lifshitz. Par ailleurs, l'expression du quadrivecteur vitesse de l'électron dans le cas du modèle de Sokolov est relativement plus simple que lorsque nous considérons l'équation de Landau-Lifshitz. Néanmoins, ces solutions (2.117) sont similaires à celles établies par Di-Piazza [Di Piazza 2008]. La principale différence réside dans le fait que les intégrales $\mathcal{F}_j$ soient plus simples dans le cas des équations de Sokolov. A présent, considérons deux cas académiques pour le type d'onde choisi:

- Champ électromagnétique polarisé linéairement,
- Champ électromagnétique polarisé circulairement.

Champ électromagnétique polarisé linéairement

Nous considérons un champ électromagnétique polarisé linéairement de la forme $\mathbf{E} = E \cos(\phi) \mathbf{e}_y$ se propageant suivant x comme l'indique la phase $\phi = \omega t - kx$. Nous supposons les conditions initiales suivantes:

- $\beta_{0,y} = 0$
- $\beta_{0,z} = 0$

En conséquence, le facteur de Doppler (2.114) peut se mettre sous la forme: $\rho = \omega \sqrt{\frac{1-\beta_x}{1+\beta_x}}$. L'onde électromagnétique se propage vers les x positifs. Nous en déduisons les expressions de $h(\phi)$ et $\mathcal{F}_1$:

$$h(\phi) = 1 + \frac{\omega \tau_r a_0^2}{2} \sqrt{\frac{1-\beta_{x,0}}{1+\beta_{x,0}}} [(\phi - \phi_0) - (\cos(2\phi) - \cos(2\phi_0))] \quad (2.127)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1 = & \cos(\phi)h(\phi) - \cos(\phi_0) + \frac{\omega \tau_r a_0^2}{4} \sqrt{\frac{1-\beta_{x,0}}{1+\beta_{x,0}}} [\cos(\phi) - \cos(\phi_0)] \\ & - \frac{\omega \tau_r a_0^2}{2} \sqrt{\frac{1-\beta_{x,0}}{1+\beta_{x,0}}} \left[\sin(\phi) - \sin(\phi_0) + \frac{5}{6} [\cos(\phi) \cos(2\phi) - \cos(\phi_0) \cos(2\phi_0)] \right] \\ & + \frac{\omega \tau_r a_0^2}{12} \sqrt{\frac{1-\beta_{x,0}}{1+\beta_{x,0}}} [\sin(\phi) \sin(2\phi) - \sin(\phi_0) \sin(2\phi_0)] \end{aligned} \quad (2.128)$$

La figure 2.6 montre l'évolution de la composante longitudinale de l'impulsion de l'électron en fonction de la phase $\phi = (\omega t - kx)$. Sur le panel a), nous

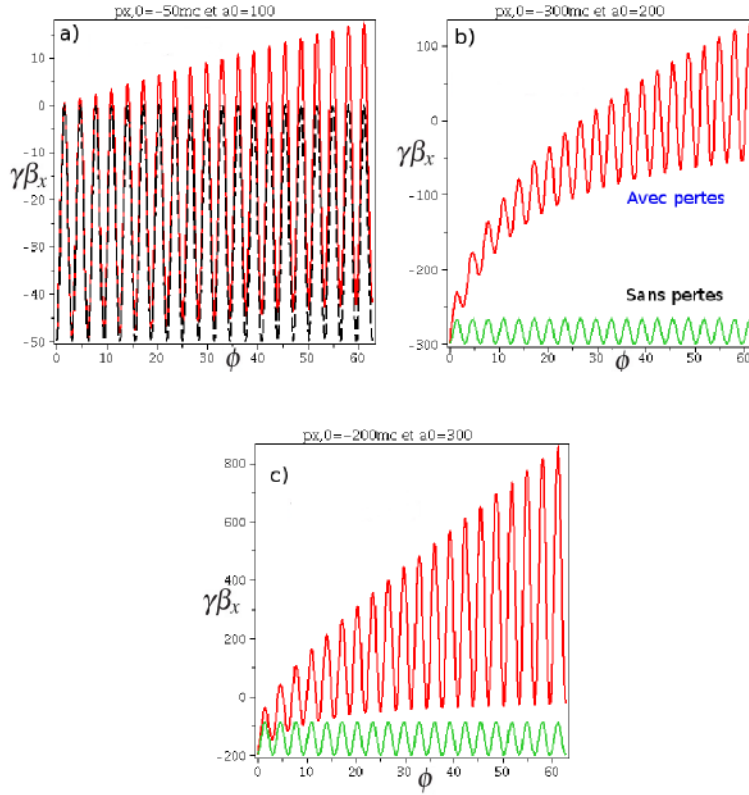


Figure 2.6: Evolution de $\gamma\beta_x$ en fonction de ϕ . (a): $a_0 = 100$ et $\gamma_0\beta_{x,0} = -50$, régime où l'influence de la réaction du rayonnement demeure faible par rapport à celle de la force de Lorentz. (b): $a_0 = 200$ et $\gamma_0\beta_{x,0} = -300$. (c): $a_0 = 300$ et $\gamma_0\beta_{x,0} = -200$. En traits pleins rouges: avec pertes par rayonnement. En traits pleins verts: sans pertes par rayonnement.

constatons que l'effet des pertes par rayonnement est relativement faible sur l'évolution de la composante x du moment de l'électron, $\gamma\beta_x$. L'électron se déplace alors avec une vitesse de dérive constante $\beta_{xd} = \frac{a_0^2}{a_0^2 + 4}$. Sur le panel b), les pertes par rayonnement ont une influence notable sur le moment de l'électron. Nous assistons à un retournement progressif de la trajectoire de l'électron par rapport à la propagation de l'onde. Les pertes par rayonnement induisent un décalage vers les x positifs. Evidemment, plus les paramètres a_0 et $\gamma_0\beta_{x,0}$ sont importants, plus les pertes par rayonnement seront remarquables. Néanmoins pour un même produit $a_0\gamma_0\beta_{x,0}$ avec différentes valeurs de a_0 et $\gamma_0\beta_{x,0}$, l'influence de la réaction du rayonnement n'est pas la même. En effet, l'impulsion de l'électron sera d'autant plus perturbée que $a_0 \geq \gamma\beta_{x,0}$. En effet dans le cas c), $a_0 = 300$ et $\gamma\beta_{x,0} = 200$ (les valeurs de a_0 et $\gamma\beta_{x,0}$ sont inversées par rapport au panel b) de la figure 2.6), la réaction du rayonnement

est beaucoup plus importante induisant un retournement de trajectoire beaucoup plus rapide. Le terme dû aux pertes par rayonnement (deuxième terme de $h(\phi)$ (7.19), (2.127)) est fonction de $\gamma_0 a_0^2$.

Dans le cas où l'électron est initialement au repos ou si $\gamma\beta_{x,0} \geq 0$ les effets des pertes par rayonnement sont beaucoup plus faibles par rapport au cas où l'électron se propage en sens contraire de l'onde. Ceci est dû au fait que le terme dépendant de la réaction du rayonnement $R = h(\phi) - 1$, est lié au facteur de Doppler (2.114). Comme précédemment dit, ce facteur tends vers 0 pour $\beta_x k_x \geq 0$ et $\beta_x \sim 1$. De même les composantes y et z de la quantité de mouvement de l'électron qui oscillent dans le champ laser $\mathbf{E}$ sont γ^2 fois moins affectées par la réaction du rayonnement par rapport à la composante parallèle $\gamma\beta_x$, du moment de l'électron. Ceci se vérifie facilement par l'équation (2.98) en calculant l'amplitude de la force de friction, tout en comparant deux cas: le premier où la vitesse de l'électron est essentiellement longitudinale ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} = 0$) et l'autre où l'électron est doté d'une vitesse perpendiculaire par rapport à la propagation de du champ, ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} = vE$).

Champ électromagnétique polarisé circulairement

Ce cas est similaire au cas précédent avec cette fois ci $\psi_2(\phi) = \sin(\phi)$ et $a_1^\mu = a_2^\mu$. Du fait que $\cos(\phi)^2 + \sin(\phi)^2 = 1$, les expressions de $h(\phi)$, $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont nettement plus simples que dans le cas linéaire. Nous obtenons:

$$\begin{aligned} h(\phi) &= 1 + \sqrt{\frac{1 - \beta_{x,0}}{1 + \beta_{x,0}}} \omega \tau_r a_0^2 (\phi - \phi_0) \\ \mathcal{F}_1 &= \cos(\phi)h(\phi) - \cos(\phi_0) + \sqrt{\frac{1 - \beta_{x,0}}{1 + \beta_{x,0}}} \omega \tau_r a_0^2 [\sin(\phi) - \sin(\phi_0)] \\ \mathcal{F}_2 &= \sin(\phi)h(\phi) - \sin(\phi_0) + \sqrt{\frac{1 - \beta_{x,0}}{1 + \beta_{x,0}}} \omega \tau_r a_0^2 [\cos(\phi) - \cos(\phi_0)] \end{aligned} \quad (2.129)$$

Contrairement à une onde plane polarisée linéairement, la trajectoire de l'électron est une hélice dans le champ électromagnétiques E_y et E_z composant l'onde plane. Il effectue des rotations à la place d'oscillations. Rigoureusement, les oscillations de l'électron dans chaque champ se compensent mutuellement. De plus étant donné que l'électron n'oscille pas, il gagne davantage d'énergie au cours d'un même intervalle de temps par rapport à une onde plane polarisée linéairement. Dans le cas d'un électron ayant $\gamma_0 \gg a_0$, l'énergie de l'électron décroît au cours de l'interaction. En 70 fs, l'électron perd plus de 70% de son énergie. L'électron ne peut gagner de

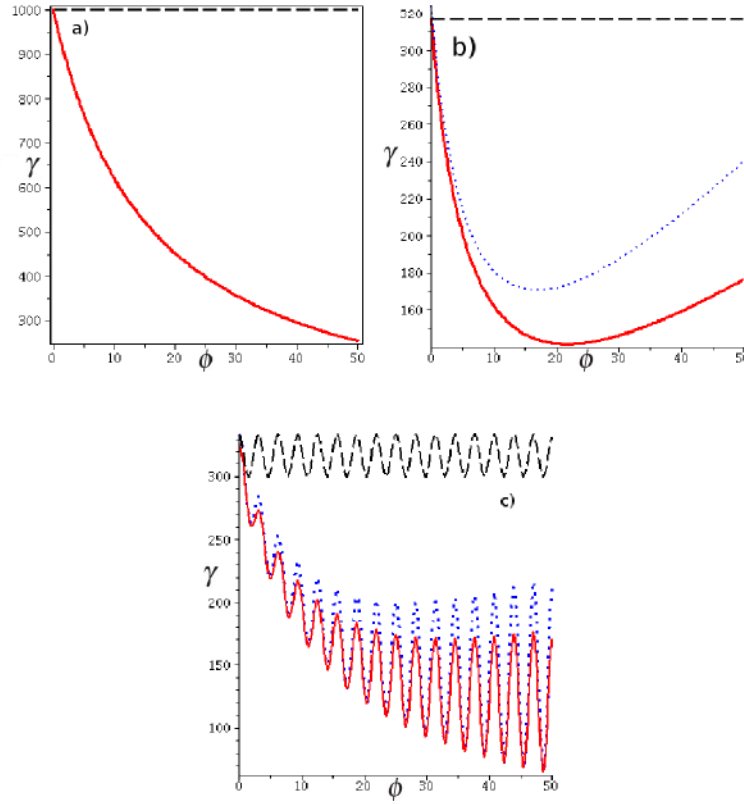


Figure 2.7: Evolution de γ en fonction de ϕ . (a) $a_0 = 100$ et $\gamma\beta_{x,0} = -1000$, polarisation circulaire. (b): $a_0 = 200$ et $\gamma\beta_{x,0} = 500$, polarisation circulaire. (c): $a_0 = 200$ et $\gamma\beta_{x,0} = 500$, polarisation linéaire. En trait rouge: avec la considération des pertes par rayonnement. En traits pointillés: sans la considération des pertes par rayonnement. En points bleus: avec la considération des pertes par rayonnement avec corrections quantiques (2.188)

l'énergie dans l'onde laser du fait que $\gamma_0 \gg a_0$. Ce comportement est très proche de celui publié dans la référence [Hadad et al. 2010], sous les mêmes conditions d'interaction. Par ailleurs, comme dans le cas d'une polarisation linéaire, pour un même produit $a_0\gamma\beta_{x,0}$, les pertes par rayonnement sont plus importantes dans le cas où $a_0 > \gamma$. Dans le cas d'un électron se propageant initialement dans le même sens que l'onde laser, les pertes par rayonnement sont complètement négligeables du fait que le facteur de Doppler tend vers 0. Par ailleurs dans les mêmes conditions avec cette fois un électron qui se propage en sens inverse de l'onde plane, les pertes par rayonnement sont notables et les effets quantiques sont aussi visibles (points bleus) comme le montre la figure 2.7-b.

Les corrections quantiques ont simplement été obtenues en renormalisant le paramètre τ_r par la fonction $q(\chi_e)$ (2.188), dont le paramètre χ_e présente une expression simple dans un champ électromagnétique assimilable à une onde plane (2.66). Nous remarquons que dans le cas où a_0 est du même ordre de grandeur que γ_e , l'énergie de l'électron diminue jusqu'à un certain seuil puis se met à gagner de l'énergie dans l'onde laser comme le montrent les figures 2.7-b et 2.7-c. L'effet peut sembler surprenant du fait que la particule gagne de l'énergie tout en rayonnant. Cela est cohérent avec le fait que toute force dissipative peut induire un gain d'énergie dans un cadre classique. Pour que la particule gagne de l'énergie dans l'onde laser, il faut que son γ_e initial soit de l'ordre de a_0 . Les effets quantiques sont plus importants dans le cas d'une polarisation linéaire induisant une diminution de l'amplitude des oscillations de l'énergie de la particule.

2.3.5 Commentaires sur la force pondéromotrice

Lors d'une interaction laser plasma, le laser interagit avec le plasma en poussant la population d'électrons via la force du champ laser. Cette force connue sous le nom de force pondéromotrice tend à expulser les électrons vers les zones de plus basse intensité. C'est un effet non linéaire dû au terme $\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}$. Il faut en effet des intensités relativistes pour que la force pondéromotrice soit la principale source d'accélération. Nous parlons de régime dominé par la pression de radiation.

En utilisant les lois de conservations (2.122) et (2.124) établies dans la section 2.3.4, nous pouvons en déduire les relations pour les composantes longitudinale et transverse de la quantité de mouvement de l'électron en fonction du quadrivecteur $A^\mu = (A^0, \mathbf{A})$. nous rappelons que le quadrivecteur A^μ est lié aux champs électromagnétiques via les relations suivantes:

$$\begin{cases} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla_r (A^0) \\ \mathbf{B} = \nabla_r \times \mathbf{A} \end{cases}$$

$$\frac{p_{\parallel}}{m_e c} = \gamma_e(\phi) - \frac{1}{h(\phi)} (\gamma_0 - p_{\parallel,0}) \quad (2.130)$$

et

$$p_{\perp} = \frac{1}{h(\phi)} \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \varphi} h(\varphi) d\varphi \quad (2.131)$$

En utilisant le fait que:

$$\gamma_e(\phi) = \sqrt{1 + \frac{\mathbf{p}_{\perp}^2}{(m_e c)^2} + \frac{\mathbf{p}_{\parallel}^2}{(m_e c)^2}}$$

nous pouvons en déduire l'expression explicite de $\gamma_e(\phi)$:

$$\gamma_e(\phi) = \left[1 + \frac{\mathbf{p}_\perp^2}{(m_e c)^2} \right] \frac{h(\phi)}{2\left(\gamma_0 - \frac{p_\parallel}{m_e c}\right)} + \frac{\left(\gamma_0 - \frac{p_\parallel}{m_e c}\right)}{h(\phi)} \quad (2.132)$$

Pour un plasma relativiste et sans tenir compte de l'auto-force l'expression pour la force pondéromotrice est:

$$\mathbf{f}_p = -m_e c^2 \nabla_r \Gamma_e \quad (2.133)$$

où

$$\Gamma = \sqrt{1 + (p_e/m_e c)^2 + a_0^2}$$

D'importants processus non linéaires apparaissent dont les temps caractéristiques sont inférieurs ou de l'ordre de la période laser. En conséquence, la notion de moyenne sur un grand nombre de périodes n'a plus de sens et doit être révisée.

Cette expression nécessite une correction importante dans le cas d'un plasma soumis à une intensité laser ultra-intense, supérieure à 10^{22}W/cm^2 où la force de la réaction du rayonnement devrait y contribuer de manière notable. Cependant pour ces intensités laser très élevées, moyenner ces forces sur la période laser n'est pas justifié. Le mouvement de l'électron peut être fortement perturbé durant des intervalles de temps plus courts que la période laser.

Par ailleurs, pour ces intensités laser, le temps de réponse des ions est très court, de l'ordre de quelques périodes laser dans le cas de protons, comme nous le verrons dans les chapitres 4 et 5 dédiés aux études physiques de cette thèse. Il est par conséquent opportun de considérer l'équation cinétique de transport des ions mais surtout la perturbation de la fonction de distribution δf_i , si l'on pose $f_i = f_{i0} + \delta f_i$ avec f_i la fonction de distribution des ions à l'équilibre et $\delta f_i \ll f_i$. Cet aspect est équivalent au fait qu'à ces intensités la masse effective de l'électron $\gamma_e m_e \sim a_0 m_e$ est de l'ordre de celle des ions. Par conséquent, cela n'a pas de sens de considérer uniquement un développement perturbatif pour la fonction de distribution des électrons.

2.3.6 Electron soumis à un champ magnétique constant

Les effets dus à la réaction du rayonnement sur la dynamique de l'électron deviennent importants lorsque l'amplitude de la force de Lorentz est inférieure à l'amplitude la force de la réaction du rayonnement. En d'autres termes, appliqué à un électron soumis à un champ magnétique uniforme, cela revient à dire que le temps de refroidissement d'un électron (par processus synchrotron

$\simeq 1/\gamma_0^2 \omega_B^2 \tau_r = \tau_B/\gamma_0$) est comparable à la période de rotation de l'électron autour du champ magnétique défini par $T_B = \frac{2\pi\gamma_0}{\omega_B}$ soit $\gamma_0^2 \omega_B \tau_r \sim 1$. Chiu et Canuto ont par ailleurs considéré l'importance des effets quantiques dans le cadre d'émission hautement énergétique de particules chargées localisées dans des pulsars [Plass 1961]. Les effets quantiques commencent à jouer un rôle remarquable sur la dynamique de l'électron lorsque $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar}\gamma_0\omega_B\tau_r$ devient comparable ou supérieur à 1 où $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} = 1/137$ est la constante de structure. Physiquement cela signifie que les effets quantiques sont non négligeables lorsque l'énergie des photons émis, $\hbar\omega_{cr} = \hbar\|(-e\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) \times \mathbf{p}_e\|/p_e^2 \simeq \gamma_0^2 \hbar\omega_B$ par l'électron est comparable à son énergie totale, $\gamma_0 m_e c^2$. En comparant les deux conditions évoquées précédemment, nous remarquons que les effets quantiques deviennent négligeables par rapport aux effets classiques dus à la réaction du rayonnement lorsque l'électron est soumis à un fort champ magnétique et que $\gamma_0 > 4\pi\epsilon_0\hbar/e^2 = 137$ [Shen 1970]. Par conséquent, il est tout à fait raisonnable d'étudier de manière classique le mouvement d'un électron dans un fort champ magnétique pourvu que la condition $\gamma_0 > 137$ soit appliquée.

Nous considérons un électron de facteur relativiste initial γ_0 soumis à un champ magnétique constant tel que $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$. Le moment de l'électron s'écrit:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_\perp + \mathbf{p}_\parallel \quad (2.134)$$

$$\mathbf{p}_\perp = p_x \mathbf{e}_x + p_y \mathbf{e}_y, \mathbf{p}_\parallel = p_z \mathbf{e}_z \quad (2.135)$$

Nous supposons un électron ultra-relativiste tel que $\gamma_0 \gg 1$. En considérant chaque composante du moment de l'électron il est possible d'établir les équations suivantes à partir de l'équation d'évolution de l'électron (2.98):

$$\frac{dp_\perp^2}{dt} = -\frac{2}{\tau_B(m_e c)^2} \frac{p_\perp^4}{\gamma_e}, \quad (2.136)$$

$$\frac{dp_\parallel}{dt} = -\frac{1}{\tau_B(m_e c)} \frac{p_\parallel p_\perp}{\gamma_e} \quad (2.137)$$

Nous avons posé $\tau_B \equiv (\tau_r \omega_B^2)^{-1}$, avec $\omega_B \equiv \frac{eB}{m_e}$, pulsation cyclotron. L'évolution du γ_e de l'électron peut être facilement établie via l'équation (2.99). Dans le cas ultra-relativiste ($\gamma_0 \gg 1$), $\gamma_e(t)$ adopte l'expression suivante:

$$\gamma(t) = \gamma_0 \left(1 + \frac{t\gamma_0}{\tau_B}\right)^{-1} \quad (2.138)$$

Cette expression (2.138) régissant l'évolution du γ de l'électron au cours du temps est bien en accord avec l'expression de γ dans la référence [Shen 1970]

et dans l'équation (2.24), en injectant (2.138) dans (2.136) et en posant $u = p_\perp^2$ nous obtenons l'équation suivante:

$$\frac{du}{u^2} = -\frac{2}{(m_e c)^2 \tau_B \gamma_0} \left(1 + \frac{t \gamma_0}{\tau_B}\right) dt \quad (2.139)$$

Après intégration, nous obtenons l'expression finale de la composante perpendiculaire du moment de l'électron:

$$p_\perp = \frac{p_{\perp,0}}{\left[1 + \frac{2p_{\perp,0}^2/(m_e c)^2}{\gamma_0 \tau_B} t \left(1 + \frac{t \gamma_0}{2\tau_B}\right)\right]^{1/2}} \quad (2.140)$$

Nous considérons à nouveau l'équation du mouvement de l'électron sans le terme dominant en γ_e^2 . En posant $X = p_x + i p_y$, nous obtenons l'équation suivante:

$$\frac{dX}{dt} = i \frac{\omega_B}{\gamma_e(t)} X \quad (2.141)$$

En utilisant le théorème de Moivre et en injectant la contribution du terme dominant pour chaque composante, nous obtenons les composantes p_x et p_y :

$$\begin{aligned} p_x &= \cos\left(\frac{\omega_B}{\gamma_0} t \left[1 + \frac{\gamma_0 t}{2\tau_B}\right]\right) \frac{p_{\perp,0}}{\left[1 + \frac{2p_{\perp,0}^2/(m_e c)^2}{\gamma_0 \tau_B} t \left(1 + \frac{t \gamma_0}{2\tau_B}\right)\right]^{1/2}} \\ p_y &= \sin\left(\frac{\omega_B}{\gamma_0} t \left[1 + \frac{t^2 \gamma_0}{2\tau_B}\right]\right) \frac{p_{\perp,0}}{\left[1 + \frac{2p_{\perp,0}^2/(m_e c)^2}{\gamma_0 \tau_B} t \left(1 + \frac{t \gamma_0}{2\tau_B}\right)\right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (2.142)$$

Maintenant que l'expression de $p_\perp$ (2.140) a été obtenue nous pouvons en déduire l'expression du moment parallèle de l'électron, $p_\parallel$. En injectant l'expression de $p_\perp$ dans l'équation (2.137). C'est une équation du premier ordre en t dont la solution est de la forme $C \exp\left(\int \frac{p_\perp}{\gamma(t)} dt\right)$, où C est une constante à déterminer. Il faut calculer le terme $\int \frac{p_\perp}{\gamma(t)} dt$ afin d'en déduire le facteur dans l'exponentielle. En remarquant que $\gamma(t)$ est la dérivée au facteur près du terme fonction de t au dénominateur de $p_\perp$ (2.140), nous en déduisons la primitive suivante:

$$\begin{aligned} \int \frac{p_\perp}{\gamma(t)} dt &= \frac{p_{\perp,0}}{\gamma_0} \int \frac{\left(1 + \frac{\gamma_0 t}{\tau_B}\right)}{\left[1 + \frac{2p_{\perp,0}^2/(m_e c)^2}{\gamma_0 \tau_B} t \left(1 + \frac{t \gamma_0}{2\tau_B}\right)\right]^{1/2}} dt \\ &= \frac{\tau_B (m_e c)^2}{p_{\perp,0}} \left[1 + \frac{2p_{\perp,0}^2/(m_e c)^2}{\gamma_0 \tau_B} t \left(1 + \frac{t \gamma_0}{2\tau_B}\right)\right]^{1/2} \end{aligned}$$

Nous en déduisons l'expression de $p_{\parallel}$ au cours du temps:

$$p_{\parallel} = p_{\parallel,0} \exp \left(\frac{m_e c}{p_{\perp,0}} - \frac{m_e c}{p_{\perp,0}} \left[1 + \frac{2p_{\perp,0}^2 / (m_e c)^2}{\gamma_0 \tau_B} t \left(1 + \frac{t \gamma_0}{2\tau_B} \right) \right]^{1/2} \right) \quad (2.143)$$

Le premier terme dans l'exponentielle est dû aux conditions initiales de la particule, pour obtenir $p_{\parallel}(t=0) = p_{\parallel,0}$.

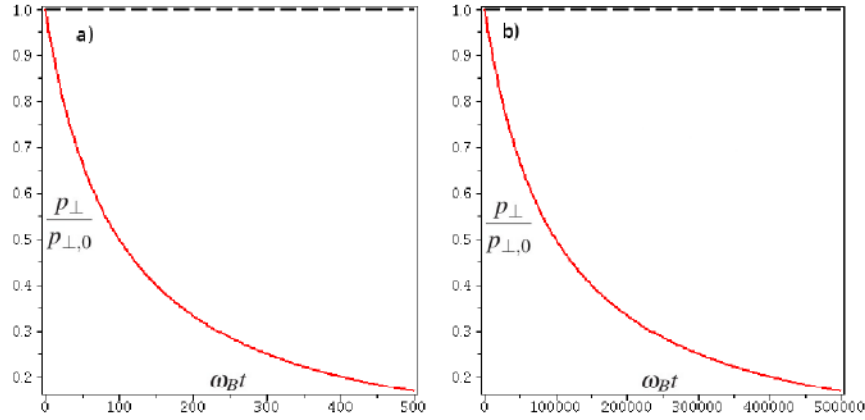


Figure 2.8: $p_{\perp}/p_{\perp,0}$ fonction de $\omega_B t$. (a): $B=10^9\text{T}$ et $\gamma=100$. (b): $B=10^5\text{T}$ et $\gamma=1000$. En trait rouge: avec la considération des pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans la considération des pertes par rayonnement.

Les figures 2.8 et 2.9 montrent l'évolution du moment perpendiculaire et du moment parallèle de l'électron avec et sans la considération des pertes par rayonnement. La composante perpendiculaire du moment de l'électron décroît beaucoup plus rapidement que la composante parallèle, indépendamment des conditions initiales. Dans le cas (a) l'amplitude de $p_{\perp}$ est divisée par 2, 100 fois plus rapidement que l'amplitude de la composante parallèle. Dans le cas (b) cette différence est d'un facteur 1000. L'écart entre la décroissance de l'amplitude de $p_{\perp}$ et celle de $p_{\parallel}$ dépend fortement des conditions initiales, plus précisément du paramètre Q , rendant compte de l'importance des pertes par rayonnement:

$$Q = \gamma_0^2 \tau_r \omega_B \quad (2.144)$$

Plus le paramètre Q est important, plus l'écart sera faible entre la décroissance de $p_{\perp}$ et celle de $p_{\parallel}$.

Les pertes par rayonnement induisent de manière implicite, via le facteur relativiste de l'électron, présent dans la force de Lorentz, une modification de

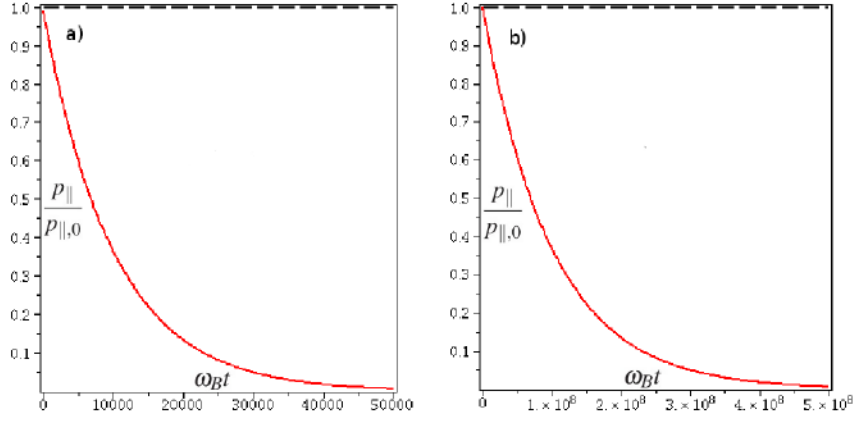


Figure 2.9: $p_{\parallel}/p_{\parallel,0}$ fonction de $\omega_B t$. (a): $B = 10^9 \text{T}$ et $\gamma = 100$. (b): $B = 10^5 \text{T}$ et $\gamma = 1000$. En trait rouge: avec la considération des pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans la considération des pertes par rayonnement.

la rotation dans le champ magnétique. En effet, le mouvement de l'électron n'évolue plus linéairement en temps. Ceci a pour conséquence de diminuer la période de rotation de l'électron, et par conséquent une diminution du rayon de Larmor au cours du temps comme le montre la figure 2.10.

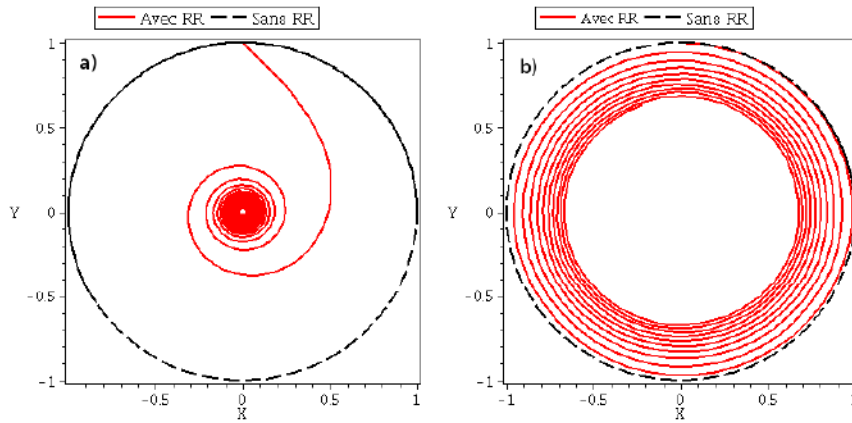


Figure 2.10: Orbite de l'électron dans le plan (X,Y), perpendiculaire à $\mathbf{B}$. (a): $B = 10^9 \text{T}$ et $\gamma = 100$. (b): $B = 10^5 \text{T}$ et $\gamma = 1000$. Les axes sont normalisés au rayon de Larmor initial de l'électron. En trait rouge: avec la considération des pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans la considération des pertes par rayonnement.

En égalant les termes présents dans le cosinus (ou le sinus) (2.142) nous

pouvons en déduire la période de rotation de l'électron, T_p :

$$T_p = \left[\sqrt{1 + 4\pi Q} - 1 \right] \frac{\tau_B}{\gamma_0}, \quad (2.145)$$

$$\tau_B = (\omega_B^2 \tau_r)^{-1} \quad (2.146)$$

L'expression de τ_B a été rappelée. Pour $Q \ll 1$ nous retrouvons à l'ordre 1 en Q , la période de rotation de l'électron, ($T_p = \frac{2\pi\gamma_0}{\omega_B}$). L'énergie de l'électron et le rayon de son orbite décroissent comme $\gamma(t)$ (2.138), en $1/(1 + \gamma_0 t/\tau_B)$. En injectant l'expression de la période de rotation de l'électron (2.146) dans $\gamma(t)/\gamma_0$, nous en déduisons que le rayon de l'orbite et l'énergie de l'électron sont diminués d'un facteur $(1 + 4\pi Q)^{-1/2}$, en accord avec la référence [Shen 1970].

Du fait des pertes par rayonnement, le moment parallèle de l'électron décroît de manière exponentielle, beaucoup plus rapidement que le moment perpendiculaire de l'électron. Du fait de cette anisotropie, il s'ensuit que l'angle d'inclinaison θ_i défini par:

$$\theta_i = \arcsin \left(\frac{v_{\parallel}}{\sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}} \right)$$

est modifié au cours du temps, comme le montre la figure 2.11.

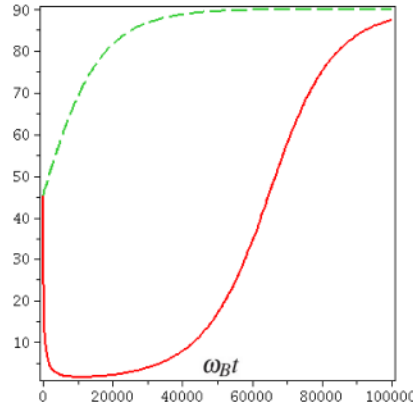


Figure 2.11: Evolution de l'angle d'inclinaison θ_i fonction de ωt . En trait rouge: $B=10^9$ T et $\gamma=100$. En pointillés verts: $B=10^5$ T et $\gamma=1000$.

Dans le cas où le champ magnétique est le plus intense (trait rouge), l'angle d'inclinaison décroît brutalement pour $t \simeq 1fs$ puis il croît de façon exponentielle pour tendre vers 90° à partir de $t \simeq 10fs$. Ceci met en évidence que les pertes par rayonnement ont pour conséquence d'induire d'autres types

de rayonnements que le rayonnement synchrotron. En effet, pour $t < 1fs$ l'angle d'inclinaison tend vers 0 signifiant que le rayon de Larmor de l'électron est extrêmement faible. L'électron n'oscille pas du fait que ce processus se produit à des instants inférieurs à la période de rotation. Dans ce cas nous avons l'inégalité suivante: $\theta_i \ll 1/\gamma$, contrairement au rayonnement synchrotron où l'angle d'inclinaison est beaucoup plus important que l'angle du cône d'émission de l'électron $\simeq 2/\gamma$. Ce type de rayonnement "jitter" a suscité de nombreuses études en astrophysique [Gaensler and Slane 2006]. Dans un cas moins énergétique (traits pointillés verts), l'angle d'inclinaison tend vers 90° à partir de $t \simeq 4ps$. Dans tous les cas, l'électron tend à adopter un rayonnement de type synchrotron. Ce rayonnement caractérise donc des processus engendrant des quantités d'énergie très importantes, comme les processus se manifestant dans les atmosphères des pulsars.

2.4 Approche cinétique

2.4.1 Les équations cinétiques de transport des particules du plasma

Comme décrit précédemment en section 2.3.3, les équations de Sokolov (2.88) décrivent la dynamique d'un seul électron. Il est par conséquent nécessaire d'incorporer ce modèle dans les équations cinétiques régissant le transport des électrons et des photons, dans le but de décrire l'interaction d'une impulsion laser ultra-courte et ultra-intense avec un plasma. Le but de cette section est d'étudier l'influence de la réaction du rayonnement d'un point de vue cinétique sur la dynamique du plasma.

Dans cette section, afin de déterminer les équations cinétiques de transport des électrons et des photons, nous généralisons le formalisme d'Elkina et al., dans la référence [Elkina and Büchner 2006] en prenant en compte la réaction du rayonnement dans l'équation de Vlasov. Une forme conservative pour l'équation de Vlasov est utile pour décrire correctement le transport des photons qui dépend explicitement de la fonction de distribution des électrons, f_e . Nous allons notamment montrer que les formes advective et conservative ne sont plus équivalentes.

L'équation cinétique de transport des électrons

Nous imposons d'abord la conservation du nombre d'électrons, noté N . Cette démonstration reste dans un cadre classique. Les créations de paires ne sont pas prises en compte. Ceci est valable pour des champs tels que la probabilité

de création de paires tende vers 0. Autrement dit, le plasma est supposé transparent pour les photons générés par les électrons ultra-relativistes. La conservation du nombre d'électrons dans l'espace des phases s'écrit:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = 0 \\ N = \int_{\Omega} f_e(\mathbf{r}, \mathbf{p}_e, t) d\mathbf{r} d\mathbf{p}_e \end{cases}$$

où f_e est la fonction de distribution des électrons et $d\Omega = d\mathbf{r} d\mathbf{p}_e$. Nous utilisons le vecteur de l'espace des phases des électrons, $\Omega = \{\mathbf{r}, \mathbf{p}_e\}$ auquel nous associons sa dérivée et son vecteur flux:

$$\nabla = \{\nabla_{\mathbf{r}}, \nabla_{\mathbf{p}_e}\} = \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} \right\} \quad (2.147)$$

$$U = \{U_{\mathbf{r}}, U_{\mathbf{p}_e}\} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \{\dot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{p}}_e\} = \{c(\beta_e + \delta\beta_e), \mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{rad}\} \quad (2.148)$$

On peut alors exprimer l'équation 2.147 en fonction de $\mathbf{R}$:

$$\frac{dN}{dt} = \int_{\Omega} \left[\frac{\partial f_e}{\partial t} + \nabla \cdot (f_e U) \right] d\Omega = 0 \quad (2.149)$$

En utilisant le théorème de Gauss pour le deuxième terme du membre de droite de l'équation (2.149):

$$\oint_{\Omega} \nabla f_e(\mathbf{r}, \mathbf{p}_e, t) \cdot \mathbf{U} d\Omega = \int_{S(\Omega)} f_e(\mathbf{n} \cdot \mathbf{U}) dS$$

où $\mathbf{n} = \frac{\Omega}{\|\Omega\|}$ est le vecteur unitaire et normal de la surface, $S(\Omega)$ délimitant l'espace des phases des électrons. La réaction du rayonnement n'affecte pas le taux de variation du nombre de particules à l'intérieur d'un domaine Ω , puisque celui ci est toujours égal à l'intégrale du flux de f_e à travers la surface $S(\Omega)$.

En explicitant les termes ∇ et $\mathbf{U}$ l'équation conservative de transport des électrons dans le cas d'un plasma non collisionnel s'écrit:

$$\boxed{\frac{\partial f_e}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (f_e c(\beta_e + \delta\beta_e)) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} \cdot (f_e (\mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{rad})) = 0} \quad (2.150)$$

Ce résultat est en accord avec ceux obtenus dans les références [Tamburini et al. 2010], [Hazeltine and Mahajan 2004]. En utilisant les équations (2.147) et (2.149) et l'égalité suivante:

$$\nabla \cdot (f\mathbf{U}) = \nabla f \cdot \mathbf{U} + f \nabla \cdot \mathbf{U},$$

Nous pouvons en déduire la forme advective de l'équation (2.150):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} f_e + c(\beta_e + \delta\beta_e) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} f_e + (\mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{rad}) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} f_e + \\ & f_e \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (c\beta_e + c\delta\beta_e) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} \cdot (\mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{rad}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.151)$$

Les termes de droite de l'identité vectorielle (2.151) sont physiquement reliés à la forme advective et à la contraction du volume de l'espace des phases [Tamburini et al. 2011]. En effet, la variation du volume élémentaire (dV_p) de l'espace des phases des électrons, peut se mettre sous la forme:

$$\frac{dV_p}{dt} = \int_{\Omega} \nabla_{p_e} \cdot \frac{d\mathbf{p}_e}{dt} d\Omega \quad (2.152)$$

Dans le cas d'un électron soumis à des forces non dissipatives telle que la force de Lorentz nous avons $\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} \cdot \mathbf{F}_{Le} = 0$ ce qui implique que le volume de l'espace des phases est conservé. Or dans le cas où la réaction du rayonnement affecte la dynamique de l'électron, nous pouvons montrer que le terme $\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} \cdot \mathbf{F}_{rad}$ est négatif ce qui entraîne une contraction de l'espace des phases (voir Annexe 7.4). Par conséquent, les formes conservatives et advectives régissant le transport des électrons dans un plasma non collisionnel, sont différentes.

Finalement, la forme advective de l'équation de transport des électrons s'écrit:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} f_e + c(\beta_e + \delta\beta_e) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} f_e + (\mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{rad}) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} f_e = -f_e \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (c\delta\beta_e) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} \cdot (\mathbf{F}_{rad}) \right]} \quad (2.153)$$

Le terme dissipatif $-f_e \frac{\partial \mathbf{F}_{rad}}{\partial \mathbf{p}_e}$ dû à la réaction du rayonnement correspond à une perte d'énergie et d'impulsion pour les électrons, s'il n'y a pas d'autres forces en jeu. Cet aspect sera développé en section 2.4.3.

L'équation cinétique de transport des photons

Dans le but de vérifier la conservation de l'énergie totale, il est nécessaire de décrire une autre équation pour la distribution des photons générés par les électrons. Dans le but de décrire le transfert d'énergie entre la population d'électrons et la population de photons, nous considérons une fonction de distribution des photons notée f_γ définie de la manière suivante:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_\gamma &= \hbar\omega \frac{\boldsymbol{\Omega}}{c} \\ \varepsilon_\gamma &= \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{p}_\gamma \hbar\omega f_\gamma \\ d\mathbf{p}_\gamma &= \left(\frac{\hbar\omega}{c}\right)^2 d\left(\frac{\hbar\omega}{c}\right) d\Omega \end{cases} \quad (2.154)$$

L'impulsion d'un photon s'exprime via l'équation (2.4.1). D'un point de vue statistique, la constante $\hbar$ caractérise le volume occupé par le photon dans l'espace des phases. En utilisant l'expression donnant l'intensité rayonnée par unité de fréquence et d'angle solide pour chaque électron (2.53) et en supposant que la totalité de l'énergie perdue par les électrons est transformée en photons nous pouvons en déduire dans le domaine classique (c'est à dire pour $\chi_e \ll 1$) l'équation cinétique de transport des photons:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_\gamma}{\partial t} + c \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\nabla}_r f_\gamma = & \quad (2.155) \\ \frac{\tau_r c^3}{\hbar^4 \omega^3} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{p}_e f_e(\mathbf{p}_e) \frac{\gamma_e^2 \|\mathbf{F}_{Le}\|^2}{m_e \omega_{cr}} (1 - \cos(\psi)^2 \beta_e^2) \delta\left(\boldsymbol{\Omega} - \frac{\mathbf{p}_e}{p_e}\right) S\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right) \\ \psi = (\mathbf{v}_e; \mathbf{E}) \end{aligned}$$

Le terme de gauche décrit l'évolution des photons en temps et en espace, et le terme de droite décrit la source des photons; contribution locale de tous les électrons rayonnant dans la direction $\boldsymbol{\Omega}$ avec l'énergie $\hbar\omega$, en accord avec l'équation (2.53).

Discussions

Les équations cinétiques du transport des électrons (2.150) et des photons (2.155) sont écrites sous une forme standard. En plus des termes convectifs présents sur les parties gauches de chaque équation, le côté droit décrit l'interaction photon-électron, l'émission et l'absorption des photons par les électrons ainsi que les effets de recul dus à la réaction du rayonnement.

Nous supposons que le plasma est transparent pour les photons. En d'autres termes, notre approche se limitant au régime $\chi_e \ll 1$, les champs électromagnétiques impliqués sont suffisamment faibles afin de pouvoir négliger la section efficace de création de paires. Il convient de préciser que la force de friction du rayonnement qui agit d'un point de vue classique comme une force de freinage (2.98), cela correspond à une émission des photons spontanée, donc incohérente. Par conséquent, elle est proportionnelle à l'intensité du rayonnement, c'est à dire au nombre de photons générés. Cette condition d'incohérence stipule que la longueur d'onde moyenne du rayonnement émis par l'électron ($\lambda_{cr} = \frac{2\pi c}{\omega_{cr}}$) est beaucoup plus petite que la distance moyenne entre les électrons, $d \sim n_e^{-1/3}$.

Notre modèle ne tient pas compte de l'émission des photons moins énergétiques. Cela ne pose pas de problème pour deux raisons. D'abord, l'énergie transportée par ces photons est relativement faible dans les cas qui nous

intéressent (conditions ultra-relativistes). De plus, les photons de basses fréquences sont liés à des interactions cohérentes et sont résolus de façon classique par les équations de Maxwell.

Les ions ne sont pas directement affectés par la réaction du rayonnement du fait de leur forte inertie par rapport aux électrons. En effet, pour que la force de réaction du rayonnement soit non négligeable devant la force de Lorentz, il faudrait un champ électromagnétique d'intensité $\sim 10^{22} \times (m_i/m_e)^2 \text{ W/cm}^2$ soit $\sim 3 \times 10^{28} \text{ W/cm}^2$, régime purement quantique pour les électrons et non abordé dans cette thèse. Par ailleurs il sera démontré dans le chapitre 4 que les ions sont affectés par les pertes par rayonnement de manière indirecte, via le champ de séparation de charges E_x . En conséquence, pour les ions, les formes advective et conservative sont équivalentes. En résumé dans le domaine de l'électrodynamique classique ($\chi_e \ll 1$) l'évolution des fonctions de distribution des électrons f_e , des photons f_γ et des ions f_i est régie par le système d'équations suivant, à l'ordre 1 en $(a_0 \omega_L \tau_L)$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (f_e c (\beta_e + \delta \beta_e)) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e} \cdot (f_e (\mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{\text{rad}})) &= 0, \\
\frac{\partial f_\gamma}{\partial t} + c \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla_r f_\gamma &= \\
\frac{\tau_r c^3}{\hbar^4 \omega^3} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{p}_e f_e(\mathbf{p}_e) \frac{\gamma_e^2 \|\mathbf{F}_{Le}\|^2}{m_e \omega_{cr}} (1 - \cos(\psi)^2 \beta_e^2) \delta \left(\boldsymbol{\Omega} - \frac{\mathbf{p}_e}{p_e} \right) S \left(\frac{\omega}{\omega_{cr}} \right), & \\
\frac{\partial f_i}{\partial t} + \nabla_r \cdot (f_i c \beta_i) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \cdot (\mathbf{F}_{Li} f_i) &= 0.
\end{aligned} \tag{2.156}$$

Ce système d'équations modélisant le transport des particules dans le plasma soumis à des champs électromagnétiques extérieurs s'applique uniquement à des électrons (ultra)-relativistes et à un rayonnement émis dont le spectre en énergie est minoré par des énergies de l'ordre du kilo-électron volt afin de respecter la condition d'incohérence du rayonnement. Cet aspect sera discuté dans la section numérique relative à la modélisation du spectre des photons (3.4). De plus, le système d'équations cinétiques (2.156) est uniquement valide dans le cadre de la physique classique et pour un plasma transparent au rayonnement émis sans tenir compte de la production des positrons et des autres particules. Nous verrons dans la suite que ce modèle peut être étendu aux régimes mettant en jeu des processus engendrant de faibles effets quantiques tels que $\chi_e \sim 1$, en renormalisant le paramètre τ_r par une fonction $q(\chi_e)$ dépendant du paramètre χ_e , tout en gardant une approche classique pour les mêmes équations régissant la dynamique d'un électron (2.98).

2.4.2 Emission du rayonnement en fonction de la température du plasma

Nous considérons le rayonnement émis par un plasma en interaction avec une impulsion laser ultra-intense. Nous partons de l'équation cinétique des photons (2.155). Afin de pouvoir obtenir l'équation de transport de la densité d'énergie rayonnée, $\varepsilon_\gamma = \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{p}_\gamma \hbar\omega f_\gamma$, il nous faut intégrer l'équation (2.155) sur $\mathbf{p}_\gamma$ en utilisant les relations (2.4.1) et en introduisant le vecteur de flux $\mathbf{F}_\gamma$:

$$\mathbf{F}_\gamma = \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{p}_\gamma c\hbar\omega f_\gamma \boldsymbol{\Omega} \quad (2.157)$$

En utilisant l'expression explicite du terme dominant (en γ_e^2) de $\mathbf{F}_{\text{rad}}$ via les équations de Sokolov (2.98), ce terme peut se mettre sous la forme:

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = \gamma_e^2 A(\alpha, t) (1 - \cos^2(\psi) \beta_e^2) \mathbf{v}_e + \mathcal{O}(a_0 \omega_L \tau_L)$$

avec,

$$\begin{aligned} A(\alpha, t) &= \tau_r \omega_L \mathcal{G}(\alpha, t) a_0^2 m_e c^2 \omega_L, \\ \alpha &= E_x / E_y, \end{aligned} \quad (2.158)$$

$$\mathcal{G}(\alpha, t) = \begin{cases} g(t) + \alpha^2 & \text{dans le cas d'une polarisation linéaire} \\ 2g(t) + \alpha^2 & \text{dans le cas d'une polarisation circulaire} \end{cases}$$

où $g(t)$ est la fonction du profil temporel de l'impulsion laser

Puis en utilisant le fait que $\int S(x) dx = 1$, nous en déduisons l'équation de transport de l'énergie rayonnée:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_\gamma + \boldsymbol{\nabla}_r \cdot \mathbf{F}_\gamma = W_\gamma} \quad (2.159)$$

avec,

$$W_\gamma = A(\alpha, t) [\mathcal{I}_1 - \mathcal{I}_2] \quad (2.160)$$

et

$$\begin{cases} \mathcal{I}_1 = \int_{\mathbb{R}} \gamma_e^2 f_e d\mathbf{p}_e \\ \mathcal{I}_2 = \int_{\mathbb{R}} \cos^2(\psi) (\gamma_e^2 - 1) f_e d\mathbf{p}_e \\ \psi \equiv (\mathbf{E}, \mathbf{v}_e) \end{cases}$$

Dans le cas d'une fonction de distribution exponentielle relativiste, connue sous le nom de distribution de Maxwell-Jüttner, la fonction de distribution

des électrons s'écrit en fonction de γ_e de la manière suivante:

$$\begin{aligned} f_e &= \frac{n_e}{\theta K_2(1/\theta)} \exp\left(-\frac{\gamma_e - 1}{\theta}\right) \\ \theta &= \frac{T_e}{m_e c^2} \\ K_2(1/\theta) &\simeq 2\theta^2 \text{ pour } \theta \gg 1 \end{aligned} \quad (2.161)$$

En se rapportant à l'annexe 7.3 pour les détails techniques, le terme source W_γ s'écrit, dans le cas ultra relativiste et d'une distribution de Maxwell-Jüttner, de la manière suivante:

$$\boxed{W_\gamma \simeq 6n_e A(\alpha, t) \theta^2} \quad (2.162)$$

Dans le cadre du problème de l'interaction laser plasma qui nous intéresse, la température des électrons peut être estimée par le potentiel ponderomoteur de la manière suivante [Wilks et al. 1992]:

$$T_e = \left(\sqrt{1 + a_0^2} - 1\right) m_e c^2 \quad (2.163)$$

Pour des intensités laser fortement relativistes ($a_0 \gg 1$), La température du plasma est proche de $a_0 m_e c^2$. Le terme source W_γ (2.162) caractérise la puissance émise par unité de volume. Ce terme dépend de a_0 traduisant une forte non-linéarité du rayonnement émis en fonction de l'intensité appliquée. Dans le cas d'une impulsion laser ultra-intense qui interagit avec un plasma surdense on peut estimer l'intensité associée notée I_γ en effectuant l'intégrale de W_γ sur la zone d'interface où le laser interagit fortement avec le champ laser. Nous appelons cette longueur l_{rad} . Il vient que:

$$I_\gamma = \int_{l_{\text{rad}}} W_\gamma dx = l_{\text{rad}} W_\gamma \quad (2.164)$$

Physiquement, le terme $l_{\text{rad}} n_e$ est le nombre d'électrons par unité de surface contribuant au rayonnement émis durant l'interaction entre l'impulsion laser et le plasma.

2.4.3 Conservation de l'énergie du système "électrons+champs"

Nous allons quantifier la perte d'énergie de la distribution électronique sous l'effet du rayonnement. Afin de considérer la loi de conservation de l'énergie,

nous définissons les quantités suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} w(t, \mathbf{r}) = m_e c^2 \int (\gamma_e - 1) f_e(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_e) d\mathbf{p}_e : \text{densité d'énergie cinétique} \\ u(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left[\epsilon_0 \|\mathbf{E}\|^2 + \frac{1}{\mu_0} \|\mathbf{B}\|^2 \right] : \text{densité d'énergie électromagnétique} \\ W_\gamma : \text{densité de puissance du rayonnement émis} \end{array} \right. \quad (2.160)$$

Comme le montre les grandeurs présentées ci-dessus, le rayonnement est séparé en deux catégories. Nous considérons d'une part le rayonnement provenant du champ laser mais aussi du aux champs auto-consistants engendrés dans le plasma, durant l'interaction avec l'impulsion laser. Ces champs auto-consistants peuvent se déduire des équations de Maxwell. Numériquement, ceux ci sont résolus via le maillage employé. Cet aspect sera discuté et détaillé dans le chapitre 3. D'autre part, nous considérons aussi le rayonnement émis par les électrons relativistes, accélérés par les champs ambiants du plasma. Comme évoqué dans la section 2.2, ce rayonnement résulte des harmoniques du champ laser réfléchis par les électrons accélérés. Nous montrerons dans la section 3, que du fait de sa longueur d'onde très courte, ce rayonnement n'est généralement pas résolu numériquement dans les codes de simulation PIC. Par ailleurs, ce rayonnement est supposé ne pas interagir avec le plasma en raison de la section efficace de Compton très faible. Il est toutefois nécessaire que ce rayonnement apparaisse de manière explicite pour la dérivation de la conservation du système "électrons-champs", afin de garantir toute cohérence et éviter toute ambiguïté.

Nous exprimons la dérivée partielle par rapport au temps de w :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = m_e c^2 \int_{\mathbb{R}^3} (\gamma_e - 1) \frac{\partial f_e}{\partial t} d\mathbf{p}_e \quad (2.165)$$

En utilisant l'équation cinétique des électrons sous forme conservative (2.150), nous obtenons l'égalité suivante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} = & -\nabla_{\mathbf{r}} \cdot \int_{\mathbb{R}^3} m_e c^2 (\gamma_e - 1) \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e - \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \int_{\mathbb{R}^3} m_e c^2 (\gamma_e - 1) \delta \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e \\ & - \int_{\mathbb{R}^3} m_e c^2 (\gamma_e - 1) \nabla_{\mathbf{p}_e} \cdot (f_e (\mathbf{F}_r + \mathbf{F}_{Le})) d\mathbf{p}_e \end{aligned}$$

Le dernier terme de droite peut se simplifier en utilisant une intégration par parties telle que:

$$\int_{\mathbb{R}^3} (\gamma_e - 1) \nabla_{\mathbf{p}_e} \cdot (f_e (\mathbf{F}_{\text{rad}} + \mathbf{F}_{Le})) d\mathbf{p}_e =$$

$$[f_e(\gamma_e - 1)]_{\mathbb{R}^3} - \int_{\mathbb{R}^3} \nabla_{p_e}(\gamma_e) \cdot (\mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{rad}) f_e d\mathbf{p}_e$$

Le premier terme de droite est nul du fait que les électrons aient une énergie finie dans le plasma. En utilisant le fait que $\nabla_{p_e} \gamma_e = \mathbf{v}_e / m_e c^2$, l'équation (2.165) s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} = & -m_e c^2 \nabla_r \cdot \int_{\mathbb{R}^3} (\gamma_e - 1) \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e - m_e c^2 \nabla_r \cdot \int_{\mathbb{R}^3} (\gamma_e - 1) \delta \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e \\ & + \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le} f_e d\mathbf{p}_e + \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{rad} f_e d\mathbf{p}_e \end{aligned} \quad (2.166)$$

En utilisant l'équation de Maxwell-Ampère (2.5), l'énergie électromagnétique $u(\mathbf{t}, \mathbf{r})$ peut s'exprimer par le théorème de Poynting:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -\nabla_r \cdot \Pi - \mathbf{j}_e^* \cdot \mathbf{E} \\ \Pi \equiv & \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \text{ , vecteur de Poynting} \\ \mathbf{j}_e^* = & -e \int_{\mathbb{R}} f_e (\mathbf{v}_e + \delta \mathbf{v}_e) d\mathbf{p}_e \end{aligned} \quad (2.167)$$

En combinant les équations (2.166) et (2.168) et en utilisant les équations de Sokolov (2.98) nous pouvons en déduire la loi de conservation de l'énergie du système "électrons + champs électromagnétiques":

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \nabla_r \cdot \boldsymbol{\sigma} = & \quad (2.168) \\ & \underbrace{-\delta \mathbf{j}_e \cdot \mathbf{E}}_{(1)} - \underbrace{A(\alpha, t) \left[\int_{\mathbb{R}^3} (\gamma_e^2 - 1) (1 - \cos(\psi)^2 \beta_e^2) f_e d\mathbf{p}_e \right]}_{(2)} \\ & \underbrace{-m_e c^2 \nabla_r \cdot \int_{\mathbb{R}^3} (\gamma_e - 1) \gamma_e \delta \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e}_{(3)} + \underbrace{\frac{\tau_r \omega_{pe}^2}{c^2 n_e} \Pi \cdot \mathbf{j}_e}_{(4)} \end{aligned}$$

avec,

$$\begin{cases} \mathcal{E} = w + u \\ \boldsymbol{\sigma} = m_e c^2 \int (\gamma_e - 1) \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e + \Pi \\ \mathbf{j}_e = -e \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e \\ \delta \mathbf{j}_e = -e \int_{\mathbb{R}^3} \delta \mathbf{v}_e f_e d\mathbf{p}_e \end{cases}$$

L'équation (2.168) nous montre que l'énergie des électrons n'est plus conservée lorsque la réaction du rayonnement est considérée, du fait des termes présents dans la partie droite de l'équation (2.168). Nous pouvons classer des termes en trois catégories. D'abord le terme (1), est la quantité de mouvement et d'énergie gagnée par l'électron lors de son interaction avec le champ extérieur, pouvant être de nature électromagnétique ou statique. Ce terme est homogène à un courant, qui doit être pris en compte dans l'équation de Maxwell-Ampère, comme nous l'avons vu précédemment, à propos de la dérivation du théorème de Liouville. Le troisième terme, du au moment de recul des photons engendre une modification de la distribution en espace de la fonction de distribution des électrons. En d'autres termes, il modifie le flux de la population d'électrons. Il serait dès lors légitime de placer ce terme dans le terme σ . Néanmoins, pour des raisons pédagogiques il est plus opportun de le considérer dans les termes de droite de l'équation afin de clairement identifier les effets dus au rayonnement. Les termes (2) et (4) sont les termes qui rendent compte de la quantité d'énergie perdue par les électrons accélérés, W_γ (2.160). Cette quantité est émise sous forme de rayonnement, supposé ici ne pas interagir avec le plasma. D'un point de vue cinétique, ces termes sont liés au terme source de l'équation de transport de la densité d'énergie ε_γ des photons (voir équation (2.155) de la section 2.4.1). Il convient de noter que le terme (4) est $\sim \gamma_e^2$ moins important que le terme (4), le rendant négligeable par rapport à ce dernier, dans le cas de plasma ultra-relativistes. Par ailleurs, le terme (4) garantit la conservation de l'énergie entre la quantité de rayonnement émise et la quantité d'énergie par les électrons, quantités qui doivent être identiques. Cet aspect a été abordé en section 2.3.3, dans le cadre de la dynamique d'un électron.

2.4.4 Le temps de refroidissement

Cas d'un électron

Le temps de refroidissement t_{cooling} est défini comme étant le temps caractéristique pendant lequel l'ensemble des électrons a perdu une partie conséquente de son énergie cinétique par émission de rayonnement. Plus rigoureusement, pour un électron, ce temps est le rapport entre l'énergie cinétique et la puissance rayonnée. En appelant $t_{\text{cooling, 1e}^-}$ ce temps caractéristique lié à un seul électron celui ci s'exprime de la manière suivante :

$$t_{\text{cooling, 1e}^-} = \frac{(\gamma_e - 1) m_e c^2}{\gamma_e^2 (\delta \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} \sim \frac{1}{2\pi \gamma_e \omega_L \tau_r a_0^2} T_L \quad (2.169)$$

Cet aspect a été abordé en section 2.2.2, illustrant notamment le temps

de refroidissement d'un électron soumis à un champ magnétique ou dans le cadre de la diffusion Thomson.

Cas d'un plasma d'électrons

Dans la section 2.4.3 nous avons explicité le terme W_γ (2.162), puissance émise par unité de volume dans le cas d'un plasma maxwellien relativiste. En divisant ce dernier terme par la quantité $n_e m_e c^2$, on peut en déduire le temps de refroidissement noté t_r , associé aux électrons du plasma:

$$t_{\text{cooling}} \sim \left[\frac{W_\gamma}{n_e m_e c^2} \right]^{-1} = \frac{m_e c^2}{6A(\alpha, t)\theta^2} \quad (2.170)$$

$$A(\alpha, t) = \tau_r \omega_L \mathcal{G}(\alpha, t) a_0^2 m_e c^2 \omega_L$$

Dans le cas d'un plasma maxwellien-relativiste, le temps de refroidissement prend la forme suivante:

$$t_{\text{cooling}} \simeq \frac{m_e c^2}{6A(\alpha, t)\theta^2} = \frac{1}{12\pi\tau_r\omega_L^2 \mathcal{G}(\alpha, t) a_0^2 \theta^2} T_L \quad (2.171)$$

où T_L est la période laser.

Dans le cas d'un plasma ultra-relativiste, $\|\mathbf{p}_e\|/(m_e c) \sim \gamma_e$ et $\theta \sim a_0$. Nous rappelons que la fonction $\mathcal{G}(\alpha, t)$ (2.159) dépend du champ laser ainsi que du champ de séparation de charges. Celui ci peut être comparable à l'amplitude du champ laser et constituer une source importante d'accélération pour les électrons. Par conséquent, le temps de refroidissement peut s'exprimer en fonction de a_0 :

$$t_{\text{cooling}} \simeq \frac{1}{12\pi\tau_r\omega_L \mathcal{G}(\alpha, t) a_0^4} T_L \quad (2.172)$$

La figure 2.12 illustre le temps de refroidissement (2.172) en fonction de l'intensité laser.

Le temps de refroidissement nous donne un seuil au-dessus duquel nous pouvons travailler avec une solution stationnaire pour la fonction de distribution des électrons, f_e ; par exemple, une fonction de distribution de Maxwell-Jüttner, dans le cas de plasma relativistes.

Dès lors, pour des processus évoluant sur des échelles de temps supérieures au temps de refroidissement, nous pourrions par exemple calculer le rayonnement émis par le plasma, de manière cinétique. A l'inverse, pour des échelles de temps inférieures au temps de refroidissement, il n'existe pas de solutions à l'équilibre pour la fonction de distribution des électrons.

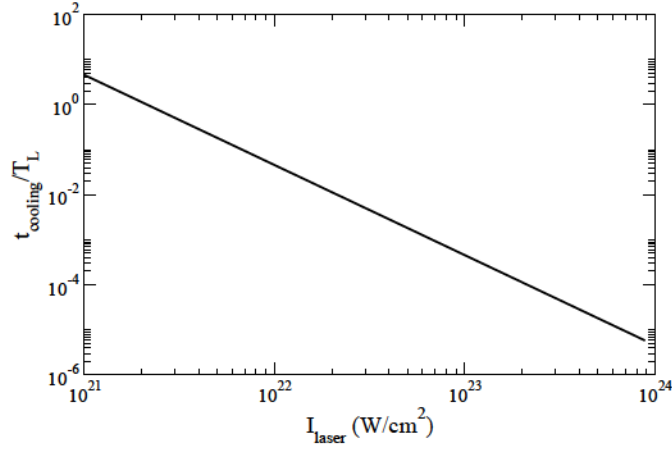


Figure 2.12: Temps de refroidissement pour un plasma ultra-relativiste en fonction de l'intensité laser, notée I_{laser} .

2.4.5 Effet de la réaction du rayonnement sur l'entropie

La réaction du rayonnement induit de nouveaux termes dans l'équation cinétique des électrons, dont le terme $\nabla_{p_e} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}}$ induisant une contraction du volume de l'espace des phases des électrons. Une démonstration de ce résultat, en accord avec la référence [Tamburini et al. 2010], est détaillée en annexe 7.4. A présent, regardons ce que ces termes impliquent sur l'évolution de l'entropie du plasma. L'entropie S est définie de la manière suivante:

$$S = - \int_{\Omega} f_e \ln f_e d\Omega \quad (2.173)$$

dépendant explicitement de la fonction de distribution des électrons, f_e . En utilisant les coordonnées lagrangiennes, la dérivée totale par rapport au temps s'exprime de la manière suivante:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + c(\beta_e + \delta\beta_e) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + (\mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{\text{rad}}) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_e}$$

Par conséquent, l'équation cinétique des électrons (2.150) s'écrit:

$$\frac{d}{dt} \ln f_e = -\nabla_{p_e} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}} - \nabla_r \cdot c\beta_e \quad (2.174)$$

En considérant l'expression de l'entropie S (2.173) et en intégrant (2.174) sur l'espace des phases nous obtenons l'évolution de l'entropie:

$$\frac{dS}{dt} = \int_{\Omega} [\nabla_{p_e} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}} + \nabla_r \cdot \delta\beta_e] f_e d\Omega \quad (2.175)$$

A titre indicatif, dans le cas d'un plasma soumis à un champ magnétique, les expressions des deux termes se simplifient selon :

$$\nabla_{pe} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}} = -\frac{p^2}{\gamma_e m_e^2 c^2} \tau_r \sin^2(\varphi) \omega_B^2 \left[3 - \frac{2}{\gamma_e^2} \right] \leq 0 \quad (2.176)$$

$$\nabla_r \cdot \delta \beta_e = -\frac{e \tau_r}{m_e} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{A}) \quad (2.177)$$

$$\varphi \equiv (\mathbf{v}_e; \mathbf{B}), \quad \omega_B = \frac{eB}{m_e}$$

Nous avons utilisé la jauge de Coulomb, $\nabla_r \cdot \mathbf{A} = 0$ pour le calcul du terme $\nabla_r \cdot \delta \beta_e$. Le terme (2.176) est négatif alors que le signe du terme (2.177) est moins évident. Quoi qu'il en soit, l'amplitude de ce dernier est très inférieure à l'amplitude de (2.176), ce qui implique que le rayonnement tend à diminuer l'entropie du plasma.

Plus généralement, en utilisant les relations liant les potentiels scalaire A^0 et vecteur $\mathbf{A}$ aux champs électromagnétiques $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ nous pouvons montrer que:

$$\nabla_r \cdot \delta \beta_e = \frac{e \tau_r}{m_e} \left[\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} A^0 + \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{A}) \right] + \frac{e \tau_r}{m_e c} \nabla_r \cdot \left(\frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e}{c^2} \right) + \mathcal{O}(a_0 \omega_L \tau_r) \quad (2.178)$$

En utilisant l'équation de Maxwell-Gauss (2.5), le laplacien du potentiel scalaire peut s'exprimer en fonction de la perturbation de densité δn_e par:

$$\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} A^0 = \frac{-e \delta n_e}{\epsilon_0} \quad (2.179)$$

La contribution dans l'équation d'évolution de l'entropie, du moment de recul des photons s'écrit finalement:

$$\nabla_r \cdot \delta \beta_e = -\tau_r \omega_{pe}^2 \frac{\delta n_e}{n_e} + \frac{e \tau_r}{m_e} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{A}) + \frac{e \tau_r}{m_e c} \nabla_r \cdot \left(\frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e}{c^2} \right) + \mathcal{O}(a_0 \omega_L \tau_r) \quad (2.180)$$

Le moment de recul des photons induit des termes négatifs concernant l'évolution de l'entropie. Ces termes dépendent explicitement de la perturbation en densité induite par le champ de séparation de charges. Plus le champ est intense plus la perturbation engendrée est importante et plus le terme $\nabla_r \cdot \delta \beta_e$ est significatif. Toutefois, les variations de l'entropie sont essentiellement dues au terme dépendant de la force de la réaction du rayonnement $\nabla_{pe} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}}$ qui est environ γ_e^2 fois plus important que le terme $\nabla_r \cdot \delta \beta_e$

2.5 Les limites du modèle classique et les possibilités d'extension aux domaines faiblement quantiques

2.5.1 Processus quantiques élémentaires

Le modèle de l'électrodynamique classique du plasma est limité par l'interaction entre trois espèces de particules: les électrons, les ions et les photons entrant mutuellement en interaction via des champs électromagnétiques. Pour des conditions extrêmes, lorsque l'interaction inélastique électron-photon devient importante, cette approche n'est plus suffisante. Le nombre total d'électrons n'est plus conservé et nous devons tenir compte de la production des positrons. Bien que ce problème sorte du cadre de cette thèse, nous rappelons ici les phénomènes de base de l'électrodynamique quantique. Nous montrerons aussi la possibilité d'étendre le modèle classique dans le domaine quantique pour des conditions d'interaction telles que la production des positrons peut être négligée.

La théorie de l'électrodynamique quantique prédit la création de paires électron-positron à partir du vide en présence de champs électromagnétiques dont l'intensité correspondante est de l'ordre de celle du champ de Schwinger. Intuitivement, la possibilité de cette création de paires de particules élémentaires (électron-positron) réside dans le fait que le vide n'est pas à proprement parler un vide d'un point de vue quantique. Il comporte en effet des fluctuations en énergie pouvant interagir avec des champs suffisamment intenses, engendrant la création de paires particule-antiparticule. De façon collective ces fluctuations produisent un effet connu sous le nom de polarisation du vide. Même pour des champs faibles (par rapport au champ de Schwinger), il y a des effets observables notamment sur le moment magnétique de l'électron et des muons. Néanmoins, la physique de ces hauts champs électromagnétiques n'a jamais été observée, en particulier dans le domaine optique, et demeure une zone inexplorée du domaine standard. Cette exploration, comme dit en introduction fait partie des attentes et enjeux du projet ELI.

Polarisation du vide

La polarisation du vide décrit un processus pour lequel un fort champ électromagnétique interagissant avec le vide produit une paire virtuelle d'électron-positron, changeant la distribution des charges et des courants qui ont généré initialement le champ électromagnétique. Les effets de la polarisation du vide ont été observés expérimentalement en 1947 [Lamb and Robert 1947], avant

qu'ils ne soient calculés de manière théorique par Hans Bethe.

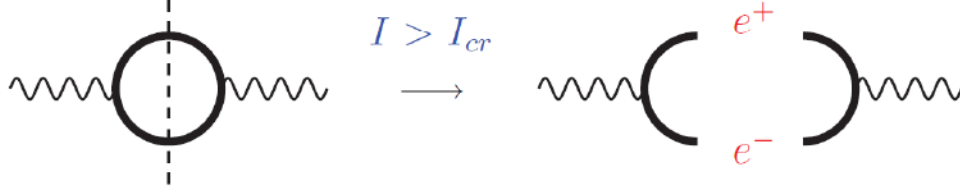


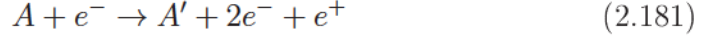
Figure 2.13: Production de paires par la “cassure” de la polarisation du vide. Les lignes oscillantes représentent les photons se propageant dans le vide. Le cercle noir (a) représente les fluctuations quantiques du vide composées de paires particule-antiparticule. Cette fluctuation interagit avec le champ extérieur (b), pour $I \geq I_{cr}$ engendrant une création réelle de particule-antiparticule.

En termes de diagrammes de Feynmann, la polarisation du vide est représentée par une boucle fermion-antifermion, comme le montre la figure 2.13. Nous pouvons y associer une expression mathématique, qui au dessus d'un certain seuil présente une partie imaginaire non nulle, impliquant la création de paires réelles électron-positron. Dans le cas où les photons disparaissent, ce processus est appelé processus d'absorption. Sans rentrer dans les détails, la partie réelle de ce processus, liée au diagramme de Feynmann, décrit d'une part comment les paires virtuelles polarisant le vide affectent la propagation des photons (du champ électromagnétique extérieur) et d'autre part comment ils influencent les effets dispersifs. Schématiquement, cette situation est décrite par la figure 2.13 montrant comment la polarisation du vide (boucle) engendrant une paire virtuelle se scinde en paires réelles (figure 2.13-b), pour des intensités $I > I_{cr}$. Techniquement, la figure 2.13 illustre la relation de Kramers-Kronig stipulant que la partie imaginaire de la boucle de polarisation du vide (voir figure 2.13-a) est proportionnelle à la probabilité (totale) d'une création de paire réelle (figure 2.13-b). Cette probabilité sera d'autant plus grande que l'intensité du champ extérieur est importante [Sokolov et al. 2010], [Nikishov and Ritus 1969].

Production des positrons

Pour les champs inférieurs au champ de Schwinger, la production des positrons peut être effectuée dans les processus de l'interaction inélastique, entre les électrons, les ions et les photons. Un électron doté d'une énergie au moins deux fois supérieure à son énergie de masse soit $\simeq 1.022$ MeV peut produire

une paire électron-positron en interagissant dans le champ coulombien dû à un nucléon A de charge Z . Ce processus, appelé processus trident, se formalise de la manière suivante:



L'interaction d'un photon avec un ion est aussi une source de production de positrons. Le processus Bethe-Heitler est le processus de production d'une paire électron-positron par un photon dans le champ d'un ion.



Ces différents processus ont fait l'objet d'études dans le cadre d'interactions laser-plasma impliquant des champs électromagnétiques suffisamment intenses pour la création de paires "particule-antiparticule" [Bell and Kirk 2008].

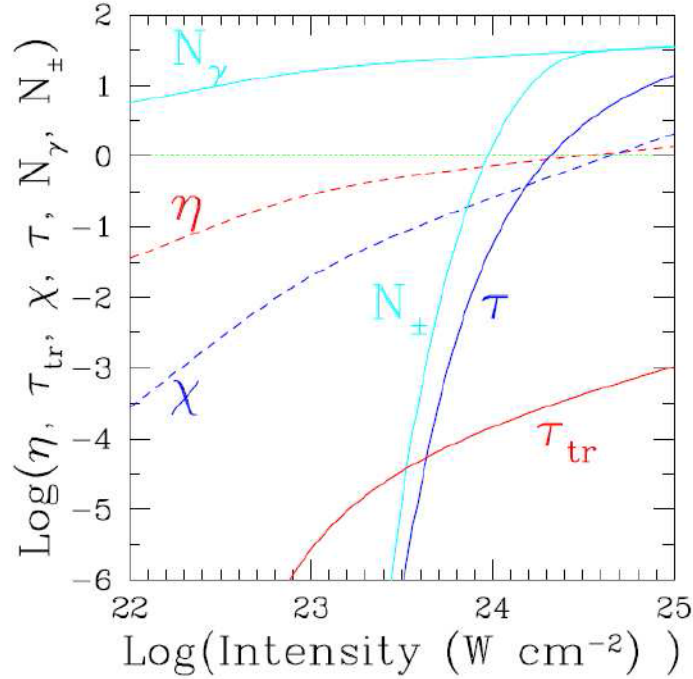


Figure 2.14: Les paramètres η et χ rendent compte de l'importance de la conversion des champs électromagnétiques par l'électron accéléré respectivement, en fonction de l'intensité laser de longueur $1\mu\text{m}$. Sont aussi tracés le nombre N_γ de paires produites par l'électron sur une période laser via le processus trident. Pour davantage de détails, voir la référence [Bell and Kirk 2008].

De plus, il a été montré par Sokolov que la réaction du rayonnement diminue les créations de paires engendrées par cascades [Sokolov et al. 2010].

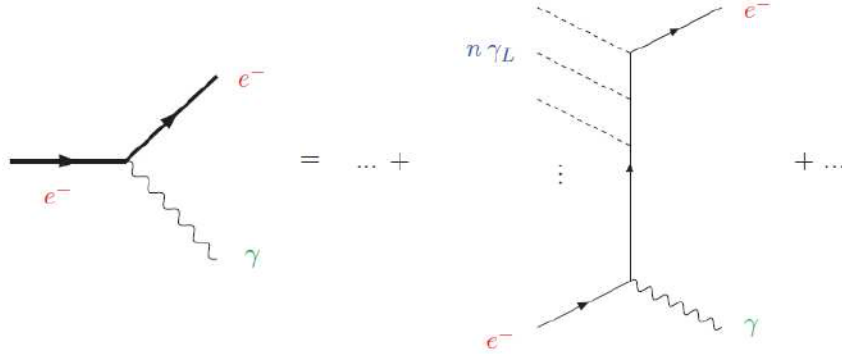


Figure 2.15: Diagramme de Feynmann illustrant le processus de diffusion Compton non linéaire.

Diffusion Compton non linéaire

Le processus de l'émission synchrotron considéré dans la section 2.2 est décrit dans l'électrodynamique quantique comme la collision d'un électron avec plusieurs photons, provenant d'un champ laser ultra intense, par exemple. Ce processus est illustré par le diagramme de Feynmann en figure 2.15. Dans le cas de n photons provenant d'un champ laser notés γ_L , le processus de diffusion Compton se formalise de la manière suivante:

$$e + n\gamma_L \rightarrow e' + \gamma \quad (2.183)$$

Dans le cas d'une impulsion intense, ce processus peut aussi être appelé processus de diffusion Thomson non linéaire du fait que ce soit l'émission des harmoniques d'ordres élevées par un électron dans un champ laser intense. Le spectre en fréquence du rayonnement émis par l'électron a été étudié en section 2.2.5.

Dans ce cas, l'électron absorbe un nombre arbitraire, n de photons provenant du champ laser (dont l'énergie caractéristique est $\hbar\omega_L \simeq 1$ eV, correspondant à un laser dont la longueur d'onde λ_L est égale à 1 micron) avant d'émettre un seul photon d'énergie $\hbar\omega'_L$. Pour davantage de détails techniques il est utile de se reporter aux références [Nikishov and Ritus 1964] et [Berestetskii et al. 1982]. Un effet spectaculaire de l'interaction d'un électron avec un champ laser relativiste est un "red-shift" (décalage vers les fréquences de basse énergie) de la diffusion Compton. Lorsque qu'un photon de fréquence ω_L interagit avec un électron d'énergie totale $\gamma_e m_e c^2$, cet électron diffusera via le processus de diffusion Compton linéaire un photon dont l'énergie ε_γ est égale à $\varepsilon_\gamma = 4\gamma^2 \hbar\omega_L$. Or dans le cas d'un laser relativiste, le photon diffusé présente une énergie $\varepsilon'_\gamma = 4\gamma_*^2 \hbar\omega_L$ avec $\gamma_* = \gamma^2/(1 + a_0^2)$.

Cet effet peut être compris du fait de l'augmentation de la masse effective de l'électron: $m_* \simeq m_e \sqrt{1 + a_0^2}$. Comme l'inertie de l'électron est plus importante dans le champ laser, cela implique un recul moins conséquent, pour une même quantité d'énergie absorbée. Par conséquent, l'énergie transférée au photon diffusé sera moins importante. La diffusion Compton non linéaire a été observée et analysée dans l'expérience "SLAC E-144" [Bula et al. 1996] faisant interagir un faisceau d'électrons de 47 GeV avec un laser terawatt d'intensité $I = 2.2 \times 10^{17} \text{ W/cm}^2$. Ce fut une expérience à haute énergie ($\langle \gamma_e \rangle \simeq 10^5$) et basse intensité ($a_0 < 1$), donc intéressante pour observer le régime de diffusion Compton inverse. Le spectre des photons diffusés n'a pas été déterminé et par conséquent aucun décalage vers les basses fréquences (pour les photons diffusés) n'a été observé. Ce processus devrait être davantage accessible et mesurable avec précision dans le cadre des intensités laser susceptibles d'être disponibles sur la structure ELI. De plus, il est intéressant de remarquer que les effets de la réaction du rayonnement pourraient être mesurés par la diffusion Compton [McDonald 1999]. A l'ordre le plus bas, la section efficace des photons diffusés par un électron au repos en électrodynamique quantique, s'exprime par la formule de Klein-Nishina [Peskin and Schroeder 1995]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega'} + \frac{\omega'}{\omega} - \sin^2\theta \right) \quad (2.184)$$

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}$$

où $\hbar\omega$ est l'énergie incidente du photon et $\hbar\omega'$ est l'énergie du photon diffusé. Le paramètre $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$ est le rayon classique de l'électron. En intégrant sur l'angle solide Ω , on peut montrer que la section efficace prend les formes suivantes:

$$\sigma \approx \sigma_T \left(1 - 2x + \frac{26x^2}{5} + \dots \right), \text{ pour } x \ll 1 \quad (2.185)$$

et

$$\sigma \approx \frac{8}{3} \sigma_T \frac{1}{x} \left(\ln(2x) + \frac{1}{2} \right), \text{ pour } x \gg 1 \quad (2.186)$$

$$x = \frac{\hbar\omega}{m_e c^2}, \sigma_T : \text{section efficace de Thomson}$$

Pour des photons hautement énergétiques (2.187) la section efficace diminue, comme l'illustre la figure 2.16.

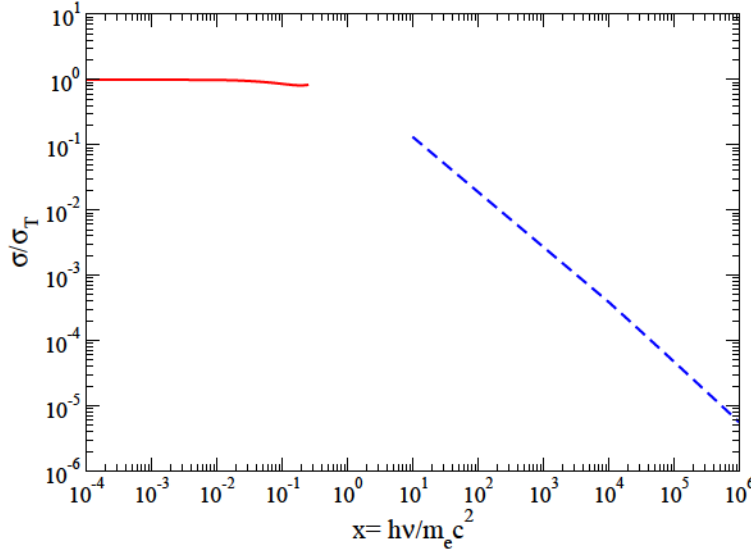


Figure 2.16: Section efficace de Klein-Nishina fonction de $x = \hbar\omega/m_e c^2$. Trait rouge: cas faiblement relativiste. Pointillés bleus: photons hautement énergétiques.

2.5.2 Prise en compte des effets quantiques ($\chi_e \sim 1$) dans le modèle classique

Nous venons de voir qu'il existait une limite pour laquelle il est nécessaire de considérer les effets quantiques, caractérisés par le paramètre χ_e (2.64). Un changement de formalisme et d'approche doit se faire. L'équation du mouvement ne sera plus pertinente pour traiter de la dynamique des électrons, par exemple. De manière générale les fermions interagissent avec les bosons ou entre eux via des processus d'interaction reliés à des section efficaces. De plus, contrairement au cas classique les photons doivent être considérés comme une population à part entière et susceptibles d'interagir avec les électrons du milieu considéré. Néanmoins, le modèle de l'électrodynamique peut être élargi dans le domaine tel que $\chi_e \sim 1$, en tenant compte de la réaction du rayonnement, si la production des positrons est négligeable. Cela peut être formalisée en supposant que l'électron rayonnant perd une partie de son moment par absorption dans le champ électromagnétique et en émettant un photon de vecteur d'onde $\mathbf{k}$. L'équation d'évolution de l'impulsion de

l'électron au cours du temps s'écrit [Sokolov et al. 2010]:

$$\frac{dp^\mu}{d\tau} = -\frac{e}{c}F^{\mu\nu}v_\nu + \frac{I_{QED}}{m_e c^2} \left[\frac{k^\mu}{(k.p)} m_e c - p^\mu \right]$$

$$I_{QED} = I_{cl} / (1 + 1.04\chi_e)^{4/3} \text{ et } I_{cl} = \frac{\tau_r}{m_e} F_{Le}^2 \quad (2.187)$$

Cette formule montre une diminution de l'émission des photons lorsque le paramètre χ_e tend vers 1. Il est possible de prendre en compte cet effet quantique en gardant une approche classique concernant le mouvement de l'électron. L'équation (2.187) est équivalente aux équations (2.88) en renormalisant le paramètre τ_r tel que [Sokolov et al. 2011]:

$$\tau_r \rightarrow \tau_r \frac{I_{QED}}{I_{cl}} = \tau_r q(\chi_e) \quad (2.188)$$

où,

$$q(\chi_e) = \frac{1}{(1 + 1.04\chi_e)^{4/3}} \quad (2.189)$$

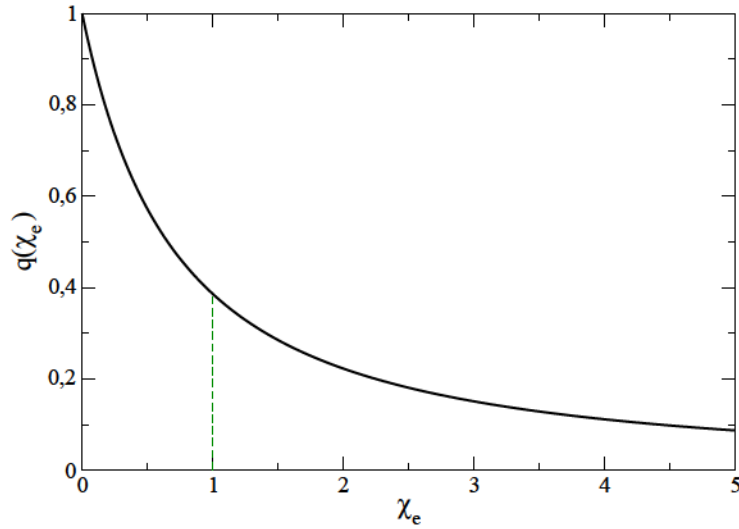


Figure 2.17: Dépendance de la fonction $q(\chi_e)$ en fonction du paramètre χ_e

Cet facteur $q(\chi_e)$ tient compte de la diminution de la force due au rayonnement pour $\chi_e \sim 1$ et permet de rester dans un formalisme classique plutôt que de considérer une approche quantique, beaucoup plus compliquée. Plus l'électron est soumis à un champ dont l'amplitude (dans le référentiel de

l'électron) est proche de celle du champ de Schwinger, plus le temps caractéristique τ_r , sera faible, comme le montre la figure 2.17, illustrant le comportement de la fonction $q(\chi_e)$ en fonction de χ_e . Ce changement sur τ_r (2.188) a des conséquences importantes sur le spectre en énergie des photons émis par un électron accéléré dans un très fort champ laser. Ceci a été montré par Sokolov au sein de la référence [Sokolov et al. 2011] pour un électron se propageant en sens inverse d'une impulsion laser.

Néanmoins le spectre des photons devient plus compliqué que l'expression classique (2.53). Un terme dépendant du paramètre χ_e^2 et d'une fonction de Bessel d'ordre $2/3$ est à prendre en compte. Toutefois, il convient de noter que les effets quantiques ne modifient en aucun cas la distribution angulaire du rayonnement émis par l'électron. Finalement pour $\chi_e \sim 1$ le spectre en énergie des photons s'écrit:

$$\frac{dI_{QED}}{d\omega d\Omega} = I_{cl} \frac{3^{5/2}}{8\pi} r \left[\int_{r_{\chi_e}}^{\infty} K_{5/3}(r') dr' + \chi_e^2 r r_{\chi_e} K_{2/3}(r_{\chi_e}) \right],$$

$$I_{QED} = I_{cl} q(\chi_e), \quad r = \frac{\omega}{\omega_{cr}} \text{ et } r_{\chi_e} = r/(1 - \chi_e r) \quad (2.190)$$

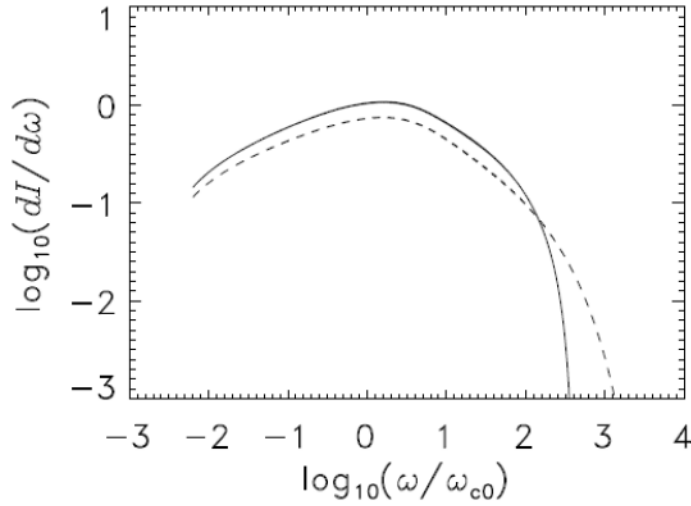


Figure 2.18: Spectre en émission d'un faisceau d'électrons de 600 MeV interagissant avec une impulsion laser de 60 fs, d'intensité $2 \times 10^{22} \text{W/cm}^2$. Avec (ligne continue) et sans (pointillés) prise en compte des effets quantiques. Ici, $\hbar\omega_{c0} \simeq 1.1 \text{ MeV}$ pour $\lambda_L = 0.8 \mu\text{m}$.

Sur la figure 2.18 prise dans la référence [Sokolov et al. 2011] le rayonnement généré par les électrons se propageant en sens inverse de l'impulsion laser est nettement modifié par les effets quantiques. D'abord nous remarquons un décalage vers les basses énergies lorsque les effets quantiques sont pris en compte. Ce phénomène est dû au fait que l'inertie de l'électron augmente en raison de l'intensité laser à laquelle il est soumis par :

$$m_e \rightarrow m_e \sqrt{1 + a_0^2}$$

Par conséquent, en raison de cette augmentation, la pulsation critique du rayonnement, $\omega_{cr} \propto m_e^{-1}$ (2.54) diminue, induisant une émission moindre pour les photons de très haute énergie pour lesquels $\hbar\omega \gg \hbar\omega_{c0}$. Ceci est formalisé par la variable $r_{\chi_e} = \frac{r}{1-\chi_e r}$ présente dans le deuxième terme de droite du spectre des photons (2.190). Comme $\chi_e \sim 1$ il advient que $r_{\chi_e} \geq r = \frac{\omega}{\omega_{cr}}$. Ceci est bien en cohérence avec l'accroissement de l'inertie de l'électron (2.5.2). Par ailleurs, les effets quantiques induisent une augmentation de la quantité de photons émis pour des énergies telles que $\hbar\omega \leq 10^2 \hbar\omega_{c0}$. Ceci est dû au fait que la renormalisation de τ_r par la fonction $q(\chi_e)$ induit une diminution de τ_r induisant ainsi un freinage sur l'électron moins important.

2.6 Conclusion

Les bases théoriques de cette thèse ont été posées. Nous avons rappelé les principales propriétés du rayonnement émis par un électron accéléré soumis à des champs électromagnétiques. Ce rayonnement est principalement caractérisé par une forte anisotropie, dont l'émission est principalement dirigée suivant l'impulsion de la particule relativiste. Le spectre en fréquence est quasi-continu, dépendant d'une pulsation critique. L'électron rayonne les harmoniques de la pulsation du champ auquel il est soumis. Dans un deuxième temps, nous avons considéré la dynamique d'un électron en prenant en compte la réaction du rayonnement. Différents modèles ont été discutés. Les équations de Sokolov, modèle de référence pour cette thèse, ont été présentées et utilisées dans deux applications, à savoir le mouvement d'un électron dans une onde plane et le mouvement d'un électron dans un champ magnétique constant. Nous avons pu notamment en déduire les lois de conservation des composantes du moment de l'électron. Celles ci sont plus complexes du fait de la prise en compte de la réaction du rayonnement. La connaissance de la dynamique d'un électron, nous a permis d'introduire les équations cinétiques régissant le transports des particules dans le plasma. La réaction du rayonnement induit des termes dans l'équation cinétique des électrons

qui impliquent la non conservation de l'énergie. Cette perte d'énergie est émise sous forme de rayonnement, et induit une diminution de l'entropie des électrons du plasma. Le terme qui décrit la force de friction radiative est directement lié au terme source de l'équation cinétique des photons. Du fait de leur forte inertie, les ions ne sont pas directement affectés par la réaction du rayonnement. L'équation cinétique de transport des ions n'est pas modifiée.

Chapter 3

Aspect numérique

Sommaire

3.1	Présentation de la méthode PIC	93
3.1.1	Présentation des équations couplées	93
3.1.2	Discretisation numérique des équations	94
3.2	Présentation du code PICLS	96
3.3	Implémentation de l'auto-force	98
3.4	Modélisation du rayonnement	99
3.4.1	Conditions sur le pas de temps	99
	Condition sur la coupure en fréquence	100
	Critère sur la trajectoire	100
3.4.2	Rayonnement généré par une macro-particule . . .	101
3.5	Conservation de l'énergie totale	102
3.6	Temps de calcul	104
3.7	Cas tests	104
3.8	Conclusion	107

3.1 Présentation de la méthode PIC

3.1.1 Présentation des équations couplées

Les phénomènes physiques dans le cadre de l'interaction laser-plasma à ultra haute intensité sont essentiellement de nature cinétique. L'évolution de la

fonction de distribution $f_e(r, \mathbf{p}_e, t)$ d'un plasma non collisionnel et non relativiste est décrite par l'équation de Vlasov (1938). Pour que les phénomènes collectifs soient dominants par rapport aux phénomènes binaires, il faut que la longueur de Debye, $\lambda_D \equiv (T_e \epsilon_0 / (n_e e^2))^{1/2}$ soit très grande devant la distance moyenne entre deux électrons, $d \equiv n_e^{-1/3}$. En d'autres termes, le nombre d'électrons dans la sphère de Debye $n_e \lambda_D$ doit être très grand devant l'unité:

$$n_e \lambda_D^3 \gg 1 \quad (3.1)$$

De plus dans la majorité des situations rencontrées dans ce cadre, ce paramètre (3.1) dépasse 10^{10} . Dans ce cas et pour des temps inférieurs à $n_e \lambda_D^3 \omega_{pe}^{-1}$, les collisions entre particules sont négligeables par rapport aux effets collectifs. Il est donc raisonnable de considérer l'équation de Vlasov pour modéliser cette physique. Nous rappelons l'équation de Vlasov sous forme conservative détaillée en section 2.4.1:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (f_\alpha \mathbf{U}_\alpha) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_\alpha} \cdot (f_\alpha \mathbf{F}_\alpha) = 0 \quad (3.2)$$

L'indice ' α ' dénote chaque espèce du plasma, soit les électrons ($\alpha \rightarrow e$), soit celle des ions ($\alpha \rightarrow i$). Dans le cas des électrons nous avons $\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_{Le} + \mathbf{F}_{rad} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - ec\delta\beta_e \times \mathbf{B} - \gamma_e^2(\delta\beta_e \cdot \mathbf{F}_{Le})\beta_e$ et $U_e = \mathbf{v}_e + \delta\mathbf{v}_e$, d'après les équations de Sokolov (2.98). Dans le cas des ions, nous avons $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{Li} = Ze(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B})$ et $U_i = \mathbf{v}_i$. La dynamique du plasma est résolue de manière auto-consistante en couplant l'équation de Vlasov, régissant la fonction de distribution de chaque espèce, avec les équations de Maxwell 2.5, régissant l'évolution des champs électromagnétiques. Le couplage entre les équations de Maxwell et l'équation de Vlasov s'effectue par le calcul des densités de charge et de courants:

$$\rho = \sum_\alpha q_\alpha \int f_\alpha d\mathbf{p} \text{ et } \mathbf{j} = \sum_\alpha q_\alpha \int f_\alpha \mathbf{v}_\alpha d\mathbf{p}. \quad (3.3)$$

3.1.2 Discrétisation numérique des équations

Les équations de Maxwell sont discrétisées sur un maillage régulier en espace. Les champs ainsi que les densités de charge et de courant sont connus aux noeuds du maillage. Un des principaux défis des codes PIC est de modéliser de faibles échelles du fait de la petite taille de la longueur de Debye dans le cadre de cette physique à haute densité et engendrant des champs ultra-intenses. Les équations de Maxwell sont résolues via une méthode aux différences finies.

La méthode PIC consiste à résoudre l'équation de Vlasov par la méthode des caractéristiques pour les macro-particules, représentant un nombre réduit de particules 'réelles'. Cet artifice permet de résoudre correctement la physique tout en limitant de façon drastique le temps de calcul. Une autre méthode utilisée dans certains codes est de résoudre directement l'équation de Vlasov dans l'espace des phases des espèces, sur un maillage fixe (approche eulérienne). Ceci implique certes une grande précision (quasi absence de bruit contrairement à la méthode PIC) mais coûte très cher en temps de calcul. La seconde astuce propre à la méthode PIC consiste à considérer des macro-particules d'une taille finie, ce qui permet de réduire le niveau de bruit et de gagner du temps de calcul du fait qu'on résolve la dynamique d'un nombre réduit de macro-particule, au sens où une macro-particule rend compte d'un très grand nombre de particule réelles.

Afin d'avoir une description physique correcte, le bruit électromagnétique doit être suffisamment réduit pour qu'il reste au moins inférieur aux champs non-stationnaires induits par l'apport d'énergie libre (laser, faisceau d'électrons, etc) dans le système. En pratique, il y a plutôt une tendance à surestimer le bruit électromagnétique par l'utilisation d'un nombre de macro-particules limité par la puissance de calcul.

Pour un schéma d'ordre 1, nous rappelons que le couplage d'une méthode particulière avec les équations de Maxwell impose [Dawson 1983], [Birdshall and Langdon 2005]:

$$\Delta x < 3\lambda_{De}. \quad (3.4)$$

On résout pour chaque macro-particule de chaque espèce les équations du mouvement selon les caractéristiques de l'équation de Vlasov:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{p}_\alpha}{dt} = F_\alpha \\ \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{U} \end{cases} \quad (3.5)$$

Pour les électrons nous faisons référence aux équations de Sokolov (2.98). Par ailleurs nous appliquerons simplement l'équation de Lorentz pour le mouvement des ions puisque la réaction du rayonnement n'a pas d'effet explicite sur la dynamique des ions du fait de leur forte inertie par rapport aux électrons. Ces équations relativistes sont résolues numériquement par la méthode de Boris [Birdshall and Langdon 2005] permettant de découpler l'action du champ électrique de celle du champ magnétique. La première étape consiste à transférer une partie de la force électrique vers le moment de la particule:

$$\mathbf{p}_\alpha^{n+1/2} = \mathbf{p}_\alpha^n + \frac{q_\alpha}{2} \mathbf{E}^n \Delta t$$

La deuxième étape prend en compte la rotation induite par le champ magnétique sur la particule:

$$\mathbf{p}_\alpha^{n+1/2} = \mathbf{p}_\alpha^{n+1/2} + q_\alpha \mathbf{v}_\alpha^n \times \mathbf{B}^n \Delta t, \quad \mathbf{v}_\alpha^{n+1/2} = \frac{\mathbf{p}_\alpha^{n+1/2}}{m_\alpha \gamma_\alpha}$$

La troisième étape permet d'apporter la deuxième contribution du champ électrique au moment de la particule:

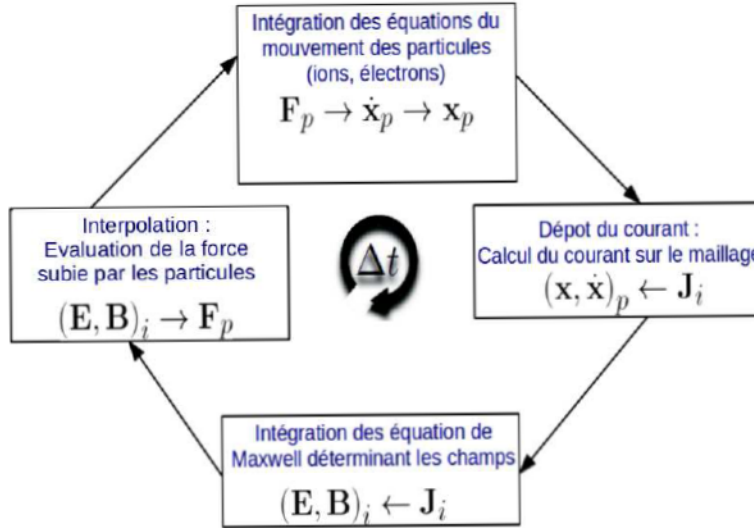
$$\mathbf{p}_\alpha^{n+1} = \mathbf{p}_\alpha^{n+1/2} + \frac{q_\alpha}{2} \mathbf{E}^n \Delta t$$

3.2 Présentation du code PICLS

Le code PIC, nommé PICLS [Sentoku and Kemp 2008] que nous avons utilisé durant ce travail de thèse comporte des avantages par rapport à un code PIC ordinaire. Nous énumérerons les principaux. D'abord les principales étapes de calcul d'un code PIC ordinaire se résument de la manière suivante:

1. Résolution des équations du mouvement des particules. Les champs électromagnétiques sont interpolés à la position des particules;
2. Les courants sont accumulés sur la grille spatiale (maillage) et basés sur la position et la vitesse des particules. Cette étape est effectuée en utilisant un algorithme garantissant, par construction, que l'équation de conservation de la charge est vérifiée pour chaque particule. Cette méthode permet de conserver la charge en résolvant l'équation de Poisson via la méthode proposée par Esirkepov [Esirkepov 2001].
3. Les équations de Maxwell (2.5) sont résolues sur le maillage en utilisant un système de fractionnement directionnel [Sentoku and Kemp 2008].

Ces différentes étapes de calcul sont résumées dans le schéma 3.1. Ce schéma consiste en la décomposition des courants et des champs en des quantités se propageant soit dans la direction de propagation dans le cas d'une seule dimension spatiale. Dans le cas de dimensions spatiales supplémentaires, la propagation des courants peut s'effectuer dans la (les) direction transverse(s). L'avantage de ce schéma est que le calcul des champs est tel, qu'il permet un calcul trivial concernant le mouvement des particules ainsi que pour le calcul des conditions aux limites. De plus, ce schéma permet de choisir une résolution relativement peu fine (mailles de taille importante) tout en décrivant correctement la propagation du champ laser lorsqu'il en est question.



1

Figure 3.1: Structure de base d'un code PIC.

Les avantages du code PICLS sont les suivants. En ce qui concerne les étapes (1) et (2), il est possible dans PICLS de monter jusqu'à un ordre 4 d'interpolation pour le calcul des champs et des particules. Cet haut ordre d'interpolation diminue fortement le niveau des fluctuations et le chauffage numérique. L'interpolation d'ordre 4 permet de gagner du temps de calcul pour le transport d'électrons rapides dans une cible surdense, dans le cadre de simulations 2D. Ce code permet de modéliser de forts gradients de densité. Ceux-ci sont en effet modélisés en affectant un poids aux particules. Tout en gardant un nombre de macro-particules par maille constant, il est possible de faire varier la densité des particules 'réelles', qui sont représentées par les macro-particules. Pour illustrer cela, prenons l'exemple d'une impulsion laser interagissant avec un plasma dont la densité varie du sous dense au très surdense. Il s'ensuit que l'impulsion laser est absorbée dans un gradient de densité très élevé. Par conséquent, il n'est pas du tout pratique de relier le nombre de macro-particules par maille à la densité du fait qu'un choix d'une résolution faible dans la région sous dense signifierait un très (trop)

grand nombre de particules dans la cible et nécessiterait un temps de calcul très important. Ceci peut être évité en considérant un poids pour chaque macro-particule.

3.3 Implémentation de l'auto-force dans PICLS

La force de réaction du rayonnement a été implémentée dans la version 1D et 2D du code PICLS en s'appuyant sur les équations (2.98). Cette force est calculée dans le module pousseur de particules, à la première sous-étape d'une boucle de temps, Δt , tout en résolvant les équations du mouvement pour les électrons. Afin de prendre en compte cette force due à la réaction du rayonnement dans l'équation du mouvement des électrons, le schéma numérique dans PICLS a été modifié de la manière suivante. Le moment de l'électron au pas de temps $(n+1)$ est mis à jour en ajoutant la contribution de la réaction du rayonnement, calculée explicitement, connaissant les valeurs au pas de temps précédent:

$$\mathbf{p}_e^{n+1} = \tilde{\mathbf{p}}_e^{n+1} - \delta \mathbf{p}_e^n \quad (3.6)$$

$$\delta \mathbf{p}_e^n = \frac{1}{m_e c} \tilde{\gamma}_e^{n+1} (\delta \tilde{\boldsymbol{\beta}}_e^{n+1} \cdot \mathbf{F}_{Le}^{n+1}) \tilde{\mathbf{p}}_e^{n+1} \Delta t + \delta \tilde{\boldsymbol{\beta}}_e^{n+1} \times \mathbf{B}^{n+1} \Delta t \quad (3.7)$$

où $\tilde{\mathbf{p}}_e^{n+1}$ est le moment de l'électron calculé de manière explicite en prenant en compte uniquement la force de Lorentz auquel est soumis l'électron. Le terme $\delta \mathbf{p}_e^n$ est la correction du moment de l'électron due à la réaction du rayonnement, calculée après l'application de la force de Lorentz. Comme il a été vu dans la partie théorique, ce terme mène à une réduction du volume de l'espace des phases des électrons du fait que sa divergence en impulsion est négative:

$$\nabla_{\mathbf{p}_e} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}} \leq 0, \quad (3.8)$$

avec $\mathbf{F}_{\text{rad}} = -ec \delta \boldsymbol{\beta}_e \times \mathbf{B} - \gamma_e^2 (\delta \boldsymbol{\beta}_e \cdot \mathbf{F}_{Le}) \boldsymbol{\beta}_e$, la force de réaction du rayonnement, évoquée précédemment dans les équations de Sokolov (2.98). Concernant les détails techniques menant à ce résultat il est utile de se reporter à l'annexe 7.4.

Une procédure similaire a été introduite pour le calcul de la trajectoire de l'électron:

$$\mathbf{x}_e^{n+1/2} - \mathbf{x}_e^{n-1/2} = (\boldsymbol{\beta}_e^n + \delta \boldsymbol{\beta}_e^n) \quad (3.9)$$

Notre approche de l'implémentation numérique des pertes par rayonnement est similaire à celle décrite en référence [Tamburini et al. 2010]. L'originalité de notre approche réside dans le fait que les variations du moment de

l'électron, dues à la réaction du rayonnement sont calculées explicitement, connaissant le moment de la particule au pas de temps précédent. Comme il a été vu précédemment le schéma numérique utilisé pour mettre les particules en mouvement est similaire au pousseur de Boris [Birdshall and Langdon 2005]. La force de la réaction du rayonnement est calculée avec le même pousseur que celui qui calcule la force de Lorentz. Cette méthode pour le calcul du moment de la particule nous permet de minimiser des erreurs de nature numérique, dans la dynamique des particules chargées soumises à de forts champs électromagnétiques. Ce calcul additionnel n'affecte pas la stabilité du schéma numérique, si la condition $\omega_{pe}\Delta t < 2$ est satisfaite.

3.4 Modélisation du rayonnement généré par les électrons ultra-relativistes accélérés

Dans cette section, nous décrivons la méthode de modélisation du spectre des photons émis par les électrons relativistes accélérés, en se basant sur les équations cinétiques régissant le transport des électrons (2.150) et des photons (2.155).

3.4.1 Conditions sur le pas de temps

L'expression (2.53) pour la puissance émise synchrotron d'un électron ouvre la possibilité de prendre en compte les courtes longueurs d'onde de rayonnement, qui ne peuvent être décrites par les équations de Maxwell.

En effet, d'un point de vue numérique, la taille d'une maille notée Δx dans les codes PIC limite l'intervalle en fréquence du spectre du rayonnement électromagnétique à $\omega < c/\Delta x$. En d'autres termes, les codes PIC ne résolvent pas en général les longueurs d'ondes inférieures à 100 fois la longueur d'onde laser λ_L car, si c'était le cas, les simulations numériques seraient excessivement longues. Par conséquent, l'émission des photons avec les énergies au-dessus de quelques centaines d'électronvolts ne peut être prise en compte par les solveurs de Maxwell. Le modèle corpusculaire décrit par la deuxième équation du système (2.156) prend en compte des photons de haute énergie (au delà de quelques keV) ayant des contributions négligeables dans le domaine décrit par les équations de Maxwell (2.5). Cela dépend néanmoins du régime d'interaction et de surcroît des fréquence critiques associées au rayonnement émis.

Condition sur la coupure en fréquence

Nous supposons que ce rayonnement dû aux électrons relativistes accélérés est incohérent. Autrement dit, le rayonnement total engendré par les électrons soumis aux champs électromagnétiques, est la somme de la contribution de chaque électron. Cela signifie que la distance caractéristique entre deux électrons quelconques, doit être très grande devant la plus grande longueur d'onde composant le spectre du rayonnement émis par chaque électron, $\lambda_{max}=2\pi c/\omega_{min}$. En d'autres termes, cela revient à considérer la taille caractéristique d'un photon inférieure à la distance entre les électrons. En notant $d \simeq n_e^{-1/3}$ la distance moyenne entre électrons, la condition d'incohérence du rayonnement peut s'exprimer de la manière suivante:

$$\frac{2\pi c}{\omega_{min}} \ll n_e^{-1/3} \quad (3.10)$$

La densité caractéristique dans nos simulations peut être assimilée à la densité critique n_c . Cette dernière peut être exprimée en fonction de la longueur d'onde laser : $n_c = 1.1 \times 10^{21} \text{cm}^{-3} / \lambda_{[\mu m]}^2$. Par conséquent, la relation précédente prend la forme:

$$\hbar\omega_{min} \gg 2.75 \times 10^{-3} \left(\frac{n_e}{n_c} \right)^{1/3} \lambda_{L,[\mu m]}^{-2/3} \text{ MeV} \quad (3.11)$$

Dans le cas d'un plasma surdense $n_e = 10n_c$ et $\lambda_L = 1\mu m$, la condition (3.11) stipule que l'énergie caractéristique du rayonnement associé à chaque électron rayonnant soit supérieure à 10^{-2} MeV.

Pour la plupart des interactions laser-plasma ultra-relativistes ($a_0 \gg 1$ et $\gamma_e \gg 1$), la pulsation de coupure ω_{min} est supérieure à la pulsation seuil $\omega_s = 2\pi/\Delta t$, pulsation maximale pouvant être résolue par le schéma numérique. Autrement dit, la condition (3.11) implique que le calcul du rayonnement synchrotron intense n'est pas compté deux fois.

Critère sur la trajectoire

La trajectoire de l'électron est supposée circulaire pendant l'émission du rayonnement. La pulsation de rotation de l'électron est définie de la manière suivante

$$\omega_{re} = \frac{\|\mathbf{p}_e \times \mathbf{F}_{Le}\|}{p_e^2} \sim \frac{a_0}{\gamma_e} \omega_L \quad (3.12)$$

L'existence du rayon de courbure (trajectoire circulaire) impose que la déviation angulaire de la trajectoire doit être inférieure à $1/\gamma_e$ durant le pas de temps de calcul. Cela implique $\omega_{re}\Delta t < 1/\gamma_e$. La violation de cette

condition entraînerait un mauvais calcul pour la distribution angulaire du rayonnement. Finalement, la deuxième condition nécessaire sur le pas de temps Δt s'écrit :

$$\boxed{\Delta t \leq \frac{T_L}{a_0}} \quad (3.13)$$

3.4.2 Rayonnement généré par une macro-particule

Le calcul du spectre total du rayonnement résultant de la contribution de chaque macro-électron serait extrêmement coûteux en terme de temps, s'il était fait directement dans le code de simulation notamment dans le cadre de l'interaction d'un laser avec une cible épaisse. Pour éviter des temps de calcul très coûteux, l'idée clé est de sauvegarder pour chaque macro-électron rayonnant, noté j , la pulsation caractéristique du rayonnement $\omega_{cr,j}$ ainsi que la direction de son impulsion $\mathbf{n}_j$ et sa puissance rayonnée instantanée $\Delta\tilde{P}_{rad,j}$. Ensuite, le spectre associé à chaque macro-électron à un temps donné est construit en "post-traitement".

Afin de calculer le rayonnement produit par les électrons physiques en connaissant celui des macro-électrons, nous avons utilisé le facteur de poids noté w_j permettant de faire le lien entre le rayonnement produit par la macro-particule (de façon numérique) et le rayonnement produit par les électrons, modélisés par cette macro-particule. Le poids w_j s'exprime de la manière suivante:

$$w_j = \frac{n_{e0}(\Delta x)^\alpha}{N_{mpm}} \quad (3.14)$$

n_{e0} , Δx , N_{mpm} sont respectivement la densité initiale électronique, la taille de la maille et le nombre de macro-électrons par maille. α étant le nombre de dimensions spatiales de la simulation. L'expression du poids (3.14) donne l'équivalence entre la pulsation plasma "PIC" et la pulsation plasma "réelle":

$$\omega_{p,PIC}^2 = \frac{w_j e^2}{w_j m_e \epsilon_0} \times \frac{N_{mpm}}{(\Delta x)^\alpha} = \underbrace{\frac{w_j N_{mpm}}{(\Delta x)^\alpha}}_{=n_e} \frac{e^2}{m_e \epsilon_0} = \omega_{p,réelle}^2$$

En utilisant l'hypothèse d'incohérence, le rayonnement total s'exprime en sommant toutes les contributions de chaque macro-électron rayonnant en appliquant le poids w_j :

$$\frac{d^2 P_{rad}}{d\Omega d\omega} \equiv \sum_j w_j \Delta\tilde{P}_{rad,j} \quad (3.15)$$

où $\Delta\tilde{P}_{rad,j}$ est la puissance rayonnée par un macro-électron dans une direction $\mathbf{n}$, dans un angle solide $d\Omega$ et sur un intervalle de fréquence $d\omega$. En faisant l'intégration soit sur les directions et sur toutes les fréquences, nous obtenons la distribution angulaire et spectrale du rayonnement.

Nous rappelons que dans le cas d'un électron rayonnant ultra-relativiste le rayonnement émis est fortement anisotrope, suivant un cône, dirigé suivant l'impulsion de l'électron, d'angle $2/\gamma_e$. Par conséquent, son profil angulaire peut être modélisé par une distribution de Dirac $\delta\left(\Omega - \frac{\mathbf{p}_e}{p_e}\right)$. Pour calculer la distribution angulaire du rayonnement, nous choisissons les coordonnées cylindriques avec l'axe polaire (x) associé au vecteur d'onde $\mathbf{k}_L$ du laser incident. Nous supposons un champ laser polarisé suivant l'axe y pour la polarisation linéaire ou dans le plan y,z pour la polarisation circulaire. Nous définissons l'angle polaire θ et l'angle azimutal ϕ par :

$$\theta = \arccos\left(\frac{p_x}{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{1/2}}\right) \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} \phi = \arccos\left(\frac{p_y}{p_y^2 + p_z^2}\right) & \text{si } p_y \geq 0 \\ \phi = 2\pi - \arccos\left(\frac{p_y}{p_y^2 + p_z^2}\right) & \text{si } p_y < 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

L'angle polaire θ , permet de mesurer l'écart en terme de direction du rayonnement avec la direction de propagation du champ laser. L'angle ϕ est lié au plan de polarisation. La figure 4.5-a illustre les angles θ et ϕ par rapport à l'orientation du champ laser. Ces mêmes angles qui dépendent des composantes du moment de l'électron, sont représentés dans l'espace des impulsions en figure 4.5-b.

Pour le calcul du spectre, nous considérons une grille composée de 1000 cellules pour les pulsations ω telle que ω satisfasse la condition (3.11). Nous considérons respectivement une grille de 45 et 90 cellules pour les angles θ et ϕ telles que $0 \leq \theta \leq \pi$ et $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Le nombre de cellules définissant la plage de chaque variable (ω, θ, ϕ) est évidemment ajustable. Nous avons choisi ces nombres car ils offrent un bon compromis entre une bonne précision et un bruit minimal. Du fait de la large gamme en fréquence du spectre, pour une clarté optimale, il est nécessaire de travailler avec une échelle logarithmique.

3.5 Conservation de l'énergie totale

La prise en compte de la réaction du rayonnement dans l'équation du mouvement des électrons implique la nécessité de considérer l'énergie des photons émis pour conserver l'énergie totale du système. L'énergie totale est la somme

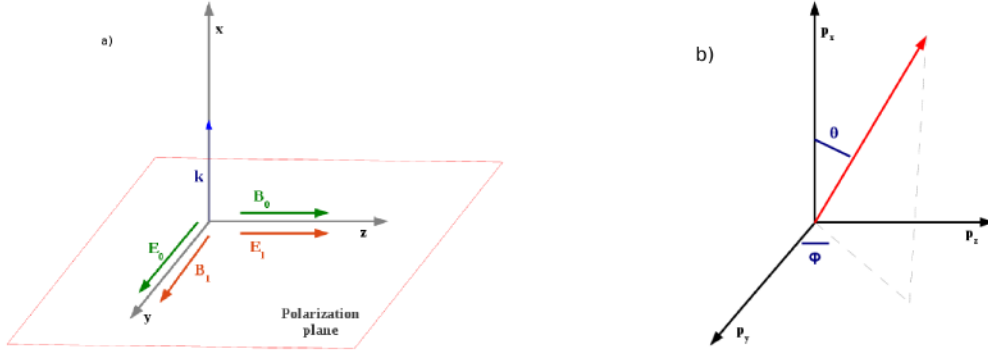


Figure 3.2: (a): illustration des angles θ et ϕ par rapport à l'orientation du champ laser. En vert : pour une polarisation linéaire. En vert et orange: pour une polarisation circulaire. (b): angles θ et ϕ représentés dans l'espace des phases de l'électron.

de l'énergie des champs, des particules et du rayonnement. Le tableau ci-dessous 3.3 récapitule pour des densités de plasma et des épaisseurs de cible variables l'écart relatif maximal $\text{Max}[\Delta\mathcal{E}]$ entre l'énergie totale sans pertes par rayonnement et l'énergie totale avec pertes par rayonnement incluses:

$$\text{Max}\Delta\mathcal{E} = \frac{\text{Max} \left| \mathcal{E}_{\text{avec le rayonnement}} - \mathcal{E}_{\text{sans le rayonnement}} \right|}{\text{Max}\mathcal{E}_{\text{sans le rayonnement}}} \quad (3.18)$$

Dans le cas où les pertes radiatives ne sont pas considérées, le code PICLS conserve l'énergie totale. En d'autres termes, cela permet d'estimer si l'implémentation de l'auto-force dans le poussoir de particule est correcte, impliquant un $\text{Max}\Delta\mathcal{E}$ faible. Nous considérons un champ laser polarisé circulairement, d'intensité $I = 1.1 \times 10^{23} \text{W/cm}^2$ ($a_y = a_z = 200$) et dont le profil temporel est une gaussienne de 13 périodes laser en largeur à mi hauteur.

On remarque clairement que cet écart (exprimé en pourcentage) est extrêmement faible pour toutes les densités électroniques et épaisseurs de cible choisies. Les écarts relatifs sont plus importants dans le cas de $n_e = 10n_c$ pour une même épaisseur de cible. Cela est dû au fait que le laser pénètre davantage dans le plasma et favorise ainsi grandement la production de rayonnement, croissant avec la longueur de la cible, car davantage d'électrons rayonnent. L'augmentation de l'écart relatif $\text{Max}[\Delta\mathcal{E}]$ pourrait s'expliquer en incriminant la redondance du calcul de la partie incohérente par le solveur de Maxwell, dans le cas où $\omega_{\min} < 1/\Delta t$.

Max[$\Delta\mathcal{E}$] (%)			
	$l = \lambda_L$	$l = 10\lambda_L$	$l = 100\lambda_L$
$n_e = 10n_c$	0.01	0.22	0.4
$n_e = 50n_c$	10^{-4}	0.02	0.008

Figure 3.3: Conservation de l'énergie totale du système. Différentes densités et longueurs de plasma ont été considérées. Le paramètre Max[$\Delta\mathcal{E}$] dénote l'écart relatif maximal entre l'énergie totale calculée sans la considération de la réaction du rayonnement et celle calculée en tenant compte de la réaction du rayonnement.

3.6 Temps de calcul

Dans le but de montrer la performance de ce schéma numérique, nous avons comparé la différence du temps de calcul pour des simulations à une dimension spatiale, avec et sans pertes par rayonnement. Nous avons considéré une impulsion laser de polarisation circulaire avec $a_0 = 192$ et de longueur d'onde $\lambda_L = 0.8 \mu\text{m}$, en incidence normale sur une cible plasma avec une densité électronique $n_e = 100n_c$. Deux types de cibles, fine et épaisse, sont prises en compte de longueurs respectives $l = 100\lambda_L$ et $l = \lambda_L/8$. Dans le cas d'une cible mince, la différence relative de temps de calcul (~ 20000 pas de temps) est de 2.8% alors que pour une cible épaisse elle s'élève à 8.4%. Ces valeurs incluent le temps d'écriture des fichiers diagnostics. Par conséquent, l'implémentation de l'auto-force dans le pousseur de particules ne pénalise pas les performances du code PICLS. Evidemment, pour des simulations numériques plus fines et poussées ou de dimensions spatiales supérieures, la prise en compte des pertes par rayonnement affectera davantage le temps de calcul. Néanmoins, la différence relative demeure comprise dans la gamme 20-30%, ce qui est tout à fait raisonnable.

3.7 Cas tests

L'implémentation des pertes par rayonnement a aussi été validée en comparant nos simulations avec des résultats publiés dans les références [Schlegel et al. 2009] et [Chen et al. 2011]. Dans ce manuscrit nous nous contenterons de présenter quelques comparaisons avec la référence [Schlegel et al. 2009]. Dans un premier cas, nous étudions le creusement d'un canal dans un plasma par une impulsion laser ultra intense interagissant avec cible de longueur $l = 100\lambda_L$. Les paramètres laser et plasma proviennent de la référence

[Schlegel et al. 2009]. Nous considérons un plasma d'électrons et de protons, de densité électronique $n_e = 10n_c$ et de température initiale, $T_e/m_e c^2 = 10^{-2}$. L'intensité laser est de $8 \times 10^{22} \text{W/cm}^2$. Nous considérons un profil trapézoïdal ayant un plateau de $16 T_L$ et dont les temps de montée et de descente sont d'une période laser. L'impulsion laser interagit à $t = 0$ avec le plasma. La figure 3.4 montre l'espace des phases des électrons et des ions avec et sans pertes par rayonnement à $t = 100T_L$. Ces résultats sont très proches de ceux obtenus dans la référence [Schlegel et al. 2009]. Les pertes par rayonnement mènent à une contraction du volume de l'espace des phases des électrons. Ceci a été démontré de façon formelle dans la section relative au modèle de Sokolov (voir section 2.4). Le moment maximal de l'électron est réduit de $1500m_e c$ à moins de $800m_e c$ et le moment maximal des ions tel que $p_{x,i} \leq 0$, diminue de $-0.9m_i c$ jusqu'à $-0.1m_i c$ lorsqu'on tient compte des pertes par rayonnement.

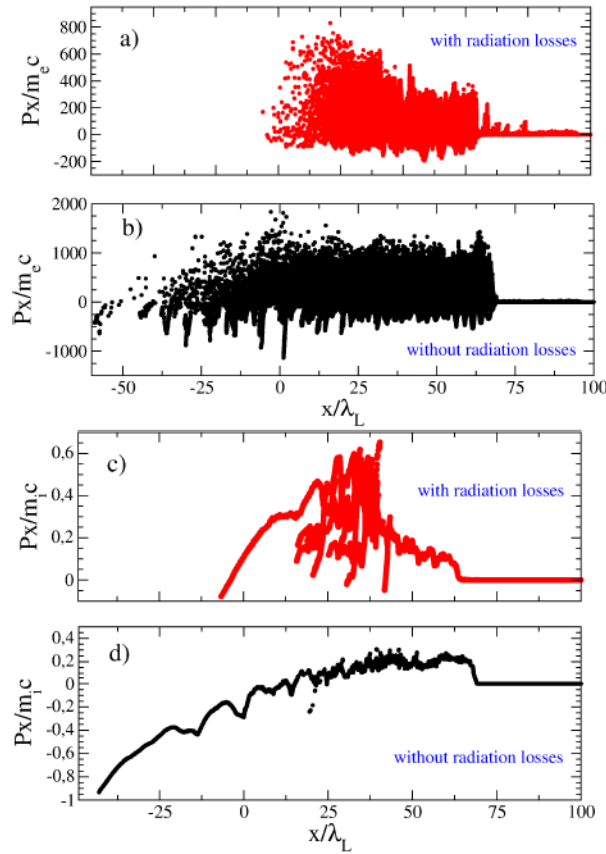


Figure 3.4: Espace des phases des électrons (a,b) et des ions (c,d) avec (a,c) et sans (b,d) pertes par rayonnement à $t = 100T_L$.

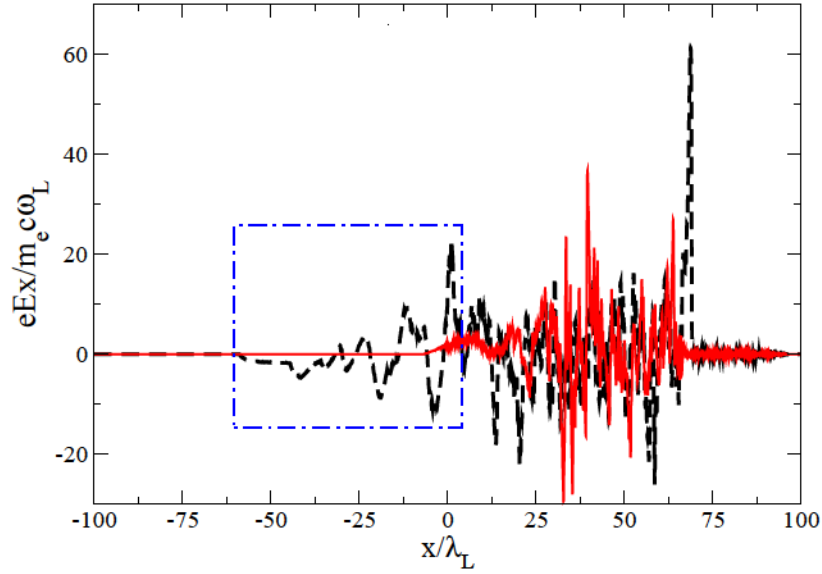


Figure 3.5: Champ électrostatique avec (lignes rouges) et sans (lignes noires pointillées) pertes par rayonnement à $t = 100T_L$. La partie du champ électrique en dehors du plasma est montrée dans le cadre en pointillés bleus.

Une information supplémentaire peut être obtenue avec ce cas test. Les pertes par rayonnement influencent de manière indirecte la dynamique des ions, par le champ de séparation de charges E_x fortement dépendant de la dynamique électronique. La figure 3.5 montre le champ de séparation de charges à $t = 100T_L$ avec et sans pertes par rayonnement. Nous remarquons clairement que dans le cas où les pertes par rayonnement sont prises en compte, le nombre d'électrons s'échappant du plasma tel que $x \leq 0$ est beaucoup plus faible et l'amplitude du champ électrostatique E_x en est nettement diminuée, par rapport au cas où les pertes par rayonnement ne sont pas prises en compte. Ceci est dû au fait que les électrons qui se propagent à rebours de l'onde laser sont les plus soumis aux pertes radiatives. En effet, dans leur référentiel propre, l'amplitude du champ laser est augmentée d'un facteur $\gamma_e (1 - \beta_{e,\parallel})$, caractérisant l'effet Doppler relativiste (voir équation (2.114)). Ceci explique donc la forte diminution de l'impulsion d'électrons s'échappant à l'extérieur du plasma et par conséquent la diminution du champ de séparation de charges. En diminuant fortement le chauffage électronique, les pertes par rayonnement mènent à la réduction de la pression thermique électronique et par conséquent à un rétrécissement de la longueur du paquet d'électrons comprimé à l'avant de l'impulsion laser, par la force pondéromotrice. Cela influence directement sur l'accélération ionique. En effet, comme il peut être remarqué dans la figure 3.4d, le moment des ions se propageant dans la di-

rection de l'onde laser augmente et diminue dans la direction opposée.

3.8 Conclusion

Ce chapitre a présenté les outils numériques développés durant cette thèse. Après avoir rappelé les principes de base d'un code PIC, nous avons détaillé l'implémentation de la force de la réaction du rayonnement dans le poussoir de particules. Une validation de ce travail a été faite en comparant certains de nos résultats avec des résultats publiés. Nous avons montré que l'inclusion de l'auto-force augmente d'environ 20% au plus, le temps de calcul pour une simulation donnée. La conservation de l'énergie totale a été montrée. Nous avons détaillé comment le spectre des photons générés par les électrons accélérés avait été incorporé et modélisé. Nous avons rappelé les principales propriétés et hypothèses de ce rayonnement. Chaque information a permis d'en déduire une condition numérique pour la modélisation de ce rayonnement. Les diagnostics numériques mis en oeuvre permettent d'obtenir le spectre en énergie, la distribution angulaire ainsi que la répartition spatiale du rayonnement. Par ailleurs, des diagnostics permettant de déterminer le χ_e moyen ou maximal du plasma au cours de l'interaction sont aussi disponibles. Cela présente l'intérêt de pouvoir visualiser si les effets quantiques sont ou pas importants au cours de l'interaction et comment ils se comportent en fonction des paramètres laser et plasma.

Chapter 4

Effets des pertes par rayonnement dans l'interaction laser-plasma ultra-relativiste

Sommaire

4.1	Principaux régimes d'interaction à ultra-haute intensité	111
4.1.1	Le régime de transparence induite	111
4.1.2	Le régime hole-boring	112
4.1.3	Le régime light-sail	115
4.2	Pertes d'énergies par rayonnement d'un plasma .	118
4.3	Effet de la polarisation	120
4.3.1	Cible fine	122
4.3.2	Cible épaisse	123
4.4	Interaction d'une impulsion laser avec un plasma mince	127
4.4.1	Modification de la densité du paquet d'électrons . .	127
4.4.2	Accélération des ions	129
4.5	Le régime hybride transparence induite/piston . .	135
	Effet du rayonnement sur la vitesse du piston . . .	141
	Diminution de l'accélération des ions	145
4.6	Faisceau d'électrons interagissant avec une impulsion laser	146
4.7	Conclusion	153

Cette partie est dévolue aux études physiques réalisées pendant ces trois années de thèse. De façon générale, nous nous intéressons à la dynamique d'un plasma non collisionnel interagissant avec une impulsion laser ultra-brève et ultra-intense. Il est question de mieux comprendre la dynamique des électrons, des ions et des photons hautement énergétiques (rayonnement synchrotron) générés par les électrons accélérés.

Nous nous restreignons à des régimes d'interaction laser-plasma où la source extérieure d'énergie est celle du champ laser et où l'accélération par la pression de radiation (Radiation Pressure Accélération en anglais) est le mécanisme dominant. Différents types de configurations plasma et laser seront évoqués. Nous envisagerons trois types de régimes inclus dans le régime RPA à savoir le régime light-sail (cible fine), le régime transparence induite et le régime hole-boring dans le cas d'une cible épaisse. Les bases de ces trois régimes d'interaction seront rappelées. Les pertes par rayonnement ne sont pas considérées dans ces rappels. Cela permettra au lecteur d'avoir une vue d'ensemble de ces régimes pour considérer les pertes par rayonnement dans la suite de cette partie.

Le processus d'accélération d'ions a été étudié en détail, de façon expérimentale [Fuchs et al. 2006], [Robson et al. 2007] et grâce aux simulations numériques Particle-In-Cell (PIC) multidimensionnelles [Wilks et al. 2001], [Silva et al. 2004], [d'Humières et al. 2005]. Dans les références [Bulanov et al. 2002], [Malka et al. 2004], un plasma produit par une impulsion laser ultra-courte et ultra-intense a été proposé comme source d'ions hautement énergétiques dans le cadre de l'hadronthérapie en oncologie. De récentes simulations numériques et études théoriques montrent qu'à des intensités laser excédant 10^{22} W/cm², les ions peuvent être accélérés à des énergies relativistes via la pression de radiation de l'impulsion laser. L'importance de la force de friction dans l'équation du mouvement des électrons sous ces conditions a été démontrée dans les références [Naumova et al. 2009], [Schlegel et al. 2009]. Néanmoins, davantage d'études sont nécessaires sur la description théorique des pertes par rayonnement à ultra-haute intensité laser ainsi que sur les différents mécanismes d'accélération d'ions dans ce régime d'interaction.

Ce chapitre s'organise comme suit. La première partie introduit les principaux régimes d'interaction laser-plasma en régime Ultra-Haute-Intensité (UHI). La deuxième partie est dévolue au seuil en intensité au delà duquel les pertes par rayonnement jouent un rôle important dans la dynamique du plasma. Pour cela nous considérerons le rayonnement émis par les électrons d'un plasma de quelques centaines de longueurs laser interagissant avec une

impulsion ultra-intense. La troisième et la quatrième partie sont respectivement consacrées à l'influence des pertes par rayonnement dans le cas d'un plasma fin et d'un plasma épais. Dans sa dernière partie, ce chapitre traite de l'influence de la réaction du rayonnement lors de l'interaction d'un faisceau d'électrons, à rebours d'une impulsion laser ultra-intense. Un des buts de cette partie est de mettre en avant des signatures de la réaction du rayonnement pouvant être mesurées dans les expériences.

Les énergies caractéristiques mise en jeu lors de l'interaction laser-plasma sont définies par:

$$\varepsilon_k(t) = \int_0^t dt' I_k(t')$$

$$\eta_k = \varepsilon_k / \varepsilon_L, \quad (4.1)$$

où k s'écrit (γ) pour les photons, (e) pour les électrons et (i) pour les ions. $\varepsilon_\gamma(t)$ est la fluence rayonnée, $\varepsilon_e(t)$ est l'énergie par unité de surface des électrons, et $\varepsilon_i(t)$ est l'énergie par unité de surface des ions à l'instant t . De manière similaire,

$$\zeta_k = d\eta_k / dt / T_L, \quad (4.2)$$

définit l'intensité instantanée rayonnée ζ_γ ainsi que le taux d'énergie laser absorbé par les électrons ζ_e et les ions ζ_i normalisés par la période laser T_L . Ces grandeurs seront aussi utilisées dans le chapitre 5.

4.1 Principaux régimes d'interaction à Ultra-Haute-Intensité

4.1.1 Le régime de transparence induite

Le régime de transparence induite est souvent relié aux plasmas dont la densité électronique est en terme d'ordre de grandeur proche de la densité critique $n_c = \omega_L^2 m_e \epsilon_0 / e^2$. L'onde électromagnétique se propage dans le plasma en accord avec l'équation de dispersion :

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 / \langle \gamma_e \rangle + k^2 c^2, \quad (4.3)$$

où $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$ est la fréquence plasma électronique et $\langle \gamma_e \rangle$ est le facteur relativiste moyen du plasma. L'indice de réfraction de l'onde électromagnétique non-relativiste noté N est égal à : $N = \sqrt{1 - \frac{n_e}{n_c}}$ où $n_c = m_e \epsilon_0 \omega_L^2 / e^2$ est la densité critique du plasma. Dans le cas d'un plasma surdense, tel

que $n_e > n_c$ l'onde électromagnétique ne peut se propager et est réfléchi par le plasma. Néanmoins, dans le cas de plasmas relativistes tels que $\langle \gamma_e \rangle \gg 1$, la densité critique augmente et le plasma devient davantage transparent. L'onde électromagnétique peut s'y propager. C'est le régime de la transparence induite. Plus l'onde est intense, plus la propagation dans le plasma sera efficace puisque le facteur $\langle \gamma_e \rangle$ peut s'estimer via le potentiel vecteur normalisé de l'onde de la manière suivante $\langle \gamma_e \rangle \simeq (1 + a_0^2)^{1/2}$ [Lefebvre and Bonnaud 1997]. La densité critique n_c tend vers $n_c (1 + a_0^2)^{1/2}$. Néanmoins, les pertes par rayonnement tendent à augmenter le coefficient de réflexion, et par conséquent à réduire l'efficacité de la propagation du champ laser au sein du plasma. Dans le cas d'une cible mince accélérée par une impulsion laser, celle-ci est en premier lieu transparente pour l'onde électromagnétique. Au fur et à mesure de l'accélération, la cible devient de moins en moins transparente pour l'onde électromagnétique car la longueur d'onde du laser augmente dans son référentiel propre. Cet aspect est notamment discuté dans la référence [Esirkepov et al. 2004].

4.1.2 Le régime hole-boring

La force pondéromotrice provenant d'une impulsion électromagnétique est depuis longtemps considérée comme étant un moyen efficace d'accélérer des ions à haute énergie [Wilks et al. 1992]. Dans le cas de faibles intensités laser ($a_0 \ll 1$) l'absorption de l'énergie laser par le plasma a pour conséquence d'augmenter fortement sa température. Il s'ensuit que la pression d'ablation domine la pression de radiation. Néanmoins, pour des intensités relativistes, la situation peut s'inverser. En effet, il a été démontré de façon théorique que des cibles ultra-fines ($l = 1\mu\text{m}$) peuvent être accélérées à des énergies ioniques de l'ordre du GeV par le champ de séparation de charges du nuage d'électrons initialement poussé par la pression de radiation [Esirkepov et al. 2004].

Lors de l'interaction du champ laser avec le plasma, les électrons sont poussés par la force pondéromotrice. Il s'ensuit la formation d'un champ de séparation de charges entre les électrons et les ions. Ce champ électrostatique engendre un choc à la surface avant de la cible. Le piston perturbe la population d'ions et les réfléchit à des vitesses importantes, de l'ordre de 2 fois la vitesse du piston [Denavit 1992]. Après ce stade de formation, le choc se maintient à une vitesse constante que l'on notera $c\beta_p$. La structure de choc peut être identifiée en regardant l'espace des phases des ions, comme le montre la figure 4.2-b. Les ions réfléchis par le choc génèrent de la dissipation pour la formation du choc tandis que les ions piégés à l'avant du choc

(zone “upstream”) dissipent la structure d’onde qui se développe derrière le choc [Forslund et al. 1970]. La génération de chocs non collisionnels dans des plasmas surdenses peut engendrer des nombres de Mach importants et une réflexion totale des ions provenant de la zone upstream dans la couche de séparation de charges [Chen et al. 2007], [Zhang et al. 2009]. L’utilisation d’une polarisation circulaire pour l’impulsion laser permet d’éviter un fort chauffage électronique en raison de la suppression de la partie oscillante à $2\omega_L$ de la force pondéromotrice. De plus, la polarisation circulaire a l’avantage de pouvoir générer un spectre en énergie des ions quasi-monoénergétique.

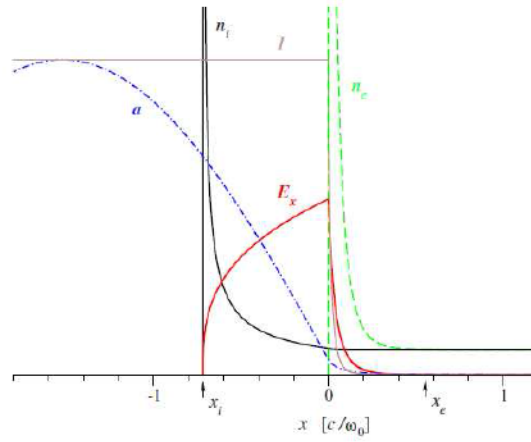


Figure 4.1: Structure double couche du piston laser engendrant une structure stable, équilibrée par la pression de radiation et le champ de séparation de charges induits.

La figure 4.1 (extraite de la référence [Schlegel et al. 2009]) illustre la structure stable formée par la pression de radiation du laser et la séparation de charges engendrée. Idéalement, cette structure montre que le champ laser est séparé des particules dont les électrons, ce qui implique une faible quantité de rayonnement émise au sein du piston. Néanmoins, une interaction minimale est toujours persistante entre les électrons et le champ laser afin que ceux-ci soient poussés par ce dernier, et entraînent les ions par le champ électrostatique.

Afin de déterminer l’expression de la vitesse de cette structure, nous supposons que le chauffage pour les ions et les électrons est négligeable dans la zone d’interaction. L’utilisation d’une polarisation circulaire pour l’impulsion laser est la plus adéquate dans ce cas. Dans le référentiel du piston se propageant à la vitesse $c\beta_p$, la fréquence du laser ω'_L est décalée vers les basses fréquences (voir expression (4.16)), exactement comme dans le cas d’une cible fine détaillé en section 4.4. Le champ laser est supposé complète-

ment réfléchi par le plasma. La pression de radiation déposée par l'impulsion laser est de $\frac{2I'}{c}$ dans le référentiel du piston. Comme l'intensité du champ laser (notée I dans le référentiel du laboratoire et I' dans le référentiel du piston) dépend du carré de la pulsation du laser, l'intensité I' s'écrit en fonction de I et β_p de la manière suivante:

$$I' = I \frac{(1 - \beta_p)}{(1 + \beta_p)} \quad (4.4)$$

La pression radiative $2I'/c$ est compensée par la pression des particules venant de la droite (en supposant que le piston se propage vers les x positifs), rentrant en contact avec le piston. Ces particules sont réfléchies de façon élastique [Schlegel et al. 2009]. Dans le référentiel du piston la pression des particules (homogène à un moment surfacique) s'écrit:

$$2n'_i v_p m_a \gamma_p v_p = 2\rho c^2 \gamma_p^2 \beta_p^2, \quad (4.5)$$

où $\rho = (m_i + Zm_e) n_{oi}$

est la densité de masse et n_{oi} est la densité des ions rentrant en contact avec le piston lors du choc. Ces ions appartiennent à la zone avant du choc. La zone avale est la zone perturbée par le choc et qui se trouve donc à l'arrière du choc. En égalant la pression de radiation du laser et la pression due aux particules, nous obtenons l'équation d'équilibre régissant la dynamique du piston et dont l'inconnue est sa vitesse $c\beta_p$ [Naumova et al. 2009], [Robinson et al. 2009]:

$$\frac{I}{\rho c^3} \frac{1 - \beta_p}{1 + \beta_p} = \gamma_p^2 \beta_p^2 \quad (4.6)$$

L'équation d'équilibre (4.6) se résout en posant $B = (I/\rho c^3)^{1/2}$, nous permettant d'obtenir la vitesse du piston [Schlegel et al. 2009]:

$$\beta_p = \frac{B}{1 + B} \quad (4.7)$$

Un calcul détaillé [Schlegel et al. 2009] montre que le champ laser est fortement réduit dans le plasma très surcritique ($a_y \propto a_0 / \sqrt{n_e}$). Cela explique de faibles pertes radiatives. Pour montrer cela, nous considérons une impulsion laser d'intensité $I = 8 \times 10^{22}$ W/cm² polarisée circulairement interagissant sur un plasma d'électrons et deutérons d'épaisseur $l = 100\lambda_L$ et de densité initiale $n_{e0} = 10n_c$. Nous choisissons un profil temporel trapézoïdal dont les temps de montée et de descente sont d'une période laser, avec un plateau de 16 périodes laser. Chaque cellule de plasma a une taille de $\lambda_L/80$,

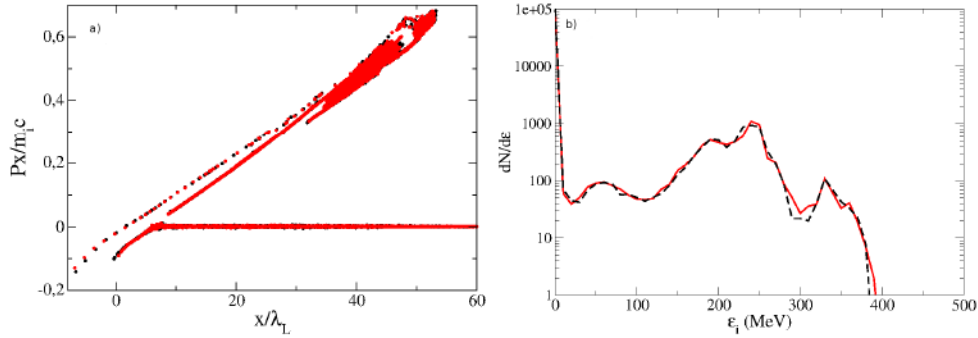


Figure 4.2: Illustration du régime piston à $t = 100T_L$. (a): espace des phases des ions, (b): spectre en énergie des ions. Cercles rouges: avec la considération des pertes par rayonnement. Carrés noirs: sans la considération des pertes par rayonnement.

contenant 60 macro-particules, électrons et ions. Le laser interagit avec le plasma à $t = 0$. Le temps total de la simulation est de $100 T_L$.

La figure 4.2 montre l'espace des phases des ions sur le panel a), ainsi que le spectre en énergie sur le panel b). Ce type d'espace des phases est typique du régime piston. En entrant en interaction avec le piston, les ions du plasma non perturbé (zone à l'avant du choc) sont réfléchis à deux fois la vitesse du piston. Cette population d'ions est clairement visible sur la figure 4.2-a. L'énergie cinétique de ces ions varie jusqu'à 380 MeV, comme le montre la figure 4.2-b. Le champ laser est bien séparé des particules chargées, par la structure du piston rendant négligeable l'effet des pertes par rayonnement dans ce type de régime.

4.1.3 Le régime light-sail

Le régime light-sail est le processus d'interaction mis en jeu entre une impulsion laser interagissant avec une cible de plasma relativement fine, dont l'épaisseur est telle que la pression électrostatique soit au moins de l'ordre de la pression de radiation. Par ailleurs, ce type de régime est optimal lorsque le champ laser est de l'ordre du champ électrostatique, si tous les électrons sont éjectés de la cible [Macchi et al. 2009]:

$$a_0 \sim \frac{n_e}{n_c} \frac{l}{\lambda_L} \quad (4.8)$$

La pression de radiation du laser pousse en premier lieu les électrons de la cible engendrant ainsi un champ de séparation de charges entre ceux-ci et les ions de la cible. Pour une intensité laser suffisamment grande, tous les

électrons sont éjectés de la cible. Il s'ensuit que la cible est entièrement poussée et se propage dans l'espace dans le même sens que le champ laser. D'où le nom de light-sail (voile légère) attribué à ce type d'interaction. Si la densité des électrons n'est pas assez importante, la plupart des électrons sont expulsés de la cible et les ions sont accélérés par leur propre charge, c'est le régime de type explosion coulombienne directionnelle. Ce régime a été étudié dans les références [Macchi et al. 2009], [Esirkepov et al. 2004].

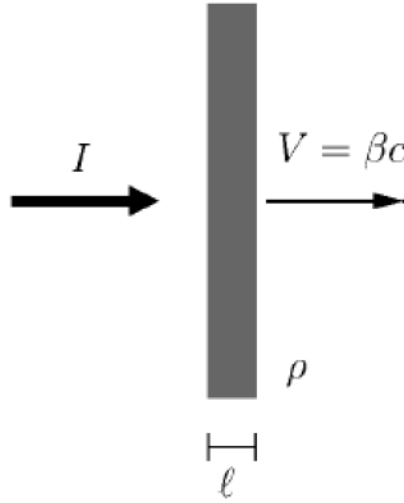


Figure 4.3: Schéma de base du régime light-sail. Une impulsion laser d'intensité I interagit avec une cible fine d'épaisseur l .

Afin d'être le plus pédagogique possible nous allons présenter le plus simple modèle de ce type d'accélération, à savoir un miroir parfait (la cible de plasma) poussée par la pression de radiation provenant du laser, en incidence normale, par rapport au plan de la cible, comme l'illustre la figure 4.3. Afin de réduire le chauffage électronique pour avoir une efficacité maximale sur l'accélération des ions nous considérons une impulsion laser polarisée circulairement. Le modèle de light-sail est basé sur l'équation suivante, régissant le mouvement de la cible de plasma (Voir figure 4.3) dans le référentiel du laboratoire:

$$\frac{d}{dt}(\beta_{LS}\gamma_{LS}) = \frac{2I(t - X_{LS}/c)}{\rho l c^2} R(\omega') \frac{1 - \beta_{LS}}{1 + \beta_{LS}}, \quad (4.9)$$

où $\gamma_{LS} = (1 - \beta_{LS}^2)^{-1/2}$, $dX_{LS}/dt = V_{LS}$, I est l'intensité de l'impulsion laser incidente, $\rho = (m_i n_i + m_e n_e)$ la densité de masse de la cible et l l'épaisseur de la cible. $R(\omega')$ est le coefficient de réflexion dans le référentiel de la cible avec

$\omega' = \omega \sqrt{(1 - \beta_{LS})/(1 + \beta_{LS})}$. Pour un coefficient de réflexion $R=1$ (miroir parfait) nous obtenons l'expression suivante pour la vitesse de la cible:

$$\beta_{LS} = \frac{(1 + K)^2 - 1}{(1 + K)^2 + 1}, \quad K = \frac{2F}{\rho l c^2} = 2\pi \frac{Z m_e a_0^2 \tau}{A m_p \xi}, \quad (4.10)$$

où $F = \int I dt = a_0^2 \tau$ la fluence de l'impulsion laser avec τ la durée de l'impulsion laser et $\xi = \pi \frac{n_e}{n_c} \frac{l}{\lambda_L}$. Nous définissons le paramètre:

$$\bar{\xi} = \pi \frac{n_e}{n_c} \frac{l}{\lambda_L} \times \frac{1}{a_0} = \frac{\xi}{a_0} \quad (4.11)$$

Celui-ci rend compte de l'importance des effets collectifs par rapport aux effets pondéromoteurs. Le paramètre $\bar{\xi}$ est lié à la densité surfacique de la cible. Pour avoir une réflectivité importante, $R \sim 1$, le régime d'accélération "light-sail" nécessite la condition:

$$\bar{\xi} \geq 1 \quad (4.12)$$

Le modèle light-sail définit le rendement η comme étant le rapport entre l'énergie mécanique de la cible et l'énergie de l'impulsion électromagnétique incidente [Macchi et al. 2009]:

$$\eta = 2\beta_{LS} / (1 + \beta_{LS}), \quad \beta = V_{LS}/c \quad (4.13)$$

où V_{LS} est la vitesse de propagation de la cible de plasma assimilée à un miroir parfait. Nous remarquons que pour des vitesses relativistes ($\beta \rightarrow 1$) l'efficacité du transfert d'énergie tend vers 1. Le coefficient η (4.13) peut être interprété comme la conservation du nombre de photons N , de l'onde laser réfléchi par le miroir, se propageant, durant un faible intervalle de temps. En supposant que chaque photon incident a une énergie $\hbar\omega$ (hypothèse d'une onde monochromatique) pour simplifier, les énergies totales des impulsions incidentes et réfléchies sont données par $N\hbar\omega$ et $N\hbar\omega'$. La fréquence ω_r du photon réfléchit est $\omega_r = \frac{1-\beta_{LS}}{1+\beta_{LS}}\omega$ dû à l'effet Doppler. L'énergie transférée au miroir est égale à la différence des deux énergies précédentes soit $2\frac{\beta_{LS}}{1+\beta_{LS}}N\hbar\omega$. En divisant par l'énergie totale de l'onde incidente, $N\hbar\omega$ nous retrouvons l'expression du rendement η (4.13).

Comme dans le cas du régime hole-boring (voir section 4.1.2), nous allons montrer que l'influence du rayonnement est négligeable sur l'accélération des ions. Nous considérons l'interaction d'une impulsion laser sur un plasma de densité initiale $n_{e0} = 100n_c$ et d'épaisseur $l = 0.5\lambda_L$. Nous utilisons

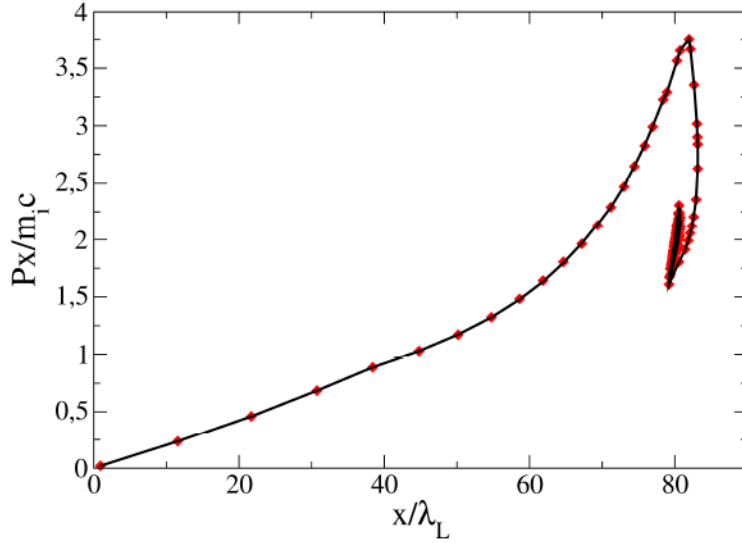


Figure 4.4: Espace des phases des ions à $t = 100T_L$. $n_e = 100n_c$ et $l = 0.5\lambda_L$. $I = 5.1 \times 10^{22} \text{ W/cm}^2$. Le laser est polarisé circulairement. Avec pertes radiatives (points noirs) et sans pertes radiatives (ligne rouge).

les mêmes paramètres laser qu'en section 4.1.2 avec une intensité laser de $5.1 \times 10^{22} \text{ W/cm}^2$ soit $a_0 = 136$.

Le paramètre relié à la densité surfacique $\xi \simeq 160$ est supérieur à $a_0 = 136$ (soit $\bar{\xi} > 1$ (4.11)), ce qui confirme que le régime d'interaction est bien de type "light-sail". Comme dans le cas du régime du piston, (section 4.1.2) lorsque le régime du "light-sail" est établi, les particules sont relativement séparées du champ laser bien que les électrons voient toujours une fraction (en terme d'intensité) de l'impulsion laser (sinon, E_x tendrait vers 0 et la cible serait stoppée). Ceci a pour conséquence de réduire fortement l'influence du rayonnement sur l'accélération des ions, constaté en figure 4.4, où l'espace des phases des ions reste inchangé.

4.2 Pertes d'énergies par rayonnement d'un plasma irradié par un laser à ultra-haute intensité

Afin de montrer de manière pédagogique l'importance des pertes par rayonnement, dans le cadre de l'interaction laser-plasma à ultra-haute intensité, nous avons calculé l'énergie rayonnée pour des intensités allant de 10^{22} W/cm^2 à $3.3 \times 10^{23} \text{ W/cm}^2$. Nous considérons un plasma surdense de densité électronique $n_e = 10 n_c$ et d'épaisseur $l = 100\lambda_L$, entouré de $100 \lambda_L$ de vide à gauche (d'où arrive le laser) ainsi que de 10 mailles de vide pour l'extrémité

droite de la cible. L'impulsion laser a un profil trapézoïdal avec des temps de montée et de descente d'une période laser, et un plateau constant de 16 périodes laser $T_L = \lambda_L/c$. Chaque maille de plasma a la taille $1/100 \lambda_L$ et contient 30 macro-particules, électrons et deutérons, soit $m_i/m_e = 3672$. La figure 4.5

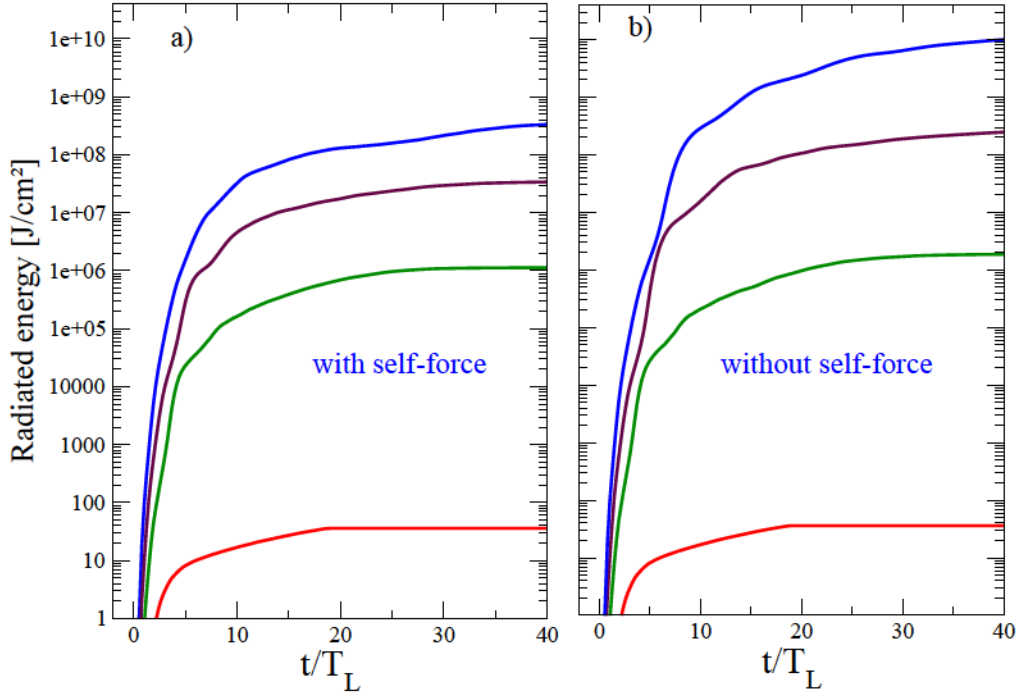


Figure 4.5: Pertes par rayonnement via l'interaction d'une impulsion laser avec un plasma surdense d'épaisseur $100\lambda_L$ avec (a) et sans (b) prise en compte de l'auto-force, pour des intensités laser 10^{21}W/cm^2 (rouge), 10^{22}W/cm^2 (vert), $8 \times 10^{22}\text{W/cm}^2$ (violet), et $3.3 \times 10^{23}\text{W/cm}^2$ (bleu).

illustre l'énergie rayonnée dans la boîte de simulation au cours du temps, par les électrons accélérés. Pour des intensités inférieures à 10^{22}W/cm^2 , l'énergie rayonnée $\sim 0.1\text{J/cm}^2$ est négligeable par rapport à l'énergie laser incidente de $5 \times 10^8\text{J/cm}^2$, et l'auto-force n'a guère d'influence sur la dynamique du plasma. Cependant, la différence (entre les panels a) et b)) devient significative pour des intensités laser plus élevées. Dans le cas extrême (traits bleus), l'intensité laser de $3.3 \times 10^{23}\text{W/cm}^2$ est comparable à l'intensité rayonnée. De plus, nous constatons que les pertes par rayonnement restent importantes après la fin de l'impulsion laser. Ceci est dû au fait qu'à ces intensités là, l'amplitude du champ de séparation de charges est suffisamment forte pour

affecter la dynamique du plasma et notamment l'émission de rayonnement, après la fin de l'impulsion laser bien que l'intensité rayonnée diminue fortement. Ceci sera davantage étudié dans la suite de cette partie.

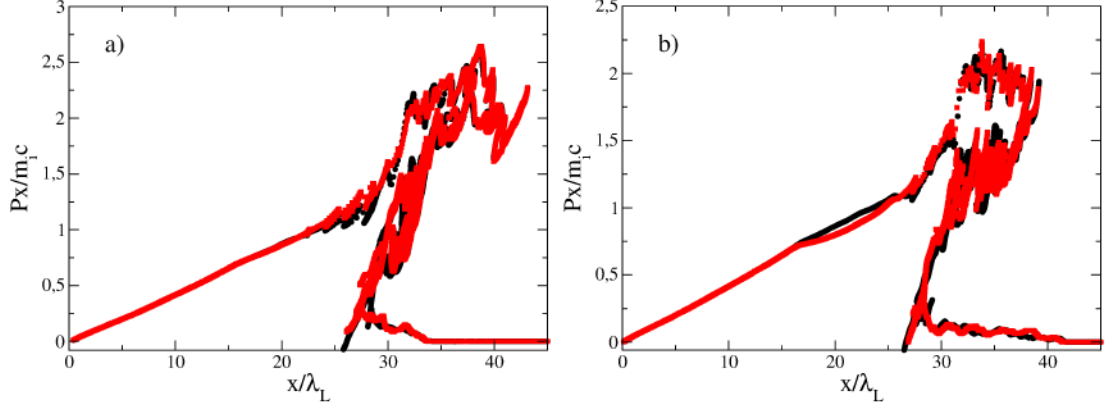


Figure 4.6: Espace des phases des ions montrant la différence entre le modèle de Landau-Lifshitz et le modèle de Sokolov pour une intensité laser de $8 \times 10^{22} \text{ W/cm}^2$ (a) et $3.3 \times 10^{23} \text{ W/cm}^2$ (b). Les cercles noirs se rapportent au modèle de Sokolov. Les carrés rouges se rapportent au modèle de Landau-Lifshitz.

Nous avons aussi évalué la différence entre les modèles de Landau-Lifshitz (2.68) et de Sokolov (2.88), pour des paramètres laser et plasma identiques à ceux de la figure 4.5. La figure 4.6 montre l'espace des phases des ions obtenu au temps $t = 50T_L$. Pour les deux intensités laser considérées, $8 \times 10^{22} \text{ W/cm}^2$ (a) et $3.3 \times 10^{23} \text{ W/cm}^2$ (b) il n'y a pratiquement aucune différence tant dans la distribution des ions que pour les trajectoires des électrons, comme le montre la figure 4.6. Les différences entre le modèle de Landau-Lifshitz et le modèle de Sokolov sont négligeables. En conséquence, pour des intensités laser telles que $\chi_e \leq 1$, il n'est guère nécessaire de prendre en compte le terme perturbatif $\delta \mathbf{v}_e$ dans l'équation de la trajectoire des électrons (2.88). Ces deux modèles donnent essentiellement les mêmes résultats dans ce régime d'interaction.

4.3 Effet de la polarisation en régime de transparence induite

Dans cette section, nous allons étudier l'influence des pertes par rayonnement sur la distribution des électrons et des ions en fonction de la polarisation

laser considérée. Nous nous plaçons dans le régime de la transparence induite afin d'observer les effets les plus importants dus aux pertes par rayonnement. Dans ce régime, le laser interagit avec tout le plasma en induisant de fortes pertes radiatives pour les électrons. C'est une interaction favorable car l'amplitude du champ électrostatique est importante, sans nuire à la propagation du champ laser à travers le plasma [Brady et al. 2013]. Afin d'étudier cela, nous nous donnons une impulsion gaussienne de largeur à mi hauteur $13 T_L$ et d'intensité $I = 1.1 \times 10^{23} \text{W/cm}^2$ interagissant avec une cible de plasma composée d'électrons et de deutérons et de densité initiale $n_{e0} = 10n_c$. Nous sommes bien dans un régime de transparence induite car $n_{e0}/n_c \ll a_0$. Nous considérons deux types de cibles: fine ($l = 1\lambda_L$) et épaisse ($l = 100\lambda_L$) avec des polarisations circulaire et linéaire pour l'onde laser incidente. Les distributions des particules dans l'espace des phases (p_x, p_y) sont représentées à l'instant où l'énergie cinétique des électrons est maximale. Le laser interagit avec le plasma à $t = 0$.

Comme mentionné précédemment, les pertes par rayonnement sont maximales pour les électrons se propageant à rebours de l'onde laser. En effet, l'intensité rayonnée est de l'ordre de $\tau_r (\gamma_e^2/m_e) \|\mathbf{F}_{Le}\|^2$ et est maximisée pour des électrons se propageant en sens inverse du champ laser. En utilisant l'expression pour le champ laser, l'intensité rayonnée par un électron est de l'ordre de $\omega_L^2 \tau_r \gamma_e^2 a_0^2 m_e c^2$ (voir équation (2.159)). Pour un mouvement quelconque, l'impulsion longitudinale $p_{x,e}$ est γ_e^2 fois plus affectée que l'impulsion transverse p_y , ce qui implique une forte anisotropie dans la distribution des électrons. Cette anisotropie est clairement montrée en figures 4.7 et 4.8 où la quantité de rayonnement générée est maximale pour les électrons ayant un faible moment perpendiculaire c'est à dire $p_{e,x} \gg p_{e,y}$. Le facteur γ_e^2 dans la force de réaction est expliqué comme suit. Le terme dû à la réaction du rayonnement dans l'équation de la trajectoire des électrons est proportionnel au terme $\gamma_e^2 [\mathbf{F}_{Le} - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \boldsymbol{\beta}_e) \boldsymbol{\beta}_e]$. Puisque le champ électrique du laser est perpendiculaire à l'axe de propagation, le terme précédent tend vers $\gamma_e^2 \|\mathbf{F}_{Le}\|^2$, alors que pour un électron ayant $p_{e,y} \gg p_{e,x} \gg m_e c$, la composante liée au champ électrique de la force de friction tend vers $\gamma_e^2 (1 - \beta_e^2) \|e\mathbf{E}_{Le}\|^2 = \|e\mathbf{E}_{Le}\|^2$. D'un point de vue cinétique, les pertes par rayonnement tendent à contracter l'espace des phases des électrons comme il a été montré dans la référence [Tamburini et al. 2010] et dans la section 2.4, dans le cadre des équations de Sokolov. En conséquence, les pertes par rayonnement induisent une diminution de l'entropie du plasma, montrée en section 2.4.5. Un des buts de cette section est de voir si les pertes par rayonnement sont plus importantes en polarisation circulaire ou en polarisation linéaire.

4.3.1 Cible fine

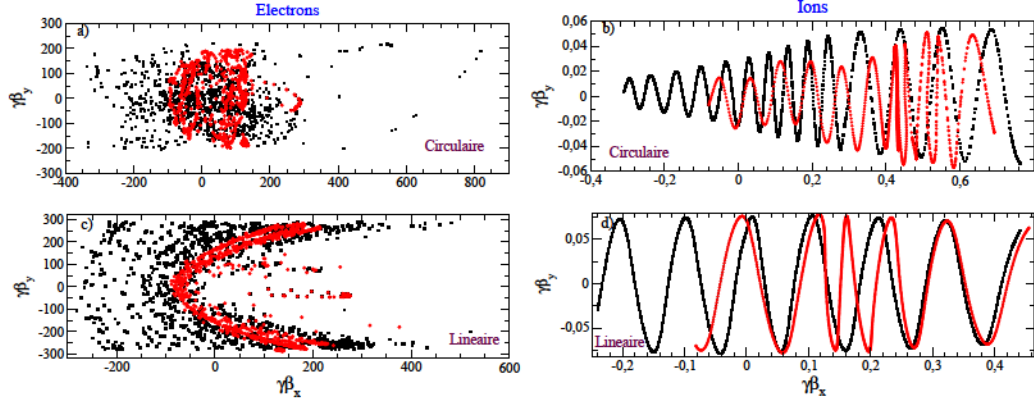


Figure 4.7: Influence des pertes par rayonnement et de la polarisation sur la distribution des électrons et des ions dans l'espace des phases (p_x, p_y) . Cas d'une cible fine ($l = 1\lambda_L$) avec $n_e = 10 n_c$ à $t = 40T_L$ pour une polarisation circulaire (a) et linéaire (b) pour $I = 1.1 \times 10^{23} \text{ W/cm}^2$. Les cercles rouges et carrés noirs représentent respectivement la distribution électronique avec et sans prise en compte des pertes par rayonnement. Une impulsion gaussienne est considérée.

Dans le cas d'une cible fine l'énergie maximale des électrons est atteinte à $t \simeq 16 T_L$ dans le cas d'une polarisation linéaire et à $t \simeq 26 T_L$ dans le cas d'une polarisation circulaire. Ces temps sont relativement proches impliquant que le champ laser est la principale source d'accélération et d'énergie pour les électrons. L'accélération des électrons est, dans ce cas, semblable à celle survenant dans le vide, où le champ électrostatique peut être négligé. En effet, le champ électrostatique E_x est borné à :

$$E_x \sim en_{e0}l/\epsilon_0 \ll v_x B_z \sim a_0 E_c = E_L, \quad (4.14)$$

où $E_c = m_e c \omega_L / e$ est le champ de Compton. Dans le cas d'une polarisation circulaire, la distribution des électrons est plus compacte avec la considération des pertes par rayonnement. Le temps d'accélération correspond au temps mis par l'électron, progressivement accéléré, pour voir le maximum du champ laser. Les pertes par rayonnement entraînent une diminution de l'impulsion longitudinale pouvant aller jusqu'à 65 %.

Les figures 4.7-b et 4.7-d montrent la fonction de distributions des ions, correspondant au temps où l'énergie cinétique des électrons est maximale. Quelque soit la polarisation laser considérée, la distribution des ions présente des oscillations. l'impulsion transverse est déterminée par la force de Laplace

telle que $\mathbf{p}_{y,i} = \mathbf{v}_{x,i} \mathbf{B}_z \propto e A_y(x - ct)/m_i$. L'impulsion longitudinale $p_{x,i}$ est directement liée au champ électrostatique par: $p_{x,i} = e E_x$. Les pertes par rayonnement tendent à modifier la structure spatiale du champ électrostatique. Comme les électrons les plus sujets aux pertes radiatives sont ceux qui se propagent à rebours de l'onde laser, le champ de séparation de charge est fortement diminué en face arrière de la cible, comme cela a été évoqué en section 3.7. Par conséquent la distribution des ions tend vers 0 pour des ions ayant une impulsion négative, comme il peut être constaté sur les figures 4.7-b et 4.7-d. Dans le cas d'une polarisation circulaire, les pertes par rayonnement induisent un fort décalage des oscillations en fonction de l'impulsion longitudinale (figure 4.7-b). Du fait de l'absence de la composante oscillante en $2\omega_L$ de la force pondéromotrice, le chauffage électronique est fortement atténué. Davantage d'énergie est stockée dans le champ électrostatique, ce qui implique une modification plus importante pour la fonction de distribution des ions.

En résumé, les pertes par rayonnement sont plus importantes en polarisation linéaire pour la distribution des électrons alors qu'elles affectent davantage la dynamique des ions lorsque le laser est polarisé circulairement.

4.3.2 Cible épaisse

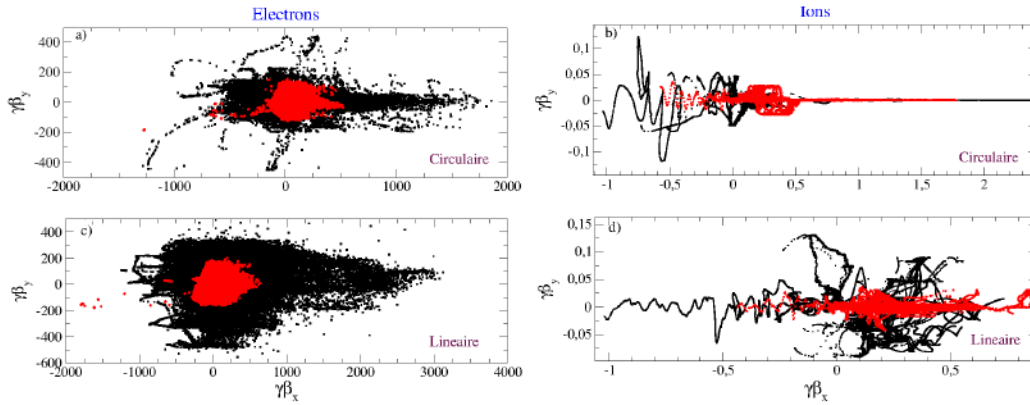


Figure 4.8: Influence des pertes par rayonnement et de la polarisation sur la distribution des électrons et des ions dans l'espace des phases (p_x, p_y) . Cas d'une cible épaisse ($l = 100\lambda_L$) avec $n_e = 10 n_c$ à $t = 100T_L$ pour une polarisation circulaire (a) et linéaire (b) pour $I = 1.1 \times 10^{23} \text{ W/cm}^2$. Les cercles rouges et carrés noirs représentent respectivement la distribution électronique avec et sans prise en compte des pertes par rayonnement. Une impulsion gaussienne est considérée.

Dans le cas d'une cible épaisse la situation est quelque peu différente. Le champ de séparation de charges joue un rôle important dans la dynamique des électrons du fait de son amplitude (maximale) qui est du même ordre de grandeur que l'amplitude du champ laser en raison de l'augmentation de l'épaisseur de la cible, l (voir expression (4.14)). Par conséquent, les électrons sont accélérés par le champ laser mais aussi par le champ de séparation de charges. L'effet du champ de séparation de charges sur la dynamique du plasma sera discuté en détail dans le chapitre 5. Les temps où l'énergie maximale des électrons est atteinte sont plus importants à savoir $80 T_L$ dans le cas d'une polarisation circulaire et d'environ $100 T_L$ dans le cas d'une polarisation linéaire. Dans ce régime, se crée une variation d'indice optique (relativiste) au front de l'impulsion laser, qui s'y réfléchit [Guerin et al. 1995] donc partiellement. Les électrons subissent donc 3 ondes: l'onde laser incidente, l'onde laser réfléchie et l'onde électrostatique, ce qui favorise leur chauffage. Dans les deux cas, les pertes par rayonnement sont plus importantes et plus intenses que dans le cas d'une cible mince. Cette perte d'énergie plus forte pour la distribution des électrons est due à l'amplitude du champ de séparation de charges, E_x . La contraction du volume de l'espace des phases a été décrite en section 2.4.

La force de friction dépend de l'amplitude du champ de séparation de charges via le terme $\mathbf{F}_{Le}$. L'impulsion longitudinale des électrons tel que $p_{e,x} > 0$ diminue jusqu'à des valeurs 70% plus petite que sans pertes par rayonnement, comme le montre la figure 4.8 relative à la distribution des électrons. Par ailleurs les électrons qui se propagent à rebours du champ laser ($p_{e,x} < 0$) ont leur impulsion longitudinale qui diminue jusqu'à 80 %. Cela confirme que les pertes par rayonnement sont les plus importantes pour les électrons se propagent en sens inverse par rapport au champ laser avec une impulsion longitudinale nettement supérieure à leur moment transverse, p_y . Les électrons ayant un faible moment longitudinal sont faiblement affectés, quelque soit l'amplitude de leur moment transverse. Dans le cas d'une polarisation linéaire (figure 4.8-b), le volume de l'espace des phases est beaucoup plus important que dans le cas d'une polarisation circulaire, lorsque les pertes par rayonnement ne sont pas prises en compte. Cela est dû au terme oscillant à $2\omega_L$, de la force pondéromotrice de l'impulsion laser induisant une source de chauffage importante pour les électrons. Dans le cas d'électrons suprathermiques ayant un moment quasi longitudinal leur impulsion peut être réduite jusqu'à des valeurs 75% plus petite que sans pertes par rayonnement, légèrement plus que dans le cas d'une polarisation circulaire. Par ailleurs dans le cas d'électrons se propageant à rebours du champ laser, la réduction maximale de la composante longitudinale est $\sim 70\%$, soit 12 % de moins que dans le cas circulaire. Du fait du fort chauffage électronique,

la distribution des électrons est plus anisotrope dans le cas d'une polarisation linéaire puisque les énergies cinétiques des électrons dépendent à la fois du moment longitudinal de l'électron ainsi que de son moment transverse. Dans le cas d'une polarisation circulaire l'énergie cinétique de l'électron est essentiellement répartie suivant la composante longitudinale du fait de la forte diminution du chauffage électronique. Autrement dit une polarisation circulaire induira un rayonnement plus important que dans le cas d'une polarisation linéaire si le plasma est transparent pour le laser. Cet aspect sera démontré au chapitre 5. De plus comme le montre la figure 4.8 relative aux électrons, dans le cas d'une polarisation circulaire, les pertes par rayonnement induisent une distribution électronique plus allongée dans la direction longitudinale, en l'absence de pertes radiatives. Les pertes par rayonnement tendent à créer une distribution davantage isotrope, comme le montrent les figures 4.8-a et 4.8-c. Les plus grandes pertes radiatives sont simplement dues aux plus grandes énergies atteintes (par la combinaison champ électromagnétique + champ électrostatique) et pour une distribution électronique ayant une fraction importante d'électrons se propageant à rebours du champ laser.

Les ions sont fortement affectés par les pertes par rayonnement, de manière implicite via le champ de séparation de charges. Ce champ de séparation de charges comme nous l'avons constaté contribue à augmenter les pertes radiatives sur les électrons lorsque son amplitude n'est pas négligeable par rapport à celle du champ laser. Ceci a pour conséquence d'affecter de façon importante la dynamique des ions. Dans le cas d'une polarisation circulaire, illustré par la figure 4.8-a relative aux ions, l'espace des phases est nettement comprimé. Les ions ayant un moment longitudinal négatif sont les plus affectés par les pertes par rayonnement. Les électrons s'échappant du plasma vers les x négatifs sont fortement ralentis et perdent une quantité importante d'énergie. Il en résulte que le champ de séparation de charges est fortement altéré pour $x \leq 0$. Par conséquent, les ions ayant tendance à s'échapper à l'avant de la cible sont aussi ralentis par la diminution significative de l'amplitude de E_x dans cette zone. Cet effet est accentué dans le cas d'une polarisation circulaire, comme le montre la figure 4.8 relative aux ions. A la différence des électrons, les pertes par rayonnement ont le même impact tant sur le moment transverse des ions que sur leur moment longitudinal. Cela est principalement dû à l'absorption qui conduit à modifier la composante du vecteur potentiel laser A_y , et de surcroît de $p_{i,y} \propto A_y$. Les pertes par rayonnement influent de façon significative sur l'absorption du champ laser. Cet aspect sera détaillé en section 4.5. Les pertes par rayonnement ont tendance à rendre la distribution d'ions davantage anisotrope.

Par ailleurs, dans le cas d'une polarisation linéaire, nous constatons que

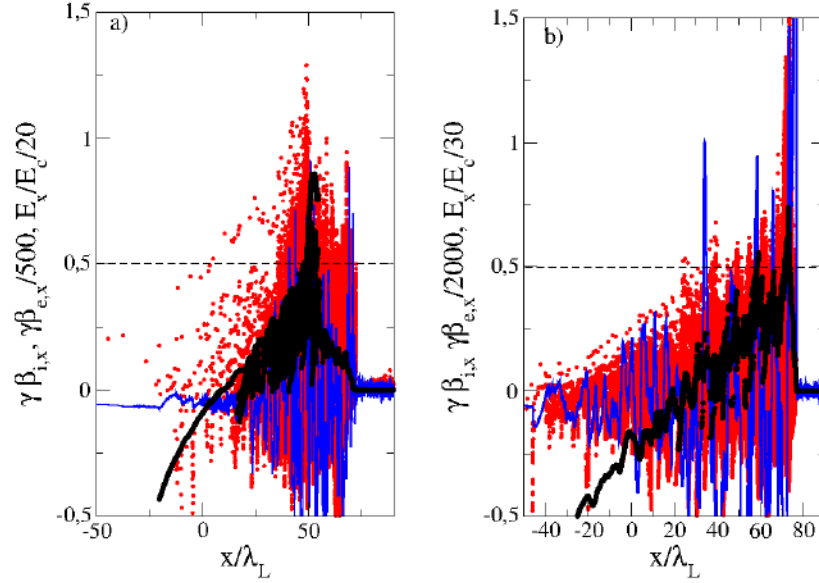


Figure 4.9: Espace des phases des ions (en noir), espace des phases des électrons (en rouge), champ électrostatique (traits bleus) à $t = 100 T_L$. Cas d'une cible épaisse ($l = 100 \lambda_L$) et $n_e = 10 n_c$. (a): avec les pertes radiatives. (b): sans les pertes radiatives. Le laser est polarisé linéairement. Une impulsion gaussienne est considérée.

les ions tels que $p_{i,x} > 0.5 m_i c$ ont leur moment longitudinal augmenté d'environ 20% par les pertes par rayonnement. Cela s'explique de la manière suivante. Sans la considération des pertes par rayonnement le chauffage des électrons est important. Le champ électrostatique engendré en face avant, vers l'intérieur, est peu efficace pour l'accélération des ions par rapport au cas circulaire comme le montrent les figures 4.8 relatives aux ions. Lorsque les pertes par rayonnement sont considérées, les électrons chauds sont fortement refroidis. Par conséquent, la densité des électrons poussés par le champ laser est nettement plus élevée. Il s'ensuit que le champ de séparation de charges engendré par le paquet d'électrons poussé par l'impulsion laser est plus efficace pour l'accélération d'ions. Cet aspect est illustré par la figure 4.9.

4.4 Interaction d'une impulsion laser avec un plasma mince

Dans cette section, nous nous intéressons à l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense avec un plasma dont la longueur est de l'ordre de la longueur d'onde laser, λ_L . Dans le cas du régime light-sail, le plasma est suffisamment dense pour être opaque à l'impulsion laser, ce qui implique une réflexion totale pour le laser. La cible est entièrement poussée par la force pondéromotrice du champ laser. La pénétration du champ laser à l'intérieur de la cible est suffisamment faible pour que les pertes radiatives n'aient pas d'effet notable sur la dynamique électronique et de surcroît, sur le champ électrostatique. Par conséquent, l'accélération des ions n'est pas affectée par le rayonnement.

Nous allons considérer un régime d'interaction où le rayonnement a une influence sur l'accélération des ions.

4.4.1 Modification de la densité du paquet d'électrons

Le laser interagit cette fois avec une cible de plasma de deutérons et d'électrons d'épaisseur $l = 1 \lambda_L$ avec une densité électronique de $n_e = 100n_c$. Pour le champ laser, nous considérons une polarisation circulaire avec $a_0 = a_{0,y} = a_{0,z} = 180$. Ces paramètres sont compatibles avec le régime "light-sail" dans le sens où la relation (4.8) est respectée. Par ailleurs la cible n'est pas totalement opaque puisque le rayonnement laser pénètre partiellement à travers la couche électronique. Les résultats des simulations visibles en figure 4.10 montrent que dans ce régime d'interaction, la plupart des électrons et des ions sont poussés vers les x positifs. Le principal paquet d'électrons est très proche du paquet principal des ions induisant un champ accélérateur constant. Cette structure mène à une accélération de type light-sail dont les mécanismes de base ont été précédemment rappelés pour l'ensemble de la cible. La considération de la force de réaction du rayonnement dans l'équation du mouvement des électrons (2.98) a pour effet direct de refroidir le paquet d'électrons et donc de comprimer celui-ci, comme l'attestent les figures 4.10 et 4.11. Par effet de transparence induite [Bulanov et al. 2001], le laser pénètre la cible en comprimant les électrons via la force pondéromotrice. Un champ de séparation de charges accélère les ions. Durant ce régime d'interaction, le laser interagit fortement avec les électrons de la cible impliquant de fortes pertes radiatives. C'est à ce stade de l'interaction que les pertes par rayonnement jouent un rôle prépondérant sur la dynamique du plasma. Que les pertes par rayonnement soient ou non prises en compte dans l'équation du mouvement

des électrons, la pression de radiation du laser reste constante. Il s'ensuit que pour une pression appliquée constante et une diminution globale de l'énergie du paquet d'électrons (refroidissement dû aux pertes par rayonnement), la densité du paquet d'électrons doit donc croître. l'accroissement s'écrit:

$$\frac{n_{e,RR}}{n_{e,sans\ RR}} \sim \frac{\varepsilon_{e^-,sans\ RR}}{\varepsilon_{e^-,RR}} \sim \frac{1}{1 - \frac{1}{t_{cooling}\omega_L}} \quad (4.15)$$

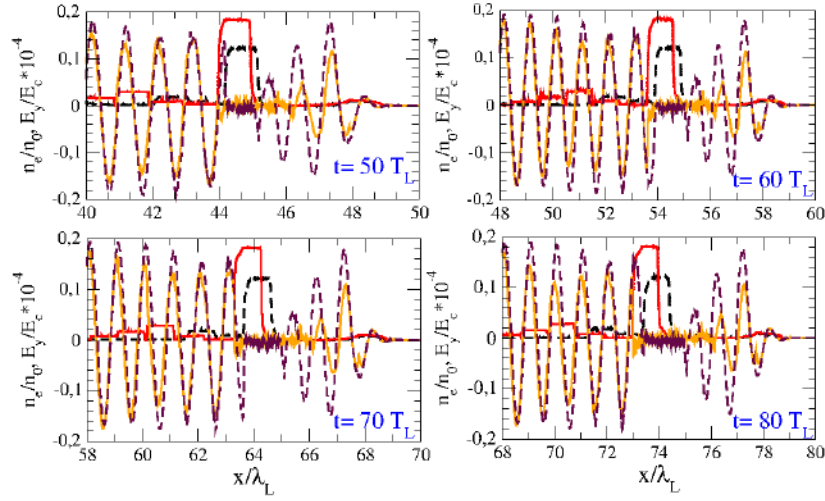


Figure 4.10: Evolution de la densité électronique au cours du temps. En traits pleins rouges: avec les pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans les pertes par rayonnement. Evolution de E_y au cours du temps. En traits pleins orange: avec les pertes par rayonnement. En tirets violets: sans les pertes par rayonnement.

L'expression précédente signifie que pour un temps de refroidissement inférieur à $2T_L$ les pertes par rayonnement ont une influence sur la densité électronique. D'après les résultats des simulations les pertes par rayonnement induisent une augmentation de la densité de l'ordre de 50%. Nous pouvons en déduire un ordre de grandeur pour le temps de refroidissement moyen du paquet d'électrons: $t_r \sim \frac{1}{2}T_L$. En terme de nombre d'électrons, le paquet principal admet 60% de la totalité des électrons de la cible alors qu'il n'est que de 50% sans la considération des pertes par rayonnement. Cette compression du paquet principal d'électrons induit un champ de séparation de charges plus important et donc une meilleure accélération pour les ions. D'après la figure 4.10, l'effet des pertes par rayonnement sur la densité des électrons est globalement constant au cours du temps. Cela s'explique de la manière suivante. Après le premier stade d'interaction entre la cible et l'impulsion

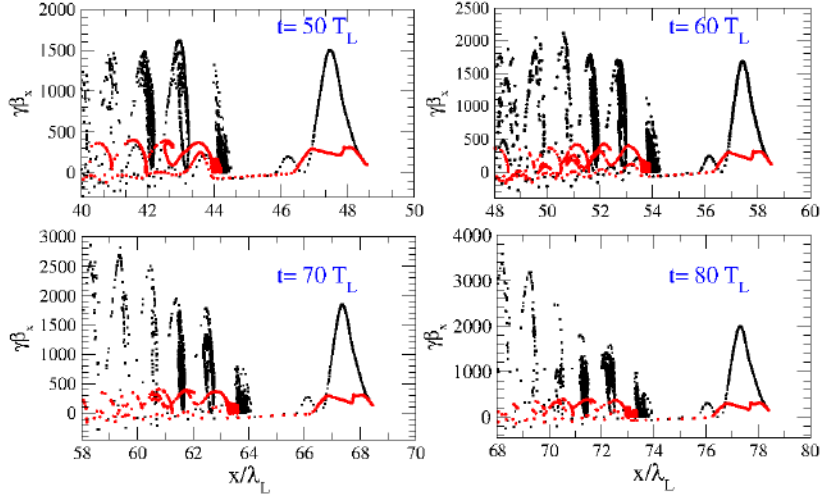


Figure 4.11: Espace des phases des électrons localisé à différents temps. En rouge: avec les pertes par rayonnement. En noir: sans les pertes par rayonnement.

laser, la cible est accélérée à une vitesse notée $c\beta_{LS}$. Au cours de l'accélération la pulsation du laser diminue de plus en plus dans le référentiel propre de la cible. La pulsation du laser dans le référentiel de la cible, noté ω'_L s'estime de la manière suivante:

$$\omega'_L = \omega_L \sqrt{\frac{1 - \beta_{LS}}{1 + \beta_{LS}}} \quad (4.16)$$

En conséquence, la longueur d'onde du laser λ'_L augmente impliquant une augmentation du rapport entre la densité et la densité critique de la cible, rendant ainsi celle-ci de moins en moins transparente pour l'impulsion laser. Le coefficient de réflexion R , tend ainsi au bout d'un certain temps vers 1, ce qui rend l'effet des pertes par rayonnement négligeable.

En résumé, ce qui caractérise ce régime par rapport au régime d'accélération "light-sail", est que le laser est partiellement transmis dans la cible qui est chauffée en volume contrairement à une accélération surfacique, caractérisant le régime d'accélération light-sail (voir condition (4.12)). Le chauffage est moindre en présence des pertes par rayonnement ce qui implique une meilleure compression de la population électronique et de surcroît une accélération pour les ions plus efficace.

4.4.2 Accélération des ions

La figure 4.12 met en évidence le champ de séparation de charges à l'arrière de la cible. Du fait d'une intensité laser suffisamment élevée, le laser tra-

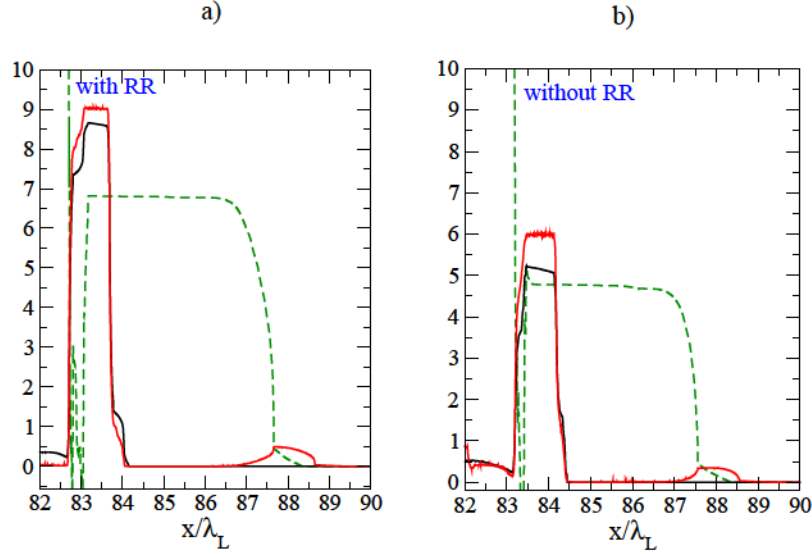


Figure 4.12: E_x/E_c (tirets verts), $n_i/n_{i0} \times 50$ (traits noirs) et $n_e/n_{e0} \times 50$ (traits rouges) en fonction de x . (a): avec prise en compte de la réaction du rayonnement. (b): sans prise en compte de la réaction du rayonnement.

verse partiellement la cible en y emportant quelques électrons (environ 1% du nombre total d'électrons), illustrés en figure 4.10. Ce paquet d'électrons se propage donc avec l'impulsion laser et est par conséquent très peu soumis aux pertes radiatives. En effet, le facteur de Doppler associé à ce paquet d'électrons, tend vers 0. Nous rappelons que le terme dominant (proportionnel à γ_e^2) est proportionnel au facteur de Doppler noté $\gamma_e(1 - \beta_e \cos(\theta))$ où θ est l'angle entre l'impulsion de l'électron et le sens de propagation du champ laser, dirigé suivant les x positifs. Cette population d'électrons engendre un champ électrostatique, menant à une accélération des ions en face arrière de la cible. Lorsque la réaction du rayonnement est prise en compte, l'amplitude du champ longitudinal augmente de 40% ayant pour conséquence d'améliorer le spectre en énergie des ions, comme le montre la figure 4.13. L'espace des phases ainsi que la densité ions correspondants sont montrés en figure 4.14. Les électrons de la cible ont été chauffés en volume et davantage compressés en raison des pertes radiatives.

En effet les ions les plus énergétiques ont leur énergie augmentée d'environ 20% avec les pertes par rayonnement, et atteignent environ 900 MeV.

La réflectivité de l'impulsion laser sur une cible d'épaisseur finie, notée R , dépend du rapport entre le paramètre ξ (4.11) lié aux effets collectifs du plasma, et du paramètre a_0 lié à l'intensité du champ laser. Celui-ci peut

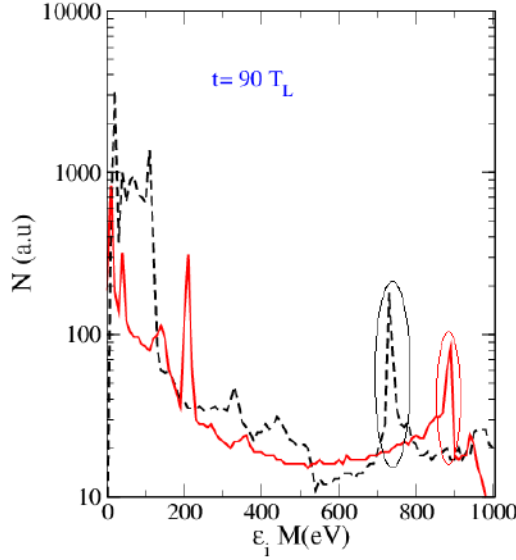


Figure 4.13: Spectre en énergie des ions à $t = 90 T_L$. En traits rouges: avec pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans pertes par rayonnement.

être évalué de manière simple [Macchi et al. 2009]:

$$R \simeq \begin{cases} \xi^2 / (1 + \xi^2) & (a_0 \leq (1 + \xi^2)^{1/2}) \\ \xi^2 / a_0^2 & (a_0 \geq (1 + \xi^2)^{1/2}) \end{cases}$$

L'effet des pertes radiatives électroniques sur l'accélération des ions peut être caractérisé par le paramètre adimensionné $\Delta_{\max}$. Ce dernier met en évidence le gain relatif de la quantité de mouvement maximale des ions:

$$\Delta_{\max} \equiv \frac{\max p_{i,rad.} - \max p_{i,no\ rad.}}{\max p_{i,no\ rad.}}, \quad (4.17)$$

où, $\max p_{i,rad}$ et $\max p_{i,no\ rad}$ sont respectivement les moments maximaux des ions avec et sans considération des pertes par rayonnement. La dépendance de ce paramètre au cours du temps est présentée en figure 4.15.

Dans le cas d'une cible fine, l'impulsion laser traverse la cible et emporte avec elle peu d'électrons. Ceci est identifiable en figure 4.17. Les pertes par rayonnement de ces électrons accélérés engendrent un champ électrostatique, dont l'amplitude est accrût en raison des pertes radiatives, ce qui contribue à améliorer l'accélération des ions présents en face arrière de la cible (voir figure 4.12). Pour ces raisons, le paramètre $\Delta_{\max}$ est initialement positif mais change de signe au cours du temps. Ceci est dû à deux effets. Premièrement, le nombre d'électrons piégés dans le front de l'onde laser décroît au cours

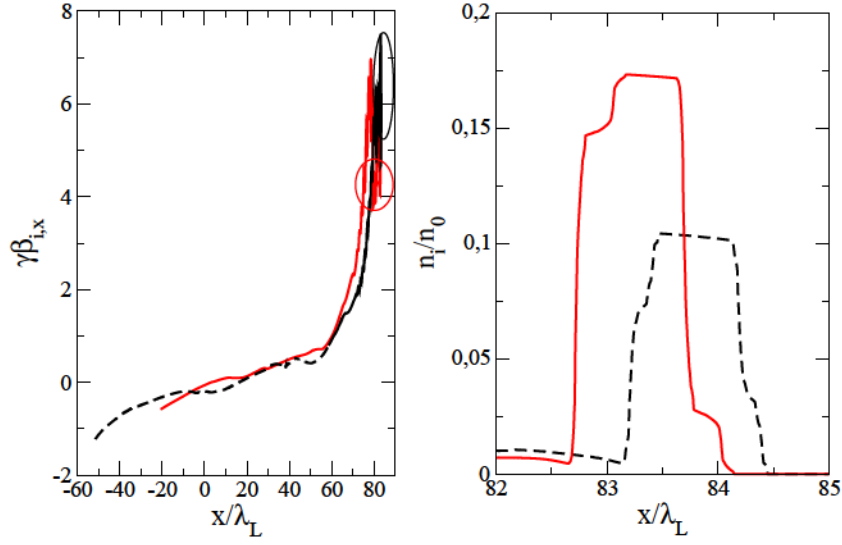


Figure 4.14: (a) Espace des phases des ions et (b) densité des ions, à $t = 90T_L$.

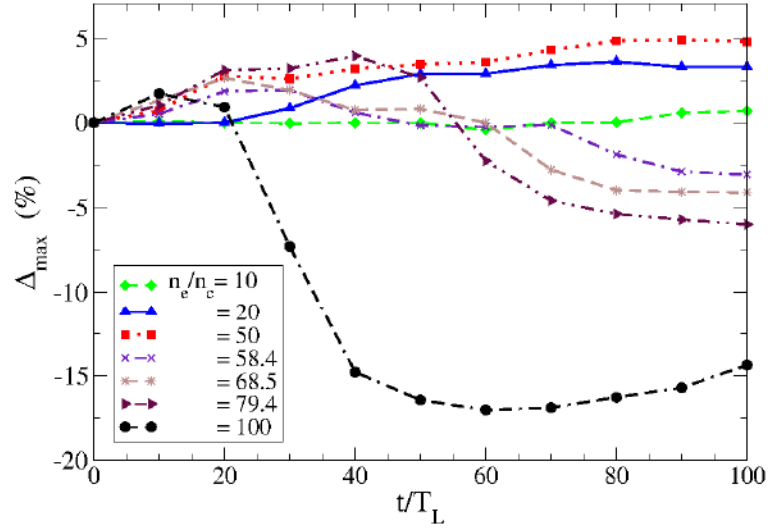


Figure 4.15: Dépendance temporelle de l'effet des pertes par rayonnement pour une cible fine $l = 1/8\lambda_L$. L'intensité laser considérée s'élève à $8 \times 10^{22} \text{W/cm}^2$. Les différentes densités du plasma sont données dans la légende. Le laser est polarisé circulairement.

du temps du fait que ces électrons sont attirés dans la cible par le champ de séparation de charges, dont le potentiel devient supérieure à leur énergie cinétique. Les pertes par rayonnement sont dues dans ce cas précis aux électrons se propageant à rebours de l'onde laser. Dans un second temps,

les électrons restant dans la cible avec les ions, sont chauffés par le laser et leurs pertes par rayonnement augmentent au cours du temps. En lien avec ceci, l'intensité de l'impulsion laser transmise décroît au cours du temps de la même façon que l'accélération des ions. Evidemment, plus la densité électronique initiale de la cible est importante plus les pertes par rayonnement deviennent notables induisant une accélération ionique moins efficace. Cet argument est confirmé par le spectre en énergie des électrons, montré en figure 4.19-c. Avec la prise en compte des pertes par rayonnement, les électrons sont moins énergétiques et le nombre d'électrons chauds diminue fortement.

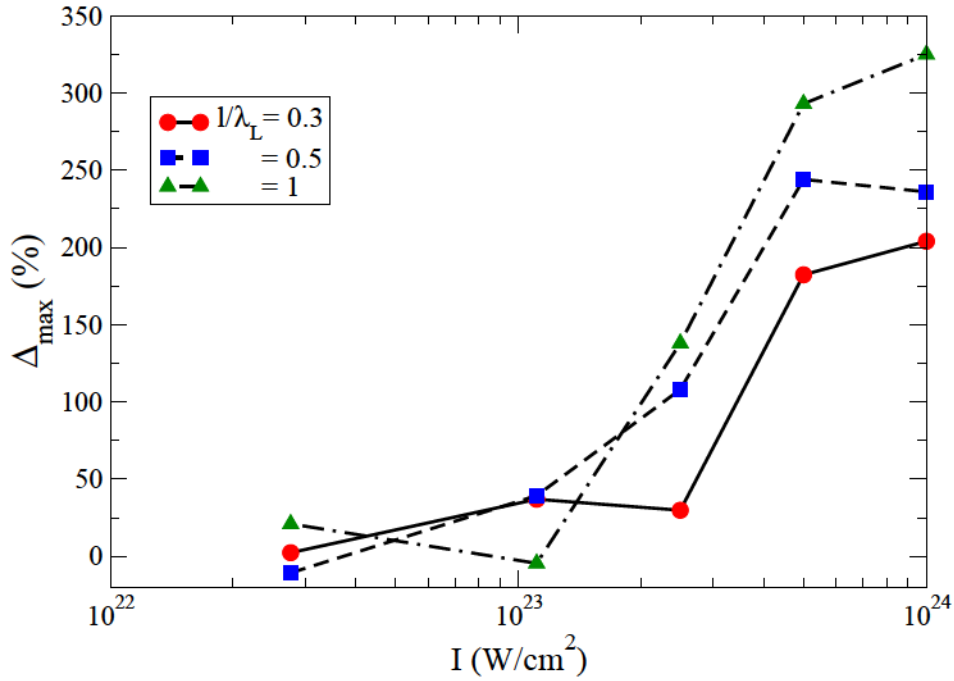


Figure 4.16: Comportement de Δ_{max} (à la fin de chaque simulation) en fonction de l'intensité laser pour différentes épaisseurs de cibles. Nous considérons un profil trapézoïdal et une polarisation linéaire. Un plasma de deutérons et d'électrons de densité $n_e = 50n_c$ est considéré.

Le comportement de Δ_{max} en fonction de l'intensité laser est illustré via la figure 4.16. Différentes longueurs de cibles sont exposées. Pour une intensité laser supérieure à 10^{22} W/cm², les pertes par rayonnement améliorent l'accélération des ions les plus énergétiques. Du fait de la polarisation employée, un fort chauffage électronique est engendré dans la cible. Par conséquent, les pertes par rayonnement influent grandement sur les électrons en comprimant le paquet des électrons. Nous remarquons que pour des intensités laser supérieures à 10^{23} W/cm², le gain d'accélération est plus important

pour une cible de $1\ \mu\text{m}$, allant jusqu'à multiplier par quatre l'énergie des ions. Ceci s'explique par le fait qu'à ces intensités là, le champ laser traverse la cible et emporte avec lui un grand nombre d'électrons. Ce nombre d'électrons expulsés est d'autant plus grand que la pression électrostatique (proportionnelle à $(len_e)^2$) de la cible est faible, soit que l'épaisseur de la cible est petite.

Dans le cas de l'explosion coulombienne, $l=1/8\lambda_L$, visible sur la figure 4.18, les ions accélérés en face avant ont leur énergie diminuée de $\sim 10\%$. Ce dernier régime correspond à un cas de transparence induite où le paramètre ξ (4.11) est très inférieur au potentiel vecteur normalisé a_0 . Ce paramètre a été discuté dans les références [Grech et al. 2009, Grech et al. 2010] dans le contexte de la RPA et de l'explosion coulombienne. La perte d'énergie évoquée précédemment dans le cadre de l'explosion coulombienne (figure 4.18) peut s'expliquer par le fait que lorsque les pertes par rayonnement sont considérées, le chauffage électronique est plus faible et les électrons sont davantage comprimés par la force pondéromotrice formant une fine et dense couche électronique. Le champ de séparation de charges montré en figure 4.17 adopte une structure plus régulière et son amplitude maximale augmente de 40% lorsque les pertes par rayonnement sont prises en compte, dans le cas $a_0=170$. Ce régime d'accélération peut être associé à un régime de type explosion coulombienne du fait que la plupart des électrons sont poussés en avant et séparés des ions. Le champ électrostatique est réparti sur l'ensemble de la cible, induisant un spectre énergétique des ions plus large.

Le spectre en énergie des électrons correspondant à ce régime est montré en figure 4.19. Les électrons ayant des énergies de l'ordre de la centaine de MeV sont ceux qui se sont échappés de la cible et ont fortement interagi avec le champ laser. Ces électrons rayonnent une grande partie de leur énergie cinétique. Pour cette raison, l'énergie maximale des électrons est limitée à ~ 125 MeV lorsque les pertes par rayonnement sont considérées. Sans la prise en compte de la réaction du rayonnement, deux pics dans la distribution électronique correspondent à deux populations électroniques bien distinctes comme le montre la figure 4.19-c.

Les électrons les moins énergétiques avec une énergie maximale de 50 MeV se propagent à la traîne du laser, avec les ions, tandis que les électrons les plus énergétiques oscillent dans l'onde laser, subissant un champ intense induisant des fortes pertes radiatives. Lorsque les pertes par rayonnement sont prises en compte, ces deux groupes d'électrons sont beaucoup moins séparés. Les électrons les plus énergétiques sont freinés fortement du fait des pertes par rayonnement et par conséquent, le nombre d'électrons chauds diminue de façon nette. Par contre, le nombre d'électrons 'faiblement' énergétiques augmente comme nous pouvons le constater sur la figure 4.19.

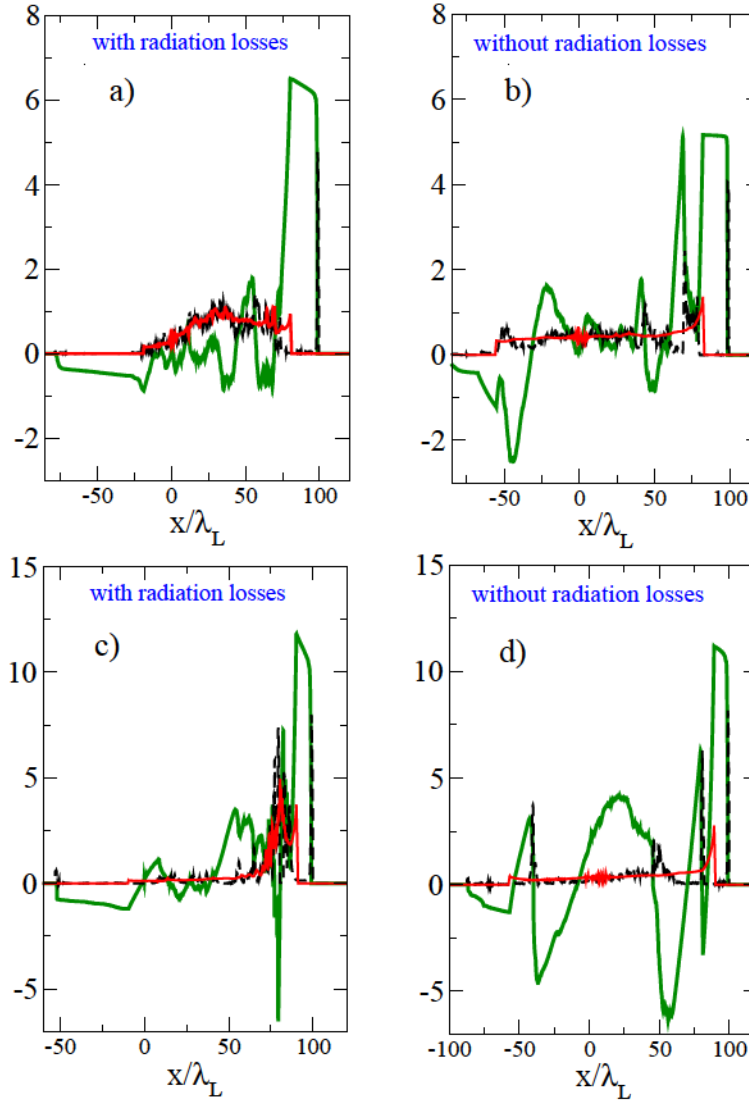


Figure 4.17: Densité électronique (tirets noirs), densité ionique (lignes rouges) et le champ de séparation de charges (lignes vertes) dans le cas d'une cible fine $l = 1/8 \lambda_L$ et $n_e = 100n_c$. Pour les panels (a) et (b), $I = 8 \times 10^{22} \text{ W/cm}^2$. Pour les panels (c) et (d), $I = 3 \times 10^{23} \text{ W/cm}^2$. Le laser est polarisé circulairement. Un profil trapézoïdal est considéré.

4.5 Le régime hybride transparence induite/piston

Le but de cette section est de montrer que les pertes par rayonnement peuvent induire une transition entre le régime de transparence induite et le régime du hole-boring (ou régime du piston). Afin de montrer cela, nous considérons

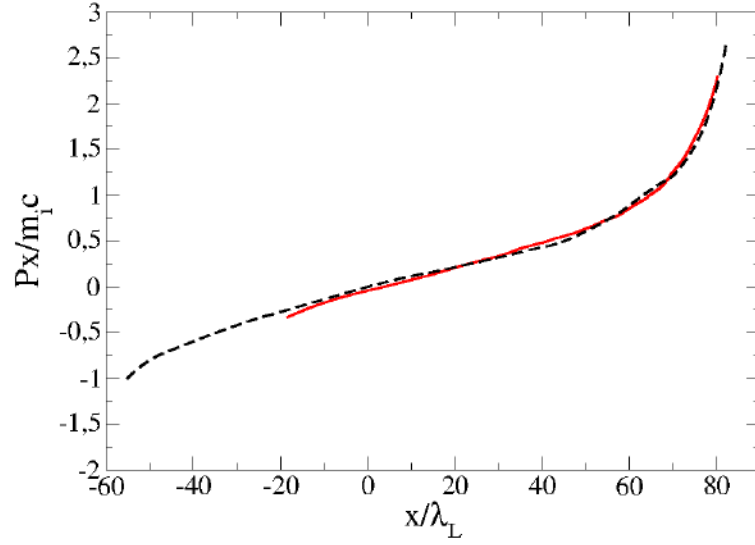


Figure 4.18: Effet de la réaction du rayonnement sur l'espace des phases des ions à $t = 100T_L$: pour une densité de $10n_c$ avec une épaisseur de $1/8\lambda_L$. En traits rouges: avec prise en compte des pertes par rayonnement. En tirets noirs: sans prise en compte des pertes par rayonnement.

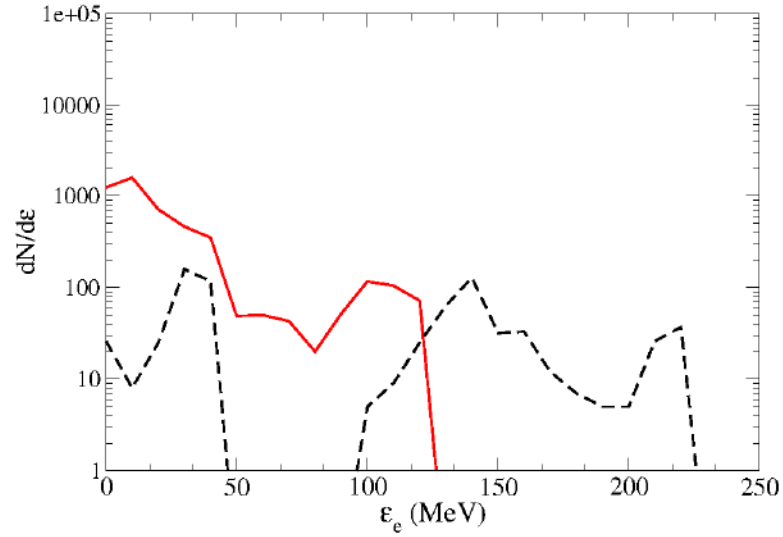


Figure 4.19: Effet des pertes par rayonnement sur les distributions en énergie des électrons à $t = 100T_L$: distribution en énergie des électrons pour $l = 1/8\lambda_L$ et $n_e = 100n_c$. La ligne rouge représente les cas avec prise en compte de la réaction du rayonnement. Les pertes par rayonnement ne sont pas considérées pour le cas illustré par des tirets noirs.

une cible épaisse ($l = 100\lambda_L$) moins dense telle que $n_{e0}=10 n_c$, à éclairage inchangé par rapport à celui présenté en section 4.1.2. Les paramètres numériques sont inchangés.

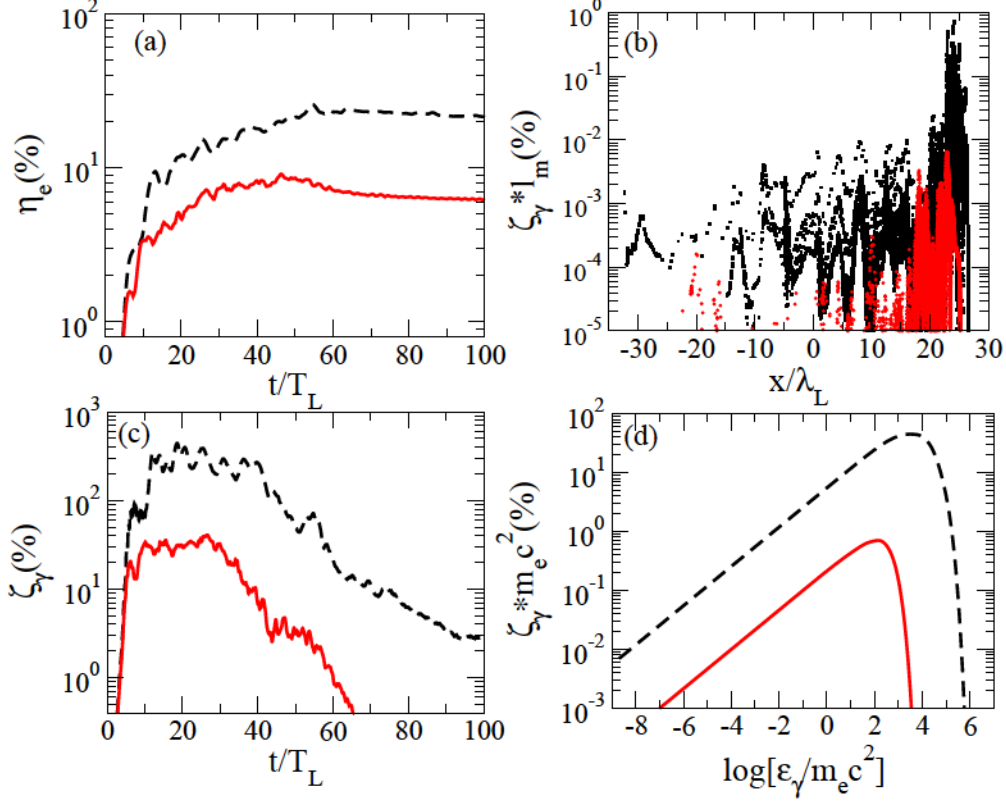


Figure 4.20: Effet des pertes par rayonnement sur la dynamique des électrons et des photons. (a): énergie cinétique des électrons au cours du temps. (b): répartition spatiale de l'énergie rayonnée suivant x . (c): intensité rayonnée au cours du temps. (d): spectre en énergie du rayonnement émis. En traits rouges: avec pertes par rayonnement. En traits noirs pointillés: sans pertes par rayonnement. (b) et (d) sont prises à $t = 40T_L$.

La figure 4.20 montre l'influence des pertes par rayonnement sur la dynamique des électrons ainsi que sur celle des photons. En effet, l'évolution de l'énergie cinétique des électrons est clairement modifiée avec les pertes par rayonnement, comme cela peut être constaté en figure 4.20-a. Avec la considération des pertes par rayonnement, seulement 6.5% de l'énergie laser est convertie en énergie cinétique des électrons et 20% en énergie cinétique ionique alors que sans celles-ci, les estimations précédentes sont respectivement de 26% et de 60%. La conversion maximale de l'énergie laser en rayonnement synchrotron est d'environ 40% avec les pertes par rayonnement. La figure

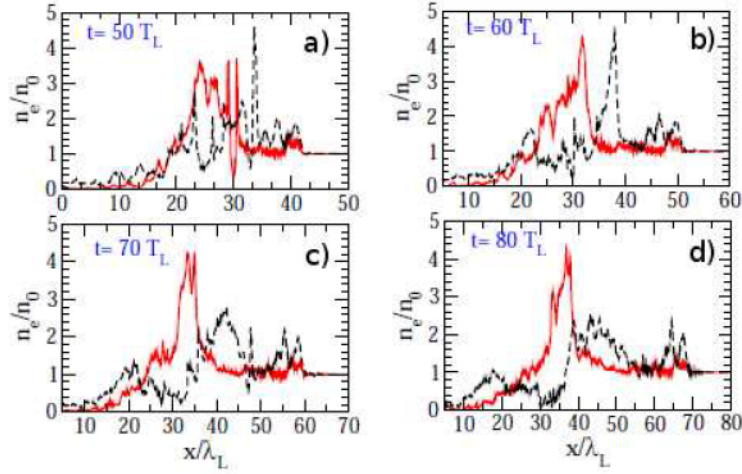


Figure 4.21: Evolution de la densité électronique au cours du temps. En traits rouges: avec pertes par rayonnement. En traits noirs pointillés: sans pertes par rayonnement.

4.20-b montre l'évolution de la puissance totale rayonnée, par rapport à la direction de propagation du champ laser. Les pertes par rayonnement induisent une diminution forte de l'accélération des électrons s'échappant à l'arrière de la cible. Cela s'explique par le fait qu'ils se propagent dans la direction opposée à celle du laser, impliquant que leur paramètre χ_e soit plus important.

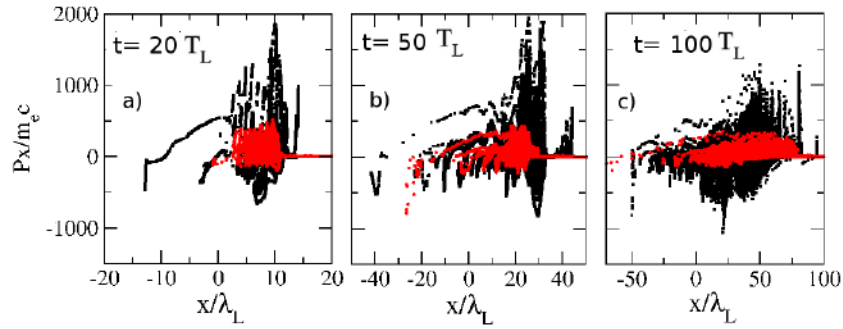


Figure 4.22: Evolution de l'espace des phases des électrons au cours du temps. En traits rouges: avec pertes par rayonnement. En traits noirs pointillés: sans pertes par rayonnement.

En conséquence, comme le montre la figure 4.20-b, la zone spatiale où est produit le rayonnement par les électrons accélérés est concentrée à l'interface entre le champ laser et le paquet d'électrons fortement comprimé par l'impulsion

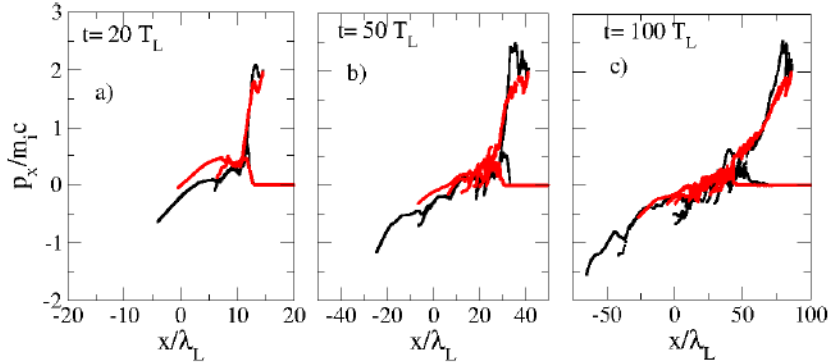


Figure 4.23: Evolution de l'espace des phases des ions au cours du temps. En traits rouges: avec pertes par rayonnement. En traits noirs pointillés: sans pertes par rayonnement.

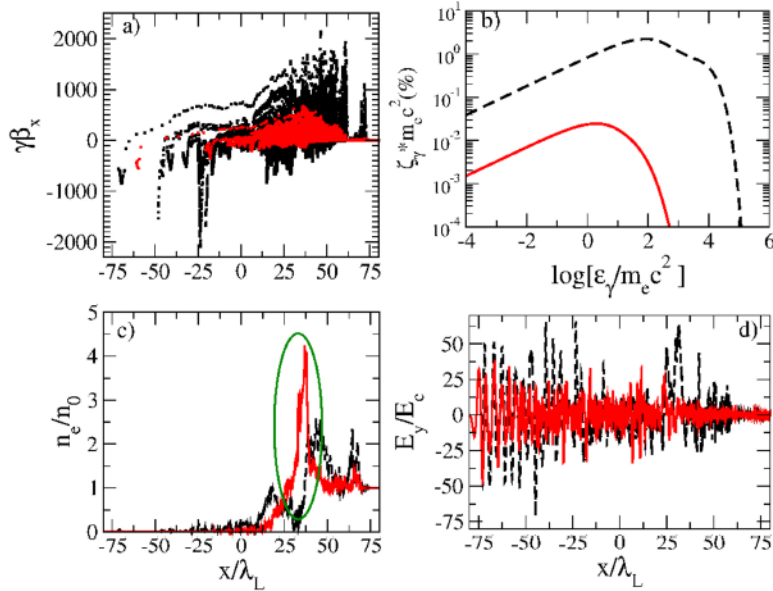


Figure 4.24: (a): espace des phases des électrons; (b): spectre en énergie du rayonnement émis; (c): densité des électrons; (d): champ électrique E_y à $t = 80T_L$. En traits rouges: avec prise en compte des pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans prise en compte des pertes par rayonnement.

laser comme le montre la figure 4.21. En d'autres termes, les pertes par rayonnement modifient la structure du paquet d'électrons poussé par le champ laser. Au début de l'interaction entre l'impulsion laser et le plasma, le champ laser interagit avec les électrons. La plupart des électrons sont poussés à l'avant du laser par la force pondéromotrice engendrant un champ de sé-

paration de charges. Sans prise en compte des pertes par rayonnement, les électrons atteignent une énergie cinétique maximale de 800 MeV alors qu'avec la considération des pertes par rayonnement, cette énergie maximale est trois fois moins importante, pour $t = 20T_L$. Les pertes par rayonnement impliquent un fort saut de densité pour le choc, constaté en figure 4.21. En d'autres termes, les pertes par rayonnement tendent à stabiliser la structure du choc, comme l'illustre l'espace des phases des ions en figure 4.23. Nous constatons que les pertes par rayonnement diminuent la vitesse du choc. En figure 4.21 nous remarquons que la densité du paquet d'électrons est davantage augmentée lorsque les pertes par rayonnement sont considérées dans l'équation du mouvement des électrons. La vitesse du choc $\beta_p c$, peut être estimée via l'expression suivante: $v_b \approx \frac{1}{2} a_0 c \sqrt{m_e n_c / m_i n_i}$ (voir équation (4.7)) sans les pertes par rayonnement [Schlegel et al. 2009]. Celle-ci est inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité des ions.

La figure 4.20-d montre le spectre en énergie des photons émis par les électrons accélérés, à $t = 40T_L$ correspondant au temps où l'énergie cinétique des électrons est maximale. Les pertes par rayonnement affectent fortement la partie hautement énergétique, $\hbar\omega \gg \hbar\omega_{cr}$ des photons émis par les électrons rayonnants, en raison de la réduction du chauffage électronique comme le montre la figure 4.22 notamment à $t = 50T_L$. La fréquence caractéristique est décalée de 10^4 MeV à 10^2 MeV. Cela correspond à une réduction de la composante parallèle du moment de l'électron $p_{e,x}$, de $10^4 m_e c$ à $10^2 m_e c$. De plus la diminution importante de la composante $p_{e,x}$ du fait des pertes par rayonnement se caractérise aussi par la diminution de l'amplitude des oscillations observées en figure 4.20-c pour un temps allant de 10 à $40 T_L$.

La dépendance du paramètre $\Delta_{\max}$ (4.17) au cours du temps, dans le cas d'une cible épaisse, est présenté en figure 4.25 dans le cas d'un plasma épais.

Dans ce type de régime, la quantité de mouvement maximale est due aux ions qui sont réfléchis par le piston et dont la vitesse est deux fois supérieure à celle du piston. Par conséquent, la variation de $\Delta_{\max}$ nous indique directement les variations engendrées sur la vitesse du piston, en raison de la considération des pertes par rayonnement. Le paramètre $\Delta_{\max}$ est essentiellement négatif et atteint une valeur quasi-constante après une dizaine de périodes laser. Ce temps correspond à la durée pour laquelle la densité du paquet d'électrons poussé par le champ laser est suffisamment importante pour engendrer la structure du piston. Les pertes par rayonnement tendent à augmenter la densité électronique par le refroidissement qu'elles engendrent sur ces électrons. Cet effet est clairement visible sur la figure 4.21-d où la densité électronique perturbée par le champ laser est multipliée par deux via les pertes par rayonnement. Plus le plasma a une densité faible, plus

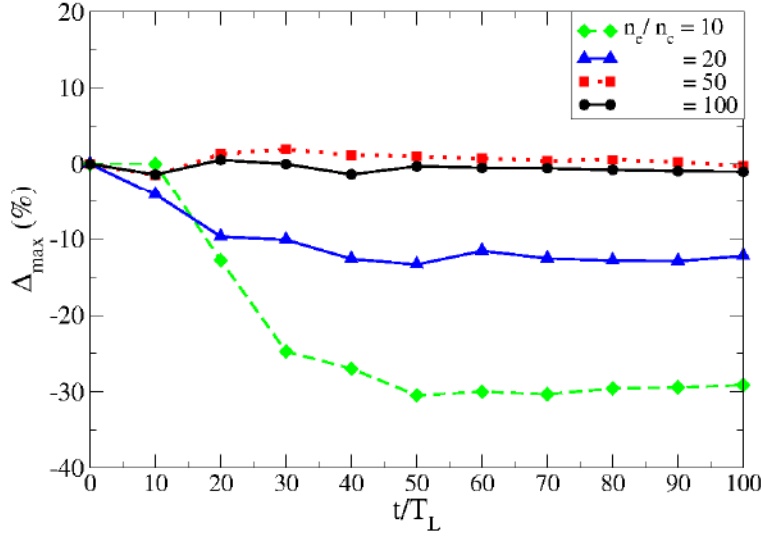


Figure 4.25: Dépendance temporelle de l'effet des pertes par rayonnement pour une cible épaisse $l = 100\lambda_L$, de différentes densités électroniques. L'intensité laser considérée s'élève à $8 \times 10^{22} \text{W/cm}^2$. Les différentes densités du plasma sont données dans la légende.

il faudra un certain temps pour que la structure du piston se forme. Dans le cas d'un plasma de densité électronique initiale $n_e = 10 n_c$, la vitesse du piston est diminuée d'environ 30%. C'est un régime hybride transparence induite/piston.

Nous venons de montrer que dans le cas d'un plasma légèrement surdense, les pertes radiatives engendrent un changement de régime d'interaction passant du régime de transparence induite au régime du piston. Cette transition de régime est due au refroidissement des électrons interagissant avec l'impulsion laser, ce qui a pour conséquence de générer un choc où tous les ions sont réfléchis, ce qui caractérise le régime du piston. Dans la section suivante nous allons calculer la vitesse du piston en prenant en compte les pertes radiatives. Le fait de pouvoir revenir à un régime de piston va nous permettre de déterminer par la suite, comment les pertes radiatives influent sur l'accélération des ions en face arrière.

Effet du rayonnement sur la vitesse du piston

Nous allons montrer que les pertes par rayonnement tendent à diminuer la vitesse du piston. Cette décroissance est due aux électrons interagissant avec le champ laser lorsque la structure du piston n'est pas encore établie. Les électrons interagissent fortement durant le régime de transparence induite,

précédant le régime du piston, émettant une forte quantité de rayonnement.

Afin de prendre en compte la réaction du rayonnement dans la vitesse du piston, nous allons procéder de la manière suivante. D'abord, nous présentons l'équation de conservation de l'énergie:

$$I = I_r + I_\gamma + I_e \quad (4.18)$$

où I_r est l'intensité réfléchie, I_γ , l'intensité du rayonnement émis, générés par les électrons interagissant avec le laser et I_e est le flux d'énergie transféré aux électrons. Nous rappelons que le terme I_γ est relié au terme source W_γ de l'équation de transport de la densité d'énergie des photons ε_γ 2.4.2 par $I_\gamma = W_\gamma l_{rad}$ (voir section 2.4.2) où $n_e l_{rad}$ dénote le nombre d'électrons par unité de surface contribuant à l'émission du rayonnement. Cette longueur caractéristique est visible sur la figure 4.20-b délimitant la zone d'interaction où le rayonnement émis est important. Les pertes par rayonnement tendent à diminuer de manière importante cette longueur notamment par le freinage massif des électrons s'échappant en face avant de la cible. Cette longueur caractéristique dépend de la pénétration de l'impulsion laser dans le plasma, inversement proportionnelle à la densité électronique du plasma.

Le rayonnement émis dépend de l'intensité laser mais aussi de l'amplitude du champ de séparation de charges (voir expression (2.160)). Dans le cas où les effets collectifs sont importants, le paramètre $\alpha \equiv E_x/E_y$ tend vers 1, stipulant que l'amplitude du champ de séparation de charges est proche de l'amplitude du champ laser.

Il convient de noter que cette quantité de rayonnement est émise avant la zone du piston. C'est en effet via les pertes par rayonnement que le piston pourra se former au détriment du régime de transparence induite. L'énergie cinétique des électrons par unité de surface est bien plus petite que l'intensité rayonnée, montré par la figure 4.26. La raideur du profil temporel laser a peu d'influence sur l'énergie cinétique des électrons. Par ailleurs, celle ci influe grandement sur la quantité de rayonnement émis. Dans le cas d'un gradient raide (profil trapézoïdal, figure 4.26-b), près de 65% de l'énergie laser est convertie en rayonnement hautement énergétique alors que cette conversion est proche de 50% dans le cas d'un profil gaussien (figure 4.26) nettement plus accessible d'un point de vue expérimental. De plus, nous considérons uniquement une polarisation circulaire pour cette étude, afin de minimiser le chauffage des électrons. Par conséquent, nous négligerons dans la suite la contribution de ce terme. Nous rappelons que le rayonnement émis n'interagit pas avec le plasma. L'intensité rayonnée I_γ n'exerce pas une pression sur le plasma mais affecte néanmoins celle-ci en réduisant l'intensité laser I . En d'autres termes, l'intensité rayonnée est directement soustraite à

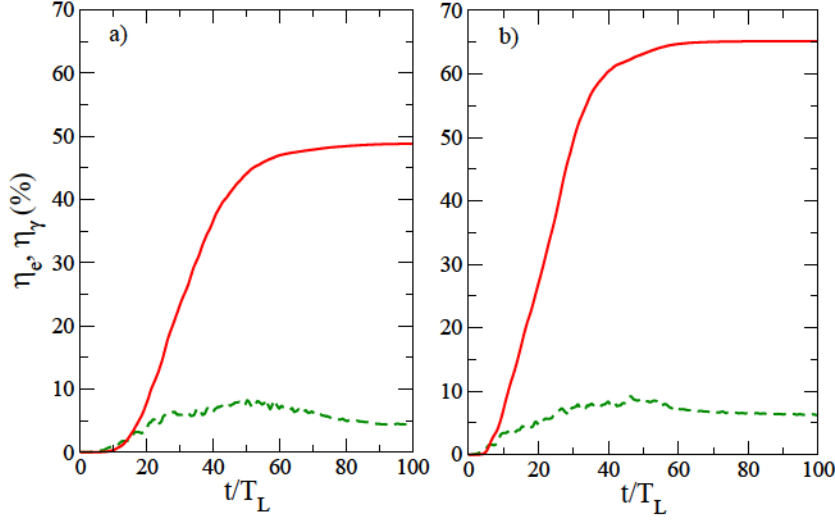


Figure 4.26: Dépendance de la conversion de l'énergie laser en énergie photonique (η_γ , trait rouge) et en énergie électronique (η_e , tirets verts) en fonction du temps. (a): profil gaussien. (b): profil trapézoïdal. Plasma de deutérons et d'électrons d'épaisseur $l = 100\lambda_L$ et de densité initiale $n_{e0} = 10n_c$. Le laser est polarisé circulairement.

l'intensité laser, nous donnant l'intensité transmise, $I_t = I - I_\gamma$. Il vient que l'équation de conservation de l'impulsion dans le référentiel du piston s'écrit:

$$\left[\frac{I_t}{c} + \frac{I_r}{c} \right] \frac{1 - \beta_p}{1 + \beta_p} = 2\gamma_p^2 \beta_p^2 \rho c^2 \quad (4.19)$$

où $R(\omega')$ est le coefficient de réflexion du piston dans son référentiel propre et $I_r = R(\omega')I_t$ est l'intensité réfléchie. Nous avons repris les mêmes notations que celles utilisées dans la section 4.1.2, relative aux bases théorique du régime piston. Pour des intensités laser plus importantes, le rayonnement synchrotron peut interagir avec les champs et les particules du plasma par les processus de création de paires (voir section 2.5).

En supposant que la structure du piston est formée, telle que toutes les particules du plasma soient réfléchies ($R(\omega') = 1$), l'équation d'équilibre (4.19) s'écrit finalement:

$$\frac{I_t}{\rho c^3} \frac{1 - \beta_p}{1 + \beta_p} = \gamma_p^2 \beta_p^2 \quad (4.20)$$

La vitesse du piston, solution de l'équation (4.20) s'exprime de la manière suivante:

$$\beta_p = \frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \quad (4.21)$$

où

$$\Gamma = \left(\frac{I}{\rho c^3} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{I_\gamma}{I} \right)^{1/2} \simeq \left(\frac{a_0^2 n_c}{n_e \left[1 + \frac{m_i}{m_e} \right]} \right)^{1/2} \left(1 - 12\pi a_0^2 \frac{n_e}{n_c} \frac{l_{\text{rad}}}{\lambda_L} (\omega_L \tau_r) \right)^{1/2} \quad (4.22)$$

Nous avons considéré l'expression de I_γ dans le cas d'un plasma maxwellien relativiste (voir section 2.4.2, équations 2.162 et 2.164) et nous avons exprimé l'intensité laser en fonction du paramètre $I = a_0^2 m_e c^3 n_c$ et de la longueur de radiation l_{rad} .

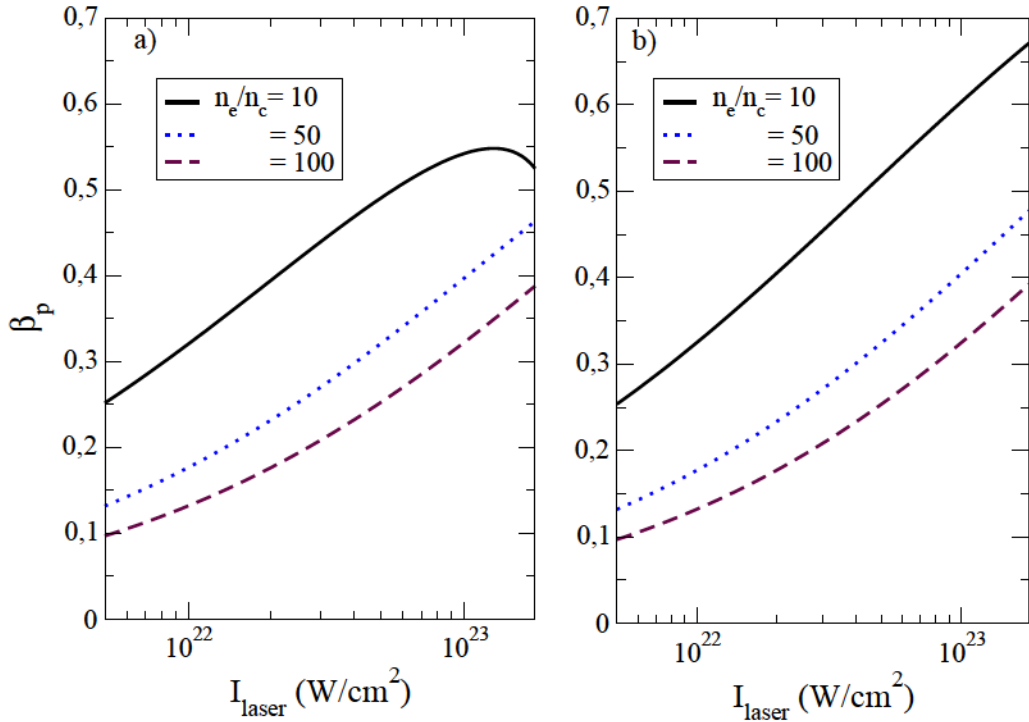


Figure 4.27: Dépendance de la vitesse du piston β_p , en fonction de l'intensité laser pour différentes densités électroniques. (a): avec la considération de la réaction du rayonnement. (b): sans la considération de la réaction du rayonnement. Un plasma de deutérons et d'électrons est considéré.

Pour des densités électroniques suffisamment importantes cette longueur tend vers 0 et le terme correctif $\sqrt{1 - \frac{I_\gamma}{I}}$ présent dans la formule (4.22) devient négligeable, comme le montre la figure 4.27. Nous retrouvons alors la vitesse classique du piston, où les pertes radiatives n'influent pas sur la dynamique du plasma, comme il a été montré en section 4.1.2. La longueur l_{rad} sera aussi abordée au chapitre 5. Pour une densité électronique fixée, l_{rad}

décroît avec l'intensité laser. En effet, la transparence induite sera d'autant plus importante que la masse efficace des électrons $\gamma_e m_e \sim a_0 m_e$ (voir équation (4.3)) sera élevée. Par conséquent, le champ interagira moins efficacement avec le nuage d'électrons, présent avant le piston. Ceci implique notamment la diminution de la longueur l_{rad} . Typiquement cette longueur est de l'ordre de quelques périodes lasers pour un plasma de deutérons et d'électrons, de densité initiale $n_e = 10n_c$.

La réaction du rayonnement engendre une diminution de la vitesse du piston, par rapport aux cas où les pertes par rayonnement ne sont pas prises en compte. En outre, lorsque la réaction du rayonnement n'est pas considérée, la structure du piston ne peut se former de manière stable laissant place au régime de transparence induite.

Diminution de l'accélération des ions

Lorsque les pertes par rayonnement sont négligeables la variable Γ (voir formule (4.22)) tend vers $\frac{I}{\rho c^3}$ et l'on retrouve l'expression classique de la vitesse du piston [Schlegel et al. 2009]. En utilisant ce résultat, il est possible d'estimer le coefficient de réflexion lié à la vitesse du piston:

$$R = \frac{1 - \beta_p}{1 + \beta_p} = \frac{1}{1 + 2\Gamma} \quad (4.23)$$

$$(1 - R) = \frac{2\Gamma}{1 + 2\Gamma}, \quad (4.24)$$

Les pertes par rayonnement induisent une augmentation du coefficient de réflexion. Ceci est en adéquation avec le fait que la réaction du rayonnement permette l'existence d'un régime hybride transparence induite/piston, rendant ainsi la propagation du champ laser moins importante au sein du plasma, comme le montre la figure 4.24-d. Le champ laser interagit fortement avec la population, située entre le laser et le piston en formation. L'absorption ionique η_i est dès lors réduite $\eta_i = 1 - R$ ainsi que l'énergie maximale des ions accélérés par le piston telle que [Schlegel et al. 2009]:

$$\epsilon_i = m_i c^2 (\gamma_i - 1) = 2m_i c^2 \frac{\Gamma^2}{1 + 2\Gamma} \quad (4.25)$$

La figure 4.28 montre le comportement de l'absorption ionique $\eta_i = (1 - R)$ en fonction de l'intensité laser appliquée, pour différentes densités électroniques. Du fait de l'augmentation du coefficient de réflexion, l'accélération des ions est plus faible. Le cas le plus remarquable demeure pour un plasma faiblement surdense (courbe noire), où l'absorption ionique chute d'environ

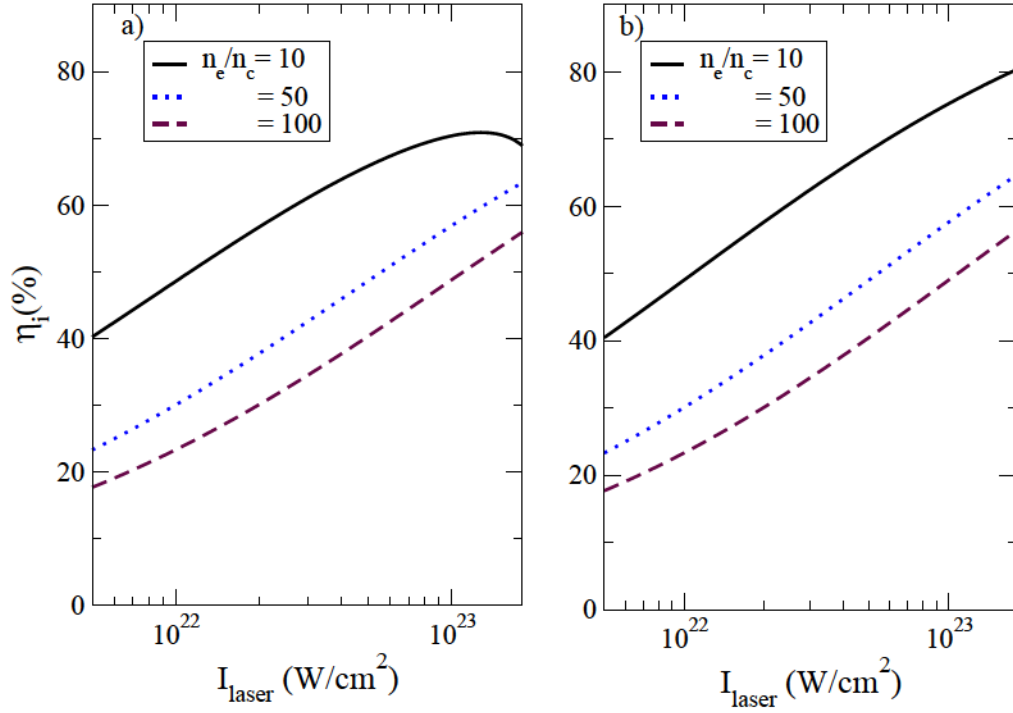


Figure 4.28: Dépendance de l'absorption ionique η_i , en fonction de l'intensité laser pour différentes densités électroniques. (a): avec la considération de la réaction du rayonnement. (b): sans la considération de la réaction du rayonnement. Un plasma de deutrons et d'électrons est considéré.

10% pour des intensités laser proches de 10^{23} W/cm². Plus la densité augmente plus le terme correctif dépendant de l'intensité rayonnée, I_γ , est faible. Ceci est d'autant plus accentué, que cette intensité dépend de l_{rad} , chutant de façon brutale en fonction de la densité du plasma.

4.6 Faisceau d'électrons interagissant avec une impulsion laser

On considère maintenant un faisceau d'électrons interagissant avec une impulsion laser de durée finie. Le schéma d'interaction est montré en figure 4.29. Le faisceau d'électrons présente une distribution spatiale gaussienne dont la largeur axiale est de $1\lambda_L$. Les effets collectifs ne sont pas pris en compte, ce qui revient à considérer le faisceau d'électrons comme N électrons interagissant individuellement avec l'impulsion laser. Le faisceau d'électrons se propage initialement vers les x négatifs, en opposition au sens de pro-

pagation du champ laser. Cette étude est fortement connexe à la section 2.3.4 traitant du mouvement d'un électron dans une onde plane. Le but de cette étude est de mettre en évidence certains paramètres caractéristiques des pertes par rayonnement lors d'une expérience. Nous allons montrer que les pertes par rayonnement peuvent inverser la trajectoire longitudinale du faisceau d'électrons. Par ailleurs, nous montrerons comment les pertes par rayonnement influent sur l'énergie cinétique du faisceau d'électrons, ainsi que sur celle du rayonnement émis.

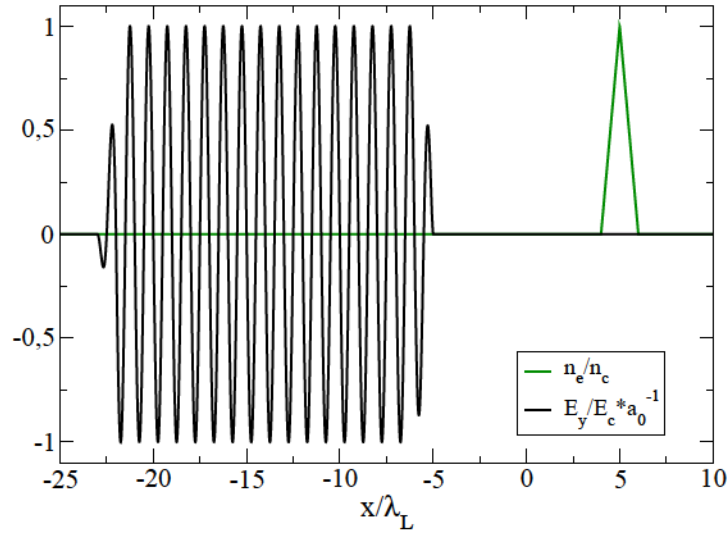


Figure 4.29: Champ électrique de l'onde incidente avant l'interaction avec le faisceau d'électrons, en fonction de la coordonnée longitudinale, x .

Nous considérons deux types de profils temporels laser, trapézoïdal et gaussien. Ces deux types de profils ont déjà été utilisés précédemment. Nous en rappelons brièvement les principales caractéristiques. Le profil temporel gaussien présente une largeur à mi-hauteur de $13 T_L$. Le profil trapézoïdal a des temps de montée et de descente de $1 T_L$ avec un plateau de $16 T_L$. Nous considérons une même fluence pour ces deux profils temporels. L'utilisation de ces deux profils se justifie d'abord pour constater les différences engendrées par le profil temporel. Le profil trapézoïdal permet de voir l'influence importante d'un gradient raide sur le faisceau d'électrons. De plus du fait de ce fort gradient en intensité, nous pouvons considérer l'impulsion laser se comportant comme une onde plane. Le profil gaussien est un profil temporel réalisable, d'un point de vue expérimental [Malka et al. 2002], [Faure et al. 2004]. Nous considérons une impulsion de polarisation linéaire dont le vecteur potentiel est de la forme $\mathbf{A}(x, t) = a(t) \text{Re} [\mathbf{y} e^{i(\omega t - kx)}]$. Deux intensités maximales seront considérées telles que $a_0 = 100$ et 200 correspondant respectivement à

des intensités laser de 1.4×10^{22} et 5.5×10^{22} W/cm², pour $\lambda_L = 1 \mu\text{m}$. La fluence laser initiale est de 2.5×10^9 J/cm². L'impulsion laser interagit à $t = 0$ avec le faisceau d'électrons.

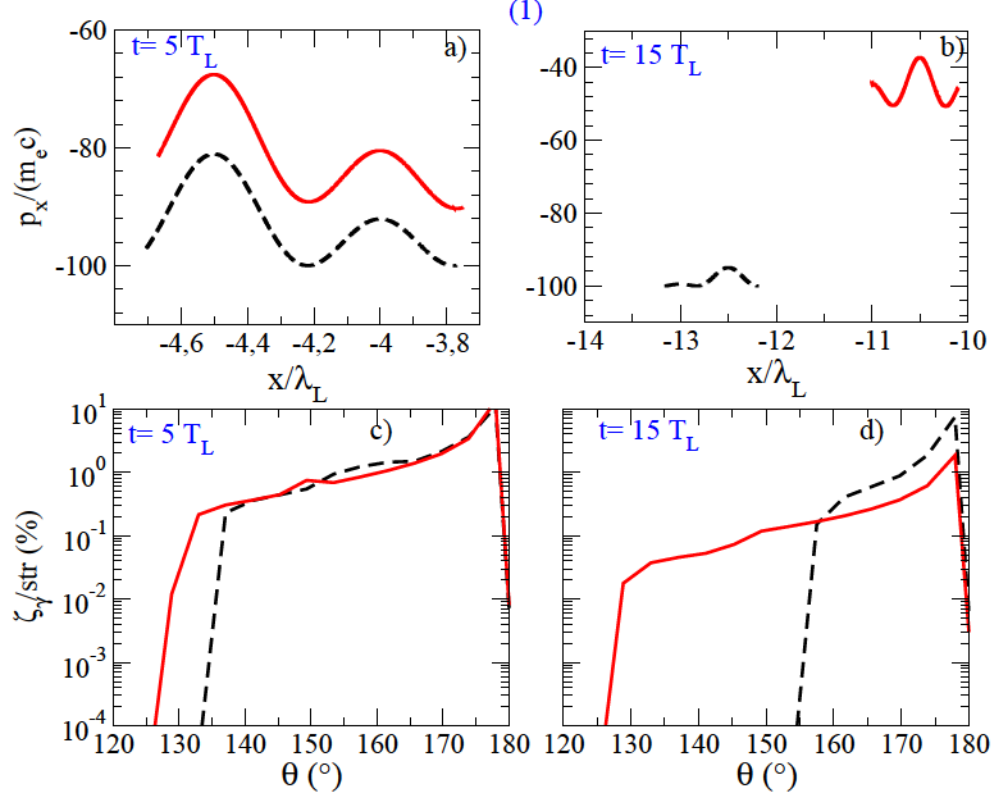


Figure 4.30: Evolution de la trajectoire du faisceau d'électrons corrélée à la distribution angulaire du rayonnement émis. $\gamma_0 = 100$ et $a_0 = 100$. (a)-(b): projection longitudinale de l'espace des phases du faisceau d'électrons. (c)-(d): Distribution angulaire du rayonnement émis en fonction de θ . En traits rouges: avec la considération des pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans la considération des pertes par rayonnement.

Les figures 4.30 et 4.31 montrent la correspondance entre la trajectoire du faisceau d'électrons (via l'espace des phases) et la distribution angulaire du rayonnement émis à différents temps. Nous rappelons que pour des électrons fortement relativistes, l'angle du cône d'émission est de l'ordre de $2/\gamma_e$, comme il a été montré précédemment (Voir figure 2.1). Ceci permet de considérer que le rayonnement est émis suivant la direction du moment de l'électron (2.53). Par conséquent, cet aspect est avantageux car il est possible de remonter à la trajectoire du faisceau d'électrons en analysant le rayonnement émis par ce dernier lors de son interaction avec l'impulsion laser.

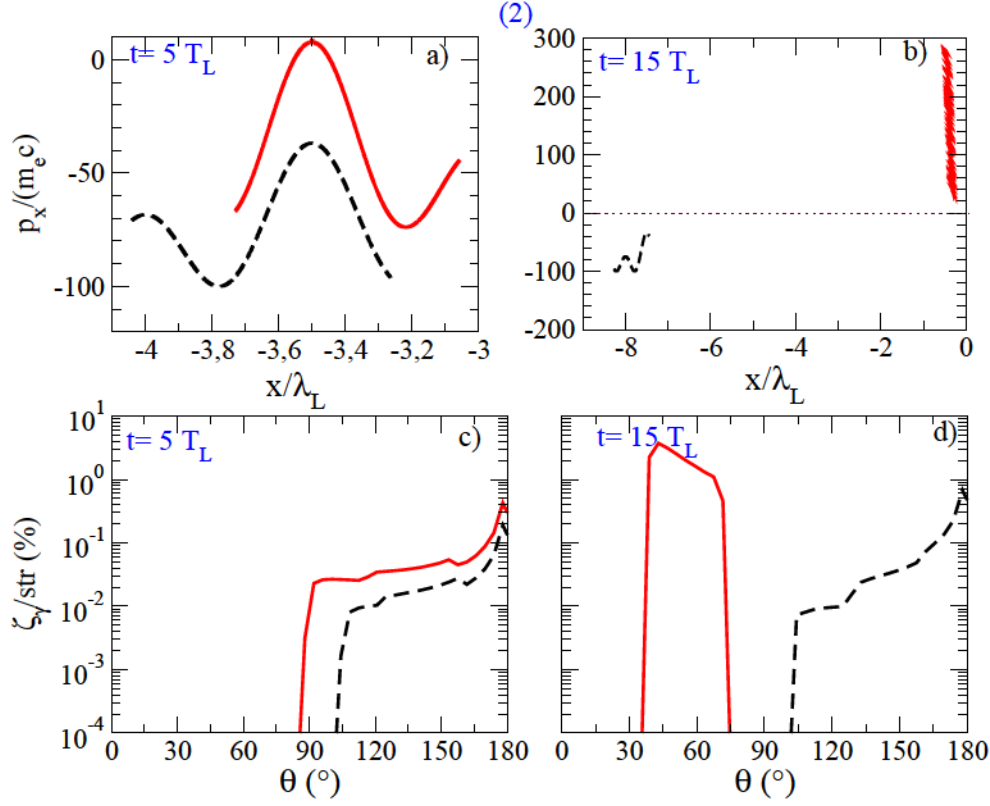


Figure 4.31: Evolution de la trajectoire du faisceau d'électrons corrélée à la distribution angulaire du rayonnement émis. $\gamma_0 = 100$ et $a_0 = 200$. (a)-(b): projection longitudinale de l'espace des phases du faisceau d'électrons. (c)-(d): Distribution angulaire du rayonnement émis en fonction de θ . En traits rouges: avec la considération des pertes par rayonnement. En pointillés noirs: sans la considération des pertes par rayonnement.

Dans le cas où $a_0 = 200 > \gamma_e$, les pertes par rayonnement ont davantage de conséquences sur la dynamique du faisceau d'électrons. Celles-ci induisent une inversion de vitesse du faisceau d'électrons, comme le montre la figure 4.31-b. A $t = 15T_L$, la figure 4.31-d, montre un spectre angulaire du rayonnement beaucoup plus étroit et centré autour de $\theta = 60^\circ$ lorsque les pertes par rayonnement sont considérées. Nous rappelons que l'angle θ est défini par rapport au vecteur d'onde de l'impulsion laser. Les pertes par rayonnement modifient la distribution angulaire du rayonnement émis mais aussi le spectre en énergie du faisceau d'électrons. Ce changement est important car il induit à $t = 25T_L$ un spectre instantané en énergie 50% plus énergétique, de valeur moyenne $\simeq 150$ MeV comme le montre la figure 4.32. De plus le faisceau d'électrons est davantage comprimé comme constaté en figure 4.31-b (par

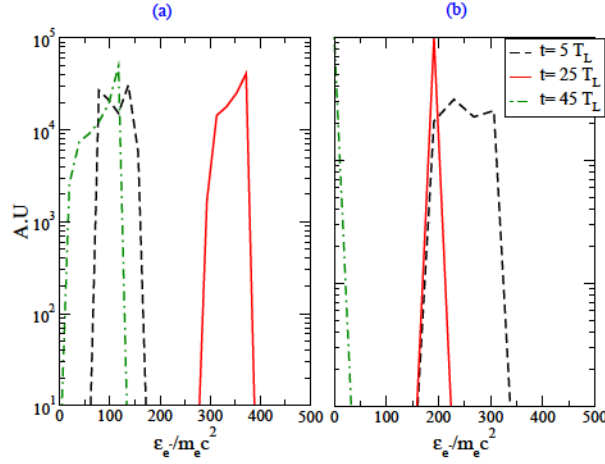


Figure 4.32: Spectre en énergie du faisceau d'électrons dans le cas où $a_0 = 200$ et $\gamma_e = 100$. (a): prise en compte des pertes par rayonnement. (b): sans prise en compte des pertes par rayonnement. Utilisation d'une impulsion gaussienne.

rapport à la figure 4.30-b), où l'espace des phases des électrons est réparti sur une zone spatiale ~ 10 fois moins grande, par rapport au cas où les pertes par rayonnement ne sont pas prises en compte (traits pointillés noirs).

Le profil temporel utilisé joue un rôle important sur la dynamique du faisceau d'électrons. Ces spectres correspondent à l'instant où l'énergie cinétique du faisceau d'électrons est maximale soit $\simeq 25 T_L$ pour le profil trapézoïdal et $\simeq 39 T_L$ pour le profil gaussien. Il est clair que plus le profil laser présente un gradient de montée raide plus le maximum de l'énergie cinétique du faisceau est atteint rapidement. Avec un profil raide de type trapézoïdal, le rayonnement émis sera plus abondant et intense comme le montre la figure 4.33-a. Néanmoins la fréquence caractéristique du rayonnement, correspondant au maximum d'intensité émis, est très peu affectée par la nature du profil temporel. De plus, nous constatons qu'avec un profil gaussien la distribution angulaire du rayonnement est davantage anisotrope pour une largeur caractéristique $\Delta\epsilon_\gamma \simeq 0.5^\circ$. Cet aspect est aussi visible sur le spectre des électrons où la dispersion en énergie des électrons est réduite d'environ 50% en utilisant un profil gaussien.

La figure 4.34 montre le temps τ_s correspondant à l'intervalle de temps où le faisceau d'électrons se propage dans le même sens que celui de l'impulsion laser. Cela correspond à l'intervalle de temps où la valeur moyenne de la composante longitudinale, de la quantité de mouvement du faisceau d'électrons $\langle \mathbf{p}_\parallel \rangle \equiv \langle \mathbf{p}_x \rangle \frac{1}{N_e} \sum_1^{N_e} \mathbf{p}_x$ est positive, où N_e est le nombre d'électrons composant le faisceau électronique. C'est pendant cet intervalle de temps qu'il est

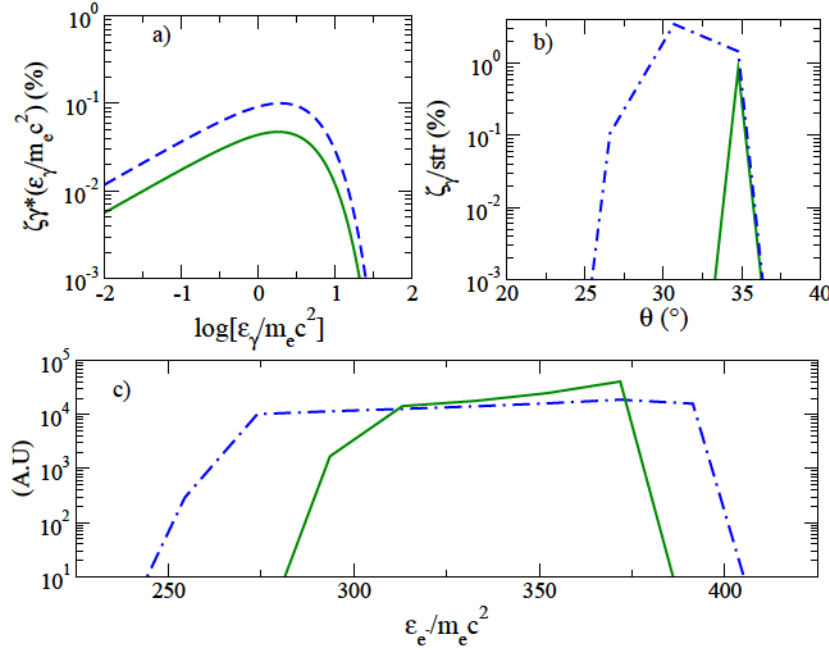


Figure 4.33: Spectre en énergie du faisceau d'électrons et des photons émis pour $a_0 = 200$ et $\gamma_0 = 100$, avec pertes par rayonnement au temps où l'énergie cinétique du faisceau est maximale. En pointillés bleus: avec un profil trapézoïdal. En traits verts: avec un profil gaussien.

souhaitable de diagnostiquer le rayonnement produit par le faisceau d'électrons, dans le but de mettre en évidence les pertes par rayonnement sur la dynamique du faisceau d'électrons. La figure 4.34-a montre qu'il existe un seuil pour lequel τ_s est non nul. Nous remarquons qu'il est nécessaire que $a_0 > \gamma_e$ afin d'observer un renversement du faisceau d'électrons pendant un laps de temps τ_s . De plus, le paramètre a_0 , doit être suffisamment grand pour que les pertes par rayonnement aient une incidence remarquable sur la dynamique de l'électron, même avec la condition $a_0 > \gamma_e$. En effet, dans le cas $\gamma_e = 50$ et $a_0 = 100$, aucun renversement de trajectoire n'est observé pour le faisceau d'électrons. Ceci est en accord avec les études théoriques effectuées en section 2.3.4. Le temps τ_s dépend fortement de la largeur à mi hauteur du profil temporel laser comme le montre la figure 4.34-b.

En somme, les pertes par rayonnement pourraient fortement augmenter l'énergie du faisceau d'électrons durant τ_s .

Finalement, la figure 4.35 illustre l'évolution de la fluence du faisceau d'électrons η_e et du rayonnement émis η_γ normalisées à la fluence laser, égale à 2.5×10^9 J/cm². La réaction du rayonnement influe clairement sur ces différentes énergies. Sans la réaction du rayonnement, l'énergie cinétique du

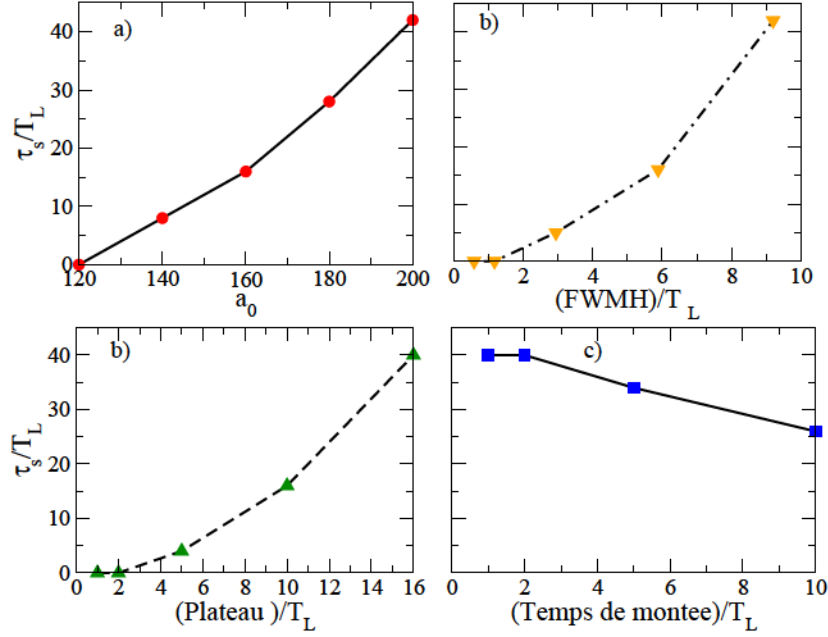


Figure 4.34: Le temps de stabilité τ_s (a) en fonction de a_0 , (b) en fonction de la largeur à mi hauteur de l'impulsion laser, (c) en fonction du plateau laser, (d) en fonction du temps de montée. Les cas (a) et (b) sont dans le cas d'une impulsion gaussienne. Les cas (c) et (d) sont pour une impulsion trapézoïdale. Nous considérons $\gamma_0 = 100$ pour le faisceau d'électrons

faisceau d'électrons est quasiment inchangée par rapport à son énergie initiale alors qu'elle est divisée par un facteur 8, après interaction avec l'impulsion laser lorsque la réaction du rayonnement est considérée comme le montrent les valeurs caractéristiques en figure 4.35-a. La fluence rayonnée est diminuée de plus d'un facteur 3. Ce type de diagnostic pourrait être utilisé expérimentalement afin de mettre en évidence l'effet de la réaction du rayonnement sur la dynamique du faisceau d'électrons et sur le rayonnement émis.

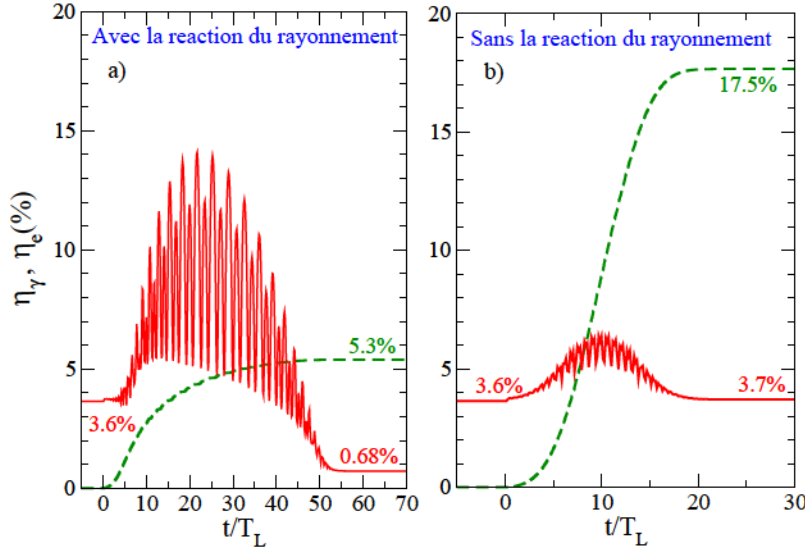


Figure 4.35: Evolution de la fluence du faisceau d'électrons (η_e) et de la fluence rayonnée (η_γ), normalisée à la fluence laser. (a): Avec prise en compte de la réaction du rayonnement du rayonnement. (b): sans prise en compte de la réaction du rayonnement. En tirets verts: fluence rayonnée. En traits pleins rouges: fluence du faisceau d'électrons. Un profil gaussien est considéré.

4.7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré aux effets des pertes par rayonnement dans l'interaction laser-plasma ultra-relativiste. Une première partie a été consacrée à présenter les régimes d'interaction de base permettant une meilleure clarté pour les études présentées dans ces types de régimes. Nous avons présenté respectivement les régimes de transparence induite, de hole-boring et de "light-sail".

Dans une deuxième section nous avons illustré l'importance de la réaction du rayonnement à ultra-haute intensité laser, en calculant la fluence rayonnée avec la considération et sans la considération des pertes par rayonnement, lors de l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense avec un plasma surdense. Pour des intensités supérieures à 10^{22} W/cm² la réaction du rayonnement doit être considérée dans l'équation du mouvement des électrons.

Dans une troisième section nous avons montré l'effet de la polarisation du champ laser en régime de transparence induite. Dans le cas d'une cible mince, les pertes par rayonnement sont plus importantes en polarisation linéaire pour la distribution des électrons alors qu'elles affectent davantage la dynamique des ions lorsque le laser est polarisé circulairement. Dans le cas d'une cible épaisse les effets collectifs dépendant du champ électrostatique

peuvent être de l'ordre des effets pondéromoteurs. Les plus grandes pertes radiatives sont dues aux plus grandes énergies atteintes (par la combinaison champ électromagnétique + champ électrostatique) et pour une distribution électronique ayant une fraction importante d'électrons se propageant à rebours du champ laser.

Dans les quatrième et cinquième parties de ce chapitre, nous avons étudié l'effet des pertes par rayonnement sur la dynamique du plasma. La quatrième partie a été dévolue à l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense sur une cible mince ($l=1\lambda_L$) et de densité initiale $n_{e0}=100n_c$. En raison de la forte amplitude du champ laser incident la cible n'est pas complètement opaque à l'impulsion. La cible est chauffée en volume à la différence d'un régime de type "light-sail" où la cible est chauffée en surface. Ceci implique un rôle nettement plus important pour les pertes radiatives, raison pour laquelle nous avons choisi d'étudier ce régime d'interaction situé entre un régime de transparence et un régime "light-sail". Dans ce type de régime pour lequel $a_0 > n_e/n_c$, les pertes par rayonnement induisent une plus importante compression des populations électronique et ionique, composant la cible accélérée. De plus, une partie de l'impulsion laser (de l'ordre de $3 T_L$) traverse la cible, arrachant 1% des électrons de la cible. Cette population d'électrons se propageant avec l'impulsion laser induit un champ de séparation de charges qui accélère les ions en face arrière. Les pertes par rayonnement ont pour conséquence d'augmenter l'énergie de ce paquets d'ions d'environ 20%.

Dans la cinquième partie, nous avons considéré l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense avec un plasma épais ($l = 100\lambda_L$) et de densité initiale $n_{e0}=10n_c$. Une transition de régime, propement due aux pertes radiatives électroniques, peut s'établir entre le régime de transparence induite et le régime du piston du fait de la création d'une structure de choc, devenant stable au bout de quelques dizaines de périodes laser, tendant ainsi vers un régime de type piston. Nous avons pris en compte les pertes par rayonnement lors de l'interaction de l'impulsion laser avec les électrons du plasma (régime de transparence induite), précédant la phase où la structure de piston apparaît diminuant massivement le rayonnement (régime du piston). Ce régime complexe présente un intérêt important au sens où il fait le lien entre les régimes classiques et les régimes quantiques où les créations de paires sont importantes. Dans le récent article [Kirk et al. 2013], la conversion de l'énergie laser en rayonnement intense est montrée, par l'interaction de l'impulsion laser sur le "plasma de paires", d'électrons-positrons. Les effets quantiques sur l'absorption laser et la création de paires sont aussi discutés.

Pour des cibles très minces telles que $\bar{\xi}$ soit inférieur à l'unité, cela signifie que l'amplitude du champ de séparation de charges engendré par l'interaction du laser sur la cible, sera faible comparée à celle du champ laser. Autrement

dit, les effets collectifs jouent un rôle faible dans la dynamique du plasma. A l'inverse, pour des ratio $\bar{\xi}$ supérieurs à l'unité, les effets collectifs deviennent importants et constituent un moyen d'accélération important pour les électrons, induisant notamment un rayonnement bien spécifique [Brady et al. 2013]. Cet aspect est amplement développé dans le chapitre suivant.

Ce chapitre s'est terminé par l'étude de la propagation d'un faisceau d'électrons interagissant avec une impulsion laser de durée finie. Celle-ci a permis de dégager des paramètres essentiels, pouvant être utilisés à des fins expérimentales pour mettre en évidence la réaction du rayonnement. Un temps caractéristique a été mis en évidence. Ce temps caractéristique τ_s indique pendant combien de temps le faisceau d'électrons a son mouvement renversé, en raison de la réaction du rayonnement. Nous avons montré dans la figure 4.35 l'effet des pertes par rayonnement sur l'énergie cinétique des électrons et le rayonnement émis, après interaction avec l'impulsion laser. La réaction du rayonnement affecte de manière importante ces quantités d'énergie. En conséquence, il serait dès lors possible de diagnostiquer d'un point de vue expérimental, la signature de la réaction du rayonnement, pour ce type d'interaction.

Chapter 5

Influence des effets collectifs sur le rayonnement synchrotron et l'absorption laser

Sommaire

5.1	Caractéristiques fondamentales	159
5.2	Accélération des électrons	163
5.2.1	Cible fine	164
5.2.2	Cible épaisse	166
5.3	Le paramètre $t_{\max}$	168
5.3.1	Dépendance de $t_{\max}$ en fonction de l'épaisseur du plasma et de la masse des ions	170
5.3.2	Influence de la durée de l'impulsion laser sur $t_{\max}$ dans le cas d'une cible mince	172
5.4	Evaluation du paramètre $t_{\max}$ à partir de l'intensité rayonnée	174
5.5	Influence de la masse des ions sur l'absorption de l'énergie laser	175
5.5.1	Variations dues à l'épaisseur de la cible	175
5.5.2	Variations dues à a_0 et n_e	176
5.6	Influence de E_x sur la génération du rayonnement	180
5.6.1	Effets dus à l'épaisseur de la cible	180
5.6.2	Influence de la masse des ions	183
5.7	Perspectives expérimentales	188

5.8 Conclusion 189

Une assertion courante est que l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense avec un plasma surdense est dominée par la dynamique des électrons, les ions étant supposés jouer un rôle secondaire [Di Piazza et al. 2009], - [Ridgers et al. 2012]. Bien que cet aspect soit vrai pour de faibles intensités laser, ($I_{laser} \leq 10^{22} \text{W/cm}^2$), la situation se complique dans le cas d'impulsion laser ultra-relativistes pour lesquelles l'énergie des électrons peut être comparable à l'énergie de masse des ions. Dans cette partie, nous allons montrer la forte influence de la masse des ions sur l'absorption laser et sur le rayonnement émis, supposé de nature synchrotron, dont les propriétés physiques et hypothèses ont été évoquées précédemment. En effet, pour des intensités supérieures à 10^{22}W/cm^2 , les pertes par rayonnement synchrotron sont importantes alors que l'émission Bremsstrahlung est négligeable dans nos conditions parce qu'il nécessite une épaisseur de plasma supérieure au libre parcours moyen collisionnel des électrons du fait des plasma faiblement surdense considérés. Il s'ensuit que le processus de rayonnement dominant est le rayonnement synchrotron, comme cela a été montré dans la référence [Pandit and Sentoku 2012]. On considère un champ laser polarisé circulairement tel que le vecteur potentiel normalisé s'écrit :

$$a_L(x, t) = a_0(t) \text{Re}(y - iz) e^{i\omega_L(t-x/c)} \quad (5.1)$$

On considère une interaction en incidence normale avec une cible épaisse de longueur $l = 100\lambda_L$ avec une longueur de vide équivalente à gauche et à droite de la boîte de simulation, afin de ne pas solliciter les conditions aux limites. Deux profils temporels sont considérés : un profil gaussien dont la largeur à mi-hauteur est égale à $13 T_L$ et un profil trapézoïdal avec des temps de montée et de descente égaux à une période laser, avec un plateau de 16 périodes laser. La densité électronique varie de 10^{-3} à $50n_c$ et le potentiel vecteur normalisé a_0 varie de 60 à 600. Chaque maille de plasma contient 60 macro-particules, électrons et ions. Le temps 0 est défini au moment où l'impulsion laser interagit avec le plasma. Un temps de simulation de $100 T_L$ ainsi que trois espèces d'ions : protons, deutérons et ions immobiles, sont considérés. Nous optons pour une densité électronique égale à $10n_c$ car comme nous le verrons, c'est la densité pour laquelle l'effet de la masse des ions est le plus remarquable, pour $a_0 = 200$ (profil gaussien) et $a_0 = 180$ (profil trapézoïdal), correspondant à une fluence de 5.09 J/cm^2 avec une longueur d'onde d'un micron.

Dans un premier temps nous introduirons le phénomène physique de façon qualitative. Il sera question de dégager les paramètres essentiels caractérisant ce phénomène. Dans un deuxième temps, nous étudierons le comportement

d'un paramètre essentiel, à savoir le temps auquel se produit le maximum de rayonnement émis. Dans un troisième temps nous verrons l'influence de la masse des ions sur l'absorption laser. Enfin les dernières parties de ce chapitre seront consacrées à la génération du rayonnement et comment celui-ci est influencé par les effets collectifs, véhiculés par le champ de séparation de charges.

5.1 Caractéristiques fondamentales

L'énergie et l'intensité rayonnées sont présentées en figure 5.1 et démontrent une nette différence entre les plasmas de protons ou de deutérons. L'énergie rayonnée décroît de plus de 80% dans le cas d'un plasma d'ions immobiles à $\eta_\gamma \simeq 50\%$ dans le cas d'un plasma de deutérons et de moins de 30% dans le cas d'un plasma de protons. Cette différence apparaît très tôt lors de l'interaction, à $t \simeq 3-4 T_L$ et atteint son maximum à des temps appartenant à $20-30 T_L$. Ceci est un effet relativement inattendu. D'autres ayant traité du sujet n'ont vraisemblablement pas mis en lumière l'influence de la masse des ions sur l'absorption laser, comme le stipule la référence [Ridgers et al. 2012].

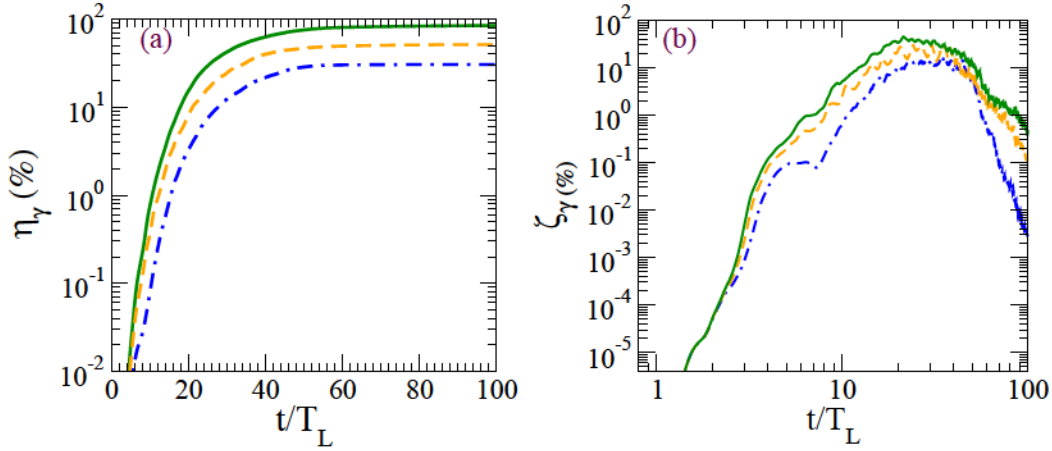


Figure 5.1: Dépendance temporelle de (a) la fluence et de (b) l'intensité rayonnées normalisées dans le cas d'un profil gaussien: lignes bleues pointillées: protons, lignes orange pointillées: deutérons, lignes vertes: ions immobiles.

L'effet observé peut être expliqué de la manière suivante. Au commencement de l'interaction, les électrons sont accélérés par la partie séculaire de la force pondéromotrice du laser. Etant donné une polarisation circulaire, la partie oscillante de la force pondéromotrice est supprimée impliquant un chauffage très faible pour les électrons. Le temps de réponse des ions dépend

de la masse des ions considérés. Il peut être estimé comme $T_i = 2\pi/\omega_{pi} = 2\pi \sqrt{\frac{m_i}{Zm_e}} \omega_{pe}^{-1}$ avec $\omega_{pe} = \sqrt{n_e e^2 / \gamma_e m_e \epsilon_0}$ la pulsation plasma électronique. Dans notre cas ($n_e = 10n_c$ et $a_0 = 200$), le temps de réponse des protons et des deutérons n'excède pas 15-20 périodes laser comme l'illustre la figure 5.1-b. Nous pouvons souligner que la pulsation plasma ionique ω_{pi} n'est pas si faible devant ω_{pe}/γ_e du fait que $\gamma_e \gg 1$. L'influence de la masse des ions sur le rayonnement et l'absorption est donc un effet purement collectif, dépendant de la densité du plasma. L'amplitude du champ de séparation de charges (de l'ordre de $2\pi \frac{n_e}{n_c} \frac{l}{\lambda_L} E_c$ où E_c est le champ de Compton) est comparable à l'amplitude maximale du champ laser et augmente avec la masse des ions. En effet, les électrons sont poussés sous l'action de la pression de radiation et le champ électrostatique augmente jusqu'à ce que les ions commencent à bouger. L'amplitude du champ de séparation de charges détermine donc la dynamique des électrons et des ions. Un critère pour que le mouvement des ions influe sur le rayonnement peut être formulé comme:

$$T_i \leq t_{\max} \quad (5.2)$$

où $t_{\max}$ est le temps au bout duquel l'intensité du rayonnement émis est maximale. La condition nécessaire (5.2) est clairement reliée aux effets collectifs se produisant dans le plasma dus à la forte dépendance de $t_{\max}$ sur la masse des ions: $t_{\max} \simeq 35 T_L$ pour un plasma de protons, $t_{\max} \simeq 25 T_L$ pour un plasma de deutérons et $t_{\max} \simeq 22 T_L$ pour un plasma d'ions immobiles bien inférieure au temps de réponse ionique T_i , tendant vers l'infini.

De manière heuristique, le champ de séparation de charges peut être assimilé à un ressort attaché à une masse importante, celle des ions. Il a besoin d'être étiré par une force avant que les ions commencent à bouger. C'est ce qui se produit à l'interface gauche plasma-vide, lorsque le laser entre en interaction avec le plasma. La figure 5.2 montre le champ longitudinal à l'instant $t_{\max}$, lorsque la puissance rayonnée instantanée est maximale. Plus la masse des ions est importante, plus $t_{\max}$ est faible et l'amplitude du champ de séparation de charges est importante. Il convient de noter que cela est vrai pour des ions de charge $Z=1$ comme H^+ et D^+ . Cet aspect n'est peut être pas aussi évident entre D^+ et H_e^{2+} et, plus généralement, pour des ions de charges $Z > 1$ totalement ionisés (tels que $Z/A \sim 1/2$). Dans le cadre de cette étude, nous ne considérerons pas l'effet possible de la charge effective des ions sur le rayonnement émis. Le cas d'un plasma d'ions immobile est davantage un cas académique qui permet au lecteur de se faire une idée claire du phénomène présenté. Dans le cas d'ions immobiles, l'amplitude du champ de séparation de charges atteint sa valeur maximale $E_x/E_c \simeq a_0$. Plus les ions sont légers, plus l'amplitude du champ électrostatique est faible, comme le montrent les

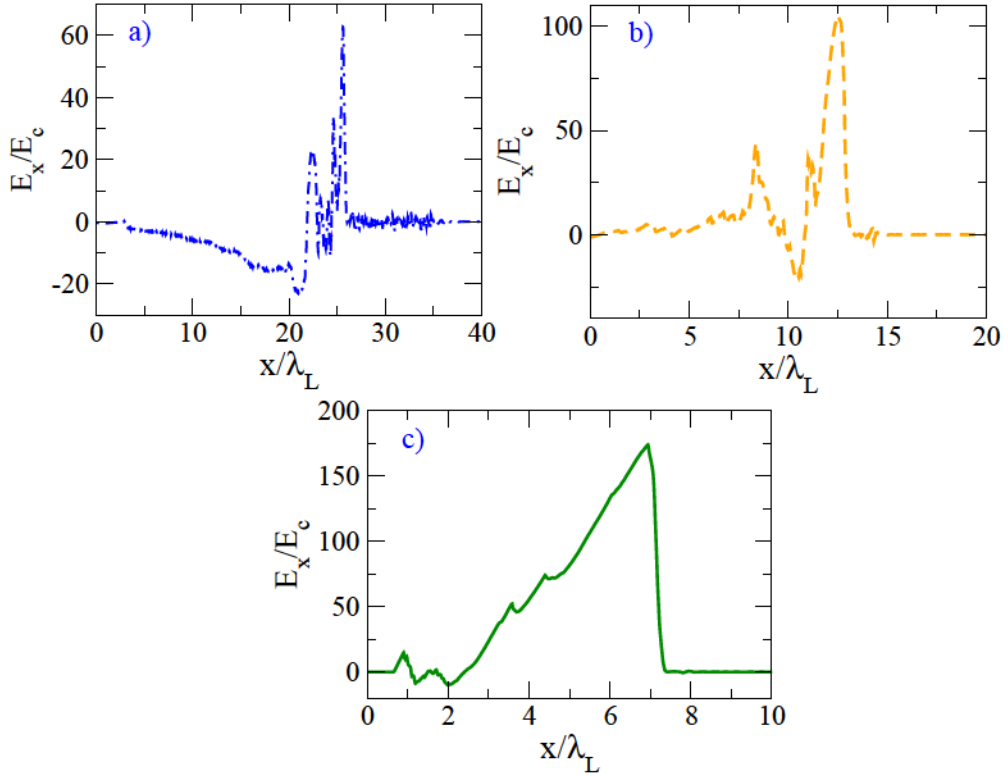


Figure 5.2: Distribution spatiale du champ longitudinal E_x à $t = t_{\max}$, pour (a) un plasma de protons, (b) un plasma de deutérons, (c) un plasma d'ions immobiles. Dans ce cas, le profil temporel laser est trapézoïdal. Le champ est normalisé par le champ de Compton $E_c = m_e c \omega_L / e$.

figures 5.2 et 5.3. Les électrons qui sont accélérés dans le champ électrostatique vers le champ laser sont source de la partie la plus énergétique du rayonnement émis. Plus précisément, c'est la combinaison du champ électromagnétique et du champ électrostatique qui est principalement responsable du chauffage électronique. La figure 5.4 montre que la contribution des électrons réfléchis sur la distribution angulaire du rayonnement, dominante pour des ions immobiles, est du même ordre que les électrons tels que $p_{e,x} > 0$ dans un plasma de deutérons, et même inférieure dans un plasma de protons. En conséquence, une réduction de la masse des ions entraîne une diminution de l'énergie cinétique des électrons, réduisant la conversion de l'énergie laser en rayonnement hautement énergétique. De plus, comme les ions légers se déplacent dans la direction de propagation du champ laser, les électrons sont entraînés avec eux. Ceci réduit le courant de retour des électrons impliquant une baisse quantitative du rayonnement émis.

L'effet de la masse des ions sur la distribution angulaire des photons

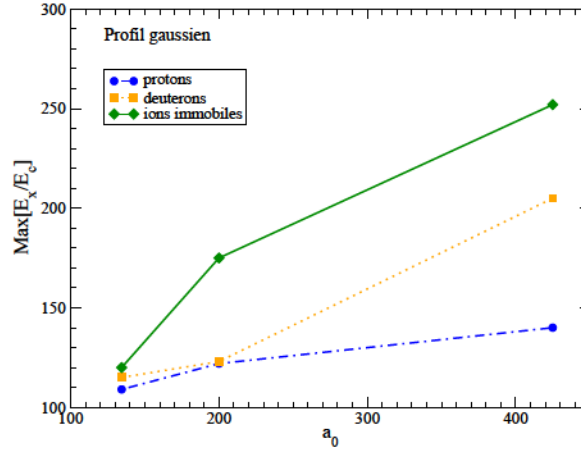


Figure 5.3: Evolution du $\text{Max}\left[\frac{E_x}{E_c}\right]$ en fonction de a_0 pour différents plasma. Une impulsion gaussienne est considérée.

confirme le scénario décrit précédemment.

Chaque image montrée en figure 5.4 est prise à $t = t_{\text{max}}$, instant où la puissance rayonnée est maximale. Dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, l'émission dans la direction opposée à la propagation du champ laser domine. Ceci est dû aux électrons accélérés dans le champ longitudinal et s'échappant du plasma vers le champ laser. Ceci est évident via la figure 5.4-d, où la distribution des électrons se décale vers les vitesses parallèles négatives. Elle est symétrique dans le plan de polarisation (y,z). Les fonctions de distribution des électrons dans le cas d'un plasma d'ions légers montrées en figures 5.4-c et 5.4-d sont significativement différentes. Elles sont décalées dans la direction du laser. Une telle fonction de distribution correspond à des électrons se déplaçant comme une hélice, oscillant dans le champ laser. Ceci peut être aussi constaté dans la distribution angulaire du rayonnement: le maximum de l'émission est dans la direction de propagation du champ laser pour un plasma de protons alors que dans le cas d'un plasma de deutérons il y a une part non négligeable du rayonnement émis dans la direction opposée de propagation du laser. Dans le cas d'un plasma de protons, environ 84% des électrons contribuant au rayonnement se déplacent dans la direction de propagation du champ laser alors que dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, environ 60% des électrons rayonnants se propagent dans la direction opposée à celle du champ laser.

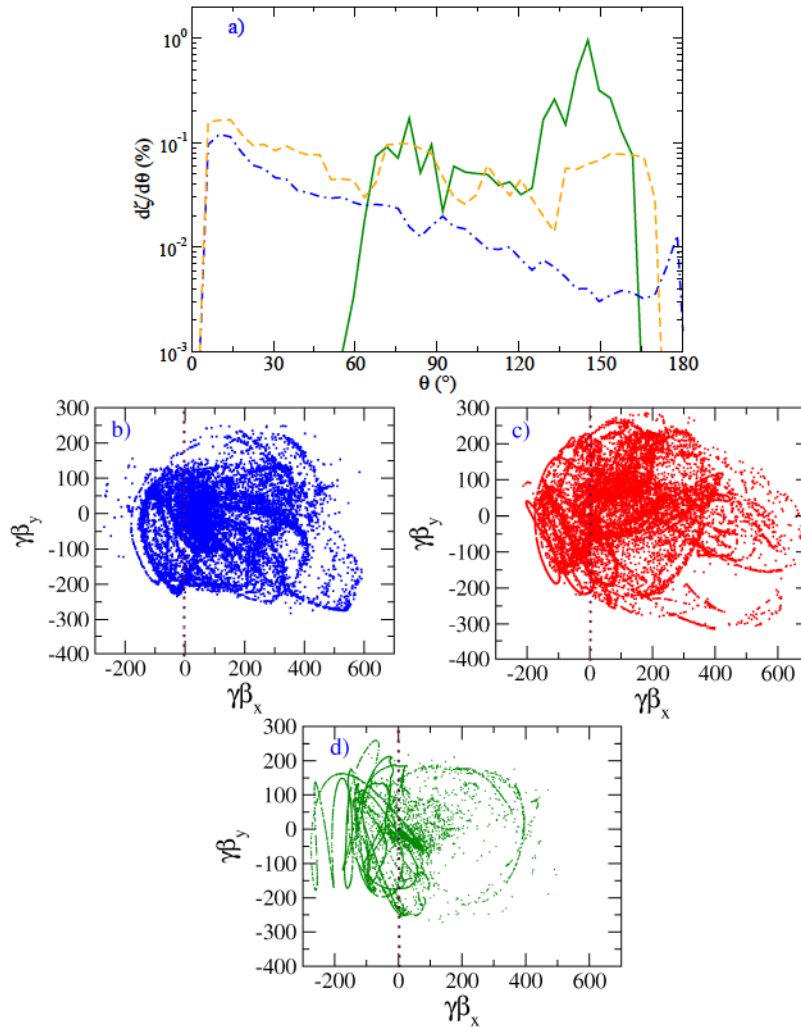


Figure 5.4: (a) Distribution angulaire du rayonnement par rapport à la direction de propagation du champ laser (axe x) à $t = t_{\max}$. (b)-(d) fonction de distribution des électrons. Seulement les électrons avec des énergies excédant 5 MeV sont représentés. (b) Points bleus, plasma de protons; (c) point oranges, plasma de deutérons; (d) points verts, plasma d'ions immobiles. Dans ce cas, un profil trapézoïdal a été considéré.

5.2 Accélération des électrons

Afin d'étudier l'accélération des électrons, nous allons considérer les spectres en énergie des électrons à $t = t_{\max}$ ainsi que la trajectoire typique d'un macro-électron pour chaque configuration laser-plasma. D'abord le cas d'une cible fine sera évoqué, $l = 1\lambda_L$ puis dans un deuxième temps, le cas d'une

cible épaisse, $l = 100\lambda_L$ sera discuté. A titre indicatif, nous rappelons que $t_{\max} \simeq 35T_L$ dans le cas d'un plasma de protons et $t_{\max} \simeq 22T_L$ dans le cas d'un plasma d'ions immobiles.

5.2.1 Cible fine

La figure 5.5 montre les spectres en énergie des électrons à $t = t_{\max}$ pour chaque configuration. Celles-ci sont détaillées dans la légende de la figure 5.5. Pour une polarisation fixée, le spectre des électrons est moins énergétique dans le cas d'un plasma d'ions immobiles. Typiquement, le pic lié à l'énergie caractéristique de la population d'électrons est réduit d'environ 10% (de 112 à 100 MeV) dans le cas d'une polarisation circulaire et d'environ 25% dans le cas d'une polarisation linéaire.

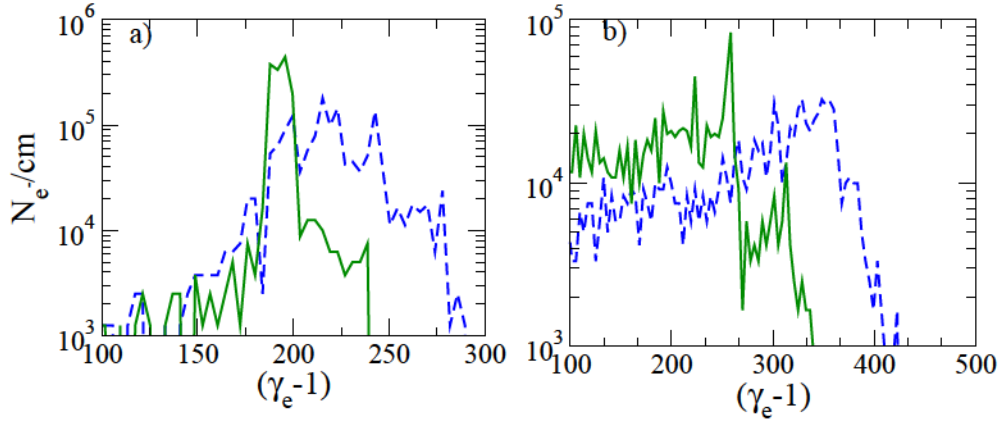


Figure 5.5: Spectre des électrons à $t = t_{\max}$ pour $n_e = 10n_c$ et $l = 1\lambda_L$. En traits verts: plasma d'ions immobiles. En pointillés bleus: plasma de protons. (a): polarisation circulaire. (b): polarisation linéaire. Une impulsion gaussienne est considérée.

Afin de comprendre davantage l'accélération des électrons du plasma, considérons l'espace des phases d'un macro-électron dont l'énergie cinétique est de l'ordre de l'énergie caractéristique du spectre d'électrons, à $t = t_{\max}$. Par exemple, dans le cas d'un plasma d'ions immobiles et d'une polarisation circulaire le macro-électron sera choisi tel que $\gamma_e m_e c^2 \simeq \varepsilon_e$, où ε_e est l'énergie caractéristique de la population d'électrons. Dans le cas où la distribution des électrons est une maxwellienne cette énergie caractéristique est associée à la température électronique T_e , comme le montre la figure 5.5-a. La position du macro-électron à $t = t_{\max}$ est représentée par un point rouge.

Dans le cas d'une polarisation circulaire, (figure 5.6-a), l'électron oscille peu du fait de l'absence de la composante oscillante en $2\omega_L$ de la force

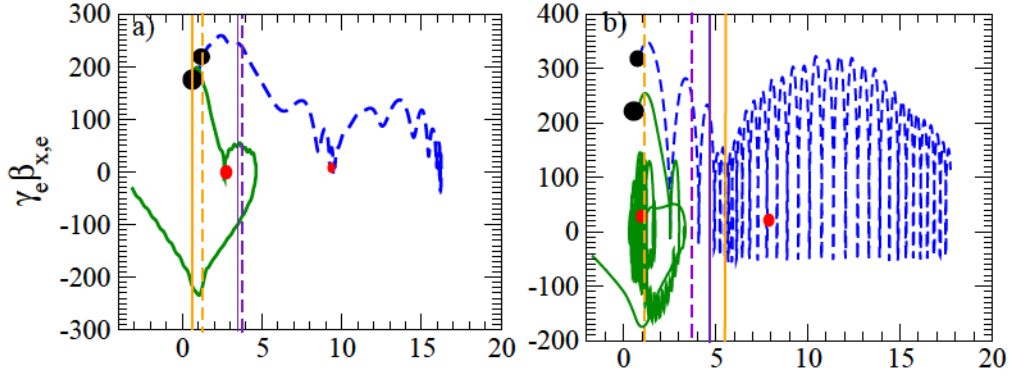


Figure 5.6: Trajectoire $(x(t), p_x(t))$ d'un macro-électron sur l'intervalle de temps $t \in [t_{\max} - 20T_L; t_{\max} + 20T_L]$ pour $n_e = 10n_c$ et une cible d'épaisseur $l = 1\lambda_L$. En traits verts: plasma d'ions immobiles. Pointillés bleus: plasma de protons. (a): polarisation circulaire. (b): polarisation linéaire. Les traits pleins font référence à la position de $\text{Max}[E_y]$ alors que les traits pointillés font référence à la position de $\text{Max}[E_x]$. La couleur violette fait référence aux champs considérés dans le cas d'un plasma de protons. La couleur orange fait référence aux champs considérés dans le cas d'un plasma d'ions immobiles. La position du macro-électron à $t = t_{\max}$ est représentée par un point rouge. La position initiale est représentée par un point noir. Une impulsion gaussienne est considérée.

pondéromotrice. Dans le cas d'un plasma de protons, l'électron oscille pendant un certain temps dans le champ électrostatique puis oscille dans le champ laser, alors que dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, le mouvement de l'électron est beaucoup plus contraint ce qui implique une accélération et donc un rayonnement émis différent. Cette contrainte s'explique par l'amplitude du champ de séparation de charges, plus importante dans le cas d'un plasma d'ions lourds. Comme il a été évoqué en section 5.5, l'énergie laser est davantage stockée dans le champ de séparation de charges pour un plasma d'ions lourds étant donné que la conversion de l'énergie laser en énergie ionique est très faible. Lorsque qu'une polarisation linéaire est considérée, le chauffage électronique est plus important en raison du terme oscillant à $2\omega_L$ de la force pondéromotrice, comme le montre la figure 5.6-b. La trajectoire de l'électron est beaucoup plus chaotique par rapport au cas où une polarisation circulaire est considérée en figure 5.6-a, quelle que soit la masse des ions du plasma. Comme nous le verrons cette modification de la

trajectoire a des conséquences importantes sur le rayonnement émis.

Durant l'intervalle de temps $\Delta t = [t_{\max} - \delta t; t_{\max} + \delta t]$ (en supposant $\delta t \ll t_{\max}$), la variation du moment longitudinal de l'électron notée $\|\delta \mathbf{p}_{e,x}\|$ est importante, impliquant une forte oscillation longitudinale pour l'électron. Ceci pourrait caractériser l'intervalle de temps où l'accélération de l'électron est importante impliquant un rayonnement important. La variation de $\|\delta \mathbf{p}_{e,x}\|$ est d'autant plus importante que la masse des ions du plasma est importante. Par conséquent, le rayonnement émis sera quantitativement plus important dans le cas d'un plasma d'ions lourds, ce qui est en accord avec ce qui a été évoqué en introduction 5.1 de ce chapitre à propos des caractéristiques fondamentales de ce phénomène. De plus, l'amplitude de $\|\mathbf{p}_{e,x}\|$ tend vers 0 lorsque t tend vers $t_{\max}$. En effet, durant un intervalle de temps centré autour de $t_{\max}$ l'électron oscille fortement impliquant un rayonnement émis important et une énergie cinétique qui tend vers son minimum à $t = t_{\max}$.

5.2.2 Cible épaisse

Les spectres des électrons à $t = t_{\max}$ sont montrés en figure 5.7. Les populations électroniques sont maxwelliennes, surtout dans le cas d'une polarisation linéaire, exposé en figure 5.7-b. La masse des ions n'altère pas de manière remarquable la température de la population d'électrons chauds du plasma. Néanmoins, comme dans le cas d'une cible mince, les spectres en énergie des électrons présentent des populations d'électrons davantage énergétiques pour un plasma d'ions légers. L'énergie caractéristique de la population d'électrons est réduite d'environ 20% dans le cas d'une polarisation circulaire.

A la différence d'une cible fine, l'amplitude maximale du champ de séparation de charges est du même ordre de grandeur que l'amplitude du champ laser. Par conséquent, le rôle du champ de séparation de charges sur l'accélération des électrons est à considérer. En d'autres termes, l'accélération des électrons est fortement influencée par les effets collectifs. D'abord de façon générale, la trajectoire de l'électron est beaucoup plus chaotique. Par l'importance du champ de séparation de charges, les électrons sont accélérés de manière stochastique [Bourdier et al. 2005] comme le montre la figure 5.8. Ceci est d'autant plus vrai que la masse des ions est importante. Le rayon de courbure r_c relatif à la trajectoire de l'électron dépend de la pulsation de rotation ω_{re} (voir formule (3.12)), fortement liée à l'amplitude du champ de séparation de charges et de surcroît à la fréquence critique ω_{cr} du rayonnement émis. De plus, la zone d'influence du champ de séparation de charges est davantage étendue comparée au cas d'une cible mince, allant d'1 à $5 \lambda_L$ dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, favorisant l'accélération des électrons ultra-relativistes.

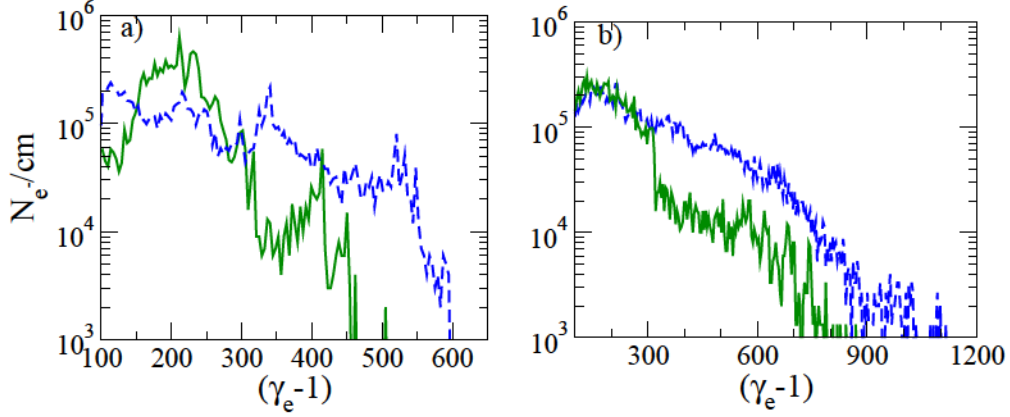


Figure 5.7: Spectre des électrons à $t=t_{\max}$ pour $n_e = 10n_c$ et $l = 100\lambda_L$. En traits verts: plasma d'ions immobiles. En pointillés bleus: plasma de protons. (a): polarisation circulaire. (b): polarisation linéaire. Une impulsion gaussienne est considérée.

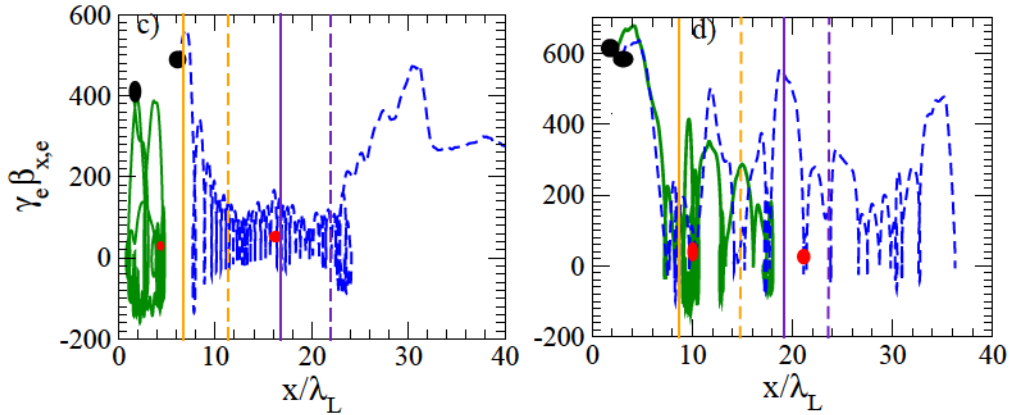


Figure 5.8: Trajectoire $(x(t), p_x(t))$ d'un macro-électron sur l'intervalle de temps $t \in [t_{\max} - 20T_L; t_{\max} + 20T_L]$ pour $n_e = 10n_c$ et une cible d'épaisseur $l = 100\lambda_L$. En traits verts: plasma d'ions immobiles. Pointillés bleus: plasma de protons. (a): Polarisation circulaire. (b): Polarisation linéaire. Une impulsion gaussienne est considérée. Les traits pleins font référence à la position de $\text{Max}[E_y]$ alors que les traits pointillés font référence à la position de $\text{Max}[E_x]$. La couleur violette fait référence aux champs considérés dans le cas d'un plasma de protons. La couleur orange fait référence aux champs considérés dans le cas d'un plasma d'ions immobiles. La position du macro-électron à $t = t_{\max}$ est représentée par un point rouge. La position initiale est représentée par un point noir. Une impulsion gaussienne est considérée.

5.3 Le paramètre $t_{\max}$

Le champ de séparation de charges généré par la poussée du champ laser sur les électrons dépend fortement de l'épaisseur de la cible, notée l . Les régimes de base ont été évoqués dans le chapitre 4.

Pour des impulsions laser à durée finie, la puissance rayonnée dans le plasma par les électrons rayonnants admet une valeur maximale dépendant du temps de réponse des ions et de l'épaisseur de la cible. Le but de cette section est d'estimer le temps caractéristique $t_{\max}$ correspondant au temps où la puissance rayonnée est maximale et de comprendre comment il dépend des paramètres laser et plasma.

Une illustration du paramètre $t_{\max}$ est visible sur les figures 5.9a et 5.9b où la puissance rayonnée est montrée pour différentes espèces ioniques. On considère une impulsion laser de durée $14 T_L$ de profil gaussien.

Dans le cas d'une cible épaisse ($l = 100\lambda_L$), figure 5.9-a, la forme de l'impulsion du rayonnement émis ne dépend pas fortement de la masse des ions. Les différences les plus notables entre chaque plasma (lié à une espèce ionique) sont d'une part l'amplitude de l'impulsion rayonnée qui croît avec la masse des ions et d'autre part la valeur du paramètre $t_{\max}$ significativement liée à la masse des ions. Nous remarquons que la durée de l'impulsion due au rayonnement émis est beaucoup plus importante que la durée de l'impulsion laser. Cela signifie que le champ de séparation de charges E_x joue un rôle important sur la génération du rayonnement. Le paramètre $t_{\max}$ est très proche du temps où la valeur maximale de l'amplitude du champ de séparation de charges est atteinte, comme le montre la figure 5.9c. Ceci met encore en évidence l'importance des effets collectifs dans la génération du rayonnement.

Dans le cas d'une cible mince, $l = 1\lambda_L$ (figure 5.9b), l'amplitude maximale de la puissance rayonnée croît aussi avec la masse des ions. Dans le cas d'ions immobiles (traits verts) la durée de l'impulsion rayonnée est quasiment égale à la durée de l'impulsion laser. Ceci reflète le cas le plus intuitif. C'est le cas où le rayonnement émis dépend uniquement de l'impulsion laser. Nous remarquons que plus les ions considérés sont légers plus la durée du rayonnement est importante du fait que la durée d'interaction effective augmente. En d'autres termes, l'absorption ionique, η_i , est d'autant plus grande que la masse des ions est faible, ce qui a pour conséquence de diminuer l'amplitude maximale du champ de séparation mais aussi de retarder l'instant où l'amplitude maximale est atteinte à $t \simeq t_{\max}$, comme le montre la figure 5.9d. Contrairement au cas d'une cible épaisse, le paramètre $t_{\max}$ n'est pas lié au temps où le maximum de E_x est atteint. En effet, nous avons $\frac{n_e}{n_c} \frac{l}{\lambda_L} \ll a_0$, d'où un champ électrostatique E_x de faible amplitude ne

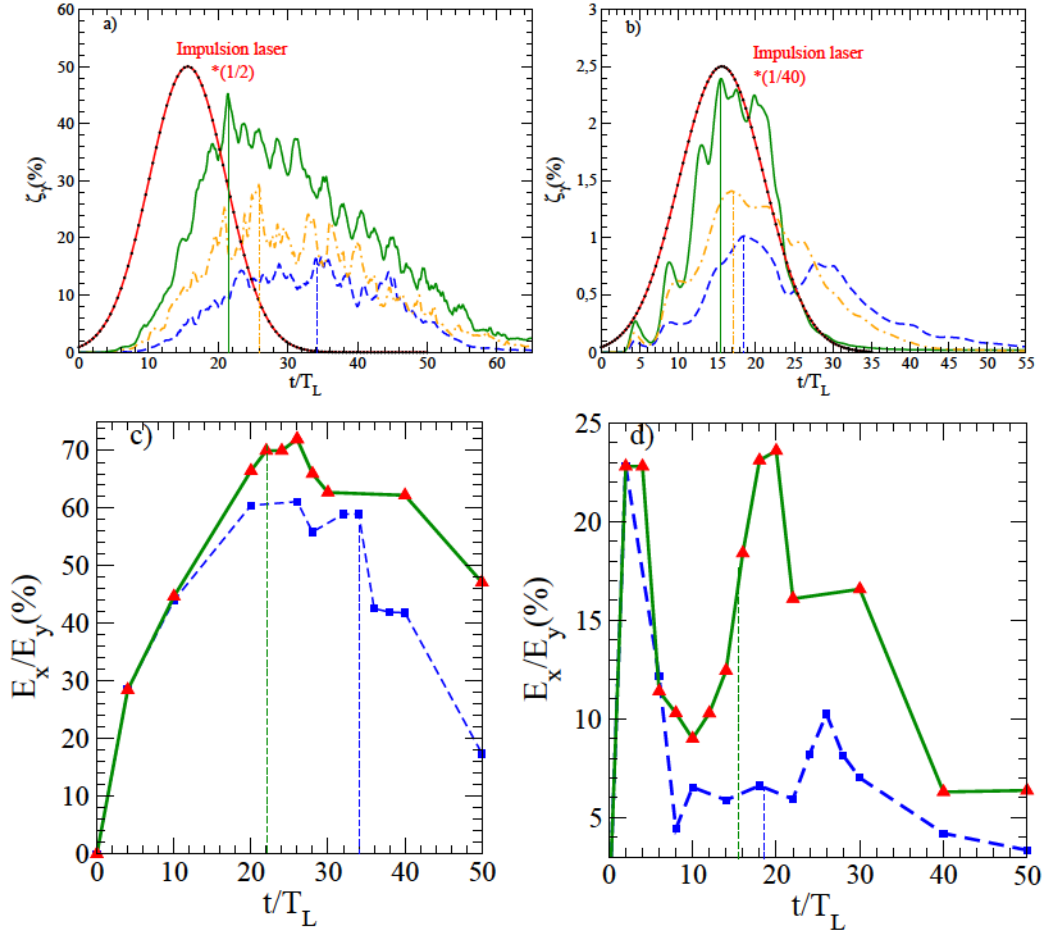


Figure 5.9: (a) Intensité rayonnée en fonction du temps dans le cas d'une cible épaisse, (a) $l = 100\lambda_L$ et d'une cible mince (b) $l = 1\lambda_L$. En traits verts: plasma d'ions immobiles. En pointillés oranges: plasma de deutérons. En pointillés bleus: plasma de protons. Amplitude maximale de E_x au cours du temps dans le cas d'une cible épaisse (c) et d'une cible mince (d). Le paramètre t_{max} est montré pour chaque type de plasma et la couleur associée est celle de l'espèce ionique du plasma considéré.

contribuant pas au rayonnement émis. Il s'ensuit que dans le cadre d'une cible fine le rayonnement émis dépend principalement des paramètres laser notamment de l'impulsion du laser.

Lorsqu'on compare la puissance rayonnée provenant d'une cible fine et celle provenant d'une cible épaisse, pour une même espèce ionique, nous constatons que le rayonnement émis est quantitativement 16 fois plus important dans le cas d'une cible épaisse. Cette constatation permet de mettre en évidence l'importance des effets collectifs dans la génération du rayonnement.

Les effets collectifs dépendent de l'amplitude du champ de séparation de charges. Ceci justifie d'étudier la dépendance paramétrique de $t_{\max}$, temps caractéristique de la génération du rayonnement synchrotron. De plus, le paramètre $t_{\max}$ se révèle pertinent d'un point de vue expérimental car il peut constituer un diagnostic important pour le rayonnement émis.

5.3.1 Dépendance de $t_{\max}$ en fonction de l'épaisseur du plasma et de la masse des ions

Le comportement du temps caractéristique $t_{\max}$ en fonction de l'épaisseur de la cible plasma est représenté sur la figure 5.10 où $n_e = 10 n_c$. Nous utilisons les mêmes espèces ioniques qu'en figure 5.9. Nous considérons deux types de polarisations pour le champ laser: polarisation circulaire (figure 5.10a) et polarisation linéaire (5.10b).

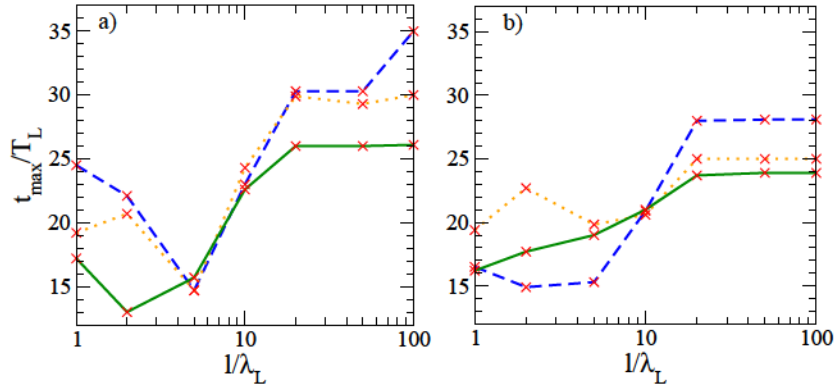


Figure 5.10: Dépendance de $t_{\max}$ en fonction de l'épaisseur de la cible plasma, l ; (a): laser polarisé circulairement; (b): laser polarisé linéairement. En pointillés bleus: plasma de protons. En points orange: plasma de deutérons. En trait vert: plasma d'ions immobiles.

Dans le cas d'une polarisation circulaire, $t_{\max}$ croît avec l'épaisseur de la cible et avec la masse des ions du plasma considéré. Plus les ions sont lourds plus $t_{\max}$ sera important comme il a été évoqué précédemment. Ceci s'explique avec le paramètre $\bar{\xi}$ (4.11) qui caractérise l'importance des effets collectifs, liés à l'amplitude du champ de séparation de charges par rapport à l'amplitude du champ laser. Dans le cas d'une polarisation linéaire, (voir figure 5.10-b), il n'y a pas de dépendance suivant la masse des ions pour des cibles inférieures à $10 \lambda_L$ et l'émission du rayonnement synchrotron dépend uniquement du chauffage électronique. Dans le cas de cibles épaisses, supérieures à $10 \lambda_L$, la dépendance de la masse des ions de $t_{\max}$ est similaire

au cas d'une polarisation circulaire. Cependant, le champ de séparation de charges est plus faible dû à la partie oscillante de la force pondéromotrice, favorisant le chauffage électronique.

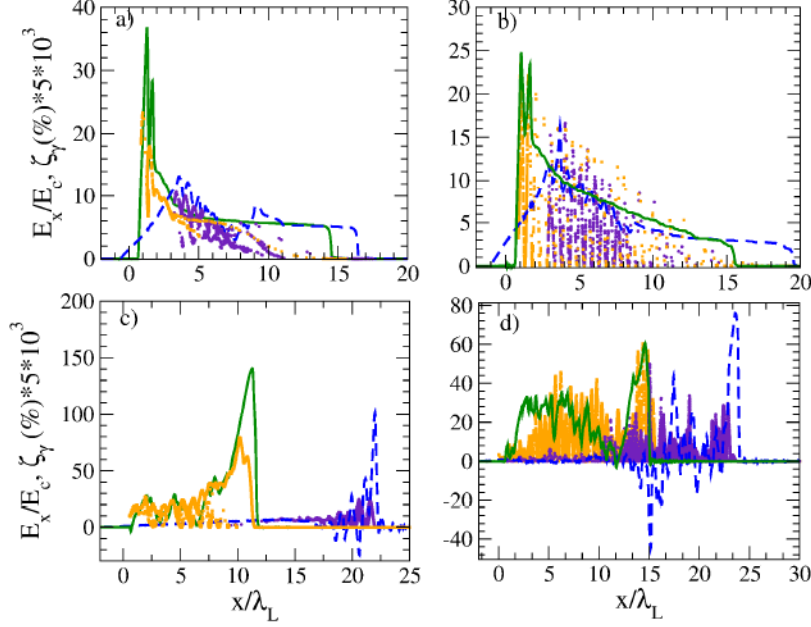


Figure 5.11: Comportement du champ de séparation de charges E_x et de $\zeta_\gamma(\%)$ (7.12) par rapport à x , à $t = t_{max}$. E_x est représenté en trait vert, pour un plasma d'ions fixes; en tirets bleus, pour un plasma de protons. ζ_γ est représenté en violet pour un plasma de protons et en jaune dans le cas d'ions fixes. (a)-(b): $l = 1\lambda_L$; (c)-(d): $l = 100\lambda_L$. Le laser est polarisé circulairement en (a)-(c) et linéairement en (b)-(d).

Le rayonnement synchrotron produit par les électrons se répartit sur une longueur caractéristique, l_{rad} . La répartition spatiale du rayonnement est présentée par la fonction ζ sur la figure 5.11.

Dans le cas d'une cible épaisse cette longueur est équivalente à la longueur définissant le champ de séparation de charges, comme le montre la figure 5.11. Dans le cas d'une cible fine, le champ de séparation de charges a une faible influence sur la génération du rayonnement. La longueur caractéristique l_{rad} est davantage associée dans ce cas aux paramètres laser. Plus précisément elle est liée au temps de montée de l'impulsion laser.

La longueur de rayonnement l_{rad} va nous permettre de caractériser davantage le rayonnement émis. Plus précisément cette longueur se révèle importante car elle intervient dans le terme source de l'équation de transport de la densité d'énergie du rayonnement émis, discuté en section 2.4.2. Dans

la suite nous allons considérer dans le cas d'une cible mince l'évolution de $t_{\max}$ en fonction du temps de montée de l'impulsion laser utilisée.

5.3.2 Influence de la durée de l'impulsion laser sur $t_{\max}$ dans le cas d'une cible mince

Dans le cas d'une cible mince, où les effets collectifs sont nettement moins influents que les effets pondéromoteurs, le paramètre $t_{\max}$ peut être directement relié aux caractéristiques temporelles de l'impulsion laser, notamment à la valeur de la largeur à mi-hauteur. Nous nous restreignons au cas d'une polarisation circulaire (avec $a_0=a_y=a_z=200$), où le chauffage électronique est grandement diminué. Nous considérons deux espèces d'ions: protons et ions immobiles, pour deux plasmas distincts. Le but est aussi d'étudier l'influence de la masse des ions sur $t_{\max}$. Comme nous nous restreignons au cas d'une cible mince, cet effet devient mineur pour l'évolution de $t_{\max}$ par rapport au paramètre variable de l'impulsion laser, à savoir la largeur à mi-hauteur FWHM (Full-Width at Half-Maximum) du profil temporel considéré.

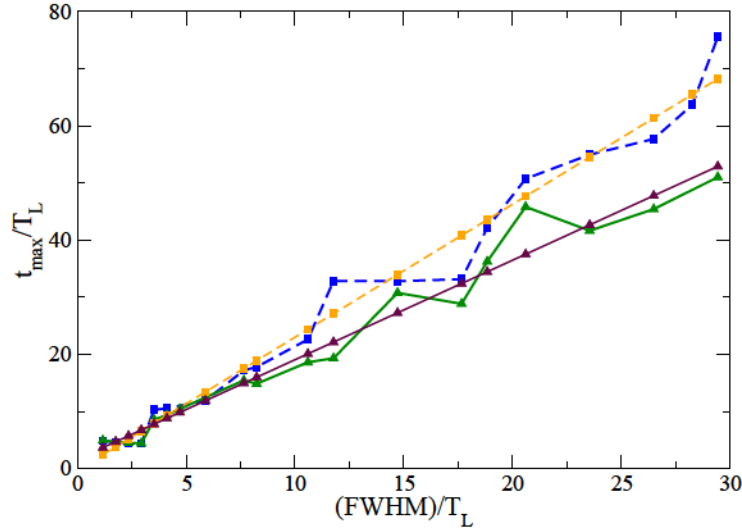


Figure 5.12: Comportement de $t_{\max}$ en fonction de la largeur à mi-hauteur, FWHM, de l'impulsion laser choisie. En tirets et carrés noirs: plasma de protons. En traits pleins et triangles verts: plasma d'ions immobiles. Les droites en orange avec carrés et violet avec triangles sont respectivement des régressions linéaires des deux cas précédents. L'impulsion laser est polarisée circulairement.

La figure 5.12 représente le comportement de $t_{\max}$ en fonction la largeur à mi-hauteur FWHM du profil temporel laser. Dans le cas où la largeur à mi-

hauteur est inférieure à $3 T_L$, t_{max} ne dépend pas de FWHM et est invariant par rapport à la masse des ions, comme le montre la figure 5.12. Dans ce cas, le temps de réponse des ions, T_i est supérieur à t_{max} , temps caractéristique de la génération du rayonnement synchrotron. Lorsque FWHM est plus grand que trois périodes laser, t_{max} évolue linéairement en fonction de FWHM. De plus, le temps de réponse des ions joue un rôle dans la dépendance de t_{max} par rapport à T_{FWHM} comme le montre la figure 5.12, stipulant que le temps de réponse des protons est de l'ordre de trois périodes laser pour $a_0=200$. Nous pouvons en déduire un critère sur t_{max} par rapport à FWHM:

$$t_{max} \geq T_{FWHM} \quad (5.3)$$

La condition (5.3) signifie que le maximum de la puissance rayonnée, ne peut se produire avant que le maximum ($a_0=200$) de l'impulsion laser soit atteint. Il est aussi intéressant d'en déduire une autre condition sur le paramètre t_{max} par rapport au temps de réponse des ions T_i . En exprimant la pulsation plasma électronique en fonction de la période laser soit $\omega_{pe} = \sqrt{n_e/n_c} 2\pi/T_L$ le temps de réponse des ions s'exprime par: $T_i = \left(\frac{n_c}{Z n_e} \frac{m_i}{\gamma_e m_e} \right) T_L$. Le critère définissant l'importance des ions dans la génération du rayonnement synchrotron a été évoqué dans la condition (5.2).

Dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, le paramètre t_{max} est quasiment équivalent au temps de montée de l'impulsion gaussienne (ou bien $\simeq 2$ fois moins important que FWHM) comme le montre la régression linéaire associée au ions immobiles en figure 5.12. Dans le cas d'un plasma de protons, le paramètre t_{max} évolue plus lentement en raison du temps de réponse fini des protons et respectant la condition 5.3. Comme il a été évoqué en section 5.1, dans le cas d'un plasma de protons et d'électrons nous avons $t_{max} \simeq 35T_L$ supérieur au temps de réponse des protons.

Pour une très courte impulsion laser, inférieure à environ 3 périodes laser t_{max} est constant et ne dépend pas de la masse des ions. Par conséquent, nous en déduisons que le temps de réponse des protons est de l'ordre de trois périodes laser. Lorsqu'on considère des impulsion laser de largeur à mi-hauteur (FWHM) supérieures à 3 périodes laser, t_{max} croît linéairement par rapport à FWHM. Ainsi, le temps de réponse des protons dépend de l'intensité du laser (liée au paramètre a_0).

Finalement, le comportement du paramètre t_{max} en fonction de T_{FWHM} dans le cas d'une cible mince peut se résumer de la manière suivante:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{si } m_i < \infty \text{ et } FWHM \geq 3T_L \text{ alors} & t_{max} \sim \frac{8}{3} FWHM - 3T_L \\ \text{si } m_i \rightarrow \infty \text{ et } FWHM \geq 3T_L \text{ alors} & t_{max} \sim \frac{10}{3} FWHM \\ \text{si } FWHM \leq 3T_L \text{ alors} & t_{max} \simeq 5T_L \forall m_i \end{array} \right. \quad (5.4)$$

5.4 Evaluation du paramètre $t_{\max}$ à partir de l'intensité rayonnée

Dans cette section, nous allons montrer que le paramètre $t_{\max}$ peut se déduire à partir du terme source de l'équation de transport de la densité d'énergie des photons, ε_γ (2.159). Le paramètre $t_{\max}$ correspond au temps où l'intensité rayonnée I_γ (2.164), atteint sa valeur maximale. Par conséquent, le paramètre $t_{\max}$ est solution de l'équation suivante:

$$\frac{\partial I_\gamma}{\partial t} = 0 \quad (5.5)$$

Soit $g(t)$ la fonction du profil temporel de l'impulsion laser, la condition (5.5) devient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial t} + 2\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= 0 \\ \alpha &= E_x/E_y \end{aligned} \quad (5.6)$$

On remarque que le paramètre $t_{\max}$ ne dépend pas de la fonction de distribution des électrons f_e .

Dans le cas d'une cible mince l'amplitude du champ de séparation de charge est faible devant l'amplitude du champ laser, ce qui implique $\alpha \ll 1$. Dès lors, le paramètre $t_{\max}$ dépend principalement du profil temporel $g(t)$. Dans le cas limite où $\alpha \simeq 0$ et $g(t)$ est une impulsion gaussienne, nous avons:

$$\begin{aligned} g(t) &\propto \exp\left(\frac{(t - t_{\text{montée}})^2}{2\sigma^2}\right) \\ \sigma &\simeq FWHM/2.3548 \end{aligned} \quad (5.7)$$

d'où,

$$t_{\max} = t_{\text{montée}} \quad (5.8)$$

où $t_{\text{montée}}$ correspond au temps pour lequel l'intensité laser est maximale (voir figures 5.9-a et 5.9-b). Cette solution de $t_{\max}$ (5.8) est bien en accord avec les résultats de la section précédente. Lorsque l'amplitude du champ de séparation de charges n'est pas négligeable par rapport à celle du champ laser (cas d'une cible épaisse, voir figures 5.9-c et 5.9-d), le paramètre $t_{\max}$ est nettement supérieur à $t_{\text{montée}}$. Ceci est dû au fait qu'il faut prendre en compte le temps de formation du champ de séparation de charges, présenté par le deuxième terme de droite de l'équation (5.6). Ceci étant dit, dans le cas d'ions immobiles et d'un plasma épais, $t_{\max}$ correspond à la propagation des électrons sur une distance (normalisée) $\frac{\omega_L l}{c} \sim \frac{\omega_L^2}{\omega_{pe}^2} a_0$. Pour les paramètres considérés ici, nous avons $\omega_L t_{\max} \sim \frac{\omega_L l}{c} \sim \frac{200}{10} \sim 20$, en accord raisonnable avec la figure 5.9 (a,c).

5.5 Influence de la masse des ions sur l'absorption de l'énergie laser

Dans cette section, nous nous intéressons à l'influence du rayonnement sur le transfert d'énergie laser entre les espèces du plasma.

Afin d'observer de fortes dépendances, la durée de l'impulsion laser doit être plus courte que le temps caractéristique $t_{\max}$. Nous considérerons une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $13 T_L$ avec $a_0=200$.

Dans un premier temps les variations dues à l'épaisseur de la cible de plasma seront discutées. Puis nous nous intéresserons aux variations dues à a_0 et n_e dans un deuxième temps. Il s'agit toujours des mêmes espèces ioniques considérées, à savoir les protons, les deutérons et des ions immobiles.

5.5.1 Variations dues à l'épaisseur de la cible

A première vue, la forte dépendance de l'absorption de l'énergie sur l'épaisseur de la cible est remarquable, quelle que soit la polarisation choisie. Cela s'explique par le fait que plus la cible est épaisse plus le champ électrostatique E_x est important (voir paramètre $\bar{\xi}$ (4.11)). Les électrons gagnent davantage d'énergie dans le champ de séparation de charges et rayonnent davantage comparés à un cas où celui-ci est négligeable. La puissance rayonnée est maximale pour un plasma épais d'ions lourds, maximisant l'amplitude du champ de séparation de charges E_x . Dans ce cas, lorsque le paramètre $\bar{\xi}$ (4.11) tend vers 1. La majorité de l'énergie absorbée est convertie en rayonnement intense. La conversion est de plus de 80% dans le cas d'un plasma d'ions immobiles avec une cible telle que $l = 100\lambda_L$, quelle que soit la polarisation choisie, comme le montre la figure 5.13, alors que celle-ci n'est que d'environ 50% dans le cas d'un plasma de protons. Cette différence est presque deux fois plus importante dans le cas d'une polarisation circulaire, comme le montre la figure 5.13. Une polarisation circulaire et un plasma d'ions légers permet de maximiser l'énergie laser convertie en énergie cinétique ionique, ce qui mène à une émission de rayonnement moins intense. Nous remarquons que ces valeurs sont en bon accords avec celles obtenues avec l'approche électrodynamique quantique (points colorés). Pour $l = 1\lambda_L$ l'énergie laser est essentiellement convertie en énergie ionique, quelle que soit la polarisation et l'espèce ionique considérée. Le champ de séparation de charges tend à renforcer l'interaction onde-particule sans pour autant impliquer de forts changements pour des cibles supérieures à $20\lambda_L$.

Pour un plasma d'ions légers (plasma de H^+), plus de 10 % de l'énergie laser est transférée aux ions pour des épaisseurs supérieures à $10 \lambda_L$. Dans le

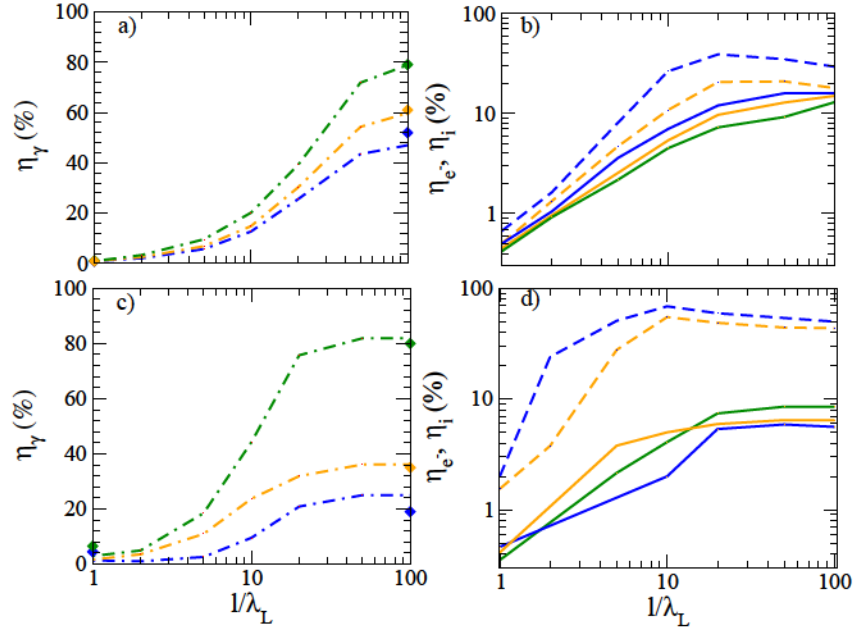


Figure 5.13: Dépendance de la conversion de l'énergie laser en énergie photonique η_γ (a,c), en énergie électronique η_e et en énergie ionique η_i (b,d) en fonction de l'épaisseur de la cible, l . On se donne un plasma de densité électronique $n_e = 10 n_c$. En bleu: plasma de protons. En orange: plasma de deutérons. En vert: plasma d'ions immobiles. Les tirets et les traits pleins font référence respectivement aux ions et aux électrons. Les polarisations utilisées sont explicitement marquées sur chaque panels composant la figure. Les carrés bleus, orange et verts sont les résultats des simulations calculés par l'approche d'électrodynamique quantique incorporée dans le code CALDER et décrite en référence [Lobet et al. 2013].

cas d'une polarisation linéaire, la masse des ions a un faible rôle sur la conversion d'une partie de l'énergie laser, ε_L en énergie électronique η_e comme le montrent les courbes de la figure 5.13b par rapport à la figure 5.13d (polarisation circulaire). Cela est dû au fait que dans le cas d'une polarisation linéaire, l'énergie des électrons provient essentiellement du chauffage via la partie oscillante en $2\omega_L$ de la force pondéromotrice du laser, indépendamment de la masse des ions.

5.5.2 Variations dues à a_0 et n_e

Les figures 5.14 et 5.15 montrent la dépendance de la répartition de l'énergie laser absorbée entre les photons η_γ , les électrons η_e et les ions η_i en fonction du champ laser a_0 et de la densité du plasma n_e . L'absorption totale $\eta_{tot} =$

$\eta_\gamma + \eta_e + \eta_i$ dépend faiblement de la masse des ions comme le montrent les figures 5.14-d et 5.15-d. Une différence notable peut être observée sur la figure 5.14-d pour des hautes intensités laser correspondant à $a_0 \geq 300$. Cependant, à de telles intensités laser, les effets quantiques ne sont plus négligeables. Cet aspect est démontré dans les figures 5.14-a et 5.15-d où les simulations sans corrections quantiques $q(\chi_e)$ sont montrées via des points bleus.

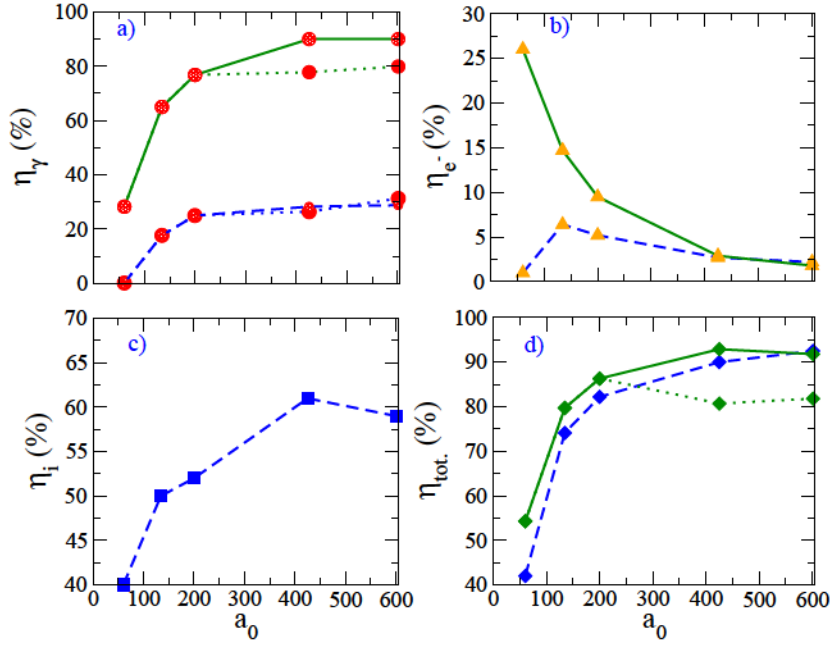


Figure 5.14: Dépendance de la conversion de l'énergie laser en énergie photonique η_γ (a), électronique η_e (b), ionique η_i (c) et de la conversion totale η_{tot} (d) en fonction de l'amplitude laser a_0 pour une densité électronique initiale $n_e = 10n_c$. Traits pointillés bleus: plasma de protons; traits continus verts: plasma d'ions immobiles. Les cercles rouges, triangles jaunes et carrés bleus dénotent respectivement les photons, les électrons et les ions. Le profil temporel laser est gaussien de durée $14 T_L$. Le laser est polarisé circulairement. Les courbes en points bleus et verts montrent les résultats des simulations effectuées sans corrections quantiques.

Les effets quantiques mènent à la saturation du rayonnement autour de 90%, pour des amplitudes laser telles que $a_0 \geq 200$ dans le cas d'ions immobiles. Par ailleurs dans le cas d'un plasma d'ions légers, les corrections quantiques sont minimales et ont une faible influence sur le rayonnement même pour des amplitudes laser $a_0 = 400-600$. Ceci s'explique par le fait que dans le cas d'un plasma d'ions légers, les électrons se déplacent de préférence dans la direction de propagation du champ laser et par conséquent leur χ_e est

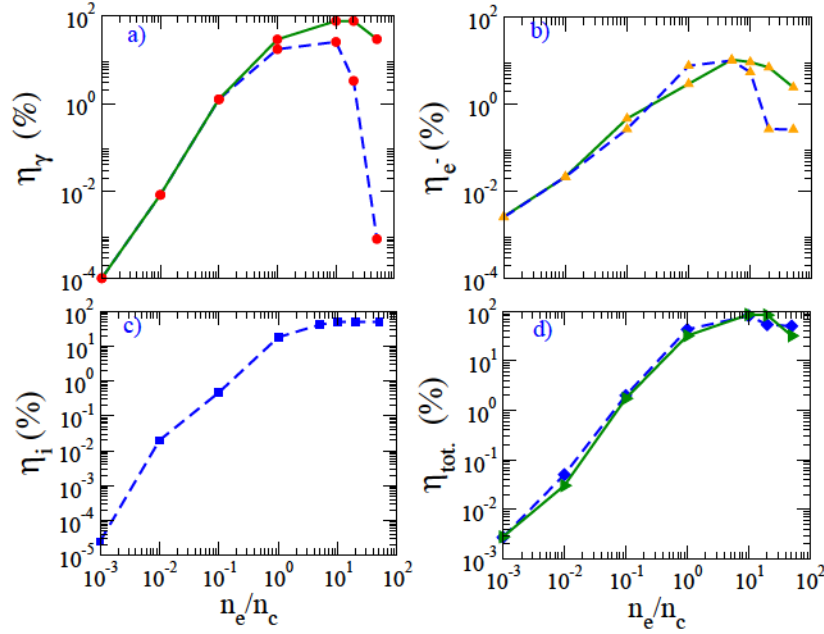


Figure 5.15: Dépendance de la conversion de l'énergie laser en énergie photonique η_γ (a), électronique η_e (b), ionique η_i (c) et de la conversion totale η_{tot} (d) en fonction de de la densité électronique initiale n_e pour une amplitude laser initiale $a_0 = 200$. Traits pointillés bleus: plasma de protons; traits continus verts: plasma d'ions immobiles. Les cercles rouges, triangles jaunes et carrés bleus dénotent respectivement les photons, les électrons et les ions. Le profil temporel laser est gaussien.

beaucoup plus faible que dans le cas d'un plasma d'ions lourds. L'émission de photons hautement énergétiques commence à contribuer de manière significative à l'absorption de l'énergie laser pour des intensités laser telles que $a_0 \geq 80$ pour un plasma de protons. Ce seuil pour a_0 est même réduit pour des plasmas d'ions lourds. Pour des intensités laser plus faibles, l'émission du rayonnement ne contribue pas tellement à la repartition de l'énergie laser entre les particules du plasma. Il est par ailleurs intéressant de discuter de la répartition de l'énergie laser entre les électrons et les ions. Une différence significative pour l'absorption des électrons à basse intensité laser est nettement visible sur la figure 5.14-b. L'énergie laser est principalement stockée dans le champ électrostatique plutôt que dans les électrons pour des intensités laser telles $a_0 > 60$. Nous constatons que plus de 50% de l'énergie laser incidente est transférée aux ions pour $a_0 \geq 100$. Cet aspect est en accord avec des résultats de publications antérieures [Naumova et al. 2009], [Tamburini et al. 2010], [Capdessus et al. 2012], et pourrait être de grand

intérêt pour des applications relatives à l'accélération d'ions, dans le cadre de la médecine et de la fusion par confinement inertiel [Fuchs et al 2006].

La dépendance de l'absorption de l'énergie laser en fonction de la densité électronique initiale en figure 5.15 montre que la gamme de densité électronique n_e/n_c allant de 1 à 20 marque la transition entre deux régimes d'interaction laser-plasma pour $a_0 = 200$. Pour de plus faibles densités électroniques, le plasma est transparent au rayonnement et le taux d'absorption augmente avec la densité. Dans le cas d'un plasma très sous-dense, l'amplitude du champ de séparation de charges est faible, les ions n'ont guère d'influence sur le rayonnement émis et la plupart de l'énergie laser incidente est stockée dans les électrons. En revanche, pour un plasma de protons avec une densité électronique supérieure à $20 n_c$, le piston est formé et l'émission du rayonnement devient quantitativement faible du fait que les électrons sont spatialement bien séparés du champ laser [Capdessus et al. 2012], [Naumova et al. 2009]. L'accélération des ions est par conséquent meilleure dans ce cas. La transition entre ces deux régimes, la transparence induite et le piston, prend place pour des densités électroniques telles que $n_e/n_c \simeq 10-20$. Ceci est comparable avec la densité de l'hydrogène solide (100 mg/cm^3), correspondant à $n_e/n_c \simeq 50$ pour une longueur d'onde laser de 1 micron. Pour une intensité laser telle que $a_0 = 200$, visible en figure 5.15, la part totale de l'énergie laser absorbée ne dépend pas significativement de la masse des ions, même lorsque les effets quantiques sont négligeables. La masse des ions affecte principalement la répartition de l'énergie laser entre les photons, les électrons et les ions. Néanmoins, dans le cas de plasmas sous-denses la masse des ions n'a pas d'effet. Les effets collectifs sont quasi-inexistants en raison d'un champ de séparation de charges négligeable par rapport au champ laser. Dans le cas de plasma surdenses, l'absorption ionique diminue lorsque la masse des ions tend vers l'infini, comme le montre la figure 5.15. L'absorption des photons est dominante, quant à elle, pour des plasmas faiblement surdenses pour lesquels les effets les plus notables se manifestent pour un plasma tel que $n_e/n_c = 10$.

Dans les deux parties suivantes, nous allons étudier l'effet de la masse des ions sur l'accélération des électrons. Plus précisément nous étudierons comment le champ de séparation de charges influe sur l'accélération des électrons. Cette partie permet de faire le lien entre les conditions initiales (masse des ions, épaisseur de la cible, polarisation de l'impulsion laser) et le rayonnement émis par les électrons accélérés. Il est donc essentiel de bien comprendre notamment le rôle des effets collectifs dépendant fortement de l'amplitude du champ de séparation de charges par rapport à l'amplitude du champ laser.

5.6 Influence du champ de séparation de charges sur la génération du rayonnement

Cette section, fortement connectée à la précédente est dévolue à l'analyse de l'influence du champ de séparation de charges sur le rayonnement émis par les électrons accélérés. Nous considérerons dans un premier temps les effets dus à l'épaisseur de la cible de plasma, puis dans un deuxième temps, les effets dus à la masse des ions du plasma considéré.

5.6.1 Effets dus à l'épaisseur de la cible

L'intensité du rayonnement synchrotron émis par les électrons relativistes accélérés dépend fortement de l'énergie cinétique des électrons. Pour une cible mince l'énergie caractéristique des électrons est de l'ordre de $a_0 m_e c^2$ (voir figure 5.5-a, plasma d'ions immobiles), avec $a_0 = 200$ dans le cadre de cette étude. Néanmoins dans le cas d'une cible épaisse, il est nécessaire de rajouter la contribution du champ de séparation de charges, qui est de l'ordre de $a_0 E_c$ dans le cas d'un plasma d'ions immobiles.

La figure 5.16 montre que les photons rayonnés par les électrons accélérés sont plus énergétiques lorsque les effets collectifs sont importants, ce qui est notamment mis en évidence par les figures 5.16-c et 5.16-d où une cible épaisse est considérée. Le spectre en énergie des photons est davantage étendu vers les hautes énergies, en raison du champ de séparation de charges. Typiquement, pour une masse d'ions et une polarisation fixée, la fréquence caractéristique du rayonnement est augmentée d'environ un ordre de grandeur en comparant les spectres des figures 5.16-a et 5.16-b par rapport aux figures 5.16-c et 5.16-d. De plus, les effets collectifs induisent la génération d'un rayonnement hautement énergétique > 250 MeV. La source primaire du rayonnement émis par les électrons accélérés est uniquement le champ laser. En effet, dans le cas d'une polarisation circulaire, la fréquence caractéristique du rayonnement est trois fois plus grande dans le cas d'une cible épaisse ($l = 100 \lambda_L$) par rapport au cas d'une cible mince ($l = 1 \lambda_L$), quelle que soit la masse des ions. Cette différence est moins flagrante dans le cas d'une polarisation linéaire en raison d'un chauffage électronique plus important. La figure 5.17 montre la distribution angulaire des fréquences critiques ω_{cr} du rayonnement. Dans le cas d'une cible mince, l'amplitude du champ de séparation de charges est bien plus faible que $a_0 E_c$ comme il a été vu précédemment (voir figure 5.11 de la partie 5.3.1). Les effets collectifs sont donc négligeables et le rayonnement émis est principalement dû au champ laser. Dans ce cas, la force de Lorentz peut être évaluée de la manière suivante: $\mathbf{F}_{Le} \sim \sqrt{2} a_0 m_e c \omega_L$. Ainsi,

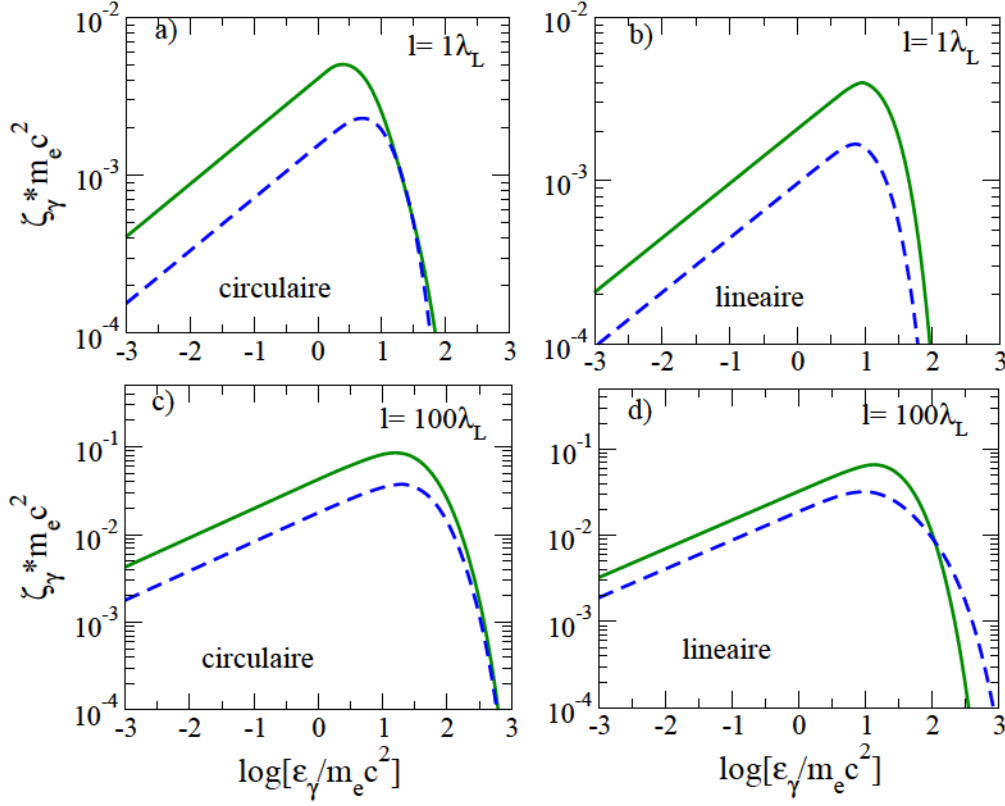


Figure 5.16: Spectre en énergie des photons rayonnés par les électrons accélérés à $t = t_{\max}$. En traits pleins verts: plasma d'ions immobiles. En tirets bleus: plasma de protons. La taille de la cible ainsi que la polarisation du laser sont explicitement indiqués sur chaque panel composant la figure.

la fréquence caractéristique du rayonnement (2.55) peut s'estimer via:

$$\langle \omega_{cr} \rangle \sim \frac{3}{2m_e c} \gamma_e^3 \frac{\|\mathbf{p}_e \times \mathbf{a}_0\|}{p_e^2} \omega_L \sim 10^7 \omega_L \quad (5.9)$$

Cet ordre de grandeur est en bon accord avec la distribution des fréquences caractéristiques illustrées sur les figures 5.17-a et 5.17-b. Dans le cas d'une polarisation linéaire, les fréquences caractéristiques sont constantes pour les électrons se propageant dans le sens opposé à l'impulsion laser. Cela signifie que l'énergie cinétique de ces électrons est principalement due à la composante longitudinale du moment de l'électron, $p_{e,x}$. Dans le cas d'une polarisation circulaire (figure 5.17-a) les fréquences critiques du rayonnement sont réparties sur un intervalle $\Delta\theta$ plus restreint. En effet, dans ce cas, nous avons $p_{z,e} \sim p_{y,e}$ ce qui implique que le moment longitudinal est inférieur au moment transverse tel que $p_{e,\parallel} \leq \sqrt{2}p_z$. Comme θ est défini par

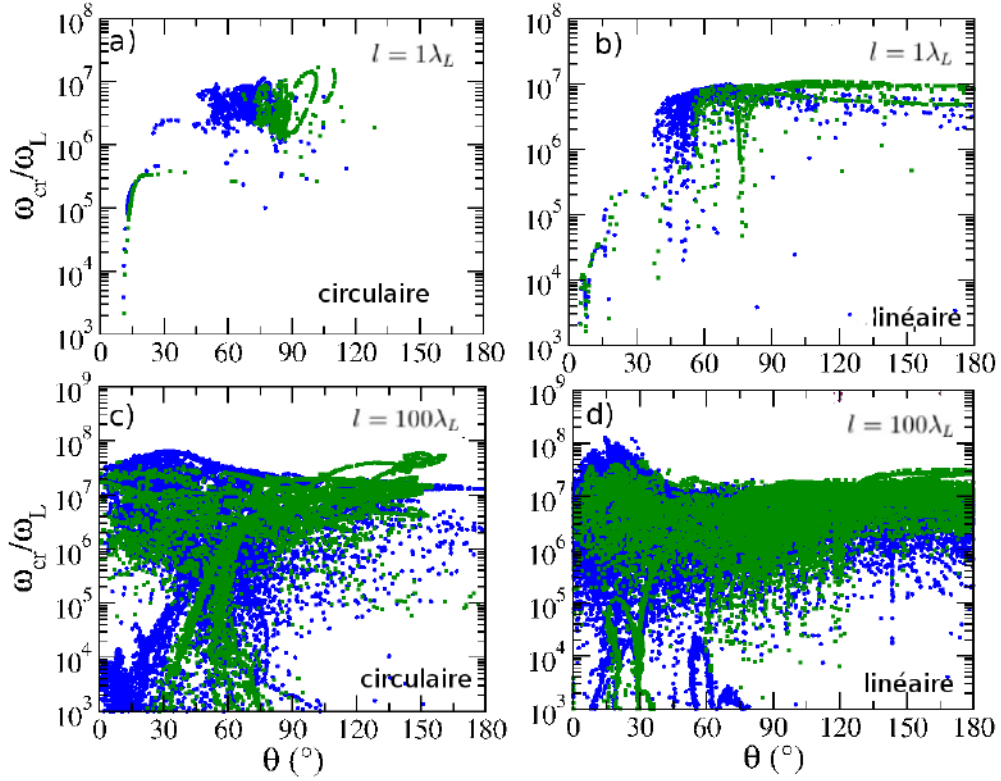


Figure 5.17: Répartition des fréquences critiques associées à chaque électrons rayonnant fonction de θ , à $t = t_{\max}$. En carrés verts: plasma d'ions immobiles. En cercles bleus: plasma de protons. (a)-(b): $l = 1\lambda_L$. (c)-(d): $l = 100\lambda_L$. (a)-(c): avec une impulsion laser polarisée circulairement. (b)-(d): avec une impulsion laser polarisée linéairement.

$\cos(\theta) = \frac{p_{x,e}}{\sqrt{p_{e,y}^2 + p_{e,z}^2}}$, il s'ensuit que $\Delta\theta$ est plus faible, comme l'illustre la figure 5.17-a : l'émission est essentiellement dans le plan perpendiculaire de l'axe de propagation du laser.

Dans le cas d'une cible épaisse, nous avons vu que les effets collectifs jouent un rôle important pour l'accélération électronique. Par conséquent, le spectre du rayonnement est plus étendu, comme le montrent les figures 5.17-c et 5.17-d. Le champ de séparation de charges a tendance à étaler les fréquences critiques vers les basses fréquences.

Bien que le champ électrostatique induit des fréquences critiques inférieures à celles du champ laser, nous constatons tout de même dans le cas de cibles épaisses la présence d'un rayonnement hautement énergétique tel que $\hbar\omega_{cr} > 10^7 \hbar\omega_L$. Cette part hautement énergétique du rayonnement émis est due aux électrons ayant à la fois une impulsion longitudinale et un

moment transverse importants. Ces électrons rayonnent dans l'onde laser tout en étant accélérés dans le champ de séparation de charges. Dans le cas d'une polarisation linéaire, moins d'énergie est stockée dans le champ électrostatique E_x . Par conséquent, l'influence de la masse des ions est beaucoup moins flagrante comme l'attestent la figure 5.17-b dans le cas d'une cible mince et la figure 5.17-d, dans le cas d'un plasma épais.

A présent nous allons voir quels sont les effets propres de la masse des ions induisant un changement sur le champ de séparation de charges et par la suite sur le rayonnement émis.

5.6.2 Influence de la masse des ions

Dans le cas d'un plasma d'ions immobiles les électrons sont accélérés sur une longueur relativement faible $\sim 3-4 \lambda_L$, engendrant des changements de trajectoire beaucoup plus brutaux que dans le cas d'un plasma de protons. Ceci a en effet des conséquences sur la nature du rayonnement émis, comme le montre la figure 5.17-b. Elle présente les pulsations caractéristiques (normalisées à la pulsation laser) de chaque électron rayonnant. Dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, le rayonnement est principalement constitué de photons hautement énergétiques ($10 \text{ MeV} \leq \hbar\omega_{cr} \leq 100 \text{ MeV}$). De plus, les photons hautement énergétiques sont majoritairement émis à des angles $\theta \geq 90^\circ$ montrant qu'ils proviennent d'électrons se propageant à rebours du champ laser. Par ailleurs, les photons de plus basse énergie (dont l'énergie est en dessous de 10 MeV) sont émis dans un cône d'angle $\sim 45^\circ$ centré sur $\theta = 60^\circ$, comme le montre la figure 5.17-b. Dans le cas d'un plasma de protons, la situation est différente. Le rayonnement est d'abord principalement émis dans la direction de propagation du champ laser, ce qui est cohérent avec ce qui a été évoqué précédemment. Néanmoins, cet aspect est moins remarquable en polarisation linéaire. De plus, le rayonnement est principalement composé de deux sources de photons; une source de rayonnement hautement énergétique telle que $10 \text{ MeV} \leq \hbar\omega_{cr} \leq 100 \text{ MeV}$ et une autre source d'énergie beaucoup plus faible telle que $1 \text{ keV} \leq \hbar\omega_{cr} \leq 10 \text{ keV}$. La source du rayonnement très intense provient d'électrons qui ont d'une part été accélérés par le champ laser mais aussi par le champ de séparation de charges, de manière stochastique, ce qui tend à augmenter de manière importante leurs énergies cinétiques.

Quelle que soit l'épaisseur de la cible plasma, le rayonnement émis est plus important dans le cas d'un plasma d'ions lourds, comme il a été remarqué dans la section d'introduction 5.1 (voir figure 5.9).

Dans la partie précédente relative à l'accélération des électrons, nous avons remarqué qu'un plasma d'ions immobiles génère des électrons en

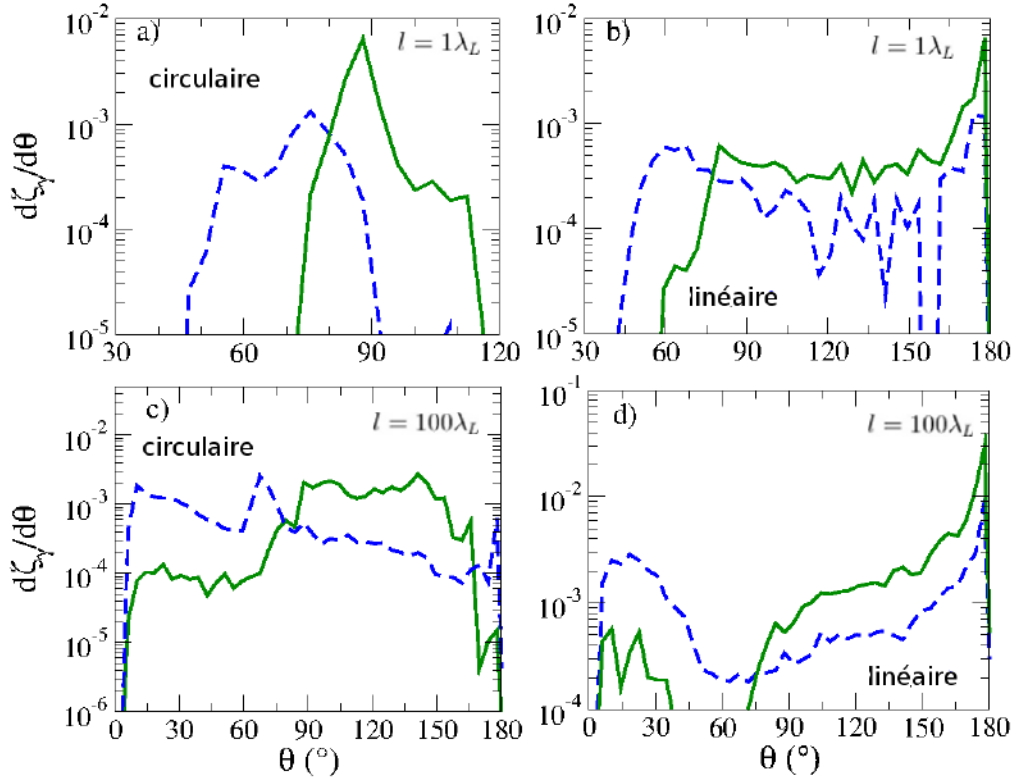


Figure 5.18: Distribution angulaire du rayonnement émis fonction de θ à $t = t_{\max}$. En traits verts: plasma d'ions immobiles. En pointillés bleus: plasma de protons. (a)-(b): $l = 1\lambda_L$ et (c)-(d): $l = 100\lambda_L$. (a)-(c): polarisation circulaire. (b)-(d): polarisation linéaire. Une impulsion gaussienne est considérée.

moyenne moins énergétiques qu'un plasma de protons, pour toute épaisseur de cible et toute polarisation considérées. Dans le cas d'ions lourds, les électrons engendrant la majorité du rayonnement ont des moments longitudinaux négatifs accrus via l'augmentation du champ de séparation de charges. Les électrons dans un plasma d'ions lourds sont davantage soumis au champ de séparation de charges et par suite rayonnent davantage. Plus précisément nous pouvons estimer le gain d'énergie supplémentaire dû au champ de séparation de charges E_x de la manière suivante:

$$\langle \gamma_e \rangle \sim \frac{E_x l_{rad}}{E_c \lambda_L} \quad (5.10)$$

Dans le cas d'une cible mince ce gain d'accélération est négligeable par rapport à la contribution du champ laser. Dans le cas d'un plasma d'ions lourds ce facteur peut s'élever jusqu'à $\sim 10a_0$. Pour des ions immobiles,

le champ E_x contribue davantage à engendrer des électrons ayant un mouvement quasi-longitudinal, vers le champ laser, tels que $p_{e,x} \gg p_{e,y}$ et $p_{e,x} < 0$. Ces électrons fortement énergétiques, par leur mouvement, sont fortement soumis aux pertes radiatives. En d'autres termes, le champ E_x contribue à rendre ces électrons plus émissifs qu'à les accélérer. Les électrons effectuent des va-et-vient suivant l'axe x , sur une distance proche de l_{rad} , comme il a été vu en section (5.2). Dans le cas d'un plasma de protons, la situation est différente en raison du fait que l'amplitude du champ électrostatique est bien inférieure au champ laser. Les électrons sont alors moins assujettis au potentiel coulombien, ce qui implique que leur mouvement soit en majorité dans la même direction que celle du champ laser. Ces électrons rayonnent faiblement. L'énergie du champ laser, ainsi que celle provenant de E_x est alors principalement convertie en énergie cinétique. Cela explique pourquoi dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, les électrons chauds sont moins énergétiques par rapport à un plasma de protons. Inversement on obtient davantage de rayonnement dans le cas d'un plasma d'ions immobiles, comme il a pu être constaté sur la figure 5.16.

La figure 5.18 montre la distribution angulaire du rayonnement émis par rapport à l'angle θ défini par rapport à l'axe de propagation de l'onde laser. La polarisation influe nettement sur la distribution angulaire du rayonnement émis. Dans le cas d'une polarisation linéaire, le rayonnement provient d'électrons se propageant à rebours du champ laser. Cette forte anisotropie est d'autant plus prononcée que la masse des ions est importante. Dans le cadre d'une cible mince (figure 5.4-b), 10% du rayonnement provient d'électrons ayant un important moment longitudinal par rapport à leur moment transverse, tel que $\theta \simeq 180^\circ$. Dans le cas d'un plasma d'ions légers la contribution des électrons se propageant dans la direction de propagation du champ laser est davantage significative. La distribution angulaire est davantage isotrope. Lorsqu'une cible épaisse est considérée (figure 5.4-d) le champ de séparation de charge influe sur la distribution, en raison de son amplitude, de même ordre de grandeur que celle du champ laser. A la différence d'une cible mince, davantage de rayonnement est émis du fait d'un plus grand champ de séparation de charges. Environ cinq fois plus de rayonnement est en effet généré quelle que soit l'espèce ionique considérée. La majorité du rayonnement est toujours due aux électrons se propageant en sens inverse du champ laser.

Dans le cas d'une polarisation circulaire, la figure (5.18)-a met en évidence de grandes différences entre la distribution angulaire du rayonnement généré par une cible mince et celui provenant d'une cible épaisse (figure 5.18-c). En effet, dans le cas d'une cible mince, la distribution angulaire est fortement anisotrope. La majorité du rayonnement est émise sur un intervalle de l'ordre

de 30° , légèrement plus piqué dans le cas d'ions immobiles, comme l'illustre la figure 5.18-a. Dans le cadre d'une cible épaisse le champ de séparation de charge a une influence plus importante qu'en polarisation linéaire en raison de la diminution du chauffage électronique. Dans ce cas, nous constatons une forte différence entre le rayonnement émis par un plasma d'ions légers et celui généré par un plasma d'ions lourds comme le montre la figure 5.18-c. Dans le cas d'un plasma de protons, l'émission est principalement dirigée vers x , (direction de propagation du champ laser) alors que c'est le contraire pour un plasma d'ions immobiles. Cet aspect évoqué dans la partie relative aux caractéristiques fondamentales 5.1 est dû à l'amplitude du champ de séparation de charges qui se révèle être beaucoup plus importante dans le cas d'un plasma d'ions immobiles car dans ce cas, l'absorption ionique η_i est nulle. Il s'ensuit que davantage d'électrons sont ramenés vers les ions par cette force de rappel. Dans le cas d'un plasma d'ions légers, le rayonnement est émis dans la zone d'interaction entre le front de l'impulsion laser et le plasma, zone qui engendrera un choc produisant le régime piston comme il a été évoqué en section 4.5.

Afin de confirmer la validité de notre approche classique, les résultats précédents ont été comparé avec le code PIC CALDER basé sur une méthode Monte-Carlo incorporant une approche d'électrodynamique quantique implémentée par M. Lobet [Lobet et al. 2013]. La comparaison entre cette approche et celle évoqué au Chapitre 3 est effectuée dans les cas d'une polarisation circulaire et d'une polarisation linéaire. Deux épaisseurs de cible de $1\lambda_L$ et $100\lambda_L$ sont considérées, avec les mêmes paramètres laser, à savoir une impulsion gaussienne ayant un pic d'intensité de $1.1 \times 10^{23} \text{W/cm}^2$ et une durée de $14T_L$. Les autres paramètres restent inchangés. Comme montré en figure 5.13, les simulations avec les deux codes, PICLS et CALDER, donnent de très similaires résultats pour les paramètres laser et plasma considérés, ce qui confirme que le traitement classique est approprié dans ce régime d'interaction. L'évolution temporelle du pourcentage d'électrons ayant un paramètre quantique, χ_e , allant jusqu'à 0.1 et 0.2 est montrée en figure 5.19.

Les électrons ayant un important paramètre quantique, χ_e , sont concentrés à l'interface laser-plasma, où le champ de séparation de charges est significatif et où les particules sont fortement accélérées vers l'avant de la cible, par la force pondéromotrice du champ laser. Par conséquent, le pourcentage d'électrons présentant des hautes valeurs pour χ_e est plus important dans le cas de cibles fines et décroît par effet de dilution avec des plasmas plus épais. Pour des cibles fines ($l \sim 1\lambda_L$), les électrons sont accélérés par la pression de radiation du champ laser impliquant qu'une partie notable de ceux-ci peut atteindre des valeurs de χ_e importantes proches de 0.1. Néanmoins seulement une très petite quantité d'électrons peut atteindre des valeurs de χ_e allant

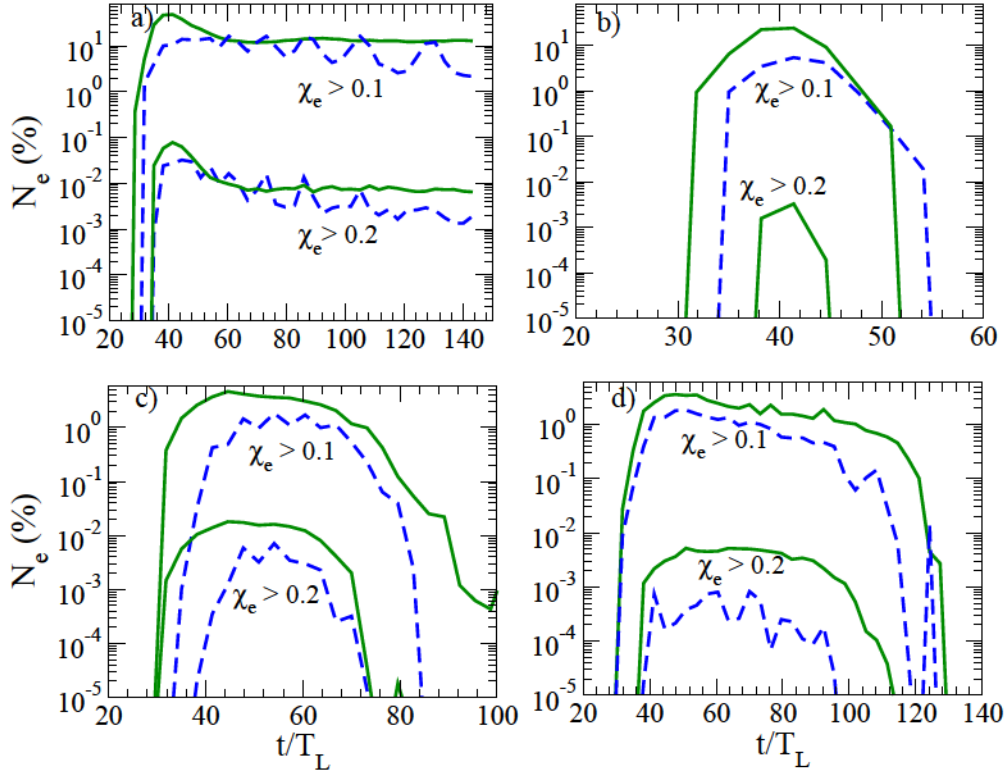


Figure 5.19: Pourcentage d'électrons ayant le paramètre quantique $\chi_e > 0.1$ et $\chi_e > 0.2$ en fonction du temps, calculé par une approche d'électrodynamique quantique présentée en référence [Lobet et al. 2013]. En traits pleins verts, plasma d'ions immobiles; en tirets bleus, plasma de protons. (a),(b): $l = 1\lambda_L$. (c),(d): $l = 100\lambda_L$. (a),(c): polarisation circulaire. (b),(d): polarisation linéaire.

jusqu'à 0.2. Pour des cibles épaisses ($l \sim 100\lambda_L$), la proportion d'électrons ayant un paramètre quantique χ_e élevé est diluée par les électrons de basse énergie. Quelques pourcents d'électrons ont un χ_e atteignant 0.1. Ce pourcentage est fortement diminué pour les électrons ayant un χ_e allant jusqu'à 0.2. Par conséquent, l'approche classique pour être utilisée quelque soit les paramètres laser et plasma considérés, pour une intensité de $\sim 10^{23}$ W/cm². Ceci est en bon accord avec de précédentes reportées dans les références [Bell and Kirk 2008] and [Ridgers et al. 2013]. Le nombre d'électrons très énergétiques dépend aussi de la masse des ions. Plus la masse des ions est importante, plus la population d'électrons ayant un paramètre quantique χ_e significatif est notoire.

5.7 Diagnostic pour la mise en évidence de l'influence de la masse des ions sur le rayonnement synchrotron

Pour terminer ce chapitre consacré à l'influence du champ de séparation de charges sur le rayonnement synchrotron et l'absorption laser, nous reprenons la figure 5.1 illustrant l'énergie rayonnée en fonction du temps pour 3 types de plasmas caractérisés par différentes espèces ioniques.

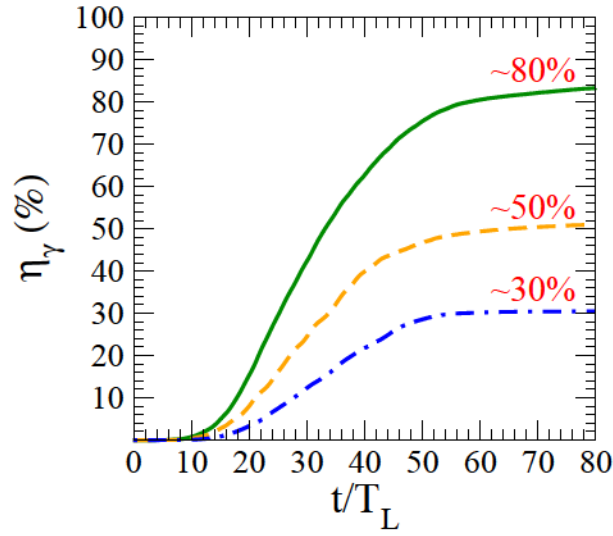


Figure 5.20: Energie rayonnée η_γ en fonction du temps dans le cas d'un plasma épais d'ions et d'électrons. En trait vert: plasma d'ions immobiles. En pointillés oranges: plasma de deutérons. En pointillés et tirets bleus: plasma de protons. $a_0 = 200$ et $n_{e0} = 10n_c$. La durée de l'impulsion laser est de $14 T_L$.

Le but de cette section est de montrer clairement qu'il est possible de diagnostiquer l'effet de la masse des ions sur le rayonnement synchrotron. Cependant la figure 5.1 montre la dépendance de l'efficacité de l'émission en fonction du temps. Or les diagnostics expérimentaux donnent souvent accès à des paramètres intégrés en temps. La discussion du comportement temporel de l'intensité rayonnée n'est donc pas suffisante d'un point de vue expérimental.

Comme il est montré sur la figure 5.20, l'énergie maximale rayonnée est atteinte à environ $60 T_L$ quelle que soit la masse des ions considérée. Dans le cas d'un plasma d'électrons et de protons, 30% de l'énergie laser est convertie en rayonnement hautement énergétique. Cette quantité augmente de plus de

50% dans le cas d'un plasma d'électrons et de deutérons. Enfin dans le cas d'ions immobiles, l'énergie rayonnée η_γ constitue plus de 80% de l'énergie laser. Bien que la notion d'ions immobiles soit relativement académique, il n'est pas insensé de considérer ce type d'ions. L'écart de la quantité de rayonnement pour chaque type de plasma est clairement identifiable et par conséquent pourrait être observé expérimentalement. Néanmoins, il faudrait s'assurer que Z/m_i tend vers 0, ce qui n'est pas évident compte tenu de l'ionisation du plasma et du rayonnement Bremsstrahlung. Un problème est la réalisation d'un plasma dense d'hydrogène cryogénique. L'idée est en effet de comparer le rayonnement dans des plasmas de même densité électronique (afin d'assurer un même chauffage électronique), mais de Z/m_i différent. Pour la réalisation d'ions immobiles, il est opportun de considérer dans l'expérience des ions lourds faiblement ionisés (1 électron libre par ion) afin que la charge de chaque ion considéré, soit la même, égale à 1. Un plasma d'ions lourds fortement ionisé, engendrerait des processus d'ionisation et de physique atomique qui ne sont absolument pas pris en compte dans cette étude relative à l'influence de la masse des ions sur le rayonnement synchrotron.

5.8 Conclusion

Ce chapitre a été consacré aux effets collectifs sur le rayonnement synchrotron et l'absorption laser. L'importance des effets collectifs dépend de l'ordre de grandeur de l'amplitude du champ de séparation de charges par rapport à celle du champ laser. Cette amplitude dépend fortement de la masse des ions et de l'épaisseur de la cible. En conséquence, les effets collectifs ont une influence maximale dans un plasma épais (régime hole-boring) avec des ions lourds. La mise au jour de cet effet constitue un résultat nouveau. L'influence de la masse des ions sur la génération du rayonnement synchrotron, émis par les électrons relativistes accélérés avait toujours été négligée. Les effets collectifs ont notamment la particularité d'étirer de manière temporelle le rayonnement émis. Le champ de séparation de charges constitue un moteur d'accélération important et par conséquent augmente la quantité de rayonnement émis. Dans le cas d'une cible mince où l'amplitude du champ de séparation de charges est beaucoup plus faible que celle du champ laser la rétro-action est quasiment inexistante. Typiquement l'enveloppe temporelle de l'intensité rayonnée est proche du profil temporel de l'impulsion laser considérée. Dans le cas d'un plasma infini composé d'électrons et d'ions lourd, la majorité de l'énergie laser est convertie en rayonnement dans le domaine des x durs et des rayons gamma. Cette démonstration du rôle potentielle-

ment important du champ de séparation de charges sur la dynamique peut se révéler intéressante et opportune dans le but d'obtenir des sources de rayonnement intense. Enfin, ce chapitre s'est terminé en mentionnant la possibilité d'observer cet effet de manière expérimentale en diagnostiquant l'énergie rayonnée, pour différents plasma composés chacun d'une espèce ionique distincte. Ceci est un défi car il faudra garder un profil de densité électronique semblable, afin d'avoir un chauffage électronique similaire, tout en ayant un Z/m_i différent.

Chapter 6

Conclusions

L'objectif de cette thèse était de comprendre la dynamique d'un plasma non collisionnel soumis à une impulsion laser ultra-intense. Nombreuses sont les applications qui découlent de cette physique comme l'accélération d'ions, et d'électrons, la génération de rayonnement énergétique pour la radiographie. Cette physique est caractérisée principalement par le couplage entre processus collectifs et radiatifs. Celle-ci affecte fortement le mouvement des électrons accélérés ainsi que le rayonnement hautement énergétique qu'ils émettent. Dans cette thèse j'ai pu mettre en évidence et étudier en détail dans le cadre de différents régimes d'interaction, les effets des pertes par rayonnement sur la dynamique des électrons, des ions et des photons générés par les électrons accélérés.

Dans le chapitre 2, nous avons rappelé les bases principales concernant la dynamique d'un électron soumis à de forts champs électromagnétiques. Dans une première partie, j'ai évoqué les propriétés du rayonnement émis par l'électron, qui servent de base pour la modélisation numérique du spectre des photons ainsi que pour les études physiques sous-jacentes effectuées durant cette thèse. Ensuite, j'ai présenté un état de l'art des différentes approches théoriques permettant de prendre en compte la force de la réaction du rayonnement ("auto-force") dans l'équation du mouvement de l'électron. Il s'en est suivi une explication du modèle de Sokolov, utilisé pour les études présentées dans cette thèse. Ce modèle bien que très proche du modèle de Landau-Lifshitz a tout de même de nombreux avantages tant sur le plan théorique que numérique. C'est une renormalisation exacte de l'équation de Lorentz-Abraham-Dirac, basée sur la conservation du quadrivecteur énergie-impulsion de l'électron. Ce modèle a notamment l'avantage d'être extensible aux processus physiques faiblement quantiques ($\chi_e \sim 1$) tout en gardant un formalisme classique pour l'équation du mouvement de l'électron. Enfin les équations de Sokolov se révèlent plus compactes, avantage non négligeable

pour l'implémentation de la force due à la réaction du rayonnement dans un code PIC. Ce chapitre finit par deux applications, à savoir le mouvement d'un électron dans une onde plane et celui dans un champ magnétique constant. Dans le cas de la première étude, j'ai pu mettre en évidence les lois de conservation entre les composantes de la quantité de mouvement et les composantes du quadrivecteur $A^\mu(\omega, \mathbf{k})$ relié au champ électromagnétique auquel l'électron est soumis. L'électron peut ainsi gagner de l'énergie tout en rayonnant. Cette constatation est en adéquation avec le fait qu'une particule peut gagner de l'énergie tout en étant soumise à une force dissipative. La répartition de la quantité de mouvement reçue par l'électron suivant ses composantes parallèle et perpendiculaire (au vecteur d'onde) est fortement modifiée par la réaction du rayonnement. Ces effets dépendent fortement de la polarisation de l'onde plane. Dans le cas d'un champ magnétique constant, un des aspects remarquables est que les pertes par rayonnement induisent au cours du temps une diminution du rayon de Larmor de l'électron. Des résultats préalablement obtenus ont pu confirmer les résultats et interprétations qui ont été déduites lors de ces deux études académiques.

La deuxième partie du chapitre 2 fut dévolue à la considération d'une approche cinétique pour les populations d'électrons, d'ions et de photons composant le plasma. Les équations cinétiques pour les électrons et les photons émis par les électrons ont été obtenues. La force induite par la réaction du rayonnement est une force non conservative, introduisant un terme menant à la contraction du volume de l'espace des phases des électrons. Ce terme de perte pour les électrons est lié aussi à un terme source pour la population de photons hautement énergétiques. L'énergie totale des électrons n'est plus conservée. Il est par conséquent nécessaire de considérer la population de photons de manière cinétique afin de garantir la conservation de l'énergie du système électron-photon. Les pertes par rayonnement n'affectent pas l'équation cinétique de transport des ions, en raison de leur forte inertie par rapport aux électrons. En raison du temps de réponse faible des ions il est nécessaire de considérer aussi une perturbation δf_i pour la fonction de distribution des ions. De plus, dans ces types de régimes d'importants processus non linéaires peuvent se produire sur des échelles de temps inférieures à la période laser. Ce chapitre se termine par l'analyse des limites de l'approche classique, avec le paramètre χ_e , rendant compte de l'importance des effets quantiques. Dans le cadre de processus impliquant de faibles effets quantiques le modèle de Sokolov permet d'en tenir compte tout en gardant une approche classique pour le formalisme de la dynamique des électrons. Une brève description de quelques processus quantiques de base a été faite.

Dans le Chapitre 3 a été consacré à l'approche numérique. Il constitue le lien entre les études théoriques et les applications physiques où des résul-

tats de simulations numériques ont permis d'illustrer et de comprendre de tels phénomènes physiques. J'ai d'abord introduit les bases essentielles d'un code PIC, outil adéquat pour étudier des processus physiques engendrant de forts champs électromagnétiques par l'interaction d'une impulsion laser sur un plasma. L'implémentation de la force due à la réaction du rayonnement a été évoquée, ainsi que le calcul du spectre des photons générés par les électrons relativistes accélérés. Des contraintes ont été déduites sur le pas de temps afin de garantir une description précise du rayonnement synchrotron incohérent. Des cas tests confrontant des résultats obtenus via notre code avec des résultats publiés récemment dans la littérature, ont validé la modélisation des pertes par rayonnement.

Le Chapitre 4 j'ai présenté les résultats des études physiques, développées au cours de cette thèse. Il est consacré à l'effet des pertes par rayonnement dans l'interaction laser-plasma ultra-relativiste. D'abord un état de l'art a été fait sur les différents régimes d'interaction, servant de base pour les études physiques ultra-relativistes effectuées par la suite. Les régimes de transparence induite et piston (cible épaisse) ont en effet été évoqués ainsi que le régime "light-sail" (cible fine et opaque). Dans le cas des régimes d'accélération hole-boring (ou régime du piston) et "light-sail" la structure propre à ces régimes d'interaction a pour conséquence de rendre négligeable l'influence d rayonnement sur la dynamique du plasma, notamment sur l'accélération des ions. Dans une deuxième section, nous avons illustré l'importance des pertes par rayonnement à ultra-haute intensité laser. Nous avons calculé l'énergie rayonnée lors de l'interaction d'une implusion laser ultra-intense avec un plasma surdense. A delà de 10^{22} W/cm², le rayonnement présente une influence notable sur le rayonnement émis et par conséquent sur la dynamique des électrons. Un autre résultat important est que les ions sont affectés de manière implicite par les pertes par rayonnement (en raison de leur forte inertie), via le champ électrostatique.

Dans une troisième partie, nous nous sommes intéressés à l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense avec une cible mince. L'objectif était de garder des paramètres laser et plasma proches du régime "light-sail". Nous avons dès lors considéré des paramètres tels que la cible ne soit pas 100% opaque au champ laser. Ainsi, la cible est chauffée en volume à la différence du régime d'accélération "light-sail" où celle-ci est chauffée en surface. Par conséquent, les pertes radiatives électroniques sont importantes et induisent une compression du paquet d'électrons donnant un champ électrostatique plus régulier. De plus, une fraction de l'impulsion laser traverse la cible et emporte avec elle quelques électrons ($\sim 1\%$ de la population électronique). Ceci engendre un champ électrostatique permettant d'accélérer davantage les ions en face arrière de la cible. Dans ce cas les pertes par rayonnement

mènent à une augmentation de 20% de l'énergie du paquet d'ions hautement énergétique, jusqu'à 900 MeV.

La partie de ce chapitre a été basée sur la même méthode que la troisième partie, en se basant cette fois ci sur un plasma épais et légèrement surdense ($n_{e0} = 10n_c$). Nous avons montré que les pertes radiatives électroniques mènent à une transition entre le régime de transparence insuite et le régime du piston. Cette transition s'effectue au bout de quelques dizaines de périodes laser. Pendant cette durée le champ laser interagit fortement avec les électrons qui émettent de surcroît un rayonnement hautement énergétique. Ces pertes radiatives contribuent à refroidir la population électronique et de fait, à générer une structure de choc plus stable ayant pour conséquence de réfléchir les ions entrant en interaction avec le choc. Par suite le régime d'interaction devient le régime du piston. Nous avons pu ainsi estimer la vitesse du piston en prenant en compte le rayonnement.

En résumé, l'effet du rayonnement sur l'accélération des ions dépend fortement des paramètres plasma considérés (épaisseur du plasma, densité électronique). Dans le cas d'effet collectifs négligeables ($\bar{\xi} \ll 1$) l'accélération dépend fortement de la densité électronique. Une densité importante engendrera d'autant plus de pertes radiatives électroniques constituant par la suite une diminution de l'accélération des ions d'autant plus accrue. Lorsque $\bar{\xi} \sim 1$ les pertes par rayonnement peuvent induire un gain d'accélération dans le cas d'une cible mince est (en partie) transparente. Le chauffage en volume de la cible induit de fortes pertes radiatives électroniques, ce qui pour principale conséquence de comprimer davantage le paquet d'électron de la cible. Ceci engendre un champ électrostatique plus régulier et important en amplitude, augmentant ainsi l'accélération des ions. Dans le cas d'une cible épaisse, les pertes par rayonnement tendent à diminuer l'accélération des ions en raison de la diminution de la pression de radiation dont une fraction a été convertie en rayonnement hautement énergétique. Enfin, lorsque $\bar{\xi} \gg 1$, les pertes par rayonnement n'ont pas d'influence sur la dynamique des particules du plasma. Les régimes d'accélération "light-sail" et hole-boring (ou piston) se placent dans ce type de régime d'interaction. Dans ce cas une structure bien particulière est créée résultant d'un équilibre entre la pression de radiation et la pression électrostatique. Par conséquent, les particules du plasma dont les électrons interagissent peu avec le champ laser ce qui implique un effet des pertes radiatives négligeable sur la dynamique des électrons et de surcroît, sur l'accélération des ions.

Dans une dernière partie, l'interaction d'un faisceau d'électrons se propageant à rebours de l'impulsion laser est considérée. Un temps caractéristique de la dynamique du faisceau a pu être mis en évidence, correspondant à la durée pendant laquelle, une fois réfléchi, le faisceau d'électrons se propage

dans le même sens que l'impulsion laser, dépendant fortement du profil temporel laser. Bien que ce temps caractéristique se révèle être pertinent d'un point de vue fondamental, il ne pourra être observé avec des diagnostics résolus en temps. C'est pourquoi nous avons terminé cette partie en illustrant l'effet des pertes par rayonnement sur l'énergie rayonnée par unité de surface et la fluence du faisceau d'électrons. La fluence du faisceau d'électrons est divisée par un facteur cinq après l'interaction avec l'impulsion laser. Lorsque la réaction du rayonnement n'est pas prise en compte, la perte en énergie du faisceau d'électrons après l'interaction est négligeable par rapport à son énergie initiale. La quantité d'énergie de rayonnement est divisée par un facteur quatre par rapport au cas où la réaction du rayonnement n'est pas considérée. Ces ordres de grandeurs pourraient quant à eux être sujets à des validations expérimentales.

Le chapitre 5, dernier de cette thèse, est consacré à l'effet de rétro action des effets collectifs sur le rayonnement synchrotron et l'absorption laser. C'est un résultat nouveau se produisant pour des intensités laser supérieures à 10^{22} W/cm² et qui est remarquable pour des plasmas faiblement surdenses (typiquement, $n_e = 10n_c$), où une forte quantité de rayonnement est générée en raison de la forte interaction ayant lieu entre l'impulsion laser et les électrons du plasma. L'importance de ces effets collectifs dépend de l'amplitude du champ de séparation de charges. J'ai montré que non seulement l'épaisseur de la cible influe sur l'amplitude du champ de séparation de charges mais aussi la masse des ions. C'est un résultat nouveau au sens que la dynamique des ions était considérée comme négligeable pour la génération du rayonnement synchrotron. Un paramètre essentiel a été mis en évidence, $t_{\max}$, correspondant au temps au bout duquel la puissance rayonnée est maximale. Lorsque l'amplitude du champ de séparation de charges est négligeable par rapport à l'amplitude du champ laser (plasma mince d'ions légers par exemple), le paramètre $t_{\max}$ est égal au temps de montée de l'impulsion gaussienne associée au profil temporel du champ laser. Ce paramètre dépend fortement des conditions d'interaction et de l'importance des effets collectifs. Lorsque les effets collectifs sont importants, le paramètre $t_{\max}$ est aussi lié au temps de formation du champ de séparation de charges, supérieur à la durée de l'impulsion laser dans les cas considérés. Ce chapitre s'est terminé par l'illustration de la forte corrélation entre le paramètre χ_e , rendant compte de l'importance des effets quantiques, et l'amplitude du champ de séparation de charges. Les effets quantiques semblent plus importants dans le cas d'interactions où les effets collectifs ne sont pas négligeables par rapport aux effets pondéromoteurs, ce qui n'est guère surprenant.

Les perspectives de ce travail de thèses sont nombreuses. Elles peuvent être réparties en deux catégories. D'abord, comme nous l'avons vu, les régimes

étudiés durant cette thèse se caractérisent par l'importance de la réaction du rayonnement sur la dynamique du plasma. Ces régimes classiques sont à la frontière de régimes où les effets quantiques deviennent importants. c'est pourquoi dans le cas d'intensités plus élevées il sera opportun d'avoir une approche quantique pour la dynamique des électrons et des photons émis via des probabilités d'interaction. Pour ces régimes tels que $\chi_e \geq 1$ la population de photons rayonnée doit être considérée comme une population à part entière, traitée numériquement comme les électrons et les ions. D'un point de vue théorique, les équations cinétiques des particules constituent une base solide pour de nombreuses applications théoriques comme la dérivation de la force pondéromotrice ou encore, l'étude de l'influence de la réaction du rayonnement sur les ondes longitudinales.

De plus, la mise en évidence expérimentale d'effets prédits de façon théorique sera dans un futur proche réalisable. Il sera possible de mettre en évidence la réaction du rayonnement sur la dynamique des particules. Un moyen qui permettrait de mettre évidence cela, consisterait à étudier la quantité de rayonnement émis, ainsi que la modification de l'énergie cinétique d'un faisceau d'électrons interagissant avec une impulsion laser ultra-intense. Par ailleurs d'autres effets pourraient être mis en lumière de façon expérimentale. L'observation de l'influence de la masse des ions sur le rayonnement synchrotron est tout à fait envisageable et permettrait la confirmation d'un phénomène nouveau et souvent négligé dans les études théoriques à ultra-hautes intensités.

Chapter 7

Annexes

7.1 Notion de quadrivecteur

Un évènement physique peut être localisé par ses coordonnées spatio-temporelles (ct, x, y, z) . Les composantes de ce vecteur se notent: x^μ où $\mu \in \{1, 2, 3, 4\}$:

$$x^{\mu=0} = ct, \quad x^{\mu=1} = x, \quad x^{\mu=2} = y, \quad x^{\mu=3} = z. \quad (7.1)$$

Le carré de la norme du quadrivecteur x^μ est défini par:

$$x^2 = (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2. \quad (7.2)$$

De façon générale, les transformations de Lorentz d'un quadrivecteur A^μ dans un référentiel R se déplaçant avec la vitesse V selon l'axe x par rapport au référentiel R', sont définis de la manière suivante:

$$A^0 = \frac{1}{(1-V^2/c^2)^{1/2}} [A'^0 + \frac{V}{c}A'^1], \quad A^1 = \frac{1}{(1-V^2/c^2)^{1/2}} [A'^1 + \frac{V}{c}A'^0], \\ A^2 = A'^2, \quad A^3 = A'^3 \quad (7.3)$$

Le facteur relativiste correspondant sera noté comme $\gamma \equiv \frac{1}{(1-\frac{V^2}{c^2})^{1/2}}$. Le carré du quadrivecteur est invariant. Il est défini de manière similaire par la formule (7.2). Il convient de noter, qu'il y a deux façons de définir un quadrivecteur:

- contravariant: utilisation de la base de référence. Les indices sont en exposant, tel que A^μ
- covariant: utilisation de la base duale de référence. Les indices sont en indice inférieur, tel que A_μ

Par exemple lors d'un changement de base utilisant la matrice A , le changement des coordonnées covariantes se fait par l'utilisation de la même matrice A alors que les coordonnées contravariantes sont changées en utilisant la matrice ${}^t A^{-1}$, transposée de la matrice inverse.

Nous utilisons le système d'unités international avec la métrique de Minkowski notée $\eta^{\mu\nu}$ dont la signature est $(+, -, -, -)$, c'est à dire,

$$\eta^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Elle définit la géométrie de l'espace-temps utilisée. Physiquement, c'est un espace euclidien (courbure nulle), puisque nous travaillons uniquement dans le cas de la relativité restreinte. Toutes les grandeurs notées avec un prime font référence à des grandeurs calculées dans le référentiel propre de l'électron. La métrique permet en fait de transformer un quadrivecteur défini de manière covariante en un quadrivecteur défini de manière contravariante et vice versa:

$$A^\mu = \eta^{\mu\nu} A_\nu, \quad A_\mu = \eta_{\mu\nu} A^\nu \quad (7.4)$$

Etant donné la forme simple de la métrique considérée (7.1), la coordonnée temporelle reste inchangée alors que les coordonnées spatiales sont opposées:

$$A^\mu = (A^0, \mathbf{A}), \quad A_\mu = (A_0, -\mathbf{A}). \quad (7.5)$$

Enfin il est dès lors possible de définir la norme d'un quadrivecteur de la manière suivante:

$$A^2 = A^\mu A_\mu = A_\mu A^\mu = \eta_{\mu\nu} A^\mu A^\nu = \eta^{\mu\nu} A_\mu A_\nu = (A^0)^2 - (A^1)^2 - (A^2)^2 - (A^3)^2 \quad (7.6)$$

7.2 Electron dans une onde plane: éléments techniques

Dans cette annexe, nous détaillons les aspects techniques ayant conduit à la résolution des équations de Sokolov dans le cas d'une onde plane interagissant avec un électron dans le vide, propres à la section 2.3.4.

On travaille dans la jauge de Lorentz impliquant:

$$\frac{\partial A^\mu(\phi)}{\partial x^\mu} = \frac{\partial A^0(\phi)}{\partial \tau} - c \nabla \cdot \mathbf{A}(\phi) = 0 \quad (7.7)$$

L'expression générale du quadrivecteur potentiel d'une onde plane de polarisation arbitraire s'écrit:

$$A^\mu(\phi) = A^\mu(\phi) = \left(0, 0, a_1 \frac{m_e c}{e} \psi_1(\phi), a_2 \frac{m_e c}{e} \psi_2(\phi)\right) \quad (7.8)$$

Remarques:

- Du fait des propriétés d'une onde plane électromagnétique, les quadrivecteurs a_1^μ et a_2^μ sont perpendiculaire entres eux, ainsi qu'au quadrivecteur n^μ .
Nous avons donc: $(n^\mu a_\mu) = 0$ et $(a_\mu a_{\mu'}) = a_\mu^2 \delta_{\mu\mu'}$
- ψ_1 et ψ_2 sont des fonctions scalaires dépendantes de la phase ϕ

Les fonctions scalaires $\psi_1(\phi)$ et $\psi_2(\phi)$ sont définies de la manière suivante:

$$\psi_1(\phi) = \sin(\phi), \quad \psi_2(\phi) = \cos(\phi) \quad (7.9)$$

$$a_1 = a_2 = a_0/\sqrt{2} \text{ dans le cas d'une polarisation circulaire} \quad (7.10)$$

$$a_1 = a_0 \text{ et } a_2 = 0 \text{ dans le cas d'une polarisation linéaire} \quad (7.11)$$

Nous introduisons la quantité ζ définie telle que:

$$\zeta_j^{\mu\nu} \equiv n^\mu a_j^\nu - n^\nu a_j^\mu \quad (7.12)$$

avec $j \in \{1; 2\}$ et $n^\mu = (\frac{\omega}{c}, \mathbf{k}) = (\frac{\omega}{c}, k, 0, 0)$, le quadrivecteur associé au vecteur d'onde. La quantité $\zeta_\alpha^{\mu\nu}$ vérifie les relations suivantes:

- $n_\mu \zeta_\alpha^{\mu\nu} = 0$
 - $\zeta_\alpha^{i\nu} \zeta_{\alpha', j\nu} = a_\alpha^2 \delta_{\alpha\alpha'} n^i n_j$
- (7.13)

du fait que $n^\mu \equiv (\frac{\omega}{c}, \mathbf{k})$ et $n^2 = n^\mu n_\mu = 0$. Nous rappelons que le tenseur électromagnétique peut être exprimé via le potentiel vecteur:

$$F^{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x_\mu} A^\nu(\phi) - \frac{\partial}{\partial x_\nu} A^\mu(\phi)$$

Celui ci peut s'exprimer en fonction de ζ et des fonctions scalaires ψ_α . En utilisant les expressions (7.8) et (7.12) nous obtenons l'expression suivante pour le tenseur électromagnétique:

$$F^{\mu\nu}(\phi) = \zeta_1^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_1(\phi) + \zeta_2^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_2(\phi) \quad (7.14)$$

Dorénavant, la dérivée partielle sera notée telle que $\frac{\partial}{\partial \phi} g(\phi) \equiv g'(\phi)$ où $g(\phi)$ est une fonction dépendant de ϕ .

L'idée clé pour la résolution de ce problème est de se placer dans le référentiel de l'onde et d'exprimer toutes les quantités en fonction de la variable ϕ , phase de l'onde, nous obtenons la relation liant le temps propre de l'électron, ' τ ' à la phase de l'onde:

$$\frac{d\tau}{d\phi} = \left(\frac{d\phi}{d\tau} \right)^{-1} = \frac{1}{(nv(\phi))} \quad (7.15)$$

Avec les propriétés évoquées précédemment, nous pouvons expliciter le terme $f_L^2 = \left(\frac{e}{m_e} \right)^2 (F^{\mu\alpha} p_\alpha) (F_{\mu\beta} p^\beta)$. Nous avons:

$$f_L^\mu = \frac{-e}{m_e} F^{\mu\nu} p_\nu = -e F^{\mu\nu} v_\nu$$

En utilisant les relations (7.14) et (7.12), nous pouvons aisément obtenir:

$$\begin{aligned} (F^{\mu\alpha} v_\alpha) (F_{\mu\beta} v^\beta) = \\ \left[\psi'_1(\phi) (n^\mu a_1^\alpha v_\alpha - a_1^\mu (nv)) + \psi'_2(\phi) (n^\mu a_2^\alpha v_\alpha - (nv) \alpha_2^\mu) \right] \times \\ \left[\psi'_1(\phi) (n_\mu a_{1,\alpha} v^\alpha - a_{1,\mu} (nv)) + \psi'_2(\phi) (n_\mu a_{2,\alpha} v^\alpha - (nv) \alpha_{2,\mu}) \right] \end{aligned}$$

Nous obtenons les résultats suivants:

- $\psi'_j(\phi) (n^\mu a_j^\alpha v_\alpha) \times \psi'_j(\phi) (n_\mu a_{j,\alpha} v^\alpha) = 0$ car $n^2 = n^\mu n_\mu = 0$
- $\psi'_j(\phi) (-a_j^\mu (nv)) \times \psi'_j(\phi) (n_\mu a_{j,\alpha} v^\alpha) = 0$ car $n_\mu \zeta_j^{\mu\nu} = 0$
- $\psi'_j(\phi) (n^\mu a_j^\alpha v_\alpha) \times \psi'_j(\phi) (-a_{j,\mu} (nv)) = 0$ car $n_\mu \zeta_j^{\mu\nu} = 0$
- $\psi'_j(\phi) (-a_j^\mu (nv)) \times \psi'_j(\phi) (-a_{j,\mu} (nv)) = [\psi'_j]^2 a_j^2 (nv)^2$

Finalement, nous obtenons:

$$(F^{\mu\alpha} v_\alpha) (F_{\mu\beta} v^\beta) = \left[\psi'_1(\phi) \right]^2 a_1^2 (nv)^2 + \left[\psi'_2(\phi) \right]^2 a_2^2 (nv)^2 \quad (7.16)$$

En utilisant les relations (2.110), (7.15) et (7.16), le temps propre de l'électron τ satisfait l'équation suivante, fonction de ϕ

$$\frac{d^2 \tau}{d\phi^2} = \frac{\tau_r e^2}{m_e^2 c^2} \left[\left(\psi'_1(\phi) \right)^2 a_1^2 + \left(\psi'_2(\phi) \right)^2 a_2^2 \right] \quad (7.17)$$

C'est la relation entre le temps propre de l'électron et la phase de l'onde. L'étape suivante va être d'exprimer l'équation du mouvement de l'électron dans le référentiel de l'onde. Nous pouvons obtenir l'expression générale de $\rho \equiv (nv(\phi))$ comme une fonction de ϕ , telle que:

$$\rho_\phi = \frac{\rho_0}{h(\phi)} \quad (7.18)$$

Le paramètre $\rho_0 \equiv (nv_0) = \omega_0 \gamma (1 - \beta \cdot \mathbf{n})$ est le facteur de Doppler. Finalement nous en déduisons l'expression de $h(\phi)$ en intégrant l'équation (7.17) sur l'intervalle $[\phi_0; \phi]$:

$$h(\phi) = 1 + \rho_0 \tau_r \int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi \left[(\psi'_1(\varphi))^2 a_1^2 + (\psi'_2(\varphi))^2 a_2^2 \right] \quad (7.19)$$

A présent, nous écrivons l'équation du moment de l'électron dans le référentiel de l'onde en utilisant la transformation suivante:

$$\frac{d}{d\phi} = \frac{d}{d\tau} \frac{d\tau}{d\phi} = \frac{d}{d\tau} \frac{h(\phi)}{\rho_0} \quad (7.20)$$

En introduisant le quadrivecteur vitesse réduit défini par: $\tilde{v}^\mu(\phi) = h(\phi) v^\mu(\phi)$, l'équation d'évolution du moment de l'électron s'écrit de la manière suivante, dans le référentiel de l'onde:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{v}^\mu}{d\phi} = \frac{h(\phi)}{\rho_0} & \left[\underbrace{\left(\zeta_1^{\mu\nu} \psi'_1 + \zeta_2^{\mu\nu} \psi'_2 \right) \tilde{v}_\nu + \left(\zeta_1^{\mu\nu} \psi'_1 + \zeta_2^{\mu\nu} \psi'_2 \right) \left(\zeta_{1,\nu\alpha} \psi'_1 + \zeta_{2,\nu\alpha} \psi'_2 \right) \tilde{v}^\alpha}_{\text{dû au moment de recul provoqué par les photons rayonnés}} \right] \\ & - \tau_r \frac{h(\phi)}{\rho_0} \left[a_1^2 \left[\psi'_1(\phi) \right]^2 + a_2^2 \left[\psi'_2(\phi) \right]^2 \right] n^\mu \end{aligned} \quad (7.21)$$

Nous avons considéré le terme $\tilde{v}^\mu$ dans l'équation du moment afin de pouvoir projeter le dernier terme sur n^μ . En effet, en utilisant l'équation (7.16), le dernier terme dépend de $(nv)^2 v^\mu$. En multipliant ce dernier terme par $h(\phi) = \frac{\rho_0}{\rho(\phi)}$ nous obtenons bien le quadrivecteur n^μ :

$$(nv)^2 v^\mu h(\phi) = n^\mu v_\mu \rho_0 v^\mu \simeq c^2 \rho_0 n^\mu \quad (7.22)$$

Le terme dû au moment de recul provoqué par les photons rayonnés par l'électron durant l'accélération appliqué au tenseur électromagnétique est identiquement nul dans le cadre d'une onde plane. Cela se montre simplement en utilisant les propriétés orthogonales définies en (7.2). Toutefois nous verrons que ce terme joue un rôle non négligeable pour la trajectoire de

l'électron. Il convient aussi de remarquer que dans le modèle de Sokolov, le carré du quadrivecteur vitesse v^μ n'est pas strictement égal à c^2 du fait que le modèle de Sokolov repose sur la conservation du quadrivecteur moment: $p^2 = m^2 c^2$. Il n'est pas possible d'avoir le carré de chacun de ces quadrivecteurs conservé. Toutefois, il est possible de montrer que le carré du quadrivecteur vitesse est pratiquement égale à c^2 dans le cadre de régimes classiques et faiblement quantiques (2.89). Le paramètre χ_e est supposé petit par rapport à l'unité dans les études présentées dans ce manuscrit. Il sera plus amplement présenté et développé dans le manuscrit. Il est par conséquent tout à fait raisonnable de considérer que $v^2 \simeq c^2$. En intégrant sur l'intervalle $[\phi_0; \phi]$ l'équation (7.21), nous obtenons l'équation suivante:

$$v^\mu(\phi) = \frac{1}{h(\phi)} \left[v_0^\mu + \int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi \frac{h(\varphi)}{\rho_0} \left(\zeta_1^{\mu\nu} \psi'_1(\varphi) + \zeta_2^{\mu\nu} \psi'_2(\varphi) \right) \tilde{v}_\nu \right] \\ - \frac{\tau_r}{h(\phi)} \int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi h(\varphi) \left[a_1^2 \left[\psi'_1(\varphi) \right]^2 + a_2^2 \left[\psi'_2(\varphi) \right]^2 \right] n^\mu$$

Il en découle un système linéaire du premier ordre dont les coefficients dépendent de la variable d'intégration. Du fait des propriétés sur l'onde plane (voir(7.2)), il est possible après une itération sur le quadrivecteur v_ν , d'obtenir l'équation suivante:

$$v^\mu(\phi) = \frac{v_0^\mu}{h(\phi)} + \frac{1}{\rho_0} \int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi \frac{h(\varphi)}{\rho_0} \left(\zeta_1^{\mu\nu} \psi'_1(\varphi) + \zeta_2^{\mu\nu} \psi'_2(\varphi) \right) \tilde{v}_{0,\nu} \\ + \frac{1}{\rho_0 h(\phi)} \int_{\phi_0}^{\phi} a_1^2 d\varphi h(\varphi)^2 \left[a_1^2 \left[\psi'_1(\varphi) \right]^2 + a_2^2 \left[\psi'_2(\varphi) \right]^2 \right] + \\ - \frac{\tau_r}{h(\phi)} \int_{\phi_0}^{\phi} d\varphi h(\varphi) \left[a_1^2 \left[\psi'_1(\varphi) \right]^2 + a_2^2 \left[\psi'_2(\varphi) \right]^2 \right] n^\mu$$

Le dernier terme de l'équation précédente se calcule facilement en remar-

quant que $h'(\phi) = \rho_0 \tau_r \left[a_1^2 [\psi'_1(\phi)]^2 + a_2^2 [\psi'_2(\phi)]^2 \right]$. Il vient que:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_r}{h(\phi)} \int_{\phi_0}^{\phi} d\phi h(\phi) \left[a_1^2 [\psi'_1(\phi)]^2 + a_2^2 [\psi'_2(\phi)]^2 \right] &= \frac{1}{\rho_0} \int_{\phi_0}^{\phi} d\phi h(\phi) h'(\phi) \\ &= \frac{c^2}{2\rho_0} [h^2(\phi) - 1] \end{aligned}$$

7.3 Emission rayonnée par un plasma ultra-relativiste: éléments techniques

Cette annexe est consacrée à la démonstration du terme responsable de l'émission du rayonnement et terme source dans l'équation de transport cinétique des photons, traité en section 2.4.2. Cette puissance rayonnée par unité de volume, notée W_γ s'écrit de la manière suivante:

$$W_\gamma = A(\alpha, t) \int_{\mathbb{R}} \gamma_e^2 (1 - \cos^2(\psi) \beta_e^2) f_e d\mathbf{p}_e \quad (7.23)$$

$$\psi = (\mathbf{v}_e; \mathbf{E}) \text{ et } \psi \in [0, 2\pi] \quad (7.24)$$

avec,

$$\begin{aligned} A(\alpha, t) &= (\tau_r \omega_L) \omega_L m_e c^2 a_0^2 g(\alpha, t) \\ \alpha &= E_x / E_y \end{aligned}$$

$$g(\alpha, t) = \begin{cases} g(t) + \alpha^2 & \text{dans le cas d'une polarisation linéaire} \\ 2 \times g(t) + \alpha^2 & \text{dans le cas d'une polarisation circulaire} \\ g(t) & \text{est le profil temporel de l'impulsion laser} \end{cases}$$

Nous considérons une émission isotrope en espace en considérant la moyenne de $\langle \cos(\psi)^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} (1 + \cos(2\psi)) = 1/2$.

Dans le cas d'un plasma relativiste la fonction de distribution des électrons, f_e est une distribution de Maxwell-Jüttner. Celle-ci s'écrit:

$$\begin{aligned} f_e &= \frac{n_e}{4\pi (m_e c)^3 \theta K_2(1/\theta)} \exp\left(-\frac{(\gamma_e - 1)}{\theta}\right) \\ \theta &= \frac{T_e}{m_e c^2} \end{aligned} \quad (7.25)$$

Le terme $K_2(x)$ se réfère à une fonction de Bessel modifiée d'ordre 2. Dans le cas ultra-relativiste ($p_e \simeq \gamma m_e c$ et $1/\theta$ tend vers 0), ce terme tend vers $2\theta^2$.

Nous avons:

$$W_\gamma = \frac{1}{2} \frac{A(\alpha, t) n_e}{2\theta^3} \int_1^\infty \gamma_e^4 \exp\left(-\frac{\gamma_e}{\theta}\right) d\gamma_e$$

En posant $X = \gamma_e/\theta$, il vient:

$$W_\gamma = \frac{A(\alpha, t) n_e}{4} \theta^2 \int_{1/\theta}^\infty X^4 \exp(-X) dX$$

Dans le cas d'interactions ultra-relativistes propres à cette thèse, la température des électrons du plasma peut s'estimer par: $T_e = \left(\sqrt{1 + a_0^2}\right) m_e c^2 \gg m_e c^2$ (équation 2.163). Par conséquent, nous avons $\theta^{-4} \ll \theta^{-3} \ll \theta^{-2} \ll \theta^{-1} \ll 1$. Dans le cas ultra-relativiste, le terme source du rayonnement peut s'écrire:

$$\boxed{W_\gamma \simeq 6n_e A(\alpha, t) a_0^2} \quad (7.26)$$

7.4 Réduction du volume de l'espace des phases des électrons

Dans cette section, nous nous proposons de démontrer que les pertes par rayonnement induisent une réduction du volume de l'espace des phases des électrons, quelle que soit la nature des champs auxquels l'électron est soumis. Mathématiquement cela revient à démontrer l'inégalité suivante:

$$\nabla_{p_e} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}} \leq 0 \quad (7.27)$$

Nous commençons par expliciter le terme de gauche de l'inégalité (7.27):

$$\nabla_{p_e} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}} = -\frac{\tau_r}{m_e c} \nabla_{p_e} \cdot \left[\frac{\mathbf{F}_{Le}^2 - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \boldsymbol{\beta}_e)^2}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c} (\boldsymbol{\beta}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})} \gamma_e^2 \boldsymbol{\beta}_e \right]$$

En utilisant le fait que $\mathbf{p}_e = \frac{\gamma_e m_e \mathbf{v}_e}{1 + \frac{\tau_r}{m_e c} (\boldsymbol{\beta}_e \cdot \mathbf{F}_{Le})}$ et que $\nabla \cdot (\alpha \mathbf{f}) = \alpha \nabla \cdot \mathbf{f} + \mathbf{f} \cdot \nabla(\alpha)$ nous obtenons:

$$\nabla_{p_e} \cdot \mathbf{F}_{\text{rad}} = -\frac{\tau_r}{(m_e c)^2} \left[3 (\gamma_e \mathbf{F}_{Le}^2 - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \boldsymbol{\beta}_e)^2) + \mathbf{p}_e \cdot \nabla_{p_e} [\gamma_e \mathbf{F}_{Le}^2 - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \boldsymbol{\beta}_e)^2] \right] \quad (7.28)$$

Le premier terme de droite est positif quel que soit $\mathbf{F}_{Le}$. De plus nous avons l'égalité suivante:

$$\nabla_{p_e} \cdot \mathbf{F}_{Le} = 0,$$

signifiant physiquement que le volume de l'espace des phase est conservé pour des forces non dissipatives comme la force de Lorentz.

De façon explicite, nous avons:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_e \cdot \nabla_{pe} (\gamma_e) &= \mathbf{p}_e \cdot \frac{\mathbf{p}_e}{\gamma_e m_e^2 c^2} = \gamma_e \beta_e^2 = \gamma_e - \frac{1}{\gamma_e} \\ \mathbf{p}_e \cdot \nabla_{pe} (\beta_e) &= \frac{\beta_e}{\gamma_e^2} \end{aligned} \quad (7.29)$$

A présent nous pouvons expliciter le terme $\mathbf{p}_e \cdot \nabla_{pe} (\gamma_e \|\mathbf{F}_{Le}\|^2)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_e \cdot \nabla_{pe} (\gamma_e \|\mathbf{F}_{Le}\|^2) &= \|\mathbf{F}_{Le}\|^2 \mathbf{p}_e \cdot \nabla_{pe} (\gamma_e) + 2\gamma_e \mathbf{F}_{Le} \cdot \nabla_{pe} (\|\mathbf{F}_{Le}\|) \\ &= \mathbf{F}_{Le}^2 (\gamma_e - 1/\gamma_e) + \frac{2e^2 \gamma_e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}}{\gamma_e^2} \\ &= \|\mathbf{F}_{Le}\|^2 \left(\gamma_e - \frac{1}{\gamma_e} \right) + 2 \frac{\|\mathbf{F}_{Le}^2\|}{\gamma_e} - 2e^2 \frac{\mathbf{E} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B})}{\gamma_e}, \end{aligned}$$

ainsi que le terme $-\mathbf{p}_e \cdot \nabla_{pe} (\mathbf{F}_{Le} \cdot \beta_e)^2$:

$$-\mathbf{p}_e \cdot \nabla_{pe} (\mathbf{F}_{Le} \cdot \beta_e)^2 = -2e^2 \frac{(\mathbf{E} \cdot \beta_e)^2}{\gamma_e}$$

Par ailleurs le terme $\nabla_{pe} (c\delta\beta_e \times \mathbf{B})$ est nul. En effet:

$$\nabla_{pe} (c\delta\beta_e \times \mathbf{B}) = -\frac{\tau_r}{m_e} \left[\underbrace{(-e\mathbf{E} \cdot \beta_e) \nabla_{pe} \cdot (\beta_e \times \mathbf{B})}_{=0} + \underbrace{\nabla (-e\mathbf{E} \cdot \beta_e) \cdot \beta_e \times \mathbf{B}}_{=0} \right] = 0$$

Finalement, nous en déduisons que:

$$\begin{aligned} \nabla_{pe} \cdot \mathbf{F}_{rad} &= -\frac{\tau_r}{(m_e c)^2} \{ 3\gamma_e (\|\mathbf{F}_{Le}\|^2 - (\mathbf{F}_{Le} \cdot \beta_e)^2) + \gamma_e \|\mathbf{F}_{Le}\|^2 \} \\ &\quad - \frac{\tau_r}{(m_e c)^2} \left\{ \left(\frac{e^2}{\gamma_e} \right) ((\mathbf{v}_e \times \mathbf{B})^2 - \mathbf{E}^2 - 2(\mathbf{E} \cdot \beta_e)^2) \right\} \end{aligned}$$

Par conséquent, nous avons:

$$\boxed{\nabla_{pe} \cdot \mathbf{F}_{rad} \leq 0, \forall \gamma_e \gg 1} \quad (7.30)$$

Pour $\gamma_e \sim 1$ le signe de $\nabla_{pe} \cdot \mathbf{F}_{rad}$ n'est pas défini. Néanmoins, il ne présente guère d'intérêt d'étudier le signe de ce terme pour des électrons faiblement énergétiques étant donné que la force de friction $\mathbf{F}_{rad}$ due à la réaction du rayonnement devient importante dans le cas d'électrons hautement relativistes.

7.5 Contributions

7.5.1 Publications

Journaux académiques

- * R. Capdessus, E. d'Humières, V.T. Tikhonchuk, *gamma ray generation enhancement by the charge separation field in laser-target interaction in the radiation dominated regime*, Phys. of Plasmas (soumis)
- * R. Capdessus, E. d'Humières, and V.T. Tikhonchuk, *Influence of ion mass on laser energy absorption and synchrotron radiation at ultra-high laser intensities*, Phys. Rev. Lett, **110**, 215003 (2013)
- * R. Capdessus, E. d'Humières, and V.T. Tikhonchuk, *Modeling of radiation losses in ultrahigh power laser-matter interaction*, Phys. Rev. E **86**, 036401 (2012)
- * S.P Davis, R. Capdessus, E. d'Humières, S. Jequier, I. Andriyash, and V.T. Tikhonchuk, *Numerical simulations of energy transfer in counter streaming plasmas*, High Energy Density Physics, **9**, 213 (2012)
- * V. Mironov, N. Zharova, E. d'Humières, R. Capdessus, and V.T. Tikhonchuk, *Effect of the laser pulse temporal shape on the hole boring efficiency*, Plasma Phys. Control. Fusion **54**, 095008 (2012)

Conférences (proceedings)

- * R. Capdessus, E. d'Humières, V.T. Tikhonchuk, *Effect of the radiation reaction in classical regimes of interaction of ultra-strong electromagnetic fields with plasmas*, SPIE Proceedings, **8780**, High-Field Physics and Simulations (2013)
- * E. d'Humières, R. Capdessus, and V.T. Tikhonchuk, *Laser ion acceleration in the high laser energy and high laser intensity regimes*, accepted by Eur. Phys. J. Web of Conf. (2013)
- * *Effect of the radiation reaction in classical regimes of interaction of ultra-strong electromagnetic fields with plasmas*, R. Capdessus, E. d'Humières, and V.T. Tikhonchuk, proceedings, SPIE conference (2013)

- * *Energy transfer in counter-propagating plasmas at sub-relativistic velocities*, V.T. Tikhonchuk, R. Capdessus, E. d'Humières, S. Jequier, and S.P Davis, proceedings, SPIE conference, 2013
- * *Influence of the radiation reaction on plasma dynamics in the context of ultra-relativistic laser plasma interaction*, R. Capdessus, M. Grech, E. d'Humières, E. Siminos, S. Skupin, and V.T. Tikhonchuk, proceedings, 39th EPS Conference & 16th Int. Congress on Plasma Physics, P5. **104** (2012)
- * E. d'Humières, R. Capdessus, and V.T. Tikhonchuk, *Laser ion acceleration in the ultra-high laser intensity regime*, AIP Conf. Proc. 1507, pp. 381-386 (2012)
- * R. Capdessus, E. d'Humières, and V.T Tikhonchuk, proceedings, *Modeling of radiation losses for ion acceleration at ultra-high laser intensities*, Eur. Phys. J, Web of Conf. (2013)
- * S.P Davis, R. Capdessus, E d'Humières, A.V Brantov, S. Bochkarev, and V.T Tikhonchuk, *Numerical simulations of energy transfer in a laser driven collisionless shock*, Eur. Phys. J, Web of Conf. (2013)
- * *Effect of the laser pulse shape on the hole boring efficiency*, V. Mironov, N. Zharova, E. d'Humières, R. Capdessus, and V.T. Tikhonchuk, proceedings, *Effect of the laser pulse shape on the hole boring efficiency*, 39th EPS Conference & 16th Int. Congress on Plasma Physics, P4. **108** (2011)

7.5.2 Conférence/ symposium

- Oraux

- * Conference at the 'SPIE', Prague, Tcheque Republic, April 15-18 2013. Presentation: 'Effect of the ion-to-electron mass ratio on laser energy absorption and radiation synchrotron'
- * Workshop on Particle-In-Cell simulations for laser at 'Laboratoire d'Utilisation des Lasers Intenses', Ecole Polytechnique, France, November 19 2012. Presentation: 'Effect of radiation reaction in classical regimes of ultra-strong electromagnetic fields in plasmas'

- * Workshop at 'Institut d'astrophysique de Paris', France, Octobre 3-5 2012. Presentation: 'Génération d'un choc non collisionnel par interaction laser-plasma à ultra haute intensité, influence des pertes par rayonnement'
- * Conference at 'International Conference on Plasma Science', Edimbourg, Scotland, July 8-12 2012. Presentation: 'Influence of the radiation reaction on plasma dynamics in the context of ultra-relativistic laser plasma interaction'
- Contributions à des sessions posters
- * Forum ILP (Institut Laser et Plasmas), Ile de Ré, France, September 24-28 2012. Poster: 'Influence of the radiation reaction on plasma dynamics in the context of ultra-relativistic laser plasma interaction'
- * Summer school of 'Applications of Electronics in Plasma Physics', Rethimno, Greece, July 16-27 2012. Poster: 'Influence of the radiation reaction on plasma dynamics in the context of ultra-relativistic laser plasma interaction'
- * Conference at 'European Physical Society', Stockholm, Sweden, July 2-6 2012
- * Conference at 'International Conference on Plasma Science', Edimbourg, Scotland, July 8-12 2012. Presentation: 'Influence of the radiation reaction on plasma dynamics in the context of ultra-relativistic laser plasma interaction'
- * Conference at 'Exchange on Laser-Plasma Interaction Theory', Dresden, Germany, April 16-20, 2012. **Prize of the best poster presentation.** Poster: 'Effects of radiation losses on plasma dynamics in ultra high intensity laser plasma interaction'
- * Summer school of 'Scottish Universities Summer School in Physics, Glasgow, Scotland, August 14-26, 2011. Poster: 'Modeling of radiation losses in ultrahigh power laser matter interaction'
- * Conference at 'Inertial Fusion and Applications', Bordeaux, France, September 12-16, 2011. Poster: 'Modeling of radiation losses in ultrahigh power laser matter interaction'

Bibliography

- [Abraham 1902] Abraham, M.: Prinzipien der Dynamik des Elektrons. Ann. Phys. (Leipzig) **315**, 105–179 (1902).
- [Abraham 1904] Abraham, M.: Zur Theorie der Strahlung und des Strahlungsdruckes. Ann. Phys. (Leipzig) **319**, 236–287 (1904).
- [Bell and Kirk 2008] A. R. Bell and J. G. Kirk, Phys. Rev. Lett. **101**, 200403 (2008).
- [Berestetskii et al. 1982] V. Berestetskii, E. Lifshitz, and L. Pitaevskii, Quantum Electrodynamics (Course of Theoretical Physics) (Butterworth-Heinemann, 1982).
- [Birdshall and Langdon 2005] C. K. Birdsall and A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (IoP Publishing, Bristol, 2005).
- [Bourdier et al. 2005] A. Bourdier, D. Patin, E. Lefebvre, Phys. D **206** 1-31 (2005).
- [Brady et al. 2013] C. S. Brady, C. P. Ridgers, T. D. Arber, A. R. Bell, and J. G. Kirk, Phys. Rev. Lett. **109**, 245006 (2013).
- [Bula et al. 1996] C. Bula, K. T. McDonald, E. J. Prebys, C. Bamber, S. Boege, T. Kotseroglou, A. C. Melissinos, D. D. Meyerhofer, W. Ragg, D. L. Burke, R. C. Field, G. Horton-Smith, A. C. Odian, J. E. Spencer, D. Walz, S. C. Berridge, W. M. Bugg, K. Shmakov, and A. W. Weidemann, Phys. Rev. Lett. **76**, 3116-3119 (1996).
- [Bamber et al. 1996] C. Bamber, S. J. Boege, T. Koffas, T. Kotseroglou, A. C. Melissinos, D. D. Meyerhofer, D. A. Reis, W. Ragg, C. Bula, K. T. McDonald, and E. J. Prebys, D. L. Burke, R. C. Field, G. Horton-Smith, J. E. Spencer, D. Walz, S. C. Berridge, W. M. Bugg, K. Shmakov, and A. W. Weidemann, Phys. Rev. D, **60**, 092004 (1999).

- [Bulanov et al. 2001] S.V. Bulanov et al., in *Reviews of Plasma Physics*, edited by V. D. Shafranov (Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2001), Vol. **22**, p. 227.
- [Bulanov et al. 2002] S. V. Bulanov and V. S. Khoroshkov, *Plasma Phys. Rep.* **28**, 453 (2002).
- [Bulanov et al. 2009] S. V. Bulanov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **48**, B29 (2009).
- [Capdessus et al. 2012] R. Capdessus, E. d'Humières, V.T. Tikhonchuk, *Phys. Rev. E*, **86**, 036401 (2012).
- [Capdessus et al. 2013] R. Capdessus, E. d'Humières, V.T. Tikhonchuk, *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 215003 (2013).
- [CERN] CERN: <http://home.web.cern.ch/fr>.
- [Chen et al. 2007] M. Chen, Z. M. Sheng, Q. L. Dong, M. Q. He, Y. T. Li, M. A. Bari, and J. Zhang, *Phys. Plasmas* **14**, 053102 (2007).
- [Chen et al. 2011] M. Chen, A. Pukhov, T.-P. Yu, and Z.-M. Sheng, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **53**, 014004 (2011).
- [CILEX] Projet CILEX: <http://cilexsaclay.fr/>.
- [Dawson 1983] J. M. Dawson, *Rev. of Mod. Phys.* **55** (2): 403 (1983).
- [Denavit 1992] J. Denavit, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3052-3055 (1992).
- [Di Piazza 2008] A. Di Piazza, *Lett. Math. Phys.* **83**, 305 (2008).
- [Di Piazza et al. 2009] A. Di Piazza, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 254802 (2009).
- [Dirac 1938] P. A. M. Dirac, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **167**, 148 (1938).
- [Elkina and Büchner 2006] N.V. Elkina, J. Büchner, *Journ. of Comp. Phys.* **213**, 862-875 (2006).
- [ELI] Projet ELI : <http://www.extreme-light-infrastructure.eu/>.
- [Esirkepov 2001] T. Esirkepov, *Comput. Phys. Commun.*, **35**, 144 (2001).
- [Esirkepov et al. 2004] T. Esirkepov, M. Borghesi, S. V. Bulanov, G. Mourou, and T. Tajima, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 175003 (2004).

- [Faure et al. 2004] J. Faure, Y. Glinec, A. Pukhov, S. Kiselev, S. Gordienko, E. Lefebvre, J.-P. Rousseau, F. Burgy and V. Malka, *Nature* **431**, 541(2004).
- [Ford and O’Connell 1993] G. W. Ford and R. F. O’Connell, *Phys. Lett. A* **174**, 182 (1993).
- [Forslund et al. 1970] D.W. Forslund and C. R. Shonk, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 1699 (1970); D.W. Forslund and J. P. Freidberg, *Phys. Rev.Lett.* **27**, 1189 (1971).
- [Fuchs et al 2006] J. Fuchs, P. Antici, E. d’Humières, E. Lefebvre, M.Borghesi, E. Brambrink, C. A. Cecchetti, M. Kaluza, V. Malka, M. Manclossi, S. Meyroneinc, P.Mora, J. Schreiber, T. Toncian, H. Pe´pin, and P. Audebert, *Nat. Phys.* **2**, 48 (2006).
- [Gaensler and Slane 2006] Bryan M. Gaensler, Patrick O. Slane, *Ann.Rev.Astron.Astrophys.* **44**, 17-47 (2006).
- [Gibbon 2007] P. Gibbon, *Short Pulse Laser Interactions with Matter*, Imperial College Press (2007).
- [Guerin et al. 1995] S. Guérin, G. Laval, P. Mora, J. C. Adam, A. Héron and A. Bendib, *Phys. Plasmas* **2**, 2807 (1995).
- [Grech et al. 2009] M. Grech, S. Skupin, R. Nuter, L. Gremillet, and E. Lefebvre, *New J. Phys.* **11**, 093035 (2009).
- [Grech et al. 2010] M. Grech, S. Skupin, R. Nuter, L. Gremillet, and E. Lefebvre, *Nucl. Inst. Meth. A* **620**, 63 (2010).
- [Hadad et al. 2010] Y. Hadad, L. Labun, J. Rafelski, N. Elkina, C. Klier, and H. Ruhl, *Phys. Rev. D* **82**, 096012 (2010).
- [Hazeltine and Mahajan 2004] R. D. Hazeltine and S. M. Mahajan, *Phys. Rev. E* **70**, 046407 (2004).
- [Herrera 1973] J.C Herrera, *Phys. Rev. D* **7**, 1567–1570 (1973).
- [Herrera 1974] J.C Herrera, *Phys. Rev. D* **10**, 4297–4298 (1974).
- [d’Humières et al. 2005] E. d’Humières, E. Lefebvre, L. Gremillet, and V. Malka, *Phys. Plasmas* **12**, 062704 (2005).
- [Jackson 1962] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics* (1962).

- [Kirk et al. 2013] J. G. Kirk, A. R. Bell, and C. P. Ridgers, *Plasma Phys. Control. Fusion* **55**, 095016 (2013).
- [Lamb and Robert 1947] W. E. Lamb, C. Robert, *Phys. Rev.* **72** (3), 241–243 (1947).
- [Landau and Lifshitz 1994] L. Landau and E. Lifschitz, *The Classical Theory of Fields*, 4th ed. (Pergamon, New York, 1994), Vol. 2
- [Lefebvre and Bonnaud 1997] E. Lefebvre and G. Bonnaud, *Phys. Rev. E*, **55**, 1 (1997).
- [Liseykina et al. 2008] T. V. Liseykina, M. Borghesi, A. Macchi, and S. Tiveri, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **50**, 124033 (2008).
- [Lobet et al. 2013] M. Lobet, E. d’Humières, M. Grech, C. Ruyer, X. Davoine, L. Gremillet, arXiv:1311.1107 (2013).
- [LULI] Laboratoire pour l’Utilisation des Lasers Intenses : <http://www.luli.polytechnique.fr/>.
- [Macchi et al. 2009] A. Macchi, S. Veghini, and F. Pegoraro, *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 085003 (2009).
- [Malka et al. 2002] V. Malka, S. Fritzler¹, E. Lefebvre, M.-M. Aleonard, F. Burgy¹, J.-P. Chambaret, J.-F. Chemin, K. Krushelnick, G. Malka, S. P. D. Mangles, Z. Najmudin, M. Pittman, J.-P. Rousseau, J.-N. Scheurer, B. Walton, A. E. Dangor, *Science*, **298**, 1596 (2002).
- [Malka et al. 2004] V. Malka, S. Fritzler, E. Lefebvre, E. d’Humières, R. Ferland, G. Grillon, C. Albaret, S. Meyroneinc, J. P. Chambaret, A. Antonetti and D. Hulin, *Med. Phys.* **31**, 1587 (2004).
- [Mcdonald 1999] K. T. McDonald, Prepared for Conference on Probing Luminous and Dark Matter: Adrian Fest, Rochester, New York, 24-25 Sep 1999; disponible sur le site: <http://viper.princeton.edu/mcdonald/e144/adrianfestdoc.pdf>.
- [Medina 2006] R. Medina, *Phys. A: Math. Gen.* **A39**, 3801-3816 (2006).
- [Naumova et al. 2009] N. Naumova, T. Schlegel, V. T. Tikhonchuk, C. Labaune, I. V. Sokolov, and G. Mourou, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 025002 (2009).
- [NIF] NIF: <https://lasers.llnl.gov/>.

- [Nikishov and Ritus 1964] A.I Nikishov, V.I Ritus, Sov. Phys. JETP **19**, 529–541 (1964).
- [Nikishov and Ritus 1964 (bis)] A.I Nikishov, V.I Ritus, Sov. Phys. JETP **19**, 1191–1199 (1964).
- [Nikishov and Ritus 1964] A. I. Nikishov and V. I. Ritus, Zh. Eksp. Teor. Fiz., Sov. Phys. JETP, **529**, 776–796 (1964); A. I. Nikishov and V. I. Ritus, Zh. Eksp. Teor. Fiz., Sov. Phys. JETP, **1191**, 1768–1781 (1964).
- [Nikishov and Ritus 1965] A.I Nikishov, V.I Ritus, Sov. Phys. JETP **20**, 757–759 (1965).
- [Nikishov and Ritus 1969] A. I. Nikishov, V. I. Ritus, Soviet. Phys. JETP, **25**, 6 (1969).
- [Pandit and Sentoku 2012] R. R. Pandita and Y. Sentoku, Phys. Plasmas **19**, 073304 (2012).
- [Peskin and Schroeder 1995] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, An introduction to quantum field theory, Addison-Wesley Publishing Company, (1995).
- [Plass 1961] G.N. Plass, Rev. Mod. Phys. **33**, 37 (1961).
- [Ridgers et al. 2012] C. P. Ridgers, C. S. Brady, R. Duclous, J. G. Kirk, K. Bennett, T. D. Arber, A. P. L. Robinson, and A. R. Bell, Phys. Rev. Lett. **108**, 165006 (2012).
- [Ridgers et al. 2013] C. P. Ridgers, C. S. Brady, R. Duclous, J. G. Kirk, K. Bennett, T. D. Arber, and A. R. Bell, Phys. Plasmas **20**, 056701 (2013).
- [Robinson et al. 2009] A.P.L Robinson, P. Gibbon, M. Zepf, S. Kar, R.G Evans and C. Bellei, Plasma Phys. Control. Fusion **51** 024004 (2009).
- [Robson et al. 2007] L. Robson, P. T. Simpson, R. J. Clarke, K.W. D. Leedingham, F. Lindau, O. Lundh, T. McCanny, P. Mora, D. Neely, C.-G. Wahlstrm, M. Zepf, and P. McKenna, Nat. Phys. **3**, 58 (2007).
- [Rohrlich 1997] F. Rohrlich, Am. J. Phys., **65**, 1051 (1997).
- [Rohrlich 1999] F. Rohrlich, Physical Review D **60**, 084017 (1999).
- [Rohrlich 2000] F. Rohrlich, Am. J. Phys. **68**, 1109–1112 (2000).
- [Rohrlich 2001] F. Rohrlich, Phys. Lett. A **283**, 276–278 (2001).

- [Schlegel et al. 2009] T. Schlegel, N. Naumova, V. T. Tikhonchuk, C. Labaune, I. V. Sokolov, and G. Mourou, *Phys. Plasmas* **16**, 081303 (2009).
- [Schlegel and Tikhonchuk 2012] T. Schlegel and V.T Tikhonchuk, *New Journ. of Phys.* **14**, (2012).
- [Schott 1912] G. A. Scott: *Electromagnetic Radiation* (Cambridge U.P., Cambridge, 1912).
- [Sentoku and Kemp 2008] Y. Sentoku and A. Kemp, *Journ. Comput. Phys.* **227**, 6846 (2008).
- [Shen 1970] C.S Shen, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 410–415 (1970).
- [Shen 1972] C.S Shen, *Phys. Rev. D* **6**, 2736–2754 (1972).
- [Sheng et al. 2002] Z. M. Sheng, K. Mima, Y. Sentoku, M. S. Jovanovic, T. Taguchi, J. Zhang, and J. Meyer-ter-Vehn, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 055004 (2002).
- [Silva et al. 2004] L. O. Silva, M. Marti, J. R Davies, R. A. Fonseca, C. Ren, F. S. Tsung, and Warren B. Mori, *Phys. Rev. Lett* **92**, 1 (2004).
- [Sokolov 2009] I. V. Sokolov, *Journ. Exp. Theor. Phys.* **109**, 207 (2009).
- [Sokolov et al. 2010] I. V. Sokolov, John A. Nees, Victor P. Yanovsky, Natalia M. Naumova, and Gérard A. Mourou, *Phys. Rev. E* **81**, 036412 (2010).
- [Sokolov et al. 2010] I. V. Sokolov, N. M. Naumova, J. A. Nees, and G. A. Mourou, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 195005 (2010).
- [Sokolov et al. 2011] I. V. Sokolov, N. M. Naumova, and J. A. Nees, *Phys. Plasmas* **18**, 093109 (2011).
- [Spohn 2000] H. Spohn *Europhys. Lett.* **50**, 287–292 (2000).
- [Spohn 2004] H. Spohn: *Dynamics of Charged Particles and their Radiation Field*. Cambridge University Press, Cambridge (2004).
- [Tamburini et al. 2010] M. Tamburini, F. Pegoraro, A. Di Piazza, Ch. H. Keitel, A. Macchi, *New Journ. Physics* **12** 123005 (2010).

- [Tamburini et al. 2011] M. Tamburini, F. Pegoraro, A. Di. Piazza, Ch. H. Keitel, T. V. Liseykina, and A. Macchi, Nucl. Inst. Meth. A **653**, 181 (2011).
- [Westfold 1959] Westfold, K. C., ApJ, **130**, 241 (1959).
- [Wheeler and Feynmann 1945 | J. A. Wheeler and R. Feynmann, Rev. of Mod. Phys. **17**, 2 and 3 (1945).
- [Wilks et al. 1992] S. C. Wilks, W. L. Kruer, M. Tabak, and A. B. Langdon, Phys. Rev. Lett. **69**, 1383 (1992).
- [Wilks et al. 2001] S. Wilks, A. B. Langdon, T. E. Cowan, M. Roth, M. Singh, S. Hatchett, M. H. Key, D. Pennington, A. MacKinnon and R. A. Snavely, Phys. Plasmas **8**, 542 (2001).
- [Zhang et al. 2009] X. Zhang, B. Shen, Z. Jin, F. Wang, and L. Ji, Phys. Plasmas **16**, 033102 (2009).
- [Zhidkov et al. 2002] A. Zhidkov, J. Koga, A. Sasaki, and M. Uesaka, Phys. Rev. Lett. **88**, 185002 (2002).