HAL
open science

Instruments de la famille des flûtes : analyse des transitions entre régimes

Soizic Terrien

To cite this version:

Soizic Terrien. Instruments de la famille des flûtes : analyse des transitions entre régimes. Acoustique [physics.class-ph]. Aix-Marseille Université, 2014. Français. NNT : . tel-01142359

HAL Id: tel-01142359

https://theses.hal.science/tel-01142359v1

Submitted on 15 Apr 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ

ECOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGENIEUR
Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique

LABORATOIRE DE MÉCANIQUE ET D'ACOUSTIQUE
UPR CNRS 7051

Thèse présentée pour obtenir le grade universitaire de docteur

Discipline : Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : Acoustique

Instruments de la famille des flûtes : analyse des transitions entre régimes

Soizic Terrien

Soutenue le 10/12/2014 devant le jury :

Joël GILBERT	Directeur de Recherche CNRS, LAUM, Le Mans	Rapporteur
José ANTUNES	Principal Researcher, ITN, Sacavém	Rapporteur
Patricio DE LA CUADRA	Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago	Examinateur
Bruno COCHELIN	Professeur, ECM / LMA, Marseille	Examinateur
Christophe VERGEZ	Directeur de Recherche CNRS, LMA, Marseille	Directeur de thèse
Benoît FABRE	Professeur, UPMC / d'Alembert, Paris	Co-directeur de thèse
Philippe BOLTON	Facteur de Flûtes à Bec, Villes-sur-Auzon	Invité

Remerciements

De nombreuses personnes ont gravité autour de cette thèse ... Certaines, pour leur contribution à ces travaux, devraient avoir leur nom sur ce document. D'autres sont plus étrangères aux systèmes dynamiques, voire même aux instruments à vent, mais ont rendu ces trois années plus qu'agréables.

Mes premiers remerciements s'adressent tout naturellement à Christophe, pour la qualité de son encadrement tout au long de ces (un peu plus que) trois années. Ta disponibilité, et ton ouverture d'esprit (même pour la flûte à bec !), mais aussi la confiance et la liberté que tu m'as accordées, tout en sachant me guider aux bons moments, ont très largement contribué à la réalisation de cette thèse. Je ne pense pas qu'un thésard puisse espérer meilleur accompagnement scientifique et humain ... Merci également à Benoît, qui a accepté de se prêter au jeu de l'encadrement à distance, et des diverses lectures et re-lectures, depuis les différentes rives de la Loire et de l'Atlantique.

Je remercie très sincèrement Joël Gilbert et José Antunes d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, ainsi que Patricio de la Cuadra, Bruno Cochelin et Philippe Bolton, pour avoir lu, commenté et porté de l'intérêt à ces travaux.

Merci également à David Barton pour son aide précieuse sur les méthodes numériques dédiées à l'étude des systèmes neutres, ainsi que pour son accueil à Bristol. Pour la partie expérimentale, merci bien sûr à Didier Ferrand de m'avoir initée aux subtilités de dSpace, mais également à Alain Busso, Stefan Devic, Vincent Long et Olivier Pot, pour leur disponibilité, et leur ingéniosité qui facilite grandement les manips !

Une grande partie de cette thèse n'aurait pas vu le jour sans la collaboration précieuse de Philippe Bolton. Je te remercie très chaleureusement pour ton enthousiasme, ta disponibilité et pour l'accueil dans ton atelier. Merci également pour ta patience face à ma maladresse dans la taille des bouchons de flûtes à bec ! A défaut d'avoir un très bon avenir de facteur de flûtes, je sais au moins maintenant faire la différence entre un ciseau à bois et un racloir ...

Etudier le jeu du musicien aurait été particulièrement compliqué sans flûtiste ... Un très grand merci, donc, à Marine Sablonnière, d'avoir accepté de participer à ces travaux et de jouer sur des instruments *"pas très confortables"* tout en étant reliée à une panoplie de capteurs.

Il n'est pas forcément facile de trouver des non musiciens au labo ... Merci beaucoup Etienne d'avoir accepté de rejouer de la flûte à bec avec un grand non-professionnalisme, mais surtout pour tous les bons moments partagés ces quatre dernières années, et pour le soutien pendant les semaines de rédaction.

Un grand merci Charles pour ton amitié et pour la visite guidée de la Plaine et du Cours Julien (à défaut des calanques ...) à mon arrivée à Marseille !

Merci aussi à *l'indus* pour ce (sportif) hiver 2013, et pour les inoubliables imitations de la crème des chanteurs français !

Merci à tous les habitants des bâtiments voisins, avec qui il est toujours agréable de discuter autour d'un café : Philippe, Jean, Solvi, Richard, Mitsuko, Sabine, Olivier et Sophie. Merci particulièrement à Jacques Chatron pour son aide sur la soudure, et à Michèle Laurent pour son aide administrative et son efficacité ! Merci également aux thésards, stagiaires et post-doc que j'ai croisés au labo et en-dehors. Je ne me risquerais pas à les citer tous, mais je remercie tout particulièrement Rémi Blandin de m'avoir supportée pendant ses six mois de stage, Jean-Baptiste Doc pour ses conseils avisés sur le tracé de figures, mais aussi Charles Verron, Anaïk Olivero, Adrien Sirdey, Lennie Gandemer, Gaultier Real, Lionel Velut, Mithra Djahanbani, Camille Vauthrin, Alexis Guilloteau, Whitney Coyle, Gaëtan Parseihian ...

La vie marseillaise n'aurait sans aucun doute pas été aussi joyeuse sans tous les amis ... Un merci tout particulier aux premiers copains marseillais, Pauline et Jonathan, qui m'ont donné envie de rester. Un très grand merci à tout le *club Mickey* - et tout particulièrement à Manon et Julia - pour votre enthousiasme et votre énergie permanents. Merci aussi à tous les habitants du 28 pour votre accueil et l'ambiance chez vous, et aussi pour vos goût musicaux parfois inattendus. Une pensée également pour les copains musiciens, en particulier Chloé, Romain, Sophie, Léa, Judith et Lisa.

Puisqu'il y a eu quelques détours du côté de la capitale, merci à Arthur pour les efforts tranchants et les moments de brassage (ou l'inverse ?) ; et, avec un peu de retard, merci à Noëlle pour l'accueil et pour m'avoir aidée à choisir Marseille.

Un grand merci de loin aux copains choletais éparpillés un peu partout, j'espère continuer longtemps à vous retrouver aux quatre coins de la France (ou du monde ?), même si c'est pour camper par -2 ° ! Un clin d'oeil particulier à Renaud et Guillaume pour un peu tout, et à Etienne Baron pour nos soutenances presque-en-même-temps.

Marseille ne serait pas complètement Marseille sans la Plaine et ses habitués ... Parmi eux, merci à Saïd, pour son soutien pendant nos mois de rédaction !

Puisqu'on en arrive rarement à faire une thèse sur la flûte à bec complètement par hasard, un très grand merci à Christine Gord de m'avoir donné envie de faire de la musique.

Enfin, merci à la famille élargie, et plus particulièrement à Annie, Sylvain et Renaud pour leur soutien. Merci à mes parents pour la (longue) séance d'épluchage la veille de la soutenance, mais surtout pour m'avoir donné la possibilité de faire ces longues années d'étude, sans pression, et en me laissant toute la liberté possible.

Pour finir, merci à Simon de m'avoir fait découvrir qu'il était possible de faire de la musique avec une fanfare, et aussi pour le reste.

« Mais peut-être qu'il n'y a pas d'ordre, après tout.
Peut-être que l'ordre naturel des choses, c'est le chaos et l'aléatoire. »

Jonathan Coe

Table des matières

Introduction générale **1**

1 Etat de l'art **7**
1.1 Introduction . . . 7
1.2 Production du son dans les instruments de la famille des flûtes . . . 7
1.2.1 Mécanisme général de production du son . . . 7
1.2.2 Modélisation générale : couplage excitateur-résonateur . . . 9
1.3 Modèle physique de l'état-de-l'art . . . 10
1.3.1 Réceptivité : perturbation initiale du jet . . . 11
1.3.2 Instabilité du jet : amplification et convection des perturbations . . . 12
1.3.3 Interaction jet-biseau : sources aéro-acoustiques . . . 14
1.3.4 Réponse passive du résonateur . . . 16
1.3.5 Modèle complet . . . 19
1.3.6 Régimes de l'instrument . . . 20
1.3.7 Limites du modèle . . . 22
1.4 Conclusion . . . 24

I Etude de l'instrument, analyse du modèle : différents outils **27**

2 Analyse du modèle : outils et méthodes numériques **29**
2.1 Introduction . . . 29
2.1.1 Estimation des paramètres . . . 30
2.1.2 Adimensionnement du modèle . . . 30
2.2 Intégration temporelle du modèle physique de l'instrument . . . 31
2.2.1 Implémentation et choix du solver . . . 31
2.2.2 Premières illustrations . . . 31
2.2.3 Discussion . . . 33
2.3 Calcul et continuation de solutions statiques et périodiques . . . 36
2.3.1 Introduction . . . 36
2.3.2 Calcul de solutions périodiques du système : collocation orthogonale aux points de Gauss . . . 38
2.3.3 Continuation numérique : d'un point solution à une branche de solutions 41
2.3.4 Stabilité des solutions et bifurcations . . . 43
2.3.5 Validation de l'approche . . . 48
2.3.6 Diagrammes de bifurcations . . . 50
2.3.7 Continuation de points de bifurcations . . . 53
2.4 Conclusion . . . 58

3 Outils expérimentaux **59**
3.1 Mesures sur musiciens . . . 59
3.2 Bouche artificielle asservie en pression . . . 61
3.2.1 Intérêt . . . 61
3.2.2 Fonctionnement de l'asservissement en pression . . . 61
3.2.3 Illustration . . . 62

II De l'influence du facteur : paramètres de facture et régimes d'oscillation **67**

4 Génération de sons quasi-périodiques **69**
4.1 Observations expérimentales : détermination de la *nature* des régimes non périodiques . . . 71
4.1.1 Analyse des *sonidos rajados* . . . 71
4.1.2 Analyse de multiphoniques de flûtes à bec . . . 74
4.2 Production de régimes quasi-périodiques par simulations temporelles d'un modèle physique . . . 77
4.2.1 Capacité du modèle à reproduire les comportements étudiés . . . 78
4.2.2 Caractéristiques des sons de synthèse . . . 81
4.2.3 Discussion . . . 83
4.3 Mécanisme d'apparition des régimes quasi-périodiques . . . 83
4.3.1 Mécanisme d'apparition des sonidos rajados . . . 83
4.3.2 Mécanisme d'apparition des multiphoniques de flûte à bec . . . 85
4.3.3 Discussion . . . 89
4.4 Lien entre inharmonicité et régimes quasi-périodiques . . . 90
4.4.1 Adaptation du modèle : définition d'un paramètre d'inharmonicité globale 91
4.4.2 Branches de points de bifurcation de Neimark-Sacker . . . 91
4.5 Inharmonicité, retard, et régimes quasi-périodiques : un éclairage sur le mécanisme d'apparition . . . 93
4.5.1 Considérations sur la méthode du gain en boucle ouverte . . . 93
4.5.2 Un éclairage sur l'apparition des régimes quasi-périodiques . . . 94
4.6 Conclusion . . . 99

5 Géométrie du canal des flûtes à bec et notion *d'ouverture de l'instrument* **101**
5.1 Introduction . . . 101
5.2 Protocole expérimental . . . 103
5.3 Influence de différents éléments géométriques *mesurables* . . . 109
5.3.1 Influence de la convergence et de la voûte du canal . . . 109
5.3.2 Influence des chanfreins . . . 118
5.4 Notion d'ouverture de l'instrument . . . 120
5.4.1 Caractéristique débit-pression . . . 120
5.4.2 Zones de stabilité des différents régimes . . . 121
5.4.3 Amplitude d'oscillation sur le registre principal . . . 122
5.4.4 Durée des transitoires . . . 124
5.4.5 Discussion . . . 126
5.5 Quel *optimum* le facteur recherche-t-il ? . . . 127
5.5.1 Introduction . . . 127
5.5.2 Caractéristique débit-pression . . . 127
5.5.3 Zones de stabilité des différents régimes . . . 129

5.5.4 Amplitude d'oscillation sur le registre principal . . . 130
5.5.5 Fréquence d'oscillation sur le registre principal . . . 131
5.5.6 Spectre sur le registre principal . . . 133
5.6 Discussion et Conclusions . . . 134

III De l'influence du musicien : paramètres de contrôle et régimes d'oscillation 139

6 Géométrie du canal : influence sur le jeu du musicien 141
6.1 Introduction . . . 141
6.2 Protocole expérimental . . . 142
6.3 Caractéristiques des régimes d'oscillation : seuils, amplitude, fréquence . . . 142
6.3.1 Plages de stabilité des différents régimes . . . 143
6.3.2 Amplitude d'oscillation sur le premier registre . . . 144
6.3.3 Fréquence d'oscillation sur le premier registre . . . 145
6.3.4 Spectre sur le premier registre . . . 147
6.4 Etude des transitoires d'attaques . . . 148
6.4.1 Pression *cible* utilisée . . . 149
6.4.2 Temps de montée de la pression dans la bouche et durée des transitoires . 150
6.4.3 Durée des transitoires de la pression acoustique . . . 152
6.5 Discussion . . . 153
6.6 Conclusion . . . 154

7 Seuils de changement de régime : influence de la dynamique de la pression d'alimentation 159
7.1 Avant Propos . . . 159
7.2 Introduction and problem statement . . . 160
7.3 Experimental and numerical tools . . . 163
7.3.1 Measurements on musicians . . . 163
7.3.2 Pressure controlled artificial mouth . . . 163
7.3.3 Physical model of the instrument . . . 164
7.4 Linear ramps of the blowing pressure : experimental and numerical results . . . 167
7.4.1 Influence of the slope of blowing pressure ramps on thresholds . . . 167
7.4.2 Influence of the slope of blowing pressure ramps on oscillation frequency and amplitude . . . 168
7.4.3 Influence of the pressure dynamics before the static threshold . . . 170
7.4.4 Comparison with the results of an experienced musician . . . 172
7.4.5 Discussion . . . 174
7.5 Toward a phenomenological model of register change . . . 174
7.5.1 Proposed model . . . 175
7.5.2 Assessment of the model . . . 176
7.5.3 Case of experimental data . . . 178
7.5.4 Influence of the regime resulting from the regime change . . . 179
7.6 Conclusion . . . 181

8 Étude des transitoires d'attaque 183
8.1 Introduction . . . 183
8.2 Quelques rappels sur l'analyse linéaire . . . 184
8.3 Analyse linéaire et transitoires d'attaque . . . 187

8.3.1 Régime d'oscillation résultant d'un échelon de pression d'alimentation . . 188
8.3.2 Plages de stabilité des différents registres 190
8.3.3 Durée et nature des transitoires 191
8.3.4 Influence du temps de montée de P_m 195
8.4 Conclusion 197

Conclusion générale **199**

Annexes **204**

A Reformulation du modèle **I**

B Modèle de l'état de l'art : étude du gain en boucle ouverte **IV**

C Géométrie du canal des flûtes à bec : influence sur les transitoires d'attaque **IX**

D Tablature des doigtés des flûtes à bec alto **XII**

E Validation of the phenomenological model of register change in the case of piecewise linear ramps of the blowing pressure **XIII**

Introduction générale

Contexte

L'observation et l'analyse du travail des facteurs d'instruments et des musiciens sont riches d'enseignements pour le scientifique qui s'intéresse au fonctionnement des instruments de musique : la maîtrise qu'ils acquièrent de leur art est le fruit d'un long processus d'essais-erreurs, qui leur permet de contrôler le fonctionnement de l'instrument sans pour autant comprendre les mécanismes physiques en jeu. Ils sont pourtant les premiers conscients de la complexité du fonctionnement de l'instrument, tant il leur faut d'années de pratique quotidienne pour maîtriser le jeu et la fabrication d'un instrument. Le cas des flûtes à bec - auxquelles on s'intéresse plus particulièrement dans le cadre de cette thèse, parmi d'autres instruments de la même famille - est en ce sens particulièrement marquant : les ajustements du facteur sont si fins qu'il n'existe à ce jour pas de *bons* instruments joués par des musiciens professionnels qui ne soient fabriqués à la main.

Loin de vouloir développer des outils qui viseraient à *imiter* le musicien ou le facteur d'instruments (ce qui serait du reste bien illusoire !), la physique des instruments de musique tente de comprendre les mécanismes de production du son dans les instruments, et l'influence des paramètres *de facture* et *de contrôle* - respectivement liés à la fabrication de l'instrument et au jeu de l'instrument par le musicien [1] - sur les caractéristiques du son produit par le système couplé *musicien-instrument*.

La diversité des régimes sonores produits par les flûtes a été mise en évidence à de nombreuses reprises dans la littérature. Pour les musiciens, la richesse des régimes d'oscillation et des comportements de l'instrument est un avantage incontestable, mais pose le problème du contrôle, c'est à dire du choix des paramètres et des conditions initiales qui permettent de sélectionner un régime particulier. Sur un même instrument, le fait de souffler plus ou moins fort peut ainsi conduire, en fonction du *doigté* [2] et des autres paramètres de contrôle utilisés, à des situations très diverses. Dans le cas d'un *decrescendo* (*i.e.* une diminution de la pression dans la bouche du musicien), on observe par exemple, en figure 1, une transition d'un premier régime périodique de fréquence f_1 vers un second régime périodique proche de l'octave inférieure (*i.e.* de fréquence proche de $f_1/2$), en passant par un régime non périodique entre $t \approx 6s$ et $t \approx 8s$. Dans d'autres cas, tels que celui représenté en figure 2, un *crescendo* mène à une transition d'un régime périodique vers un régime non périodique. Le cas représenté en figure 3 est encore différent, puisque le fait de souffler de plus en plus fort mène dans ce cas à un *aller-retour* entre

1. Dans les instruments à vent, les paramètres de contrôle regroupent par exemple la pression dans la bouche du musicien (associée au fait de souffler plus ou moins fort), mais également la position de la langue, des joues, des doigts ...

2. Un *doigté*, sur les instruments à vent, correspond à une combinaison de trous fermés par des clefs ou les doigts du musicien et de trous laissés ouverts. Le choix du doigté fixe les résonances de l'instrument, et détermine (au moins en partie) la note jouée par l'instrument.

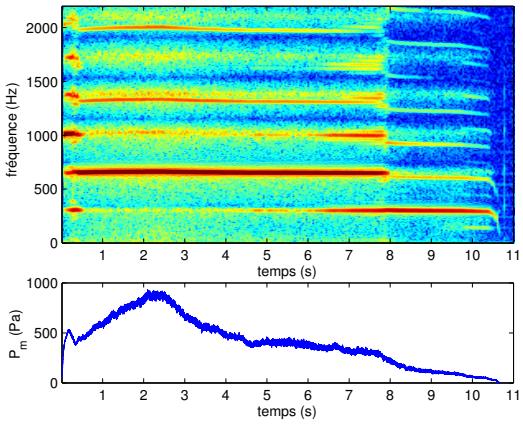


FIGURE 1: Spectrogramme du son produit (en haut) et pression dans la bouche (en bas), mesurés lors d'un *decrescendo* réalisé par une musicienne professionnelle, sur une flûte à bec alto, pour un doigté de *fa 3*.

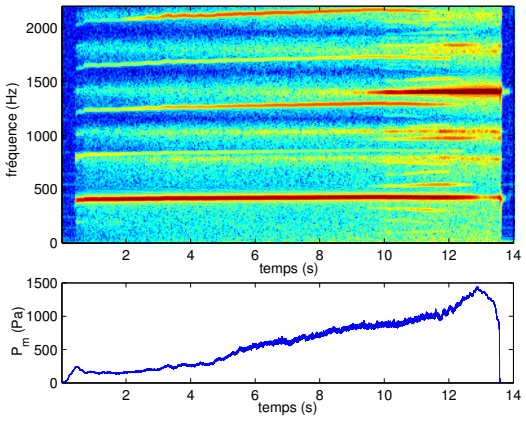


FIGURE 2: Spectrogramme du son produit (en haut) et pression dans la bouche (en bas), mesurés lors d'un *crescendo* réalisé par une musicienne professionnelle, sur une flûte à bec alto, pour un doigté de *si bémol 3*.

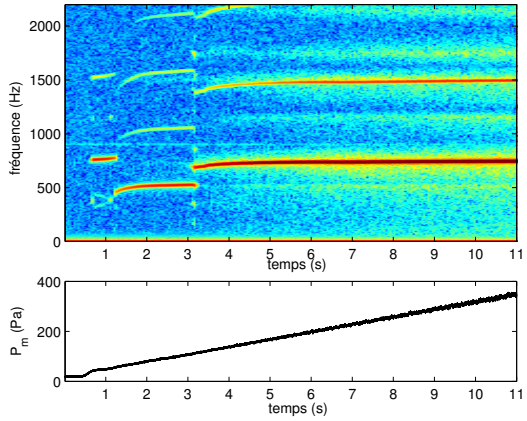


FIGURE 3: Spectrogramme du son produit (en haut) et pression d'alimentation (en bas), mesurés lors d'une rampe de pression croissante réalisée par une bouche artificielle, sur une flûte à bec alto, pour un doigté de *sol dièse 4*.

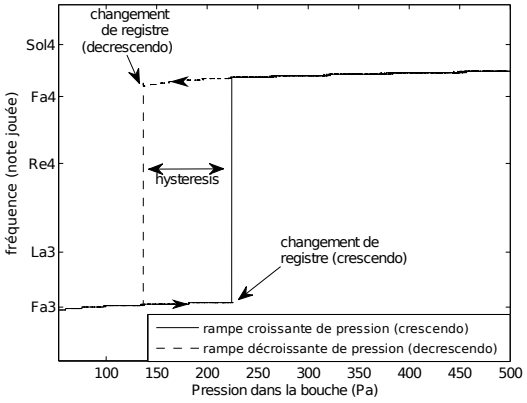


FIGURE 4: Note produite par une flûte à bec alto (doigté de *fa 3*) jouée à la bouche artificielle pour une rampe croissante et décroissante de la pression dans la bouche. La valeur de pression à laquelle le saut d'octave intervient diffère entre dans le cas de la rampe croissante (*crescendo*) et celui de la rampe décroissante (*decrescendo*).

un régime périodique de fréquence f_1 et un second régime périodique de fréquence proche de $f_1/1.5$. Dans de nombreuses situations, les changements de régimes s'accompagnent d'un phénomène *d'hystérésis*, illustré en figure 4 : le *seuil* de pression auquel le changement de régime intervient est différent dans le cas d'une augmentation de la pression dans la bouche (*crescendo*) et dans le cas d'une diminution de la pression (*decrescendo*).

On s'attache dans cette thèse à mieux comprendre et à tenter de caractériser ces transitions entre régimes périodiques ou non périodiques dans les instruments de la famille des flûtes, en lien avec les paramètres de contrôle et de facture. On tente ainsi de déterminer l'influence de certains *gestes* du musicien et de certaines *actions* du facteur d'instruments sur les caractéristiques de ces transitions, tels que les seuils de pression d'alimentation auxquels elles se produisent, ou la nature périodique ou non périodique des régimes impliqués.

Approches retenues

La description et l'analyse de ces phénomènes s'appuient d'une part sur une approche expérimentale, mais également sur la modélisation des phénomènes physiques à l'origine de la production du son. L'idée est alors, le plus souvent possible, de confronter les résultats issus de ces différentes approches.

Si les mesures sur musiciens sont particulièrement instructives, leur interprétation peut être difficile, tant les instrumentistes adaptent en permanence tous les paramètres à leur disposition, afin d'obtenir le son recherché. L'utilisation d'une *bouche artificielle* asservie en pression, qui permet de faire jouer l'instrument sans avoir recours à un musicien, donne alors accès à des mesures reproductibles. La possibilité de contrôler très précisément la valeur de la pression dans la bouche, et de fixer tous les autres paramètres de contrôle (tels que la configuration du conduit vocal du musicien) permet de mieux comprendre certaines pratiques des facteurs et des instrumentistes confirmés.

L'utilisation d'un modèle physique de l'instrument - c'est à dire d'un système d'équations modélisant (au moins en partie) les principaux phénomènes physiques responsables de la production du son - fournit également des informations nécessaires à la compréhension de différents phénomènes. La question suivante se pose néanmoins : quels outils mettre en place pour analyser le comportement de ce modèle, afin d'en tirer le maximum d'informations ?

Les flûtes forment, avec les instruments à cordes frottées, les instruments à anche et les cuivres, la famille des instruments auto-oscillants, c'est à dire qu'ils sont capables de produire des oscillations à partir d'une source d'énergie continue, ou variant lentement par rapport aux échelles de temps acoustiques. La modélisation de ce phénomène d'auto-oscillation, qui est à la base de la production du son, passe nécessairement par la prise en compte de termes non-linéaires dans le modèle. A cette première source de complexité du modèle s'ajoute, dans le cas des flûtes, la présence dans les équations d'un retard, lié au temps de propagation de perturbations hydrodynamiques sur un jet d'air. Le jet d'air est l'élément clef du mécanisme excitateur des flûtes : là où les autres instruments à vent font intervenir la vibration d'un élément solide (anche en roseau ou lèvres du musicien), ce sont ici les oscillations du jet d'air autour d'un biseau qui excitent le résonateur. Si elle est indispensable à la modélisation de l'instrument, la présence d'un retard augmente encore, d'un point de vue mathématique, la complexité du système d'équations à résoudre.

En acoustique musicale comme dans de nombreux autres domaines, les simulations temporelles constituent l'un des outils les plus utilisés pour étudier des modèles qui ne peuvent être résolus analytiquement. Ces méthodes, qui consistent à calculer la solution d'un modèle par pas

de temps successifs à partir de conditions initiales, permettent de mettre en évidence toute la richesse du comportement des modèles : solutions non-oscillantes, périodiques, quasi-périodiques, chaotiques ou intermittentes. Elles permettent également d'étudier les transitoires, particulièrement importants dans le contexte musical. Cependant, pour un jeu de paramètres donné, ces méthodes ne donnent accès qu'à une vision assez parcellaire du comportement du modèle, et la comparaison, même qualitative, avec les résultats expérimentaux est alors particulièrement complexe. En effet, dans le cas fréquent où plusieurs solutions coexistent pour un même jeu de paramètres, le régime observé en simulation peut être différent du régime observé expérimentalement. Il est alors facile de conclure - parfois à tort - que le modèle ne rend pas compte du comportement de l'instrument, alors même que les deux solutions observées existent simultanément pour le jeu de paramètres considéré, et ce pour les deux systèmes étudiés. Cette difficulté est encore accentuée par la sensibilité du modèle aux conditions initiales, et par la difficulté à estimer certaines valeurs de paramètres.

Quels outils d'analyse mettre en place pour dépasser ces limitations ? En se plaçant d'un point de vue physique plus général, les instruments auto-oscillants (et donc leurs modèles) font partie de la famille des systèmes dynamiques non linéaires, qui regroupent des systèmes aussi divers que des modèles astronomiques et météorologiques, des modèles de dynamique des populations, ou encore des systèmes régissant des transformations chimiques. De ce point de vue, les mécanismes des transitions entre régimes observées dans les instruments auto-oscillants présentent des similitudes avec de nombreux systèmes physiques pourtant bien différents. L'intérêt d'utiliser, dans le contexte de l'acoustique musicale, des outils dédiés à une étude plus systématique de ce type de systèmes a été démontré dans diverses études. On pense notamment aux premiers travaux, il y a 25 ans, sur l'étude des instruments à anche par équilibrage harmonique. Cette méthode permet de calculer une unique période d'une solution périodique, en s'affranchissant du calcul de la partie transitoire (et donc de la sensibilité aux conditions initiales). L'intérêt de coupler cette approche à des méthodes de *continuation de solutions* a été démontré plus récemment, toujours dans le cadre des instruments à anche simple. Les méthodes de continuation permettent de suivre l'évolution d'une solution périodique (ou statique) donnée en fonction d'un paramètre d'intérêt du modèle, c'est à dire de calculer une *branche de solutions*. L'utilisation combinée de méthodes de calcul de solutions statiques et périodiques d'un système d'équations différentielles (telles que l'équilibrage harmonique), de méthodes de continuation, et d'outils numériques d'analyse de stabilité des solutions permet alors d'accéder à des *diagrammes de bifurcations* du modèle, qui représentent idéalement l'ensemble des solutions périodiques et statiques du modèle, en fonction d'un paramètre d'intérêt appelé *paramètre de continuation*, ou *paramètre de bifurcation*. Cette approche fournit ainsi des informations inaccessibles en simulation temporelle : coexistence de plusieurs solutions périodiques et/ou statiques, existence de solutions instables, *bifurcations* des solutions statiques et périodiques. En donnant ainsi accès à une vision plus globale de la dynamique du système étudié, cette approche permet de mieux comprendre les transitions entre régimes observées en simulation et expérimentalement. Surtout, elle permet de comparer qualitativement le comportement du modèle avec celui de l'instrument réel, sans se préoccuper d'un calage quantitatif exact, qui demeure à l'heure actuelle hors de portée. A titre d'exemple, nous verrons qu'une telle approche permet de comprendre la transition d'un régime statique vers un premier régime périodique puis vers un second régime périodique en passant par un régime quasi-périodique, observée lorsque la pression dans la bouche augmente. Il devient ainsi possible de s'intéresser uniquement aux mécanismes des transitions, sans chercher à comparer les seuils auxquels elles interviennent expérimentalement et numériquement. Cette approche permet alors une comparaison entre résultats expérimentaux et numériques plus "globale" que l'habituelle comparaison *point à point* qui résulte des simulations temporelles.

Organisation du document

Après la description du modèle de l'état de l'art des instruments de la famille des flûtes au chapitre 1, les méthodes numériques et les outils expérimentaux utilisés pour étudier ce modèle et l'instrument réel sont détaillés en première partie de ce document (chapitres 2 et 3). Les adaptations nécessaires des méthodes numériques aux spécificités du modèle de flûte sont précisées au chapitre 2. On présentera notamment le type de résultats et les informations que ces outils permettent d'obtenir, et on montrera comment ces informations permettent de mieux comprendre certains phénomènes bien connus sur les instruments de la famille des flûtes, tels que l'hystérésis associée à certains changements de régimes.

Dans la deuxième partie de ce document, ces différents outils sont mis à profit pour étudier les régimes d'oscillation des instruments de la famille des flûtes, en relation avec l'influence des *paramètres de facture* de l'instrument. Quel est le mécanisme à l'origine des régimes non périodiques dans les flûtes ? Existe-t-il un lien entre l'*inharmonicité* du résonateur et la production de ces régimes ? On tente dans le chapitre 4 d'apporter des éléments de réponse à ces questions, en s'intéressant plus particulièrement aux régimes non périodiques produits par les flûtes à bec d'une part (les *multiphoniques*) et par des flûtes traditionnelles chiliennes d'autre part (les *flautas de chinos*). Après avoir caractérisé expérimentalement ces différents types de sons, on démontre la capacité du modèle à reproduire ces différents régimes. L'analyse du modèle permet alors d'identifier les mécanismes d'apparition de ces régimes d'oscillation dans les deux instruments. Enfin, la compréhension du mécanisme permet de s'intéresser plus spécifiquement à l'influence de *l'inharmonicité des fréquences de résonance*, caractéristique de l'instrument liée à la géométrie du résonateur, sur l'apparition de ces régimes. Après s'être intéressé dans le chapitre 4 à l'influence des paramètres liés au *résonateur* de l'instrument, on s'attache dans le chapitre 5 à caractériser l'influence de paramètres liés au mécanisme *excitateur* des flûtes à bec. Du point de vue des facteurs de flûtes à bec, la géométrie du *canal* (dans lequel le musicien ou la bouche artificielle soufflent) est un point particulièrement sensible de la fabrication de l'instrument. Quelle est l'influence de la géométrie de ce canal sur le fonctionnement de l'instrument, sur les régimes d'oscillation qu'il produit ? Quel *optimum* le facteur recherche-t-il lors de la conception de ce canal ? En collaboration avec le facteur de flûtes à bec Philippe Bolton, l'influence de cette géométrie sur le fonctionnement de l'instrument est étudiée expérimentalement. Les résultats permettent de caractériser *objectivement* l'influence de cette partie de l'instrument, qui paraît particulièrement importante tant pour le facteur que pour le musicien, mais qui n'est à ce jour pas prise en compte dans les modèles de l'instrument.

La troisième partie porte plus particulièrement sur l'étude des paramètres *de contrôle* liés au musicien. Que reste-t-il des informations obtenues grâce à la bouche artificielle lorsque l'on tient compte du musicien ? Dans la continuité du chapitre 5, l'influence de la géométrie du canal des flûtes à bec est étudiée, au chapitre 6, du point de vue d'une musicienne professionnelle. On cherche ainsi d'une part à caractériser l'influence de la géométrie du canal sur le système *instrument-musicien*, et d'autre part à déterminer comment le musicien adapte son contrôle (pression dans la bouche) à différentes géométries du canal.

La comparaison du comportement de l'instrument joué par une bouche artificielle et par une musicienne professionnelle montre des différences quantitatives importantes. On s'intéresse plus spécifiquement, au chapitre 7, à ces différences au niveau des *seuils* de la pression d'alimentation auxquels interviennent les changements de régime. Quelle est la validité des informations fournies par le diagramme de bifurcation statique lorsque l'on considère la *dynamique* (*i.e.* l'évolution temporelle) d'un paramètre de contrôle du musicien ? Une étude expérimentale et numérique démontre l'influence de la *dynamique* de la pression d'alimentation sur les seuils de changement de régime, ce qui suggère que les musiciens confirmés utilisent ce paramètre afin d'élargir les

plages de *nuances* accessibles. En s'appuyant sur les résultats numériques et expérimentaux, un modèle phénoménologique de changement de régime est proposé, qui permet de prédire les seuils de changement de régime dans le cas dynamique. Ce modèle démontre d'autre part la capacité du *diagramme de bifurcation* (calculé pour des paramètres variant de façon quasi-statique), et de l'analyse linéaire de stabilité des solutions périodiques, à fournir des informations pertinentes dans le cas où les paramètres varient avec le temps.

Partant de ces résultats, et en considérant les transitoires d'attaque comme un cas extrême de la dynamique de la pression d'alimentation, on s'interroge dans le chapitre 8 sur la capacité d'une analyse du modèle linéarisé autour de sa solution statique à prédire la réponse du modèle à des transitoires d'attaque. Les résultats démontrent qu'il est possible, sans passer par la résolution du modèle non linéaire, de prédire le régime résultant d'un transitoire d'attaque, et d'obtenir des informations sur la stabilité des solutions périodiques du modèle.

Chapitre 1

Etat de l'art

Sommaire

1.1 Introduction 7
1.2 Production du son dans les instruments de la famille des flûtes . . 7
1.3 Modèle physique de l'état-de-l'art 10
1.4 Conclusion 24

1.1 Introduction

La famille des flûtes comporte un grand nombre d'instruments, qui peuvent *a priori* paraître très différents les uns des autres, tant les sons produits, les géométries de l'instrument, les matériaux utilisés, ou encore les contextes dans lesquels ils sont utilisés sont variés. Comme illustré en figure 1.1, cette famille d'instruments englobe en effet, de manière non exhaustive, les flûtes à encoches telles la quena latino-américaine ou le shakuhachi japonais, les flûtes de Pan, les flûtes globulaires telles l'ocarina, mais aussi les flûtes traversières et les flûtes à bec, ainsi que les tuyaux d'orgue à bouche.

La diversité de ces instruments s'illustre - entre autres critères - par l'influence relative du facteur d'instruments et du musicien sur la géométrie de l'instrument, et donc sur la production du son. Pour certains instruments, tels la flûte à bec (voir figure 1.2) ou les tuyaux d'orgue à bouche, une grande part de la géométrie (canal de formation du jet, distance entre la sortie du canal et le biseau), est fixée par le facteur d'instruments au moment de la construction. A l'inverse, dans d'autres flûtes telles la quena ou la traversière, l'instrumentiste a toute liberté d'adapter ces paramètres géométriques pendant le jeu puisque le canal est formé par ses lèvres. Cela lui procure à la fois plus de liberté dans le jeu, tout en rendant plus difficile le contrôle de l'instrument.

Malgré cette diversité, les instruments de la famille des flûtes partagent un mécanisme de production du son commun, faisant intervenir l'oscillation d'un jet d'air autour d'un biseau.

1.2 Production du son dans les instruments de la famille des flûtes

1.2.1 Mécanisme général de production du son

Lorsque le flûtiste souffle dans l'instrument, la surpression à l'intérieur de sa bouche donne naissance à un écoulement à l'intérieur d'un canal, qui peut être une partie de l'instrument (par

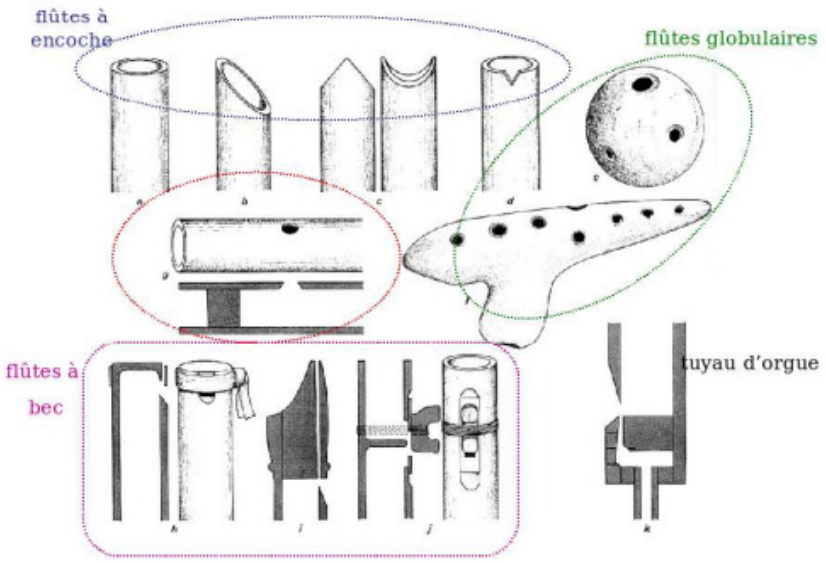


FIGURE 1.1: Aperçu de la diversité des instruments de la famille des flûtes, adapté de [114].

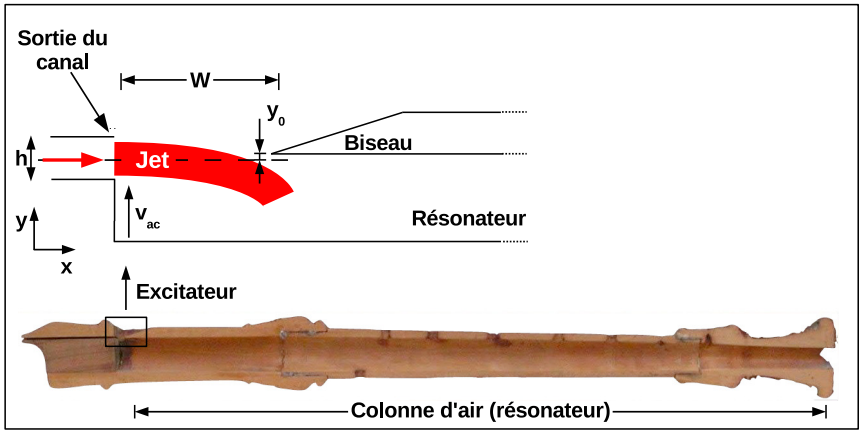


FIGURE 1.2: Coupe transversale d'une flûte à bec, et représentation schématique de son mécanisme excitateur, constitué de l'interaction d'un jet d'air naturellement instable avec un biseau.

exemple dans les flûtes à bec, voir figure 1.2), ou constitué par les lèvres du flûtiste, comme dans la flûte traversière. A la sortie du canal, la viscosité de l'air empêche l'écoulement de suivre la géométrie des parois : l'écoulement décolle des parois, et donne naissance à un jet d'air. L'observation de la fumée d'une cigarette illustre la nature instable d'un jet d'air : au départ bien ordonnée, la structure se casse et forme des tourbillons. Du fait de cette nature instable, la moindre perturbation que subit le jet est amplifiée au cours du temps.

Dans le cas des flûtes, le jet créé à la sortie du canal est convecté à l'intérieur de la fenêtre d'excitation, jusqu'à rencontrer le biseau. Cette interaction jet-biseau provoque un retour hydrodynamique sur le jet, mécanisme qui est notamment à l'origine des sons de biseau [36, 111]. Si ce phénomène est négligeable une fois que le régime permanent de l'instrument est atteint [142], il joue en revanche un rôle dans l'initialisation de l'oscillation du jet, en lui fournissant ses premières perturbations. Du fait de l'instabilité naturelle du jet d'air, les perturbations s'amplifient naturellement le long de ce jet, depuis la sortie du canal jusqu'au biseau, et provoquent son oscillation de part et d'autre du biseau. Cette oscillation provoque une injection de débit alternativement à l'intérieur et à l'extérieur de l'instrument, et constitue la source aéroacoustique de pression qui fournit de l'énergie au résonateur [30].

Les ondes acoustiques ainsi créées dans le résonateur se propagent et se réfléchissent (principalement) au niveau du premier trou ouvert. La superposition de l'onde aller et de l'onde retour créé un système d'ondes stationnaires dans le résonateur, qui vient perturber le jet en retour au niveau de la sortie du canal, fermant ainsi la boucle d'auto-oscillation. Cette perturbation initiale du jet, amplifiée et convectée depuis la sortie du canal jusqu'au biseau, entretient l'oscillation du jet, et donc le mécanisme de production du son.

1.2.2 Modélisation générale : couplage excitateur-résonateur

A l'inverse des percussions et des instruments à cordes frappées ou pincées, dans lesquels la production du son repose, dès la phase d'attaque terminée, sur un phénomène d'oscillations libres, les instruments de la famille des flûtes forment, avec les instruments à anche, à cordes frottées, et les cuivres, la famille des instruments auto-oscillants. Le mécanisme d'auto-oscillation, caractérisé par la capacité de l'instrument à produire une oscillation (en l'occurence une onde acoustique) à partir d'une source d'énergie continue - ou du moins variant lentement par rapport aux variables acoustiques - fournie par le musicien, est indissociable de la nature non linéaire de l'instrument. Une approche désormais classique en acoustique musicale consiste à représenter l'instrument, comme sur la figure 1.3, par un système excitateur non linéaire couplé à un système résonant linéaire passif [112, 100].

La colonne d'air : le résonateur acoustique des instruments à vent

Le résonateur acoustique, qui constitue dans la représentation décrite ci-dessus, la partie linéaire passive, a été largement étudié depuis plusieurs siècles. De par sa nature linéaire, il est également sans doute l'élément le plus facile à décrire (du moins en tenant compte d'un certain nombre d'approximations). Comme dans tous les instruments à vent, le résonateur des flûtes est formé par la colonne d'air contenue à l'intérieur du corps de l'instrument. Celle-ci est délimitée par la *perce* de l'instrument, c'est à dire la forme géométrique du résonateur.

Les caractéristiques géométriques de cette colonne d'air, telles les conditions aux extrémités, la taille et la position des différents trous de note, ou les variations de section de la *perce*, conditionnent la propagation des ondes acoustiques à l'intérieur du résonateur, et par conséquent la *réponse* du résonateur à l'excitation qui lui est fournie.

Comme on peut le voir sur la figure 1.2, qui donne un aperçu des principaux éléments géométriques d'une flûte à bec, une grande partie des instruments de la famille des flûtes -

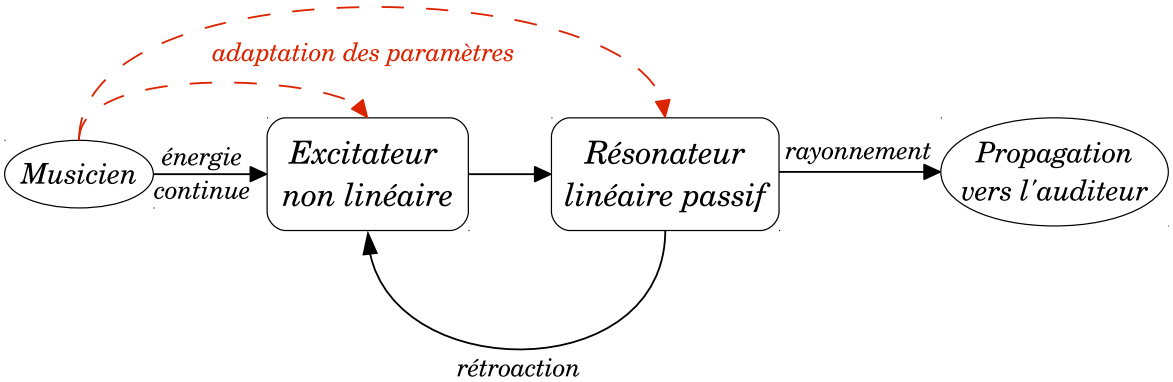


FIGURE 1.3: Représentation schématique du mécanisme général de production du son dans les instruments de musique auto-oscillants : un excitateur non linéaire est couplé à un résonateur linéaire passif [112, 100].

à l'exclusion par exemple des bourdons d'orgues, des flûtes de Pan, ou des *flautas de chinos* dont on parlera au chapitre 4 - présentent deux extrémités ouvertes, ce qui les distinguent de la plupart des autres instruments à vent.

L'oscillation d'un jet d'air : l'excitateur des flûtes

Si les phénomènes de propagation à l'intérieur du résonateur posent encore de nombreuses questions, la caractérisation de *l'excitateur* et de son couplage avec le résonateur (pour lequel il constitue la source d'énergie), apparaît encore plus complexe, du fait de sa nature non linéaire.

La particularité des flûtes réside justement dans la nature de l'xcitateur : là où il fait intervenir la vibration d'un corps solide pour tous les autres instruments à vent - lamelle(s) de roseau pour les instruments à anche, lèvres de l'instrumentiste pour les cuivres - il est constitué dans les flûtes de l'oscillation d'un jet d'air naturellement instable autour d'un *biseau* (voir figure 1.2).

Dans les flûtes, le mécanisme d'auto-oscillation repose donc sur une synchronisation de l'oscillation du jet et des ondes acoustiques : de la même façon qu'une personne qui veut entretenir les oscillations d'une balançoire doit lui redonner de l'énergie à chaque période d'oscillation (ou à un multiple de cette période), il faut que le système jet-biseau excite le résonateur à la périodicité du champ acoustique.

Système bouclé

La modélisation générique des instruments auto-oscillants par le système bouclé donné en figure 1.3 peut alors être précisée pour modéliser plus spécifiquement les instruments de la famille des flûtes. Le schéma représenté en figure 1.4 souligne ainsi les principaux phénomènes physiques retenus dans le modèle de l'état de l'art de cette famille d'instruments.

1.3 Modèle physique de l'état-de-l'art

Les modèles physiques de production du son dans les flûtes reposent sur le système bouclé de la figure 1.4, et impliquent la modélisation de chacun des trois principaux phénomènes en jeu :

- l'instabilité du jet ;

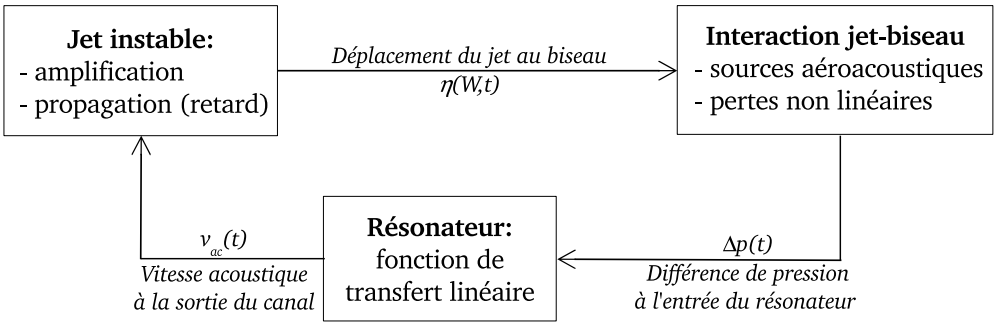


FIGURE 1.4: Système bouclé décrivant de façon simplifiée le mécanisme d'auto-oscillation des instruments de la famille des flûtes [65]. Le retour hydrodynamique direct du jet est négligeable en régime permanent et ignoré ici [142].

- les sources aéro-acoustiques en lien avec l'interaction jet-biseau ;
- la propagation des ondes acoustiques dans le résonateur.

La séparation de ces différents éléments, et le fait que leurs interactions soient supposées localisées constituent une caractéristique - et une limitation - importante de cette représentation. Cette approche peut paraître contre-intuitive, dans le sens où les limites entre ces différents éléments demeurent relativement floues : où situer, par exemple, les sources de débit résultant de l'oscillation du jet ? Cependant, les phénomènes en jeu dans chacun de ces éléments relèvent d'échelles - et par conséquent d'hypothèses - différentes : pour les basses fréquences, correspondant aux toutes premières résonances acoustiques, la zone du développement du jet d'air instable est petite devant les longueurs d'ondes des ondes acoustiques, et le jet peut alors être étudié sous l'hypothèse d'incompressibilité, hypothèse qui n'est bien sûr plus compatible avec la description de la propagation dans le résonateur. Comme discuté par Fabre et Hirschberg [65], c'est justement le fait que les différents phénomènes soient décrits sous des hypothèses différentes, ce qui peut *a priori* paraître paradoxal, qui permet au contraire de justifier - au moins en partie - une telle représentation par blocs à interactions localisées.

Pour chacun des *blocs* mis en évidence dans le schéma 1.4, on s'attache ci-dessous à décrire les phénomènes physiques en jeu, ainsi que la façon dont ils sont modélisés dans le modèle retenu pour la suite de cette étude. Ce modèle, sans doute le plus utilisé dans la littérature, sera appelé "modèle de l'état de l'art" dans ce document.

1.3.1 Réceptivité : perturbation initiale du jet

Une fois les auto-oscillations établies, la perturbation du jet est apportée par le champ acoustique présent dans le résonateur. Du fait de l'hypothèse de fluide non visqueux retenue pour la description du jet, ce phénomène, appelé *réceptivité*, est considéré localisé au point de décollement du jet [30] (c'est à dire à la sortie du canal), point auquel le rotationnel est infini.

Différents modèles de réceptivité sont proposés dans la littérature, qui sont notamment passés en revue par Fabre et Hirschberg [65] et par Blanc [20]. La modélisation de ce phénomène restant un problème ouvert, c'est ici le modèle empirique proposé par de la Cuadra [45] qui est retenu.

Dans ce modèle, fondé sur des visualisations de Schlieren d'un jet soumis à un champ acoustique transversal, la perturbation initiale du jet à la sortie du canal est représentée par un déplacement transversal $\eta_0(t)$, lié à la vitesse acoustique $v_{ac}(t)$ à l'extrémité du résonateur par :

$$\eta_0(t) = \frac{h}{U_j} v_{ac}(t) \tag{1.1}$$

où h est la hauteur du canal à sa sortie (voir figure 1.2) et U_j la vitesse centrale du jet, liée à la pression P_m dans la bouche du musicien par l'équation de Bernoulli stationnaire :

$$U_j = \sqrt{\frac{2P_m}{\rho}} \tag{1.2}$$

où ρ est la masse volumique de l'air. Le ralentissement du jet, dû à son étalement et à la viscosité de l'air, est ignoré sur la distance correspondant à la longueur de la fenêtre.

1.3.2 Instabilité du jet : amplification et convection des perturbations

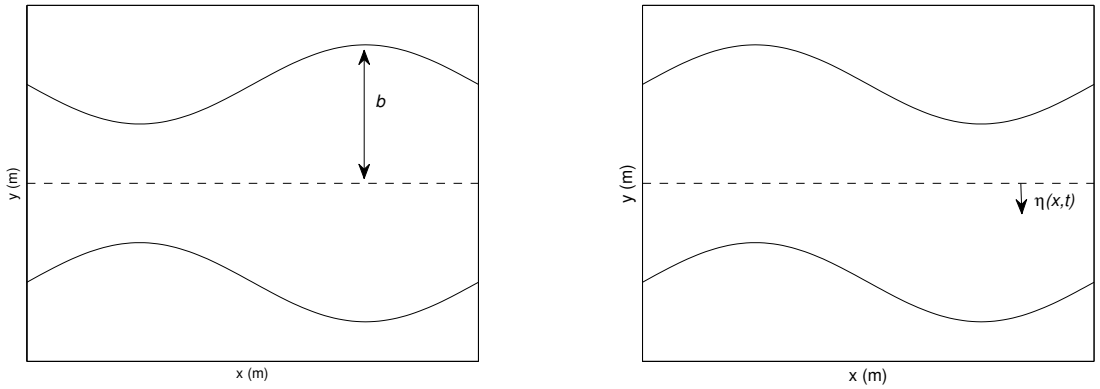
Comme souligné précédemment, le jet d'air qui se propage entre la sortie du canal et le biseau est naturellement instable. Cette instabilité du jet, connue sous le nom d'instabilité de Kelvin-Helmholtz [55], résulte de l'instabilité naturelle des couches de cisaillement, c'est à dire des interfaces entre deux fluides (le jet et le milieu extérieur au repos) animés de vitesses différentes.

L'instabilité naturelle du jet a pour conséquence l'amplification et la convection de la moindre perturbation. Rayleigh [112] a le premier proposé une description linéaire de ce phénomène, dans le cas de petites perturbations d'un jet semi-infini, sous la forme d'une amplification exponentielle des perturbations avec la distance de convection. Dans le cas d'un jet présentant un profil de vitesse symétrique, l'analyse de Rayleigh met en évidence l'existence de deux modes instables du jet. Le premier, appelé mode *varicose* correspond à des perturbations symétriques des deux couches de cisaillement par rapport à l'axe du jet $y = 0$; il en résulte une fluctuation de la demi-épaisseur b du jet (figure 1.5a). Le second, appelé mode *sinueux*, est caractérisé par des perturbations anti-symétriques des deux couches de cisaillement par rapport à l'axe du jet, et engendre une fluctuation de la position centrale du jet $\eta(x,t)$ (figure 1.5b). L'analyse linéaire de Rayleigh démontre que les modes sinueux sont soumis a une amplification plus forte que les modes varicoses. Dans le cas des flûtes, les modes sinueux sont également favorisés par le caractère anti-symétrique de l'excitation par la champ acoustique (voir figure 1.6). Par ailleurs, la prépondérance des modes sinueux dans le fonctionnement des flûtes a été confirmée par des expériences de visualisation de jets (voir Fabre *in* [30]), et c'est pourquoi ils seront les seuls à être pris en compte dans le modèle utilisé dans la suite : l'épaisseur b du jet sera considérée constante, et seule sera modélisée la variation de position centrale du jet.

Dans les instruments de la famille des flûtes, le jet se développe à l'intérieur d'une fenêtre d'excitation, limitée à une extrémité par le canal, et à l'autre par le biseau, avec lequel il interagit. Si l'approximation par un jet semi-infini n'apparaît de prime abord plus valable, une étude expérimentale par de la Cuadra [45] a montré que l'amplification exponentielle de la perturbation initiale $\eta_0(t)$ avec la distance de convection x restait une approximation raisonnable. Dans le cas de la flûte, on obtient donc, au niveau du biseau, la perturbation $\eta(W,t)$:

$$\eta(W,t) = \eta_0(t-\tau) \cdot e^{\alpha_i W} \tag{1.3}$$

où W est la longueur du jet, correspondant à la distance entre la sortie du canal et le biseau (voir figure 1.2). La comparaison entre l'expression 1.3 et les résultats expérimentaux de visualisation



(a) Mode varicose du jet : les perturbations des couches de cisaillement sont symétriques, et donnent naissance à une variation de la demi-épaisseur b du jet.

(b) Mode sinueux du jet : les perturbations des couches de cisaillement sont anti-symétriques, et donnent naissance à une variation de la position centrale $\eta(x,t)$ du jet.

FIGURE 1.5: Représentation schématique des deux modes instables du jet, d'après Fabre *in* [30].

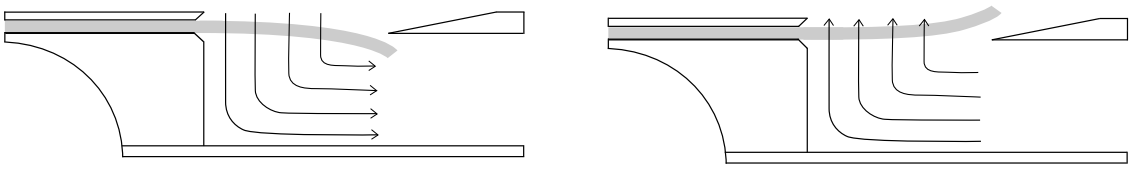


FIGURE 1.6: Dans les flûtes, le caractère anti-symétrique du champ acoustique (représenté par les flèches) favorise les modes *sinueux* du jet, pour lesquels les deux couches de cisaillement sont anti-symétriques par rapport à l'axe du jet.

de jet permet de donner une estimation du paramètre d'amplification en fonction de la hauteur de sortie du canal duquel est issu le jet [45] :

$$\alpha_i \approx \frac{0.4}{h}. \tag{1.4}$$

Le retard τ introduit dans l'équation 1.3 est lié au temps de convection de la perturbation initiale $\eta_0(t)$ le long du jet, depuis la sortie du canal jusqu'au biseau. Différents résultats expérimentaux [48, 107], ainsi que les travaux théoriques de Rayleigh [112] ont montré que la vitesse de convection c_v des perturbations transversales le long d'un jet est liée à la différence de vitesse entre les deux milieux en présence (le jet d'une part, le milieu extérieur d'autre part) : $0.3U_j \leq c_v \leq 0.5U_j$. Tout au long de ce document, la valeur $c_v = 0.4U_j$ est adoptée, ce qui mène à l'expression suivante du retard τ :

$$\tau = \frac{W}{0.4U_j}. \tag{1.5}$$

1.3.3 Interaction jet-biseau : sources aéro-acoustiques

Dans les flûtes, l'oscillation du jet autour du biseau joue le rôle d'excitateur, en produisant l'énergie acoustique transmise au résonateur. Si historiquement, cette source a d'abord été décrite par Helmholtz par un monopole (injection d'un débit Q_{in} à chaque période de l'oscillation du jet), la modélisation par un dipôle, initiée par Rayleigh [112], est aujourd'hui retenue. Le modèle *jet-drive*, initialement proposé par Coltman [36] et suivi par Verge [142, 145], s'appuie sur ce principe de représentation du terme source par une force.

En rencontrant le biseau, le jet soumis à un déplacement transversal du fait du développement des modes sinueux, oscille de part et d'autre de ce biseau, comme schématisé en figure 1.7. Le débit lié au jet est alors divisé en deux parties : la première Q_{in} entre dans le résonateur, alors que la seconde Q_{out} sort en-dehors du tuyau. Ces deux sources de débit en opposition de phase sont considérées localisées en deux points proches du biseau, et séparées par une distance équivalente δ_d, estimée par Verge [142] à partir du calcul d'une différence de potentiel :

$$\delta_d \approx \frac{4}{\pi}\sqrt{2hW}. \tag{1.6}$$

Cette distance étant faible par rapport aux longueurs d'onde acoustiques, la masse d'air comprise entre les deux points d'injection de débit peut être considérée incompressible. Le ballotement alternatif de cette masse d'air, induit par l'oscillation du jet, exerce une force sur le champ acoustique, qui est modélisée par une différence de pression dont l'expression est donnée par la troisième loi de Newton :

$$\Delta p_{src} = -\frac{\rho\delta_d}{WH} \cdot \frac{dQ_{in}}{dt}, \tag{1.7}$$

où H est la largeur de la fenêtre d'excitation.

Le débit entrant Q_{in}, lié au déplacement transversal du jet au biseau $\eta(W,t)$, peut être calculé à partir du profil de vitesse $U(y)$ du jet :

$$Q_{in} = H\int_{-\infty}^{y_0-\eta(W,t)} U(y)dy, \tag{1.8}$$

où y_0 est le décalage entre le biseau et l'origine de l'axe y. Comme mis en évidence sur les figures 1.2 et 1.7, cette origine est définie au centre de la sortie du canal.

D'après les travaux de Ségoufin [123, 121], les géométries et dimensions des canaux de flûtes à bec déterminent le profil de vitesse en sortie du canal. Cependant, du fait de la viscosité, la

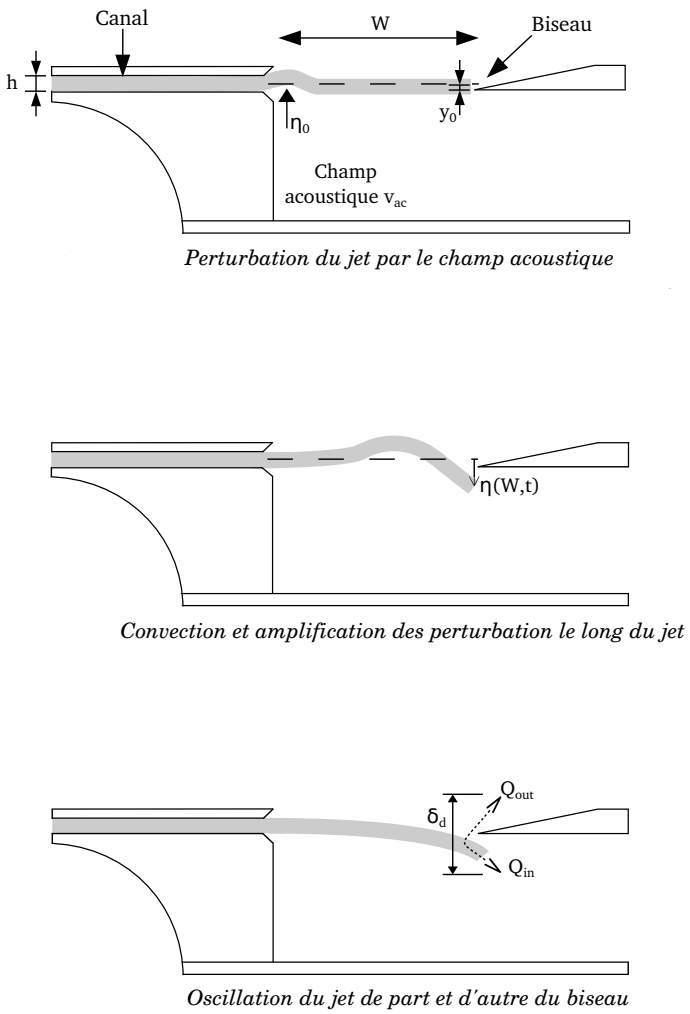


FIGURE 1.7: Représentation schématique du comportement du jet, d'après Fabre dans [30]. (a) Perturbation du jet à la sortie du canal par le champ acoustique présent dans le résonateur. (b) Convection et amplification de la perturbation, dues à la nature instable du jet. (c) Interaction jet-biseau : oscillation du jet autour du biseau, qui donne naissance aux sources aéro-acoustiques.

convection du jet depuis la sortie du canal jusqu'au biseau provoque l'étalement du jet, donnant ainsi naissance à un profil de vitesse assimilable à un profil de Bickley au niveau du biseau :

$$U(y) = U_j sech^2\left(\frac{y}{b}\right), \tag{1.9}$$

Le lien entre la demi-épaisseur b du jet et les caractéristiques géométriques du canal, proposé par Verge [144], est déterminé par Ségoufin [121], en s'appuyant sur la conservation de la quantité de mouvement entre l'écoulement de Poiseuille et le jet :

$$b = \frac{2h}{5}. \tag{1.10}$$

Sous l'hypothèse de variations quasi-statiques de la vitesse de jet U_j, la réinjection des équations 1.9 et 1.8 dans l'équation 1.7 donne finalement l'expression de la source dipôlaire de pression retenue dans le cadre du modèle *jet-drive* :

$$\Delta p_{src}(t) = \frac{\rho \delta_d b U_j}{W} \cdot \frac{d}{dt}\left[tanh\left(\frac{\eta(W,t) - y_0}{b}\right)\right]. \tag{1.11}$$

Pertes non linéaires au biseau

La fenêtre d'excitation des flûtes, comprise entre la sortie du canal et le biseau, constitue du point de vue du résonateur une extrémité ouverte, mais également une constriction. En effet, sa section est la plupart du temps inférieure à la section de la *perce* de l'instrument. Les vitesses acoustiques observées dans cette zone peuvent donc être importantes et ne peuvent le plus souvent pas être négligées par rapport à la vitesse du jet. La présence d'une arrête vive (le biseau), combinée aux effets de viscosité, provoquent une séparation de l'écoulement en ce point [30]. Celle-ci provoque alors des détachements de tourbillons au niveau du biseau, comme mis en évidence expérimentalement par Fabre et Hirschberg [66].

La prise en compte de ce phénomène (lié à une perte d'énergie) dans les modèles physiques de l'instrument apparaît déterminante pour décrire correctement les mécanismes de saturation de l'amplitude d'oscillation [66, 5]. Si différents modèles ont été proposés pour rendre compte de ce phénomène [66], une approche souvent retenue actuellement (principalement du fait de sa simplicité [30]) consiste à le modéliser par une différence de pression supplémentaire $\Delta p_{los}(t)$ entre les deux côtés du biseau :

$$\Delta p_{los}(t) = -\frac{\rho}{2}\left(\frac{v_{ac}(t)}{\alpha_{vc}}\right)^2 sgn(v_{ac}(t)) \tag{1.12}$$

où α_{vc} est un facteur correspondant à un effet de *vena contracta*, souvent estimé à 0.6 dans le cas d'une arrête vive [67].

La source aéro-acoustique de pression au biseau s'exprime alors finalement, à partir des équations 1.11 et 1.12, de la façon suivante :

$$\Delta p(t) = \Delta p_{src}(t) + \Delta p_{los}(t). \tag{1.13}$$

1.3.4 Réponse passive du résonateur

La colonne d'air contenue dans le corps de l'instrument, excitée par la source de pression décrite ci-dessus, joue le rôle de résonateur acoustique.

En se plaçant sous l'hypothèse d'une propagation linéaire, et en considérant, en approximation basses fréquences, que seules des ondes planes se propagent, le comportement du résonateur peut être modélisé dans le domaine fréquentiel par une admittance scalaire $Y(\omega)$.

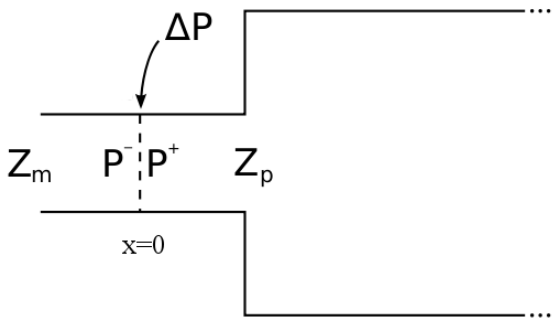


FIGURE 1.8: Représentation 1D équivalente (en approximation basse fréquence) de l'extrémité active d'un instrument à embouchure de flûte. D'après Chaigne et Kergomard [30].

Prise en compte de la fenêtre d'excitation

Dans le cas des instruments à anches, l'énergie est fournie par l'excitateur à l'entrée du résonateur. Il est alors possible de rendre compte de la réponse du résonateur *via* son impédance d'entrée. Dans le cas des flûtes, du fait de la présence de la fenêtre d'excitation (qui constitue une des extrémités ouvertes de l'instrument), la situation est plus complexe. Comme nous l'avons vu précédemment, cette fenêtre constitue un changement de section du résonateur. Dans une approximation basses fréquences, et toujours sous l'hypothèse d'ondes planes, la géométrie de l'instrument peut se ramener à un système 1D, comme schématisé en figure 1.8 et décrit dans les chapitres 7 et 10 de [30]. La fenêtre d'excitation est alors représentée par un petit tuyau de section équivalente, dans l'axe du tuyau principal (*i.e.* de la colonne d'air de l'instrument). Les dimensions de ce second tuyau étant petites par rapport aux longueurs d'ondes acoustiques, la masse d'air qu'il contient peut être considérée comme compacte (*i.e.* incompressible), et la propagation acoustique dans le petit tuyau n'est donc pas prise en considération.

On cherche alors la réponse (en débit) de ce système à la source ponctuelle de différence de pression Δp (équation 1.13) placée au biseau, et dont l'expression dans le domaine fréquentiel est notée $\Delta P = P^+ - P^-$. De la même façon, notons $U(0)$ la représentation dans le domaine fréquentiel du débit acoustique en $x = 0$, c'est à dire à la position du biseau. Une première partie de la réponse du système total est alors constituée de la réponse du tuyau principal :

$$P^+ = Z_p \cdot U(0); \tag{1.14}$$

où Z_p est l'impédance du tuyau principal ramenée au point $x = 0$. De la même façon, une seconde partie de la réponse du système total est constituée de la réponse du "petit tuyau" :

$$P^- = Z_m \cdot U(0); \tag{1.15}$$

où Z_m est l'impédance du petit tuyau au point $x = 0$.

Au niveau du biseau, la réponse du résonateur à l'excitation ΔP est alors donnée par la fonction de transfert Y, qui correspond à l'inverse de l'impédance équivalente aux deux impédances Z_p et Z_m en série :

$$Y(\omega) = \frac{U(0)}{\Delta P} = \frac{1}{Z_m + Z_p} \tag{1.16}$$

Si l'impédance Z_p du tuyau principal se calcule analytiquement [30] ou numériquement [97] de la même façon que l'impédance d'entrée des autres instruments à vent, le cas de l'impédance Z_m du petit tuyau doit être traité un peu différement.

Dans la mesure où les dimensions de la fenêtre d'excitation restent petites devant les longueurs d'ondes acoustiques en jeu, on considère, comme souligné plus haut, que cette zone est compacte, et on se place donc sous hypothèse d'incompressibilité. L'impédance de rayonnement Z_{rm} de la fenêtre d'excitation s'écrit de la façon suivante :

$$Z_{rm} = \frac{\rho c}{S_m}\left[jk\Delta l_m + \frac{1}{4}(kR_m)^2\right] \tag{1.17}$$

où S_m est la section de la fenêtre d'excitation, R_m son rayon équivalent, et l_m une correction de longueur estimée par Chaigne et Kergomard [30] par $l_m \approx 0.7R_m$. En plus de l'impédance du rayonnement, la discontinuité de section entre les deux tuyaux doit être prise en compte. Celle-ci correspond à l'ajout d'une masse acoustique [30], modélisée par l'ajout en série d'une impédance Z_d :

$$Z_d = j\omega\rho\frac{\Delta l_d}{S_m}, \tag{1.18}$$

où ω est la pulsation et Δl_d est une correction de longueur, considérée comme identique à Δl_m. L'impédance Z_m du petit tuyau s'écrit alors finalement :

$$\begin{aligned} Z_m &= Z_{rm} + Z_d \\ &= \frac{\rho c}{S_m}\left[jk(\Delta l_m + \Delta l_d) + \frac{1}{4}(kR_m)^2\right] \\ &= \frac{\rho c}{S_m}\left[jkl_m + \frac{1}{4}(kR_m)^2\right] \end{aligned} \tag{1.19}$$

où $l_m = \Delta l_m + \Delta l_d \approx 1.5R_m$.

Décomposition modale

Autour de ses maximas, la fonction de transfert $Y(\omega)$ peut être décrite - avec toutes les limites et précautions notamment soulignées par Silva [132] - comme une somme de modes. En théorie infinie, cette somme est ici tronquée à p modes :

$$Y_a(\omega) = \sum_{n=1}^{p} \frac{a_n j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\omega\frac{\omega_n}{Q_n}} \tag{1.20}$$

où a_n, ω_n et Q_n sont respectivement l'amplitude modale, la pulsation de résonance et le facteur de qualité du $n^{ième}$ mode.

Une particularité des instruments de la famille des flûtes est l'existence d'un mode à fréquence nulle, appelé *mode uniforme*, lié à l'ouverture du résonateur à ses deux extrémités (voir [30] pour la démonstration). Le modèle d'admittance retenu en équation 1.20 n'étant probablement pas valable à fréquence nulle, ce mode n'a pas de réelle signification physique. Cependant, ses contributions à des valeurs non nulles de la fréquence n'étant pas négligeables, il est indispensable de le prendre en compte pour assurer la convergence de la série modale vers l'admittance Y. Il faut alors ajouter à l'expression 1.20 une contribution $Y_0(\omega)$, dont l'expression est déterminée empiriquement de façon à minimiser l'écart entre une admittance donnée et son approximation sous forme de sommes de modes. L'expression suivante est alors retenue :

$$Y_0(\omega) = \frac{a_0}{j\omega b_0 + c_0}, \tag{1.21}$$

où a_0, b_0 et c_0 sont les coefficients du mode uniforme. La réponse du résonateur s'écrit donc finalement :

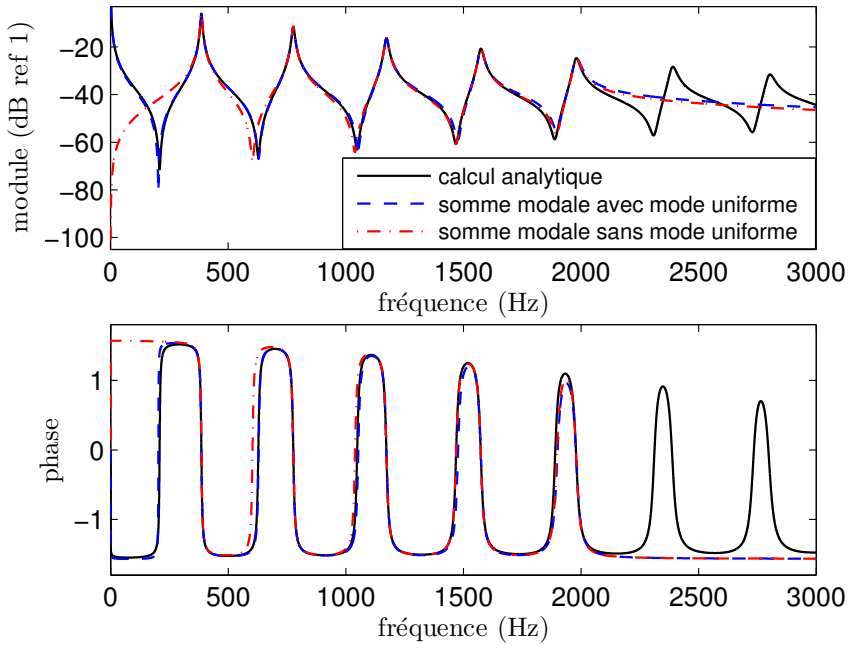


FIGURE 1.9: Pour un résonateur cylindrique de $40cm$ de long et de diamètre $19mm$, comportant une fenêtre d'excitation de section $48mm^2$, représentation du module (en haut) et de la phase (en bas) de l'admittance $Y(\omega)$ calculée analytiquement, et des décompositions modales (avec et sans mode uniforme) obtenues par *fit* sur les 5 premiers modes de résonance.

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= Y_0(\omega) + Y_a(\omega) \\ &= \frac{a_0}{j\omega b_0 + c_0} + \sum_{n=1}^{p} \frac{a_n j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\omega\frac{\omega_n}{Q_n}}. \end{aligned} \tag{1.22}$$

Considérons le cas simple d'un tuyau principal cylindrique de longueur $40cm$ et de diamètre $19mm$, et d'une fenêtre d'excitation de section $48mm^2$. L'admittance $Y(\omega)$ peut être calculée analytiquement à partir de la formule 1.19 pour le petit tuyau et des formules développées notamment dans [30] pour le tuyau principal. Les valeurs des paramètres a_0, b_0, c_0, a_n, ω_n et Q_n sont estimées par *fit* entre l'admittancce calculée analytiquement et l'expression retenue pour la décomposition modale (équation 1.20 si l'on omet le mode uniforme et équation 1.22 si l'on en tient compte). Les résultats du calcul analytique d'une part, et des décompositions modales sur 5 modes (*i.e.* $p = 5$) sans et avec mode uniforme d'autre part, sont représentés en figure 1.9. Cette comparaison illustre d'une part l'importance de la prise en compte du mode uniforme (en particulier pour modéliser correctement les premiers creux d'admittance), et d'autre part la bonne approximation de l'admittance par la décomposition modale.

1.3.5 Modèle complet

Le modèle physique de l'instrument retenu dans le cadre de cette étude, qui s'appuie sur le modèle *jet drive* pour les sources aéro-acoustiques, est finalement composé d'un système de trois équations, chacune étant liée à un élément donné du système bouclé représenté en figure 1.4 :

$$\begin{cases} \eta(W,t) = e^{\alpha_i W}\eta_0(t-\tau) = \dfrac{h}{U_j}e^{\alpha_i W}v_{ac}(t-\tau) \\ \Delta p(t) = \dfrac{\rho\delta_d b U_j}{W}\dfrac{d}{dt}\left[tanh\left(\dfrac{\eta(W,t)-y_0}{b}\right)\right] - \dfrac{\rho}{2}\dfrac{v_{ac}^2}{\alpha_{vc}^2}sgn(v_{ac}) \\ Y(\omega) = \dfrac{V_{ac}}{\Delta P} = \dfrac{a_0}{b_0 j\omega + c_0} + \displaystyle\sum_{k=1}^{p-1}\dfrac{a_k j\omega}{\omega_k^2 - \omega^2 + j\omega\frac{\omega_k}{Q_k}} \end{cases} \tag{1.23}$$

1.3.6 Régimes de l'instrument

Le mécanisme de production du son étant lié au couplage entre le jet et le résonateur acoustique, différents *modes de jeu* existent, selon les modes hydrodynamiques et acoustiques mis en jeu : comme le résonateur acoustique qui comporte plusieurs modes de résonance, le jet peut osciller sur différents *modes hydrodynamiques*, représentés en figure 1.10.

Le fonctionnement *normal* de l'instrument (*i.e.* recherché par les musiciens) correspond au couplage d'un mode acoustique avec le premier mode hydrodynamique du jet [143] : on observe, entre la sortie du canal et le biseau, environ 1/2 longueur d'onde hydrodynamique. Le couplage de ce mode hydrodynamique avec chacun des modes acoustiques du tuyau donne naissance aux *registres* de l'instrument : le $i^{ème}$ registre correspond au couplage de ce mode hydrodynamique du jet avec le $i^{ème}$ mode acoustique du résonateur. Bien sûr, l'apparition d'un registre ou d'un autre est liée au choix des paramètres, contrôlés par le musicien et fixés par le facteur d'instruments.

Dans certains cas particuliers, le couplage d'un mode acoustique avec un mode hydrodynamique d'ordre supérieur à 1 est observé, et donne naissance à un *régime éolien* [30, 101, 139]. Pour un régime éolien lié au $m^{ième}$ mode hydrodynamique du jet (avec $m > 1$), on observe alors $\frac{2m-1}{2}$ longueur d'onde le long du jet (voir figure 1.10). Pour le $m^{ième}$ mode hydrodynamique, cette condition sur la longueur d'onde s'écrit :

$$W = \frac{2m-1}{2}\lambda \tag{1.24}$$

où λ est la longueur d'onde et W la longueur du jet déjà définie plus haut. Par définition de la longueur d'onde ($\lambda = c_v \times T$, avec T la période), et en tenant compte de l'expression du retard $\tau = \frac{W}{c_v}$ (voir équation 1.5), on obtient :

$$c_v\tau = \frac{2m-1}{2}c_v T; \tag{1.25}$$

soit :

$$\tau = \frac{2m-1}{2}T \tag{1.26}$$

Cette expression met en avant la caractéristique suivante : pour les éoliens ($m > 1$), le retard τ est supérieur à la période d'oscillation T, alors qu'en fonctionnement *normal* ($m = 1$), $\tau < T$. Dans un contexte musical, les régimes éoliens sont obtenus pour des très faibles valeurs de la pression d'alimentation : ils sont par exemple observés lors de l'extinction d'une soufflerie d'orgue, lorsqu'une touche est maintenue enfoncée. Parfois utilisés en musique contemporaine à la flûte traversière, leur apparition sur les flûtes à bec est rare du fait de la géométrie de la fenêtre d'excitation [30], et n'a été démontrée que récemment [69, 139].

L'analyse du critère de stabilité du système bouclé donné en figure 1.4 permet d'apporter un éclairage sur les mécanismes d'apparition de ces différents types de régimes (on pourra également se reporter à [139] pour plus de détails). D'après le critère de stabilité de Barkhausen, un tel système bouclé peut entrer en auto-oscillation si le gain en boucle ouverte $G_{ol}(\omega)$ du système linéarisé est égal à 1, c'est à dire s'il vérifie les deux conditions suivantes [73] :

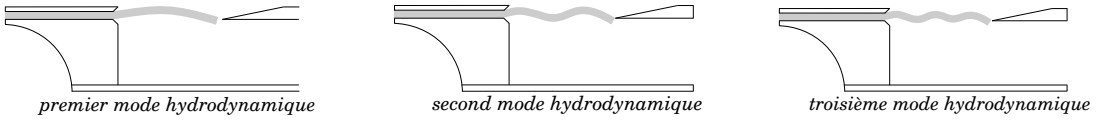


FIGURE 1.10: Représentation schématique des différents modes hydrodynamiques du jet. Le premier mode hydrodynamique correspond au cas où l'on observe 1/2 longeur d'onde entre la sortie du canal et du biseau. Pour les second et troisième modes hydrodynamiques, on observe respectivement 3/2 et 5/2 longueurs d'onde sur cette même distance.

- son module $G = |G_{ol}|$ est égal à 1,
- sa phase $\Phi = arg(G_{ol})$ est nulle ou égale à un multiple entier relatif n de 2π.

La linéarisation du système 1.23 autour de sa solution statique (*i.e.* non oscillante) triviale, permet de déterminer l'expression de G_{ol} [1]. Une fois cette expression connue, les deux conditions d'oscillation peuvent être vérifiées graphiquement. Dans le cas simple d'un résonateur à deux modes parfaitement harmoniques, le module G et la phase Φ de G_{ol} sont représentés en figure 1.11, pour deux valeurs différentes de τ, donc deux valeurs différentes de la pression P_m dans la bouche du musicien (seule la phase Φ dépend de la valeur de τ, et donc de P_m). Les points auxquels les conditions d'oscillation sont vérifiées sont mis en évidence par des cercles quand $\Phi = 0$ et par des carrés quand $\Phi = n \cdot 2\pi$ avec $n \neq 0$.

D'un point de vue physique, la valeur de n est liée au mode hydrodynamique du jet. Considérons l'expression de la phase Φ donnée par les calculs détaillés en annexe B (équation B.13) :

$$\Phi = \frac{\pi}{2} + arg(Y) - \omega\tau. \tag{1.27}$$

On peut vérifier *a posteriori* que pour un mode d'oscillation donné, le *seuil* d'oscillation se situe à une fréquence f inférieure à la fréquence de résonance. On peut alors faire l'approximation $arg(Y) = \frac{\pi}{2}$, et la condition d'oscillation $\Phi = n \cdot 2\pi$ s'écrit alors :

$$\pi - \omega\tau = n2\pi; \tag{1.28}$$

$$1 - \frac{2}{T}\tau = 2n; \tag{1.29}$$

$$\tau = \frac{1-2n}{2}T; \tag{1.30}$$

Par analogie avec la relation 1.26, il vient alors que la valeur de n est directement liée au mode hydrodynamique du jet, par $n = 1 - m$. Graphiquement, le cas $n = 0$ correspond donc au fonctionnement *normal* de l'instrument, alors que le cas $|n| > 1$ correspond aux modes éoliens. La figure 1.11 montre alors :

- d'une part que les régimes éoliens sont nécessairement obtenus pour de faibles valeurs de P_m et U_j, donc des grandes valeurs de τ,
- d'autre part qu'une fois que les éoliens ne peuvent plus être obtenus, l'augmentation de U_j permet de vérifier les conditions d'oscillation pour des *registres* d'ordre de plus en plus élevé (*i.e.* pour des modes de résonance d'ordre de plus en plus grand) : on passe ainsi du premier registre, au deuxième, puis au troisième.

1. On reviendra au chapitre 4 sur la méthode de calcul, qui est détaillé en annexe B.

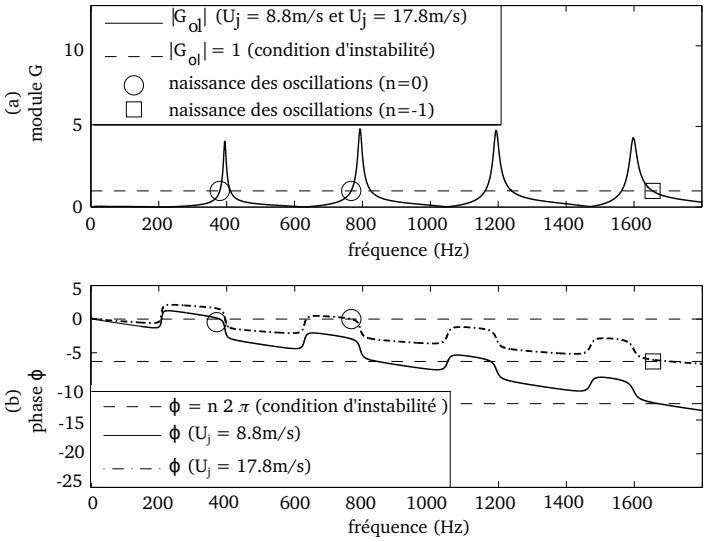


FIGURE 1.11: Module (a) et phase (b) du gain en boucle ouverte G_{ol} du modèle linéarisé autour de sa solution statique, pour un résonateur cylindrique de rayon $8mm$, et pour deux valeurs de U_j, et donc de τ et de P_m. Le système peut auto-osciller si le module est égal à 1 et si la phase est un multiple de 2π. Ces conditions sont indiquées par les lignes pointillées.

Ces constatations correspondent aux observations expérimentales. Sur les flûtes à bec, les sons éoliens ont longtemps été considérés comme inexistants, du fait de la faible valeur du rapport $\frac{W}{h}$ [30]. Le développement récent d'une bouche artificielle asservie en pression [69] (voir chapitre 3), a permis de mettre en évidence que ces régimes apparaissent dans les flûtes à bec, à des valeurs de pression particulièrement faibles, qui ne sont pas utilisées par le musicien en conditions normales de jeu. En figure 1.12, le spectrogramme du son obtenu pour une rampe de P_m réalisée à la bouche artificielle sur une flûte alto Zen On, fait apparaître ces régimes éoliens pour $t < 1.25s$ [136, 139].

1.3.7 Limites du modèle

La capacité du modèle de l'état de l'art à reproduire qualitativement de nombreux phénomènes observés expérimentalement a été démontrée dans différents travaux [5, 137]. Cependant, comme tout modèle, celui-ci n'est valable que dans certaines limites, dont il faut tenir compte lors de l'interprétation des résultats.

La description linéaire de l'instabilité du jet n'est, théoriquement, valable que pour de petites amplitudes de déflection transversale. Lorsque la valeur de η (voir figure 1.7) devient proche de l'épaisseur du jet, le jet s'enroule sur lui-même, donnant naissance, à une suite de tourbillons qui peut être modélisée comme une allée de Von Kármán [30]. Le modèle décrit ci-dessus ne tient pas compte de ce phénomène non linéaire. Par ailleurs, lorsque la vitesse du jet devient suffisamment élevée, une transition vers un état turbulent peut être observée. Cette transition a notamment été mise en évidence par Blanc [19] pour les *flautas de chinos*, instruments traditionnels chiliens sur lesquels nous reviendrons au chapitre 4. D'après Fabre *in* [30], la modélisation devrait dans cette situation retenir différents éléments, qui ne sont pas décrits ici, tels que la diminution de la vitesse de jet et une dissipation d'énergie supplémentaire.

Différents modèles sont également proposés pour les sources acoustiques. Le modèle *jet-drive*

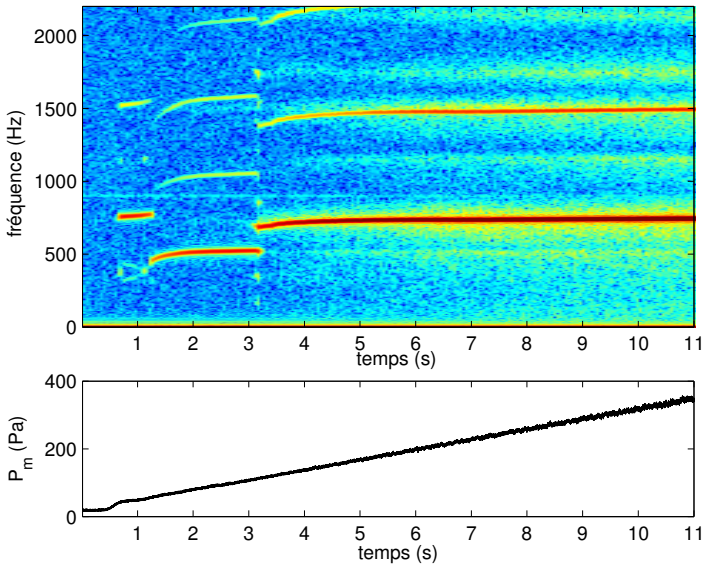


FIGURE 1.12: Spectrogramme du son produit (en haut) et pression d'alimentation (en bas), mesurés lors d'une rampe de pression croissante réalisée par une bouche artificielle, sur une flûte à bec alto, pour un doigté de *sol dièse 4*. On observe un son éolien pour $t < 1.25s$.

décrit ci-dessus, est bien adapté au cas des faibles valeurs du nombre de strouhal $\theta = \frac{W \cdot f}{U_j}$ (où f est la fréquence d'oscillation, en Hz), et pour des jets fins relativement à leur longueur W, et des longueurs d'onde hydrodynamiques plutôt grandes [2]. Pour des grandes valeurs de θ, ce modèle est moins adapté, et a notamment tendance à surestimer le nombre et l'amplitude des son éoliens [3]. Dans les autres cas (notamment celui des éoliens), le modèle de source *discrete vortex*, développé par Meissner [101] et Dequand [49], est alors plus adapté. Cependant, aucun modèle global intégrant ces deux représentations différentes n'a été à ce jour proposé dans la littérature. Par ailleurs, le modèle *discrete vortex* est difficilement adaptable aux méthodes d'analyse présentées ci-après.

Enfin, il convient de souligner que le modèle présenté dans ce chapitre et utilisé dans la suite de ce document ne décrit pas l'étape de formation du jet, qui joue nécessairement un rôle au niveau des transitoires d'attaque. Plus généralement, le *système amont*, constitué par le canal (à la sortie duquel se forme le jet) et l'appareil respiratoire du musicien, n'est pas pris en compte. Des travaux expérimentaux ont pourtant démontré l'importance de la géométrie de sortie du canal sur la formation du jet, et donc sur la *réceptivité*, qui se manifeste justement à la sortie du canal [123, 18, 20].

Alors que l'importance du couplage entre l'instrumentiste et l'instrument est de plus en plus mis en avant, le musicien est ici exclu, en tant que système dynamique, du modèle de l'état de l'art. En effet, il n'intervient ici qu'au travers du paramètre de contrôle P_m. L'observation de signaux mesurés dans la bouche de musiciens expérimentés suffit à se convaincre qu'il s'agit là d'une simplification de la réalité : comme le montre la figure 1.13, la pression dans la bouche des musiciens comporte une composante acoustique. L'influence de la présence de son dans la bouche des flûtistes a notamment été étudiée, de façon préliminaire, par Auvray *et al.* [4]. De la même façon, tous les aspects liés à la *respiration* du musicien, étudiés par exemple dans [39],

2. On rappelle qu'en fonctionnement *normal*, on observe sur la longueur W du jet, 1/2 longueur d'onde hydrodynamique.

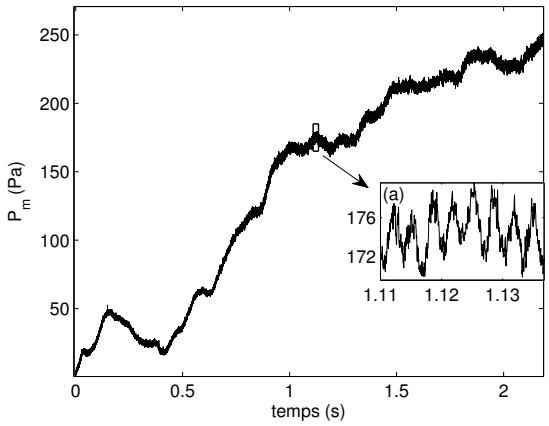


FIGURE 1.13: Pression mesurée dans la bouche d'une flûtiste à bec professionnelle, lors d'un *crescendo* réalisée sur une flûte à bec alto (doigté de *fa 3*). Le *zoom* dans la fenêtre (a) met en évidence la présence de son dans la bouche.

sont ici ignorés.

1.4 Conclusion

Les différents éléments du mécanisme de production du son rappelés dans ce premier chapitre permettent, comme le montrent différents travaux, de capturer les principaux phénomènes observés dans les instruments de type tuyaux d'orgue à bouche, flûtes traversières et flûtes à bec. Bien entendu, la modélisation retenue ici, qui correspond au modèle de l'état de l'art, demeure imparfaite. D'une part, différents éléments ne sont pas pris en compte. D'autre part, certains aspects liés notamment au phénomène de réceptivité, et à l'interaction jet-biseau, demeurent en partie incompris.

L'amélioration de ce modèle n'est cependant pas l'objet de cette thèse, et nous considérons donc, dans la suite de ce document, le modèle tel qu'il est proposé dans la littérature. Il convient cependant d'être conscient des limites qu'il comporte lors de l'interprétation des résultats, et de leur comparaison avec les données expérimentales.

Malgré les simplifications qu'il implique, ce modèle comporte des termes retardés, et des termes dérivés et retardés. Cette dernière caractéristique en fait un système à retard de type *neutre*, particulièrement complexe mathématiquement (voir par exemple [7]). Sa résolution recquiert alors l'utilisation de méthodes numériques spécifiques. La description plus détaillée de ces différentes méthodes est l'objet du chapitre suivant.

Première partie

Etude de l'instrument, analyse du modèle : différents outils

Avant Propos

Dans la suite de ce document, on s'attache à mieux comprendre différents aspects de la physique des instruments de la famille des flûtes, différents phénomènes observés expérimentalement, en lien avec l'influence des *paramètres de facture* (liés à la fabrication de l'instrument) d'une part et des *paramètres de contrôle* (liés au musicien) d'autre part.

Cette étude passe par l'analyse du comportement de trois systèmes différents :

- un instrument joué par un musicien, constituant un système physique couplé "instrument-instrumentiste",
- un instrument seul, dont le comportement est étudié en environnement contrôlé, en laboratoire,
- un modèle d'oscillateur, qui, idéalement, capturerait l'ensemble des phénomènes physiques en jeu dans le système couplé instrument-musicien.

Quels outils mettre en place pour étudier ces différents systèmes ? Comment faire en sorte que la comparaison des comportements de chacun de ces systèmes permette d'obtenir des informations pertinentes sur la physique du système "instrument-musicien" ?

Cette première partie vise à apporter des éléments de réponse à ces problématiques. Au-delà de la présentation des outils et méthodes expérimentaux et numériques, on s'attache également à valider l'utilisation de méthodes numériques dédiées à l'analyse des systèmes dynamiques non linéaires, qui à notre connaissance, n'ont jamais été utilisées pour étudier des modèles d'instruments de la famille des flûtes. Le type de résultats et d'informations auxquels chaque méthode permet d'accéder est décrit, mettant ainsi en évidence leur intérêt propre, mais également l'intérêt de les combiner. On verra notamment que la confrontation des différentes approches permet d'expliquer quelques phénomènes bien connus dans les instruments de la famille des flûtes, tels que les changements de registres et l'hystérésis qui les accompagne. Bien que différents éléments relevant de l'état de l'art soient présents, cette partie n'est donc pas une revue bibliographique.

Chapitre 2

Analyse du modèle : outils et méthodes numériques

Sommaire

2.1 Introduction 29
2.2 Intégration temporelle du modèle physique de l'instrument 31
2.3 Calcul et continuation de solutions statiques et périodiques 36
2.4 Conclusion 58

2.1 Introduction

L'étude de modèles mathématiques s'appuyant sur le fonctionnement physique des flûtes constitue une part importante de la littérature dédiée à cet instrument. Des méthodes analytiques ont été proposées pour la résolution de certains de ces modèles [71, 120]. Celles-ci sont cependant relativement fastidieuses, et longues à mettre en place. Elles présentent surtout l'inconvénient d'impliquer des simplifications drastiques des modèles. De nombreux auteurs se sont également attachés à étudier le comportement des modèles en faisant appel à sa linéarisation [36, 38, 5], démontrant la capacité de cette méthode à fournir des informations pertinentes sur différents aspects du comportement de l'instrument tels que les glissements de fréquence, les changements de registres, ou l'apparition de sons non périodiques. Cependant, par essence, cette méthode ne peut rendre compte des phénomènes liés à la non-linéarité du mécanisme excitateur (voir chapitre 1). A la fin du siècle dernier, l'augmentation considérable des capacités de calcul a permis d'envisager la résolution du modèle non linéaire complet. Les simulations temporelles, qui permettent de rendre compte de toute la richesse des comportements du modèle, sont alors devenues l'un des outils d'analyse privilégiés [37, 38, 5].

Par ailleurs, des méthodes traditionnellement utilisées pour l'étude des systèmes dynamiques non linéaires, telles l'équilibrage harmonique, la collocation orthogonale et la continuation de solutions ont démontré leur intérêt dans l'étude des instruments à anches [82, 78, 68, 93]. Ces méthodes, qui donnent accès à une vision plus globale de la dynamique des systèmes étudiés, fournissent des informations complémentaires à celles fournies par les autres méthodes déjà citées.

Ces deux dernières approches sont retenues ici : une méthode classique d'intégration temporelle est d'abord présentée, puis on s'attachera à décrire les méthodes de collocation orthogonale et de continuation numérique, qui s'inscrivent dans la même classe de méthodes que celles utili-

Paramètre	Valeur numérique utilisée (sauf mention contraire)	Paramètre	Valeur numérique utilisée (sauf mention contraire)
y_0 (m)	0.0001	h (m)	0.001
W (m)	0.00425	ρ (kg $\cdot$ m^{-3})	1.2

TABLE 2.1: Valeurs des paramètres géométriques utilisées pour la résolution numérique du modèle.

sées par Karkar [93, 91]. Nous verrons cependant que les spécificités du modèle de flûte empêchent d'utiliser des méthodes strictement similaires à celles déjà employées en acoustique musicale.

Bien que les deux approches retenues soient sensiblement différentes l'une de l'autre, les problématiques d'estimation des paramètres et d'adimensionnement du modèle leurs sont communes, et sont donc abordées avant la description des méthodes à proprement parler.

2.1.1 Estimation des paramètres

La recherche des solutions du modèle, et la comparaison - même qualitative - des résultats numériques avec des données expérimentales posent naturellement la question de l'évaluation des nombreux paramètres qui interviennent dans ce modèle.

Cette évaluation est relativement aisée - au moins pour certains types de flûtes - pour les paramètres qui correspondent à des grandeurs géométriques accessibles à la mesure. Ainsi, si toutes les grandeurs liées à la géométrie du canal (h) et de la fenêtre d'excitation (W, H, y_0) évoluent au cours du jeu et sont difficilement mesurables pour les flûtes traversières, elles peuvent être évaluées de manière précise pour les flûtes à bec. Pour de telles grandeurs géométriques, on retient alors ici les valeurs typiques mesurées sur une flûte à bec alto (voir par exemple [17]), rappelées dans le tableau 2.1.

L'estimation de paramètres directement liés à la modélisation (tels que la demi-épaisseur du jet b, où la distance δ_d entre les deux points d'injection de débit) s'appuie sur les formules théoriques et empiriques rappelées en section 1.3.

Cas des paramètres modaux de l'admittance du résonateur

La question de l'estimation des paramètres modaux de l'admittance du résonateur (équation 1.22) revient à poser la question du calcul de l'admittance $Y_p = \frac{1}{Z_p}$ du tuyau principal. En dehors des cas simples tels que celui d'un résonateur cylindrique sans trous de notes (pour lesquels des formules analytiques existent [30]), l'admittance Y_p est estimée *via* l'utilisation du logiciel WIAT [97], dédié au calcul d'impédances et d'admittances d'entrées de résonateurs d'instruments à vent à partir de leur géométrie. Les paramètres modaux de l'admittance totale prenant en compte la fenêtre d'excitation (équations 1.19 et 1.16) sont ensuite estimés grâce à un *fit* avec la somme de modes donnée par l'équation 1.22.

La difficulté d'estimation de certains paramètres, alliée à la grande sensibiltié du modèle à la valeur de ces paramètres, peut être vue comme une limite supplémentaire du modèle, dans le sens où elle peut rendre plus difficile la comparaison (au moins quantitative) avec les résultats expérimentaux.

2.1.2 Adimensionnement du modèle

Afin d'éviter des problèmes de conditionnement lors de la résolution numérique du modèle de l'état de l'art 1.23, différentes variables sont adimensionnées. Ainsi, la vitesse acoustique $v_{ac}(t)$

et les variables temporelles (temps t et retard τ) sont adimensionnées, de façon à simplifier l'écriture du modèle. Les variables adimensionnées $\tilde{t}$, $\tilde{\tau}$ et $\tilde{v}$ sont définies de la façon suivante :

$$\begin{cases} \tilde{t} = \omega_1 t \\ \tilde{\tau} = \omega_1 \tau \\ \tilde{v}(\tilde{t}) = \dfrac{he^{\alpha_i W}}{bU_j} v_{ac}(\tilde{t}) \end{cases} \tag{2.1}$$

où ω_1 est la première pulsation de résonance.

Par ailleurs, dans le cas de la simulation temporelle, un bruit blanc $\sigma(t)$, de très faible amplitude (typiquement de variance 10^{-8}), est ajoutée à $\eta(W, t)$ de façon à initier les oscillations, c'est à dire à fournir la perturbation initiale qui va permettre au système de s'éloigner de la solution statique.

2.2 Intégration temporelle du modèle physique de l'instrument

Une approche classique [37, 38, 5] consiste à calculer des solutions du modèle à partir de conditions initiales, en utilisant un schéma d'intégration temporelle : la solution à un instant t est déterminée à partir de la solution aux instants antérieurs. La difficulté réside ici dans la présence, dans le système d'équations 1.23, de la dérivée $\dot{v}_{ac}(t - \tau)$ d'une variable retardée. En effet, là où la plupart des *solvers* permettent de résoudre des systèmes d'équations différentielles ordinaires (ODE, pour *ordinary differential equations*), il faut ici résoudre un système d'équations différentielles à retard de type neutre (NDDE, pour *neutral delay differential equations*) [1]. Différents solvers adaptés aux équations différentielles à retard, non neutres (DDE pour *delay differential equations*) ont cependant été développés depuis de nombreuses années (par exemple [141, 127, 125]), parmi lesquels quelques-uns sont adaptés aux NDDE [62, 85, 126].

2.2.1 Implémentation et choix du solver

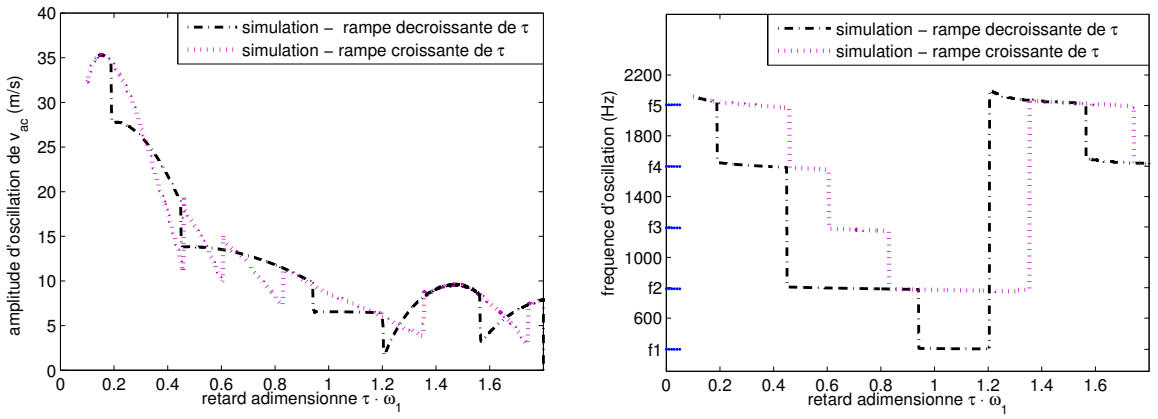
Si le choix d'un solver spécifiquement dédié à la résolution de systèmes neutres (NDDE) peut paraître *a priori* le plus pertinent, l'option retenue ici consiste à utiliser l'environnement Simulink de Matlab, qui permet de résoudre des NDDE tout en utilisant un solver initialement dédié aux ODE, utilisant une méthode Runge-Kutta d'ordre 3 (méthode de Bogacki-Shampine [21]). Les variables retardées sont alors approchées *via* une interpolation linéaire entre deux échantillons calculés précédemment. Ce choix est motivé d'une part par la souplesse de l'environnement de programmation, mais surtout par la possibilié de faire varier certains paramètres pendant la simulation. On pense notamment aux paramètres de contrôle : pouvoir effectuer, par exemple, des rampes de la pression d'alimentation est indispensable dans le cadre d'une confrontation - même qualitative - avec des données expérimentales issues de mesures sur musicien ou sur bouche artificielle.

D'un point de vue théorique, la validité des résultats fournis par ce solver peut être questionnée. Cependant, la comparaison avec les résultats issus de solvers dédiés aux systèmes neutres, que nous avons effectuée dans [137], permet de valider cette approche.

2.2.2 Premières illustrations

Un premier résultat de simulation temporelle du modèle physique de l'instrument est présenté en figure 2.1 en terme d'amplitude et de fréquence d'oscillation, pour une rampe croissante et

1. Nous reviendrons plus en détails sur cette caractéristique du modèle au paragraphe 2.3.



(a) Amplitude d'oscillation (crète à crète) de $v_{ac}(t)$ en fonction du retard adimensionné $\tau\omega_1$.

(b) Fréquence d'oscillation en fonction du retard adimensionné $\tau\omega_1$. Les fréquences de résonance $f_k = \omega_k/(2\pi)$ sont indiquées par les lignes de points bleus à gauche.

FIGURE 2.1: Résultats de simulations temporelles du modèle de flûte, pour une rampe décroissante et croissante du retard $\tilde{\tau}$ (correspondant respectivement à des évolutions non linéaires croissante et décroissante de P_m). Le résonateur cylindrique de 16 mm de diamètre et de 40 cm de longueur est modélisé par une somme de 5 modes.

décroissante du retard adimensionné $\tilde{\tau}$. Comme souligné au paragraphe 1.3, ce paramètre est lié à l'inverse de la pression d'alimentation P_m. Le résonateur est ici modélisé par un cylindre sans trous de note, de diamètre 16 mm et de longueur 40 cm (ce qui est proche des dimensions typiques d'une flûte à bec alto [17]).

Ces premiers résultats mettent en évidence la capacité du modèle étudié à reproduire - au moins qualitativement - différents phénomènes bien connus expérimentalement :

- les changements de registres, qui se manifestent ici par les nombreux sauts d'amplitude et de fréquence observés lors de la variation continue de $\tilde{\tau}$. Bien connus des flûtistes, ils correspondent à des changements de note (le plus souvent à l'octave supérieure lorsque l'on passe du premier au second registre) obtenus en soufflant de plus en plus fort dans l'instrument. On en observe notamment sur la figure 2.2, qui représente l'évolution de la fréquence de jeu d'une flûte à bec alto Zen-On lors d'une rampe croissante puis décroissante de la pression d'alimentation réalisée à la bouche artificielle (voir section 3.2) pour un doigté [2] de *sol dièse 4*.

- l'hystérésis associé à ces changements de registre. Comme le montre clairement la figure 2.1b, les sauts de fréquence et d'amplitude n'interviennent pas aux mêmes valeurs de $\tilde{\tau}$ lors de la rampe croissante ou de la rampe décroissante de ce paramètre. Là encore, cette hystérésis associée au changement de registre est bien connue expérimentalement [36, 116, 5, 139], et est elle-aussi visible sur la figure 2.2 : si l'évolution de la pression avec le temps est symétrique (par rapport à $t = 65s$), ce n'est pas le cas de l'évolution de la fréquence.

- les sons éoliens. Ces régimes apparaissent pour des valeurs très faibles de la pression d'alimentation, avant l'apparition de la note recherchée pour le doigté considéré. Comme on l'a

2. Une tablature des doigtés des flûtes à bec est donnée en annexe D

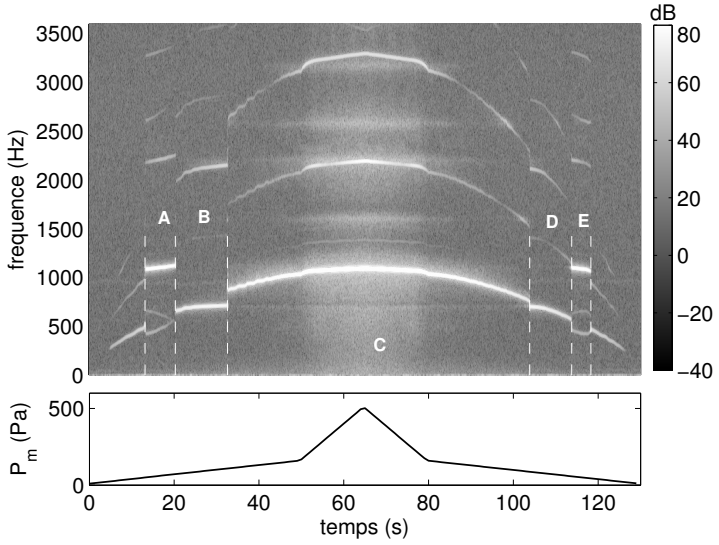


FIGURE 2.2: Spectrogramme (en haut) de la pression acoustique mesurée à l'intérieur (sous la biseau) d'une flûte à bec alto Zen On, jouée par une bouche artificielle sur un doigté de sol dièse 4. Le profil croissant puis décroissant de la pression d'alimentation réalisé par la bouche artificielle est représenté en bas.

vu en section 1.3.6, ils correspondent à un couplage entre un mode acoustique du tuyau et un mode hydrodynamique du jet d'ordre supérieur à 1. Ces régimes sont caractérisés par une période d'oscillation plus petite que le retard τ, et apparaissent, comme le montre la figure 2.3, pour des valeurs de retard adimensionné $\tilde{\tau}$ supérieures à 1.2 dans le cas de la rampe décroissante et supérieures à 1.4 dans le cas de la rampe croissante de $\tilde{\tau}$. On les retrouve expérimentalement dans les zones A et E de la figure 2.2.

- l'évolution de la fréquence de jeu avec la pression dans la bouche. La forte dépendance de la fréquence de jeu à la valeur de la pression d'alimentation est une caractéristique bien connue des flûtes (voir par exemple [34, 36, 101]), que l'on observe notamment sur les données expérimentales en figure 2.2 (zone C). Ce phénomène se retrouve nettement en simulation temporelle pour tous les régimes observés en figure 2.1b.

2.2.3 Discussion

Un des principaux avantages de la simulation temporelle réside dans la richesse et la complexité des régimes d'oscillation et comportements accessibles : régimes statiques (non oscillants), périodiques et non périodiques comme illustré en figure 2.4, transitoires entre régimes (particulièrement importants perceptivement [115, 75]), ou encore effet de l'évolution temporelle des paramètres, problématique qui sera abordée au chapitre 7. Bien sûr, l'accès à la synthèse sonore est également un avantage non négligable de cette méthode.

Sensibilité aux conditions initiales

Cependant, cette richesse et cette complexité des comportements peuvent aussi rendre difficiles l'analyse et la compréhension du comportement du modèle, et de l'instrument réel : plus les régimes d'oscillation sont nombreux et variés, plus il est difficile de comprendre l'influence de

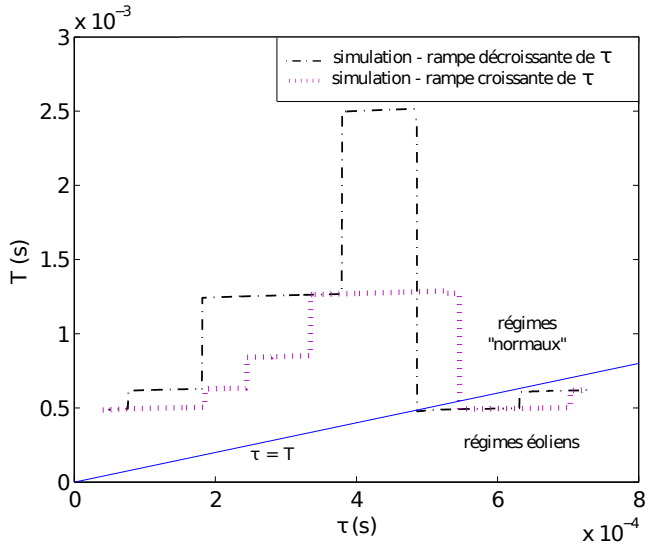


FIGURE 2.3: Simulation temporelle du modèle de flûte, pour une rampe décroissante et croissante du retard $\tilde{\tau}$, et pour un résonateur cylindrique de 16 mm de diamètre et de 40 cm de longueur modélisé par une somme de 5 modes. La représentation de la période d'oscillation T en fonction du retard permet de distinguer les régimes *éoliens* des régimes *classiques*.

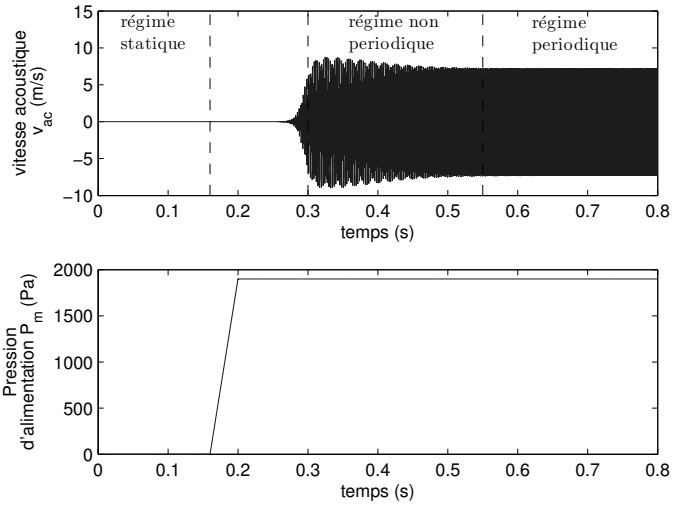


FIGURE 2.4: Illustration de la variété de régimes accessibles en simulation : vitesse acoustique (en haut) observée lors d'un transitoire d'attaque de la pression d'alimentation (en bas). Modèle de résonateur à 5 modes, correspondant au doigté de *sol 3* d'une flûte à bec alto Zen-On.

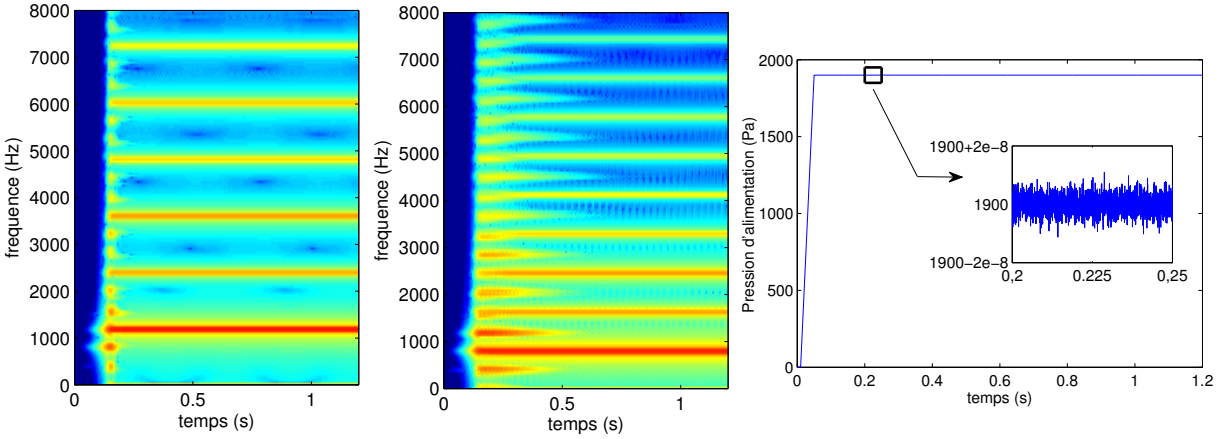


FIGURE 2.5: Spectrogrammes (à gauche) de la vitesse acoustique v_{ac} obtenue par simulation du profil de pression d'alimentation P_m représenté à droite, pour un modèle de résonateur à 5 modes correspondant au doigté *sol*3 d'une flûte à bec alto Zen On *Bressant*. Le caractère aléatoire du bruit blanc (de variance fixe) superposé à la pression d'alimentation suffit à modifier le comportement du modèle d'une réalisation à une autre : dans un cas le régime périodique, obtenu après un transitoire d'environ $0.18s$, a une fréquence de $1200Hz$, alors que dans le second cas, le régime périodique est atteint après un transitoire d'environ 0.6s, et a une fréquence de $820Hz$.

différents paramètres sur ces régimes. Cette difficulté est encore aggravée par la grande sensibilité du modèle à des modifications minimes des paramètres et des conditions initiales (qui peuvent d'ailleurs être considérées comme des paramètres). Une simulation pour un jeu de paramètres donné ne donne alors accès qu'à une vision parcellaire de la dynamique du système. Dans ce contexte, la comparaison qualitative des simulations avec des données expérimentales devient particulièrement complexe.

Une illustration de la forte sensibilité du modèle à des petites modifications des paramètres et des conditions initiales [3] est donnée en figure 2.5. Tous les paramètres étant fixés pendant la durée des simulations, cette figure représente, à gauche, le spectre du signal obtenu en réalisant un transitoire d'attaque de la pression d'alimentation (représentée à droite). Les deux cas représentés sur les deux spectrogrammes ne diffèrent l'un de l'autre que par le bruit qui leur est ajouté, qui est aléatoire. Bien que la variance de ce bruit blanc soit la même dans les cas, et malgré sa très faible amplitude (de l'ordre de 10^{-8} Pa) par rapport à la valeur de la pression d'alimentation, son caractère aléatoire entraîne de grandes différences dans le comportement du modèle. Dans un cas, le régime transitoire dure environ 0.18 s, et le régime permanent est périodique de fréquence 1200 Hz. Dans le second cas, la durée du régime transitoire atteint 0.6 s et le régime permanent demeure périodique, mais avec une fréquence de 820 Hz.

Le fait d'obtenir de telles différences pour des paramètres quasi-identiques rend alors difficile non seulement la comparaison du comportement du modèle avec l'expérience, mais également la confrontation de différentes simulations du modèle entre elles.

Effet de la fréquence d'échantillonnage

Cette sensibilité des résultats au *bruit* demeure valable pour le *bruit numérique*, c'est à dire pour les approximations dues à l'échantillonnage et à la quantification des signaux. Mise en évi-

3. caractéristique bien connue des systèmes dynamiques non linéaires ! [13]

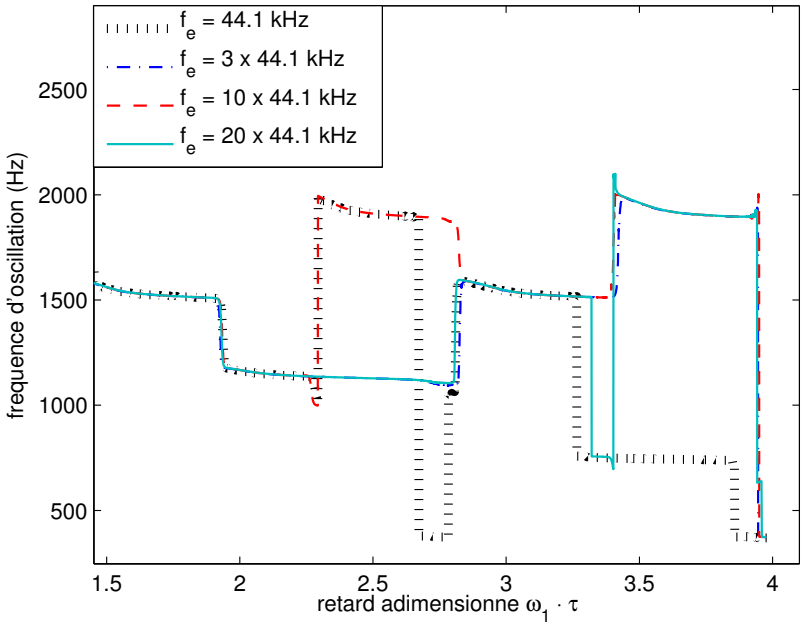


FIGURE 2.6: Illustration de l'influence de la fréquence d'échantillonnage f_e sur les résultats d'intégration temporelle : fréquence de jeu obtenue lors de simulations d'une rampe décroissante du retard adimensionné $\tilde{\tau}$, pour différentes valeurs de f_e, tous paramètres constants par ailleurs. Modèle de résonateur à 5 modes, correspondant au doigté de *fa 3* d'une flûte à bec alto Zen-On.

dence dans un contexte différent par Bergeot [16], cette sensibilité s'illustre ici par l'influence de la valeur de la fréquence d'échantillonnage f_e utilisée pour l'intégration temporelle du modèle. La figure 2.6 représente la fréquence des régimes périodiques observés lors de rampes décroissantes du retard $\tilde{\tau}$. Le jeu de paramètres utilisé est identique pour toutes les simulations, mais des valeurs différentes de f_e sont utilisées.

Les grandes différences observées sur ces résultats illustrent la nécessité d'utiliser des valeurs particulièrement élevées de la fréquence d'échantillonnage (pratiquement toujours supérieures à 1 MHz), afin de s'affranchir de son influence et d'accéder à des solutions du modèle cohérentes avec d'autres méthodes d'analyse [137]. L'intégration temporelle devient alors une méthode particulièrement coûteuse en temps : le calcul ne pouvant être parallélisé, la simulation d'une minute de son à une fréquence d'échantillonnage de $23 \times 44100Hz$ dure de 4 à 5 heures.

2.3 Calcul et continuation de solutions statiques et périodiques

2.3.1 Introduction

Les difficultés liées à l'utilisation de méthodes d'intégration temporelle dans le cadre d'une analyse du comportement du modèle de flûte ont été soulignées dans la section précédente. En parallèle des simulations temporelles, Schumacher [120] et Fletcher [71] ont proposé des méthodes permettant de calculer de manière analytique les solutions périodiques de modèles de flûtes. Cependant la complexité de ces techniques restreint de fait leur utilisation à des modèles extrêmement simplifiés, et oblige à ne tenir compte que d'un faible nombre d'harmoniques

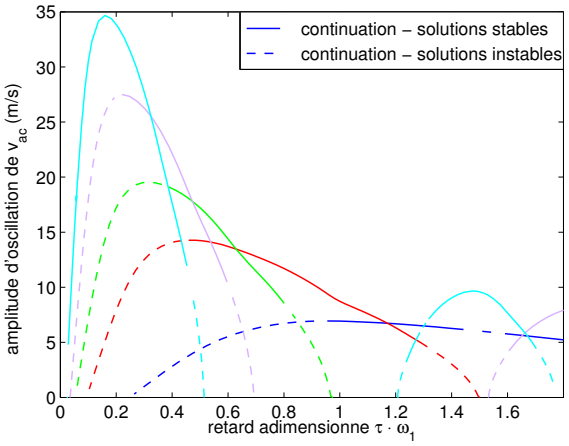


FIGURE 2.7: Exemple de diagramme de bifurcation du modèle de flûte, représentant l'amplitude des solutions périodiques en fonction de $\tilde{\tau}$. Les paramètres sont identiques à ceux utilisés en figure 2.1. Cette représentation met en évidence la coexistence de nombreuses solutions périodiques stables (en traits plein) et instables (en pointillés).

lors de la résolution. Elles ne sont par conséquent pas adaptées à une étude systématique du comportement de l'instrument.

En revanche, différentes méthodes numériques dédiées au calcul des solutions périodiques des systèmes dynamiques non linéaires ont été développées depuis de nombreuses années (voir par exemple [105]). On peut citer notamment l'équilibrage harmonique (HBM pour *Harmonic Balance Method*) [104] et la collocation orthogonale [53, 52], qui reposent respectivement sur une discrétisation des solutions périodiques dans le domaine fréquentiel et temporel. Ces méthodes, introduites pour la première fois dans le champ de l'acoustique musicale par Gilbert *et al.* [82], ont ensuite été utilisées dans des travaux sur les instruments à anche simple [78, 68, 41] et sur les cuivres [102, 83]. Ces approches, combinées à des méthodes de continuation numérique (voir par exemple [95, 32]), permettent d'accéder à des *diagrammes de bifurcation*, qui représentent idéalement l'évolution de l'ensemble des solutions statiques et périodiques du système en fonction de la valeur d'un paramètre d'intérêt du modèle. Ces diagrammes, qui donnent accès à une vision plus globale de la dynamique du système, ont récemment montré leur intérêt en acoustique musicale [92, 93]. Un premier exemple d'un diagramme de bifurcation du modèle de flûte est donné en figure 2.7 : pour les mêmes paramètres qu'utilisé en figure 2.1 (résonateur cylindrique répresenté par 5 modes), il représente l'amplitude des différentes solutions périodiques en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$ (lié à la pression d'alimentation P_m). Ce diagramme met en évidence la complexité de la dynamique du système, qui se manifeste notamment par la coexistence de nombreuses solutions périodiques stables et instables pour une même valeur de $\tilde{\tau}$. Nous détaillons dans la suite les méthodes qui permettent d'accéder à ce type de diagrammes.

L'utilisation de méthodes dédiées aux systèmes dynamiques non linéaires implique la reformulation du modèle de flûte de l'état de l'art (équations 1.23) sous la forme classique :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \lambda), \tag{2.2}$$

où $\mathbf{x}(t)$ est le vecteur des variables d'état, λ l'ensemble des paramètres et f une fonction non linéaire. La reformulation du modèle 1.23 sous cette forme, donné en annexe A, met en évidence le caractère retardé et *neutre* du système : la dérivée des variables d'état à l'instant t dépend

non seulement des variables elles-mêmes à l'instant t, mais également des variables à l'instant $t-\tau$ (système à retard) et de leur dérivée première à l'instant $t-\tau$ (système neutre). Le système s'écrit alors de la façon suivante :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-\tau), \dot{\mathbf{x}}(t-\tau), \lambda). \tag{2.3}$$

Les composantes du vecteur $\mathbf{x}$ sont, pour le modèle de flûte, les variables $\tilde{v}_n(\tilde{t})$ et leur première dérivée $\dot{\tilde{v}_n}(\tilde{t})$ par rapport au temps adimensionné. $\tilde{v}_n(\tilde{t})$ représente la projection de la vitesse acoustique adimensionnée $\tilde{v}(\tilde{t})$ définie par l'équation 2.1 sur le $n^{ième}$ mode du résonateur (voir équation 1.23). Plus de détails sont fournis en annexe A.

Les systèmes neutres sont mathématiquement plus complexes que les systèmes ordinaires qui s'écrivent sous la forme 2.2 et que les systèmes à retard non neutres (voir par exemple [88] pour plus de détails sur leurs particularités mathématiques). Des méthodes numériques spécifiques doivent alors être mises en place pour pouvoir calculer les solutions périodiques de ces systèmes [8]. En principe, appliquer la méthode de l'équilibrage harmonique, comme dans [82, 93, 78, 68], reste possible. Cependant, parmi les nombreux logiciels qui ont été développés depuis les années 1980 pour combiner les méthodes de calcul de solutions périodiques et de continuation numérique [52, 33, 57, 50], seuls Knut [135] et DDE-Biftool [57] sont adaptés à la continuation de solutions périodiques de systèmes à retard(s). A notre connaissance, seul DDE-Biftool [57, 59, 60] a ensuite été adapté pour l'analyse des systèmes neutres [7, 8].

La section qui suit vise à la fois à présenter les méthodes numériques utilisées pour le calcul et la continuation de solutions périodiques du modèle de flûte, et à valider cette approche.

2.3.2 Calcul de solutions périodiques du système : collocation orthogonale aux points de Gauss

Représentation de la solution

Calculer des solutions statiques ou périodiques d'un système d'équations différentielles (ordinaires, à retard, ou neutres) implique la discrétisation de la solution recherchée. Là où la méthode de l'équilibrage harmonique s'appuie sur une discrétisation de la solution dans le domaine fréquentiel [82, 91], la collocation orthogonale aux points de Gauss [53, 95] repose sur une discrétisation dans le domaine temporel : sur un intervalle donné, la solution est représentée par un polynôme par morceaux. C'est en ce sens une *méthode temporelle*, à ne pas confondre cependant avec les méthodes *d'intégration temporelle* telles que celle présentée en section 2.2.

Plus précisément, la collocation orthogonale aux points de Gauss repose sur la division d'une unique période de la solution périodique recherchée en N intervalles. Cette division définit ainsi un maillage Π, à l'intérieur duquel le pas $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ n'est pas nécessairement constant :

$$\Pi = [t_0 = 0; t_1; t_2; ...; t_{N-1}; t_N = T]. \tag{2.4}$$

Bien évidemment, la valeur de N a une influence sur la précision du résultat, et son choix doit donc être considéré avec attention.

Chaque intervalle $[t_i; t_{i+1}]$ est à nouveau discrétisé en $m+1$ *points de représentation* (distribués uniformément ou non), comme illustré sur la figure 2.8. Sur chaque intervalle, on recherche alors une approximation $\widehat{\mathbf{x}}(t)$ de la solution réelle $\mathbf{x}(t)$, sous la forme d'une interpolation Lagrangienne :

$$\widehat{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=0}^{m} \mathbf{x}_{i+\frac{j}{m}} \cdot P_{i,j}(t) \tag{2.5}$$

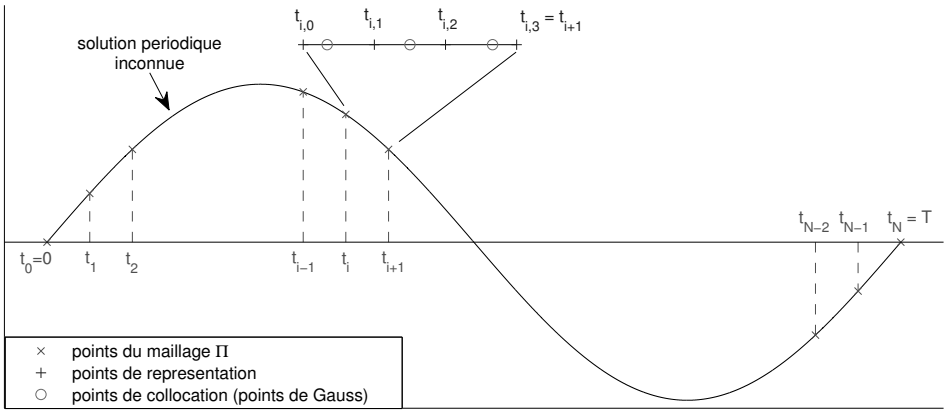


FIGURE 2.8: Illustration de la dicrétisation utilisée pour la collocation orthogonale : division d'une unique période en N intervalles, puis division de chaque intervalle en m sous-intervalles (avec ici $m = 3$). Chaque intervalle comporte m points de Gauss (points de collocation) sur lesquels les équations du système sont projetées.

où $\mathbf{x}_{i+\frac{j}{m}}$ est la valeur de la solution au point de représentation $t_{i+\frac{j}{m}} = t_i + \frac{j}{m}(t_{i+1} - t_i)$. $P_{i,j}(t)$ est le polynôme d'interpolation de Lagrange de degré m, défini de la façon suivante :

$$P_{i,j}(t) = \prod_{r=0;r\neq j}^{m} \frac{t - t_{i+\frac{r}{m}}}{t_{i+\frac{j}{m}} - t_{i+\frac{r}{m}}}. \tag{2.6}$$

Etant donnée la nature auto-oscillante du système étudié ici, la valeur de la période T n'est pas connue. Les inconnues du système sont donc les valeurs $\mathbf{x}_{i+\frac{j}{m}}$ des variables aux *points de représentation*, et la période T. En tenant compte des conditions de continuité aux points t_i du maillage Π, on obtient alors, pour un système de dimension L, un système à $L(Nm + 1) + 1$ inconnues.

Caractéristique importante de la collocation orthogonale, les équations ne sont pas écrites aux $(m + 1)$ *points de représentation* $t_{i+\frac{j}{m}} = t_i + \frac{j}{m}(t_{i+1} - t_i)$, mais sur m *points de collocation* définis, pour l'intervalle considéré, comme les racines du polynôme de Legendre [4] d'ordre m. Ce choix de points de collocation assure, dans le cas d'un système d'équations différentielles ordinaires [5], un taux de convergence optimal lorsque le nombre de points du maillage augmente [10, 87]. Ainsi, la solution approchée $\widehat{\mathbf{x}}(t)$ vérifie exactement les équations du système aux points de collocation.

La projection des équations du système sur ces $N \times m$ points de collocation mène alors à un système algébrique de $N \times m \times L$ équations, pour $L(Nm + 1) + 1$ inconnues. Parmi les $L + 1$ équations supplémentaires nécessaires pour fermer le système, L d'entre elles sont données par une condition de périodicité sur chaque variable : $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(T)$. La dernière équation nécessaire correspond à une condition de phase : les solutions recherchées étant périodiques, si $\mathbf{x}(t)$ est solution, $\mathbf{x}(t + \phi)$ est également solution, quelle que soit la valeur de ϕ. Le rôle de la *condition de phase* est alors de fixer l'origine des phases. Si différentes conditions de phase peuvent être

4. Les polynômes de Legendre sont orthogonaux entre eux, d'où le nom de *collocation orthogonale*.

5. ou, pour un système à retard discrétisé sur un maillage Π uniforme, lorsque le retard est un multiple du pas du maillage Δt [8, 95].

définies, un choix très courant, retenu ici dans DDE-Biftool [57], consiste à utiliser la *condition intégrale de phase (integral phase condition)*, définie par Doedel [53] :

$$\int_0^1 \langle \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}_{ref}(t) \rangle dt = 0, \tag{2.7}$$

où $\mathbf{x}_{ref}$ est une solution de référence. Dans le cas de la continuation de solution (voir paragraphe 2.3.3), la solution de référence est typiquement le dernier point calculé sur la branche de solutions périodiques.

La recherche de solutions périodiques revient finalement à résoudre le problème aux limites (BVP pour *Boundary Value Problem*) suivant [95, 8] :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-\tau), \dot{\mathbf{x}}(t-\tau), \lambda) \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(T) \\ p(\mathbf{x}, t) = 0; \end{cases} \tag{2.8}$$

où la seconde équation correspond à la condition de périodicité (T étant la période), et où p représente la condition de phase définie par l'équation 2.7. On peut souligner qu'en pratique, dans ce système, le temps t est adimensionné par la période T de façon à ce que celle-ci puisse être considérée comme un paramètre (inconnu) supplémentaire du problème [8]. En posant le temps adimensionné $\widehat{t} = \frac{t}{T}$, le système 2.8 devient [6] :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(\widehat{t}) = T \cdot f(\mathbf{x}(\widehat{t}), \mathbf{x}((\widehat{t} - T^{-1}\tau) \ mod \ 1), T^{-1}\dot{\mathbf{x}}((\widehat{t} - T^{-1}\tau) \ mod \ 1), \lambda) \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(1) \\ p(\mathbf{x}, t) = 0. \end{cases} \tag{2.9}$$

Le système algébrique obtenu après projection du système 2.8 aux points de discrétisation est finalement résolu dans DDE-Biftool par une méthode de Newton-Raphson, comme détaillé dans [59].

Adaptation aux systèmes neutres

Dans le cas des systèmes à retard et neutres, la résolution du BVP requiert une estimation des variables retardées $\mathbf{x}(t-\tau)$ et de leur dérivée $\dot{\mathbf{x}}(t-\tau)$. Si le maillage Π n'est pas uniforme, ou si le retard τ n'est pas un multiple du pas Δt d'un maillage choisi uniforme, les valeurs des variables retardées $\mathbf{x}(t-\tau)$ ne peuvent pas être estimées directement à partir de l'approximation $\widehat{\mathbf{x}}(t)$ des variables non retardées. Il devient alors nécessaire de définir un schéma d'interpolation pour estimer ces variables retardées et leurs dérivées. Cela a notamment pour conséquence de réduire la précision de la solution approchée $\widehat{\mathbf{x}}$. Différents schémas d'interpolation pour les équations différentielles à retard non neutres sont proposés dans la littérature, qui tentent d'améliorer la précision de la solution obtenue, et de conserver les propriétés de convergence observées pour les ODE résolues aux points de collocation de Gauss [59, 89, 90]. Pour le cas des systèmes neutres,

6. Attention à ne pas confondre cette re-définition des variables temporelles, qui intervient au coeur de la méthode numérique utilisée pour le calcul des solutions périodiques, avec l'adimensionnement du temps décrite au chapitre 1. Le système donné par l'utilisateur en "entrée" du logiciel est déjà écrit en fonction des variables temporelles adimensionnées $\tilde{t}$ et $\tilde{\tau}$. Ce sont ces variables qui sont de nouveau divisées par la période T lors de la résolution du système.

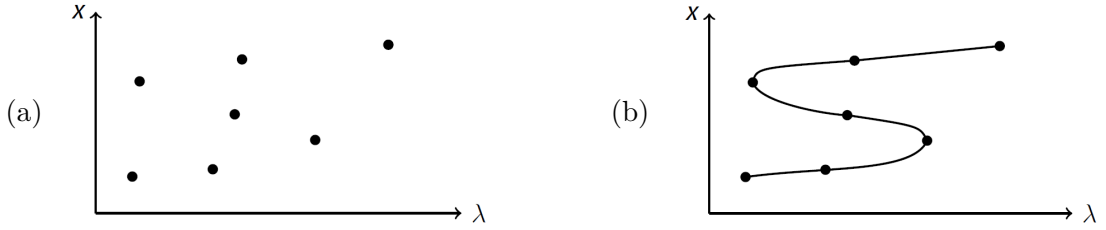


FIGURE 2.9: Illustration du principe de la continuation de solutions. X est une grandeur caractéristique de la solution périodique $\mathbf{x}$ telle que son amplitude ou sa fréquence. (a) : chaque point représente une solution périodique donnée, calculée pour une valeur donnée du paramètre λ, par exemple par collocation orthogonale. (b) : branche de solutions périodiques obtenue par continuation numérique, qui permet de suivre l'évolution d'une même solution périodique en fonction du paramètre de continuation λ.

Barton [8] propose le schéma d'interpolation suivant, avec k un entier tel que : $(t-\tau) \in [t_k; t_{k+1}]$:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{x}}(t-\tau) &= \sum_{j=0}^{m} \mathbf{x}_{k+\frac{j}{m}} \cdot P_{k,j}(t) \\ \widehat{\dot{\mathbf{x}}}(t-\tau) &= \sum_{j=0}^{m} \mathbf{x}_{k+\frac{j}{m}} \cdot P'_{k,j}(t) \end{aligned} \tag{2.10}$$

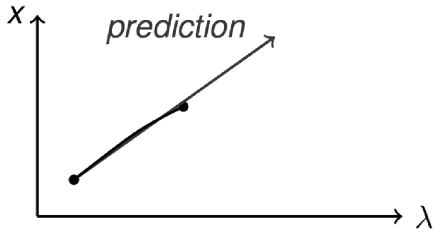
$P_{k,j}(t)$ est le polynôme d'interpolation de Lagrange défini par l'équation 2.6, et $P'_{k,j}(t)$ sa dérivée. Dans le cas où $t-\tau < 0$, des extensions périodiques du maillage Π et de la solution approchée $\widehat{\mathbf{x}}$ sont utilisées.

Barton a mis en évidence les propriétés de convergence de ces schémas [8, 7], et celle-ci est mathématiquement démontrée pour le cas des équations différentielles ordinaires ou à retard non neutres [58]. A l'inverse, il faut souligner que pour les systèmes neutres, le fait que la solution approchée par collocation $\widehat{\mathbf{x}}(t)$ tende vers la solution réelle $\mathbf{x}(t)$ lorsque le nombre de points du maillage tend vers l'infini demeure, mathématiquement, un problème ouvert [8].

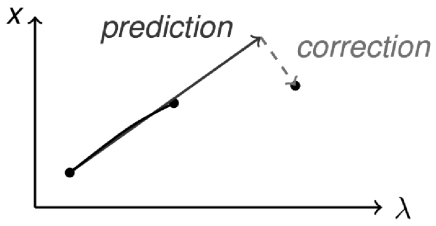
2.3.3 Continuation numérique : d'un point solution à une branche de solutions

Principe

Les méthodes telles que l'équilibrage harmonique ou la collocation orthogonale sont d'autant plus intéressantes qu'elles peuvent être couplées à des méthodes de continuation numérique. Les premières permettent de déterminer des solutions périodiques $\mathbf{x}$ pour différents jeux de paramètres λ, chaque point étant indépendant des autres (voir figure 2.9a). Les méthodes de continuation numérique permettent quant à elles de suivre l'évolution d'une solution périodique donnée, lorsqu'un paramètre - appelé *paramètre de continuation* varie. Ces méthodes reposent sur le théorème des fonctions implicites [53]. Connaissant une solution (statique ou périodique) $\mathbf{x}_0$ du système 2.3 pour un jeu de paramètres λ_0, ce théorème assure, sous des conditions de régularité suffisante de la fonction f, qu'il existe dans le voisinage de $(\mathbf{x}_0(\lambda_0), \lambda_0)$ un continuum de solutions du système 2.3. On dit alors que cet ensemble $(\mathbf{x}(\lambda), \lambda)$ constitue une *famille*, ou *branche* de solutions. L'utilisation conjointe de la collocation orthogonale (par exemple) et d'une méthode de continuation permet alors de suivre l'évolution d'une solution statique ou périodique donnée dans un plan $\lambda - \mathbf{x}$, comme illustré par la figure 2.9b.



(a) Première étape : prédiction de la solution voisine du dernier point de la branche (dans DDE-Biftool : prédiction sécante).



(b) Seconde étape : correction de la solution prédite (dans DDE-Biftool : méthode de Newton-Raphson).

FIGURE 2.10: Illustration du principe des méthodes prédicteur-correcteur de continuation de solutions. X est une grandeur caractéristique de la solution périodique $\mathbf{x}$ telle que son amplitude ou sa fréquence, λ est le paramètre de continuation.

Méthode prédicteur-correcteur

Différentes méthodes de continuation numérique sont proposées dans la littérature. Les méthodes les plus répandues (notamment dans les logiciels AUTO, MatCont et DDE Biftool). sont sans doute les méthodes prédicteur-correcteur (MPC) [95] qui reposent sur une représentation discrète des branches de solutions. La Méthode Asymptotique Numérique (MAN) [33, 32], développée plus récemment, vise à l'inverse à calculer des portions continues de branches, en représentant chaque portion sous forme d'une série entière. Cette méthode, malgré des avantages conséquents (voir par exemple [91]) n'est à l'heure actuelle pas adaptée à l'étude des systèmes à retard.

Connaissant un point (x_0, λ_0) d'une branche de solutions, les méthodes prédicteur-correcteur estiment lors d'une première étape la solution voisine (x_1, λ_1), où $\lambda_1 = \lambda_0 + \Delta\lambda$ (voir figure 2.10a). Comme illustré par la figure 2.10b, cette estimation est corrigée lors d'une seconde étape. En procédant ainsi par itérations successives, la branche complète peut être calculée.

Les différences entre méthodes prédicteur-correcteur reposent sur la nature des méthodes de prédiction et de correction. Dans le cas de DDE-Biftool, la continuation repose sur un prédicteur sécant : un polynôme d'ordre 1 passant par les deux derniers points connus de la branche à continuer est évalué en $\lambda + \Delta\lambda$, où la taille du *pas* $\Delta\lambda$ est adaptée automatiquement [95, 57]. Cette estimation est ensuite corrigée par itérations de Newton-Raphson.

Paramétrisation de la branche de solutions

La paramétrisation de la branche en fonction du *paramètre de continuation*, si elle paraît naturelle, peut poser problème lorsque la tangente de la branche devient verticale (ce qui correspond à une bifurcation de type fold [53, 105]). Pour éviter ce cas pathologique, il est préférable de paramétrer la branche en fonction d'un *paramètre de chemin* indépendant. Parmi les différentes paramétrisations qui peuvent être choisies (voir par exemple [124]), DDE-Biftool utilise la pseudo-longueur d'arc de Keller [94, 53], dont la variation Δs entre un point $(\mathbf{x}_i, \lambda_i)$ de la branche de solutions et le point suivant $(\mathbf{x}_{i+1}, \lambda_{i+1})$ est définie par :

$$\Delta s = (\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i) \cdot \dot{\mathbf{x}}_i + (\lambda_{i+1} - \lambda_i) \cdot \dot{\lambda}_i. \tag{2.11}$$

Graphiquement, Δs peut être interprété comme la projection, sur la tangente de la branche en $(\mathbf{x}_i, \lambda_i)$, de la longueur d'arc séparant les points $(\mathbf{x}_i, \lambda_i)$ et $(\mathbf{x}_{i+1}, \lambda_{i+1})$, comme l'illustre la figure 2.11.

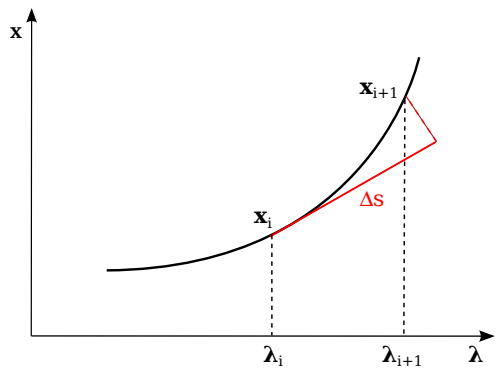


FIGURE 2.11: Interprétation graphique de la continuation d'une branche de solutions en fonction de la pseudo-longueur d'arc de Keller, d'après [95].

2.3.4 Stabilité des solutions et bifurcations

A l'inverse des méthodes d'intégration temporelle, qui ne donnent accès qu'aux solutions stables, les méthodes de collocation et de continuation permettent de calculer les solutions statiques et périodiques d'un système, indépendamment de leurs propriétés de stabilité, qui doivent par conséquent être déterminées *a posteriori*.

Les méthodes permettant d'accéder aux propriétés de stabilité des solutions statiques et des solutions périodiques font appel à une linéarisation du système étudié autour de la solution considérée. En ce sens, on détermine uniquement les propriétés de *stabilité locale* : dès que l'on s'éloigne de la solution considérée, l'analyse n'est mathématiquement plus valable [7].

Stabilité des solutions statiques

Considérons un système d'équations différentielles à retard de type neutre :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-\tau), \dot{\mathbf{x}}(t-\tau), \lambda). \tag{2.12}$$

Dans un souci de simplicité, on considère ici un système à un seul retard, mais les considérations qui suivent sont généralisables à des systèmes comprenant plusieurs retards. Toute solution statique $\mathbf{x}_s$ du système 2.12 est indépendante du temps, et vérifie donc, pour un jeu de paramètres λ_s, le système non linéaire suivant :

$$f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s, 0, \lambda_s) = 0. \tag{2.13}$$

La stabilité (locale) de cette solution est donnée par la stabilité du système 2.12 linéarisé autour de la solution $\mathbf{x}_s$ considérée :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_1 \left[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s\right] + A_2 \left[\mathbf{x}(t-\tau) - \mathbf{x}_s\right] + A_3 \dot{\mathbf{x}}(t-\tau), \tag{2.14}$$

7. Nous verrons cependant aux chapitres 7 et 8 qu'une telle analyse linéaire peut fournir des informations pertinentes, même "loin" de la solution considérée.

Ici, A_i désigne la dérivée partielle de la fonction non linéaire f par rapport à son $i^{ème}$ argument, évaluée au point $\mathbf{x}_s$:

$$\begin{aligned} A_1 &= \left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}(t)}\right|_{\mathbf{x}_s} \\ A_2 &= \left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}(t-\tau)}\right|_{\mathbf{x}_s} \\ A_3 &= \left.\frac{\partial f}{\partial \dot{\mathbf{x}}(t-\tau)}\right|_{\mathbf{x}_s} \end{aligned} \tag{2.15}$$

On peut souligner que dans cette équation, les termes A_2 et A_3 sont respectivement liés à la nature retardée et neutre du système considéré. Pour un système plus classique d'équations différentielles ordinaires, tel que ceux modélisant par exemple les instruments à anche ou à cordes frottées [30, 93], on a $A_2 = A_3 = 0$. En définissant une nouvelle variable $\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s$, le système 2.14 devient :

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = A_1\mathbf{y}(t) + A_2\mathbf{y}(t-\tau) + A_3\dot{\mathbf{y}}(t-\tau). \tag{2.16}$$

La stabilité (asymptotique) de ce système linéarisé dépend des racines κ de l'équation caractéristique associée :

$$det\left(\kappa I - A_1 - A_2 e^{-\kappa\tau} - \kappa A_3 e^{-\kappa\tau}\right) = 0 \tag{2.17}$$

où I représente la matrice identité. Si toutes les racines κ ont une parties réelle négative, une petite perturbation superposée à la solution statique $\mathbf{x}_s$ sera atténuée avec le temps, et le système reviendra naturellement vers $\mathbf{x}_s$. Dans ce cas, $\mathbf{x}_s$ est localement stable (voir par exemple [105, 95, 124]). A l'inverse, si au moins une racine κ a une partie réelle positive, une petite perturbation superposée sur $\mathbf{x}_s$ est amplifiée avec le temps et le système s'éloigne alors de la solution considérée. Dans ce cas, la solution est localement instable.

L'équation transcendante 2.17 possède une infinité de racines κ (chapitre 12 *in* [95]), et sa résolution implique donc l'utilisation de méthodes numériques spécifiques, telles que celles proposées par Engelborghs [61] et Breda [24], respectivement utilisées dans DDE-Biftool [57] et dans son extension pour les systèmes neutres proposée par Barton [8, 7]. La méthode pseudo-spectrale proposée par Breda [24] permet de calculer toutes les racines situées dans un demi-plan $Re(\kappa) > 0$, et donne ainsi accès aux propriétés de stabilité des solutions statiques.

Bifurcations des solutions statiques

Une *bifurcation* d'un système dynamique est en général définie comme un changement majeur (qualitatif) dans le comportement du système, qui survient lors d'un *petit* changement des paramètres. Une définition mathématiquement plus rigoureuse peut par exemple être trouvée dans [96].

Considérons une branche de solutions statiques. Pour un point-solution ($\mathbf{x}_s$,λ_s) de cette branche, le fait qu'une ou deux racines κ_b aient une partie réelle nulle marque une bifurcation du système. En effet, en ce *point de bifurcation*, le comportement du système (observé par exemple en simulation temporelle) change radicalement : la solution statique devient instable ou cesse d'exister (selon les cas), et d'autres branches de solutions (statiques ou périodiques) peuvent être créées, ou au contraire disparaître.

La nature réelle ou imaginaire de la (des) valeur(s) propre(s) *critique(s)* κ_b (*i.e.* dont la partie réelle est nulle au point de bifurcation) définit un *type de bifurcation*, et conditionne le comportement du système après ce point de bifurcation (voir par exemple [96, 105]). Tout au long de ce document, nous nous intéressons principalement au cas des *bifurcations de Hopf*, cas dans

lequel deux valeurs propres complexes conjuguées traversent conjointement l'axe des imaginaires du plan complexe, comme illustré en figure 2.12. Une telle bifurcation donne naissance à une solution périodique, dont la période T_{hopf} (au point de bifurcation) est liée à la partie imaginaire $\Im(\kappa_b)$ des valeurs propres critiques [105] :

$$T_{hopf} = \frac{\Im(\kappa_b)}{2\pi}. \tag{2.18}$$

Dans le cadre des instruments de musique, une telle bifurcation correspond au *seuil d'oscillation* d'une solution périodique (*i.e.* d'un son), et est donc particulièrement intéressante (voir [93] pour un exemple dans le cas des instruments à anches simples).

Considérons une bifurcation de Hopf d'une solution statique, se produisant pour une valeur λ_h du paramètre de continuation. La solution statique est stable pour $\lambda < \lambda_h$ et instable pour $\lambda > \lambda_h$. Si, localement, il existe une solution statique stable pour $\lambda < \lambda_h$ et une solution statique instable ainsi qu'une solution périodique pour $\lambda > \lambda_h$, on parle de bifurcation de Hopf *directe* (ou surcritique). Dans ce cas, comme illustré en figure 2.12a, la solution périodique émergente est localement stable juste après la bifurcation. Si à l'inverse on observe, comme en figure 2.12b, l'existence d'une solution statique stable et d'une solution périodique pour $\lambda < \lambda_h$, et d'une solution statique instable pour $\lambda > \lambda_h$, la bifurcation est dire *inverse* (ou sous-critique). Dans ce cas, la solution périodique est instable autour du point de bifurcation.

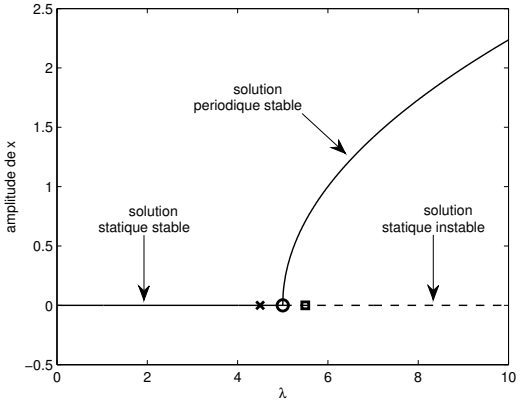
Revenons au modèle de flûte : pour un modèle de résonateur correspondant à un doigté de *sol 3* d'une flûte alto Zen On (voir chapitre 3), la figure 2.13 représente les parties réelles des valeurs propres κ (équation 2.17) en fonction de $\tilde{\tau}$. On constate que pour toute la plage de $\tilde{\tau}$ représentée, la solution statique est instable. Plus précisément, deux instabilités différentes existent pour $0.98 < \tilde{\tau} < 1.3$. La première d'entre elles disparaît pour $\tilde{\tau}$ légèrement inférieur à 0.2. L'étude de la partie imaginaire de la valeur propre liée à cette instabilité permet d'établir (équation 2.18) qu'elle correspond à une solution périodique dont la fréquence est proche de la première fréquence de résonance, c'est à dire au premier registre. De la même façon, la seconde instabilité, qui disparaît autour de $\tilde{\tau} = 0.1$, est liée à l'existence du second registre. A $\tilde{\tau} = 0.98$, $\tilde{\tau} = 0.7$ et $\tilde{\tau} = 0.55$, on observe trois autres bifurcations de Hopf, qui donnent naissance à trois branches de solutions périodiques, correpondant respectivement aux troisième, quatrième et cinquièmes registres. Ces instabilités disparaissent respectivement autour de $\tilde{\tau} = 0.05$, $\tilde{\tau} = 0.04$, $\tilde{\tau} = 0.02$.

On peut souligner que cette analyse du système linéarisé au travers des racines κ de l'équation 2.17 est strictement équivalente, aux points de Hopf, à l'analyse linéaire du *gain en boucle ouverte* utilisée par exemple dans [36, 38, 5]. Les précautions à prendre afin que ces deux méthodes soient équivalentes ailleurs qu'aux points de Hopf seront détaillées au chapitre 4 et en annexe B.

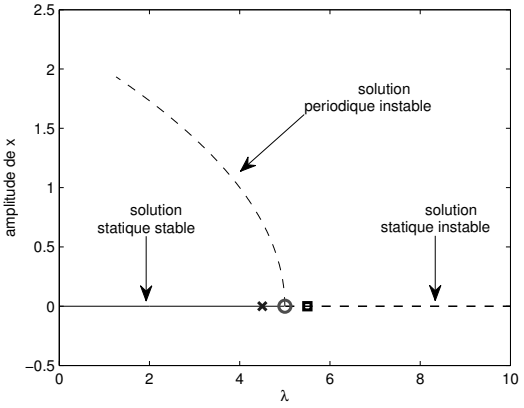
L'analyse de stabilité d'une branche de solutions statiques permet donc de déterminer les valeurs du paramètre de continuation auxquelles des branches solutions périodiques apparaissent. Cependant, comme illustré dans [140], une branche de solutions périodiques n'est pas nécessairement stable juste après la bifurcation de Hopf qui lui donne naissance, et les *seuils* déterminés ici correspondent donc à un seuil d'existence de la branche, mais pas nécessairement au seuil à partir duquel la solution périodique est observable en simulation temporelle. Il faut donc mettre en oeuvre des méthodes permettant d'étudier la stabilité des solutions périodiques.

Stabilité et bifurcations des solutions périodiques

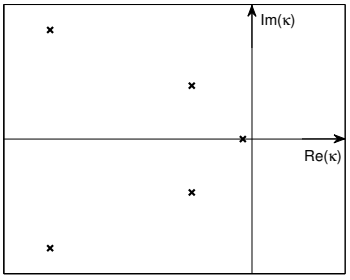
Le principe de l'analyse de stabilité présentée ci-dessus pour les solutions statiques peut être généralisé aux solutions périodiques. Le système étudié 2.12 est cette fois linéarisé autour de la solution périodique considérée $\mathbf{x}_p(t)$. Comme précédemment, la stabilité peut être étudiée en considérant l'évolution, au bout d'une période T, d'une petite perturbation superposée à $\mathbf{x}_p(t)$:



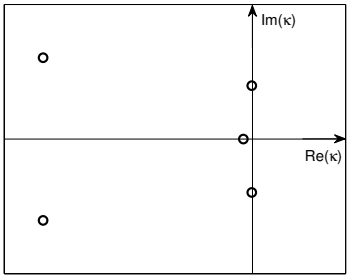
(a) Diagramme de bifurcation : amplitude x des solutions en fonction du paramètre de continuation λ. Une bifurcation de Hopf directe apparaît pour $\lambda = 5$: la solution statique devient instable, une branche de solutions périodiques (localement) stable apparaît.



(b) Diagramme de bifurcation : amplitude x des solutions en fonction du paramètre de continuation λ. Une bifurcation de Hopf inverse apparaît pour $\lambda = 5$: la solution statique devient instable, une branche de solutions périodiques (localement) instable disparaît.



(c) Plan complexe : valeurs propres κ du système linéarisé autour de la solution statique en $\lambda = 4.5$. Toutes les valeurs propres ont une partie réelle négative : la solution statique est stable.



(d) Plan complexe : valeurs propres κ du système linéarisé autour de la solution statique en $\lambda = 5$. Un couple de valeurs propres complexes conjuguées traverse l'axe imaginaire : point de Hopf.

(e) Représentation dans le plan complexe des valeurs propres κ du système linéarisé autour de la solution statique en $\lambda = 5.5$. Deux valeurs propres ont une partie réelle positive : la solution statique est instable.

FIGURE 2.12: Illustration du comportement d'un système (fictif) autour d'une bifurcation de Hopf.

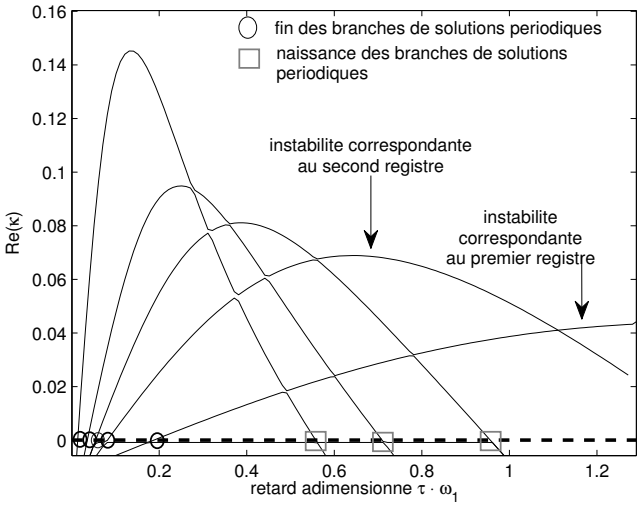


FIGURE 2.13: Partie réelle des valeurs propres κ du modèle de flûte linéarisé autour de sa solution statique, en fonction de $\tilde{\tau}$. Chaque *branche* (positive) de $\Re(\kappa)$ correspond à une instabilité de la solution statique, liée à une branche donnée de solutions périodiques. Les coefficients modaux utilisés pour le résonateur correspondent au doigté de *sol 3* d'une flûte à bec Zen On alto.

si celle-ci croît au bout d'une période, la solution est instable. A l'inverse, $\mathbf{x}_p(t)$ est stable si cette perturbation décroît après une période. Pour les solutions statiques, l'évolution des perturbations était caractérisée par l'équation caractéristique 2.17 associée au modèle linéarisé. Dans le cas du système linéarisé autour de la solution périodique $x_p(t)$, cette évolution des perturbations est caractérisée par la *matrice de monodromie* associée à $x_p(t)$, définie comme la matrice des dérivées partielles (du premier ordre) de la trajectoire associée à $x_p(t)$.

Selon la théorie de Floquet [76, 105], la stabilité d'une solution périodique est alors régie par les valeurs propres de la matrice de monodromie, appelées *multiplicateurs de Floquet* μ. L'un des multiplicateurs de Floquet est toujours égal à 1, et correspond à une perturbation le long de la trajectoire : par définition de la périodicité, on revient naturellement au point de départ au bout d'une période. Dans ce cas, la perturbation n'est donc ni atténuée ni amplifiée. Les autres multiplicateurs de Floquet caractérisent la stabilité (linéaire) de $x_p(t)$:

- si tous les multiplicateurs de Floquet sont dans le cercle unité (*i.e.* leur module est inférieur à 1), toute perturbation est atténuée en temps, la solution est (localement) stable.
- si à l'inverse au moins un multiplicateur de Floquet est en dehors du cercle unité (*i.e.* son module est supérieur à 1), toute perturbation "dans la direction correspondante" est amplifiée à chaque période, la solution est donc (localement) instable.

Comme pour les solutions statiques, la traversée du cercle unité par un ou plusieurs multiplicateurs de Floquet, observée lorsqu'un paramètre du système varie, constitue une *bifurcation*. La nature de cette bifurcation, qui dépend des caractéristiques des multiplicateurs de Floquet *critiques*, régit le comportement du système *après* le point de bifurcation :

- Lorsqu'un multiplicateur de Floquet sort du cercle unité par +1, on parle de *bifurcation noeud-col*[8]. Dans ce cas, la solution périodique ne devient pas simplement instable : elle

8. Dans la littérature en anglais, on parle de *fold bifurcation*, ou de *saddle-node bifurcation*.

cesse d'exister. Une telle bifurcation peut mener à l'existence d'un régime d'intermittence de type 1 [13].

- Si un multiplicateur de Floquet traverse le cercle unité par -1, on parle de *bifurcation par doublement de période*[9]. Cette bifurcation, si elle est directe, donne naissance à une nouvelle branche de solutions périodiques, dont la période est le double de celle de la branche considérée initialement.

- Une *bifurcation de Neimark-Sacker*[10] est caractérisée par la traversée du cercle unité par deux multiplicateurs de Floquet complexes conjugués. Une nouvelle instabilité, dont la fréquence f_{NS} est déterminée par la valeur des multiplicateurs de Floquet, est alors introduite dans le système considéré. Dans le cas d'une bifurcation directe [105], si f_{NS} n'est pas dans un rapport harmonique de la fréquence de la solution périodique considérée initialement, cette bifurcation donne naissance à un régime quasi-périodique.

La stabilité des solutions périodiques peut aussi être décrite par les *exposants de Floquet* ρ_m, liés aux multiplicateurs de Floquet μ par la relation suivante :

$$\rho_m = \frac{1}{T} ln(|\mu|) + j\frac{arg(\mu) + 2k\pi}{T}; \tag{2.19}$$

où T est la période, au point de bifurcation, de la solution périodique étudiée initialement, et k un entier relatif. La condition de stabilité est alors, comme pour les solutions statiques, que tous les exposants de Floquet aient une partie réelle négative. Comme pour une bifurcation de Hopf d'une solution statique, la partie imaginaire $\Im(\rho_m)$ des exposants de Floquet traversant l'axe imaginaire lors d'une bifurcation de Neimark-Sacker correspond à la pulsation $\omega_{NS} = 2\pi f_{NS}$ introduite dans le système.

2.3.5 Validation de l'approche

Des approches similaires à celle présentée ici ont été mises en oeuvre dans le cadre de l'étude d'instruments de musique à anche, modélisés par des systèmes d'équations différentielles ordinaires [93, 91]. Cependant, l'approche présentée ici n'a, à notre connaissance, été que peu utilisée pour des systèmes neutres [7, 8], et jamais en acoustique musicale. Il convient donc de valider les méthodes utilisées en comparant les résultats obtenus avec ceux fournis par les méthodes d'intégration temporelle (section 2.2). Dans un premier temps, une telle validation a été effectuée dans [139] pour un modèle de flûte simplifié, à retard mais non neutre. La validation de la méthode pour le modèle de l'état de l'art est présentée dans [137, 140], par comparaison avec les résultats d'intégration temporelle, en terme d'amplitude, de fréquence, de seuils et de forme d'onde. Les principaux éléments en sont repris ici.

On considère le cas idéal d'un résonateur cylindrique sans trous de notes, de 400 mm de longueur et 16 mm de diamètre, ce qui est proche des dimensions typiques d'une flûte à bec alto (voir par exemple [17, 98]). Considérons pour simplifier le cas d'une unique branche de solutions périodiques, correspondant au second registre. On rappelle que le second registre est un régime périodique de fréquence proche de la seconde fréquence de résonance, issu d'un couplage entre le résonateur et le premier mode hydrodynamique du jet (voir section 1.3.6). Les figures 2.14 et 2.15 représentent respectivement l'amplitude et la fréquence de la vitesse acoustique v_{ac} en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$[11], obtenues à la fois en simulation temporelle pour trois valeurs fixes

9. On parle alors en anglais de *flip bifurcation* ou *period-doubling bifurcation*.
10. appelée aussi seconde bifurcation de Hopf, par analogie avec les bifurcations de Hopf des solutions statiques.
11. $\tilde{\tau}$ est choisi ici comme paramètre de continuation. On rappelle que la valeur du retard est liée à la valeur de la pression dans la bouche du musicien par $P_m = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{W\omega_1}{0.4\tilde{\tau}}\right)^2$.

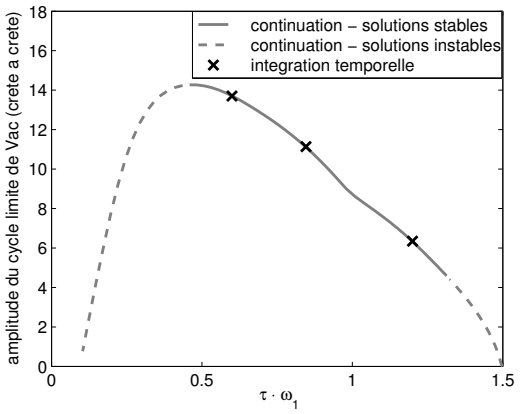


FIGURE 2.14: Amplitude d'oscillation en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$, pour une unique branche de solutions périodiques : comparaison des résultats obtenus par continuation numérique et par intégration temporelle. L'écart relatif maximum entre les résultats des deux méthodes est de 0.36% à $\tilde{\tau} = 1.2$.

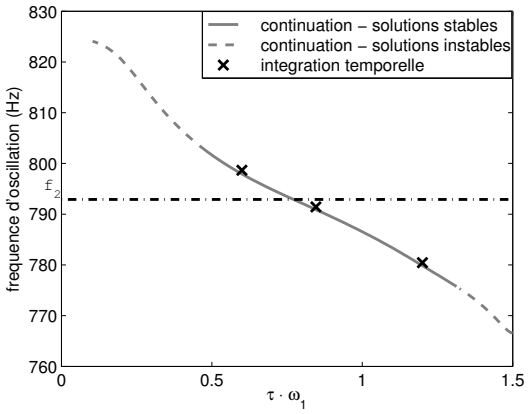


FIGURE 2.15: Fréquence d'oscillation en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$, pour une unique branche de solutions périodiques : comparaison des résultats obtenus par continuation numérique et par intégration temporelle. L'écart relatif maximum entre les résultats des deux méthodes est de 0.1% à $\tilde{\tau} = 0.6$. La ligne noire en pointillés indique la valeur de la seconde fréquence de résonance ($f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$).

de $\tilde{\tau}$ ($\tilde{\tau} = 0.6$, $\tilde{\tau} = 0.846$ et $\tilde{\tau} = 1.2$) et en utilisant la collocation orthogonale et une technique de continuation. Cette comparaison montre un écart relatif entre les deux méthodes de 0.36 % pour l'amplitude et de 0.1 % (soit 1.7 cent) pour la fréquence.

De la même façon, en figure 2.16, les deux méthodes sont comparées, pour les trois points considérés précédemment, en terme de forme d'onde et d'amplitude des 15 premiers harmoniques du spectre. L'admittance du résonateur utilisée ici ne prenant en compte que cinq modes de résonance (plus le mode à fréquence nulle), on peut s'interroger sur la signification physique des harmoniques d'ordre élevé. Cependant, le but recherché ici est uniquement de vérifier que les deux méthodes considérées convergent vers la même solution. Etant donné que la fréquence d'échantillonnage utilisée en simulation et le nombre de points retenus pour la discrétisation d'une période en collocation orthogonale ne sont pas équivalents, les deux méthodes ne résolvent pas le même nombre d'harmoniques. La comparaison entre les deux méthodes ne montre cependant que des écarts faibles : les normes L2 des différentes formes d'onde ne diffèrent pas de plus de 0.78%.

Cette première application de la collocation orthogonale et de la continuation au modèle de flûte de l'état de l'art reste très sommaire dans la mesure où elle ne se concentre que sur une unique branche de solutions périodiques, et ne permet donc pas d'illustrer les avantages (ni les limites) de ces méthodes. Elle permet cependant de valider cette approche pour le modèle considéré ici. On peut souligner que du fait du caractère non régulier de ce modèle (dû à la présence d'une fonction signe - voir équation 1.23), la possibilité d'utiliser ce type de méthode ne va initialement pas de soi. Notamment, le théorème des fonctions implicites [53], qui est à la base des méthodes de continuation, repose sur une hypothèse de régularité suffisante de la fonction non linéaire considérée.

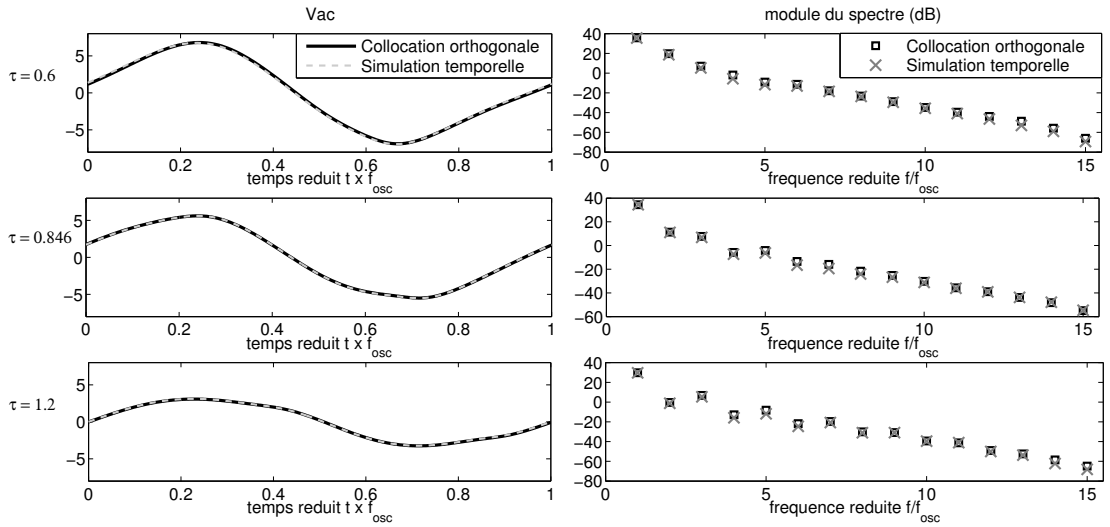


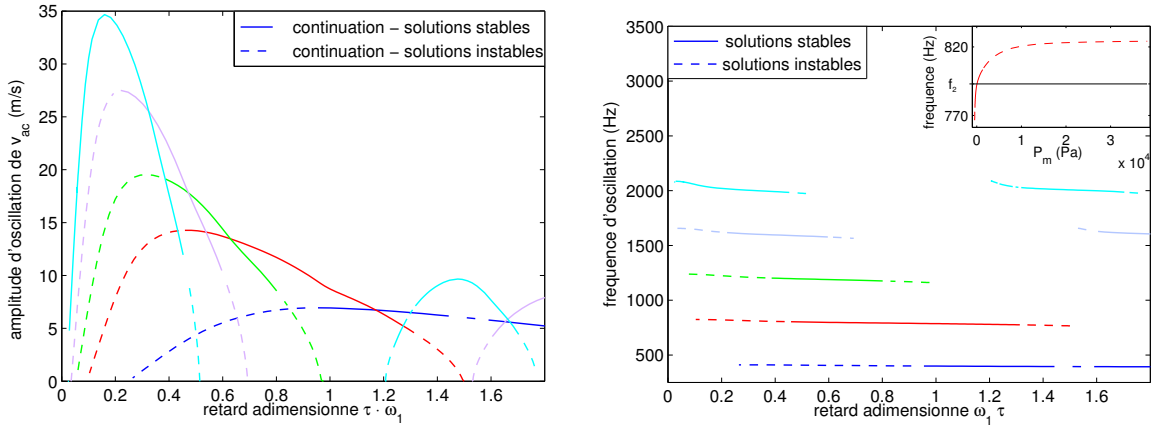
FIGURE 2.16: Comparaison entre les résultats de collocation orthogonale et d'intégration temporelle, en termes de formes d'onde (à gauche) et de module du spectre (à droite). Le module du spectre est représenté en dB, avec une vitesse acoustique de référence fixée arbitrairement à 1. Chaque ligne correspond à une valeur donnée de $\tilde{\tau}$ ($\tilde{\tau} = 0.6$ pour la première ligne, $\tilde{\tau} = 0.846$ pour la seconde, et $\tilde{\tau} = 1.2$ pour la troisième). En termes de norme L2 des différentes formes d'onde, l'écarts relatif entre les deux méthodes est de 0.78% pour $\tilde{\tau} = 0.6$, 0.46% pour $\tilde{\tau} = 0.846$ et 0.04% pour $\tilde{\tau} = 1.2$.

2.3.6 Diagrammes de bifurcations

L'utilisation combinée de la collocation orthogonale, d'une méthode de continuation de solutions, et des techniques d'analyse de stabilité permet de tracer des *diagrammes de bifurcation*. Idéalement, ils représentent l'ensemble des solutions statiques et périodiques stables et instables du modèle étudié, en fonction d'un *paramètre de bifurcation* (qui correspond au paramètre de continuation évoqué plus haut). C'est ici le retard $\tilde{\tau}$, directement lié à la pression dans la bouche du musicien P_m (*i.e.* au fait de souffler plus ou moins fort dans l'instrument), qui est choisi comme paramètre de continuation.

Les diagrammes de bifurcation donnés en figure 2.17 représentent ainsi, en fonction de $\tilde{\tau}$, l'amplitude et la fréquence des solutions du modèle de flûte pour les mêmes paramètres qu'en figure 2.1. Ils donnent accès à une vision plus globale de la dynamique du système : il est par exemple possible d'observer la coexistence de nombreuses solutions périodiques (stables ou non). De plus, cette méthode permet de s'affranchir de la sensibilité aux conditions initiales mise en évidence en section 2.2.

Cette représentation apporte un éclairage sur différents comportements connus des flûtes : la figure 2.17a permet par exemple de prédire la saturation de l'amplitude d'oscillation, souvent mise en évidence expérimentalement [37, 71, 5, 101], mais dont l'analyse linéaire du modèle ne rend pas compte. De la même façon, la dépendance de la fréquence à la vitesse de jet U_j (largement étudiée à la fois expérimentalement et dans les modèles [37, 5, 139, 101, 34, 84]), n'est prédite que de façon grossière par l'analyse linéaire. A l'inverse, le diagramme de bifurcation représenté en figure 2.17b permet de prédire de façon précise l'évolution de la fréquence le long de la branche et sa stabilisation légèrement au-dessus de la fréquence de résonance (observée par Coltman [34]). Les informations sur la stabilité des branches permettent également de connaître



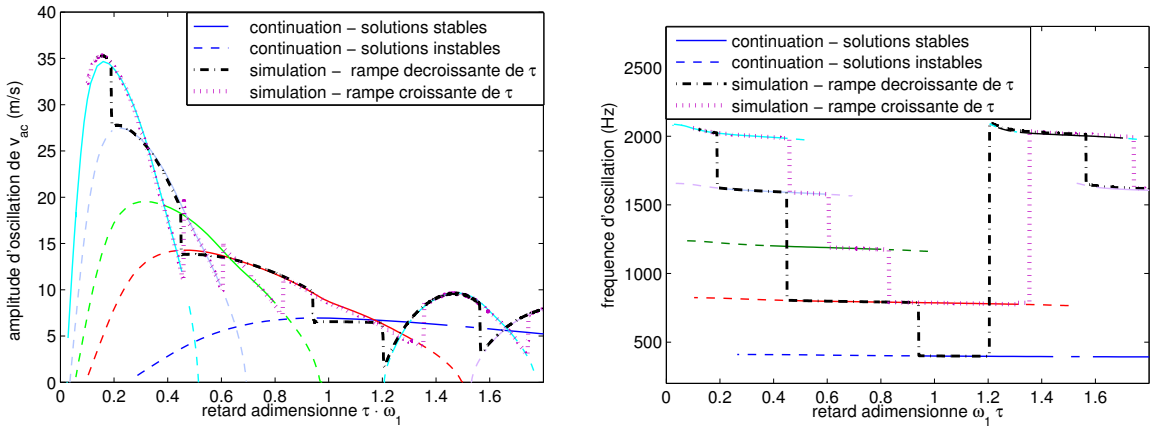
(a) Amplitude d'oscillation de v_{ac} (crète à crète), en fonction de $\tilde{\tau}$, pour différentes branches de solutions périodiques.

(b) Fréquence d'oscillation de v_{ac}, en fonction de $\tilde{\tau}$, pour différentes branches de solutions périodiques. La fenêtre en haut à droite représente la branche liée au second registre en fonction de P_m, et met en évidence la stabilisation de f au-dessus de la fréquence de résonance f_2 (en noir).

FIGURE 2.17: Diagrammes de bifurcation du modèle de flûte, pour les mêmes paramètres qu'utilisés en figure 2.1 : résonateur cylindrique de 400 mm de long et 16 mm de diamètre, représenté par 5 modes de résonance.

les valeurs minimales et maximales de fréquence qui peuvent être observées *en pratique* pour chaque régime.

Les informations portées par ce type de représentation sont particulièrement intéressantes. Cependant, ce type de calculs peut devenir relativement coûteux. Le temps de calcul d'une branche de solutions périodiques est de l'ordre de la dizaine de minutes (bien que celui-ci dépende bien évidemment du nombre de points de discrétisation choisi, et du pas maximal autorisé pour le paramètre de continuation). En revanche, le temps de calcul des multiplicateurs de Floquet d'une branche de solutions périodiques (*i.e* des propriétés de stabilité) est nettement plus élevé, et peut atteindre plusieures heures pour un modèle comptant 5 modes de résonance plus le mode uniforme. Les calculs de stabilité peuvent cependant être parallélisés : le temps de calcul est alors réduit par un facteur de l'ordre du nombre de processeurs utilisés. Cependant, au-delà des temps de calcul à proprement parler, la phase de choix des paramètres numériques peut être particulièrement longue. Les paramètres liés aux méthodes numériques utilisées, tels par exemple que le nombre de points utilisés pour discrétiser une période, le choix d'un maillage à pas temporel fixe ou variable ou encore la précision demandée sur les résultats (*i.e.* la valeur maximale du résidu autorisée pour les itérations de Newton) doivent être adaptés à chaque situation. Ainsi, si la durée du calcul d'une branche de solutions périodiques est en général de l'ordre de l'heure une fois que des paramètres adaptés sont déterminés, le choix des pramètres résulte d'un processus d'essai-erreur qui peut prendre plusieurs heures. Dans certains cas, il arrive également qu'une partie de branche ne puisse pas être calculée par continuation, du fait d'un mauvais conditionnement du système algébrique à résoudre. Selon les cas, le calcul d'un diagramme de bifurcation entier peut être relativement rapide et facile, alors qu'il s'avérera plus complexe et particulièrement long dans d'autres cas.



(a) Amplitude d'oscillation de v_{ac} (crète à crète), en fonction de $\tilde{\tau}$.

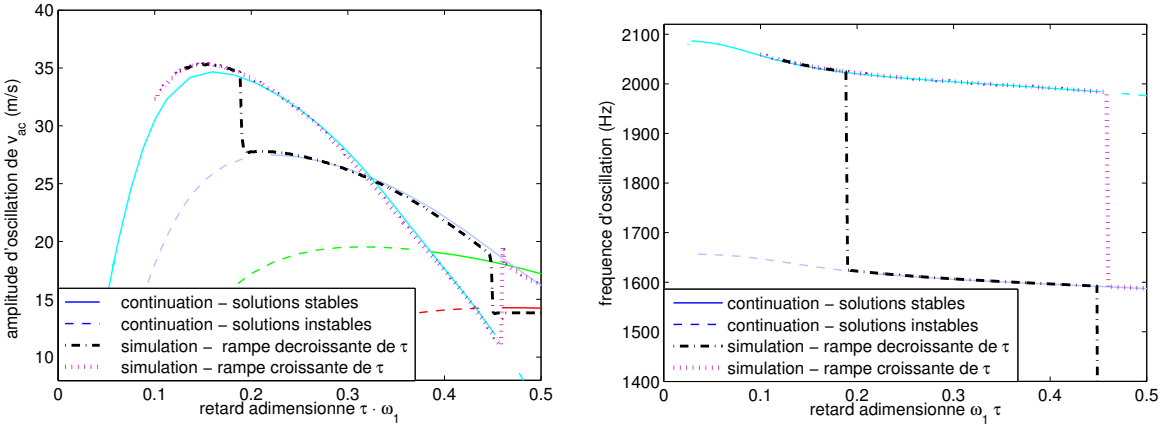
(b) Fréquence d'oscillation de v_{ac}, en fonction de $\tilde{\tau}$.

FIGURE 2.18: Superposition des diagrammes de bifurcations donnés en figure 2.17 et des résultats de simulation temporelle présentés en figure 2.1.

Exemple de la transition entre régimes

L'intérêt de ce type de représentation peut être illustré plus concrètement en prenant l'exemple du phénomène de changement de régime, observé en simulation temporelle en section 2.2, avec l'hystérésis qui l'accompagne (figure 2.1). Si la simulation temporelle permet de mettre en évidence que le modèle reproduit qualtitativement ces phénomènes observés expérimentalement, elle ne fournit aucune information sur leur cause. La figure 2.18 reprend les résultats de simulations, auxquels sont superposés les diagrammes de bifurcation de la figure 2.17. Dans la zone de $\tilde{\tau}$ représentée, il existe 5 branches de solutions périodiques, qui correspondent aux 5 registres de l'instrument. La comparaison entre diagrammes de bifurcation et simulations temporelle permet de comprendre que le "saut" d'un regime A vers un regime B est causé par la perte de stabilité (*via* une bifurcation de Neimark-Sacker) de la branche associée au régime A. De plus, l'hystérésis s'explique par la coexistence de plusieurs solutions périodiques stables. Considérons par exemple le cas des transitions entre le 4ème et le 5ème registres (oscillations autour de $1600Hz$ et $2000Hz$, respectivement). Comme le montrent les figures 2.19a et 2.19b (qui sont des zooms des figures 2.18a et 2.18b), partant du 4ème registre à $\tilde{\tau} = 0.44$, la diminution du retard $\tilde{\tau}$ conduit à un saut vers le 5ème registre à $\tilde{\tau} = 0.19$ (quand le 4ième registre devient instable). En repartant de ce point, une augmentation de $\tilde{\tau}$ met en évidence que le système reste sur la branche associée au 5ème registre tant que celle-ci demeure stable, et le retour vers le 4ème registre n'est observé qu'à $\tilde{\tau} = 0.45$. Le fait que certains régimes (comme par exemple le 3ème registre) ne soient observés que lors d'une rampe croissante ou décroissante du paramètre s'explique de la même façon.

Le diagramme de bifurcation permet donc ici de prédire les seuils des différents régimes périodiques, et les seuils de transition entre ces régimes, ce qui n'est pas possible avec une analyse linéaire du modèle [5], et pas de façon aussi systématique en simulation temporelle. La prédiction de la largeur de l'hystérésis associée à la transition entre deux régimes (qui découle directement de la connaissance des seuils) est une information particulièrement intéressante dans un contexte musical, puisque liée au confort de jeu du musicien. En effet, une hystérésis importante lui permet de jouer à la fois *forte* sur le premier registre et *piano* sur le second, tout en lui assurant de ne pas risquer un retour vers le régime de départ juste après un changement de régime.



(a) Amplitude d'oscillation de v_{ac} (crète à crète), en fonction de $\tilde{\tau}$. Zoom de la figure 2.18a.

(b) Fréquence d'oscillation de v_{ac}, en fonction de $\tilde{\tau}$. Zoom de la figure 2.18b.

FIGURE 2.19: Superposition des diagrammes de bifurcations donnés en figure 2.17 et des résultats de simulation temporelle présentés en figure 2.1. Zoom de la figure 2.18b, mettant plus particulièrement en évidence les transitions entre 4ième et 5ième registres.

2.3.7 Continuation de points de bifurcations

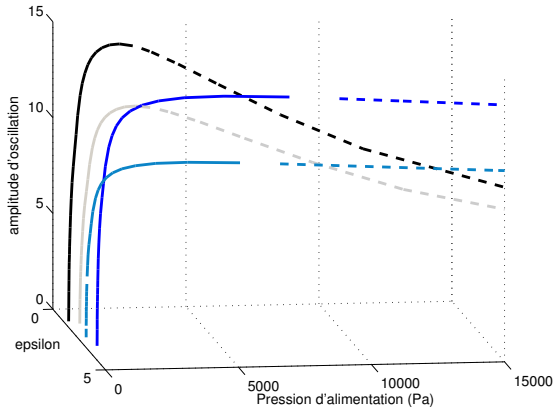
Dans le cadre de l'étude des *transitions* entre régimes, les points de bifurcation sont particulièrement intéressants, dans le sens où ils correspondent à la perte de stabilité des branches de solutions, et dans certains cas (bifurcation de Neimark-Sacker par exemple) à la naissance d'autres solutions. Comme on l'a vu, ces points sont égalemenent reliés à la largeur de l'hystérésis entre deux régimes. Il est alors naturel de chercher à connaître l'évolution de ces points en fonction d'un second *paramère de continuation* ϵ, lié par exemple à la facture de l'instrument (inharmonicité des fréquences de résonance), ou au contrôle du musicien. Cela revient à poser, dans notre cas, la question suivante :

A quelle valeur de $\tilde{\tau}$ (ou de pression d'alimentation) intervient le changement de registre, en fonction du paramètre ϵ ?

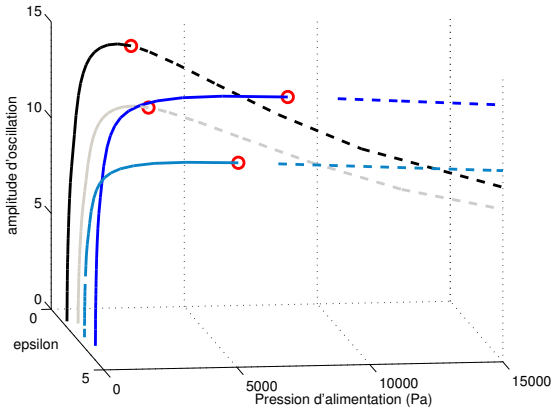
Pour répondre à cette question, il est bien sûr possible de procéder par itérations successives, en calculant toute la branche périodique dont la bifurcation nous intéresse, pour plusieurs valeurs différentes de ϵ. Cependant, cette technique est coûteuse en temps de calcul et implique donc une discrétisation assez grossière de la courbe recherchée. Il est plus intéressant de chercher à appliquer l'algorithme de continuation sur ce point particulier, c'est à dire à faire la *continuation du point de bifurcation*. Ce principe est illustré en figure 2.20.

Une telle approche est proposée pour les points de bifurcation des branches de solutions statiques et périodiques dans AUTO [54], pour les systèmes d'ODE. Elle est également proposée dans DDE-Biftool, mais uniquement pour les bifurcations de branches statiques de systèmes non neutres [57]. Sieber [129] a récemment adapté DDE-Biftool pour permettre la continuation de points de bifurcation des solutions périodiques, pour des systèmes à retard non neutres. Cependant, à notre connaissance, aucun logiciel distribué n'offre à l'heure actuelle cette possibilité pour des systèmes à retard de type neutre.

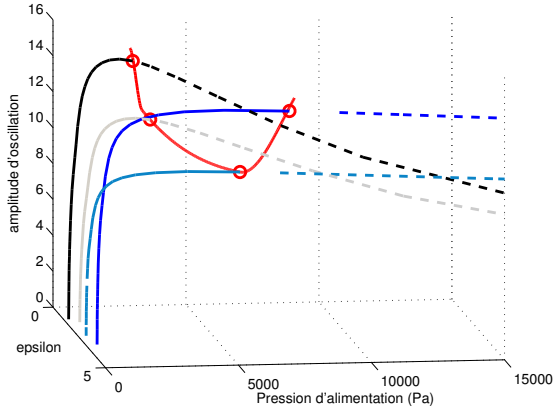
Dans le cadre d'une collaboration avec D. Barton, au sein du groupe de mathématiques non linéaires appliquées de l'Université de Bristol (Royaume-Uni), les codes de Barton pour



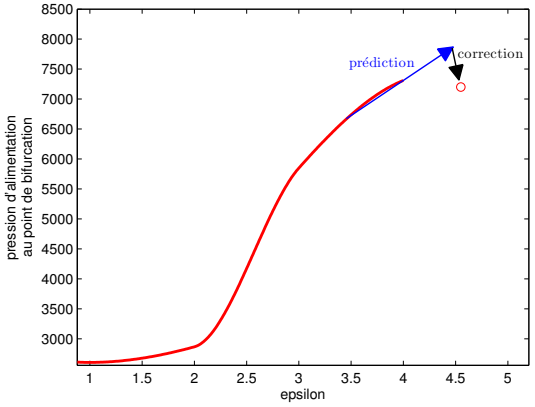
(a) Représentation d'une branche de solution périodique continuée en fonction d'un premier paramètre de continuation (le retard adimensionné $\tilde{\tau}$, lié à P_m), pour différentes valeurs fixées du second paramètre d'intérêt ϵ.



(b) Pour chacune des branches, mis en évidence du point de bifurcation auquel on s'intéresse.



(c) Mis en évidence (en rouge) de la branche de *points de bifurcation* à laquelle on s'intéresse.



(d) Projection de la branche de *points de bifurcation* dans le plan des paramètres de continuation. Cette branche représente la valeur de P_m à laquelle intervient la bifurcation, en fonction de la valeur de ϵ et peut être *continuée* par la méthode classique prédicteur-correcteur. La continuation de cette branche permet de s'affranchir du calcul *branche par branche* représenté en figures 2.20a, 2.20b et 2.20c.

FIGURE 2.20: Illustration du principe de la continuation de bifurcations de branches de solutions périodiques, en fonction de deux paramètres de continuation. Plutôt que de calculer successivement un grand nombre de branches de solutions périodiques pour différentes valeurs du second paramètre, puis d'en détecter le point de bifurcation, cette méthode permet de suivre directement l'évolution du *point de bifurcation* dans un espace à deux paramètres.

les systèmes neutres [8] ont pu été adaptés, en s'inspirant des codes de Sieber [129], de façon à permettre la continuation des points de bifurcations de Neimark-Sacker de solutions périodiques. L'extension aux autres types de bifurcations est immédiate, mais nous nous concentrons ici sur les bifurcations de Neimark-Sacker, d'une part parce qu'elles donnent naissance aux régimes quasi-périodiques auxquels on s'intéressera tout particulièrement au chapitre 4, et d'autre part parce que ce sont celles que l'on rencontre le plus fréquemment dans le modèle de flûte de l'état de l'art (voir par exemple [140, 138]).

Principe : *extended augmented BVP* pour bifurcations de Neimark-Sacker

La continuation de solutions périodiques d'un système neutre $\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-\tau), \dot{\mathbf{x}}(t-\tau), \lambda)$ repose, comme détaillé en section 2.3.2, sur la résolution du BVP donné par le système d'équations 2.8.

Pour ne calculer que des points de Neimark-Sacker (qui sont des solutions périodiques particulières du système), des conditions doivent être ajoutées à ce BVP, de façon à ce que les solutions du *BVP augmenté* définissent la courbe de points de bifurcation dans l'espace des paramètres. La méthode de continuation elle-même n'a pas à être modifiée.

La linéarisation du système neutre 2.12 autour d'un point de Neimark-Sacker $\mathbf{x}_{NS}(t)$ mène à l'équation variationnelle suivante :

$$\dot{w}(t) - A_1 \cdot w(t) - A_2 \cdot w(t-\tau) - A_3 \cdot \dot{w}(t-\tau) = 0 \tag{2.20}$$

où $w(t)$ est une fonction propre complexe, et où A_i désigne, comme en section 2.3.4, la dérivée partielle de la fonction f par rapport à son $i^{\text{ème}}$ argument (voir équation 2.15), évaluée cette fois-ci en $\mathbf{x}_{NS}$.

Dans le cas particulier d'une bifurcation de Neimark-Sacker, il existe deux multiplicateurs de Floquet complexes conjugués, de module 1, définis par : $\mu_{1,2} = e^{\pm j\theta}$ (voir équation 2.19). Par définition des multiplicateurs de Floquet, la fonction propre $w(t)$ vérifie alors l'équation suivante (comme dans le cas du BVP 2.8, le temps est adimensionné par la période T) :

$$w(1) = w(0)e^{j\theta} \tag{2.21}$$

L'ajout d'une condition de normalisation de $w(t)$ permet finalement d'obtenir le BVP *augmenté* pour la continuation de bifurcations de Neimark-Sacker (voir [96] pour plus de détails) :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(\widehat{t}) = Tf(\mathbf{x}(\widehat{t}), \mathbf{x}((\widehat{t} - T^{-1}\tau)\ mod\ 1), T^{-1}\dot{\mathbf{x}}((\widehat{t}-\tau)\ mod\ 1)) \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(1) \\ \displaystyle\int_0^1 \langle \mathbf{x}(\widehat{t}), T^{-1}\dot{\mathbf{x}}_{ref}(\widehat{t})\rangle d\widehat{t} = 0 \\ T^{-1}\dot{w}(\widehat{t}) - A_1 \cdot w(\widehat{t}) - A_2 \cdot w((\widehat{t}-\tau)\ mod\ 1) - A_3 \cdot \dot{w}((\widehat{t}-\tau)\ mod\ 1) = 0 \\ w(1) = w(0)e^{j\theta} \\ \displaystyle\int_0^1 \langle w(\widehat{t}), T^{-1}\dot{w}_{ref}(\widehat{t})\rangle d\widehat{t} - 1 = 0 \end{cases} \tag{2.22}$$

Le système 2.22 a été implémenté dans l'extension de DDE-Biftool pour les systèmes neutres (les détails concernant l'implémentation ne sont pas donnés ici, mais peuvent être trouvés pour le cas des systèmes non neutres dans [129, 128, 96]).

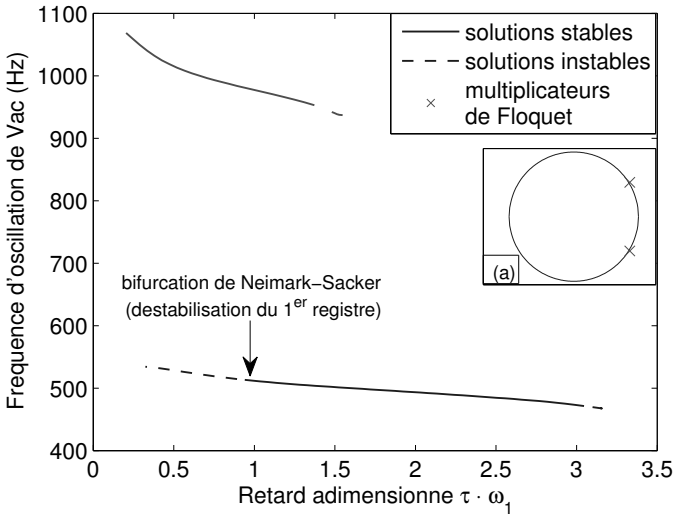


FIGURE 2.21: Diagramme de bifurcation du modèle à 2 modes de résonance, pour $\omega_2 = 990 \times 2\pi$ $rad \cdot s^{-1}$: fréquence d'oscillation en fonction de $\tilde{\tau}$. Les deux branches de solutions périodiques correspondent aux registres 1 et 2. (a) : Représentation dans le plan complexe du cercle unité et des multiplicateurs de Floquet associés à la déstabilisation du premier registre. Ils mettent en évidence la bifurcation de Neimark-Sacker responsable de cette destabilisation.

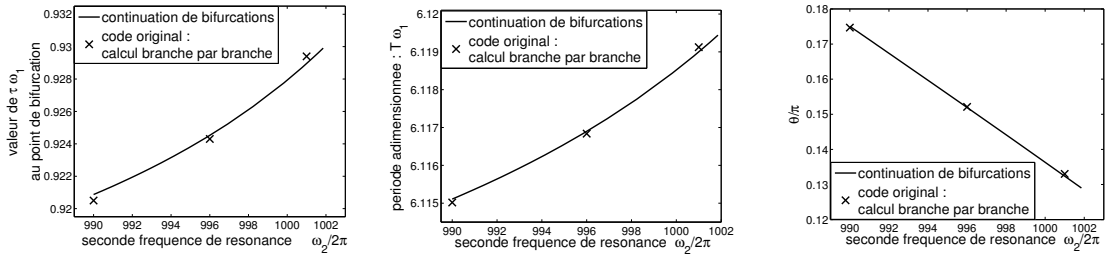
Validation des résultats

Les résultats de la continuation de bifurcations de Neimark-Sacker devant être validés, ils sont comparés avec les résultats d'un calcul *branche par branche* (méthode qu'on cherche justement à éviter), comme illustré en figure 2.20a, 2.20b et 2.20c. Plus précisément, pour certaines valeurs fixées du second paramètre de continuation ϵ, la branche de solutions périodiques est calculée entièrement, et le point de bifurcation est repéré grâce à une analyse de stabilité. Ce point est comparé avec la branche obtenue par continuation de bifurcation, pour la même valeur de ϵ.

Afin de minimiser les temps de calcul, cette validation a été effectuée sur un modèle simplifié, qui ne prend en compte que deux modes de résonance. Le paramètre choisi comme *second paramètre de continuation* est la pulsation de résonance ω_2 du second mode de résonance. Sa modification résulte donc en une modification de l'*inharmonicité* du résonateur [12]. Le système comportant deux modes de résonance, le diagramme de bifurcation obtenu en fonction de $\tilde{\tau}$ pour une valeur fixée de $\omega_2 = 990 \times 2\pi$, donné en figure 2.21, comporte deux branches de solutions périodiques. Celles-ci correspondent au premier et au second registres. On considère ici uniquement la bifurcation de Neimark-Sacker qui correspond à la destabilisation de la branche associée au premier registre, mise en évidence en figure 2.21. Pour trois valeurs différentes de ω_2, les résultats issus de la continuation de bifurcation et du calcul *branche par branche* sont comparés en terme de valeur de $\tilde{\tau}$ à laquelle la bifurcation intervient (figure 2.22a), de valeur de la période T (figure 2.22b), de phase θ du multiplicateur de Floquet (figure 2.22c) et de forme d'onde des différentes variables $\tilde{v}_{ac_1}, \tilde{v}_{ac_2}, \dot{\tilde{v}}_{ac_1}, \dot{\tilde{v}}_{ac_2}$ (figure 2.23).

Les résultats issus des deux méthodes présentent des écarts relatifs maximaux de 0.075 % en terme de valeur de $\tilde{\tau}$ à laquelle la bifurcation intervient, de 0.001 % sur la valeur de la période d'oscillation adimensionnée $\tilde{T}$ et de 0.34 % sur la phase θ des multiplicateurs de Floquet sortant du cercle unité. Dans le même sens, les formes d'onde des différentes variables montrent un très

12. *i.e.* de l'écart entre la seconde fréquence de résonance et le double de la première.



(a) Comparaison des deux méthodes en terme de valeur de $\tilde{\tau}$ à laquelle survient la bifurcation de Neimark-Sacker, en fonction de ω_2.

(b) Comparaison des deux méthodes en terme de valeur de la période T au point de Neimark-Sacker, en fonction de ω_2.

(c) Comparaison des deux méthodes en terme de phase θ des multiplicateurs de Floquet sortant du cercle unité au point de Neimark-Sacker, en fonction de ω_2.

FIGURE 2.22: Validation de la continuation de bifurcations de Neimark-Sacker. Pour 3 valeurs particulières de ω_2, comparaison des résultats obtenus par continuation de bifurcation (représentés en traits pleins) et par le calcul branche par branche (représentés par des croix).

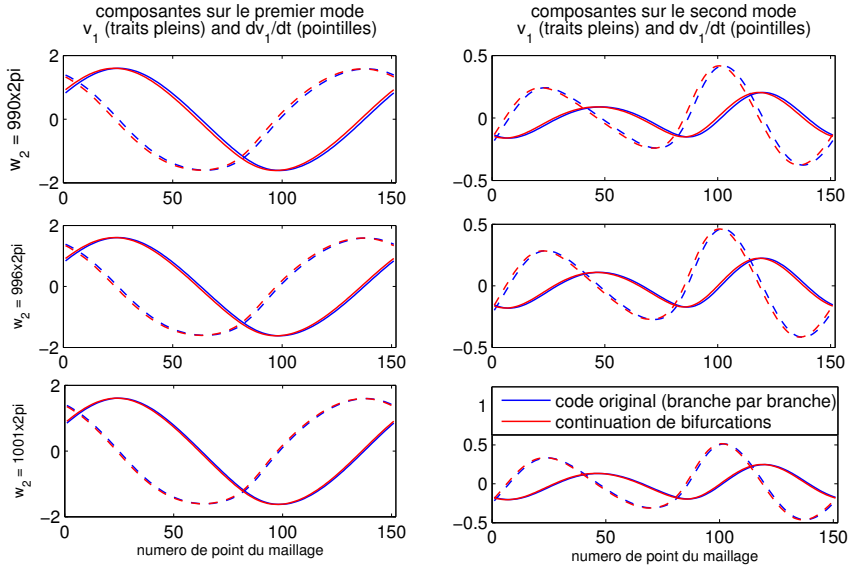


FIGURE 2.23: Validation de la continuation de bifurcations de Neimark-Sacker. Pour les 3 points (*i.e.* valeurs de ω_2) étudiés en figure 2.22, comparaison des formes d'onde des différentes variables v_k (traits pleins) et $\dot{v}_k$ (pointillés) obtenues par continuation de bifurcation (rouge) et par calcul branche par branche (bleu).

bon accord.

Les mêmes comparaisons ont été effectuées au point de Neimark-Sacker correspondant à la stabilisation du second registre. Elles mettent en évidence des écarts relatifs du même ordre de grandeur que ceux donnés ici, ce qui permet donc de valider cette approche par continuation de points de bifurcation, ainsi que l'implémentation que nous en avons faite dans DDE-Biftool.

2.4 Conclusion

Ce chapitre visait non seulement à présenter les méthodes numériques utilisées dans la suite du document pour étudier le comportement du modèle physique de flûte, mais également à valider l'application à ce modèle de l'approche par collocation orthogonale et continuation. La combinaison des méthodes présentées permet de calculer les solutions statiques et périodiques, leur stabilité, et leurs bifurcations. En effet, si cette approche (ou des approches similaires utilisant l'équilibrage harmonique) a démontré son intérêt pour comprendre le comportement des instruments à anche [92, 91, 93], elle n'a, à notre connaissance, jamais été utilisée pour étudier des systèmes à retard de type neutre dans le cadre de l'acoustique musicale.

La comparaison des résultats obtenus avec ceux issus d'un schéma d'intégration temporelle de référence permet de valider cette approche pour l'étude du modèle de flûtes de l'état de l'art. De plus, en donnant accès aux diagrammes de bifurcations, cette méthode donne accès à de nouveaux types d'informations : parties instables des branches de solutions, coexistence de plusieurs solutions stables, bifurcations, amplitude et fréquence des différentes solutions périodiques, exploration plus large de l'influence des différents paramètres. Elle fournit ainsi une vision plus globale de la dynamique du système, qui permet une interprétation plus facile des résultats obtenus en simulation, comme l'ont montrées notamment les figures 2.18.

Différents aspects du comportement du modèle (tels les changements de régime et l'hystérésis associée), liés à des comportements observés expérimentalement, peuvent ainsi être mieux compris. Cela permet d'envisager une comparaison qualitative plus globale et plus facile entre les résultats numériques et expérimentaux.

Cependant, ces méthodes présentent un certain nombre de limitations. En particulier, seul le régime permanent peut être calculé, et pas les transitoires. Ceux-ci sont pourtant particulièrement importants dans le jeu du musicien et pour la perception de l'auditeur. Par ailleurs, ils ne peuvent bien évidemment pas être éludés dans le cadre de l'étude des transitions entre régimes. De plus, cette méthode repose sur la théorie des bifurcations statiques, et ne fournit donc des informations que sous l'hypothèse de variations quasi-statiques des paramètres. Des études récentes [15] sur les instruments à anche ont montré la forte influence de la *dynamique* des paramètres sur le comportement du modèle et de l'instrument réel. Ces études encouragent alors à prendre en compte les résultats de la théorie des bifurcations dynamiques [12], qui tient compte de l'évolution temporelle des paramètres. On peut alors se demander ce qu'il advient des diagrammes de bifurcation obtenus ici lorsque des paramètres varient. Ce sera l'objet du chapitre 7. Enfin, s'il est théoriquement possible d'étendre la collocation au calcul de solutions non périodiques [119], le logiciel utilisé ici n'est à l'heure actuelle pas adapté à ce type de calculs, et ne permet donc d'étudier que certains aspects liés à l'apparition des régimes non périodiques (quasi périodiques, intermittents ou chaotiques), comme nous le verrons au chapitre 4.

Du fait de ces limitations, il n'est bien entendu pas question ici de substituer la collocation orthogonale et la continuation aux simulations temporelles (dont les avantages et les limitations ont été soulignées en section 2.2), mais plutôt d'utiliser ces deux approches de façon complémentaire afin d'accéder à une meilleure compréhension du comportement du modèle et de l'instrument réel.

Chapitre 3

Outils expérimentaux

Sommaire

3.1 Mesures sur musiciens 59

3.2 Bouche artificielle asservie en pression 61

3.1 Mesures sur musiciens

La caractérisation du jeu du musicien, et l'exploration de l'influence des *paramètres de contrôle*, passent par la réalisation de mesures en situation de jeu. Dans le cadre des travaux présentés dans ce document, deux instruments ont été adaptés de façon à relever d'une part la pression acoustique à l'intérieur de l'instrument, sous le biseau (voir figure 3.1), et d'autre part la pression d'alimentation dans la bouche du musicien, qui apparaît, dans le cas des instruments à vent, comme l'un des principaux paramètres de contrôle. La figure 3.2 montre un exemple de signaux obtenus, dans le cas d'une portion de gamme chromatique ascendante.

Le premier instrument adapté, une flûte à bec alto Zen-On (modèle *Bressan*) a l'avantage de présenter une géométrie simple et en partie connue [98]. Les valeurs de l'admittance $Y(\omega)$ correspondant aux différents *doigtés* peuvent alors être facilement estimées *via* l'utilisation de WIAT [97] (voir section 2.1.1), et les résultats obtenus expérimentalement peuvent ainsi être confrontés à ceux obtenus avec un modèle numérique de flûte utilisant cette admittance calculée.

Le second instrument étudié est une flûte à bec alto conçue pour les travaux présentés dans ce document par le facteur de flûtes à bec Philippe Bolton [23]. Au-delà de son caractère modulable sur lequel nous reviendrons au chapitre 5, qui permet de modifier certaines caractéristiques géométriques liées à l'excitateur tout en gardant d'autres caractéristiques (du résonateur notamment) constantes, cet instrument présente l'avantage d'être, du point de vue de l'instrumentiste, un *bon instrument*. Du point de vue du scientifique, les instruments dits "d'étude" présentent l'intérêt d'avoir une géométrie simple. Néanmoins, il peut apparaître délicat d'étudier le jeu du musicien expérimenté en utilisant un instrument que celui-ci juge médiocre, et qui présente des possibilités de contrôle très différentes des instruments qu'il a l'habitude de jouer.

Les différentes mesures sur musicien présentés dans la suite de ce document ont été réalisées par Marine Sablonnière, flûtiste à bec professionnelle et professeur au conservatoire de Marseille.

FIGURE 3.1: Dispositif expérimental de mesure sur musicien, permettant de relever la pression d'alimentation P_m dans la bouche *via* un capillaire, et la pression acoustique à l'intérieur de l'instrument.

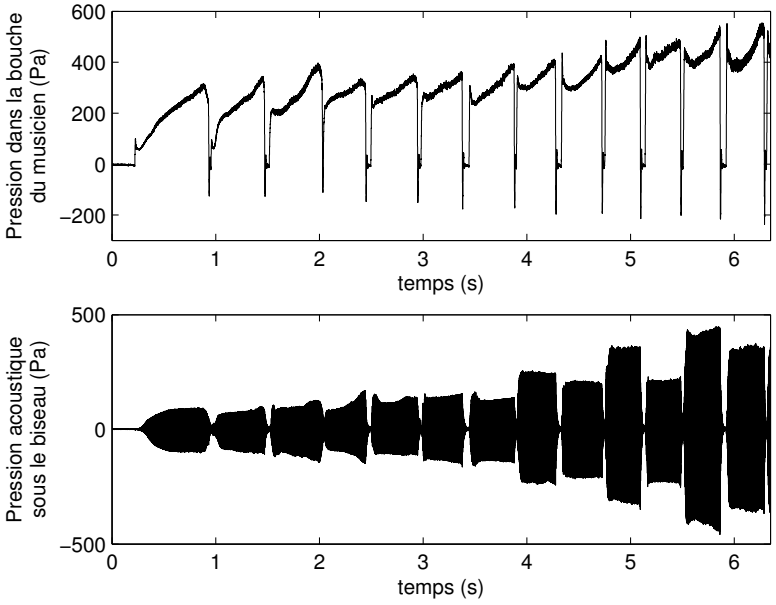


FIGURE 3.2: Exemple de signaux relevés lors d'une mesure sur musicien avec le dispositif présenté en figure 3.1 : représentation de la pression dans la bouche (en haut) et de la pression acoustique dans l'instrument (en bas) en fonction du temps.

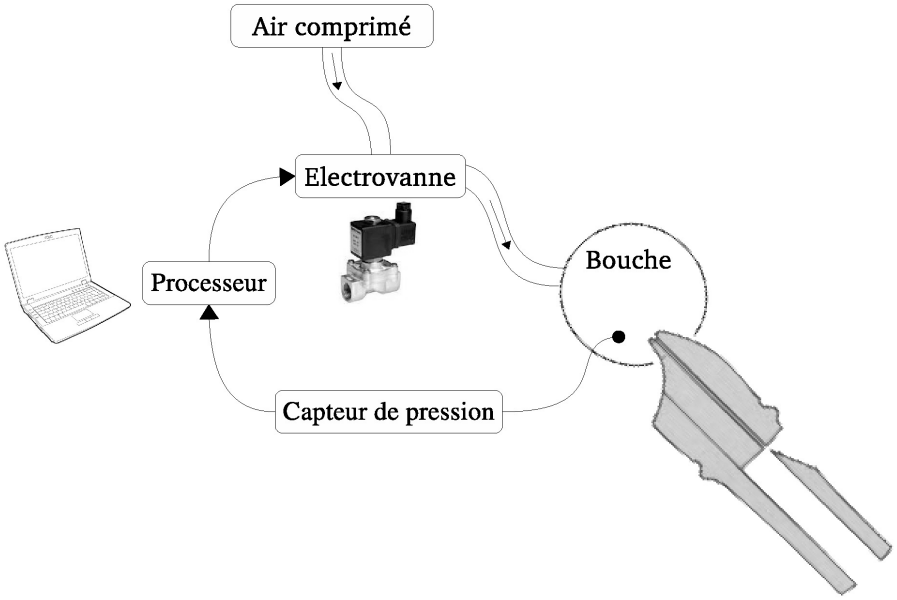


FIGURE 3.3: Représentation schématique du fonctionnement de la bouche artificielle asservie en pression d'alimentation, d'après Ferrand *et al.* [69].

3.2 Bouche artificielle asservie en pression

3.2.1 Intérêt

Si les mesures sur musicien présentent un intérêt évident, le fait que le musicien varie et adapte en permanence tous les paramètres à sa disposition de façon à obtenir le son recherché empêche toute exploration systématique et répétable du comportement de l'instrument.

L'utilisation d'une bouche artificielle asservie en pression, qui permet de faire jouer l'instrument sans avoir recours à un instrumentiste permet alors de s'affranchir de ces limitations. L'asservissement permet de contrôler de façon précise la valeur de la pression d'alimentation, tout en fixant aussi longtemps que nécessaire tous les paramètres liés au musicien, tels que la configuration du conduit vocal ou la distance entre les doigts du musicien et les trous de notes de l'instrument, qui varient continuellement lors du jeu du musicien.

Un tel dispositif permet alors d'explorer de façon beaucoup plus systématique le comportement de l'instrument, et les différents régimes d'oscillation qu'il peut produire. Par ailleurs, il permet d'explorer des plages de paramètres plus étendues que celles utilisées en conditions normales de jeu par les musiciens, mais qui informent néanmoins sur la physique de l'instrument.

3.2.2 Fonctionnement de l'asservissement en pression

Le principe de l'asservissement en pression, développé par Ferrand *et al.* [69], est schématisé en figure 3.3 : une électrovanne, reliée à un réseau d'air comprimé, contrôle le débit d'air envoyé dans une cavité de $30cm^3$ représentant la bouche, elle-même reliée de façon étanche à l'instrument. Toutes les 40 μs, la valeur *cible* P_c de la pression à l'intérieur de la bouche est comparée à la valeur P_m effectivement mesurée par un capteur de pression différentiel. Le courant électrique envoyé à l'électrovanne, qui contrôle directement son ouverture et donc le débit d'air envoyé à l'instrument, est alors adapté grâce à un schéma PID implémenté sur une carte DSP dSpace 1006, de façon à minimiser la différence entre P_c et P_m.

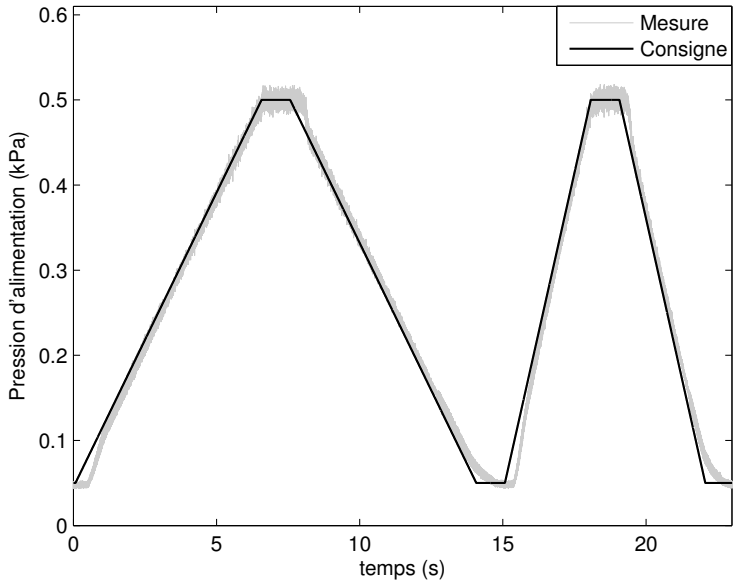


FIGURE 3.4: Exemple de rampes de pression d'alimentation réalisées à la bouche artificielle sur une flûte à bec alto Zen-On : comparaison de la consigne et de la pression mesurée.

3.2.3 Illustration

Ce dispositif permet de réaliser des profils précis de pression d'alimentation, comme l'illustre la figure 3.4, représentant pour une évolution linéaire, la pression cible P_c et la pression réellement obtenue P_m.

Il est possible de réaliser des transitoires d'attaques, correspondant à des évolutions très rapides de P_m, grâce à la bouche artificielle. Les temps de montée de la pression dans la bouche obtenus sont de l'ordre de $10ms$, ce qui correspond au temps de montée minimal généralement observé lors de mesures sur musiciens [79, 27, 108]. Cependant, il n'est pas possible de contrôler (et de répéter) précisément ces temps de montée : le schéma PID n'étant pas adapté à des évolutions aussi rapides, les transitoires d'attaque sont réalisés *en boucle ouverte*, c'est à dire sans asservissement de la pression dans la bouche. Des exemples des signaux P_m qu'il est possible d'obtenir sont donnés en figure 3.5.

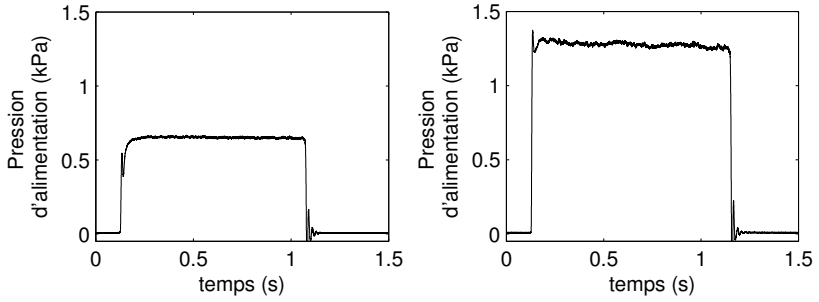


FIGURE 3.5: Exemples de transitoires d'attaque obtenus avec la bouche artificielle sur une flûte à bec alto Zen-On. L'ordre de grandeur de la pression cible est contrôlé par le choix de la valeur de courant envoyé à l'électrovanne, mais il n'y a pas ici d'asservissement de la pression d'alimentation.

Conclusion de la première partie

Différentes approches ont été présentées dans cette première partie, qui permettent d'analyser le comportement de l'instrument d'une part, et du modèle de l'état de l'art d'autre part.

La confrontation des différentes méthodes d'analyse du modèle permet à ce stade de valider l'approche par collocation orthogonale et continuation pour l'étude de cette famille d'instruments. Surtout, la confrontation entre diagrammes de bifurcation et simulations temporelles a montré son intérêt dans l'étude de ces instruments. En effet, l'accès aux diagrammes de bifurcations, qui donnent une vision plus globale de la dynamique du système permet d'interpréter plus facilement les résultats issus de simulations temporelles, et permet surtout de s'affranchir de la grande sensibilité aux conditions initiales. Cette vision plus globale, en permettant de relativiser les écarts quantitatifs entre comportement du modèle et de l'instrument réel, facilite la comparaison entre résultats expérimentaux et numériques. Ainsi, cette approche permet d'expliquer et de prédire de façon plus précise différents aspects du comportement du modèle (également observés expérimentalement) tels par exemple que les changements de registre et l'hystérésis associée.

On l'a vu, cette approche présente néanmoins un certain nombre de limitations. Elle n'a donc pas vocation à remplacer les simulations temporelles, mais plutôt à être un outil complémentaire. L'intégration temporelle est en effet le seul outil permettant d'accéder à tous les types de régimes du modèle, ce qui demeure indispensable pour étudier certains phénomènes, tels que l'apparition de régimes quasi-périodiques, comme nous le verrons au chapitre 4.

Dans la suite de ce document, ces différents outils sont mis à profit afin de traiter différentes problématiques relatives au comportement d'instruments réels, en lien avec l'influence des paramètres de facture d'une part, et des paramètres de contrôle d'autre part.

Deuxième partie

De l'influence du facteur : paramètres de facture et régimes d'oscillation

Avant-Propos

Dans cette seconde partie, les outils et approches présentés dans la première partie sont mis à profit pour étudier les différents régimes d'oscillation des instruments de la famille des flûtes, en lien avec les *paramètres de facture*, fixés par le facteur d'instruments au moment de la fabrication.

Le chapitre 4 porte plus particulièrement sur les régimes non périodiques rencontrés à la fois dans les flûtes à bec et dans des flûtes traditionnelles chiliennes. On s'attache dans un premier temps à comprendre les différences et similitudes entre ces régimes, et à determiner leur nature précise. Ces régimes étant, selon le contexte musical, soit recherchés soit évités, il est intéressant de tenter de comprendre à la fois leurs origines, et les paramètres qui favorisent leur apparition. L'utilisation du modèle physique décrit plus haut permet alors de mieux appréhender leurs mécanismes d'apparition, et d'étudier par la suite le rôle que joue l'inharmonicité du résonateur, liée à la géométrie de la *perce* de l'instrument, sur leur apparition.

Dans le chapitre 5, l'attention est portée sur l'influence de la géométrie du *canal* des flûtes à bec sur les régimes de l'instrument. Les facteurs de flûtes à bec insistent sur l'importance de ce paramètre, et les flûtistes à bec semblent particulièrement sensibles à *l'ouverture de l'instrument*, qui est selon eux fortement liée à la géométrie du canal. En collaboration étroite avec le facteur de flûtes à bec Philippe Bolton, on cherche à déterminer s'il est possible de mesurer et de caractériser, en laboratoire, l'influence de la géométrie du canal sur le son produit par l'instrument. On cherche ainsi à comprendre le rôle de certains éléments de la géométrie (convergence et voûte du canal, chanfreins ...), mais également à déterminer ce que regroupe la notion "d'ouverture". Enfin, l'analyse des différentes étapes du travail du facteur sur le canal permet de chercher à comprendre vers quel *optimum* tend le facteur.

Chapitre 4

Génération de sons quasi-périodiques

Sommaire

4.1 Observations expérimentales : détermination de la *nature* des régimes non périodiques 71

4.2 Production de régimes quasi-périodiques par simulations temporelles d'un modèle physique 77

4.3 Mécanisme d'apparition des régimes quasi-périodiques 83

4.4 Lien entre inharmonicité et régimes quasi-périodiques 90

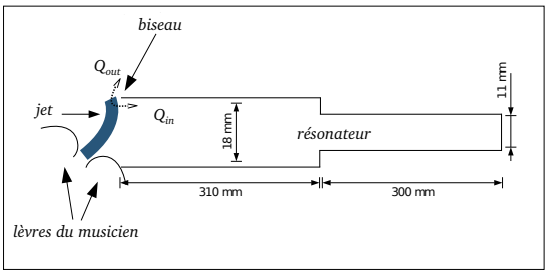
4.5 Inharmonicité, retard, et régimes quasi-périodiques : un éclairage sur le mécanisme d'apparition 93

4.6 Conclusion 99

Si la diversité des régimes d'oscillation observés dans les flûtes a été mise en évidence dans de nombreux travaux (par exemple [38, 71, 143]), la plupart d'entre eux s'attachent principalement à décrire les caractéristiques des régimes périodiques, qui constituent, dans la plupart des cas, le comportement recherché par l'instrumentiste.

Dans la musique occidentale *classique*, les régimes non périodiques sont considérés comme un défaut de l'instrument ou une faiblesse de l'instrumentiste : c'est le cas notamment des *notes qui roulent* évoquées par les facteurs, ou de l'instrumentiste qui, lors d'un transitoire d'attaque, atteint d'abord un régime non périodique avant d'obtenir le régime périodique recherché. Dans d'autres esthétiques musicales, ce sont à l'inverse ces régimes non périodiques qui sont recherchés. C'est le cas notamment de la musique contemporaine, où les *multiphoniques*, sorte de "doubles sons" obtenus pour certains doigtés, sont couramment utilisés. Les *flautas de chinos*, flûtes traditionnelles pré-hispaniques jouées dans des processions rituelles dans le centre du Chili, sont quant à elles utilisées principalement dans le but de générer des sons non périodiques. Ces flûtes peuvent être incluses dans la famille des flûtes de Pan dans le sens où elles présentent une extrémité ouverte et une extrémité fermée (voir 4.1a), mais également du point de vue de la technique de jeu : comme illustré en figure 4.1b le jet d'air est soufflé sur l'arrête du tube, qui constitue donc le biseau. Une des particularités de ces instruments réside dans la forme complexe de leur résonateur, constitué comme le montre la figure 4.1b de deux tubes de diamètres différents disposés en série. La famille des *flautas de chinos* comprend des instruments de tailles différentes, mais il semble cependant que les rapports des longueurs des deux parties du résonateur soit toujours de l'ordre de 1, alors que le rapport de leurs sections est proche de 2 [19]. La seconde particularité de ces flûtes réside dans les sons qu'elles produisent : appelés *sonidos*

(a) Photographie d'une flûte *catarra*, tirée de [44]. Les deux tubes en série sont de longueur 12.5 cm et 13 cm, et de diamètre 19mm et 9mm [19].



(b) Représentation schématique du résonateur et du mécanisme d'excitation des *flautas de chinos*. Les dimensions indiquées correspondent à une flûte *Puntera*.

FIGURE 4.1: Flûte *catarra* (à gauche) et représentation schématique du fonctionnement de ce type d'instrument (à droite).

rajados (littéralement *son déchiré*), ils semblent être caractérisés par leur richesse harmonique, et une composante battante très présente, appelée *ganseo* [147].

S'il est intéressant pour le chercheur de comprendre les mécanismes de production de ces régimes non périodiques, il semble également instructif, du point de vue du facteur d'instruments, de connaître les paramètres qui lui permettront, selon les cas, de favoriser ou à l'inverse d'éviter l'apparition de ce type de régimes. Les caractéristiques géométriques fixées par le facteur semblent en effet jouer un rôle prépondérant dans l'apparition des régimes non périodiques : Gilbert [81], Dalmont *et al.* [40], et plus récemment Doc *et al.* [51] ont mis en évidence l'influence de l'inharmonicité des fréquences de résonance, elle-même directement liée à la géométrie du résonateur, sur la présence de régimes non périodiques dans les instruments à anche. Bien qu'aucune étude aussi poussée n'ait à notre connaissance été menée sur les flûtes, l'analyse du comportement d'un modèle physique extrêmement simplifié de cette famille d'instruments suggère, comme pour les instruments à anche, une forte influence de l'inharmonicité sur la présence de *multiphoniques* [139]. Par ailleurs, le fait que les résonateurs des *flautas de chinos* présentent des géométries qui favorisent l'inharmonicité, associé au fait qu'elles sont dédiées à la production de régimes non périodiques, peut être un argument supplémentaire en faveur d'une influence de l'inharmonicité sur la génération de sons non périodiques.

Avant de pouvoir étudier plus spécifiquement l'influence de différents paramètres de facture sur les plages d'existence des régimes non périodiques, on s'intéresse dans ce chapitre à leur mécanisme d'apparition. L'attention est portée sur deux types de régimes non périodiques, *a priori* bien différents l'un de l'autre, d'un point de vue perceptif d'abord, mais également du fait des instruments qui les produisent :

- les *multiphoniques* de flûtes à bec d'une part,
- et les *sonidos rajados* produits par des *flautas de chinos* d'autre part.

Si l'analyse des régimes non périodiques observés expérimentalement (en section 4.1) est indispensable à la caractérisation des phénomènes étudiés, leur reproduction par un modèle physique de l'instrument s'avère également particulièrement instructive. Se pose alors la question de la capacité d'un même modèle, très générique, à reproduire le comportement de deux instruments si différents, bien que liés par le mécanisme de production du son (section 4.2). Enfin, l'analyse du modèle *via* le calcul de ses diagrammes de bifurcations, détaillée en section 4.3, procure des informations inaccessibles en simulation temporelle, mais qui permettent finalement

d'expliquer les mécanismes à l'origine des régimes non périodiques étudiés. La compréhension de ces mécanismes permet alors d'étudier, en section 4.4, l'influence de l'inharmonicité du résonateur sur les seuils d'apparition des régimes non périodiques considérés.

4.1 Observations expérimentales : détermination de la *nature* des régimes non périodiques

Afin de comprendre les mécanismes de production des différents régimes non périodiques, il est dans un premier temps nécessaire de déterminer plus précisément leur *nature*. En effet, si l'analyse du spectre et de la forme d'onde de deux *multiphoniques* de flûte à bec alto (en figure 4.3) et de deux *sonidos rajados* obtenus sur deux instruments différents (en figure 4.2) permet de déterminer que ces sons ne sont pas périodiques, elle ne permet pas nécessairement de déterminer à elle seule s'il s'agit :

- de régimes quasi-périodiques, dont le spectre fait apparaître au moins deux fréquences de base f_1 et f_2 incommensurables (*i.e.* $\frac{f_2}{f_1}$ n'est pas entier) [13].
- de régimes intermittents, constitués de successions de phases laminaires et de bouffées de turbulence [13].
- de régimes chaotiques, qui apparaissent dans le domaine de Fourier semblables à du bruit, mais qui ne sont pas stochastiques dans la mesure ou ils présentent une structure dans l'espace des phases, et où les systèmes qui les générèrent sont entièrement déterministes [13].

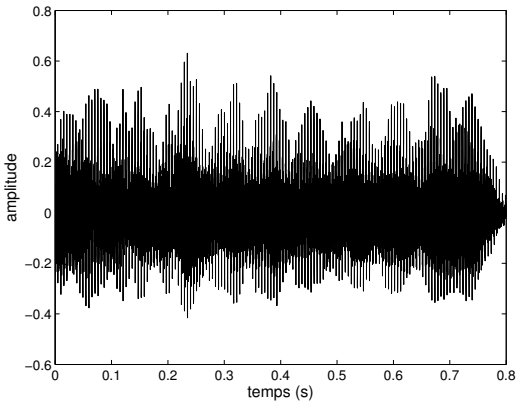
Une première comparaison des spectres et formes d'onde des deux types de sons étudiés, en figures 4.2 et 4.3, permet cependant de souligner des différences importantes entre multiphoniques de flûtes à bec et *sonidos rajados*.

Les deux sons représentés en figure 4.2 sont issus de deux *flautas de chinos* de dimensions différentes : une première appelée *catarra* et une seconde appelée *puntera*, dont les dimensions sont données dans [19] et [44]. Les signaux analysés ici, mesurés par P. de la Cuadra et C. Vergez, correspondent au champ rayonné de l'instrument joué par un musicien. Ils sont par conséquent fortement non stationnaires, et leur spectre ne fournit que des informations relativement peu précises. Il apparaît néanmoins que les deux signaux temporels comportent une forte modulation d'amplitude, à une fréquence de l'ordre de $15Hz$ à $20Hz$. Cette caractéristique des *sonidos rajados* (le *ganseo*) avait déjà observée par Wright et Campbell [147]. S'il est manifeste que les multiphoniques obtenus sur flûte à bec alto pour les doigtés de *si* 3 et *si bémol* 3, représentés en figure 4.3, ne sont pas périodiques, ils présentent une modulation d'amplitude moins marquée que les *sonidos rajados*. Par ailleurs, leurs modulations semblent intervenir à des fréquences beaucoup plus élevées que dans le cas des flûtes chiliennes.

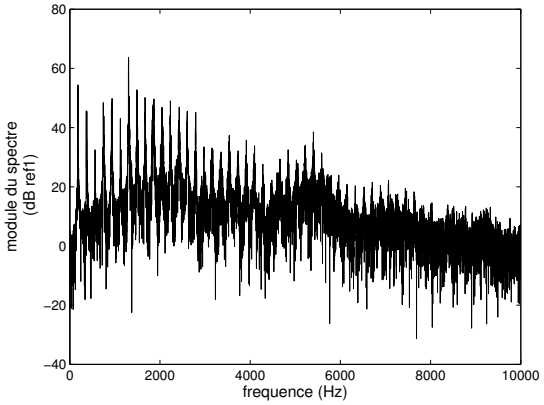
4.1.1 Analyse des *sonidos rajados*

Si différentes études se sont attachées à décrire les caractéristiques des sons produits par les *flautas de chinos* en termes de forme d'onde et de spectre [147, 42], aussi bien la nature précise que le mécanisme de production de ces sons demeurent mal connus.

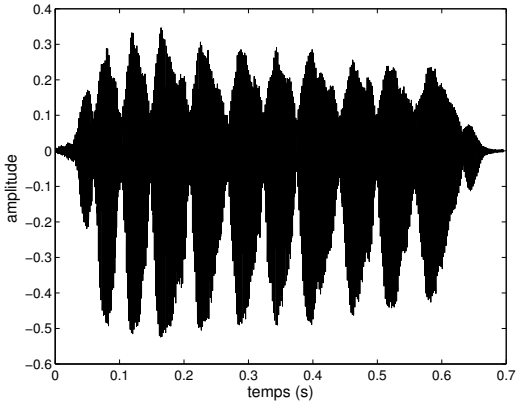
Différentes méthodes permettent de distinguer un signal quasi-périodique d'un signal chaotique, telless par exemple l'analyse du spectre de puissance [109], l'étude des sections de Poincaré ou le calcul des exposants de Lyapunov [1]. Ces méthodes ne sont cependant pas adaptées à des sons courts et non stationnaires, tels que ceux dont on dispose ici [148]. Seule l'utilisation d'une



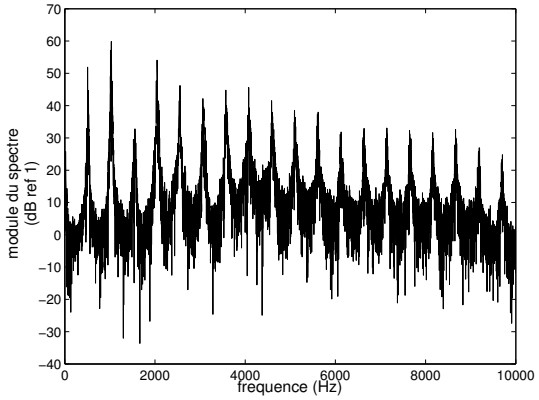
(a) Son rayonné par une flûte chilienne *puntera* jouée par un instrumentiste (tiré de [44]).



(b) Module du spectre du son rayonné par une flûte chilienne *puntera* jouée par un instrumentiste. Représentation en dB, avec une valeur de référence arbitraire $p_{ref} = 1Pa$.



(c) Son rayonné par une flûte chilienne *catarra* jouée par un instrumentiste (tiré de [44]).

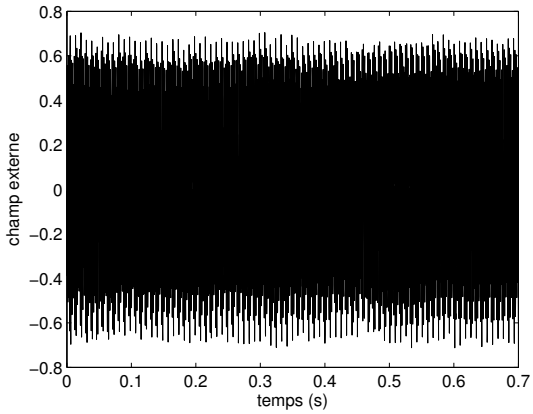


(d) Module du spectre du son rayonné par une flûte chilienne *catarra* jouée par un instrumentiste. Représentation en dB, avec une valeur de référence arbitraire $p_{ref} = 1Pa$.

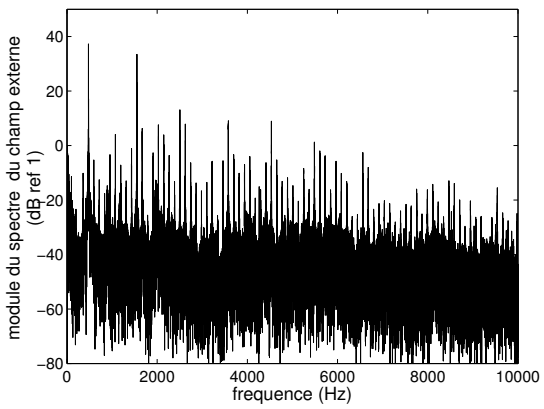
FIGURE 4.2: Signaux temporels (à gauche) et spectres (à droite), des *sonidos rajados* produits par deux *flautas de chinos* de taille différentes, jouées par un instrumentiste. Les données, recueillies par P. de la Cuadra et C. Vergez, sont disponibles sur le site [44].

bouche artificielle permettrait d'accéder à des sons stationnaires suffisamment longs pour permettre de telles analyses. A notre connaissance, aucune étude n'a permis à l'heure actuelle de reproduire le jeu de l'instrumentiste sur bouche artificielle pour ces flûtes particulières.

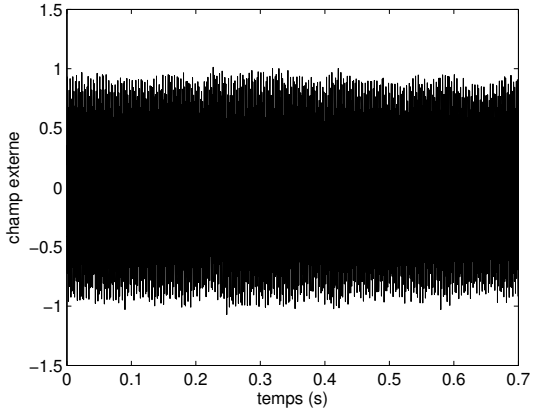
A l'inverse, la méthode des *recurrence plots* introduite par Eckmann *et al.* [56], permet d'estimer la périodicité d'un signal à différentes échelles de temps et présente le double avantage d'être particulièrement bien adaptée à l'analyse de signaux temporels courts, et robuste dans le cas de signaux bruités. Succinctement, cette méthode d'analyse repose sur la reconstruction du signal temporel étudié dans son pseudo-espace des phases (voir par exemple [1, 80]). L'analyse par recurrence plots consiste alors à définir, dans ce pseudo-espace des phases, un *voisinage* autour d'un point choisi comme référence, et à déterminer, pour chaque point du signal, si celui-ci est *voisin* du point de référence. Les durées qui s'écoulent entre des passages successifs dans le voisi-



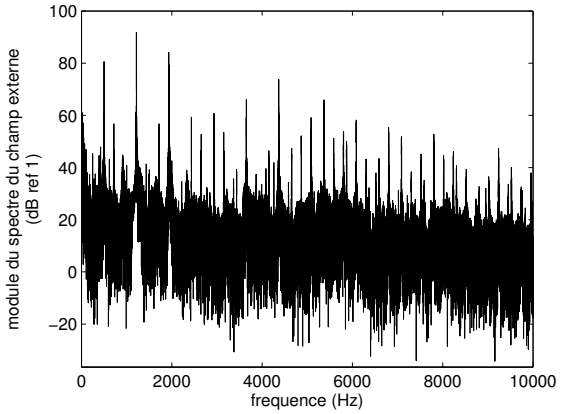
(a) Son rayonné par une flûte à bec alto Zen On jouée sur un doigté de si bémol 3 par une bouche artificielle, pour une pression d'alimentation fixe de 650 Pa.



(b) Spectre du son rayonné produit par une flûte à bec alto Zen On jouée par une bouche artificielle, sur un doigté de si bémol 3, avec $P_m = 650\ Pa$.



(c) Son rayonné par une flûte à bec alto Zen On jouée sur un doigté de si 3 par une bouche artificielle, pour une pression d'alimentation fixe de 560 Pa.



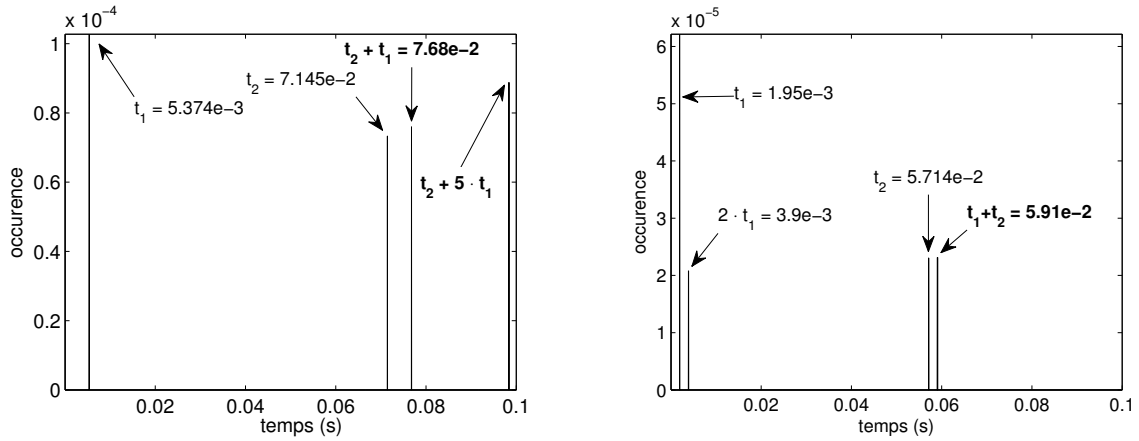
(d) Spectre du son rayonné produit par une flûte à bec alto Zen On jouée par une bouche artificielle, sur un doigté de si 3, avec $P_m = 560\ Pa$.

FIGURE 4.3: Signaux temporels (à gauche) et spectres (à droite), de multiphoniques produits par une flûte à bec alto, pour deux doigtés différents.

nage sont appelées *recurrence times* et permettent d'estimer la périodicité du signal à différentes échelles de temps (on pourra se reporter à [148] pour plus de détails). Quand plusieurs points du signal sont successivement choisis comme points de référence, des histogrammes peuvent être tracés, qui représentent l'occurrence des différents *recurrence times*. La présence de pics dans de tels histogrammes signe alors l'existence d'une *récurrence* à l'échelle de temps correspondante.

Cette méthode, notamment implémentée dans la toolbox Matlab TSTOOL [103], est utilisée pour analyser les sons produits par les *flautas de chinos* représentés en figures 4.2a et 4.2c, et fournit les histogrammes des figures 4.4a et 4.4b. Dans les deux cas, au moins trois pics apparaissent, pour des *recurrence times* t_1, t_2 et t_3, tels que :

$$\begin{aligned} &\frac{t_2}{t_1} \notin \mathbb{N} \\ &t_3 = t_1 + t_2. \end{aligned} \tag{4.1}$$



(a) Histogramme des *recurrence times* du son de Puntera représenté en figure 4.2a.

(b) Histogramme des *recurrence times* du son de Catarra représenté en figure 4.2c.

FIGURE 4.4: Histogrammes des *recurrence times*, pour deux sons produits par des *flautas de chinos* différentes. La présence dans les histogrammes de deux pics à des temps non multiples entiers l'un de l'autre, et d'un troisième pic pour un temps correspondant à la somme des deux premiers est caractéristique d'un régime quasi-périodique.

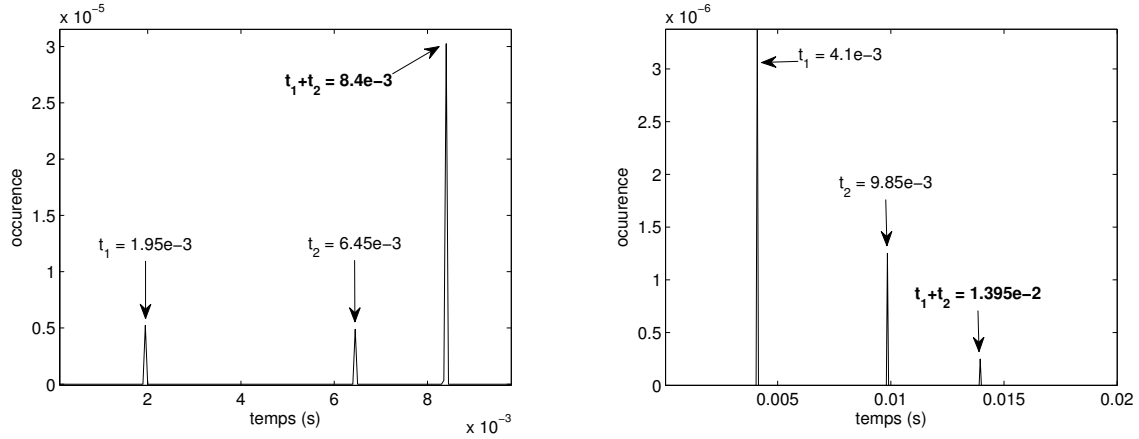
D'après le théorème de Slater [148], cette propriété est caractéristique des régimes quasi-périodiques. Dans le cas idéal d'un signal non bruité, l'histogramme correspondant à un régime quasi-périodique ferait apparaître uniquement ces trois pics. D'après les travaux de Zou [148], la présence de bruit peut entraîner l'apparition de pics supplémentaires à des temps qui sont des combinaisons linéaires de t_1 et t_2. C'est ce phénomène que l'on observe pour le sons de *catarra* en figure 4.4b et de *puntera* en figure 4.4a. Dans le cas de signaux chaotiques, l'histogramme ferait apparaître des pics pour de nombreux temps, mais il n'existerait aucune relation de combinaison linéaire entre eux [148]. L'analyse par *recurrence plots* permet donc de conclure sur la nature quasi-périodique des *sonidos rajados*.

4.1.2 Analyse de multiphoniques de flûtes à bec

L'analyse des multiphoniques de flûte à bec (représentés en figures 4.3a et 4.3c) en vue de déterminer leur nature quasi-périodique ou chaotique est moins problématique dans le sens où l'utilisation de la bouche artificielle décrite au chapitre 3 donne accès à des sons stationnaires aussi longs que nécessaire. L'utilisation d'outils classiques, comme les sections de Poincaré ou l'analyse du spectre de puissance, est alors possible.

Par souci de cohérence avec les résultats précédents, les deux signaux sont dans un premier temps étudiés par la méthode des *recurrence plots*. Les histogrammes associés à chacun des deux sons, présentés en figures 4.5a et 4.5b, sont là encore caractéristiques de régimes quasi-périodiques dans le sens où ils font apparaître deux pics pour des temps t_1 et t_2 non multiples entiers l'un de l'autre, ainsi qu'un troisième pic à un temps $t_3 = t_1 + t_2$.

La nature quasi-périodique des multiphoniques est confirmée par l'étude de leurs sections de Poincaré, qui correspondent à la section de la *trajectoire* d'un signal représenté dans son pseudo-espace des phases (voir par exemple [13]). Les dimensions du pseudo-espace des phases sont des versions retardées du signal étudié : $x(t), x(t-\theta), x(t-2\theta)\ldots$, où le retard θ est déterminé par la méthode du premier zéro de la fonction d'auto-corrélation du signal [1], et où le nombre de dimensions est déterminé par la méthode des faux plus proches voisins [1].



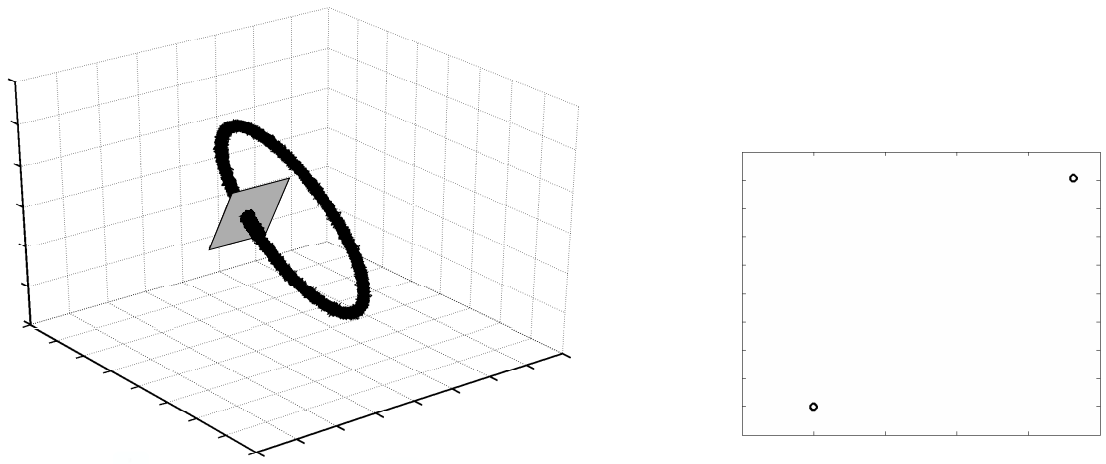
(a) Histogramme des *recurrence times* du multiphonique produit par un doigté de *si bémol 3*, représenté en figure 4.3a.

(b) Histogramme des *recurrence times* du multiphonique produit par un doigté de *si 3*, représenté en figure 4.3c.

FIGURE 4.5: Histogrammes des *recurrence times*, pour deux multiphoniques produits par deux doigtés différents d'une flûte à bec alto Zen On *Bressan*. La présence dans les histogrammes de deux pics à des temps non multiples entiers l'un de l'autre, et d'un troisième pic pour un temps correspondant à la somme des deux premiers est caractéristique d'un régime quasi-périodique.

La figure 4.6 illustre le principe de l'analyse par section de Poincaré pour un signal correspondant à la superposition d'un sinus et d'un bruit blanc : le signal est représenté en figure 4.6a dans son pseudo-espace des phases à 3 dimensions, et sa section de Poincaré (en dimension 2), représentée en figure 4.6b, correspond à l'intersection de cette trajectoire par le plan représenté en gris. Dans la section de Poincaré, un régime périodique est caractérisé par un point, un régime quasi-périodique par une courbe dense fermée sur elle-même, alors qu'un régime chaotique est representé par un nuage de points (voir par exemple [13]). Les sections de Poincaré des deux multiphoniques étudiés sont représentées respectivement en figures 4.7a et 4.7b, et font apparaître dans les deux cas des courbes fermées sur elles-mêmes. Ces structures étant caractéristiques des régimes quasi-périodiques, l'analyse des sections de Poincaré confirme l'analyse par *reccurence plots*.

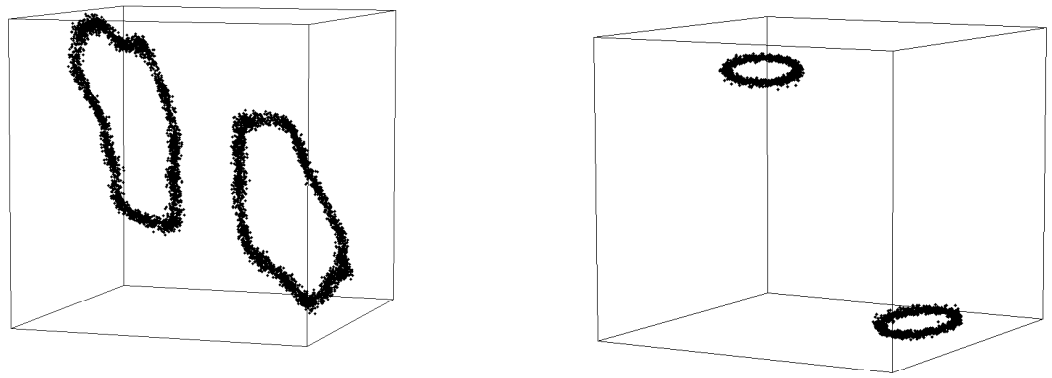
Les signaux étant stationnaires, l'étude de leur spectre permet de les analyser plus précisément, en déterminant non seulement leur nature quasi-périodique, mais également les fréquences de base qui les constituent. Les deux spectres des figures 4.8a et 4.8b font tous deux apparaître de nombreux pics, à des fréquences qui sont toutes des combinaisons linéaires de deux *fréquences de base* f_1 et f_2 associées aux deux pics principaux. Ainsi, $f_1 = 477.1Hz$ et $f_2 = 1551Hz$ pour le multiphonique obtenu avec le doigté de *si bémol* 3 et $f_1 = 500.2Hz$ et $f_2 = 1217Hz$ pour le régime produit avec un doigté de *si* 3. Les admittances Y du résonateur calculées avec WIAT (voir chapitre 2) pour les doigtés de si bémol et de si, représentées en figure 4.9, montrent que les fréquences de bases des multiphoniques sont proches de fréquences de résonance de l'instrument. Ainsi, pour le doigté de si bémol, f_1 et f_2 sont respectivement proches de la première et de la 4ème fréquences de résonance, de $465Hz$ et $1561Hz$, alors que pour le multiphonique obtenu avec un doigté de *si 3*, f_1 et f_2 sont proches de la première et de la troisième fréquences de résonance de l'instrument, respectivement égales à $497Hz$ et $1214Hz$. Un spectre constitué de pics situés exclusivement à des fréquences égales à des combinaisons linéaires de deux fréquences de base est caractéristique d'un régime quasi-périodique. Cette analyse ne laisse par conséquent aucun doute sur le caractère quasi-périodique des multiphoniques de flûtes à bec. Si les multiphoniques



(a) Représentation d'un sinus superposé à du bruit (signal synthétisé dans Matlab), dans son pseudo-espace des phases. Sa trajectoire est interceptée par un plan pour tracer sa section de Poincaré.

(b) Section de Poincaré correspondante, représentée en 2 dimensions. Une section de poincaré présentant un ou deux points est caractéristique d'un régime périodique.

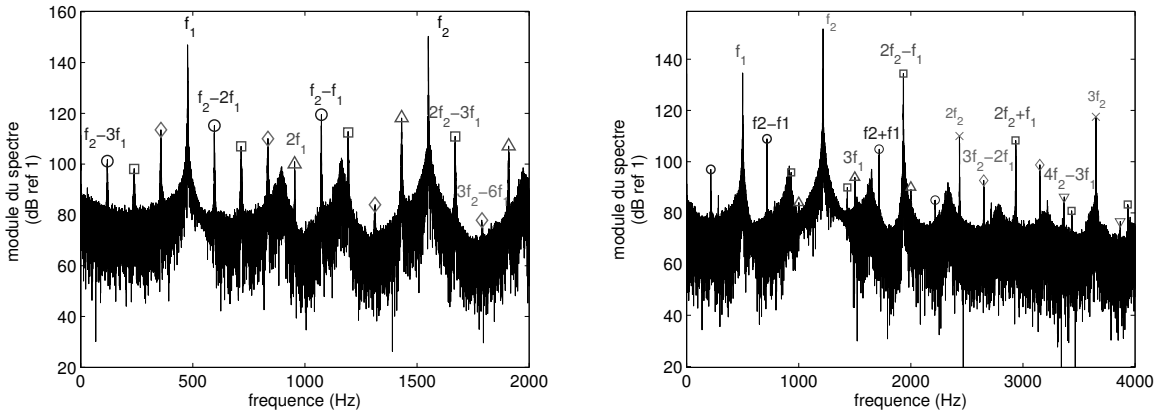
FIGURE 4.6: Illustration du principe de tracé des sections de Poincaré.



(a) Section de Poincaré du multiphonique obtenu avec un doigté de *si bémol 3*, pour une pression d'alimentation $P_m = 650Pa$.

(b) Section de Poincaré du multiphonique obtenu avec un doigté de *si 3*, pour une pression d'alimentation $P_m = 560Pa$.

FIGURE 4.7: Sections de Poincaré des champs de pression internes relevés sous le biseau d'une flûte à bec alto Zen On jouée à la bouche artificielle, pour deux doigtés différents donnant naissance à des multiphoniques.



(a) Spectre du multiphonique produit par un doigté de si bémol 3, pour une pression d'alimentation $P_m = 650Pa$. Les différentes combinaisons linéaires des deux fréquences de base $f_1 = 477.1Hz$ et $f_2 = 1551Hz$ sont mises en évidence.

(b) Spectre du multiphonique produit par un doigté de si 3, pour une pression d'alimentation $P_m = 560Pa$. Les différentes combinaisons linéaires des deux fréquences de base $f_1 = 500.2Hz$ et $f_2 = 1217Hz$ sont mises en évidence.

FIGURE 4.8: Spectre des signaux de pression internes relevés sous le biseau d'une flûte à bec alto *Zen On* jouée à la bouche artificielle, pour deux doigtés différents donnant naissance à des multiphoniques. Les pics intervenant à des combinaisons linéaires des deux fréquences de base sont mis en évidence par les symbôles suivants : $\triangle$ pour les combinaisons nf_1, $\times$ pour les combinaisons nf_2,$\circ$ pour les combinaisons $f_2 \pm nf_1$, $\square$ pour les combinaisons $2f_2 \pm nf_1$, $\diamond$ pour les combinaisons $3f_2 \pm nf_1$, et $\bigtriangledown$ pour les combinaisons $4f_2 \pm nf_1$ (où n est un entier naturel).

de flûtes à bec ont été largement étudiés [25, 26, 28, 38], ni leur caractère quasi-périodique, ni le fait qu'ils partagent entre eux une même nature quasi-périodique, intermittente ou chaotique n'avaient à notre connaissance été établis.

Bien que les multiphoniques de flûtes à bec et les *sonidos rajados* présentent des différences importantes, à la fois perceptivement, en terme de fréquences de modulation et d'importance de la modulation d'amplitude, les analyses présentées ici montrent qu'ils partagent leur nature quasi-périodique. Cette caractéristique commune peut laisser penser qu'ils partagent également le même mécanisme d'apparition et les mêmes causes. Sachant que les facteurs et les joueurs de flûtes à bec cherchent le plus souvent à éviter les multiphoniques, alors que les joueurs de *flautas de chinos* les recherchent, il apparaît particulièrement intéressant de mieux comprendre ces mécanismes.

4.2 Production de régimes quasi-périodiques par simulations temporelles d'un modèle physique

La reproduction des différents régimes quasi-périodiques par un modèle physique de l'instrument est essentielle à la compréhension des mécanismes qui sous-tendent leur apparition, et surtout à l'étude de l'influence de certains paramètres de facture sur leur apparition. Expérimentalement, il est en effet particulièrement difficile de ne modifier qu'un seul des paramètres de facture évoqués dans l'introduction de ce chapitre. Prenons l'exemple de l'inharmonicité : sa variation est nécessairement liée à un changement de géométrie de la *perce* de l'instrument, qui entraîne alors la modification d'autres caractéristiques (facteur de qualité des pics de résonance, par exemple). Il est alors difficilement imaginable, sur un instrument réel, d'explorer une vaste

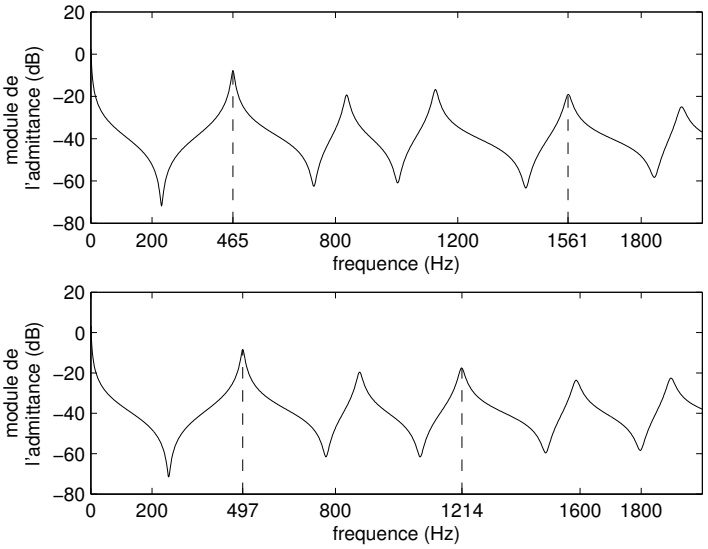


FIGURE 4.9: Modules des admittances Y du résonateur d'une flûte à bec alto Zen On (modèle *Bressan*, pour les doigtés de fourche *si bémol 3* (en haut) et *si 3* (en bas). Les admittances sont estimées avec le logiciel WIAT [97], à partir de la géométrie de l'instrument.

zone d'un paramètre de facture afin d'en étudier l'influence.

4.2.1 Capacité du modèle à reproduire les comportements étudiés

Malgré les limites évoquées en 1.3.7, la capacité du modèle physique décrit au chapitre 1 à reproduire de nombreux phénomènes observés sur les flûtes à bec [145, 5, 140], flûtes traversières [45], et certaines flûtes traditionnelles africaines [47] a été largement démontrée. Parmi ces phénomènes, on peut par exemple citer les changements de régimes avec hystérésis, les régimes non périodiques *multiphoniques*, ou encore les sons éoliens.

A l'inverse, les *flautas de chinos*, pour lesquelles il n'existe que relativement peu de données expérimentales, n'ont jusqu'à présent été que rarement étudiées *via* l'utilisation d'un modèle physique de l'instrument [99, 138]. A notre connaissance, aucun modèle de ce type d'instrument tenant compte des spécifités de leur mécanisme d'excitation - eux-même mal connus - n'est proposé dans la littérature. Les différentes études qui se sont intéressées à ces flûtes [19, 99] se sont principalement attachées à la description de leur résonateur complexe, et les travaux concernant la synthèse de *sonido rajado* par modèle physique ont, à ce jour, fait appel à des modèles d'excitation classiques, *a priori* plutôt dédiés à la modélisation des flûtes traversières et à bec [99, 138].

Plutôt que de développer un modèle complexe spécifique aux *flautas de chinos*, on propose ici de tester la capacité du modèle générique de flûtes de l'état de l'art à reproduire d'une part des régimes de type *sonido rajado*, et d'autre part des sons de type *multiphoniques* de flûtes à bec.

Cas des multiphoniques de flûtes à bec

La difficulté du choix des paramètres utilisés pour l'intégration temporelle du modèle a été soulignée au chapitre 2. Dans le cas de la synthèse de multiphoniques de flûtes à bec, cependant,

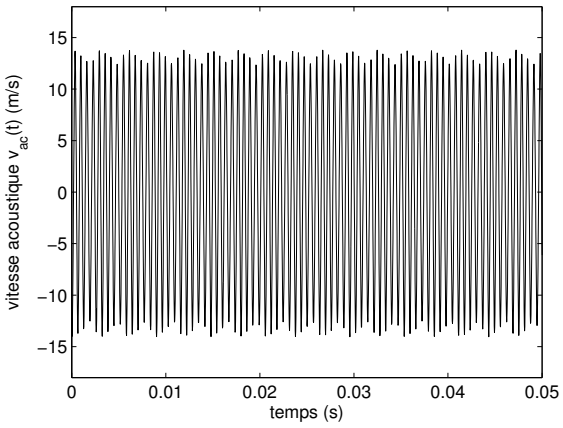


FIGURE 4.10: Vitesse acoustique v_{ac} obtenue par simulation temporelle, pour les paramètres usuels donnés dans le tableau 2.1, pour un modèle de résonateur à 5 modes correspondant à un doigté de *sol 3* d'une flûte à bec alto Zen On *Bressan*, et pour une pression d'alimentation fixe $P_m = 4900Pa$. La simulation est réalisée à une fréquence d'échantillonnage de $23 \times 44100Hz$.

une grande partie des paramètres géométriques de l'instrument peuvent être directement mesurés, les valeurs typiques des paramètres de contrôle pris en compte dans le modèle (comme la pression dans la bouche) sont désormais bien connues, et les valeurs de différents paramètres liés au modèle (comme par exemple le facteur α_i d'amplification des perturbations sur le jet) ont été évalués par comparaison entre simulation et expérience [45, 142, 48]. Par ailleurs, la géométrie du résonateur de la flûte alto Zen On utilisée pour les expériences a été en partie décrite par Lyons [98]. Les mesures qu'il founit pour la géométrie interne semblent tenir compte d'un certain nombre d'approximations, et ont dues être complétées par la mesure des dimensions et positions des trous de note. Elles permettent alors d'estimer l'admittance $Y(\omega)$ du résonateur [97] , et les paramètres modaux correspondant (voir section 2.1.1).

Les paramètres typiques associés à une flûte à bec, dont les valeurs sont rappelées dans le tableau 2.1 au chapitre 1, sont alors retenus. Pour des paramètres modaux correspondant à un doigté de *sol* 3, le modèle produit un régime non périodique représenté en figure 4.10, qui rappelle perceptivement un multiphonique de flûte à bec. Par ailleurs, comme pour les multiphoniques étudiés plus haut, on observe ici une modulation d'amplitude qui semble relativement peu marquée et à une fréquence élevée par rapport aux modulations observées pour les *sonidos rajados*. Ce signal sera caractérisé de façon plus précise en section 4.2.2. Il convient cependant de signaler que ce régime est obtenu, en simulation, pour une pression dans la bouche P_m égale à 4900 Pa, qui est donc très supérieure aux valeurs rencontrées expérimentalement : les pressions relevées dans la bouche des flûtistes à bec ne dépassent généralement pas 2500 Pa [79].

Cas du *sonido rajado*

Le choix des paramètres est en revanche plus complexe pour le cas de la synthèse de *sonido rajado*. D'une part, le jet est formé par les lèvres du musicien (qui jouent alors le rôle de canal), et les dimensions de la fenêtre dans laquelle il est convecté ne sont pas fixes (contrairement au cas des flûtes à bec) puisqu'elles dépendent de la position des lèvres de l'instrumentiste. Les valeurs des paramètres h, H, W et y_0, liés à la géométrie de la zone dans laquelle se développe le jet (voir figure 4.1) ne peuvent être que grossièrement estimées. Des mesures sur musicien [19] suggèrent que la valeur de W est comprise entre $10mm$ et $15mm$. Ces valeurs sont cependant à prendre

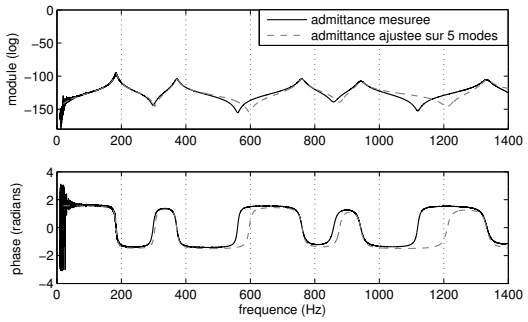


FIGURE 4.11: Module (en haut) et phase (en bas) de l'admittance mesurée et approchés par une somme de 5 modes d'une flûte pré-hispanique chilienne *puntera*. Les cinq premiers modes de résonance sont pris en compte.

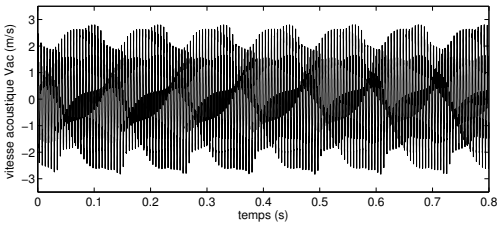


FIGURE 4.12: Vitesse acoustique obtenue par simulation temporelle du modèle physique de flûtes, pour les paramètres donnés dans le tableau 4.1, et pour une admittance de flûte pré-hispanique *puntera*. La fréquence d'échantillonage est de $22 \times 44100Hz$.

avec précaution dans la mesure où elles ont été réalisées avec des flûtistes non spécialistes des *flautas de chinos*. Ces mesures ont de plus mis en évidence la transition vers un jet turbulent. En ce sens, le modèle de jet décrit au chapitre 1 n'est probablement pas valable, et il est donc particulièrement délicat d'évaluer les paramètres b et α_i qui lui sont liés. Enfin, la valeur du paramètre α_{vc}, lié au phénomène de *vena contracta*, a été estimée dans le cas des flûtes à bec, où le biseau est très fin. Ici, sa valeur dépend fortement de la géométrie de l'extrémité de l'instrument qui forme le biseau. Celui-ci étant là encore défini de façon moins nette que dans d'autres instruments, il devient difficile d'évaluer la valeur de α_{vc}.

Du fait de l'approche modale, la modélisation du résonateur est moins problématique, puisque l'on dispose de mesures des admittances d'entrée des deux instruments *catarra* et *puntera* étudiés dans la section précédente [44, 19]. Pour la flûte *Puntera* étudiée précédemment, la comparaison en figure 4.11 de l'admittance mesurée (tirée de [44]) et de sa représentation par une somme modale, met en évidence la bonne représentation des pics de l'admittance, autour desquels l'intrument entre en auto-oscillation. L'augmentation du nombre de modes pris en compte permettrait une meilleure approximation des creux de l'admittance, mais aurait également pour conséquence d'augmenter les temps de calcul. La représentation à 5 modes est donc conservée dans la suite.

D'autres représentations du résonateur complexe, notamment dans le domaine temporel, ont été proposées dans la littérature [99]. Cependant, elles ne permettent pas de tenir compte de tous les détails géométriques de l'instrument, et surtout, leur formulation mathématique fait explicitement intervenir plusieurs retards. L'extension pour systèmes neutres de la toolbox DDE-Biftool utilisée pour l'analyse du modèle physique (voir chapitre 2) ne supportant à l'heure actuelle que des systèmes avec un retard unique, l'approche modale est particulièrement bien adaptée.

Ces considérations prises en compte, la capacité du modèle générique d'instruments de la famille des flûtes à reproduire le phénomène de *sonido rajado* n'est pas évidente. L'implémentation du modèle sur une carte DSP dSpace 1006, en donnant accès à la synthèse en temps réel, permet alors une exploration relativement rapide de l'espace des paramètres, qui permet de mettre en évidence différents régimes rappelant les *sonidos rajados*. L'un de ces régimes, obtenu pour le jeu de paramètres donné dans le tableau 4.1, est représenté en figure 4.12. On peut noter que la valeur retenue pour la pression dans la bouche ($P_m = 915Pa$) est sensiblement du même ordre de grandeur que les valeurs expérimentales relevées par P. de la Cuadra et C. Vergez, qui sont comprises entre 886 et 1546 Pa [44]. Le signal de vitesse acoustique $v_{ac}(t)$ représenté en

Parameter	Numerical value	Parameter	Numerical value
α_i (m^{-1})	0.4/h = 400	δ_d (m)	$\frac{4}{\pi}\sqrt{(2hW)} = 0.0057$
b (m)	2h/5 = 0.0004	y_0 (m)	0.0002
h (m)	0.001	W (m)	0.01
ρ	1.2	c_p $(m \cdot s^{-1})$	$0.4U_j$
α_{vc}	0.6	P_m (Pa)	915

TABLE 4.1: Valeurs des paramètres géométriques utilisées pour synthétiser le son non périodique rappelant les *sonidos rajados*, représenté en figure 4.12.

fonction du temps en figure 4.12 présente une modulation d'amplitude qui apparaît plus fortement marquée, et à une fréquence plus faible, que dans le cas du premier son de synthèse donné en figure 4.10. De ce point de vue, mais également perceptivement, il semble s'approcher des *sonidos rajados* obtenus expérimentalement, étudiés en section 4.1.

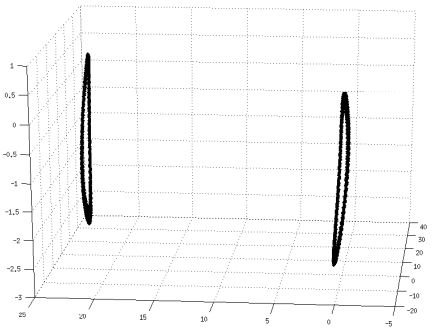
4.2.2 Caractéristiques des sons de synthèse

Bien que le modèle utilisé soit très générique, son intégration temporelle permet donc de mettre en évidence différents types de régimes non périodiques qui rappellent respectivement les *sonidos rajados* de *flautas de chinos* et les multiphoniques de flûtes à bec. Avant d'étudier les mécanismes de génération de ces régimes non périodiques (voir section 4.3), il convient d'étudier plus en détails certaines de leurs caractéristiques et de vérifier qu'elles correspondent effectivement à celles des deux phénomènes que l'on cherche à étudier.

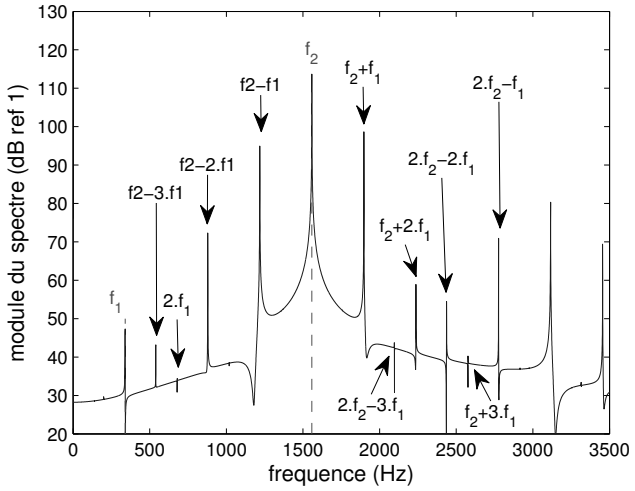
Le caractère quasi-périodique des multiphoniques et des *sonidos rajados* ayant été mis en évidence en section 4.1, on peut en particulier s'interroger sur la nature des sons de synthèse. Il s'agit là d'une information particulièrement importante pour évaluer la capacité du modèle à capturer les phénomènes physiques qui permettent la production de ces régimes.

Le spectre et la section de Poincaré du son de synthèse représenté en figure 4.10 et rappelant un multiphonique de flûte à bec sont donnés en figure 4.13. Les mêmes représentations sont fournies en figure 4.14 pour le son de synthèse représenté en figure 4.12, qui rappelle perceptivement les *sonidos rajados*. Dans les deux cas, les sections de Poincaré, constituées de courbes fermées sur elles-mêmes, ne laissent aucun doute sur la nature quasi-périodique des deux régimes. Par ailleurs, les nombreuses composantes fréquentielles présentes dans les spectres en figures 4.13b et 4.14b sont toutes des combinaisons linéaires de deux fréquences de base f_1 et f_2, avec $f_1 = 188.2Hz$ et $f_2 = 367.8Hz$ dans le cas du son rappelant les *sonidos rajados*, et $f_1 = 340Hz$ et $f_2 = 1558Hz$ pour le son de synthèse qui évoque un multiphonique de flûte à bec.

L'étude des spectres des deux sons de synthèse permet d'une part de confirmer leur nature quasi-périodique, et met également en évidence d'autres similitudes avec les sons réels. Ainsi, le spectre du son de type *sonido rajado* présente un pic à $2 \cdot f_1 - f_2 = 8.6Hz$, fréquence qui correspond à la modulation observée dans le signal temporel (figure 4.12). Ces valeurs peuvent être rapprochées de celles observées dans les signaux expérimentaux : l'analyse par *recurrence times* du son produit par la flûte *puntera* (dont on a utilisé d'admittance en simulation) met en évidence un temps caractéristique $t_1 = 5.374e - 3s$ (figure 4.4a), ce qui correspond à une fréquence de $186Hz$, qui diffère de moins de 2% de la fréquence de base f_1 observée dans le signal de synthèse. Par ailleurs, Wright [147] avait mis en évidence la présence d'une fréquence de modulation de l'ordre de $15Hz$, que l'on retrouve également dans le signal temporel de la figure 4.2a. Si cette valeur diffère plus fortement de la fréquence de modulation de $8.6Hz$ observée en simulation, elle demeure néanmoins du même ordre de grandeur.

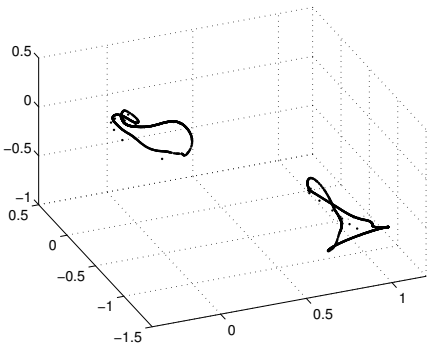


(a) Section de Poincaré du signal. La présence d'une courbe fermée sur elle-même est caractéristique d'un régime quasi-périodique.

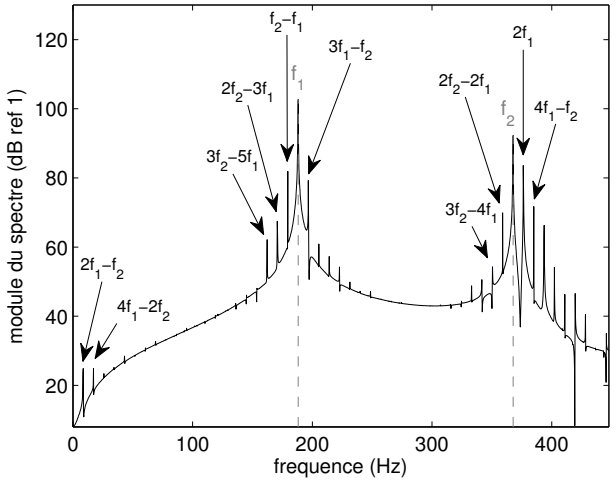


(b) Spectre du son obtenu en simulation ; les combinaisons linéaires des deux fréquences de base $f_1 = 340Hz$ et $f_2 = 1558Hz$ sont mises en évidence.

FIGURE 4.13: Analyse du signal représenté en figure 4.10, obtenu en simulation pour des coefficients modaux correspondant à un doigté de *sol 3* et une pression d'alimentation $P_m = 4900Pa$. Le son rappelle un multiphonique de flûte à bec.



(a) Section de Poincaré : la présence d'une courbe fermée sur elle-même est caractéristique d'un régime quasi-périodique.



(b) Spectre : les combinaisons linéaires des deux fréquences de base $f_1 = 188.2Hz$ et $f_2 = 367.8Hz$ sont mises en évidence.

FIGURE 4.14: Analyse du signal représenté en figure 4.12, obtenu en simulation pour des coefficients modaux correspondants à une flûte chilienne pré-hispanique *puntera* et une pression d'alimentation $P_m = 915Pa$. Le son rappelle un *sonido rajado*.

De la même façon, le spectre du son de synthèse rappelant un multiphonique présente des similarités avec les spectres des multiphoniques étudiés en section 4.1. En particulier, pour les deux sons expérimentaux (figure 4.8) et pour le son de synthèse (figure 4.13b), la seconde fréquence de base, de l'ordre de 1500 Hz, est nettement plus élevée que dans le cas des sonidos rajados. Par ailleurs, dans les trois cas, aucune composante fréquentielle n'émerge du bruit en dessous de $100Hz$, ce qui là encore s'oppose aux caractéristiques des *sonidos rajados*, qui comportent dans tous les cas une composante très basse fréquence.

4.2.3 Discussion

Malgré son aspect générique, et les doutes qui peuvent survenir quant à sa capacité à reproduire le fonctionnement des *flautas de chinos*, le modèle de flûtes de l'état de l'art est capable de produire plusieurs régimes non périodiques, dont les caractéristiques en termes de fréquences de base, d'amplitude et de fréquence de modulation rappellent celles des multiphoniques de flûte à bec d'une part, et celles des *sonidos rajados* de *flautas de chinos* d'autre part. Surtout, l'analyse des spectres et des sections de Poincaré permet d'établir la nature quasi-périodique de ces deux types de régimes. Cette caractéristique étant également mise en évidence pour les sons expérimentaux, cela suggère que la modélisation retenue capture, dans les deux cas, les phénomènes physiques à l'origine de la production de régimes quasi-périodiques. Il devient alors possible d'utiliser ce modèle pour chercher à identifier le mécanisme de génération de ces régimes, et à déterminer s'il est le même pour les multiphoniques et les *sonidos rajados*, ce qui demeure jusqu'ici un problème ouvert [38].

4.3 Mécanisme d'apparition des régimes quasi-périodiques

Si des hypothèses ont été établies quant au mécanisme de génération des multiphoniques, le phénomène qui gouverne la production de *sonido rajado* demeure mal compris [38, 99, 147]. Parce qu'ils donnent accès à une vision plus globale de la dynamique du système et de ses différentes solutions, les diagrammes de bifurcation du modèle sont d'un intérêt particulier pour comprendre l'origine des différents régimes des instruments de musique, comme l'ont démontré notamment les travaux de Karkar [93, 92].

4.3.1 Mécanisme d'apparition des sonidos rajados

Pour le jeu de paramètres donnant naissance en simulation temporelle au son de type *sonido rajado*, le diagramme de bifurcation du modèle est représenté en figure 4.15 en terme de fréquence d'oscillation. La pression d'alimentation P_m, qui est un des principaux paramètres de contrôle du musicien, est choisie comme paramètre de continuation [1]. A $P_m = 900Pa$, valeur pour laquelle le régime non périodique rappelant le *sonido rajado* est observé en simulation temporelle, le diagramme de bifurcation met en évidence l'existence de deux solutions périodiques, correspondant respectivement au premier et au second registres [2]. En ce point, seul le second registre est stable.

La simulation temporelle d'une rampe décroissante de P_m, en partant de 915 Pa (valeur pour laquelle le régime quasi-périodique est observé) fait apparaître plus clairement l'origine du régime quasi-périodique : la vitesse acoustique v_{ac} alors obtenue, représentée en figure 4.16a, montre une

1. Numériquement, la continuation est en fait réalisée en fonction du retard $\tilde{\tau}$, les résultats étant ensuite présentés en fonction de P_m en utilisant la relation de Bernoulli donnée par l'équation 1.2 et la définition du retard (équation 1.5).

2. C'est à dire à des oscillations à des fréquences proches de $\frac{\omega_1}{2\pi}$ et $\frac{\omega_2}{2\pi}$, qui sont respectivement la première et la seconde fréquences de résonance.

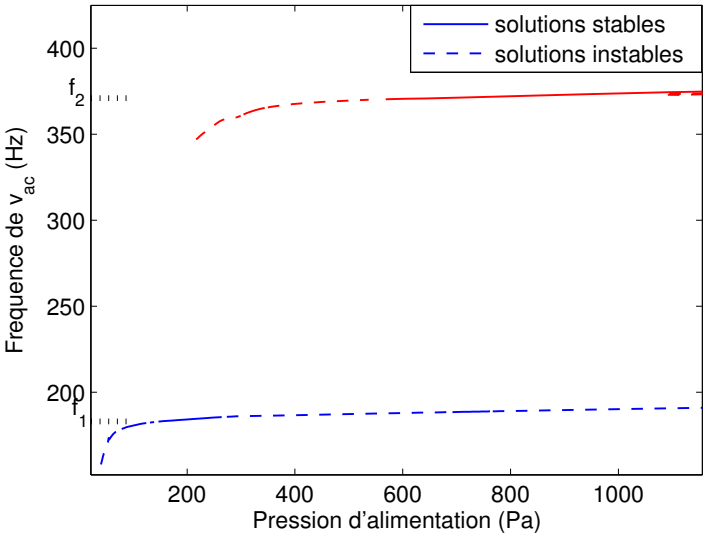
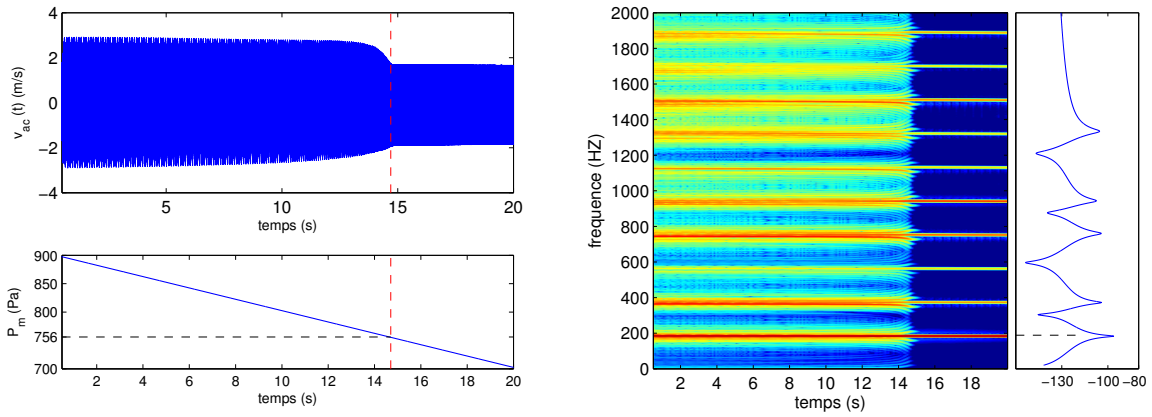


FIGURE 4.15: Diagramme de bifurcation du modèle de flûte pour le jeu de paramètres donnant naissance à un son de type *sonido rajado* (tableau 4.1) : représentation de la fréquence des solutions périodiques en fonction de la pression d'alimentation P_m. Les parties stables des branches sont représentées en traits pleins, les parties instables en pointillés.



(a) Vitesse acoustique v_{ac} (en haut) et pression d'alimentation P_m (en bas) en fonction du temps. Les pointillés indiquent l'instant et la valeur de P_m associés à la transition du régime quasi-périodique vers un régime périodique.

(b) Spectrogramme du signal v_{ac}, et admittance utilisée pour le résonateur. La comparaison de la fréquence fondamentale du régime périodique obtenu pour $t > 14.7s$ avec l'admittance du résonateur permet d'établir que le régime périodique correspond au premier registre.

FIGURE 4.16: Signal v_{ac} obtenu par simulation d'une rampe décroissante de P_m, pour les paramètres donnant naissance à un son de type *sonido rajado* : la diminution de P_m mène à une transition du son quasi-périodique vers un régime périodique. La fréquence d'échantillonnage est de $23 \times 44100Hz$.

transition douce du régime quasi-périodique vers une solution périodique en $P_m = 756Pa$. Le spectrogramme du signal, représenté en figure 4.16b, montre que la solution périodique obtenue correspond au premier registre. La confrontation entre les figures 4.15 et 4.16 suggère alors que le régime quasi-périodique résulte d'un changement de stabilité du premier registre, que le diagramme de bifurcation prédit à $P_m = 761$ Pa.

Bien que les outils de continuation de solutions utilisés ici (voir chapitre 2) ne permettent pas de calculer des branches de solutions quasi-périodiques, une analyse plus précise du mécanisme d'échange de stabilité au point de déstabilisation du premier registre (à $P_m = 761$ Pa) permet de mieux comprendre la naissance de la solution quasi-périodique. Les multiplicateurs de Floquet du système linéarisé autour du premier registre, pour $P_m = 761Pa$ (au point de bifurcation) et pour $P_m = 767Pa$ (juste après le point de bifurcation), représentés en figure 4.17, démontrent en effet que la déstabilisation du premier registre se fait par traversée du cercle unité de deux multiplicateurs de Floquet complexes conjugués, ce qui correspond à une bifurcation de Neimark-Sacker.

Cette analyse permet de confirmer la naissance, au point de bifurcation, d'une branche de solutions quasi-périodiques, qui est stable (et peut donc être observée en simulation) dans le cas où la bifurcation est *directe*. Cette dernière caractéristique est confirmée ici par le résultat de simulation présenté en figure 4.16. De plus, la partie imaginaire des exposants de Floquet donne également accès, comme décrit en section 2.3.4, à la valeur de la nouvelle fréquence introduite dans le système au point de bifurcation. Au point de bifurcation (à $P_m = 761Pa$), les multiplicateurs de Floquet qui traversent le cercle unité valent $\mu_{1,2} = 0.6454 \pm 0.7624i$, et la période est $T = 0.0053s$, ce qui donne les exposants de Floquet suivant :

$$\rho_{m\ 1,2} = \frac{1}{T} ln(\mu_{1,2}) = -0.2083 \pm 163.83i. \tag{4.2}$$

Cette analyse de Floquet prédit donc l'introduction d'une fréquence de modulation $f_{mod} = \frac{|\Im(\rho_{m\ 1,2})|}{2\pi} = 26.07Hz$ en $P_m = 761Pa$. La réalisation, en simulation temporelle, d'une rampe décroissante de pression se terminant par un plateau de pression à $P_m = 762Pa$, juste au-dessus du seuil de transition vers le premier registre, permet d'analyser plus précisément le signal juste avant le changement de régime. Le signal obtenu, représenté en figure 4.18 avec son spectre, présente une fréquence de modulation de $27Hz$.

Le seuil et la fréquence de modulation du régime quasi-périodique observé en simulation diffèrent donc respectivement de 0.66% et 2.3% des valeurs prédites par l'analyse de Floquet. La faiblesse de ces écarts permet de confirmer l'hypothèse selon laquelle le *sonido rajado* correspond à une solution quasi-périodique issue d'une bifurcation de Neimark-Sacker d'un des premiers registres de l'instrument.

4.3.2 Mécanisme d'apparition des multiphoniques de flûte à bec

Comme précédemment, mais cette fois pour le jeu de paramètres donnant naissance, en simulation temporelle, au régime quasi-périodique de type multiphonique, la confrontation entre le diagramme de bifurcations et les résultats de simulations permet de mieux comprendre l'origine du multiphonique.

Le diagramme de bifurcation du modèle pour le doigté de *sol 3* est représenté en figure 4.19, en terme d'évolution de la fréquence des solutions périodiques avec P_m. Il montre l'existence de nombreuses solutions périodiques pour $P_m = 4900$ Pa, valeur à laquelle le régime quasi-périodique est observé en simulation. En ce point, les branches de solutions périodiques correspondant aux premier, second et troisième registres sont instables, alors que les branches associées aux quatrième et cinquième registres sont stables.

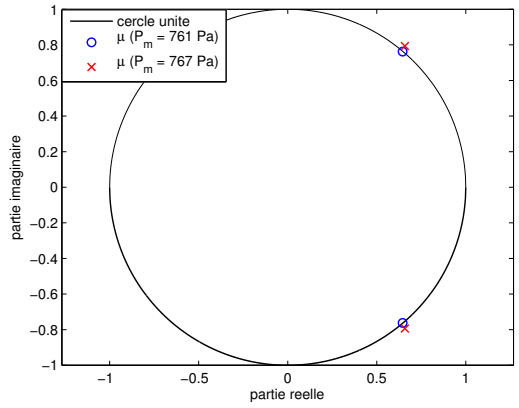


FIGURE 4.17: Représentation dans le plan complexe des multiplicateurs de Floquet associés au premier registre, au point de bifurcation (*i.e.* pour $P_m = 761Pa$, en ronds bleus), et juste après la bifurcation ($P_m = 767Pa$, en croix rouges). Le cercle noir représente le cercle unité. Les paramètres sont identiques à ceux utilisés pour le diagramme de bifurcation 4.15.

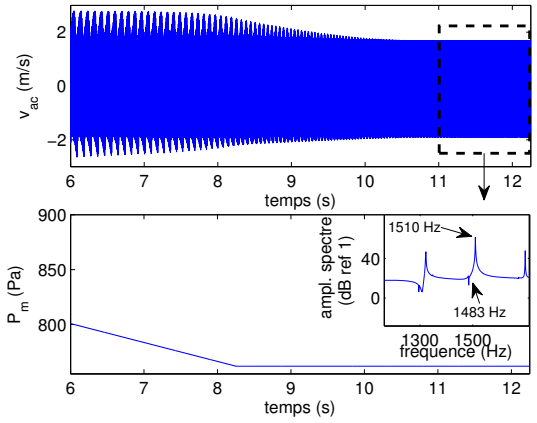


FIGURE 4.18: Signal de vitesse acoustique (en haut) obtenu lors de la simulation temporelle d'une rampe décroissante de P_m (en bas) se terminant par un plateau à $P_m = 762Pa$, juste au-dessus du seuil de transition vers le premier registre prédit par le diagramme de bifurcation 4.15. Juste au-dessus de ce seuil, le spectre met en évidence une fréquence de modulation de $27Hz$. Les paramètres sont identiques à ceux utilisés pour le diagramme de bifurcation 4.15.

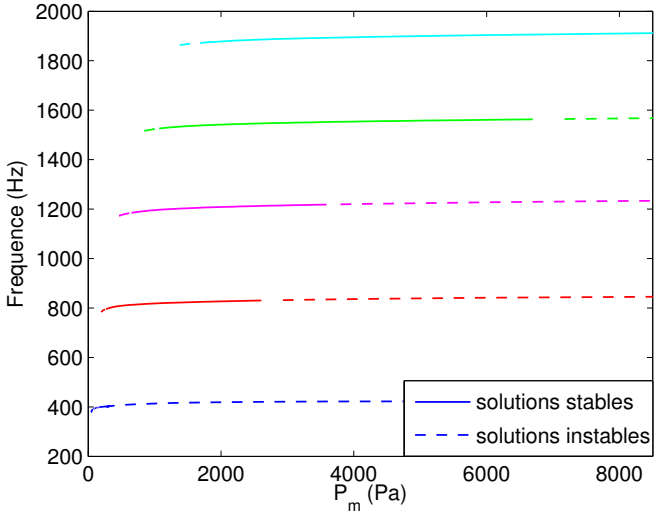
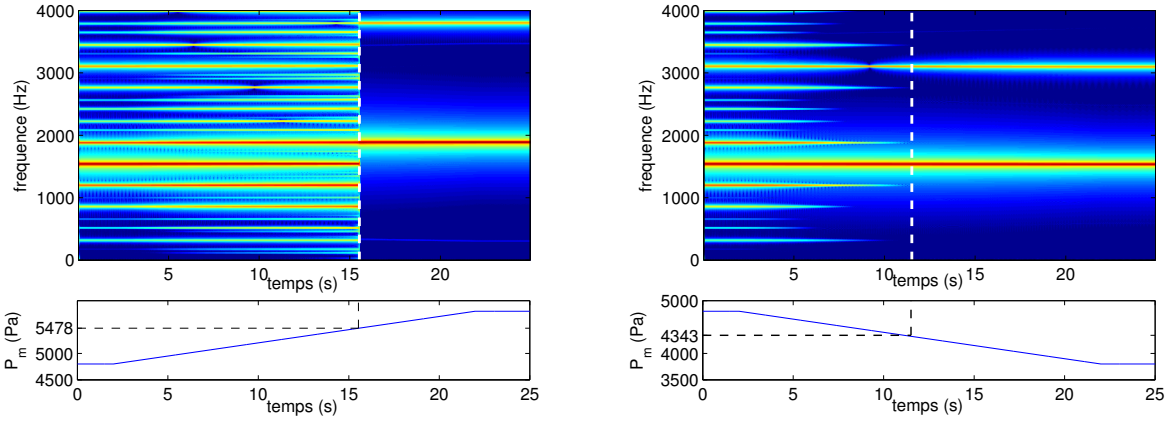


FIGURE 4.19: Diagramme de bifurcation du modèle de flûte pour le jeu de paramètres donnant naissance à un son de type multiphonique (doigté de sol 3) : représentation de la fréquence des solutions périodiques en fonction de la pression d'alimentation P_m. Les parties stables des branches sont représentées en traits pleins, les parties instables en pointillés.



(a) Spectrogramme du signal v_{ac} (en haut) obtenu lors de la simulation d'une rampe croissante de P_m (en bas). Les pointillés mettent en évidence l'instant et la valeur de P_m pour lesquels une transition vers un régime périodique est observée.

(b) Spectrogramme du signal v_{ac} (en haut) obtenu lors de la simulation d'une rampe décroissante de P_m (en bas). Les pointillés mettent en évidence l'instant et la valeur de P_m pour lesquels une transition vers un régime périodique est observée.

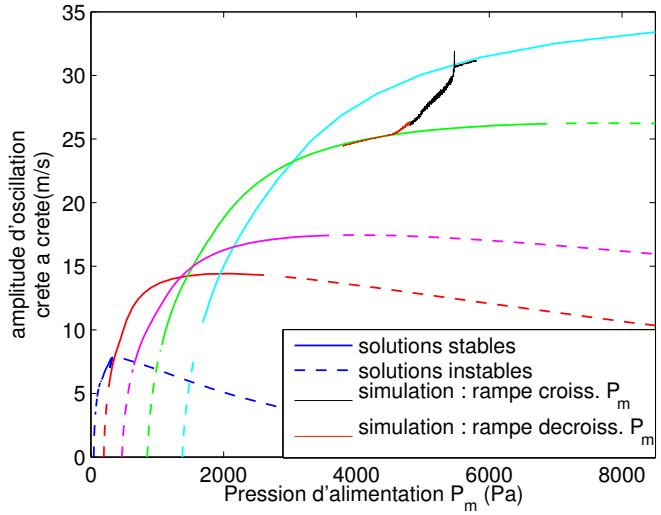
FIGURE 4.20: Simulations de rampes de P_m, afin de déterminer la zone d'observabilité du régime quasi-périodique rappelant un multiphonique de flûte à bec, observé pour les coefficients modaux d'un doigté de *sol 3*. Les simulations sont réalisées à une fréquence d'échantillonage de $25 \times 44100Hz$.

Partant du régime quasi-périodique représenté en figure 4.10, la simulation de rampes croissantes et décroissantes de la pression d'alimentation P_m permet de déterminer les valeurs de ce paramètre pour lesquelles le régime quasi-périodique devient instable ou cesse d'exister. Les spectrogrammes des signaux obtenus avec de telles simulations, présentés en figure 4.20, mettent en évidence que le régime quasi-périodique est stable pour la plage $P_m \in [4343; 5478]Pa$. Au delà de ces valeurs, on observe des transitions vers des régimes périodiques, correspondant au 4ième registre pour la rampe décroissante et au 5ième registre pour la rampe croissante, comme le montre la superposition des résultats de simulation et du diagramme de bifurcation en amplitude (figure 4.21).

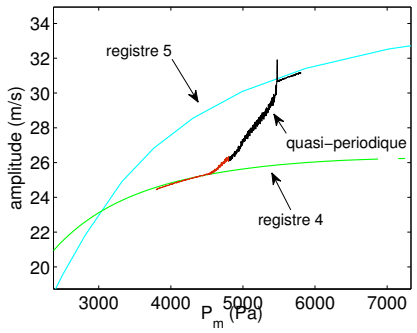
Ce scénario est à première vue moins clair que dans le cas du *sonido rajado* : ici, les valeurs de P_m pour lesquelles le régime quasi-périodique devient instable (ou cesse d'exister) ne correspondent pas à des bifurcations de Neimark-Sacker de branches de solutions périodiques : d'après les diagrammes de bifurcations (figures 4.19 et 4.21a), les registres 4 et 5 sont stables respectivement pour $P_m \in [1069; 6695]Pa$ et $P_m > 1686Pa$.

En simulation, la présence d'hystérésis sur les transitions entre le régime quasi-périodique étudié et les autres régimes d'oscillation confirme que celui-ci n'est pas issu d'une bifurcation de Neimark-Sacker *directe*. En effet, comme le montre la figure 4.22, la réalisation d'une rampe croissante de P_m similaire à celle présentée en figure 4.20a, mais suivie d'une rampe décroissante montre qu'une fois le 5ième registre atteint, la diminution de P_m n'entraîne pas de retour vers le régime quasi-périodique. Le même phénomène est observé pour la transition vers le 4ième registre.

Cependant, le fait qu'une des fréquences de base du régime quasi-périodique ($f_2 = 1558Hz$, mise en évidence en section 4.2) diffère de moins de 0.04% de la fréquence associée au registre 4 (égale à $1557.5Hz$ pour $P_m = 4900Pa$, d'après le diagramme de bifurcation en figure 4.19) suggère qu'il existe un lien entre la branche de solutions périodiques associée au 4ième registre et le régime quasi-périodique. Par ailleurs, l'analyse de Floquet en $P_m = 6695Pa$ permet de



(a) Superposition du diagramme de bifurcation et des résultats de simulations temporelles présentés en figure 4.20.



(b) Zoom de la figure (a).

FIGURE 4.21: Amplitude d'oscillation (crète à crète) de v_{ac}, en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$, pour le doigté de *sol 3*.

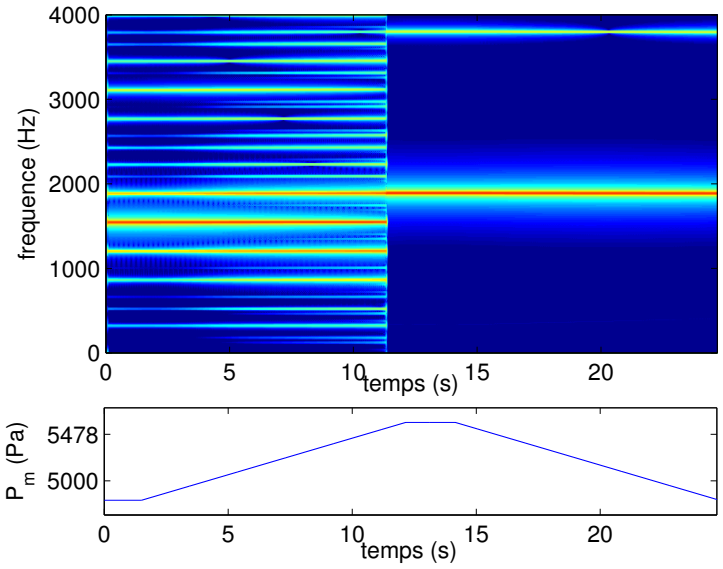


FIGURE 4.22: Spectrogramme du signal v_{ac} (en haut) obtenu lors de la simulation d'une rampe croissante puis décroissante de P_m (en bas), pour les mêmes paramètres qu'en figure 4.20. Le phénomène d'hystérésis se manifeste par le fait que la diminution de P_m n'entraîne pas un retour vers le régime quasi-périodique. La simulation est réalisée à une fréquence d'échantillonage de $25 \times 44100Hz$.

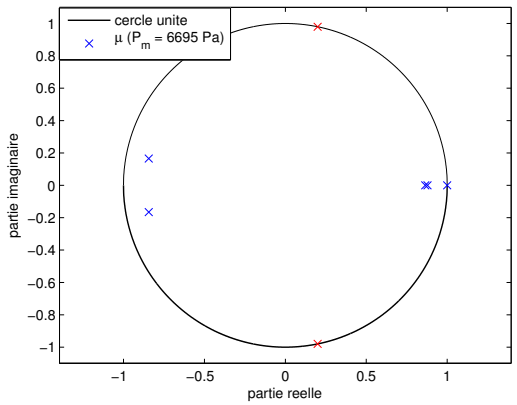


FIGURE 4.23: Représentation dans le plan complexe des multiplicateurs de Floquet au point de déstabilisation du 4ième registre, pour les mêmes paramètres du modèle qu'en figure 4.19 (doigté de *sol 3*). Les multiplicateurs liés à bifurcation de Neimark-Sacker sont représentés en rouge.

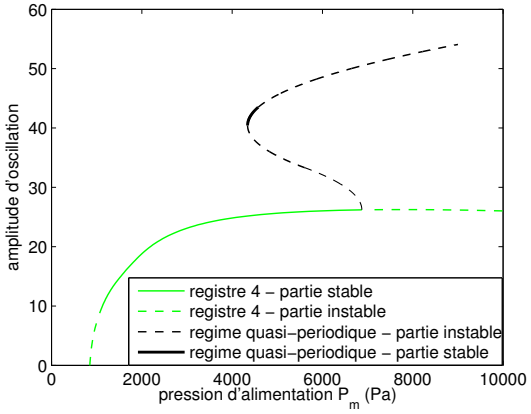


FIGURE 4.24: Représentation schématique d'une bifurcation de Neimark-Sacker *inverse* : au point de bifurcation, la branche de solutions périodiques rencontre une branche de solutions quasi-périodiques instable, qui redevient stable (localement) en son point d'inflexion [105, 134].

déterminer que la déstabilisation du 4ième registre est liée à une bifurcation de Neimark-Sacker, comme le montre la figure 4.23. Les exposants de Floquet $\mu_{1,2}$ associés à cette bifurcation fournissent la valeur de la nouvelle fréquence $\frac{|\Im\mu_{1,2}|}{2\pi} = 340.8Hz$ introduite dans le système en ce point, valeur qui diffère de moins de 0.3% de la seconde fréquence de base du régime quasi-périodique, égale à $340Hz$ (voir section 4.2).

La concordance entre les valeurs des fréquences relevées en simulation d'une part et prédites par l'analyse de Floquet d'autre part, associée au fait que les transitions du régime quasi-périodique vers d'autres régimes présentent des hystérésis, suggèrent fortement que le régime quasi-périodique étudié est issu d'une bifurcation de Neimark-Sacker *inverse* de la solution périodique associée au 4ième registre. La bifurcation étant *inverse*, la branche de solutions quasi-périodiques est instable au point de bifurcation ([105], p. 209), et existe pour des valeurs $P_m < 6995Pa$, comme schématisé sur la figure 4.24. Cependant, rien n'empêche cette branche de devenir ensuite stable sur une certaine plage de P_m (ici pour $P_m \in [4343; 5478]Pa$), permettant ainsi l'observation du régime quasi-périodique en simulation temporelle.

4.3.3 Discussion

Malgré les différences importantes entre les instruments qui les produisent, malgré leurs caractéristiques bien distinctes, et bien qu'ils soient perçus différemment les uns des autres, les *sonidos rajados* de *flautas de chinos* et les multiphoniques de flûtes à bec partagent le même mécanisme d'apparition. Pour les jeux de paramètres permettant de reproduire ces deux phénomènes *a priori* distincts, la comparaison entre diagrammes de bifurcation et résultats de simulation permet de démontrer, dans les deux cas, que le régime quasi-périodique est issu d'une bifurcation de Neimark-Sacker (directe ou indirecte) d'une solution périodique associée à l'un des *registres* de l'instrument. L'analyse du modèle permet de prédire la fréquence de modulation de la solution quasi-périodique, mais également dans certains cas le seuil d'apparition de ce régime. De plus, la valeur de la fréquence de modulation semble dans les deux cas liée à l'un des modes de résonance de l'instrument. En effet, dans le cas du *sonido rajado*, si la première fréquence

de base $f_1 = 188.2Hz$ est celle associée au premier registre (dont le régime quasi-périodique est issu) et est donc proche de la première fréquence de résonance de 183.3 Hz, la seconde fréquence de base $f_2 = 367.8Hz$ relevée en simulation temporelle (section 4.2) est proche de la seconde fréquence de résonance de l'instrument, qui vaut $372.1Hz$ (voir figure 4.11). De la même façon, le son de synthèse de type multiphonique étant issu du 4ième registre, l'une de ses fréquences de base ($f_2 = 1558$ Hz) est proche de la fréquence du 4ième mode de résonance, à 1547 Hz. Il est alors notable que l'autre fréquence de base $f_1 = 340Hz$ du multiphonique est très exactement égale à la différence entre la première fréquence de base et la 5ième fréquence de résonance, égale à $1898Hz$ (voir figure 4.25).

Il n'en reste pas moins que *sonidos rajados* et *multiphoniques* présentent des caractéristiques différentes : l'ordre de grandeur de la fréquence de modulation semble notamment être différent entre les deux types de régimes.

4.4 Lien entre inharmonicité et régimes quasi-périodiques

La nature et le mécanisme de génération des multiphoniques et *sonidos rajados* étant compris, il devient plus facile d'étudier l'influence de différents paramètres sur l'apparition de ces régimes d'oscillation.

Certains paramètres de facture (*i.e.* liés à la géométrie de l'instrument) semblent avoir une influence particulière sur l'apparition de régimes non périodiques. C'est notamment le cas de l'inharmonicité des fréquences de résonance, dont l'influence sur l'apparition de régimes quasi-périodiques a été démontrée dans le cas des instruments à anche [40, 51].

Dans le cas des flûtes, la forme très particulière du résonateur des *flautas de chinos*, combinée au fait qu'elles sont conçues pour produire des sons quasi-périodiques, peut suggérer que cette caractéristique du résonateur favorise la production de *sonidos rajados*. Par ailleurs, les travaux de Blanc [19] et les mesures d'admittance d'entrée réalisées sur ces flûtes [44] mettent en évidence une inharmonicité particulièrement marquée. De la même façon, dans le cas des flûtes à bec, l'utilisation d'une bouche artificielle permet de mettre en évidence que pour des paramètres d'excitation identiques, un doigté produit un régime périodique, alors qu'un autre doigté (correspondant à d'autres caractéristiques du résonateur) produit un régime quasi-périodique. D'après les facteurs de flûtes [22], les doigtés dits *de fourche* (pour lesquels au moins un trou est fermé après un ou plusieurs trous ouverts), connus pour être particulièrement inharmoniques [11, 106] (voir figure 4.25), ont tendance à favoriser l'apparition des multiphoniques. Par ailleurs, des travaux préliminaires sur un modèle très simple, qui peut être vu comme une simplification du modèle de l'état de l'art des instruments de la famille des flûtes, ont démontré l'influence de l'inharmonicité de deux modes de résonance sur l'apparition de régimes non périodiques [139].

Ces différents éléments posent la question de l'influence de l'inharmonicité du résonateur sur les seuils d'apparition des régimes quasi-périodiques. Ceux-ci étant issus de la déstabilisation, *via* une bifurcation de Neimark-Sacker, d'une branche de solutions périodiques, le fait qu'une telle bifurcation survienne pour une faible valeur de la pression d'alimentation P_m favorisera, pour le musicien, l'accès à un son multiphonique, ou de type *sonido rajado*. A l'inverse, si une telle bifurcation ne se produit que pour une valeur de P_m relativement élevée par rapport à la plage de ce paramètre habituellement utilisée, il sera plus facile pour le musicien d'éviter ce type de régime, souvent plutôt considéré comme un défaut. Dans ce cadre, la méthode de continuation de points de bifurcations, détaillée en section 2.3.7 est particulièrement intéressante, dans le sens où elle permet de suivre la valeur de P_m à laquelle survient une bifurcation de Neimark-Sacker donnée en fonction d'un second paramètre du modèle.

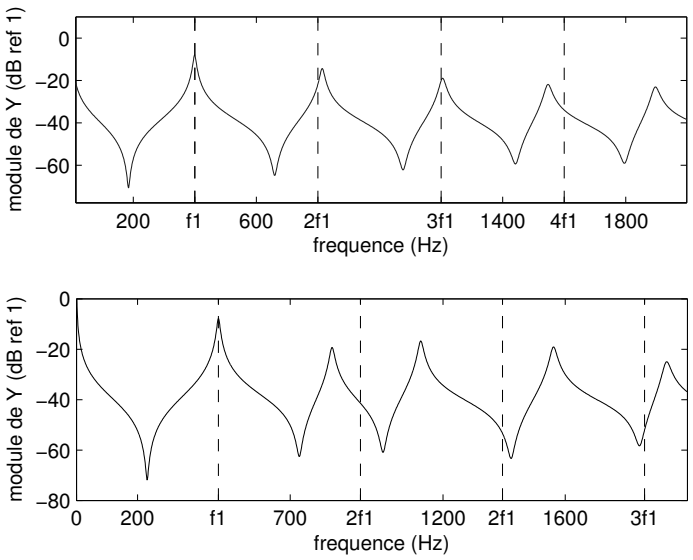


FIGURE 4.25: Module de l'admittance $Y(\omega)$ du résonateur d'une flûte à bec alto Zen-On *Bressan*, calculé avec WIAT [97], pour le doigté de *sol 3* (en haut) et le doigté de *fourche* de *si bémol 3* (en bas). Dans chaque cas, les multiples de la première fréquence de résonance f_1 sont indiqués par des pointillés, mettant en évidence la forte inharmonicité du doigté de fourche : l'inharmonicité associée aux résonances d'ordre 2 à 5 vaut respectivement 1.82%, 0.5%, -3.22% et -5.12% pour le doigté de *sol 3* et -10%, -19.2%, -16%, -16.9% pour le doigté de *si bémol 3*.

4.4.1 Adaptation du modèle : définition d'un paramètre d'inharmonicité globale

Afin d'étudier de façon simplifiée l'influence de l'inharmonicité sur les seuils d'apparition des régimes quasi-périodiques, un *paramètre d'inharmonicité* ζ est introduit, qui caractérise le décalage des fréquences de résonance d'ordre supérieur à 1, par rapport aux multiples de la première fréquence de résonance f_1 :

$$f_n = n \cdot f_1 \times (1 + \zeta); \tag{4.3}$$

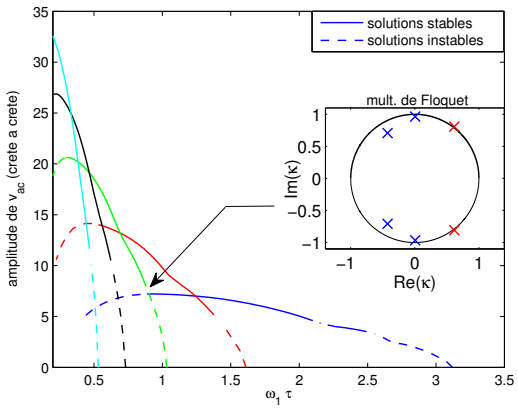
où n est un entier correspondant au rang du mode de résonance considéré. Suivant cette définition, l'inharmonicité, définie pour le $n^{ième}$ mode de résonance par :

$$I_n = \frac{f_n - n \cdot f_1}{n \cdot f_1} \tag{4.4}$$

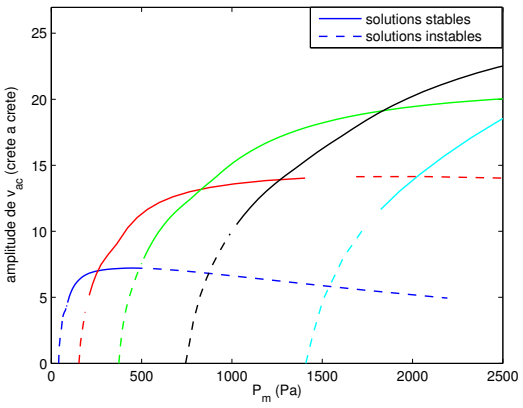
est identique pour toutes les fréquences de résonance : $I_2 = I_3 = \cdots = I_n = \zeta$. Cette situation est bien entendu idéalisée, l'inharmonicité (positive ou négative) ayant plutôt tendance à augmenter avec l'ordre du mode de résonance [30].

4.4.2 Branches de points de bifurcation de Neimark-Sacker

Un premier diagramme de bifurcation, calculé pour une inharmonicité négative de 5% (*i.e.* $\zeta = -0.05$), est représenté en figure 4.26, en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$ et de P_m. La représentation, dans le plan complexe, des multiplicateurs de Floquet responsables de la déstabilisation du premier registre (fenêtre (a) de la figure 4.26a) permet de déterminer que



(a) Diagramme de bifurcation : amplitude d'oscillation en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$. La fenêtre (a) représente, dans le plan complexe, les multiplicateurs de Floquet au point de déstabilisation du premier registre, mettant en évidence la bifurcation de Neimark-Sacker en jeu.



(b) Diagramme de bifurcation : amplitude d'oscillation en fonction de la pression d'alimentation P_m.

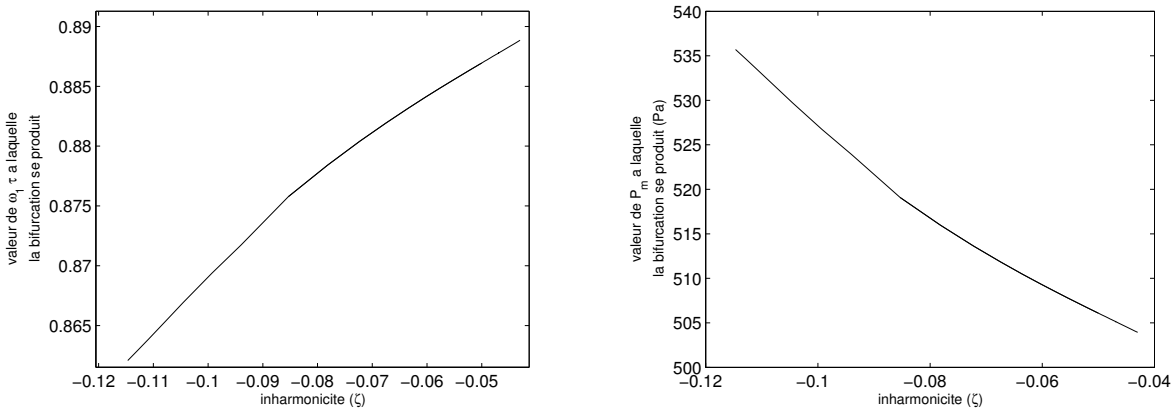
FIGURE 4.26: Diagramme de bifurcation du modèle, pour un résonateur à cinq modes. Les modes 2 à 5 ont chacun une inharmonicité négative de 5% ($\zeta = -0.05$) par rapport à la première fréquence de résonance.

pour cette valeur d'inharmonicité, le premier registre devient instable du fait d'une bifurcation de Neimark-Sacker pour $\tilde{\tau} = 0.88$, soit $P_m = 505Pa$.

Ce point de bifurcation est alors lui-même *continué* en fonction de ζ, qui est choisi comme second paramètre de continuation (voir section 2.3.7). La branche de points de bifurcations de Neimark-Sacker obtenue, représentée en figures 4.27a et 4.27 dans le plan $\zeta - \tilde{\tau}$ et $\zeta - P_m$, donne alors, en fonction de l'inharmonicité, la valeur de $\tilde{\tau}$ (respectivement de P_m) à laquelle intervient la bifurcation de Neimark-Sacker du premier registre, qui peut donner naissance à un régime quasi-périodique.

Ces résultats confirment l'hypothèse de l'influence de l'inharmonicité sur les seuils de bifurcation des régimes périodiques (et donc sur les seuils d'apparition d'éventuels régimes quasi-périodiques) : une inharmonicité négative de 11 % ($\zeta = -0.11$) permet, par rapport à une inharmonicité négative de 4.3%, de modifier le seuil de 6%. On peut noter qu'il serait particulièrement intéressant de connaître l'influence d'une inharmonicité positive. Certains facteurs estiment en effet que son effet n'est pas le même que celui d'une inharmonicité négative. Cependant, nous atteignons là les limites de l'outil mis en place : il arrive qu'en certains points (ici en $\zeta = -0.043$), l'algorithme de continuation échoue à corriger le point voisin du dernier point calculé de la branche. Il n'est alors pas possible d'accéder à une plus large portion de la branche de points de bifurcation.

Cependant, au-delà de confirmer l'influence de l'inharmonicité sur le seuil d'apparition d'un éventuel régime quasi-périodique, les résultats obtenus ici vont dans le sens de l'analyse de certains facteurs. Ainsi, d'après P. Bolton [22], une inharmonicité très faible aura plutôt tendance à donner une note instable, alors qu'une légère inharmonicité négative aura plutôt tendance à la stabiliser. C'est bien ce que l'on observe ici, avec un seuil de bifurcation plus élevé (en pression) pour une inharmonicité négative de 11% que pour une inharmonicité négative de 4.3%.



(a) Représentation de la branche dans le plan $\zeta - \tau$.

(b) Représentation de la branche dans le plan $\zeta - P_m$.

FIGURE 4.27: Branche de bifurcation de Neimark-Sacker, calculée par continuation, à partir du point de bifurcation mis en évidence en figure 4.26a. L'inharmonicité des fréquences de résonance est choisie comme second paramètre de continuation.

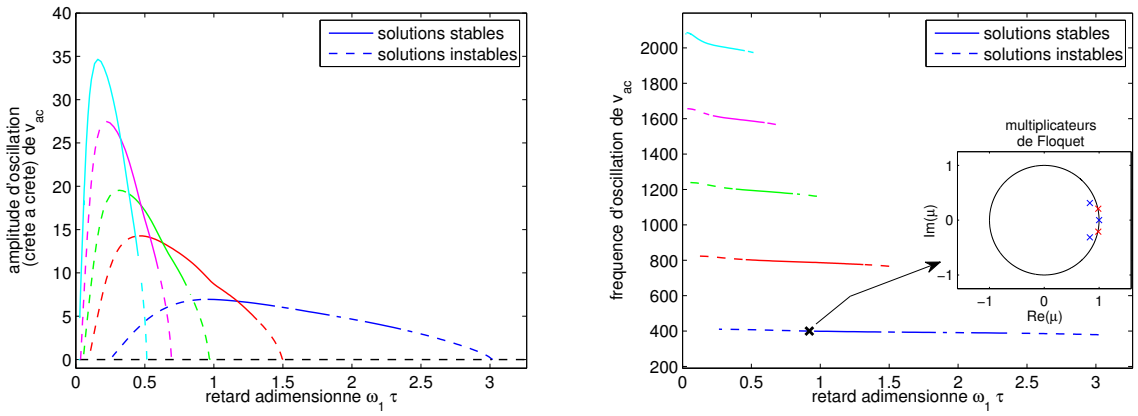
4.5 Inharmonicité, retard, et régimes quasi-périodiques : un éclairage sur le mécanisme d'apparition

4.5.1 Considérations sur la méthode du gain en boucle ouverte

Dans la littérature, différents travaux sur les instruments de la famille des flûtes s'attachent à expliquer ou décrire les différents régimes d'oscillation à travers l'étude du *gain en boucle ouverte* du système. Cette méthode s'appuie sur le critère de stabilité de Barckausen, utilisée notamment en automatique et en électronique, selon lequel un système comprenant une boucle de rétroaction peut auto-osciller si et seulement si son gain en boucle ouverte a un module égal à 1, et une phase multiple entier de 2π (voir section 1.3.6).

Auvray [5] utilise notamment cette approche pour donner une approximation de la fréquence d'oscillation et des seuils de changement de registre. Coltman [36, 38] l'utilise pour expliquer l'origine de certains régimes multiphoniques observés expérimentalement sur des tuyaux d'orgue.

L'analyse du gain en boucle ouverte, qui repose sur une linéarisation du système étudié autour de sa solution statique (non-oscillante), consiste alors à rechercher les instabilités de cette solution statique, qui vont donner naissance à un phénomène d'auto-oscillation. Cette méthode est en fait strictement équivalente à l'analyse de stabilité de la solution statique par recherche des racines de l'équation caractéristique associée au système linéarisé, présentée en section 2.3.4 (on pourra se reporter à l'annexe B pour la démonstration de cette équivalence). Cependant, pour que cette équivalence soit vraie, et donc pour que l'analyse du gain en boucle ouverte soit exacte, il faut la considérer dans le domaine de Laplace, et non dans le domaine de Fourier, comme souvent réalisé dans la littérature. Se placer dans le domaine de Fourier revient à imposer une partie réelle nulle aux valeurs propres λ de l'équation caractéristique 2.17. Au seuil d'oscillation (*i.e.* au seuil d'instabilité de la solution statique), qui correspond à la traversée de l'axe des imaginaires par une ou plusieurs valeurs propres λ, cela n'a bien entendu aucune conséquence (voir section 2.3.4, figure 2.12). En théorie, cette analyse n'est valable qu'au seuil d'oscillation puisque le système est linéarisé autour de la solution statique, et elle peut donc être réalisée dans le domaine de Fourier. Cependant, dès lors que l'on s'intéresse aux informations fournies par cette méthode après le seuil d'oscillation (ou elle n'est théoriquement plus valable),



(a) Amplitude crète à crète des solutions périodiques en fonction du paramètre de continuation $\tilde{\tau}$.

(b) Fréquence des solutions périodiques en fonction du paramètre de continuation $\tilde{\tau}$, et représentation dans le plan complexe des multiplicateurs de Floquet au point de déstabilisation du premier registre, mis en évidence par une croix.

FIGURE 4.28: Diagrammes de bifurcation du modèle de l'état de l'art, pour un résonateur cylindrique de longueur 400mm et de diamètre 16mm, représenté par une somme de 5 modes (plus un mode à fréquence nulle). Les 5 branches de solutions périodiques correspondent aux 5 registres de l'instrument.

comme dans [38] et [5], on a $\Re(\lambda) > 0$, et il convient alors d'étudier le gain en boucle ouverte dans le domaine de Laplace.

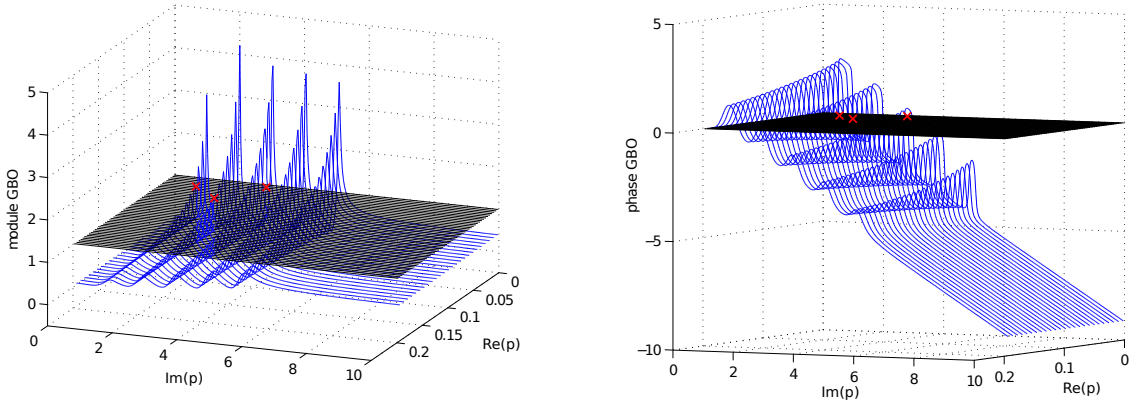
4.5.2 Un éclairage sur l'apparition des régimes quasi-périodiques

Par rapport à la recherche des solutions de l'équation caractéristique, l'analyse du gain en boucle ouverte dans le domaine de Laplace permet d'apporter un autre éclairage, plus intuitif, sur le mécanisme et les causes d'apparition des régimes quasi-périodiques.

Prenons le cas d'un résonateur cylindrique (sans trous de note) de longeur 400 mm et de diamètre 16 mm. Le diagramme de bifurcations du système, représenté en figure 4.28 en terme d'amplitude et de fréquence d'oscillation en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$, met alors en évidence la destabilisation du premier registre, pour $\tilde{\tau} = 0.91$, par une bifurcation de Neimark-Sacker. Au point de bifurcation, une solution quasi-périodique est créée, dont les fréquences de base sont :

- la fréquence d'oscillation du premier registre en ce point, $f_{QP\ 1} = 400.2Hz$.
- la fréquence de modulation introduite dans le système par la bifurcation de Neimark-Sacker, prédite par l'analyse de Floquet : $f_{QP\ 2} = 13.4Hz$.

L'analyse du gain en boucle ouverte au point de bifurcation, à $\tilde{\tau} = 0.91$, apporte un autre éclairage sur l'origine de cette fréquence de modulation $f_{QP\ 2}$ introduite dans le système. Le module et la phase du gain en boucle ouverte sont représentés en figure 4.29 en fonction des parties réelles et imaginaires de la variable de Laplace p. Les conditions d'instabilité de la solution statique (*i.e.* les conditions d'auto-oscillations), $|GBO| = 1$ et $arg(GBO) = m \cdot 2\pi$, avec $m \in \mathbb{N}$, sont respectées à l'intersection des surfaces représentant le module et la phase avec les nappes noires. Les valeurs de p pour lesquelles les deux conditions sont respectées correspondent aux



(a) Représentation du module du gain en boucle ouverte (bleu). La nappe noire représente la condition d'oscillation $|GBO| = 1$.

(b) Représentation de la phase du gain en boucle ouverte (bleu). La nappe noire représente la condition d'oscillation $arg(GBO) = 0$.

FIGURE 4.29: Evolution du gain en boucle ouverte du modèle, en fonction de la partie réelle et de la partie imaginaire de la variable de Laplace p, pour le cas d'un résonateur cylindrique de 400 mm de long et de 16 mm de diamètre. La valeur de $\tilde{\tau}$ est fixée à 0.91. Les points pour lesquels les deux conditions d'auto-oscillation sont respectés sont mis en évidence en rouge.

valeurs propres λ solutions de l'équation caractéristique 2.17, et sont mises en évidence en rouge sur la figure 4.29.

Cette analyse met en évidence l'existence, pour la valeur de P_m considérée, de 3 valeurs de p pour lesquelles le système respecte les conditions d'auto-oscillation. Comme le met plus particulièrement en évidence la figure 4.29a, ces instabilités interviennent respectivement autour des premier, second et troisième mode de résonance du résonateur. L'existence d'une instabilité associée au premier mode de résonance est évidente, puisque sur le diagramme de bifurcation, le point $\tilde{\tau} \leq 0.91$ correspond à la fin de la partie stable du premier registre. Afin de mieux visualiser la seconde de ces instabilités, liée au second mode de résonance, les figures 4.29a et 4.29b sont projetées, respectivement, dans des plans $(\Im(p) - arg(GBO))$ et $(\Im(p) - |GBO|)$, définis par $\Re(p) = \Re(p_2) = 0.05$. Ces projections, représentées en figure 4.30, montrent que la seconde instabilité, liée au second mode de résonane, intervient pour $p_2 = 0.05 + 1.985i$, et introduit donc une instabilité de la solution statique à la fréquence adimensionnée $\tilde{f}_{instab\ 2} = \frac{f_{instab\ 2}}{\omega_1} = \frac{\Im(p_2)}{2\pi}$ (où $\omega_1 = 2\pi \cdot f_1$ est la première pulsation de résonance, voir section 2.3.4), c'est à dire à $f_{instab\ 2} = 784Hz$. La différence $2 \cdot f_{QP\ 1} - f_{instab\ 2} = 2 \times 400.2 - 784 = 16.4Hz$ entre cette fréquence et le double de la fréquence d'oscillation du premier registre (liée à la première instabilité) diffère de moins de 3 Hz de la fréquence de modulation $f_{QP\ 2}$ introduite, selon la théorie de Floquet, au point de bifurcation de Neimark-Sacker.

Cette concordance entre la fréquence de modulation prédite par l'analyse de Floquet et les fréquences associées aux instabilités de la solution statique (prédites par l'analyse du gain en boucle ouverte) permet d'apporter un autre regard sur le mécanisme de génération des régimes quasi-périodiques, qui rejoint celui proposé par Coltman [38] : ces régimes sont liés à un phénomène de battement généré par la différence entre la fréquence d'un harmonique de la première fréquence d'oscillation et la fréquence d'une seconde instabilité de la solution statique. De façon simplifiée, on peut interpréter le phénomène de la façon suivante : des auto-oscillations peuvent s'établir dans l'instrument pour deux fréquences non multiples l'une de l'autre, qui "interfèrent" alors et donnent naissance à un régime quasi-périodique.

Cette analyse du gain en boucle ouverte, bien qu'elle ne soit en théorie plus valable loin des

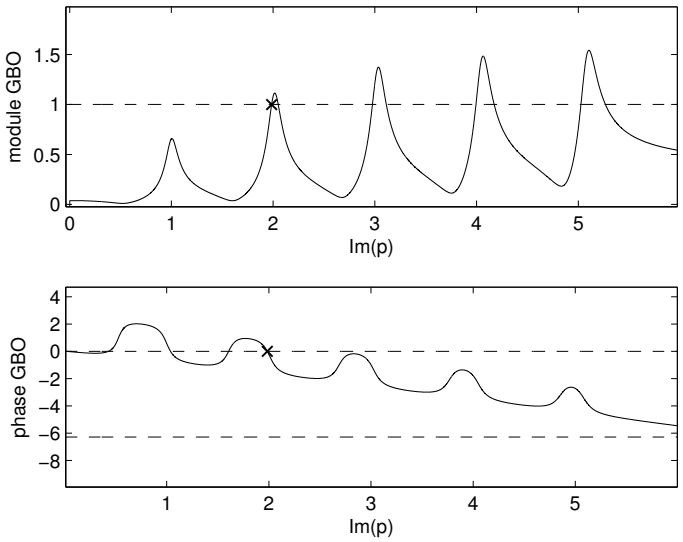


FIGURE 4.30: Représentation du module (en haut) et de la phase (en bas) du gain en boucle ouverte du modèle, pour les mêmes paramètres qu'en figure 4.29, mais pour une valeur fixé $\Re(p) = 0.05$. Le point pour lequel les deux conditions d'auto-oscillation sont respectées est mis en évidence par une croix.

seuils d'oscillation, fournit donc des informations valables même loin de son domaine de validité, en donnant des estimations relativement précises des fréquences d'oscillation et de modulation des régimes périodiques et quasi-périodiques. Ces observations rejoignent celles de Auvray [5] et Coltman [38]. Si ce point de vue est particulièrement intéressant pour mieux comprendre les mécanismes qui sous-tendent certains phénomènes, il ne permet pas pour autant de s'affranchir de l'analyse du système non linéaire complet. D'une part la prédiction des fréquences et des seuils est bien sûr plus précise lorsque l'analyse de Floquet est utilisée (c'est à dire une analyse de stabilité par linéarisation autour de la solution périodique étudiée - voir section 2.3.4). Surtout, si l'étude du gain en boucle ouverte permet de mettre en évidence les instabilités de la solution statique, c'est à dire la présence de solutions périodiques, elle ne donne aucune information sur la stabilité de ces solutions périodiques ou quasi-périodiques. Notamment, si l'on s'est focalisé ici sur deux instabilités de la solution statique (*i.e.* deux valeurs de p pour lesquelles le gain en boucle ouverte vérifie les conditions énoncées plus haut), un retour vers la figure 4.29 rappelle qu'il existe trois instabilités pour la valeur de $\tilde{\tau}$ (et donc de P_m) considérée. Si l'on reproduit la même analyse que celle que l'on vient de détailler sur cette troisième valeur de p, on arrive à la conclusion qu'il pourrait éventuellement exister, aux mêmes valeurs de paramètres, d'autres régimes quasi-périodiques, avec d'autres fréquences de base. L'analyse linéaire ne permet pas à elle seule de déterminer quels régimes quasi-périodiques existent, ni quels régimes sont stables. Si l'on revient maintenant vers le diagramme de bifurcation donné en figure 4.28, on peut remarquer que cette troisième instabilité de la solution statique en $\tilde{\tau} = 0.9143$ se manifeste par l'existence, en ce point, d'une branche de solutions périodiques liée au troisième registre.

Du rôle de l'inharmonicité

L'interprétation donnée au paragraphe précédent du mécanisme de génération des régimes quasi-périodiques permet d'expliquer le rôle important de l'inharmonicité sur les caractéristiques

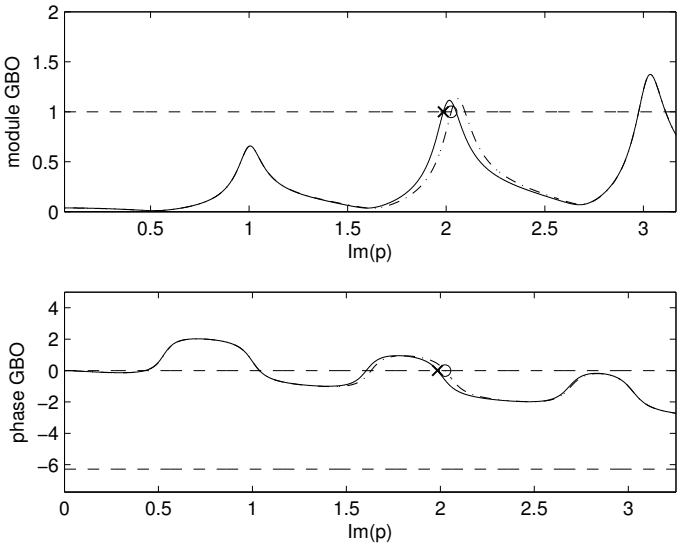
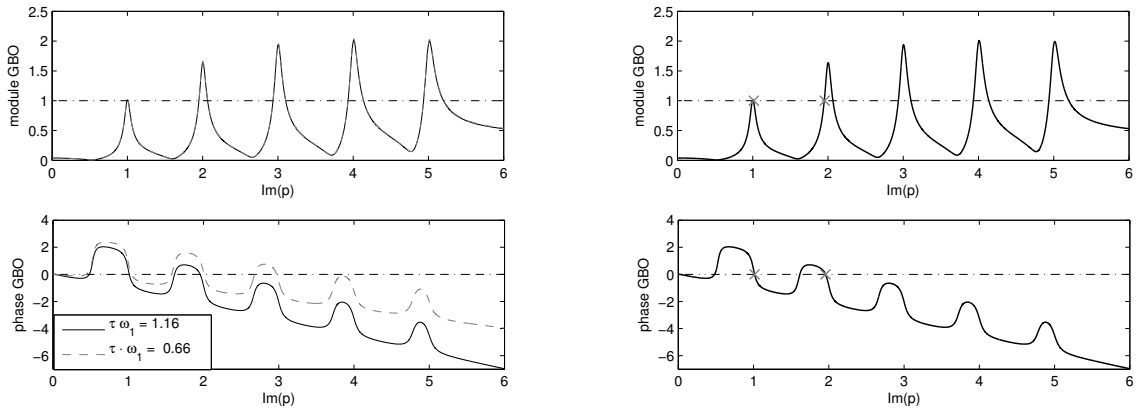


FIGURE 4.31: Représentation du module (en haut) et de la phase (en bas) du gain en boucle ouverte du modèle en $\tilde{\tau} = 0.91$, pour une valeur fixé $\Re(p) = 0.05$. La courbe en trait plein est identique à celle représentée en figure 4.30 (l'inharmonicité du second mode de résonance est alors de 2.6%). La courbe en pointillés présente le même résultat pour une inharmonicité légèrement augmentée (5%) du second mode de résonance.

de ces régimes. En effet, la modification du rapport des fréquences de résonance implique d'une part la modification des seuils (valeurs de $\tilde{\tau}$) pour lesquels les conditions d'auto-oscillation sur le GBO vont être réunies, mais a également une influence sur les fréquences liées à ces instabilités de la solution statique. L'inharmonicité a ainsi des conséquences sur le rapport des fréquences introduites dans le système : si celles-ci sont dans un rapport entier, le système pourra générer un régime périodique ; si elles sont dans un rapport quasi-entier, un phénomène d'accrochage de fréquence pourra survenir facilement [13], menant également à un régime périodique. A l'inverse, dans le cas d'un rapport non entier, il y a possibilité d'apparition d'un régime quasi-périodique. Cette influence de l'inharmonicité est illustrée en figure 4.31, qui représente à la fois le diagramme déjà présenté en figure 4.30 et le même diagramme pour une valeur de la seconde fréquence de résonance légèrement plus élevée. Seule l'inharmonicité du second mode de résonance est donc modifiée, passant de 2.6% pour la courbe en trait plein, à 5% pour la courbe en pointillés. Comme précédemment, les points pour lesquels les conditions d'auto-oscillation sont respectées sont mis en évidence par des cercles et des croix. Là où la première situation (inharmonicité de 2.6%) entraîne la production d'un régime quasi-périodique, comme illustré plus haut, on constate que dans le cas d'une inharmonicité de 5%, la seconde instabilité introduit une fréquence de $800Hz$, égale au double de la fréquence liée à la première instabilité (qui elle n'est pas modifiée par rapport au cas précédent). Dans ce second cas, on peut supposer qu'aucun régime quasi-périodique ne puisse être généré, en simulation, pour cette valeur de $\tilde{\tau}$.

Cette analyse permet de comprendre de façon plus intuitive les résultats sur l'influence de l'inharmonicité sur le seuil de déstabilisation du premier registre - et d'apparition d'un régime quasi-périodique - obtenus en section 4.4. Ces différents résultats ne doivent cependant pas être comparés quantitativement : par souci de simplicité, seule l'inharmonicité du second mode de résonance a été modifiée dans l'exemple traité ici. A l'inverse, en section 4.4, l'inharmonicité des cinq modes de résonance pris en compte était modifiée simultanément.



(a) Illustration de l'influence du retard $\tilde{\tau}$ sur le module (en haut) et la phase (en bas) du gain en boucle ouverte du modèle, représentés pour une valeur fixe $\Re(p) = 0.029$, et pour deux valeurs de $\tilde{\tau}$. Le retard n'a d'influence que sur la phase.

(b) Module (en haut) et phase (en bas) du gain en boucle ouverte représentés pour $\Re(p) = 0.0029$ dans le cas d'un résonateur parfaitement harmonique. Les points auxquels les conditions d'instabilité du système linéarisé sont vérifiées sont mis en évidence par des croix.

FIGURE 4.32: Représentation du gain en boucle ouverte du modèle en fonction de la partie imaginaire de la variable de Laplace p.

Du rôle du retard

L'interprétation proposée ici permet également de comprendre comment la présence d'un retard dans le modèle de flûte peut être liée à la génération de multiphoniques, ou, en d'autres termes, de comprendre comment une flûte parfaitement harmonique peut générer un régime quasi-périodique.

L'expression analytique du gain en boucle ouverte (équation B.13, développée en annexe B) :

$$GBO = p \cdot \frac{\rho h \omega_1 \delta_d e^{\alpha_i W}}{W} \left[1 - tanh^2 \left(-\frac{y_0}{b} \right) \right] \cdot Y(p) \cdot e^{-p\tilde{\tau}}. \tag{4.5}$$

met en évidence l'influence du retard sur la phase du gain en boucle ouverte. A l'inverse, le retard n'a pas d'influence sur la valeur du module du gain en boucle ouverte. Cette influence est illustrée en figure 4.32a, représentant le module et la phase du GBO pour deux valeurs différentes du retard, pour une partie réelle de p fixe et dans le cas (idéal) d'un résonateur parfaitement harmonique.

La figure 4.32b illustre le rôle du retard dans la génération de régimes quasi-périodiques dans un système parfaitement harmonique. Cette analyse du gain en boucle ouverte pour $\tilde{\tau} = 1.16$ (toujours dans le cas d'un résonateur parfaitement harmonique) met en évidence deux valeurs de p (ayant la même partie réelle $\Re(p) = 0.029$) pour lesquelles les conditions d'instabilité de la solution statique sont vérifiées. Ces instabilités interviennent pour des parties imaginaires de p valant 1.014 et 1.956, correspondant respectivement à des fréquences de $400.2Hz$ et $772Hz$, qui ne sont pas dans un rapport harmonique, et sont donc susceptibles de donner naissance à un régime quasi-périodique. Plus précisément, la contribution du retard à la valeur de la phase du gain en boucle ouverte étant dépendante de la fréquence (*i.e.* de la partie imaginaire de p), les conditions d'auto-oscillations peuvent être vérifiées sur le premier mode pour une fréquence légèrement supérieure à la première fréquence de résonance (égale à 395 Hz en figure 4.32b), tout en étant vérifiées sur un mode supérieur pour une fréquence inférieure à la fréquence de résonance. C'est ce que l'on observe en figure 4.32b : autour du second mode, les conditions

d'auto-oscillation sont vérifiées pour une fréquence de $772Hz$, alors que la fréquence de résonance de ce second mode est égale au double de la première fréquence de résonance, soit $790Hz$.

Bien que les résultats quantitatifs soient à prendre avec précaution du fait de la linéarisation autour de la solution statique à laquelle cette méthode fait appel, l'analyse du gain en boucle ouverte permet, comme dans le cas de l'inharmonicité, de donner une interprétation relativement intuitive du rôle du retard dans la génération de régimes quasi-périodiques. Cela permet notamment de montrer qu'une flûte possédant un résonateur parfaitement harmonique (ou une inharmonicité très faible, pour un cas non idéal), peut théoriquement produire des multiphoniques. Du point de vue de la facture instrumentale, cela introduit une difficulté supplémentaire pour le facteur, dans le sens où la réduction de l'inharmonicité ne suffit pas nécessairement à éviter la production de tels sons. Cette analyse rejoint le constat de Philippe Bolton, facteur de flûtes à bec : d'après lui, un doigté parfaitement harmonique n'est pas gage de stabilité du premier registre, et donne naissance à des *notes qui roulent* (*i.e.* qui présentent une modulation), correspondantes à des régimes quasi-périodiques. Au contraire, il cherche plutôt à obtenir des doigtés légèrement inharmoniques, de façon à *stabiliser* le premier registre [23].

4.6 Conclusion

Au-delà des régimes périodiques le plus souvent recherchés, les instruments de la famille des flûtes produisent différents types de régimes non périodiques. C'est le cas par exemple des *multiphoniques* de flûtes à bec, et des *sonidos rajados* produits par les flûtes pré-hispaniques du centre du Chili. Ces régimes non périodiques ont été étudiés dans différents travaux, mais aucune étude ne s'est à notre connaissance attachée à déterminer leur nature précise. La mise en place de différents outils dédiés à l'analyse de signaux non périodiques permet ici de déterminer que ces deux types de sons, malgré leurs différences perceptives, sont quasi-périodiques.

La compréhension du mécanisme d'apparition de ces deux types de régimes passe par l'utilisation d'un modèle physique de l'instrument. Si la capacité du modèle de l'état de l'art présenté au chapitre 1 à reproduire différents aspects du comportement des flûtes à bec est bien établie, ce n'est en revanche pas le cas pour les *flautas de chinos*. L'implémentation d'une simulation temporelle en temps réel du modèle permet de produire deux types de régimes non périodiques, qui rappellent perceptivement les multiphoniques de flûtes à bec d'une part et les *sonido rajado* d'autre part. Là encore, l'utilisation d'outils dédiés à l'analyse de sons non périodiques démontre d'une part que ces régimes sont bien quasi-périodiques, et d'autre part qu'ils partagent certaines des caractéristiques des sons réels (telles que l'importance de la modulation d'amplitude, ou l'ordre de grandeur des fréquences de base).

Une fois qu'est établie la capacité du modèle à reproduire les deux types de régimes étudiés ici, l'analyse des diagrammes de bifurcation du modèle permet de mieux comprendre l'origine de ces deux régimes quasi-périodiques. En particulier, la question de savoir si le mécanisme était identique dans les deux cas demeurait jusqu'ici ouverte [38]. Cette approche permet de déterminer que dans les deux cas, les régimes quasi-périodiques sont issus d'une bifurcation de Neimark-Sacker d'une branche de solutions périodiques. Même si les *causes* de l'introduction d'une nouvelle fréquence dans le système ne sont pas nécessairement identiques, le *mécanisme* est bien le même.

Enfin, l'utilisation d'outils numériques permettant de suivre l'évolution du point de bifurcation de Neimark-Sacker [3] en fonction de l'inharmonicité des fréquences de résonance permet d'établir et de caractériser l'influence de ce paramètre sur le *seuil* d'apparition éventuelle d'un régime quasi-périodique. Malgré les simplifications que comporte cette analyse (qui suppose un

3. auquel la branche de solutions quasi-périodiques apparaît

inharmonicité identique sur toutes les fréquences de résonance), les résultats démontrent le lien entre inharmonicité et *multiphoniques*, et vont dans le sens de l'analyse d'un facteur de flûtes à bec [22].

Chapitre 5

Géométrie du canal des flûtes à bec et notion *d'ouverture de l'instrument*

Sommaire

5.1 Introduction 101
5.2 Protocole expérimental 103
5.3 Influence de différents éléments géométriques *mesurables* 109
5.4 Notion d'ouverture de l'instrument 120
5.5 Quel *optimum* le facteur recherche-t-il ? 127
5.6 Discussion et Conclusions 134

5.1 Introduction

Partant de l'observation de régimes d'oscillation bien particuliers - les régimes quasi-périodiques - on s'est attaché dans le chapitre précédent à en expliquer le mécanisme d'apparition, puis à étudier le lien entre leur existence et l'inharmonicité, paramètre de facture lié à la géométrie du résonateur de l'instrument. La posture adoptée dans les travaux présentés dans ce chapitre est légèrement différente dans le sens où elle consiste à étudier, en collaboration avec le facteur de flûtes à bec Philippe Bolton, l'influence de paramètres jugés importants par les facteurs d'instruments et les musiciens sur les régimes d'oscillation et le fonctionnement de l'instrument.

Dans les flûtes à bec, la géométrie du *canal* dans lequel le musicien souffle, et dont la géométrie est représentée schématiquement en figure 5.1, est pour le facteur un point particulièrement sensible, qui conditionne très fortement le bon fonctionnement de l'instrument. Dans d'autres flûtes, comme par exemple les flûtes traversières, ce canal est formé par les lèvres de l'instrumentiste, qui a donc toute liberté d'en adapter la géométrie pour chaque note. A l'inverse, dans les flûtes à bec, sa géométrie est fixée une fois pour toute par le facteur d'instruments au moment de la fabrication. Celui-ci doit donc trouver un compromis qui permettra à l'instrument de fonctionner, avec un canal unique, sur toute la tessiture de l'instrument.

Comme pour tout instrument de musique, la forme du canal adoptée aujourd'hui est le fruit d'un long processus d'essai-erreur réalisé au cours des siècles par les facteurs d'instruments. Si les facteurs d'aujourd'hui *savent* qu'il leur faut réaliser certains détails géométriques (tels le biseautage de la sortie du canal qui constitue les *chanfreins*) pour que l'instrument puisse être

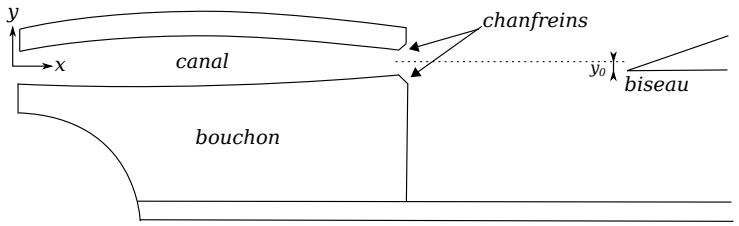


FIGURE 5.1: Représentation schématique de la géométrie d'une tête de flûte à bec (coupe transversale). La partie basse du canal est délimitée par le *bouchon* (ou *bloc*), qui est une pièce amovible de l'instrument. Les facteurs de flûtes à bec s'accordent sur l'importance des chanfreins d'une part, et de la convergence et de la voûte du canal suivant l'axe x d'autre part.

joué, le rôle et l'influence de chacune de ces caractéristiques géométriques sur les mécanismes physiques responsables de la production du son dans l'instrument demeurent mal connus.

Au cours de la fabrication d'un instrument, le facteur ne donne sa géométrie finale au canal qu'en dernier lieu, lors de *l'harmonisation* de l'instrument [22, 18]. Il joue alors simultanément sur différents éléments de géométrie, afin d'obtenir de l'instrument le comportement qu'il recherche. Cette étape de fabrication, au cours de laquelle le facteur *façonne le son* de l'instrument, apparaît alors particulièrement délicate : les modifications de géométrie y sont tellement fines que le facteur ne peut se baser uniquement sur des mesures géométriques connues, qu'il utiliserait pour chaque nouvel instrument. S'il s'appuie sur une géométrie "de départ", il doit ensuite ajuster les différentes dimensions d'après ses connaissances empiriques. Tout semble alors affaire de compromis entre les différentes dimensions, et donc également entre les différentes caractéristiques du son obtenu. A cette étape, alors que l'instrument est presque terminé, il est possible, par une modification minime de la géométrie du canal, de rendre un instrument inutilisable, et c'est alors toute la *tête* de l'instrument qui est à refaire.

Les détails de la géométrie du canal constituent également un choix de facture, propre à chaque facteur d'instruments : s'ils s'accordent sur le fait que la géométrie du canal a une grande influence, et que certaines caractéristiques (telles la convergence, la voûte ou les chanfreins) sont indispensables, ils adoptent souvent des réglages bien différents les uns des autres (voir par exemple [121]).

Ces choix de géométrie semblent notamment liés aux notions *d'ouverture* et de *résistance* de l'instrument, souvent évoquées par les musiciens : les instruments d'un facteur seront jugés particulièrement *fermés (résistants)*, alors que ceux d'un autre facteur seront jugés particulièrement *ouverts*. Plutôt qu'un jugement sur la qualité de la flûte, il semble qu'il soit là encore surtout question de préférence personnelle, certains flûtistes préférant jouer des instruments dits *fermés*, alors que d'autres préfèrent des flûtes plus *ouvertes*. Bien que cette notion *d'ouverture/résistance* ne soit à l'heure actuelle pas caractérisée d'un point de vue scientitique, il semble, d'après les propos de différents facteurs et musiciens rapportés par Ségoufin [121], qu'un instrument plus fermé (plus résistant) soit plus facile à contrôler pour le musicien, mais offre moins de liberté dans le jeu, en termes de nuances et de timbre. A l'inverse, un canal plus ouvert est jugé plus difficile à contrôler, mais offre au musicien une plus grande liberté dans son jeu.

Du point de vue du scientifique, il peut être *a priori* surprenant de constater que des différences géométriques qui peuvent paraître assez minimes soient si importantes pour facteurs et musiciens. Différents travaux se sont attachés à étudier le rôle de certains points de géométrie du canal. Ségoufin *et al.* [121, 123, 122] se sont notamment intéressés à l'influence de la longueur et de la convergence du canal et à la présence de chanfreins sur différents phénomènes physiques à l'oeuvre dans les flûtes :

- les propriétés du jet en sortie du canal, tels que le profil de vitesse,
- les propriétés des régimes périodiques (seuils de transitions entre régimes, fréquence, contenu spectral),
- le mécanisme d'interaction entre le jet et le biseau.

Blanc [20, 18] a par la suite approfondi l'étude de l'influence de la géométrie de sortie du canal (présence ou non de chanfreins, et forme de ces chanfreins) sur la formation du jet et sur l'interaction entre champ acoustique et jet (ce qui est en général appelé *réceptivité* - voir chapitre 1).

Bien que ces travaux se soient aussi attachés à établir des liens entre la géométrie du canal et les caractéristiques des différents régimes d'oscillation, ils se concentrent principalement sur l'étude de l'influence de cette géométrie sur les propriétés du jet instable impliqué dans le mécanisme excitateur des flûtes. A l'inverse, on s'intéresse ici uniquement aux caractéristiques des régimes d'oscillation de l'instrument. Bien évidemment, l'influence d'une géométrie sur le comportement du jet et sur le son sont très étroitement liées l'une à l'autre. A l'heure actuelle, il semble cependant particulièrement complexe de prédire les propriétés du son produit à partir de la connaissance du comportement du jet, ou inversement de remonter à la dynamique du jet connaissant le son produit. Nous cherchons donc plutôt ici à comprendre l'action du facteur d'instruments : quelles propriétés sonores recherche-t-il et pourquoi effectue-t-il une action donnée ? Plus largement, les différents paramètres importants qui lui sont essentiels ont-ils une influence mesurable en laboratoire, ou bien ont-ils principalement une influence sur le ressenti du musicien lors du jeu ?

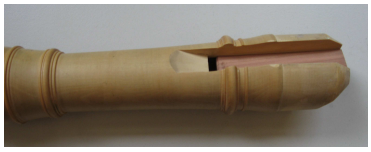
Dans le cadre d'une telle étude, la collaboration avec un facteur de flûtes apparaît particulièrement intéressante - voire indispensable - dans la mesure où elle permet de bénéficier de son expérience, de ses analyses, et de ses questionnements. D'autre part, il devient ainsi possible d'étudier des profils géométriques de canaux qui ne soient pas excessivement simplifiés, caricaturaux, pour se concentrer sur des géométries qui ont un sens pour le facteur de flûtes. Les travaux présentés ici ont été réalisés en étroite collaboration avec le facteur de flûtes à bec Philippe Bolton. Les expériences étant alors réalisées sur un instrument réel, et non sur une maquette ou sur un instrument simplifié, cela permet d'une part de mieux appréhender l'influence de la géométrie du canal sur le comportement de l'instrument et sur les possibilités laissées au musicien, et d'autre part de mettre en évidence les propriétés recherchées par le facteur, ainsi que les compromis auxquels il ne peut échapper.

5.2 Protocole expérimental

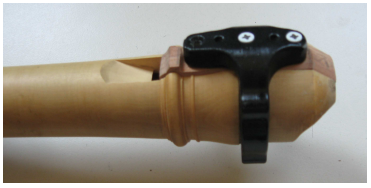
D'après les facteurs, un canal de flûte à bec présente classiquement différentes propriétés géométriques, illustrées en figure 5.1 :

- une convergence longitudinale, le canal étant moins haut en sortie qu'en entrée.
- une faible convergence transversale, le canal étant légèrement moins large en sortie qu'en entrée.
- une voûte dans le sens longitudinal, à la fois sur sa partie inférieure et sa partie supérieure. La concavité du bouchon est cependant moins marquée que celle de la partie haute du canal. D'après Philippe Bolton, il s'agit principalement d'éviter que le bouchon ne soit convexe, ce qui est considéré comme un défaut important de l'instrument [22].

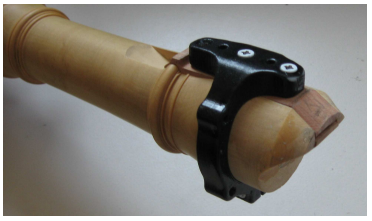
FIGURE 5.2: Flûte alto fabriquée par Philippe Bolton, la partie haute du canal a été évidée, de façon à pouvoir y insérer différentes pièces hautes (amovibles) de canal.



(a) Tête de la flûte évidée, sans pièce de canal.



(b) Une des pièces hautes de canal est en place, maintenue en place par l'anneau noir.



(c) Même situation qu'en 5.3b. L'entrée du canal est visible à droite.

FIGURE 5.3: Tête de la flûte permettant de modifier la partie haute du canal.

- des chanfreins en sortie du canal, qui forment avec l'axe du canal un angle d'environ 45° sur une profondeur d'environ $1mm$.

Dans un instrument classique, le bouchon, qui délimite le bas du canal, est amovible. Il est donc possible, sans modifier aucune autre caractéristique de l'instrument, de changer la géométrie de cette partie du canal en créant plusieurs bouchons différents, qui pourront être intervertis. Le cas de la partie haute du canal est plus délicat, puisque cette partie est directement taillée dans la tête de l'instrument. Sur un instrument réalisé à la main par un facteur, il est en effet impossible de disposer de plusieurs têtes de flûtes identiques, sur lesquelles il serait possible de ne modifier que la partie haute du canal. Un instrument a donc été spécialement conçu pour cette étude, dans lequel la pièce qui constitue la partie haute du canal est amovible. Comme pour le bouchon, différentes pièces peuvent donc être interverties.

Un modèle de flûte à bec alto couramment réalisé par Philippe Bolton (flûte alto en fa *d'après Bizey*, diapason 392 Hz) a été adapté à cet effet : la partie de la tête qui constitue normalement la partie haute du canal est ici évidée (figures 5.2 et 5.3a), de façon à pouvoir y insérer différentes pièces amovibles, qui sont maintenues en place grâce à une pièce conçue par V. Long et O. Pot (Service d'Etude et Réalisations Mécaniques du LMA) et réalisée à l'imprimante 3D (figures 5.3b et 5.3c). Cette pièce assure également que chaque pièce haute de canal (que l'on appellera *pièce haute* dans la suite de ce chapitre) peut être repositionnée toujours de la même façon par rapport à la pièce basse du canal (bouchon).

Par combinaison de différents bouchons et de différentes pièces hautes, il est alors possible de modifier considérablement la géométrie du canal, tout en conservant exactement le même instrument par ailleurs.

Différents couples de pièces ont alors été conçus, dans le but d'une part d'étudier l'influence de certains points précis de géométrie du canal (convergence, voûte, chanfreins), et d'autres part, de tenter de caractériser la notion *d'ouverture* évoquée par facteurs et musiciens. Certaines dimensions sont cependant fixées, et sont donc identiques quel que soit le couple de pièces considéré :

- la longueur du canal, égale à 66.5 mm
- la distance W entre la sortie du canal et le biseau, égale à 4.7 mm.
- la largeur du canal en entrée et en sortie, et par conséquent sa convergence transversale : la largeur est fixée à 14.5 mm en entrée et à 12.95 mm en sortie.

Cinq types de canaux ont été étudiés, dont les représentations schématiques et les dimensions sont données dans les tableaux 5.1 et 5.2 :

- un canal *optimal* pour P. Bolton, c'est à dire un canal qui correspond à celui qu'il aurait réalisé dans le cas d'une flûte destinée à être jouée par un flûtiste professionnel. Munie de ces pièces de canal, la flûte correspond donc à un instrument non modifié, avec une hauteur de canal de 0.9mm en sortie et de 1.6mm en entrée.
- un canal *droit*, c'est à dire non convergent et sans voûte. Ce canal a donc une hauteur constante de 0.9mm le long de l'axe x, identique à la hauteur de sortie du canal *optimal*. Par ailleurs, le décalage y_0 entre le bas du canal et le biseau (voir figure 5.1), paramètre connu pour avoir une influence importante sur le timbre [74], est lui aussi fixé de la même façon que pour le canal optimal.
- un canal *convergent*, sans voûte, qui présente la même section d'entrée et la même section de sortie que le canal *optimal*. Là encore, la valeur de y_0 est identique à celle choisie pour le canal *optimal*.
- un canal *jouable*, c'est à dire que l'on pourrait éventuellement trouver sur un instrument de facteur, mais qui est jugé par le facteur *plus fermé* que le canal optimal réalisé précédemment.
- un autre canal *jouable*, mais qui est cette fois jugé par le facteur *plus ouvert* que le canal optimal réalisé précédemment.

Parmi ces canaux, on peut noter que le canal droit et le canal convergent ne pourraient pas être observés sur des flûtes de facteur, dans le sens où ils font abstraction de certains éléments de géométrie communément admis comme indispensables. S'il arrive de trouver ces types de canaux sur des instruments bas de gamme fabriqués en grande série, ils permettent surtout ici d'étudier le rôle de la convergence et de la voûte. A l'inverse, on peut trouver les trois autres canaux (optimal, plus fermé et plus ouvert) sur des instruments destinés à être joués par des flûtistes professionnels. Ils correspondent simplement à des choix de facture différents. Deux groupes de canaux sont donc étudiés séparément dans les sections 5.3 et 5.4 de ce chapitre. Le premier groupe, qui comprend le canal droit, le canal convergent et le canal optimal, permet d'étudier l'influence d'éléments géométriques objectifs et mesurables. Le second groupe, qui comprend le canal optimal, le canal plus fermé et le canal plus ouvert est lui conçu dans le but de tenter de caractériser la notion *d'ouverture de l'instrument*. Suivant cette catégorisation, l'étude de l'influence des chanfreins rentre dans le premier groupe. Bien que largement étudiés par Blanc [18, 20], cette étude offre l'occasion d'observer leur rôle sur plusieurs canaux différents, et sur un instrument réalisé par un facteur. Pour l'ensemble des canaux, une série de mesures a donc systématiquement été réalisée avant et après la taille des chanfreins.

En complément de ces deux aspects, différentes séries de mesures ont également été réalisées en laboratoire au cours de la réalisation du canal *optimal*. Plutôt que de lier de façon précise un élément géométrique à des propriétés sonores, l'objectif ici est plutôt de tenter de déterminer ce que cherche à obtenir le facteur, ce vers quoi il tend lors de la taille du canal, et les critères sur lesquels il s'appuie. Ces travaux sont présentés en section 5.5

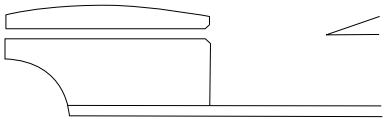
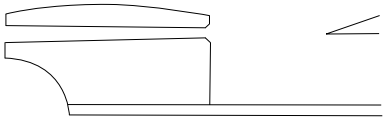
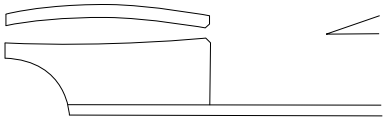
canal droit		$h_e = 0.9mm$ $h_s = 0.9mm$ $y_0 = -0.35mm$
canal convergent		$h_e = 1.6mm$ $h_s = 0.9mm$ $y_0 = -0.35mm$
canal *optimal*		$h_e = 1.6mm$ $h_s = 0.9mm$ $y_0 = -0.35mm$

TABLE 5.1: Représentation schématique et dimensions des canaux du groupe 1, étudiés en section 5.3. h_e est la hauteur du canal en entrée (*i.e.* du coté du musicien), h_s est la hauteur du canal en sortie (*i.e.* du côté du biseau), et y_0 le décalage (transversal) du biseau par rapport à l'axe x (voir figure 5.1).

canal plus fermé		$h_e = 1.4mm$ $h_s = 0.7mm$ $y_0 = -0.35mm$
canal *optimal*		$h_e = 1.6mm$ $h_s = 0.9mm$ $y_0 = -0.35mm$
canal plus ouvert		$h_e = 1.7mm$ $h_s = 1.1mm$ $y_0 = -0.35mm$

TABLE 5.2: Représentation schématique et dimensions des canaux du groupe 2, étudiés en section 5.4. h_e est la hauteur du canal en entrée (*i.e.* du coté du musicien), h_s est la hauteur du canal en sortie (*i.e.* du côté du biseau), et y_0 le décalage (transversal) du biseau par rapport à l'axe x (voir figure 5.1).

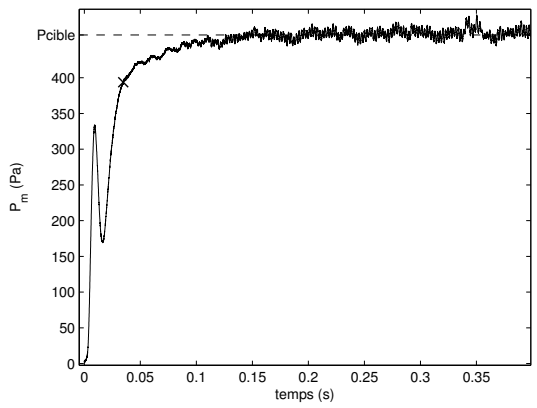


FIGURE 5.4: Exemple d'un signal P_m obtenu lors de la réalisation d'échelons de pression à la bouche artificielle, pour une pente maximale de la tension alimentant l'électrovanne fixée à 20 V/s (cas d'une *attaque lente*). P_{cible} représente la valeur de pression atteinte à la fin de l'échelon, et la croix indique le *temps de montée*, auquel P_m est égal à 90% de P_{cible}.

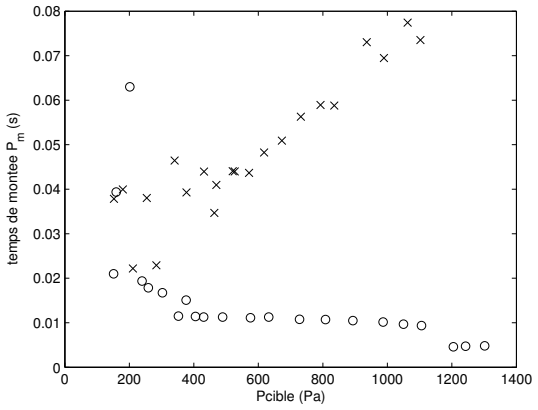


FIGURE 5.5: Temps de montée de P_m mesurés lors de la réalisation à la bouche artificielle d'échelons de P_m, représentés en fonction de la pression cible P_{cible} de l'échelon. Les attaques lentes sont représentées par des croix et les attaques rapides par des cercles. Ces mesures ont été réalisés pour le canal droit, sur un doigté de si bémol, et le temps de montée est défini comme le temps après lequel P_m diffère de P_{cible} par moins de 10%.

L'utilisation de la bouche artificielle asservie en pression décrite au chapitre 3 permet de caractériser le comportement de l'instrument, de façon objective, pour chaque configuration du canal. Pour chaque étape de conception du canal optimal, et pour chacun des autres canaux, différents profils de la pression d'alimentation P_m sont réalisés, au cours desquels la pression interne (sous le biseau), le débit d'air entrant dans l'instrument et le son rayonné sont mesurés :

- des rampes croissantes et décroissantes de P_m, évoluant entre 20 à 920 Pa avec une pente $a = 30Pa/s$.
- des montée rapides de P_m suivies d'un plateau, simulant des transitoires d'attaques, pour deux temps de montée de P_m différents. La figure 5.4 présente l'allure typique d'un signal P_m ainsi obtenu. Les temps caractéristiques de ces attaques étant trop courts pour que l'asservissement puisse fonctionner, il est important de noter qu'il n'est pas possible de contrôler et de reproduire précisément deux fois la même attaque, contrairement à ce qui est possible pour les rampes. L'électrovanne contrôlant la pression dans la bouche fonctionne alors *en boucle ouverte*, c'est à dire sans boucle de rétroaction (voir chapitre 3). Cependant, il est possible de contrôler la pente maximale de la tension électrique envoyée à l'amplificateur de puissance fournissant un courant à l'électrovanne. Ce courant contrôlant directement l'ouverture de l'électrovanne et donc le débit d'air injecté dans l'instrument (voir chapitre 3), il est possible, par suite, de limiter le temps de montée de P_m. Ici, le fait de fixer la pente maximale de la tension à 20 V/s puis à 250 V/s permet d'obtenir des temps de montée de P_m qualitativement différents, l'un correspondant à une attaque *lente* et l'autre à une attaque *rapide*.

Cette série de mesures est à chaque fois réalisée pour trois doigtés (une tablature des doigtés de la flûte à bec est donnée en annexe D). Ces trois doigtés sont associés à trois notes différentes :

un doigté de fa 3, un doigté de *si bémol* 3, qui est un doigté de fourche, c'est à dire qu'il présente un trou fermé après un trou ouvert, et un doigté de *sol dièse* 4. Le choix de ces trois doigtés se fonde sur le fait qu'ils présentent des comportements différents, permettant d'explorer l'influence de la géométrie du canal sur différents phénomènes : lorsque P_m augmente, le doigté de fa 3 correspond généralement au cas classique d'une transition vers une note à l'octave supérieure, le doigté de *si bémol* 3 est connu pour présenter une transition vers un régime quasi-périodique (voir chapitre 4), alors que le doigté de *sol dièse* 4 est connu pour favoriser l'apparition de régimes éoliens (voir section 1.3.6).

5.3 Influence de différents éléments géométriques *mesurables*

5.3.1 Influence de la convergence et de la voûte du canal

Dans le but de mieux appréhender le rôle de la convergence et de la voûte du canal, éléments géométriques considérés comme indispensables par les facteurs, les trois canaux suivants sont comparés entre eux :

- le canal *optimal*.
- le canal droit, de même section de sortie que le canal optimal.
- le canal convergent, de mêmes sections d'entrée et de sortie que le canal optimal.

Caractéristique débit-pression

Le fait que la géométrie du canal semble étroitement liée aux notions d'ouverture et de résistance (qui seront étudiées plus en détails par la suite), mais également le fait que les musiciens affirment percevoir les modifications de géométrie internes du canal [113] amènent, de façon assez intuitive, à étudier l'influence de la géométrie interne du canal sur la relation entre le pression imposée dans la bouche du musicien et le débit d'air traversant le canal. De la même façon qu'une personne qui souffle dans deux pailles de sections différentes est capable de ressentir cette différence de section, il paraît en effet naturel que le flûtiste soit capable de différencier deux canaux qui présentent une caractéristique pression-débit différent.

Les caractéristiques pression - débit mesurées pour les trois canaux de ce premier groupe lors de la réalisation de rampes de pression à la bouche artificielle, sont représentées en figure 5.6.

Ces résultats montrent que les caractéristiques géométriques du canal en amont de la sortie du canal ne semblent avoir que peu d'influence : l'écart relatif entre les différentes courbes demeure, mis à part pour les très faibles valeurs de pression, inférieur à 10 %. Les trois canaux présentant la même géométrie en sortie du canal, il semble plutôt que seule cette caractéristique influe sur la relation pression-débit. Par ailleurs, il est intéressant de noter que la relation de Bernoulli (stationnaire) :

$$U_j = \sqrt{\frac{2}{\rho} P_m}; \tag{5.1}$$

souvent utilisée pour déterminer la vitesse de jet U_j, et par suite le débit $Q = S_s \cdot U_j$ (avec S_s la section de sortie du canal) en fonction de la pression d'alimentation P_m, n'est ici qu'une approximation très grossière des résultats obtenus expérimentalement, avec des écarts relatifs supérieurs à 30% pour les plus grandes valeurs de P_m. L'écart est imputable au développement des couches limites le long des parois du canal. Les travaux de Ségoufin [121] montrent cependant que la résolution des *équations de Navier-Stockes réduites* (RNS) permet d'approcher de manière beaucoup plus précise la relation pression-débit.

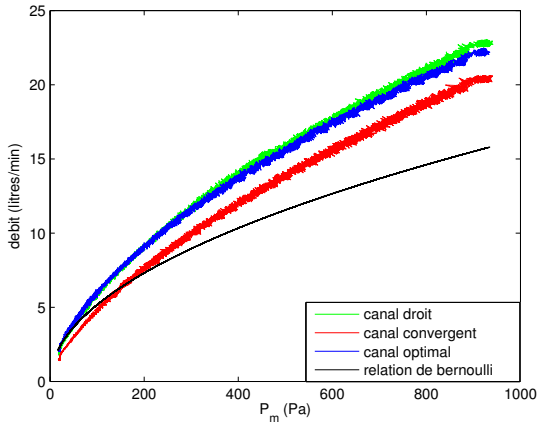


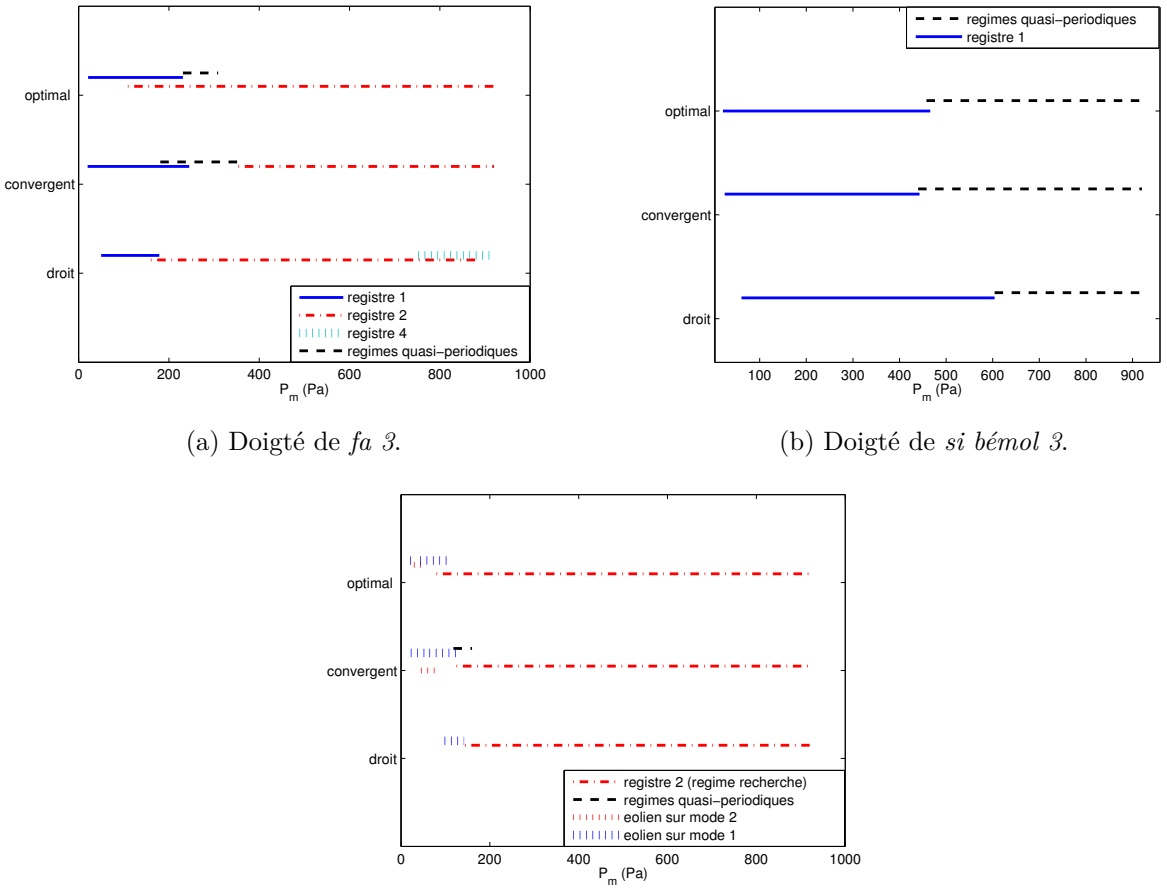
FIGURE 5.6: Débit d'air traversant le canal, représenté en fonction de la pression P_m mesurée dans la bouche artificielle. La courbe jaune représente une valeur théorique du débit, calculée par la relation de Bernoulli à partir de la valeur de P_m et de la section de sortie du canal, identique pour les trois canaux étudiés ici.

Zones de stabilité des différents régimes

D'après Philippe Bolton [22], la géométrie du canal influe fortement sur la *stabilité* des différentes notes, propriété particulièrement importante pour le musicien. L'influence de la longueur du canal et de la présence de chanfreins sur la stabilité du premier registre ont notamment été mis en évidence par Ségoufin [121]. Pour les trois canaux étudiés ici, les zones de stabilité des différents régimes d'oscillation observés lors de rampes croissantes et décroissantes de P_m réalisées à la bouche artificielle sont comparées en figure 5.7. Ces résultats mettent en évidence la forte influence de la convergence et de la voûte du canal sur ces zones de stabilité.

Chacune des figures 5.7a 5.7b et 5.7c correspond à l'un des trois doigtés étudiés, cités plus haut, et représente pour chacun des trois canaux la zone de P_m sur laquelle les différents régimes observés sont stables. Dans la mesure où, dans certains cas, les zones de stabilité des différents régimes se recouvrent (ce qui correspond à l'hystérésis observée entre rampes croissantes et décroissantes de P_m), ces figures peuvent se lire comme les diagrammes de bifurcation présentés dans les chapitres précédents. Comme décrit précédemment, le système reste sur un régime donné tant que celui-ci demeure stable. Considérons par exemple en figure 5.7a le cas du canal droit, pour le doigté de *fa 3* : partant du premier registre (en bleu) lors d'une rampe croissante de P_m, celui-ci est observé jusqu'à $P_m = 180Pa$, après quoi le système saute vers le second registre (en rouge). L'instrument demeure sur ce second registre jusqu'à $P_m = 890Pa$, où l'on observe une transition vers le 4ème registre. Partant de ce point, lorsqu'une rampe décroissante de P_m est réalisée, l'instrument demeure sur le registre 4 jusqu'à $P_m = 750Pa$, point auquel il revient vers le second registre pour y rester jusqu'à $P_m = 160Pa$, avant de rejoindre le premier registre, qui est observable jusqu'à $P_m = 50Pa$. Cette représentation permet de distinguer les seuils *montants* et *descendants* au niveau des transitions entre régimes oscillants, mais pas l'hystérésis au niveau du seuil d'oscillation du premier registre.

La comparaison des différents canaux pour les trois doigtés étudiés permet de mettre en évidence que l'introduction d'une convergence dans le canal permet d'abaisser le seuil du registre recherché lors de l'utilisation de chaque doigté, c'est à dire du premier registre (en bleu) pour le *fa 3* et le *si bémol 3*, et le second registre (en rouge) pour le sol dièse 4. Cette extension de la zone de stabilité vers les faibles valeurs de P_m permet ainsi au musicien d'atteindre des nuances



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

(c) Doigté de *sol dièse 4*.

FIGURE 5.7: Représentation des zones de stabilité des différents régimes d'oscillation observés lors de réalisation de rampes de P_m à la bouche artificielle, pour chacun des trois canaux étudiés ici, et pour trois doigtés différents.

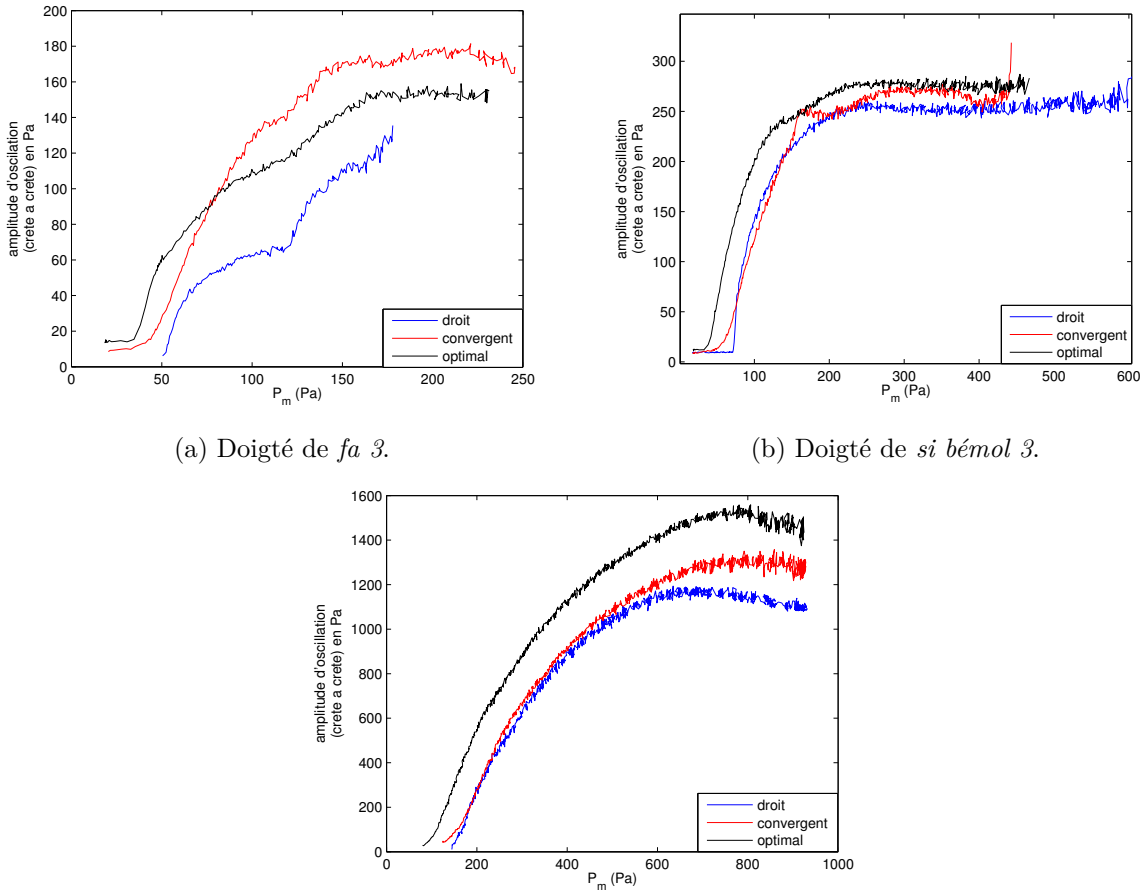
piano auxquelles il n'a pas accès avec un canal entièrement droit. L'ajout de la convergence semble également favoriser l'apparition de régimes quasi-périodiques (en noir), ce qui est le plus souvent considéré comme un défaut de l'instrument. Notamment, cela a pour conséquence de diminuer, pour le doigté de si bémol, le seuil de transition du premier registre vers le régime quasi-périodique, réduisant ainsi la possibilité pour le musicien de jouer cette note *forte*. Si les régimes éoliens, représentés en pointillés, sont favorisés pour le doigté de sol dièse, il ne perturbent pas nécessairement le musicien, dans la mesure où ils apparaissent pour des valeurs de P_m globalement plus basses que celles utilisées par le musicien pour ce doigté, qui semblent être comprises entre $250Pa$ et $1000Pa$ [79].

Le fait d'ajouter une voûte au canal a pour conséquence de diminuer encore le seuil d'apparition du registre recherché, élargissant ainsi la plage de P_m sur laquelle le musicien peut le jouer, et donc ses possibilités musicales en terme de nuances et de contrôle du timbre. Par ailleurs, cette étape permet également d'élargir (voire de faire apparaître) les hystérésis entre les différents régimes. Pour le musicien, la présence d'une hystérésis est doublement importante : elle lui permet d'une part de pouvoir jouer à la fois fort sur un régime tout en jouant plus doucement sur un autre, et lui assure d'autre part, une fois un régime donné atteint, de ne pas retourner immédiatement vers le régime *de départ*. La présence d'une voûte permet également

de réduire les plages d'existence des régimes quasi-périodiques intermédiaires (c'est à dire qui apparaissent au niveau de la transition entre deux régimes périodiques), qui étaient apparus avec la convergence, et qui sont le plus souvent indésirables.

Amplitude d'oscillation sur le registre principal

Dans un souci de clarté, on s'intéresse uniquement, en terme d'amplitude, au registre *a priori* recherché pour les doigtés étudiés, c'est à dire à celui qui correspond à la note que le musicien recherche en utilisant chaque doigté (appelé dans la suite de ce chapitre *registre principal*). Les amplitudes d'oscillation obtenues sur le premier registre pour les doigtés de *fa 3* et *si bémol 3*, et sur le second registre pour le doigté de *sol dièse 4* sont donc comparées en figure 5.8.



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

(c) Doigté de *sol dièse 4*.

FIGURE 5.8: Représentation de l'amplitude du registre principal en fonction de P_m, pour chacun des trois canaux étudiés, et pour trois doigtés différents.

Cette comparaison met dans un premier temps en évidence que l'influence des différents éléments de géométrie étudiés ici est plus ou moins marquée selon les doigtés considérés. Si la convergence n'a qu'une influence très faible sur l'amplitude pour les doigtés de si bémol et de sol dièse, elle permet, pour le doigté de fa, d'atteindre des amplitudes jusqu'à 7 dB supérieures. De la même façon, l'ajout de la voûte ne joue que peu sur l'amplitude d'oscillation du si bémol, et ne modifie l'amplitude du fa et du sol dièse que de 1 à 2 dB. En revanche, il est notable que l'ajout de la voûte, en diminuant le seuil d'apparition du registre recherché, déplace la caractéristique liant

la pression acoustique (mesurée dans l'instrument) et la pression d'alimentation vers les plus petites valeurs de P_m. Pour les trois doigtés étudiés ici, le musicien accède ainsi à une amplitude proche de l'amplitude maximale pour une plus petite valeur de P_m. Ceci est interprétable en termes de vitesse de phase de convection des perturbations sur le jet. En effet, comme l'a montré Ségoufin [121], la convergence du canal affecte le profil de vitesse du jet en sortie du canal, qui passe d'un profil de type Bickley ($U(y) = U_j sech^2(y/b)$ où U_j est la vitesse *centrale* du jet) à un profil de type Nolle ($U(y) = U_j sech^2(y/b)^n$ avec 2<n<5). La résolution de l'équation de Rayleigh, qui permet d'étudier la stabilité du jet issu du canal (voir chapitre 1) montre alors que la convergence augmente la vitesse de phase de convection des perturbations sur le jet. La valeur du retard (liée au temps de convection des perturbation le long du jet depuis la sortie du canal jusqu'au biseau) est donc affectée, ce qui a naturellement pour conséquence de *décaler* les plages de fonctionnement de l'instrument.

Fréquence de jeu sur le registre principal

Comme pour l'amplitude, on s'intéresse uniquement ici à l'influence de la géométrie du canal sur la fréquence de jeu du registre principal, qui est liée aux problématiques de *justesse* qui pourront être rencontrées par le musicien, et qui sont connues pour être particulièrement sensibles dans les flûtes.

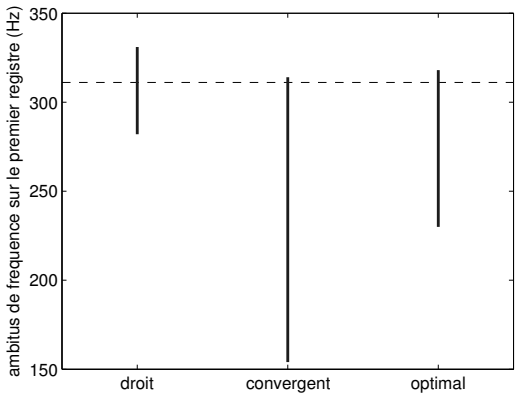
Les figures 5.9a, 5.9b et 5.9c, représentant l'ambitus du glissement de fréquence observé sur le registre principal pour chacun des trois canaux, mettent en évidence le rôle particulièrement important de la convergence (pour les doigtés de fa et de si bémol) et de la voûte (pour le sol dièse) sur l'ambitus du glissement de fréquence. Ce glissement de fréquence est une caractéristique bien connue des instruments de la famille des flûtes (voir par exemple [34, 101]), et est responsable de la difficulté, pour les musiciens, à jouer *juste* sur un large éventail de nuances.

Cependant, si les canaux convergent et voûté présentent, aux faibles valeurs de P_m, des glissements de fréquence plus importants que le canal droit, l'observation des figures 5.10 met en évidence que la présence de la voûte permet d'augmenter la pente de ce glissement de fréquence, par rapport au cas du canal convergent. La voûte permet ainsi de se stabiliser plus rapidement autour de la fréquence théorique de la note recherchée (indiquée en pointillés sur les figures 5.10a, 5.10b et 5.10c), et fournit au musicien une plus large zone de P_m sur laquelle il peut jouer juste. Ainsi, pour le doigté de *fa*, la plage de P_m sur laquelle la fréquence est plus d'un quart de ton plus basse que la fréquence théorique (*i.e.* inférieure à 97 % de la fréquence théorique) représente 20 % de la plage totale de P_m [1] dans le cas du canal convergent, mais seulement 10 % de la plage totale de P_m pour le canal voûté. De la même façon, pour le doigté de si bémol, les plages de P_m pour lesquelles la fréquence est inférieure à 97 % de la fréquence théorique représentent respectivement 15% et 6% de la plage totale de P_m pour le canal convergent et le canal voûté. Pour le doigté de sol dièse, ces plages sont équivalentes pour les deux canaux (6% dans les deux cas), le fait que le glissement de fréquence soit plus important pour le canal voûté montre bien, là encore, que la voûte augmente la pente du glissement de fréquence.

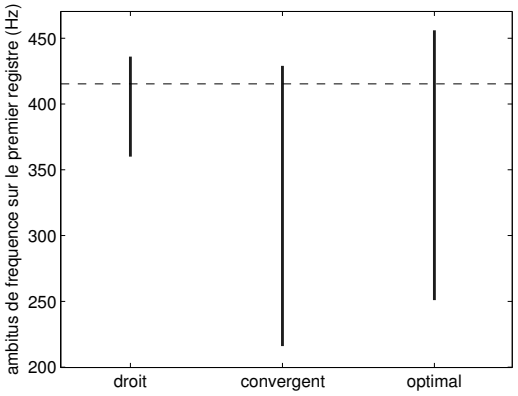
Contenu spectral sur le registre principal

Le contenu spectral observé sur le registre principal associé à chaque doigté est caractérisé ici par son centre de gravité spectral (CGS) et un indice de parité spectral déjà utilisé dans [2]. Le centre de gravité spectral est défini, à partir de l'amplitude des 7 premiers harmoniques, de

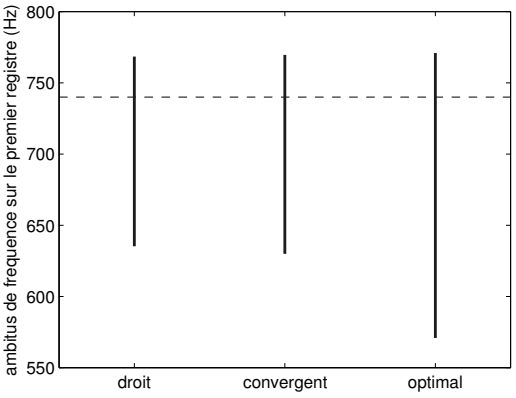
1. plage de P_m sur laquelle le régime considéré est stable



(a) Doigté de *fa 3*.



(b) Doigté de *si bémol 3*.



(c) Doigté de *sol dièse 4*.

FIGURE 5.9: Représentation des plages de fréquence parcourues sur le registre principal, pour trois doigtés différents, et pour les trois canaux *droit*, *convergent* et *optimal* étudiés ici. Les lignes pointillées horizontales représentent la fréquence théorique de la note jouée.

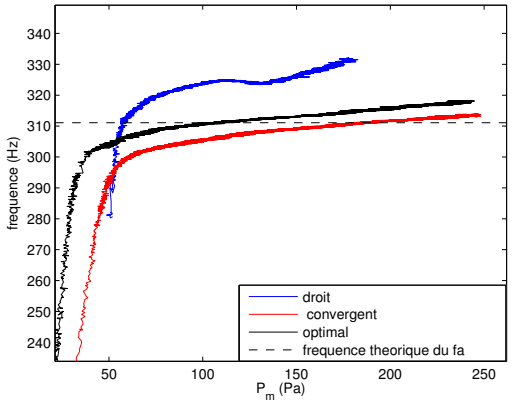
la façon suivante :

$$CGS = \frac{\sum_{n=1}^{N} nA_n}{\sum_{n=1}^{N} A_n} \tag{5.2}$$

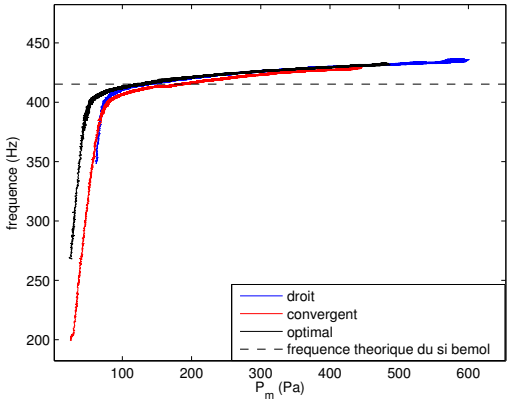
où A_n est l'amplitude, dans le spectre, de l'harmonique de rang n, avec ici $N = 7$. Les valeurs A_n sont estimées à partir de l'analyse FFT par fenêtre glissante du signal de pression acoustique.

Sur le même modèle que l'indice d'imparité spectral introduit par Auvray [2], un *indice de parité spectral* I_p est défini ici comme le rapport de la somme des énergies des harmoniques pairs sur la somme des énergies des harmoniques impairs. L'énergie du fondamental (à la fréquence de jeu) n'est pas prise en compte dans cet indice de façon à ne pas en écraser la dynamique :

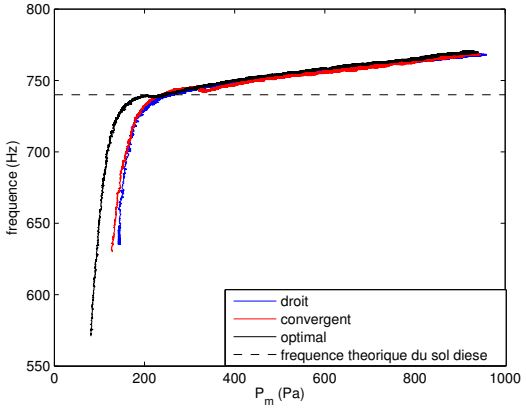
$$I_p = 10 \cdot log_{10} \left(\frac{\sum_{n=1}^{N} (A_{2n})^2}{\sum_{n=1}^{N} (A_{2n+1})^2} \right). \tag{5.3}$$



(a) Doigté de *fa 3*.



(b) Doigté de *si bémol 3*.

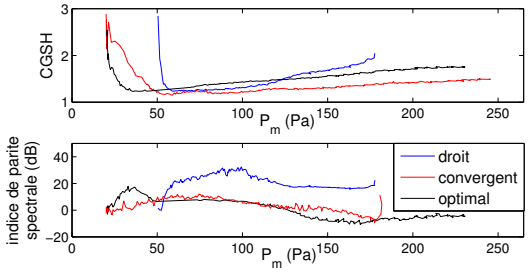


(c) Doigté de *sol dièse 4*.

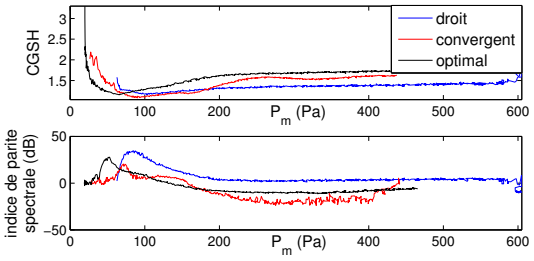
FIGURE 5.10: Evolution de la fréquence d'oscillation du registre principal en fonction de P_m, pour chacun des trois canaux étudiés, et pour trois doigtés différents.

La comparaison de ces deux indicateurs pour les différents canaux et doigtés étudiés ici est présentée en figure 5.11. On peut constater dans un premier temps que la géométrie du canal n'a que peu d'influence sur le spectre dans le cas du sol dièse : dans tous les cas, le son obtenu ne présente que peu d'harmoniques élevées.

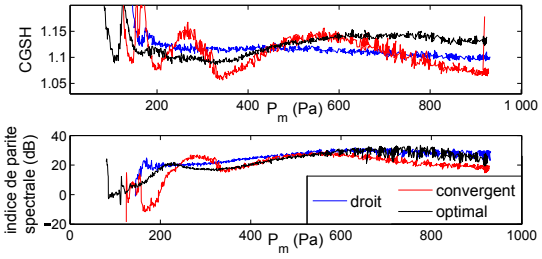
En revanche, si l'on s'intéresse aux doigtés de fa et de si bémol, l'influence de la géométrie du canal sur le contenu spectral du premier registre est beaucoup plus marquée. Dans les deux cas, le canal droit présente un indice de parité spectral particulièrement élevé, qui est la conséquence d'un second harmonique extrêmement présent, par rapport à des harmoniques 3 à 7 particulièrement faibles, voire inexistants. Cependant, l'ajout de la convergence du canal a pour conséquence de réduire de plus de $20dB$ ce rapport de parité spectrale pour les deux doigtés considérés, l'amenant ainsi à une valeur négative pour les plus hautes valeurs de P_m observées sur le premier registre. Cette valeur négative indique une énergie supérieure des harmoniques impairs par rapport aux harmoniques pairs, et met ainsi en évidence une situation plus proche de celle habituellement observée dans les flûtes [74]. La voûte du canal, si elle ne modifie pas de façon très évidente ce rapport entre harmoniques pairs et impairs, a en revanche une influence plus marquée sur l'augmentation du CGS. De façon globale, il semble donc que la convergence permette principalement d'établir un certain équilibre entre harmoniques pairs et impairs, et que la présence de la voûte permette d'enrichir le spectre en harmoniques, sans distinction entre



(a) Doigté de *fa 3*.



(b) Doigté de *si bémol 3*.



(c) Doigté de *sol dièse 4*.

FIGURE 5.11: Evolution du centre de gravité spectral (en fréquence adimensionnée par la fréquence fondamentale) et de l'indice de parité spectral (en dB) en fonction de P_m, pour chacun des trois canaux étudiés, et pour trois doigtés différents.

harmoniques pairs et impairs.

Durée des transitoires

Le *temps de réponse* de l'instrument à un transitoire d'attaque de P_m semble également un critère particulièrement important du point de vue des musiciens, qui parlent d'instruments *peu directs* ou *très directs* [113].

Les temps de réponse de la flûte équipée des différents canaux sont ici étudiés pour les échelons de P_m réalisés à la bouche artificielle, décrits plus haut. La durée t_{ac} du transitoire du signal acoustique (mesuré dans l'instrument) est définie comme le temps nécessaire pour atteindre 90 % de l'amplitude du régime permanent. Comme détaillé en section 5.2, les temps de montée de P_m ne peuvent pas être contrôlés et reproduits de façon précise sur bouche artificielle. On définit alors une valeur normalisée de t_{ac} de la façon suivante :

$$\widehat{t}_{ac} = \frac{t_{ac}}{t_m}; \tag{5.4}$$

où t_m est la durée du transitoire de P_m (défini lui aussi comme le temps nécessaire pour que P_m diffère de moins de 10 % de la pression cible P_{cible} de l'échelon de pression - voir figure 5.4).

Les valeurs de $\widehat{t}_{ac}$ obtenues pour chacun des trois doigtés sont représentées en fonction de la pression cible P_c en annexe (figures C.1, C.2 et C.3). Sur chacune de ces figures, la colonne de gauche correspond aux attaques *lentes* et la colonne de droite aux attaques *rapides*, alors que chaque ligne correspond à un canal donné : la première au canal droit, la seconde au canal convergent et la dernière au canal optimal. Si pour chaque situation (c'est à dire pour un doigté donné, un canal donné et un type d'attaque donné), la durée du transitoire est le plus souvent relativement uniforme sur toute la plage de P_{cible} représentée, certains points présentent un transitoire particulièrement long. Dans la plupart des cas, ces situations apparaissent lorsque

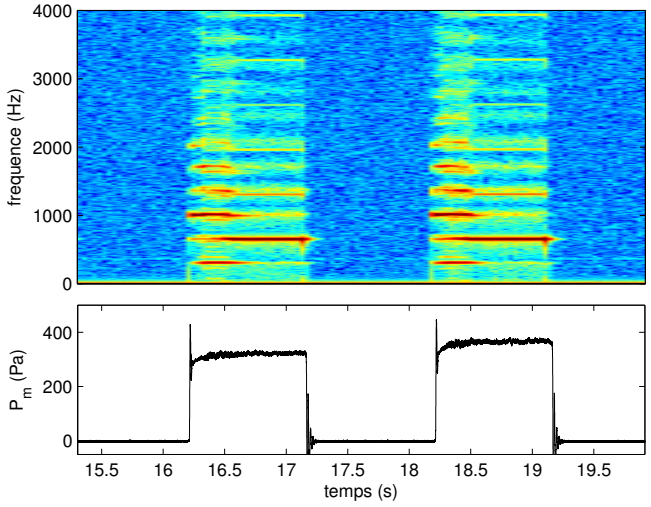


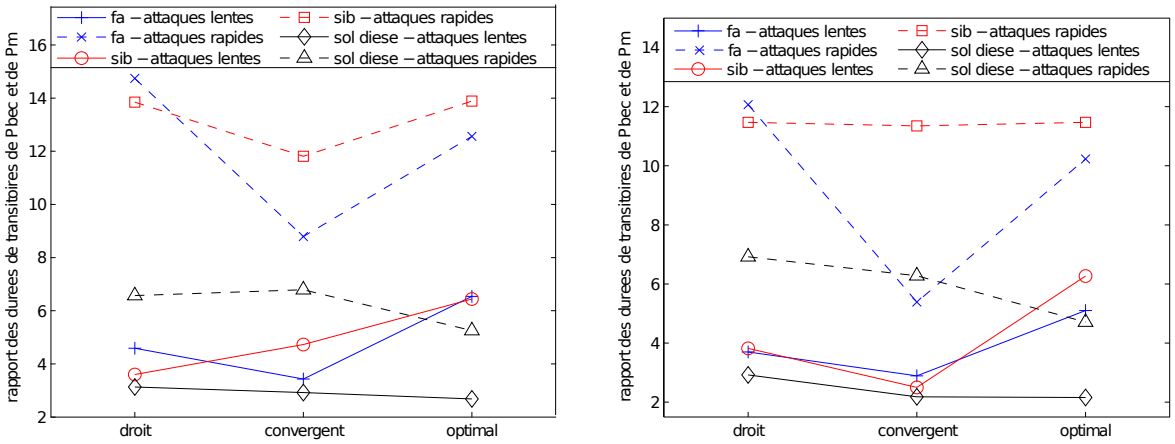
FIGURE 5.12: Spectrogamme (en haut) et pression d'alimentation P_m (en bas) pour deux échelons de pression donnant des transitoires particulièrement longs (canal optimal, doigté de *fa 3*, attaques lentes). Dans les deux cas, l'instrument atteint d'abord un régime quasi-périodique avant de se stabiliser finalement sur le second registre.

le régime d'arrivée est quasi-périodique. Par définition, ces régimes présentent une modulation d'amplitude plus ou moins marquée. Le critère utilisé pour détecter la fin du régime transitoire (voir plus haut), basé sur l'amplitude, peut alors être mis en échec. Dans quelques cas, des transitoires particulièrement longs sont également observés pour des régimes périodiques. Pour ces points, l'analyse du spectrogramme du signal acoustique montre que l'instrument atteint un premier régime périodique ou quasi-périodique, avant de se stabiliser finalement sur un autre régime. Cette situation est illustrée en figure 5.12, pour deux échelons de P_m correspondant à des attaques *douces* sur le doigté de fa, pour le canal optimal. Pour ces deux échelons, qui correspondent aux points d'abscisse $P_m = 325Pa$ et $P_m = 375Pa$ de la figure C.1 (en bas, à gauche), l'instrument atteint d'abord un régime quasi-périodique, avant de se stabiliser sur le second registre.

Afin de comparer plus facilement les durées des transitoires des trois canaux, les moyennes et médianes de $\widehat{t}_{ac}$ sont calculées, pour chaque canal et chaque doigté. De façon à de pas masquer - voire fausser - les caractéristiques propres à chaque canal, les cas particuliers évoqués ci-dessus sont écartés : les points s'écartant de plus de 3 écarts types de la valeur moyenne ne sont pas pris en compte dans les calculs. Il est intéressant de noter que le nombre de ces cas *pathologiques* tend à diminuer lorsqu'une convergence puis une voûte sont ajoutées au canal : si l'on en décompte 4, tous doigtés confondus, pour le canal droit, il en reste 3 pour le canal convergent, et seulement 1 pour le canal optimal.

Les durées moyennes et médianes de $\widehat{t}_{ac}$ ainsi déterminées sont représentées en figure 5.13, en fonction du canal considéré, et pour chacun des trois doigtés étudiés.

La figure 5.13a montre que dans la plupart des cas (à l'exception des attaques lentes sur le doigté de si bémol, et des attaques rapides sur le doigté de sol dièse), l'ajout de la convergence permet de diminuer la valeur moyenne de $\widehat{t}_{ac}$ de 7% à 61%, par rapport au cas du canal droit. La valeur médiane de $\widehat{t}_{ac}$ est quant à elle systématiquement inférieure (de 1% à 55%) pour le canal convergent que pour le canal droit. A l'inverse, l'ajout d'une voûte semble permettre, globalement, de ré-augmenter ces temps d'attaques. Mis à part le cas du sol dièse (pour lequel



(a) Moyenne des valeurs de $\widehat{t}_{ac}$.

(b) Médiane des valeurs de $\widehat{t}_{ac}$.

FIGURE 5.13: Valeurs moyennes et médianes de $\widehat{t}_{ac}$ obtenues pour les trois canaux étudiés ici. Les données correspondantes à chaque doigté et à chaque type d'attaque (lente ou rapide) sont représentées séparément.

les temps d'attaque sont quasiment inchangées, voire diminuent), les valeurs moyenne de $\widehat{t}_{ac}$ sont de 18% à 88% supérieures pour le canal voûté que pour le canal convergent, et les valeurs médianes sont également entre 1% à 151% supérieures.

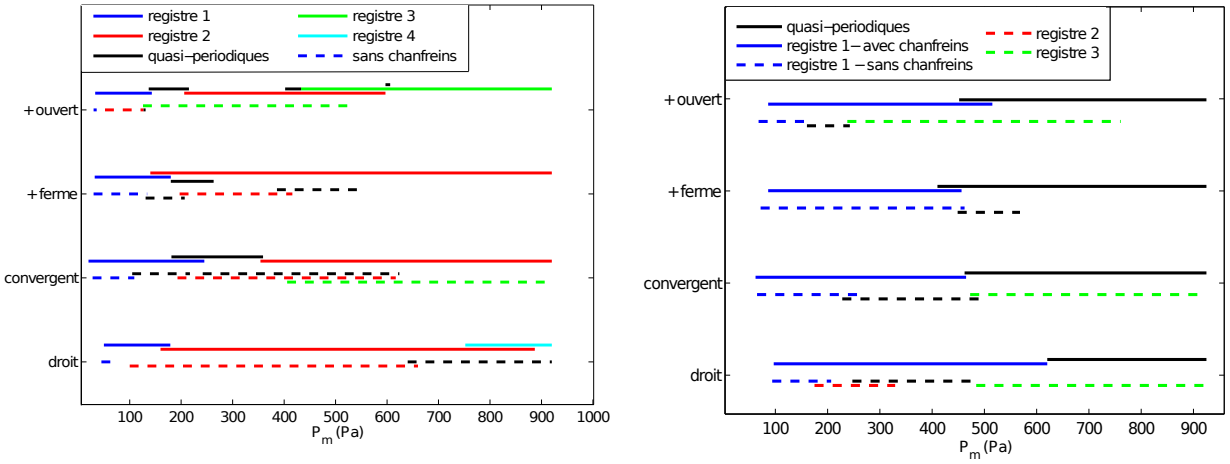
Bien que les transitoires d'attaque de P_m réalisés ici ne miment pas ceux d'un musicien confirmé, ils montrent que l'ajout d'une convergence et d'une voûte au canal permet de diminuer le nombre de cas où la réponse de l'instrument se caractérise par un transitoire particulièrement long. D'un point de vue musical, ces attaques sont peu précises, puisque l'instrument passe par un premier régime (quasi-périodique ou périodique) avant d'atteindre le régime recherché. Par ailleurs, le canal convergent sans voûte donne accès à des transitoires particulièrement courts par rapport aux deux autres canaux. Un instrument avec un tel canal (tel qu'on peut en trouver à bas prix dans le commerce, sur des instruments moulés en plastique) sera donc probablement jugé *très direct* par un musicien. Nous verrons plus loin que ces caractéristiques correspondent effectivement à l'analyse d'une musicienne professionnelle.

5.3.2 Influence des chanfreins

Si le rôle des chanfreins a été largement étudié par Blanc [18, 20], la conception d'un instrument au canal interchangeable dédié à l'expérimentation permet d'approfondir certains aspects de ces travaux, et de tenter d'apporter des éléments de réponse à des questions toujours ouvertes quant au rôle de ces chanfreins dans le fonctionnement des instruments. Notamment, les travaux précédents n'avaient pu être réalisés sur une flûte conçue par un artisan facteur. L'accueil du facteur P. Bolton au laboratoire pour la fabrication des différentes pièces au sein du laboratoire a ici permis de réaliser, pour chacun des canaux droit, convergent, plus fermé et plus ouvert que le canal optimal, des séries de mesures sur bouche artificielle juste avant et juste après la taille des chanfreins.

Pour chacun de ces quatre canaux, les zones de stabilité des différents régimes d'oscillation observés lors de la réalisation de P_m à la bouche artificielle sont représentées en figure 5.14 pour les deux doigtés de fa et de si bémol. Les résultats des mesures réalisées avant et après la taille des chanfreins sont respectivement représentés en pointillés et en traits pleins. La comparaison, canal par canal, de la situation sans et avec chanfreins montre qu'ils permettent de façon quasi-systématique d'augmenter significativement la plage de P_m sur laquelle le registre principal

(recherché par l'instrumentiste, ici le premier registre) est stable. Ainsi, pour le doigté de *fa 3*, l'ajout des chanfreins permet d'augmenter la plage de stabilité du premier registre d'au moins 42% (pour le canal plus fermé que le canal optimal), et jusqu'à 1730% pour le canal le plus ouvert. Dans le cas du *si bémol*, si l'ajout de chanfreins diminue la plage du premier registre de 5% pour le canal plus fermé que le canal optimal, cette plage est à l'inverse augmentée de 100% à 365% pour les autres canaux. Les plages de stabilité du second registre du doigté de *fa* et du régime quasi-périodique obtenu avec le doigté de si bémol sont également systématiquement élargies par l'ajout des chanfreins.



(a) Doigté de *fa 3*.

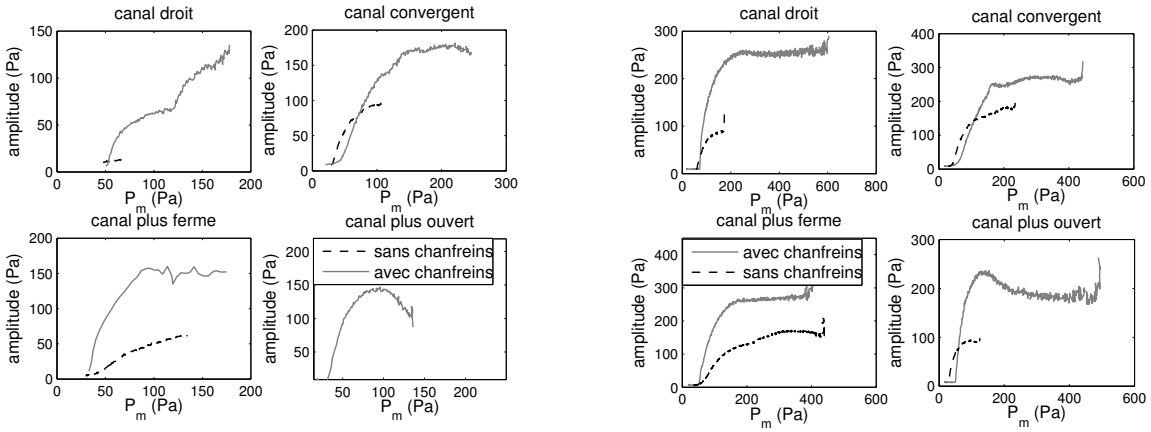
(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 5.14: Zones de stabilité des différents régimes d'oscillation, représentées pour chaque canal avant et après la taille des chanfreins.

Ces observations rejoignent qualitativement celles de Blanc [18], qui souligne notamment que l'ajout des chanfreins permet d'élargir l'hystérésis entre les deux premiers régimes d'oscillation obtenus avec une rampe de pression : la plage de stabilité de chaque registre étant élargie, leurs zones de stabilité se recouvrent plus largement.

Au moins pour le doigté de *fa*, les plages de stabilité du premier registre avant la taille des chanfreins sont la plupart du temps trop faibles pour que des comparaisons avant/après chanfreins de la fréquence de jeu et du contenu spectral aient un sens. L'influence des chanfreins sur l'amplitude d'oscillation du registre principal apparaît en revanche clairement en figure 5.15. Pour le doigté de *fa*, une fois exclu le cas du canal le plus ouvert, pour lequel le premier registre n'existe que sur une plage de 6 Pa à une amplitude particulièrement faible (de l'ordre de 10 Pa), l'ajout des chanfreins permet de multiplier l'amplitude maximale du premier registre par un facteur compris entre 1.7 et 12, ce qui correspond à une augmentation de niveau de pression comprise entre 5 dB et 20 dB. De la même façon, l'amplitude du premier registre du doigté de *si bémol* est multipliée, après ajout des chanfreins, par un facteur compris entre 1.4 et 3 (soit une augmentation comprise entre 3 dB et 10 dB).

A eux seuls, ces deux critères illustrent de façon très nette le discours des facteurs sur le caractère indispensable des chanfreins pour le bon fonctionnement de l'instrument, qui peut *a priori* être surprenant du point de vue du physicien, tant les modifications géométriques sont minimes (voir figure 5.16).



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 5.15: Pour chaque canal (à l'exception du canal optimal) et pour deux doigtés différents, représentation de l'amplitude d'oscillation du premier registre, avant et après taille des chanfreins.

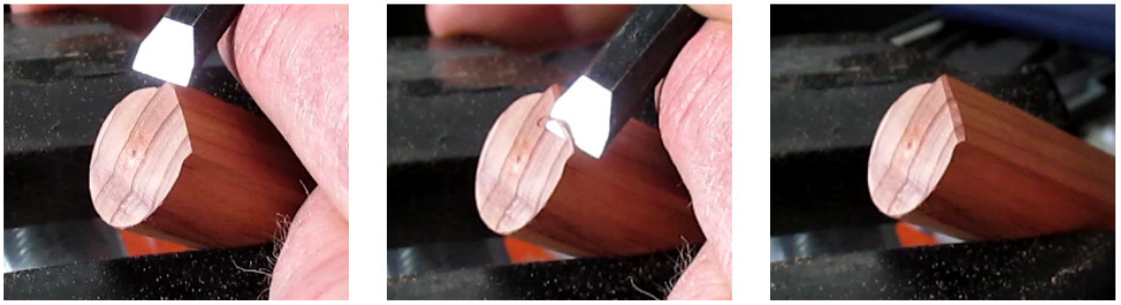


FIGURE 5.16: Philippe Bolton taille un chanfrein sur un des *bouchons*, pièce qui constitue la limite inférieure du canal.

5.4 Notion d'ouverture de l'instrument

Afin de mieux appréhender la notion *d'ouverture* de l'instrument, particulièrement importante pour musiciens et facteurs, les caractéristiques du canal *optimal* sont comparées avec celles de deux canaux, définis respectivement par le facteur comme *plus fermé* et *plus ouvert* que le canal optimal, (voir table 5.2).

Si les canaux plus fermé et plus ouvert sont respectivement plus bas et plus haut, en sortie, que le canal optimal, l'observation du travail du facteur montre qu'ils ne diffèrent pas uniquement par la hauteur : voûtes et convergences sont également modifiées. Cette observation rejoint les conclusions de Ségoufin [121], selon lesquelles les notions d'ouverture et de résistance, si elles semblent fortement liées à la hauteur h_s de sortie du canal, sont aussi liées à son profil interne.

5.4.1 Caractéristique débit-pression

S'intéresser simultanément à la géométrie du canal et à la notion *d'ouverture* de l'instrument amène assez naturellement à s'interroger sur le rôle de la caractéristique reliant la pression P_m

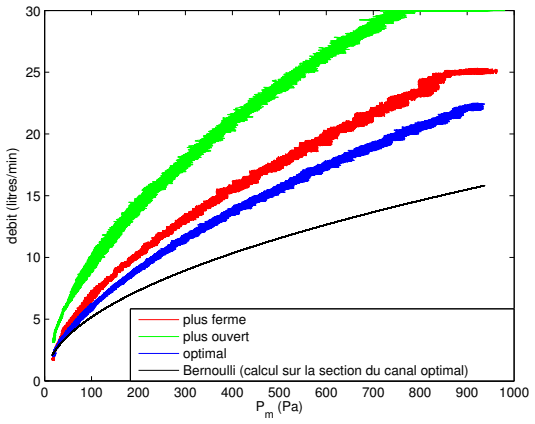


FIGURE 5.17: Débit d'air traversant le canal en fonction de la pression d'alimentation P_m imposée dans la bouche artificielle, pour trois canaux *d'ouvertures* différentes.

au débit d'air moyen traversant le canal.

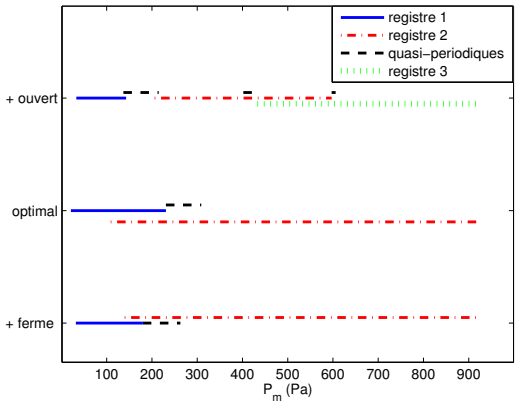
La comparaison en figure 5.17 des caractéristiques débit-pression montre, comme on s'y attend au regard des sections de sortie des différents canaux, qu'à pression égale le débit le plus faible est obtenu pour le canal plus fermé, et le débit le plus important pour le canal plus ouvert. On retrouve, comme pour les canaux étudiés précédemment, des écarts importants entre le débit mesuré et le débit calculé à partir de P_m en utilisant la relation de Bernoulli (voir chapitre 1). A titre d'exemple, cet écart peut atteindre 42 % pour le canal le plus ouvert, aux grandes valeurs de P_m. Les travaux de Ségoufin [121] montrent que les caractères convergent et voûté d'un canal modifiaient de façon importante le profil de vitesse du jet. Le profil de vitesse étant différent, le débit d'air est nécessairement affecté. Cependant, il apparaît que la relation de Bernoulli reste une bonne approximation de la vitesse centrale U_j du jet (voir chapitre 1).

Vues les grandes différences de caractéristiques pression - débit que présentent ces canaux, il est probable que l'ouverture et la résistance évoquées par les musiciens soient fortement liées à la pression qu'il doit imposer dans sa bouche pour obtenir un débit donné. Cependant, le fait qu'ils associent ces notions à une plus ou moins grande liberté de jeu pousse à explorer les caractéristiques des sons produits par ces canaux plus ou moins ouverts.

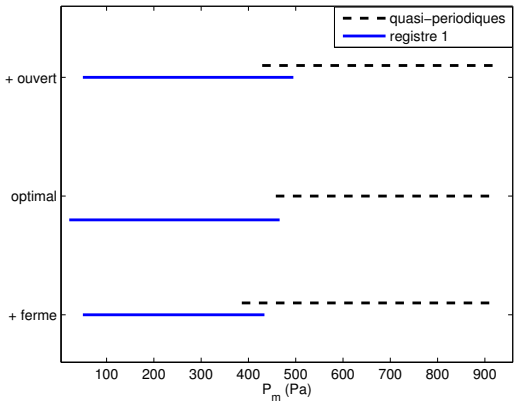
5.4.2 Zones de stabilité des différents régimes

Comme pour le premier groupe de canaux, les zones de stabilité des différents régimes d'oscillation sont représentées pour les trois canaux de ce second groupe en figures 5.18a 5.18b et 5.18c pour les doigtés de fa, si bémol et sol dièse respectivement.

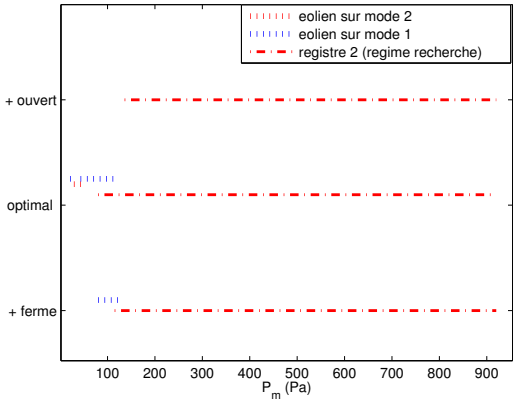
Pour les trois doigtés étudiés ici, la plage de P_m sur laquelle le registre principal (*i.e.* recherché) est stable est de 8% à 30% plus petite que celle observée avec le canal *optimal*. Ce canal *plus fermé* laisse alors moins de liberté au musicien pour le contrôle du timbre et des nuances que le canal *optimal*. Si un canal plus ouvert que le canal optimal permet d'éliminer les régimes éoliens (visibles ici pour le doigté de sol dièse), il augmente le seuil d'oscillation du registre principal, empêchant ainsi de jouer à de faibles valeurs de P_m, et peut également avoir pour conséquence de réduire la plage de P_m donnant accès au registre principal. L'effet de ce canal plus ouvert sur l'hystérésis des seuils de changement de régimes est en revanche plus contrasté : si l'hystérésis entre registres 1 et 2 est supprimé pour le doigté de fa, l'hystérésis entre le premier registre et le régime quasi-périodique est élargi pour le doigté de si bémol.



(a) Doigté de fa 3.



(b) Doigté de si bémol 3.



(c) Doigté de sol dièse 4.

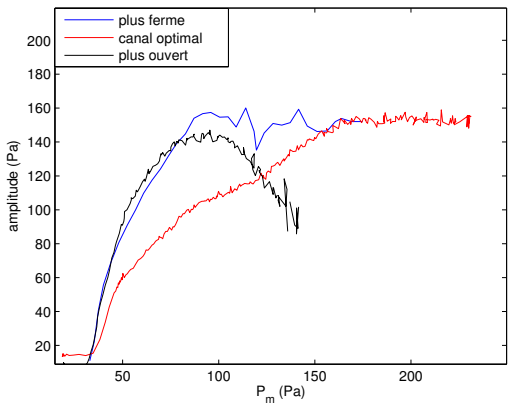
FIGURE 5.18: Zones de stabilité des différents régimes d'oscillation observés lors de réalisation de rampes de P_m à la bouche artificielle, pour chacun des trois canaux du second groupe, et pour trois doigtés différents.

5.4.3 Amplitude d'oscillation sur le registre principal

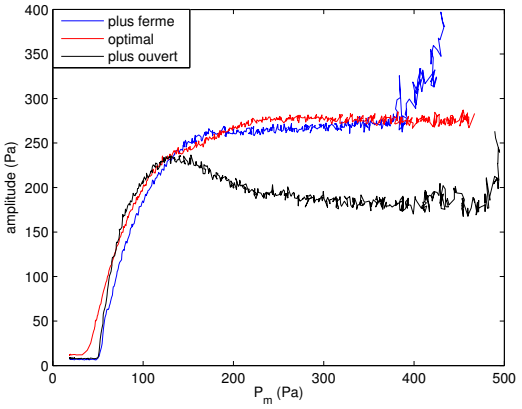
L'amplitude d'oscillation observée sur le registre principal diffère également sensiblement entre les trois canaux d'ouvertures différentes. Comme le montre la figure 5.19, si l'augmentation de l'ouverture du canal (du canal plus fermé au canal optimal par exemple) permet jusqu'à un certain point d'augmenter l'amplitude d'oscillation, il semble exister un seuil au-delà duquel l'augmentation de l'ouverture du canal va au contraire entraîner une chute de l'amplitude d'oscillation sur le registre principal. Il semble de plus que ce seuil, qui peut être vu comme une *ouverture optimale* du point de vue de l'amplitude d'oscillation, ne soit pas identique pour tous les doigtés.

Ainsi, l'augmentation d'ouverture entre le canal plus fermé et le canal optimal permet d'augmenter l'amplitude maximale atteinte sur le registre principal pour le doigté de sol dièse, mais ne modifie pas cette amplitude maximale pour le doigté de fa et le doigté de si bémol. Pour ces deux doigtés, l'ouverture *optimale* (du point de vue de l'amplitude) semble donc atteinte, voire dépassée : pour le doigté de fa, si l'amplitude maximale n'est pas modifiée, la valeur de P_m pour laquelle on l'atteint est plus élevée avec le canal optimal qu'avec le canal plus fermé.

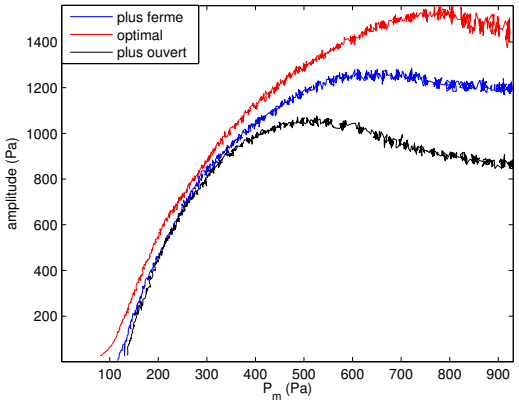
La comparaison entre canal optimal et canal plus ouvert montre que l'augmentation de



(a) Doigté de *fa 3*.



(b) Doigté de *si bémol 3*.



(c) Doigté de *sol dièse 4*.

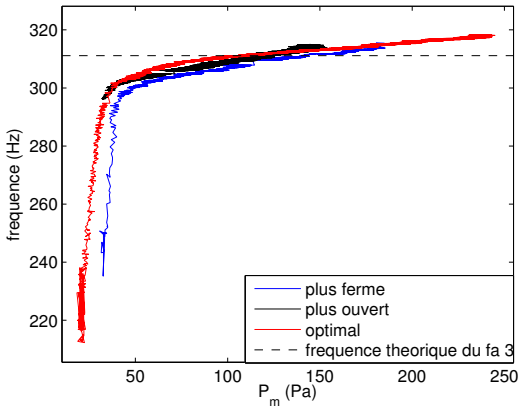
FIGURE 5.19: Représentation de l'amplitude du registre principal en fonction de P_m, pour chacun des trois canaux du second groupe, et pour trois doigtés différents.

l'ouverture au-delà de ce qui est jugé *optimal* par le facteur a pour conséquence de faire chuter l'amplitude maximale accessible sur le registre principal, et ceci pour tous les doigtés étudiés ici. Pour le canal le plus ouvert, l'*ouverture optimale* du point de vue de l'amplitude d'oscillation est donc clairement dépassée. Pour ce canal, l'évolution de l'amplitude d'oscillation avec la pression d'alimentation P_m montre par ailleurs une forme particulière. Comme pour les canaux moins ouverts, aux faibles valeurs de P_m, l'amplitude d'oscillation augmente avec P_m. Cependant, plutôt qu'un phénomène de saturation, il existe pour le canal le plus ouvert un point au-delà duquel l'augmentation de P_m entraîne une diminution de l'amplitude de l'oscillation.

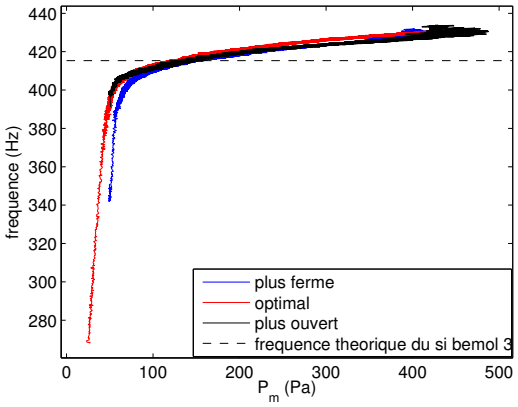
Fréquence d'oscillation sur le registre principal

Comme le montre la figure 5.20, l'influence de l'ouverture du canal sur la fréquence de jeu du registre principal porte principalement, comme dans le cas des géométries droites et convergentes étudiées précédemment, sur le glissement de fréquence aux faibles valeurs de P_m.

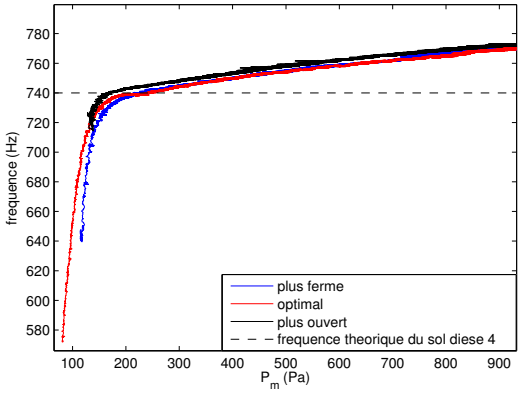
Comme le montrent de façon plus évidente les figures 5.21, le canal optimal est celui qui présente, pour les trois doigtés étudiés ici, le glissement de fréquence le plus important. En effet, l'écart entre la fréquence maximale et la fréquence minimale accessibles sur le registre principal est plus grand que pour les deux autres canaux. Si l'étendue du glissement de fréquence



(a) Doigté de *fa 3*.



(b) Doigté de *si bémol 3*.



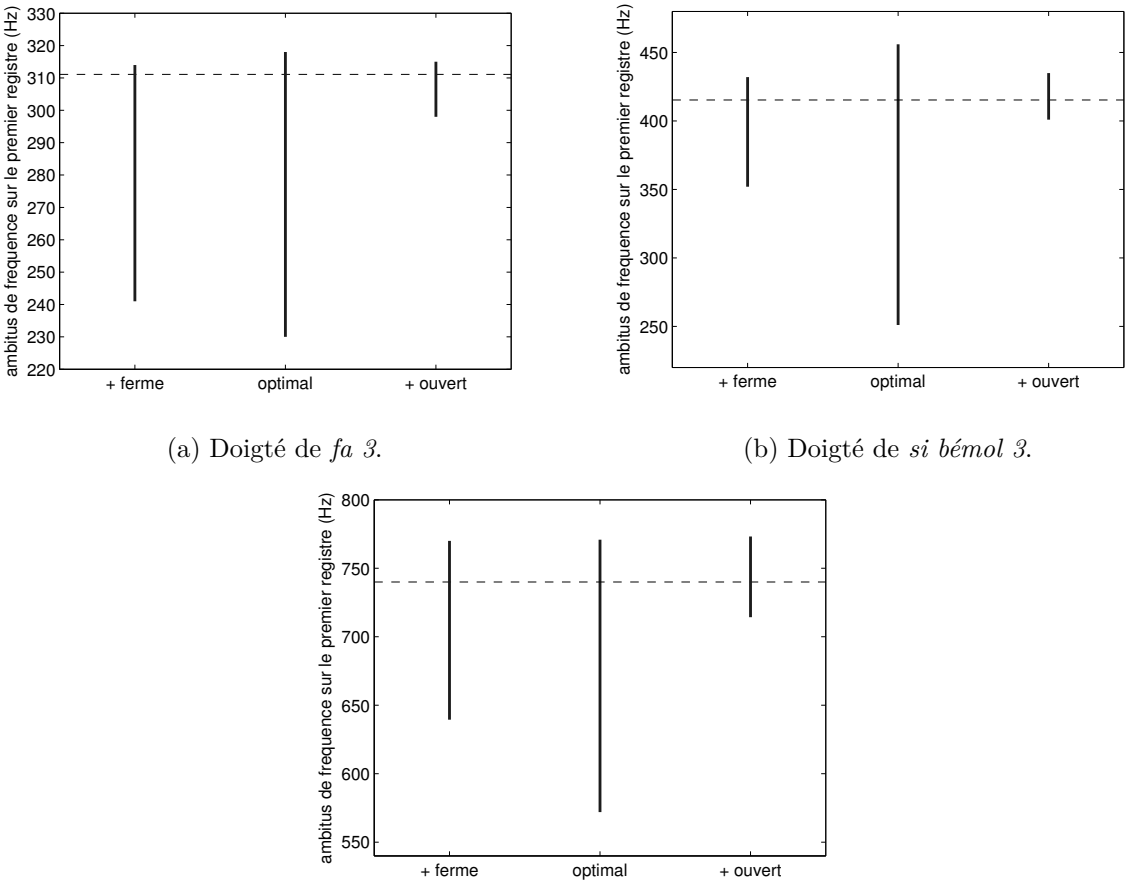
(c) Doigté de *sol dièse 4*.

FIGURE 5.20: Evolution de la fréquence d'oscillation du registre principal en fonction de P_m, pour chacun des trois canaux du second groupe, et pour trois doigtés différents.

est réduite dans le cas d'un canal plus fermé elle reste néanmoins importante relativement à la plage de P_m donnant accès au registre principal. La réduction du glissement de fréquence est en revanche particulièrement marquée dans le cas du canal plus ouvert : plutôt que de déplacer ou de déformer la caractéristique liant la fréquence à P_m, l'augmentation de l'ouverture au-delà de ce qui est jugé *optimal* (par le facteur) permet de supprimer la partie du registre principal sur laquelle le glissement de fréquence est très important (figures 5.20). Pour le musicien, cette caractéristique peut être source d'un confort de jeu accru, puisque toute la plage de P_m sur laquelle le registre est stable devient utilisable. Avec ce canal plus ouvert, le musicien est donc assuré, tant qu'il reste sur le registre principal, de ne pas être extrêmement éloigné de la fréquence théorique de la note recherchée. Cette plus grande ouverture peut donc probablement être associée à un contrôle facilité de la justesse.

5.4.4 Durée des transitoires

Les *temps de réponse* de l'instrument à des échelons de P_m pour différentes ouvertures du canal sont étudiés de la même façon que pour le premier groupe de canaux. Comme précédemment, les transitoires dont la durée diffère de la valeur moyenne par plus de 3 fois l'écart type sont écartés. On peut néanmoins souligner que ces cas particuliers semblent moins nombreux



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

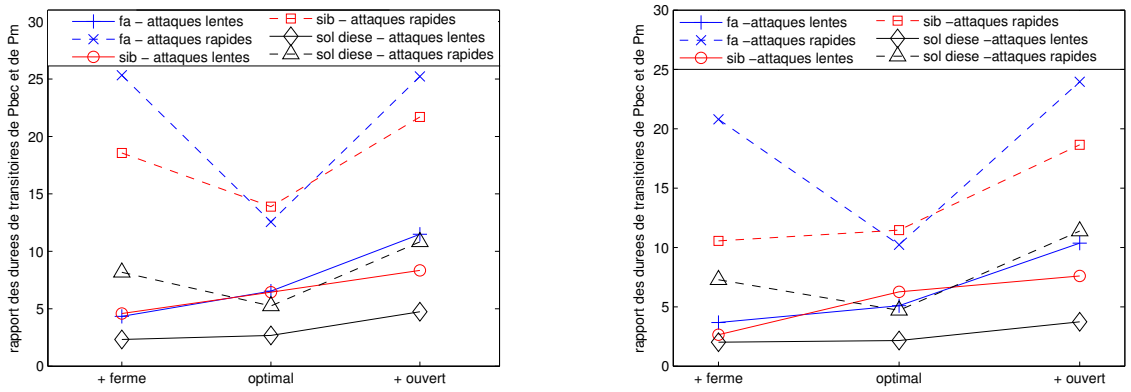
(c) Doigté de *sol dièse 4*.

FIGURE 5.21: Evolution de la fréquence d'oscillation du registre principal en fonction de P_m, pour chacun des trois canaux du second groupe, et pour trois doigtés différents.

que dans le cas des géométries plus caricaturales (droite et convergente sans voûte) du premier groupe de canaux : le canal *plus ouvert* et le canal *optimal* ne présentent chacun qu'un seul de ces cas particuliers, et le canal *plus fermé* n'en présente aucun.

Les valeurs moyennes et médianes de $\widehat{t}_{ac}$ présentées en figure 5.22, mettent en évidence que l'augmentation de l'ouverture du canal n'agit pas de la même façon sur les attaques lentes et sur les attaques rapides. Pour les attaques lentes, moyennes et médianes de $\widehat{t}_{ac}$ augmentent systématiquement et significativement lorsque l'ouverture du canal augmente. Ainsi, les moyennes des valeurs de $\widehat{t}_{ac}$ obtenues pour le canal optimal sont, selon les doigtés, de 15% à 51% supérieures à celles relevées pour le canal le plus fermé. Les valeurs médianes augmentent quant à elles de 7% à 136%. De la même façon, pour le canal plus ouvert, les valeurs moyennes de $\widehat{t}_{ac}$ sont de 30% à 106% supérieures à celles observées pour le canal optimal, et les valeurs médianes de 21% à 103 % supérieures.

L'influence de l'ouverture du canal sur le temps de réponse de l'instrument à des attaques rapides est relativement différente. Comme pour le cas des attaques lentes, les transitoires sont, en moyenne, jusqu'à 32% plus longs pour le canal le plus ouvert que pour le canal le plus fermé (les durées médianes sont quant à elles jusqu'à 77% supérieures). En revanche, les transitoires sont manifestement plus courts pour le canal optimal que pour les deux autres canaux. Si la valeur médiane, pour le doigté de si bémol, ne suit pas cette tendance, toutes les valeurs moyennes sont



(a) Valeurs moyennes de $\widehat{t}_{ac}$.

(b) Valeurs médianes de $\widehat{t}_{ac}$.

FIGURE 5.22: Valeurs moyennes et médianes de $\widehat{t}_{ac}$ obtenues pour les trois canaux d'ouvertures différentes. Les données correspondantes à chaque doigté et à chaque type d'attaque (lente ou rapide) sont représentées séparément.

pour le canal optimal de 25% à 50% inférieures à celles relevées pour le canal le plus fermé. Pour les doigtés de *fa* et de *sol dièse*, les valeurs médianes sont quant à elles de 35% à 51% inférieures à celles observées pour le canal le plus fermé.

De façon globale, il apparaît donc que la durée des transitoires augmente sensiblement avec l'ouverture du canal, obligeant probablement le musicien à s'adapter à cette caractéristique de l'instrument. Cependant, le comportement du canal jugé optimal par le facteur lors d'attaques *rapides* est surprenant au regard des autres résultats. Comparativement aux deux autres canaux étudiés ici, cette évolution fait du canal optimal celui qui a les durées de transitoires les plus homogènes entre les différents doigtés d'une part (donc sur la tessiture de l'instrument), mais également entre les différents temps de montée de P_m (*i.e.* entres attaques lentes et attaques rapides). Il est alors possible d'imaginer que cette plus grande homogénéité de l'instrument facilite d'une part le jeu du musicien en lui permettant d'obtenir des résultats assez proches avec des attaques bien différentes, mais limite ses possibilités d'expression musicale d'autre part en ne lui donnant accès qu'à une plage réduite de durées de transitoires. Dans le cas où cette interprétation s'avérerait exacte, elle illustrerait assez bien le compromis entre facilité de jeu et liberté dans le contrôle de l'instrument que les musiciens associent à la notion d'ouverture des flûtes.

5.4.5 Discussion

Si l'étude à la bouche artificielle met en évidence des différences importantes de comportement d'un même instrument pour différents canaux conçus par le facteur pour être plus ou moins *ouverts*, la comparaison de ces différents canaux ne fait pas ressortir de canal qui pourrait, du point de vue du musicien, présenter plus de qualités qu'un autre. En effet, si un canal donné peut présenter des avantages pour le musicien en se basant sur une propriété particulière, un autre canal présentera d'autres avantages pour une autre de ses caractéristiques. A titre d'exemple, si le canal d'ouverture intermédiaire (*optimal* du point de vue du facteur) présente, pour le registre principal, les plus larges plages de stabilité, il est aussi celui qui présente le plus large glissement de fréquence. Si la première propriété fournit plus de liberté au musicien, la seconde est plutôt source de difficulté de contrôle de la justesse. L'observation conjointe de l'amplitude, de la fréquence, des durées des transitoires et des zones de stabilité des différents régimes d'oscillation,

montre que chaque canal est le fruit d'un compromis entre ces différentes propriétés.

Ces observations rejoignent largement le discours des facteurs et musiciens, pour qui le choix d'un instrument ouvert ou fermé relève plutôt de préférences individuelles que d'un jugement sur la qualité de l'instrument. De la même façon, on retrouve dans ces résultats le compromis entre liberté de jeu et difficulté du contrôle, souvent associée par facteurs et musiciens à l'ouverture : le canal optimal fournit par exemple une plus grande liberté que les autres en terme de stabilité du registre principal (le musicien dispose ainsi d'une palette de nuances plus larges), mais est à l'inverse plus difficilement contrôlable en terme de justesse, du fait de l'importance du glissement de fréquence.

5.5 Quel *optimum* le facteur recherche-t-il ?

5.5.1 Introduction

Les différentes situations étudiées ci-dessus permettent d'étudier l'influence d'éléments géométriques bien particuliers du canal des flûtes à bec (chanfreins, convergence, voûte). Ces mesures permettent ainsi de déterminer, d'un point de vue du son produit et du contrôle du musicien (comme on le verra au chapitre 6), pourquoi le facteur d'instruments utilise une géométrie plutôt qu'une autre.

Cependant, au cours de son travail sur le canal d'une flûte destinée à être jouée par un musicien, le facteur ne travaille pas successivement sur chaque élément, mais sur tous les éléments à la fois. Ainsi, ni le canal droit, ni le canal convergent ne constituent des étapes de son travail habituel sur un canal. De la même façon, le fait de séparer les chanfreins de la taille de la voûte du canal n'a, pour Philippe Bolton, pas de sens : ces deux éléments sont travaillés simultanément [18].

Afin de mieux appréhender ce que recherche le facteur lors de la taille du canal, des mesures sur bouche artificielle ont été réalisées au cours de la fabrication du canal *optimal*. Cette étude a été rendue possible par l'implication de Philippe Bolton, qui a accepté d'effectuer ce travail au laboratoire, sur plusieurs journées. Pour les autres canaux, il était obligatoire de ne tailler les chanfreins que lors de la dernière étape, puisque l'on souhaitait étudier leur influence sur le comportement de chaque canal définitif. A l'inverse, le travail sur le canal *optimal* a été réalisé, le plus possible, de la même façon que cela aurait été fait pour une flûte normale dans l'atelier du facteur. Le fait que la pièce qui constitue le haut du canal soit amovible constitue malgré tout une situation très inhabituelle pour le facteur. Au cours de la fabrication du canal *optimal*, différentes séries de mesures ont été effectuées sur bouche artificielle, selon les étapes qui apparaissaient cruciales pour Philippe Bolton, et au cours desquelles il considérait que le comportement de l'instrument avait été modifié de façon importante.

Les commentaires du facteur et les mesures des dimensions du canal à chaque étape sont listés en table 5.3. Dans la suite de cette section, on se référera aux différentes étapes par leur numéro.

5.5.2 Caractéristique débit-pression

Au cours de la conception du canal jugé *optimal* par le facteur, la caractéristique reliant le débit traversant le canal et la pression d'alimentation P_m, représenté en figure 5.23 augmente (évidemment) de façon continue. Les débits obtenus aux étapes 1 et 5 ne figurent pas sur cette figure : du fait d'un problème d'étanchéité entre la bouche artificielle et la flûte, la mesure du débit est faussée pour ces deux étapes, et le débit total atteint la valeur de 30 litres/min pour laquelle le débitmètre sature. Par principe, il est impossible de refaire une mesure à l'étape n une fois que l'étape $n + 1$ est atteinte.

étape	dimensions	Commentaires
1	h_e=1.2mm h_s=0.49 mm	P. Bolton : *"A cette étape, la pièce haute du canal est trop basse. Idéalement, il faudrait qu'elle soit située 0.8mm au-dessus de la position du biseau. La partie haute du canal n'a pas assez de voûte et il manque les chanfreins, qui vont beaucoup modifier le son. La sortie du bouchon est correcte, car elle est située 0.1mm plus bas que le biseau, mais en entrée le bouchon est trop haut."*
2	h_e=1.2mm h_s=0.49 mm	Ajout du chanfrein bas (sur le bouchon).
3	h_e=1.2mm h_s=0.49 mm	Ajout du chanfrein haut (sur la pièce haute du canal).
4	h_e=1.2mm h_s=0.9mm	La pièce haute est retaillée pour augmenter la section du canal. Sa sortie est bien située 0.8mm au-dessus du biseau, comme le cherchait le facteur. Le chanfrein haut, en partie effacé par le ponçage, est repris. Le biseau est affiné ; le bouchon n'est pas modifié.
5	h_e=1.3mm h_s=0.9mm	La section d'entrée du canal est augmentée, en taillant le bouchon et la pièce haute du canal en entrée. La profondeur du chanfrein bas est augmentée, pour atteindre 1mm (avec un angle de 45 °). La profondeur du chanfrein haut est augmentée aussi. La voûte de la pièce haute du canal est accentuée. P. Bolton : *"Après cette étape, la voûte de la pièce haute n'est pas encore assez marquée. Mais les modifications qui ont été faites à cette étape, notamment sur les chanfreins, ont permis de modifier considérablement le comportement de l'instrument. Les attaques sont bien plus faciles, surtout sur les notes aiguës. Le son est plus fort, et le timbre plus riche."*
6	h_e=1.3mm h_s=0.9mm	Le chanfrein haut est repris, car l'observation à la loupe montrait une *double pente* (*i.e.* un angle brisé). La voûte du haut du canal est accentuée, mais les modifications correspondent à des grains de poussière, et ne sont plus mesurables.
7	h_e=1.6mm h_s=0.9mm	Le corps de la flûte est accordé : cela ne peut être fait que maintenant car les modifications importantes du canal jouent sur la justesse. Après l'accord, P. Bolton ajoute : *"Je trouve que le canal est encore trop petit en sortie. Cela explique sans doute les grésillements dans les notes aiguës, qui ne sont pas complètement partis avec l'accordage."* La pièce haute du canal est donc légèrement poncée pour augmenter la section du canal. Le parallélisme entre le biseau et la sortie du canal est corrigé.

TABLE 5.3: Description des différentes étapes de conception du canal *optimal*. h_e est la hauteur du canal en entrée, et h_s est la hauteur du canal en sortie.

Au-delà de l'augmentation du débit injecté dans l'instrument au cours de la taille du canal, il est particulièrement intéressant de souligner qu'il augmente (même faiblement) entre les étapes 6 et 7, alors mêmes que les modifications apportées par le facteur à la géométrie du canal ne sont,

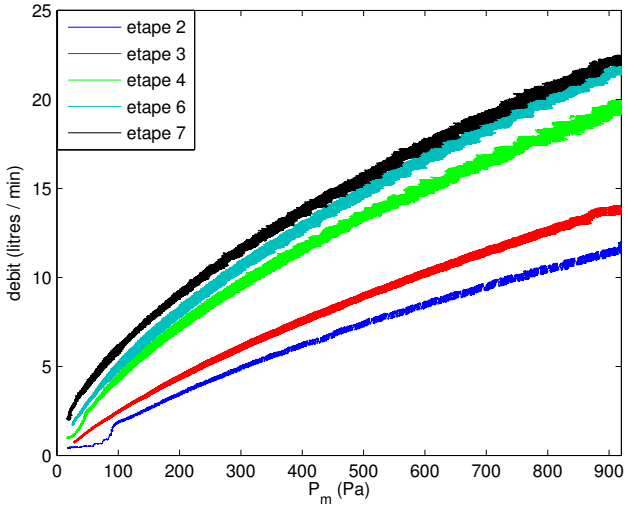


FIGURE 5.23: Evolution de la caractéristique liant la pression d'alimentation P_m et le débit traversant le canal au cours de la conception du canal optimal.

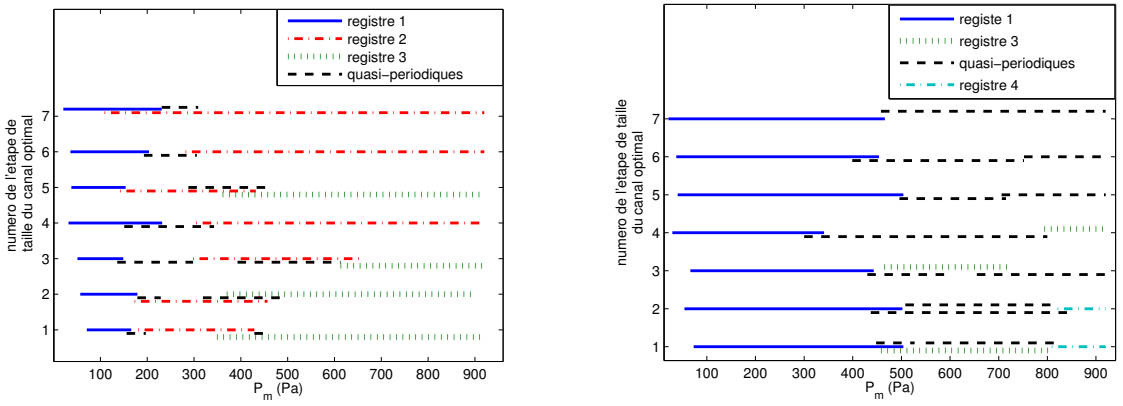
à cette étape, plus mesurables avec des outils classiques tels qu'un pied à coulisse au $1/10^{ème}$, des jauges d'épaisseur ou de hauteur. Ces dernières modifications consistent essentiellement à enlever du canal quelques résidus de poussière de bois. Il est donc probable que cette étape modifie suffisamment l'état de surface de l'intérieur du canal pour changer l'épaisseur des couches limites qui se développent [121], et par conséquent le débit d'air traversant le canal.

5.5.3 Zones de stabilité des différents régimes

Les zones de stabilité des différents régimes d'oscillation pour les deux doigtés de *fa 3* et de *si bémol 3*, représentées en figure 5.24, montrent des évolutions complexes au cours de la conception du canal. En particulier, il est intéressant de noter que l'importance des changements observés à chaque étape n'est pas corrélée à l'importance des modifications géométriques. Ainsi, les modifications de géométrie minimes (et non mesurables) effectuées par le facteur entre les étapes 5, 6 et 7 n'entraînent pas des changements moins marqués des zones de stabilité que les modifications géométriques effectuées, entre les étapes 3 et 4, au cours desquelles la hauteur de sortie du canal est quasiment doublée, passant de 0.49mm à 0.9mm.

Si le but n'est pas ici de détailler l'influence des modifications géométriques réalisées à chaque étape sur le comportement de l'instrument, ces données permettent de mieux identifier ce que recherche le facteur lors de la conception de l'instrument, et quels comportements de l'instrument sont recherchés, favorisés.

Les résultats présentés en figure 5.24 suggèrent que le facteur cherche à augmenter le plus possible la plage de stabilité du registre principal associé à chaque doigté, en l'élargissant à la fois vers des valeurs de P_m plus petites, et vers des valeurs plus élevées. Comme souligné plus haut, cet élargissement présente un intérêt évident pour le musicien du point de vue du contrôle des nuances et du timbre. Il semble également que le facteur recherche un certain équilibre entre les différents doigtés : le passage de l'étape 4 à l'étape 5 lui permet d'augmenter fortement la plage du premier registre pour le doigté de *si bémol*, mais marque à l'inverse un retour en arrière important pour le doigté de *fa*, dont le premier registre est fortement réduit. Le facteur semble alors chercher un compromis dans les étapes suivantes.



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 5.24: Evolution des zones de stabilité des différents régimes d'oscillation au cours de la taille du canal *optimal*, pour deux doigtés différents, lors de rampes croissantes puis décroissantes de P_m réalisées sur bouche artificielle (pente : 30 Pa/s).

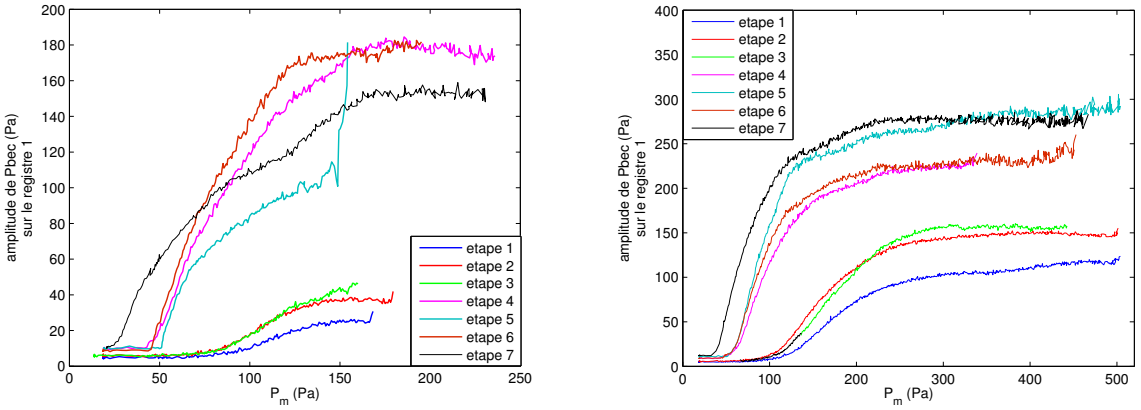
Ces résultats suggèrent également que le facteur cherche à repousser les zones d'existence des registres 3 et 4 vers de hautes valeurs de P_m : pour les deux doigtés, aucun de ces registres supérieurs n'apparaît plus dans la zone de P_m étudiée après la 5ième étape.

Comme on l'a vu plus haut, la présence d'une hystérésis entre les deux premiers registres est particulièrement intéressant pour le musicien. Si le facteur semble chercher à le faire apparaître au cours des différentes étapes, il est intéressant de noter que pour le doigté de *fa*, il n'apparaît que lors des très petits ajustements géométriques de la dernière étape, illustrant là encore la sensibilité de l'instrument aux paramètres géométriques du canal.

5.5.4 Amplitude d'oscillation sur le registre principal

L'amplitude d'oscillation de la pression acoustique mesurée dans l'instrument, représentée en figure 5.25 en fonction de P_m, pour les doigtés de *fa* et *si bémol*, montre également des évolutions importantes au cours de la conception du canal. Notamment, l'ajout des chanfreins (entre les étapes 2 et 4) entraîne à lui seul une augmentation du niveau de pression maximal de 3 dB pour le doigté de *fa* et de 5 dB pour le doigté de *si bémol*.

Si c'est ensuite l'augmentation de la hauteur du canal à sa sortie, entre l'étape 3 et l'étape 4, qui permet d'augmenter très fortement l'amplitude maximale atteinte sur le registre principal (+5 dB pour le *si bémol* et +12 dB pour le *fa*), on note là encore que les dernières étapes entraînent des changements sensibles de l'amplitude, malgré la finesse des modifications géométriques. Comme précédemment, le facteur semble rechercher un certain compromis entre les différents doigtés. La figure 5.26, qui représente l'amplitude maximale de la pression acoustique dans l'instrument pour les étapes 4 à 7 met ainsi en évidence que le passage de l'étape 4 à l'étape 5 est, en terme d'amplitude, particulièrement favorable au doigté de *si bémol* mais particulièrement défavorable au *fa*. Le facteur semble alors chercher un compromis, en revenant à l'étape 6 à une situation proche de celle de l'étape 4, puis en atteignant finalement des valeurs intermédiaires pour chacun des deux doigtés en étape 7. On retrouve alors ici les mêmes volontés d'équilibre et de compromis entre notes, déjà observées sur les zones de stabilité du registre principal, au cours de ces dernières étapes d'ajustement. Déjà, l'étape 5 était particulièrement défavorable au *fa* et favorable au *si bémol*, alors que l'étape 7 rétablissait un certain équilibre.



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 5.25: Evolution de l'amplitude d'oscillation du premier registre au cours de la conception du canal optimal, représentée en fonction de P_m pour deux doigtés différents.

5.5.5 Fréquence d'oscillation sur le registre principal

L'étude de l'évolution de la fréquence de jeu au cours de la conception du canal *optimal* ne peut s'appuyer sur la notion de justesse, c'est à dire sur comparaison entre la valeur autour de laquelle la fréquence se stabilise, et la fréquence théorique de la note recherchée. En effet, l'instrument n'est *accordé* définitivement, par la modification de la taille des trous du résonateur, qu'à la fin de la conception du canal, entre l'étape 6 et l'étape 7. D'après le facteur de flûtes Philippe Bolton, il n'est pas pertinent d'accorder l'instrument avant d'avoir donné au canal sa géométrie quasi-définitive, du fait de son influence sur la fréquence de jeu.

Pour les deux doigtés étudiés ici, comme le montre la figure 5.27, la plage de fréquence observée sur le registre principal (*i.e.* la différence entre fréquence maximale et fréquence minimale) est plus petite à l'étape 7 qu'à l'étape 1, alors même que la plage de P_m sur laquelle le registre principal est stable augmente, comme on l'a vu plus haut. Il semble donc que le facteur cherche à maximiser la plage d'existence du registre principal tout en cherchant à réduire le glissement de fréquence, de façon à donner plus de confort de jeu au musicien du point de vue des nuances, mais aussi de la justesse.

De plus, la représentation en figure 5.28 de la fréquence en fonction de P_m pour les différentes étapes de conception du canal montre que le glissement de fréquence est ramené, au cours des différentes étapes, vers des valeurs de P_m de plus en plus petites (ce qui, là encore, est lié à l'élargissement de la zone de stabilité du registre principal). La partie la plus marquée du glissement de fréquence est ainsi, pour les deux doigtés, amenée vers une zone de P_m inférieure à 50 Pa, qui n'est pas ou peu utilisée par les musiciens (voir par exemple [79]). Par ailleurs, il apparaît également clairement que la *pente* du glissement de fréquence par rapport à P_m est augmentée au cours des différentes étapes. Non seulement la plage des fréquences parcourues est réduite, mais elle se concentre aussi sur une plus petite zone de P_m. Ainsi, si l'on s'intéresse à la plage de P_m sur laquelle s'effectue 75% du glissement de fréquence, on remarque qu'elle représente, pour le doigté de *fa*, 33% de la plage totale de P_m lors de première étape, mais seulement 7% de cette plage totale pour le canal final (étape 7). De la même façon, pour le doigté de *si bémol*, 75% du glissement de fréquence s'effectue sur 33% de la plage totale de P_m lors de la première étape, mais lorsque le canal est achevé, 75% du glissement de fréquence s'effectue sur seulement 7% de la plage totale de P_m.

Ces observations suggèrent qu'au cours de la conception du canal, le facteur cherche d'une

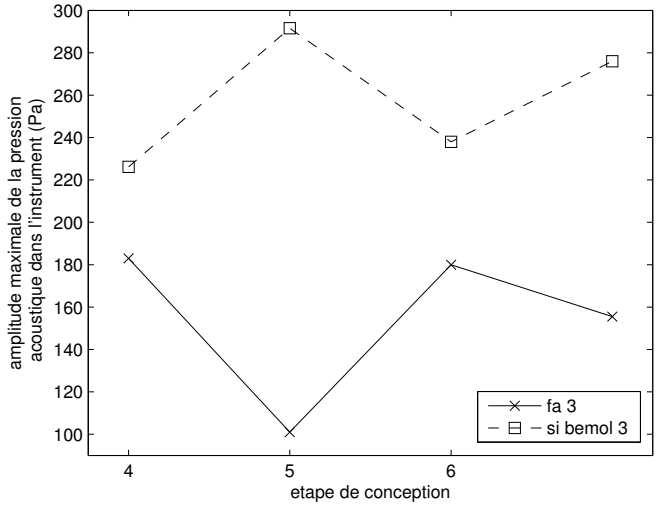
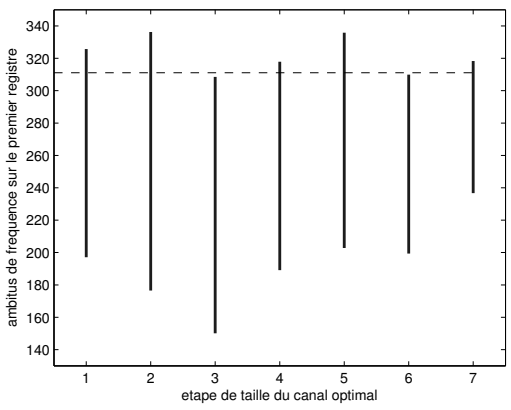
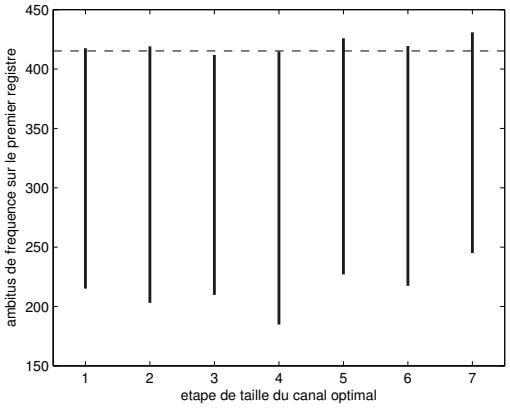


FIGURE 5.26: Evolution de l'amplitude d'oscillation maximale du premier registre de deux doigtés différents, au cours des dernières étapes de conception du canal optimal.



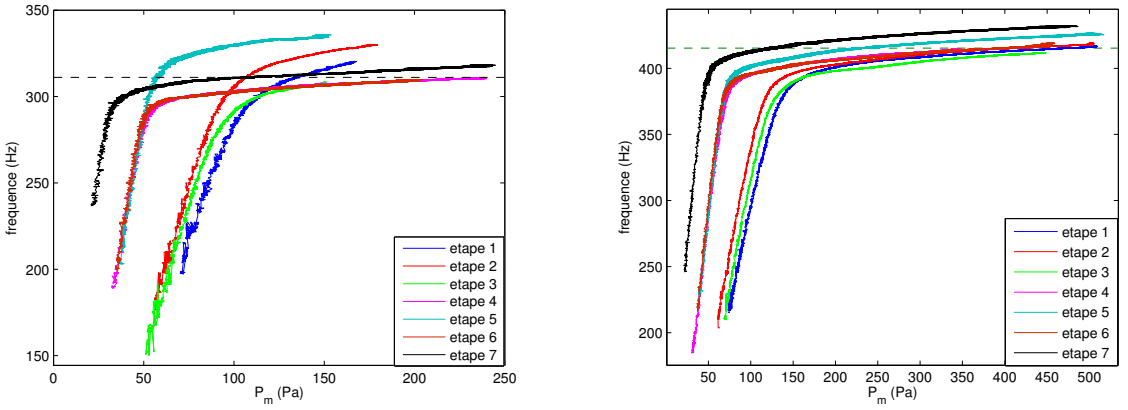
(a) Doigté de *fa 3*.



(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 5.27: Représentation des plages de fréquence parcourues sur le registre principal, pour deux doigtés différents, et pour les différentes étapes de conception du canal *optimal*. Les lignes pointillées horizontales représentent la fréquence théorique de la note recherchée.

part à réduire l'importance du glissement de fréquence et d'autre part à le ramener vers de petites valeurs de P_m, qui ne sont pas nécessairement utilisées par le musicien. Le facteur semble également chercher à accentuer la pente de ce glissement de fréquence, de façon à ce que la dépendance de la fréquence à la pression d'alimentation prenne la forme d'un glissement de forte pente suivie d'un plateau sur lequel la fréquence reste plus stable. Comparativement aux canaux des premières étapes, le canal final fournit ainsi au musicien une large zone de P_m sur laquelle la fréquence reste relativement stable, facilitant ainsi le contrôle de la justesse.

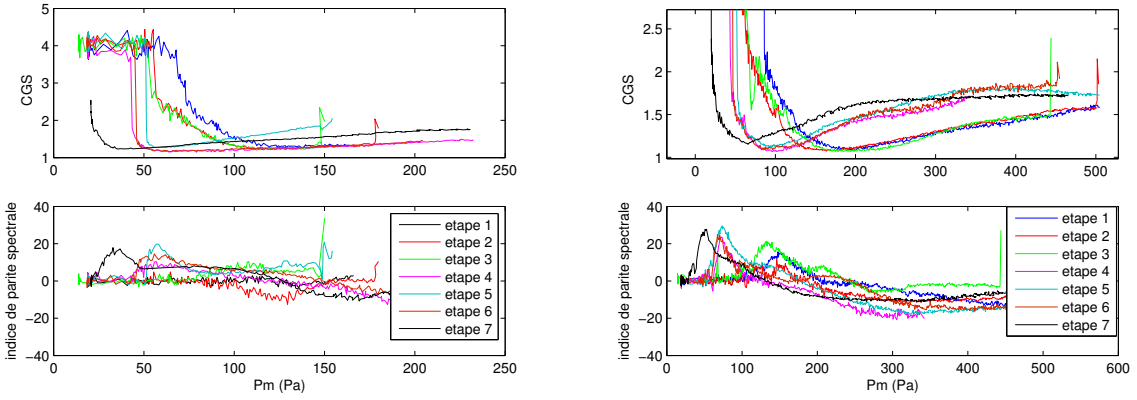


(a) Doigté de *fa 3*. (b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 5.28: Evolution de la fréquence d'oscillation du premier registre au cours de la conception du canal optimal, en fonction de P_m. Les lignes horizontales en pointillés représentent la fréquence théorique de la note considérée.

5.5.6 Spectre sur le registre principal

L'évolution du spectre du registre principal au cours de la conception du canal *optimal* est caractérisée, comme précédemment, par son centre de gravité spectrale (CGS) et l'indice de parité spectrale défini par l'équation 5.3. Ces deux indicateurs sont représentés en figure 5.29 pour les doigtés de *fa* et de *si bémol*. Si le rapport de l'énergie des harmoniques pairs et impairs ne semble pas évoluer de façon sensible au cours des différentes étapes, il semble en revanche que le facteur cherche à enrichir le spectre en harmoniques, à rendre le son plus *brillant*, ce qui se caractérise par une augmentation du CGS.



(a) Doigté de *fa 3*. (b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 5.29: Evolution du centre de gravité spectral et de l'indice de parité spectral sur le premier registre, au cours de la conception du canal optimal, pour deux doigtés différents.

L'étude de cette caractéristique souligne une fois de plus la nécessité pour le facteur de réaliser des compromis entre les différentes caractéristiques de l'instrument. On a vu précédemment que le passage de l'étape 4 à l'étape 5 était plutôt défavorable au doigté de *fa*, à la fois du point de vue de la zone de stabilité et de l'amplitude du son sur le registre principal. On voit ici qu'en

revanche, les modifications géométriques réalisées entre ces deux étapes permettent d'enrichir considérablement le spectre du premier registre pour ce doigté de *fa*. Si l'étape 6 marque un retour à une situation proche de l'étape 4 à la fois sur la plage de stabilité, l'amplitude et le spectre, il apparaît là encore que le canal final est le fruit d'un compromis non seulement entre les caractéristiques de l'instrument pour les différents doigtés, mais aussi entre les différentes caractéristiques du son produit pour chaque doigté.

5.6 Discussion et Conclusions

Dans la littérature, différents auteurs se sont intéressés à l'influence d'éléments de géométrie du canal des flûtes à bec sur le son produit et surtout sur le comportement du jet oscillant [123, 122, 18]. Les travaux présentés ici se concentrent exclusivement sur l'influence de la géométrie du canal sur les caractéristiques des régimes sonores produits par l'instrument. On se place alors volontairement du point de vue du facteur d'instruments : s'il s'appuie sur quelques mesures géométriques de référence pour obtenir une première ébauche de canal, tout le travail s'effectue ensuite en testant la flûte et en modifiant la géométrie du canal jusqu'à obtenir le son désiré. L'objectif est dans ce chapitre de tenter de comprendre l'action du facteur, en caractérisant le comportement de l'instrument en fonction de la géométrie du canal. L'étude de l'influence de la voûte, de la convergence ou des chanfreins permet de mieux comprendre pourquoi les facteurs utilisent des géométries complexes. Par ailleurs, la caractérisation du comportement de l'instrument à différentes étapes de la conception d'un canal *optimal* permet de comprendre ce que recherche le facteur, quels comportements il cherche à favoriser ou à éviter, et sur quels critères sonores il s'appuie.

La réalisation de ces travaux n'a été possible que grâce à la forte implication du facteur de flûtes Philippe Bolton. En effet, les modifications géométriques considérées sont parfois si fines qu'il n'est pas envisageable qu'elles soient réalisées autrement que par un facteur. Par ailleurs, l'expérience du facteur est particulièrement précieuse au moment de l'élaboration du protocole expérimental : sur quels paramètres se concentrer, à quelle étape faire une mesure ? Enfin, il est particulièrement instructif de comparer son analyse des caractéristiques de chaque canal lorsque l'on cherche à comprendre sur quels critères il s'appuie (amplitude du son, stabilité des régimes ...).

L'utilisation de la bouche artificielle permet de caractériser de façon objective l'influence de la géométrie du canal sur le comportement intrinsèque de l'instrument. Les résultats présentés ici montrent de façon très claire que la convergence et la voûte du canal, ainsi que la présence des chanfreins, ne sont pas importantes uniquement pour le *ressenti* et le *contrôle* du musicien : il est possible de caractériser leur grande influence sur les caractéristiques des différents régimes de l'instrument, telles que les plages de stabilité, l'amplitude d'oscillation ou le contenu spectral. Les analyses présentées, en lien avec le discours du facteur, confirment que ces éléments géométriques sont indispensables si l'on veut accéder au comportement de l'instrument qui est recherché par les instrumentistes.

L'étude de plusieurs canaux conçus pour avoir des *ouvertures* différentes conduit également à des résultats en accord avec le discours des facteurs et musiciens. Ainsi, les canaux *plus fermé* ou *plus ouvert* que le canal *optimal*, étudiés dans ce chapitre, présentent des caractéristiques bien différentes les uns des autres, qui là encore, peuvent être observées sur bouche artificielle. A l'inverse du premier groupe, l'un des canaux ne peut pas être qualifié de *plus avantageux*, ou de *meilleur* pour le musicien : si le canal *plus fermé* présente des avantages pour le musicien pour certaines caractéristiques (l'amplitude du registre principal par exemple), c'est à l'inverse le canal *plus ouvert* qui est plus avantageux pour d'autres caractéristiques (telles que le contrôle de la justesse). Le travail du facteur s'appuie alors nécessairement sur un compromis entre les

différentes caractéristiques de l'instrument. Chaque facteur façonne ainsi des flûtes différentes en fonction des caractéristiques qu'il choisit de *favoriser*. Cette analyse est confirmée par Philippe Bolton : d'après son expérience, certains facteurs réalisent des flûtes particulièrement *ouvertes*, quand d'autres préfèrent concevoir des instruments plus *fermés*. Le discours des musiciens va dans le même sens : pour eux, le choix d'un instrument plus ou moins *ouvert* est surtout affaire de préférence personnelle.

L'importance des compromis dans le travail du facteur est illustré de façon plus forte encore lorsque l'on cherche à comprendre vers quel *optimum* il tend. Au cours de la fabrication d'un canal, le facteur travaille simultanément sur plusieurs paramètres géométriques, et revient de nombreuses fois sur certains paramètres, tels que la hauteur du canal, ou le chanfrein haut (qui est taillé quatre fois au cours de notre exemple). En parallèle, on observe au cours des étapes des *allers-retours* sur les caractéristiques de l'instrument : une modification du canal entraîne par exemple à l'étape 5 de fortes modifications, et les modifications de l'étape 6 permettent de revenir vers une situation proche de la situation obtenue à l'issue de l'étape 4. Cela illustre particulièrement bien les compromis non seulement entre caractéristiques de l'instrument, mais aussi entre les différentes notes. En effet, l'instrument obtenu à l'issu de l'étape 5 semblait améliorer considérablement les caractéristiques de certaines notes, mais dégrader celles d'autres notes. Le facteur semble alors chercher le meilleur compromis sur la géométrie du canal, qui permet sur toute la tessiture de l'instrument (*i.e.* sur les différents doigtés) :

- de maximiser la plage de stabilité du registre principal.
- de repousser les régimes d'ordre élevés (troisième ou quatrième registres) vers des plages de P_m plus élevées.
- de maximiser l'hystérésis entre les deux premiers régimes.
- de repousser le glissement de fréquence vers de petites valeurs de P_m, et de faire en sorte qu'il s'effectue sur une plage de P_m la moins large possible.
- de maximiser le centre de gravité spectral, c'est à dire *d'enrichir* le spectre.

Du point de vue du physicien, il est par ailleurs particulièrement marquant de constater combien des modifications extrêmement minimes de la géométrie du canal peuvent modifier le comportement de l'instrument. Ainsi, les modifications du canal effectuées lors des dernières étapes de la conception du canal *optimal* ne sont plus mesurables avec des outils classiques tels que des jauges d'épaisseur, de hauteur, ou un pied à coulisse. Au cours des dernières étapes, P. Bolton n'utilise d'ailleurs plus de papier de verre (même le plus fin est trop abrasif), mais une plante séchée - la prêle [110] -, qui lui permet sans doute principalement de modifier *l'état de surface* des parois du canal. Pourtant, le comportement de l'instrument n'est pas moins altéré lors de ces dernières étapes que lors des premières, où les modifications géométriques étaient beaucoup plus marquées.

Ces différents résultats expérimentaux mettent en évidence la grande influence d'éléments parfois minimes de la géométrie du canal des flûtes à bec sur le comportement de l'instrument, et permet ainsi de mieux comprendre l'attention particulière accordée par les facteurs à cette partie de l'instrument. Cette attention portée par les facteurs à la géométrie du canal tranche avec la façon dont est traitée cette partie de l'instrument dans les modèles physiques de l'instrument. Si des travaux récents [20] proposent un modèle de *réceptivité*[2] tenant compte de la présence de chanfreins à la sortie du canal, ni la géométrie interne du canal ni la géométrie de la sortie du

2. On rappelle que la *réceptivité* désigne la façon dont les ondes acoustiques présentes dans le résonateur perturbent le jet en sortie du canal - voir chapitre 1.

canal ne sont prises en compte dans les modèles de l'état de l'art. La grande influence de ces paramètres de facture sur les caractéristiques de l'instrument, démontrée dans ce chapitre, met en lumière l'importance des phénomènes physiques qu'il reste à comprendre et à modéliser. A la lumière de ces résultats, il est manifeste que la non prise en compte du canal et de ses détails géométriques dans le modèle de flûtes de l'état de l'art (présenté au chapitre 1) constitue l'une des limites fondamentales de ce modèle.

Troisième partie

De l'influence du musicien : paramètres de contrôle et régimes d'oscillation

Avant-Propos

Après avoir étudié dans la seconde partie l'influence de paramètres *de facture* sur le comportement de l'instrument, on s'intéresse dans cette troisième partie à l'influence de paramètres *de contrôle*. A l'inverse des premiers, qui sont fixés une fois pour toutes par le facteur au moment de la fabrication de l'instrument, les paramètres de contrôle sont en permanence ajustés par le musicien.

De façon globale, on cherche dans cette partie à apporter des éléments de réponse à la problématique suivante :

Que reste-t-il des caractéristiques de l'instrument mises en évidence sur l'instrument seul, lorsque l'on intègre le musicien ?

Dans le chapitre 6, cette question est posée par rapport aux canaux de géométrie différentes, étudiés au chapitre 5. Que reste-t-il des résultats mis en évidence sur bouche artificielle lorsque la flûte munie de ces différents canaux est jouée par un musicien expérimenté ? Des mesures réalisées sur une musicienne professionnelle permettent d'apporter des éléments de réponse, mais également de s'interroger sur l'influence de la géométrie du canal sur le contrôle de l'instrumentiste : comment adapte-t-elle les paramètres de contrôle à sa disposition pour tirer le meilleur parti des différentes configurations du canal ?

La comparaison du comportement d'un même instrument joué d'une part par une musicienne professionnelle et d'autre part par une bouche artificielle montre l'existence de différences quantitatives significatives, notamment sur les seuils de changement de régimes. On étudie alors, dans le chapitre 7, l'influence de la *dynamique* de la pression d'alimentation (*i.e.* de son évolution temporelle) sur les seuils de transitions entre régimes oscillants.

Finalement, dans le chapitre 8, la question générale posée dans cette partie est déclinée du point de vue du modèle physique de flûtes, et dans un cas *extrême* de dynamique de la pression d'alimentation : que reste-t-il du comportement de l'instrument, mis en évidence par les diagrammes de bifurcations (qui supposent une évolution quasi-statique des paramètres), dans le cas des transitoires d'attaque ?

Chapitre 6

Géométrie du canal : influence sur le jeu du musicien

Sommaire

6.1 Introduction 141
6.2 Protocole expérimental 142
6.3 Caractéristiques des régimes d'oscillation : seuils, amplitude, fréquence 142
6.4 Etude des transitoires d'attaques 148
6.5 Discussion 153
6.6 Conclusion 154

6.1 Introduction

Le chapitre 5 a permis d'établir l'influence de différents éléments de la géométrie du canal d'une flûte à bec sur le comportement de l'instrument. L'utilisation d'une bouche artificielle permet de caractériser ces différences de comportement de manière objective, et de tracer ce que l'on pourrait qualifier de *diagrammes de bifurcation expérimentaux*.

Les éléments de géométrie étudiés, à savoir la convergence, la voûte et les chanfreins du canal, apparaissent particulièrement importants pour les facteurs d'instruments. Par ailleurs, la géométrie du canal est également évoquée par les musiciens, qui parlent de canaux *ouverts* ou *fermés*. Plusieurs questions sont alors soulevées :

- lorsque l'instrument est joué par un musicien confirmé, que reste-t-il des caractéristiques de chaque canal, et des différences entre canaux, objectivement mesurées en environnement contrôlé au sein du laboratoire ?

- est-il possible de relier le point de vue du musicien sur un canal à des éléments objectivement mesurables et reproductibles ?

- quelle influence la géométrie du canal a-t-elle sur le *contrôle* du musicien ? Quels paramètres de contrôles sont modifiés, adaptés ?

Afin d'apporter des éléments de réponse, nous cherchons ici à caractériser non plus le comportement de la flûte à bec à canal modulable, mais le comportement du système *instrument-musicien*. La flûte à géométrie modulable fabriquée par Philippe Bolton, et dont le comportement pour différents canaux a été caractérisé au chapitre 5, a été proposée à une flûtiste à bec professionnelle. Pour chacun des canaux, la réalisation de différents exercices permet d'analyser la réponse de l'instrument au jeu du musicien, mais également la façon dont l'instrumentiste s'adapte aux caractéristiques de chaque canal.

6.2 Protocole expérimental

Les différents canaux décrits au chapitre 5 ont été joués par Marine Sablonnière, professeur de flûtes à bec au Conservatoire à Rayonnement Régional de Marseille, et active dans divers ensembles de musique baroque. Les caractéristiques des différents canaux ne lui étaient pas précisées avant les expériences. Pour chacun d'entre eux, les exercices suivants étaient réalisés, et son avis sur l'instrument lui était ensuite demandé :

- le jeu d'un extrait d'une sonate de Bach [1].
- pour les doigtés de *fa 3*, *sol 3*, *la 3*, *si bémol 3* et *si 3*, des *crescendo* permettant de passer du premier registre au régime supérieur (qui est, selon le doigté, périodique ou quasi-périodique), en cherchant à rester le plus longtemps possible sur le premier registre.
- pour ces même doigtés, en partant du régime d'arrivée de l'exercice précédent, des *decrescendo* permettant de revenir au premier registre, en cherchant là aussi à retarder le changement de régime.
- des gammes chromatiques ascendantes et descendantes, sur deux octaves, avec trois articulations (*"coup de langue"*) différentes : *normale*, *dure*, et *douce*.

Durant ces mesures, la pression rayonnée à l'extérieur de l'instrument, la pression dans la bouche de la musicienne et la pression acoustique dans l'instrument étaient mesurés grâce au dispositif présenté au chapitre 3.

6.3 Caractéristiques des régimes d'oscillation : seuils, amplitude, fréquence

De la même façon que les rampes de pression d'alimentation réalisées à la bouche artificielle permettaient au chapitre 5 d'établir des *diagrammes de bifurcation expérimentaux*, les exercices de *crescendo* et *decrescendo* permettent d'étudier les caractéristiques des différents régimes d'oscillation, en terme de seuils, d'amplitude, et de fréquence de jeu. Plutôt qu'une comparaison quantitative avec les résultats obtenus sur bouche artificielle, (qui peut notamment être rendue délicate par les changements d'hygrométrie et de température de l'air ambiant, mais surtout de l'air soufflé dans l'instrument), l'idée est plutôt ici d'étudier l'influence de différents éléments de la géométrie du canal sur le jeu (*i.e.* le *contrôle* du musicien), et de déterminer si les différences entre canaux observées sur bouche artificielle sont qualitativement conservées lorsque l'instrument est joué par un musicien.

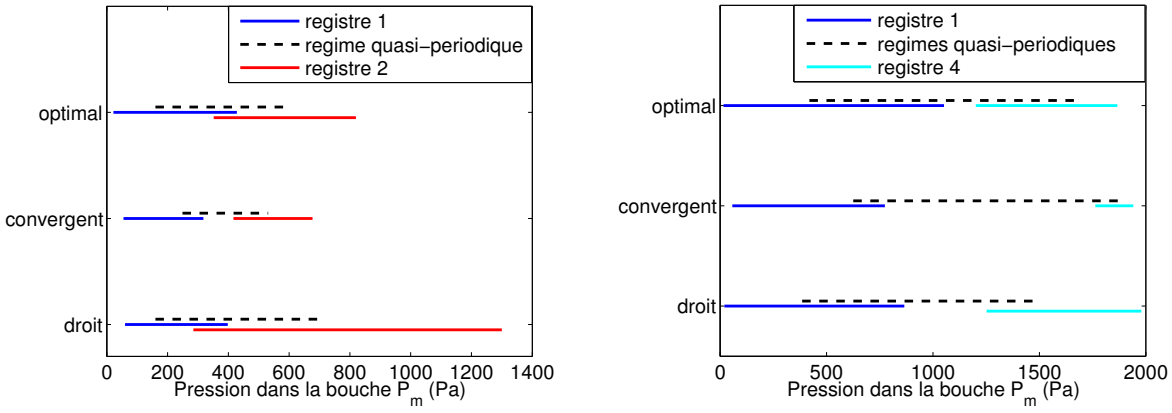
1. 1er mouvement de la sonate BWV 1034 en mi mineur, transposée pour flûte à bec en sol mineur.

6.3.1 Plages de stabilité des différents régimes

Pour les doigtés correspondant au *fa 3* et au *si bémol 3*, déjà étudiés au chapitre 5 (voir figures 5.7), les zones de stabilité des différents régimes d'oscillation sont représentées en figure 6.1 pour les trois canaux étudiés ici. Les exercices de *crescendo* et *decrescendo* permettant d'obtenir ces données sont répétés trois fois. Pour chaque régime d'oscillation, la plage de stabilité est déterminée en retenant :

- pour la borne supérieure, la valeur maximale de P_m observée sur ce régime parmi les trois *crescendo*.
- pour la borne inférieure, la valeur minimale de P_m observée sur ce régime parmi les trois *decrescendo*.

Cette démarche et la non-répétabilité des mesures sur musiciens expliquent que trois régimes différents puissent co-exister pour une même valeur de P_m. Cette situation n'est bien sûr pas rencontrée dans le cas d'une étude sur bouche artificielle, qui permet une bonne répétabilité des mesures : les seuils de transition entre régimes sont alors sensiblement identiques entre une réalisation et une autre.



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 6.1: Représentation des zones de stabilité des différents régimes d'oscillation observés lors de réalisation de *crescendo* et *decrescendo* par une musicienne professionnelle, pour trois canaux de géométrie différente, et pour deux doigtés.

Les évolutions induites par l'ajout de la convergence et de la voûte du canal sur les plages de P_m pour lesquelles le musicien a accès aux différents régimes sont qualitativement assez semblables à celles observées sur bouche artificielle au chapitre 5. Notamment, l'ajout de la convergence a tendance à repousser les seuils des régimes autres que le premier registre (celui recherché par le musicien) vers des pressions plus hautes que celles observées pour le canal droit : c'est le cas du régime quasi-périodique et du second registre pour le doigté de *fa*, et du régime quasi-périodique et du 4ième registre pour le doigté de *si bémol*. Il en résulte alors une diminution de la largeur de l'hystérésis entre les différents régimes, ce qui *a priori* pénalise le musicien. A l'inverse, l'ajout de la voûte permet au musicien d'avoir accès à une hystérésis plus large entre le premier registre et les autres régimes, tout en élargissant la plage de stabilité du premier registre, à la fois vers les petites et vers les hautes valeurs de P_m.

L'analyse de Marine Sablonnière montre que cette propriété est essentielle pour les musiciens, puisqu'elle conditionne la palette de nuances accessibles. En effet, les différences de plages de

stabilité sont fortement ressenties. Le canal droit est de son point de vue particulièrement difficile à jouer :

"Je ne peux pas jouer piano sur le premier registre, car quand je souffle doucement, il n'y a aucun son. Je n'ai pas de possibilité de modeler le son, ni au niveau des nuances, ni au niveau du timbre."

A propos du canal convergent et du canal optimal, ses analyses sont respectivement :

"Je n'ai toujours pas la possibilité d'aller assez loin dans les nuances piano *et* forte*, je trouve l'instrument assez fermé, mais c'est quand même beaucoup mieux que* [le canal droit]*."*

"Avec ce canal, j'ai plus de marge pour modeler le son qu'avec [le canal convergent]*, il est possible d'avoir un beau son plus facilement."*

Le seuil d'oscillation semble alors important pour le musicien, qui utilise donc dans certaines circonstances des pressions d'alimentation très faibles. En effet, les seuils d'oscillation observés pour ce canal droit sont de l'ordre de 50 Pa.

Alors que sur les deux doigtés étudiés ici, les plages de stabilité du premier registre sont plus petites pour le canal convergent que pour le canal droit, le canal convergent apparaît beaucoup plus agréable à jouer. Si le musicien est particulièrement sensible à la plage de stabilité du premier registre (possibilité de jouer sur les nuances), son estimation de la qualité d'un instrument est donc également liée à d'autres critères : en effet, pour Marine Sablonnière, la flûte montée avec le canal convergent est *trop fermée* et ne donne pas accès à suffisamment de nuances, et n'est donc pas optimal, mais il s'agit quand même pour elle d'un instrument *jouable*. En revanche, la flûte munie du canal droit produit un son qui ne lui évoque pas une flûte à bec, mais plutôt une flûte de Pan. Pour elle, *"ce n'est pas moche, mais ce n'est pas une flûte à bec"*.

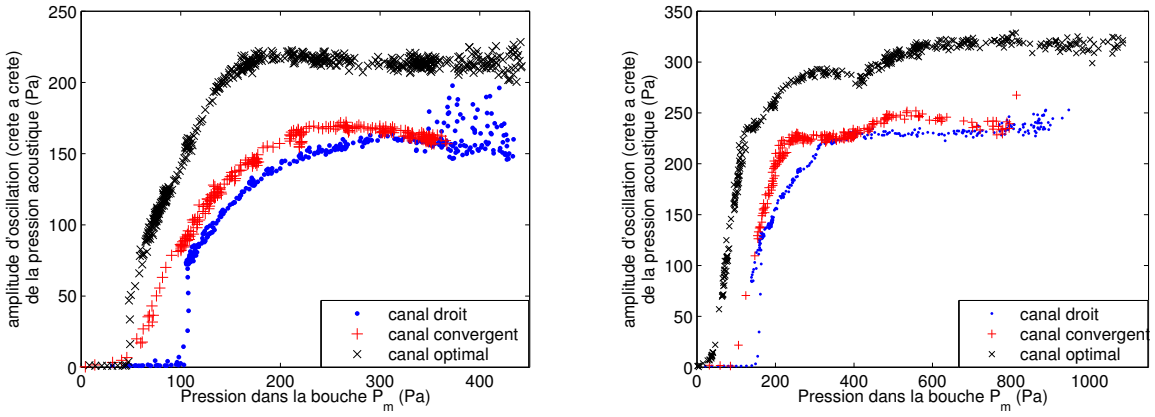
6.3.2 Amplitude d'oscillation sur le premier registre

Pour les deux doigtés étudiés ici et pour chacun des trois canaux, l'amplitude d'oscillation du premier registre (régime d'oscillation recherché par le musicien dans son jeu habituel) est représentée en figure 6.2 en fonction de la pression dans la bouche P_m.

Si l'amplitude maximale obtenue par Marine Sablonnière avec le canal droit et avec le canal convergent ne sont pas significativement différentes l'une de l'autre, celle obtenue avec le canal optimal est augmentée de 15 % pour le *fa* et de 16% pour le *si bémol*, par rapport aux autres doigtés. Si ces différences d'amplitudes maximales sont relativement faibles une fois ramenées en dB (entre 1dB et 2dB SPL), les différences d'amplitude observées entre canaux pour une même valeur de pression d'alimentation P_m sont plus marquées. Ainsi, pour le doigté de *fa*, l'amplitude obtenue à $P_m = 150Pa$ avec le canal optimal est 84% plus élevée (soit +5dB) que l'amplitude obtenue avec le canal droit, et 56% supérieure (+3.8dB) à celle observée pour le canal convergent. De la même façon, le canal convergent donne une amplitude 18% plus élevée (+1.5dB) que le canal droit. Ces différences sont encore plus marquées pour d'autres valeurs de P_m : à $P_m = 100$ Pa, et toujours pour le doigté de *fa*, le canal optimal donne des amplitudes de 7 dB et 4 dB supérieures aux canaux droit et convergent.

Ces différences sont clairement perçues par la musicienne, et les faibles amplitudes obtenues avec le canal droit semblent être particulièrement problématiques :

"Avec [le canal droit]*, je dois beaucoup alimenter l'instrument, souffler beaucoup, pour ne pas obtenir finalement beaucoup de son."*



(a) Amplitude (crète à crète) de la pression acoustique mesurée dans l'instrument, en fonction de la pression dans la bouche P_m, pour un doigté *fa 3*.

(b) Amplitude (crète à crète) de la pression acoustique mesurée dans l'instrument, en fonction de la pression dans la bouche P_m, pour un doigté *si bémol 3*.

FIGURE 6.2: Représentation de l'amplitude du registre principal (recherché par l'instrumentiste) en fonction de la pression dans la bouche P_m. Pour chacun des trois canaux étudiés, des *crescendo* et *decrescendo* sont réalisés par une musicienne professionnelle, pour deux doigtés différents.

Qu'ils soient joués par une musicienne professionnelle ou par une bouche artificielle, les trois canaux mènent à des amplitudes différentes. Cependant, pour chaque canal, les amplitudes observées sont quantitativement différentes entre les deux situations. Nous reviendrons plus spécifiquement sur ces écarts en section 6.5.

6.3.3 Fréquence d'oscillation sur le premier registre

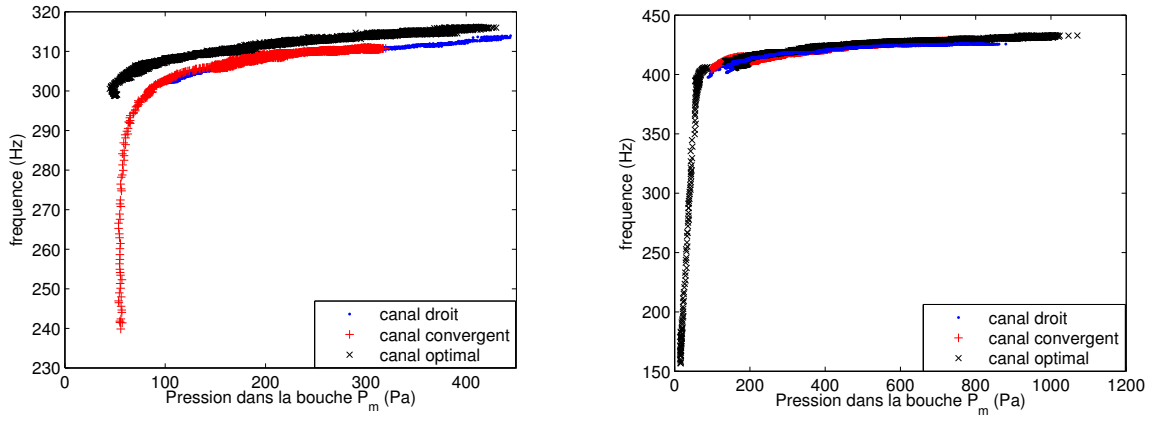
Pour les mêmes données qu'au paragraphe précédent, la figure 6.3 représente la fréquence de jeu, sur le premier registre, en fonction de la pression P_m dans la bouche du musicien. Bien qu'il n'existe pas de tendance systématique, il semble que la géométrie du canal puisse modifier la fréquence de certaines notes : à P_m égale, le canal optimal mène à une fréquence de 15 à 20 cents plus élevée, sur le doigté de *fa 3*, que les deux autres canaux.

On peut également noter la présence ou non d'importants glissements de fréquence à faibles valeurs de P_m. Cependant, une comparaison du glissement de fréquence n'aurait ici que peu de sens, puisque la musicienne ne descend pas nécessairement jusqu'au seuil d'oscillation pour chaque canal, et n'atteint donc pas forcément la zone de P_m sur laquelle le glissement de fréquence le plus important se manifeste.

Lorsqu'ils sont joués par un musicien, les différents canaux ne sont donc que relativement peu différents les uns des autres en matière de fréquence. Dans son analyse des caractéristiques liées aux différents canaux, Marine Sablonnière n'évoque d'ailleurs pas de problème de contrôle de la justesse.

En revanche, la comparaison de la fréquence obtenue par le musicien, et de la fréquence observée lorsque l'instrument est joué par une bouche artificielle (figure 5.10 du chapitre 5), montre que le musicien est capable de faire varier P_m, tout en maintenant une fréquence beaucoup plus stable que la bouche artificielle. Cette propriété est illustrée pour le canal optimal, et pour deux doigtés différents, en figure 6.4.

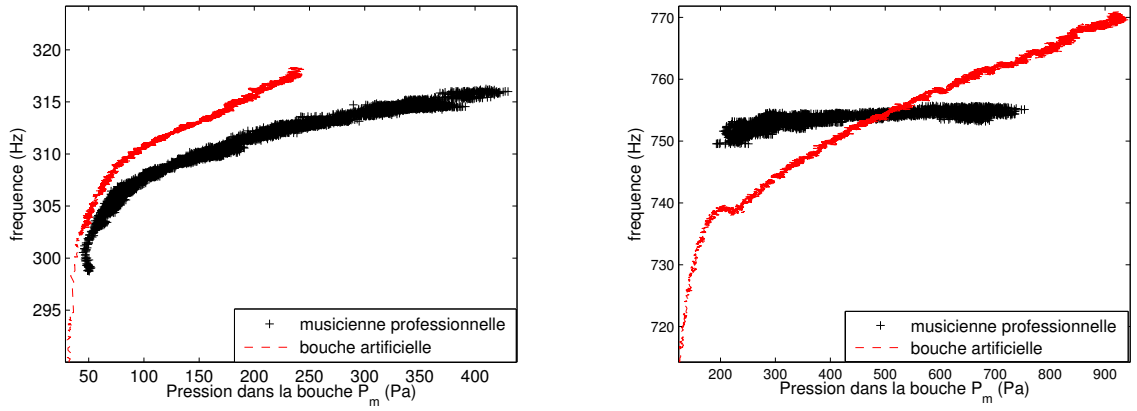
Dans les deux cas, l'évolution de la fréquence avec P_m est sensiblement différente, selon que



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 6.3: Evolution de la fréquence du registre principal avec la pression dans la bouche P_m, lors de *crescendo* et *decrescendo* réalisés par une musicienne professionnelle, pour deux doigtés différents et trois géométries de canal.



(a) Evolution de la fréquence avec la pression dans la bouche P_m, pour le doigté de *fa 3*.

(b) Evolution de la fréquence avec la pression dans la bouche P_m, pour le doigté de *sol dièse 4*.

FIGURE 6.4: Comparaison de la fréquence de jeu observée pour une flûte à bec jouée par une bouche artificielle et une musicienne professionnelle. L'instrument est munie du canal *optimal*.

l'instrument est joué par une musicienne professionnelle ou par une bouche artificielle. Dans le cas du doigté de *fa*, si la fréquence varie de façon importante pour le musicien (15 *Hz*, soit 84 *cents*, sur la plage de P_m utilisée), sa variation avec P_m est cependant plus faible que dans le cas de la bouche artificielle, où elle varie de 100 cent (soit 1/2 ton) sur une plage de P_m pourtant plus étroite. Le cas du *sol dièse* est encore plus marquant : sur la plage de P_m utilisée par la musicienne, la fréquence varie de 14 *cents*, alors que sur la même plage de P_m, la fréquence varie de 58 *cents* lorsque l'instrument est joué par la bouche artificielle.

L'observation des doigts de la musicienne lors des *crescendo* et des *decrescendo* suggère que ce contrôle de la justesse est effectué par la modification de la distance entre les doigts de l'instrumentiste et le premier trou resté ouvert. En effet, comme illustré en figure 6.5, cette distance diminue pendant le *crescendo* puis augmente pendant le *decrescendo*. En approchant

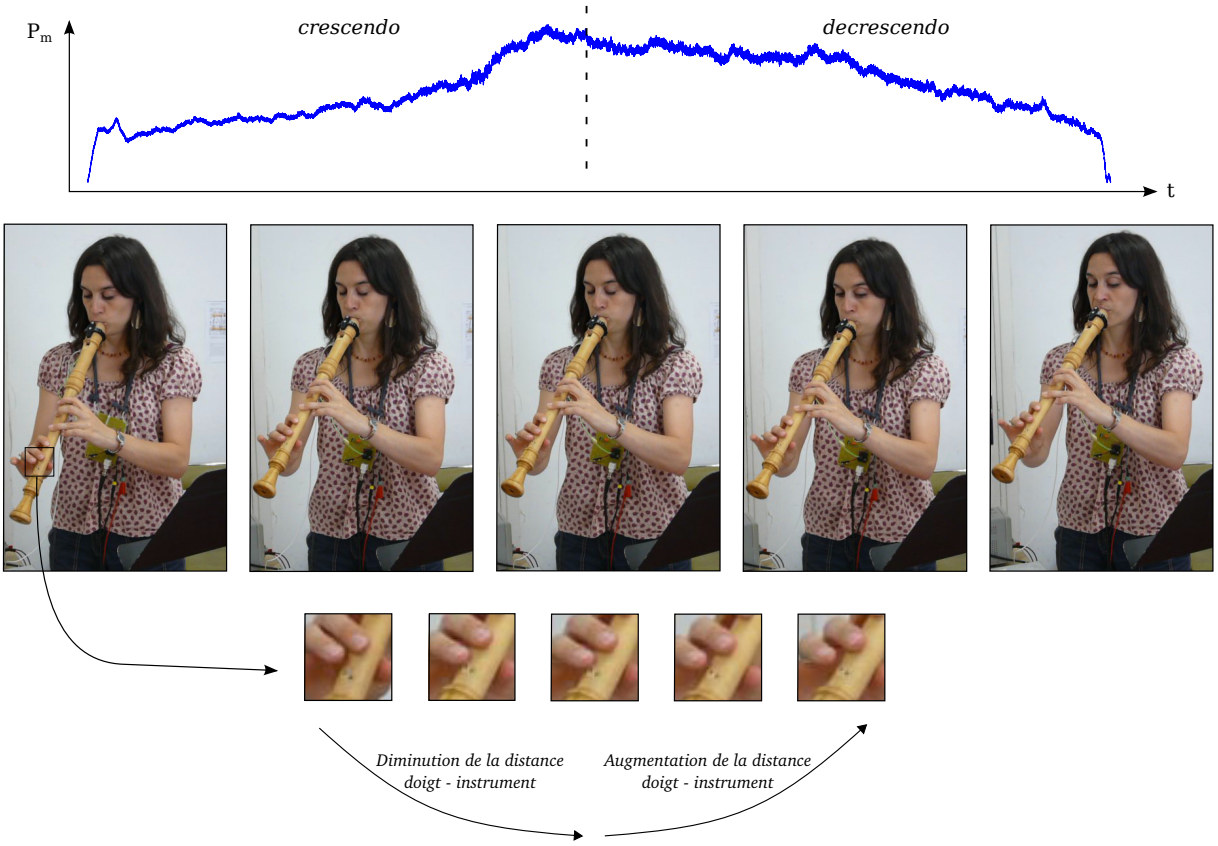


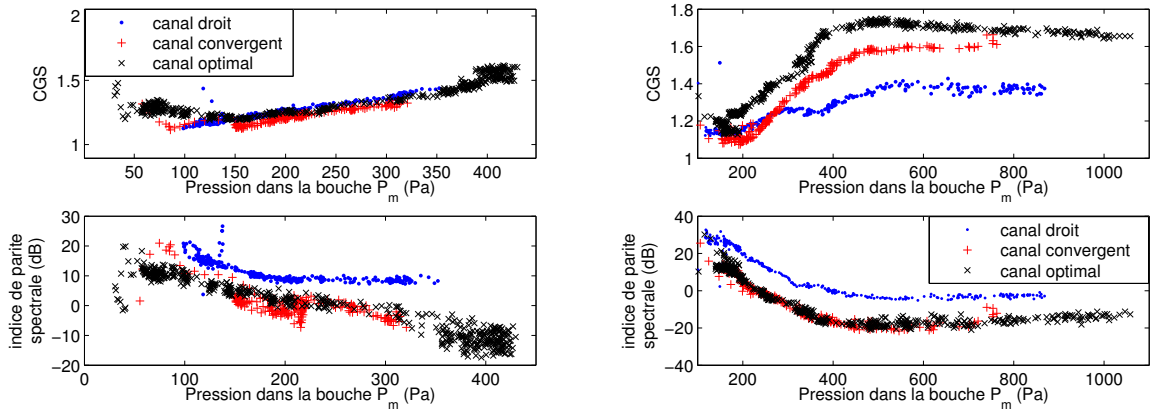
FIGURE 6.5: Illustration du mouvement des doigts d'une musicienne professionnelle, pendant un *crescendo* et un *decrescendo* sur un doigté de *la 3*. La distance entre les doigts de l'instrumentiste et le premier trou ouvert de l'instrument est probablement utilisée comme paramètre de contrôle de la fréquence de jeu. Les photos sont des captures tirées d'un film de l'exercice.

son doigt, l'instrumentiste modifie nécessairement le rayonnement par le premier trou ouvert, ce qui augmente la longueur *effective* du résonateur et, par conséquent, diminue ses fréquences de résonance (voir par exemple [30]). Alors que dans les flûtes l'augmentation de P_m a pour conséquence d'augmenter la fréquence de jeu, c'est probablement cette action du musicien qui lui permet d'augmenter P_m tout en gardant une fréquence stable.

6.3.4 Spectre sur le premier registre

Comme au chapitre 5, le contenu spectral du premier registre est caractérisé par le centre de gravité spectral (CGS) calculé sur les 7 premiers harmoniques (équation 5.2), et par l'indice de parité spectrale défini par l'équation 5.3. A part pour le CGS du *fa 3*, qui n'est ici pas modifié significativement par les changements de géométrie du canal, les résultats sont qualitativement semblables à ceux observés sur bouche artificielle. Ainsi, pour le *si bémol*, la convergence puis la voûte du canal permettent d'augmenter le CGS. Comme lorsque l'instrument est joué par la bouche artificielle, on observe que le canal convergent abaisse l'indice de parité spectrale par rapport au canal droit, mais que cet indicateur n'est pas modifié entre canal convergent et canal optimal.

L'augmentation du CGS et la diminution de l'indice de parité spectrale liées à l'ajout de la convergence et de la voûte au canal, traduisent l'enrichissement des harmoniques impairs dans



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 6.6: Evolution du centre de gravité spectral (en fréquence adimensionnée par la fréquence fondamentale) et de l'indice de parité spectral (en dB) en fonction de la pression dans la bouche P_m, lors de *crescendo* et de *decrescendo* réalisés par une musicienne professionnelle, pour chacun des trois canaux étudiés, et pour deux doigtés différents.

le spectre. Ces modifications du spectre sont manifestement ressenties par les musiciens, comme le soulignent les propos de Marine Sablonnière :

"Avec [le canal droit], *le timbre est diffus, mal défini. C'est mieux avec* [le canal convergent], *mais je ne peux pas modeler le timbre du son. Avec* [le canal optimal], *j'ai plus de marge pour modeler le son, je peux avoir un beau son plus facilement."*

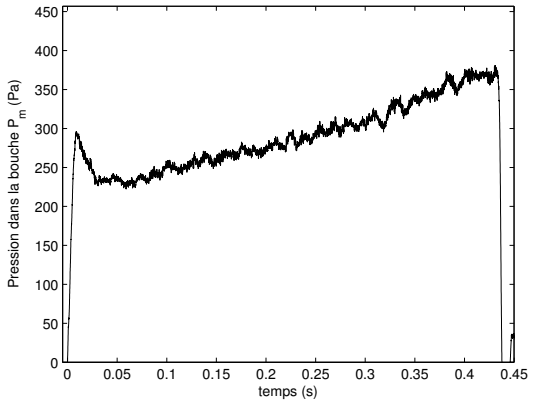
6.4 Etude des transitoires d'attaques

Les exercices de gammes chromatiques réalisés sur chacun des canaux permettent d'étudier plus particulièrement l'effet de la géométrie du canal sur les transitoires d'attaques réalisés par le musicien.

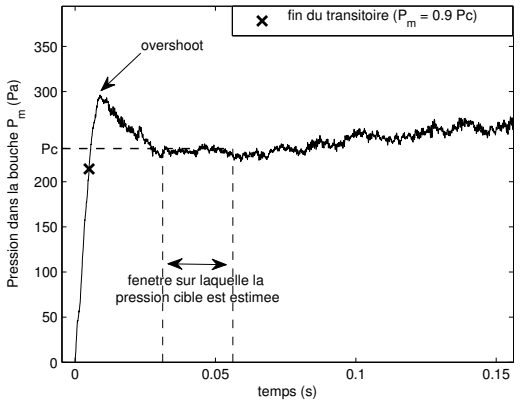
Pour chaque note, la *pression cible* P_c du transitoire d'attaque est définie comme la moyenne de la pression dans la bouche calculée sur une fenêtre de 0.025 secondes autour du premier minimum de pression suivant *l'overshoot*[2] (voir figure 6.7). Cette définition permet de s'affranchir du *crescendo* souvent réalisé par la musicienne sur chaque note, qui apparaît clairement sur l'exemple de la figure 6.7, et qui avait déjà été mis en évidence par exemple dans [64]. Comme souvent dans la littérature, et comme au chapitre 5, le *temps de montée de* P_m est défini comme la durée nécessaire pour atteindre 90% de la pression cible (voir figure 6.7).

De la même façon, la durée du transitoire de la pression acoustique mesurée dans l'instrument est définie comme la durée nécessaire pour que la puissance instantanée du signal (calculée avec Yin [43]) atteigne 80% de la valeur qu'elle atteint sur le régime permanent (calculée sur les trois derniers quarts du signal, où le régime permanent est toujours atteint). On rappelle que dans le cas de la bouche artificielle, on avait retenu, comme pour la pression dans la bouche, une proportion de 90%. Dans le cas du musicien, il arrive fréquemment que la puissance instantannée varie de 10% de sa valeur, même après la fin du transitoire d'attaque. Pour cette raison, la fin du transitoire est définie comme l'instant à partir duquel la puissance instantanée diffère de

2. *i.e.* le premier maximum, généralement plus élevé que la pression cible P_c.



(a) Exemple de pression relevée dans la bouche de la musicienne, représentée en fonction du temps.



(b) Zoom de la figure 6.7a. La pression cible P_c est déterminée en moyennant P_m sur les $25ms$ qui suivent le minimum (local) de P_m qui suit l'*overshoot*. La durée du transitoire est définie comme le temps nécessaire pour atteindre 90% de la pression cible.

FIGURE 6.7: Illustration de la détection de la pression *cible* P_c et de la durée du transitoire d'attaque, pour la pression relevée dans la bouche d'une musicienne professionnelle.

moins de 20% de la valeur moyenne observée sur le régime permanent, comme illustré en figure 6.8. Cette durée de transitoire n'étant pas définie de la même façon que pour les données à la bouche artificielle (principalement parce que les données relevées sur musicien sont beaucoup moins stationnaires que celles obtenues avec la bouche artificielle), les données ne peuvent être comparées que qualitativement avec celles présentées au chapitre 5.

6.4.1 Pression *cible* utilisée

Pour quatre réalisations de chaque note (deux gammes ascendantes, deux gammes descendantes), les valeurs de la *pression cible* P_c du transitoire d'attaque sont représentées en figure 6.9 en fonction de la fréquence de la note obtenue (*i.e.* du doigté utilisé [3]), et pour chacun des trois canaux.

L'évolution de la pression cible avec la note jouée n'est qualitativement pas modifiée par la géométrie du canal : pour les trois canaux utilisés, cette évolution est bien approchée par une relation linéaire entre fréquence et pression cible : les régressions linéaires des données présentent des coefficients de corrélation de 0.94 pour le canal droit et le canal convergent, et de 0.96 pour le canal optimal. Pour la plage de notes (*i.e.* de doigtés) utilisée, cette caractéristique rejoint les observations d'autres études [79]. Il n'est cependant pas exclu que cette évolution varie d'un musicien à un autre. Quantitativement, l'évolution de P_c avec la note jouée diffère en fonction du canal utilisé : la pente liée à l'approximation linéaire de cette évolution est de 0.83 Pa/Hz pour le canal droit, de 0.62 Pa/Hz (soit 25% inférieure) pour le canal convergent, et vaut 0.7 Pa/Hz pour le canal optimal (soit une augmentation de 13% par rapport au canal convergent). Ces différences illustrent l'adaptation du *contrôle* du musicien aux différents canaux. Cette modification des pressions utilisées pourrait être dictée par les différences de zones de stabilité du premier registre : une plage de stabilité restreinte inciterait le musicien a utiliser une pression cible plus faible, de façon à obtenir le régime d'oscillation désiré, quitte ensuite à

3. On rappelle que le diapason est ici tel que la fréquence du *la 3* est de 392 Hz.

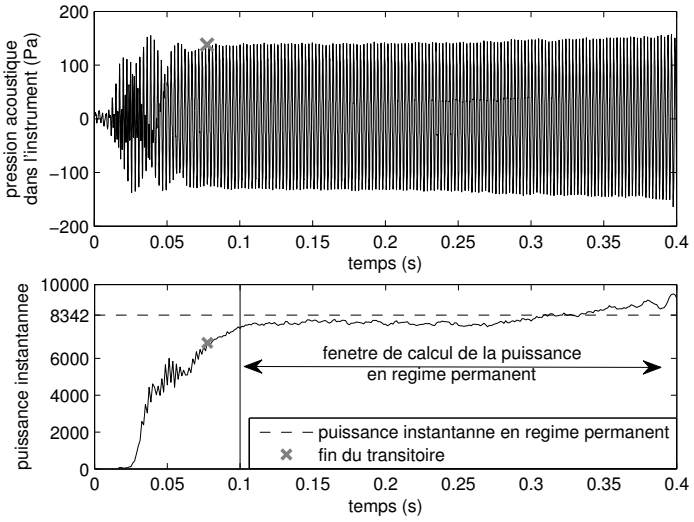
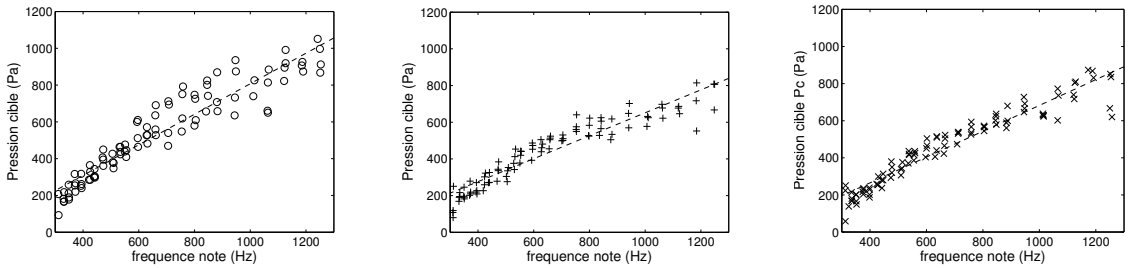


FIGURE 6.8: Illustration de la détection de la durée du transitoire de la pression acoustique mesurée à l'intérieur de l'instrument.



(a) Canal droit. (b) Canal convergent. (c) Canal *optimal*.

FIGURE 6.9: Valeur de la pression *cible* de P_m (*i.e.* P_c) du transitoire d'attaque, en fonction de la fréquence de la note obtenue (*i.e.* du doigté), pour différents canaux. Les lignes pointillées représentent les régressions linéaires des données, dont les coefficients de corrélation sont respectivement de 0.94, 0.94 et 0.96.

augmenter la pression (faire un *crescendo*) sur la note. Une autre hypothèse peut être celle du volume sonore recherché, qui inciterait le musicien a utiliser des pressions différentes en fonction du canal, pour obtenir un volume sonore équivalent.

6.4.2 Temps de montée de la pression dans la bouche et durée des transitoires

Au-delà de la valeur de la pression cible, le *temps de montée* de la pression dans la bouche du musicien est également un aspect fondamental du contrôle du musicien. Comme mis en évidence par Garcia [79], ce temps de montée est fortement relié à *l'articulation* recherchée par le musicien : *staccatto* (attaque dure) ou *legato* (attaque douce).

Pour une articulation intermédiaire, qualifiée de ni particulièrement dure ni particulièrement douce par Marine Sablonnière, les temps de montée de P_m observés, pour chacun des trois canaux, sur deux gammes chromatiques croissantes et décroissantes sont représentés en figure 6.10 en fonction de la pression cible P_c.

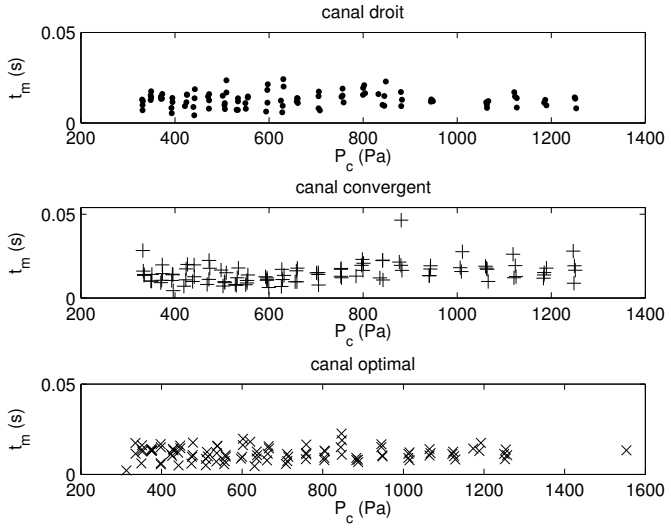


FIGURE 6.10: Temps de montée t_m de P_m (*i.e.* durée du transitoire de P_m, détectée comme en figure 6.7) en fonction de la pression cible P_c du transitoire d'attaque, pour trois canaux joués par une musicienne professionnelle. En haut : canal droit. Au milieu : canal convergent. En bas : canal *optimal*.

Sur chaque canal, il apparaît clairement que le temps de montée de P_m utilisé pour la musicienne est remarquablement stable, quelle que soit la pression cible utilisée. On peut supposer que le caractère *staccato* ou *legato* d'un transitoire d'attaque ne dépend donc pas de la pente de P_m sur la phase de montée de P_m (voir figure 6.7a), mais plutôt du temps de montée lui même, indépendamment de la pression atteinte.

Cependant, les temps de montée de la pression dans la bouche diffèrent entre les canaux. Leurs valeurs moyennes et médianes, calculées toutes notes confondues, pour chacun des trois canaux, sont représentés en figure 6.11. Les temps de montée de P_m utilisés par la musicienne sont sensiblement plus courts avec le canal *optimal* qu'avec les deux autres canaux : la valeur moyenne et la valeur médiane sont respectivement 14% et 12% inférieures à celles observées pour le canal droit, et 19% et 17.5% plus faibles que celles utilisées pour le canal convergent. A l'inverse, les temps d'attaque relevés lors du jeu du canal convergent sont les plus élevés, avec des valeurs moyennes et médianes 6% supérieures à celles relevées lors du jeu du canal droit.

Ces résultats montrent, là encore, la forte influence de la géométrie du canal sur le *contrôle* effectué par une musicienne professionnelle, et mettent en évidence la nécessité pour elle de s'adapter fortement à cette géométrie du canal. On peut là aussi supposer que le contrôle du musicien est contraint par les propriétés de stabilité du régime d'oscillation recherché. Des attaques plus ou moins rapides pourraient avoir pour but d'éviter, par exemple, d'atteindre un régime non désiré, ou encore d'éviter l'apparition d'un régime quasi-périodique dans le transitoire. Ces hypothèses ne peuvent cependant être ni confirmées ni infirmées. En revanche, nous verrons dans la section suivante que ces différences dans les temps d'attaque utilisés sont au moins en partie motivées par les différences de *temps de réponse* de l'instrument en fonction de la géométrie du canal.

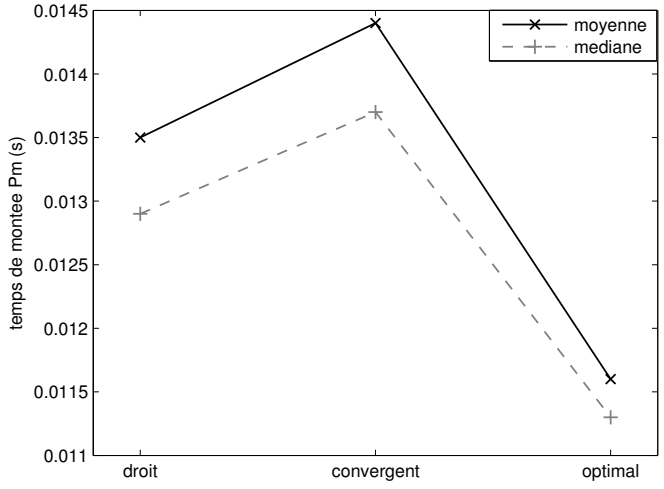


FIGURE 6.11: Valeurs moyennes et médianes du temps de montée de la pression dans la bouche du musicien, observées pour des gammes chromatiques, avec trois géométries de canal différentes.

6.4.3 Durée des transitoires de la pression acoustique

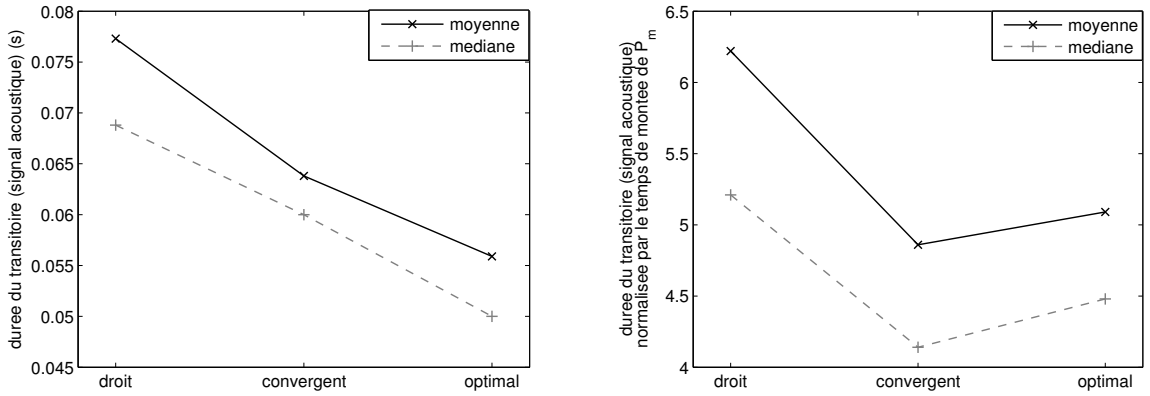
Les *temps de réponse* de l'instrument, c'est à dire les durées des transitoires de la pression acoustique mesurée dans l'instrument (sous le biseau), sont caractérisés en figure 6.12a par leurs valeurs médianes et moyennes, calculées toutes notes confondues pour chacun des trois canaux. Les temps de montée de P_m utilisés par la musicienne étant différents pour chaque canal, on définit comme au chapitre précédent, les durées de transitoire normalisées par le temps de montée de P_m : $\widehat{t}_{ac} = \frac{t}{t_m}$. Les valeurs moyennes et médianes de $\widehat{t}_{ac}$ sont représentées pour chaque canal en figure 6.12b.

La comparaison entre les figures 6.11 et 6.12a montre que la durée des transitoires ne suit pas la même évolution que le temps de montée de P_m. Ainsi, alors que les temps de montée de P_m utilisés par la musicienne pour le canal convergent sont les plus longs, les transitoires de la pression acoustique affichent une durée moyenne et médiane intermédiaires entre celles obtenues avec le canal droit et avec le canal optimal. La comparaison entre canal convergent et canal droit est particulièrement marquante : alors que les temps de montée de P_m sont 1 ms plus longs (en termes de moyenne et de médiane) pour le canal convergent que pour le canal droit, les transitoires acoustiques sont environ $10ms$ plus courts (en terme de moyenne et de médiane) pour le canal convergent que pour le canal droit.

Cette tendance est confirmée par la figure 6.12b : le canal convergent présente des durées de transitoire normalisées $\widehat{t}_{ac}$ dont la moyenne et la médiane sont respectivement 22% et 20% plus faibles que pour le canal droit et 4.5% et 7.6% inférieures à celles du canal optimal. A l'inverse, le canal droit présente des transitoires de durées (normalisées) particulièrement longues, dont la moyenne et la médiane sont respectivement 22% et 16% supérieures à celles du canal optimal.

La confrontation de ces résultats aux retours de Marine Sablonnière sur le comportement de l'instrument met en évidence que ces caractéristiques des durées des transitoires sont non seulement perçues par le musicien, mais qu'il s'agit d'un critère important dans l'évaluation de la qualité d'un instrument :

Avec le [canal droit], *les attaques sont très lentes. En revanche, avec* [le canal convergent], *l'articulation est beaucoup trop directe, ça engendre un chuintement au début de la note, et je*



(a) Moyennes et médianes des durées des transitoires (acoustiques) non normalisées.

(b) Moyennes et médianes des durées des transitoires (acoustiques) normalisées par les temps de montée de la pression dans la bouche P_m.

FIGURE 6.12: Valeurs moyennes et médianes des transitoires de la pression acoustique dans l'instrument, observées sur des gammes chromatiques réalisées par une musicienne professionnelle, pour trois géométries de canal différentes.

n'ai pas une grande palette d'articulations à ma disposition. Le canal optimal donne des attaques moins rapides que le canal convergent, j'ai plus de liberté dans l'articulation.

Du point de vue du musicien comme en termes de valeurs moyenne et médiane de $\widehat{t_{ac}}$, le canal optimal est donc un intermédiaire entre les extrêmes des deux autres canaux.

6.5 Discussion

Cette étude de l'influence de la géométrie du canal sur le comportement de l'instrument joué par un musicien, et sur le contrôle de l'instrumentiste, montre que les différences évoquées par les musiciens peuvent être mesurées objectivement. Surtout, il est possible de relier étroitement les caractéristiques ressenties et les comportements soulignés par une musicienne professionnelle à des mesures physiques. L'importance de la géométrie du canal, soulignée par les instrumentistes et par les facteurs, est donc ici caractérisée formellement.

Le discours d'une musicienne montre que de nombreux paramètres entrent en jeu dans l'évaluation de la qualité d'un instrument, et plus précisément de la qualité de son canal. Si, de façon surprenante, la facilité à jouer *juste* n'est pas évoquée, la plage de stabilité du registre recherché, l'amplitude du son produit, le contenu spectral, et la durée des transitoires d'attaques semblent particulièrement importants. Par ailleurs, il apparaît clairement qu'un flûtiste confirmé adapte ses paramètres de contrôle au comportement de l'instrument (et donc à la géométrie) du canal. Ces résultats suggèrent que l'évaluation globale de la qualité de l'instrument s'appuie non seulement sur le *résultat* (*i.e.* le son) obtenu, mais également sur la facilité à obtenir le comportement recherché, c'est à dire sur l'adaptation des paramètres de contrôle nécessaire pour obtenir le son recherché. De ce point de vue, on comprend alors aisément que le choix d'une géométrie du canal particulière soit affaire de goût, dans le sens où tous les flûtistes ne recherchent pas exactement les mêmes caractéristiques sonores, et n'utilisent pas les mêmes stratégies de contrôle (ce qui apparaît par exemple dans [18]).

Il est particulièrement intéressant de remarquer que le classement des canaux effectué par Marine Sablonnière, en matière de facilité de jeu et de qualité du son obtenu, correspond au classement de ces canaux en terme de complexité de la géométrie, mais également au classement effectué par le facteur d'instruments, fondé sur la *qualité* de l'instrument. Ainsi, le canal entièrement droit est jugé particulièrement mauvais (pour la musicienne professionnelle, la flûte munie de ce canal n'évoque même pas une flûte à bec). La flûte avec le canal convergent est jugée nettement meilleure, mais demeure médiocre, avec de faibles possibilités de contrôle. Enfin, le canal désigné comme *optimal* par le facteur, est également celui qui est le plus conforme aux attentes de l'instrumentiste.

Dans le chapitre 5, le comportement de l'instrument muni des différents canaux avait été caractérisé *objectivement* à la bouche artificielle. Les résultats présentés mettaient en évidence la grande influence de la géométrie interne du canal sur le comportement de l'instrument. Les résultats présentés dans ce chapitre permettent d'aller plus loin : ils démontrent l'influence de points de détails de la géométrie interne du canal (et pas seulement de la *sortie* du canal) sur le comportement de l'instrument joué par un musicien. L'influence de cette géométrie sur le jeu (*i.e.* les paramètres de contrôle) et l'analyse du musicien est également mise en avant. Qualitativement, les différences entre canaux vont dans le même sens, que l'instrument soit étudié à la bouche artificielle ou joué par un instrumentiste professionnel. Malgré son expertise, et l'adaptation de ses paramètres de contrôle aux caractéristiques de l'instrument joué, il n'est pas possible pour le musicien de compenser entièrement les grandes différences de fonctionnement de l'instrument mises en évidence au chapitre 5.

Quantitativement en revanche, il existe pour certaines caractéristiques des différents canaux, des différences notables entre bouche artificielle et musicien. La capacité de la musicienne professionnelle à maintenir la fréquence de jeu stable tout en faisant varier P_m a déjà été mise en évidence en figure 6.4. Des différences notables existent également sur la plage de stabilité du premier registre. Comme le montre la figure 6.13 pour deux doigtés et pour les trois canaux droit, convergent et *optimal*, la musicienne professionnelle est capable, dans certains cas, d'augmenter considérablement le seuil de déstabilisation du premier registre vers des valeurs de pression plus hautes. Cette augmentation par rapport aux seuils observés sur bouche artificielle, qui est ici comprise entre 34% et 126%, lui permet d'avoir accès à une palette de nuances et de contenu spectral plus large.

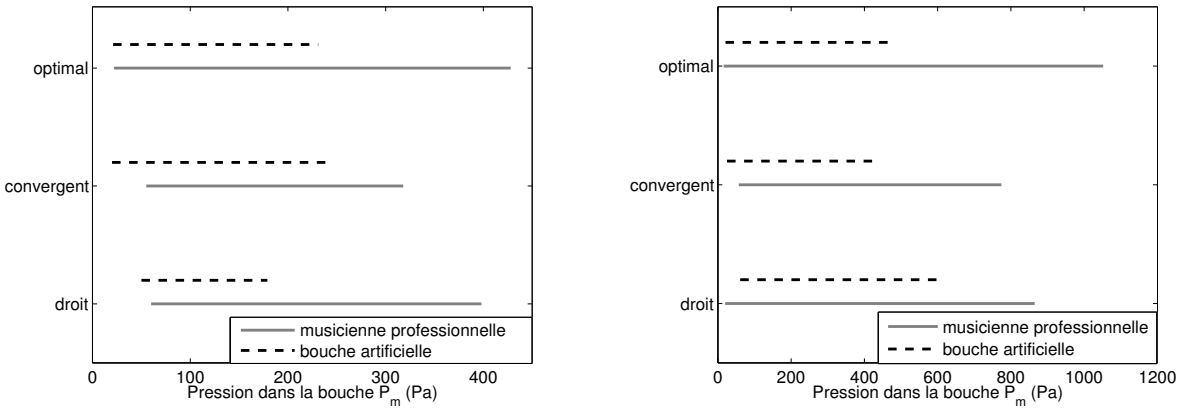
On observe également, en figure 6.14, des différences entre bouche artificielle et musicienne professionnelle au niveau de l'amplitude d'oscillation du registre principal (*i.e.* du volume sonore). L'action de la musicienne semble cependant moins systématique que pour les autres critères : selon les cas (canaux et doigté), celle-ci obtient, à P_m égale, des amplitudes soit plus importantes (cas du canal *optimal* sur le doigté de *fa 3*) soit moins importantes (cas du canal convergent sur le doigté de *si bémol 3*, par exemple).

Malgré les limitations imposées par la géométrie de l'instrument, et bien que pour la plupart des caractéristiques des régimes, les différences qualitatives entre canaux soient identiques que l'instrument soit joué par une bouche artificielle ou une musicienne professionnelle, cette dernière est capable de modifier certains aspects du comportement de l'instrument dans le sens qui lui est avantageux, c'est à dire qui lui fournit une plus grande liberté de jeu.

6.6 Conclusion

L'étude présentée dans ce chapitre permet d'établir et de caractériser l'influence de la convergence et de la voûte du canal des flûtes à bec sur le comportement du système *instrument-musicien* d'une part, et sur le contrôle du musicien d'autre part.

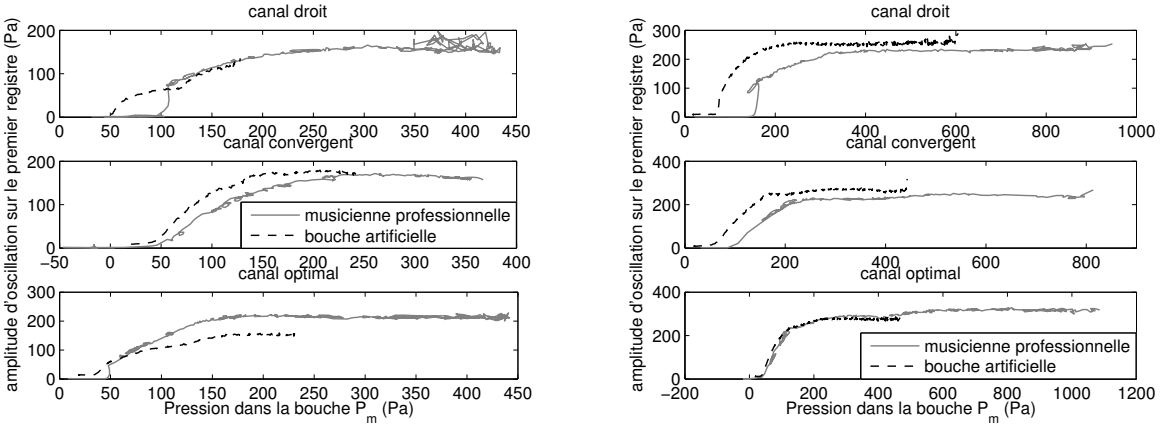
Cette étude a été rendue possible par l'implication d'un facteur d'instruments et d'une mu-



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 6.13: Comparaison des plages de stabilité du registre *principal* (*i.e.* recherché par le musicien) obtenues respectivement par une musicienne professionnelle et avec la bouche artificielle, pour trois canaux et deux doigtés différents.



(a) Doigté de *fa 3*.

(b) Doigté de *si bémol 3*.

FIGURE 6.14: Comparaison de l'amplitude d'oscillation sur le registre *principal* (*i.e.* recherché par le musicien) obtenue respectivement par une musicienne professionnelle et avec la bouche artificielle, pour trois canaux et deux doigtés différents.

sicienne professionnelle. L'approche retenue permet ainsi d'étudier l'influence de la géométrie du canal sur une flûte à bec de très bonne qualité, réalisée entièrement à la main, de la même façon qu'un instrument destiné à être joué par un musicien professionnel. Le fait que les modifications géométriques du canal soient réalisées par un facteur de flûtes à bec assure que celles-ci ont un sens, du point de vue de son travail : les éléments géométriques étudiés (la convergence longitudinale, le présence d'une voûte) ne sont pas choisis arbitrairement, mais parce qu'ils sont jugés indispensables par le facteur. Par ailleurs, l'implication d'une musicienne professionnelle permet d'aborder les problématiques liées à la géométrie interne du canal de façon concrète : s'il est intéressant pour le scientifique d'étudier l'influence de cette géométrie sur le comportement intrinsèque de l'instrument seul, c'est bien l'influence sur le jeu du musicien (quels paramètres de contrôle utiliser ?) et sur le son produit par le système couplé musicien-instrument qui importent aux facteurs et aux flûtistes. Cette approche permet d'étudier des aspects du fonctionnement de l'instrument jusqu'ici très peu étudiés dans la littérature. Si différentes études décrivent le rôle d'éléments de la géométrie de la *lumière* (*i.e.* la sortie du canal) [121], et notamment des chanfreins [18, 123], très peu se concentrent sur le rôle de la géométrie du canal. De plus, les quelques études sur ce point [121, 122, 49] se sont surtout attachées à étudier l'influence d'éléments de géométrie interne (convergence) sur le comportement du jet d'air qui naît à la sortie du canal (ce qui est indispensable à une prise en compte de cet élément de l'instrument dans les modèles physiques), mais jamais, à notre connaissance, sur les caractéristiques des régimes sonores produits par le système instrument-instrumentiste ni sur le contrôle de l'instrumentiste. Surtout, à notre connaissance, aucune étude n'a jusqu'à présent porté sur des modifications du canal réalisées par un facteur de flûtes à bec.

Les trois canaux étudiés ici présentent, en sortie (*i.e.* à la lumière), la même géométrie (même section, présence de chanfreins, même décalage vertical entre la sortie du canal et le biseau), ce qui permet de conclure sur l'influence de différents éléments de géométrie interne. Il apparaît que la convergence et la voûte longitudinale du canal - dont les dimensions peuvent *a priori* paraître fines par rapport à la longueur du canal - ont une grande influence sur le comportement de l'instrument considéré seul (comme on l'a vu au chapitre 5), mais également sur les régimes sonores produits par le système couplé instrument-instrumentiste et sur le contrôle du musicien. Ainsi, par rapport au canal droit, le canal convergent permet au musicien de repousser les seuils de la pression dans la bouche auxquels il atteint les régimes non recherchés (quasi-périodiques et registres d'ordre élevés), et la présence d'une voûte lui permet d'avoir une plage de stabilité plus large du registre principal. En terme d'amplitude d'oscillation (*i.e.* de volume sonore), la présence d'une voûte lui permet de *jouer plus fort* sur le registre principal. L'influence sur le contenu spectral du registre principal est également notable : la convergence permet de favoriser les harmoniques impairs et ainsi d'obtenir un meilleur équilibre entre harmoniques pairs et impairs. Pour certains doigtés, convergence et voûte permettent d'enrichir le spectre en harmoniques, ce qui se traduit par une augmentation du centre de gravité spectral. Enfin, l'influence de la géométrie interne du canal sur la durée des transitoires d'attaque est également très marquée : le canal droit mène à des attaques très *lentes* (transitoires longs), alors que le canal convergent engendre des transitoires particulièrement courts. L'un comme l'autre paraissent peu confortables pour le musicien, et l'obligent à adapter le temps de montée de la pression dans la bouche, pour se rapprocher du comportement qu'il souhaite obtenir. De façon globale, la comparaison des grandeurs physiques mesurées avec l'analyse du musicien démontre que les différences de comportement induites par les différentes géométries du canal sont fortement ressenties par le flûtiste. Ici, la description que donne Marine Sablonnière du comportement de l'instrument induit par les différents canaux peut très souvent être reliée aux observations physiques : c'est notamment le cas sur les plages de stabilité et l'amplitude du registre principal, et sur les durées des transitoires d'attaque. En confirmant le rôle primordial de ces éléments de

géométrie sur le comportement de l'instrument, les résultats vont donc dans le sens du discours des facteurs et des musiciens.

Au niveau de la *qualité de l'instrument et du son produit* et du *confort de jeu*, le jugement du facteur et de la musicienne professionnelle se rejoignent : tous deux jugent le canal droit particulièrement mauvais et estiment que le canal convergent présente des défauts importants mais demeure jouable. Le canal jugé *optimal* par le facteur est également celui qui produit le meilleur son et qui est le plus agréable à jouer, du point de vue de la musicienne professionnelle.

La comparaison des résultats de ce chapitre avec ceux du chapitre 5 montre que les différences entre canaux sont qualitativement les mêmes, que l'instrument soit jouée par une bouche artificielle ou par un flûtiste. En d'autres termes, dans un contexte où l'on s'intéresse à la géométrie interne du canal, la caractérisation objective du comportement de l'instrument seul (à la bouche artificielle), peut fournir des informations qui demeurent pertinentes dans un contexte de jeu par un musicien, au moins qualitativement, mais également quantitativement dans certains cas (voir par exemple la figure 6.14b).

Cependant, le musicien confirmé apparaît aussi capable de modifier certains aspects du comportement de l'instrument considéré seul, de façon à élargir les plages de fonctionnement qui l'intéressent, et ainsi à accéder à un plus grand confort de jeu. La comparaison quantitative des résultats obtenus à la bouche artificielle et par la musicienne montre en effet que celle-ci est capable d'élargir les plages de stabilité du premier registre, ce qui élargit la palette de nuances à laquelle elle a accès. Ces observations encouragent à s'intéresser à l'influence de certains paramètres de contrôle, jusqu'ici négligés, mais dont l'importance a été mise en évidence dans certaines situations. On peut notamment citer les exemples du conduit vocal de l'instrumentiste [86, 31, 77, 117] : sur les flûtes, les travaux d'Auvray [2] ont notamment démontré l'importance du signal acoustique présent dans la bouche du musicien. On peut également penser à la dynamique des paramètres de contrôle [15, 14]. L'étude de ce dernier point est l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 7

Seuils de changement de régime : influence de la dynamique de la pression d'alimentation

Sommaire

7.1 Avant Propos 159
7.2 Introduction and problem statement 160
7.3 Experimental and numerical tools 163
7.4 Linear ramps of the blowing pressure : experimental and numerical results 167
7.5 Toward a phenomenological model of register change 174
7.6 Conclusion 181

7.1 Avant Propos

Le chapitre précédent, uniquement expérimental, visait à déterminer ce qu'il reste des caractéristiques d'instruments étudiés à la bouche artificielle lorsque ceux-ci sont joués par un musicien. L'influence du musicien était alors considérée dans sa globalité, dans le sens où l'attention n'était pas portée sur l'influence d'un paramètre de contrôle en particulier. Les résultats obtenus montrent l'importance de l'influence du musicien sur différentes caractéristiques du comportement de l'instrument (fréquence de jeu, amplitude du son produit, plages de stabilité des différents régimes ...). Pour toutes ces caractéristiques, des différences quantitatives importantes ont été observées entre les résultats du musicien et ceux obtenus à la bouche artificielle. Cependant, l'étude menée dans le chapitre précédent ne visait pas à déterminer quels paramètres de contrôle sont responsables de ces différences quantitatives.

A l'inverse, partant des différences observées entre bouche artificielle et musicien sur les seuils de changement de régimes de l'instrument, on cherche ici à comprendre comment le musicien réussit à modifier ces seuils. On s'intéresse plus particulièrement à l'influence de la *dynamique* de la pression d'alimentation (dans la bouche du musicien) sur ces seuils. Différents travaux à la fois théoriques [12], numériques [15] et expérimentaux [14], suggèrent en effet que ce paramètre pourrait avoir une influence sur ces seuils.

Ce chapitre reprend un article accepté pour publication dans *Acta Acustica united with Acustica*, co-signé avec Rémi Blandin (stagiaire au LMA de mars à juillet 2013), Christophe Vergez et Benoît Fabre.

Les valeurs de pression dans la bouche auxquelles interviennent les changements de régime (appelées *seuils de changement de régime*) sont dans un premier temps comparées pour une même flûte à bec jouée par une musicienne professionnelle, une bouche artificielle et une personne sans expérience musicale. Alors que les résultats obtenus par le non musicien et la bouche artificielle sont proches, le musicien expérimenté parvient à déplacer considérablement les seuils de changement de registre. A titre d'exemple, les seuils de transitions entre le premier et le second registres obtenus par le musicien sont jusqu'à 240% et 292% supérieurs à ceux observés, respectivement, pour la bouche artificielle et le non musicien. L'augmentation de ces seuils permet au musicien d'accéder à une palette plus large de nuances et de contenu spectral. L'hypothèse d'une influence de la *dynamique* de la pression dans la bouche P_m (*i.e.* son taux de variation) sur les seuils de changement de registre est testée expérimentalement avec la bouche artificielle, et numériquement *via* des simulations temporelles du modèle de flûtes de l'état de l'art. Les seuils de changement de régime sont comparés pour des profils linéaires de P_m de différentes pentes, mais également pour des *rampes coudées*, c'est à dire des profils de P_m linéaires par morceaux, qui incluent un changement de pente. Les résultats démontrent une forte dépendance des seuils de changement de régime à la dynamique de P_m. Un modèle phénoménologique de changement de régime est finalement proposé. Celui-ci permet de prédire les seuils *dynamiques* de changement de régime, en fonction de l'évolution temporelle de la pression dans la bouche. Les prédictions de ce modèle phénoménologique concordent avec les résultats expérimentaux et numériques, ce qui permet de valider le modèle proposé.

7.2 Introduction and problem statement

The phenomenon of register change is well known in recorder-like instruments playing : occuring when the musician blows hard enough in the instrument, it corresponds to a jump between two periodic oscillation regimes synchronised on different resonance modes of the instrument. Thus, a jump from the *first register* to the *second register* (synchronised on the first and the second resonance modes, respectively) is characterised by a frequency leap approximately an octave higher (see for example [36]). Register change is known to be accompanied by hysteresis (see for example [36, 116, 5, 139]) : the blowing pressure at which the jump between two registers occurs (the so-called regime change threshold) is higher for rising pressures than for diminishing pressures. As it is related to the selection, through the control of the blowing pressure, of the note played by the instrument, the phenomenon of register change is particularly important for recorder players. A larger hysteresis is moreover related to a greater freedom in terms of musical performance : it allows both to play *forte* on the first register and *piano* on the second register, allowing a wider control in terms of nuance and timbre.

Some studies focused on both the prediction and the experimental detection of regime change thresholds [36, 116, 5]. Other studies focused on the influence of different parameters on regime change thresholds, such as the geometrical dimensions of channel, chamfers and excitation window of recorders or organ flue pipes [122, 123, 71], the importance of nonlinear losses [5], or the convection velocity of perturbations on the jet [5]. Coltman [36, 38] has shown that the study of the linearised model allows to determine the auto-oscillation conditions on the different modes, and thus partially explains the hysteresis phenomenon. A first attempt to explain and predict the register change and hysteresis phenomena through an analysis of the non linearised model for flutes has been proposed by Sawada and Sakaba [116]. However, their results have not been validated through comparison with experimental data. More recent studies have demonstrated

that the resolution of the complete non linear model through numerical methods dedicated to computation of periodic solutions allows to explain and predict, under quasi-static hypothesis, the hysteresis associated to register change [140]. Finally, it seems that few studies have focused, in terms of regime change thresholds, on other control parameters (*i.e.* parameters related to the musician) than the slowly varying blowing pressure.

Since it has important musical consequences, one can wonder if recorder players develop strategies to change the values of regime change thresholds and to maximize the hysteresis. To test this hypothesis, increasing and decreasing profiles of blowing pressure (*crescendo* and *decrescendo*) were performed on the same alto recorder and for a given fingering (corresponding to the note F_4), by an experienced recorder player, a non player, and an artificial mouth [69]. Both experienced musician and non musician have been instructed to stay as long as possible on the first register and on the second register for *crescendo* and *decrescendo* respectively. The different experimental setups will be described in section 7.3.

The fundamental frequency of the sound is represented with respect to the blowing pressure in figure 7.1. The musician is observed to reach increasing and decreasing regime change thresholds respectively 213 % higher and 214 % higher than the artificial mouth. On the other hand, differences between the non musician and the artificial mouth are of 9 % for the increasing threshold and 32 % for the decreasing threshold. As highlighted in figure 7.2, similar comparisons on other fingerings (G_4, A_4, B_4^b and B_4) show that thresholds reached by the musician are at least 95 % higher and up to 240 % higher than thresholds observed on the artificial mouth. By contrast, thresholds obtained by the non musician are at most 13.3 % lower and 29 % higher than thresholds of the artificial mouth. For these increasing thresholds, the values observed on the non musician during the different realisations vary between 6% of the mean values represented in figure 7.2 (case of the B_4^b fingering) and 33 % of the mean values (case of the F_4 and G_4 fingerings). In the same way, for the experienced recorder player, the values observed for the different realisations vary between 5 % (F_4 fingering) and 21 % (B_4^b fingering) of the mean values.

Figure 7.3 presents the comparison between the experienced recorder player, the non musician and the artificial mouth in terms of hysteresis. For the three cases, the difference between the thresholds obtained performing increasing and decreasing blowing pressure ramps are represented for the five fingerings studied. The musician is observed to reach hysteresis between 169 % and 380 % wider than the artificial mouth for the F_4, G_4, A_4 and B_4^b fingerings, and up to 515 % wider for the B_4 fingering. The hysteresis observed for the non musician are between 27 % and 233 % wider than those obtained with the artificial mouth. It is worth noting that the maximum relative difference of 233 % is obtained for the B_4 fingering. For all the other fingerings, the relative differences with the artificial mouth remain between 27% and 65%. In all cases, the hysteresis obtained by the experienced recorder player are at least 84 % wider than that observed for the non musician.

As a first conclusion, the behaviour of a given instrument played by the artificial mouth and by a non musician can be considered not significantly different in terms of increasing regime change thresholds. In terms of hysteresis, if the results are not significantly different for the F_4, A_4 and B_4^b fingerings, more important differences are observed for both the G_4 and B_4 fingerings. However, the values observed for the experienced recorder player remain significantly higher, both in terms of thresholds and hysteresis, than that obtained for the non player and the artificial mouth. Contrary to the non musician, the experienced recorder player is thus able to significantly and systematically modify these thresholds, and thus to enlarge the hysteresis, which presents an obvious musical interest.

Which parameters does the musician use to control the regime change thresholds ?

Even if the influence of the blowing pressure has been widely studied under hypothesis of quasi-static variations [36, 116, 5, 139, 122, 123, 71, 37, 140] (called hereafter *the static case*), and

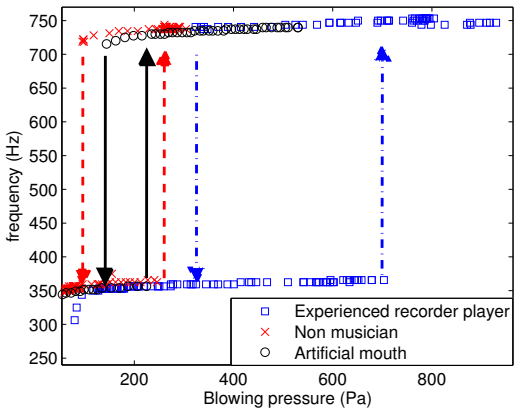


FIGURE 7.1: Oscillation frequency with respect to the blowing pressure, for the F_4 fingering of an alto Zen On recorder, played by an experienced recorder player, a non musician and an artificial mouth. Points around 350 Hz and 740 Hz correspond to the first and second register, respectively.

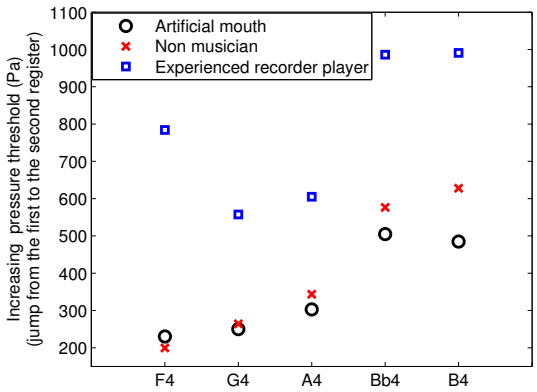


FIGURE 7.2: Increasing pressure thresholds corresponding to the jump from the first to the second register of an alto recorder played by an experienced recorder player, a non musician and an artificial mouth, for five fingerings.

even if studies have focused on the measurement of various control parameters [70, 79, 46], to the authors' knowledge, no study has ever focused on the influence of the blowing pressure *dynamics* (*i.e* the rate of change of the blowing pressure with respect to time) on the behaviour of recorder-like instruments. Recent works have shown the strong influence of this parameter on oscillation thresholds of reed instruments [15, 14], and thus suggest that it could be a control parameter for musicians. Moreover, the comparison between the blowing pressure profiles observed on both the non musician and the experienced recorder player during the *crescendo* (see figure 7.4) supports this assumption. Indeed, for the musician, the blowing pressure profiles are smooth and appear to be quite repeatable. The experienced recorder player thus seems to *control* the evolution with time of its blowing pressure. On the other hand, the blowing pressure profiles observed on the non musician seem less repeatable, and exhibit oscillations which appear to be random.

From a more theoretical point of view, as the cause of register change in recorder-like instruments has recently been identified as a bifurcation of the system [139, 140], corresponding to a loss of stability of a periodic solution branch, it suggests to consider the results of dynamic bifurcations theory [12]. This theory takes into account time evolution of the bifurcation parameters.

This paper focuses on the influence of the blowing pressure dynamics on the regime change thresholds between the two first registers of recorder-like instruments, in the case of linearly increasing and decreasing ramps of the blowing pressure. In section 7.3, the state-of-the-art physical model for recorder-like instruments is briefly presented, as well as the instrument used for experiments, and the numerical and experimental tools involved in this study. Experimental and numerical results are presented in section 7.4, highlighting the strong influence of the slope of a linear ramp of the blowing pressure on the thresholds. Finally, a phenomenological modelling of regime change is proposed and validated in section 7.5, which allows to predict the values of regime change thresholds and associated hysteresis in the case of a time-varying blowing pressure.

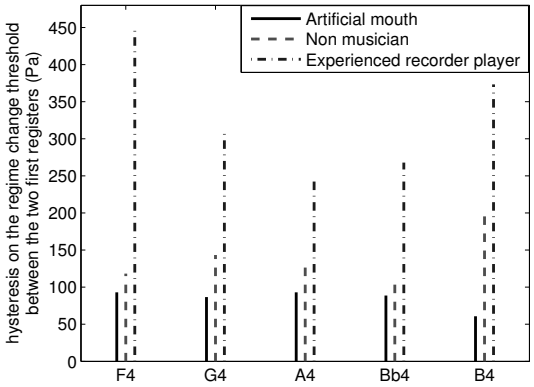


FIGURE 7.3: Hysteresis on the jump between the two first registers of an alto recorder played by an experienced recorder player, a non musician and an artificial mouth, for five fingerings.

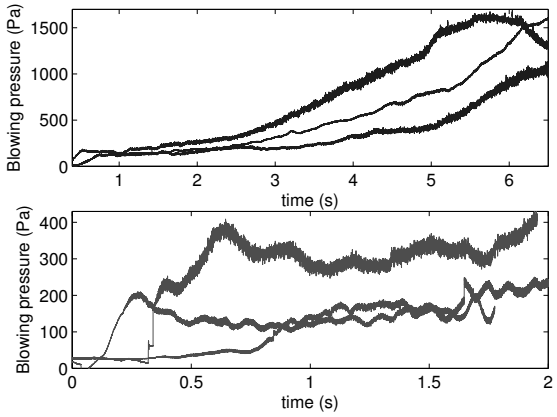


FIGURE 7.4: Blowing pressure profiles observed on an experienced recorder player (up) and on a non musician (down), for *crescendo* on different fingerings of an alto recorder. Both the experienced recorder player and the non musician were instructed to stay as long as possible on the first register.

7.3 Experimental and numerical tools

In this section, experimental and numerical tools used throughout the article are introduced.

7.3.1 Measurements on musicians

For the present study, an alto *Bressan* Zen-On recorder adapted for different measurements and whose geometry is described in [98] has been played by the professional recorder player Marine Sablonnière. As illustrated in figure 7.5, two holes have been drilled to allow a measurement of both the blowing pressure P_m in the musician's mouth, through a capillary tube connected to a pressure sensor Honeywell ASCX01DN, and the acoustic pressure in the resonator (under the labium), through a differential pressure sensor Endevco 8507C-2.

7.3.2 Pressure controlled artificial mouth

Such experiments with musicians do not allow a systematic and repeatable exploration of the instrument behaviour. To play the instrument without any instrumentalist, a pressure controlled artificial mouth is used [69]. This setup allows to freeze different parameters (such as the configuration of the vocal tract or the distance between the holes and the fingers) which continuously vary when a musician is playing. Compared to other blowing machines used for example in [36, 116, 5], the particularity lies here in the ability to control the blowing pressure in a very precise way. As described in figure 7.6, a servo valve connected to compressed air controls the flow injected in the instrument through a cavity representing the mouth of the musician, whose volume (about 30 cm^3) corresponds to that of a human vocal tract [69]. Every 40 μs, the desired pressure (the target) is compared to the pressure measured in the mouth through a differential pressure sensor endevco 8507C-1. The electric current sent to the servo valve, directly controlling its opening and thus the flow injected in the mouth, is then adjusted using a Proportional Integral Derivative controller scheme. It is implemented on a DSP card dSpace 1006 [69].

FIGURE 7.5: Experimental setup with the adapted alto Zen-On recorder, allowing the measurement of both the pressure in the mouth of the recorder player and the acoustic pressure under the labium.

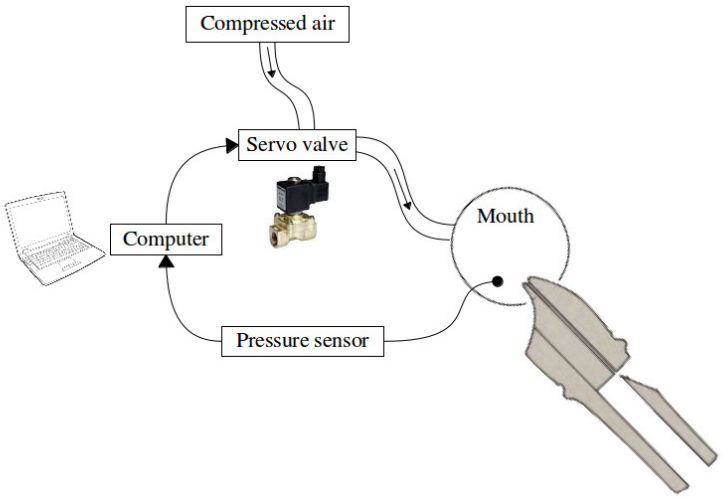


FIGURE 7.6: Schematic representation of the principle of the artificial mouth. The opening of the servo valve, controlling the flow injected in the mouth, is adapted every 40 μs in order to minimize the difference between the measured and the desired values of the mouth pressure.

7.3.3 Physical model of the instrument

In parallel with experiments, the behaviour of the state-of-the-art model for recorder-like instruments is studied through time-domain simulations and numerical continuation. The results are qualitatively compared below to experimental data, giving rise to a better understanding of the different phenomena involved.

As for other wind instruments, the mechanism of sound production in recorder-like instruments can be described as a coupling between a nonlinear exciter and a linear, passive resonator, the later being constituted by the air column contained in the pipe [146, 100]. However, they differ from other wind instruments in the nature of their exciter : whereas it involves the vibration of a solid element for reed and brass instruments (a cane reed or the musician's lips), it is constituted here by the nonlinear interaction between an air jet and a sharp edge called *labium* (see for example [65]), as illustrated in figure 7.7.

More precisely, the auto-oscillation process is modeled as follows : when the musician blows into the instrument, a jet with velocity U_j and half width b is created at the channel exit. As the jet is naturally unstable, any perturbation is amplified while being convected along the jet, from the channel exit to the labium. The convection velocity c_v of these perturbations on the jet is related to the jet velocity itself through : $c_v \approx 0.4U_j$ [112, 48, 107]. The convection from the channel exit to the labium introduces a delay τ in the system, related both to the distance W between the channel exit and the labium (see figure 7.7) and to the convection velocity c_v through : $\tau = \frac{W}{c_v}$. Due to its instability, the jet oscillates around the labium with a deflection amplitude $\eta(t)$, leading to an alternate flow injection inside and outside the instrument. These two flow sources Q_{in} and Q_{out} in phase opposition (separated by a small distance δ_d, whose value is evaluated by Verge in [142]) act as a dipolar pressure source difference $\Delta p_{src}(t)$ on the resonator [36, 142, 145], represented through its admittance $Y(\omega)$. The acoustic velocity $v_{ac}(t)$ of the waves created in the resonator disrupts back the air jet at the channel exit. As described above, this perturbation is convected and amplified along the jet, toward the labium.

The instability is amplified through this feedback loop, leading to self-sustained oscillations. This mechanism of sound production can be represented by a feedback loop system, represented in figure 7.8.

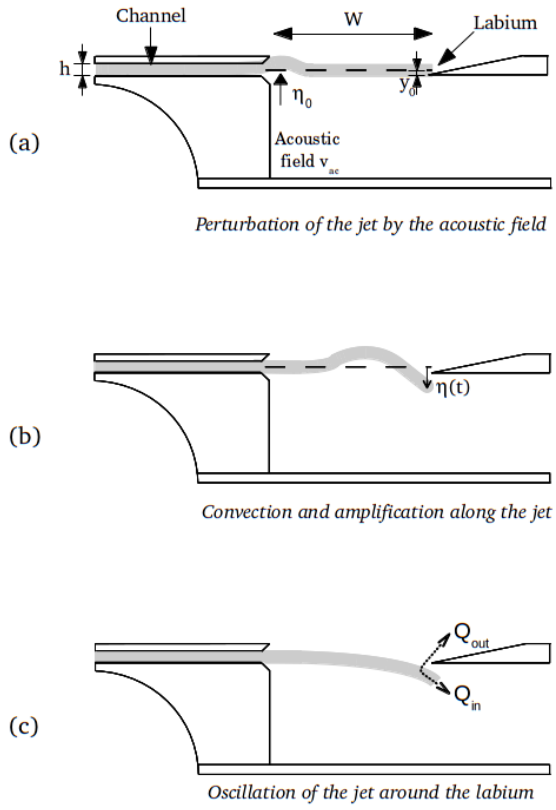


FIGURE 7.7: Schematic representation of the jet behaviour, based on Fabre in [65]. (a) Perturbation of the jet at the channel exit by the acoustic field present in the resonator. (b) Convection and amplification of the perturbation, due to the unstable nature of the jet. (c) Jet-labium interaction : oscillation of the jet around the labium, which sustains the acoustic field.

According to various studies describing the different physical phenomena involved ([123, 112, 48, 107, 45] for the jet, [36, 142, 145] for the aeroacoustic source), the state-of-the-art model for recorder-like instruments [65] is described through system 7.1, in which each equation is related to a given element of the feedback loop system of figure 7.8 :

$$\begin{aligned}
\eta(t) =& \frac{h}{U_j} e^{\alpha_i W} v_{ac}(t-\tau) \\
\Delta p(t) =& \Delta p_{src}(t) + \Delta p_{los}(t) \\
=& \frac{\rho \delta_d b U_j}{W} \frac{d}{dt}\left[\tanh\left(\frac{\eta(t)-y_0}{b}\right)\right] - \frac{\rho}{2}\left(\frac{v_{ac}(t)}{\alpha_{vc}}\right)^2 \operatorname{sgn}(v_{ac}(t)) \\
V_{ac}(\omega) =& Y(\omega)\cdot P(\omega) \\
=& \left[\frac{a_0}{b_0 j\omega + c_0} + \sum_{k=1}^{p-1} \frac{a_k j\omega}{\omega_k^2 - \omega^2 + j\omega\frac{\omega_k}{Q_k}}\right]\cdot P(\omega)
\end{aligned} \tag{7.1}$$

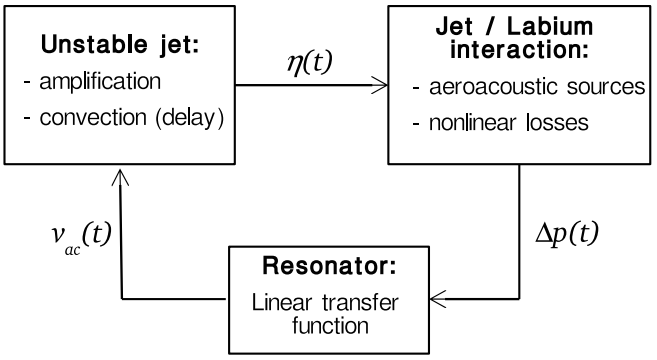


FIGURE 7.8: Basic modelling of sound production mechanism in recorder-like instruments, as a system with a feedback loop [30, 65].

In these equations, α_i is an empirical coefficient characterizing the amplification of the jet perturbations [112, 45], ρ is the air density, and y_0 the offset between the labium position and the jet centerline (see figure 7.7). V_{ac} and P are respectively the frequency-domain expressions of the acoustic velocity at the pipe inlet $v_{ac}(t)$ and the pressure source $\Delta p(t)$.

In the second equation, the additional term $\Delta p_{los} = -\frac{\rho}{2}\left(\frac{v_{ac}(t)}{\alpha_{vc}}\right)^2 \mathrm{sgn}(v_{ac}(t))$ models nonlinear losses due to vortex shedding at the labium [66]. α_{vc} is a *vena contracta* factor (estimated at 0.6 in the case of a sharp edge), and sgn represents the sign function.

The admittance $Y(\omega)$ is represented in the frequency-domain as a sum of resonance modes, including a mode at zero frequency (the so-called uniform mode [30]). The coefficients a_k, ω_k and Q_k are respectively the modal amplitude, the resonance pulsation and the quality factor of the kth resonance mode, ω is the pulsation, and a_0, b_0 and c_0 are the coefficients of the uniform mode. For the different fingerings of the recorder used for experiments, these coefficients are estimated through a fit of the admittance. These admittances are estimated through the measurement of the geometrical dimensions of the bore of the recorder and the use of the software WIAT [97]. The length corrections related to the excitation window of the recorder (see figure 7.7) are subsequently taken into account using the analytical formulas detailed in chapter 7 of [30].

Numerical resolution methods

Time-domain simulations of this model are carried out through a classical Runge-Kutta method of order 3, implemented in Simulink [21]. A high sampling frequency $f_s = 23 \times 44100$ Hz is used. This value is chosen both because the solution is not significantly different for higher sampling frequencies, and because it allows an easy resampling at a frequency suitable for audio production systems.

In parallel, equilibrium and periodic steady-state solutions of the model are computed using orthogonal collocation (see for example [59]) and numerical continuation [95]. Starting from a given equilibrium or periodic solution, continuation methods, which rely on the implicit function theorem [53], compute the neighbouring solution, *i.e* the solution for a slightly different value of the parameter of interest (the so-called continuation parameter), using a prediction-correction method. This iterative process is schematically represented in figure 7.9. It thus aims at following the corresponding branch (that is to say "family") of solutions when the continuation parameter varies. For more details on these methods and their adaptation to the state-of-the-art recorder

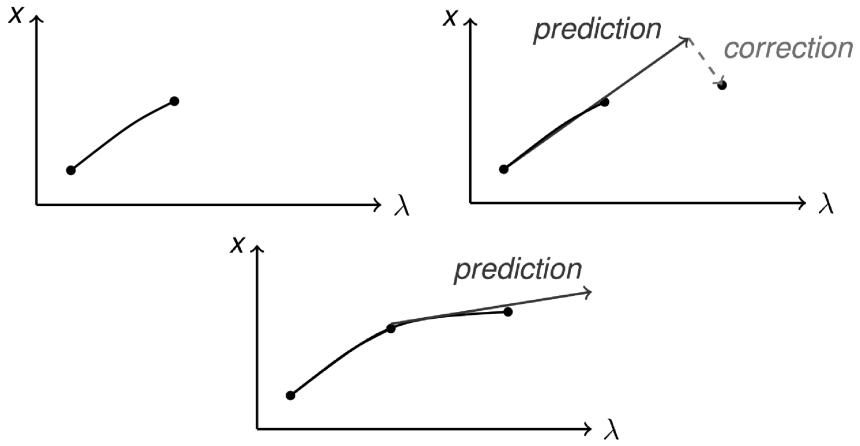


FIGURE 7.9: Schematic representation of the principle of numerical continuation through a prediction-correction algorithm [95, 57]. Starting from a known part of the branch, the neighbouring solution (for a slightly different value of the continuation parameter λ) is predicted and corrected. By succesive iterations, it leads to the computation of the complete solution branch of equilibrium or periodic solutions. x represents a characteristic of the solution, such as its frequency or its amplitude.

model, the reader is referred to [8, 7] and [140]. The stability properties of the different parts of the branches are subsequently determined using the Floquet theory (see for example [105]).

For a given dynamical system, the computation of both the different branches of equilibrium and periodic solutions and their stability, here achieved with the software DDE-Biftool [57, 60, 7], leads to bifurcation diagrams. Such diagrams ideally represent all the branches of equilibrium and periodic solutions as a function of the continuation parameter. Moreover, they provide specific information on unstable parts of the branches, coexistence of different solutions, and bifurcations arising along the different branches. It is not possible to access this information experimentally or through time integration methods. Thereby, a bifurcation diagram provides a more global knowledge on the different possible solutions of the system, and an easier interpretation of different phenomena observed experimentally or in time-domain simulations, as illustrated for example in [93, 92, 140]. This will be illustrated by figure 7.12 provided in section 7.4, which represents such a diagram of the state-of-the-art model of flute-like instruments, in terms of oscillation frequency of the periodic solutions with respect to the blowing pressure.

7.4 Linear ramps of the blowing pressure : experimental and numerical results

7.4.1 Influence of the slope of blowing pressure ramps on thresholds

As highlighted in section 7.2, important differences arise, in terms of regime change thresholds and hysteresis, between experienced recorder player and artificial mouth or non musician, which remain unexplained. Recent works [15, 14] have demonstrated the strong influence of the dynamics of control parameters on the oscillation threshold of reed instruments. Particularly, it has highlighted, in such instruments, the phenomenon of *bifurcation delay*, corresponding to a shift of the oscillation threshold caused by the dynamics of the control parameter [12]. Although we focus here on transitions between the two first registers (i.e. between two different oscillation

regimes), and although recorder-like instruments are mathematically quite different dynamical systems from reed instruments, these former studies suggest that the temporal profile $P_m(t)$ of the pressure dynamics could influence the regime change thresholds. We focus in this section on the comparison of regime change thresholds between the *static case* and the *dynamic case*, the latter corresponding to a time varying blowing pressure.

To test this hypothesis, linearly increasing and decreasing blowing pressure ramps $P_m(t) = P_{ini} + a \cdot t$, with different slopes a, have been run both through time-domain simulations and experiments with the artificial mouth. Figure 7.10 represents, for the F_4 fingering, the *dynamic* pressure thresholds P_{dyn} corresponding to the jump between the two first registers, with respect to the slope a. The positive and negative values of a correspond to increasing and decreasing ramps of $P_m(t)$, respectively. For each value of a, the experimental threshold is a mean value calculated for three realisations of the considered ramps. In this paper, the value of P_{dyn} is determined through a fundamental frequency detection using the software Yin [43] : P_{dyn} is defined as the value of P_m at which a jump of the fundamental frequency is observed. The temporal resolution of the detection is 0.0016 s for experimental signals and 0.0007 s for simulation signals, which corresponds to a resolution of 0.8 and 0.36 Pa (respectively), in the case of a slope $a = 500$ Pa/s of the blowing pressure. Moreover, for a given value of a and a given fingering, the thresholds measured for the different realisations differ typically no more than 5% from their mean value.

Despite the dramatic simplifications of the model, these first results presented in figure 7.10 higlight that the real instrument and the model present similar qualitative behaviours. Surprisingly enough, the behaviours observed numerically in time-domain simulation and experimentally with the artificial mouth are also quantitatively similar, with typical relative differences between 3 % and 28 % on the thresholds observed for rising pressure (called *increasing pressure threshold* $P_{dyn\ 1\to2}$). For the *decreasing pressure threshold* $P_{dyn\ 2\to1}$, observed for diminishing pressure, the difference is more important, with a typical relative deviation of about 50 %.

Furthermore, the strong influence of a on both $P_{dyn\ 1\to2}$ and $P_{dyn\ 2\to1}$ is clearly pointed out : with the artificial mouth, $|a| = 400$ Pa/s leads to a value of $P_{dyn\ 1\to2}$ 45% higher than $|a| = 10$ Pa/s, and to a value of $P_{dyn\ 2\to1}$ 16% lower. Similarly, for time-domain simulations, $|a| = 400$ Pa/s leads to a value of $P_{dyn\ 1\to2}$ 15.5% higher and to a value of $P_{dyn\ 2\to1}$ 18% lower than $|a| = 10$ Pa/s. As $P_{dyn\ 1\to2}$ and $P_{dyn\ 2\to1}$ are respectively increased and decreased, increasing a thus enlarges the hysteresis. This can be compared (at least qualitatively) with phenomena observed on an experienced recorder player, presented in section 7.2.

Figure 7.11 represents, as previously, the mean value of the regime change thresholds $P_{dyn\ 1\to2}$ and $P_{dyn\ 2\to1}$ obtained for three experiments, with respect to the slope a, for the other fingerings already studied in section 7.2. It higlights that the behaviour observed in figure 7.10 for the F_4 fingering looks similar for other fingerings of the recorder. Indeed, depending on the fingering, the increase of $|a|$ from 20 Pa/s to 400 Pa/s leads to an increase of $P_{dyn\ 1\to2}$ between 13 % and 43 % and to a decrease of $P_{dyn\ 2\to1}$ from 3 % to 15 %. Again, these results can be qualitatively compared with the results presented in section 7.2 for an experienced recorder player.

7.4.2 Influence of the slope of blowing pressure ramps on oscillation frequency and amplitude

As observed for the oscillation threshold in clarinet-like instruments [15], we show in this section that a modification of the regime change threshold does not imply a strong modification of the characteristic curves, observed in the *static case*, linking the oscillation amplitude and the oscillation frequency to the blowing pressure. For numerical results, this feature can be easily illustrated through a comparison between the results of time-domain simulations and the bifur-

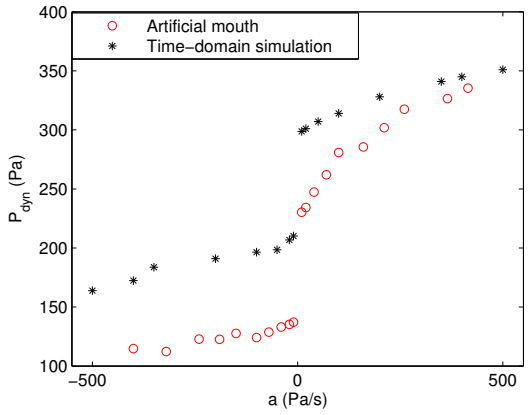


FIGURE 7.10: Dynamic regime change threshold between the two first registers of the F_4 fingering, with respect to the slope a of linear ramps : artificial mouth and time-domain simulation.

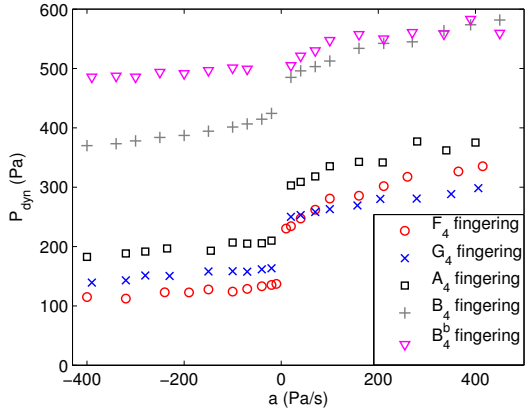


FIGURE 7.11: Transition between the two first registers of an alto recorder played by an artificial mouth, for five different fingerings : representation of the dynamic regime change thresholds with respect to the slope a of linear ramps of the blowing pressure.

cation diagrams obtained through numerical continuation. This is done in figure 7.12, in terms of fundamental frequency with respect to the blowing pressure P_m, for modal coefficients corresponding to the G_4 fingering. In this figure, the two periodic solution branches correspond to the first and the second registers, and solid lines with crosses and dashed lines represent stable and unstable parts of the branches, respectively. As the computation of such a bifurcation diagram relies on the static bifurcation theory, the point where the first register becomes unstable, at $P_m = 311.5Pa$, corresponds to the *static threshold* $P_{stat\ 1\to2}$ from first to second register. It thus corresponds to the threshold that would be observed, in time-domain simulation, by choosing successive constant values of the blowing pressure, and letting the system reach a steady-state solution (here, the first or the second register). Similarly, the point at which the change of stability of the second register is observed corresponds to the static threshold from second to first register $P_{stat\ 2\to1} = 259Pa$. Figure 7.12 shows that for high values of a, the system follows the unstable part of the branch corresponding to the first register : the maximum relative difference between the frequency predicted by the bifurcation diagram and the results of time-domain simulations is 9 cents. In the *dynamic case*, the system thus remains, at least for a while, on the periodic solution branch corresponding to the "starting" regime (the first register in figure 7.12), after it became unstable.

Providing, for the A fingering, the oscillation amplitude as a function of P_m for different values of a, figure 7.13 highlights that the same property is observed experimentally. In both cases, the value of a considerabily alters the register change thresholds. However, far enough from the jump between the two registers, the oscillation amplitude only depends on the value of P_m, and does not appear significantly affected by the value of a.

In figure 7.13, the comparison between the two slowest ramps (20 Pa/s and 100 Pa/s) and the two others (280 Pa/s and 340 Pa/s) is particularly interesting. Indeed, for the two slowest ramps, an additional oscillation regime, corresponding to a quasiperiodic sound (called *multiphonic sound* in a musical context) [71, 38, 40, 139, 138], is observed for blowing pressure between 300 Pa and 400 Pa for a = 20 Pa/s, and between 340 and 400 Pa for a = 100 Pa/s. As this regime does not appear for higher slopes, it highlights that a modification of the blowing pressure dynamics

can allow the musician to avoid (or conversely to favor) a given oscillation regime.

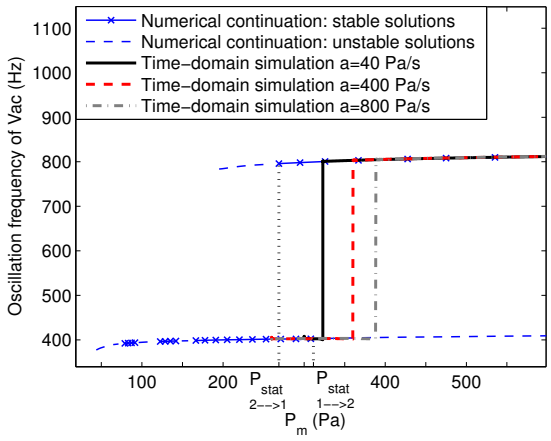


FIGURE 7.12: Bifurcation diagram of the G_4 fingering, superimposed with time-domain simulations of increasing linear ramps of the blowing pressure, for different values of the slope a : representation of the oscillation frequency with respect to the blowing pressure P_m. For the bifurcation diagram, the two branches correspond to the first and the second register, solid lines with crosses and dashed lines represent stable and unstable parts of the branches, respectively. The vertical dotted lines highlight the static regime change thresholds $P_{stat\ 1\to2}$ and $P_{stat\ 2\to1}$

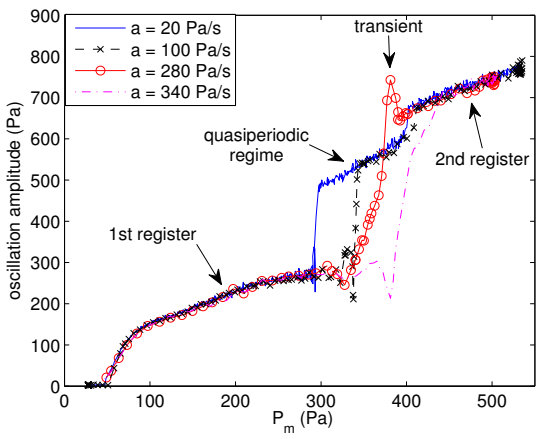


FIGURE 7.13: Increasing linear ramps of the blowing pressure, with different slopes a, achieved with an artificial mouth : oscillation amplitude observed for the A_4 fingering of an alto recorder, with respect to the blowing pressure.

7.4.3 Influence of the pressure dynamics before the static threshold

To better understand the mechanisms involved in the case of a *dynamic* bifurcation between two registers, this section focuses on the influence, on the regime change thresholds, of the evolution of $P_m(t)$ before the *static* threshold P_{stat} has been reached. In other words, the aim is to determine whether the way $P_m(t)$ evolves before the static threshold is reached impacts the *dynamic* regime change threshold.

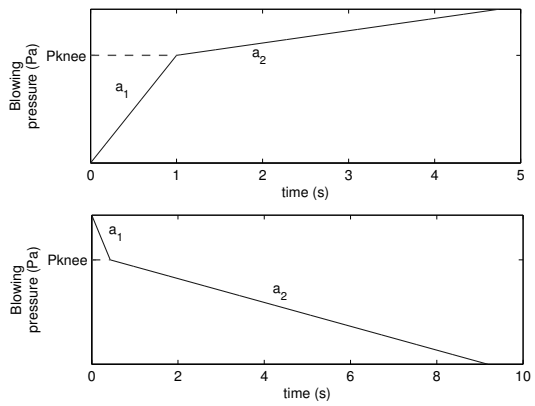


FIGURE 7.14: Schematic representation of the piecewise linear ramps of the blowing pressure, achieved in time-domain simulation and experimentally with the artificial mouth. For both increasing ramps (up) and decreasing ramps (down), the slope of the blowing pressure ramp is a_1 before the value P_{knee} has been reached, and a_2 after P_{knee} has been reached.

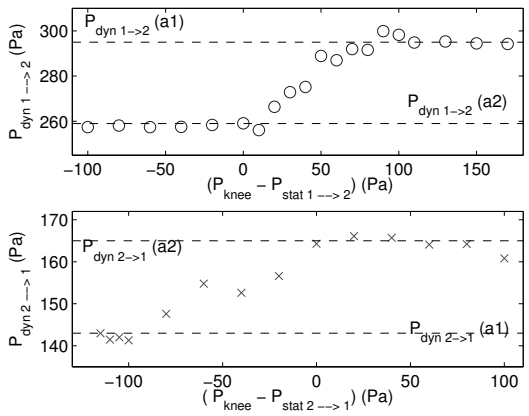


FIGURE 7.15: Piecewise linear ramps of the blowing pressure ($a_1 = 350$ Pa/s and $a_2 = 40$ Pa/s), achieved on the G_4 fingering of an alto recorder played by an atificial mouth. Ordinate : dynamic threshold $P_{dyn\ 1\to2}$ (up) and $P_{dyn\ 2\to1}$ (down). Abscissa : difference between the pressure P_{knee} at which the knee occurs and the static regime change threshold P_{stat}. Dashed lines represent the dynamic regime change thresholds observed previously for linear ramps of constant slope a_1 and a_2 respectively.

To investigate this issue, different piecewise linear ramps have been achieved both with the artificial mouth and in time-domain simulation. As illustrated in figure 7.14, these profiles are defined for rising pressures such as $\frac{dP_m}{dt} = a_1$ for $P_m < P_{knee}$ and $\frac{dP_m}{dt} = a_2$ for $P_m > P_{knee}$ (where a_1 and a_2 are constants) and P_{knee} is a constant that may be adjusted. For diminishing pressures, they are such as $\frac{dP_m}{dt} = -a_1$ for $P_m > P_{knee}$ and $\frac{dP_m}{dt} = -a_2$ for $P_m < P_{knee}$.

Experimental results

Experimentally, blowing pressure profiles constituted by two linear ramps with different slopes ($|a_1| = 350$ Pa/s, $|a_2| = 40$ Pa/s) have been achieved for the G_4 fingering. The pressure P_{knee} at which the knee break occurs varies between the different realisations.

Figure 7.15 presents these experimental results in terms of $P_{dyn\ 1\to2}$ and $P_{dyn\ 2\to1}$, with respect to $P_{knee} - P_{stat}$. Thereby, a zero abscissa corresponds to a change of slope from a_1 to a_2 at a pressure equal to $P_{stat\ 1\to2}$ for rising pressure, and equal to $P_{stat\ 2\to1}$ for diminishing pressure. It highlights that for rising pressure, $P_{dyn\ 1\to2}$ remains constant as long as $P_{knee} < P_{stat\ 1\to2}$ (i.e. for negative values of the abscissa), and that this constant value (about 258 Pa) corresponds to the value of $P_{dyn\ 1\to2}$ previously observed for a linear ramp with constant slope $a_2 = 40$ Pa/s (see figure 7.11). Conversely, once $P_{knee} > P_{stat\ 1\to2}$, the value of $P_{dyn\ 1\to2}$ gradually increases to reach 295 Pa, which corresponds to the value observed for a linear ramp with a contant slope $a_1 = 350$ Pa/s.

The same behaviour is observed for the *decreasing* threshold : as long as $P_{knee} > P_{stat\ 2\to1}$, the value of $P_{dyn\ 2\to1}$ is almost contant and close to that observed previously for a linear ramp

of constant slope $a_2 = -40$ Pa/s (see figure 7.11). However, for $P_{knee} < P_{stat\ 2\to1}$, the value of $P_{dyn\ 2\to1}$ progressively decreases to about 142 Pa, which corresponds to that observed for a linear ramp of constant slope $a_1 = -350$ Pa/s (see figure 7.11).

As a conclusion, as long as the slope break occurs before the static threshold has been reached, the dynamic threshold is driven by the slope of the second part of the blowing pressure profile. If it occurs just after the static threshold has been reached, the dynamic threshold lies between the dynamic thresholds corresponding to the two slopes of the blowing pressure profile. Finally, if the slope break occurs, for rising pressure, at a presure sufficiently higher (respectively lower for diminishing pressure) than the static threshold, the dynamic threshold is driven, as expected, by the slope of the first part of the blowing pressure profile.

Results of time-domain simulations

These experimentally observed behaviours are also observed on numerical simulations of the model. For modal coefficients corresponding to the G_4 fingering, the comparison has been made between the dynamic thresholds obtained for three different cases :

- linear increasing ramps of $P_m(t)$, with slope a_2.
- a first piecewise linear increasing ramp, with a slope change at $P_{knee} = 270Pa$, and a fixed value of $a_1 = 500$ Pa/s.
- a second piecewise linear increasing ramp, with a slope change at $P_{knee} = 270Pa$, and a fixed value of $a_1 = 200$ Pa/s.

It is worth noting that for the two kinds of piecewise linear ramps, P_{knee} is lower than $P_{stat\ 1\to2}$, predicted by a bifurcation diagram at 311.5 Pa (see figure 7.12). For each case, various simulations were achieved, for different values of a_2.

Figure 7.16 provides the comparison of value of $P_{dyn\ 1\to2}$ obtained for these three kinds of blowing pressure profiles, as a function of a_2. With a maximum relative difference of 0.8%, the thresholds obtained for the piecewise linear profiles are strongly similar to those obtained with linear ramps. As for the experimental results, if $P_{knee} < P_{stat\ 1\to2}$, the dynamic threshold $P_{dyn\ 1\to2}$ is thus driven by the second slope a_2 of the profile.

For the particular profile in which $a_1 = 500$ Pa/s and $a_2 = 830$ Pa/s, the influence of the value of P_{knee} on $P_{dyn\ 1\to2}$ has been studied. The results are represented in figure 7.17 in the same way as the experimental results in figure 7.15. As experimentally, if $P_{knee} < P_{stat\ 1\to2}$, the value of $P_{dyn\ 1\to2}$ is driven by a_2, and a constant threshold of about 388 Pa is observed, corresponding to the value obtained for a linear ramp with a slope equal to $a_2 = 830$ Pa (see figure 7.16). Conversely, when $P_{knee} > P_{stat1\to2}$, $P_{dyn1\to2}$ gradually shifts to finally achieve the value of 369 Pa, equal to that oberved for a linear ramp with a slope equal to $a_1 = 500$ Pa/s. The dynamic threshold is then driven by a_1.

7.4.4 Comparison with the results of an experienced musician

The strong influence of the dynamics of $P_m(t)$ on thresholds and hysteresis suggests, by comparison with results presented in section 7.2, that musicians could use this property to access to a wider control in terms of nuances and timbre. However, the comparison between the musician and the artificial mouth (see figures 7.2, 7.3 and 7.11) shows that the values of $P_{dyn\ 1\to2}$ obtained by the musician remains, for the different fingerings studied, between 61 % and 134 % higher than the maximal thresholds obtained with the artificial mouth for high values of the slope a. In the same way, the hysteresis obtained by the musician remains between 26% and

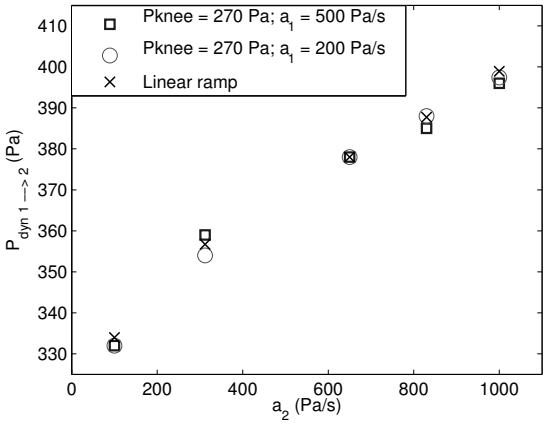


FIGURE 7.16: Time-domain simulations of piecewise linear ramps of the blowing pressure with $P_{knee} = 270Pa$ ($a_1 = 500$ Pa/s for squares and $a_1 = 200$ Pa/s for circles) and of linear ramps of the blowing pressure (crosses). Representation of the increasing dynamic regime change threshold $P_{dyn\ 1\to2}$ for the G_4 fingering, as a function of a_2 (slope of the second part of the blowing pressure profile for piecewise linear ramps, and slope of the linear ramps).

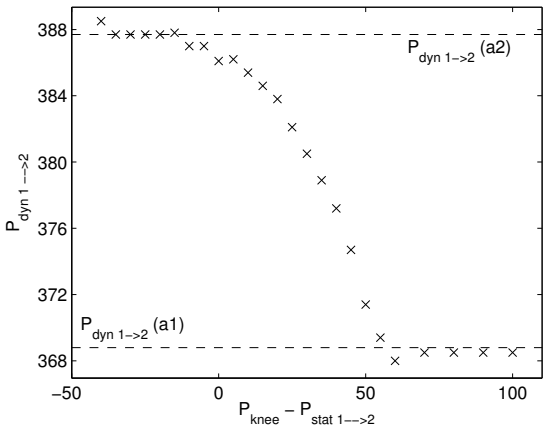


FIGURE 7.17: Time-domain simulations of piecewise linear ramps of the blowing pressure ($a_1 = 500$ Pa/s and $a_2 = 830$ Pa/s), for the G_4 fingering. Ordinate : dynamic threshold $P_{dyn\ 1\to2}$. Abscissa : difference between the pressure P_{knee} at which the knee occurs and the static regime change threshold $P_{stat\ 1\to2}$. Dashed lines represent the values of $P_{dyn\ 1\to2}$ previously observed for linear ramps of slope a_1 and a_2.

102% wider than the maximal hysteresis observed with the artificial mouth for the F_4, G_4, A_4 and B_4^b fingerings, and up to 404 % wider for the B_4 fingering.

7.4.5 Discussion

These results bring out the strong influence of the dynamics of the blowing pressure on the oscillation regime thresholds in recorder-like instruments. Comparisons between experimental and numerical results show that the substantial simplifications involved in the state-of-the-art physical model of the instrument do not prevent it to faithfully reproduce the phenomena observed experimentally. Suprisingly enough, different numerical results show good agreement not only qualitatively but also quantitatively with the results obtained with the artificial mouth. Moreover, both the experimental and numerical results show that the *dynamic* threshold does not depend on the dynamics of the blowing pressure before the static threshold has been reached.

Although the system studied here is mathematically very different from one that models reed instruments (see for example [5, 137, 140]), and although focus is set here on bifurcations of periodic solutions, results can be compared with some phenomena highlighted by Bergeot *et al.* on the dynamic oscillation threshold of reed instruments [14, 15]. As in the work of Bergeot, phenomena highlihted are not predicted by the *static* bifurcation theory, often involved in the study of musical instruments.

However, as underlined in section 7.4.4, consideration of the blowing pressure dynamics alone is not sufficient to reach the thresholds and hysteresis obtained by an experienced recorder player. Moreover, the thresholds shift observed both in time-domain simulation and on the artificial mouth are temporary, in the sense that the regime change is *delayed* but can not be *avoided* once the static threshold has been exceeded. In the case of the experienced recorder player, it cannot be ruled out that the musician might be able to maintain the oscillation on the desired regime as long as he desires, which would correspond to a *permanent* character of the threshold shift. Both because musicians adapt permanently all the parameters available, and because the measured blowing pressure profiles are much more complex than those studied with the artificial mouth, it is not possible to provide a precise answer to this issue. The comparison between the results obtained with the artificial mouth and with an experienced recorder player thus suggests that experienced recorder players develop strategies to combine the effects of the dynamics of the blowing pressure with those of other control parameters (such as for example the vocal tract, whose influence on regime change thresholds has been recently studied [4]) in order to enlarge the hysteresis associated to regime change. Moreover, the study presented here focuses on linear profiles of the mouth pressure. As such a temporal evolution does not seem realistic in a musical context (see section 7.2 and for example [64, 79]), it would be interesting to consider the effect of more complex temporal evolutions of the blowing pressure.

These different points are thus arguments in favor of consideration of the influence of other control parameters on regime change thresholds and hysteresis. Among others, different works on flute-like instruments [35, 4], together with different studies on other wind instruments [77, 117, 31, 86] suggests that the vocal tract can also influence the regime change thresholds.

7.5 Toward a phenomenological model of register change

The different properties of the register change phenomenon, observed both experimentally and in simulations in the previous part, allow to propose a preliminary phenomenological modelling of this phenomenon. The aim is not here to propose a method to analyse the physical model of flute-like instruments, which allows to explain and predict the regime change, as Coltman [36, 38], Sawada and Sakaba [116], Auvray *et al.* [5] and Terrien *et al.* [140]. Conversely,

a phenomenological modelling of the influence of the blowing pressure *dynamics* on the regime change threshold is proposed.

7.5.1 Proposed model

Starting from the results presented in figures 7.15, 7.16, and 7.17, which lead to the conclusion that P_{dyn} only depends on the dynamics of the blowing pressure *after* the static threshold has been reached, this modelling is based on the following hypothesis :

- The *regime change* starts when $P_m(t) = P_{stat}$.
- The regime change is not instantaneous, and has a duration t_{dyn} during which the blowing pressure evolves from P_{stat} to P_{dyn}.

We thus write P_{dyn} as the sum of the static threshold P_{stat} and a correction term P_{corr} related to the dynamics of the blowing pressure :

$$P_{dyn} = P_{stat} + P_{corr}. \tag{7.2}$$

Based on the two hypothesis cited above, a new dimensionless quantity is introduced : the *fraction of regime change* $\zeta(t)$. By definition, $\zeta = 0$ when the regime change has not started (*i.e.* when $P_m(t) < P_{stat}$ for rising pressure and when $P_m(t) > P_{stat}$ for diminishing pressure), and $\zeta = 1$ when the regime change is completed (*i.e.* when $P_m(t) = P_{dyn}$, which corresponds to the change of fundamental frequency, as defined in the previous section). ζ is consequently defined as :

$$\zeta(t) = \int_{t_{stat}}^{t} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dt \tag{7.3}$$

where t_{stat} is the instant at which $P_m(t) = P_{stat}$. Defining the origin of time at t_{stat} leads to $\widehat{t} = t - t_{stat}$, and thus gives :

$$\zeta(\widehat{t}) = \int_{0}^{\widehat{t}} \frac{\partial \zeta}{\partial \widehat{t}} d\widehat{t} \tag{7.4}$$

As a simplifying assumption, it is assumed in a first stage that the rate of change $\frac{\partial \zeta}{\partial \widehat{t}}$ of the variable $\zeta(\widehat{t})$ only depends on the gap $\Delta P(\widehat{t}) = P_m(\widehat{t}) - P_{stat}$ between the mouth pressure $P_m(\widehat{t})$ and the static regime change threshold :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \widehat{t}} = f(\Delta P), \tag{7.5}$$

where f is an unknown monotonous and continuous function.

According to the latest hypothesis, function f can be estimated at different points through the realisation of "steps" profiles of $P_m(t)$, from a value lower than $P_{stat\ 1\to2}$, to a value larger than $P_{stat\ 1\to2}$ (see figure 7.18). Indeed, in such a case, for a step occuring at $\widehat{t} = 0$, $\Delta P(\widehat{t})$ corresponds to the difference between the pressure at the top of the step and $P_{stat\ 1\to2}$, and is thus constant for $\widehat{t} > 0$. Consequently, $f(\Delta P)$ is constant with respect to time. From equations 7.4 and 7.5, one thus obtains for blowing pressure steps :

$$\begin{aligned}\zeta(\widehat{t}) &= \int_0^{\widehat{t}} f(\Delta P) d\widehat{t} \\ &= f(\Delta P) \int_0^{\widehat{t}} d\widehat{t} \\ &= f(\Delta P) \cdot \widehat{t}\end{aligned} \tag{7.6}$$

Recalling that $\widehat{t}_{dyn}$ is the instant at which $P_m(\widehat{t}) = P_{dyn}$, we have by definition $\zeta(\widehat{t}_{dyn}) = 1$, and finally obtain for blowing pressure steps :

$$f(\Delta P) = \frac{1}{\widehat{t}_{dyn}} \tag{7.7}$$

For each value of the step amplitude, a different value of $\widehat{t}_{dyn}$ is obviously measured through a frequency detection : $\widehat{t}_{dyn}$ is defined as the time after which the oscillation frequency varies no more than two times the frequency resolution. Therefore, successive time-domain simulations of P_m steps (see figure 7.18) with different amplitudes are carried out, to determine the function $f(\Delta P)$ through equation 7.7. Such simulations have been achieved for the two fingerings F_4 and G_4, in both cases for transitions from the first to the second register. The results are represented in figure 7.19 with respect to ΔP.

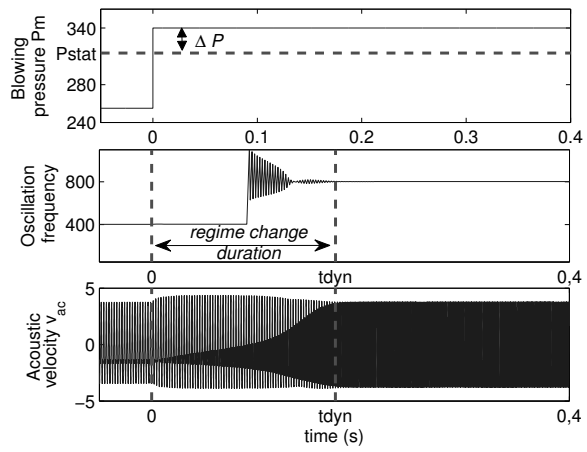


FIGURE 7.18: Illustration of the step profiles of the blowing pressure (up) achieved in time-domain simulations, of the detection of the transient duration $\widehat{t}_{dyn}$ (middle) and of the corresponding acoustic velocity signal (down).

In the two cases, it seems that the results follow a square root function : the linear correlation coefficients between ΔP and $\left(\frac{1}{t_{dyn}}\right)^2$ are of 0.96 for the F_4 fingering and 0.97 for the G_4 fingering. Such results thus suggest to approximate the function f through :

$$f(\Delta P) = \alpha\sqrt{(\Delta P)}; \tag{7.8}$$

where the coefficient α depends on the considered fingering.

7.5.2 Assessment of the model

To check the validity of this modelling, the case of the linear pressure ramps studied in the previous section is now examined. In such a case, the difference between the blowing pressure

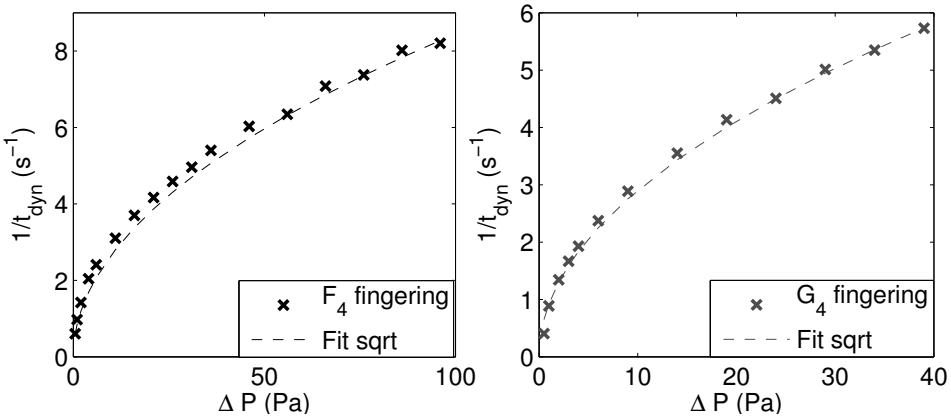


FIGURE 7.19: Estimation of the function $f(\Delta P)$: representation of the inverse of the transient duration for step profiles of the blowing pressure, for both the F_4 and G_4 fingerings (left and right respectively), with respect to the difference ΔP between the target pressure of the steps and the static threshold $P_{stat\ 1\to 2}$. Dashed lines represent fit of the data with square root functions.

and the static threshold is defined through $\Delta P(\widehat{t}) = a \cdot \widehat{t}$, where a is the slope of the ramp in Pa/s. Recalling that $\zeta(\widehat{t}_{dyn}) = 1$ and injecting equations 7.5 and 7.8 in equation 7.4 leads to :

$$\begin{aligned}
&\int_0^{\widehat{t}_{dyn}} f(\Delta P(\widehat{t}))d\widehat{t} = 1 \\
&\int_0^{\widehat{t}_{dyn}} \alpha\sqrt{\Delta P(\widehat{t})}d\widehat{t} = 1 \\
&\int_0^{\widehat{t}_{dyn}} \alpha\sqrt{a\widehat{t}} \cdot d\widehat{t} = 1 \\
&\int_0^{\widehat{t}_{dyn}} \sqrt{\widehat{t}}d\widehat{t} = \frac{1}{\alpha\sqrt{a}} \\
&\widehat{t}_{dyn} = \left(\frac{3}{2\alpha\sqrt{a}}\right)^{\frac{2}{3}}
\end{aligned} \tag{7.9}$$

Moreover, due to the expression of $\Delta P(\widehat{t})$ in the case of linear ramps, one can write from equations 7.2 and 7.9 :

$$\begin{aligned}
P_{corr} =& P_{dyn} - P_{stat} \\
=& \Delta P(\widehat{t}_{dyn}) \\
=& a \cdot \widehat{t}_{dyn} \\
=& \left(\frac{3}{2\alpha}a\right)^{\frac{2}{3}}
\end{aligned} \tag{7.10}$$

According to this modelling, the value of P_{corr} obtained with linear ramps should be proportional to the slope a to the power 2/3. Time-domain simulations for linear ramps of $P_m(t)$ with slope a are performed for two fingerings (F_4 and G_4). Figure 7.20 represents the threshold P_{dyn} corresponding to the end of the transition from the first to the second register with respect to the

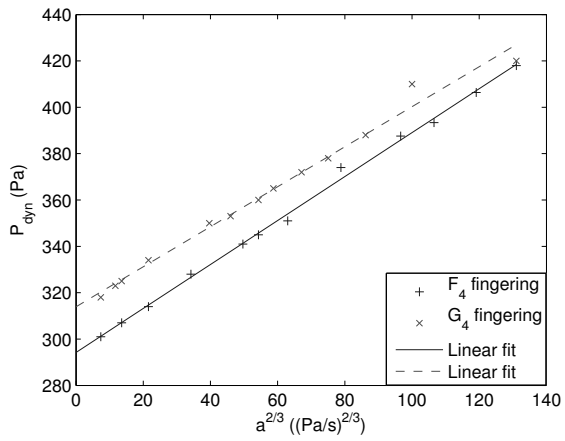


FIGURE 7.20: Time-domain simulations of linear increasing ramps of the blowing pressure, for both the F_4 fingering (+) and the G_4 fingering (x) : representation of the dynamic regime change threshold $P_{dyn\ 1\to 2}$ with respect to the power 2/3 of the slope a. Solid and dashed lines represent linear fit of the data, which both present linear correlation coefficients with the data higher than 0.99.

slope a power 2/3. The results are correctly fitted by straight lines, with correlation coefficients higher than 0.99. This good agreement with the model prediction (equation 7.10) thus allows to validate the proposed modelling of the phenomenon of regime change. Moreover, on such a representation, the intercept of the fit with the y-axis provides a prediction of the static regime change threshold, which can not be exactly determined, strictly speaking, with linear ramps of the blowing pressure. The static thresholds thereby obtained are 294 Pa and 314 Pa for the F_4 and G_4 fingering respectively. These values present relative differences of 0.1% and 0.8% with the thresholds of 294.3 Pa and 311.5 Pa predicted by the bifurcation diagrams computed through numerical continuation (see figure 7.12 for the bifurcation diagram of the G_4 fingering), which supports the validity of the proposed modelling.

Moreover, the validity of the proposed modelling has also been checked in the case of the piecewise linear ramps of the blowing pressure studied in section 7.4.3. For sake of clarity, both the details of calculations and the figure highlighting the good agreement beetwen simulation results and prediction of the model are provided in appendix E.

7.5.3 Case of experimental data

The experimental thresholds displayed in figure 7.11 for the five fingerings studied are represented in figure 7.21 with respect to $a^{2/3}$. Similarly to figure 7.20, the different curves are correctly fitted by straight lines, with linear correlation coefficients between 0.88 and 0.99. The fact that these coefficients are, in some cases, lower than those of simulations can be explained by the presence of noise and of small fluctuations of the mouth pressure during the experiment, which sometimes prevents a threshold detection as accurate and systematic as in the case of numerical results. However, the good agreement of the experimental results with equation 7.10 also allows to validate the proposed phenomenological modelling of regime change.

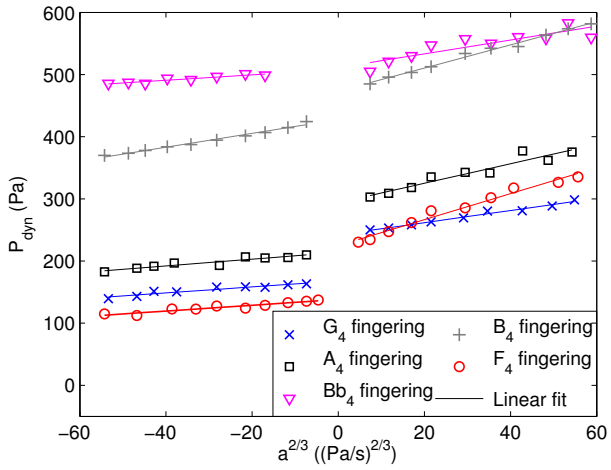


FIGURE 7.21: Same data as in figure 7.11 : representation of the dynamic thresholds $P_{dyn\ 1\to2}$ and $P_{dyn\ 2\to1}$, for five fingerings of an alto recorder played by an artificial mouth, with respect to the power 2/3 of the slope a of linear ramps of the blowing pressure. Solid lines represent linear fit of the data. Data present linear correlation coefficients between 0.88 and 0.99.

7.5.4 Influence of the regime resulting from the regime change

In the case of time-domain simulations, for the G_4 fingering, starting from the second register and achieving linear decreasing ramps of $P_m(t)$ leads to a particular behaviour. As shown in figure 7.22, P_{dyn} does not appear, at least in a first stage, to be proportional to the power 2/3 of the slope. However, this case is particular in the sense that different oscillation regimes are reached, depending on the slope a of the ramp. Thereby, as highlighted with circles in figure 7.22, low values of the slope ($|a| < 20$ Pa/s) lead to a transition from the second to the first register, whereas higher values of the slope lead to a transition from the second register to an aeolian regime, as represented with crosses in figure 7.22. In recorder-like instruments, aeolian regimes correspond to particular sounds, occuring at low values of the blowing pressure, and originating from the coupling between a mode of the resonator (here the 5th) and an hydrodynamic mode of the jet of order higher than 1 [71, 101, 139]. As highlighted in the same figure, considering the two different transitions separately allows to find, as previously, the linear dependence between P_{dyn} and $a^{2/3}$. Indeed, linear correlation coefficients of 0.98 for $|a| < 20$ Pa/s, and of 0.95 for $|a| > 20$ Pa/s are found. Since the corresponding slope is the inverse of $\frac{2}{3}\alpha$ to the power 2/3 (see equation 7.10), such results suggest that α does not only depend on the fingering, but also on the oscillation regimes involved in the transition.

The study of the Floquet exponents ρ_m of the system supports this hypothesis. The Floquet exponents, computed for the system linearised around one of its periodic solutions, allow to estimate the (local) stability properties of the considered periodic solution [76, 105]. More precisely, they provide information on whether a small perturbation superimposed on the solution will be amplified or attenuated with time. If all the Floquet exponents have negative real parts, any perturbation will be attenuated with time, and the considered solution is thus stable. Conversely, if at least one of the Floquet exponents has a positive real part, any perturbation will be amplified in the "direction" of the phase space corresponding to the eigenvector associated to this exponent, and the solution is thus unstable.

The real part of the Floquet exponents of the considered system, linearised around the periodic solution corresponding to the second register (*i.e.* to the "starting" regime of the decreasing

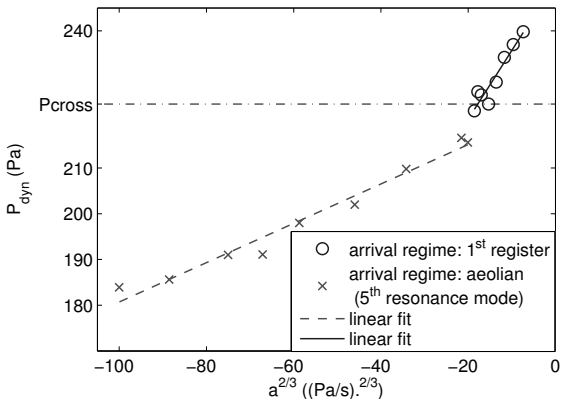


FIGURE 7.22: Time-domain simulations of linear decreasing ramps of the blowing pressure, for the G_4 fingering : representation of the dynamic regime change threshold $P_{dyn\ 2\to1}$ with respect to the power 2/3 of the slope a. Circles and crosses represent transitions from the second register to the first register and to an aeolian regime, respectively. Solid and dashed lines represent linear fit of the data, which present linear correlation coefficients of 0.98 and 0.95, respectively. The dashed line indicates the pressure at which the Floquet exponents of the starting regime cross in figure 7.23.

blowing pressure ramps considered here), are represented in figure 7.23 with respect to the blowing pressure P_m. It highlights that the second register is stable for all values of P_m between 300 Pa and 259 Pa. A first Floquet exponent introduces an instability at $P_m = 259$ Pa, wich corresponds to the destabilisation of the second register (see figure 7.12). As highlighted in [140], such a destabilisation, corresponding to a bifurcation of the second register, causes the regime change. This point is thus the static threshold $P_{stat\ 2\to1}$, already highlighted in figure 7.12. A second Floquet exponent reaches a positive real part at $P_m = 229Pa$. Moreover, the real part of the latest exponent becomes higher than the first one for $P_m < P_{cross}$, with $P_{cross} = 224$ Pa.

Comparison between results presented in figures 7.22 and 7.23 suggests that the *arrival* regime resulting from a regime change is driven by the highest Floquet exponent (in terms of real part) of the *starting* regime. Indeed, until the regime change threshold P_{dyn} remains higher than the pressure P_{cross} at which the Floquet exponents intersect, the "first" Floquet exponent (represented in blue dashed line in figure 7.23) is the highest one (in terms of real parts), and a transition to the first register is observed. Increasing the slope a of the blowing pressure $P_m(t)$ induces a shift of P_{dyn}, which then becomes lower than P_{cross}. At P_{dyn}, the "second" Floquet exponent, represented in black dashed line in figure 7.23, is thus higher (in terms of real part) than the "first" Floquet exponent represented in blue solid line. In such a case, the regime change leads to the aeolian regime.

This interpretation seems furthermore to be consistent with the slope change observed in figure 7.22 and with the physical meaning of the real part of the Floquet exponents. Indeed, as the value of the real part of a Floquet exponent is related to the amplification of a perturbation with time, a high value of $\Re(\rho_m)$ should correspond to a small duration $\widehat{t}_{dyn}$ of the regime change, whereas a small value of $\Re(\rho_m)$ should correspond to a high value of $\widehat{t}_{dyn}$. Therefore, by analogy with equations 7.7 and 7.8, coefficient α can be related to the evolution of $\Re(\rho_m)$ with respect to P_m. Thereby, a faster evolution of $\Re(\rho_m)$ with respect to ΔP should correspond to a higher value of α. Due to equation 7.10, valid for linear ramps of $P_m(t)$, it finally corresponds to a smaller rate of change of the straight line linking P_{dyn} and $a^{2/3}$. This property is here verified

by the comparison between figures 7.22 and 7.23 : the real part of the "second" floquet exponent (in thick black dashed line in figure 7.23), related to a regime change to the aeolian regime, presents a bigger slope (with respect to $\Delta P = P_m - P_{stat}$) than the floquet exponent inducing a transition to the first register (in solid blue line in figure 7.23). In the same way, the rate of change of straight line related in figure 7.22 to the regime change toward the aeolian regime (dashed line) is smaller than that of the straight line related to the transition from the second to the first register (in solid line).

Surprisingly enough, these results thus highlight that bifurcation diagrams and associated Floquet stability analysis provide valuable information in the dynamic case, despite the fact that they involve the static bifurcation theory and a linearisation of the studied system around the "starting" periodic solution. In the dynamic case, they remain instructive on the following characteristics :

- the arrival regime resulting from the regime change.
- a qualitative indication on both the duration of the regime change and the evolution of P_{dyn} with respect to the slope a of $P_m(t)$, through an estimation of the parameter α.
- as highlighted in the previous section, the evolution of the oscillation amplitude and frequency with respect to the mouth pressure, even after the static threshold has been crossed.

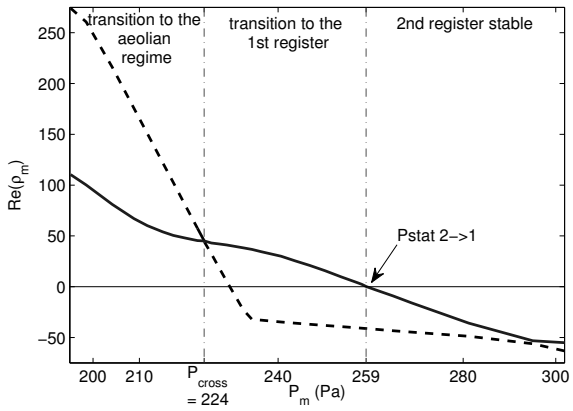


FIGURE 7.23: G_4 fingering : real parts of the Floquet exponents of the system linearised around the periodic solution corresponding to the second register, with respect to the blowing pressure P_m. Floquet exponents provide information on the stability properties of the considered regime.

7.6 Conclusion

Compared with the artificial mouth, the experienced recorder player is observed to shift significantly the regime change thresholds, and thus to enlarge the hysteresis. Less difference is observed between the non musician and the artificial mouth. The experimental and numerical results show that once the steady threshold has been reached, the regime change thresholds (and thus the hysteresis) depend of the rate of increase or decrease of the blowing pressure. Modification of the dynamics of the blowing pressure can thus allow a player to avoid or to favor a given oscillation regime, and thereby to select the note following a regime change.

The proposed phenomenological model of regime change predicts the dynamic regime change threshold from the temporal profile of the blowing pressure. Bifurcation diagrams and the associated Floquet stability analysis help explain the dynamic case.

Experimentally, the influence of the blowing pressure dynamics is not enough to explain the thresholds and hysteresis produced by the experienced player, probably because other playing parameters (such as the shape of the blowing pressure profile and the vocal tract) are involved.

Chapitre 8

Étude des transitoires d'attaque

Sommaire

8.1 Introduction 183
8.2 Quelques rappels sur l'analyse linéaire 184
8.3 Analyse linéaire et transitoires d'attaque 187
8.4 Conclusion 197

8.1 Introduction

Les transitoires d'attaque sont connus pour jouer un rôle crucial dans la perception du son produit par les instruments de musique [115, 75]. Différents travaux se sont attachés à étudier les transitoires d'attaques dans les instruments de la famille des flûtes, à la fois du point de vue acoustique et du point de vue du *contrôle* du musicien. De nombreux travaux se sont ainsi attachés à étudier expérimentalement la durée et le contenu spectral des transitoires, en lien avec la valeur de la pression d'alimentation [27, 108, 142]. Si différents modèles sont également proposés dans la littérature [72, 108, 142], la confrontation avec les résultats expérimentaux n'est pas toujours possible. Plus récemment, les travaux d'Ernoult [63] se sont plus spécifiquement intéressés au lien entre les caractéristiques acoustiques des transitoires et le contrôle du musicien. Les travaux présentés ici ne cherchent ni à mieux décrire les phénomènes en jeu expérimentalement ni à apporter des éléments nécessaires à leur modélisation. On cherche plutôt à savoir dans quelle mesure le comportement d'un modèle de l'état de l'art, étudié en régime établi et sous une hypothèse de quasi-staticité, peut nous informer sur son comportement transitoire.

Les deux chapitres précédents visaient à étudier la validité des diagrammes de bifurcations *expérimentaux* et numériques dans un contexte plus proche du jeu du musicien. En effet, d'un point de vue expérimental, la bouche artificielle permet de contrôler la pression d'alimentation de façon précise, mais fait abstraction d'autres aspects du *système amont*, tels par exemple que le conduit vocal de l'instrumentiste. Cela pourrait être une des causes des écarts quantitatifs importants observés entre le comportement de l'instrument joué par une bouche artificielle et par un musicien, mis en évidence au chapitre 7. De la même façon, les diagrammes de bifurcation du modèle sont calculés sous l'hypothèse de staticité des paramètres, faisant donc abstraction de la dynamique du *contrôle* du musicien. Par ailleurs, ces diagrammes de bifurcations numériques ne rendent pas compte des transitoires du son obtenu. Malgré ces limitations importantes, les

chapitres 6 et 7 ont démontré que les diagrammes de bifurcations du modèle et les résultats obtenus avec la bouche artificielle fournissent des informations qui demeurent valables lorsque la dynamique des paramètres est prise en compte dans le premier cas, et lorsque l'instrument est joué par un musicien dans le second cas.

Dans ce chapitre, la problématique considérée dans les deux chapitres précédents est étudiée du point de vue du modèle : que reste-t-il du diagramme de bifurcation statique dans le cas de transitoires d'attaque de P_m ?

Les transitoires d'attaque peuvent être vus comme un cas extrême de l'influence de la dynamique de P_m, étudiée au chapitre 7. Dans le cas des transitions entre régimes périodiques, on a vu que l'analyse linéaire de stabilité du régime périodique *de départ* (qui s'appuie sur la théorie de Floquet) porte des informations pertinentes sur le régime résultant de la transition. Par analogie, on s'intéresse ici, dans le cas plus extrême des transitoires d'attaque, à la pertinence des informations portées par l'analyse linéaire de stabilité de la solution statique. En effet, dans le cas d'un transitoire d'attaque, la situation *de départ* est nécessairement celle où aucun son n'est produit (solution d'équilibre du système physique). Comme évoqué aux chapitres 2 et 4, la linéarisation du modèle autour de sa solution statique est couramment utilisée dans l'étude des instruments de la famille des flûtes [5, 38, 36]. Après quelques rappels sur cette analyse linéaire du modèle autour de sa solution statique (section 8.2), les résultats de l'analyse linéaire sont comparés avec des simulations temporelles du modèle non linéaire en section 8.3. On s'intéresse aux informations fournies par l'analyse linéaire sur le régime d'oscillation résultant d'un transitoire d'attaque, mais également sur les plages de stabilité des différents régimes périodiques, et sur la durée et la nature (périodique ou non périodique) des transitoires de la variable acoustique.

8.2 Quelques rappels sur l'analyse linéaire

Comme détaillé au chapitre 2, le modèle de l'état de l'art des instruments de la famille des flûtes s'écrit sous forme d'un système d'équations différentielles à retard de type neutre :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-\tau), \dot{\mathbf{x}}(t-\tau), \lambda). \tag{8.1}$$

On rappelle que λ est le vecteur des paramètres, τ le retard lié à la pression d'alimentation P_m [1], et $\mathbf{x}$ le vecteur des variables d'état, constitué des projections sur chaque mode de résonance de la vitesse acoustique v_{ac} adimensionnée. On rappelle également qu'en pratique, les variables temporelles du modèle, et la vitesse acoustique v_{ac} sont adimensionnées (voir chapitre 2).

Le modèle de l'état de l'art admet pour toutes valeurs des paramètres une solution statique $\mathbf{x_s}$, qui correspond à une situation où l'amplitude acoustique dans l'instrument est nulle (pas de son). Comme rappelé en section 2.3.4, les propriétés de stabilité de $\mathbf{x_s}$ peuvent être déterminées par linéarisation des équations du modèle autour de cette solution. Plus précisément, ce sont les racines κ de l'équation caractéristique associée au système linéarisé autour de la solution statique qui déterminent le caractère stable ou instable de $\mathbf{x_s}$. On rappelle que dans le cas du système neutre étudié ici, cette équation caractéristique s'écrit de la façon suivante [95] :

$$det(\kappa I - A_1 - A_2 e^{-\kappa\tilde{\tau}} - A_3 \kappa e^{-\kappa\tilde{\tau}}) = 0, \tag{8.2}$$

où I est la matrice identité. Cette équation transcendante possède une infinité de racines κ, mais un nombre fini d'entre elles ont une partie réelle positive [95]. Pour un jeu donné de paramètres

1. On a $\tau = \frac{W}{U_j}$, où la vitesse de jet U_j est reliée à P_m par la relation de Bernoulli stationnaire $U_j = \sqrt{\frac{2}{\rho} P_m}$.

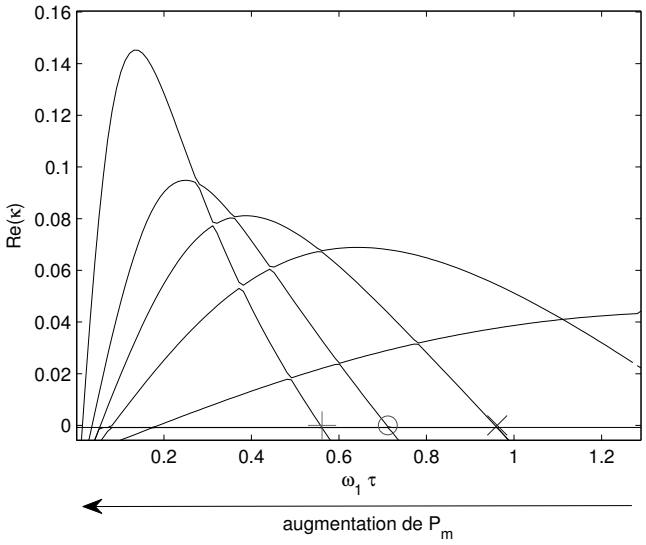
paramètre	valeur utilisée	paramètre	valeur utilisée
W (m)	4.25e^{-3}	ρ $(kg \cdot m^{-3})$	1.2
h (m)	1e^{-3}	y_0 (m)	0.1e^{-3}
α_i (m^{-1})	400	b (m)	0.4e^{-3}
$\delta_d(m)$	0.0036	c_v $(m \cdot s^{-1})$	0.4 U_j
α_{vc} (S.U.)	0.6	f_e (Hz)	23 $\times$ 44100

TABLE 8.1: Paramètres du modèle utilisés pour l'étude des transitoires d'attaque.

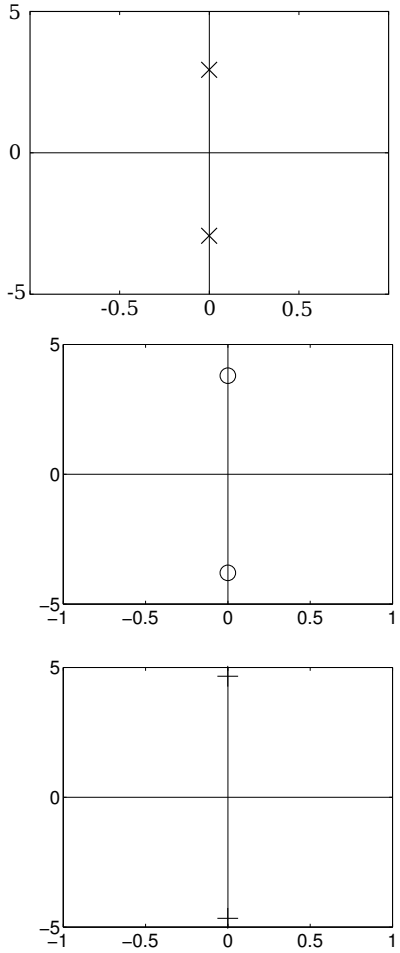
du modèle, l'existence d'une ou plusieurs racines ayant une partie réelle positive signe la nature instable de $\mathbf{x_s}$ (se reporter à la section 2.3.4 pour plus de détails).

Les parties réelles des racines κ sont représentées en figure 8.1a en fonction du retard adimensionné $\tilde{\tau}$, pour les paramètres donnés dans le tableau 8.1, et pour des coefficients modaux correspondant au doigté de *sol 3* d'une flûte à bec alto Zen On *Bressan* (tableau 8.2). Cette analyse permet alors de détecter les bifurcations de la solution statique, qui correspondent à la traversée de l'axe $\Re(\kappa) = 0$ par une ou plusieurs valeurs propres. On s'intéresse particulièrement ici aux bifurcations de Hopf, caractérisées par la traversée de l'axe imaginaire par deux racines imaginaires pures conjuguées. Pour la plage de $\tilde{\tau}$ représentée ici, la solution statique est instable. Plus précisément, deux instabilités différentes, caractérisées par deux racines de parties réelles positives, sont présentes pour $0.98 < \tilde{\tau} < 1.3$. Ces deux *branches de racines* sont issues de deux bifurcations de Hopf, et sont ici associées à l'existence de deux solutions périodiques différentes. Ces deux instabilités disparaissent respectivement en $\tilde{\tau} = 0.17$ et $\tilde{\tau} = 0.08$. Aux points de Hopf situés aux deux extrémités de ces *branches*, la partie imaginaire des valeurs propres nous renseigne sur la fréquence de l'instabilité introduite dans le système (voir section 2.3.4). Cela permet ici de déterminer que ces deux instabilités sont respectivement liées au premier et au second registres de l'instrument, c'est à dire à des oscillations périodiques à des fréquences proches de la première et de la seconde fréquence de résonance. En $\tilde{\tau} = 0.98$, $\tilde{\tau} = 0.7$ et $\tilde{\tau} = 0.55$, trois autres valeurs propres κ_3, κ_4 et κ_5 traversent l'axe imaginaire. La figure 8.1b représente les valeurs propres responsables de ces bifurcations (*i.e.* celles qui traversent l'axe imaginaire) dans le plan complexe. Elle montre ainsi qu'il s'agit là encore de bifurcations de Hopf, donnant naissance à trois autres branches de solutions périodiques dont les fréquence au point de Hopf valent respectivement $\frac{\Im(\kappa_3)\omega_1}{2\pi} = 1173Hz$, $\frac{\Im(\kappa_4)\omega_1}{2\pi} = 1516Hz$, $\frac{\Im(\kappa_5)\omega_1}{2\pi} = 1864Hz$. Dans ces expressions, ω_1 est la première pulsation de résonance, variable utilisée pour l'adimensionnement des variables temporelles et fréquentielles du modèle (voir chapitre 2). La multiplication par ω_1 permet donc ici de *re-dimensionner* les variables fréquentielles. Par comparaison avec les coefficients modaux (voir tableau 8.2), ces instabilités de la solution statique sont donc respectivement associées aux 3ième, 4ième et 5ième registres.

L'étude des valeurs propres du système linéarisé autour de la solution statique du modèle per-



(a) Représentation en fonction du retard adimensionné de la partie réelle des valeurs propres du modèle linéarisé autour de sa solution statique. Les bifurcations sont mises en évidence par différents marqueurs. Seule une extrémité de chaque *branche de valeurs propres* est soulignée (l'autre extrémité étant associée à la même instabilité de la solution statique).



(b) Pour chaque bifurcation mise en évidence en figure 8.1a, représentation dans le plan complexe des valeurs propres traversant l'axe imaginaire au point de bifurcation.

FIGURE 8.1: Analyse de stabilité linéaire de la solution statique du modèle, pour des coefficients modaux correspondant à un doigté de *sol 3*.

paramètre	valeur	paramètre	valeur	paramètre	valeur
$a_0(m^2 \cdot kg^{-1})$	11.22	b_0	1.6	$c_0(s^{-1})$	3.31
$a_1(m^2 \cdot kg^{-1})$	22.36	$\omega_1(rad \cdot s^{-1})$	2511	Q_1	44.9
$a_2(m^2 \cdot kg^{-1})$	16.39	$\omega_2(rad \cdot s^{-1})$	5113	Q_2	59.64
$a_3(m^2 \cdot kg^{-1})$	12.64	$\omega_3(rad \cdot s^{-1})$	7570	Q_3	67.2
$a_4(m^2 \cdot kg^{-1})$	10.55	$\omega_4(rad \cdot s^{-1})$	9719	Q_4	73.57
$a_5(m^2 \cdot kg^{-1})$	10.32	$\omega_5(rad \cdot s^{-1})$	11910	Q_5	79.99

TABLE 8.2: Coefficients modaux associés au doigté de sol 3 d'une flûte à bec alto Zen On *Bressan*, déterminés par *fit* de l'admittance calculée avec WIAT [97] à partir des dimensions géométriques de l'instrument.

met ainsi de prédire les seuils d'existence de différentes branches de solutions périodiques, ainsi que la fréquence d'oscillation au seuil (voir par exemple [105] ou [96] pour une démonstration). Cependant, comme on l'a vu au chapitre 2, les solutions périodiques n'étant pas nécessairement stables après le point de Hopf qui leur donne naissance, cette analyse ne permet pas de déterminer le seuil d'oscillation *observable* de chaque solution périodique. Seule l'analyse du modèle non linéaire complet (voir chapitre 2) permet alors de prédire ces seuils.

Différentes études [36, 5, 38] se sont intéressées aux informations fournies par l'analyse du gain en boucle ouverte (voir sections 1.3.6, 4.5.1) et B, démontrant sa capacité à fournir des informations sur la fréquence d'oscillation loin du seuil d'apparition des branches de solutions périodiques, ainsi que sur les seuils de changement de régime. Par ailleurs, on a vu précédemment qu'une telle analyse permet d'apporter un certain éclairage sur le mécanisme d'apparition des régimes quasi-périodiques dans les flûtes. Comme démontré en annexe B, cette analyse est théoriquement identique à la résolution de l'équation caractéristique 8.2. Cependant, comme souligné précédemment, il semble que l'analyse du gain en boucle ouverte réalisée dans [36, 38, 5] soit inexacte, car réalisée dans le domaine de Fourier et non dans le domaine de Laplace. Les résultats sont donc à considérer avec précaution.

8.3 Analyse linéaire et transitoires d'attaque

Les résultats du chapitre 7 ont permis de montrer que la linéarisation du modèle non linéaire autour d'une solution périodique, qui donne accès aux multiplicateurs de Floquet, fournit des informations pertinentes sur les transitions entre régimes périodiques, même loin du domaine de validité de la linéarisation. Dans le même esprit, on s'intéresse ici aux informations portées par le système linéarisé autour de la solution statique (*i.e.* non oscillante) sur la réponse du modèle à des transitoires d'attaque de P_m. Les transitoires d'attaques correspondent à des évolutions

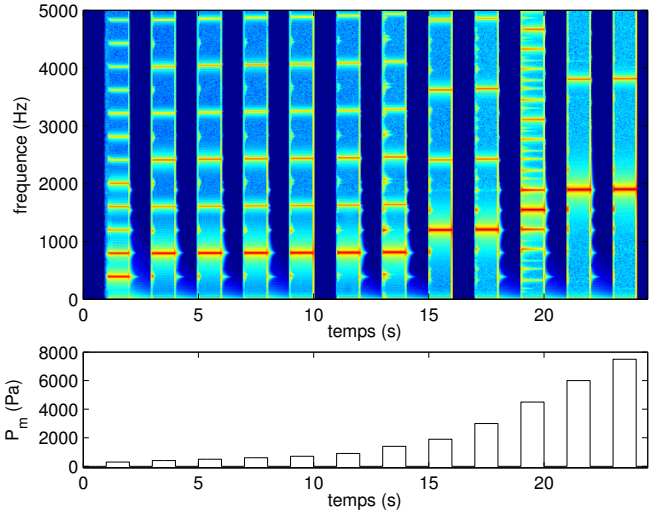


FIGURE 8.2: Représentation temps-fréquence (en haut) de la vitesse acoustique v_{ac} obtenue par simulation temporelle d'échelons de P_m avec différentes valeurs de la pression cible P_c (en bas). Les paramètres utilisés sont données dans les tables 8.1 et 8.2.

fortement non stationnaires des paramètres, et mènent à des régimes oscillants situés loin du *voisinage* de la solution statique autour de laquelle le système est linéarisé. Mathématiquement, la linéarisation n'a de sens que pour de *petites* perturbations autour de la solution considérée, et pour des variations quasi-statiques des paramètres. En ce sens, les transitoires d'attaque tombent *a priori* complètement en-dehors du champ d'application de cette méthode d'analyse. Théoriquement, rien ne garantit donc qu'elle puisse fournir des informations pertinentes sur la réponse du modèle à des transitoires de la pression d'alimentation P_m.

8.3.1 Régime d'oscillation résultant d'un échelon de pression d'alimentation

Dans les flûtes, il est bien connu que la modification de la *pression cible* d'un échelon de pression d'alimentation P_m (ce qui revient à souffler plus ou moins fort) permet de sélectionner le régime d'oscillation recherché.

Pour des coefficients modaux correspondant à un doigté de *sol 3*, des simulations temporelles d'échelons de P_m sont réalisées pour différentes valeurs de pression cible P_c (voir figure 8.2). Pour chacun des échelons de P_m donnant accès à un régime périodique, la fréquence fondamentale de ce régime permanent est déterminée avec Yin [43]. La fréquence du régime (permanent) obtenu est alors représentée en figure 8.3 en fonction de la valeur du retard $\tilde{\tau}_c$ correspondant à la valeur de la pression cible [2]. En parallèle, les parties réelles des valeurs propres κ du système linéarisé autour de sa solution statique sont représentées sur la même figure en fonction de $\tilde{\tau}$, pour les mêmes paramètres du modèle.

La comparaison entre ces résultats de simulations temporelles du modèle non linéaire d'une part et l'analyse du système linéarisé d'autre part suggère que le régime périodique résultant d'un échelon de P_m serait régit par la valeur propre du système linéarisé ayant la plus grande

2. On rappelle que la valeur du retard τ est directement liée à la valeur de la pression d'alimentation par $\tau = \frac{W}{0.4} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{2P_m}}$, et que le retard adimensionné est défini par $\tilde{\tau} = \omega_1 \tau$ où ω_1 est la première pulsation de résonance. Le lecteur pourra se reporter au chapitre 1 pour plus de détails.

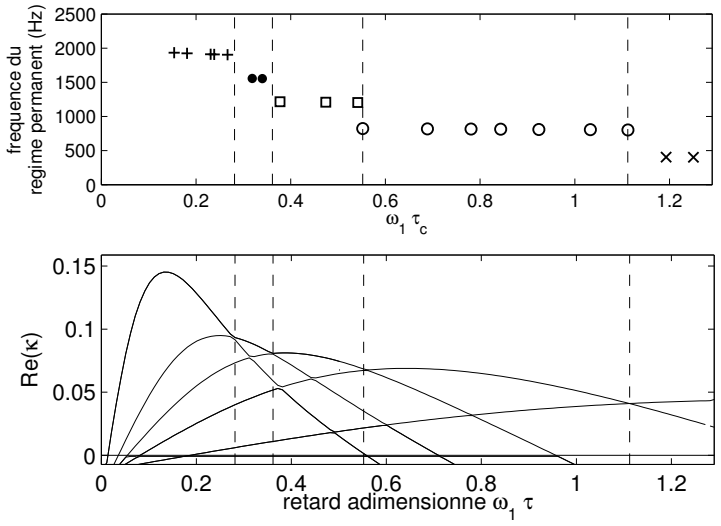


FIGURE 8.3: En haut : fréquence du régime permanent obtenu par simulation temporelle d'échelons de P_m, représentée en fonction de la valeur du retard $\tilde{\tau}_c$ associée à la valeur de pression cible P_c de l'échelon. En bas : partie réelle des valeurs propres du système linéarisé autour de la solution statique, en fonction de $\tilde{\tau}$. Les lignes verticales en pointillés délimitent les zones de $\tilde{\tau}$ pour lesquelles chacune des *branches de valeurs propres* fournit la valeur propre ayant la plus grande partie réelle.

partie réelle au point $\tilde{\tau}_c$. Ainsi, la valeur propre ayant la plus grande partie réelle pour $\tilde{\tau}$>1.1 est associée à l'instabilité donnant naissance au premier registre, et les échelons de P_m tels que $\tilde{\tau}_c$>1.1 mènent vers le premier registre. De la même façon, tous les échelons de P_m qui mènent vers le second registre sont tels que $0.55 < \tilde{\tau}_c < 1.11$, zone dans laquelle la valeur propre associée à l'instabilité donnant naissance au second registre a la plus grande partie réelle. Comme le montre la figure 8.3, il en est de même pour les 3ième, 4ième et 5ième registres.

Comme le montre la figure 8.4, cette propriété se vérifie pour d'autres valeurs de paramètres (ici, des coefficients modaux correspondant au doigté de *la 3*). Pour ces paramètres, on peut notamment souligner que l'instabilité de la solution statique donnant naissance au 3ième registre, est caractérisée par une valeur propre κ dont la partie réelle est positive pour $0.09 < \tilde{\tau} < 0.96$, mais qui n'est jamais supérieure à toutes les autres valeurs de $\Re(\kappa)$ (associées aux autres instabilités de la solution statique). Par ailleurs, en simulation temporelle, il apparaît qu'aucune des valeurs de P_c testée ici ne permet d'atteindre le 3ième registre en réalisant un échelon de P_m.

Bien qu'il ne soit pas proposé ici de démonstration mathématique expliquant cette conjecture, ces résultats suggèrent fortement que l'analyse linéaire du modèle autour de sa solution statique permet de prédire, sans aucune analyse ou simulation du modèle non linéaire complet, le régime périodique résultant d'un transitoire d'attaque de P_m en forme d'échelon. Dans tous les cas testés ici, le régime obtenu est celui qui est issu de l'instabilité de la solution statique associée à la valeur propre ayant la plus grande valeur propre. La simple analyse linéaire présentée ci-dessus permet donc de déterminer la plage de P_m permettant d'accéder à chacun des différents registres, dans le cas d'échelons de P_m. Le cas du doigté de *la 3* montre également que cette propriété permet de mettre en évidence certaines caractéristiques de l'instrument, comme ici l'impossibilité (ou la difficulté) à *attaquer* sur un registre donné (ici, le troisième registre).

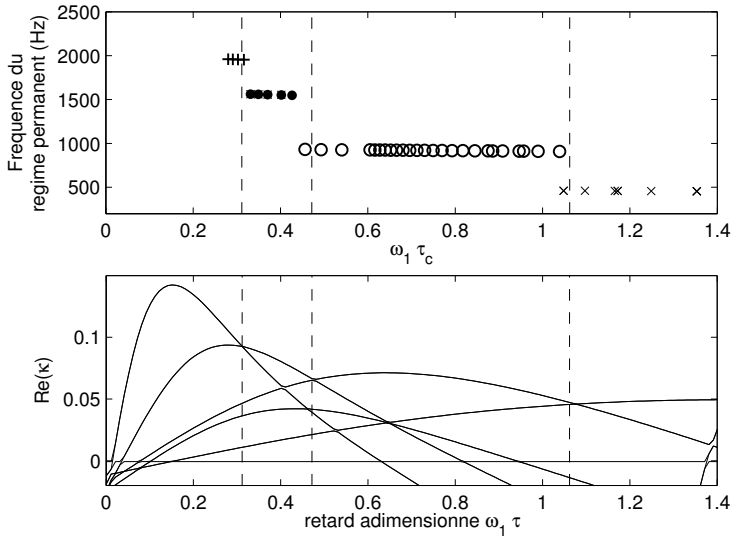


FIGURE 8.4: Même représentation qu'en figure 8.3, pour des coefficients modaux correspondant cette fois à un doigté de *la 3*.

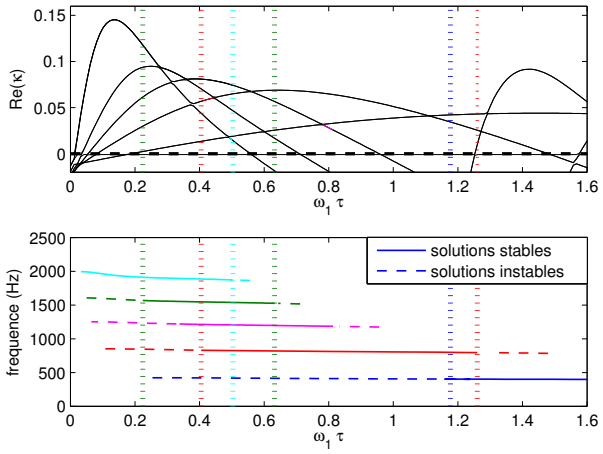
8.3.2 Plages de stabilité des différents registres

D'après ces premiers résultats, l'analyse linéaire du système (autour de sa solution statique) permet de prédire le régime périodique résultant d'un échelon de la pression d'alimentation. Cette propriété implique donc que le régime périodique associé à une instabilité donnée de la solution statique soit nécessairement stable si la valeur propre associée à cette instabilité est celle qui a la plus grande partie réelle. Théoriquement, comme développé au chapitre 2, l'analyse linéaire autour de la solution statique ne fournit aucune indication sur les propriétés de stabilité des solutions périodiques, pour lesquelles il est nécessaire d'utiliser la théorie de Floquet [76].

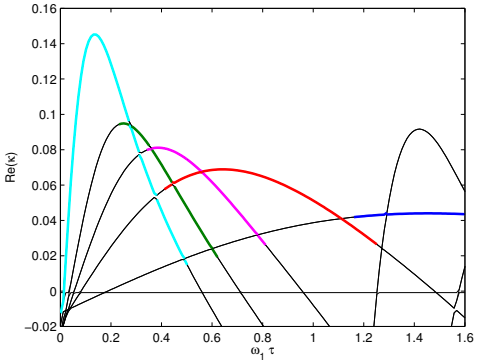
La comparaison des plages de stabilité des différentes solutions périodiques avec les valeurs propres issues de l'analyse linéaire autour de la solution statique permet d'une part de vérifier cette hypothèse, mais également, de confirmer ou d'infirmer la généralité de la propriété mise en évidence dans la section précédente.

Pour différentes valeurs des paramètres, les parties réelles des valeurs propres du modèle linéarisé autour de la solution statique sont comparées avec les diagrammes de bifurcation, obtenus par résolution du modèle non linéaire et par calcul des multiplicateurs de Floquet (voir chapitre 2). Ainsi, pour des coefficients modaux correspondant à un doigté de *sol 3*, la figure 8.5a représente à la fois les parties réelles des valeurs propres en fonction de $\tilde{\tau}$ (en haut) et le diagramme de bifurcations (fréquence des solutions périodiques, en bas). Les lignes pointillées verticales représentent les valeurs de $\tilde{\tau}$ auxquelles un changement de stabilité d'une solution périodique est observé sur le diagramme de bifurcations. Pour plus de lisibilité, les informations relatives aux valeurs propres et aux propriétés de stabilité des solutions périodiques sont compilées en figure 8.5b : la plage de stabilité de chaque régime périodique est superposée (en couleur) à la *branche de valeurs propres* associée à l'instabilité donnant naissance au régime périodique considéré. Cette représentation ne correspond pas à la superposition des valeurs propres et du diagramme de bifurcation à proprement parler puisque c'est bien la partie réelle des valeurs propres qui est représentée en ordonnée, et non l'amplitude des solutions périodiques étudiées.

La même représentation est proposée en figure 8.6 pour d'autres valeurs de paramètres mo-



(a) En haut : partie réelle des valeurs propres du modèle linéarisé autour de sa solution statique, en fonction de $\tilde{\tau}$. En bas : diagramme de bifurcation obtenu par collocation orthogonale et continuation, représentant la fréquence des solutions périodiques en fonction de $\tilde{\tau}$. Les lignes verticales en pointillés mettent en évidence les valeurs de $\tilde{\tau}$ auxquelles un changement de stabilité d'une branche de solutions périodiques est observé.



(b) Partie réelle des valeurs propres du modèle linéarisé autour de sa solution statique, en fonction de $\tilde{\tau}$. Sur chaque *branche de valeur propre*, la zone de stabilité de la solution périodique à laquelle cette instabilité donne naissance est mise en évidence en couleur.

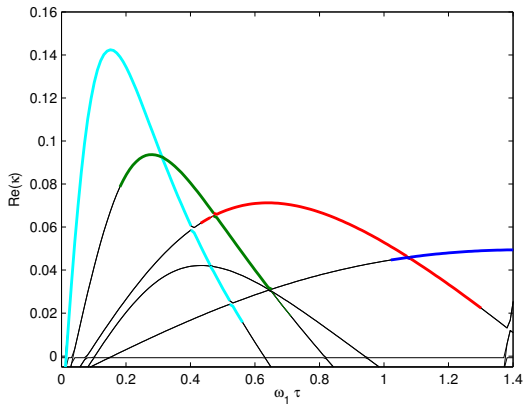
FIGURE 8.5: Comparaison des résultats de l'analyse linéaire et du diagramme de bifurcation, pour le doigté de *sol*.

daux (liés au résonateur), mais également pour d'autres valeurs de paramètres liés à l'excitateur. Dans tous les cas considérés ici, il apparaît que lorsque la partie réelle d'une valeur propre du système linéarisé est supérieure à toutes les autres, le régime périodique associé à cette instabilité est toujours stable. Bien entendu, la réciproque n'est pas vérifiée (*i.e* le fait que la partie réelle de valeur propre associée à un régime périodique ne soit pas la plus grande n'implique pas l'instabilité de la solution périodique), sans quoi deux solutions périodiques ne pourraient pas être stables en même temps, alors que cette multi-stabilité est responsable de l'hystérésis observée dans les flûtes aux changements de régimes, comme on l'a vu au chapitre 2.

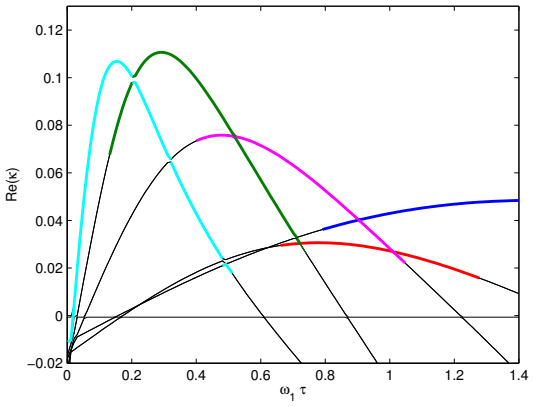
Ces résultats confirment, de façon empirique, l'hypothèse assez surprenante qui découlait des résultats de la section précédente. Si l'analyse linéaire du modèle ne permet pas de prédire les zones de stabilité des différentes solutions périodiques, il semble qu'elle fournisse néanmoins plus d'informations que les simples seuils d'apparition des branches de solutions périodiques. En effet, ces résultats suggèrent que cette méthode permet de déterminer pour chaque solution périodique issue d'une bifurcation de Hopf, une *plage minimale de stabilité*, c'est à dire une plage du paramètre de continuation (ici $\tilde{\tau}$ ou P_m), sur laquelle la solution périodique est *nécessairement stable*.

8.3.3 Durée et nature des transitoires

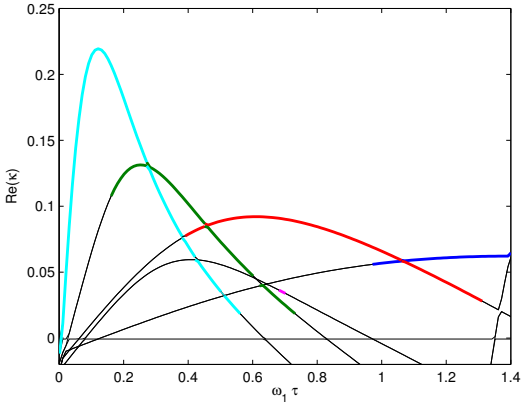
Si les propriétés mises en évidence ci-dessus sont surprenantes d'un point de vue théorique, le fait qu'il existe un lien entre les valeurs propres du modèle linéarisé et la durée des transitoires est en revanche plus évident. En effet, la partie réelle des valeurs propres κ du modèle linéarisé autour de sa solution statique caractérise l'amplification, au cours du temps, d'une petite perturbation autour de la solution statique considérée (voir par exemple [105]). Bien que dans le cas considéré



(a) Même représentation qu'en figure 8.5b, pour des coefficients modaux correspondant au doigté de *la 3*.



(b) Même représentation qu'en figure 8.5b, pour des coefficients modaux correspondant au doigté de *si bémol 3*.



(c) Même représentation qu'en figure 8.5b, pour des coefficients modaux correspondant au doigté de *la 3*, et pour les paramètres d'excitation suivants : $\alpha_i = 333m^{-1}$, $W = 5mm$, $h = 1.2mm$, $\delta_d = 0.0044m$, $b = 0.48mm$.

FIGURE 8.6: Superposition des parties réelles de valeurs propres du système linéarisé autour de sa solution statique et des plages de stabilité (en couleur) des différentes branches de solutions périodiques associées à chaque valeur propre, obtenues par calcul du diagramme de bifurcations.

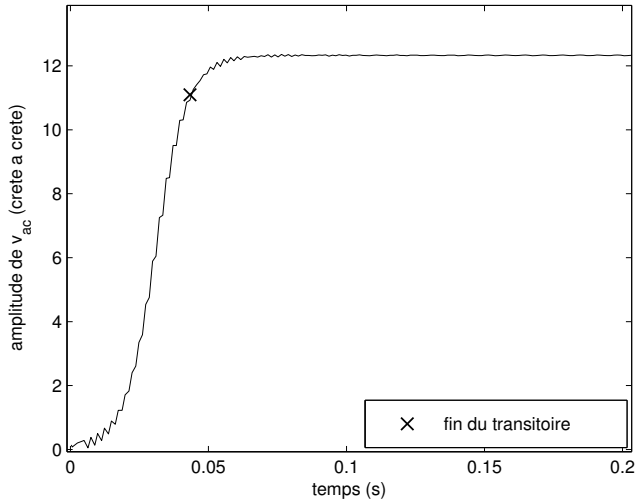


FIGURE 8.7: Détection de la durée du transitoire de v_{ac} : la fin du transitoire est l'instant auquel l'amplitude diffère de moins de 10% de l'amplitude du régime permanent (égale ici à 12.35 m/s).

ici, on s'écarte *a priori* assez rapidement du voisinage de la solution statique dans laquelle cette propriété est valable, on peut supposer (notamment au regard des résultats de la section 8.3.1), que la durée du transitoire est dépendante de la plus grande valeur de $\Re(\kappa)$.

Pour chacun des échelons de P_m réalisés en simulation temporelle pour le doigté de *la 3*, la durée du transitoire de la vitesse acoustique $v_{ac}(t)$ est définie, comme l'illustre la figure 8.7, comme le temps nécessaire pour que l'amplitude d'oscillation diffère de moins de 10% de l'amplitude du régime permanent. Les durées des transitoires obtenus pour différentes valeurs de la pression cible P_c sont représentées, en figure 8.8, en fonction de la plus grande valeur de $\Re(\kappa)$ observée en figure 8.6a pour la valeur $\tilde{\tau}_c$ correspondante à P_c.

Quel que soit le registre résultant de l'échelon de P_m, il apparaît en figure 8.8 que de manière globale, plus la valeur maximale de $\Re(\kappa)$ est élevée, plus le transitoire est court. En ce sens, ces résultats concordent avec la signification mathématique des valeurs propres.

Si l'analyse linéaire ne permet pas de déterminer quantitativement la durée du transitoire acoustique obtenu lors d'un transitoire d'attaque, il semble néanmoins possible, dans la plupart des cas, de déterminer qualitativement les durées *relatives* des transitoires obtenus en fonction de la valeur de P_c choisie. Ainsi, pour deux valeurs de P_c pour lesquelles la valeur maximale de $\Re(\kappa)$ est significativement différente, il est possible de prévoir quel échelon de P_m mènera au transitoire le plus long.

En figure 8.8, deux points s'écartent cependant de la tendance générale : pour $\Re(\kappa) = 0.05$ et $\Re(\kappa) = 0.067$, les transitoires obtenus sont sensiblement plus longs que pour les autres points. Une analyse plus attentive du comportement du modèle en ces points montre que les (longs) transitoires obtenus, représentés dans les fenêtres (a) et (b) de la figure 8.8, sont constitués d'un régime non périodique.

L'analyse des spectres des deux transitoires, présentés en figure 8.9, met en évidence leur nature quasi-périodique, avec des fréquences de base égales à 460 et 910 Hz pour le cas (a), et égales à 932Hz et 1546 Hz pour le cas (b).

Par ailleurs, l'examen des parties réelles des valeurs propres, en fenêtre (c) de la figure 8.8, montre que ces deux points sont situés à l'intersection de deux *branches* de $\Re(\kappa)$, associées à deux instabilités différentes (et donc ici deux solutions périodiques différentes). Le cas (a) correspond à

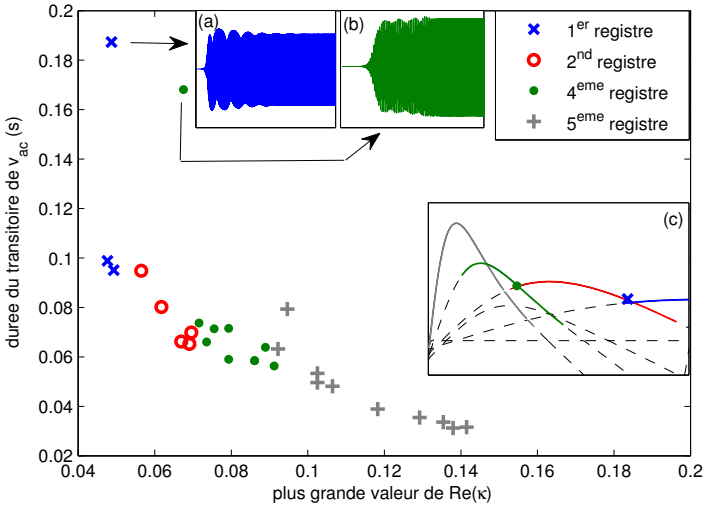
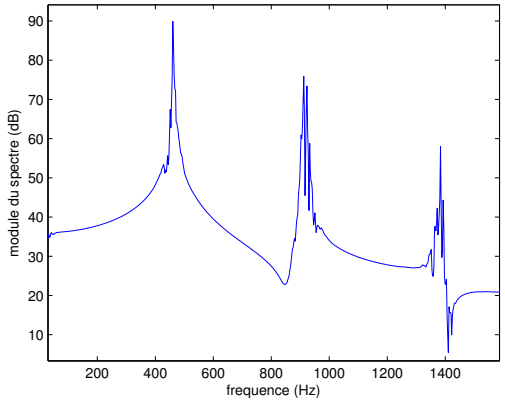
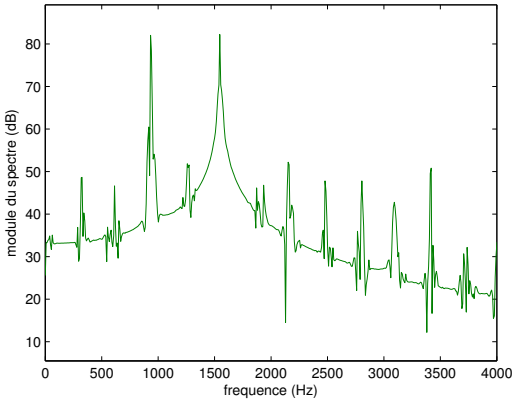


FIGURE 8.8: Pour des échelons de P_m réalisés en simulation, représentation de la durée du transitoire de la vitesse acoustique, en fonction de la partie réelle de la valeur propre ayant la plus grande partie réelle pour la valeur $\tilde{\tau}_c$ associée à la pression cible P_c de l'échelon de pression.



(a) Spectre du transitoire représenté en fenêtre (a) de la figure 8.8, mettant en évidence sa nature quasi-périodique. Les deux fréquences de base qui le constituent valent 460 Hz et 910 Hz.



(b) Spectre du transitoire représenté en fenêtre (b) de la figure 8.8, mettant en évidence sa nature quasi-périodique. Les deux fréquences de base qui le constituent valent 932 Hz et 1546 Hz.

FIGURE 8.9: Spectres des transitoires non périodiques observés en figure 8.8.

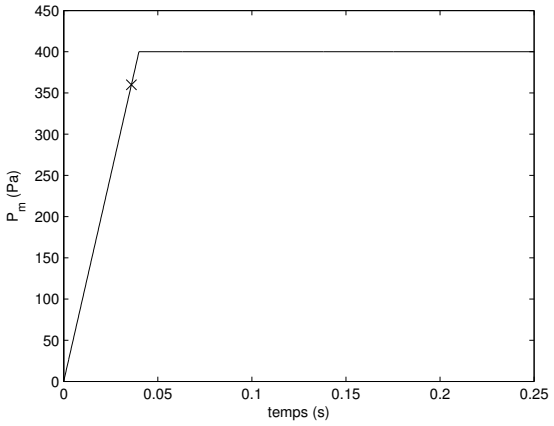


FIGURE 8.10: Exemple d'un transitoire d'attaque réalisé en simulation : la montée de P_m dépend linéairement du temps, et le temps de montée est de 36ms.

l'intersection entre les branches de $\Re(\kappa)$ associées aux instabilités donnant naissance au premier et au second registre, alors que le cas (b) correspond à l'intersection entre les branches de $\Re(\kappa)$ associées au second et au quatrième registres. On peut alors noter que les fréquences de base du transitoire quasi-périodique sont justement proches des fréquences de résonance du premier et du deuxième mode (qui valent respectivement 453 Hz et 918 Hz) pour le cas (a), alors qu'elles sont proches des fréquences de résonance du second et du 4ième mode de résonance (918 Hz et 1548 Hz) dans le cas (b).

En ces deux points particuliers, il semble donc que le système "hésite" entre deux instabilités, dont les valeurs propres associées ont des parties réelles proches l'une de l'autre. Ces deux instabilités mènent à deux registres différents. Etant donné que chacune d'elle est associée à une fréquence particulière, cette "hésitation" du système résulte en un long transitoire quasi-périodique, constitué de deux fréquences de base associées aux deux instabilités en *concurrence*. Le même phénomène a été observé pour le jeu de paramètres associé au doigté de *sol 3*, déjà étudié plus haut.

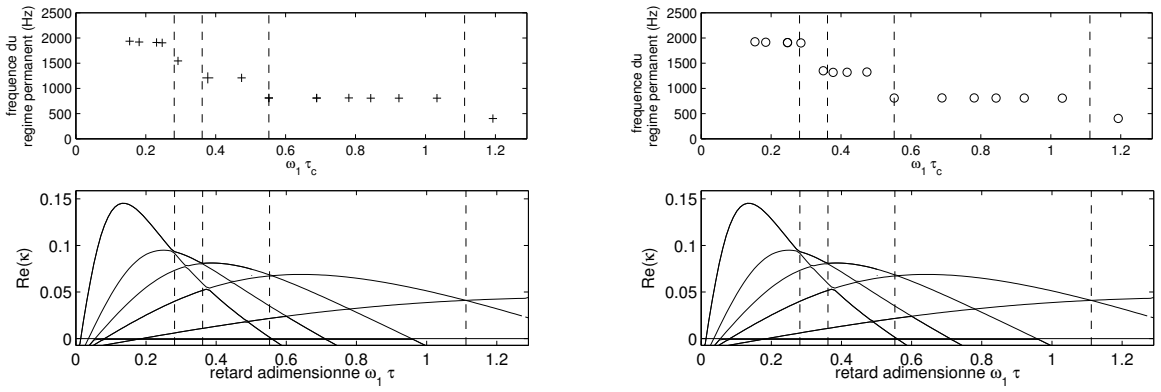
Il semble donc que le calcul des racines κ fournisse non seulement une estimation des durées relatives des transitoires, en fonction de la valeur de P_c considérée, mais également, dans certains cas, des informations sur la possibilité de l'apparition de transitoires quasi-périodiques particulièrement longs. Cette propriété est intéressante dans le sens où de tels transitoires *multiphoniques* (voir chapitre 4) constituent un défaut du point de vue de l'instrumentiste comme du facteur d'instruments. Ces résultats suggèrent également que l'analyse linéaire considérée ici pourrait permettre d'estimer le contenu spectral du transitoire de $v_{ac}(t)$ à partir de la comparaison des parties réelles des différentes valeurs propres κ.

8.3.4 Influence du temps de montée de P_m

Les résultats présentés jusqu'ici ne concernent que des *échelons* de P_m, c'est à dire des profils de P_m présentant une discontinuité, comme représenté en figure 8.2. Bien entendu, ces profils ne correspondent pas à ceux de transitoires d'attaque utilisés par les flûtistes.

Les résultats présentés au chapitre 6 sur les temps de montée de P_m utilisés par une musicienne professionnelle, ainsi que les résultats présentés dans d'autres études [108, 27, 79] montrent que ce temps de montée est généralement compris entre 10ms et 30 ms.

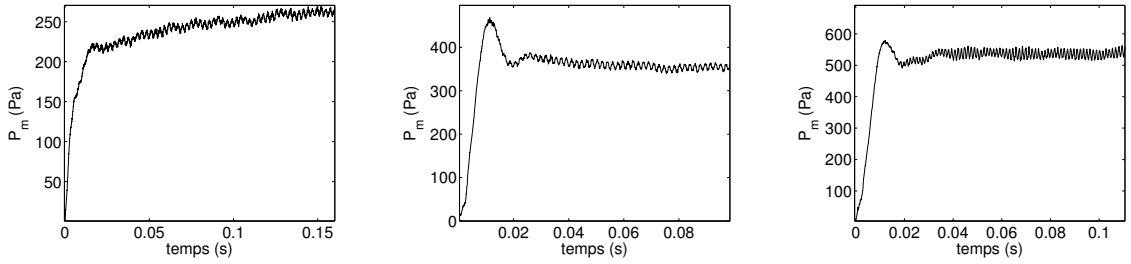
Se pose alors la question de la validité des propriétés mises en évidence dans les sections



(a) Temps de montée de P_m égal à 9ms.

(b) Temps de montée de P_m égal à 36ms.

FIGURE 8.11: Même représentation qu'en figure 8.3 : comparaison des résultats de l'analyse linéaire et des régimes résultants de transitoires d'attaques avec un temps de montée non nul, pour le doigté de *sol 3*.



(a) (b) (c)

FIGURE 8.12: Représentation de la pression mesurée dans la bouche d'une musicienne professionnelle pour différents transitoires d'attaques, relevés pour différentes notes sur une flûte à bec alto.

précédentes pour des profils de P_m plus réalistes. Comme précédemment, des simulations sont réalisées pour différents temps de montée de P_m, compris entre 9ms et 36ms, comme illustré en figure 8.10. Bien que ces profils demeurent des représentations assez sommaires de ceux rencontrés chez le musicien -principalement du fait de la croissance linéaire de P_m- ils sont néanmoins moins caricaturaux que les échelons étudiés plus haut. Comme précédemment, la figure 8.11 représente les plages de $\tilde{\tau}_c$ menant à chaque registre, dans le cas de simulations temporelles de transitoires d'attaque linéaires, avec des temps de montée de P_m de 9ms et 36ms.

Comme pour les échelons de P_m, ces résultats montrent que le régime périodique résultant du transitoire d'attaque est déterminé par la plus grande valeur propre (en terme de partie réelle) du modèle linéarisé autour de sa solution statique, calculée en $P_m = P_c$.

Bien que l'influence du profil temporel de P_m reste à étudier, ces résultats confirment la validité des propriétés mises en évidence précédemment dans le cas de transitoires d'attaque plus réalistes que de simples échelons de P_m. Par ailleurs, les profils mesurés sur musicien, représentés en figure 8.12, montrent que l'approximation d'une évolution linéaire de P_m entre 0 et P_c n'est pas déraisonnable.

8.4 Conclusion

Théoriquement, l'analyse linéaire utilisée ici n'est valable que pour de petites perturbations autour de la solution statique considérée, et dans le cas où tous les paramètres évoluent de façon quasi-statique. Les transitoires d'attaques, au cours desquels la pression d'alimentation P_m varie de façon rapide par rapport aux échelles de temps des variables acoustiques, et qui mènent à des régimes d'oscillation loin de la solution statique, tombent donc *a priori* complètement en dehors du champ d'application de cette méthode. Cependant, de façon surprenante, les comparaisons réalisées ici entre les résultats de simulations temporelles du modèle non linéaire et les résultats de l'analyse linéaire, mettent en évidence que les valeurs propres du système linéarisé fournissent des informations pertinentes sur la réponse du modèle à des transitoires d'attaque.

Non seulement l'étude des parties réelles des valeurs propres κ suffit à prédire le régime périodique résultant d'un transitoire d'attaque de P_m, mais aussi une *plage minimale de stabilité* de chaque régime périodique, et une estimation qualitative des durées relatives des transitoires de la vitesse acoustique. Au moins pour les cas testés dans ce chapitre, cette analyse permet également d'apprécier la nature périodique ou quasi-périodique du transitoire de la vitesse acoustique. Dans le cas d'un transitoire quasi-périodique, les valeurs propres fournissent enfin une approximation des *fréquences de base* qui le constituent.

Ces résultats, d'abord mis en évidence dans le cas d'échelons de la pression d'alimentation P_m, demeurent valables dans le cas de temps de montée de P_m qui correspondent à ceux utilisés par les musiciens. Dans certains cas, la linéarisation du modèle autour de sa solution statique permet de prédire la réponse du modèle non linéaire à des transitoires d'attaque. Cette méthode, en permettant ici de s'affranchir de la résolution du modèle complet, réduit considérablement la complexité des calculs, et le temps nécessaire pour les réaliser.

Ces résultats ne peuvent cependant pas être comparés directement à des résultats expérimentaux, dans le sens où le modèle de l'état de l'art utilisé ici ne modélise pas tous les phénomènes physiques relatifs aux transitoires d'attaque (notamment, la naissance du jet). En revanche, cette étude démontre que l'analyse linéaire porte des informations valables bien au-delà de son domaine d'application théorique. Cette méthode ne dépendant pas directement du modèle utilisé, elle pourrait être utilisée pour étudier le comportement d'un modèle plus réaliste.

Dans le but de confirmer ces conjectures dans le cas de transitoires d'attaques plus réalistes, il serait intéressant d'étudier l'influence du profil temporel de P_m, seuls des profils linéaires ayant été utilisés ici. Par ailleurs, des résultats de ce type n'ayant à notre connaissance jamais été observés ni dans le cas de systèmes dynamiques à retard de type neutre, ni dans le cas de systèmes d'équations différentielles ordinaires, il serait également intéressant d'en tester la validité sur d'autres systèmes, tels par exemple que les modèles d'instruments à anche, pour lesquels l'analyse linéaire de stabilité est également utilisée dans plusieurs travaux [133, 132, 91].

Conclusion générale

Conclusions

Les travaux présentés dans ce document visent d'une part à mieux comprendre les mécanismes liés aux transitions entre régimes dans les instruments de la famille des flûtes, et d'autre part à déterminer l'influence de différents paramètres de facture et de contrôle sur les propriétés de ces transitions :

- quels types de régimes sont en jeu : statiques, périodiques, quasi-périodiques, chaotiques ?
- quelles caractéristiques pour ces régimes : fréquence(s), amplitude, modulations ?
- à quels seuils de pression d'alimentation ces transitions interviennent-elles ?

Au-delà de la volonté de comprendre les mécanismes physiques sous-jacents au fonctionnement des flûtes, l'idée est également de mieux appréhender les conséquences de certains gestes du musicien, et de certaines actions du facteur d'instruments.

Le fil conducteur de ces travaux réside dans la méthodologie retenue, qui s'appuie sur des approches bien différentes, mais très complémentaires : mesures sur musicien, caractérisation systématique du comportement de l'instrument grâce à une bouche artificielle asservie en pression, intégration temporelle d'un modèle physique de flûtes, calcul des diagrammes de bifurcations de ce modèle par collocation orthogonale et continuation numérique, mais également collaboration étroite avec un facteur d'instruments.

La confrontation de diagrammes de bifurcations du modèle et de simulations temporelles permet de valider l'approche par collocation orthogonale et continuation numérique. Du fait de la complexité mathématique du modèle de flûte de l'état de l'art, la possibilité de mettre en place une telle approche ne va, *a priori*, pas de soi. C'est à notre connaissance la première fois que ces méthodes sont mises en œuvre pour cette famille d'instruments.

La confrontation des données expérimentales, des résultats de simulations temporelles et des diagrammes de bifurcations permet de mieux comprendre différents phénomènes bien connus expérimentalement, démontrant d'une part l'intérêt des nouvelles informations accessibles *via* les diagrammes de bifurcations, et d'autre part l'intérêt de croiser les différentes approches. Ainsi, elles ont permis de montrer que les changements de registres, très souvent mis en évidence dans les flûtes, sont causés par la déstabilisation d'une branche de solutions périodiques du système physique. L'hystérésis qui les accompagne est due à la co-existence de plusieurs solutions périodiques stables pour un même jeu de paramètres. C'est également la confrontation des différents types de résultats qui permet d'établir que multiphoniques de flûtes à bec et *sonido rajado* des flûtes chiliennes, des phénomènes jusqu'ici considérés différents dans la littérature, partagent non seulement la même nature quasi-périodique, mais également le même mécanisme d'apparition, c'est à dire la déstabilisation d'une branche de solutions périodiques du système *via* une

bifurcation de Neimark-Sacker.

Dans un contexte où l'on cherche à comprendre l'influence de paramètres de facture sur le fonctionnement de l'instrument, la collaboration avec un facteur de flûtes à bec a permis de se concentrer sur des paramètres qui lui paraissent particulièrement sensibles. La très grande importance de la géométrie interne du canal (et pas seulement de la sortie du canal) a ainsi été mise en évidence expérimentalement, avec une influence sur de nombreuses caractéristiques de l'instrument (plages de stabilité des régimes, amplitude, fréquence, contenu spectral, nature et durée des transitoires), et dans des proportions surprenantes par rapport à l'absence du canal dans les différents modèles disponibles. Si cette influence ne faisait aucun doute pour le facteur, le fait qu'il soit possible de la caractériser objectivement, et de la relier à l'analyse du facteur est un résultat qui était moins évident pour le scientifique, et qui a ouvert de nouvelles possibilités. Par exemple, l'analyse du travail du facteur d'instruments au cours de la fabrication d'un canal permet de caractériser son action et de mettre en évidence l'optimum qu'il semble rechercher. Cet optimum semble constitué des éléments suivants : une large plage de stabilité du registre principal, des registres d'ordres élevés repoussés vers les hautes valeurs de la pression d'alimentation, une large hystérésis entre les deux premiers régimes, un glissement de fréquence de forte pente et à de petites valeurs de la pression d'alimentation, un contenu spectral riche en harmoniques d'ordres élevés.

Dans ce contexte de l'étude de la géométrie des canaux, la comparaison du comportement observé sur bouche artificielle et du comportement de l'instrument joué par une musicienne professionnelle met en évidence l'accord qualitatif entre les caractéristiques de l'instrument considéré seul et les caractéristiques de l'ensemble instrument-instrumentiste. Comme précédemment pour le facteur, cette comparaison met également en valeur la concordance entre les grandeurs physiques mesurables et l'analyse de la musicienne (sur la stabilité des régimes, les durées des transitoires ...). Au moins pour les situations et les grandeurs étudiées ici, il est donc possible d'obtenir, grâce à la bouche artificielle, des informations en lien avec la verbalisation de l'instrumentiste.

Néanmoins, la confrontation bouche artificielle - musicien met en évidence des différences quantitatives significatives, notamment au niveau des seuils de changement de régimes. Le fait que les seuils obtenus par un non musicien ne soient pas significativement différents de ceux observés sur bouche artificielle démontre que les écarts sont bien liés à l'expertise du musicien et non à des éléments physiologiques non pris en compte sur la bouche artificielle. Le croisement des approches expérimentales et numériques permet de démontrer la grande influence de la dynamique d'un paramètre de contrôle (la pression dans la bouche) sur ces seuils. Les résultats démontrent cependant que certaines informations fournies par le diagramme de bifurcation statique demeurent valables dans le cas dynamique. Plus surprenant encore, l'analyse du modèle linéarisé autour de l'une de ses solutions (statique ou périodique) informe du comportement du modèle même loin du domaine de validité du système linéarisé.

Perspectives

Nombre de ces résultats posent la question de la nécessité de faire évoluer le modèle de l'état de l'art. Au-delà des limites de ce modèle déjà citées dans le corps de ce document (prise en compte de l'étape de la formation du jet, domaine de validité du modèle de source *jet-drive*), la forte influence de la géométrie du canal incite à prendre en compte non seulement l'influence des chanfreins [20], mais également les détails de la géométrie *interne* du canal, tout deux absents du

modèle. Outre les difficultés inhérentes à la compréhension et à la modélisation des phénomènes physiques en jeu, un tel développement pose également la question du lien entre les canaux et d'autres éléments du modèle. Les modélisations retenues pour le développement des perturbations sur le jet et pour les sources aéro-acoustiques sont-elles adaptées à la prise en compte des phénomènes induits par des géométries complexes du canal ? Par comparaison avec l'influence de certains paramètres du modèle dont les valeurs sont difficiles à estimer (distance entre les sources de part et d'autre du biseau par exemple) et relativement à l'importance de certains phénomènes négligés (ralentissement du jet le long de la fenêtre d'excitation), quel est l'ordre de grandeur des effets engendrés par la géométrie interne du canal ? Une étude de l'influence relative de ces différents paramètres est une première étape intéressante dans la perspective d'une modélisation du système de formation du jet que constitue le canal.

Les différences quantitatives observées sur le comportement d'un même instrument joué par une bouche artificielle et un instrumentiste incitent par ailleurs à accorder une plus grande place au musicien, pour aller d'un modèle physique de l'instrument à un modèle physique du système *instrument-instrumentiste*. A l'heure actuelle, l'instrumentiste n'est en effet pris en compte qu'au travers de la valeur de la pression dans la bouche imposée en amont de l'instrument. Le fait que la dynamique de la pression dans la bouche ne suffise pas à expliquer les écarts mis en évidence au chapitre 7, les observations préliminaires sur le lien entre mouvement des doigts et contrôle de la justesse (chapitre 6), associés aux résultats de travaux récents sur l'influence des résonances du conduit vocal de l'instrumentiste [2] ou des mécanismes respiratoires des flûtistes [39], sont autant d'arguments en faveur d'une prise en compte du musicien en tant que système dynamique.

L'évolution du modèle dans ce sens passe nécessairement par une évolution des méthodes d'analyse utilisées. En effet, la prise en compte de l'action du musicien est indissociable de la considération de la *dynamique* des paramètres de contrôle, dont l'influence à été démontrée au chapitre 7 et dans les travaux de Bergeot sur les instruments à anche [15, 14]. Dans ce contexte les diagrammes de bifurcation statiques ne sont plus nécessairement suffisants, et il convient de tenir compte des résultats de la théorie des bifurcations dynamiques. Par ailleurs, l'apport considérable des diagrammes de bifurcations, avec l'accès aux branches de solutions périodiques, encourage à aller plus loin dans cette cartographie systématique des régimes d'oscillation du modèle. Notamment, la continuation de branches de solutions non périodiques permettrait d'accéder aux caractéristiques de ces solutions ailleurs qu'en leurs seuils (*i.e.* aux points de bifurcations de Neimark-Sacker des branches de solutions périodiques). Si les outils numériques utilisés ici ne sont à l'heure actuelle pas adaptés à ce type de calcul [57], la transposition de travaux sur la continuation de solutions quasi-périodiques de systèmes d'équations différentielles ordinaires [119] aux systèmes *neutres* serait particulièrement intéressante.

La richesse des informations apportées par les diagrammes de bifurcation du modèle suggère que l'accès à ce type d'informations pour l'instrument réel (*i.e.* expérimentalement) serait également particulièrement intéressante. En particulier, la confrontation entre des *diagrammes de bifurcations expérimentaux* et les mesures sur musicien, dans l'esprit des confrontations réalisées ici entre diagrammes du bifurcations du modèle et simulations temporelles, permettrait de mieux appréhender différents phénomènes expérimentaux liés aux paramètres de facture et de contrôle. En donnant accès à une vision globale de la dynamique de l'instrument réel, les comparaisons qualitatives entre l'expérience et le modèle seraient encore facilitées. Différents travaux [6, 9, 130, 131] ont démontré la possibilité de suivre des branches de solutions instables expérimentalement, non seulement dans le cas de solutions statiques ou périodiques, mais également pour des solutions non périodiques. Le développement récent d'une *toolbox* dédiée à ce type d'approche [118] laisse entrevoir la possibilité de l'adapter aux instruments de musique à

vent.

Toujours d'un point de vue expérimental, la diversification des approches permettrait là aussi d'enrichir notre compréhension du fonctionnement de l'instrument, de l'action du facteur et du contrôle du musicien. Ainsi, la compréhension en profondeur et la modélisation des phénomènes physiques liés à l'influence de la géométrie interne du canal passe par des expériences de visualisation du jet [48], par exemple sur l'instrument à canal modulable conçu par P. Bolton (voir chapitre 5). Du côté des paramètres de contrôle, les observations préliminaires sur le lien entre fréquence de jeu et mouvement des doigts de la flûtiste encourage à utiliser des techniques de capture de geste, dans l'esprit de ce qui a été effectué par exemple sur la harpe [29].

Enfin, l'intérêt de la collaboration avec un facteur d'instruments, démontrée dans ce document, incite à poursuivre dans cette voie, non seulement avec les facteurs mais également avec les musiciens. Des comparaisons plus poussées entre les résultats issus des expériences et les connaissances empiriques des musiciens et des facteurs seraient probablement enrichissantes non seulement pour le scientifique, mais également du point de vue du facteur. Un développement de cette approche pourrait ainsi permettre de développer des outils d'aide à la facture instrumentale (dans l'esprit des travaux en cours, par exemple, à l'Institut Technologique Européen des Métiers de la Musique, ou du projet PAFI [3]), qui permettraient d'enrichir les pratiques des facteurs.

3. Projet ANR "Plate-forme modulaire d'Aide à la Facture Instrumentale".

Annexes

Annexe A

Reformulation du modèle

Afin de mettre en évidence son caractère *neutre*, et pour pouvoir l'étudier avec DDE-Biftool [57] et son extension pour les systèmes neutres [8, 7], le modèle de l'état de l'art est ré-écrit sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre : $\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-\tau), \dot{\mathbf{x}}(t-\tau), \lambda)$, où $\mathbf{x}$ est le vecteur des variables d'état, et λ le jeu de paramètres.

Partons du système d'équations 1.23 :

$$\begin{aligned}
\eta(t) =& \frac{h}{U_j} e^{\alpha_i W} v_{ac}(t-\tau) \\
\Delta p(t) =& \frac{\rho \delta_d b U_j}{W} \frac{d}{dt} \left[\tanh\left(\frac{\eta(t) - y_0}{b} \right) \right] - \frac{\rho}{2} \left(\frac{v_{ac}(t)}{\alpha_{vc}} \right)^2 \operatorname{sgn}(v_{ac}(t)) \\
V_{ac}(\omega) =& \left(\frac{a_0}{b_0 j\omega + c_0} + \sum_{k=1}^{p-1} \frac{a_k j\omega}{\omega_k^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\omega_k}{Q_k}} \right) \cdot \Delta P(\omega)
\end{aligned} \tag{A.1}$$

Pour chaque mode non uniforme k (*i.e.* de fréquence de résonance non nulle), on définit $V_{ac_k}(\omega) = \frac{a_k j\omega}{\omega_k^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\omega_k}{Q_k}} \cdot \Delta P(\omega)$, avec k un entier naturel tel que $k \in [1; p-1]$). De la même façon, on définit pour le mode uniforme $V_{ac_0}(\omega) = \frac{a_0}{b_0 j\omega + c_0} \cdot \Delta P(\omega)$. On obtient alors finalement $V_{ac} = V_{ac_0} + \sum_{k=1}^{p-1} V_{ac_k}$.

Le système A.1 peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$
\begin{aligned}
\eta(t) =& \frac{h}{U_j} e^{\alpha_i W} v_{ac}(t-\tau) \\
\Delta p(t) =& \frac{\rho \delta_d b U_j}{W} \frac{d}{dt}\left[\tanh\left(\frac{\eta(t)-y_0}{b}\right)\right] - \frac{\rho}{2}\left(\frac{v_{ac}(t)}{\alpha_{vc}}\right)^2 \operatorname{sgn}(v_{ac}(t)) \\
V_{ac}(\omega) =& \sum_{k=0}^{p-1} V_{ac_k}(\omega) \\
V_{ac_0}(\omega) =& \left(\frac{a_0}{b_0 j\omega + c_0}\right) \cdot \Delta P(\omega) \\
V_{ac_1}(\omega) =& \left(\frac{a_1 j\omega}{\omega_1^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\omega_1}{Q_1}}\right) \cdot \Delta P(\omega) \\
& \vdots \\
V_{ac_{(p-1)}}(\omega) =& \left(\frac{a_{(p-1)} j\omega}{\omega_{(p-1)}^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\omega_{(p-1)}}{Q_{(p-1)}}}\right) \cdot \Delta P(\omega)
\end{aligned}
\tag{A.2}
$$

Par transformation de Fourier inverse, chaque expression V_{ac_k} (avec $k \in [1; p-1]$) peut s'écrire dans le domaine temporel :

$$
\frac{d^2 v_{ac_k}(t)}{dt^2} + \frac{\omega_k}{Q_k} \cdot \frac{dv_{ac_k}(t)}{dt} + \omega_k^2 v_{ac_k}(t) a_k \frac{d\Delta p(t)}{dt} \tag{A.3}
$$

et l'expression de V_{ac_0} devient :

$$
b_0 \cdot \frac{dv_{ac_0}(t)}{dt} + c_0 v_{ac_0}(t) = a_0 \Delta p(t) \tag{A.4}
$$

En réinjectant l'expression de $\Delta p(t)$ et de $\eta(t)$ dans ces équations, on obtient :

$$
\begin{aligned}
v_{ac}(t) =& \sum_{k=0}^{p-1} v_{ac_k}(t) \frac{dv_{ac_0}(t)}{dt} = \frac{a_0 \rho \delta_d b U_j}{b_0 W} \frac{d}{dt}\left\{\tanh\left[\frac{h e^{\alpha_i W}}{b U_j} \cdot v_{ac}(t-\tau) - \frac{y_0}{b}\right]\right\} \\
& - \frac{a_0 \rho}{2 b_0}\left(\frac{v_{ac}(t)}{\alpha_{vc}}\right)^2 \operatorname{sgn}(v_{ac}(t)) - \frac{c_0}{b_0} v_{ac_0}(t) \\
\frac{d^2 v_{ac_k}(t)}{dt^2} =& \frac{a_k \rho \delta_d b U_j}{W} \frac{d^2}{dt^2}\left\{\tanh\left[\frac{h e^{\alpha_i W}}{b U_j} \cdot v_{ac}(t-\tau) - \frac{y_0}{b}\right] t\right\} \\
& - a_k \frac{d}{dt}\left[\frac{\rho}{2}\left(\frac{v_{ac}(t)}{\alpha_{vc}}\right)^2 \operatorname{sgn}(v_{ac}(t))\right] - \frac{\omega_k}{Q_k} \frac{dv_{ac_k}(t)}{dt} - \omega_k^2 v_{ac_k}(t).
\end{aligned}
\tag{A.5}
$$

Afin d'améliorer le conditionnement numérique du système, on définit les variables adimensionnées suivantes :

$$
\begin{aligned}
\tilde{t} =& \omega_1 t \\
\tilde{\tau} =& \omega_1 \tau \\
\tilde{v}_k(\tilde{t}) =& \frac{h e^{\alpha_i W}}{b U_j} v_{ac_k}(\tilde{t})
\end{aligned}
\tag{A.6}
$$

Les notations $\dot{\tilde{v}}(\tilde{t})$ et $\ddot{\tilde{v}}(\tilde{t})$ désignent respectivement les dérivées première et seconde de $\tilde{v}(\tilde{t})$ par rapport au temps adimensionné $\tilde{t}$. Le système B.1 s'écrit alors :

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{v}}_0(\tilde{t}) =& \frac{a_0\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W b_0}\sum_{i=0}^{p-1}\dot{\tilde{v}}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})\left\{1-\tanh^2\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\right\}\\
&-\frac{a_0\rho b W}{2b_0\alpha_{vc}^2 h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\,\mathrm{abs}\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\right]-\frac{c_0}{b_0\omega_1}\tilde{v}_0(\tilde{t})\\
\ddot{\tilde{v}}_k(\tilde{t}) =& \frac{a_k\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\sum_{i=0}^{p-1}\ddot{\tilde{v}}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})\left\{1-\tanh^2\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\right\}-\frac{2a_k\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\\
&\left(\sum_{i=0}^{p-1}\dot{\tilde{v}}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})\right)^2\tanh\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\left\{1-\tanh^2\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\right\}\\
&-\frac{a_k\rho b W}{2\alpha_{vc}^2 h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\dot{\tilde{v}}_i(\tilde{t})\,\mathrm{abs}\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\right]-\frac{a_k\rho b W}{2\alpha_{vc}^2 h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\\
&\sum_{i=0}^{p-1}\dot{\tilde{v}}_i(\tilde{t})\,\mathrm{sgn}\left[\frac{bW\omega_1}{h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\right]-\left(\frac{\omega_k}{\omega_1}\right)^2\tilde{v}_k(\tilde{t})-\frac{\omega_k}{\omega_1 Q_k}\dot{\tilde{v}}_k(\tilde{t})
\end{aligned}
\tag{A.7}
$$

$\forall k \in [1;2;...;p-2;p-1]$.

La définition des variables : $\tilde{z}_k(\tilde{t}) = \dot{\tilde{v}}_k(\tilde{t})$ permet finalement de se ramener à un système du premier ordre :

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{v}}_0(\tilde{t}) =& \frac{a_0\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W b_0}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{z}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})\left\{1-\tanh^2\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\right\}\\
&-\frac{a_0\rho b W}{2b_0\alpha_{vc}^2 h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\,\mathrm{abs}\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\right]-\frac{c_0}{b_0\omega_1}\tilde{v}_0(\tilde{t})\\
\dot{\tilde{v}}_k(\tilde{t}) =& \tilde{z}_k(\tilde{t})\\
\dot{\tilde{z}}_k(\tilde{t}) =& \frac{a_k\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\sum_{i=0}^{p-1}\dot{\tilde{z}}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})\left\{1-\tanh^2\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\right\}-\frac{2a_k\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\\
&\left(\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{z}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})\right)^2\tanh\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\left\{1-\tanh^2\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\right\}\\
&-\frac{a_k\rho b W}{2\alpha_{vc}^2 h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{z}_i(\tilde{t})\,\mathrm{abs}\left[\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\right]-\frac{a_k\rho b W}{2\alpha_{vc}^2 h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{z}_i(\tilde{t})\\
&\mathrm{sgn}\left[\frac{bW\omega_1}{h e^{\alpha_i W}\gamma\tilde{\tau}}\sum_{i=0}^{p-1}\tilde{v}_i(\tilde{t})\right]-\left(\frac{\omega_k}{\omega_1}\right)^2\tilde{v}_k(\tilde{t})-\frac{\omega_k}{\omega_1 Q_k}\tilde{z}_k(\tilde{t})
\end{aligned}
\tag{A.8}
$$

$\forall k \in [1;2;...;p-2;p-1]$, avec p le nombre total de modes (uniforme et non uniformes) du résonateur.

Annexe B

Modèle de l'état de l'art : étude du gain en boucle ouverte

On cherche ici à démontrer l'équivalence de l'analyse du gain en boucle ouverte et de l'analyse de stabilité de la solution statique, présentée en section A, et qui implique également la linéarisation du modèle autour de sa solution statique. On rappelle que ces deux approches poursuivent un même but : déterminer pour un jeu de paramètres donné si la solution statique est *stable*, ou si à l'inverse le système peut auto-osciller (ce qui correspond à une *instabilité* de la solution statique). Par souci de clarté et de simplicité, on considère ici le modèle de l'état de l'art avec un unique mode de résonance. Dans ce cas, il n'y a donc pas de projection de la vitesse acoustique (de *décomposition*) sur les différents modes de résonance. Si l'on reprend les notations introduites en annexe A, on a donc : $v_{ac}(t) = v_{ac\ 1}(t)$. Les calculs et démonstrations se généralisent directement au cas à plusieurs modes, et au cas du mode uniforme.

Ecriture de l'équation caractéristique associée au modèle linéarisé

Repartons du système d'équations 1.23 du modèle de l'état de l'art :

$$\begin{cases} \eta(t) = \dfrac{he^{\alpha_i W}}{U_j} v_{ac}(t-\tau) \\ \Delta p = \dfrac{\rho \delta_d b U_j}{W} \dfrac{d}{dt}\left[tanh\left(\dfrac{\eta(t)-y_0}{b}\right)\right] - \dfrac{\rho}{2}\dfrac{v_{ac}^2}{\alpha_{vc}^2} sgn(v_{ac}) \\ V_{ac} = \dfrac{a_1 j\omega}{\omega_1^2 - \omega^2 + j\omega\frac{\omega_1}{Q_1}} \Delta P \end{cases} \tag{B.1}$$

En écrivant la troisième équation de ce système dans le domaine temporel, et en réinjectant les expressions de $\Delta p(t)$ et de $\eta(t)$ dans cette équation, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} v_{ac}(t) =& \frac{a_1 \rho \delta_d b U_j}{W} \frac{d^2}{dt^2}\left\{tanh\left[\frac{he^{\alpha_i W} v_{ac}(t-\tau)}{bU_j} - \frac{y_0}{b}\right]\right\} - a_1 \frac{d}{dt}\left[\frac{\rho}{2}\left(\frac{v_{ac}}{\alpha_{vc}}\right)^2 sgn(v_{ac})\right] \\ & - \frac{\omega_1}{Q_1}\frac{d}{dt} v_{ac}(t) - \omega_1^2 v_{ac}(t). \end{aligned} \tag{B.2}$$

Utilisons alors les variables adimensionnées $\tilde{t}$, $\tilde{\tau}$ et $\tilde{v}(\tilde{t}) = \frac{he^{\alpha_i W}}{bU_j} v_{ac}(\tilde{t})$ définies en annexe A. Le

système B.2 devient :

$$\begin{aligned}\ddot{\tilde{v}}(\tilde{t}) =& \frac{a_1\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\frac{d^2}{d\tilde{t}^2}\left\{tanh\left[\tilde{v}(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\right\} - \frac{a_1\rho b U_j}{2\omega_1 h\alpha_{vc}^2 e^{\alpha_i W}}\frac{d}{d\tilde{t}}\left\{\tilde{v}(\tilde{t})^2 sgn(\tilde{v}(\tilde{t}))\right\} \\ &- \frac{1}{Q_1}\dot{\tilde{v}}(\tilde{t}) - \tilde{v}(\tilde{t}).\end{aligned} \tag{B.3}$$

où $\ddot{\tilde{v}}(\tilde{t})$ et $\dot{\tilde{v}}(\tilde{t})$ désignent respectivement les dérivées du second et du premier ordre de $\tilde{v}$ par rapport au temps adimensionné $\tilde{t}$.

Le système d'équations B.3 admet une solution statique triviale $v_{ac}(t) = 0$. Les termes non linéaires peuvent alors être linéarisés autour de cette solution statique. Pour de *petites* perturbations autour de la solution statique, on peut considérer :

$$tanh\left[\tilde{v}(\tilde{t}-\tilde{\tau})-\frac{y_0}{b}\right]\Big|_{\tilde{v}(\tilde{t}-\tilde{\tau})=0} \approx tanh\left(-\frac{y_0}{b}\right) + \left[1-tanh^2\left(-\frac{y_0}{b}\right)\right]\cdot\tilde{v}(\tilde{t}-\tilde{\tau}), \tag{B.4}$$

et :

$$\left[\tilde{v}(\tilde{t})\right]^2\Big|_{\tilde{v}(\tilde{t})=0} \approx 2\cdot 0\cdot\tilde{v}(\tilde{t}). \tag{B.5}$$

L'injection de ces termes linéarisés B.4 et B.5 dans le système B.3 permet d'obtenir les équations du modèle linéarisé autour de sa solution statique :

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{d\tilde{t}^2}\tilde{v}(\tilde{t}) &= \frac{a_1\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\cdot\frac{d^2}{d\tilde{t}^2}\left\{tanh\left(-\frac{y_0}{b}\right)+\left[1-tanh^2\left(-\frac{y_0}{b}\right)\right]\cdot\tilde{v}(\tilde{t}-\tilde{\tau})\right\} - 0 - \frac{1}{Q_1}\frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{v}(\tilde{t}) - \tilde{v}(\tilde{t}) \\ &= \frac{a_1\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\cdot\left[1-tanh^2\left(-\frac{y_0}{b}\right)\right]\frac{d^2}{d\tilde{t}^2}\tilde{v}(\tilde{t}-\tilde{\tau}) - \frac{1}{Q_1}\frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{v}(\tilde{t}) - \tilde{v}(\tilde{t}).\end{aligned} \tag{B.6}$$

Comme souligné en section 2.3.4, la stabilité *locale* de la solutions statique considérée dépend directement de la stabilité de cette équation linéarisé, et donc des valeurs propres κ qui lui sont associées. Ces valeurs propres sont les racines de *l'équation caractéristique* associée à l'équation B.6, équation obtenue en recherchant des solutions de B.6 sous la forme $\tilde{v} = \hat{v}_0 e^{\kappa t}$. Ici, l'équation caractéristique est alors :

$$-\kappa^2 + \frac{a_1\rho\delta_d h e^{\alpha_i W}}{W}\cdot\kappa^2 e^{-\kappa\tilde{\tau}}\cdot\left[1-tanh^2\left(-\frac{y_0}{b}\right)\right] - \frac{1}{Q_1}\kappa - 1 = 0. \tag{B.7}$$

Comme décrit en section 2.3.4, la stabilité de la solution statique considérée dépend directement des racines κ : tant que toutes ces racines ont une partie réelle négative, toute *petite* perturbation superposée à la solution statique est atténuée en temps, et la solution est donc stable. A l'inverse, si au moins une racine κ a une partie réelle positive, une perturbation superposée à la solution statique est amplifiée au cours du temps, et la solution est donc instable.

Analyse du gain en boucle ouverte

Dans la littérature sur les instruments de la famille des flûtes, l'analyse de stabilité de la solution statique est plus souvent réalisée par la méthode du *gain en boucle ouverte*. Cette approche est tirée de la théorie des oscillateurs, et a pour but de déterminer si un système avec boucle de rétro-action peut auto-osciller pour un jeu de paramètres donné. Dans les études utilisant cette approche [5, 38, 36], l'analyse du gain en boucle ouverte est le plus souvent réalisée dans le domaine de Fourier. Si l'on se place du point de vue de l'équation caractéristique B.1,

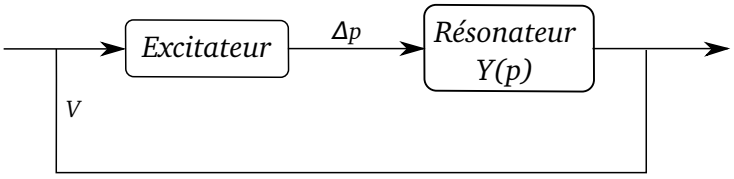


FIGURE B.1

cela revient à imposer aux racines κ d'être imaginaires pures. Si cette analyse est valable au seuil d'oscillation (qui correspond à une bifurcation de Hopf, où deux valeurs propres complexes conjuguées traversent l'axe imaginaire - voir section 2.3.4), ce n'est plus le cas dès que l'on s'éloigne un peu de ce seuil. En effet, les parties réelles des valeurs propres deviennent alors strictement positives [1]. Si l'on souhaite utiliser l'analyse linéaire ailleurs qu'au seuil d'oscillation, il convient alors de se placer dans le domaine de Laplace. Réaliser une analyse du gain en boucle ouverte dans le domaine de Laplace revient à rechercher les pôles (complexes) p_0 vérifiant les deux conditions suivantes :

- en p_0, la phase du gain en boucle ouverte est nulle (dans un espace 3D $\Re(p)$, $\Im(p)$, $arg[G_{ol}(p)]$, la phase coupe le plan $arg[G_{ol}(p)] = 0$).
- en p_0, le module du gain en boucle ouverte est égal à 1 (dans un espace 3D $\Re(p)$, $\Im(p)$, $|G_{ol}(p)|$,le module coupe le plan $|G_{ol}(p)| = 1$).

où p est la variable de Laplace.

Ecriture du gain en boucle ouverte

On repart du système B.1, que l'on écrit en fonction des variables adimensionnées $\tilde{t}$ et $\tilde{v}(\tilde{t})$ définies précédemment :

$$\begin{cases} \eta(\tilde{t}) = b \cdot \tilde{v}(\tilde{t} - \tilde{\tau}) \\ \Delta p(\tilde{t}) = \dfrac{\rho \delta_d b U_j}{W} \omega_1 \dfrac{d}{d\tilde{t}} \left\{ tanh \left[\tilde{v}(\tilde{t} - \tilde{\tau}) - \dfrac{y_0}{b} \right] \right\} - \dfrac{\rho}{2} \left(\dfrac{b U_j}{h e^{\alpha_i W} \alpha_{vc}} \right)^2 sgn[\tilde{v}(\tilde{t})] \cdot \tilde{v}(\tilde{t})^2 \\ \dfrac{b U_j}{h e^{\alpha_i W}} \tilde{V} = Y \cdot \Delta P \end{cases} \tag{B.8}$$

Comme précédemment, les termes non linéaires de la seconde équation du système B.8 sont linéarisés autour de la solution statique (voir équations B.4 et B.5). On obtient alors :

$$\Delta p(\tilde{t}) = \frac{\rho \delta_d b U_j}{W} \omega_1 \left[1 - tanh^2 \left(-\frac{y_0}{b} \right) \right] \cdot \frac{d}{d\tilde{t}} \left\{ \tilde{v}(\tilde{t} - \tilde{\tau}) \right\}. \tag{B.9}$$

Ecrite dans le domaine de Laplace, cette équation devient :

$$\Delta P(p) = \frac{\rho \delta_d b U_j}{W} \omega_1 \left[1 - tanh^2 \left(-\frac{y_0}{b} \right) \right] \cdot p \cdot \tilde{V}(p) e^{-p\tilde{\tau}}. \tag{B.10}$$

1. Rechercher des valeurs propres κ à partie réelle non nulle revient à prendre en compte une amplification de la solution au cours du temps, ce qui correspond au transitoire de la solution périodique (*i.e.* à la *transition* entre solution statique et solution périodique résultant de l'instabilité)

Reprenons maintenant la troisième équation du système B.1. Dans le domaine de Laplace, cette équation s'écrit de la façon suivante : $Y(p) = \frac{V_{ac}(p)}{\Delta P(p)}$. En utilisant là encore les variables adimensionnées, on obtient finalement :

$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{V_{ac}}{\Delta P} \\ &= \frac{bU_j}{he^{\alpha_i W}} \frac{\tilde{V}(p)}{\Delta P(p)} \\ &= \frac{bU_j}{he^{\alpha_i W}} \tilde{Y}(p) \end{aligned} \tag{B.11}$$

A partir des équations B.10 et B.11, le gain en boucle ouverte $G_{ol} = \frac{\tilde{Y}(p)\Delta P(p)}{\tilde{V}(p)}$, s'écrit dans le domaine de Laplace de la façon suivante :

$$G_{ol} = \frac{\rho \delta_d b U_j}{W} \omega_1 \left[1 - tanh^2\left(-\frac{y_0}{b}\right)\right] \cdot p \cdot \tilde{Y}(p) e^{-p\tilde{\tau}} \tag{B.12}$$

$$\boxed{G_{ol} = \frac{\rho \delta_d h e^{\alpha_i W}}{W} \omega_1 \left[1 - tanh^2\left(-\frac{y_0}{b}\right)\right] \cdot p \cdot Y(p) e^{-p\tilde{\tau}}} \tag{B.13}$$

Le système peut alors auto-osciller (*i.e.* la solution statique est instable) si le gain en boucle ouverte a un module égal à 1 et une phase multiple entier de 2π.

Equivalence des deux méthodes

On cherche ici à démontrer l'équivalence de l'analyse du gain en boucle ouverte et de l'analyse de stabilité de la solution statique par la résolution de l'équation caractéristique associée. On rappelle que ces deux approches poursuivent un même but : déterminer pour un jeu de paramètres donné si la solution statique est *stable*, ou si à l'inverse le système peut auto-osciller. Partons de la condition d'instabilité de la solution statique (critère de Barkhausen) : $G_{ol} = 1$, et démontrons son équivalence avec l'équation caractéristique B.7. Soit p_0 un pôle vérifiant cette condition :

$$G_{ol}(p_0) = 1 \tag{B.14}$$

On a donc, à partir de l'équation (B.13) :

$$p_0 \cdot \frac{\rho h \omega_1 \delta_d e^{\alpha_i W}}{W} \left[1 - tanh^2\left(-\frac{y_0}{b}\right)\right] \cdot Y(p_0) \cdot e^{-p_0\tilde{\tau}} = 1, \tag{B.15}$$

A partir de la troisième équation du système B.1 écrite dans le domaine temporel, on peut obtenir l'expression de Y dans le domaine de Laplace :

$$\begin{aligned} & V_{ac}(\omega) = \frac{a_1 j\omega}{\omega_1^2 - \omega^2 + j\omega\frac{\omega_1}{Q_1}} \Delta P(\omega) \\ & \omega_1^2 v_{ac}(t) + \frac{d^2}{dt^2} v_{ac}(t) + \frac{\omega_1}{Q_1}\frac{d}{dt} v_{ac}(t) = a_1 \frac{d}{dt}\Delta p(t) \\ & \omega_1^2 v_{ac}(\tilde{t}) + \omega_1^2 \frac{d^2}{d\tilde{t}^2} v_{ac}(\tilde{t}) + \frac{\omega_1^2}{Q_1}\frac{d}{d\tilde{t}} v_{ac}(\tilde{t}) = a_1\omega_1 \frac{d}{d\tilde{t}}\Delta p(\tilde{t}) \\ & v_{ac}(\tilde{t}) + \frac{d^2}{d\tilde{t}^2} v_{ac}(\tilde{t}) + \frac{1}{Q_1}\frac{d}{d\tilde{t}} v_{ac}(\tilde{t}) = \frac{a_1}{\omega_1}\frac{d}{d\tilde{t}}\Delta p(\tilde{t}) \\ & V_{ac}(p) + p^2 V_{ac}(p) + \frac{1}{Q_1} p V_{ac} = \frac{a_1}{\omega_1} p \Delta P(p) \\ & Y(p) = \frac{V_{ac}}{\Delta P} = \frac{a_1 p}{\omega_1 p^2 + \frac{\omega_1}{Q_1} p + \omega_1} \end{aligned} \tag{B.16}$$

En injectant cette dernière expression dans l'équation B.15, on obtient :

$$\frac{\rho h \delta_d e^{\alpha_i W}}{W} \left[1 - tanh^2 \left(-\frac{y_0}{b} \right) \right] \cdot e^{-p_0 \tilde{\tau}} \cdot a_1 p_0^2 = p^2 + \frac{1}{Q_1} p + 1 \tag{B.17}$$

On obtient alors bien une équation équivalente, dans le domaine de Laplace, à l'équation caractéristique B.7, ce qui démontre l'équivalence des deux approches linéaires considérées ici.

Annexe C

Géométrie du canal des flûtes à bec : influence sur les transitoires d'attaque

Cette annexe fournit des figures supplémentaires sur les résultats du chapitre 5. Ces résultats concernent les réponses de l'instrument muni de chacun des canaux droit, convergent et *optimal* à des échelons de P_m réalisés à la bouche artificielle. Les figures C.1, C.2 et C.3 représentent ainsi les durées des transitoires de la pression acoustique (normalisées par les temps de montée de la pression dans la bouche), en fonction de la pression *cible* des échelons de P_m, pour les doigtés de *fa 3*, *si bémol 3* et *sol dièse 4*, respectivement. Pour chaque canal et pour chaque doigté, on rappelle que deux types d'attaques étaient considérés : des attaques *lentes* (douces) et des attaques *rapides* (dures).

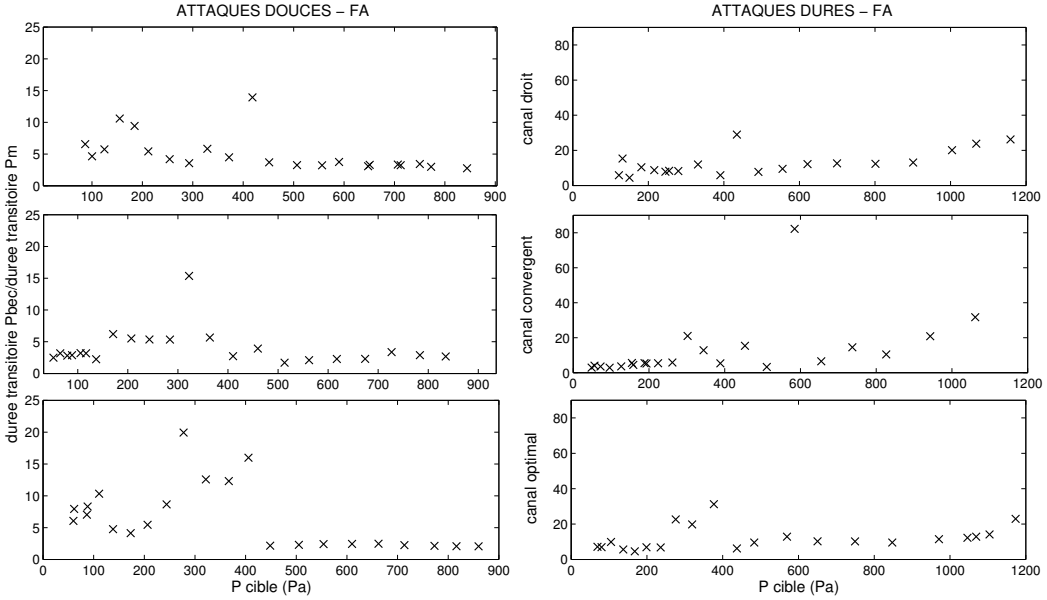


FIGURE C.1: Durées des transitoires de la pression acoustique, normalisées par le temps de montée de la pression dans la bouche, pour deux temps de montée qualitativement différents, et pour chacun des trois canaux. Doigté de *fa 3*.

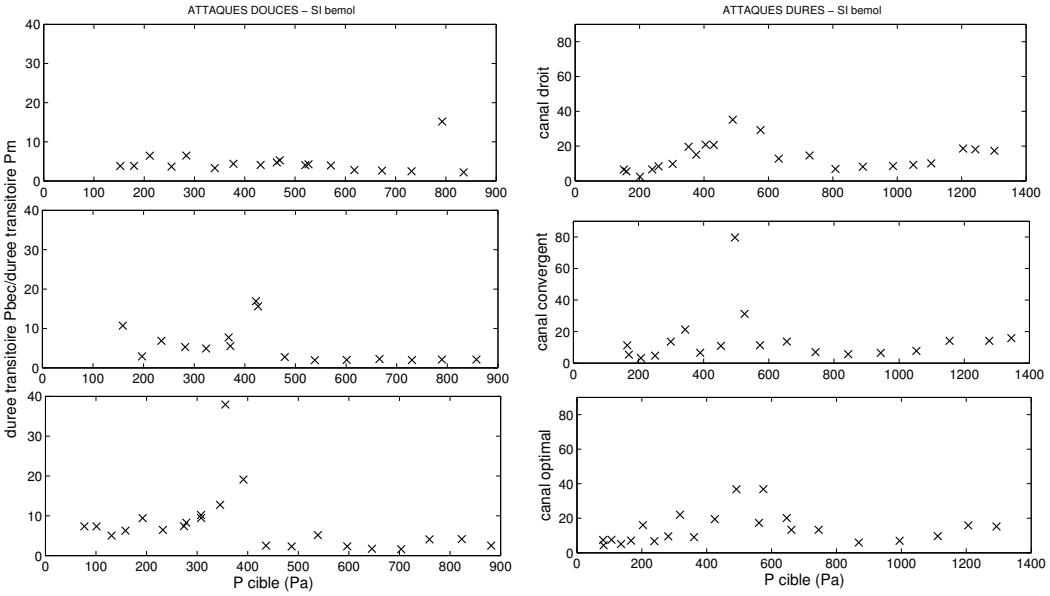


FIGURE C.2: Durées des transitoires de la pression acoustique, normalisées par le temps de montée de la pression dans la bouche, pour deux temps de montée qualitativement différents, et pour chacun des trois canaux. Doigté de *si bémol 3*.

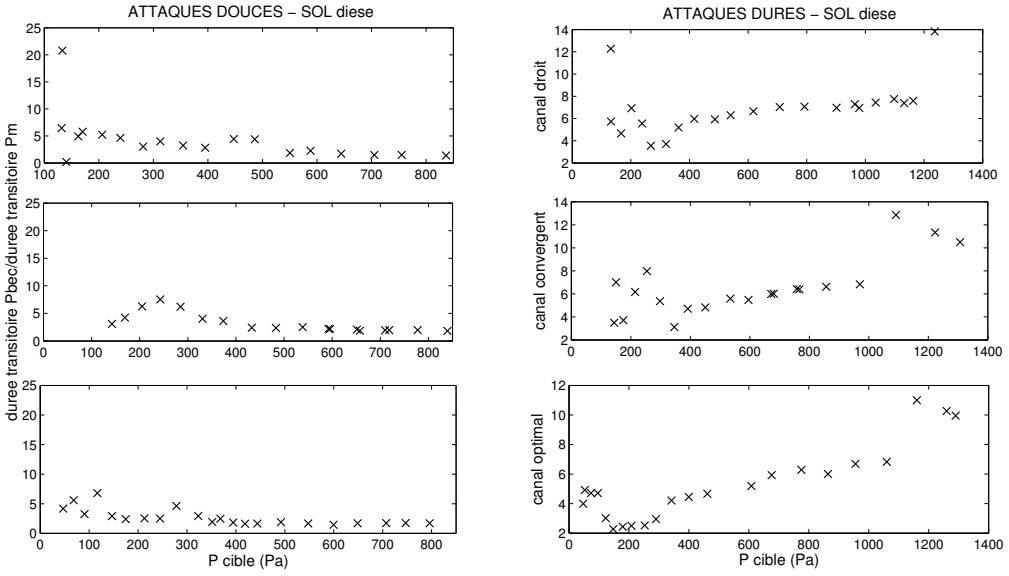


FIGURE C.3: Durées des transitoires de la pression acoustique, normalisées par le temps de montée de la pression dans la bouche, pour deux temps de montée qualitativement différents, et pour chacun des trois canaux. Doigté de *sol dièse 4*.

Annexe D

Tablature des doigtés des flûtes à bec alto

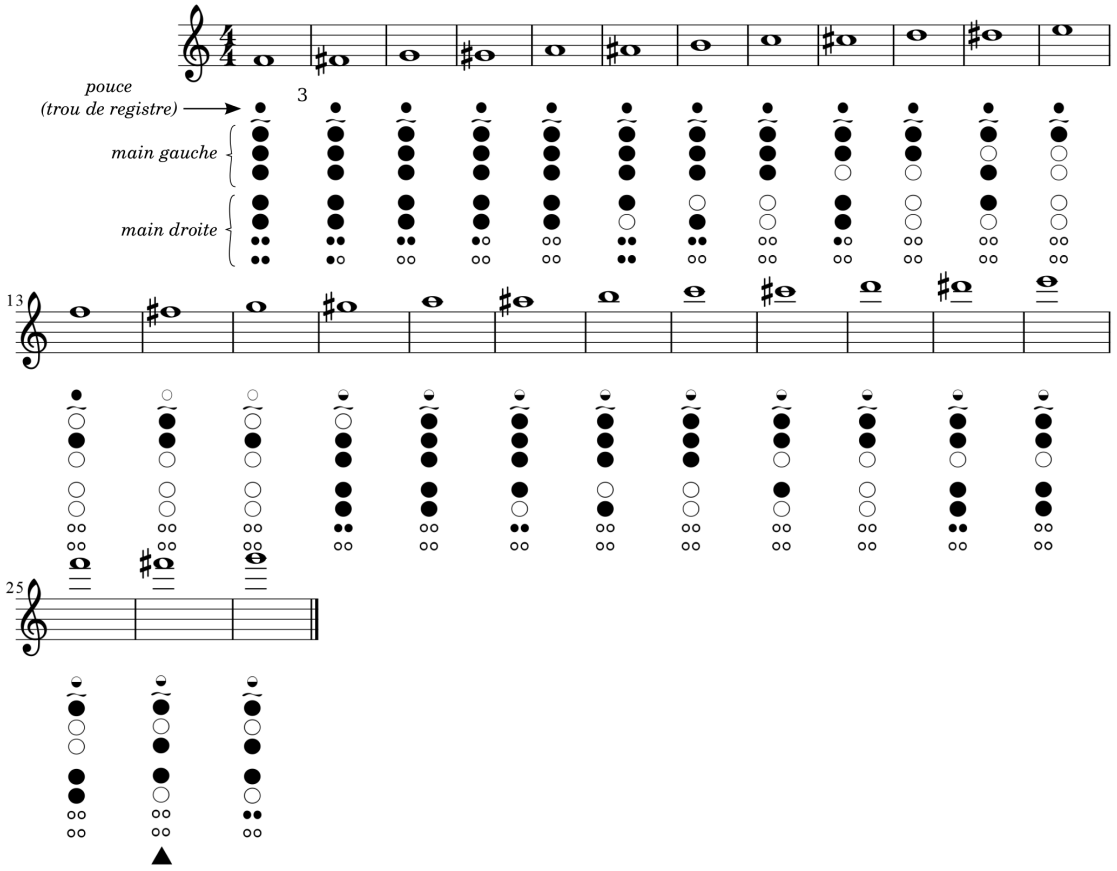


Figure D.1: Tablature des doigtés de la flûte à bec alto. Pour chaque note, les trous à fermer sont indiqués en noir, alors que les trous à laisser ouverts sont en blanc. Un demi-cercle noir indique que le trou correspondant ne doit être que partiellement recouvert.

Annexe E

Validation of the phenomenological model of register change in the case of piecewise linear ramps of the blowing pressure

The validity of the proposed phenomenological model of register change has been tested, in section 7.5.2, for the case of linear increasing and decreasing ramps of the mouth pressure. The case of piecewise linear ramps achievied experimentally and in time-domain simulation (see section 7.4.3) is now examined, to determine if the model allows to predict the value of the dynamic regime change threshold.

According to the proposed model, the regime change occurs (and is observable) at time $\widehat{t}_{dyn}$, at which $\zeta(\widehat{t}_{dyn}) = \int_0^{\widehat{t}_{dyn}} f(\Delta P) d\widehat{t} = 1$.

Contrary to the case of linear ramps, function $\Delta P(\widehat{t})$ can no longer be written simply. Consequently, the first (linear) part of the pressure profile, with slope a_1, is first considered and the value of ζ reached at time $\widehat{t}_{knee}$ (at which the slope break occurs) is computed through :

$$\zeta(\widehat{t}_{knee}) = \int_0^{\widehat{t}_{knee}} f(\Delta P) d\widehat{t} \tag{E.1}$$

As demonstrated in section 7.5.1, $f(\Delta P) = \alpha\sqrt{(\Delta P)}$. Moreover, on this first linear part of the pressure profile, $\Delta P(\widehat{t}) = a_1\widehat{t}$. Equation E.1 is thus rewritten as :

$$\begin{aligned}
\zeta(\widehat{t}_{knee}) &= \int_0^{\widehat{t}_{knee}} \alpha\sqrt{\Delta P} d\widehat{t} \\
&= \int_0^{\widehat{t}_{knee}} \alpha\sqrt{a_1\widehat{t}} d\widehat{t} \\
&= \alpha\sqrt{a_1} \int_0^{\widehat{t}_{knee}} \sqrt{\widehat{t}} d\widehat{t} \\
&= \frac{2}{3}\alpha\sqrt{a_1}\ \widehat{t}_{knee}^{3/2}
\end{aligned} \tag{E.2}$$

Taking into account the fact that $\widehat{t}_{knee} = \frac{\Delta P_{knee}}{a_1}$, the following expression is finally obtained :

$$\zeta(\Delta P_{knee}) = \frac{2\alpha}{3a_1}\ \Delta P_{knee}^{3/2} \tag{E.3}$$

The second (linear) part of the mouth pressure profile is now considered, and the time required to reach the value $\zeta = 1$ is computed through :

$$\int_{\widehat{t}_{knee}}^{\widehat{t}_{dyn}} f(\Delta P) d\widehat{t} = 1 - \zeta(\Delta P_{knee}) \tag{E.4}$$

On this second linear part of the profile, the evolution of pressure with respect to time is written through $\Delta P(\widehat{t}) = \Delta P_{knee} + a_2\widehat{t}$. Substituting, as above, the expressions of $f(\Delta P)$ and $\Delta P(\widehat{t})$ in equation E.4 leads to :

$$\begin{aligned} \int_{\widehat{t}_{knee}}^{\widehat{t}_{dyn}} \alpha\sqrt{a_2\widehat{t} + \Delta P_{knee}} d\widehat{t} &= 1 - \zeta(\Delta P_{knee}); \\ \frac{2\alpha}{3a_2}\left\{\left[\Delta P_{knee} + a_2\left(\widehat{t}_{dyn} - \widehat{t}_{knee}\right)\right]^{3/2} - \Delta P_{knee}^{3/2}\right\} &= 1 - \zeta(\Delta P_{knee}); \\ \widehat{t}_{dyn} = \frac{1}{a_2}\left[\frac{3a_2}{2\alpha}\left(1 - \zeta(\Delta P_{knee})\right) + \Delta P_{knee}^{3/2}\right]^{2/3} &- \frac{\Delta P_{knee}}{a_2} + \widehat{t}_{knee} \end{aligned} \tag{E.5}$$

Knowing that $\widehat{t}_{knee} = \frac{\Delta P_{knee}}{a_1}$ and substituting $\zeta(\Delta P_{knee})$ by its expression determined in equation E.3, one obtains :

$$\begin{aligned} \widehat{t}_{dyn} = \frac{1}{a_2}\left\{\frac{3a_2}{2\alpha} - \Delta P_{knee}^{3/2}\left(1 - \frac{a_2}{a_1}\right)\right\}^{2/3} \\ + \Delta P_{knee}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right). \end{aligned} \tag{E.6}$$

Knowing this expression of $\widehat{t}_{dyn}$, the value of P_{corr}, defined in section 7.5.1, can now be computed :

$$\begin{aligned} P_{corr} &= \Delta P(\widehat{t}_{dyn}) \\ &= \Delta P_{knee} + a_2(\widehat{t}_{dyn} - \widehat{t}_{knee}) \\ P_{corr}^{3/2} &= \frac{3a_2}{2\alpha} - \left(1 - \frac{a_2}{a_1}\right)\Delta P_{knee}^{3/2} \end{aligned} \tag{E.7}$$

According to the proposed model, the dynamic regime change threshold power $\frac{3}{2}$ should thus be an affine function of ΔP_{knee} to the power $\frac{3}{2}$. To check the validity of the model, figure E.1 represents, for the same data presented in figure 7.17, the value of P_{corr} to the power 3/2 with respect to the difference between the pressure P_{knee} at which the knee occurs and the static regime change threshold. It is recalled that these data correspond to time-domain simulations (G_4 fingering) of piecewise linear ramps of the blowing pressure, with $a_1 = 500$ Pa/s and $a_2 = 830$ Pa/s. As predicted by the model, a linear relation is observed between $P_{corr}^{3/2}$ and $\Delta P_{knee}^{3/2}$: the linear fit (highlighted in solid line) presents a correlation coefficient with the data higher than 0.99 (the corresponding p-value is less than 1^{-12}).

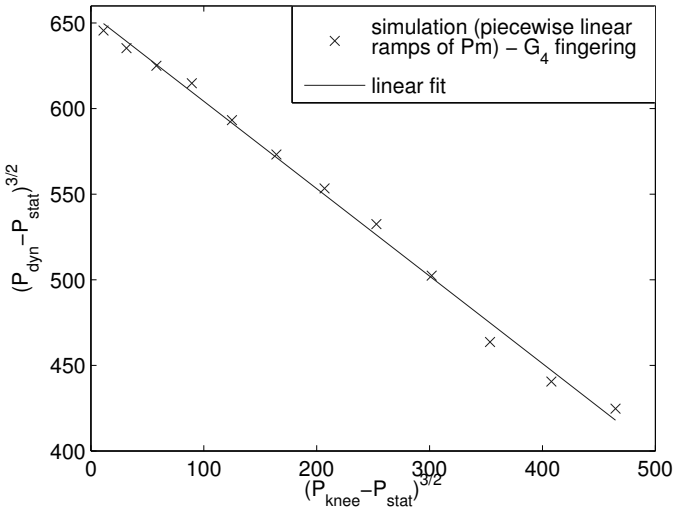


FIGURE E.1: Time-domain simulations of increasing piecewise linear ramps of the blowing pressure ($a_1 = 500$ Pa/s and $a_2 = 830$ Pa/s), for the G_4 fingering. Representation of the difference between the dynamic regime change threshold and the static regime change threshold to the power 3/2, with respect to the power 3/2 of the difference between the pressure P_knee at which the slope break occurs and the static regime change threshold. The solid line represents linear fit of the data, which present a linear correlation coefficient higher than 0.99.

Bibliographie

[1] H Abarbanel : *Analysis of observed chaotic data.* Springer, 1996.

[2] R Auvray : *Hydrodynamique et acoustique des instruments de la famille des flûtes : influence du système d'alimentation sur la production du son.* Thèse de doctorat, Paris 6, 2013.

[3] R Auvray, A Ernoult, B Fabre et P Y Lagrée : Time-domain simulation of flute-like instruments : Comparison of jet-drive and discrete-vortex models. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(1):389–400, 2014.

[4] R Auvray, B Fabre, P Y Lagrée, S Terrien et Ch Vergez : Influence of the fluctuations of the control pressure on the sound production in flute-like instruments. *In Proceedings of Acoustics 2012*, Nantes,France, 2012.

[5] R Auvray, B Fabre et P Y Lagrée : Regime change and oscillation thresholds in recorder-like instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, 131(4):1574–1585, 2012.

[6] D A W Barton et S G Burrow : Numerical continuation in a physical experiment : investigation of a nonlinear energy harvester. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 6(1):011010, 2011.

[7] D A W Barton, B Krauskopf et R E Wilson : Bifurcation analysis tools for neutral delay equations : a case study. *In 6th IFAC conference on Time-Delay Systems*, 2006.

[8] D A W Barton, B Krauskopf et R E Wilson : Collocation schemes for periodic solutions of neutral delay differential equations. *Journal of Difference Equations and Applications*, 12(11):1087–1101, 2006.

[9] D A W Barton et J Sieber : Systematic experimental exploration of bifurcations with noninvasive control. *Physical Review E*, 87:052916, May 2013.

[10] A Bellen : One-step collocation for delay differential equations. *Journal of computational and applied mathematics*, 10(3):275–283, 1984.

[11] A H Benade : *Fundamentals of Musical Acoustics.* Courier Dover Publications, 1976.

[12] E Benoît : *Dynamic bifurcations : proceedings of a conference held in Luminy, France, March 5-10, 1990.* Springer, 1991.

[13] P Bergé, Y Pomeau et Ch Vidal : *L'ordre dans le chaos.* Hermann, 1988.

[14] B Bergeot, A Almeida, B Gazengel, Ch Vergez et D Ferrand : Response of an artificially blown clarinet to different blowing pressure profiles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(1):479–490, 2014.

[15] B Bergeot, A Almeida, Ch Vergez et B Gazengel : Prediction of the dynamic oscillation threshold in a clarinet model with a linearly increasing blowing pressure. *Nonlinear Dynamics*, 73(1-2):521–534, 2013.

[16] B Bergeot, A Almeida, Ch Vergez et B Gazengel : Prediction of the dynamic oscillation threshold in a clarinet model with a linearly increasing blowing pressure : Influence of noise. *Nonlinear Dynamics*, 74(3):591–605, 2013.

[17] F Blanc : Paramètres de facture et de contrôle dans les familles de flûtes. Mémoire de D.E.A., Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 2006.

[18] F Blanc : *Production de son par couplage écoulement/résonateur acoustique : étude des paramètres de facture de flûtes par expérimentations et simulations numériques.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 2009.

[19] F Blanc, P de la Cuadra, B Fabre, G Castillo et Ch Vergez : Acoustics of the "flautas de chinos". *In Proc. of 20th Int. Symposium on Music Acoustics*, Sydney, 2010.

[20] F Blanc, V François, B Fabre, P de la Cuadra et P Y Lagrée : Modeling the receptivity of an air jet to transverse acoustic disturbance with application to musical instruments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(6):3221–3230, 2014.

[21] P Bogacki et L F Shampine : A 3(2) pair of Runge-Kutta formulas. *Applied Mathematics Letter*, 2(4):321–325, 1989.

[22] P Bolton : Facteur de flûtes à bec. Communication personnelle.

[23] P Bolton : Site du facteur de flûtes à bec Philippe Bolton. http://www.flute-a-bec.com/. Accessed : 2015-01-09.

[24] D Breda, S Maset et R Vermiglio : Pseudospectral approximation of eigenvalues of derivative operators with non-local boundary conditions. *Applied Numerical Mathematics*, 56(3-4):318–331, mars 2006.

[25] M Castellengo : Sons multiples non harmoniques sur les tuyaux à embouchure de flûte. *Bulletin du groupe d'acoustique musicale*, 74, 1974.

[26] M Castellengo : Sons multiphoniques aux instruments à vent. *Rapports IRCAM*, 34, 1982.

[27] M Castellengo : Acoustical analysis of initial transients in flute like instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 85(3):387–400, 1999.

[28] M Castellengo et S Chaintreuil : Analyses comparées de divers sons multiphoniques instrumentaux. *In Compte-Rendu du 11ème I.C.A.*, Paris, 1983.

[29] D Chadefaux : *Interaction musicien/instrument : le cas de la harpe de concert.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, octobre 2012.

[30] A Chaigne et J Kergomard : *Acoustique des instruments de musique.* Belin (Echelles), 2008.

[31] J M Chen, J Smith et J Wolfe : Pitch bending and glissandi on the clarinet : roles of the vocal tract and partial tone hole closure. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126(3):1511–1520, 2009.

[32] B Cochelin, N Damil et M Potier-Ferry : *Méthode asymptotique numérique.* Methodes numériques. Hermes Lavoissier, 2007.

[33] B Cochelin et Ch Vergez : A high order purely frequency-based harmonic balance formulation for continuation of periodic solutions. *Journal of Sound and Vibration*, 324: 243–262, 2009.

[34] J W Coltman : Resonance and sounding frequencies of the flute. *Journal of the Acoustical Society of America*, 40(1):99–107, 1966.

[35] J W Coltman : Mouth resonance effects in the flute. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54(2):417–420, 1973.

[36] J W Coltman : Jet drive mechanisms in edge tones and organ pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 60(3):725–733, 1976.

[37] J W Coltman : Time-domain simulation of the flute. *Journal of the Acoustical Society of America*, 92:69–73, 1992.

[38] J W Coltman : Jet offset, harmonic content, and warble in the flute. *Journal of the Acoustical Society of America*, 120(4):2312–2319, 2006.

[39] I Cossette, B Fabre, V Fréour, N Montgermont et P Monaco : From breath to sound : Linking respiratory mechanics to aeroacoustic sound production in flutes. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(4):654–667, 2010.

[40] J P Dalmont, B Gazengel, J Gilbert et J Kergomard : Some aspects of tuning and clean intonation in reed instruments. *Applied Acoustics*, 46(1):19–60, 1995.

[41] J P Dalmont, J Gilbert et J Kergomard : Reed instruments, from small to large amplitude periodic oscillations and the helmholtz motion analogy. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(4):671–684, 2000.

[42] J P de Arce : Sonido rajado : The sacred sound of chilean pifilca flutes. *The Galpin Society Journal*, pages 17–50, 1998.

[43] A de Cheveigné et H Kawahara : Yin, a fundamental frequency estimator for speech and music. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4):1917–1930, 2002.

[44] P de la Cuadra : Page personnelle de Patricio de la Cuadra. https://ccrma.stanford.edu/~pdelac/Antaras/html/Pucalan_Puntera.html. Accessed : 2015-01-09.

[45] P de la Cuadra : *The sound of oscillating air jets : Physics, modeling and simulation in flute-like instruments.* Thèse de doctorat, Stanford University, 2005.

[46] P de la Cuadra, B Fabre, N Montgermont et L de Ryck : Analysis of flute control parameters : A comparison between a novice and an experienced flautist. *In Forum Acusticum*, Budapest, 2005.

[47] P de la Cuadra, Ch Vergez et R Caussé : Use of physical-model synthesis for developing experimental techniques in ethnomusicology – the case of the ouldeme flute. *In Proc. Int. Computer Music Conf.(Gothenburg, Sweden, 2002)*, pages 53–56, 2002.

[48] P de la Cuadra, Ch Vergez et B Fabre : Visualization and analysis of jet oscillation under transverse acoustic perturbation. *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, 14(4):355–374, 2007.

[49] S Dequand, J F H Willems, M Leroux, R Vullings, M Van Weert, C Thieulot et A Hirschberg : Simplified models of flue instruments : Influence of mouth geometry on the sound source. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(3):1724–1735, 2003.

[50] A Dhooge, W Govaerts et Y A Kuznetsov : MATCONT : a Matlab package for numerical bifurcation analysis of ODEs. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 29(2):141–164, 2003.

[51] J B Doc, Ch Vergez et S Missoum : A minimal model of a single-reed instrument producing quasi-periodic sounds. *Acta Acustica united with Acustica*, 100(3):543–554, 2014.

[52] E J Doedel : AUTO : A program for automatic bifurcation analysis of autonomous systems. *Congressus Numerantium*, 30:265–284, 1981.

[53] E J Doedel : Lecture notes on numerical analysis of nonlinear equations. *In Numerical Continuation Methods for dynamical systems*, pages 1–49. Springer, 2007.

[54] E J Doedel, A R Champneys, F Dercole, T F Fairgrieve, Y A Kuznetsov, B Oldeman, R C Paffenroth, B Sandstede, X J Wang et C H Zhang : Auto-07p. *Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations*, 2007.

[55] P G Drazin et W H Reid : *Hydrodynamic stability.* Cambridge university press, 2002.

[56] J P Eckmann, S O Kamphorst et D Ruelle : Recurrence plots of dynamical systems. *EPL (Europhysics Letters)*, 4(9):973, 1987.

[57] K Engelborghs : DDE Biftool : a Matlab package for bifurcation analysis of delay differential equations. Rapport technique, Katholieke Universiteit Leuven, 2000.

[58] K Engelborghs et E J Doedel : Stability of piecewise polynomial collocation for computing periodic solutions of delay differential equations. *Numerische Mathematik*, 91(4):627–648, 2002.

[59] K Engelborghs, T Luzyanina, K J In't Hout et D Roose : Collocation methods for the computation of periodic solutions of delay differential equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 22(5):1593–1609, 2000.

[60] K Engelborghs, T Luzyanina et D Roose : Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using DDE-Biftool. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 28(1):1–21, 2002.

[61] K Engelborghs et D Roose : Numerical computation of stability and detection of hopf bifurcations of steady state solutions of delay differential equations. *Advances in Computational Mathematics*, 10(3-4):271–289, 1999.

[62] W H Enright et H Hayashi : A delay differential equation solver based on a continuous Runge-Kutta method with defect control. *Numerical Algorithms*, 16(3-4):349–364, mars 1997.

[63] A Ernoult, B Fabre, S Terrien et Ch Vergez : Experimental study of attack transients in flute-like instruments. *In Proceedings of the International Symposium in Music and Acoustics*, Le Mans, France, 2014.

[64] B Fabre, F Guillard, M Solomon, F Blanc et V Sidorenkov : Structuring music in recorder playing : a hydrodynamical analysis of blowing control parameters. *In Proceedings of the International Symposium in Music and Acoustics*, Sydney et Katoomba, Australie, 2010.

[65] B Fabre et A Hirschberg : Physical modeling of flue instruments : A review of lumped models. *Acta Acustica united with Acustica*, 86:599–610, 2000.

[66] B Fabre, A Hirschberg et A P J Wijnands : Vortex shedding in steady oscillation of a flue organ pipe. *Acta Acustica united with Acustica*, 82(6):863–877, 1996.

[67] G Falkovich : *Fluid mechanics : A short course for physicists.* Cambridge University Press, 2011.

[68] S Farner, Ch Vergez, J Kergomard et A Lizée : Contribution to harmonic balance calculations of self-sustained periodic oscillations with focus on single-reed instruments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119:1794, 2006.

[69] D Ferrand, Ch Vergez, B Fabre et F Blanc : High-precision regulation of a pressure controlled artificial mouth : the case of recorder-like instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(4):701–712, 2010.

[70] N H Fletcher : Acoustical correlates of flute performance technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 57(1):233–237, 1975.

[71] N H Fletcher : Sound production by organ flue pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 60(4):926–936, 1976.

[72] N H Fletcher : Transients in the speech of organ flue pipes - A theoretical study. *Acta Acustica united with Acustica*, 34(4):224–233, 1976.

[73] N H Fletcher : Autonomous vibration of simple pressure-controlled valves in gas flows. *Journal of the Acoustical Society of America*, 93(4):2172–2180, 1993.

[74] N H Fletcher et L M Douglas : Harmonic generation in organ pipes, recorders, and flutes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68(3):767–771, 1980.

[75] N H Fletcher et T D Rossing : *The physics of musical instruments.* Springer, 1998.

[76] G Floquet : Sur les équations différentielles linéaires. *Annales Scientifiques de l'ENS (2ème série)*, 12:47–88, 1883.

[77] V Fréour et G P Scavone : Vocal-tract influence in trombone performance. *In Proceedings of the International Symposium in Music Acoustics*, Sydney et Katoomba, Australie, 2010.

[78] C Fritz, S Farner et J Kergomard : Some aspects of the harmonic balance method applied to the clarinet. *Applied Acoustics*, 65:1155–1180, 2004.

[79] F Garcia, L Vinceslas, J Tubau et E Maestre : Acquisition and study of blowing pressure profiles in recorder playing. *In Proceedings of the International Conference on New interfaces for Musical Expression*, Oslo, Norvège, 2011.

[80] V Gibiat : Phase space representations of acoustical musical signals. *Journal of Sound and Vibration*, 123(3):529 – 536, 1988.

[81] J Gilbert : *Etude des instruments de musique à anche simple : extension de la méthode d'équilibrage harmonique, rôle de l'inharmonicité des résonances, mesure des grandeurs d'entrée.* Thèse de doctorat, Université du Maine, 1991.

[82] J Gilbert, J Kergomard et E Ngoya : Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique. *Journal of the Acoustical Society of America*, 86(1):35–41, 1989.

[83] J Gilbert, L Menguy et M Campbell : A simulation tool for brassiness studies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123:1854, 2008.

[84] N Giordano : Direct numerical simulation of a recorder. *Journal of the Acoustical Society of America*, 133(2):1111–1118, 2013.

[85] N Guglielmi et E Hairer : Users' guide for the code RADAR5 - version 2.1. Rapport technique, Università dell'Aquila, Italy, 2005.

[86] P Guillemain, Ch Vergez, D Ferrand et A Farcy : An instrumented saxophone mouthpiece and its use to understand how an experienced musician plays. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(4):622–634, 2010.

[87] E Hairer, S P Nørsett et G Wanner : *Solving ordinary differential equations I : nonstiff problems*, volume 1. Springer Science & Business, 2008.

[88] J K Hale : *Introduction to functional differential equations*, volume 99 de *Applied Mathematical Sciences.* Springer, 1993.

[89] K J In't Hout : A new interpolation procedure for adapting Runge-Kutta methods to delay differential equations. *BIT Numerical Mathematics*, 32(4):634–649, 1992.

[90] K J In't Hout : Convergence of Runge-Kutta methods for delay differential equations. *BIT Numerical Mathematics*, 41(2):322–344, 2001.

[91] S Karkar : *Méthodes numériques pour les systèmes dynamiques non linéaires. Application aux instruments de musique auto-oscillants.* Thèse de doctorat, Aix-Marseille Université, 2012.

[92] S Karkar, Ch Vergez et B Cochelin : Toward the systematic investigation of periodic solutions in single reed woodwind instruments. *In Proceedings of the 20th International Symposium on Music Acoustics*, Sydney & Katoomba, Australie, août 2010.

[93] S Karkar, Ch Vergez et B Cochelin : Oscillation threshold of a clarinet model : a numerical continuation approach. *Journal of the Acoustical Society of America*, 131(1):698–707, 2012.

[94] H B Keller : Numerical solution of bifurcation and nonlinear eigenvalue problems. *Applications of bifurcation theory*, pages 359–384, 1977.

[95] B Krauskopf, H M Osinga et J Galan-Vioque : *Numerical continuation methods for dynamical systems.* Springer, 2007.

[96] Y A Kuznetsov : *Elements of applied bifurcation theory.* Springer, 2004.

[97] A Lefebvre : The wind instrument acoustic toolkit. http://www.music.mcgill.ca/caml/doku.php?id=wiat:wiat. Accessed : 2015-01-09.

[98] D H Lyons : Resonance frequencies of the recorder (english flute). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 70(5):1239–1247, 1981.

[99] P Magron : Modélisation et simulation temporelle de flûtes de pan Antaras. Mémoire de D.E.A., Université Pierre et Marie Curie Paris 6, Paris, 2013.

[100] M E McIntyre, R T Schumacher et J Woodhouse : On the oscillations of musical instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, 74(5):1325–1345, 1983.

[101] M Meissner : Aerodynamically excited acoustic oscillations in cavity resonator exposed to an air jet. *Acta Acustica united with Acustica*, 88(2):170–180, 2001.

[102] L Menguy et J Gilbert : Weakly nonlinear gas oscillations in air-filled tubes ; solutions and experiments. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(5):798–810, 2000.

[103] Ch Merkwirth, U Parlitz, I Wedekind, D Engster et W Lauterborn : OpenTSTOOL user manual. http://www.physik3.gwdg.de/tstool/. Accessed : 2015-01-09.

[104] M Nakhla et J Vlach : A piecewise harmonic balance technique for determination of periodic response of nonlinear systems. *Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, 23(2):85–91, 1976.

[105] A H Nayfeh et B Balachandran : *Applied Nonlinear Dynamics.* Wiley, 1995.

[106] C J Nederveen et J P Dalmont : Mode locking effects on the playing frequency for fork fingerings on the clarinet. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(1):689–697, 2012.

[107] A W Nolle : Sinuous instability of a planar jet : propagation parameters and acoustic excitation. *Journal of the Acoustical Society of America*, 103:3690–3705, 1998.

[108] A W Nolle et T L Finch : Starting transients of flue organ pipes in relation to pressure rise time. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(4):2190–2202, 1992.

[109] E Ott : *Chaos in dynamical systems.* Cambridge university press, 1993.

[110] C Plumier : *L'art de tourner, ou de faire en perfection toutes sortes d'ouvrages au tour.* 1749.

[111] A Powell : On the edgetone. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 33(4):395–409, 1961.

[112] J W S Rayleigh : *The theory of sound second edition.* New York, Dover, 1894.

[113] M Sablonnière : Professeur de flûtes à bec au conservatoire de musique de Marseille. Communication personnelle.

[114] S E Sadie, éditeur. *The new Grove dictionary of music and musicians.* Macmillan Press, 1980.

[115] E L Saldanha et J F Corso : Timbre cues and the identification of musical instruments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 36(11):2021–2026, 1964.

[116] Y Sawada et S Sakaba : On the transition between the sounding modes of a flute. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 67(5):1790–1794, 1980.

[117] G P Scavone, A Lefebvre et A R da Silva : Measurement of vocal-tract influence during saxophone performance. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(4):2391–2400, 2008.

[118] F Schilder, E Bureau, I Santos, J J Thomsen et J Starke : Continex : A toolbox for continuation in experiments. *In 8th European Nonlinear Dynamics Conference*, Vienne, Autriche, 2014.

[119] F Schilder, H M Osinga et W Vogt : Continuation of quasi-periodic invariant tori. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 4(3):459–488, 2005.

[120] R T Schumacher : Self-sustained oscillations of organ flue pipes : an integral equation solution. *Acustica*, 39:225–238, 1978.

[121] C Ségoufin : *Production du son par interaction fluide/structure/champ acoustique résonnant - application aux instruments de musique de type flûte à bec.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 2000.

[122] C Ségoufin, B Fabre et L De Lacombe : Experimental investigation of the flue channel geometry influence on edge-tone oscillations. *Acta Acustica united with Acustica*, 90(5): 966–975, 2004.

[123] C Ségoufin, Benoît Fabre, M P Verge, A Hirschberg et A P J Wijnands : Experimental study of the influence of the mouth geometry on sound production in a recorder-like instrument : Windway length and chamfers. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(4):649–661, 2000.

[124] R Seydel : *Practical bifurcation and stability analysis.* Springer, 2010.

[125] L F Shampine : Solving ODEs and DDEs with residual control. *Applied Numerical Mathematics*, 52(1):113–127, 2005.

[126] L F Shampine : Dissipative approximations to neutral DDEs. *Applied Mathematics and Computation*, 203(2):641–648, 2008.

[127] L F Shampine et S Thompson : Solving DDEs in matlab. *Applied Numerical Mathematics*, 37(4):441–458, 2001.

[128] J Sieber : Extended systems for delay-differential equations as implemented in the extensions to DDE Biftool. `files.figshare.com/1134364/ExtendedSystems.pdf`. non published.

[129] J Sieber, K Engelborghs, T Luzyanina, G Samaey et D Roose : DDE-BIFTOOL manual - bifurcation analysis of delay differential equations. *arXiv preprint arXiv :1406.7144*, 2014.

[130] J Sieber, A Gonzalez-Buelga, S A Neild, D J Wagg et B Krauskopf : Experimental continuation of periodic orbits through a fold. *Phys. Rev. Lett.*, 100:244101, Jun 2008.

[131] J Sieber, E Omel'chenko et M Wolfrum : Controlling unstable chaos : Stabilizing chimera states by feedback. *Physical review letters*, 112(5):054102, 2014.

[132] F Silva : *Émergence des auto-oscillations dans un instrument de musique à anche simple.* Thèse de doctorat, Université de Provence-Aix-Marseille I, 2009.

[133] F Silva, D Ferrand et Ch Vergez : Seuils d'oscillation d'un instrument de musique à anche simple : protocole expérimental & instrumentation d'une bouche artificielle. *In Actes du XIXème Congrès Français de Mécanique*, Marseille,France, 2009.

[134] S H Strogatz : *Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology and chemistry.* Perseus publishing, 2001.

[135] R Szalai : Knut : A continuation and bifurcation software for delay-differential equations, 2009. Available online at : http ://gitorious.org/knut/pages/Home (accessed 2015-01-09).

[136] S Terrien : Flûte à bec : analyse de deux phénomènes observés sur bouche artificielle. Influence de l'inharmonicité du résonateur et étude des sons éoliens. Mémoire de D.E.A., Université de Provence Aix-Marseille I, Marseille, 2011.

[137] S Terrien, R Auvray, B Fabre, P Y Lagrée et Ch Vergez : Numerical resolution of a physical model of flute-like instruments : comparison between different approaches. *In Proceedings of Acoustics 2012*, Nantes, France, 2012.

[138] S Terrien, Ch Vergez, P De La Cuadra et B Fabre : Is the jet-drive flute model able to produce modulated sounds like flautas de chinos ? *In Proceedings of Stockholm Music Acoustics Conference*, Stockholm, Suède, 2013.

[139] S Terrien, Ch Vergez et B Fabre : Flute-like musical instruments : A toy model investigated through numerical continuation. *Journal of sound and vibration*, 332(1):3833–3848, 2013.

[140] S Terrien, Ch Vergez, B Fabre et D A W Barton : Calculation of the steady-state oscillations of a flute model using the orthogonal collocation method. *Acta Acustica united with Acustica*, 100(4):690–704, 2014.

[141] S Thompson et L F Shampine : A friendly fortran DDE solver. *Applied Numerical Mathematics*, 56(3):503–516, 2006.

[142] M P Verge : *Aeroacoustics of confined jets : with applications to the physical modeling of recorder-like instruments.* Thèse de doctorat, Technische Universiteit Eindhoven, 1995.

[143] M P Verge, B Fabre, A Hirschberg et A P J Wijnands : Sound production in recorderlike instruments. I. dimensionless amplitude of the internal acoustic field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(5):2914–2924, 1997.

[144] M P Verge, B Fabre, W E A Mahu, A Hirschberg, R R Van Hassel, A P J Wijnands, J J De Vries et C J Hogendoorn : Jet formation and jet velocity fluctuations in a flue organ pipe. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95(2):1119–1132, 1994.

[145] M P Verge, A Hirschberg et R Caussé : Sound production in recorder-like instruments. II. a simulation model. *Journal of the Acoustical Society of America*, 101(5):2925–2939, 1997.

[146] H von Helmholtz : *On the sensation of tones.* Dover New York, 1954.

[147] H A K Wright et D M Campbell : Analysis of the sound of chilean pifilca flutes. *The Galpin Society Journal*, 51:51–63, 1998.

[148] Y Zou : *Exploring recurrences in quasiperiodic systems.* Thèse de doctorat, University of Potsdam, 2007.

Résumé

La diversité des régimes des instruments de la famille des flûtes a été mise en évidence à de nombreuses reprises : régimes statiques, périodiques, ou non périodiques. Cependant, de nombreux aspects de la dynamique de ces instruments demeurent mal compris. Pour les musiciens comme pour les facteurs d'instruments, les transitions entre régimes revêtent une importance particulière : d'une part elles correspondent à des changements de notes, et d'autre part la production d'un régime donné est conditionnée par les paramètres de facture (liés à la fabrication de l'instrument), et de contrôle (ajustés en permanence par l'instrumentiste). On s'attache dans ce document à caractériser les transitions entre régimes dans les flûtes, en lien avec des problématiques de facture et de jeu.

Différentes approches sont mises en place. Des approches expérimentales d'une part, avec des mesures sur musicien et sur bouche artificielle. Par ailleurs, un modèle physique de l'instrument - un système dynamique à retard de type neutre - est étudié, par intégration temporelle d'une part, mais également par collocation orthogonale et continuation, donnant ainsi accès aux diagrammes de bifurcations.

Croiser les résultats de ces différentes approches permet de mieux appréhender différents phénomènes : hystérésis associée aux changements de régime, ou mécanisme d'apparition des régimes non périodiques. L'influence de paramètres de facture et de contrôle est également étudiée : le rôle majeur de la géométrie interne du canal des flûtes à bec est mis en évidence, et l'influence de la dynamique de la pression dans la bouche du musicien sur les seuils de changement de régimes est caractérisée.

Mots-clés : acoustique musicale - flûtes - changement de régimes - modélisation physique - équations différentielles à retard neutre - diagrammes de bifurcations - collocation orthogonale - continuation numérique.

Abstract

Various studies have highlighted the diversity of regimes in flute-like instruments : static, periodic or non periodic regimes. However, some aspects of their dynamics remain poorly understood. Both for flute players and makers, transitions between regimes are particularly important : on the one hand, they correspond to a change of the note played, and on the other hand, production of a given regime is determined by parameters related to making and to playing of the instrument. In this document, we are interested in caracteristics of regime change in flute-like instruments, in relation with making and playing issues.

Different approches are considered. First, experimental methods, with measurement on both musician and an artificial mouth. On the other hand, a physical model of the instrument - a system of delay differential equations of neutral type - is studied, through time-domain integration, and using orthogonal collocation coupled to numerical continuation. This last approach provides access to bifurcation diagrams.

Considering results of these different methods, it becomes possible to better understand different experimental phenomena, such as regime change and associated hysteresis, or production mechanisms of non periodic regimes. Influence of different parameters is further studied : the crucial importance of the channel geometry in recorders is highlighted, and the influence of the mouth pressure dynamics on regime change thresholds is analysed.

Keywords : musical acoustics - flute-like instruments - regime change - physical modeling - neutral delay differential equations - bifurcation diagrams - orthogonal collocation - numerical continuation.