HAL
open science

Processus d'incision des rivières à fond rocheux - simulations numériques en éléments discrets

Guilhem Aubert

To cite this version:

Guilhem Aubert. Processus d'incision des rivières à fond rocheux - simulations numériques en éléments discrets. Hydrologie. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2014. Français. NNT : 2014ENSL0961 . tel-01134809

HAL Id: tel-01134809

https://theses.hal.science/tel-01134809v1

Submitted on 24 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

en vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lyon, délivré par l'École Normale Supérieure de Lyon

Discipline : Sciences de la Terre

Laboratoire de Géologie de Lyon : Terre, Planète et Environnement

École Doctorale PHAST (ED52)

présentée et soutenue publiquement le 3 décembre 2014

par Monsieur Guilhem AUBERT

Processus d'incision des rivières à fond rocheux : simulations numériques en éléments discrets.

Directeur de thèse : M. Pascal ALLEMAND

Devant la commission d'examen formée de :

M. Thierry ALBOUSSIERE, LGLTPE, Examinateur.

M. Pascal ALLEMAND, LGLTPE, Directeur.

M. Éric LAJEUNESSE, IPGP Paris, Rapporteur.

M. Vincent LANGLOIS, LGLTPE, Co-encadrant.

M. Alexandre VALANCE, IPR Rennes, Rapporteur.

Remerciements :

Je tiens dans un premier temps à remercier mon directeur de thèse Pascal Allemand d'avoir encadré cette thèse, de m'avoir fait profiter de sa grande expérience dans l'exercice particulier qu'est la recherche scientifique et la diffusion des résultats. Mes remerciements vont également à Vincent Langlois qui a pris à son compte le suivi quotidien du travail que j'ai réalisé durant ces trois années passées au laboratoire de géologie de Lyon.

Je remercie mes parents et ma sœur pour le soutien qu'ils m'ont apporté durant cette période.

Merci Margaux pour ta présence.

Je remercie tous les membres du laboratoire de Géologie de Lyon pour les échanges enrichissants que j'ai eu à leur contact. Je remercie particulièrement Marie-Paule, Véro, JEM, Loïc, Benjamin, Claire, Manu, Nico, Fabien, Amélie, Philippe, Vincent, Gweltaz, Hervé et Cathy.

Un grand merci à mes co-bureaux : Léa pour les intermèdes culturels, Loraine pour James Blunt et Alexandre pour le café.

Je remercie spécialement Bertrand pour avoir été précieux dans cette expérience de la rédaction de thèse et pour sa bonne huuuuuuuuuumeur.

Je remercie également Cédric, Anthony, Simon, Mathieu, Loïc, Julianne, Juliana, Lucille, Laure, Laurence et Laurence pour tous ces moments passés ensemble qui ont contribué à la réussite de cette entreprise.

INTRODUCTION 7

CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART 9

1.1 LES PARAMETRES DECRIVANT LES COURS D'EAU TERRESTRES. 10
1.1.1 PARAMETRES MORPHOLOGIQUES 10
1.1.2 LES PARAMETRES HYDRAULIQUES. 12
1.1.3 LES PARAMETRES DE TRANSPORT SEDIMENTAIRE 15
1.1.4 LES VARIATIONS TEMPORELLES DES PARAMETRES ASSOCIES AUX SYSTEMES FLUVIATILES TERRESTRES. 20
1.2 LES MULTIPLES LIENS ENTRE LES DIFFERENTS PARAMETRES. 23
1.2.1 LIENS ENTRE LES PARAMETRES MORPHOLOGIQUES DES COURS D'EAU. 24
1.2.2 LIENS ENTRE LES PARAMETRES MORPHOLOGIQUES ET LES PARAMETRES HYDROLOGIQUES. 26
1.2.3 LIENS ENTRE LES PARAMETRES HYDROLOGIQUES ET LE TRANSPORT SEDIMENTAIRE 31
1.3 DIFFERENTS MODELES D'INCISION 34
1.3.1 PROFILS UNI-DIMENSIONNELS STATIONNAIRES. 35
1.3.2 MODELISATION LOCALE DE L'INCISION DES RIVIERES A FONDS ROCHEUX. 38
1.3.3 EFFETS A LONG TERME DE L'INCISION D'UNE RIVIERE 42
1.4 CONCLUSION 44
REFERENCES : 45

CHAPITRE 2 : MODELISATION NUMERIQUE DE L'INCISION 53

2.1 LES COMPOSANTS DU SYSTEME NUMERIQUE. 53
2.1.1 LE CANAL D'ECOULEMENT. 53
2.1.2 LA RUGOSITE DU FOND. 54
2.1.3 LA COUVERTURE SEDIMENTAIRE. 55
2.1.4 L'ECOULEMENT TURBULENT. 56
2.2 LES EQUATIONS DU MOUVEMENT ET LES INTERACTIONS ENTRE LES DIFFERENTS OBJETS. 60
2.2.1 LES EQUATIONS DE LA DYNAMIQUE DU SOLIDE. 60
2.2.2 LES INTERACTIONS SPHERE/SPHERE. 61
2.2.3 LES INTERACTIONS SPHERE/PAROI. 64
2.2.4 LES INTERACTIONS SPHERE/FLUIDE. 64
2.3 METHODE NUMERIQUE. 65
2.3.1 LA METHODE D'INTEGRATION NUMERIQUE. (VERLET) 66
2.3.2 RECHERCHE DES CONTACTS. 67
2.3.3 LA CONFIGURATION INITIALE DU SYSTEME. 68
2.4 MESURES DU TRANSPORT SEDIMENTAIRE ET DES TRANSFERTS D'ENERGIE 69
2.4.1 DEBITS LIQUIDE ET DEBIT DE SEDIMENTS. 69
2.4.2 CALCUL DES PUISSANCES DISSIPEES ENTRE LES COMPOSANTS DU SYSTEME 70

2.5 CONCLUSION..... 72
REFERENCES : 73

CHAPITRE 3 : INCISION VERTICALE 75

3.1 METHODE NUMERIQUE. 75
3.2. INCISION DU FOND ROCHEUX PAR LES GALETS CHARRIES. 79
3.3 CONCLUSION.....117
REFERENCES : 117

CHAPITRE 4 : ETUDE PARAMETRIQUE DU MODELE. 119

4.1. INFLUENCE DE LA RUGOSITE DU CANAL.....119
4.1.1 INFLUENCE DU NOMBRE DE SPHERES FIXES (χ). 120
4.1.2 INFLUENCE DE LA HAUTEUR DE PROTRUSION (Z'). 122
4.2. INFLUENCE DU COEFFICIENT DE RESTITUTION. 123
4.3. INFLUENCE DE LA GRAVITE. 124
4.4 MODELISATION DE L'INCISION LATERALE DU CANAL D'ECOULEMENT.....128
4.4.1 CONDITIONS AUX PAROIS ET SYSTEMES UTILISES. 129
4.4.2 PUISSANCE DISSIPEE ET FLUX SURFACIQUE D'ENERGIE. 129
4.4.3 INCISION LATERALE. 133
4.5 DISSIPATION INTERNE A LA COUVERTURE SEDIMENTAIRE 134
4.5.2 PUISSANCE DISSIPEE DANS LA COUVERTURE SEDIMENTAIRE. 134
4.5.3. TAUX D'USURE DES GALETS. 136
4.7 CONCLUSION.....139
REFERENCES : 140
CONCLUSION GENERALE 141

Introduction

La formation et l'évolution des reliefs sur Terre résultent des interactions complexes entre les forçages tectoniques (taux de surrection, mouvements horizontaux), les facteurs climatiques (quantité de précipitations) et les processus d'érosion et de transport sédimentaire. Une meilleure modélisation de l'évolution globale des reliefs, à l'échelle continentale, passe par une connaissance plus approfondie des mécanismes physiques qui gouvernent la dynamique d'une rivière individuelle. La description des réseaux hydrographiques fait généralement appel à un découpage en trois régions, suivant la distance à l'embouchure : versants, rivières à fond rocheux et rivières alluviales. Dans les premiers, l'écoulement de l'eau n'est pas chenalisé. On considère généralement qu'ils ont une dynamique diffusive, à l'exception des cas de glissements de terrain, ou coulées de débris, qui servent de source de sédiments pour les rivières, et qui peuvent être décrits par des modèles d'écoulements diphasiques. Les rivières alluviales (qu'on trouve dans les plaines) creusent leur chenal ou chenaux dans le matériau sédimentaire qu'elles transportent elles-mêmes. Leur dynamique est donc directement liée aux processus de transport sédimentaire. Les lits des rivières alluviales sont souvent complexes (tresses, méandres, bancs alternés...) et peuvent évoluer relativement rapidement à l'échelle géologique. Enfin, les rivières à fond rocheux (qu'on trouve dans les zones de forte pente) incisent directement leur chenal dans les roches en place. Les processus d'incision étant très lents, ils sont difficiles à reproduire expérimentalement, et leur description quantitative est encore parcellaire. Toutefois, la connaissance des lois d'incision est un ingrédient fondamental dans la description de l'évolution d'un réseau hydrographique. De nombreux modèles utilisent cependant des équations très simplistes, où le taux d'incision est une simple loi de puissance de la pente locale et du débit d'eau.

Jusqu'à récemment, la distinction entre rivières alluviales et rivières à fond rocheux se traduisait par une distinction entre 2 modèles asymptotiques : dans les rivières alluviales (régime *transport-limited*), le taux d'incision de la rivière serait simplement lié à la divergence du flux de sédiments ; dans les rivières à fond rocheux (régime *detachment-limited*). Or, il est couramment admis que l'essentiel de l'incision de son socle rocheux par une rivière est causé par l'abrasion, c'est-à-dire par les impacts répétés des particules solides qu'elle charrie sur le fond. Dans ce cas, il est logique d'imaginer que le taux d'incision doit dépendre non seulement des paramètres hydrologiques et géométriques de la rivière, mais aussi du transport sédimentaire. Les premières mesures directes de l'incision par le charriage de sédiments ont

été effectuées en laboratoire par Sklar et Dietrich en 2001. Ces travaux ont été suivis par de nombreuses autres études expérimentales et quelques mesures directes sur le terrain. Toutefois, la description mécanique du processus d'abrasion demeure encore très approximative, malgré l'existence de quelques modèles analytiques ou stochastiques. De plus, la dépendance des taux d'incision en de nombreux paramètres (notamment le débit de la rivière) n'a peu ou pas pu être étudié expérimentalement.

L'objectif de cette thèse est d'aborder la problématique de l'abrasion d'un socle rigide par le transport de sédiments en adoptant les méthodes classiquement utilisées dans la mécanique des matériaux granulaires. En modélisant quantitativement les trajectoires individuelles des particules charriées par la rivière, nous étudierons directement l'énergie fournie par leurs impacts sur le fond, et pourrons en extraire la valeur du taux d'incision.

Le premier chapitre est un état des lieux des connaissances actuelles sur la modélisation de l'incision des rivières à fond rocheux. Nous exposons les paramètres qui entrent dans le développement de ces modèles et les liens qui existent entre ces paramètres. Nous décrivons les principaux modèles numériques d'évolution de rivière ainsi que les résultats expérimentaux sur l'incision de substrat rocheux.

Dans le deuxième chapitre, nous décrivons l'architecture de notre modèle numérique, la géométrie du système utilisé et les grandeurs que nous quantifions.

Le troisième chapitre regroupe les résultats obtenus sur l'incision du socle rocheux. Nous quantifions le taux instantané d'incision verticale en fonction de la capacité de transport de l'écoulement et de la charge sédimentaire. Nos résultats sont comparés avec les données expérimentales disponibles. Nous observons les mêmes effets que ceux identifiés par Sklar et nous prédirons les taux d'incision.

Dans le quatrième chapitre, nous étudions l'influence de différents paramètres sur les résultats des simulations. Les variations du transport sédimentaire et du taux d'incision en fonction de la rugosité du lit, du coefficient de restitution et de la gravité de surface sont quantifiées. Enfin, nous abordons la problématique de l'incision latérale du chenal et de la dissipation d'énergie à l'intérieur de la couverture sédimentaire qui provoque l'usure des galets.

Chapitre 1 : état de l'art

Sur Terre, il existe différents faciès hydro-morphologiques qui dépendent des paramètres morphologiques, hydrologiques et sédimentaires du cours d'eau. Ces caractéristiques évoluent depuis la source jusqu'à l'embouchure d'une rivière du fait de la variabilité des terrains qu'elle traverse. (Rust 1978) distingue les cours d'eau à chenal unique et à chenaux multiples (figure 1.1). Chacune de ces deux catégories se décline en rivière rectiligne ou sinueuse.

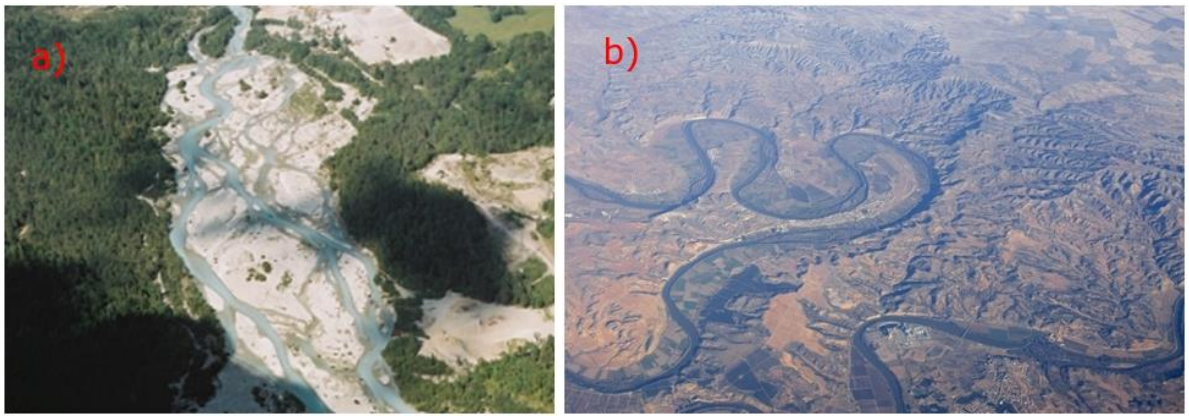


figure 1.1 : a) rivière en tresse (Romanche, France). b) rivière à méandre (Ebre, Espagne).

On distingue les rivières alluviales et les rivières à fond rocheux (figure 1.2). Le chenal d'écoulement des rivières alluviales est creusé dans une couche de sédiments accumulés dans le fond de la vallée. Ces sédiments sont mobiles et leur mise en mouvement par la rivière lors des crues est à l'origine de l'évolution du lit. Le lit des rivières à fond rocheux est incisé dans le substrat rocheux par le transport sédimentaire induit par l'écoulement.

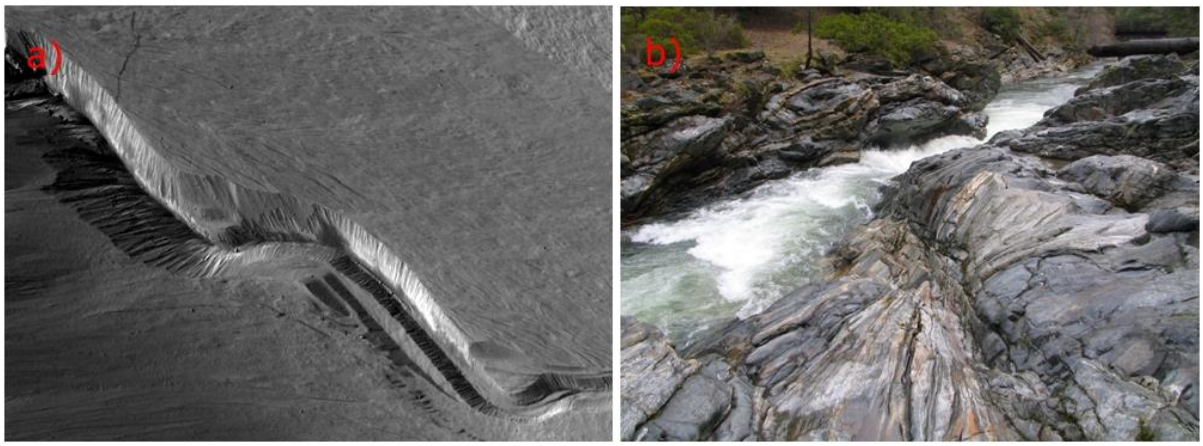


figure 1.2 : a) Lit de rivière alluviale, Mars (Image HiRISE : ESP_014081_1440). b) Rivière à fond rocheux, rivière Rogue, Oregon, U.S.A.

1.1 Les paramètres décrivant les cours d'eau terrestres.

Une rivière peut être décrite par plusieurs paramètres relatifs à la morphologie du lit, au régime hydraulique, à la capacité de transport sédimentaire et aux variations temporelles de ces paramètres.

1.1.1 Paramètres morphologiques

On distingue plusieurs échelles spatiales dans les paysages façonnés par l'érosion fluviale. Le bassin versant est l'unité géomorphologique dans laquelle sont contenues toutes les autres unités hydro-morphologiques (figure 1.3). L'aire d'un bassin versant est une mesure de la surface de la zone à l'intérieur de laquelle les eaux de ruissellement s'écoulent jusqu'à un exutoire. On associe généralement un bassin versant à un cours d'eau particulier qui est alimenté par les précipitations situées à l'intérieur d'une ligne de partage des eaux. La ligne de partage des eaux passe par les lignes de crêtes qui entourent les affluents du cours d'eau principal.

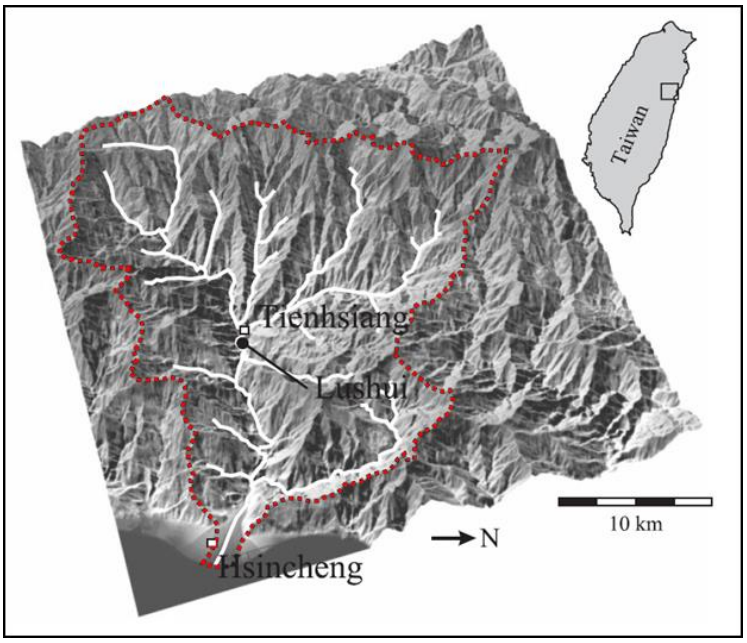


figure 1.3 : Bassin versant du Liwu, Taiwan. La ligne de partage des eaux est en pointillé, les affluents sont en blanc (Turowski et al. 2008).

Dans un même bassin versant, on observe généralement plusieurs vallées qui forment des réseaux de sous-bassins versants. A l'intérieur de ces vallées, le chenal est le lieu où transite l'eau de ruissellement qui est reçue par le bassin versant. (Tomkin 2003; Lancaster 2008) ont effectué des mesures de certains paramètres morphologiques comme la largeur des chenaux (W_c) dans des rivières à chenaux uniques et à fonds rocheux, celle des vallées (W_v), la profondeur de ces chenaux (H_c) et des vallées les contenants (H_v) . Ces observables permettent de décrire la morphologie des rivières même si il n'y a pas d'eau dans le chenal (figure 1.4). On peut extraire de ces mesures des informations relatives au débit maximal des rivières, au transport sédimentaire ou au mode de croissance des cours d'eau.

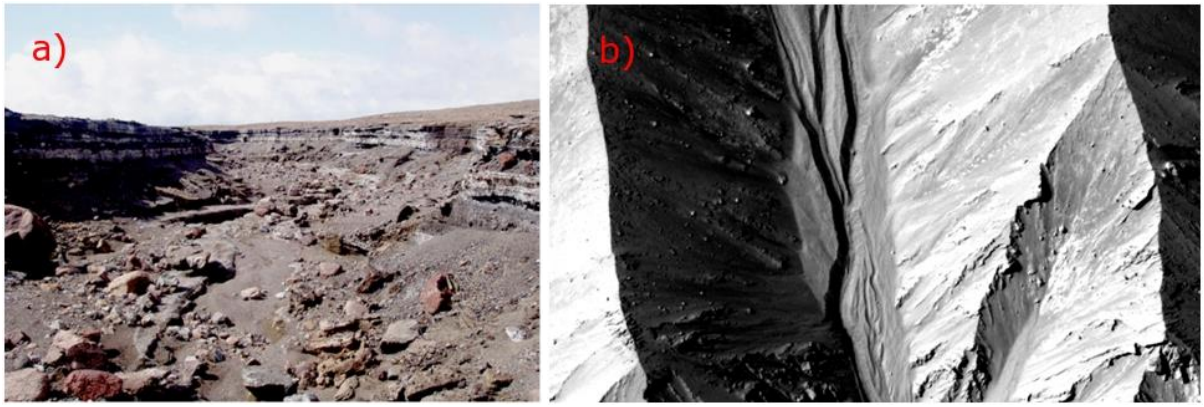


figure 1.4 : a) chenal d'écoulement de la Keanakakoi tephra, Kilauea, Hawaii (Craddock et al. 2012). b) chenal dans une vallée incisée dans le cratère Gasa, Mars (ESP_014081_1440).

L'aire du bassin versant (A) et la pente (S) sont également des descripteurs essentiels que la rivière soit active ou inactive. A partir de la mesure de ces paramètres,(Crosby et al. 2007), (Gasparini et al. 2007) et (Whipple & Tucker 1999) déduisent des valeurs de paramètres hydrauliques comme le débit d'eau (1.20) et la contrainte que le courant exerce sur la charge de fond (1.26). La pente d'un cours d'eau est un paramètre important dans la description d'un cours d'eau car il contrôle l'énergie potentielle de pesanteur que possède le fluide et donc la contrainte à la base de l'écoulement (1.6).

1.1.2 Les paramètres hydrauliques.

Nous nous plaçons dans le cas de l'étude des écoulements en canal ouvert (figure 1.5). Ce domaine de l'hydraulique traite des écoulements qui ont une surface libre soumise à la pression atmosphérique. La hauteur d'eau (h_l) est un paramètre qui varie selon le fonctionnement du cours d'eau et représente la distance entre le haut de la couche de sédiments et la surface de l'eau. Sur le terrain, la hauteur d'eau peut être mesurée grâce à des dispositifs tels que des échelles graduées, flotteurs, ondes sonores ou lumineuses, baromètres. Le rayon hydraulique (R_h) d'un cours d'eau est une grandeur qui associe des données morphologiques et hydraulique : il est défini comme la section humide du canal (Σ_h) divisée par son périmètre humide (P_h) :

Périmètre humide	$P_h = W_c + 2\,h_l$
Section humide	$\Sigma_h = W_c \times h_l$
Rayon hydraulique	$R_h = \frac{\Sigma_h}{P_h}$

table 1.1 : Définition des paramètres hydrologiques d'une rivière.

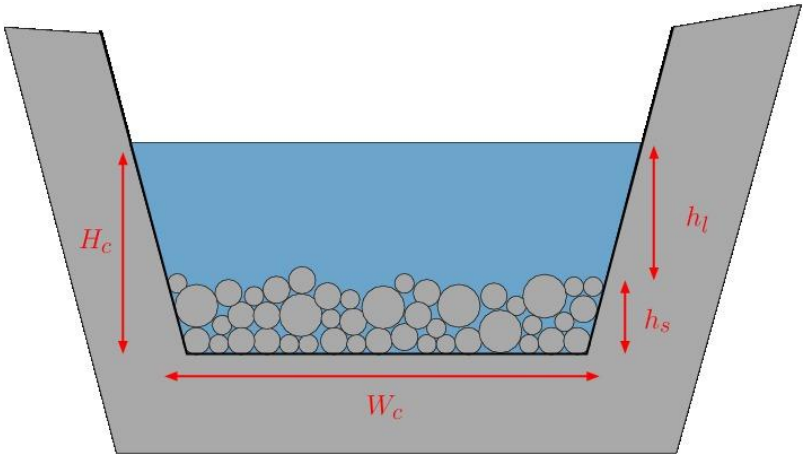


figure 1.5 : Schéma indiquant les paramètres morphologiques, hydrauliques du lit mineur d'une rivière ainsi que la hauteur de sédiments.

Le débit d'une rivière est classiquement défini par le volume d'eau qui traverse une section humide de rivière pendant une seconde. Le débit s'exprime à l'aide du profil de vitesse de l'écoulement et de la section humide par l'intermédiaire de (1.1).

$$(1.1) \qquad Q(x,t) = \iint_{\Sigma_h} \boldsymbol{U}(x,y,z,t) \cdot \boldsymbol{e}_x dy\, dz$$

(Turowski et al. 2007) utilisent l'équation de Manning (Manning 1891), l'équation de continuité (1.2) pour relier le rayon hydraulique à la vitesse moyenne (U_{moy}) du courant, à la pente de la rivière ou encore à son débit liquide (Q). (Turowski et al. 2008; Hodge et al. 2011) expriment aussi la contrainte cisaillante qui s'exerce sur la charge de fond en fonction du rayon hydraulique. Ces paramètres géométriques renseignent sur les capacités hydrauliques du chenal et permettent d'exprimer le débit de la rivière en fonction de paramètres géométriques et hydraulique. (Bravard & Petit 2000) définissent le débit à plein bords (1.3) qui est le débit maximal du lit mineur seul. (Dury 1969; Leopold et al. 1964)

considèrent que le débit à plein bord engendre les conditions de transport sédimentaire maximal dans le lit mineur. Le débit à plein bords s'exprime en fonction des paramètres géométriques de la rivière, ce qui en fait un paramètre que l'on peut mesurer même si le cours d'eau n'est pas en fonctionnement.

$$(1.2) \qquad Q = \Sigma_h \times U_{moy}$$

$$(1.3) \qquad Q_{max} = W_c \times H_c \times U_{moy}$$

La détermination du profil de vitesse dans une rivière naturelle peut être effectuée par une série de mesures au moulinet qui consiste en la mesure de la vitesse de rotation d'une hélice plongée à différentes positions de la section de la rivière. La connaissance du profil de vitesse d'un cours d'eau permet de déterminer la vitesse moyenne (U_{moy}). La vitesse moyenne peut être évaluée par d'autres moyens : la mesure au flotteur renseigne sur la vitesse de surface de l'écoulement et grâce à des formules de conversions qui dépendent de la rugosité du fond (Gordon et al. 1992; Lalanne-Bertoudicq 1994), on peut obtenir la valeur de la vitesse moyenne. La connaissance de la vitesse moyenne d'une rivière permet ensuite d'évaluer le nombre de Reynolds (1.4). Ce nombre sans dimension caractérise le rapport entre l'inertie du fluide et la dissipation visqueuse en son sein. Il permet de décrire le régime hydraulique de l'écoulement. Dans le cas d'un écoulement en canal ouvert, le nombre de Reynolds s'exprime en fonction de la vitesse moyenne, du rayon hydraulique et de la viscosité cinématique du fluide :

$$(1.4) \qquad R_E = \frac{4\, R_h\, U_{moy}}{\nu}$$

La valeur généralement admise du nombre de Reynolds marquant la frontière entre les régimes laminaire et turbulent est de 2000. Le régime laminaire se retrouve dans l'étude de rivières expérimentales de faible dimension. Ces études analogiques fournissent des résultats relatifs à la formation de chenaux d'écoulement. Une loi de puissance qui relie l'altitude du lit d'une rivière à sa pente a été établie par (Devauchelle et al. 2010). La variation du taux d'incision en fonction de la pente, de la rugosité du lit, de la largeur du chenal et de la couverture sédimentaire a été étudié par (Finnegan et al. 2007). (Seizilles et al. 2013) ont mené une étude sur un écoulement laminaire qui permet de calibrer des lois qui relient la largeur, la profondeur, la pente d'un canal et le débit d'eau. Des dispositifs expérimentaux

basés sur l'écoulement d'eau en régime laminaire montrent le développement de réseaux hydrographiques sur des versants soumis à des précipitations (Lague 2003; Turowski et al. 2006). Toutefois, les rivières naturelles évoluent en régime turbulent, mais les fluctuations du champ de vitesse rendent la description hydrodynamique de ces cours d'eau délicate. De nombreuses études numériques menées par (Valance 2005) ou (Durán et al. 2012) se basent sur l'hypothèse d'un régime turbulent moyen pour établir le profil vertical d'un écoulement ou pour étudier le transport sédimentaire. Les développements théoriques effectués par de nombreux auteurs, en particulier (Valance 2005) ou (Fourrière et al. 2010), font appel à la vitesse de cisaillement du fluide (U^*). Ce paramètre caractérise le cisaillement entre deux couches de fluide superposées due à la différence de vitesse entre les deux couches et est liée à la dissipation visqueuse dans un écoulement turbulent. La vitesse de cisaillement est fondamentale dans l'expression du profil vertical d'un écoulement turbulent et participe à la construction du nombre de Reynolds particulaire.

1.1.3 Les paramètres de transport sédimentaire.

Les paramètres qui décrivent le transport sédimentaire dans un cours d'eau sont liés à la nature des sédiments, à leur quantité, à la granulométrie et à la capacité de mise en mouvement des sédiments par l'écoulement. La granulométrie de la charge de fond d'un cours d'eau est une mesure de la taille des sédiments qui composent la couverture sédimentaire. La dimension des sédiments peut varier sur plusieurs ordres de grandeur depuis les argiles ou les limons de taille micrométrique jusqu'aux blocs qui peuvent faire plus d'un mètre de diamètre. Les sédiments de toutes tailles peuvent être mis en mouvement par un cours d'eau si la vitesse du courant est suffisante. (Hjülstrom 1935) a établi une relation empirique dans lequel il relie la vitesse du courant nécessaire à la mise en mouvement des sédiments à leur granulométrie (figure 1.6). Cette relation fait intervenir la vitesse moyenne de l'écoulement. Toutefois, (Larras 1972; Novak 1974) soutiennent qu'il est nécessaire d'introduire des facteurs correctifs aux vitesses critiques établies par Hjüllstrom qui sembleraient avoir été surévaluées.

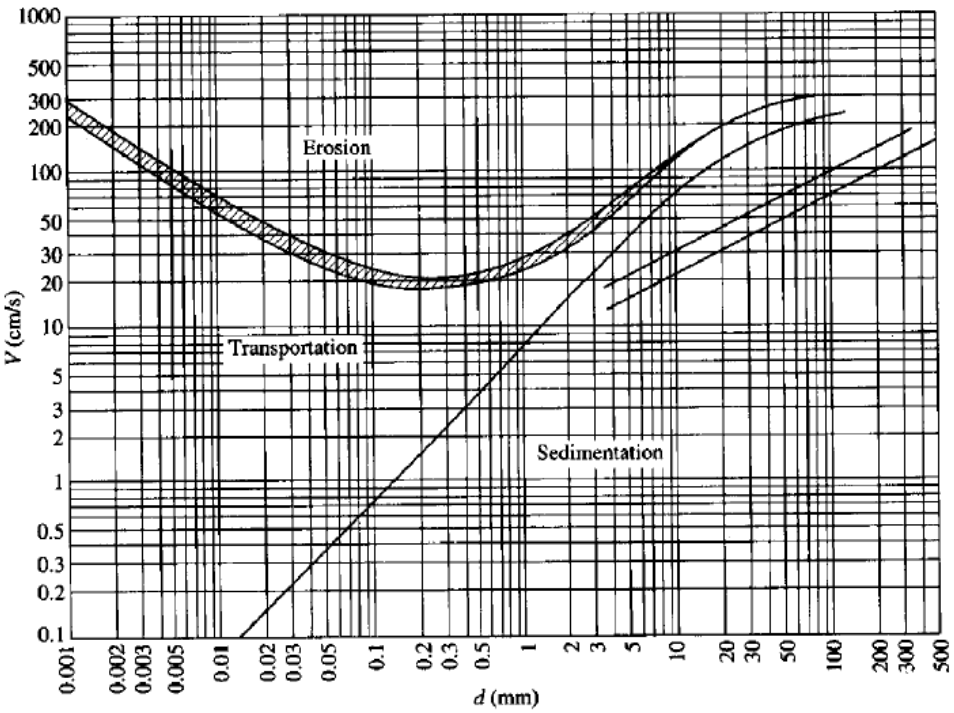


figure 1.6 : Diagramme de Hjüllstrom représentant les limites des régimes de suspension, de transport et d'érosion d'un lit granulaire soumis à un écoulement (Hjülstrom 1935).

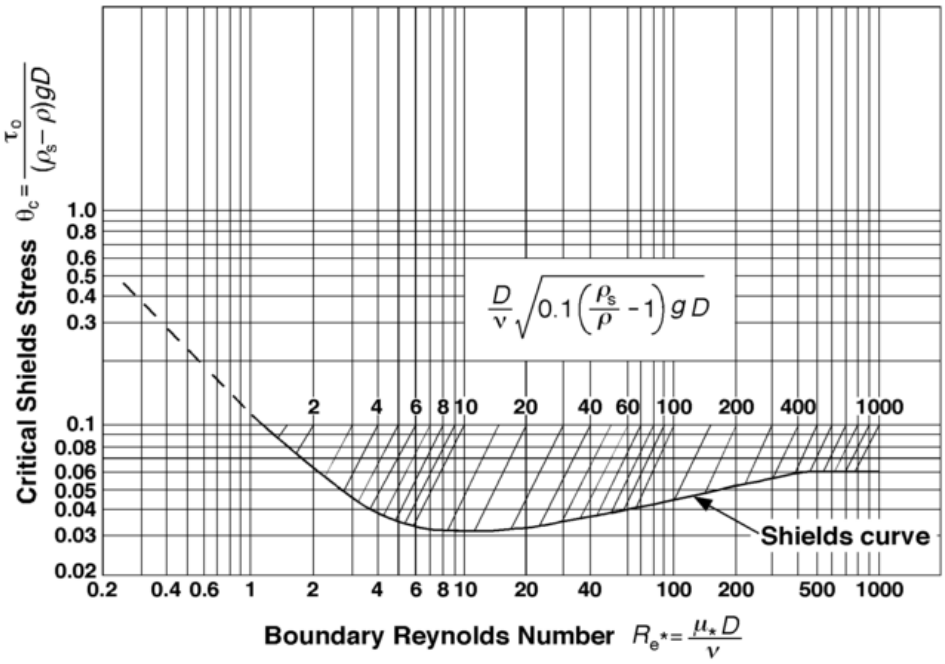


figure 1.7: Le diagramme de Shields donne la variation du nombre de Shields critique de mise en mouvement en fonction du nombre de Reynolds particulaire (Shields 1936).

La mise en mouvement des sédiments est la conséquence de l'application d'une force de traînée exercée par le fluide en mouvement sur les particules solides. Le paramètre qui caractérise la capacité de l'écoulement à mettre une particule solide en mouvement est le nombre de Shields (1.5). Ce nombre sans dimension est construit en divisant la contrainte de cisaillement qu'exerce le fluide sur un sédiment (1.6) par son poids apparent lorsqu'il est totalement immergé (1.7).

$$(1.5) \qquad \Theta = \frac{\tau_s D^2}{P_{app}}$$

$$(1.6) \qquad \tau_s = \rho g h_l S$$

$$(1.7) \qquad P_{app} = (\rho_s - \rho)\frac{\pi D^3}{6} g$$

L'évaluation du nombre de Shields est délicate tant pour des dispositifs expérimentaux que dans des rivières naturelles. En effet, la diversité de granulométrie observée dans les rivières naturelles incite à considérer un domaine de variation pour ce nombre de Shields plus qu'une valeur précise. Le nombre de Shields critique (θ_0) est la valeur seuil au delà de laquelle un sédiment de taille donné sera mis en mouvement par l'écoulement (figure 1.7). L'existence de ce seuil s'explique par le fait que pour mettre une particule solide en mouvement, il faut que les forces motrices qui s'appliquent sur lui soient plus grandes que le poids apparent qui maintient le sédiment au sol. De très nombreuses valeurs ont été mesurées lors d'études expérimentales et sur le terrain. (Buffington & Montgomery 1997) ont compilé les valeurs critiques pour le nombre de Shields à partir de nombreuses études expérimentales ou de terrain sur une période de 80 ans. Il ressort de cette étude que la valeur moyenne du nombre de Shields critique est de 0,04 (figure 1.8).

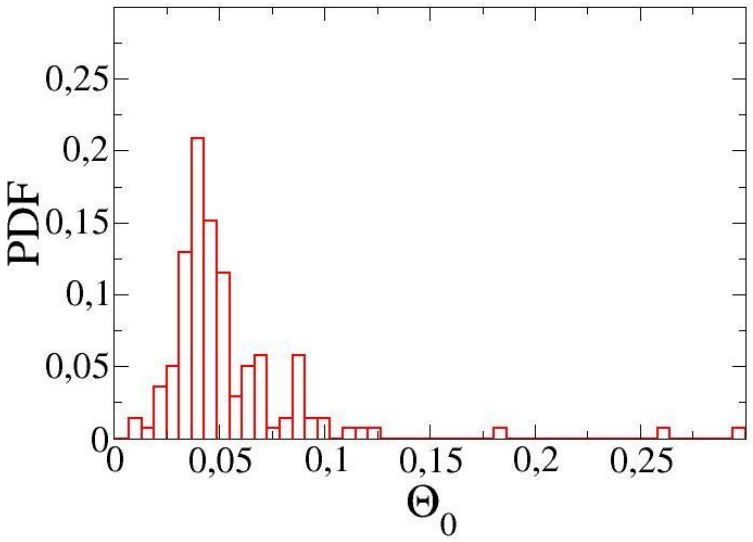


figure 1.8 : Distribution du nombre de Shields critique mesuré pour des rivières naturelles et des canaux expérimentaux (Buffington & Montgomery 1997)

On utilise également fréquemment le nombre de Reynolds particulaire (1.8) pour caractériser la force motrice de l'écoulement à l'échelle des sédiments. Ce paramètre permet de décrire la nature turbulente ou laminaire de l'écoulement lorsqu'il contourne le sédiment. On peut alors savoir quelle est l'expression de la force de traînée qu'exerce le fluide sur un sédiment. L'expression du nombre de Reynolds particulaire dépend du diamètre du sédiment (D), de la viscosité cinématique du fluide (ν) et de la vitesse relative entre le fluide et le sédiment (U_r) :

$$(1.8) \qquad Re_p = \frac{D\,\mathrm{U_r}}{\upsilon}$$

Dans le cas d'un sédiment qui est au contact du sol, soumis à un écoulement turbulent moyen caractérisé par sa vitesse de cisaillement (U^*), le nombre de Reynolds (1.9) utilisé par (Shields 1936) s'exprime :

$$(1.9) \qquad Re^* = \frac{D\,\mathrm{U}^*}{\upsilon}$$

Le nombre de galets par unité de surface du lit rocheux est un paramètre important pour l'étude de l'incision des rivières à fond rocheux. (Sklar & Dietrich 2001; Turowski et al. 2008; Hodge et al. 2011; Yanites et al. 2011) ont démontré l'influence de la densité surfacique de

sédiment sur l'érosion d'un substrat rocheux, à partir d'expériences en laboratoire, de modélisations numériques et d'étude de terrain. La fraction de couverture (C) est définie par la fraction de la surface du lit de la rivière qui est recouverte par les sédiments. Cette définition (1.10) impose à la fraction de couverture d'avoir des valeurs comprises entre 0 et 1 (figure 1.9).

$$(1.10) \qquad C = \frac{\Sigma}{W_c L}$$

Avec Σ la surface recouverte par les sédiments.

Nous définissons la charge sédimentaire normalisée (σ) comme le nombre (N) de galets au fond d'un cours d'eau sur une surface $(W_c\, L)$ donnée divisé par le nombre de galets nécessaires pour recouvrir entièrement cette surface. La relation (1.11) définit un paramètre sur la couverture sédimentaire qui peut être supérieure à 1 s'il y a plusieurs couches de sédiments les unes sur les autres.

$$(1.11) \qquad \sigma = \frac{N\, \pi\, D^2}{4\, W_c\, L}$$

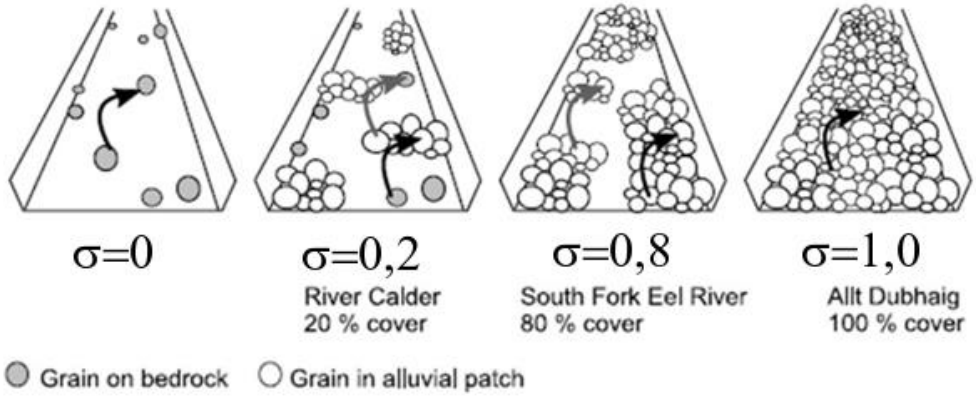


figure 1.9 : Fraction de couverture dans un canal (Hodge et al. 2011).

On peut également caractériser la quantité de sédiments présents dans le lit d'une rivière par l'épaisseur de la couverture sédimentaire (h_s). (Heald et al. 2004) utilisent ce paramètre dans la modélisation numérique du transport sédimentaire dans un écoulement unidirectionnel pour étudier son influence sur le débit solide. Nous pouvons rapprocher cette épaisseur de la charge sédimentaire normalisée grâce à (1.12).

$$(1.12) \qquad h_s = \sigma D$$

1.1.4 Les variations temporelles des paramètres associés aux systèmes fluviatiles terrestres.

Les variations temporelles des paramètres définis dans les paragraphes précédents sont fonctions de la quantité de précipitation reçue par le bassin versant, de l'infiltration de l'eau dans le sous-sol et de la capacité de la couverture végétale à absorber l'eau de ruissellement. La fréquence et l'intensité des crues qui interviennent dans un bassin versant sont des paramètres déterminants dans la description du fonctionnement hydraulique d'une rivière (Baker & Milton 1974; Merz & Blöschl 2008a; Merz & Blöschl 2008b).

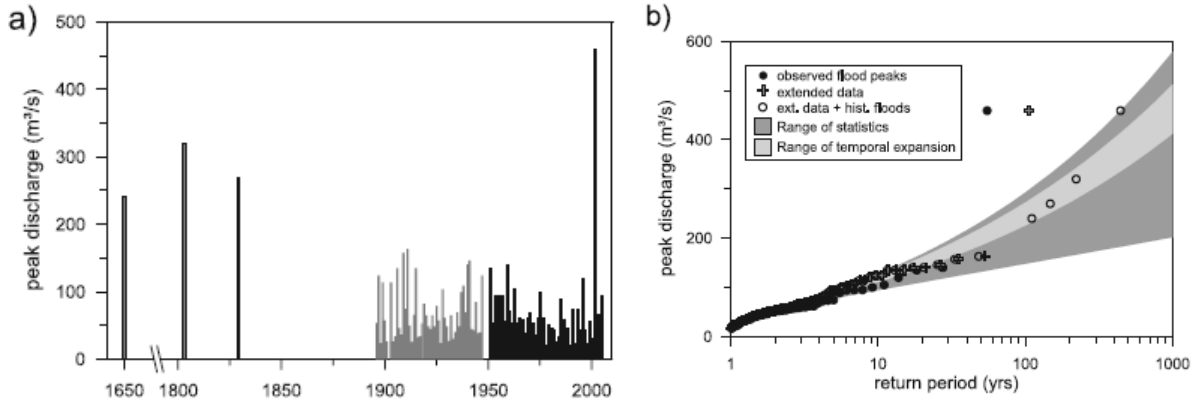


figure 1.10 : a) Distribution temporelle des crues de la rivière Kamp et leurs intensités. b) Période de retour des crues de la rivière Kamp sur la commune de Zwettl (Autriche). (Merz & Blöschl 2008b)

Selon l'intensité et la durée des précipitations qui s'abattent sur un bassin versant, la quantité d'eau de ruissellement peut varier sur plusieurs ordres de grandeurs (figure 1.10). Il en découle une grande variabilité de la vitesse du courant qui dépend de la quantité d'eau présente dans le réseau hydrographique. De ce fait, le mouvement de la charge de fond mobilisera une quantité plus ou moins importante de sédiments. L'étendue de la zone soumise à l'incision durant un épisode de crue varie entre quelques dizaines de mètres carrés dans le cas d'un éboulement mineur sur le versant d'une vallée ou le million de kilomètres carrés pour une modification globale de la morphologie d'une région suite à un événement exceptionnel. (Hirschboeck 1988) a proposé qu'il existait une corrélation entre les échelles spatiales et temporelles des phénomènes météorologiques qui provoquent des crues dans les systèmes fluviatiles terrestres (figure 1.11).

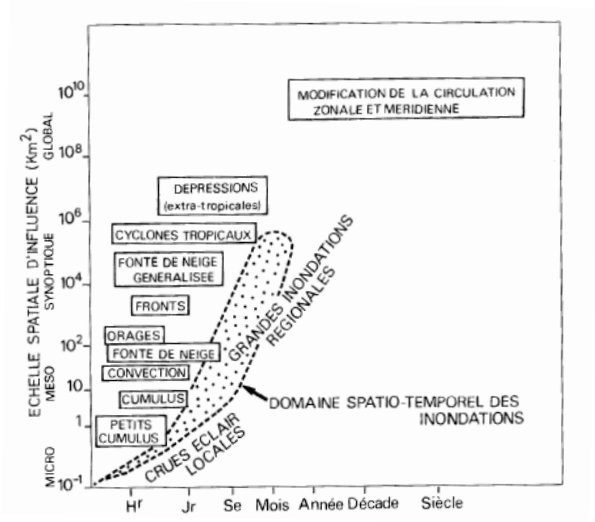


figure 1.11 : Diagramme liant les échelles spatiales et temporelles des crues (Hirschboeck 1988)

Les distributions fréquentielles de la vitesse du courant et des quantités d'eau qui coulent dans un réseau hydrographique sont d'une grande importance dans l'étude du fonctionnement d'un cours d'eau. En effet, ce sont les événements de grande intensité qui sont responsables de l'évolution de la morphologie des cours d'eau. (Snyder 2003b; Snyder 2003a) se base sur l'hypothèse que l'incision des rivières à fond rocheux se produit lors des certains épisodes de crues lorsque la contrainte de cisaillement que le fluide génère sur la couverture sédimentaire dépasse la valeur critique permettant la mise en mouvement des sédiments (figure 1.12). Cette hypothèse inspire le développement du modèle d'incision proportionnelle à la différence entre la contrainte de cisaillement et le seuil de contrainte en dessous duquel il n'y a pas de mouvement de la couverture sédimentaire. Cette approche a été reprise par (Snyder et al. 2000; Stock & Montgomery 1999) pour démontrer l'importance de la prise en compte des événements hydrologiques rares et intenses en terme d'incision. En effet, comme la (figure 1.12) l'illustre, une rivière fonctionne dans un régime non-érosif la majorité du temps et l'incision se produit lors des événements extrêmes.

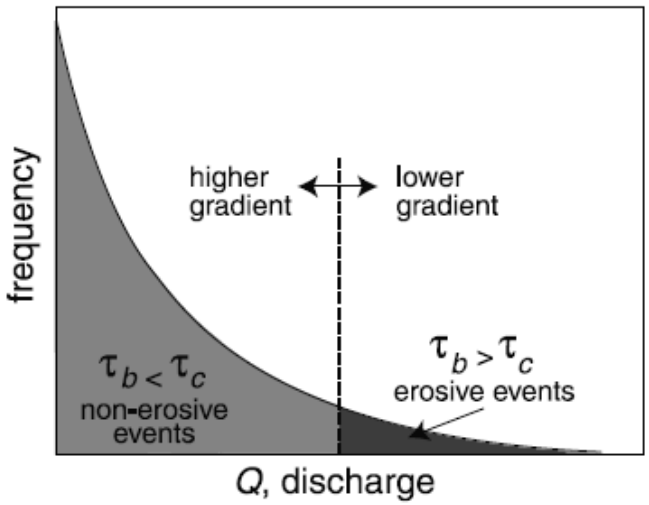


figure 1.12 : Schéma représentant le seuil d'érosion dans un cours d'eau dans un diagramme montrant la fréquence des épisodes de crues en fonction du débit du cours d'eau (Snyder 2003b).

Selon une campagne de mesures de l'incision de rivières à fond rocheux effectuées par (Hartshorn et al. 2002), l'incision verticale d'une rivière se produit lors de crues de fréquence moyenne (période de retour d'une semaine (Wolman M.G. & Miller 1960)) tandis que l'érosion latérale des cours d'eau se produit lors d'événement extrêmes comme le super typhon Bilis dont la période de retour est de l'ordre de 20 ans. Dans son approche numérique de l'incision des rivières à fond rocheux basée sur la fréquence des événements érosifs et leur intensité, (Lague et al. 2005) soulignent la notion de seuil en dessous duquel l'incision du fond rocheux ne se produit pas. La conclusion de cette étude numérique de l'incision insiste sur la nécessité de l'approche stochastique en terme de débit lors du développement de modèle d'incision dans les rivières à fonds rocheux (figure 1.13).

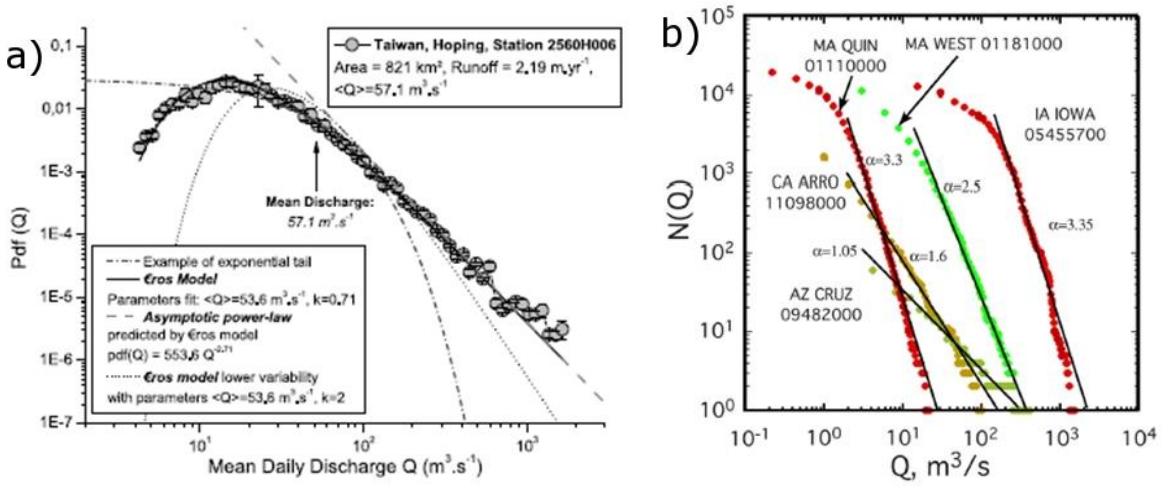


figure 1.13 : a) Densité de probabilité de débit dans la rivière Hoping et pour différents modèles d'évolution de la morphologie des rivières à fonds rocheux (Lague et al. 2005). b) Comparaison entre les fonctions de densité de probabilités mesurées sur des rivières naturelles et celle données par une fonction puissance (Molnar et al. 2006).

Pour (Molnar et al. 2006), l'incision la plus importante est provoquée par les crues exceptionnelles dont la période de retour est de l'ordre du millénaire. L'étude empiriquo-théorique de (Molnar et al. 2006) permet de conclure que les climats arides sont plus propices aux grandes incisions que les climats humides car la variabilité des crues en terme de débit est très importante. (DiBiase & Whipple 2011) concluent que le taux l'incision augmente avec la variabilité des débits et avec l'augmentation de l'intensité moyenne des crues

1.2 Les multiples liens entre les différents paramètres.

L'étude des différentes séries de mesures des paramètres relatifs à la morphologie, à l'hydrologie et au transport sédimentaire dans les cours d'eau permet d'établir des relations entre ces différents paramètres. Ces formules empiriques sont un moyen de déduire des informations sur le fonctionnement d'une rivière sans observer effectivement le cours d'eau en fonctionnement.

1.2.1 Liens entre les paramètres morphologiques des cours d'eau.

Les relations liant les différents paramètres géométriques des rivières naturelles ont été abondamment étudiées empiriquement dont récemment par (Snyder 2003b; Dodov & Foufoula-Georgiou 2004; Finnegan et al. 2007; Yanites & Tucker 2010; Valla et al. 2010). Les formules empiriques reliant les paramètres morphologiques des cours d'eau diffèrent généralement selon la rivière étudiée. Elles sont utilisées dans l'élaboration des modèles numériques d'incision fluviale. Les paramètres géométriques qui interviennent dans ces relations sont : la pente moyenne, la pente locale, la largeur du chenal d'écoulement et l'aire du bassin versant. Elles sont illustrées par les figure 1.14, figure 1.15 et figure 1.16 et sont exprimées par les relations (1.13) à (1.19) :

(1.13) $W_c \sim A^{0,46}$ si $A < 10^3\ km^2$ et $W_c \sim A^{0,10}$ si $A > 10^3\ km^2$ (Dodov & Foufoula-Georgiou 2004)

(1.14) $S \sim A^{-0,32}$ (Dodov & Foufoula-Georgiou 2004)

(1.15) $S \sim A^{-0,40}$ (Valla et al. 2010)

(1.16) $W_c \sim S^{-3/16}$ (Yanites & Tucker 2010)

(1.17) $W_c \sim S^{-1,23}$ (Etages $(A = 14\ km^2)$ (Valla et al. 2010)

(1.18) $W_c \sim S^{-0,59}$ (Diable $(A = 20\ km^2)$ (Valla et al. 2010)

(1.19) $W_c \sim S^{-0,23}$ (Gâ $(A = 42\ km^2)$ (Valla et al. 2010)

La variabilité des exposants mesurés pour établir ces relations indique une forte dépendance de ces relations selon la rivière étudiée.

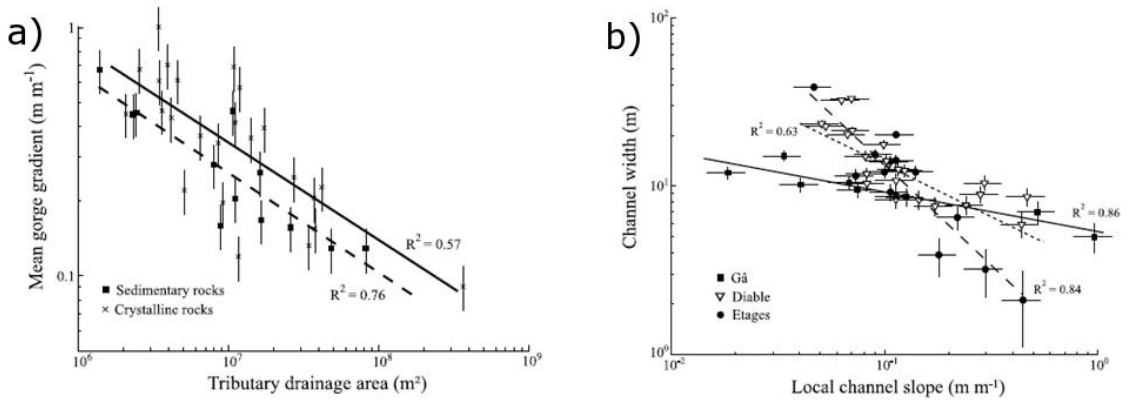


figure 1.14: a) Relation entre la pente moyenne des rivières Etages, Diable et Gâ (France) et l'aire de leur bassin versant (Valla et al. 2010). b) Relation entre la largeur du chenal d'écoulement et la pente locale (Valla et al. 2010).

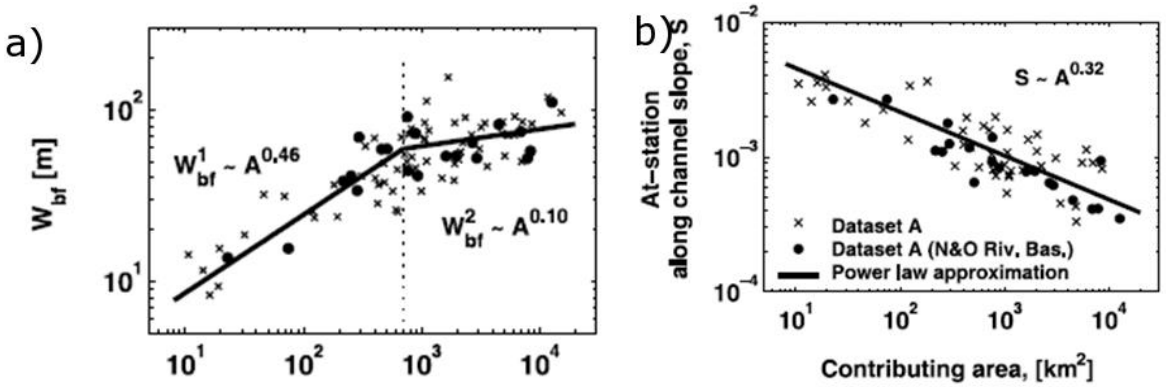


figure 1.15: a) Relation entre la largeur du chenal à plein débit et l'aire du bassin versant des rivières Neosho et Osage (U.S.A.) et la régression extraite de ces mesures (Dodov & Foufoula-Georgiou 2004). b) Relation entre la pente locale et l'aire du bassin versant dans les mêmes rivières (Dodov & Foufoula-Georgiou 2004).

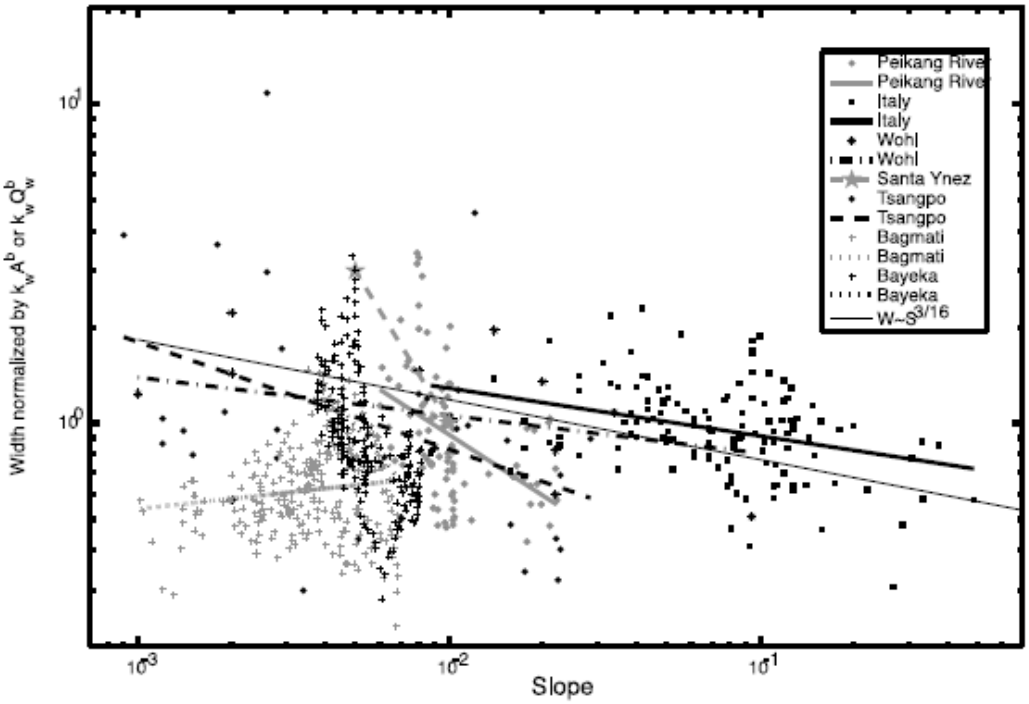


figure 1.16: Données de terrain illustrant les relations entre la largeur du chenal d'écoulement et la pente de différentes rivières à fond rocheux (Yanites & Tucker 2010).

1.2.2 Liens entre les paramètres morphologiques et les paramètres hydrologiques.

La relation (1.20) qui relie l'aire du bassin versant et le débit de la crue annuelle moyenne (figure 1.17) est utilisée par (Whipple & Tucker 1999; Crosby et al. 2007; Gasparini et al. 2007) pour établir des modèles numérique d'évolution du relief et fait consensus au sein de la communauté géomorphologique. Elle a été établie par la compilation des données de différentes études de terrain.

$$Q = k_q A^c \qquad (1.20)$$

Le coefficient k_q et l'exposant c dépendent du climat, de la distribution temporelle des épisodes de crues, des processus de ruissellement, du débit effectif et de la topologie du bassin versant. Par exemple, (Anctil et al. 1998) proposent les valeurs $k_q = 1{,}61$ et $c = 0{,}70$. Toutefois, ces valeurs ne peuvent pas être utilisées pour toutes les rivières. Cette relation est utilisée pour élaborer des modèles hydrologiques. Par exemple, dans le modèle numérique de formation de bassin versant développé par (Crosby et al. 2007), la valeur de l'exposant c est pris égal à 1 ainsi que celle de k_q.

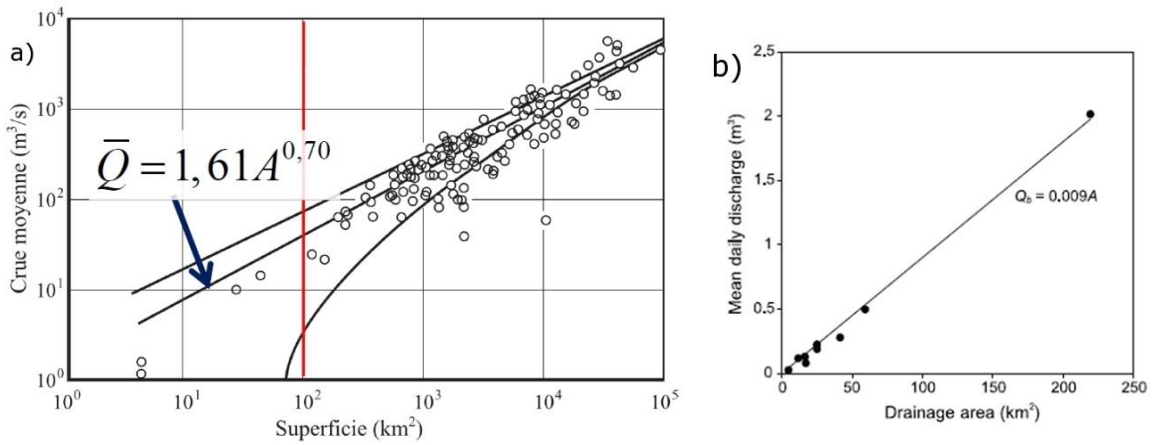


figure 1.17: a) Jeu de données permettant l'établissement de la relation débit moyen/Aire de drainage (Anctil et al. 1998). b) Mesures de terrain du débit moyen en fonction de l'aire du bassin versant pour différentes rivière dans le massif de San Gabriel, Californie (DiBiase & Whipple 2011).

La relation (1.21) entre le débit liquide et la largeur du chenal d'écoulement est utilisée par (Crosby et al. 2007; Gasparini et al. 2007; Whipple & Tucker 1999) :

$$(1.21) \qquad W = k_w Q^b$$

Selon (Whipple & Tucker 1999), cette relation empirique a été contrainte par (Leopold & Maddock 1953), pour des rivières alluviales. La valeur moyenne de b extraite des mesures de (Leopold & Maddock 1953) effectuées sur 20 sections de rivières est $b = 0{,}26$. Toutefois, cette valeur est sujette à des variations. Le paramètre k_w dépend de la nature de la roche, de la charge de sédiment, du processus d'incision. Cette relation entre aussi dans la construction de modèles numériques de développement de réseaux fluviatiles (Crosby et al. 2007; Gasparini et al. 2007). Les valeurs retenues par ces auteurs sont : $b = 0{,}5$ et $k_w = 1$. On peut également construire une relation entre la largeur du chenal et l'aire du bassin versant (1.22) (figure 1.18) en combinant les formules précédemment décrites. Cette relation a été caractérisée empiriquement par (DiBiase & Whipple 2011) :

$$(1.22) \qquad W = k_w (k_q A^c)^b$$

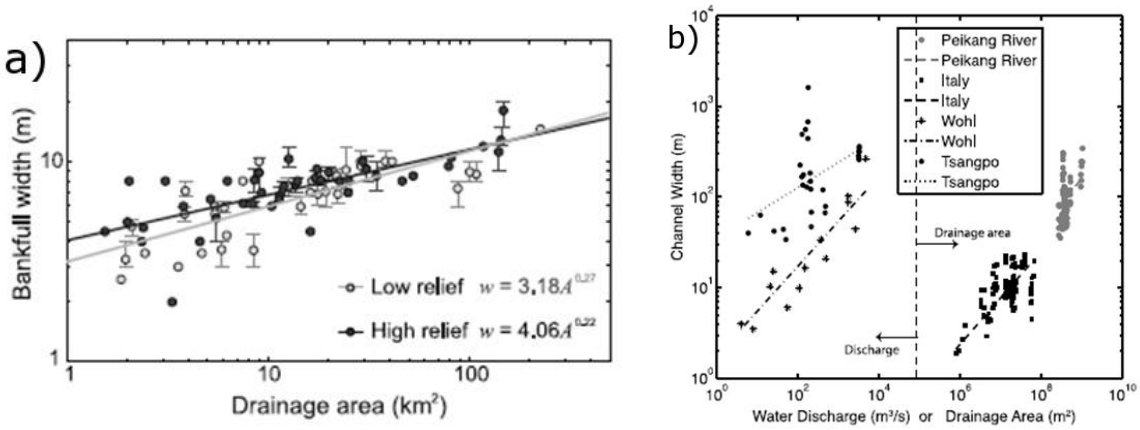


figure 1.18: a) Mesures de terrain permettant l'ajustement de relations entre la largeur du chenal d'écoulement et l'aire du bassin versant (DiBiase & Whipple 2011). b) Mesures de terrain de la largeur du chenal d'écoulement et le débit ou l'aire du bassin versant (Yanites & Tucker 2010).

La relation (1.23) reliant la vitesse moyenne de l'écoulement, le rayon hydraulique de la rivière et la pente a été établi empiriquement par (Manning 1891) et fait intervenir le coefficient de Manning (n) qui dépend de la rugosité du lit. La valeur de n varie entre 0,026 pour des chenaux naturels peu rugueux et 0,083 si le lit est constitué par des blocs rocheux.

$$(1.23) \qquad U_{moy} = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

Cette relation est utilisée notamment par (Lague 2010) pour déterminer la hauteur d'eau dans un chenal. (Turowski et al. 2007) se sert également de cette expression pour connaître la valeur de la vitesse moyenne de l'écoulement pour élaborer des modèles numériques d'évolution de la morphologie des rivières à fond rocheux.

Le développement des modèles théoriques hydrodynamiques permet l'établissement de relations qui décrivent les contraintes visqueuses en fonction de différents paramètres. La contrainte cisaillante qui s'exerce sur le fond rocheux est une fonction de la masse volumique du fluide, de la gravité, de la géométrie du chenal et de la pente longitudinale de la rivière. Plusieurs expressions sont utilisées pour relier la contrainte cisaillante aux paramètres morphologiques de la rivière. (Whipple & Tucker 1999; Heald et al. 2004) utilisent une formule (1.24) où le seul paramètre hydraulique est la hauteur d'eau. D'autres auteurs (Turowski et al. 2007; Hodge et al. 2011) se basent sur une expression faisant apparaître le rayon hydraulique (1.25).

$$(1.24) \qquad \tau = \rho g h_l S$$

$$(1.25) \qquad \tau = \rho g R_h S$$

La contrainte cisaillante peut également être estimée en fonction des seuls paramètres morphologiques du cours d'eau grâce à l'équation (1.26). (Crosby et al. 2007; Gasparini et al. 2007) utilisent l'expression suivante qui donne la contrainte cisaillante en fonction de l'aire du bassin versant et de la pente du chenal :

$$(1.26) \qquad \tau = k_\tau A^{\frac{1}{3}} S^{\frac{2}{3}}$$

D'après (Crosby et al. 2007), le coefficient k_τ, exprimé dans l'équation (1.27), dépend des propriétés du fluide, de la morphologie du bassin versant et de la morphologie du chenal. (Gasparini et al. 2007) donne l'expression de k_τ où f est le coefficient de Darcy, un paramètre sans dimension qui dépend de la rugosité du lit.

$$(1.27) \qquad k_\tau = \frac{\rho g^{2/3} f^{1/3} {k_q}^{1/3}}{2{k_w}^{2/3}}$$

L'approche de Reynolds des équations de Navier-Stokes consiste à introduire des fluctuations turbulentes autour des valeurs moyennes des grandeurs physiques dans les équations de la dynamique des fluides. Cette approche est un modèle complet de l'écoulement turbulent qui permet d'introduire des relations entre la contrainte cisaillante au sein du fluide et le profil de vitesse. La dissipation d'énergie au sein de l'écoulement par frottement visqueux est responsable de la variation de la vitesse du fluide en fonction de la profondeur. Dans le cas d'un écoulement en régime turbulent, la contrainte cisaillante (1.28) qui s'exerce sur une couche de fluide à une hauteur z au dessus du lit rocheux s'exprime en fonction de la densité du fluide, de la constante de Von Kármán $(\kappa = 0{,}41)$ et du gradient vertical de vitesse :

$$(1.28) \qquad \tau = \rho \kappa^2 z^2 \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2$$

La vitesse de cisaillement est définie par la relation (1.29). Dans l'hypothèse d'un écoulement moyen turbulent stationnaire, le profil vertical de vitesse est décrit par une fonction logarithmique (1.30) (figure 1.19) qui fait intervenir la rugosité du lit rocheux ($z_0 = \frac{D}{30}$).

$$(1.29) \qquad U^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$$

$$(1.30) \qquad U(z) = \frac{U^*}{\kappa} ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

Ces développement théoriques ont été utilisés par de nombreux auteurs afin de prédire le comportement d'un écoulement turbulent (Nikuradse 1933), la mise en place de figures sédimentaires fluviales par transport sédimentaire (Valance 2005; Fourrière et al. 2010) ou l'incision du lit rocheux par la couverture sédimentaire (Lamb et al. 2008). Les mesures expérimentales du profil de vitesse d'un écoulement turbulent (figure 1.19) effectuées par (Lajeunesse et al. 2010) ainsi que le profil de vitesse d'une rivière naturelle (figure 1.20) mesuré par (Westenbroek 2006) valident l'utilisation du profil théorique logarithmique.

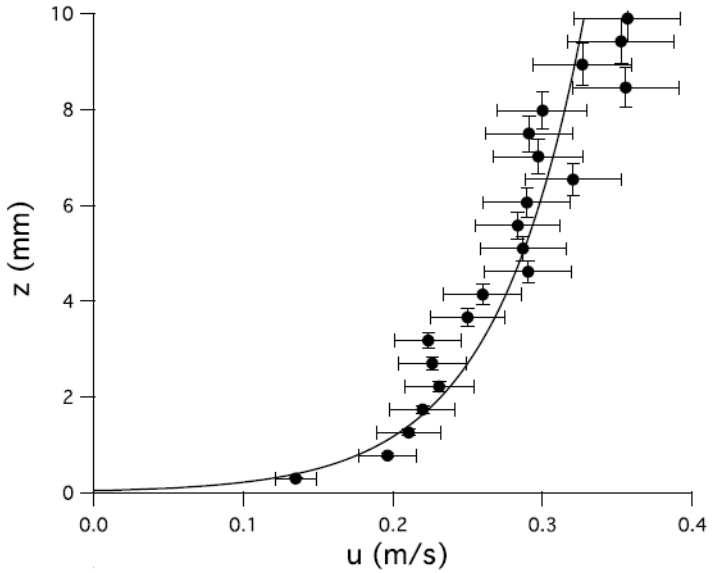


figure 1.19: Profil logarithmique d'un écoulement moyen turbulent. Les points correspondent à des mesures expérimentales effectuées dans un chenal large d'une dizaine de centimètre. La ligne pleine est l'ajustement par un profil logarithmique. (Lajeunesse et al. 2010)

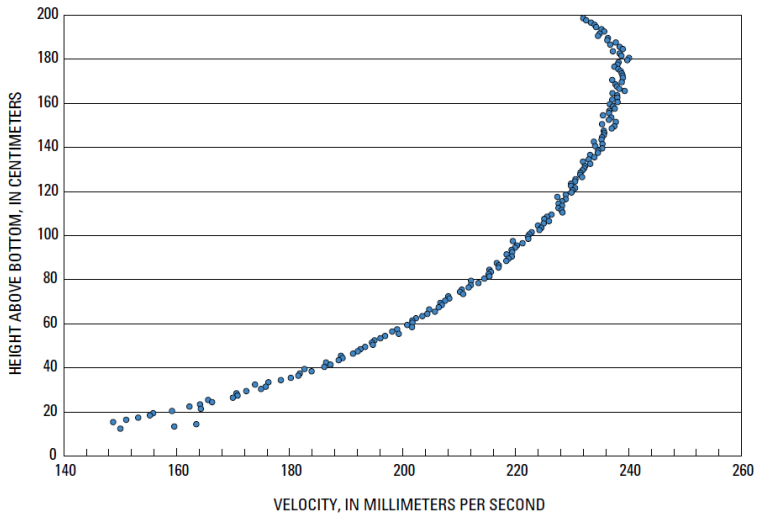


figure 1.20 : Profil d'écoulement établi par vélocimétrie doppler dans la rivière Fox, Wisconsin, U.S.A. (Westenbroek 2006)

1.2.3 Liens entre les paramètres hydrologiques et le transport sédimentaire

Le transport de sédiments par un écoulement se produit dès que la vitesse de l'écoulement est suffisante. Le mouvement d'un sédiment est dû à la force de traînée turbulente que l'écoulement exerce sur lui alors que la force de frottement solide qui est proportionnelle à la gravité tend à s'opposer à son mouvement. Le mouvement de sédiments se produit dès lors que le nombre de Shields dépasse une valeur critique. L'expression du nombre de Shields (1.31) utilisée fait intervenir la vitesse de cisaillement du fluide (U^*) et le diamètre des sédiments (D).

$$(1.31) \qquad \Theta = \frac{\rho (U^*)^2}{(\rho_s - \rho) g D}$$

De nombreux auteurs se sont intéressés à la loi de transport sédimentaire, c'est à dire à la relation entre le flux de sédiments (Q_s) dans une rivière, le nombre de Shields et sa valeur critique. Les premiers travaux visant à caractériser le transport sédimentaire en fonction de la vitesse de l'écoulement ont été basés sur des mesures de terrain dans les rivières East Fork et Clear water (Bagnold & Beech 1977), sur des résultats expérimentaux (Williams 1970) ; (Meyer-Peter & Müller 1948) ; (Bridge & Dominic 1984) et sur des modèles théoriques (Einstein 1950) ; (Bagnold 1973) ; (Engelund & Fredsoe 1976).

Toutes ces études menées depuis un demi-siècle confirment l'existence d'un seuil critique de mise en mouvement des sédiments. Au-delà de ce seuil, l'évolution du flux de sédiment

dépend de la vitesse de l'écoulement selon une loi de puissance dont l'exposant est encore sujet à discussion (table 1.2).

(Meyer-Peter & Müller 1948)	$8(\Theta - \Theta_0)^{\frac{3}{2}}$	Empirique
(Einstein 1950)	$12f(\Theta - \Theta_0)^{\frac{3}{2}}$	Théorique
(Bagnold 1973)	$\frac{V}{\mu\sqrt{Rgd}}(\Theta - \Theta_0)$	Théorique
(Engelund & Fredsoe 1976)	$18.74(\Theta - \Theta_0)\left(\sqrt{\Theta} - 0.7\sqrt{\Theta_0}\right)$	Théorique
(Bridge & Dominic 1984)	$\frac{\alpha}{\mu}(\Theta - \Theta_0)\left(\sqrt{\Theta} - \sqrt{\Theta_0}\right)$	Empirique et théorique

table 1.2 : Formules proposées pour le flux de sédiment (Q_s) en fonction du nombre de Shields et de sa valeur critique dans un écoulement turbulent.

Plus récemment, une méthode pour déterminer les lois de transport sédimentaire a été développée par (Charru & Mouilleron-Arnould 2002) grâce à un modèle analytique de mise en mouvement des sédiments par un écoulement visqueux linéaire (figure 1.21).

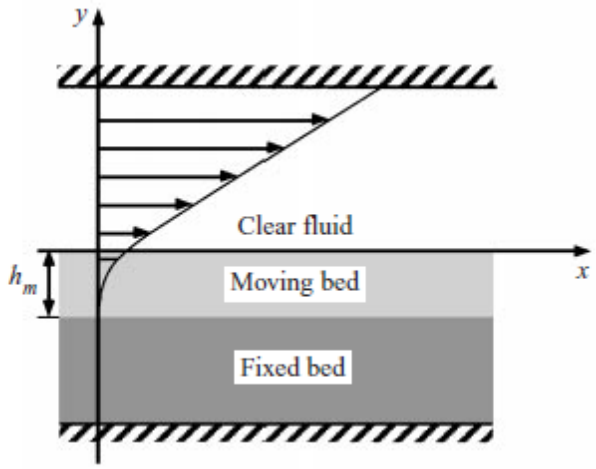


figure 1.21 : Schéma illustrant le modèle à 3 couches pour étudier le mouvement d'un lit de sédiment sous un écoulement turbulent (Charru & Mouilleron-Arnould 2002).

L'estimation du débit solide (1.32) est basée sur l'intégration de la quantité de mouvement d'une couche mobile de sédiment.

$$(1.32) \qquad Q_s = \int_{-h_m}^{0} \Phi(z)U(z)dz$$

L'épaisseur de la couche mobile (1.33) est une fonction linéaire de la taille des sédiments et s'exprime :

$$(1.33) \qquad h_m \approx 14\,D$$

Le flux de sédiments en fonction de la vitesse de l'écoulement, du débit dans une rivière ou de la contrainte cisaillante sur la couverture sédimentaire est une clé dans la compréhension de la dynamique de la couverture sédimentaire. Cet aspect a été récemment développé numériquement par (Lague 2010) afin de reproduire et d'affiner la dépendance entre le flux de sédiment et le débit d'eau. Des études expérimentales ont été effectuées dans des canaux circulaires par (Attal & Lavé 2009) pour contraindre la relation entre le flux de sédiment et la vitesse de l'écoulement (figure 1.22).

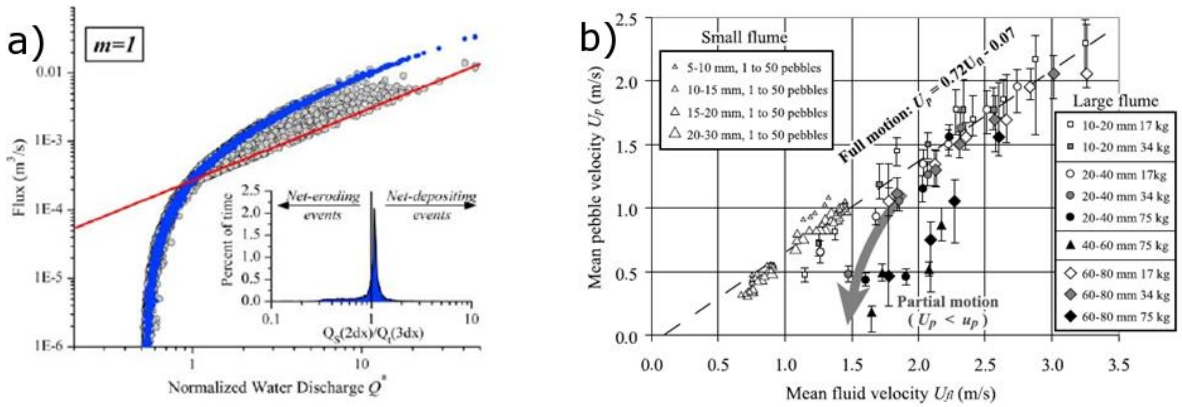


figure 1.22: a) Résultat numérique sur l'évolution du flux de sédiments en fonction du débit (Lague 2010). b) Mesures expérimentales du flux de sédiments en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement (Attal & Lavé 2009).

1.3 Différents modèles d'incision

L'expression générale (1.34) qui donne la variation temporelle du profil longitudinal d'une rivière $h(x)$ en fonction du soulèvement du substrat rocheux $Up(x)$, de la divergence du débit de sédiment $Q_s(x)$ et du taux d'incision du fond de la rivière $I(x)$ s'écrit :

$$(1.34) \qquad \frac{dh(x)}{dt} = Up(x) - \nabla\big(Q_s(x)\big) - I(x)$$

Il y a deux régimes asymptotiques classiquement utilisés pour modéliser l'évolution d'une rivière. Le régime du « transport-limited » dans lequel la charge sédimentaire est plus grande que la capacité de transport de l'écoulement et le régime du « detachment-limited » pour lequel la charge sédimentaire est inférieure à la capacité transport de l'écoulement. Le régime du « transport-limited » s'observe dans les rivières alluviales. L'incision en « transport-limited » est une fonction de Q_s et l'évolution de la hauteur du lit est donnée par l'équation d'Exner (1.35).

$$(1.35) \qquad \frac{dh(x)}{dt} = -\nabla\big(Q_s(x)\big)$$

Le régime du « detachment-limited » s'observe dans les rivières à fond rocheux. Dans ce régime, on considère en général que l'incision de ces rivières ne dépend pas de Q_s. L'équation d'évolution dans ce cas (1.36) se déduit de la relation (1.34) en considérant que la surrection du terrain est nulle $(Up(x) = 0)$.

$$(1.36) \qquad \frac{dh(x)}{dt} = -I(x)$$

Jusque dans les années 2000, ces deux régimes étaient envisagés séparément dans l'élaboration des modèles d'incision. Le régime du « detachment-limited » est insuffisant pour étudier l'incision des rivières à fonds rocheux car il ne prend pas en compte les aspects mécaniques de l'interaction entre la couverture sédimentaire et le substrat rocheux. En effet, seule une approche statistique a été envisagée pour décrire les impacts qui génèrent l'incision. Nous allons traiter le problème de l'incision et plus particulièrement les aspects mécaniques de l'interaction entre le socle rocheux et la couverture sédimentaire.

1.3.1 Profils uni-dimensionnels stationnaires.

L'objectif des modèles développés par (Whipple & Tucker 1999) ou (Davy & Lague 2009) est de reproduire les profils longitudinaux qui ont été observées sur des rivières naturelles lors de multiples campagnes de terrain par de nombreux auteurs comme (Howard et al. 1994) et (Valla et al. 2010) (figure 1.23). La loi empirique de Hack (1.37) (Hack 1957) relie l'aire du bassin versant d'un cours d'eau à la distance à la source (x) et s'insère dans l'équation d'évolution du lit par l'intermédiaire de l'équation (1.39), ce qui amène à l'équation (1.38) en prenant $Up(x) = 0$. La valeur de l'exposant de la loi de Hack est compris entre $H = 1{,}67$ et $H = 1{,}92$ pour des rivières naturelles.

$$(1.37) \qquad A = k_H x^H$$

$$(1.38) \qquad \frac{dz}{dt} = K(k_H x^H)^m \left(\frac{dz}{dx}\right)^n$$

En régime permanent, les solutions de l'équation (1.38) dépendent des valeurs des exposants m et n. Elles sont représentées sur la (figure 1.24).

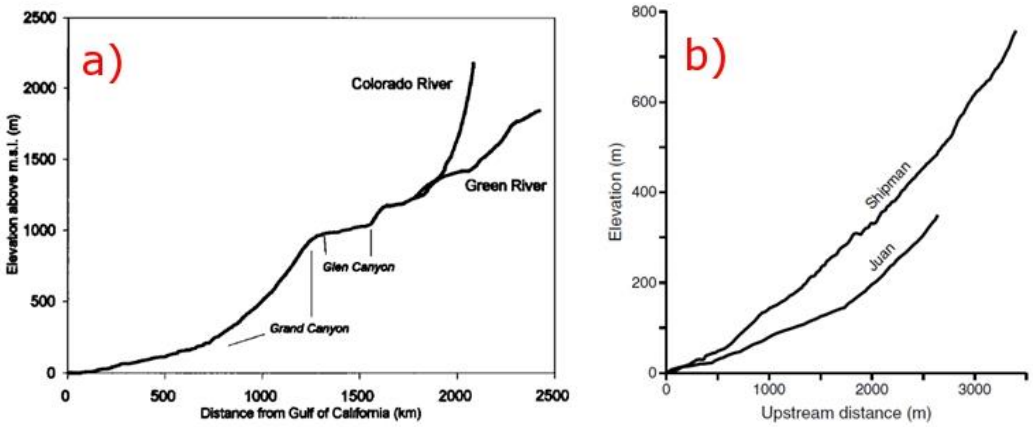


figure 1.23 : a) Profil longitudinal de Colorado River et de Green River (Howard et al. 1994). b) Profil longitudinal de Juan Creeks et Shipman Creeks (Royden & Taylor Perron 2013).

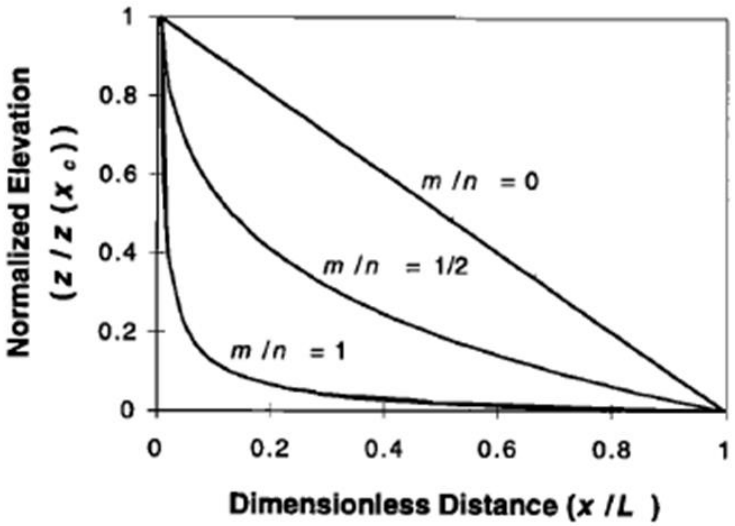


figure 1.24 : Solutions numérique stationnaires de l'équation d'évolution du profil longitudinal d'une rivière à fond rocheux en fonction du rapport m/n. Le rapport m/n pour les rivières naturelles est proche de $1/2$ (Whipple & Tucker 1999).

L'évolution du profil longitudinal d'une rivière naturelle à fond rocheux est marquée par l'alternance de perturbations de l'état d'équilibre du profil et de remise à l'équilibre. Les perturbations du profil prennent la forme de rupture de pente. Ces ruptures de pentes se traduisent sur le terrain par des rapides ou des cascades (figure 1.25).

figure 1.25: a) Cascade East Fork sur le plateau du Roan (U.SA.) (Berlin & Anderson 2007) . b) Rivière Zhe Qu (Chine) (Harkins et al. 2007).

(Valla et al. 2010) a observé que les ruptures de pente se situent principalement là où un cours d'eau principal et un de ses affluents se rejoignent (figure 1.26). (Harkins et al. 2007) a également observé qu'une rupture de pente dans le profil d'une rivière s'accompagne d'une transition entre les types "rivières alluviales" et "rivières à fond rocheux", ce qui conforte (Stark et al. 2009) et (Lague 2010) dans leur conception mixte du modèle d'incision.

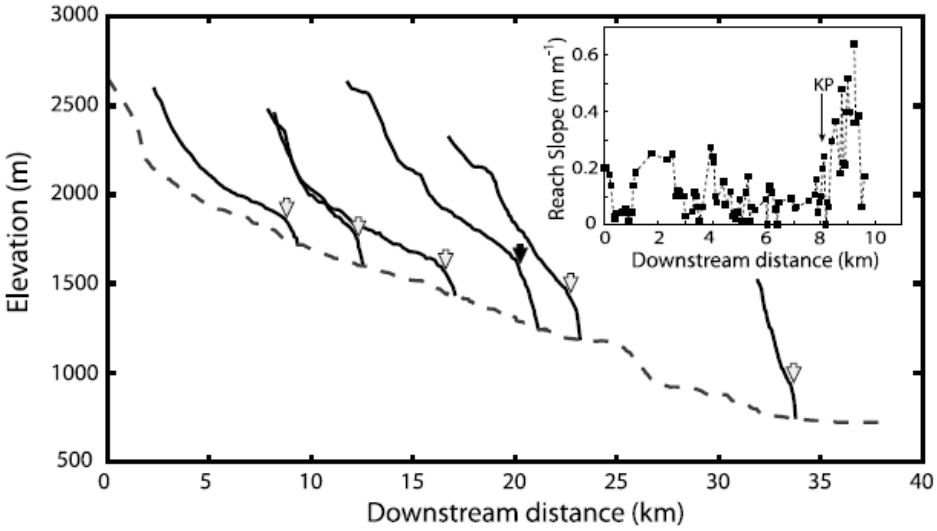


figure 1.26 : Ruptures de pente dans le profil longitudinal de plusieurs affluents du Vénéon. Leurs emplacements sont marqués par une flèche (Valla et al. 2010).

Des études de terrain effectuées par (Berlin & Anderson 2007) et un modèle numérique élaboré par (Davy & Lague 2009) traitent de la migration de ces ruptures de pente. Ces études montrent que les positions des ruptures de pente évolue au cours du temps. Le profil longitudinal non stationnaire d'une rivière évolue entre deux profils stationnaires d'élévations différentes dont la continuité est assurée par la rupture de pente (figure 1.27)

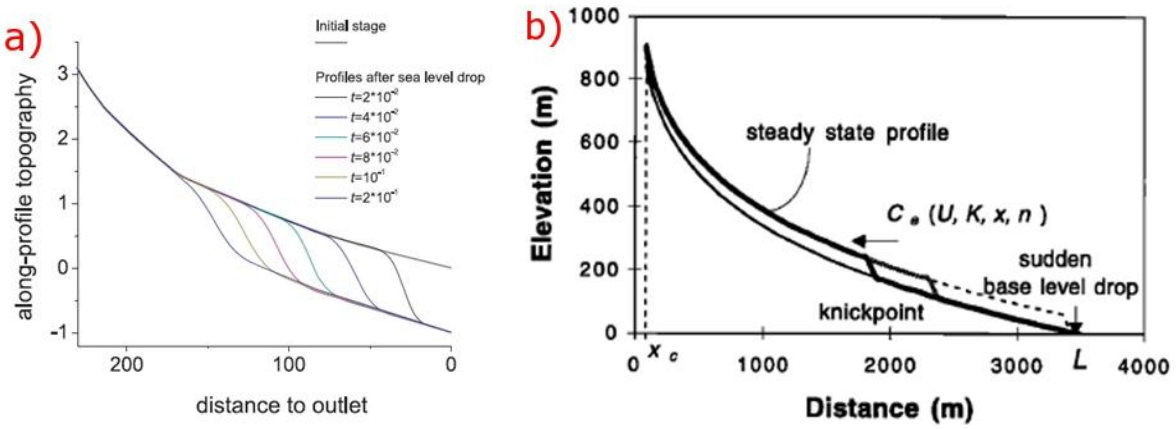


figure 1.27: La migration d'une rupture de pente reproduite par des modèles numériques d'incision . Deux zones qui suivent des profils à l'équilibre sont séparés par une zone de rupture de pente. a) (Davy & Lague 2009). b) (Whipple & Tucker 1999).

1.3.2 Modélisation locale de l'incision des rivières à fonds rocheux.

L'étude de l'incision des rivières à fond rocheux a été initiée par (Gilbert 1877) et (Gannett 1893) qui furent les premiers à émettre l'hypothèse que le taux d'incision des rivières à fond rocheux est une fonction de la résistance de la roche, de la puissance du courant et de la pente du lit. (Howard & Kerby 1983) furent les premiers à développer un modèle d'incision basé sur le fait que le taux d'incision suit une loi de puissance de l'aire du bassin versant et de la pente du lit. Cette idée fut reprise par (Seidl & Dietrich 1992), (Tucker & Slingerland 1994) qui proposèrent la relation (1.39) :

$$\text{(1.39)} \qquad \mathrm{I} = \frac{dz}{dt} = KA^m S^n$$

où les exposants m et n dépendent des rivières considérées. Cette loi est utilisée par (Stock & Montgomery 1999) et (Whipple & Tucker 1999) pour calibrer la valeur de la constante K et des exposants m et n.

Une autre approche se base sur l'hypothèse que l'incision est due aux impacts des sédiments sur le fond de la rivière et donc nécessite d'introduire une dépendance de I vis à vis de Q_s. Le modèle consiste à relier le taux d'incision d'un lit rocheux à la contrainte cisaillante que l'écoulement exerce sur le fond rocheux. (Howard & Kerby 1983), (Howard et al. 1994) et (Snyder 2003b) utilisent la relation (1.40) :

$$\text{(1.40)} \qquad I = k_e(\tau - \tau_c)^a$$

où k_e dépend de la lithologie et a varie avec le processus d'érosion. (Howard et al. 1994) avance que l'érosion dans les rivières à fond rocheux se produit suite au détachement de matériel dû aux impacts entre la charge de fond et le substrat rocheux. L'influence de l'aire du bassin versant, de la pente du lit rocheux et de la proportion du lit couvert par les sédiments est soulignée par (Howard et al. 1994).

Du point de vue expérimental, la première étude directe de l'incision de rivière à fond rocheux a été menée par (Sklar & Dietrich 2001) qui ont effectué une série de mesure du taux d'incision d'un substrat rocheux par des sédiments mis en mouvement par un écoulement turbulent. Le dispositif expérimental est constitué d'un cuve cylindrique de 22 cm de diamètre rempli d'eau au fond duquel un disque rocheux est posé. Une quantité variable de sédiments est mis en mouvement par un écoulement généré par une hélice qui tourne à 32 cm au dessus du fond de la cuve. Cette étude démontre que l'incision d'un substrat rocheux augmente avec la quantité de sédiments transportée par l'écoulement et diminue à partir d'une certaine quantité de sédiments (figure 1.28).

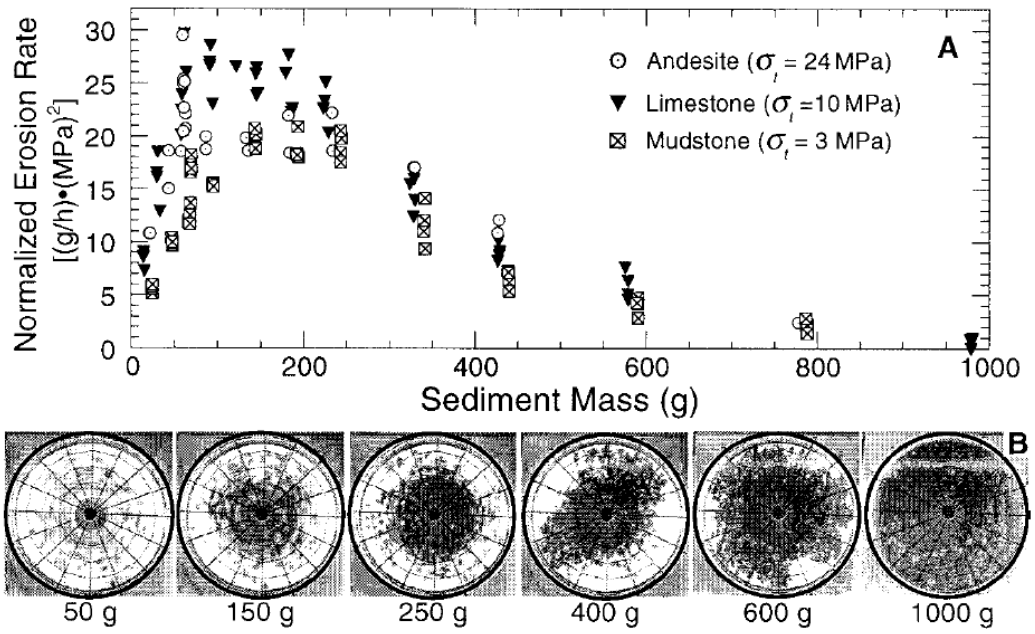


figure 1.28 : A : Mesures du taux d'érosion normalisée en fonction de la masse de sédiments présents dans le dispositif. B : Répartition des sédiments dans le cylindre pour différentes masses. (Sklar & Dietrich 2001)

Pour des faibles masses de sédiment, comme les sédiments ne sont pas présent en quantité suffisante pour protéger le substrat rocheux des impacts, lorsque la masse de sédiments augmente, le nombre d'impact entre la couverture sédimentaire et le fond du système augmente. On observe alors la croissance du taux d'incision. Pour des masses de sédiments suffisamment grandes, une partie de la couverture sédimentaire est immobile et protège le fond. Il y a donc une diminution du nombre d'impact sur le substrat rocheux, ce qui aboutit à une diminution du taux d'incision.

À partir de ces constatations empiriques, de nombreux auteurs développèrent des modèles numériques d'incision en faisant appel à des arguments mécaniques pour expliquer l'incision des rivières à fond rocheux par l'action de la charge de fond (figure 1.29). (Sklar & Dietrich 2004) font l'hypothèse que l'énergie transférée au fond de la rivière est proportionnelle au volume arraché au substrat rocheux par l'impact d'un galet (V_i), au nombre d'impacts par unité de temps (I_r) et à la fraction de la surface du substrat qui n'est pas recouverte par les sédiments (F_e), ce qui amène à établir la relation (1.41).

$$I = E = V_i I_r F_e \qquad (1.41)$$

Cette approche est fortement dépendante de l'expression supposée pour le volume érodé par impact. (Sklar & Dietrich 2004) proposent une expression basée sur la différence entre l'énergie cinétique de la particule et une énergie seuil au-dessus de laquelle des morceaux de substrat se détachent. Cette notion de seuil d'énergie a été abordée par (Head & Harr 1970) pour des matériaux métalliques et sera discutée au chapitre 3. Cette vision stochastique suppose que les galets de la charge de fond sont en saltation et suivent une trajectoire identique. Ce modèle met en évidence l'effet de protection dû aux sédiments immobiles présents dans le lit des rivières à fond rocheux (figure 1.30, figure 1.31).

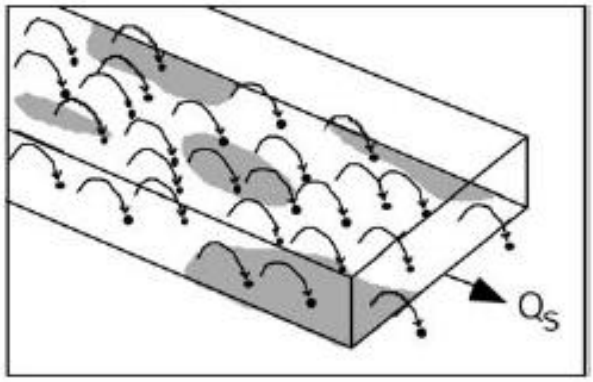


figure 1.29 : Illustration du modèle d'incision par impacts de galets sur un substrat rocheux partiellement recouvert de sédiments immobiles. En noir les galets et leurs trajectoires, en gris les zones protégées de l'incision par les galets statiques et en blanc les zones accessibles aux impacts. (Sklar & Dietrich 2004)

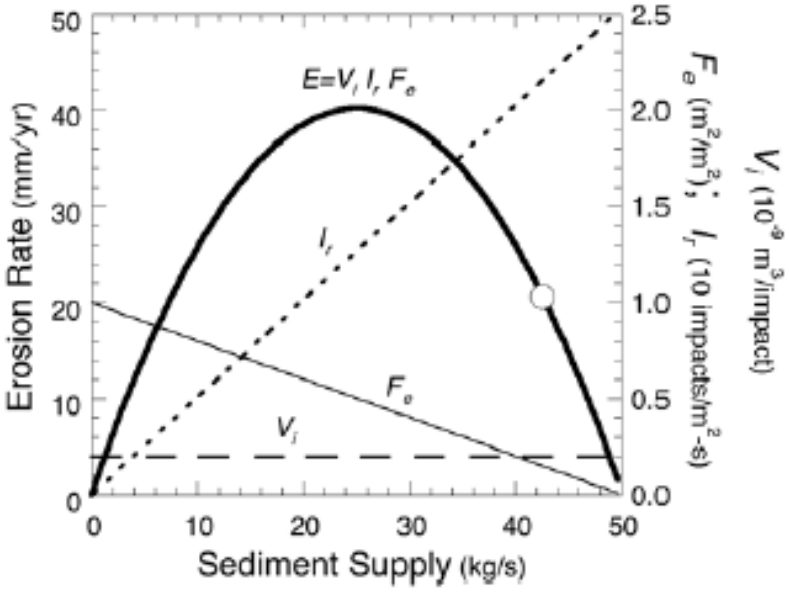


figure 1.30 : Taux d'incision d'une rivière à fond rocheux en fonction du flux de sédiment. On constate un effet protecteur quand une grande quantité de sédiment est présente. (Sklar & Dietrich 2004)

La (figure 1.30) montre que si le nombre d'impact est proportionnel au débit de sédiments et que si la fraction de couverture décroit linéairement avec le débit de sédiments, alors le taux d'incision suit une courbe en cloche qui est symétrique et centrée sur la valeur médiane du débit de sédiments. Le modèle proposé par (Turowski et al. 2007) utilise une décroissance exponentielle de la fraction de couverture et aboutit à un taux d'incision plus conforme aux mesures expérimentales de (Sklar & Dietrich 2001) (figure 1.31).

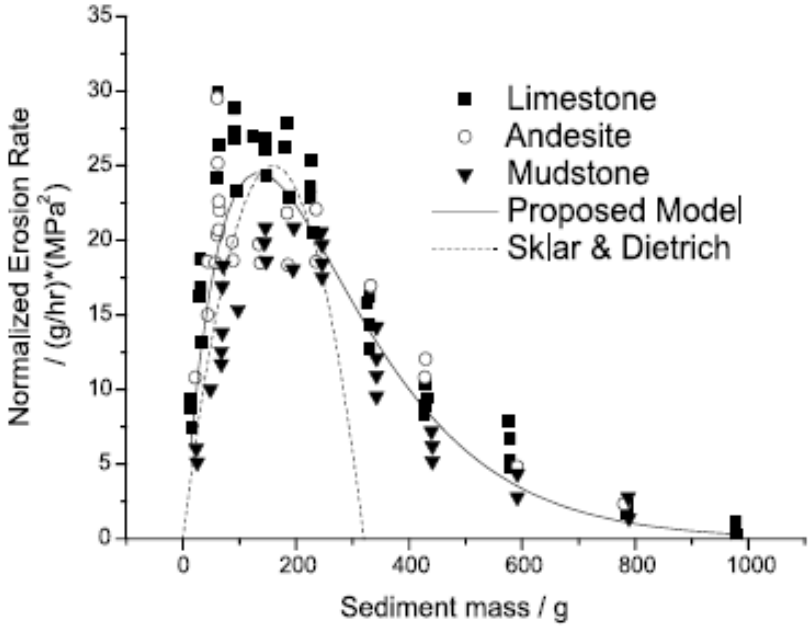


figure 1.31 : Taux d'incision en fonction de la quantité de sédiments présents sur le lit rocheux. Les carrés, les cercles et les triangles sont des mesures expérimentales effectuées par (Sklar & Dietrich 2001). La ligne pointillée est le résultat du modèle numérique de (Sklar & Dietrich 2004). La ligne pleine est le résultat du modèle de (Turowski et al. 2007).

Les résultats expérimentaux de (Sklar & Dietrich 2001) et l'approche numérique de (Sklar & Dietrich 2004) montrent que le débit solide est un paramètre important de l'incision des rivières à fonds rocheux. Des raffinements du modèle d'incision par impacts ont été apporté par différents auteurs. (Bridges et al. 2005) ont apportés des précisions sur les trajectoires effectives suivies par des particules en saltation dans un écoulement turbulent, (Paola & Voller 2005) et (Turowski 2009) ont établi des équations qui décrivent les échanges de particules entre la couche de sédiments immobiles et la charge de fond et (Turowski et al. 2007) ont développé une description statistique du nombre d'impacts et de leur efficacité.

1.3.3 Effets à long terme de l'incision d'une rivière.

La relation (1.34) a été utilisé par (Lague 2010) ou (Stark et al. 2009) qui ont développé des modèles numérique d'évolution du lit d'une rivière sur un temps long (plusieurs dizaine de milliers d'années) (figure 1.32, figure 1.33). Ces approches décrivent l'évolution de

la géométrie du chenal d'écoulement en tenant compte de l'évolution des paramètres hydrauliques en terme de fréquence et d'intensité. tiennent compte de la charge sédimentaire, du débit d'eau et des paramètres géométriques de la rivière.

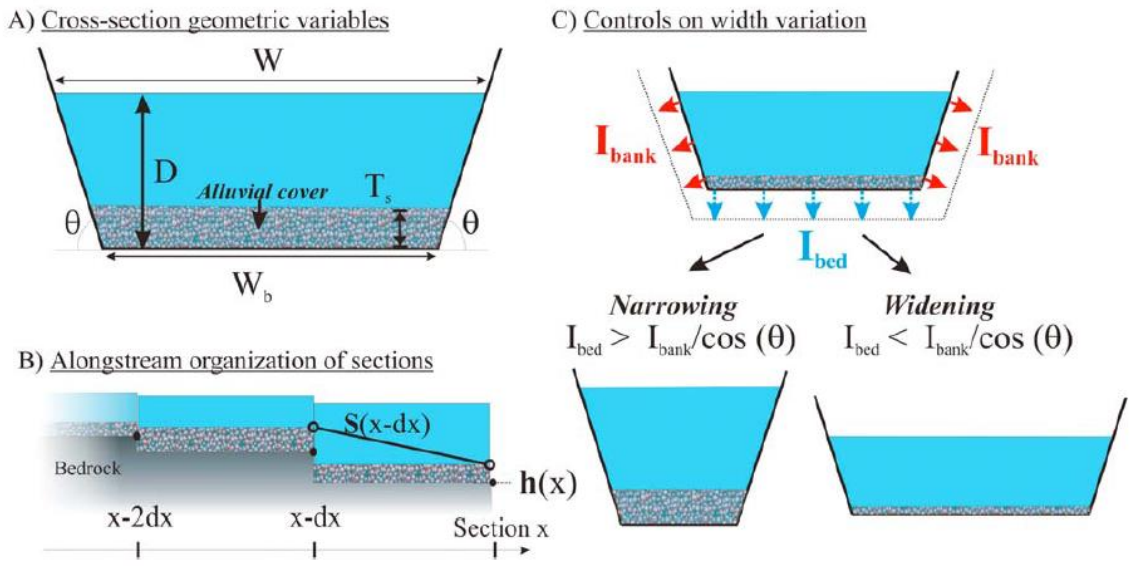


figure 1.32 : Illustration du modèle SSTRIM développé par (Lague 2010). L'incision est pilotée par le mouvement de la couverture sédimentaire qui elle même dépend de la pente du chenal ainsi que de sa géométrie et de la variation du débit liquide au cours du temps.

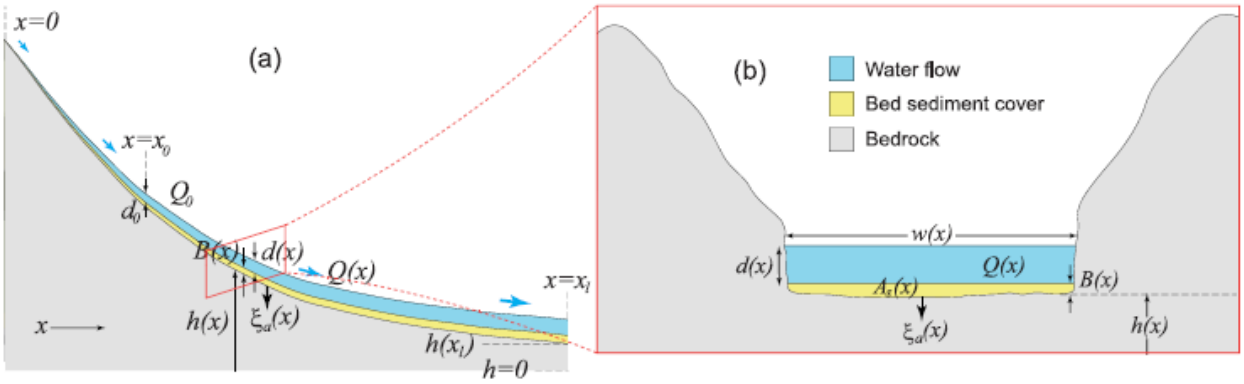


figure 1.33 : Géométrie du modèle développé par (Stark et al. 2009). a) Géométrie longitudinale. b) Géométrie transversale.

Ce type de modèle a également été développé par (Yanites & Tucker 2010) qui s'appuient sur des mesures morphologiques et de transport sédimentaire qu'ils intègrent dans un modèle numérique d'incision. Ces modèles permettent d'étudier la dynamique de croissance latérale du chenal d'écoulement ainsi que son incision verticale en fonction de la quantité de sédiment présente dans le chenal, de la pente du lit, de la quantité d'eau qui s'écoule ainsi que la vitesse du courant.

1.4 Conclusion.

L'étude de l'évolution des rivières à fond rocheux se fonde sur divers modèles d'incision. Les modèles analogiques se basent sur des mesures de terrains ou des expérimentations en laboratoire alors que les modèles numériques sont issus de considérations statistiques couplées à des équations qui gouvernent l'évolution des paramètres de la rivière. Le transport sédimentaire et l'énergie transmise au fond rocheux par la couverture sédimentaire sont les grandeurs centrales du mécanisme d'incision des rivières à fond rocheux. La relation entre le nombre d'impact sur le fond d'une rivière par unité de temps et la fraction de couverture est un point crucial dans la compréhension du phénomène d'incision. La modélisation de cette relation est basée sur des hypothèses qui restent déconnectées de la notion de trajectoire particulière à chaque sédiment.

Nous avons vu dans la partie 1.2 que les relations qui relient les paramètres de description des rivières sont très nombreuses et varient fortement selon la rivière étudiée. Cette diversité Les modèles d'incision qui se basent sur certaines de ces relations ne sauraient rendre compte de l'incision à long terme des rivières à fond rocheux d'une façon générale. La partie 1.3 montre que l'incision des rivières à fond rocheux est actuellement envisagée comme le résultat de l'action abrasive de la couverture sédimentaire sur le socle rocheux. D'une part avec les solutions des équations (1.39) et (1.40) qui incorporent uniquement des paramètres morphologiques et de contraintes visqueuses, sans toutefois mettre en évidence le rôle de la dynamique de la couverture sédimentaire. D'autre part avec des modèles d'incision qui se basent sur une approche statistique de l'action érosive de la couverture sédimentaire (1.41), sans prendre en compte la dynamique collective des sédiments.

On note que ces modèles permettent de prévoir le profil longitudinal moyen d'une rivière ou obtiennent des résultats proches de données expérimentales sur les taux d'incision, mais sont

incapables de rendre compte de la diversité des mesures de terrains, qui traduit l'évolution des conditions d'incision du lit d'une rivière.

Une description mécanique complète de la couverture sédimentaire permettra d'établir les mécanismes de l'incision d'un substrat rocheux par impact de sédiments.

La suite de ce manuscrit est consacrée au développement d'une approche mécanique de l'incision qui prend en compte la nature individuelle du mouvement des sédiments (chapitre 2) et à l'analyse des résultats qui apportera une connaissance approfondie des mécanismes de l'incision (chapitre 3 et 4).

Références :

Anctil, F., Martel, N. & Diem, V., 1998. Analyse régionale des crues journalières de la province de Québec. *Can. J. Civ. Eng.*, 25, pp.360–369.

Attal, M. & Lavé, J., 2009. Pebble abrasion during fluvial transport: Experimental results and implications for the evolution of the sediment load along rivers. *Journal of Geophysical Research*, 114(F4), p.F04023. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2009JF001328.

Bagnold, R.A., 1973. The nature of saltation and bed load transport in water. *Proceedings Royal Soc. London*, 332, pp.473–504.

Bagnold, R.A.B. & Beech, M., 1977. Bed Load Transport by Natural Rivers. *Water Resources Research*, 13(2).

Baker, R.V. & Milton, D.J., 1974. Erosion by Catastrophic Floods on Mars and Earth. *Icarus*, 41, pp.27–41.

Berlin, M.M. & Anderson, R.S., 2007. Modeling of knickpoint retreat on the Roan Plateau, western Colorado. *Journal of Geophysical Research*, 112(F3), p.F03S06. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000553 [Accessed September 26, 2014].

Bravard, J.P. & Petit, F., 2000. *Les cours d'eau : Dynamique du système fluvial*,

Bridge, J.S. & Dominic, D.F., 1984. Bed load grain velocities and sediment transport rates. *Water Resources Research*, 20(4), pp.476–490.

Bridges, N.T. et al., 2005. Trajectories and energy transfer of saltating particles onto rock surfaces: Application to abrasion and ventifact formation on Earth and Mars. *Journal of Geophysical Research*, 110(E12), p.E12004. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2004JE002388 [Accessed April 22, 2014].

Buffington, J.M. & Montgomery, D.R., 1997. A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers. *Water Resources*

Research, 33(8), pp.1993–2029. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/96WR03190.

Charru, F. & Mouilleron-Arnould, H., 2002. Instability of a bed of particles sheared by a viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 452, pp.303–323. Available at: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112001006747.

Craddock, R. a. et al., 2012. Drainage network development in the Keanakāko‘i tephra, Kīlauea Volcano, Hawai‘i: Implications for fluvial erosion and valley network formation on early Mars. *Journal of Geophysical Research*, 117(E8), p.E08009. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2012JE004074 [Accessed August 15, 2014].

Crosby, B.T. et al., 2007. Formation of fluvial hanging valleys: Theory and simulation. *Journal of Geophysical Research*, 112(F3), p.F03S10. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000566.

Davy, P. & Lague, D., 2009. Fluvial erosion/transport equation of landscape evolution models revisited. *Journal of Geophysical Research*, 114(F3), p.F03007. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2008JF001146.

Devauchelle, O. et al., 2010. Longitudinal profile of channels cut by springs. *Journal of Fluid Mechanics*.

DiBiase, R. a. & Whipple, K.X., 2011. The influence of erosion thresholds and runoff variability on the relationships among topography, climate, and erosion rate. *Journal of Geophysical Research*, 116(F4), p.F04036. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2011JF002095 [Accessed October 8, 2013].

Dodov, B. & Foufoula-Georgiou, E., 2004. Generalized hydraulic geometry: Insights based on fluvial instability analysis and a physical model. *Water Resources Research*, 40(12), p.n/a–n/a. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2004WR003196 [Accessed October 12, 2014].

Durán, O., Andreotti, B. & Claudin, P., 2012. Numerical simulation of turbulent sediment transport, from bed load to saltation. *Physics of Fluids*, 24(10), p.103306. Available at: http://link.aip.org/link/PHFLE6/v24/i10/p103306/s1&Agg=doi.

Dury, G.H., 1969. Relation of morphometry to runoff frequency. *Water, Earth and Man*, pp.419–430.

Einstein, A.H., 1950. The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows. *U.S. Dept Agr., Soil Conserv. Serv.*, 1026, p.71.

Engelund, F. & Fredsoe, D., 1976. A sediment transport model for straight alluvial channel. *Nordic hydrology*, 7, pp.293–306.

Finnegan, N.J., Sklar, L.S. & Fuller, T.K., 2007. Interplay of sediment supply, river incision, and channel morphology revealed by the transient evolution of an experimental bedrock channel. *Journal of Geophysical Research*, 112(F3), p.F03S11. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000569 [Accessed August 14, 2014].

Fourrière, A., Claudin, P. & Andreotti, B., 2010. *Bedforms in a turbulent stream: formation of ripples by primary linear instability and of dunes by nonlinear pattern coarsening*, Available at: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112009993466 [Accessed June 17, 2013].

Gannett, H., 1893. *A manual of topographic methods*,

Gasparini, N.M., Whipple, K.X. & Bras, R.L., 2007. Predictions of steady state and transient landscape morphology using sediment-flux-dependent river incision models. *Journal of Geophysical Research*, 112(F3), p.F03S09. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000567 [Accessed July 28, 2014].

Gilbert, G.K., 1877. *Geology of the Henry moutains*,

Gordon, N.D., McMahon, T.A. & Finlayson, B.L., 1992. *Stream Hydrology, an introduction for ecologists*,

Hack, J.T., 1957. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia an d Maryland. *U.S. Geological Survey professional paper*, 294(B), pp.45–97.

Harkins, N. et al., 2007. Transient fluvial incision in the headwaters of the Yellow River, northeastern Tibet, China. *Journal of Geophysical Research*, 112(F3), p.F03S04. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000570 [Accessed September 10, 2014].

Hartshorn, K. et al., 2002. Climate-driven bedrock incision in an active mountain belt. *Science (New York, N.Y.)*, 297(5589), pp.2036–8. Available at: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/12242438.

Head, W.J. & Harr, M.E., 1970. The development of a model to predict the erosion of materials by natural contaminants. *Wear*, 15(1), pp.1–46.

Heald, J., McEwan, I. & Tait, S., 2004. Sediment transport over a flat bed in a unidirectional flow: simulations and validation. *Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences*, 362(1822), pp.1973–1986. Available at: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/15306425.

Hirschboeck, K., 1988. Flood hydroclimatology. *Flood geomorphology*, pp.27–49.

Hjülstrom, F., 1935. *Studies of the morphological activity of rivers as illustrated by the river {Fyri}, Inaugural Dissertation*. Almqvist & Wiksells.

Hodge, R. a., Hoey, T.B. & Sklar, L.S., 2011. Bed load transport in bedrock rivers: The role of sediment cover in grain entrainment, translation, and deposition. *Journal of Geophysical Research*, 116(F4), p.F04028. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2011JF002032.

Howard, A.D., Dietrich, W.E. & Seidl, M. a., 1994. Modeling fluvial erosion on regional to continental scales. *Journal of Geophysical Research*, 99(B7), p.13971. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/94JB00744.

Howard, A.D. & Kerby, G., 1983. Howard-Kerby_GSAB_83.pdf. *Geological Society of America Bulletin*, 94, pp.739–752.

Lague, D., 2003. Laboratory experiments simulating the geomorphic response to tectonic uplift. *Journal of Geophysical Research*, 108(B1), p.2008. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2002JB001785.

Lague, D., 2010. Reduction of long-term bedrock incision efficiency by short-term alluvial cover intermittency. *Journal of Geophysical Research*, 115(2), p.F02011. Available at: http://www.agu.org/pubs/crossref/2010/2008JF001210.shtml [Accessed November 11, 2012].

Lague, D., Hovius, N. & Davy, P., 2005. Discharge, discharge variability, and the bedrock channel profile. *Journal of Geophysical Research*, 110(F4), p.F04006. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2004JF000259 [Accessed September 23, 2014].

Lajeunesse, E., Malverti, L. & Charru, F., 2010. Bed load transport in turbulent flow at the grain scale: Experiments and modeling. *Journal of Geophysical Research*, 115(F4), p.F04001. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2009JF001628.

Lalanne-Bertoudicq, G., 1994. L'estimation des débits des grandes crues catastrophiques dans l'oeuvre de m. Pardé : méthodes et investigations récentes. *Dossier de la Rev.Géogr. Alpine*, 12, pp.93–99.

Lamb, M.P., Dietrich, W.E. & Sklar, L.S., 2008. A model for fluvial bedrock incision by impacting suspended and bed load sediment. *Journal of Geophysical Research*, 113(F3), p.F03025. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2007JF000915 [Accessed April 2, 2014].

Lancaster, S.T., 2008. Evolution of sediment accommodation space in steady state bedrock-incising valleys subject to episodic aggradation. *Journal of Geophysical Research*, 113(F4), p.F04002. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2007JF000938 [Accessed August 15, 2014].

Larras, J., 1972. *Hydraulique et granulats*, Paris, Eyrolles.

Leopold, L.B. & Maddock, T., 1953. The Hydraulic Geometrv of Stream Channels and Some Physiographic Implications. *Geological survey professional paper*, 252.

Leopold, L.B., Wolman, M.G. & Miller, J.D., 1964. *Fluvial Processes in Geomorphology*,

Manning, R., 1891. On the flow of water in open channels and pipes. *Inst. Civ. Eng. Ireland Trans.*, 20, pp.161–207.

Merz, R. & Blöschl, G., 2008a. Flood frequency hydrology: 1. Temporal, spatial, and causal expansion of information. *Water Resources Research*, 44(8), p.n/a–n/a. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2007WR006744 [Accessed August 15, 2014].

Merz, R. & Blöschl, G., 2008b. Flood frequency hydrology: 2. Combining data evidence. *Water Resources Research*, 44(8), p.n/a–n/a. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2007WR006745.

Meyer-Peter, E. & Müller, R., 1948. Formulas for bed-load transport. In *Proceedings of the 2nd Meeting of the International Association for Hydraulic Structures Research*. pp. 39–64.

Molnar, P. et al., 2006. Relationships among probability distributions of stream discharges in floods, climate, bed load transport, and river incision. *Journal of Geophysical Research*, 111(F2), p.F02001. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2005JF000310.

Nikuradse, J., 1933. *Gesetzmässigkeiten der turbulenten strömung in rauhen rohren*.

Novak, I.D., 1974. Predicting coarse sediment transport : The Hjülstrom curve revisited. *Fluvial geomorphology*, pp.13–25.

Paola, C. & Voller, V.R., 2005. A generalized Exner equation for sediment mass balance. *Journal of Geophysical Research*, 110(F4), p.F04014. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2004JF000274 [Accessed September 7, 2014].

Royden, L. & Taylor Perron, J., 2013. Solutions of the stream power equation and application to the evolution of river longitudinal profiles. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 118(2), pp.497–518. Available at: http://doi.wiley.com/10.1002/jgrf.20031 [Accessed September 22, 2014].

Rust, B.R., 1978. Depositional models for braided alluvium. *Fluvial sedimentology*, pp.602–625.

Seidl, M.A. & Dietrich, W.E., 1992. The Problem of Channel Erosion into Bedrock. , pp.101–124.

Seizilles, G. et al., 2013. Width of laminar laboratory rivers. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 87(5), p.052204. Available at: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23767527.

Shields, A., 1936. Anwendung der Ahnlichkeits Mechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebe Bewegung. *Preuss. Versuchanstalt fur wasserbau und schiffbau*, 20.

Sklar, L.S. & Dietrich, W.E., 2004. A mechanistic model for river incision into bedrock by saltating bed load. *Water Resources Research*, 40(6), p.W06301. Available at: http://www.agu.org/pubs/crossref/2004/2003WR002496.shtml [Accessed November 11, 2012].

Sklar, L.S. & Dietrich, W.E., 2001. Sediment and rock strength controls on river incision into bedrock. *Geology*, 29(12), p.1087. Available at: http://geology.gsapubs.org/cgi/doi/10.1130/0091-7613(2001)029<1087:SARSCO>2.0.CO;2.

Snyder, N.P., 2003a. Correction to “Importance of a stochastic distribution of floods and erosion thresholds in the bedrock river incision problem.” *Journal of Geophysical Research*, 108(B8), p.2388. Available at: http://www.agu.org/pubs/crossref/2003/2003JB002649.shtml [Accessed December 6, 2012].

Snyder, N.P., 2003b. Importance of a stochastic distribution of floods and erosion thresholds in the bedrock river incision problem. *Journal of Geophysical Research*, 108(B2), p.2117. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2001JB001655 [Accessed April 22, 2014].

Snyder, N.P. et al., 2000. stream profiles in the Mendocino triple junction region , northern California. , (June 2009).

Stark, C.P., Foufoula-Georgiou, E. & Ganti, V., 2009. A nonlocal theory of sediment buffering and bedrock channel evolution. *Journal of Geophysical Research*, 114(F1), p.F01029. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2008JF000981 [Accessed October 12, 2014].

Stock, D. & Montgomery, D.R., 1999. Geologic constraints on bedrock river incision using the stream power law rivers dz mSn. *Journal of Geophysical Research*, 104, pp.4983–4993.

Tomkin, J.H., 2003. Quantitative testing of bedrock incision models for the Clearwater River, NW Washington State. *Journal of Geophysical Research*, 108(B6), p.2308. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2001JB000862 [Accessed October 10, 2013].

Tucker, G.E. & Slingerland, R.L., 1994. Erosional dynamics , flexural isostasy , and long-lived escarpments : A numerical modeling study. *Journal of Geophysical Research*, 99, pp.229–243.

Turowski, J.M. et al., 2008. Distribution of erosion across bedrock channels. *Earth Surface Processes and Landforms*, 363, pp.353–363.

Turowski, J.M. et al., 2006. Experimental channel response to tectonic uplift. *Journal of Geophysical Research*, 111(F3), p.F03008. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2005JF000306.

Turowski, J.M., 2009. Stochastic modeling of the cover effect and bedrock erosion. *Water Resources Research*, 45(3), p.W03422. Available at: http://www.agu.org/pubs/crossref/2009/2008WR007262.shtml [Accessed December 6, 2012].

Turowski, J.M., Lague, D. & Hovius, N., 2007. Cover effect in bedrock abrasion: A new derivation and its implications for the modeling of bedrock channel morphology. *Journal of Geophysical Research*, 112(F4), p.F04006. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000697 [Accessed September 23, 2014].

Valance, a., 2005. Formation of ripples over a sand bed submitted to a turbulent shear flow. *The European Physical Journal B*, 45(3), pp.433–442. Available at:

http://www.springerlink.com/index/10.1140/epjb/e2005-00201-9 [Accessed June 17, 2013].

Valla, P.G., van der Beek, P. a. & Lague, D., 2010. Fluvial incision into bedrock: Insights from morphometric analysis and numerical modeling of gorges incising glacial hanging valleys (Western Alps, France). *Journal of Geophysical Research*, 115(F2), p.F02010. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2008JF001079.

Westenbroek, S.M., 2006. *Estimates of Shear Stress and Measurements of Water Levels in the Lower Fox River near Green Bay , Wisconsin Scientific Investigations Report 2006 – 5226 Estimates of Shear Stress and Measurements of Water Levels in the Lower Fox River near Green Bay , Wi*,

Whipple, K.X. & Tucker, G.E., 1999. Dynamics of the stream-power river incision model: Implications for height limits of mountain ranges, landscape response timescales, and research needs. *Journal of Geophysical Research*, 104(B8), p.17661. Available at: http://www.agu.org/pubs/crossref/1999/1999JB900120.shtml.

Williams, G.P., 1970. Flume Width and Water Depth Effects in Experiments Flume Width and Water Depth Effects in Sediment-Transport Experiments. *Geological survey professional paper*, 562(H).

Wolman M.G. & Miller, J.P., 1960. Magnitude and frequency of forces in geomorphic processes. , pp.54–74.

Yanites, B.J. et al., 2011. The influence of sediment cover variability on long-term river incision rates: An example from the Peikang River, central Taiwan. *Journal of Geophysical Research*, 116(F3), p.F03016. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2010JF001933 [Accessed January 30, 2014].

Yanites, B.J. & Tucker, G.E., 2010. Controls and limits on bedrock channel geometry. *Journal of Geophysical Research*, 115(F4), p.F04019. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2009JF001601.

Chapitre 2 : Modélisation numérique de l'incision

L'outil numérique que nous avons développé pour reproduire le transport sédimentaire dans les rivières à fonds rocheux et l'incision de leurs lits est basé sur les principes fondamentaux de la dynamique moléculaire appliqués aux milieux granulaires (Pöschel & Schwager 2005). Le modèle reproduit la mise en mouvement de sphères mobiles dans un canal formé d'un fond horizontal rugueux. Le transport des sédiments est entretenu par un écoulement moyen turbulent dont le profil dépend de l'épaisseur de la couche de sphères dans le canal. Les trajectoires de toutes les sphères mobiles sont calculées à partir de la résolution des équations fondamentales de la dynamique. Les transferts d'énergie entre les sphères mobiles et les autres composant s du système (sphères mobiles, sphères fixes, parois) sont quantifiés à partir de l'intégration du travail des forces de contact.

2.1 Les composants du système numérique.

2.1.1 Le canal d'écoulement.

Le canal d'écoulement (figure 2.1) est composé d'un plan horizontal sur lequel sont fixées un nombre N' de sphères qui génèrent la rugosité du fond et peut être complété par des parois verticales lisses. Le plan horizontal mesure $L = 2{,}0\,m$ dans la direction de l'écoulement et $W_c = 1{,}0\,m$ dans la direction transverse. Les parois verticales ont les mêmes caractéristiques physiques que le fond horizontal et mesurent H = 2,0 mètres de hauteur. L'environnement numérique est un système fermé au sens où le nombre de sphères présentes lors d'une simulation reste constant. Des conditions aux limites périodiques entre l'aval et l'amont de l'écoulement assurent la recirculation des sphères dans le système. Dans le cas d'une simulation où il n'y a pas de paroi verticale, des conditions aux limites latérales périodiques assurent la fermeture du système. En effet, chaque sphère sortant par un côté du fond rugueux réapparait de l'autre côté.

figure 2.1 : Le fond du canal d'écoulement. En gris clair, le fond horizontal, en gris foncé les parois verticales (l'autre est transparente dans un souci de visibilité), en noir les sphères fixes.

2.1.*2* La rugosité du fond.

Les sphères fixes ont les mêmes caractéristiques mécaniques que les sphères mobiles et sont positionnées de manière aléatoire lors de la création de l'environnement numérique. La rugosité du fond peut être modifiée par deux moyens. Le nombre de sphères fixes sur le fond est donné par (2.1)

$$(2.1) \qquad \left(\chi = \frac{N^{'}\pi D^2}{4W_c L}\right)$$

On peut modifier à la fois la densité surfacique de ma rugosité χ ainsi que sa hauteur Z'. La variation de la hauteur à laquelle une sphère émerge du plan horizontal ($Z^{'}$) affecte l'efficacité de cette sphère en tant qu'obstacle. On peut ainsi générer de nombreux types de fonds rugueux (figure 2.1) dont les propriétés vont influer sur la dynamique de la couverture sédimentaire.

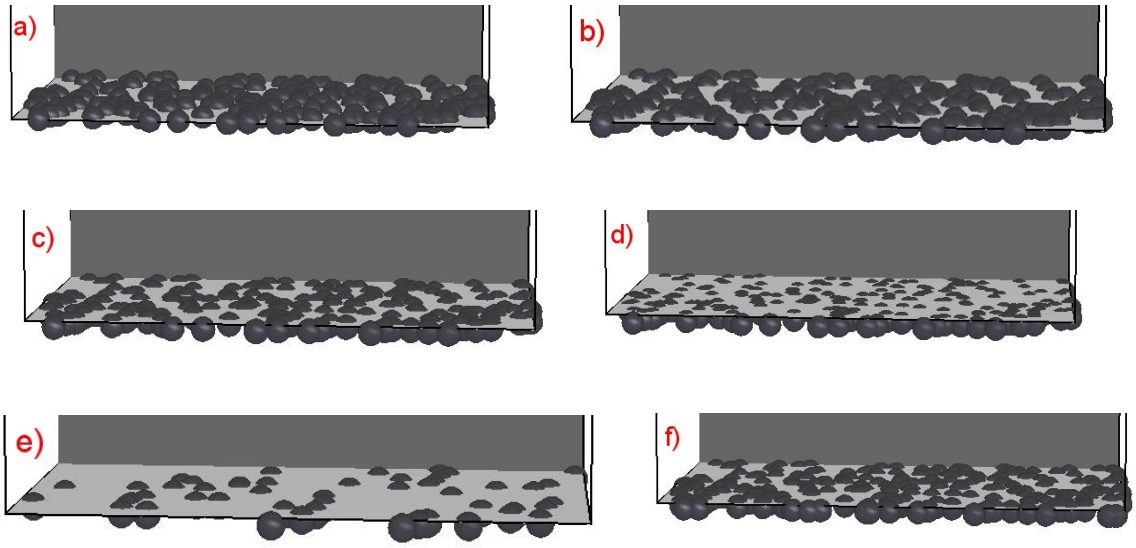


figure 2.1 : Variation de la rugosité du fond du canal. a) $\chi = 0{,}8$; $Z' = D/2$. b) $\chi = 0{,}8$; $Z' = 3D/8$. c) $\chi = 0{,}8$; $Z' = D/4$. d)$\chi = 0{,}8$; $Z' = D/8$. e) $\chi = 0{,}2$; $Z' = D/4$. f)$\chi = 1{,}0$; $Z' = D/4$.

2.1.3 La couverture sédimentaire.

Les galets qui forment la couverture sédimentaire sont modélisés par des sphères de diamètre D = 10 cm et de masse volumique ρ_s = 2500 kg.m^{-3}. La couverture sédimentaire est un ensemble de N sphères mobiles dont le rayon reste constant durant toute la simulation (figure 2.2). Ce nombre définit la quantité de sédiments mobilisable par l'écoulement. Le nombre de sphères qui peuvent être disposées en une couche unique sur le fond rugueux est de l'ordre de $\frac{4W_cL}{\pi D^2}$, ce qui correspond à environ 250 sphères. Toutefois les sphères ne se disposent pas en une couche qui recouvre intégralement le fond dès que leur nombre est suffisant et on définit la fraction de couverture par le rapport entre la surface couverte par la couverture sédimentaire et la surface du fond rugueux (W_cL). Le nombre de couches qui peuvent se superposer est donné par la relation (2.2)

$$(2.2) \qquad \sigma = \frac{N\pi D^2}{4W_cL}.$$

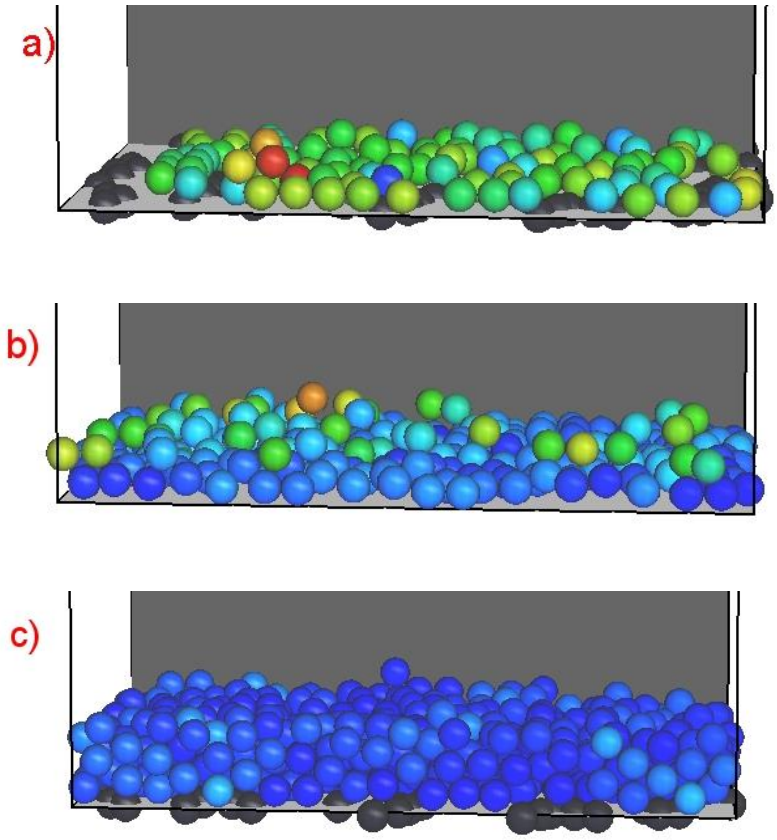


figure 2.2 : Représentation de la couverture sédimentaire pour différentes valeurs de la charge sédimentaire normalisée. a) $\sigma = 0{,}4$. b) $\sigma = 1{,}0$. c) $\sigma = 2{,}0$. La vitesse d'une sphère est indiquée par sa couleur du bleu foncé pour les plus lentes jusqu'au rouge pour les plus rapides. $\Theta = 0{,}071$.

2.1.4 L'écoulement turbulent.

Le profil de vitesse de l'écoulement d'un fluide visqueux de masse volumique $\rho = 1000\, kg.m^{-3}$ dans un canal ouvert à fond rugueux est issu des équations de la dynamique des fluides. Les équations de la mécanique des fluides sont l'équation de Navier-Stokes (2.3) et l'équation de continuité (2.4).

$$(2.3) \qquad \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v}.\vec{\nabla}\vec{v} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla}.\bar{\bar{\sigma}}$$

$$(2.4) \qquad \rho \vec{\nabla}.(\vec{v}) = 0$$

Nous travaillons avec les équations de Navier-Stokes moyennées selon la méthode de Reynolds. Nous faisons l'hypothèse que l'écoulement est unidirectionnel et ne dépend que des variables y et z. De plus, le fond du canal d'écoulement est horizontal. Ces hypothèses amènent à la relation (2.5).

$$(2.5) \qquad \vec{0} = \eta \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \vec{\nabla}.\bar{\bar{\tau}}$$

Une analyse en ordre de grandeur des deux termes de la relation (2.5) nous indique que le terme de viscosité est négligeable devant le tenseur de Reynolds. La projection du tenseur de Reynolds sur l'axe horizontal donne une équation différentielle sur la vitesse horizontale du fluide en fonction de l'altitude (z) :

$$(2.6) \qquad \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho \kappa^2 z^2 \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2\right) = 0$$

L'expression de la vitesse de cisaillement U^* définie par la relation $U^* = \sqrt{\tau/\rho}$ permet de réécrire la relation (2.6) comme une équation différentielle du premier ordre qui devient (2.7)

$$(2.7) \qquad \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{U^*}{\kappa z}$$

L'intégration de la relation (2.7) amène l'expression de la vitesse du fluide en fonction de l'altitude. $\kappa = 0{,}41$ est la constante de Von Karman, $z_0 = D/30$ (Nikuradse 1933) est la rugosité du lit.

$$(2.8) \qquad U(z) = \frac{U^*}{\kappa} ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

La relation (2.8) donne le profil de l'écoulement (figure 2.3) lorsque le fluide est en mouvement sur un lit rugueux horizontal.

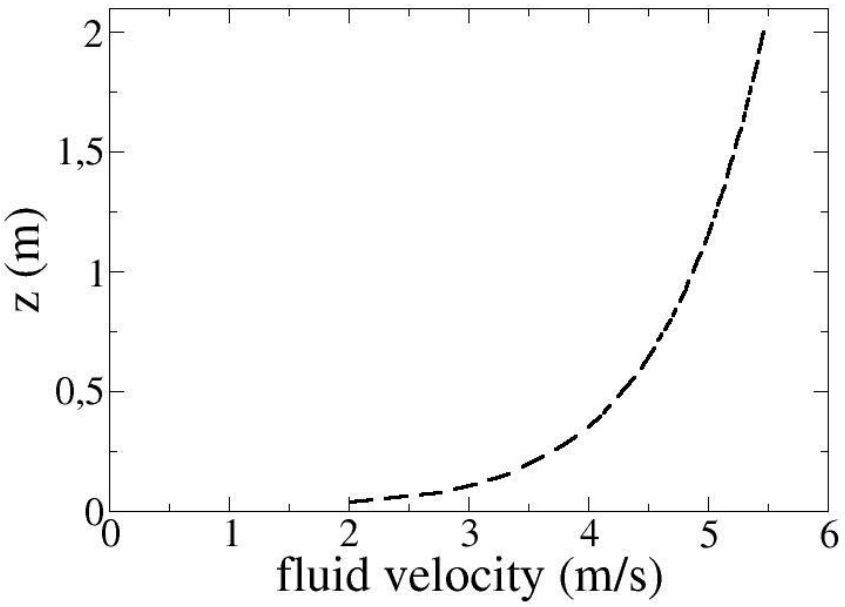


figure 2.3 : Profil de l'écoulement moyen turbulent.

Toutefois, la présence de la couverture sédimentaire modifie ce profil du fait de l'échange de quantité de mouvement entre les sphères mobiles et l'écoulement. En effet, il faut tenir compte de la rétroaction des sphères sur le fluide. (Durán et al. 2012) ont développé un modèle uni-dimensionnel de transport sédimentaire par un écoulement (figure 2.4). Ce modèle se base sur la résolution des équations fondamentales de la dynamique des solides pour le mouvement des sphères et sur l'équation de Reynolds pour l'évolution du fluide. Le champ de vitesse est uni-dimensionnel et découle de la conservation de la quantité de mouvement dans des tranches d'épaisseur dz. Les contraintes qui agissent sur une tranche horizontale de fluide d'épaisseur dz sont les contraintes visqueuses et la moyenne de la somme des forces de traînée qui s'appliquent sur les sphères à l'intérieur de cette tranche. Cette approche permet une description continue du fluide.

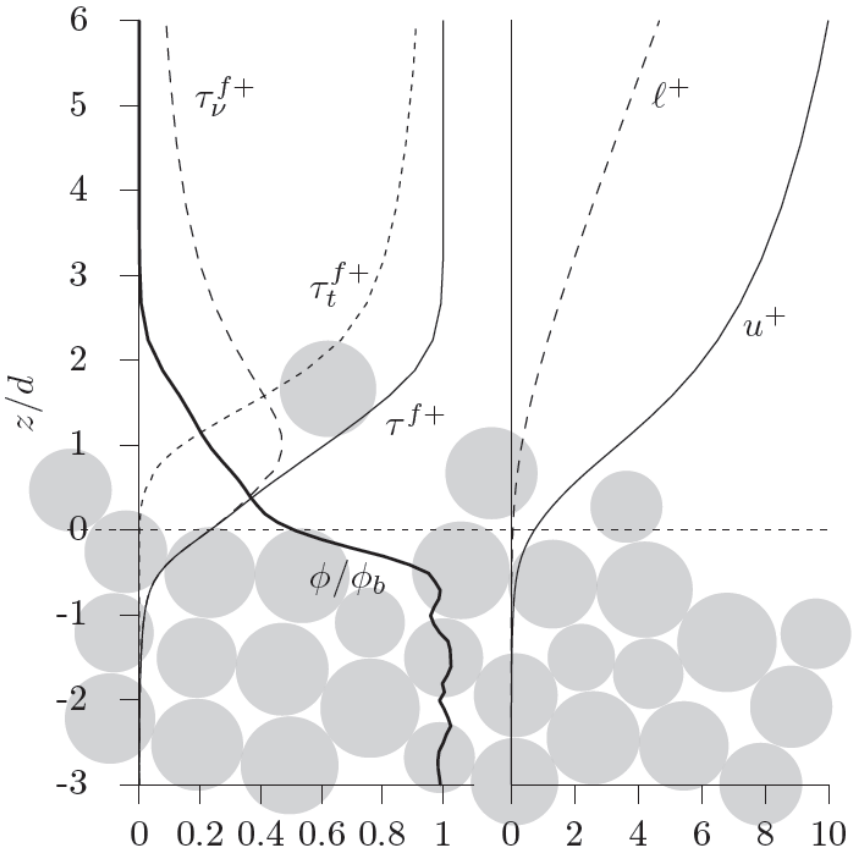


figure 2.4 : Vitesse du fluide, contrainte de cisaillement et compacité du lit en fonction de la hauteur. (Durán et al. 2012)

Afin de simplifier la modélisation de la rétroaction des sphères sur le fluide élaboré par (Durán et al. 2012), le canal d'écoulement est divisé en tranches horizontales d'épaisseur $D/7$ et de surface $W_c L$ dans lesquelles la compacité est calculée toutes les 100 ms. Ce calcul nous permet de distinguer trois zones distinctes dans le canal. La zone dense où les sphères forment une couche continue est caractérisée par une compacité élevée $(\varphi(z) > \varphi_b = 0{,}6)$. La zone "libre" où il n'y pas de sphère. La troisième zone intermédiaire aux deux précédentes est appelée zone de "transition". La compacité de cette zone n'est pas maximale et fluctue en fonction du mouvement de la couverture sédimentaire. Pendant la simulation, nous imposons à l'écoulement une vitesse nulle dans la zone dense. Le profil logarithmique décrit par la relation (2.8) prend son origine au sommet de la zone dense. Nous avons simplifié la méthode de (Durán et al. 2012) car l'épaisseur de la zone de "transition" est faible, ce qui n'entraine pas une erreur trop sur le profil de l'écoulement et perce que le temps de calcul gagné est important du fait que la conservation de la quantité de mouvement n'est pas calculée à chaque pas de temps.

$$(2.9) \qquad U(z) = \frac{U^*}{\kappa} ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

Nous avons pris en compte le fait que le profil de l'écoulement est modifié par la couverture sédimentaire. Cependant, les sphères sont en mouvement et l'évolution temporelle de la hauteur de la couverture sédimentaire doit être prise en compte dans l'expression du profil de l'écoulement. Nous utilisons toujours le même profil turbulent moyen pour décrire le fluide, mais ce profil peut être translaté verticalement en fonction de la hauteur de la couverture sédimentaire (figure 2.5). La modification de l'expression (2.9) se fait en introduisant la hauteur de la couverture sédimentaire dans l'argument de la fonction logarithme et en imposant que la vitesse de l'écoulement soit nulle à l'intérieur de la couverture sédimentaire.

$$(2.10) \qquad U(y,z) = \frac{U^*}{\kappa} ln\left(\frac{z+D-h_s(t)}{z_0}\right) \text{ si } \frac{z+D-h_s(t)}{z_0} > 1$$

$$(2.11) \qquad U(y,z) = 0 \text{ sinon.}$$

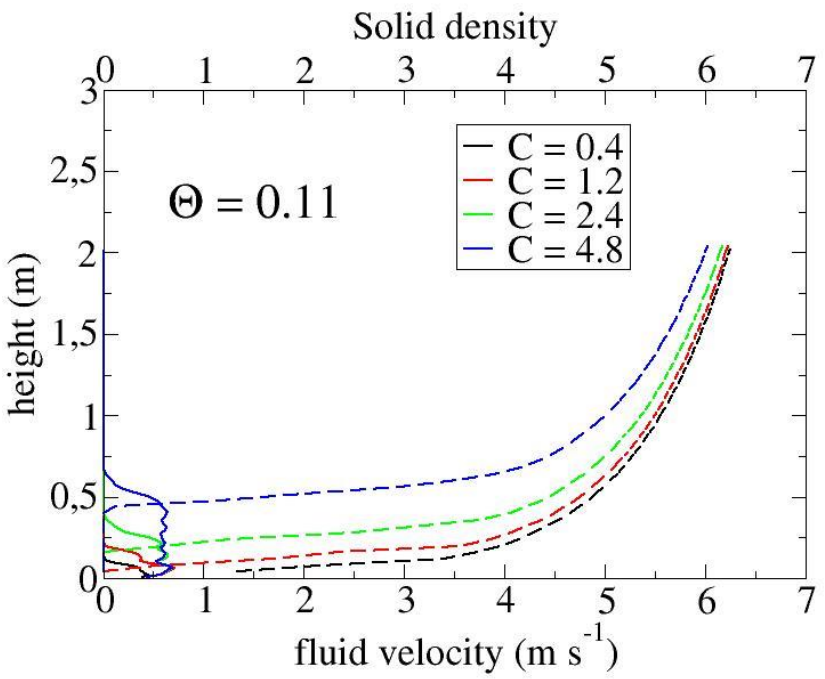


figure 2.5 : Les lignes pointillées représentent le profil de l'écoulement défini par les relations (2.10) et (2.11) pour différentes quantités de sédiment. Les lignes pleines indiquent la compacité de la couverture sédimentaire.

2.2 Les équations du mouvement et les interactions entre les différents objets.

2.2.1 Les équations de la dynamique du solide.

Le mouvement des sphères est le résultat de l'intégration des équations de la dynamique des solides. Les expressions des principes fondamentaux de la dynamique en translation et en rotation sont données par les relations (2.12) et (2.13) :

$$m\frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2} = \vec{F} \qquad (2.12)$$

$$J\frac{d\vec{\Omega}_i}{dt} = \vec{M} \qquad (2.13)$$

La masse d'une sphère est de $m = \frac{\pi}{6}\rho_s D^3$et son moment d'inertie est égale à $J = \frac{\pi}{60}\rho_s D^5$. $\vec{r}_i$ est la position de la sphère i. $\vec{\Omega}_i$ est le vecteur rotation de la sphère i. $\vec{F}$ est la résultante des

forces appliquées sur la sphère (2.14). $\vec{M}$ est le moment des forces appliquées sur la surface de la sphère (2.15).

$$\vec{F} = \vec{W} + \vec{F_d} + \vec{F_c} \quad (2.14)$$

$$\vec{M} = \vec{M_d} + \vec{M_c} \quad (2.15)$$

$\vec{W}$ est le poids réduit, c'est à dire la différence entre le poids de la sphère $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{\Pi_A}$. Il s'exprime avec (2.16).

$$\vec{W} = \vec{P} - \vec{\Pi_A} = \frac{\pi}{6}(\rho_s - \rho)D^3\vec{g} \quad (2.16)$$

$\vec{F_c}$ est la somme des forces de contact qui s'appliquent sur la sphère. $\vec{F_d}$ est la traînée qu'exerce le fluide sur la sphère. $\vec{M_c}$ est le moment des forces de contact. $\vec{M_d}$ est le moment visqueux.

2.2.2 Les interactions sphère/sphère.

Le contact entre deux sphères (figure 2.6) numérotées i et j génère une petite déformation de leurs surfaces. On ne calcule pas explicitement cette déformation mais on la modélise par l'interpénétration des deux sphères. Cette interpénétration est à l'origine de deux interactions qui peut se décomposer en deux forces : une force $\vec{N}_{ij}$ (2.20) dont la direction est normale à la surface de contact entre les deux sphères et une force $\vec{T}_{ij}$ (2.24) dont la direction est tangentielle à la surface de contact. Les points d'application de ces deux forces se trouvent au point de contact entre les deux sphères. Ce point de contact est le centre du cercle formé par l'intersection des deux sphères. La direction normale est définie par un segment qui relie les centres des deux sphères et un vecteur unitaire $\vec{n}_{ij}$ défini par (2.17) selon cette direction est également défini. On défini le vecteur $\vec{t}_{ij}$ comme le vecteur de norme unité orthogonal à $\vec{n}_{ij}$ et opposé à la vitesse de glissement $\vec{V_{g_{ij}}}$ définie par (2.19).

$$\vec{n}_{ij} = \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{\|\vec{r}_j - \vec{r}_i\|} \quad (2.17)$$

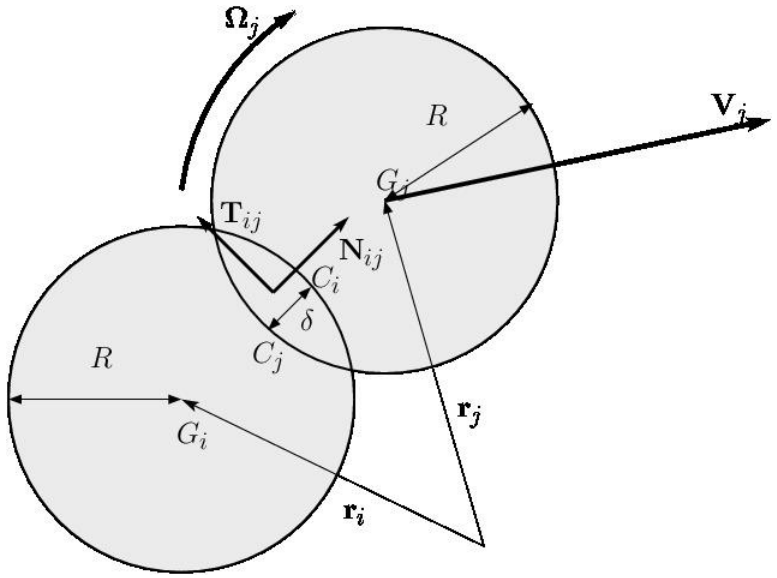


figure 2.6 : Schéma du contact entre deux sphères.

Deux grandeurs sont fondamentales dans la définition des interactions normale et tangentielle. D'une part, l'interpénétration δ_{ij} (2.18) des deux sphères entre explicitement dans l'expression de la force normale et d'autre part, la vitesse de glissement $\overrightarrow{V_g}$ qui est le paramètre qui permet de définir le domaine d'utilisation de la loi de Coulomb du frottement solide pour un contact particulier.

$$\delta_{ij} = 2R - \left\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right\| \tag{2.18}$$

$$\overrightarrow{V_{g_{ij}}} = \vec{V}_{C_i} - \vec{V}_{C_j} = \vec{V}_{G_i} + \vec{\Omega}_i \times \overrightarrow{G_iC_i} - \vec{V}_{G_j} - \vec{\Omega}_j \times \overrightarrow{G_jC_j} \tag{2.19}$$

La force normale qui s'exerce sur les sphères en contact est composée de deux termes, un rappel élastique et une dissipation visqueuse. La force de Herz (proportionnel à $\delta^{3/2}$) est la modélisation classique du rappel élastique entre deux sphères qui entrent en contact. Par soucis de simplification, nous utilisons plutôt une répulsion élastique linéaire, ce qui entraine notamment que la durée des chocs ne dépend pas de la vitesse incidente des particules. De nombreuses études sur les écoulements granulaire sec effectuées par (Silbert et al. 2001), (Taberlet et al. 2008) et (Brodu et al. 2013) ont montré que cette approximation n'a pas une influence majeure sur leur dynamique. Le terme de dissipation visqueuse est prise proportionnelle à la vitesse d'interpénétration :

$$(2.20) \qquad \vec{N}_{ij} = \left(k\delta - \Gamma \frac{d\delta}{dt}\right) \vec{n}_{ij}$$

$k = 2\ 10^8\ kg\ s^{-2}$ est le coefficient de raideur du ressort dont la valeur est lié au module d'Young du matériau (E) et à la taille des sphères par l'estimation $E \approx 2k/D$. Γ est la viscosité effective qui est responsable de l'inélasticité des collisions. Γ n'a pas d'équivalent physique direct. La valeur de la viscosité effective est déterminée par la valeur souhaitée du coefficient de restitution e. Le coefficient de restitution caractérise l'inélasticité de la collision et est défini classiquement par le rapport de la vitesse finale et de la vitesse initiale lors d'un rebond (2.21) et son expression est donnée par (2.22).

$$(2.21) \qquad e = \frac{V_{finale}}{V_{initiale}}$$

Si $e = 1$, l'énergie cinétique de la sphère est conservée par celle ci après le contact. Si $e = 0$, toute l'énergie cinétique de la sphère est dissipée pendant le contact et sa vitesse après le rebond est nulle. L'expression de la force normale donnée dans l'équation (2.20) amène à l'expression du coefficient de restitution qui fait intervenir le temps de collision défini par (2.23).

$$(2.22) \qquad e = exp\left(-\frac{T_{coll}\Gamma}{2m}\right)$$

$$(2.23) \qquad T_{coll} = \pi \frac{\sqrt{m/k}}{\sqrt{1-\Gamma^2/4mk}}$$

Pour obtenir un coefficient de restitution $e = 0{,}1$, La valeur de la viscosité effective doit être de $\Gamma = 2\ 10^4\ kg\ s^{-1}$, ce qui correspond à un temps typique de collision de $T_{coll} = 10^{-4}s$. On a pris finalement $e = 0{,}3$.

La force tangentielle qui s'exerce sur les sphères au cours de leur contact est décrite par la loi d'Amontons-Coulomb régularisée (figure 2.7).

$$(2.24) \qquad \vec{T}_{ij} = -\min\left(G\left\|\vec{V_g}\right\| ;\ \mu\left\|\vec{N}_{ij}\right\|\right) \frac{\vec{V_g}}{\left\|\vec{V_g}\right\|}$$

$G = 5\ kg\ s^{-1}$ est la valeur de la pente de la régularisation dans la loi de Coulomb et $\mu = 0{,}6$ est le coefficient local de frottement solide. La régularisation permet de lever l'indétermination de la loi de Coulomb sur la force tangentielle lorsque la vitesse de glissement est nulle. Cette approche amène à sous-estimer le frottement solide lorsque les sphères sont immobiles.

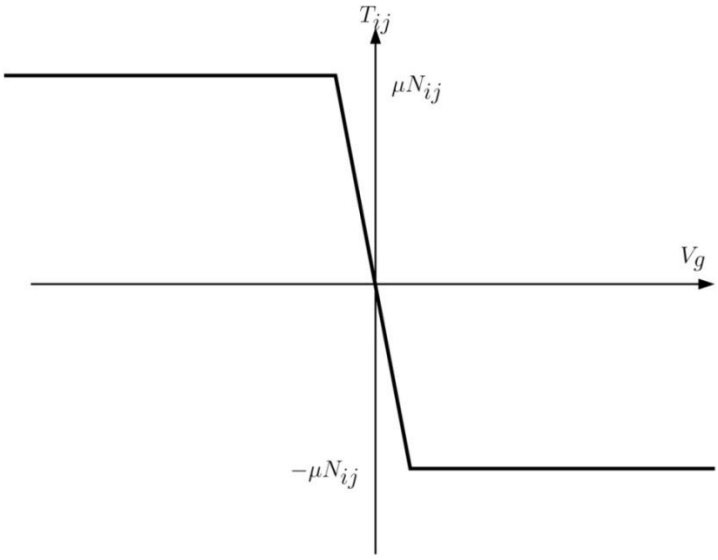


figure 2.7 : Relation entre la vitesse de glissement et la force tangentielle qui s'exerce sur une sphère en contact avec une autre sphère ou une paroi dans le cadre de la régularisation de la loi de Coulomb du frottement solide. La valeur absolue de la pente est $G = 5\ kg\ s^{-1}$.

2.2.3 Les interactions sphère/paroi.

Le contact entre une sphère et une paroi horizontale ou verticale fait appel aux mêmes forces, normale et tangentielle, que pour un contact entre deux sphères. La force normale est composée des termes élastiques et dissipatifs qui font intervenir des constantes k et Γ qui ont les mêmes valeurs que pour les interactions sphère/sphère. Cela revient à considérer les parois comme des sphères fixes de diamètre infini.

2.2.4 Les interactions sphère/fluide.

Les interactions entre les sphères et le fluide sont les forces qui peuvent donner lieu à la mise en mouvement de la couverture sédimentaire. Deux interactions sont prises en compte dans notre modèle : la force de traînée (2.25) est une fonction de la vitesse relative entre le

fluide et la sphère, de la taille de la sphère et du nombre de Reynolds particulaire. La vitesse relative du fluide par rapport à la sphère par la relation est définie par : $\vec{U_r} = \vec{U}(y,z,t) - \vec{V}$ et le coefficient de traînée utilisé $C_D = \frac{24}{Re_p} + 0{,}4$ est issu de mesures expérimentales (figure 2.8). On considère que le coefficient de traînée est la somme des expressions asymptotiques de C_D en fonction de Re_p.

$$(2.25) \qquad \overrightarrow{F_d} = \frac{\pi\rho D^2}{8} C_D \|\vec{U_r}\| \vec{U_r}$$

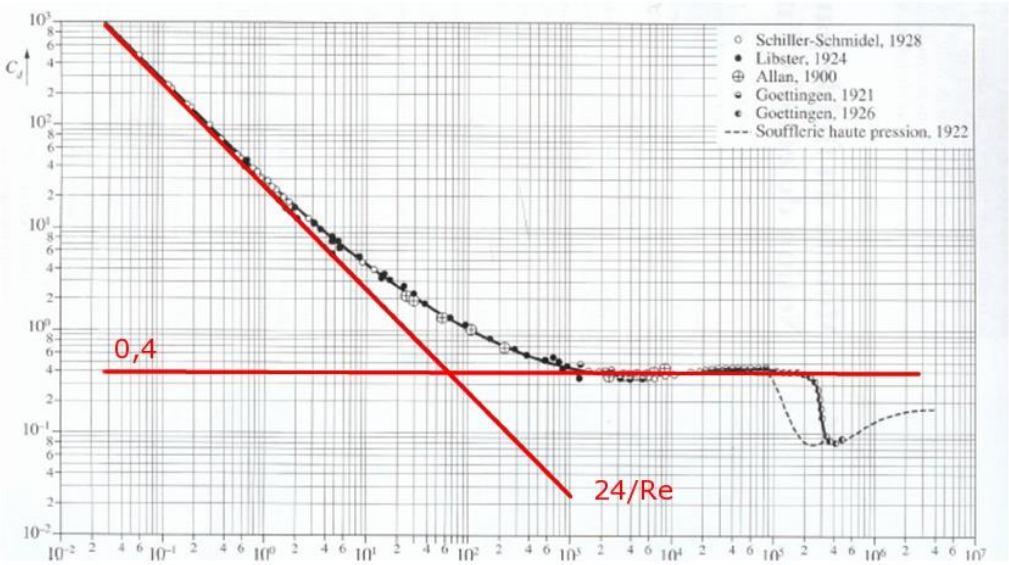


figure 2.8 : Coefficient de traînée en fonction du nombre Reynolds particulaire. Les asymptotes rouge représentent les deux termes de l'expression utilisée dans notre simulation.

Le moment visqueux (2.26) engendré par la rotation de la sphère dépend de la vitesse de rotation $\vec{\Omega}$ et de la taille de la sphère (Liu & Prosperetti 2010) (Kurose & Komori 1999).

$$(2.26) \qquad \overrightarrow{M_d} = -\pi\rho\upsilon D^3\vec{\Omega}$$

2.3 Méthode numérique.

L'intégration numérique des équations (2.12) et (2.13) nécessite de déterminer les forces qui s'exercent sur chaque sphère à chaque pas de temps (figure 2.9) sur la durée de la

simulation. Afin de décrire les contacts entre sphères avec une précision suffisante sans toutefois être trop gourmand en temps de calcul, le pas de temps choisi doit être de l'ordre du centième du temps d'un contact. Nous avons choisi un pas de temps $\Delta t = 10^{-6}s$. Nous utilisons la méthode classique de la dynamique moléculaire pour calculer les positions $(\vec{r}_i)$ et les vitesses de rotation $(\vec{\Omega}_i)$ de chaque sphère (S_i) en fonction du temps.

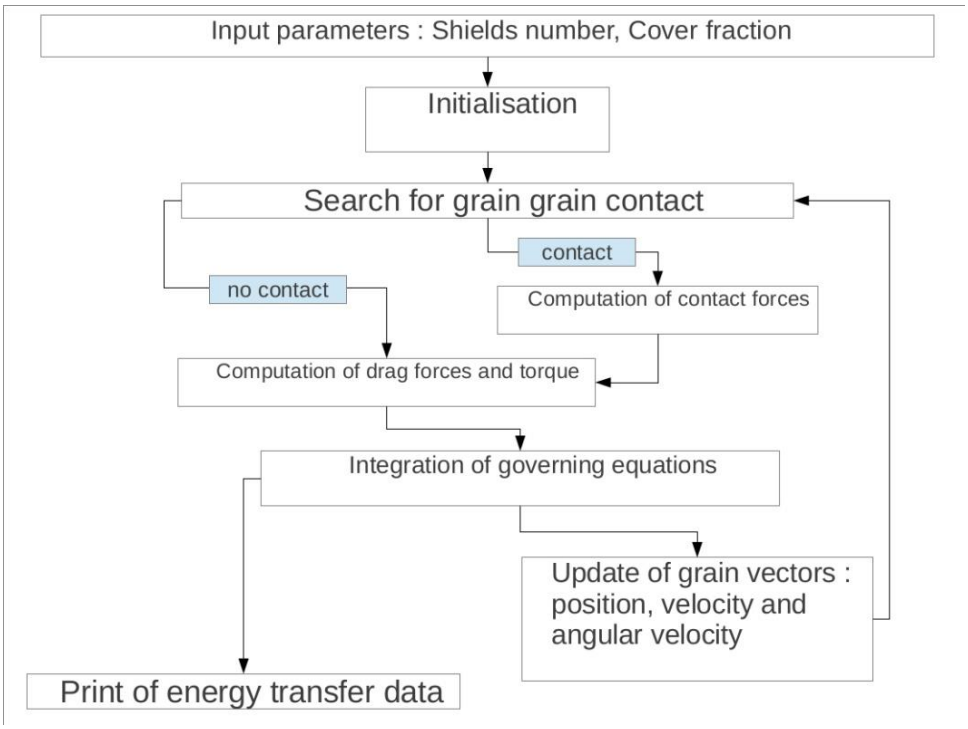


figure 2.9 : Schéma décrivant l'architecture du code utilisé.

2.3.1 La méthode d'intégration numérique. (Verlet)

La résolution de l'équation du mouvement en translation (2.12) est effectuée par la méthode de Verlet (2.27). C'est une méthode d'ordre 4 qui permet de déterminer la position du centre de gravité de la sphère (S_i) à l'instant t_{n+1} à partir des positions aux temps t_n, t_{n-1} et des forces qui s'exercent sur cette sphère au temps t_n :

$$\vec{r}_i(t_{n+1}) = 2\vec{r}_i(t_n) - \vec{r}_i(t_{n-1}) + \frac{\Delta t^2}{m}\left(\vec{F}\right) + \mathcal{O}(\Delta t^4) \qquad (2.27)$$

L'équation du mouvement en rotation (2.13) pour la sphère (S_i) est résolue en utilisant la méthode d'Euler (2.28). Cette méthode d'ordre 2 permet le calcul de la vitesse de rotation d'une sphère à l'instant t_{n+1} en connaissant la vitesse de rotation à l'instant t_n et les moments qui s'exercent sur la surface de la sphère au temps t_n.

$$\vec{\Omega}_i(t_n) = \vec{\Omega}_i(t_n) + \frac{\Delta t}{J}\left(\vec{M}\right) + \mathcal{O}(\Delta t^2) \tag{2.28}$$

2.3.2 Recherche des contacts.

Afin de déterminer l'ensemble des forces qui agissent sur la sphère (S_i) au temps t_n, il faut savoir si la sphère est en contact avec une autre sphère $\left(S_j\right)$. La recherche des contacts entre sphères se fait par la méthode des cellules liées qui consiste à lister les sphères qui se trouvent au voisinage de la sphère (S_i) et à mesurer la distance entre ces deux sphères. L'espace est divisé en plusieurs cellules cubiques dont les côtés sont de longueur 3,5 R, chaque cellule est numérotée et possède vingt-six voisines. Le centre de gravité de la sphère (S_i) est contenu dans une cellule, on effectue la recherche du centre de gravité d'autres sphères dans cette cellule et les vingt-six cellules voisines (figure 2.10). L'intérêt de cette méthode réside dans le fait que l'on ne calcule pas la distance entre la sphère (S_i) et les $N-1$ autres sphères. à chaque pas de temps, on ne cherche que dans le voisinage immédiat de chaque sphère mais il faut associer chaque sphère à la cellule qui contient son centre de gravité et donc mettre à jour les cellules quand les sphères se déplacent. Si une sphère est détectée, on évalue la distance entre les deux centres de gravité par le calcul de l'interpénétration des deux sphères δ_{ij}. Si $\delta_{ij} < 0$, les deux sphères ne sont pas en contact. Si $\delta_{ij} > 0$, il y a contact entre les sphères et les interactions $\vec{N}_{ij}$ et $\vec{T}_{ij}$ sont calculées.

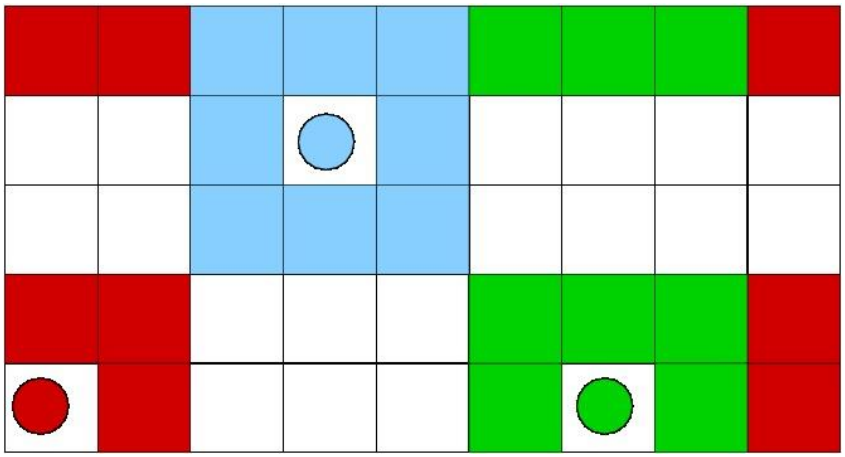


figure 2.10: Schéma en 2 dimensions de la méthode de sélection des cellules voisines pour la recherche de sphère voisine dans le cas d'un système numérique avec des conditions aux limites périodiques.

2.3.3 La configuration initiale du système.

Les sphères mobiles sont initialement disposées sur un réseau cubique dont la première couche est à une hauteur de 8 cm au dessus du fond rugueux. Cet état initial est illustré par la figure 2.11. Les sphères sont relâchées sans vitesse initiale à l'instant $t = 0\ s$, lorsque le fluide est mis en mouvement. Un régime transitoire correspondant au temps mis par les sphères pour tomber au fond du canal se met en place pendant une durée de 4 à 5 secondes. Ce régime permanent est illustré par la figure 2.12 sur laquelle on voit l'évolution temporelle du flux de sédiment en fonction du temps.

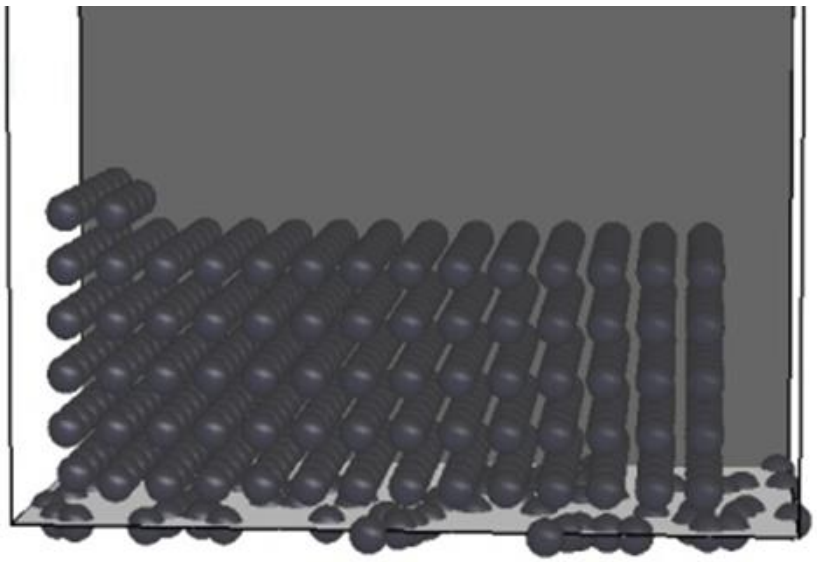


figure 2.11 : Disposition des sphères mobiles à l'instant initial.

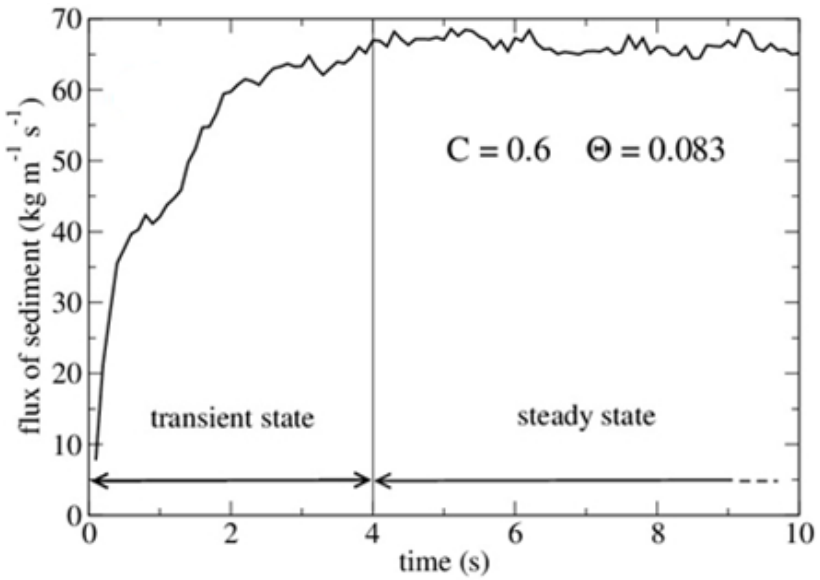


figure 2.12 : Flux de sédiment en fonction du temps. On observe le régime transitoire.

2.4 Mesures du transport sédimentaire et des transferts d'énergie

2.4.1 Débits liquide et débit de sédiments.

L'objectif de ce modèle est d'être capable de reproduire la mise en mouvement de sphères au sein d'un écoulement visqueux et d'extraire des données sur les transferts d'énergie qui ont lieu entre la couverture sédimentaire et le fond rugueux, au sein de la couverture sédimentaire et entre les sphères mobiles et les parois latérales du canal.

Les valeurs instantanées de la vitesse de la couverture sédimentaire et du débit de sédiment sont calculées alors que le système est en régime permanent, sur une fenêtre temporelle d'une durée $\delta t = 100\, ms$. La relation (2.29) évalue la vitesse moyenne d'ensemble des sphères mobiles à l'instant t, $\langle V \rangle(t)$ s'exprime en $m\, s^{-1}$. La relation (2.30) évalue la masse des sphères mobiles qui franchissent une section du canal entre les instants t et $t + \delta t$, $Q_s(t)$ s'exprime en $kg.m.s^{-1}$.

$$(2.29) \qquad \langle V \rangle(t) = \frac{1}{N\,\delta t} \int_t^{t+\delta t} \left(\sum_{i=1}^{N} v_x^i(t') \right) dt'$$

$$(2.30) \qquad Q_s(t) = \frac{1}{W_c \delta t} \int_t^{t+\delta t} \left(\sum_{i=1}^{N} m v_x^i(t') \right) dt'$$

2.4.2 Calcul des puissances dissipées entre les composants du système.

Le flux d'énergie qui est échangé entre une sphère mobile et une autre sphère ou une paroi est calculé par l'intégration du travail de la force normale qui s'exerce sur la sphère pendant le contact. Nous considérons que seule la force normale intervient dans le processus d'incision par fracturation du substrat rocheux (Engle 1978). (Head & Harr 1970) soutiennent que la force tangentielle ne cause pas d'incision significative pour des sédiments arrondis.

La dissipation d'énergie pendant un pas de temps lors d'un contact est le travail de la force normale $\vec{N}_{ij}(t')$. Ce travail se quantifie en sommant les produits scalaires $\vec{N}_{ij}(t').\vec{n}_{ij}\ \delta_{ij}(t')$ pour chaque pas de temps que dure le contact. Le contact se partage en deux phases. Une phase pendant laquelle les sphères se rapprochent et la deuxième pendant laquelle elles s'éloignent. Pendant la phase de rapprochement, de l'énergie est stockée sous forme d'énergie potentielle élastique $\left(\frac{k{\delta_{ij}}^2}{2}\right)$. L'énergie potentielle élastique sera restituée intégralement lors de la phase d'éloignement. La dissipation d'énergie se produit uniquement lors de la phase de rapprochement. On la quantifie en intégrant le travail de la composante dissipative de la force normale selon (2.31).s

$$\text{(2.31)} \qquad \mathrm{W}_{i\to j} = \int_{\frac{d\delta}{dt}>0} -\Gamma\,\frac{d\delta_{ij}}{dt}.\,\delta_{ij}(t)\,dt$$

Les transferts d'énergie dans le sous-système "couverture sédimentaire" sont de natures différentes (figure 2.13). Le fluide fournit de la quantité de mouvement à la couverture sédimentaire. Les chocs entre sphères mobiles sont des sources de dissipation interne. les impacts des sphères mobiles sur le sol et les parois transmettent aux parois l'énergie responsable de l'incision verticale et latérale.

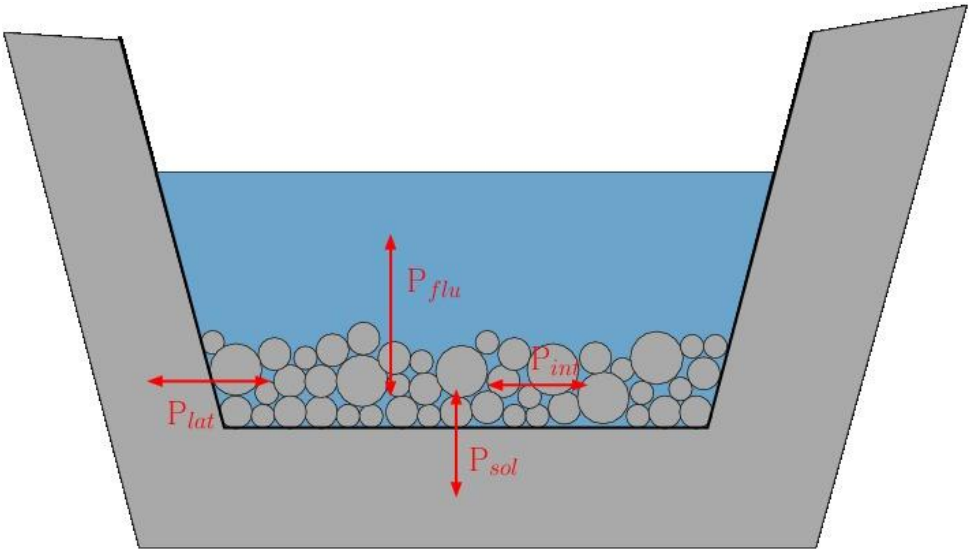


figure 2.13: Schéma indiquant les puissances dissipées par le sous-système "couverture sédimentaire".

Nous dissocions l'énergie dissipée en trois contributions selon la nature des objet impactés par la sphère (S_i). Si (S_i) est en contact avec le fond horizontal du canal, l'énergie $W_{i\to sol}$ sera comptabilisée dans l'énergie transmise par la couverture sédimentaire au fond du canal W_{sol} (2.32). Si (S_i) est en contact avec une sphère fixée au fond du canal, l'énergie $W_{i\to j}$ transférée à cette sphère est également comptabilisée dans W_{sol}. Dans le cas où le système numérique comporte des parois latérales (chapitre 4), lors d'un contact entre une sphère mobile et une des parois latérales du canal, l'énergie $W_{i\to lat}$ est sommé dans W_{lat} (2.33). Pour un contact entre deux sphères mobiles, on définit le flux d'énergie interne à la couverture sédimentaire W_{int} (2.34).

$$\text{(2.32)} \qquad \mathrm{W}_{sol} = -\left[\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=N+1}^{N+N'} W_{i\to j}\right] + \sum_{i=1}^{N} W_{i\to sol}\right]$$

$$\text{(2.33)} \qquad \mathrm{W}_{lat} = -\left[\sum_{i=1}^{N} W_{i\to lat}\right]$$

$$\text{(2.34)} \qquad \mathrm{W}_{int} = -\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_{i\to j}\right]$$

Les puissances dissipées par la couverture sédimentaire sont définit par les dérivées temporelles des énergies (2.35), (2.36) et (2.37).

$$(2.35) \qquad P_{sol} = \frac{d\mathrm{W}_{sol}}{dt}$$

$$(2.36) \qquad P_{lat} = \frac{d\mathrm{W}_{lat}}{dt}$$

$$(2.37) \qquad P_{int} = \frac{d\mathrm{W}_{int}}{dt}$$

Les puissances P_{int}, P_{lat} et P_{sol} sont exprimées en Watts. Selon que ces puissances sont échangées au travers d'une surface (P_{lat}, P_{sol}) ou dissipées au sein d'un volume (P_{int}), nous définissons avec les expressions (2.38), (2.39) et (2.40) les puissances surfaciques (Φ_{lat}, Φ_{sol}) et la puissance volumique (Φ_{int}).

$$(2.38) \qquad P_{sol} = LW_c\Phi_{sol}$$

$$(2.39) \qquad P_{lat} = Lh_s\Phi_{lat}$$

$$(2.40) \qquad P_{int} = LW_c h_s\Phi_{int}$$

Les puissances surfaciques sont indépendantes de la géométrie du système. Ce sont les grandeurs qui représentent le transfert d'énergie par unité de surface entre la couverture sédimentaire et les parois du canal ($[\Phi_{sol}] = [\Phi_{lat}] = Wm^{-2}$). La puissance volumique représente la quantité d'énergie qui est dissipée par unité de volume dans la couverture sédimentaire ($[\Phi_{int}] = Wm^{-3}$).

2.5 Conclusion.

Nous avons développé un modèle numérique basé sur les principes fondamentaux de la dynamique capable de reproduire la mise en mouvement de sphères par un écoulement turbulent. Les trajectoires de chaque sphère ainsi calculées nous donnent des informations sur la dynamique individuelle des sédiments qui constituent la couverture sédimentaire. Le calcul du débit de sédiment et des puissances dissipées lors des contact entre les sphères mobiles et les différents composants du système nous permettent d'étudier les variations du transport sédimentaire et des transferts de puissances en fonction de la vitesse de l'écoulement et de la charge sédimentaire normalisée. Nous pouvons déduire de ces grandeurs le comportement collectif de la couverture sédimentaire et proposer une estimation des taux d'incisions du lit d'une rivière à fond rocheux.

Références :

Brodu, N., Richard, P. & Delannay, R., 2013. Shallow granular flows down flat frictional channels: Steady flows and longitudinal vortices. *Physical Review E*, 87(2), p.22202.

Durán, O., Andreotti, B. & Claudin, P., 2012. Numerical simulation of turbulent sediment transport, from bed load to saltation. *Physics of Fluids*, 24(10), p.103306. Available at: http://link.aip.org/link/PHFLE6/v24/i10/p103306/s1&Agg=doi.

Engle, P.A., 1978. Impact Wear of materials. *Elsevier Sci.*

Head, W.J. & Harr, M.E., 1970. The development of a model to predict the erosion of materials by natural contaminants. *Wear*, 15(1), pp.1–46.

Kurose, R. & Komori, S., 1999. Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 384, pp.183–206. Available at: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112099004164.

Liu, Q. & Prosperetti, A., 2010. Wall effects on a rotating sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 657, pp.1–21. Available at: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S002211201000128X.

Nikuradse, J., 1933. *Gesetzmässigkeiten der turbulenten strömung in rauhen rohren*.

Pöschel, T. & Schwager, T., 2005. *Computational Granular Dynamics*, Berlin: Springer.

Silbert, L.E. et al., 2001. Granular flow down an inclined plane: Bagnold scaling and rheology. *Phys. Rev. E*, 64, p.51302.

Taberlet, N., Richard, P. & Delannay, R., 2008. The effect of sidewall friction on dense granular flows. *Computers & Mathematics with Applications*, 55(2), pp.230–234.

Chapitre 3 : Incision verticale

De nombreuses études de l'érosion d'un substrat rocheux ont été menées afin de déterminer le rôle crucial de la dynamique de la couverture sédimentaire dans le phénomène de l'incision. Il ressort des expérimentations (Sklar & Dietrich 2001) que la quantité de sédiment joue un rôle majeur dans l'efficacité de l'incision du fait de la compétition entre deux phénomènes antagonistes. Le "tool-effect" est prédominant pour des faibles charge sédimentaires. Le nombre d'impact sur le fond rocheux augmente lorsque la quantité de sédiment dans le système augmente, ce qui conduit à une augmentation de l'énergie transférée par la couverture sédimentaire au sol. Le "cover-effect" s'observe lorsque la charge sédimentaire est élevée. La quantité de sédiments est telle que le fond du système est totalement recouvert par une couche de sédiments immobiles, ce qui génère une protection contre les impacts des sédiments mobiles. Des modèles numériques ont été développés par (Sklar & Dietrich 2004) et (Turowski et al. 2007) qui se sont basés sur le fait que l'incision est proportionnelle au nombre d'impact et à la fraction du fond de la rivière qui n'est pas recouverte de sédiments immobiles. Cette approche nécessite de définir une fraction de couverture qui ne tient pas compte de la dynamique individuelle des sédiments. Le modèle mécanique que nous avons développé nous permet d'étudier la problématique de l'effet de couverture à l'échelle granulaire. De plus, il nous est possible d'étudier la dynamique des impacts de manière précise, ce qui mène à une vision détaillée de l'aspect énergétique de l'incision.

3.1 Méthode numérique.

Le travail de la force normale n'est pas entièrement efficace pour fracturer le substrat rocheux. En effet, seule une fraction de l'énergie dissipée dans le contact est responsable de l'incision. Afin de mesurer le flux d'énergie responsable de l'incision, nous allons définir une valeur seuil du recouvrement (δ_c) en dessous duquel, l'énergie dissipée ne sera pas responsable de l'usure du substrat. Cette notion de seuil d'énergie est démontrée par (Head & Harr 1970) à l'aide de mesures expérimentale du taux d'incision d'une plaque de verre impactée par des billes de verre (figure 3.1). L'existence de ce seuil est discutée par (Sklar & Dietrich 2004) dans le modèle stochastique d'incision des rivières à fond rocheux.

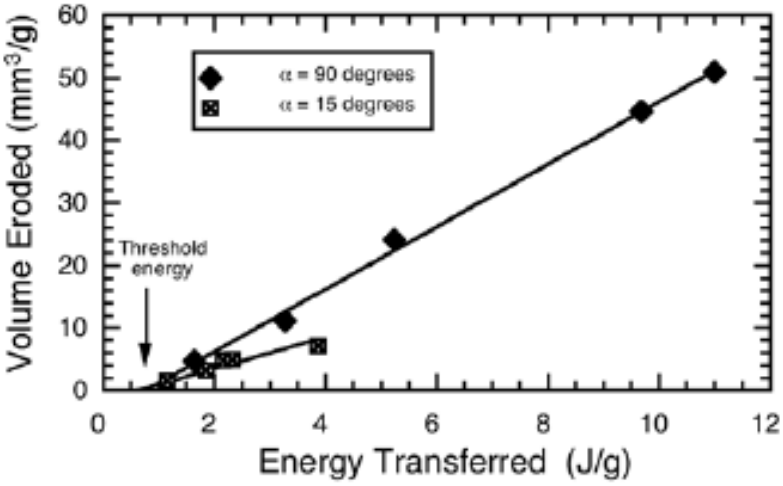


figure 3.1 : Volume de substrat érodé en fonction de l'énergie transférée pendant le contact. On remarque l'existence du seuil d'énergie.(Head & Harr 1970)

Il paraît raisonnable que ce seuil soit supérieur au recouvrement entre une paroi horizontale et une sphère soumise à son propre poids qui est de l'ordre de $\delta = 10^{-7}$m . Dans les rivières naturelles, l'abrasion du substrat se fait par l'arrachement de petits fragment de roche de taille variable. Si un choc se produit avec une énergie cinétique suffisante, un fragment de roche d'une taille comparable au recouvrement sera arraché du substrat. Ces fragments sont d'une granulométrie proche de celle du sable, ce qui amène à des tailles comprises entre $10^{-5}m$ et $10^{-3}m$.

Nous utilisons un système numérique sans paroi verticale de longueur $L = 2{,}0$ m, de largeur $W_c = 1{,}0$ m. Les paramètres de rugosité sont $Z' = 0{,}4D$, $\sigma' = 0{,}35$. La valeur du nombre de Shields est $\Theta = 0{,}083$.

Pour connaitre la répartition des quantités d'énergie transférées lors des contacts selon la valeur du recouvrement, nous avons séparés les puissances transmise au sol en quatre catégories :

$$\delta > 10^{-5}\ m$$
$$10^{-5}\ m > \delta > 10^{-6}\ m$$
$$10^{-6}\ m > \delta > 10^{-7}\ m$$

L'allure générale des courbes de la puissance dissipée sur le sol en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour les différentes valeurs du recouvrement (figure 3.2) montre plusieurs tendances. Pour les recouvrements $\delta > 10^{-5}$ m, on observe un maximum global de $P_{sol}(\sigma)$ pour une valeur $\sigma \approx 0{,}5$. Un deuxième maximum local peu marqué est présent en $\approx 1{,}2$. Pour $\sigma > 1{,}2$, P_{sol} décroît et tend vers 0. Pour les recouvrements telles que $10^{-6} < \delta < 10^{-5}$ m, On observe deux maxima de $P_{sol}(\sigma)$ en $\sigma \approx 0{,}5$ et $\sigma \approx 1{,}5$. P_{sol} décroît lorsque $\sigma > 2$ mais ne tend pas vers 0 dans la gamme de σ étudiée. Pour les recouvrements $10^{-7} < \delta < 10^{-6}$ m, on observe un maximum local en $\sigma \approx 0{,}7$ et une légère décroissance de $P_{sol}(\sigma)$ pour $0{,}7 < \sigma < 0{,}8$. Lorsque $1{,}0 < \sigma < 2{,}0$ P_{sol} augmente. Pour $\sigma > 2{,}0$, la puissance transmise au sol se stabilise à $P_{sol} \approx 9$W.

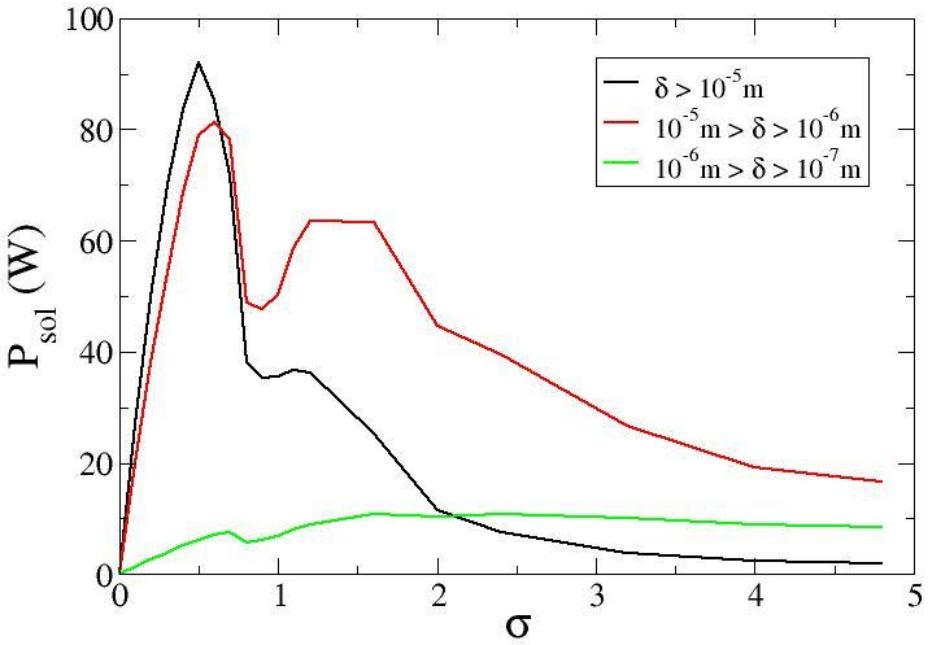


figure 3.2 : Puissance surfacique en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour les différentes valeurs du recouvrement. $\Theta = 0{,}083$.

Les valeurs de recouvrement $10^{-7} < \delta < 10^{-6}$ m sont caractéristiques de l'écrasement d'une sphère sous son propre poids. La puissance transmise au sol dans cette tranche ne participe pas à l'incision du fond rocheux.

On considère que seule la puissance transmise au fond du canal pour $\delta > 10^{-5}$ m est responsable de l'incision du fond rocheux.

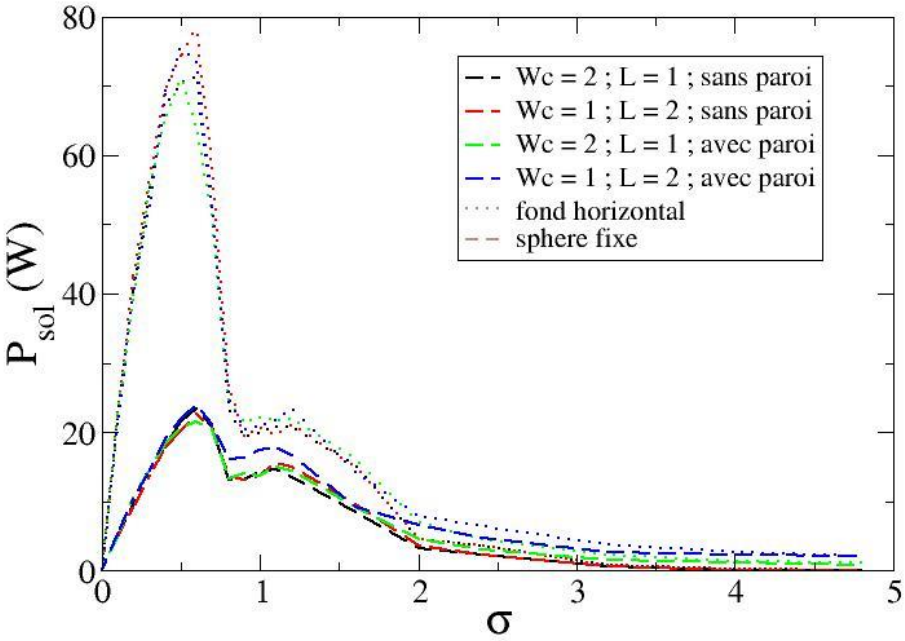


figure 3.3 : Puissance transmise au fond du canal en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour différents rapports d'aspects et selon la nature de l'objet impacté.

Sur la figure 3.3, on observe que le rapport d'aspect du canal ainsi que la présence ou non de parois verticales n'a pas d'influence sur la puissance transmise au sol. On remarque également que la distribution du transfert d'énergie entre le fond horizontal et les sphères fixes n'est pas modifié.

3.2. Incision du fond rocheux par les galets charriés.

Les résultats relatifs à l'incision du fond rocheux sont inclus sous la forme d'un article soumis au journal *Water Resources Research*.

Numerical study of bedrock incision by reptation and saltation

Guilhem AUBERT, Vincent J. LANGLOIS, Pascal ALLEMAND.
Université Claude Bernard Lyon 1 et ENS de Lyon.

La reptation et la saltation sont les deux modes de transport sédimentaire qui contribuent le plus à l'incision des rivières à fond rocheux. Des modèles stochastiques et des résultats expérimentaux ont récemment démontré que la proportion du fond rocheux qui est recouverte de sédiments est un paramètre crucial pour l'incision du fond rocheux. Nous proposons un modèle mécanique pour étudier les variations du taux instantané d'incision en fonction de la fraction de couverture et de la contrainte de cisaillement de l'écoulement. Ce modèle est basé sur la dynamique moléculaire et résout les équations du mouvement pour calculer les trajectoires des galets mis en mouvement par un écoulement turbulent sur un fond rocheux. De ce modèle, nous déduisons une loi de transport sédimentaire qui tient compte de l'influence du nombre de Shields et de la charge sédimentaire mise en mouvement. Le travail des forces dissipatives pendant chaque impact entre un galet et le fond rocheux est calculé pour quantifier la puissance transmise par la couverture sédimentaire au fond rocheux. Nos résultats démontrent que la puissance transmise présente un maximum pour une valeur donnée de la charge sédimentaire, ce qui est le résultat d'une compétition entre deux effets antagonistes : plus il y a de galets dans la couverture sédimentaire, plus les impacts contribuent à l'incision du sol ("tool-effect"), jusqu'à ce que les sédiments qui s'accumulent sur le fond rocheux le protègent des impacts ("cover-effect"). Ces résultats sur la loi de transport et le taux d'incision sont cohérents avec les modèles numériques existants et les mesures expérimentales. Nous démontrons que notre modèle prédit une fonction de couverture qui est différente des modèles linéaire et exponentiel qui sont décrits dans la littérature. Enfin, nous quantifions le taux instantané d'incision en fonction de la charge sédimentaire et du nombre de Shields.

Abstract

Reptation and saltation are the two modes of transport of sediment that contribute the most to bedrock river incision. Stochastic models and experimental results have recently demonstrated that the fraction of the bedrock covered by sediment is a crucial parameter for the incision of bedrock. We propose a mechanistic numerical model in order to study the variation of the instantaneous incision rate with cover effect and flow shear stress. This model is based on molecular dynamics and solves the equations of motion in order to compute the trajectories of pebbles entrained by a turbulent flow over a solid bedrock. We extract a sediment transport law that accounts for the influence of both for the Shields number and the sediment supply on the bedload flux. The mechanical work of dissipative forces at each impact of a pebble on the bedrock is computed, in order to quantify the flux of energy delivered by bedload to the bedrock. Our results demonstrate that this flux of energy presents a maximum for a given sediment supply, which is the result of a competition between two antagonistic effects: the more pebbles in the bedload, the more impacts contribute to erode the bedrock ('tool-effect'), until pebbles that accumulate on the bedrock protect it from impacts ('cover-effect'). These results about the transport law and incision rate are consistent with existing numerical models and experimental measurements. We show that our model predicts a cover function that differs both from the linear and exponential models already available in the literature. Finally, we quantify the instantaneous erosion rate as a function of the sediment supply and the Shields number.

1 Introduction

The formation of mountain ranges is controlled by the balance between tectonical uplift and erosion. Whereas in alluvial rivers, the erosion rate is directly related to the divergence of the flux of transported sediment (via the Exner equation), mountain streams cut their way into bedrock, and river incision is one of the key erosional processes that govern the response of landscape to variations in the uplift rate or in climatic conditions (*Howard et al.*, 1994; *Lague*, 2010). River incision therefore represents a major contribution to erosion on continents. For example, *Yanites et al.* (2013) estimate that the mean incision rate in a river is of the order of 100 m/My. During short hydrological events, the incision rate can reach much higher values, up to a few meters per day (*Hartshorn et al.*, 2002;

Lamb and Fonstad, 2010). A precise knowledge of the physical processes that control bedrock abrasion is thus necessary to develop accurate models of landscape evolution over long timescales, which rely heavily on phenomenological laws to describe incision (*Sklar and Dietrich*, 2008; *Lague*, 2010).

In landscape evolution, the classical approach to erosion by rivers considers two asymptotical regimes (*Whipple and Tucker*, 2002), depending on the quantity of sediment and the flow velocity. The *transport-limited* regime occurs when the available quantity of sediment is very large: the flow can only put the upper layer into motion, and the bedrock is always covered by a thick protecting layer. In this case the Exner equation governs the erosion rate. The *detachment-limited* regime occurs when the number of pebbles that compose the bed load is below the transport capacity of the flow. Classical geomorphological laws have been derived from the assumption that in this regime, the incision rate does not depend on the quantity of sediment but is directly related to the stream power or the shear stress at the bedrock (*Seidl and Dietrich*, 1993; *Anderson*, 1994; *Howard et al.*, 1994; *Tucker and Slingerland*, 1996; *Whipple and Tucker*, 1999; *Willett*, 1999). However, incision by abrasion is directly due to impacts of transported pebbles on the bedrock (while plucking may be facilitated by these impacts): the incision rate has to depend on the available quantity of sediment in the river bed, and not only on the water discharge and the local slope (*Turowski et al.*, 2007; *Lague*, 2010). A relevant model for bedrock abrasion should therefore be built upon a model of sediment transport.

Solid particles denser than water can be transported by a stream in three different ways (*Bagnold and Beech*, 1977; *Lajeunesse et al.*, 2010). When the flow velocity is low, particles (sand grains or pebbles) are in *reptation*: they roll and slide on the river bed, scratching the underlying material. For a higher flow velocity, pebbles are in *saltation* bounce over the bedload at a height of a few radii and periodically hit the river bedrock or other pebbles. Finally, in the *suspension* regime, particles are transported within the flow without interacting with the bedrock. Each of these transport modes occurs in a specific range of shear stress, depending on the motion threshold and on the pebble size (*Cohen et al.*, 2010; *Hjülstrom*, 1935). According to *Sklar and Dietrich* (2001), *Chatanantavet and Parker* (2009) and *Cook et al.* (2013), reptation and saltation are the only efficient transport regimes to incise into bedrock: each impact of a pebble on the bedrock contributes to fragilize the brittle material and hence to erode small volumes of rock (both from the bedrock and from the pebble itself). At high transport stages, suspended load can however

have a significant influence on abrasion, as shown by *Lamb et al.* (2008) and *Scheingross et al.* (2014).

The influence of bedload transport on river incision has been the object of various recent studies, whether in the field, experimental or theoretical. *Sklar and Dietrich* (2001) conducted direct measurements of incision rate in a bedrock by measuring the wear of a rock surface by pebbles entrained in a turbulent rotating flow. They demonstrated that, apart from the mechanical properties of the rock (namely their tensile strength), the main control parameter of the incision rate is the quantity of available sediment within the flow. Their measurements showed that when the amount of sediment is low, the incision rate increases with it. However, the incision rate soon reaches a maximum and decays when the amount of sediment becomes too large. To explain these results, the authors invoke two antagonistic effects: i) *tool-effect*: for a moderate sediment supply, the more pebbles are available, the more impacts there are, which deliver energy to the bedrock and contribute to its incision. ii) *cover-effect*: if the sediment supply is high, grains or pebbles tend to accumulate on the bedrock, thus forming an immobile layer that protects the bedrock surface from further impacts. When the amount of sediment is too large, the incision rate becomes zero. Following this pioneering experimental work, a mechanical approach has been developed to model the influence of the sediment load and derive analytical expressions for the incision rate (*Sklar*, 2004), as a function of the properties of the stream. The incision rate is expressed as the product of three terms: the impact rate on the bedrock, the volume of rock detached by a single impact and the fraction of bedrock exposed to impacts. This last quantity has been estimated either as a linear function of the sediment flux (*Sklar*, 2004) or, on the basis of a probabilistic argument, as an exponential function of the sediment supply (*Turowski et al.*, 2007). Let us note that a similar approach has also been used recently in the field: *Turowski et al.* (2013) used pressure sensors disposed on the bed of a water stream in order to measure directly the energy delivered to the bedrock by impacts of saltating pebbles. However, such models rely on a stochastic approach of the distribution of the alluvial cover on the bedrock, and on average trajectories of saltating pebbles. The aim of the present study is to compute the actual trajectories of pebbles in a bedload layer and therefore extract explicitly the amount of energy delivered by their impacts on the bedrock (*Hodge et al.*, 2011; *Hodge and Hoey*, 2012).

This article presents a new numerical approach of bedrock abrasion by bedload transport. We developed a mechanistic model based on the classical description of the physical

interactions within a layer of pebbles entrained by a turbulent water flow. The goal of this study is to describe explicitly the trajectories of individual pebbles. This mechanical model allows us to derive a quantitative estimate of the energy dissipated in each impact and therefore the total flux of energy delivered to the bedrock by the bedload layer. The article is organized as follows: in the first part, we describe the physical laws implemented in the numerical model. In the second section, we present the properties of the bedload layer predicted by our model. These predictions are compared to classical empirical transport laws. In the third part we study the influence of the shear stress and of the sediment supply of the bedrock on the flux of energy delivered to the bedrock. Finally, in the last section we discuss the implications of these results on the incision rate in a bedrock river.

2 Description of the numerical model

2.1 Numerical setup

We simulate the dynamics of N spherical pebbles entrained over a fixed bedrock by a turbulent water flow. The computational domain is a parallelepipedic box of length $L = 2\,\mathrm{m}$, width $W = 1\,\mathrm{m}$ and height $H = 2\,\mathrm{m}$ (see figure 1 and table 3 for the list of all physical parameters used in the simulation). Periodic boundary conditions are used in both horizontal directions x and y. The bedrock is a horizontal surface located at $z = 0$. We simulate a natural roughness of the bedrock by glueing N_b spheres of radius $R = 5\,\mathrm{cm}$, centered at a height $z = z_r$. These protruding spheres are fixed and have the same mechanical properties as the pebbles entrained by the flow. In all the presented results except in section 3.4, these spheres protrude by a height $h_b = R + z_r = 4\,\mathrm{cm}$ and their surface density is given by

$$\chi = \frac{N_b \pi R^2}{W\,L} = 0.36 \tag{1}$$

Considering that we only model spherical particles, the presence of this roughness on the bedrock is necessary to allow for the existence of patches of immobile pebbles (particles roll towards asperities and can get trapped) and also to enhance vertical motion, that is, saltation of mobile pebbles (without any roughness, particles tend to simply roll along the smooth surface). The aim of the simulation is to compute the amount of energy that is transmitted to the bedrock when it is hit by saltating pebbles (these impacts leading to an erosion of the bedrock). However, it has to be noted that we simulate the bedload dynamics

over a timescale of the order of a minute, whereas significative abrasion of the bedrock only happens over years. Therefore, we consider that the bedrock (both the horizontal surface and the fixed spheres) remains unchanged and immobile within the timescale of the simulation.

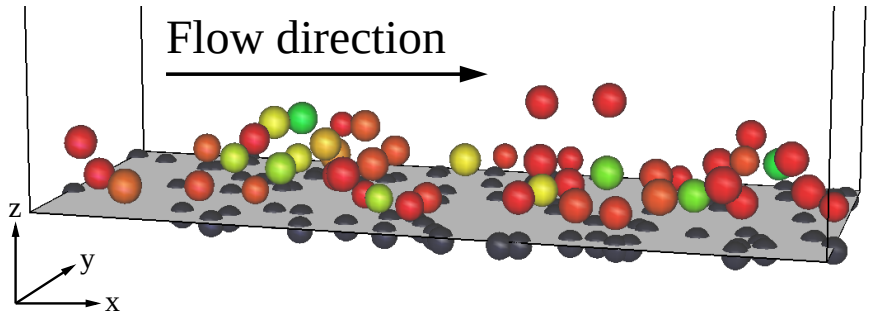


Figure 1: Snapshot of the simulation. Color scale codes the horizontal velocity of each pebble. Grey spheres protruding through the horizontal surface make the bedrock rough.

The bedload consists of N pebbles, that are modelled as spheres of radius $R = 5\,\mathrm{cm}$ and density $\rho_s = 2,500\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Even if repeated impacts might lead to a slow comminution of the pebbles, their size can also be considered as fixed over the duration of the simulation. The number of pebbles that can be disposed in a single layer over the bedrock is of the order of $\dfrac{W\,L}{\pi R^2}$. Therefore, we quantify the sediment supply by defining the dimensionless surface density σ as the surface of bedrock covered by pebbles, divided by the total available surface:

$$\sigma = \frac{N \pi R^2}{W\,L} \tag{2}$$

A horizontal turbulent water flow in the x direction puts the pebbles into motion (see section 2.3). Their trajectories are then driven by their immersed weight ($\mathbf{W}$), fluid friction (drag force $\mathbf{F}$ and torque $\mathbf{M}$) and contact forces exerted by other pebbles ($\mathbf{N}$, $\mathbf{T}$). The evolution with time of the position $\mathbf{r}$ and rotational velocity $\mathbf{\Omega}$ of a pebble is given by Newton's equations of motion:

$$\begin{cases} m\,\dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} &= \mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{N} + \mathbf{T} \\[2ex] J\,\dfrac{d\mathbf{\Omega}}{dt} &= \mathbf{R} \times \mathbf{T} + \mathbf{M} \end{cases} \tag{3}$$

with $m = \frac{4\pi}{3}\rho_s R^3$ the mass and $J = \frac{8\pi}{15}\rho_s R^5$ the angular momentum of a pebble. The immersed weight of a pebble is

$$\mathbf{W} = (\rho_s - \rho_w)\,\frac{4\pi R^3}{3}\,\mathbf{g} \tag{4}$$

with $\mathbf{g} = -g\,\overrightarrow{e_z}$ the gravitational acceleration ($g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$).

2.2 Contacts between pebbles

Collisions between pebbles are managed according to the principles of Molecular Dynamics (see for instance *Pöschel and Schwager* (2005)). When two pebbles are in contact, the exact deformation of each solid particle is not explicitly computed and spheres are instead allowed to overlap slightly. We assume that a collision occurs only if the distance between two pebbles center is lower than the sum of their radii, that is, if $\delta = 2R - |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| > 0$ (see figure 2). When two pebbles make contact, they experience an inelastic rebound that can be modeled by the sum of an elastic and a viscous force (*Cundall and Strack*, 1979). The elastic force is linear in the pebbles' overlap δ. The viscous dissipation is proportional to the temporal variation of this overlap: the normal force experienced by a pebble i in contact with a pebble j is then

$$\mathbf{N}_{ij} = \left(k\,\delta - \Gamma\,\frac{d\delta}{dt}\right)\,\mathbf{n}_{ij} \tag{5}$$

where k is the elastic constant, Γ is the effective viscosity and $\mathbf{n}_{ij} = \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r_i}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r_i}|}$ is the unit normal vector of the collision. The value of the elastic constant is related to the material's Young modulus and the pebble size: we adopt the value $k = 2 \times 10^8\,\mathrm{N\,m^{-1}}$, which corresponds to an elastic modulus $Y \sim k/R = 4\,\mathrm{GPa}$. This value is quite low for rocks, but increasing the elastic modulus would imply reducing too much the numerical timestep. Let us note, however, that pebbles are still very rigid: the deformation of a pebble under its own weight is only of 60 nm. The effective viscosity is a numerical parameter that is responsible for the inelasticity of the collision but does not have a direct physical equivalent.

When a pebble impacts another one in water, energy is dissipated in plastic deformations or micro-fractures within the rock, as well as in the viscous interstitial flow. Within

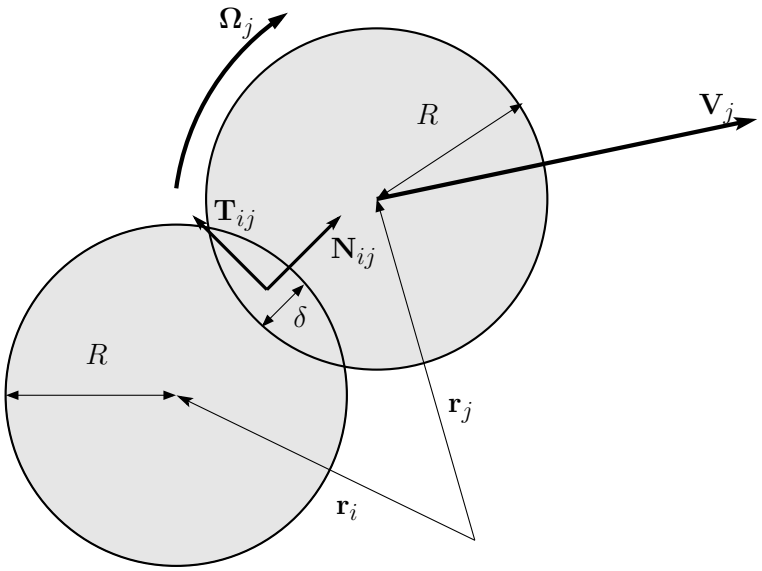


Figure 2: Two neighbouring pebbles, located respectively at $\mathbf{r}_i$ and $\mathbf{r}_j$, with an overlap $\delta = 2R - |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$. If we consider pebble i as immobile, $\mathbf{v}_j$ and $\mathbf{\Omega}_j$ are, respectively, the translational and angular velocities of pebble j. Normal $\mathbf{N}_{ij}$ and tangential $\mathbf{T}_{ij}$ forces apply at the contact.

our model, the glocal effective inelasticity of the collision can be quantitied by the coefficient of restitution e, which compares the velocity of the pebble before and after a collision: $e = 1$ corresponds to an elastic collision and $e = 0$ to a total energy dissipation. If the force is given by equation (5), e is expressed as

$$e = \exp\left(-\frac{T_{coll}\Gamma}{2m}\right) \quad \text{with} \quad T_{coll} = \pi \frac{\sqrt{m/k}}{\sqrt{1 - \Gamma^2/(4mk)}} \tag{6}$$

the typical duration of a collision. We choose the value $\Gamma = 2 \times 10^4\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$ for the effective viscosity, which leads to collisions of duration $T_{coll} = 10^{-4}\,\mathrm{s}$ and a coefficient of restitution $e = 0.3$, which means that a pebble looses $1 - e^2 = 90\%$ of its incident kinetic energy during an impact.

The tangential force $\mathbf{T}$ generated at a contact between two pebbles is described by the regularized Coulomb's law of solid friction, as in *Cundall and Strack* (1979). This force opposes the tangential motion and is expressed as

$$\mathbf{T} = -\min(G\,|\mathbf{v^t}|; \mu\,|\mathbf{N}|)\,\frac{\mathbf{v}^t}{|\mathbf{v}^t|} \tag{7}$$

where $\mathbf{v}^t$ the tangential velocity at the contact, which is a function of the two pebbles' translational and angular velocities. $\mu = 0.6$ is the local friction coefficient, $\mathbf{N}$ is the normal force experienced by the two pebbles. $G = 5\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$ is the slope of the regularization of the Coulomb's law. This regularization prevents the indetermination of the friction force when the two particles in contact have a zero tangential velocity.

A collision between a pebble and the horizontal surface of the bedrock is treated as a collision with a pebble of infinite radius and same mechanical properties.

2.3 Turbulent water flow

A stationary turbulent flow over a rough bedrock follows the average velocity profile :

$$\mathbf{V}(z) = V_f\left(z\right)\mathbf{e_x} \quad \text{with} \quad V_f\left(z\right) = \frac{U^*}{\kappa}\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \tag{8}$$

where x is the direction of the flow, $\kappa = 0.41$ is the von Kármán constant. z_0 is the bedrock roughness and depends on pebble size : a bedrock made of pebbles of radius R has a roughness $z_0 = R/15$ (*Nikuradse*, 1933; *Valance*, 2005). U^* is the shear velocity, whose expression is given by the relationship between turbulent shear stress and velocity gradient:

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_w}} \quad \text{with} \quad \tau = \rho_w \kappa^2 z^2 \left(\frac{\partial V_f}{\partial z}\right)^2 \tag{9}$$

where $\rho_w = 1,000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ is the density of water. The ability of the stream to put pebbles into motion is described by the Shields number. This dimensionless quantity is proportional to the ratio between the drag force on a pebble and its immersed weight:

$$\Theta = \frac{\rho_w\left(U^*\right)^2}{\left(\rho_s - \rho_w\right)2gR} \tag{10}$$

Pebbles are put into motion by the flow if Θ exceeds a threshold value Θ_0: measurements of this threshold, both in the field and in experiments, give values in the range $0.01 < \Theta_0 < 0.05$ (*Buffington and Montgomery*, 1997). In abrasion experiments conducted in a flume setup by *Attal and Lavé* (2009) the maximum fluid velocity is $4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ for a water height $H = 60\,\mathrm{cm}$. As reported in data reviewed by *Rickenmann and Recking* (2011), flow velocity in mountain streams varies typically between 0.3 and $4\,\mathrm{m.s^{-1}}$, for a water height between 0.1 and 3 m. In our study, we vary the value of Θ from 0 to 0.11, which

corresponds to mean water velocities ranging from $0.5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ to $5.0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, which is consistent with typical natural or experimental values.

If the solid bedrock is covered with a layer of mobile pebbles, as in our simulations, the turbulent velocity profile is modified. Recently, *Duran et al.* (2012) developed a quasi-2D mechanistic approach that takes into account the retroaction of the pebbles on the water flow. This model is based on the conservation of total horizontal momentum in horizontal slices. The fluid velocity vanishes where the local solid fraction is high enough (that is, one or two grain layers from the surface of the bedload layer), and tends to a logarithmic profile in the 'clear water' region. The 'intermediate' region where the velocity goes from zero to the logarithmic profile is very thin (usually of the order of one grain diameter). Therefore, we simplified the treatement of this retroaction by modelling only two different regions in the flow: at each timestep, we compute the average solid fraction ϕ in horizontal slices. If $\phi < \phi_b = 0.5$, the velocity profile is logarithmic and not affected by the presence of pebbles. If $\phi \geqslant \phi_b$, the velocity of water vanishes : $V_f = 0$ (see the resulting velocity profile in figure 5).

2.4 Interactions between pebbles and the flow

The drag force acting on a pebble is

$$\mathbf{F} = \frac{\pi \rho_w R^2}{2} C_D \left|\mathbf{U}\right| \mathbf{U} \tag{11}$$

where $\mathbf{U} = \mathbf{V}(z) - \dfrac{d\mathbf{r}}{dt}$ is the relative velocity between the local flow and the pebble. The drag coefficient C_D of a sphere can be expressed semi-empirically as a function of the particle Reynolds number (*Clift et al.*, 1978). In the present study, we use the following approximation:

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}} + 0.4 \tag{12}$$

with $\mathrm{Re} = \dfrac{2\,UR}{\nu}$, where $\nu = 10^{-6}\,\mathrm{Pa\,s}$ is the kinematic viscosity of water. This approximation is equivalent to the Stokes formula for the drag force at low Reynolds numbers. When a sphere is rotating in a viscous fluid such as water, its angular velocity induces a diffusion of momentum in a boundary layer. This results in a viscous torque applied to

the pebble (*Liu and Prosperetti*, 2010), which opposes its rotation:

$$\mathbf{M} = -8\pi\rho_w\nu R^3\,\mathbf{\Omega} \tag{13}$$

2.5 Computational methods

Pebbles are initially disposed on a regular lattice at a height $z = 8\,\mathrm{cm}$ and released with no initial velocity at $t = 0$. At the same time, the fluid is set into motion and pebbles start to move. We use the classical numerical methods of Molecular Dynamics to compute the positions ($\mathbf{r}$) and rotational velocities ($\mathbf{\Omega}$) of the pebbles as a function of time: at each timestep, all forces acting on each pebble are computed, and Newton's equations of motion (both translational and rotational) are integrated simultaneously for all pebbles by the Verlet method (of fourth order) (*Cundall and Strack*, 1979; *Pöschel and Schwager*, 2005).

The timestep used in the simulation is $\Delta t = 10^{-6}\,\mathrm{s} = T_{coll}/100$, which ensures that the trajectories during a collision are computed with sufficient accuracy. The 'instantaneous' sediment flux $q_s(t)$ is computed over temporal windows of duration $\delta t = 100\,\mathrm{ms}$:

$$q_s(t) = \frac{1}{\delta t}\int_t^{t+\delta t}\left(\sum_{i=1}^{N} m\,{v_x}^i(t')\right)dt' \tag{14}$$

Each collision between a pebble and the bedrock is inelastic: therefore, a given quantity of energy is transferred to the bedrock, which can result in the erosion of a small volume of the brittle material. This quantity of energy corresponds to the work of the dissipative forces during the collision. The total energy transferred to the bedrock by unit time and surface can therefore be expressed as

$$\Phi_E = \frac{1}{WL}\frac{1}{T}\sum_{impacts}\int_{collision}\mathbf{N}\left(t'\right)\cdot\delta\left(t'\right)\mathbf{n}\,dt' \tag{15}$$

3 Results

3.1 Sediment transport

Let us first investigate the structure and dynamics of the bedload layer. Figure 3 shows the evolution of the flux of sediment q_s with time when the Shields number is beyond the threshold of motion. After the pebbles are released in the flow, the bedload flux increases

regularly during a transient period before reaching a steady value. The duration of this regime depends on the Shields number but is always of the order of a few seconds. In the rest of the discussion, this transient state will be dismissed and all results computed in the permanent regime only.

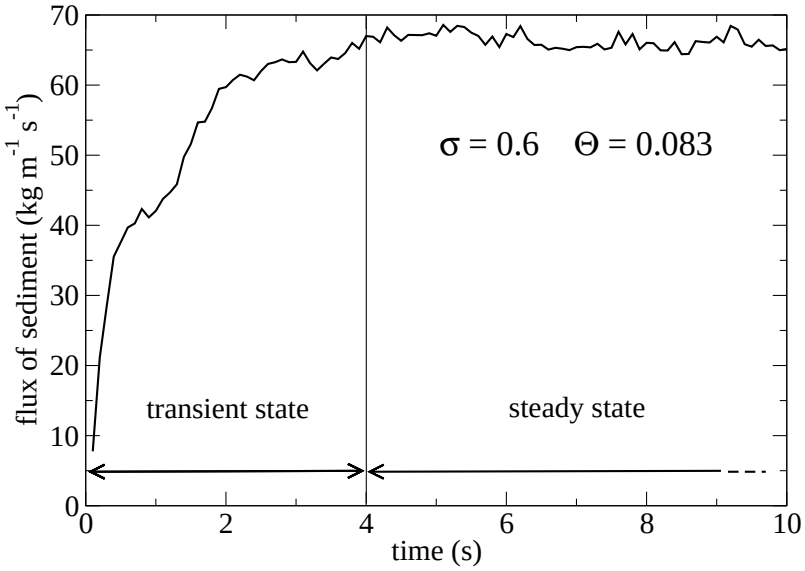


Figure 3: Flux of sediment $q(t)$ as a function of time, for a Shields number $\Theta = 0.083$ and a sediment supply $\sigma = 0.6$. A transient state is observed for a few seconds before the steady state is reached.

Transport of sediment only occurs if the fluid drag force on a pebble is large enough to overcome solid friction. In figure 4 we plot the flux of sediment, averaged over time (in the stationary regime) $Q_s = \langle q_s(t) \rangle$ as a function of Θ. We observe that this threshold of motion corresponds to a critical value of the Shields number $\Theta_0 = 0.012$. Below this value, the average sediment flux vanishes after a short transient. The exact value of the threshold is somewhat difficult to assess, since some transport can occur with intermittency even below Θ_0. Within the margin of error of this definition, the value of Θ_0 depends only very slightly on the sediment supply σ and we shall assume in the following that Θ_0 is a constant.

In figure 5, we plot the flow velocity, the mean velocity of pebbles and the solid volume

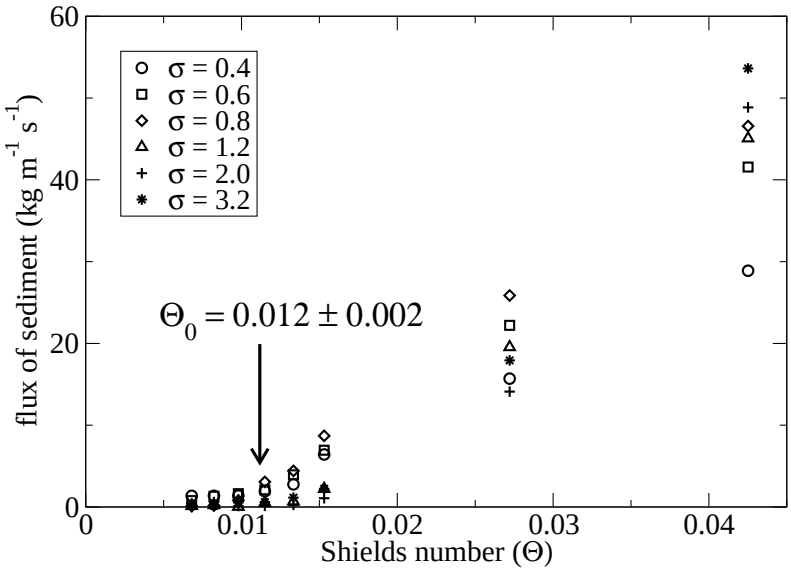


Figure 4: Average flux of sediment $Q_s = \langle q_s \rangle$ as a function of of the Shields number Θ and for different sediment supplies. Q_s becomes significantly large when the Shields number exceeds $\Theta_0 \approx 0.012$.

fraction as a function of height and for a relatively large sediment supply ($\sigma = 1.6$). The local volume fraction is computed in horizontal slices of height $R/3.5$. Its profile presents two local maxima and vanishes for $z \sim 2R$, which shows that the bedload is structured into two rather compact layers. As evidenced by the water velocity profile, the flow only penetrates the upper layer of pebbles (which in this case is incomplete). Most of the pebbles lying in the bottom layer are therefore totally immobile or only slightly entrained by the upper mobile pebbles. The average velocity of pebbles exposed to the flow increases with their vertical position in the bedload, but is systematically lower than the corresponding fluid velocity.

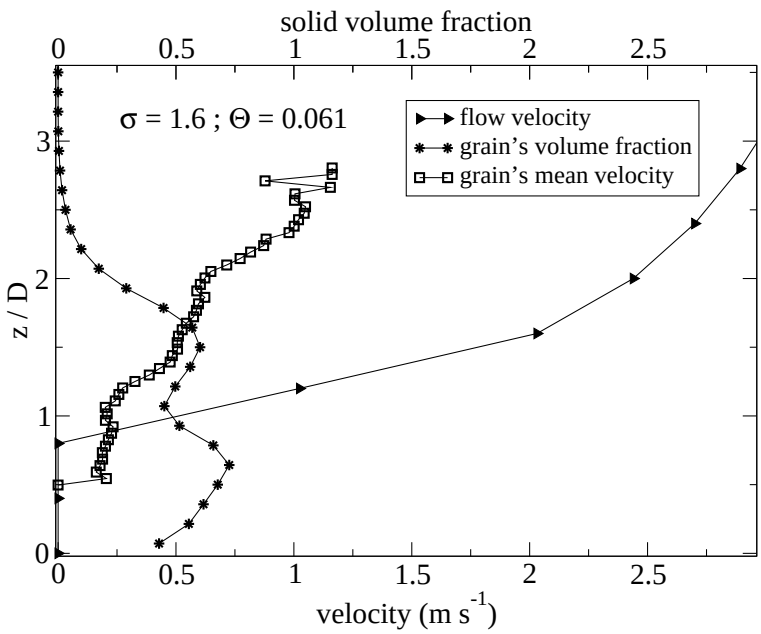


Figure 5: Solid volume fraction and velocity of the fluid and the pebbles as a function of height for a Shields number $\Theta = 0.061$ and a sediment supply $\sigma = 1.6$. Two distinct layers of pebbles can be observed. The velocity of the flow and of pebbles vanishes in the bottom layer.

Let us now investigate the transport law by varying the Shields number Θ. In figure 6, we plot the variation of the average flux of sediment Q_s with the reduced Shields number

$\frac{\Theta-\Theta_0}{\Theta_0}$, and for different values of the sediment supply. The Meyer-Peter/Müller law

$$Q_{sat} = 8\,\rho\sqrt{\frac{\rho-\rho_w}{\rho_w}\,g\,(2R)^3}\;\times\left(\Theta-0.047\right)^{3/2} \tag{16}$$

is plotted for comparison. By analogy with most sediment transport laws, we fit the evolution of Q_s with $(\Theta-\Theta_0)$ by a power law:

$$Q_s\,(\sigma,\Theta) = f(\sigma)\;\left(\Theta-\Theta_0\right)^{n(\sigma)} \tag{17}$$

It has to be noted, though, that we only explore a limited range of Shields number, considering that the sediment supply σ is the main control parameter in this study, which does not garantee a high precision in the determination of the index n. The index of the best fit roughly increases with the sediment supply, and we have $n(\sigma) < 1$ for $\sigma < 1$ and $n(\sigma) > 1$ otherwise. If the sediment supply is low, the sediment flux increases slowly with Θ: pebbles can be transported at a higher speed when the flow accelerates, but the amount of available pebbles remains below the transport capacity. If the sediment supply is high enough, a rapid flow is able to put more pebbles into motion, which leads to a rapid variation of Q_s with Θ.

Let us now focus on the effect of the sediment supply on the bedload flux. In figure 7a), we plot the flux of sediment as a function of the sediment supply for a few values of the Shields number. For a given stream velocity, the amount of available pebbles and therefore the sediment flux both increase with σ. However, if the total number of pebbles is too high, the maximum flow transport capacity is reached and the flux of sediment saturates. Let us remark that in most cases a local minimum in the bedload flux is reached around $\sigma = 1$, which can be seen both as a geometrical effect (mobile pebbles can then form a compact layer, consolidated by the bedrock roughness, and become hard to dislodge) and as an artificial effect of our fluid model (if the sediment concentration of the unique layer is low, the fluid velocity is larger than zero; it vanishes as soon as the first layer is dense enough). If the sediment supply slightly increases, some pebbles will pop up above the first layer and be easily entrained by the flow. Similar but less pronounced local minima can also be observed around $\sigma = 2$ and $\sigma = 3$.

Figure 7b) confirms that the function $f(\sigma) = \dfrac{Q_s}{(\Theta-\Theta_0)^{n(\sigma)}}$, though not monotoneous, is indeed independent of Θ. The variation of Q_s with σ shows that the flux first increases

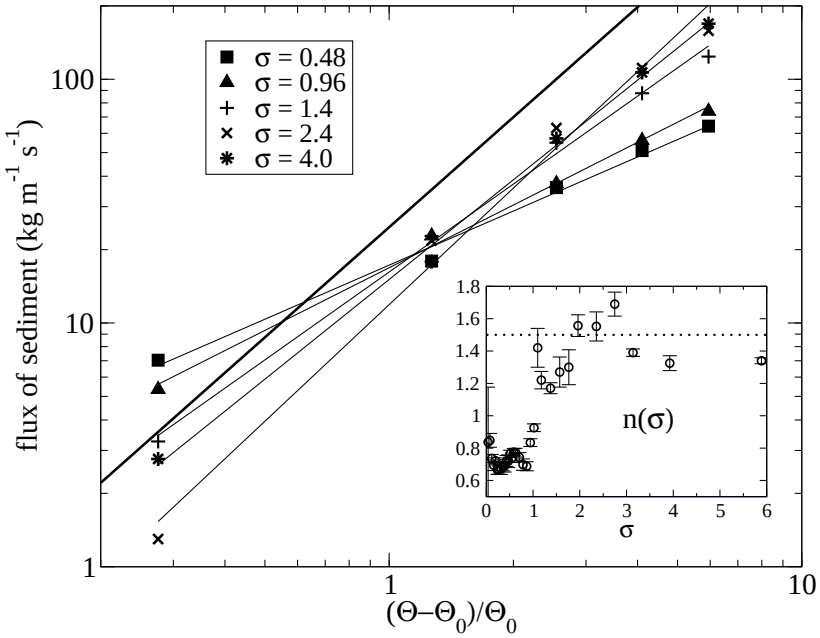


Figure 6: Flux of sediment as a function of $(\Theta - \Theta_0)/\Theta_0$ for different values of the sediment supply, in a log-log scale. The critical Shields number is $\Theta_0 = 0.012$. Plain lines are best fits by a power law (see equation 17). The bold curve represents the Meyer-Peter/Müller transport law. *Insert*: exponent of the best fit by a power law, and its standard deviation, as a function of the sediment supply σ. The dotted line plots $n = 1.5$.

linearly before saturating beyond a critical sediment supply σ_0. For sake of simplicity and in order to evaluate this critical value, we dismiss the local minima reached at $\sigma = 1, 2$ and 3 and fit the curve $Q_s(\sigma)$ by a simple exponential function:

$$Q_s\left(\Theta, \sigma\right) = Q_t\left(\Theta\right)\left(1 - e^{-\sigma/\sigma_0}\right) \tag{18}$$

The surface density $3\sigma_0$ corresponds to the maximum quantity of sediment that can be transported by a flow of given Shields number. The variation of σ_0 with Θ is plotted in figure 7c): it can be well fitted by the affine function

$$\sigma_0 = 20\left(\Theta - \Theta_0\right) \tag{19}$$

This finding is once again consistent with most transport models in the limit of high sediment supply: if the amount of sediment is large enough, the number of particles put into motion increases linearly with Θ, whereas their velocity is proportional to the shear velocity, that is, to $\Theta^{0.5}$.

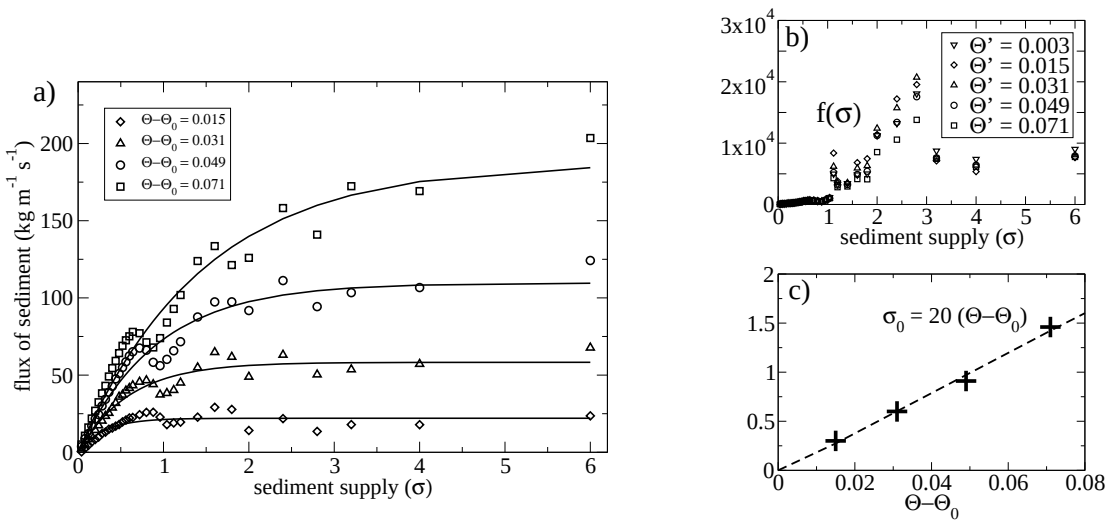


Figure 7: a) Flux of sediment as a function of the sediment supply for different values of the Shields number. The flux of sediment increases linearly for low sediment supplies, but tends to a saturated value when transport capacity is reached. Dotted lines are best fits by the equation $Q_s\left(\Theta, \sigma\right) = Q_t\left(\Theta\right)\left(1 - e^{-\sigma/\sigma_0}\right)$. b) The function $f\left(\sigma\right)$ (as defined by equation (17)) is shown to be roughly independent of $\Theta - \Theta_0$. c) Evolution of the critical sediment supply σ_0 with $\Theta - \Theta_0$. The dashed line is the best linear fit.

In figure 8 we plot the maximum sediment transport rate $Q_t(\Theta)$, reached for large values of the sediment supply $\sigma \gg \sigma_0$. The best fit by a power law suggests $Q_t \sim (\Theta - \Theta_0)^{1.2}$. However, let us note that we do not have many data points, and that having spherical particles is likely to enhance transport close to the threshold. As shown in the same figure, our data could also be consistent with the power law $Q_t \sim (\Theta - \Theta_0)^{1.5}$.

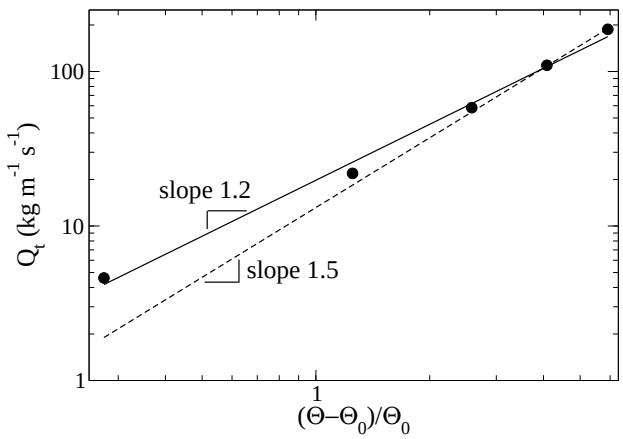


Figure 8: Saturated value of the sediment transport rate Q_t as a function of $\frac{\Theta-\Theta_0}{\Theta_0}$. The plain line is the best fit by a power law; the dashed line is the fit by a power law of index 3/2.

3.2 Static cover

Within the alluvial cover, some pebbles are almost immobile, either because they got trapped by the bedrock roughness, or because they belong to bottom layers of the cover and are therefore not entrained by the water flow. These pebbles constitute a static cover, that contributes to protect the bedrock from rapid impacts by saltating pebbles. We quantify the cover fraction in the following way: the bedrock surface is divided into square cells of side $2R$. At each timestep, we compute the velocity distribution of pebbles. If a pebble centered in a given cell has a velocity inferior to 1/10th of the maximum velocity, this cell is considered as 'covered' by an immobile pebble. If n cells are covered at a time

t, the total static cover fraction is then defined as

$$C = \langle n(t) \rangle \times \frac{4R^2}{WL} \tag{20}$$

In figure 9, we plot the evolution of C as a function of σ for different values of the Shields number. As expected, below the threshold of motion, the static cover fraction first increases linearly with the sediment supply. Because of the roughness of the bedrock, it departs from the function $C = \sigma$ beyong $\sigma \simeq 0.5$: the distribution of pebbles on the surface is not strictly homogeneous. A fraction of the bedrock is then covered by two layers of immobile pebbles while another fraction is exposed. If Θ exceeds the threshold of motion, the immobile cover fraction is very low for $\sigma < 1$ (and strictly zero when the Shields number is high enough), where mobile pebbles have the freedom to roll along the bedrock. If the sediment supply increases, an incomplete static layer develops above the bedrock. In all cases the bedrock becomes entirely covered by a static layer if the sediment supply exceeds $\sigma \simeq 3$. Local maxima in the static cover fraction are, once again, due to the intrinsic discontinuity of our fluid model: when the bottom volume fraction exceeds 0.5, the fluid velocity suddenly decreases within the bottom layer.

3.3 Incision process

The flux of energy that is transferred by the impacts to the bedrock is given by the work of the dissipative normal force during each collision between a mobile pebble and the bedrock (whether it is the flat surface or one of the glued spheres). In figure 10, we plot the variation of this flux of energy Φ_E with Θ for different values of the sediment supply. As can be expected, Φ_E becomes larger when the velocity of the stream increases: if pebbles move at a higher speed in the bedload layer, their incoming velocity at the impact on the bedrock increases, as does the energy dissipated during the impact. As illustrated in figure 10a, the variation of Φ_E with Θ can be fitted by a power law whose index varies with the sediment supply:

$$\Phi_E(\Theta, \sigma) = \Phi_1(\sigma)\,(\Theta - \Theta_0)^{m(\sigma)}\,. \tag{21}$$

As shown in figure 10b, the exponent $m(\sigma)$ increases roughly linearly with σ, with $m(0) \simeq 1$ and more generally $1 \leq m(\sigma) \leq 4$.

Let us now investigate more precisely the effect of the sediment supply on the energy

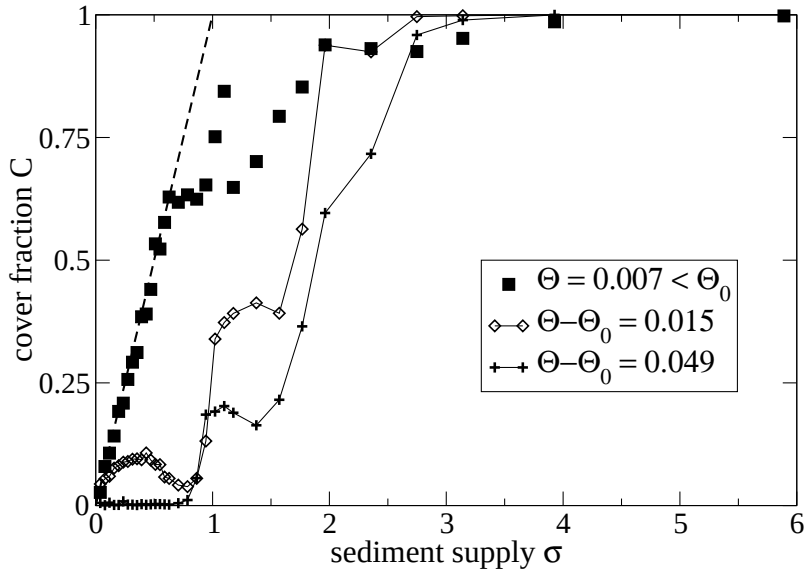
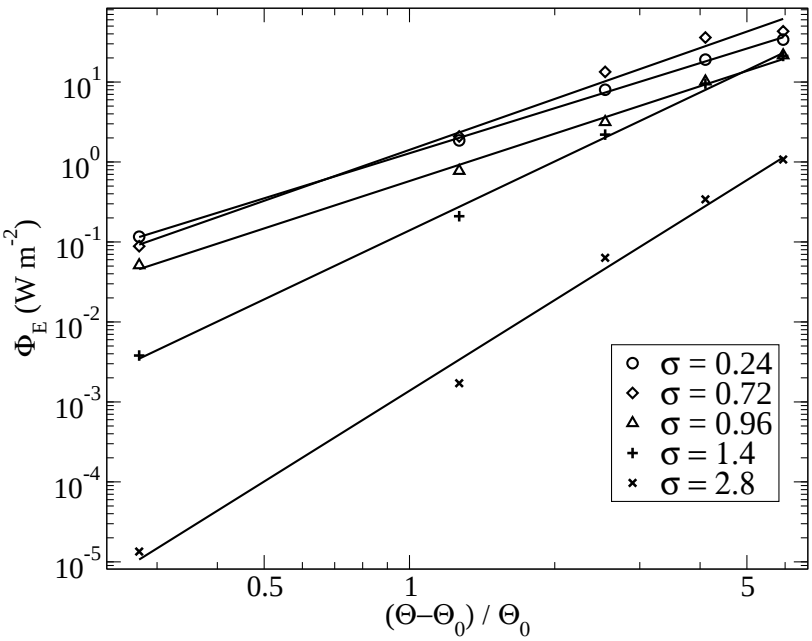


Figure 9: Static cover fraction as a function of the sediment supply, for different values of the Shields number. The dashed line represents the function $C = \sigma$.



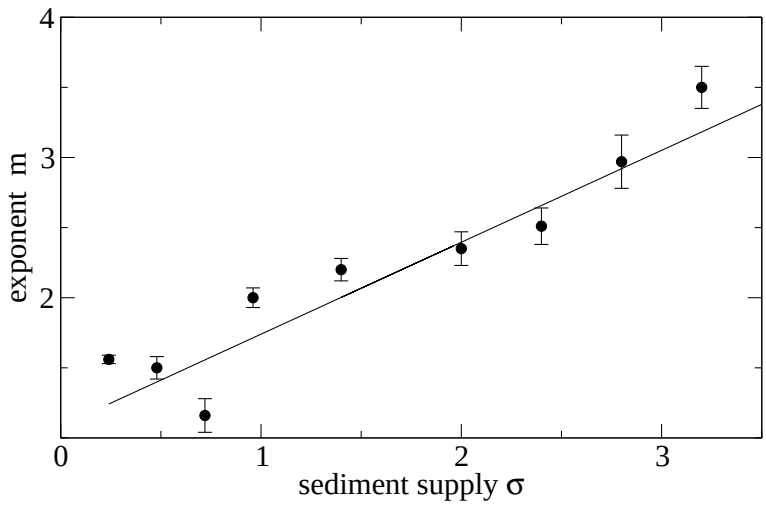


Figure 10: a) Flux of energy received by the bedrock as a function of $\Theta' = \Theta - \Theta_0$, in a log-log scale. Dashed lines are best fits of Φ_E with power laws (see equation 21). b) Exponent $m(\sigma)$ of the power law as a function of the sediment supply σ. Data points are fitted by a linear function.

transfer, which is plotted in figure 11 for a few values of the Shields number. The shape of the curve is similar in all cases: Φ_E first increases with σ until it reaches a maximum value, and then decays to zero for large sediment supplies. This can be understood as the result of a competition between a 'tool-effect' and a 'cover-effect' (*Sklar and Dietrich*, 2001): as long as the bedrock is still exposed to impacts, the more pebbles are put into motion, the more energy they provide to the bedrock. When the cover fraction reaches a critical value $\sigma_m \simeq 0.5$, immobile pebbles of the bedload layer start to accumulate on the bedrock, thus protecting it from direct impacts by saltating pebbles. The total energy transferred to the bedrock vanishes totally beyond $\sigma \simeq 3$: at this point the bedrock is totally protected by the bedload layer. This balance between tool and cover effects is consistent with the results of the experimental observations by *Sklar and Dietrich* (2001) (see their figure 4).

Let us remark that the flux of energy presents a second local maximum when the sediment supply is slighly above 1, which is more visible at high Shields number. This feature can also be observed in some of the curves of the erosion rate by *Sklar and Dietrich* (2001) (see their figure 4A), though it was not reported by the authors. This local maximum is due to the fact that there is a local minimum for $\sigma \lesssim 1$, which is caused by the local deep in the sediment transport rate (see figure 7). In figure 11, we fit the flux of energy for different values of Θ by the empirical function

$$\Phi_E\left(\Theta, \sigma\right) = \Phi_2\left(\Theta\right) \sigma^p e^{-\sigma/\gamma} \,. \tag{22}$$

The values extracted for p and γ are reported in table 1. The parameter γ appears to be roughly independent of the Shields number. While *Sklar* (2004) derive a constant value $p = 1$, our best fits show that p does depend on the Shields number, and is always greater than 2 (see discussion in section 4.3). The insert in figure 11 shows the variation of the maximum flux of energy with the Shields number. This variation can be well fitted by an affine relationship. This demonstrates that the process of incision only happens if the Shields number exceeds an incision threshold $\Theta_i \simeq 0.025 > \Theta_0$. Therefore, sediment transport can occur on a bedrock while not contributing to river incision if $\Theta_0 < \Theta < \Theta_i$: in this regime, pebbles are rolling along the bedrock without impacting, which does not contribute significantly to abrasion.

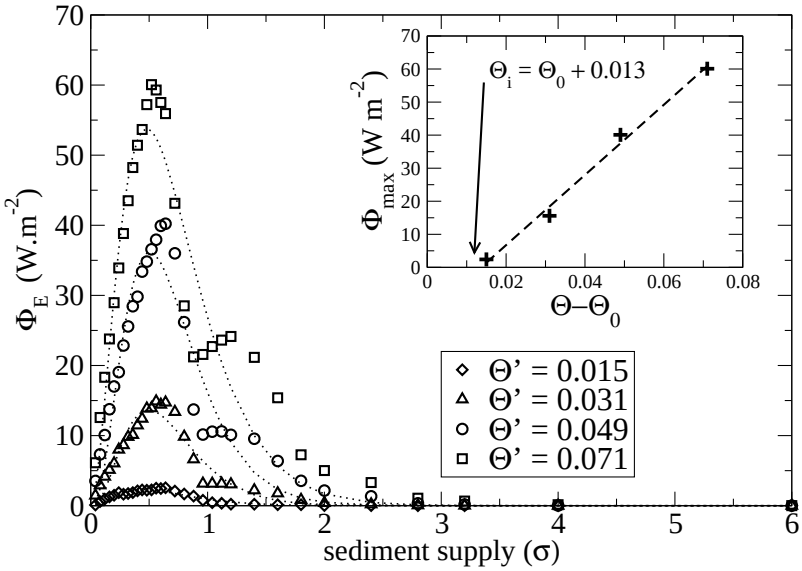


Figure 11: Flux of energy delivered to the bedrock as a function of sediment supply. The energy transfer increases when the sediment supply increases in the range $0 < \sigma < 0.5$ ('tool-effect'). It then decays for larger sediment supplies ('cover effect') and vanishes when the sediment supply reaches $\sigma \approx 3$. The maximum flux is reached for a critical value σ_m of the sediment supply, that depends only slightly on the Shields number. Dotted lines are the best empirical fits by equation 22. The insert shows the plot of the maximum value of the energy flux as a function of $\Theta - \Theta_0$. The dotted line is the best affine fine, which reveals the existence of an incision threshold $\Theta_i > \Theta_0$.

$\Theta - \Theta_0$	p	γ
0.015	2.11	0.21
0.031	2.77	0.18
0.049	2.70	0.19
0.071	2.00	0.24

Table 1: Coefficients used in the empirical fit of the effect of cover fraction (see equation (22).

3.4 Influence of bedrock roughness

The roughness of the bedrock can be modified by varying two parameters: the surface density of fixed half-spheres on the bedrock (χ) and the jut-out of those pebbles over the horizontal bedrock (roughness height $h_b = R - z_r$). Figure 12 illustrates the aspect of the bedrock, viewed from above, for two different values of χ.

In order to study the variation of energy transfer with the bedrock roughness, we plot the flux of energy transferred to the bedrock with respect to the sediment supply (σ) for a single value of $\Theta - \Theta_0 = 0.071$, and for different roughness configurations. Figure 13a) shows the same plot for increasing values of χ, and a roughness height $h_b = 4\,\mathrm{cm}$. The aspect of the erosion curve is the same whatever the roughness density. However, a higher density of protruding spheres systematically leads to a decay of the energy received by the bedrock at high sediment supplies: the cover-effect is more efficient if the bed possesses a dense roughness. In figure 13b), we plot the same evolution for a given roughness density $\chi = 0.36$ but for spheres protruding more or less within the flow. At high sediment supply, the energy received by the bedrock is higher if the roughness is smooth. These two results can be related to the geometrical explanation of the cover effect: if the roughness is denser or higher, mobile pebbles are more likely to get trapped and immobilized along the bedrock, therefore protecting it from further impacts by rapid pebbles. This enhanced cover effect will disappear it the roughness density χ is too large: indeed, if the bedrock is entirely covered with half-spheres, it becomes equivalent to a smooth bedrock. Let us note that recently *Huda and Small* (2014) modified the saltation-abrasion model in order to take into account bedrock roughness, and found the opposite result: the incision rate is considerably increased (by more than one order of magnitude) by the presence of long-scale bed topography. However, the roughness that we implement in our model does not modify the local slope, and has a lengthscale comparable to the pebble size.

4 Discussion

4.1 Sediment transport rate

Although the model that we adopt for the interaction between the water flow and the pebbles is rather simple, the dynamics of the bedload layer appears to be consistent with both natural and experimental observations. As shown by figure 6, the order of magnitude of

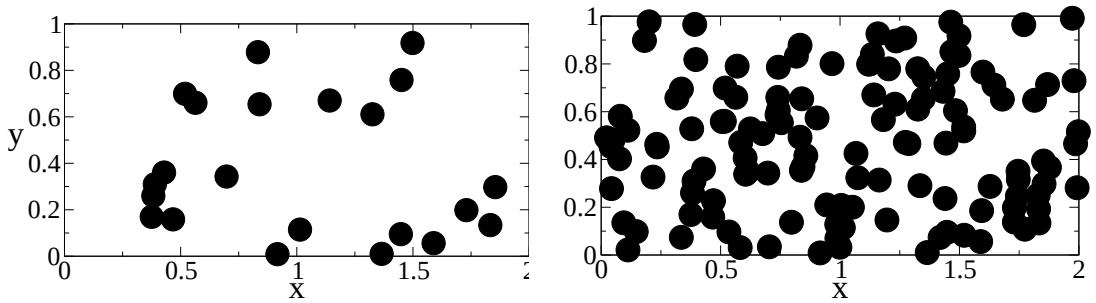


Figure 12: Two different cases of bedrock roughness: the positions of the glued spheres are plotted as seen from above. *Left*: $\chi = 0.08$. *Right*: $\chi = 0.52$. The flow is in the x-direction, from left to right.

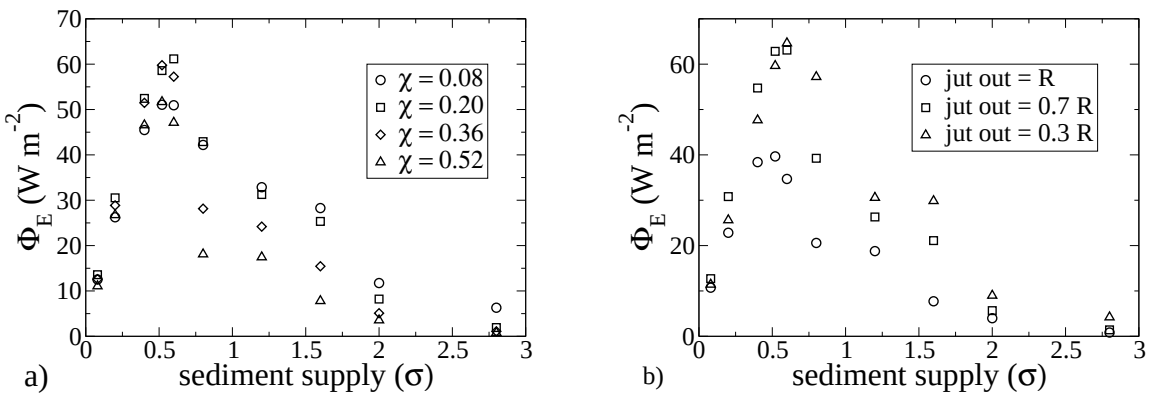


Figure 13: Flux of energy delivered to the bedrock as a function of the sediment supply for $\Theta - \Theta_0 = 0.071$: a) for increasing values of the roughness density χ; b) for different values of the roughness height.

the sediment transport rate is comparable to the one predicted by the Meyer-Peter/Müller law. When the transport rate is fitted by a power law, the exponent that we obtain depends on the sediment supply σ and is in general smaller than 1.5. At low Shields number, the sediment flux is higher for low supplies: indeed, it is easier for pebbles to roll along the (partially) flat bedrock than on the rough surface of a thick layer. When Θ is increased, the bedload flux increases faster for large sediment supply. For low supplies, once all pebbles have been put into motion, only their velocity can increase with Θ. If more pebbles are available, an increase in Θ leads to both more pebbles moving, and an increase of their velocity, which leads to $n(\sigma) > 1$. The main discrepancy between our results and common observations is the value of the motion threshold, which is much lower in the simulations ($\Theta_0 \simeq 0.012$). This is likely due to the fact that we model pebbles as spheres, which can easily roll along the bedrock. Let us note that with only spheres as well but modelling more sophisticated fluid-grain interactions, *Duran et al.* (2012) obtain a critical Shields number of 0.12, which is larger than most experimental measurements. It would be necessary to consider more irregular pebbles (for instance by considering glued clusters of several spherical particles) in order to perform more realistic simulations. Once rescaled by the value of the threshold, the sediment flux that we obtain is, though, quantitatively consistent with common measurements.

4.2 The role of sediment supply and Shields number on incision

The results of our simulations are qualitatively consistent with experimental observations by *Sklar and Dietrich* (2001): for a given water discharge (or Θ), energy dissipated in the bedrock first increases with the sediment supply and reaches a maximum for a supply $\sigma_m \approx 0.5$ before decaying at high sediment supply. However, the value of the sediment supply that leads to a maximum incision rate differs between our simulations and experiments (see figure 14 where we plot both experimental results and theoretical models by *Sklar* (2004) and *Turowski et al.* (2007) on the same graph as our results). This offset might be due to the difficulty in evaluating the sediment supply in experiments. Indeed, the circular device used by *Sklar and Dietrich* (2001) induces a non-homogeneous distribution of sediment on the bedrock. As a consequence, the sediment supply is not uniform in the entire section of the device, and neither is the shear velocity. The effective sediment supply should therefore be computed by considering only the area where the shear stress

exceeds the motion threshold, and the pebbles covering this area, which could explain the difference between the numerical and experimental curves.

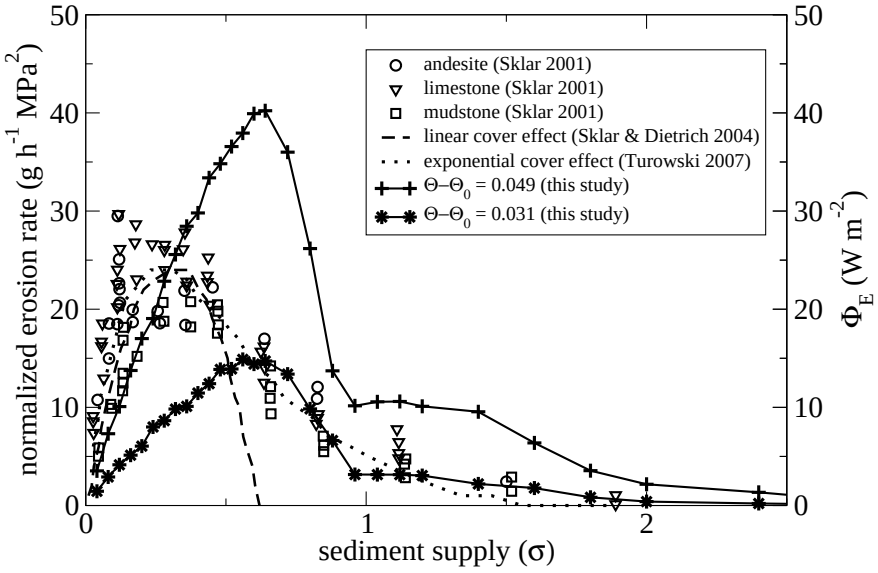


Figure 14: We plot on the same graph experimental results of *Sklar and Dietrich* (2001) (empty symbols), results of models by *Sklar* (2004) and *Turowski et al.* (2007) (dashed and dotted lines) and our numerical results (plain lines). The shape of the curves are similar although the peak of the curve is not reached for the same value of the sediment supply in our simulation and in experiments (see discussion in the text).

We also quantified the influence of the Shields number on the abrasion process : in particular, we showed that abrasion only occurs beyond a given threshold which is higher than the threshold of motion of pebbles, which can be explained by the fact that rolling or sliding pebbles do not contribute significantly to the erosion of bedrock. This is inconsistent, however, with observations by *Sklar and Dietrich* (2001) who report observing abrasion as soon as the flow is able to put sediment into motion. The small difference between the two values Θ_0 and Θ_i could explain this discrepancy. Let us note that we vary the flow velocity for a given pebble size whereas *Sklar and Dietrich* (2001) vary the sediment size for a given velocity. If the existence of an incision threshold $\Theta_i > \Theta_0$ was indeed confirmed, it would mean that this value should be taken into account in models of river incision instead of the critical Shields number Θ_0. The influence of the coefficient

of restitution on the results of our simulations should be of importance and will be the object of further investigation. Increasing the coefficient of restitution would certainly facilitate the saltating motion of pebbles when they only roll along the bedrock when e is low: increasing e would therefore decrease the incision threshold, by narrowing the creep regime. If the coefficient of restitution is high, a lower fraction of the kinetic energy of the projectile is delivered to the bedrock. However, it also means that the impacter rebounces with a higher kinetic energy, and is therefore more likely to impact again the bedrock at high speed. It is therefore not trivial to assess in which way the total energy delivered to the bedrock (that is, the number of impacts multiplied by the energy given at each impact) will evolve with the value of e.

4.3 Cover effect

Following the approach by *Sklar* (2004) and *Turowski et al.* (2007), the flux of energy delivered to the bedrock can be expressed as the product of the number of impacts per unit time and surface (N), the energy provided by each impact (E_i) and a cover function (F_e), which is interpreted as the fraction of bedrock exposed to impacts:

$$\Phi_E = E_i \, N \, F_e \tag{23}$$

The relationship between this flux of energy and the bedrock incision rate I will be discussed in section 4.4. The cover function F_e is stated to decay linearly with the sediment flux Q_s/Q_t in *Sklar* (2004), which leads to underestimate the incision rate at high sediment supply. It is expressed as an exponential function of the sediment supply σ/σ_0 in the stochastic model of *Turowski et al.* (2007), leading to a result closer to experimental observations. However, the fact that we find $p > 2$ in the empirical fit of our results shows that the incision rate increases faster at low σ than predicted by *Turowski et al.* (2007): the exponential model seems to overestimate the effect of cover for low sediment supplies. In equation 23, the energy of an impact E_i is expected to scale like the typical kinetic energy of moving pebbles, which itself scales like U^{*2}: we can therefore write $E_i \sim (\rho R^3) \times g \, R \, (\Theta - \Theta_0)$. As proposed by *Sklar* (2004), the surfacic frequency of impacts is expected to be proportional to the sediment transport rate Q_s, which can be written

dimensionally as $N \sim Q_s/(\rho R^4)$. Therefore, the flux of energy should read:

$$\Phi_E = K\, g\, Q_s\, (\Theta - \Theta_0)\, F_e \tag{24}$$

with K a dimensionless constant, which depends neither on Θ nor on σ. In figure 15 we plot in a log-linear scale the quantity (thereafter referred to as 'cover function')

$$F_e = \frac{\Phi_E}{g\, Q\, (\Theta - \Theta_0)} \tag{25}$$

Let us first observe that K is indeed independent on Θ since all curves converge to $F_e = 1$ for $\sigma = 0$, which implies that $K = 1$. As emphasized in the insert of figure 15, the cover function F_e decays slower than exponentially for $\sigma \lesssim 0.75$, which means that incision is more efficient than predicted by *Turowski et al.* (2007). The function F_e can be well fitted exponentially for $\sigma \gtrsim 1$. This behavior is similar to the case that *Hodge and Hoey* (2012) refer to as 'sigmoidal' in their cellular automaton model (though as a function of Q_s/Q_t and not σ, see their figure 7), and to some observations by *Chatanantavet and Parker* (2008), where the cover function appears to decay below 1 only for $Q_s/Q_t \gtrsim 0.25 - 0.75$ (see their figure 13). Our result therefore confirms that the 'exponential model' overestimates the effect of cover at low sediment supplies. In the exponential regime, following the stochastic approach by *Turowski et al.* (2007), we can fit the cover function by

$$F_e = A\, \exp(-\varphi\, \frac{\sigma}{3\sigma_0}) \tag{26}$$

with $3\sigma_0$ an estimate of the normalized sediment mass transport capacity and φ the 'cover factor' of the probabilistic approach. Our results show systematically $\varphi > 1$ (see table 2), which implies that it is more probable for a pebble to impact on an uncovered zone of the bedrock than a covered one. This is consistent with observations by *Chatanantavet and Parker* (2008) (in flume experiments) and *Turowski and Rickenmann* (2009) (in the field).

In figure 15, we also plot the function $1 - C(\sigma)$, where C is the static cover fraction computed in section 3.2. If the evolution of both functions with σ is similar, the cover function F_e is systematically smaller than $1 - C$, which implies that the cover effect is not only due to immobile pebbles but also to mobile pebbles that shield the underlying bedrock (which was referred to as 'dynamic cover effect' by *Turowski et al.* (2007)). Though our results seem to be qualitatively consistent with experimental observations and another type

$\Theta - \Theta_0$	φ
0.015	2.86 ± 0.03
0.031	4.65 ± 0.06
0.049	6.32 ± 0.18
0.071	8.43 ± 0.26

Table 2: Cover factor φ extracted from the exponential tail of the cover function F_e (see equation 26.

of models, the quantitative aspect is probably affected by our numerical method: indeed the fact that we model the flow by a horizontally-averaged and purely horizontal velocity profile is likely to have a (negative) impact on the possibility for pebbles to gather into immobile patches, and therefore on the efficiency of the cover effect. Such stochastic effects are probably better accounted for in models such as the cellular automaton by *Hodge and Hoey* (2012). A better explicit model of the dynamics of the alluvial cover would therefore require to take into account a spatially non-uniform velocity field.

4.4 Estimation of the incision rate

We can estimate an incision rate based on the flux of energy delivered to the bedrock. Following *Engle* (1978) and *Sklar* (2004), we express the incision rate as

$$I = \frac{\Phi_E}{\epsilon_v} \quad \text{with} \quad \epsilon_v = k_v \frac{{\sigma_T}^2}{2Y} \tag{27}$$

where Φ_E is the energy transferred from the bedload to the bedrock by unit time and surface, and ϵ_v is the energy required to incise a unit volume of rock. The value that is used in *Sklar* (2004) is derived from the mechanical properties of rocks: $\sigma_T = 7 \times 10^6$ Pa is the rock tensile strength, $Y = 5.0 \times 10^{10}$ Pa is the rock elastic modulus and $k_v = 10^6$ is a dimensionless rock resistance parameter. With these values, the incision rate corresponding to the value $\Phi_E = 40\,\mathrm{W.m^{-2}}$ (obtained at $\Theta - \Theta_0 = 0.049$ and $\sigma = 0.6$) is $I = 2.6\,\mathrm{m\,yr^{-1}} = 7\,\mathrm{mm.day^{-1}}$. Let us note that this value corresponds to an instantaneous incision rate and not to the average incision rate over a year: it may be reached for a high water discharge and for a particular value of the sediment supply. In a river, these conditions may be verified only during a few days per year, while the instantaneous incision rate would be very low the rest of the time, when the discharge is small, and the sediment

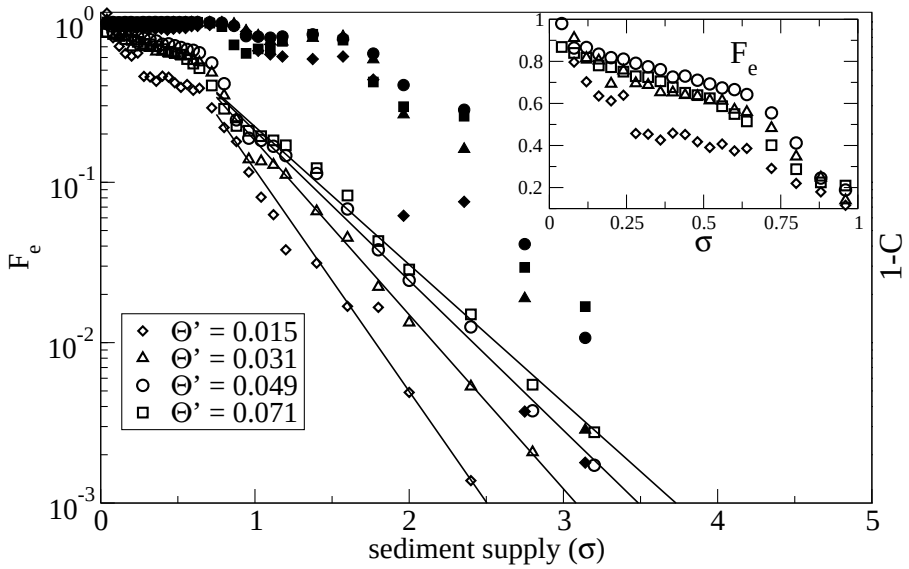


Figure 15: Empty symbols: cover function F_e, as defined by equation 25, plotted as a function of σ, in a log-linear scale. Plain lines are best fits by exponential tails for $\sigma > 1$. Full symbols plot $1-C$, with C the static cover fraction as computed in section 3.2. *Insert:* Zoom on the cover function for low values of σ, in a linear scale.

supply is either very low or very high. The order of magnitude of the incision rate that we predict is comparable to values measured in rapidly eroding rivers in Taïwan during storm events (*Hartshorn et al.*, 2002). As we have predicted the value of the instantaneous incision rate for a wide range of Shields number and sediment supply, it would be possible to compute the average incision rate over a long duration for a given stream, provided that the probability distribution functions of both water discharge and sediment supply are known.

5 Conclusions

We have presented the results of a new model for incision of a river bedrock based on the simulation of physically based trajectories of pebbles in a stream. In this model we solve the equations of motion for a large number of pebbles entrained by a turbulent water flow, with a simplified retroaction of the presence of the pebbles on the flow. This allowed us to simulate explicitly the trajectories of pebbles transported by the flow, and therefore to quantify the energy dissipated during collisions between the bedload and the bedrock, which is directly responsible for the incision of the river bedrock. We found that the sediment transport rate can be fitted by a power law of the Shields number, similarly to most classical transport laws at saturation. However, we also evidenced the influence of the sediment supply: the exponent of the transport law increases with the quantity of available pebbles. For a given Shields number, we showed that the bedload flux increases with the sediment supply until it reaches its saturated value. This allowed us to compute the sediment mass that the flow is able to transport. However, extracting a general expression for the flux of sediment as a function of the Shields number and the sediment supply is not trivial.

The amount of energy that impacts of saltating pebbles deliver to the bedrock can be directly computed from the dynamical data of the simulations. This flux of energy, which is expected to be proportional to the incision rate, shows the same qualitative variations with sediment supply than observed in experiments by *Sklar* (2004). We also showed that this flux of energy increases as a power law of the Shields number, and is zero below a given incision threshold, higher than the motion threshold, which was not observed in experiments. The order of magnitude of the incision rates that our model predict is consistent with common observations in moutain streams. Finally, by extracting a cover function from our

data, we showed that the classical linear and exponential models for the cover effect lead to underestimate the incision rate, respectively at high and low sediment supplies. The shape of our cover function resembles experimental observations by *Chatanantavet and Parker* (2008) and some numerical results by *Hodge and Hoey* (2012). Though these positive results are promising, a better coupling between the fluid and the pebbles (the motion of each pebble having an influence on the local flow) should be numerically implemented in order to predict more precise quantitative values of the incision rate, and in particular to study the effect of more control parameters (such as, for instance, the restitution coefficient, the shape of pebbles or their size distribution). It would also be necessary to complete this approach by adding lateral walls to the computational domain, and thus computing the incision rate of lateral banks (and not only of the bottom bedrock), which is also critical in the prediction of the long-term evolution of a river bed (see for example (*Lague*, 2010)).

L	length of the box [m]
W	width of the box [m]
H	height of the box [m]
N	number of mobile pebbles
R	radius of pebbles [m]
ρ_s	pebble density [kg m^{-3}]
g	gravitational acceleration [m s^{-2}]
k	elastic constant of collisions [kg s^{-2}]
Γ	effective viscosity of collisions [Pa s]
e	coefficient of restitution of collisions
δ	overlap between two pebbles [m]
μ	local friction coefficient
σ	normalized sediment supply
σ_0	movable sediment supply at a given Shields number
σ_m	sediment supply for maximal incision rate
ϕ	solid volume fraction
τ	shear stress [Pa]
U^*	shear velocity [m s^{-1}]
κ	von Kármán constant
ν	water kinematic viscosity [m^2 s^{-1}]
ρ_w	density of water [kg m^{-3}]
Θ	Shields number
Θ_0	critical Shields number for transport of sediment
Θ_i	critical Shields number for incision of the bedrock
N_b	number of spheres glued on the bedrock
h_b	height of the bedrock roughness [m]
χ	surface density of bedrock roughness
T_{coll}	typical duration of a contact between 2 pebbles [s]
Δt	timestep in the simulations [s]
$q(t)$	instantaneous sediment flux [kg m^{-1} s^{-1}]
Q_s	average sediment flux [kg m^{-1} s^{-1}]
Φ_E	flux of energy [W m^{-2}]
I	incision rate [m s^{-1}]
k_v	dimensionless rock resistance coefficient
Y	Young's modulus of rock [Pa]
ϵ_v	energy required to erode a unit volume of rock [J m^{-3}]
σ_T	tensile strength of rock [Pa]

Table 3: List of the physical parameters used in the model.

References

Anderson, R. S. (1994), Evolution of the Santa Cruz Mountains, California, through tectonic growth and geomorphic decay, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, *99*(B10), 20,161–20,179.

Attal, M., and J. Lavé (2009), Pebble abrasion during fluvial transport: Experimental results and implications for the evolution of the sediment load along rivers, *Journal of Geophysical Research*, *114*(F4), F04,023, doi:10.1029/2009JF001328.

Bagnold, R. A. B., and M. Beech (1977), Bed Load Transport by Natural Rivers, *Water Resources Research*, *13*(2), 303–312, doi:10.1029/WR013i002p00303.

Buffington, J. M., and D. R. Montgomery (1997), A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers, *Water Resources Research*, *33*(8), 1993–2029, doi:10.1029/96WR03190.

Chatanantavet, P., and G. Parker (2008), Experimental study of bedrock channel alluviation under varied sediment supply and hydraulic conditions, *Water Resources Research*, *44*(12).

Chatanantavet, P., and G. Parker (2009), Physically based modeling of bedrock incision by abrasion, plucking, and macroabrasion, *Journal of Geophysical Research*, *114*(F4), F04,018, doi:10.1029/2008JF001044.

Clift, R., J. Grace, and M. Weber (1978), *Bubbles, Drops, and Particles*, Academic Press, New York.

Cohen, H., J. B. Laronne, and I. Reid (2010), Simplicity and complexity of bed load response during flash floods in a gravel bed ephemeral river: A 10 year field study, *Water Resources Research*, *46*, W11,542, doi:10.1029/2010WR009160.

Cook, K. L., J. M. Turowski, and N. Hovius (2013), A demonstration of the importance of bedload transport for fluvial bedrock erosion and knickpoint propagation, *Earth Surface Processes and Landforms*, *38*(7), 683–695.

Cundall, P. A., and O. D. L. Strack (1979), A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, *29*(1), 47–65, doi:10.1680/geot.1979.29.1.47.

Duran, O., B. Andreotti, and P. Claudin (2012), Numerical simulation of turbulent sediment transport, from bed load to saltation, *Physics of Fluids*, *24*(10), 103,306, doi: 10.1063/1.4757662.

Engle, P. A. (1978), *Impact Wear of Materials*, Elsevier Sci., New York.

Hartshorn, K., N. Hovius, W. B. Dade, and R. L. Slingerland (2002), Climate-driven bedrock incision in an active mountain belt, *Science*, *297*(5589), 2036–2038.

Hjülstrom, F. (1935), Studies of the morphological activity of rivers as illustrated by the river Fyri, inaugural dissertation, Ph.D. thesis.

Hodge, R. A., and T. B. Hoey (2012), Upscaling from grain-scale processes to alluviation in bedrock channels using a cellular automaton model, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, *117*(F1).

Hodge, R. A., T. B. Hoey, and L. S. Sklar (2011), Bed load transport in bedrock rivers: The role of sediment cover in grain entrainment, translation, and deposition, *Journal of Geophysical Research*, *116*(F4), F04,028, doi:10.1029/2011JF002032.

Howard, A. D., W. E. Dietrich, and M. A. Seidl (1994), Modeling fluvial erosion on regional to continental scales, *Journal of Geophysical Research*, *99*(B7), 13,971, doi: 10.1029/94JB00744.

Huda, S. A., and E. E. Small (2014), Modeling the effects of bed topography on fluvial bedrock erosion by saltating bed load, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*.

Lague, D. (2010), Reduction of long-term bedrock incision efficiency by short-term alluvial cover intermittency, *Journal of Geophysical Research*, *115*(2), F02,011, doi: 10.1029/2008JF001210.

Lajeunesse, E., L. Malverti, and F. Charru (2010), Bed load transport in turbulent flow at the grain scale: Experiments and modeling, *Journal of Geophysical Research*, *115*(F4), F04,001, doi:10.1029/2009JF001628.

Lamb, M. P., and M. A. Fonstad (2010), Rapid formation of a modern bedrock canyon by a single flood event, *Nature Geoscience*, *3*(7), 477–481.

Lamb, M. P., W. E. Dietrich, and L. S. Sklar (2008), A model for fluvial bedrock incision by impacting suspended and bed load sediment, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, *113*(F3).

Liu, Q., and A. Prosperetti (2010), Wall effects on a rotating sphere, *Journal of Fluid Mechanics*, *657*, 1–21, doi:10.1017/S002211201000128X.

Nikuradse, J. (1933), Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in rauhen Rohren.

Pöschel, T., and T. Schwager (2005), *Computational Granular Dynamics*, Springer, Berlin.

Rickenmann, D., and A. Recking (2011), Evaluation of flow resistance in gravel-bed rivers through a large field data set, *Water Resources Research*, *47*(7).

Scheingross, J. S., F. Brun, D. Y. Lo, K. Omerdin, and M. P. Lamb (2014), Experimental evidence for fluvial bedrock incision by suspended and bedload sediment, *Geology*, *42*(6), 523–526.

Seidl, M., and W. Dietrich (1993), The problem of channel erosion into bedrock, *Catena supplement*, *23*, 101–101.

Sklar, L. S. (2004), A mechanistic model for river incision into bedrock by saltating bed load, *Water Resources Research*, *40*(6), W06,301, doi:10.1029/2003WR002496.

Sklar, L. S., and W. E. Dietrich (2001), Sediment and rock strength controls on river incision into bedrock, *Geology*, *29*(12), 1087, doi:doi: 10.1130/0091-7613(2001).

Sklar, L. S., and W. E. Dietrich (2008), Implications of the saltation–abrasion bedrock incision model for steady-state river longitudinal profile relief and concavity, *Earth Surface Processes and Landforms*, *33*(7), 1129–1151.

Tucker, G. E., and R. Slingerland (1996), Predicting sediment flux from fold and thrust belts, *Basin Research*, *8*(3), 329–349.

Turowski, J. M., and D. Rickenmann (2009), Tools and cover effects in bedload transport observations in the Pitzbach, Austria, *37*(June 2008), 26–37, doi:10.1002/esp.

Turowski, J. M., D. Lague, and N. Hovius (2007), Cover effect in bedrock abrasion: A new derivation and its implications for the modeling of bedrock channel morphology, *Journal of Geophysical Research*, *112*(F4), F04,006, doi:10.1029/2006JF000697.

Turowski, J. M., M. Böckli, D. Rickenmann, and A. R. Beer (2013), Field measurements of the energy delivered to the channel bed by moving bed load and links to bedrock erosion, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, *118*(4), 2438–2450.

Valance, A. (2005), Formation of ripples over a sand bed submitted to a turbulent shear flow, *The European Physical Journal B*, *45*(3), 433–442, doi:10.1140/epjb/e2005-00201-9.

Whipple, K. X., and G. E. Tucker (1999), Dynamics of the stream-power river incision model: Implications for height limits of mountain ranges, landscape response timescales, and research needs, *Journal of Geophysical Research*, *104*(B8), 17,661, doi:10.1029/1999JB900120.

Whipple, K. X., and G. E. Tucker (2002), Implications of sediment-flux-dependent river incision models for landscape evolution, *Journal of Geophysical Research*, *107*, doi:10.1029/2000JB000044.

Willett, S. D. (1999), Orogeny and orography: The effects of erosion on the structure of mountain belts, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, *104*(B12), 28,957–28,981.

Yanites, B. J., T. A. Ehlers, J. K. Becker, M. Schnellmann, and S. Heuberger (2013), High magnitude and rapid incision from river capture: Rhine River, Switzerland, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, *118*(2), 1060–1084, doi:10.1002/jgrf.20056.

3.3 Conclusion.

Cette nouvelle approche numérique de l'incision basée sur la résolution des équations du mouvement pour un grand nombre de sédiments soumis à un écoulement turbulent nous permet de calculer explicitement les trajectoires des sédiments et de quantifier l'énergie transférée entre la couverture sédimentaire et le fond du système qui est responsable de l'incision verticale. Nous avons trouvé que le flux de sédiment peut être approchée par une fonction de puissance du nombre de Shields, ce qui est cohérent avec les lois classiques du transport sédimentaire. La puissance transmise au fond du système qui est supposée être proportionnelle au taux d'incision montre des variations similaires à celle observées expérimentalement par (Sklar & Dietrich 2001). Nous avons également montré que le taux d'incision augmente selon une loi de puissance du nombre de Shields et devient nul en dessous d'un nombre de Shields donné, ce qui n'avait pas été observé expérimentalement. L'ordre de grandeur du taux d'incision issu de nos simulation est comparable aux valeurs observées dans les torrents de montagne. Nous avons également montré que les fonctions de couverture classiques (linéaires et exponentielle) sous-estime le taux d'incision. L'allure de la fonction de couverture issue de nos simulation est comparable aux observations expérimentales faites par (Chatanantavet & Parker 2009).

Références :

Chatanantavet, P. & Parker, G., 2009. Physically based modeling of bedrock incision by abrasion, plucking, and macroabrasion. *Journal of Geophysical Research*, 114(F4), p.F04018. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2008JF001044.

Head, W.J. & Harr, M.E., 1970. The development of a model to predict the erosion of materials by natural contaminants. *Wear*, 15(1), pp.1–46.

Sklar, L.S. & Dietrich, W.E., 2004. A mechanistic model for river incision into bedrock by saltating bed load. *Water Resources Research*, 40(6), p.W06301. Available at: http://www.agu.org/pubs/crossref/2004/2003WR002496.shtml [Accessed November 11, 2012].

Sklar, L.S. & Dietrich, W.E., 2001. Sediment and rock strength controls on river incision into bedrock. *Geology*, 29(12), p.1087. Available at: http://geology.gsapubs.org/cgi/doi/10.1130/0091-7613(2001)029<1087:SARSCO>2.0.CO;2.

Turowski, J.M., Lague, D. & Hovius, N., 2007. Cover effect in bedrock abrasion: A new derivation and its implications for the modeling of bedrock channel morphology. *Journal of Geophysical Research*, 112(F4), p.F04006. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000697 [Accessed September 23, 2014].

Chapitre 4 : Etude paramétrique du modèle.

La dynamique de la couverture sédimentaire est issu de la résolution des équations fondamentales de la dynamique. La description des interactions entre les sphères mobiles et les composants du canal est donc cruciale pour développer un code qui reproduit fidèlement le mouvement de sédiments naturels. Les propriétés mécaniques des sphères et des parois qui composent notre système numérique sont liés aux paramètres choisis dans l'expression des interactions. Nous avons étudié les variations du flux de sédiment ainsi que celles de la puissance transmise au fond du canal par la couverture sédimentaire en fonction du coefficient de restitution. Cette étude nous permet d'évaluer l'erreur commise en cas de mauvaise évaluation de la rigidité des sphères. La rugosité du sol est également un paramètre important dans l'étude de la dynamique de la couverture sédimentaire. En effet, la rugosité du sol joue un rôle prépondérant dans la dynamique des impacts entre les sphères mobiles et le fond. nous avons étudié l'influence de la variation de la rugosité sur le débit solide et sur le flux d'énergie transmis au fond du canal. La gravité de surface est le moteur des écoulement liquides sur les pentes des reliefs. Elle intervient aussi dans le poids des sédiments mis en mouvement par l'écoulement. L'étude de l'influence de la gravité sur le transport sédimentaire et sur les transferts d'énergies est d'une importance capitale pour établir une relation entre la morphologie des lits de rivières terrestres et leurs analogues sur d'autres planètes. Les variations de la puissance transmise aux parois latérales du canal et de celle dissipée au sein de la couverture sédimentaire en fonction de la charge sédimentaire normalisée permet de donner un ordre de grandeur de l'incision latérale d'une rivière et de quantifié le taux d'usure des sédiments. On en déduit un modèle mécanique complet d'évolution d'une rivière.

4.1. Influence de la rugosité du canal.

Les trajectoires des sphères mobiles en contact avec le fond du canal sont affectées par sa rugosité. Le nombre de sphères fixes donné par χ ainsi que la hauteur dont elles dépassent du fond horizontal (Z') sont les deux paramètres qui permettent de faire varier la rugosité du fond du canal (figure 4.1).

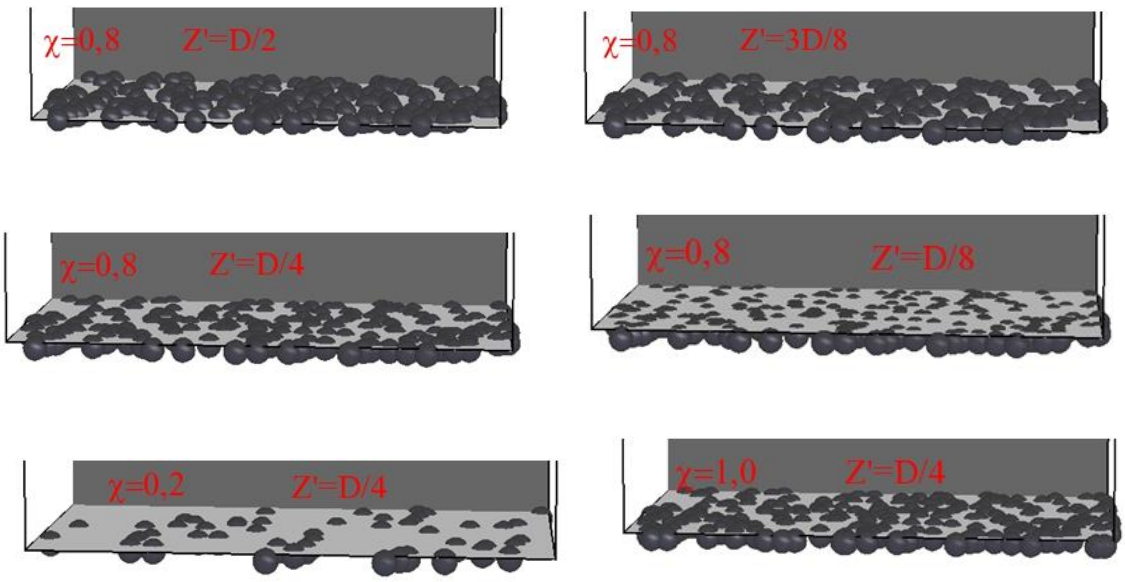


figure 4.1 : Variation de la rugosité du fond du canal. a) $\chi = 0{,}8$; $Z' = D/2$. b) $\chi = 0{,}8$; $Z' = 3D/8$. c) $\chi = 0{,}8$; $Z' = D/4$. d) $\chi = 0{,}8$; $Z' = D/8$. e) $\chi = 0{,}2$; $Z' = D/4$. f) $\chi = 1{,}0$; $Z' = D/4$.

4.1.1 Influence du nombre de sphères fixes (χ).

La rugosité du fond du canal varie en fonction du nombre de sphères fixes. Toutefois, la surface occupée par les sphères fixes n'est pas proportionnelle à χ car elles se chevauchent (figure 4.2).

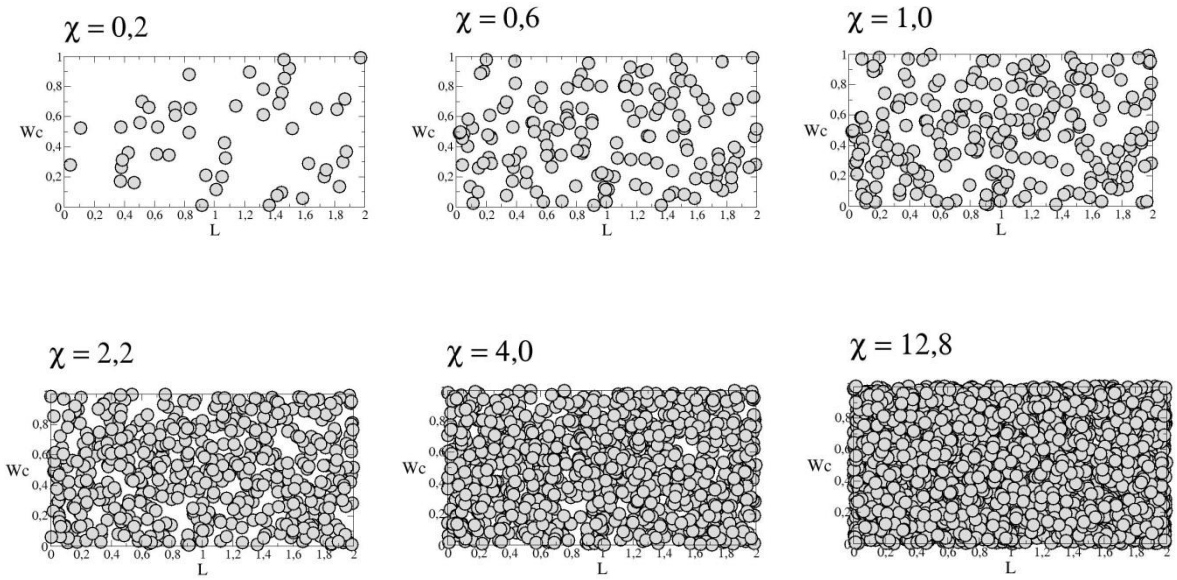


figure 4.2: Variation de la surface recouverte par les sphères fixes en fonction de χ.

La figure 4.3 montre que Q_s diminue rapidement pour les faibles valeurs de χ, passe par un minimum en $\chi \approx 4$ puis augmente jusqu'à atteindre la même valeur que pour $\chi = 0$ en $\chi \approx 12$. Ces variations montrent que la dynamique de la couverture sédimentaire est affectée par la rugosité. Plus le sol est bosselé, plus la vitesse des sédiments sera faible, ce qui est dû au fait que les sphères mobiles passent de creux en creux au cours de leur mouvement. Le surplus d'énergie potentielle de pesanteur nécessaire pour sortir d'un creux est compensée par une perte d'énergie cinétique de la couverture sédimentaire. Lorsque $\chi > 3$, Le nombre de creux diminue, ce qui revient à diminuer la rugosité.

La courbe de Φ_{sol} est légèrement croissante jusqu'à $\chi \approx 1$ puis décroît jusqu'à atteindre un palier à partir de $\chi \approx 8$. Ces variations montrent que plus la rugosité est grande, plus la puissance transmise au fond du canal est importante. En effet, la rugosité augmente lorsque χ augmente pour $\chi < 1$ car le nombre de sphères fixes croissant génère de plus en plus d'aspérités sur le sol. Pour $\chi > 1$, l'augmentation du nombre de sphères fixes va avoir pour effet de colmater les creux et ainsi la rugosité va diminuer, ce qui entraine une diminution de la puissance transmise au sol.

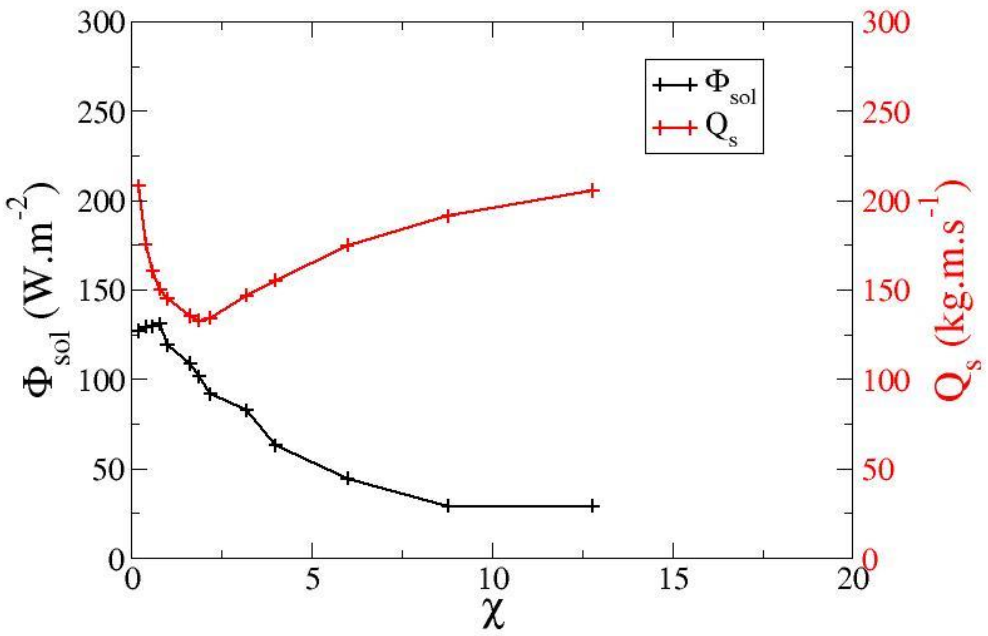


figure 4.3 : Débit de sédiments et puissance transmise au sol en fonction du nombre de sphères fixes pour $Z' = 0{,}5D$.

4.1.2 Influence de la hauteur de protrusion (Z').

Sur la figure 4.4, on voit que Q_s est une fonction décroissante de Z'. Plus la hauteur de protrusion augmente, plus l'énergie potentielle de pesanteur qu'il faut fournir à une sphère mobile pour sortir d'un creux est grande et donc plus l'énergie cinétique de la couverture sédimentaire est faible.

La courbe de Φ_{sol} est croissante pour $Z' < 0{,}4D$ et décroit pour $Z' > 0{,}4D$. Lorsque $Z' < 0{,}4D$, l'augmentation de Φ_{sol} est dû au fait que plus les sphères fixes dépassent de la surface horizontale, plus les impacts entre les sphères mobiles et les sphères fixes vont se produire avec une vitesse incidente orthogonale à la surface de contact. Il en résulte une interpénétration plus grande lors de la collision et donc un travail plus grand. Pour $Z' > 0{,}4D$, le fait que Φ_{sol} diminue peut s'interpréter par le fait que malgré l'augmentation de la hauteur de protrusion, comme la vitesse moyenne de la couverture sédimentaire est plus faible, l'énergie cinétique incidente des sphères mobile diminue.

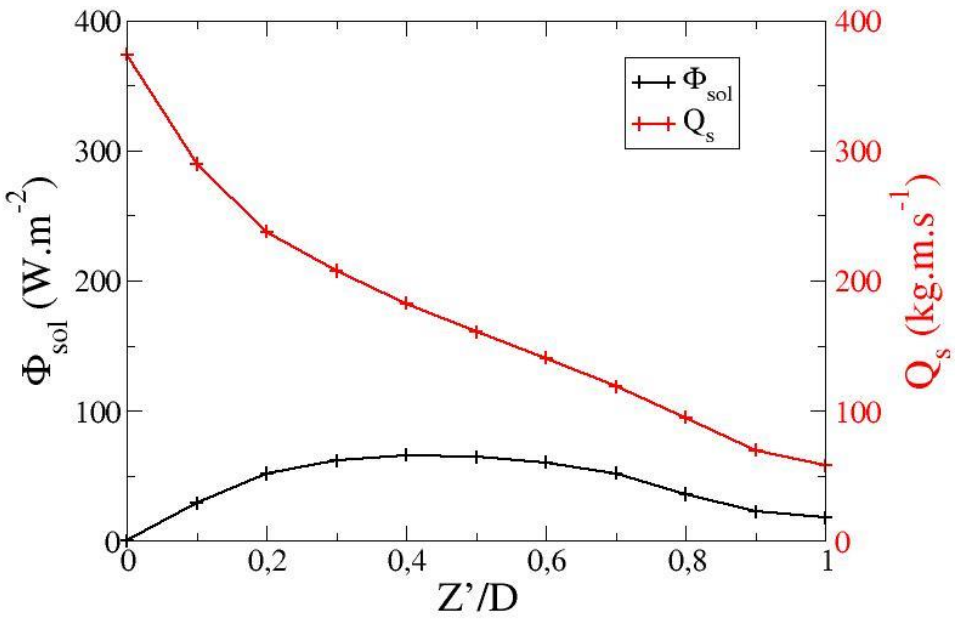


figure 4.4 : Débit de sédiments et puissance surfacique transmise au sol en fonction de la hauteur de protrusion des sphères fixes pour $\chi = 0{,}6$.

4.2. Influence du coefficient de restitution.

Le coefficient de restitution (e) d'un contact entre une sphère mobile et un élément du système (sphère fixe, sphère mobile, fond horizontal, paroi latéral) caractérise l'élasticité de la collision. La dynamique d'un contact unique est fortement dépendante du taux de dissipation d'énergie, ce qui fait que e est un paramètre primordial lorsque l'on étudie un contact inélastique entre deux sphères. En effet, pour une vitesse incidente donnée, un choc moins élastique délivre un travail plus élevé au socle. Toutefois, un grain plus mou atteindra des vitesse plus faible, donc il a moins d'énergie à transmettre.

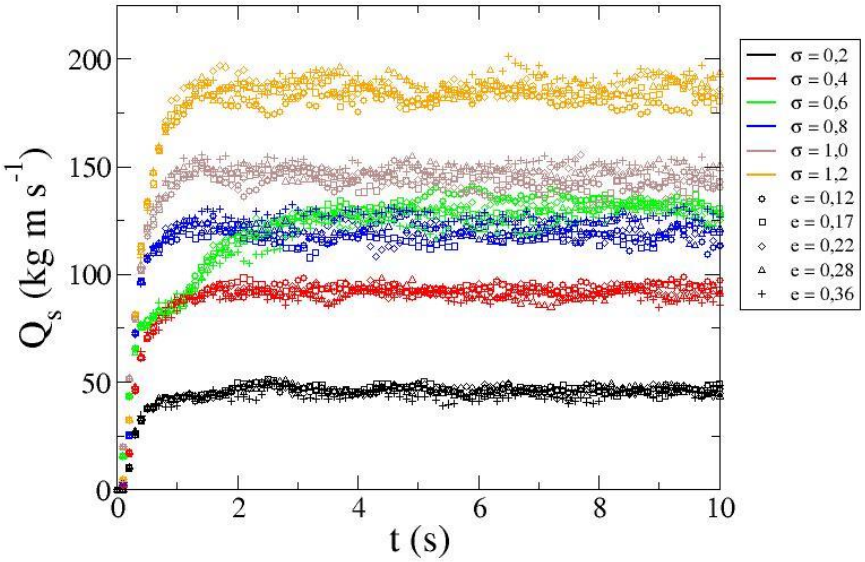


figure 4.5 : Débit de sédiments en fonction du temps pour différents coefficients de restitution et pour différentes charges sédimentaires normalisées. Les paramètres de la rugosité de canal sont : $Z' = 0{,}4D$ et $\chi = 0{,}35$.

La figure 4.5 révèle que pour chaque σ, La dispersion des valeurs de Q_s en régime stationnaire autour de la valeur moyenne n'excède pas 10%. Cette valeur moyenne évolue de manière non monotone en fonction de σ.

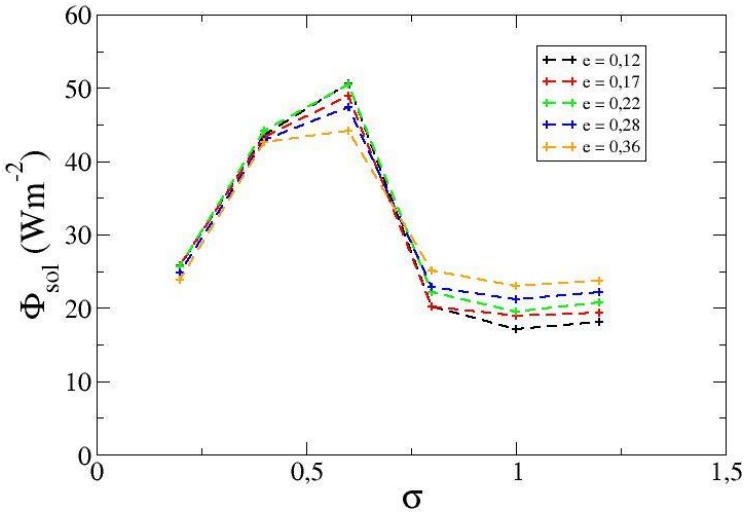


figure 4.6 : flux surfacique d'énergie transmise au sol par la couverture sédimentaire en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour différents coefficients de restitution. Les paramètres de rugosité sont : $Z' = 0{,}4D$ et $= 0{,}35$.

Sur la figure 4.6, on voit que toutes les courbes de Φ_{sol} suivent les mêmes variations en fonction de σ. Une augmentation jusqu'à $\sigma = 0{,}5$ puis une décroissance jusqu'à un palier atteint pour $\sigma > 1{,}0$. Par rapport au profil de la variation moyenne, les transferts d'énergie ont une variabilité de 10% pour $\sigma < 1{,}0$ et de 20% pour $\sigma > 1{,}0$.

Ces résultats permettent de conclure que la valeur du coefficient de restitution a une influence minime sur les valeurs du débits de sédiments et de la puissance surfacique dissipée.

4.3. Influence de la gravité.

L'étude des réseaux hydrographiques martiens fait appelle à l'analyse d'images satellites et au calcul de modèles numériques de terrain. Les données que nous pouvons en extraire sont principalement des paramètres morphologiques et nous devons utiliser des équivalents terrestres pour relier ces paramètres à des quantités hydrologiques. Notre modèle permet d'étudier le transport sédimentaire fluviatile ainsi que les phénomènes d'érosion sous la gravité martienne.

La gravité à la surface d'une planète est un paramètre qui intervient dans les expressions du poids réduit d'une sphère et de la contrainte qu'exerce le fluide sur la couverture sédimentaire défini par :

$$(2.41) \qquad \tau_s = \rho g h_l S$$

L'expression du nombre de Shields devient donc :

$$(2.42) \qquad \Theta = \frac{\tau_s}{(\rho_s - \rho) g D} = \frac{\rho h_l S}{(\rho_s - \rho) D}$$

Les relations (2.41) et (2.42) indiquent que la contrainte de cisaillement ainsi que le poids réduit sont proportionnels à g, ce qui entraine l'invariance de Θ vis-à-vis de la gravité. Cette invariance signifie que pour deux chenaux d'écoulement de géométrie identique, contenant la même charge sédimentaire, situés sur deux planètes dont les gravités de surface sont différentes, le régime de transport sédimentaire sera donc identique.

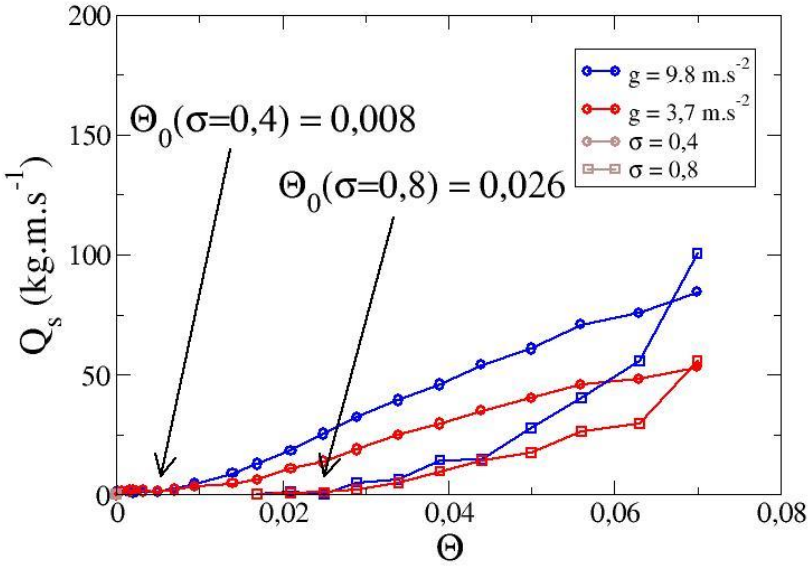


figure 4.7 : Débit solide en fonction du nombre de Shields pour différentes charges sédimentaires normalisées et différentes valeurs de g.

Sur la figure 4.7, on voit que les nombre de Shields critiques de mise en mouvement ne sont pas influencée par la variation de la gravité de surface, ce qui va dans le sens d'une invariance

du nombre de Shields vis à vis de la gravité. On observe également que le débit de sédiment varie dans les proportions du rapport $\sqrt{\frac{9,8}{3,7}} \approx 1,6$.

La figure 4.8 montre les variations de Q_s avec σ. On remarque que le rapport entre les valeurs de Q_s correspondantes à une gravité de surface de $g = 9,8$ m.s^{-2} et celles pour $g = 3,7$ m.s^{-2} vaut $\sqrt{\frac{9,8}{3,7}} \approx 1,6$.

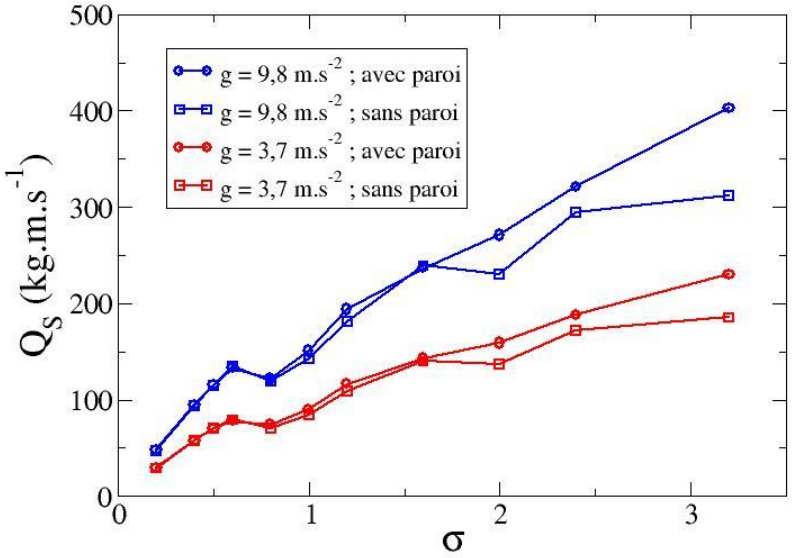


figure 4.8 : Débit solide en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour différentes valeurs de g. $\Theta = 0,083$.

Sur la figure 4.9, on voit que toutes les courbes $Q_s/\sqrt{g}$ en fonction de σ sont superposées, ce qui montre que pour un nombre de Shields donné, quelle que soit la valeur de σ, $Q_s/\sqrt{g}$ est toujours dans le rapport $\sqrt{\frac{9,8}{3,7}}$.

Sur la figure 4.10, on observe également que pour un σ donné, les courbes de $Q_s/\sqrt{g}$ en fonction de Θ sont superposées. Ces résultats sont en accords avec la loi de Meyer-Peter/Müller (2.43) qui exprime le débit de sédiment en fonction de plusieurs paramètres et notamment de la gravité de surface.

$$(2.43) \qquad Q_s = 8\rho\sqrt{\frac{\rho_s-\rho}{\rho}gD^3} \times (\Theta - \Theta_0)^{3/2}$$

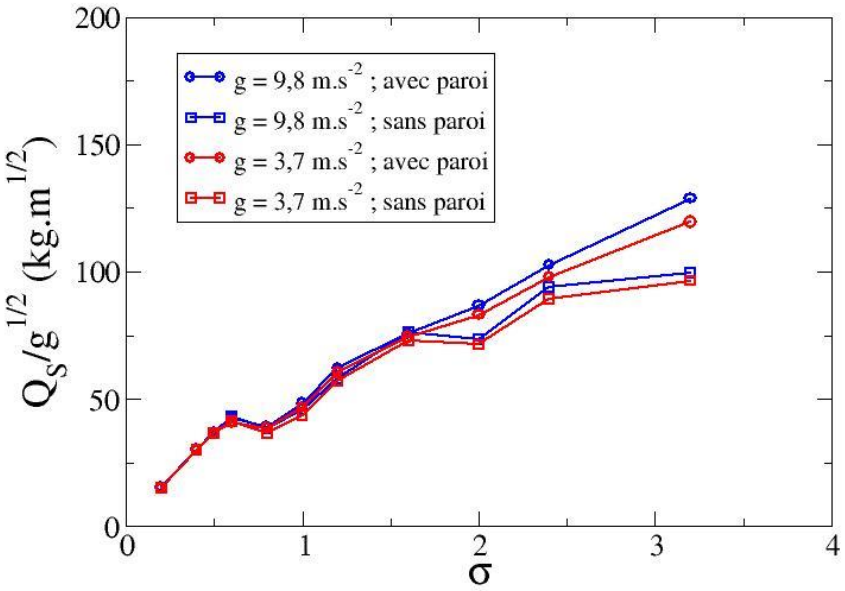


figure 4.9 : Rapports $Q_s/\sqrt{g}$ en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour différents valeurs de g.

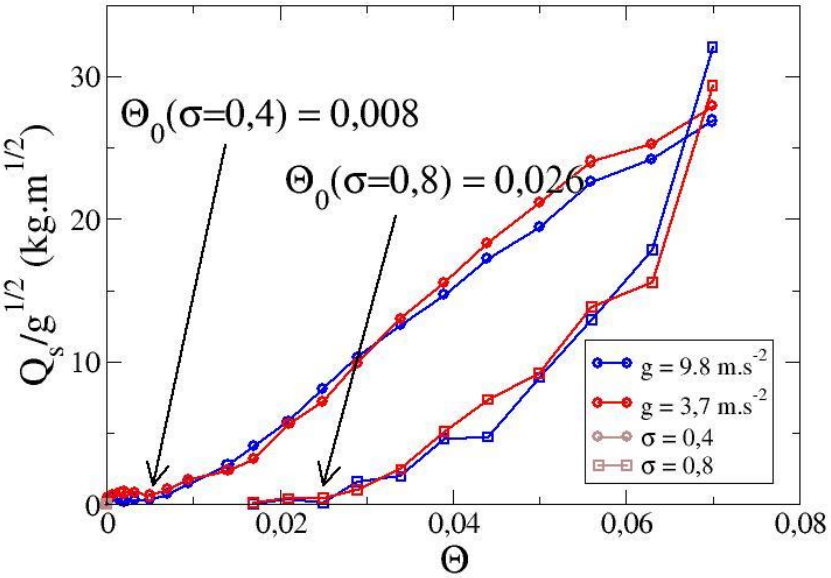


figure 4.10 : Rapports $Q_s/\sqrt{g}$ en fonction du nombre de Shields pour différents valeurs de g.

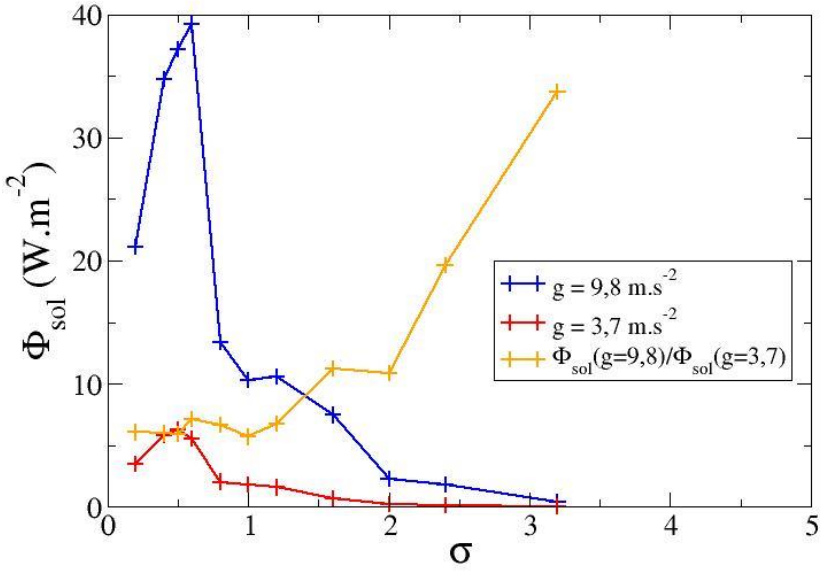


figure 4.11 : Puissance surfacique dissipée sur le fond du canal en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour différentes valeurs de g. $\Theta = 0{,}083$.

Sur la figure 4.11, on observe que la puissance surfacique dissipée sur le sol du canal en fonction de σ on les mêmes variations mais leurs ordres de grandeur dépendent fortement de la gravité. Le rapport entre les courbes de Φ_{sol} pour les différentes valeurs de g est constant pour $\sigma < 1{,}2$ et augmente rapidement lorsque $\sigma > 1{,}2$.

On peut conclure que si le lit d'un cours d'eau est de même pente sur Mars et sur Terre et que la granulométrie est identique entre ces deux rivières, La vitesse de l'écoulement sera plus grand sur la Terre d'un facteur $\sqrt{9{,}8/3{,}7}$, le débit de sédiments est également plus grand sur Terre avec le même rapport $\sqrt{9{,}8/3{,}7}$, mais le taux d'incision du lit est plus grande sur Terre que sur Mars d'un facteur 6.

4.4 Modélisation de l'incision latérale du canal d'écoulement.

Dans un chenal incisé dans la roche, le charriage contribue aussi par ses impacts à l'érosion des bords latéraux du chenal. La quantification de l'incision latérale est essentielle à la modélisation de l'évolution à long-terme des rivières. Elle est cependant peu documentée expérimentalement et est générale prise en compte de manière très simplifiée dans les modèles (Lague 2010).

4.4.1 Conditions aux parois et systèmes utilisés.

La puissance dissipée sur les parois latérales du canal est le fait des contacts entre les sphères mobiles et les parois verticales. L'étude numérique de l'incision latérale d'une rivière à fond rocheux est effectuée à partir d'une version du code qui comporte deux parois matérielles verticales. Ces parois ont les mêmes propriétés mécaniques que la paroi horizontale. Pour cette étude préliminaire, les parois n'ont aucun effet sur l'écoulement. Les caractéristiques de la rugosité du socle sont $Z' = 0{,}4D$ et $\chi = 0{,}35$. Dans cette partie, Nous utilisons deux systèmes aux rapports d'aspects différents $W_c = 1\,m$, $L = 2\,m$ et $W_c = 2\,m$, $L = 1\,m$. Le nombre de Shields est $\Theta = 0{,}083$.

4.4.2 Puissance dissipée et flux surfacique d'énergie.

Traçons la puissance totale qui est dissipée sur les deux parois latérales en fonction de la charge sédimentaire normalisée.

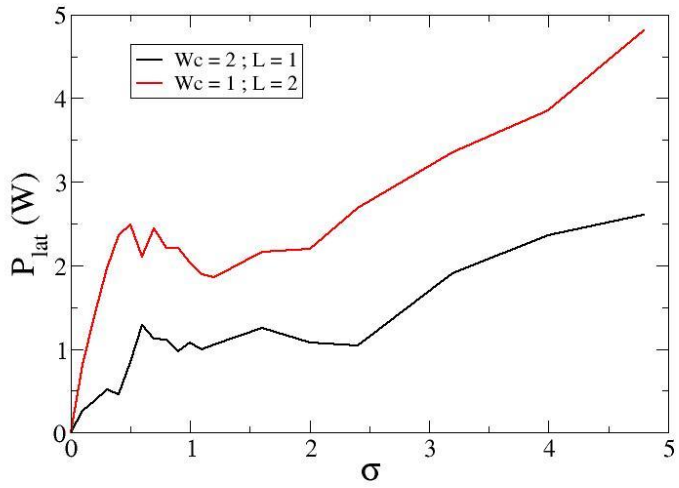


figure 4.12 : Puissance dissipée sur les parois latérales du canal en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour les deux rapports d'aspect.

On observe une évolution similaire des deux courbes de P_{lat} (figure 4.12). Le facteur 2 entre les deux courbes est cohérent avec le rapport entre les longueurs L des systèmes. P_{lat} augmente avec σ pour $\sigma > 1{,}0$. Pour $0 < \sigma < 1{,}0$, $P_{lat}(\sigma)$ présente un maximum en $\sigma \approx 0{,}5$.

L'évolution globalement croissante de la puissance transmise aux parois latérales avec σ est cohérente. Plus il y a de sédiment dans le système, plus il y a de chocs et donc l'énergie transférée par unité de temps augmente. Cette évolution globale est visiblement perturbée

lorsque une couche de sédiment se complète ($\sigma \approx 1{,}2, \sigma \approx 2{,}1$). On observe deux minima locaux qui peuvent être la conséquence d'un effet de ralentissement de la couverture sédimentaire du aux contraintes géométriques du système. Ce ralentissement induit une diminution de l'énergie cinétique des sphères et donc une diminution du travail transmis lors d'un choc.

A partir de la puissance dissipée sur les bords du canal, nous évaluons le flux surfacique d'énergie transmise aux parois latérales grâce à la relation (2.44).

$$\Phi_{lat} = \frac{P_{lat}}{A_b} \qquad (2.44)$$

où A_b est l'aire latérale soumise aux chocs des particules charriées et est définie par la relation (2.45).

Afin de quantifier le flux surfacique (Φ_{lat}) qui est transmis par la couverture sédimentaire aux parois latérales, il faut connaitre la surface sur laquelle P_{lat} est dissipée. Lorsque $\sigma > 1$, la couverture sédimentaire est en contact avec les parois verticales sur la surface A_b qui est définie par :

$$A_b = h_s{}' \times 2L. \qquad (2.45)$$

La définition de $h_s{}'$ (2.46) fait appel au calcul de la hauteur du barycentre de la couverture sédimentaire. $h_s{}'$ est égal à 2 fois cette hauteur.

$$h_s{}' = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} z_i \qquad (2.46)$$

Pour $\sigma < 1$, la couche de sédiment ne recouvre pas entièrement la surface horizontal et donc ne peut pas être en contact avec les parois verticale sur toute la longueur L. On suppose que sur des temps suffisamment long, la totalité de la longueur du canal est en contact avec la couverture sédimentaire. Cette hypothèse entraine une sous-estimation de Φ_{lat}.

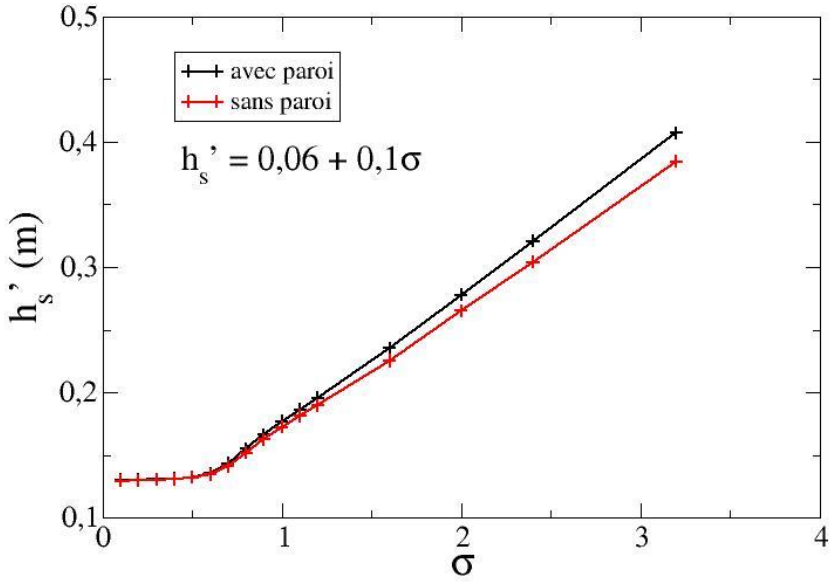


figure 4.13 : hauteur de sédiment en fonction de la charge sédimentaire normalisée dans les différents systèmes.

On observe (figure 4.13) que $h_s' = f(\sigma)$ est constante pour $\sigma < 0{,}6$ et augmente linéairement avec σ pour $\sigma > 0{,}6$. A faible σ, la valeur $h_s' = 0{,}13$ m indique que la couverture sédimentaire est en contact avec les parois latérales sur cette hauteur. Les sédiments ne recouvrent pas l'intégralité du fond du canal et donc ne sont pas en contact avec les parois sur la totalité de la longueur du canal à un instant donné. Dans la suite, nous considérerons que sur un temps grand devant la durée de nos simulation, la totalité de la longueur du canal a été en contact avec la couverture sédimentaire. Cette approximation induit une erreur sur la quantification du flux surfacique d'énergie transmis aux parois.

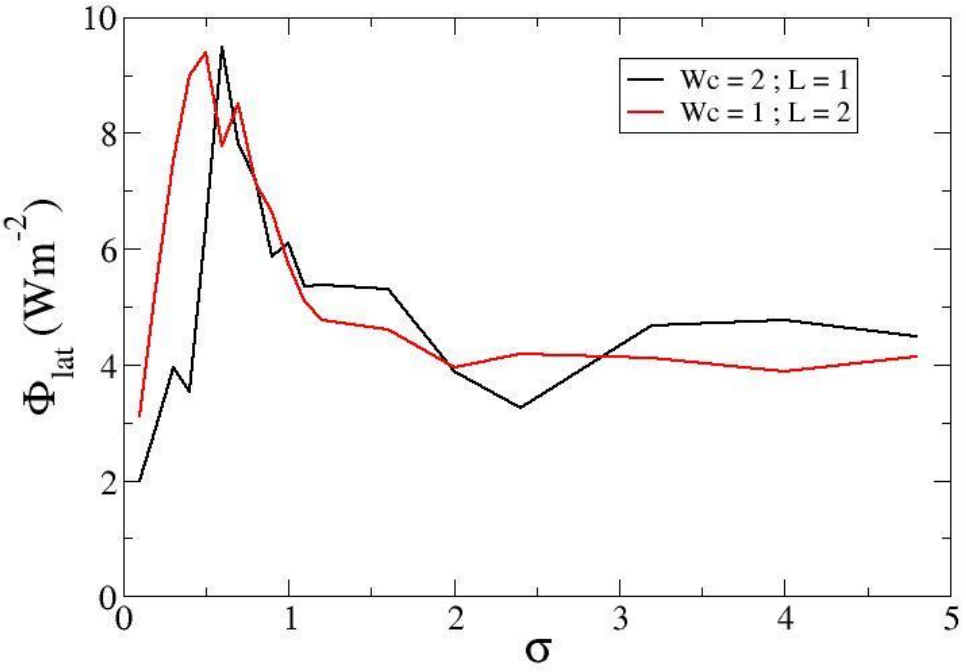


figure 4.14 : Flux surfacique d'énergie dissipé sur les parois horizontales calculé avec les valeurs $h_s(\sigma)$ pour les deux rapports d'aspect.

Sur la figure 4.14, on voit que Φ_{lat} croit rapidement lorsque $\sigma < 0{,}5$, atteint un maximum en $\sigma \approx 0{,}5$, puis décroit jusqu'à atteindre un palier pour $\sigma > 2{,}0$. La valeur du palier est de $\Phi_{lat} \approx 4$ W.m^{-2}.

Nous interprétons le pic de flux surfacique transmis aux parois latérales par le fait que plusieurs paramètres qui entrent en compte dans les transfert de puissance sont optimaux en $\sigma \approx 0{,}5$. D'une part, le nombre de sphère dans le système permet à la couverture sédimentaire de recouvrir une grande proportion du fond du canal, ce qui implique qu'un grand nombre de sphère est en contact avec les parois latérales. Un grand nombre de contact implique un transfert de puissance plus élevé. D'autre part, les contraintes géométriques dues au remplissage de la première couche de sédiment ne provoquent pas l'effet de freinage pour $\sigma \approx 0{,}5$. Cet effet de freinage est responsable de la décroissance de Φ_{lat} visible pour $0{,}5 < \sigma < 1{,}0$ et en $\sigma \approx 2{,}1$.

Pour $\sigma > 2{,}1$, l'évolution de Φ_{lat} est le résultat de deux phénomènes. L'augmentation de la puissance transmise est due à l'augmentation du nombre de sphères dans le système. La surface sur laquelle est transmise cette puissance augmente avec σ. Les variations de ces deux grandeurs se compensent et il en résulte la constance de $\Phi_{lat}(\sigma)$.

4.4.3 Incision latérale.

L'estimation du taux d'incision latéral (I_{lat}) est basée sur la relation (2.47):

$$(2.47) \qquad I_{lat} = \frac{\Phi_{lat}}{\varepsilon_v}$$

où ε_v est l'énergie par unité de volume qu'il faut fournir pour incisé le substrat rocheux. I_{lat} s'exprime en m.s^{-1}, Φ_{lat} en W.m^{-2}. ε_v s'exprime en fonction des propriétés mécaniques de la roche par la relation (2.48).

$$(2.48) \qquad \epsilon_v = k_v \frac{{\sigma_T}^2}{2Y}$$

$k_v = 10^6$ est un paramètre sans dimension lié à la résistance de la roche, $\sigma_T = 7 \times 10^6$ Pa est la résistance à la traction de la roche et $Y = 5 \times 10^{10}$ Pa est le module d'Young de la roche.
La valeur du taux d'incision latéral qui correspond à une valeur de $\Phi_{lat} = 8$ W.m^{-2}, qui est obtenue pour $\sigma = 0{,}6$, est de $I_{lat} = 50$ cm/an.

Des études en canaux rectilignes ont été menées par (Finnegan et al. 2007) et (Johnson & Whipple 2010) afin d'étudier les zones d'érosion préférentielles lorsque la couverture sédimentaire est en mouvement dans les rivières à fonds rocheux (figure 4.15). Ces études démontrent que l'incision verticale est plus intense que l'incision latérale. L'incision verticale se produit lorsque le débit solide est faible, ce qui correspond à une faible masse de sédiments. Lorsque le débit solide est plus élevé, la couverture sédimentaire se compose de deux parties. Une partie est immobile sur le fond rocheux et le protège de toute incision. L'autre partie est mobile et provoque l'incision latérale du chenal.

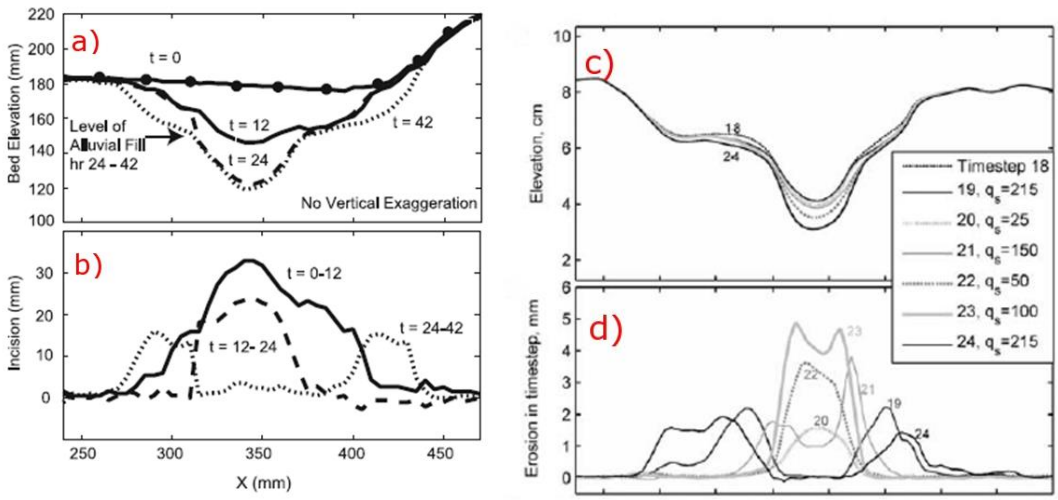


figure 4.15 : a) Profil latéral du chenal d'écoulement mesuré à différents temps (en heure) au cours de l'expérience, (Finnegan et al. 2007). b) Mesures de l'incision en fonction de la variable latérale pour différentes périodes de l'expérience, (Finnegan et al. 2007). c) Profil latéral du chenal d'écoulement mesuré à différents temps (15 minutes par pas de temps) au cours de l'expérience, (Johnson & Whipple 2010). d) Mesures de l'incision en fonction de la variable latérale pour différentes périodes de l'expérience, (Johnson & Whipple 2010).

Nos simulations sont compatibles avec les résultats de (Finnegan et al. 2007) qui mettent en évidence l'influence de σ sur I_{lat}.

4.5 Dissipation interne à la couverture sédimentaire

Après les chocs sur le sol et les parois latérales, Les contacts qui se produisent entre les sphères mobiles sont la troisième source de dissipation d'énergie. Pour quantifier la dissipation de puissance au sein de la couverture sédimentaire, on simule le mouvement de sphères mobiles dans plusieurs systèmes. Des systèmes avec ou sans parois latérales, avec des rapports d'aspect $\frac{L}{W_c} = 2$ et $\frac{L}{W_c} = 0{,}5$. Le nombre de Shields est $\Theta = 0{,}083$ et les paramètres de rugosité du fond du canal sont $Z' = 0{,}4D$ et $\chi = 0{,}35$. Le mode de calcul de la puissance dissipée dans ces chocs au sein de la couverture sédimentaire est la même que pour les chocs sur les parois et le sol.

4.5.2 Puissance dissipée dans la couverture sédimentaire.

Traçons la puissance dissipée à l'intérieure de la couverture sédimentaire en fonction de σ pour différentes configuration (figure 4.16). On observe une augmentation rapide de P_{int} lorsque $0{,}7 < \sigma < 1{,}0$. Entre $\sigma = 0{,}7$ et $\sigma = 2{,}5$, on observe deux maximums locaux de

$P_{int}(\sigma)$ en $\sigma = 1{,}2$ et $\sigma = 2{,}1$. Pour $\sigma > 2{,}5$, P_{int} augmente linéairement avec σ. Les variations de $P_{int}(\sigma)$ sont les mêmes quel que soit le rapport d'aspect entre les dimensions du système, et les parois influent peu.

La puissance dissipée à l'intérieur de la couverture sédimentaire dépend de la charge sédimentaire. En effet, plus il y a de sphères mobiles présentes dans le système, plus le nombre de contacts est élevé et plus la puissance dissipée est grande. Ce constat explique la variation globalement croissante de la fonction $P_{int}(\sigma)$. Les maxima locaux sont dus au fait que dès que la couverture sédimentaire s'approche de la complétion d'une couche, le nombre de contacts entre sphères mobile devient très important ($\sigma = 1{,}2$ et $\sigma = 2{,}1$). On peut remarquer que les maxima de $P_{int}(\sigma)$ correspondent aux minima de $P_{lat}(\sigma)$ observés sur la figure 4.12.

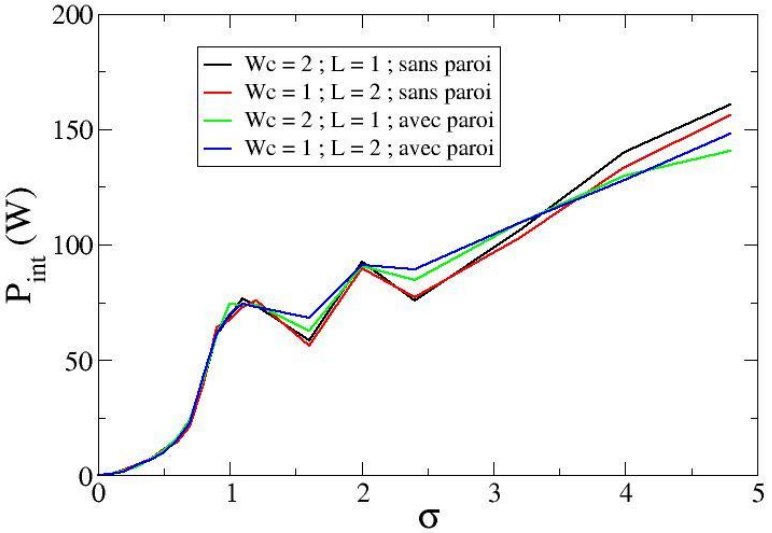


figure 4.16 : Puissance dissipée à l'intérieur de la couverture sédimentaire pour différents systèmes en fonction de la charge sédimentaire normalisée ($Z' = 0{,}4D$, $\sigma' = 0{,}35$).

Pour quantifier la puissance volumique dissipée au sein de la couverture sédimentaire, nous calculons le rapport défini par (2.49).

$$\Phi_{int} = \frac{P_{int}}{LW_c h_s'} \qquad (2.49)$$

Notons que la surface (LW_c) du fond du canal est la même pour tous les systèmes utilisés.

Sur la figure 4.17, nous observons une croissance rapide de $\Phi_{int}(\sigma)$ pour $0 < \sigma < 1{,}0$. Après avoir atteint un maximum en $\sigma = 1{,}2$, $\Phi_{int}(\sigma)$ tend vers une constante pour $\sigma \to \infty$.

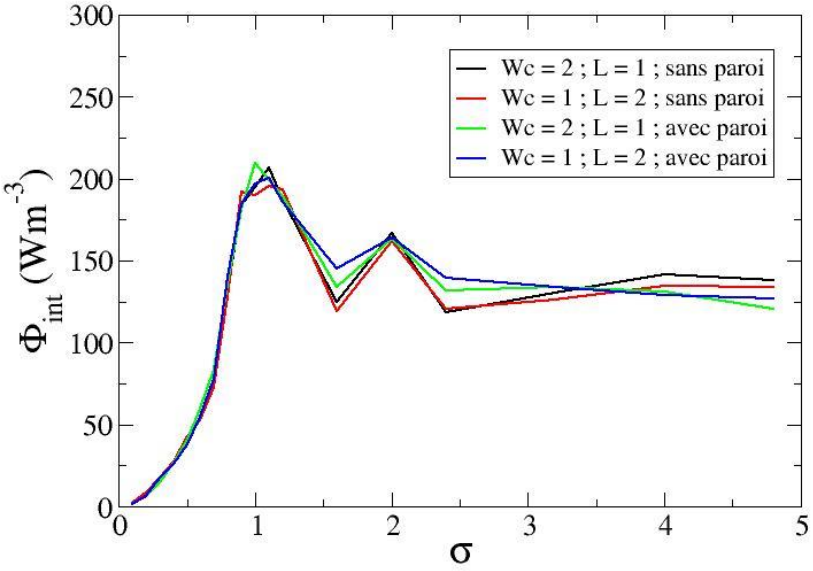


figure 4.17 : Puissance volumique dissipée à l'intérieur de la couverture sédimentaire en fonction de la charge sédimentaire normalisée pour différents systèmes.

Lorsque $\sigma > 2{,}5$, $\Phi_{int}(\sigma)$ devient constante. On explique ce comportement par le fait que Φ_{int} est proportionnelle à σ, et à l'inverse de $h_s(\sigma)$. Or, la hauteur de sédiment évolue linéairement avec σ pour $\sigma > 2{,}5$. Ces deux dépendances se compensent et il en résulte une stagnation de la fonction $\Phi_{int}(\sigma)$. La proximité du fond du canal joue un rôle primordial dans ce phénomène. On peut supposer que la rugosité du sol associée à la complétion des couches sont responsables de la diminution de la puissance volumique dissipée à l'intérieur de la couverture sédimentaire.

4.5.3. Taux d'usure des galets.

Les résultats sur la puissance volumique dissipée au sein de la couverture sédimentaire sont à mettre en relation avec l'évolution de la granulométrie des sédiments. En effet, le phénomène d'usure des sédiments est directement lié à la dissipation d'énergie au cours des contacts entre les sédiments. Des mesures expérimentales du taux d'usure des galets en fonction de la masse de sédiments ont été effectuées par (Attal & Lavé 2009) dans un canal annulaire (figure 4.18).

Le taux d'usure des sédiments (I_{int}) est définie par la variation temporelle du rayon d'un galet (2.50).

$$(2.50) \qquad I_{int} = \frac{dR}{dt}$$

Or la puissance dissipée par unité de surface rocheuse est donnée par la relation (2.51).

$$(2.51) \qquad \Pi = \frac{P_{int}}{N4\pi R^2}$$

En appliquent le même raisonnement pour l'incision des parois et du sol, on peut estimer que I_{int} et Π sont reliés par (2.52)

$$(2.52) \qquad I_{int} = \frac{\Pi}{\epsilon_v}$$

La perte de masse par galet et par unité de temps peut donc s'écrire comme dans (2.53)

$$(2.53) \qquad \frac{dM}{dt} = I_{int} \times 4\pi R^2 \rho$$

On en déduit que la perte de masse relative par unité de temps est définie par (2.54).

$$(2.54) \qquad \dot{U}_t = \frac{1}{M}\frac{dM}{dt} = \frac{P_{int} \times \rho}{N \times M \times \epsilon_v}$$

La valeur de la perte de masse relative que nous obtenons à partir de nos simulations pour des valeurs de $P_{int} = 70$ W ($\sigma = 1$), $M = 1{,}3$ kg, $\rho = 2500$ kg.m^{-3}, $N = 250$ et $\epsilon_v = 5 \times 10^8$ J.m^{-3} est de $\dot{U}_t = 3{,}9 \times 10^{-3}$ % masse/heure. Pour connaître la perte de masse relative par kilomètre $(\dot{U}_d)$, on utilise la relation (2.55).

$$(2.55) \qquad \dot{U}_d = \frac{\dot{U}_t}{\langle V \rangle}$$

où $\langle V \rangle$ est la vitesse moyenne de la couverture sédimentaire.

Pour $\sigma = 1$, $\langle V \rangle = 0{,}6$ m.s^{-1}, ce qui donne $\dot{U}_d = 1{,}8 \times 10^{-3}$ % masse/kilomètre

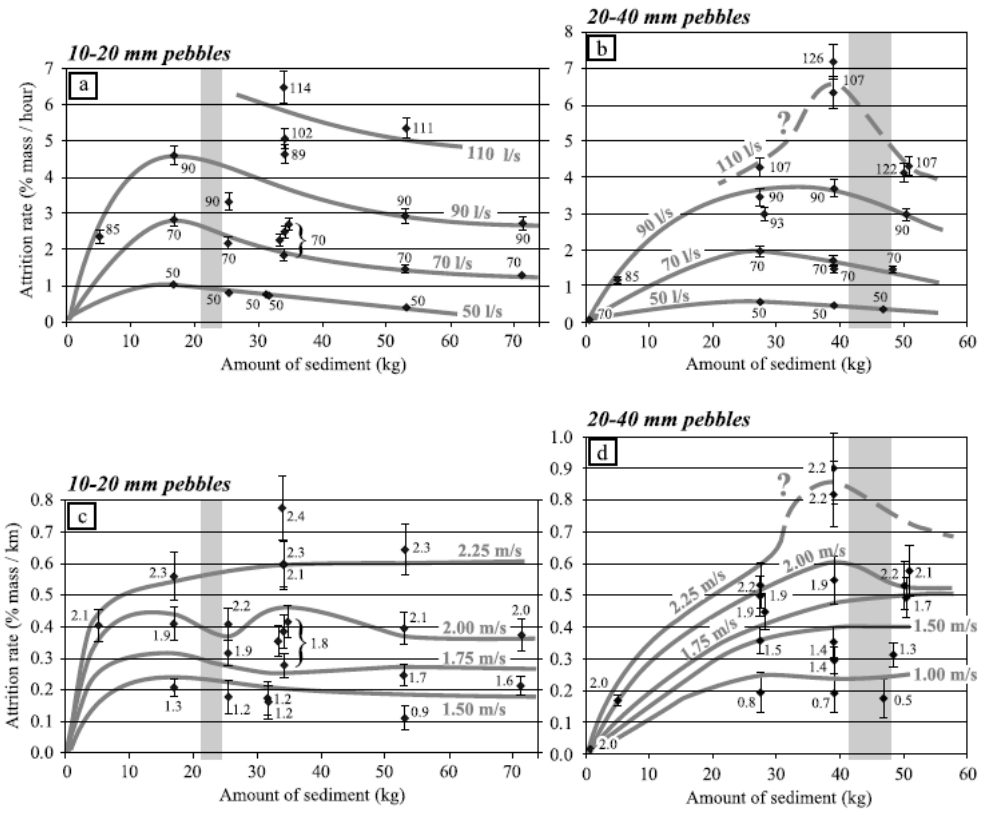


figure 4.18 : a) Taux d'usure massique des galets par unité de temps pour des galets de diamètre compris entre 10 et 20 mm. b) Taux d'usure massique des galets par unité de temps pour des galets de diamètre compris entre 20 et 40 mm. c) Taux d'usure massique des galets par kilomètre parcouru pour des galets de diamètre compris entre 10 et 20 mm. d) Taux d'usure massique des galets par kilomètre parcouru pour des galets de diamètre compris entre 20 et 40 mm. Les zones grises représentent les situations pour lesquelles le socle est entièrement recouvert par les sédiments. Le débit de 90 Ls^{-1} correspond à une vitesse du fluide de 4,5 ms^{-1} (Attal & Lavé 2009).

L'observation des courbes expérimentales de l'usure des galets en fonction de la masse de sédiment montre une tendance semblable à nos résultats sur la puissance volumique dissipée à l'intérieure de la couverture sédimentaire (figure 4.17). On note la présence d'un maximum du taux d'usure pour une masse de galets qui correspond à la situation où le socle rocheux est entièrement recouvert par les sédiments. Nous observons le même maximum sur notre courbe. et nous sommes en mesure de proposer une prédiction du taux d'usure pour des charges sédimentaires plus élevées.

Les valeurs de $\dot{U}_t$ et $\dot{U}_d$ sont du même ordre de grandeur que les résultats de (Attal & Lavé 2009). Nous trouvons un facteur 10 entre notre estimation de $\dot{U}_t$ et la mesure expérimentale. De même, nous sous-estimons l'usure des galets d'un facteur 2 par rapport à la mesure de $\dot{U}_d$.

4.7 Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons commencé par quantifier le rôle de différents paramètres comme la rugosité, le coefficient de restitution et la gravité sur la dynamique de la couverture sédimentaire et sur les transferts d'énergies. Nous avons utilisées 2 paramètres pour modifier la rugosité, la densité de sphères fixes et la hauteur dont elles dépassent du plan horizontal qui constitue la base du fond du canal. Nous avons mis en évidence le fait que la couverture sédimentaire est ralentie si la rugosité augmente. Ce ralentissement s'explique par le fait que la fréquence et l'efficacité des impacts entre la couverture sédimentaire et le fond du canal augmente avec la rugosité. L'augmentation de la fréquence et de l'efficacité de ces collisions induit également une croissance de la puissance transmise au sol lorsque la rugosité augmente. Toutefois, si la rugosité ralenti trop le mouvement de la couverture sédimentaire, l'énergie cinétique des sphères mobiles diminue et l'énergie dissipée lors d'une collision va diminuer, entrainant la décroissance de la puissance transmise au fond du canal. L'influence du coefficient de restitution a été testé et il ressort de cette étude que la variation de e n'a que peut d'effet sur la dynamique de la couverture sédimentaire ou sur la puissance transmise au sol. L'étude du transport sédimentaire sous gravité martienne révèle que le débit de sédiments varie en fonction de g selon les proportions prédite par la loi de Meyer-Peter et Müller. Nous avons également établi que le taux d'incision vertical dans une rivière sur Mars était 6 fois plus faible que sur Terre, à pente et granulométrie identique.

Nous avons ensuite étendu l'étude de l'incision du socle rocheux à l'incision des parois verticales et à l'usure des galets charriés, ce qui est permis par la description de la trajectoire de chaque particule dans notre modèle. Cette étude nous a permis de mettre en évidence l'influence de σ sur I_{lat}, qui jusqu'ici n'avait pas été pris en compte dans les modèles. Malheureusement, il ne nous est pas possible de comparer nos prédictions quantitatives de I_{lat} avec des mesures. L'observation de l'énergie dissipée au sein de la couverture sédimentaire nous a permis de remonter au taux d'usure des sédiment et de comparer nos prédictions aux expériences. Avec ces 3 paramètres (I_{sol}, I_{lat}, I_{int}) et leurs dépendances vis à vis de σ et θ, il est désormais possible de modéliser l'ensemble des processus érosifs dans un chenal et donc l'évolution à long-terme d'une rivière à fond rocheux.

Références :

Attal, M. & Lavé, J., 2009. Pebble abrasion during fluvial transport: Experimental results and implications for the evolution of the sediment load along rivers. *Journal of Geophysical Research*, 114(F4), p.F04023. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2009JF001328.

Finnegan, N.J., Sklar, L.S. & Fuller, T.K., 2007. Interplay of sediment supply, river incision, and channel morphology revealed by the transient evolution of an experimental bedrock channel. *Journal of Geophysical Research*, 112(F3), p.F03S11. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000569 [Accessed August 14, 2014].

Johnson, J.P.L. & Whipple, K.X., 2010. Evaluating the controls of shear stress, sediment supply, alluvial cover, and channel morphology on experimental bedrock incision rate. *Journal of Geophysical Research*, 115(F2), p.F02018. Available at: http://doi.wiley.com/10.1029/2009JF001335 [Accessed October 8, 2013].

Lague, D., 2010. Reduction of long-term bedrock incision efficiency by short-term alluvial cover intermittency. *Journal of Geophysical Research*, 115(2), p.F02011. Available at: http://www.agu.org/pubs/crossref/2010/2008JF001210.shtml [Accessed November 11, 2012].

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressé à l'érosion du lit des rivières à fond rocheux et plus particulièrement à la description des interactions entre les sédiments charriés et le socle rocheux. Nous avons développé un modèle numérique basé sur les principes de la dynamique moléculaire appliquée aux matériaux granulaires qui résout les équations de la dynamique et qui simule la mise en mouvement de sphères par un écoulement turbulent. C'est la première fois qu'une vraie dynamique granulaire est appliquée à la problématique de l'incision. Nous arrivons à reproduire les effets qualitatifs observés expérimentalement par Sklar, le "tool-effect" et le "cover-effect". Ces effets ont également été prédits par des modèles stochastiques faisant intervenir des fonctions de couverture linéaire ou exponentielle. Nous avons affiné les prédictions de ces modèles qui sous-estiment les taux d'abrasion. La fonction de couverture que nous déduisons de nos simulations est intermédiaire entre les modèles linéaire et exponentiel, ce qui est en accord avec les résultats des expérimentations récentes menées par Chatanantavet et Parker. Notre modèle est capable de prédire l'influence de la capacité de transport de l'écoulement sur le taux d'incision à charge sédimentaire constante. Nous avons établi que le flux d'énergie transmis au socle rocheux est une fonction non linéaire du nombre de Shields, ce qui entraine que les événements de fortes intensités sont prépondérant dans l'évolution d'une rivière. Nous sommes également capable de quantifier l'érosion latérale des berges d'une rivière et nous montrons que la charge sédimentaire joue un rôle dans l'évolution latérale d'un cours d'eau, ce que ne prend pas en compte le modèle SSTRIM. Enfin, notre modèle rend compte des transferts d'énergie qui ont lieux à l'intérieur de la couverture sédimentaire, ce qui nous permet de discuter de l'usure des galets qui est un problème qui a été abordé expérimentalement par Attal et Lavé. Nous avons développé un outil capable de quantifier tous les transferts d'énergie qui se produisent dans une rivière à fond rocheux. Il est possible d'utiliser nos résultats pour affiner des modèles d'évolution de rivière à long terme et d'étudier les effets sur l'incision des variations temporelles de la quantité de sédiments présents dans le lit de la rivière ou du débit d'eau. Il est possible d'affiner la description du couplage entre les sédiments et le fluide afin d'améliorer la qualité des prédictions de notre modèle. La description du fluide est aussi perfectible car le profil utilisé n'est pas modifié par la présence des parois du canal. On pourrait également envisager un modèle de fluide qui ne soit pas moyenné sur toute la surface du canal.