



**HAL**  
open science

## Cyclones dans une bulle de savon

Tinihau Meuel

► **To cite this version:**

Tinihau Meuel. Cyclones dans une bulle de savon. Milieux et Changements globaux. Université de Bordeaux, 2014. Français. NNT : 2014BORD0111 . tel-01142680

**HAL Id: tel-01142680**

**<https://theses.hal.science/tel-01142680>**

Submitted on 15 Apr 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE  
**DOCTEUR DE**  
**L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

École Doctorale Sciences Physiques et de l'ingénieur (ED 209)

SPÉCIALITÉ : Laser, Matière et Nanosciences

Par **Tinhau MEUEL**

**Cyclones dans une bulle de savon**

Sous la direction de : Hamid KELLAY

Soutenue le 23 juillet 2014

Membres du jury :

M. Jean-Pierre DELVILLE	Directeur de recherche au CNRS LOMA, Université de Bordeaux	Président
M. Laurent COURBIN	Chargé de recherche au CNRS Institut de Physique de l'Université de Rennes 1	Examineur
M. Patrice LE GAL	Directeur de recherche au CNRS IRPHE, Aix-Marseille	Rapporteur
M. Andrea MAZZINO	Ricercatore universitario, Università degli studi di Genova (Italie)	Rapporteur
M. Hamid KELLAY	Professeur, LOMA, Université de Bordeaux	Directeur de thèse



# Titre : Cyclones dans une bulle de savon

**Résumé :** Au cours de cette thèse nous avons caractérisé les tourbillons quasi bidimensionnels générés par convection thermique turbulente dans une demi-bulle de savon. La loi de puissance en temps sur leur déplacement quadratique moyen est également valide pour les cyclones terrestres. Cette loi permet la prévision de trajectoire de cyclones assortie du cône de prévision comparable aux cônes existants. Ainsi, les incertitudes de prédiction de trajectoire et les fluctuations de cette trajectoire par rapport à une trajectoire moyenne sont liées. Par ailleurs, l'étude de l'intensité des tourbillons de la bulle a montré qu'ils pouvaient être décrit par un modèle de tourbillon de type Lamb. Le suivi lagrangien de particules de fluide dans le tourbillon de la bulle a permis d'en suivre des phases d'intensification et de déclin. Nous proposons une loi d'intensification commune aux tourbillons de la bulle et aux cyclones terrestres. L'influence de la rotation de la bulle sur le nombre de tourbillons, sur leur durée de vie, sur leur trajectoire et sur la loi de puissance de leur déplacement quadratique moyen a également été étudiée. Nous nous sommes aussi intéressés à l'influence de la rotation sur les propriétés statistiques du champ de fluctuations de température. Les fonctions de structures de la température semblent se raidir avec la rotation de la bulle et leurs exposants passeraient d'un régime de loi de puissance en  $n/3$  à  $n/2$ .

**Mots clés :** Tourbillons, Turbulence bi-dimensionnelle, Convection thermique, Champs de vitesse d'un tourbillon, Intensification de cyclones, Effets de la rotation, Fonctions de structure de la température.

---

# Title : Hurricanes in a soap bubble

**Abstract :** This thesis aims at the characterisation of quasi two dimensional vortices stemming from turbulent thermal convection in a half soap bubble heated from below. The power law in time for their mean square displacement is also valid for Earth hurricanes. This law allows simple hurricane trajectory prediction with its track forecast cone which compares very well to already available cones. In this way, track prediction uncertainty and track fluctuations around a mean track are linked. The intensity of the soap bubble vortices is also studied by the mean of particle images velocimetry and shows that their velocity field profiles are well described by a Lamb type model. The Lagrangian tracking of fluid particles in a bubble vortex allows us to follow its intensification and decline phases. We propose an intensification law for both soap bubble vortices and Earth hurricanes. Rotation influence on the vortices number, on their life-time, on their trajectory and on the power law of their mean squared displacement is also gauged. The statistical properties of the temperature field fluctuations also seem to change with rotation. The exponent of the temperature structure functions present a scaling transition from  $n/3$  to  $n/2$ .

**Keywords :** Vortices, Two-dimensional Turbulence, Thermal Convection, Vortex velocity field, Hurricane Intensification, Rotation effects, Temperature structure functions.

---

## Unité de recherche

Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine (LOMA), UMR 5798

*à mes parents,*

*à Cannelle*

---

## Remerciements

Le travail de thèse présenté ici, est le fruit de presque quatre années d'intense labeur au Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine (LOMA). Je veux donc témoigner ma gratitude auprès de celles et ceux qui m'ont entouré et soutenu durant cette période.

Je remercie son directeur, Jean-Pierre Delville, pour m'avoir accueilli. Je souhaite ensuite remercier Patrice Le Gal et Andrea Mazzino qui ont eu la lourde tâche de rapporter ce manuscrit. Merci aussi à Laurent Courbin, Jean-Pierre Delville et Hamid Kellay pour m'avoir fait l'honneur de leur présence au sein du jury.

Hamid Kellay a toujours su encadrer cette thèse de façon optimale même dans les moments difficiles. Merci Hamid, pour la physique mais aussi pour tout le reste.

Je tiens également à remercier les mathématiciens de L'Institut de Mathématiques de Bordeaux, Charles-Henry Bruneau, Patrick Fischer et Yongliang Xiong pour leur simulations numériques de la bulle. Le travail de fourmi de mise en forme des bases de données sur les cyclones, pour une automatisation de leur traitement, a été effectué par Miloud Bessafi de l'Université de La Réunion, à qui j'adresse mes plus vifs remerciements.

Merci aussi à Yacine Amarouchene pour entre autre, le choix difficile du ukulele !

Merci à Jean-François Boudet pour sa volubilité à l'heure du déjeuner.

Le bon déroulement de cette thèse doit beaucoup à tous ceux qui garantissent des conditions matérielles optimales. A ce titre, je remercie les informaticiens Hassan Hakrach, Richard Perrier et Alain Bluck, les électroniciens Sébastien Cassagnere, William Benharbone et Phillippe Maire, les mécaniciens qui ont permis la rotation de cette bulle, Sandra Bosio, Eddie Maillard et Levi Haelmann ainsi que Jacques Geneste sans qui bien des choses au laboratoire ne fonctionneraient pas. Merci à Sophie Grandet, Laurette Geneste, Suzanne Bessus, Annie Commarmond et Isabelle Guillaume de m'avoir épargné tant de tracasseries administratives et à Bernadette Bergeret pour son aide dans la recherche d'articles introuvables en ligne.

Merci à Rodolphe Boisgard qui a permis mon retour à la vie étudiante.

Je remercie également les thésards et post-doc que j'ai rencontré dans le groupe Gael Prado, François Ingreteau, Nicolas Louvet, Alexandre Vilquin, Rim Harich, Antoine Delblais dont la bonne humeur et l'enthousiasme ont su me redonner courage au creux de la vague.

Merci à Marion Cornet pour les soirées Jazz.

Je voudrais également adresser ma reconnaissance à la famille Peyrard pour leur accueil et leur générosité.

Merci à Jean-Baptiste Trebbia pour son amitié et...pour la dernière répète !

Pour finir, je voudrais adresser toute ma reconnaissance à ma famille, qui m'a permis d'arriver jusqu'ici et m'a accompagné dans les joies comme dans les difficultés.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
1.1	Dynamique turbulente bi-dimensionnelle . . . . .	7
1.1.1	Généralités sur la turbulence . . . . .	7
1.1.2	Utilisation de films de savon . . . . .	11
1.2	Convection . . . . .	15
1.3	Emergence de tourbillons . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>25</b>
2.1	La cellule de convection rotation . . . . .	25
2.2	Caméras et éclairage . . . . .	28
2.3	Méthodes expérimentales . . . . .	31
2.4	Repérage du centre d'un tourbillon . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Influence de la rotation sur les tourbillons</b>	<b>37</b>
3.1	Durée de vie et gradient de température . . . . .	37
3.2	Durée de vie en rotation . . . . .	40
3.3	Sens de rotation des tourbillons et sens de rotation de la bulle . . . . .	42
3.4	Loi de puissance du déplacement quadratique moyen et rotation . . . . .	46
3.5	Conclusion . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Trajectoires de cyclones</b>	<b>55</b>
4.1	Généralités sur les cyclones tropicaux . . . . .	55
4.2	Analyse statistique de la validité de la loi de puissance temporelle du déplacement quadratique moyen des cyclones . . . . .	58
4.3	Cônes de prévision de trajectoire de cyclone . . . . .	64
4.4	Conclusions . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Intensité des tourbillons et des cyclones</b>	<b>73</b>
5.1	Vélocimétrie par images de particules. Utilisation d'inhomogénéités du film de savon . . . . .	74
5.2	Suivi lagrangien de particule dans le champ du tourbillon . . . . .	81

---

5.3	Evolution de l'intensité des tourbillons et intensification des cyclones tropicaux . . . . .	88
5.4	Conclusions . . . . .	97
<b>6</b>	<b>Perspectives sur l'influence de la rotation sur la convection</b>	<b>99</b>
6.1	Influence de la rotation sur les fluctuations de température . . . . .	99
6.2	Influence de la rotation sur les motifs de la convection . . . . .	107
6.3	Conclusions . . . . .	111
	<b>Conclusion</b>	<b>111</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>115</b>
<b>A</b>	<b>Détermination de la latitude et la longitude du centre d'un tourbillon</b>	<b>123</b>
<b>B</b>	<b>Influence de la rotation sur les fonctions de structure de la température</b>	<b>127</b>
<b>C</b>	<b>Publications</b>	<b>141</b>

# Chapitre 1

## Introduction

La turbulence bi-dimensionnelle (2D) est à ces débuts, un domaine réservé aux théoriciens et aux numériciens qui résolvent numériquement les équations de Navier Stokes. Elle est devenue depuis environ trois décennies un domaine d'investigations expérimentales. Plusieurs raisons peuvent mener à l'étude de la turbulence bi-dimensionnelle. Celle-ci constitue un cadre conceptuel dans lequel on peut appréhender le problème de la turbulence en testant et simulant numériquement nos modèles et théories plus facilement qu'en turbulence tri-dimensionnelle (3D). Elle permet aussi de pouvoir comparer des phénomènes communs à la turbulence tridimensionnelle et bidimensionnelle comme les phénomènes de cascades, de structures cohérentes, de processus de filamentation et de processus dissipatifs. Une autre raison d'étudier la turbulence bidimensionnelle est liée aux écoulements géophysiques. Les météorologistes et les océanographes sont les premiers à concevoir que la turbulence à grande échelle dans l'atmosphère et les océans peut être quasi-bidimensionnelle du fait de la stratification de ces fluides et de leur rotation. Les simulations et les premières réalisations d'écoulements turbulents bi-dimensionnels ont mis en évidence l'apparition de structures cohérentes : des tourbillons. Dans ce chapitre d'introduction nous proposons quelques rappels sur la turbulence bi-dimensionnelle ainsi que sur les films de savons qui en sont un des moyens d'étude expérimentale. Nous rappelons également quelques notions de base sur la convection thermique qui est un des moteurs possibles de la turbulence. Nous exposons enfin une partie des expériences menées jusqu'à ce jour sur l'étude des tourbillons.

### 1.1 Dynamique turbulente bi-dimensionnelle

#### 1.1.1 Généralités sur la turbulence

La turbulence est présente partout dans l'univers : dans les atmosphères terrestres et planétaires, dans les océans, dans les étoiles. Un exemple typique d'apparition de la turbulence dans un écoulement est celui d'une rivière en aval des piliers d'un pont. En



amont du pont, l'écoulement de la rivière est laminaire s'il n'est pas trop rapide et loin des berges. Les particules de fluides s'écoulent le long de trajectoires régulières. En aval du pont, derrière l'un de ses piliers, on peut alors observer des remous, des zones de recirculation ainsi que l'apparition d'un sillage où l'écoulement devient chaotique et imprévisible et dans lequel on peut observer des tourbillons de différentes tailles. L'écoulement est alors qualifié de turbulent. Il est imprévisible dans le sens où de petites incertitudes sur sa connaissance initiale ne pourront que s'amplifier et empêcher toute prédiction déterministe. L'écoulement turbulent possède également des propriétés de mélange accrues par rapport à un écoulement laminaire. Il est généralement admis que l'écoulement d'un fluide newtonien bi-dimensionnel ou tri-dimensionnel, turbulent ou non, est décrit par l'équation de Navier-Stokes :

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu\nabla^2\vec{v} + \vec{g} \quad (1.1)$$

où  $\frac{D\vec{v}}{Dt}$  est la dérivée particulaire ou convective du champs de vitesse  $\vec{v}$ ,  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $\nu$  sa viscosité cinématique,  $p$  la pression du fluide et  $\vec{g}$  la gravité.

Si le fluide est incompressible on a :

$$\nabla\cdot\vec{v} = 0 \quad (1.2)$$

Lorsqu'on prend le rotationnel de l'équation (1.1), on obtient l'équation d'évolution de la vorticité  $\vec{\omega} = \nabla \wedge \vec{v}$  :

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega}\cdot\nabla)\vec{v} + \nu\nabla^2\vec{\omega} \quad (1.3)$$

à partir de laquelle on peut voir une différence notable entre les cas tri-dimensionnel et bi-dimensionnel. Dans le cas tri-dimensionnel l'évolution de la vorticité est pilotée par le terme de dissipation visqueuse,  $\nu\nabla^2\vec{\omega}$  mais aussi par le terme d'étirement de vortex (vortex stretching),  $(\vec{\omega}\cdot\nabla)\vec{v}$ . Ce dernier terme est à l'origine de l'amplification de la vorticité le long des directions de gradient de vitesse. Il n'y a pas de vortex stretching pour les écoulements bi-dimensionnels car la vorticité est toujours perpendiculaire au plan du mouvement bi-dimensionnel et donc perpendiculaire aux gradients de vitesse. Il ne reste donc plus que le terme dissipatif, ce qui donne pour un fluide parfait ( $\nu = 0$ ) bi-dimensionnel, en l'absence de forçage :

$$\frac{D\vec{\omega}}{dt} = \nu\nabla^2\vec{\omega} = 0 \quad (1.4)$$

Le champs de vorticité peut changer localement mais sa valeur moyenne quadratique sur l'ensemble de l'écoulement est une constante du mouvement. Ainsi pour les écoulements bidimensionnels, la valeur moyenne du carré de la vorticité aussi appelée enstrophie :

$$\Omega = \frac{1}{2A} \int \omega^2 dA \quad (1.5)$$

est constante ainsi que tous les autres moments de la vorticité. Dans cette même limite des écoulements à viscosité nulle, l'énergie cinétique par unité de masse est conservée :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2.A} \int v^2 dA \quad (1.6)$$

Le spectre d'énergie  $E(k)$  est défini par :

$$\mathcal{E} = \int E(k).dk \quad (1.7)$$

et correspond à la densité d'énergie associée au nombre d'onde  $k$ . Dans les fluides réels, l'énergie est finalement convertie en chaleur par le terme dissipatif de 1.1, et on doit continuellement injecter de l'énergie et de l'enstrophie dans le cas bi-dimensionnel pour maintenir le fluide dans un état de turbulence stationnaire. Les taux d'injection d'énergie et d'enstrophie sont respectivement :

$$\epsilon = -\frac{d\mathcal{E}}{dt} \quad (1.8)$$

et

$$\beta = -\frac{d\Omega}{dt} \quad (1.9)$$

Le rapport du terme de dérivée partielle sur le terme de dissipation visqueuse, dans l'équation de Navier-Stokes 1.1, décrit l'importance des non linéarités. Ce rapport, appelé nombre de Reynolds, noté  $Re$ , est donné par :

$$Re = \frac{U.L}{\nu} \quad (1.10)$$

où  $U$  et  $L$  sont respectivement des valeurs caractéristiques de vitesse et de longueur de l'écoulement. La turbulence est l'étude des écoulements pour de fortes valeurs du nombre de Reynolds pour lesquelles les non linéarités prédominent sur la dissipation visqueuse. Depuis Kolmogorov et Richardson, la phénoménologie de la turbulence homogène et isotrope tridimensionnelle utilise le concept de cascade d'énergie. Lorsque  $Re \gg 1$ , on suppose que la viscosité n'influence pas la dynamique de l'écoulement qui est dans un régime inertiel. Les grands tourbillons se scindent en tourbillons plus petits et l'énergie est ainsi transférée des grandes structures de l'écoulement vers les plus petites, à partir de l'échelle  $r_{inj}$  où est générée la turbulence vers l'échelle  $r_d$  où la viscosité devient efficace et dissipe l'énergie. Un ordre de grandeur du flux d'énergie  $\epsilon$  est donnée par le carré d'une vitesse caractéristique  $U$ , sur un temps caractéristique  $\frac{L}{U}$  de l'écoulement soit  $\epsilon \sim \frac{U^3}{L}$ . Cela permet d'évaluer  $r_d$  l'échelle à laquelle  $Re = 1$ . Les termes non linéaires d'advection sont alors contre-balancés par la dissipation visqueuse et  $r_d = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$

En turbulence bi-dimensionnelle, la conservation de l'enstrophie et de l'énergie a

conduit Kraichnan à postuler l'existence d'une cascade directe d'ensrophie et d'une cascade inverse de l'énergie dans le cas de la turbulence forcée. De part et d'autre de l'échelle d'injection  $r_{inj}$ , l'énergie suit une cascade inverse vers les grandes échelles tandis que l'ensrophie suit une cascade directe vers les petites échelles où elle est dissipée. La cascade inverse d'énergie pour  $L > r > r_{inj}$  ne dépend que de l'échelle  $r$  et du taux de dissipation de l'énergie cinétique  $\epsilon$ . Des arguments dimensionnels donnent les incréments de vitesses à l'échelle  $r$  ainsi que le spectre pour  $L > r > r_{inj}$  :

$$\delta v(r) \sim (\epsilon r)^{\frac{1}{3}} \quad (1.11)$$

$$E(k) \sim \epsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}} \quad (1.12)$$

La cascade directe d'ensrophie est régie par le taux moyen de transfert d'ensrophie  $\beta = \frac{d\Omega}{dt}$  (de dimension  $s^{-3}$ ) et a lieu de l'échelle d'injection  $r_{inj}$  jusqu'à l'échelle  $r_d \sim \nu^{\frac{1}{2}} \beta^{-\frac{1}{6}}$  où les effets dissipatifs prédominent. Des arguments dimensionnels mènent aux expressions suivantes des incréments de vitesse et du spectre pour  $r_d < r < r_{inj}$  :

$$\delta v(r) \sim \beta^{\frac{1}{3}} r \quad (1.13)$$

$$E(k) \sim \beta^{\frac{2}{3}} k^{-3} \quad (1.14)$$

Une autre question qui intéresse les physiciens de la turbulence est celle qui consiste à savoir comment se répartit une espèce chimique comme un colorant dans un écoulement turbulent ? C'est le problème de la diffusion turbulente d'un scalaire qui, dans le cas de la concentration d'un colorant, n'agit pas sur l'écoulement. Le champ de vitesse de l'écoulement n'est pas modifié par la concentration en colorant si celle-ci n'est pas trop importante. On dit alors que c'est un scalaire passif. L'équation de convection diffusion d'un scalaire passif  $C$  est donnée par :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) C = \kappa \cdot \nabla^2 C \quad (1.15)$$

où  $\kappa$  est la diffusivité du scalaire et  $\vec{v}$  le champ de vitesse décrit par l'équation de Navier-Stokes (1.1). Cette équation est de la même forme que celle de l'évolution de la vorticité, (1.4) ce qui suggère des analogies de comportement entre vorticité et scalaire passif [24]. Cette équation décrit également le cas de la température, dans la mesure où elle n'influence pas trop la masse volumique du fluide. Dans le cas contraire où la température modifie la masse volumique du fluide et agit ainsi sur le champ de vitesse via l'équation de Navier-Stokes, on parle alors de scalaire actif. Les mêmes équations (1.1) et (1.15) régissent l'évolution d'un scalaire qu'il soit actif ou passif. Cependant dans le cas passif ces deux équations sont découplées. On peut ainsi résoudre l'équation de Navier-Stokes (1.1), avant la résolution de l'équation d'advection diffusion 1.15 du scalaire. Dans le cas du scalaire

actif, les deux équations sont couplées.

On peut définir le spectre du scalaire de façon analogue au spectre de la vitesse (1.7) :

$$\frac{1}{2} \langle C^2(\vec{r}, t) \rangle = \int E_C(k).dk \quad (1.16)$$

Le spectre  $E_C(k)$  peut également être obtenu par des arguments dimensionnels [51]. Ainsi, si le scalaire passif est injecté dans un champs de vitesse dont la dynamique est régie par une cascade inverse en  $-\frac{5}{3}$ , la dynamique du scalaire se fera en cascade directe en :

$$E_C(k) \sim k^{-\frac{5}{3}} \quad (1.17)$$

Les moment des incréments du scalaire suivront une loi d'échelle :

$$\delta C(r)^n \sim r^{\frac{n}{3}} \quad (1.18)$$

Le taux de dissipation du scalaire est donné par  $\epsilon_C = \frac{d\langle S^2(x,y,t) \rangle}{dt}$  et permet une détermination d'une échelle de dissipation :

$$k_{Cd} = \left(\frac{\epsilon_C}{\kappa^3}\right)^{\frac{1}{6}} \quad (1.19)$$

Dans le régime d'enstrophie pour  $k > k_{inj}$ , il existe différentes formes du spectre du scalaire passif, suivant que l'échelle dissipative du scalaire est plus ou moins grande que l'échelle dissipative de la vitesse. Dans le cas où la dissipation du scalaire a lieu à plus petite échelle que la dissipation de la vitesse ( $k_d < k_{Cd}$ ), des arguments dimensionnels mènent à :

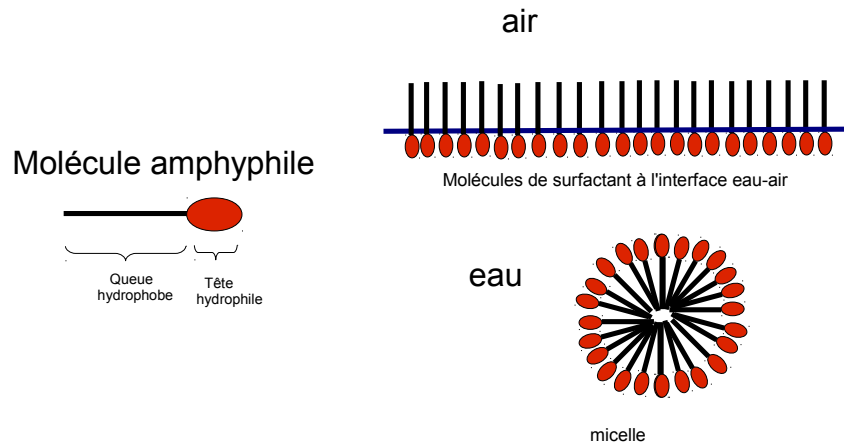
$$E_C(k) \sim \epsilon_C \beta^{\frac{1}{3}} k^{-1} \quad (1.20)$$

pour  $k < k_{Cd}$ .

### 1.1.2 Utilisation de films de savon

Depuis trois décennies et les expériences de Y. Couder et ses collaborateurs [15, 16], les écoulements quasi bidimensionnels sont devenus une réalité en laboratoire. Ces dispositifs expérimentaux permettent la comparaison avec les modèles théoriques de turbulence bidimensionnelle.

Un film de savon est constitué de molécules de surfactant amphiphiles, composées d'une partie polaire hydrophile et d'une queue aliphatique hydrophobe. La queue hydrophobe est en général une longue chaîne hydrogénéocarbonée (cf Figure(1.1)). Ces deux caractéristiques antagonistes confèrent ses propriétés à la molécule de surfactant. A faible concentration dans l'eau, ces molécules auront tendance à se regrouper à la surface de l'eau avec leur tête polaire dans l'eau et la queue aliphatique dans l'air. Ceci a pour effet de diminuer



**FIGURE 1.1** – Schéma d’une molécule de surfactant et de leur organisation à l’interface eau-air et en micelle.

la tension de surface de l’interface eau-air qui devient une interface eau-savon-air. A plus forte concentration dans l’eau, ces molécules peuvent s’organiser en phase de membranes auto-organisées comme les micelles. La stabilité des films de savons est associée à leur élasticité de surface définie par :

$$E = 2A \frac{d\gamma}{dA} \quad (1.21)$$

où  $A$  est une aire donnée et  $\gamma$  est la tension de surface. C’est cette élasticité qui permet aux films de savons de résister et de ne pas casser sous l’influence de perturbations comme l’introduction d’obstacles dans le film. Au delà d’une certaine vitesse d’écoulement du film de savon, des ondes de choc apparaissent : la vitesse de l’écoulement du film de savon est alors supérieure à la vitesse de propagation des ondes élastiques  $v_{oe}$  du film de savon. Cette vitesse de l’ordre de la dizaine de mètres par seconde est donnée par :

$$v_{oe} = \sqrt{\frac{2E}{\rho h}} \quad (1.22)$$

avec  $\rho$  la masse volumique de la solution savonneuse et  $h$  l’épaisseur du film de savon respectivement. La condition d’incompressibilité de l’écoulement du film de savon n’est respectée que si sa vitesse d’écoulement est faible devant  $v_{oe}$ . Dans l’expérience de Couder [15], il s’agissait d’étudier la turbulence en déclin générée par la traction d’un peigne dans un film de savon horizontal au repos. Les vitesses d’écoulement y sont de l’ordre de la dizaine de centimètre par seconde. L’hypothèse d’incompressibilité est donc vérifiée. Dans ces conditions Y. Couder a vérifié la loi de Batchelor qui décrit une croissance linéaire

de l'échelle intégrale d'injection caractéristique de la turbulence 2D en déclin : les petits tourbillons interagissent et fusionnent en plus gros tourbillons, illustrant ainsi la cascade inverse de l'énergie en turbulence 2D.

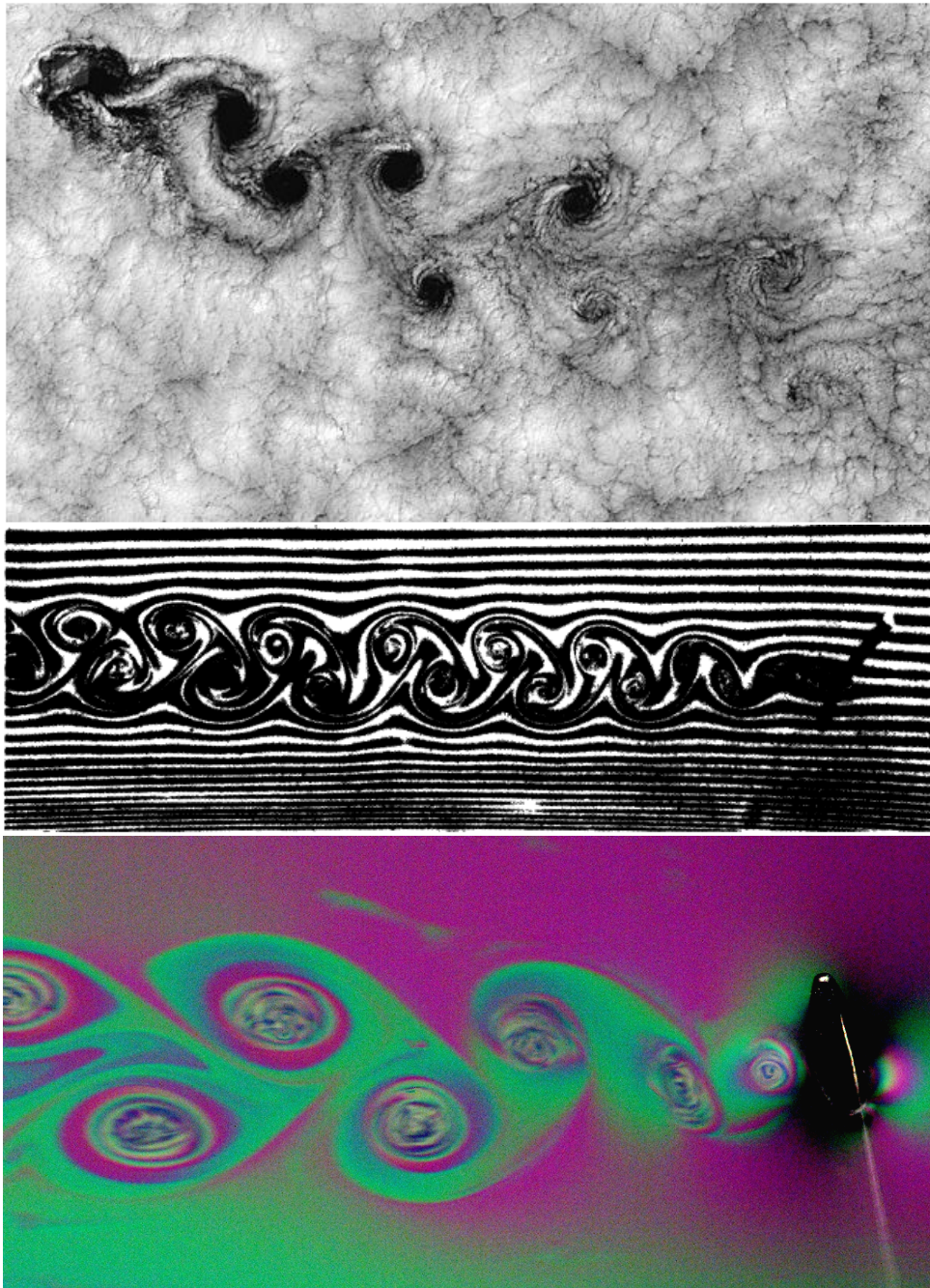
Gharib et Derango sont, par la suite, les premiers à réaliser un écoulement stationnaire d'un film de savon horizontal et utiliser un anémomètre Doppler Laser pour caractériser le champ de vitesse [25]. Leur dispositif utilise un jet d'eau plan pour tracter le film de savon horizontal. Leur détermination du spectre des fluctuations de vitesses est en accord avec la cascade inverse de l'énergie et la cascade directe de l'enstrophie. Les vitesses maximales du film de savons sont de l'ordre de  $30\text{cm/s}$ .

Afin de générer des nombres de Reynolds plus élevés, Kellay et al. [43, 42], ont réalisé des films de savon verticaux (cf. Figure (1.2)). Le film de savon formé entre deux fils verticaux de  $180\text{cm}$  de long, séparés de  $5\text{cm}$ , était régulièrement alimenté par le haut en solution savonneuse par une pompe. Ceci permettait d'ajuster le débit dans le film de savon. Les vitesses générées variaient de  $40\text{cm/s}$  à  $4\text{m/s}$ . L'insertion d'un peigne (une grille 1D) perpendiculairement à l'écoulement permettait de générer la turbulence 2D. Ils utilisèrent deux méthodes pour étudier la turbulence : la spectroscopie de corrélation de photon homodyne (HCS) et la vélocimétrie à fibre optique. L'exposant obtenu pour le spectre des fluctuations de vitesse dépend de la distance à la grille et varie entre  $-3.3$  et  $-3.7$ . Ceci diffère de  $-\frac{5}{3}$  qui est la valeur de l'exposant attendue dans le cadre de la turbulence 3D et dans le cadre de la cascade inverse d'énergie de la turbulence 2D. Toutefois ce résultat est en accord avec la cascade directe d'enstrophie dont l'exposant pour le spectre est  $-3$ .

Le rôle de la friction de l'air, déjà évoqué par Couder, sur les écoulements dans le film de savon est plus tard étudié par Martin et al. [56]. L'expérience de turbulence entretenue dans un film de savon vertical est montée sous une cloche en verre dans laquelle on peut ajuster la pression de l'air entre 45 Torr et 760 Torr. Les résultats indiquent une hausse de l'intensité de la turbulence quand on diminue la pression de l'air. La turbulence reste anisotrope aux grandes échelles mais l'exposant du spectre des fluctuations de vitesses aux petites échelles reste en accord avec une cascade directe d'enstrophie avec une valeur de  $-3.3$ .

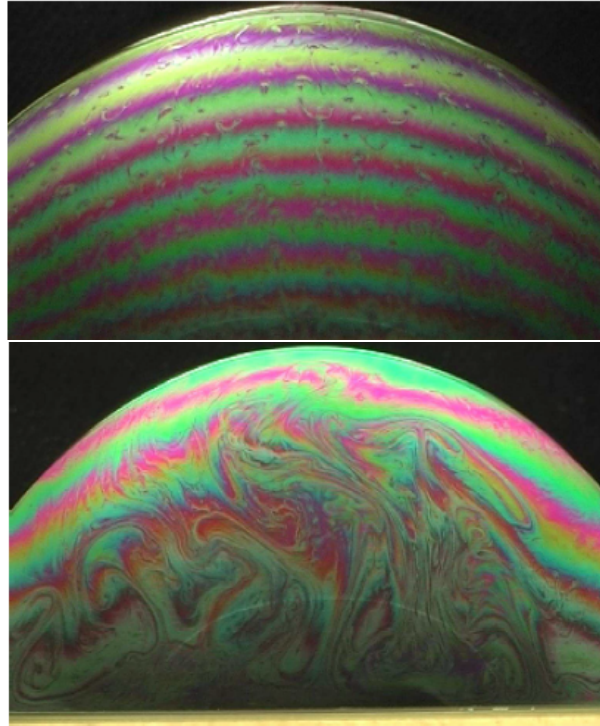
En mesurant les fluctuations d'épaisseurs à l'aide d'un interféromètre Mach Zehnder, Greffier et al. [27], montrent que les statistiques de ces fluctuations se comportent comme celles d'un scalaire passif dans un écoulement turbulent. Le spectre des fluctuations d'épaisseurs suit une loi d'échelle type Kolmogorov et les moments d'ordre élevé présentent des déviations par rapport à cette loi d'échelle tout comme dans les cas de la turbulence 3D, des fluctuations de concentration d'un colorant ou des fluctuations de température.

Toutes ces études ayant été réalisées pour des films de savon plans, on peut alors se poser la question de la turbulence 2D en géométrie sphérique. Comment générer de



**FIGURE 1.2** – En haut : Allées de tourbillons de Von Karman dans les nuages provoquée par la rencontre entre le vent et une île de l’archipel de Juan Fernandez au large du Chili.  
Au milieu : Sillage d’un cylindre tracté dans un film de savon plan horizontal d’après Y. Couder.  
En bas : Sillage d’un cylindre dans un film de savon vertical d’après H. Kellay.





**FIGURE 1.3** – En haut : allure stratifiée de la bulle de savon sans gradient de température  
En bas : allure de la bulle de savon sous une différence de température entre sa base et son sommet de  $21^{\circ}\text{C}$

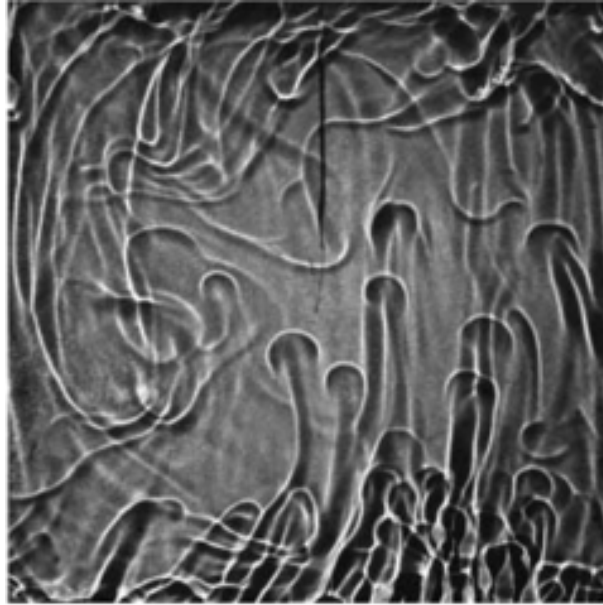
la turbulence dans une bulle de savon ? L'idée suivie par Seychelles et al. consiste alors à utiliser la convection thermique comme moteur de la turbulence dans une demi-bulle chauffée à sa base (cf Figure(1.3)).

## 1.2 Convection

La turbulence générée par convection thermique est présente dans de multiples systèmes naturels comme les océans et l'atmosphère de la Terre, l'atmosphère des étoiles ou encore le cœur des planètes [40],[76]. Elle est aussi présente dans différents systèmes industriels. Elle a, donc, été l'objet et continue d'attirer l'attention d'expérimentateurs et de théoriciens de différentes communautés scientifiques.

Le problème de Rayleigh-Bénard concerne l'écoulement d'un fluide remplissant un récipient chauffé par le bas et refroidi par le haut. C'est une des situations expérimentales les plus simples permettant de dégager et d'étudier les aspects fondamentaux de la convection (cf Figure(1.4)). Si la température de la plaque inférieure est plus faible que celle du dessus, le fluide est dans un état stable et présente une stratification. Dans le cas où la température du bas est plus élevée que celle du haut, le fluide est dans une situation instable et ne se met en mouvement que si la différence de température  $\Delta$  entre les plaques du haut et du bas atteint une certaine valeur critique  $\Delta_C$ . Lorsque  $\Delta < \Delta_C$ , l'apport





**FIGURE 1.4** – Plumes thermiques tirées de [40] dans une cellule de Rayleigh Bénard

d'énergie thermique n'est pas suffisant pour contrecarrer les dissipations thermique et visqueuse, le fluide reste immobile. Il y a cependant transport diffusif de la chaleur de bas en haut. Lorsque  $\Delta > \Delta_C$ , le fluide se déstabilise et suivant la valeur de  $\Delta$ , présente différents comportements et se met en mouvement. Au transport diffusif de la chaleur s'ajoute un transport convectif. Des rouleaux de convection peuvent apparaître donnant lieu à la formation de motifs dans la cellule de convection. Si on augmente encore la différence de température entre le sommet et le fond du récipient, l'écoulement du fluide devient alors turbulent [1].

Les équations décrivant la convection dans une couche liquide d'épaisseur  $h$  dans un cylindre de rayon  $R$  chauffée uniformément par le bas et refroidie uniformément par le haut peuvent être données dans l'approximation de Boussinesq. Ceci permet de prendre en compte les variations de masse volumique du fluide quand ce dernier n'est pas trop éloigné du cas hydrostatique. On suppose alors que les pression, masse volumique et température ne sont pas trop éloignées de profils hydrostatiques et on les écrit sous la forme :

$$p(\vec{r}, t) = \bar{p}(\vec{r}) + p'(\vec{r}, t) \quad (1.23)$$

$$\rho(\vec{r}, t) = \bar{\rho}(\vec{r}) + \rho'(\vec{r}, t) \quad (1.24)$$

$$T(\vec{r}, t) = \bar{T}(\vec{r}) + T'(\vec{r}, t) \quad (1.25)$$

avec  $\bar{\rho}$  et  $\bar{p}$  profils de masse volumique et de pression hydrostatiques vérifiant :

$$-\frac{1}{\bar{\rho}} \vec{\nabla} \bar{p} + \vec{g} = \vec{0} \quad (1.26)$$

et  $p'$ ,  $\rho'$  et  $T'$ , les écarts aux profils hydrostatiques. On peut supposer que la variation de la masse volumique avec la température s'écrit :

$$\rho(\vec{r}, t) = \bar{\rho} \cdot (1 + \alpha \cdot (T(\vec{r}, t) - \bar{T})) \quad (1.27)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'expansion thermique isobare du fluide. L'équation de Navier Stokes donne alors le champ de vitesse après un développement au premier ordre en fonction des paramètres  $\frac{p'}{\bar{p}}$  et  $\frac{\rho'}{\bar{\rho}}$  :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \vec{\nabla} p' + \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \vec{g} + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{v} \quad (1.28)$$

L'équation d'évolution de la température est :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = \kappa \nabla^2 T \quad (1.29)$$

où  $\kappa$  est la diffusivité thermique. Les paramètres de contrôle de ce système sont :

- le nombre de Rayleigh qui compare le phénomène moteur qu'est la poussée d'Archimède aux phénomènes dissipatifs comme la viscosité et la diffusivité thermique :

$$Ra = \frac{\alpha \Delta g h^3}{\nu \kappa} \quad (1.30)$$

où  $\Delta$  est la différence de température entre le haut et le sommet de la cellule de Rayleigh Bénard.

- le nombre de Prandtl qui compare viscosité cinématique et diffusivité thermique :

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \quad (1.31)$$

- le rapport d'aspect qui ici pour une cellule cylindrique est :

$$\Gamma = \frac{h}{R} \quad (1.32)$$

Deux autres nombres sans dimensions caractérisent la réponse du système :

- le nombre de Reynolds qui caractérise le rapport entre l'advection par le champs de vitesse et la viscosité ou diffusivité de la quantité de mouvement :

$$Re = \frac{Uh}{\nu} \quad (1.33)$$

- le nombre de Nusselt qui représente le rapport entre le flux de chaleur en présence de convection et le flux de chaleur par diffusion.

Plusieurs théories de la convection cherchent à déterminer la relation entre, d'une

part, les nombres de Reynolds et de Nusselt et d'autre part, les nombres de Rayleigh et de Prandtl [1]. On commence en général par découper l'écoulement dans la cellule en différentes zones (couches limites thermiques, couches limites visqueuses, la région centrale). Les ordres de grandeurs de la température et de la vitesse sont alors estimés dans chaque zone. On suppose ensuite l'existence d'une loi d'échelle entre par exemple les nombres de Nusselt et Reynolds, d'une part, et les nombres de Rayleigh et Prandtl d'autre part :

$$Nu \sim Ra^{\alpha_{Nu}} . Pr^{\beta_{Nu}} \quad (1.34)$$

$$Re \sim Ra^{\alpha_{Re}} . Pr^{\beta_{Re}} \quad (1.35)$$

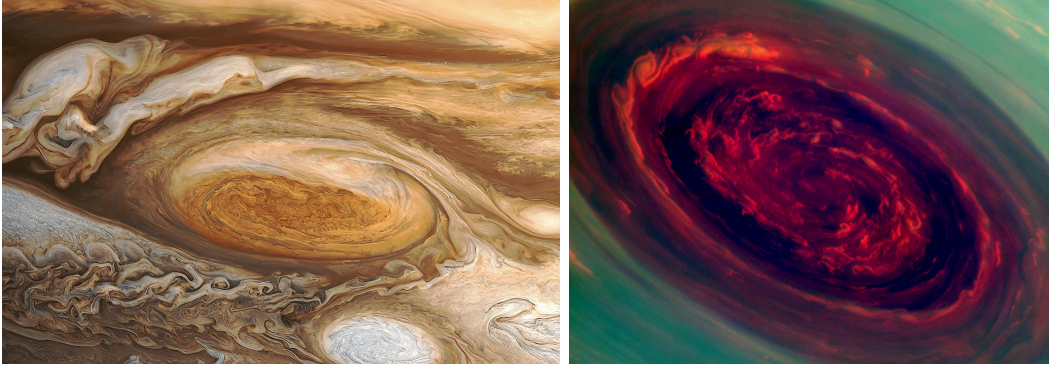
Un des premiers modèles de la convection Rayleigh-Bénard suppose que chaque couche limite est indépendante et que leur épaisseur ne dépend pas de la taille de la cellule. Il propose une loi d'échelle avec  $\alpha_{Nu} = \frac{1}{3}$  et  $\beta_{Nu} = 0$  soit :

$$Nu \sim Ra^{\frac{1}{3}} \quad (1.36)$$

Plus tard, une loi d'échelle sur le nombre de Reynolds est proposée par Castaing et al. [23], avec  $\alpha_{Re} = 0.491 \pm 0.002$  et  $\beta_{Re} = 0$ .

$$Re \sim Ra^{0.491 \pm 0.002} \quad (1.37)$$

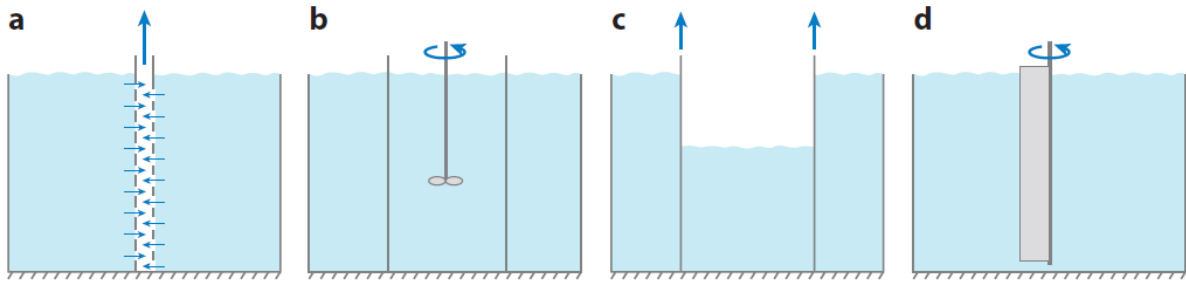
La convection turbulente Rayleigh-Bénard a été étudiée dans le cas tridimensionnel pour différentes géométries du récipient qui peut être, entre autres, cubique ou cylindrique. Cependant, ce n'est que depuis une décennie que l'équivalent bidimensionnel de ce problème a pu être étudié à l'aide des films de savon. Dans cette situation, un film de savon est formé sur un cadre métallique carré ou rectangulaire, chauffé par le bas et refroidi par le haut. Zhang et al. [86], [87], sont les premiers à mesurer les fluctuations d'épaisseur et de densité d'un film de savon plan vertical soumis à un gradient de température. Ils utilisent un détecteur infrarouge ponctuel et montrent que le spectre des fluctuations de température est en accord avec les prédictions de Bolgiano dans le cadre de la turbulence dans un fluide à stratification stable. On peut alors s'interroger sur l'influence d'une géométrie sphérique sur ces lois d'échelles. Seychelles et al. [75, 73, 74], ont effectué l'étude de la convection turbulente dans une demi-bulle de savon chauffée à son équateur. Ils ont montré que les fluctuations d'épaisseur et de vitesses dans la demi-bulle suivent des statistiques semblables au cas plan. Leur étude a de plus montré qu'une caractéristique de ce type d'écoulement était l'apparition de tourbillons uniques. Une première caractérisation des trajectoires de ces tourbillons a mis en lumière une analogie avec les cyclones terrestres. Les deux objets présenteraient un comportement analogue de type super diffusif .



**FIGURE 1.5** – En haut : Vue de la grande tache rouge de Jupiter d’après les images de Voyager 1 en 1979. En bas : Image du vortex du pôle nord de Saturne prise en 2012 par la sonde Cassini.

### 1.3 Emergence de tourbillons

Les tourbillons sont des objets très répandus dans les écoulements fluides, à différentes échelles de longueur, s’étalant de la taille d’un insecte [38] à celle d’une planète [55]. Ils sont présents dans les océans [11] et l’atmosphère terrestre [49]. Ils peuvent fusionner ou au contraire être déstabilisés et éclater en deux tourbillons ou plus [36, 46]. On les rencontre également dans certaines machines industrielles ou encore à l’arrière des ailes d’un avion en vol [18]. Dans certains cas, leur génération est souhaitée, dans d’autres, elle est synonyme de perte d’énergie et leur production doit être limitée, contrôlée. Leur taille et leur longévité est parfois étonnante, comme celle de la grande tache rouge de Jupiter [53], grande comme quatre fois la Terre et que l’on observe depuis plus de trois cents ans (cf Figure 1.5). On peut aussi citer la grande tache noire de Neptune, [69]. Les dernières observations de Saturne nous ont donné des images saisissantes du vortex polaire de Saturne [2]. L’émergence de ces grands tourbillons persistants dans un écoulement turbulent peut être comprise en partie en supposant ces écoulements bidimensionnels ou quasi-bidimensionnels [55]. En effet, la turbulence bidimensionnelle, [79], [48], décrite par des équations du type Euler, présente la propriété remarquable de s’organiser en structures tourbillonnaires cohérentes, [57]. Depuis les travaux d’Onsager [68], l’approche de la turbulence par la physique statistique est une voie de recherche pour l’explication de cette auto-organisation au sein de la turbulence. La question sous jacente à ces travaux est : dans quelle mesure est-il légitime de supposer que la solution de l’équation de Navier Stokes légèrement dissipative peut être obtenue en étudiant les propriétés d’équilibre d’un système conservatif de tourbillons ponctuels ? Les travaux de Robert et Sommeria, [72], ainsi que de Miller, [59], indiquent que l’utilisation de la physique statistique pourrait être justifiée pour les fluides réels. Bouchet et Venaille dans un article théorique, [5], utilisent les méthodes de la physique statistique pour l’étude des écoulements bi-dimensionnels et géophysiques. Ils bâtissent des modèles quantitatifs de turbulence bi-dimensionnelle, de la Tache Rouge de Jupiter ainsi que d’autres tourbillons joviens, de courant jet océanique



**FIGURE 1.6** – Techniques de générations de tourbillons barotropes dans une cuve tournante : (a) par aspiration à travers un tube perforé, (b) en remuant le fluide dans un cylindre à fine paroi, (c) en retirant du fluide, un cylindre à l’intérieur duquel le niveau était différent de celui de la cuve, (d) en remuant directement le fluide en rotation. Dans tous les cas après génération du vortex, le dispositif de forçage est retiré verticalement du fluide de la cuve. Extrait de [81]

comme le Gulf Stream ainsi que des tourbillons océaniques. Les cyclones tropicaux, [21], encore appelés typhons ou ouragans, sont des phénomènes atmosphériques d’une violence extrême et d’un pouvoir destructeur sans égal sur notre planète, comme en témoignent les passages de Hayan sur les Philippines et de Bejisa sur La Réunion en cette fin d’année 2013. Ces deux derniers exemples mettent en lumière la nécessité vitale de connaître la trajectoire, [17], et la vitesse des vents, [70], de tels tourbillons.

Comprendre le déplacement, les propriétés de mélange, la structure et la dynamique aux temps longs des tourbillons est donc fondamental. Une voie d’investigation possible à cet effet consiste à monter des dispositifs d’expériences en laboratoire cherchant à reproduire une partie des conditions physiques de l’écoulement à modéliser. L’étude du système modèle ainsi réalisé doit permettre une meilleure compréhension de l’écoulement réel. Plusieurs expériences [58, 45, 85, 46, 44], idéalisant les conditions d’écoulement ont été menées, par exemple pour étudier le comportement de tourbillons barotropes modélisant des tourbillons océaniques ou atmosphériques. On pourra consulter la revue de Hopfinger (1993) [36], ainsi que celle de Van Heijst & Clercx (2009) [81], pour plus de références.

Dans une cuve cylindrique, contenant de l’eau, posée sur une table tournante, on peut par différentes méthodes générer des tourbillons. On peut par exemple pendant la rotation de la cuve introduire un tuyau vertical percé de plusieurs trous permettant une aspiration horizontale de l’eau de la cuve. La déflexion de la trajectoire des particules de fluide, qui s’explique soit par la force de Coriolis, soit par la conservation du moment cinétique, mène à la formation d’un tourbillon. D’autres techniques de génération de tourbillons sont schématisées sur la Figure 1.6. On peut alors étudier leur évolution, leur stabilité en fonction de la vitesse de rotation de la cuve, de leur nature cycloniques ou anti-cyclonique (tournant dans le même sens que la cuve ou dans le sens inverse) et aussi de la topographie du fond de la cuve [30, 28, 46, 44].

Ces expériences permettent aussi d’étudier les profil radiaux de vitesse et de vorticité d’un tourbillon.

Le modèle du tourbillon de Lamb Oseen est une solution de l'équation d'évolution de la vorticité (1.3). Le tourbillon est supposé bi-dimensionnel. L'absence de vortex-stretching et la supposition d'un écoulement orthogonal au gradient de vorticité radial mènent à une équation de Poisson pour la vorticité donnée ci-dessous :

$$\frac{\partial \omega_z(r, t)}{\partial t} = \nu \nabla^2 \omega_z(r, t) \quad (1.38)$$

  l'aide du changement de variable  $\eta = \frac{r}{\sqrt{\nu t}}$  en cherchant les solutions de la forme  $\omega_z = \frac{f(\eta)}{t}$ , on déduit les profils en vorticité et en vitesse tangentielle :

$$\omega_z(r, t) = \frac{\Gamma}{4\pi\nu t} \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \quad (1.39)$$

$$v(r, t) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right)\right] \quad (1.40)$$

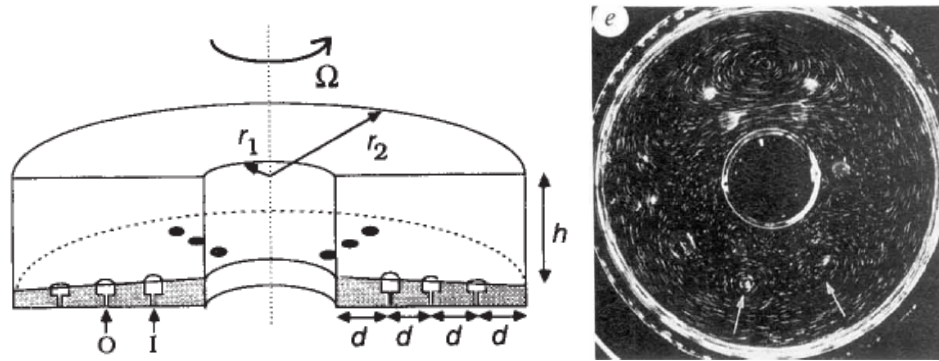
Ces profils témoignent de la diminution de la vorticité par diffusion visqueuse au cours du temps. Ils sont utilisés par exemple pour les tourbillons générés par les ailes d'avion [26]. On peut également indiquer l'utilisation de profils du type Lamb [36], pour modéliser les tourbillons générés par aspiration à l'aide d'un tuyau percé de trous dans une cuve tournante :

$$\omega(r) = \frac{\Gamma}{\pi\lambda^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda^2}\right) \quad (1.41)$$

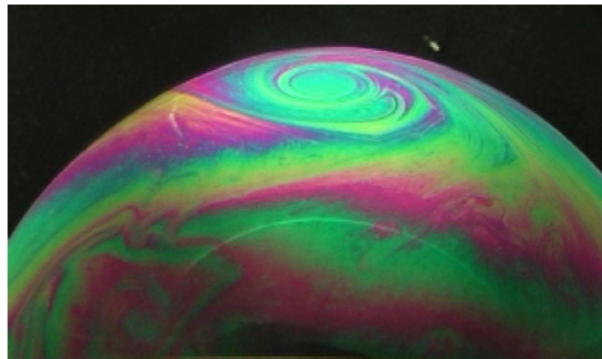
$$v(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda^2}\right)\right] \quad (1.42)$$

Ces profils modélisent des tourbillons stationnaires.

Les premières tentatives de réalisation d'expériences modélisant les écoulements de l'atmosphère de Jupiter visant à une meilleure compréhension de l'apparition des vortex joviens remontent à Meyers, Sommeria et Swinney [77]. Ils utilisaient un récipient constitué de deux cylindres concentriques tournant ensemble (cf Figure 1.7). L'espace entre les deux cylindres était rempli d'eau avec des orifices au fond servant de sources et de puits pour un écoulement radial. La mise en rotation rapide de cet écoulement mène à la formation d'un jet contrarotatif dans un écoulement turbulent. Les zones de cisaillement ainsi crées favorisent la formation de tourbillons comme sur Jupiter. En modifiant la topographie du fond, en le prenant de forme conique, on peut aussi simuler l'effet beta, i.e la variation du paramètre de Coriolis avec la latitude [30]. Une autre variante possible de cette expérience consiste à générer l'écoulement radial non par pompage mais par convection, en chauffant le cylindre intérieur et refroidissant le cylindre extérieur [71]. Cette configuration mène également à la formation de tourbillons. De fait, dans notre expérience, la convection thermique est le moteur de la turbulence dans une demi-bulle de savon qui donne naissance également à des tourbillons dans un environnement turbulent.



**FIGURE 1.7** – A gauche : Dispositif expérimental tiré de [77] l'écoulement à lieu entre deux cylindres co axiaux tournant ensemble le fond du récipient est évasé pour simuler l'effet bêta et percé de trou servant de sources et de puits à un écoulement radial. A droite : photographie de traînées de particules de l'écoulement obtenu à l'aide du dispositif expérimental ci-contre.



**FIGURE 1.8** – Tourbillon observé sur une demi-bulle de savon chauffée par le bas par Seychelles [75]

Récemment, l'étude de la convection turbulente dans une demi-bulle de savon sans rotation a été entreprise par Seychelles et al.[73, 74, 75]. La géométrie de l'écoulement est alors quasi bidimensionnelle et hémisphérique. Elle a mis en évidence l'existence de tourbillons, qui prennent naissance dans les plumes de convection de l'écoulement turbulent dans le film de savon de la bulle. L'étude de la trajectoire de ces tourbillons a montré que leur déplacement quadratique moyen suivait une loi de puissance en temps. Une analyse similaire des trajectoires d'une dizaine de cyclones terrestre a montré la même loi de puissance. Une vérification de cette loi sur un échantillon statistique de cyclones plus étendu est nécessaire pour prétendre à une analogie de comportement entre les tourbillons de la bulle et les cyclones terrestres. Les tourbillons étudiés ici sont générés par thermoconvection dans une demi-bulle statique (qui ne tourne pas), tandis que les cyclones terrestres sont soumis à la rotation terrestre. On peut alors se demander si cette analogie se maintient avec un bulle tournante ? Comment vont se comporter les populations de tourbillons, leur trajectoire, l'intensité des tourbillons si la bulle tourne ?

Le dispositif expérimental du présent travail de thèse s'inscrit dans cette lignée d'expé-

riences d'étude d'écoulements sous rotation et de formation de tourbillons avec en perspective la recherche d'analogies possibles avec les écoulements et tourbillons d'atmosphères planétaires. Nous avons tenté d'élucider certains aspects de la turbulence générée par convection thermique sous rotation dans une demi-bulle de savon. Par la suite, nous désignons cette demi-bulle par la bulle.

Pour ces écoulements sous rotation et sous convection les équations d'évolutions de la vitesse  $\vec{v}$ , de la vorticité  $\vec{\omega}$  et d'un scalaire  $T$ , sont données par :

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\vec{\nabla}P}{\bar{\rho}} + \nu\vec{\nabla}^2\vec{v} + \frac{\rho}{\bar{\rho}}\vec{g} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v} \quad (1.43)$$

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \nu\vec{\nabla}^2\vec{\omega} + \vec{\nabla}\left(\frac{\rho}{\bar{\rho}}\right) \wedge \vec{g} + 2(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} \quad (1.44)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \kappa\vec{\nabla}^2T \quad (1.45)$$

$\vec{\Omega}$  est la vitesse de rotation de la bulle dans la même direction que la pesanteur  $\vec{g}$ .  $\bar{\rho}$  est la masse volumique moyenne correspondant au profil hydrostatique. On suppose l'approximation de Boussinesq valide. L'effet de la convection sur la vitesse ou la vorticité se traduit par les termes contenant des produits de la pesanteur  $\vec{g}$ , par le rapport de masses volumiques  $\frac{\rho}{\bar{\rho}}$ . Le lien entre  $\rho$  et  $\bar{\rho}$  est donnée par l'équation (1.2).  $P$  est ici une pression qui inclue les effets de la force centrifuge dérivant d'un potentiel. Les termes  $2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}$  et  $2(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$  traduisent respectivement l'effet de la force de Coriolis sur la vitesse et sur la vorticité. L'équation d'évolution de la vorticité a été, ici, donnée en omettant le terme de vortex stretching  $\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla}\vec{v}$  qui est négligeable dans la configuration quasi bidimensionnelle de l'écoulement dans la bulle de savon.

Le nombre de Rossby caractérise le rapport entre le terme d'advection inertiel et le terme de rotation. Il peut être évalué à l'aide d'une vitesse  $U$  et d'une longueur  $L$  caractéristiques de l'écoulement et d'un temps caractéristique d  à la rotation ( $\Omega^{-1}$ ). De façon rigoureuse ce nombre apparaît, comme les nombre de Reynolds et Prandtl, lorsqu'on adimensionne l'équation de Navier-Stokes. Il s'écrit :

$$Ro = \frac{U}{2\Omega L} \quad (1.46)$$

Si on prend le rayon de la bulle  $R$  pour longueur caractéristique on peut écrire  $U = \sqrt{\alpha\Delta TgR}$  comme vitesse caractéristique de la convection. On obtient alors pour expression du nombre de Rossby :

$$Ro = \frac{1}{2\Omega} \sqrt{\frac{\alpha\Delta Tg}{R}} \quad (1.47)$$

Les valeurs proposées du nombre de Rossby dans ce manuscrit utilisent la valeur du coefficient de dilatation thermique de l'eau de  $2.10^{-4}.K^{-1}$  que nous avons assimilé à celle



du film savon.  $\Delta T$  est dans notre cas la différence de température entre la base chaude de la bulle et son sommet. Par abus de langage nous désignerons cette grandeur dans le reste du texte, par le terme de gradient thermique, imposé entre la base et le sommet de la bulle.

Une partie de ce travail de thèse a consisté à mettre au point un dispositif expérimental permettant l'observation des mouvements dans le film de savon, d'une demi-bulle simultanément chauffée par le bas et mise en rotation. Nous avons par la suite cherché à connaître les effets de la rotation de la bulle sur les tourbillons. Une autre partie de ce travail de thèse a répondu aux interrogations concernant l'analogie entre tourbillons et cyclones terrestres. Dans quelle mesure la loi de puissance du déplacement quadratique moyen relative aux tourbillons de la bulle est généralisable aux cyclones terrestres ? Par ailleurs, F. Seychelles [75], a réalisé les premières des mesures des durées de rotation de tourbillon cherchant ainsi à caractériser l'intensité des tourbillons. Nous avons donc poursuivi cette étude par des mesures de vitesses dans le champs du tourbillon. Nous avons ainsi cherché à caractériser le champs de vitesse du tourbillon ainsi que son évolution au cours du temps. La dernière partie de ce travail porte sur l'influence de la rotation sur la convection, en particulier sur l'allure générale de l'écoulement des plumes de convection et sur les fluctuations du champs de température.

# Chapitre 2

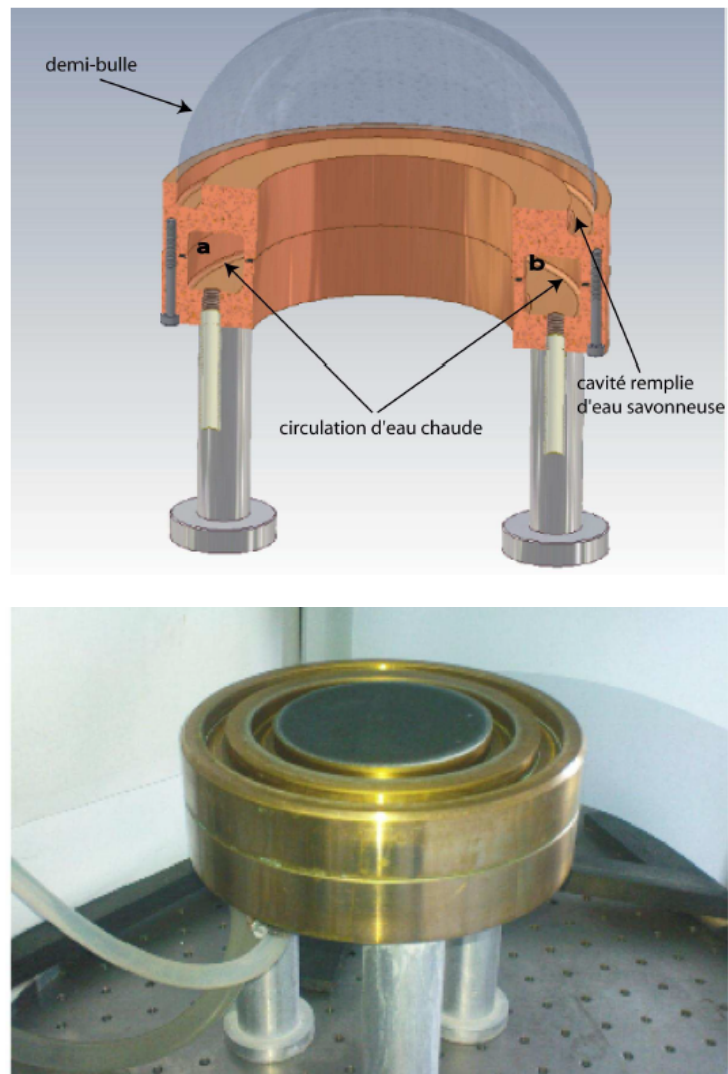
## Dispositif expérimental

Le nouveau dispositif expérimental présenté dans ce chapitre a pour but de mettre en rotation la demi-bulle de savon, soumise à un gradient thermique entre sa base et son sommet. L'objectif étant l'étude de la turbulence générée par convection thermique dans une demi-bulle de savon sous rotation.

### 2.1 La cellule de convection rotation

La réalisation de convection thermique dans une demi-bulle de savon sans rotation a déjà été réalisée par Seychelles et al, [75], [73]. Leur dispositif expérimental (cf Figure 2.1) est constitué d'un cylindre en laiton dans lequel est creusé une cavité torique pour la circulation d'eau chaude permettant la régulation de la température du cylindre. Deux ouvertures circulaires sur la face inférieure permettent la connexion à un bain thermostaté à eau. Sur la face supérieure du cylindre sont creusés deux canaux circulaires de même axe que le cylindre, de diamètres extérieurs respectifs 11.7cm et 13.9cm. Chaque canal fait 1cm de profondeur. Ceux ci accueillent la solution de savon à partir de laquelle on souffle la demi-bulle de savon qui s'ajuste sur le rebord extérieur du canal. La partie centrale du cylindre est évidée et recouverte sur sa face supérieure par un disque en téflon permettant de limiter la convection de l'air à l'intérieur de la bulle.

A la suite de F. Seychelles et al, au cours de ma thèse dans la même équipe de recherche, j'ai parfois utilisé ce dispositif, pour l'étude des tourbillons sans rotation de la bulle. Pour étudier l'influence de la rotation, j'ai apporté des modifications à ce montage. Le nouveau dispositif expérimental (cf. Figure 2.2) utilisé au cours de cette thèse est constitué d'un cylindre tournant en laiton de 6.6 cm de rayon et 1.5 cm de hauteur dans lequel est creusé un canal circulaire de même axe, de 5.4 cm de rayon extérieur et 4.4 cm de rayon intérieur et 1 cm de profondeur. Comme dans le montage précédent, le canal accueille la solution de savon. Nous n'avons choisi qu'un seul rayon de bulle préférant focaliser notre étude sur l'influence de la température et de la vitesse de rotation de la bulle. Le choix de la taille de la bulle d'environ 10cm de diamètre a été fixé pour des raisons de stabilité de la bulle



**FIGURE 2.1** – Schéma d'une coupe transverse et photo du montage de Seychelles et al.

de savon. Le plot central de 4.4 cm de rayon est recouvert d'un disque de téflon blanc de même rayon de façon à limiter l'échauffement et la convection de l'air dans la bulle ainsi que le rayonnement infrarouge. Contrairement au montage de Seychelles et al. la partie centrale du cylindre sur lequel se forme la bulle n'est pas évidée mais est constitué du plot central en laiton et de l'axe du moteur qui se trouve en dessous.

Le système de chauffage ne tourne pas avec l'ensemble de la bulle pour des raisons de connectivité. Le cylindre tournant vient se loger dans un cylindre creux fixe qui était entouré d'un collier chauffant électrique au cours des premiers essais de réalisation de convection sous rotation. La chaleur est donc transmise via le cylindre statique jusqu'au canal. Par la suite, on a remplacé ce collier électrique par un collier à circulation d'eau en raison de court-circuits survenant à forte rotation, lors de l'éjection de liquide hors du canal. Ce collier à circulation d'eau est vissé au cylindre fixe. La température du collier chauffant à circulation d'eau peut être fixée entre  $0^{\circ}C$  et  $100^{\circ}C$ . La gamme des températures explorées va de  $25$  à  $80^{\circ}C$ . L'espacement entre le cylindre fixe chauffant et le cylindre tournant est de  $250 \mu m$ . Ceci permet simultanément la rotation du cylindre tournant et son chauffage par rayonnement et donc la rotation de la bulle et le chauffage de sa base. En raison de l'espacement entre le cylindre tournant et le cylindre fixe, la température du thermostat n'est pas toujours celle du canal.

Pour caractériser le gradient de température auquel est soumis la bulle, la température de la solution de savon dans le canal et celle au sommet de la bulle sont relevées à l'aide d'un thermomètre digital précis à  $0.01^{\circ}C$  près. Cependant le gradient ne peut être mesuré à mieux  $1^{\circ}C$ , ordre de grandeur des variations spatiales de la température dans le canal et des variations temporelles au sommet de la bulle.

L'ensemble cylindre fixe et collier chauffant repose sur trois billes d'acier et est fixé à l'aide de trois vis sur une tablette horizontale recouverte d'un disque de téflon isolant. Cette fixation limite à six points, les fuites thermiques par conduction vers la tablette. L'espace entre la tablette horizontale et l'ensemble cylindre fixe et collier chauffant est de  $4mm$ . La tablette et le moteur sont fixés à un bâti métallique vertical lui même vissé à une table d'optique en marbre. La tablette horizontale est percée pour laisser passer l'axe du moteur placé au dessous. Si l'axe du moteur n'est pas bien aligné avec l'axe du cylindre tournant ce dernier risque de tourner en frottant sur le cylindre fixe. Un raccord flexible est placé entre l'axe moteur et l'axe du cylindre tournant permettant de transmettre le couple tout en rattrapant les défauts d'alignement entre ces deux axes. Le cylindre tournant est mis en rotation autour de son axe à l'aide d'un moteur continu à puissance constante pouvant balayer des vitesses de rotation allant de  $0.01$  tour/s à  $3$  tours/s.

Pour avoir des images bien contrastées de la bulle de savon en lumière visible il faut que la bulle soit sur fond noir. Pour les vues plongeantes de la bulle, les pièces du montage visibles du dessus et contribuant au fond de l'image du film de savon doivent donc être noircies. Le collier chauffant et le cylindre tournant en laiton de couleur doré avec reflets

métalliques, contribuant de façon gênante au fond de l'image du film de savon, ont donc été anodisés. Le disque de téflon blanc sur le plot central est recouvert d'un disque de plastique noir. Ces deux disques sont fixés par des vis métalliques noires qui contribuent de façon gênante à l'image infra-rouge de la bulle. Ils ont été plus tard remplacés par un seul disque de téflon noir collé au plot central.

## 2.2 Caméras et éclairage

L'étude des tourbillons a été effectuée en lumière blanche à l'aide de caméras couleur. Nous avons d'abord utilisé une caméra tri CCD couleurs (Panasonic 3CCD NV-GS75) dont les dimensions du capteur sont de 720 par 576 pixels à 25 images par seconde. La résolution maximale de cette caméra pour image fixe est de 1520 par 1152 pixels pour une taille de capteur de  $\frac{1}{6}$  de pouce. Elle est équipée d'un objectif à diaphragme automatique d'ouverture minimale 1.8 et de longueur focale comprise entre  $2.45\text{mm}$  et  $24.5\text{mm}$ . Cela permettait la visualisation de champs de  $14.25\text{ cm}$  par  $11.4\text{ cm}$  et une localisation du centre du tourbillon à  $1\text{mm}$  près. Afin d'améliorer les résolutions temporelle et spatiale de l'étude du mouvement du vortex nous avons ensuite filmé la bulle avec une caméra rapide (phantom V641) avec une cadence de 250 images par seconde de façon à résoudre le mouvement de rotation de particules de fluide dans le tourbillon. La cadence maximale d'acquisition de cette caméra en pleine résolution est de 1450 images par secondes. Le capteur de cette caméra a une taille de 2560 par 1600 pixels pour une taille de pixel de  $10\mu\text{m}$ . Ceci nous permet suivant l'objectif d'imager des champs de  $5.7\text{ cm}$  par  $3.5\text{ cm}$  et de repérer la position du centre du tourbillon à  $0.1\text{mm}$  près. Un objectif souvent utilisé sur cette caméra est d'ouverture minimale 2.8 de focale  $105\text{ mm}$ .

Les images en lumière visible du film de savon sont en fait dues aux interférences par réflexion de la lumière sur les deux faces du film de savon. Les sources utilisées sont des lampes commerciales basse consommation  $50\text{W}$  et  $85\text{W}$ . Éclairer uniformément un objet sphérique est problématique. L'image du film de savon de la bulle est obtenue par réflexion. Donc tout objet dans l'environnement de la bulle peut contribuer à l'image de son film de savon. Le sommet de la bulle reçoit plus de lumière que l'équateur si les ampoules éclairent la bulle par dessus. En outre il ne faut pas qu'elles éclairent directement la bulle sinon on observerait l'image des lampes par réflexion sur la bulle. Elles sont donc réparties autour et au dessus d'un papier calque ou d'un plastique blanc diffusant en forme de tunnel sous lequel se trouve la bulle (cf Figure 2.4.a). A l'entrée du tunnel se trouve la caméra à l'autre extrémité se trouve la bulle. Cette dernière extrémité est fermée par un fond noir de façon à avoir un meilleur contraste des images de la bulle. Cette première méthode d'éclairage permet une visualisation de la convection du sommet à la base sur un côté de la bulle.

Cependant le tunnel devient gênant si on veut par exemple suivre des tourbillons se développant simultanément sur deux côtés de la bulle. Un tourbillon peut en outre au

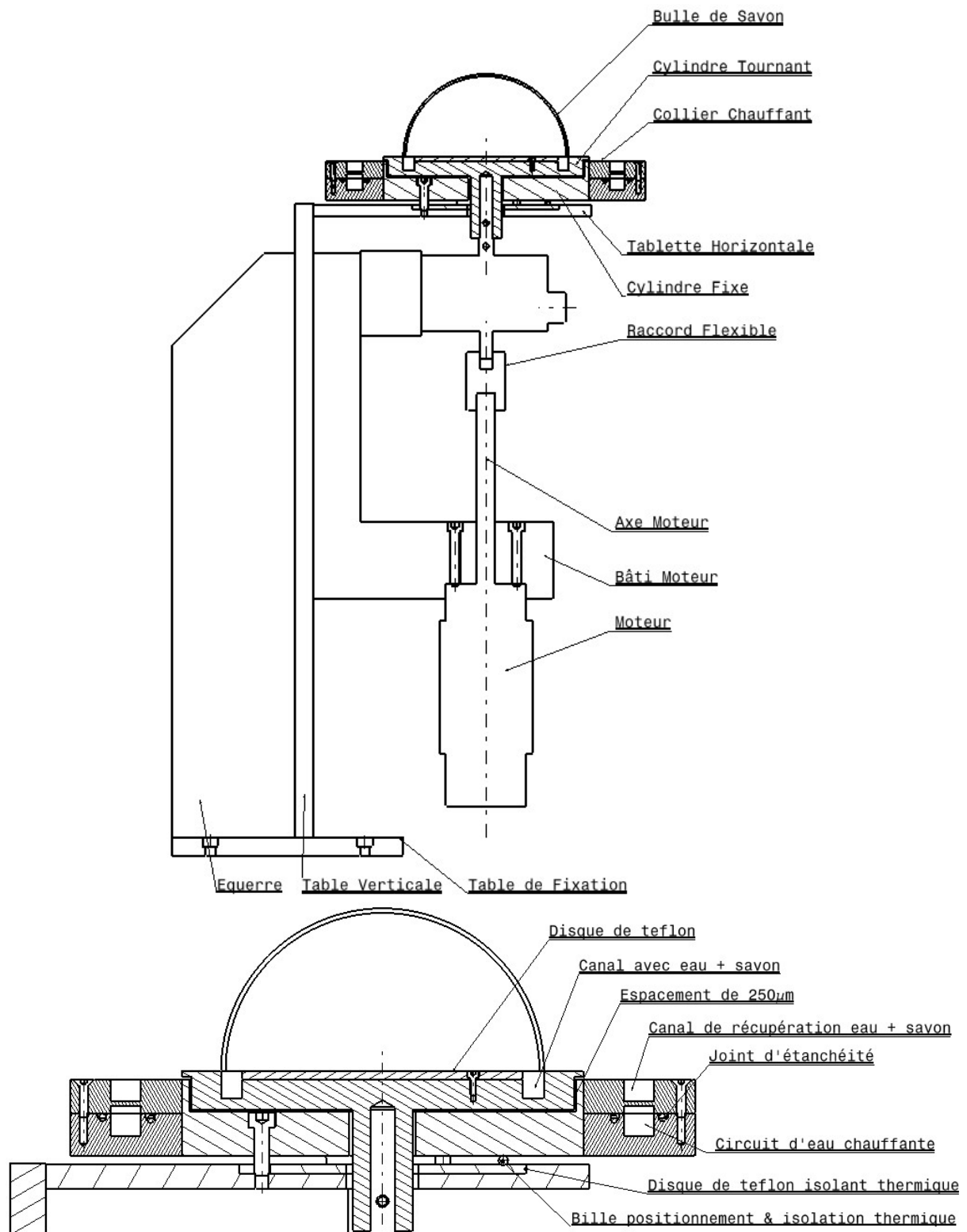


FIGURE 2.2 – Plan en coupe du haut du dispositif expérimental avec agrandissement de la partie supérieure

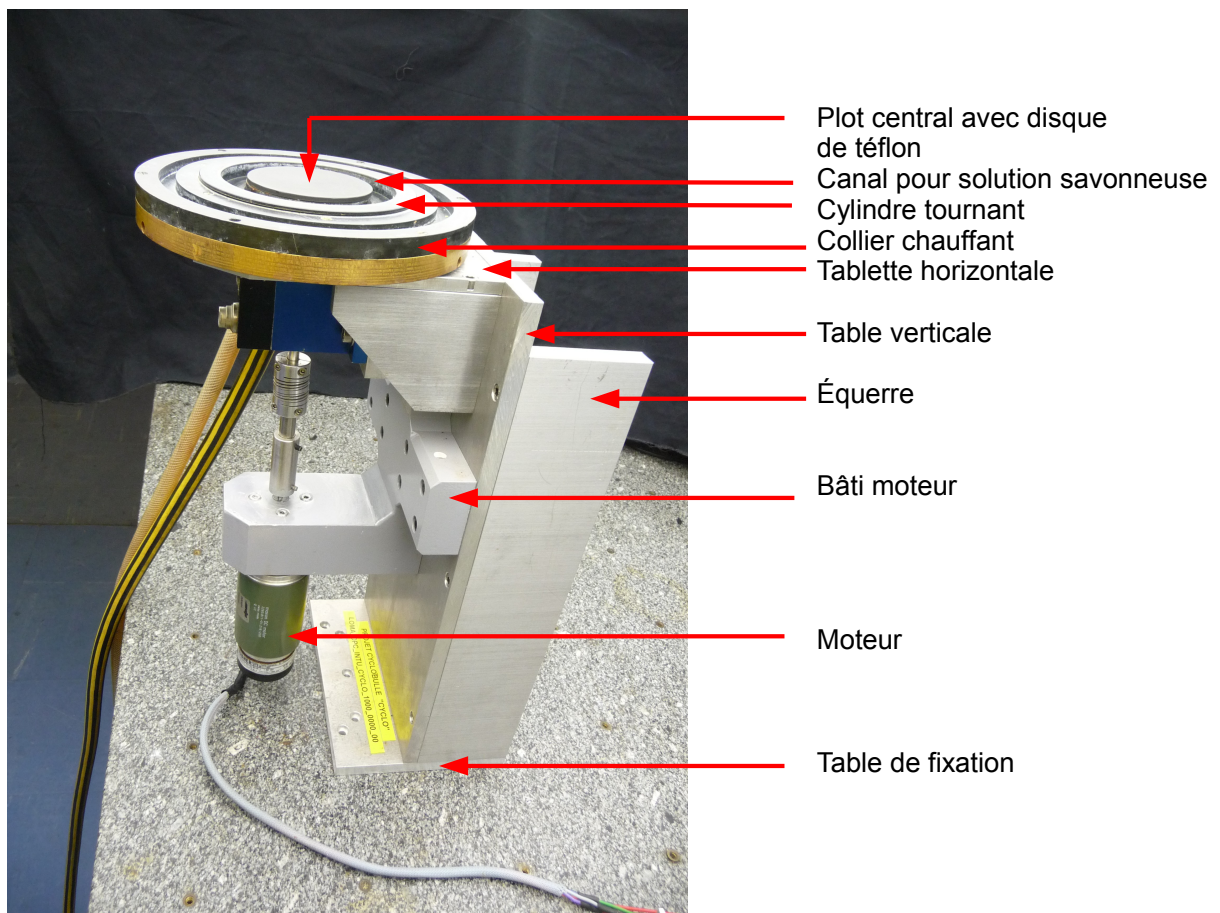


FIGURE 2.3 – Photo du dispositif expérimental.

cours de son mouvement sortir du champs de la caméra. On change alors de dispositif diffusant et on utilise un parapluie de photographe (cf Figure 2.4.b). Contrairement au cas du tunnel la bulle n'est plus alors complètement recouverte par l'écran diffusant qui ne l'éclaire plus jusqu'à sa base. La lumière provenant de l'environnement (sur les côtés) contribue à l'image de la base de la bulle tandis que l'écran diffusant du parapluie circulaire contribue à l'image de la partie supérieure de la bulle. Pour augmenter la portion d'image due à l'écran diffusant et diminuer celle due à l'environnement il suffit d'augmenter la taille du cercle diffusant au dessus de la bulle et de l'en rapprocher. Une première tentative de visualisation a été effectuée avec un réflecteur de 60cm de diamètre placé à 5cm du sommet de la bulle. La zone sur les côtés de la bulle non éclairée par le parapluie pouvait remonter jusqu'à 30 degrés de latitude. Nous avons choisi un parapluie de photographe d'un diamètre de 1.80m à la fois pour des raisons d'encombrement et pour abaisser la zone sur les côtés jusqu'à 20 degrés de latitude. Les 12 ampoules basse consommation de 85W sont fixées au fond du parapluie réfléchissant et séparées de la bulle par deux voiles blancs diffusant.

Contrairement au cas du tunnel, sous le parapluie, on n'est plus limité à une seule caméra et on peut par exemple faire une étude de la durée de vie des tourbillons sur toute la bulle à l'aide de deux, trois ou quatre caméras synchronisées. L'éclairage à l'aide du parapluie permet aussi plus facilement les vues plongeantes pour visualiser l'allure de la convection au sommet de la bulle. En effet le voile diffusant peut être légèrement déformé par une caméra placée au dessus de la bulle.

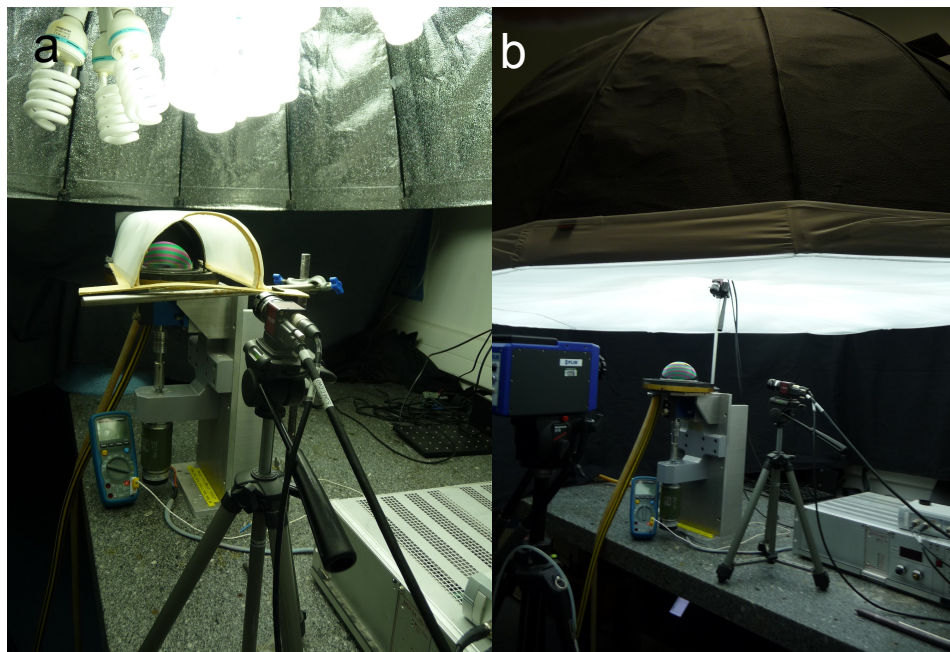
L'étude du champs de température dans le film de la bulle a été effectué à l'aide d'une caméra infrarouge. Dans ce cas on n'emploie pas l'éclairage à l'aide du tunnel ou du parapluie. La bande de longueurs d'onde de la caméra thermique s'étend de  $1.5\mu m$  à  $5.1\mu m$ . La taille de son capteur est de 512 par 640 pixels pour une taille de pixel de  $15\mu m$ . Suivant l'objectif utilisé les champs imagés pouvaient mesurer entre 12 cm sur 10 cm et 2.5 cm sur 1.5 cm. La cadence d'acquisition maximale en utilisant tout le capteur est de 100 images par secondes pour un temps d'obturation de  $1313\mu s$ .

## 2.3 Méthodes expérimentales

Pour réaliser une série d'images de la bulle qu'elles soient en lumière blanche ou infrarouge on commence par la régulation du gradient de température au dessus de la cellule de convection-rotation. On allume, alors, le bain thermostaté à circulation d'eau pour le collier chauffant et le climatiseur de la salle d'expérimentations si on veut accentuer le gradient. Il faut toutefois protéger la bulle des courants d'air provoqués par le climatiseur. Ceci est réalisé soit à l'aide du tunnel, soit avec des draps noirs servant de fond aux images et suspendus au parapluie.

Pendant que le gradient de température se stabilise, on peut préparer la solution





**FIGURE 2.4** – a ) photographie du tunnel au dessus d'une bulle avec une caméra , b) photographie du parapluie diffusant avec plusieurs caméras

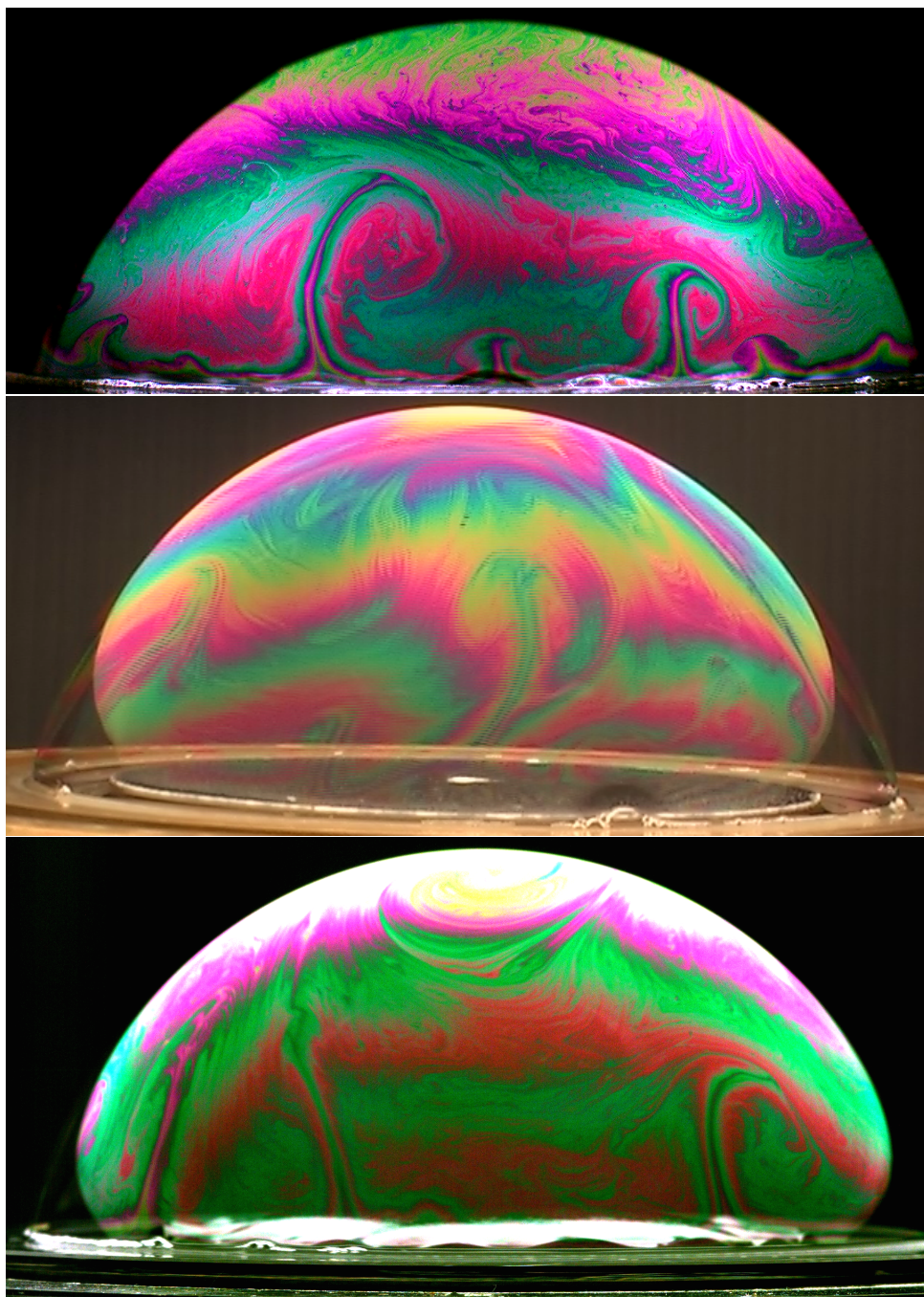
de savon à partir d'un savon commercial pour vaisselle. F. Seychelles a montré que le comportement des trajectoires de tourbillons dans le film de la bulle de savon ne changeait pas pour des concentrations en savon variant entre 0.5% et 5% en volume. La concentration des solutions utilisée au long de cette thèse est de 1.6% en volume.

On remplit ensuite le canal avec la solution. Si l'étude de la bulle se fait sans rotation, on remplit complètement le canal. Si la cellule doit tourner, on remplit le canal en rotation jusqu'à ce que la surface inclinée du liquide atteigne le sommet du bord extérieur du canal. L'idée ici consiste à éviter les projections de liquide excédentaire tout en permettant à la base de la bulle d'être en contact avec le liquide du canal.

On vérifie alors par des mesures en plusieurs points, à l'aide d'un thermocouple précis à  $0.01^{\circ}\text{C}$ , que la température dans le canal est la plus stationnaire et la plus uniforme possible. Puis on souffle la bulle à l'aide d'une pipette en plastique, la cellule ne tournant pas. Une fois la bulle gonflée et ajustée sur le bord extérieur du canal, on attend que disparaisse l'écoulement dans le film, généré par la friction de l'air soufflé à l'intérieur de la bulle.

## 2.4 Repérage du centre d'un tourbillon

Deux méthodes ont été utilisées pour repérer le centre d'un tourbillon suivant la résolution des images vidéos acquises. Sur les images réalisées avec la caméra tri CCD, le cœur



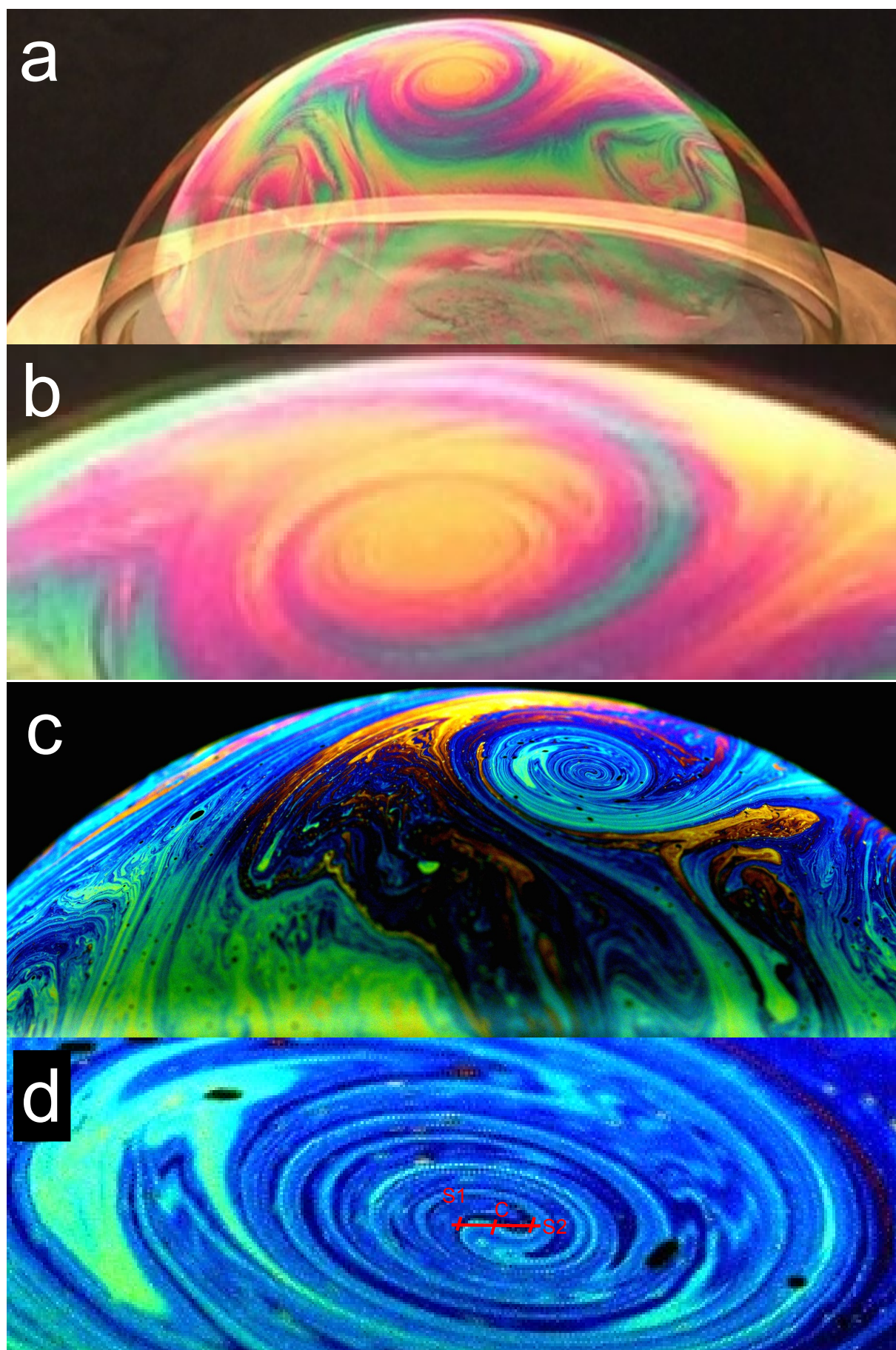
**FIGURE 2.5** – Images de la bulle obtenues avec le tunnel (en haut), un parapluie de 60cm de diamètre (au milieu) et de 180cm de diamètre (en bas). L’extension de la zone non éclairée par le parapluie sur les côtés en bas de la bulle diminue avec le diamètre du parapluie.

du tourbillon n'était pas aussi bien défini que sur celles acquises avec la caméra phantom (cf Figure (2.6)). Dans le premier cas on évaluait à l'œil, le centre du cœur. Avec les images mieux résolues de la phantom, on observe dans le cœur du tourbillon deux bandes d'épaisseur s'enroulant l'une sur l'autre formant un motif yin-yang en forme de S inversé. On peut alors définir le centre du tourbillon comme le barycentre des deux extrémités des deux bandes d'épaisseur centrales ou encore comme le barycentre des deux maximums de courbure du "S". On a pu vérifier par la suite que ces méthodes de repérage du centre donne des trajectoires concentriques, dans le référentiel du centre, pour des particules emportées dans le champs du tourbillon ainsi que des profils de vitesse cohérents avec des profils existant (cf Chapitre 5).

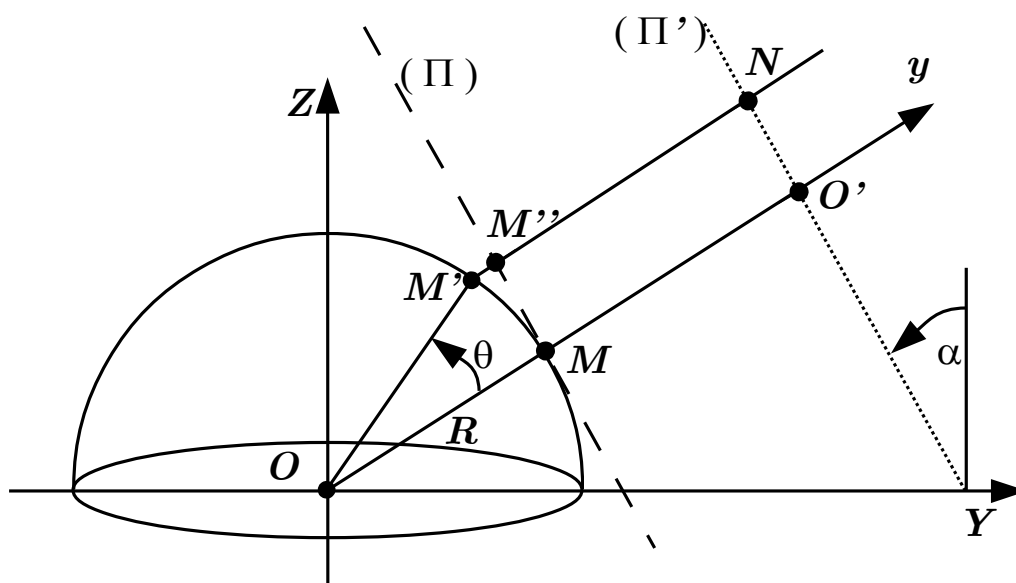
La trajectoire peut être étudiée en coordonnées cartésiennes si elle reste approximativement plane. Sur quels champs des images obtenues peut on faire cette approximation et quelle est l'erreur sur les mesures de longueurs? La Figure (2.7) montre le plan (II) tangent à la bulle, orthogonal à l'axe de la caméra visant le centre O de la bulle.  $M$  est le point d'intersection entre l'axe de la caméra et la surface de la bulle.  $OM$  est l'axe de la caméra. On note  $M'$  un point de la sphère s'écartant de l'axe de la caméra.  $\theta$  est l'angle ( $\widehat{MOM'}$ ) correspondant.  $M''$  est la projection de  $M'$  selon l'axe de la caméra.  $s = R\theta$  est l'arc de cercle ( $MM'$ ). La distance mesurée par la caméra, correspondant à cet arc, est  $MM'' = R\sin(\theta)$ . Considérons comme plans les déplacements sur la sphère autour de l'axe de la caméra et dont le rapport  $\frac{MM''}{s}$  est supérieur à 95%, soit  $\frac{\sin(\theta)}{\theta} > 0.95$ . Connaissant les valeurs du sinus cardinal on obtient l'écart angulaire maximal correspondant :  $\theta = 0.55rad = 31degrés$ . On a alors  $MM'' = 2.78cm$ . Ceci nous laisse un champs de  $2.78cm \times 2.78cm$  autour de M où on sait que l'erreur commise entre les distances mesurées et les distances parcourues sur la sphère sont d'au plus 5%. Si on prend comme critère  $\frac{MM''}{s} > 0.98$  on rétrécit le champs  $\theta < 19.8degrés$  et ( $1.8cm \times 1.8cm$  autour de M) mais on diminue l'erreur relative maximale (2%).

Si l'on ne veut plus se satisfaire de cette approximation, nous devons à partir des images vidéo calculer la longitude et latitude du centre d'un tourbillon. Le calcul est présenté en annexe 1 et montre qu'il faut en plus du repérage du centre du tourbillon, connaître l'inclinaison de la caméra, la position du centre de la bulle et son rayon. Toutes les images exploitées ne donnent pas directement accès à la position du centre de la bulle et à une calibration du rayon. Par exemple sur des images en vue plongeante sur le sommet de la bulle, le centre de la bulle n'apparaît pas toujours et la mesure du rayon de la bulle n'est pas directe. Nous avons pu toutefois extraire ces informations de l'arc de cercle délimitant la bulle.





**FIGURE 2.6** – a & b ) photographie d'un tourbillon avec la caméra tri CCD et zoom pour localiser le centre, c & d ) photographie d'un tourbillon avec la caméra phantom et zoom sur le coeur mieux défini S1, S2 :extrémités des bandes d'épaisseur centrales s'enroulant l'une sur l'autre et C :centre du tourbillon



**FIGURE 2.7** – Représentation de la bulle et du plan  $(\Pi)$ , tangent à la bulle au point d'intersection  $M$  entre celle-ci et l'axe de la caméra  $(OO')$ .  $(\Pi)$  est parallèle au plan  $\Pi'$  du capteur de la caméra. Ceci permet d'évaluer l'erreur de la mesure des distances entre l'arc de cercle  $(MM')$  et sa projection  $(MM'')$  sur le plan  $(\Pi)$  parallèlement à l'axe de la caméra.  $\alpha$  : l'inclinaison de la caméra est l'angle entre le plan  $(\Pi')$  du capteur de la caméra et la verticale.

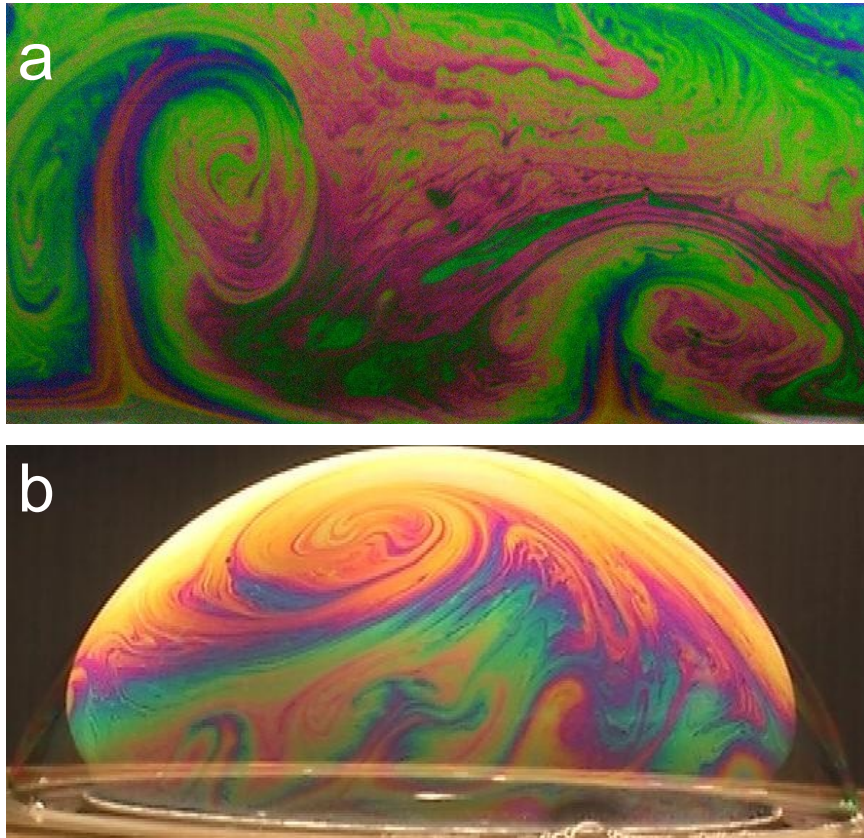
# Chapitre 3

## Influence de la rotation sur les tourbillons

L'émergence de tourbillons dans l'écoulement turbulent généré par convection dans le film de la bulle de savon a été décrit par F. Seychelles [75],[73]. Dans ce chapitre nous décrivons l'influence de la rotation sur quelques propriétés générales du mouvement des tourbillons comme leur durées de vie, leur latitude moyenne, leur sens de rotation et leur déplacement quadratique moyen.

### 3.1 Durée de vie et gradient de température

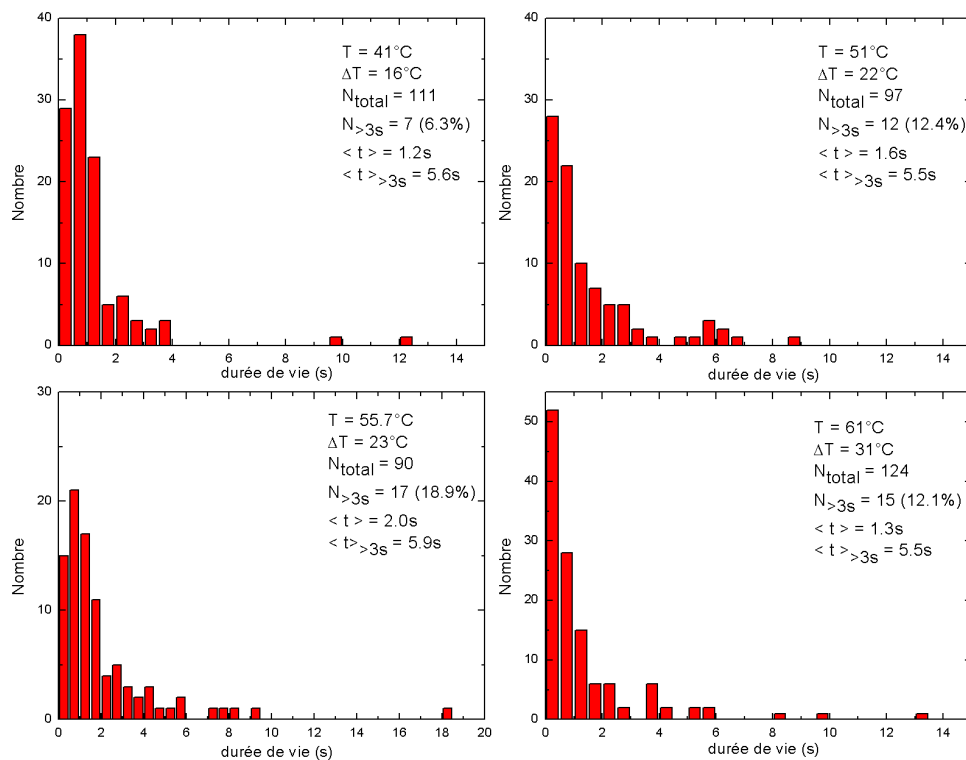
Un motif commun de l'écoulement turbulent des fluides sous convection est la plume thermique. Dans le cas de la bulle chauffée par le bas, les particules de fluide à la base de la bulle, plus chaudes et moins denses remontent en laissant un sillage chaud et déplaçant le liquide froid au dessus. Ce dernier retombe de part et d'autre du sillage pouvant ainsi créer des zones de recirculation. L'ensemble a alors une forme de champignon (cf Figure (3.1.a)). Pour des valeurs suffisantes du gradient de température ( $\Delta T > 8^\circ C$ ) j'ai observé que l'interaction de ces plumes entre elles et avec le reste de l'écoulement peut donner naissance à un tourbillon dont la durée de vie peut dépasser la dizaine de secondes. Nous verrons dans le chapitre 5 qu'une valeur typique de la durée de révolution d'un tourbillon est de  $0.1s$ . Un tourbillon durant plus d'une seconde effectue ainsi, en moyenne, plus d'une dizaine de révolutions. La figure (3.1.b) montre un train de plumes ascendantes, se déplaçant le long de la base de la bulle et venant s'agglomérer en une seule grande plume de convection qui alimente un tourbillon. Nous avons souvent observé ce dernier mécanisme de formation de tourbillons mais nous ne prétendons pas que ce soit le seul. Nous avons également observé que la rencontre d'une plume ascendante et d'une plume descendante provenant de l'autre côté de la bulle, peut créer une zone de cisaillement, propice à la formation de tourbillon.



**FIGURE 3.1** – a ) Plumes thermiques à la base de la bulle. Les zones de recirculation de part et d'autre de la plume sont clairement visibles. b ) formation d'un tourbillon à l'extrémité d'une grande plume alimentée par des plumes plus petites

La trajectoire du centre de ce tourbillon est extraite de films vidéos.

Avant d'étudier l'influence de la rotation sur le mouvement de ces tourbillons nous avons cherché à savoir comment varie leur nombre et leur durée de vie avec la valeur du gradient de température imposé. Y a-t-il des conditions de température optimales pour leur formation? Cette première étude a été réalisée à l'aide de la caméra tri CCD avec le tunnel. Pour un gradient donné, 10 bulles sont produites et les tourbillons observés d'un seul côté de la bulle sont recensés et leur durée de vie mesurée. Ici on n'a comptabilisé que les enroulements durant plus de 0.2 s soit 5 images au minimum. La figure (3.2) présente les résultats obtenus pour quatre gradients de température différents, sous forme d'histogrammes des populations de tourbillons en fonction de leur durée de vie. Plus de 80% des tourbillons produits ont une durée de vie inférieure à 3s. Les événements rares, de durée de vie plus longue que 3s, sont plus favorablement obtenus pour une température du thermostat de 55.7°C. Leur ratio passe par un maximum ainsi que la valeur moyenne de la durée de vie,  $\langle t \rangle$ , des tourbillons qui est dominée par les événements courts. On observe cependant des tourbillons de longue durées de vie même pour le dernier cas



**FIGURE 3.2** – Influence du gradient de température sur la durée de vie des tourbillons.  $T$  : température du bain thermostaté,  $\Delta T$  : gradient de température,  $N_{total}$  : nombre total de tourbillons recensés sur dix bulles,  $N_{>3s}$  : nombre de tourbillon de durée de vie supérieure à 3s entre parenthèse est indiqué le ratio  $\frac{N_{>3s}}{N_{total}}$

pour lequel  $\Delta T = 31^\circ\text{C}$ . Cette première étude nous permet donc de choisir une gamme de gradient de température entre  $20^\circ\text{C}$  et  $30^\circ\text{C}$  pour optimiser la formation de tourbillons de durée de vie longue.



## 3.2 Durée de vie en rotation

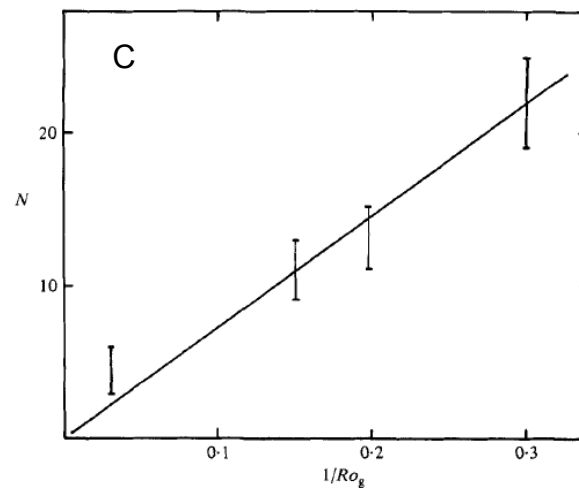
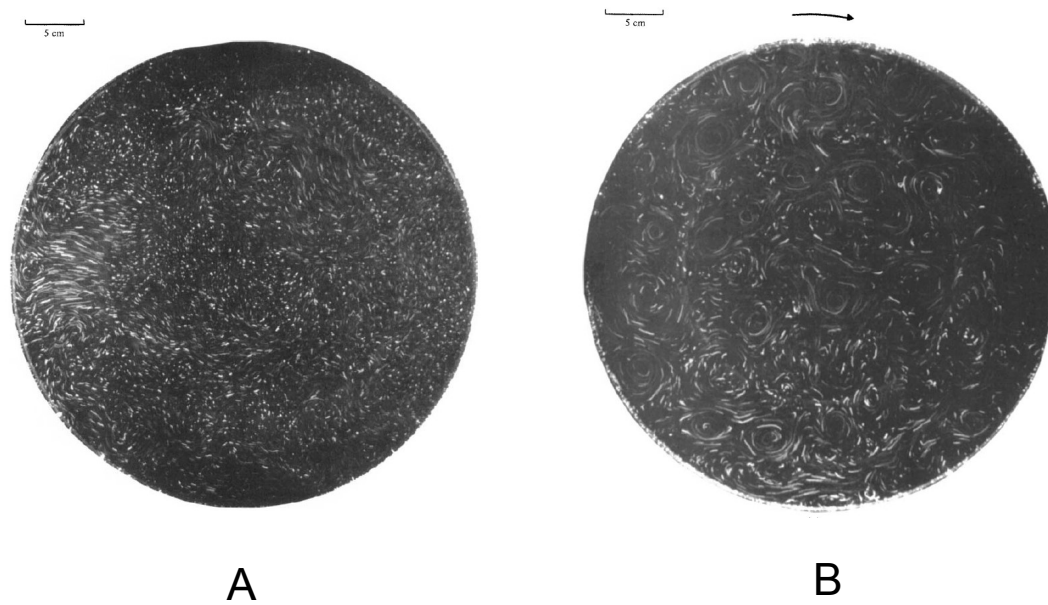
Comment varie la durée de vie avec la rotation ? La rotation aura-t-elle tendance à favoriser ou à empêcher la formation de tourbillons ? Comment varie le nombre de tourbillons formés avec la rotation de la bulle ?

Hopfinger, Browand et Gagne [37], ont déjà apporté des éléments de réponses à ces interrogations, mais dans le cas d'une turbulence tridimensionnelle, forcée par une grille oscillante, dans une cuve cylindrique en rotation. La figure (3.3) extraite de cet article, illustre l'augmentation du nombre de tourbillons avec la rotation. Deux photographies de l'écoulement, par traces de particules, montrent dans un cas (3.3.A), l'absence de tourbillons quand la cuve ne tourne pas et dans l'autre cas (3.3.B), l'apparition de tourbillons dans tout l'écoulement quand la cuve tourne à  $1\text{tour}/s$ . La Figure (3.3.C) indique que le nombre de tourbillons produits dépend linéairement de l'inverse du nombre de Rossby. Le nombre de Rossby de grille qu'ils utilisent est défini comme le rapport entre la fréquence  $n$ , d'oscillation de la grille et le facteur de Coriolis  $2\Omega$  soit  $R_{Og} = \frac{n}{2\Omega}$  (Cela sous-entend que l'échelle de longueur caractéristique utilisée ici est l'amplitude des oscillations de la grille). Ils rapportent également la décroissance du nombre de tourbillons anticycloniques avec la rotation à fréquence d'oscillation de grille fixée. De même à rotation fixée ce nombre de tourbillons anticycloniques décroît si on diminue la fréquence des oscillations de la grille. Notre dispositif expérimental nous permet de répondre à ces mêmes interrogations. Mais rappelons que contrairement aux tourbillons précédents de Hopfinger, Browand et Gagne [37], les nôtres sont quasiment bidimensionnels et issus d'un écoulement turbulent généré aléatoirement par thermoconvection, en géométrie hémisphérique dans une demi-bulle de savon. Les populations de tourbillons pour différentes vitesses de rotation de la bulle ont été étudiées, pour un seul gradient de  $20^\circ\text{C}$ .

Pour chaque vitesse de rotation, nous avons soufflé cinq bulles à la suite puis recensé et mesuré la durée de vie de chaque tourbillon. Pour cette étude la cadence d'acquisition est de 50 images/s. La résolution temporelle de la caméra est ici deux fois plus importante que dans l'étude du paragraphe précédent. On améliore ainsi, la détection du début et de la fin d'un enroulement définissant un tourbillon. Seuls les enroulements durant plus de cinq images, soit  $0.1s$ , ont été comptabilisés ici. Indiquons qu'une durée typique de révolution d'un tourbillon est de  $0.1s$  (cf Chapitre 5). La durée de vie d'un tourbillon est mesurée à deux images près correspondant à l'incertitude de détection du début et la fin soit  $0.04s$  près.

La caméra est placée devant la bulle et inclinée de 25 degrés par rapport à l'horizontale ce qui permet d'avoir une vue plongeante de la bulle et d'observer aussi ce qui se produit au pôle. Des observations préliminaires ont montré, en effet, qu'une part importante des tourbillons se formait aux hautes latitudes.

Les figures 3.4 et 3.5 présentent, comme précédemment les histogrammes des populations



**FIGURE 3.3** – Influence de la rotation de la bulle sur le nombre de tourbillons extrait de [37]. Photographies par traces de particules sans rotation en A) et sous rotation en B) (la cuve cylindrique effectue un tour par seconde) L'écoulement est vu de dessus selon une section de la cuve à 30cm de la grille oscillante générant la turbulence. C) Nombre de tourbillons en fonction de l'inverse du nombre de Rossby de grille.

de tourbillons en fonction de leur durée de vie. La durée de vie moyenne d'un tourbillon reste sensiblement constante et égale à environ  $1s$  pour des vitesses de rotation de la bulle inférieures à  $1.4 Hz$ . Puis elle chute à partir de  $1.6 Hz$ . Les valeurs les plus probables des distributions obtenues restent comprises entre  $0.5s$  et  $1s$ . On remarque que pour des vitesses de rotation entre  $0.2 Hz$  et  $1 Hz$ , à l'exception toutefois de  $0.6 Hz$ , la mise en rotation de la bulle accroît le nombre de tourbillons et la durée de vie moyenne en favorisant les évènements longs. Toutefois au delà de  $1.2 Hz$  la population et la durée de vie moyenne des tourbillons décroissent. Nous présentons sur la Figure (3.6) l'évolution du nombre moyen de tourbillons évalué sur cinq bulles en fonction de l'inverse du nombre de Rossby. Pour rappel, ce dernier est calculé en prenant pour valeur caractéristique de la vitesse  $U = \sqrt{\alpha\Delta T g R}$  qui est l'ordre de grandeur de la vitesse d'ascension par convection ( $U \sim 4cm/s$  pour  $\Delta T = 20^\circ C$  et  $U \sim 2cm/s$  pour  $\Delta T = 8^\circ C$ ). Donc  $Ro = \frac{U}{2\Omega R} = \frac{1}{2\Omega} \sqrt{\frac{\alpha\Delta T g}{R}}$ . Les barres d'incertitude correspondent à l'écart-type des distributions du nombre de tourbillons sur les cinq bulles. Cette courbe appelle cependant quelques remarques. Le nombre de bulle ici, a été fixé à 5 pour limiter le temps de comptage manuel des tourbillons. Pour obtenir une meilleure convergence de ce nombre moyen de tourbillons par bulle, le nombre de bulles sur lequel le comptage a été effectué, doit être augmenté. On peut se demander si la faible valeur obtenue à  $\Omega = 0.6Hz$  est fortuite et due à cinq réalisations où le nombre de tourbillons est resté faible et si cinq autres réalisations n'auraient pas donné des nombres plus élevés. A ces restrictions près, ces données permettent tout au plus de conclure à une inhibition de la production de tourbillons à forte rotation  $Ro < 0.12$ . Nous ne pouvons conclure avec certitude sur l'augmentation de la production de tourbillon avec la rotation pour  $Ro > 0.12$ . Nous n'avons pas connaissance de résultats similaires où la rotation empêche la formation de tourbillons.

### 3.3 Sens de rotation des tourbillons et sens de rotation de la bulle

Nous avons commencé à donner des éléments de réponse à la question concernant l'influence du sens de rotation de la bulle sur le sens de rotation d'un tourbillon de la bulle. La sélection des tourbillons cycloniques par rapport aux anticycloniques est un aspect générique des écoulements sous rotation et a déjà été observé expérimentalement et étudié théoriquement [39, 52, 80, 46, 62]. Les arguments avancés pour expliquer la déstabilisation des tourbillons anticyclonique sont tous de nature tridimensionnelle.

Les premiers films de tourbillons réalisés à l'aide du montage de F. Seychelles montraient des tourbillons de longue durée de vie ( $> 5s$ ) qui tournaient toujours dans le même sens (antihoraire). On se demande alors pourquoi, en l'absence de rotation de la bulle, les tourbillons de longue durée de vie ont toujours le même sens de rotation ? Il nous est apparu

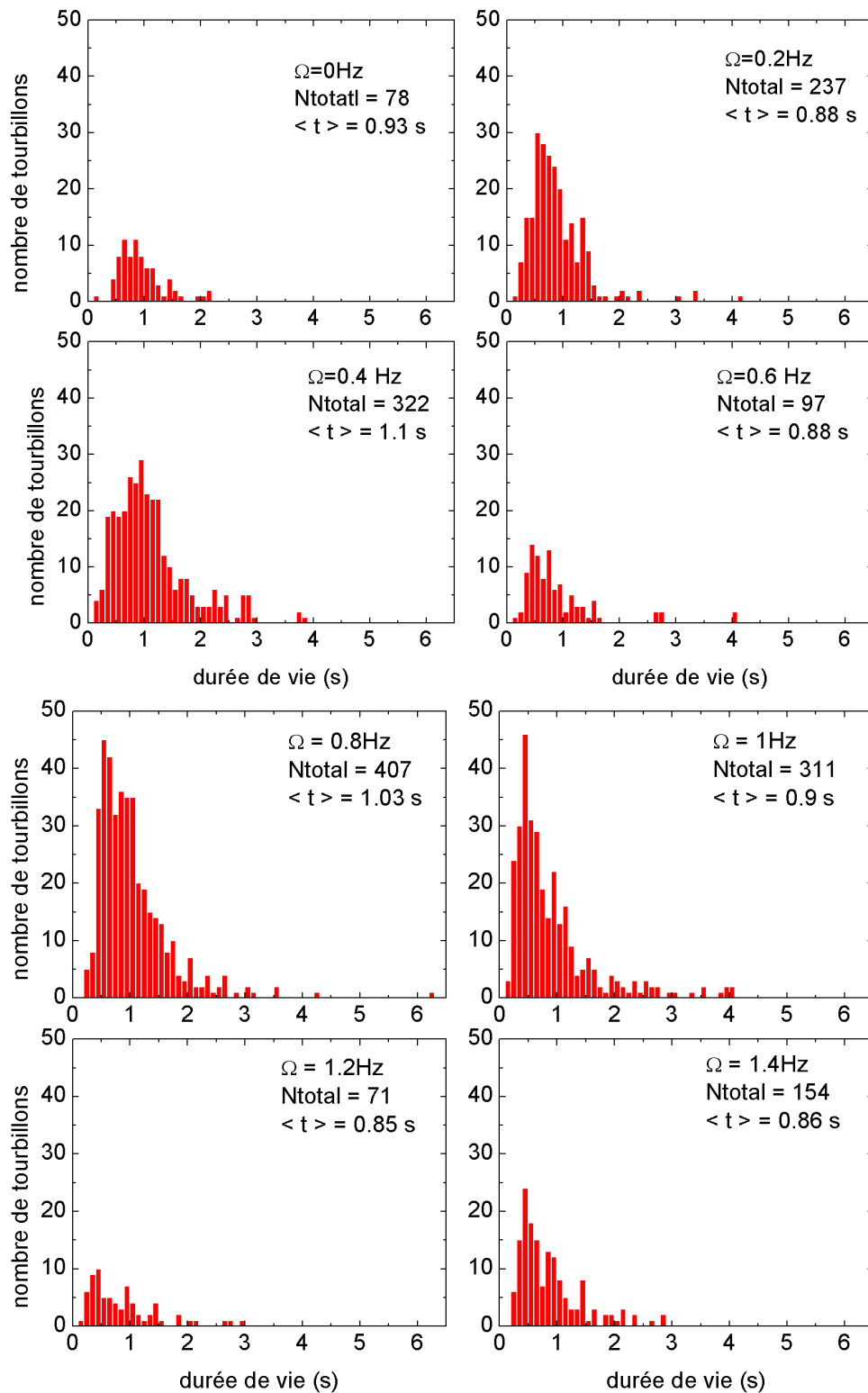
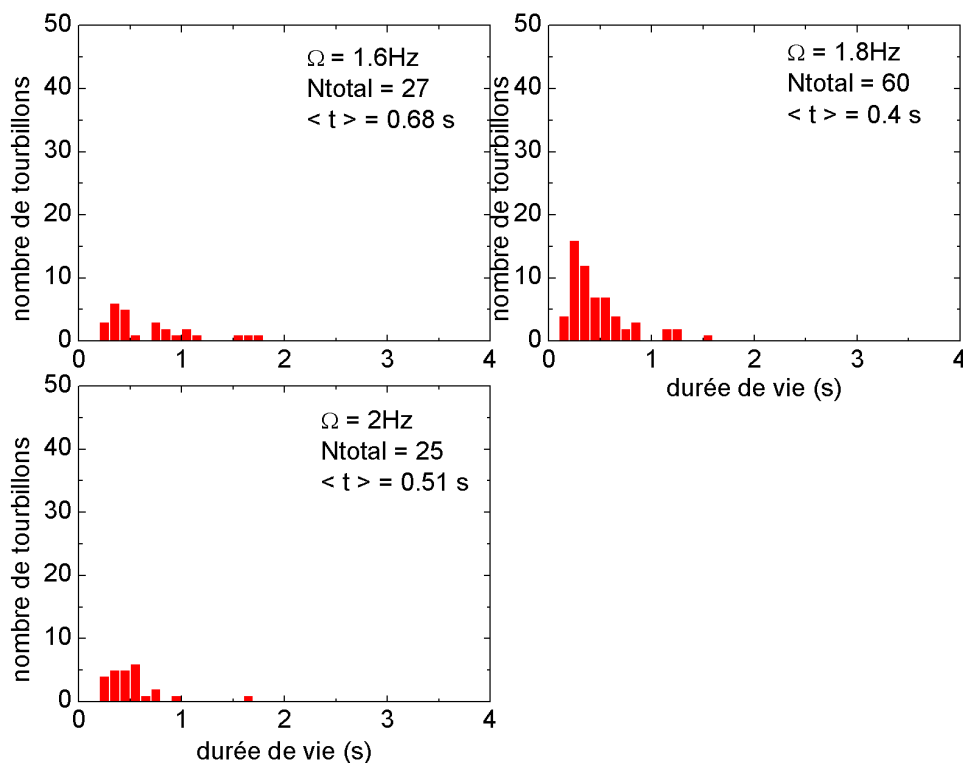
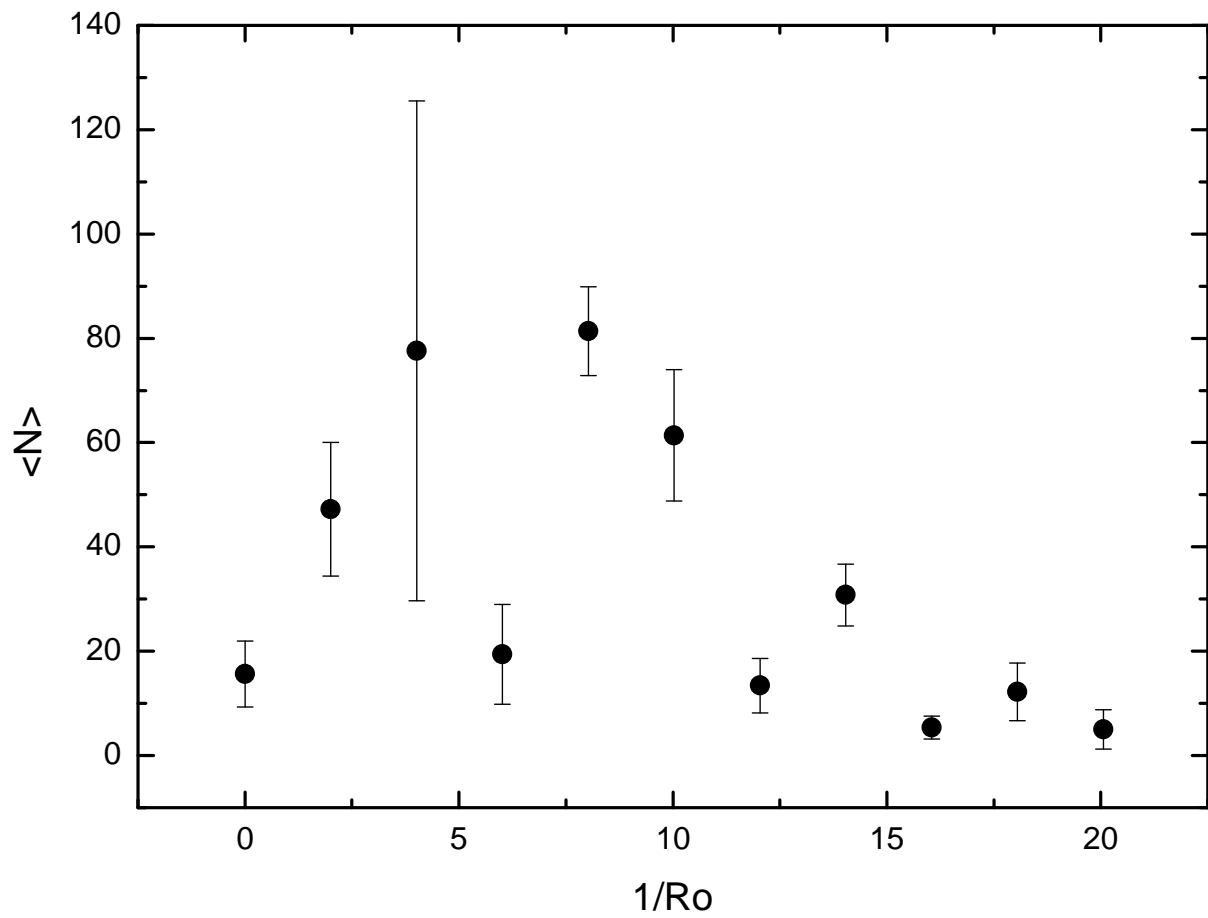


FIGURE 3.4 – Influence de  $\Omega$ , la vitesse de rotation de la bulle sur le nombre de tourbillons et leur durée de vie,  $N_{total}$  : nombre total de tourbillons sur cinq bulles,  $\langle t \rangle$  : durée de vie moyenne



**FIGURE 3.5** – Influence de la vitesse de rotation de la bulle sur le nombre de tourbillons et leur durée de vie,  $N_{total}$  : nombre total de tourbillons sur cinq bulles,  $\langle t \rangle$  : durée de vie moyenne

que dans la majorité de ces cas, le tourbillon se forme au sommet d’une grande plume de convection. Elle même, est formée par accumulation de plumes plus petites, circulant le long de la base de la bulle dans le sens antihoraire. Le sens du vent de plumes à la base de la bulle fixerait-il le sens de rotation du tourbillon ? Qu’est ce qui détermine le sens de ce vent de plumes en l’absence de rotation de la bulle ? Nous avons remarqué que la grande plume de convection sur tous nos films se forme dans la zone du canal près des deux tuyaux d’arrivée et d’évacuation de l’eau chaude. Cette zone, suivant les valeurs de température de thermostat employées, peut présenter  $1^\circ\text{C}$  de plus que la zone diamétralement opposée. La cellule présente alors un léger gradient horizontal pouvant être à l’origine des vents de plumes observés. Sur tous ces films réalisés avec une caméra et le tunnel, on ne visualise qu’un côté de la bulle et les tuyaux sont à droite. Les vents de plumes observés se déplacent donc toujours de gauche à droite sur ces films donc dans le sens antihoraire. Il s’ensuit une remontée du flot au niveau de la grande plume et une descente du côté diamétralement opposé. Nous n’avons pas fait de film, en plaçant les tuyaux à gauche, pour voir si les sens des vents de plumes et de rotation des tourbillons s’inversent de l’autre côté de la bulle. Avant de nous apercevoir de l’influence possible de ces gradients de température horizontaux, nous avons repris cette étude mais avec le nouveau montage sous rotation. Mais nous avons employé trois caméras permettant des prises de vue de la bulle décalées de  $120$  degrés l’une de l’autre. Nous pouvions ainsi



**FIGURE 3.6** – Nombre moyen de tourbillons par bulles en fonction de  $\frac{1}{Ro}$ . La barre d'erreur correspond à l'écart type des distributions présentées aux figures 3.4 et 3.5

	tourbillons anticycloniques	tourbillons cycloniques
sans rotation	40	40
avec rotation $v = -0.1 \text{tour.s}^{-1}$	6	60
avec rotation $v = +0.1 \text{tour.s}^{-1}$	23	86

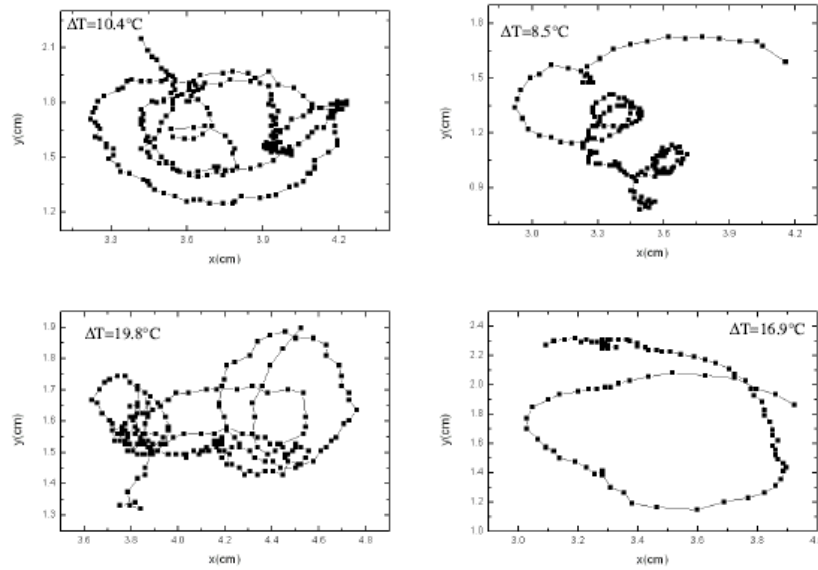
**FIGURE 3.7** – Nombres de tourbillons cycloniques et anticycloniques recensés sur 7 bulles à 0  $\text{tour/s}$ , 8 bulles à  $-0.1 \text{tour/s}$  et 5 bulles à  $0.1 \text{tour/s}$

visualiser toute la bulle. Nous avons recensé le nombre et la durée de vie des tourbillons ainsi que leur sens de rotation pour trois vitesses différentes de rotation de la bulle  $-0.1 \text{tour/s}$  (sens antihoraire),  $0 \text{tour/s}$  et  $0.1 \text{tour/s}$  (sens horaire). Nous avons soufflés le nombre de bulle requis pour avoir environ une centaine de tourbillons en tout.

Quand la bulle ne tourne pas il y a quasiment autant de tourbillons qui tournent dans le sens horaire que anti-horaire contrairement à ce que suggéraient les observations sur le premier montage avec une seule caméra. Le tableau (3.7) montre cette symétrie du sens de rotation des tourbillons quand la bulle ne tourne pas. Aucun sens de circulation préférentiel n'a été observé pour les déplacement des plumes à la base de la bulle. Par contre quand la bulle tourne, les plumes à sa base sont entraînées dans le même sens et les tourbillons tournent préférentiellement dans le même sens qu'elle. Il y a sélection des tourbillons cycloniques au détriment des tourbillons anticycloniques dans cette configuration hémisphérique quasi bidimensionnelle. La mise en rotation de la bulle provoque la rupture de la symétrie initiale cyclonique-anticyclonique, entre  $0 \text{tour/seconde}$  et  $0.1 \text{tour/seconde}$ , quelque soit le sens de rotation de la bulle. Nous n'avons pas repris systématiquement cette étude pour d'autres vitesses de rotation de la bulle. Nous pouvons cependant, indiquer que tous les tourbillons étudiés par la suite pour leur trajectoire ou intensité à différent taux de rotation étaient tous des évènements longs ( $> 1s$ ) et cycloniques.

### 3.4 Loi de puissance du déplacement quadratique moyen et rotation

Les trajectoires de tourbillons étudiés par Seychelles et al.(cf Figure 3.8) semblent présenter une part aléatoire. On peut se demander comment la trajectoire du tourbillon est modifiée par l'écoulement environnant ? La notion de déplacement quadratique moyen, centrale dans l'étude de la diffusion et du mouvement Brownien, nous vient à l'esprit pour caractériser cette part d'aléa. Le déplacement quadratique moyen est lié à l'aire moyenne explorée par le tourbillon au cours du temps. Si cette aire croît proportionnellement au temps alors le mouvement est dit diffusif ou Brownien, si elle croît proportionnellement au temps élevé à un exposant inférieur à 1 le mouvement est dit sous diffusif et si l'exposant est supérieur à 1 le mouvement est dit super-diffusif. A partir d'un film du mouvement



**FIGURE 3.8** – Trajectoires de tourbillons pour différents gradients de température. D’après F. Seychelles [75]

d’un tourbillon, contenant  $N$  images on peut faire un suivi de trajectoire et obtenir les traces temporelles  $X_i, Y_i, i = 1, 2, \dots, N$  des coordonnées du centre du tourbillon. On peut également l’écrire sous la forme  $X(t), Y(t)$  avec  $t = i\Delta t$  et  $i = 1, 2, \dots, N, \Delta t$  étant le pas de temps entre images dépendant de la cadence vidéo de la caméra. On peut alors calculer le déplacement quadratique moyen en  $X$  et  $Y$  du centre du tourbillon selon les formules :

$$\sqrt{\langle \Delta x^2(k) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (x(i+k) - x(i))^2}, \quad (3.1)$$

avec  $k = 1, 2, \dots, N - 1$

$$\sqrt{\langle \Delta x^2(t) \rangle} = \sqrt{\langle (x(t'+t) - x(t'))^2 \rangle} \quad (3.2)$$

avec  $t = k.\Delta t$  et  $t' = i.\Delta t$

L’opération de moyenne  $\langle . \rangle$  est ici temporelle.

Les trajectoires de tourbillons ont été étudiées pour une bulle sans rotation par F. Seychelles qui a montré que le déplacement quadratique moyen obéissait à une loi de puissance en temps [75]. En première approximation elle a traité la trajectoire dans un plan en coordonnées cartésiennes. La loi de puissance découverte s’écrit :

$$\langle \Delta x^2(t) \rangle = A_c \left(\frac{t}{t_c}\right)^\alpha \quad (3.3)$$

$x$  peut être l’abscisse ou l’ordonnée si l’approximation plane est vérifiée ou alors dans le

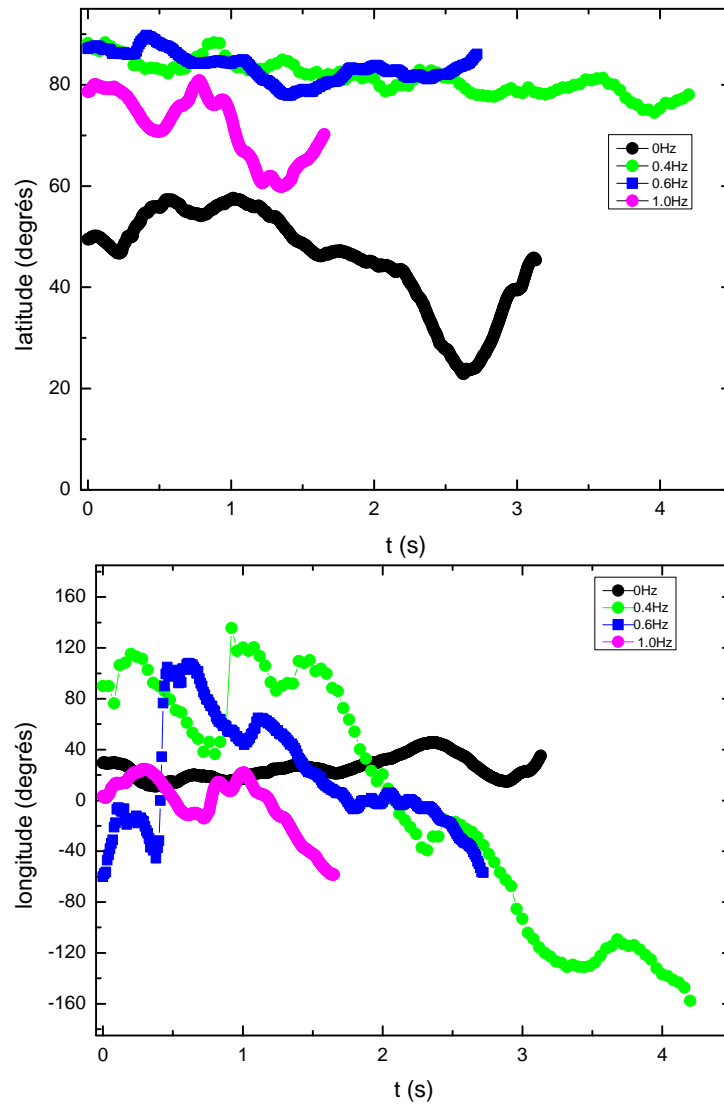


cas plus général il s'agira de la latitude ou la longitude. La méthode de détermination de la longitude et de la latitude à partir des images vidéo est exposée en Annexe(A.)

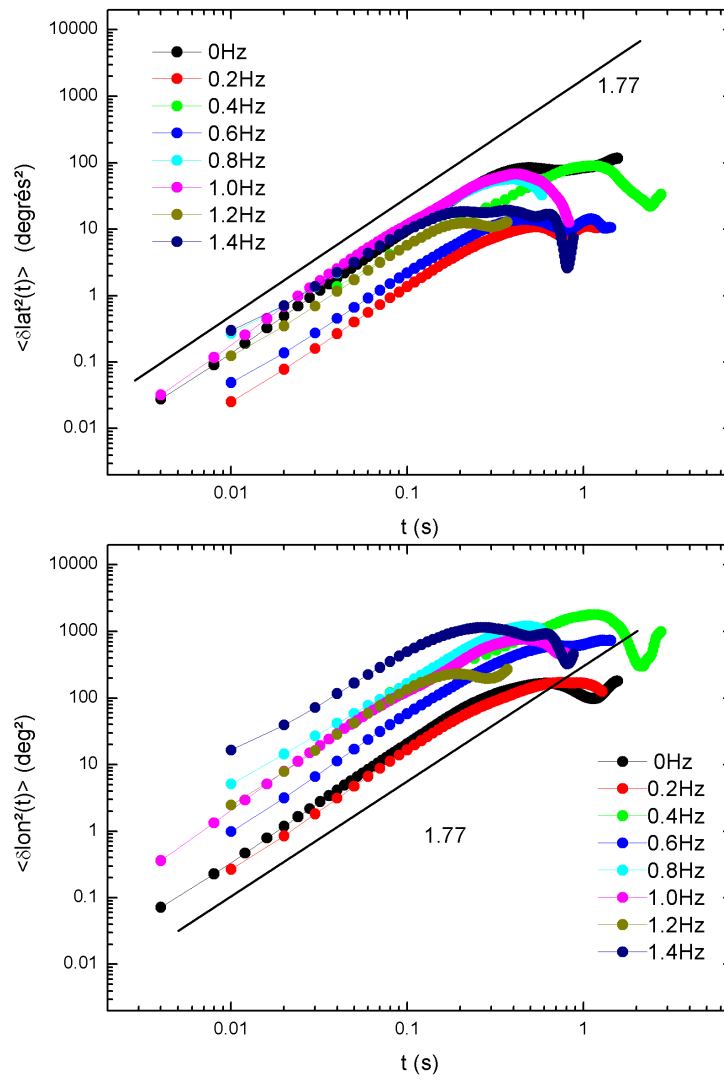
$A_c$  est une aire caractéristique et  $t_c$  une durée caractéristique. Pour une aire caractéristique fixée,  $t_c$  est une indication de la rapidité avec laquelle le tourbillon diffuse. Un tourbillon diffuse d'autant plus rapidement que  $t_c$  est court. La valeur de l'exposant  $\alpha$  indique si le mouvement est brownien ( $\alpha = 1$ ), sous diffusif ( $\alpha < 1$ ) ou super-diffusif ( $\alpha > 1$ ). Pour différentes valeurs de concentrations en savon et différents gradients de température F. Seychelles a montré que  $\alpha \approx 1.6$ . Des simulations numériques s'intéressant à la diffusion anormale de tourbillons bi-dimensionnels, ont déjà mis en évidence l'existence de cette loi de puissance avec un exposant de 1.7, [41, 84]. L'étude de l'influence de la rotation sur cette loi de puissance a été effectuée au début du travail de thèse avec la caméra tri CCD à 25 images/s. Pour réaliser le calcul de déplacement quadratique selon la formule (3.2) il nous faut des films de plus de cinquante images. Les tourbillons qui nous ont intéressés sont donc ceux qui durent plus de 2 secondes. Lorsque nous avons réalisé des films avec la caméra rapide à 250 images/s on a conservé les films durant plus de 0.8 seconde soient 200 images. Pour des vitesses de rotation de la bulle comprises entre 0 et 1.4 tours/s, trois tourbillons ont été suivis. Sur la figure (3.9) nous présentons des traces temporelles de la latitude et la longitude. Nous ne présentons qu'un tourbillon par vitesse de rotation de la bulle, pour quatre vitesses de rotation de la bulle différentes. Les latitudes supérieures à 60 degrés semblent être explorées préférentiellement. On remarque que les variations de la longitude sont beaucoup plus importantes que celle de la latitude. On remarque que sous rotation, on a une décroissance de la longitude qui indique un mouvement du tourbillon de la gauche vers la droite de l'image. Cela correspond au sens de rotation de la bulle. Ceci est dû à une dérive du tourbillon, entraîné par le fluide environnant, en mouvement de rotation moyen avec la bulle.

Le calcul des déplacements quadratiques moyens ont été effectués sur des signaux dont on a retranché le mouvement de dérive moyenne mentionnés ci-dessus. Une régression linéaire du signal lui est donc, soustraite quand il présente une dérive moyenne. L'évolution des déplacements quadratiques moyens en longitude et latitude sont présentés en Figure (3.10). On remarque que le comportement en loi de puissance reste valide sur l'intervalle de temps [0.004 s, 0.2 s], soit environ deux décades, pour une valeur d'exposant de  $\alpha \sim 1.7$ . Pour chaque tourbillon l'amplitude du déplacement quadratique moyen en longitude est supérieur à celui en latitude indiquant une anisotropie. Les fluctuations en longitude sont systématiquement supérieures à celles de la latitude. On peut définir  $t_c$  la durée caractéristique de la loi de puissance comme la durée pour explorer une aire moyenne de 10 degrés<sup>2</sup>. On la mesure ensuite sur chaque trace du déplacement quadratique en longitude et latitude pour les trois tourbillons de chaque vitesse de rotation.

La figure (3.11) met en évidence la variabilité de  $t_{clat}$ ,  $t_{clon}$  suivant le tourbillon, à vitesse de rotation de la bulle fixée, ainsi qu'une variabilité en fonction de cette vitesse



**FIGURE 3.9** – Traces temporelles typiques des latitudes et longitude du centre de tourbillon suivis à différentes vitesses de rotation de la bulle.



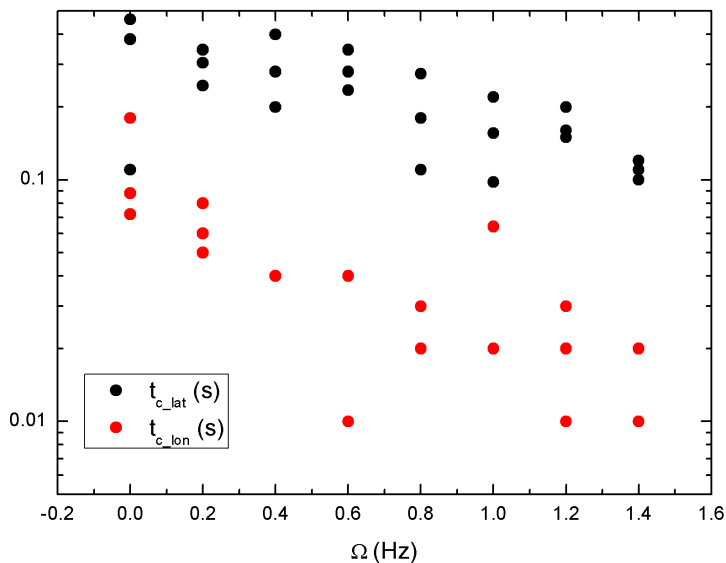
**FIGURE 3.10** – Déplacement quadratique de la latitude et la longitude de tourbillons à différentes vitesses de rotation de la bulle.

de rotation de bulle. Pour savoir si les deux paramètres libres de la loi de puissance  $\alpha$  et  $t_c$  ont, chacun, une valeur moyenne bien déterminée, il faudrait pour chaque vitesse de rotation suivre une cinquantaine de tourbillon voire une centaine, puis déterminer les distributions des valeurs de  $t_{clat}$ ,  $t_{clon}$ ,  $\alpha_{lat}$  et  $\alpha_{lon}$ . Le suivi du centre du tourbillon étant difficile à automatiser, il a été effectué en pointant manuellement la position de centre du tourbillon à l'aide d'un logiciel de traitement d'images.

La figure (3.12) présente la superposition des courbes de déplacements quadratiques moyen normalisés pour différents tourbillons à différentes vitesse de rotation de la bulle. Les déplacements quadratiques moyens ont été normalisés par  $A_c = 10 \text{ degrés}^2$  et les temps par les  $t_{clat}$  ou  $t_{clon}$  correspondants. Cela permet de conclure à la robustesse de la valeur de l'exposant de la loi de puissance avec la rotation. Les valeurs des durées caractéristiques  $t_{clat}$  et  $t_{clon}$  sont mesurées pour trois tourbillons typiques et ont tendance à diminuer avec la rotation, semblant indiquer qu'aux temps courts les fluctuations de la position du tourbillon sont exacerbées à mesure que la vitesse de rotation de la bulle augmente. Cependant pour savoir si le tourbillon est confiné ou s'il explore des aires toujours plus grandes, il faut connaître le comportement du déplacement quadratique moyen aux temps longs. S'il atteint une valeur limite, le tourbillon est confiné et il suffit alors de comparer les valeurs limites en fonction de la vitesse de rotation de la bulle. Les traces temporelles que nous avons recueillies sont souvent trop courtes pour atteindre un plateau bien défini et effectuer cette comparaison. Une autre approche de cette question du confinement consiste à considérer les écarts types des latitudes explorées par tourbillons, puis d'en prendre la moyenne pour chaque valeur de vitesse de rotation de la bulle.

La figure (3.13.a) indique les latitudes explorées par trois tourbillons quand la rotation augmente. On observe une exploration préférentielle des latitudes polaires quand la bulle tourne plus vite. La rotation localise la trajectoire des tourbillons autour du pôle. Des simulations numériques, [12], d'écoulements turbulents sur une sphère tournante ont indiqué une tendance des tourbillons à migrer vers les régions polaires. Notre expérience semble en accord avec ces résultats numériques bien qu'ils ont été obtenus sans convection thermique, présente, par contre, dans notre bulle.

Si on considère de plus l'évolution avec la rotation des moyennes d'écart-types des latitudes explorées par trois tourbillons (cf Figure (3.13).b), on observe une diminution de ces moyennes entre  $0 \text{ Hz}$  et  $1 \text{ Hz}$  puis à nouveau une augmentation entre  $1.2 \text{ Hz}$  et  $1.4 \text{ Hz}$ . Ces résultats ne nous permettent pas de conclure clairement sur l'effet de confinement de la rotation et doivent être complétés en récoltant et analysant plus de trajectoires de tourbillons. Tout au plus, nous pouvons affirmer une localisation des tourbillons au pôle et un confinement de leur trajectoire avec la rotation entre  $0 \text{ Hz}$  et  $1 \text{ Hz}$ .

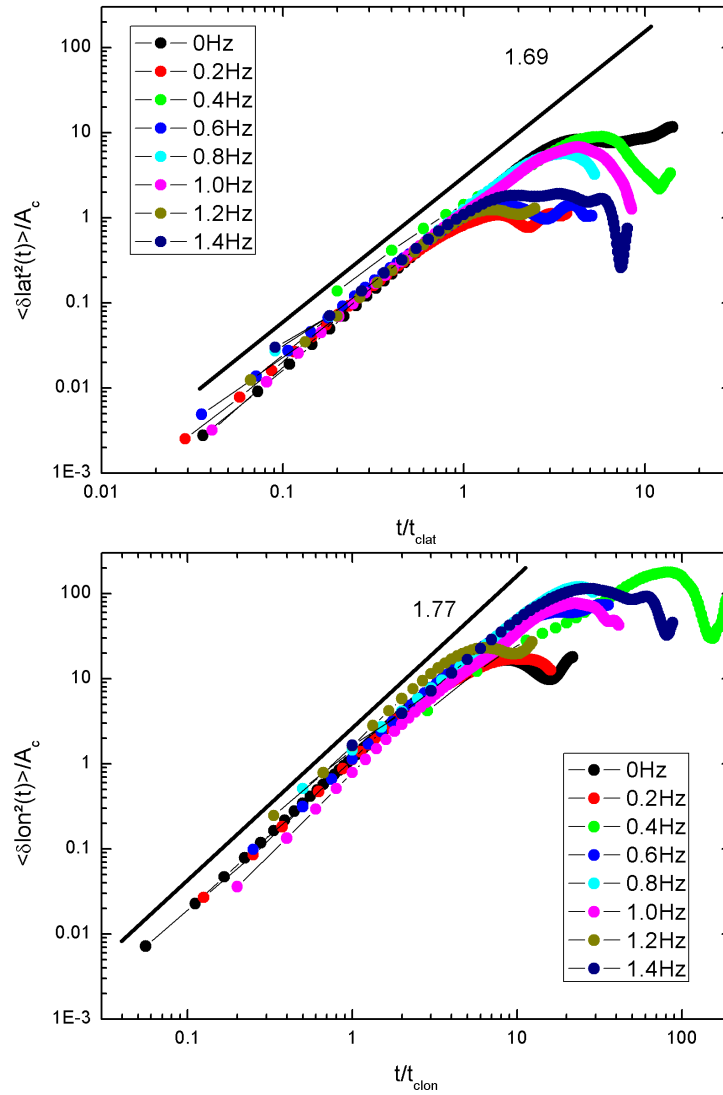


**FIGURE 3.11** – Influence de la rotation sur les durées caractéristiques de la loi de puissance en latitude et longitude pour trois tourbillons en fonction de la vitesse de rotation de la bulle.

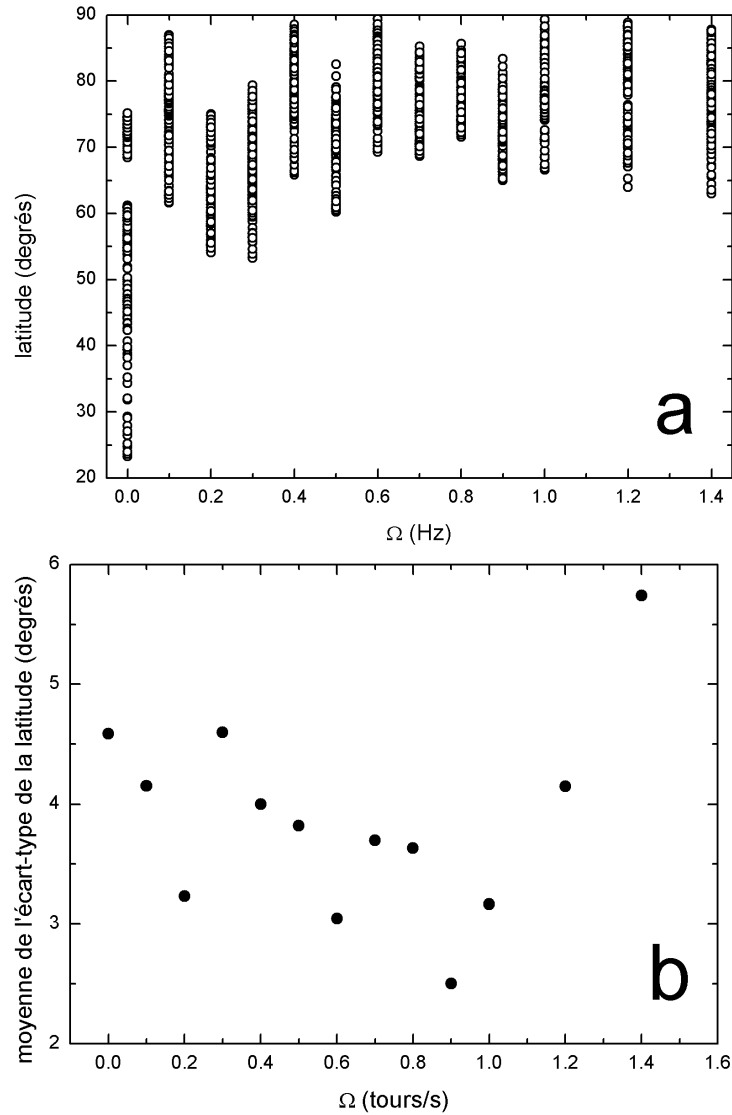
### 3.5 Conclusion

L'étude de l'influence de la rotation sur les propriétés générales d'un tourbillon généré par thermoconvection dans la demi-bulle a montré que :

- le nombre de tourbillons et leur durée de vie passent par un optimum. Au delà d'une vitesse de rotation de la bulle de 1 tour/s la rotation inhibe la production de tourbillons,
- les tourbillons tournent préférentiellement dans le même sens de rotation que celui de la bulle,
- la loi de puissance temporelle du déplacement quadratique moyen découverte pour une demi-bulle statique dans des travaux précédents reste valable sous rotation. Les exposants moyens de cette loi de puissance sous rotation sont  $\alpha_{lat} = 1.6$  et  $\alpha_{lon} = 1.5$ . Les distributions des valeurs d'exposants et de durées caractéristiques doivent être complétées. Les premiers résultats ici indiquent une décroissance des durées caractéristiques aux temps courts ( $< 0.1s$ ). Cela signifie qu'aux temps courts les amplitudes des fluctuations de la latitude et la longitude augmentent avec la rotation.
- avec la rotation les tourbillons explorent préférentiellement les latitudes polaires, supérieures à 60 degrés et la trajectoire est d'autant plus confinée en latitude, pour des vitesses de rotation de la bulle comprises entre 0 Hz et 1.0 Hz.



**FIGURE 3.12** – Déplacements quadratiques moyens normalisés de la latitude et la longitude de tourbillons à différentes vitesse de rotation de la bulle. Un tourbillon par vitesse de rotation de la bulle a été représenté. Les déplacements quadratiques moyens ont été normalisés à  $10 \text{ degrés}^2$  et les temps par  $t_{clat}$  ou  $t_{clon}$



**FIGURE 3.13** – Influence de la vitesse de rotation de la bulle sur les latitudes occupées par les tourbillons a) latitudes explorées par trois tourbillons en fonction de la vitesse de rotation de la bulle b) Moyenne sur trois tourbillon des écarts types des latitudes explorées en fonction de la vitesse de rotation de la bulle. La ligne en pointillé sert de guide visuel.

# Chapitre 4

## Trajectoires de cyclones

L'observation des tourbillons dans la demi-bulle nous rappelle les images satellites des cyclones tropicaux de la Terre (cf Figure 4.1). F. Seychelles a commencé à établir un lien entre ces deux types de structures tourbillonnaires [75],[73]. Elle a montré sur une dizaine de cyclones que le déplacement quadratique moyen en longitude et latitude suit la même loi de puissance avec un exposant  $\alpha \approx 1.6$ . Après quelques généralités sur les cyclones et un rappel des résultats de F. Seychelles, nous montrons que la loi de puissance découverte pour le déplacement quadratique moyen, des tourbillons de la bulle, est valide sur un échantillon statistique significatif de cyclones terrestre. Elle permet, ainsi, un calcul simple des cônes de prévision de trajectoire de cyclone.

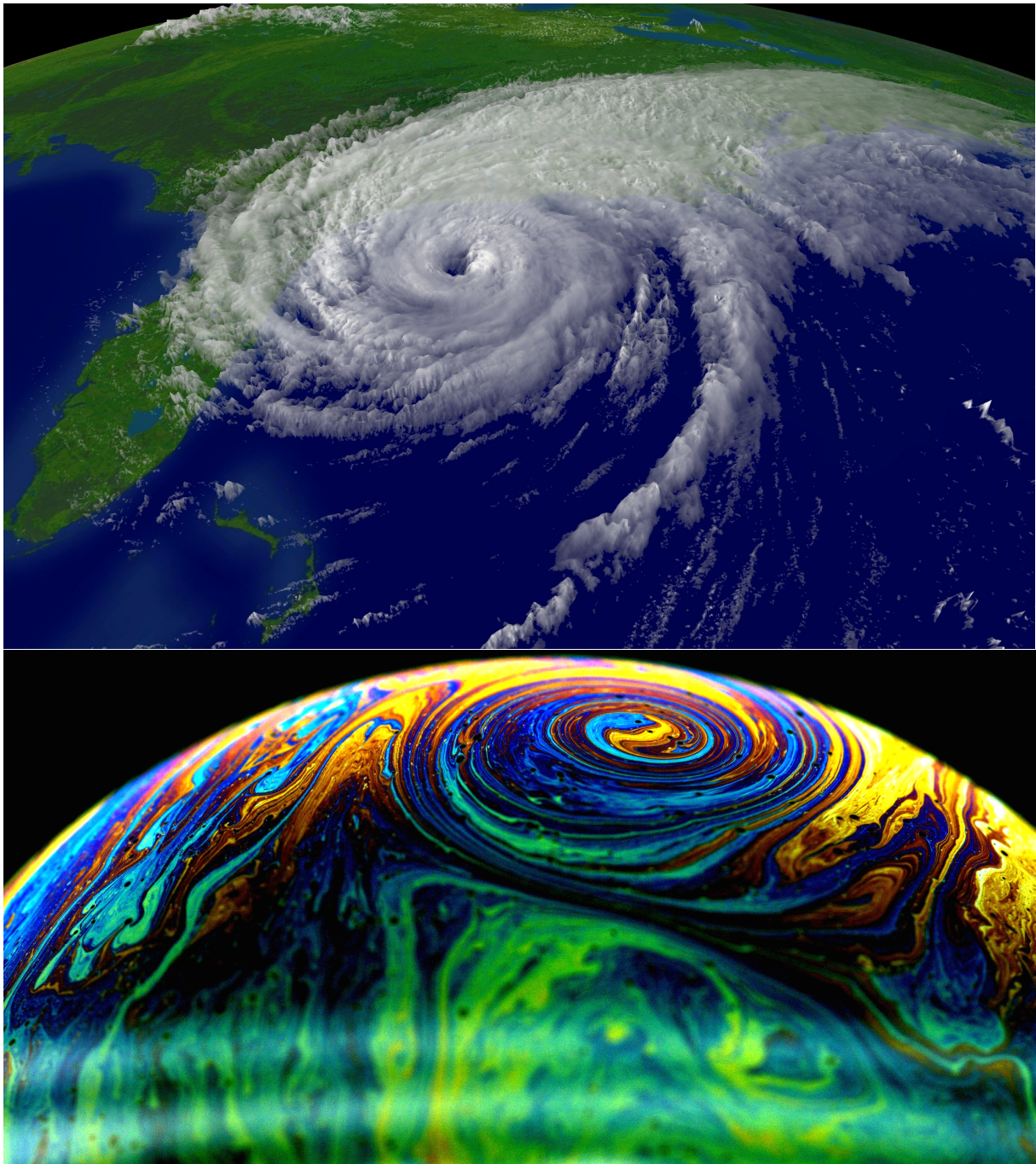
### 4.1 Généralités sur les cyclones tropicaux

Un cyclone est un système dépressionnaire d'échelle synoptique ( $1000km$ ) prenant naissance au dessus des eaux tropicales ou subtropicales et possédant une activité convective organisée et une circulation cyclonique plus intense en surface qu'en altitude. Ils ne se forment pas n'importe où sur Terre car certaines conditions doivent être réunies pour leur genèse :

- une température de surface de la mer supérieure à  $26^{\circ}C$  sur une couche de 50m au moins de profondeur,
- un faible cisaillement vertical du vent horizontal dans toute la troposphère
- une perturbation atmosphérique pré existante,
- un mouvement moyen ascendant,
- une humidité marquée en moyenne troposphère,
- une latitude au delà de 5 degrés.

Parmi tous les éléments de prédictions d'un cyclone, la trajectoire a toujours été prioritaire pour des raisons évidentes. En effet si la prédiction de la future position du cyclone est fautive, toutes les autres prédictions comme la vitesse maximale des vents, les précipitations ou l'onde de tempête sont inutiles. Durant la dernière moitié du siècle dernier des





**FIGURE 4.1** – En haut : L'ouragan Floyd le 14 Septembre 1999 remontant la côte Est des USA avant son entrée dans les terres en Caroline du Sud. En bas : un tourbillon généré par thermoconvection dans une demi-bulle de savon en rotation. La bulle fait 10.8cm de diamètre, tourne à 0.2 tour/s et la différence de température entre sa base et son sommet est de 22°C

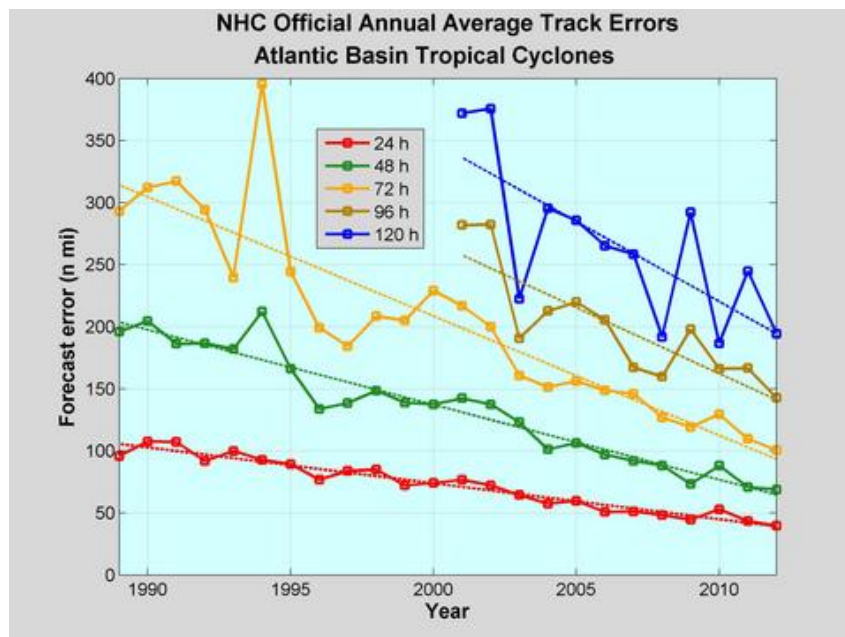
efforts ont été consacrés à l'amélioration de notre compréhension de processus physiques responsable de la trajectoire des cyclones. L'idée de base du mouvement des cyclones tropicaux est qu'ils sont entraînés par l'écoulement environnant comme une feuille morte flottant sur une rivière. Il faut en plus tenir compte de la rotation de la Terre et de la variation du paramètre de Coriolis avec la latitude qui introduit une déviation vers le pôle et vers l'ouest par rapport au flot environnant [9, 34].

Il existe plusieurs modèles de prévisions des trajectoires de cyclones [10]. Les modèles dit statistiques sont basés sur des hypothèses de climatologie et de persistance, d'autres dits dynamiques utilisent des modèles numériques de l'atmosphère.

CLIPER, [63], est un modèle statistique de référence qui sert à évaluer l'aptitude de modèles de simulation numérique de l'atmosphère et à améliorer la prédiction de trajectoire. Pour prédire la trajectoire du cyclone, CLIPER utilise des techniques de régression statistique basés sur des hypothèses climatologique (le cyclone en cours adoptera une trajectoire similaire aux cyclones passés dans la même zone et à la même époque de l'année) et de persistance (la trajectoire future du cyclone différera peu des instants précédents la prédiction).

Les modèles dits dynamiques, [10], utilisent des simulations numériques de l'atmosphère. Ces modèles peuvent être globaux ou régionaux, [32, 50]. Ils peuvent aussi différer les uns des autres par l'échelle de résolution, la méthode de maillage de l'atmosphère, la paramétrisation des processus physiques en dessous de l'échelle de résolution, comme la convection de cumulus ou l'échange d'énergie entre l'atmosphère et l'océan. L'assimilation des données mesurées sur l'atmosphère, permettant de faire la meilleure estimation de son état actuel peut également différer d'un modèle à l'autre. Pour un modèle régional, les conditions aux limites du domaine peuvent générer des ondes et des perturbations atmosphériques qui se propagent dans tout le domaine et faussent la prédiction au bout de 2–3 jours, pour un domaine de quelques milliers de kilomètres. Pour cette raison un modèle régional est toujours imbriqué dans un modèle global. La façon de générer les conditions aux limites du domaine va donc dépendre du modèle global choisi. Une autre caractéristique d'un modèle numérique est sa façon de palier l'absence de données satellites pour l'initialisation artificielle du cyclone, [31].

La prédiction d'ensemble [60, 6] est de plus en plus utilisée pour la prédiction de trajectoire de cyclones. Ces systèmes de prédiction mettent en oeuvre un modèle numérique de l'atmosphère et un ensemble de différentes conditions initiales sur l'état de cette atmosphère. Cet ensemble de conditions initiales, qui diffèrent peu les unes des autres, représente l'incertitude de notre connaissance de l'état initial de l'atmosphère. Une prédiction d'ensemble pour la trajectoire d'un cyclone, génère alors un ensemble de trajectoires différentes correspondant aux différentes conditions initiales. On peut alors, en extraire une trajectoire moyenne et une incertitude liée aux écarts entre trajectoires de l'ensemble prédit.



**FIGURE 4.2** – Evolution de l’erreur de prédiction de trajectoire, en milles nautiques, prédite par le National Hurricane Center au cours des deux dernière décennies.

Il existent également des méthodes de consensus de modèles dynamiques et/ou statistiques qui, pour prédire la trajectoire, utilisent des combinaisons linéaires des prédictions de plusieurs modèles.

L’ensemble de ces méthodes qu’elles soient statistiques, dynamiques, par consensus ou par prédiction d’ensembles ont permis de réduire l’incertitude de prédiction de la trajectoire pendant les quatre dernières décennies. Nous montrerons par la suite que l’incertitude de prédiction et le déplacement quadratique moyen des cyclones sont liés.

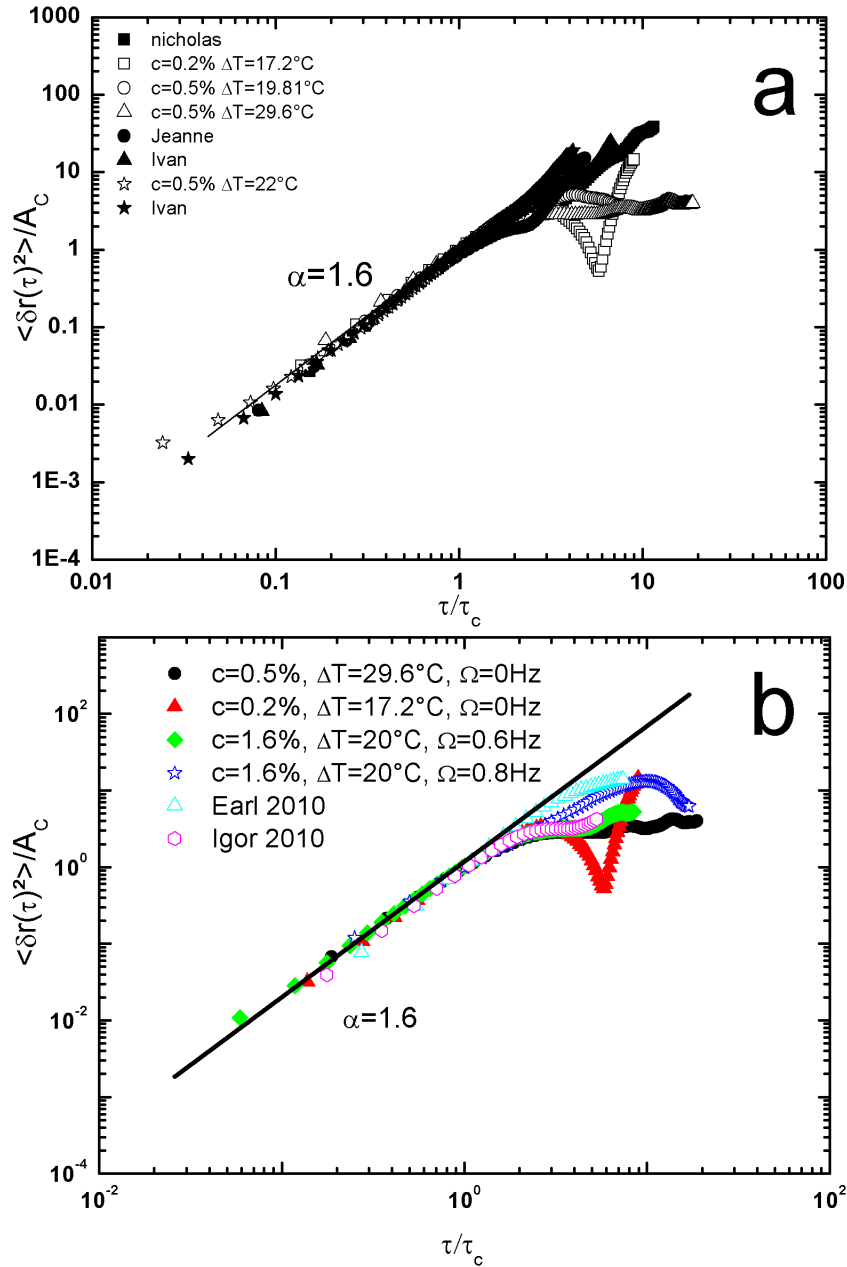
## 4.2 Analyse statistique de la validité de la loi de puissance temporelle du déplacement quadratique moyen des cyclones

Seychelles et al [75],[73], ont appliqué à une dizaine de cyclones terrestres la loi de puissance du déplacement quadratique moyen des tourbillons dans la bulle. Ils définissent le déplacement du cyclone par  $r = \sqrt{lat^2 + lon^2}$  où *lat* et *lon* sont respectivement la latitude et la longitude du centre du cyclone. Les déplacements quadratiques moyens des cyclones sont alors définis par  $\langle (r(t+\tau) - r(t))^2 \rangle$ . La figure (4.3) montre pour des cyclones et des tourbillons de la bulle, les déplacements quadratiques moyens normalisés par une aire  $A_c$  de référence, en fonction du temps normalisé par le temps de référence  $t_c$  correspondant. Différents cas de tourbillons de la bulle sont présentés pour différentes concentrations en savon, différents gradients de température et différentes vitesse de rotation de la bulle.

Ce graphe indique que les déplacements quadratiques de ces deux types de structures, tourbillons de la bulle et cyclones terrestres, suivent une même loi de puissance. C'est la superposition de ces premières courbes qui motive l'étude statistique plus étendue qui suit. Nous avons cherché à vérifier la validité de la loi de puissance découverte lorsqu'elle est appliquée aux cyclones terrestres sur un échantillon statistique plus grand.

Les trajectoires de 500 cyclones sur quatre bassins cycloniques (Atlantique, Pacifique Nord-Est, Pacifique Ouest et Hémisphère Sud) ont été analysées de la même façon que pour les tourbillons de la bulle.

Les données utilisées sont du type "best track" : à la fin de chaque saison cyclonique l'ensemble des données mesurées sur un cyclone (images satellite, images radar, mesures à l'aide de station embarquées sur des bouées ou mesures réalisées par avion lors d'un vol dans le cyclone... ) sont ré-analysées pour établir les meilleures estimations au cours de l'évolution du cyclone de sa position, la pression en son centre et de la vitesse maximale de ses vents. La figure (4.4) présente les données best-track du cyclone Irène de 2011 dans le bassin Atlantique. La première ligne, qui est une ligne de titre, indique l'identifiant, (AL092011), du phénomène dépressionnaire dans la base, le nom, (IRENE), du cyclone et le nombre, (39), de lignes qui suivent. Les deux premières colonnes donnent la date et l'heure. La troisième colonne indique sous la forme d'une lettre une particularité du Best track en cours (ex :L pour l'entrée dans les terres, W pour un maximum de vitesse des vents, P pour un minimum de pression, I pour un pic d'intensité à la fois en dépression et en vitesse des vents...). La quatrième colonne donne l'état du système dépressionnaire (TD pour tropical depression, TS pour tropical storm, HU pour hurricane...). Les cinquième et sixième colonnes donnent respectivement la latitude et la longitude du centre du cyclone. La septième colonne donne la vitesse de vent maximale en noeuds évalué sur une minute à une altitude de 10m. La huitième colonne donne le minimum de pression en bars. Les colonnes 9 à 12 donnent, en miles nautiques, le rayon maximal d'extension des vent à 34 noeuds respectivement dans les quadrants Nord-Est, Sud-Est, Sud-Ouest et Nord-Ouest. Les colonnes 13 à 16 donnent, en miles nautiques, le rayon maximal d'extension des vent à 50 noeuds respectivement dans les quadrants Nord-Est, Sud-Est, Sud-Ouest et Nord-Ouest. Les colonnes 17 à 20 donnent, en miles nautiques, le rayon maximal d'extension des vent à 64 noeuds respectivement dans les quadrants Nord-Est, Sud-Est, Sud-Ouest et Nord-Ouest. Les données pour l'Atlantique et le Nord Est Pacifique sont accessibles sur le site internet du National Hurricane Center (NHC) en Floride. Les données pour le Pacifique Ouest et l'Océan Indien peuvent être trouvées sur le site internet de Joint Typhoon Warning Center (JTWC) à Hawaii. L'ensemble des saisons cycloniques répertoriées dans ces bases de données jusqu'à 2011 ont été traitées. Ces bases réunissent dépressions, tempêtes tropicales et cyclones. Un premier tri a été effectué en ne retenant que les cyclones durant plus de 300 heures. On obtient 4 bases ATL, WP, NEP, SH correspondant respectivement aux bassins atlantique, pacifique ouest, pacifique nord est et à l'océan indien.



**FIGURE 4.3** – Déplacements quadratiques moyens normalisés de tourbillons de la bulle et de cyclones terrestres en fonction d'un temps normalisé. a) D'après F. Seychelles [75]  
 b) Superposition avec des tourbillons obtenus sous rotation de la bulle.  $c$  concentration volumique en savon,  $\Delta T$  gradient de température,  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle



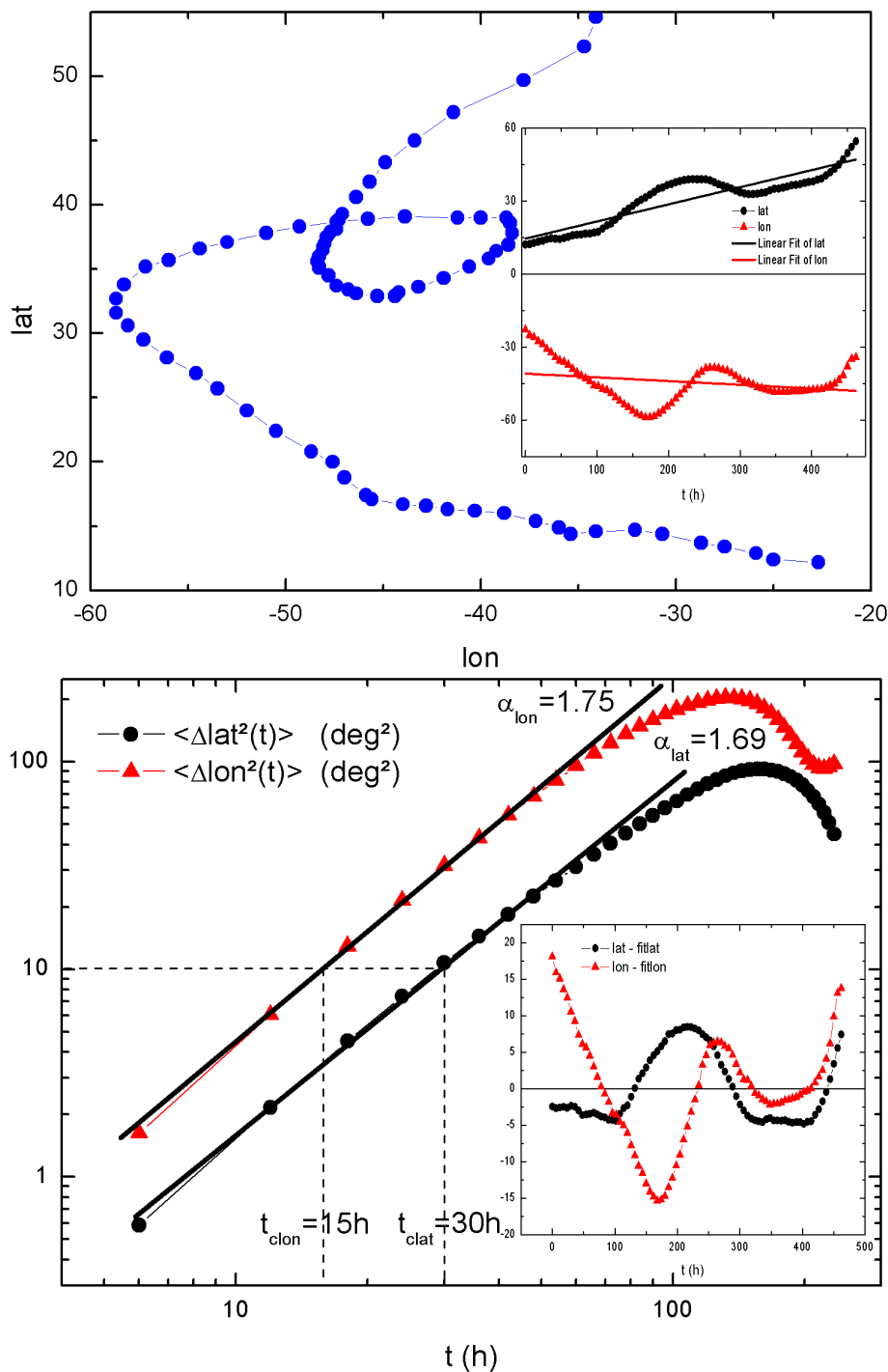
AL092011,		IRENE,	39,																
20110821, 0000,	, TS,	15.0N,	59.0W,	45,	1006,	105,	0,	0,	45,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,
20110821, 0600,	, TS,	16.0N,	60.6W,	45,	1006,	130,	0,	0,	80,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,
20110821, 1200,	, TS,	16.8N,	62.2W,	45,	1005,	130,	0,	0,	70,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,
20110821, 1800,	, TS,	17.5N,	63.7W,	50,	999,	130,	20,	0,	70,	30,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,
20110822, 0000,	, TS,	17.9N,	65.0W,	60,	993,	130,	30,	30,	90,	30,	0,	0,	30,	0,	0,	0,	0,	0,	0,
20110822, 0600,	, HU,	18.2N,	65.9W,	65,	990,	130,	60,	60,	90,	40,	25,	20,	35,	25,	0,	0,	0,	0,	0,
20110822, 1200,	, HU,	18.9N,	67.0W,	70,	989,	160,	60,	60,	90,	40,	25,	20,	35,	25,	0,	0,	0,	0,	0,
20110822, 1800,	, HU,	19.3N,	68.0W,	75,	988,	160,	60,	40,	90,	40,	30,	20,	35,	25,	0,	0,	0,	0,	0,
20110823, 0000,	, HU,	19.7N,	68.8W,	80,	981,	160,	70,	50,	100,	70,	30,	30,	70,	25,	0,	0,	35,		
20110823, 0600,	, HU,	20.1N,	69.7W,	80,	978,	180,	120,	90,	130,	90,	60,	40,	70,	45,	30,	20,	35,		
20110823, 1200,	, HU,	20.4N,	70.6W,	80,	978,	180,	120,	90,	130,	90,	60,	40,	70,	40,	30,	20,	35,		
20110823, 1800,	, HU,	20.7N,	71.2W,	80,	977,	180,	120,	90,	130,	75,	60,	40,	70,	35,	30,	20,	35,		
20110824, 0000,	, HU,	21.0N,	71.9W,	80,	969,	180,	150,	90,	150,	70,	70,	40,	70,	35,	30,	25,	35,		
20110824, 0600,	, HU,	21.3N,	72.5W,	95,	965,	180,	150,	90,	150,	70,	70,	40,	70,	35,	30,	25,	35,		
20110824, 1200,	, HU,	21.9N,	73.3W,	105,	957,	180,	150,	90,	150,	90,	60,	45,	80,	45,	40,	25,	40,		
20110824, 1800,	, HU,	22.7N,	74.3W,	100,	954,	200,	180,	100,	150,	100,	70,	50,	80,	50,	45,	25,	40,		
20110825, 0000,	L, HU,	23.5N,	75.1W,	95,	952,	220,	180,	100,	150,	100,	90,	50,	80,	60,	60,	25,	50,		
20110825, 0600,	, HU,	24.1N,	75.9W,	95,	950,	220,	180,	100,	150,	100,	80,	50,	70,	60,	60,	25,	50,		
20110825, 1200,	, HU,	25.4N,	76.6W,	90,	950,	250,	200,	100,	160,	100,	100,	50,	70,	60,	60,	25,	50,		
20110825, 1800,	L, HU,	26.5N,	77.2W,	90,	950,	250,	200,	125,	160,	110,	100,	50,	75,	70,	60,	25,	50,		
20110826, 0000,	, HU,	27.7N,	77.3W,	90,	946,	250,	200,	125,	160,	110,	100,	50,	75,	70,	60,	25,	50,		
20110826, 0600,	, HU,	28.8N,	77.3W,	90,	942,	250,	200,	130,	175,	125,	105,	75,	75,	80,	80,	50,	50,		
20110826, 1200,	, HU,	30.0N,	77.4W,	85,	947,	250,	200,	130,	175,	125,	105,	75,	75,	80,	80,	50,	50,		
20110826, 1800,	, HU,	31.1N,	77.5W,	80,	950,	250,	225,	140,	175,	125,	125,	80,	75,	80,	80,	50,	50,		
20110827, 0000,	, HU,	32.1N,	77.1W,	75,	952,	225,	225,	140,	140,	125,	125,	90,	75,	80,	80,	40,	40,		
20110827, 0600,	, HU,	33.4N,	76.8W,	75,	952,	225,	225,	140,	140,	125,	125,	90,	75,	80,	80,	40,	40,		
20110827, 1200,	L, HU,	34.7N,	76.6W,	75,	952,	225,	225,	150,	125,	125,	125,	90,	60,	80,	80,	40,	35,		
20110827, 1800,	, HU,	35.5N,	76.3W,	65,	950,	210,	225,	150,	125,	125,	125,	80,	60,	75,	75,	35,	35,		
20110828, 0000,	, HU,	36.7N,	75.7W,	65,	951,	210,	225,	150,	125,	150,	150,	80,	60,	75,	75,	0,	0,		
20110828, 0600,	, HU,	38.1N,	75.0W,	65,	958,	230,	280,	160,	110,	150,	150,	80,	30,	75,	75,	0,	0,		
20110828, 0935,	L, TS,	39.4N,	74.4W,	60,	959,	230,	280,	160,	110,	150,	150,	80,	30,	0,	0,	0,	0,		
20110828, 1200,	, TS,	40.3N,	74.1W,	55,	963,	230,	280,	130,	50,	150,	150,	80,	30,	0,	0,	0,	0,		
20110828, 1300,	L, TS,	40.6N,	74.0W,	55,	965,	230,	280,	130,	50,	150,	150,	80,	30,	0,	0,	0,	0,		
20110828, 1800,	, TS,	42.5N,	73.1W,	50,	970,	230,	280,	180,	50,	150,	150,	80,	30,	0,	0,	0,	0,		
20110829, 0000,	, EX,	44.2N,	72.1W,	45,	979,	230,	315,	250,	50,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,		
20110829, 0600,	, EX,	46.5N,	69.5W,	40,	983,	360,	360,	360,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,		
20110829, 1200,	, EX,	49.1N,	66.7W,	40,	985,	360,	360,	300,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,		
20110829, 1800,	, EX,	51.3N,	63.8W,	40,	987,	0,	360,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,		
20110830, 0000,	, EX,	53.0N,	60.0W,	40,	991,	0,	270,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,		

FIGURE 4.4 – Extrait de la base de données Hurdad2 du National Hurricane Center qui est une base de type Best Track retraçant ici l'évolution du cyclone IRENE dans l'Atlantique en 2011.

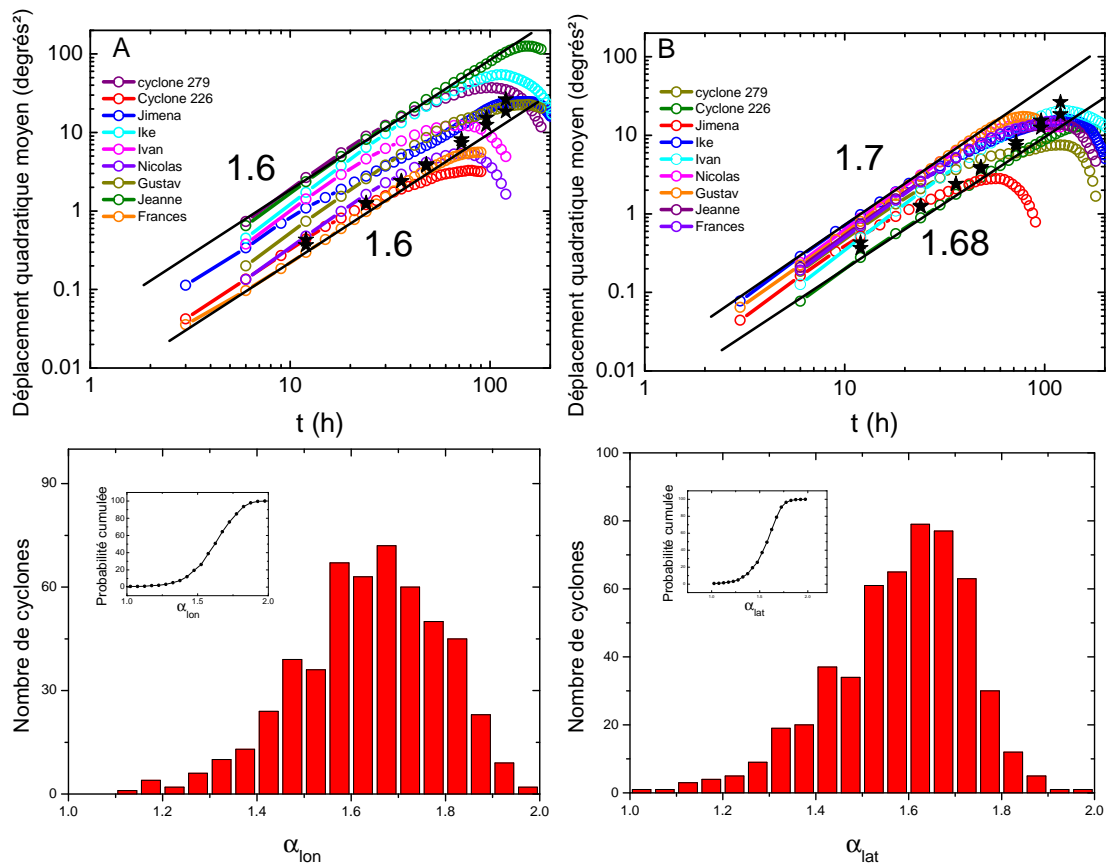
Les positions du cyclone sont données toutes les 6 heures, ce qui donne plus de 50 points pour le calcul du déplacement quadratique moyen. Un programme permet d'automatiser l'ensemble des opérations suivantes.

On extrait de la base de données, pour chaque cyclone, sa longitude et sa latitude en fonction du temps. On trace les évolutions temporelles de la latitude et la longitude ainsi que la trajectoire (cf Figure (4.5)). Un mouvement de dérive moyenne en latitude ou en longitude est retranché le cas échéant. Les portions de trajectoire présentant des incurvations trop importantes, comme à l'approche des côtes des États Unis d'Amérique, invalidant l'hypothèse d'une dérive moyenne linéaire, ont été éliminées de l'analyse. On calcule alors le déplacement quadratique moyen en longitude et latitude par rapport à cette dérive moyenne. Le graphe de ces déplacements quadratiques en fonction du temps permet la mesure des exposants de loi de puissance et des durées caractéristiques pour  $A_C = 10 \text{ degrés}^2$ .

On constate généralement qu'aux temps courts ( $< 48 \text{ heures}$ ) une loi de puissance est vérifiée (cf Figure (4.6).A & B). Les distributions obtenues pour ces quatre paramètres  $\alpha_{lat}$ ,  $\alpha_{lon}$ ,  $t_{clat}$  et  $t_{clon}$  sont données par la suite sous forme d'histogrammes par bassin cyclonique ou tous bassins confondus. Chaque distribution des valeurs des exposants en longitude et latitude présente une valeur moyenne et une valeur la plus probable bien déterminées (cf Figure (4.6).a & b). Malgré la dispersion des valeurs, la plupart des cy-



**FIGURE 4.5** – En haut : trajectoire de Alberto en 2000 dans le bassin Atlantique avec en inset ses latitude et longitude en fonction du temps et leur ajustements linéaires. En bas : Déplacements quadratiques d’Alberto en latitude et longitude avec en inset l’évolution temporelle des latitude et longitude dont on a soustrait la composante linéaire.

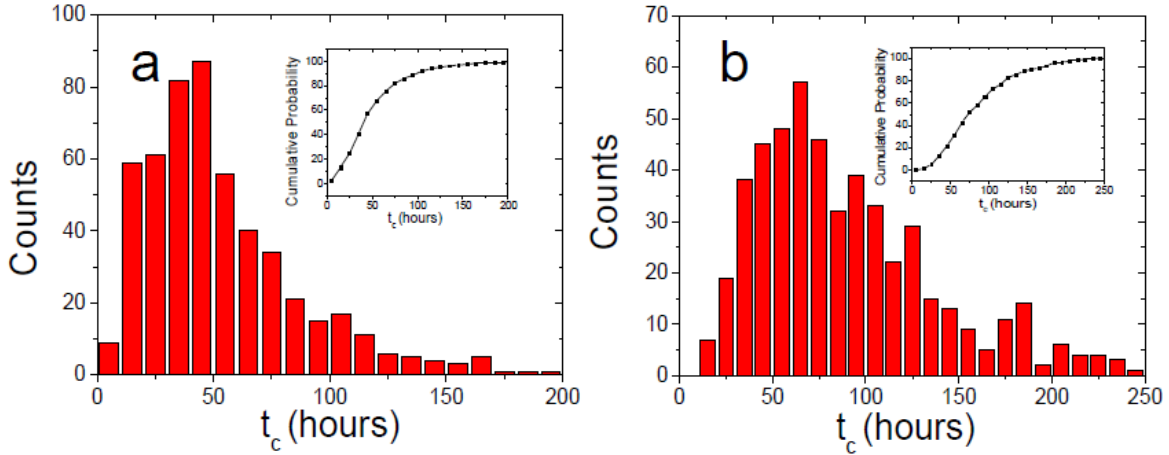


**FIGURE 4.6** – Évolutions temporelles des déplacements quadratiques moyens en A) Longitude et B) Latitude pour une dizaine de cyclones tropicaux. Distributions des valeurs d'exposants de loi de puissance et leur probabilité cumulée en a) Longitude et b) Latitude obtenues après analyse de 500 trajectoires de cyclones sur les bassins cycloniques Atlantique, Pacifique Ouest, Pacifique Nord-Est et Hémisphère Sud

clones, plus de 70% en probabilité cumulée, est bien décrite par un exposant de loi de puissance compris entre 1.5 et 1.8. Aucune différence notable n'a pu être faite pour cette analyse entre la longitude et la latitude ainsi qu'entre bassins cycloniques. La plupart des cyclones suit donc bien la loi de puissance pour le déplacement quadratique moyen.

Les distributions des valeurs des durées caractéristiques  $t_c$  (cf figure(4.7)) pour l'ensemble des bassins analysés présentent un pic bien défini à la fois en longitude et latitude. Ce pic est à 40heures pour la longitude et 60heures pour la latitude. La valeur moyenne de  $t_C$  est de 55heures pour la longitude et proche de 100heures pour la latitude. Les probabilités cumulées indiquent qu'environ 60% des cyclones ont une durée caractéristique en latitude comprise entre 40 et 100 heures et entre 20 et 80 heures en longitude. Il y a donc anisotropie : les fluctuations de longitude sont systématiquement supérieures à celle de la latitude comme dans le cas des tourbillons de la bulle. On peut en outre d'après cette analyse différencier les bassins cycloniques (cf figure(4.8)). Les histogrammes des durées caractéristiques par bassin cyclonique ont été calculés soit en prenant en compte toutes les trajectoires disponibles par bassin soit en restreignant l'analyse aux seules trajectoires



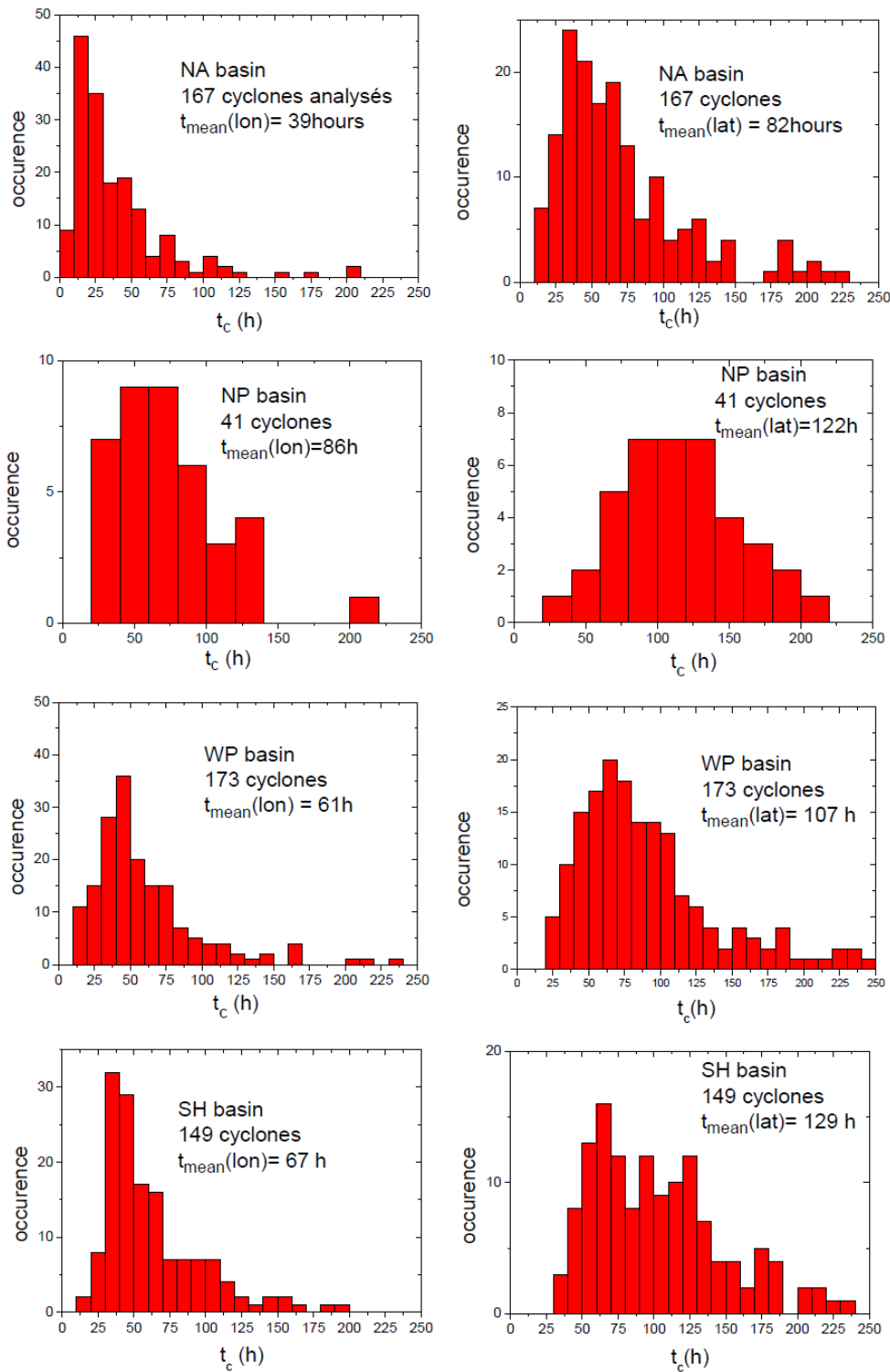


**FIGURE 4.7** – Distributions des durées caractéristique de la loi de puissance et leur probabilité cumulée en a) Longitude et b) Latitude obtenues après analyse de 500 trajectoires de cyclones sur les bassins cycloniques Atlantique, Pacifique Ouest, Pacifique Nord-Est et Hémisphère Sud

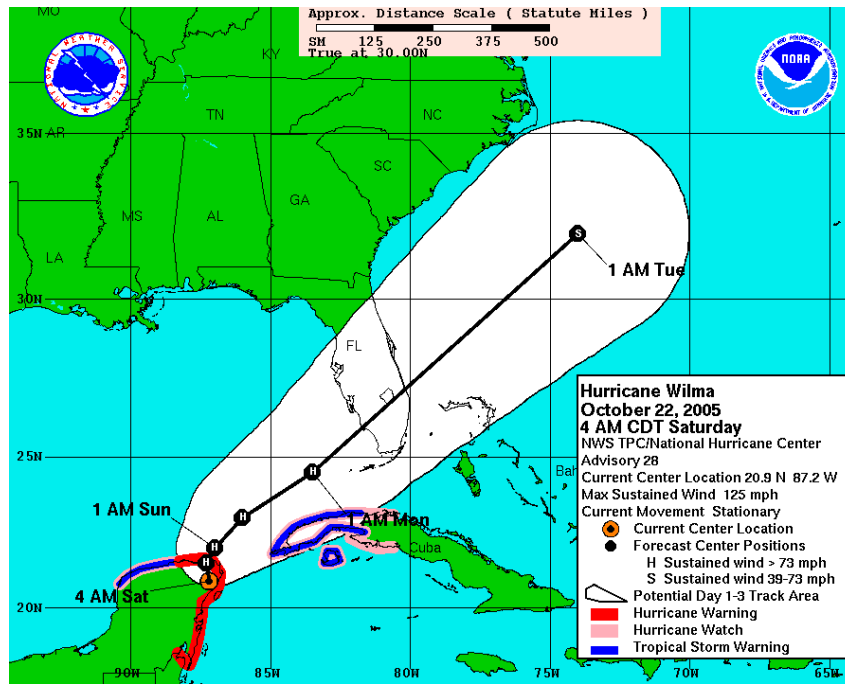
dont l'exposant de la loi de puissance est compris entre 1.3 et 1.8. Cette restriction n'a que peu d'effet sur les distributions. Par exemple le bassin Atlantique montre les valeurs les plus faibles des durées caractéristiques signalant ainsi de plus fortes fluctuations de la trajectoire que dans les autres bassins. Dans la figure (4.6.A) & (4.6.B) montrant les déplacements quadratiques en longitude et latitude nous traçons deux droites en trait plein. Elles correspondent aux lois de puissances en longitude et latitude, calculées à partir de la valeur la plus probable (droite la plus haute) et la valeur moyenne (droite la plus basse) des exposants et des durées caractéristiques. On remarque que les déplacements quadratiques ainsi calculés sont en bon accord avec la tendance générale.

### 4.3 Cônes de prévision de trajectoire de cyclone

Les centres de prévisions de trajectoires de cyclones indiquent à la date de prévision, les prochaines positions du cyclone toutes les 12heures, pour les cinq jours à venir en indiquant l'erreur de la prédiction de chaque position. Par exemple, la prévision du National



**FIGURE 4.8** – Distributions des valeurs de durées caractéristique de la loi de puissance en Longitude (à gauche) et en Latitude (à droite) obtenues après analyse de trajectoires de cyclones sur les bassins cycloniques Atlantique(NA),Pacifique Ouest (WP),Pacifique Nord-Est (NP) et Hémisphère Sud (SH)



**FIGURE 4.9** – Cone de prévision de trajectoire de l'ouragan Wilma en 2005 dans le bassin Atlantique. Issue du site internet du National Hurricane Center.

Hurricane Center est donnée sous la forme d'un cône de prévision qui représente la zone géographique dans laquelle tombera la trajectoire. Ce cône est formé de l'aire balayée par l'ensemble de cercles, le long de la trajectoire prédite (à 12,24,36 heures...etc...). La taille de chaque cercle est fixée de telle sorte que les deux tiers des erreurs directes de prédiction sur l'échantillon de cyclones des cinq dernières années tombent dans le cercle. D'autres définitions du cercle d'incertitude sont possibles. Par exemple, les prévisions d'ensembles donnent plusieurs trajectoires prédites et le cercle d'incertitude de l'ensemble à 12h, par exemple, est le cercle de rayon englobant 75% des positions de l'ensemble prédites à 12h. La définition de cônes d'incertitude à l'aide de prévision d'ensemble est plus spécifique que celle du NHC, car elles tiennent plus compte de l'état de l'atmosphère pendant l'évolution du cyclone en cours [19], alors que les cônes du NHC sont une moyenne sur différents cyclones sur une période de cinq ans. Un constat surprenant vient de la comparaison entre les déplacements quadratiques moyens et les rayons de ces cercles d'erreurs de prédiction. Sur la figure(4.6.A) et (4.6.B) donnant l'évolution des déplacements quadratiques moyens en longitude ou latitude de différents cyclones, on reporte les écarts en longitude ou latitude correspondants aux tailles des différents cercle d'erreur de prédiction (les étoiles noires à 12,24,36 heures...etc...). On observe que les erreurs de prévision suivent, comme les déplacements quadratiques moyens, une loi de puissance avec le même exposant, suggérant ainsi un lien entre les fluctuations par rapport à une trajectoire moyenne et les erreurs de prévisions de trajectoires.

La loi de puissance découverte, à travers l'analyse extensive de trajectoires de cyclones

tropicaux, peut être utilisée pour un calcul rapide, simple et peu coûteux en moyens de calculs, du cône de prévision de trajectoire d'un cyclone. Ce calcul suppose que les fluctuations de positions du cyclone en cours par rapport à une trajectoire moyenne suivent la loi de puissance découverte ici.

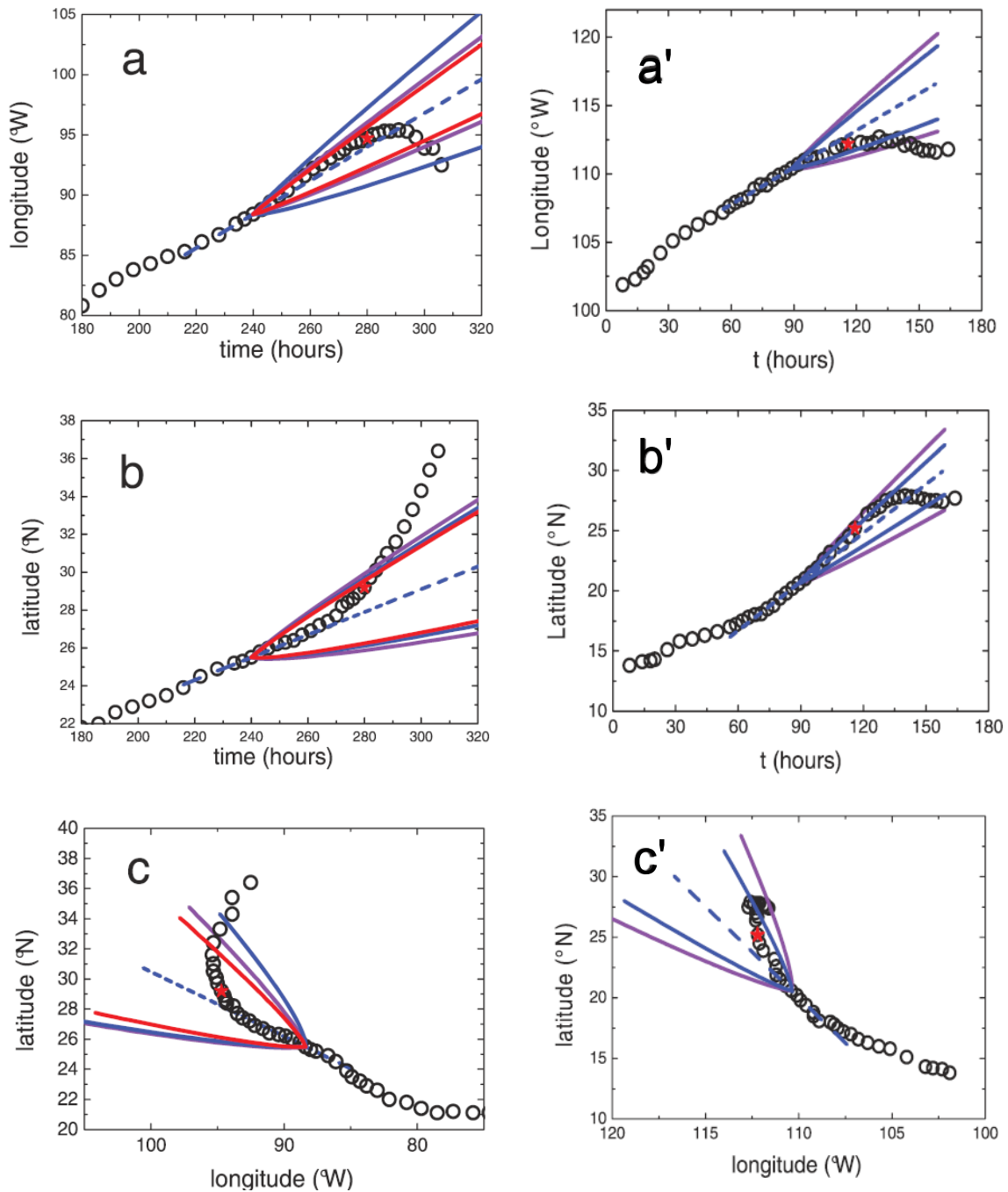
Supposons connues quelques positions précédents la date de prévision  $t_0$ , on peut en déduire le mouvement moyen ultérieur aux dates  $t$ . La tendance la plus simple possible étant que le cyclone persiste en "ligne droite" à une vitesse  $V_X$  déterminée à partir des dernières positions connues. La trajectoire réelle déviara de cette trajectoire moyenne ici supposée linéaire. Le déplacement quadratique moyen est alors utilisé comme une mesure de cette déviation. On écrit alors les branches supérieure et inférieure du cône sous la forme :

$$X_{\pm}(t) = X(t_0) + V_X(t - t_0) \pm \sqrt{A_c \cdot \left(\frac{t - t_0}{t_c}\right)^{\alpha}} \quad (4.1)$$

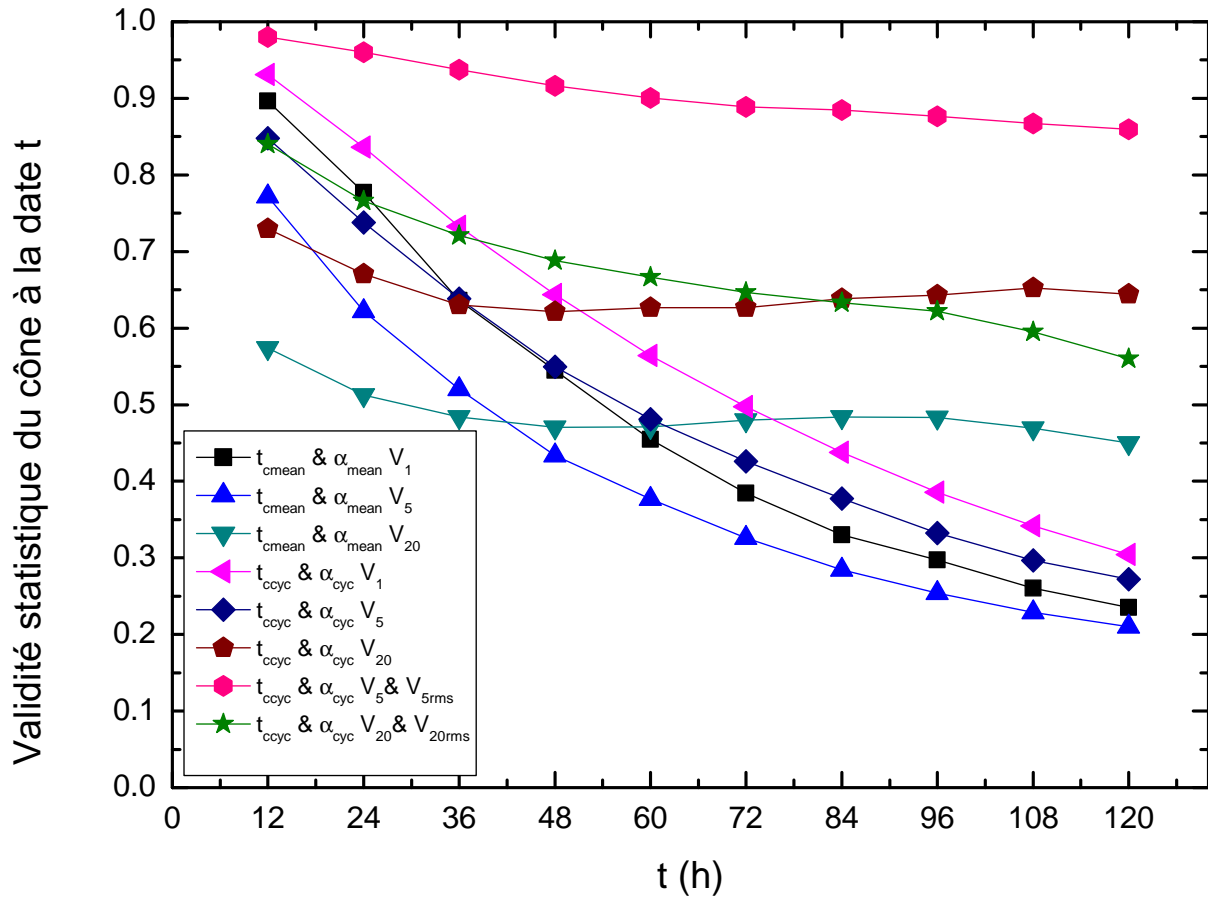
Ici  $X$  est soit la latitude soit la longitude. Le premier terme est la position à la date  $t_0$ , à laquelle commence la prévision. C'est la dernière position connue. Le deuxième terme est la prévision linéaire à vitesse constante  $V_X$  et le troisième terme mesure l'écart à ce mouvement moyen. Comme nous l'avons montré précédemment la plupart des cyclones analysés montre cette tendance à un mouvement moyen auquel s'ajoutent des fluctuations. Notons que nos "cônes" représentent l'aire balayée par les pseudo rectangles ainsi construits. Il ne s'agit pas de cercle comme dans le cas du NHC.

La figure (4.10) montre la construction de ces cônes pour un cyclone du bassin Atlantique et un cyclone du bassin Nord Est Pacifique. Deux jeux de valeurs sont utilisés pour  $t_c$  et  $\alpha$  : celles correspondant aux valeurs moyennes sur le bassin d'intérêt et celles, plus spécifiques au cyclone, issues du calcul du déplacement quadratique moyen du cyclone sur les positions précédant la date de prévision. Cette dernière procédure tient plus en compte de la variabilité de  $t_c$  et de  $\alpha$ . En effet si le cyclone en cours, a des fluctuations plus importantes que la moyenne du bassin, les valeurs de  $t_c$  sont alors inférieures à la moyenne et le cône correspondant plus large. La situation s'inverse si les fluctuations du cyclone sont moins importante que la moyenne du bassin. On obtient alors des cônes plus étroits. Les cônes ainsi obtenus sont donc spécifiques du cyclone en cours. Notons que les trajectoires restent confinées dans ces cônes pendant une durée comparable quoique inférieure au durée de validité de la loi de puissance qui est typiquement comprise entre 60 et 100 heures (cf figures (4.6.A) & (4.6.B)).

La validité statistique de chaque cercle du cône de prévision du NHC est de 67%. Cela signifie que 67% des prévisions (à 12, 24, 36heures...) effectuées sur un échantillon de cyclones du bassin d'intérêt, sur 5 années, tombent dans le cercle (à 12, 24, 36heures...). Pour pouvoir comparer nos cônes à ceux du NHC, il faut pouvoir déterminer la validité statistique de chacun de nos pseudo rectangles. Nous avons, pour cela, travaillé avec les 167 cyclones de plus de 300 heures, de l'ensemble des saisons cycloniques répertoriées



**FIGURE 4.10** – Construction de cônes de prévision de trajectoire pour le cyclone Ike(2008NA) à gauche et Jimena (2009NP) à droite a) & a') longitude b) & b') latitude et c) & c') latitude en fonction de longitude. La ligne en tiret bleu représente la prédiction linéaire réalisée 40 heures avant entrée dans les terres pour Ike et 27 heures pour Jimena. Le cône bleu est obtenu en utilisant les valeurs moyennes de  $t_c$  sur le bassin d'intérêt (NA et NP). Le cône violet est calculé en utilisant les valeurs de  $t_c$  issus du calcul des déplacements quadratiques moyens sur les positions précédentes du cyclone. Le cône rouge est celui du National Hurricane Center. L'étoile rouge représente l'entrée dans les terres.



**FIGURE 4.11** – Probabilité que la vraie trajectoire tombe dans le cône de prédiction en fonction de  $t$  l'échéance de prédiction. Les résultats diffèrent suivant la construction du cône utilisant les valeurs de  $t_c$ ,  $\alpha$ ,  $V_X$  et si on tient en compte ou non d'une incertitude  $V_{rms}$  sur  $V_X$ .(cf équations (4.1)et (4.2))

$t_{ccyc}, \alpha_{ccyc}$  :calcul du cône prenant en compte les valeurs caractéristiques spécifiques à chaque cyclone.

$t_{cmean}, \alpha_{cmean}$  :calcul du cône prenant en compte les valeurs caractéristiques moyennes sur le bassin d'intérêt.

$V_1, V_5$  :vitesses utilisées pour le calcul du cônes prenant en compte 1 ou 5 positions précédant la prévision.  $V_{20}$  :vitesse moyenne du cyclone utilisée sur 20 points précédant la prévision.

$V_{rms}$  :prise en considération d'une incertitude sur  $V_X$  en prenant l'écart quadratique moyen de la distribution des valeurs de  $V_X$  avant la prévision.

jusqu'en 2010, sur le bassin Atlantique. On parcourt les positions de chaque cyclone et à chaque position, on bâtit le cône de prévision sur 120 heures en latitude et longitude en fonction du temps. Pour chaque cône construit, on compte pour chaque échéance (à 12, 24, 36 heures...) le nombre de positions réelles du cyclone qui tombent dans le cône. Ce nombre, pour chaque échéance, rapporté au nombre total de cônes construits sur l'ensemble des 167 cyclones, définit notre validité statistique.

Sur chaque trajectoire de cyclone, la première position pour laquelle on construit le cône dépend du nombre de points précédents, pris pour le calcul de la vitesse. Par exemple, si on évalue la vitesse de déplacement du cyclone sur les 5 positions précédant la prévision, on commence à bâtir les cônes à partir de la sixième position. En raison de la durée du cône, les 120 dernières heures de chaque cyclone ne sont pas parcourues. Sur chaque trajectoire de cyclone de plus de 50 points, on ne calcule, donc, pas le cône sur les premiers points de la trajectoire servant au calcul de la vitesse initiale, ni sur les 20 derniers correspondant aux 120 heures du dernier cône bâti. Le nombre total de cônes construits est égale au nombre de points de la trajectoire conservés pour le calcul des cônes ( $> 25$  pour une vitesse initiale évaluée sur 5 points), multiplié par le nombre de cyclones (167 cyclones de plus de 300 heures). Donc, plus de 4175 cônes sont bâtis pour une vitesse initiale évaluée sur 5 points .

Le cône peut être bâti de différentes façons suivant les valeurs que l'on prend pour  $t_c$ ,  $\alpha$ ,  $V_x$  et si on considère une incertitude  $V_{rms}$  sur la valeur de  $V_x$ . Dans ce dernier cas la nouvelle formule utilisée pour le calcul des branches du cône est :

$$X_{\pm}(t) = X(t_0) + (V_X \pm V_{rms})(t - t_0) \pm \sqrt{A_c \cdot \left(\frac{t - t_0}{t_c}\right)^{\alpha}} \quad (4.2)$$

La validité statistique de chaque échéance est présentée dans différent cas de calcul à la figure (4.11).

Pour une évaluation de  $t_c$  et  $\alpha$  donnée, les cônes calculés à l'aide d'une vitesse  $V_1$ , évaluée sur deux points précédant la prévision capturent mieux la trajectoire réelle que ceux calculés avec une vitesse  $V_5$ , évaluée sur 5 points précédant la prévision. L'orientation du cône selon  $V_1$  est plus pertinente que selon  $V_5$ . Ces deux types de cônes donnent des probabilités décroissantes avec l'échéance de prévision. Ces cônes capturent mieux les échéances proches (12h, 24h, 36h, 48h) que les échéances lointaines. Pour une évaluation de  $t_c$  et  $\alpha$  donnée, les cônes bâtis à l'aide d'une vitesse initiale évaluée par un fit linéaire sur les 20 dernières positions, donnent des validités statistiques moins décroissantes et qui capturent mieux les échéances tardives (84h, 96h, 108h, 120h) mais voient leur score inférieur à ceux des cônes bâtis avec  $V_1$  et  $V_5$  aux échéances proches (12h, 24h, 36h et 48h). Si on suppose une trajectoire moyenne linéaire, dont la vitesse  $V_{20}$  est évaluée par un fit linéaire sur 20 points précédant la prévision, la probabilité que la trajectoire reste dans le cône, reste à peu près constante autour de 63% en utilisant  $t_{cyc}$  et  $\alpha_{cyc}$ . Pour un mode

d'évaluation de la vitesse initiale donné, les cônes bâtis utilisant les valeurs  $t_{cyc}$  et  $\alpha_{cyc}$  spécifiques à chaque cyclone, capturent plus souvent la vraie trajectoire que ceux calculés avec les valeurs moyennes  $t_{cmean}$  et  $\alpha_{cmean}$  sur le bassin atlantique. Les cônes spécifiques au cyclone sont donc plus pertinents que les cônes bâtis à l'aide des valeurs moyennes  $t_{cmean}$  et  $\alpha_{cmean}$  sur le bassin cyclonique. Dans le cas où on utilise  $t_{cyc}$  et  $\alpha_{cyc}$  et  $V_1$  on obtient 91%, 81%, 71% et 64% pour les échéances respectives de 12, 24, 36 et 48 heures. Ce mode de prévision de la trajectoire peut donc s'avérer utile 48h avant l'entrée dans les terres. La prise en compte d'une incertitude  $V_{rms}$ , sur la vitesse dans le calcul des cônes permet d'améliorer la probabilité qu'ils capturent la vraie trajectoire. En utilisant  $t_{cyc}$  et  $\alpha_{cyc}$ ,  $V_5$ , et  $V_{rms}$  qui est l'écart quadratique moyen des vitesses évaluées sur 5 points sur l'ensemble de la trajectoire précédant la prévision, on peut obtenir une validité statistique de plus de 80% sur 5 jours

## 4.4 Conclusions

Au cours de ce chapitre nous avons montré que la loi de puissance découverte pour le déplacement quadratique moyen des tourbillons de la bulle de savon pouvait être étendue à un échantillon statistique de 500 cyclones terrestres. La valeur de l'exposant reste sensiblement la même en moyenne  $\alpha = 1.65$ . Nous avons par bassin cyclonique déterminé les valeurs moyennes des durées caractéristiques qui montre systématiquement de l'anisotropie entre la longitude et la latitude : la longitude fluctuant plus que la latitude. Nous avons exploité cette loi de puissance du déplacement quadratique moyen pour bâtir des cônes de prédiction de trajectoire. Nos cônes sont comparables aux cônes existant et leur apportent un nouvel éclairage. En effet ils montrent que les erreurs de prédictions de trajectoire sont liées aux fluctuations de la trajectoire du cyclone par rapport à une trajectoire moyenne. Les erreurs de prédictions se comportent comme le déplacement quadratique moyen des ces fluctuations. La méthode de prévision de trajectoire proposée peut être utile 48h avant l'entrée du cyclone dans les terres.





# Chapitre 5

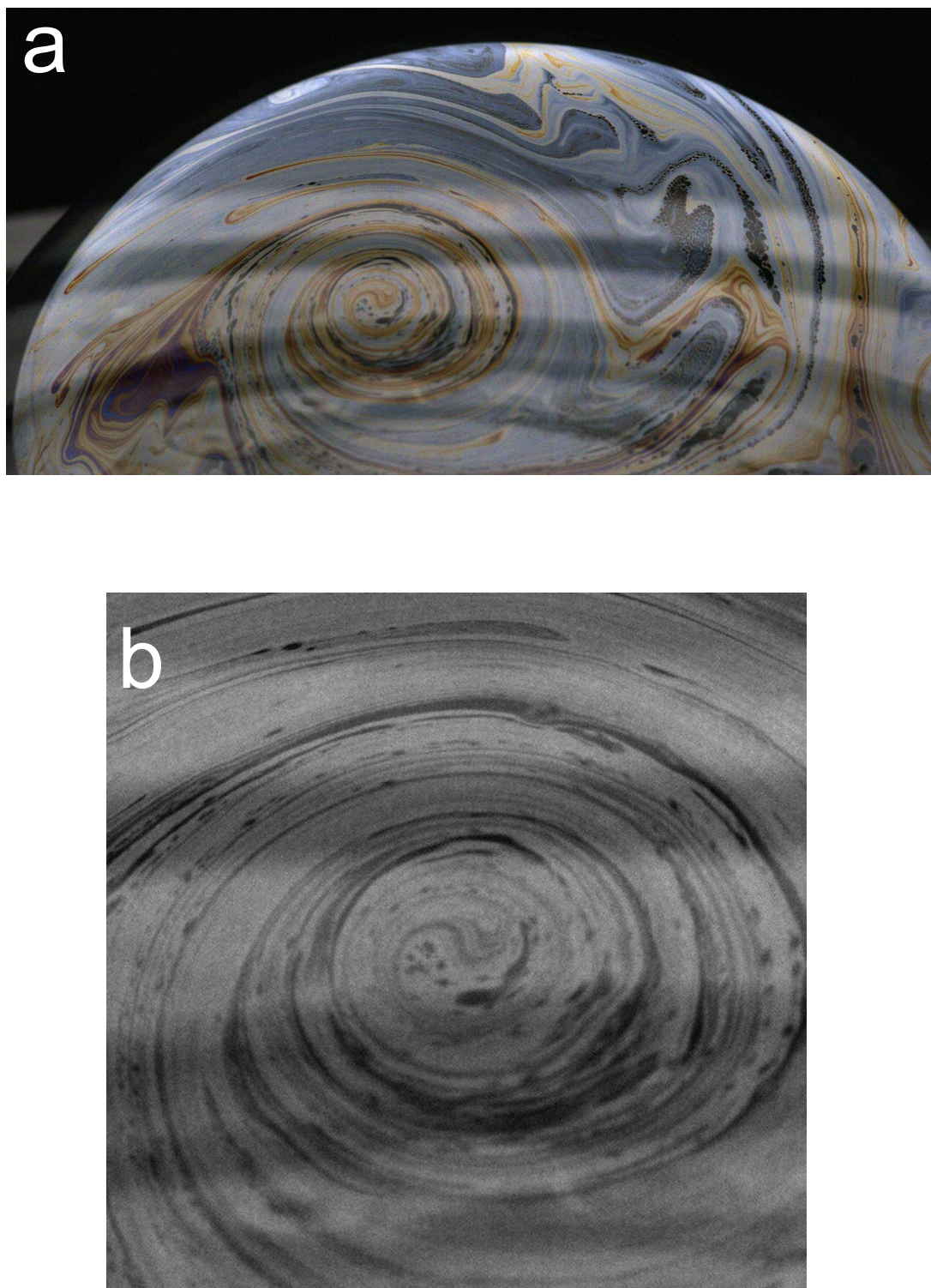
## Intensité des tourbillons et des cyclones

La plupart des planètes possédant une atmosphère génèrent des tourbillons. La grande tache rouge de Jupiter, son ovale blanc, le tourbillon hexagonal du pôle nord de Saturne et la grande tache noire de Neptune sont des exemples de telle génération. Les interrogations sur la longévité et sur les processus de formation de ces tourbillons peuvent trouver des éléments de réponse dans l'étude de leur champ de vitesse [13]. La détermination de ce champ est un des problèmes cruciaux dans la description des tourbillons [26]. La mesure des vitesses des vents, ainsi que leur prédiction dans un cyclone terrestre est un enjeu vital pour les populations des côtes soumises à leurs assauts. Dans les modèles numériques de prévision, les données satellites mesurant la vitesse des vents, autour de la position actuelle du cyclone, permettent par exemple, d'en initialiser la circulation. Sans données satellite, on initialise artificiellement le tourbillon, dans les modèles de prévision, en se donnant un modèle de champ de vitesse du cyclone. Plusieurs modèles ont été proposés pour le profil radial de vitesse des cyclones terrestres [33, 35]. Les tourbillons de la bulle de savon posent la même problématique. Y a-t-il une vitesse maximale des particules dans le champ du tourbillon ? Comment évolue la vitesse en fonction de la distance au centre du tourbillon ? Quelle est l'allure de son champ de vitesse ? Peut-on en extraire la vortacité qui serait une mesure de l'intensité du tourbillon ? Comment évolue-t-elle au cours du temps ? F. Seychelles a commencé des mesures de périodes de rotation des tourbillons de la bulle dont l'ordre de grandeur est de  $0.2s$  [75]. Pour répondre à ces interrogations, deux approches ont été explorées au cours de cette thèse. Nous avons cherché à déterminer le champ de vitesse dans le tourbillon en utilisant la méthode de vélocimétrie par imagerie de particules qui est une approche eulérienne. Nous avons par ailleurs effectué le suivi lagrangien de particules de fluide dans le tourbillon. Cette dernière méthode permet un suivi de la vitesse des particules pendant plusieurs rotations du tourbillon, laissant apparaître des cycles d'intensification et de déclin similaires à ceux des cyclones terrestres.

## 5.1 Véllocimétrie par images de particules. Utilisation d'inhomogénéités du film de savon

La vélocimétrie par images de particules (PIV) est une technique de mesure du champ de vitesse dans les écoulements fluides. Elle nécessite d'ensemencer le fluide étudié, avec des particules supposées ne pas trop modifier l'écoulement. On réalise alors des prises de vues, deux suffisent en principe pour une mesure à un instant donné. La corrélation d'images permet de déterminer le déplacement de chaque particule et connaissant l'intervalle de temps entre deux images on peut remonter au champ de vitesse local aux points où sont situées les particules. La précision de cette détermination dépend de la résolution spatiale des images, de la durée les séparant ainsi que de la qualité de l'ensemencement. Toutes les tentatives pour ensemencer le film de savon de la bulle, avec des particules directement observables en lumière blanche, ont été infructueuses. La taille des particules doit être inférieure à l'épaisseur du film de savon qui est de l'ordre du micromètre. Même les particules dont la densité est environ égale à celle de l'eau ne restent pas dans le film de savon et tombent dans la rigole. L'ensemencement en particules plus petites mais observables après excitation de fluorescence à l'aide d'une nappe laser est problématique. En effet, la nappe laser est nécessairement plane et l'écoulement étudié ici est en couche mince sphérique. La zone dans laquelle les particules sont excitées est donc limitée à l'intersection de la nappe laser et de la bulle de savon. C'est dans cette zone d'observation limitée qu'on doit attendre l'apparition de tourbillons, dont on pourra faire l'analyse du champ par PIV. Nous ne disposons pas de laser suffisamment puissant pour mettre en oeuvre cette dernière méthode.

Plutôt que d'ensemencer le film, nous avons choisi de tirer parti des irisations du film de savon et du fait, qu'il s'enrichit en inhomogénéités noires au cours de son évolution et particulièrement en fin de vie de la bulle (cf figure(5.1.a)). Ces irisations, ainsi que ces inhomogénéités noires peuvent servir de traceurs de l'écoulement pour un traitement à l'aide d'un logiciel de PIV. Nous avons utilisé le logiciel DynamicStudio de chez Dantec pour réaliser ces traitements de PIV par corrélation d'images. En fait, il ne s'agit pas ici de vélocimétrie par images de particules mais plutôt par images de motifs. Nous avons commencé cette étude à l'aide d'images sur lesquelles le tourbillon est emporté par l'écoulement environnant. Les champs obtenus tiennent, donc, compte du mouvement de rotation du tourbillon ainsi que de son advection. Sur la Figure (5.2.A), on peut observer une série de six images successives d'un tourbillon, séparées par un pas de temps de 8ms. Seul le canal rouge présentant les motifs les plus contrastés a été conservé pour le traitement par PIV. Entre la première et la sixième image le centre du tourbillon s'est déplacé de  $0.73mm$ . Les cinq champs de vitesse correspondant sont donnés à la Figure (5.2.B). Les fenêtres utilisées couvrent moins de  $3cm \times 3cm$  autour de la direction de l'axe de la caméra qui vise le centre de la bulle. On néglige la courbure de la bulle dans le présent



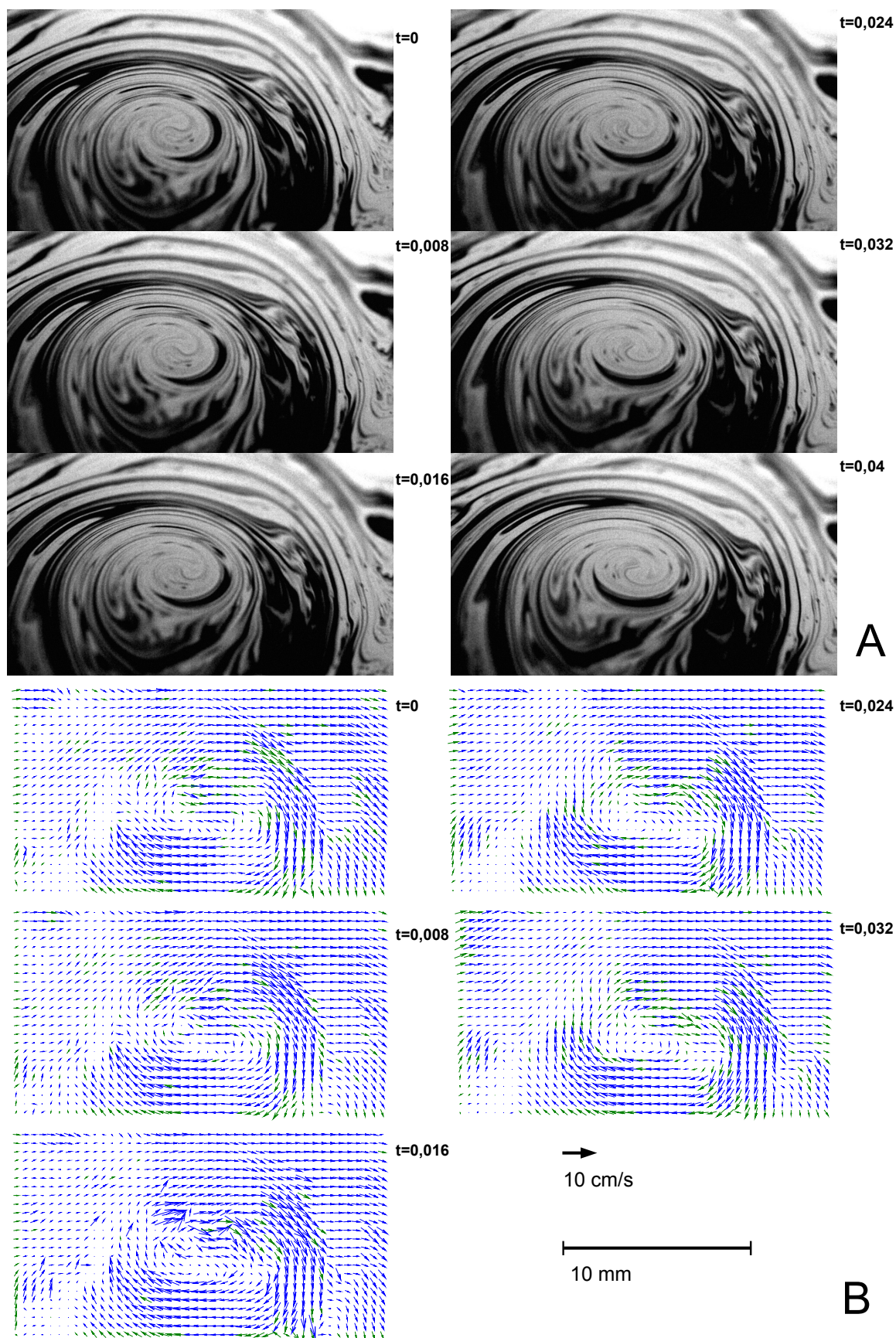
**FIGURE 5.1** – a) Image couleur de la bulle extraite d'un film réalisé à 250 images/s montrant l'allure typique de la bulle en fin de vie peu avant qu'elle éclate pour un gradient d'environ  $25^{\circ}\text{C}$ . On note l'apparition d'inhomogénéités d'épaisseur noires. b) Zoom centré sur le centre du tourbillon apparaissant en a) pouvant servir à la détermination du champ de vitesse dans le tourbillon par PIV.

chapitre pour l'étude en PIV. On s'aperçoit que certaines zones de l'image sont quasiment fixes. Par exemple, les bandes d'interférences en haut à gauche de l'image donnent l'impression que le fluide y est quasiment immobile. Cela signifie seulement que les limites de la bande d'épaisseur n'ont quasiment pas bougé. Cela n'exclut pas les mouvements de fluide dans la bande d'épaisseur, tangentiels à ses limites, qui ne peuvent donc être détectés par cette méthode. Les zones de l'image pertinentes pour la mesure du champ sont celles où le fluide se déplace orthogonalement aux limites des bandes d'épaisseur. Sur les champs de vitesse à la Figure (5.2.B), on peut repérer deux zones l'une à droite du centre du tourbillon et l'autre sous le centre du tourbillon à gauche, où la vitesse mesurée est plus importante qu'ailleurs dans le tourbillon. Sur les images utilisées, ces deux zones correspondent à des "motifs", où les bandes d'interférences ne s'enroulent pas de façon régulière autour du centre. Dans ces deux zones, les déplacements du fluide se font essentiellement orthogonalement aux limites des bandes d'interférence ce qui est détecté par le logiciel de PIV.

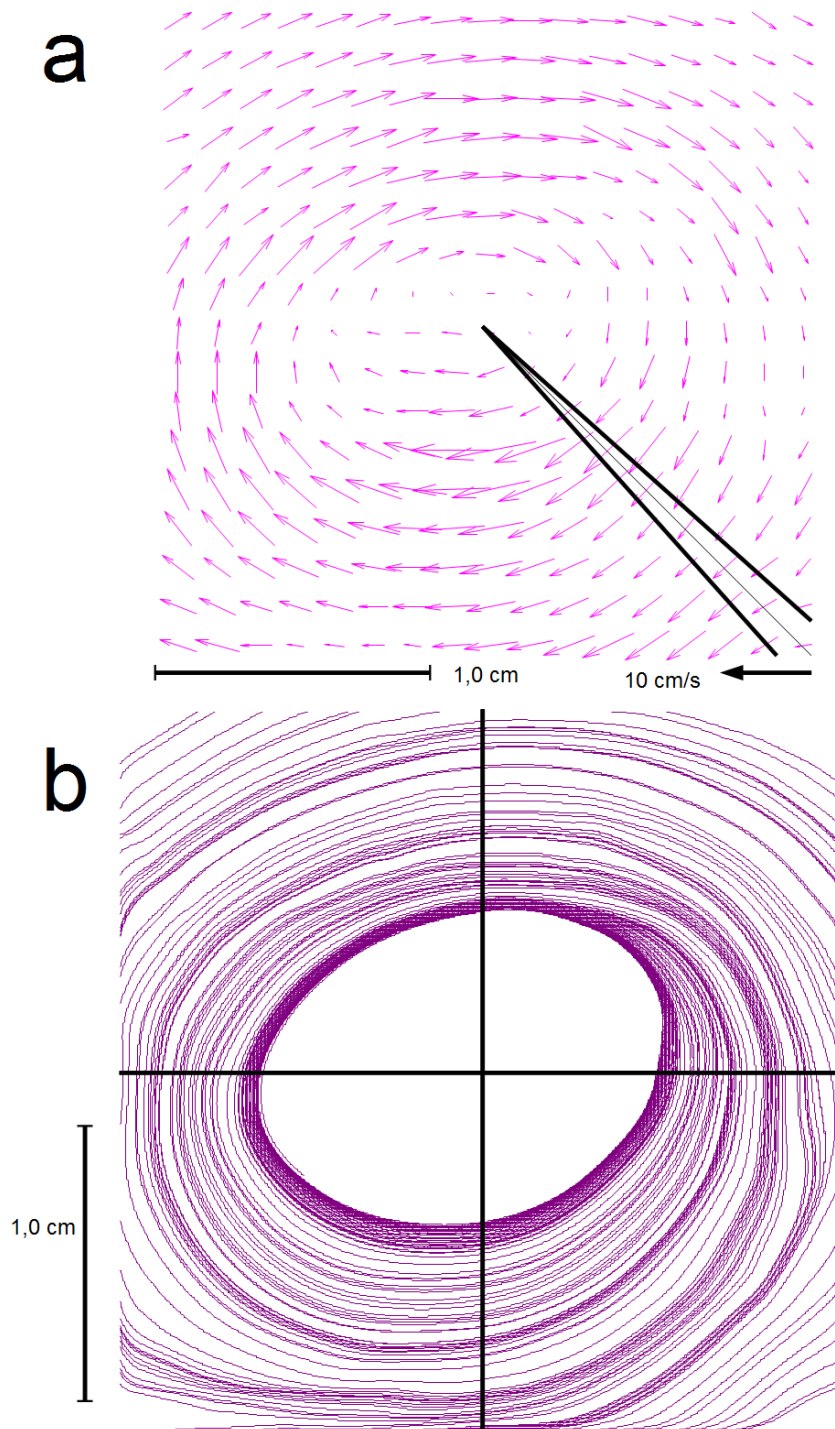
Pour pouvoir faire l'étude du champ de vitesse du tourbillon dans son référentiel, il faut au préalable en suivre le centre. Connaissant alors, sur chaque image, les coordonnées du centre, on peut sélectionner une fenêtre carrée centrée à chaque instant sur le tourbillon et l'englobant sur l'ensemble des images disponibles (cf figure(5.1.b)). On soustrait ainsi le mouvement d'advection du tourbillon par l'écoulement environnant. On obtient alors le champ de vitesse du tourbillon à chaque instant en effectuant la corrélation d'images séparées de 4ms. Le champ de vitesse présenté à la figure (5.3.a) est la moyenne des 10 champs obtenus à partir de 11 images à 250 images/s, soit donc une moyenne sur 40ms. On effectue une telle moyenne pour pallier au fait que l'"ensemencement" du film de savon en inhomogénéités ou en "motifs", n'est pas uniforme et que des zones du tourbillon peuvent manquer de traceurs. Les lignes de champ (cf figure (5.3.b)) obtenues à partir des meilleurs champs sont elliptiques avec une tendance spiralante.

Pour obtenir un profil moyen de vitesse en fonction de la distance au centre on a moyenné différents profils accessibles dans le secteur représenté à la figure (5.3.a) dans le quadrant en bas à droite autour de la direction à 45 degrés. A nouveau c'est la non uniformité de l'ensemencement en traceurs qui impose cette opération de moyenne spatiale sur un secteur de moins de 5 degrés autour de la direction moyenne choisie (ici 45 degrés). Du profil moyen de vitesse ainsi obtenu, on peut en déduire la vorticité qui est alors donnée par :  $\omega = \frac{1}{r} \frac{d(rV)}{dr}$ . Deux profils à deux instants différents de la vie du tourbillon sont proposés à la figure (5.4). Le premier a lieu avant la période d'intensification que l'on décrira plus loin dans ce chapitre (cf entre les instants 0.5s et 1.4s à la figure(5.11.b)). Le second profil est obtenu au tout début de l'intensification. Deux modèles de tourbillons sont proposés pour s'ajuster aux données expérimentales :

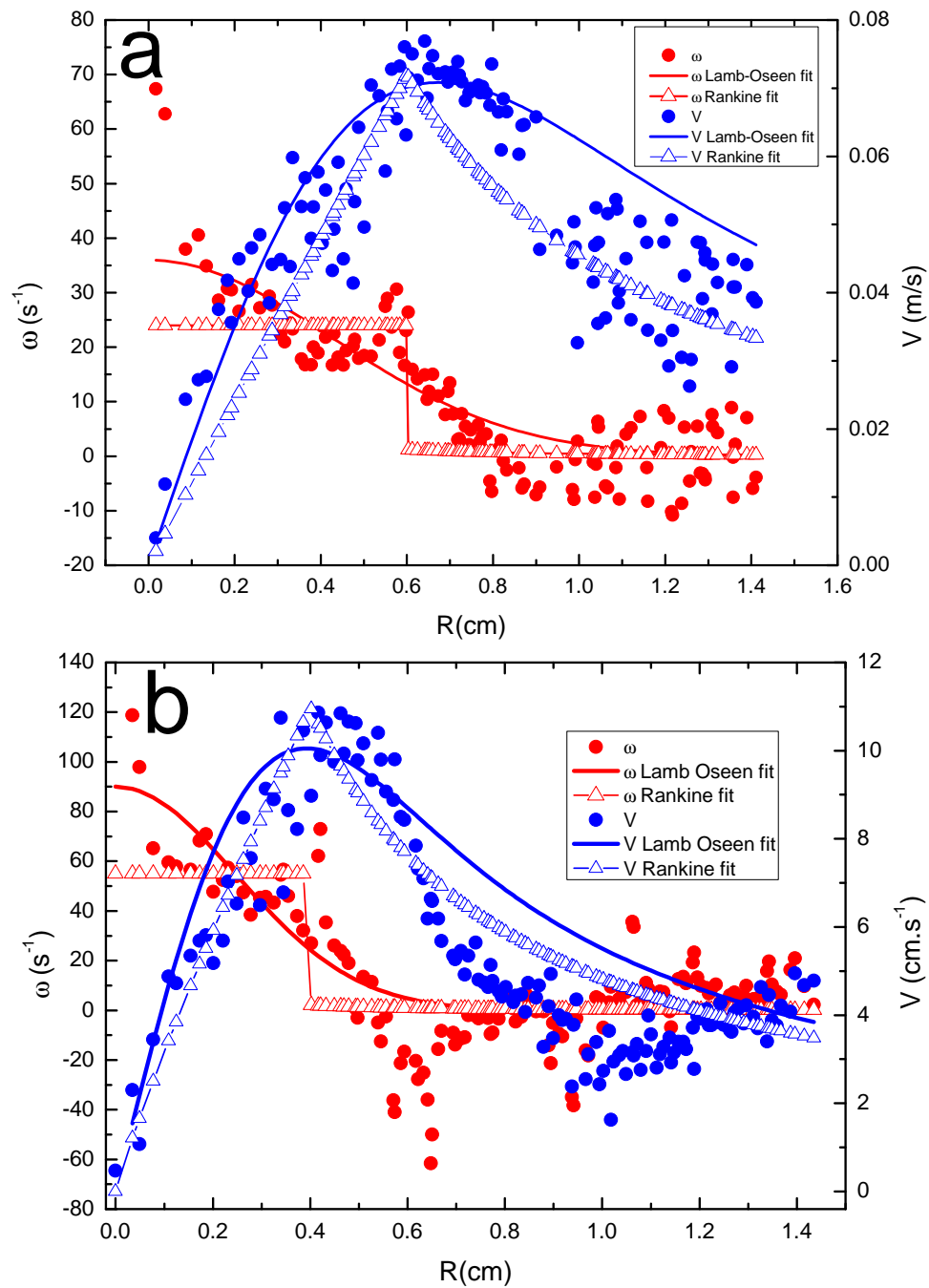




**FIGURE 5.2** – A) Série de six images extraites d'un film de tourbillon réalisé à 125 images par seconde. Seul le canal rouge est ici présenté. B) Champs de vitesse issus de la corrélation des images présentées en A), les temps sont en seconde.



**FIGURE 5.3** – a) Champs de vitesse moyenné sur dix champs obtenus par PIV sur onze images successives sur une durée totale de 40ms. Le secteur angulaire indiqué en bas à droite est celui sur lequel est tracé le profil radial de la vitesse proposé à la figure(5.4). b) Ligne de champ associées qui confirment le caractère elliptique du tourbillon.



**FIGURE 5.4** – Profils radiaux de la vitesse obtenus par PIV à deux instants différents de la vie du tourbillon. Les paramètres des ajustements numériques sont : dans le cas a) pour le type Lamb  $\Gamma = 40.7 cm^2/s$  et  $\lambda = 0.6 cm$ , pour le type Rankine  $V_{max} = 7.2 cm/s$ ,  $R_{max} = 0.6 cm$ ,  $\beta = 0.9$ , et dans le cas b) pour le type Lamb  $\Gamma = 45.2 cm^2/s$  et  $\lambda = 0.6 cm$  et pour le type Rankine  $V_{max} = 11 cm/s$ ,  $R_{max} = 0.4 cm$ ,  $\beta = 0.9$ .



– le tourbillon de type Lamb :

$$V(r) = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot r} (1 - \exp(-\frac{r^2}{\lambda^2}))$$

$$\omega(r) = \frac{\Gamma}{\pi \cdot \lambda^2} \cdot \exp(-\frac{r^2}{\lambda^2})$$

où  $\Gamma$  est la circulation et  $\lambda$  la taille caractéristique du tourbillon.

– le tourbillon de Rankine modifié :

$$r < r_{max}$$

$$V(r) = V_{max} \cdot \frac{r}{r_{max}}$$

$$\omega(r) = 2 \cdot \frac{V_{max}}{r_{max}}$$

$$r > r_{max}$$

$$V(r) = V_{max} \cdot (\frac{r_{max}}{r})^\beta$$

$$\omega(r) = (1 - \beta) \cdot V_{max} \cdot \frac{r_{max}^\beta}{r^{1+\beta}}$$

où  $V_{max}$  et  $r_{max}$  sont la vitesse tangentielle maximale et le rayon de vitesse maximale et  $\beta$  un réel positif inférieur à 1 qui fixe la taille du tourbillon.

Pour les deux instants considérés, le modèle de Rankine modifié semble rendre compte correctement du profil de la vitesse mais pas de celui de la vorticité pour laquelle il comporte une discontinuité. Le modèle de Lamb semble être pris en défaut, pour le profil de la vitesse au deuxième instant, où le profil issu de la PIV est déficient par rapport à l'ajustement. Une explication possible est en fait le déficit de motifs ou d'aspérités dans la zone sond e.

Les modèles analytiques de profils radiaux de vitesse des vents ou de pression au niveau de la mer sont très utilisés pour analyser les observations et fournir des prédictions. Ces modèles paramétriques sont à la base des méthodes les plus courantes d'évaluation des vents des cyclones et d'établissement des normes de génie civil dans les régions habitees des bassins cycloniques. La simplicité d'une telle approche vient de la constatation que les tourbillons ont tous une vitesse qui croit exponentiellement vers l'intérieur jusqu'à un maximum, puis qui décroit vers une zone plus calme au centre.

En particulier le profil de Holland, [33, 35] a été très utilisé pour la reconstitution de champs de vitesse de cyclone. Shloemer a suggéré que les profils radiaux de pression peuvent être approximés par des hyperboles rectangulaires qui après différentiation mènent aux profils de vitesses. G. Holland en modifiant l'approximation de Shloemer

obtient le profil de la pression suivant :

$$p_s(r) = p_{sc} + \Delta p_s \cdot \exp\left(-\left(\frac{r_{max}}{r}\right)^b\right) \quad (5.1)$$

ou  $r$  est la distance au centre du cyclone,  $p_s$  est la pression à la surface de la mer,  $p_{sc}$  est la pression au centre du cyclone,  $\Delta p_s = p_{sn} - p_s$  est la chute de pression entre une isobare fermée,  $p_{sn}$ , définie en bordure du cyclone et le point dans le cyclone à la distance  $r$ .  $r_{max}$  est le rayon de vitesse maximale et  $b$  est un exposant qui définit la proportion de gradient de pression près de la zone de vitesse maximale des vent. Pour déduire le profil radial de vitesse, on utilise l'équation suivante, d'équilibre des vents de gradient, qui exprime l'équilibre entre le gradient radial de pression et la force centrifuge et la force de Coriolis dans les cyclones :

$$\frac{v^2}{r} + fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (5.2)$$

où  $\rho$  est la masse volumique de l'air et  $f = 2\Omega \sin(\phi)$  le facteur de Coriolis qui dépend de la latitude  $\phi$  et de la vitesse de rotation de la Terre  $\Omega$ . On obtient le profil radial de vitesse des vents suivant :

$$v = \left[ \left(\frac{r_{max}}{r}\right)^b \frac{b(p_{sn} - p_{sc})}{\rho \exp\left(\frac{r_{max}}{r}\right)^b} + \frac{r^2 f^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{rf}{2} \quad (5.3)$$

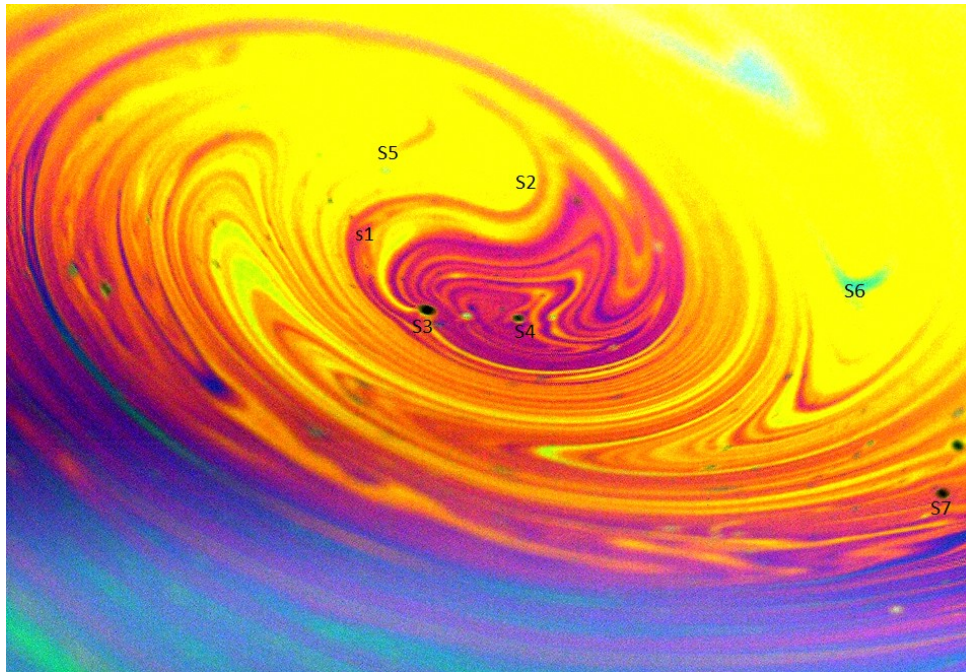
Dans les zones proches des vents de vitesse maximale on peut négliger la force de Coriolis devant la force centrifuge et les forces de gradient radial de pression. Le cyclone est dit en équilibre cyclostrophique et le profil de vitesse se réduit à :

$$v = \left[ \left(\frac{r_{max}}{r}\right)^b \frac{b(p_{sn} - p_{sc})}{\rho \exp\left(\frac{r_{max}}{r}\right)^b} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.4)$$

Nos tourbillons sont convenablement décrits par un profil de type Lamb. Pour savoir si le profil de Holland peut être appliqué à nos tourbillons ils faudrait avoir une mesure de la pression dans le film de savon pour déterminer l'exposant  $b$  qui fixe la forme du profil de pression.

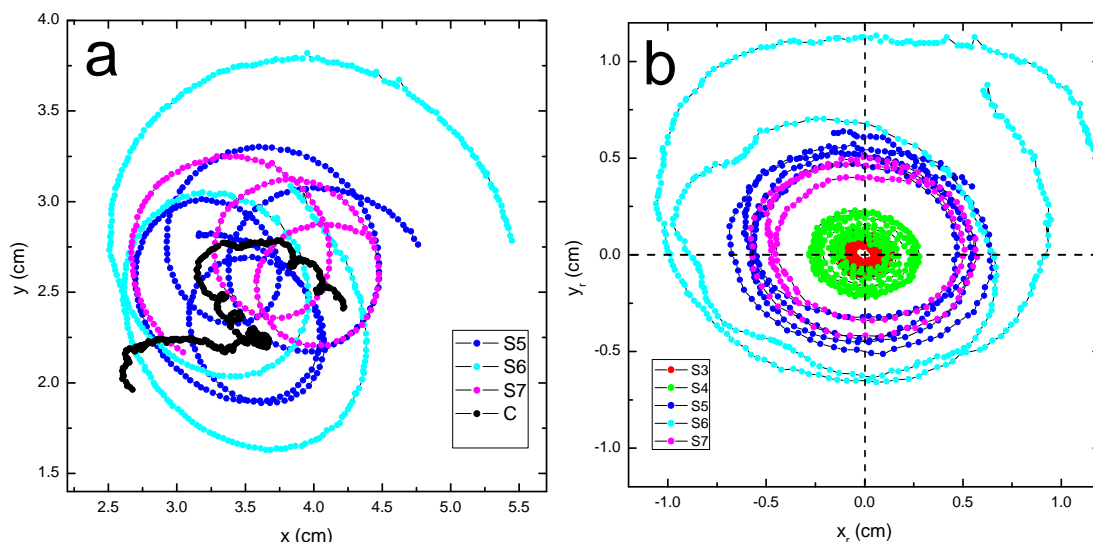
## 5.2 Suivi lagrangien de particule dans le champ du tourbillon

Le suivi de trajectoires de particules de fluide dans le champ d'un tourbillon a été effectué en utilisant les pointes des bandes d'épaisseur s'enroulant dans le tourbillon ou des inhomogénéités d'épaisseur emportées dans le champ du tourbillon (cf. figure(5.5)). Ces deux types de traceurs de particules seront appelés par la suite aspérités. Le suivi



**FIGURE 5.5** – Image d'un vortex montrant les aspérités (S) choisies qui resteront repérables dans le champ du tourbillon suffisamment longtemps pour un suivi de trajectoire. S1 et S2 forment le motif en yin yang dont le barycentre est le centre du vortex. S3, S4 et S7 sont des inhomogénéités d'épaisseur. S5 (rouge) et S6 (jaune) sont les extrémités de bandes d'épaisseur qui vont s'enrouler dans le champ du tourbillon. Les paramètres sont :  $\Delta T = 25^\circ C$  et  $\Omega = 0.4 \text{ tour/s}$

de la trajectoire du centre est systématiquement effectué. Ici aussi, on s'est placé dans l'approximation plane : le centre et les aspérités sont repérées par leur coordonnées cartésiennes. A partir des trajectoires des aspérités ramenées dans le référentiel du centre du tourbillon on peut remonter aux vitesses lagrangiennes et à la durée moyenne d'un tour si l'aspérité suivie a effectué plusieurs révolutions. Ces vitesses et cette périodicité moyenne sont déjà une première indication sur l'intensité du tourbillon. La figure (5.6) montre les trajectoires des aspérités avant (a) et après (b) retrait du mouvement du centre dans le cas d'un tourbillon généré sous un gradient de  $\Delta T = 25^\circ C$  et sans rotation de la bulle  $F = 0 \text{ tour/s}$  filmé à 250 images/s. Près de 500 relevés de position par aspérités sont effectués par pointé manuel à l'aide d'un logiciel de traitement d'image. On a observé, dans tous les cas étudiés ( $\Delta T = 25^\circ C$ ,  $F = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1 \text{ tours/s}$ ) que les trajectoires d'aspérités dans le référentiel du centre du tourbillon sont elliptiques, concentriques sur le centre du tourbillon. A partir des traces temporelles de la position on calcule, par différences finies sur 2, 3 ou 4 points celles des coordonnées de la vitesse (cf figure (5.7)). Les oscillations observées dans les traces temporelles de la norme et des composantes de la vitesse relative  $V_S$ , d'une aspérité sont directement liées à la nature elliptique des trajectoires. Lorsque l'aspérité s'approche du centre sa vitesse augmente et inversement lorsqu'elle s'éloigne, sa vitesse diminue. La durée d'un tour peut être mesurée à chaque

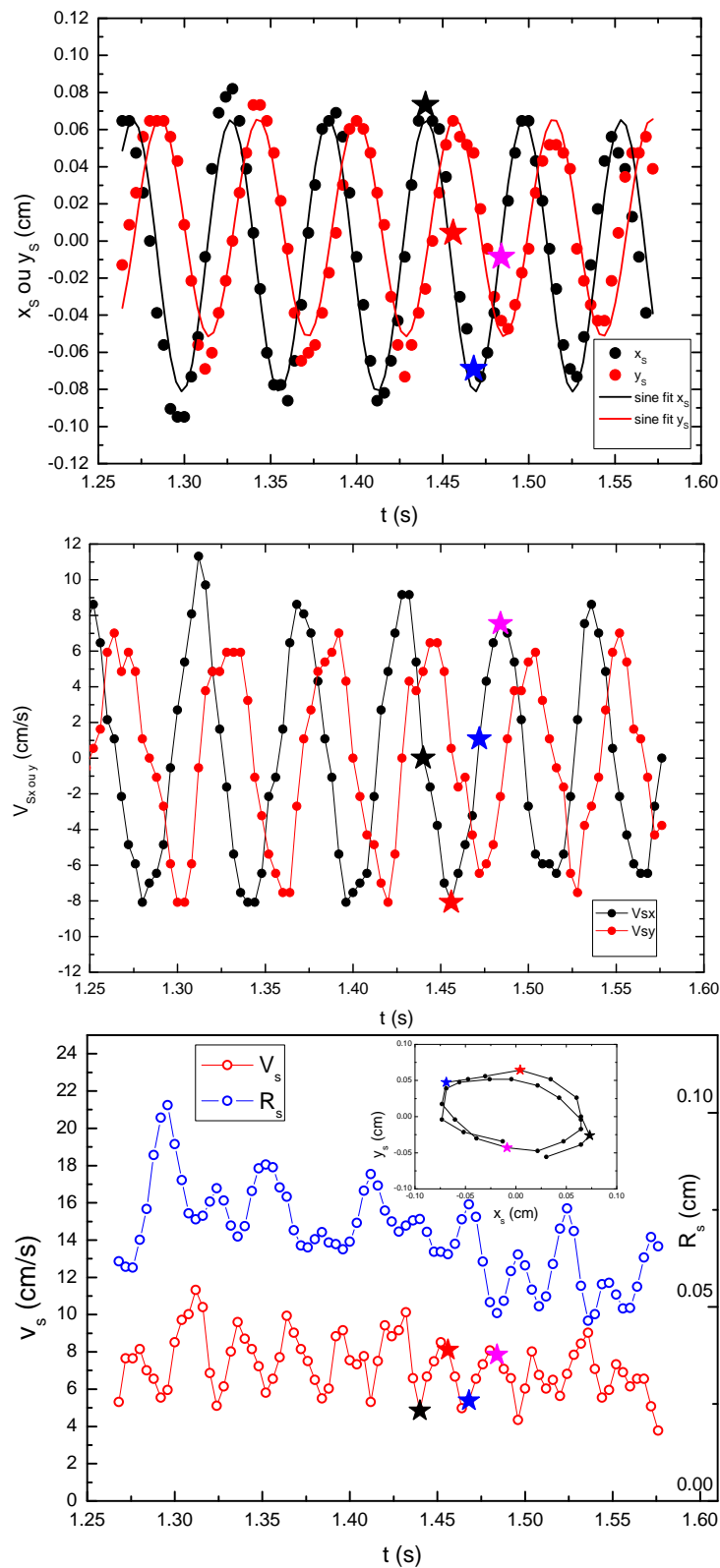


**FIGURE 5.6** – Trajectoires d’aspérités dans le référentiel du laboratoire a) et dans le référentiel lié au centre du tourbillon b) les aspérités S3 et S4 les plus proches du centre C n’ont pas été représentées en a). Les paramètres sont :  $\Delta T = 25^\circ C$  et  $\Omega_{\text{tour}}/s$

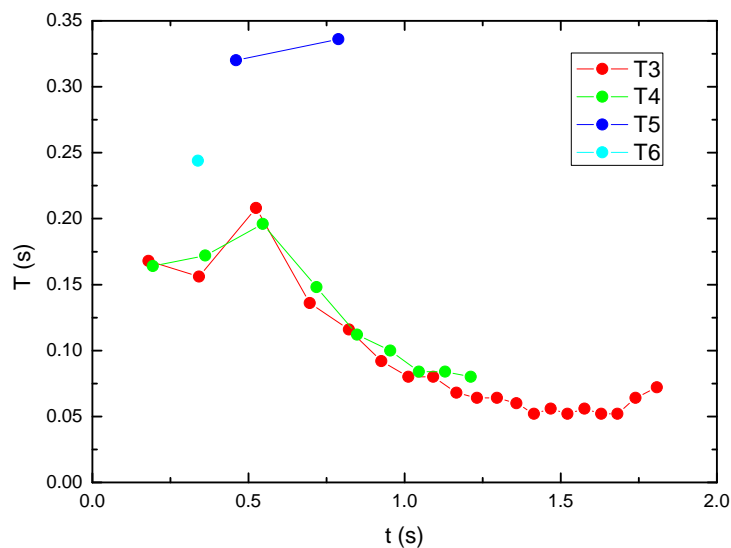
révolution sur les signaux  $x_S(t)$  ou  $y_S(t)$ . Cette période peut évoluer au cours de la vie d’un tourbillon. La figure (5.8) montre que les aspérités au cœur du tourbillon (ici  $S_3$  et  $S_4$ ) permettent d’évaluer une période moyenne de rotation caractéristique d’environ 0.1s au cœur du tourbillon. L’aspérité lointaine  $S_6$  n’a accompli qu’une révolution quand à l’aspérité  $S_5$  nous verrons plus loin qu’elle sonde les rayons de vitesse maximale qui sont d’environ 0.5cm. La décroissance de  $T_3$  et  $T_4$  peut être signe d’intensification dans la mesure où les aspérités correspondantes ont un mouvement légèrement centripète.

On peut avoir une première représentation du comportement du profil de la vitesse en reportant les vitesses explorés par les aspérités en fonction de leurs distances au centre respectives (cf figure (5.9)). Chaque aspérité joue le rôle de sonde du champ de vitesses. Cela donne les ordres de grandeur des vitesses maximales (entre 15 et  $20\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ), du rayon de vitesse maximale (entre 0.4 et 0.5cm) et de la taille du tourbillon (environ 1.2cm).

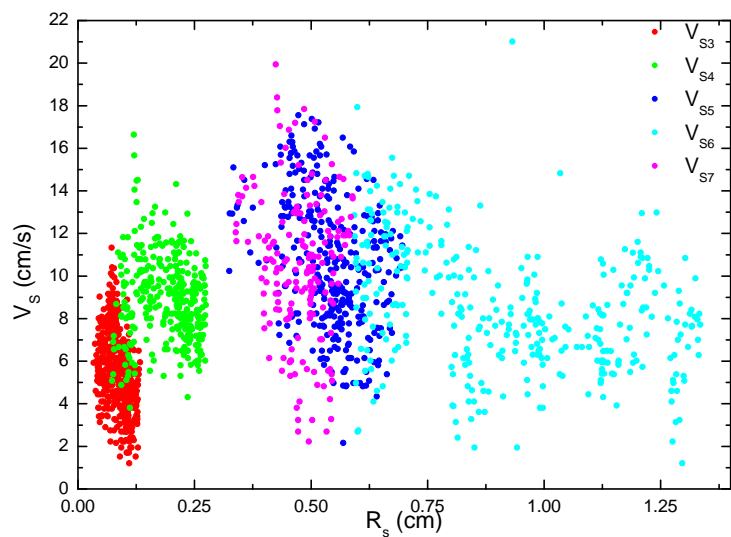
On peut également à partir des trajectoires elliptiques d’aspérités, évaluer la vorticité  $\vec{\omega}$  qui en toute rigueur est définie par le rotationnel du champ de vitesse. Puisque l’on suppose que le centre et les aspérités ont un mouvement plan on a  $\omega_z = (\text{rot}(\vec{V}))_z = \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}$ . Si on a une ligne de courant elliptique fermée (cf figure(5.10)) on a sur cette ellipse une valeur moyenne de la vorticité donnée par  $\omega = \frac{V_{y\text{max}}}{a} + \frac{V_{x\text{max}}}{b}$ . On pourra assimiler nos trajectoires d’aspérités à des lignes de courant si on considère l’état du tourbillon comme stationnaire. On doit donc considérer des durées courtes devant une durée caractéristique d’évolution du tourbillon, typiquement courtes devant la durée de vie de l’ordre de 1s. On utilise les quart de trajectoire elliptique d’une aspérité dont la durée est typiquement 40 fois plus faible que la durée de vie pour les aspérités les plus



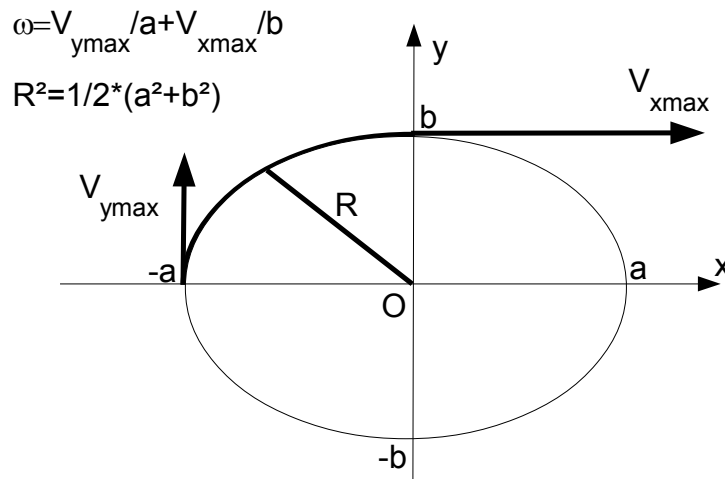
**FIGURE 5.7** – Cas :  $\Delta T = 25^\circ C$  et  $\Omega = 0$ tour/s. Traces temporelles des coordonnées relatives de la position, des coordonnées relatives de la vitesse, des normes de la vitesse relative et de la distance au centre du tourbillon. Les étoiles indiquent les positions de l'aspérité le long d'une ellipse particulière.



**FIGURE 5.8** –  $T$  : Périodes des ellipses des aspérités 3,4,5,6 de la figure(5.6.b) mesurées sur les cycles des signaux  $x_S(t)$  en fonction de  $t$  : moyenne des instants initiaux et finaux de chaque cycle.

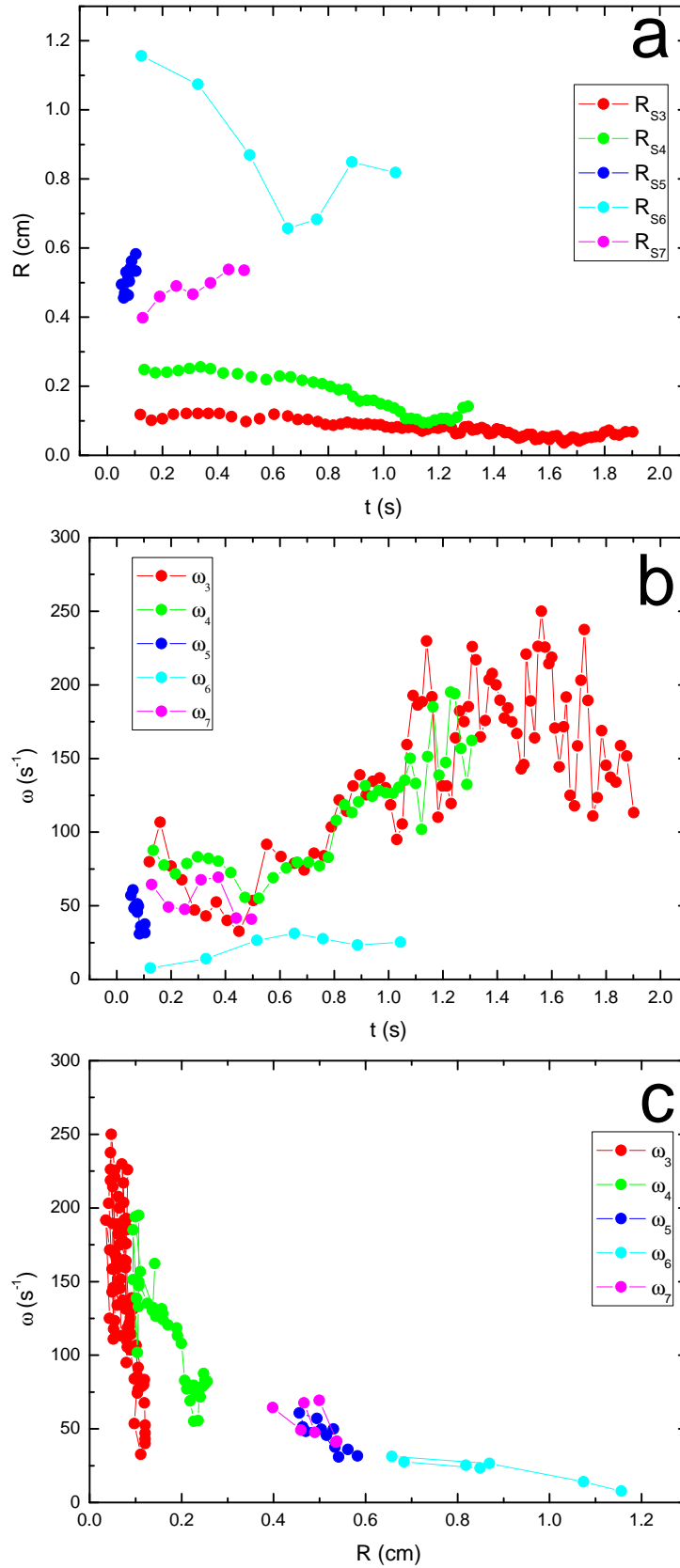


**FIGURE 5.9** – Première image du profil de vitesse en fonction de la distance au centre. Pour chaque aspérité,  $V_S$  la vitesse explorée au cours du temps est représentée en fonction de la distance au centre  $R_S$  correspondante.



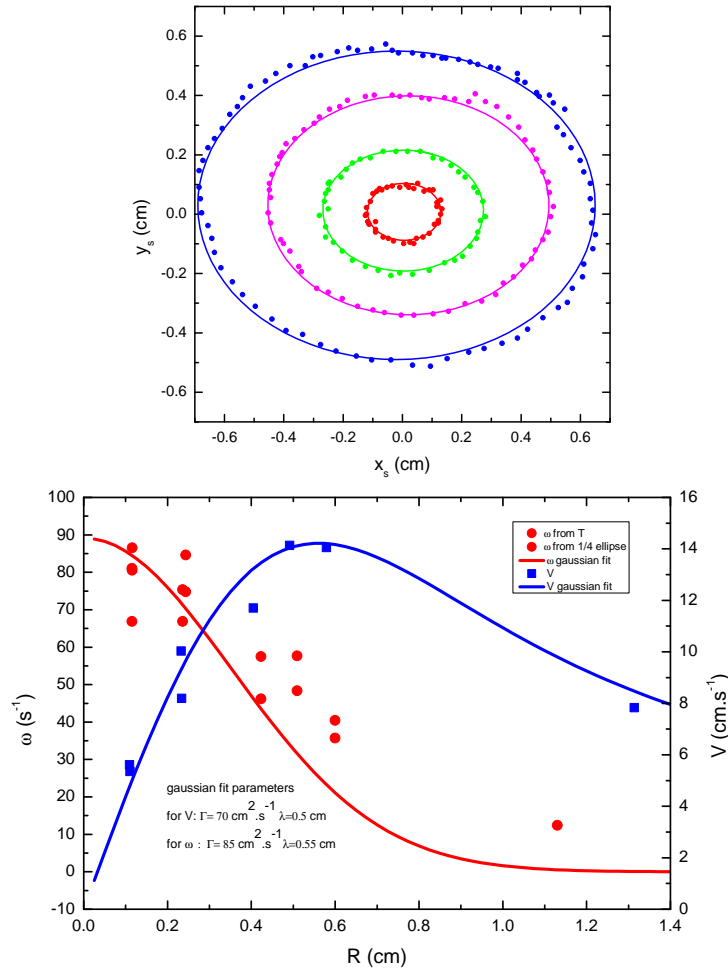
**FIGURE 5.10** – Quart d’ellipse sur lequel est évalué la vorticité moyenne  $\omega$  à la distance moyenne du centre  $R$  prise en milieu de quart d’ellipse.

proches. Chaque quart de trajectoire d’aspérité peut alors être supposé représentatif d’une ligne de courant elliptique. On extrait les vitesses  $V_{x_{max}}$ ,  $V_{y_{max}}$  aux extrémités du quart d’ellipse, les grand et petit demi-grand axes  $a$  et  $b$  et les instants de début et de fin de quart d’ellipse. La distance moyenne  $R$  à laquelle est faite cette évaluation est prise au milieu du quart d’ellipse. La figure (5.11) rassemble les résultats d’une telle analyse sur le tourbillon dont les trajectoires d’aspérités sont données à la figure (5.6.b). On remarque que les aspérités  $S_3$  et  $S_4$ , les plus au centre ont des trajectoires centripètes. Elles donnent des vorticités qui croissent au cours du temps. Pour  $S_3$  dont le rayon moyen reste compris entre 0.05 et 0.1cm ceci semble signer l’intensification du tourbillon. L’aspérité  $S_4$  a une trajectoire plus centripète et l’augmentation de la vorticité n’est peut être que dûe au fait que l’aspérité sonde des régions de vorticité plus élevée au cours du temps. Cependant le fait que les vorticités des deux aspérités  $S_3$  et  $S_4$  augmentent de la même manière semble indiquer une intensification du tourbillon entre les instants 0.5s et 1.5s. Les aspérités  $S_5$  et  $S_7$  qui sondent les rayons de l’ordre de 0.5cm où les vitesses sont maximales ont des trajectoires centrifuges. Pour obtenir des profils de vitesse et de vorticité, on peut commencer par sélectionner des ellipses d’aspérités qui se déroulent sur un même intervalle de temps (cf figure(5.12.a)). L’ellipse la plus grande fixe la durée de l’intervalle choisi. Les ellipses les plus petites sont parcourues en une durée (ici 0.1s) plus courte que la durée de l’intervalle choisi (ici 0.5s). Les profils obtenus à la figure (5.12.b) ne sont donc toujours pas instantanés. Le profil en vitesse est obtenu en utilisant les données ( $V_{x_{max}}$ ,  $V_{y_{max}}$ ,  $a$  et  $b$ ) du premier quart d’ellipse. La vitesse sur l’ellipse est alors  $V = (V_{x_{max}}^2 + V_{y_{max}}^2)^{\frac{1}{2}}$  et on l’attribue au rayon moyen  $R = (\frac{a^2 + b^2}{2})^{\frac{1}{2}}$ . Le profil en vorticité peut être extrait



**FIGURE 5.11** – a) Evolution temporelle du rayon moyen d’aspérité défini à la figure (5.10) pour les aspérités de la figure (5.6.b).  
 b) Evolution temporelle de la vorticité moyenne évaluée sur chaque quart d’ellipse pour différentes aspérités. c) Profil dynamique de la vorticité moyenne en fonction du rayon moyen d’aspérité.





**FIGURE 5.12** – a) Trajectoires elliptiques d’aspérités sélectionnées pour l’évaluation du profil moyen de vitesse et de vorticité sur 0.5s b) Profils de vitesse et de vorticité correspondants. La vorticité a été évaluée soit à partir de la période de révolution sur l’ellipse, soit sur le quart d’ellipse.

soit des quart d’ellipse avec la formule  $\omega = \frac{V_{y\max}}{a} + \frac{V_{x\max}}{b}$  soit de la période de l’ellipse avec la formule  $\omega = \frac{4\pi}{T}$ . Les profils obtenus sur la figure(5.12.b) indiquent une vitesse nulle au centre du tourbillon qui commence par croître à mesure qu’on s’éloigne du centre. Cette vitesse atteint un maximum puis décroît vers la valeur de vitesse de l’écoulement environnant. Un ajustement avec le modèle de type Lamb est proposé. Ce dernier est cohérent avec nos résultats.

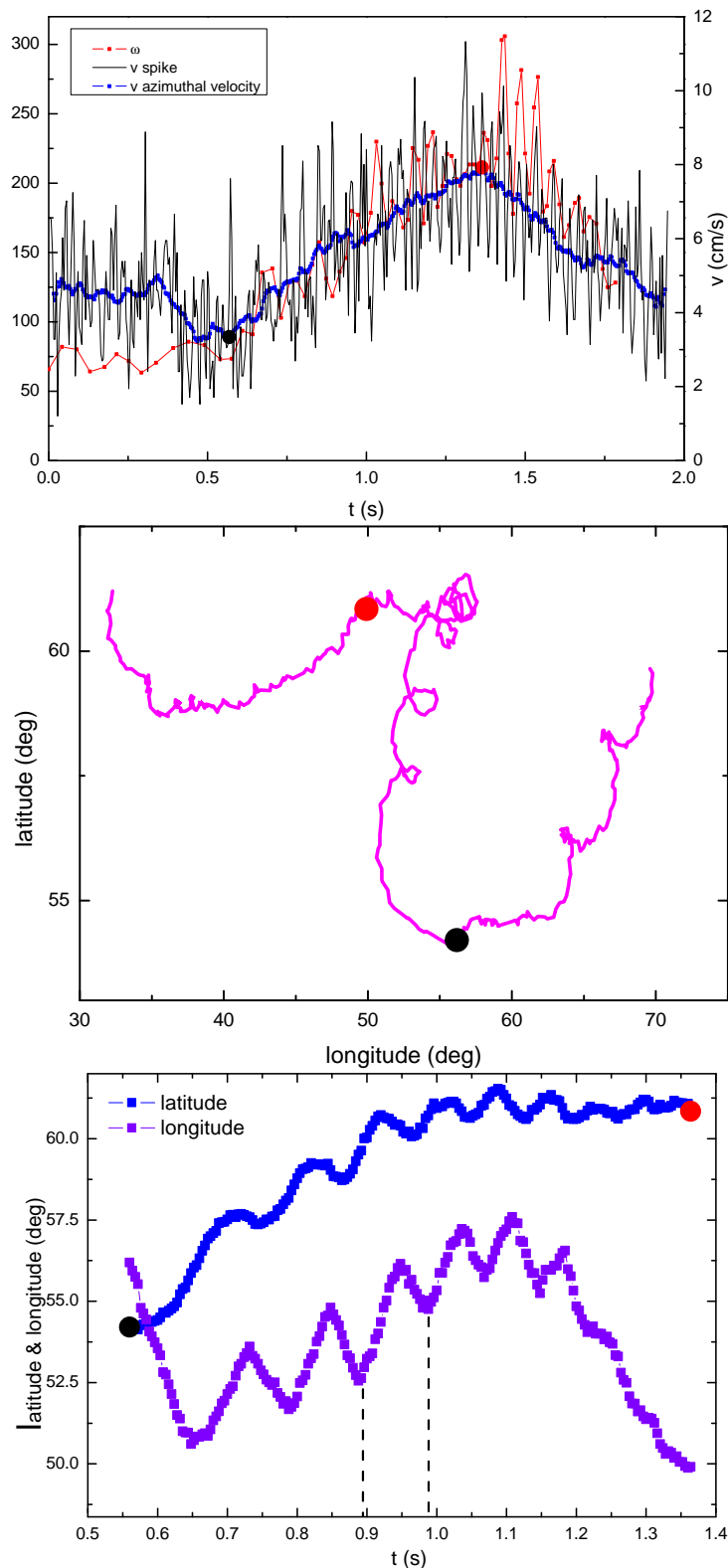
### 5.3 Evolution de l’intensité des tourbillons et intensification des cyclones tropicaux

Le suivi lagrangien d’une particule de fluide dans le champ du tourbillon et dont la distance au centre ne varie pas trop, permet de suivre l’évolution de l’intensité du tourbillon

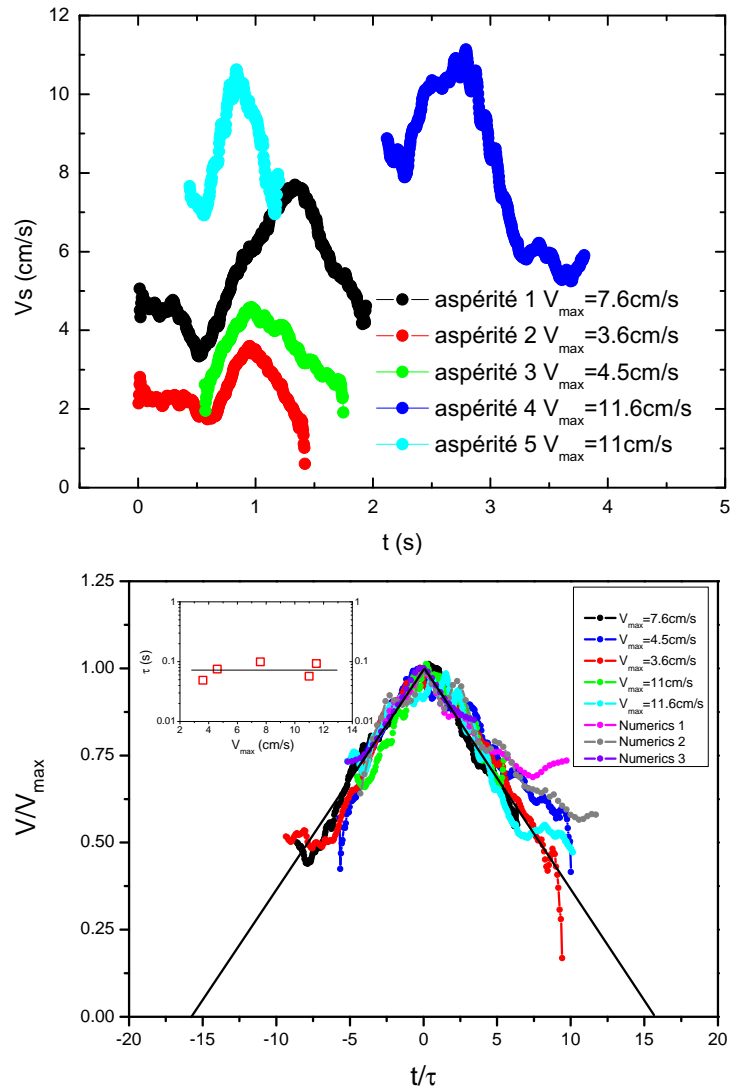
au cours du temps. Reprenons la vitesse de l'aspérité  $S_3$  de la figure (5.6) calculée par différences finies à partir du relevé de ses positions. La trajectoire étant elliptique, cette vitesse présente des oscillations aux courtes échelles de temps (i.e plus courte qu'une durée de révolution soit environ 0.1s). La particule ralentit en s'éloignant du centre et accélère en s'en rapprochant. On peut définir une vitesse moyenne azimutale en lissant cette vitesse instantanée sur un nombre de points correspondant à une révolution. Si on suit cette vitesse moyenne on observe des variations sur des durées de l'ordre de la seconde soit une dizaine de révolutions pour  $S_3$ . Sur la figure (5.13) l'augmentation et la diminution de la vitesse azimutale observée signe une intensification puis une diminution de l'intensité du tourbillon. Pendant l'intensification du tourbillon on observe que la trajectoire du centre du tourbillon fait des boucles. Une autre signature de ce comportement se trouve dans les oscillations des coordonnées du centre. Il s'agit du mouvement trochoïdal rencontré également pendant les phases d'intensification de certains cyclones tropicaux, [64, 67]. D'ailleurs, l'allure en "triangle" de l'évolution de la vitesse moyenne d'aspérité n'est pas sans rappeler les courbes d'évolution de la vitesse maximale des vents des cyclones.

Plusieurs aspérités dans d'autres tourbillons montrent ce comportement d'intensification associé au mouvement trochoïdal du centre. Sur la Figure (5.14) on présente les courbes d'intensifications de vitesses d'aspérités typiques récoltées sur quatre tourbillons différents ( $\Delta T = 20^\circ C$   $\Omega = 0Hz, 0.2Hz, 0.6Hz$ ). Si on cherche à superposer les différentes intensifications d'aspérités, on peut normaliser la vitesse de chaque aspérité par sa vitesse maximale atteinte. On translate aussi, l'origine de l'axe du temps de façon à ce qu'elle corresponde au maximum de vitesse. Puis on normalise les temps par une durée permettant la superposition des courbes. Ces durées sont de l'ordre de grandeur d'une révolution du tourbillon. On a également superposé les intensifications de tourbillons observés dans des simulations numériques de la demi-bulle sous convection. Ces simulations ont été réalisées par une équipe de mathématiciens à l'Institut de Mathématiques de Bordeaux [82]. Les durées caractéristiques de normalisation utilisées sont indiquées en inset pour les tourbillons expérimentaux et valent environ 0.07s en accord avec les trois intensifications de tourbillons numériques.

Les tourbillons dont l'évolution temporelle de l'intensité est la mieux documentée sont les cyclones tropicaux. On cherche, donc ici, à savoir si les intensifications des cyclones peuvent aussi se superposer aux intensifications des tourbillons de la bulle. La Figure (5.15) présente les intensification et déclin des cyclones tropicaux des saisons 2000 à 2004. Pour les superposer on normalise les vitesses de chaque cyclone par la vitesse maximale atteinte. On translate l'origine de l'axe des temps à l'instant où la vitesse atteint son maximum. Puis l'axe des temps est normalisé par la durée adéquate  $\tau$  pour superposer les courbes de tous les cyclones. On détermine ensuite si cette durée possède une valeur moyenne et une valeur la plus probable bien définie. On obtient par exemple pour certains cyclones des saisons 2000 à 2004 du bassin Pacifique Nord-Est et Centre Nord, la figure



**FIGURE 5.13** – En haut : Evolution temporelle de la vitesse d’une aspérité dont la valeur lissée sur un nombre de points correspondant en moyenne à une révolution permet de suivre l’intensité du tourbillon. Au milieu : trajectoire du centre, En bas : Evolution temporelle des coordonnées du centre. Le mouvement trochoidal est mis ici en évidence par les boucles que décrit le centre ainsi que les oscillations de ses coordonnées au cours de la phase d’intensification.



**FIGURE 5.14** – Superposition des courbes d'intensification d'aspérités de quatre tourbillons expérimentaux et trois numériques différents. En Inset : Valeurs de  $\tau$  la durée de normalisation en fonction de la vitesse maximale indiquée pour chaque aspérité.

(5.15). Les données sur les intensifications des cyclones utilisées dans ce chapitre ont été recueillies sur le site du National Hurricane Center. Ces cyclones comme les tourbillons de la bulle présentent une forme fonctionnelle simple en triangle pour l'intensification :

$$V(t) = V_{max} \left( 1 \pm \frac{(t - t_{max})}{16\tau} \right) \quad (5.5)$$

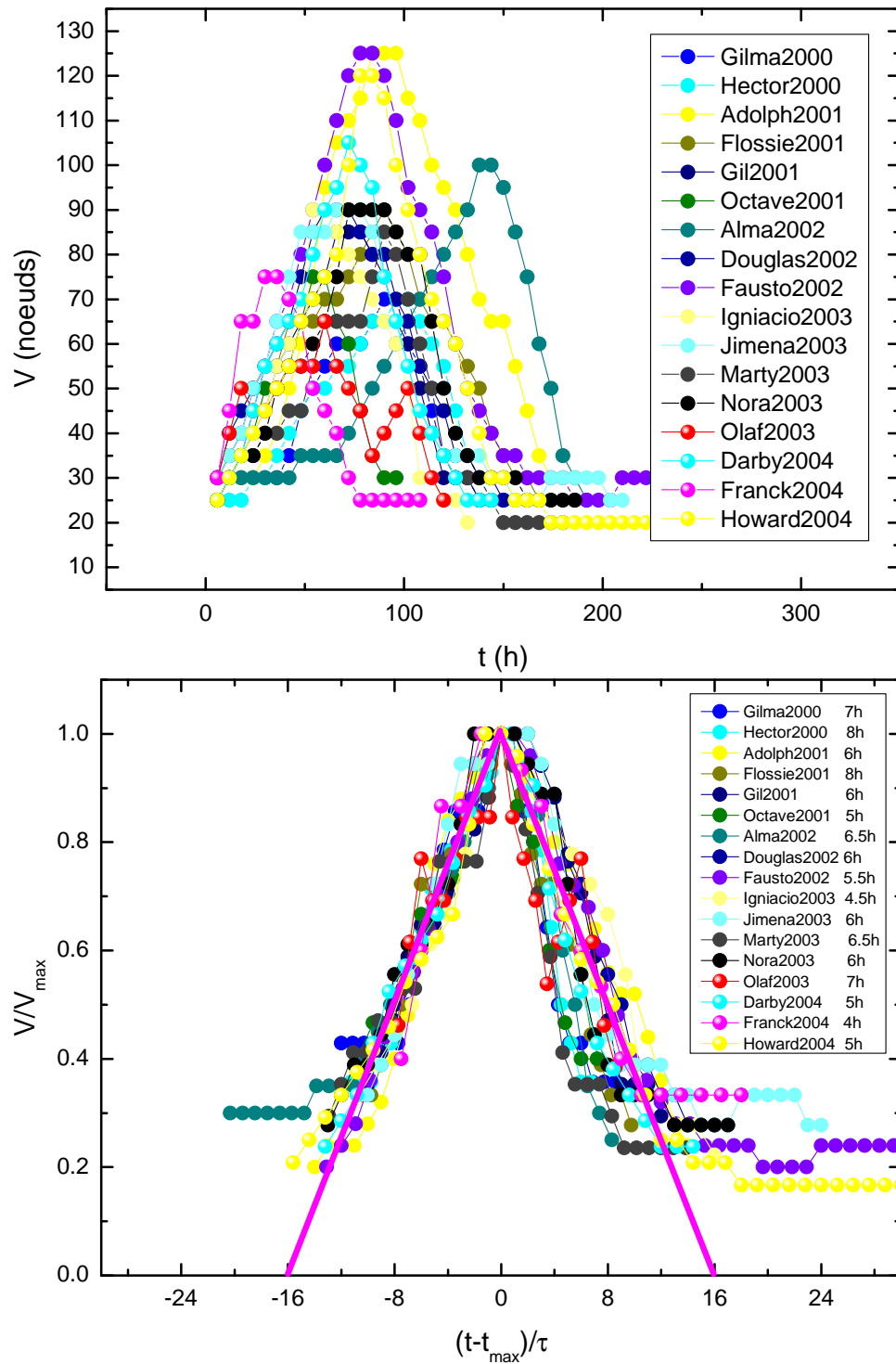
ou de façon équivalente :

$$\frac{\partial V}{\partial t}(t) = \pm \frac{V_{max}}{16\tau} \quad (5.6)$$

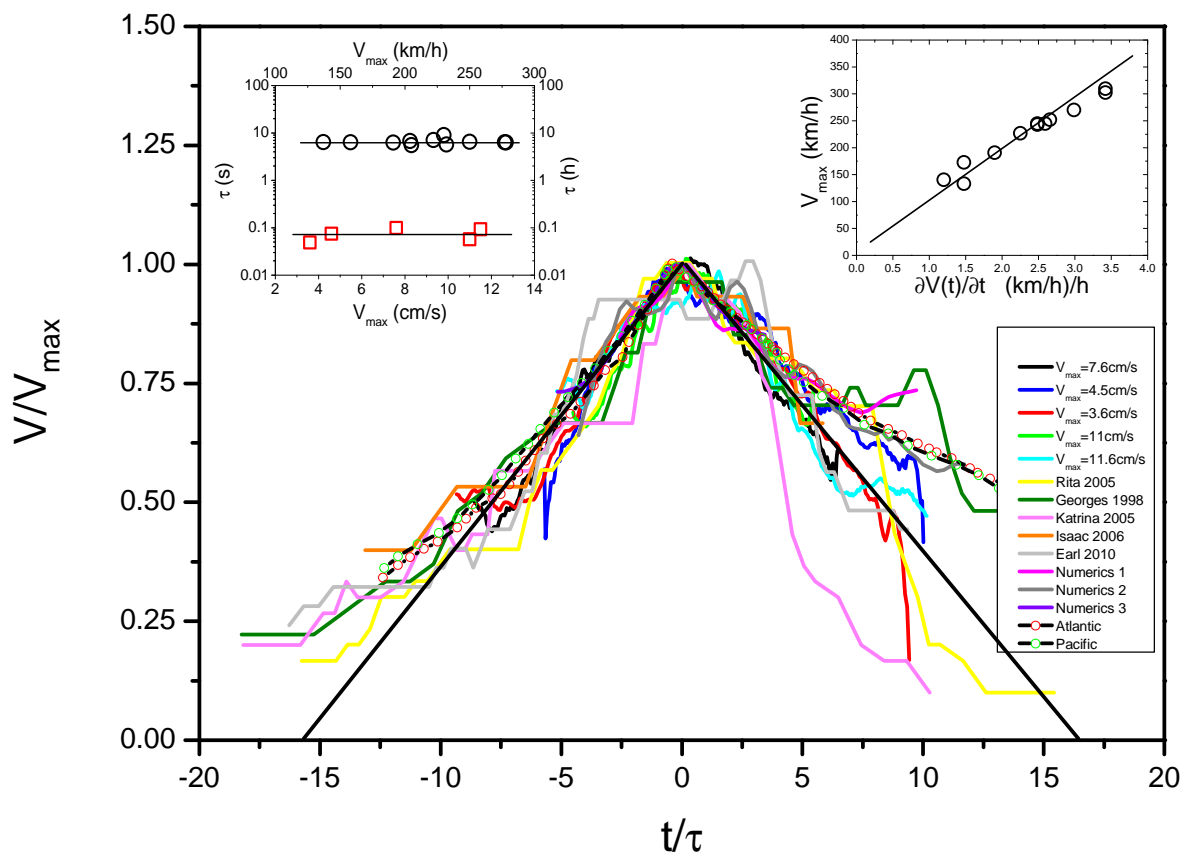
Sur cette dernière figure ne sont présentés que des cyclones ayant le comportement décrit par l'équation (5.5). Sur la figure (5.18) sont présentés tous les cyclones des saisons 2005-2008 du bassin Atlantique et 2000-2004 du bassin Nord-Est et Centre Nord Pacifique. Pour un cyclone, la durée de normalisation de l'axe des temps est choisie pour superposer au mieux la courbe aux autres sur la phase ascendante. Nous parvenons ainsi à superposer 171 intensification de cyclones tropicaux des saisons cycloniques 2000 à 2012 des bassins Atlantique et Nord-Est et Centre-Nord Pacifique. Nous relevons pour chaque cyclone la durée de normalisation de l'axe des temps dont la distribution des valeurs est donnée à la figure (5.17). Cette durée de normalisation possède donc une valeur moyenne bien définie qui vaut  $6h \pm 2h$ .

La Figure 5.16 présente la superposition d'intensifications de cyclones terrestres, de tourbillons de la bulle expérimentaux et numériques. La superposition des intensifications des tourbillons de la bulle et des cyclones terrestres peut ne pas paraître surprenante puisque différents tourbillons peuvent présenter des phases de croissance et de décroissance en intensité. Cependant un aspect important de la superposition proposée ici, est que la durée caractéristique de normalisation  $\tau$  est à peu près constante est de l'ordre de  $6h$  pour les cyclones tropicaux et de  $0.07s$  pour les tourbillons expérimentaux et numériques. La dynamique de chaque système semble être alors caractérisée par une seule constante de temps. Dans l'inset de droite de la Figure 5.16 on a représenté le taux d'intensification et la vitesse maximale pour une douzaine de cyclones. Il semble que la vitesse maximale qu'atteint le cyclone ou le tourbillon de la bulle soit déterminé par le taux de croissance initial de la vitesse maximale et par la constante de temps  $\tau$ . Bien que le sens physique de cette constante ne soit pas clair pour l'instant, son ordre de grandeur est celle d'un tour pour les tourbillons expérimentaux et numériques ainsi que pour les cyclones tropicaux si on considère le rayon de vent maximal.

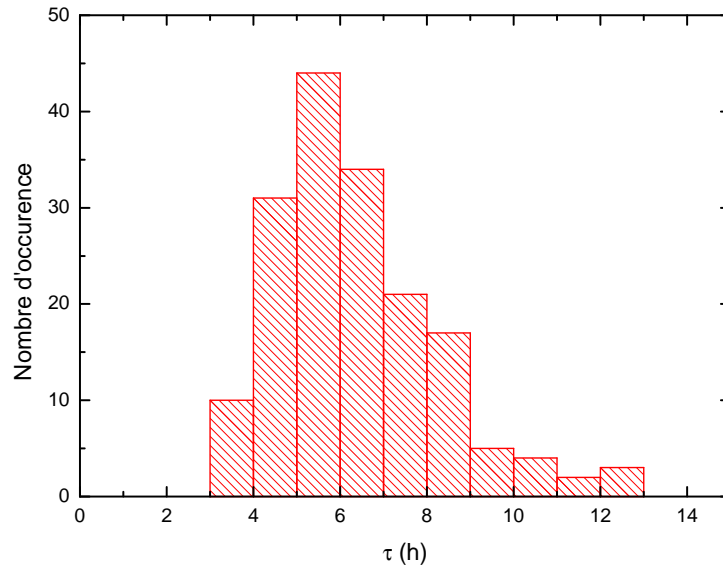
Ceci montre que la loi d'intensification proposée ici, représente un comportement moyen qui permet à partir des premières valeurs de la phase d'intensification de connaître la vitesse maximale qu'atteindra le cyclone et dans combien de temps il l'atteindra. En effet supposons connues les 5 premières valeurs de la vitesse maximale des vents du cyclone ce qui représente  $30h$  d'observation du cyclone. On peut alors évaluer le taux d'accroissement de cette vitesse  $\frac{\partial V}{\partial t}$  qui connaissant  $\tau \sim 6h$  permet déterminer la valeur maximale



**FIGURE 5.15** – Superposition de courbes d’intensification de cyclones du bassin Nord-Est et Centre-Nord Pacifique des saisons 2000-2004.  $V$  est la vitesse maximale des vents mesurée dans le cyclone dont l’évolution passe par un maximum :  $V_{max}$  à l’instant noté  $t_{max}$ .



**FIGURE 5.16** – Superposition des intensifications de cyclones terrestres (de cinq cyclones du bassin Atlantique et de deux compilations extraites de [20] pour l’Océan Pacifique et l’Océan Atlantique) et des tourbillons de la bulle expérimentale (cinq intensifications différentes à  $0Hz$ ,  $0.2Hz$  et  $0.6Hz$ ) et numérique (Trois intensifications ont été observées pour trois maillages différents de la bulle,  $512 \times 512$ ,  $256 \times 256$ , et  $2048 \times 2048$  respectivement pour les cas 1 à 3). En inset à gauche on représente la durée caractéristique de normalisation en fonction de la vitesse maximale des intensifications des aspérités et des cyclones Georges 1998, Bill 2009, Rita 2005, Katrina 2005, Beta 2005, Helene 2006, Paloma 2008, Dolly 2008, Omar 2008, Isaac 2006, Earl 2010. L’Inset de droite montre la relation linéaire entre le taux d’intensification et la vitesse maximale pour une douzaine de cyclones différents de ceux utilisés dans l’Inset de gauche (Opal 1995, Andrew 1992, Hugo 1989, Dean 1989, Gilbert 1988, Gloria 1985, Camille 1969, Igor 2010, Gordon 2006, Florence 2006, Dean 2007, Chris 1994).

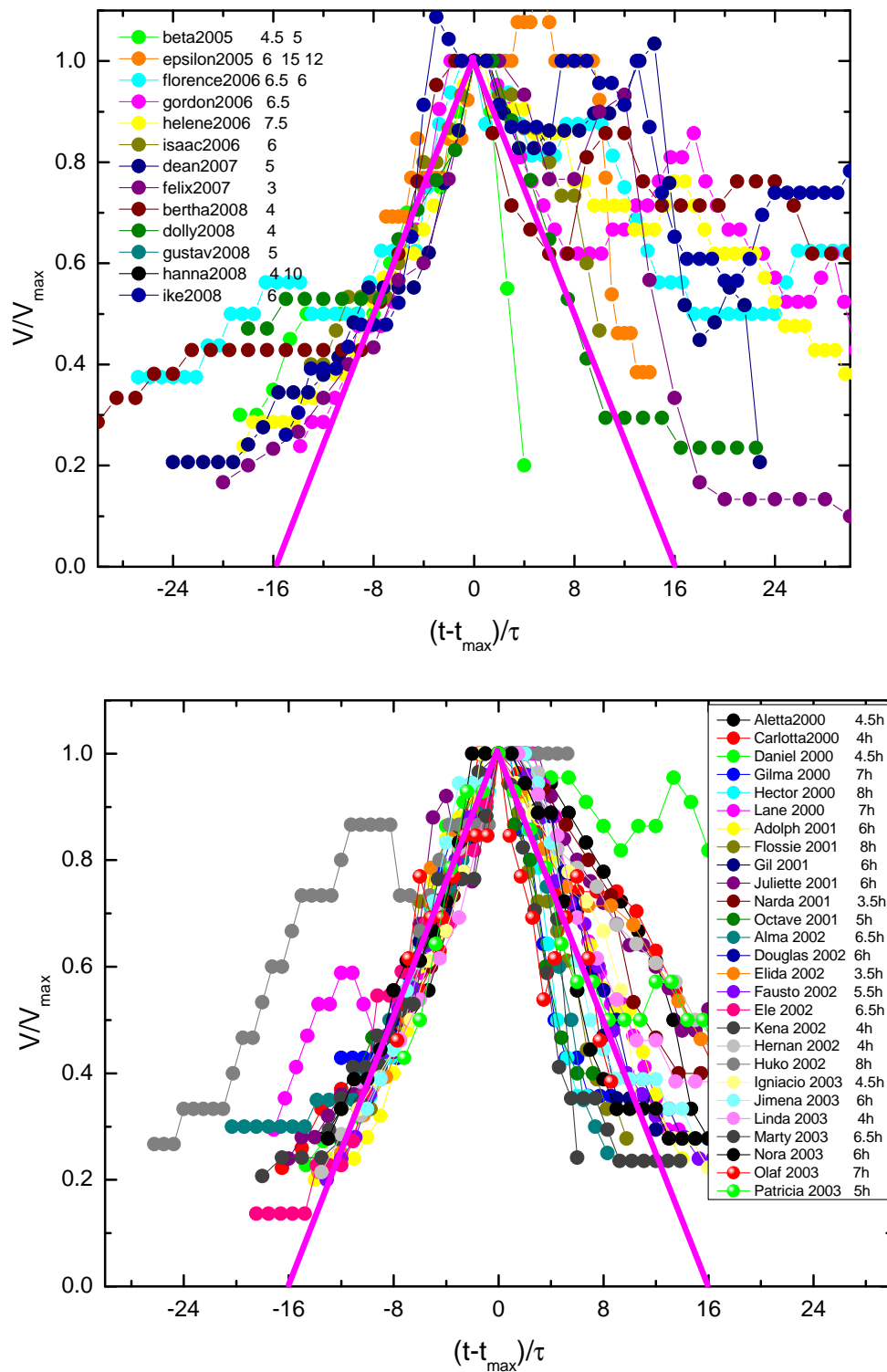


**FIGURE 5.17** – Distribution de la durée de normalisation  $\tau$  permettant la superposition des courbes d'intensification des cyclones

de  $V_{max}$ . Sachant que l'intensification s'effectue sur une durée de  $16\tau$  on peut déterminer la date à laquelle ce maximum sera atteint. Il est possible d'observer des écarts à ce comportement moyen. Les cyclones qui après avoir atteint leur maximum d'intensité déclinent plus rapidement que la loi ici proposée, sont pour la plupart entrés dans les terres. D'autres cyclones après avoir atteint un premier maximum restent intenses longtemps voire se réintensifient. Ce sont en général des cyclones qui restent longtemps en mer.

La superposition des phénomènes d'intensifications des tourbillons de la bulle et des cyclones terrestres ne signifie pas que les mécanismes d'intensifications soient les mêmes. Rappelons toutefois que la physique des deux objets concernés est très différente et que l'on ne peut écarter les phénomènes tridimensionnels. Rappelons que différents mécanismes d'intensification et de déclin des cyclones terrestres ont été proposés mettant l'accent sur différents aspects comme, entre autres, le profil thermodynamique de l'atmosphère et de la surface de l'océan, l'interaction entre l'évaporation de l'océan et la dissipation énergétique dans la couche limite atmosphérique du cyclone et le rôle de tours vorticités convectives [22, 21, 61]. Pour les tourbillons de la bulle de savon, on peut penser que les plumes thermiques et l'écoulement environnant jouent un rôle dans leurs cycles de vie. Une différence majeure entre les mécanismes d'intensifications des deux objets est leur dimension, bi-dimensionnel dans le cas de la bulle et tri dimensionnel dans le cas de l'atmosphère terrestre. Néanmoins, nous pensons que la superposition des données proposées ici peut indiquer que les dynamiques d'intensifications des deux types de tourbillons semblent posséder des aspects génériques pouvant éventuellement s'avérer utiles dans la compréhension de ce problème difficile.





**FIGURE 5.18** – Superposition des courbes d'intensification des cyclones des bassins Atlantique et Nord-Est et Centre-Nord Pacifique. A côté des noms de cyclones sont indiquées les durées de normalisation en heures.

## 5.4 Conclusions

Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la caractérisation de l'intensité des tourbillons de la bulle. Le suivi lagrangien de particule a permis de montrer que les tourbillons de la bulle sont elliptiques. Nous avons montré par deux méthodes (suivi lagrangien de particules et PIV) que le champ de vitesse du tourbillon est correctement décrit par un modèle de type Lamb. Les ordres de grandeurs de la vitesse maximale atteinte et du rayon de vitesse maximale sont respectivement de  $15\text{cm.s}^{-1}$  et  $0.5\text{cm}$ . L'intensité d'un tourbillon comme celle d'un cyclone terrestre présente des phases d'intensification et de déclin. On a montré ici l'existence d'un comportement moyen commun à ces deux objets permettant une prédiction simple du maximum de vitesse atteint ainsi que la durée au bout de laquelle ce maximum est atteint.



# Chapitre 6

## Perspectives sur l'influence de la rotation sur la convection

Les chapitres précédents se sont surtout focalisés sur les tourbillons qui émergent de l'écoulement turbulent généré par convection thermique. Dans le chapitre présent nous nous intéressons à l'influence de la rotation sur cette turbulence générée par convection. Nous n'avons fait qu'esquisser l'étude de la turbulence dans la bulle de savon sous rotation. Nous n'avons que débuté l'étude du champ des fluctuations de température sous rotation. Parallèlement à cette étude, nous nous sommes intéressés à l'allure générale de la convection dans la bulle sous rotation. Comment, par exemple, les plumes de convection sont-elles affectées par la rotation ?

### 6.1 Influence de la rotation sur les fluctuations de température

La convection thermique turbulente est présente dans différents écoulements qu'ils soient atmosphériques, géophysiques ou industriels. Plusieurs approches tant théoriques qu'expérimentales ont exploré ce phénomène à différentes échelles et différentes géométries, [40, 76] dans la situation classique d'un fluide enfermé dans un récipient chauffé par le bas et refroidi par le haut, [1]. L'état de convection thermique turbulente est alors atteint lorsque la différence de température entre le haut et le bas dépasse un seuil. Les propriétés statistiques des champs de fluctuations de température et de vitesse peuvent dans ce cas être décrites par des lois d'échelle comme dans le cas de la turbulence hydrodynamique tridimensionnelle, [47, 14, 65]. Plusieurs dispositifs expérimentaux ont été réalisés pour mesurer ces propriétés statistiques mais nombre de problèmes concernant leur comportement en lois d'échelle restent posés, [78, 54]. Durant la dernière décennie la version bidimensionnelle de ces expériences a été réalisée en utilisant soit un film de savon soit une demi-bulle de savon, [86, 87, 74]. Un examen détaillé des propriétés statistiques

des fluctuations de vitesses et de densité montrent qu'elles se comportent selon les lois d'échelles prédites dans le cas de la turbulence stratifiée par Bolgiano et Obukhov dans les années 50, [4, 66]. L'étude de Seychelles et al. [74], comme celle du présent chapitre est basée sur des images de la bulle acquises avec une caméra thermique infra rouge. L'étude d'un champs de température d'un écoulement bidimensionnel est bien plus aisée que dans le cas tridimensionnel. Si on suppose que l'émissivité de la bulle est d'environ 1 [87], pour la bande spectrale du capteur de la caméra qui s'étend de  $1.5\mu m$  à  $5.1\mu m$ , on peut alors en principe, à partir d'images infrarouge de la bulle, mesurer la température en tout point de cette dernière. Pour pouvoir négliger la courbure de la bulle on se limite à des champs d'au maximum  $3cm \times 3cm$  pris dans l'axe centre de la bulle - centre du capteur. Cependant l'examen de l'image thermique de la bulle entière révèle la présence d'un arc chaud en "bordure" de bulle qui provient de la réflexion du canal dans la bulle. Ceci limite le choix de la position de la fenêtre d'analyse qui en outre ne doit pas se trouver trop près de la base de la bulle où la présence de plumes rend la turbulence anisotrope.

La figure (6.1) présente des images extraites de films infrarouges permettant de mesurer la température de la bulle. Sous rotation, l'entraînement du film de savon se fait ici de la gauche vers la droite. On observe l'inclinaison des plumes vers la gauche sous rotation, alors que sans rotation les plumes ont tendance à remonter vers le sommet de la bulle, sans s'incliner. On observe aussi l'arc chaud en "bordure de bulle" ainsi que le bas de la bulle plus soumis à la convection thermique.

A partir des images thermiques de la bulle on peut donc étudier le comportement statistique des fluctuations de la température. Les fonctions de structure d'ordre  $n$  de la température peuvent être définies par :

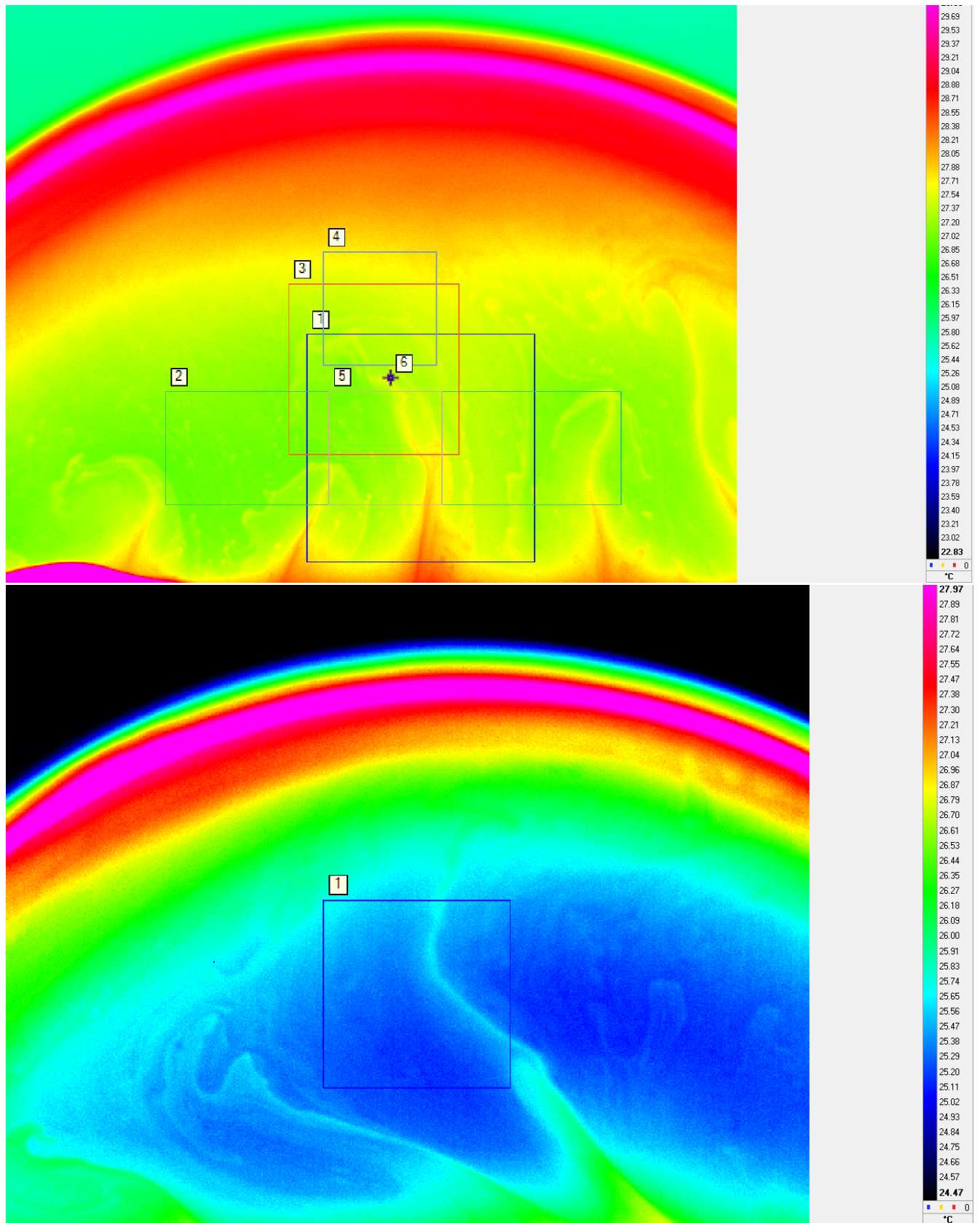
$$S_n^T x(\delta x) = \langle |\delta T(\delta x)|^n \rangle = \langle |T(x + \delta x) - T(x)|^n \rangle \quad (6.1)$$

$$S_n^T y(\delta y) = \langle |\delta T(\delta y)|^n \rangle = \langle |T(y + \delta y) - T(y)|^n \rangle \quad (6.2)$$

L'opération de moyenne peut être spatiale (sur une image, soit selon  $x$  l'abscisse et  $y$  l'ordonnée en coordonnées cartésiennes) et temporelle (sur plusieurs images). Ce sont des quantités importantes pour l'étude de la turbulence et différentes lois d'échelle ont été proposées pour leur variation avec  $\delta x$  ou  $\delta y$ . En généralisant les arguments de Kolmogorov sur la turbulence tridimensionnelle à un champs scalaire comme la température, Obukhov et Corrsin prédirent pour la fonction de structure d'ordre deux l'expression suivante :

$$S_2^T(r) = \epsilon_T \epsilon^{-\frac{1}{3}} r^{\frac{2}{3}} \quad (6.3)$$

où  $\epsilon$  est le taux de dissipation d'énergie et  $\epsilon_T$  et le taux de dissipation de la température. Des arguments similaires appliqués à la turbulence dans un fluide stratifié de façon stable, dans les conditions d'une convection Rayleigh-Bénard, conduirent Obukhov et Bolgiano



**FIGURE 6.1** – Images infra rouge de la bulle de savon sans rotation (en haut) et avec rotation  $\Omega = 0.6 \text{ Hz}$  (en bas) sous un gradient de  $16^\circ\text{C}$ . On présente quelques fenêtres d'analyse de diverses tailles et positions utilisées pour le calcul des fonctions de structures de la température.

à prédire :

$$S_2^T(r) = \epsilon_T^{\frac{4}{5}} (\beta g)^{-\frac{2}{5}} r^{\frac{2}{5}} \quad (6.4)$$

où le caractère actif de la température via la poussée d'Archimède se traduit dans cette expression par la présence de  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $\beta$  le coefficient de dilatation thermique du fluide. La différence essentielle entre (6.3) et (6.4) vient du fait que dans le premier cas la température est supposée se comporter comme un scalaire passif qui n'agit pas sur l'écoulement. On néglige ainsi toute force de flottabilité contrairement au second cas où la température agit comme un scalaire actif sur l'écoulement via les forces de flottabilité sur le fluide stratifié de façon stable. Dans cette situation l'énergie cinétique turbulente est convertie sur une large gamme d'échelle en énergie potentielle de pesanteur résultant des écarts de densité. Cette énergie potentielle est ensuite détruite par action du mélange turbulent et de la diffusion moléculaire. Ceci a pour effet de réduire le taux de transfert énergétique par rapport à celui estimé sur la base des mouvements de turbulence à grande échelle. Les fonctions de structures d'ordre  $n$  sont supposées suivre une loi de puissance en  $r$  avec l'exposant  $\xi_n^T$  qui vaut  $\frac{n}{3}$  pour le régime Obukhov-Corrsin (scalaire passif) et  $\frac{n}{5}$  pour le régime Obukhov-Bolgiano (scalaire actif).

L'isotropie de la turbulence est vérifiée lorsque les fonctions de structures en  $S_n^T x$  et  $S_n^T y$  se superposent, quant à l'homogénéité, on l'a vérifié en changeant la position et les taille des fenêtres et en retrouvant des résultats similaires. La Figure (6.1) montre les différentes fenêtres d'analyse qui ont été utilisées pour le calcul des fonctions de structures de la température. La taille de ces fenêtres a été variée, la plus petite mesurant  $150 \times 150 pxl^2$ , la plus grande  $300 \times 300 pxl^2$ , pour vérifier la convergence des calculs de moyennes effectués et la cohérence des exposants de fonctions de structures obtenues. La position de ces fenêtres influence aussi les résultats. Si on se trouve trop bas et influencé par les plumes thermiques, la turbulence  $y$  est plus anisotrope. Si la fenêtre est trop haute, ou trop sur les côtés, on tombe dans l'arc chaud en bordure de bulle et on ne peut plus négliger sa courbure. La plus grande fenêtre de  $300 \times 300 pxl^2$  qui descend bas sur la bulle donnent des fonctions de structures en  $x$  et  $y$  qui ne se superposent pas et présentent donc de l'anisotropie. Les autres fenêtres présentées donnent des fonctions de structures isotropes et des exposants similaires. Pour effectuer les calculs des fonctions de structures de la température, nous avons généralement utilisé par la suite la fenêtre 1 de la Figure (6.1) du bas qui se trouve à  $1cm$  de la base de la bulle. La cadence d'acquisition de la caméra est de 100 images/s. Nous avons effectué les opérations de moyenne permettant le calcul des fonctions de structures à la fois spatialement, sur cette fenêtre de  $150 \times 150 pxl^2$ , soit une extension spatiale d'un peu moins de  $1.5 \times 1.5 cm^2$ , puis temporellement, sur 3s soit 300 images. Ces statistiques ont donc été effectuées sur  $6.75 \cdot 10^6$  points de mesures au minimum. Le choix de la durée de moyennage et donc du nombre d'images, correspond à un compromis entre durée de calculs et durées caractéristiques de drainage et de convection.

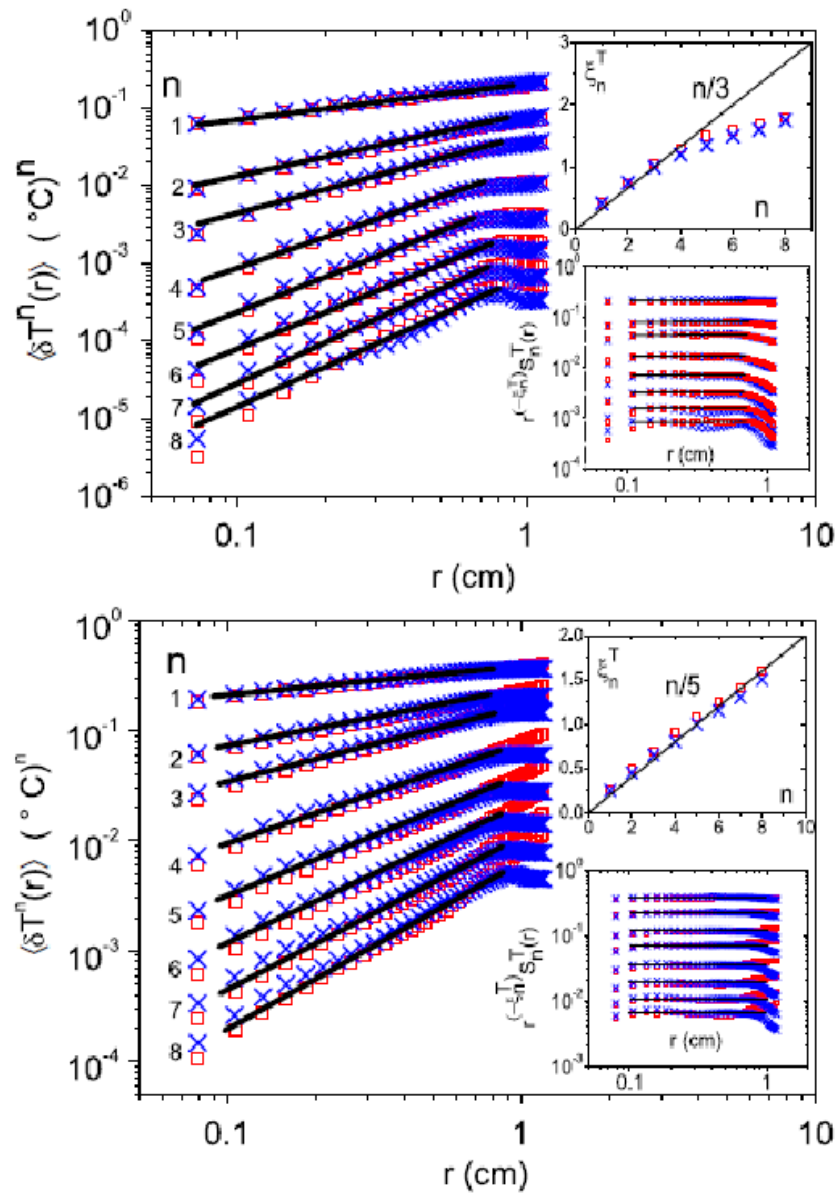
La durée de la vie de la bulle étant de l'ordre de la minute on a considéré que son état du point de vue du drainage était stationnaire sur des durées de l'ordre de la seconde. Pour tenir compte de l'influence du gradient de température vertical entre la base et le sommet de la bulle, on a calculé les fonctions de structures des fluctuations de la température, en retranchant au préalable au champ de température, un champ de température moyen sur 3s la durée de moyennage utilisée.

Dans le cas de la demi-bulle de savon sans rotation Seychelles et al. [74], ont mis en évidence une transition, avec l'augmentation du gradient de température, d'un comportement en loi d'échelle en Obukhov-Corrsin avec intermittence à un comportement en loi d'échelle en Obukhov-Bolgiano sans intermittence. La figure (6.2) montre les fonctions de structures de la température selon  $x$  et  $y$  obtenues par Seychelles et al., [74]. Les deux cas exposés correspondent à deux gradients différents  $\Delta T = 21^\circ C$  et  $\Delta T = 50^\circ C$ . On observe pour les deux gradients la superposition des fonctions de structures en  $x$  et  $y$ . Cela montre ici l'isotropie des fluctuations de température. En inset, on trace les exposants de loi de puissance de chaque fonction de structure en fonction de l'ordre. On observe une transition entre un comportement à faible gradient thermique, en  $\frac{n}{3}$  avec intermittence (les exposants s'écartent de la loi de puissance), à un comportement à fort gradient thermique, en  $\frac{n}{5}$  sans intermittence (les exposants suivent la loi de puissance). Cette transition vers des lois d'échelles sans intermittence est surprenante car des travaux numériques antérieurs indiquent une forte intermittence du champ de température [8].

Que deviennent ces lois d'échelle sous rotation ? Nous n'avons pas connaissance de travaux effectués sur les fonctions de structures de la température dans un écoulement turbulent sous rotation. Pour mener cette étude, dans notre cas de la demi-bulle soumise à un gradient thermique et sous rotation, nous avons réalisé, pour différentes vitesses de rotation de la bulle et pour un gradient de température de  $16^\circ C$ , plusieurs films IR de la bulle. On extrait de ces images les incréments de température  $\delta T(\delta x) = T(x + \delta x) - T(x)$  et  $\delta T(\delta y) = T(y + \delta y) - T(y)$  et on calcule les fonctions de structure  $S_n^T(\delta x) = \langle |\delta T(\delta x)|^n \rangle$  et  $S_n^T(\delta y) = \langle |\delta T(\delta y)|^n \rangle$  où  $x$  et  $y$  représentent les coordonnées horizontale et verticale de l'image infra rouge. Les fonctions de structures de l'ordre  $n = 1$  à  $n = 8$  en  $x$  et  $y$  pour les vitesses de rotation de bulle  $\Omega = 0Hz, 0.2Hz, 0.8Hz$  et  $1Hz$  sont représentés à la Figure (6.1). Elles peuvent présenter une légère anisotropie observable pour les moments d'ordre élevé. Les exposants de la loi de puissance observée sur la gamme allant du millimètre au centimètre sont reportés selon l'ordre  $n$ , dans les graphes en inset. On observe un raidissement des fonctions de structure avec la rotation pour ce gradient  $\Delta T = 16^\circ C$  et des vitesse de rotation comprise entre  $0Hz$  et  $1Hz$ . Les exposants de loi de puissance passent d'une dépendance en  $\frac{n}{3}$ , comme observée auparavant à faible gradient thermique, à une dépendance en  $\frac{n}{2}$ .

L'annexe B fournit plus d'informations sur cette étude. Les résultats obtenus pour plus de vitesses de rotation sont présentés et montrent que la transition observée est pro-





**FIGURE 6.2** – Fonctions de structure de la température pour les ordre  $n = 1$  à  $n = 8$  pour deux gradient de température  $\Delta T = 21^\circ\text{C}$  (en haut) et  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$  (en bas). En inset les exposant de la loi de puissance observée pour chaque fonction de structure et les moment compensés. (Extrait de [74]).

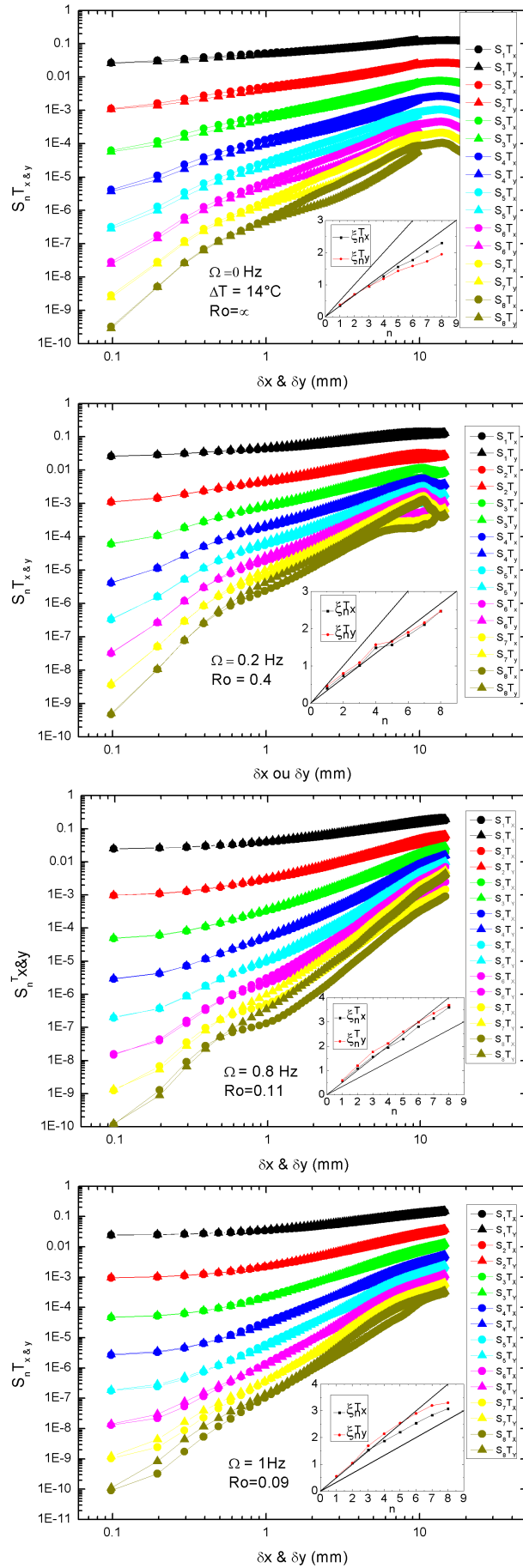


FIGURE 6.3 – Fonctions de structures  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$  pour quatre vitesses de rotation de la bulle mettant en évidence un raidissement des exposant de la loi de puissance. En insert : exposants des fonctions de structure. Les deux droites correspondent aux loi de puissance en  $\frac{n}{3}$  et en  $\frac{n}{2}$

gressive entre  $0Hz$  et  $1Hz$  mais qu'elle ne se maintient pas clairement pour les vitesses de rotation supérieures (de  $1.2Hz$  à  $2.2Hz$ ).

A notre connaissance, les seuls travaux expérimentaux portant sur les lois d'échelle d'écoulements turbulents sous rotation sont ceux de Baroud et al.[3] et de Morize et al. [62]. Baroud et al. utilisent le montage déjà présenté à la figure (1.7). Pour rappel, il s'agit d'une cavité annulaire comprise entre deux cylindres, remplie d'eau dont le fond est évasé et plus profond vers la paroi du cylindre extérieur. Ce fond est percé de 120 trous servant de puits et sources pour créer un écoulement radial vers l'extérieur. Ils étudient les statistiques du champ de vitesse, soit en utilisant un anémomètre à film chaud et en utilisant l'hypothèse de Taylor de la turbulence figée, soit en réalisant de la vélocimétrie par images de particules dans un plan de la cavité annulaire. Ils trouvent un raidissement des exposant des lois de puissance des fonction de structures de la vitesse, en passant d'un régime sans rotation en  $\frac{n}{3}$  à un régime sous rotation en  $\frac{n}{2}$ . Ils trouvent également un raidissement de l'exposant du spectre des fluctuations passant de  $E(k) \sim k^{-\frac{5}{3}}$  à  $E(k) \sim k^{-2}$ . Cette transition de l'exposant du spectre de la vitesse avec la rotation a été prédite par Zhou [89] et Canuto et al. [7], sur des bases phénoménologiques. Ils supposent que le temps caractéristique des transferts énergétiques est donné par le temps de rotation  $\Omega^{-1}$  et ne tiennent pas compte explicitement de l'anisotropie de l'écoulement due à la rotation. Des simulations [83, 29], redonnent ce spectre de la vitesse en  $k^{-2}$  et semble être lié à des nombres de Rossby modérés pour lesquels l'anisotropie est faible. Les travaux expérimentaux de Morize et al.[62], dans le cas d'une turbulence en déclin, générée par une grille oscillante dans une cuve cylindrique, trouvent que cette allure du spectre n'est que transitoire et doit plus se raidir pour des Rossby inférieurs à 0.5.

Cette transition de l'exposant du spectre signe celle de l'exposant de la fonction de structure d'ordre 2 de  $\frac{2}{3}$  à 1. Nous observons également une telle transition de loi d'échelle mais pour les fluctuations de température. Les études de Zhou et Canuto et al. [89, 7] font apparaître dans le spectre de la vitesse le produit de  $\epsilon$ , la fonction de dissipation de l'énergie et de  $\Omega$ , la vitesse de rotation d'ensemble du système. En supposant que les fonctions de structure de la température  $S_n^T(r)$  ne dépendent que de la distance  $r$  et des produits  $\epsilon\Omega$  et  $\epsilon_T\Omega$  une analyse dimensionnelle mène à la loi d'échelle suivante :

$$S_n^T(r) \sim (\epsilon\Omega)^{-\frac{n}{4}} (\epsilon_T\Omega)^{\frac{n}{2}} r^{\frac{n}{2}} \quad (6.5)$$

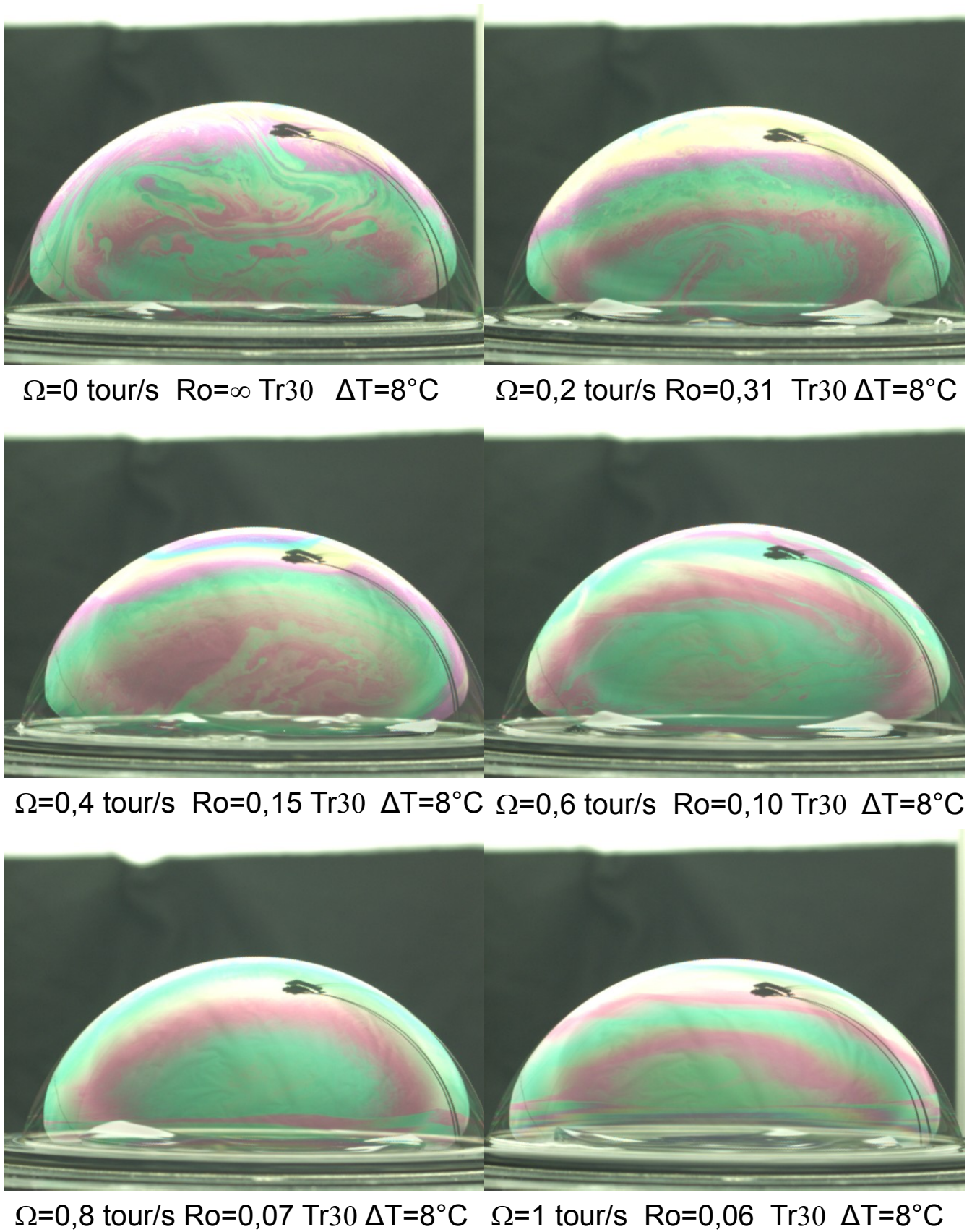
qui semble en accord avec nos mesures.

## 6.2 Influence de la rotation sur les motifs de la convection

On s'est aussi intéressé à caractériser qualitativement et visuellement l'influence de la rotation sur les motifs de la convection. Comment l'activité convective dans le film de savon de la bulle est-elle modifiée par la mise en rotation de la bulle ? Les plumes de convection ont-elles toujours la même allure ? Pour tenter de répondre à ces questions nous avons réalisé des films vidéos de la bulle sous rotation pour quatre gradients de température différents  $\Delta T = 8, 10, 13, 20^\circ C$ . Pour chaque gradient, d'un film à l'autre, la bulle est mise en rotation à différentes vitesses de rotation. Cette vitesse de rotation est augmentée par pas de 0.2tour/s pour les gradients  $\Delta T = 8, 10, 13^\circ C$  ou 0.4tour/s pour  $\Delta T = 20^\circ C$ .

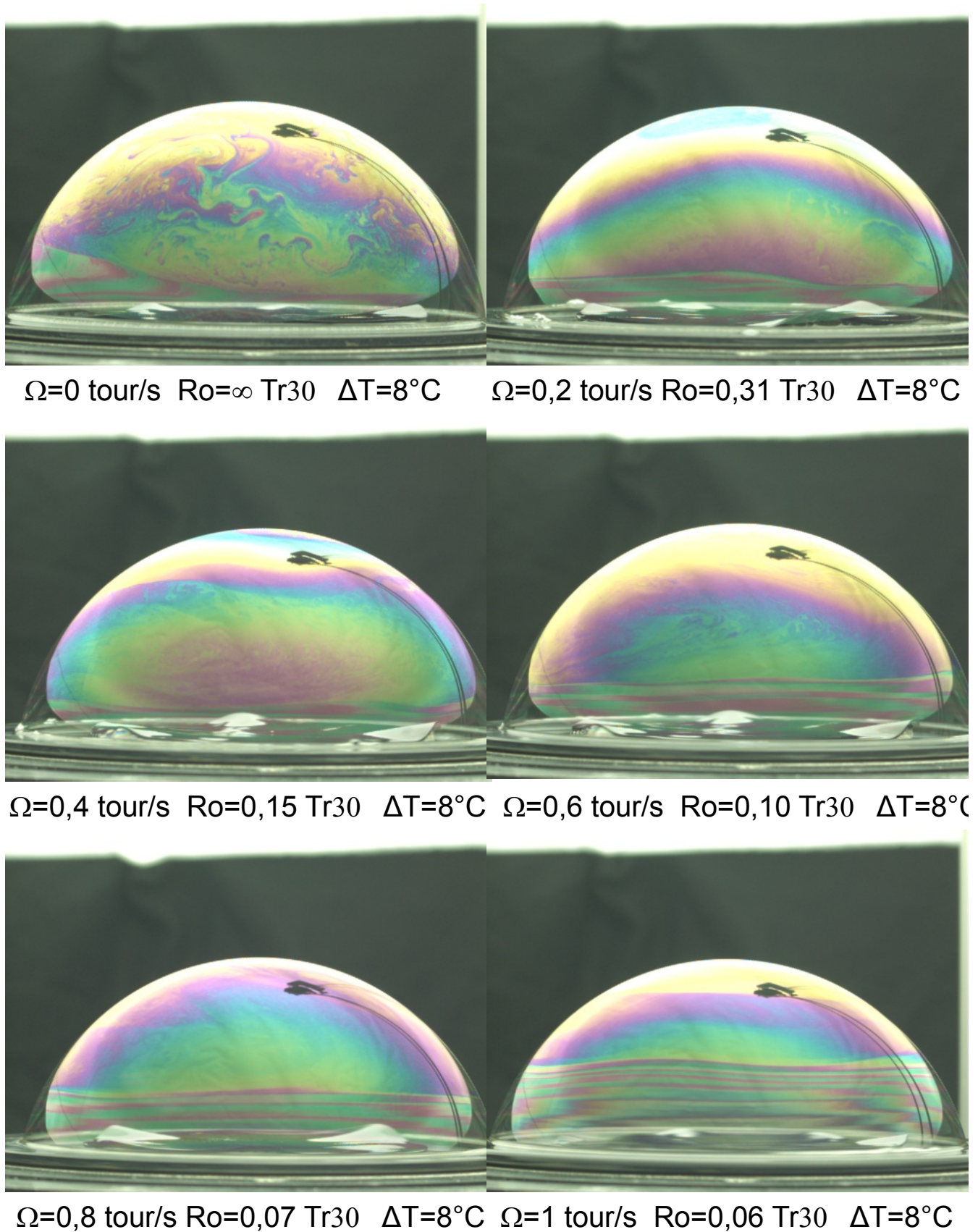
La convection étant plus énergique dans ce dernier cas il a fallu tourner plus rapidement la bulle que dans les cas précédents pour percevoir des effets de la rotation. Pour chaque gradient, la plus grande vitesse de rotation de la bulle explorée est choisie soit en fonction de l'allure finale de la bulle dans laquelle, dans tous les cas observés ici, la convection de la base au sommet est gênée par la rotation, soit en fonction des projections de solution savonneuse hors du canal survenant à haute vitesse de rotation. Sur les photos des figures qui suivent la bulle tourne de la droite vers la gauche. Pour  $\Delta T = 8 - 10^\circ C$  on observe que les plumes de convection s'inclinent vers la droite, dès  $\Omega = 0.2$  tour/s et n'atteignent plus le sommet de la bulle. Dans ce cas une zone plus fine apparaît au pôle car le drainage n'y est plus contre balancé par la convection (cf les derniers régimes d'épaisseur des gradient  $\Delta T = 8 - 10^\circ C$  aux figures (6.4) et (6.5) à partir de  $\Omega = 0.4$  tour/s ). On finit dans ces deux cas par obtenir une bulle complètement stratifié par la rotation, les plumes convectives ayant complètement disparues. On note aussi pour les vitesses entre 0.6 et 1 tour/s l'apparition de bandes de sur-épaisseur à la base de la bulle.

Pour  $\Delta T = 13, 20^\circ C$  la convection est plus énergique et on peut encore observer des plumes montant directement au pôle à 1tour/s ! On obtient l'inclinaison des plumes pour des vitesses de rotation au delà de 1.2tour/s. Le motif de la plume se modifie (cf Figure 6.6). Ce n'est plus un simple champignon qui monte directement de la base au pôle. Avec la rotation de la bulle (de gauche à droite) la plume s'incline vers la gauche dans le bas de la bulle puis se redresse et s'incline vers la droite dans le haut de la bulle. Nous ne sommes pas parvenu contrairement aux deux cas précédents ( $\Delta T = 8, 10^\circ C$ ) à tourner suffisamment vite pour empêcher les plumes d'atteindre le pôle. Ce dernier étant encore alimenté on n'y observe plus la formation d'une zone plus fine comme précédemment.



**FIGURE 6.4** – Patterns de convection typiques pour  $\Delta T = 8^{\circ}C$ ,  $\Omega$  est ici la vitesse de rotation de la bulle  $Ro$  le nombre de Rossby.





**FIGURE 6.5** – Même légende que la figure (6.4) mais pour un régime d'épaisseur plus fine ayant lieu plus tard au cours de la vie de la bulle.

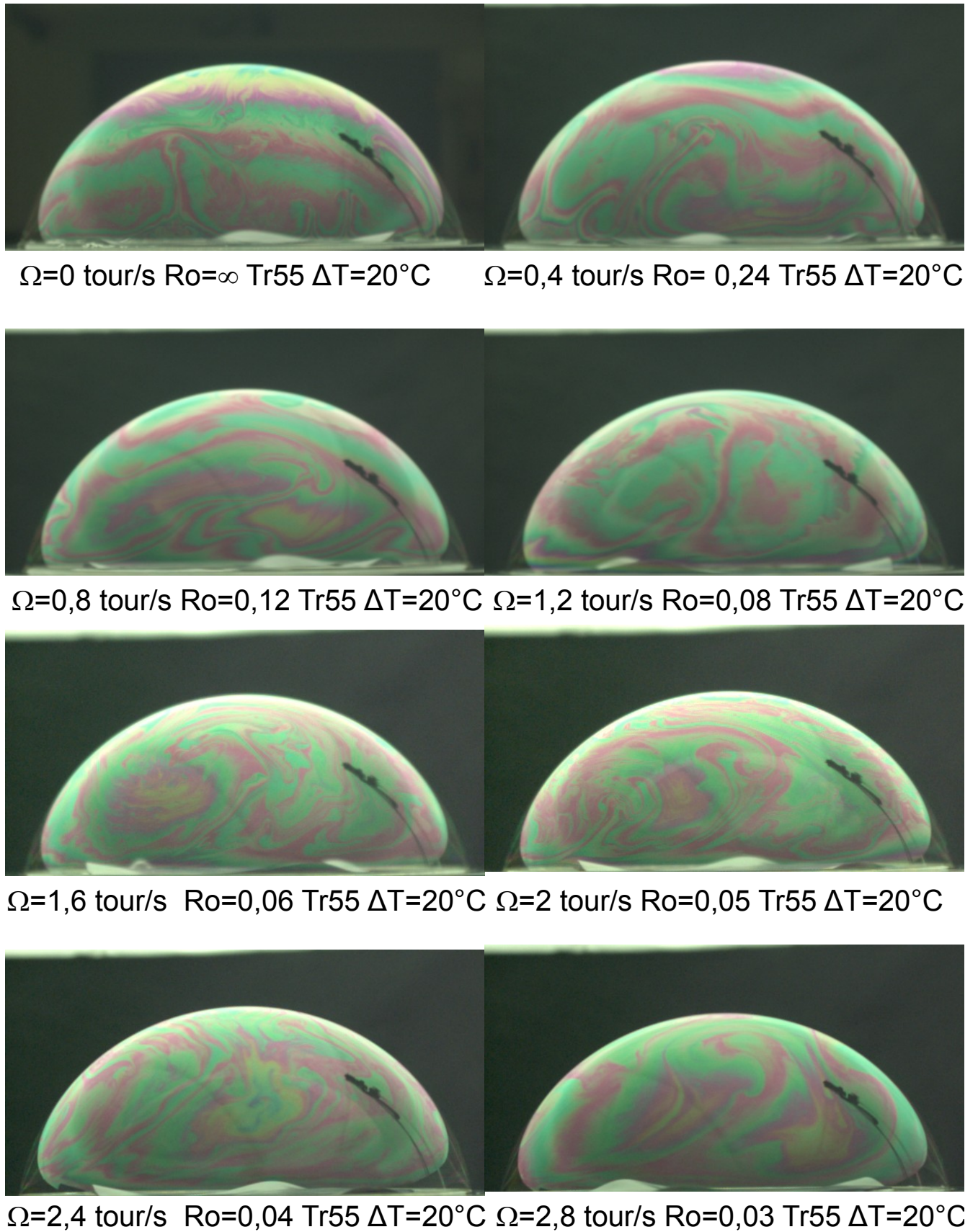


FIGURE 6.6 – Même légende que la figure (6.4) mais dans le cas  $\Delta T = 20^\circ\text{C}$

### 6.3 Conclusions

Les conclusions de ce chapitre de perspectives ne peuvent être que soumises à d'ultérieures investigations et vérifications. L'étude des fonctions de structure de la température doit être reprise avec différents gradients de température. Ici l'influence de la rotation sur ces grandeurs n'a été mesurée que pour un seul gradient. Il semble que les fonctions de structure se raidissent avec la rotation, en passant (à bas gradient) d'une loi de puissance en  $\frac{n}{3}$  à une loi de puissance en  $\frac{n}{2}$ . Mais ce résultat ne se maintient pas de façon claire pour les vitesses de rotation supérieures à 1.2tour/s.

D'autre part l'étude "visuelle" de la compétition entre convection et rotation a permis de montrer qu'à bas gradient de température la rotation pouvait l'emporter sur la convection et empêcher toute ascension de plumes thermiques. Si on augmente la vitesse de rotation de la bulle, les plumes finissent par s'incliner. Plus le gradient est important plus on doit tourner vite pour incliner les plumes. A bas gradient on observe la formation d'un pôle plus fin et moins soumis à la convection. A plus haut gradient thermique par contre nous n'avons pu atteindre les vitesses de rotation qui aurait pu empêcher les plumes d'atteindre le pôle. La forme de la plume est toutefois modifiée. La plume s'incline d'abord dans le sens inverse au sens de rotation dans le bas de la bulle, puis dans le sens de rotation dans le haut de la bulle. Cette étude visuelle n'est qu'un prélude à l'étude plus quantitative de l'évolution du nombre de Nusselt avec le nombre de Rossby. Des expériences et simulations numériques de la convection Rayleigh-Bénard [88], dans une cellule cylindrique de rapport d'aspect 1 montrent qu'à  $Ra$  et  $Pr$  fixés,  $Nu$  peut passer par un optimum avec  $Ro$ . Les auteurs de cet article expliquent cette tendance par le fait que la rotation accentue la formation de plumes et de tourbillons ascendants. Il s'agit d'une accentuation du pompage d'Eckmann. Ils expliquent par ailleurs, la chute des transferts de chaleur à faible  $Pr$  par une diminution de l'efficacité du pompage d'Eckmann, du fait d'une diffusivité thermique accrue.





# Conclusion et perspectives

Au cours de cette thèse nous nous sommes intéressés à différents aspects expérimentaux de la turbulence générée par convection thermique en géométrie hémisphérique, quasi bi-dimensionnelle, sous rotation. La turbulence ainsi générée dans une demi-bulle de savon peut elle nous renseigner sur le comportement de la turbulence dans l'atmosphère terrestre ou dans celles d'autres planètes ? Nous nous sommes surtout intéressés aux tourbillons, ces structures cohérentes générées spontanément et aléatoirement au sein de cet écoulement turbulent. Leurs trajectoires et leurs intensités ont été caractérisées.

L'étude de l'influence de la rotation sur les propriétés générales des tourbillons, générés par thermoconvection, a été menée dans une demi-bulle de 5.4 cm. Cette étude a montré que le nombre de tourbillons et leurs durées de vie passent par un optimum. Au delà d'une vitesse de rotation de la bulle de 1 tour/s, la rotation inhibe la production de tourbillons. Par ailleurs les tourbillons tournent préférentiellement dans le même sens de rotation que celui de la bulle. Il a été également montré que la loi de puissance temporelle du déplacement quadratique moyen découverte pour une demi-bulle statique, dans des travaux précédents reste applicable sous rotation. Les exposants moyens de cette loi de puissance sous rotation sont  $\alpha_{lat} = 1.6$  et  $\alpha_{lon} = 1.5$ . Les distributions des paramètres caractéristiques de la loi de puissance en temps, du déplacement quadratique moyen, doivent être complétées. Les premiers résultats ici indiquent qu'avec la rotation les fluctuations de la latitude et la longitude croissent aux temps courts ( $< 0.1s$ ). En accord avec les simulation de Cho et al.[12], les tourbillons explorent préférentiellement les latitudes polaires supérieures à 60degrés avec la rotation. L'étude des distributions des latitudes explorées par les tourbillons montre qu'ils sont de plus en plus confinés en latitude quand la vitesse de rotation de la bulle croît de  $0Hz$  à  $1.0Hz$ . Pourquoi la rotation commence t-elle par favoriser le nombre de tourbillons puis par les rendre très rares ? Pourquoi la valeur de l'exposant de la loi de puissance semble robuste sous rotation ? Quels mécanismes conduisent à la localisation et au confinement des tourbillons aux pôles ?

Nous avons montré que la loi de puissance découverte pour le déplacement quadratique moyen des tourbillons de la bulle de savon pouvait être étendue à un échantillon statistique de 500 cyclones terrestres. La valeur de l'exposant de cette loi de puissance en temps reste sensiblement la même en moyenne  $\alpha = 1.65$ . Nous avons par bassin cyclonique déterminé les distributions des paramètres caractéristiques de la loi de puissance qui

montrent systématiquement de l'anisotropie entre la longitude et la latitude : la longitude fluctuant plus que la latitude. Nous avons exploité cette loi de puissance du déplacement quadratique moyen pour bâtir des cônes de prédiction de trajectoire. Nos cônes sont comparables aux cônes existant et leur apportent un nouvel éclairage. En effet ils montrent que les erreurs de prédiction de trajectoire sont liées aux fluctuations de la trajectoire du cyclone par rapport à une trajectoire moyenne. Les erreurs de prédiction se comportent comme le déplacement quadratique moyen de ces fluctuations. La méthode de calcul de la trajectoire et du cône de prévision assorti, ici proposée, peut être utile 48h avant l'entrée du cyclone dans les terres. Des simulations numériques s'intéressant à la diffusion anormale de tourbillons bi-dimensionnels, ont déjà mis en évidence l'existence de cette loi de puissance, [41, 84]. L'extension de cette loi de puissance à d'autres tourbillons est-elle possible? Existents-ils d'autres tourbillons uniques dont les trajectoires sont régies par une loi de puissance en temps pour leur déplacement quadratique moyen? L'exposant de cette loi de puissance est-il inhérent à la quasi bi-dimensionalité des tourbillons étudiés?

Un autre volet de la description des tourbillons concerne la caractérisation de leur intensité. Nous avons montré par trois méthodes (suivi lagrangien de particules, PIV et simulations numériques) que le champ de vitesse du tourbillon est correctement décrit par un modèle de type Lamb. Les ordres de grandeur de la vitesse maximale atteinte et du rayon de vitesse maximale sont respectivement de  $10\text{cm.s}^{-1}$  et  $0.5\text{cm}$ . Nous n'avons pas étudié systématiquement comment ce profil radial de vitesse est influencé par la rotation de la bulle. L'intensité d'un tourbillon numérique ou expérimental comme celle d'un cyclone terrestre présente des phases d'intensification et de déclin. On a montré ici l'existence d'un comportement moyen commun à ces trois objets permettant une prédiction simple du maximum de vitesse atteint ainsi que la durée au bout de laquelle ce maximum est atteint. Bien que les mécanismes pour l'intensification de ces trois objets soient pour les deux premiers bi-dimensionnel et pour l'autre tri dimensionnel, ce comportement commun semble montrer l'existence d'aspects génériques pouvant être utiles dans la compréhension de ce problème difficile. Quel lien peut il y avoir entre la trajectoire et l'intensité de tourbillon et l'influence possible de la rotation sur le transfert de chaleur entre la base et le sommet de la bulle? Les premiers résultats de l'étude de l'influence de la rotation sur la convection et sur les champs de température ne peuvent être que soumis à d'ultérieures investigations et vérifications. L'étude des fonctions de structure de la température doit être reprise avec différents gradients de température.

Ici, l'influence de la rotation sur ces grandeurs n'a été mesurée que pour un seul gradient. Il semble que les fonctions de structure se raidissent avec la rotation passant (à bas gradient) d'une loi de puissance en  $\frac{n}{3}$  à  $\frac{n}{2}$ . Mais ce résultat ne se maintient pas pour les vitesses de rotation supérieures à 1.2tour/s. Notons cependant que ce comportement a été observé pour les fluctuations du champs de vitesse tant du point de vue des simulation qu'expérimentalement. Une loi d'échelle pour les incréments de température est proposée

faisant intervenir les produits  $\epsilon\Omega$  et  $\epsilon_T\Omega$ , où  $\epsilon$  et  $\epsilon_T$  sont respectivement la fonction de dissipation de l'énergie et celle de la température et  $\Omega$  est le taux de rotation. L'étude "visuelle" de la compétition entre convection et rotation a permis de montrer qu'à faible gradient de température, la rotation pouvait empêcher toute ascension de plumes thermiques. Si on augmente la vitesse de rotation de la bulle, les plumes finissent par s'incliner. Plus le gradient est important plus on doit tourner vite pour incliner les plumes. A bas gradient, on observe la formation d'un pôle plus fin et moins soumis à la convection. A plus haut gradient thermique, par contre nous n'avons pu atteindre les vitesses de rotation qui aurait pu empêcher les plumes d'atteindre le pôle. La forme de la plume est toutefois modifiée. La plume s'incline d'abord dans le sens inverse au sens de rotation dans le bas de la bulle, puis dans le sens de rotation dans le haut de la bulle. On peut alors de façon légitime poser la question du rôle de la friction de l'air, d'autant plus important que la vitesse de rotation de la bulle est élevée.

Comment la rotation influence t-elle le transport convectif de la chaleur de la base de la bulle vers le pôle? Comment évolue le nombre de Nusselt avec le nombre de Rossby? Les résultats de Zhong et al. [88], nous interpellent car ils mettent en évidence que la rotation peut accentuer les transferts thermiques à rotation modérés puis les diminuer fortement, à plus forte rotation. Peut-on y voir un lien avec le comportement du nombre de tourbillons qui, lui aussi, semble montrer un comportement analogue de passage par un optimum avec la rotation? Il faut pour cela faire une mesure simultanée du champs de vitesse et du champs de température. Comment évolue le spectre des fluctuations de vitesse avec la rotation? Que deviennent les lois d'échelle des fonctions de structures de la vitesse dans notre demi-bulle sous rotation? Cette étude peut être poursuivie par l'étude de l'influence de la rotation sur le champs de vitesse, par PIV ou par vélocimétrie laser Doppler. Au terme de ce travail de thèse, plusieurs questions restent donc ouvertes. Pour certaines d'entre elles, notre dispositif expérimental peut encore permettre d'apporter des éléments de réponse.



# Bibliographie

- [1] Guenter Ahlers and Detlef Lohse. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Reviews of Modern Physics*, 81(2) :503–537, April 2009.
- [2] Kevin H. Baines, Thomas W. Momary, Leigh N. Fletcher, Adam P. Showman, Maarten Roos-Serote, Robert H. Brown, Bonnie J. Buratti, Roger N. Clark, and Philip D. Nicholson. Saturn’s north polar cyclone and hexagon at depth revealed by Cassini/VIMS. *Planetary and Space Science*, 57(14-15) :1671–1681, December 2009.
- [3] Charles Baroud, Brendan Plapp, Zhen-Su She, and Harry Swinney. Anomalous Self-Similarity in a Turbulent Rapidly Rotating Fluid. *Physical Review Letters*, 88(11) :114501, February 2002.
- [4] R. Bolgiano. Turbulent spectra in a stably stratified atmosphere. *Journal of Geophysical Research*, 64(12) :2226–2229, December 1959.
- [5] Freddy Bouchet and Antoine Venaille. Statistical mechanics of two-dimensional and geophysical flows. *Physics Reports*, 515(5) :227–295, June 2012.
- [6] R. Buizza. Potential Forecast Skill of Ensemble Prediction and Spread and Skill Distributions of the ECMWF Ensemble Prediction System. 125 :99–119, 1997.
- [7] V. M. Canuto and M. S. Dubovikov. A dynamical model for turbulence. V. The effect of rotation. *Physics of Fluids*, 9(7) :2132, 1997.
- [8] A. Celani, A. Mazzino, and M. Vergassola. Thermal plume turbulence. *Physics of Fluids*, 13(7) :2133, 2001.
- [9] J. C. L. Chan and W M Gray. Tropical cyclone movement and surrounding flow relationships. *Monthly Weather Review*, 110 :1354–1374, 1982.
- [10] J. C. L. Chan and J. D. Keppert, editors. *Global perspectives on tropical cyclones From science to mitigation*. World Scientific.
- [11] Dudley B. Chelton, Michael G. Schlax, Roger M. Samelson, and Roland a. de Szoeke. Global observations of large oceanic eddies. *Geophysical Research Letters*, 34(15) :L15606, August 2007.
- [12] James Y-K. Cho and Lorenzo M. Polvani. The emergence of jets and vortices in freely evolving, shallow-water turbulence on a sphere. *Physics of Fluids*, 8(6) :1531–1552, 1996.

- [13] D Choi, D Banfield, P Gierasch, and a Showman. Velocity and vorticity measurements of Jupiter's Great Red Spot using automated cloud feature tracking. *Icarus*, 188(1) :35–46, May 2007.
- [14] S Corrsin. No Title. *J. Appl. Phys.*, 22(469), 1951.
- [15] Y. Couder. Two-dimensional grid turbulence in a thin liquid film. *J. Physique Lett.*, 45 :353–360, 1984.
- [16] Y Couder, J. M. Chomaz, and M. Rabaud. On the hydrodynamics of soap films. *Physica D*, 37 :384–405, 1989.
- [17] Christopher Davis, Wei Wang, Shuyi S. Chen, Yongsheng Chen, Kristen Corbosiero, Mark DeMaria, Jimy Dudhia, Greg Holland, Joe Klemp, John Michalakes, Heather Reeves, Richard Rotunno, Chris Snyder, and Qingnong Xiao. Prediction of Landfalling Hurricanes with the Advanced Hurricane WRF Model. *Monthly Weather Review*, 136(6) :1990–2005, June 2008.
- [18] C. del Pino, L. Parras, M. Felli, and R. Fernandez-Feria. Structure of trailing vortices : Comparison between particle image velocimetry measurements and theoretical models. *Physics of Fluids*, 23(1) :013602, 2011.
- [19] Thierry Dupont, Matthieu Plu, Philippe Caroff, and Ghislain Faure. Verification of Ensemble-Based Uncertainty Circles around Tropical Cyclone Track Forecasts. *Weather and Forecasting*, 26(5) :664–676, October 2011.
- [20] Kerry Emanuel. A Statistical Analysis of Tropical Cyclone Intensity. *Monthly Weather Review*, 128(4) :1139–1152, April 2000.
- [21] Kerry Emanuel. Tropical Cyclones. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 31(1) :75–104, May 2003.
- [22] Kerry a. Emanuel. Thermodynamic control of hurricane intensity. *Nature*, 401(6754) :665–669, October 1999.
- [23] B. Castaing et al. Scaling of hard thermal turbulence in Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.*, 204, 1989.
- [24] G Falkovich and Alle Italie. Particles and fields in fluid turbulence. 73(October) :913–975, 2001.
- [25] M. Gharib and P. Derango. A liquid film (soap film) tunnel to study two dimensional laminar and turbulent shear flows. *Physica D*, 37 :406–416, 1989.
- [26] S. I. Green. *Fluid Vortices*. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1995.
- [27] O. Greffier, Y. Amarouchene, and H. Kellay. Thickness Fluctuations in Turbulent Soap Films. *Physical Review Letters*, 88(19) :194101, April 2002.
- [28] R. W. Griffiths and P. F. Linden. The stability of vortices in a rotating, stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 105(10) :283–316, April 2006.

- [29] Y. Hattori, R. Rubinstein, and a. Ishizawa. Shell model for rotating turbulence. *Physical Review E*, 70(4) :046311, October 2004.
- [30] G. J. F. Heijst. Topography effects on vortices in a rotating fluid. *Meccanica*, 29(4) :431–451, December 1994.
- [31] J. T. Heming, J. C. L. Chan, and A. M. Radford. A new scheme for the initialisation of tropical cyclones in the UK Meteorological Office global model. *Meteorological Applications*, 2 :171–184, 1995.
- [32] T. F. Hogan and T. E. Rosmond. The description of the navy operational global atmospheric prediction system’s spectral forecast model. *Monthly Weather Review*, 119 :1786–1815, 1991.
- [33] Greg J. Holland. An analytic model of the wind and pressure profiles in hurricanes. *Monthly Weather Review*, 108 :1212–1218, 1980.
- [34] Greg J Holland. Tropical cyclone motion :environmental interaction plus a beta effect. *journal of atmospheric sciences*, 40 :328–342, 1983.
- [35] Greg J. Holland, James I. Belanger, and Angela Fritz. A Revised Model for Radial Profiles of Hurricane Winds. *Monthly Weather Review*, 138(12) :4393–4401, December 2010.
- [36] E. Hopfinger. Vortices in Rotating Fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 25(1) :241–289, January 1993.
- [37] E. J. Hopfinger, F. K. Browand, and Y. Gagne. Turbulence and waves in a rotating tank. *Journal of Fluid Mechanics*, 125 :505–534, April 2006.
- [38] David L Hu, Brian Chan, and John W M Bush. The hydrodynamics of water strider locomotion. 14138(1987) :663–666, 2003.
- [39] J. A. Johnson. The stability of shearing motion in a rotating fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 17 :337–352, 1963.
- [40] Leo P. Kadanoff. Turbulent Heat Flow : Structures and scaling. *Physics Today*, August :34–39, 2001.
- [41] Ryo Kawahara and Hiizu Nakanishi. Slow relaxation in the two dimensional electron plasma under the strong magnetic field. *Journal of the Physical Society of Japan*, 76 :074001, 2007.
- [42] H. Kellay and Walter I. Goldburg. Two-dimensional turbulence : a review of some recent. *Reports on Progress in Physics*, 65 :845–894, 2002.
- [43] H. Kellay, X. Wu, and W. Goldburg. Vorticity Measurements in Turbulent Soap Films. *Physical Review Letters*, 80(2) :277–280, January 1998.
- [44] R. C. Kloosterziel, G. F. Carnevale, and P. Orlandi. Inertial instability in rotating and stratified fluids : barotropic vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 583 :379–412, July 2007.



- [45] R C Kloosterziel, G F Carnevale, and D Philippe. Propagation of barotropic dipoles over topography in a rotating tank. *Dynamics of atmospheres and oceans*, 19 :65–100, 1993.
- [46] R. C. Kloosterziel and G. J. F. van Heijst. An experimental study of unstable barotropic vortices in a rotating fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 223 :1–24, April 1991.
- [47] A N Kolmogorov. No Title. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 30 :299, 1941.
- [48] Robert H Kraichnan and David Montgomery. Two-dimensional turbulence. *Reports on Progress in Physics*, 43, 1980.
- [49] Hsiao-lan Kuo. The motion of atmospheric vortices and the general circulation. *journal of meteorology*, 7(4), 1950.
- [50] Y. Kurihara, R. E. Tuleya, and M. A. Bender. The GFDL Hurricane Prediction System and Its Performance in the 1995 Hurricane Season. *Monthly Weather Review*, 126 :1306–1322, 1997.
- [51] M. Lesieur. *Turbulence in fluids*. KluwerAcademic Publishers, dordecht 2 edition, 1990.
- [52] Marcel Lesieur, Shinichiro Yanase, and Olivier Métais. Stabilizing and destabilizing effects of a solid-body rotation on quasi-two-dimensional shear layers. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(3) :403–407, 1991.
- [53] Tianshu Liu, Bo Wang, and David S. Choi. Flow structures of Jupiter’s Great Red Spot extracted by using optical flow method. *Physics of Fluids*, 24(9) :096601, 2012.
- [54] D. Lohse and Ke-Qing Xia. Small-Scale Properties of Turbulent Rayleigh-Bénard Convection. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 42(335), 2010.
- [55] Philip S. Marcus. Numerical simulation of Jupiter’s Great Red Spot. *letters to nature*, 331, 1988.
- [56] B. Martin, X. Wu, W. Goldburg, and M. Rutgers. Spectra of Decaying Turbulence in a Soap Film. *Physical Review Letters*, 80(18) :3964–3967, May 1998.
- [57] James C. McWilliams. The vortices of two-dimensional turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 219 :361, April 2006.
- [58] S D Meyers, J Sommeria, and Harry L Swinney. Laboratory study of the dynamics of jovian-type vortices. *Physica D*, 37 :515–530, 1989.
- [59] Jonathan Miller. Statistical mechanics of Euler equations in two dimensions. 65(17) :2137–2140, 1990.
- [60] By F Molteni, R Buizza, T N Palmer, and T Petroliaigis. The ECMWF Ensemble Prediction System : Methodology and validation. *Quarterly Journal Royal Meteorological Society*, (August 1994) :73–119, 1996.

- [61] Michael T Montgomery and Roger K Smith. Paradigms for tropical-cyclone intensification. *Australian of Meteorological and Oceanographical Journal*.
- [62] C. Morize, F. Moisy, and M. Rabaud. Decaying grid-generated turbulence in a rotating tank. *Physics of Fluids*, 17, 2005.
- [63] C. J. Neumann. An alternate to HURRAN teopical cyclones forecast system. *Monthly Weather Review*, 100 :245–255, 1972.
- [64] D. S. Nolan, M. T. Montgomery, and L. D. Grasso. The Wavenumber-One Instability and Trochoidal Motion of Hurricane-like Vortices. *journal of atmospheric sciences*, 58 :3243–3270, 2001.
- [65] A M Obukhov. No Title. *Izvestiia Akademii Nauk SSSR, Ser. Geog. Geofiz*, 13(58), 1949.
- [66] A M Obukhov. No Title. *Sov. Phys. Dokl.*, 4(61), 1959.
- [67] M. Oda, M. Nakanishi, and G. Naito. Interaction of an Asymmetric Double Vortex and Trochoidal Motion of a Tropical Cyclone with the Concentric Eyewall Structure. *journal of atmospheric sciences*, 63 :1069–1081, 2006.
- [68] L. Onsager. Statistical Hydrodynamics. *Nuevo Cimento*, VI(2) :279–287, 1949.
- [69] L. M. Polvani, J. Wisdom, E. DeJong, and A. P. Ingersoll. Simple dynamical models of Neptune’s great dark spot. *Science*, 249(4975) :1393–1398, 1990.
- [70] Mark D. Powell, Eric W. Uhlhorn, and Jeffrey D. Kepert. Estimating Maximum Surface Winds from Hurricane Reconnaissance Measurements. *Weather and Forecasting*, 24(3) :868–883, June 2009.
- [71] P. L. Read and R. Hide. Long-lived eddies in the laboratory and in the atmospheres of Jupiter and Saturn. *Letters to Nature*, 302 :126–129, 1983.
- [72] R. Robert and J. Sommeria. Statistical equilibrium states for two-dimensional flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 229 :291–310, April 1991.
- [73] F. Seychelles, Y. Amarouchene, M. Bessafi, and H. Kellay. Thermal Convection and Emergence of Isolated Vortices in Soap Bubbles. *Physical Review Letters*, 100(14) :144501, April 2008.
- [74] F. Seychelles, F. Ingremeau, C. Pradere, and H. Kellay. From Intermittent to Nonintermittent Behavior in Two Dimensional Thermal Convection in a Soap Bubble. *Physical Review Letters*, 105(26) :264502, December 2010.
- [75] Fanny Seychelles. *Turbulence bidimensionnelle et convection thermique. Système modèle pour étudier les évènements rares en turbulence atmosphérique*. PhD thesis, 2008.
- [76] Eric D. Siggia. High Rayleigh Number Convection. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 26 :137–168, 1994.

- [77] J. Sommeria, S. D. Meyers, and H. L. Swinney. Laboratory simulation of Jupiter's Great Red Spot. *Letters to Nature*, 331 :689–693, 1988.
- [78] Chao Sun, Quan Zhou, and Ke-Qing Xia. Cascades of Velocity and Temperature Fluctuations in Buoyancy-Driven Thermal Turbulence. *Physical Review Letters*, 97(14) :144504, October 2006.
- [79] P Tabeling. Two-dimensional turbulence : a physicist approach. *Physics Reports*, 362(1) :1–62, May 2002.
- [80] D. J. Tritton. Stabilization and destabilization of turbulent shear flow in a rotating fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 241 :503–523, April 1992.
- [81] G. J. F. Van Heijst and H.J.H Clercx. Laboratory modeling of geophysical vortices. *Annu.Rev.Fluid Mech.*, 41 :143–64, 2009.
- [82] Y-l Xiong, P Fischer, and C-h Bruneau. Numerical simulations of two-dimensional turbulent thermal convection on the surface of a soap bubble. In *7th International Conference on Computational Fluid Dynamics*, pages 1–8, 2012.
- [83] P. K. Yeung and Ye Zhou. Numerical study of rotating turbulence with external forcing. *Physics of Fluids*, 10(11) :2895, 1998.
- [84] Takeshi Yoshida. Universal Dependence of the Mean Square Displacement in Equilibrium Point Vortex Systems without Boundary Conditions. *Journal of the Physical Society of Japan*, 78(2) :024004, February 2009.
- [85] L Zavala Sansón. Vortex ridge interaction in a rotating fluid. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 35 :299–325, October 2002.
- [86] Jie Zhang, X. Wu, and Ke-Qing Xia. Density Fluctuations in Strongly Stratified Two-Dimensional Turbulence. *Physical Review Letters*, 94(17) :174503, May 2005.
- [87] Jie Zhang, X. L. Wu, and Nasser Rashidnia. Thermal radiation and thickness fluctuations in freely suspended liquid films. *Physics of Fluids*, 18(8) :085110, 2006.
- [88] Jin-Qiang Zhong, Richard Stevens, Herman Clercx, Roberto Verzicco, Detlef Lohse, and Guenter Ahlers. Prandtl-, Rayleigh-, and Rossby-Number Dependence of Heat Transport in Turbulent Rotating Rayleigh-Bénard Convection. *Physical Review Letters*, 102(4) :044502, January 2009.
- [89] Ye Zhou. A phenomenological treatment of rotating turbulence. *Physics of Fluids*, 7(8) :2092, 1995.

# Annexe A

## Détermination de la latitude et la longitude du centre d'un tourbillon

Comment remonter à la latitude et la longitude du centre  $M$  d'un tourbillon connaissant les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $z$  de son image  $N$  sur une photo de la bulle ? Les repères qui nous seront utiles sont définis sur la figure (A.1).  $\phi$  est la longitude et  $\lambda$  est la latitude.  $(OXYZ)$  est le repère lié à la base de la demi-bulle.  $O$  est le centre de la bulle,  $(Ox'y'z')$  est le repère obtenu en faisant tourner le repère  $(OXYZ)$  autour de l'axe  $(OX)$  d'un angle  $\alpha$ . Cet angle est celui entre la verticale et le capteur de la caméra. Enfin  $(O'xyz)$  est le repère lié à la photo ou au capteur,  $O'$  étant l'image du centre de la bulle.

Pour relier  $(x, y)$  à  $(\phi, \lambda)$  exprimons les coordonnées cartésiennes  $X, Y, Z$  en fonction des coordonnées sphériques :

$$X = R.\cos\lambda.\sin\phi$$

$$Y = R.\cos\lambda.\cos\phi$$

$$Z = R.\sin\lambda$$

$R$  est le rayon de la sphère.

Les nouvelles coordonnées de ce point dans le repère  $(Ox'y'z')$  sont obtenues en appliquant une rotation de ces coordonnées autour de l'axe  $(OX)$  d'un angle  $\alpha$  :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R \cdot \begin{pmatrix} \cos\lambda.\sin\phi \\ \cos\lambda.\cos\phi.\cos\alpha + \sin\lambda.\sin\alpha \\ -\cos\lambda.\cos\phi.\sin\alpha + \sin\lambda.\cos\alpha \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Puis projetons ces coordonnées sur un plan parallèle au plan du capteur de la caméra : plan d'équation  $y' = \text{cste}$  distance entre le centre de la bulle et le capteur de la caméra. Les nouvelles coordonnées s'écrivent :

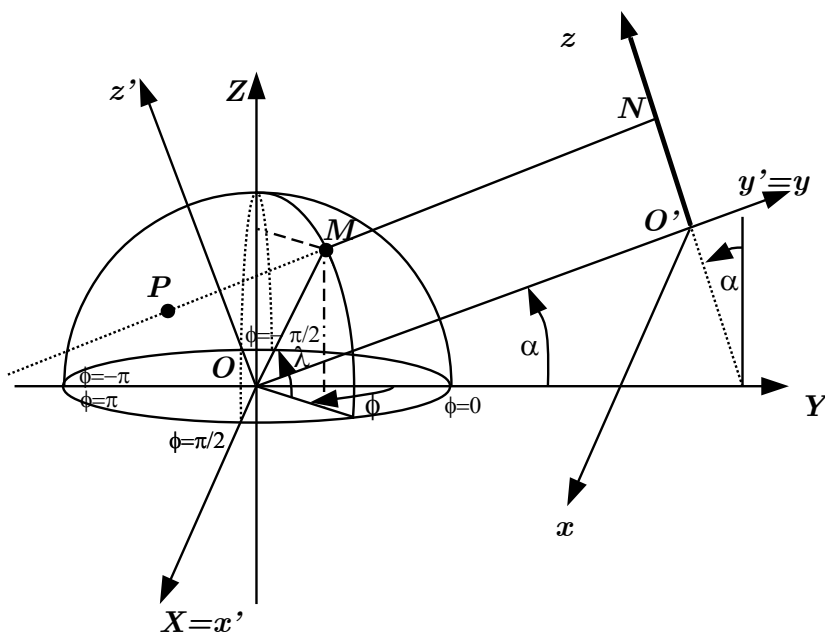


FIGURE A.1 – Définition de la latitude et la longitude ainsi que des repères utilisés.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R.\cos\lambda.\sin\phi \\ cste \\ R.(-\cos\lambda.\cos\phi.\sin\alpha + \sin\lambda.\cos\alpha) \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Il faut donc inverser les deux relations donnant  $x$  et  $z$  coordonnées mesurées sur l'image en fonction de la longitude  $\phi$  et la latitude  $\lambda$ . On a :

$$x = R.\cos\lambda.\sin\phi \quad (\text{A.3})$$

$$z = R.(-\cos\lambda.\cos\phi.\sin\alpha + \sin\lambda.\cos\alpha) \quad (\text{A.4})$$

avec

$$0 < \lambda < \frac{\pi}{2} \quad (\text{A.5})$$

$$-\pi < \phi < \pi \quad (\text{A.6})$$

qui donne :

$$\cos\phi = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{x}{R.\cos\lambda}\right)^2} \quad (\text{A.7})$$

$$z = R.(-\cos\lambda.(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{x}{R.\cos\lambda}\right)^2}).\sin\alpha + \sqrt{1 - \cos^2\lambda}).\cos\alpha \quad (\text{A.8})$$

Pour fixer le signe du  $\cos\phi$ , on peut distinguer deux régions, l'avant et l'arrière de la bulle, délimitées par l'arc en pointillés sur la figure (A.1).

Pour une abscisse donnée  $x$ , on peut calculer la hauteur  $z_{\phi=\pm\frac{\pi}{2}} = (R^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}.\cos\alpha$  correspondant à  $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$ . Le signe de  $\phi$  est donné par celui de  $x$  et indique si le tourbillon est à gauche ou à droite de la bulle sur l'image. Si  $z < z_{\phi=\pm\frac{\pi}{2}}$  le tourbillon est à l'avant de la bulle et à l'arrière si  $z > z_{\phi=\pm\frac{\pi}{2}}$ . On peut donc écrire :

-  $z < z_{\phi=\pm\frac{\pi}{2}}$  qui correspond à  $\cos\phi > 0$

$$z = R.(-\sqrt{\cos^2\lambda - \left(\frac{x}{R}\right)^2}.\sin\alpha + \sqrt{1 - \cos^2\lambda}).\cos\alpha \quad (\text{A.9})$$

$$\phi = \text{Arcsin}\left(\frac{x}{R\cos\lambda}\right) \quad (\text{A.10})$$

-  $z > z_{\phi=\pm\frac{\pi}{2}}$  qui correspond à  $\cos\phi < 0$

$$z = R.(+\sqrt{\cos^2\lambda - \left(\frac{x}{R}\right)^2}.\sin\alpha + \sqrt{1 - \cos^2\lambda}).\cos\alpha \quad (\text{A.11})$$

$$\phi = \text{Arcsin}\left(\frac{x}{R\cos\lambda}\right) \quad (\text{A.12})$$

Les longueurs  $x, z$  et  $R$  sont mesurées en pixels sur l'image.  $\alpha$  est donné par le trépied de la caméra qui mesure ses inclinaisons. On peut alors résoudre numériquement, dans chaque cas, l'équation (A.9) ou (A.11) donnant la latitude en fonction de  $x, z$  et  $\alpha$ . Puis (A.10) donne la longitude. Ces équations peuvent avoir deux solutions. On ne retient que celle donnant la latitude la plus élevée. En effet, ces deux solutions correspondent aux deux intersections possibles entre la droite de projection et la demi-bulle ( $M$  et  $P$  sur la figure (A.1)).

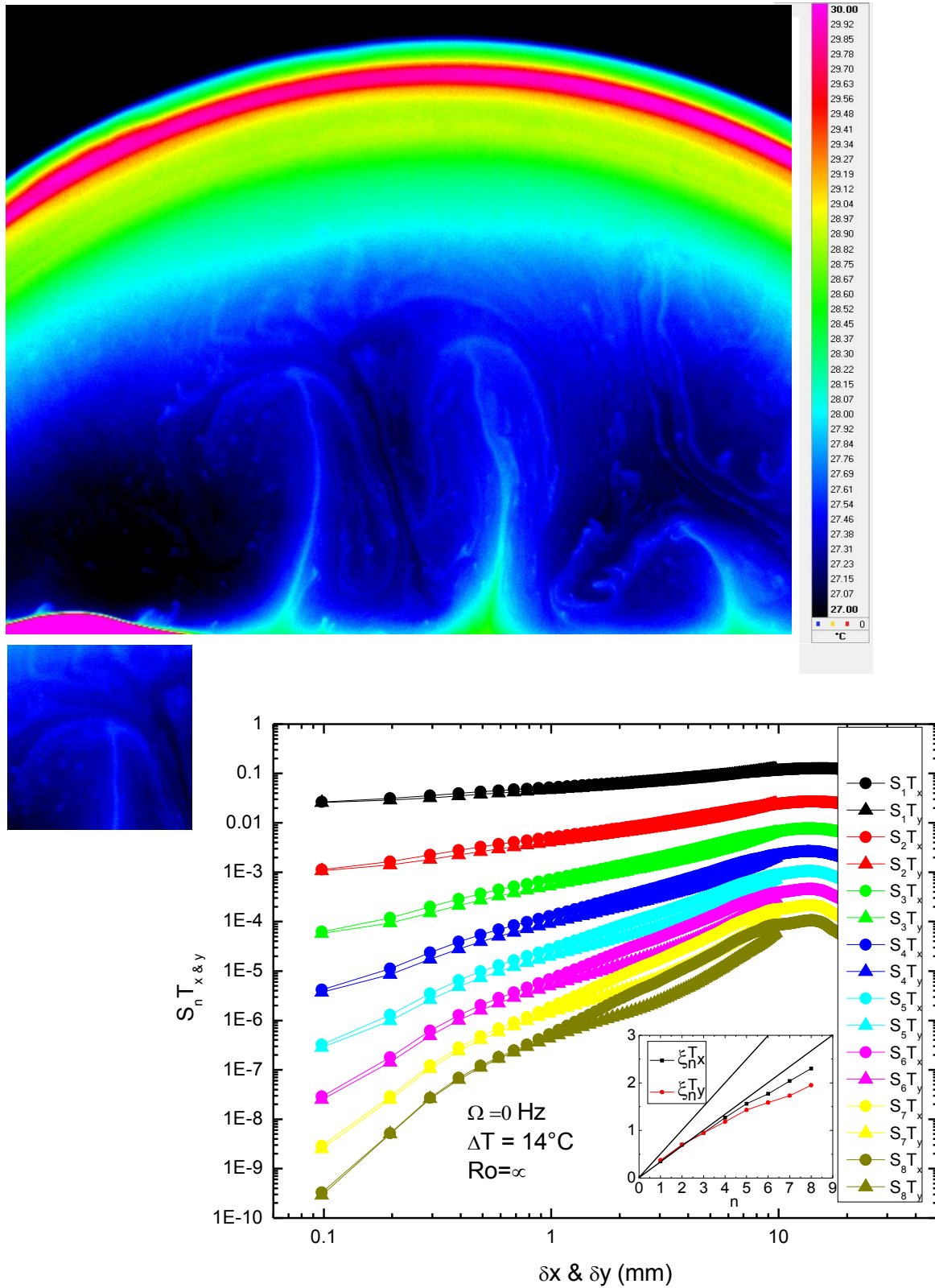


## Annexe B

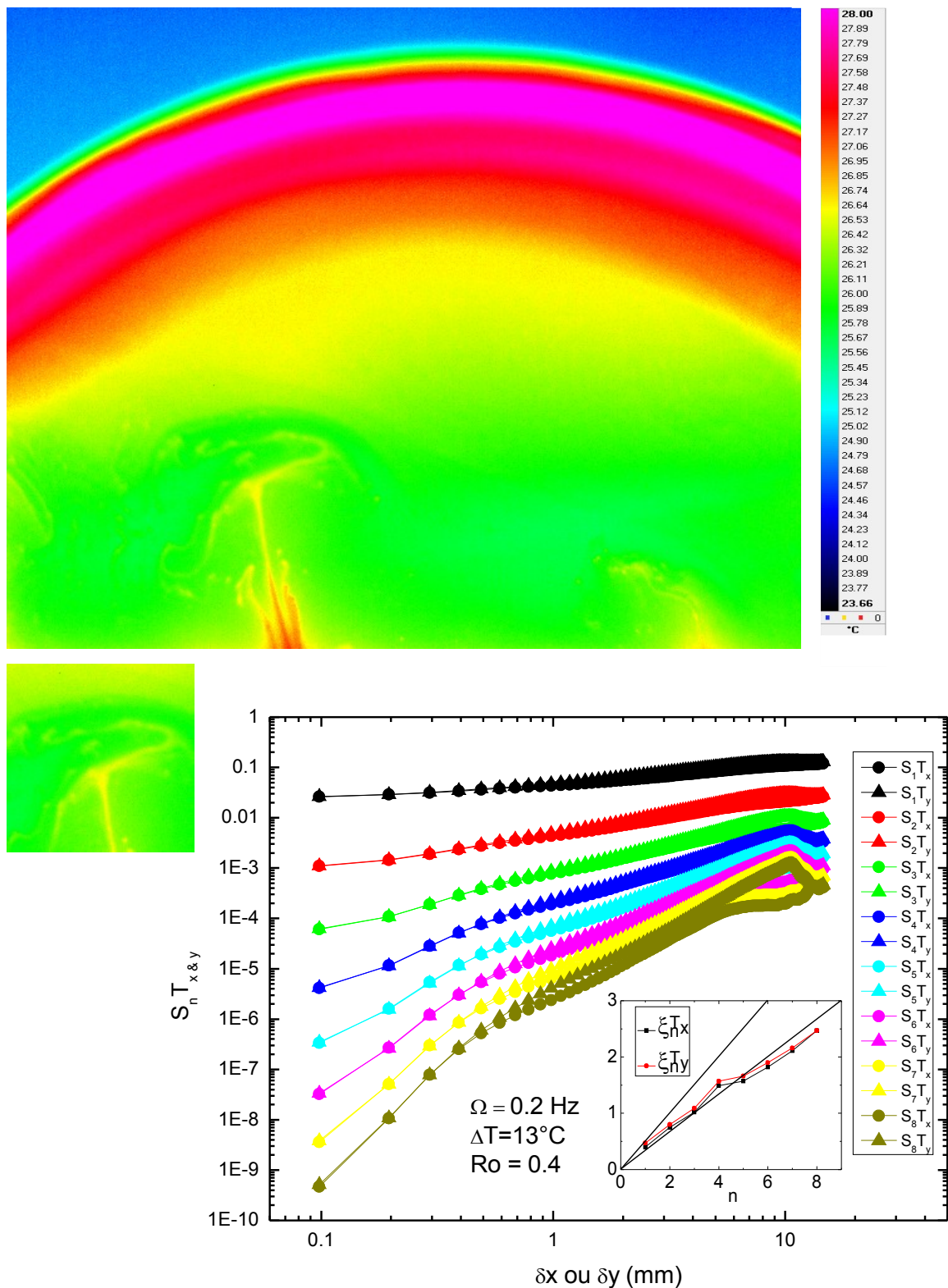
# Influence de la rotation sur les fonctions de structure de la température

Nous donnons dans cette annexe des graphes complétant l'étude de l'influence de la vitesse de rotation de la bulle sur les fonctions de structures de la température. La vitesse de la bulle est variée par pas de  $0.2Hz$  à partir de  $0Hz$  jusqu'à  $2.2Hz$ . La seule température employée pour le collier de régulation est de  $55^{\circ}C$  ce qui permet d'obtenir des gradients entre  $13^{\circ}C$  et  $18^{\circ}C$ . Les figures suivantes présentent, pour une vitesse donnée de la bulle, une image IR de la bulle ainsi que la fenêtre d'analyse extraite des films ayant servis pour le calcul des fonctions de structures de la température  $S_n^T x$  et  $S_n^T y$  pour les ordres  $n = 1$  à  $8$ . Pour tenir compte de l'influence du gradient de température vertical entre la base et le sommet de la bulle, on a calculé les fonctions de structures des fluctuations de la température, en retranchant au préalable au champ de température, un champ de température moyen sur  $3s$  la durée de moyennage utilisée. En inset figurent les exposants correspondant des lois de puissance observées sur la gamme d'échelle comprise entre  $1$  et  $10mm$ . Les deux lignes en trait plein en inset sont de pente un tiers et un demi. La fenêtre d'analyse mesure  $1.47$  cm de côté. Elle est à la même échelle que l'image globale de la bulle. Ces images montrent que les plumes ont tendance à s'incliner avec la rotation pour ce gradient de température. L'ensemble des graphiques suivants montrent que pour des vitesses de rotation de la bulle inférieures à  $1.2$ tour/s la rotation a pour effet de raidir les exposants de loi de puissance passant d'un comportement en  $\frac{n}{3}$  à  $\frac{n}{2}$ . Cette tendance ne se confirme pas clairement pour les vitesses comprises entre  $1.4$  et  $2.2$  tours/s.

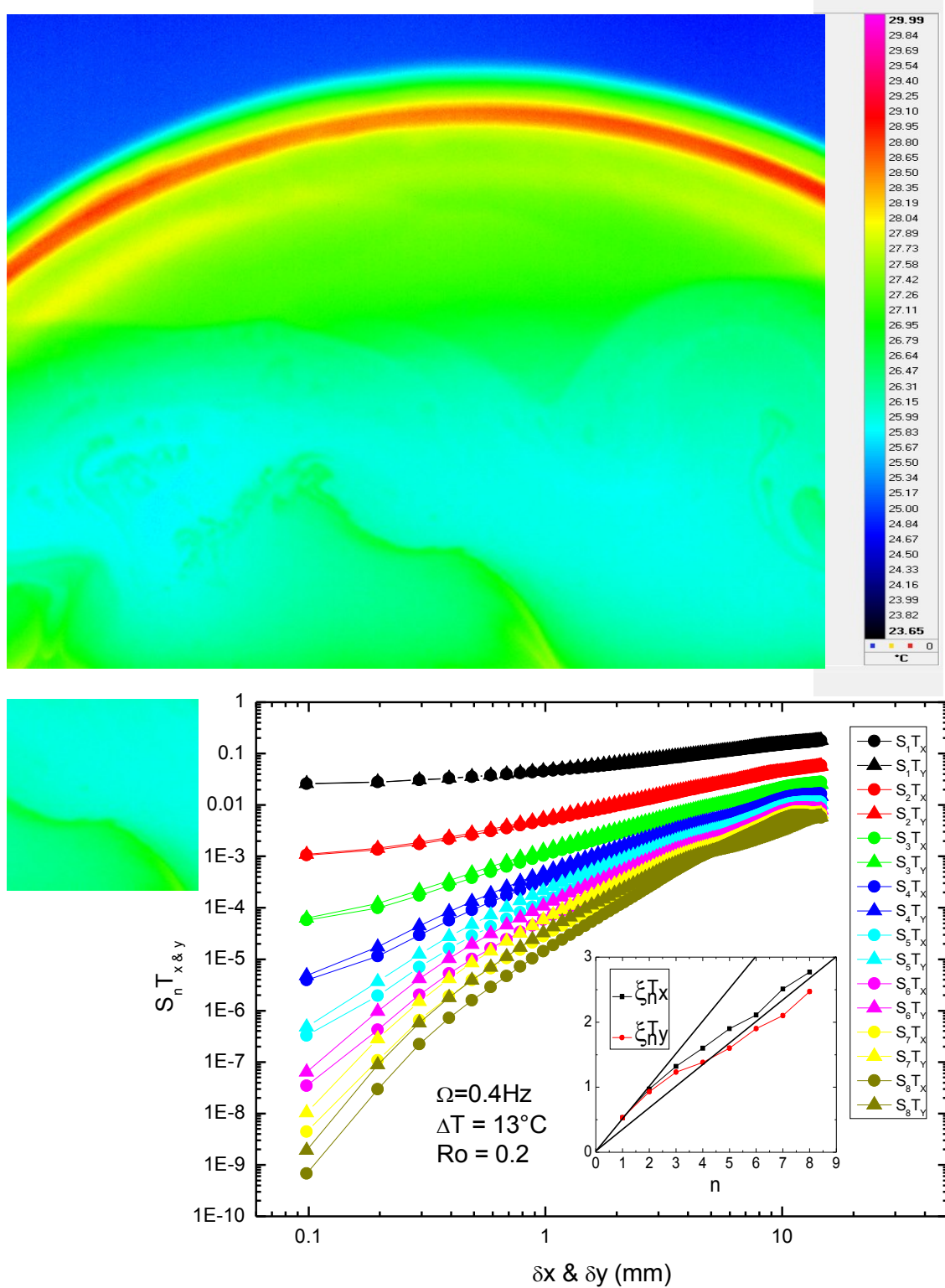




**FIGURE B.1** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^T_x$  et  $S_n^T_y$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

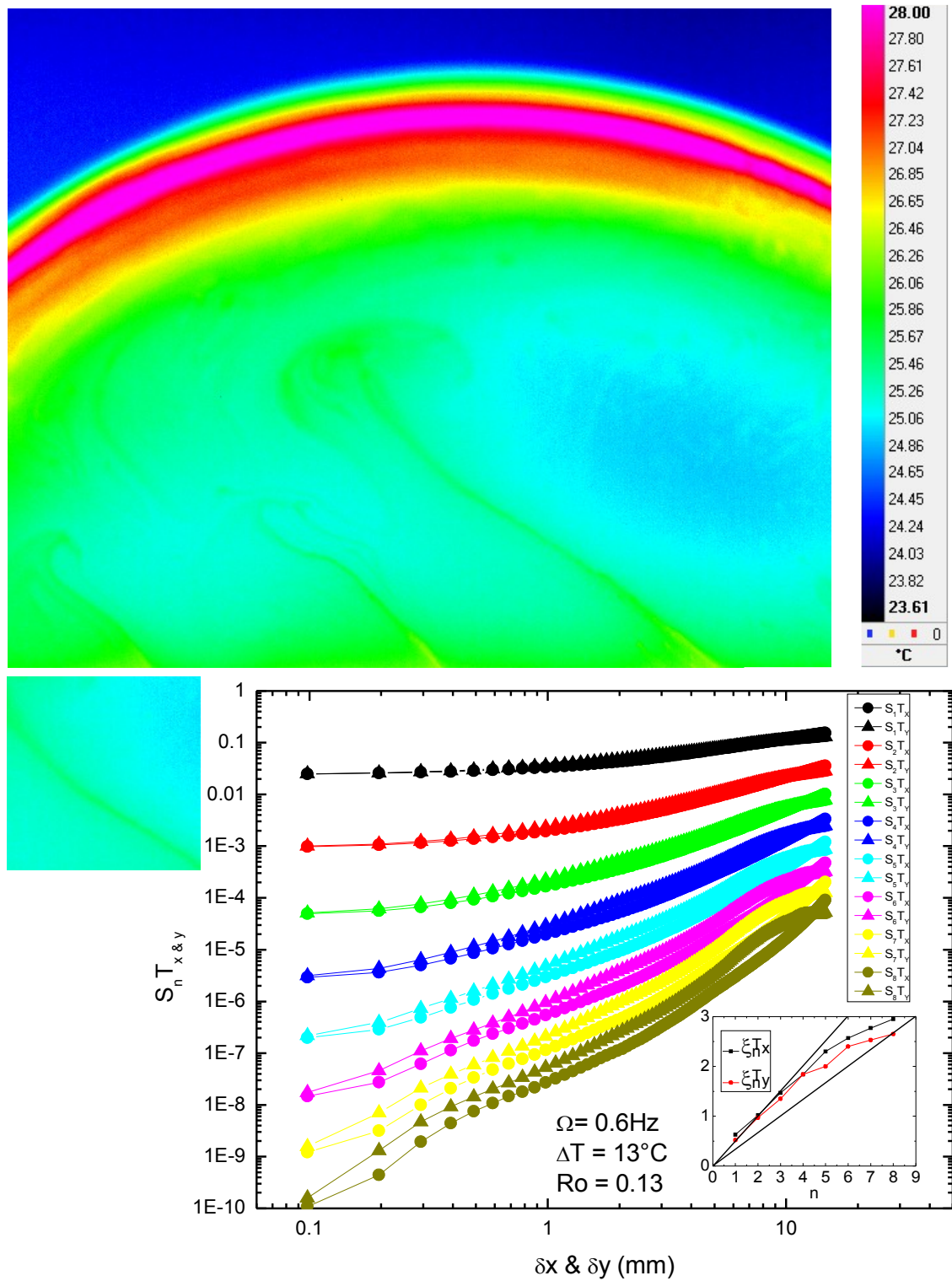


**FIGURE B.2** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

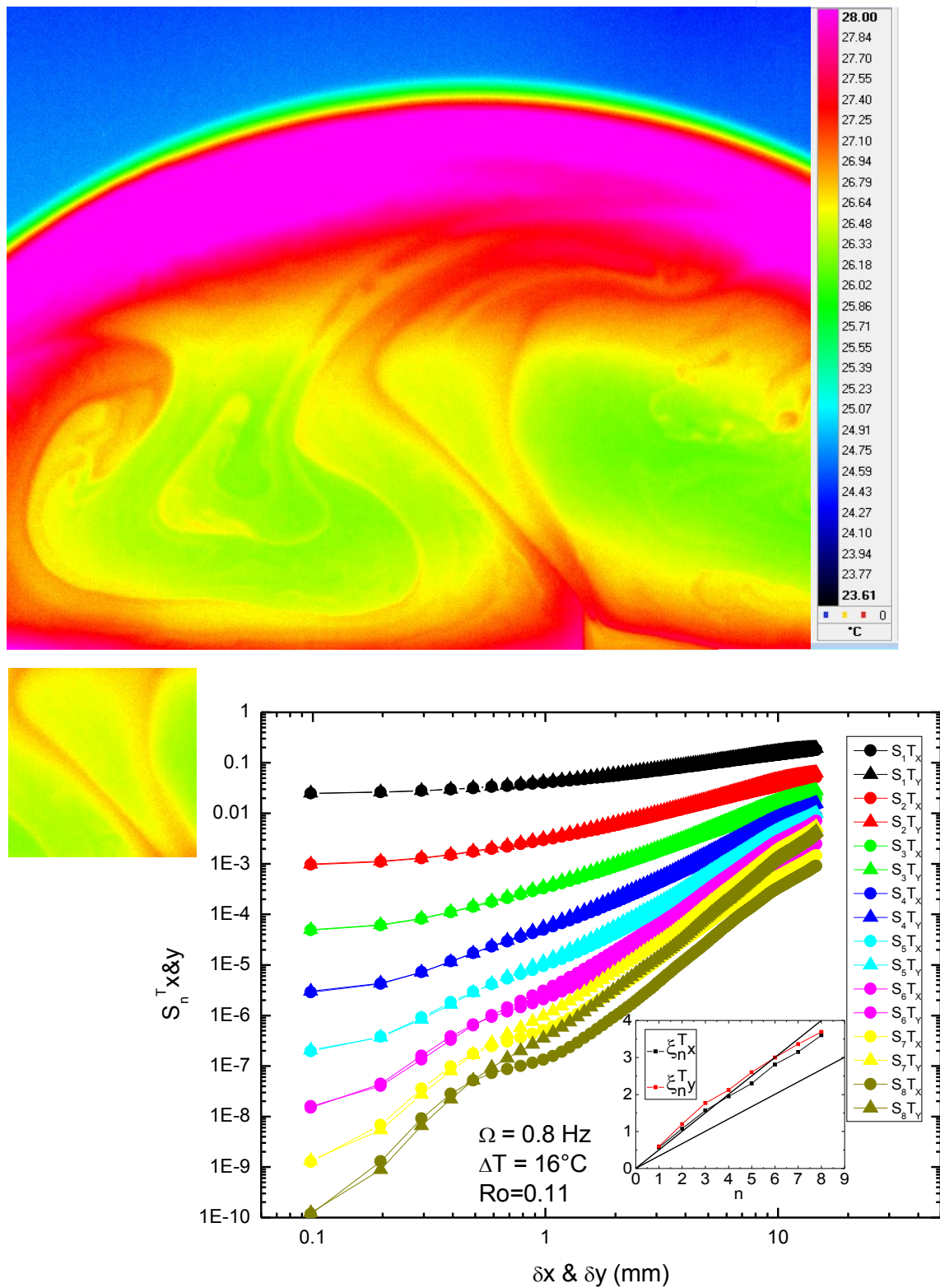


**FIGURE B.3** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

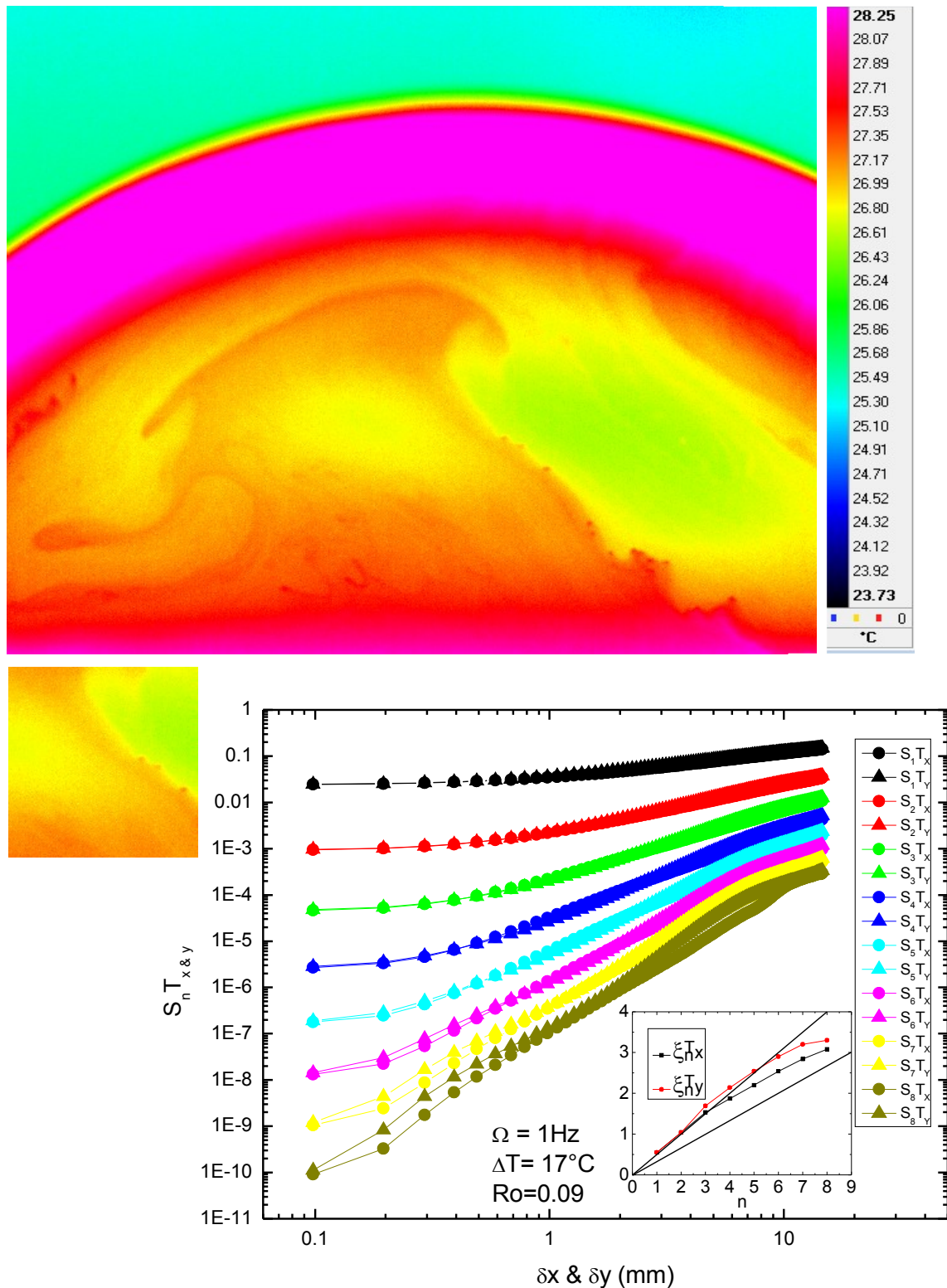




**FIGURE B.4** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

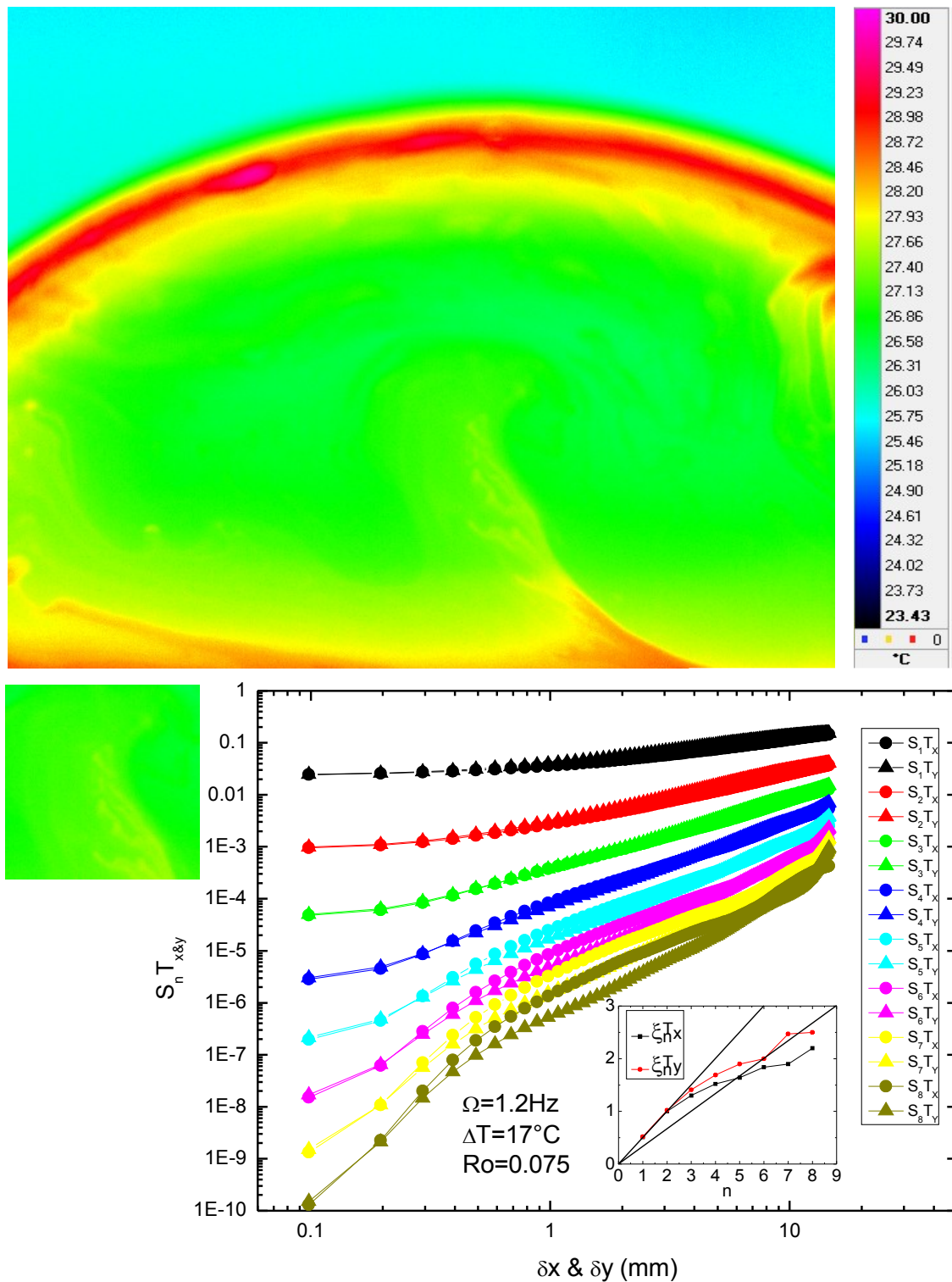


**FIGURE B.5** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

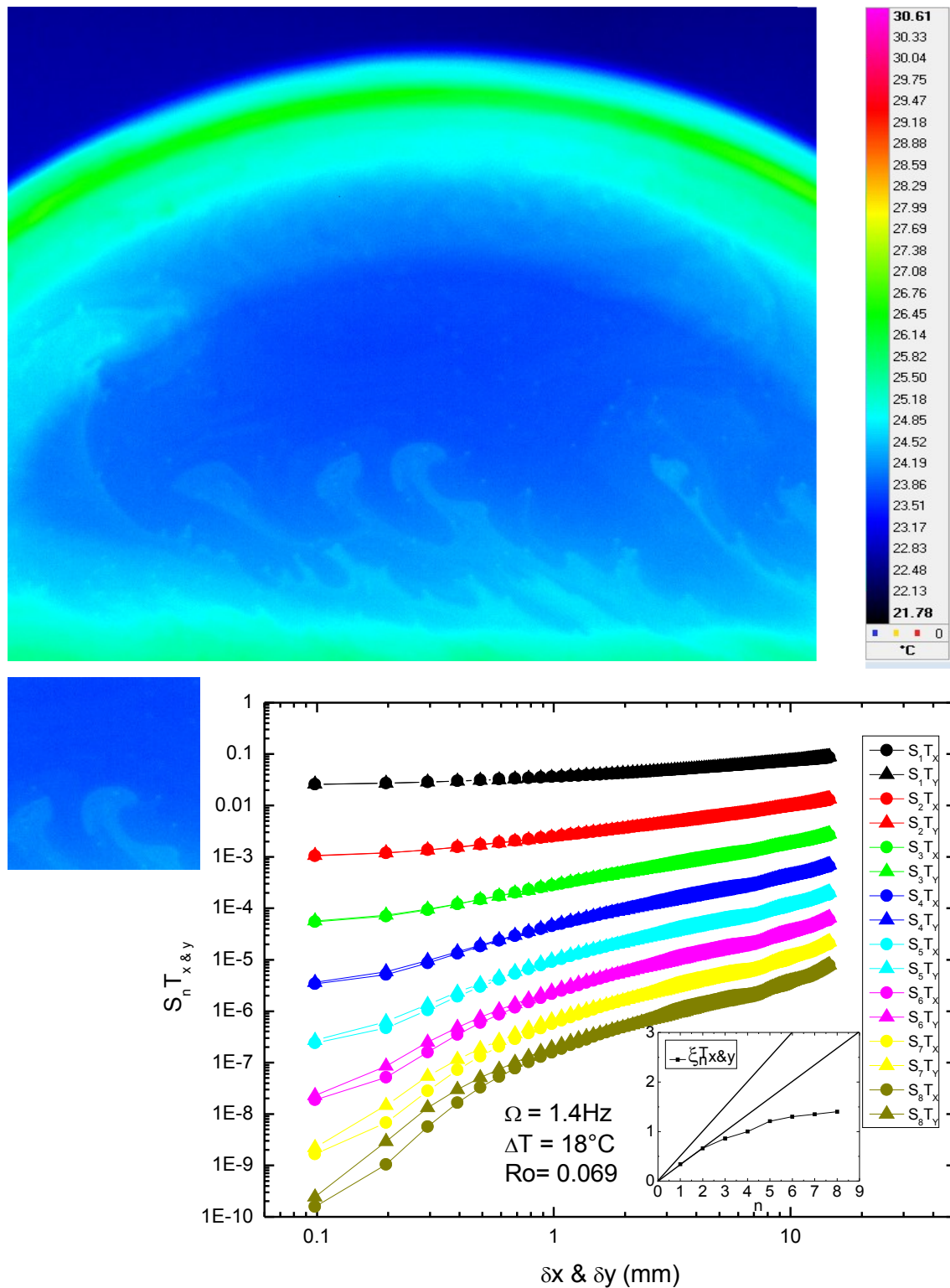


**FIGURE B.6** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)



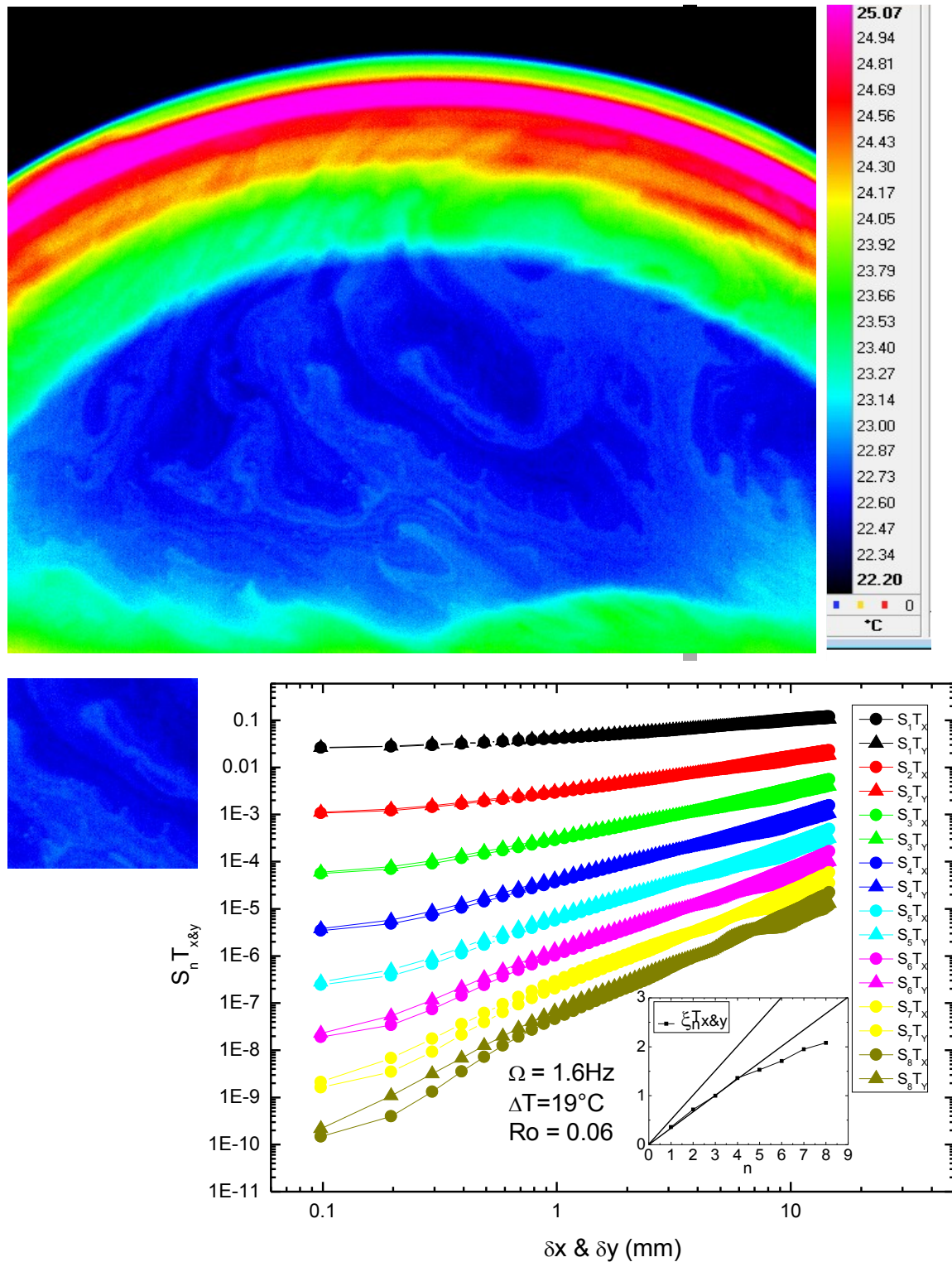


**FIGURE B.7** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

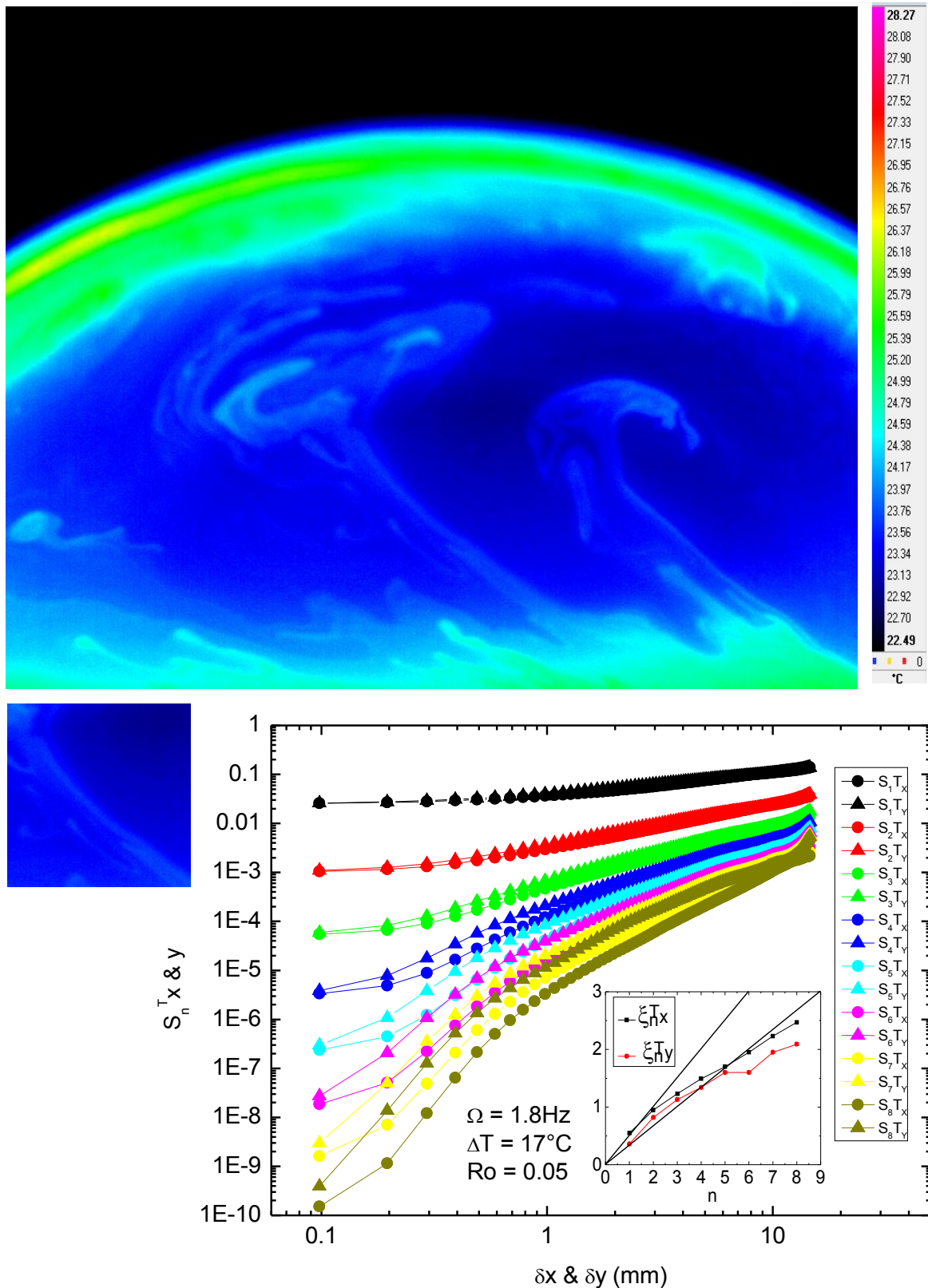


**FIGURE B.8** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

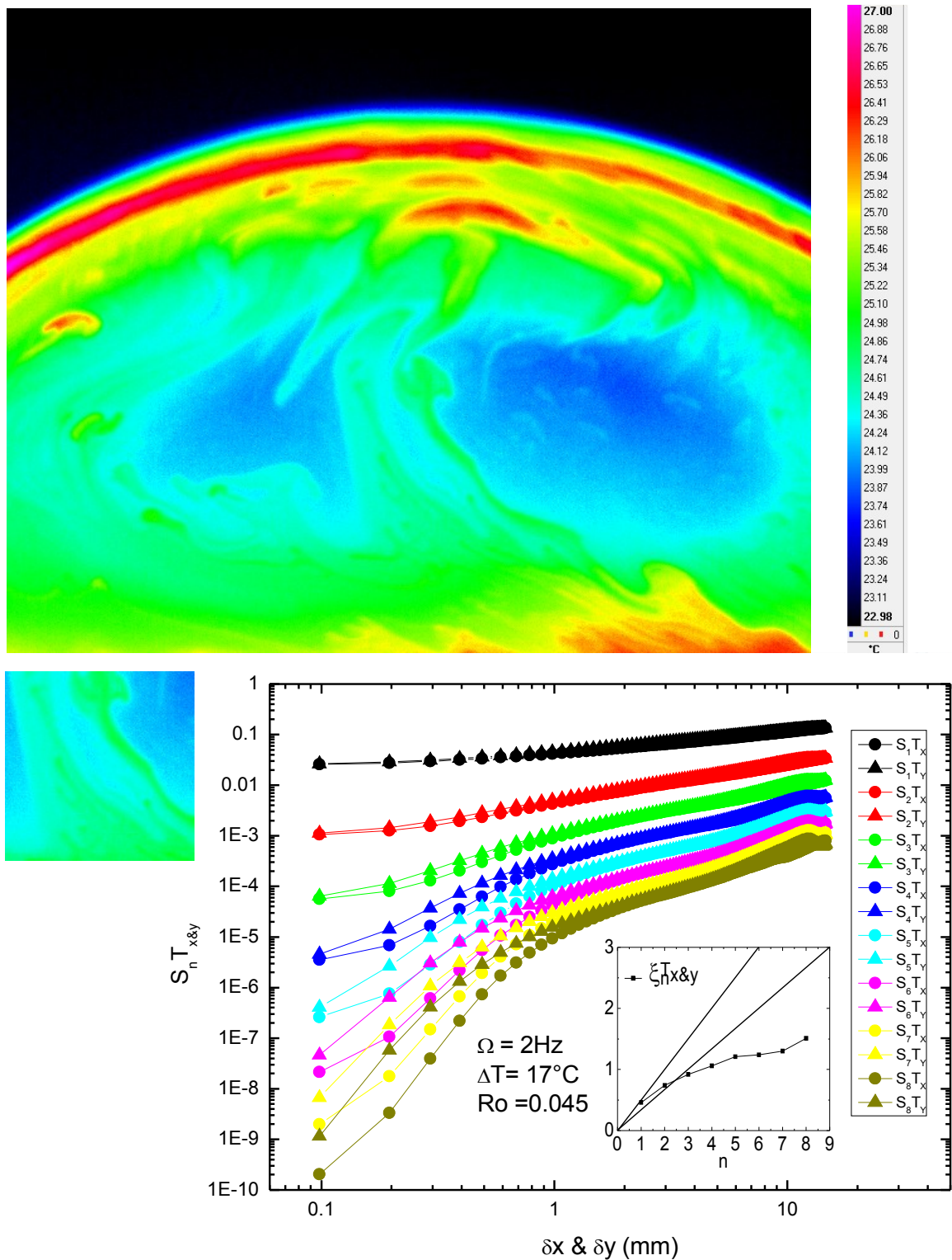




**FIGURE B.9** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)

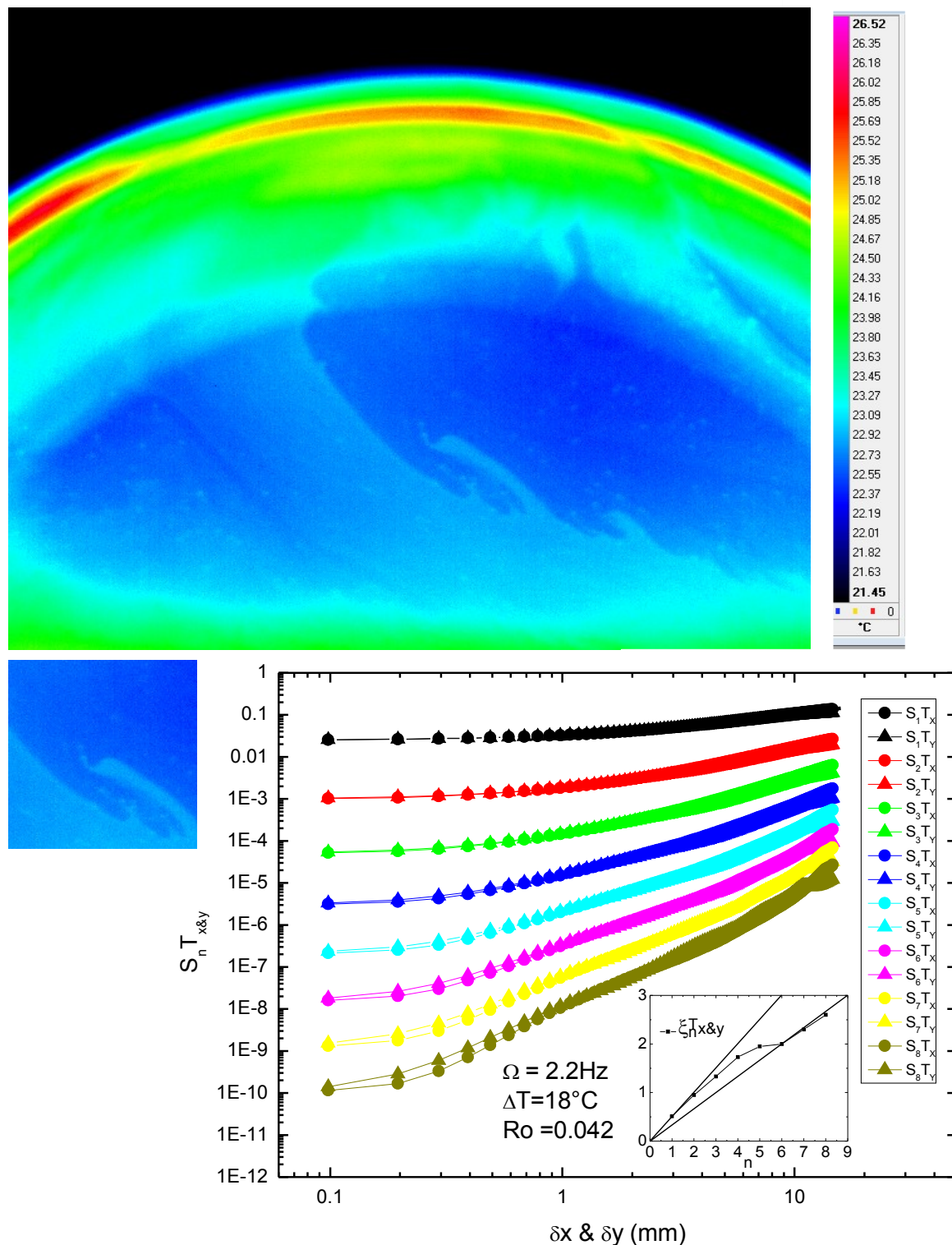


**FIGURE B.10** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^T x$  et  $S_n^T y$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)



**FIGURE B.11** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)





**FIGURE B.12** – Images infra rouge de la bulle, vue globale et fenêtre d’analyse utilisée pour le calcul des fonctions de structure  $S_n^{T_x}$  et  $S_n^{T_y}$ . En inset : exposants des fonctions de structure.  $\Omega$  vitesse de rotation de la bulle,  $\Delta T$  différence de température entre la base et le sommet de la bulle,  $Ro$  Nombre de Rossby calculé selon l’équation (1.3)



# Annexe C

## Publications



# Hurricane track forecast cones from fluctuations

T. Meuel<sup>1</sup>, G. Prado<sup>1</sup>, F. Seychelles<sup>2</sup>, M. Bessafi<sup>3</sup> & H. Kellay<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université Bordeaux 1, Laboratoire Ondes et Matière d'aquitaine (UMR 5798 CNRS), 351 cours de la Libération 33405 Talence, France, <sup>2</sup>Laboratoire de Physique ENS de Lyon (UMR CNRS 5672) 46, allée d'Italie F69007 Lyon, France, <sup>3</sup>Université de la Réunion, Laboratoire de Génie Industriel, 15 Avenue René Cassin, 97751 Saint Denis de la Réunion, France.

SUBJECT AREAS:  
ATMOSPHERIC SCIENCE  
STATISTICAL PHYSICS,  
THERMODYNAMICS AND  
NONLINEAR DYNAMICS  
GEOPHYSICS  
EARTH SCIENCES

Received  
13 February 2012

Accepted  
22 May 2012

Published  
14 June 2012

Correspondence and  
requests for materials  
should be addressed to  
H.K. (hamid.kellay@u-  
bordeaux1.fr)

**Trajectories of tropical cyclones may show large deviations from predicted tracks leading to uncertainty as to their landfall location for example. Prediction schemes usually render this uncertainty by showing track forecast cones representing the most probable region for the location of a cyclone during a period of time. By using the statistical properties of these deviations, we propose a simple method to predict possible corridors for the future trajectory of a cyclone. Examples of this scheme are implemented for hurricane Ike and hurricane Jimena. The corridors include the future trajectory up to at least 50 h before landfall. The cones proposed here shed new light on known track forecast cones as they link them directly to the statistics of these deviations.**

**T**ropical Cyclones (TCs), otherwise known as hurricanes or typhoons, are extreme atmospheric events which can be devastating upon landfall in populated areas. Several schemes are used to predict their trajectories<sup>1,2</sup>. Some predictions are based on the knowledge of previous hurricane tracks in the geographical area of interest and others use full scale numerical simulations<sup>1</sup>. Different statistical analyses are also carried out on the nature of the trajectory (i.e. linear versus recurved) for different basins, on the mean velocity and the deviations from predicted tracks, and on the landfall probability for different regions<sup>3-8</sup>. Since trajectories of TCs show large deviations from a generally predictable mean trajectory (which could be linear or recurved), prediction schemes can be imprecise, giving the statistical approaches a legitimate place. These deviations are difficult to predict as they are due to different factors such as the proximity of land and its topography, variations in the surrounding large scale flow, or modifications of the vortex structure itself<sup>1</sup>. In fact, track predictions usually include an estimate of the deviation of the trajectory from the predicted track in the form of so called track forecast cones which are based on error statistics from previous hurricane tracks as compared to predictions.

Here we show that the statistical properties of these deviations, from say a predictable simple linear track, can be used to determine possible corridors or track forecast cones for TCs. This is based on recent observations suggesting that the deviations of the trajectory of generic vortices or TCs from a mean trajectory can be modeled with a universal law<sup>9</sup> for their so called mean square displacement. This law appears for the random movement of generic vortices in two dimensions as has been shown in experiments and numerical simulations<sup>9-11</sup>. In particular we suggest that track forecast cones available today can be linked directly to this measure of the trajectory deviations around a mean and that unless these deviations can be understood, and the factors giving rise to them are fully taken into account in models and simulations, reducing such uncertainty will be a difficult task.

The mean square displacement (MSD), a notion borrowed from statistical physics and the study of Brownian motion, is a measure of the deviation from a mean trajectory. A classical example where this notion has gained all its importance is that of a colloidal particle in a simple fluid. In the absence of flow, the particle, subject to thermal agitation of the surrounding fluid, will have a position which fluctuates in time. If this position is denoted  $X$ , the MSD is defined as follows:  $\langle (X(t+t') - X(t'))^2 \rangle$  (the brackets denote an average over time  $t'$ ) where  $X(t)$  is the instantaneous position of the particle at time  $t$ . As this position varies erratically in time, the particle will explore a certain area which is given by the MSD. According to statistical mechanics  $\langle (X(t+t') - X(t'))^2 \rangle = Dt$  where  $D$  is the so called diffusion coefficient which depends on the temperature, the radius of the particle and the viscosity of the fluid. This is known as normal Brownian diffusion. If a mean flow of constant velocity  $V_X$  steers the particle in a particular direction, the position of the particle will have a fluctuating component  $\delta X(t)$  and a deterministic part given by the mean flow:  $X(t) = V_X t + \delta X(t)$ . In this case, the fluctuating part will have a MSD given by the previous expression while the mean position increases as  $V_X t$ . While normal diffusion describes a large set of random movements, anomalous diffusion may occur under certain conditions. Perhaps the most famous example is random movement in the presence of so called Levy flights<sup>12,13</sup> where the particle exhibits large jumps



from time to time in its trajectory. A general form of the MSD is suggested by the expression  $\langle (X(t+t') - X(t'))^2 \rangle \sim t^\alpha$  where the exponent  $\alpha$  may take values smaller (subdiffusion) or larger (superdiffusion) than 1. Several examples of super diffusion have been observed experimentally such as the case of an object in a turbulent flow for example. Super diffusive behavior can be related to the interaction between the object and the medium<sup>12,13</sup>. Examples of entities that interact with the medium itself have been illustrated in the case of passive beads in a bath of self propelling bacteria<sup>14</sup>, and the movement of passive beads in a laminar rotating flow<sup>15</sup>. The isolated vortices, discussed below to illustrate the role of fluctuations, are randomly kicked by the turbulent agitation of the flow. These vortices must have an important reaction on the medium itself. The movement of vortices is also sensitive to the sign of vorticity variations<sup>16</sup> which in a turbulent medium may show a complicated spatial and temporal distribution giving rise to a non trivial interaction with the moving vortex. TCs are also entities that interact with the surrounding flow, the topography, and that may change structure in the course of their movement giving possible reasons for changing course and engendering deviations from a simple track.

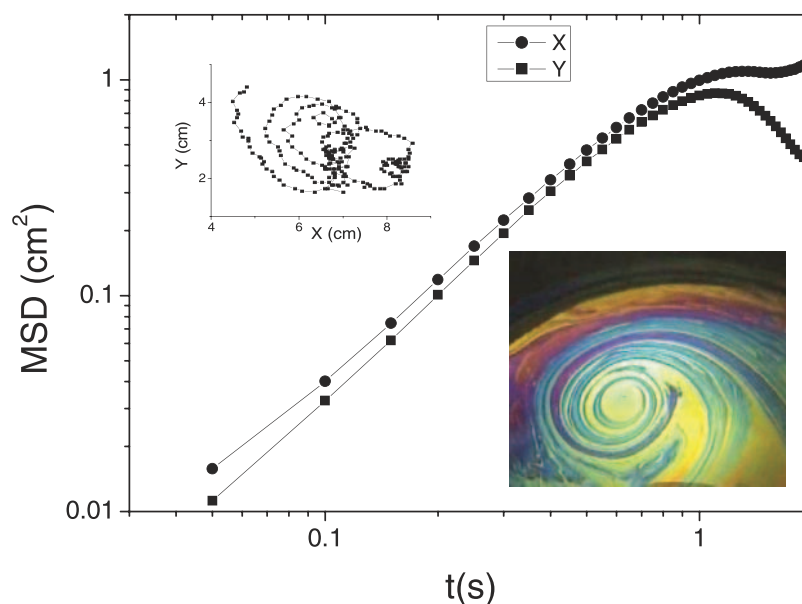
## Results

As a way to introduce the concept of mean square displacement and show how it can be implemented for TCs, we illustrate this behavior using experiments on soap bubbles first. Indeed when half a soap bubble, deposited on a plate that is heated from below at temperatures in the range 35 to 60°C, thermal convection can be observed around the equator of this half bubble<sup>9,17</sup>. As the temperature increases, the thermal plumes emitted from the heated part of the half bubble start to reach higher heights. This agitation produces, from time to time, single vortices of a few centimeters in diameter and that wander around the bubble as shown in the inset of figure 1 where the trajectory of this vortex presents noticeable fluctuations around a mean position. This can be seen for both longitude and latitude. When this signal is analyzed to extract the MSD of the vortex versus time,  $\langle (X(t+t') - X(t'))^2 \rangle$ , we obtain a well-defined dependence in the form of a power law with an exponent that is higher than 1 as seen in figure 1. Note that the longitude and latitude (denoted Y and X) show roughly equal amplitudes for the MSD meaning that the fluctuations are isotropic. Also, the exponent coming out of this analysis turns out to be independent of temperature

and soap concentration and has a value around  $\alpha = 1.6^9$ . The fact that the exponent is higher than 1 indicates that these vortices exhibit so called superdiffusion attributed to large and random jumps<sup>9</sup>.

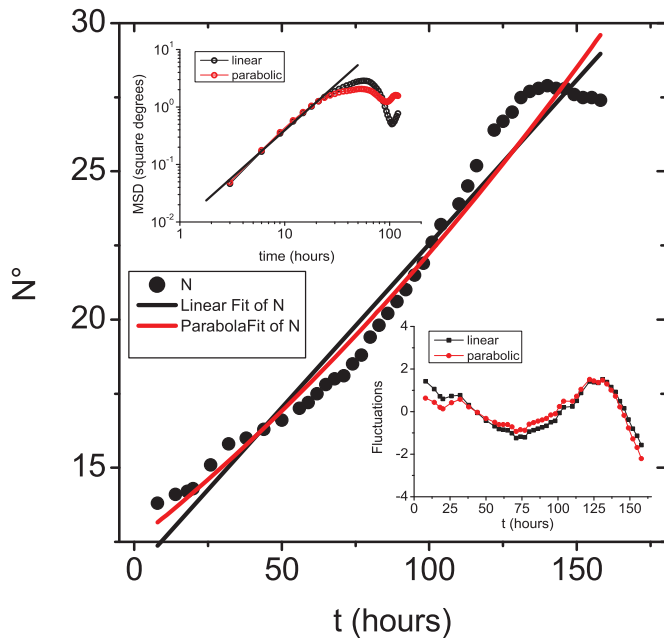
It is this observation that has guided us to look for such a behavior in the movement of TCs, which are large scale single vortices. Indeed, for generic vortices in two dimensional turbulent flows<sup>10,11</sup> and for TCs<sup>9</sup>, the trajectory shows important deviations from a mean track. In the case of TCs, a displacement along a preferred direction with a non zero velocity is usually present. However, the MSD of the fluctuating part due to the deviations from a mean trajectory (when the mean drift has been subtracted) turns out to increase with time following a well-defined power law versus time<sup>9</sup>. This MSD can be written as:  $\langle (\delta X(t+t') - \delta X(t'))^2 \rangle = A_c (t/t_c)^\alpha$  (the brackets are an average over time  $t'$ ). Here  $\delta X$  is the deviation from the mean trajectory in either longitude or latitude,  $A_c$  is the value of the MSD at  $t = t_c$ , and  $t_c$  is a characteristic time. The exponent  $\alpha$  has a value near 1.65 indicating superdiffusion.

Here, we show through an analysis of an extended set of TC trajectories in different basins<sup>18</sup> that this law is obeyed very well by the great majority of TCs and for different basins. For each TC, and in order to extract the deviations from a mean track, the longitude and latitude coordinates were plotted versus time separately. A linear fit was carried out to estimate the constant drift velocity of the TC in the longitude and latitude directions. This linear dependence of the position versus time defines the mean trajectory of the cyclone. When this mean linear trajectory is subtracted from the data, we obtain what we call the fluctuating part of the trajectory as shown in the example of figure 2 and in the lower inset to this figure for hurricane Jimena. At times, the variation of the longitude or latitude versus time cannot be approximated correctly using a linear law: This happens routinely when the TC is close to the coast for example. In such cases, we remove the few points that deviate strongly from a linear dependence. Basically the model we are using supposes that the TCs move along a straight mean trajectory with superimposed deviations or fluctuations. Such a simple model has also been proposed by<sup>7</sup>. The linear approximation of the mean trajectory is not the rule. However, a recent classification has found significant clusters of linear trajectory cyclones<sup>8</sup>. For the sake of comparison we have also tested a parabolic fit to the track data of the example of figure 2. Once this mean parabolic trend is subtracted from the trajectory, the deviations are again recovered as shown in the lower inset of figure 2. Note that



**Figure 1** | Mean square displacement versus time for a single vortex in a soap bubble heated from below. Inset: photo of a vortex and its trajectory.



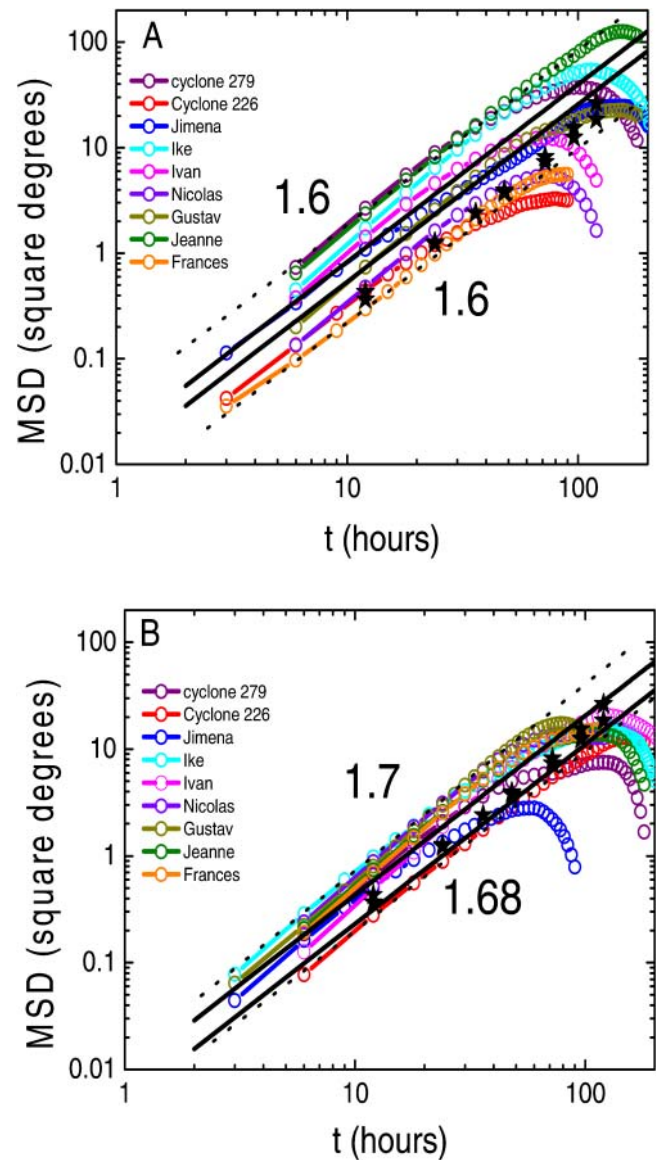


**Figure 2 | Latitude versus time for hurricane Jimena.** The solid line is a linear fit to the trajectory. The lower inset shows the fluctuating part after subtracting the linear part. Subtraction of a parabolic fit is also shown. The upper inset shows the MSD calculated using the the linear and parabolic trajectory.

these deviations though different from the previous ones, obtained by subtracting the linear dependence, bear much resemblance to them. Note that the MSD of the example of figure 2, shown in the upper inset, for both the linear and parabolic mean trajectories are superimposed for the short times showing that the parameters of the power law regime are hardly affected in this example by the use of a linear or parabolic model. For this study however, and for the simplicity of implementing our analysis, we have only considered the linear track approximation despite its limitations. From such linear fits to the data (see figure 2), we extract the mean velocity of the TC. Once this is achieved, the MSD is calculated using the fluctuating part of the trajectory (see lower inset of figure 2). Examples of the MSD for a few TCs are shown in figure 3a and b for the longitude and latitude respectively. Note that the MSD follows the power law stated above as delimited by the dashed lines and as has been suggested previously. Here the latitude shows less fluctuations than the longitude indicating anisotropy of the calculated deviations. At long times, the MSD no longer follows a power law and seems to either flatten out or go through a broad maximum. This effect may be simply due to a lack of statistics at long times but it may also signal a lack of correlation at these times which is the most probable cause.

We now determine the parameters of the power law for each TC. By fixing the amplitude  $A_c = 10$  square degrees, the only free parameter for the power law is the time constant. We determine the time constant  $t_c$  from such graphs as shown in figure 3 by simply reading off the time for which the amplitude is  $A_c$ . This time constant is then extracted for a large number of TCs in different basins (over 500 trajectories have been examined for the purpose of this study). In addition to this time constant we also extract the exponent of the power law dependence of the MSD using a best fit method. We now have the three parameters characterizing our simple model: the drift velocity, the time constant, and the exponent. One may then look at the statistics of these quantities for each basin separately or for all basins analyzed and examine the validity of this simple model.

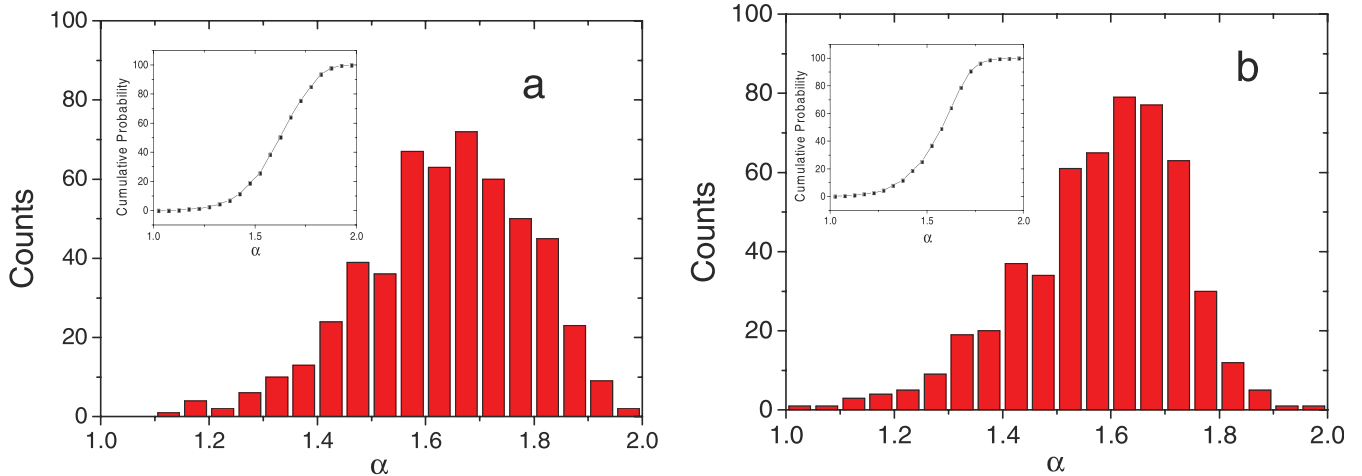
The global result can be illustrated in the form of histograms of the quantities extracted. Let us first take a look at the histogram of exponents. This histogram, shown in figure 4 a and b for the



**Figure 3a and 3b | Mean square displacement of longitude and latitude respectively for 9 different TCs versus time.** Cyclones noted 226 and 279 are in the Indian Ocean dated 27/05/2005 and 08/05/2003 respectively. The black stars on this graph indicate the square of the circle radii (in square degrees) used to predict track forecast cones of the National Hurricane Center. The dashed lines indicate power laws with the indicated exponent to delimit the observed behavior. The solid lines use  $t_c$  extracted from the peak of the histograms (upper curve) of figure 4 or the mean value (lower curve).

longitude and latitude, shows a well-defined peak at a value of 1.65. Despite the spread in values most cyclones (see cumulative probabilities in the insets), over 70%, are well described by an exponent between 1.5 and 1.8. No difference is observed between the longitude and latitude analyses nor for the different basins examined. Most TCs therefore show deviations characterized by a power law for the MSD.

Let us now take a look at the characteristic times. Here again the histograms of figure 5a and b (for all basins with no distinction) show a well defined peak for each component with a difference between the longitude and latitude components (indicating anisotropy) and again despite the spread in values, a well defined peak is clearly seen for both components. This peak is at 40 hours for the longitude and 60 hours for the latitude. The mean value of  $t_c$  is 55 h for the longi-



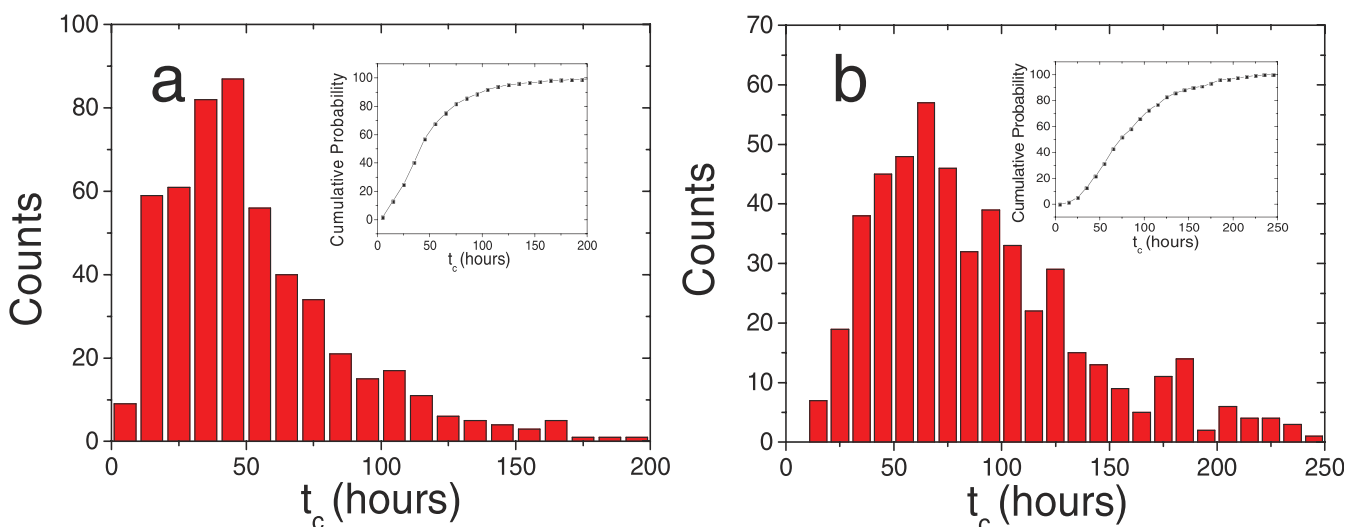
**Figure 4** | histograms of the exponent  $\alpha$  along with the cumulative probability. a is for longitude and b is for latitude.

ude and near 100 h for the latitude. From the cumulative probability, about 60% of TCs have characteristic times between 20 and 80 hours for longitude and 40 and 100 hours for latitude. Note that differences between basins can also be detected in this measure with the Atlantic basin giving the smallest times. Figure 6 shows histograms by basin along with the mean values found. Note that different basins show variations in the mean value of  $t_c$  and in the position of the peak. The Atlantic basin shows the smallest characteristic times indicating stronger deviations than other basins. In general, longitude shows stronger deviations than latitude.

In figure 3, showing the MSDs, we show the computed average MSD using the mean values extracted from our histograms (for all basins) for the exponent and the time constant. These are the solid lines in this graph. The upper one uses the characteristic time from the peak position of the histogram while the lower line uses the mean value of  $t_c$ . Note that the computed MSDs are in good agreement with the general trend. A surprising result comes from comparing the MSD calculated to the mean deviation from the predicted trajectories used to estimate track forecast cones. This data, obtained from the National Hurricane Center web site<sup>19</sup>, is displayed as black stars in figure 3, which shows that this mean deviation also follows a power law as for the MSD suggesting that the error in forecasting as represented by the track forecast cones seems to be related if not given by the MSD calculated here.

## Discussion

We suggest that the power law we have uncovered here through an extensive analysis of TC trajectories, can be used to predict, in a simple, quick, and cheap way, corridors for the movement of these structures. The principle of this prediction scheme is as follows and an illustration is shown in figure 7. This estimate assumes that the hurricane follows a smooth mean trajectory around which deviations occur with statistics that are well described by the power law stated above for the MSD. Suppose now that some previous positions are known. We first determine a mean tendency for the later movement of the structure based on these previously known positions. The simplest possible tendency is that the structure will just continue along a straight line at a velocity  $V_X$  given by the last known positions versus time. Our tests of this hypothesis turned out to be reasonably correct for most cyclones analyzed (see figure 2). Since the future trajectory will deviate from the mean track, supposed to be linear here, the MSD is used as a measure of this deviation by writing the displacement  $X(t) = V_X t \pm \sqrt{A_c((t-t_0)/t_c)^\alpha}$ . Here  $X(t)$  refers to either longitude or latitude. The first term is the mean linear trajectory with a constant speed  $V_X$  and the second term measures the deviation from this assumed trajectory with  $t_0$  being the time at which the prediction starts. As we have shown above, the majority of TCs we have analyzed show such a tendency as they exhibit a mean trajectory with superimposed deviations. Figure 7 shows the result of



**Figure 5** | histograms of  $t_c$  for all basins along with the cumulative probability. a is for longitude and b is for latitude.

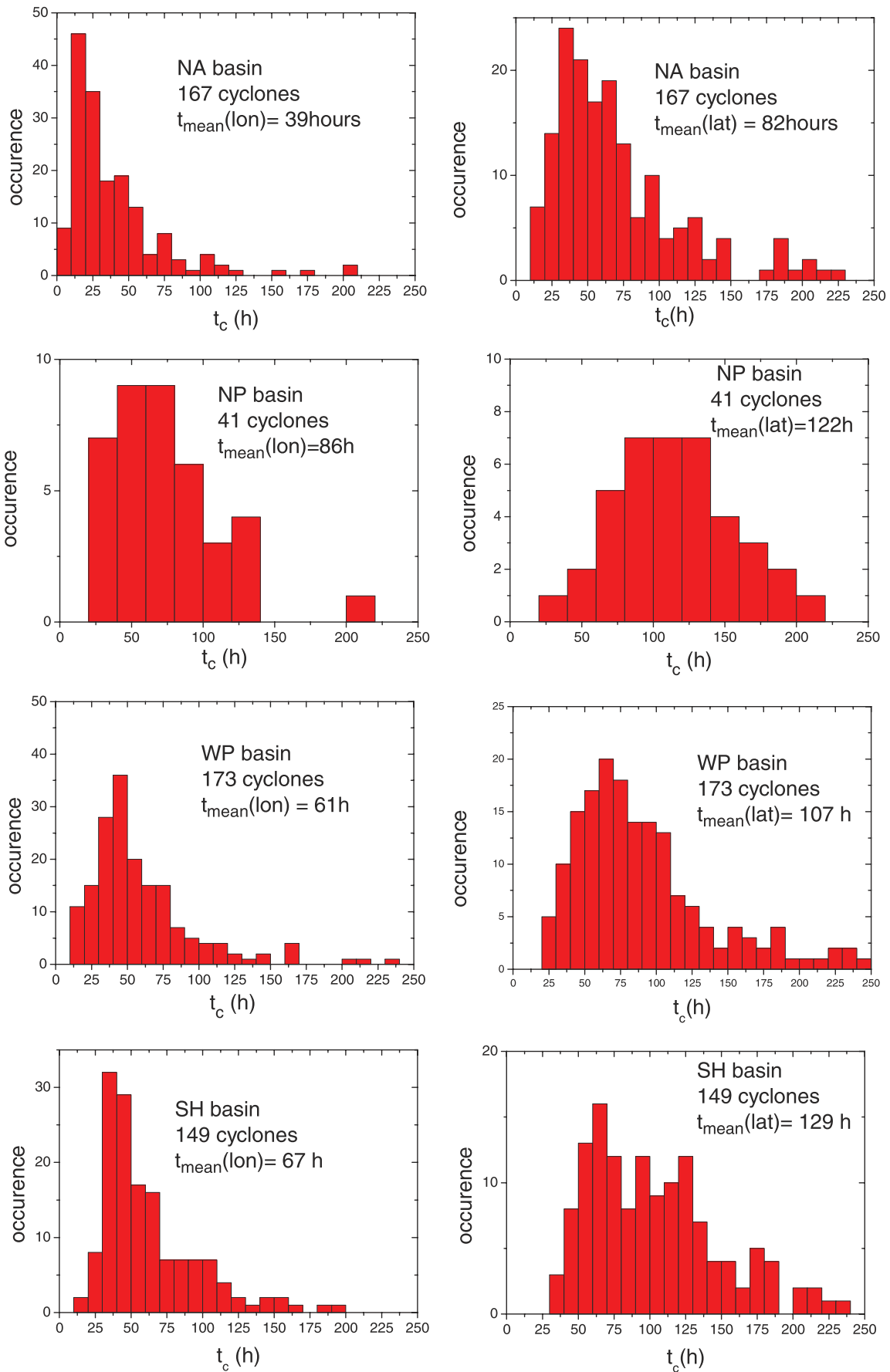
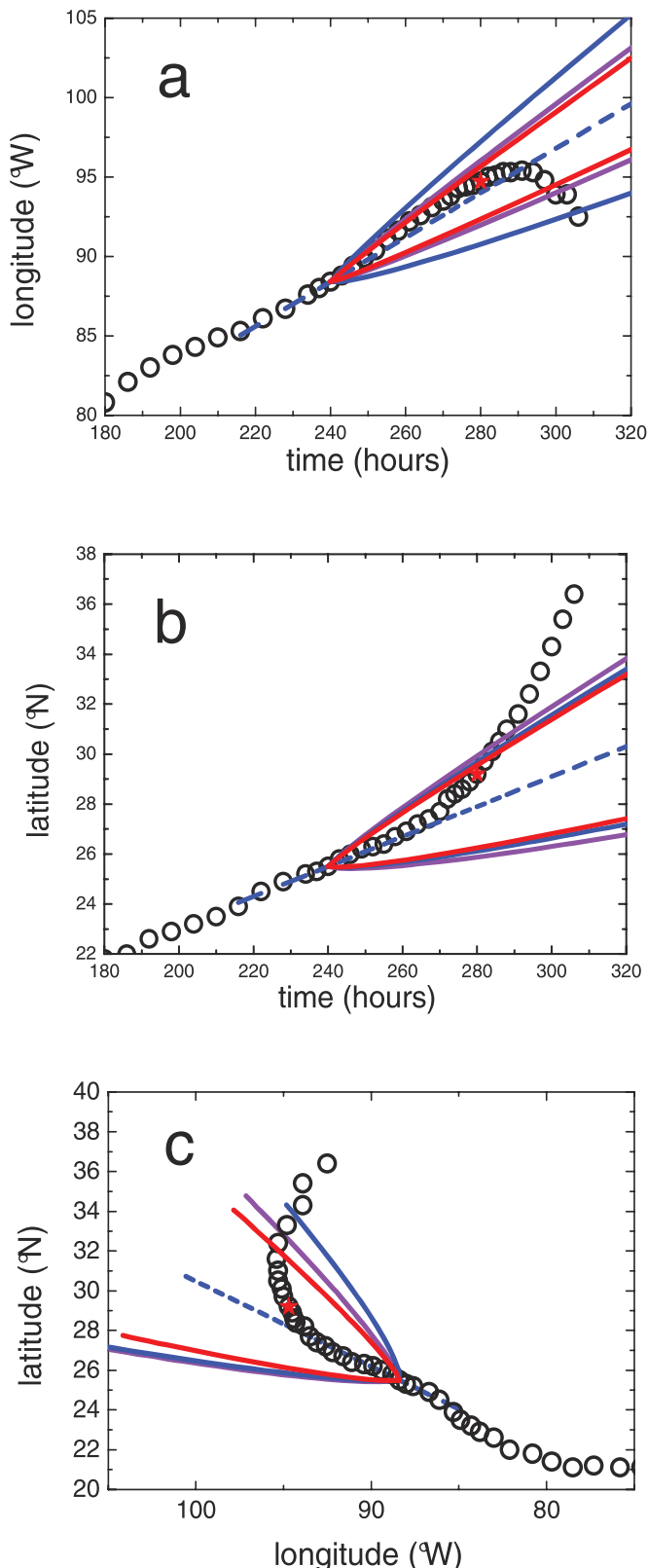


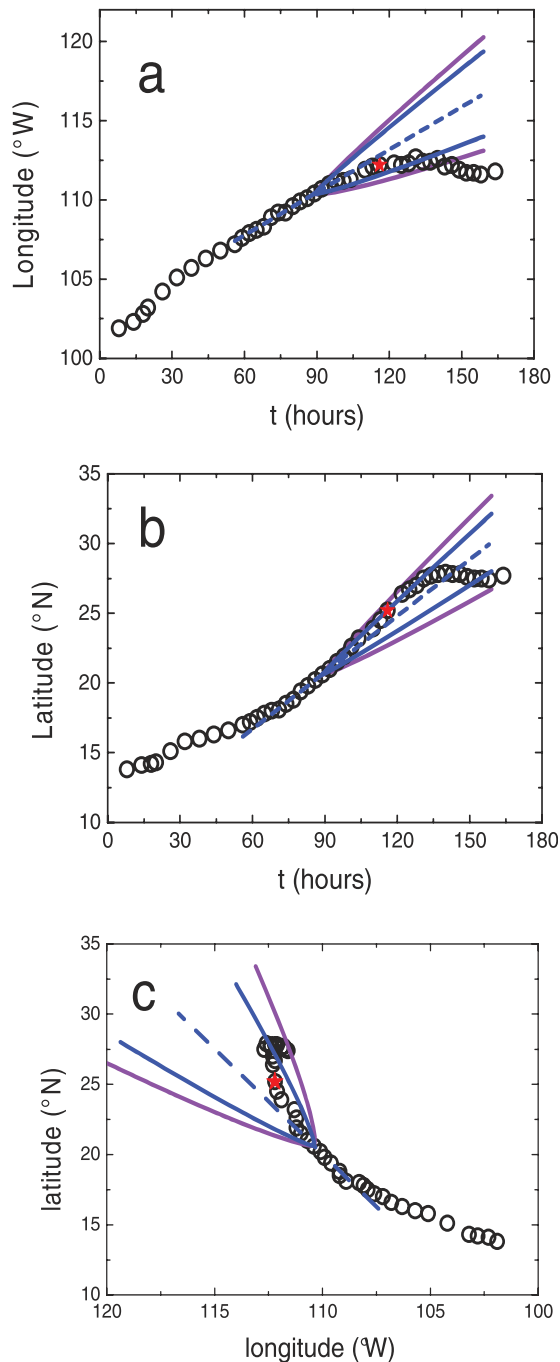
Figure 6 | histogram of  $t_c$  for different basins, longitude on the left and latitude on the right: NA= North Atlantic; NP= northeast Pacific; WP= western North Pacific.



**Figure 7 | Implementation of the proposed scheme for hurricane Ike (2008):** a) longitude b) latitude (open circles) versus time near landfall (red dot). The blue dashed line is the linear prediction 40 hours before landfall. The blue solid lines delimit the predicted cone using the mean values of  $t_c$  for the Atlantic basin. The magenta line uses the  $t_c$  calculated from the MSD of the trajectory before the prediction point, the red line is the NHC forecast cone. Panel c shows the trajectory in a latitude versus longitude plot (same symbols as a and b). The hurricane trajectory is obtained from the National Hurricane Center web site.

this corridor prediction for hurricane Ike (2008), which hit the coast of Texas at Galveston. The corridor prediction is started 40 hours before landfall. Actually, the prediction can be restarted after each new data point by simply recalculating the velocity  $V_X$  and using the new  $t_0$  to obtain a new cone. This figure shows the full trajectory of the cyclone in the form of circles. The dashed line is the supposed linear trajectory with a velocity determined using the last known positions; this is the supposed linear path if the hurricane were to continue along a straight track with a constant velocity. The full lines represent the predicted cone using the expression above. The prediction starts at the intersection between the two full lines (i.e. at  $t = t_0$ ). An important feature here is that the future trajectory of the hurricane remains confined within this cone for a time comparable to but smaller than the time period for which the power law above is valid as panels a and b of figure 7 show for longitude and latitude versus time. Beyond this time scale (which is typically between 60 and 100 hours, see figure 3), the power law for the MSD is no longer valid so the corridor estimate breaks down. Figure 7c shows the corridor in a latitude versus longitude graph. Note that the landfall location, marked by a red dot, is very well captured by the corridor despite the fact that Hurricane Ike drifts sharply to the north east after landfall. This scheme can be implemented on different hurricanes. Figure 8 shows an implementation of the proposed scheme for Hurricane Jimena (2009) in the western Pacific basin. This is shown for longitude and latitude versus time as well as in a latitude versus longitude plot. Again, the corridor proposed includes the landfall location. The cones shown use the mean value of  $t_c$  extracted from the statistical analysis shown above for each basin (i.e. North Atlantic for Ike and North Eastern Pacific for Jimena). In fact, such a scheme, and if the TC has been tracked for a long enough time, can also use the  $t_c$  calculated from the past trajectory of the cyclone itself. If the considered TC has less or more deviations from the calculated mean, the predicted cone using the actual data from the trajectory of the specific cyclone considered will take this into account and provide a more realistic estimate for the forecast cone. This is illustrated for the two hurricanes in figures 7 and 8 where the cones shown use three different values, the mean characteristic time for the basin considered, the characteristic times calculated from the past trajectory of the cyclone itself, as well as the values given by the NHC cone for the relevant basin. We believe that both schemes (the use of a mean characteristic time, or the use of the characteristic time extracted from the MSD of the past trajectory of the cyclone itself) can be implemented. This latter procedure would therefore take into account the inherent variability from cyclone to cyclone and provide a means to make TC-specific forecast cones. In the case where the TC is nearing landfall, the use of the parameters given by the past trajectory of the cyclone itself would be feasible since a sufficient number of locations would already be at hand. This procedure, which has the advantage of being cheap and fast to implement, could complement other TC-specific forecast cones such as those obtained from ensemble schemes<sup>20,21</sup> which are better at including the variability in initial conditions.

Since forecast agencies use a fixed probability (67th percentile for the NHC for example) to determine the forecast cones while our scheme proposes a different method, namely a measure of the deviation from a supposed mean trajectory, a question arises as to how these two schemes compare with each other. To answer this question we tracked the probability that the TC remains within the cone for up to 5 days in the North Atlantic basin. The cones used are those for longitude and latitude versus time. It turns out that for the case where a linear mean track is assumed, the probability that the track remains within the cone is roughly constant and around 63%. If on the other hand, the velocity of the TC is determined using only the last 2 known positions before the prediction, the probability for 12 h, 24 h, and 36 h can be much better with 91, 81, and 71% respectively. In both cases, the use of the characteristic time is that of the TC itself so the cone is cyclone-specific. This scheme can therefore be very



**Figure 8 | Implementation of the proposed scheme for predicting hurricane forecast cones for hurricane Jimena (2009).** Panel a and b with symbols as defined in the caption of figure 7, illustrate the cone for longitude (a) and latitude (b) versus time. Panel c shows a similar plot as 7c for hurricane Jimena (2009) which made landfall in Baja California in Mexico (the mean characteristic time is for the North eastern pacific basin). Note that the landfall position (red dot) is well captured by the cone started 27 hours before landfall.

useful near landfall and up to at least 36 h since the parameters characterizing the TC would be known from the previous trajectory. A further improvement of this probability can be obtained by taking into account the fluctuations in speed of the TC, which can be estimated from the previous trajectory before the prediction starts. If one uses the mean velocity determined from say the previous 5 known

best track positions, and instead of  $V_x$ , we use  $V_x \pm V_{rms}$  to take the fluctuations of speed into account ( $V_{rms}$  is the root mean square of the velocity averaged over 5 positions and obtained using the known trajectory before the prediction starts), the probabilities are better than 80% for up to 5 days.

The suggested scheme therefore uses the statistical properties of the deviations in hurricane motion from a mean track to delimit the departure from a predicted trajectory. The cones proposed here shed new light on available track forecast cones, to which they compare very well, by linking them directly to the statistics of these deviations. In fact, the track forecast cones used by the National Hurricane Center also follow the power law found here suggesting that deviations from predicted tracks are captured by the behavior of the MSD very well. Our analysis of over 500 TC trajectories allows us to validate our proposal. The procedure suggested here also allows to make TC-specific forecast cones especially near landfall through a cheap, quick, and simple calculation of the MSD of the known part of the trajectory.

## Methods

For the experiments using the soap bubble, the experimental techniques were described in<sup>9</sup> and<sup>17</sup>. For all the trajectory data, the analysis of the fluctuations and the calculations of the MSDs were carried out using home made software.

1. 'Global Perspectives on Tropical Cyclones' Edited by Chan, J. C. L. & Kepert, J. D. World Scientific Publishing Co. (2010).
2. Emanuel, K. Tropical Cyclones. *Annu. Rev. Earth and Planet. Sci.* **31**, 75–104 (2003).
3. Fraedrich, K., Morison, R. & Leslie, L. M. Improved tropical cyclone track predictions using error recycling. *Meteorol. Atmos. Phys.* **74**, 51–56 (2000).
4. Bretschneider, B. Climatological Hurricane landfall probability for the United States. *J. Appl. Meteorology and Climatology* **47**, 704–716 (2008).
5. Leslie, L. M. Abbey Jr. R. F. & Holland, G. J. Tropical cyclone predictability. *Meteorol. Atmos. Phys.* **65**, 223–231 (1998).
6. Leslie, L. M. & Abbey, Jr. R. F. Hurricane predictability: are there simple linear invariants within these complex nonlinear dynamical systems? *Meteorol. Atmos. Phys.* **74**, 57–62 (2000).
7. Hall, T. & Jewson, S. Statistical modeling of North Atlantic tropical cyclone tracks. *Tellus* **59A**, 486–498 (2007).
8. Camargo, S. J., Robertson, A. W., Gaffney, S. J., Smyth, P. & Ghil, M. Cluster analysis of Typhoon tracks. Part I: General properties. *J. Climate* **20**, 3635–3653 (2007).
9. Seychelles, F., Amarouchene, Y., Bessafi, M. & Kellay, H. Thermal convection and emergence of isolated vortices in soap bubbles. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 144501 (2008).
10. Kawahara, R. & Nakanishi, H. Slow relaxation in two-dimensional electron plasma under strong magnetic field. *Journal of the Physical Society of Japan* **76**, 074001 (2007).
11. Yoshida, T. Universal dependence of the mean square displacement in equilibrium point vortex systems without boundary conditions. *Journal of the Physical Society of Japan* **78**, 024004 (2009).
12. 'Levy Flights and Related Topics in Physics', edited by Shlesinger, M. F., Zaslavsky, G. M. & Frisch, U. Lecture Notes in Physics (Springer-Verlag, Berlin, 1995).
13. Bouchaud, J. P. & George, A. Anomalous diffusion in disordered media: statistical mechanics, models and physical applications. *Physics Reports* **195**, 127–293 (1990).
14. Wu, X. L. & Libchaber, A. Particle diffusion in a quasi-two-dimensional bath. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3017–3020 (2000).
15. Solomon, T. H., Weeks, E. R. & Swinney, H. L. Observation of anomalous diffusion and Lévy flights in a two dimensional rotating flow. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3975–3978 (1993).
16. Schecter, D. A. & Dubin, D. H. E. Vortex motion driven by a background vorticity gradient. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2191–2194 (1999).
17. Sechelles, F., Ingremau, F., Pradere, J. C. & Kellay, H. From intermittent to nonintermittent behavior in two dimensional thermal convection in a soap bubble. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 264502 (2010).
18. Data for Southern hemisphere, North Indian Ocean, North West Pacific are obtained from JTWC (Joint Typhoon Warning Center), [http://www.usno.navy.mil/NOOC/nmfcph/RSS/jtwc/best\\_tracks/](http://www.usno.navy.mil/NOOC/nmfcph/RSS/jtwc/best_tracks/), website last accessed in December 2011). Data for North Atlantic and North Eastern Pacific are obtained from the NHC web site last accessed in December 2011.
19. <http://www.nhc.noaa.gov/aboutcone.shtml>. Website last accessed on the 18th of April 2012.
20. Yamaguchi, M., Sakai, R., Kyoda, M., Komori, T. & Kadowaki, T. Typhoon ensemble prediction system developed at Japan Meteorological Agency. *Monthly Weather Review* **137**, 2592–2604 (2009).





21. Dupont, T., Plu, M., Caroff, P. & Faure, G. Verification of ensemble based uncertainty circles around tropical cyclone track forecasts. *Weather and Forecasting* **26**, 664–676 (2011).

### Acknowledgements

This work was supported by ANR grant 'Cyclobulle'.

### Author contributions

All Authors contributed to data analysis. H. K. wrote the paper.

### Additional information

**Competing financial interests:** The authors declare no competing financial interests.

**License:** This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivative Works 3.0 Unported License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/>

**How to cite this article:** Meuel, T., Prado, G., Seychelles, F., Bessafi, M. & Kellay, H. Hurricane track forecast cones from fluctuations. *Sci. Rep.* **2**, 446; DOI:10.1038/srep00446 (2012).



## OPEN

## Intensity of vortices: from soap bubbles to hurricanes

## SUBJECT AREAS:

ATMOSPHERIC  
DYNAMICS

FLUID DYNAMICS

SURFACES, INTERFACES AND  
THIN FILMSCLIMATE AND EARTH SYSTEM  
MODELLINGT. Meuel<sup>1</sup>, Y. L. Xiong<sup>2</sup>, P. Fischer<sup>2</sup>, C. H. Bruneau<sup>2</sup>, M. Bessafi<sup>3</sup> & H. Kellay<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université Bordeaux 1, Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine, UMR 5798 CNRS, 351 cours de la Libération, 33405 Talence, France, <sup>2</sup>Université Bordeaux 1, Institut de Mathématiques de Bordeaux, UMR 5251, MC2 INRIA, 351 cours de la Libération, 33405 Talence, France, <sup>3</sup>Université de la Réunion, Laboratoire d'Énergétique, d'Électronique et des Procédés, 15 Avenue René Cassin, 97751 Saint Denis de la Réunion, France.

Received  
6 June 2013Accepted  
22 November 2013Published  
13 December 2013

Correspondence and  
requests for materials  
should be addressed to  
H.K. (hamid.kellay@  
u-bordeaux1.fr)

By using a half soap bubble heated from below, we obtain large isolated single vortices whose properties as well as their intensity are measured under different conditions. By studying the effects of rotation of the bubble on the vortex properties, we found that rotation favors vortices near the pole. Rotation also inhibits long life time vortices. The velocity and vorticity profiles of the vortices obtained are well described by a Gaussian vortex. Besides, the intensity of these vortices can be followed over long time spans revealing periods of intensification accompanied by trochoidal motion of the vortex center, features which are reminiscent of the behavior of tropical cyclones. An analysis of this intensification period suggests a simple relation valid for both the vortices observed here and for tropical cyclones.

Vortices are prominent features of fluid flows and span length scales ranging from an insect's length<sup>1</sup> to planetary sizes<sup>2</sup>. Understanding the displacement of vortices, their structure, and their long time dynamics is crucial for different aspects be they at the level of small engines, turbulent flows, or planetary atmospheres<sup>3</sup>. Vortices may be found in turbulent flows, where they appear at all scales, in the wake of a bluff body, where they come in pairs, or in atmospheric flows whether on earth or on other planets<sup>3,4</sup>. In the latter case, these single vortices may be giant and very long lived such as the famous great red spot on Jupiter<sup>2</sup> or the great dark spot in Neptune<sup>5</sup>. Or they may be short lived and capable of traveling long distances such as tropical cyclones (TC) on earth<sup>6,7</sup>. The exact structure of planetary vortices and notably that of the great red spot is still debated but some of their features are known. The two great spots are elliptical for example<sup>5,8,9</sup> and tropical cyclones can be reasonably modeled with a modified version of an ideal vortex known as the Rankine vortex<sup>10</sup> or even more refined models introduced recently<sup>11</sup>. Nonetheless and when it comes to predicting their trajectories (as for TCs on earth), the evolution of their intensity, or their lifetime, vortices still pose a number of problems mainly because the interactions with the environment are complex<sup>7,12,13</sup>. For example, the intensity of tropical cyclones and its temporal evolution is an issue which has been tackled over the past few decades with some success as thermodynamical models as well as simple coupled ocean atmosphere models seem to capture some of the essential features<sup>12,14</sup>. Its prediction remains an arduous task as there is need to consider several factors such as the interaction with the sea and the environment, the structure of the TC itself, as well as the role of rotation on the dynamics of such vortices<sup>13,15</sup>. It is therefore highly desirable to devise experimental systems to study the generic properties as well as the effects of such single vortices<sup>16–21</sup>. It goes without saying that such experimental systems may bring insight into the vastly complex problem of Tropical cyclone intensity or the stability of giant planetary vortices, however, care has to be taken in using results from such systems considering the large differences in the mechanisms at play between the model systems and their natural counterparts.

Here we use a half bubble heated from below on which large isolated vortices are observed. We first characterize the general properties of these vortices (their displacement and location on the bubble surface, their life time) with and without rotation of the bubble to gauge the effects of rotation on such a situation. Second, we characterize these vortices by measuring their velocity and vorticity profiles. In a third stage, and based on the preceding velocity measurements, we analyze the long time behavior of the rotation rate of these vortices. The measurements show that the system at hand exhibits a number of intriguing features such as intensification of vortices and trochoidal motion which are common in natural vortices such as tropical cyclones.

For the sake of making such qualitative observations more quantitative, the measurements of intensification periods are then compared to the long time variation of the intensity of tropical cyclones. The rationale behind this comparison is very simple. Since the vortices here and Tropical cyclones are large vortices with dimensions much larger than the thickness of the bubble membrane or of the atmosphere respectively, both may be

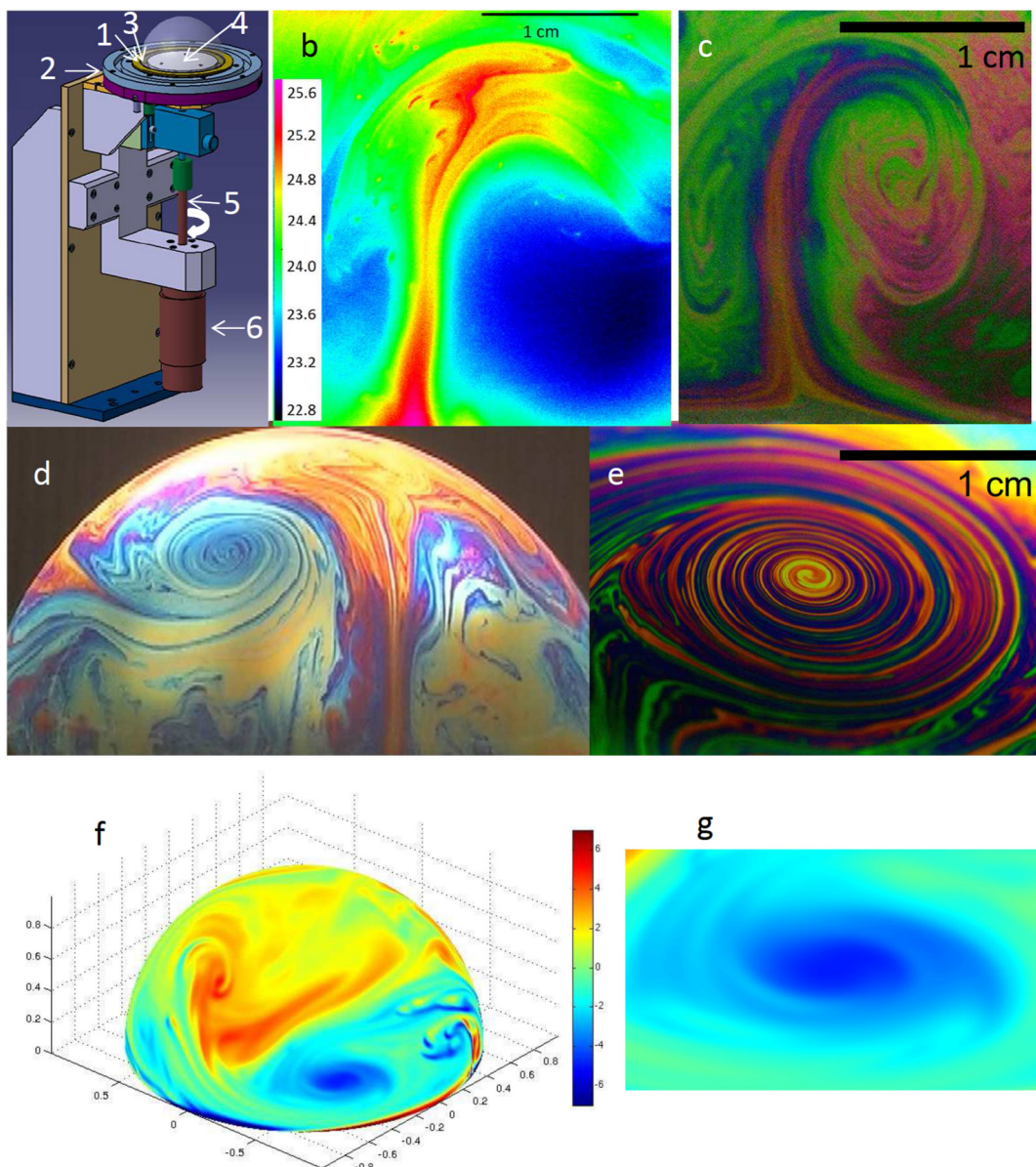


considered as two dimensional objects. This is a huge simplification of the tropical cyclone structure so its limitations will be kept in mind. The results show that parallels may be drawn.

## Results

The system used here is a half bubble heated from below<sup>18,19,22</sup> in a specially designed cell capable of rotating the bubble at different rates (see methods and figure 1). Once formed, the bubble is subject to strong convection due to the heating at the base of the bubble<sup>22</sup>. Care was taken so that the air within the bubble does not generate additional convection so a priori the convection on the bubble surface is due solely to the heating at the base of the bubble. Images of the bubble with well defined thermal plumes are shown in figure 1b and

c. After a short period, a large vortex may emerge. The emergence of vortices occurs both for bubbles not subject to rotation as well as under the rotation of the bubble. The formation of such vortices usually occurs when a large plume, which is the result of the merging of a few smaller ones, rises to near the top of the bubble and forms a swirl as shown in figure 1d. While this is one possible way to form such vortices, our study did not allow us to discover all the possible ways leading to the formation of such vortices. Once formed, the large vortices are followed using video imaging. A large vortex of this sort is visible in figure 1e. Note that the vortex has a well defined center or 'eye' and develops as a spiral looking structure of dimensions between 1 and 2 cm. By using numerical simulations of two dimensional thermal convection on a sphere<sup>23</sup>, we obtain a roughly



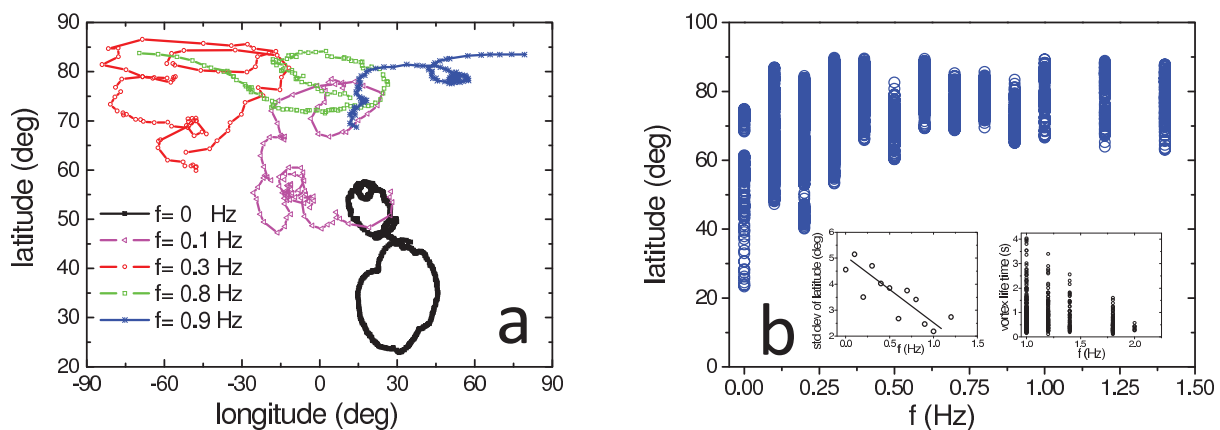
**Figure 1** | The bubble: (a) Set up: a brass disk (1) with a circular groove (3) can be rotated using a continuous motor (6) connected to it by a shaft (5). This disk is heated by the proximity of a hollow annulus (2) connected to a water circulation bath. The bubble is blown using the soap solution in the groove (3). The inner side of the brass disk is covered by a Teflon coating (2 mm thick) to minimize the heating of the air inside the bubble. The temperature at the equator of the bubble is set by the temperature of the water bath. (b) and (c) Images showing the detachment of thermal plumes from near the equator and rising towards the pole taken using an infrared camera (the temperature scale is in deg °C) (b) and a CCD color camera (c). (d) Image of the full bubble with a vortex being formed by a large thermal plume. (e) A zoom on the vortex, the colors are interference colors of white light being reflected by the thin water layer constituting the bubble. (f) Numerical simulation of thermal convection on the surface of a sphere of radius 1, the colors indicate the vorticity field. (g) a zoom on the single vortex in image (f). The color code indicates the value of the vorticity and the grid used is  $2048 \times 2048$ .





similar phenomenology as the experimental system although the effects of rotation have not been examined in the numerical simulations. Figure 1f and 1g show a snapshot of the thermal convection obtained as well as the presence of a large single vortex. The nice agreement between the numerical observations and the observations carried out in the soap bubble confirm our initial assumption that the dynamics on the bubble surface is quasi two dimensional.

Let us first focus on some general properties of these vortices such as their location on the bubble surface and their lifetime. The vortex center moves around the bubble, as has been shown before for the case where rotation of the bubble is absent<sup>18,19</sup>, with the position of the center of the vortex, Fig. 2a, showing several turns and wobbles. Rotation of the cell introduces a global movement of the bubble and the vortex. This movement gives a privileged direction to the vortex trajectory as seen in Fig. 2a for the high rotation frequency. Note that Fig. 2a shows trajectories of vortices both with and without rotation of the bubble. In general, rotation forces the vortex to remain at a restricted latitude as shown in Fig. 2a. By tracking the center of the vortex, the mean and the standard deviation of the latitude of the vortex center can be defined from the meandering of the vortex position around the bubble. As the rotation rate increases, the mean latitude for the presence of the vortices increases, as shown in Fig. 2b, with most observed vortices living between 70 and 90 degrees (i.e. close to the pole) for rotation rates in excess of 0.2 Hz. The inset of Fig. 2b shows that, on average, vortices are more confined for the higher rotation rates as the standard deviation of their latitude becomes smaller when the rotation rate increases. The effect of rotation is thus to privilege vortices near the pole and whose displacement is quite confined. We are not aware of calculations or experiments showing such an effect. A second surprising result is that beyond a certain rotation rate (about 1.8 Hz), vortices simply do not live long enough to be scrutinized. The life time of the vortices is plotted in the inset of Fig. 2b for high rotation rates. This life time can be large for low rotation speeds or for the case with no rotation but decreases for high rotation rates. Again, we are not aware of observations or calculations of this counterintuitive effect. The effects of rotation therefore turn out to be highly non trivial as it suppresses long lifetime vortices and confines them near the pole. Both effects call for additional work to elucidate reasons behind our observations. Numerical simulations of turbulent flows on a rotating sphere<sup>24</sup> have however indicated a tendency of single vortices to migrate to the polar region and our experiments seem to be in line with these results. Our sphere is undergoing thermal convection which is not taken into account in these simulations.



**Figure 2** | Properties of the vortices: (a) Examples of trajectories of the center of the vortex, note that the vortex' center moves in all directions. As the rotation rate increases, the vortex moves towards the pole and deviations from its mean latitude decrease. (b) Latitude of the vortex position versus rotation frequency, for each frequency three representative vortices were selected. Left inset: Standard deviation of vortex latitude versus rotation rate. Right inset: Life times of the vortices for different rotation frequencies.

Besides the effects of rotation on the location and lifetime of the vortices, we have characterized their structure through measurements of their velocity and vorticity profiles. From video imaging, we obtain the velocity field of the vortex, Fig. 3a, using particle imaging velocimetry (PIV). Also, the center location of the vortex as well as the temporal evolution of the position of small thickness inhomogeneities or particles surrounding the vortex can be followed. From such tracks, Fig. 3b, where the trajectory of the tracked inhomogeneities around the eye can be seen, one obtains the azimuthal velocity and the vorticity averaged over one revolution. The tracks of the markers show elliptical trajectories around the center of the vortex once the global movement of the vortex center has been subtracted. The long axis of the elliptical trajectory usually lies along the horizontal direction. The ellipticity of these trajectories indicates that these vortices are elliptical vorticity patches. The ellipticity (the ratio of the long axis to the short axis) of the trajectories is around 1.2 to 1.3. No marked changes of the ellipticity for different rotation frequencies was noted.

Examples of velocity and vorticity profiles for a typical vortex are displayed in Fig. 3d and e. The velocity first increases as the distance to the center increases, goes through a maximum, before decaying far away from the center. The velocity does not necessarily decay to zero but rather to the value of the velocity in the far away flow field. Such velocity profiles are typical of a variety of known vortices<sup>3</sup>. The one examined here can be reasonably approximated by a Gaussian vortex<sup>3</sup> as shown by the solid lines in Fig. 3. The azimuthal velocity profile of such a vortex obeys  $V(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} (1 - \exp(-r^2/4\lambda^2))$ . Here  $\Gamma$  is the circulation,  $r$  is the distance from the center of the vortex and  $\lambda$  is a characteristic length. From the azimuthal velocity we obtain the vorticity profile as  $\omega(r) = V(r)/r + \partial V(r)/\partial r$  (Fig. 3). A fit to the Gaussian functional shape is shown as well and seems to capture the essential features of this vortex. Similar profiles can be obtained from the tracking measurements. Each ellipse gives access to a distance  $r$  from the center of the vortex; analysis of different ellipses gives access to the profile. While the profiles (see Fig. 3e) are not as populated as the profiles obtained from the PIV measurements especially near the center and far away from it, the Gaussian shape works reasonably well. The structure of the single vortices obtained numerically mimics that from experiments as shown in Fig. 3c and 3f where the vorticity and the velocity variation versus the distance from the center of the vortex is shown along with a Gaussian vortex fit. The vortices obtained both from the numerical simulations and the experiments are therefore Gaussian vortices. While the profiles

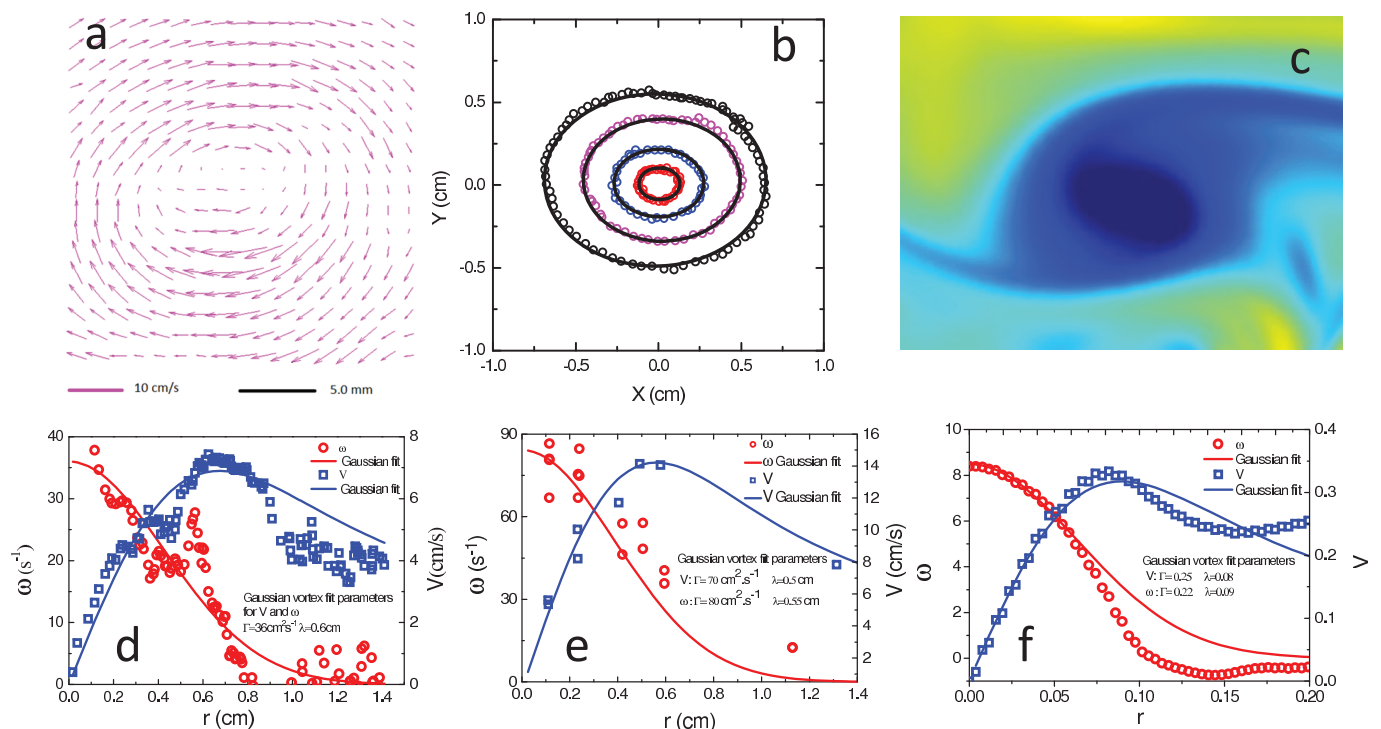


shown in Fig. 3 are for the case with no rotation of the bubble, velocity and vorticity profiles in the presence of rotation can also be reasonably approximated with the Gaussian shape. Rotation therefore does not change the structure of the observed vortices.

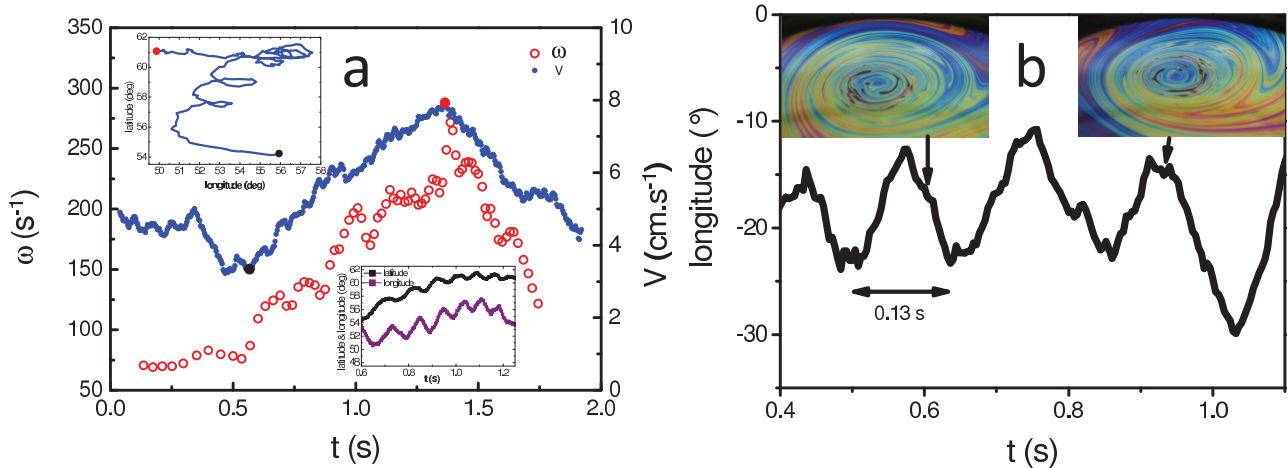
Besides the characterization of the structure of the observed vortices, we have also made measurements of the azimuthal velocity of the vortex over longer periods of time spanning several turnover times of the vortex. A typical turnover time of these vortices is a fraction of a second (0.1 s). An example of the long time dynamics of the azimuthal velocity is displayed in figure 4a. The time trace is obtained from tracking particles and the velocity and vorticity are obtained from fits to the trajectory of the particles around the center of the vortex as in Fig. 3. Each ellipse gives access to the azimuthal velocity and to the vorticity for a particular location from the center of the vortex and for a particular time period. Note that a long time variation can be observed in these measurements. This long time variation shows periods of constant low velocity and vorticity followed by an intensification period with higher velocities and vorticities. The particle followed in this example remains at approximately the same distance from the center so variation in the velocity is not due to the particle meandering towards the center of the vortex or moving away from it. Since the velocity varies with distance from the center of the vortex, if the particle moves towards or away from the center its velocity may change even if the vortex keeps the same intensity. Changes in the intensity are therefore due to the change of the vortex intensity in this case. The vortex followed here ends up reducing its velocity in the end and practically disappearing in the background flow.

Another curious aspect we have observed is that during the intensification period, the trajectory of the center of the vortex shows a trochoidal motion as seen in figure 4a and b: the vortex center wobbles a few times around its mean position. The period of oscillation of the center is roughly one turnover time which is comparable to the oscillation period observed for some tropical cyclones<sup>25</sup>. This is seen for different vortices (two realizations are shown in figure 4) with the period of trochoidal motion being roughly the same and close to 0.1 s. The link between such trochoidal motion and the intensity of the vortex in our case is not clear since trochoidal motion was observed both for the increasing intensity phase as well as during the decreasing intensity one. Different reasons have been proposed to explain this peculiar feature observed during the motion of some TC<sup>25–27</sup> including an instability of the core of the vortex<sup>26</sup> or the existence of a double vortex structure<sup>27</sup> giving rise to a periodic displacement of the vortex core with respect to its periphery. Our own observations do not allow a precise determination of the mechanisms at play here but our velocity measurements seem to exclude the double vortex hypothesis and visualizations of the vortex do not seem to indicate large deformations of the core during this phase (see photos in figure 4b).

Let us come back to the intensification of vortices. In Fig. 5 we show several intensification events from the soap bubble as well as from our numerical simulations. Note that both data sets from five different intensification events in the soap bubble and the three events from the numerics show an intensification period where the velocity increases up to a maximum value we note  $V_{max}$  followed by a decline in intensity. The time scale in this graph has been shifted, so



**Figure 3** | Structure of the vortex: (a) The velocity field of a vortex from Particle Imaging Velocimetry. (b) Once the center position has been subtracted from the trajectory of the tracked particles, elliptical trajectories are obtained. Analysis of these trajectories allows to obtain the velocity and the vorticity around the vortex. Four different trajectories at different distances from the center are shown. (c) a zoom on a vortex obtained in our numerical simulations, the color code (given in figure 1) indicates the value of the vorticity. (d) The velocity and vorticity profiles obtained from the full velocity field as shown in a. The solid lines are fits using a Gaussian vortex. The parameters of the fit are given in the graph. (e) Different trajectories (as in b) at different positions from the center allow to obtain the variation of the vorticity and the azimuthal velocity versus radial position. This variation is fit to a Gaussian vortex with parameters given in the graph. (f) Velocity and vorticity profile of the numerical vortex in (c). The solid lines are fits to a Gaussian vortex with parameters given in the graph. The distance scale and the time scale of the numerics are normalized by the radius of the bubble  $R$  and by  $\sqrt{R/g}$  ( $g$  is gravity) respectively.



**Figure 4** | Long time dynamics: (a) Long time evolution of the azimuthal velocity and the vorticity of a single vortex, the upper left inset shows the trajectory with visible trochoidal motion during the intensification phase marked by the red and black dots. The two components of the center position are shown in the lower inset. Note the oscillations (indicative of the trochoidal motion) in the temporal variation of the position coordinates versus time with a period close to a turnover time of the vortex. The cell is not under rotation for this case. (b) Trochoidal motion for a vortex except in this case the rotation rate of the cell was set to 0.6 Hz. Images of the vortex are shown in the figure at different instants during the trochoidal motion. Note the absence of a secondary eye.

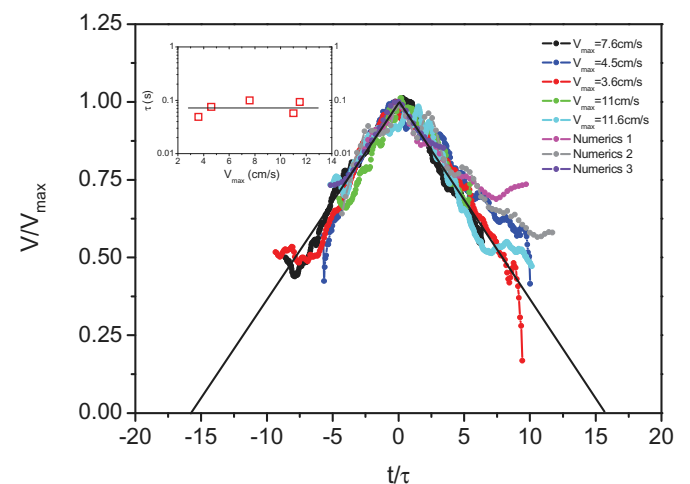
that  $V_{max}$  occurs at zero time, and normalized by a characteristic time  $\tau$  while the velocity was normalized by  $V_{max}$ . A surprising feature of this graph is that through a simple rescaling of the velocity and time axes all the data collapse onto a single universal curve indicating that the intensification shows similar features for different vortices at different bubble rotation rates as well as for vortices from the numerical simulations. The time constant  $\tau$  used to collapse the data is shown in the inset of this figure and turns out to be roughly 0.07 s for the bubble vortices and for the vortices from the numerical simulations. This time constant seems comparable to a turnover time of these vortices which is roughly 0.1 s. The mechanisms behind the intensification and decline of the vortices are however difficult to decipher. We did note that during the intensification period, the vortex seems to maintain its average position without being swept by the background flow. There are also no apparent changes in the structure of the vortices during the intensification phase. Also, the decline phase seems to be related to the presence of strong background flow which ends up sweeping the vortex away from its original position.

## Discussion

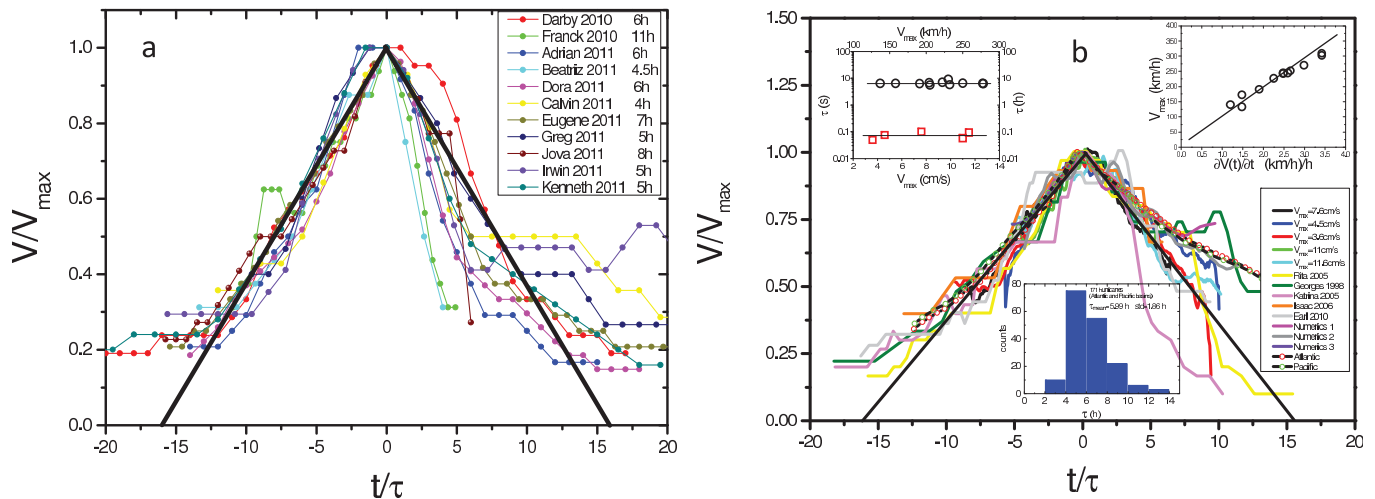
The experimental system proposed here shows a variety of interesting features concerning the properties of vortices on the surface of the bubble: the existence of long lifetime vortices whose structure is well defined and whose long time dynamics shows intriguing properties such as intensification events and trochoidal motion. There are few if any experiments on spherical shells and apart from comparisons to numerical simulations of flow on rotating shallow water spheres, there are few results we can compare our experiments to. As mentioned above, our experiments show a clear tendency for the vortices to move towards the poles as the rotation rate of the spherical shell increases. This aspect seems to be in agreement with numerical simulations<sup>24</sup>. Also, the velocity and vorticity profiles of the vortices obtained here seems however to be a standard result in many shallow water experiments where Gaussian shapes have been observed<sup>3</sup>. However, we are not aware of results (experimental, numerical, or theoretical) on the life time of vortices and the effects of rotation on such a quantity, nor are we aware of previous studies of intensification of model vortices.

While the vortices observed here are quasi two dimensional and therefore very different from natural giant vortices such as Tropical

cyclones, some of the properties observed here (trochoidal motion and intensification) are also characteristic of Hurricanes and Typhoons. For the sake of comparison and keeping in mind the differences in mechanisms as well as in the energetics of the vortices here and Tropical cyclones we have examined whether such qualitative similarities can be made more quantitative. In a previous study we had shown that the trajectories of the vortices studied here and that of Tropical cyclones share some quantitative features<sup>18,19</sup>. A particular feature we have examined here concerns the link between the intensification observed here and that of tropical cyclones. These are the only known vortices for which intensification as observed in our experiments is documented. In Fig. 6a we show the variation of



**Figure 5** | Superposition of intensification events from the bubble vortices and from the numerics: vortex intensity from five different intensification events at a different frequencies (of 0, 0.2 and 0.6 Hz) versus time. Three intensification events from the numerics (using different grids of  $512 \times 512$ ,  $256 \times 256$ , and  $2048 \times 2048$  for the events 1 to 3 respectively) are also shown. The velocity axis has been normalized by the maximum velocity and the time has been normalized by a characteristic time  $\tau$  and shifted so that the position of the maximum velocity is at zero. Inset: characteristic time versus maximum velocity for the bubble vortices used in this graph.



**Figure 6** | (a) Intensification for several hurricanes in the North Eastern pacific. Here again the time and velocity axis have been normalized as in figure 5. The time constants are given along with the name of the TC in the figure. (b) hurricane intensity (from five different hurricanes in the Atlantic as well as two compilations extracted from<sup>29</sup> for the Atlantic and Pacific oceans) and vortex intensity (five different intensification events at a frequency of 0, 0.2 and 0.6 Hz) versus time. Three intensification events from the numerics (using different grids of  $512 \times 512$ ,  $256 \times 256$ , and  $2048 \times 2048$  for the events 1 to 3 respectively) are also shown. The velocity axis has been normalized by the maximum velocity and the time has been normalized by a characteristic time  $\tau$  and shifted so that the position of the maximum velocity is at zero. The left inset shows the characteristic time versus maximum velocity for the intensification events shown in the main figure and for a few additional hurricanes (Georges 1998, Bill 2009, Rita 2005, Katrina 2005, Beta 2005, Helene 2006, Paloma 2008, Dolly 2008, Omar 2008, Isaac 2006, Earl 2010). The right inset shows the linear relation between intensification rate and maximum velocity for a dozen hurricanes (different from the ones used in the left inset): Opal 1995, Andrew 1992, Hugo 1989, Dean 1989, Gilbert 1988, Gloria 1985, Camille 1969, Igor 2010, Gordon 2006, Florence 2006, Dean 2007, Chris 1994. The bottom inset shows a histogram of the time  $\tau$  obtained from an analysis of 171 tropical cyclones in the Atlantic and the Pacific oceans. The mean value of  $\tau$  is 6 hours with a standard deviation of 1.8 hours.

the wind velocity  $V(t)$  versus time  $t$  for a few hurricanes (data obtained from<sup>28</sup>). Note that the normalization used above is used here also to superimpose intensification data from different hurricanes. This figure shows that such a normalization works reasonably well for this set of data with time constants (given in the figure) which vary but hover around 6 hours. We went a step further and superimposed data from other hurricanes alongside our data (shown in figure 5 above) in figure 6b. Note that both our data from five different intensification events and the tropical cyclone data show an intensification period where the velocity increases up to a maximum value we note  $V_{max}$  followed by a decline in intensity. The time scale in this graph has been shifted, as done above so that  $V_{max}$  occurs at zero time, and normalized by a characteristic time  $\tau$  as in figure 5. The velocity was again normalized by  $V_{max}$ . The curves from different tropical cyclones, from our vortices, and from our numerics are superimposed in this representation suggesting that the variation of the velocity versus time is similar for such very different vortices. In itself this result is perhaps not surprising since many different vortices may show an increase and a decrease in intensity. However, a notable feature is that the characteristic time  $\tau$  needed to normalize the data turns out to be roughly constant and of order 6 h for TCs and 0.07 s for our vortices as shown in the inset. For the numerics the value of  $\tau$  is about 0.07 s for the three vortices shown in very good agreement with the experiments. Each system therefore seems to be characterized by a single time constant. While the exact meaning of this time constant is not clear at present, its order of magnitude points to roughly one turnover time for the experiments and the numerics, and roughly one turnover time for the tropical cyclones if the radius of hurricane force winds is considered. In order to test whether for tropical cyclones the time constant is robust and not just a coincidence, we have performed a similar analysis on a large ensemble of events. A time constant was obtained from superimposing all the data onto the same graph. The histogram of  $\tau$  values obtained from an analysis of 171 TCs in the Atlantic and the Pacific basins is shown in the inset to figure 6b. Note that the histogram is

well defined suggesting that the value of  $\tau$  has a mean of 6 h with a standard deviation of about 2 h. Furthermore, and in Fig. 6b, we have added data from a compilation of tropical cyclone intensity variation with time (over 56 storms in the Atlantic and 73 storms in the Pacific) obtained from<sup>29</sup>. The normalization as above of this data set using a time constant of 6 h works reasonably well.

The superposition of the data shown in Fig. 6b suggests a simple relation for the variation of the wind speed versus time:  $V(t) = V_{max} \left( 1 \pm \frac{(t - t_{max})}{16\tau} \right)$  or equivalently  $\frac{\partial V(t)}{\partial t} = \pm \frac{V_{max}}{16\tau}$  for the increase and the decrease in intensity before and after  $t_{max}$ . Note however that there are deviations for  $t > t_{max}$  (see Katrina case in Fig. 6b) when the hurricane approaches landfall and the intensity decreases fast. From this relation, the maximum attainable wind speed  $V_{max}$  is directly related to the rate of change of the velocity during the intensification period. Separate estimates of the velocity rate of change  $\frac{\partial V(t)}{\partial t}$  and the maximum speed  $V_{max}$  comfort this relation as seen in the inset of Fig. 6b. Furthermore and since the temporal variation of the velocity turns out to be roughly linear, the duration of the intensification period or  $t_{max}$  can be determined as it lasts  $16\tau$ . Note that the mechanisms at play in the intensification of vortices here and of tropical cyclones are very different since our vortices are quasi two dimensional and prone mostly to interactions with the background flow while tropical cyclones have a full and complex three dimensional structure. The collapse of the data shown here is therefore not indicative of mechanisms that are similar. We recall that different mechanisms have been proposed for the intensification of tropical cyclones and which stress different aspects such as the thermodynamic profile of the atmosphere and upper ocean, the interplay between evaporation from the ocean and the dissipation in the storm's atmospheric boundary layer, the role of vortical convective plumes, among others<sup>7,12,13</sup>. For the soap film vortices, the role of thermal plumes and the surrounding flow may be important. A major difference between tropical cyclone





intensification mechanisms and possible mechanisms in the soap film is their three dimensional nature in the first case and the two dimensional nature in the second case. Nonetheless, the collapse of the data proposed here may indicate that the dynamics of the intensification of vortices may have generic features which may be useful in the understanding of such a difficult problem.

## Methods

Set up description: The set up is composed of different parts and is shown in Fig. 1a. An inner brass disk (1) on which the half bubble is blown and an outer annulus (2) to heat up this brass disk and therefore heat up the soap solution contained in the circular hollow groove (3) on the inner brass disk. The outer annulus and the inner brass disk are not in contact with each other but are spaced by less than a millimeter to facilitate the heating. The outer annulus is hollow and water circulating within this annulus and heated using a water circulation bath allows to fix the temperature of this annulus. The immediate proximity of the inner brass disk and the soap solution contained in the groove to this heated outer annulus helps fix the temperature of the soap water and therefore the base of the bubble in contact with the soap water in the groove. The inner brass disk and therefore the whole half bubble can be rotated using a continuous motor (6) connected to the inner disk with a shaft (5). The bubble is blown using the solution (water + 1% detergent (Fairy Dreft by Procter & Gamble)) in the groove. The water in the groove is heated through the heating of the inner disk by the outer annulus. The middle section of the inner disk is covered with a thick (2 mm) Teflon coating (4) to minimize the heating of the air inside the bubble. The cell dimensions allow to make half bubbles with a 12 cm diameter (i.e. the diameter of the groove). The temperature at the equator of the bubble is set by the temperature of the water circulation bath. This temperature can be varied from 30 to 90 °C. In principle, only the base of the bubble in contact with the soap water in the groove is heated. It is this heating at the base of the bubble which generates thermal convection on the bubble surface. For the results shown here, the temperature of the bath was fixed to 55 °C. For such a temperature, the probability of obtaining vortices is reasonably large and their life time can be long enough. Measurements done at other temperature did not show much change in the characteristics of the vortices described here. The whole cell can be set in motion around the central axis introducing a rotation frequency  $f$  which can be varied between 0.1 and 3 Hz. The schematic of figure 1a gives a full description of the set up. The images are taken in reflection, using a fast color camera working at rates up to 500 frames per second, of white light so the colors represent interference fringes and therefore thickness variations of the thin membrane constituting the bubble.

- Hu, D. L., Chan, B. & Bush, J. W. M. The hydrodynamics of water strider locomotion. *Nature* **424**, 663 (2003).
- Marcus, P. S. Numerical simulation of Jupiter's Great Red Spot. *Nature* **331**, 693 (1988).
- Green, S. I. *Fluid Vortices*, (Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1995).
- Frisch, U. *Turbulence: The Legacy of Kolmogorov*, (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1995).
- Polvani, L. M., Wisdom, J., Dejong, E. & Ingersoll, A. P. Simple dynamical models of Neptune's great dark spot. *Science* **249**, 1393 (1990).
- Chan, J. C. L. & Kepert, J. D. *Global Perspectives on Tropical Cyclones*, (World Scientific Publishing Co. 2010).
- Emanuel, K. E. Tropical Cyclones. *Annu. Rev. Earth and Planet. Sci.* **31**, 75 (2003).
- Liu, T., Wang, B. & Choi, D. S. Flow structures of Jupiter's Great Red Spot extracted by using optical flow method. *Phys. Fluids* **24**, 096601 (2012).
- Choi, D. S., Banfield, D., Gierasch, P. & Showman, A. P. Velocity and vorticity measurements of Jupiter's Great Red Spot using automated cloud feature tracking. *Icarus* **188**, 35 (2007).
- Mallen, K. J., Montgomery, M. T. & Wang, B. Reexamining the near-core radial structure of the tropical cyclone primary circulation: Implications for vortex resiliency. *J. Atmos. Sci.* **62**, 408 (2005).
- Holland, G. J., Belanger, J. I. & Fritz, A. A Revised model for radial profiles of Hurricane winds. *Monthly Weather Review* **138**, 4393 (2010).
- Emanuel, K. E. Thermodynamic control of hurricane intensity. *Nature* **401**, 665 (1999).
- Montgomery, M. T. & Smith, R. K. Paradigms for tropical-cyclone intensification. *Australian Meteorological and Oceanographical Journal*, (in press).
- Ooyama, K. Numerical simulation of the life cycle of tropical cyclones. *J. Atmos. Sci.* **26**, 3 (1969).
- Smith, R. K., Schmidt, C. W. & Montgomery, M. T. An investigation of rotational influences on tropical-cyclone size and intensity. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **137**, 1841 (2011).
- Sommeria, J., Meyers, S. D. & Swinney, H. L. Laboratory model of a planetary eastward jet. *Nature* **337**, 58 (1989).
- Solomon, T. H., Holloway, W. J. & Swinney, H. L. Shear flow instabilities and Rossby waves in barotropic flow in a rotating annulus. *Phys. Fluids* **5**, 1971 (1993).
- Seychelles, F., Amarouchene, Y., Bessafi, M. & Kellay, H. Thermal convection and emergence of isolated vortices in soap bubbles. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 144501 (2008).
- Meuel, T., Prado, G., Seychelles, F., Bessafi, M. & Kellay, H. Hurricane track forecast cones from fluctuations. *Scientific Reports*, **2**, 446, DOI:10.1038/srep00446 (2012).
- Xia, H., Byrne, D., Falkovich, G. & Shats, M. Upscale energy transfer in thick turbulent fluid layers. *Nature Physics* **7**, 321 (2011).
- Turner, J. S. & Lilly, D. K. The carbonated-water tornado vortex. *J. Atmos. Sci.* **20**, 468 (1963).
- Seychelles, F., Ingremeau, F., Pradere, J. C. & Kellay, H. From intermittent to nonintermittent behavior in two dimensional thermal convection in a soap bubble. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 264502 (2010).
- Xiong, Y.-L., Fischer, P. & Bruneau, C. H. Numerical simulations of two-dimensional turbulent thermal convection on the surface of a soap bubble, paper presented at *Intern. Conf. Comput. Fluid Dynamics Proceedings*, Hawaii (July 9–13, 2012), ICCFD7-3703. The paper is accessible at <http://www.iccfd.org/iccfd7/proceedings.html>.
- Cho, J. Y. K. & Polvani, L. M. The emergence of jets and vortices in freely evolving, shallowwater turbulence on a sphere. *Phys. Fluids* **8**, 1531 (1996).
- Lawrence, M. B. & Mayfield, B. M. Satellite observations of trochoidal motion during hurricane Belle 1976. *Monthly Weather Review* **105**, 1458 (1977).
- Nolan, D., Montgomery, M. T. & Grasso, T. The wavenumber-one instability and trochoidal motion of hurricane like vortices. *J. Atmos. Sci.* **58**, 3233 (2001).
- Oda, M., Nakanishi, M. & Naito, G. Interaction of an Asymmetric Double Vortex and Trochoidal Motion of a Tropical Cyclone with the Concentric Eyewall Structure. *J. Atmos. Sci.* **63**, 1069 (2006).
- The National Hurricane Center web site: <http://www.nhc.noaa.gov>, last accessed on the 5th of March 2013.
- Emanuel, K. E. A statistical analysis of tropical cyclone intensity. *Monthly Weather Review* **128**, 1139 (2000).

## Acknowledgments

This work was funded by an ANR grant 'Cyclobulle'. We thank S. Bosio for help with the experimental set up and J. Vigh for discussions.

## Author contributions

H.K. designed the experiment, T.M. carried out the experiments, T.M. and H.K. analyzed data. Y.L.X., P.F. and C.H.B. carried out the numerical simulations. M.B. provided hurricane data and contributed to the analysis. H.K. wrote the paper with input from all authors.

## Additional information

**Competing financial interests:** The authors declare no competing financial interests.

**How to cite this article:** Meuel, T. *et al.* Intensity of vortices: from soap bubbles to hurricanes. *Sci. Rep.* **3**, 3455; DOI:10.1038/srep03455 (2013).



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported license. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0>



# Résumé

Au cours de cette thèse nous avons caractérisé les tourbillons quasi bidimensionnels générés par convection thermique turbulente dans une demi bulle de savon. La loi de puissance en temps sur leur déplacement quadratique moyen est également valide pour les cyclones terrestres. Cette loi permet la prévision de trajectoire de cyclones assortie du cône de prévision comparable aux cônes existants. Ainsi, les incertitudes de prédiction de trajectoire et les fluctuations de cette trajectoire par rapport à une trajectoire moyenne sont liées. Par ailleurs, l'étude de l'intensité des tourbillons de la bulle a montré qu'ils pouvaient être décrit par un modèle de tourbillon de type Lamb. Le suivi lagrangien de particules de fluide dans le tourbillon de la bulle a permis d'en suivre des phases d'intensification et de déclin. Nous proposons une loi d'intensification commune aux tourbillons de la bulle et aux cyclones terrestres. L'influence de la rotation de la bulle sur le nombre de tourbillons, sur leur durée de vie, sur leur trajectoire et sur la loi de puissance de leur déplacement quadratique moyen a également été étudiée. Nous nous sommes aussi intéressé à l'influence de la rotation sur les propriétés statistiques du champs de fluctuations de température. Les fonctions de structures de la température semblent se raidir avec la rotation de la bulle et leurs exposants passeraient d'un régime de loi de puissance en  $\frac{n}{3}$  à  $\frac{n}{2}$ .

*Mots-clés* : Tourbillons, Turbulence bi-dimensionnelle, Convection thermique, Champs de vitesse d'un tourbillon, Intensification de cyclones, Effets de la rotation, Fonctions de structure de la température.

# Abstract

This thesis aims at the characterisation of quasi two dimensional vortices stemming from turbulent thermal convection in a half soap bubble heated from below. The power law in time for their mean square displacement is also valid for Earth hurricanes. This law allows simple hurricane trajectory prediction with its track forecast cone which compares very well to already available cones. In this way, track prediction uncertainty and track fluctuations around a mean track are linked. The intensity of the soap bubble vortices is also studied by the mean of particle images velocimetry and shows that their velocity field profiles are well described by a Lamb type model. The Lagrangian tracking of fluid particles in a bubble vortex allows us to follow its intensification and decline phases. We propose an intensification law for both soap bubble vortices and Earth hurricanes. Rotation influence on the vortices number, on their life-time, on their trajectory and on the power law of their mean squared displacement is also gauged. The statistical properties of the temperature field fluctuations also seem to change with rotation. The exponent of the temperature structure functions present a scaling transition from  $\frac{n}{3}$  to  $\frac{n}{2}$ .

*Keywords* : Vortices, Two-dimensional Turbulence, Thermal Convection, Vortex velocity field, Hurricane Intensification, Rotation effects, Temperature structure functions.

