

Optimisation de la chaîne de numérisation 3D : de la surface au maillage semi-régulier

Jean-Luc Peyrot

► To cite this version:

Jean-Luc Peyrot. Optimisation de la chaîne de numérisation 3D : de la surface au maillage semi-régulier. Autre. Université Nice Sophia Antipolis, 2014. Français. NNT : 2014NICE4126 . tel-01136457

HAL Id: tel-01136457 https://theses.hal.science/tel-01136457

Submitted on 27 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE - SOPHIA ANTIPOLIS

ECOLE DOCTORALE STIC SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DE LA COMMUNICATION

Thèse

pour l'obtention du grade de **Docteur en Sciences** de l'Université de Nice - Sophia Antipolis

Mention : « Automatique - Traitement des Signaux et des Images »

présentée et soutenue par

Jean-Luc PEYROT

Optimisation de la chaîne de numérisation 3D : de la surface au maillage semi-régulier

Thèse dirigée par M. Marc ANTONINI et co-encadrée par M. Frédéric PAYAN

soutenue le 12 décembre 2014 devant le jury composé de :

M. Gilles Gesquiere	Professeur à l'Université Lumière Lyon 2	(Rapporteur)
M. Tamy Boubekeur	Professeur à Télécom ParisTech	(Rapporteur)
M. Pierre Alliez	Directeur de Recherche INRIA - Sophia Antipolis	(Examinateur)
M. Olivier Aubreton	Maître de Conférences à l'Université de Bourgogne	(Examinateur)
M. Marc Antonini	Directeur de Recherche CNRS	(Directeur de thèse)
M. Frédéric Payan	Maître de Conférences à l'Université de Nice - Sophia Antipolis	(Co-encadrant)

Remerciements

E voudrais tout d'abord dire un grand merci à mon directeur de thèse Monsieur Marc Antonini et mon co-encadrant de thèse Monsieur Frédéric Payan pour leurs conseils, leurs soutiens, les nombreuses relectures et ré-écritures qu'ils ont réalisées, ainsi que pour leurs sympathies tout au long de ces trois années, et avec lesquels j'ai eu plaisir à travailler. Je souhaite également remercier les membres du jury de thèse qui ont accepté d'évaluer mon travail, dont Monsieur le Professeur Gilles Gesquière et Monsieur le Professeur Tamy Boubekeur qui me font l'honneur de rapporter mon manuscrit de thèse. De plus, je remercie Monsieur Pierre Alliez (Directeur de Recherche INRIA) et Monsieur Olivier Aubreton (Maître de Conférences à l'université de Bourgogne) pour leur acceptation à examiner mes travaux de thèse.

De plus, je remercie Monsieur Olivier Aubreton et Monsieur Vincent Daval, avec qui nous avons collaboré sur ce vaste domaine qu'est la numérisation 3D. Je remercie encore une fois Monsieur Vincent Daval pour les nombreuses questions que j'ai pu lui poser sur les aspects techniques de numérisation 3D. J'apporterai aussi ma gratitude à Monsieur Leonardo Hidd-Fonteles qui a toujours répondu à mes questions techniques sur la programmation avec plaisir et bonne humeur.

Mes remerciements ne pourraient pas être complets sans remercier l'ensemble des professeurs et maîtres de conférences que j'ai rencontrés lors de mon monitorat et qui m'ont aidé à réaliser cette belle et noble tâche qu'est l'enseignement et de manière plus générale la transmission du savoir aux autres. Je remercie donc chaleureusement Monsieur Philippe Lahire, Monsieur Philippe Renevier-Gonin et Monsieur Frédéric Mallet du département Informatique, ainsi que Monsieur Frédéric Payan, Monsieur Pierre Mathieu, Madame Lucile Sassatelli, Monsieur Guillaume Urvoy-Keller, Madame Céline Theys, Madame Claire Oberli ainsi que Madame Emmanuelle Bouché du département IUT Réseaux et Télécommunications de Sophia Antipolis. Je voulais aussi remercier les autres moniteurs avec qui j'ai travaillé durant ces années de monitorat dont Mademoiselle Rita Ammanouil. Pour finir, je remercie et souhaite plein de réussites à l'ensemble des étudiants que j'ai eu le plaisir de rencontrer.

Je ne peux pas ne pas avoir de pensées chaleureuses pour l'ensemble des personnes avec qui j'ai partagé mon bureau dont Mademoiselle Virginie Baticle, Mademoiselle Olga Tornea, Mademoiselle Effrosyni Doutsi, Mademoiselle Natacha Ruchaud, Monsieur Damien Genoud et Mademoiselle Amani Chaker. Je remercie aussi l'ensemble du personnel du laboratoire I3S que j'ai rencontré au cours de mon séjour, et particulièrement Madame Micheline Hagnere pour l'ensemble des services rendus lors de la préparation de mes déplacements extérieurs.

Je souhaite remercier aussi Monsieur Florent Dupont et Madame Florence Denis, qui m'ont aidé à trouver cette thèse de doctorat, et avec lesquels j'ai eu plaisir à travailler durant mon stage de Projet de Fin d'Etudes. Je remercie d'ailleurs Monsieur Hichem Barki pour son aide durant mon PFE et ses nombreux conseils.

Mes avant-derniers remerciements vont à l'ensemble des personnes qui tournoient de temps en temps dans ma tête, et sans qui je ne serai pas arrivé aussi loin aujourd'hui.

Je remercie aussi bien sûr ma famille et mes amis qui m'ont soutenu et aidé durant ces 1096 derniers jours, ainsi que les personnes que j'oublie à cet instant précis où j'écris ces quelques lignes...

Sophia Antipolis, le 3 décembre 2014.

Table des matières

Table des matièresvi			vii			
Préface 2						
	1.1	Introduction générale	2			
		1.1.1 Contexte général	6			
		1.1.2 Motivation	7			
		1.1.3 Contributions	8			
		1.1.4 Organisation du manuscrit	9			
	1.2	INTRODUCTION SUR LES MAILLAGES SURFACIQUES	9			
		1.2.1 Rappels de topologie algébrique	10			
		1.2.2 Définition d'un complexe simplicial	12			
		1.2.3 Définition d'un complexe simplicial abstrait	13			
		1.2.4 Définition d'un maillage surfacique	14			
I	Ech	antillonnage de surfaces en disques de Poisson	18			
		0				
1	Int	RODUCTION	20			
	1.1	CONTEXTE GENERAL	21			
	1.2	ETAT DE L'ART SUR L'ECHANTILLONNAGE EN DISQUES DE POIS-				
		SON \dots	21			
	1.3	Opportuge of opportuging provide a provide the provided the provi	33			
	1.4	OBJECTIFS DE CETTE PREMIÈRE PARTIE	40			
2	Ré-	échantillonnage de maillages en disques de Poisson	42			
	2.1	Présentation de la technique de Dart Throwing	44			
	2.2	Principe général de notre ré-échantillonnage	46			
	2.3	Présentation détaillée des différentes étapes	46			
		2.3.1 Classification du domaine d'échantillonnage	46			
		2.3.2 Echantillonnage adaptatif	48			
	2.4	Contributions sur l'analyse spectrale	52			
		2.4.1 Principe général de notre analyse spectrale	53			
		2.4.2 Présentation détaillée des différentes étapes	54			
	2.5	Résultats expérimentaux	59			
		2.5.1 Analyse de la fidélité géométrique des distributions	59			
		2.5.2 Analyse spectrale des distributions	62			
		2.5.3 Evaluation de la robustesse de l'échantillonnage	65			
		2.5.4 Evaluation et comparaison des temps de calculs	68			
		2.5.5 Application du ré-échantillonnage en disques de Poisson				
		au maillage	70			
	2.6	Conclusion du chapitre	72			

3	Echantillonnage de surfaces à partir des images sté-				
	RÉOSCOPIQUES				
	3.1	Principe général de notre méthode d'échantillonnage	75		
	3.2	Présentation détaillée des différentes étapes	77		
		3.2.1 Création de l'image binaire I	77		
		3.2.2 Détection des zones de fortes courbures	78		
		3.2.3 Classification des pixels	79		
		3.2.4 Calcul des coordonnées 3D	84		
		3.2.5 Echantillonnage adaptatif	84		
	3.3	Résultats expérimentaux	86		
		3.3.1 Résultats visuels	86		
		3.3.2 Analyse spectrale des distributions	87		
		3.3.3 Evaluation et comparaison des temps de calculs	92		
4	Cor	NCLUSION DE CETTE PARTIE ET PERSPECTIVES	94		
п	Re	construction semi-régulière de surfaces par stéréosco-			
pi	e	г	96		
1	Int	RODUCTION	98		
	1.1	Contexte général	99		
	1.2	Etat de l'art sur le (re)maillage semi-régulier de sur-			
		FACES	100		
		1.2.1 Etat de l'art des méthodes de maillage semi-régulier	104		
		1.2.2 Etat de l'art des méthodes de remaillage semi-régulier	107		
	1.3	Objectifs de cette deuxième partie	114		
2	Rec	CONSTRUCTION SEMI-RÉGULIÈRE DE SURFACES À PARTIR			
	D'IN	AAGES STÉRÉOSCOPIQUES	116		
	2.1	Principe général de notre méthode de reconstruction	117		
	2.2	Présentation détaillée des différentes étapes	119		
		2.2.1 Création du maillage de base 2D	119		
		2.2.2 Création du maillage semi-régulier 2D par subdivisions .	123		
		2.2.3 Calculs des coordonnées 3D des sommets du maillage			
		semi-régulier	126		
		2.2.4 Résumé des différentes étapes	128		
	2.3	Résultats expérimentaux	128		
	Con	ICLUSION	136		
3	Ам	Amélioration du maillage de base			
	3.1	Principe général de notre méthode	139		
	3.2	Présentation détaillée des différentes étapes	140		
		3.2.1 Rappels théoriques sur la relaxation de Lloyd	140		
		3.2.2 Echantillonnage 2D en disques de Poisson	140		
		3.2.3 Relaxation des échantillons	141		
		3.2.4 Triangulation de Delaunay 2D des échantillons relaxés	143		
	3.3	Résultats expérimentaux	146		
4	Cor	NCLUSION DE CETTE PARTIE ET PERSPECTIVES	156		

Conclusion	158
Publications	162
Bibliographie	164
Liste des figures	173

INTRODUCTION

1.1 INTRODUCTION GÉNÉRALE

De nos jours, on peut aisément remarquer que l'ordinateur est un élément omniprésent dans nos vies. En effet, il prend une place de plus en plus importante dans notre quotidien et il nous assiste dans de nombreuses tâches : que ce soit l'ordinateur de bord de la voiture qui nous guide jusqu'à notre destination, ou bien l'ordinateur qui nous permet de retirer de l'argent aux distributeurs de billets, ou encore celui utilisé tous les jours par de nombreux salariés.

L'importance de l'ordinateur repose sur trois éléments essentiels :

- sa rapidité d'exécution pouvant aller, pour les super-calculateurs, jusqu'à plusieurs milliers de milliards d'opérations à virgule flottante par seconde (*FLOPS* en anglais);
- sa grande capacité mémoire pouvant atteindre plusieurs dizaines voire centaines de gigaoctets;
- sa programmabilité qui lui permet d'émuler, en modifiant sa séquence d'instructions, une fonction précise (serveur de transfert de fichiers par exemple, distributeur de boisson automatique, serveur vocale, etc.).

L'humain et l'ordinateur forment donc ensemble un système complémentaire très puissant qui associe l'intelligence humaine à la rapidité d'exécution de la machine. Cette association permet de créer des applications complexes, réalistes et rapides, dans de très nombreux domaines comme les jeux vidéos, la préservation des oeuvres et du patrimoine architectural, ou encore l'impression 3D.

En effet, la complexité et le réalisme des jeux vidéos n'ont cessé d'augmenter : de nombreux jeux vidéos en réseau, permettent l'interaction temps-réel entre des joueurs situés à des endroits différents de la planète, tout en ayant un rendu extrêmement réaliste (Figure 1.1).



FIGURE 1.1 – Image extraite du jeu vidéo Call of Duty GHOSTSTM.

De plus, il est maintenant possible de visiter virtuellement et même gratuitement des musées, comme le musée du Louvre par exemple (Figure 1.2).



FIGURE 1.2 – Entresol du musée du Louvre à Paris.

Depuis peu, l'impression 3D s'est démocratisée, et de toutes nouvelles imprimantes sont disponibles pour le grand public, pour fabriquer des objets 3D en résine, à partir d'un modèle numérique. Ce modèle numérique peut être obtenu soit en numérisant préalablement un objet réel avec un scanner 3D, ou bien en créant ce modèle à l'aide d'un ordinateur. De plus, l'impression 3D est un domaine très novateur et s'est révélé être un outil d'innovation technologique et social très important (Figure 1.3).



FIGURE 1.3 – *Présentation d'une prothèse de main à bas coût réalisée à l'aide de l'impression 3D.*

Quelque soit l'application réalisée, il est quasiment indispensable de passer par une phase de numérisation, afin de transcrire numériquement la réalité et ainsi utiliser les performances d'un ordinateur. Par exemple, les jeux vidéos et la création de films d'animation 3D, dans leur quête infinie de réalisme, utilisent la technique de *motion capture*. Le principe consiste à capter le déplacement de plusieurs capteurs positionnés sur une personne en mouvement, à l'aide d'un ensemble de caméras, pour définir des mouvements de personnages virtuels de manière la plus réaliste possible (Figure 1.4).



FIGURE 1.4 – Motion capture faite avec Lionel Messi pour réaliser le jeu vidéo Fifa 15TM, et Tom Hanks pour réaliser le film d'animation The Polar Express.

Dans le cas des visites virtuelles par exemple, un ensemble d'images panoramiques obtenues avec une caméra *Fisheye* (Figure 1.5), sont mises en correspondance pour générer une image sphérique à l'intérieur de laquelle évolue le visiteur.



FIGURE 1.5 – Caméra grand angle de type Fisheye et une image acquise par cette caméra.

Pour numériser des surfaces très grandes telles que des bâtiments par exemple, on utilise des dispositifs d'acquisition directe qui calculent en temps-réel les points 3D, ou des dispositifs d'acquisition indirecte de type photogrammétrique qui exploitent un support photographique pour calculer les informations tridimensionnelles. La Figure 1.6 à gauche présente un scanner LIDAR qui est un dispositif d'acquisition directe à balayage laser, plutôt adapté pour numériser des édifices ou des paysages situés à de grandes distances (de 10 à 400 mètres).

Pour des objets ou surfaces de taille moindre, on peut utiliser des scanners par triangulation optique ou lumière structurée qui permettent d'obtenir une représentation dense des surfaces. On peut aussi citer les systèmes stéréoscopiques qui font partie des systèmes d'acquisition indirecte et dont une description détaillée sera donnée plus loin dans l'état de l'art (Figure 1.6 à droite).



FIGURE 1.6 – *Présentation d'un scanner LIDAR à gauche et d'un scanner stéréoscopique à droite.*

On obtient finalement une représentation numérique de la surface réelle, qui peut maintenant être utilisée par l'ordinateur pour réaliser l'application souhaitée (Figure 1.7).



FIGURE 1.7 – Application d'impression 3D : l'objet réel de gauche est numérisé et le modèle numérique obtenu, qui est affiché à l'écran, est utilisé par l'ordinateur pour créer une impression 3D de l'objet initial, à droite.

Dans la suite, nous présentons le contexte général de ce travail de thèse, qui met en avant les limites associées à ces représentations numériques, en matière de quantité d'informations. En effet, bien que les quantités de stockage des ordinateurs soient élevées, elles ne sont pas limitées. Or les applications, dans un souci de réalisme et de fidélité géométrique, requièrent des données de plus en plus précises et donc volumineuses.

1.1.1 Contexte général

La numérisation 3D permet de générer des représentations numériques très réalistes et fidèles géométriquement aux surfaces réelles. Cependant, cette fidélité géométrique, obtenue à l'aide d'un suréchantillonnage des surfaces, augmente considérablement le volume de données générées. Les maillages ainsi produits sont donc très denses, et peu adaptés aux différents supports de visualisation, de transfert, de stockage, etc. La représentation semi-régulière des surfaces permet de diminuer le volume nécessaire à la représentation de ces maillages denses, et possède des qualités bien connues en matière de représentation multi-échelles et de compression. Cependant, de nombreuses étapes sont nécessaires pour générer cette représentation semi-régulière à partir des données générées lors de l'acquisition 3D, comme l'illustre la Figure 1.8.



FIGURE 1.8 – Présentation des différentes étapes de la chaîne de numérisation 3D classique.

En effet, le nuage de points 3D, généré par le système d'acquisition, est tout d'abord nettoyé pour éliminer le bruit de mesure des coordonnées. Ensuite, une étape de maillage permet de passer de l'ensemble de points 3D à un maillage surfacique triangulaire, dont la connectivité est souvent irrégulière (*i.e.* les sommets du maillage généré n'ont pas tous le même nombre de sommets voisins). De ce fait, et afin d'obtenir une représentation semi-régulière, une technique de remaillage semi-régulier est appliquée au maillage irrégulier, avant d'utiliser éventuellement une compression basée ondelettes, générant finalement la représentation multi-échelles, qui est optimale pour la visualisation 3D, le transfert et le stockage. Cette chaîne de numérisation 3D apparaît comme séquentielle et formée d'une suite indépendante de traitements. Une interaction des différents traitements pourrait être profitable en diminuant la complexité de cette chaîne et en proposant un nouveau système d'acquisition 3D intelligent. En effet, un tel système pourrait profiter des informations disponibles en amont de la chaîne de numérisation (*i.e.* dès la phase d'acquisition), pour améliorer l'étape de remaillage semi-régulier ou encore la compression.

Cet objectif est celui du projet CreActive 3D, initié par les équipes Vision 3D du laboratoire Le2i et Mediacoding du laboratoire i3s, dirigées respectivement par Olivier Aubreton et Frédéric Truchetet d'une part et Marc Antonini et Frédéric Payan d'autre part. Ce partenariat a permis d'associer l'expertise de l'équipe Vision 3D du Le2i en numérisation de données 3D à celle de l'équipe Mediacoding du laboratoire i3s en compression et représentation multirésolution des surfaces. Grâce notamment au soutien de la région Provence-Alpes-Côte-d'Azur et de la collaboration de l'entreprise Nooméo, spécialisée dans la fabrication de systèmes d'acquisition 3D par stéréoscopie, ce projet a vu le lancement en parallèle de deux travaux de thèse : celui de Vincent Daval au Le2i et la thèse que j'ai effectuée au laboratoire i3s. Nooméo a fournit le scanner stéréoscopique 3D avec lequel l'ensemble des travaux a été réalisé.

La principale stratégie adoptée pour mener à bien ce projet consistait à boucler les travaux des deux thèses et ainsi à fournir un système intelligent et interactif de numérisation 3D : la thèse de Vincent Daval avait pour principal objectif d'estimer des attributs géométriques tels que les normales 3D ou les courbures 3D à partir des données issues du scanner stéréoscopique (*i.e.* les nuages de points 3D et les images stéréoscopiques). Ma thèse devait utiliser ces informations, obtenues très en amont dans la chaîne d'acquisition, pour guider la reconstruction de la surface scannée et fournir en sortie une maille semi-régulière 3D.

1.1.2 Motivation

Plus précisément, l'objectif de ma thèse consistait à améliorer la phase de reconstruction 3D, en utilisant entre autres, l'échantillonnage en disques de Poisson qui, grâce à ses propriétés de bruit bleu, réalise un bon compromis entre sous- et sur-échantillonnage. De plus, cet échantillonnage sert ensuite de base pour générer un maillage semi-régulier, directement à partir des données générées par le système d'acquisition (*i.e.* les images stéréoscopiques pour un système stéréoscopique), et non à partir d'une version maillée des nuages de points habituellement générés par ces derniers. Ceci permet de réduire le nombre d'étapes nécessaires à la génération d'un maillage semi-régulier, et d'intégrer à un système d'acquisition à la fois un échantillonnage optimal et une méthode de reconstruction semi-régulière.

1.1.3 Contributions

Dans le but d'améliorer la chaîne de numérisation 3D classique, notre travail de thèse a été divisé en deux parties :

- 1. la première partie de cette thèse consiste à étudier les techniques d'échantillonnage en disques de Poisson, car les distributions qu'elles génèrent ont des propriétés intéressantes de bruit bleu, qui permettent de trouver un compromis entre sous- et suréchantillonnage. Nous avons étudié cet échantillonnage sur des surfaces maillées par souci de simplicité, et avons ensuite proposé plusieurs améliorations concernant la qualité des distributions et les temps de calculs par rapport aux méthodes incrémentales de l'état de l'art. Les contributions proposées dans cette première partie sont extensibles aux cas de surfaces continues, implicites, mais aussi aux nuages de points denses, comme ceux générés actuellement par les scanners 3D. Les systèmes de numérisation stéréoscopiques étant très utilisés dans l'industrie et la recherche pour acquérir aussi bien des objets 3D que des surfaces de grandes dimensions telles que des façades, nous avons adapté notre technique d'échantillonnage de surfaces en disques de Poisson, à ces systèmes stéréoscopiques. Pour cela, l'échantillonnage en disques de Poisson est réalisé directement sur les images stéréoscopiques, tout en conservant les caractéristiques géométriques de la surface originale. Nous montrons que l'utilisation d'un échantillonnage en disques de Poisson durant la phase d'acquisition permet d'obtenir une représentation moins dense de la surface originale, et dont les échantillons sont répartis de façon intelligente et adaptative sur la surface scannée (i.e. afin de préserver les caractéristiques géométriques de la surface originale);
- 2. l'idée de la deuxième partie de ce travail de thèse consiste à optimiser l'ensemble de la chaîne de numérisation 3D classique, en utilisant la contribution de la première partie, afin de générer une représentation semi-régulière de la surface originale, directement à partir des images stéréoscopiques. Grâce à une approche coarse-to*fine*, la connectivité de la représentation semi-régulière est créée progressivement, permettant d'obtenir la représentation semi-régulière. Enfin, la contribution permettant d'optimiser l'acquisition 3D et proposée à la première partie, grâce à l'utilisation de l'échantillonnage en disques de Poisson sur les images stéréoscopiques, ainsi que notre contribution générant la représentation semi-régulière sur les images stéréoscopiques, sont associées pour optimiser la chaîne de numérisation 3D classique. De ce fait, les étapes de nettoyage, de maillage et de remaillage semi-régulier sont fusionnées en une étape de reconstruction semi-régulière, permettant de réduire les étapes de la chaîne de numérisation 3D pour les systèmes stéréoscopiques, comme l'illustre la Figure 1.9.



FIGURE 1.9 – *Présentation des différentes étapes de la chaîne de numérisation* 3D proposée.

1.1.4 Organisation du manuscrit

Avant d'aborder la première partie de ce manuscrit, nous rappelons tout d'abord quelques définitions mathématiques générales concernant les maillages surfaciques triangulaires, afin de comprendre les différentes notions utilisées tout au long de ce manuscrit. Puis, la première partie de ce document présente nos contributions concernant l'optimisation des techniques d'échantillonnage en disques de Poisson pour maillages surfaciques (*c.f.* chapitre 2, page 42) et l'adaptation utilisée pour échantillonner des surfaces à partir des images stéréoscopiques (*c.f.* chapitre 3, page 74). La deuxième partie présente ensuite notre approche *coarse-to-fine* qui génère des maillages semi-réguliers, à partir d'images stéréoscopiques (*c.f.* chapitre 2, page 116), ainsi que la fusion de l'échantillonnage en disques de Poisson et la méthode de reconstruction semi-régulière pour systèmes stéréoscopiques (*c.f.* chapitre 3, page 138).

1.2 INTRODUCTION SUR LES MAILLAGES SURFACIQUES

Cette section introduit les notions mathématiques indispensables à la compréhension des modèles utilisés. Nous abordons ainsi les définitions de maillage, de variété, de bord et de genre qui seront utilisées tout au long de ce manuscrit. Pour pouvoir aborder la définition d'un maillage, il faut tout d'abord revoir quelques notions de topologie algébrique.

1.2.1 Rappels de topologie algébrique

Nous rappelons ici quelques définitions très générales de topologie algébrique, pour aborder ensuite les notions de complexe simplicial et de complexe simplicial abstrait, qui sont indispensables pour définir mathématiquement la notion de maillage. Dans toute la suite, *E* désignera un ensemble quelconque d'éléments.

Une famille d'ensembles $\mathcal{P}(E)$ sur E est un ensemble de sousensembles de E, mathématiquement défini par $\mathcal{P}(E) = \{X \subseteq E\}$. De cette définition de famille d'ensembles, on peut définir la notion d'**espace topologique** comme étant un couple $(E, \mathcal{P}(E))$ constitué d'un ensemble d'éléments E dont chaque élément est appelé **point** et d'une famille $\mathcal{P}(E)$ d'ensembles sur E dont chaque élément est appelé **ouvert**. Ce couple vérifie les propriétés suivantes :

- 1. l'ensemble vide \emptyset et l'ensemble *E* font partie de la famille $\mathcal{P}(E)$;
- 2. l'union de toutes familles d'éléments de $\mathcal{P}(E)$ est un élément de $\mathcal{P}(E)$;
- 3. l'intersection de toutes familles finies d'éléments de $\mathcal{P}(E)$ est un élément de $\mathcal{P}(E)$.

Un sous-ensemble de *E* est dit **fermé** si son ensemble complémentaire dans *E* est un **ouvert** de l'espace topologique (*E*, $\mathcal{P}(E)$). Ainsi l'ensemble vide \emptyset et l'ensemble *E* sont à la fois des ouverts et des fermés de la topologie (*E*, $\mathcal{P}(E)$) : en effet le complémentaire dans *E* de l'ensemble vide $C_E \emptyset$ est l'ensemble *E* et inversement $C_E E = \emptyset$.

Le **voisinage topologique** d'un point *X* de l'ensemble *E*, est un sousensemble $V \subseteq E$ tel qu'il existe un ouvert inclus dans *V* qui contient le point *X*. Ainsi l'ensemble *E* lui-même est un voisinage de tout point *X* de *E*. De plus, si pour deux points quelconques *X* et *Y* de *E*, il existe un voisinage de *X* et un voisinage de *Y* qui sont disjoints, alors l'espace topologique (*E*, $\mathcal{P}(E)$) est dit **séparé** ou de **Hausdorff**.

Par exemple, l'espace topologique discret défini par l'ensemble E et la famille de l'ensemble des parties de E est séparé. En effet, la topologie discrète contient un ensemble de points qui sont tous isolés les uns des autres, et donc chaque point est à la fois ouvert et fermé. Par contre, l'*espace topologique grossier* n'est pas séparé, car la topologie grossière est définie uniquement par deux ouverts : l'ensemble vide \emptyset et E. Intuitivement, tous les points de l'espace topologique ainsi créé sont rassemblés dans le même ouvert E, et ne peuvent donc pas être distingués du point de vue topologique. Le voisinage minimum de chaque point de l'espace topologique grossier est l'ensemble E lui-même, ainsi pour deux points quelconques X et Y de E, leurs voisinages ne sont pas disjoints. Une illustration de ces topologies est donnée à la Figure 1.10.

Une fonction f entre deux espaces topologiques $(E_0, \mathcal{P}(E_0))$ et $(E_1, \mathcal{P}(E_1))$ est **continue** si l'image réciproque par f de chaque ouvert



FIGURE 1.10 – Exemple de topologie grossière et disrète, avec en oranges et en verts respectivement les points et les ouverts de l'espace topologique $(E, \mathcal{P}(E))$ associé.

de $\mathcal{P}(E_1)$ est un ouvert de $\mathcal{P}(E_0)$.

Un **homéomorphisme** entre deux espaces topologiques $(E_0, \mathcal{P}(E_0))$ et $(E_1, \mathcal{P}(E_1))$ est une bijection f de E_0 vers E_1 continue, et dont la bijection réciproque f^{-1} est aussi continue. Si une telle bijection existe entre ces deux espaces topologiques, on dit que ces espaces sont **homéomorphes**.

La **boule unité** $N\mathbf{D} \mathcal{B}^N$ est l'ensemble des points $X \in \mathbb{R}^N$ de norme inférieure ou égale à 1, que l'on peut mathématiquement définir par

$$\mathcal{B}^{N} = \{ X \in \mathbb{R}^{N} / \|X\| = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} x_{i}^{2}} \le 1 \} \text{ avec le } N \text{ uplet } (x_{i})_{i=0}^{N-1}$$

définissant de façon unique le point X dans la base $(e_i)_{i=0}^{N-1}$ de \mathbb{R}^N . La **demi-boule unité** $N\mathbf{D}$ $\mathcal{B}_{\frac{1}{2}}^N$ est générée à partir d'une boule unité $N\mathbf{D}$ dont une des coordonnées est restreinte aux valeurs positives ou nulles, soit mathématiquement

$$\mathcal{B}_{\frac{1}{2}}^{N} = \{ X \in \mathbb{R}^{N} / \exists ! x_{i} \in (x_{i})_{i=0}^{N-1} / \|X\| = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} x_{i}^{2}} \le 1 \text{ et } x_{i} \ge 0 \}.$$

De façon similaire on définit mathématiquement la **boule unité ou**verte $N\mathbf{D} \hat{\mathcal{B}}^N$ par

$$\widehat{\mathcal{B}}^{N} = \{ X \in \mathbb{R}^{N} / \|X\| = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} x_{i}^{2}} < 1 \}.$$

La **demi-boule unité ouverte** $ND \hat{\mathcal{B}}_{\frac{1}{2}}^{N}$ est générée à partir d'une boule unité ouverte ND dont une des coordonnées est restreinte aux valeurs positives, soit mathématiquement

$$\widehat{\mathcal{B}}_{\frac{1}{2}}^{N} = \{ X \in \mathbb{R}^{N} / \exists ! x_{i} \in (x_{i})_{i=0}^{N-1} / \|X\| = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} x_{i}^{2}} < 1 \text{ et } x_{i} > 0 \}.$$

Une *N*-variété est un espace topologique séparé tel qu'en chaque point *X*, il existe un voisinage homéomorphe à la boule unité ouverte $ND \hat{\mathcal{B}}^N$ ou à la demi-boule unité ouverte $ND \hat{\mathcal{B}}_{\frac{1}{2}}^N$. A partir de cette notion de *N*-variété, on définit la notion de **bord** qui est l'ensemble des points homéomorphes à la demi-boule unité ouverte $ND \hat{\mathcal{B}}_{\frac{1}{2}}^N$. Une *N*-variété est **ouverte** si son bord est vide, et **fermée** ou **à bord** dans le cas contraire.

1.2.2 Définition d'un complexe simplicial

Soit l'ensemble $E = (E_i)_{i=0}^n$ de n + 1 points dans \mathbb{R}^N . On peut définir le plus petit sous-espace affine \mathcal{G} de \mathbb{R}^N qui contient tous les points de E comme l'ensemble des barycentres $\sum_{i=0}^n \lambda_i E_i$ des points pondérés $(E_i, \lambda_i)_{i=0}^n$ de poids total unitaire, soit mathématiquement $\mathcal{G} = \{\sum_{i=0}^n \lambda_i E_i \in \mathbb{R}^N / \sum_{i=0}^n \lambda_i = 1\}$. Ceci permet de définir de façon unique tous les barycentres par un ensemble de coordonnées barycentriques normalisées, à condition que les points $(E_i)_{i=0}^n$ soient **affinement indépendants**, c'est-à-dire qu'aucun point n'est un barycentre des autres (*i.e.* \mathcal{G} est de dimension n).

L'enveloppe convexe C de l'ensemble de points E est la plus petite partie convexe de \mathbb{R}^N qui contient tous les points $(E_i)_{i=0}^n$. Une partie C'de \mathbb{R}^N est convexe si tout segment [XY] délimité par le couple de points $(X, Y) \in C'^2$ est entièrement inclus dans C', soit mathématiquement $\forall (X, Y) \in C'^2$ et $\forall t \in [0, 1], Z = t.X + (1 - t).Y \in C'$. Un coin d'une partie convexe C' est un point Z de C' vérifiant $\forall (X, Y) \in C'^2, Z \in [XY] \Rightarrow Z = X$ ou Z = Y. Par exemple, l'enveloppe convexe de quatre points de \mathbb{R}^3 , est le tétraèdre plein formé à partir de ces quatre points, et ces derniers sont les coins de l'enveloppe, comme l'illustre la Figure 1.11.



FIGURE 1.11 – Enveloppe convexe de quatre points de l'espace E_0 , E_1 , E_2 et E_3 .

On peut aussi montrer que l'enveloppe convexe de E correspond à l'ensemble des barycentres à coefficients positifs de poids total unitaire des points de E.

Un *n*-simplexe C dans \mathbb{R}^N est un objet *n*D formé par l'enveloppe convexe d'un ensemble fini non vide de n + 1 points $(E_i)_{i=0}^n$ affinement indépendants. Un sommet étant un objet 0D constitué d'un unique point est un 0-simplexe, de même un segment est un 1-simplexe, un triangle est un 2-simplexe et un tétraèdre est un 3-simplexe. De plus, un *n*-simplexe est homéomorphe à la boule unité \mathcal{B}^n . La dimension d'un *n*-simplexe C est la dimension du plus petit sous-espace affine \mathcal{G} , soit *n*. On appelle **face** d'un *n*-simplexe \mathcal{C} l'enveloppe convexe de tout sous-ensemble non vide de l'ensemble de points *E*, donc une face est aussi un *m*-simplexe, avec m < n.

Un complexe simplicial \mathcal{K} dans \mathbb{R}^N est un ensemble fini de *n*-

simplexes de \mathbb{R}^N vérifiant :

- toute face d'un *n*-simplexe de K est un *m*-simplexe de K (avec *m* < *n*);
- l'intersection de deux simplexes de dimensions quelconques de \mathcal{K} est soit vide, soit une face de chacun de deux simplexes.

La Figure 1.12 montre un exemple et un contre-exemple de complexe simplicial dans \mathbb{R}^2 . A gauche, on voit que les deux 2-simplexes $\{a, b, c\}$ et $\{a, b, d\}$, le 1-simplexe $\{b, e\}$ et l'ensemble de leurs faces forment un complexe simplicial contenant en tout cinq 0-simplexes $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{d\}$ et $\{e\}$, six 1-simplexes $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{a, d\}$, $\{b, c\}$, $\{b, d\}$ et $\{b, e\}$ et deux 2-simplexes $\{a, b, c\}$ et $\{a, b, d\}$ (treize simplexes en tout). A droite est présenté un contre-exemple de complexe simplicial qui contient entre autres deux 2-simplexes $\{1, 2, 3\}$ et $\{3, 4, 5\}$, mais l'intersection de ces deux 2-simplexes n'est ni vide, ni une face de chacun d'eux. En effet, les faces du 2-simplexe $\{1, 2, 3\}$ sont les trois 1-simplexes $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$ et $\{1, 3\}$, et les trois 0-simplexes $\{3, 4\}$, $\{4, 5\}$ et $\{3, 5\}$, et les trois 0-simplexes $\{3, 4\}$, $\{4, 5\}$ et $\{3, 5\}$, et les trois 0-simplexes $\{3, 4\}$, $\{4, 5\}$ et $\{3, 5\}$, et les trois 0-simplexes $\{3, 4\}$, $\{4, 5\}$ et $\{3, 5\}$, et les trois 0-simplexes $\{3, 4\}$, $\{4\}$ et $\{5\}$; l'intersection des deux 2-simplexes $\{1, 2, 3\}$ mais pas du 2-simplexe $\{2, 3\}$ qui est une face du 2-simplexe $\{1, 2, 3\}$, mais pas du 2-simplexe $\{3, 4, 5\}$.



FIGURE 1.12 – A gauche est présenté un exemple de complexe simplicial, puisque l'intersection entre tout couple de simplexes est soit vide, soit une face de chacun des deux simplexes. L'exemple de droite n'est pas un complexe simplicial puisque l'intersection entre les deux 2-simplexes $\{1,2,3\}$ et $\{3,4,5\}$ est le 1-simplexe $\{2,3\}$ qui est une face du 2-simplexe $\{1,2,3\}$, mais pas du 2-simplexe $\{3,4,5\}$.

1.2.3 Définition d'un complexe simplicial abstrait

Un *complexe simplicial abstrait* \mathcal{K}_a est défini sur un ensemble de sommets \mathcal{V} et correspond à une famille d'ensembles sur \mathcal{V} . Chaque élément \mathcal{C} de cette famille \mathcal{K}_a est un simplexe (la dimension du simplexe n'est pas précisée). Le complexe simplicial abstrait \mathcal{K}_a vérifie que chaque face de chacun de ses simplexes fait aussi partie de \mathcal{K}_a . La dimension de \mathcal{K}_a est la plus grande dimension de ses simplexes. De plus, un simplexe \mathcal{C} qui n'est la face d'aucun autre simplexe de \mathcal{K}_a est dit **principal**.

On définit la **réalisation topologique** $|\mathcal{K}_a|$ du complexe simplicial abstrait \mathcal{K}_a comme l'union des enveloppes convexes des différents simplexes

qui composent \mathcal{K}_a , soit mathématiquement $|\mathcal{K}_a| = \bigcup_{\mathcal{C} \in \mathcal{K}_a} |\mathcal{C}|$.

A tout complexe simplicial abstrait peut être associé un complexe simplicial, ce dernier est appelé **réalisation géométrique** du complexe simplicial abstrait. Ainsi, on rajoute une information géométrique au complexe simplicial abstrait en veillant à ce que les deux conditions énoncées plus haut soient respectées. Inversement, on peut associer un complexe simplicial abstrait à tout complexe simplicial en énumérant tous ses simplexes principaux et leurs faces par leurs ensembles de sommets.

Soit $\mathcal{K}_a = \{\{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{d, e\}, \{d, f\}, \{e, f\}, \{c, d\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}\}$ le complexe simplicial abstrait défini sur l'ensemble de sommets $\mathcal{V} = \{a, b, c, d, e, f\}$. On peut remarquer à la Figure 1.13 que la structure de gauche n'est pas une réalisation géométrique du complexe simplicial abstrait \mathcal{K}_a ci-dessus car l'intersection entre les 2-simplexes $\{a, b, c\}$ et $\{d, e, f\}$ est le 1-simplexe $\{c, d\}$ qui n'est une face d'aucun des deux simplexes. Par contre, la structure de droite de la Figure 1.13 est un exemple d'une réalisation géométrique associée au complexe simplicial abstrait \mathcal{K}_a ci-dessus.



Figure 1.13 A gauche est présenté un exemple de structure qui _ réalisation géométrique valide du n'est pas une complexe simplicial abstrait $\{\{a, b, c\},\$ $\{d, e, f\},\$ $\{a,b\}, \{a,c\},\$ $\{b, c\},\$ $\{d,e\},\$ $\{d, f\},\$ $\{e, f\}, \{c, d\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}\},$ contrairement à celui de droite.

1.2.4 Définition d'un maillage surfacique

Pour pouvoir définir un maillage surfacique, il est important de séparer l'information géométrique de l'information topologique qu'il contient. On peut définir un maillage surfacique triangulaire *M* comme une paire $(\mathcal{P}, \mathcal{K}_a)$ où :

- \mathcal{P} désigne un ensemble de points de \mathbb{R}^3 , contenant l'information géométrique;
- \mathcal{K}_a est un complexe simplicial abstrait de dimension 2, qui définit la topologie du maillage.

La surface du maillage surfacique M correspond à la réalisation topologique du complexe simplicial abstrait \mathcal{K}_a , et est donc composée d'un ensemble de triangles dans \mathbb{R}^3 . En effet, \mathcal{K}_a étant de dimension 2, il est uniquement composé de 0-simplexes (*i.e.* de sommets), de 1-simplexes (*i.e.* d'arêtes) et de 2-simplexes (*i.e.* de triangles).

On peut appliquer les définitions générales de topologie algébrique aux maillages surfaciques. On définira principalement les notions de variété, de bord, d'orientation, de genre et de valence.

Variété Un maillage est 2-**variété** si sa surface (*i.e.* sa réalisation topologique) est une 2-variété, c'est-à-dire qu'en tout point de la surface du maillage, il existe un voisinage homéomorphe à la boule unité ouverte 2D \hat{B}^2 (*i.e.* le disque) ou à la demi-boule unité ouverte 2D $\hat{B}^2_{\frac{1}{2}}$ (*i.e.* le demidisque). On peut montrer (Peng et Kuo 2005) qu'un maillage triangulaire est 2-variété si et seulement si tous ses sommets et toutes ses arêtes sont réguliers, c'est-à-dire que chaque sommet fait partie d'un même ensemble local connexe de triangles et que chaque arête est adjacente à un ou deux triangles seulement. La Figure 1.14 illustre deux exemples de maillages qui ne sont pas 2-variétés car celui de gauche possède un sommet irrégulier (en rouge) qui est incident à deux groupes de triangles non connexes, alors que le maillage de droite présente une arête irrégulière (en rouge) qui est adjacente à quatre triangles (deux triangles sont invisibles de ce point de vue).



FIGURE 1.14 – Deux contre-exemples de maillages 2-variétés : celui de gauche possède un sommet irrégulier (en rouge) et celui de droite présente une arête irrégulière (en rouge).

Bord Un maillage 2-variété est dit **sans bord** s'il est en tout point de sa surface homéomorphe à la boule unité ouverte 2D \hat{B}^2 , et est dit **à bord** dans le cas contraire. Le **bord** d'un maillage à bord est caractérisé par l'union des **arêtes de bord**, qui sont les arêtes adjacentes à un seul triangle. La Figure 1.15 montre un exemple de maillage qui n'est pas 2-variété, et deux exemples de maillages 2-variétés à bord et sans bord.

Orientation Une surface est dite **orientée** si un système de coordonnées défini en un point quelconque, garde la même orientation en parcourant la surface depuis ce point jusqu'à revenir sur ce même point. La Figure 1.16 illustre un exemple de surface non-orientée comme le ruban de *Mobius* et une surface orientée comme le tore.

Genre D'après le théorème de classification des surfaces compactes connexes, le genre d'une surface compacte (pouvant être recouverte par un nombre fini d'ouverts) est nul si la surface est homéomorphe à une sphère, et correspond sinon au nombre \mathcal{G} de tores (cas orientable) ou de plans projectifs (cas non-orientable) de la somme connexe à laquelle est homéomorphe la surface. En notant *S* et *S'* deux surfaces et *D* et *D'* deux disques sur *S* et *S'* respectivement, on nomme somme convexe de



Maillage 2-variete sails bord

FIGURE 1.15 – Le modèle de gauche FINCH n'est pas 2-variété à cause des arêtes au niveau des pattes qui sont adjacentes à aucun triangle. A droite sont présentés les modèles PIG et SHARK qui sont respectivement un maillage 2-variété à bord et sans bord (les maillages proviennent du site AIM@Shape).



FIGURE 1.16 – Le ruban de Mobius présenté en haut n'est pas une surface orientée, contrairement au tore présenté en bas.

S et *S'* la surface définie par recollement $S#S' = (S - D) \bigcup_{f} (S' - D')$ où

 $f: \partial D \longrightarrow \partial D'$ est un homéomorphisme. Un exemple de somme convexe entre deux tores est illustré à la Figure 1.17.

Le nombre G est le **genre** de la surface et peut intuitivement être défini par le nombre d'anses de la surface, comme l'illustre la Figure 1.18.

Formule d'Euler-Descartes On appelle caractéristique d'Euler d'un maillage *M* la quantité $\mathcal{N} = \mathcal{V} - \mathcal{E} + \mathcal{F}$, avec \mathcal{V} le nombre de sommets, \mathcal{E} le nombre d'arêtes et \mathcal{F} le nombre de triangles de *M*. Et pour tout maillage orientable de genre \mathcal{G} , on a la relation $\mathcal{N} = 2 - 2\mathcal{G}$.

Valence La valence des sommets d'un maillage *M* est le nombre d'arêtes incidentes à chaque sommet, et la régularité ou l'irrégularité de la valence d'un maillage *M* permet de distinguer trois types de maillages :



Somme connexe S#S'

FIGURE 1.17 – La somme connexe entre les deux tores S et S' forme la surface de genre 2.



FIGURE 1.18 – Exemples de surfaces de genres différents. La sphère n'a pas de genre puisque tout cercle sur sa surface la sépare en deux parties connexes. Le tore a un genre égal à 1 et la bouteille de Klein a un genre égal à 2.

- si les sommets de *M* ont une valence différente les uns des autres, alors *M* est un maillage irrégulier;
- 2. si chaque sommet de *M* possède la même valence (généralement égale à 6), alors *M* est un **maillage régulier**;
- 3. enfin si *M* est régulier à part quelques sommets qui ont une valence différente, alors *M* est un **maillage semi-régulier**.

Première partie

Echantillonnage de surfaces en disques de Poisson

INTRODUCTION

Somma	AIRE	
1.1	Contexte général	21
1.2	Etat de l'art sur l'échantillonnage en disques de Pois-	
	SON	21
1.3	Etat de l'art sur la numérisation 3D	33
1.4	Objectifs de cette première partie	40

E chapitre présente le contexte général de notre travail sur l'échantillonnage de surfaces en disques de Poisson. Les bases théoriques ainsi que l'état de l'art concernant l'échantillonnage en disques de Poisson et la numérisation 3D sont présentés pour comprendre les différentes notions abordées tout au long de cette partie. Ensuite, sont présentés nos contributions sur l'échantillonnage de surfaces en disques de Poisson et les moyens mis en œuvre pour les atteindre.

1.1 Contexte général

L'étape d'échantillonnage est une phase primordiale lors d'une numérisation. En effet, un sous-échantillonnage génère des recouvrements spectraux, ainsi qu'une perte potentielle d'informations, et un sur-échantillonnage est long à réaliser, et génère surtout une quantité d'informations souvent trop volumineuse pour être utilisée ou traitée directement. De nombreux systèmes permettent de numériser des signaux très divers tels que les signaux sonores (signaux 1D), les images (signaux 2D), ou les surfaces 3D (statues, façades, etc.). Actuellement, ces surfaces sont numérisées à l'aide de scanners 3D, dont le but principal est d'être le plus fidèle possible, et non de réaliser cette numérisation de façon optimale. Par conséquent, les scanners 3D sur-échantillonnent les surfaces afin de conserver le plus de détails géométriques possible, générant ainsi des volumes de données très denses. Ces derniers nécessitent alors des temps de transfert et/ou de stockage importants, et requièrent des algorithmes complexes de traitement. Aussi, la visualisation de ces données denses demande de grandes ressources, et nécessite donc une fréquence d'affichage plus faible, pouvant être problématique pour certaines applications.

Mon travail de thèse s'intéresse aux systèmes de numérisation stéréoscopiques, qui utilisent deux caméras pour numériser les surfaces. Le principal objectif consiste à étudier et optimiser en matière de quantité d'informations, la phase d'échantillonnage réalisée par les scanners stéréoscopiques. La solution étudiée est l'échantillonnage en disques de Poisson car il permet, grâce à ses propriétés de bruit bleu, de trouver un compromis entre sous-échantillonnage et sur-échantillonnage. En effet, une distance minimale entre chaque paire d'échantillons est imposée, évitant ainsi le sur-échantillonnage, et les recouvrements spectraux dus au sous-échantillonnage sont réduits car ils sont remplacés par un bruit blanc de faible amplitude qui ne perturbe que faiblement le spectre du signal échantillonné.

Dans la suite de ce chapitre, les sections 1.2 et 1.3 présentent respectivement l'état de l'art sur l'échantillonnage de surfaces en disques de Poisson et la numérisation 3D, et particulièrement celui sur les systèmes stéréoscopiques. Puis la section 1.4 précise les objectifs à atteindre pour optimiser la phase d'échantillonnage des systèmes stéréoscopiques.

1.2 Etat de l'art sur l'échantillonnage en disques de Poisson

Durant ces dernières décennies, de nombreux chercheurs se sont intéressés à l'échantillonnage de surfaces. Grâce à ses propriétés dites de "bruit bleu" qui sont explicitées par (Heck et al. 2013), permettant d'éviter les effets d'*aliasing* (Crow 1977), la distribution en disques de Poisson a retenu l'attention de nombreux travaux de recherche dans le domaine de la vision par ordinateur. En effet, l'échantillonnage en disques de Poisson génère des distributions uniformes mais irrégulières des échantillons : ces derniers respectent une distance minimale entre eux, mais ne sont pas disposés de façon régulière sur le domaine d'échantillonnage.

En notant $S = {S_i}_1^N$ un ensemble de N échantillons disposés suivant une distribution en disques de Poisson sur le domaine d'échantillonnage Ω de dimension n, on peut mathématiquement définir de manière générale (Gamito et Maddock 2009) une distribution en disques de Poisson suivant l'équation

$$\forall S_i \in S, \ \forall \Omega_i \subset \Omega, \ P(S_i \in \Omega_i) = \int_{\Omega_i} ds, \tag{1.1}$$

où $P(S_i \in \Omega_i)$ représente la probabilité que l'échantillon S_i soit positionné à l'intérieur du sous-domaine Ω_i de Ω . Cette probabilité est proportionnelle à l'hypercube du sous-domaine Ω_i , de telle sorte qu'aucun sousdomaine non vide et suffisamment grand Ω_i ne soit dépourvu d'échantillons. Appliquée seule, l'équation (1.1) tend à générer dans le cas spécifique où Ω est une surface plongée dans \mathbb{R}^3 , des groupes resserrés d'échantillons sur Ω car ces derniers sont positionnés indépendamment les uns des autres. En conséquence, pour généraliser ce type de distribution, la position des échantillons est restreinte, afin de respecter une distance minimale de 2*R* entre eux suivant l'équation

$$\forall (S_i, S_j) \in S^2, \ d(S_i, S_j) \ge 2R, \tag{1.2}$$

où *R* correspond au rayon des disques topologiques de la distribution en disques de Poisson et d(.,.) est une métrique de distance quelconque. Un exemple d'échantillonnage sur un domaine Ω planaire carré est présenté à la Figure 1.1 où l'on peut voir les disques topologiques de rayon *R*.



FIGURE 1.1 – Distribution en disques de Poisson d'un domaine planaire carré (image extraite de (Gamito et Maddock 2009)).

Pour analyser la qualité spectrale d'une distribution, la puissance spectrale est communément calculée (Figure 1.2 à gauche). Elle représente la distribution des distances entre les échantillons (Wei et Wang 2011), rapportée à un repère 2D : on a donc une vue paramétrique polaire $r.e^{i\theta}$ de la distribution sur le domaine d'échantillonnage Ω . Concrètement, pour une paire d'échantillons donnée, la distance r entre eux et l'orientation θ d'un échantillon par rapport à l'autre, influencent la valeur de la puissance spectrale au point de coordonnées polaires (r, θ) . Pour faciliter l'analyse, on préfère utiliser deux autres métriques 1D dérivées de la puissance spectrale : la puissance spectrale moyenne radiale (PSMR) (Figure 1.2 au



FIGURE 1.2 – De gauche à droite : la puissance spectrale, la puissance spectrale moyenne radiale (PSMR) et l'anisotropie en échelle logarithmique (décibels) d'une distribution idéale en disques de Poisson.

centre) et l'anisotropie (Figure 1.2 à droite). La PSMR évalue la distribution radiale des distances entre les échantillons, alors que l'anisotropie évalue l'uniformité radiale de l'échantillonnage sur la totalité du domaine d'échantillonnage Ω . Ces fonctions sont générées en calculant respectivement la moyenne et la variance de la puissance spectrale sur des cercles concentriques de rayons croissants, et sont définies suivant les équations

$$PSMR(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} PS(r,\theta) \ d\theta, \tag{1.3}$$

$$A(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} (PS(r,\theta) - PSMR(r))^2 d\theta, \qquad (1.4)$$

où PS(.,.) désigne la puissance spectrale.

Par analogie avec le domaine du traitement du signal, on utilisera le terme de fréquence pour désigner la distance entre les échantillons, lors des analyses des PSMR et des anisotropies. Une distribution de Poisson idéale présente une PSMR similaire à une fonction échelon (voir Figure 1.2 au centre) où les basses fréquences ne présentent aucune puissance radiale car tous les échantillons respectent une distance minimale entre eux, alors que les hautes fréquences ont une puissance constante. Ces deux zones fréquentielles sont séparées par une transition de dérivée infinie correspondant à la fréquence de coupure d'un filtre passe-haut (*i.e.* la distance minimale que doivent respecter les échantillons entre eux). L'anisotropie idéale, sur une échelle logarithmique en décibels (i.e. $10.log_{10}A(r)$) doit être constante et très négative (voir Figure 1.2 à droite). Ces propriétés sont utiles pour de nombreuses applications telles que les applications de rendu 3D, les applications d'imagerie, de traitement géométrique ou encore en simulations numériques (Fu et Zhou 2008), (Pharr et Humphreys 2004), (Xu et al. 2012).

Les différentes techniques d'échantillonnage de surfaces en disques de Poisson peuvent être séparées en trois grandes catégories :

- 1. les méthodes utilisant une paramétrisation (Alliez et al. 2002), (Li et al. 2008), (Li et al. 2010), (Ge et al. 2013);
- les méthodes dites "directes" (Fu et Zhou 2008), (Cline et al. 2009), (Bowers et al. 2010), (Öztireli et al. 2010), (Geng et al. 2011), (Corsini et al. 2012);

3. les méthodes utilisant une relaxation (Liu et al. 2009), (Balzer et al. 2009), (Chen et al. 2012), (Xu et al. 2012).

Les méthodes utilisant une paramétrisation comprennent les méthodes utilisant un partitionnement (appelé *Tiling*) de la surface, et celles qui projettent la surface sur un domaine plan 2D.

Les méthodes basées Tiling étendent le concept initial des "Tuiles de Wang" 2D (Wang 1961; 1965). Ce concept consiste à recouvrir de façon complète un domaine 2D quelconque en accolant des polygones les uns aux autres, de sorte que chaque point du domaine 2D soit recouvert par une et une seule tuile (*i.e.* il ne doit pas exister de trous ou de chevauchements de tuiles). Wang a utilisé des polygones carrés portant une information de couleur sur chaque arête. En notant N_h et N_v respectivement le nombre d'attributs couleur possibles pour les arêtes horizontales et verticales, on peut définir $N_h^2 \times N_v^2$ différentes tuiles de Wang. La construction d'un *Tiling* à partir de ces $N_h^2 \times N_v^2$ différentes tuiles est réalisée de manière aléatoire, mais en respectant toujours une cohérence de couleur entre deux arêtes adjointes. La Figure 1.3 présente les 16 tuiles de Wang possibles, générées à partir de 2 attributs couleur pour les arêtes horizontales et 2 autres pour les arêtes verticales; un exemple de *Tiling* avec 15 tuiles est aussi présenté où on peut voir que les attributs couleur des arêtes adjointes entre les différents polygones sont identiques deux à deux.



FIGURE 1.3 – Ensemble de $2^2 \times 2^2 = 16$ tuiles de Wang avec $N_h = 2$ et $N_v = 2$, et un exemple de Tiling composé de 15 tuiles, chacune prise parmi les 16 possibles (image extraite de (Lagae et Dutré 2005)).

En 2005, (Lagae et Dutré 2005) ont proposé une version duale des tuiles de Wang pour positionner des motifs sur des textures 2D en respectant une distribution en disques de Poisson. Une idée simple et naïve consiste à échantillonner localement et de façon indépendante chacune des $N_h^2 \times N_v^2$ tuiles de Wang, puis à réaliser un *Tiling* comme expliqué précédemment. La distribution ainsi générée respecte localement les critères d'une distribution en disques de Poisson, mais pas de manière globale puisque des artefacts peuvent apparaître entre deux tuiles adjointes, comme le montre la Figure 1.4. En effet, lors de l'échantillonnage d'une tuile de Wang, aucune contrainte n'est imposée sur la position de ses échantillons par rapport aux positions des échantillons des autres $N_h^2 \times N_v^2 - 1$ tuiles.



FIGURE 1.4 – Artefact généré lorsque l'échantillonnage est réalisé de manière indépendante sur chacune des tuiles de Wang. En rouge sont entourés deux échantillons de tuiles adjointes qui ne respectent pas la distance minimale de 2R entre eux.

Pour éviter ces artefacts, les auteurs définissent de nouvelles tuiles, duales des tuiles de Wang, à partir d'un *Tiling* initial du domaine d'échantillonnage Ω , comme illustré à la Figure 1.5. On distingue trois types de tuiles duales :

- les *corner tiles* constituées des points du *Tiling* situés aux intersections des tuiles originales de Wang et formant des disques de rayons supérieurs à *R*;
- 2. les *edge tiles* formées des points du *Tiling* situés à une distance inférieure à *R* des arêtes des tuiles originales de Wang;
- 3. les *interior tiles* désignant les parties connexes restantes du *Tiling*.

Cette structure, en imposant une distance minimale supérieure à 2*R* entre deux tuiles duales d'une même catégorie (*corner tiles* ou *edge tiles*), assure de respecter la distance minimale de Poisson lors de l'échantillonnage de ces tuiles duales de façon séparée : les *edge tiles* sont échantillonnées en premier, puis les *corner tiles* et enfin les *interior tiles*.



FIGURE 1.5 – Illustration d'un Tiling de Poisson dual défini par trois types de tuiles duales : les corner tiles (en gris) se trouvent à l'intersection de plusieurs edge tiles (en couleur), alors que les surfaces intérieures (en blanc) sont nommées interior tiles. Le carré noir au centre illustre une tuile de Wang pour différencier les deux concepts (image extraite de (Lagae et Dutré 2005)).

En 2008, (Li et al. 2008) présentent une méthode pour distribuer des textures sur une surface 3D en respectant une distribution en disques de Poisson. Cette méthode s'applique à des surfaces de topologie arbitraire, et s'appuie sur une paramétrisation basée quadrangle ne présentant pas de distorsion. Les auteurs étendent aux cas des surfaces la technique de *Tiling* de Poisson duale (Lagae et Dutré 2005), de façon similaire à une

deuxième version (Lagae et Dutré 2006). Ce sont les *corner tiles* qui portent l'information de couleur et non les *edge tiles*, comme illustré à la Figure 1.6. En prenant en compte les contraintes liées aux *interior tiles* qui, dans le cas des surfaces, peuvent être adjointes à plus de 4 *edge tiles*, les auteurs génèrent une distribution sur les tuiles de façon séparée, qui respecte les critères de Poisson de manière globale sur toute la surface et présente ainsi de bonnes propriétés de bruit bleu.



FIGURE 1.6 – Distribution en disques de Poisson et le Tiling dual de Poisson sur une surface (image extraite de (Li et al. 2008)).

Les méthodes basées paramétrisation 2D calculent une bijection $\phi : S \subset \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ qui met en correspondance les points de la surface *S* avec un domaine planaire, dans le but d'utiliser des techniques d'échantillonnage 2D, pour diminuer la complexité des algorithmes. La principale difficulté consiste donc à trouver une bijection efficace pour réduire au maximum les distorsions entre la surface et sa paramétrisation.

En 2002, (Alliez et al. 2002) proposent un échantillonnage de surfaces basé sur la technique de Halftoning (Ostromoukhov 2001) et une paramétrisation. Dans le but de compenser la perte des informations 3D due à la paramétrisation, un ensemble d'images contenant des informations géométriques sont générées, telles que l'image de distorsion d'aire des triangles qui contient le rapport entre les aires des triangles 3D avant la paramétrisation et les aires des triangles dans l'espace paramétrique, ou encore l'image de courbure. L'utilisateur combine ensuite ces différentes images pour choisir la densité d'échantillonnage désirée. La technique de Halftoning (Ostromoukhov 2001), qui est intéressante pour la qualité de son échantillonnage présentant de bonnes propriétés de bruit bleu, est adaptée pour échantillonner l'image de densité, afin de respecter la densité de sommets choisie par l'utilisateur. En outre, elle tient compte des aspects géométriques et permet d'améliorer la distribution des sommets. De plus, les auteurs utilisent cet échantillonnage pour créer un outil interactif permettant de remailler avec une haute qualité des surfaces.
(Li et al. 2010) proposent une approche originale pour réaliser un échantillonnage adaptatif en disques de Poisson sur une surface. Leur idée consiste à approximer un domaine paramétrique grâce à l'opérateur Jacobien, où sera réalisé un échantillonnage anisotrope. Puis les échantillons sont replacés dans le domaine surfacique initial, générant ainsi une distribution isotrope uniforme sur la surface. Les auteurs montrent aussi que cette technique permet, en modifiant l'opérateur Jacobien, de réaliser d'autres types d'échantillonnage sur des surfaces, comme un échantillonnage adaptatif et anisotrope par exemple.

La méthode précédente est reprise par (Ge et al. 2013) pour réaliser différents échantillonnages d'images et de surfaces. Les auteurs proposent une extension des techniques d'échantillonnage bilatéral préservant à la fois les propriétés de bruit bleu et certaines caractéristiques propres aux différentes applications, comme les saillances en 3D par exemple. Pour cela, deux métriques sont introduites dans la formulation du calcul de la distance entre deux échantillons S_i et S_j suivant l'équation

$$d(S_i, S_j) = \sqrt{d_p^2(S_i, S_j) + d_v^2(S_i, S_j)},$$
(1.5)

où $d_p(.,.)$ désigne une distance spatiale usuelle (*i.e.* la distance euclidienne en échantillonnage d'images ou la distance géodésique pour l'échantillonnage de surfaces), et $d_v(.,.)$ désigne une distance de caractéristique propre à l'application, qui peut par exemple être basée sur les normales en 3D ou les intensités des pixels d'une image dans le cas 2D. Cette distance de caractéristique $d_v(.,.)$ permet de prendre en compte des aspects topologiques comme les zones de fortes courbures en 3D ou encore les zones de contrastes dans des images. Des poids σ_p et σ_v sont associés aux distances $d_v(.,.)$ et $d_v(.,.)$ pour modifier la sensibilité de l'échantillonnage aux caractéristiques de la surface ou de l'image originale : par exemple, dans le cas 3D, une valeur de σ_v très supérieure à celle de σ_v rend l'échantillonnage plus enclin à préserver les saillances de la surface qu'à présenter de bonnes propriétés de bruit bleu. Du fait de $d_v(.,.)$, les calculs sont réalisés dans un espace de dimension supérieur (dimension 6D pour un échantillonnage de surfaces avec les directions de normales comme caractéristiques). La paramétrisation (Li et al. 2010), à l'aide de l'opérateur Jacobien, restreint les calculs à l'espace des distances spatiales grâce à l'intégration de l'anisotropie introduite par la métrique $d_v(.,.)$. De plus, les auteurs montrent que cette métrique bilatérale de distance inter-échantillons peut être intégrée à de nombreuses techniques usuelles d'échantillonnage comme le Dart Throwing ou encore celles basées sur une relaxation des échantillons.

En conséquence, ces méthodes basées paramétrisation, sont certes peu complexes du fait de l'utilisation d'un domaine paramétrique de dimension inférieur, mais peuvent générer des distorsions lors du plongement des échantillons 2D vers la surface 3D, notamment lorsque les surfaces ont des topologies complexes avec des genres élevés par exemple. L'un de nos objectifs principaux consistant à réaliser un échantillonnage fidèle géométriquement aux surfaces originales, les distorsions qui peuvent apparaître risquent de détériorer la qualité de l'échantillonnage et de mettre à mal la conservation des saillances qui est primordiale pour réaliser un échantillonnage de qualité.

Les méthodes dites "directes" travaillent sur la surface originale et s'affranchissent ainsi des problèmes de distorsion rencontrés par les techniques utilisant une paramétrisation. Afin de réaliser des échantillonnages présentant de bonnes propriétés de bruit bleu, certains algorithmes utilisent des métriques géodésiques pour augmenter la précision des calculs de distances entre les échantillons, au prix d'une complexité plus élevée.

(Fu et Zhou 2008) étendent la méthode de *Dart Throwing* 2D (Dunbar et Humphreys 2006) aux surfaces 2-variétés. Cette méthode s'appuie sur l'optimisation (Dunbar et Humphreys 2006), qui consiste à définir un sous-domaine du domaine d'échantillonnage Ω , nommé domaine de disponibilité (*available domain* en anglais) contenant l'ensemble des points de Ω qui se trouvent à une distance d'au moins 2*R* de tout échantillon. En échantillonnant uniquement à l'intérieur de ce sous-domaine de disponibilité, la vérification du critère de Poisson concernant la distance minimale n'est ainsi plus nécessaire par définition. De plus, dans le but de réaliser une distribution la plus uniforme possible sur l'ensemble du domaine d'échantillonnage Ω , c'est-à-dire de réaliser un échantillonnage maximal, le sous-domaine de disponibilité est lui-même restreint à l'union des anneaux compris entre les disques topologiques de rayons 2*R* et 4*R*; cet espace est nommé voisinage de disponibilité (*available neighborhood* en anglais), et est illustré à la Figure 1.7.



FIGURE 1.7 – Illustration du voisinage de disponibilité. L'union des disques de rayons 2R centrés sur les échantillons S_i , S_j et S_k définit le domaine qui n'est plus disponible pour accueillir un nouvel échantillon (zones en rouge). Son complément dans le domaine d'échantillonnage Ω est le domaine de disponibilité (zone hachurée), et son sous-domaine constitué de l'union des anneaux compris entre les disques de rayons 2R et 4R correspond au voisinage de disponibilité (zone verte), où le prochain échantillon sera choisi afin de réaliser un échantillonnage de Poisson maximal.

Ensuite les auteurs réalisent une relaxation des échantillons pour augmenter l'isotropie de l'échantillonnage, et ainsi produire après triangulation de ces derniers un maillage de qualité en matière de forme et d'aire des triangles, tout en préservant les saillances de la surface originale, comme le montrent les résultats présentés à la Figure 1.8.



FIGURE 1.8 – Résultats visuels de la méthode (Fu et Zhou 2008), avec une vue avant et après remaillage basé disques de Poisson (images extraites de (Fu et Zhou 2008)).

Plus récemment, (Cline et al. 2009), puis (Corsini et al. 2012) se sont inspirés de la technique d'échantillonnage *Hierarchical Dart Throwing (HDT)* (White et al. 2007) qui utilise une structure de *quadtree* pour générer des échantillons dans le domaine 2D.

(Cline et al. 2009) proposent une technique de *Dart Throwing* plus rapide que la plupart des méthodes de l'état de l'art, grâce à l'utilisation d'une structure efficace d'indexation afin d'exclure les zones du domaine d'échantillonnage Ω qui sont couvertes en totalité par les disques topologiques associés aux échantillons. Les auteurs montrent aussi que leur technique peut être étendue à d'autres types de surfaces comme les NURBS, les surfaces implicites, etc. Mais le besoin de mettre à jour les zones disponibles pour accueillir un nouvel échantillon, par subdivisions successives du domaine d'échantillonnage Ω rend leur méthode difficile à implémenter.

(Corsini et al. 2012) proposent deux méthodes qui ont pour avantage d'être indépendantes de la connectivité et de la topologie des maillages originaux, contrairement à l'algorithme (Cline et al. 2009). Les deux méthodes utilisent la même structure initiale pour réaliser l'échantillonnage : un ensemble de points appelé *sample pool*, distribués de manière uniforme sur la surface du maillage original grâce à un algorithme de Monte-Carlo. L'idée de la première méthode consiste à sélectionner un échantillon parmi les points du *sample pool* de manière itérative et à vérifier à l'aide d'une subdivision cubique de la boite englobante du domaine d'échantillonnage Ω , que le critère de Poisson est respecté, comme le montre la Figure 1.9. Ainsi, si l'échantillon est valide, les points se trouvant à l'intérieur des cellules qui ont une intersection avec la sphère de rayon *R* sont retirés du *sample pool*.

Cette première approche est très similaire à la méthode (Bowers et al. 2010), qui utilise une parallélisation sur GPU pour générer les échantillons



FIGURE 1.9 – A gauche : prélèvement d'un échantillon (point noir) parmi l'ensemble des points uniformément répartis du sample pool (points gris). A droite : si l'échantillon est valide, on retire du sample pool les points contenus dans les cellules qui intersectent la sphère de rayon R (image extraite de (Corsini et al. 2012)).

à l'aide d'une subdivision cubique de l'espace de la boite englobante du maillage original.

La deuxième approche proposée est une variante, qui ne nécessite aucune subdivision de l'espace, grâce à l'utilisation d'une structure de hachage spatial, permettant de mettre à jour efficacement l'ensemble de points du *sample pool* au fur et à mesure des itérations.

Ces deux algorithmes génèrent des maillages possédant de bonnes propriétés de bruit bleu et sont applicables à des échantillonnages adaptatifs avec préservation des caractéristiques géométriques, mais l'utilisation d'une métrique euclidienne lors de l'évaluation du critère de Poisson limite leur efficacité dans le cas d'échantillonnages de surfaces complexes, comme par exemple celles présentant des genres élevés.

(Geng et al. 2011) ont proposé d'associer les techniques (Cline et al. 2009) et (Fu et Zhou 2008) pour améliorer les temps de calculs de la méthode (Fu et Zhou 2008), grâce à un algorithme de découpe des disques topologiques sur le domaine d'échantillonnage Ω (illustré à la Figure 1.10). Bien que cette méthode est efficace et donne de bons résultats en matière de temps de calculs par rapport à ceux obtenus avec la méthode (Fu et Zhou 2008), les nombreux paramètres à fixer pour obtenir des résultats cohérents et satisfaisants rendent cette méthode difficile à utiliser.



FIGURE 1.10 – Processus de découpe de la méthode (Geng et al. 2011). a) En pointillés sont représentés les arêtes du maillage qui intersectent le disque de rayon R associé à un échantillon ; b) les points d'intersection avec le disque sont calculés et ajoutés à la maille ; c) découpe et re-triangulation pour mettre à jour le domaine de disponibilité (images extraites de (Geng et al. 2011)).

(Bowers et al. 2010) ont étendu aux surfaces 3D la technique d'échantillonnage parallèle, développée pour le domaine 2D (Wei 2008). Ils réutilisent une structure de subdivision cubique de l'espace englobant le domaine d'échantillonnage Ω , sans toutefois reprendre le concept multi-résolution de la structure pour des raisons d'efficacité et de temps de calculs. Chaque cube a une dimension égale à $\frac{2R}{\sqrt{3}}$, de sorte que la longueur de sa diagonale soit égale à la distance minimale 2R qui doit être respectée entre deux échantillons. En regroupant plusieurs cellules suffisamment éloignées les unes des autres en un ensemble appelé phase group, il est possible de générer de manière parallèle un échantillon à l'intérieur de chacune d'elles sans que les échantillons générés interfèrent les uns avec les autres. Un exemple simple dans le domaine 2D est illustré à la Figure 1.11 : un *phase group* est l'ensemble des cellules 2D d'une même couleur (les phase groups sont indicés de 0 à 8). Sachant que chaque cellule a une dimension de $\frac{2R}{\sqrt{2}}$, la plus petite distance séparant deux cellules d'un même phase group est supérieure à 2R, et les échantillons générés dans ces cellules respectent le critère de Poisson a fortiori. Chaque cellule ne pouvant accueillir qu'au plus un échantillon, le critère de Poisson ne doit être vérifié qu'entre les échantillons de *phase groups* différents.



FIGURE 1.11 – Illustration 2D d'une structure de 3×3 phase groups où les cellules appartenant à un même phase group (de même couleur) sont échantillonnées de manière parallèle. Les échantillons ainsi générés dans un même phase group, respecteront une distance minimale supérieure à 2R les uns avec les autres (image extraite de (Bowers et al. 2010)).

En 2010, (Oztireli et al. 2010) proposent une méthode pour réaliser une distribution en disques de Poisson de très haute qualité ainsi qu'une méthode de reconstruction de surfaces. Leur méthode se base sur l'utilisation d'un noyau gaussien et évalue l'effet sur le spectre de l'échantillonnage courant, de l'ajout d'un échantillon grâce à l'opérateur Laplace-Beltrami dont les valeurs propres permettent d'identifier de façon unique un maillage 2-variété (Rustamov 2007). Pour éviter les calculs globaux sur le maillage, les auteurs approximent ces valeurs propres par celles de l'opérateur de chaleur *Heat*_t lorsque $t \rightarrow 0$. Bien que cette méthode réalise un échantillonnage de bonne qualité, tout en proposant une conservation des caractéristiques géométriques, les temps de calculs restent élevés en comparaison des autres techniques.

Les méthodes directes, grâce au fait qu'elles n'utilisent aucune paramétrisation de la surface 3D, sont tout à fait adaptées à notre objectif qui consiste à échantillonner de manière intelligente et fidèle géométriquement des surfaces. Cependant, leur complexité est souvent élevée à cause de l'utilisation de métriques géodésiques pour calculer les distances, et nous chercherons dans la suite à diminuer les temps de calculs de ces techniques par rapport aux méthodes de l'état de l'art, tout en conservant les caractéristiques géométriques des surfaces originales telles que les arêtes saillantes par exemple.

Les méthodes utilisant une relaxation adaptent le principe de la relaxation (Lloyd 1982) pour minimiser une fonction de densité, comme l'uniformité des aires des triangles par exemple, en modifiant la position des échantillons sur le domaine d'échantillonnage Ω de manière itérative jusqu'à convergence. Ce type de techniques résout les problèmes liés au contrôle de la densité de l'échantillonnage final, mais amoindrit les propriétés de bruit bleu de l'échantillonnage généré, à cause de l'uniformité de la grille hexagonale créée à terme par la relaxation.

Citons dans le cas 2D la méthode (Chen et Gotsman 2012), qui utilise une version parallélisée de l'algorithme *Farthest Point Optimization (FPO)* développé initialement par (Schlömer et al. 2011), lui-même basé sur la méthode *Constrained Farthest Point Optimization (CFPO)*. Ces méthodes ne présentent pas la grille hexagonale problématique, ce qui constitue leur principale avantage, mais elles sont conçues pour les domaines planaires et restreintes aux échantillonnages uniformes.

En parallèle, (Chen et al. 2012) présentent une extension de la méthode *Capacity-Constrained Point Distributions (CCPD)* développée par (Balzer et al. 2009). Ils fournissent un modèle variationnel flexible pour générer un échantillonnage en disques de Poisson de bonne qualité et proposent aussi une méthode pour réaliser un échantillonnage multi-classes où toutes les classes présentent des propriétés de bruit bleu. Leur principale idée consiste à combiner l'approche *Centroidal Voronoi Tessellation (CVT)* optimisée (Liu et al. 2009) et l'approche (Balzer et al. 2009) *CapVT*. La première génère des distributions uniformes de points tandis que la seconde évite les artefacts de régularité rencontrés par ce type de méthodes. Cette combinaison appelée *Capacity-Centroidal Voronoi Tessellation* est réalisée en minimisant une fonction d'énergie variationnelle combinant les énergies de *CVT* et de *CapVT*.

(Xu et al. 2012) proposent le concept de *Capacity Constrained Surface Triangulation (CCST)*, qui produit un ensemble d'échantillons présentant une très bonne qualité en matière de propriétés de bruit bleu. C'est une extension du concept *Capacity-Constrained Delaunay Triangulation (CCDT)* (Xu et al. 2011) et développé pour les domaines planaires 2D. Ce travail donne un exemple de remaillage avec une uniformisation des triangles grâce à l'utilisation d'une relaxation. Néanmoins, les zones saillantes ne sont pas gérées ainsi que les maillages de topologie complexe. Les méthodes basées sur une relaxation ont pour principal avantage un positionnement régulier des échantillons sur la surface originale, ce qui permet d'améliorer l'aspect-ratio des triangles obtenus après triangulation, et d'obtenir une meilleure homogénéité dans la forme des triangles. De plus, ces techniques permettent de controller le nombre d'échantillons, au contraire des approches directes. Mais la régularité de positionnement des échantillons sur la surface originale, détériore les propriétés spectrales des distributions générées. Notre objectif consistant à réaliser un échantillonnage de surfaces de manière intelligente tout en présentant de bonnes propriétés spectrales, ces méthodes ne sont pas adaptées pour réaliser nos objectifs.

1.3 ETAT DE L'ART SUR LA NUMÉRISATION 3D

Comme l'illustre le schéma à la Figure 1.12, la famille des techniques de numérisation 3D peut être séparée en deux sous-familles (Curless 1999) : la famille des techniques dites "avec contact" et celle regroupant les méthodes dites "sans contact".



FIGURE 1.12 – Graphe non exhaustif de la famille des techniques de numérisation 3D.

La sous-famille des techniques avec contact, comprend les méthodes utilisant un stylet doté d'une bille, comme l'illustre la Figure 1.13, pour toucher physiquement la surface et ainsi mesurer la position du point scanné par rapport à un repère de référence. Malgré une résolution très élevée (de l'ordre du micromètre), ces méthodes ne peuvent pas générer des données à grande échelle ou être utilisées sur des surfaces de grandes tailles du fait de la lenteur du processus d'acquisition (quelques points par seconde).

La sous-famille des techniques sans contact, comprend les méthodes utilisant une grandeur physique pour mesurer les informations 3D d'une scène : la lumière par exemple pour les systèmes optiques, ou encore la température pour les systèmes thermographiques qui génèrent une image de chaleur en analysant et comparant les longueurs d'ondes infrarouges émises par les objets, comme l'illustre la Figure 1.14.

Dans la suite, les systèmes optiques qui font partie des systèmes sans contact sont décrits. Les systèmes optiques utilisent la lumière émise par les objets d'une scène pour en mesurer les informations tridimensionnelles. Ils se divisent en deux catégories : les systèmes actifs et les



FIGURE 1.13 – Scanner 3D avec contact muni d'un stylet doté d'une bille et monté sur un bras articulé (image extraite de FAROTM).



FIGURE 1.14 – Image infrarouge d'une maison, avec en rouge et bleu respectivement les zones de hautes et basses températures (image extraite de AUXYALTM).

systèmes passifs (voir Figure 1.15). Contrairement aux systèmes passifs qui mesurent les informations tridimensionnelles à partir de la lumière émise naturellement par l'objet, les systèmes actifs émettent dans un premier temps une lumière sur l'objet à scanner et étudient ensuite une caractéristique inhérente à la lumière ré-émise par ce dernier (temps de propagation, déphasage d'interférence, etc.).



FIGURE 1.15 – Principe d'un système optique actif (en haut), qui émet de la lumière sur l'objet, et étudie une propriété de la lumière ré-émise par ce dernier, et d'un système optique passif (en bas), qui ne fait que recevoir la lumière émise naturellement par l'objet.

Parmi les systèmes optiques actifs, on peut citer entre autres :

- les techniques de triangulation laser consistant à projeter un rayon laser sur un objet et à observer l'image du point projeté à travers une caméra pour en connaître la position 3D. Pour cela, une calibration du système est nécessaire afin de mettre en correspondance le repère image et le repère spatial. Un état de l'art sur les méthodes de triangulations actives est proposé dans (Forest 2004);
- les systèmes à temps de vol dont le principe consiste à chronomé-

trer le temps mis par une onde lumineuse émise depuis le système pour être réfléchie sur la surface de l'objet scanné et revenir vers le système (aller/retour système \rightarrow surface). Grâce à cette information temporelle et à la connaissance de la célérité de l'onde lumineuse émise dans le milieu de propagation, on peut retrouver la position tridimensionnelle du point atteint par l'onde sur la surface;

 les systèmes interférométriques qui consistent à mesurer des interférences entre des ondes initialement cohérentes, après la traversée de la surface scannée, pour en déterminer les informations tridimensionnelles. Un état de l'art de ces systèmes est proposé dans (Schmit et Wyant 2006).

Dans le cas des systèmes optiques passifs, on peut citer entre autres :

 les techniques de stéréovision qui utilisent deux caméras pour générer deux images correspondant à deux points de vues différents de la même scène, comme l'illustre la Figure 1.16.



FIGURE 1.16 – *Exemple d'un système de reconstruction par stéréoscopie*.

Trois étapes sont nécessaires pour reconstruire l'information tridimensionnelle de la scène (Horaud et Monga 1995) :

- 1. la **calibration** des deux caméras. Le but est de trouver la relation entre les coordonnées spatiales d'un point de la scène et ses coordonnées dans le repère associé aux images stéréoscopiques. Pour une seule caméra, la calibration consiste à estimer les paramètres extrinsèques (*i.e.* la position et l'orientation de la caméra par rapport à un repère attaché à la scène) et intrinsèques (*i.e.* la distance focale *f* de la caméra, les facteurs d'échelle vertical k_u et horizontal k_v de l'image (en pixels par millimètre) qui indiquent si les cellules photosensibles de la caméra sont carrés ou rectangulaires, les coordonnées (U_O, V_O) de la projection du centre optique de la caméra sur le plan image, et enfin le facteur de non-orthogonalité θ (*skew factor* en anglais) qui correspond à l'angle entre les axes du repère \mathcal{R}_i attaché au plan image);
- 2. l'appariement des deux images. Cette étape permet de trouver les paires de pixels correspondants aux images du même point 3D à travers les deux caméras. Un état de l'art sur les différentes

techniques de mise en correspondance peut être trouvé dans la thèse (Chambon 2005);

- 3. la **triangulation**. Cette étape calcule les coordonnées 3D des points de la scène à partir des paramètres extrinsèques et intrinsèques déterminés lors de la calibration, et du résultat de l'appariement.
- la photogrammétrie dérive de la stéréoscopie, en utilisant un unique capteur, qui est déplacé dans la scène pour générer plusieurs acquisitions (Guarnieri et al. 2006). Un ensemble de textures préalablement calibrées et positionnées dans la scène, peut aider à reconstruire la scène.

Nous détaillons ici le fonctionnement des systèmes stéréoscopiques, car nous avons utilisé un scanner stéréoscopique pour tester nos contributions et générer les résultats. Comme indiqué plus haut, trois étapes sont nécessaires pour reconstruire une surface à partir d'un système stéréoscopique : la calibration des deux caméras, l'appariement des pixels des deux images stéréoscopiques et la triangulation. Pour définir les relations mathématiques mises en jeu lors de l'acquisition et des trois étapes de reconstruction, un modèle mathématique représentant la caméra (ensemble objectif, capteur photométrique plus zoom) est utilisé. Le modèle le plus simple et le plus utilisé en pratique est le modèle du sténopé (*pinhole model* en anglais).

Le modèle du sténopé

Ce modèle associe des équations relativement simples aux phénomènes physiques mis en jeu lors d'une acquisition : voir Figure 1.17. Pour définir mathématiquement la relation de transformation subi par un point 3D Mde la scène observée en son projeté 2D m sur le plan image, ce modèle associe un repère \mathcal{R}_w à la scène observée (dont la position dans l'espace est choisie arbitrairement), un second repère \mathcal{R}_c à la caméra (dont l'origine O_c se situe au centre optique du système), et un dernier repère \mathcal{R}_i au plan image. Le projeté orthogonal du centre optique O_c sur le plan image est appelé le point principal O, et la droite reliant le centre optique O_c au point principal O s'appelle l'axe optique. On peut décomposer la phase d'acquisition, c'est-à-dire la transformation subie par le point 3D M de la scène observée en son projeté 2D m sur le plan image, à l'aide de deux matrices : la première matrice A permet de passer du repère \mathcal{R}_w de la scène au repère \mathcal{R}_c de la caméra ; la deuxième matrice I_c permet de passer du repère \mathcal{R}_c de la caméra au repère \mathcal{R}_i du plan image.

Ce modèle permet de définir mathématiquement la transformation scène/plan image complète, qui permet de passer des coordonnées homogènes ($\omega_w.X_w^M, \omega_w.Y_w^M, \omega_w.Z_w^M, \omega_w$) $_{\mathcal{R}_w}^T$ du point 3D *M* dans le repère de la scène aux coordonnées homogènes ($\omega_i.U_i^m, \omega_i.V_i^m, \omega_i$) $_{\mathcal{R}_i}^T$ de son projeté 2D *m* dans le repère \mathcal{R}_i du plan image. Cette transformation de matrice $P = I_c \cdot A$ est définie suivant l'équation



FIGURE 1.17 – Modèle du sténopé permettant de définir les relations mathématiques associées aux phénomènes physiques mis en jeu lors de l'acquisition d'une image par une caméra.

$$\begin{pmatrix} \omega_{i}.U_{i}^{m} \\ \omega_{i}.V_{i}^{m} \\ \omega_{i} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_{i}} = P \qquad \cdot \begin{pmatrix} \omega_{w}.X_{w}^{M} \\ \omega_{w}.Y_{w}^{M} \\ \omega_{w}.Z_{w}^{M} \\ \omega_{w} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_{w}}$$

$$\begin{pmatrix} \omega_{i}.U_{i}^{m} \\ \omega_{i}.V_{i}^{m} \\ \omega_{i} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_{i}} = \begin{pmatrix} \alpha_{u}^{'} & \alpha_{v}^{'} & U_{O}^{'} & 0 \\ 0 & \alpha_{v} & V_{O} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_{1}^{A} \times t_{x}^{A} \\ R_{2,1\times3}^{A} & t_{y}^{A} \\ R_{3,1\times3}^{A} & t_{z}^{A} \\ 0_{1\times3} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{w}.X_{w}^{M} \\ \omega_{w}.Y_{w}^{M} \\ \omega_{w}.Z_{w}^{M} \\ \omega_{w}.Z_{w}^{M} \\ \omega_{w}.Z_{w}^{M} \\ \omega_{w}.Z_{w}^{M} \\ \omega_{w} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_{w}},$$

$$(1.6)$$

avec $\alpha'_u = -f.k_u.sin(\theta)$, $\alpha'_v = f.k_v.cos(\theta)$ et $U'_O = U_O.sin(\theta) + V_O.cos(\theta)$; $R^A_{3\times3}$ et $t^A_{3\times1}$ représentent respectivement la matrice de rotation et le vecteur de translation entre le repère \mathcal{R}_c et le repère \mathcal{R}_w , et contiennent les paramètres extrinsèques du modèle, car ces transformations sont indépendantes des caractéristiques propres à la caméra. Au contraire, les paramètres α_u , α_v , U_O , V_O et θ sont les 5 paramètres intrinsèques du modèle.

Calibrage d'une seule caméra

La calibration consiste à trouver les paramètres intrinsèques et extrinsèques du modèle, en déterminant les différentes composantes de la matrice P. En effet, les composantes de la matrice P sont toutes exprimées en fonction des paramètres intrinsèques et extrinsèques. Pour cela, une mire de calibrage est utilisée, comme celle présentée à la Figure 1.18, avec pour points de référence les centres de n formes géométriques (ici des cercles blancs).

A partir de la relation donnée à l'équation (1.6), on obtient les coordonnées cartésiennes $(U_i^m, V_i^m)_{\mathcal{R}_i}^T$ du point 2D *m* dans le repère \mathcal{R}_i à partir des coordonnées cartésiennes $(X_w^M, Y_w^M, Z_w^M)_{\mathcal{R}_w}^T$ du point *M*, et des composantes de la matrice de transformation scène/plan image *P* suivant les équations

\bullet	\bullet	\bullet	\bullet
ullet	ightarrow	ightarrow	ightarrow
ullet	ullet	ullet	ightarrow

FIGURE 1.18 – Une mire de calibrage contenant 12 cercles blancs.

$$U_i^m = \frac{P_{11}.X_w^M + P_{12}.Y_w^M + P_{13}.Z_w^M + P_{14}}{P_{31}.X_w^M + P_{32}.Y_w^M + P_{33}.Z_w^M + P_{34}},$$
(1.7)

$$V_i^m = \frac{P_{21}.X_w^M + P_{22}.Y_w^M + P_{23}.Z_w^M + P_{24}}{P_{31}.X_w^M + P_{32}.Y_w^M + P_{33}.Z_w^M + P_{34}}.$$
(1.8)

Ces deux équations décrivent mathématiquement une droite, appelée la droite de vue, qui passe par le centre optique O_c et le point image (U_i^m, V_i^m) . Elle est exprimée dans le repère \mathcal{R}_w . A partir de *n* points de référence dans la mire, les équations (1.7) et (1.8) génèrent un système de 2n équations, qui peut être résolu au sens des moindres carrés grâce à des techniques numériques telles que la décomposition en valeurs singulières (Press et al. 1992). La résolution de ce système dont les inconnues sont les composantes de la matrice P, permet de déterminer l'ensemble des paramètres intrinsèques et extrinsèques du modèle.

Calibrage d'un système stéréoscopique

Le système stéréoscopique utilisant deux caméras (appelées caméra gauche et droite dans la suite), le point 3D M possède deux projections : le point m dans le plan image gauche et le point m' dans le plan image droit. L'opération de calibrage stéréoscopique a pour but de déterminer la matrice de passage A_s entre les deux repères \mathcal{R}_c et \mathcal{R}'_c des caméras, grâce à la relation $A_s = A' \cdot A^{-1}$, comme on peut le voir à la Figure 1.19. La transformation associée à A_s est une transformation rigide composée d'une rotation et d'une translation et est ensuite utilisée lors de la phase d'appariement pour déterminer les correspondances entre les pixels des deux images. De plus, on peut aussi noter que pour simplifier les calculs, le repère \mathcal{R}_w est souvent confondu avec le centre optique de l'une des deux caméras, la matrice de ses paramètres extrinsèques est donc égale à la matrice identité, et ainsi A_s correspond à la matrice des paramètres extrinsèques associée à la seconde caméra.

Appariement des images stéréoscopiques

Le but de l'appariement est de trouver, pour un pixel de l'image gauche, son pixel correspondant dans l'image droite, grâce à la géométrie épipolaire. La relation liant les projections m et m' de M sur les deux plans images s'exprime suivant l'équation

$$a''.U_{i'}^{m'} + b''.V_{i'}^{m'} + c'' = 0.$$
(1.9)

Les coefficients a'', b'' et c'' dépendent des coordonnées homogènes $(\omega_i.U_i^m, \omega_i.V_i^m, \omega_i)_{\mathcal{R}_i}^T$ de la projection *m* dans le plan image gauche, et des composantes de la matrice A_s . Cette équation décrit mathématiquement



FIGURE 1.19 – Présentation des différentes matrices de passage nécessaires à la calibration du système stéréoscopique.

le lieu des points du plan image droit pouvant correspondre au point m. Cette droite est appelée la ligne épipolaire car elle relie le point m' du plan image droit à son épipôle e', qui est la projection du centre optique O_c de la caméra gauche sur le plan image droit, comme l'illustre la Figure 1.20.



FIGURE 1.20 – Géométrie épipolaire, avec les épipôles e et e' et leurs lignes épipolaires L et L' associées aux caméras gauche et droite respectivement.

Pour réaliser l'appariement final à partir de la connaissance de la droite épipolaire, une technique de rectification dont nous ne parlerons pas ici, est utilisée pour simplifier les calculs de correspondance. Ensuite, plusieurs techniques utilisant une recherche locale, globale ou une texture comme le bruit de perlin ont été dévelopées pour trouver le pixel correspondant parmi l'ensemble des pixels de la droite épipolaire. Plus de détails peuvent être trouvés dans (Horaud et Monga 1995).

Triangulation

Cette dernière étape de la reconstruction calcule les coordonnées 3D du point M dans le repère \mathcal{R}_w de la scène grâce au résultat de l'appariement. Connaissant les coordonnées cartésiennes $(U_i^m, V_i^m)_{\mathcal{R}_i}^T$ et $(U_{i'}^{m'}, V_{i'}^{m'})_{\mathcal{R}'_i}^T$ des projetés m et m' respectivement dans les plans images gauche et droit,

ainsi que les matrices P et P', un système de quatre équations est généré à l'aide des équations (1.7) et (1.8). La résolution de ce système de 4 équations à 3 inconnues est simple, et permet de trouver les coordonnées cartésiennes $(X_w^M, Y_w^M, Z_w^M)_{\mathcal{R}_w}^T$ du point M dans l'unique repère \mathcal{R}_w de la scène.

1.4 Objectifs de cette première partie

Notre objectif principal consiste à optimiser les techniques de numérisation de surfaces 3D grâce à l'utilisation de l'échantillonnage en disques de Poisson. Pour atteindre cet objectif, nous nous sommes tout d'abord intéressés aux méthodes directes d'échantillonnage en disques de Poisson pour maillages surfaciques, afin d'en améliorer certaines propriétés telles que la qualité spectrale des distributions générées et les temps de calculs (c.f. chapitre 2, page 42). Etant donné qu'un maillage est en fait, un échantillonnage d'une surface continue, nous parlerons plutôt de ré-échantillonnage de maillages. Parmi les méthodes directes, nous avons cherché à améliorer les techniques incrémentales, plutôt que celles parallélisées, car les techniques incrémentales génèrent des distributions de meilleure qualité. En effet, les techniques parallélisées ne sont pas adaptées à l'utilisation de métriques précises de calculs de distances sur les surfaces, telles que la métrique géodésique, à cause de l'utilisation d'une subdivision cubique du volume englobant les surfaces, au contraire des méthodes incrémentales. En revanche, les techniques parallélisées réalisent des distributions très denses de manière très rapide. Cependant, notre objectif consiste in fine à échantillonner plus intelligemment des surfaces 3D, afin d'éviter le sur-échantillonnage réalisé par les systèmes de numérisation actuels, et privilégie donc la qualité spectrale.

Ensuite, cette technique de ré-échantillonnage en disques de Poisson 3D a été adaptée aux systèmes stéréoscopiques. L'idée est de réaliser cet échantillonnage directement sur les images stéréoscopiques (*c.f.* chapitre 3, page 74). L'avantage principal de cette technique est que l'échantillonnage tient compte des informations 3D, mais est réalisé sur les images stéréoscopiques 2D. De plus, cela permet d'intégrer dans les systèmes stéréoscopiques une technique d'échantillonnage en disques de Poisson, qui élimine les problèmes liés au sur-échantillonnage, tout en préservant les caractéristiques géométriques des surfaces scannées.

2 Ré-échantillonnage de maillages en disques de Poisson

Sommaire

2.1	Prése	NTATION DE LA TECHNIQUE DE Dart Throwing	44
2.2	Principe général de notre ré-échantillonnage		
2.3	Présentation détaillée des différentes étapes		
	2.3.1	Classification du domaine d'échantillonnage	46
	2.3.2	Echantillonnage adaptatif	48
2.4	Cont	RIBUTIONS SUR L'ANALYSE SPECTRALE	52
	2.4.1	Principe général de notre analyse spectrale	53
	2.4.2	Présentation détaillée des différentes étapes	54
2.5	5 Résultats expérimentaux		59
	2.5.1	Analyse de la fidélité géométrique des distributions	59
	2.5.2	Analyse spectrale des distributions	62
	2.5.3	Evaluation de la robustesse de l'échantillonnage	65
	2.5.4	Evaluation et comparaison des temps de calculs	68
	2.5.5	Application du ré-échantillonnage en disques de Poisson	
		au maillage	70
2.6	Conclusion du chapitre		72

E chapitre présente nos contributions concernant le ré-échantillonnage direct de maillages surfaciques. Notre première contribution est une méthode directe de ré-échantillonnage de maillages en disques de Poisson, réalisée à l'aide d'un domaine d'échantillonnage discret et l'utilisation d'une métrique géodésique adaptée pour calculer les distances entre les échantillons sur le maillage original (*c.f.* sections 2.2 et 2.3). Puis nous présentons une amélioration d'un outil d'analyse différentielle pour évaluer la qualité des échantillonnages (*c.f.* section 2.4). Enfin, plusieurs résultats expérimentaux et comparaisons sont présentés, afin de démontrer l'efficacité et la qualité de nos contributions par rapport aux techniques

actuellement proposées dans la littérature (*c.f.* section 2.5). Ce travail a été accepté à Eurographics 2013 (Peyrot et al. 2013) et une version étendue avec notre contribution sur l'analyse spectrale est en cours de parution à The Visual Computer (Peyrot et al. 2014b).

La section 2.2 présente l'approche proposée pour réaliser des distributions en disques de Poisson directement sur des maillages surfaciques. En effet, nous nous sommes tout d'abord intéressés aux surfaces maillées (*i.e.* continues par morceaux), et non aux surfaces continues. Dans la suite de ce chapitre, le terme surface désignera donc la surface continue par morceaux du maillage original et non la surface continue approximée par le maillage original. Dans le but de conserver la géométrie du maillage original et de générer des distributions avec de bonnes propriétés de bruit bleu, nous avons concentré nos efforts sur l'amélioration des techniques incrémentales de type *Dart Throwing*, afin de privilégier la qualité des distributions sur la rapidité de l'échantillonnage. Ceci nous permet de réaliser un échantillonnage de façon plus intelligente, au regard du suréchantillonnage généré par les systèmes de numérisation actuels.

Contrairement aux méthodes de l'état de l'art, notre domaine d'échantillonnage n'est pas continu sur la surface du maillage original, mais discret et correspond à la grille formée des sommets de ce dernier. Notre principal objectif consiste à améliorer la qualité des techniques de *Dart Throwing* tout en préservant les caractéristiques géométriques des maillages originaux et en diminuant les temps de calculs. De plus, nous utilisons une métrique géodésique pour calculer les distances sur la surface du maillage original, afin d'améliorer la précision et la qualité des distributions générées. Dans toute la suite de ce chapitre, *M* désignera un maillage surfacique triangulaire original, qui est 2-variété, à bord ou sans bord et de genre quelconque. De plus, Ω désignera le domaine d'échantillonnage qui définit les points de la surface de *M* susceptibles de faire partie des échantillons.

2.1 Présentation de la technique de Dart Throwing

Toutes les techniques basées sur la méthode de *Dart Throwing* suivent le même principe pour réaliser une distribution en disques de Poisson. Les trois étapes suivantes sont itérées jusqu'à ce que la distribution contienne le nombre d'échantillons souhaités, ou bien que le domaine d'échantillonnage Ω réduit des disques topologiques de rayons *R*, ne puisse plus contenir de nouvel échantillon :

- 1. un échantillon S_i est prélevé sur le domaine d'échantillonnage Ω (irrégularité);
- le disque topologique centré en S_i et de rayon R est généré sur la surface de M;
- 3. l'ensemble des intersections de ce disque avec ceux associés aux échantillons déjà présents dans la distribution est calculé : si cet ensemble est vide, l'échantillon S_i est considéré comme valide, sinon il est rejeté car il ne respecte pas la distance minimale de 2*R* avec au moins un autre échantillon de la distribution (uniformité).

Pour appliquer le principe du *Dart Throwing* au ré-échantillonnage de maillages, il semble naturel de calculer les distances entre les échantillons

et de générer les disques topologiques à l'aide d'une métrique géodésique, plutôt qu'à l'aide d'une métrique euclidienne. En effet, l'utilisation d'une métrique euclidienne introduit des erreurs au niveau des zones de fortes courbures telles que les arêtes saillantes que présentent certains objets, comme l'illustre la Figure 2.1.



FIGURE 2.1 – Illustration de l'erreur introduite par l'utilisation d'une métrique euclidienne par rapport à une métrique géodésique, pour calculer des distances surfaciques.

L'utilisation d'une métrique géodésique constitue un des éléments importants des techniques de *Dart Throwing*, car cela influence la complexité de l'échantillonnage et par conséquent les temps de calculs. De ce fait, la plupart des méthodes de *Dart Throwing* essaient de trouver un compromis entre précision des calculs et complexité des algorithmes.

Le *Dart Throwing* peut être étendu pour réaliser des échantillonnages adaptatifs (*i.e.* non-uniformes) en introduisant une fonction d'importance lors des calculs de distances. Par exemple, une fonction d'importance inversement proportionnelle aux valeurs de courbures aux points du domaine d'échantillonnage Ω est souvent utilisée en remaillage, car cela permet d'obtenir une densité d'échantillons plus importante dans les zones de fortes courbures par rapport aux zones planes, comme l'illustre la Figure 2.2 avec un exemple d'échantillonnage adaptatif sur un plan 2D.



FIGURE 2.2 – *Exemple de Dart Throwing adaptatif sur un plan 2D. Le rayon des disques dépend des valeurs de courbures.*

2.2 Principe général de notre ré-échantillonnage

Notre méthode de ré-échantillonnage de maillages en disques de Poisson se décompose en deux grandes étapes, comme l'illustre la Figure 2.3 :

- une classification des sommets du maillage original M selon trois classes de courbures décroissantes : *corners, sharp features* et *smooth regions*;
- 2. un ré-échantillonnage adaptatif de type *Dart Throwing* sur le maillage *M* après une étape éventuelle de subdivision *Midpoint* pour augmenter la densité de sommets de *M*.



FIGURE 2.3 – Principe général de notre méthode de ré-échantillonnage de maillages en disques de Poisson.

2.3 Présentation détaillée des différentes étapes

2.3.1 Classification du domaine d'échantillonnage

La première étape de notre méthode de ré-échantillonnage consiste à séparer les sommets du maillage *M* en trois classes distinctes suivant leurs valeurs de courbures. La classe *corners* contient les sommets se trouvant dans des zones de fortes courbures, la classe *sharp features* contient les sommets de moins fortes courbures et la dernière classe à laquelle appartiennent les sommets se trouvant dans des zones planes est appelée *smooth regions*. Cette classification est réalisée afin d'aider l'étape suivante de ré-échantillonnage à préserver les caractéristiques géométriques de *M*.

La technique utilisant les votes de tenseurs de normales (Kim et al. 2009) est utilisée pour réaliser cette classification. Elle s'appuie sur une segmentation des valeurs propres d'une matrice de covariance, calculée en chaque sommet v de M. Ainsi, à chaque sommet v est calculé un tenseur T_v suivant l'équation

$$T_v = \sum_{t \in Ngbr(v)} \mu_t . \overrightarrow{N}_t . \overrightarrow{N}_t^T, \qquad (2.1)$$

où Ngbr(v) est l'ensemble des triangles incidents au sommet v, μ_t un poids qui pondère la matrice de covariance et \overrightarrow{N}_t est la normale 3D associée au triangle t. Les trois valeurs propres, triées selon leurs valeurs absolues dans l'ordre décroissant $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \lambda_3 \ge 0$ (λ_2 et λ_3 sont respectivement les valeurs de courbures maximale et minimale de la surface de M au sommet v), sont utilisées pour classer le sommet v à l'aide des trois axiomes suivants :

- si λ₁ est dominant et λ₂, λ₃ sont proches de 0, alors v est classé parmi la classe *smooth regions*;
- si λ₁ et λ₂ sont dominants et que λ₃ est proche de 0, alors *v* est classé parmi la classe *sharp features*;
- si les trois valeurs propres sont approximativement égales et suffisamment élevées, alors v est classé parmi la classe *corners*.



FIGURE 2.4 – Classification des sommets des modèles originaux SOCKET et FANDISK : les points verts et rouges désignent respectivement les sommets des classes sharp features et corners, les autres sommets appartiennent à la classe smooth regions. La vue à droite de FANDISK correspond au zoom de la zone entourée par le rectangle jaune, qui laisse apparaître que la classification est robuste, car les deux points difficiles (les deux sommets rouges) sont bien détectés comme des coins.

La Figure 2.4 montre une classification des sommets des modèles SOCKET et FANDISK. On peut voir à droite du modèle FANDISK un zoom de la zone entourée par le rectangle jaune, et qui correspond à une zone difficile à segmenter : les deux sommets rouges correspondent à des coins et sont bien détectés comme tels, prouvant la robustesse de cette technique de classification.

2.3.2 Echantillonnage adaptatif

La deuxième étape de notre méthode de ré-échantillonnage consiste à ré-échantillonner la surface de M de manière discrète, au contraire des méthodes de l'état de l'art qui utilisent l'ensemble de la surface de M. Cette approche discrète consiste à restreindre le domaine d'échantillonnage Ω aux sommets de M, ce qui permet de diminuer les coûts de calculs et de proposer une approche plus simple et facile à implémenter. Nous présentons une méthode de *Dart Throwing* incrémentale discrète et adaptative, inspirée des travaux (Cline et al. 2009). Afin de garantir la préservation des caractéristiques géométriques de M, le ré-échantillonnage est réalisé suivant un ordre de priorité sur les trois classes définies précédemment : les premiers échantillons sont choisis parmi les sommets de la classe *corners* car ils se trouvent sur les zones de fortes courbures, puis les échantillons sont positionnés sur les sommets de la classe *sharp features*, et enfin parmi les sommets de la classe *smooth regions*.

Formulation du rayon des disques de Poisson

Une des spécificités de notre algorithme concerne le calcul des rayons des disques de Poisson associés aux échantillons. Nous présentons tout d'abord un cas simple de ré-échantillonnage uniforme (*i.e.* le rayon *R* des disques de Poisson ne varie pas quelque soit la position des échantillons sur la surface de *M*). Notre formulation est issue de l'approximation relativement grossière et naïve que l'aire totale |M| de la surface de *M* est égale à la somme des aires des *N* disques : $|M| \approx N.\pi.R^2$, avec *N* le nombre d'échantillons souhaités. On peut ainsi définir une valeur approximative du rayon *R* des disques suivant l'équation

$$R = \alpha . \sqrt{\frac{|M|}{\pi . N}},\tag{2.2}$$

où $\alpha \leq 1$ permet de compenser l'effet des régions qui ne sont pas recouvertes par un des disques topologiques; sa valeur est empiriquement initialisée à 0,65.

Dans le but de proposer un ré-échantillonnage adaptatif, qui tient compte de la géométrie du maillage original *M*, nous utilisons les valeurs de courbures dans la formulation des rayons des disques à l'aide d'une fonctionnelle de type exponentielle décroissante suivant l'équation

$$R = \alpha . \sqrt{\frac{|M|}{\pi . N}} . (1 + e^{C.\lambda_2} + e^{C.\lambda_3}),$$
(2.3)

où *C* est un réel négatif. Durant nos divers tests, nous avons observé que C = -8,0 pour des sommets de la classe *sharp features* et C = -6,0 pour ceux de la classe *smooth regions* permettent de générer des échantillonnages qui présentent de bonnes propriétés de bruit bleu, tout en assurant un nombre d'échantillons proche de celui demandé par l'utilisateur *N*, quelque soit le type d'objets. De plus, afin de conserver les caractéristiques géométriques du maillage original *M*, le rayon des disques associés aux échantillons de la classe *corners* est constant et initialisé avec l'équation (2.2). La formulation donnée par l'équation (2.3) a l'avantage de ne dépendre que d'un seul paramètre choisi par l'utilisateur, à savoir le nombre d'échantillons souhaités *N*, contrairement à certaines approches comme (Geng et al. 2011).

Métrique géodésique et mise à jour du domaine d'échantillonnage

L'un de nos objectifs consiste à diminuer la complexité des algorithmes de *Dart Throwing* de type incrémental, grâce à l'utilisation d'un domaine d'échantillonnage Ω discret sur *M*. Cette approche discrète permet d'améliorer l'efficacité du *Dart Throwing* par rapport aux méthodes qui travaillent sur un domaine d'échantillonnage continu, même lorsqu'une métrique géodésique est utilisée pour calculer les distances inter-échantillons. En effet, les deux principales causes d'accroissement de la complexité de ce type d'algorithmes sont :

- 1. le calcul des distances entre les échantillons et/ou la génération des disques sur la surface de *M*;
- la mise à jour du domaine disponible pour accueillir un nouvel échantillon.

Le calcul des distances géodésiques est très coûteux en temps d'exécution lorsque l'application requiert des mesures exactes, ce qui est le cas lorsqu'elle doit gérer des surfaces de topologie complexe qui présentent de nombreux bords, arêtes saillantes ou points d'inflexion. Afin de réduire les temps de calculs, nous avons opté pour l'utilisation de la méthode approximante (Dijkstra 1959), qui est une méthode discrète de calculs géodésiques adaptée aux maillages surfaciques. L'algorithme de Dijkstra détermine le plus court chemin entre deux sommets du maillage M de proche en proche en parcourant les arêtes de M; la distance géodésique séparant ces deux sommets est égale à la somme des longueurs des arêtes qui composent ce plus court chemin. L'utilisation de l'algorithme de Dijkstra impose de réduire le domaine d'échantillonnage Ω aux sommets du maillage M. Cependant, afin d'augmenter la qualité et la précision des distributions, la densité de sommets du maillage M est augmentée. En effet, l'augmentation de la densité de sommets du maillage M permet d'augmenter la précision du ré-échantillonnage, comme l'illustre la Figure 2.5 sur un cas simple avec deux maillages plans de densités de sommets différentes.

En conséquence, plusieurs subdivisions *Midpoint* sont appliquées à *M* avant l'étape de classification présentée plus haut, afin d'augmenter la



FIGURE 2.5 – Illustration de l'amélioration de la précision du ré-échantillonnage en fonction de la densité du maillage. A gauche est présenté un maillage avec une densité de sommets plus faible que celle du maillage de droite. On peut voir que l'intersection entre le disque et les sommets du maillage de gauche ne comporte que 5 sommets contrairement au maillage de droite, où l'ensemble des sommets rouges représente mieux la forme du disque.

densité de *M* si nécessaire; le maillage résultant sera nommé dans la suite M_{sub} pour plus de clarté. Une subdivision *Midpoint* consiste à diviser chaque triangle du maillage *M* en quatre sous-triangles, grâce à l'ajout d'un sommet au milieu de chacune de ses trois arêtes, comme le montre la Figure 2.6. La connectivité du triangle initial est mise à jour en prenant en compte les quatre nouveaux triangles.



FIGURE 2.6 – Illustration de deux subdivisions Midpoint successives. a) Un triangle quelconque du maillage M avant la subdivision; b) le même triangle après une subdivision Midpoint, les points oranges correspondent aux nouveaux sommets ajoutés au milieu des trois arêtes, générant ainsi 4 nouveaux triangles; c) une seconde subdivision Midpoint est appliquée sur chacun des 4 triangles précédents pour former ainsi 4×4 triangles, grâce à l'ajout des 9 sommets verts.

Afin d'adapter le nombre de subdivisions successives appliquées au maillage original M, notre méthode évalue tout d'abord sa densité puis détermine le nombre de subdivisions nécessaires. Cette évaluation se base sur le rapport entre l'aire moyenne des triangles de M et celle de la surface de M : si ce rapport est plus élevé qu'un seuil (fixé à la valeur $2,5 \times 10^{-5}$), notre algorithme considère que M n'est pas assez dense, et calcule le nombre de subdivisions nécessaires pour atteindre ce seuil, grâce au fait que d'une subdivision à la suivante, l'aire d'un triangle est divisée par

4. Cette technique adapte ainsi automatiquement la densité du maillage M_{sub} et évite des subdivisions inutiles dans le cas où le maillage original M est déjà assez dense.

La mise à jour du domaine pouvant accepter un nouvel échantillon consiste à enlever au maillage subdivisé \mathcal{M}_{sub} le disque associé à chaque nouvel échantillon préalablement validé au sens du critère de Poisson. Ceci permet d'éviter de choisir un échantillon dans une région indisponible et rend ainsi le processus plus rapide. On trouve dans la littérature plusieurs techniques différentes pour réaliser cette mise à jour, comme la technique (Geng et al. 2011) qui extrait des lignes iso-métriques qui correspondent aux frontières réelles des disques associés aux échantillons valides sur la surface du maillage original M; ces lignes pouvant traverser plusieurs triangles, les points d'intersection avec ces derniers doivent donc être calculés. On peut aussi citer la technique (Cline et al. 2009) qui consiste à subdiviser les triangles recouverts partiellement par des disques topologiques, et ensuite à mettre à jour la connectivité du maillage en retirant les sous-triangles entièrement recouverts. Bien qu'efficaces, ces techniques sont complexes à mettre en œuvre du fait de la mise à jour nécessaire de la connectivité du maillage original M au fur et à mesure des ajouts de nouvels échantillons.

Notre approche tire avantage de la discrétisation du domaine d'échantillonnage Ω pour rendre le processus de ré-échantillonnage plus rapide et plus simple à implémenter. L'idée est de limiter la position des échantillons à celle des sommets du maillage subdivisé M_{sub} . La structure principale de l'algorithme est basée sur une liste de disponibilité nommée L et initialisée avec l'ensemble des sommets du maillage M_{sub}. L'échantillonnage est ensuite réalisé en restreignant le choix des échantillons aux sommets d'une même classe : les échantillons de la classe corners sont choisis en premier, puis ce sont ceux de la classe *sharp features* et enfin ceux de la classe smooth regions. Pour une classe donnée, un échantillon est aléatoirement choisi parmi les sommets de la liste L qui sont de la même classe. Ensuite, le disque est généré sur le domaine d'échantillonnage Ω grâce à l'algorithme (Dijkstra 1959); si le disque ne contient que des sommets contenus dans la liste L, alors l'échantillon choisi est valide au sens du critère de Poisson. Les sommets de la liste L à l'intérieur du disque sont marqués et seront retirés de la liste L car plus aucun échantillon ne peut être choisi parmi eux. Avec notre méthode, la vérification du critère de Poisson ne consiste plus qu'à vérifier que les sommets à l'intérieur des disques sont tous présents dans la liste de disponibilité *L*.

La Figure 2.7 illustre le processus de mise à jour du domaine disponible. *a*) Les points verts correspondent aux sommets de M_{sub} contenus dans la liste de disponibilité *L*, et ceux en rouges sont les sommets de M_{sub} contenus dans la liste *L* et qui sont aussi à l'intérieur du disque de l'échantillon choisi ; *b*) l'ensemble des sommets de M_{sub} qui se trouvent à l'intérieur du disque font partie de la liste *L*, donc l'échantillon est valide et la liste de disponibilité *L* est mise à jour en lui retirant les sommets qui intersectent le disque (sommets rouges); *c*) cas où un échantillon est invalide, car son disque contient des sommets de M_{sub} qui ne font plus partie de la



FIGURE 2.7 – Illustration de la mise à jour du domaine disponible sur le maillage M_{sub} . a) Un échantillon est tiré aléatoirement et son disque est généré sur le domaine d'échantillonnage. Les sommets verts correspondent aux sommets contenus dans la liste L et en rouges les sommets de la liste L qui se trouvent à l'intérieur du disque et qui seront retirés de L car l'échantillon est valide ; b) les sommets rouges ont été retirés de la liste L ; c) un nouvel échantillon est choisi, mais est invalide car son disque ne contient pas uniquement des sommets de la liste L (sommets verts) ; d) un nouvel échantillon est donc choisi et sa validité est vérifiée.

liste de disponibilité L car ayant été retirés précédemment; d) un nouvel échantillon est choisi parmi ceux de la liste L.

La Figure 2.8 présente un exemple visuel d'un ré-échantillonnage réalisé sur le modèle MAX-PLANCK par notre méthode, avec une densité de 1195 échantillons.

2.4 Contributions sur l'analyse spectrale

Dans le but d'analyser qualitativement une distribution d'échantillons sur une surface quelconque, l'analyse de Fourier est communément réalisée. En notant N le nombre d'échantillons et (S_i, S_j) un couple d'échantillons de la distribution à analyser, la puissance spectrale de Fourier s'exprime en fonction du vecteur fréquentiel f suivant l'équation

$$P(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \cos(2\pi f \cdot (S_i - S_j)).$$
(2.4)

En 2011, (Wei et Wang 2011) ont étendu l'analyse de Fourier aux cas d'analyses non-uniformes, en intégrant un noyau générique K(.,.) suivant l'équation

$$P(\mathbf{q}) = N \times \int_{\Omega_d} K(\mathbf{q}, \chi(S_i, S_j, \mathbf{d}) p(\mathbf{d})) \delta \mathbf{d}, \qquad (2.5)$$

où **q** désigne un ensemble de paramètres relatifs à la fonction noyau K(.,.)



FIGURE 2.8 – Distribution de densité 1195 échantillons, générée sur le modèle Max-Planck.

qui pondère le calcul de la puissance spectrale afin d'évaluer différentes propriétés des distributions. Par exemple, lors de l'analyse de Fourier fréquentielle d'un signal, *K* est remplacée par la fonction cosinus et **q** représente les fréquences. La fonction $\mathbf{d}(.,.)$ est la fonction différentielle de distances inter-échantillons et Ω_d est le domaine d'échantillonnage pour la fonction **d**, alors que $p(\mathbf{d})$ est la fonction de densité de probabilité de **d** dans Ω_d et enfin $\chi(.,.,.)$ est la fonction qui permet de passer d'une distance calculée localement dans un domaine non-uniforme à son équivalent dans un domaine uniforme. Cette approche permet ainsi d'analyser différentes propriétés des distributions d'échantillons telles que la densité spatiale d'échantillons au lieu de la traditionnelle analyse fréquentielle par exemple.

2.4.1 Principe général de notre analyse spectrale

Nous proposons une adaptation de cet outil qui se décompose en deux grandes étapes (voir Figure 2.9) :

- une correction homothétique permettant d'améliorer la précision des distances géodésiques;
- 2. une subdivision basée *Dithering* pour réduire les artefacts de quantification.



FIGURE 2.9 – *Principe général de notre adaptation pour analyser de façon plus précise des distributions d'échantillons.*

2.4.2 Présentation détaillée des différentes étapes

Correction homothétique des distances géodésiques

Après une étude approfondie de l'outil d'analyse (Wei et Wang 2011), nous avons remarqué des biais de mesures importants lors des calculs de distances géodésiques sur certains objets au niveau des saillances. En effet, les distances entre les échantillons sont calculées à l'aide d'une paramétrisation locale, générée par la méthode exponential maps (Schmidt et al. 2006). Du fait de cette paramétrisation nécessaire à l'obtention des distances entre les échantillons, les analyses obtenues sont biaisées et les PSMR générées ne présentent pas les caractéristiques propres aux distributions analysées. Ainsi l'utilisation de la méthode exponential maps lors des calculs de distances géodésiques n'est pas adaptée à l'analyse de surfaces de topologie complexe présentant de nombreux genres et arêtes saillantes. Afin de diminuer ces biais de mesures et ainsi d'améliorer la précision des analyses de distances, une combinaison de l'outil exponential maps (Schmidt et al. 2006) et de l'outil (Dijkstra 1959) est réalisée. Pour deux échantillons S_i et S_i , la paramétrisation *exponential maps* génère un vecteur (u, v) dont la norme et l'orientation par rapport à un axe de référence sur le plan paramétrique, reflètent dans l'outil initial (Wei et Wang 2011) la distance géodésique et l'orientation relative entre ces deux échantillons. Afin de conserver l'information d'orientation relative générée par cette

méthode tout en rectifiant la mesure de distances géodésiques, une simple homothétie de centre (0,0) et de rapport $\frac{dijkstra(S_i,S_j)}{||(u,v)||_2}$ est réalisée en calcu- $||(u,v)||_2$ lant au préalable la distance géodésique fournie par l'outil (Dijkstra 1959). La Figure 2.10 présente deux analyses d'une distribution en disques de Poisson générée par notre méthode de ré-échantillonnage sur le modèle AXLE : l'une calculée avec l'outil original (Wei et Wang 2011) et la seconde avec ce même outil en utilisant notre correction homothétique basée sur l'utilisation de (Dijkstra 1959). Le modèle AXLE (Figure 2.10 en haut) présente beaucoup de caractéristiques géométriques et un genre égal à 10. Nous pouvons remarquer que la PSMR obtenue avec notre adaptation est plus fiable car elle présente toutes les caractéristiques des propriétés de bruit bleu dont une bande fréquentielle basse nulle et une forte transition, indiquant bien que tous les échantillons respectent une distance minimale entre eux. La PSMR générée par l'outil original ne présente pas cette bande fréquentielle nulle, avec même un pic à la fréquence nulle laissant croire que plusieurs échantillons partagent la même position. L'utilisation de la métrique de Dijkstra est mieux adaptée à l'analyse d'échantillonnages de surfaces que l'outil *exponential maps* (Schmidt et al. 2006), surtout lorsque la surface présente de nombreuses arêtes saillantes et un genre élevé.

Réduction des artefacts de quantification basée Dithering

Etant donné que l'algorithme de Dijkstra est sensible à la densité de sommets des maillages originaux, des subdivisions *Midpoint* sont intégrées durant l'analyse pour diminuer la régularité de positionnement des sommets de M_{sub}. En effet, la régularité de la structure de subdivision Midpoint (i.e. tous les sommets sont rajoutés au milieu des arêtes du maillage original M) génère un biais de quantification lors des calculs des PSMR et des anisotropies lorsque la connectivité de M est aussi régulière : un maillage *M* régulier génère une version subdivisée par *Midpoint* M_{sub} aussi régulière. Afin de s'affranchir de tels artefacts, une technique de Dithering (Cook 1986) est ajoutée lors des subdivisions Midpoint : le Dithering consiste à introduire volontairement un bruit à la distribution d'échantillons pour rendre le biais de quantification moins régulier. Dans notre contexte, c'est la longueur et l'orientation des arêtes du maillage subdivisé M_{sub} résultant des subdivisions Midpoint successives qui sont bruitées par le *Dithering* à chaque subdivision *Midpoint*, comme l'illustre la Figure 2.11 sur un exemple simple. De plus, cette phase de Dithering est contrainte au niveau des zones saillantes afin de les préserver dans le maillage subdivisé M_{sub} . On peut voir que le maillage M_{sub} obtenu avec seulement des subdivisions *Midpoint* est très régulier tout comme le maillage original (*i.e.* la forme des triangles est régulière), au contraire du maillage subdivisé obtenu avec une combinaison de subdivisions Midpoint plus Dithering.

Analyse d'une distribution en disques de Poisson Pour démontrer l'intérêt du *Dithering*, une distribution en disques de Poisson est générée sur un maillage plan dont la distribution de sommets est régulière et analysée deux fois par notre outil basé sur la métrique de Dijkstra : une



FIGURE 2.10 – Comparaison des PSMR d'une distribution en disques de Poisson générée par notre méthode de ré-échantillonnage sur le modèle AxLE, et calculées avec l'outil original (Wei et Wang 2011) (courbe rouge) et notre méthode d'analyse utilisant l'algorithme (Dijkstra 1959) (courbe bleue).



FIGURE 2.11 – Illustration des subdivisions Midpoint et Dithering. a) Le maillage original d'un plan; b) et c) les maillages obtenus après respectivement 2 subdivisions Midpoint sans et avec Dithering.

première fois en utilisant plusieurs subdivisions *Midpoint* afin de générer le maillage subdivisé sur lequel l'algorithme de Dijkstra est appliqué pour calculer les distances entre les échantillons, et une deuxième fois en générant ce dernier par une succession de subdivisions *Midpoint* plus *Dithering*. Les PSMR et les anisotropies correspondantes sont présentées à la Figure 2.12. La colonne de gauche montre que la PSMR obtenue grâce à une phase de subdivisions *Midpoint* présente une bande fréquentielle basse nulle, mais la bande haute présente des oscillations typiques de la régularité du maillage subdivisé, qui restreint les orientations relatives calculées entre les échantillons. En effet, la courbe d'anisotropie est très élevée, indiquant des directions privilégiées dans la distribution des échantillons bien qu'étant en disques de Poisson. Sur la colonne de droite, nous observons que la combinaison subdivisions *Midpoint* plus *Dithering* élimine les biais de quantification : la PSMR obtenue présente de vraies propriétés de bruit bleu contrairement au cas où des subdivisions classiques de *Midpoint* sont utilisées seules. De plus l'anisotropie correspondante a fortement diminué grâce au *Dithering*.



FIGURE 2.12 – PSMR et anisotropies calculées avec notre méthode d'analyse, à l'aide d'une version subdivisée Midpoint du maillage original à gauche et une version subdivisée Midpoint plus Dithering du maillage original à droite.

Analyse d'une distribution uniforme Afin de montrer que notre contribution améliore ainsi l'analyse d'autres types d'échantillonnage, nous présentons dans cette partie deux analyses réalisées sur un ré-échantillonnage uniforme, aussi appelé échantillonnage en bruit blanc. Nous proposons une comparaison d'analyses sur des distributions uniformes, entre l'outil original (Wei et Wang 2011) et notre outil. Pour ne pas favoriser notre outil d'analyse, les distributions uniformes sont générées grâce à la méthode d'échantillonnage (Wei et Wang 2011) sur les modèles EIGHT et HAND.

La Figure 2.13 compare les PSMR calculées avec notre méthode d'analyse et avec l'outil original (Wei et Wang 2011). Nous constatons que la PSMR

produite par notre outil est globalement plate sur l'ensemble du domaine fréquentiel et égale à 1 pour chaque fréquence (caractéristiques typiques d'un échantillonnage en bruit blanc). On peut aussi noter la présence d'une pente autour de la fréquence nulle pouvant être expliquée par l'approche discrète de l'analyse.

Ces résultats confirment l'utilité de nos améliorations de l'outil d'analyse (Wei et Wang 2011), puisqu'elles permettent de mettre en évidence avec plus de fiabilité et de précision les différentes caractéristiques propres aux divers types d'échantillonnages. En effet, on peut voir sur la Figure 2.13 que les PSMR générées par l'outil original (Wei et Wang 2011) à partir des deux distributions uniformes, diffèrent des PSMR attendues pour ce genre de distributions, notamment sur la PSMR de la distribution appliquée au modèle EIGHT par exemple.







PSMR pour le modèle Hand

FIGURE 2.13 – Comparaison des PSMR de deux distributions uniformes générées par la méthode d'échantillonnage (Wei et Wang 2011) sur les modèles EIGHT et HAND, et calculées avec l'outil original (Wei et Wang 2011) (courbes rouges) et notre méthode d'analyse (courbes bleues).

2.5 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans un premier temps plusieurs résultats de rééchantillonnages en disques de Poisson générés avec notre méthode sur plusieurs objets, afin de montrer la qualité des distributions produites et la préservation correcte des caractéristiques géométriques des maillages originaux. Ensuite, nous étudions la qualité de nos échantillonnages et comparons nos distributions avec celles produites par plusieurs méthodes de l'état de l'art. Enfin, nous évaluons la robustesse de notre algorithme de ré-échantillonnage et comparons nos temps de calculs avec ceux obtenus avec les méthodes (Fu et Zhou 2008) et (Geng et al. 2011), qui sont des méthodes incrémentales et qui combinent des métriques géodésiques avec un domaine d'échantillonnage Ω continu sur la surface des maillages originaux.

2.5.1 Analyse de la fidélité géométrique des distributions

Les Figures 2.14 et 2.15 présentent quatre maillages originaux, ainsi que leurs ré-échantillonnages en disques de Poisson sans et avec préservation des caractéristiques géométriques. Les modèles présentés sont de genres divers et contiennent beaucoup d'arêtes saillantes et leurs distributions en disques de Poisson comportent toutes approximativement un millier d'échantillons. Nous observons très peu d'échantillons sur les arêtes saillantes (échantillons rouges) lorsque le ré-échantillonnage ne prend pas en compte les caractéristiques géométriques. *A contrario*, lorsque le ré-échantillonnage tient compte des caractéristiques géométriques, le nombre d'échantillons se trouvant sur des arêtes augmente, permettant ainsi d'améliorer la fidélité de la distribution au maillage original.

En effet, nous avons mesuré les pourcentages d'échantillonnages des sommets des maillages originaux qui se trouvent sur des arêtes saillantes (*i.e.* les sommets originaux qui appartiennent aux classes *corners* et *sharp features*). Pour le modèle FANDISK, 48% des 864 sommets du modèle original qui se trouvent sur des arêtes saillantes (*i.e.* les 864 sommets originaux qui font partie des classes *corners* et *sharp features*), ont été échantillonnés et font donc partie des 1029 échantillons de la distribution réalisée avec préservation des saillances, contre seulement 10% pour la distribution de 1034 échantillons réalisée sans préservation des saillances. Pour les modèles ROCKER ARM et AXLE, ces taux passent respectivement de 27% à 1%, et de 59% à 11%. On peut aussi noter que le modèle SOCKET est un cas particulier, car l'ensemble des 836 sommets du modèle original sont échantillonnés : en effet, les densités des deux ré-échantillonnages réalisés (*i.e.* 1040 et 1044 échantillons) sont supérieures à la densité de sommets du modèle original.

Cette évaluation prouve l'importance de la conservation des caractéristiques géométriques lors de l'étape de ré-échantillonnage, afin de reconstruire *in fine* un maillage qui introduit moins d'erreurs de reconstruction, et est géométriquement plus fidèle à la surface du maillage original.



FANDISK original (6475 sommets - genre 0)



Distribution sans préservation des saillances (1034 échantillons)



ROCKER ARM original (10000 sommets - genre 1)



Distribution sans préservation des saillances (1017 échantillons)



Distribution avec préservation des saillances (1029 échantillons)



Distribution avec préservation des saillances (1036 échantillons)

FIGURE 2.14 – Ré-échantillonnages en disques de Poisson sur les modèles FANDISK et ROCKER ARM. De haut en bas : maillages originaux, distributions en disques de Poisson respectivement sans et avec préservation des caractéristiques géométriques. Pour mettre en évidence l'influence de la préservation des caractéristiques géométriques sur le rééchantillonnage, les échantillons qui se trouvent sur des arêtes saillantes sont colorés en rouge, et les autres en vert.



SOCKET original (836 sommets - genre 7)



Distribution sans préservation des saillances (1040 échantillons)



Distribution avec préservation des saillances (1044 échantillons)

Distribution avec préservation des saillances (934 échantillons)

FIGURE 2.15 – Ré-échantillonnages en disques de Poisson sur les modèles SOCKET et AXLE. De haut en bas : maillages originaux, distributions en disques de Poisson respectivement sans et avec préservation des caractéristiques géométriques. Pour mettre en évidence l'influence de la préservation des caractéristiques géométriques sur le ré-échantillonnage, les échantillons qui se trouvent sur des arêtes saillantes sont colorés en rouge, et les autres en vert.



AxLE original (3805 sommets - genre 10)



Distribution sans préservation des saillances (965 échantillons)



2.5.2 Analyse spectrale des distributions

Nous étudions dans un premier temps l'influence de la préservation des caractéristiques géométriques sur la qualité du ré-échantillonnage. Comme dans l'article (Xu et al. 2012), chaque analyse spectrale est basée sur une moyenne réalisée sur 8 distributions en disques de Poisson.

La Figure 2.16 présente les puissances spectrales, les PSMR et les anisotropies des distributions en disques de Poisson générées sur les quatre modèles présentés aux Figures 2.14 et 2.15, avec ou sans préservation de leurs caractéristiques géométriques. Nous observons que la préservation des caractéristiques géométriques n'influence pas de manière significative la qualité des distributions générées, puisque les PSMR et les anisotropies possèdent les propriétés typiques d'un bruit bleu, même pour des maillages originaux comportant un grand nombre d'arêtes saillantes et de coins comme le modèle AxLE par exemple. Néanmoins, pour les modèles SOCKET et AXLE, nous constatons une légère augmentation de l'anisotropie due au nombre important de caractéristiques géométriques que contiennent ces deux modèles. En effet, les classes corners et sharp features contiennent 62% des 836 sommets du modèle Socket original (soit 518 sommets), et 37% des 3805 sommets du modèle AxLE original (soit 1408 sommets). De ce fait, et afin de préserver les caractéristiques géométriques lors du ré-échantillonnage, de fortes densités d'échantillons (respectivement 61% et 89% des échantillons pour les modèles Socket et AXLE) sont réalisées le long de celles-ci, mettant en évidence des orientations privilégiées des échantillons les uns par rapport aux autres.

Nous comparons maintenant la qualité de nos distributions avec celles des distributions en disques de Poisson générées par les méthodes (Corsini et al. 2012) et (Wei et Wang 2011).

La Figure 2.17 présente les puissances spectrales, les PSMR et les anisotropies des distributions en disques de Poisson générées sur les quatre modèles présentés aux Figures 2.14 et 2.15, avec les méthodes (Corsini et al. 2012), (Wei et Wang 2011) et notre méthode de ré-échantillonnage. On peut constater que notre technique génère des distributions de meilleure qualité en matière de propriétés de bruit bleu. En effet, les PSMR associées aux méthodes (Corsini et al. 2012) et (Wei et Wang 2011) présentent des oscillations autour de la fréquence de coupure, indiquant une densité importante d'échantillons qui sont séparés d'une distance proche de la distance minimale 2R. Le critère de Poisson est toujours respecté par notre méthode et (Wei et Wang 2011), contrairement à la méthode (Corsini et al. 2012). Concernant l'anisotropie, nos distributions sont moins anisotropes que celles produites par la méthode (Corsini et al. 2012), car cette dernière utilise une métrique euclidienne pour positionner les échantillons. En revanche, nos distributions sont autant isotropes que celles générées par la méthode (Wei et Wang 2011), sauf pour les modèles Socket et Axle, car la méthode (Wei et Wang 2011) ne préserve pas les arêtes saillantes contrairement à notre technique.


FIGURE 2.16 – Influence de la préservation des caractéristiques géométriques sur la qualité des distributions en disques de Poisson générées par notre méthode de ré-échantillonnage sur différents modèles. De haut en bas : les puissances spectrales des distributions obtenues sans et avec prise en compte des caractéristiques géométriques (respectivement les courbes bleues et rouges), suivies de leurs PSMR et anisotropies en décibels respectives.



FIGURE 2.17 – Comparaison de la qualité des distributions en disques de Poisson générées par notre méthode de ré-échantillonnage avec celles générées par les méthodes (Corsini et al. 2012) et (Wei et Wang 2011). De haut en bas : les puissances spectrales des distributions obtenues avec la méthode (Corsini et al. 2012) (courbes marrons) et la méthode (Wei et Wang 2011) (courbes bleues), suivies des PSMR et anisotropies en décibels respectives.



FIGURE 2.18 – Distributions en disques de Poisson générées par notre méthode de rééchantillonnage à différentes densités d'échantillons. De gauche à droite : maillages originaux, distributions en disques de Poisson avec respectivement une densité approximative de 1k, 2k et 5k échantillons.

2.5.3 Evaluation de la robustesse de l'échantillonnage

Nous étudions maintenant l'influence de la densité des maillages originaux et la densité d'échantillons des distributions générées sur la qualité des échantillonnages. Nous avons généré trois distributions en disques de Poisson de densités 1k, 2k et 5k échantillons sur trois modèles de densités de sommets différentes : SHARP SPHERE, MASK et FERTILITY, et les résultats visuels des différents ré-échantillonnages sont présentés à la Figure 2.18. De plus, la Figure 2.19 présente les puissances spectrales, les PSMR et les anisotropies des distributions générées sur ces trois modèles avec chacune des trois densités d'échantillons demandées.



Modèle Fertility

FIGURE 2.19 – Comparaison de la qualité des distributions en disques de Poisson générées par notre méthode de ré-échantillonnage en fonction de la densité de sommets des maillages originaux et de la densité d'échantillons des distributions. De haut en bas : les puissances spectrales des distributions obtenues avec respectivement des densités de 1k, 2k et 5k échantillons, suivies de leurs PSMR et anisotropies en décibels respectives.

Nous constatons que les PSMR présentent les caractéristiques propres aux distributions de Poisson, quelle que soit la densité d'échantillons de la distribution ou la densité de sommets du maillage original. Nous constatons en revanche que la densité d'échantillons influence l'anisotropie de la distribution : plus la densité d'échantillons est importante, plus la distribution est isotrope. En effet, lorsque la densité d'échantillons augmente, les échantillons se resserrent les uns à côté des autres formant ainsi des groupes homogènes d'échantillons.

Notre technique d'échantillonnage utilisant un domaine d'échantillonnage Ω discret, nous évaluons l'influence de la régularité et de l'irrégularité de la grille discrète sur la qualité des distributions. Nous analysons donc la qualité des distributions générées sur le modèle EIGHT dont le maillage original est très régulier (avec une grande uniformité des aires et des formes des triangles), puis sur le modèle Bunny dont le maillage original présente une densité de sommets très variable sur la surface avec une connectivité très irrégulière. Pour cela, nous appliquons notre algorithme de ré-échantillonnage sur le modèle EIGHT qui présente une connectivité très régulière et uniforme comme le montre la Figure 2.20. La distribution est générée avec une densité d'échantillons égale à la densité de sommets du maillage original, soit environ 3k échantillons. Nous observons à la Figure 2.20 au milieu que la distribution générée est uniforme mais irrégulière, et possède donc de bonnes propriétés de bruit bleu comme le prouve sa puissance spectrale présentée à la Figure 2.20 à droite. Nous en déduisons donc que l'aspect aléatoire du Dart Throwing suffit à produire une distribution irrégulière, même si le maillage original est régulier.



FIGURE 2.20 – Influence de la régularité du maillage original sur la qualité de la distribution en disques de Poisson générée par notre méthode de ré-échantillonnage sur le modèle EIGHT. De gauche à droite : maillage original, une distribution en disques de Poisson avec approximativement 3k échantillons et sa puissance spectrale.

Ensuite, nous appliquons notre algorithme sur le modèle BUNNY qui possède une connectivité très irrégulière avec des triangles de forme et d'aire très variables comme le montre la Figure 2.21 à gauche. Nous observons que la distribution générée (Figure 2.21 au milieu), n'est pas de bonne qualité car sa puissance spectrale présentée à la Figure 2.21 à droite possède une fréquence de coupure difficilement identifiable. Le problème vient de notre approche discrète, car la densité de sommets du maillage original *M* et la taille des triangles varient de manière significative sur la surface. L'application de plusieurs subdivisions n'a que peu d'influence car inévitablement les zones de faibles densités sont moins échantillonnées par rapport aux zones de fortes densités.



FIGURE 2.21 – Influence de l'irrégularité du maillage original sur la qualité de la distribution en disques de Poisson générée par notre méthode de ré-échantillonnage sur le modèle BUNNY. De gauche à droite : maillage original, une distribution en disques de Poisson avec approximativement 2k échantillons et sa puissance spectrale.

2.5.4 Evaluation et comparaison des temps de calculs

Nous comparons maintenant la rapidité de notre méthode de rééchantillonnage en disques de Poisson avec deux méthodes d'échantillonnage qui présentent le plus de similitudes avec notre approche. Les techniques (Fu et Zhou 2008) et (Geng et al. 2011) sont toutes deux des méthodes d'échantillonnages qui travaillent avec un domaine d'échantillonnage Ω continu sur la surface du maillage original *M*, contrairement à notre technique qui travaille sur un domaine d'échantillonnage discret. Cependant, ces deux techniques proposent des algorithmes incrémentaux et utilisent soit une métrique exacte de géodésique (Fu et Zhou 2008), soit une approximation de cette métrique (Geng et al. 2011). La technique d'échantillonnage (Geng et al. 2011) associe les techniques (Cline et al. 2009) et (Fu et Zhou 2008) dans le but d'améliorer les temps de calculs associés à la méthode (Fu et Zhou 2008), grâce à un algorithme de découpe des disques topologiques sur le domaine d'échantillonnage Ω et d'un algorithme de détection de collision entre les disques topologiques et la surface du maillage original M. Afin de fournir une comparaison valide et fiable, nous comparons nos temps de calculs en utilisant un maillage original M avec le même nombre de faces et une distribution de densité de sommets identique.

La Table 2.1 prouve que notre méthode de ré-échantillonnage est plus rapide que (Geng et al. 2011) pour les mêmes conditions d'expériences. On constate que nos temps de ré-échantillonnage peuvent être jusqu'à 3 fois plus rapides, notamment pour le cas du modèle CASTING. De plus, nos optimisations améliorent les temps de calculs par rapport à ceux associés à la méthode (Fu et Zhou 2008) qui sont alourdis par l'utilisation d'une métrique exacte de calculs de distances géodésiques, pour trouver les frontières du voisinage de disponibilité sur la surface de M, où doit être choisi le prochain échantillon.

Cependant, les deux méthodes ci-dessus ne présentent pas d'analyses de qualité précises, pour pouvoir se comparer en matière de qualité de bruit bleu. En effet, ces deux méthodes utilisent leurs échantillonnages pour remailler ensuite les surfaces, et n'ont donc pas pour but de proposer le meilleur échantillonnage en matière de propriétés de bruit bleu.

 TABLE 2.1 – Comparaison des temps de ré-échantillonnage obtenus avec notre méthode

 de ré-échantillonnage et les méthodes similaires (Fu et Zhou 2008) et (Geng et al. 2011).

 Nos distributions ont été générées avec un processeur Intel Core i3 CPU 2.30 GHz doté

 de 4 GB de RAM, alors que les distributions produites par les algorithmes (Geng et al.

 2011) et (Fu et Zhou 2008) ont été générées avec un processeur Intel Core Duo CPU 2.67

 GHz doté de 2 GB de RAM. Les temps de calculs ont été moyennés sur 8 réalisations.

Modèles	Méthode	Nb.	Densité	Temps de
	d'échantillonnage	faces M		calculs (ms)
	(Fu et Zhou 2008)	10204	1156	31843
Casting	(Geng et al. 2011)	10204	1834	5031
	Méthode proposée	10224	1931	1529
	(Fu et Zhou 2008)		382	36125
Fandisk	(Geng et al. 2011)	12946	1469	7172
	Méthode proposée		1622	2605
	(Fu et Zhou 2008)	1208	551	8469
Block	(Geng et al. 2011)	4200	2026	2500
	Méthode proposée	4272	2292	3869
	(Fu et Zhou 2008)	18864	358	229547
SHARP SPHERE	(Geng et al. 2011)	10004	3559	11656
	Méthode proposée	20882	3534	7223
	(Fu et Zhou 2008)	17290	240	89750
Hand	(Geng et al. 2011)	17290	2162	7594
	Méthode proposée	23186	2225	5794

La Table 2.2 donne les temps de ré-échantillonnage de plusieurs maillages originaux présentant des densités de sommets diverses. Les maillages originaux utilisés et les densités d'échantillons produites correspondent aux modèles Sharp Sphere, Mask et Fertility et aux distributions présentées à la Figure 2.18. Nous constatons dans le cas des modèles SHARP SPHERE et MASK que les temps de calculs atteignent rapidement une limite asymptotique. Ainsi, les temps de calculs n'augmentent pas de façon drastique lorsque la densité d'échantillonnage augmente, grâce au fait que plus la densité d'échantillonnage est élevée, plus les rayons des disques topologiques sont petits et donc l'algorithme (Dijkstra 1959) requiert moins de temps pour générer un disque topologique. Pour un maillage de densité de sommets plus importante tel que le modèle FERTILITY (environ 480k sommets pour le maillage original *M*), notre algorithme devient plus lent, en particulier pour une densité d'échantillons importante telle que 10000 échantillons. Ce résultat permet de mettre en évidence un désavantage lié à l'utilisation de l'algorithme de Dijkstra lors des calculs des distances géodésiques et la génération des disques topologiques. Néanmoins, par rapport aux autres méthodes incrémentales, nous n'avons pas de comparaisons pour des densités d'échantillons et/ou de sommets des maillages originaux aussi élevées. En effet, les méthodes incrémentales ne sont pas efficaces pour générer des échantillonnages de grandes densités (*i.e.* plusieurs dizaines de milliers d'échantillons) de façon rapide, au contraire des techniques parallélisées sur GPU, comme la technique (Bowers et al. 2010) par exemple.

Modèles	Nb.	Densité	Temps de
	faces M		calculs (ms)
		1051	6474
SHADD SDHEDE	20882	2097	7425
SHAKE SPHEKE		5042	7501
		10854	7519
	62467	928	2527
MACK		2083	3151
WIASK		4811	3322
		9582	3307
	483224	988	24325
FEDTLITY		1964	41487
I'EKIILIIY		5047	88060
		9757	126859

 TABLE 2.2 – Influence de la densité de sommets des maillages originaux et de la densité des échantillons sur les temps de calculs de notre méthode de ré-échantillonnage discrète. Les temps de calculs ont été moyennés sur 8 réalisations.

2.5.5 Application du ré-échantillonnage en disques de Poisson au maillage

Afin de prouver la viabilité de l'utilisation d'un ré-échantillonnage en disques de Poisson pour réaliser ensuite un maillage d'une surface, de qualité et qui préserve les caractéristiques géométriques, nous proposons une évaluation de la fidélité des maillages générés par rapport aux surfaces originales. Nous évaluons la fidélité géométrique et la qualité visuelle, et comparons nos résultats avec ceux obtenus par la méthode de remaillage (Valette et al. 2008). La triangulation des échantillons suit le principe exposé dans notre article (Peyrot et al. 2014a). Nous utilisons les outils de référence METRO (Cignoni et al. 1998) et *MEPP* (Lavoué et al. 2012), pour mesurer respectivement, la *RMSE (Root Mean Square Error)* entre le maillage original et le maillage obtenu en triangulant les échantillons générés par notre méthode, et la *MSDM2 (Mesh Structural Distorsion Measure 2)*, qui évalue la qualité visuelle du maillage obtenu après triangulation.

La Figure 2.22 présente les mesures de *RMSE*, calculées sur 8 réalisations différentes, générées par notre technique de ré-échantillonnage en disques de Poisson. Pour les surfaces les moins complexes (FANDISK et ROCKER ARM), (Valette et al. 2008) obtient des erreurs moins élevées, mais notre méthode reconstruit la surface originale plus fidèlement pour les deux autres surfaces, qui ont des genres élevés (SOCKET et AXLE). De plus, SOCKET et AXLE générés avec (Valette et al. 2008) contiennent des flips de triangles, *a contrario* de notre approche.

En parallèle, la Figure 2.23 compare la qualité visuelle des maillages générés à partir de nos échantillonnages. Pour chacun des quatre modèles utilisés, notre méthode réalise des maillages visuellement meilleurs que ceux produits par la méthode (Valette et al. 2008), puisque les *MSDM*2 mesurées sur nos maillages sont toujours plus faibles. On peut constater l'absence de valeur pour le maillage AXLE maillé avec la méthode (Valette



FIGURE 2.22 – Fidélité géométrique (RMSE normalisées) de quatre modèles maillés à partir des échantillons générés par notre méthode de ré-échantillonnage ou avec la méthode (Valette et al. 2008).

et al. 2008) car celui-ci n'est pas 2-variété (l'outil *MEPP* (Lavoué et al. 2012) utilisé ne gère pas ce genre de maillages).



FIGURE 2.23 – Qualité visuelle (MSDM2) de quatre modèles maillés à partir des échantillons générés par notre méthode de ré-échantillonnage ou avec la méthode (Valette et al. 2008).

Nous avons aussi comparé les *RMSE* et *MSDM*2 sur les modèles MASK et FERTILITY, qui n'ont pas de saillances (voir Figure 2.18, page 65). Les valeurs de *RMSE* et de *MSDM*2 sont données respectivement aux Figures 2.24 et 2.25. On peut constater que les erreurs géométriques introduites par la méthode (Valette et al. 2008) sont plus élevées que les nôtres, mais les maillages générés par (Valette et al. 2008) sont visuellement de meilleure qualité pour MASK. Ceci confirme que la méthode (Valette et al. 2008) améliore la géométrie et l'aspect visuel des maillages grâce à la relaxation utilisée qui permet d'uniformiser la forme et l'aire des triangles, mais au détriment de la fidélité géométrique.



FIGURE 2.24 – Fidélité géométrique (RMSE normalisées) de deux modèles maillés à partir des échantillons générés par notre méthode de ré-échantillonnage ou avec la méthode (Valette et al. 2008).



FIGURE 2.25 – Qualité visuelle (MSDM2) de deux modèles maillés à partir des échantillons générés par notre méthode de ré-échantillonnage ou avec la méthode de (Valette et al. 2008).

2.6 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons amélioré les méthodes incrémentales de type *Dart Throwing*, en matière de qualité d'échantillonnage et de temps de calculs. Les divers résultats expérimentaux prouvent l'efficacité de notre méthode, et mettent en évidence l'intérêt de ce genre de techniques, qui est adapté pour réaliser un échantillonnage intelligent, permettant de limiter le sur-échantillonnage grâce aux disques de Poisson. L'avantage de notre contribution, est que le principe de la discrétisation de la surface peut s'étendre à d'autres types de surfaces pour réaliser des échantillonnages en disques de Poisson, telles que des surfaces implicites, ou encore des nuages de points 3D denses, générés par les systèmes de numérisation actuels. En effet, les surfaces implicites permettent de définir de manière continue (*i.e.* de manière infiniment discrète) la surface originale, et les

nuages denses générés par les systèmes actuels correspondent à une discrétisation très fine de la surface scannée. De plus, nous avons montré que l'utilisation d'un échantillonnage en disques de Poisson est viable pour atteindre *in fine* notre objectif, qui consiste à mailler une surface acquise avec un système de numérisation stéréoscopique. En effet, les maillages générés à partir de nos échantillonnages, présentent une qualité visuelle et géométrique si ce n'est égale, meilleure que celle des maillages obtenus avec la méthode de l'état de l'art (Valette et al. 2008). De ce fait, le chapitre suivant présente l'adaptation de cette technique de ré-échantillonnage de maillages aux systèmes stéréoscopiques, qui permet d'optimiser la numérisation de surfaces 3D, tout en restreignant le domaine d'échantillonnage aux plans des images stéréoscopiques.

3 Echantillonnage de surfaces à partir des images stéréoscopiques

0	
SOMM	ATRE

3.1	Principe général de notre méthode d'échantillonnage				
3.2	2 Présentation détaillée des différentes étapes				
	3.2.1	Création de l'image binaire I	77		
	3.2.2	Détection des zones de fortes courbures	78		
	3.2.3	Classification des pixels	79		
	3.2.4	Calcul des coordonnées 3D	84		
	3.2.5	Echantillonnage adaptatif	84		
3.3	Résul	TATS EXPÉRIMENTAUX	86		
	3.3.1	Résultats visuels	86		
	3.3.2	Analyse spectrale des distributions	87		
	3.3.3	Evaluation et comparaison des temps de calculs	92		

E chapitre présente notre technique d'échantillonnage de surfaces, réalisé directement à partir d'images stéréoscopiques obtenues à l'aide d'un scanner 3D. Cette méthode est une adaptation de la technique de *Dart Throwing* présentée au chapitre 2, et permet de simplifier la chaîne d'échantillonnage classique, tout en optimisant le volume de données générées. De plus, l'échantillonnage en disques de Poisson permet de générer à partir d'un système stéréoscopique une distribution 3D possédant de bonnes propriétés de bruit bleu, tout en préservant les caractéristiques géométriques des surfaces scannées. Plusieurs résultats expérimentaux sont présentés, afin de démontrer l'efficacité de nos contributions. La section 3.1 présente l'approche proposée pour réaliser des distributions en disques de Poisson pour surfaces à partir des images stéréoscopiques. L'échantillonnage est réalisé dans le domaine pixellique, mais tient compte de la géométrie de la surface lors des calculs des distances. Cette technique s'approche ainsi des techniques d'échantillonnage basées sur une paramétrisation, et permet de simplifier la chaîne de rééchantillonnage classique car aucun maillage n'est nécessaire, comme le montre la Figure 3.1.



Chaîne complète de ré-échantillonnage de maillages en disques de Poisson.



Chaîne complète d'échantillonnage de surfaces comportant notre méthode d'échantillonnage à partir des images stéréoscopiques.

FIGURE 3.1 – *Comparaison des différentes étapes nécessaires pour échantillonner une surface lorsqu'on utilise notre approche directe 3D (en haut), présentée au chapitre précédent, et notre approche basée sur les images stéréoscopiques (en bas), présentée dans ce chapitre.*

De plus, l'utilisation d'un échantillonnage en disques de Poisson préservant les caractéristiques géométriques de la surface, améliore la distribution d'échantillons 3D générée. La section 3.1 explique le principe général de notre méthode basée sur les images stéréoscopiques. Puis, la section 3.2 détaille les différentes étapes de cette méthode. Enfin, la section 3.3 présente plusieurs résultats expérimentaux, avec une comparaison des qualités des distributions générées, ainsi que des temps de calculs, par rapport à notre méthode directe 3D présentée au chapitre 2 et une approche naïve où l'échantillonnage est réalisé entièrement sur les images.

3.1 Principe général de notre méthode d'échantillonnage

Nous présentons dans cette section le principe général de notre méthode d'échantillonnage basée sur les images stéréoscopiques, qui se décompose en cinq étapes, comme l'illustre la Figure 3.2 :

- une phase d'appariement des deux images stéréoscopiques, qui permet de détecter les pixels associés à un point 3D. Cet ensemble de pixels est appelé *région Pixels Of Interest (POI)*; on génère ainsi une image binaire *I* de même résolution que les images stéréoscopiques, du type *POI/POI*, où *POI* désigne les pixels des images stéréoscopiques qui ne font pas partie de la région *POI*;
- une détection des zones de fortes courbures, réalisée en 2D sur la région *POI* de l'image *I*, générant ainsi une image de courbure *I*₀;
- une détection des intersections et extrémités des squelettes de ces zones de fortes courbures, réalisée sur l'image *I*₀, afin de classer les pixels de la région *POI* en trois classes distinctes : *corners, sharp features* et *smooth regions*;
- une étape de reconstruction 3D, réalisée à partir des images stéréoscopiques, afin de calculer les coordonnées 3D des points associés aux pixels de la région *POI*;
- 5. un échantillonnage adaptatif de type *Dart Throwing*, réalisé en 2D sur la région *POI* de l'image *I*, et guidé par la classification réalisée précédemment, et par l'information géométrique 3D du nuage de points.



FIGURE 3.2 – Principe général de notre méthode d'échantillonnage de surfaces à partir des images stéréoscopiques.

3.2 Présentation détaillée des différentes étapes

3.2.1 Création de l'image binaire I

Grâce à la phase d'appariement présentée au chapitre 1 (page 20), on peut déterminer l'ensemble des paires de pixels des deux images stéréoscopiques, qui sont les projetés d'un même point 3D de la scène observée. Ainsi, sur chacune des deux images stéréoscopiques, on peut définir une région *POI*. On génère ainsi une image binaire *I* de même résolution que l'image stéréoscopique choisie (le choix de l'image est arbitraire), et qui différencie les pixels de la région *POI* (ayant la valeur 1) des autres pixels appartenant à la région \overline{POI} (ayant la valeur 0). La Figure 3.3 illustre sur l'image stéréoscopique gauche d'une statuette, la détection de sa région *POI* grâce à la phase d'appariement, ainsi que l'image binaire *I* correspondante.



a) Image stéréoscopique gauche.





b) Image stéréoscopique droite.



c) Région POI de l'image gauche.
 d) Image binaire I de l'image gauche.
 FIGURE 3.3 – Région POI sur une image stéréoscopique et l'image binaire I associée.

3.2.2 Détection des zones de fortes courbures

La deuxième étape de notre technique d'échantillonnage consiste à séparer les pixels de la région *POI* de l'image *I* en fonction des valeurs de courbures associées à leurs points de correspondances 3D.

La technique utilisant les votes de tenseurs de normales est utilisée, en se basant sur la méthode (Park et al. 2012) qui est adaptée aux nuages de points 3D. Cette méthode requiert la connaissance des normales 3D associées aux pixels de la région POI. La méthode (Daval et al. 2013) permet de calculer les normales 3D à partir des images générées par la caméra d'un système de numérisation par lumière structurée, et peut être étendue aux systèmes stéréoscopiques. Cette technique se base sur la technique (Song et Chung 2010) qui projette une grille régulière de lignes sur la surface de l'objet 3D. Cette grille est ensuite réfléchie sur le plan image d'une caméra. Comme le montre la Figure 3.4, l'un des points d'intersection A_p entre deux lignes de la grille du projecteur, se projette sur la surface de l'objet au point A, ce dernier est ensuite réfléchi sur le plan image de la caméra au point A_c . La caméra et le projecteur étant tous deux calibrés, les auteurs calculent les vecteurs tangents t_x et t_y au point A suivant les deux directions de la grille, et la normale 3D au point A sur la surface de l'objet est tout simplement égale au produit vectoriel de ces deux vecteurs tangents t_x et t_y .



FIGURE 3.4 – Principe général de la technique (Daval et al. 2013), permettant de calculer les normales 3D, à partir d'un système de numérisation par lumière structurée sans utiliser d'information tridimensionnelle (image extraite de (Daval et al. 2013)).

Une fois les normales 3D calculées pour tous les pixels de la région *POI*, on applique la technique (Park et al. 2012) : un tenseur *T* est calculé pour chaque pixel *p* de coordonnées (u, v) de la région *POI* suivant l'équation

$$T = \sum_{u'=u-n}^{u'=u+n} \sum_{v'=v-n}^{v'=v+n} \overrightarrow{N}' . \overrightarrow{N}'^{T}, \qquad (3.1)$$

où \overrightarrow{N}' est la normale 3D associée au pixel voisin p' de coordonnées (u', v'), et *n* est la dimension du voisinage de *p* à prendre en compte dans la région *POI*. Une fois les trois valeurs propres du tenseur *T* calculées avec l'opérateur Jacobi (Press et al. 1992), et triées dans l'ordre décroissant $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ (λ_2 et λ_3 sont respectivement les valeurs de courbures maximale et minimale au pixel *p*), il est possible de distinguer les pixels dont les correspondances 3D font partie d'une zone de fortes courbures.

Contrairement à notre méthode de ré-échantillonnage de maillages surfaciques, il n'est pas possible à ce stade de classer les pixels dans les trois classes *corners*, *sharp features* et *smooth regions*, à cause du manque d'information topologique. Un seuillage de la valeur $\gamma = \frac{\lambda_2 + \lambda_3}{\lambda_1}$ permet de différencier les pixels dont les correspondances 3D se trouvent sur une zone de fortes courbures des autres pixels : si $\gamma \ge 0,05$ alors le point 3D correspondant au pixel *p* se trouve sur une zone de fortes courbures.

De plus, afin de diminuer les temps de calculs, nous avons parallélisé cette technique sur GPU à l'aide de l'Algorithme 1, présenté page 80. L'image I_0 est générée à partir de I en mettant à la valeur 2 les pixels qui ont des correspondances dans des zones de fortes courbures. Plusieurs exemples seront présentés à la fin de la section 3.2.3, page 79.

3.2.3 Classification des pixels

Dans le but d'appliquer notre technique de Dart Throwing sur la région POI de l'image I, et afin de prendre en compte les caractéristiques géométriques des surfaces originales, une détection de squelettes parallélisée sur GPU (Zhang et Suen 1984), est appliquée sur l'image I_0 . Le squelette consiste en un ensemble de pixels d'épaisseur infiniment fine, qui présente la même topologie que la forme initiale auquelle il appartient, et qui représente l'ensemble des lignes médianes, c'est-à-dire l'ensemble des points équidistants de deux points de la frontière. Cette technique consiste à retirer de manière itérative les pixels des contours des zones de fortes courbures suivant l'Algorithme 2, présenté page 81. Cet algorithme alterne deux sous-étapes à chaque itération pour conserver la connectivité des régions de fortes courbures, évitant ainsi d'éliminer l'ensemble des pixels des contours en une seule itération, qui pourrait "ronger" le squelette. En notant k le nombre d'itérations successives nécessaires pour générer les squelettes des zones de fortes courbures à partir de l'image I_0 , on obtient l'image I_k des squelettes (les pixels des squelettes ont la valeur 2 et les pixels retirés par l'algorithme sont ré-initialisés à la valeur 1).

Une fois l'image I_k obtenue, les intersections et extrémités des squelettes sont détectées avec un algorithme parallélisé sur GPU. Le principe de cet algorithme consiste à calculer pour chaque pixel p d'un squelette le

Algorithme 1 : Détection des pixels associés aux zones de fortes cour-				
bures.				
 Input : Image <i>I</i>, la dimension du voisinage n et les normales 3D N' associées aux pixels de la région <i>POI</i>. Output : Image <i>I</i>₀ distinguant les pixels dont les correspondances 3D se trouvent sur des zones de fortes courbures. 				
$I_0 \leftarrow I;$ /*Début section parallèle	*/			
for tout pixel $I^{(u,v)}$ de I do				
if $I^{(u,v)} \in POI$ then				
$T_{3\times 3} \leftarrow 0_{3\times 3};$				
for $u' = u - n \rightarrow u + n$ do				
for $v' = v - n \rightarrow v + n$ do				
$ \begin{bmatrix} \mathbf{if} \ I^{(u',v')} \in POI \ \mathbf{then} \\ T_{3\times 3} = T_{3\times 3} + \overrightarrow{N}'.\overrightarrow{N}'^{T}; \end{bmatrix} $				
$\lambda_{1\times 3} \leftarrow Jacobi(T_{3\times 3});$				
Sort $\lambda_{1\times 3}$;				
$\gamma \leftarrow \frac{\lambda_2 + \lambda_3}{\lambda_1};$				
$\begin{bmatrix} \mathbf{if } \gamma \ge 0,05 \mathbf{ then} \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $				
/*Fin section parallèle	*/			
return I ₀ ;				

nombre de ses pixels voisins qui font aussi partie d'un squelette. Si ce nombre est supérieur ou égal à 3, alors on considère que le pixel p se trouve à une intersection de plusieurs squelettes. Si ce nombre est égal à 1, alors p se trouve à une extrémité d'un squelette : voir Figure 3.5, page 82. Les pixels détectés comme étant une intersection ou l'extrémité d'un squelette sont initialisés à la valeur 3 dans l'image I_k . Ensuite, les pixels de l'image I_k sont classés dans les 3 classes comme suit :

- les pixels se trouvant aux intersections ou aux extrémités des squelettes (de valeur 3) sont classés dans la classe *corners*;
- les autres pixels des squelettes (de valeur 2) sont classés dans la classe sharp features;
- les autres pixels POI sont classés dans la classe smooth regions.

Les étapes de détection des zones de fortes courbures et de classification des pixels de la région *POI* ont été réalisées sur les trois modèles TUBE, BOITE et MUR qui ont été obtenus à l'aide d'un scanner stéréoscopique : voir Figure 3.6, page 83. Les colonnes de gauche et de droite présentent respectivement les images de courbure I_0 et de classification I_k . On constate grâce aux Figures 3.6 *d*), *f*) et *h*) par comparaison avec les images stéréoscopiques, que les zones en bleues correspondent bien aux zones de fortes courbures (le modèle TUBE ne contient aucune zone de

```
Input : Image I<sup>0</sup> générée par l'étape précédente.
Output : Image I_k contenant les squelettes des zones de fortes
           courbures de l'image I_0.
k \leftarrow 1;
parite \leftarrow 1;
while true do
                                                  /* Boucle infinie */
    I_k = I_{k-1};
    /* -----Début section parallèle----- */
    for tout pixel I_{k-1}^{(u,v)} = 1 \ de \ I_{k-1} do
         \{I_{k-1}^{ngbr}, \downarrow_{k-1}^{(u,v-1)}, I_{k-1}^{(u+1,v-1)}, I_{k-1}^{(u+1,v)}, I_{k-1}^{(u+1,v+1)}, I_{k-1}^{(u,v+1)}, I_{k-1}^{(u-1,v+1)}, I_{k-1}^{(u-1,v)}, I_{k-1}^{(u-1,v-1)}\}; 
        /* Nombre de transitions 1 \rightarrow 2 en parcourant
             le 8-voisinage I^{ngbr}
                                                                                */
        nb transition \leftarrow 0;
        nb_ngbrs_features \leftarrow 0;
        for i = 0 \rightarrow 7 do
            if I^{ngbr}[i] == 1 et I^{ngbr}[(i+1)\%8] == 2 then
             nb\_transition = nb\_transition + 1;
            if I^{ngbr}[i] == 2 then
             nb_ngbrs_features = nb_ngbrs_features + 1;
        if nb\_transition == 1 et nb\_ngbrs\_features \in [2, 6] then
            if parite % 2 == 0 then
                /* Contours nord-ouest et sud-est
                                                                                */
                if I^{ngbr}[0] \times I^{ngbr}[2] \times I^{ngbr}[4] == 0 et
                I^{ngbr}[2] \times I^{ngbr}[4] \times I^{ngbr}[6] == 0 then
                   L I_k^{(u,v)} = 1; 
            else
                /* Contours nord-est et sud-ouest
                                                                                */
                if I^{ngbr}[0] \times I^{ngbr}[2] \times I^{ngbr}[6] == 0 et
                I^{ngbr}[0] \times I^{ngbr}[4] \times I^{ngbr}[6] == 0 then
                  /* -----Fin section parallèle-----
                                                                                */
    if I_k = I_{k-1} then
     return I<sub>k</sub>;
    k \leftarrow k + 1;
    parite \leftarrow parite + 1;
```



FIGURE 3.5 – Technique utilisée pour différencier les extrémités et les intersections entre les squelettes.

fortes courbures), mais la présence de congés dans les surfaces scannées rend cette segmentation peu précise (zones épaisses). Grâce à l'étape de classification, une segmentation plus fine des différentes zones de courbure est possible et permet de classer les pixels dans les trois classes définies précédemment. En effet, on voit sur les Figures 3.6 *e*), *g*) et *i*) que les intersections et extrémités des squelettes ont bien été segmentées. En effet, les images I_k contiennent plusieurs squelettes, qui suivent les directions des fortes courbures. Ces squelettes aideront la phase d'échantillonnage à préserver les caractéristiques géométriques des surfaces que l'on souhaite scanner.



FIGURE 3.6 – Présentation des étapes de détection des zones de fortes courbures et de classification des pixels de la région POI. a), b) et c) Images stéréoscopiques gauches respectives des modèles TUBE, BOITE et MUR, obtenus à partir de notre scanner stéréoscopique; d), f) et h) images de courbure I_0 associées, avec les zones de fortes courbures en bleues; e), g) et i) images de classification I_k associées : les pixels blancs, rouges et bleus sont respectivement classés dans la classe smooth regions, sharp features et corners.

3.2.4 Calcul des coordonnées 3D

La phase de triangulation présentée au chapitre 1, page 20, calcule l'ensemble des coordonnées 3D des points de la surface à partir des paires de pixels de la région *POI*. Ce nuage de points 3D permet de guider la phase d'échantillonnage lors des calculs de distances géodésiques, et ainsi de générer un échantillonnage possédant de bonnes propriétés de bruit bleu, tout en réalisant l'échantillonnage sur le domaine pixellique des images stéréoscopiques.

3.2.5 Echantillonnage adaptatif

La région *POI* de l'image I_k (qui est constituée des mêmes pixels que celle de l'image binaire *I*) constitue le domaine d'échantillonnage Ω . L'échantillonnage en disques de Poisson se base sur le même algorithme que la méthode de ré-échantillonnage de maillages surfaciques présentée au chapitre 2, page 42. Il faut cependant que la formulation du rayon minimal *R* soit modifiée pour réaliser l'échantillonnage directement sur les images stéréoscopiques.

Le domaine d'échantillonnage Ω n'est plus l'ensemble discret des sommets du maillage original subdivisé, mais l'ensemble des pixels de la région *POI* de l'image I_k . Cependant, dans le but de générer des distributions avec de bonnes propriétés de bruit bleu, les distances entre les échantillons ne sont pas calculées dans le domaine d'échantillonnage Ω , mais dans l'espace 3D, grâce à l'utilisation du nuage de points 3D généré par l'étape précédente de calcul des coordonnées 3D.

La formule du rayon des disques donnée par l'équation (2.2) page 48, est modifiée pour tenir compte du manque de topologie et de connectivité inhérente à l'image I_k . On suit le même raisonnement qu'à la section 2.3.2 du chapitre 2, page 48 pour formuler le nouveau rayon minimal R. A partir du nombre d'échantillons souhaités N, on calcule l'écart horizontal δ_i et vertical δ_j entre les échantillons dans le cas où un échantillonnage uniforme est réalisé sur toute l'image stéréoscopique, formant ainsi une grille $\mathbb{N}_{\delta_i} \times \mathbb{N}_{\delta_j}$, comme l'illustre la Figure 3.7. N_i et N_j y désignent le nombre d'échantillons par ligne et par colonne, sachant que $N_i \times N_j = N$. Pour prendre en compte le fait que le domaine d'échantillonnage Ω n'est constitué que des pixels de la région *POI*, les intervalles δ_i et δ_j sont divisés par la grandeur $\frac{L \times H}{CardPOI}$, où *CardPOI* représente le nombre de pixels de la région *POI*. Le rayon minimal R est ensuite exprimé suivant l'équation

$$R = \frac{1}{3} \cdot max(\delta_i, \delta_j) \cdot space_reso,$$
(3.2)

où *space_reso* désigne la résolution spatiale du scanner (notre scanner a une résolution spatiale de 0,3 millimètre), afin d'exprimer le rayon minimal dans l'espace 3D, puisque les distances inter-échantillons sont calculées dans celui-ci.

Pour réaliser l'échantillonnage adaptatif, les valeurs de courbures sont réutilisées suivant le même principe qu'au chapitre 2, page 42, pour définir les rayons des disques suivant l'équation



FIGURE 3.7 – Distribution uniforme d'échantillons dans l'image stéréoscopique.

$$R = \frac{1}{3} \cdot max(\delta_i, \delta_j) \cdot space_reso.(1 + e^{C.\lambda_2} + e^{C.\lambda_3}), \quad (3.3)$$

où *C* est un réel négatif. On a conservé les valeurs C = -8,0 pour des pixels de la classe *sharp features* et C = -6,0 pour ceux de la classe *smooth regions*. Les pixels de la classe *corners* ont pour rayon la valeur *R* donnée par l'équation (3.2).

La méthode d'échantillonnage est similaire à celle présentée au chapitre précédent, et l'algorithme (Dijkstra 1959) est ré-utilisé pour calculer les distances géodésiques entre les échantillons. Dans ce cas, l'algorithme de Dijkstra utilise la connectivité implicite du domaine d'échantillonnage 2D Ω pour trouver de proche en proche le plus court chemin entre deux échantillons. En effet, on peut voir l'image I_k comme une maille 2D où chaque pixel a une valence égale à 8 du fait de son 8-voisinage (ou moins si c'est un pixel de bord). En revanche, les distances géodésiques entre les échantillons sont calculées de proche en proche dans l'espace 3D. Ainsi, la distance géodésique entre deux échantillons 2D, n'est pas la distance euclidienne les séparant dans l'espace de l'image I_k , mais la somme des longueurs des segments 3D correspondants aux segments du plus court chemin généré par (Dijkstra 1959) dans l'image I_k , comme l'illustre la Figure 3.8.



FIGURE 3.8 – Calcul de la distance géodésique sur le nuage de points 3D, en utilisant la connectivité implicite de l'image I_k .

3.3 Résultats expérimentaux

3.3.1 Résultats visuels

Nous présentons tout d'abord, plusieurs distributions en disques de Poisson générées avec cette méthode. Les trois modèles TUBE, BOITE et MUR, présentés à la Figure 3.6, page 83, ont été échantillonnés avec des densités de 500, 1k et 5k échantillons. Les distributions 2D et 3D, superposées sur les images stéréoscopiques gauches, sont présentées aux Figures 3.9, 3.10 et 3.11. Les pourcentages d'échantillonnage des trois classes *corners, sharp features* et *smooth regions,* ainsi obtenus sont donnés à la Table 3.1.

 TABLE 3.1 – Importance de l'échantillonnage en fonction des classes de courbures (P.E. signifie Pourcentage d'Echantillonnage). Les régions POI des modèles TUBE, BOITE et MUR contiennent respectivement 251004, 561952 et 413152 pixels.

Modèles	Densité	P.E.	P.E.	P.E.
		des corners	des sharp features	des smooth regions
Tube	500			0,19
	1k			0,39
	5k			1,99
	500	60,70	2,88	0,11
Boite	1k	82,14	4,40	0,23
	5k	89,29	10,79	1,19
Mur	500	66,60	3,80	0,08
	1k	72,21	5,89	0,16
	5k	83,30	12,82	0,85

On observe à la Figure 3.9 une répartition uniforme des échantillons sur la surface du modèle TUBE. En effet, 100% des pixels de la région *POI* se trouvent dans la classe *smooth regions* (voir la Table 3.1), on peut aussi remarquer l'absence de zones de fortes courbures à la Figure 3.6 d), page 83. Cependant, on peut constater sur la distribution à 5k échantillons, que certaines parties sont dépourvues d'échantillons, à cause de la spécularité de la surface : la forte luminosité dans ces zones rend difficile l'appariement, et ne fait donc pas partie de la région *POI*.

Concernant le modèle BOITE, on constate Table 3.1 que pour les densités 1k et 5k échantillons, plus de 80% des *corners* et entre 4 et 10% des *sharp features* ont été conservés lors de l'échantillonnage. La Figure 3.10 présente le cas des échantillonnages du modèle BOITE qui comporte une ligne de forte courbure, visible sur la Figure 3.6 f), page 83. On constate bien sur les distributions 3D de 500 et de 1k échantillons une différence de distances entre les échantillons qui sont placés suivant la ligne de courbure et ceux qui se trouvent sur les côtés.

Le modèle Mur est plus complexe car il contient des zones saillantes et beaucoup de congés, comme on peut le constater sur les squelettes à la Figure 3.6 i), page 83. La Figure 3.11 montre que les zones d'intersections sont préservées dans les échantillonnages 2D puisqu'on distingue bien la

forme du modèle, et que plus de 83% des *corners* ont été conservés lors de l'échantillonnage de densité 5k échantillons, comme l'indique la Table 3.1. Par exemple, on voit très nettement sur les distributions 3D de 500 et 1k échantillons qu'il existe des lignes d'échantillons le long des saillances, et que ces lignes correspondent bien aux congés présents sur cette surface.

3.3.2 Analyse spectrale des distributions

Cette section a pour but principal la validation de notre méthode d'échantillonnage basée sur les images stéréoscopiques, en matière de qualité d'échantillonnage. Pour cela, on compare la qualité spectrale des échantillonnages générés avec la méthode proposée et ceux générés avec la méthode de ré-échantillonnage direct de maillages présentée au chapitre 2, page 42, qui est en quelque sorte la vérité terrain. De plus, on compare aussi la qualité de nos échantillonnages avec ceux générés par l'approche naïve, qui consiste à échantillonner l'espace des images, sans tenir compte de la géométrie 3D (*i.e.* les distances entre les échantillons sont calculées avec une métrique euclidienne sur les images directement). Notre technique d'échantillonnage est en fait, une version hybride entre la technique purement 3D présentée au chapitre 2 et cette approche naïve 2D. Des distributions ont été générées sur les modèles Tube, Boite et Mur avec des densités de 500 et 1k échantillons. Les PSMR et les anisotropies correspondantes ont été calculées avec notre outil d'analyse, et sont présentées aux Figures 3.12, 3.13 et 3.14, respectivement page 91, 91 et 92.

Quel que soit le modèle utilisé, l'approche naïve qui échantillonne la région *POI* et calcule les distances avec une métrique euclidienne, génère des distributions de très mauvaise qualité : on constate que les PSMR correspondantes ne présentent aucune des caractéristiques d'un bruit bleu. De plus, les anisotropies ne sont pas constantes et évoluent en fonction de la distance entre les échantillons.

Notre approche hybride génère des distributions qui présentent de bonnes propriétés de bruit bleu : en effet, les PSMR sont proches de celles obtenues avec notre méthode de ré-échantillonnage de maillages. On constate cependant une plus forte variation des PSMR autour de la valeur 1, due au bruit de mesure des normales 3D, qui influe sur la taille des disques utilisés lors de l'échantillonnage.

De plus, on observe que les anisotropies sont plus élevées. Ceci était prévisible car les régions *POI* sur lesquelles notre technique hybride travaille, sont composées de trous, à cause de l'effet de spécularité. Au contraire, les maillages 3D utilisés par notre méthode de ré-échantillonnage direct de maillages sont ouverts mais ne contiennent pas ces trous.

Ces analyses mettent en évidence l'efficacité de cette technique hybride, qui produit une qualité d'échantillonnage proche de la méthode de rééchantillonnage direct de maillages. Ceci en évitant l'approche naïve qui consiste à n'utiliser aucune information tridimensionnelle, et qui comme on vient de le prouver, n'est pas adaptée pour échantillonner des surfaces 3D.



Image stéréoscopique gauche.



Distribution 2D de densité 500 échantillons.



Distribution 2D de densité 1k échantillons.



Distribution 2D de densité 5k échantillons.



Image binaire I de l'image gauche.



Distribution 3D de densité 500 échantillons.



Distribution 3D de densité 1k échantillons.



Distribution 3D de densité 5k échantillons.

FIGURE 3.9 – Distributions obtenues avec notre méthode d'échantillonnage pour systèmes stéréoscopiques sur le modèle TUBE.



Image stéréoscopique gauche.



Distribution 2D de densité 500 échantillons.



Distribution 2D de densité 1k échantillons.



Distribution 2D de densité 5k échantillons.



Image binaire I de l'image gauche.



Distribution 3D de densité 500 échantillons.



Distribution 3D de densité 1k échantillons.



Distribution 3D de densité 5k échantillons.

FIGURE 3.10 – Distributions obtenues avec notre méthode d'échantillonnage pour systèmes stéréoscopiques sur le modèle BOITE.



Image stéréoscopique gauche.



Distribution 2D de densité 500 échantillons.



Distribution 2D de densité 1k échantillons.



Distribution 2D de densité 5k échantillons.



Image binaire I de l'image gauche.



Distribution 3D de densité 500 échantillons.



Distribution 3D de densité 1k échantillons.



Distribution 3D de densité 5k échantillons.

FIGURE 3.11 – Distributions obtenues avec notre méthode d'échantillonnage pour systèmes stéréoscopiques sur le modèle Mur.



Densité de 1k échantillons.

FIGURE 3.12 – Evaluation de la qualité d'échantillonnage de notre méthode hybride, pour le modèle TUBE. Les PSMR et anisotropies en décibels correspondantes à deux densités d'échantillons sont présentées : 500 échantillons et 1k échantillons.



Densité de 1k échantillons.

FIGURE 3.13 – Evaluation de la qualité d'échantillonnage de notre méthode hybride, pour le modèle BOITE. Les PSMR et anisotropies en décibels correspondantes à deux densités d'échantillons sont présentées : 500 échantillons et 1k échantillons.



Densité de 1k échantillons.

FIGURE 3.14 – Evaluation de la qualité d'échantillonnage de notre méthode hybride, pour le modèle Mur. Les PSMR et anisotropies en décibels correspondantes à deux densités d'échantillons sont présentées : 500 échantillons et 1k échantillons.

3.3.3 Evaluation et comparaison des temps de calculs

Afin de tester la rapidité de notre technique hybride, nous présentons à la Table 3.2, page 93, les temps de classification et d'échantillonnage pour les approches 2D, 3D et hybride. On constate que l'étape de classification des pixels de notre méthode hybride est aussi rapide que celle de la méthode naïve, puisque la même technique (Park et al. 2012) est utilisée. Grâce à la parallélisation sur GPU utilisée, la classification réalisée par notre méthode hybride est plus rapide que celle réalisée par la méthode de ré-échantillonnage direct 3D pour TUBE et BOITE, sauf pour MUR, à cause de la grande disparité du nombre de tenseurs qui sont calculés. En effet, la région *POI* compte 413152 pixels alors que le maillage subdivisé utilisé par la méthode de ré-échantillonnage direct 3D ne comporte que 23535 sommets.

Concernant l'étape d'échantillonnage, notre technique hybride est la moins rapide pour des densités d'échantillons élevés, puisqu'elle parcourt le plus court chemin entre deux échantillons dans l'espace 3D, et calcule de proche en proche les distances. On constate par contre que pour de faibles densités d'échantillons, notre technique hybride est plus rapide que la méthode de ré-échantillonnage direct 3D, grâce à la connectivité implicite de notre domaine d'échantillonnage 2D Ω , ce qui est un résultat très satisfaisant.

TABLE 3.2 – Comparaison des temps de calculs, lors de l'étape de classification et d'échan-tillonnage en disques de Poisson. Ces temps de calculs représentent des moyennes obte-nues sur 8 réalisations, avec un processeur Intel Core i3 CPU 2.30 GHz doté de 4 GB deRAM, et une carte graphique NVIDIA GeForce 610M d'horloge 900 MHz dotée d'uneVRAM de 2 GB.

Modèles	Densité	Méthode	Temps de	Temps
			classification	d'échantillonnage
			(en secondes)	(en secondes)
		Naïve 2D	0,4496	0,53
	500	Hybride	0,4177	2,309
		Directe 3D	0,748	3,931
		Naïve 2D	0,4336	0,577
Tube	1k	Hybride	0,4174	3,869
		Directe 3D	0,733	6,146
		Naïve 2D	0,4028	0,967
	5k	Hybride	0,4334	19,610
		Directe 3D	0,7334	8,143
		Naïve 2D	0,7221	0,966
	500	Hybride	0 <i>,</i> 7393	4,415
		Directe 3D	0 <i>,</i> 905	5,428
		Naïve 2D	0,6909	1,046
Boite	1k	Hybride	0 <i>,</i> 7379	7,722
		Directe 3D	0,920	7,270
		Naïve 2D	0,7233	1,825
	5k	Hybride	0 <i>,</i> 7380	35,864
		Directe 3D	0 <i>,</i> 905	12,231
		Naïve 2D	0,9667	1,31
	500	Hybride	0,8880	8,751
		Directe 3D	0,375	1,295
		Naïve 2D	0,9043	1,513
Mur	1k	Hybride	0 <i>,</i> 9038	17,706
		Directe 3D	0,358	1,809
		Naïve 2D	0,9047	2,698
	5k	Hybride	0,9191	120,9
		Directe 3D	0,358	1,903

4 Conclusion de cette partie et perspectives

DANS cette partie, nous avons exposé au chapitre 2, plusieurs contributions concernant les techniques incrémentales de type *Dart Throwing* pour le ré-échantillonnage de maillages surfaciques en disques de Poisson. Notre technique utilise un domaine discret, contrairement à la plupart des méthodes de l'état de l'art. Nous avons montré au fil des résultats expérimentaux que les distributions générées par notre méthode sont de grande qualité et possèdent de bonnes propriétés de bruit bleu, tout en préservant les saillances des maillages originaux. Grâce à une approximation discrète des métriques géodésiques et une optimisation lors de la génération des disques sur la surface, notre algorithme parvient à être plus précis et plus rapide que les méthodes incrémentales existantes. Cette méthode peut s'étendre à d'autres types de surfaces, comme les nuages de points 3D denses générés par les systèmes de numérisation 3D actuels dus à leur sur-échantillonnage, mais une surface continue peut aussi servir de surface originale en adaptant la métrique géodésique.

Nos expérimentations mettent cependant en évidence certains points à améliorer, comme l'indépendance de notre technique d'échantillonnage à la régularité des distributions de sommets des maillages originaux. Une solution possible consisterait à appliquer des subdivisions de façon locales et non globales : c'est-à-dire ne subdiviser que les zones présentant une faible densité de sommets sur la surface originale. Ceci permettrait d'atténuer la variation de densité rencontrée pour des maillages très irréguliers, comme le modèle BUNNY.

Dans ce même chapitre, nous avons aussi proposé une amélioration de la précision d'un outil existant d'analyse différentielle d'échantillonnages de surfaces. Ceci est rendu possible grâce à l'utilisation de l'algorithme de Dijkstra lors des calculs des distances entre les échantillons, et d'une combinaison de subdivisons *Midpoint* plus *Dithering*, afin d'éliminer le bruit de quantification propre aux méthodes géodésiques discrètes. Nos

résultats expérimentaux prouvent l'efficacité de cette combinaison, particulièrement pour des maillages présentant de nombreuses caractéristiques géométriques (arêtes saillantes, coins, points d'inflexion), et dont la distribution de sommets est très régulière.

Les diverses expérimentations ont permis de valider l'utilisation de cet échantillonnage en disques de Poisson pour réaliser une technique de maillage de surfaces, qui conserve les caractéristiques géométriques et minimise le nombre de sommets des représentations maillées obtenues. De ce fait, et dans le but d'intégrer cet échantillonnage dans les systèmes de numérisation 3D actuels, nous avons essayé d'adapter cette technique purement 3D aux systèmes stéréoscopiques en réalisant cet échantillonnage directement sur les images stéréoscopiques.

Au chapitre 3, nous avons donc présenté une contribution pour échantillonner une surface 3D à partir d'un système stéréoscopique. L'idée consiste à utiliser comme domaine d'échantillonnage la région POI des images stéréoscopiques. Notre Dart Throwing utilise l'algorithme de Dijkstra en s'adaptant au manque de connectivité. Nous avons montré avec les résultats expérimentaux que les distributions générées par cette méthode hybride possèdent de bonnes propriétés de bruit bleu, même si leurs anisotropies restent élevées, à cause des trous à l'intérieur des régions POI. Cependant, notre méthode hybride réalise un bon compromis entre une utilisation totale de l'espace 2D des images stéréoscopiques, qui amoindrit les propriétés de bruit bleu, mais est très rapide, et l'utilisation d'une technique purement 3D qui est certes très efficace pour générer des distributions de qualité, mais qui est totalement inadaptée aux systèmes stéréoscopiques. De plus, notre échantillonnage hybride permet de s'affranchir des différentes étapes nécessaires pour échantillonner de façon classique une surface 3D, ce qui réduit considérablement la chaîne d'échantillonnage 3D classique. Nous avons donc prouvé que l'utilisation d'une technique d'échantillonnage en disques de Poisson hybride, permet de réduire le volume de données générées et d'éviter ainsi l'utilisation d'un sur-échantillonnage, tout en préservant les caractéristiques géométriques des surfaces 3D.

Nos expérimentations permettent aussi de mettre en évidence certains points à améliorer, comme l'indépendance de notre technique d'échantillonnage à la phase d'appariement, et le fait que cette technique requiert à la fois les normales et le nuage de points 3D (qui sont extraites des images stéréoscopiques) pour calculer les distances géodésiques.

Deuxième partie

Reconstruction semi-régulière de surfaces par stéréoscopie

INTRODUCTION

Sommaire

	-				
1.1	Conti	XTE GÉNÉRAL	- 99		
1.2	Etat de l'art sur le (re)maillage semi-régulier de sur-				
	FACES		100		
	1.2.1	Etat de l'art des méthodes de maillage semi-régulier	104		
	1.2.2	Etat de l'art des méthodes de remaillage semi-régulier	107		
1.3	Objec	TIFS DE CETTE DEUXIÈME PARTIE	114		

E chapitre présente le contexte général de notre travail sur la reconstruction semi-régulière de surfaces à partir d'images stéréoscopiques. Les bases théoriques sur les maillages semi-réguliers et l'état de l'art des méthodes de (re)maillage semi-réguliers sont donnés pour comprendre les différentes notions abordées tout au long de cette partie. Ensuite sont présentés les différents objectifs que l'on s'est fixés et les contributions proposées pour les atteindre.
1.1 CONTEXTE GÉNÉRAL

En vision par ordinateur, la représentation des objets et des scènes à l'aide de maillages surfaciques triangulaires est très utilisée, car les triangles qui composent ces maillages sont des formes très simples et sont aussi nativement supportés par les cartes graphiques. La plupart des maillages sont créés soit à partir des nuages de points générés par les systèmes d'acquisition tels que des scanners 3D, soit à partir de surfaces implicites ou encore à l'aide de logiciels de création 3D. Tous ces outils, bien que très performants, ne s'efforcent pas à distribuer de façon uniforme les sommets, ou à créer une connectivité de subdivision adaptée aux méthodes de compression, mais seulement à représenter la surface avec le plus de fidélité possible, au détriment du volume de données générées. Avec la constante amélioration des techniques de numérisation 3D, le volume de données ne cesse de croître, ce qui explique la nécessité de créer des algorithmes de compression de plus en plus performants pour optimiser à la fois le transfert, l'occupation en mémoire physique et le traitement de ces données.

Ces problèmes ont rapidement mis en évidence le besoin d'une représentation plus compacte des données, qui peut s'adapter aux différents supports de transmission et de stockage. Cette représentation est la représentation semi-régulière, qui combine la représentation multi-résolution (i.e. plusieurs niveaux de détails géométriques) permettant de gérer ces représentations de façon plus optimale, et la connectivité semi-régulière qui permet d'optimiser les algorithmes de compression et donc de diminuer les coûts de transfert et de stockage. La représentation semi-régulière décrit un maillage avec plus ou moins de détails en fonction du niveau de résolution. Ainsi, la scalabilité en résolution permet une progressivité dans l'affichage, la compression ou la transmission des données, tout en conservant la fidélité et le réalisme de cette représentation. On peut par exemple, afficher un objet 3D avec plus ou moins de détails selon sa distance à l'écran, ce qui permet d'économiser de la mémoire et de diminuer les temps de traitement et de transfert lors de la visualisation, comme l'illustre la Figure 1.1.



FIGURE 1.1 – Evolution du niveau de détails utilisé pour visualiser le modèle RABBIT, en fonction de sa distance à l'écran.

L'autre avantage de cette représentation est que l'information topologique nécessaire pour générer le maillage d'une résolution à la suivante est implicite. Comme décrit dans l'état de l'art (Payan et al. 2014) sur les techniques de remaillage semi-régulier, la connectivité semi-régulière est d'un grand intérêt pour de nombreuses applications telles que le rendu d'objets 3D à différents niveaux de détails (Certain et al. 1996), les techniques de segmentation (Roudet et al. 2006), le tatouage de maillages (Wang et al. 2008), ou encore la visualisation temps-réel de données urbaines massives (Gesquiere et Manin 2012).

Dans la suite de ce chapitre, la section 1.2 présente les notions théoriques sur la représentation semi-régulière, ainsi que l'état de l'art sur le (re)maillage semi-régulier. Puis la section 1.3 précise les objectifs à atteindre pour optimiser la chaîne de numérisation 3D.

1.2 Etat de l'art sur le (re)maillage semi-régulier de surfaces

Nous présentons, dans un premier temps les notions théoriques sur la représentation semi-régulière de surfaces, nécessaires à la compréhension de la suite de cette partie. Dans toute la suite, on notera M_L un maillage original semi-régulier, et M_l un maillage à la résolution $l \leq L$ donnée.

Les maillages semi-réguliers sont utilisés dans de nombreux domaines tels que la compression (Khodakovsky et al. 2000), (Kammoun et al. 2012), l'édition interactive (Zorin et al. 1997), le rendu 3D (Wand et al. 2002), etc.

Le premier intérêt des maillages semi-réguliers est le fait que la topologie et donc l'information de connectivité est définie implicitement à partir de celle du maillage basse résolution M_0 , qui représente de façon grossière (*i.e.* avec peu de triangles) la surface originale. Cette topologie implicite repose sur l'utilisation d'une subdivision quaternaire (Zorin et Schröder 2000) qui permet, à partir du maillage M_l , de générer la connectivité du maillage M_{l+1} de résolution supérieure. La subdivision quaternaire consiste à ajouter un nouveau sommet au milieu de chaque arête du maillage M_l , et de les connecter pour obtenir 4 triangles à la résolution supérieure, comme l'illustre la Figure 1.2. Enfin, la géométrie du maillage M_{l+1} est modifiée en déplaçant les sommets, afin d'augmenter le niveau de détails du maillage M_{l+1} , et de réduire les erreurs de reconstruction. La Figure 1.3 montre les quatre premières résolutions de la représentation semi-régulière du modèle DINOSAUR.

Le deuxième avantage de cette représentation est la quasi-régularité des maillages correspondants aux différentes résolutions, qui permet d'optimiser les techniques d'analyse multi-résolution telles que la transformée en ondelettes, communément utilisée par les techniques de compression de maillages (Payan et Antonini 2006).



FIGURE 1.2 – Principe de la subdivision quaternaire (2 niveaux de subdivision).



FIGURE 1.3 – Présentation des 4 premiers niveaux de résolution du maillage semi-régulier DINOSAUR.

L'analyse multi-résolution de maillages utilise deux filtres d'analyse pour décomposer le maillage M_L en deux sous-ensembles : un filtre passebas et un filtre passe-haut. Le filtrage passe-bas génère le maillage de résolution inférieure M_{L-1} dont la géométrie est moins détaillée par rapport à celle du maillage original M_L , et le filtrage passe-haut extrait des coefficients qui décrivent les détails perdus par M_L lors du filtrage passe-bas : cette information est nécessaire lors de la synthèse pour reconstruire le maillage M_L à partir du maillage M_{L-1} . Cette étape de filtrage, appliquée récursivement L fois sur le maillage de résolution inférieure, permet d'obtenir une représentation multi-échelles du maillage original M_L comportant L + 1 maillages (*i.e.* niveaux de résolution) et L ensembles de coefficients de détails. On a ainsi décomposé l'information géométrique du maillage original M_L dans un espace spatio-fréquentiel. La Figure 1.4 illustre le principe de l'analyse et de la synthèse multi-résolution sur le modèle RABBIT.



FIGURE 1.4 – Analyse multi-résolution et synthèse du modèle RABBIT (avec 2 niveaux de décomposition).

A partir des travaux novateurs (Lounsbery et al. 1997) sur l'extension des transformées en ondelettes aux maillages, de nombreuses implémentations ont été proposées pour réaliser ces transformées en ondelettes sur des maillages surfaciques semi-réguliers (Khodakovsky et al. 2000), dont notamment des techniques utilisant le schéma *lifting* qui se base principalement sur le schéma de *Loop* (Khodakovsky et al. 2000) ou de *Butterfly* (Sweldens 1998), et dont le principe est expliqué ci-dessous.

En notant \mathbf{V}_l l'ensemble des sommets du maillage M_l à la résolution l, l'application d'un schéma *lifting* sur M_l génère le maillage de résolution inférieure M_{l-1} (filtre passe-bas) défini par son ensemble de sommets \mathbf{V}_{l-1} , et une sous-bande de coefficients en ondelettes, notée \mathbf{D}_l (filtre passe-haut), grâce aux trois étapes suivantes (le schéma de *Butterfly* est donné à titre d'exemple) :

- séparation de l'ensemble de sommets V_l en deux sous-ensembles V⁰_l et V¹_l, représentés respectivement par des points noirs et oranges sur la Figure 1.5. L'ensemble V⁰_l contient l'ensemble des sommets du futur maillage de résolution inférieure M_{l-1}, tandis que l'ensemble V¹_l contient les futurs coefficients D_l;
- prédiction des positions des sommets de l'ensemble V_l¹ à l'aide du masque de *Butterfly*. Les coefficients de pondération pour le masque de *Butterfly* (Sweldens 1998) sont donnés à la Figure 1.5 pour chacun des 8 sommets de l'ensemble V_l⁰. Les erreurs de prédiction



FIGURE 1.5 – Masque du schéma de subdivision de Butterfly (Sweldens 1998), avec w le poids de déformation. Les points noirs et oranges désignent respectivement les sommets des ensembles \mathbf{V}_l^0 et \mathbf{V}_l^1 . Le vecteur vert correspond au vecteur différence entre le point réel et le point prédit, ses coordonnées sont stockées dans la sous-bande de coefficients \mathbf{D}_l .

commises, c'est-à-dire les coordonnées du vecteur différence entre le point réel et le point prédit sont stockées dans la sous-bande de coefficients en ondelettes D_l ;

3. mise à jour (optionnelle) des positions des sommets de l'ensemble V_l⁰ grâce à un opérateur de mise à jour *U* en utilisant la sous-bande de coefficients en ondelettes D_l. On obtient alors le maillage de résolution inférieure M_{l-1}, défini par l'ensemble de sommets V_{l-1}.

La synthèse est l'opération inverse, et consiste à reconstruire la géométrie du maillage original M_L à partir du maillage basse fréquence M_0 et des L sous-bandes de coefficients en ondelettes. A une résolution donnée l, le même schéma que celui utilisé lors de l'analyse (dans notre exemple *Butterfly*) est appliqué sur le maillage de résolution inférieure M_{l-1} , pour obtenir un maillage intermédiaire M'_l , correspondant à une prédiction du maillage de résolution supérieure M_l . La différence de géométrie entre la version prédite M'_l et le maillage réel de même résolution M_l a été stockée dans la sous-bande de coefficients en ondelettes \mathbf{D}_l lors de l'analyse multirésolution. Ainsi, pour retrouver le maillage réel M_l , il suffit de modifier la géométrie du maillage de prédiction M'_l en ajoutant les coefficients de détails \mathbf{D}_l .

Comme expliqué plus haut, les travaux (Lounsbery et al. 1997) ont révélé l'importance des maillages semi-réguliers, notamment pour la compression, en étendant l'analyse multi-résolution aux maillages. De ce fait, de nombreuses méthodes de remaillage semi-régulier sont apparues dans la littérature. Dans la suite, un état de l'art des techniques de (re)maillage semi-régulier est présenté, en distinguant les techniques suivant la représentation initiale des surfaces. En effet, on peut distinguer les techniques qui maillent des données qui ne possèdent pas d'information topologique, comme les nuages de points, les images paramétriques, les cartes de profondeurs, des techniques qui remaillent un maillage irrégulier. Les techniques de remaillage peuvent être considérées comme des cas particuliers des techniques de maillage, où la donnée initiale est déjà maillée.

1.2.1 Etat de l'art des méthodes de maillage semi-régulier

On cite les principales méthodes utilisant une représentation originale de la surface sous forme d'images multi-vues obtenues avec un système de numérisation 3D, de nuages de points et de cartes de profondeur.

La technique (Park et al. 2013) réalise un maillage semi-régulier, à partir d'images multi-vues d'une scène ou d'un objet. L'idée principale consiste à combiner une méthode de reconstruction de type *Multi-View Stereo (MVS)* qui utilise une correspondance entre les pixels des images multi-vues, et une méthode utilisant la notion de reflectance de la surface *Shape from Shading* comme par exemple (Zhang et al. 2002). Pour cela, les auteurs utilisent une structure composée de deux caméras, d'un ensemble de lumières et d'une table pivotante sur laquelle repose l'objet scanné. Comme le montre la Figure 1.6, la table pivotante permet d'obtenir plusieurs images de l'objet à différents angles de vue, tandis que l'ensemble de lumières dont une seule est allumée à un instant donné permet de générer plusieurs niveaux d'éclairage de la même scène.



FIGURE 1.6 – Structure utilisée pour acquérir des images (image extraite de (Park et al. 2013)).

La première étape de cette méthode consiste à générer un maillage de base de l'objet scanné. Pour cela, la technique *Structure from Motion* (Snavely et al. 2006) est d'abord utilisée pour générer le nuage de points de l'objet reconstruit. Ensuite une carte de profondeur est créée grâce à la méthode *MVS* (Hernandez et al. 2008) pour construire le maillage de base. La se-conde étape est la création d'une paramétrisation par *charts* qui consiste à paramétriser avec le moins de distorsion possible la surface du maillage de base en la partitionnant, comme expliqué dans (Zhou et al. 2004) : une illustration de la paramétrisation obtenue est donnée à la Figure 1.7.

Finalement, à partir de la paramétrisation 2D et d'une estimation des normales 3D à la surface en chaque point du maillage de base, un raffinement est réalisé sur l'espace paramétrique 2D en utilisant une minimisation d'énergie pour contraindre la position des points dans l'espace 3D. Ainsi, cette méthode génère des maillages semi-réguliers de haute qualité en fusionnant les avantages des méthodes géométriques et photométriques, grâce à l'utilisation d'une paramétrisation globale de la surface de l'objet.

La technique (Pietroni et al. 2011) permet de générer des paramétrisations globales applicables à différents types de surfaces, comme les surfaces implicites, les maillages polygonaux, les nuages de points générés



FIGURE 1.7 – Illustration des charts définis sur la surface du maillage de base, ainsi que la paramétrisation obtenue (image extraite de (Park et al. 2013)).

par des scanners 3D, etc. Les auteurs présentent une application de cette technique de paramétrisation au maillage semi-régulier quadrangulaire de surfaces. Le principe de cette méthode, schématisé à la Figure 1.8 consiste à paramétriser chaque image de distances (nuage de points d'une vue stéréoscopique par exemple) vers un domaine paramétrique 2D, en tenant compte des artefacts aux frontières des différentes images. En effet, lors de



FIGURE 1.8 – Principe de la méthode (Pietroni et al. 2011). Un ensemble d'images de distances (nuages de points par exemple) U^i est généré. Ensuite, chaque image U^i est paramétrisée dans un domaine planaire 2D grâce à la bijection c^i , en tenant compte des contraintes de distorsion pour générer au final une paramétrisation globale. A droite est présenté un résultat de remaillage quadrangulaire (image extraite de (Pietroni et al. 2011)).

la paramétrisation d'une surface vers un domaine planaire paramétrique, un ensemble de disques topologiques pris sur la surface sont parametrisés indépendamment, ce qui génère des duplications pour les points de la surface se trouvant aux frontières des disques topologiques. De ce fait, pour générer une paramétrisation globale robuste, il convient de gérer ces zones de frontières et d'imposer des conditions par rapport aux changements de coordonnées paramétriques lors du passage d'un disque à l'autre. Pour tenir compte des quatre orientations possibles d'un référentiel donné et des différentes positions des repères locaux sur le domaine paramétrique, il faut imposer que ce changement de coordonnées paramétriques se fasse suivant une rotation d'angle $\frac{k\pi}{2}$ radians et une translation de valeur entière. Les auteurs proposent de calculer cette paramétrisation en minimisant une contrainte sur les gradients suivant l'équation

$$E(q) = \min_{q} \sum_{T} A_{T} . ||\Delta q^{T} - w^{T}||^{2},$$
(1.1)

avec *T* un triangle d'une image de distances (les images de distances ont été triangulées), Δq le gradient au point complexe de coordonnées paramétriques $q = u + \sqrt{-1}v$, et *w* le vecteur complexe représentant les deux directions de gradient.

On peut également citer la méthode (Boubekeur et al. 2006) qui propose une nouvelle structure de subdivision, appelée *Volume-Surface tree (VS-tree)*. Cette structure permet de s'affranchir des artefacts rencontrés lors de l'utilisation des structures classiques de subdivision comme la structure *octree* (Jackins et Tanimoto 1980). La Figure 1.9 illustre les artefacts générés par une subdivision par *octree* à gauche, et la subdivision obtenue avec la nouvelle structure *VS-tree*. En effet, une subdivision par *octree* de l'espace englobant une surface, crée des zones d'aires différentes car les parties de la surface inclues à l'intérieur des feuilles de la structure *octree* ne sont pas toutes alignées selon ses directions de subdivision. La structure proposée *VS-tree* combine un *octree* et des structures *quadtree* : la structure *octree* permet de subdiviser de façon grossière la surface, une structure *quadtree* est utilisée lorsque la surface englobée par une cellule de l'*octree* peut être projetée sur le plan du *quadtree* sans distorsion.



par octree

Segmentation de la surface par VS-tree

FIGURE 1.9 – Disparité des aires des surfaces segmentées par l'utilisation d'un arbre octree et d'une structure VS-tree (image extraite de (Boubekeur et al. 2006)).

Les auteurs utilisent la structure *VS-tree* pour créer à partir de nuages de points, des maillages semi-réguliers sans passer par des étapes de remaillage. La phase de maillage est guidée par la structure *VS-tree*, préalablement construite, afin d'améliorer la qualité des maillages semi-réguliers produits par rapport aux techniques utilisant des structures de subdivision classiques, qui sont très utilisées pour diminuer les temps de calculs, lorsque les nuages de points ont une très forte densité. Cette technique commence tout d'abord par créer un maillage grossier, avant

de réaliser plusieurs étapes de raffinement pour générer la connectivité du maillage semi-régulier final. Cette étape de raffinement utilise les structures *quadtree* contenues dans le *VS-tree* pour déterminer la position des nouveaux sommets ajoutés par subdivision suivant l'algorithme PNtriangle (Vlachos et al. 2001). Cette technique a l'avantage de générer un maillage semi-régulier directement à partir du nuage de points, et est aussi plus rapide et efficace que les méthodes de l'état de l'art utilisant une surface implicite.

On peut également citer les travaux (Zhang et al. 2010) qui paramétrisent un nuage de points en minimisant une fonctionnelle d'énergie afin de réaliser une triangulation 2D sur l'espace de paramétrisation et ainsi générer la connectivité du maillage en 2D.

1.2.2 Etat de l'art des méthodes de remaillage semi-régulier

La plupart des méthodes de remaillage semi-régulier se décompose en deux étapes, comme l'illustre la Figure 1.10 (Payan et al. 2014) :

- génération du complexe de base M_b correspondant à une version grossière du maillage original irrégulier M_{ir} que l'on souhaite remailler;
- subdivision *Midpoint* des triangles du complexe de base M_b et repositionnement des sommets nouvellement générés sur la surface du maillage irrégulier M_{ir}. Cette étape est ré-itérée jusqu'à obtenir la résolution de détails voulue.



FIGURE 1.10 – Principe du remaillage semi-régulier. A gauche est présenté le maillage original avec une connectivité irrégulière, et à droite sa version remaillée avec une connectivité semi-régulière (image extraite de (Roudet et Payan 2011)).

Du fait que presque tous les remailleurs utilisent une paramétrisation du maillage irrégulier M_{ir} , nous distinguerons les différentes techniques en trois grandes catégories suivant que la méthode utilise un partitionnement de M_{ir} , une paramétrisation locale (*i.e.* par triangle) ou globale (*i.e.* sur l'ensemble de la surface).

Les méthodes utilisant un partitionnement reposent pour la plupart sur un partitionnement de Voronoï centroïdal pour former les *patches* les plus uniformes possibles.

Une première approche de remaillage semi-régulier pour des surfaces de topologie arbitraire a été proposée par Lounsbery dans (Lounsbery et al. 1997). Cette méthode étend les techniques de compression basées ondelettes aux surfaces de subdivision. Leur technique de remaillage ne réalise aucune simplification du maillage original, car le complexe de base M_b est fournit par l'utilisateur, ce qui lui impose de connaître *a priori* la topologie du maillage original afin que M_b ait la même topologie. Une autre limitation est que le complexe de base M_b n'est pas forcément adapté à la surface du maillage original en ne conservant pas certains détails géométriques tels que les arêtes saillantes. Ceci entraîne un nombre de coefficients plus important pour reconstruire fidèlement la surface originale, au détriment des taux de compression.

(Eck et al. 1995) proposent une généralisation des travaux de Lounsbery aux maillages de topologie arbitraire, avec une connectivité de subdivision ou non. Les auteurs garantissent une erreur de remaillage inférieure à un certain seuil de tolérance. Leur méthode repose sur la création d'un partitionnement de Voronoï utilisant une métrique géodésique sur la surface du maillage original M_{ir} et d'une paramétrisation de ce dernier sur le complexe de base M_b , qui en tenant compte des aspects de compression, permet de minimiser le nombre de coefficients en ondelettes. Dans le but de garantir une triangulation valide des sites de Voronoï et de générer une paramétrisation globalement continue sur la surface du complexe de base M_b , les auteurs utilisent la méthode *Harmonic map* (Maillot et al. 1993) qui leur permet de réduire la complexité en travaillant dans l'espace 2D.

Quelques années plus tard, la méthode (Gioia 1999) renforce la contrainte sur les coefficients d'ondelettes afin de minimiser leur nombre et ainsi d'améliorer les taux de compression des maillages semi-réguliers. L'auteur met l'accent sur la différence entre les fonctionnelles communément utilisées pour définir des partitions ou des paramétrisations sur les surfaces des maillages et leur aspects géométriques. En effet, les zones de discontinuités de normales doivent être conservées dès la construction du complexe de base M_b , car dans le cas contraire, beaucoup de coefficients en ondelettes sont nécessaires pour reconstruire ces zones, ce qui diminue les taux de compression.

Une autre technique (Kammoun et al. 2010) utilise aussi un partitionnement de Voronoï pour générer le complexe de base M_b . Son originalité réside dans le fait que le partitionnement de Voronoï est utilisé aussi durant les étapes de raffinement pour générer le maillage semi-régulier M_{sr} . Cette technique est composée de deux étapes :

 simplification du maillage irrégulier pour générer le complexe de base *M_b*, à l'aide de l'algorithme de Linde-Buzo-Gray (LBG) (Linde et al. 1980). En partant d'un seul site qui a pour région l'ensemble du maillage irrégulier M_{ir} , cet algorithme divise chaque site de la partition en deux autres sites et relaxe la partition de Voronoï pour mettre à jour le diagramme de Voronoï centroïdal, comme le montre la Figure 1.11 à gauche. De plus, la paramétrisation générée lors de la phase de *vertex collapses* (Lee et al. 1998) est utilisée lors de l'étape de raffinement pour associer un point du complexe de base M_b à un sommet du maillage irrégulier M_{ir} ;



FIGURE 1.11 – Exemple d'un diagramme de Voronoï centroïdal obtenu grâce à l'algorithme LBG (à gauche). Le complexe de base M_b obtenu par triangulation des sites est présenté à droite (image extraite de (Kammoun et al. 2010)).

2. raffinement du complexe de base M_b par subdivisions quaternaires successives de type *Midpoint* (*i.e.* un nouveau sommet est ajouté au centre de chaque arête) et repositionnement des sommets créés sur le maillage irrégulier M_{ir} grâce à la paramétrisation précédemment obtenue. A une résolution donnée l, l'ensemble des sommets du maillage M_l ainsi que ceux nouvellement ajoutés lors de l'étape de raffinement sont considérés comme de nouveaux sites de Voronoï, et une relaxation est appliquée pour mettre à jour le diagramme de Voronoï centroïdal sur la surface de M_{ir} .

On peut aussi citer la méthode proposée par Hidd-Fonteles *et al.* dans (Hidd-Fonteles et al. 2014) et dont un brevet a été déposé. Les auteurs présentent une méthode de remaillage semi-régulier basée sur la relaxation de Lloyd (Lloyd 1982). Cette méthode se base sur un principe similaire à celui proposé par Kammoun *et al.* dans (Kammoun et al. 2010), afin de relaxer les sommets des maillages aux différentes résolutions générées à partir du maillage de base, et ainsi obtenir le maillage semi-régulier le plus uniforme possible en matière d'aire et de forme des triangles.

Les méthodes utilisant une paramétrisation locale utilisent un ensemble de paramétrisations locales (par triangle) lors du raffinement.

La méthode *MAPS* (Lee et al. 1998) propose une application au remaillage semi-régulier adaptatif, en utilisant une paramétrisation de surfaces de topologie arbitraire. Nous détaillons d'abord leur technique de paramétrisation lisse de surfaces avant de présenter leur remailleur semi-régulier. Pour réaliser la paramétrisation et la génération du complexe de base M_{hr} , les auteurs utilisent une étape de simplification du maillage M_{ir} , grâce à une technique de *vertex removal* et de triangulation de Delaunay contrainte. L'étape de vertex removal consiste à enlever de façon récursive au complexe de base M_b , initialement égal à M_{ir} , l'ensemble dit "maximal" des sommets indépendants, c'est-à-dire le plus grand ensemble de sommets dont aucun n'est voisin de l'autre. Ensuite, la connectivité de M_h est mise à jour par une étape de triangulation de Delaunay contrainte, réalisée directement dans un espace paramétrique à l'aide de la technique Conformal map (Duchamp et al. 1997). Ainsi en réalisant une succession de *vertex removals* et de triangulations, on obtient le complexe de base M_b et une paramétrisation locale par triangle qui projette les points supprimés sur le maillage de base. L'avantage de cette méthode est que les zones saillantes des maillages sont conservées lors de la simplification. Enfin, à partir du complexe de base M_b , une technique similaire à (Eck et al. 1995) est employée pour générer le maillage semi-régulier M_{sr} .

Plus tard, (Guskov et al. 2000) ont proposé une méthode efficace pour représenter une surface à l'aide d'un maillage semi-régulier dont la plupart des coefficients en ondelettes ont une composante tangentielle nulle, améliorant ainsi les taux de compression de manière significative. Cette méthode est nommée *Normal Meshes*, et l'idée générale est présentée sur une courbe 2D à la Figure 1.12. On peut voir qu'une courbe 2D peut être



FIGURE 1.12 – Construction d'une représentation multi-échelles de type normale d'une courbe. Commençant avec le segment [(0,0), (0,1)], une subdivision Midpoint est appliquée et le point généré est replacé suivant la direction normale du segment pour se placé au point (1,1). En réitérant cette étape, on arrive à générer une représentation multi-échelles de la courbe avec seulement les deux points (0,0) et (0,1) et trois scalaires correspondant aux longueurs des médiatrices des triangles isocèles (image extraite de (Guskov et al. 2000)).

interpolée par seulement les deux points du segment reliant ses extrémités et trois coefficients réels correspondant aux longueurs des médiatrices des triangles isocèles utilisés lors du raffinement pour interpoler la courbe. Le complexe de base M_b est obtenu via des décimations successives du maillage original grâce à la technique *half-edge collapse* (Garland et Heckbert 1997). De façon similaire à la méthode *MAPS* (Lee et al. 1998), un réseau de courbes est généré sur chaque maillage de la hiérarchie, qui représente la paramétrisation des arêtes du complexe de base M_b sur chacune des surfaces des maillages de la hiérarchie, comme le montre la Figure 1.13 sur un maillage de résolution intermédiaire.

Pour générer le maillage semi-régulier dit "normal" (*i.e.* avec le plus possible de coefficients en ondelettes sans composante tangentielle), plusieurs étapes de subdivision sont ensuite réalisées successivement à partir du



FIGURE 1.13 – Le complexe de base M_b à gauche et le réseau de courbes définissant la paramétrisation des arêtes du complexe de base M_b sur la surface d'un maillage de la hiérarchie à un niveau de résolution intermédiaire à droite (images extraites de (Guskov et al. 2000)).

complexe de base M_b . Comme illustré à la Figure 1.14, le nouveau sommet généré nommé s (en haut à gauche) et sa normale sont calculés pour trouver le point d'intersection q de cette droite avec la surface. Cette méthode réduit de façon drastique la taille des représentations semi-régulières, mais les coefficients qui ne peuvent pas être calculés le long de la normale sont représentés par des composantes 3D usuelles.



FIGURE 1.14 – Calcul des points d'intersection entre la normale et la surface du maillage irrégulier M_{ir} (image extraite de (Guskov et al. 2000)).

Les méthodes utilisant une paramétrisation globale ont l'avantage d'avoir une bijection définie pour tous les sommets du maillage M_{ir} .

Une des premières approches utilisant une paramétrisation globale est la méthode (Gu et al. 2002), qui permet de remailler des surfaces 2-variétés de topologie arbitraire en une structure totalement régulière, appelée image géométrique (*geometry images* en anglais), comme illustré à la Figure 1.15. Cette image géométrique correspond à la paramétrisation du maillage original sur un domaine unitaire carré. La principale difficulté consiste à trouver les chemins de découpe du maillage original, qui permettent ensuite de réaliser la paramétrisation sur un domaine unitaire carré. Cette étape est réalisée de façon itérative en générant un chemin de découpe ρ , puis la paramétrisation est générée en dépliant la surface suivant ρ .



FIGURE 1.15 – Image géométrique du modèle BUNNY (image extraite de (Gu et al. 2002)).

Grâce à cette image géométrique, les auteurs génèrent un maillage régulier en générant deux triangles à partir de quatre pixels voisins. En prenant un voisinage plus grand (*i.e.* un pixel sur deux par exemple), les auteurs peuvent générer un maillage semi-régulier pour faire du rendu 3D par exemple, comme le montre la Figure 1.16.



Image géométrique (257 x 257) Image géométrique (129 x 129) Image géométrique (65 x 65)

FIGURE 1.16 – Maillage semi-régulier obtenu à partir d'images géométriques. Les images géométriques dues à la paramétrisation à plusieurs niveaux de résolution ainsi que les maillages reconstruits sont présentés (image extraite de (Gu et al. 2002)).

On peut aussi citer la méthode (Khodakovsky et al. 2003). La génération du domaine paramétrique initial suit la technique de *vertex removal* utilisée par la méthode *MAPS* (Lee et al. 1998), pour créer le maillage de base au fur et à mesure des simplifications. Lors de la création du maillage de base, un sommet est retiré du maillage intermédiaire à la résolution l, nommé M_l , et une évaluation de la distorsion générée par chacune des différentes possibilités de re-triangulation de son voisinage (voir Figure 1.17) permet de choisir la re-triangulation qui induit le minimum de distorsion. Enfin pour former une paramétrisation globalement lisse, une étape de relaxation est appliquée à la paramétrisation finale.



FIGURE 1.17 – Exemple de re-triangulations possibles du voisinage d'un sommet enlevé par vertex removal (image extraite de (Lee et al. 1998)).

Comme le montre la Figure 1.18, leur technique permet d'obtenir une paramétrisation quasi-globale qui présente moins de discontinuités aux niveaux des frontières des *patches*, par rapport aux méthodes utilisant des paramétrisations locales telles que *MAPS* (Lee et al. 1998) ou encore *Normal Meshes* (Guskov et al. 2000).



FIGURE 1.18 – Paramétrisations produites par a) MAPS (Lee et al. 1998), b) Normal Meshes (Guskov et al. 2000) et c) la méthode (Khodakovsky et al. 2003) (image extraite de (Khodakovsky et al. 2003)).

En 2004, (Friedel et al. 2004) proposent une variante de la méthode (Guskov et al. 2000), qui consiste à trouver un compromis entre des taux de compression de données élevés et des erreurs de reconstruction minimales. En effet, la technique *Normal Meshes* (Guskov et al. 2000) maximise le nombre de coefficients en ondelettes ne possédant qu'une composante normale, c'est-à-dire n'étant définis que par un seul scalaire, au détriment des erreurs de reconstruction dues au fait que cette méthode est interpolante. Les auteurs de la méthode (Friedel et al. 2004) cherchent, à partir d'une paramétrisation de la surface réalisée par la méthode (Khodakovsky et al. 2003) par exemple, à réduire les erreurs de reconstruction tout en minimisant le nombre de coefficients en ondelettes décrits par une composante vectorielle.

Guskov a proposé dans (Guskov 2007) une technique de remaillage semi-régulier qui utilise aussi une paramétrisation globale de la surface du maillage initial. Une première étape de chartification permet de diviser la surface du maillage original en plusieurs régions de Voronoï de façon similaire à l'approche tile-growing (Klein et al. 1997). Mais il ne vérifie les conditions topologiques sur la forme et le voisinage des régions de Voronoï qu'à la fin de leur génération. Lorsqu'une région de Voronoï ne respecte pas les contraintes topologiques comme celle de n'avoir aucun genre par exemple, un autre site est ajouté près du site correspondant et les régions sont à nouveau relaxées pour recalculer le diagramme de Voronoï centroïdal, jusqu'à ce que toutes les régions respectent les contraintes. A partir de la chartification, un complexe de base est construit en reliant les sites dont les régions de Voronoï sont adjacentes. La deuxième étape est la paramétrisation globale d'abord calculée par région de Voronoï en mappant les frontières de celles-ci avec celles du complexe de base M_b . A l'aide d'une optimisation et d'une minimisation d'une métrique de lissage, la paramétrisation globale est construite avec une distorsion minimale. Puis un ré-échantillonnage est réalisé sur l'espace paramétrique pour générer le maillage semi-régulier M_{sr}. Guskov propose une alternative qui contrôle l'anisotropie du maillage semi-régulier, et préserve les aires des triangles dans les zones de fortes courbures, ce qui réduit les erreurs d'approximation sans trop affecter les taux de compression.

Par rapport aux méthodes de l'état de l'art, nos contributions se positionnent dans la catégorie des méthodes de maillage semi-régulier basées sur une paramétrisation. En effet, nous cherchons à éviter les étapes fastidieuses de nettoyage du nuage de points 3D et de maillage de ce dernier, ce qui permet de s'affranchir des informations de connectivité inhérentes à ces structures maillées. De plus, notre approche utilise les images délivrées par un système stéréoscopique qui peuvent être considérées comme des paramétrisations locales de la surface 3D scannée.

1.3 Objectifs de cette deuxième partie

Comme expliqué plus haut, l'objectif principal consiste à améliorer les techniques de numérisation de surfaces 3D. Pour cela, nous générons directement un maillage semi-régulier, à partir des images stéréoscopiques. Cela permet d'éviter ainsi les étapes fastidieuses du nettoyage, de maillage et de remaillage semi-régulier (*c.f.* chapitre 2, page 116). Ensuite, à partir de notre méthode d'échantillonnage en disques de Poisson sur les images stéréoscopiques, présentée au chapitre 3 de la première partie, page 74, nous générons le maillage de base pour tenir compte des caractéristiques géométriques de la surface scannée, à l'aide d'une relaxation de Lloyd (*c.f.* chapitre 3, page 138).

2 Reconstruction semi-régulière de surfaces à partir d'images stéréoscopiques

Sommaire

2.1	Princ	TIPE GÉNÉRAL DE NOTRE MÉTHODE DE RECONSTRUCTION	117		
2.2	Présentation détaillée des différentes étapes				
	2.2.1	Création du maillage de base 2D	119		
	2.2.2	Création du maillage semi-régulier 2D par subdivisions .	123		
	2.2.3	Calculs des coordonnées 3D des sommets du maillage			
		semi-régulier	126		
	2.2.4	Résumé des différentes étapes	128		
2.3	Résultats expérimentaux				
Conclusion					

DANS ce chapitre, nous présentons notre méthode de reconstruction de surface 3D à partir d'un système stéréoscopique. L'objectif principal de notre méthode consiste à générer un maillage semi-régulier, directement à partir des données fournies par un système stéréoscopique, sans utiliser les informations 3D produites par ce dernier (*i.e.* coordonnées des points 3D de la scène, normales 3D, etc.). Nous présentons dans un premier temps la méthode proposée et mettons en évidence ses différences avec l'approche classique de reconstruction de surfaces utilisée par les systèmes stéréoscopiques actuels. Enfin, plusieurs résultats expérimentaux sont présentés pour démontrer l'efficacité de notre technique.

2.1 Principe général de notre méthode de reconstruction

Cette section présente l'approche proposée pour réaliser des maillages semi-réguliers à partir d'un système stéréoscopique en se restreignant à l'utilisation des informations 2D issues de l'acquisition. Notre objectif consiste à simplifier la chaîne de numérisation 3D en proposant une méthode qui génère un maillage semi-régulier directement à partir d'un système stéréoscopique sans passer par les étapes fastidieuses de reconstruction pour obtenir le nuage de points 3D, de nettoyage et de maillage de ce nuage de points et enfin l'étape de remaillage semi-régulier, comme l'illustre la Figure 2.1. Pour cela, notre approche travaille uniquement sur les images stéréoscopiques.



FIGURE 2.1 – Principe général de la chaîne de numérisation 3D classique et objectif de notre méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces.



FIGURE 2.2 – Principe de l'approche classique de reconstruction 3D par stéréoscopie.

Nous rappelons brièvement l'approche classique de reconstruction 3D, illustrée à la Figure 2.2, permettant de générer un nuage de points 3D à partir des images stéréoscopiques, et qui a été expliquée à la section 1.3 du chapitre 1, page 33. Une phase d'appariement (Scharstein et Szeliski 2002) recherche la région *POI* dans les deux images stéréoscopiques générées par le scanner 3D, correspondant aux zones bleues sur la Figure 2.2. Ensuite, une technique de triangulation (Hartley et Zisserman 2004) calcule les coordonnées 3D du point associé à chaque paire de pixels de la région *POI*. Au final, le nuage de points ainsi généré comporte autant de points 3D qu'il y a de paires de pixels dans la région *POI*.



FIGURE 2.3 – Principe de notre méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces 3D par stéréoscopie.

Notre méthode de reconstruction semi-régulière utilise la région *POI* des images stéréoscopiques, générée lors de la phase d'appariement, comme illustré à la Figure 2.3 et comporte trois étapes (en violets sur la Figure 2.3) :

- 1. la première étape réalise un maillage de base 2D sur la région *POI* d'une des deux images stéréoscopiques;
- 2. la seconde étape réalise une subdivision Midpoint du maillage 2D

à la résolution courante pour générer le maillage 2D de résolution supérieure. Cette étape est ré-itérée jusqu'à obtenir un maillage 2D à la résolution souhaitée;

3. la troisième étape calcule les coordonnées 3D des points associés aux sommets (*i.e.* pixels de la région *POI*) appartenant au maillage semi-régulier 2D généré par l'étape précédente. Cette dernière étape utilise la même technique de triangulation (Hartley et Zisserman 2004) que l'approche classique.

Notre méthode de reconstruction génère ainsi un maillage semi-régulier 3D à partir des images stéréoscopiques, au contraire de l'approche classique de reconstruction 3D qui génère un nuage de points. De plus, la densité de sommets du maillage semi-régulier 3D généré par notre méthode de reconstruction est beaucoup plus faible que celle du nuage de points 3D généré par l'approche classique. En effet, notre méthode restreint les calculs des coordonnées 3D aux seuls sommets du maillage semi-régulier 2D généré par la seconde étape, et non à la totalité des pixels de la région *POI* des images stéréoscopiques.

2.2 Présentation détaillée des différentes étapes

2.2.1 Création du maillage de base 2D

Le maillage de base 2D est réalisé sur la région POI d'une des images stéréoscopiques. Cette dernière comporte généralement plusieurs composantes connexes de pixels, comme l'illustre la Figure 2.12 c), page 129, où l'on peut distinguer à l'aide d'un dégradé de verts les 7 composantes connexes de la région POI. Il est nécessaire d'éliminer celles qui correspondent à du bruit de reconstruction, afin d'éviter de générer des maillages semi-réguliers de mauvaise qualité. En effet, des triangles très fins qui relient plusieurs composantes connexes pourraient apparaître et ainsi diminuer la qualité géométrique et visuelle des maillages semiréguliers générés. De ce fait, la première phase consiste à détecter parmi l'ensemble des composantes connexes constituant la région POI, celle qui correspond à la surface scannée et donc la composante connexe à mailler. Cette composante sera dénommée dans la suite composante POI principale et correspond à la composante connexe qui comporte le plus de pixels. La seconde phase consiste à générer sur la composante POI principale la géométrie et la connectivité du maillage de base 2D.

Détection de la composante POI principale

Pour pouvoir détecter la composante *POI* principale, une segmentation parallélisée sur GPU est tout d'abord réalisée (Nazarian). Cette technique consiste à initialiser une image I_0 de même résolution que l'image stéréoscopique avec des valeurs entières différentes : les pixels de la région *POI* ont des valeurs négatives différentes, alors que les autres pixels ont des valeurs positives différentes sauf les pixels de bords qui sont affectés de la valeur 0. Le schéma ci-dessous illustre l'initialisation de l'image I_0 à partir de l'image binaire *I* de résolution (5,5), qui différencie la région *POI* de son complémentaire \overline{POI} sur l'image stéréoscopique (voir Figure 2.12 d) page 129) : on voit qu'une valeur positive est affectée à chaque pixel de type \overline{POI} (pixels gris), sauf les pixels de bords qui ont tous la valeur 0, *a contrario* une valeur négative est affectée à chaque pixel de type \overline{POI} (pixels verts).



Puis, l'image I_0 est mise à jour en remplaçant chaque pixel $I_0^{(u,v)}$ par la valeur minimale parmi ses pixels voisins de même type (*i.e. POI* si le pixel $I_0^{(u,v)}$ appartient à la région *POI* et \overline{POI} sinon), ce qui génère la nouvelle image I_1 . Sur le schéma ci-dessous, on voit la mise à jour du pixel $I_0^{(u,v)}$ dont le 8-voisinage est entouré en rouge; le pixel $I_0^{(u,v)}$ étant de type *POI*, la valeur du pixel $I_1^{(u,v)}$ correspond à la valeur minimale entre le pixel $I_0^{(u,v)} = -12$ et ses trois pixels voisins de type *POI* : $I_0^{(u-1,v)} = -11$, $I_0^{(u-1,v+1)} = -16$ et $I_0^{(u,v+1)} = -17$, d'où $I_1^{(u,v)} = min(-12, -11, -16, -17) = -17$. L'image I_1 ainsi générée est présentée à droite, et l'étape de mise à jour est ré-itérée sur le pixel $I_1^{(u,v)}$ pour former le pixel $I_2^{(u,v)}$ de la troisième image I_2 .



 $I_1^{(u,v)} = \min(-12, -11, -16, -17) = -17$

 $I_2^{(u,v)} = \min(-17, -17, -22, -22) = -22$

La segmentation se termine si l'image reste inchangée après la mise à jour. Comme le montre le schéma ci-dessous, chaque pixel $I_3^{(u,v)}$ aura la même valeur que le pixel $I_2^{(u,v)}$ du fait que les composantes connexes de type *POI* et les composantes connexes de type \overline{POI} sont déjà segmentées : on distingue deux composantes connexes de type *POI* qui ont pour valeur -10 et -22, et on distingue aussi les deux composantes connexes de type \overline{POI} (de valeur 0) qui correspondent aux pixels qui se trouvent sur le fond de l'image stéréoscopique.



 $I_3^{(u,v)} = I_2^{(u,v)}$

Le pseudo-code donné à l'Algorithme 3, page 122, présente la segmentation parallélisée dans un cas plus général où I_k représente l'image segmentée. Grâce à cet algorithme, l'image segmentée I_k permet de mettre en évidence les différentes composantes connexes de chaque type POI et POI, mais permet aussi de distinguer les composantes connexes de type POI du fond de l'image stéréoscopique (valeurs nulles), de celles contenues à l'intérieur d'une composante connexe de type POI (valeurs strictement positives), comme le montre la Figure 2.12 *e*), page 129, avec en dégradé de verts les 7 composantes connexes de type *POI*, et respectivement en gris et en dégradé de rouges les composantes connexes de type POI appartenant au fond de l'image et celles entourées par une composante connexe de type POI. On peut ainsi différencier la composante POI principale en comptant simplement le nombre de pixels dans chaque composante. La composante qui comporte le plus de pixels est la composante POI principale, et les autres composantes sont toutes initialisées à 0 et font donc partie du fond de l'image I_k , comme le montre la Figure 2.12 f), page 129.

Algorithme 3 : Segmentation parallèle des composantes connexes de l'image binaire *I*.

else /* -----Fin section parallèle-----*/ $k \leftarrow 1;$ while *true* do /* Boucle infinie */ /* -----Début section parallèle----- */ for tout pixel $I_{k-1}^{(u,v)}$ de I_{k-1} do *min_neighbor* $\leftarrow I_{k-1}^{(u,v)}$; for tout pixel $I_{k-1}^{(u',v')}$ dans le 8-voisinage de $I_{k-1}^{(u,v)}$ do if $I_{k-1}^{(u',v')}$ et $I_{k-1}^{(u,v)} \in m \hat{e}m e$ type (POI ou \overline{POI}) then if $I_{k-1}^{(u',v')} < m in_{neighbor}$ then $\lim_{k \to 1} m in_{neighbor} \leftarrow I_{k-1}^{(u',v')};$ $I_k^{(u,v)} \leftarrow min_neighbor;$ /* -----Fin section parallèle-----*/ if $I_k = I_{k-1}$ then return *I_k*; $k \leftarrow k + 1;$

Génération de la géométrie et de la connectivité du maillage de base 2D

A partir de l'image segmentée I_k comportant la composante *POI* principale, le maillage de base peut être généré comme suit :

- la géométrie du maillage de base est réalisée à partir de quatre pixels *pxl*₀, *pxl*₁, *pxl*₂ et *pxl*₃. Ces pixels sont initialisés aux quatre coins de l'image segmentée *I_k*, puis chacun de ces pixels est déplacé vers le pixel de la composante *POI* principale qui lui est le plus proche pour former les quatre sommets du maillage de base;
- la connectivité du maillage de base est générée simplement en formant 2 triangles à partir des quatre sommets du maillage de base.

Cependant, du fait de la grande résolution des scanners actuels, la composante *POI* principale peut comporter plusieurs centaines de milliers de pixels, ce qui augmente la complexité et le temps de génération du maillage de base si un algorithme naïf de recherche des plus proches voisins est utilisé, consistant à calculer la distance du pixel référence avec chacun des pixels de la composante *POI* principale. Afin de proposer une technique efficace et rapide, la recherche des plus proches voisins des 4 pixels pxl_0 , pxl_1 , pxl_2 et pxl_3 , est restreinte aux pixels de la frontière de la composante *POI* principale. En effet, seuls les pixels de la frontière de la composante *POI* principale peuvent faire partie des pixels les plus proches des coins de l'image segmentée I_k .

Le pseudo-code pour générer la frontière est donné à l'Algorithme 4. L'idée consiste à détecter les pixels de la composante *POI* principale qui ont dans leurs 8-voisinages au moins un pixel appartenant au fond de l'image segmentée I_k (avec une valeur égale à 0). On peut voir un exemple de frontière (en bleue) à la Figure 2.12 g), page 129.

Algorithme 4 : Détection parallèle de la frontière asociée à la composante *POI* principale de l'image segmentée I_k .

 $\begin{array}{c} \textbf{Input}: \textbf{Image segmentée } I_k \text{ associée à une image stéréoscopique.} \\ \textbf{Output}: \textbf{Image segmentée finale } I_f \text{ avec la frontière de la composante } POI \text{ principale.} \\ \textbf{for tout pixel } I_k^{(u,v)} \text{ de } I_k \text{ do} \\ \hline / \star & ----- Début \text{ section parallèle} & \star / \\ I_f^{(u,v)} \leftarrow I_k^{(u,v)}; \\ \textbf{for tout pixel } I_k^{(u',v')} \text{ dans le 8-voisinage de } I_k^{(u,v)} \text{ do} \\ \hline \textbf{if } I_k^{(u',v')} = 0 \text{ then} \\ \hline I_f^{(u,v)} \leftarrow I_k^{(u,v)} - 1; \\ \hline \text{ break}; \\ / \star & ---- Fin \text{ section parallèle} & \star / \\ \textbf{return } I_f; \end{array}$

2.2.2 Création du maillage semi-régulier 2D par subdivisions

La génération du maillage semi-régulier 2D final s'effectue grâce à une succession de subdivisions et de recherches des plus proches voisins. En effet, notre méthode génére la connectivité du maillage semi-régulier 2D dans l'espace paramétrique 2D, à savoir directement sur les images stéréo-scopiques. Pour générer cette connectivité semi-régulière, nous adoptons une approche *coarse-to-fine*, qui consiste à construire la connectivité au fur et à mesure par subdivisions successives à partir de la connectivité du maillage de base 2D. A une résolution donnée *l*, on applique au maillage de résolution *l* une subdivision *Midpoint* et les nouveaux sommets sont déplacés vers leurs plus proches pixels dans la composante *POI* principale de l'image segmentée I_k , afin de former le maillage de résolution

supérieure l + 1. Cette phase est ré-itérée jusqu'à obtenir un maillage semi-régulier contenant le nombre de résolutions souhaitées.

Les différentes étapes qui conduisent au maillage semi-régulier 2D, depuis l'image segmentée I_k sont illustrées sur l'exemple de la Figure 2.6 avec 3 niveaux de résolution.



FIGURE 2.6 – Génération du maillage semi-régulier 2D. a) Initialisation; b) génération du maillage de base 2D; c) génération de la connectivité du maillage 2D de résolution 1; d) mise à jour de la géométrie du maillage 2D de résolution 1 pour être totalement inclue dans la composante POI principale; e) et f) génération de la connectivté du maillage 2D de résolution 2 et mise à jour de sa géométrie.

Du fait de la présence de trous à l'intérieur de la composante *POI* principale, les pixels ajoutés par subdivisions *Midpoint*, doivent être déplacés vers leurs plus proches pixels de la composante *POI* principale. Pour éviter une recherche exhaustive sur l'ensemble des pixels de la composante *POI* principale (qui peut contenir jusqu'à plusieurs centaines de milliers de pixels), une version de l'algorithme *k-nearest neighbors (kNN)* basée sur une croissance de régions et parallélisée sur GPU est proposée, comme

l'illustre la Figure 2.7. On peut voir que le parcours des pixels lors de la recherche du plus proche voisin du pixel P (flèches violettes), forme des "cercles" concentriques autour de P avec des rayons croissants : les pixels bleus sont visités les premiers, puis les verts et enfin les oranges. Lorsqu'un pixel de la région POI est trouvé, sa distance à P est comparée à celles des autres pixels du cercle courant. Notre méthode de kNN trouve ainsi très rapidement le plus proche voisin de la composante POIprincipale, que le pixel P fasse partie d'un trou ou qu'il se trouve dans le fond de l'image segmentée I_k . L'Algorithme 5, présenté page 126, permet de réaliser cette recherche des plus proches voisins de manière parallèle.



FIGURE 2.7 – Parcours des pixels lors de la recherche du plus proche voisin du pixel P.

A cause des trous à l'intérieur de la composante *POI* principale, la densité de sommets du maillage semi-régulier peut varier de façon très importante, comme illustré sur un zoom à la Figure 2.8. En effet, on peut voir que les triangles du maillage semi-régulier 2D aux niveaux des trous (en rouges) sont très fins et peu réguliers.



FIGURE 2.8 – Illustration des artefacts de reconstruction aux niveaux des zones de trous, lors de la génération du maillage semi-régulier 2D.

Pour diminuer ces artefacts de reconstruction, notre algorithme réalise une approximation de la surface dans les zones de trous. Cette approximation consiste à placer le nouveau sommet généré par subdivision *Midpoint* qui tomberait sur une telle zone, au milieu de l'arête parente aussi bien dans le domaine paramétrique 2D que dans le domaine 3D, comme l'illustre la Figure 2.9. On pourrait aussi utiliser un schéma de subdivision interpolant tel que le schéma de *Butterfly* (Egli et Dussault 2001). De ce fait, la distribution des sommets est plus régulière et le nombre d'artefacts est moindre.

Algorithme 5 : Recherche parallèle des plus proches voisins dans l'image segmentée I_k . **Input** : Image segmentée I_k associée à une image stéréoscopique et un ensemble de N pixels $P_{query} = (I_k^{(u_i,v_i)})_{i=0}^{i=N-1}$ **Output** : L'ensemble de *N* pixels $P_{nearest} = (I_k^{(u'_i, v'_i)})_{i=0}^{i=N-1}$ contenant les plus proches pixels de la composante *POI* principale associés aux pixels de *P*_{query}. /* -----Début section parallèle-----*/ **for** tout pixel $I_k^{(u_i,v_i)} \in P_{query}$ **do** /* Initialisation du pixel $I_k^{(u_i',v_i')} \in P_{nearest}$ */ $I_{k}^{(u_{i}',v_{i}')} \leftarrow -1;$ if $I_{k}^{(u_{i},v_{i})} \in POI$ then $\begin{bmatrix} I_{k}^{(u_{i}',v_{i}')} \leftarrow I_{k}^{(u_{i},v_{i})}; \\ return; \end{bmatrix}$ else *ring_idx* \leftarrow 1; *min_dist* $\leftarrow +\infty$; $\begin{array}{l} \text{index} t \leftarrow +\infty; \\ \text{index} t u e \ \text{do} & /* \ \text{Boucle infinie } */ \\ \text{for tout pixel } I_k^{(u,v)} / \ max(|u_i - u|, |v_i - v|) = ring_idx \ \text{do} \end{array}$ while *true* do for tout pixel $I_k^{(u,v)} / max(|u_i - u|)$ if $I_k^{(u,v)} \in POI$ then $dist \leftarrow ||I_k^{(u,v)} - I_k^{(u_i,v_i)}||_2^2;$ if $dist < min_dist$ then $\lim_{k \to 0} dist;$ $I_k^{(u'_i,v'_i)} \leftarrow I_k^{(u,v)};$ if $I_k^{(u'_i,v'_i)} \ge 0$ then $\lim_{k \to 0} return;$ $ring_idx \leftarrow ring_idx + 1;$ /* -----Fin section parallèle-----Fin section */

La Figure 2.10 présente les résultats obtenus sur l'exemple de la Figure 2.8, on peut constater que la forme des triangles est plus régulière et qu'un grand nombre d'artefacts ont été éliminés. Ces améliorations se constatent aussi à la Figure 2.11, page 127, qui présente les maillages 3D correspondants avant et après l'application de l'approximation proposée.

2.2.3 Calculs des coordonnées 3D des sommets du maillage semirégulier

Pour générer le maillage semi-régulier final, les coordonnées 3D de chaque sommet (*i.e.* pixels) du maillage semi-régulier 2D sont calculées, en utilisant une technique de triangulation, à partir du résultat de l'appa-



Approximation des coordonnées 3D de M $(0,5.(X_A + X_B), 0,5.(Y_A + Y_B), 0,5.(Z_A + Z_B))$

FIGURE 2.9 – Illustration de l'approximation proposée. Le sommet M ajouté après subdivision de l'arête parente [A, B] ne fait pas partie de la région POI, et n'a donc pas de correspondance 3D. On approxime ses coordonnées 3D par celles du milieu du segment composé des points 3D associés aux pixels A et B.



FIGURE 2.10 – Reconstruction semi-régulière après l'approximation proposée pour uniformiser la densité de sommets du maillage semi-régulier 2D.



FIGURE 2.11 – Comparaison des maillages semi-réguliers générés sans et avec l'approximation proposée pour uniformiser la densité de sommets du maillage semi-régulier. a) Maillage semi-régulier 3D à la résolution 6 généré sans approximation; b) maillage semirégulier 3D à la résolution 6 obtenu avec l'approximation.

riement, des paramètres intrinsèques et extrinsèques des caméras stéréoscopiques, comme expliqué à la section 1.3, page 33. Notre méthode évite ainsi la génération d'un maillage 3D dense, car le nuage de points généré par l'approche classique de reconstruction, présentée à la Figure 2.2, page 117, calcule les coordonnées 3D de l'ensemble des pixels de la région *POI*.

2.2.4 Résumé des différentes étapes

Cette section présente des résultats visuels des différentes étapes réalisées par notre méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces. On peut voir un résultat de maillage semi-régulier 2D à la résolution 6 et son équivalent 3D aux Figures 2.12 *j*) et 2.12 *k*), page 129. On peut constater que notre méthode de reconstruction semi-régulière est efficace et fiable pour reconstruire la surface scannée à partir d'un maillage de base composé de seulement 2 triangles.

2.3 Résultats expérimentaux

Les acquisitions ont été réalisées avec le scanner stéréoscopique OptiNumTM RE de la société Noomeo, de résolution spatiale maximale de 0,3 mm et pouvant générer des nuages de points allant de 10k à 500k points, avec des images stéréoscopiques de résolution (1024×768).

Nous présentons tout d'abord à la Figure 2.13, page 130, l'ensemble des résultats obtenus lors de chaque étape du processus de maillage proposé, avec notamment les maillages semi-réguliers 2D et 3D à différents niveaux de résolution. Nous présentons ensuite plusieurs reconstructions semi-régulières réalisées sur divers types de surfaces : les Figures 2.14, page 131, 2.15, page 132 et 2.16, page 133, présentent respectivement le maillage semi-régulier généré à partir du modèle STATUETTE, VISAGE et MUR.

On constate que la forme des deux triangles du maillage de base influence la densité de sommets des maillages aux résolutions supérieures, comme on peut le voir sur le modèle MUR. On remarque aussi que les zones dépourvues de correspondances 3D ont été approximées correctement.

De plus, nous voyons en bas de ces Figures, les maillages 3D texturés qui permettent d'avoir une représentation réaliste des surfaces scannées. Notons que les textures sont en niveaux de gris, car le scanner stéréoscopique que nous utilisons ne génère pas d'images stéréoscopiques couleur. Ces maillages texturés sont réalisés à l'aide de la connectivité du maillage semi-régulier 2D que nous générons sur l'image stéréoscopique. Cette connectivité lie les pixels de l'image stéréoscopique (*i.e.* qui est aussi l'image de texture) aux sommets du maillage semi-régulier. Donc la paramétrisation requise pour plaquer l'image stéréoscopique sur le maillage 3D est implicite, ce qui en fait l'un des principaux avantages de notre méthode de reconstruction semi-régulière. En effet, la plupart des méthodes de plaquage de textures requièrent des algorithmes très complexes pour pouvoir générer l'image de texture associée.



a) Image stéréoscopique gauche.



b) Région POI associée à l'image stéréoscopique gauche.



d) Image binaire distinguant la région POI de la région POI.



f) Détection de la composante POI principale et de ses composantes \overline{POI} .



h) Maillage semi-régulier de base 2D (résolution 0).



j) Maillage semi-régulier 2D (résolution 6).



c) *Différentiation des* 7 *composantes connexes POI avec un dégradé de verts.*



e) Différentiation des composantes connexes POI et POI.



g) Détection de la frontière de la composante POI principale.



i) Maillage semi-régulier de base 3D (résolution 0).



k) Maillage semi-régulier 3D (résolution 6).

FIGURE 2.12 – Présentation des différentes étapes réalisées par notre mailleur semirégulier pour générer le maillage semi-régulier 3D.

130 Chapitre 2. Reconstruction semi-régulière de surfaces à partir d'images stéréoscopiques



Image stéréoscopique gauche.



Composantes connexes POI et POI en gradients de couleurs avec frontière.



Maillage 3D de base.



Maillage semi-régulier 3D (résolution 3).



Maillage semi-régulier 3D (résolution 6).



Composantes connexes POI et \overline{POI} en gradients de couleurs.



Maillage 2D de base.



Maillage semi-régulier 2D (résolution 3).



Maillage semi-régulier 2D (résolution 6).



Maillage semi-régulier texturé.

FIGURE 2.13 – Résultats des différentes étapes de notre méthode de reconstruction semirégulière sur le modèle PORTE.



Image stéréoscopique gauche.



Résolution 2.



Résolution 6.



Maillage de base.



Résolution 4.



Maillage semi-régulier texturé. FIGURE 2.14 – Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de reconstruction semirégulière sur le modèle STATUETTE.



Image stéréoscopique gauche.



Résolution 2.



Résolution 6.

régulière sur le modèle VISAGE.



Maillage de base.



Résolution 4.



Maillage semi-régulier texturé. FIGURE 2.15 – Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de reconstruction semi-



FIGURE 2.16 – Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de reconstruction semirégulière sur le modèle Mur.

Résolution 6.

Maillage semi-régulier texturé.

Nous évaluons maintenant les erreurs de reconstruction des maillages semi-réguliers générés, à l'aide de l'outil Metro (Cignoni et al. 1998). Les résultats des RMSE pour les maillages de résolution 6 sont présentés à la Table 2.1. Les erreurs de reconstruction sont calculées en référence des maillages obtenus en maillant les nuages de points 3D denses, générés par le scanner stéréoscopique, comme illustré à la Figure 2.17. On constate que, même si les maillages semi-réguliers générés ressemblent visuellement à leurs surfaces respectives, les erreurs de reconstruction sont élevées, puisque les RMSE sont supérieures à 0,04 pour les trois premiers modèles. En revanche, le maillage semi-régulier généré à partir du modèle Porte est relativement fidèle géométriquement à la surface originale, car son erreur de reconstruction n'est que de 0,0019. Ceci peut s'expliquer par le fait que le modèle PORTE est relativement plat par rapport aux trois autres modèles, et donc son maillage de base est plus adapté à sa forme, ce qui entraîne une diminution des erreurs de reconstruction assez importante pour ce modèle.



FIGURE 2.17 – Génération d'un maillage irrégulier représentant la surface originale, par triangulations successives des pixels voisins de la composante POI principale.

Madèlaa	Densité de pixels	Résolution des	RMSE
Modeles	POI	maillages	
Statuette	179252	6 (4225 sommets)	0,089287
VISAGE	287973	6 (4225 sommets)	0,049060
Mur	513036	6 (4225 sommets)	0,043942
Porte	531581	6 (4225 sommets)	0,001958

TABLE 2.1 – Erreurs géométriques RMSE calculées avec l'outil Metro (Cignoni et al.1998).

La Table 2.2, page 135, présente les temps de calculs des différentes étapes de notre méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces, pour chacun des modèles présentés. Grâce à la parallélisation GPU, la phase de maillage semi-régulier est très rapide, même pour des images stéréoscopiques avec une forte densité de pixels pour la région *POI* comme pour le modèle PORTE par exemple. On peut aussi noter que la phase de segmentation, bien que parallélisée, est la phase la plus lente (5 secondes pour le modèle MUR), à cause du nombre élevé d'images (itérations) nécessaires à la segmentation. Cependant, la simplicité de la méthode utilisée permet de générer efficacement et rapidement des maillages semi-réguliers : en effet, on peut constater que la partie parallélisée sur GPU représente pour les modèles STATUETTE, VISAGE, MUR et PORTE, respectivement 32%, 34%, 36% et 36% du temps total nécessaire pour générer le maillage de plus haute résolution.
TABLE 2.2 – Temps moyen d'exécution pour chaque étape de notre méthode de reconstruc-tion semi-régulière. Chaque temps d'exécution est une moyenne calculée sur 5 réalisationsdifférentes pour 7 niveaux de résolution, réalisées avec un processeur Intel Core i3 CPU2.30 GHz doté de 4 GB de RAM, et une carte graphique NVIDIA GeForce 610M d'hor-loge 900 MHz et dotée d'une VRAM de 2 GB.

			Temps moyen
Modèles	Etapes	Processeur	d'execution
	-		(en secondes)
	Segmentation parallèle	CPU	1,135
	(611 itérations)	GPU	0,775
STATUETTE	Détection composante	CPU	0,075
	POI principale	GPU	_
DOL.	Détaction frontière	CPU	0,041
FOI.	Detection nontiere	GPU	0,002
170252 pixels	Création du maillage	CPU	0,406
179252 pixels	semi-régulier	GPU	0,009
		Total	2,443
	Segmentation parallèle	CPU	1,607
Vreter	(557 itérations)	GPU	1,161
VISAGE	Détection composante	CPU	0,128
	POI principale	GPU	—
	Détection frontière	CPU	0,047
POI :	Detection frontiere	GPU	0,002
207072	Création du maillage	CPU	0,493
287975 pixels	semi-régulier	GPU	0,023
		Total	3,461
	Segmentation parallèle	CPU	2,861
Mun	(951 itérations)	GPU	2, 131
NIUK	Détection composante	CPU	0,147
	POI principale	GPU	—
	Détection frontière	CPU	0,047
FOI.	Detection nontiere	GPU	0,002
513036 pixels	Création du maillage	CPU	0,717
	semi-régulier	GPU	0,002
		Total	5,907
	Segmentation parallèle	CPU	2,908
PODTE	(904 itérations)	GPU	2,178
PORTE	Détection composante	CPU	0,165
	POI principale	GPU	_
POI :	Détection frantière	CPU	0,050
	Detection nontiere	GPU	0,002
E21E01	Création du maillage	CPU	0,777
	semi-régulier	GPU	0,009
		Total	6,089

CONCLUSION DU CHAPITRE

Dans ce chapitre, nous avons exposé notre méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces pour construire, directement à partir des images stéréoscopiques, un maillage semi-régulier, sans passer par l'information tridimensionnelle, au contraire des méthodes de reconstruction actuelles. Notre méthode de reconstruction semi-régulière permet ainsi de raccourcir la chaîne de numérisation classique 3D.

Grâce à l'utilisation d'une segmentation des composantes connexes, un algorithme de détection de frontières ainsi qu'une technique rapide de détection des plus proches voisins, notre méthode de reconstruction semi-régulière est capable de générer efficacement un maillage semirégulier. De plus, l'ensemble des algorithmes ont été implémentés sur une carte graphique afin d'utiliser la rapidité d'exécution des tâches parallèles.

Nous avons aussi présenté plusieurs résultats générés sur une seule paire d'images stéréoscopiques, qui est bien sûr perfectible. Une des perspectives consisterait, à l'aide d'une technique générant des mosaïques d'images, à tester notre méthode de reconstruction afin de vérifier sa robustesse et sa fiabilité sur des images de dimensions plus importantes. Une autre perspective possible consisterait à améliorer notre méthode de reconstruction semi-régulière pour générer des mailles plus uniformes en matière de forme et d'aire des triangles, notamment lors de la génération du maillage de base. En effet, celui-ci est actuellement composé uniquement de deux triangles, ce qui explique les erreurs géométriques relativement importantes mesurées. Aussi, une approche plus intelligente consisterait à générer un maillage de base qui préserve les caractéristiques géométriques de la surface scannée pour obtenir des maillages semi-réguliers de meilleure qualité, et ainsi diminuer les erreurs de reconstruction.

Le chapitre 3 suivant est consacré à l'étude d'une telle amélioration grâce à l'utilisation de notre technique d'échantillonnage en disques de Poisson présentée au chapitre 3, page 74, pour créer le maillage de base.

$3_{\rm BASE}^{\rm Amélioration du maillage de}$

Sommaire

3.1	Princ	IPE GÉNÉRAL DE NOTRE MÉTHODE	139
3.2	Présentation détaillée des différentes étapes		
	3.2.1	Rappels théoriques sur la relaxation de Lloyd	140
	3.2.2	Echantillonnage 2D en disques de Poisson	140
	3.2.3	Relaxation des échantillons	141
	3.2.4	Triangulation de Delaunay 2D des échantillons relaxés	143
3.3	Résul	TATS EXPÉRIMENTAUX	146

DANS ce chapitre, nous présentons notre méthode pour créer un maillage de base de meilleur qualité, en terme d'uniformité des sommets et de préservation des caractéristiques géométriques, par rapport à notre méthode de reconstruction semi-régulière présentée au Chapitre 2 (page 116). Nous présentons dans un premier temps la méthode proposée et mettons en évidence ses différences avec notre méthode de reconstruction semi-régulière qui utilise un maillage de base à seulement 2 triangles. Enfin, plusieurs résultats expérimentaux sont présentés pour démontrer l'efficacité de notre technique et montrer les avantages à générer des maillages de base géométriquement fidèles aux surfaces originales.

3.1 Principe général de notre méthode

Cette section présente l'approche proposée pour générer un maillage de base qui tient compte des caractéristiques géométriques de la surface originale, et possède une distribution de sommets uniforme, tout en minimisant les erreurs de reconstruction par rapport à la surface originale.



FIGURE 3.1 – Principe de notre méthode de reconstruction semi-régulière en disques de Poisson de surfaces par stéréoscopie.

Notre méthode de création du maillage de base comporte trois étapes (en violets sur la Figure 3.1) :

- la première étape réalise un échantillonnnage 2D en disques de Poisson sur la région *POI* d'une des deux images stéréoscopiques; cet échantillonnage prend en compte les informations tridimensionnelles de normales et de positions 3D pour préserver les caractéristiques géométriques de la surface originale;
- la seconde étape réalise une relaxation 2D de Lloyd des échantillons sur l'image stéréoscopique, permettant d'uniformiser la distribution des échantillons sur celle-ci;
- 3. la troisième étape crée le maillage de base 2D à partir des échantillons relaxés à l'aide d'une triangulation de Delaunay 2D.

A partir du maillage de base généré par notre méthode, le maillage semirégulier est créé avec notre méthode de reconstruction semi-régulière, présentée au chapitre 2, page 116.

3.2 Présentation détaillée des différentes étapes

3.2.1 Rappels théoriques sur la relaxation de Lloyd

Nous rappelons ici quelques notions générales concernant la relaxation de Lloyd présentée dans (Lloyd 1982). En effet, cette relaxation est utilisée par notre méthode et se base sur la génération d'une partition de Voronoï centroïdale, qui est très utilisée (Aurenhammer 1991) dans le domaine de la géométrie par ordinateur. De plus, la partition de Voronoï centroïdale est duale d'une triangulation de Delaunay (Cazals et Giesen 2006), et permet donc de générer de façon robuste et fiable des triangulations de points 2-variétés.

En notant $S = (S_i)_1^p$ un ensemble de p sites dans une région compacte $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, avec n la dimension de l'espace, on peut mathématiquement définir une partition de Voronoï par son ensemble de cellules $(C_i)_1^p$. Chaque cellule C_i contient les points du domaine Ω qui sont plus proches du site associé S_i que de tout autre site $S_{j\neq i}$, au sens de la métrique de distance d(.,.) donnée, et est définie suivant l'équation

$$C_i = \{ x \in \Omega \mid d(x, S_i) < d(x, S_j), \forall j \neq i \}.$$
(3.1)

Une partition de Voronoï centroïdale est une partition de Voronoï pour laquelle chaque site S_i se trouve au centroïde de sa cellule de Voronoï C_i . La relaxation de Lloyd est une technique permettant de générer une partition de Voronoï centroïdale, en modifiant la position des sites, de sorte qu'une fonctionnelle d'énergie soit minimisée. Cette partition de Voronoï centroïdale est définie suivant l'équation

$$S_{i} = \frac{\int\limits_{C_{i}} x \times \rho(x) \delta x}{\int\limits_{C_{i}} \rho(x) \delta x},$$
(3.2)

où $\rho(.)$ désigne la fonction de densité qui guide la relocalisation des sites. Le principe de la relaxation de Lloyd consiste en deux étapes :

- une génération d'une partition de Voronoï sur le domaine Ω, à partir des *p* sites de l'ensemble *S*;
- une mise à jour de la position de chaque site S_i vers le centroïde de sa cellule de Voronoï.

Ces deux étapes sont ré-itérées tant que la minimisation de la fonctionnelle donnée à l'équation (3.2) n'a pas convergé. En pratique, on définit un critère de distorsion et un seuil de tolérance, lorsque la différence relative de distorsions définie pour deux itérations successives de la relaxation, est inférieure au seuil, on considère que la convergence de l'algorithme est réalisée et que la partition de Voronoï centroïdale est générée.

3.2.2 Echantillonnage 2D en disques de Poisson

A partir de la région *POI* de l'image stéréoscopique, on génère avec notre méthode présentée au chapitre 3, page 74, un échantillonnage en disques de Poisson qui préserve les caractéristiques géométriques de la surface originale. Cependant, afin d'aider l'étape de relaxation à uniformiser la distribution des échantillons sur la région *POI*, cet échantillonnage n'est pas réalisé de manière adaptative, mais uniforme (*i.e.* le rayon des disques de Poisson est le même quelque soit la position de l'échantillon sur la surface).

3.2.3 Relaxation des échantillons

Nous détaillons ici la méthode utilisée pour générer une partition de Voronoï sur l'image stéréoscopique.

Génération de la partition de Voronoï sur l'image stéréoscopique

Pour réaliser la partition de Voronoï, nous utilisons l'approche discrète multi-sources (Dijkstra 1959). Un pseudo-code, parallélisable sur GPU est proposé dans (Munshi et al. 2011), en calculant les cellules de Voronoï de manière simultanée. Pour ce faire, nous avons adapté cette technique pour prendre en compte la connectivité implicite des images stéréoscopiques, comme décrit à l'Algorithme 6. Les cellules sont générées à la manière d'une croissance de régions, en mettant à jour une carte de distance I_{dist} à partir de l'image stéréoscopique I et de l'ensemble S d'échantillons 2D, générés par notre méthode d'échantillonnage en disques de Poisson.

Algorithme 6 : Génération de la partition de Voronoï sur l'image stéréoscopique *I*.

```
Input : Image I de résolution (L, H) et l'ensemble S de p
         échantillons 2D.
Output : La partition de Voronoï générée sur l'image I.
/* Initialisation de la carte de distances I_{dist}
                                                                                 */
I_{dist} \leftarrow \infty;
/* -----Début section parallèle-----
                                                                                 */
for tout échantillon S<sub>i</sub> de S do
    Liste L.push S_i;
    while L \neq \emptyset do
        P \leftarrow L.pop;
        for tout pixel I^{(u',v')} dans le 8-voisinage de P dans l'image I do
            if d(I^{(u',v')}, S_i) < I^{(u',v')}_{dist} then

| /* En exclusion mutuelle
                                                                                 */
                I_{dist}^{(u',v')} \leftarrow d(I^{(u',v')},S_i);
I^{(u',v')} \leftarrow S_i;
                L \leftarrow I^{(u',v')};
/*
         -----Fin section parallèle-----
                                                                                 */
return I;
```

Cet algorithme est efficace, mais la mise à jour des distances entre les pixels et leurs sites les plus proches doit être faite de manière séquentielle, et non parallélisée, afin de préserver l'intégrité et la cohérence des données. En effet, une incohérence des données peut apparaître par exemple, si deux unités de calculs parallèles (*i.e. threads* en anglais) T_{S_i} et T_{S_j} réalisent une croissance de régions à partir de leurs sites respectifs S_i et S_j , et souhaitent simultanément mettre à jour la carte de distances I_{dist} pour le même pixel *P*. Cette situation est illustrée à la Figure 3.2, où deux *threads* T_{S_i} et T_{S_j} réalisent simultanément leurs croissances de régions sur l'image stéréoscopique. La zone entourée en rouge correspond aux pixels pour lesquels un seul *thread* ne doit avoir accès à la fois, afin de générer une partition de Voronoï sans valeurs erronées. En conséquence, une technique d'exclusion mutuelle est utilisée pour pallier à ce problème, et autorise un accès séquentiel aux données de la carte de distances I_{dist} .



FIGURE 3.2 – Génération parallèle de la partition de Voronoï 2D sur l'image stéréoscopique. La zone entourée en rouge contient l'ensemble des pixels pour lesquels des valeurs erronées de distances peuvent apparaître si les deux threads T_{S_i} et T_{S_j} changent simultanément leurs valeurs.

Relaxation contrainte des échantillons sur l'image stéréoscopique

Afin de ne pas perdre l'information géométrique apportée par les échantillons placés sur des caractéristiques géométriques, nous contraignons la relaxation en fonction de la courbure des points 3D correspondants aux pixels de l'image stéréoscopique. En effet, chaque pixel de la région *POI* appartient à l'une des trois classes de courbure : *corners, sharp features* et *smooth regions*, comme expliqué au chapitre 3, page 74. Pour cela, nous imposons à un site S_i (les sites de la partition de Voronoï sont les échantillons 2D) de ne pas changer de classe de courbure après son déplacement vers son centroïde. Dans le cas où son centroïde fait partie d'une autre classe, ce dernier est remplacé par le pixel de la même classe de courbure que l'échantillon S_i , qui lui est le plus proche. Des exemples de résultats seront présentés à la fin de cette section.

3.2.4 Triangulation de Delaunay 2D des échantillons relaxés

Lorsque les échantillons ont été relaxés grâce à notre technique de relaxation contrainte, une triangulation de Delaunay 2D, parallélisée sur GPU génère la connectivité du maillage de base 2D. Pour cela, nous utilisons la méthode (Rong et al. 2008). Cette étape de triangulation de Delaunay est importante pour générer un maillage de base qui est 2-variété, afin de créer à partir de ce dernier la représentation semi-régulière de la surface scannée. Cette triangulation comporte quatre étapes :

- une génération de la partition de Voronoï 2D sur l'image stéréoscopique, dont les sites sont les échantillons relaxés;
- une détection et suppression des pixels isolés dans la partition de Voronoï, afin d'éviter les artefacts de topologie;
- une détection des sommets de Voronoï, qui représentent les pixels de la partition de Voronoï qui se trouvent à la frontière d'au moins 3 cellules;
- 4. une génération de la connectivité entre les échantillons 2D, à l'aide des sommets de Voronoï;

Génération du diagramme de Voronoï 2D à partir des échantillons relaxés

La triangulation de Delaunay est duale d'une partition de Voronoï (Cazals et Giesen 2006). Cette partition est générée sur l'image stéréoscopique, de façon parallélisée sur GPU comme expliqué à la section 3.2.3, page 141, en prenant comme sites les échantillons relaxés.

Détection et suppression des pixels isolés

Lors de la génération de la partition de Voronoï sur l'image stéréoscopique, il arrive que quelques pixels soient isolés de leur cellule de Voronoï, comme l'illustre la Figure 3.3. Un pixel est dit isolé s'il ne possède aucun pixel de la même cellule dans son 4-voisinage.



FIGURE 3.3 – Illustration d'un pixel isolé dans le diagramme de Voronoï.

Ce pixel isolé est source d'artefact lors de l'étape de triangulation, et des flips de triangles, ou bien des arêtes non 2-variétés peuvent apparaître. Pour résoudre ce problème, une détection de ces pixels est réalisée, et ces pixels sont ensuite associés à la cellule de l'un des pixels de son 4-voisinage. La méthode utilisée pour détecter et supprimer ces pixels isolés est donnée à l'Algorithme 7, page 144.

Algorithme 7 : Détection et suppression des pixels isolés dans la partition de Voronoï.

Input : Image I de résolution (L, H) de la partition de Voronoï. **Output** : Image I de la partition de Voronoï sans pixels isolés.

/*Début section parallèle	*/
for tout pixel $I^{(u,v)}$ de I do	
/* Check up	*/
if $v \ge 1$ et $I^{(u,v)} = I^{(u,v-1)}$ then	
return;	
/* Check down	*/
if $v < (H-1)$ et $I^{(u,v)} = I^{(u,v+1)}$ then	
_ return;	
/* Check left	*/
if $u \ge 1$ et $I^{(u,v)} = I^{(u-1,v)}$ then	
return;	
/* Check right	*/
if $u < (L-1)$ et $I^{(u,v)} = I^{(u+1,v)}$ then	
return;	
/* $I^{(u,v)}$ est isolé	*/
if $v < (H-1)$ then	
else	
/*Fin section parallèle	*/
return I;	

Détection des sommets de Voronoï

Une fois que la partition de Voronoï a été débarrassée des pixels isolés, il est nécessaire de détecter les relations existantes entre les cellules de Voronoï pour créer par la suite la connectivité entre les échantillons. En effet, les sites des cellules seront reliés entre eux selon qu'il existe une frontière commune entre leurs cellules de Voronoï. Les pixels qui se trouvent aux jonctions des cellules de Voronoï sont appelés sommets de Voronoï, comme l'illustre la Figure 3.4.



FIGURE 3.4 – Illustration des sommets de Voronoï d'une partition réalisée à partir de 5 sites (les sites sont encadrés en jaune).

Le principe consiste à balayer le diagramme de Voronoï, et pour chaque pixel *P*, on compte le nombre de cellules différentes parmi ses trois pixels voisins selon les directions illustrées à la Figure 3.5.



FIGURE 3.5 – Voisinage pris en compte lors de la détection des sommets de Voronoï.

On peut ainsi distinguer 2 cas différents :

- 1. *P* est à l'intérieur d'une cellule ou à la jonction de 2 cellules ; dans ce cas, *P* n'est pas considéré comme un sommet de Voronoï ;
- 2. *P* est à la jonction de 3 ou 4 cellules, alors *P* est un sommet de Voronoï.

L'ensemble des sommets de Voronoï, détecté par cette étape permet de trouver les sites qui seront connectés ensemble lors de la triangulation de Delaunay finale, pour créer le maillage de base 2D.

Génération des triangles 2D

Cette étape est très simple et est aussi parallélisée sur GPU. A chaque sommet de Voronoï qui se trouve à la jonction de 3 cellules différentes, on associe un triangle qui relie les sites (échantillons) des 3 cellules correspondantes. Pour les sommets de Voronoï qui se trouvent à la jonction de 4 cellules de Voronoï, on génère 2 triangles en reliant les sites des pixels voisins P, A et B pour le premier triangle, et les sites associés aux pixels P, B et C pour le deuxième triangle (voir Figure 3.5).

La Figure 3.6 illustre les triangulations de Delaunay 2D, obtenues en triangulant les échantillons en disques de Poisson sans appliquer de relaxation (en haut), après une étape de relaxation classique non contrainte à préserver les caractéristiques géométriques (au milieu), et après notre étape de relaxation contrainte proposée (en bas). On peut constater que la distribution en disques de Poisson se retrouve dans la triangulation de Delaunay 2D, et que le maillage de base généré a une distribution de sommets non



Triangulation de Delaunay et maillages de base 2D et 3D sans relaxation.



Triangulation de Delaunay et maillages de base 2D et 3D avec relaxation non contrainte.



Triangulation de Delaunay et maillages de base 2D et 3D avec relaxation contrainte.

FIGURE 3.6 – Comparaison des maillages de base 2D et 3D générés respectivement sans relaxation, avec relaxation non contrainte et avec relaxation contrainte des échantillons en disques de Poisson.

uniforme grâce à l'adaptativité de notre échantillonnage. Cependant, la relaxation permet d'uniformiser la triangulation, ce qui génère des triangles plus équilatéraux. On remarque aussi que la relaxation non contrainte, détruit les caractéristiques géométriques dans le maillage de base, alors que notre relaxation contrainte permet de les conserver.

3.3 Résultats expérimentaux

Nous présentons plusieurs reconstructions semi-régulières réalisées sur divers types de surfaces pour montrer l'efficacité de notre méthode : les Figures 3.7, 3.8, 3.9 et 3.10, présentées respectivement aux pages 147, 148, 149 et 150, présentent les maillages semi-réguliers générés respectivement



Résolution 2.

Maillage semi-régulier texturé.

FIGURE 3.7 – Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de reconstruction semirégulière sur le modèle STATUETTE, à partir d'un échantillonnage uniforme.



Image stéréoscopique gauche.



Maillage de base.



Résolution 1.



Maillage semi-régulier texturé.

FIGURE 3.8 – Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de reconstruction semirégulière sur le modèle VISAGE, à partir d'un échantillonnage uniforme.



Image stéréoscopique gauche.



FIGURE 3.9 – Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de reconstruction semirégulière sur le modèle Mur, à partir d'un échantillonnage uniforme.



Image stéréoscopique gauche.



Maillage de base.



Résolution 1.



Résolution 2.



Maillage semi-régulier texturé.

FIGURE 3.10 – Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de reconstruction semirégulière sur le modèle PORTE, à partir d'un échantillonnage uniforme.

151

à partir des modèles STATUETTE, VISAGE, MUR et PORTE. On constate bien que les sommets sont régulièrement espacés sur la surface originale, grâce à l'échantillonnage uniforme et à l'utilisation d'une relaxation.

Nous comparons maintenant la qualité visuelle des maillages semiréguliers reconstruits en fonction de la densité et de la régularité du maillage de base. Pour cela, on génère un maillage semi-régulier à partir d'un maillage de base composé de seulement 2 triangles (voir chapitre 2, page 116), et deux autres maillages semi-réguliers obtenus à partir d'un maillage de base généré à l'aide d'un échantillonnage en disques de Poisson respectivement uniforme et adaptatif. Les Figures 3.11 et 3.12, page 152 et 153, présentent respectivement les trois maillages semi-réguliers 3D de base et les trois maillages semi-réguliers générés à partir de ces derniers, avec environ le même nombre de sommets (4500) sur les modèles VISAGE et PORTE. Cette densité de sommets est atteinte dès la résolution 2 pour les maillages issus d'un échantillonnage en disques de Poisson, alors qu'elle est atteinte uniquement à la résolution 6 pour le maillage semi-régulier issu du maillage de base composé de 4 sommets.

On observe que les maillages de base générés à partir d'un échantillonnage en disques de Poisson ressemblent beaucoup à la surface originale, au contraire du maillage de base composé de 2 triangles. De ce fait, on peut voir que la surface originale ne peut pas être déterminée à partir du maillage de résolution 2 associé au maillage de base à 2 triangles (ce dernier n'est composé que de 25 sommets). A contrario, les maillages à la résolution 2 obtenus à partir de maillages de base en disques de Poisson, sont très comparables visuellement à la surface originale, ils possèdent environ 4500 sommets. De plus, la régularité des sommets est plus élevée pour le maillage obtenu à partir de l'échantillonnage uniforme comme on peut le voir au niveau des lèvres du VISAGE. On peut aussi noter que la forme des triangles du maillage de base influe sur la densité de sommets des maillages aux résolutions supérieures, et que que les zones dépourvues de correspondances 3D ont été approximées correctement. On voit aussi que la distribution de sommets du modèle PORTE est plus régulière lorsque l'échantillonnage est réalisé de manière uniforme par rapport au cas où ce dernier est réalisé de manière adaptative.

Nous validons maintenant nos affirmations précédentes à l'aide de la métrique d'erreur géométrique *RMSE*. Afin de ne pas favoriser les maillages semi-réguliers issus des méthodes utilisant l'échantillonnage en disques de Poisson, les erreurs *RMSE* sont mesurées entre des maillages de même densités de sommets : soit les maillages de résolution 2 (environ 4500 sommets) s'ils sont issus de l'échantillonnage en disques de Poisson, et les maillages de résolution 6 s'ils sont issus d'un maillage de base comportant seulement 2 triangles. Les résultats sont donnés à la Table 3.1. On parlera de méthode naïve pour désigner la méthode générant un maillage de base avec seulement 2 triangles. On constate que la méthode naïve génère des maillages qui possèdent des erreurs géométriques plus importantes que les maillages issus d'échantillonnage en disques de Poisson, pour les modèles STATUETTE, VISAGE et MUR. On passe par exemple pour le modèle VISAGE d'une *RMSE* égale à 0,0489 pour le maillage généré par



Maillage de base généré avec un échantillonnage de Poisson uniforme.



Résolution 6 associée.



Résolution 2 associée.



Résolution 2 associée.

FIGURE 3.11 – Comparaison visuelle des maillages semi-réguliers générés à partir d'un maillage de base formé de seulement 2 triangles, ou un échantillonnage uniforme et adaptatif sur le modèle VISAGE.



Maillage de base (2 triangles).



Maillage de base généré avec un échantillonnage de Poisson adaptatif.



Maillage de base généré avec un échantillonnage de Poisson uniforme.



Résolution 6 associée.



Résolution 2 associée.



Résolution 2 associée.

FIGURE 3.12 – Comparaison visuelle des maillages semi-réguliers générés à partir d'un maillage de base formé de seulement 2 triangles, ou un échantillonnage uniforme et adaptatif sur le modèle PORTE. la méthode naïve, à une *RMSE* égale à 0,00459 pour le maillage issu d'un échantillonnage en disques de Poisson uniforme. En effet, ces trois modèles possèdent des saillances, et donc la méthode d'échantillonnage en disques de Poisson uniforme ou adaptative les préserve. Par conséquent, les surfaces reconstruites sont de meilleure qualité. *A contrario*, le modèle PORTE, même s'il possède quelques saillances, est relativement plat, ce qui favorise l'approche naïve, car les deux triangles du maillage de base se superposent alors très bien à la surface.

On constate aussi qu'un échantillonnage uniforme génère moins d'erreurs de reconstruction, notamment pour le modèle MuR où la *RMSE* est égale à 0,00416 pour le cas uniforme et passe à 0,00445 dans le cas adaptatif. Cependant, l'ordre de grandeur entre les deux types d'échantillonnage reste le même. De plus, on peut aussi noter que les maillages semi-réguliers générés à partir d'un maillage de base réalisé avec un échantillonnage en disques de Poisson uniforme, sont plus réguliers que les autres maillages. En effet, on constate que les moyennes des angles minimales des triangles sont plus proches de 60°, ce qui signifie que leurs triangles se rapprochent plus des triangles équilatéraux que les autres. Comme il était prévisible, la relaxation est plus efficace à partir d'un échantillonnage qui disperse les échantillons de manière régulière sur la surface.

 TABLE 3.1 – Comparaison de l'erreur géométrique RMSE et des moyennes des angles minimales des triangles des maillages semi-réguliers générés à partir d'un maillage de base constitué de deux triangles (approche dite naïve) ou d'un maillage de base obtenu à partir d'un échantillonnage en disques de Poisson uniforme et adaptatif.

Modèles	Méthode de	Résolution	Densité	RMSE	Moyenne
	génération du	des maillages	de		des angles
	maillage de base		sommets		minimales
					(en degrés)
Statuette	Naïve	6	4225	0,01787	36,96
	Poisson uniforme	2	4599	0,01217	38,77
	Poisson adaptatif	2	4605	0,01077	33,43
Visage	Naïve	6	4225	0,04890	28,43
	Poisson uniforme	2	4611	0,00459	41,05
	Poisson adaptatif	2	4629	0,00489	39,06
Mur	Naïve	6	4225	0,04394	41,51
	Poisson uniforme	2	3793	0,00416	41,67
	Poisson adaptatif	2	3799	0,00445	37,62
Porte	Naïve	6	4225	0,00195	37,34
	Poisson uniforme	2	4575	0,00284	42,48
	Poisson adaptatif	2	4599	0,00380	37,54

4 Conclusion de cette partie et perspectives

DANS cette partie, nous avons présenté une méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces adaptée aux systèmes stéréoscopiques. Le principal avantage de notre technique est l'utilisation de l'échantillonnage en disques de Poisson, qui permet de s'affranchir du sur-échantillonnage, communément réalisé par ce type de système de numérisation 3D. De plus, l'échantillonnage en disques de Poisson est directement réalisé dans le domaine pixellique 2D des images stéréoscopiques, et prend en compte la géométrie 3D pour calculer des distances géodésiques, générant ainsi des distributions de qualité.

Le chapitre 2, page 116 a montré qu'en utilisant une approche naïve pour générer un maillage de base, on peut reconstruire de façon fidèle les surfaces scannées, à condition de générer un nombre suffisant de niveaux de détails. Cependant, cette approche naïve, ne prend pas en compte les caractéristiques géométriques de la surface originale, et réalise un souséchantillonnage, en ne prenant que quatre sommets pour le maillage de base. De ce fait, les erreurs de reconstruction géométrique sont relativement élevées, mais cet algorithme est simple et relativement rapide pour générer des maillages semi-réguliers.

Afin de pallier ce sous-échantillonnage du maillage de base et pour prendre en compte les caractéristiques géométriques des surfaces originales, nous avons ensuite utilisé notre contribution présentée au chapitre 3, page 74, pour échantillonner l'image stéréoscopique, en conservant les saillances. Ceci est rendu possible grâce à une technique de détection des zones de fortes courbures et la triangulation de Delaunay 2D. Puis, notre méthode de reconstruction semi-régulière génère un maillage semirégulier, à partir du maillage de base, de la même façon qu'au chapitre 2, page 116. En outre, la relaxation ajoutée en pré-traitement à la phase de reconstruction semi-régulière, apporte de l'uniformité dans la distribution de sommets du maillage de base, ce qui améliore la qualité du maillage semi-régulier généré à partir de ce dernier. De plus, nous avons montré que la qualité du maillage de base influe sur celle des maillages de résolutions supérieures, et qu'il est préférable d'utiliser un échantillonnage en disques de Poisson uniforme, pour initialiser les sommets du maillage de base sur l'image stéréoscopique, afin de minimiser les erreurs de reconstruction géométrique.

CONCLUSION GÉNÉRALE

ANS ce manuscrit, nous avons présenté plusieurs contributions permettant de simplifier la chaîne de numérisation 3D classique. Nous avons tout d'abord montré que la phase d'échantillonnage de surfaces peut être réalisée de façon moins naïve que ce qui est actuellement fait par les scanners 3D, qui sur-échantillonnent la surface afin de capter le plus de détails possible. En effet, la prise en compte de l'information de courbure permet de disposer les échantillons de manière moins uniforme sur la surface, et en priorité sur les zones de la surface qui contiennent des informations géométriques importantes, telles que les zones saillantes par exemple. Ceci permet d'améliorer la qualité spectrale des distributions générées qui présentent alors de bonnes propriétés de bruit bleu. De plus, nous avons montré que l'échantillonnage en disques de Poisson peut être intégré à un système stéréoscopique, en échantillonnant l'image stéréoscopique directement, tout en préservant les caractéristiques géométriques de la surface, grâce à l'utilisation des informations de courbures et de positions 3D. Ceci permet de calculer des distances géodésiques malgré la génération de l'échantillonnage 2D sur les images stéréoscopiques, et donc de prendre en compte la géométrie de la surface lors de l'échantillonnage, au contraire des systèmes actuels. De plus, nous avons montré que les échantillonnages générés ainsi, possèdent de bonnes propriétés de bruit bleu, malgré des anisotropies élevées, à cause de l'effet de spécularité. Cette contribution permet ainsi de générer un nuage de points 3D moins dense que celui généré par les scanners actuels, dont la distribution de points est plus cohérente par rapport à la géométrie de la surface scannée, car il préserve ses caractéristiques géométriques.

Bien que les nuages de points 3D générés par notre méthode d'échantillonnage en disques de Poisson pour systèmes stéréoscopiques soient moins denses et préservent les saillances, ils ne correspondent pas à la représentation la plus utilisée, ni la plus optimale en matière de compression par exemple, au contraire de la représentation semi-régulière. En effet, la représentation semi-régulière, du fait de son caractère multirésolu et optimal en terme de compression de données, est très utilisée dans des applications de rendu 3D, de tatouage par exemple, etc. Cependant, comme le décrit la chaîne de numérisation 3D classique, la transformation du nuage de points en un maillage semi-régulier, passe par une étape intermédiaire de maillage et de nettoyage. Cette dernière permet de représenter la surface interpolée par le nuage de point, à l'aide d'un maillage qui possède une connectivité irrégulière. Cette phase de maillage est souvent fastidieuse et requière des algorithmes complexes pour générer une représentation de qualité, qui possède des propriétés topologiques indispensables telles que celle d'être 2-variété. Notre deuxième contribution propose de s'affranchir de cette étape fastidieuse de maillage, et de générer directement à partir des images stéréoscopiques, un maillage semi-régulier. Grâce à une approche coarse-to-fine et la parallélisation réalisée sur GPU, nous avons montré que notre méthode de reconstruction semi-régulière génère rapidement et de façon robuste des maillages semi-réguliers, à partir de la région POI des images stéréoscopiques. En plus de raccourcir la chaîne de numérisation 3D classique, nous pouvons aussi mettre en évidence un autre avantage de notre technique de reconstruction semi-régulière basée sur les images stéréoscopiques : la simplicité de la phase de plaquage de texture. En effet, grâce à la génération de la connectivité des maillages semi-réguliers dans l'espace 2D des images stéréoscopiques, le plaquage de texture est grandement facilité, car l'image stéréoscopique constitue l'image de texture. En effet, les images stéréoscopiques sont des paramétrisations de la scène 3D observée durant la phase d'acquisition sur les plans images des deux caméras. Ceci permet de s'affranchir des techniques fastidieuses et relativement complexes de génération de l'image de texture, et permet de créer très facilement des représentations texturées semi-régulières très réalistes.

Dans le but de minimiser les erreurs de reconstruction des maillages semi-réguliers générés par rapport aux surfaces originales, nous avons amélioré la génération du maillage de base, qui n'était composé que de deux triangles. En effet, cette représentation géométrique avec seulement deux triangles, n'est pas adaptée pour reconstruire de façon fidèle la surface originale. Grâce à l'utilisation d'un échantillonnage uniforme, qui préserve les caractéristiques géométriques de la surface, à partir des images stéréoscopiques, nous avons montré que le maillage semi-régulier ainsi produit, est plus fidèle géométriquement à la surface, car il génère moins d'erreurs de reconstruction. De plus l'utilisation d'une étape de relaxation permet d'améliorer la régularité du maillage de base, à partir duquel est généré le maillage semi-régulier. Ceci permet d'obtenir une densité de sommets à peu près constante sur la surface originale et ainsi de générer une représentation plus homogène et uniforme.

Perspectives

Dans tout ce manuscrit, nous avons utilisé à chaque fois une seule paire d'images stéréoscopiques. Cependant, on pourrait envisager d'utiliser une technique de *mosaïcing* afin de fusionner plusieurs vues stéréoscopiques. Ceci permettrait d'appliquer notre méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces à la nouvelle région *POI* formée à partir des régions *POI* associées aux paires d'images stéréoscopiques, et ainsi de générer une représentation semi-régulière complète d'une surface. Seul le problème de la gestion mémoire doit être correctement résolu pour tenir compte des nouvelles contraintes liées à l'utilisation d'une image stéréoscopique fusionnée de plus grande dimension. En effet, les autres étapes de la chaîne de traitements sont assez génériques et ne devraient pas nécessiter de modifications.

On peut aussi remarquer que l'échantillonnage en disques de Poisson utilise les informations 3D telles que les normales 3D lors des calculs de courbure, pour conserver les caractéristiques géométriques de la surface originale. Afin de s'affranchir en totalité des informations tridimensionnelles, on pourrait utiliser des méthodes de traitement d'images pures telles que la recherche d'un maximum local d'un gradient directionnel afin de détecter les zones saillantes dans les images stéréoscopiques par exemple. De plus, notre méthode de reconstruction demande à l'utilisateur le nombre d'échantillons souhaités pour générer le maillage de base. Cependant, il serait intéressant de se demander s'il existe un nombre d'échantillons optimal pour une surface donnée, en matière de qualité de bruit bleu et d'erreur de reconstruction.

De même lors de la génération du maillage de base à partir d'un échantillonnage en disques de Poisson uniforme, il faudrait renforcer la contrainte sur les zones saillantes afin de préserver dans la triangulation les arêtes saillantes caractéristiques des surfaces originales, et éviter les artefacts géométriques, ce qui améliorerait la qualité de reconstruction du maillage semi-régulier final.

On peut aussi envisager d'utiliser lors de la génération de la connectivité du maillage semi-régulier, un schéma de *Butterfly* par exemple pour gérer les zones de trous à l'intérieur de la région *POI* des images stéréoscopiques. Ceci éviterait la génération de zones très plates aux niveaux des parties de l'image stéréoscopique qui sont dépourvues de correspondances 3D, et permettrait d'obtenir une reconstruction plus homogène visuellement.

Une autre perspective possible consiste à généraliser notre méthode de reconstruction semi-régulière de surfaces à d'autres systèmes de numérisation 3D tels que les systèmes de numérisation non optique par exemple. En effet, cette méthode pourrait s'avérer utile dans des environnements où la lumière est un élément perturbateur et ne peut véhiculer aucune information tridimensionnelle.

De façon plus générale, les applications *in fine* de notre méthode de reconstruction 3D, réalisée à partir d'un système stéréoscopique sont infinies. On pourrait par exemple imaginer que l'adaptativité de la représentation semi-régulière soit utilisée pour populariser ces systèmes stéréoscopiques auprès du grand public. En effet, on peut imaginer une application qui permettrait de générer, non pas des photographies, mais des maillages semi-réguliers de personnes ou d'objets 3D. On pourrait aussi créer un protocole d'échange de ce type de données, tel qu'il existe actuellement pour les données sonores, et vidéos, afin de s'échanger de tels modèles de façon rapide, et ainsi généraliser l'utilisation des maillages semi-réguliers dans nos échanges du quotidien.

PUBLICATIONS

Publications internationales avec comité de lectures

Direct Blue Noise resampling of meshes of arbitrary topology Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Marc Antonini The Visual Computer, Springer Editions 2014. DOI : 10.1007/s00371 - 014 - 1019 - 1

CONFÉRENCES INTERNATIONALES

Aliasing-free simplification of surface meshes Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Marc Antonini In proceedings of IEEE International Conference on Image Processing 2014 (ICIP).

Stereo reconstruction of semiregular meshes, and multiresolution analysis for automatic detection of dents on surfaces Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Natacha Ruchaud, Marc Antonini In Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing 2014 (ICIP).

Feature-preserving direct blue noise sampling for surface meshes Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Marc Antonini In proceedings of Eurographics 2013 (Short Papers). DOI : 10.2312/*conf*/*EG*2013/*short*/009 – 912

CONFÉRENCES NATIONALES

Reconstruction semi-régulière de surfaces par stéréoscopie Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Marc Antonini Colloque COmpression et REprésentation des Signaux Audiovisuels 2014 (CORESA).

Amélioration d'un outil d'analyse différentielle de surfaces échantillonnées Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Marc Antonini Colloque COmpression et REprésentation des Signaux Audiovisuels 2013 (CORESA).

Simplification de maillages CAO avec échantillonnage anti-aliasing Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Marc Antonini Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images 2013 (GRETSI).

Echantillonnage de maillages surfaciques basé sur la distribution en disques de Poisson et préservant les caractéristiques géométriques Jean-Luc Peyrot, Frédéric Payan, Marc Antonini 14^{eme} édition d'ORASIS, journées francophones des jeunes chercheurs en vision par ordinateur 2013.

Bibliographie

- Alliez Pierre, Meyer Mark, et Desbrun Mathieu. Interactive geometry remeshing. Dans *Proceedings of the annual conference on Computer graphics and Interactive Techniques*, page 347–354, New York, NY, USA, 2002. ACM. (Cité pages 23 et 26.)
- Aurenhammer Franz. Voronoi diagrams a survey of a fundamental geometric data structure. *ACM COMPUTING SURVEYS*, 23(3) :345–405, 1991. (Cité page 140.)
- AUXYALTM. http://www.auxyal.fr/thermographie.html. (Cité pages 34 et 175.)
- Balzer Michael, Schlömer Thomas, et Deussen Oliver. Capacityconstrained point distributions : A variant of lloyd's method. *ACM Transactions on Graphics*, 28(3) :86 :1–8, 2009. (Cité pages 24 et 32.)
- Boubekeur T., Heidrich W., Granier X., et Schlick C. Volume-surface trees. Dans *Proceedings of EUROGRAPHICS 2006*, pages 399–406, 2006. (Cité pages 106 et 180.)
- Bowers John, Wang Rui, Wei Li-Yi, et Maletz David. Parallel poisson disk sampling with spectrum analysis on surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, 29(6) :166 :1–166 :10, Décembre 2010. (Cité pages 23, 29, 31, 69 et 175.)
- Cazals Frédéric et Giesen Joachim. Delaunay triangulation based surface reconstruction : Ideas and algorithms. Dans *EFFECTIVE COMPUTA-TIONAL GEOMETRY FOR CURVES AND SURFACES*, pages 231–273. Springer, 2006. (Cité pages 140 et 143.)
- Certain Andrew, Popovic Jovan, DeRose Tony, Duchamp Tom, Salesin David, et Stuetzle Werner. Interactive multiresolution surface viewing. Dans Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '96, pages 91–98, New York, NY, USA, 1996. ACM. ISBN 0-89791-746-4. URL http://doi.acm.org/10.1145/237170.237213. (Cité page 100.)
- Chambon S. *Mise en correspondance stéréoscopique d'images couleur en présence d'occultations*. PhD thesis, Université toulouse III-Paul Sabatier, 2005. (Cité page 36.)

- Chen Renjie et Gotsman Craig. Parallel blue-noise sampling by constrained farthest point optimization. *Comput. Graph. Forum*, 31(5):1775–1785, 2012. (Cité page 32.)
- Chen Zhonggui, Yuan Zhan, Choi Yi-King, Liu Ligang, et Wang Wenping. Variational blue noise sampling. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 18(10) :1784–1796, 2012. (Cité pages 24 et 32.)
- Cignoni Paolo, Rocchini Claudio, et Scopigno Roberto. Metro : Measuring error on simplified surfaces. *Computer Graphics Forum*, 2(17) :167–174, 1998. (Cité pages 70 et 134.)
- Cline David, Jeschke Stefan, Razdan Anshuman, White Kenric, et Wonka Peter. Dart throwing on surfaces. *Computer Graphics Forum*, 28(4) : 1217–1226, 6 2009. (Cité pages 23, 29, 30, 48, 51 et 68.)
- Cook Robert L. Stochastic sampling in computer graphics. *ACM Transactions on Graphics*, 5(1):51–72, Janvier 1986. ISSN 0730-0301. (Cité page 55.)
- Corsini Massimiliano, Cignoni Paolo, et Scopigno Roberto. Efficient and flexible sampling with blue noise properties of triangular meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 18(6) :914–924, 2012. (Cité pages 23, 29, 30, 62, 64, 175 et 177.)
- Crow Franklin C. The aliasing problem in computer-generated shaded images. *Commun. ACM*, 20(11):799–805, Novembre 1977. (Cité page 21.)
- Curless Brian. Overview of Active Vision Techniques. Dans *SIGGRAPH* 99, Course on 3D Photography, 1999. (Cité page 33.)
- Daval Vincent, Truchetet Frederic, et Aubreton Olivier. Primitives extraction based on structured-light images. Dans QCAV'13, page 45, Fukuoka, Japon, Juin 2013. URL http://hal.archives-ouvertes. fr/hal-00861169. (Cité pages 78 et 178.)
- Dijkstra Edsger. W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1 :269–271, 1959. (Cité pages 49, 51, 54, 55, 56, 69, 85, 141 et 176.)
- Duchamp T., Certain A., Derose A., et Stuetzle W. Hierarchical computation of pl harmonic embeddings. Rapport technique, 1997. (Cité page 110.)
- Dunbar Daniel et Humphreys Greg. A spatial data structure for fast poisson-disk sample generation. Dans *ACM SIGGRAPH papers*, page 503–508. ACM, 2006. (Cité page 28.)
- Eck Matthias, DeRose Tony, Duchamp Tom, Hoppe Hugues, Lounsbery Michael, et Stuetzle Werner. Multiresolution analysis of arbitrary meshes. Dans *Proceedings of the 22Nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '95, pages 173–182, New York, NY, USA, 1995. ACM. ISBN 0-89791-701-4. URL http://doi.acm.org/10.1145/218380.218440. (Cité pages 108 et 110.)

- Egli R et Dussault J.-P, éditeurs. *Technique butterfly généralisée*, Dijon, France, p. 133-136, 2001. Actes de Compression et Représentation des Signaux Audiovisuels. (Cité page 125.)
- FAROTM. Systèmes FAROTMScanArm : scanners avec et sans contact. http://www.faro.com/fr-fr/produits/metrologie/bras-de-mesure-faro-scanarm/apercu. (Cité pages 34 et 175.)
- Forest J. New methods for triangulation-based shape acquisition using laser scanners. PhD thesis, Mai 2004. (Cité page 34.)
- Friedel Ilja, Schröder Peter, et Khodakovsky Andrei. Variational normal meshes. ACM Trans. Graph., 23(4):1061–1073, Octobre 2004. ISSN 0730-0301. URL http://doi.acm.org/10.1145/1027411.1027418. (Cité page 113.)
- Fu Yan et Zhou Bingfeng. Direct sampling on surfaces for high quality remeshing. Dans *Proceedings of the ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, page 115–124, New York, NY, USA, 2008. ACM. (Cité pages 23, 28, 29, 30, 59, 68, 69 et 174.)
- Gamito Manuel N. et Maddock Steve C. Accurate multidimensional poisson-disk sampling. ACM Trans. Graph., 29(1) :8 :1–8 :19, Décembre 2009. ISSN 0730-0301. URL http://doi.acm.org/10.1145/ 1640443.1640451. (Cité pages 22 et 174.)
- Garland Michael et Heckbert Paul S. Surface simplification using quadric error metrics. Dans Proceedings of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '97, pages 209–216, New York, NY, USA, 1997. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. ISBN 0-89791-896-7. URL http://dx.doi.org/10.1145/258734. 258849. (Cité page 110.)
- Ge Xiaoyin, Wei Li-Yi, et Wang Yusu. Bilateral blue noise sampling. Rapport technique, The Ohio State University, Ohio, USA, 2013. (Cité pages 23 et 27.)
- Geng Bo, Zhang Huijuan, Wang Heng, et Wang GuoPing. Approximate poisson disk sampling on mesh. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 23(1) :62–69, 2011. (Cité pages 23, 30, 49, 51, 59, 68, 69 et 175.)
- Gesquiere Gilles et Manin Alexis. 3D Visualization of Urban Data Based on CityGML with WebGL. *International Journal of 3-D Information Modeling*, 3(1):1–15, Juillet 2012. URL http://liris.cnrs.fr/publis/ ?id=6312. (Cité page 100.)
- Gioia Patrick. Reducing the number of wavelet coefficients by geometric partitioning. Comput. Geom., 14(1-3) :25-48, 1999. URL http://dblp.uni-trier.de/db/journals/comgeo/ comgeo14.html/Gioia99. (Cité page 108.)
- Gu Xianfeng, Gortler Steven J., et Hoppe Hugues. Geometry images. Dans Proceedings of the 29th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '02, pages 355–361, New York, NY, USA,

2002. ACM. ISBN 1-58113-521-1. URL http://doi.acm.org/10. 1145/566570.566589. (Cité pages 111, 112 et 180.)

- Guarnieri A., Remondino F., et Vettore A. Digital photogrammetry and tls data fusion applied to cultural heritage 3d modeling, 2006. (Cité page 36.)
- Guskov Igor. Manifold-based approach to semi-regular remeshing. *Graphical Models*, 69(1):1–18, Janvier 2007. ISSN 1524-0703. (Cité page 114.)
- Guskov Igor, Vidimče Kiril, Sweldens Wim, et Schröder Peter. Normal meshes. Dans *Proceedings of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '00, pages 95–102, New York, NY, USA, 2000. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. ISBN 1-58113-208-5. URL http://dx.doi.org/10.1145/344779.344831. (Cité pages 110, 111, 113, 180 et 181.)
- Hartley R. I. et Zisserman A. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN : 0521540518, second édition, 2004. (Cité pages 118 et 119.)
- Heck Daniel, Schlömer Thomas, et Deussen Oliver. Blue noise sampling with controlled aliasing. *ACM Transactions on Graphics*, 32(3):25:1– 25:12, Juin 2013. (Cité page 21.)
- Hernandez E. C., Vogiatzis G., et Cipolla R. Multiview photometric stereo. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 30(3):548–554, Mars 2008. ISSN 0162-8828. URL http://dx.doi.org/10.1109/TPAMI.2007. 70820. (Cité page 104.)
- Hidd-Fonteles Leonardo, Meftah Anis, Antonini Marc, et Payan Frédéric. Method, System and Computer Program Product for 3D objects graphical representation. Brevet N°EP14152728, January 2014. (Cité page 109.)
- Horaud Radu et Monga Olivier. Vision par ordinateur : outils fondamentaux. Traité des nouvelles technologies, Série informatique. Editions Hermès, Juin 1995. ISBN 978-2866014810. URL http://hal.inria. fr/inria-00590049. (Cité pages 35 et 39.)
- Jackins Chris L. et Tanimoto Steven L. Oct-trees and their use in representing three-dimensional objects. *Computer Graphics and Image Processing*, 14(3):249–270, Novembre 1980. URL http://dx.doi.org/10. 1016/0146-664x(80)90055-6. (Cité page 106.)
- Kammoun A., Payan F., et Antonini M. Adaptive semi-regular remeshing : A voronoi-based approach. Dans *Proceedings of IEEE international workshop on MultiMedia Signal Processing*, page 350–355, 2010. (Cité pages 108, 109 et 180.)
- Kammoun A., Payan F., et Antonini M. Sparsity-based optimization of two lifting-based wavelet transforms for semi-regular mesh compression. *Computer & Graphics*, 36 :272–282, 2012. URL http://dx.doi. org/10.1016/j.cag.2012.02.004. (Cité page 100.)

- Khodakovsky Andrei, Litke Nathan, et Schröder Peter. Globally smooth parameterizations with low distortion. Dans ACM SIGGRAPH 2003 Papers, SIGGRAPH '03, pages 350–357, New York, NY, USA, 2003.
 ACM. ISBN 1-58113-709-5. URL http://doi.acm.org/10.1145/ 1201775.882275. (Cité pages 112, 113 et 181.)
- Khodakovsky Andrei, Schröder Peter, et Sweldens Wim. Progressive geometry compression. Dans *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '00, pages 271–278, New York, NY, USA, 2000. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. ISBN 1-58113-208-5. URL http://dx.doi.org/10.1145/344779.344922. (Cité pages 100 et 102.)
- Kim Hyun Soo, Choi Han Kyun, et Lee Kwan H. Feature detection of triangular meshes based on tensor voting theory. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 41(1):47–58, Janvier 2009. ISSN 0010-4485. (Cité page 46.)
- Klein A., Certain A., Derose A., Duchamp T., et Stuetzle W. Vertex-based delaunay triangulation of meshes of arbitrary topological type. Rapport technique, 1997. (Cité page 114.)
- Lagae Ares et Dutré Philip. A procedural object distribution function. ACM Transactions on Graphics, 24(4) :1442-1461, October 2005.
 ISSN 0730-0301. URL http://doi.acm.org/10.1145/1095878.
 1095888. (Cité pages 24, 25 et 174.)
- Lagae Ares et Dutré Philip. An alternative for Wang tiles : Colored edges versus colored corners. *ACM Transactions on Graphics*, 25(4) :1442–1459, October 2006. ISSN 0730-0301. URL http://doi.acm.org/10. 1145/1183287.1183296. (Cité page 26.)
- Lavoué G., Tola M., et Dupont F. Mepp 3d mesh processing platform. Dans International conference on Computer Graphics Theory and Applications (GRAPP), page 206–210, 2012. (Cité pages 70 et 71.)
- Lee Aaron W. F., Sweldens Wim, Schröder Peter, Cowsar Lawrence, et Dobkin David. Maps : Multiresolution adaptive parameterization of surfaces. Dans *Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '98, pages 95–104, New York, NY, USA, 1998. ACM. ISBN 0-89791-999-8. URL http://doi. acm.org/10.1145/280814.280828. (Cité pages 109, 110, 112, 113, 180 et 181.)
- Li Hongwei, Lo Kui-Yip, Leung Man-Kang, et Fu Chi-Wing. Dual poissondisk tiling : An efficient method for distributing features on arbitrary surfaces. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 14(5) : 982–998, 2008. ISSN 1077-2626. (Cité pages 23, 25, 26 et 174.)
- Li Hongwei, Wei Li-Yi, Sander Pedro V., et Fu Chi-Wing. Anisotropic blue noise sampling. Dans *ACM SIGGRAPH ASIA papers*, page 167 :1–167 :12. ACM, 2010. (Cité pages 23 et 27.)

- Linde Y., Buzo A., et Gray R. M. An algorithm for vector quantizer design. *IEEE Transactions on Communications*, 28:84–95, 1980. (Cité page 108.)
- Liu Yang, Wang Wenping, Lévy Bruno, Sun Feng, Yan Dong Ming, Lu Lin, et Yang Chenglei. On centroidal voronoi tessellation - energy smoothness and fast computation. *ACM Transactions on Graphics*, 2009. Presented at SIGGRAPH 2010. (Cité pages 24 et 32.)
- Lloyd Stuart P. Least squares quantization in pcm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28:129–137, 1982. (Cité pages 32, 109 et 140.)
- Lounsbery Michael, DeRose Tony D., et Warren Joe. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type. *ACM Trans. Graph.*, 16 (1):34–73, Janvier 1997. ISSN 0730-0301. URL http://doi.acm.org/10.1145/237748.237750. (Cité pages 102, 103 et 108.)
- Maillot Jérôme, Yahia Hussein, et Verroust Anne. Interactive texture mapping. Dans Proceedings of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '93, pages 27–34, New York, NY, USA, 1993. ACM. ISBN 0-89791-601-8. URL http://doi.acm.org/10.1145/166117.166120. (Cité page 108.)
- Munshi A., Gaster B.-R., Mattson T.-G., Fung J., et Ginsburg D. *OpenCL Programming Guide*. Prentice Hall, 2011. (Cité page 141.)
- Nazarian Bruno. Les images binaires Chapitre VI. bnazarian.free. fr/MyUploads/IN_GBM_06_BINAIRES.PDF. (Cité page 119.)
- Ostromoukhov Victor. A simple and efficient error-diffusion algorithm. Dans Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '01, pages 567–572, New York, NY, USA, 2001. ACM. ISBN 1-58113-374-X. URL http://doi.acm.org/ 10.1145/383259.383326. (Cité page 26.)
- Öztireli A. Cengiz, Alexa Marc, et Gross Markus. Spectral sampling of manifolds. Dans *ACM SIGGRAPH Asia 2010 papers*, SIGGRAPH ASIA '10, pages 1–8, New York, NY, USA, 2010. ACM. (Cité pages 23 et 31.)
- Park Jaesik, Sinha Sudipta N., Matsushita Yasuyuki, Tai Yu-Wing, et Kweon In So. Multiview photometric stereo using planar mesh parameterization. *Computer Vision, IEEE International Conference on*, 0 :1161– 1168, 2013. ISSN 1550-5499. (Cité pages 104, 105, 179 et 180.)
- Park Min Ki, Lee Seung Joo, et Lee Kwan H. Multi-scale tensor voting for feature extraction from unstructured point clouds. *Graphical Models*, 74 (4):197–208, 2012. (Cité pages 78, 79 et 92.)
- Payan F. et Antonini M. Mean square error approximation for waveletbased semiregular mesh compression. *Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)*, 12, 2006. (Cité page 100.)
- Payan Frédéric, Roudet Céline, et Sauvagen Basile. Semi-regular triangle remeshing : a comprehensive study. *ACM Transactions on Graphics*, 2014. (Cité pages 100 et 107.)

- Peng Jingliang et Kuo C.-C. Jay. Geometry-guided progressive lossless 3d mesh coding with octree (ot) decomposition. Dans ACM SIGGRAPH 2005 Papers, SIGGRAPH '05, pages 609–616, New York, NY, USA, 2005. ACM. URL http://doi.acm.org/10.1145/1186822.1073237. (Cité page 15.)
- Peyrot Jean-Luc, Payan Frédéric, et Antonini Marc. Feature-preserving Direct Blue Noise Sampling for Surface Meshes. Dans Eurographics (Short Papers), pages 9–12, 2013. URL http://diglib.eg.org/EG/ DL/conf/EG2013/short/009-912.pdf. (Cité page 43.)
- Peyrot Jean-Luc, Payan Frédéric, et Antonini Marc. Aliasing-free simplification of surface meshes. Dans *Proceedings of IEEE International Conference in Image Processing (ICIP)*, Paris, France, october 2014a. (Cité page 70.)
- Peyrot Jean-Luc, Payan Frédéric, et Antonini Marc. Direct blue noise resampling of meshes of arbitrary topology. *The Visual Computer*, 2014b. (Cité page 43.)
- Pharr Matt et Humphreys Greg. *Physically Based Rendering : From Theory to Implementation*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 2004. ISBN 012553180X. (Cité page 23.)
- Pietroni Nico, Tarini Marco, Sorkine Olga, et Zorin Denis. Global parametrization of range image sets. ACM Trans. Graph., 30(6) :149 :1–149 :10, Décembre 2011. ISSN 0730-0301. URL http://doi.acm.org/10. 1145/2070781.2024183. (Cité pages 104, 105 et 180.)
- Press William H., Teukolsky Saul A., Vetterling William T., et Flannery Brian P. *Numerical Recipes in C (2Nd Ed.) : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1992. ISBN 0-521-43108-5. (Cité pages 38 et 79.)
- Rong Guodong, Tan Tiow-Seng, Cao Thanh-Tung, et Stephanus. Computing two-dimensional delaunay triangulation using graphics hardware. Dans Haines Eric et McGuire Morgan, éditeurs, SI₃D, pages 89–97. ACM, 2008. ISBN 978-1-59593-983-8. URL http://dblp.uni-trier. de/db/conf/si3d/si3d2008.html#RongTCS08. (Cité page 143.)
- Roudet C. et Payan F. Remaillage semi-régulier pour les maillages surfaciques triangulaires : un état de lárt. *REFIG (Revue Française d'Informatique Graphique)*, 5, 2011. (Cité pages 107 et 180.)
- Roudet Celine, Dupont Florent, et Baskurt Atilla. Multiresolution mesh segmentation based on surface roughness and wavelet analysis. Rapport Technique RR-LIRIS-2006-018, LIRIS UMR 5205 CNRS/INSA de Lyon/Université Claude Bernard Lyon 1/Université Lumière Lyon 2/École Centrale de Lyon, Novembre 2006. URL http://liris. cnrs.fr/publis/?id=2597. (Cité page 100.)
- Rustamov Raif M. Laplace-beltrami eigenfunctions for deformation invariant shape representation. Dans *Proceedings of the Fifth Eurographics Symposium on Geometry Processing*, SGP '07, pages 225–233, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2007. Eurographics Association. ISBN
978-3-905673-46-3. URL http://dl.acm.org/citation.cfm?id= 1281991.1282022. (Cité page 31.)

- Scharstein Daniel et Szeliski Richard. A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms. Int. J. Comput. Vision, 47 (1-3):7–42, Avril 2002. ISSN 0920-5691. URL http://dx.doi.org/ 10.1023/A:1014573219977. (Cité page 118.)
- Schlömer Thomas, Heck Daniel, et Deussen Oliver. Farthest-point optimized point sets with maximized minimum distance. Dans *Proceedings of the ACM SIGGRAPH Symposium on High Performance Graphics*, HPG '11, pages 135–142, New York, NY, USA, 2011. ACM. ISBN 978-1-4503-0896o. URL http://doi.acm.org/10.1145/2018323.2018345. (Cité page 32.)
- Schmidt Ryan, Grimm Cindy, et Wyvill Brian. Interactive decal compositing with discrete exponential maps. Dans *ACM SIGGRAPH papers*, page 605–613, New York, NY, USA, 2006. ACM. (Cité pages 54 et 55.)
- Schmit Creath K., J. et Wyant J. C. Surface profilers, multiple wavelength, and white light intereferometry. Dans *Optical Shop Testing, Third Edition*, 2006. (Cité page 35.)
- Snavely Noah, Seitz Steven M., et Szeliski Richard. Photo tourism : Exploring photo collections in 3d. ACM Trans. Graph., 25(3) :835–846, Juillet 2006. ISSN 0730-0301. URL http://doi.acm.org/10.1145/ 1141911.1141964. (Cité page 104.)
- Song Zhan et Chung Chi-Kit Ronald. Determining both surface position and orientation in structured-light-based sensing. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(10) :1770–1780, 2010. ISSN 0162-8828. (Cité page 78.)
- Sweldens Wim. The lifting scheme : A construction of second generation wavelets. SIAM J. Math. Anal., 29(2) :511–546, Mars 1998. ISSN 0036-1410. URL http://dx.doi.org/10.1137/S0036141095289051. (Cité pages 102, 103 et 179.)
- Valette S., Chassery J.-M., et Prost R. Generic remeshing of 3d triangular meshes with metric-dependent discrete voronoi diagrams. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 14(2) :369–381, 2008. (Cité pages 70, 71, 72, 73 et 178.)
- Vlachos Alex, Peters Jörg, Boyd Chas, et Mitchell Jason L. Curved pn triangles. Dans Proceedings of the 2001 Symposium on Interactive 3D Graphics, I3D '01, pages 159–166, New York, NY, USA, 2001. ACM. ISBN 1-58113-292-1. URL http://doi.acm.org/10.1145/364338.364387. (Cité page 107.)
- Wand M., Usa Ma, et Straßer W. Multi-resolution rendering of complex animated scenes, 2002. (Cité page 100.)
- Wang Hao. Proving theorems by pattern recognition II. *Bell System Technical Journal*, 40:1–42, 1961. (Cité page 24.)

- Wang Hao. Games, logic, and computers. *Scientific American Inc.*, pages 98–106, Novembre 1965. (Cité page 24.)
- Wang Kai, Lavoué Guillaume, Denis Florence, et Baskurt Atilla. Hierarchical watermarking of semiregular meshes based on wavelet transform. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 3(4) :620–634, Décembre 2008. URL http://liris.cnrs.fr/publis/?id=3543. (Cité page 100.)
- Wei Li-Yi. Parallel poisson disk sampling. *ACM Transactions on Graphics*, 27(3) :20 :1–20 :9, Août 2008. ISSN 0730-0301. (Cité page 31.)
- Wei Li-Yi et Wang Rui. Differential domain analysis for non-uniform sampling. *ACM Transactions on Graphics*, 30(4) :50 :1–50 :10, Juillet 2011. ISSN 0730-0301. (Cité pages 22, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 62, 64, 176 et 177.)
- White Kenric B., Cline David, et Egbert Parris K. Poisson disk point sets by hierarchical dart throwing. *Symposium on Interactive Ray Tracing*, o : 129–132, 2007. (Cité page 29.)
- Xu Yin, Hu Ruizhen, Gotsman Craig, et Liu Ligang. Blue noise sampling of surfaces. *Computer and Graphics*, 36 :232–240, 2012. (Cité pages 23, 24, 32 et 62.)
- Xu Yin, Liu Ligang, Gotsman Craig, et Gortler Steven J. Capacityconstrained delaunay triangulation for point distributions. *Computers* & *Graphics*, 35(3) :510–516, 2011. (Cité page 32.)
- Zhang Lei, Liu Ligang, Gotsman Craig, et Huang Hua. Mesh reconstruction by meshless denoising and parameterization. *Computers and Graphics*, pages 198–208, 2010. (Cité page 107.)
- Zhang T. Y. et Suen C. Y. A fast parallel algorithm for thinning digital patterns. *Commun. ACM*, 27(3):236–239, Mars 1984. ISSN 0001-0782. URL http://doi.acm.org/10.1145/357994.358023. (Cité page 79.)
- Zhang Y., Paik J., Koschan A., et Abidi M. A. A simple and efficient algorithm for part decomposition of 3-d triangulated models based on curvature analysis. Dans in Proceedings of the International Conference on Image Processing, III, pages 273–276, 2002. (Cité page 104.)
- Zhou Kun, Synder John, Guo Baining, et Shum Heung-Yeung. Iso-charts: Stretch-driven mesh parameterization using spectral analysis. Eurographics, July 2004. URL http://research.microsoft.com/apps/ pubs/default.aspx?id=69060. (Cité page 104.)
- Zorin Denis et Schröder Peter. Subdivision for Modeling and Animation. Rapport technique, SIGGRAPH 2000, 2000. Course Notes. (Cité page 100.)
- Zorin Denis, Schröder Peter, et Sweldens Wim. Interactive multiresolution mesh editing. Dans *Proceedings of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '97, pages 259–268, New York, NY, USA, 1997. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.

ISBN 0-89791-896-7. URL http://dx.doi.org/10.1145/258734. 258863. (Cité page 100.)

LISTE DES FIGURES

11	Image extraite du jeu vidéo Call of Duty GHOSTS TM	2
1.2	Entresol du musée du Louvre à Paris	2
1.3	Présentation d'une prothèse de main à bas coût réalisée à)
1.9	l'aide de l'impression 3D	2
τ 1	Motion capture faite avec Lionel Messi pour réaliser le jeu	5
1.4	vidéo Fifa 15 TM et Tom Hanks pour réaliser le film d'ani-	
	mation The Polar Express	4
4 -	Caméra grand angle de type Eicheve et une image acquise	4
1.5	Camera grand angle de type Fisneye et une image acquise	
. (4
1.6	Presentation d'un scanner LIDAK à gauche et d'un scanner	
	stéréoscopique à droite.	5
1.7	Application d'impression 3D : l'objet réel de gauche est nu-	
	mérisé et le modèle numérique obtenu, qui est affiché à	
	l'écran, est utilisé par l'ordinateur pour créer une impres-	
	sion 3D de l'objet initial, à droite	5
1.8	Présentation des différentes étapes de la chaîne de numéri-	
	sation 3D classique	6
1.9	Présentation des différentes étapes de la chaîne de numéri-	
	sation 3D proposée	9
1.10	Exemple de topologie grossière et disrète, avec en oranges et	
	en verts respectivement les points et les ouverts de l'espace	
	topologique $(E, \mathcal{P}(E))$ associé.	11
1.11	Enveloppe convexe de quatre points de l'espace E_0 , E_1 , E_2	
	et <i>E</i> ₃	12
1.12	A gauche est présenté un exemple de complexe simplicial,	
	puisque l'intersection entre tout couple de simplexes est soit	
	vide, soit une face de chacun des deux simplexes. L'exemple	
	de droite n'est pas un complexe simplicial puisque l'inter-	
	section entre les deux 2-simplexes $\{1, 2, 3\}$ et $\{3, 4, 5\}$ est le	
	1-simplexe $\{2,3\}$ qui est une face du 2-simplexe $\{1,2,3\}$.	
	mais pas du 2-simplexe $\{3, 4, 5\}$	12
1 1 2	A gauche est présenté un exemple de structure qui n'est pas	1)
1.13	une réalisation géométrique valide du complexe simplicial	
	abstrait $\{a, b, c\}$ $\{d, e, f\}$ $\{a, h\}$ $\{a, c\}$ $\{b, c\}$ $\{d, e\}$ $\{d, f\}$	
	$ \begin{cases} a \\ b \\ c \\ c$	
	$\{c, f\}, \{c, u\}, \{u\}, \{v\}, \{c\}, \{u\}, \{c\}, \{f\}, \{f\}, contranentent$	т л
	Daux contro avamplas de maillages 2 variátés : calui de	14
1.14	anothe possible up comment intraction (on nouse) at column	
	de droite présente une grête intéguiler (en rouge) et celui	<
	de drone presente une arete irreguiiere (en rouge).	15

1.15	Le modèle de gauche FINCH n'est pas 2-variété à cause des arêtes au niveau des pattes qui sont adjacentes à aucun tri- angle. A droite sont présentés les modèles PIG et SHARK qui sont respectivement un maillage 2-variété à bord et sans	
1.16	bord (les maillages proviennent du site AIM@Shape) Le ruban de Mobius présenté en haut n'est pas une surface orientée, contrairement au tore présenté en bas.	16 16
1.17	La somme connexe entre les deux tores S et S' forme la surface de genre 2.	17
1.18	Exemples de surfaces de genres différents. La sphère n'a pas de genre puisque tout cercle sur sa surface la sépare en deux parties connexes. Le tore a un genre égal à 1 et la bouteille de Klein a un genre égal à 2.	17
1.1	Distribution en disques de Poisson d'un domaine planaire	22
1.2	De gauche à droite : la puissance spectrale, la puis- sance spectrale moyenne radiale (PSMR) et l'anisotropie en échelle logarithmique (décibels) d'une distribution idéale en	22
1.3	disques de Poisson	23
1.4	et Dutré 2005))	24
1.5	qui ne respectent pas la distance minimale de 2 <i>R</i> entre eux. Illustration d'un Tiling de Poisson dual défini par trois types de tuiles duales : les corner tiles (en gris) se trouvent à l'in- tersection de plusieurs edge tiles (en couleur), alors que les surfaces intérieures (en blanc) sont nommées interior tiles. Le carré noir au centre illustre une tuile de Wang pour diffé- rencier les deux concepts (image extraite de (Lagae et Dutré	25
1.6	2005))	25
1.7	son sur une surface (image extraite de (Li et al. 2008)) Illustration du voisinage de disponibilité. L'union des disques de rayons $2R$ centrés sur les échantillons S_i , S_j et S_k	26
	définit le domaine qui n'est plus disponible pour accueillir un nouvel échantillon (zones en rouge). Son complément dans le domaine d'échantillonnage Ω est le domaine de disponibilité (zone hachurée), et son sous-domaine consti- tué de l'union des anneaux compris entre les disques de rayons 2 <i>R</i> et 4 <i>R</i> correspond au voisinage de disponibilité (zone verte), où le prochain échantillon sera choisi afin de	
1.8	réaliser un échantillonnage de Poisson maximal Résultats visuels de la méthode (Fu et Zhou 2008), avec une vue avant et après remaillage basé disques de Poisson	28
	(images extraites de (Fu et Zhou 2008))	29

1.9	A gauche : prélèvement d'un échantillon (point noir) parmi l'ensemble des points uniformément répartis du sample pool (points gris). A droite : si l'échantillon est valide, on re- tire du sample pool les points contenus dans les cellules qui	
	et al. 2012)).	30
1.10	Processus de découpe de la méthode (Geng et al. 2011). <i>a</i>) En pointillés sont représentés les arêtes du maillage qui in- tersectent le disque de rayon <i>R</i> associé à un échantillon; <i>b</i>) les points d'intersection avec le disque sont calculés et ajou- tés à la maille; <i>c</i>) découpe et re-triangulation pour mettre à jour le domaine de disponibilité (images extraites de (Geng et al. 2011)).	30
1.11	Illustration 2D d'une structure de 3×3 phase groups où les cellules appartenant à un même phase group (de même couleur) sont échantillonnées de manière parallèle. Les échantillons ainsi générés dans un même phase group, respecteront une distance minimale supérieure à $2R$ les uns avec les autres (image extraite de (Bowers et al. 2010))	21
1.12	Graphe non exhaustif de la famille des techniques de nu- mérisation 3D	31
1.13	Scanner 3D avec contact muni d'un stylet doté d'une bille))
1.14	Image infrarouge d'une maison, avec en rouge et bleu res- pectivement les zones de hautes et basses températures	34
1.15	(image extraite de AUXYAL TM)	34
1.16	Exemple d'un système de reconstruction par stéréoscopie.	34 35
1.17	Modèle du sténopé permettant de définir les relations ma- thématiques associées aux phénomènes physiques mis en	55
0	jeu lors de l'acquisition d'une image par une caméra	37
1.18	Une mire de calibrage contenant 12 cercles blancs	38
1.19	à la calibration du système stéréoscopique.	39
1.20	Géométrie épipolaire, avec les épipôles e et e' et leurs lignes épipolaires L et L' associées aux caméras gauche et droite	57
	respectivement.	39
2. 1	Illustration de l'erreur introduite par l'utilisation d'une mé- trique euclidienne par rapport à une métrique géodésique,	
	pour calculer des distances surfaciques	45
2.2	Exemple de Dart Throwing adaptatif sur un plan 2D. Le	. –
2.2	rayon des alsques depend des valeurs de courbures Principe général de notre méthode de ré-échantillonnage de	45
2.3	maillages en disques de Poisson.	46

- 2.4 Classification des sommets des modèles originaux SOCKET et FANDISK : les points verts et rouges désignent respectivement les sommets des classes sharp features et corners, les autres sommets appartiennent à la classe smooth regions. La vue à droite de FANDISK correspond au zoom de la zone entourée par le rectangle jaune, qui laisse apparaître que la classification est robuste, car les deux points difficiles (les deux sommets rouges) sont bien détectés comme des coins.
- 2.5 Illustration de l'amélioration de la précision du rééchantillonnage en fonction de la densité du maillage. A gauche est présenté un maillage avec une densité de sommets plus faible que celle du maillage de droite. On peut voir que l'intersection entre le disque et les sommets du maillage de gauche ne comporte que 5 sommets contrairement au maillage de droite, où l'ensemble des sommets rouges représente mieux la forme du disque.
- 2.6 Illustration de deux subdivisions Midpoint successives. a) Un triangle quelconque du maillage *M* avant la subdivision; b) le même triangle après une subdivision Midpoint, les points oranges correspondent aux nouveaux sommets ajoutés au milieu des trois arêtes, générant ainsi 4 nouveaux triangles; c) une seconde subdivision Midpoint est appliquée sur chacun des 4 triangles précédents pour former ainsi 4 × 4 triangles, grâce à l'ajout des 9 sommets verts.
- 2.7 Illustration de la mise à jour du domaine disponible sur le maillage M_{sub} . a) Un échantillon est tiré aléatoirement et son disque est généré sur le domaine d'échantillonnage. Les sommets verts correspondent aux sommets contenus dans la liste L et en rouges les sommets de la liste L qui se trouvent à l'intérieur du disque et qui seront retirés de L car l'échantillon est valide; b) les sommets rouges ont été retirés de la liste L; c) un nouvel échantillon est choisi, mais est invalide car son disque ne contient pas uniquement des sommets de la liste L (sommets verts); d) un nouvel échantillon est donc choisi et sa validité est vérifiée. 52 2.8 Distribution de densité 1195 échantillons, générée sur le mo-53 2.9 Principe général de notre adaptation pour analyser de façon plus précise des distributions d'échantillons. 54 2.10 Comparaison des PSMR d'une distribution en disques de Poisson générée par notre méthode de ré-échantillonnage sur le modèle AxLE, et calculées avec l'outil original (Wei et Wang 2011) (courbe rouge) et notre méthode d'analyse utilisant l'algorithme (Dijkstra 1959) (courbe bleue). 56 2.11 Illustration des subdivisions Midpoint et Dithering. *a*) Le maillage original d'un plan; b) et c) les maillages obtenus après respectivement 2 subdivisions Midpoint sans et avec Dithering. 56

47

50

50

2.12	PSMR et anisotropies calculées avec notre méthode d'ana- lyse, à l'aide d'une version subdivisée Midpoint du maillage	
2.13	Dithering du maillage original à droite	57
-	générées par la méthode d'échantillonnage (Wei et Wang 2011) sur les modèles EIGHT et HAND, et calculées avec l'ou- til original (Wei et Wang 2011) (courbes rouges) et potre mé	
2.14	thode d'analyse (courbes bleues)	58
·	FANDISK et ROCKER ARM. De haut en bas : maillages ori- ginaux, distributions en disques de Poisson respectivement	
	sans et avec préservation des caractéristiques géométriques. Pour mettre en évidence l'influence de la préservation des	
	échantillons qui se trouvent sur des arêtes saillantes sont colorés en rouge, et les autres en vert.	60
2.15	Ré-échantillonnages en disques de Poisson sur les modèles SOCKET et AXLE. De haut en bas : maillages originaux, distri- butions en disques de Poisson respectivement sans et avec préservation des caractéristiques géométriques. Pour mettre	
	en évidence l'influence de la préservation des caractéris- tiques géométriques sur le ré-échantillonnage, les échan- tillons qui se trouvent sur des arêtes saillantes sont colorés	
2.16	en rouge, et les autres en vert	61
2.17	bleues et rouges), suivies de leurs PSMR et anisotropies en décibels respectives	63
	et al. 2012) (courbes marrons) et la méthode (Wei et Wang 2011) (courbes bleues), suivies des PSMR et anisotropies en	ŕ
2.18	décibels respectives	64
	approximative de 1k, 2k et 5k échantillons.	65

2.19	Comparaison de la qualité des distributions en disques de Poisson générées par notre méthode de ré-échantillonnage en fonction de la densité de sommets des maillages origi- naux et de la densité d'échantillons des distributions. De haut en bas : les puissances spectrales des distributions ob- tenues avec respectivement des densités de 1k, 2k et 5k	
	echantilions, suivies de leurs PSMR et anisotropies en de-	~
2.20	Influence de la régularité du maillage original sur la qua- lité de la distribution en disques de Poisson générée par notre méthode de ré-échantillonnage sur le modèle EIGHT. De gauche à droite : maillage original, une distribution en disques de Poisson avec approximativement 3k échantillons	00
2.21	et sa puissance spectrale	67
	disques de Poisson avec approximativement 2k échantillons	
2.22	et sa puissance spectrale	68
2.23	et al. 2008)	71
2.24	échantillonnage ou avec la méthode (Valette et al. 2008) Fidélité géométrique (<i>RMSE</i> normalisées) de deux modèles maillés à partir des échantillons générés par notre méthode	71
2.25	de ré-échantillonnage ou avec la méthode (Valette et al. 2008). Qualité visuelle (<i>MSDM2</i>) de deux modèles maillés à partir des échantillons générés par notre méthode de ré- échantillonnage ou avec la méthode de (Valette et al. 2008)	72
	echantinonnage ou avec la methode de (valette et al. 2000).	/2
3.1	Comparaison des différentes étapes nécessaires pour échan- tillonner une surface lorsqu'on utilise notre approche di- recte 3D (en haut), présentée au chapitre précédent, et notre approche basée sur les images stéréoscopiques (en bas), pré-	
2.2	Principa général de potre méthode d'échaptillennage de	75
ے.د	surfaces à partir des images stéréoscopiques.	76
3.3	Région <i>POI</i> sur une image stéréoscopique et l'image binaire	_
3.4	Principe général de la technique (Daval et al. 2013), permet- tant de calculer les normales 3D, à partir d'un système de numérisation par lumière structurée sans utiliser d'informa-	77
	tion tridimensionnelle (image extraite de (Daval et al. 2013)).	78
3.5	Technique utilisée pour différencier les extrémités et les in- tersections entre les squelettes.	82

83
0
85
8-
05
88
00
89
90
91
01
91
92
00
99
101
101
102
102
103
104

1.7	Illustration des charts définis sur la surface du maillage de base, ainsi que la paramétrisation obtenue (image extraite	
1.8	de (Park et al. 2013))	105
1.9	troni et al. 2011))	105
1.10	de (Boubekeur et al. 2006))	106
1.11	régulière (image extraite de (Roudet et Payan 2011)) Exemple d'un diagramme de Voronoï centroïdal obtenu grâce à l'algorithme LBG (à gauche). Le complexe de base <i>M</i> _k obtenu par triangulation des sites est présenté à droite	107
1.12	(image extraite de (Kammoun et al. 2010))	109
	normale d'une courbe. Commençant avec le segment $[(0,0), (0,1)]$, une subdivision Midpoint est appliquée et le point généré est replacé suivant la direction normale du segment pour se placé au point $(1,1)$. En réitérant cette étape, on arrive à générer une représentation multi-échelles de la courbe avec seulement les deux points $(0,0)$ et $(0,1)$ et trois scalaires correspondant aux longueurs des médiatrices des triangles isocèles (image extraite de (Guskov et al. 2000)).	110
1.13	Le complexe de base M_b à gauche et le réseau de courbes définissant la paramétrisation des arêtes du complexe de base M_b sur la surface d'un maillage de la hiérarchie à un niveau de résolution intermédiaire à droite (images extraites	
1.14	de (Guskov et al. 2000)). Calcul des points d'intersection entre la normale et la sur- face du maillage irrégulier M_{ir} (image extraite de (Guskov	111
1.15	Image géométrique du modèle BUNNY (image extraite de	111
1.16	(Gu et al. 2002))	112
1.17	Exemple de re-triangulations possibles du voisinage d'un sommet enlevé par vertex removal (image extraite de (Lee et al. 1998)).	113
		2

1.18	 Paramétrisations produites par <i>a</i>) MAPS (Lee et al. 1998), <i>b</i>) Normal Meshes (Guskov et al. 2000) et <i>c</i>) la méthode (Khodakovsky et al. 2003) (image extraite de (Khodakovsky et al. 2003)). 	113
2.1	Principe général de la chaîne de numérisation 3D clas- sique et objectif de notre méthode de reconstruction semi-	
2.2	Principe de l'approche classique de reconstruction 3D par	117
2.3	Principe de notre méthode de reconstruction semi-régulière	117
2.6	Génération du maillage semi-régulier 2D. <i>a</i>) Initialisation; <i>b</i>) génération du maillage de base 2D; <i>c</i>) génération de la connectivité du maillage 2D de résolution 1; <i>d</i>) mise à jour de la géométrie du maillage 2D de résolution 1 pour être to- talement inclue dans la composante <i>POI</i> principale; <i>e</i>) et <i>f</i>) génération de la connectivité du maillage 2D de résolution 2	110
	et mise à jour de sa géométrie.	124
2.7	sin du pixel <i>P</i>	125
2.8	Illustration des artefacts de reconstruction aux niveaux des zones de trous, lors de la génération du maillage semi-	
2.9	regulier 2D	125
2.10	Reconstruction semi-régulière après l'approximation propo- sée pour uniformiser la densité de sommets du maillage	100
2.11	Comparaison des maillages semi-réguliers générés sans et avec l'approximation proposée pour uniformiser la densité de sommets du maillage semi-régulier. <i>a</i>) Maillage semi- régulier 3D à la résolution 6 généré sans approximation; <i>b</i>) maillage semi-régulier 3D à la résolution 6 obtenu avec	127
2.12	l'approximation	127
	régulier 3D.	129
2.13	Résultats des différentes étapes de notre méthode de recons- truction semi-régulière sur le modèle PORTE.	130
2.14	Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de re-	101
2.15	Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de re-	131
2.16	construction semi-régulière sur le modèle VISAGE	132
0	construction semi-régulière sur le modèle Mur.	133

2.17	Génération d'un maillage irrégulier représentant la surface originale, par triangulations successives des pixels voisins	
	de la composante <i>POI</i> principale	134
3.1	Principe de notre méthode de reconstruction semi-régulière en disques de Poisson de surfaces par stéréoscopie.	139
3.2	Génération parallèle de la partition de Voronoï 2D sur l'image stéréoscopique. La zone entourée en rouge contient l'ensemble des pixels pour lesquels des valeurs erronées de distances peuvent apparaître si les deux threads T_{S_i} et T_{S_j}	-57
	changent simultanément leurs valeurs.	142
3.3 3.4	Illustration d'un pixel isole dans le diagramme de Voronoi. Illustration des sommets de Voronoï d'une partition réalisée	143
3.5	à partir de 5 sites (les sites sont encadrés en jaune) Voisinage pris en compte lors de la détection des sommets	144
3.6	de Voronoï	145
	Poisson	146
3.7	Maillage semi-régulier obtenu avec notre méthode de re- construction semi-régulière sur le modèle STATUETTE, à par-	- 1-
3.8	tir d'un échantillonnage uniforme	147
3.9	d'un échantillonnage uniforme	148
3.10	d'un échantillonnage uniforme	149
2 11	d'un échantillonnage uniforme	150
J.11	à partir d'un maillage de base formé de seulement 2 tri- angles, ou un échantillonnage uniforme et adaptatif sur le	
3.12	modele VISAGE	152
	modèle Porte.	153

Titre Optimisation de la chaîne de numérisation 3D : de la surface au maillage semi-régulier

Résumé La numérisation 3D permet de générer des représentations numériques très réalistes et fidèles géométriquement aux surfaces réelles. Cependant, cette fidélité géométrique, obtenue à l'aide d'un sur-échantillonnage de surfaces, augmente considérablement le volume de données générées. Les maillages ainsi produits sont donc très denses, et peu adaptés aux différents supports de visualisation, de transfert, de stockage, etc. La représentation semi-régulière des surfaces permet de diminuer le volume nécessaire à la représentation de ces maillages denses, et possède des qualités bien connues en matière de représentations multiéchelles et de compression. Cette thèse a pour objectif d'optimiser la chaîne de numérisation 3D classique en améliorant l'échantillonnage des surfaces tout en conservant la fidélité géométrique, et en court-circuitant les étapes fastidieuses qui conduisent à une représentation semi-régulière. Pour cela, nous avons intégré dans un système stéréoscopique, l'échantillonnage en disques de Poisson qui, grâce à ses propriétés de bruit bleu, réalise un bon compromis entre sous- et sur-échantillonnage. Ensuite, nous avons généré un mailleur semi-régulier, qui travaille directement sur les images stéréoscopiques, et non sur une version remaillée des nuages de points habituellement générés par ces systèmes. Les résultats expérimentaux montrent que ces deux contributions génèrent de façon efficace des représentations semi-régulières, qui sont géométriquement fidèles aux surfaces réelles, tout en réduisant le volume de données générées.

Title 3D digitization optimization : from surface to semi-regular mesh

Abstract Nowadays, 3D digitization systems generate numeric representations that are both realistic and of high geometric accuracy with respect to real surfaces. However, this geometric accuracy, obtained by oversampling surfaces, increases significantly the generated amount of data. Consequently, the resulting meshes are very dense, and not suitable to be visualized, transmitted or even stored efficiently. Nevertheless, the semi-regular representation due to its scalable and compact representation, overcomes this problem. This thesis aims at optimizing the classic 3D digitization chain, by first improving the sampling of surfaces while preserving geometric features, and secondly shortening the number of required treatments to obtain such semi-regular meshes. To achieve this goal, we integrated in a stereoscopic system the Poisson-disk sampling that realizes a good tradeoff between undersampling and oversampling, thanks to its blue noise properties. Then, we produced a semi-regular meshing technique that directly works on the stereoscopic images, and not on a meshed version of point clouds, which are usually generated by such 3D scanners. Experimental results prove that our contributions efficiently generate semi-regular representations, which are accurate with respect to real surfaces, while reducing the generated amount of data.