HAL
open science

Accrétion sur les étoiles jeunes : modélisation hydrodynamique radiative

Lionel de Sa

To cite this version:

Lionel de Sa. Accrétion sur les étoiles jeunes : modélisation hydrodynamique radiative. Astrophysique [astro-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066538 . tel-01134821

HAL Id: tel-01134821

https://theses.hal.science/tel-01134821

Submitted on 24 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Pierre et Marie Curie

École doctorale d'Astronomie et Astrophysique d'Ile-de-France

Laboratoire d'Étude du Rayonnement et de la Matière en Astrophysique et Atmosphères – LERMA

Laboratoire de Modélisation des Plasmas Astrophysiques – CEA/SAC DSM/IRFU/SAp/LMPA

ACCRÉTION SUR LES ÉTOILES JEUNES
– MODÉLISATION HYDRODYNAMIQUE RADIATIVE –

Par Lionel de Sá

Thèse de doctorat d'Astronomie et Astrophysique

Dirigée par Chantal Stehlé & Jean-Pierre Chièze

Présentée et soutenue publiquement le 19 Décembre 2014
à l'Observatoire de Paris, devant un jury composé de :

M.	Frédéric Daigne	Professeur	Président
M.	Philippe Stee	Directeur de Recherche	Rapporteur
M.	Bruno Dubroca	Ingénieur CEA	Rapporteur
M.	Thierry Lanz	Astronome	Examinateur
M.	Jean-Pierre Chièze	Ingénieur CEA	Co-directeur de thèse
Mme.	Chantal Stehlé	Directrice de Recherche	(invitée) Co-directrice de thèse

Except where otherwise noted, this work is licensed under
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/

à ma famille,
qui m'a portée et soutenue
sous les étoiles ou les nuages ;
jamais je ne pourrais
assez les remercier.

Remerciements

Je souhaite en premier lieu remercier Michel Pérault et Darek Lis, directeurs du LERMA (Observatoire de Paris-Meudon), pour m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire pendant ma thèse.
Je remercie également Pierre-Olivier Lagage et Anne Decourchelle, chefs du Service d'Astrophysique (Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives), pour ces mêmes raisons.

J'adresse mes sincères remerciements aux membres du jury pour avoir pris le temps d'évaluer mon mémoire ainsi que ma soutenance de thèse.
Je remercie chaleureusement mes co-directeurs de thèse pour tout ce qu'ils m'ont apporté pendant ces quatre années, leur patience, leur dévouement,... (la liste est longue !).
Je tiens de plus à remercier Dominique Lopes, Dominique Monvoisin et Benoit Albert pour l'aide administrative et logistique qu'ils m'ont fourni tout au long de ma thèse.

Je remercie de plus mes collègues pour le soutient physique (i.e. scientifique) et psychologique qu'ils m'ont apporté : Uddhab Chaulagain, Laurent Ibgui, Titos Matsakos, Ivan Hubeny, Matthias González, Camille Charignon, Salvatore Orlando, Rosaria Bonito et Ichraf Oueslati.

Je remercie du fond du cœur Yvana Eutrope-Sylvère pour sa bonne humeur contagieuse et son soutient permanent, mais aussi pour sa patience et sa souffrance à la lecture de mon mémoire et de ses innombrables fautes ~~d'orthographe~~ de frappe.
Finalement, un grand merci à mes collègues enseignants, surtout Lydie Clolus et Fabien Bornes, pour leur soutient chaleureux, ainsi que leur aide sans limite et spontanée.

Je ne peux mentionner ici toutes les personnes qui ont contribué à ce travail et à son aboutissement, tant elles sont nombreuses. Je m'excuse pour toutes celles qui mériteraient d'être nommées ici et que j'aurais oublié...

TABLE DES MATIÈRES

L'accrétion en contexte 1

INTRODUCTION 3

1 CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE 7
- 1.1 De l'excès X aux chocs d'accrétion . . . 7
  - 1.1.1 Les débuts de l'observation en X des T Tauri . . . 8
  - 1.1.2 Origine de l'activité X des T Tauri . . . 9
  - 1.1.3 Rayonnement et environnement . . . 9
- 1.2 Modèle d'accrétion sur les T Tauri . . . 10
  - 1.2.1 Paradigme de l'accrétion magnétosphérique . . . 10
  - 1.2.2 Indices observationnels . . . 11
- 1.3 Accord variable . . . 12
  - 1.3.1 Cycles théoriques... . . . 12
  - 1.3.2 ... et immobilisme observationnel . . . 14
  - 1.3.3 Une approche multi-dimensionnelle . . . 14
  - 1.3.4 Une approche alternative . . . 15

I Bases physiques du modèle d'accrétion – hydrodynamique radiative – 21

2 DESCRIPTION HYDRODYNAMIQUE 23
- 2.1 Lois de conservation . . . 24
- 2.2 Continuité et chocs . . . 24
  - 2.2.1 Équations de Rankine-Hugoniot . . . 24
  - 2.2.2 Viscosité artificielle . . . 25
- 2.3 Termes source pour l'hydrodynamique . . . 25
  - 2.3.1 Sources de masse . . . 25
  - 2.3.2 Sources d'impulsion . . . 25
  - 2.3.3 Sources d'énergie du gaz . . . 26
- 2.4 Conduction électronique . . . 26

3 TRAITEMENT DU TRANSFERT RADIATIF 29
- 3.1 Modélisation du transfert radiatif à deux moments . . . 30
  - 3.1.1 Intensité spécifique . . . 30
  - 3.1.2 Moments de l'intensité . . . 30
  - 3.1.3 Équations du transfert radiatif . . . 31
- 3.2 Coefficients de couplage matière-rayonnement . . . 33
  - 3.2.1 ETL vs. régime coronal . . . 34
  - 3.2.2 Émissivité intégrée sur les fréquences . . . 34
  - 3.2.3 Absorption intégrée sur la distribution d'énergie radiative . . . 37
  - 3.2.4 Coefficient d'extinction intégré sur la distribution de moment radiatif . . . 37
  - 3.2.5 Instabilité de refroidissement . . . 38

RÉSUMÉ : APPROCHE HYDRODYNAMIQUE RADIATIVE 41

II Spécificités de notre modèle numérique 43

4 FERMETURE DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS 45
4.1 Relations de fermeture . . . 46
4.1.1 Multigroupe et température de rayonnement . . . 46
4.1.2 Pression radiative et relation de fermeture M1 . . . 47
4.1.3 Pression thermique et équation d'état du gaz . . . 49
4.2 Composition chimique du gaz . . . 50
4.2.1 Abondances . . . 50
4.2.2 Métal moyen . . . 51
4.3 Calcul de l'ionisation à l'ETL . . . 52
4.3.1 Équilibre Thermodynamique Local et température de rayonnement . . . 53
4.3.2 Ionisation à l'ETL . . . 53
4.3.3 Source de rayonnement externe - équation de Saha modifiée . . . 56
4.4 Ionisation dépendante du temps - régime collisionnel-radiatif . . . 58
4.4.1 Taux de recombinaison . . . 58
4.4.2 Taux d'ionisation collisionnelle . . . 60
4.4.3 Taux de photo-ionisation . . . 61
4.4.4 Recherche de l'équilibre . . . 64
4.5 Conséquences sur le calcul des termes source . . . 67

5 CONSTRUCTION DES TABLES D'OPACITÉS 71
5.1 Interaction rayonnement - matière . . . 72
5.1.1 Opacité atomique . . . 72
5.1.2 Opacité des molécules et des grains . . . 74
5.2 Synspec . . . 75
5.2.1 Opacity Project & Synspec . . . 75
5.2.2 Adaptation de Synspec . . . 77
5.3 Opacités intégrées . . . 78
5.3.1 Comparaison et choix des tables . . . 78
5.3.2 Fusion des tables d'opacités . . . 79
5.3.3 Tables fusionnées . . . 83
5.3.4 Opacités multigroupes . . . 85
5.3.5 Interpolation dans les tables . . . 86
5.4 ETL vs. HETL . . . 87
5.4.1 Absorption hors ETL . . . 87
5.4.2 Transition ETL - régime coronal . . . 87

6 ASTROLABE 91
6.1 Théorème de transport de Reynolds . . . 92
6.1.1 Énoncé du théorème . . . 92
6.1.2 Lois de conservation . . . 92
6.2 Discrétisation en espace . . . 93
6.2.1 Géométries . . . 93
6.2.2 Grilles alternées et centrage . . . 94
6.2.3 Schéma d'advection . . . 94
6.3 Discrétisation en temps . . . 96

6.3.1 Forme générale des équations . . . 96
6.3.2 Schéma explicite . . . 97
6.3.3 Schéma implicite . . . 97
6.4 Maillage adaptatif glissant . . . 98
6.4.1 Densité de grille et résolution du maillage . . . 99
6.4.2 Lissage spatial . . . 99
6.4.3 Lissage temporel . . . 100
6.4.4 Limites du maillage . . . 100
6.4.5 Approximation fluide . . . 101
6.5 Tests . . . 101

III Résultats **105**

7 MODÈLE GÉNÉRIQUE POUR LA CHROMOSPHÈRE **107**
7.1 Structure de la chromosphère . . . 107
7.1.1 Chromosphère solaire . . . 108
7.1.2 Du solaire au stellaire . . . 108
7.2 Équilibre et dynamique chromosphériques . . . 108
7.2.1 Fonction de chauffage . . . 108
7.2.2 Ondes sonores ou hydro-magnétiques . . . 109
7.3 Modèle simple de chromosphère . . . 110
7.3.1 Objectifs . . . 110
7.3.2 Chocs acoustiques . . . 111
7.3.3 Élaboration de notre modèle . . . 111

8 OSCILLATIONS QUASI-PÉRIODIQUES **115**
8.1 Prologue : lumière sur les chocs . . . 116
8.1.1 Trois estimations possibles de la luminosité . . . 116
8.1.2 Un choix cornélien . . . 117
8.2 Simulations alla Sacco . . . 117
8.2.1 Accrétion sur un « mur » . . . 118
8.2.2 Accrétion sur une chromosphère . . . 120
8.3 Transfert monogroupe M1 ETL, ionisation Saha & Brown . . . 123
8.3.1 Scénographie . . . 123
8.3.2 Efficacité de refroidissement et stationnarité . . . 124
8.4 Transfert hybride M1 ETL – coronal . . . 125
8.4.1 Paramètres de la simulation . . . 125
8.4.2 Probabilité d'absorption et chauffage atmosphérique . . . 125
8.5 Bilan récapitulatif . . . 127

CONCLUSION & PERSPECTIVES **131**

PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS **133**

Annexes 135

Annexe A COMPLÉMENTS MATHÉMATIQUES 137
A.1 Incertitudes sur la composition chimique . . . 137
A.2 Intégrales de la fonction de Planck . . . 138
A.3 Approximation d'intégrales pour les taux d'ionisation . . . 139
A.3.1 Méthode . . . 139
A.3.2 Application à la photo-ionisation . . . 140
A.4 Coefficients d'interpolation . . . 144
A.4.1 Interpolation de Hermite . . . 144
A.4.2 Interpolation par spline d'ordre 5 . . . 145

Annexe B ÉQUATION DE SAHA MODIFIÉE 147
B.1 Équation de Saha . . . 148
B.1.1 De Fermi-Dirac à Saha . . . 148
B.1.2 Résolution de l'équation de Saha . . . 150
B.2 Modification de l'équation de Saha . . . 153
B.2.1 Cadre & contexte . . . 154
B.2.2 Équilibre statistique du niveau fondamental . . . 154
B.2.3 Équilibre statistique du niveau excité . . . 155
B.2.4 Extension au cas de l'hélium et application . . . 156

Annexe C ÉQUATION DE RANKINE-HUGONIOT 159
C.1 Cadre & notations . . . 159
C.2 Rappel des équations . . . 159
C.3 Résolution . . . 160

TABLE DES FIGURES

1.1 Paradigme de l'accrétion magnétosphérique 11

3.1 Géométrie du problème 30
3.2 Fonction de refroidissement à l'équilibre coronal 36

4.1 Intensité spécifique du modèle M1 48
4.2 Contribution de la prise en compte de l'ion hydrure dans la chimie 56
4.3 Résolution des équations de Saha simple et modifiée 57
4.4 Taux de recombinaison radiative en fonction de la température électronique 60
4.5 Taux d'ionisation collisionnelle en fonction de la température électronique 60
4.6 Taux de photo-ionisation en fonction de la température du rayonnement 64
4.7 Taux d'ionisation à l'équilibre coronal en fonction de la température 66

5.1 Transitions prises en compte dans le calcul des opacités atomiques 72
5.2 Exemple de spectre avec continu 75
5.3 Opacités Planck et Rosseland (Opacity Project) 76
5.4 Flux émergeant d'une structure de choc 77
5.5 Comparaison des opacités monogroupes d'Opacity Project, de Ferguson et générées par Synspec 78
5.6 Dérivées premières des opacités monogroupes de Ferguson et de Synspec 79
5.7 Opacités monogroupes générées par Synspec et de Ferguson 80
5.8 Opacités Planck et Rosseland (table fusionnée) 83
5.9 Dérivées premières des opacités monogroupes de la table fusionnée 84
5.10 Opacités multigroupes générées par Synspec 85
5.11 Méthode d'interpolation dans la grille 86
5.12 Transition entre l'ETL et le régime coronal 88

6.1 Discrétisation spatiale - notations et conventions 93
6.2 Vérification de l'approximation fluide 101
6.3 Test de propagation de l'énergie radiative en multigroupe 102

7.1 Profil de température de la chromosphère en fonction de l'altitude, d'après le modèle de Vernazza *et al.* (1973). 108
7.2 Schéma d'une supergranulation (adapté de Judge, 2006). 109
7.3 Simulation d'une chromosphère avec chauffage acoustique 112

8.1 Oscillations quasi-périodiques de choc d'accrétion obtenus par Sacco *et al.* (2008) . 118
8.2 Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion sur un « mur ». . 119
8.3 Choc d'accrétion sur un « mur » avec transfert coronal (de Sá *et al.*, 2014). 119
8.4 Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion en régime coronal sur une chromosphère 120
8.5 Choc d'accrétion d'un flot avec transfert coronal sur une chromosphère (Chièze *et al.*, 2013). 122

8.6 Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion sur chromosphère avec transfert M1 . . . 123
8.7 Opacités Planck et Rosseland (combinaison Opacity Project – Semenov *et al.*, 2003) . 123
8.8 Choc d'accrétion sur une chromosphère, avec transfert radiatif M1 ETL et opacités modifiées (de Sá *et al.*, 2012). . . . 124
8.9 Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion sur une atmosphère à l'équilibre hydrostatique avec transfert hybride . . . 125
8.10 Choc d'accrétion d'un flot avec transfert hybride : température et densité. . . . 126
8.11 Choc d'accrétion d'un flot avec transfert hybride : température et probabilité d'absorption. . . . 126

A.1 Étapes de construction de l'approximation de $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$ . . . 141
A.2 Erreur résiduelle sur l'approximation de $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}}$. . . . 142
A.3 Erreur résiduelle sur l'approximation de $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}$. . . . 143

B.1 Fonctions de partition de H, He et He^+ en fonction de la température . . . 150
B.2 Modèle d'atome à trois niveaux et transitions prises en compte . . . 154

C.1 Gaz tombant sur un mur . . . 159

LISTE DES TABLEAUX

1.1 Stades d'évolution des étoiles jeunes de faible masse et leurs propriétés 8

3.1 Termes sources du rayonnement à l' ETL et en régime coronal 41

4.1 Définition des groupes de fréquences 46
4.2 Données physico-chimiques utilisées 52
4.3 Taux d'ionisation et de recombinaison 65

6.1 Conventions géométriques 95
6.2 Grandeurs physiques de la simulation test 102

8.1 Récapitulatif des simulations et résultats. 127

L’accrétion en contexte

INTRODUCTION

L'enfance des étoiles est une période très agitée. L'étoile naissante (ou *proto*-étoile) est en interaction permanente avec le milieu dans lequel elle se trouve : ces échanges entre la proto-étoile et son environnement gouvernent son évolution. Nous distinguons deux types d'échanges de matière :

- la chute de gaz sur l'étoile, ou *accrétion* ;
- le plasma que l'étoile *éjecte*, essentiellement sous forme de *jets*.

L'accrétion et l'éjection sont encore aujourd'hui assez mal comprises. Bien que ces deux phénomènes soient couplés, leur complexité incite la communauté scientifique à les étudier séparément. L'équipe conjointe au LERMA et au SAp, au sein de laquelle j'ai travaillé au cours de ma thèse, co-financée par l'ANR StarShock, se concentre sur le phénomène d'accrétion.

Dans les derniers stades de l'enfance des étoiles, la matière environnante, rassemblée sous la forme d'un *disque d'accrétion* en rotation autour de l'étoile, tombe vers l'étoile. Près du centre, le disque se déforme sous l'effet du champ magnétique de l'étoile, formant des *colonnes d'accrétion* dans lesquelles la matière est guidée depuis le disque jusqu'à la photosphère de l'étoile. Le gaz accrété du disque frappe violemment la surface de l'étoile, et un choc se forme au sein de ces colonnes : les *chocs d'accrétion* conduisant un chauffage de la photosphère sous forme de « taches » observées depuis le sol (Bouvier *et al.*, 2007; Donati *et al.*, 2007).

Les chocs d'accrétion chauffent le gaz à plusieurs millions de Kelvins : à ces températures, le gaz émet également un rayonnement X, observé depuis l'espace et capable de traverser les poussières sans être altéré. Pour mieux comprendre l'accrétion sur les étoiles jeunes, il est donc primordial de les observer en X. Pour pouvoir tirer un maximum d'informations de ces observations X, il est nécessaire de modéliser les colonnes d'accrétion, de prédire les différentes signatures de cette accrétion, dont les plus évidentes sont un excès dans l'UV et le visible (Hartigan *et al.*, 1991) et surtout les spectres X issus de ces modèles (voir par exemple Argiroffi *et al.*, 2007), et enfin de comparer ces prédictions aux observations.

Une approche complémentaire de l'étude des chocs d'accrétion repose sur l'expérimentation : en analysant des chocs créés en laboratoire, notre compréhension de la physique des chocs violemment hypersoniques s'améliore. L'intérêt pour la modélisation des chocs d'accrétion est direct : ces expériences permettent en effet de tester les modèles de chocs dans des conditions assez proches de celles de l'accrétion. Elles permettent aussi de tester les codes numériques par comparaison avec résultats expérimentaux.

Notre équipe étudie l'accrétion suivant différents axes :

- **les chocs d'accrétion magnétosphériques des étoiles jeunes sont simulés** :
  - à une dimension, d'un point de vue hydrodynamique radiatif ;
  - à deux et trois dimensions, d'un point de vue magnéto-hydrodynamique ;
- **des spectres sont synthétisés**, à partir des structures hydrodynamiques simulées, à une et plusieurs dimensions également ;
- **des campagnes expérimentales** sont menées sur différentes installations laser de grande

énergie (plusieurs kJ en quelques nanosecondes), comme PALS (CZ) ou Orion (UK).
Afin d'élargir nos compétences et de coordonner nos recherches, nous avons établi et entretenons une collaboration avec une équipe de l'Osservatorio Astronomico di Palermo, spécialisée dans l'étude observationnelle dans le domaine X de l'accrétion sur ces étoiles et dans la simulation magnéto-hydrodynamique de ces processus.

Le cœur de mon travail de thèse a consisté à améliorer la physique incluse dans les simulations unidimensionnelles, afin de prendre en compte l'influence du transfert radiatif sur la structure, la dynamique et la stabilité des chocs d'accrétion. Quatre axes ont structuré cette recherche.

Le taux d'ionisation du gaz n'était calculé, dans les travaux publiés sur l'hydrodynamique des colonnes d'accrétion et dans le code AstroLabE (voir par exemple Lesaffre, 2002) que j'utilise, qu'à travers l'équation de Saha modifiée (Brown, 1973, voir section 4.3.3) appliquée à l'hydrogène, ou considéré comme constant uniforme et stationnaire.
J'ai complété le calcul d'ionisation dans AstroLabE par la prise en compte, via l'équation de Saha (1919), de la première ionisation de l'hélium, ainsi que l'ionisation d'un *métal moyen* (M, voir section 4.2.2), que j'ai défini afin de compléter la composition chimique. J'ai de plus étendu l'équation de Saha-Brown à la seconde ionisation de l'hélium.
J'ai également implémenté la possibilité d'utiliser l'équation de Saha (sans modification, section 4.3.2.1) à ces trois éléments (H, He et M).
Finalement, j'ai implémenté avec Jean-Pierre Chièze un calcul d'ionisation dépendant du temps basé sur l'ionisation collisionnelle, la photo-ionisation et la recombinaison radiative (section 4.4). La photo-ionisation fait intervenir des intégrales qui ne possèdent pas d'expression analytique. J'ai établi des fonctions approximant ces intégrales (avec une certaine erreur, voir les sections A.2 et A.3 de l'annexe A pour plus de détails), ce qui permet de se passer d'intégrateur numérique et allège numériquement le calcul de l'ionisation du plasma.

Les tables d'opacités initialement utilisées dans le code AstroLabE étaient celles fournies par Semenov *et al.* (2003), définies jusqu'à 10^4 K, ou celles fournies par l'Opacity Project Team (1996), toutes deux inappropriées à notre étude (voir par exemple la figure 5.3).
J'ai collaboré avec Chantal Stehlé sur la génération, à l'aide du code Synspec (Hubeny et Lanz, 2011), de nos propres tables d'opacités. Ce code avait été mis à niveau par Ivan Hubeny, Chantal Stehlé et Thierry Lanz pour étendre son fonctionnement et sa validité aux conditions extrêmement étendues en température de nos chocs.
Afin de compléter ces tables à basse température, j'ai utilisé d'autres tables fournies par Ferguson *et al.* (2005, et Ferguson, comm. privée). J'ai réalisé la fusion de ces deux tables. J'ai de plus implémenté, dans AstroLabE, une méthode robuste d'interpolation et d'extrapolation des opacités dans ces tables.

Les temps caractéristiques de l'hydrodynamique, de l'ionisation et du transfert radiatifs diffèrent les uns des autres, et sont fortement affectés par les modifications précédentes. Il m'a donc été nécessaire d'adapter la fonction de résolution du maillage (voir section 6.4.1) à ces différentes contraintes.

À ces points s'ajoutent deux travaux en cours, et qui n'ont pu aboutir à des résultats au moment de la rédaction de mon manuscript. Ceux-ci sont néanmoins détaillés dans mon mémoire.

La géométrie plan-parallèle est utilisée dans l'ensemble des résultats présentés. Afin de mieux rendre compte de la réalité, et de palier certaines limitations inhérentes à l'approche unidimensionnelle, j'ai travaillé sur une géométrie *en pavillon*, c'est-à-dire que la section de la colonne est une fonction explicite de l'altitude (voir section 6.2.1 pour de plus amples détails). Certains problèmes de stabilité numérique doivent être réglés pour que cette géométrie alternative soit complètement exploitable.

Le transfert radiatif multigroupe (voir section 3.1.3.1) permet de particulariser l'interaction rayonnement-matière selon différentes bandes de fréquences. Les résultats présentés ici sont exclusivement effectués en *monogroupe*, car plusieurs points ont entravé la progression sur cette méthode :

- des tables d'opacités multigroupes ont été générées à l'aide de Synspec, mais leur extension à basse température (avec un équivalent des tables fournies par Ferguson) reste à faire, en utilisant les techniques que j'ai mises au point pour un seul groupe de fréquences ;
- le calcul de la photo-ionisation a nécessité une redéfinition complète des fonctions approximant les intégrales ; les fonctions initialement établies sont données à titre informatif dans l'annexe A.3 ;
- un équivalent multigroupe de la fonction de refroidissement de Kirienko (1993) (voir section 3.2.2.2), cohérent avec notre découpage en fréquence, est à établir.

J'ai cherché dans la présentation du transfert radiatif (chapitre 3) à formuler les concepts et les équations de telle sorte qu'ils puissent s'appliquer autant à l'approche monogroupe qu'à l'approche multigroupe. L'implémentation du multigroupe est achevée, seule manque la batterie de tests nécessaire à sa validation. J'ai choisi de présenter à la fin du chapitre consacré à AstroLabE (chapitre 6) un test préliminaire effectué en multigroupe.

J'ai également participé en 2012 à une campagne d'expériences de chocs générés au *Prague Asterix Laser System* et ai été en charge de la collecte (journal) des données expérimentales. Ces expériences sont primordiales pour tester et approfondir nos connaissances sur les chocs radiatifs. Les résultats de cette campagne sont exploités dans la thèse d'Uddhab Prasad Chaulagain (soutenance prévue fin janvier 2015).

Bibliographie

C. ARGIROFFI, A. MAGGIO et G. PERES : X-ray emission from MP Muscae : an old classical T Tauri star. *Astronomy & Astrophysics*, 465(1):L5–L8, avr. 2007.

J. BOUVIER, S. H. P. ALENCAR, T. J. HARRIES, C. M. JOHNS-KRULL et M. M. ROMANOVA : Magnetospheric Accretion in Classical T Tauri Stars. *In Protostars and Planets V*, p. 479–494, 2007.

J. C. BROWN : On the ionisation of hydrogen in optical flares. *Solar Physics*, 29(2):421–427, avr. 1973.

J. F. DONATI, M. M. JARDINE, S. G. GREGORY, P. PETIT, J. BOUVIER, C. DOUGADOS, F. MENARD, A. C. CAMERON, T. J. HARRIES, S. V. JEFFERS et F. PALETOU : Magnetic fields and accretion flows on the classical T Tauri star V2129 Oph. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 380(4):1297–1312, oct. 2007.

J. W. FERGUSON, D. R. ALEXANDER, F. ALLARD, T. BARMAN, J. G. BODNARIK, P. H. HAUSCHILDT, A. HEFFNER-WONG et A. TAMANAI : Low-Temperature Opacities. *The Astrophysical Journal*, 623(1):585–596, avr. 2005.

P. HARTIGAN, S. J. KENYON, L. W. HARTMANN, S. E. STROM, S. EDWARDS, A. D. WELTY et J. STAUFFER : Optical excess emission in T Tauri stars. *The Astrophysical Journal*, 382:617–635, déc. 1991.

I. HUBENY et T. LANZ : Synspec : General Spectrum Synthesis Program. *Astrophysics Source Code Library*, sept. 2011.

A. B. KIRIENKO : Time-dependent radiative cooling of a hot, optically thin interstellar gas. *Astronomy Letters*, 19:11–13, jan. 1993.

P. LESAFFRE : *Aspects dynamiques du milieu interstellaire*. Thèse de doctorat, Université Paris VII, sept. 2002.

OPACITY PROJECT TEAM : Book Review : The Opacity Project, volume 1 / IOP, 1995. *The Observatory*, 116:50, fév. 1996.

M. N. SAHA : On Radiation-Pressure and the Quantum Theory. *The Astrophysical Journal*, 50:220, oct. 1919.

D. SEMENOV, T. HENNING, C. HELLING, M. ILGNER et E. SEDLMAYR : Rosseland and Planck mean opacities for protoplanetary discs. *Astronomy & Astrophysics*, 410(2):611–621, nov. 2003.

CHAPITRE 1

CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE

Sommaire

1.1 De l'excès X aux chocs d'accrétion **7**
1.1.1 Les débuts de l'observation en X des T Tauri 8
1.1.2 Origine de l'activité X des T Tauri 9
1.1.3 Rayonnement et environnement 9
1.2 Modèle d'accrétion sur les T Tauri **10**
1.2.1 Paradigme de l'accrétion magnétosphérique 10
1.2.2 Indices observationnels 11
1.3 Accord variable **12**
1.3.1 Cycles théoriques... 12
1.3.2 ... et immobilisme observationnel 14
1.3.3 Une approche multi-dimensionnelle 14
1.3.4 Une approche alternative 15

La suggestion visionnaire de Lynden-Bell et Pringle (1974), selon laquelle l'excès d'émission du continuum des étoiles de type T Tauri classiques pouvait être attribué à des disques d'accrétion circumstellaires, est aujourd'hui largement adoptée comme explication de l'activité associée à ces objets pré-séquence principale. Dans cette interprétation, l'excès d'infrarouge est attribué en partie à la dissipation d'énergie visqueuse dans un disque d'accrétion, et l'excès optique/ultraviolet provient de l'énergie libérée dans une « couche limite » entre l'étoile, qui tourne lentement, et le disque intérieur, qui tourne à des vitesses Képleriennes. Les estimations de luminosité et de température par les excès optique/ultraviolet sont cohérents avec les luminosités infrarouges mesurées, et suggèrent des taux d'accrétion de masse typiques de $M_{\rm acc} \sim 10^{-7}\,{\rm M}_\odot\,{\rm an}^{-1}$ (voir par exemple Basri et Bertout, 1989; Hartmann et Kenyon, 1990).

Dans toutes les étapes de leur évolution, les étoiles jeunes émettent fortement dans les X. Les observations X des régions de formation d'étoiles permettent d'étudier les processus de haute énergie survenant dans la formation des étoiles jeunes. C'est pourquoi nous commençons ce chapitre par un historique de l'observation des ces objets en X. Nous exposerons par la suite le modèle largement accepté de l'accrétion magnétosphérique, et certaines des simulations les plus récentes qui s'y appuient. Nous finirons par la manière dont nous nous insérons dans ce contexte.

1.1 De l'excès X aux chocs d'accrétion

Les étoiles de type T Tauri sont l'un des derniers stades d'évolution des étoiles jeunes, avant leur entrée dans la séquence principale (voit tableau 1.1). Selon leur propriété, les T Tauri se distinguent en deux catégories : les T Tauri dites « classiques » et les T Tauri « à raies faibles ». Ce

TABLE 1.1 – *Stades d'évolution des étoiles jeunes de faible masse et leurs propriétés (d'après Feigelson et Montmerle, 1999)*

PROPERTIES	*Infalling Protostar*	*Evolved Protostar*	*Classical T Tauri Star*	*Weak-lined T Tauri Star*	*Main Sequence Star*
SKETCH					
AGE (YEARS)	10^4	10^5	10^6 - 10^7	10^6 - 10^7	> 10^7
mm/INFRARED CLASS	Class 0	Class I	Class II	Class III	(Class III)
DISK	Yes	Thick	Thick	Thin or Non-existent	Possible Planetary System
X-RAY	?	Yes	Strong	Strong	Weak
THERMAL RADIO	Yes	Yes	Yes	No	No
NON-THERMAL RADIO	No	Yes	No ?	Yes	Yes

sont les derniers stades d'évolution au cours desquelles les étoiles jeunes possèdent un disque d'accrétion, composé de gaz et de poussières.

1.1.1 Les débuts de l'observation en X des T Tauri

Les premières observations en X d'étoiles de type T Tauri furent effectuées avec le satellite Einstein [1] (voir par exemple Feigelson et Decampli, 1981). Celles-ci révélèrent une activité X bien plus élevée que celle attendue, dépassant de plusieurs ordres de grandeur l'activité X solaire ($L_X \sim 10^{28} - 10^{31}$ ergs^{-1}, correspondant à un plasma à $10-30$ MK). Des signatures spectrales optiques utilisées comme marqueurs de l'enfance des étoiles, comme une forte mission Hα, ne se retrouvaient pas dans les spectres de certaines T Tauri : celles-ci formèrent une nouvelle catégorie d'étoiles jeunes, qui prirent le nom d'« étoiles T Tauri à raies faibles » (*weak-line T Tauri Stars*, wTTSs), par opposition aux étoiles T Tauri « classiques » (*Classical T Tauri Stars*, CTTSs, voir tableau 1.1).
Le satellite ROSAT [2] permit l'observation d'un plus grand nombre de régions de formation d'étoiles : le projet ROSAT All Sky Survey réévalua à la hausse les populations stellaires des régions de formation d'étoiles en y incluant les wTTS, exclues auparavant par un biais de détection (Neuhäuser, 1997). Le nombre de T Tauri connues présentant une activité dans les X (voir par exemple Feigelson *et al.*, 1993; Casanova *et al.*, 1995) s'en trouva significativement augmenté.
Le satellite ASCA [3] fut consacré à l'étude de l'émission X de nombreuses étoiles jeunes profondément enfouies dans leur cocon ; cependant, en raison de sa faible résolution spatiale, l'identifi-

1. en fonction de 1978 à 1981
2. en fonction de 1990 à 1999
3. en fonction de 1993 à 2000

cation des sources de rayons X était souvent ambigüe.

Bien qu'elles aient fourni ces trois dernières décennies des informations importantes sur les propriétés X des objets stellaires jeunes (*Young Stellar Objects*, YSOs), les missions d'observation souffraient de sérieuses limites. De nombreuses étoiles appartenant à des amas jeunes (notamment les étoiles de faible masse) n'étaient pas détectées dans les X, ce qui dégradait sensiblement la précision des études de corrélation. De plus, dans les amas denses, il était souvent difficile de résoudre spatialement les sources X et donc de les identifier sans ambiguïté. Les échantillons typiques de sources X détectées dans ces amas, ou dans les sites de formation stellaire, excédaient en outre rarement 100 objets, ce qui rendait les études statistiques issues de ces observations peu fiables. Finalement, seules de rares sources étaient assez lumineuses pour permettre une étude détaillée de leurs propriétés spectrales et temporelles dans les X, et les résultats obtenus ne pouvaient être généralisés.

L'horizon s'est nettement éclairci avec Chandra et XMM-Newton[4]. Leur sensibilité et leur résolution permettent d'étudier plus finement les propriétés X des YSOs, comme l'émission X d'étoiles jeunes fortement occultées (voir par exemple Skinner *et al.*, 2003).

1.1.2 Origine de l'activité X des T Tauri

L'activité X des étoiles de type T Tauri est liée aux processus physiques à l'œuvre dans la haute atmosphère de ces étoiles jeunes (Stelzer *et al.*, 2003; Audard *et al.*, 2007) ; cependant, notre compréhension de la physique des atmosphères stellaires dépend fortement de celle que nous avons de la physique de l'atmosphère du Soleil, dont la structure dynamique est très complexe (voir par exemple Aschwanden *et al.*, 2001). La compréhension des mécanismes à l'œuvre dans la chromosphère solaire (voir chapitre 7) a beaucoup progressé. Cependant, bien qu'elle puisse être étudiée dans les moindres détails à haute résolution spatiale, temporelle et spectrale, le chauffage de la couronne solaire est toujours un sujet d'études (voir par exemple Walsh et Ireland, 2003). Et il est légitime de se demander dans quelle mesure les extrapolations du solaire au stellaire ont un sens. Un dernier problème vient du manque de compréhension fine des processus de dynamo, qui sont à l'origine de l'activité magnétique du Soleil et des étoiles (Ossendrijver, 2003).

D'autres mécanismes peuvent être à l'origine de l'activité X des T Tauri, comme le couplage magnétique entre les étoiles et leur disque, ou la présence de chocs d'accrétion. Notre étude porte sur ce dernier point.

1.1.3 Rayonnement et environnement

Les wTTSs et les CTTSs sont des objets idéaux pour tester dans quelle mesure l'environnement stellaire contrôle le champ magnétique coronal. Ces deux types d'étoiles semblent être identiques en nature[5] sauf en ce qui concerne leur disque et le flot d'accrétion (le disque des wTTSs est très ténu, voir la figure 1.1 pour plus de détails).

Les preuves d'*une certaine* influence de l'environnement du disque d'accrétion sur la production de rayons X sont nombreuses (voir par exemple Hayashi *et al.*, 1996; Montmerle *et al.*, 2000; Isobe *et al.*, 2003; Romanova *et al.*, 2004a) ; nous reprenons ici certaines d'entre-elles.

4. tous deux lancés en 1999, toujours opérationnels
5. Elles occupent la même région dans le diagramme de Hertzsprung-Russell.

- Le champ magnétique liant l'étoile au disque peut freiner la rotation de l'étoile, amortissant ainsi la dynamo magnétique, ce qui induit une activité magnétique globale plus faible. Dans le nuage moléculaire du Taureau par exemple, les périodes de rotation des CTTSs (environs 8 jours) sont en moyenne plus grandes que celles des wTTSs ($\sim 2-4$ jours, Bouvier *et al.*, 1993). De nombreuses T Tauri peuvent cependant rayonner à la limite de saturation empirique pour des périodes de rotation inférieures à 10 jours ($L_X/L_{\rm bol} \approx 10^{-3,5}$, Preibisch *et al.*, 2005) ; la différence entre le fonctionnement de la dynamo des CTTSs et des wTTSs peut alors être difficile à identifier. Ce point est cependant remis en question (Audard *et al.*, 2007).
- De plus, malgré les effets de saturation possibles, le rapport $L_X/L_{\rm bol}$ est toujours inférieur d'un facteur ≈ 2 pour les CTTSs par rapport aux wTTSs, pour des caractéristiques stellaires identiques (Neuhäuser *et al.*, 1995; Preibisch *et al.*, 2005; Telleschi *et al.*, 2007a). On ne sait pas dans quelle mesure l'accrétion est responsable de ce résultat.
- Finalement, la température du plasma rayonnant dans les X peut être plus élevée pour les CTTSs que pour les wTTSs (Imanishi *et al.*, 2001; Tsujimoto *et al.*, 2002; Telleschi *et al.*, 2007a).

1.2 Modèle d'accrétion sur les T Tauri

Récemment, un rôle plus direct de l'accrétion a été suggéré pour générer un rayonnement X dans les CTTSs, à savoir les émissions d'un plasma chauffé par des chocs dans le flot d'accrétion même, près de la surface stellaire. Ce modèle porte le nom d'*accrétion magnétosphérique*.

1.2.1 Paradigme de l'accrétion magnétosphérique

Le paradigme de l'accrétion à contrôle magnétique est un fondement de la formation des étoiles de faible masse, mais il se rencontre aussi dans les théories de l'accrétion sur les naines blanches (lire par exemple Warner, 2004), les pulsars (Ghosh et Lamb, 1979), les microquasars et les trous noirs au centre des noyaux actifs de galaxies (Koide *et al.*, 1999), comme décrit dans la revue de Bouvier *et al.* (2007). Ce modèle est schématisé sur la figure 1.1.

Sur la base de modèles initialement développés pour les pulsars X (Ghosh et Lamb, 1979) et en supposant que les magnétosphères des T Tauri sont essentiellement dipolaires à grande échelle, Uchida et Shibata (1984), Camenzind (1990) et Königl (1991) ont prédit qu'à une certaine distance au-dessus de la surface de l'étoile, le disque d'accrétion interne serait tronqué par la magnétosphère. Ce *rayon de troncature* correspond à la distance en dessous de laquelle la pression magnétique prend le pas sur la pression thermique du disque (soit $\beta = P_{\rm th}/P_{\rm mag} \lesssim 1$) ; il est de quelques rayons stellaire pour des taux d'accrétion de 10^{-9} à 10^{-7} $M_\odot$ an^{-1} (Basri et Bertout, 1989; Hartigan *et al.*, 1995; Gullbring *et al.*, 1998).

Le gaz chute alors du bord interne du disque le long des lignes de champ magnétique ($B \sim 2$ kG, mesuré par élargissement Zeeman, Johns-Krull *et al.*, 1999) du bord interne du disque à la surface de l'étoile, à des vitesses proches de la vitesse de chute libre (quelques centaines de km s^{-1}), ce qui forme des *colonnes d'accrétion magnétosphériques* (Calvet et Gullbring, 1998). L'écoulement supersonique ($c_s \simeq 20$ km s^{-1}) et sub-Alfvénique ($c_A \simeq 500$ km s^{-1}) crée un *choc d'accrétion* dans l'atmosphère de l'étoile, près des pôles magnétiques.

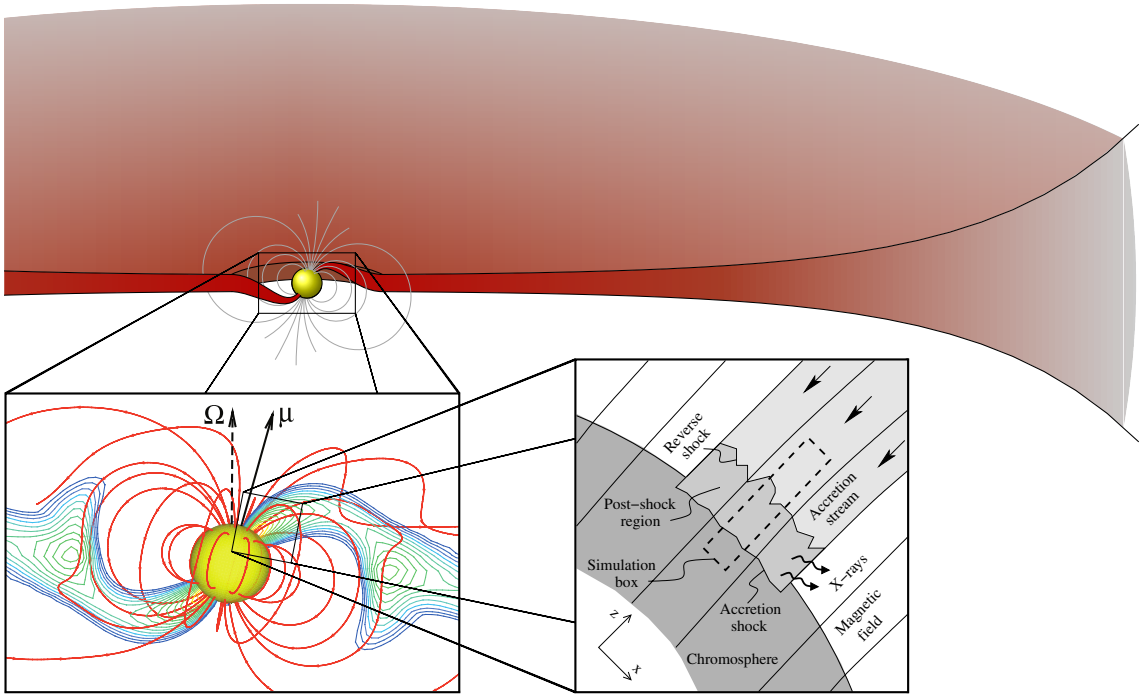

FIGURE 1.1 – *Schéma du modèle d'accrétion magnétosphérique.* `En haut` *: schéma d'un disque d'accrétion et de sa proto-étoile ;* `à gauche` *: simulation de colonnes d'accrétion impactant une étoile jeune (Romanova* et al.*, 2004b) ;* `à droite` *: schéma de la structure d'une colonne d'accrétion (Matsakos* et al.*, 2013).*

1.2.2 Indices observationnels

Ce paradigme est soutenu par diverses preuves observationnelles, dont nous donnons ici une liste non-exhaustive.

Les profils de raies d'émission optiques sont de type P Cygni inversé, avec des pics d'absorption à -100 et $+50\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, ce qui évoque à la fois du gaz en chute à plusieurs centaines de kilomètres par seconde sur une étoile et également du gaz éjecté de l'étoile à une cinquantaine de kilomètres par seconde (Edwards *et al.*, 1994; Hartmann *et al.*, 1994).

Un excès d'X mous, traçant le choc d'accrétion, a été mis en évidence dans les données spectroscopiques de Chandra. Cet excès signe la présence d'un plasma de température et de densité électroniques élevées ($T_e \sim 2-5\,\mathrm{MK}$ et $n_e > 10^{11}\,\mathrm{cm^{-3}}$, déduites des rapports de flux dans les raies de O VIII et Ne IX) pour les CTTSs TW Hydrae (Kastner *et al.*, 2002; Stelzer et Schmitt, 2004), BP Tauri (Schmitt *et al.*, 2005), V4046 Sagittarii (Günther *et al.*, 2006), MP Muscae (Argiroffi *et al.*, 2007, 2009), RU Lupi (Robrade et Schmitt, 2007) et Hen 3-600 (Huenemoerder *et al.*, 2007).
Ces densités sont supérieures à celles mesurées dans les structures *coronales* d'étoiles actives ($n_e \leq 10^{10}\,\mathrm{cm^{-3}}$, Testa *et al.*, 2004). Plusieurs auteurs ont donc suggéré que ce plasma, qui émet dans les X mous, peut être créé par le gaz accrété, chauffé à plusieurs millions de Kelvins par un choc à la base de la colonne d'accrétion (voir par exemple Calvet et Gullbring, 1998; Lamzin, 1998).

Des *points chauds*, traces de l'impact des colonnes d'accrétion sur l'atmosphère stellaire, sont également observés par spectroscopie sous forme d'excès du continu optique et UV (le « veiling », Calvet et Gullbring, 1998; Gullbring *et al.*, 2000). Ceux-ci résultent du chauffage de la chromosphère et de la photosphère par le rayonnement de refroidissement du gaz choqué. La modélisation de courbes de lumière suggère des facteurs de remplissage jusqu'à quelques pourcents (Bouvier *et al.*, 1995).
Le non-alignement entre l'axe magnétique et l'axe de rotation, ainsi que la topologie du champ magnétique de surface (voir par exemple Gregory *et al.*, 2006; Mohanty et Shu, 2008) génèrent un flux radiatif de surface modulé par la rotation (Johns et Basri, 1995; Argiroffi *et al.*, 2011, 2012). Les taches apparaissent et disparaissent donc sur des périodes allant de la journée (Rucinski *et al.*, 2008) à plusieurs années (Bouvier *et al.*, 1993). L'analyse des configurations possibles du champ magnétique montre que si les CTTSs ont des champs magnétiques de surface très complexes, la partie du champ qui canalise le gaz depuis le disque interne de l'étoile est globalement plus régulière (Johns-Krull *et al.*, 1999; Adams et Gregory, 2011).

Plus indirectement, *des fragments issus d'éruptions solaires* furent très récemment observés lors de leur retombée sur le Soleil. Les impacts chauds, lors de leur retombée, ont produit une émission à haute énergie qui présente de nombreuses analogies avec l'accrétion stellaire (Reale *et al.*, 2013).

1.3 Accord variable

Toutefois, les données spectroscopiques X à haute résolution, recueillies dans le cadre du projet XMM-Newton Extended Survey of the Taurus Molecular Cloud (XEST), ont montré que de telles densités ne sont pas systématiquement mesurées pour les étoiles jeunes accrétant (comme pour T Tauri (Güdel *et al.*, 2007; Telleschi *et al.*, 2007a), AB Aurigae (Telleschi *et al.*, 2007c) et l'étoile de type Herbig-Haro HD 163296 (Günther et Schmitt, 2009)), et que des « anomalies » d'abondance, notamment un rapport Ne/Fe élevé, sont communes à de nombreuses T Tauri, indépendamment de si oui ou non elles accrètent (Telleschi *et al.*, 2007b).

1.3.1 Cycles théoriques...

Côté simulations plusieurs équipes se sont attelées à la tache de modéliser la chute du gaz des régions internes du disque d'accrétion sur l'étoile jeune. Nous ne prétendons pas effectuer ici une liste exhaustive des travaux numériques effectués sur le sujet ; nous cherchons d'avantage à présenter un panorama sur l'état de l'art en matière de simulations de colonnes et de chocs d'accrétion.

Les simulations magnéto-hydrodynamiques (MHD) 2D et 3D de l'équipe de Marina Romanova portent essentiellement sur le couplage entre le disque interne et l'étoile (Romanova *et al.*, 2003, 2004b; Long *et al.*, 2005, voir aussi la figure 1.1), ainsi que sur la topologie du champ magnétique stellaire à l'échelle de la magnétosphère (Long *et al.*, 2007, 2008; Romanova *et al.*, 2008). Ces simulations portent donc sur l'ensemble de la colonne d'accrétion et non sur les chocs.

Sacco *et al.* (2008) ont élaboré un modèle hydrodynamique unidimensionnel dans le but d'étudier la dynamique et la stabilité du gaz accrété, chauffé par des chocs, et le rôle de la

chromosphère stellaire dans la détermination de la position et l'épaisseur de la région choquée. Ce modèle, qui inclut la conduction thermique, utilise une fonction de refroidissement tabulée (obtenu avec le code spectral PINTofALE Kashyap et Drake, 2000). L'accrétion est effectuée sur une atmosphère ajustée par une fonction de chauffage qui permet, à l'équilibre, de retrouver les profils de température et de pression de la chromosphère solaire (voir section 8.2).
Pour comparer leurs résultats avec les observations de MP Muscae, les auteurs ont synthétisé le spectre X à haute résolution tel qu'il serait observé avec les spectromètres embarqués sur XMM-Newton, et a trouvé un excellent accord avec les observations (Argiroffi *et al.*, 2007).
Ce modèle dynamique prédit que l'émission d'une colonne post-choc unique, homogène, et magnétiquement dominée doit être quasi-périodique : un premier choc[6] se forme à la base de la colonne d'accrétion, à l'endroit où la pression thermique égale la pression dynamique du flot ; un second choc, appelé *choc en retour*, remonte le flot d'accrétion en s'appuyant sur l'accumulation de matière choquée ; cette « dalle » de gaz choqué est soumise à des instabilités qui provoquent l'effondrement de la structure ; puis un nouveau choque retour se forme et remonte le flot d'accrétion, démarrant un nouveau cycle. Ces « oscillations quasi-périodiques » (*Quasi-Periodic Oscillations*, QPO) ont une pseudo-période caractéristique de ≈ 400 s.

Sacco *et al.* (2010) effectuent, avec le code décrit précédemment, une étude paramétrique de l'observabilité de la dalle de matière choquée, responsable de l'excès X mesuré. Cette étude a montré qu'une partie de la dalle est enfouie dans la chromosphère, comme le suggère Drake *et al.* (2005) (pour des taux d'accrétion d'environs $10^{-8}\,\mathrm{M_\odot\,an^{-1}}$), et que cela se produit pour des taux d'accrétion aussi faibles que $10^{-10}\,\mathrm{M_\odot\,an^{-1}}$.
L'absorption par la chromosphère du rayonnement X émis par le gaz choqué peut expliquer pourquoi la luminosité X des CTTSs en phase active d'accrétion est systématiquement inférieure à celle des wTTSs sans signature d'accrétion (voir par exemple Neuhäuser *et al.*, 1995; Drake *et al.*, 2009). Ce phénomène peut de même expliquer le ou les ordres de grandeur de différence entre les taux d'accrétion déduits des observations X à ceux déduits des observations UV, optique ou IR (voir par exemple Schmitt *et al.*, 2005; Günther *et al.*, 2007; Argiroffi *et al.*, 2009; Curran *et al.*, 2011). Bonito *et al.* (2014) a étudié cette absorption, ainsi que le manque de plasma dense rayonnant en X ($n_e \lesssim 10^{11}\,\mathrm{cm^{-3}}$) pour des objets tels que T Tauri (Güdel, 2007).

Koldoba *et al.* (2008) ont développé un modèle « MHD 1D »de la base de la colonne d'accrétion, dans le cas où le champ magnétique et la normale à la surface stellaire, pris comme axe de simulation, ne sont pas alignés. La prise en compte du champ magnétique s'effectue dans ces simulations par la prise en compte de termes de *pression magnétique*. Ce modèle s'appuie sur une fonction de refroidissement Peres *et al.* (1982) afin de prendre en compte les pertes radiatives d'un plasma optiquement mince. Cette étude montre que l'onde de choc peut être instable et produire dans ce cas une émission quasi-périodique dont la période n'excède pas la seconde.

À l'instar de ces trois derniers travaux, de nombreuses études numériques prédisent un comportement quasi-périodique de la structure post-choc de la colonne. Compte tenu de l'approximation d'un flot optiquement mince sous-jacente, la dalle chaude évacue son énergie par rayonnement et s'effondre sur un temps caractéristique du refroidissement (~ 10 à 10^3 s). Il s'agit ici d'une caractéristique générale des chocs radiatifs : la dépendance dans la température de la fonction de refroidissement peut déclencher des *instabilités de refroidissement* (voir la section 3.2.5 et le chapitre 8).

6. Ce premier choc meurt et laisse place à une discontinuité de contact, comme présenté dans le chapitre 8.

1.3.2 ... et immobilisme observationnel

Ces trois études ont prédit un plasma post-choc caractérisé par des densités et des température en accord avec les observations (voir section 1.2.2), et des oscillations globales de choc provoquées par des instabilités de refroidissement radiatif analogues à celles prévues dans d'autres contextes astrophysiques (par exemple Dopita et Sutherland, 1996; Sutherland et Dopita, 1993; Sutherland *et al.*, 2003a,b; Mignone, 2005).

Côté observations, Preibisch *et al.* (2005) n'ont trouvé aucun soutien pour un scénario d'accrétion dans le projet Chandra Orion Ultradeep Project (COUP) ; l'essentiel de l'émission X observée est liée au plasma coronal très chaud. Drake *et al.* (2009) ont effectué une analyse détaillée de l'émission d'X mous de TW Hydrae et ne trouve aucune périodicité sur la plage de fréquence de 0,0001 à 6,811 Hz, qu'ils considèrent comme la fenêtre la plus probable. Günther *et al.* (2010) arrivent à la même conclusion après avoir examiné les données optiques et UV de TW Hydrae et AA Tauri entre 0,02 et 50 Hz.

Brickhouse *et al.* (2010) ont réalisé une observation X à longue exposition de TW Hydrae. Les températures ($T_e \approx 2{,}5$ MK) et densités d'électrons ($n_e \approx 3{,}0.10^{12}\,\mathrm{cm}^{-3}$), déduits du rapport de raies du Ne IX, sont en accord avec un modèle de flot d'accrétion unique à densité et vitesse uniformes. Cependant, de tels modèles sont incapables d'expliquer les faibles valeurs de densité ($n_e \approx 6{,}0.10^{11}\,\mathrm{cm}^{-3}$) et de température ($T_e \approx 1{,}5$ MK) obtenues par le rapport de raies du O VIII. Afin d'expliquer à la fois les deux diagnostics, Brickhouse *et al.* (2010) ont suggéré que l'émission X provient de trois composantes du plasma : une couronne chaude ($T_e \approx 10$ MK), une région post-choc à forte densité ($n_e \approx 6{,}0.10^{12}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $T_e \approx 3$ MK) à proximité la surface de choc, et une région post-choc en refroidissement, plus froide et moins dense ($n_e \approx 2.10^{11}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $T_e \approx 2$ MK), 300 fois plus volumineuse et 30 fois plus massive que le plasma de la zone post-choc lui-même.

Les simulations 1D sont valables uniquement dans le cas $\beta \ll 1$, c'est-à-dire que le plasma se déplace et transporte l'énergie uniquement le long des lignes de champ magnétique. Le fort champ magnétique (de l'ordre du kG, Johns-Krull *et al.*, 1999; Johns-Krull, 2007; Donati *et al.*, 2007) peut confiner efficacement le flot d'accrétion (avec son choc) tant que la densité n'excède les $10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3}$ et la température les 5 MK (soit $\beta \lesssim 0{,}3$).

Cependant, des mesures polarimétriques (Valenti et Johns-Krull, 2004) révèlent que dans certains cas, le champ magnétique pourrait être inférieur à 200 G ; il en résulte que β peut atteindre et même dépasser l'unité dans la dalle de matière choquée. Dans ces cas, le champ magnétique peut influencer la structure choquée qui est à l'origine de l'émission X, et l'approche unidimensionnelle n'est plus valide.

1.3.3 Une approche multi-dimensionnelle

La stabilité et la dynamique des chocs d'accrétion ont été étudiées numériquement, dans les cas où l'approximation $\beta \ll 1$ ne peut être appliquée.

Orlando *et al.* (2010) présentent des simulations MHD 2D effectuées avec le code PLUTO (Mignone *et al.*, 2007, 2011), doté de la même fonction de refroidissement que dans Sacco *et al.* (2008, 2010). Les simulations s'étendent latéralement du cœur de la colonne à la couronne proche avec un champ magnétique initial entre 1 et 50 G. L'atmosphère autour de la zone d'impact est fortement perturbée par des fuites importantes à la base de la colonne. Les forts courants de matière latéraux empêchent l'établissement de cycles quasi-périodiques.

Outre l'absence de QPO dans les données observationnelles, ces résultats ont aussi été soutenus par des indications observationnelles selon lesquelles le plasma choqué chauffe et perturbe l'atmosphère stellaire environnante, conduisant la matière stellaire dans les structures coronales environnantes (Brickhouse *et al.*, 2010; Dupree *et al.*, 2012).

Sutherland *et al.* (2003a) a exploré les instabilités de refroidissement des chocs radiatifs dans le cas 2D HD (sans champ magnétique) et a constaté que la dimension supplémentaire, avec de petites perturbations, conduisent à des chocs hétérogènes. Leur structure filamentaire améliore l'efficacité du refroidissement et génère de la turbulence, rendant ambigüe le calcul des profils de vitesse nécessaire à la simulation de spectres.
Cette piste fut poursuivie par Matsakos *et al.* (2013) qui étudia, avec le code PLUTO, l'influence de perturbations provenant de l'atmosphère (comme des ondes acoustiques, voir chapitre 7) ou du flot d'accrétion (inhomogénéités), pour des valeurs de champ magnétique entre 20 et 500 G. Les auteurs soulignent que pour des champs magnétiques plus intenses, les résultats sont très proches de ceux obtenus pour 500 G. En champ fort, les résultats 1D se retrouvent localement, mais chaque « fibrille » est aléatoirement déphasée par rapport aux autres, et le signal global résultant est plat. De même que pour Orlando *et al.* (2010), en champ faible, les courants transverses *lissent* le front du choc retour qui devient quasi-stationnaire, mais conserve dans certains cas un mouvement quasi-périodique.

Dans sa dernière étude, Orlando *et al.* (2013) a étudié l'influence de la topologie du champ magnétique sur la structure de la matière choquée. Alors qu'en champ magnétique uniforme, les QPO disparaissent en champ faible et demeurent en champ fort, la situation s'inverse partiellement pour un champ dipolaire. Notons toutefois que dans un cas, l'essentiel du gaz chaud ($T > 1\,\mathrm{MK}$) se situe nettement au-dessus de la chromosphère.

1.3.4 Une approche alternative

Toutes les simulations de chocs d'accrétion reposent sur une fonction de refroidissement optiquement mince, initialement développée pour le milieu interstellaire. Nous avons voulu dans cette étude nous détacher de cette hypothèse, en incluant notamment dans nos simulations 1D la réabsorption d'une fraction du rayonnement par la colonne et le milieu post-choc.
De plus, la colonne tombe souvent dans ces simulations sur une structure figée symbolisant la chromosphère de l'étoile. De la couche isotherme à l'atmosphère ajustée à l'équilibre, aucune de ces structures n'est capable de répondre physiquement à une stimulation comme l'accrétion. En réponse à cela, nous nous attachons à modéliser la chromosphère par une structure hydrodynamique (simple).

Je me place donc dans ce contexte du côté des simulations unidimensionnelles, dans l'approximation du champs fort ($\beta \ll 1$), mais je me démarque en incluant le transfert radiatif dans mes simulations, ainsi qu'un modèle basique de chromosphère dynamique.

Bibliographie

F. C. ADAMS et S. G. GREGORY : Magnetically Controlled Accretion Flows onto Young Stellar Objects. *The Astrophysical Journal*, 744(1):55, déc. 2011.

C. ARGIROFFI, E. FLACCOMIO, J. BOUVIER, J. F. DONATI, K. V. GETMAN, S. G. GREGORY, G. A. J. HUSSAIN, M. M. JARDINE, M. B. SKELLY et F. M. WALTER : Variable X-ray emission from the accretion shock in the classical T Tauri star V2129 Ophiuchi. *Astronomy & Astrophysics*, 530:A1, avr. 2011.

C. ARGIROFFI, A. MAGGIO, T. MONTMERLE, D. P. HUENEMOERDER, E. ALECIAN, M. AUDARD, J. BOUVIER, F. DAMIANI, J. F. DONATI, S. G. GREGORY, M. GÜDEL, G. A. J. HUSSAIN, J. H. KASTNER et G. G. SACCO : The Close T Tauri Binary System V4046 Sgr : Rotationally Modulated X-Ray Emission from Accretion Shocks. *The Astrophysical Journal*, 752 (2):100, mai 2012.

C. ARGIROFFI, A. MAGGIO et G. PERES : X-ray emission from MP Muscae : an old classical T Tauri star. *Astronomy & Astrophysics*, 465(1):L5–L8, avr. 2007.

C. ARGIROFFI, A. MAGGIO, G. PERES, J. J. DRAKE, J. LÓPEZ-SANTIAGO, S. SCIORTINO et B. STELZER : X-ray optical depth diagnostics of T Tauri accretion shocks. *Astronomy & Astrophysics*, 507(2):939–948, nov. 2009.

M. J. ASCHWANDEN, A. I. POLAND et D. M. RABIN : The New Solar Corona. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 39(1):175–210, sept. 2001.

M. AUDARD, K. R. BRIGGS, N. GROSSO, M. GÜDEL, L. SCELSI, J. BOUVIER et A. TELLESCHI : The XMM-Newton Optical Monitor survey of the Taurus molecular cloud. *Astronomy & Astrophysics*, 468(2):379–390, juin 2007.

G. BASRI et C. BERTOUT : Accretion disks around T Tauri stars. II - Balmer emission. *The Astrophysical Journal*, 341:340–358, juin 1989.

R. BONITO, S. ORLANDO, C. ARGIROFFI, M. MICELI, F. REALE, G. PERES, T. MATSAKOS, C. STEHLÉ et L. IBGUI : Role of local absorption on the X-ray emission from MHD accretion shocks in classical T Tauri stars. *EPJ Web of Conferences*, 64:05004, jan. 2014.

J. BOUVIER, S. H. P. ALENCAR, T. J. HARRIES, C. M. JOHNS-KRULL et M. M. ROMANOVA : Magnetospheric Accretion in Classical T Tauri Stars. *In Protostars and Planets V*, p. 479–494, 2007.

J. BOUVIER, S. CABRIT, M. FERNÁNDEZ, E. L. MARTIN et J. M. MATTHEWS : Coyotes I : the Photometric Variability and Rotational Evolution of T-Tauri Stars. *Astronomy & Astrophysics*, 272:176, mai 1993.

J. BOUVIER, E. COVINO, O. KOVO, E. L. MARTIN, J. M. MATTHEWS, L. TERRANEGRA et S. C. BECK : COYOTES II : spot properties and the origin of photometric period variations in T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 299:89, juil. 1995.

N. S. BRICKHOUSE, S. R. CRANMER, A. K. DUPREE, G. J. M. LUNA et S. J. WOLK : A deep Chandrax-ray spectrum of the accreting young star TW Hydrae. *The Astrophysical Journal*, 710(2):1835–1847, fév. 2010.

N. CALVET et E. GULLBRING : The Structure and Emission of the Accretion Shock in T Tauri Stars. *The Astrophysical Journal*, 509(2):802–818, déc. 1998.

M. CAMENZIND : Magnetized Disk-Winds and the Origin of Bipolar Outflows. *Reviews in Modern Astronomy*, 3:234–265, 1990.

S. CASANOVA, T. MONTMERLE, E. D. FEIGELSON et P. ANDRÉ : ROSAT X-ray sources embedded in the rho Ophiuchi cloud core. *The Astrophysical Journal*, 439:752, fév. 1995.

R. L. CURRAN, C. ARGIROFFI, G. G. SACCO, S. ORLANDO, G. PERES, F. REALE et A. MAGGIO : Multiwavelength diagnostics of accretion in an X-ray selected sample of CTTSs. *Astronomy & Astrophysics*, 526:A104, jan. 2011.

J. F. DONATI, M. M. JARDINE, S. G. GREGORY, P. PETIT, J. BOUVIER, C. DOUGADOS, F. MENARD, A. C. CAMERON, T. J. HARRIES, S. V. JEFFERS et F. PALETOU : Magnetic fields and accretion flows on the classical T Tauri star V2129 Oph. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 380(4):1297–1312, oct. 2007.

M. A. DOPITA et R. S. SUTHERLAND : Spectral Signatures of Fast Shocks. I. Low-Density Model Grid. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 102:161, jan. 1996.

J. J. DRAKE, P. W. RATZLAFF, J. M. LAMING et J. C. RAYMOND : An absence of X-ray accretion shock instability signatures in TW Hydrae. *The Astrophysical Journal*, 703(2):1224–1229, sept. 2009.

J. J. DRAKE, P. TESTA et L. W. HARTMANN : X-Ray Diagnostics of Grain Depletion in Matter Accreting onto T Tauri Stars. *The Astrophysical Journal*, 627(2):L149–L152, juin 2005.

A. K. DUPREE, N. S. BRICKHOUSE, S. R. CRANMER, G. J. M. LUNA, E. E. SCHNEIDER, M. S. BESSELL, A. BONANOS, L. A. CRAUSE, W. A. LAWSON, S. V. MALLIK et S. C. SCHULER : TW Hya : spectral variability, X-rays, and accretion diagnostics. *The Astrophysical Journal*, 750(1):73, avr. 2012.

S. EDWARDS, P. HARTIGAN, L. GHANDOUR et C. ANDRULIS : Spectroscopic evidence for magnetospheric accretion in classical T Tauri stars. *The Astronomical Journal*, 108:1056–1070, sept. 1994.

E. D. FEIGELSON, S. CASANOVA, T. MONTMERLE et J. GUIBERT : ROSAT X-Ray Study of the Chamaeleon I Dark Cloud. I. The Stellar Population. *The Astrophysical Journal*, 416:623, oct. 1993.

E. D. FEIGELSON et W. M. DECAMPLI : Observations of X-ray emission from T Tauri stars. *The Astrophysical Journal*, 243:L89–L93, jan. 1981.

E. D. FEIGELSON et T. MONTMERLE : High-Energy Processes in Young Stellar Objects. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 37(1):363–408, sept. 1999.

P. GHOSH et F. K. LAMB : Accretion by rotating magnetic neutron stars. II - Radial and vertical structure of the transition zone in disk accretion. *The Astrophysical Journal*, 232:259–276, sept. 1979.

S. G. GREGORY, M. M. JARDINE, I. SIMPSON et J. F. DONATI : Mass accretion on to T Tauri stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 371(2):999–1013, sept. 2006.

M. GÜDEL : The Sun in Time : Activity and Environment. *Living Reviews in Solar Physics*, 4:3, déc. 2007.

M. GÜDEL, S. L. SKINNER, S. Y. MEL'NIKOV, M. AUDARD, A. TELLESCHI et K. R. BRIGGS : X-rays from T Tauri : a test case for accreting T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 468(2):529–540, juin 2007.

E. GULLBRING, N. CALVET, J. MUZEROLLE et L. W. HARTMANN : The Structure and Emission of the Accretion Shock in T Tauri Stars. II. The Ultraviolet-Continuum Emission. *The Astrophysical Journal*, 544(2):927–932, déc. 2000.

E. GULLBRING, L. W. HARTMANN, C. BRICENO et N. CALVET : Disk Accretion Rates for T Tauri Stars. *The Astrophysical Journal*, 492(1):323–341, jan. 1998.

H. M. GÜNTHER, N. LEWANDOWSKA, M. P. G. HUNDERTMARK, H. STEINLE, J. H. M. M. SCHMITT, D. BUCKLEY, S. CRAWFORD, D. O'DONOGHUE et P. VAISANEN : The absence of sub-minute periodicity in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 518:A54, sept. 2010.

H. M. GÜNTHER, C. LIEFKE, J. H. M. M. SCHMITT, J. ROBRADE et J. U. NESS : X-ray accretion signatures in the close CTTS binary V4046 Sagittarii. *Astronomy & Astrophysics*, 459(2):L29–L32, nov. 2006.

H. M. GÜNTHER et J. H. M. M. SCHMITT : The enigmatic X-rays from the Herbig star HD 163296 : Jet, accretion, or corona ? *Astronomy & Astrophysics*, 494(3):1041–1051, fév. 2009.

H. M. GÜNTHER, J. H. M. M. SCHMITT, J. ROBRADE et C. LIEFKE : X-ray emission from classical T Tauri stars : accretion shocks and coronae ? *Astronomy & Astrophysics*, 466(3):1111–1121, mai 2007.

P. HARTIGAN, S. EDWARDS et L. GHANDOUR : Disk Accretion and Mass Loss from Young Stars. *The Astrophysical Journal*, 452:736, oct. 1995.

L. W. HARTMANN, R. HEWETT et N. CALVET : Magnetospheric accretion models for T Tauri stars. 1 : Balmer line profiles without rotation. *The Astrophysical Journal*, 426:669–687, mai 1994.

L. W. HARTMANN et S. J. KENYON : Optical veiling, disk accretion, and the evolution of T Tauri stars. *The Astrophysical Journal*, 349:190, jan. 1990.

M. R. HAYASHI, K. SHIBATA et R. MATSUMOTO : X-Ray Flares and Mass Outflows Driven by Magnetic Interaction between a Protostar and Its Surrounding Disk. *The Astrophysical Journal*, 468(1):L37–L40, sept. 1996.

D. P. HUENEMOERDER, J. H. KASTNER, P. TESTA, N. S. SCHULZ et D. A. WEINTRAUB : Evidence for Accretion in the High-Resolution X-Ray Spectrum of the T Tauri Star System Hen 3-600. *The Astrophysical Journal*, 671(1):592–604, déc. 2007.

K. IMANISHI, K. KOYAMA et Y. TSUBOI : Chandra Observation of the ρ Ophiuchi Cloud. *The Astrophysical Journal*, 557 (2):747–760, août 2001.

H. ISOBE, K. SHIBATA, T. YOKOYAMA et K. IMANISHI : Hydrodynamic Modeling of a Flare Loop Connecting the Accretion Disk and Central Core of Young Stellar Objects. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 55:967–980, oct. 2003.

C. M. JOHNS et G. BASRI : The Line Profile Variability of SU Aurigae. *The Astrophysical Journal*, 449:341, août 1995.

C. M. JOHNS-KRULL : The Magnetic Fields of Classical T Tauri Stars. *The Astrophysical Journal*, 664(2):975–985, août 2007.

C. M. JOHNS-KRULL, J. A. VALENTI, A. P. HATZES et A. KANAAN : Spectropolarimetry of Magnetospheric Accretion on the Classical T Tauri Star BP Tauri. *The Astrophysical Journal*, 510(1):L41–L44, jan. 1999.

V. KASHYAP et J. J. DRAKE : PINTofALE : Package for the interactive analysis of line emission. *Bulletin of the Astronomical Society of India*, 28:475–476, juin 2000.

J. H. KASTNER, D. P. HUENEMOERDER, N. S. SCHULZ, C. R. CANIZARES et D. A. WEINTRAUB : Evidence for Accretion : High-Resolution X-Ray Spectroscopy of the Classical T Tauri Star TW Hydrae. *The Astrophysical Journal*, 567(1):434–440, mars 2002.

S. KOIDE, K. SHIBATA et T. KUDOH : Relativistic Jet Formation from Black Hole Magnetized Accretion Disks : Method, Tests, and Applications of a General Relativistic Magnetohydrodynamic Numerical Code. *The Astrophysical Journal*, 522(2):727–752, sept. 1999.

A. V. KOLDOBA, G. V. USTYUGOVA, M. M. ROMANOVA et R. V. E. LOVELACE : Oscillations of magnetohydrodynamic shock waves on the surfaces of T Tauri stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 388(1):357–366, juil. 2008.

A. KÖNIGL : Disk accretion onto magnetic T Tauri stars. *The Astrophysical Journal*, 370:L39, mars 1991.

S. A. LAMZIN : The Structure of Shock Waves in the Case of Accretion onto Low-Mass Young Stars. *Astronomy Reports*, 42(3):322–335, mai 1998.

M. LONG, M. M. ROMANOVA et R. V. E. LOVELACE : Locking of the Rotation of Disk-Accreting Magnetized Stars. *The Astrophysical Journal*, 634(2):1214–1222, déc. 2005.

M. LONG, M. M. ROMANOVA et R. V. E. LOVELACE : Accretion to stars with non-dipole magnetic fields. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 374(2):436–444, jan. 2007.

M. LONG, M. M. ROMANOVA et R. V. E. LOVELACE : Three-dimensional simulations of accretion to stars with complex magnetic fields. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 386(3):1274–1284, mai 2008.

D. LYNDEN-BELL et J. E. PRINGLE : The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 168:603–637, sept. 1974.

T. MATSAKOS, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, M. GONZÁLEZ, L. IBGUI, L. de SÁ, T. LANZ, S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE et G. PERES : YSO accretion shocks : magnetic, chromospheric or stochastic flow effects can suppress fluctuations of X-ray emission. *Astronomy & Astrophysics*, 557:A69, sept. 2013.

A. MIGNONE : The Dynamics of Radiative Shock Waves : Linear and Nonlinear Evolution. *The Astrophysical Journal*, 626(1):373–388, juin 2005.

A. MIGNONE, G. BODO, S. MASSAGLIA, T. MATSAKOS, O. TEŞILEANU, C. ZANNI et A. FERRARI : PLUTO : A Numerical Code for Computational Astrophysics. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 170(1):228–242, mai 2007.

A. MIGNONE, C. ZANNI, P. TZEFERACOS, B. van STRAALEN, P. COLELLA et G. BODO : The Pluto Code for Adaptive Mesh Computations in Astrophysical Fluid Dynamics. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 198(1):7, déc. 2011.

S. MOHANTY et F. H. SHU : Magnetocentrifugally Driven Flows from Young Stars and Disks. VI. Accretion with a Multipole Stellar Field. *The Astrophysical Journal*, 687(2):1323–1338, nov. 2008.

T. MONTMERLE, N. GROSSO, Y. TSUBOI et K. KOYAMA : Rotation and X-Ray Emission from Protostars. *The Astrophysical Journal*, 532(2):1097–1110, avr. 2000.

R. NEUHÄUSER : Low-Mass Pre-Main Sequence Stars and Their X-ray Emission. *Science*, 276(5317):1363–1370, mai 1997.

R. NEUHÄUSER, M. F. STERZIK, J. H. M. M. SCHMITT, R. WICHMANN et J. KRAUTTER : ROSAT survey observation of T Tauri stars in Taurus. *Astronomy & Astrophysics*, 297:391, mai 1995.

S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE, G. PERES, M. MICELI, T. MATSAKOS, C. STEHLÉ, L. IBGUI, L. de SÁ, J.-P. CHIÈZE et T. LANZ : Radiative accretion shocks along nonuniform stellar magnetic fields in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, oct. 2013.

S. ORLANDO, G. G. SACCO, C. ARGIROFFI, F. REALE, G. PERES et A. MAGGIO : X-ray emitting MHD accretion shocks in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 510:A71, fév. 2010.

M. OSSENDRIJVER : The solar dynamo. *Astronomy and Astrophysics Review*, 11(4):287–367, août 2003.

G. PERES, S. SERIO, G. S. VAIANA et R. ROSNER : Coronal closed structures. IV - Hydrodynamical stability and response to heating perturbations. *The Astrophysical Journal*, 252:791–799, jan. 1982.

T. PREIBISCH, Y. C. KIM, F. FAVATA, E. D. FEIGELSON, E. FLACCOMIO, K. V. GETMAN, G. MICELA, S. SCIORTINO, K. G. STASSUN, B. STELZER et H. ZINNECKER : The Origin of T Tauri X-Ray Emission : New Insights from the Chandra Orion Ultradeep Project. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 160(2):401–422, oct. 2005.

F. REALE, S. ORLANDO, P. TESTA, G. PERES, E. LANDI et C. J. SCHRIJVER : Bright Hot Impacts by Erupted Fragments Falling Back on the Sun : A Template for Stellar Accretion. *Science*, 341(6143):251–253, juil. 2013.

J. ROBRADE et J. H. M. M. SCHMITT : X-rays from RU Lupi : accretion and winds in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 473(1):229–238, oct. 2007.

M. M. ROMANOVA, A. K. KULKARNI et R. V. E. LOVELACE : Unstable Disk Accretion onto Magnetized Stars : First Global Three-dimensional Magnetohydrodynamic Simulations. *The Astrophysical Journal*, 673(2):L171–L174, jan. 2008.

M. M. ROMANOVA, G. V. USTYUGOVA, A. V. KOLDOBA et R. V. E. LOVELACE : The Propeller Regime of Disk Accretion to a Rapidly Rotating Magnetized Star. *The Astrophysical Journal*, 616(2):L151–L154, oct. 2004a.

M. M. ROMANOVA, G. V. USTYUGOVA, A. V. KOLDOBA et R. V. E. LOVELACE : Three-dimensional Simulations of Disk Accretion to an Inclined Dipole. II. Hot Spots and Variability. *The Astrophysical Journal*, 610(2):920–932, août 2004b.

M. M. ROMANOVA, G. V. USTYUGOVA, A. V. KOLDOBA, J. V. WICK et R. V. E. LOVELACE : Three-dimensional Simulations of Disk Accretion to an Inclined Dipole. I. Magnetospheric Flows at Different Θ. *The Astrophysical Journal*, 595 (2):1009–1031, oct. 2003.

S. M. RUCINSKI, J. M. MATTHEWS, R. KUSCHNIG, G. POJMAŃSKI, J. ROWE, D. B. GUENTHER, A. F. J. MOFFAT, D. SASSELOV, G. A. H. WALKER et W. W. WEISS : Photometric variability of the T Tauri star TW Hya on time-scales of hours to years. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 391(4):1913–1924, déc. 2008.

G. G. SACCO, C. ARGIROFFI, S. ORLANDO, A. MAGGIO, G. PERES et F. REALE : X-ray emission from dense plasma in classical T Tauri stars : hydrodynamic modeling of the accretion shock. *The Astrophysical Journal*, 491(2):L17–L20, nov. 2008.

G. G. SACCO, S. ORLANDO, C. ARGIROFFI, A. MAGGIO, G. PERES, F. REALE et R. L. CURRAN : On the observability of T Tauri accretion shocks in the X-ray band. *Astronomy & Astrophysics*, 522:A55, nov. 2010.

J. H. M. M. SCHMITT, J. ROBRADE, J. U. NESS, F. FAVATA et B. STELZER : X-rays from accretion shocks in T Tauri stars : The case of BP Tau. *Astronomy & Astrophysics*, 432(2):L35–L38, mars 2005.

S. L. SKINNER, M. GAGNE et E. BELZER : A Deep Chandra X-Ray Observation of the Embedded Young Cluster in NGC 2024. *The Astrophysical Journal*, 598(1):375–391, nov. 2003.

B. STELZER, M. FERNÁNDEZ, V. M. COSTA, J. F. GAMEIRO, K. GRANKIN, A. HENDEN, E. GUENTHER, S. MOHANTY, E. FLACCOMIO, V. BURWITZ, R. JAYAWARDHANA, P. PREDEHL et R. H. DURISEN : The weak-line T Tauri star V410 Tau. *Astronomy & Astrophysics*, 411(3):517–531, déc. 2003.

B. STELZER et J. H. M. M. SCHMITT : X-ray emission from a metal depleted accretion shock onto the classical T Tauri star TW Hya. *Astronomy & Astrophysics*, 418(2):687–697, mai 2004.

R. S. SUTHERLAND, G. V. BICKNELL et M. A. DOPITA : The Numerical Simulation of Radiative Shocks. II. Thermal Instabilities in Two-dimensional Models. *The Astrophysical Journal*, 591(1):238–257, juil. 2003a.

R. S. SUTHERLAND, D. K. BISSET et G. V. BICKNELL : The Numerical Simulation of Radiative Shocks. I. The Elimination of Numerical Shock Instabilities Using a Local Oscillation Filter. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 147 (1):187–195, juil. 2003b.

R. S. SUTHERLAND et M. A. DOPITA : Cooling functions for low-density astrophysical plasmas. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 88:253–327, sept. 1993.

A. TELLESCHI, M. GÜDEL, K. R. BRIGGS, M. AUDARD et F. PALLA : X-ray emission from T Tauri stars and the role of accretion : inferences from the XMM-Newton extended survey of the Taurus molecular cloud. *Astronomy & Astrophysics*, 468(2):425–442, juin 2007a.

A. TELLESCHI, M. GÜDEL, K. R. BRIGGS, M. AUDARD et L. SCELSI : High-resolution X-ray spectroscopy of T Tauri stars in the Taurus-Auriga complex. *Astronomy & Astrophysics*, 468(2):443–462, juin 2007b.

A. TELLESCHI, M. GÜDEL, K. R. BRIGGS, S. L. SKINNER, M. AUDARD et E. FRANCIOSINI : The first high-resolution X-ray spectrum of a Herbig star : AB Aurigae. *Astronomy & Astrophysics*, 468(2):541–556, juin 2007c.

P. TESTA, J. J. DRAKE et G. PERES : The Density of Coronal Plasma in Active Stellar Coronae. *The Astrophysical Journal*, 617(1):508–530, déc. 2004.

M. TSUJIMOTO, K. KOYAMA, Y. TSUBOI, M. GOTO et N. KOBAYASHI : X-Ray Properties of Young Stellar Objects in OMC-2 and OMC-3 from the Chandra X-Ray Observatory. *The Astrophysical Journal*, 566(2):974–981, fév. 2002.

Y. UCHIDA et K. SHIBATA : Magnetically buffered accretion to a young star and the formation of bipolar flows. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 36:105–118, 1984.

J. A. VALENTI et C. M. JOHNS-KRULL : Observations of Magnetic Fields on T Tauri Stars. *Astrophysics and Space Science*, 292(1-4):619–629, juil. 2004.

R. W. WALSH et J. IRELAND : The heating of the solar corona. *Astronomy and Astrophysics Review*, 12(1):1–41, déc. 2003.

B. WARNER : Rapid Oscillations in Cataclysmic Variables. *In Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, p. 115–132, fév. 2004.

Première partie

Bases physiques du modèle d'accrétion – hydrodynamique radiative –

CHAPITRE 2

DESCRIPTION HYDRODYNAMIQUE

Sommaire

2.1 Lois de conservation **24**

2.2 Continuité et chocs **24**

2.2.1 Équations de Rankine-Hugoniot 24

2.2.2 Viscosité artificielle 25

2.3 Termes source pour l'hydrodynamique **25**

2.3.1 Sources de masse 25

2.3.2 Sources d'impulsion 25

2.3.3 Sources d'énergie du gaz 26

2.4 Conduction électronique **26**

Nous nous plaçons au cœur d'une colonne dans le cas $\beta \ll 1$, où β est le rapport de la pression magnétique sur la pression thermique. Le champ magnétique confine complètement le plasma, dont la vitesse est donc parallèle aux lignes de champ. Nous ne considérons pas par conséquent de champ magnétique dans nos calculs et simulons des colonnes unidimensionnelles d'un point de vue hydrodynamique.

L'*hydrodynamique*, ou *mécanique des fluides*, a pour objet l'étude des fluides (gaz, liquides) et leur évolution au cours du temps. Elle s'appuie sur une approche statistique de la mécanique du point appliquée aux constituants du fluide (atomes, ions, molécules, ...), groupés en « ensembles statistiques » [1] appelés *particules fluides*. Les particules fluides sont de taille mésoscopique, c'est-à-dire très grandes devant la taille des constituants du fluide et de leur libre parcours moyen, mais très petites par rapport aux échelles caractéristiques du système (ce point est vérifié *à postériori* dans la section 6.4.5).
Cette approche permet de considérer que le milieu est continu, c'est-à-dire que chaque grandeur statistique décrivant le système (température, vitesse de groupe, densité, pression, ...) est un champ continu en espace et en temps [2].

Ce chapitre présente dans un premier temps les équations d'évolution d'un système hydrodynamique. Nous discutons ensuite de la particularité des chocs dans la section 2.2 Ces équations font apparaître des coefficients de transport, que nous explicitons dans les sections 2.4 et 3.2.

1. chaque « ensemble » (grand-canonique) se compose d'un nombre suffisant de constituants pour que son étude statistique ait un sens.
2. Les chocs ne suivent pas rigoureusement cette description ; cependant, dans une certaine limite, ils peuvent être décrits d'un point de vue hydrodynamique ; cette description est abordée dans la section 2.2.

2.1 Lois de conservation

À chaque instant, l'état d'un système est décrit par un ensemble de variables thermodynamiques indépendantes, appelées *variables d'état*. Les *lois de conservation* traduisent à l'échelle mésoscopique la continuité de ces variables d'état, et décrivent leur évolution temporelle. Toutes les lois de conservation peuvent s'écrire dans un repère inertiel sous la forme (voir par exemple Lesaffre, 2002) :

$$\frac{dX}{dt} = \partial_t X + \vec{\nabla} X = \mathfrak{s}_X\left(\vec{X}\right)$$

où $\mathfrak{s}_X$ représente le *terme source* lié à la variable d'état X, et $\vec{X}$ l'ensemble des variables d'état du système.

Il est d'usage, en hydrodynamique, de faire appel à trois variables d'état : les densités volumiques de masse (ρ), d'impulsion ($\rho\vec{v}$) et d'énergie interne (e) (voir par exemple Landau et Lifshitz, 1959; Chièze, 1998). Les équations de l'hydrodynamique traduisent la continuité de ces trois variables d'état :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v}) = 0 \\ \partial_t(\rho\vec{v}) + \vec{\nabla}\left(\rho v^2\right) = \vec{\mathfrak{s}}_m \\ \partial_t e + \vec{\nabla}\cdot(e\vec{v}) = \mathfrak{s}_e \end{cases} \tag{2.1}$$

Ces équations sont exprimées dans le référentiel lié à la photosphère stellaire, que l'on suppose inertiel. En fonction des hypothèses effectuées, les termes source changent d'expression et on obtient les équations de Navier-Stokes (cas général), de Bernoulli (cas hydrostatique) ou d'Euler (pas de viscosité ni de conduction thermique). Notre choix quant aux termes source est détaillé dans la section 2.3.

2.2 Continuité et chocs

Quand la vitesse d'un fluide atteint, voire dépasse, la vitesse locale du son (écoulement *supersonique*), certaines grandeurs thermodynamiques peuvent varier brusquement sur une distance caractéristique d'un libre parcours moyen, ce qui définit un *choc*. A l'échelle macroscopique, un choc traduit donc une discontinuité de ces grandeurs.

2.2.1 Équations de Rankine-Hugoniot

L'hydrodynamique est incapable de décrire un fluide à l'échelle du libre parcours moyen, et donc les chocs. Il est toutefois possible de contourner cette difficulté en considérant la continuité des flux de ces grandeurs entre l'amont et l'aval du choc, sans chercher de détails à son voisinage.

Notons ① le milieu amont et ② le milieu choqué. En supposant que seule la pression intervient dans les sources du système (2.1), c'est-à-dire $\vec{\mathfrak{s}}_m = -\vec{\nabla} p$ et $\mathfrak{s}_e = -\vec{\nabla}\cdot\left(p\vec{v}\right)$, en régime stationnaire, ce système conduit à deux équations remarquables, usuellement écrites dans le référentiel du choc (voir l'annexe C pour leur démonstration) :

– la *droite de Rayleigh* :

$$\frac{p_② - p_①}{\mathscr{V}_② - \mathscr{V}_①} = -\rho_①^2 v_①^2 \ , \quad \mathscr{V} = \frac{1}{\rho} \ ;$$

– l'adiabatique de choc de Rankine-Hugoniot pour l'énergie interne spécifique ϵ :

$$\epsilon_{②} - \epsilon_{①} = -\frac{1}{2}\left(\mathscr{V}_{②} - \mathscr{V}_{①}\right)\left(p_{①} + p_{②}\right)$$

2.2.2 Viscosité artificielle

Une difficulté supplémentaire vient de la résolution numérique des équations de l'hydrodynamique. En effet, il n'est pas toujours possible d'éviter numériquement d'accuser de trop fortes variations de certaines grandeurs entre deux cellules voisines du pavage spatial. De plus, la grande majorité des solveurs numériques sont instables face à des des gradients trop forts, qu'il s'agisse de chocs ou de discontinuités de contact (voir Chevalier et Imamura, 1983, pour plus d'informations sur les discontinuités de contact).

Nous utilisons dans ce travail la solution apportée par von Neumann et Richtmyer (1950). Les auteurs définissent une viscosité *artificielle* dont le rôle est de diminuer la section efficace de collision, autrement dit d'« étaler » les discontinuités sur plusieurs cellules du pavage spatial, et ainsi d'améliorer la stabilité numérique. Cela se traduit, dans les équations de l'hydrodynamique, par l'apparition d'une *pression visqueuse* et du taux de dissipation d'énergie associé :

$$p_{\text{vis}} = \begin{cases} \alpha_{\text{l}}\chi + \alpha_{\text{q}}\chi^2 & \text{si} \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{v} < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.2}$$

$$q_{\text{vis}} = -\, p_{\text{vis}}\,\vec{\nabla}\cdot\vec{v} \tag{2.3}$$

avec $\chi = \vec{\nabla}\cdot\vec{v}/c_s$, c_s la vitesse du son, et α_{l} et α_{q} deux paramètres.

Étant donné que les chocs ne dépendent pas de la microphysique (seul leur extension, i.e. le libre parcours moyen, en dépend), l'utilisation de cette viscosité artificielle n'affecte pas les caractéristiques des milieux amont et choqué (les équations de Rankine-Hugoniot restent vérifiées).

2.3 Termes source pour l'hydrodynamique

2.3.1 Sources de masse

Comme nous ne considérons pas de réaction nucléaire dans notre étude, le terme source intervenant dans la loi de conservation de la masse est nul.

2.3.2 Sources d'impulsion

Le terme source de l'impulsion ($\vec{\mathfrak{s}}_m$) inclut deux forces. La première regroupe les forces de pression (thermique, visqueuse et radiative) qui s'exercent sur le fluide, et la seconde est la force de gravitation.
Soit $dm = \rho\, dV$ la masse de la particule fluide étudiée (de densité ρ et de volume dV). Cette particule fluide est attirée gravitationnellement par une étoile de masse $M_\star$, à une distance $\vec{r}$ (les masses autres que celle de l'étoile sont ici négligeables).
Nous avons donc comme source d'impulsion du gaz :

$$\vec{\mathfrak{s}}_m = -\vec{\nabla}\left(p + p_{\text{vis}}\right) - \frac{G\,M_\star\,\rho}{(R_\star + r)^2}\,\frac{\vec{r}}{r} - \vec{\mathfrak{s}}_{M_r}$$

où $\vec{\mathfrak{s}}_{M_r}$, la contribution du rayonnement, est explicitée dans la section 3.2.3, et p_{vis} est la pression liée à la viscosité artificielle (voir section 2.2.2).

2.3.3 Sources d'énergie du gaz

Le terme source de l'énergie interne ($\mathfrak{s}_e$) inclut quant à lui la thermochimie $-q_\chi$ (voir section 4.5) et les phénomènes de transport d'énergie. Le transfert d'énergie peut s'effectuer de plusieurs manières, que nous exposons ci-dessous.

La convection correspond à des courants désordonnés de matière visant à rétablir l'équilibre mécanique du fluide. Ce phénomène est cependant négligeable quand le fluide est compressible (nous travaillons sur six décades en densité ! voir par exemple la figure 8.5).

Les frottements internes n'interviennent pas dans notre problème car nous travaillons à des densités faibles (de 10^{-12} à $10^{-7}\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}$) : nous considérons alors notre fluide comme non visqueux ; nous avons cependant recours à la viscosité *artificielle* pour des raisons d'ordre numérique, présentée dans la section 2.2.2.

Le travail des forces de pression est une source d'énergie mécanique. Le travail fourni par la pression thermique s'exprime simplement comme le produit de la pression par la variation locale du volume élémentaire dV. Le travail reçu par le gaz correspond donc à son opposé, ce qui donne pour la variation d'énergie volumique : $-\vec{\nabla}.\left(p\,\vec{v}\right)+q_{\text{vis}}$, avec q_{vis} la contribution de la pression visqueuse, liée à la viscosité artificielle.

Les deux dernières méthodes de transfert d'énergie sont :
- le **transfert radiatif**, $-\mathfrak{s}_{E_r}$, présenté dans le chapitre 3 :
- la **conduction thermique** ou **électronique**, $\vec{q}_{\text{ce}}^{\,\text{eff}}$, que nous détaillons dans la section suivante.

Le terme source de l'énergie interne du gaz s'écrit finalement : $\mathfrak{s}_e = -\mathfrak{s}_{E_r} - \vec{\nabla}\cdot\left(p\,\vec{v}\right) + q_{\text{vis}} - \vec{\nabla}\cdot\vec{q}_{\text{ce}}^{\,\text{eff}} + \dot{q}_{\text{ch}}$.

2.4 Conduction électronique

La conduction thermique ou électronique correspond au transport de chaleur de proche en proche dans un milieu, par des interactions entre les électrons libres et les atomes, ions, ou molécules. Dans la limite des petits gradients thermiques, le flux de conduction électronique est un phénomène purement diffusif et s'écrit par la loi de Fourier, qui établit la proportionnalité entre ce flux et le gradient local de température (Landau et Lifshitz, 1959; Taillet *et al.*, 2013) :

$$\vec{q}_{\text{ce}} = -\lambda\,\vec{\nabla}\,T_e$$

où λ est le *coefficient de conduction* ou *conductivité thermique*, toujours positif car ce transfert s'effectue depuis les régions chaudes vers les régions froides. Nous utilisons dans ce travail l'expression du coefficient proposée par Spitzer et Härm (1953) et reprise par Cowie et McKee (1977), qui inclue l'effet du champ électrique propre nécessaire au maintient d'un courant nul :

$$\lambda = A\frac{T_e^{5/2}}{\ln\Lambda}\ , \quad \ln\Lambda = 15{,}9 + \ln\left(\frac{T_e}{\sqrt{n_e}}\right)$$

avec $A = 1{,}84.10^{-5}\,\mathrm{erg\,cm^{-1}\,s^{-1}\,K^{-7/2}}$, T_e la température électronique en Kelvin, n_e la densité d'électrons en $\mathrm{cm^{-3}}$ et $\ln\Lambda$ le logarithme de Coulomb (pour $T > 4{,}2.10^5\,\mathrm{K}$).

Cependant, pour des gradients très élevés, le flux déduit peut conduire à transférer d'une zone A à une zone B une énergie supérieure à celle contenue dans la zone A, le cas extrême correspondant à un flux infini en réponse à une discontinuité de température (comme à la traversée d'un choc). Il est donc nécessaire de recourir à un *limiteur de flux*. Nous le limitons à une fraction (f) du flux de chaleur d'un écoulement libre (souvent appelé le flux « classique », que nous notons q_{sat}) via la formule (Vidal *et al.*, 1995) :

$$\vec{q}_{\mathrm{ce}}^{\,\mathrm{eff}} = \frac{\vec{q}_{\mathrm{ce}}}{1 + \left|\frac{q_{\mathrm{ce}}}{f\,q_{\mathrm{sat}}}\right|} \quad , \quad q_{\mathrm{sat}} = n_e\sqrt{\frac{(k\,T_e)^3}{m_e}} \tag{2.4}$$

Cette expression conduit aux cas limites :

$$\vec{q}_{\mathrm{ce}}^{\,\mathrm{eff}} = \begin{cases} -\lambda\,\vec{\nabla}T_e & \text{quand} \quad \lambda\,\vec{\nabla}T_e \ll f\,q_{\mathrm{sat}} \\ q_{\mathrm{sat}}\,\dfrac{\vec{\nabla}T_e}{|\vec{\nabla}T_e|} & \text{quand} \quad \lambda\,\vec{\nabla}T_e \gg f\,q_{\mathrm{sat}} \end{cases}$$

Suivant les prescriptions de Delettrez (1986), nous prenons $f = 0{,}3$, ce qui permet d'inclure l'effet du potentiel thermoélectrique.

Le coefficient λ correspond à un gaz d'hydrogène pur, ce qui est approximatif au vu de notre modèle (voir section 4.2). Cela ne constitue toutefois pas une difficulté car le flux est presque toujours saturé[3], et l'expression de q_{sat} est indépendante de la composition chimique du gaz, comme le montre la formule précédente.

Bibliographie

R. A. CHEVALIER et J. N. IMAMURA : Self-similar solutions for the interaction regions of colliding winds. *The Astrophysical Journal*, 270:554, juil. 1983.

J.-P. CHIÈZE : Elements of Hydrodynamics Applied to the Interstellar Medium. *In Starbursts : Triggers, Nature, and Evolution, Les Houches School*, p. 77, 1998.

L. L. COWIE et C. F. MCKEE : The evaporation of spherical clouds in a hot gas. I - Classical and saturated mass loss rates. *The Astrophysical Journal*, 211:135–146, jan. 1977.

J. DELETTREZ : Thermal electron transport in direct-drive laser fusion. *Canadian Journal of Physics*, 64(8):932–943, août 1986.

L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ : *Fluid mechanics.* Course of theoretical physics, Oxford : Pergamon Press, 1959.

P. LESAFFRE : *Aspects dynamiques du milieu interstellaire.* Thèse de doctorat, Université Paris VII, sept. 2002.

L. SPITZER et R. HÄRM : Transport Phenomena in a Completely Ionized Gas. *Phys Rev*, 89(5):977–981, mars 1953.

R. TAILLET, L. VILLAIN et P. FEBVRE : *Dictionnaire de physique.* de boeck, 3 édn, fév. 2013.

F. VIDAL, J. P. MATTE, M. CASANOVA et O. LARROCHE : Modeling and effects of nonlocal electron heat flow in planar shock waves. *Physics of Plasmas*, 2(5):1412–1420, 1995.

J. von NEUMANN et R. D. RICHTMYER : A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks. *Journal of Applied Physics*, 21(3):232–237, 1950.

3. C'est notamment le cas à la base de la chromosphère et au pied de la colonne d'accrétion.

CHAPITRE 3

TRAITEMENT DU TRANSFERT RADIATIF

Sommaire

3.1 Modélisation du transfert radiatif à deux moments . . . 30
3.1.1 Intensité spécifique . . . 30
3.1.2 Moments de l'intensité . . . 30
3.1.3 Équations du transfert radiatif . . . 31
3.1.3.1 Transfert monogroupe ou multigroupe . . . 31
3.1.3.2 Flux-Limited Diffusion . . . 32
3.1.3.3 Équations aux moments . . . 32
3.2 Coefficients de couplage matière-rayonnement . . . 33
3.2.1 ETL vs. régime coronal . . . 34
3.2.2 Émissivité intégrée sur les fréquences . . . 34
3.2.2.1 Émissivité à l'ETL . . . 34
3.2.2.2 Émissivité à l'équilibre coronal . . . 36
3.2.3 Absorption intégrée sur la distribution d'énergie radiative . . . 37
3.2.4 Coefficient d'extinction intégré sur la distribution de moment radiatif . . . 37
3.2.5 Instabilité de refroidissement . . . 38
3.2.5.1 Domaine de stabilité . . . 39
3.2.5.2 Instabilité et accrétion . . . 39

Nous avons vu dans le premier chapitre que l'étude des colonnes d'accrétion, et les chocs qui s'y forment, ne peut se réduire à une simple approche hydrodynamique. La physique des colonnes d'accrétion est dominée par les propriétés du refroidissement du plasma, et donc par la relation entre ce plasma et le champ de rayonnement, créé par l'étoile jeune et par le flot d'accrétion lui-même. Il nous faut donc coupler à l'approche hydrodynamique (présentée dans le chapitre 2) une description dynamique du champ de rayonnement cohérente avec cette approche [1].

Le *transfert radiatif* décrit le transport du rayonnement (c'est-à-dire la propagation d'ondes électromagnétiques) à travers la matière. Cette approche s'apparente à une étude cinétique portée sur des particules sans masse qui n'interagissent pas entre-elles : les photons. Il en résulte que tout phénomène ondulatoire associé au rayonnement est négligé [2]. Cette approximation est justifiée si le milieu de propagation, constitué de particules massives qui interagissent avec les photons, vérifie deux propriétés :

- la longueur d'onde doit être négligeable devant la distance entre les particules massives ;
- ces particules doivent être disposées aléatoirement [3].

1. c'est-à-dire notamment que les grandeurs radiatives étudiées sont celles utilisées par l'hydrodynamique, et vice versa.
2. La polarisation peut cependant être incorporée dans cette approche, comme le montre par exemple Trujillo Bueno (2003).
3. cette approche est donc inadaptée si le milieu de propagation est un solide cristallin.

Dans un milieu tel que les atmosphères stellaires, milieu le plus dense de cette étude, ces hypothèses sont vérifiées au-delà de l'infra-rouge (voir par exemple Hubeny, 1997, section 2).

Nous présentons dans la première section les équations du transfert radiatif, puis les coefficients qui traduisent le couplage entre le plasma et le champ de rayonnement (section 3.2).

3.1 Modélisation du transfert radiatif à deux moments

Le rayonnement, qui intervient dans les termes source précédents, apporte une contribution aux densités d'énergie, d'impulsion et au flux d'énergie du fluide. Il nous faut donc définir ces grandeurs pour le rayonnement, ainsi que les équations qui les couplent entre elles et avec le fluide étudié.
Nous définissons dans un premier temps l'intensité monochromatique, ainsi que les *moments* qui lui sont associés, notamment l'énergie et le flux radiatif. Nous présentons ensuite deux équations du transfert usuelles, dont l'équation *aux moments*, que nous utilisons pour compléter les équations de l'hydrodynamique.

3.1.1 Intensité spécifique

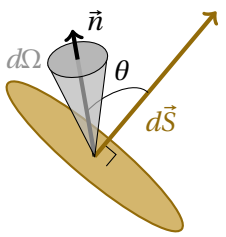

FIGURE 3.1 – *Géométrie du problème : l'angle θ est défini entre la normale à la surface, $d\vec{S}$, et la direction choisie, caractérisée par le vecteur unitaire $\vec{n}$ et un angle solide $d\Omega$ autour de ce vecteur unitaire.*

L'*intensité monochromatique* ou *spécifique* du rayonnement $I(\vec{r},t;\vec{n},\nu)$ est liée à l'énergie dE comprise entre les fréquences ν et $\nu + d\nu$ traversant un élément de surface élémentaire dS pendant le temps dt et dans l'angle solide $d\Omega$ autour du vecteur unitaire $\vec{n}$:

$$dE = I(\vec{r},t;\vec{n},\nu)\, dS \cos\theta\, d\Omega\, d\nu\, dt$$

où θ est l'angle entre $\vec{n}$ et la normale à la surface dS, et $d\Omega$ est l'angle solide autour de $\vec{n}$ (voir figure 3.1). L'intensité I ainsi définie s'exprime en erg cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} Hz^{-1}.

3.1.2 Moments de l'intensité

Par le biais de processus d'absorption et d'émission, le rayonnement échange de l'énergie et de la quantité de mouvement avec la matière. Cet effet est pris en compte dans les équations de l'hydrodynamique radiative via les moments de l'intensité moyennés sur les angles solides. Nous nous intéressons aux trois premiers moments, c'est-à-dire la densité d'énergie monochromatique $E_\nu(\vec{r},t)$ (erg cm^{-3} Hz^{-1}), le flux monochromatique $\vec{F}_\nu(\vec{r},t)$ (erg cm^{-2} Hz^{-1} s^{-1}), et le tenseur de pression monochromatique $\bar{P}_\nu(\vec{r},t)$ (erg cm^{-5} Hz^{-1}) (voir par exemple Mihalas, 1978, chapitre

6), définis à partir de l'intensité spécifique par :

$$\begin{cases} E_\nu(\vec{r},t) = & \dfrac{1}{c}\oint I(\vec{r},t;\vec{n},\nu)\ d\Omega \\ \vec{F}_\nu(\vec{r},t) = & \oint \vec{n}\, I(\vec{r},t;\vec{n},\nu)\ d\Omega \\ \bar{P}_\nu(\vec{r},t) = & \dfrac{1}{c}\oint \vec{n}\otimes\vec{n}\, I(\vec{r},t;\vec{n},\nu)\ d\Omega \end{cases}$$

On définit également le *moment radiatif* monochromatique par $\vec{M}_\nu = \vec{F}_\nu / c^2$.

3.1.3 Équations du transfert radiatif

L'équation fondamentale du transfert radiatif décrit l'évolution de l'intensité spécifique en fonction de la microphysique des constituants du fluide (Mihalas et Mihalas, 1984, voir par exemple) :

$$\left[\frac{1}{c}\partial_t + \vec{n}\cdot\vec{\nabla}\right] I(\vec{r},t;\vec{n},\nu) = \eta(\vec{r},t;\vec{n},\nu) - k(\vec{r},t;\vec{n},\nu)\ I(\vec{r},t;\vec{n},\nu) \tag{3.1}$$

où η (erg cm^{-3} s^{-1} Hz^{-1} sr^{-1}) et k (cm^{-1}) représentent respectivement l'émissivité et l'absorption par milieu d'un rayonnement de fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$, en $\vec{r}$, à l'instant t et dans la direction $\vec{n}$. Dans le cadre de mon travail, les constantes de temps liées au rayonnement sont négligeables devant celles liées à la matière. De ce fait, nous négligeons la contribution du terme en $\partial/\partial t$ devant les variations spatiales de l'intensité.

En toute rigueur, les équations de l'hydrodynamique sont couplées à cette dernière, pour chaque fréquence ν et chaque direction $\vec{n}$; il faut également tenir compte des équations de population des niveaux d'énergie de chaque constituant du milieu. La résolution d'un tel système est numériquement très délicate et prohibitive. Il est donc nécessaire de la simplifier afin de pallier cette difficulté. Nous passons en revue dans cette section deux adaptations de l'équation du transfert radiatif.

3.1.3.1 Transfert monogroupe ou multigroupe

Une première simplification consiste à ne considérer que les moments, donc à procéder à une intégration sur les angles solides. L'étape suivante réside dans l'intégration des moments, sur des intervalles de fréquences (approche *multigroupe*) ou sur l'ensemble du domaine spectral (approche *monogroupe*[4]).

L'approche multigroupe présente plusieurs avantages : elle permet de mieux prendre en considération le fait que l'absorption et l'émission, c'est-à-dire le chauffage et le refroidissement local du gaz, dépend de la fréquence ; cela constitue de plus un premier pas pour se rapprocher de la réalité (nombre infini de groupes de fréquences). Cependant, le temps de calcul peut considérablement augmenter avec le nombre de groupes. C'est pourquoi nous avons utilisé dans cette étude 1 ou 3 groupes de fréquences. Ce point sera détaillé dans la section 4.1.1.

4. Cette approche se trouve parfois sous le qualificatif « gris ». Or un spectre *gris* est par définition un spectre plat, ce qui n'est pas le cas dans notre étude (voir par exemple la figure 5.4). Nous éviterons par conséquent de parler de transfert gris.

Pour les distinguer des moments précédents, nous adoptons la notation suivante :

$$\begin{cases} E_r(\vec{r},t;\mathcal{I}) = \displaystyle\int_{\mathcal{I}} E_\nu(\vec{r},t)\, d\nu \\ \vec{F}_r(\vec{r},t;\mathcal{I}) = \displaystyle\int_{\mathcal{I}} \vec{F}_\nu(\vec{r},t)\, d\nu \\ \bar{P}_r(\vec{r},t;\mathcal{I}) = \displaystyle\int_{\mathcal{I}} \bar{P}_\nu(\vec{r},t)\, d\nu \end{cases}$$

avec $\mathcal{I}$ la bande spectrale d'intégration ($\mathcal{I} = \mathbb{R}^{+*}$ pour l'approche monogroupe). Nous définissons de même le *moment radiatif* intégré en fréquence par $\vec{M}_r = \vec{F}_r/c^2$. Il nous faut à présent déterminer les équations qui décrivent l'évolution de ces moments.

3.1.3.2 Flux-Limited Diffusion

L'approche la plus simple consiste à décrire l'évolution de l'énergie radiative (monogroupe) par une équation de diffusion, comme l'équation de Fourier présentée dans la section 2.4. Ainsi que nous l'avons vu pour la conduction thermique, il est nécessaire d'avoir recours à un *limiteur de flux* radiatif[5], d'où son nom de *Flux-Limited Diffusion*[6] (FLD). Toute la subtilité de cette méthode réside dans le choix de ce limiteur de flux (voir Alme et Wilson, 1973, pour un exemple d'utilisation).

3.1.3.3 Équations aux moments

Nous avons souhaité, dans ce travail, faire un pas de plus en précision, afin de s'affranchir du limiteur de flux. Nous considérons donc ici la *méthode des moments*, initialement conçue par Grad (1949) pour traiter les milieux raréfiés comme le milieu interstellaire[7], et développée par Levermore (1996).

Référentiel d'étude

Appliquées au transfert radiatif, ces équations peuvent être écrites dans un repère inertiel (lié à l'étoile par exemple) ou dans un repère non inertiel, entraîné avec le fluide, appelé « repère comobile ». Dans un référentiel inertiel, les décalages Doppler et l'aberration de la lumière modifient les distributions spectrale et angulaire du rayonnement qui interagit localement avec la matière en mouvement ; les termes d'échanges d'énergie et d'impulsion entre le rayonnement et la matière sont alors difficiles à calculer. En revanche, la formulation comobile est exempte de cette difficulté, et de ce point de vue, constitue une approche idéale pour les calculs d'hydrodynamique radiative (Mihalas et Mihalas, 1984, chapitre 7). Nous nous plaçons donc dans le repère comobile pour toutes les grandeurs et les équations portant sur le rayonnement.
Cependant, la transformation des équations du rayonnement d'un repère inertiel vers le repère comobile introduit des termes non conservatifs : même en l'absence d'interaction rayonnement-matière, la dérivée temporelle de l'énergie ou du moment radiatifs ne peut pas s'exprimer dans ce repère comme la divergence d'un flux correspondant.

5. pour plus d'informations sur l'origine théorique (mathématique) du recours à un limiteur de flux, voir la section 3 de Levermore (1996).

6. Cette approche est également appelée l'*approximation de la diffusion*

7. De tels milieux mettent en défaut les équations de l'hydrodynamique comme l'équation de Navier-Stokes (échelle macroscopique), mais restent trop complexes à étudier via l'équation de Boltzmann (échelle microscopique).

Au premier ordre en v/c, les grandeurs radiatives dans le repère comobile (E_r, $\vec{F}_r$ et $\bar{P}_r$) et dans le repère inertiel ($E_{r\mathrm{i}}$, $\vec{F}_{r\mathrm{i}}$ et $\bar{P}_{r\mathrm{i}}$) sont reliées par les relations :

$$\begin{cases} E_{r\mathrm{i}} = E_r + \dfrac{2\vec{v}}{c^2}\cdot\vec{F}_r \\ \vec{F}_{r\mathrm{i}} = \vec{F}_r + \vec{v}\,E_r + \vec{v}\cdot\bar{P}_r \\ \bar{P}_{r\mathrm{i}} = \bar{P}_r + \dfrac{1}{c^2}\left(\vec{v}\otimes\vec{F}_r + \vec{F}_r\otimes\vec{v}\right) \end{cases}$$

Comme les vitesses n'excèdent les 400 km s^{-1} dans notre étude, nous pouvons négliger les termes en $\vec{v}/c$, d'où $E_{r\mathrm{i}} = E_r$ et $\bar{P}_{r\mathrm{i}} = \bar{P}_r$. De plus, les énergie et pression radiatives sont telles que les deux flux ne peuvent être distingués. Les grandeurs radiatives du repère comobile sont dont (à l'ordre zéro en $\vec{v}/c$) directement utilisables dans les équations de l'hydrodynamique.

Équations des deux premiers moments

Pour les deux premiers moments, c'est-à-dire pour les densités[8] d'énergie radiative (E_r) et de flux ou moment radiatifs ($\vec{F}_r = \vec{M}_r\,c^2$), nous avons les deux équations suivantes, écrites dans le repère comobile (voir par exemple Lowrie *et al.*, 2001; González, 2006) :

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \vec{v}\cdot\partial_t\vec{F}_r/c^2 + \vec{\nabla}\cdot\vec{F}_r + \left(\bar{P}_r : \vec{\nabla}\right)\cdot\vec{v} + \vec{\nabla}\cdot(\vec{v}\,E_r) = \mathfrak{s}_{E_r} & \text{(3.2a)} \\ \partial_t\vec{M}_r + \vec{v}\cdot\partial_t\bar{P}_r/c^2 + \vec{\nabla}\cdot\bar{P}_r + \left(\vec{M}_r\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v} + \vec{\nabla}\left(\vec{v}\cdot\vec{M}_r\right) = \vec{\mathfrak{s}}_{M_r} & \text{(3.2b)} \end{cases}$$

où $\bar{P}_r$ désigne la pression radiative et « : » la contraction tensorielle.

Pour être numériquement exploitables, ces équations s'accompagnent d'une absence de rétroaction directe des moments radiatifs sur les coefficients de couplage matière-rayonnement, inclus dans les termes sources, que nous explicitons plus loin dans ce chapitre (voir sections 3.2.2 et 3.2.3).

3.2 Coefficients de couplage matière-rayonnement

Dans le second membre des équations (3.2), $\mathfrak{s}_{E_r}$ et $\vec{\mathfrak{s}}_{M_r}$ représentent respectivement les termes sources des densités d'énergie et de moment du rayonnement. Ces sources sont contrôlées par les processus d'absorption, d'émission, et de diffusion des photons par la matière, caractérisés (dans le repère comobile) par :

- η_ν (erg cm^{-3} s^{-1} Hz^{-1} sr^{-1}) l'émissivité du gaz, isotrope dans le repère comobile ;
- k_ν (cm^{-1}) le coefficient d'absorption, intégré sur les angles solides ;
- k_ν^d (cm^{-1}) le coefficient de diffusion, supposée ici isotrope dans le repère comobile, intégré sur les angles ;

Les termes sources, par unité de fréquence, des densités d'énergie et de moment monochromatiques s'écrivent alors :

$$\begin{cases} s_{E_\nu}(\nu) = 4\pi\,\eta_\nu - k_\nu\,c\,E_\nu & \text{(3.3a)} \\ \vec{s}_{M_\nu}(\nu) = -\chi_\nu\,c\,\vec{M}_\nu & \text{(3.3b)} \end{cases}$$

où le coefficient d'extinction s'écrit : $\chi_\nu = k_\nu + k_\nu^d$. Ce sont ces termes qui réalisent le couplage entre le rayonnement et la matière. De même que pour les moment de l'intensité, ces termes

8. intégrées sur les fréquences

sources doivent être intégrés sur les fréquences :

$$\begin{cases} \mathfrak{s}_{E_r} = \int_{\mathcal{I}} s_{E_\nu}\, d\nu \\ \vec{\mathfrak{s}}_{M_r} = \int_{\mathcal{I}} \vec{s}_{M_\nu}\, d\nu \end{cases}$$

Les contributions de chaque groupe B aux termes sources de la densité d'énergie interne et d'impulsion du gaz sont portées respectivement par $-\mathfrak{s}_{E_r}$ et $-\vec{\mathfrak{s}}_{M_r}$.

En toute généralité, et notamment dans les situations hors d'équilibre, comme celles qui se présentent dans notre étude, les coefficients η et σ_a devraient être calculés en résolvant l'équation de transfert complète, couplée au calcul de la population des niveaux d'énergie des atomes et des ions. Nous ne chercherons pas à résoudre ici ce problème très complexe. Au contraire, nous rechercherons une approche, la plus simple possible, qui permette d'exploiter les coefficients d'opacité les plus généralement disponibles. Pour une composition donnée, ceux-ci sont calculés sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique, caractérisée par une seule température[9], et, par exemple, la densité.

3.2.1 ETL vs. régime coronal

Dans les plasmas à haute densité, les collisions (électron-électron principalement) seront si fréquent que la population des niveaux d'énergie de chaque espèce suit la distribution d'équilibre de Boltzmann, et les degrés d'ionisation par l'équation de Saha. Ces condition portent le nom d'*équilibre thermodynamique local* (ETL), et de tels plasma sont qualifiés de « collisionnels ».

L'*approximation coronale* tire son nom de sa principale application : la couronne solaire. L'idée de base est qu'à de faibles densités (électroniques), les processus radiatifs prennent le pas sur les processus collisionnels. Ces milieux étant généralement optiquement minces, la population des niveaux d'énergie est alors gouvernée par la compétition entre l'excitation collisionnelle et la désexcitation radiative (voir par exemple Kunze, 2009).

Quel que soit le régime considéré, nous supposons dans ce travail que la distribution de vitesse des électrons est maxwellienne.

3.2.2 Émissivité intégrée sur les fréquences

Les plasmas que nous rencontrons dans notre étude se distribuent, en fonction de leur densité, entre l'équilibre thermodynamique local et l'équilibre coronal.

3.2.2.1 Émissivité à l'ETL

Considérons d'abord le régime de l'ETL : ce régime est pertinent dans la basse chromosphère, là où les densités sont les plus élevées. Cela signifie en particulier que, dans tout intervalle $(d\Omega, d\nu)$, l'énergie rayonnée est strictement égale à l'énergie absorbée. On en déduit la loi de Kirchhoff selon laquelle un plasma de température T_g rayonne à l'ETL comme un corps noir à

9. La température du gaz, celle des électrons et celle du rayonnement, définie par la relation $E_r = a\,T_r{}^4$, sont toutes égales entre elles à l'ETL. Dans cette étude, nous essayons de nous affranchir de l'égalité entre la température du rayonnement et les autres.

la même température :

$$\eta_\nu = k_\nu\, I_\nu \equiv k_\nu\, B_\nu(T_g)$$

où $I_\nu \equiv I(\vec{r},t;\vec{n},\nu)$ et B_ν est la fonction de Planck, c'est-à-dire l'intensité spécifique d'un corps noir à la température T_g :

$$B_\nu(T_g) = \frac{2\,h\,\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k\,T_g}}-1} \tag{3.4}$$

Nous écrivons donc, pour l'émissivité intégrée sur les angles solides et les fréquences :

$$\int_{\mathcal{I}} 4\pi\,\eta_\nu\,d\nu = 4\pi\int_{\mathcal{I}} k_\nu\,B_\nu(T_g)\,d\nu \equiv 4\pi\,\langle k_\nu\rangle_P\int_{\mathcal{I}} B_\nu(T_g)\,d\nu$$

La dernière expression fait apparaître la *moyenne de Planck* du coefficient d'absorption :

$$\langle k_\nu\rangle_P \equiv \frac{\int_{\mathcal{I}} k_\nu\,B_\nu(T_g)\,d\nu}{\int_{\mathcal{I}} B_\nu(T_g)\,d\nu}$$

Notons que *l'opacité* κ du plasma [10] ($\mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}^{-1}$) est reliée à l'absorption par la relation $k_\nu = \kappa_\nu\,\rho$, où ρ est la densité volumique de masse du plasma. Nous employons donc la moyenne de Planck des opacités :

$$\langle k_\nu\rangle_P = \kappa_P\,\rho\ ,\quad \kappa_P(\nu,T_g;\mathcal{I}) = \frac{\int_{\mathcal{I}}\kappa_\nu\,B_\nu(T_g)\,d\nu}{\int_{\mathcal{I}} B_\nu(T_g)\,d\nu}$$

L'annexe A, section A.2, présente les détails de l'intégration de la fonction de Planck sur un intervalle fini. Nous y établissons notamment l'expression d'un coefficient $\mathfrak{D}$ qui caractérise, pour un corps noir à la température T, la fraction de l'énergie totale rayonnée au-delà d'une fréquence seuil ν_{seuil} :

$$\begin{aligned}\mathfrak{D}(\theta) &= \frac{1}{a\,T^4}\int_{\nu_{\text{seuil}}}^{\infty}\frac{8\pi\,h\,\nu^3}{c^3}\frac{d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} = \frac{4\pi}{c\,a\,T^4}\int_{\nu_{\text{seuil}}}^{\infty} B_\nu(T)\,d\nu\\ &= \frac{15}{\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\theta^3}{n}+\frac{3\,\theta^2}{n^2}+\frac{6\,\theta}{n^3}+\frac{6}{n^4}\right)e^{-n\theta}\ ,\quad \theta = \frac{h\,\nu_{\text{seuil}}}{k\,T}\end{aligned}$$

Notons les deux cas limites : $\mathfrak{D}(0) = 1$ et $\lim\limits_{\theta\to+\infty}\mathfrak{D}(\theta) = 0$. La fraction d'énergie rayonnée en deçà de ν_{seuil} vaut alors $1-\mathfrak{D}(\theta)$. Pour $\mathcal{I} = [\nu_1,\nu_2]$, nous obtenons :

$$\int_{\mathcal{I}} B_\nu(T_g)\,d\nu = \int_{\nu_1}^{\infty} B_\nu(T_g)\,d\nu - \int_{\nu_2}^{\infty} B_\nu(T_g)\,d\nu = \frac{c}{4\pi}\,a_r\,{T_g}^4\left[\mathfrak{D}\left(\frac{h\,\nu_1}{k\,T_g}\right)-\mathfrak{D}\left(\frac{h\,\nu_2}{k\,T_g}\right)\right]$$

où $a_r \simeq 7{,}5657.10^{15}\,\mathrm{erg\,cm^{-3}\,K^{-4}}$ est la *constante de radiation*. L'émissivité totale du plasma dans le groupe $\mathcal{I}$ (en $\mathrm{erg\,cm^{-3}\,s^{-1}}$) se met alors à l'ETL sous la forme :

$$\int_{\mathcal{I}} 4\pi\,\eta_\nu\,d\nu = \kappa_P\big(\rho,T_g;\mathcal{I}\big)\,\rho\,c\,a\,{T_g}^4\left[\mathfrak{D}\left(\frac{h\,\nu_1}{k\,T_g}\right)-\mathfrak{D}\left(\frac{h\,\nu_2}{k\,T_g}\right)\right]$$

10. qui dépend de la fréquence, comme indiqué dans l'équation, et de bien d'autres choses, que nous omettons volontairement pour la lisibilité de l'équation.

3.2.2.2 Émissivité à l'équilibre coronal

À l'équilibre coronal (EC), l'énergie rayonnée n'est pas réabsorbée. Cette situation est typique du flot d'accrétion et de la partie choquée de la colonne d'accrétion ($T_g > 10^5$ K).
Le plasma, qui y est dilué $\left(\rho \simeq 10^{-13}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}\right)$, est optiquement mince : les atomes et ions qui le composent [11], excités collisionnellement, se désexcitent spontanément par émission de photons qui s'échappent du plasma. Ce mécanisme décrit donc le refroidissement du gaz choqué et son émissivité.

Pour une composition donnée, l'émissivité du plasma en régime coronal est contrôlée par la distribution des vitesses des électrons, et donc par la température de la matière, T_g. Elle s'écarte ainsi fortement des expressions de la section précédente, qui ne sont valables qu'au voisinage de l'ETL. L'émissivité en régime coronal s'écrit en fonction de la densité électronique n_e et de la densité numérique de noyaux [12] d'hydrogène n_H :

$$\int_{\mathcal{I}} 4\pi\,\eta_\nu\,d\nu = n_e\,n_\mathrm{H}\,\Lambda\left(T_g;\mathcal{I}\right)$$

La fonction Λ a fait l'objet de nombreuses évaluations (pour $\mathcal{I} = \mathbb{R}^+$, voir par exemple Kirienko, 1993; Schmutzler et Tscharnuter, 1993; Teşileanu *et al.*, 2008). Dans ce travail, nous utilisons le calcul de Kirienko (1993), qui couvre les métallicités comprises entre 0,01 et 1 fois la métallicité solaire (voir figure 3.2), dans le cas monogroupe.

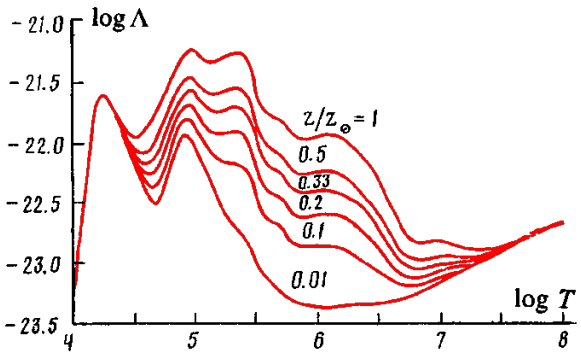

FIGURE 3.2 – *Fonction de refroidissement à l'équilibre coronal en fonction du logarithme de la température du gaz, pour différentes métallicités (adapté de Kirienko, 1993).*

L'extension au cas multigroupe est plus délicate : bien que certains travaux (voir par exemple Landini et Monsignori Fossi, 1990 (figure 10) en XUV et Raga, 2009 pour le visible) apportent une solution partielle à ce problème, la grande difficulté est d'obtenir une fonction de refroidissement *en accord* avec notre choix pour les groupes. Ce point est présentement toujours à l'étude.

En dehors de ces deux régimes limites ETL et EC, il n'existe pas de façon rigoureuse et simple pour déterminer l'émissivité du gaz. Nous indiquons dans la section 5.4.2 l'approximation que nous avons utilisée dans ce travail.

11. voir section 4.2 pour plus de détails.
12. Nous appelons « densité numérique de noyaux » le nombre de noyaux par unité de volume, tous degrés d'ionisation confondus. Cela conduit, pour l'hydrogène par exemple, à : $n_\mathrm{H} = n_{\mathrm{H\,I}} + n_{\mathrm{H\,II}}$.

3.2.3 Absorption intégrée sur la distribution d'énergie radiative

Le calcul de l'absorption du rayonnement (par unité de temps et de volume) fait intervenir la moyenne du coefficient d'absorption sur le spectre d'énergie radiative :

$$\int_{\mathcal{I}} k_\nu \, c \, E_\nu \, d\nu \equiv \langle k_\nu \rangle_{E_r} \; c \, E_r(\mathcal{I}) \quad , \quad \langle k_\nu \rangle_{E_r} \equiv \frac{\int_{\mathcal{I}} k_\nu \, E_\nu \, d\nu}{\int_{\mathcal{I}} E_\nu \, d\nu}$$

Le calcul exact de cette moyenne nécessite la résolution de l'équation fondamentale du transfert radiatif[13]. Son évaluation soulève une difficulté dans un plasma hors ETL.

Supposons par exemple que le rayonnement influe peu sur la population des niveaux des atomes et des ions du plasma, qui est donc contrôlée par les collisions. Alors, le coefficient d'absorption va dépendre de la densité et de la température du gaz, T_g. Si de plus on admet pouvoir assimiler localement la densité d'énergie du rayonnement à celle d'un corps noir à une certaine température T_r, de sorte que $E_r(\nu) \approx \frac{4\pi}{c} B(\nu, T_r)$, il en résultera que suivant cette approximation, l'absorption dépendra à la fois de la température adoptée pour le rayonnement, T_r, de la température du gaz T_g et de sa densité ρ, soit :

$$\begin{aligned} \langle k_\nu \rangle_{E_r} \big(\rho, T_g, T_r; \mathcal{I}\big) &= \frac{\int_{\mathcal{I}} k_\nu(T_g, \rho) \, B_\nu(T_r) \, d\nu}{\int_{\mathcal{I}} B_\nu(T_r) \, d\nu} \\ &= \langle \kappa^a \rangle_{E_r} \big(\rho, T_g, T_r; \mathcal{I}\big) \, \rho \end{aligned}$$

Dresser une telle table d'opacités moyennes à trois entrées est *a priori* faisable, mais n'est pas aisément disponible… Toutefois, cette expression se simplifie grandement dans les deux cas limites de l'ETL et de l'EC.

En effet, au voisinage de l'ETL, la température du rayonnement est proche de celle du gaz, de sorte que le coefficient d'absorption moyenne $\langle \kappa^a \rangle$ se réduit à la moyenne de Planck de l'absorption, et on écrira :

$$\int_{\mathcal{I}} k_\nu \, c \, E_\nu \, d\nu = \kappa_P \big(\rho, T_g; \mathcal{I}\big) \, \rho \, c \, E_r(\mathcal{I})$$

En revanche, dans le régime coronal (RC) le rayonnement n'est pas absorbé par la matière, sauf, dans notre cas, les photons produits par la recombinaison résonante sur le fondamental de l'hydrogène. Quand le libre parcours moyen de ces photons est bien inférieur à la taille du système, leur absorption est directement prise en compte par une approximation du type « on the spot » (voir section 4.4.1). Comme chaque photon ionisant émis est réabsorbé *sur place*, la densité d'énergie des photons ne varie pas. Nous écrirons dans ce cas :

$$\int_{\mathcal{I}} k_\nu \, c \, E_\nu \, d\nu \simeq 0$$

3.2.4 Coefficient d'extinction intégré sur la distribution de moment radiatif

Considérons maintenant l'évaluation du taux d'échange de moment entre le rayonnement et le gaz. L'absorption et la diffusion radiatives par la matière contribuent toutes deux à l'échange d'impulsion entre le rayonnement et la matière ; l'émission induite y contribue également, ce qui n'est pas le cas de l'émission spontanée, isotrope dans le repère comobile. Notons que le transfert d'impulsion rayonnement-matière ne fait pas intervenir la pression de radiation : il n'y a pas de transfert d'impulsion dans un milieu transparent, bien que la pression de radiation y soit définie et non nulle.

13. donc pour chaque direction et chaque fréquence, voir la section 3.1.1 et l'équation (3.1) pour plus de détails.

Nous allons ici effectuer la moyenne du *coefficient d'extinction monochromatique* χ_ν sur la distribution spectrale de moment radiatif :

$$\int_{\mathcal{I}} \chi_\nu \, \vec{M}_\nu \, d\nu \equiv \langle \chi_\nu \rangle_{M_r} \int_{\mathcal{I}} \vec{M}_\nu \, d\nu$$

Les équations (3.2), moyennées sur les fréquences, ne permettent évidemment pas d'obtenir le flux radiatif en fonction de la fréquence, mais seulement le flux intégré. Le calcul de $\langle \chi_\nu \rangle_{M_r}$ apparaît donc hors de portée. Nous cherchons donc, comme précédemment, ce qui se passe dans les deux régimes limites ETL et RC.

Considérons l'équation monochromatique du moment (similaire à l'équation 3.2b, avec pour terme source l'équation 3.3b), réduite à une dimension d'espace, pour simplifier sans perdre toutefois en généralité (Lowrie *et al.*, 2001). En régime stationnaire, dans un fluide au repos, cette équation montre que le flux radiatif est lié à la pression de radiation par la relation :

$$-\partial_r P_\nu = \chi_\nu \, c \, M_\nu$$

Supposons que le coefficient d'extinction χ_ν puisse être approché par celui d'un plasma à la température T_g et à la densité ρ, et que la distribution des photons soit proche d'une fonction de Planck, à la température T_r, proche de T_g. Alors, la pression monochromatique de radiation (*i.e.* le flux monochromatique d'impulsion des photons), isotrope, est reliée à la fonction de Planck par l'expression :

$$P_\nu = \frac{4\pi}{3c} B_\nu(T_r)$$

Ces deux dernières équations nous donnent directement [14] :

$$\langle \chi_\nu \rangle_{M_r}^{-1} \equiv \left(\langle \kappa_\nu \rangle_M \, \rho \right)^{-1} = \frac{\int_{\mathcal{I}} \chi_\nu^{-1}\left(T_g\right) \, \partial_T B_\nu|_{T_r} \, d\nu}{\int_{\mathcal{I}} \partial_T B_\nu|_{T_r} \, d\nu}$$

L'hypothèse d'une distribution de Planck pour le rayonnement n'est raisonnable que dans les régions denses d'une colonne d'accrétion, d'épaisseur optique non nulle et très proche de l'ETL. Alors $T_r \sim T_g = T$ et $\langle \kappa_\nu \rangle_M$ se réduit à la moyenne de Rosseland du coefficient d'extinction (incluant la diffusion), pour la température commune T et la densité du plasma ρ. Sous cette approximation, le termes source des échanges de moments pour chaque groupe $\mathcal{I}$ s'écrit :

$$\int_{\mathcal{I}} \chi_\nu \, \vec{M}_\nu \, d\nu = \kappa_R\left(\rho, T_g; \mathcal{I}\right) \, \rho \, c \, M_r(\mathcal{I})$$

A l'opposé, dans les régions optiquement minces, l'absorption du rayonnement est par définition négligeable, et le transfert de moment associé l'est également. L'émission coronale du gaz est quant à elle isotrope dans le repère comobile, et ne conduit à aucun transfert de moment. Il reste le terme de diffusion, qui est correctement pris en compte par le coefficient d'extinction, estimé à la température des électrons (c'est-à-dire celle du gaz, T_g), intégré sur le moment radiatif.

3.2.5 Instabilité de refroidissement

À l'équilibre coronal, le terme source pour l'énergie du rayonnement est purement émissif : cela correspond physiquement pour le gaz à un refroidissement radiatif. Dans certains cas, cela

14. Les variation spatiales de $B(\nu, T)$ sont uniquement portées par la température. On peut alors écrire :
$$\vec{\nabla} B_\nu = \vec{\nabla} T \times \partial_T B_\nu$$

conduit à un comportement instable.

3.2.5.1 Domaine de stabilité

Nous pouvons écrire ce terme source, qui porte alors le nom de *fonction de refroidissement*, sous la forme [15] : $\rho^2 T^\alpha$.

Supposons à présent qu'un choc se propage dans un milieu tel que ce régime prévaut. Dans ce cas, Chevalier et Imamura (1982) montrent que le choc possède différents modes d'oscillation et que la stabilité d'un mode particulier ne dépend que du paramètre α.
Considérant ainsi la région choquée qui se refroidit, et supposant que la perte d'énergie radiative varie en $\rho^2 T^\alpha$. Le temps caractéristique de refroidissement s'exprime alors au premier ordre en $T^{1-\alpha}/\rho$. Il s'en suit que les grandes valeurs du paramètre α stabilisent le choc (le temps caractéristique du refroidissement augmente) ; mais de faibles valeurs favorisent le développement d'instabilités. En effet, sous une valeur limite α_l, le temps caractéristique chute avec la température : donc plus le gaz choqué refroidit, plus il refroidira vite, et ce phénomène ne fait que s'accélérer.

L'étude de l'instabilité de refroidissement a fait l'objet de multiples études théoriques et numériques (voir par exemple Falle, 1981; Langer *et al.*, 1981) . Ainsi Chevalier et Imamura (1982), effectuant une étude de stabilité linéaire pour un choc plan contre un mur, donnent une limite inférieure de stabilité [16] de $\alpha_l = 0{,}8$. Des études numériques ont été par ailleurs réalisées pour étudier l'effet de ces instabilités au delà de l'approche de perturbation linéaire (Walder et Folini, 1996; Mignone, 2005).

3.2.5.2 Instabilité et accrétion

Dans notre étude, nous rencontrons cette situation à l'équilibre coronal (voir figure 3.2), où tout une plage de température conduit à cette instabilité de refroidissement. En effet, le paramètre α, qui apparaît comme la pente de la fonction de refroidissement (en échelle logarithmique), est en dessous de sa valeur limite depuis les hautes températures jusqu'à 10^5 K avec deux « enclaves » de stabilité autour de 10^6 K et de $10^{5,5}$ K.
De nombreuses simulations montrent des oscillations lors de la manifestation de l'instabilité, ce qui ne se retrouve pas dans nos résultats : cela provient du schéma de discrétisation temporel que nous utilisons (voir section 6.3.3), qui lisse l'effet de tous les phénomènes dont le temps caractéristique est inférieur au double du pas de temps (critère de Shannon).

C'est le domaine instable entre 10^5 et 10^6 K qui est à l'origine des oscillations quasi-périodiques de la structure post-choc. Une fois que le gaz choqué s'engage sur cette pente, il refroidira brusquement (deux décades en quelques secondes !), comme décrit dans la section 8.2.1.2.

Il est à noter que l'instabilité de refroidissement n'est pas réservée qu'à l'équilibre coronal : sur les figures 5.8 et 5.10, nous pouvons voir que les opacités moyennes de Planck diminuent fortement avec la température sur des plages de températures comparables.

15. On peut toujours écrire localement la fonction de refroidissement sous cette forme, à la température courante T.
16. Cette limite s'applique en réalité aux deux premières harmoniques ; celles-ci imposent une contrainte plus forte que le mode fondamental.

Bibliographie

M. L. ALME et J. R. WILSON : X-Ray Emission from a Neutron Star Accreting Material. *The Astrophysical Journal*, 186:1015, déc. 1973.

R. A. CHEVALIER et J. N. IMAMURA : Linear analysis of an oscillatory instability of radiative shock waves. *The Astrophysical Journal*, 261:543–549, oct. 1982.

S. A. E. G. FALLE : Catastrophic cooling in supernova remnants. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 195:1011–1028, juin 1981.

M. GONZÁLEZ : *Contribution à l'étude numérique de l'hydrodynamique radiative : des expériences de chocs radiatifs aux jets astrophysiques.* Thèse de doctorat, Université Paris XI, oct. 2006.

H. GRAD : On the kinetic theory of rarefied gases. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2(4):331–407, déc. 1949.

I. HUBENY : Stellar Atmospheres Theory : An Introduction. *The Astrophysical Journal*, 497(Chapter 1):1–68, 1997.

A. B. KIRIENKO : Time-dependent radiative cooling of a hot, optically thin interstellar gas. *Astronomy Letters*, 19:11–13, jan. 1993.

H.-J. KUNZE : *Introduction to Plasma Spectroscopy*, vol. 56 de *Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2009.

M. LANDINI et B. C. MONSIGNORI FOSSI : The X-UV spectrum of thin plasmas. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 82:229–260, fév. 1990.

S. H. LANGER, G. CHANMUGAM et G. SHAVIV : Thermal instability in accretion flows onto degenerate stars. *The Astrophysical Journal*, 245:L23, avr. 1981.

C. D. LEVERMORE : Moment closure hierarchies for kinetic theories. *Journal of Statistical Physics*, 83(5-6):1021–1065, juin 1996.

R. B. LOWRIE, D. MIHALAS et J. E. MOREL : Comoving-frame radiation transport for nonrelativistic fluid velocities. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 69(3):291–304, mai 2001.

A. MIGNONE : The Dynamics of Radiative Shock Waves : Linear and Nonlinear Evolution. *The Astrophysical Journal*, 626(1):373–388, juin 2005.

D. MIHALAS : *Stellar atmospheres.* San Francisco, W H Freeman and Co, 2 édn, 1978.

D. MIHALAS et B. W. MIHALAS : *Foundations of radiation hydrodynamics.* New York, Oxford University Press, 1984.

A. C. RAGA : The Ionisation and Excitation State of Stellar Outflows. *In link.springer.com.ezproxy.obspm.fr*, p. 195–212. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, oct. 2009.

T. SCHMUTZLER et W. M. TSCHARNUTER : Effective radiative cooling in optically thin plasmas. *Astronomy & Astrophysics*, 273:318, juin 1993.

O. TEŞILEANU, A. MIGNONE et S. MASSAGLIA : Simulating radiative astrophysical flows with the PLUTO code : a non-equilibrium, multi-species cooling function. *Astronomy & Astrophysics*, 488(1):429–440, sept. 2008.

J. TRUJILLO BUENO : The Generation and Transfer of Polarized Radiation in Stellar Atmospheres. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 288:551, jan. 2003.

R. WALDER et D. FOLINI : Radiative cooling instability in 1D colliding flows. *Astronomy & Astrophysics*, 315:265–283, nov. 1996.

RÉSUMÉ :
APPROCHE HYDRODYNAMIQUE RADIATIVE

Les trois variables d'état hydrodynamique (ρ, $\rho\vec{v}$ et e), associées aux deux variables radiatives (E_r et $\vec{M}_r$) par groupe de fréquence ($\mathcal{I}$) obéissent au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v}) = 0 \\ \partial_t(\rho\vec{v}) + \vec{\nabla}\left(\rho v^2\right) = \vec{\mathfrak{s}}_m \\ \partial_t e + \vec{\nabla}\cdot(e\vec{v}) = \mathfrak{s}_e \\ \left[\begin{array}{l} \partial_t E_r + \vec{v}\cdot\partial_t\vec{F}_r/c^2 + \vec{\nabla}\cdot\vec{F}_r + \left(\bar{P}_r : \vec{\nabla}\right)\cdot\vec{v} + \vec{\nabla}\cdot(E_r\,\vec{v}) = \mathfrak{s}_{E_r} \\ \partial_t\vec{M}_r + \vec{v}\cdot\partial_t\bar{P}_r/c^2 + \vec{\nabla}\cdot\bar{P}_r + \left(\vec{M}_r\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v} + \vec{\nabla}\left(\vec{M}_r\cdot\vec{v}\right) = \vec{\mathfrak{s}}_{M_r} \end{array}\right] \text{pour chaque groupe } \mathcal{I} \end{cases} \tag{3.5}$$

Les deux termes sources pour le gaz sont :

$$\begin{cases} \vec{\mathfrak{s}}_m = -\vec{\nabla}\left(p + p_{\text{vis}}\right) - \dfrac{G\,M_\star\,\rho}{(R_\star + r)^2}\dfrac{\vec{r}}{r} - \displaystyle\sum_{\mathcal{I}}\vec{\mathfrak{s}}_{M_r} \\ \mathfrak{s}_e = -\vec{\nabla}\cdot\left(p\,\vec{v}\right) + q_{\text{vis}} - \vec{\nabla}\cdot\vec{q}_{\text{ce}}^{\,\text{eff}} - \displaystyle\sum_{\mathcal{I}}\mathfrak{s}_{E_r} + \dot{q}_{\text{ch}} \end{cases}$$

TABLE 3.1 – *Termes sources du rayonnement à l'* ETL *et en régime coronal* (RC) *pour chaque groupe de fréquence* $\mathcal{I} = [\nu_1, \nu_2]$; $\Delta(\mathcal{I}, T_g) = \mathfrak{D}\left(\frac{h\nu_1}{kT_g}\right) - \mathfrak{D}\left(\frac{h\nu_2}{kT_g}\right)$.

	ETL	**RC**
$\mathfrak{s}_{E_r}$	$\kappa_P\left(\rho, T_g; \mathcal{I}\right)\,\rho\,c\,\left[a{T_g}^4\Delta(\mathcal{I}, T_g) - E_r(\mathcal{I})\right]$	$n_e\,n_{\text{H}}\,\Lambda\left(T_g; \mathcal{I}\right)$
$\vec{\mathfrak{s}}_{M_r}$	$-\kappa_R\left(\rho, T_g; \mathcal{I}\right)\,\rho\,c\,\vec{M}_r$	$\vec{0}$

La somme sur $\mathcal{I}$ représente la somme des termes sources du rayonnement de chaque groupe. En fonction des cas considérés, ces derniers changent d'expression. Le tableau 3.1 reprend l'expression des termes sources du rayonnement (pour l'énergie et le moment) dans les deux cas extrêmes ETL et régime coronal. Ceux-ci font appel à des coefficients de couplage matière-rayonnement, ou *opacités moyennes*, calculés à partir des opacités monochromatiques κ_ν de la manière suivante :

$$\begin{cases} \kappa_P\left(\rho, T_g; \mathcal{I}\right) = \dfrac{\int_{\mathcal{I}}\kappa_\nu B_\nu(T_g)\,d\nu}{\int_{\mathcal{I}} B_\nu(T_g)\,d\nu} \\ {\kappa_R}^{-1}\left(\rho, T_g; \mathcal{I}\right) = \dfrac{\int_{\mathcal{I}}\kappa_\nu^{-1}\,\partial_T B_\nu|_{T_g}\,d\nu}{\int_{\mathcal{I}}\partial_T B_\nu|_{T_g}\,d\nu} \end{cases}$$

Cependant, le système d'équations (3.5) fait intervenir des variables supplémentaires : la pression thermique du gaz, la pression radiative (dans chaque groupe) et la densité électronique (pour le refroidissement en régime coronal notamment). Le chapitre suivant présente les deux relations de fermeture du système d'équations (3.5) nécessaire au calcul de ces deux pressions, ainsi que le calcul de l'ionisation du gaz.

Deuxième partie

Spécificités de notre modèle numérique

CHAPITRE 4

FERMETURE DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS

Sommaire

4.1 Relations de fermeture . . . 46
4.1.1 Multigroupe et température de rayonnement . . . 46
4.1.2 Pression radiative et relation de fermeture M1 . . . 47
4.1.2.1 Hiérarchie des modèles aux moments . . . 47
4.1.3 Pression thermique et équation d'état du gaz . . . 49
4.2 Composition chimique du gaz . . . 50
4.2.1 Abondances . . . 50
4.2.2 Métal moyen . . . 51
4.3 Calcul de l'ionisation à l'ETL . . . 52
4.3.1 Équilibre Thermodynamique Local et température de rayonnement . . . 53
4.3.2 Ionisation à l'ETL . . . 53
4.3.2.1 Équation de Saha . . . 53
4.3.2.2 Contribution de l'ion hydrure . . . 55
4.3.3 Source de rayonnement externe - équation de Saha modifiée . . . 56
4.4 Ionisation dépendante du temps - régime collisionnel-radiatif . . . 58
4.4.1 Taux de recombinaison . . . 58
4.4.2 Taux d'ionisation collisionnelle . . . 60
4.4.3 Taux de photo-ionisation . . . 61
4.4.3.1 Démarche . . . 61
4.4.3.2 Taux de photo-ionisation des hydrogénoïdes . . . 62
4.4.3.3 Taux de photo-ionisation de l'hélium neutre . . . 63
4.4.4 Recherche de l'équilibre . . . 64
4.5 Conséquences sur le calcul des termes source . . . 67

Nous avons vu dans la partie précédente que les chocs d'accrétion sont des phénomènes hydrodynamiques dans lesquels le rayonnement joue un rôle central. Les équations de l'hydrodynamique radiative, établies dans le chapitre 2, sont incomplètes : il est nécessaire de les compléter par deux relations dites de *fermeture* afin de déterminer la pression du gaz et du rayonnement. Ces relations sont présentées dans la section 4.1.

Un point important de notre étude réside dans l'ionisation du gaz accrété : celle-ci intervient directement dans le calcul de la pression (donc dans les équations de l'hydrodynamique), et joue un rôle important dans le refroidissement du gaz (voir section 3.2.2.2 pour plus de détails). Le taux d'ionisation dépend quant à lui de la composition chimique du fluide étudié. Nous discutons donc dans la section 4.2 de la composition chimique du gaz que nous étudions, puis nous aborderons l'ionisation : nous présentons d'abord (section 4.3) la méthode de calcul de l'ionisation dans le cadre de l'Équilibre Thermodynamique Local (ETL), puis (section 4.4) en régime coronal dynamique. Nous abordons en dernière partie le bilan thermochimique du gaz, c'est-à-dire l'influence de l'ionisation sur l'énergie interne du gaz étudié.

4.1 Relations de fermeture

Dans cette partie, nous définissons les groupes de fréquence utilisés (section 4.1.1), avant de présenter la relation de fermeture des équations du rayonnement (sections 4.1.2). Finalement, la relation de fermeture des équations du gaz - ou équation d'état - sera introduite (section 4.1.3).

4.1.1 Multigroupe et température de rayonnement

Nous suivrons dans cette étude une approche monogroupe ou multigroupe ; dans ce dernier cas, nous définissons les trois groupes de fréquences suivants :
$\mathcal{I}_{\mathrm{I}}$: visible-infrarouge (VIR), au-delà de 10^3 Å ;
$\mathcal{I}_{\mathrm{II}}$: ultra-violet (UV), pour les longueurs d'onde 10^2 Å $\leq \lambda \leq 10^3$ Å ;
$\mathcal{I}_{\mathrm{III}}$: X et au-delà (X), en-dessous de 10^2 Å.
Le tableau 4.1 reprend la définition de ces groupes, ainsi que leurs limites.

TABLE 4.1 – *Définition des groupes de fréquences.*
$\nu_{\mathrm{I}} = 3{,}0.10^{15}$ Hz , $\nu_{\mathrm{II}} = 3{,}0.10^{16}$ Hz.

Méthode	**Monogroupe**	**Multigroupe**		
		$\mathcal{I}_{\mathrm{I}}$	$\mathcal{I}_{\mathrm{II}}$	$\mathcal{I}_{\mathrm{III}}$
Domaine	*tout*	VIR	UV	X
λ (Å)	$\infty - 0$	$\infty - 10^3$	$10^3 - 10^2$	$10^2 - 0$
ν	$0 - \infty$	$0 - \nu_{\mathrm{I}}$	$\nu_{\mathrm{I}} - \nu_{\mathrm{II}}$	$\nu_{\mathrm{II}} - \infty$

Dans l'approche monogroupe, la température du rayonnement est définie comme la température caractéristique de la distribution spectrale du rayonnement, supposée planckienne :

$$E_r = \int_0^\infty \frac{8\pi\, h\, \nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{e^{\frac{h\nu}{k T_r}} - 1} \quad \Leftrightarrow \quad T_r = \left(\frac{E_r}{a_r}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Dans le calcul hydrodynamique, cette température est déduite de l'énergie radiative, et peut donc être égale *ou non* à la température du plasma. Il en résulte que T_r ne permet pas de retrouver la distribution spectrale effective (« réelle »), mais uniquement la planckienne qui donne la même énergie. Son emploi suppose donc une situation radiativement proche de l'ETL.

En multigroupe, il est toujours possible de définir, sous les mêmes hypothèses, une température de rayonnement *globale* :

$$T_r = \left(\frac{\sum_{\mathcal{I}} E_r}{a_r}\right)^{\frac{1}{4}} \quad , \quad a_r = \frac{4\sigma}{c} \simeq 7{,}5657.10^{15}\,\mathrm{erg\,cm^{-3}\,K^{-4}} \tag{4.1}$$

avec a_r la constante de rayonnement et σ la constante de Stefan-Boltzmann. Cependant, cette température ne peut être définie *sans ambiguïté* pour chaque groupe de fréquence. De plus, cette température n'intervient dans notre modèle que dans le calcul de l'ionisation. Nous distinguerons par conséquent trois cas (trois niveaux d'hypothèses) :
- pour un plasma à l'ETL (section 4.3.2), nous avons $T_g = T_r$ (aucune difficulté) ;
- pour de faibles écarts à l'ETL (comme la présence d'un rayonnement extérieur, voir section 4.3.3), nous employons la température globale du rayonnement définie par l'équation (4.1) ;
- pour l'ionisation dépendante du temps [1], nous nous affranchissons de T_r (voir section 4.4).

1. L'ETL est un état physique bien défini ; cependant, il existe une multitude d'états *hors ETL*. Afin de clarifier nos

Nous ne nous affranchissons jamais réellement ici de l'hypothèse d'une distribution spectrale (globale ou par groupe) de type corps noir. La seule manière de passer outre serait d'inclure le post-traitement radiatif (voir section 5.2) dans l'hydrodynamique, ce qui est actuellement prohibitif.

4.1.2 Pression radiative et relation de fermeture M1

Les équations aux moments présentent plusieurs avantages (section 3.1.3.3 ; Mihalas et Mihalas, 1984) : comme les grandeurs radiatives sont intégrées sur les angles solide, en plus d'avoir un sens physique, ces équations permettent de fortement réduire la dimensionalité du problème. Cette méthode possède cependant un défaut intrinsèque majeur : le *moment d'ordre n* de l'intensité spécifique est décrit par une équation qui fait intervenir les moments jusqu'à l'ordre $n+1$ (voir par exemple pour les deux premiers moments le système (3.2)). Il y a donc toujours une variable radiative de plus que d'équations et le système est ouvert.

Dans deux cas de figure, ces équations suffisent :
- si le rayonnement est isotrope, alors le moment d'ordre 2 (la pression radiative spécifique P_ν) vaut le tiers du moment d'ordre 0 (l'énergie radiative spécifique E_ν), et le moment d'ordre 1 (le flux spécifique F_ν) est nul ;
- dans le régime diffusif, c'est-à-dire quand le milieu est optiquement très épais [2], nous retrouvons $P_\nu \simeq E_\nu/3$, mais le flux n'est plus rigoureusement nul ; la méthode FLD (voir section 3.1.3.2) est dans ce cas pertinente, et la grande épaisseur optique permet de se passer d'un limiteur de flux.

Dans tous les autres cas, il faut recourir à une relation supplémentaire permettant de définir la pression radiative.

4.1.2.1 Hiérarchie des modèles aux moments

L'élaboration d'un modèle aux moments, comme celui que nous utilisons pour le transfert radiatif, débute par le choix d'un sous-espace vectoriel, $\mathbb{M}$, de fonctions réelles de la direction de propagation [3] $\vec{n}$ (voir figure 3.1) à valeurs réelles [4], comme $3\,\vec{n}\otimes\vec{n}\otimes\vec{n}$ par exemple. Les *moments* $\mathcal{M}_i$ de l'intensité spécifique I sont alors construits à partir des vecteurs de base m_i de $\mathbb{M}$:

$$\mathcal{M}_i = \frac{1}{c}\int\oint m_i\, I\, d\Omega dv$$

Notons que les moments de l'intensité sont par conséquent également des éléments de $\mathbb{M}$.

Différents modèles sont alors construits suivant le sous-espace $\mathbb{M}$ choisi. La construction de ces modèles se fait sous certaines contraintes (Levermore, 1996; Dubroca et Feugeas, 1999) :
- l'intensité radiative du modèle est positive ;
- le flux radiatif est limité ($0 \le |\vec{F}_r|/c\,E_r = f \le 1$) ;
- l'entropie est localement dissipée.

propos, nous préciserons autant que possible en quoi l'état considéré ne relève pas de l'ETL.

2. quand le libre parcours moyen des photons est très petit devant l'échelle caractéristique du système
3. Dans le cadre de la physique des milieux raréfiés, $\mathbb{M}$ est constitué de fonctions réelles de la vitesse particulaire.
4. Il est d'usage de choisir pour $\mathbb{M}$ un sous-espace de polynômes de Legendre ou d'harmoniques sphériques ; aucune justification ne permet cependant d'appuyer ce choix.

Connaissant les moments de l'intensité associés à la base du sous-espace $\mathbb{M}$ choisi, la distribution (spectrale) angulaire du rayonnement peut être retrouvée par maximisation de l'entropie[5].

Le premier modèle, ou modèle « $\mathbf{M_1}$ », s'appuie sur $\mathbb{M} = \mathrm{Vect}\{1, \vec{n}\}$. La distribution spectrale angulaire, établie par Dubroca et Feugeas (1999), connaissant les moments E_r et $\vec{F}_r$[6], est alors :

$$I_{\mathrm{M}_1}(\vec{r}, t; \vec{n}, \nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_r} B\left(1-\vec{A}\cdot\vec{n}\right)} - 1} \quad \text{avec} \quad \vec{A} = \frac{2-\sqrt{4-3f^2}}{f^2}\vec{f} \quad \text{et} \quad B^4 = \frac{3+A^2}{3\left(1-A^2\right)^3}$$

où $\vec{f} = \vec{F}_r / cE_r$, $f = \|\vec{f}\|$ et $A = \|A\|$. La distribution spectrale est donc celle d'un corps noir à la température effective :

$$T_r^* = \frac{T_r}{B\left(1-\vec{A}\cdot\vec{n}\right)}$$

Cette température effective dépend du flux réduit $\vec{f}$ et de la direction de propagation considérée $\vec{n}$: la distribution n'est donc plus isotrope. La direction de propagation n'apparaissant qu'à travers le produit scalaire $\vec{A}\cdot\vec{n}$, cette intensité spécifique permet de traiter *au plus* une direction principale de propagation, et est symétrique par-rapport à $\vec{F}_r$ (Minerbo, 1978).

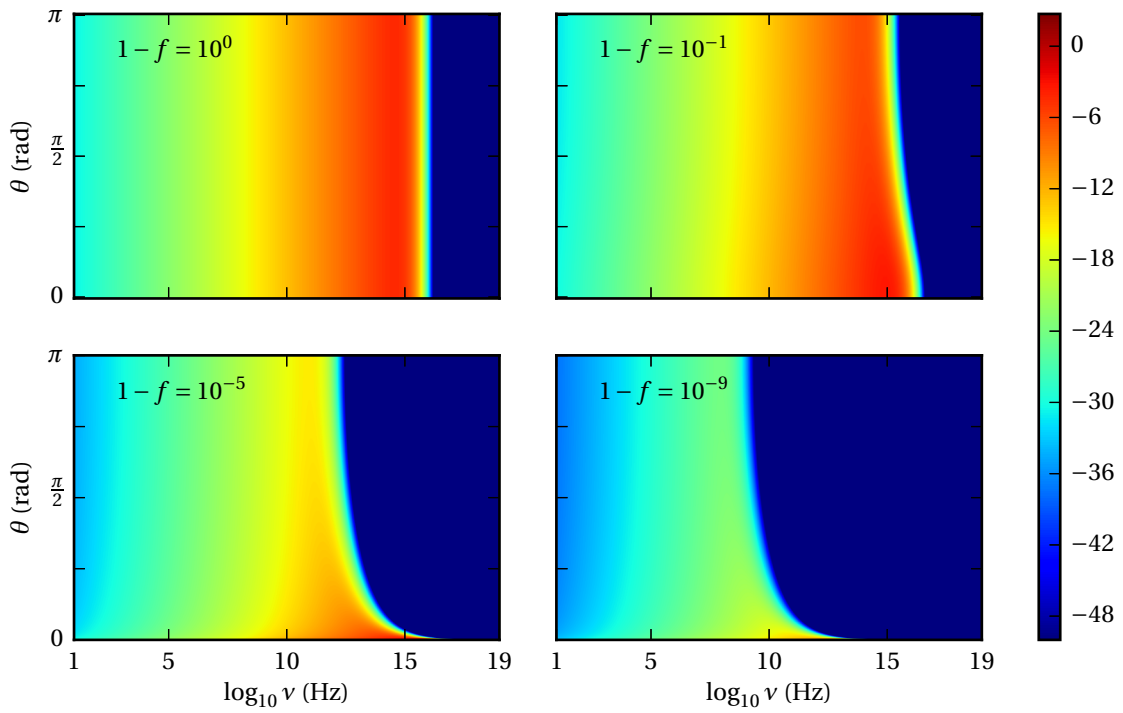

FIGURE 4.1 – *Logaritme décimal de l'intensité spécifique du modèle M1 en fonction de la fréquence ν et de l'angle $\theta = \left(\vec{F}_r, \vec{n}\right)$, pour $T_r = 6000\,\mathrm{K}$, et différentes valeurs du flux réduit f :* 0 `(haut gauche)`, 0,9 `(haut droite)`, $1-10^{-5}$ `(bas gauche)` *et* $1-10^{-9}$ `(bas droite)`. *L'échelle de couleur, coupée à* −50, *est identique pour toutes les cartes.*

La figure 4.1 présente l'intensité I_{M_1} pour $T_r = 6000\,\mathrm{K}$, en fonction de la fréquence et de l'angle formé par $\vec{f}$ et $\vec{n}$. Pour $f = 0$ (en haut à gauche), ce modèle recouvre le cas isotrope : $T_r^* = T_r$ et

5. c'est-à-dire en minimisant la *néguentropie*, appelée « entropie mathématique » par de nombreux auteurs, dont ceux cités dans cette section.

6. Les équations correspondantes sont respectivement (3.2a) et (3.2b).

$I_{\mathrm{M}_1} = B_\nu$, indépendant de θ. Quand f augmente, la figure montre que l'intensité se concentre de plus en plus dans les faibles valeurs de θ. Le cas limite $f = 1$ correspond à une intensité planckienne de température infinie en $\theta = 0$, et une intensité nulle pour tous les autres angles ; cette situation ne se rencontre pas dans la nature : en effet, mêmes les lasers, qui s'en rapprochent le plus, ont une divergence non nulle.

La distribution spectrale étant connue, la pression radiative peut alors être calculée, ce qui conduit à la relation de fermeture :

$$\bar{P}_r = \bar{D}\, E_r$$

où le tenseur d'Eddington $\bar{D}$ a pour expression analytique :

$$\bar{D} = \frac{1-\chi}{2}\bar{I} + \frac{3\chi-1}{2}\vec{i}\otimes\vec{i}\ , \quad \chi = \frac{3+4f^2}{5+2\sqrt{4-3f^2}} \quad \text{et} \quad \vec{i} = \frac{\vec{f}}{f} = \frac{\vec{F}_r}{F_r}$$

L'expression précédente du tenseur d'Eddington, obtenue par maximisation de l'entropie, se retrouve également en appliquant une transformation de Lorentz à une distribution isotrope de photons (González, 2006).

Le second modèle, ou modèle « $\mathbf{M_2}$ », s'appuie sur $\mathbb{M} = \mathrm{Vect}\{\vec{n}, \vec{n}\otimes\vec{n}\}$ et porte donc sur le flux et la pression radiatifs. Comparé au modèle M_1, il possède l'avantage de pouvoir restituer jusqu'à deux directions principales de propagation, mais présente deux inconvénients majeurs (Feugeas, 2004) :

- la relation de fermeture n'a pas de formulation analytique ;
- à trois dimensions (respectivement deux), ce modèle nécessite la résolution de neuf (resp. cinq) équations, contre quatre (resp. trois) pour le modèle M_1.

C'est pourquoi ce modèle n'est présentement pas appliqué, et qu'aucune étude ne s'est penché sur les modèles d'ordre supérieur. De plus, il présente un intérêt très limité pour notre étude unidimensionnelle. Nous nous sommes donc concentrés sur le modèle M_1.

4.1.3 Pression thermique et équation d'état du gaz

La méthode des moments, ici appliquée au rayonnement, tire son origine de l'hydrodynamique. Certains problèmes de cette méthode se rencontrent donc naturellement en hydrodynamique. Les grandeurs thermodynamiques sont en réalité des « moments » de la distribution de vitesse, de la même manière que les grandeurs radiatives sont des « moments » de la distribution spectrale de rayonnement [7]. Pour étayer ce propos, comparons les équations sur l'énergie et le moment du rayonnement à celles du gaz, à l'ordre zéro en v/c :

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \vec{\nabla}\cdot\vec{F}_r + \left(\bar{P}_r : \vec{\nabla}\right)\cdot\vec{v} + \vec{\nabla}\cdot(\vec{v}\,E_r) = \mathfrak{s}_{E_r} \\ \partial_t e \qquad + \quad \vec{\nabla}\cdot\left(p\,\vec{v}\right) + \vec{\nabla}\cdot(\vec{v}\,e) = \mathfrak{s}'_e \end{cases}$$

$$\begin{cases} \partial_t \vec{M}_r + \vec{\nabla}\cdot\bar{P}_r + \left(\vec{M}_r\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v} + \vec{\nabla}\left(\vec{v}\cdot\vec{M}_r\right) = \vec{\mathfrak{s}}_{M_r} \\ \partial_t \vec{\mathfrak{p}} + \vec{\nabla} p \qquad\qquad + \vec{\nabla}\left(\vec{v}\cdot\vec{\mathfrak{p}}\right) = \vec{\mathfrak{s}}'_m \end{cases}$$

avec $\vec{\mathfrak{p}} = \rho\,\vec{v}$ l'impulsion du gaz. Nous avons sorti les termes de pression et d'impulsion du gaz des sources $\mathfrak{s}_e$ et $\vec{\mathfrak{s}}_m$, d'où la notation « $'$ ». Le problème de fermeture du système d'équations du rayonnement s'applique donc identiquement aux équations du fluide.

7. égale à l'intensité spécifique à l'équilibre thermodynamique.

La relation de fermeture du système d'équations hydrodynamique, c'est-à-dire une relation entre les variables d'état, porte le nom d'*équation d'état*. Nous utilisons dans cette étude une équation d'état de type « gaz parfait »[8] :

$$p = n_{\text{tot}}\, k\, T \Leftrightarrow e = \frac{3}{2} p$$

La densité volumique totale de particules libre n_{tot} englobe les neutres, les ions, et les électrons libres issus de l'ionisation. Il apparaît donc important ici de traiter soigneusement l'ionisation du gaz, qui dépend de la composition chimique choisie pour le gaz étudié.

4.2 Composition chimique du gaz

Le milieu que nous étudions est un gaz de densité volumique de masse ρ, composé de différentes espèces chimiques $\{C\}$. Chaque espèce C a une masse atomique[9] $m_C = A_C \times \text{uma}$, une densité numérique n_C et une fraction de masse $X_C = n_C\, m_C / \rho$. Pour l'hydrogène et l'hélium, nous emploierons les notations standards, c'est-à-dire $X_{\text{H}} \equiv X$, $X_{\text{He}} \equiv Y$. La métallicité du gaz est alors définie par :

$$Z \triangleq 1 - X - Y = \frac{1}{\rho} \sum_{C \neq \text{H,He}} n_C\, m_C$$

4.2.1 Abondances

Il existe plusieurs manières de définir dans un milieu l'abondance d'une espèce chimique : elle peut être absolue ou relative par rapport à un élément donné, basée sur la densité massique ou numérique, ...

Nous désignons par $\mathcal{E}_C$ l'abondance numérique relative de l'espèce C par rapport à celle de l'hydrogène, normalisée à 10^{12} (voir par exemple Grevesse et Sauval, 1998; Asplund *et al.*, 2009), et par ϵ_C son logarithme décimal :

$$\epsilon_C = \log_{10} \frac{n_C}{n_{\text{H}}} + 12 \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{E}_C = 10^{\epsilon_C} = \frac{n_C}{n_{\text{H}}} \times 10^{12}$$

L'atmosphère des étoiles jeunes a une composition chimique très proche de celle du milieu interstellaire (MIS) qui a formé ces étoiles. Le gaz issu de la nucléosynthèse primordiale (pour lequel $X \simeq 3/4$, $Y \simeq 1/4$ et $Z \ll 1$) s'est enrichi en hélium et autres métaux par des nucléosynthèses stellaires successives pour aboutir à la composition chimique actuelle du MIS ($X \simeq 0{,}71$, $Y \simeq 0{,}28$ et $Z \simeq 0{,}01$ pour le MIS local, voir par exemple Grevesse et Sauval, 1998; Turck-Chièze *et al.*, 2011).

La composition des atmosphères stellaires est affectée par les deux principaux mécanismes suivants (Brun *et al.*, 1998) :

- la migration gravitationnelle, suivant le poids de chaque espèce et chaque isotope : il en résulte une atmosphère « décantée », appauvrie en éléments lourds qui ont migré dans l'étoile ; ce mécanisme seul ne permet pas d'expliquer certaines abondances d'éléments lourds à la surface du Soleil ;

8. Nous ne supposons pas l'ionisation du gaz constante : il ne s'agit donc pas de l'équation d'état d'un gaz parfait *au sens strict*.

9. Nous n'avons pas recours dans ce travail à la masse totale présente d'une espèce, qui pourrait également être notée m_C (par analogie avec n_C). Il n'y a donc *à fortiori* pas d'ambiguïté sur les notations.

– la diffusion microscopique de certains éléments (surtout les éléments lourds) qui interagissent fortement avec le rayonnement, et subissent une accélération radiative centrifuge : ce phénomène permet à ces éléments de contrer la stratification gravitationnelle et génère un mélange efficace de ces espèces.

Il en résulte une composition chimique atmosphérique finalement proche de la composition primordiale ($X \simeq 0{,}74$, $Y \simeq 0{,}25$ et $Z \simeq 0{,}01$, voir par exemple Grevesse et Sauval, 1998; Asplund *et al.*, 2009).

Le gaz accrété par les étoiles jeunes est proche de celui du MIS. Cependant, les éléments réfractaires se condensent dans les régions externes et froides des disques d'accrétion pour former des grains, déplétant de ce fait la phase gazeuse en éléments lourds (Fitzpatrick, 1996).

C'est pourquoi nous nous appuyons sur les abondances « initiales » de la photosphère solaire (composition chimique du MIS local) afin de définir la composition chimique dans notre étude. Nous utilisons ici les abondances fournies par Grevesse et Sauval (1998) : ce choix n'est pas optimal pour modéliser des étoiles de type T Tauri, mais est contraint par les tables d'opacités utilisées et disponibles (voir chapitre 5 pour plus de détails). Nous obtenons [10] :

$$\frac{X_C}{X} = \frac{n_C}{n_\mathrm{H}}\frac{m_C}{m_\mathrm{H}} = \frac{\mathcal{E}_C}{10^{12}}\frac{m_C}{m_\mathrm{H}}$$

$$\sum_C X_C = 1 \Leftrightarrow X = \frac{1}{\sum_C \frac{X_C}{X}} = \frac{10^{12}\, m_\mathrm{H}}{\sum_C \mathcal{E}_C\, m_C} \quad \Rightarrow \begin{cases} X = 0{,}709 \pm 0{,}009 & (1{,}3\%) \\ Y = 0{,}275 \pm 0{,}009 & (3{,}3\%) \\ Z = 0{,}0163 \pm 0{,}0001 & (0{,}8\%) \end{cases}$$

4.2.2 Métal moyen

Comme nous n'avons besoin pour l'hydrodynamique que du nombre de particules libres, et donc du nombre d'électrons libres, nous ne prenons en compte dans ce travail que trois espèces chimiques effectives : l'hydrogène, l'hélium et un métal moyen. Ce métal moyen, que nous désignerons par « M », permet de compléter la composition chimique : sa fraction en masse correspond à la métallicité calculée ci-dessus.

Nous ne considérons qu'une seule ionisation de M. Par analogie avec l'hydrogène, nous prendrons donc pour degré de dégénérescence du fondamental $g_{\mathrm{M\,I}} = 2$ et pour l'ion $g_{\mathrm{M\,II}} = 1$.

De façon cohérente avec le calcul des fractions en masse, nous définissons la masse atomique du métal moyen par :

$$m_\mathrm{M} = \frac{\sum_{C\neq \mathrm{H,He}} n_C\, m_C}{\sum_{C\neq \mathrm{H,He}} n_C} = \frac{\sum_{C\neq \mathrm{H,He}} \mathcal{E}_C\, m_C}{\sum_{C\neq \mathrm{H,He}} \mathcal{E}_C} \simeq 17 \pm 1\,\mathrm{uma}\ (7\%)$$

avec les masses atomiques de l'IUPAC [11] (Wieser *et al.*, 2013). Nous utilisons cette moyenne pour définir le nombre d'électrons de valence ($\mathcal{Z}^*$) de M I, à partir du nombre d'électrons de valence

10. Les incertitudes, ici et dans ce qui suit, sont dominées par celles sur les abondances ; le détail de leur calcul est repris dans l'annexe A, section A.1. Les 83 espèces chimiques de Grevesse et Sauval (1998) (abondances photosphériques, complétées par les abondances météoritiques) ont été utilisées dans ce calcul, afin d'éviter l'omission cumulée d'un grand nombre de petites contributions.

11. Ces masses atomiques sont en parfait accord avec celles que fournissent le NIST.

des métaux $\mathcal{Z}^*_{C,0}$ ($C \neq$ H,He) :

$$\mathcal{Z}^*_{\mathrm{M\,I}} = \frac{\sum\limits_{C\neq \mathrm{H,He}} \mathcal{E}_C\, \mathcal{Z}^*_{C,0}}{\sum\limits_{C\neq \mathrm{H,He}} \mathcal{E}_C} \simeq 5{,}5 \pm 0{,}5 \ \ (8\%)$$

La masse atomique obtenue est cohérente (au vu des incertitudes) avec celle du métal moyen utilisé par Stellingwerf (1982) : bien que la métallicité ne soit pas la même, nous reprendrons le potentiel d'ionisation du métal moyen que cet auteur a adopté pour correctement modéliser l'ionisation du fer, du magnésium et du silicium dans les enveloppes froides des Céphéides, soit $I_{\mathrm{M}} = 7{,}6\,\mathrm{eV}$.

Remarques :

- $\mathcal{Z}^*_{\mathrm{M\,I}}$ s'appuie sur le nombre d'électrons de valence des neutres ; un calcul plus précis devrait prendre en compte celui des espèces à leur degré d'ionisation « moyen » sur la plage de température et de densités explorée ;
- le métal moyen ne contribue au plus qu'à un pour mille dans la densité numérique d'électrons (le calcul est présenté dans la section 4.3) : il est donc inutile, dans notre étude, d'affiner le modèle ci-dessus de métal moyen.

Les données physico-chimiques utiles adoptées pour ces éléments sont regroupées dans le tableau 4.2.

TABLE 4.2 – *Données physico-chimiques des espèces prises en compte dans le calcul de la densité d'électrons ; les fonctions de partition sont prises égales à la dégénérescence des niveaux fondamentaux (voir l'annexe B.1.1.3 pour plus de détails). Références : [1] IUPAC, [2] Asplund* et al. *(2009), [3] NIST et Stellingwerf (1982).*

Espèce	**Hydrogène**		**Hélium**			**Métal**		Réf.
m_C (uma)	1,0078		4,0026			17		[1]
X_C	0,709		0,275			0,0163		[2]
C,r	**H I**	**H II**	**He I**	**He II**	**He III**	**M I**	**M II**	
$I_{C,r}$ (eV)	13,598	–	24,587	54,418	–	7,6	–	[3]
$U_{C,r}$	2	1	1	2	1	2	1	[1]

4.3 Calcul de l'ionisation à l'ETL

L'ionisation du plasma détermine en partie les pertes d'énergie en régime optiquement mince, via l'excitation collisionnelle par impact électronique des espèces ioniques présentes. Plusieurs travaux récents [12], traitant à deux ou trois dimensions la question des chocs d'accrétion, supposent que le plasma est en tout point complètement ionisé. Les pertes radiatives, dans les régions où le gaz est faiblement ionisé, sont alors fortement surévaluées avec cette hypothèse.

Une première avancée consiste à déterminer l'ionisation du plasma à l'aide de l'équation de Saha (1919) [13], ce qui ne peut se justifier que lorsque l'équilibre thermodynamique local (ETL)

12. voir par exemple Orlando *et al.* (2010, 2011, 2013); Matsakos *et al.* (2013).
13. L'annexe B.1 est consacrée à la démonstration et à la résolution de cette équation, décrite succinctement dans la section 4.3.2.1.

prévaut, c'est-à-dire dans des régions optiquement épaisses. De telle régions se rencontrent rarement dans les systèmes étudiés ici.
Pour des épaisseurs optiques modérées, comme celles rencontrées dans les régions chromosphériques (chapitre 7), l'ionisation doit être traitée hors de l'ETL, en tenant compte de la présence d'un champ de rayonnement incident hors de l'équilibre avec la matière (comme par exemple le rayonnement issu de la photosphère). Sous certaines hypothèses, qui seront précisées dans la section 4.3.3, Pottasch et Thomas (1959) puis Brown (1973) ont proposé une « équation de Saha modifiée », appropriée à ce régime [14]. Cette approche, utilisée dans des travaux récents (voir par exemple Sacco *et al.*, 2008, 2010; Xu *et al.*, 2011; Leake et Linton, 2013), est présentée dans la section 4.3.3.
Cependant, la physique des chocs d'accrétion conduit à des situations où le chauffage - ou le refroidissement - du plasma est plus rapide que le temps caractéristique de mise à l'équilibre de l'ionisation, de sorte que nous devons recourir à une formulation cinétique, dépendante du temps. Cette approche est décrite dans la section 4.4 ; c'est celle que nous utilisons dans la majeure partie de cette étude.

4.3.1 Équilibre Thermodynamique Local et température de rayonnement

Un système, isolé ou non, est dit à l'équilibre thermodynamique (local ou global) quand les équilibres *mécanique* (des pressions), *chimique* (de composition et d'ionisation) et *thermique* (d'énergie interne) sont atteints, sans considération sur le temps nécessaire à l'établissement de ces équilibres. Quand les grandeurs intensives d'échange au sein du système et avec l'extérieur sont homogènes, le système est dit à l'*équilibre thermodynamique global* (ETG) ; dans le cas contraire, le système est à l'*équilibre thermodynamique local* (ETL). Certaines études théoriques s'appuient sur un dérivé de l'ETL du nom d'*équilibre thermodynamique équivalent* (ETE, voir l'annexe B.2 pour plus de détails ainsi qu'un exemple d'utilisation) Nous nous intéresserons principalement ici à l'ETL et à des régimes qui ne relèvent pas de ces équilibres thermodynamiques.

L'ETL présuppose deux propriétés du champ de rayonnement (voir par exemple Mihalas et Mihalas, 1984, section 6.2) :

- la distribution spectrale d'énergie du champ de rayonnement est celle d'un corps noir (voir section 3.2.2) :
$$U_\nu = \frac{8\pi\, h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}} - 1} \tag{4.2}$$
où T_r désigne la température du corps noir ou *température du rayonnement*, et telle que l'énergie totale du champ de rayonnement ($\sum_{\mathcal{I}} E_r$) vaut $a_r\, {T_r}^4$ (voir équation (4.1)) ;
- la température du rayonnement est égale à la température du gaz : $T_r = T_g$.

La température du gaz permet donc de définir complètement le champ de rayonnement à l'ETL : c'est pourquoi le rayonnement n'apparaît pas explicitement dans les calculs effectués à l'ETL.

4.3.2 Ionisation à l'ETL

4.3.2.1 Équation de Saha

Soit un gaz non-dégénéré à l'équilibre thermodynamique (local ou global), à une température T ($\equiv T_g = T_r$) et une densité numérique n. Certains de ces éléments peuvent être ionisés :

14. Nous proposons dans l'annexe B.2 une démonstration de l'équation proposée par Brown en 1973.

nous considérons donc ce gaz comme un système constitué d'électrons et d'ions C^{r+}. Soit [15] $n_{C,r}$ la densités numérique de chaque ion C^{r+}. Nous notons de façon générique $X_{C,r}$ leur fraction de masse, et utiliserons plus spécifiquement les formes « compactes » comme $X_{\mathrm{I}} \equiv X_{\mathrm{H\,I}}$, $Z_{\mathrm{II}} \equiv X_{\mathrm{M\,II}}$ ou $Y_{\mathrm{III}} \equiv X_{\mathrm{He\,III}}$. Pour un tel système, l'équation de Saha s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{n_{C,r+1}\, n_e}{n_{C,r}} = 2\frac{U_{C,r+1}}{U_{C,r}}\left(\frac{2\pi\, m_e\, k\, T}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{I_{C,r}}{kT}} = F_{C,r} \tag{4.3}$$

avec n_e la densité numérique d'électrons et U_r (respectivement U_{r+1}) la fonction de partition de l'ion r (resp. $r+1$) fois ionisé.
Compte tenu du fait que le métal moyen ne peut (dans notre modèle) s'ioniser qu'une fois, la densité électronique d'un plasma de densité numérique (du gaz) n vaut au plus :

$$n_* = n_{\mathrm{H}} + 2n_{\mathrm{He}} + n_{\mathrm{M}} = \left(1 + \frac{Y/m_{\mathrm{He}}}{\frac{X}{m_{\mathrm{H}}} + \frac{Y}{m_{\mathrm{He}}} + \frac{Z}{m_{\mathrm{M}}}}\right) n \simeq 1{,}078\, n \tag{4.4}$$

d'où la définition du taux d'ionisation global (densité normalisée d'électrons) : $\xi = n_e/n_*$. Nous définissons de même la contribution de C^{r+} au taux d'ionisation par $\xi_{C,r} = n_{C,r}/n_*$. Nous notons plus particulièrement $X_{\mathrm{I}} = \xi_{\mathrm{H\,I}}$, $Y_{\mathrm{I}} = \xi_{\mathrm{He\,I}}$, $Y_{\mathrm{II}} = \xi_{\mathrm{He\,II}}$ et $Z_{\mathrm{I}} = \xi_{\mathrm{M\,I}}$.

La formule précédente nous permet de calculer la contribution maximale de M dans la densité numérique totale d'électrons :

$$\frac{n_{\mathrm{M}}}{n_*} = \frac{Z/m_{\mathrm{M}}}{\frac{X}{m_{\mathrm{H}}} + 2\frac{Y}{m_{\mathrm{He}}} + \frac{Z}{m_{\mathrm{M}}}} \simeq 0{,}11\%$$

Le métal moyen est donc nécessaire pour compléter la composition chimique, mais joue un rôle mineur dans l'ionisation (et donc pour la pression et le refroidissement du gaz). En conséquence, nous ne recherchons pas à modéliser finement ce métal moyen.

Le système d'équations (4.3) nous donne :

$$\begin{cases} \dfrac{X_{\mathrm{II}}}{X_{\mathrm{I}}} = \dfrac{F_{\mathrm{H\,I}}}{n_e} \\ \dfrac{Y_{\mathrm{II}}}{Y_{\mathrm{I}}} = \dfrac{F_{\mathrm{He\,I}}}{n_e} \\ \dfrac{Y_{\mathrm{III}}}{Y_{\mathrm{II}}} = \dfrac{F_{\mathrm{He\,II}}}{n_e} \Leftrightarrow \dfrac{Y_{\mathrm{III}}}{Y_{\mathrm{I}}} = \dfrac{F_{\mathrm{He\,I}}\, F_{\mathrm{He\,II}}}{n_e^2} \\ \dfrac{Z_{\mathrm{II}}}{Z_{\mathrm{I}}} = \dfrac{F_{\mathrm{M\,I}}}{n_e} \end{cases} \tag{4.5}$$

Le nombre de variables s'élève à huit : les sept $X_{C,r}$ et la densité électronique n_e ; il nous manque donc quatre équations. Trois autres équations nous viennent de la conservation de la matière. En l'absence de réactions nucléaires (ce qui sera toujours notre cas), nous avons :

$$\begin{cases} X = X_{\mathrm{I}} + X_{\mathrm{II}} \\ Y = Y_{\mathrm{I}} + Y_{\mathrm{II}} + Y_{\mathrm{III}} \\ Z = Z_{\mathrm{I}} + Z_{\mathrm{II}} \end{cases}$$

15. Nous préfèrerons à la notation « C,r », de manière équivalente et aussi souvent que possible, la notation spectroscopique, i.e. H I, He II, O VIII, Fe X, ...

La dernière équation est simplement l'expression de la densité électronique :

$$\begin{aligned} n_e = & \quad n_{\mathrm{H\,II}} + n_{\mathrm{He\,II}} + 2\,n_{\mathrm{He\,III}} + n_{\mathrm{M\,II}} \\ = & \rho \left(\frac{X_{\mathrm{II}}}{m_{\mathrm{H}}} + \frac{Y_{\mathrm{II}} + 2\,Y_{\mathrm{III}}}{m_{\mathrm{He}}} + \frac{Z_{\mathrm{II}}}{m_{\mathrm{M}}} \right) \end{aligned}$$

Nous obtenons alors le système d'équations pour l'ionisation à l'ETL :

$$\begin{cases} \dfrac{X_{\mathrm{I}}}{X} - \dfrac{1}{1 + F_{\mathrm{H\,I}}/n_e} = 0 \\ \dfrac{X_{\mathrm{II}}}{X} - \dfrac{F_{\mathrm{H\,I}}/n_e}{1 + F_{\mathrm{H\,I}}/n_e} = 0 \\ \dfrac{Z_{\mathrm{I}}}{Z} - \dfrac{1}{1 + F_{\mathrm{M\,I}}/n_e} = 0 \\ \dfrac{Z_{\mathrm{II}}}{Z} - \dfrac{F_{\mathrm{M\,I}}/n_e}{1 + F_{\mathrm{M\,I}}/n_e} = 0 \end{cases} \quad \& \quad \begin{cases} \dfrac{Y_{\mathrm{I}}}{Y} - \dfrac{1}{1 + F_{\mathrm{He\,I}}/n_e\,(1 + F_{\mathrm{He\,II}}/n_e)} = 0 \\ \dfrac{Y_{\mathrm{II}}}{Y} - \dfrac{F_{\mathrm{He\,I}}/n_e}{1 + F_{\mathrm{He\,I}}/n_e\,(1 + F_{\mathrm{He\,II}}/n_e)} = 0 \\ \dfrac{Y_{\mathrm{III}}}{Y} - \dfrac{F_{\mathrm{He\,I}}\,F_{\mathrm{He\,II}}/n_e^2}{1 + F_{\mathrm{He\,I}}/n_e\,(1 + F_{\mathrm{He\,II}}/n_e)} = 0 \\ \dfrac{n_e}{\rho} - \left(\dfrac{X_{\mathrm{II}}}{m_{\mathrm{H}}} + \dfrac{Y_{\mathrm{II}} + 2\,Y_{\mathrm{III}}}{m_{\mathrm{He}}} + \dfrac{Z_{\mathrm{II}}}{m_{\mathrm{M}}} \right) = 0 \end{cases}$$

Ce système d'équations n'a pas de solution analytique ; nous aurons recours à un solveur numérique basé sur la méthode de Raphson-Newton (voir Numerical Recipes, section 9.6) pour trouver, à chaque pas de temps, la densité d'électrons. Cela revient concrètement à ajouter ces équations au système d'équations de l'hydrodynamique radiative.

4.3.2.2 Contribution de l'ion hydrure

Pour un traitement plus rigoureux, il faudrait prendre en compte un état d'ionisation supplémentaire de l'hydrogène, suivant la réaction :

$$\mathrm{H} + e^- \rightleftarrows \mathrm{H}^-$$

Cela revient à ajouter aux équations (4.5) la contribution de l'ion hydrure H^-, qui joue un rôle significatif dans l'interaction matière-rayonnement (notamment dans la diffusion Thomson, voir par exemple Cox et Giuli, 1968, section 20.4b) :

$$\frac{X_{\mathrm{H}^-}}{X_{\mathrm{I}}} = \frac{n_e}{F_{\mathrm{H}^-}} \quad , \quad F_{\mathrm{H}^-} = 2\frac{U_{\mathrm{H\,I}}}{U_{\mathrm{H}^-}} \left(\frac{2\pi\, m_e\, k\, T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{I_{\mathrm{H}^-}}{kT}}$$

avec $I_{\mathrm{H}^-} = 0{,}754\,\mathrm{eV}$ l'énergie d'ionisation de l'ion hydrure (Pekeris, 1958), pour lequel la fonction de partition $U_{\mathrm{H}^-} = 1$.

Cette équation montre que la densité d'électrons doit être élevée pour obtenir une densité d'ions hydrure significative. Or la source principale d'électrons est la réaction d'ionisation de l'hydrogène : il y a donc compétition entre l'ionisation de H I et la formation de H^- à basse température ($I_{\mathrm{H}^-} < I_{\mathrm{H\,I}}$). La figure 4.2 montre, dans le plan [16] $\rho - T$, l'écart absolu et relatif entre les taux d'ionisation sans hydrure (ξ) et avec hydrure (ξ') :

- à haute température, l'hydrogène est complètement ionisé, d'où $\xi' \simeq \xi$: l'écart relatif (et donc absolu) tend donc vers zéro ;
- à basse température, la réaction $\mathrm{H} + e^- \rightleftarrows \mathrm{H}^-$ consomme des électrons, et ξ' diminue plus rapidement que ξ avec la température : l'écart relatif tend vers 1 mais l'écart absolu tend vers ξ, donc vers zéro.

16. Le domaine du plan $\rho - T$ est choisi pour englober les trajectoires suivies, dans ce plan, par les systèmes étudiés dans cette thèse.

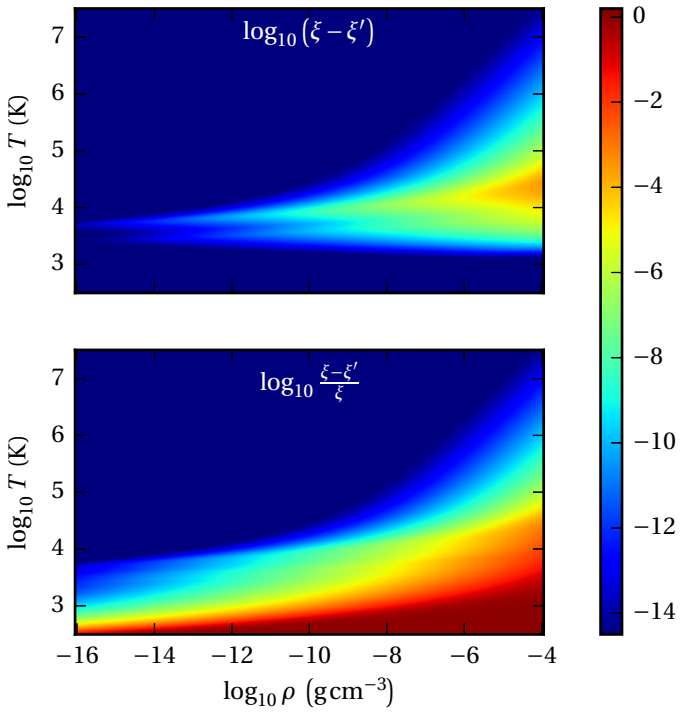

FIGURE 4.2 – *Contribution de la prise en compte de l'ion hydrure dans la chimie - écart absolu* (`haut`) *et relatif* (`bas`) *entre le taux d'ionisation du mélange (voir tableau 4.2) sans (ξ) et avec (ξ') la contribution de l'hydrure, en fonction de la densité et de la température.*

La figure du haut fait ressortir le domaine de température et de pression où la contribution absolue de l'ion hydrure est la plus significative [17] ; l'écart vaut au plus 10^{-4}, ce qui est inférieur à la précision à laquelle nous pouvons prétendre.

Au vu de ce qui précède, nous considèrerons par la suite la contribution de l'ion hydrure sur la densité totale d'électrons comme négligeable.

4.3.3 Source de rayonnement externe - équation de Saha modifiée

L'équation de Saha n'est valable qu'à l'*ETL* : l'ionisation est dominée par les collisions avec les électrons. Le milieu doit donc être suffisamment dense et est de plus supposé optiquement épais sur l'ensemble du spectre, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de perte radiative ni de source externe de rayonnement. Cette hypothèse n'est pas toujours justifiée dans notre étude, et il nous faut aller au-delà de cette équation.

Si dans les couches profondes des atmosphères, le milieu est à l'ETL, dans les couches supérieures (notamment dans la chromosphère), les photons commencent à s'échapper. Cela réduit la population des niveaux concernés des atomes et ions en-dessous de celui à l'ETL. Dans le cas de l'hydrogène, bien que le continu et les raies de Lyman restent optiquement épais, le continu de Balmer ne l'est plus. Les photons Balmer s'échappent alors du plasma et affectent les couches supérieures comme une *source externe de rayonnement*.

Ces faibles écarts à l'ETL ont été pris en compte dans les travaux de Brown (1973) sous la forme d'une correction à l'équation de Saha. Cette correction permet de prendre en compte le caractère optiquement mince du continu Balmer pour l'hydrogène, et nous l'étendrons à la première ionisation de l'hélium (voir l'annexe B.2 pour plus de détails). Le système d'équations

17. Seule la densité électronique totale nous intéresse *in fine*.

(4.5) reste inchangé, hormis les deux termes $F_{\mathrm{H\,I}}$ et $F_{\mathrm{He\,I}}$, qui deviennent :

$$F_{\mathrm{H\,I}} = \left(\frac{2\pi\, m_e\, k\, T_g}{h^2}\right)^{3/2} \frac{W\, T_r}{T_g}\, e^{-\frac{I_{\mathrm{H\,I}}}{k\,T_g}\left(\frac{T_g}{4T_r}+\frac{3}{4}\right)} \qquad \text{et} \qquad F_{\mathrm{He\,I}} = 4\left(\frac{2\pi\, m_e\, k\, T_g}{h^2}\right)^{3/2} \frac{W\, T_r}{T_g}\, e^{-\frac{I_{\mathrm{He\,I}}}{k\,T_g}\left(\frac{T_g}{4T_r}+\frac{3}{4}\right)}$$

où T_r désigne la température du rayonnement (voir section 4.3.1) et W représente le facteur de dilution du champ de rayonnement. Ce dernier traduit les écarts entre la distribution spectrale d'énergie radiative effective et celle d'un corps noir de même température de couleur [18] ; cela conduit à modifier la formule (4.2) en :

$$U_\nu = \frac{8\pi\, h\, \nu^3}{c^3} \frac{W}{e^{\frac{h\nu}{k\,T_r}} - 1} \tag{4.6}$$

En pratique, ce facteur traduit essentiellement la dilution de l'énergie radiative avec la distance à la source, c'est-à-dire l'angle solide sous-tendu par la source divisé par 4π. Comme notre étude est effectuée au voisinage proche de la surface des étoiles, nous prendrons $W = 0{,}5$.

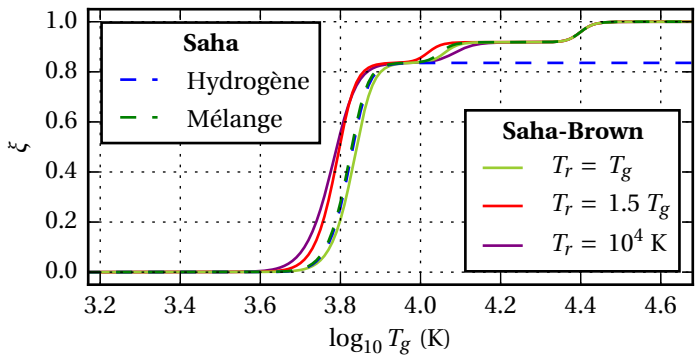

FIGURE 4.3 – *Taux d'ionisation du mélange décrit dans le tableau 4.2 en fonction de la température du gaz, pour une densité de 10^{11} cm^{-3} et un facteur de dilution de* 0,5. *Les taux issus de l'équation de Saha simple et modifiée sont respectivement représentés par des tirets et des lignes continues.*

La figure 4.3 illustre l'influence de cette correction sur l'ionisation du mélange décrit dans le tableau 4.2. Nous pouvons nettement distinguer trois paliers : près de 6000 K, l'hydrogène s'ionise, puis vers 11 000 K, l'hélium neutre s'ionise à son tour, et finalement autour de 25 000 K, la seconde ionisation de l'hélium se produit. L'ionisation de M, qui se produit autour de 3200 K, n'est perceptible qu'en échelle logarithmique.

Pour $W = 1$ et quand $T_r = T$, la correction devient unitaire et on retrouve l'équation de Saha. Nous prendrons ce cas en référence, appliqué à l'hydrogène seul (pointillés bleus) ou au mélange (pointillés verts). La prise en compte de l'ionisation de l'hélium et du métal moyen modifie légèrement l'ionisation de l'hydrogène seul ; cela est à peine perceptible sur la figure.

Si $T_r = 1{,}5\,T$, le champ de rayonnement a un excédent d'énergie par rapport au gaz et va donc favoriser l'ionisation (phénomène endothermique) ; la courbe rouge est semblable à la courbe verte, et « décalée » vers les basses températures (sauf concernant le troisième saut à 25 000 K car l'ionisation de He II n'est pas affectée).

Pour une température de rayonnement $T_r = 10^4$ K par exemple, deux situations se distinguent de par la valeur de la température des électrons par rapport à T_r :

- quand $T_r > T$, nous nous retrouvons dans la situation précédente, et la correction renforce l'ionisation : l'ionisation de l'hydrogène est avancée ;
- quand $T_r < T$, la situation s'inverse : le rayonnement à un défaut d'énergie par rapport au gaz ; sa contribution à l'ionisation sera donc diminuée et la correction freine l'ionisation :

18. La température de couleur d'une source lumineuse est la température du corps noir qui a la chromaticité la plus proche de cette source.

l'ionisation de l'hélium neutre est retardée.

4.4 Ionisation dépendante du temps - régime collisionnel-radiatif

La correction précédente inclut certains effets ne relevant pas de l'ETL ; cependant, un tel calcul des degrés d'ionisation ne peut être appliqué à la description du plasma accrété par les étoiles jeunes, au vu de sa faible densité ($\rho \sim 10^{-13}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, voir section 1.2.2). Nous considérons donc le régime caractéristique des faibles densités, appelé *régime coronal*. Ce régime est caractérisé par :

- l'ionisation collisionnelle des atomes et des ions, supposés dans leur état fondamental (pas d'absorption, donc pas d'ionisation radiative) ;
- la recombinaison radiative de ces mêmes particules sur un quelconque de leurs niveaux d'énergie, suivie le cas échéant de leur désexcitation radiative spontanée.

Ce régime prévaut dans les milieux à faible densité, quand la recombinaison radiative (qui ne dépend pas du champ de rayonnement ni de son couplage avec la matière) domine devant la recombinaison collisionnelle (à trois corps [19], donc fortement dépendante de la densité), et optiquement minces, pour lesquels le taux d'ionisation radiative est négligeable devant le taux d'ionisation collisionnelle ; finalement, la population du niveau $n = 2$ doit être faible devant celle du fondamental afin de considérer les atomes et ions dans leur état fondamental.

Dans nos calculs, nous prenons en compte la photo-ionisation, depuis le niveau fondamental, de l'hydrogène et de l'hélium (He I et He II), qui n'est pas toujours négligeable (notamment dans la chromosphère), ainsi que la recombinaison diélectronique de l'hélium.

Nous détaillons dans cette section les taux de recombinaison (section 4.4.1) et d'ionisation (sections 4.4.2 et 4.4.3) utilisés dans ce travail, désignés par l'élément le moins ionisé, c'est-à-dire par l'élément subissant l'ionisation ou par l'élément recombiné. Nous posons ensuite le système d'équations décrivant l'état d'ionisation du gaz, et cherchons l'équilibre qui lui est associé (section 4.4.4). Pour alléger les notations, sachant que $T \equiv T_g = T_e \neq T_r$, nous posons :

$$\Theta_{C,r} = \frac{I_{C,r}}{k\,T}$$

4.4.1 Taux de recombinaison

Les réactions de recombinaison radiative ($C^{r+} + e^- \rightarrow C^{(r-1)+}$) peuvent s'effectuer vers l'un quelconque des états n de l'ion $C^{(r-1)+}$, avec un coefficient de recombinaison (ou de capture électronique) spécifique au niveau d'énergie d'arrivée. Le taux de recombinaison total $\beta_{C,r}$ (en $\mathrm{cm^3\,s^{-1}}$) est la somme sur tous les niveaux (fondamental compris, souvent désigné comme « cas A ») des taux de recombinaison correspondants. Nous avons adopté, pour H II, He II et He III, la formule d'interpolation de ces sommes proposée par Verner et Ferland (1996) et valide dans le domaine de température $3\,\mathrm{K} \leq T \leq 10^{10}\,\mathrm{K}$:

$$\beta_{C,r}(T) = \frac{a}{\sqrt{\frac{T}{T_0}}\left(1+\sqrt{\frac{T}{T_0}}\right)^{1-b}\left(1+\sqrt{\frac{T}{T_1}}\right)^{1+b}} \tag{4.7}$$

19. Une troisième particule, en plus de l'ion et de l'électron, récupère l'énergie d'ionisation libérée lors de la recombinaison.

où a, b, T_0 et T_1 sont les paramètres d'ajustement, repris dans le tableau récapitulatif 4.3 et représentés dans la figure 4.4 (lignes). Nous avons choisi, pour représenter le métal moyen (M I), les paramètres correspondant au Fe XVI (qui correspond approximativement au degré moyen d'ionisation du fer dans la haute chromosphère).

L'approximation « on the spot » s'applique quand le rayonnement du continu Lyman est localement réabsorbé. En cohérence avec l'hypothèse de l'ionisation collisionnelle (donc avec l'hypothèse du régime coronal), l'essentiel du plasma que nous étudions est optiquement mince dans les fréquences proches de celle du continu Lyman ; les photons ionisants, émis lors des recombinaisons, peuvent alors s'échapper du système. Les taux de recombinaison doivent alors inclure la recombinaison sur le fondamental, ce qui correspond au « cas A » présenté dans la section précédent.
Dans le « cas B », ou approximation *on the spot*, ce n'est plus le cas. Chaque recombinaison radiative sur le fondamental est suivie d'une nouvelle ionisation radiative, conduisant à un bilan nul du point de vue de l'ionisation : le taux effectif de recombinaison total ne doit alors correspondre qu'à la somme des coefficients de capture électronique vers les niveaux $n = 2$ à $+\infty$.
Dans cette situation, nous utiliserons les taux de recombinaison radiative $\beta^*_{C,r}$ (en cm^3 s^{-1}) compilés par Hui et Gnedin (1997) :

$$\beta^*_{C,r}(T) = \frac{a\,\Theta^b_{C,r}}{\left(1 + P\,\Theta^{0,407}_{C,r}\right)^{2,242}} \tag{4.8}$$

Le cas B n'affecte que l'hydrogène et l'hélium ; nous conserverons le taux de recombinaison radiative du cas A pour le métal moyen. Les paramètres d'ajustement a, b et P sont également repris dans le tableau récapitulatif et représentés dans la figure 4.4 (tirets).

Le processus de recombinaison diélectronique est très efficace dans les plasmas chauds et dilués ($T \geq 10^6$ K et $n_e \leq 10^{12}$ cm^{-3}) : il s'agit de la capture d'un électron libre accompagnée de l'excitation d'un électron lié, et suivie des désexcitations radiatives spontanées des deux électrons excités résultants. Au vu de la composition chimique adoptée, ce phénomène n'agit que sur l'ion He II. Nous avons adopté, pour ce processus, le taux $\beta^d_{\mathrm{He\,I}}$ (en cm^3 s^{-1}) calculé par Aldrovandi et Pequignot (1973), avec l'ajustement analytique proposé par Hui et Gnedin (1997) :

$$\beta^d_{\mathrm{He\,I}}(T) = 1{,}25.10^{-11}\,\Theta^{3/2}_{\mathrm{He\,I}}\,e^{-0{,}75\,\Theta_{\mathrm{He\,I}}}\left(1 + 0{,}3\,e^{-0{,}15\,\Theta_{\mathrm{He\,I}}}\right) \qquad \left(\mathrm{cm^3\,s^{-1}}\right) \tag{4.9}$$

Les métaux (au-delà de l'hélium) peuvent tous s'ioniser au moins trois fois (bien que le « métal moyen » sous lequel nous les avons artificiellement regroupés ne s'ionise qu'une fois) : ils sont donc sujet à la recombinaison diélectronique. Toutefois, au vu de sa très faible contribution à la densité totale d'électron (*jusqu'à* 0,11%), nous ne prenons pas en compte ce phénomène pour le métal moyen.
Le taux de recombinaison diélectronique est représenté en fonction de la température électronique sur la figure 4.4 (points-tirets verts). Celle-ci montre que la recombinaison diélectronique domine la recombinaison radiative (cas A et B) pour $T_e \gtrsim 25\,000$ K.

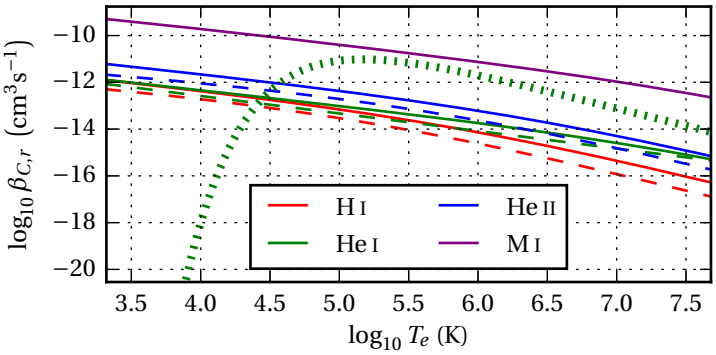

FIGURE 4.4 – *Taux de recombinaison radiative de* H I (rouge), He I (vert), He II (bleu), *et de* M I (pourpre) *en fonction de la température électronique, dans le cas A* (lignes) *et B* (tirets) *; la recombinaison diélectronique vers* He I *est ajouté en* pointillets verts.

4.4.2 Taux d'ionisation collisionnelle

Nous avons adopté, pour les taux d'ionisation collisionnelle $\alpha_{C,r}$ (en cm^3 s^{-1}) de H I, He I et He II depuis leur niveau fondamental, les ajustements proposés par Voronov (1997) [20]. Ils reproduisent, dans le domaine $T \leq 10\,\text{keV}$ ($\simeq 100\,\text{MK}$), les taux compilés, analysés, et recommandés par le « Groupe de Belfast » [21] (Bell *et al.*, 1983; Lennon *et al.*, 1988) :

$$\alpha_{C,r}(T) = a \frac{1 + P\sqrt{\Theta_{C,r}}}{\Theta_0 + \Theta_{C,r}} \Theta_{C,r}^b \, e^{-\Theta_{C,r}} \tag{4.10}$$

Les valeurs des paramètres d'ajustement a, P, Θ_0 et b sont données dans le tableau récapitulatif 4.3, et les taux sont tracés en fonction de la température (électronique) sur la figure 4.5.

Nous étendrons l'utilisation de la formule précédente au cas de M I, pour lequel nous n'avons pas directement accès à ces paramètres ; nous nous appuyons dans ce cas sur l'expression du taux d'ionisation collisionnelle de Nowak et Ulmschneider (1977) :

$$\alpha_{\text{M I}}(T) = 2{,}7\, \mathcal{Z}^*_{\text{M I}}\, T^{-3/2}\, e^{-\Theta_{\text{M I}}}\, \Theta_{\text{M I}}^{-2}$$

qui ne présente qu'un paramètre effectif : le nombre d'électrons de valence du métal moyen. En utilisant la valeur de $\mathcal{Z}^*_{\text{M I}}$ estimée dans la section 4.2.2, nous pouvons nous ramener à la formule précédente en prenant $P = \Theta_0 = 0$, $b = 1/2$ et $a = 5{,}67.10^{-7}\,\text{cm}^3\,\text{s}^{-1}$.

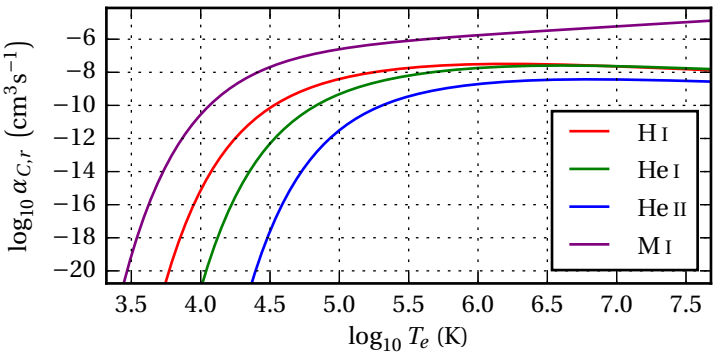

FIGURE 4.5 – *Taux d'ionisation collisionnelle de* H I (rouge), He I (vert), He II (bleu), *et de* M I (pourpre) *en fonction de la température électronique.*

20. Le résultat est inchangé avec le coefficient d'ionisation collisionnelle de Seaton (1964) ; les valeurs sont très proches en dessous de 10 000 K, température à laquelle l'hydrogène est complètement ionisé.

21. avec des corrections apportées par Kato *et al.* (1991), Arnaud et Rothenflug (1985) et Arnaud et Raymond (1992) pour l'autoionisation, corrections qui concernent les éléments de masses intermédiaires, que nous ne considérons pas ici.

4.4.3 Taux de photo-ionisation

Dans la détermination des taux de recombinaison radiative (section 4.4.1), nous avons distingué deux cas. Le « cas A » correspond aux situations physiques où le plasma est complètement transparent. Sur l'ensemble des régions décrites par le « cas B », le libre parcours moyen des photons ionisants est bien inférieur à toutes les échelles spatiales pertinentes du problème.
Dans les situations intermédiaires, la photo-ionisation apporte une contribution supplémentaire à l'ionisation collisionnelle. Nous évaluons ici cette contribution, en supposant que le spectre du rayonnement est localement planckien au-delà de la fréquence seuil ν_{I} (limite entre les deux premiers groupes de fréquences présentés dans le tableau 4.1), à une température T_r, et avec un facteur de dilution W. Cette hypothèse est de médiocre qualité, et devra être levée par la suite.

Au vu de la difficulté que pose la définition, pour chaque groupe de fréquence, d'une température de rayonnement physiquement exploitable (i.e. qui permette de réinvestir directement des formules établis en monogroupe), nous avons choisi de nous passer de cette grandeur dans l'estimation des taux de photo-ionisation. Nous exposons dans un premier temps (section 4.4.3.1) la démarche adoptée afin de contourner l'utilisation de T_r, puis nous présentons les taux de photo-ionisation pour les différents éléments. Ces derniers font intervenir des approximations d'intégrales présentées et établies dans l'annexe A, section A.3.

4.4.3.1 Démarche

L'idée de base est d'exprimer les taux de photo-ionisation en fonction des grandeurs radiatives auxquelles nous avons accès. En monogroupe, la température du rayonnement incarne souvent ce rôle. Notre choix s'est cependant porté sur la densité d'énergie du rayonnement *non diluée* et *au-delà de la fréquence* ν_{I}, que nous notons E_* :

$$E_* = 2\pi \int_{\nu_{\mathrm{I}}}^{\infty} B_\nu d\nu = \overset{\text{(monogroupe)}}{\frac{E_r}{W} \times \mathfrak{D}\left(\frac{h\,\nu_{\mathrm{I}}}{k\,T_r}\right)} = \overset{\text{(multigroupe)}}{\frac{E_r(\mathcal{I}_{\mathrm{II}}) + E_r(\mathcal{I}_{\mathrm{III}})}{W}} \tag{4.11}$$

Trois raisons ont motivé ce choix :
- cette grandeur radiative est simple à évaluer en monogroupe comme en multigroupe ;
- E_* ne dépend pas du choix effectué pour l'estimation du facteur de dilution (inclus dans E_r, $E_r(\mathcal{I}_{\mathrm{II}})$ et $E_r(\mathcal{I}_{\mathrm{III}})$) ;
- la fréquence seuil du groupe II est proche de la fréquence seuil d'ionisation de l'hydrogène, source principale d'électrons ($I_{\mathrm{H}}/h = 3{,}288.10^{15}\,\mathrm{Hz} \gtrsim \nu_{\mathrm{I}}$) ;
- pour une distribution spectrale planckienne, seuls les énergies (non diluées) des premiers et troisième groupes sont strictement monotones en fonction de T_r.

Le facteur de dilution W est ici supposé *indépendant de la température du rayonnement* et *de la fréquence*. Nous pouvons donc le sortir des intégrales et le faire apparaître explicitement. Pour les facteurs de dilution qui ne respectent pas ces contraintes l'ensemble des résultats présentés ici sont à adapter.

L'utilisation de la température du rayonnement cache très souvent le recours à une distribution spectrale de corps noir. Nous ne nous affranchissons pas complètement de cette hypothèse (cf. équation 4.11) ; notre démarche permet toutefois d'affiner la prise en compte du rayonnement dans le calcul du taux de photo-ionisation.
Considérons en effet un flot d'accrétion sur une atmosphère stellaire : le spectre (voir par exemple la figure 5.4) est dominé par le corps noir photosphérique, auquel s'ajoute la contribution du gaz

choqué, qui rayonne essentiellement en X. En *monogroupe*, cela se traduit par une augmentation de E_r. Sous l'hypothèse d'un spectre globalement planckien, cette énergie est intégralement redistribuée sur l'ensemble du spectre (très peu en UV et en X) et T_r augmente légèrement. Il en résulte un effet fortement atténué de ce rayonnement X sur la photo-ionisation. En *multigroupe*, seul $E_r(\mathcal{I}_{\mathrm{III}})$ augmente. Sous l'hypothèse d'un spectre planckien sur les groupes II et III, cette énergie est intégralement redistribuée sur ces deux groupes (en pratique surtout dans l'UV). Or les sections efficaces de photo-ionisation diminuent avec la fréquence. Il en résulte donc un effet sensiblement amplifié du rayonnement X sur la photo-ionisation.

4.4.3.2 Taux de photo-ionisation des hydrogénoïdes

Soit $\sigma_{C,r}(\nu)$ la section efficace de photo-ionisation de l'espèce C^{r+}. En posant $h\nu_1 = I_{C,r}$, le taux de photo-ionisation (en s^{-1}) est alors :

$$\tau_{C,r} = \int_{\nu_1}^{\infty} \sigma_{C,r}(\nu)\, c \frac{dn_\gamma}{d\nu} d\nu$$

où la densité de photons d'énergie $h\nu$ s'exprime comme (voir formule (4.6)) :

$$\frac{dn_\gamma}{d\nu} = \frac{U_\nu}{h\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{W}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}} - 1} \qquad \left(\mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{Hz}^{-1}\right)$$

Pour les ions hydrogénoïdes H I et He II, en combinant les formules (5-4) à (5-8) de Spitzer (1998), nous obtenons pour la section efficace de photo-ionisation depuis le fondamental, exprimée en cm^2 :

$$\sigma_{C,r}(\nu) = \frac{4{,}683.10^{-15}}{\mathcal{Z}_C^2} \left(\frac{I_{C,r}}{h\nu}\right)^3 \frac{1\,\mathrm{eV}}{h\nu} \frac{e^{-4z_{C,r}\,\mathrm{acot} z_{C,r}}}{1 - e^{-2\pi z_{C,r}}} \quad \text{avec} \quad z_{C,r}^2 = \frac{I_{C,r}}{h\nu - I_{C,r}}$$

où $\mathcal{Z}_C$ désigne le nombre de charge (ou numéro atomique) de l'élément C. Nous obtenons alors le taux de photo-ionisation :

$$\tau_{C,r} \simeq 1{,}8513.10^9 \frac{W}{\mathcal{Z}_C^2} \left(\frac{I_{C,r}}{1\,\mathrm{eV}}\right)^2 \mathfrak{T}_{C,r} \qquad \left(\mathrm{s}^{-1}\right) \tag{4.12}$$

avec[22] $\theta_{C,r} \int_{\theta_{C,r}}^{\infty} \frac{1}{\varpi^2} \frac{e^{-4z\,\mathrm{acot} z}}{1 - e^{-2\pi z}} \frac{d\varpi}{e^{\varpi} - 1} \simeq \mathfrak{T}_{C,r}$, $z^2 = \frac{\theta_{C,r}}{\varpi - \theta_{C,r}}$ et $\theta_{C,r} = \frac{I_{C,r}}{kT_r}$.

Pour l'hydrogène, nous obtenons :

$$\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}(E_*) = \frac{E_*^{1{,}0967}}{2354.8\,E_*^{0{,}84907} + 5{,}8202.10^7} \left[-\frac{E_*}{(E_* + 15229)\left(1 + \frac{(\log_{10} E_* - 5.0147)^2}{32{,}614}\right)^{2{,}0018}} + 1{,}1764 - \frac{15559}{(E_* + 16611)\left(1 + \frac{(\log_{10} E_* - 4{,}2090)^2}{2{,}5624}\right)^{0{,}14400}} \right]$$

avec une erreur relative résiduelle de ±0,13% pour T_r compris entre 300 K et $9{,}1.10^7$ K (voir l'annexe A, section A.3 pour plus de détails).

22. cf. annexe A, section A.3.

La deuxième ionisation de l'hélium est exprimée quant à elle en fonction de[23] $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}(E_*)$ directement. Cela nous permet d'atteindre une précision raisonnable sans avoir à complexifier la fonction ci-dessous à outrance. L'approximation établie dans ce cas pour l'intégrale est telle que :

$$\begin{aligned}\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}(\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}) = &\log_{10}\left[\frac{\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}^{3,9942}}{3{,}2992\,\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}^{3,0394}+2{,}1334.10^{-14}}\right]\\ &-\frac{2{,}9012\,\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}^{2}}{\left(\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}+2{,}0925.10^{-6}\right)^2\left[1+\frac{(\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}+3{,}6430)^2}{7{,}0562}\right]^{2.9427}}\\ &-\frac{1{,}4281.10^{-3}}{\left(\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}+5{,}3041.10^{-5}\right)\left[1+391{,}52\left(\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}-2{,}3333.10^{-2}\right)^2\right]^{0,15108}}\end{aligned}$$

avec une erreur résiduelle de ±8% pour T_r compris entre 934 K et $9{,}1.10^7$ K.

Ces taux sont repris dans le tableau 4.3, et tracés sur la figure 4.6 en fonction de la température effective du rayonnement, c'est-à-dire celle utilisée dans la formule (4.11). Comme attendu, le taux de photo-ionisation de He II (bleu) est systématiquement inférieur à celui de H I (rouge).

4.4.3.3 Taux de photo-ionisation de l'hélium neutre

La section efficace de photo-ionisation de He I a été modélisée par Yan *et al.* (1998), en raccordant des données expérimentales à basse énergie ($h\nu \leq 280$ eV) à des estimations théoriques à haute énergie. L'expression obtenue, exprimée en cm^2, est :

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{He\,I}}(\nu) =& 7{,}4.10^{-18}\left(7{,}3861\,x^{3,9119}-6{,}3861\,x^{4,9119}\right)+3{,}145.10^{-16}\,x^{7/2}\left(1-3{,}2491\sqrt{x}\,e^{-1,1783\sqrt{x}}\right)\\ =& 4{,}7257.10^{-17}\,x^{7/2}\left[x^{0,4119}\,(1{,}1566-x)+6{,}6553\left(1-3{,}2491\sqrt{x}\,e^{-1,1783\sqrt{x}}\right)\right]\end{aligned}$$

avec $x = I_{\mathrm{He\,I}}/h\nu$. Ce modèle prend en compte le phénomène de double ionisation de l'hélium, qui se produit lorsque le photon incident possède une énergie nettement supérieure à l'énergie des électrons de la couche K ($1s$) ; cependant, le rapport des sections efficaces de photo-ionisation double sur simple n'excède les 4% (Samson *et al.*, 1992; Yan *et al.*, 1998) : nous considérerons cet effet comme négligeable et utiliserons cette expression pour la photo-ionisation simple. Nous obtenons alors le taux de photo-ionisation suivant :

$$\tau_{\mathrm{He\,I}}(T) \simeq 1{,}8682.10^7\,W\left(\frac{I_{\mathrm{He\,I}}}{1\,\mathrm{eV}}\right)^3\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}}(E_*) \qquad \left(\mathrm{s}^{-1}\right) \tag{4.13}$$

avec[22] $\int_{\theta_{\mathrm{He\,I}}}^{\infty}\left[x^{0,4119}\,(1{,}1566-x)+6.6553\left(1-3{,}2491\sqrt{x}\,e^{-1,1783\sqrt{x}}\right)\right]\frac{\sqrt{x}\,d\varpi}{\varpi\,(e^{\varpi}-1)} \simeq \mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}}$ et en posant $x = \frac{\theta_{\mathrm{He\,I}}}{\varpi}$, $\theta_{\mathrm{He\,I}} = \frac{I_{\mathrm{He\,I}}}{k\,T_r}$.

23. c'est-à-dire en fonction de l'approximation établie pour H I et non l'intégrale, ce qui nous évite de devoir propager l'erreur sur $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$ dans $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}$.

L'approximation établie dans ce cas pour l'intégrale est telle que :

$$\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}} = \log_{10}\left[\frac{E_*^{1,9812}}{49{,}235\,E_*^{1,7517}+2{,}6795.10^9}\right] - \frac{1{,}9623\,E_*^2}{(E_*+5554{,}3)^2\left[1+\frac{(\log_{10}E_*-5{,}4607)^2}{2{,}7997}\right]^{0,49603}} - \frac{1{,}6078.10^5}{(E_*+31518)\left[1+6{,}2485\left(\log_{10}E_*-5{,}4829\right)^2\right]^{0,16095}}$$

avec une erreur résiduelle de ±7% pour T_r compris entre 398 K et $9{,}1.10^7$ K. Le taux de photo-ionisation de l'hélium est reporté dans le tableau 4.3 qui résume la section 4.4.

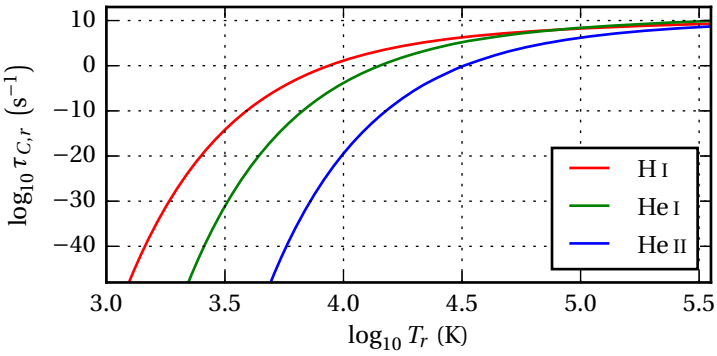

FIGURE 4.6 – *Taux de photo-ionisation de* H I (`rouge`), He I (`vert`) *et de* He II (`bleu`) *en fonction de la température effective du rayonnement (voir équation* (4.11)*). Le facteur de dilution W est pris à* 0,5.

La section efficace utilisée ici ne concerne pas uniquement la photo-ionisation depuis le fondamental, comme dans le cas précédent, mais depuis de nombreux niveaux, et inclut la double ionisation. Malgré cela, la figure 4.6 nous permet de vérifier que cela n'induit pas d'aberration visible de $\tau_{\mathrm{He\,I}}$ (vert) au vu de $\tau_{\mathrm{H\,I}}$ (rouge) et $\tau_{\mathrm{He\,II}}$ (bleu). Notons cependant le passage de la courbe verte au-dessus de la courbe rouge au-delà de $T_r \simeq 8{,}1.10^4$ K, qui peut provenir de la prise en compte de ces phénomènes. Cela ne prête toutefois pas à conséquence car le plasma est complètement ionisé à de telles températures de rayonnement (dans nos conditions de densité et de température du gaz).

4.4.4 Recherche de l'équilibre

En rassemblant toutes ces contributions, nous sommes en mesure d'établir le système des équations cinétiques qui gouverne l'ionisation dépendante du temps, en régime coronal, avec la contribution du rayonnement. Nous utilisons ces équations telles quelles, car le recours à des

TABLE 4.3 – *Taux d'ionisation collisionnelle (équation (4.10), I.C.), d'ionisation radiative (équations (4.12) et (4.13), I.R.), de recombinaison radiative (cas A : équation (4.7), R.R.A ; cas B : équation (4.8), R.R.B) et de recombinaison diélectronique (équation (4.9), R.D.) ;* $\Theta_{C,r} = I_{C,r}/kT$.

C,r	**H I**	**He I**	**He II**	**M I**
I.C.	$\alpha_{C,r}(T) = a\dfrac{1+P\sqrt{\Theta_{C,r}}}{\Theta_0+\Theta_{C,r}}\Theta_{C,r}^b\, e^{-\Theta_{C,r}}$			
a $\left(\mathrm{cm^3\,s^{-1}}\right)$	$2{,}91.10^{-8}$	$1{,}75.10^{-8}$	$2{,}05.10^{-9}$	$5{,}67.10^{-7}$
P	0	0	1	0
Θ_0	0,232	0,180	0,265	0
b	0,39	0,35	0,25	1/2
I.R.	$\tau_{C,r}(T) \simeq aW\left(\dfrac{I_{C,r}}{1\,\mathrm{eV}}\right)^b \mathfrak{T}_{C,r}$			
a $\left(10^7\,\mathrm{s^{-1}}\right)$	185,13	1,8682	46,283	–
b	2	3	2	–
R.R.A	$\beta_{C,r}(T) = a\sqrt{\dfrac{T_0}{T}}\left(1+\sqrt{\dfrac{T}{T_0}}\right)^{-1+b}\left(1+\sqrt{\dfrac{T}{T_1}}\right)^{-1-b}$			
a $\left(\mathrm{cm^3\,s^{-1}}\right)$	$7{,}982.10^{-11}$	$3{,}294.10^{-11}$	$1{,}891.10^{-10}$	$7{,}688.10^{-10}$
b	0,7480	0,6910	0,7524	0,6173
T_0 (K)	3,148	15,54	9,370	$1{,}653.10^3$
T_1 (K)	$7{,}036.10^5$	$3{,}676.10^7$	$2{,}774.10^6$	$6{,}161.10^7$
R.R.B	$\beta^*_{C,r}(T) = a\Theta_{C,r}^b\left(1+P\Theta_{C,r}^{0,407}\right)^{-2,242}$			
a $\left(\mathrm{cm^3\,s^{-1}}\right)$	$7{,}787.10^{-14}$	$2.119.10^{-14}$	$1{,}557.10^{-13}$	– *(cas A)*
b	1,500	0,750	1,500	– *(cas A)*
P	0,880	0	0,880	– *(cas A)*
R.D.	$\beta^d_{C,r}(T) = a\Theta_{C,r}^{3/2}\, e^{-0,75\Theta_{C,r}}\left(1+0{,}3\, e^{-0,15\Theta_{C,r}}\right)$			
a $\left(\mathrm{cm^3\,s^{-1}}\right)$	–	$1{,}25.10^{-11}$	–	–

équations « tabulées » est source d'instabilité numérique. Le système obtenu est le suivant :

$$\begin{cases}
\dfrac{dn_{\mathrm{H\,I}}}{dt} = n_{\mathrm{H\,II}}n_e\beta_{\mathrm{H\,I}} - n_{\mathrm{H\,I}}n_e\alpha_{\mathrm{H\,I}} - n_{\mathrm{H\,I}}\tau_{\mathrm{H\,I}} & (4.14a)\\
\dfrac{dn_{\mathrm{H\,II}}}{dt} = -\dfrac{dn_{\mathrm{H\,I}}}{dt} & (4.14b)\\
\dfrac{dn_{\mathrm{He\,I}}}{dt} = n_{\mathrm{He\,II}}n_e\beta_{\mathrm{He\,I}} - n_{\mathrm{He\,I}}n_e\alpha_{\mathrm{He\,I}} - n_{\mathrm{He\,I}}\tau_{\mathrm{He\,I}} & (4.14c)\\
\dfrac{dn_{\mathrm{He\,II}}}{dt} = -\dfrac{dn_{\mathrm{He\,I}}}{dt} - \dfrac{dn_{\mathrm{He\,III}}}{dt} & (4.14d)\\
\dfrac{dn_{\mathrm{He\,III}}}{dt} = n_{\mathrm{He\,II}}n_e\alpha_{\mathrm{He\,II}} - n_{\mathrm{He\,III}}n_e\beta_{\mathrm{He\,II}} + n_{\mathrm{He\,II}}\tau_{\mathrm{He\,II}} & (4.14e)\\
\dfrac{dn_{\mathrm{M\,I}}}{dt} = n_{\mathrm{M\,II}}n_e\beta_{\mathrm{M\,I}} - n_{\mathrm{M\,I}}n_e\alpha_{\mathrm{M\,I}} & (4.14f)\\
\dfrac{dn_{\mathrm{M\,II}}}{dt} = -\dfrac{dn_{\mathrm{M\,I}}}{dt} & (4.14g)
\end{cases}$$

La double ionisation apparaîtrait dans ces équations (termes de droite) comme un terme en $n_{\mathrm{He\,I}}\tau_{\mathrm{DI}}$ retranché dans l'équation (4.14c) et ajouté dans l'équation (4.14e) (ce terme s'annule donc dans l'équation (4.14d)).

Pour trouver l'équilibre, nous associerons ces équations en régime permanent ($d/dt = 0$), à celles de la conservation de la composition : $n_C = \sum_m n_{C,r}$. Le calcul est direct pour le métal moyen. En marquant par † les grandeurs à l'équilibre, nous obtenons :

$$\frac{n^\dagger_{\mathrm{M\,I}}}{n_M} = \frac{1}{1+\frac{\alpha_{\mathrm{M\,I}}}{\beta_{\mathrm{M\,I}}}}$$

Cependant, il n'existe pas de solution analytique pour l'hélium et l'hydrogène car n_e ne peut se simplifier dans ces calculs. Il faut alors recourir à une méthode itérative, comme la méthode de Raphson-Newton (voir Numerical Recipes, section 9.6).

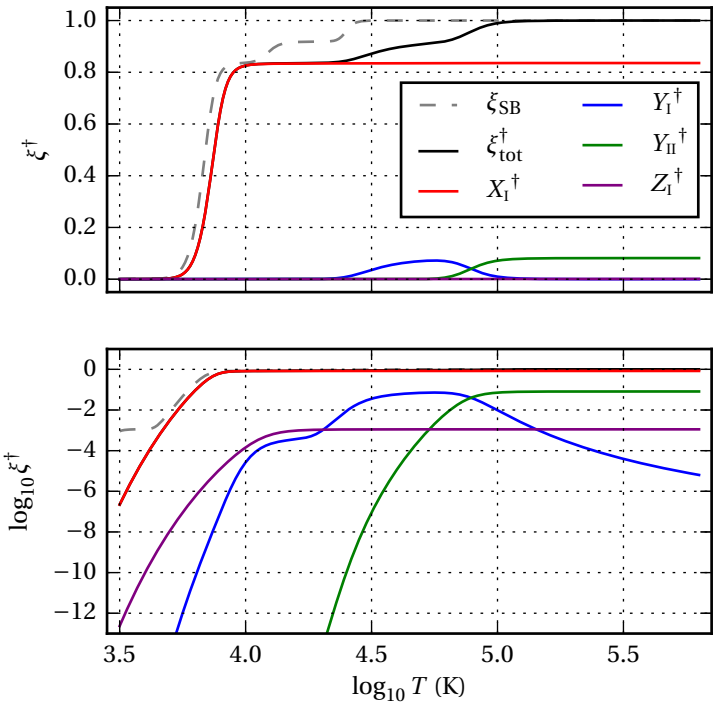

FIGURE 4.7 – *Taux d'ionisation total (ξ_{tot}) et par espèce (X_{I}, Y_{I}, Y_{II} et Z_{I}) du mélange à l'équilibre coronal (†) en fonction de la température, pour un plasma à $n = 10^{11}\,\mathrm{cm}^3$, $W = 0{,}5$ et $T_r = T$, plafonné à 10^4 K. Le cas $T_r = 10^4$ K de la figure 4.3 est repris ici pour comparaison (ξ_{SB}, `tirets gris`).*

Les différents taux d'ionisation à l'équilibre, définis comme les rapports $n_{C,r}/n_*$ (cf. équation (4.4)), sont représentés en fonction de la température sur la figure 4.7. Afin de reproduire qualitativement certains résultats obtenus, nous modélisons ici la température du rayonnement par la température du gaz, plafonnée[24] à 10^4 K. Nous recalculons ensuite E_* à partir de T_r afin de calculer les taux de photo-ionisation. Pour simplifier la comparaison avec l'ionisation décrite par l'équation de Saha modifiée (voir la figure 4.3), nous avons ajouté en tirets gris l'ionisation décrite par cette équation (notée ξ_{SB}).
Nous retrouvons ici les trois « bosses » du cas précédent, mais *décalées* vers les hautes températures : il est plus difficile d'ioniser en régime coronal qu'en régime « Saha-Brown » ; cela provient essentiellement du caractère « optiquement mince » du plasma en régime coronal.
Les courbes logarithmiques révèlent une évolution atypique de la première ionisation de l'hélium (ligne bleue). En dessous de $10^{4,2}$ K, l'ionisation de He I est facilitée par sa photo-ionisation,

24. A titre informatif, nous avons choisis ici $T_r = \left(T^{-9} + 10^{-36}\right)^{-1/9}$.

d'où le décalage de la courbe à ces températures. De plus, le « maximum » (entre $10^{4,5}$ et $10^{4,8}$ K) n'est pas plat, une légère pente subsiste : il s'agit ici de l'effet de la recombinaison diélectronique de He II sur le taux d'ionisation de He I.

4.5 Conséquences sur le calcul des termes source

Les processus microscopiques considérés précédemment gouvernent l'évolution de l'ionisation du plasma. Chaque processus contribue au chauffage ou au refroidissement du gaz, ainsi qu'aux termes sources/puits du champ de rayonnement. Nous passons en revue dans cette section les processus considérés ici.

Chaque ionisation collisionnelle d'un ion C^{r+} dans son état fondamental extrait du gaz d'électrons une énergie cinétique égale[25] à $I_{C,r}$; ce processus n'est pas radiatif et ne modifie donc pas l'énergie du champ de rayonnement. Le taux de refroidissement du plasma, c'est-à-dire la quantité d'énergie perdue par unité de volume et de temps, résultant de l'ionisation collisionnelle de C^{r+} s'écrit alors :

$$\mathcal{R}^{IC}_{C,r} = n_e\, n_{C,r}\, \alpha_{C,r}\, I_{C,r}$$

avec $\alpha_{C,r}$ le taux d'ionisation collisionnel de l'espèce C^{r+} (voir section 4.4.2).

Chaque photo-électron produit par un photon d'énergie $h\nu > I_{C,r}$ possède une énergie cinétique $h\nu - I_{C,r}$. Comme nous l'avons vu dans la section 4.4.3, chaque photo-ionisation fournit au gaz l'énergie des photons ionisants diminuée de l'énergie d'ionisation, d'où le taux de chauffage associé à ce processus :

$$\mathcal{R}^{PI}_{C,r} = n_{C,r}\, \frac{dE^{\gamma}_{C,r}}{dt}$$

L'énergie gagnée par photo-ionisation et par unité de temps peut s'écrire :

$$\frac{dE^{\gamma}_{C,r}}{dt} = \int_{\nu_1}^{\infty} \sigma_{C,r}(\nu)\, c \left[U_\nu - I_{C,r} \frac{dn_\gamma}{d\nu} \right] d\nu = \int_{\nu_1}^{\infty} \sigma_{C,r}(\nu)\, c \left(1 - \frac{I_{C,r}}{h\nu} \right) U_\nu\, d\nu$$

– pour les ions hydrogénoïdes, d'après la section 4.4.3, nous obtenons (en monogroupe) :

$$\frac{dE^{\gamma}_{C,r}}{dt} \simeq 2{,}9662.10^{-3} \frac{W}{\mathcal{Z}^2} \left(\frac{I_{C,r}}{1\,\mathrm{eV}} \right)^3 \mathfrak{J}_1\left(\frac{I_{C,r}}{k\,T_r} \right) \qquad (\mathrm{erg\,s^{-1}})$$

avec $\mathfrak{J}_1(\theta) = \displaystyle\int_\theta^\infty \frac{1}{\varpi} \left(1 - \frac{\theta}{\varpi} \right) \frac{e^{-4z\,\mathrm{acot}z}}{1 - e^{-2\pi z}} \frac{d\varpi}{e^{\varpi} - 1} \simeq \frac{0{,}5 + \log_{10}^2 \frac{\theta}{3{,}23}}{(e^\theta - 1)\left(\theta^2 + 16\right)\left[3{,}59 + 0{,}58 \log_{10}^2 \frac{\theta}{3{,}23}\right]}$

– pour l'hélium neutre, nous trouvons une autre expression :

$$\frac{dE^{\gamma}_{C,r}}{dt} \simeq 2{,}9932.10^{-5} W \left(\frac{I_{\mathrm{He\,I}}}{1\,\mathrm{eV}} \right)^4 \mathfrak{J}_2\left(\frac{I_{\mathrm{He\,I}}}{k\,T_r} \right) \qquad (\mathrm{erg\,s^{-1}})$$

25. L'électron responsable de l'ionisation perd effectivement une énergie cinétique supérieure à l'énergie d'ionisation ; cependant, l'énergie cinétique de l'électron issu de l'ionisation provient de cet excédent : le bilan net pour le gaz électronique est donc une perte d'énergie égale à l'énergie d'ionisation.

$$\text{avec } \mathfrak{J}_2(\theta) = \frac{1}{\theta}\int_\theta^\infty (1-x)\left[x^{0,4119}(1{,}1566-x) + 6{,}6553\left(1-3{,}2491\sqrt{x}\,e^{-1{,}1783\sqrt{x}}\right)\right]\frac{\sqrt{x}d\varpi}{e^{\varpi}-1}$$
$$\simeq \frac{-\ln\left(1-e^{-\theta}\right)}{1{,}26\,\theta^{0,923}\left(1+14\theta^{1,1}\right)^{1/3}\left(1-e^{-7.2\theta^{-0,46}}\right)}\ , \quad x = \frac{\theta}{\varpi}$$

Chaque recombinaison sur un état n d'énergie[26] E_n extrait du plasma l'énergie cinétique de l'électron $K_e = 1/2\, m_e\, w_e$ et produit un photon d'énergie $h\nu = K_e + I_{C,r}$, avec w_e la vitesse de l'électron. Soit f la distribution de vitesse des électrons, et $\beta_{C,r}$ le taux de recombinaison sur l'ion $C^{(r+1)+}$. L'énergie extraite du gaz par l'ensemble de ces recombinaisons s'écrit alors :

$$\mathcal{R}^R_{C,r} = n_e\, n_{C,r}\int_0^\infty \frac{1}{2} m_e\, w_e^2 \beta_{C,r}(w_e)\, f(w_e) dw_e = \frac{3}{2} k\, T_e\, n_e\, n_{C,r}\, \beta_{C,r}(T_e)$$

sous l'hypothèse que la distribution de vitesses est maxwellienne. Nous n'incluons pas ici la recombinaison diélectronique

Chacun de ces processus extrait de l'énergie au gaz : le terme de refroidissement lié à la thermochimie, à ajouter aux sources de l'énergie du gaz, est alors :

$$-\dot{q}_{\text{ch}} = \mathcal{R}^{IC}_{C,r} + \mathcal{R}^{PI}_{C,r} + \mathcal{R}^{R}_{C,r}$$

26. comptée positivement depuis le fondamental.

Bibliographie

S. M. V. ALDROVANDI et D. PEQUIGNOT : Radiative and Dielectronic Recombination Coefficients for Complex Ions. *Astronomy & Astrophysics*, 25:137, mai 1973.

M. ARNAUD et J. C. RAYMOND : Iron ionization and recombination rates and ionization equilibrium. *The Astrophysical Journal*, 398:394, oct. 1992.

M. ARNAUD et R. ROTHENFLUG : An updated evaluation of recombination and ionization rates. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 60:425–457, juin 1985.

M. ASPLUND, N. GREVESSE, A. J. SAUVAL et P. SCOTT : The Chemical Composition of the Sun. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 47(1):481–522, sept. 2009.

K. L. BELL, H. B. GILBODY, J. G. HUGHES, A. E. KINGSTON et F. J. SMITH : Recommended Data on the Electron Impact Ionization of Light Atoms and Ions. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 12(4):891–916, 1983.

J. C. BROWN : On the ionisation of hydrogen in optical flares. *Solar Physics*, 29(2):421–427, avr. 1973.

A. S. BRUN, S. TURCK-CHIÈZE et P. MOREL : Standard Solar Models in the Light of New Helioseismic Constraints. I. The Solar Core. *The Astrophysical Journal*, 506(2):913–925, oct. 1998.

J. P. COX et R. T. GIULI : *Principles of stellar structure - Vol.1 : Physical principles ; Vol.2 : Applications to stars.* New York : Gordon and Breach, 1968.

B. DUBROCA et J.-L. FEUGEAS : Etude théorique et numérique d'une hiérarchie de modèles aux moments pour le transfert radiatif. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série Sciences Mathematiques*, 329(10):915–920, nov. 1999.

J.-L. FEUGEAS : A hierarchy of nonlocal models for the radiative transfer equation. *Laser and Particle Beams*, 22 (02):121–127, juin 2004.

E. L. FITZPATRICK : The Composition of the Diffuse Interstellar Medium. *The Astrophysical Journal*, 473:L55, déc. 1996.

M. GONZÁLEZ : *Contribution à l'étude numérique de l'hydrodynamique radiative : des expériences de chocs radiatifs aux jets astrophysiques.* Thèse de doctorat, Université Paris XI, oct. 2006.

N. GREVESSE et A. J. SAUVAL : Standard Solar Composition. *Space Science Reviews*, 85(1/2):161–174, 1998.

L. HUI et N. Y. GNEDIN : Equation of state of the photoionized intergalactic medium. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 292:27, nov. 1997.

T. KATO, K. MASAI et M. ARNAUD : Comparison of Ionization Rate Coefficients of Ions from Hydrogen Through Nickel. National Institute for Fusion Science, sept. 1991.

J. E. LEAKE et M. G. LINTON : Effect of Ion-Neutral Collisions in Simulations of Emerging Active Regions. *The Astrophysical Journal*, 764(1):54, jan. 2013.

M. A. LENNON, K. L. BELL, H. B. GILBODY, J. G. HUGHES, A. E. KINGSTON, M. J. MURRAY et F. J. SMITH : Recommended Data on the Electron Impact Ionization of Atoms and Ions : Fluorine to Nickel. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 17:1285–1363, juil. 1988.

C. D. LEVERMORE : Moment closure hierarchies for kinetic theories. *Journal of Statistical Physics*, 83(5-6):1021–1065, juin 1996.

T. MATSAKOS, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, M. GONZÁLEZ, L. IBGUI, L. de SÁ, T. LANZ, S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE et G. PERES : YSO accretion shocks : magnetic, chromospheric or stochastic flow effects can suppress fluctuations of X-ray emission. *Astronomy & Astrophysics*, 557:A69, sept. 2013.

D. MIHALAS et B. W. MIHALAS : *Foundations of radiation hydrodynamics.* New York, Oxford University Press, 1984.

G. N. MINERBO : Maximum entropy Eddington factors. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 20 (6):541–545, déc. 1978.

NIST : National Institute of Standards and Technology. URL http://www.nist.gov/index.html.

T. NOWAK et P. ULMSCHNEIDER : Thermal conductivity in stellar atmospheres. II - Without magnetic field. *Astronomy & Astrophysics*, 60:413–416, sept. 1977.

S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE, G. PERES, M. MICELI, T. MATSAKOS, C. STEHLÉ, L. IBGUI, L. de SÁ, J.-P. CHIÈZE et T. LANZ : Radiative accretion shocks along nonuniform stellar magnetic fields in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, oct. 2013.

S. ORLANDO, F. REALE, G. PERES et A. MIGNONE : Mass accretion to young stars triggered by flaring activity in circumstellar discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 415(4):3380–3392, juin 2011.

S. ORLANDO, G. G. SACCO, C. ARGIROFFI, F. REALE, G. PERES et A. MAGGIO : X-ray emitting MHD accretion shocks in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 510:A71, fév. 2010.

C. PEKERIS : Ground State of Two-Electron Atoms. *Phys Rev*, 112(5):1649–1658, déc. 1958.

S. R. POTTASCH et R. N. THOMAS : Departures from the Saha Equation Under Varying Conditions of Lyman Continuous Opacity. *The Astrophysical Journal*, 130:941, juil. 1959.

W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et B. P. FLANNERY : Numerical Recipes in Fortran 77 : The art of Scientific Computing. *In Fortran Numerical Recipes*. Cambridge : University Press, 1992.

G. G. SACCO, C. ARGIROFFI, S. ORLANDO, A. MAGGIO, G. PERES et F. REALE : X-ray emission from dense plasma in classical T Tauri stars : hydrodynamic modeling of the accretion shock. *The Astrophysical Journal*, 491(2):L17–L20, nov. 2008.

G. G. SACCO, S. ORLANDO, C. ARGIROFFI, A. MAGGIO, G. PERES, F. REALE et R. L. CURRAN : On the observability of T Tauri accretion shocks in the X-ray band. *Astronomy & Astrophysics*, 522:A55, nov. 2010.

M. N. SAHA : On Radiation-Pressure and the Quantum Theory. *The Astrophysical Journal*, 50:220, oct. 1919.

J. SAMSON, R. BARTLETT et Z. X. HE : Probability for double photoionization of He and Ne. *Physical Review A*, 46 (11):7277–7280, déc. 1992.

M. J. SEATON : The spectrum of the solar corona. *Planetary and Space Science*, 12(1):55–74, jan. 1964.

L. SPITZER : *Physical Processes in the Interstellar Medium*. Wiley-VCH, mai 1998.

R. F. STELLINGWERF : Convection in pulsating stars. I - Nonlinear hydrodynamics. *The Astrophysical Journal*, 262:330–343, nov. 1982.

S. TURCK-CHIÈZE, L. PIAU et S. COUVIDAT : The Solar Energetic Balance Revisited by Young Solar Analogs, Helioseismology, and Neutrinos. *The Astrophysical Journal*, 731(2):L29, mars 2011.

D. A. VERNER et G. J. FERLAND : Atomic Data for Astrophysics. I. Radiative Recombination Rates for H-like, He-like, Li-like, and Na-like Ions over a Broad Range of Temperature. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 103:467, mars 1996.

G. S. VORONOV : A Practical Fit Formula for Ionization Rate Coefficients of Atoms and Ions by Electron Impact : Z= 1-28. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 65(1):1–35, jan. 1997.

M. E. WIESER, N. HOLDEN, T. B. COPLEN, J. K. BÖHLKE, M. BERGLUND, W. A. BRAND, P. de BIÈVRE, M. GRÖNING, R. D. LOSS, J. MEIJA, T. HIRATA, T. PROHASKA, R. SCHOENBERG, G. O'CONNOR, T. WALCZYK, S. YONEDA et X.-K. ZHU : Atomic weights of the elements 2011 (IUPAC Technical Report). *Pure and Applied Chemistry*, 85(5):1047–1078, 2013.

X.-Y. XU, C. FANG, M.-D. DING et D.-H. GAO : Numerical simulations of magnetic reconnection in the lower solar atmosphere. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 11(2):225–236, jan. 2011.

M. YAN, H. R. SADEGHPOUR et A. DALGARNO : Photoionization Cross Sections of He and H2. *The Astrophysical Journal*, 496(2):1044–1050, avr. 1998.

CHAPITRE 5

CONSTRUCTION DES TABLES D'OPACITÉS

Sommaire

5.1 Interaction rayonnement - matière . . . 72
5.1.1 Opacité atomique . . . 72
5.1.1.1 Transitions lié-lié . . . 72
5.1.1.2 Transitions lié-libre . . . 74
5.1.1.3 Transitions libre - libre . . . 74
5.1.1.4 Processus de diffusion . . . 74
5.1.2 Opacité des molécules et des grains . . . 74
5.2 Synspec . . . 75
5.2.1 Opacity Project & Synspec . . . 75
5.2.2 Adaptation de Synspec . . . 77
5.3 Opacités intégrées . . . 78
5.3.1 Comparaison et choix des tables . . . 78
5.3.2 Fusion des tables d'opacités . . . 79
5.3.2.1 Spécificités de la table fusionnée . . . 80
5.3.2.2 Spline d'ordre 5 . . . 81
5.3.2.3 Interpolation de Hermite . . . 82
5.3.3 Tables fusionnées . . . 83
5.3.4 Opacités multigroupes . . . 85
5.3.5 Interpolation dans les tables . . . 86
5.4 ETL vs. HETL . . . 87
5.4.1 Absorption hors ETL . . . 87
5.4.2 Transition ETL - régime coronal . . . 87

Le chapitre 2 nous a permis de poser le système d'équations régissant la dynamique du gaz et du rayonnement. Ce système est complété par deux relations de fermeture et d'une description de l'ionisation, présentés dans le chapitre 4. Il demeure un point physique à préciser : les données physico-chimiques traduisant le couplage entre le gaz et le rayonnement.

Ces coefficients de couplage (ou *opacités*), introduits dans la section 3.2, sont issus de calculs complexes et numériquement lourds. C'est pourquoi nous avons recours à des tables d'opacités, créées et adaptées au cadre de notre étude, afin de ne pas alourdir le calcul hydro-radiatif.

Ce chapitre est consacré à la construction et à l'exploitation de ces tables d'opacités. Nous exposons d'abord (section 5.1) les différentes interactions incluses dans le calcul des opacités. Ensuite (section 5.2), nous présentons le code que nous utilisons pour générer ces tables, puis détaillons dans la section 5.3 les tables utilisées et la méthode d'interpolation choisie. Finalement, nous discutons de la méthode choisie pour s'affranchir de l'hypothèse la plus contraignante : l'ETL (section 5.4).

5.1 Interaction rayonnement - matière

L'échange d'énergie entre la matière et le rayonnement se fait par le biais des processus d'absorption et d'émission de photons par les ions, atomes, molécules et éventuellement les poussières (grains). Dans le cas du processus d'accrétion photosphérique sur les étoiles de type T Tauri, il est admis que le gaz des colonnes d'accrétion est appauvri en grains, car au bord interne du disque, les poussières ont été sublimées par le rayonnement stellaire (voir par exemple Natta *et al.*, 2001).

5.1.1 Opacité atomique

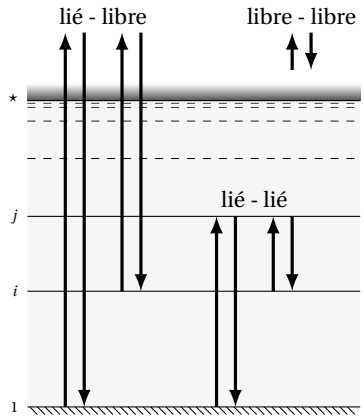

FIGURE 5.1 – *Transitions prises en compte dans le calcul des opacités atomiques.* 1 *désigne le fondamental, i et j désignent deux niveaux excités, et* ⋆ *représente le seuil d'ionisation.*

Pour les atomes et des ions, trois processus fondamentaux sont concernés, à savoir les transitions lié-lié, lié-libre (& libre/lié) et libre-libre selon que l'état considéré fasse ou non appel aux électrons libres. Pour un ion C^{r+} et dans le cas de l'absorption, ces transitions s'écrivent (voir figure 5.1) :

- $C^{r+}(i) + h\nu \rightarrow C^{r+}(j)$ avec $h\nu \equiv h\nu_{ij} = E_j - E_i$
  transition lié-lié (*bound-bound*), caractérisée par la présence de raies dans le spectre ;
- $C^{r+}(i) + h\nu \rightarrow C^{(r+1)+}(j) + e^-(hk)$ avec $h\nu = E_j - E_i + hk$
  transition lié-libre (*bound-free*), qui se traduit par un continuum qui décroit avec l'énergie du photon et présente un seuil correspondant à l'énergie d'ionisation de l'état i ;
- $C^{r+} + h\nu + e^-(hk) \rightarrow C^{r+} + e^-(hk')$ avec $h\nu = hk' - hk$
  absorption libre-libre (*free-free*, aussi appelé rayonnement de freinage ou bremsstrahlung), survenant lors de la collision d'un électron avec un ion, l'électron étant ralenti par l'émission du photon dans le potentiel coulombien de l'ion C^{r+}.

Ces processus d'absorption contribuent à diminuer la densité volumique d'énergie radiative. Pendant un temps dt et sur un intervalle $d\nu$ centré sur la fréquence ν, cette contribution peut s'écrire :

$$dE_\nu = [\ldots] - k_\nu I_\nu \, d\nu \, dt$$

où k_ν (en cm^{-1}) désigne le coefficient d'absorption (intégré sur les angles solides) et I_ν est l'intensité spécifique du rayonnement à la fréquence ν. Cette expression conduit directement à la deuxième partie du terme source de E_ν (équation (3.3a)).

Chacun de ces processus a son processus inverse (émission), comme illustré sur la figure 5.1.

5.1.1.1 Transitions lié-lié

La probabilité par unité de temps de transition radiative d'un état i (de poids statistique g_i) vers un état j (de poids statistique g_j) de plus haute énergie, par absorption d'un photon de fréquence ν_{ij}, est donnée par :

$$P_{ij} = B_{ij} I_{\nu_{ij}} \quad \text{avec} \quad B_{ij} = \frac{g_j}{g_i} B_{ji} = \frac{g_j}{g_i} \frac{c^2}{2h\nu_{ij}^3} A_{ji} = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{ij} \frac{4\pi}{h\nu_{ij}} \tag{5.1}$$

où B_{ij} est le coefficient d'Einstein de la transition [1] (en $\mathrm{s\,g^{-1}}$), I_ν désigne l'intensité spécifique à la fréquence ν et f_{ij} représente la force d'oscillateur de la transition (sans unité), c'est-à-dire le nombre effectif d'électrons par atome.

La probabilité que cette transition se produise pour un photon de fréquence *proche* de ν_{ij} n'est pas rigoureusement nulle : cela se traduit concrètement par le fait que les raies ne sont pas des diracs, mais ont un *profil* propre à chaque transition. Pour inclure cela dans la probabilité de transition (5.1), nous introduisons le *profil de raie* normalisé [2] $\Phi_{ij}(\nu)$ (en $\mathrm{Hz^{-1}}$ ou s), centré sur ν_{ij}. Entre les fréquences ν et $\nu + d\nu$, et dans le volume sous-tendu par l'angle solide $d\Omega$, le nombre de photons absorbés pour cette raie, par unités de volume et de temps, est alors (Mihalas et Mihalas, 1984, formule 73.1) :

$$r_{ij} = n_i\, B_{ij}\, I_\nu\, \Phi_{ij}(\nu) \frac{d\Omega}{4\pi} d\nu \tag{5.2}$$

Il est d'usage de prendre en compte l'émission stimulée comme une *correction* à l'absorption. Le taux résultant regroupe alors tous les phénomènes qui se produisent quand un photon de fréquence ν rencontre une particule (atome, molécule, ion). Du taux d'absorption précédent, nous en déduisons le taux d'émission stimulée :

$$r_{ji} = n_j\, B_{ji}\, I_\nu\, \Phi_{ij}(\nu) \frac{d\Omega}{4\pi} d\nu$$

ce qui conduit au taux résultant :

$$\begin{aligned} r^*_{ij} =& r_{ij} - r_{ji} = n_i\, B_{ij} \left(1 - \frac{n_j\, g_i}{n_i\, g_j}\right) I_\nu\, \Phi_{ij}(\nu) \frac{d\Omega}{4\pi} d\nu \\ =& n_i \left(1 - \frac{n_j\, g_i}{n_i\, g_j}\right) \frac{\pi\, e^2}{m_e\, c} \frac{f_{ij}\, I_\nu}{h\, \nu_{ij}} \Phi_{ij}(\nu)\, d\Omega\, d\nu \end{aligned}$$

Le taux d'absorption d'énergie pour cette transition, par unité de volume et dans l'angle solide $d\Omega$, s'écrit alors :

$$h\, \nu_{ij}\, r^*_{ij} = k^{ij}_\nu\, I_\nu\, d\nu\, d\Omega$$

ce qui conduit à l'expression de k^{ij}_ν, la contribution de cette transition au coefficient d'absorption :

$$k^{ij}_\nu = n_i \left(1 - \frac{n_j\, g_i}{n_i\, g_j}\right) \frac{\pi\, e^2}{m_e\, c} f_{ij}\, \Phi_{ij}(\nu)$$

Dans le cas particulier de l'ETL, quand l'équilibre de Boltzmann s'applique, cette expression se simplifie. Pour une température électronique T_e, cette comtribution devient :

$$k^{ij}_\nu = n_i \left(1 - e^{\frac{h\nu_{ij}}{kT_e}}\right) \frac{\pi\, e^2}{m_e\, c} f_{ij}\, \Phi_{ij}(\nu)$$

1. Il existe deux conventions pour définir ce coefficient d'Einstein (ainsi que celui de l'émission induite B_{ji}). L'une correspond au choix effectué ici pour la relation (5.1), et est notamment utilisée par Mihalas et Mihalas (1984). L'autre convention (utilisé pour des raisons pratiques dans l'annexe B.2.3) s'appuie sur la relation $P_{ij} = B_{ij}\, U_{\nu_{ij}}$, où U_ν désigne la distribution spectrale d'énergie du rayonnement, et est utilisée entre autres par Lang (1974) ; l'unité de B (B_{ij} ou B_{ji}) est alors $\mathrm{cm\,g^{-1}}$.
Ce choix influe directement sur la formule 5.2, mais ne prête pas à conséquence, car B intervient presque toujours sous la forme $B \times I_\nu$ ou $B \times U_\nu$ (selon la convention choisie).

2. $\int_0^\infty \Phi_{ij}(\nu)\, d\nu = 1$. Cela revient à « étaler » la probabilité P_{ij} suivant le profil de raie.

5.1.1.2 Transitions lié-libre

Les transitions lié-libre contribuent également à l'absorption. La contributions des transitions lié-libre depuis un niveau de nombre quantique principal i, notée k_ν^{ik} (en cm^{-1}), est reliée à la section efficace de photo-ionisation σ_i (en cm^2) de l'état i par la relation :

$$k_\nu^{ik} = n_i\,\sigma_i(\nu)\ ,\quad h\nu \geq E_i$$

Pour l'hydrogène et les ions hydrogénoïdes de charge nucléaire $\mathcal{Z}$, on a :

$$\sigma_i(\nu) \simeq 2{,}815.10^{29}\,\mathcal{Z}^4\,\frac{g_{\rm bf}}{i^5\,\nu^3}$$

avec $g_{\rm bf} \approx 1$ le facteur de Gaunt pour les transitions lié-libre.

À l'exception du cas de l'hydrogène et des ions hydrogénoïdes, la section efficace de photo-ionisation n'a pas d'expression simple et doit être trouvée dans des bases dédiées, comme celles de l'Opacity Project Team (1996) [3].

5.1.1.3 Transitions libre - libre

Le coefficient d'absorption libre-libre $k_\nu^{\rm ff}$, pour un ion de charge nette $\mathcal{Z}$, corrigé de l'émission induite, s'exprime selon (voir par exemple Mihalas, 1978) :

$$k_\nu^{\rm ff} = 3{,}69.10^8\,n_i\,n_e\,\mathcal{Z}^2\,\frac{\tilde{g}_{\rm III}(\nu,T_e)}{\nu^3\,\sqrt{T_e}}\left(1-e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}\right)$$

où T_e désigne la température électronique du plasma (en Kelvin), et $\tilde{g}_{\rm III}$ la *moyenne thermique* du facteur de Gaunt pour les transitions libre-libre.

5.1.1.4 Processus de diffusion

Dans le cas présent de milieux chauds, nous nous intéresserons uniquement à la diffusion par les électrons (diffusion Thomson). La diffusion est un processus élastique au cours duquel un photon change de direction sans changer d'énergie. Ce phénomène joue un rôle d'absorption pour l'intensité spécifique et le flux – dans une direction donnée – mais pas pour l'énergie. Le coefficient d'absorption correspondant, noté $k_\nu^{\rm d}$ (en cm^{-1}) et égal à $n_e\sigma_{\rm Th}$, doit alors être pris en considération dans le calcul de l'opacité de Rosseland (lié au flux radiatif), mais pas dans l'opacité de Planck (lié au bilan énergétique du rayonnement). La section efficace de Thomson par électron est :

$$\sigma_{\rm Th} = 6{,}65.10^{-25}\,{\rm cm}^2$$

5.1.2 Opacité des molécules et des grains

Aux températures les plus faibles (2000 K $< T <$ 6000 K), les molécules sont présentes dans le milieu astrophysique et contribuent au spectre (dans l'infrarouge par exemple, les principaux contributeurs sont CO, TiO et H_2O, Ferguson *et al.*, 2005). La chimie moléculaire devient par conséquent importante, voire prépondérante dans les opacités à ces températures.
En dessous de 2000 K les grains commencent à modifier le spectre (Al_2O_3, silicates, grains contenant du fer), mais cette gamme de températures n'est pas d'intérêt pour les chocs d'accrétion et,

3. disponibles librement à l'adresse `http://cdsweb.u-strasbg.fr/topbase/topbase.html`

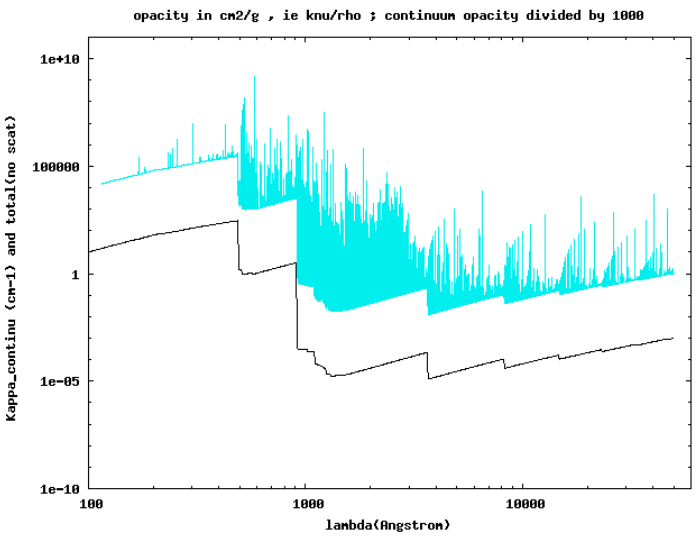

FIGURE 5.2 – *Exemple de spectre avec continu :* $\kappa_\nu = k_\nu/\rho$ *(cm*^{2} *g*$^{-1}$*) pour* $\rho = 10^{-12}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ *et* $T = 10\,000\,\mathrm{K}$. *La contribution de l'opacité continue, divisée par 1000 (transitions lié-libre et libre-libre) est en reportée en* `noir`. *Les seuils de photo-ionisation sont bien visibles ; par exemple :* He I *à 494 Å,* H I *Lyman à 911 Å, Balmer à 3640 Å et Paschen à 8200 Å.*

comme mentionné précédemment, le gaz est vraisemblablement pauvre en grains. La contribution des grains à l'opacité peut donc être négligée.

Les chocs d'accrétion trouvent leurs signatures principales dans le domaine des X jusqu'au visible (avec quelques exceptions concernant l'IR, cf. Azevedo *et al.*, 2006). Pour des applications de type post-traitement de transfert radiatif des colonnes d'accrétion, compte tenu de la structure en température du milieu, on peut donc se limiter au calcul du spectre des atomes et des ions.

La situation est un peu plus délicate pour l'hydrodynamique radiative : en effet d'une part la température du bord interne du disque est mal connue et d'autre part l'opacité du milieu « froid » en chute sur l'étoile est importante car ce milieu est susceptible d'absorber une fraction non négligeable du rayonnement émis par le choc, et donc d'affecter son observabilité (Bonito *et al.*, 2014). Dans notre étude, nous avons choisi de prendre la température initiale de ce gaz égale à 3000 K.

Dans ces conditions, il est alors nécessaire de disposer, pour le calcul hydrodynamique radiatif, de valeurs précises des opacités intégrées (Rosseland et Planck), entre 3000 K et 10^7 K. Ces opacités doivent donc prendre en considération les effets des molécules aux basses températures. Nous avons à cet effet combiné une base de données d'opacités à basse température (Ferguson *et al.*, 2005), qui inclut une chimie moléculaire riche mais peu d'espèces atomiques, avec une base de données d'opacités atomiques valables à plus hautes températures (Synspec), incluant une composition atomique plus complète. Ce point est décrit dans la section suivante.

5.2 Synspec

5.2.1 Opacity Project & Synspec

Pour les opacités atomiques intégrées sur la fréquence, les astrophysiciens disposent des données de l'Opacity Project Team (1996). Malheureusement ces données ne couvrent pas le domaine complet en ρ et T des chocs d'accrétion, comme le montre la figure 5.3. Nous avons alors dû opter pour la construction par nos soins de tables d'opacités adaptées à notre étude, à

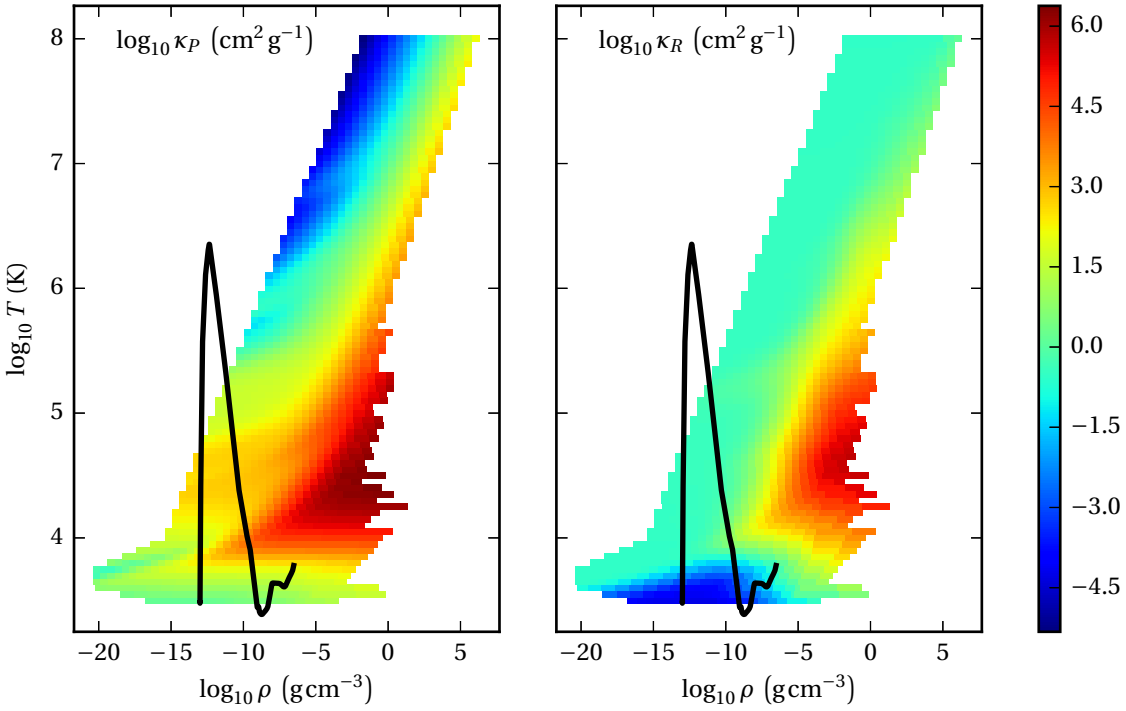

FIGURE 5.3 – *Opacités Planck* (gauche) *et Rosseland* (droite) *en fonction de la densité et de la température du gaz, fournies par Opacity Project ; une caractéristique typique d'un choc d'accrétion, avec colonne et atmosphère, est reportée en* noir *sur chaque carte.*

l'aide du code Synspec.

Synspec[4] (Hubeny et Lanz, 2011, voir aussi Heap *et al.*, 1999) est un code public de transfert radiatif développé par Ivan Hubeny et Thierry Lanz, conçu essentiellement pour synthétiser des spectres d'atmosphères stellaires. Le calcul du spectre émergeant se fait soit par la méthode de Feautrier (1964a,b) soit par la méthode DFE (Castor *et al.*, 1992).
L'utilisation du code nécessite de connaître la structure hydrodynamique : il s'agit en général d'une structure d'atmosphère, et dans notre cas d'une structure de choc d'accrétion obtenue avec le code AstroLabE (voir chapitre 6 pour de plus amples détails).
Synspec utilise une base de raies spectrales adaptée à des applications de spectroscopie (position des raies) et un jeu détaillé de données de sections efficaces d'absorption, en particulier pour la photo-ionisation (formules exactes, ajustements de données du projet Opacity Project), sans oublier l'opacité des atomes et des ions.
Pour calculer les coefficients d'absorption nécessaires, Synspec peut soit utiliser des populations fournies des niveaux d'énergie, soit calculer en ligne ces populations en supposant l'ETL établi. Quand Synspec est utilisé en post traitement de structures d'atmosphère hors ETL (calculées par exemple avec Tlusty[4]), seule la première option est utilisée.

Dans le cadre du présent travail, l'adaptation de Synspec (pour lui permettre de traiter les signatures spectrales dans la gamme étendue de températures nécessaire à notre étude) a requis un travail important. Nous avons supposé que l'*ETL* était réalisé, à la fois pour la génération des tables d'opacités atomiques et pour le post-traitement en transfert radiatif (voir figure 5.4).

4. Le code est disponible en ligne à l'adresse `http://nova.astro.umd.edu`

5.2.2 Adaptation de Synspec

Les conditions de température et de densité d'un choc d'accrétion balayent un domaine très large de densités et surtout de températures : Synspec a nécessité une mise à jour de telle sorte que les données spectroscopiques à haute température soient présentes et que le calcul des fractions ioniques s'étende sur l'ensemble de ce domaine. À cet effet :

- nous avons utilisé la base spectrale du NIST pour compléter la base existante de raies en incluant celles des ions extrêmement chargés, intervenant aux températures élevées ;
- nous avons implémenté, pour un couple n_e, T donné, un module de calcul précis des populations des niveaux à l'ETL, utilisant une table de fractions ioniques et de fonctions de partition des éléments les plus abondants, dits *explicites* (Al, Ar, C, Ca, Fe, He, K, Mg, N, Na, Ne, O, S et Si), calculée avec les outils d'Opacity Project (Delahaye, communication privée) ;
- nous avons tabulé les données de photo-ionisation des principaux niveaux des ions explicites précédents, soit en utilisant une approximation hydrogénoïde en $1/\nu^3$ (voir section 5.1.1.2), soit en effectuant un lissage des données d'Opacity Project ; ces sections efficaces de photo-ionisation sont prises en compte dans le calcul du spectre et de l'opacité intégrée.

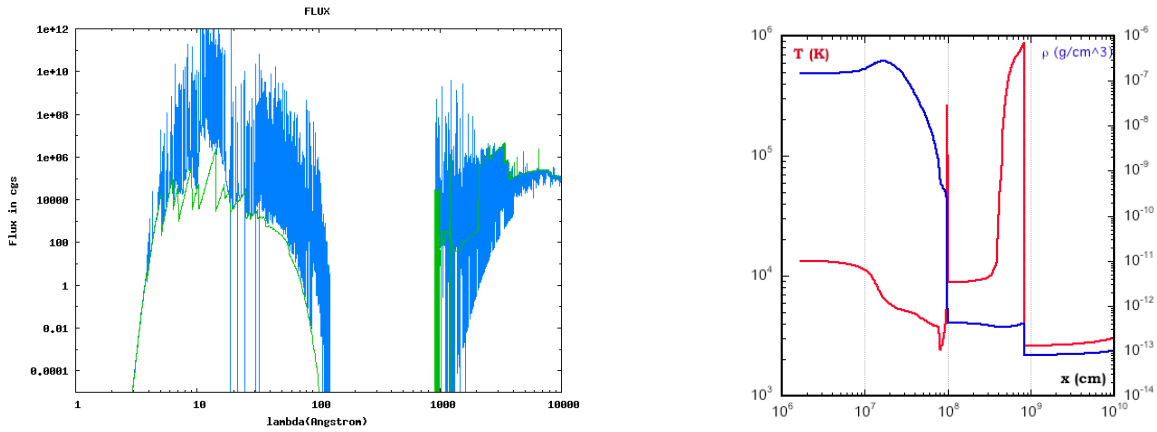

FIGURE 5.4 – *Flux émergeant* (gauche) *d'une structure de choc* (droite) *: en* bleu, *le flux total, en* vert, *le continu. Le spectre montre une forte émission X venant du choc, un important excès de flux au dessus de 1000 Å, et une forte absorption dans l'UV (100 – 1000 Å). La coupure basse des raies de forte absorption pour* $\lambda \geq 1000$ *Å est d'origine numérique.*

Synspec a ainsi été adapté pour générer des jeux étendus d'opacités intégrées en fréquence, à savoir les moyennes de Rosseland et de Planck intégrées sur tout le spectre (monogroupe) et sur différentes bandes de fréquences (multigroupe). Le choix des domaines d'intégration peut être guidé par le spectre émergent, également calculé par Synspec, qui permet de distinguer les régions spectrales où le rayonnement est complètement absorbé par exemple. Dans le cas qui nous concerne, le comportement de ce spectre émergeant de nos structures typiques de chocs d'accrétion (voir figure 5.4) nous a conduit à définir trois bandes : X ($10^0 - 10^2$ Å), UV ($10^2 - 10^3$ Å), et V/IR ($10^3 - 10^4$ Å), d'où le choix des groupes exposé dans la section 4.1.1.

Pour le calcul du spectre émergent, à la suite de ce travail, nous prévoyons d'utiliser la structure du code Tlusty. Cela nécessite une adaptation similaire à celle réalisée pour Synspec (ionisation, populations HETL, mise à jour des données atomiques). Un travail conceptuel est nécessaire pour le calcul des opacités HETL nécessaires au calcul hydrodynamique.

5.3 Opacités intégrées

Une partie de notre travail a été de mettre au point un jeu d'opacités intégrées monogroupe (Planck et Rosseland) qui couvre le domaine en ρ et T des chocs d'accrétion, incluant la photosphère stellaire (abondances solaires), ainsi qu'une marge sécuritaire :

$$\begin{cases} 10^{-16}\,\mathrm{g\,cm^{-3}} < \rho < 10^{-4}\,\mathrm{g\,cm^{-3}} \\ 1000\,\mathrm{K} < T < 4.10^{7}\,\mathrm{K} \end{cases}$$

5.3.1 Comparaison et choix des tables

Divers test nous ont d'abord permis de vérifier que les opacités monogroupes générées par le code Synspec à « haute » température sont en bon accord avec les tables d'Opacity Project. Restait donc à introduire la contribution des molécules aux basses températures ($\leq 1.10^4$ K), en accord avec les données d'Opacity Project à plus haute température ($\geq 1.10^4$ K).

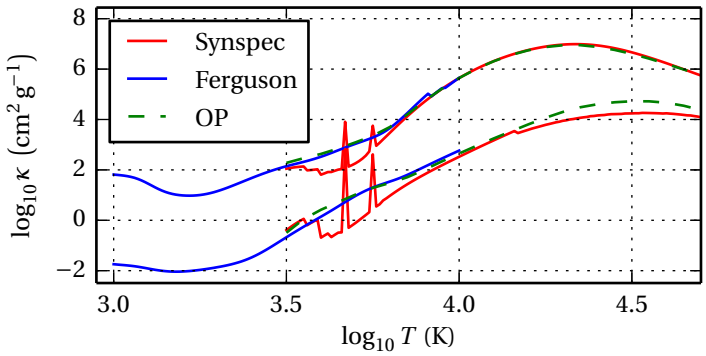

FIGURE 5.5 – *Opacités monogroupes d'Opacity Project* (`vert`), *de Ferguson* (`bleu`) *et générées par Synspec* (`rouge`), *en fonction de la température, pour* $\rho = 10^{-4,2}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$. *Les courbes du* `haut` *sont les moyennes de Planck, et ont été montées d'une décade ; celles du* `bas` *correspondent aux moyennes de Rosseland.*

En nous appuyant sur les travaux de Ferguson *et al.* (2005), qui comparent les opacités de plusieurs équipes (dont Opacity Project), nous avons choisi de nous orienter vers les tables d'opacités de ces auteurs, car elles prennent en considération les opacité des molécules les plus abondantes d'une part et réalisent un prolongement continu des tables atomiques (OP) à basse température. Nous avons d'ailleurs vérifié à postériori (voir figure 5.5) que les moyennes de Planck et de Rosseland fournies par ces auteurs (Jason Ferguson, comm. privée) sont effectivement en bon accord avec Opacity Project et les données calculées par Synspec.

L'étude détaillée de chacune de ces quatre tables a révélé des « irrégularités », i.e. des variations localisées qui se démarquent nettement des variation globales, comme en témoigne la figure 5.5. Une manière simple de faire ressortir ces irrégularités est de calculer les dérivées. Comme nous travaillons avec le logarithme décimal des opacités, de la température et de la densité, nous nous appuyons directement sur ces quantités pour calculer numériquement les dérivées, notamment :

$$\partial_{lT}\, l\kappa_R \equiv \frac{\partial(\log_{10}\kappa_R)}{\partial(\log_{10} T)} = \frac{T}{\kappa_R}\frac{\partial\kappa_R}{\partial T} \quad \text{et} \quad \partial_{l\rho}\, l\kappa_P \equiv \frac{\partial(\log_{10}\kappa_P)}{\partial(\log_{10}\rho)} = \frac{\rho}{\kappa_P}\frac{\partial\kappa_P}{\partial\rho} \tag{5.3}$$

Ces deux dérivées se sont révélées être, pour les tables de Synspec et de Ferguson respectivement, les plus contrastées concernant les irrégularités. Nous déterminons alors deux températures limites (voir figure 5.6) :

– au-dessus de $10^{3,73}$ K, les irrégularités apparaissent dans les tables de Ferguson ;

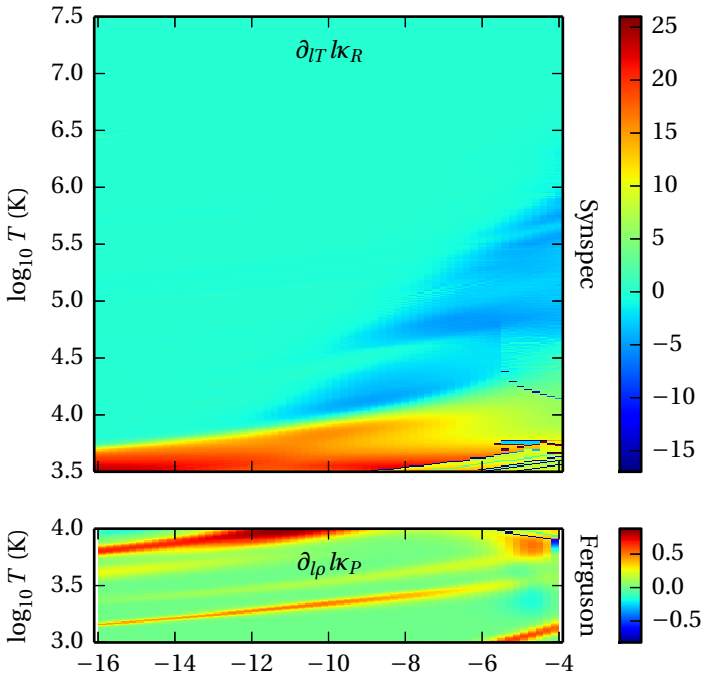

FIGURE 5.6 – *Dérivées de l'opacité de Rosseland (monogroupe) de Synspec en fonction de la température* (`haut`) *et de de l'opacité de Planck (monogroupe) de Ferguson en fonction de la densité* (`bas`)*. Des irrégularités ressortent nettement à forte densité ($\rho > 10^{-6}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$) : à basse température pour Synspec, et à haute température pour Ferguson.*

– au-delà de $10^{3,78}$ K, il n'y a « plus » d'anomalie dans les tables de Synspec.

En réalité, deux autres anomalies subsistent dans la table générée par Synspec :

– entre 10^4 K et $10^{4,5}$ K, la figure 5.6 révèle une variation anormale de l'opacité de Planck ; celle-ci se révèle sans importance pour notre calcul, car elle se produit à une densité trop élevée ($\rho > 10^{-6}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$) ;
– la seconde anomalie est perceptible sur la figure 5.9, en haut à gauche : elle se produit à des températures très élevées ($10^{6,5}$ K) et des densités très faibles ($\rho < 10^{-13,8}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$), autre région que nous n'explorons pas.

5.3.2 Fusion des tables d'opacités

La fusion des tables d'opacités Ferguson-Synspec se réduit au problème de la transition entre deux nappes (surfaces à 2 dimensions), au vu des contraintes physiques et numériques de notre problème :

– les opacités sont des grandeurs intégrées, donc dérivables (et continues à fortiori) ;
– la majorité des solveurs numériques sont instables face à des discontinuités, et celui que nous choisissons ne fait pas exception (voir par exemple les discussions sur la pression visqueuse dans la section 2.2).

Le problème impose donc à ne travailler qu'avec des fonctions de classe C^1 ou plus[5]. Nous devons alors obtenir, à l'issu de la fusion des tables, des opacités continues et dérivables en tout point du plan (ρ, T), et chaque dérivée première doit être continue dans ce même plan.

Une façon de décaler le problème est de reconstituer, à partir des tables de Ferguson et de Synspec, une table d'opacités Planck et Rosseland, donc un ensemble fini de valeurs ; la question de la continuité est alors reportée sur la méthode d'interpolation employée. Nous continuons

5. Une fonction est dite *de classe* C^n, $n \in \mathbb{N}$, si elle est continue, n fois dérivable et sa dérivée d'ordre n est continue (ce qui est alors le cas pour toutes les dérivées d'ordre inférieur).

cependant à parler de continuité ici pour signifier qu'aucune variation locale (à l'échelle du maillage) brusque n'est perceptible qualitativement.

5.3.2.1 Spécificités de la table fusionnée

Nous choisissons, par commodité, un pas logarithmique constant en température et en densité, et désignons respectivement par les indices i et j les positions en température et en densité dans cette table.

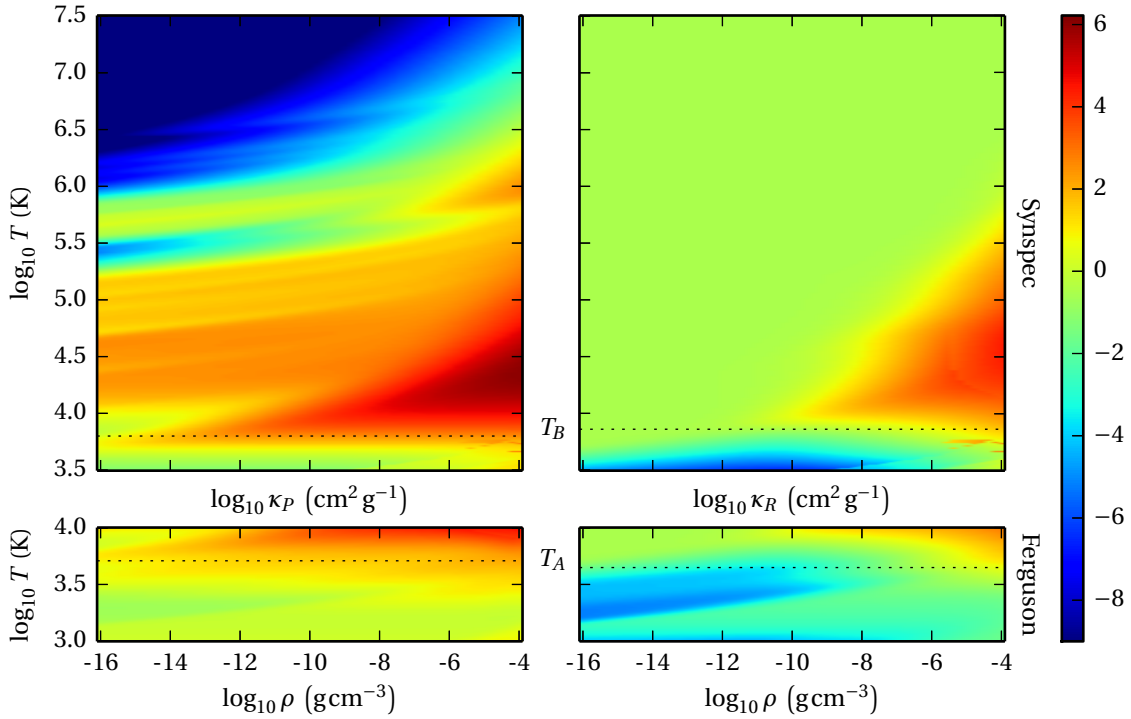

FIGURE 5.7 – *Opacités monogroupes générées par Synspec* (`haut`) *et de Ferguson* (`bas`) *en fonction de la densité et de la température ; les moyennes de Planck sont présentées à* `gauche` *et les moyennes de Rosseland à* `droite`. *Les températures de transition entre ces tables, T_A et T_B, sont reportées en pointillés.*

Les tables fournies par Jason Ferguson (Ferguson *et al.*, 2005, et Ferguson, comm. privée) et Synspec sont construites suivant le même pavage logarithmique en température et en densité :

$$\begin{cases} \log_{10} T_i \equiv lT_i = lT_1 + \delta lT\,(i-1), & \delta lT = 0{,}01 \\ \log_{10} \rho_j \equiv l\rho_j = l\rho_1 + \delta l\rho\,(j-1), & \delta l\rho = 0{,}2 \end{cases} \tag{5.4}$$

La table de Ferguson s'étend de 10^3 à 10^4 K, et la table SynSpec de $10^{3,5}$ à $10^{7,5}$ K (voir figure 5.7). Au vu des différentes échelles, nous travaillons avec le logarithme décimal de la température, de la densité et des opacités. L'observation des tables existantes (voir par exemple le figure 5.3) révèlent une forte variation des opacités (Planck essentiellement) en fonction de la température, et une variation plus modérée en fonction de la densité, d'où un maillage plus fin en température qu'en densité.

Nous notons dans la suite $l\kappa_F$ le logarithme décimal de l'opacité (Planck ou Rosseland) de Ferguson, $l\kappa_S$ celui de SynSpec, et $l\kappa_M$ celui issu de la fusion (*merging*). Le raccord s'effectuant

suivant la température, nous choisissons deux températures seuil $T_A < T_B$ telles que :

$$l\kappa_M(\rho,T) = \begin{cases} l\kappa_F(\rho,T) & \text{si} \quad T \leq T_A \\ l\kappa^*(\rho,T) & \text{si } T_A \leq T \leq T_A \\ l\kappa_S(\rho,T) & \text{si } T_B \leq T \end{cases} \tag{5.5}$$

La zone de transition est choisie de telle sorte que :

- les anomalies des tables de Ferguson soient au-delà de T_A et donc recouvertes par la transition entre les tables ;
- les anomalies des tables de SynSpec à basse température soient en deçà de T_B, pour les mêmes raisons ;
- l'intervalle couvert par la transition doit être le plus étroit possible car toute sous-structure, dont l'extension en température est plus petite que la transition, est perdue ;
- dans la mesure du possible, les opacités de Ferguson et de Synspec doivent avoir des valeurs proches vers T_A et T_B ; cela permet d'éviter l'apparition de structures comme un fort gradient par rapport à la température.

La transition est finalement effectuée pour Planck entre $lT_A = 3{,}71$ et $lT_B = 3{,}8$, et pour Rosseland entre $lT_A = 3{,}65$ et $lT_B = 3{,}86$.

5.3.2.2 Spline d'ordre 5

Nous avons caractérisés les tables utilisés et la transition à opérer dans la section précédente ; nous abordons à présent la technique d'interpolation employée.

Souvent utilisés pour leur souplesse (au détriment du sens physique de leurs termes), les polynômes ont l'avantage d'être C^∞. Soit le polynôme $P_n(T) = \sum_0^n \alpha_k lT^k$ de degré n et défini par les $n+1$ paramètres α_k. Nous attendons de ce polynôme qu'il recouvre en T_A et T_B les valeurs des opacités et de la dérivée par rapport à la température ; afin d'avoir la dérivée la plus régulière possible, nous cherchons également la continuité de la dérivée seconde $\partial^2_{lT} l\kappa_M$. Ces six contraintes nous imposent l'emploi d'un polynôme de degré 5 $\left(l\kappa^*(\rho_j,T_i) = P_5(T_i;\rho_j)\right)$ et s'écrivent (avec les conventions d'écriture de l'équation (5.3)) :

$$\begin{cases} P_5(T_A;\rho_j) = & l\kappa_F(\rho_j,T_A) \equiv & l\kappa_A(\rho_j) \\ P_5(T_B;\rho_j) = & l\kappa_S(\rho_j,T_B) \equiv & l\kappa_B(\rho_j) \\ \partial_{lT} P_5(T_A;\rho_j) = & \partial_{lT}\, l\kappa_F(\rho_j,T_A) \equiv & \partial_{lT}\, l\kappa_A(\rho_j) \\ \partial_{lT} P_5(T_B;\rho_j) = & \partial_{lT}\, l\kappa_S(\rho_j,T_B) \equiv & \partial_{lT}\, l\kappa_B(\rho_j) \\ \partial^2_{lT} P_5(T_A;\rho_j) = & \partial^2_{lT}\, l\kappa_F(\rho_j,T_A) \equiv & \partial^2_{lT}\, l\kappa_A(\rho_j) \\ \partial^2_{lT} P_5(T_B;\rho_j) = & \partial^2_{lT}\, l\kappa_S(\rho_j,T_B) \equiv & \partial^2_{lT}\, l\kappa_B(\rho_j) \end{cases} \tag{5.6}$$

Afin d'alléger les notations, nous omettrons par la suite la dépendance en ρ_j. La solution du système d'équations précédent, reprise dans l'annexe A, section A.4.2, peut s'écrire :

$$\begin{aligned} l\kappa^*(T_i) = \; & \tfrac{1}{2} u^2 (1-u)^2 h^2 \left[u\, \partial^2_{lT} l\kappa_B + (1-u)\, \partial^2_{lT} l\kappa_A \right] \\ & + u(1-u)\, h \left[u^2 (3u-4)\, \partial_{lT} l\kappa_B + (1-u)^2 (3u+1)\, \partial_{lT} l\kappa_A \right] \\ & + u^3 (6u^2 - 15u + 10)\, l\kappa_B + (1-u)^3 (6u^2 + 3u + 1)\, l\kappa_A \end{aligned} \tag{5.7}$$

avec $h = lT_B - lT_A$ et $u = (lT_i - lT_A)/h$.

Un point délicat dans cette méthode est l'estimation des dérivées. Nous adoptons ici l'approche de Fritsch et Butland (1984) (avec un pas régulier en température) :

$$\partial_{lT} l\kappa_i = \begin{cases} \dfrac{2g_i\, d_i}{g_i + d_i} & \text{si } g_i\, d_i > 0 \\ 0 & \text{si } g_i\, d_i \leq 0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} g_i = \dfrac{l\kappa_i - l\kappa_{i-1}}{lT_i - lT_{i-1}} \\ d_i = \dfrac{l\kappa_{i+1} - l\kappa_i}{lT_{i+1} - lT_i} \end{cases} \tag{5.8}$$

pour un pas constant [6] en lT. La dérivée ainsi calculée correspond à la moyenne harmonique des pentes à gauche (g_i) et à droite (d_i) du point considéré (i) ; s'il y a un extremum local entre lT_{i-1} et lT_{i+1} (et donc $g_i\, d_i < 0$), la position de cet extremum est forcée sur le point de maillage i, ce qui évite l'apparition d'extrema aberrants en amplitude. Les dérivées secondes sont calculées à partir des dérivées premières via cette même approche.

L'équation (5.7) est alors appliquée pour recalculer $l\kappa_P$ à chaque nœud (ρ_j, T_i) de la transition. Le recours à un polynôme de degré 5 n'est toutefois pas sans danger : malgré les précautions prises sur les dérivées, celui-ci peut tout de même produire des extrema totalement absents des tables de départ, donc aberrants. Appliquée à la moyenne de Rosseland, cette méthode produit des valeurs et dérivées aberrantes pour presque toutes les densités, et est donc inapplicable. Nous traitons donc la transition, pour l'opacité Rosseland, par l'interpolation de Hermite abordée dans la section suivante.

Le résultat est bien plus satisfaisant pour la moyenne de Planck [7]. Cependant, rien ne garantissait a priori la continuité de $\partial_{l\rho} l\kappa_P$: cette dérivée s'est pourtant révélée continue, hormis sur sept points en densité : $\log_{10}\rho \in [-14; -12{,}8]$.
Les opacités, dans la transition, dépendent de la température mais aussi de la densité. Au vu de l'expression employée pour $l\kappa_P{}^*$, la dépendance en ρ ne peut qu'être portée par les coefficients α_k du polynôme. Ceux-ci apparaissent en effet continus en fonction de ρ, sauf pour ces sept valeurs de densités symptomatiques. Nous appliquons alors la même méthode (spline d'ordre 5 avec dérivées premières et secondes Fritsch & Butland) pour réestimer l'ensemble des coefficients pour ces sept densités.

5.3.2.3 Interpolation de Hermite

Au vu des difficultés rencontrées pour la moyenne de Rosseland, nous avons choisi une méthode un peu moins raffinée, mais très robuste. Nous laissons de côté la continuité des dérivées secondes, ce qui fait tomber le nombre de contraintes à quatre. Nous employons donc ici un polynôme du troisième degré ($\left(l\kappa_R{}^*(\rho_j, T_i) = P_3(T_i; \rho_j)\right)$) défini pour chaque valeur de ρ par :

$$\begin{cases} P_3(T_A; \rho_j) = & l\kappa_A(\rho_j) \\ P_3(T_B; \rho_j) = & l\kappa_B(\rho_j) \\ \partial_{lT} P_3(T_A; \rho_j) = & \partial_{lT} l\kappa_A(\rho_j) \\ \partial_{lT} P_3(T_B; \rho_j) = & \partial_{lT} l\kappa_B(\rho_j) \end{cases} \tag{5.9}$$

Pour les mêmes raisons que précédemment, les dérivées premières sont calculées via l'ap-

6. Ce cas particulier se rencontre en hydrodynamique sous le nom de « pente van Leer » (van Leer, 1973, 1974, 1977a,b).

7. Nous pensons que cela est dû à un effet combiné d'un faible nombre de chiffres significatifs dans les tables de Ferguson (ce qui impacte sur la précision des dérivées), et du fait que κ_R varie moins fortement que κ_P avec la température (les valeurs des dérivées sont alors plus faibles).

proche de Fritsch et Butland (1984). La solution de ce système d'équations, reprise dans l'annexe A, section A.4.1 correspond au cas particulier où l'interpolation de Hermite est équivalente au spline de Bézier, tous deux étant des cas particuliers de splines cubiques (pour des exemples d'application, voir par exemple Auer, 2003; Ibgui *et al.*, 2013) :

$$\begin{aligned} l\kappa^*(T_i) = {} & (u-1)^2\,(2u+1)\,l\kappa_A + (u-1)^2\,u\,h\,\partial_{lT} l\kappa_A \\ & + u^2\,(3-2u)\,l\kappa_B + (u-1)\,u^2\,h\,\partial_{lT} l\kappa_B \end{aligned} \tag{5.10}$$

avec $h = lT_B - lT_A$ et $u = (lT_i - lT_A)/h$.

Nous appliquons cette fonction à chaque nœud sur la transition pour κ_R. De même que précédemment, rien de permet a priori de garantir la continuité de la dérivée par rapport à la densité. Elle s'est révélée continue sur l'ensemble des valeurs de ρ considérées.

5.3.3 Tables fusionnées

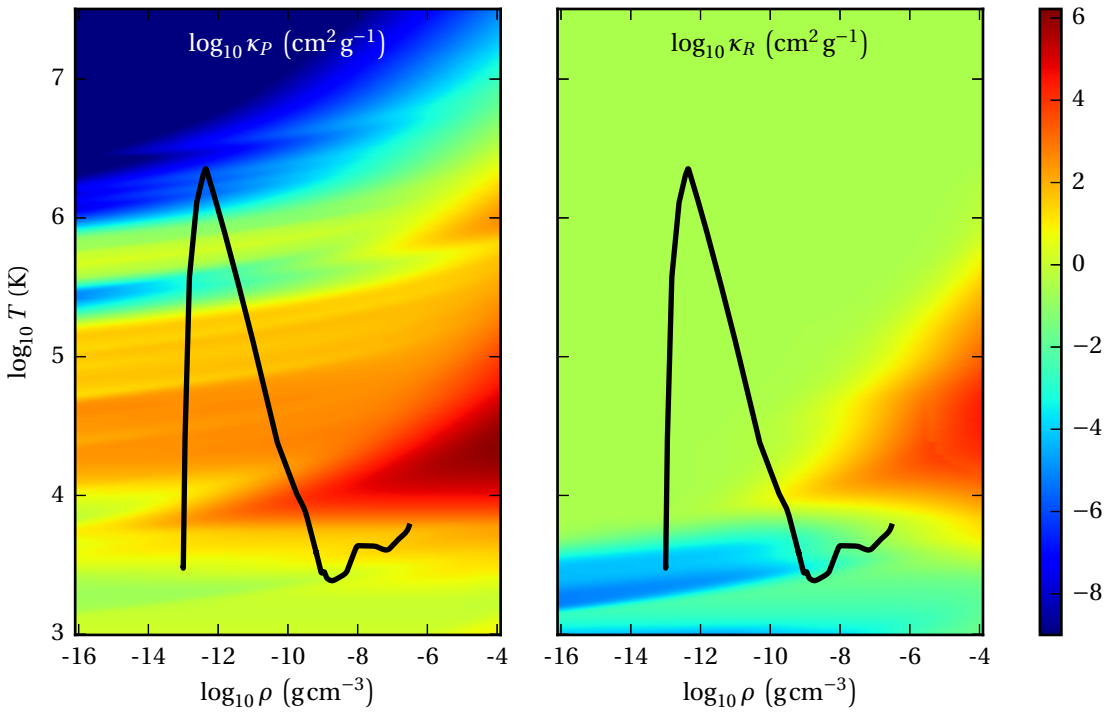

FIGURE 5.8 – *Opacités Planck* (`gauche`) *et Rosseland* (`droite`) *de la table fusionnée en fonction de la densité et de la température du gaz; une caractéristique typique d'un choc d'accrétion, avec colonne et atmosphère, est reportée en* `noir` *sur chaque carte.*

La figure 5.8 présente le résultat de la fusion des tables monogroupes, ainsi qu'une caractéristique typique d'un choc d'accrétion sur atmosphère.
La fusion des tables nous a permis de supprimer certaines anomalies contenues dans les tables de Synspec et de Ferguson, mais d'autres anomalies demeurent, comme le montre la figure 5.9. Pour cette figure (comme pour la figure 5.6), nous calculons les dérivées premières des opacités comme le rapport des variations des opacités (Planck ou Rosseland) sur les variations de densité ou de température ; nous n'utilisons pas les dérivées Fritsch & Butland car celles-ci lissent les anomalies éventuellement présentes. Comme nous ne nous approchons pas de ces anomalies restantes, leur correction est reportée à un travail ultérieur.

Le figure 5.9 présente la dérivée première par rapport à la température (en haut) et à la densité (en bas) de la moyenne de Planck (à gauche) et de Rosseland (à droite) ; la zone de transition est représentée en gris. Aucune discontinuité n'apparaît qualitativement dans ces régions, ce qui montre que nous avons rempli nos objectifs.

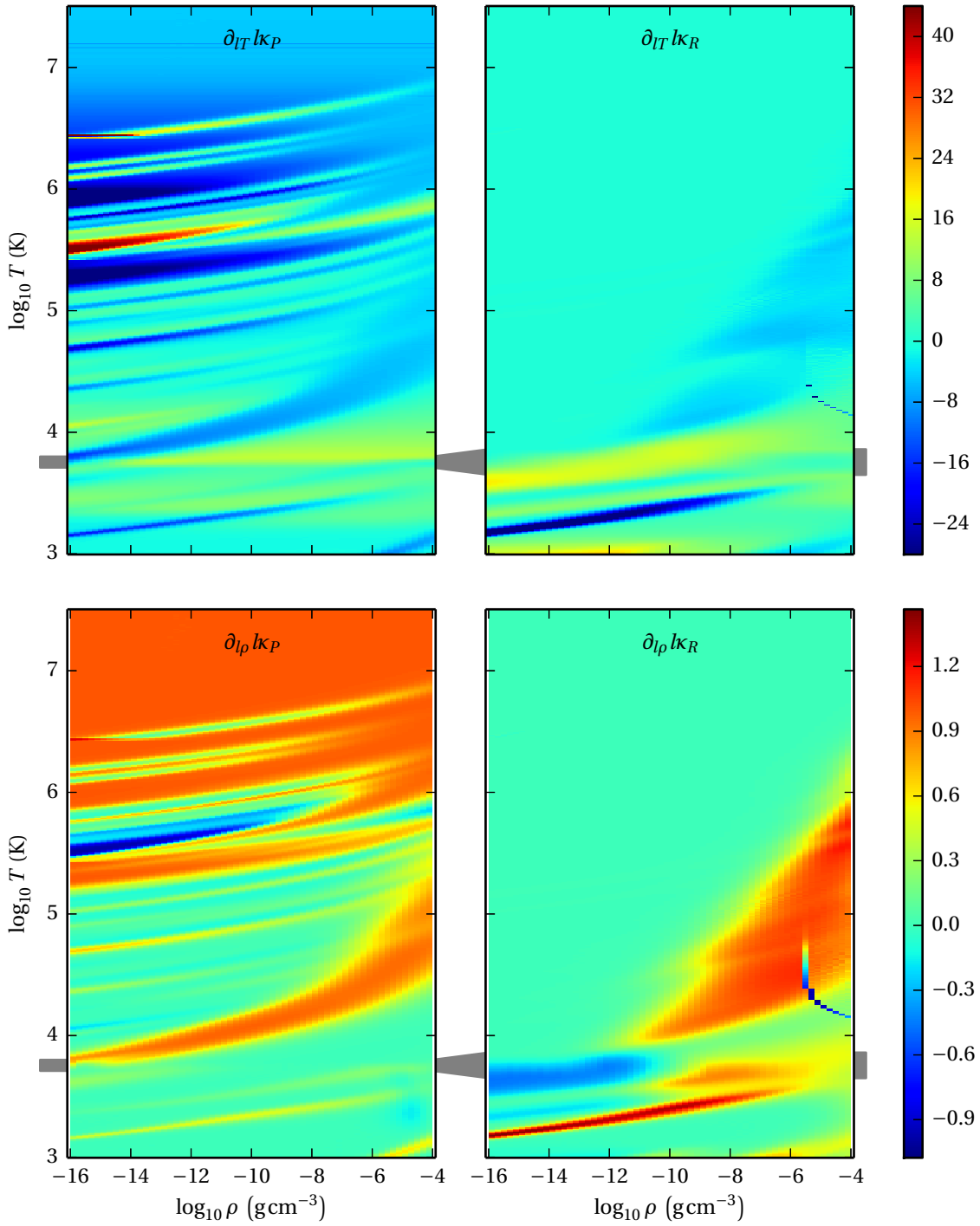

FIGURE 5.9 – *Dérivées premières des opacités Planck* (gauche) *et Rosseland* (droite) *de la table fusionnée, par rapport à la température* (haut) *et à la densité* (bas). *La zone de transition est représentée par la bande grise.*

5.3.4 Opacités multigroupes

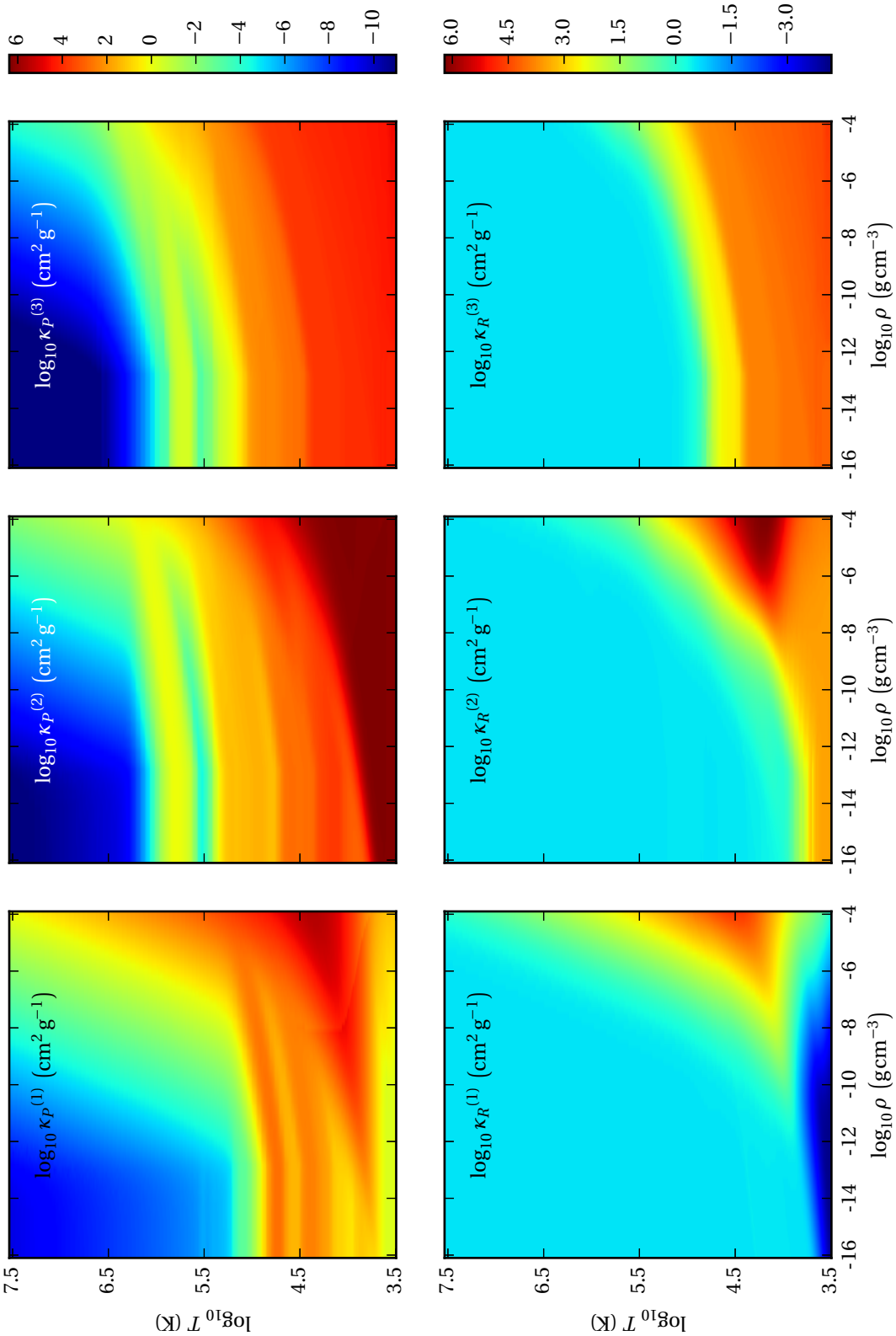

FIGURE 5.10 – *Opacités multigroupes générées par Synspec : opacités Planck* (haut) *et Rosseland* (bas) *du groupe visible - infra-rouge* (gauche), *UV* (milieu) *et X* (droite), *tels que définis dans la table 4.1.*

L'ensemble de ces travaux sur les tables d'opacités portent sur les tables monogroupes (opacités intégrés sur l'ensemble du spectre). Nous disposons également de tables multigroupes générées par Synspec (figure 5.10), aux caractéristiques techniques identiques aux tables Synspec monogroupes présentées précédemment. Cependant, par manque de temps, nous n'avons pas réalisé le travail de fusion des opacités moléculaires et atomiques pour les opacités multigroupes. La température minimale des tables en multigroupe est donc de $10^{3,5}$ K.

5.3.5 Interpolation dans les tables

Les propriétés de l'interpolation de Hermite (avec les dérivées Fritsch & Butland) correspondent à nos exigences pour la transition effectuée en monogroupe, mais également pour l'interpolation dans la table fusionnée, ainsi que dans les tables multigroupes. Nous l'utilisons donc dans le code RHD AstroLabE pour interpoler dans les tables.

Soit (ρ, T) le couple de valeurs auquel nous cherchons à estimer les opacités (Planck et Rosseland). Nous cherchons avant tout les indices i et j tels que :

$$\begin{cases} lT_i \leq \log_{10} T \leq lT_{i+1} \\ l\rho_j \leq \log_{10} \rho \leq l\rho_{j+1} \end{cases}$$

Les équations (5.4) nous les donnent directement :

$$\begin{cases} i = (\log_{10} T - lT_1) \mathbin{/\!/} \delta lT + 1 \\ j = (\log_{10} \rho - l\rho_1) \mathbin{/\!/} \delta l\rho + 1 \end{cases}$$

où le symbole « $/\!/$ » représente la division euclidienne.

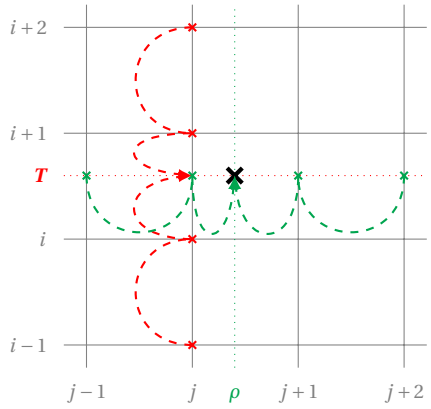

FIGURE 5.11 – *Méthode d'interpolation dans la grille : l'interpolation est d'abord effectuée suivant la température, c'est-à-dire aux points* (ρ_{j-1}, T) (ρ_j, T), (ρ_{j+1}, T) *et* (ρ_{j+2}, T) *(l'interpolation du point* (ρ_j, T) *est représentée en* `orange`*) ; ces points intermédiaires permettent de déterminer les valeurs et dérivées premières nécessaires à l'interpolation suivant la densité (en* `vert`*), qui aboutit à la valeur au point* (ρ, T) *recherché* (`croix noire`).

Ces indices sont minorés par 1 et majorés par le nombre de points en température et en densité respectivement. Cela permet implicitement d'imposer un gradient nul si la densité et/ou la température est en dehors de la table, tout en conservant valeurs et dérivées continues.
Comme une telle situation n'est pas souhaitable, un indicateur identifie le type de dépassement (en température et/ou en densité, par valeur trop basse ou trop élevée) et est inclus dans les sorties afin d'en conserver la trace, et de remédier au problème dans la mesure du possible. Fort heureusement, aucun résultat présenté dans cette thèse ne relève de cette situation.

Comme précédemment, l'interpolation de Hermite est appliquée au logarithme décimal des opacités, par rapport au logarithme décimal de la température et de la densité. La figure 5.11 schématise la méthode employée : pour chaque opacité, nous effectuons d'abord une série d'in-

terpolations pour estimer leur valeur à la température recherchée, et pour les deux densités avant et les deux densités après la densité recherchée ; l'une de ces interpolation est représentée sur le schéma en rouge, et l'ensemble des estimations correspondent aux croix vertes. Ces dernières permettent de calculer les dérivées nécessaires à l'interpolation suivant la densité, représentée par les flèches vertes. Le résultat final correspond à la croix noire.
Nous avons empiriquement établi que les résultats ainsi obtenus sont souvent plus précis qu'en effectuant d'abord une série d'interpolation suivant la densité, puis une interpolation suivant la température.

5.4 ETL vs. HETL

5.4.1 Absorption hors ETL

Le calcul des coefficients d'absorption, d'absorption induite et d'émissivité suppose de connaître les fractions ioniques des différents ions de chaque élément. La première question consiste à savoir si l'équilibre est atteint, c'est à dire si le temps caractéristique d'évolution de ces quantités en un point de l'écoulement est supérieur ou non au temps caractéristiques (local) des processus microscopiques prépondérants pour les électrons ou les ions. Nous n'avons présentement pas de réponse à cette question.
En situation d'équilibre, deux cas extrêmes restent simples :

- le modèle coronal – régime typique des couronnes solaire et stellaire : l'intensité de rayonnement est suffisamment faible pour pouvoir négliger les processus d'absorption/émission induite et la densité électronique est suffisamment faible pour que la désexcitation collisionnelle soit faible devant la désexcitation spontanée radiative ; le milieu est donc optiquement mince (faible opacité) ;
- l'ETL – régime typique des intérieurs et de la partie dense des photosphères stellaires : la densité électronique est suffisamment grande pour que les processus collisionnels dominent dans l'équilibre statistique devant tous les termes radiatifs ; le rayonnement reste emprisonné (l'opacité est forte) dans le milieu et $T_r = T_e$.

Dans le cas général, il convient de résoudre les équations de l'*équilibre collisionnel-radiatif* (voir section 4.4). Le couplage avec un fort champ de rayonnement extérieur induit des complications supplémentaires en raison de la rétro-action sur la structure hydrodynamique. Toutefois, en astrophysique, cette méthode est utilisée dans le cas des atmosphères d'étoiles chaudes, par exemple avec le code Tlusty.

Les effets hors ETL agissent sur les opacités moyennes, elles-mêmes utilisées dans AstroLabE pour générer les conditions locales de température et de densité, ainsi que d'énergie et de flux radiatifs. Ce couplage auto-cohérent est donc délicat. C'est pourquoi nous avons privilégié une approche par interpolation entre les régimes ETL et coronal.

5.4.2 Transition ETL - régime coronal

Nous avons vu au chapitre 2 (voir tableau récapitulative 3.1) que le terme source de l'énergie du rayonnement ($\mathfrak{s}_{E_r}$) pouvait s'exprimer de deux façons différentes selon la situation physique simulée :

- à l'ETL, $\mathfrak{s}_{E_r}^{\mathrm{ETL}} = \kappa_P\left(\rho, T_g; \mathcal{I}\right) \rho\, c \left[a {T_g}^4 \Delta(\mathcal{I}, T_g) - E_r(\mathcal{I})\right]$;

– en régime coronal, $\mathfrak{s}_{E_r}^{\mathrm{RC}} = n_e\, n_{\mathrm{H}}\, \Lambda\big(T_g;\mathcal{I}\big)$.

Nous utilisons en pratique une combinaison linéaire de ces expressions pour définir le terme source effectif de l'énergie du rayonnement :

$$\mathfrak{s}_{E_r} = \zeta\, \mathfrak{s}_{E_r}^{\mathrm{ETL}} + (1-\zeta)\, \mathfrak{s}_{E_r}^{\mathrm{RC}}$$

Le coefficient ζ doit posséder plusieurs propriétés :

– être normalisé à 1, comme une probabilité ;
– valoir 1 à l'ETL et 0 en régime coronal ;
– opérer la transition entre ces deux limites le plus continûment possible.

La principale différence entre ces régimes est la profondeur optique du milieu. Nous avons donc choisi d'utiliser la probabilité d'absorption d'un photon dans une colonne de rayon L_c :

$$\zeta = 1 - \frac{1-e^{-3\tau_e}}{3\tau_e}\ , \quad \tau_e = \kappa_R\, \rho\, L_c$$

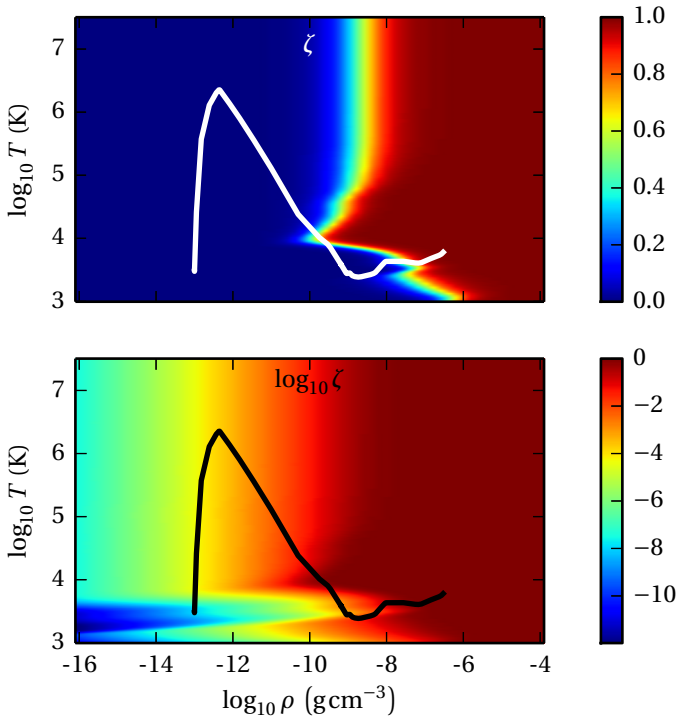

FIGURE 5.12 – *Transition entre l'ETL et le régime coronal en fonction de la densité et de la température, en échelle linéaire* (`haut`) *et logarithmique* (`bas`) *; une caractéristique typique d'un choc d'accrétion, comprenant colonne magnétosphérique et atmosphère stellaire, est reportée sur chaque carte.*

La figure 5.12 présente dans le plan (ρ, T) l'évolution de ζ, calculé avec l'opacité Rosseland monogroupe des tables fusionnées, avec une caractéristique d'un choc d'accrétion sur atmosphère (le rayon de la colonne magnétosphérique $L_c = 1000\,\mathrm{km}$). L'essentiel du gaz accrété et choqué ($\rho \approx 10^{-13} - 10^{-9}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$) est associé à de faibles valeurs de ζ ($\approx 10^{-8} - 10^{-2}$), et est donc plutôt décrit par le régime coronal. La basse atmosphère ($\rho \approx 10^{-7} - 10^{-6}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$) est à l'ETL ($\zeta \simeq 1$). La transition s'effectue sur la haute atmosphère ($\rho \approx 10^{-9} - 10^{-7}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$) et la base de la zone choquée. Ce comportement est en accord avec la réalité que nous cherchons à modéliser, ce qui conforte (sans réellement justifier) notre choix quant à l'expression de ζ.

Pour gagner en précision sur la transition, nous projetons d'exploiter les travaux de (Carlsson et Leenaarts, 2012). Les auteurs y étudient la fonction de distribution associée à la probabilité

d'échappement en fonction de divers paramètres, comme la profondeur optique de Lyα (pour H I) ou la densité de colonne pour Ca II et Mg II. Par construction, les « recettes » établies par les auteurs permettent d'estimer *à la fois* la fonction de refroidissement (donc $\mathfrak{s}_{E_r}$) et le taux d'ionisation (donc n_e).

Bibliographie

L. H. AUER : Formal Solution : EXPLICIT Answers. *In Stellar Atmosphere Modeling*, p. 3. ASPC, jan. 2003.

R. AZEVEDO, N. CALVET, L. W. HARTMANN, D. F. M. FOLHA, F. GAMEIRO et J. MUZEROLLE : Calcium II infrared triplet line models in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 456(1):225–234, sept. 2006.

R. BONITO, S. ORLANDO, C. ARGIROFFI, M. MICELI, F. REALE, G. PERES, T. MATSAKOS, C. STEHLÉ et L. IBGUI : Role of local absorption on the X-ray emission from MHD accretion shocks in classical T Tauri stars. *EPJ Web of Conferences*, 64:05004, jan. 2014.

M. CARLSSON et J. LEENAARTS : Approximations for radiative cooling and heating in the solar chromosphere. *Astronomy & Astrophysics*, 539:A39, fév. 2012.

J. I. CASTOR, P. G. DYKEMA et R. I. KLEIN : A new scheme for multidimensional line transfer. II - ETLA method in one dimension with application to iron K-alpha lines. *The Astrophysical Journal*, 387:561–571, mars 1992.

P. FEAUTRIER : A Procedure for computing the Mean Intensity and the Flux. *SAO Special Report*, 167:80, déc. 1964a.

P. FEAUTRIER : Sur la résolution numérique de l'équation de transfert. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 258:3189, mars 1964b.

J. W. FERGUSON, D. R. ALEXANDER, F. ALLARD, T. BARMAN, J. G. BODNARIK, P. H. HAUSCHILDT, A. HEFFNER-WONG et A. TAMANAI : Low-Temperature Opacities. *The Astrophysical Journal*, 623(1):585–596, avr. 2005.

F. N. FRITSCH et J. BUTLAND : A Method for Constructing Local Monotone Piecewise Cubic Interpolants. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 5(2):300–304, juin 1984.

S. HEAP, T. BROWN, T. LANZ et S. YI : [astro-ph/9711074] UV Spectral Dating of Stars and Galaxies. *Astrophysics and Space Science*, 265(1/4):531–532, 1999.

I. HUBENY et T. LANZ : Synspec : General Spectrum Synthesis Program. *Astrophysics Source Code Library*, sept. 2011.

L. IBGUI, I. HUBENY, T. LANZ et C. STEHLÉ : IRIS : a generic three-dimensional radiative transfer code. *Astronomy & Astrophysics*, 549:A126, jan. 2013.

K. R. LANG : *Astrophysical Formulae : A compendium for the physicist and astrophysicist*. New York, Springer-Verlag New York, Inc., 1974.

D. MIHALAS : *Stellar atmospheres*. San Francisco, W H Freeman and Co, 2 édn, 1978.

D. MIHALAS et B. W. MIHALAS : *Foundations of radiation hydrodynamics*. New York, Oxford University Press, 1984.

A. NATTA, T. PRUSTI, R. NERI, D. WOODEN, V. P. GRININ et V. MANNINGS : A reconsideration of disk properties in Herbig Ae stars. *Astronomy & Astrophysics*, 371(1):186–197, mai 2001.

NIST : National Institute of Standards and Technology. URL http://www.nist.gov/index.html.

OPACITY PROJECT TEAM : Book Review : The Opacity Project, volume 1 / IOP, 1995. *The Observatory*, 116:50, fév. 1996.

B. van LEER : Towards the ultimate conservative difference scheme I. The quest of monotonicity. *Lecture Notes in Physics*, 18(Chapter 14):163–168, 1973.

B. van LEER : Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second-order scheme. *Journal of Computational Physics*, 14(4):361–370, mars 1974.

B. van LEER : Towards the ultimate conservative difference scheme III. Upstream-centered finite-difference schemes for ideal compressible flow. *Journal of Computational Physics*, 23(3):263–275, mars 1977a.

B. van LEER : Towards the ultimate conservative difference scheme. IV. A new approach to numerical convection. *Journal of Computational Physics*, 23(3):276–299, mars 1977b.

CHAPITRE 6

ASTROLABE

Sommaire

6.1 Théorème de transport de Reynolds . . . 92
6.1.1 Énoncé du théorème . . . 92
6.1.2 Lois de conservation . . . 92
6.2 Discrétisation en espace . . . 93
6.2.1 Géométries . . . 93
6.2.2 Grilles alternées et centrage . . . 94
6.2.3 Schéma d'advection . . . 94
6.2.3.1 Vitesse de la grille . . . 95
6.2.3.2 Interpolation aux interfaces . . . 95
6.3 Discrétisation en temps . . . 96
6.3.1 Forme générale des équations . . . 96
6.3.2 Schéma explicite . . . 97
6.3.3 Schéma implicite . . . 97
6.4 Maillage adaptatif glissant . . . 98
6.4.1 Densité de grille et résolution du maillage . . . 99
6.4.2 Lissage spatial . . . 99
6.4.3 Lissage temporel . . . 100
6.4.4 Limites du maillage . . . 100
6.4.5 Approximation fluide . . . 101
6.5 Tests . . . 101

Dans la nature, les champs (température, vitesse, pression,...) sont continus dans l'espace et évoluent continument avec le temps. Cette double continuité ne peut être transcrite informatiquement. Une part intégrante des modèles numériques concerne la méthode employée pour discrétiser ces champs et adapter les équations continues en conséquent.

Nous décrivons dans ce chapitre (basé sur l'annexe A, ainsi que le premier chapitre de Lesaffre, 2002) le code 1D AstroLabE ainsi que ses spécificités. Nous abordons dans la section 6.1 le théorème à l'origine de la méthode de discrétisation en espace, qui fait l'objet de la section 6.2. Nous détaillons ensuite l'échantillonnage temporel (section 6.3). La représentation informatique du domaine spatial simulé, communément appelé *domaine de calcul*, est présentée dans la section 6.4. Nous concluons ce chapitre avec quelques tests du code ainsi obtenu (section 6.5.

6.1 Théorème de transport de Reynolds

6.1.1 Énoncé du théorème

Soit $\mathcal{S}$ une surface fermée entourant un volume $\mathcal{V}$. Un point courant de cette surface a une position notée $\vec{r}_S(t)$ et une vitesse $\vec{u}_S(\vec{r}_S,t)$. Nous noterons de plus $d\vec{S}(\vec{r}_S,t)$ la normale à la surface en ce point courant, orientée vers l'extérieur.
Soit un fluide, dont une particule fluide de position $\vec{r}(t)$ transporte une quantité $X(\vec{r},t)$ à une vitesse $\vec{u}(\vec{r},t)$. Le théorème de Reynolds appliqué à la quantité X s'écrit alors :

$$\frac{d}{dt}\int_{\mathcal{V}} X\,dV = \underbrace{\int_{\mathcal{V}} \frac{DX}{Dt}\,dV}_{\text{variation temporelle}} + \underbrace{\int_{\mathcal{S}} X\,(\vec{u}-\vec{u}_S)\cdot d\vec{S}}_{\text{advection}}$$

où D/Dt représente la dérivée *lagrangienne*[1]. Autrement dit, la variation de X dans un volume de contrôle se décompose en un terme de *variation temporelle* propre de X, et un terme de transport ou d'*advection*, qui décrit la variation de X liée au balayage d'une partie du flot par le volume de contrôle.

Nous retrouvons le formalisme lagrangien quand $\vec{u}_S = \vec{u}$, et le formalisme eulérien quand $\vec{u}_S = \vec{0}$. Mais cette équation ne se limite pas à ces deux seuls cas : nous pouvons ainsi écrire les équations de la physique par rapport à un maillage dont l'évolution peut être complètement décorrélée de celle du fluide.

Remarque : dans le cas unidimensionnel, le terme d'advection de la cellule i (entre les surfaces i et $i+1$) peut se réécrire :

$$\int_{\mathcal{S}} X\,(\vec{u}-\vec{u}_S)\cdot d\vec{S}\Big|_i = X_{i+1}\left(u_{i+1}-u_{S,i+1}\right)dS_{i+1} - X_i\left(u_i-u_{S,i}\right)dS_i$$

6.1.2 Lois de conservation

Par application du théorème de transport de Reynolds au système d'équations (3.5), nous obtenons :

$$\begin{cases}
\displaystyle\int_{\mathcal{V}} D_t\rho\,dV + \int_{\mathcal{S}} \rho\,(\vec{u}-\vec{u}_S)\cdot d\vec{S} = 0 \\
\displaystyle\int_{\mathcal{V}} D_t\rho\,\vec{v}\,dV + \int_{\mathcal{S}} \rho\,\vec{u}\,(\vec{u}-\vec{u}_S)\cdot d\vec{S} = \vec{\mathfrak{S}}_m \\
\displaystyle\int_{\mathcal{V}} D_t e\,dV + \int_{\mathcal{S}} e\,(\vec{u}-\vec{u}_S)\cdot d\vec{S} = \mathfrak{S}_e \\
\displaystyle\int_{\mathcal{V}} D_t E_r\,dV + \int_{\mathcal{S}} E_r\,(\vec{u}-\vec{u}_S)\cdot d\vec{S} = \mathfrak{S}_{E_r} \\
\displaystyle\int_{\mathcal{V}} D_t \vec{M}_r\,dV + \int_{\mathcal{S}} \vec{M}_r\,(\vec{u}-\vec{u}_S)\cdot d\vec{S} = \vec{\mathfrak{S}}_{M_r}
\end{cases}$$

1. parfois appelée dérivée *particulaire* ou dérivée *comobile*.

Les deux termes sources sont alors :

$$\begin{cases} \vec{\mathfrak{S}}_m &= -\int_{\mathcal{S}} \left(p + p_{\text{vis}}\right) d\vec{S} - \dfrac{G M_\star \, \delta m}{(R_\star + r)^2} \dfrac{\vec{r}}{r} - \sum_{\mathcal{I}} \int_{\mathcal{V}} \vec{\mathfrak{s}}_{M_r} \, dV \\ \mathfrak{S}_e &= -\int_{\mathcal{S}} p \, \vec{v} \cdot d\vec{S} + \int_{\mathcal{V}} q_{\text{vis}} dV - \int_{\mathcal{S}} \vec{q}_{\text{ce}}^{\,\text{eff}} \cdot d\vec{S} - \sum_{\mathcal{I}} \int_{\mathcal{V}} \mathfrak{s}_{E_r} \, dV \\ \mathfrak{S}_{E_r} &= \int_{\mathcal{V}} \mathfrak{s}_{E_r} \, dV - \int_{\mathcal{V}} \dfrac{\vec{v}}{c^2} \cdot \partial_t \vec{F}_r \, dV - \int_{\mathcal{S}} \vec{F}_r \cdot d\vec{S} - \int_{\mathcal{S}} \vec{v} \cdot \left(\bar{P}_r : d\vec{S}\right) \\ \vec{\mathfrak{S}}_{M_r} &= \int_{\mathcal{V}} \vec{\mathfrak{s}}_{M_r} \, dV - \int_{\mathcal{V}} \dfrac{\vec{v}}{c^2} \cdot \partial_t \bar{P}_r \, dV - \int_{\mathcal{S}} \bar{P}_r \cdot d\vec{S} - \int_{\mathcal{S}} \vec{v} \left(\vec{M}_r \cdot d\vec{S}\right) \end{cases}$$

6.2 Discrétisation en espace

L'espace est discrétisé en N volumes de contrôle contigus, séparés par $N+1$ interfaces (voir figure 6.1). Le volume de contrôle $\mathcal{V}_i$ ($i \in [\![1,N]\!]$ [2]), de volume dV_i, est encadré par les interfaces $\mathcal{S}_i$ et $\mathcal{S}_{i+1}$ et a pour position $\tilde{r}_i$ (voir section suivant pour plus de détails). La surface de contrôle $\mathcal{S}_i$, de surface dS_i, sépare donc les volumes $\mathcal{V}_{i-1}$ et $\mathcal{V}_i$ et a pour position r_i.

6.2.1 Géométries

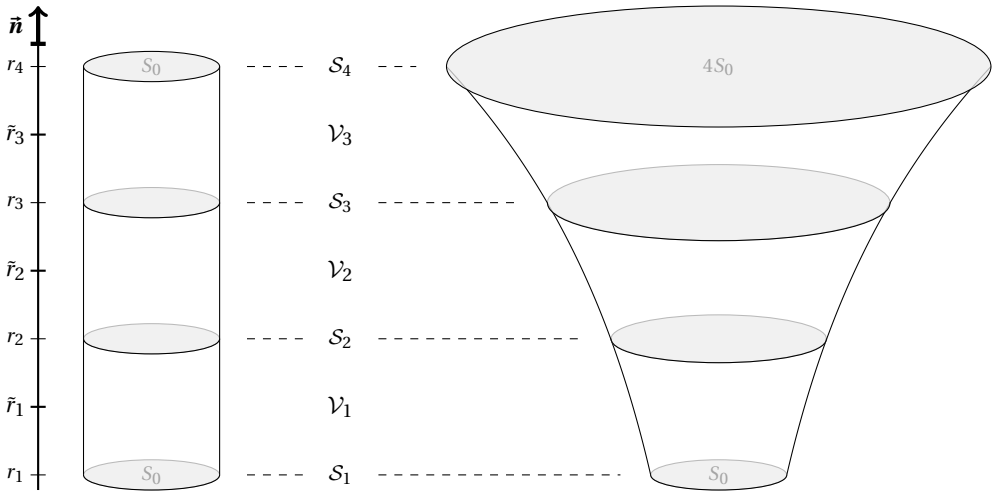

FIGURE 6.1 – *Discrétisation spatiale - Exemple des géométries plan-parallèle cylindrique* (`gauche`) *et en pavillon exponentiel* (`droite`) *pour* $N = 3$, $\mathcal{S}_4$ *eulérienne,* $r_1 = 0\,\text{km}$ *et* $r_0 = r_4/\ln(4)$. *Les grandeurs géométriques sont reprises dans le tableau 6.1.*

Le maillage peut suivre deux géométries cartésiennes plan-parallèle (figure 6.1). Dans le cas « cylindrique » (gauche), la section est constante : $dS_i = S_0$; le volume s'exprime alors simplement : $dV_i = S_0\,(r_{i+1} - r_i)$. Dans le cas « pavillon exponentiel » (droite), la section est une fonction exponentielle du rayon : $dS_i = S_0 e^{r_i/r_0}$. Le volume s'exprime alors [3] :

$$dV_i = r_0\,(dS_{i+1} - dS_i) = r_0 \left(e^{\frac{r_{i+1}-r_i}{r_0}} - 1\right) dS_i = 2 r_0 \, S_0 e^{e^{\frac{r_i + r_{i+1}}{2r_0}}} \operatorname{sh}\left(\frac{r_{i+1} - r_i}{2r_0}\right)$$

2. Nous utiliserons pour les intervalles d'entiers la notation $[\![a,b]\!] = [a,b] \cap \mathbb{Z}$, $(a,b) \in \mathbb{Z}^2$.
3. Nous préfèrerons la formulation avec le sinus hyperbolique car, bien que plus complexe, celle-ci permet d'éviter des soustractions de grands nombres (comme $dS_{i+1} - dS_i$), ce qui pose souvent des problèmes numériques.

Le code permet également l'utilisation d'un maillage sphérique, mais nous n'exploiterons pas cette possibilité.

6.2.2 Grilles alternées et centrage

Notre approche unidimensionnelle, selon le vecteur normé $\vec{n}$, revient à considérer que tous les champs scalaires sont uniformes dans tout plan perpendiculaire à l'axe d'étude, et tous les champs vectoriels sont colinéaires à cet axe.

Sur cette grille, les champs scalaires et vectoriels ne sont pas définis de la même manière. La discrétisation spatiale d'un champ vectoriel $\vec{g}(\vec{r},t)$ s'effectue par la moyenne sur les surfaces de contrôle :

$$g_i(t) = \frac{1}{dS_i}\int_{\mathcal{S}_i} \vec{g}(\vec{r},t)\cdot d\vec{S} = \vec{g}(r_i,t)\cdot\vec{n}$$

Un champ vectoriel se réduit donc à une série de $N+1$ variables g_i localisées en r_i ; nous parlerons de variables *aux interfaces*.

La discrétisation spatiale d'un champ scalaire $f(\vec{r},t)$ se fait en le moyennant sur chaque volume de contrôle :

$$f_i(t) = \frac{1}{dV_i}\int_{\mathcal{V}_i} f(\vec{r},t)\,dV$$

Un champ scalaire se réduit donc à une série de N variables f_i localisées en $\tilde{r}_i$; nous parlerons dans ce cas de variables *centrées*. Si nous supposons que dans une cellule, ce champ peut s'écrire $f(r,t) = f_i(t) + (r-\tilde{r}_i)\,f_i'(t)$, nous pouvons définir $\tilde{r}_i$ de façon univoque.
En géométrie « cylindrique », nous avons directement :

$$f_i = \frac{1}{r_{i+1}-r_i}\int_{r_i}^{r_{i+1}} \left[f_i + (r-\tilde{r}_i)\,f_i'\right] dr = f_i + \left(\frac{1}{2}\frac{r_{i+1}^2 - r_i^2}{r_{i+1}-r_i} - \tilde{r}_i\right) f_i'$$

$$\Leftrightarrow \tilde{r}_i = \frac{1}{2}(r_{i+1}+r_i)$$

En géométrie « pavillon », le volume élémentaire s'exprime $dV = S_0\,e^{\frac{r}{r_0}}\,dr$, d'où :

$$f_i = \frac{S_0}{dV_i}\int_{r_i}^{r_{i+1}} \left[f_i + (r-\tilde{r}_i)\,f_i'\right] e^{\frac{r}{r_0}}\,dr = f_i + \left(-\tilde{r}_i + \frac{S_0}{dV_i}\int_{r_i}^{r_{i+1}} r\,e^{\frac{r}{r_0}}\,dr\right) f_i'$$

$$\Leftrightarrow \tilde{r}_i = r_0\left(\frac{r_{i+1}\,dS_{i+1} - r_i\,dS_i}{dV_i} - 1\right) = \frac{(r_{i+1}-r_i)\,e^{\frac{r_{i+1}-r_i}{2r_0}}}{2\,\mathrm{sh}\left(\frac{r_{i+1}-r_i}{2r_0}\right)} + r_i - r_0$$

Nous pouvons à présent définir un nouveau maillage, dont les interfaces se trouvent en $\tilde{r}_i$ $\left(i \in [\![1,N]\!]\right)$; toute grandeur portée par ce second maillage sera marquée par un tilde.

6.2.3 Schéma d'advection

Pour calculer le terme d'advection, il faut connaître la vitesse relative du fluide par rapport au maillage, et donc la vitesse du maillage. Celle-ci étant définie aux interfaces, il est donc nécessaire d'interpoler la valeur du champ scalaire F aux interfaces.

6.2.3.1 Vitesse de la grille

Pendant le temps δt, qui sépare deux états numériquement consécutifs [4] (0) et (1), l'interface $\mathcal{S}_i$ balaye un volume que nous pouvons écrire [5] :

$$V_i^{(1)} - V_i^{(0)} = dS_i^{(1)}\, u_{S,i}\, \delta t \Leftrightarrow \vec{u}_{S,i} = \frac{V_i^{(1)} - V_i^{(0)}}{dS_i^{(1)}\, \delta t}\vec{n} \quad \text{avec} \quad V_i = \int_0^{r_i} dS(r)\, dr$$

En géométrie « cylindrique », nous avons :

$$V_i = S_0\, r_i \quad \Leftrightarrow \quad u_{S,i} = \frac{r_i^{(1)} - r_i^{(0)}}{\delta t}$$

En géométrie « pavillon », nous obtenons :

$$V_i = S_0\, r_0 \left(e^{\frac{r_i}{r_0}} - 1\right) \quad \Leftrightarrow \quad u_{S,i} = \frac{r_0}{\delta t}\left(1 - e^{-\frac{r_i^{(1)} - r_i^{(0)}}{r_0}}\right)$$

Les grandeurs géométriques abordées précédemment sont reprises en synthèse dans le tableau 6.1.

TABLE 6.1 – *Conventions en géométrie « cylindrique » et « pavillon ».*

	Cylindrique	**Pavillon**
$\tilde{r}_i$	$\frac{1}{2}(r_i + r_{i+1})$	$\frac{(r_{i+1} - r_i)\, e^{\frac{r_{i+1} - r_i}{2r_0}}}{2\,\mathrm{sh}\left(\frac{r_{i+1} - r_i}{2r_0}\right)} + r_i - r_0$
dS_i	S_0	$S_0 e^{\frac{r_i}{r_0}}$
dV_i	$(r_{i+1} - r_i) S_0$	$2r_0\, S_0\, e^{e^{\frac{r_i + r_{i+1}}{2r_0}}}\ \mathrm{sh}\left(\frac{r_{i+1} - r_i}{2r_0}\right)$
$u_{S,i}$	$\frac{r_i^{(1)} - r_i^{(0)}}{\delta t}$	$\frac{r_0}{\delta t}\left(1 - e^{-\frac{r_i^{(1)} - r_i^{(0)}}{r_0}}\right)$

Les expressions de la vitesse de la grille précédentes permettent de ne pas dégrader la précision obtenue par le schéma d'advection.

6.2.3.2 Interpolation aux interfaces

Le champ scalaire X est advecté à la vitesse relative du fluide par rapport au maillage, soit $\vec{u} - \vec{u}_S$. Cela revient à déterminer le flux de X à travers chaque section $\mathcal{S}_i$. Bien que les vitesses soient effectivement définies aux interfaces, X est quant à lui centré. Il est donc nécessaire d'interpoler sa valeur aux interfaces. Soit X^* ce champ interpolé ; le terme d'advection s'écrit alors :

$$\int_{\mathcal{S}_i} X\, (\vec{u} - \vec{u}_S) \cdot d\vec{S} = \left(u_i - u_{S,i}\right) X_i^*\, dS_i$$

4. voir section 6.3 pour plus de détails sur la discrétisation en temps.
5. La surface est prise à l'instant (1) car le schéma temporel choisi est *implicite* (voir section 6.3.3).

La méthode la plus simple, conceptuellement et numériquement, est l'interpolation linéaire entre deux cellules contigües. Cependant, cette méthode viole de façon chronique la causalité, ce qui en fait une méthode inconditionnellement instable. Pour remédier à ce problème, il faut discriminer les deux cellules de part et d'autre de chaque interface.
La méthode dite « Donor-Cell » consiste à choisir comme valeur aux interfaces la valeur centrée de la cellule en amont du flot (ou « sous le vent ») :

$$X_i^* = \begin{cases} X_{i-1} & \text{si } u_i - u_{S,i} \geq 0 \\ X_i & \text{si } u_i - u_{S,i} < 0 \end{cases}$$

Ce schéma est d'ordre 1 en temps et en espace.

Pour gagner en précision, la valeur centrée amont peut être interpolée à l'interface via le gradient local de X qu'il faut évaluer. Nous déterminerons pour cela les pentes suivant la méthode de Fritsch et Butland (1984) :

$$\partial X_i = \begin{cases} \dfrac{x_{g,i}\, x_{d,i}}{(1-h)x_{g,i} + h\, x_{d,i}} & \text{si } x_{g,i}\, x_{d,i} > 0 \\ 0 & \text{si } x_{g,i}\, x_{d,i} \leq 0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x_{g,i} = \dfrac{X_i - X_{i-1}}{\tilde{r}_i - \tilde{r}_{i-1}} \\ x_{d,i} = \dfrac{X_{i+1} - X_i}{\tilde{r}_{i+1} - \tilde{r}_i} \\ h = \dfrac{1}{3}\left(1 + \dfrac{\tilde{r}_{i+1} - \tilde{r}_i}{\tilde{r}_{i+1} - \tilde{r}_{i-1}}\right) \end{cases}$$

Par construction, $x_{g,i}$ et $x_{d,i}$ sont définis aux interfaces, et ∂X_i est centrée. Le cas particulier $h = 1/2$ porte souvent le nom de pente van Leer (1973, 1974, 1977) et est couramment utilisée dans les codes hydrodynamiques et MHD.

Lorsque les pentes *à gauche* ($x_{g,i}$) et *à droite* ($x_{g,i}$) sont de même signe, la pente Fritsch et Butland ∂X_i correspond à leur moyenne harmonique, pondérée par l'espacement local du maillage. Dans le cas contraire, il doit exister un extrémum local entre r_i et r_{i+1} ; afin d'éviter l'apparition aberrante d'extrema, sa position est alors fixée au nœud du maillage $\tilde{r}_i$, et la pente Fritsch et Butland est alors nulle. Nous obtenons alors pour l'interpolation :

$$X_i^* = \begin{cases} X_{i-1} + (r_i - \tilde{r}_{i-1})\, \partial X_{i-1} & \text{si } u_i - u_{S,i} \geq 0 \\ X_i \quad + (r_i - \tilde{r}_i) \quad \partial X_i & \text{si } u_i - u_{S,i} < 0 \end{cases}$$

Ce schéma est d'ordre 2 en temps et d'ordre 3 en espace.

6.3 Discrétisation en temps

De même que l'espace est discrétisé en volumes de contrôle, l'évolution temporelle doit être segmentée en une succession d'instantanés pour permettre sa transposition informatique.

6.3.1 Forme générale des équations

L'état d'un système, à un instant t donné, est décrit par les variables d'état. La discrétisation spatiale réduit cet ensemble à un vecteur $\vec{X}$, de dimension finie, regroupant leur valeur à chaque point du maillage. L'évolution temporelle de ces variables se réécrit alors :

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}) \tag{6.1}$$

où $\vec{\mathfrak{S}}$ désigne le *terme source* de l'équation et caractérise l'évolution temporelle de $\vec{X}$. Celui-ci peut dépendre du temps : dans ce cas, en posant :

$$\vec{X} \longrightarrow \vec{Y} = (\vec{X}, t) \qquad \text{et} \qquad \vec{\mathfrak{S}}'(\vec{Y}) = \left(\vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}, t), 1\right)$$

on retrouve une équation de la forme précédente.

6.3.2 Schéma explicite

Connaissant l'état $\vec{X}_0$ du système à un instant t_0, l'état $\vec{X}_1$ à l'instant $t_0 + \delta t$ s'exprime par développement limité [6] :

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \delta t\, \vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}_0) + o(\delta t) \tag{6.2}$$

Dans la limite des très petits pas de temps, on peut approximer l'égalité précédente en ne conservant que les deux premiers termes, d'où l'équivalent numérique de l'équation (6.1) :

$$\frac{\vec{X}_1 - \vec{X}_0}{\delta t} = \vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}_0) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{X}_1 = \vec{X}_0 + \delta t\, \vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}_0)$$

Cette méthode d'intégration porte le nom de *méthode d'Euler*, et est qualifié d'*explicite* car le terme source ne dépend que de $\vec{X}_0$: à chaque pas de temps (chaque instant calculé), on dispose alors de toute l'information nécessaire au calcul du pas de temps suivant.

Le schéma explicite présente deux principaux inconvénients :

- lorsque se mêlent plusieurs phénomènes de temps caractéristiques très différents, cette méthode est sensible aux perturbations du phénomène le plus rapide et peut conduire à des résultats erronés.
  Or dans notre étude, des phénomènes physiques rapides, comme l'ionisation ($\tau_i \approx 10^{-7}$ s), cohabitent avec des phénomènes bien plus lents, comme le refroidissement optiquement mince ($\tau_r \approx 10^2$ s).
- le pas de temps est soumit à la condition CFL (Courant, Friedrichs, et Lewy, 1928) ; cette condition traduit le fait qu'une information ne doit pas se propager à plus d'une cellule adjacente au cours d'un pas de temps, sinon la causalité n'est pas respectée dans les cellules « sautées ».
  Nous voulons suivre dans cette étude des chocs, dont l'épaisseur est de l'ordre du libre parcourt moyen ($l \sim 2.10^4$ cm dans nos conditions), sur des distances L pouvant atteindre 2.10^9 cm. Soit T le temps nécessaire à cette propagation, et v sa vitesse ; la condition CFL nous imposerait alors de un nombre de pas de temps au moins égal à :

$$\frac{T}{\delta t_{\text{CFL}}} \simeq \frac{T v}{l} = \frac{L}{l} \approx 10^5$$

Un schéma explicite apparaît donc comme inapproprié pour notre étude.

6.3.3 Schéma implicite

En nous appuyant non plus sur le pas de temps écoulé, mais sur le pas de temps en cours de calcul, le développement limité (6.2) conduit à :

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_0 + \delta t\, \vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}_1)$$

6. ou développement de Taylor.

Le terme source ne dépend que de l'état *à venir*, d'où le nom de schéma *implicite* donné à cette méthode.

Cette nouvelle équation est non-linéaire si $\vec{\mathfrak{S}}$ l'est, donc sur l'ensemble de notre étude. En effectuant un développement limité du terme source au voisinage de $\vec{X}_0$, en supposant que $\vec{X}_1 - \vec{X}_0$ est un infiniment petit d'ordre 1, nous obtenons :

$$\vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}_1) = \vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}_0) + (\vec{X}_1 - \vec{X}_0) \left.\frac{\partial \vec{\mathfrak{S}}}{\partial \vec{X}}\right|_{\vec{X}_0} + o(\vec{X}_1 - \vec{X}_0)$$

$$\Leftrightarrow \vec{X}_1 \simeq \vec{X}_0 + \frac{\delta t\, \vec{\mathfrak{S}}(\vec{X}_0)}{1 - \delta t \left.\frac{\partial \vec{\mathfrak{S}}}{\partial \vec{X}}\right|_{\vec{X}_0}}$$

Afin d'inclure le caractère non-linéaire des équations, la solution est affinée par une succession de corrections linéaires selon la méthode de Newton-Raphson (voir Numerical Recipes, section 9.6).
Notons que souvent, les grandeurs physiques ne dépendent significativement que de leur environnement proche, ce qui se traduit par le fait que la matrice jacobienne $\partial\vec{\mathfrak{S}}/\partial\vec{X}$ est une matrice bande possédant un faible nombre de sous-diagonales non-nulles. Les algorithmes de décomposition LU permettent de résoudre efficacement de telles équations.

Sous réserve de contrôler les variations relatives des variables sur chaque pas de temps, ce schéma est inconditionnellement stable. Il est donc possible de violer la condition CFL et d'atteindre des pas de temps pouvant excéder le million de δt_{CFL}.
Cependant, d'après le critère de Shannon, on ne peut correctement modéliser que les phénomènes dont le temps caractéristique est au moins le double du pas de temps effectif. Cela nous conduit à imposer une valeur maximale au pas de temps ; cette limite est toutefois rarement atteinte car le pas de temps est dynamiquement ajusté au vu des variations de certaines grandeurs.

Un schéma intermédiaire, appelé *semi-implicite* existe entre l'explicite et l'implicite :

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_0 + \delta t\, \vec{\mathfrak{S}}\big(\alpha\, \vec{X}_1 + (1-\alpha)\, \vec{X}_0\big) \tag{6.3}$$

où $\alpha \in [0,1]$ désigne le *paramètre d'implicitation* :
- quand $\alpha = 0$, le schéma est explicite ;
- quand $\alpha \in \left]\frac{1}{2},1\right]$, le schéma est inconditionnellement stable, si les variations relatives des variables sont contrôlées ; le cas particulier $\alpha = 1$ correspond au schéma implicite [7]
- quand $\alpha = \frac{1}{2}$, le schéma porte le nom de *schéma de Crank Nicholson* ; ce schéma est d'ordre 2 en temps, mais sa stabilité n'est pas garantie.

Notre choix s'est finalement porté sur le schéma implicite complet.

6.4 Maillage adaptatif glissant

Les méthodes de discrétisation spatiale et temporelle étant choisies, il nous faut à présent déterminer la manière dont la grille s'adaptera aux différents phénomènes simulés, sans que la stabilité globale du code ne soit compromise. Cette section s'appuie sur les travaux de Dorfi et Drury (1987).

7. ou *implicite complet* pour bien le distinguer des autres cas.

6.4.1 Densité de grille et résolution du maillage

Une grandeur clé pour l'adaptation du maillage est la *résolution*; celle-ci s'appuie sur la densité de points de la grille :

$$\mathfrak{n}_i = \frac{\mathfrak{L}}{r_{i+1} - r_i}$$

où le paramètre $\mathfrak{L}$ est une longueur caractéristique de la résolution. Cette longueur peut dépendre du rayon et du temps et ainsi permettre de plus ou moins résoudre certaines parties du domaine de calcul. Nous n'exploiterons pas cette possibilité car toute partie du domaine de calcul peut *a priori* nécessiter une grande résolution dans nos simulations. Notre choix de L_{res} constant revient à initialement distribuer les points de la grille uniformément.

Il n'existe pas une unique fonction de résolution, et son choix détermine les performances du maillage adaptatif. Soit une fonction[8] f_X d'une variable X ; si nous voulons répartir uniformément les points de la grille sur le graphe de f_X en fonction de r, cela conduit à choisir :

$$R = \sqrt{1 + \left(\frac{df_X}{dr}\right)^2}$$

ce qui donne dans le cas de plusieurs fonctions et suite à la discrétisation spatiale :

$$R_i = \sqrt{1 + \sum_X \eta_X \left(\left.\frac{df_X}{dr}\right|_{r_i}\right)^2}$$

La sensibilité de la résolution aux différentes variables X est fixée par les paramètres η_X. Au vu de la grande dynamique en pression, température, densité,... que nous explorerons, nous avons choisi $f_X = \ln X$.

6.4.2 Lissage spatial

L'équation la plus simple pour maillage est : $\mathfrak{n}_i \propto R_i$. Une telle équation est instable car le maillage se resserrerait sur tout gradient qui apparaîtrait et la très faible taille des cellules de contrôle provoquerait des erreurs de précision numérique. Il convient donc de contraindre spatialement et temporellement cette relation afin de préserver la stabilité du code.

Un premier gage de stabilité est que chaque cellule ait une taille comparable à ses voisines. Si k représente une « raideur » du maillage, nous cherchons à avoir :

$$\frac{k}{k+1} < \frac{\mathfrak{n}_{i+1}}{\mathfrak{n}_i} < \frac{k+1}{k}$$

La manière la plus rapide d'y parvenir est de convoluer la fonction de résolution de la manière suivante :

$$\mathfrak{n}_i \propto \sum_j \left(\frac{k}{k+1}\right)^{|i-j|} R_j \tag{6.4}$$

Dans le cas de conditions aux limites périodiques, cette convolution correspond à la réciproque de l'opérateur $1 - k(k+1)\mathfrak{d}^2$ avec l'opérateur différence $\mathfrak{d}\mathfrak{n}|_i = \mathfrak{n}_{i+1/2} - \mathfrak{n}_{i-1/2}$. Par application de

8. Nous adoptons la notation f_X et non $f(X)$ car la nature même de la fonction peut changer en fonction de la variable X considérée.

cet opérateur sur l'équation (6.4), nous obtenons [9] :

$$\tilde{\mathfrak{n}}_i = \mathfrak{n}_i - k(k+1)(\mathfrak{n}_{i+1} - 2\mathfrak{n}_i + \mathfrak{n}_{i-1}) \propto R_i$$

En pratique, la non-périodicité des conditions aux limites joue peu, car nous évitons d'amener des discontinuités ou de forts gradients près des bords du domaine de calcul.

6.4.3 Lissage temporel

L'évolution d'un maillage régit par cette dernière équation resterait instable car, bien que limité spatialement, le maillage se resserrerait instantanément dès l'apparition d'un gradient. Suivant les prescriptions de Dorfi et Drury (1987), nous effectuons un lissage exponentiel en temps de la fonction de résolution $R(t)$:

$$\mathfrak{n} \propto \int_0^\infty R(t-t')e^{-\frac{t'}{\tau}}\frac{dt'}{\tau}$$

ce qui aboutit à une équation de la forme :

$$\hat{\mathfrak{n}}_i = \tilde{\mathfrak{n}}_i + \frac{\tau}{\delta t}(\tilde{\mathfrak{n}}_i - \tilde{\mathfrak{n}}_i^0) \propto R_i$$

où $\tilde{\mathfrak{n}}_i^0$ représente la valeur de $\tilde{\mathfrak{n}}_i$ au pas de temps précédent et δt le pas de temps en cours. τ est donc le temps caractéristique d'adaptation de la grille, et de son choix dépend la stabilité de la grille.

Finalement, on s'affranchit de la proportionnalité en écrivant :

$$\frac{\mathfrak{n}_{i+1}}{\mathfrak{n}_i} = \frac{R_{i+1}}{R_i} \tag{6.5}$$

Cette équation finale, au vu du lissage en espace et en temps, est d'après les travaux de (Dorfi et Drury, 1987) la seule qui fonctionne.

6.4.4 Limites du maillage

Un tel maillage porte le nom d'*Arbitrary-Lagrangian-Eulerian* (ALE), car il peut être Lagrangien, Eulérien, ou autre. Son point fort est qu'il conserve le même nombre de cellules tout au long de l'exécution du code [10]. L'allocation de mémoire en est grandement simplifiée, mais il faut prédire *en avance* le nombre de cellules nécessaires à la modélisation envisagée.

De plus son adaptativité est vite mise en échec lors de discontinuités multiples. Ce cas de figure est récurent dans nos simulations, avec des structures en double chocs. Heureusement, seule l'apparition d'une seconde discontinuité est sensible : le pas de temps chute alors pour permettre au maillage de s'adapter à cette nouvelle situation, puis réaugmente progressivement. Il faut cependant, comme mentionné précédemment, anticiper cette situation et augmenter le nombre de volumes de contrôle en conséquence.

Une autre limite est présentée par Lesaffre (2002) : il semblait très difficile de dépasser une résolution d'un million. Nous n'avons pas été confronté dans cette étude à ces difficultés, mais d'autres études menées avec ce code ont atteint des résolutions dépassant les 10^8.

9. $\tilde{\mathfrak{n}}_i$, tout comme $\mathfrak{n}_i$, est défini sur $\mathcal{S}_i$; nous reprenons simplement ici les notations de Dorfi et Drury (1987).
10. les simulations s'effectuent à cardinalité constante.

6.4.5 Approximation fluide

Un danger que présente ce maillage est de nous emmener dans des situations où l'approche hydrodynamique n'est plus valide. Le milieu est toujours supposé continue, ce qui implique que la plus petite échelle à laquelle nous étudions la structure doit rester très grande devant le libre parcours moyen de ces constituants. Nous vérifions ici à postériori que c'est effectivement le cas.

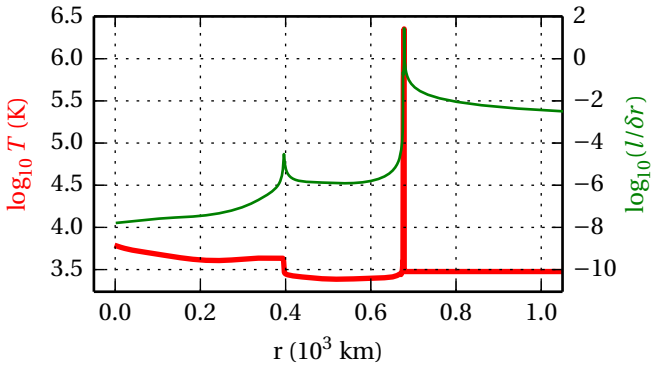

FIGURE 6.2 – *Vérification de l'approximation fluide : comparaison de la taille des cellules et du libre parcours moyen des noyaux d'hydrogène.*

La figure 6.2 présente une structure de colonne d'accrétion choquée sur une atmosphère stellaire. Le domaine de calcul est divisé en 150 cellules. La température permet de distinguer la structure de la colonne, notamment la position des chocs et autres discontinuités. Le libre parcours moyen des particules est grossièrement estimé par :

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{\mathrm{H}}^2 n}$$

où d_{H} est le diamètre classique de l'atome d'hydrogène, n la densité numérique, et la distribution de vitesse est supposée maxwellienne. La courbe verte de la figure 6.2 représente le rapport entre ce libre parcours moyen et la taille δr des cellules du domaine de calcul.
Ce rapport est toujours inférieur à 1%, sauf près des chocs (à $r \simeq 670\,\mathrm{km}$ sur la figure). Étant donné que la viscosité artificielle « étale » les chocs, dont la largeur théorique est justement d'un libre parcours moyen, sur plusieurs cellules, l'observation précédente n'est pas surprenante : il s'agit d'un mal nécessaire à la stabilité numérique du code hydrodynamique.
Nous restons donc bien dans l'approximation fluide, hormis au voisinage des chocs.

6.5 Tests

Le code AstroLabE a déjà fait l'objet de tests. La section 1.5 du mémoire de thèse de Lesaffre (2002) y est consacré, notamment :

- la propagation d'un choc adiabatique : les relations de Rankine-Hugoniot permettent de vérifier la validité des résultats ;
- le tube à choc de Sod : la solution analytique de ce problème de Riemann est connue et sert de référence ;
- des test secondaires, portant sur l'advection ou l'adaptation du maillage.

Nous ajoutons à cette liste un test préliminaire du transfert radiatif multigroupe : nous soumettons un milieu homogène ($\rho = 10^{-13}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ et $T_{\mathrm{init}} = 10^3\,\mathrm{K}$) et statique à une luminosité solaire *dans chaque groupe* et observons la propagation de l'énergie radiative de chaque groupe, en utilisant la table d'opacités présentée dans la figure 5.10.

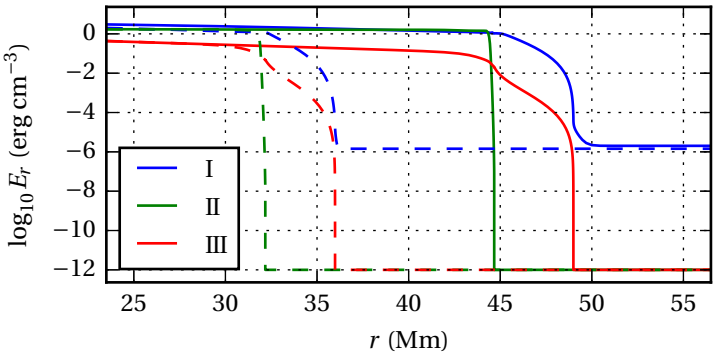

FIGURE 6.3 – *Test de propagation de l'énergie radiative du premier* (`bleu`), *deuxième* (`vert`) *et troisième groupe* (`rouge`) *à 0,107 s* (`tirets`) *et 0,150 s après le début de la simulation.*

La figure 6.3 présente les énergies radiatives de chaque groupe en fonction de l'altitude, à deux instants séparés de $4{,}32.10^{-2}$ s. Nous vérifions bien que les vitesses de propagation reconstruites sont strictement inférieures à la célérité de la lumière dans le vide : l'énergie de chaque groupe se propage environs à $2{,}90.10^5$ km s^{-1}.

TABLE 6.2 – *Grandeurs physiques de la simulation test.* $\rho = 10^{-13}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ *et* $T_{\mathrm{init}} = 10^3$ K.

Groupes	**I**	**II**	**III**
κ_P (cm^2 g^{-1})	0,59	$1{,}8.10^6$	$1{,}4.10^4$
κ_R (cm^2 g^{-1})	$7{,}3.10^{-5}$	$3{,}1.10^3$	$1{,}4.10^4$
$1/\kappa_P\,\rho$ (km)	$1{,}7.10^8$	55	$7{,}1.10^3$
$1/\kappa_P\,\rho\,c$ (s)	$5{,}6.10^2$	$1{,}8.10^{-4}$	$2{,}4.10^{-2}$
v (km s^{-1})	$2{,}89.10^5$	$2{,}90.10^5$	$2{,}89.10^5$

Le tableau 6.2 donne différentes grandeurs caractérisant chaque groupe dans cette simulation. Le temps caractéristique de propagation de l'énergie radiative, $1/\kappa_P\,\rho\,c$ nous permet de comprendre le décalage entre les différents profils. Le temps caractéristique du groupe I est très grand devant le temps écoulé (10^{-1} s) : le rayonnement visible-IR n'a pas eu le temps nécessaire pour évoluer proprement et se démarquer des conditions initiales. Le profil des courbes bleues est caractéristique de la diffusion, et non du transport de rayonnement.
Le temps caractéristique du groupe III est à peu près cinq fois plus petit que le temps écoulé : le rayonnement X commence à se démarquer par rapport à la simple diffusion, et le profil des courbes rouges commence à se « raidir ».
Le temps caractéristique du groupe II est très petit devant le temps écoulé : le rayonnement de ce groupe a eu tout le temps nécessaire pour évoluer et marquer un *front de propagation*, nettement visible sur les courbes vertes.

Ce test préliminaire est donc encourageant, et d'autres tests plus poussés doivent être conduits afin de valider la méthode multigroupe.

Bibliographie

R. COURANT, K. FRIEDRICHS et H. LEWY : Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100(1):32–74, déc. 1928.

E. A. DORFI et L. O. DRURY : Simple adaptive grids for 1-D initial value problems. *Journal of Computational Physics*, 69(1):175–195, mars 1987.

F. N. FRITSCH et J. BUTLAND : A Method for Constructing Local Monotone Piecewise Cubic Interpolants. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 5(2):300–304, juin 1984.

P. LESAFFRE : *Aspects dynamiques du milieu interstellaire.* Thèse de doctorat, Université Paris VII, sept. 2002.

W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et B. P. FLANNERY : Numerical Recipes in Fortran 77 : The art of Scientific Computing. *In Fortran Numerical Recipes*. Cambridge : University Press, 1992.

B. van LEER : Towards the ultimate conservative difference scheme I. The quest of monotonicity. *Lecture Notes in Physics*, 18(Chapter 14):163–168, 1973.

B. van LEER : Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second-order scheme. *Journal of Computational Physics*, 14(4):361–370, mars 1974.

B. van LEER : Towards the ultimate conservative difference scheme III. Upstream-centered finite-difference schemes for ideal compressible flow. *Journal of Computational Physics*, 23(3):263–275, mars 1977.

Troisième partie

Résultats

CHAPITRE 7

MODÈLE GÉNÉRIQUE POUR LA CHROMOSPHÈRE

Sommaire

7.1 Structure de la chromosphère . . . 107
7.1.1 Chromosphère solaire . . . 108
7.1.2 Du solaire au stellaire . . . 108
7.2 Équilibre et dynamique chromosphériques . . . 108
7.2.1 Fonction de chauffage . . . 108
7.2.2 Ondes sonores ou hydro-magnétiques . . . 109
7.3 Modèle simple de chromosphère . . . 110
7.3.1 Objectifs . . . 110
7.3.2 Chocs acoustiques . . . 111
7.3.3 Élaboration de notre modèle . . . 111

Dans son étude spectroscopique du Soleil, qu'il initia en 1866, Sir Joseph Norman Lockyer se pencha sur la nature des taches solaires, ainsi que des mouvements du plasma dans leur voisinage (Lockyer, 1867). Dans le même temps, il tenta d'observer les « flammes rouges » [1], autrement visibles durant les éclipses totales. Son échec incita au développement de spectroscopes plus performants, ainsi qu'à l'étude plus détaillée de l'enveloppe du Soleil. L'utilisation de ces nouveaux instruments conduisit Lockyer à considérer l'existence d'une couche intermédiaire, assurant la continuité entre la photosphère et la couronne : la *chromosphère* (d'après le nom suggéré par William Sharpey ; Lockyer, 1868). Malgré de nombreuses années de recherche, certains aspects de la chromosphère demeurent peu compris.

La question de la chromosphère revêt un intérêt pour notre étude car il s'agit de la structure sur laquelle le gaz est accrété. Elle peut donc fortement influencer la dynamique et l'observabilité des chocs d'accrétion. Nous présentons dans une première partie la structure de la chromosphère solaire, puis certains mécanismes permettant d'expliquer sa structure hydrodynamique. Nous finissons par présenter le modèle simple que nous avons adopté pour modéliser ce type de structure.

7.1 Structure de la chromosphère

La chromosphère d'une étoile est la région qui s'étend sur plusieurs échelles de hauteur (en densité et en pression) depuis la haute photosphère jusqu'à la base de la couronne.

1. spicules brillant en Hα, observés pour la première fois en dehors d'une éclipse par spectrographie par Pierre Jules César Janssen, puis deux mois plus tard par Lockyer.

7.1.1 Chromosphère solaire

Au voisinage de la photosphère, la pression thermodynamique du plasma chromosphérique domine d'abord la pression magnétique (le paramètre plasma β, rapport entre ces deux pressions, est élevé) ; cette dernière s'accroît au fur et à mesure que l'on s'élève, pour finir par dominer la pression du plasma quand on atteint la couronne. C'est dans cette région que se manifeste l'interaction entre un flot d'accrétion et la surface de l'étoile. La couronne, très diluée, est balayée par le flot.

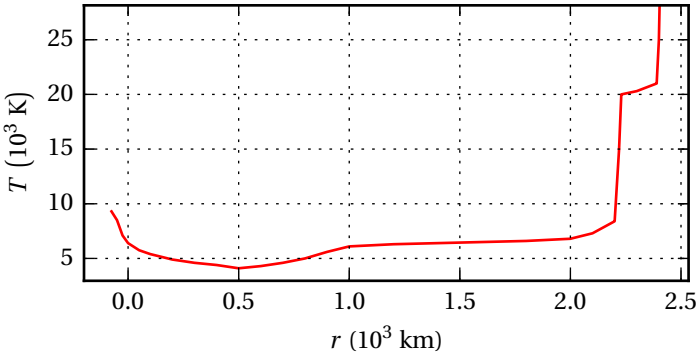

FIGURE 7.1 – *Profil de température de la chromosphère en fonction de l'altitude, d'après le modèle de Vernazza* et al. *(1973).*

Dans le Soleil, la chromosphère s'étend sur une hauteur d'environ 1500 km, depuis le minimum de température ($T_{\min} \simeq 4000\,\mathrm{K}$) jusqu'à la région de transition vers la couronne, où la température atteint quelques 10^6 K. L'ensemble de la chromosphère du Soleil, et *a fortiori* celle d'autres étoiles (qui ne sont pas observées en détail), est souvent représentée par une structure hydrostatique « moyenne ». Par exemple, dans le cas du Soleil, les profils hydrostatiques de température et de densité calculés par Vernazza *et al.* (1973) (voir figure 7.1) sont ajustés pour reproduire le spectre observé de la chromosphère solaire.

7.1.2 Du solaire au stellaire

Étant donné la faible épaisseur de la chromosphère par rapport à la taille de l'étoile, il est très délicat d'observer la chromosphères des autres étoiles que le Soleil, et les T Tauri ne font pas exception. La plupart des travaux effectués s'appuient essentiellement sur des lois d'échelle (voir par exemple Ayres, 1979; Calvet, 1983) ou encore des ajustements *ad hoc* pour reproduire certaines caractéristiques observationnelles (Cram, 1979).

7.2 Équilibre et dynamique chromosphériques

La chromosphère est en réalité continuellement refroidie, notamment par l'émission dans les raies de l'hydrogène neutre (H I), du calcium (Ca II) et du magnésium (Mg II) une fois ionisés (Vernazza *et al.*, 1981). Pour maintenir l'équilibre hydrostatique en présence de ce refroidissement, il faut une source d'énergie fournissant entre $4\,\mathrm{kW\,m^{-2}}$ et $12\,\mathrm{kW\,m^{-2}}$, en tenant compte pour cette dernière valeur du refroidissement provoqué par les raies du fer.

7.2.1 Fonction de chauffage

De façon empirique, Peres *et al.* (1982) introduit une fonction de chauffage $E_H(r)$, qui ne dépend que de l'altitude r. Cette fonction permet d'injecter dans les équations de l'hydrodynamique l'énergie nécessaire pour maintenir l'équilibre hydrostatique chromosphérique. Mais si

celui-ci est rompu pour une cause externe – comme la présence d'un flot d'accrétion – la fonction de chauffage devient inappropriée [2].

Toutefois, eu égard à sa simplicité, c'est ce type d'approche qui a été notamment retenu par Sacco *et al.* (2008). Afin de reproduire, de façon *ad hoc*, l'échelle de hauteur de la chromosphère d'une étoile jeune, ces auteurs effectuent une simple mise à l'échelle du profil de température du modèle chromosphérique solaire de Vernazza *et al.* (1973) de façon à reproduire une pression d'environ 7.10^4 dyn cm^{-2} à sa base (pour une température résultante de $4{,}44.10^3$ K).

7.2.2 Ondes sonores ou hydro-magnétiques

Même en l'absence d'accrétion, la chromosphère n'est pas une région statique. Elle est parcourue par des ondes sonores et hydro-magnétiques de différentes origines qui y déposent leur énergie. On peut remonter la piste de la théorie du chauffage chromosphérique aux années 1946-48. Dès ses débuts, deux approches entrèrent en compétition. La première, proposée par Biermann (1946) et Schwarzschild (1948), suggérait que le chauffage pouvait être dû à la dissipation d'ondes purement acoustiques. Elles sont induites par la turbulence de la zone convective sous-jacente. La puissance et le spectre de ces ondes ont été déterminées par Stein (1967, 1968).
Pour la seconde approche, Alfvén (1947) s'appuie sur la dissipation des ondes MHD engendrées par la granulation photosphérique, transmises dans la chromosphère et la base de la couronne solaire.

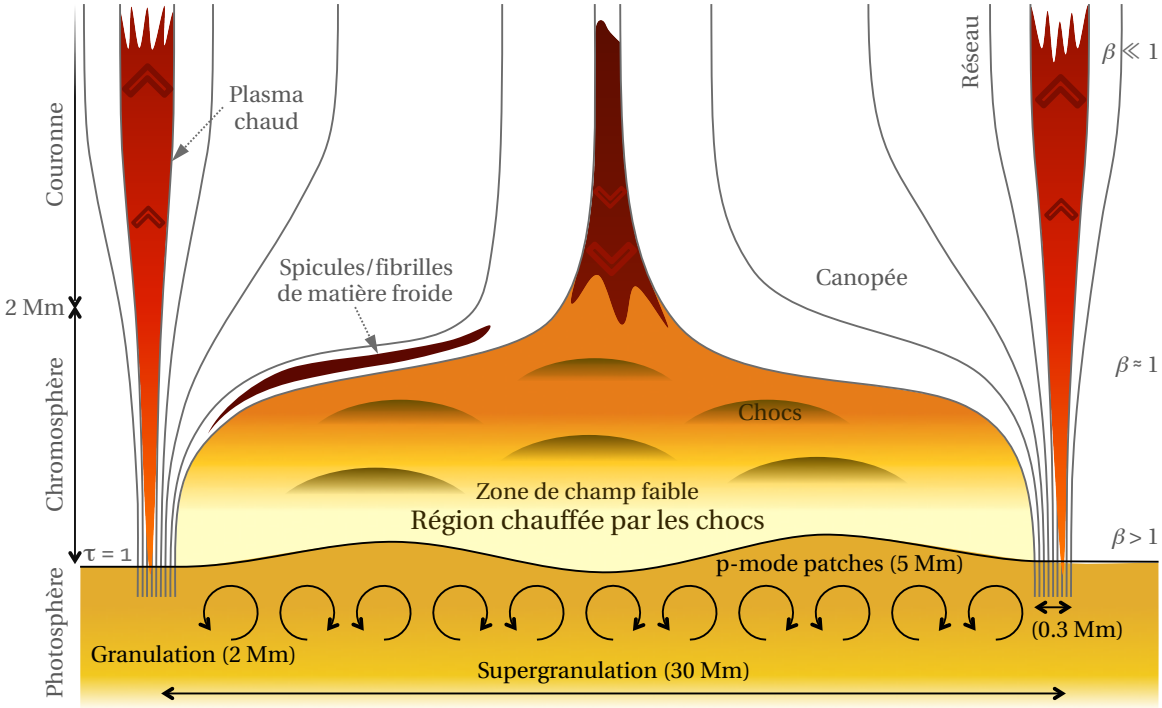

FIGURE 7.2 – *Schéma d'une supergranulation (adapté de Judge, 2006).*

Aujourd'hui, il apparaît que la dissipation de l'énergie des ondes acoustiques est la principale responsable du chauffage de la chromosphère solaire, du moins dans les régions qui ne sont pas dominées par le champ magnétique (voir figure 7.2) : la basse chromosphère, en deçà de la région

2. Rien ne garantie a priori le comportement d'un tel système, ajusté *à l'équilibre*, s'il est maintenu hors de cet équilibre.

de transition. Cependant, le flux acoustique mesuré depuis le satellite TRACE (Fossum et Carlsson, 2005a,b, 2006) est inférieur d'un ordre de grandeur à celui requis par le chauffage de la chromosphère solaire. Il est cependant admis que la résolution spatiale limitée de TRACE empêche d'observer la plupart des ondes acoustiques atteignant la chromosphère (Cuntz *et al.*, 2007; Kalkofen, 2007). De plus, l'étude de la relation entre le champ magnétique photosphérique et l'émission chromosphérique (Rezaei *et al.*, 2007) suggère qu'une fraction dominante de l'émission de calcium depuis l'atmosphère chauffée dans le réseau magnétique est d'origine non-magnétique, et que les concentrations de flux magnétique ont un rôle négligeable dans le chauffage de la chromosphère. Finalement, la nature même du milieu chromosphérique rend délicate la simulation détaillée de ce phénomène (voir par exemple Ulmschneider *et al.*, 2005).

7.3 Modèle simple de chromosphère

Dans tous les cas, la procédure qui consiste à décrire la chromosphère par une simple fonction de chauffage « figée » dans la variable d'altitude, ne peut pas être utilisée sans ambiguïté pour déterminer la profondeur du point de stagnation du flot d'accrétion, car elle dépend essentiellement de la structure du profil de pression de la haute atmosphère stellaire. Or cette position est déterminante :

- pour évaluer l'enfouissement plus ou moins prononcé de cette région fortement radiative ;
- pour déterminer le taux de refroidissement à la base de la colonne d'accrétion, qui dépend fortement de la densité.

7.3.1 Objectifs

Notre approche a donc consisté à inclure un modèle de chauffage dynamique de la chromosphère dans le modèle global d'accrétion, en nous limitant au rôle de la dissipation des ondes acoustiques. Nous sommes naturellement conscients que dans les étoiles jeunes (rotateurs rapides), le champ magnétique joue un rôle bien plus important que dans le Soleil. Il s'agit avant tout pour nous de franchir une première étape par rapport au modèle de la fonction de chauffage statique, en introduisant la possibilité d'une réponse physique de la surface d'une étoile à un flot d'accrétion instationnaire et inversement, celle de l'influence de la dynamique propre possible de la chromosphère sur la structure de la base de la colonne d'accrétion.

En principe, la simulation hydrodynamique du chauffage acoustique et du refroidissement de la chromosphère nécessite de résoudre simultanément les équations de l'hydrodynamique, du transfert radiatif et les équations représentant les taux de toutes les transitions radiatives et de population des niveaux atomiques impliqués. Il s'agit naturellement d'une étude en soi, lourde et complexe, qu'il ne serait pertinent d'entreprendre qu'à la condition d'améliorer substantiellement les travaux antérieurs (Klein *et al.*, 1976, 1978; Carlsson et Stein, 1992, 1994, 1995, 1997, 2002; Rammacher et Ulmschneider, 2003; Fossum et Carlsson, 2005a, 2006, ...). Telle n'est pas ici notre ambition : nous voulons obtenir une description hydro-radiative *cohérente*, relativement simple et robuste, de la structure de la chromosphère d'une étoile impactée par un flot d'accrétion hypersonique.

Nous avons donc examiné le comportement des ondes acoustiques se propageant dans les couches externes d'une étoile. Nous choisissons le Soleil pour les comparaisons avec les modèles

théoriques et les observations [3]. Le comportement oscillant de la chromosphère solaire a été mis en évidence par l'accroissement de la luminosité dans les pics d'émission des raies de résonance H et K du Ca II, se répétant quasi-périodiquement avec une période d'environ 3 minutes, et des vitesses comprises entre 0,5 km s^{-1} et 5,0 km s^{-1} : c'est « l'oscillation chromosphérique à 3 minutes » (Jensen et Orrall, 1963; Rutten et Uitenbroek, 1991). Cette période d'environ 3 minutes correspond à la fréquence de coupure acoustique dans la photosphère du Soleil. Cette dernière est d'environ 5300 µHz (Jiménez *et al.*, 2011). Les modes de pression (modes p) de fréquence inférieures à la fréquence de coupure sont piégés en dessous de la surface de Soleil, alors que les modes de fréquences plus élevées se propagent à travers la chromosphère, jusqu'à la base de la couronne. C'est la dissipation de ces ondes progressives qui contribue au chauffage de la chromosphère. Rammacher et Ulmschneider (1992) montrent dans leurs travaux que ces pulsations peuvent provenir d'ondes acoustiques de période inférieure à la minute ; de tels résultats sont cependant remis en question par Ulmschneider *et al.* (2005).

7.3.2 Chocs acoustiques

Considérons une onde sonore, dont la perturbation en vitesse δv se propage à la vitesse locale du son, c_s. L'énergie mécanique (égale à l'énergie interne) transportée par cette onde (dans la direction de $\delta\vec{v}$) est représentée par le flux de Poynting :

$$\Pi = \frac{1}{2}\rho\,\delta v^2\,c_s$$

Tant que la dissipation reste négligeable, le flux d'énergie se conserve au fur et à mesure que l'onde progresse dans l'atmosphère stratifiée de l'étoile, de densité décroissante. Si une onde se propage avec une amplitude initiale δv_0 depuis une altitude r_0 vers une altitude r, son amplitude évoluera suivant la relation :

$$\delta v(r) = \delta v_0\sqrt{\frac{\rho_0\,c_{s0}}{\rho(r)\,c_s(r)}}$$

où $\rho_0 = \rho(r_0)$ et $c_{s0} = c_s(r_0)$. Or ces grandeurs diminuent avec l'altitude : l'amplitude de l'onde croit avec l'altitude.
On sait par ailleurs que les différents points d'un profil de perturbation d'amplitude faible mais fini se propagent à des vitesses différentes, qui dépendent de la valeur de la perturbation de densité. Pour une transformation polytropique d'indice Γ, Landau et Lifshitz (1959, p 385) montrent que la vitesse de propagation de l'onde u le long du profil s'écrit :

$$u = c_s + \frac{1}{2}(\Gamma+1)\,\delta v$$

Il en résulte une déformation du profil de l'onde qui s'amplifie jusqu'à la formation d'une discontinuité, c'est-à-dire d'un choc. Par définition, un choc dissipe une fraction de d'énergie cinétique entrante, et c'est ce phénomène qui contribue au chauffage de la chromosphère.

7.3.3 Élaboration de notre modèle

Dans nos simulations, l'énergie mécanique est apportée à la base du domaine de calcul (à $\tau_e \geq 1$) sous la forme d'un mouvement sinusoïdal monochromatique de la première interface lagrangienne. Le chauffage de la couronne n'est pas pris en compte, puisque cette dernière est

3. les travaux de Bohn (1984) permettent d'estimer théoriquement le flux d'énergie acoustique généré par la zone de convection en fonction de la température effective de l'étoile considérée.

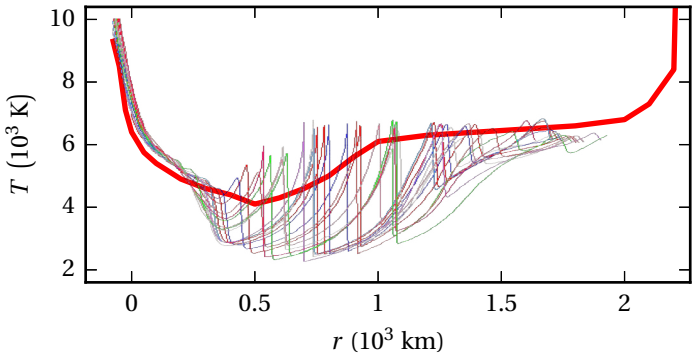

FIGURE 7.3 – *Simulation d'une chromosphère avec chauffage acoustique : instantannés de la température en fonction de l'altitude ; le modèle de Vernazza* et al. *(1973) est reporté ici* (courbe épaisse rouge).

immédiatement balayée par le flot d'accrétion. La figure 7.3 montre la propagation des ondes progressives (ondes courantes), qui dégénèrent en onde de choc dans le gradient de densité de l'enveloppe de l'étoile.

Au-dessus de 500 km, les ondes acoustiques dégénèrent effectivement en chocs, dont l'intensité est déterminée par le bilan entre leur amplification dans le gradient de densité et la dissipation. L'enveloppe des pics de température correspond d'assez près au profil de température chromosphérique proposé par exemple par Thierry Lanz (comm. privée). Nous nous limiterons à cet accord qualitatif, suffisant pour qualifier ce modèle dans la perspective que nous avons préalablement mentionnée.

Bibliographie

H. ALFVÉN : Magneto hydrodynamic waves, and the heating of the solar corona. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 107:211, 1947.

T. R. AYRES : Chromospheric scaling laws, width-luminosity correlations, and the Wilson-Bappu effect. *The Astrophysical Journal*, 228:509–520, mars 1979.

L. BIERMANN : Zur Deutung der chromosphärischen Turbulenz und des Exzesses der UV-Strahlung der Sonne. *Die Naturwissenschaften*, 33(4):118–119, 1946.

H. U. BOHN : Generation of acoustic energy from convection zones of late type stars. *Astronomy & Astrophysics*, 136:338–350, juil. 1984.

N. CALVET : Models for the Atmospheres of T-Tauri Stars. *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica, vol. 7*, 7:169, août 1983.

M. CARLSSON et R. F. STEIN : Non-LTE radiating acoustic shocks and CA II K2V bright points. *The Astrophysical Journal*, 397:L59–L62, oct. 1992.

M. CARLSSON et R. F. STEIN : Radiation shock dynamics in the solar chromosphere - results of numerical simulations. *Chromospheric Dynamics*, p. 47, 1994.

M. CARLSSON et R. F. STEIN : Does a nonmagnetic solar chromosphere exist ? *The Astrophysical Journal*, 440:L29, fév. 1995.

M. CARLSSON et R. F. STEIN : Formation of Solar Calcium H and K Bright Grains. *The Astrophysical Journal*, 481:500–514, mai 1997.

M. CARLSSON et R. F. STEIN : Dynamic Hydrogen Ionization. *The Astrophysical Journal*, 572(1):626–635, juin 2002.

L. E. CRAM : Atmospheres of T Tauri stars - The photosphere and low chromosphere. *The Astrophysical Journal*, 234:949–957, déc. 1979.

M. CUNTZ, W. RAMMACHER et Z. E. MUSIELAK : Acoustic Heating of the Solar Chromosphere : Present Indeed and Locally Dominant. *The Astrophysical Journal*, 657(1):L57–L60, jan. 2007.

A. FOSSUM et M. CARLSSON : High-frequency acoustic waves are not sufficient to heat the solar chromosphere. *Nature*, 435(7044):919–921, juin 2005a.

A. FOSSUM et M. CARLSSON : Response Functions of the Ultraviolet Filters of TRACE and the Detectability of High-Frequency Acoustic Waves. *The Astrophysical Journal*, 625(1):556–562, mai 2005b.

A. FOSSUM et M. CARLSSON : Determination of the Acoustic Wave Flux in the Lower Solar Chromosphere. *The Astrophysical Journal*, 646(1):579–592, juil. 2006.

E. JENSEN et F. Q. ORRALL : Observational Study of Macroscopic Inhomogeneities in the Solar Atmosphere.IV. Velocity and Intensity Fluctuations Observed in the K Line. *The Astrophysical Journal*, 138:252, nov. 1963.

A. JIMÉNEZ, R. A. GARCÍA et P. L. PALLÉ : The Acoustic Cutoff Frequency of the Sun and the Solar Magnetic Activity Cycle. *The Astrophysical Journal*, 743(2):99, nov. 2011.

P. JUDGE : Observations of the Solar Chromosphere. *The Astrophysical Journal*, 354:259, déc. 2006.

W. KALKOFEN : Is the Solar Chromosphere Heated by Acoustic Waves ? *The Astrophysical Journal*, 671(2):2154–2158, déc. 2007.

R. I. KLEIN, W. KALKOFEN et R. F. STEIN : Radiative shock dynamics. I - The Lyman continuum. *The Astrophysical Journal*, 205:499–519, mai 1976.

R. I. KLEIN, R. F. STEIN et W. KALKOFEN : Radiative shock dynamics. II - Hydrogen continua. *The Astrophysical Journal*, 220:1024–1040, fév. 1978.

L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ : *Fluid mechanics.* Course of theoretical physics, Oxford : Pergamon Press, 1959.

J. N. LOCKYER : Spectroscopic Observations of the Sun. *Astronomical register*, 5:38–39, 1867.

J. N. LOCKYER : Spectroscopic Observation of the Sun, No. II. *Royal Society of London Proceedings Series I*, 17:131–132, 1868.

G. PERES, S. SERIO, G. S. VAIANA et R. ROSNER : Coronal closed structures. IV - Hydrodynamical stability and response to heating perturbations. *The Astrophysical Journal*, 252:791–799, jan. 1982.

W. RAMMACHER et P. ULMSCHNEIDER : Acoustic waves in the solar atmosphere. IX - Three minute pulsations driven by shock overtaking. *Astronomy & Astrophysics*, 253:586–600, jan. 1992.

W. RAMMACHER et P. ULMSCHNEIDER : Time-dependent Ionization in Dynamic Solar and Stellar Atmospheres. I - Methods. *The Astrophysical Journal*, 589(2):988–1008, juin 2003.

R. REZAEI, R. SCHLICHENMAIER, C. A. R. BECK, J. H. M. J. BRULS et W. SCHMIDT : Relation between photospheric magnetic field and chromospheric emission. *Astronomy & Astrophysics*, 466(3):1131–1144, mai 2007.

R. J. RUTTEN et H. UITENBROEK : Ca ii H2v and K2v cell grains. *Solar Physics*, 134(1):15–71, juil. 1991.

G. G. SACCO, C. ARGIROFFI, S. ORLANDO, A. MAGGIO, G. PERES et F. REALE : X-ray emission from dense plasma in classical T Tauri stars : hydrodynamic modeling of the accretion shock. *The Astrophysical Journal*, 491(2):L17–L20, nov. 2008.

M. SCHWARZSCHILD : On Noise Arising from the Solar Granulation. *The Astrophysical Journal*, 107:1, mars 1948.

R. F. STEIN : Generation of acoustic and gravity waves by turbulence in an isothermal stratified atmosphere. *Solar Physics*, 2(4), déc. 1967.

R. F. STEIN : Waves in the Solar Atmosphere. I. The Acoustic Energy Flux. *The Astrophysical Journal*, 154:297, nov. 1968.

P. ULMSCHNEIDER, W. RAMMACHER, Z. E. MUSIELAK et W. KALKOFEN : On the Validity of Acoustically Heated Chromosphere Models. *The Astrophysical Journal*, 631(2):L155–L158, sept. 2005.

J. E. VERNAZZA, E. H. AVRETT et R. LOESER : Structure of the Solar Chromosphere. I - Basic Computations and Summary of the Results. *The Astrophysical Journal*, 184:605, sept. 1973.

J. E. VERNAZZA, E. H. AVRETT et R. LOESER : Structure of the solar chromosphere. III - Models of the EUV brightness components of the quiet sun. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 45:635, jan. 1981.

CHAPITRE 8

OSCILLATIONS QUASI-PÉRIODIQUES

Sommaire

8.1 Prologue : lumière sur les chocs . . . 116
8.1.1 Trois estimations possibles de la luminosité . . . 116
8.1.2 Un choix cornélien . . . 117
8.2 Simulations alla Sacco . . . 117
8.2.1 Accrétion sur un « mur » . . . 118
8.2.1.1 Paramètres de la simulation . . . 118
8.2.1.2 Instabilité, effondrement et QPO . . . 119
8.2.2 Accrétion sur une chromosphère . . . 120
8.2.2.1 Paramètres de la simulation . . . 120
8.2.2.2 À l'écoute des chocs . . . 121
8.2.2.3 Relance, résonance et déphasage . . . 121
8.3 Transfert monogroupe M1 ETL, ionisation Saha & Brown . . . 123
8.3.1 Scénographie . . . 123
8.3.2 Efficacité de refroidissement et stationnarité . . . 124
8.4 Transfert hybride M1 ETL – coronal . . . 125
8.4.1 Paramètres de la simulation . . . 125
8.4.2 Probabilité d'absorption et chauffage atmosphérique . . . 125
8.5 Bilan récapitulatif . . . 127

Parmi les résultats les plus marquants des simulations de chocs d'accrétion, celui concernant les oscillations quasi-périodiques (QPO) du gaz choqué a sans doute fait couler le plus d'encre. Ces oscillations ont été prédites par différentes études (voir par exemple Sacco *et al.*, 2008, 2010; Koldoba *et al.*, 2008 pour les T Tauri, ou Dopita et Sutherland, 1996; Mignone, 2005 dans d'autres contextes astrophysiques), mais aucune observation n'a été en mesure de confirmer ces prédictions (Drake *et al.*, 2009; Günther *et al.*, 2010). La communauté s'est donc lancée dans la recherche de mécanismes capables de supprimer ou de masquer ces oscillations. Plusieurs pistes sont à l'étude actuellement :

- un *défaut de confinement magnétique* à la base de la colonne, lié à la faible intensité du champ magnétique (quelques dizaines de Gauss) ou d'origine topologique (inclinaison des lignes de champ), entraîne des « fuites » de matière sur les bords de la colonne d'accrétion : les oscillations sont perturbées et l'émission X de la colonne chauffée est masquée par de la matière froide et dense qui absorbe le rayonnement (Orlando *et al.*, 2013) ;
- dans le cas de champs magnétiques forts (plusieurs centaines de Gauss), des *perturbations* (acoustiques d'origine photosphérique, inhomogénéités du flot d'accrétion) conduisent à un déphasage des oscillations ayant lieu dans des sous-structures (fibrilles) de la colonne ; cet effet peut conduire à la disparition d'oscillations *d'ensemble* (Matsakos *et al.*, 2013).

Ces études offrent des pistes intéressantes pour justifier l'absence de QPO dans les observations. Cependant, elles s'appuient toutes sur une même hypothèse : le milieu est considéré comme optiquement mince et aucune rétro-action du rayonnement n'est prise en compte dans la dynamique du gaz accrété, ou sur l'atmosphère stellaire.

Les signatures principales des chocs d'accrétion se trouvent dans le domaine X, observées avec des télescopes spatiaux comme Chandra et XMM Newton (Brickhouse *et al.*, 2010; Güdel *et al.*, 2007; Argiroffi *et al.*, 2007; Preibisch *et al.*, 2005; Drake *et al.*, 2009). La luminosité X estimée à travers ces observations fournit une contrainte aux simulations numériques de chocs d'accrétion. Nous exposons donc dans un premier temps plusieurs méthodes d'estimation (grossière) de la luminosité X des chocs d'accrétion (section 8.1). Dans un deuxième temps, nous présentons les résultats de simulations hydrodynamiques plus réalistes avec plusieurs modèles pour traiter le couplage entre le rayonnement et l'hydrodynamique (section 8.2). Nous avons ainsi vérifié que nous retrouvons, en l'absence de ce couplage, la structure oscillante du gaz choqué. Nous étudions ensuite le cas extrémal où un fort couplage lie l'énergie du gaz et celle du champ de rayonnement (section 8.3). Nous étudions finalement différents cas « réalistes » (section 8.4).

8.1 Prologue : lumière sur les chocs

Des simulations n'ont de sens (et de pertinence) qu'une fois confrontées aux observations. Nous n'avons pu, dans le cadre de ce travail, exploiter et comparer des spectres simulés et des spectres issus d'observations. Afin de pallier ce manque (moins finement, certes), nous présentons dans cette section trois manières d'estimer, en partant d'une structure hydrodynamique radiative (RHD), la luminosité X émergente.

8.1.1 Trois estimations possibles de la luminosité

La luminosité surfacique X que nous prenons en référence, intégrée entre 2 et 27,5 Å, est issue des observations de Brickhouse *et al.* (2010) :

$$l_X^{\mathrm{obs}} = 8{,}9.10^{10}\,\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$$

Dans les équations de l'hydrodynamique radiative (voir le résumé à la fin de la partie I (page 41) pour plus de détails), la grandeur qui est reliée à la luminosité est le terme source de l'énergie radiative $\mathfrak{s}_{E_r}$, qui est la quantité d'énergie rayonnée par unité de temps à chaque point de la structure. Pour estimer la fraction rayonnée entre 2 et 27,5 Å, on doit pondérer cette grandeur par un facteur $\Delta(T_g)$ correspondant à la fraction (normalisée à 1) de l'énergie radiative émise dans la gamme spectrale d'intérêt par le gaz à la température T_g. Cette fraction peut être estimée très grossièrement en supposant que l'énergie rayonnée suit une distribution de Planck.
Si la structure choquée est optiquement mince, la luminosité instantanée émise par la dalle choquée d'épaisseur H est égale à :

$$l_X^{\mathrm{inst}} = \frac{1}{2}\int_0^H \mathfrak{s}_{E_r}\,\Delta(T_g)\,dr \tag{8.1}$$

Le facteur 1/2 vient du fait qu'on suppose qu'il y a autant de flux émis vers l'avant (l'observateur) que vers l'arrière (l'étoile). Pour identifier cette dalle choquée, nous choisissons de ne prendre en considération que les zones où la température est supérieure à 10^4 K.

La luminosité moyenne s'obtient en moyennant l_X^{inst} sur un cycle. Si la structure est stationnaire, la luminosité moyenne correspond simplement à la luminosité instantanée. Dans le cas d'un milieu optiquement mince instationnaire, la luminosité moyenne peut être estimée avec l'énergie reçue par unité de temps par le système, soit :

$$l_X^{\text{m}} = \frac{1}{4}\rho_{\text{acc}}\, v_{\text{acc}}^3 \frac{1}{\tau_{\text{cycle}}} \int_0^{\tau_{\text{cycle}}} \frac{1}{H(t)} \int_0^{H(t)} \Delta\big(T_g(r,t)\big)\, dr\, dt \sim \frac{1}{4}\rho_{\text{acc}}\, v_{\text{acc}}^3\, \Delta(T_{\text{choc}}) \tag{8.2}$$

où ρ_{acc} et v_{acc} sont respectivement la densité volumique de masse et la vitesse du flot d'accrétion, $H(t)$ est l'épaisseur de la dalle à l'instant t et τ_{cycle} désigne la période des cycles. Pour les mêmes raisons que précédemment, nous incluons dans l'expression précédente un facteur 1/2. La principale difficulté vient ici de l'estimation de la moyenne temporelle de $\Delta(T_g)$ sur une période [1]. Cependant, cette moyenne n'est pas toujours accessible : une approximation grossière consiste donc à estimer cette fraction Δ à la température du choc (T_{choc}), qui varie peu sur l'essentiel d'un cycle.

Dans le cas d'une structure émettrice optiquement épaisse, le rayonnement reçu par l'observateur sera celui provenant de la surface de plasma correspondant au front de choc. En supposant que le rayonnement suit une distribution planckienne, nous avons :

$$l_X^{\text{e}} = \frac{1}{2}\sigma\, T_{\text{choc}}^4\, \Delta(T_{\text{choc}}) \tag{8.3}$$

où $\sigma = a_r\, c/4 \simeq 5{,}670.10^{-5}\,\text{erg}\,\text{cm}^{-2}\,\text{s}^{-1}\,\text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann.

8.1.2 Un choix cornélien

Afin de déterminer l'expression de l_X la plus appropriée à une situation, il nous faut déterminer si la structure de gaz choqué est optiquement mince ou épaisse. Nous calculons, lorsque cela est nécessaire, l'épaisseur optique τ_e de la structure post-choc d'épaisseur H :

$$\tau_e = \int_0^H \frac{dr}{\delta_\gamma} = \int_0^H \kappa_R\, \rho\, dr \begin{cases} \leq 0{,}5 & \Rightarrow \text{émission en volume} \quad \Rightarrow l_X^{\text{m}}, l_X^{\text{inst}} \\ > 0{,}5 & \Rightarrow \text{émission en surface} \quad \Rightarrow l_X^{\text{e}} \end{cases}$$

où δ_γ est le libre parcourt moyen des photons. Nous supposons ici une ligne de visée *orthogonale* à cette structure.

Quand l'épaisseur optique est supérieure à 0,5, nous considérons que le milieu est optiquement suffisamment épais pour justifier l'utilisation de l_X^{e} ; dans le cas contraire, en fonction de la périodicité observée, nous choisirons l_X^{m} ou l_X^{inst}.

8.2 Simulations alla Sacco

Afin de simuler les oscillations quasi-périodiques de la structure post-choc, nous nous appuyons sur les simulations de Sacco *et al.* (2008), dont les principales caractéristiques sont :

- la pression magnétique domine devant la pression thermique : $\beta \ll 1$;
- l'étoile simulée correspond à MP Muscae (Argiroffi *et al.*, 2007) : $M = 1{,}3\,\text{M}_\odot$ et $R = 1{,}2\,\text{R}_\odot$;
- le flot d'accrétion est paramétré par $T = 10^3\,\text{K}$, $n_e = 10^{11}\,\text{cm}^{-3}$ et $v = 450\,\text{km}\,\text{s}^{-1}$ (MP Muscae, Argiroffi *et al.*, 2007) ;

1. Il est nécessaire pour cela d'avoir une résolution temporelle élevée afin d'échantillonner correctement ses variations sur une période.

– l'ionisation du gaz est calculée par l'équation de Saha modifiée (voir section 4.3.3) ;
– le plasma subit un refroidissement radiatif optiquement mince, modélisé par la fonction de refroidissement de Kirienko (1993) (voir section 3.2.2.2) ;
– l'accrétion s'effectue sur une chromosphère inerte : des fonctions sources *ad hoc* de chauffage sont introduites dans les équations afin de reproduire les profils de pression et de température de Vernazza *et al.* (1973).

Les auteurs utilisent le code hydrodynamique FLASH (Fryxell *et al.*, 2000). Les simulations s'appuient sur la technique *Adaptive Mesh Refinement* (AMR) : le domaine de calcul est divisé en cellules fixes qui, en fonction de leur contenu, peuvent se subdiviser ; cinq niveaux d'affinage sont autorisés dans ces simulations. Cette technique permet aux auteurs d'atteindre localement une résolution de quelques kilomètres.

Les résultats publiés dans leur article de 2008 sont repris dans la figure 8.1, que nous comparerons dans la suite avec nos résultats (section 8.2.1). L'épaisseur maximale de la dalle choquée avant qu'elle ne s'effondre est de $1{,}8.10^9$ cm. Les oscillations apparaissent avec une période de 400 secondes environs. Les auteurs ont simulé, à partir de ces résultats, un spectre X en très bon accord avec les observations XMM de MP Muscae (Argiroffi *et al.*, 2007).

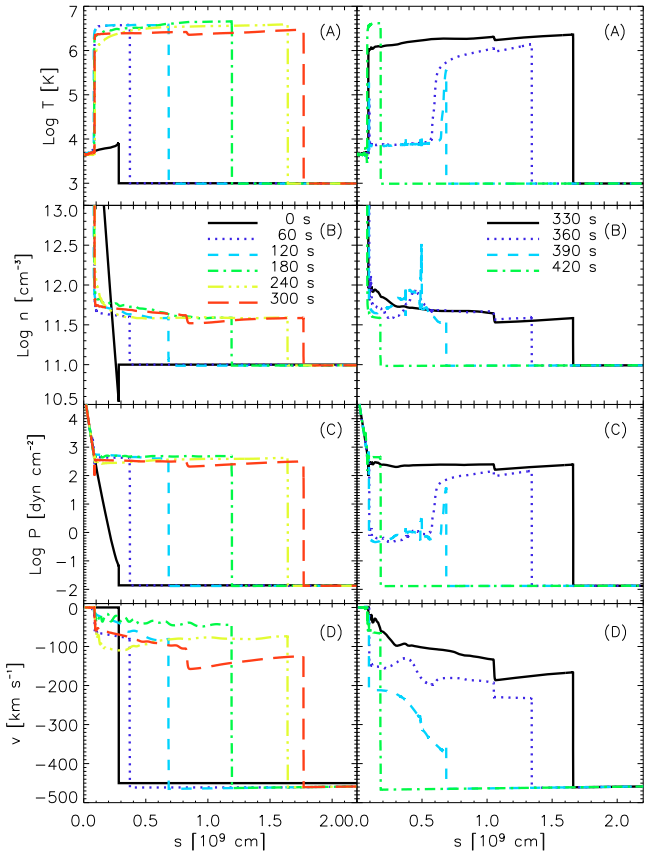

FIGURE 8.1 – *Oscillations quasi-périodiques de choc d'accrétion obtenus par Sacco* et al. *(2008) : les figures montrent la température, la densité, la pression et la vitesse pendant les 300 premières secondes où le choc en retour remonte le flot* (gauche)*, et les 90 secondes suivantes pendant lesquelles la dalle choquée s'effondre sous l'effet du reforidissement radiatif* (droite).

8.2.1 Accrétion sur un « mur »

Notre premier objectif est de travailler avec une chromosphère auto-cohérente avec les équations de la dynamique (voir chapitre 7). Afin de faire la part de ce qui est dû à cette atmosphère, nous cherchons avant tout à reproduire les résultats précédents avec le code AstroLabE (voir chapitre 6) et une « chromosphère » la plus neutre possible vis-à-vis de la dynamique, c'est à dire un mur frappé par le flot d'accrétion.

8.2.1.1 Paramètres de la simulation

Dans cette première approximation, nous modélisons la chromosphère par une paroi fixe, rigide et non-poreuse. À travers ce « mur », seul les flux de masse et d'impulsion du gaz sont

FIGURE 8.2 – *Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion sur un « mur ».*

nuls. Nous choisissons de plus une description proche de la précédente : le flot d'accrétion est sensiblement le même ($T = 10^3$ K, $\rho = 10^{-13}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ et $v = 400\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ à l'entrée du domaine de calcul, voir figure 8.2), et subit la fonction de refroidissement de Kirienko [2]. Un point différencie cependant de la situation précédente : par cohérence avec nos tables d'opacités et notre composition chimique, nous ne simulons pas MP Muscae mais une étoile de type solaire ($M = 1\,\mathrm{M_\odot}$ et $R = 1\,\mathrm{R_\odot}$). Nous reprenons les paramètres et conditions aux bords sur la figure 8.2.

8.2.1.2 Instabilité, effondrement et QPO

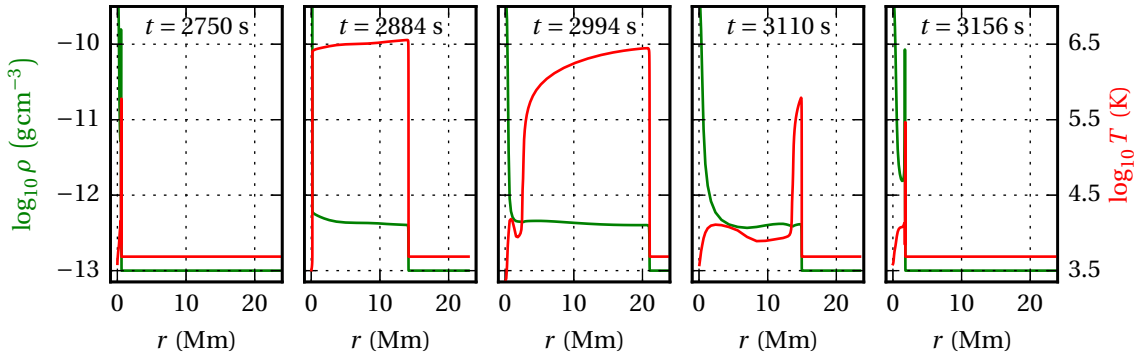

FIGURE 8.3 – *Choc d'accrétion sur un « mur » avec transfert coronal (de Sá* et al.*, 2014).*

La figure 8.3 (publiée dans de Sá *et al.*, 2014) présente un de ces cycles, sur une simulation d'environs 4000 s. Périodiquement, du gaz choqué s'accumule et forme une « dalle chaude » (à plusieurs millions de Kelvins, $t = 2750$ s et 2884 s). Un premier choc (ou « choc d'accrétion ») se forme par écrasement de la haute chromosphère par le flot d'accrétion ; cependant, dès que la base de la colonne d'accrétion atteint son altitude d'équilibre, ce choc n'est plus entretenu et meurt, laissant place à une discontinuité de contact.
Un *choc en retour* sépare de plus le flot d'accrétion en chute du plasma choqué quasi-statique ($r \simeq 15$ Mm à $t = 2884$ s). Par accumulation de matière choquée, le choc en retour remonte petit à petit le flot d'accrétion, et le gaz choqué refroidit radiativement ($t = 2884$ s). Sous une température seuil, le refroidissement du gaz post-choc s'emballe et, à la base de la *dalle*, la température chute de plus de deux décades en moins d'une seconde ($t = 2994$ s) : c'est l'instabilité de refroidissement, à l'origine du comportement quasi-périodique. Ce refroidissement quasi-isochore génère un gradient de pression au sein de la dalle : le gaz choqué recommence à tomber sur l'étoile (le premier choc, à la base de la colonne, peut se reformer dans un instant fugitif). Le

2. Cela se traduit concrètement dans nos équations par l'utilisation, pour les sources du rayonnement, des termes correspondant au régime coronal (voir le résumé à la fin de la partie I (page 41) pour plus de détails).

choc en retour, qui perd son appui, fait marche arrière ($t = 3110\,\mathrm{s}$) et l'ensemble de la dalle s'effondre ($t = 3156\,\mathrm{s}$). Un nouvelle dalle se forme alors et remplace la précédente.

Nos simulations reproduisent bien le caractère quasi-périodique de la structure du gaz choqué. Les cycles obtenus sont en excellent accord avec les travaux de Sacco *et al.* (2008) : la période des cycles est d'environs 400 s et le plasma post-choc atteint des températures maximales autour de 3.10^6 K. L'extension maximale de la dalle est cependant sensiblement plus importante dans nos simulations que dans leurs travaux : nous obtenons, pour nos paramètres, $H_{\max} = 20\,\mathrm{Mm}$ contre 17 Mm ; cette différence reste cependant modeste et les résultats globaux montrent un très bon accord.

Les auteurs déduisent de leur structure une luminosité surfacique variant de $13\,\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$ à $2{,}5.10^9\,\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$, avec une moyenne temporelle de $1{,}1.10^9\,\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$. Pour cette structure périodique optiquement mine, nous trouvons avec nos approximations $l_X^{\mathrm{m}} = 1{,}5.10^9\,\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$ (voir équation (8.2)). Ces résultats sont en accord entre eux, et proches de la valeur de Brickhouse *et al.* (2010).

8.2.2 Accrétion sur une chromosphère

Nous cherchons ici à déterminer l'influence du chauffage acoustique de la chromosphère sur ces cycles. Nous simulons donc au préalable une structure chromosphérique s'étendant jusqu'à une pression extérieure prescrite (de l'ordre de $1\,\mathrm{erg\,cm^{-3}}$, puis « démarrons » l'accrétion une fois que la structure chromosphérique a atteint un régime stationnaire.

8.2.2.1 Paramètres de la simulation

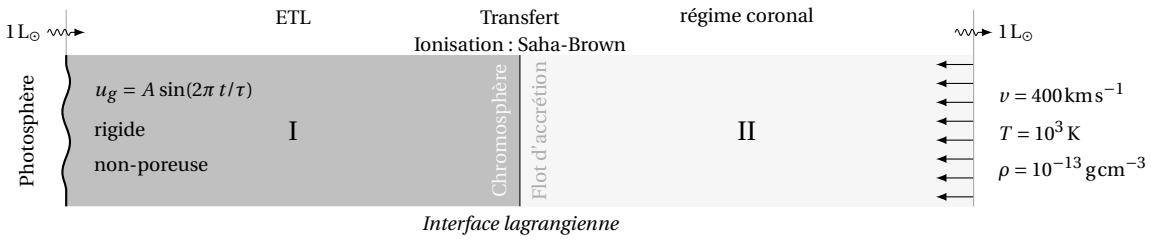

FIGURE 8.4 – *Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion en régime coronal sur une chromosphère. On impose à la première interface un mouvement sinusoïdal à la vitesse u_g. $A = 0{,}6575\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ et $\tau = 60\,\mathrm{s}$.*

Nous divisons à présent virtuellement le domaine de calcul en deux zones (voir figure 8.4), séparées par une interface lagrangienne (seuls les flux de matière sont nuls à travers cette interface). Cette interface et la zone II correspondent au « mur » et au flot d'accrétion précédent.
Nous simulons au préalable dans la zone I une chromosphère chauffée acoustiquement[3] (voir chapitre 7). Cela implique d'avoir une luminosité solaire qui traverse le domaine de calcul : comme le terme source de l'énergie radiative dans la zone II prend uniquement en compte la fonction de refroidissement, cela n'influe donc pas sur la dynamique de cette zone. L'énergie radiative émise par la zone II peut toutefois être absorbée dans la zone I.

3. Les équations du transfert radiatif utilisent pour sources les termes correspondant à l'ETL (voir le résumé à la fin de la partie I (page 41) pour plus de détails), et l'ionisation est calculée avec l'équation de Saha modifiée.

Cette situation est peu satisfaisante physiquement, car nous changeons de méthode de calcul du transfert radiatif (ETL pour la chromosphère et fonction de refroidissement pour le flot d'accrétion) et de l'ionisation sans transition entre les deux zones. Cela nous permet cependant d'estimer l'effet *net* d'une chromosphère plus réaliste sur les QPO.

8.2.2.2 À l'écoute des chocs

Que se passe-t-il quand un choc acoustique atteint la discontinuité de contact ?
La position de la discontinuité de contact est établie par l'équilibre entre la pression thermique locale de la chromosphère et la pression dynamique du flot d'accrétion (la pression thermique du flot est négligeable devant cette dernière), ce qui nous donne une bonne approximation de la pression locale à la discontinuité de contact : $p_{DC} \simeq \rho_{\rm acc}\, u_{\rm acc}^2 = 160\,{\rm erg\,cm^{-3}}$. Nous en déduisons la vitesse locale du son de part et d'autre de la discontinuité de contact :

$$c_{\rm chr} = \sqrt{\frac{\gamma\, p_{DC}}{\rho_{\rm chr}}} \simeq 5\,{\rm km\,s^{-1}} \qquad \& \qquad c_{\rm acc} = \sqrt{\frac{\gamma\, p_{DC}}{\rho_{\rm acc}}} = \sqrt{\gamma}\, u_{\rm acc} \simeq 5.10^2\,{\rm km\,s^{-1}}$$

L'onde acoustique dégénère en choc : ce choc arrive sur la discontinuité à la vitesse $c_{\rm chr}$. Cependant, l'« onde » transmise se propage plus lentement que la vitesse locale du son ($c_{\rm acc}$) : ce n'est donc plus un choc mais une onde qui se propage dans la dalle choquée.

Les impédances acoustiques de la chromosphère et du flot d'accrétion, au voisinage de la discontinuité de contact, sont alors :

$$z_{\rm chr} = \rho_{\rm chr}\, c_{\rm chr} \simeq 5.10^{-4}\,{\rm g\,cm^{-2}\,s^{-1}} \qquad \& \qquad z_{\rm acc} = \rho_{\rm acc}\, c_{\rm acc} \simeq 5.10^{-6}\,{\rm g\,cm^{-2}\,s^{-1}}$$

Dans une telle situation ($z_{\rm chr} \gg z_{\rm acc}$), le coefficient de transmission énergétique est quasi-nul ($T \simeq 4\%$) et le coefficient de réflexion énergétique est quasi-unitaire ($R = 1 - T \sim 96\%$). Cette approche simpliste laisse toutefois de côté le caractère non-linéaire du problème, qui se manifeste notamment à travers la dégénérescence des ondes acoustiques en chocs.
Nous nous attendions donc à ce que la colonne d'accrétion soit à peine affectée par le chauffage acoustique de la chromosphère. Cette dernière est bien plus affectée par ces chocs réfléchis : par ce simple effet, la température moyenne de la chromosphère au voisinage de la colonne d'accrétion doit s'en trouver augmentée.

8.2.2.3 Relance, résonance et déphasage

La structure et la dynamique que nous obtenons révèle un caractère quasi-périodique. Celle-ci semble proche de celle rencontrée dans la section 8.2.1, du moins pour les trois premiers instantanés de la figure 8.5, avec la construction ($t = 21\,$s) de la *dalle*, l'instabilité de refroidissement ($t = 168\,$s) et l'effondrement de la structure ($t = 336\,$s). Les choses se démarquent sensiblement à la fin de ce premier cycle : les chocs acoustiques de la chromosphère, sans effet sur la dalle jusque là, induisent le lancement précoce d'un nouveau choc en retour, en $\log_{10} r \simeq 3{,}15$ à $t = 358\,$s, approximativement 50 s plus tôt. Nous observons alors le croisement de deux sous-dalles :
- l'une en effondrement : $\log_{10} r \in [3{,}15\,;\,3{,}4]$ à 358 s, puis $[2{,}75\,;\,3{,}25]$ à 380 s ;
- l'autre en construction : $\log_{10} r \in [2{,}8\,;\,3{,}15]$ à 358 s, puis $[3{,}25\,;\,3{,}7]$ à 380 s.

Suite au croisement, l'ancienne dalle poursuit son effondrement ($t = 386\,$s et $t = 397\,$s) jusqu'à son terme ($t = 414\,$s). De son côté, la nouvelle dalle poursuit en parallèle sa construction, avant de subir l'instabilité de refroidissement, ... Il en résulte une épaisseur maximale de dalle légère-

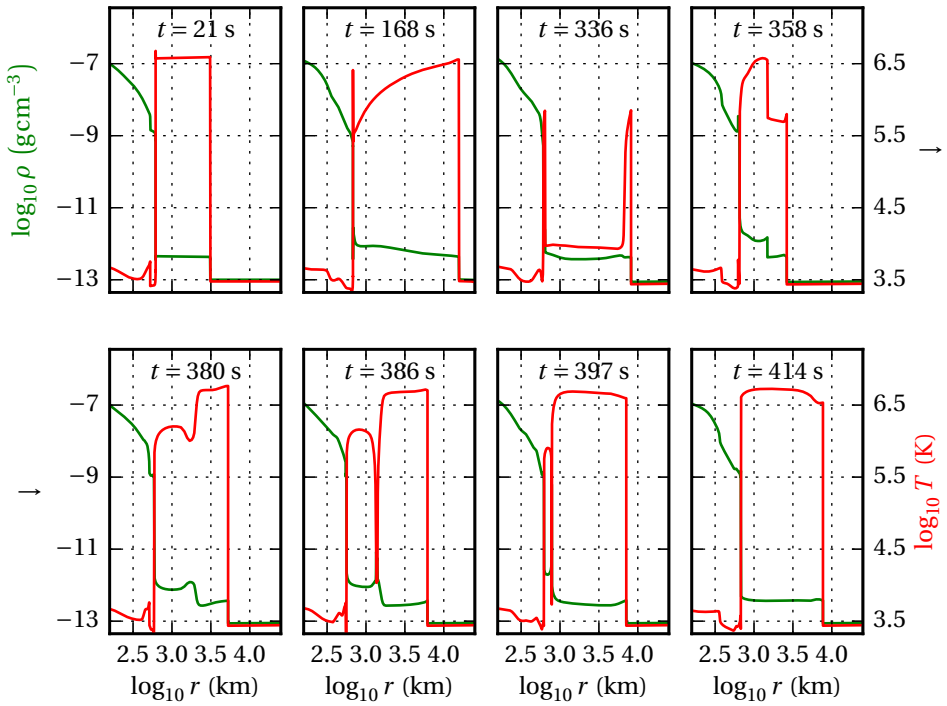

FIGURE 8.5 – *Choc d'accrétion d'un flot avec transfert coronal sur une chromosphère (Chièze* et al., *2013).*

ment inférieure à celle obtenue précédemment ($H_{\max} = 17\,\mathrm{Mm}$) pour un cycle sensiblement plus court ($\tau_{\mathrm{cycle}} = 350\,\mathrm{s}$).

Notons que cette double structure « masque » la remontée du nouveau choc en retour : celui-ci se déplace très peu *dans le référentiel de l'étoile* entre 380 s et 414 s. La fin de l'effondrement de l'ancienne dalle entraîne le recul de la nouvelle, sur laquelle s'appuie le choc en retour. Il en résulte que, malgré les oscillations obtenues, la quantité de gaz « chaud » (susceptible d'émettre dans les X) varie peu entre la fin d'un cycle et le début du suivant : les luminosités surfaciques X « instantanées » (l_X^{inst} en $10^9\,\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$) obtenues pour chaque temps de la figure 8.5 sont dans l'ordre : 0,14 – 1,4 – 0,011 – 0,60 – 0,43 – 0,31 – 0,23 – 0,29. La fin de la construction et le début de l'effondrement se distinguent, mais une bonne partie de la dynamique de la structure s'effectue à luminosité X quasi-constante. L'observabilité d'une telle périodicité s'en trouve donc amoindrie.

De plus, la *périodicité* effective résulte dans ce scénario de l'imbrication de deux phénomènes (les QPO et le chauffage chromosphérique) ayant chacun leur période propre. L'une des conséquences est le « brouillage » commenté ci-dessus. Une autre conséquence pourrait être une résonance entre ces deux phénomènes, qui produirait l'effet inverse, c'est-à-dire qui rendrait plus apparente la période sous-jacente. Nous n'avons pas exploré une telle piste car elle nous semble peu plausible dans la nature : en effet, ces travaux ne prennent pas en compte l'aspect tridimensionnel des colonnes d'accrétion, mais aussi de la chromosphère. À trois dimensions, ce chauffage chromosphérique se traduit par des chocs distincts *déphasés aléatoirement entre-eux*. Ce déphasage rend impossible toute résonance avec une structure d'accrétion oscillante.

8.3 Transfert monogroupe M1 ETL, ionisation Saha & Brown

Pour mieux apprécier l'effet de l'absorption du rayonnement par la dalle de gaz choqué, nous reprenons la simulation précédente avec du transfert M1 ETL sur l'ensemble du domaine.

8.3.1 Scénographie

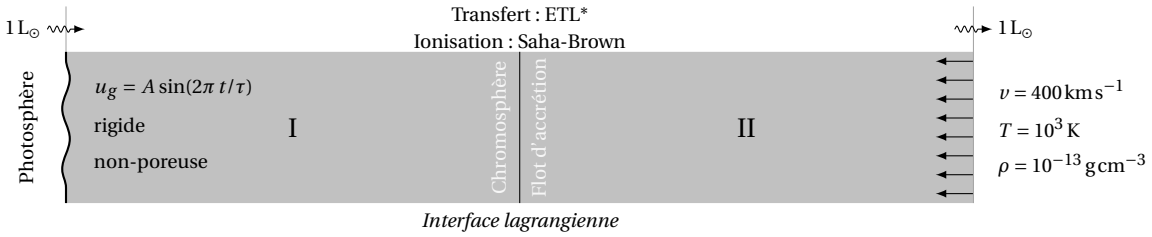

FIGURE 8.6 – *Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion sur chromosphère avec transfert M1 ETL. On impose à la première interface un mouvement sinusoïdal à la vitesse u_g.*
$A = 0{,}6575\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ *et* $\tau = 60\,\mathrm{s}$; ETL* *: ETL avec opacités surestimées.*

Bien que l'interface lagrangienne subsiste, celle-ci ne sépare plus deux domaine décrits par une physique différente. L'ionisation est calculée sur l'ensemble du domaine avec l'équation de Saha modifiée, et le transfert radiatif s'appuie sur les termes sources ETL. Cette interface marque toujours virtuellement la limite entre le flot d'accrétion et la chromosphère chauffée acoustiquement.

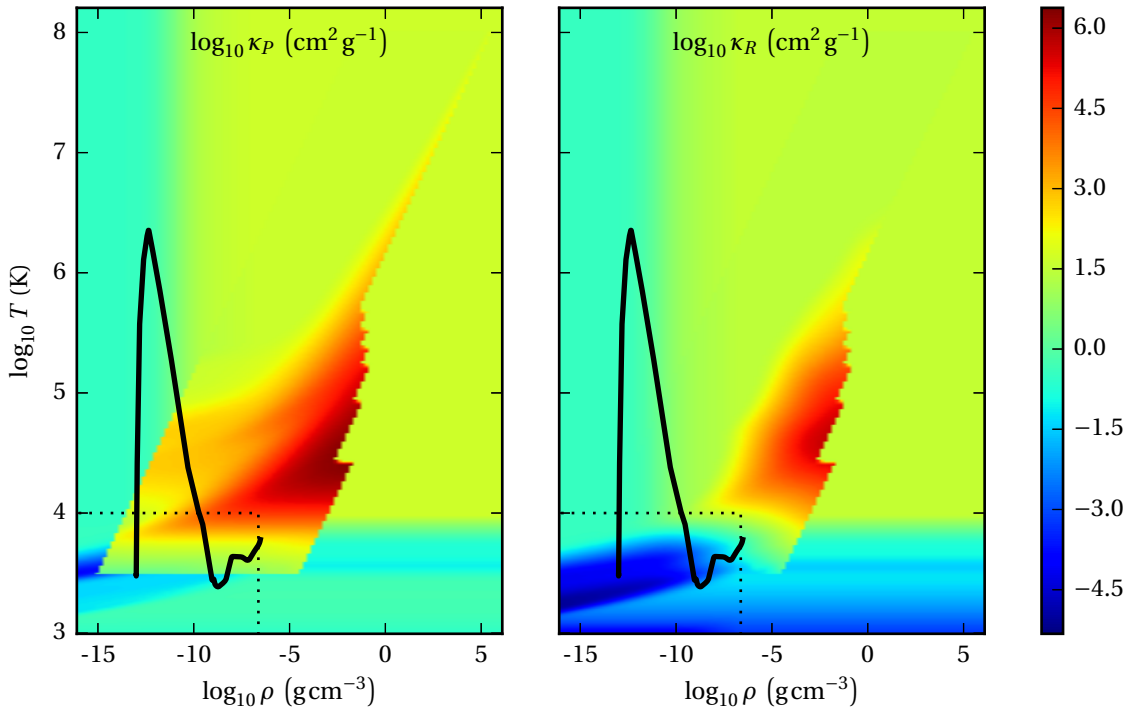

FIGURE 8.7 – *Opacités Planck* (gauche) *et Rosseland* (droite) *issues de la combinaison des tables fournies par Opacity Project et par Semenov* et al. *(2003) ; une caractéristique typique d'un choc d'accrétion est reportée sur chaque carte* (ligne noire)*, ainsi que le domaine de définition des tables de Semenov* (pointillés)*. L'échelle de couleur est identique à celle de la figure 5.3.*

Nous nous appuyons ici sur les tables d'opacités utilisées dans AstroLabE au début de ma thèse (voir figure 8.7), qui combinent :

- les opacités d'Opacity Project (voir figure 5.3) ;
- les opacités de Semenov *et al.* (2003), étendues au-delà de leur domaine de définition ($T = 500 - 1000\,\mathrm{K}$ et $\rho = 2{,}364.10^{-18} - 2{,}364.10^{-7}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$) par gradient nul (c'est-à-dire ici qu'à une densité ρ donnée, $\kappa_P(T \geq 10^4\,\mathrm{K},\rho) = \kappa_P(10^4\,\mathrm{K},\rho)$ et $\kappa_R(T \geq 10^4\,\mathrm{K},\rho) = \kappa_R(10^4\,\mathrm{K},\rho)$).

Ces opacités, surestimées à haute température, permettent de renforcer l'effet du transfert M1 ETL, et de vérifier s'il est *a priori* possible de supprimer le caractère oscillatoire observé numériquement.

8.3.2 Efficacité de refroidissement et stationnarité

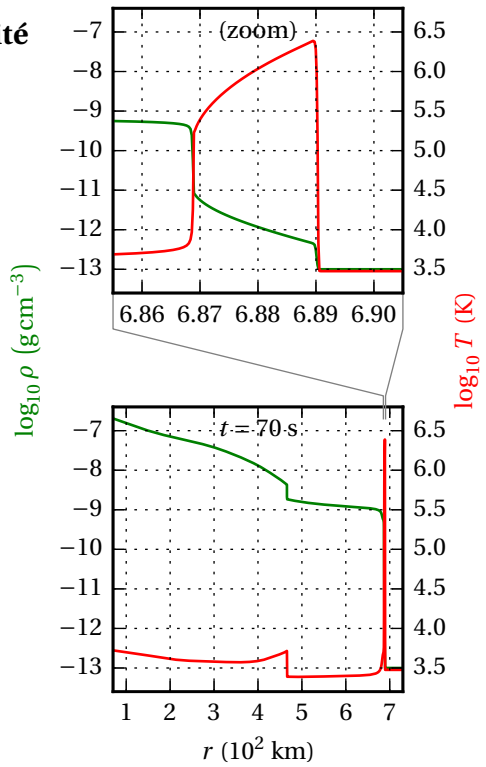

FIGURE 8.8 – *Choc d'accrétion sur une chromosphère, avec transfert radiatif M1 ETL et opacités modifiées (de Sá* et al., *2012).*

La dynamique et la structure post-choc changent radicalement. Bien que la température du choc soit semblable ($2{,}5.10^6\,\mathrm{K}$), la structure est ici quasi-stationnaire. L'épaisseur de la « crêpe », qui subit de légères compressions et détentes des suites de l'activité chromosphérique, varie entre 1,5 et 2,5 km, avec une moyenne temporelle de 2,1 km sur une simulation de plus de 930 s. La figure 8.8 est une archétype de cette structure moyenne : nous pouvons y voir un choc acoustique ($r \simeq 4{,}7.10^2\,\mathrm{km}$) ainsi que le « choc retour » ($r \simeq 689\,\mathrm{km}$) et son profil de température caractéristique du refroidissement post-choc.

L'épaisseur optique de la « crêpe » est de $9{,}8.10^{-7}$, qui peut donc être considérée comme optiquement mince. Nous en déduisons une luminosité surfacique en X de $l_X \simeq 0{,}6.10^9\,\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$ (voir équation (8.1)), ce qui semble un peu faible au vu des résultats de la section précédents.

La modification opérée sur les opacités a deux effets majeurs :

- les opacités sont globalement plus élevées qu'elles ne devraient suite à cette modification : le refroidissement du gaz (hors instabilité de refroidissement) est donc amplifié et l'extension *maximale* de la « dalle » fortement réduite ;
- la faible variation des opacités avec la densité, combinée avec la variation relativement faible de la densité dans la « dalle », crée une fonction de refroidissement effective quasi-constante au-delà de 10^4 K : il est alors possible pour le système d'atteindre un équilibre, ce que nous observons ici.

Il est par conséquent *a priori* possible de rompre la périodicité via la prise en compte de l'absorption de rayonnement par le gaz accrété et le gaz choqué.

8.4 Transfert hybride M1 ETL – coronal

Nous cherchons finalement à modéliser plus rigoureusement la colonne tombant sur la chromosphère, et cherchons à déterminer si celle-ci peut effectivement être chauffée par absorption du rayonnement provenant de la structure choquée.

8.4.1 Paramètres de la simulation

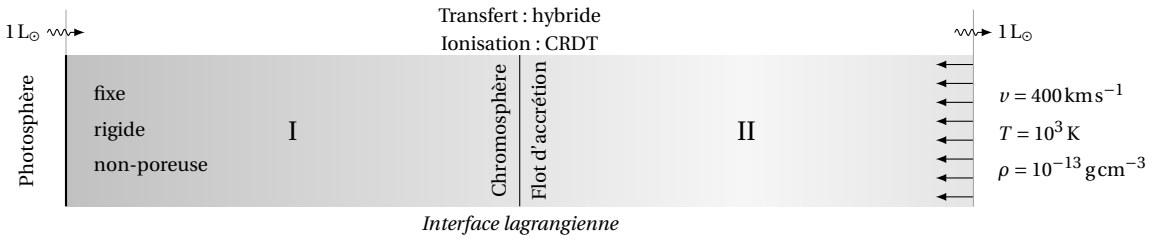

FIGURE 8.9 – *Ensemble des paramètres utilisés pour les simulations d'accrétion sur une atmosphère à l'équilibre hydrostatique avec transfert hybride ;* `CRDT` *: collisionnel-radiatif dépendant du temps.*

Pour cela, nous reprenons ici la configuration précédente, en utilisant cette fois pour le transfert radiatif le terme source (avec les opacités non-modifiées) hybride basé sur la probabilité d'échappement des photons. L'ionisation est quant à elle calculée en régime collisionnel-radiatif dépendant du temps (voir section 4.4 pour plus de détails). Afin de mieux voir l'effet de l'absorption par la chromosphère du rayonnement de refroidissement de la dalle, nous coupons le chauffage acoustique de la chromosphère : l'accrétion se produit sur une structure à l'équilibre hydrostatique.

8.4.2 Probabilité d'absorption et chauffage atmosphérique

Nous retrouvons dans cette simulation les cycles de la structure post-choc, mais les différences avec la simulation sur un « mur » (voir section 8.2.1) sont quantitatives : l'extension maximale de la dalle n'est plus que de 8,5 Mm et le cycle a une durée de 150 secondes seulement. Les luminosités surfaciques X « instantanées » obtenues pour chaque temps de la figure 8.10 sont dans l'ordre : 0,010 – 0,091 – 0,90 – 1,2 – 0,32 – 0,27 – 0,010 – 0,0041 (10^9 erg cm^{-2} s^{-1}).
Nous pouvons également voir sur cette figure que la température de la chromosphère est affectée par le rayonnement du gaz choqué. Cela est particulièrement visible à $t = 70$ et 93 s : quand la dalle approche de son épaisseur maximale, une augmentation de la température est observée près de la discontinuité de contact ($\log_{10} r \sim 3{,}1 - 3{,}2$), qui disparait lors de l'effondrement de la dalle ($t = 134$ et 135 s).

La figure 8.11 présente, pour les mêmes temps, le logarithme décimal de ζ, la probabilité d'absorption des photons par la colonne. Nous vérifions que la chromosphère est toujours affectée à une probabilité d'absorption quasi-unitaire, alors que le flot d'accrétion est à $\zeta \simeq 10^{-3}$. Nous constatons de plus que dans le gaz post-choc chaud, la probabilité d'absorption est extrêmement faible (10^{-11}). Cette région devrait donc être *a priori* très peu affectée par l'absorption du rayonnement, ce qui est contradictoire avec nos observations : même à très faible dose, l'absorption du rayonnement par la dalle de plasma choqué est susceptible d'affecter fortement sa structure (période divisée par trois et épaisseur maximale par deux).

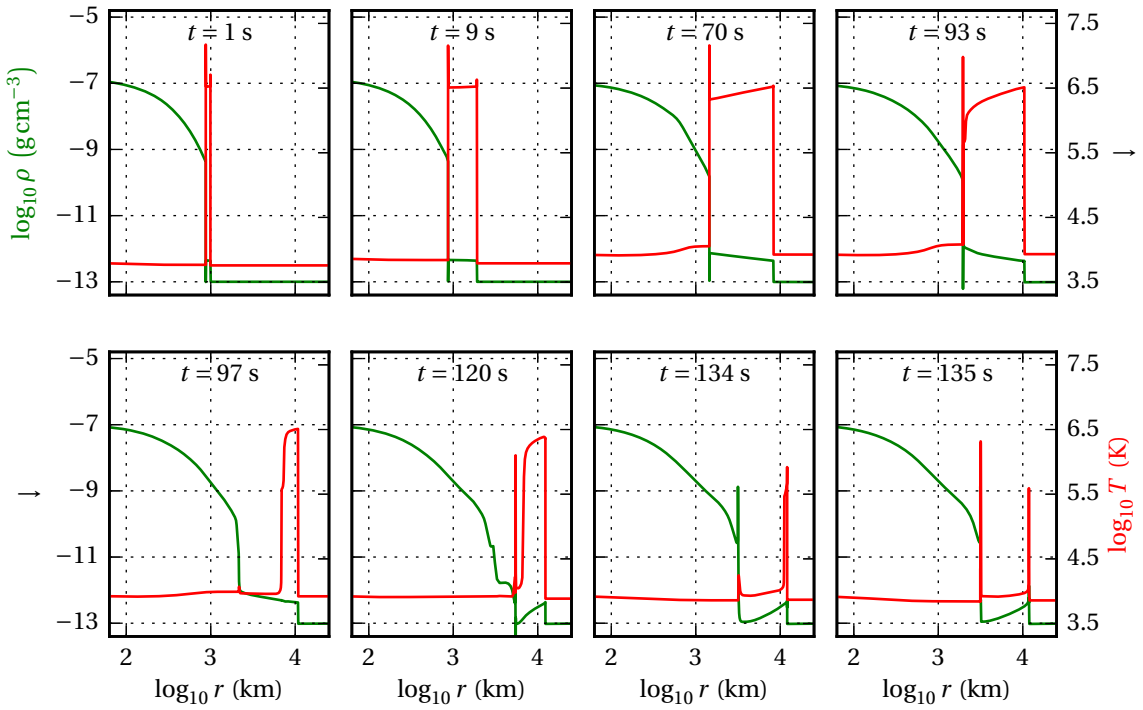

FIGURE 8.10 – *Choc d'accrétion d'un flot avec transfert hybride : température et densité.*

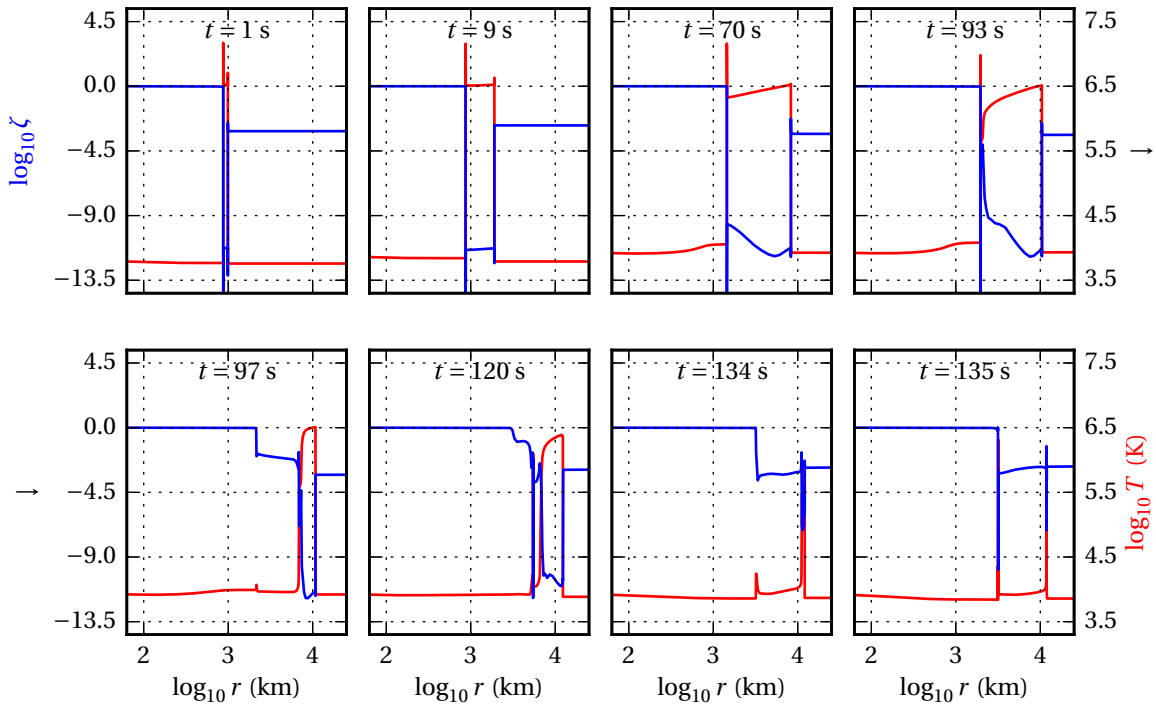

FIGURE 8.11 – *Choc d'accrétion d'un flot avec transfert hybride : température et probabilité d'absorption.*

TABLE 8.1 – *Récapitulatif des simulations et résultats.*

Simulations	chauff. acoustique	H_{max} (Mm)	$\log_{10} T_{choc}$ (K)	τ_{cycle} (s)	l_X (10^9 erg cm^{-2} s^{-1})	Figures Par.	Figures Rés.
Sacco *et al.* (2008)	non	18	6,5	400	1,1	-	8.1
Mur	non	20	6.5	400	1,5	8.2	8.3
Mur & chromo.	oui	17	6.5	350	1,5	8.4	8.5
Transfert ETL	oui	2,1.10^{-3}	6,5	« 0 »	0,6	8.6	8.8
Transfert hybride	non	8,5	6.5	150	1,5	8.9	8.10

8.5 Bilan récapitulatif

Nous reprenons dans le tableau 8.1 les différents résultats présentés dans ce chapitre. Nous montrons à travers elles que l'activité chromosphérique est capable de perturber les oscillations de la structure post-choc et d'affecter l'observabilité d'un signal périodique dans les X. Nous montrons également que la prise en compte de l'absorption du rayonnement, qu'il soit d'origine photosphérique ou qu'il provienne de la dalle de plasma choqué, et même de façon très « atténuée », influence fortement la structure et la dynamique à la base de la colonne d'accrétion.

Bibliographie

C. ARGIROFFI, A. MAGGIO et G. PERES : X-ray emission from MP Muscae : an old classical T Tauri star. *Astronomy & Astrophysics*, 465(1):L5–L8, avr. 2007.

N. S. BRICKHOUSE, S. R. CRANMER, A. K. DUPREE, G. J. M. LUNA et S. J. WOLK : A deep Chandrax-ray spectrum of the accreting young star TW Hydrae. *The Astrophysical Journal*, 710(2):1835–1847, fév. 2010.

J.-P. CHIÈZE, L. de SÁ et C. STEHLÉ : Hydrodynamic modeling of accretion shocks on a star with radiative transport and a chromospheric model. *EAS Publications Series*, 58:143–147, fév. 2013.

L. de SÁ, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, I. HUBENY, F. DELAHAYE et T. LANZ : Hydrodynamic modeling of accretion shocks on a star with radiative transport and a chromospheric model. *SF2A*, p. 309–312, déc. 2012.

L. de SÁ, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, T. MATSAKOS, L. IBGUI, T. LANZ et I. HUBENY : Accretion shock stability on a dynamically heated YSO atmosphere with radiative transfer. *EPJ Web of Conferences*, 64:04002, jan. 2014.

M. A. DOPITA et R. S. SUTHERLAND : Spectral Signatures of Fast Shocks. I. Low-Density Model Grid. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 102:161, jan. 1996.

J. J. DRAKE, P. W. RATZLAFF, J. M. LAMING et J. C. RAYMOND : An absence of X-ray accretion shock instability signatures in TW Hydrae. *The Astrophysical Journal*, 703(2):1224–1229, sept. 2009.

B. FRYXELL, K. OLSON, P. RICKER, F. X. TIMMES, M. ZINGALE, D. Q. LAMB, P. MACNEICE, R. ROSNER, J. W. TRURAN et H. TUFO : FLASH : An Adaptive Mesh Hydrodynamics Code for Modeling Astrophysical Thermonuclear Flashes. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 131(1):273–334, nov. 2000.

M. GÜDEL, S. L. SKINNER, S. Y. MEL'NIKOV, M. AUDARD, A. TELLESCHI et K. R. BRIGGS : X-rays from T Tauri : a test case for accreting T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 468(2):529–540, juin 2007.

H. M. GÜNTHER, N. LEWANDOWSKA, M. P. G. HUNDERTMARK, H. STEINLE, J. H. M. M. SCHMITT, D. BUCKLEY, S. CRAWFORD, D. O'DONOGHUE et P. VAISANEN : The absence of sub-minute periodicity in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, 518:A54, sept. 2010.

A. B. KIRIENKO : Time-dependent radiative cooling of a hot, optically thin interstellar gas. *Astronomy Letters*, 19:11–13, jan. 1993.

A. V. KOLDOBA, G. V. USTYUGOVA, M. M. ROMANOVA et R. V. E. LOVELACE : Oscillations of magnetohydrodynamic shock waves on the surfaces of T Tauri stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 388(1):357–366, juil. 2008.

T. MATSAKOS, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, M. GONZÁLEZ, L. IBGUI, L. de SÁ, T. LANZ, S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE et G. PERES : YSO accretion shocks : magnetic, chromospheric or stochastic flow effects can suppress fluctuations of X-ray emission. *Astronomy & Astrophysics*, 557:A69, sept. 2013.

A. MIGNONE : The Dynamics of Radiative Shock Waves : Linear and Nonlinear Evolution. *The Astrophysical Journal*, 626(1):373–388, juin 2005.

S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE, G. PERES, M. MICELI, T. MATSAKOS, C. STEHLÉ, L. IBGUI, L. de SÁ, J.-P. CHIÈZE et T. LANZ : Radiative accretion shocks along nonuniform stellar magnetic fields in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, oct. 2013.

T. PREIBISCH, Y. C. KIM, F. FAVATA, E. D. FEIGELSON, E. FLACCOMIO, K. V. GETMAN, G. MICELA, S. SCIORTINO, K. G. STASSUN, B. STELZER et H. ZINNECKER : The Origin of T Tauri X-Ray Emission : New Insights from the Chandra Orion Ultradeep Project. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 160(2):401–422, oct. 2005.

G. G. SACCO, C. ARGIROFFI, S. ORLANDO, A. MAGGIO, G. PERES et F. REALE : X-ray emission from dense plasma in classical T Tauri stars : hydrodynamic modeling of the accretion shock. *The Astrophysical Journal*, 491(2):L17–L20, nov. 2008.

G. G. SACCO, S. ORLANDO, C. ARGIROFFI, A. MAGGIO, G. PERES, F. REALE et R. L. CURRAN : On the observability of T Tauri accretion shocks in the X-ray band. *Astronomy & Astrophysics*, 522:A55, nov. 2010.

D. SEMENOV, T. HENNING, C. HELLING, M. ILGNER et E. SEDLMAYR : Rosseland and Planck mean opacities for protoplanetary discs. *Astronomy & Astrophysics*, 410(2):611–621, nov. 2003.

J. E. VERNAZZA, E. H. AVRETT et R. LOESER : Structure of the Solar Chromosphere. I - Basic Computations and Summary of the Results. *The Astrophysical Journal*, 184:605, sept. 1973.

CONCLUSION & PERSPECTIVES

La communauté scientifique est désormais convaincue de l'importance que revêt le transfert radiatif dans les simulations hydrodynamiques et MHD. À l'instar du champ magnétique, les premiers résultats ont révélé l'intérêt de la démarche. C'est dans cette optique que nous avons étudié l'influence du transfert radiatif sur la dynamique des chocs d'accrétion, et plus particulièrement celle de l'aptitude du plasma à absorber du rayonnement. À cet effet, nous avons développé une méthode originale permettant d'effectuer continument la transition entre les deux régimes, optiquement épais et optiquement mince.

Les études observationnelles sur les étoiles jeunes ne révèlent aucune périodicité dans les signatures X des chocs d'accrétion, alors que de nombreuses simulations numériques prédisent l'oscillation d'une structure de choc au sein des colonnes d'accrétion magnétosphérique. Dans ces simulations, le transfert radiatif se réduit à l'utilisation d'une fonction décrivant le refroidissement optiquement mince du gaz en chute sur une structure *ad hoc* (figée ou ajustée à l'équilibre au moyen de termes sources empiriquement ajoutés aux équations).

Dans ce travail de thèse, j'ai recherché des mécanismes capables d'expliquer ce désaccord. Pour cela, j'ai eu recours à un modèle hydrodynamique simple de chromosphère chauffée acoustiquement sur laquelle est accrété le gaz, et j'ai exploité dans mes simulations un traitement plus élaboré du transfert radiatif, qui permet notamment de prendre en compte l'absorption de rayonnement par le plasma. J'ai alors montré que l'impact de chacun de ces points sur la structure et la dynamique du gaz choqué affecte de façon considérable le comportement périodique et donc son observabilité.

Nous envisageons, pour la poursuite de cette étude, d'effectuer une simulation combinant chauffage acoustique et transfert hybride, qui permettrait d'apprécier l'effet combiné de la « perturbation acoustique » des cycles et de l'absorption du rayonnement par l'ensemble de la structure. Ce travail est en cours.
Par ailleurs, les spectres préliminaires synthétisés, à l'ETL, à partir de ces résultats font apparaître trois domaines de fréquence distincts :

- dans le domaine visible-infrarouge, le spectre est proche de celui d'un corps noir dilué à la température de la photosphère ;
- le rayonnement UV est totalement absorbé ;
- la signature de la structure du gaz choqué se trouve dans le domaine X, qui présente donc un intérêt particulier pour cette étude et nécessite d'être décrite finement.

Nous nous sommes appuyés sur ces spectres pour définir les trois groupes présentés dans la section 4.1.1. Nous pourrons alors adapter la probabilité d'absorption à chaque groupe, et donc modéliser plus finement l'accrétion sur une chromosphère. Pour aller plus loin, il faudrait disposer (ou construire) de tables d'opacités hors de l'ETL. Cela permettrait de traiter de façon plus rigoureuse la transition entre les différents régimes radiatifs, et de s'affranchir de la probabilité d'absorption. Cette tâche est cependant délicate dans le cas présent car de telles tables dépendront du flux radiatif incident, qui devra donc être connu en chaque point de la structure, et qui doit être pris en compte dans l'équilibre statistique pour chaque espèce du gaz. Une réflexion est menée sur ce sujet.

Le transfert M1 présente de nombreuses vertus qui justifient son utilisation en hydrodynamique. Ce modèle permet d'estimer efficacement les densités volumiques d'énergie et de flux radiatifs. Il n'y a pas cependant de moyen direct, par cette méthode, d'estimer le facteur de dilution de la distribution spectrale d'énergie radiative, modélisée par un corps noir. Afin de pallier cette difficulté, nous avons commencé à travailler sur une nouvelle méthode étendant le modèle M1 : celle-ci consiste à considérer une équation supplémentaire décrivant l'évolution de la densité de photons dans chaque groupe. Cela ajouterait au système à résoudre autant d'équations que de groupes, et cela quelle que soit la dimensionnalité du problème. Pour chaque groupe, la distribution des photons peut y être représentée par une planckienne diluée à une température donnée. Les facteurs de dilution W et les températures radiatives sont alors déterminées de façon univoque par les valeurs de l'énergie radiative et du nombre de photons dans chaque groupe.

Les développements présentés dans cette thèse, raffinant la manière de coupler le rayonnement et l'hydrodynamique, peuvent être étendus à certaines simulations multidimensionnelles, dans lesquelles le facteur d'échappement a un sens. Ils montrent aussi plus généralement la nécessité d'introduire le couplage entre le rayonnement et l'hydrodynamique pour la modélisation des chocs d'accrétion, et celle de disposer de tables d'opacités non-ETL adaptées pour nourrir ces codes. La modélisation 1D permet de débroussailler la problématique mais elle a ses limites, comme le montrent les travaux réalisés au sein de notre collaboration : fibrilles asynchrones, impact de la colonne oblique par rapport à la photosphère, champ magnétique faible laissant le plasma s'échapper latéralement, chauffage de la chromosphère voire de la photosphère etc.

Enfin, si des spectres ETL ont pu être générés en post-traitement de ce travail par mes collègues, il est nécessaire pour l'achèvement de cette étude 1D (et bien sûr au-delà du 1D) de travailler au post-traitement hors ETL des structures hydrodynamiques que nous avons calculées. Ce travail nécessitera de mettre à jour, à la suite des données radiatives déjà actualisées pour l'ETL, les données collisionnelles pour les ions principaux du plasma, dans le large domaine de température des chocs d'accrétion (10^3 – 10^6 K). Il pourra alors être étendu au post-traitement 3D des structures d'accrétion multi-dimensionnelles.

PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS

Publications

En préparation

L. DE SÁ, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, T. LANZ ET I. HUBENY : New insight on YSO accretion shocks : influence of ionization and radiative transfer. *En préparation.*

Autres publications (à comité de lecture)

S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE, G. PERES, M. MICELI, T. MATSAKOS, C. STEHLÉ, L. IBGUI, L. DE SÁ, J.-P. CHIÈZE et T. LANZ : Radiative accretion shocks along nonuniform stellar magnetic fields in classical T Tauri stars. *Astronomy & Astrophysics*, oct. 2013.

T. MATSAKOS, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, M. GONZÁLEZ, L. IBGUI, L. DE SÁ, T. LANZ, S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE et G. PERES : YSO accretion shocks : magnetic, chromospheric or stochastic flow effects can suppress fluctuations of X-ray emission. *Astronomy & Astrophysics*, 557:A69, sept. 2013.

L. IBGUI, L. DE SÁ, C. STEHLÉ, J.-P. CHIÈZE, S. ORLANDO, I. HUBENY, T. LANZ, T. MATSAKOS, M. GONZÁLEZ et R. BONITO : 3D Gray Radiative Properties of a Radiation Hydrodynamic Model of a YSO Accretion Shock. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, sept. 2014.

U. CHAULAGAIN, C. STEHLÉ, J. LAROUR, M. KOZLOVÁ, F. SUZUKI-VIDAL, P. BARROSO, M. COTELO, P. VERLARDE, R. RODRIGUEZ, J. M. GIL, O. ACEF, J. NEJDL, L. DE SÁ, L. IBGUI, N. CHAMPION et A. CIARDI : Structure of a laser driven radiative shock. *HEDP* – sous presse.

L. IBGUI, C. STEHLÉ, M. GONZÁLEZ, J.-P. CHIÈZE, L. DE SÁ, T. LANZ et I. HUBENY : Assessment of the gray M1 model in the case of a laboratory radiative shock simulation. *HEDP* – sous presse.

Communications en congrès et conférences

Actes de conférences (sans comité de lecture)

U. CHAULAGAIN, C. STEHLÉ, L. DE SÁ, J. LAROUR, P. AUVRAY, M. KOZLOVÁ, M. KRUS, J. DOSTAL, J. PROKŮPEK, F. SUZUKI-VIDAL, P. BARROSO, F. REIX, O. ACEF et A. CIARDI : Laboratory experiments of radiative shocks in the context of stellar accretion. *SF2A*, p. 305–307, déc. 2012.

U. CHAULAGAIN, C. STEHLÉ, J. LAROUR, M. KOZLOVÁ, P. BARROSO, L. DE SÁ, F. SUZUKI-VIDAL, O. ACEF, P. AUVRAY, M. KRUS, J. DOSTAL, J. PROKŮPEK, F. REIX et A. CIARDI : Laser experiment to study radiative shocks relevant to astrophysics. *SF2A*, p. 213–217, nov. 2013.

J.-P. CHIÈZE, L. DE SÁ et C. STEHLÉ : Hydrodynamic modeling of accretion shocks on a star with radiative transport and a chromospheric model. *EAS Publications Series*, 58:143–147, fév. 2013.

L. DE SÁ, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, I. HUBENY, F. DELAHAYE et T. LANZ : Hydrodynamic modeling of accretion shocks on a star with radiative transport and a chromospheric model. *SF2A*, p. 309–312, déc. 2012.

L. DE SÁ, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, T. MATSAKOS, L. IBGUI, T. LANZ et I. HUBENY : Accretion shock stability on a dynamically heated YSO atmosphere with radiative transfer. *EPJ Web of Conferences*, 64:04002, jan. 2014.

L. IBGUI, S. ORLANDO, C. STEHLÉ, J.-P. CHIÈZE, I. HUBENY, T. LANZ, L. DE SÁ, T. MATSAKOS, M. GONZÁLEZ et R. BONITO : 3D Gray Radiative Properties of Accretion Shocks in Young Stellar Objects. *EPJ Web of Conferences*, 64:04005, jan. 2014.

T. MATSAKOS, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, M. GONZÁLEZ, L. IBGUI, L. DE SÁ, T. LANZ, S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE et G. PERES : 3D numerical modeling of YSO accretion shocks. *EPJ Web of Conferences*, 64:04003, jan. 2014.

T. MATSAKOS, J.-P. CHIÈZE, C. STEHLÉ, M. GONZÁLEZ, L. IBGUI, L. DE SÁ, T. LANZ, S. ORLANDO, R. BONITO, C. ARGIROFFI, F. REALE et G. PERES : 3D YSO accretion shock simulations : a study of the magnetic, chromospheric and stochastic flow effects. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 9(S302):66–69, août 2014.

Présentations et posters

25–28/06/2011 (Paris)	European Conference on Laboratory Astrophysics	· poster
29/11–02/12/2011 (Paris)	Elbereth	· présentation
9–10/01/2012 (Meudon)	atelier « Accrétion et éjection en astrophysique »	· présentation
5–8/06/2012 (Nice)	SF2A	· poster
24–29/06/2012 (Barcelone)	CoolStars 17	· poster
11–14/12/2012 (Paris)	Elbereth	· présentation
4–7/06/2013 (Montpellier)	SF2A	· présentation
25–28/06/2013 (Genève)	Physics at the Magnetospheric Boundary	· présentation

Annexes

ANNEXE A

COMPLÉMENTS MATHÉMATIQUES

Sommaire

A.1 Incertitudes sur la composition chimique . . . 137
A.2 Intégrales de la fonction de Planck . . . 138
A.3 Approximation d'intégrales pour les taux d'ionisation . . . 139
A.3.1 Méthode . . . 139
A.3.2 Application à la photo-ionisation . . . 140
A.3.2.1 Analyse du problème . . . 140
A.3.2.2 Photo-ionisation de l'hydrogène . . . 140
A.3.2.3 Photo-ionisation de l'hélium neutre . . . 142
A.3.2.4 Photo-ionisation de l'hélium une fois ionisé . . . 143
A.4 Coefficients d'interpolation . . . 144
A.4.1 Interpolation de Hermite . . . 144
A.4.2 Interpolation par spline d'ordre 5 . . . 145

Nous reprenons dans cette annexe le détail mathématique de certains points abordés dans le corps du mémoire.

A.1 Incertitudes sur la composition chimique

Nous détaillons dans cette section l'estimation de l'erreur faite sur la composition chimique (section 4.2), étant donnée l'incertitude sur les abondances.

En reprenant les notations de la section 4.2.1, nous avons :

$$\frac{n_C}{n_\mathrm{H}} = 10^{\epsilon_C - 12} \Rightarrow \frac{\sigma[n_C/n_\mathrm{H}]}{n_C/n_\mathrm{H}} = \ln(10) \times \sigma[\epsilon_C]$$

avec $\sigma[\epsilon_H] = 0$, les autres incertitudes $\sigma[\epsilon_C]$ étant fournies dans Grevesse et Sauval (1998). Il s'en suit :

$$\frac{X_C}{X} = \frac{n_C}{n_\mathrm{H}}\frac{m_C}{m_\mathrm{H}} \Rightarrow \left(\frac{\sigma[X_C/X]}{X_C/X}\right)^2 = \left(\frac{\sigma[n_C/n_\mathrm{H}]}{n_C/n_\mathrm{H}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma[m_C/m_\mathrm{H}]}{m_C/m_\mathrm{H}}\right)^2$$

Les choses se compliquent légèrement pour la détermination de l'incertitude sur X_C. En effet, dans l'expression :

$$X_C = \frac{X_C/X}{\sum_{C'} X_{C'}/X}$$

les incertitudes sur le numérateur et sur le dénominateur ne sont pas indépendantes : il nous faut alors calculer les dérivées partielles par rapport à chaque variable indépendante, c'est-à-dire

$\alpha = X_C/X$ et $\beta_{C'\neq C} = X_{C'}/X$:

$$X_C = \frac{\alpha}{\alpha + \sum_{C'\neq C}\beta_{C'}} \Rightarrow \begin{cases} \partial_\alpha X_C = \dfrac{1}{\alpha + \sum_{C'\neq C}\beta_{C'}} - \dfrac{X_C^2}{\alpha} = \dfrac{X_C}{\alpha}(1 - X_C) \\ \partial_{\beta_{C'}} X_C = -X_C^2/\alpha \qquad \forall\, C' \neq C \end{cases}$$

Nous avons alors :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma[X_C]}{X_C}\right)^2 &= \partial_\alpha X_C{}^2\, \sigma[\alpha]^2 + \sum_{C'\neq C} \partial_{\beta_{C'}} X_C{}^2\, \sigma[\beta_{C'}]^2 \\ &= X_C^2 (1 - X_C)^2 \left(\frac{\sigma[X_C/X]}{X_C/X}\right)^2 + \frac{X_C^4}{(X_C/X)^2} \sum_{C'\neq C} \left(\sigma\left[\frac{X_{C'}}{X}\right]\right)^2 \end{aligned}$$

Cette formule nous sert à déterminer l'incertitude sur Y, mais pas sur X : dans ce cas $\alpha = 1$ avec une incertitude nulle, et la dérivée par rapport à α n'a plus de sens. Nous avons alors :

$$\left(\frac{\sigma[X]}{X}\right)^2 = \frac{\sum_C (\sigma[X_C/X])^2}{\left(\sum_C X_C/X\right)^2}$$

Nous avons finalement pour la métallicité :

$$Z = 1 - X - Y = 1 - \frac{1+\alpha}{\alpha + \sum_{C\neq \mathrm{He}}\beta_C} \Rightarrow \begin{cases} \partial_\alpha Z = -Z/\left(\alpha + \sum_{C\neq\mathrm{He}}\beta_C\right) \\ \partial_{\beta_C} Z = -(1-Z)/\left(\alpha + \sum_{C\neq\mathrm{He}}\beta_C\right) \quad \forall\, C \neq \mathrm{He} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma[Z]}{Z}\right)^2 = \frac{Z^2\,(\sigma[Y/X])^2}{\left(\sum_C X_C/X\right)^2} + \frac{(1-Z)^2}{\left(\sum_C X_C/X\right)^2} \sum_{C\neq\mathrm{He}} \left(\sigma\left[\frac{X_C}{X}\right]\right)^2$$

A.2 Intégrales de la fonction de Planck

Nous cherchons ici à déterminer la fraction d'énergie d'un corps noir émise dans une bande de fréquence donnée. Pour cela nous allons d'abord déterminer la fraction $\mathfrak{D}$ rayonnée *au-delà* d'une fréquence seuil ν_{seuil}. Par commodité et cohérence avec la section 3.2.2, nous posons comme notation :

$$\theta = \frac{h\,\nu_{\mathrm{seuil}}}{k\,T} \qquad \text{et} \qquad \varpi = \frac{h\,\nu}{k\,T}$$

L'intégrale d'une planckienne s'écrit alors :

$$\int_{\nu_{\mathrm{seuil}}}^{\infty} C_0 \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = C_0 \left(\frac{k\,T}{h}\right)^4 \int_\theta^\infty \frac{\varpi^3}{e^\varpi - 1} d\varpi$$

L'intégrale de l'intensité spécifique correspond à $C_0 = C_i = 2h\,c^{-2}$, et celle de la distribution spectrale d'énergie à $C_0 = C_e = 8\pi\,h\,c^{-3}$. Nous suivons ici la démarche de Widger et Woodall (1976). Pour poursuivre, il faut remarquer que :

$$\frac{1}{e^\varpi - 1} = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\varpi}$$

Une fois réinjectée dans l'intégrale précédente, on peut inverser l'intégrale et la somme (car chaque terme de la somme est intégrable sur $[\theta,\infty]$). On intègre ensuite par partie chaque terme de la somme(voir par exemple Haynes et Lide, 2014, tables mathématiques) :

$$\int_\theta^\infty \varpi^3 e^{-n\varpi} d\varpi = \left(\frac{\varpi^3}{n} + \frac{3\varpi^2}{n^2} + \frac{6\varpi}{n^3} + \frac{6}{n^4}\right) e^{-n\varpi}$$

Notons les deux cas limites. Nous retrouvons comme attendu que quand θ tend vers l'infini, la limite est nulle ; nous avons de plus :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90} \Rightarrow C_0 \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{\varpi^3}{e^{\varpi}-1} d\varpi = C_0 \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \frac{\pi^4}{15} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\theta^3}{n} + \frac{\theta^2}{n^2} + \frac{\theta}{n^3} + \frac{6}{n^4}\right) e^{-n\theta}$$

Pour $C_0 = C_i$, en intégrant sur $d\Omega$ suivant la loi du cosinus de Lambert (ce qui revient ici à multiplier par π), on obtient l'expression connue σT^4, avec σ la constante de Stefan-Boltzmann. Pour $C_0 = C_e$, on obtient directement une autre expression connue : $a_r T^4$.

Nous en déduisons la « fraction » recherchée :

$$\mathfrak{D}(\theta) = \frac{15}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\theta^3}{n} + \frac{\theta^2}{n^2} + \frac{\theta}{n^3} + \frac{6}{n^4}\right) e^{-n\theta}$$

Par composition d'intégrales on obtient la formule complète : la fraction d'énergie rayonnée entre deux fréquences ν_1 et ν_2, soit entre θ_1 et θ_2 s'exprime alors :

$$\Delta[\nu_1, \nu_2] = \mathfrak{D}(\theta_1) - \mathfrak{D}(\theta_2)$$

Remarque : on peut établir de la même manière pour la luminance (ou radiance) :

$$\int_{\theta}^{\infty} \frac{\varpi^2}{e^{\varpi}-1} d\varpi = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\theta^2}{n} + \frac{2\theta}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right) e^{-n\theta}$$

A.3 Approximation d'intégrales pour les taux d'ionisation

L'ensemble des travaux d'analyse et d'élaboration de ces fonctions d'approximation a été effectué à l'aide de la librairie *SciPy* en Python.

A.3.1 Méthode

Pour toutes les fonctions d'approximation d'intégrales, la démarche suivie est décrite ci-après. On calcule avant tout numériquement ces intégrales, ce qui nous donne un ensemble d'abscisses, X, avec les ordonnées correspondantes, Y.

On commence par jongler entre échelle linéaire et logarithmique, en abscisse et/ou en ordonnée : le but est d'obtenir ce qui ressemble le plus à des portions de droites. On calcule les nouvelles abscisses et ordonnées correspondantes (par exemple, $Y_2 = \log_{10} Y$).

Toutes les intégrales approximées ici se « décomposaient » en deux portions de droites (figure A.1 a). On commence par déterminer l'équation de la droite qui possède la pente la plus faible en valeur absolue. On retranche cette droite à l'intégrale ($Y_3 = Y_2 - (aX + b)$) : nous obtenons un *résidu*.

On détermine l'équation de la seconde droite, dont l'ordonnée apparaît comme « coupée » à $y = 0$ (figure A.1 b) ; afin de reconstruire cette coupure, on applique à l'équation de la droite la transformation $y \to y - \log_{10}(1 + 10^y)$. On retranche ce résultat au résidu précédent.

À cette étape, le résidu ressemble souvent à une combinaison linéaire de gaussiennes, non-triviales à ajuster et alourdissant souvent la fonction finale. Pour contourner cette difficulté, nous remplaçons les gaussiennes par des fonctions de Pearson approchées :

$$y_P = \frac{\alpha}{\left(1 + \beta(x - x_0)^2\right)^{\delta}}$$

où α, β, δ et x_0 sont des paramètres. Il peut être utile de rejongler entre échelle linéaire et logarithmique à ce stade pour trouver le plus petit résidu (après retranchement des éventuels y_P) ; j'ai occasionnellement, à cette étape, eu recours à la fonction `curve_fit` de la librairie *SciPy*, qui ajuste les paramètres d'une fonction donnée (par minimisation du χ^2) par rapport à un ensemble de points.
Pour appliquer cette fonction de Pearson de x_1 à ∞, on la multiplie par $10^x/(10^x+10^{x_1})$; pour l'appliquer de $-\infty$ à x_1, il faut utiliser la fonction complémentaire (par rapport à 1), c'est-à-dire $10^{x_1}/(10^x+10^{x_1})$.

On réitère ce dernier point jusqu'à trouver un résidu (en échelle linéaire !) qui n'excède pas les ±10%. On réécrit alors la fonction ainsi construite par étapes, en remplaçant chaque coefficient (ordonnées à l'origine, α, x_1, ...) par un paramètre. Cette fonction paramétrée est alors donnée en argument à `curve_fit` avec, en première estimation des paramètres, les valeurs des paramètres que nous avons déterminé « manuellement ». La routine python nous retourne alors les valeurs optimales des paramètres à utiliser, et l'erreur résiduelle est fortement réduite.

A.3.2 Application à la photo-ionisation

A.3.2.1 Analyse du problème

Afin de s'affranchir de la température du rayonnement, qui ne peut pas être définie sans ambiguïté en multigroupe (voir section 4.1.1), nous cherchons ici à approximer les taux de photo-ionisation en fonction de l'*énergie radiative non diluée des groupes* II *et* III, que nous nommons E_* dans la section 4.4.3. Cependant, les formules permettant de calculer les taux de photo-ionisation sont toutes données en fonction de la température du rayonnement, ou plus spécifiquement en fonction de $\theta_{C,r} = I_{C,r}/k\,T_r$.

Nous commençons donc par créer un tableau de valeurs de θ allant de $10^{-2,8}$ K à 10^8 K avec un pas logarithmique [1] $\delta[\log_{10} T_r] = 10^{-6}$. Nous calculons à partir de ces valeurs de T_r :
- les valeurs de E_* correspondantes (nos *abscisses*) en supposant une distribution spectrale de corps noir ;
- les intégrales que nous cherchons à approximer (nos « ordonnées »).

A.3.2.2 Photo-ionisation de l'hydrogène

Pour l'hydrogène, nous travaillons sur l'intervalle de températures de rayonnement de 250 K à 99,6 MK. Nous cherchons à établir une fonction $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$ de E_* approximant une intégrale intervenant dans le calcul du taux de photo-ionisation de l'hydrogène :

$$\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}} \simeq \theta_{\mathrm{H\,I}} \int_{\theta_{\mathrm{H\,I}}}^{\infty} \frac{1}{\varpi^2} \frac{e^{-4z\,\mathrm{acot}z}}{1-e^{-2\pi z}} \frac{d\varpi}{e^{\varpi}-1} \quad , \quad z^2 = \frac{\theta_{\mathrm{H\,I}}}{\varpi-\theta_{\mathrm{H\,I}}}$$

La figure A.1 illustre les étapes dans l'élaboration de cette fonction. Nous remarquons avant tout (figure a) qu'en échelle log-log, la courbe rouge apparaît comme l'union de deux droites. Nous partons donc de $\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}} = f(\log_{10} E_*)$. Nous établissons l'équation de la « droite » de plus faible pente absolue (tirets bleus) ly_1, que nous retranchons à $\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$. Notre premier résidu (logarithmique) est donc $lR_1 = \log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}} - ly_1$.

1. L'utilisation d'un pas aussi faible peut poser problème au vu de la précision de l'intégrateur numérique.

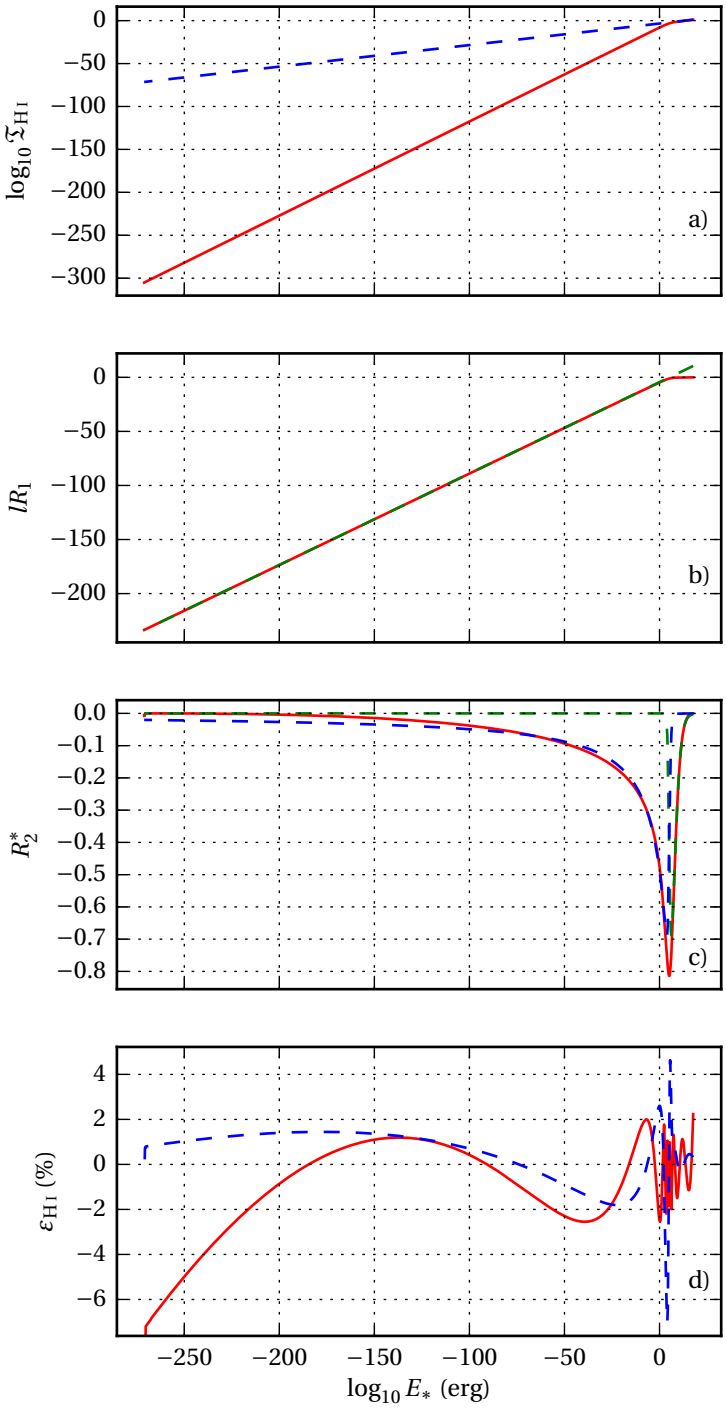

FIGURE A.1 – *Étapes de construction de l'approximation de* $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$ *:*

a) $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$ (`rouge`) *en fonction de* E_* *en échelle log-log ; le premier ajustement linéaire est également reporté* (`tirets bleus`) *;*

b) premier résidu (`rouge`) *en fonction de* $\log_{10} E_*$ *; le second ajustement linéaire est également représenté* (`tirets verts`) *;*

c) second résidu (`rouge`) *(linéaire) en fonction de* $\log_{10} E_*$ *; les deux fonctions de Pearson ajustées sont reportées en* `tirets` *;*

d) erreur finale de la fonction reconstruite (`bleu`) *en fonction de* $\log_{10} E_*$ *; l'erreur finale après ajustement par* `curve_fit`*, multipliée par* 20*, est également représentée en* `rouge`*.*

Nous réitérons sur ce résidu (en rouge sur la figure `b`), ce qui nous donne l'équation d'une seconde droite ly_2. Nous effectuons la coupure à $y = 0$, ce qui donne en posant $y_2 = 10^{ly_2}$:

$$y_2^b = \frac{y_2}{1 + y_2}$$

Nous calculons alors le second résidu :

$$\log_{10} R_2 = lR_1 - \log_{10} y_2^b \Leftrightarrow R_2 = 10^{lR_1} / y_2^b$$

Ce second résidu ressemble d'avantage à des fonctions de Pearson une fois repassé en échelle

linéaire. L'inconvénient est que ce « résidu linéaire » est centré sur la valeur 1 et non 0. Nous corrigeons cela en posant $R_2^* = R_2 - 1$. Nous effectuons deux ajustements de la fonction de Pearson, de part et d'autre du minimum de R_2^*, d'abscisse $\log_{10} E_*^m$. Nous multiplions donc l'expression obtenue *à gauche*, y_3^g, par $E_*^m/(E_* + E_*^m)$ et l'expression obtenue *à droite*, y_3^d, par $E_*/(E_* + E_*^m)$. La figure c représente R_2^* (rouge) ; nous y traçons également y_3^g (bleu) et y_3^d (vert) affectées de leurs coefficients.

Remarque : en pratique, nous ne choisissons pas exactement la position du minimum pour E_*^m, mais une valeur « décalée » de telle sorte à avoir une valeur proche de 0,5 fois le minimum en E_*^m ; ainsi, la somme pondérée des deux fonctions de Pearson reproduit correctement la valeur du minimum (et non le double).

Nous constatons à ce stade que le nouveau résidu est compris entre −8% et +4% (figure d, tirets bleus) : nous nous arrêtons donc ici. Une fois les paramètres ajustés par `curve_fit`, nous obtenons l'expression exposée dans la section 4.4.3.2 et dont le résidu (multiplié par 20) est présenté en rouge sur la figure d :

$$\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}(E_*) = \frac{E_*^{1,0967}}{2354.8\,E_*^{0,84907} + 5{,}8202.10^7}\left[-\frac{E_*}{(E_* + 15229)\left(1 + \frac{(\log_{10} E_* - 5.0147)^2}{32{,}614}\right)^{2,0018}} + 1{,}1764 - \frac{15559}{(E_* + 16611)\left(1 + \frac{(\log_{10} E_* - 4{,}2090)^2}{2{,}5624}\right)^{0,14400}}\right]$$

A.3.2.3 Photo-ionisation de l'hélium neutre

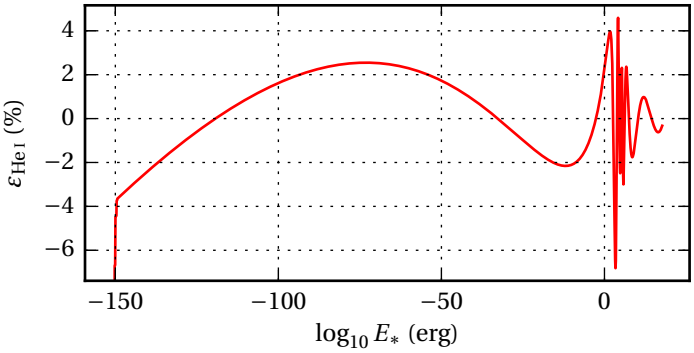

FIGURE A.2 – *Erreur résiduelle sur l'approximation de* $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}}$.

Pour l'hélium neutre, nous travaillons sur l'intervalle de températures de rayonnement de[2] 805 K à 180 MK. Nous établissons de même une fonction $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}}$ de E_* approximant une intégrale intervenant dans le calcul du taux de photo-ionisation de He I :

$$\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}} \simeq \int_{\theta_{\mathrm{He\,I}}}^{\infty} \left[x^{0,4119}(1{,}1566 - x) + 6.6553\left(1 - 3{,}2491\sqrt{x}\,e^{-1,1783\sqrt{x}}\right)\right]\frac{\sqrt{x}\,d\varpi}{\varpi\,(e^{\varpi} - 1)}\ , \quad x = \frac{\theta_{\mathrm{He\,I}}}{\varpi}$$

2. Les valeurs de θ choisies permettent de descendre jusque 452 K, mais pour les températures les plus basses, l'intégrateur numérique utilisé ne parvient pas à converger, comme le montre la rupture de pente à $\log_{10} E_* = -150$ sur la figure A.2.

L'approximation établie dans ce cas pour l'intégrale est telle que :

$$\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,I}} = \log_{10}\left[\frac{E_*^{1,9812}}{49{,}235\,E_*^{1,7517}+2{,}6795.10^9}\right] - \frac{1{,}9623\,E_*^2}{(E_*+5554{,}3)^2\left[1+\frac{(\log_{10}E_*-5{,}4607)^2}{2{,}7997}\right]^{0{,}49603}} - \frac{1{,}6078.10^5}{(E_*+31518)\left[1+6{,}2485\left(\log_{10}E_*-5{,}4829\right)^2\right]^{0{,}16095}}$$

avec une erreur résiduelle présentée dans la figure A.2.

A.3.2.4 Photo-ionisation de l'hélium une fois ionisé

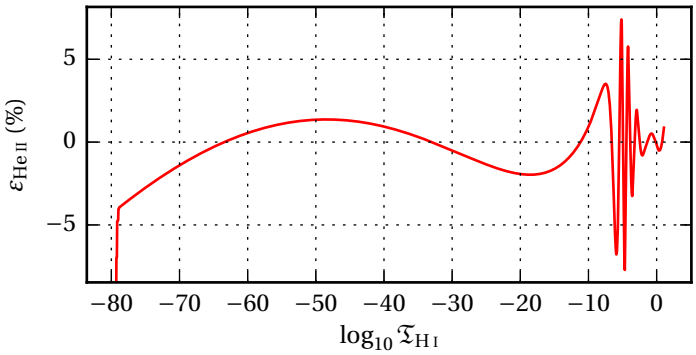

FIGURE A.3 – *Erreur résiduelle sur l'approximation de* $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}$.

Pour l'hélium une fois ionisé, nous travaillons sur l'intervalle de températures de rayonnement de[3] 3978 K à 398 MK. Nous établissons, une fois de plus, une fonction $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}$ approximant une intégrale intervenant dans le calcul du taux de photo-ionisation de He II :

$$\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}} \simeq \theta_{\mathrm{He\,II}}\int_{\theta_{\mathrm{He\,II}}}^{\infty}\frac{1}{\varpi^2}\frac{e^{-4z\,\mathrm{acot}z}}{1-e^{-2\pi z}}\frac{d\varpi}{e^{\varpi}-1}\ ,\quad z^2=\frac{\theta_{\mathrm{He\,II}}}{\varpi-\theta_{\mathrm{He\,II}}}$$

Notons une particularité : au vu de la grande similitude entre $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$ et $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}$, nous choisissons d'approximer $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}$ en fonction de $\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$. Nous utilisons pour cette dernière l'approximation établie dans la section A.3.2.2, car cela permet de ne pas propager l'erreur de cette approximation sur $\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}$. L'approximation établie dans ce cas pour l'intégrale est telle que :

$$\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{He\,II}}(\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}) = \log_{10}\left[\frac{\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}^{3,9942}}{3{,}2992\,\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}^{3,0394}+2{,}1334.10^{-14}}\right] - \frac{2{,}9012\,\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}^2}{\left(\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}+2{,}0925.10^{-6}\right)^2\left[1+\frac{(\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}+3{,}6430)^2}{7{,}0562}\right]^{2.9427}} - \frac{1{,}4281.10^{-3}}{\left(\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}+5{,}3041.10^{-5}\right)\left[1+391{,}52\left(\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}-2{,}3333.10^{-2}\right)^2\right]^{0{,}15108}}$$

avec une erreur résiduelle présentée dans la figure A.3.

3. Les valeurs de θ choisies permettent de descendre jusque 1000 K, mais pour les températures les plus basses, l'intégrateur numérique utilisé ne parvient pas à converger, comme le montre la rupture de pente à $\log_{10}E_* = -150$ sur la figure A.2.

Remarque :
La limite basse de T_r est un peu élevée ; cependant, nous pouvons voir sur la figure A.3 qu'il est possible de prolonger la courbe vers de plus faibles valeurs de $\log_{10}\mathfrak{T}_{\mathrm{H\,I}}$ (et donc de T_r) sans que l'erreur n'augmente significativement. De plus, le taux de photo-ionisation de He II est quasi-nul à de telles températures. Nous estimons donc que cette approximation reste correcte pour de plus faibles valeurs de T_r.

A.4 Coefficients d'interpolation

Dans le chapitre 5, consacré aux opacités, nous établissons deux systèmes afin de déterminer les coefficients intervenant dans l'interpolation de Hermite (système (5.9)) et le spline d'ordre 5 (système (5.6)), utilisés dans la fusion des tables d'opacités.

A.4.1 Interpolation de Hermite

$$\begin{cases} \alpha_3 = & \dfrac{\partial_{lT} l\kappa_B + \partial_{lT} l\kappa_A}{(lT_B - lT_A)^2} - 2\dfrac{l\kappa_B - l\kappa_A}{(lT_B - lT_A)^3} \\ \alpha_2 = & -\dfrac{\partial_{lT} l\kappa_B\,(lT_B + 2lT_A) + \partial_{lT} l\kappa_A\,(2lT_B + lT_A)}{(lT_B - lT_A)^2} + 3\dfrac{(l\kappa_B - l\kappa_A)\,(lT_B + lT_A)}{(lT_B - lT_A)^3} \\ \alpha_1 = & \dfrac{\partial_{lT} l\kappa_B\, lT_A\,(2lT_B + lT_A) + \partial_{lT} l\kappa_A\, lT_B\,(lT_B + 2lT_A)}{(lT_B - lT_A)^2} - 6\dfrac{lT_B\, lT_A\,(l\kappa_B - l\kappa_A)}{(lT_B - lT_A)^3} \\ \alpha_0 = & -\dfrac{lT_B\, lT_A\,(\partial_{lT} l\kappa_B\, lT_A + \partial_{lT} l\kappa_A\, lT_B)}{(lT_B - lT_A)^2} \\ & -\dfrac{l\kappa_B\, {lT_A}^2\,(3lT_B - lT_A) + l\kappa_A\, {lT_B}^2\,(lT_B - 3lT_A)}{(lT_B - lT_A)^3} \end{cases} \tag{A.1}$$

A.4.2 Interpolation par spline d'ordre 5

$$
\begin{cases}
\alpha_5 = & \dfrac{\partial^2_{lT} l\kappa_B - \partial^2_{lT} l\kappa_A}{2\,(lT_B - lT_A)^3} - 3\dfrac{\partial_{lT} l\kappa_B + \partial_{lT} l\kappa_A}{(lT_B - lT_A)^4} + 6\dfrac{l\kappa_B - l\kappa_A}{(lT_B - lT_A)^5} \\[2ex]
\alpha_4 = & -\dfrac{\partial^2_{lT} l\kappa_B\,(2\,lT_B + 3\,lT_A) - \partial^2_{lT} l\kappa_A\,(3\,lT_B + 2\,lT_A)}{2\,(lT_B - lT_A)^3} \\
& +\dfrac{\partial_{lT} l\kappa_B\,(7\,lT_B + 8\,lT_A) + \partial_{lT} l\kappa_A\,(8\,lT_B + 7\,lT_A)}{(lT_B - lT_A)^4} \\
& -15\dfrac{(l\kappa_B - l\kappa_A)\,(lT_B + lT_A)}{(lT_B - lT_A)^5} \\[2ex]
\alpha_3 = & \dfrac{\partial^2_{lT} l\kappa_B\left(lT_B{}^2 + 6\,lT_B\,lT_A + 3\,lT_A{}^2\right) - \partial^2_{lT} l\kappa_A\left(3\,lT_B{}^2 + 6\,lT_B\,lT_A + lT_A{}^2\right)}{2\,(lT_B - lT_A)^3} \\
& -2\dfrac{\partial_{lT} l\kappa_B\left(2\,lT_B{}^2 + 10\,lT_B\,lT_A + 3\,lT_A{}^2\right) + \partial_{lT} l\kappa_A\left(3\,lT_B{}^2 + 10\,lT_B\,lT_A + 2\,lT_A{}^2\right)}{(lT_B - lT_A)^4} \\
& +10\dfrac{(l\kappa_B - l\kappa_A)\left(lT_B{}^2 + 4\,lT_B\,lT_A + lT_A{}^2\right)}{(lT_B - lT_A)^5} \\[2ex]
\alpha_2 = & -\dfrac{\partial^2_{lT} l\kappa_B\,lT_A\left(3\,lT_B{}^2 + 6\,lT_B\,lT_A + lT_A{}^2\right) - \partial^2_{lT} l\kappa_A\,lT_B\left(lT_B{}^2 + 6\,lT_B\,lT_A + 3\,lT_A{}^2\right)}{2\,(lT_B - lT_A)^3} \\
& +6\dfrac{lT_B\,lT_A\left[\partial_{lT} l\kappa_B\,(2\,lT_B + 3\,lT_A) + \partial_{lT} l\kappa_A\,(3\,lT_B + 2\,lT_A)\right]}{(lT_B - lT_A)^4} \\
& -30\dfrac{lT_B\,lT_A\,(l\kappa_B - l\kappa_A)\,(lT_B + lT_A)}{(lT_B - lT_A)^5} \\[2ex]
\alpha_1 = & \dfrac{lT_B\,lT_A\left[\partial^2_{lT} l\kappa_B\,lT_A\,(3\,lT_B + 2\,lT_A) - \partial^2_{lT} l\kappa_A\,lT_B\,(2\,lT_B + 3\,lT_A)\right]}{2\,(lT_B - lT_A)^3} \\
& -\dfrac{\partial_{lT} l\kappa_B\,lT_A{}^2\,(6\,lT_B - lT_A)\,(2\,lT_B + lT_A) - \partial_{lT} l\kappa_A\,lT_B{}^2\,(lT_B - 6\,lT_A)\,(lT_B + 2\,lT_A)}{(lT_B - lT_A)^4} \\
& +30\dfrac{lT_B{}^2\,lT_A{}^2\,(l\kappa_B - l\kappa_A)}{(lT_B - lT_A)^5} \\[2ex]
\alpha_0 = & -\dfrac{lT_B{}^2\,lT_A{}^2\left(\partial^2_{lT} l\kappa_B\,lT_A - \partial^2_{lT} l\kappa_A\,lT_B\right)}{2\,(lT_B - lT_A)^3} \\
& +\dfrac{lT_B\,lT_A\left[\partial_{lT} l\kappa_B\,lT_A{}^2\,(4\,lT_B - lT_A) - \partial_{lT} l\kappa_A\,lT_B{}^2\,(lT_B - 4\,lT_A)\right]}{(lT_B - lT_A)^4} \\
& -\dfrac{l\kappa_B\,lT_A^3\left(10\,lT_B{}^2 - 5\,lT_B\,lT_A + lT_A{}^2\right) - l\kappa_A\,lT_B^3\left(lT_B{}^2 - 5\,lT_B\,lT_A + 10\,lT_A{}^2\right)}{(lT_B - lT_A)^5}
\end{cases}
\tag{A.2}
$$

Bibliographie

N. GREVESSE et A. J. SAUVAL : Standard Solar Composition. *Space Science Reviews*, 85(1/2):161–174, 1998.

W. M. HAYNES et D. R. LIDE, éds. *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 94th Edition.* a ready-reference book of chemical and physical data. CRC Press/Taylor and Francis, 94 édn, 2014.

W. K. WIDGER, Jr. et M. P. WOODALL : Integration of the Planck Blackbody Radiation Function. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 57(10):1217–1219, oct. 1976.

ANNEXE B

ÉQUATION DE SAHA MODIFIÉE

Sommaire

B.1 Équation de Saha . . . 148
B.1.1 De Fermi-Dirac à Saha . . . 148
B.1.1.1 Expression statistique de la densité d'électrons . . . 148
B.1.1.2 Expression statistique des densités ioniques . . . 148
B.1.1.3 Fonction de partition et dégénérescence . . . 149
B.1.1.4 Chimie de l'ionisation . . . 150
B.1.2 Résolution de l'équation de Saha . . . 150
B.1.2.1 Cas académique : ionisation simple d'un élément pur . . . 150
B.1.2.2 Cas général : ionisation depuis le neutre . . . 151
B.1.2.3 Cas général : contribution des anions . . . 152
B.2 Modification de l'équation de Saha . . . 153
B.2.1 Cadre & contexte . . . 154
B.2.2 Équilibre statistique du niveau fondamental . . . 154
B.2.3 Équilibre statistique du niveau excité . . . 155
B.2.4 Extension au cas de l'hélium et application . . . 156

Équation de Saha :
- La réaction considérée est $C^{r+} \rightleftarrows C^{(r+1)+} + e^-$.
- Le système est à l'*équilibre thermodynamique local*.
- Le système est caractérisé par une température T et une densité numérique n d'espèces pouvant s'ioniser.
- Les impulsions de C^{r+}, $C^{(r+1)+}$ et e^- sont supposées indépendantes.

⇒ Équation de Saha : $$\frac{n_{C,r+1}\, n_e}{n_{C,r}} = F_{C,r+1} \ , \quad F_{C,r+1} = 2\frac{U_{C,r+1}}{U_{C,r}}\left(\frac{2\pi\, m\, k\, T}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{I_{C,r}}{kT}}$$

Équation de Saha-Brown :
- H I et He I sont à 3 niveaux : fondamental, premier excité et continu (ionisé).
- Le système est *proche* de l'équilibre thermodynamique local : $b_{C,1} \simeq b_{C,2} = b_C \approx 1$.
- Le système est caractérisé par une température $T = T_{\text{gaz}} = T_{e^-} \neq T_r$.
- Les transitions Lyman α et le continu Lyman sont optiquement épaisses ; le continu Balmer est optiquement mince.

⇒ Équation de Saha-Brown : $$\frac{n_{C,r+1}\, n_e}{n_{C,r}} = \frac{F_{C,r+1}}{b_C} \ , \quad C = \text{H, He} \qquad b_C = \frac{T}{W\, T_r} e^{-\frac{I_{C,r}}{4k}\left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T}\right)}$$

Cette annexe est consacrée à la démonstration de l'équation de Saha (1919), ainsi qu'à celle de la modification prescrite par Brown en 1973. Un récapitulatif de ces équations, ainsi que les hypothèses sous-jacentes, est donné dans le cadre ci-dessus.

B.1 Équation de Saha

Nous chercherons ici, dans un premier temps, à retrouver l'équation de Saha, ainsi que toutes les hypothèses qui se cachent derrière cette formule ; dans un second temps, nous apporterons des éléments de résolution dans deux cas : le cas d'un corps pur une fois ionisable et le cas général (mélange d'espèces plusieurs fois ionisables).

B.1.1 De Fermi-Dirac à Saha

B.1.1.1 Expression statistique de la densité d'électrons

Soit un gaz d'électrons [1] non-relativistes à l'équilibre thermodynamique. La population d'un état d'énergie comprise entre ϵ et $\epsilon + d\epsilon$ est donnée par la statistique de Fermi-Dirac :

$$\mathscr{N}(\epsilon)\, d\epsilon = \frac{g\, d\epsilon}{e^{\frac{\epsilon-\mu_e}{kT}} + 1}$$

avec μ_e le potentiel chimique (ou énergie de Fermi) des électrons, de température électronique T. Dans tous les cas étudiés, la matière n'est jamais dégénérée, ce qui se traduit par $-\mu_e \gg kT$. L'équation précédente devient alors :

$$\mathscr{N}(\epsilon)\, d\epsilon = g\, e^{\frac{\mu_e}{kT}}\, e^{-\frac{\epsilon}{kT}}\, d\epsilon \tag{B.1}$$

L'ensemble des états électroniques correspondant à une impulsion comprise entre p et $p + dp$ peut être représenté par une coquille sphérique de rayon p et d'épaisseur dp dans l'espace des phases (p_x, p_y, p_z). Dans cet espace, un état occupe le volume h^3 et la coquille sphérique le volume $4\pi p^2 dp$. Le poids statistique d'un électron d'impulsion comprise entre p et $p + dp$, par unité de volume, est donc (Cox et Giuli, 1968) :

$$\mathscr{P}(p)\, dp = \frac{4\pi\, p^2\, dp}{h^3}$$

En utilisant l'expression de l'énergie (cinétique) totale d'un électron en mécanique non-relativiste, cette relation devient :

$$\mathscr{P}(\epsilon)\, d\epsilon = 2\pi \left(\frac{2m_e}{h^2}\right)^{3/2} \epsilon^{1/2}\, d\epsilon \tag{B.2}$$

À partir des formules (B.1) et (B.2) et en sommant sur toutes les énergies, nous obtenons la densité numérique d'électrons libres :

$$n_e = \int_0^\infty \mathscr{N}(\epsilon)\, \mathscr{P}(\epsilon)\, d\epsilon = 4\pi \left(\frac{2m_e\, kT}{h^2}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_e}{kT}} \int_0^\infty x^{1/2} e^{-x}\, dx$$

avec $x = \epsilon / kT$ et $g = 2$ (pour les états de spin *haut* et *bas*). Comme l'intégrale sur x vaut $\Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2$, nous obtenons finalement :

$$n_e = 2 e^{\frac{\mu_e}{kT}} \left(\frac{2\pi\, m_e\, kT}{h^2}\right)^{3/2} \tag{B.3}$$

B.1.1.2 Expression statistique des densités ioniques

Soit un gaz d'ions[1] C^{r+} ionisés r fois. Ces ions ne sont pas relativistes et sont à l'équilibre thermodynamique. Ici aussi, nous nous plaçons dans le cas $-\mu_r \gg kT$. La population d'un

1. c'est-à-dire une assemblée de particules qui n'interagissent pas ou peu entre elles.

niveau *discret* i, avec une énergie $\varepsilon_{r,i}$, devient :

$$\mathscr{N}_{r,i} = g_{r,i}\, e^{\frac{\mu_r}{kT}}\, e^{-\frac{\varepsilon_{r,i}}{kT}}$$

Décomposons l'énergie de l'ion : $\varepsilon_{r,i} = \phi_{r,i} + \epsilon_r$.
Celle-ci comprend l'énergie potentielle d'excitation du niveau i ($\phi_{r,i}$) ainsi que l'énergie cinétique de l'ion (ϵ_r). Le raisonnement menant à la formule (B.2) puis à (B.3) peut être reproduit ici, ce qui donne :

$$n_{r,i} = g_{r,i}\, e^{\frac{\mu_r}{kT}}\, e^{-\frac{\phi_{r,i}}{kT}} \left(\frac{2\pi\, m_r\, k\, T}{h^2}\right)^{3/2} \tag{B.4}$$

Utiliser cette relation telle quelle nous contraindrait par la suite à distinguer les densités ioniques de chaque niveau d'énergie (et pour chaque espèce chimique) : le calcul serait fastidieux dans le seul but de déterminer la densité électronique totale. Nous allons donc chercher une relation équivalente dans laquelle apparaîtrait la densité ionique totale n_r pour un degré d'ionisation r donné.

Pour deux niveaux i et j, nous retrouvons l'équation de Boltzmann :

$$\frac{n_{r,j}}{n_{r,i}} = \frac{g_{r,j}}{g_{r,i}}\, e^{-\frac{\phi_{r,j}-\phi_{r,i}}{kT}}$$

Partons du cas particulier où le niveau i est le fondamental de C^{r+} ($i = 0$) :

$$\frac{n_{r,j}}{n_{r,0}} = \frac{g_{r,j}}{g_{r,0}}\, e^{-\frac{\phi_{r,j}-\phi_{r,0}}{kT}} \quad \xrightarrow{\sum_j} \quad \frac{n_r}{n_{r,0}} = \frac{1}{g_{r,0}} \sum_{j=0}^{+\infty} g_{r,j}\, e^{-\frac{\phi_{r,j}-\phi_{r,0}}{kT}} \equiv \frac{1}{g_{r,0}} U_r$$

La somme $U_r = \sum_j g_{r,j}\, e^{-\frac{\phi_{r,j}-\phi_{r,0}}{kT}}$ est la *fonction de partition* de l'espèce C ionisée r fois. Celle-ci nous permet de faire le lien entre la densité particulaire du fondamental et la densité particulaire totale. Appliqué à l'équation (B.4) pour $i = 0$, ce résultat nous donne la formule recherchée :

$$n_r = U_r\, e^{\frac{\mu_r}{kT}}\, e^{-\frac{\phi_{r,0}}{kT}} \left(\frac{2\pi\, m_r\, k\, T}{h^2}\right)^{3/2} \tag{B.5}$$

Remarque : l'apparition de $\phi_{r,0}$ ici n'a rien de surprenant : on peut l'interpréter comme un simple changement du « zéro » en énergie.

B.1.1.3 Fonction de partition et dégénérescence

La fonction de partition peut se rencontrer sous une forme légèrement différente de celle trouvée précédemment :

$$U_r = \sum_j w_{r,j}\, g_{r,j}\, e^{-\frac{\phi_{r,j}-\phi_{r,0}}{kT}}$$

et $U_r = 1$ pour un ion complètement ionisé. Le facteur $w_{k,i}$, introduit empiriquement (voir Seaton, 1987), joue deux rôles :

- empêcher la somme de diverger ;
- prendre en compte l'influence de l'environnement (collisions, champ électrique ou magnétique,...) sur les niveaux et leur population.

La figure B.1 nous montre que la fonction de partition est égale au premier terme de la somme, i.e. ($w_{r,0}\times$) $g_{r,0}$, pour des températures inférieures à 10^4 K ; or à cette température, le gaz est presque complètement ionisé (voir figure 4.3). Nous prenons alors la valeur du degré de

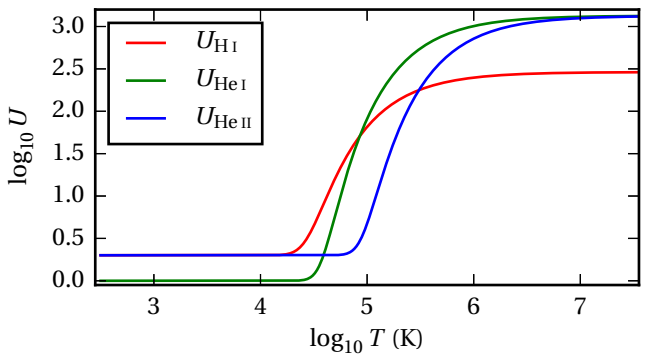

FIGURE B.1 – *Fonctions de partition ($w_{r,j} = 1$) de H, He et He$^+$ en fonction de la température ; 66 niveaux ont été pris en compte pour* H I, *192 pour* He I *et 148 pour* He II. *La valeur de U jusqu'à 10^4 K est celle du degré de dégénérescence du niveau fondamental ; à haute température, une valeur limite est atteinte à cause du nombre fini de niveaux pris en compte.*

dégénérescence du fondamental pour fonction de partition.

B.1.1.4 Chimie de l'ionisation

Soit la réaction d'ionisation (et de recombinaison) $C^{r+} \rightleftarrows C^{(r+1)+} + e^-$. L'équilibre est atteint quand les potentiels chimiques se compensent, soit d'après les formules (B.3) et (B.5) :

$$\begin{aligned} \mu_r = \mu_{r+1} + \mu_e \Leftrightarrow \quad & e^{\frac{\mu_r}{kT}} = e^{\frac{\mu_{r+1}}{kT}} e^{\frac{\mu_e}{kT}} \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{n_{r+1}\, n_e}{n_r} = F_{r+1} \ , \quad F_{r+1} = 2\frac{U_{r+1}}{U_r}\left(\frac{2\pi\, m\, k\, T}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{I_r}{kT}} \end{aligned} \tag{B.6}$$

avec $I_r = \phi_{r+1,0} - \phi_{r,0}$ l'énergie d'ionisation de C^{r+} et $m = \frac{m_{r+1} m_e}{m_r} \simeq m_e$. L'équation (B.6) est la forme usuelle de l'équation de Saha.

Remarque : pour pouvoir utiliser les formules (B.3) et (B.5), il faut supposer que les impulsions des ions C^{r+}, $C^{(r+1)+}$ et de l'électron sont décorrélées. La conservation de l'énergie indique le contraire, mais nécessiterait de prendre en compte l'impulsion du partenaire de choc [2] avant et après l'ionisation.

B.1.2 Résolution de l'équation de Saha

B.1.2.1 Cas académique : ionisation simple d'un élément pur

Ce cas correspond au calcul d'ionisation d'un gaz d'hydrogène pur, ou plus généralement à celui d'un gaz quelconque dont une seule espèce peut s'ioniser, et cela qu'une seule fois (r = « 0 » ou « + ») [3]. Le système d'équations (B.6) se réduit donc à :

$$\frac{n_+\, n_e}{n_0} = F_1$$

Or dans ce cas, $n_+ = n_e$ et $n_0 = n - n_e$, avec n la densité totale d'espèce considérée. En posant $\xi = n_e/n$ le taux d'ionisation, nous obtenons :

$$\frac{\xi^2}{1-\xi} = \frac{F_1}{n} = S \quad \Leftrightarrow \quad \xi^2 + S\xi - S = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \xi = \frac{S}{2}\left(\sqrt{1+\frac{4}{S}} - 1\right)$$

2. i.e. l'élément qui, par collision, à provoqué l'ionisation.

3. Dans le cas d'un corps pur et de 2 ionisations maximum (gaz pur d'hélium), ces équations se réduisent à une équation du troisième degré en n_e, qu'il est possible de résoudre grâce à la formule de Cardan. Vu le faible intérêt que présente cette solution analytique et la complexité de son expression, nous ne la reportons pas ici.

B.1.2.2 Cas général : ionisation depuis le neutre

Dans le cas général que nous traitons ici, nous remplaçons l'indice r par C,r pour faire référence à l'espèce chimique C ionisée r fois. Le système d'équations (B.6) devient :

$$\frac{n_{C,r+1}}{n_{C,r}} = \frac{\varsigma_{C,r+1}}{\varsigma_{C,r}} = \frac{F_{C,r+1}}{n_e} \tag{B.7}$$

avec $\varsigma_{C,r} = \frac{n_{C,r}}{n_C}$ le degré relatif de « r-ième » ionisation de C et en posant :

$$\varsigma_{C,0} = 1 - \sum_{r'>1} \varsigma_{C,r'} = 1 - \varsigma_{C,1}\left(1 + \sum_{r'>1}\prod_{r''=2}^{r'} \frac{\varsigma_{C,r''}}{\varsigma_{C,r''-1}}\right) = 1 - \varsigma_{C,1}\left(1 + \sum_{r'>1} \frac{1}{n_e^{r'-1}} \prod_{r''=2}^{r'} F_{C,r''}\right)$$

En posant $F_{C,0} = 1$, l'équation (B.7) nous donne pour $r = 0$:

$$\frac{F_{C,1}}{n_e} = \frac{\varsigma_{C,1}}{1 - \varsigma_{C,1}\left(1 + \sum_{r'>1} \frac{1}{n_e^{r'-1}} \prod_{r''=2}^{r'} F_{C,r''}\right)} \quad \Leftrightarrow \quad \varsigma_{C,1} = \frac{F_{C,1}/n_e}{\sum_{r'\geq 0} \frac{1}{n_e^{r'}} \prod_{r''=0}^{r'} F_{C,r''}}$$

$$\Leftrightarrow \varsigma_{C,r} = \varsigma_{C,1} \prod_{r'=2}^{r} \frac{\varsigma_{C,r'}}{\varsigma_{C,r'-1}} = \frac{\frac{1}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}{\sum_{r'\geq 0} \frac{1}{n_e^{r'}} \prod_{r''=0}^{r'} F_{C,r''}}$$

Nous obtenons alors l'équation générale $n_e = \sum_C n_C \sum_{r\geq 0} r\,\varsigma_{C,r}$, c'est-à-dire :

$$\mathscr{F}(n_e;\{C\}) = 1 - \sum_C \mathscr{F}_C(n_e) = 0 \quad \text{avec} \quad \mathscr{F}_C(n_e) = \frac{n_C}{n_e} \frac{\sum_{r\geq 0} \frac{r}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}{\sum_{r\geq 0} \frac{1}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}$$

Cette équation n'a pas de solution analytique générale : il faut utiliser un solveur numérique basé sur la dichotomie ou la méthode de Raphson-Newton. Dans ce dernier cas, pour une température et une densité données, une « solution » approchée est affinée par itérations successives suivant la relation :

$$n_e^{(k+1)} = n_e^{(k)} - \frac{\mathscr{F}\big|_{n_e^{(k)}}}{\partial_{n_e}\mathscr{F}\big|_{n_e^{(k)}}}$$

Partant d'une même solution approchée $n_e^{(0)}$, la méthode de Raphson-Newton atteindra une précision prescrite en moins d'itérations que la dichotomie ; cependant, elle nécessite de connaître la dérivée de $\mathscr{F}$ par rapport à la variable d'intérêt (n_e) :

$$\partial_{n_e}\mathscr{F} = -\sum_C \partial_{n_e}\mathscr{F}_C \quad \text{avec} \quad \partial_{n_e}\mathscr{F}_C = -\frac{\mathscr{F}_C}{n_e} - \frac{n_C}{n_e^2} \frac{\sum_{r\geq 0} \frac{r^2}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}{\sum_{r\geq 0} \frac{1}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}} + \frac{\mathscr{F}_C}{n_e} \frac{\sum_{r\geq 0} \frac{r}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}{\sum_{r\geq 0} \frac{1}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}$$

$$= \frac{\mathscr{F}_C^2}{n_C} - \frac{\mathscr{F}_C}{n_e} - \frac{n_C}{n_e^2} \frac{\sum_{r\geq 0} \frac{r^2}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}{\sum_{r\geq 0} \frac{1}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}$$

$$\Leftrightarrow \partial_{n_e}\mathscr{F} = \sum_C \frac{n_C}{n_e^2} \frac{\sum_{r\geq 0} \frac{r^2}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}}{\sum_{r\geq 0} \frac{1}{n_e^r} \prod_{r'=0}^{r} F_{C,r'}} - \frac{\mathscr{F}-1}{n_e} - \sum_C \frac{\mathscr{F}_C^2}{n_C}$$

B.1.2.3 Cas général : contribution des anions

Dans le cas où le système peut contenir des ions négatifs, il faut adapter l'expression de $\mathscr{F}_C$: en effet, l'expression donnée ci-dessus prend en référence l'atome ($r = 0$) et tous les états d'ionisation sont supposés plus élevés ($r > 0$). Faisons la distinction entre le degré d'ionisation d'une espèce C quand il est positif, que nous notons r, ou négatif, que nous notons s. Nous posons de plus [4] :

$$\frac{n_{C,s+1}}{n_{C,s}} = \frac{\varsigma_{C,s+1}}{\varsigma_{C,s}} = \frac{F_{C,s}}{n_e} \ , \quad F_{C,s} = 2\frac{U_{s+1}}{U_s}\left(\frac{2\pi\, m_e\, k\, T}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{I_s}{kT}} \tag{B.8}$$

Nous pouvons alors reprendre les calculs précédents (en gris) avec des termes supplémentaires (en noir) provenant de la contribution des $\varsigma_{C,s}$:

$$\begin{aligned}
\varsigma_{C,0} &= 1 - \sum_{r'>1} \varsigma_{C,r'} && - \sum_{s'<-1} \varsigma_{C,s'} \\
&= 1 - \varsigma_{C,1}\left(1 + \sum_{r'>1} \prod_{r''=2}^{r'} \frac{\varsigma_{C,r''}}{\varsigma_{C,r''-1}}\right) && - \varsigma_{C,-1}\left(1 + \sum_{s'<-1} \prod_{s''=s'}^{-2} \frac{\varsigma_{C,s''}}{\varsigma_{C,s''+1}}\right) \\
&= 1 - \varsigma_{C,1}\left(1 + \sum_{r'>1} \frac{1}{n_e^{r'-1}} \prod_{r''=2}^{r'} F_{C,r''}\right) && - \varsigma_{C,-1}\left(1 + \sum_{s'<-1} \frac{1}{n_e^{s'+1}} \prod_{s''=s'}^{-2} \frac{1}{F_{C,s''}}\right)
\end{aligned}$$

Il nous faut à présent exprimer $\varsigma_{C,1}$ et $\varsigma_{C,-1}$ en fonction des $F_{C,r}$, $F_{C,s}$ et de n_e. Partons des équations (B.7) et (B.8) avec $r = 0$ et $s = -1$. Une fois les ς factorisés, cela donne :

$$\begin{cases}
\varsigma_{C,1} \sum_{r'\geq 0} \frac{1}{n_e^{r'}} \prod_{r''=0}^{r'} F_{C,r''} = \frac{F_{C,1}}{n_e}\left[1 - \varsigma_{C,-1}\left(1 + \sum_{s'<-1} \frac{1}{n_e^{s'+1}} \prod_{s''=s'}^{-2} \frac{1}{F_{C,s''}}\right)\right] & \text{(B.9a)} \\
\varsigma_{C,-1} \sum_{s'\leq 0} \frac{1}{n_e^{s'}} \prod_{s''=s'}^{0} \frac{1}{F_{C,s''}} = \frac{n_e}{F_{C,-1}}\left[1 - \varsigma_{C,1}\left(1 + \sum_{r'>1} \frac{1}{n_e^{r'-1}} \prod_{r''=2}^{r'} F_{C,r''}\right)\right] & \text{(B.9b)}
\end{cases}$$

En réinjectant l'expression de $\varsigma_{C,-1}$, issue de l'équation (B.9b), dans (B.9a), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\varsigma_{C,1} \sum_{r'\geq 0} \frac{1}{n_e^{r'}} \prod_{r''=0}^{r'} F_{C,r''} &= \frac{F_{C,1}}{n_e}\left[1 - \left(\sum_{s'\leq -1} \frac{1}{n_e^{s'}} \prod_{s''=s'}^{0} \frac{1}{F_{C,s''}}\right) \frac{1 - \varsigma_{C,1}\left(1 + \sum_{r'>1} \frac{1}{n_e^{r'-1}} \prod_{r''=2}^{r'} F_{C,r''}\right)}{\sum_{s'\leq 0} \frac{1}{n_e^{s'}} \prod_{s''=s'}^{0} \frac{1}{F_{C,s''}}}\right] \\
&= \varsigma_{C,1}\left(\sum_{r'\geq 1} \frac{1}{n_e^{r'}} \prod_{r''=0}^{r'} F_{C,r''}\right) + \frac{\frac{F_{C,1}}{n_e} - \varsigma_{C,1} \sum_{r'\geq 1} \frac{1}{n_e^{r'}} \prod_{r''=0}^{r'} F_{C,r''}}{\sum_{s'\leq 0} \frac{1}{n_e^{s'}} \prod_{s''=s'}^{0} \frac{1}{F_{C,s''}}}
\end{aligned}$$

4. Nous choisissons $F_{C,s}$ et non $F_{C,s+1}$ ici par symétrie par rapport à l'indice C,0 et afin de pouvoir sans ambiguïté poser $F_{C,0} = 1$ par la suite.

$$\Leftrightarrow \varsigma_{C,1} = \frac{F_{C,1}/n_e}{1+\sum_{r'\geq 1}\frac{1}{n_e^{r'}}\prod_{r''=0}^{r'}F_{C,r''}+\sum_{s'\leq -1}\frac{1}{n_e^{s'}}\prod_{s''=s'}^{0}\frac{1}{F_{C,s''}}}$$

$$\Rightarrow \varsigma_{C,r} = \frac{\frac{1}{n_e^{r}}\prod_{r'=0}^{r}F_{C,r'}}{1+\sum_{r'\geq 1}\frac{1}{n_e^{r'}}\prod_{r''=0}^{r'}F_{C,r''}+\sum_{s'\leq -1}\frac{1}{n_e^{s'}}\prod_{s''=s'}^{0}\frac{1}{F_{C,s''}}}$$

Nous obtenons de même, soit par analogie avec les calculs précédents ((B.9a) dans (B.9b)) ou en réinjectant cette dernière expression de $\varsigma_{C,1}$ dans (B.9b) :

$$\varsigma_{C,s} = \frac{\frac{1}{n_e^{s}}\prod_{s'=s}^{0}\frac{1}{F_{C,s'}}}{1+\sum_{r'\geq 1}\frac{1}{n_e^{r'}}\prod_{r''=0}^{r'}F_{C,r''}+\sum_{s'\leq -1}\frac{1}{n_e^{s'}}\prod_{s''=s'}^{0}\frac{1}{F_{C,s''}}}$$

Au vu de la similitude des expressions de $\varsigma_{C,r}$ et $\varsigma_{C,s}$, nous adoptons une nouvelle notation : soit k la charge de l'espèce C, de valeur négative, positive ou nulle, et de signe $\sigma_k = k/|k|$. Sachant que nous pouvons alors écrire $n_e = \sum_C n_C \sum_k k\varsigma_{C,k}$, nous obtenons :

$$\mathscr{F}(n_e;\{C\}) = 1-\sum_C \mathscr{F}_C(n_e) = 0 \quad \text{avec} \quad \mathscr{F}_C(n_e) = \frac{n_C}{n_e}\frac{\sum_k \frac{k}{n_e^k}\left(\prod_{k'=0}^{k}F_{C,k'}\right)^{\sigma_k}}{\sum_k \frac{1}{n_e^k}\left(\prod_{k'=0}^{k}F_{C,k'}\right)^{\sigma_k}}$$

$$\text{et} \qquad \partial_{n_e}\mathscr{F} = \sum_C \frac{n_C}{n_e^2}\frac{\sum_k \frac{k^2}{n_e^k}\left(\prod_{k'=0}^{k}F_{C,k'}\right)^{\sigma_k}}{\sum_k \frac{1}{n_e^k}\left(\prod_{k'=0}^{k}F_{C,k'}\right)^{\sigma_k}} - \frac{\mathscr{F}-1}{n_e} - \sum_C \frac{\mathscr{F}_C^2}{n_C}$$

Remarque : pour un exemple d'utilisation de ces formules, voir la section 4.3.2.1 ainsi que la discussion sur la prise en compte de l'ion hydrure (section 4.3.2.2).

B.2 Modification de l'équation de Saha

L'équation de Saha n'est valable qu'à l'ETL, c'est à dire à l'équilibre collisionnel. Cela suppose que le milieu étudié est optiquement épais, ce qui n'est pas toujours le cas. Brown proposa en 1973 une modification à cette équation (pour l'hydrogène) afin de prendre en compte le caractère optiquement mince du continu Balmer dans la chromosphère. Nous cherchons ici, comme pour l'équation de Saha, à la redémontrer et à déterminer l'ensemble des hypothèses qui se cachent derrière.

Nommons Σ le système que nous étudions, dans lequel se produit la réaction d'ionisation $C^{r+} \rightleftarrows C^{(r+1)+} + e^-$. Soit un système fictif Σ' tel qu'à l'ETL, il possède la même température cinétique, la même densité d'électrons et la même densité d'ions $C^{(r+1)+}$ que Σ (ces systèmes peuvent notamment différer par leur composition chimique). L'ETL de Σ' est alors l'*équilibre thermodynamique équivalent* (ETE) de Σ (Spitzer, 1998).

B.2.1 Cadre & contexte

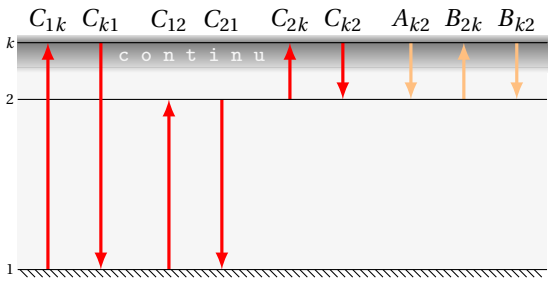

FIGURE B.2 – *Modèle d'atome à trois niveaux. Le fondamental (1) n'est lié aux autres niveaux que par des processus collisionnels (C_{1i} et C_{i1}, $i \in \{2,k\}$) ; le niveau excité (2) est lié au fondamental par des processus collisionnels (C_{12} et C_{21}), et au continu (k) par des processus radiatifs (A_{k2}, B_{2k} et B_{k2}) et collisionnels (C_{2k} et C_{k2}).*

Soit b_j la densité effective d'ions sur le niveau j (n_j), rapportée à la densité du même niveau à l'ETE (n_j^*) :

$$b_j = \frac{n_j}{n_j^*} = \frac{n_j(\Sigma)}{n_j(\Sigma')}$$

Les b_j portent le nom de *coefficients d'écart à l'ETL* (voir par exemple Thomas et Athay, 1961; Sejnowski et Hjellming, 1969, pour d'autres exemples de calcul que celui présenté ici).

Modélisons l'atome d'hydrogène par un système à trois niveaux (voir figure B.2) : le fondamental (1), le premier niveau excité (2) et le continu, contenant le niveau k. Nous supposons de plus que les transitions Lyman α (1-2) et Lyman-continu (1-k) sont optiquement épaisses, et que la transition Balmer-continu (2-k) est optiquement mince.

B.2.2 Équilibre statistique du niveau fondamental

La population du fondamental résulte alors de processus collisionnels uniquement. La microréversibilité de l'ETE nous donne pour les transitions lié-lié et lié-libre :

$$n_e\, n_1^*\, C_{12} = n_e\, n_2^*\, C_{21} \Leftrightarrow C_{21} = \frac{n_1^*}{n_2^*} C_{12}$$

$$n_e\, n_1^* \int_k C_{1k}\, dk \equiv n_e\, n_1^*\, C_1 = n_i \int_k \frac{dn_e}{dk} C_{k1}\, dk$$

Nous avons donc à l'équilibre statistique du fondamental :

$$\frac{dn_1}{dt} = n_e\, n_2\, C_{21} - n_e\, n_1\, C_{12} + n_i \int_k \frac{dn_e}{dk} C_{k1}\, dk - n_e\, n_1 \int_k C_{1k}\, dk = 0$$

$$\Leftrightarrow (b_2 - b_1)\, C_{12} + (1 - b_1)\, C_1 = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{b_2}{b_1} = 1 + \frac{C_1}{C_{12}}\left(1 - \frac{1}{b_1}\right) \tag{B.10}$$

En prenant le coefficient d'ionisation collisionnel de Voronov (1997) [5], et le coefficient d'excitation collisionnel de Spitzer (1998) [6], i.e. :

$$C_1 = \frac{2{,}91.10^{-8}}{0{,}232 + \theta} \theta^{0{,}39} e^{-\theta} \qquad \text{et} \qquad C_{12} = 2{,}332.10^{-8} \sqrt{\theta}\, e^{-\frac{3}{4}\theta} \quad \left(\mathrm{cm^3\, s^{-1}}\right), \qquad \theta = \frac{I_{\mathrm{H\,I}}}{k\,T}$$

nous obtenons un rapport C_1/C_{12} croissant de $1{,}04.10^{-13}$ à 1500 K à 0,05 à 32 000 K. Or à cette

5. voir section 4.4.2.

6. formules (4-4), c'est-à-dire l'équilibre détaillé, et (4-11), qui suppose une distribution maxwellienne des vitesses, avec l'expression de la force collisionnelle donnée par Lang (1974, formule (2-91)) et la valeur de la force d'oscillateur fournie par Allen (1976, §29).

température, l'hydrogène est complètement ionisé[7]. L'équation (B.10) nous permet alors de conclure que le rapport b_2/b_1 est proche de 1. Nous supposons de plus que $b_1 \simeq b_2 \simeq 1$.

B.2.3 Équilibre statistique du niveau excité

La transition Balmer-continu est optiquement mince ; l'équilibre du niveau excité résulte donc de processus collisionnels et radiatifs, que nous traiterons séparément :

$$\frac{dn_2}{dt} = \left.\frac{dn_2}{dt}\right|_{\text{coll}} + \left.\frac{dn_2}{dt}\right|_{\text{ray}}$$

La microréversibilité de l'ETE nous donne pour la transition lié-libre :

$$n_e\, n_2^* \int_k C_{2k}\, dk \equiv n_e\, n_2^*\, C_2 = n_i \int_k \frac{dn_e}{dk} C_{k2}\, dk$$

Nous avons donc pour le terme collisionnel :

$$\begin{aligned}\left.\frac{dn_2}{dt}\right|_{\text{coll}} &= n_e\, n_1\, C_{12} - n_e\, n_2\, C_{21} + n_i \int_k \frac{dn_e}{dk} C_{k2}\, dk - n_e\, n_2 \int_k C_{2k}\, dk \\ &= n_e\, n_2^* \left[(b_2 - b_1)\, C_{21} - (b_2 - 1)\, C_2\right] \simeq 0\end{aligned}$$

d'après la section précédente. L'évolution de population du niveau 2 n'est alors déterminée que par les processus radiatifs le liant au continu.

Pour un niveau du continu k donné, le terme radiatif s'écrit :

$$\left.\frac{dn_2}{dt}\right|_{\text{ray},k} = n_k\, (B_{k2}\, U_\nu + A_{k2}) - b_2\, n_2^*\, B_{2k}\, U_\nu$$

avec $h\nu = E_k - E_2$. Les densités n_2 et n_k sont reliées par la relation de Boltzmann, et les coefficients d'Einstein[8] par les relations suivantes :

$$B_{k2} = \frac{g_2}{g_k} B_{2k} \qquad \text{et} \qquad A_{k2} = \frac{g_2}{g_k} \frac{8\pi\, h\, \nu^3}{c^3} B_{2k}$$

et nous prenons pour la densité d'énergie radiative :

$$U_\nu = \frac{8\pi\, h\, \nu^3}{c^3} \frac{W}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}} - 1}$$

avec T_r la température du rayonnement ($T_r = (E_r/a)^{1/4}$) et W le *facteur de dilution*, c'est-à-dire l'angle solide sous lequel est vu la photosphère divisé par 4π. Nous obtenons donc :

$$\begin{aligned}\left.\frac{dn_2}{dt}\right|_{\text{ray}} &= \int_{\nu_2}^{\infty} \left[n_k\, (B_{k2}\, U_\nu + A_{k2}) - b_2\, n_2^*\, B_{2k}\, U_\nu\right] d\nu \\ &= n_2^* \int_{\nu_2}^{\infty} B_{2k} \frac{8\pi\, h\, \nu^3}{c^3} \left(e^{-\frac{h\nu}{kT}} - W \frac{b_2 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}} - 1}\right) d\nu\end{aligned}$$

En prenant la section efficace d'absorption de Kramers (1923)[9], soit $\sigma_{2k} \simeq 8{,}75.10^{27}/\nu^3$ (cm^2),

7. même en considérant d'assez forts écarts à l'ionisation calculée par l'équation de Saha, voir figure 4.3.
8. Il existe deux conventions pour définir les coefficients d'Einstein B_{ij} et B_{ji} ; voir section 5.1.1.1 pour plus de détails.
9. Le facteur de Gaunt est ici supposé indépendant de la fréquence.

nous remontons au coefficient d'Einstein via la relation (cf. Spitzer, 1998, formule (4-36)) :

$$B_{2k}\,U_\nu = \int_\nu \sigma_{2k}\frac{c\,U_\nu}{h\,\nu}d\nu$$

où l'intégration se fait sur la raie d'absorption. En rassemblant toutes les constantes sous le nom A_0, nous aboutissons à :

$$\left.\frac{dn_2}{dt}\right|_{\text{ray}} = n_2^*\,A_0\int_{\nu_2}^{\infty}\left(e^{-\frac{h\nu}{kT}} - W\frac{b_2 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}}-1}\right)\frac{d\nu}{\nu}$$

L'équilibre du premier niveau excité est alors atteint quand :

$$\frac{dn_2}{dt} = \left.\frac{dn_2}{dt}\right|_{\text{ray}} = 0 \Leftrightarrow \int_{\nu_2}^{\infty} e^{-\frac{h\nu}{kT}}\frac{d\nu}{\nu} = \int_{\nu_2}^{\infty} W\frac{b_2 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}}-1}\frac{d\nu}{\nu}$$

Posons, pour alléger les notations, $x_2 = h\nu_2/kT = I_{\text{H I}}/4kT$. Quand $x_2 \gg 1$, soit $T \ll 40\,000\,\text{K}$, nous pouvons approximer la première intégrale par :

$$\int_{\nu_2}^{\infty} e^{-\frac{h\nu}{kT}}\frac{d\nu}{\nu} \cong \int_{x_2}^{\infty}\frac{1}{x}\frac{dx}{e^x-1} \simeq \frac{1}{(x_2+1)\,(e^{x_2}-1)} \approx \frac{e^{-x_2}}{x_2} = 4\frac{kT}{I_{\text{H I}}}e^{-\frac{I_{\text{H I}}}{4kT}}$$

Posons de même $y_2 = h\nu_2/kT_r = I_{\text{H I}}/4kT_r$. Quand $e^{y_2} \gg 1$, et en supposant que W et b_2 ne dépendent pas de ν, la seconde intégrale peut être approximée par :

$$\begin{aligned}\int_{\nu_2}^{\infty} W\frac{b_2 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}}-1}\frac{d\nu}{\nu} &\cong W\,b_2\int_{\nu_2}^{\infty}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_r}}-1}\frac{d\nu}{\nu} = W\,b_2\int_{y_2}^{\infty}\frac{1}{y}\frac{dy}{e^y-1}\\ &\simeq \frac{W\,b_2}{(y_2+1)\,(e^{y_2}-1)} \approx 4W\,b_2\frac{kT_r}{I_{\text{H I}}}e^{-\frac{I_{\text{H I}}}{4kT_r}}\end{aligned}$$

Nous obtenons finalement le résultat publié par Brown :

$$b_2 = \frac{T}{W\,T_r}e^{\frac{I_{\text{H I}}}{4kT}\left(\frac{T}{T_r}-1\right)} \tag{B.11}$$

L'approximation $b_2 \simeq 1$ nous impose $T \simeq T_r$ et $W \simeq 1$, c'est-à-dire d'appliquer cette correction à des systèmes *proches* de l'ETL.

B.2.4 Extension au cas de l'hélium et application

Les travaux de Brown portent uniquement sur l'ionisation de l'hydrogène. Nous cherchons ici à les étendre au cas de l'hélium neutre.
Pour l'hélium neutre, les transitions Lyman α et le continu Lyman sont optiquement épais, et le continu Balmer est optiquement mince[10] (voir figure 5.4). De plus, le rapport C_1/C_{12} varie de 2.10^{-3} (à 10^3 K) à 0,047 (à 16 000 K, température à laquelle l'hélium neutre est complètement ionisé). De plus, l'ionisation de l'hélium neutre ne devient significative qu'une fois l'hydrogène complètement ionisé, ce qui justifie l'étude séparée de ces deux éléments.

L'équation de Saha est alors « corrigée », pour décrire l'ionisation de l'hydrogène et de l'hélium neutre dans un tel système, via les coefficients d'écart à l'ETL :

$$b_1 \simeq b_2 = b_C \Leftrightarrow n_{C,0} = n_1 + n_2 \simeq b_C(n_1^* + n_2^*) = b_C\,n_{C,0}^*$$

10. Pour l'hélium une fois ionisé, ces trois transitions sont optiquement épaisses : nous ne pouvons donc pas reprendre la démonstration précédente.

$$\begin{cases} \dfrac{n_{\mathrm{H\,II}}\, n_e}{n^*_{\mathrm{H\,I}}} = F_{\mathrm{H\,I}} \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{n_{\mathrm{H\,II}}\, n_e}{n_{\mathrm{H\,I}}} = \dfrac{F_{\mathrm{H\,I}}}{b_{\mathrm{H}}}\ , \qquad b_{\mathrm{H}} = \dfrac{T}{W\,T_r}\, e^{\frac{I_{\mathrm{H\,I}}}{4kT}\left(\frac{T}{T_r}-1\right)} \\ \dfrac{n_{\mathrm{He\,II}}\, n_e}{n^*_{\mathrm{He\,I}}} = F_{\mathrm{He\,I}} \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{n_{\mathrm{He\,II}}\, n_e}{n_{\mathrm{He\,I}}} = \dfrac{F_{\mathrm{He\,I}}}{b_{\mathrm{He}}}\ , \qquad b_{\mathrm{He}} = \dfrac{T}{W\,T_r}\, e^{\frac{I_{\mathrm{He\,I}}}{4kT}\left(\frac{T}{T_r}-1\right)} \end{cases}$$

Il faut et il suffit donc de substituer $F_{\mathrm{H\,I}}/b_{\mathrm{H}}$ à $F_{\mathrm{H\,I}}$ et $F_{\mathrm{He\,I}}/b_{\mathrm{He}}$ à $F_{\mathrm{He\,I}}$ dans la partie B.1.

Bibliographie

C. W. ALLEN : *Astrophysical Quantities.* Athlone Press, London, 3e édn, 1976.

J. C. BROWN : On the ionisation of hydrogen in optical flares. *Solar Physics*, 29(2):421–427, avr. 1973.

J. P. COX et R. T. GIULI : *Principles of stellar structure - Vol.1 : Physical principles ; Vol.2 : Applications to stars.* New York : Gordon and Breach, 1968.

H. A. KRAMERS : On the theory of X-ray absorption and of the continuous X-ray spectrum. *Philosophical Magazine Series 6*, 46(275):836–871, nov. 1923.

K. R. LANG : *Astrophysical Formulae : A compendium for the physicist and astrophysicist.* New York, Springer-Verlag New York, Inc., 1974.

M. N. SAHA : On Radiation-Pressure and the Quantum Theory. *The Astrophysical Journal*, 50:220, oct. 1919.

M. J. SEATON : Atomic data for opacity calculations. I. General description. *Journal of Physics B : Atomic and Molecular Physics*, 20(23):6363–6378, jan. 1987.

T. J. SEJNOWSKI et R. M. HJELLMING : The General Solution of the b_n Problem for Gaseous Nebulae. *The Astrophysical Journal*, 156:915, juin 1969.

L. SPITZER : *Physical Processes in the Interstellar Medium.* Wiley-VCH, mai 1998.

R. N. THOMAS et R. G. ATHAY : *Physics of the solar chromosphere*, vol. VI. Interscience Monographs and Texts in Physics and Astronomy, New York : Interscience Publication, 1961.

G. S. VORONOV : A Practical Fit Formula for Ionization Rate Coefficients of Atoms and Ions by Electron Impact : Z= 1-28. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 65(1):1–35, jan. 1997.

ANNEXE C

ÉQUATION DE RANKINE-HUGONIOT

Sommaire

C.1 Cadre & notations 159
C.2 Rappel des équations 159
C.3 Résolution 160

Nous présentons dans cette annexe une démonstration de l'équation de Rankine-Hugoniot et de la droite de Raileigh, ainsi que leur résolution dans le cas où l'équation d'état est celle des gaz parfaits.

C.1 Cadre & notations

Soit $\vec{\mathscr{D}}$ la vitesse du choc dans le référentiel du gaz amont (1) ; ce gaz tombe à la vitesse $\vec{u}_{\text{infall}}$ dans le référentiel du gaz choqué. Ces deux définitions mises à part, nous travaillerons dans le référentiel du choc $\mathfrak{R}_c$, où $\vec{u}_1 = -\vec{\mathscr{D}}$ et $\vec{u}_2 = -\vec{\mathscr{D}} - \vec{u}_{\text{infall}}$ (figure C.1).

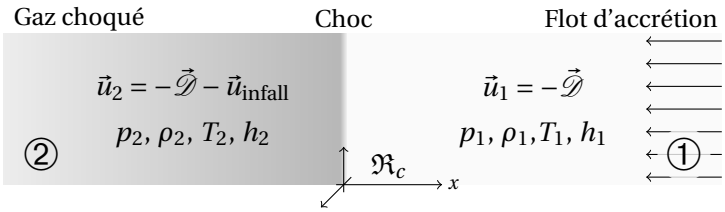

FIGURE C.1 – *Gaz tombant sur un mur ; $h = \epsilon - \frac{p}{\rho}$ désigne l'enthalpie spécifique.*

C.2 Rappel des équations

L'état du gaz choqué est relié à celui du gaz non choqué via les relations de continuité des flux de masse, d'impulsion et d'énergie :

$$\begin{cases} \left[\rho v_x\right]_1^2 = 0 \\ \left[p + \rho v_x^2\right]_1^2 = 0 \\ \left[\rho v_x \left(\frac{1}{2} v^2 + h\right)\right]_1^2 = 0 \end{cases}$$

où x désigne la direction normale au choc. À une dimension, avec les conventions décrites précédemment, nous obtenons :

$$\begin{cases} \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 = j \\ p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \\ \rho_1 u_1 \left(\frac{1}{2} u_1^2 + h_1\right) = \rho_2 u_2 \left(\frac{1}{2} u_2^2 + h_2\right) \end{cases} \tag{C.1}$$

La première équation permet de calculer la vitesse du choc :

$$\mathscr{D} = \frac{u_{\text{infall}}}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1}$$

Nous en déduisons le nombre de Mach du choc $M = \mathscr{D}/c_{s1}$, avec $c_{s1} = \sqrt{\gamma \frac{p_1}{\rho_1}}$ la vitesse du son dans le milieu pré-choc.

La seconde équation peut se réécrire à l'aide de la première :

$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= -j^2 \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{p_2 - p_1}{\mathscr{V}_2 - \mathscr{V}_1} &= -j^2 \end{aligned}$$

où $\mathscr{V} = 1/\rho$ est le volume spécifique. Cette dernière équation porte le nom de *droite de Rayleigh*.

La troisième équation devient, au vu des deux précédentes :

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (\mathscr{V}_1 + \mathscr{V}_2) \left(p_2 - p_1 \right) \tag{C.2}$$

$$\Leftrightarrow \epsilon_2 - \epsilon_1 = \frac{1}{2} (\mathscr{V}_1 - \mathscr{V}_2) \left(p_1 + p_2 \right) \tag{C.3}$$

Ces deux équations sont les *adiabatiques de choc d'Hugoniot-Rankine* pour l'enthalpie spécifique (C.2) et l'énergie interne spécifique $\epsilon = h - p\mathscr{V}$ (C.3).

À ces équations s'ajoute l'équation d'état, i.e. l'équation des gaz parfaits ici :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \frac{p\mathscr{V}}{\gamma - 1} \\ p &= nkT \end{aligned} \right\} \Rightarrow \epsilon = \frac{k}{\gamma - 1} \frac{n}{\rho} T$$

C.3 Résolution

Nous cherchons donc à résoudre le système d'équations (équivalent à (C.1)) :

$$\begin{cases} \mathscr{D} = \dfrac{u_{\text{infall}}}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1} \\ \dfrac{p_2 - p_1}{\mathscr{V}_2 - \mathscr{V}_1} = -\rho_1^2 \mathscr{D}^2 \\ \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{p_2 \mathscr{V}_2}{p_1 \mathscr{V}_1} \\ T_2 - T_1 = \dfrac{1}{2} (\mathscr{V}_1 - \mathscr{V}_2) \left(p_1 + p_2 \right) \end{cases}$$

Nous supposons les valeurs de ρ_1, T_1, u_{infall} connues et fixons la composition chimique initiale (donc d_1, ce qui fixe p_1). En posant $\mathcal{X} = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}$ (> 0) et $\alpha = \frac{\gamma+1}{\gamma} \frac{\rho_1 u_{\text{infall}}^2}{2 p_1}$, nous obtenons par

substitutions successives :

$$\begin{cases} \mathscr{D} = -\dfrac{u_{\text{infall}}}{\mathcal{X}} \\ \rho_2 = \dfrac{\rho_1}{1-\mathcal{X}} \\ p_2 = p_1 + \dfrac{\rho_1 u_{\text{infall}}^2}{\mathcal{X}} \\ T_2 = T_1 (1-\mathcal{X}) \left(1 + \dfrac{\rho_1 u_{\text{infall}}^2}{\mathcal{X} p_1}\right) \\ 0 = \mathcal{X}^2 + \alpha \mathcal{X} - \dfrac{2\alpha}{\gamma+1} \end{cases}$$

Cette dernière équation se résout simplement :

$$\mathcal{X} = \frac{\alpha}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{8}{\alpha(\gamma+1)}} - 1\right]$$

Ces expressions permettent de déterminer théoriquement l'état du gaz post-choc en fonction de l'état du gaz amont, ce qui est notamment utilisé dans les tests du code AstroLabE (voir sections 6.5).

Résumé

Des colonnes d'accrétion relient les étoiles jeunes au disque de gaz et de poussière qui les entoure. De nombreuses études numériques ont montré l'existence d'une structure oscillante de plasma choqué au sein de ces colonnes. Cependant, aucune observation n'est en mesure de confirmer l'existence d'un tel phénomène. Ces simulations s'appuient toutes sur le postulat selon lequel le gaz accrété, suit une fonction de refroidissement optiquement mince. L'objectif principal de mon travail a été de m'affranchir de ce postulat. Après avoir amélioré la description de processus microscopiques importants dans le code 1D RHD ALE AstroLabE, j'ai travaillé sur les tables d'opacités, grandeurs clés dans l'interaction entre le champ de rayonnement et la matière. Les résultats obtenus montrent que l'absorption d'une faible fraction du rayonnement est capable d'affecter significativement la dynamique de la structure de gaz choqué, jusqu'à supprimer le comportement oscillatoire prédit.

Je me suis également attaché à modéliser de manière cohérente la structure sur laquelle s'effectue l'accrétion : la chromosphère. J'ai pour cela utilisé un modèle simple d'atmosphère chauffée par des ondes acoustiques dégénérant en chocs. Si la dynamique de l'écoulement reste périodique, moyennant quelques perturbations, la luminosité X présente des modulations d'amplitude relativement modestes.

Ce travail illustre l'importance du transfert radiatif dans le processus d'accrétion et d'une description réaliste de ce transfert radiatif. Les méthodes qualitatives que j'ai développées, adaptées à une modélisation 1D, ouvrent la voie à d'autres développements, notamment dans le cadre de simulations à plusieurs dimensions.

Abstract

Accretion columns connect young stars to the surrounding disk of gas and dust. Numerous numerical studies have predicted quasi-periodic oscillations of the shocked structure at the base of these columns. There is, however, no observational evidence of such feature. These simulations rely on the assumption that accreted gas can be described with an optically thin line cooling function. The main goal of my work has been to go beyond this assumption. I started with the improvement of the description of important microscopic processes included in the 1D ALE RHD code AstroLabE. I worked then on the building of adapted opacity tables, to take into account the coupling between radiation and matter. The results show that even by taking into account the absorption of a small fraction of radiation, the dynamics of the shocked gas structure is significantly affected, and the predicted oscillatory behavior may be suppressed.

I have concentrated on the coherent modeling of the stellar chromosphere above which the accretion takes place. For this purpose, I used a model based on acoustic waves heating. Although the chromospheric shock waves perturb the dynamics of accretion (which remains periodic), the computed luminosity presents modulations of relative small amplitude.

The work highlights the importance of the radiative transfer in the accretion process on young stars and the necessity of an adequate, physically based, description of the radiative transfer. The methods I have developed in this work will foster developments of multi-dimensional simulations.