



**HAL**  
open science

# Analyse et optimisation des chambres réverbérantes à l'aide du concept de cavité chaotique ouverte

Kamardine Selemani

► **To cite this version:**

Kamardine Selemani. Analyse et optimisation des chambres réverbérantes à l'aide du concept de cavité chaotique ouverte. Analyse numérique [cs.NA]. Université Paris-Est, 2014. Français. NNT : 2014PEST1043 . tel-01146063

**HAL Id: tel-01146063**

**<https://theses.hal.science/tel-01146063v1>**

Submitted on 27 Apr 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ PARIS-EST ECOLE DOCTORALE MSTIC

**THÈSE**

pour obtenir le grade de  
DOCTEUR de l' **Université Paris Est Marne-la-Vallée**  
Spécialité : **Électronique, Optronique et Systèmes**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

présentée par  
**Kamardine SELEMANI**

Thèse dirigée par **Elodie RICHALOT** et  
codirigée par **Olivier LEGRAND**

préparée au sein de l'**ESYCOM** et **LPMC**  
dans le cadre de l'**École Doctorale : MSTIC**

**Analyse et optimisation des chambres réverbérantes à l'aide  
du concept de cavité chaotique**

Analysis and optimization of reverberation chambers using the concept of chaotic  
cavity

Soutenue publiquement le **6 février 2013**  
devant le jury composé de :

- M. Philippe Besnier**  
Directeur de Recherche à l'INSA de Rennes, (Rapporteur)
- M. Alain Reinex**  
Directeur de Recherche à l'Université de Limoges, (Rapporteur)
- Mme. Odile Picon**  
Professeur à l'UPEM, (Examinateur)
- M. Julien de Rosny**  
Chargé de Recherche à l'Institut Langevin - ESPCI, (Examinateur)
- Mme. Elodie Richalot**  
Professeur à l'UPEM, (Directeur de thèse)
- M. Olivier Legrand**  
Professeur à l'UNS, (Codirecteur de thèse)



# Table des matières

<b>Remerciement</b>	<b>vi</b>
<b>Résumé</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Cavités résonnantes, de rectangulaire à chaotique</b>	<b>1</b>
1.1 Cavité parallélépipédique . . . . .	2
1.1.1 Expression du champ dans la cavité parallélépipédique . . . . .	2
1.1.2 Fréquences de résonance de la cavité parallélépipédique . . . . .	4
1.1.3 Cartographie du champ . . . . .	5
1.1.4 Modes et décomposition en ondes planes . . . . .	5
1.1.5 Densité de modes cumulée . . . . .	7
1.2 Cavité rectangulaire munie d'un brasseur . . . . .	8
1.2.1 Fonctionnement des CRBM . . . . .	9
1.2.2 Homogénéité et isotropie . . . . .	11
1.2.3 Lois de probabilité requises dans les CRBM . . . . .	12
1.3 Cavités chaotiques . . . . .	16
1.3.1 État de l'art sur les cavités chaotiques ondulatoires . . . . .	16
1.3.2 Prédictions théoriques sur les cavités . . . . .	18
1.3.3 Modes particuliers . . . . .	21
1.4 Conclusion . . . . .	22
<b>2 Mesures en cavités plates</b>	<b>25</b>
2.1 Technique de mesure . . . . .	26
2.1.1 Théorie perturbative . . . . .	26
2.1.2 Perturbation de la fréquence de résonance par l'insertion d'un cylindre	29
2.1.3 Dispositif de mesure . . . . .	30
2.2 Mesures en cavités 2D . . . . .	31
2.2.1 Cavité rectangulaire 2D . . . . .	32

---

2.2.2	Mesures et simulations en cavités chaotiques 2D . . . . .	35
2.2.3	Distribution du champ . . . . .	38
2.2.4	Coefficients de qualité dans les cavités 2D . . . . .	41
2.2.5	Mesures et fréquence de résonance . . . . .	43
2.2.6	Mesure en présence de diffuseurs diélectriques . . . . .	46
2.2.7	Décrochage de la résonance à la fréquence de mesure . . . . .	49
2.3	CONCLUSION . . . . .	51
<b>3</b>	<b>Étude de chambres réverbérantes de géométries inspirées des cavités chaotiques</b>	<b>53</b>
3.1	Géométries de chambre . . . . .	54
3.2	Distributions du champ . . . . .	54
3.2.1	Loi de probabilité des composantes du champ électrique . . . . .	58
3.2.2	Test KS global / homogénéité statistique . . . . .	61
3.2.3	Isotropie du champ . . . . .	63
3.2.4	Isotropie et changement de base . . . . .	64
3.2.5	Coefficients d'isotropie, d'homogénéité . . . . .	69
3.2.6	Homogénéité et isotropie du champ total . . . . .	73
3.3	Comptage de modes et distribution des écarts fréquentiels . . . . .	80
3.3.1	Fonction de comptage et densité de niveaux . . . . .	81
3.3.2	Lois de probabilité des écarts fréquentiels . . . . .	85
3.4	Localisation du champ ou zone de surintensité . . . . .	87
3.5	Évaluation des pertes dans une chambre réverbérante 3D . . . . .	93
3.5.1	Méthodes d'évaluation du coefficient de qualité . . . . .	94
3.5.2	Simulations . . . . .	97
3.5.3	Comportement du champ et densité modale . . . . .	102
3.6	Conclusion . . . . .	106
<b>4</b>	<b>Chambres réverbérante et chaotique à brassage mécanique de modes</b>	<b>109</b>
4.1	Étude des 15 modes au-dessus de 600MHz . . . . .	110
4.1.1	Test KS sur les composantes . . . . .	110
4.1.2	Ergodicité et isotropie du champ . . . . .	111
4.1.3	Puissances modales . . . . .	111
4.1.4	Critères normalisés appliqués aux modes . . . . .	115
4.2	Étude des 12 modes au-dessus de 700 MHz . . . . .	120
4.2.1	Test KS sur les composantes. . . . .	120
4.2.2	Nombre de positions indépendantes. . . . .	121
4.2.3	Ergodicité et isotropie du champ . . . . .	122
4.2.4	Homogénéité et isotropie du champ . . . . .	123
4.2.5	Zones de surintensité du champ. . . . .	124
4.3	Étude des 6 modes au-dessus de 1.2 GHz . . . . .	126
4.3.1	Résultats du KS test global . . . . .	127
4.3.2	Localisation du champ . . . . .	128
4.4	Perturbation des fréquences de résonance . . . . .	129

---

---

4.4.1	Distribution des écarts fréquentsiels . . . . .	131
4.5	Conclusion . . . . .	135
<b>Conclusion générale</b>		<b>137</b>
<b>A Application des critères statistiques à la cavité rectangulaire sans pertes</b>		<b>141</b>
A.1	Paramètres statistiques des composantes . . . . .	142
A.2	Critère de marginalisation . . . . .	143
A.3	Tests d'ajustement à une loi de probabilité . . . . .	144
A.3.1	Puissance d'un test d'ajustement . . . . .	144
A.3.2	Test de Kolmogorov-Smirnov (KS) . . . . .	145
A.3.3	Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov (KS) . . . . .	146
A.3.4	Test KS global ou homogénéité statistique . . . . .	147
A.3.5	Modes ergodiques et isotropie du champ . . . . .	148
A.4	Isotropie et rotations de la base initiale . . . . .	149
A.5	Coefficients d'isotropie, d'homogénéité et d'uniformité . . . . .	150
A.6	Distribution des fréquences de résonance . . . . .	152
A.6.1	Distribution des écarts fréquentsiels . . . . .	153
A.7	Critères statistiques appliquées à la cavité rectangulaire avec pertes . . . . .	155
A.7.1	Statistiques du champ . . . . .	155
A.8	<b>Conclusion</b> . . . . .	157
<b>Bibliographie</b>		<b>173</b>
<b>Publications personnelles</b>		<b>175</b>

---



**A ma famille, mes PARENTS, frères et sœurs**





# Remerciement

Ce travail a été réalisé à l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire **ESYCOM** (Équipe **SY**stème de **CO**mmunications et **MI**cro-systèmes) et le laboratoire **LPMC** (Laboratoire de **PH**ysique de la **MA**tière **CO**ndensée).

Je prie Madame le Professeur Elodie RICHALOT, professeur à l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée et directeur de thèse, de bien vouloir trouver ici l'expression de mon plus PROFOND respect pour m'avoir fait confiance en m'acceptant en tant que doctorant, d'être mon directeur de thèse, de diriger mes travaux de thèse, de sa présence surtout dans les moments difficiles! et enfin de la liberté qu'elle m'a donnée durant les activités de recherche.

Je prie monsieur le Professeur Olivier LEGRAND, professeur à l'Université de Nice Sophia Antipolis et Codirecteur de thèse, de bien vouloir trouver ici l'expression de mon plus PROFOND respect pour m'avoir fait confiance en m'acceptant, d'être mon codirecteur de thèse, de diriger mes travaux de thèse.

Je tiens à remercier, Odile PICON, professeur à l'Université Paris-Est et directeur du laboratoire ESYCOM et à Fabrisse MOTESSAGNE, professeur à l'Université de Nice Sophia Antipolis et directeur du laboratoire LPMC de l'accueil qu'ils m'ont fait dans leurs laboratoires respectifs; des moyens humains, matériels et financiers qu'ils ont mis à ma disposition en accord avec mes directeurs de thèse.

Je remercie le Centre de Ressources Informatiques de l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée et celui du laboratoire LPMC, et plus particulièrement Patrice Hérault. Des remerciements particuliers vont à l'ensemble (ESYCOM) de professeurs, ingénieurs qui m'ont toujours ouvert leurs portes et aux personnels administratifs pour leurs aides durant ces travaux.

Je tiens à remercier Gregory SAUDER, Ingénieur d'études au laboratoire LPMC de l'aide et des conseils qu'il m'a toujours donnés sur le dispositifs de mesure, et sans qui les mesures effectuées au LPMC ne peuvent pas se faire du moins simplement.

Des remerciements incommensurables vont aux quatre professeurs Elodie RICHALOT, Olivier LEGRAND, Odile PICON et Fabrisse MOTESSAGNE pour leurs présences, les

moyens intellectuels, humains, matériels, financiers et leurs sympathies qu'ils ont mis à disposition pour la réalisation de ces travaux.

Que Messieurs BESNIER Philippe, Directeur de Recherche et HDR à l'INSA Rennes, et REINEIX Alain, Directeur de Recherche et HDR à l'Université de Limoges, reçoivent ici l'expression de mes remerciements pour l'honneur qu'ils m'ont fait de juger ce travail et d'avoir assuré la tâche de rapporteur.

Des remerciements particuliers vont à Odile PICON, Professeur à l'Université Paris-Est, HDR et directeur du laboratoire ESYCOM, et DE ROSNY Julien, chargé de Recherche et HDR à l'Institut Langevin-ESPCI. Qu'ils reçoivent ici l'expression de mes remerciements pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'examiner de travail.

---

---

## Résumé

Ce travail porte sur l'optimisation de la géométrie de chambre réverbérante en s'inspirant du concept de cavité chaotique. Les chambres réverbérantes (RC) sont de plus en plus utilisées comme moyen de test de compatibilité électromagnétique. Elles sont utilisées au-delà d'une fréquence minimale à partir de laquelle les champs sont, dans le volume central de la cavité, statistiquement homogènes et isotropes ; l'obtention de ces propriétés statistiques nécessite l'utilisation d'un mécanisme de brassage, pouvant être mécanique ou électronique. Or, dans les cavités chaotiques, la plupart des modes sont associés à des champs statistiquement homogènes et isotropes, et ceci sans avoir recours à aucun brassage. C'est pourquoi un rapprochement entre chambres réverbérantes et cavités chaotiques a été fait dans ce travail.

En premier lieu, nous nous intéressons à des cavités chaotiques 2D obtenues par des modifications successives d'une cavité rectangulaire. Les mesures effectuées dans ces cavités à l'aide d'une théorie perturbative, validées par des résultats de simulation, montrent qu'un champ électrique homogène est obtenu. Les principes retenus pour modifier la géométrie de la cavité rectangulaire seront repris dans les cavités 3D.

Les propriétés de trois cavités 3D obtenues en modifiant une cavité parallélépipédique sont étudiées et comparées à celles d'une chambre réverbérante classique munie d'un brasseur de modes. Les modes propres et fréquences de résonance sont déterminés pour ces quatre cavités à l'aide du logiciel HFSS d'Ansoft, tout d'abord en considérant des cavités de géométrie figée, puis en y incluant un brassage mécanique. L'étude de l'homogénéité et de l'isotropie des modes propres montre clairement que les meilleures performances sont obtenues pour une des cavités chaotiques proposées, et ceci quels que soient les critères utilisés.

Par ailleurs, il est montré que, dans la chambre réverbérante classique, un grand nombre de modes présente une forte localisation spatiale de l'énergie électrique, alors que ce phénomène ne se produit pas dans la cavité chaotique retenue. Ce phénomène, non détectable par les mesures classiquement effectuées en chambre réverbérante, est dommageable à l'obtention des propriétés d'homogénéité et d'isotropie requises dans le volume de travail.

Enfin, l'étude de la distribution des écarts entre fréquences de résonance montre, comme prédit par la Théorie des Matrices Aléatoire, une concordance entre le suivi de la loi asymptotique prévue dans une cavité chaotique et les propriétés d'homogénéité et d'isotropie des champs. Ceci ouvre la voie vers l'utilisation de critères de caractérisation basés sur les fréquences de résonance et non plus uniquement sur les distributions des champs.

**Mots clés :** Chambre réverbérante, cavité chaotique, propriétés statistiques des champs, Théorie des Matrices Aléatoires, homogénéité et isotropie des champs, modes propres, écarts fréquentiels, théorie perturbative, brassage de modes.

---

## Abstract

This work deals with the optimization of the geometry of a reverberation chamber, drawing inspiration from the concept of chaotic cavity. Reverberation chambers, widely used for electromagnetic compatibility tests, are used above a minimal frequency from which the fields are statistically isotropic and uniform ; however to respect these properties, a mode stirring process is necessary, that can be mechanical or electronic. As, in chaotic cavities, most modes are isotropic and uniform without the help of any stirring process, we take advantage of the knowledge gained from the studies of chaotic cavities to optimize reverberation chamber behavior.

We firstly consider 2D chaotic cavities obtained by modifying a rectangular cavity. Measurements based on a perturbative approach, and validated by simulations, show uniformly distributed electric fields. Similar geometrical modifications are then proposed in 3D.

Three 3D different geometries of cavities obtained from a 3D rectangular cavity are then studied, and their properties are compared with those of a classical reverberation chamber equipped with a mode stirrer. Eigenmodes and resonant frequencies are determined numerically using Ansoft HFSS software, first by considering fixed cavity geometries, then by moving the stirrer. Electric field uniformity and isotropy are studied using several criteria ; all of them clearly show that the best performances are attained within one of the proposed chaotic cavities.

Moreover, a strong energy localization effect appears for numerous modes in the classical reverberation chamber, whereas it is not observed in the proposed 3D chaotic cavity. This effect, never reported in reverberation chamber studies, affects the field uniformity and isotropy within the working volume.

The cavities properties are also compared with respect to their eigenfrequency spacing distributions. As predicted by the Random matrix Theory, the best agreement with the asymptotic law associated to chaotic cavities corresponds to the best field properties in terms of uniformity and isotropy. It leads to the proposal of reverberation chamber characterization criteria based on resonant frequencies instead of field distributions.

**Index terms** : Reverberation chambers, chaotic cavities, field statistical properties, Random Matrix Theory, field uniformity and isotropy, eigenmodes, frequency spacings, perturbative approach, mode stirring.

---

# Introduction générale

Les systèmes électroniques sont aujourd'hui intégrés à des dispositifs de plus en plus variés, y compris quand la sécurité des personnes est en jeu (fonctions vitales). Ceci demande une grande fiabilité des appareils électroniques. Or, la fréquence des systèmes de communication augmente avec la demande de débits plus importants ; or, les effets du couplage inductif sont proportionnels à la dérivée temporelle du courant et ceux du couplage capacitif à la dérivée temporelle de la tension, de sorte que l'augmentation fréquentielle des signaux transmis rend ceux-ci plus perturbateurs (en raison de variations temporelles des grandeurs physiques plus rapides). Par ailleurs, pour limiter la consommation énergétique et augmenter l'autonomie des systèmes nomades, on diminue l'énergie des signaux transmis ; ces signaux deviennent alors plus sensibles aux perturbations.

La Compatibilité ÉlectroMagnétique (CEM) est la discipline qui étudie la cohabitation de tous les systèmes utilisant l'énergie électrique. Elle consiste en l'étude de l'aptitude d'un équipement à fonctionner de manière satisfaisante dans son environnement (immunité) et sans induire des perturbations intolérables pour les autres équipements (émission). Cela nécessite la mise en œuvre de tests permettant de vérifier la conformité des équipements avec les normes CEM.

De nos jours, les ondes électromagnétiques (EM) utilisées comme moyen de communication sont omniprésentes. C'est pourquoi il est nécessaire de contrôler les interactions avec les appareils électriques des ondes EM provenant d'autres appareils ou associées aux moyens de communication (susceptibilité électromagnétique), ainsi que le rayonnement EM des appareils potentiellement perturbateurs (émissivité). Les principes généraux d'essai en immunité et en émission rayonnées sont les suivants :

1. Envoyer une perturbation électromagnétique via une antenne d'émission sur un appareil électronique en fonctionnement pour vérifier si ce dernier fonctionne normalement en présence de cette perturbation.
2. Mesurer le champ électromagnétique rayonné (à l'aide d'une antenne de réception) par un appareil électronique en fonctionnement pour s'assurer qu'il n'engendre pas un rayonnement électromagnétique trop important.

L'amplitude de la perturbation électromagnétique utilisée dans les tests d'immunité ainsi que

le niveau de perturbation rayonné tolérable en émission sont fixés par les normes.

Parmi les moyens d'essai utilisés aujourd'hui on trouve :

- **Les sites ouverts** : les essais sont faits en espace libre. Les avantages sont le faible coût de l'installation, et le volume d'essai non limité. Mais les tests ne sont pas protégés de l'environnement électromagnétique extérieur, et dépendent des conditions extérieures et du sol<sup>1</sup>.
- **Les cellules stripline** : ces tests sont peu coûteux, le volume de test est important, mais l'objet sous test est exposé à une onde plane de polarisation verticale (champ non isotrope). Ces tests sont non protégés de l'environnement électromagnétique extérieur, dépendent des conditions extérieures, et sont limités en fréquence. Ces cellules sont utilisées pour des tests en immunité uniquement.
- **Les cellules TEM et GTEM (Giga TEM)** : celles-ci sont aussi peu coûteuses. L'objet sous test est protégé de l'environnement extérieur, mais il est exposé à une onde plane de polarisation verticale (champ non isotrope). Le volume de test est faible, le dispositif est limité en fréquence et ces cellules sont utilisées pour des tests en immunité uniquement.
- **La chambre anéchoïque** : c'est une enceinte blindée<sup>2</sup> dont toutes les parois sont recouvertes de matériaux absorbants pour limiter les réflexions et se rapprocher du comportement en espace libre. Ses principaux inconvénients sont ses coûts élevés et la durée d'essai importante, en raison de la nécessité de faire tourner l'objet sous test pour éclairer toutes les faces.
- **La chambre réverbérante à brassage de modes** : enceinte blindée généralement de forme parallélépipédique, dans laquelle l'objet sous test est exposé à un champ supposé statistiquement homogène et isotrope. Le spectre fréquentiel d'une cavité résonante est discontinu, l'amplitude du champ est maximale aux fréquences de résonance, et le champ, stationnaire, présente des nœuds et des ventres. C'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser un brasseur de forme complexe pour casser le profil de champ régulier de la cavité rectangulaire. La conductivité des parois doit être importante<sup>3</sup> pour permettre des tests en champ fort. Le facteur de qualité (élevé à vide) est modifié par les pertes dans l'objet sous test et les pertes d'insertion des antennes.

La chambre réverbérante présente des avantages importants : elle permet de faire des tests avec un champ fort à partir de niveaux de puissance d'émission moyens, et elle permet d'illuminer l'objet sous test par un champ homogène et isotrope dans un temps réduit et sans lui faire subir de rotations. Les inconvénients sont son coût assez élevé et

---

1. conductivité et rugosité du sol mal connues

2. protégée de l'environnement extérieur : émetteurs, radars, FM, ...

3. indiquant de faibles pertes

---

sa limitation en basse fréquence liée à ses dimensions, et caractérisée par sa fréquence minimale de fonctionnement  $f_{LUF}$ <sup>4</sup>.

La chambre réverbérante (CR) est un outil de plus en plus utilisé pour tester l'immunité d'un système électronique aux rayonnements électromagnétiques parasites et évaluer ses émissions. Les propriétés statistiques requises sont obtenues, sur un tour de brasseur, à partir de la fréquence minimale d'utilisation  $f_{LUF}$ .

Le sujet de cette thèse est l'analyse et l'optimisation des chambres réverbérantes à l'aide du concept de cavité chaotique ouverte. En effet, les propriétés statistiques du champ requises dans les chambres réverbérantes sont identiques à celles obtenues par la plupart des modes dans les cavités électromagnétiques chaotiques. Ceci est la raison pour laquelle nous avons utilisé les similitudes entre chambre réverbérante et cavité chaotique, dans un souci d'optimisation des propriétés de la chambre réverbérante. Afin de faciliter leur mise en œuvre, nous avons veillé à proposer des modifications géométriques simples et peu coûteuses à partir des chambres réverbérantes existantes. Ainsi, ces modifications simples de la forme de la cavité d'une chambre réverbérante consistent en l'introduction d'une ou plusieurs calottes<sup>5</sup> sphériques métalliques sur une ou plusieurs parois de la cavité. Nous verrons que ceci permet d'améliorer les propriétés statistiques des champs.

Ce mémoire est structuré de la façon suivante.

Le premier chapitre présente les différentes propriétés des cavités examinées par la suite à partir du cas analytique de la cavité résonante parallélépipédique. Il s'agit en particulier de l'homogénéité et de l'isotropie des champs associés aux modes propres, de la densité des fréquences de résonance, et de la décomposition des champs en ondes planes.

La chambre réverbérante est ensuite présentée, avec les critères de bon fonctionnement définis par la norme, et les lois de probabilité suivies par les distributions de différentes grandeurs physiques.

Les cavités chaotiques sont enfin abordées.

Après un état de l'art sur les cavités chaotiques ondulatoires, mettant en relief leurs différences de comportement par rapport aux cavités régulières, quelques exemples puisés dans la littérature montrent les principes utilisés pour rendre une cavité chaotique. Enfin, les prédictions théoriques relatives aux distributions des champs et des fréquences de résonance dans ces cavités sont présentées; les écarts à la théorie sont attribués à l'existence de certains modes de profils non conformes à ceux idéalement attendus.

Avant d'aborder les modifications de la cavité à trois dimensions, nous avons commencé par réaliser des mesures et des simulations dans des cavités chaotiques 2D; ceci est l'objet du deuxième chapitre. En premier lieu nous présentons la théorie perturbative utilisée pour faire nos mesures, et décrivons le dispositif de mesure situé au LPMC de Nice. Afin de valider le dispositif de mesure, nous avons tout d'abord effectué une mesure en cavité rectangulaire 2D. La comparaison de la mesure aux résultats de simulation et à l'expression analytique du

---

4. Lower Useable Frequency

5. coupe d'une sphère dont la hauteur est inférieure ou égale à son rayon.

---



champ électrique a permis de valider le dispositif de mesure. Ensuite, des mesures et des simulations en cavités chaotiques, obtenues après introduction d'un puis de deux demi-disques et d'un quart de disque, ont été réalisées. L'étude de la répartition du champ issue des mesures et des simulations a montré que le champ est uniformément réparti (homogène).

L'objet du troisième chapitre est la recherche d'une géométrie de chambre réverbérante répondant au mieux aux propriétés statistiques attendues pour les champs. Dans ce but, nous proposons 3 géométries de cavités chaotiques différentes, consistant en des modifications simples de la cavité rectangulaire ; ces cavités sont ainsi obtenues en insérant des hémisphères et calottes sphériques métalliques dans la cavité. Les propriétés des cavités proposées sont comparées à celle d'une chambre réverbérante classique de mêmes dimensions et munie d'un brasseur de mode fixe. En effet, dans ce chapitre, la géométrie des cavités est fixée : nous ne considérons pas ici l'effet du brassage de modes, ce dernier faisant l'objet du chapitre suivant.

A l'aide des résultats de simulations, les propriétés des 500 premiers modes propres de ces quatre cavités de configurations fixes sont comparées suivant plusieurs critères. Tous les critères utilisés concordent et indiquent que l'homogénéité et l'isotropie du champ électrique sont améliorées dans la cavité chaotique munie de deux calottes et d'un hémisphère par rapport à la chambre réverbérante classique, et ceci que ces tests soient appliqués aux modes propres des cavités ou au champ associé à la réponse stationnaire de la cavité, obtenu par reconstruction à partir des modes propres.

L'étude de la distribution des écarts entre fréquences de résonance fait par ailleurs apparaître que la cavité chaotique répondant le mieux aux critères sur les champs suit également plus fidèlement la loi de distribution idéalement suivie par les écarts fréquentiels dans les cavités chaotiques dans leur limite haute fréquence (il s'agit d'une propriété asymptotique). Nous avons donc concordance entre les résultats obtenus sur les distributions des champs et des fréquences.

Une recherche de zones de localisation forte de l'énergie a été effectuée dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère et dans la cavité avec brasseur. Elle montre qu'alors qu'aucun phénomène de localisation n'est constaté dans la cavité chaotique, une forte localisation est observée dans la chambre réverbérante classique, en particulier autour du brasseur de modes. Nous expliquerons en quoi ce phénomène est dommageable à deux propriétés recherchées dans les chambres réverbérantes. La première, l'homogénéité spatiale du champ, sera réduite par l'existence de zones de plus forts niveaux de champs. La seconde, l'homogénéité fréquentielle du champ, indiquant que les propriétés des champs dans le volume de travail doivent être constantes dans une bande de fréquence, devient difficilement atteignable en présence de modes de contribution réduite dans cette zone utile.

Comme, dans les chambres réverbérantes, les pertes sont un paramètre influent sur les propriétés du champ, nous présentons une étude sur la prise en compte des pertes par conduction sur les parois de la cavité. Après présentation et validation de méthodes d'estimation des

---

---

facteurs de qualité, nous déterminons ceux de la cavité avec deux calottes et un hémisphère, et montrons que leur dispersion fréquentielle est plus faible que dans la cavité parallélépipédique. Les études précédentes sont ensuite reprises en présence de pertes, les différents indicateurs d'homogénéité, d'isotropie et de localisation changent peu par rapport au cas sans pertes.

Le chapitre 4 est consacré à l'étude des propriétés des champs dans la cavité munie de deux calottes et un hémisphère et dans la chambre réverbérante classique en considérant le brassage mécanique de modes. La cavité chaotique est considérée comme une « cavité chaotique à brassage mécanique de modes », l'hémisphère étant mis en rotation autour d'un axe de façon similaire à un brasseur de modes. Trois bandes fréquentielles sont considérées autour de 600 MHz, 700 MHz et 1,2 GHz.

Tout d'abord, nous présentons une comparaison entre les propriétés d'homogénéité et d'isotropie des champs associés aux différents modes propres, sur un tour de brasseur ou d'hémisphère. Les différents critères utilisés concordent pour indiquer que la cavité chaotique répond mieux aux exigences de la norme, et ceci sans avoir à tenir compte du recouvrement modal, et ce dernier permet d'avoir de bons critères et propriétés statistiques dans basses fréquences où le recouvrement est trop faible voir nul. De la même façon qu'avec les cavités statiques (hémisphère et brasseur fixes), la recherche de zones de surintensité montre que, sur un tour de brasseur ou d'hémisphère, la localisation de l'énergie est plus forte dans la cavité avec brasseur.

Enfin, l'étude de la distribution des écarts entre fréquences de résonance, effectuée sur un tour de brasseur en considérant la variation d'un faible nombre de fréquences de résonance, montre que, suivant ce critère, le comportement de la cavité avec un hémisphère est plus conforme à la loi théorique de Wigner attendue pour une cavité chaotique.

---



# Chapitre 1

## Cavités résonnantes, de rectangulaire à chaotique

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Cavité parallélépipédique . . . . .</b>	<b>2</b>
1.1.1	Expression du champ dans la cavité parallélépipédique . . . . .	2
1.1.2	Fréquences de résonance de la cavité parallélépipédique . . . . .	4
1.1.3	Cartographie du champ . . . . .	5
1.1.4	Modes et décomposition en ondes planes . . . . .	5
1.1.5	Densité de modes cumulée . . . . .	7
<b>1.2</b>	<b>Cavité rectangulaire munie d'un brasseur . . . . .</b>	<b>8</b>
1.2.1	Fonctionnement des CRBM . . . . .	9
1.2.2	Homogénéité et isotropie . . . . .	11
1.2.3	Lois de probabilité requises dans les CRBM . . . . .	12
<b>1.3</b>	<b>Cavités chaotiques . . . . .</b>	<b>16</b>
1.3.1	État de l'art sur les cavités chaotiques ondulatoires . . . . .	16
1.3.2	Prédictions théoriques sur les cavités . . . . .	18
1.3.3	Modes particuliers . . . . .	21
<b>1.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>22</b>

---

## Résumé

Dans une approche théorique, nous rappelons les expressions analytiques du champ, des fréquences de résonance d'une cavité rectangulaire. Une interprétation de la répartition du champ est faite, notamment sur les modes qui ont au moins une composante nulle et ceux qui ont trois composantes non nulles. Les fréquences de résonances sont définies ainsi qu'une interprétation de leurs positions dans le spectre fréquentiel. Nous présentons en seconde partie une chambre réverbérante à brassage de modes, son mode de fonctionnement, de certains critères statistiques pour étudier l'homogénéité et l'isotropie du champ et enfin quelques lois théoriques suivies par le champ et ses composantes.

Nous allons illustrer en dernière partie, quelques exemples de géométries de cavités chaotiques 2D, les techniques utilisées pour modifier les géométries de ces cavités. Nous rappelons certaines distributions suivies par le champ, ses composantes ainsi que celle des écarts fréquentiels dans une cavité chaotique.

### 1.1 Cavité parallélépipédique

Dans la suite de nos travaux, la cavité utilisée a pour dimensions :  
 $L_x = 0.785$  m. ,  $L_y = 0.985$  m. et  $L_z = 0.995$  m.

Pour une meilleure couverture du spectre par les fréquences de résonance , les dimensions sont choisies de sorte à éviter le nombre les modes dégénérés. Dans notre cas nous utilisons les dimensions d'une cavité présente dans le laboratoire.

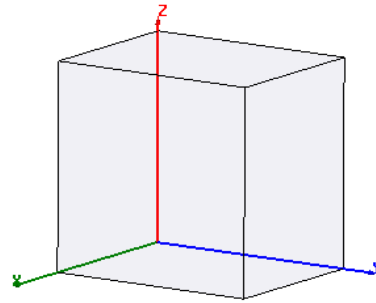


Figure 1.1: Cavité rectangulaire.

#### 1.1.1 Expression du champ dans la cavité parallélépipédique

##### 1.1.1.1 Équations de Maxwell

Les équations de base de l'électromagnétisme dans le vide sont les quatre équations de Maxwell. Dans notre étude, nous considérons des sources et les champs monochromatiques. Ces équations s'écrivent alors, en fonction des amplitudes complexes du champ électrique et de l'induction magnétique :

$$\nabla \wedge \vec{E} = -\vec{M} - i\omega\mu \vec{H} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{q_{ev}}{\epsilon} \quad (1.2)$$

$$\nabla \wedge \vec{H} = -\vec{J} - i\omega\epsilon \vec{E} \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = \frac{q_{mv}}{\mu} \quad (1.4)$$

Ce système d'équations couplées lie les dérivées spatiales du champ électrique et de l'induction magnétique à leurs sources et charges.

### 1.1.1.2 Équations de propagation / Équations d'Helmholtz

Nous prenons le vide comme milieu d'étude des équations de Maxwell. Les équations 1.1 et 1.3 sont des équations aux dérivées partielles du premier ordre qui couplent le champ électrique  $\vec{E}$  et l'induction magnétique  $\vec{B}$ . La résolution de ces équations conduit à l'élimination de l'un des champs dans une équation ou les deux, conduisant à des équations aux dérivées secondes.

$$\Delta \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E} = \nabla \wedge \vec{M} + \frac{1}{\epsilon_0} \nabla q_{ev} + i\omega \mu_0 \vec{J} \quad (1.5)$$

$$\Delta \vec{H} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{H} = -\nabla \wedge \vec{J} + \frac{1}{\mu_0} \nabla q_{mv} + i\omega \epsilon_0 \vec{M} \quad (1.6)$$

Ces équations sont les équations de D'Alembert : le champ électromagnétique se propage dans le vide à la célérité  $c_0$ .

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (1.7)$$

Considérons une cavité avec du métal parfait, son intérieur est rempli d'un diélectrique homogène, dans notre cas du vide. Les parois de la cavité ont une conductivité infinie (métal parfait), alors les conditions aux limites imposent que les composantes tangentielles du champ électrique sont nulles sur les parois. Ceci se traduit par l'équation 1.8.

$$\vec{n} \wedge \vec{E} = \vec{0} \quad (1.8)$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire orienté vers l'intérieur de la cavité. La cavité est sans source et de permittivité indépendante de la position, donc la divergence du champ électrique est nulle en tout point de la cavité (1.2).

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (1.9)$$

La solution des équations de Maxwell dans la cavité est une solution de type onde stationnaire, satisfaisant à l'équation de propagation, aux conditions aux limites de Dirichlet et à la divergence nulle du champ électrique ( voir système 1.10 ).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \vec{n} \wedge \vec{E} = \vec{0} \\ \nabla \cdot \vec{E} = 0 \end{array} \right. \quad (1.10)$$

Pour une cavité de dimensions  $L_x, L_y$  et  $L_z$ . On trouve une infinité de modes, qui dépendent d'entiers  $m, n$  et  $p$ . Pour un mode donné de fréquence  $f_{mnp}$  et de pulsation  $\omega_{mnp}$ , pour les deux polarisations TE et TM, on obtient les expressions des champs :

Pour une polarisation TM (pour ne pas alourdir les équations  $\omega_{mnp} = \omega$ ) :

$$E \left\{ \begin{array}{l} E_x = i \frac{k_x k_z}{\omega \mu \epsilon} B_{mnp} \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \sin(k_z z) \\ E_y = i \frac{k_y k_z}{\omega \mu \epsilon} B_{mnp} \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \sin(k_z z) \\ E_z = -i \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega \mu \epsilon} B_{mnp} \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \cos(k_z z) \end{array} \right. \quad (1.11)$$

$$H \left\{ \begin{array}{l} H_x = \frac{k_y}{\mu} B_{mnp} \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \cos(k_z z) \\ H_y = \frac{k_x}{\mu} B_{mnp} \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \cos(k_z z) \\ H_z = 0 \end{array} \right. \quad (1.12)$$

Pour une polarisation TE :

$$E \left\{ \begin{array}{l} E_x = \frac{k_y}{\epsilon} A_{mnp} \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \sin(k_z z) \\ E_y = -\frac{k_x}{\epsilon} A_{mnp} \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \sin(k_z z) \\ E_z = 0 \end{array} \right. \quad (1.13)$$

$$H \left\{ \begin{array}{l} H_x = i \frac{k_x k_z}{\omega \mu \epsilon} A_{mnp} \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \cos(k_z z) \\ H_y = i \frac{k_y k_z}{\omega \mu \epsilon} A_{mnp} \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \cos(k_z z) \\ H_z = -i \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega \mu \epsilon} A_{mnp} \cos(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \sin(k_z z) \end{array} \right. \quad (1.14)$$

Avec :

$$k_x = \frac{m\pi}{L_x} \quad k_y = \frac{n\pi}{L_y} \quad k_z = \frac{p\pi}{L_z}$$

La convention de la théorie des lignes, dans laquelle l'axe (Oz) est l'axe de propagation, permet de distinguer les modes suivants.

1. Modes  $TE_{mnp}$  ou  $TM_{mnp} \Leftrightarrow mnp \neq 0$ .
2. Modes  $TE_{0np}$  ou  $TE_{m0p} \Leftrightarrow mn = 0$  et  $p \neq 0$ .
3. Modes  $TM_{mn0} \Leftrightarrow mn \neq 0$  et  $p = 0$ .

### 1.1.2 Fréquences de résonance de la cavité parallélépipédique

Nous allons ici déterminer les fréquences de résonance de la cavité parallélépipédique. Les équations 1.11 et 1.12 sont solutions de l'équation 1.10, alors un mode ne peut exister que lorsqu'on peut trouver un triplet d'entiers (m,n,p) vérifiant l'équation 1.15.

$$f_{mnp} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p}{L_z}\right)^2} \quad (1.15)$$

Avec :

- $L_x, L_y$  et  $L_z$  les dimensions de la cavité.
- $c_0$  la vitesse de la lumière dans le vide.
- $n, m,$  et  $p$  des entiers non tous nuls.

La plus petite fréquence de résonance  $f_{\min} = 214.12$  MHz correspond au mode  $TE_{011}$ . Nous remarquons dans les équations 1.11 à 1.14, qu'il existe des modes  $TE_{mnp}$  et des modes  $TM_{mnp}$  qui ont les mêmes fréquences propres : ce sont des modes dégénérés<sup>1</sup>. Comme dans notre cas les dimensions de la cavité sont toutes différentes, on ne peut avoir des dégénérescences que lorsque  $mnp \neq 0$ . Dans cette condition on identifie les modes dégénérés par leurs trois indices qui sont tous différents de zéro. Ces modes serviront pour vérifier si les simulations déterminent les fréquences dégénérées. Les fréquences de résonance de la cavité vide serviront à évaluer les décalages fréquentiels<sup>2</sup> des modes en présence d'un défaut. Les défauts peuvent être de différentes natures, déformations des parois, introduction d'objets avec ou sans pertes susceptibles de modifier la répartition et les propriétés statistiques des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  et de leurs composantes.

### 1.1.3 Cartographie du champ

En analysant les équations 1.11 à 1.14, pour différents triplets d'entiers  $(m,n,p)$ , on remarque que chaque mode de la cavité a une répartition différente des autres modes. La figure 1.2 présente les cartographies du module du champ électrique sur quelques plans du volume et sur les parois de la cavité. L'amplitude du champ sur les faces montre que certains modes ont des composantes du champ électrique nulles. Ces cartographies de différents modes montrent l'impact de la fréquence de résonance sur la répartition du champ modal.

Nous remarquons que (figure 1.2) les modes de la cavité ont différentes répartitions, certains ont des composantes nulles. Ces différentes configurations liées à la fréquence soulèvent un certain nombre de questions. Par exemple comment ? et où ? peut-on exciter le maximum de modes sur une bande de fréquence. On ne doit pas oublier que certains modes sont idéalement anisotropes, c'est à dire qu'ils ont au moins une composante nulle, certains modes l'anisotropie se traduit, par des amplitudes différentes de leurs composantes respectives. Ceci ne signifie pas que dans la cavité parallélépipédique il peut y avoir un mode isotrope, mais que certains modes sont plus faciles à améliorer sur le plan de l'isotropie que d'autres ayant au moins une composante nulle. Quant aux modes dégénérés, leur répartition est telle qu'un brassage doit permettre d'obtenir une répartition isotrope plus facilement que pour des modes dont une ou deux composantes s'annulent.

### 1.1.4 Modes et décomposition en ondes planes

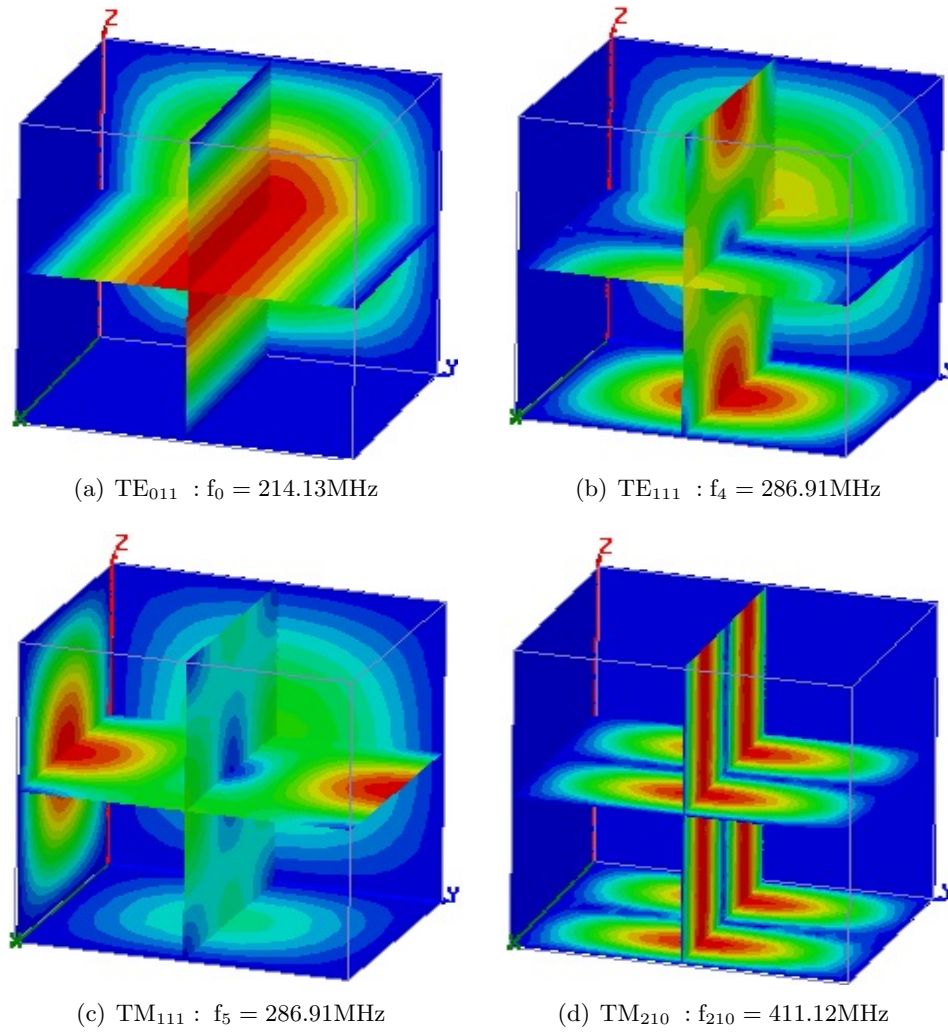
Soit un mode de la cavité parallélépipédique tel que le triplet d'entiers  $mnp$  est différent de zéro. On a alors deux modes dégénérés : pour le mode TE (respectivement TM) les trois composantes du champ électrique (respectivement magnétique) sont non nulles. La composante

---

1. Modes TE et TM qui ont la même fréquence

2. positions des fréquences dans le spectre par rapport à celles de la cavité rectangulaire





**Figure 1.2:** Cartographie du module du champ électrique de quelques modes de la cavité rectangulaire. [ $f_0 ; f_{20}$ ]

$E_x$  du champ électrique se décompose alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_{0x} \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) \\
 &= E_{0x} \left( \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \right) \left( \frac{e^{i\beta} - e^{-i\beta}}{2i} \right) \left( \frac{e^{i\gamma} - e^{-i\gamma}}{2i} \right) \\
 &= E_{0x} \left( \frac{e^{i(\alpha+\beta+\gamma)} + e^{i(\alpha+\beta-\gamma)} - e^{i(\alpha-\beta+\gamma)} + e^{i(\alpha-\beta-\gamma)}}{-8} \right) \\
 &\quad + E_{0x} \left( \frac{e^{-i(\alpha-\beta-\gamma)} - e^{-i(\alpha-\beta+\gamma)} - e^{-i(\alpha+\beta-\gamma)} + e^{-i(\alpha+\beta+\gamma)}}{-8} \right)
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

Les autres composantes des champs électrique et magnétique s'écrivent de façon similaire. Ainsi, ces champs peuvent être vus comme résultant de la superposition de 8 ondes planes. Si un des entiers  $mnp$  s'annule, le nombre d'ondes planes est réduit à 4. Ainsi, d'après cette décomposition, les modes ayant trois composantes de champ non nulles sont associés au plus grand nombre d'ondes planes. Ces modes dégénérés présentent donc un avantage en terme

d'isotropie de champ dans la cavité.

### 1.1.5 Densité de modes cumulée

Bien qu'il soit relativement simple dans le cas analytique de la cavité parallélépipédique, le dénombrement exact des fréquences de résonance entre la fréquence fondamentale et une fréquence fixée peut devenir très difficile pour une cavité de forme plus complexe. Le nombre moyen de modes jusqu'à une fréquence  $f$  est donné par la formule de Weyl [1, 2], qui présente aussi le lissage de la fonction de comptage exacte. Dans le cas de la cavité parallélépipédique elle s'écrit :

$$N_{av}(f) = \frac{8\pi V}{3c^3} f^3 - (L_x + L_y + L_z) \frac{f}{c} + \frac{1}{2} \quad (1.17)$$

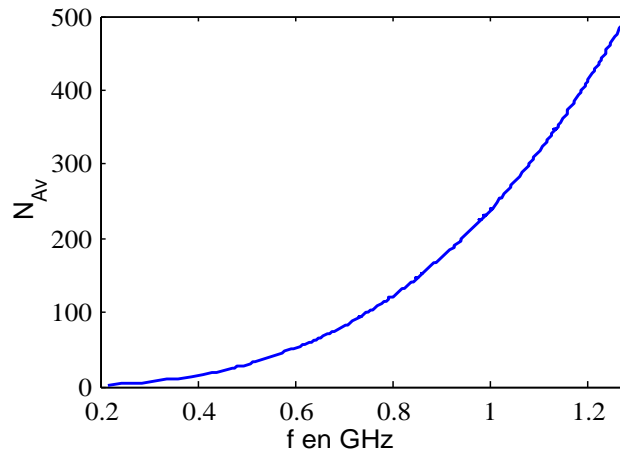
- $c$  : est la vitesse de la lumière dans le vide.
- $V$  : volume de la cavité :  $L_x L_y L_z = 0.7694 \text{m}^3$
- $f$  : fréquence supérieure à  $f_0$ .

L'approximation haute fréquence de (Eq. 1.17), seul le terme dominant, et qui dépend du volume de la cavité est conservé.

La densité de modes au voisinage de  $f$  est alors :

$$N_d(f) = \frac{dN}{df} = \frac{8\pi V}{c^3} f^2 - (L_x + L_y + L_z)/c \quad (1.18)$$

L'équation 1.18 permet d'avoir une approximation du nombre de modes sur une bande de fréquence donnée.



**Figure 1.3:** Nombre moyen de modes jusqu'à  $f$

On note une augmentation de la densité modale en fonction de la fréquence. En conséquence, le spectre devient de plus en plus dense et les résonances se rapprochent de plus en plus. En présence de pertes, le recouvrement de modes serait de plus en plus important avec la fréquence.

## 1.2 Cavité rectangulaire munie d'un brasseur

Une chambre réverbérante à brassage de modes est une cage ou cavité de Faraday munie d'un (ou plusieurs) brasseur(s) métalliques, mobile(s) autour d'un axe, mis en mouvement par un moteur pas-à-pas ou continu. Comme nous venons de voir dans la partie 1.1.1.2, seules des ondes stationnaires peuvent exister (voir 1.11), imposées par les conditions aux limites sur les parois métalliques de la chambre. Ces ondes stationnaires (modes propres de la cavité) sont caractérisées par des fréquences de résonance propres discrètes qui dépendent des dimensions de la cavité (Eq. 1.15). La densité de modes augmente avec la fréquence (Eq. 1.18).

Pour étudier le comportement de l'objet sous test, la norme exige un champ, isotrope et de polarisation arbitraire. Plusieurs techniques sont utilisées pour obtenir ces propriétés de champ, la plus courante étant le brassage mécanique de modes obtenu par l'introduction d'un brasseur de modes en rotation à l'intérieur de la cavité, modifiant ainsi les conditions aux limites, les fréquences de résonance propres et la répartition spatiale des modes propres. L'effet le plus visible de la rotation du brasseur est le décalage des fréquences de résonance provoquant le décrochage et l'accrochage des plusieurs modes propres (fréquences propres) à la fréquence d'excitation. Ce dernier effet a pour conséquence la modification des coefficients de la matrice  $[S]$ , qui cause des fluctuations plus ou moins importantes de la puissance transmise dans la cavité.

La chambre réverbérante est excitée par une (ou plusieurs) antenne(s) [3], et le champ ou la puissance sont mesurés par une antenne réceptrice ou une sonde reliées à différents appareils, permettant de mesurer le champ ou la puissance à une fréquence donnée ou sur une bande de fréquence.

Les parois des chambres réelles n'étant pas des conducteurs parfaits, elles présentent une conductivité finie, et des pertes par effet Joule se produisent sur les parois. Par ailleurs, les antennes engendrent des pertes et l'objet sous test absorbe de l'énergie. Toutes ces pertes résultent en un élargissement des raies. Cet élargissement augmente le recouvrement entre modes. C'est pourquoi les pertes d'une chambre réverbérante sont un facteur important car elles influencent beaucoup la distribution des champs. Comme le montre l'équation 1.18, la densité modale augmente avec la fréquence; en conséquence, à fréquence élevée, plusieurs modes peuvent être excités simultanément à cette fréquence et le recouvrement modal contribue à l'homogénéité des champs. Le changement continu des conditions aux limites rend inappropriées les études déterministes du comportement électromagnétique de la chambre réverbérante. En raison des modifications que nous venons de citer, une approche statistique est nécessaire pour caractériser le comportement des champs dans la chambre [4].

En présence du (ou des) brasseur(s) en rotation, et du fait des différentes pertes, au-delà d'une certaine fréquence appelée  $f_{LUF}$  [5, 6], le champ devient relativement homogène et isotrope.

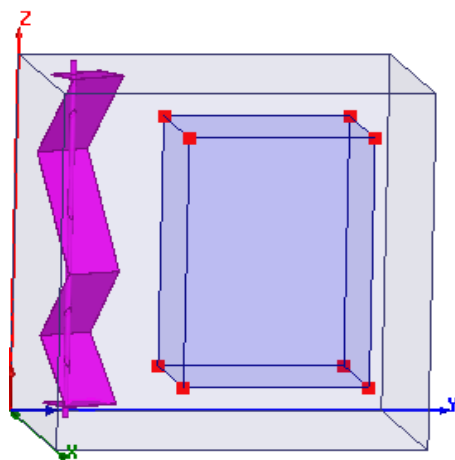
La structure complexe du champ en haute fréquence est lié au fait que la longueur d'onde devient petite par rapport aux dimensions du (ou des) brasseur(s) de géométrie en général complexe [7, 8, 9, 10, 11, 12], ainsi qu'au recouvrement modal causé par les différentes pertes : la chambre est alors qualifiée de surdimensionnée par rapport aux longueurs d'onde.

On distingue dans une chambre réverbérante la zone de test, qui exclue la proximité du

(ou des) brasseur(s) et des murs, et dans laquelle les champs sont homogènes et isotropes (voir figure 1.4). La détermination de cette zone a donné lieu à plusieurs études, pour caractériser notamment les distances entre celle-ci et les parois de la cavité ou le(s) brasseur(s) [13, 14, 15].

### 1.2.1 Fonctionnement des CRBM

Parmi les techniques de test d'immunité aux perturbations électromagnétiques rayonnées, les chambres réverbérantes à brassage de modes (CRBM) sont aujourd'hui d'utilisation répandue. D'une manière générale elles permettent de simuler des phénomènes électromagnétiques perturbateurs auxquels sont soumis divers objets sous test dans la zone de champ homogène et isotrope. Les avantages d'une CRBM sont les suivants :



**Figure 1.4:** CRBM et sa zone de test, brasseur, points de mesures

- L'énergie se trouvant confinée dans la cavité en raison des réflexions sur les parois, elle permet de soumettre l'objet sous test à des forts niveaux de champ tout en utilisant des puissances d'émission modérées.
- Ses dimensions et son coût sont plus faibles que ceux d'une chambre anéchoïque fonctionnant aux mêmes fréquences, en raison notamment de l'absence d'absorbants et de l'utilisation d'un amplificateur moins puissant.
- Toutes les polarisations sont excitées simultanément<sup>3</sup>, et ceci quelle que soit la polarisation de l'antenne émettrice. Par ailleurs, l'objet est illuminé simultanément de tous les côtés. Ceci permet une réduction de la durée du test, par rapport à l'utilisation d'une chambre anéchoïque.

Il existe plusieurs manières de brasser les modes :

- Le brassage électronique [16, 17] : la géométrie de la cavité est fixe, l'excitation est faite sur une bande de fréquences autour d'une fréquence centrale donnée. En fonction de la fréquence d'excitation, différents modes sont excités ce qui engendre un changement de la distribution spatiale du champ électromagnétique. Ce brassage serait bien adapté au cas d'une cavité chaotique (chapitre 3).

3. idéalement si  $f \geq f_{LUF}$

- 
- Le brassage par modification de la géométrie des parois. Les fréquences de résonance dépendant beaucoup de dimensions de la cavité, pour une excitation à fréquence fixe, les modes excités varient. Dans [18, 19], les auteurs ont utilisé comme parois des papiers métalliques, et le brassage est réalisé à l'aide d'un ventilateur qui fait bouger les parois. L'inconvénient de cette méthode, est qu'on ne peut pas contrôler les variations de résonance dans une bande de fréquences donnée vu le déplacement aléatoire des parois, donnant des configurations non reproductibles de la cavité.
  - Le brassage mécanique, consistant à l'introduction d'un ou plusieurs brasseurs dans la cavité est le plus répandu. Les brasseurs doivent avoir une taille et une géométrie pouvant modifier significativement la répartition spatiale du champ d'une position à l'autre. L'efficacité d'un brasseur est caractérisée par le nombre de positions statistiquement indépendantes qu'il produit sur un tour complet et la fréquence minimale pour laquelle il reste efficace. Plusieurs études ont été menées sur la modélisation de formes de brasseur [7] afin d'augmenter le nombre de positions indépendantes et de minimiser la fréquence de fonctionnement [20].

## Protocoles d'étude

L'objet sous test doit être contenu dans le volume de test. Cette zone où le champ a les propriétés voulues est distante des parois et du ou des brasseurs d'au moins un quart de longueur d'onde ( $\lambda/4$ ) [21]. Dans cette norme, les propriétés du champ sont déterminées à partir des mesures effectuées aux 8 sommets de cette zone (voir figure 1.4). Certains auteurs utilisent un point de plus au milieu de celle-ci.

## Étude de l'indépendance des échantillons en fonction de la position du brasseur

La norme [21] définit la procédure de détermination du nombre de positions indépendantes du brasseur, pour lesquelles les champs sont faiblement corrélés.

Le coefficient d'auto-corrélation est défini par :

$$\rho_\alpha(r) = \frac{1}{N} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N (P_\alpha^i - \langle P_\alpha \rangle) \cdot (P_\alpha^{i+r} - \langle P_\alpha \rangle)}{\sigma_\alpha^2} \quad \text{avec } \alpha = x, y, z \quad (1.19)$$

— avec :

- $r$  : nombre de pas du décalage angulaire.
- $N$  : le nombre total de positions du brasseur (nombre total d'échantillons).
- $i$  : la position actuelle (courante) du brasseur.
- $\langle \bullet \rangle$  : la moyenne arithmétique.
- $\sigma$  : l'écart-type de tous les échantillons sur un tour du brasseur.
- $P_\alpha$  : la puissance normalisée de la composante  $\alpha$

La valeur maximale du coefficient d'auto-corrélation entre deux positions indépendantes est fixée à :  $\rho_\alpha(r_0) \leq e^{-1} \simeq 0.37$ .

---

Le nombre de positions indépendantes est déterminé par 1.20 :

$$N_{\text{ind}} = \frac{N}{N_{\rho}} \quad (1.20)$$

avec  $N_{\rho}$  : nombre minimal  $r_0$  de pas nécessaires pour réduire le coefficient d'auto-corrélation à moins de 0,37 ( $\rho_{\alpha}(r_0) \leq e^{-1}$ ).

## 1.2.2 Homogénéité et isotropie

### Homogénéité du champ

Après avoir évalué le nombre de positions indépendantes, la norme IEC-61000-4-21 définit un critère qui permet d'évaluer l'homogénéité et l'isotropie du champ dans le volume de travail. L'approche est similaire. On compare les variations des valeurs maximales de chaque composante aux sommets du volume. Le paramètre que l'on évalue est l'écart-type des valeurs maximales du champ sur un tour du brasseur relevés sur les huit sommets de la zone d'étude. Les écart-types des trois composantes permettent d'estimer l'isotropie du champ alors que l'écart-types de l'ensemble de composantes permet d'évaluer son homogénéité. Les valeurs maximales du champ sont normalisées par la moyenne de l'amplitude du champ transmis sur un tour du brasseur (ou des brasseurs).

Les écart-types des trois composantes, permettant d'évaluer l'isotropie du champ sont définis par :

$$\sigma_i = 20 \log \left( 1 + \frac{\sigma_i}{\langle E_i^{\max} \rangle} \right) \quad \text{avec } i = x, y, z \quad (1.21)$$

— avec :

- $\sigma_i$  : est l'écart-type des huit ou neuf valeurs maximales.
- $\langle E_i^{\max} \rangle$ , la moyenne de ces huit ou neuf valeurs maximales.

Pour évaluer l'écart-type global, afin de caractériser l'homogénéité du champ, on concatène les huit ou neuf valeurs maximales de chacune des composantes. On a alors 24 ou 27 valeurs maximales dont nous évaluons l'écart-type.

$$\sigma = 20 \log \left( 1 + \frac{\sigma_{x,y,z}}{\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle} \right) \quad (1.22)$$

— avec :

- $\sigma_{x,y,z}$  : l'écart-type des 24 ou 27 valeurs maximales.
- $\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle$ , la moyenne des 24 ou 27 valeurs maximales.

Selon la norme, le champ est considéré comme homogène si l'écart-type global est inférieur à 3 dB. Ceci est obtenu au delà de la fréquence de fonctionnement  $f_{\text{LUF}}$ .

### Coefficients d'inhomogénéité et d'anisotropie

Dans la norme [21], d'autres paramètres permettent d'étudier l'homogénéité et l'isotropie du champ en évaluant les coefficients d'inhomogénéité et d'anisotropie. Ces coefficients sont notamment utilisés pour étudier les performances de la chambre, en particulier l'efficacité du ou des brasseurs. Les critères définis dans la norme sont quantitatifs, avec des valeurs seuils

en dessous desquelles les chambres répondent à la norme. Ces coefficients permettent ainsi de différencier une bonne d'une mauvaise chambre réverbérante.

### Coefficients d'anisotropie.

Ils sont définis par :

$$\langle A_{\alpha\beta} \rangle = \left\langle \frac{(|E_\alpha|^2/P_i) - (|E_\beta|^2/P_i)}{(|E_\alpha|^2/P_i) + (|E_\beta|^2/P_i)} \right\rangle = \left\langle \frac{(P_\alpha/P_i) - (P_\beta/P_i)}{(P_\alpha/P_i) + (P_\beta/P_i)} \right\rangle \text{ avec } \alpha, \beta = x, y, z \quad (1.23)$$

$$\langle A_{\text{tot}} \rangle = \left\langle \sqrt{[A_{xy}^2 + A_{yz}^2 + A_{zx}^2] / 3} \right\rangle \quad (1.24)$$

— avec :

- $|E_{\alpha,\beta}|$  et  $P_{\alpha,\beta}$  : représentent le champ et la densité de puissance pour chacune des composante  $\alpha, \beta = x, y, z$  et pour chaque position du brasseur.
- $P_i = P_{\text{inj}} - P_{\text{ref}}$ , la puissance moyenne transmise dans la cavité sur un tour de brasseur.

Ces coefficients dépendent du nombre de positions indépendantes. c'est pourquoi un tableau récapitulatif des valeurs des coefficients en fonction du nombre de positions indépendantes est donné dans la norme [21].

### Coefficients d'inhomogénéité

Ils sont définis par :

$$\langle I_\alpha(r_1, r_2) \rangle = \left\langle \frac{(|E_\alpha(r_1)|^2/P_i) - (|E_\alpha(r_2)|^2/P_i)}{(|E_\alpha(r_1)|^2/P_i) + (|E_\alpha(r_2)|^2/P_i)} \right\rangle = \left\langle \frac{(P_\alpha(r_1)/P_i) - (P_\alpha(r_2)/P_i)}{(P_\alpha(r_1)/P_i) + (P_\alpha(r_2)/P_i)} \right\rangle \text{ avec } \alpha = x, y, z \quad (1.25)$$

$$\langle I_{\text{tot}} \rangle = \left\langle \sqrt{[I_x^2 + I_y^2 + I_z^2] / 3} \right\rangle \quad (1.26)$$

— avec :

- $|E_\alpha|$  et  $P_\alpha$  : représentent le champ et la densité de puissance pour chacune des composante  $\alpha = x, y, z$  et pour chaque position du brasseur, pris respectivement aux positions  $r_1$  et  $r_2$  de la cavité.
- $P_i = P_{\text{inj}} - P_{\text{ref}}$ , la puissance moyenne transmise dans la cavité sur un tour de brasseur.

La norme recommande une distance minimale entre les deux positions  $r_1$  et  $r_2$  de mesure du champ égale à la longueur d'onde de travail.

### 1.2.3 Lois de probabilité requises dans les CRBM

Dans une cavité munie de brasseur en rotation, le champ est caractérisé de manière statistique. Il est toujours possible de décomposer le champ sur son spectre d'ondes planes. Aux hautes fréquences, on admet que la répartition de ces ondes planes est aléatoire, avec des directions d'arrivée équiprobables sur un tour du ou des brasseurs. Plusieurs auteurs ont adopté le formalisme probabiliste pour décrire le comportement du champ dans la cavité.

On montre alors qu'aux fréquences élevées, le champ électromagnétique, considéré sur un tour de brasseur est statistiquement homogène et isotrope. Certaines grandeurs dérivant du

champ obéissent à certaines loi statistiques [22, 4]. Des lois spécifiques sont suivies par les parties réelles et imaginaires du champ, ainsi que sa phase, son module et le carré de son module. Citons quelques paramètres et les lois suivies.

- Les parties réelle et imaginaire d'une composante rectangulaire suivent une loi normale centrée d'écart-type  $\sigma$ .
- La phase du champ suit une loi uniforme.
- Le module carré d'une composante rectangulaire suit une loi du  $\chi^2$  à 2 degré de liberté.

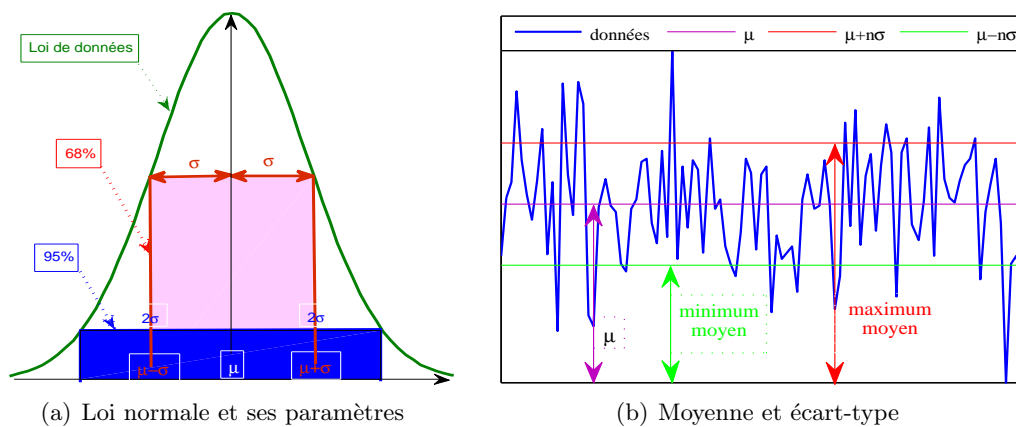
Des données suivant une loi normale sont caractérisées par les paramètres de cette loi, soit la moyenne et l'écart-type. Ces derniers sont définis comme suit :

Soit  $X = (x_1, x_2, \dots, x_{N-1}, x_N)$  de  $N$  valeurs, la moyenne  $\bar{X}$  est calculée par :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1.27)$$

L'écart-type de  $X$  est calculé par :

$$\sigma = \left( \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2 \right)^{1/2} \quad (1.28)$$



**Figure 1.5:** Loi normale, maximum et minimum moyens d'ordre 1 et 2.

## Interprétations statistiques

La figure 1.5(a) présente une loi normale, l'écart-type et la moyenne des données. Les données qui suivent une loi normale sont symétriques par rapport à leur moyenne et la figure 1.5(b) représente une série de données, sa moyenne, le minimum moyen et le maximum moyen, définis par  $n$  déviation au dessous et au dessus de la moyenne. Les pourcentages de données entre les maxima moyens<sup>4</sup> et minima moyens<sup>5</sup> dépendent beaucoup de l'ordre considéré. Elle est de 95% à l'ordre  $n = 2$  contre 68% à l'ordre  $n = 1$ .

4. valeurs égale à  $\mu + n * \sigma$

5. valeur égale à  $\mu - n * \sigma$



La figure 1.5(a) montre que plus l'écart-type est faible plus les données se concentrent autour de leur moyenne. La loi normale est symétrique par rapport à la moyenne, ce qui permet de simplifier les études, en ne considérant par exemple que les données au-dessous ou au-dessus de leur moyenne. La figure 1.5(b) représente graphiquement le maximum moyen et le minimum moyen d'ordre 1. Nous remarquons qu'il y a des valeurs plus élevées que le maximum moyen et des valeurs plus faibles que le minimum moyen. La confiance dans les résultats dépend beaucoup du nombre de valeurs inférieures au minimum moyen et supérieures au maximum moyen. D'une manière générale la confiance dépend du nombre de valeurs comprises dans la dynamique considérée. Nous verrons dans le tableau 1.2 qu'elle dépend aussi de la distribution suivie par des données dont nous présentons quelques exemples usuels dans la chambre réverbérante.

## Lois de probabilité

Dans la chambre réverbérante les parties réelles et imaginaires des composantes des champs, les modules et puissances de ces composantes ainsi que les modules et puissances des champs suivent dans le cas idéal certaines lois de probabilité. Pour chacune d'elles nous présentons les moments d'ordres 1 et 2, ainsi que les pourcentages des valeurs inférieures au minimum moyen et supérieures au maximum moyen aux ordres 1 et 2. Il faut noter que ces lois correspondent au fonctionnement idéal de la CRBM. L'objet de cette partie n'est pas d'étudier les conditions dans lesquelles elles sont suivies mais d'évaluer le pourcentage de valeurs prises en compte sur une dynamique<sup>6</sup> donnée ainsi que celles des valeurs non prises en compte : valeurs inférieures au minimum moyen et supérieures au maximum moyen.

<i>Grandeur</i>	<i>Loi</i>	<i>Densité</i> $f(x)$	$\mu = \langle x_k \rangle$	$\sigma = \sqrt{(x_k - \mu)^2}$
$\Re E_{x,y,z} / \Im E_{x,y,z}$	<i>Normal</i>	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha} \exp[-\frac{x^2}{2\alpha^2}]$	0	$\alpha$
$E_R =  E_{x,y,z} $	$\chi_2$ / <i>Rayleigh</i>	$\frac{x}{\alpha^2} \exp[-\frac{x^2}{2\alpha^2}]$	$\alpha\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	$\alpha\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}$
$E_R^2 =  E_{x,y,z} ^2$	$\chi_2^2$ / <i>exp</i>	$\frac{1}{2\alpha^2} \exp[-\frac{x}{2\alpha^2}]$	$2\alpha^2$	$2\alpha^2$
$ E_{tot} $	$\chi_6$	$\frac{x^5}{8\alpha^6} \exp[-\frac{x^2}{2\alpha^2}]$	$\frac{15}{16}\alpha\sqrt{2\pi}$	$\alpha\sqrt{6 - \frac{225\pi}{128}}$
$ E_{tot} ^2$	$\chi_6^2$	$\frac{x^2}{16\alpha^6} \exp[-\frac{x}{2\alpha^2}]$	$6\alpha^2$	$\alpha^2\sqrt{12}$

**Table 1.1:** Lois statistiques associés aux différentes grandeurs physiques et moments associés

Le tableau 1.1 présente quelques lois de probabilité requises dans la chambre réverbérante, toutes de paramètre  $\alpha > 0$ , ainsi que les moments d'ordres 1 et 2 associés.

Le tableau 1.2 montre que, sur un même intervalle, le pourcentage d'échantillons varie avec la loi considérée. Ceci montre que l'intervalle de confiance et la précision souhaités dépendent de la loi concernée. Le tableau de dynamiques A.1, montre quant à lui le lien entre dynamique et intervalle de confiance en fonction de l'ordre considéré.

6. intervalle :  $[\mu - n\sigma, \mu]$ ,  $[\mu, \mu + n\sigma]$  et  $[\mu - n\sigma, \mu + n\sigma]$

Zones	A	D	B = $\Delta_-$	C = $\Delta_+$	$\Delta_- + \Delta_+$
	$\int_{-\infty}^{\mu-n\sigma} f(x)dx$	$\int_{\mu+n\sigma}^{+\infty} f(x)dx$	$\int_{\mu-n\sigma}^{\mu} f(x)dx$	$\int_{\mu}^{\mu+n\sigma} f(x)dx$	$\int_{\mu-n\sigma}^{\mu+n\sigma} f(x)dx$
Lois	Pourcentages pour les 5 lois : avec n = 1 / n= 2				
Normale	13/2.5	13/2.5	34/47.5	34/47.5	68/95
$\chi_2/Ray$	15.38/0.16	16.18/3.74	30.18/46.4	37.25/49.7	67.43/96.1
$\chi_2^2/exp$	0	0.03/0	86.47	13.5/13.533	99.97/99.999
$\chi_6$	16.07/1.21	16.01/3.04	36.05/50.91	31.87/44.83	67.92/95.75
$\chi_6^2$	13.56	14.91/4.42	44.12/60.05	27.41/37.9	71.53/97.95

**Table 1.2:** Pourcentages des valeurs aléatoires dans chaque intervalle

	Min $_{\mu}$	Max $_{\mu}$	$\Delta_-$	$\Delta_+$	$\Delta$
	$\mu - n\sigma$	$\mu + n\sigma$	$\frac{\mu}{\mu - n\sigma}$	$\frac{\mu + n\sigma}{\mu}$	$\frac{\mu + n\sigma}{\mu - n\sigma}$
Lois	Les valeurs pour les 5 lois : avec n = 1 / n= 2				
Normale	$20\log(n\sigma)$	$20\log(n\sigma)$	$-\infty$	$+\infty$	1
$\chi_2/Ray$	$-4.46 + \alpha/\#$	$5.61/8.18 + \alpha$	$6.42/\#$	$3.65/6.21$	$10.08/\#$
$\chi_2^2/exp$	$-\infty/\#$	$6.02/7.78 + \alpha$	$\infty/\#$	$3.01/4.77$	$\infty/\#$
$\chi_6$	$4.4/-0.29 + \alpha$	$9.66/11.44 + \alpha$	$3.03/7.71$	$2.24/4.02$	$5.26/11.72$
$\chi_6^2$	$4.04 + \alpha/\#$	$9.76/11.11 + \alpha$	$3.74/\#$	$1.98/3.33$	$5.72/\#$

**Table 1.3:** Valeurs en dB des minima et maxima et dynamiques

## 1.3 Cavités chaotiques

### 1.3.1 État de l'art sur les cavités chaotiques ondulatoires

Jusqu'en 1990 environ, l'étude des systèmes chaotiques en mécanique quantique, appelés « chaos quantique », a été essentiellement théorique [23]. Seules deux classes de résultats expérimentaux étaient alors disponibles. Le premier correspond au spectre des noyaux issu à l'origine du développement de la théorie des matrices aléatoires dans les années 1960; le second à des expériences avec des atomes d'hydrogène fortement excités et des atomes alcalins dans de forts champs radio-fréquences. La situation a changé avec l'apparition des expériences utilisant des ondes classiques (mécaniques ou électromagnétiques), en particulier avec les billards micro-ondes [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]. Les comportements observés étant similaires pour les différents phénomènes ondulatoires, certains auteurs ont alors introduit le terme « chaos ondulatoire ».

Le terme de chaos est souvent utilisé pour décrire des systèmes complexes, désordonnés mais aussi les notions d'aléatoires. Le chaos n'est pas aussi « chaotique » que sa dénomination le laisse entendre; son désordre n'est qu'apparent. Un système chaotique est imprévisible, mais il est parfaitement décrit par des équations déterministes. Un système est dit déterministe lorsqu'il est possible de calculer son évolution au cours du temps : la connaissance exacte d'un instant donné permet le calcul précis de l'état du système pour tout instant. La contradiction apparente entre déterministe et imprévisibilité est levée grâce à la notion d'extrême sensibilité aux conditions initiales : deux conditions initiales très proches peuvent conduire à des états très différents du système. Cette impossibilité pratique à calculer l'évolution du système est la principale caractéristique des système chaotiques.

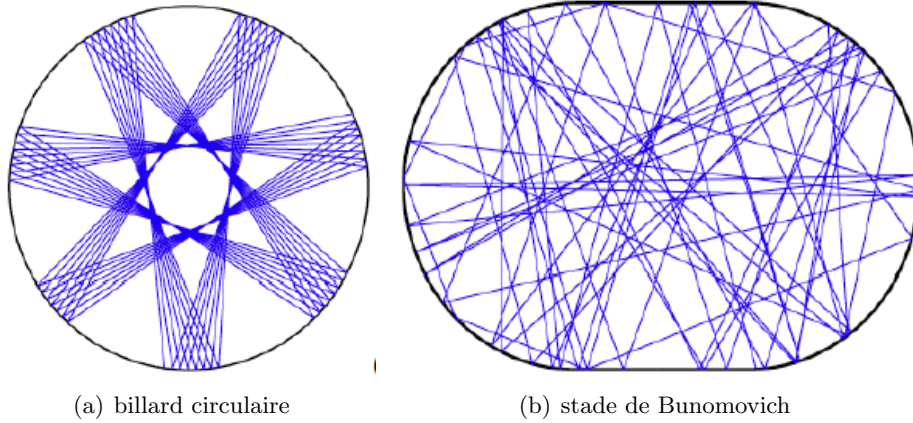
Les billards sont particulièrement bien adaptés pour illustrer la notion de chaos en mécanique. Leur dynamique est définie par la limite géométrique des rayons, limite haute fréquence du problème ondulatoire étudié. Pour un billard circulaire, toute trajectoire est régulière (figure 1.6(a)). Il y a deux constantes du mouvement, l'énergie totale  $E$ , et le moment cinétique  $L$ . Comme il y a deux degrés de liberté, le système est intégrable, et la distance entre deux trajectoires proches augmente de façon linéaire avec le temps. La situation est significativement différente pour le stade de Bunimovich (Fig. 1.6(b)). Il n'y a qu'une seule constante du mouvement, l'énergie totale  $E$ , et la distance entre 2 trajectoires initialement voisines augmente exponentiellement avec le temps. Le stade de Bunimovich est donc chaotique.

### Analogie entre mécanique quantique MQ et chaos ondulatoire CO

En mécanique quantique, le mouvement d'une particule est régi par l'équation linéaire de Schrödinger [23]. Dans un puits infini à deux dimensions (2D), l'équation de Schrödinger stationnaire se réduit à une simple équation d'onde 1.29

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 y} \right) \psi_n = E_n \psi_n \quad (1.29)$$

—  $\hbar$  : constante de Planck réduite ou constante de Dirac.



**Figure 1.6:** Trajectoires classiques dans un billard circulaire et d'un billard en forme de stade. [23].

- $m$  : masse de la particule.
- $E_n$  : énergie de la particule.
- $\psi_n$  : potentiel.

Le potentiel apparait seulement via la condition aux limites  $\psi_n|_C = 0$  où  $C$  est le contour du billard. En l'absence de potentiel, l'équation de Schrödinger stationnaire est équivalente à, l'équation de Helmholtz stationnaire qui s'écrit en 2D :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 y} \right) \psi_n = k_n^2 \psi_n \quad (1.30)$$

- $\psi_n$  : amplitude du champ de l'onde.
- $k_n$  : nombre d'onde.

Cette analogie entre les équations 1.29 et 1.30 ouvre la possibilité d'étudier les ondes classiques aux moyens des théories de la mécanique quantique.

### Semi-localisation, cavité régulière et cavité chaotique

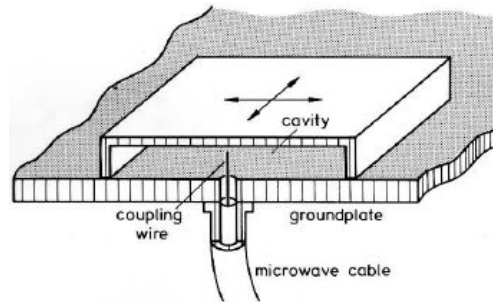
1. Cavité régulière, figure 1.6(a)
  - Trajectoire quasi-périodique.
  - Angles de réflexion sur les parois constants.

Essayons de tirer des conséquences de ces deux propriétés de la cavité régulière. Nous remarquons en premier lieu que certains endroits de la cavité ne seront pas parcourus. En terme de champ, il y aura à certains endroits un champ quasi-nul, donc un champ non uniforme dans ce genre de cavité ; Par ailleurs, le faible nombre de directions d'arrivée (Eq. 1.16) induit une anisotropie. Ces propriétés peuvent être déduites sans devoir faire appel aux formes littérales des champs.

2. Cavité chaotique, figure 1.6(b)
  - Trajectoires instables.
  - Angles de réflexion sur les parois non constants.

Nous remarquons en revanche dans ce genre de cavité que le nombre de directions d'arrivée (Eq. 1.16) est grand ce qui implique l'isotropie du champ. Par ailleurs, toute la cavité étant parcourue, la distribution du champ est uniforme.

## Expériences en cavités chaotiques



**Figure 1.7:** Cavité micro-onde 2D [23].

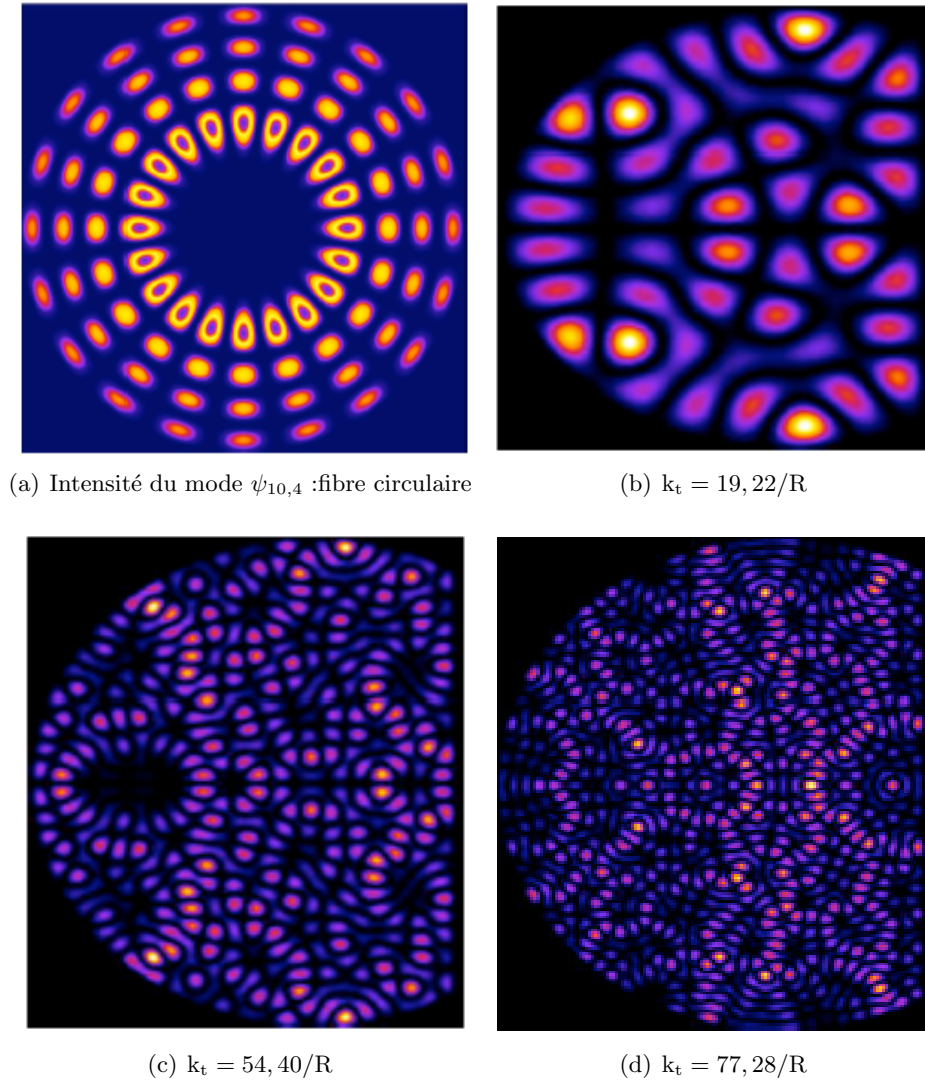
Les premières études expérimentales modernes ont commencé avec des résonateurs micro-ondes [26]. La figure 1.7 montre un exemple d'une cavité micro-onde. La cavité est constituée d'une plaque de fond supportant l'antenne d'entrée, et d'une partie supérieure mobile. Cette cavité plate est considérée 2D en dessous de la fréquence maximale  $f_{\max} = c/2d$ , avec  $d$  la dimension suivant l'axe ( $zz'$ ), et  $c$  la vitesse de la lumière. Dans ces conditions seule la composante  $E_z$  du champ électrique est non nulle. Les équations des ondes électromagnétiques se réduisent à l'équation de Helmholtz scalaire 1.30, où  $\psi_n$  correspond au mode du champ électrique  $E_z$ . On a alors équivalence complète entre un billard quantique et une cavité micro-ondes quasi-bidimensionnelle, y compris pour les conditions aux limites (de type Dirichlet). Ces études montrent que la déformation d'une cavité régulière conduit à un profil de modes non régulier.

La figure 1.8(a) montre, dans une fibre circulaire, une répartition régulière de l'intensité, avec des maxima d'intensité répartis périodiquement. Pour ce mode, l'expression analytique de l'intensité est connue. Les figures 1.8(b), 1.8(c) et 1.8(d), relatives à la cavité circulaire tronquée, présentent des maxima d'intensité répartis de façon non régulière et uniforme. Aucune étude analytique n'est possible pour prévoir la répartition de l'intensité dans la cavité. Nous constatons que la répartition de l'intensité est symétrique par rapport à l'axe de symétrie de la cavité; nous chercherons à éviter toute symétrie dans les cavités chaotiques que nous proposerons dans la suite (Chap 4 : 3) [31].

## 1.3.2 Prédictions théoriques sur les cavités

### 1.3.2.1 Distribution de l'amplitude

Ce principe de la décomposition en ondes planes a été proposé dans le contexte du chaos quantique [32], puis dans les domaines électromagnétique [22] pour les chambres réverbérantes. D'une manière générale, les modes d'une cavité quelconque sont décomposables en une somme continue d'ondes planes de vecteur d'ondes ayant même amplitude et de direc-



**Figure 1.8:** Intensité du mode  $\psi_{10,4}$  d'une fibre circulaire (a) et trois modes génériques (calculés numériquement) à des fréquences différentes de la cavité circulaire tronquée [31].

tions aléatoires. La couverture de la totalité de la surface de la cavité par un rayon d'une manière désordonnée se distribue uniformément. En tout point, le champ est associé à une superposition d'ondes planes de directions, d'amplitudes et de phases aléatoires.

$$E = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\vec{k}_i \cdot \vec{r} + \phi_i) \quad (1.31)$$

La répartition aléatoire du champ dans une cavité chaotique, dépendante de la fréquence ne peut être étudiée que statistiquement. Nous présentons ici un modèle probabiliste pour caractériser la répartition du champ dans une telle cavité. La figure 1.8(c) illustre un type d'exemple, les nombre d'ondes planes tend vers l'infini.

Pour un mode décrit localement par une superposition d'un grand nombre d'ondes planes, le théorème central limite prédit que le champ associé suit une loi normale. La distribution de l'amplitude normalisée du champ dans une cavité chaotique est caractérisée par une loi

normale [4, 33].

$$P(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \quad (1.32)$$

Expérimentalement, il est souvent plus aisé d'accéder à la puissance du champ qu'à son amplitude. La distribution de la puissance est déduite de celle du champ. La puissance est reliée au champ par  $p = \xi^2$  et leurs distributions sont reliées par  $P(p)dp = P(\xi)d\xi$ . On en déduit que la distribution de la puissance suit la loi de Porter-Thomas [23].

$$P(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi p}} \exp\left(-\frac{p}{2}\right) \quad (1.33)$$

### 1.3.2.2 Distribution des écarts fréquentiels

Sur le plan théorique le chaos quantique a établi [34] le lien existant entre les propriétés modales hautes fréquences et la dynamique des rayons de la limite géométrique, plus précisément celle des rayons associés aux orbites périodiques (OP). Il a été montré que les fluctuations de la densité modale peuvent être décomposées comme une somme sur les OPs de longueur  $L_i$  (formule de trace Gutzwiller) [35].

$$\frac{dN}{df} = \left(\frac{dN}{df}\right)_{\text{moyen}} + \sum_i \alpha_i e^{j\frac{2\pi f}{c}L_i} \quad (1.34)$$

La transformée de Fourier des fluctuations de (éq :1.34), montre que le spectre de longueurs est une somme de Dirac. Alors on peut calculer les longueurs des OPs à partir de la détermination des fréquences de résonances du système.

Cette approche semi-classique alliée à la théorie des matrices aléatoires (TMA) a permis d'étayer la conjecture BGS [36], dont l'énoncé est : le spectre hautes fréquences de systèmes ondulatoire dont la limite géométrique des rayons est chaotique, présente des propriétés statistiques universelles (de dépendant pas de la géométrie particulière du système) qui sont suivies par les valeurs propres d'ensembles statistiques de matrices aléatoires uniquement basées sur les propriétés de symétrie du système (invariance ou non par rapport au renversement du temps). En particulier, le Gaussian Orthogonal Ensemble (GOE) constitue l'ensemble statistique de matrices aléatoires qui décrit les systèmes chaotiques qui possède l'invariance par renversement du temps.

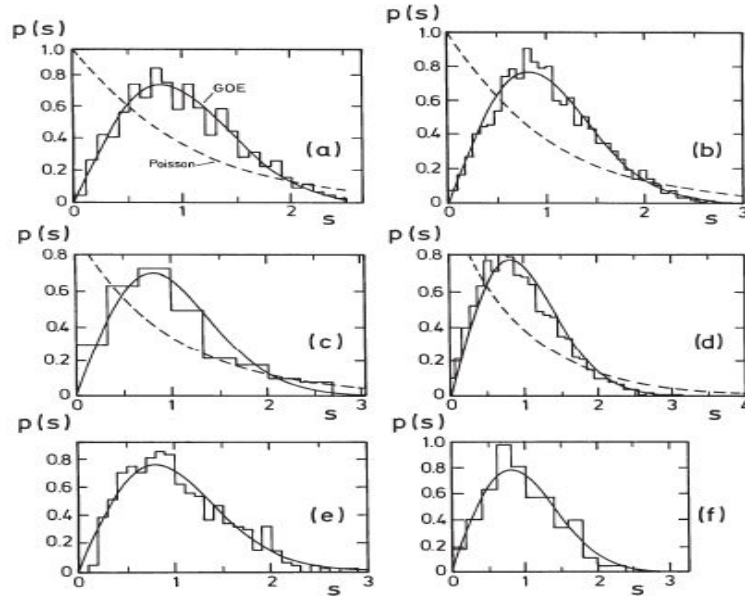
L'équation 1.34 permet de séparer le comportement moyen du nombre cumulé de modes et sa partie fluctuante  $N(f) = N_{\text{moy}}(f) + N_{\text{fluct}}(f)$ . Dans le cadre de la TMA, il faut s'affranchir de la partie moyenne de la densité cumulée. Ceci consiste à un redressement du spectre. La quantité la plus souvent étudiée dans ce contexte est la distribution des espacements  $s_i = N_{\text{AV}}(f_{i+1}) - N_{\text{AV}}(f_i)$  entre deux niveaux successif, normalisés à l'espacement moyen.

Pour un système régulier, la distribution des espacements fréquentiels est une simple exponentielle décroissante, appelée distribution de Poisson caractéristique de l'absence de corrélations entre modes.

$$P(s) = e^{-s} \quad (1.35)$$

On remarque en particulier que les petits écarts sont les plus probables, liés à la dégénérescence ou la quasi dégénérescence modales. Pour les système chaotiques de type GOE,  $P(s)$  suit l'approximation de loi empirique de Wigner :

$$P(s) = \frac{\pi}{2}s \exp\left(-\frac{\pi}{4}s^2\right) \quad (1.36)$$



**Figure 1.9:** la distribution d'espacement de niveau pour un billard Sinai (a), un atome d'hydrogène dans un champ magnétique fort (b), le spectre d'excitation d'une molécule  $NO_2$  (c), le spectre de résonance acoustique d'un bloc de quartz Sinai en forme (d), le spectre de micro-ondes d'une cavité chaotique tridimensionnelle (e), et le spectre de vibration d'une plaque en forme de quart de stade (f) [23]

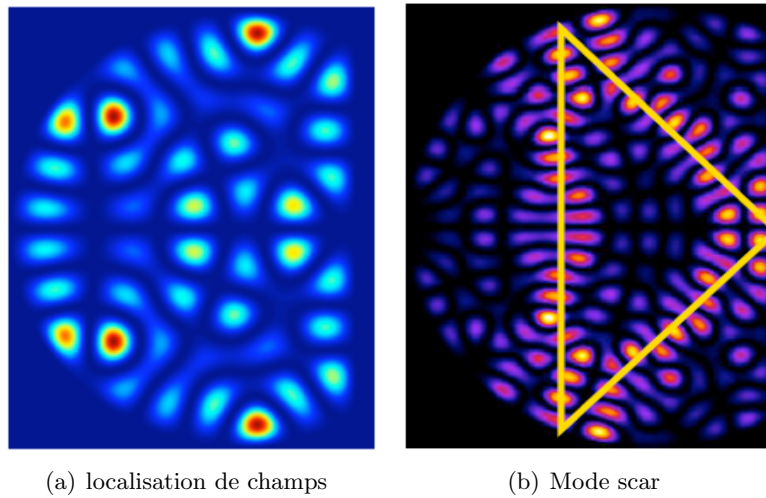
Pour les grandes matrices, cette loi reste bien suivie. Figure 1.9 montre que les distributions des espacements pour différents systèmes chaotiques ; on observe que ces distributions présentent toutes le même comportement. Sur les quatre premiers cas de la figure 1.9, une distribution de Poisson est aussi présentée.

### 1.3.3 Modes particuliers

Les cavités chaotiques présentent une distribution uniforme du champ et de la puissance pour la plupart de leurs modes de résonance. Toutefois, certains modes présentent d'autres comportements (non génériques). Nous présentons ici trois exemples issus de la littérature pour lesquels les modes ne suivent pas les lois génériques décrites plus haut.

1. Certains modes ont une répartition spatiale moins uniforme, leur puissance se localisant dans certaines zones [37], (voir fig. 1.10(a) tirée de [31]).
2. Certains modes se localisent autour d'orbites périodiques courtes se refermant après un faible nombre de rebonds (fig. 1.10(b)). La distribution du champ n'est alors plus uniforme et le nombre de directions d'arrivée est faible (champ non isotrope).





**Figure 1.10:** zone de surintensité et direction privilégiée

Dans une cavité chaotique, ces phénomènes particuliers ne sont pas majoritaires ; ils sont même rares par rapport aux modes présentant une distribution spatiale uniforme et isotrope. On voit alors l'avantage d'utiliser une cavité chaotique plutôt que régulière dans le but d'obtenir un champ homogène et isotrope, comme requis pour les chambres réverbérantes.

## 1.4 Conclusion

Ce chapitre, composé de trois grandes parties, a débuté par la présentation de la cavité parallélépipédique. Ce cas canonique sera utilisé par la suite comme référence en raison de la connaissance des expressions analytiques des champs et des fréquences de résonance. Dans cette cavité régulière, il apparaît clairement que le champ n'est ni homogène ni isotrope.

La seconde partie est dédiée aux chambres réverbérantes dans lesquelles l'homogénéité et l'isotropie du champ sont recherchées. Parmi les différents types de chambre réverbérantes, celle à brasseur de modes a été plus amplement présentée : l'introduction d'un brasseur métallique en mouvement dans la cavité permet de modifier les conditions aux limites tout en cassant la régularité de la géométrie. En raison de la grande complexité de la cavité et du nombre important de configurations à considérer sur un tour de brasseur, une approche statistique est alors nécessaire pour caractériser les champs. La forme du brasseur ainsi que les pertes dans la cavité, deux paramètres fortement influents sur les propriétés statistiques des champs dans la cavité, ont par ailleurs été discutés.

La troisième partie présente des cavités chaotiques. Les exemples présentés montrent qu'en déformant la géométrie régulière de la cavité, on obtient un comportement aléatoire, une répartition uniforme des champs et de leurs puissances. L'étude des cavités chaotiques présente l'avantage de pouvoir s'appuyer sur des prédictions théoriques concernant la distribution des champs, des puissances et des écarts fréquentiels.

Toutefois, même dans ces cavités, certains modes, très minoritaires, ne suivent pas les prédictions théoriques et présentent une localisation du champ directionnelle. Les propriétés

des champs seront donc examinées avec soin dans les cavités que nous étudierons par la suite.

---



# Chapitre 2

## Mesures en cavités plates

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Technique de mesure</b>	<b>26</b>
2.1.1	Théorie perturbative	26
2.1.2	Perturbation de la fréquence de résonance par l'insertion d'un cylindre	29
2.1.3	Dispositif de mesure	30
<b>2.2</b>	<b>Mesures en cavités 2D</b>	<b>31</b>
2.2.1	Cavité rectangulaire 2D	32
2.2.2	Mesures et simulations en cavités chaotiques 2D	35
2.2.3	Distribution du champ	38
2.2.4	Coefficients de qualité dans les cavités 2D	41
2.2.5	Mesures et fréquence de résonance	43
2.2.6	Mesure en présence de diffuseurs diélectriques	46
2.2.7	Décrochage de la résonance à la fréquence de mesure	49
<b>2.3</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>51</b>

---

Comme déjà vu au chapitre 1, la théorie des cavités chaotiques montre que dans ces dernières les champs répondent aux critères statistiques voulus dans les chambres réverbérantes. C'est pourquoi nous cherchons à nous inspirer des connaissances sur ces cavités pour optimiser les chambres réverbérantes. Dans ce chapitre sont présentés des résultats de simulations et de mesures obtenus pour trois cavités de faible hauteur, pour lesquelles les variations des champs sont bidimensionnelles. On décrit la technique de mesure utilisée, basée sur une approche perturbative. Les résultats montrent une bonne concordance des cartographies du champ électrique obtenues. Par ailleurs, il est montré que les géométries de cavité proposées permettent d'homogénéiser le champ.

## 2.1 Technique de mesure

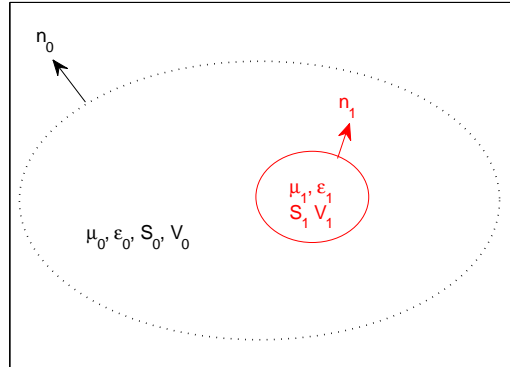
Plusieurs applications pratiques des cavités résonantes sont liées à la variation de leurs fréquences de résonance lors de petites modifications de leur forme, ou par l'introduction de petits échantillons de matières diélectriques ou métalliques [25]. Ainsi, la fréquence de résonance d'une cavité peut être facilement accordée avec une petite vis ( diélectrique ou métalliques ) en l'introduisant dans le volume de la cavité, ou en changeant la taille de la cavité avec un mur mobile [38]. Par ailleurs, des techniques permettent de déterminer la constante diélectrique d'un petit échantillon diélectrique en mesurant le décalage de la fréquence de résonance lors de son insertion dans la cavité [39].

Dans certains cas, l'effet de telles perturbations sur la cavité peut être calculé rigoureusement, mais souvent une approximation doit être faite. Une approche perturbative peut ainsi être adoptée, à condition que l'objet introduit soit de petite taille (par rapport aux variations spatiales du champ) et induise une faible variation de la distribution des champs et de la fréquence de résonance. On peut noter qu'une technique semblable sera utilisée pour traiter les pertes dans de bons conducteurs au paragraphe 2.2.4; on supposera que la distribution des champs est identique à celle obtenue avec conducteur parfait. Dans cette partie nous déterminons l'expression de la variation de fréquence quand la cavité est perturbée par l'introduction d'un petit objet, et montrerons comment il est alors possible d'en déduire les propriétés du champ électrique. Le dispositif de mesure utilisé, basé sur cette approche, sera ensuite présenté

### 2.1.1 Théorie perturbative

Considérons une cavité métallique de volume  $V_0$  constitué de vide, de surface  $S_0$ , et de vecteur normal sortant  $n_0$  (figure 2.1). Nous allons étudier la perturbation induite par l'introduction dans cette cavité d'un petit objet de volume  $V_1$ , de surface  $S_1$  et vecteur normal sortant  $n_1$  [40]. Les constantes diélectriques et magnétiques de cet objet sont notées  $\epsilon_1$  et  $\mu_1$ .  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  et  $\omega_0$  sont les champs électrique, magnétique et la pulsation de résonance de la cavité non perturbée.  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  et  $\omega$  sont les champs électrique, magnétique et la pulsation de résonance de la cavité perturbée. Cette dernière subit une variation  $\delta\omega$  à cause de l'introduction de l'objet (liée à sa taille et ses caractéristiques électromagnétiques).  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{H}_1$  sont les perturbations

des champs dues à l'insertion du petit objet. Les champs dans la cavité perturbée s'écrivent



**Figure 2.1:** Cavité perturbée par l'insertion d'un petit objet.

[40] :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1$$

$$\omega = \omega_0 + \delta\omega$$

Les équations de Maxwell-faraday et Maxwell-Ampère s'écrivent dans la cavité vide ou chargée du perturbateur :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_0 = -i\omega_0 \vec{B}_0 \quad (2.1)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}_0 = i\omega_0 \vec{D}_0 \quad (2.2)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{E}_0 + \vec{E}_1) = -i(\omega_0 + \delta\omega) (\vec{B}_0 + \vec{B}_1) \quad (2.3)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{H}_0 + \vec{H}_1) = i(\omega_0 + \delta\omega) (\vec{D}_0 + \vec{D}_1) \quad (2.4)$$

En introduisant les équations 2.1 et 2.2 respectivement dans les équations 2.3 et 2.4, on obtient :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_1 = -i[\omega_0 \vec{B}_1 + \delta\omega (\vec{B}_0 + \vec{B}_1)] \quad (2.5)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}_1 = i[\omega_0 \vec{D}_1 + \delta\omega (\vec{D}_0 + \vec{D}_1)] \quad (2.6)$$

Multiplions 2.5 par  $\vec{H}_0$  2.6 par  $\vec{E}_0$ , en sommant on obtient :

$$\vec{H}_0 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}_1 = -i\omega (\vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - i\delta\omega (\vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0 + \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) \quad (2.7)$$

Par ailleurs, en utilisant l'identité de la divergence :

$$\text{div}(\vec{H}_0 \wedge \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \wedge \vec{H}_1) = -\vec{E}_1 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}_0 + \vec{H}_0 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_1 - \vec{H}_1 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_0 + \vec{E}_0 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}_1 \quad (2.8)$$

puis les équations 2.1 et 2.2, on obtient :

$$\vec{H}_0 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}_1 = -i\omega (\vec{B}_0 \cdot \vec{H}_1 - \vec{D}_0 \cdot \vec{E}_1) - \text{div}(\vec{H}_0 \wedge \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \wedge \vec{H}_1) \quad (2.9)$$

En utilisant l'égalité des équations 2.7 et 2.9, on obtient :

$$i\delta\omega(\vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0 + \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) = \nabla \cdot (\vec{H}_0 \wedge \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \wedge \vec{H}_1) \quad (2.10)$$

Pour un petit objet, les champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{H}_1$  sont négligeables dans le volume  $\delta v = V_0 - V_1$  (fermé par les surfaces  $s_0$  et  $s_1$ , alors en appliquant le théorème de la divergence et des transformations vectorielles, on obtient :

$$i\delta\omega \iiint_{\delta v} (\vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0) dV = \oiint_{s_0+s_1} (\vec{H}_0 \wedge \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \wedge \vec{H}_1) \cdot d\vec{S}$$

Les champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_0$  sont normaux à la surface métallique  $S_0$ , alors

$$i\delta\omega \iiint_{\delta v} (\vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0) dV = \oiint_{s_1} (\vec{H}_0 \wedge \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \wedge \vec{H}_1) \cdot d\vec{S}$$

$$i\delta\omega \iiint_{\delta v} (\vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0) dV = - \oiint_{s_1} [(\vec{n}_1 \wedge \vec{E}_1) \cdot \vec{H}_0 + (\vec{n}_1 \wedge \vec{H}_1) \cdot \vec{E}_0] dS \quad (2.11)$$

En utilisant l'égalité des équations 2.7 et 2.9, on obtient :

$$i\omega_0(\vec{D}_0 \cdot \vec{E}_1 - \vec{B}_0 \cdot \vec{H}_1) + i(\omega_0 + \delta\omega)(\vec{B}_1 \cdot \vec{H}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) + i\delta\omega(\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0) = \nabla \cdot (\vec{H}_0 \wedge \vec{E}_1 + \vec{E}_0 \wedge \vec{H}_1)$$

Intégrons cette relation, en utilisant l'identité de la divergence, le volume  $V_1$  fermé par la surface  $S_1$  et en négligeant  $\delta\omega$  devant  $\omega_0$ , on obtient :

$$i\omega_0 \int_{V_1} (\vec{D}_0 \cdot \vec{E}_1 - \vec{B}_0 \cdot \vec{H}_1 + \vec{B}_1 \cdot \vec{H}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) dv + i\delta\omega \int_{V_1} (\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0) dv \quad (2.12)$$

$$= \oiint_{s_1} [(\vec{n}_1 \wedge \vec{E}_1) \cdot \vec{H}_0 + (\vec{n}_1 \wedge \vec{H}_1) \cdot \vec{E}_0] dS \quad (2.13)$$

L'égalité des intégrales surfaciques dans les équations 2.11 et 2.12 conduit à :

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{\int_{V_1} (\vec{D}_0 \cdot \vec{E}_1 - \vec{B}_0 \cdot \vec{H}_1 + \vec{B}_1 \cdot \vec{H}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) dv}{\int_{V_0} (\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0) dv} \quad (2.14)$$

Les champs électrique et magnétique externes,

$$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E}_1 + \vec{P} \text{ et } \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{H}_1 + \mu_0 \vec{M} \quad (2.15)$$

Avec  $\vec{P}$  la densité volumique de moment électrique et  $\vec{M}$  la densité volumique de moment magnétique. En introduisant ces densités volumiques dans l'équation 2.1.1, on obtient :

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{\mu_0 \int_{V_1} \vec{H}_0 \cdot \vec{M} dv - \int_{V_1} \vec{E}_0 \cdot \vec{P} dv}{\int_{V_0} (\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0) dv} \quad (2.16)$$

Sous l'hypothèse que l'objet un petit par rapport aux variations spatiales des champs, les champs  $\vec{E}_0$  et  $\vec{H}_0$ , sont constants sur l'objet. On obtient :

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{\mu_0 \vec{H}_0 \cdot \vec{P}_m - \vec{E}_0 \cdot \vec{P}_e}{\int_{V_0} (\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0) dv} \quad (2.17)$$

Avec :

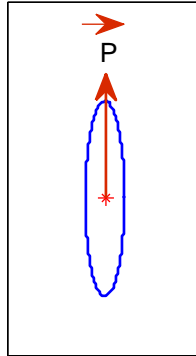
$\vec{P}_m$  : le moment dipolaire magnétique.

$\vec{P}_e$  : le moment dipolaire électrique.

### 2.1.2 Perturbation de la fréquence de résonance par l'insertion d'un cylindre

Les moments dipolaires sont fonctions de la géométrie du perturbateur et de son matériau constitutif. Dans le cas général, le calcul des moments dipolaires ne peut être mené analytiquement. Dans nos mesures, nous utiliserons un perturbateur cylindrique fin et métallique. Or, le calcul des moments dipolaires d'un cylindre est très complexe [41, 42]. En revanche, dans le cas de la sphère et du sphéroïde, les expressions des moments dipolaires sont connues analytiquement [43]. C'est pourquoi nous déterminerons les moments dipolaires de notre perturbateur en approchant sa géométrie de celle d'un sphéroïde étiré.

Soit un sphéroïde allongé (prolate) d'axe de rotation (Oz), et de demi-longueurs a selon z et c=b selon x et y (figure 2.1.2). Les moments dipolaires sont principalement orientés dans



**Figure 2.2:** Ellipsoïde et moment dipolaire

la direction de l'axe du sphéroïde, leurs composantes suivant les axes x et y étant d'autant plus faibles que le sphéroïde est allongé. On a donc :

$$\vec{P} \sim A \cdot \vec{E}_z, \text{ et } \vec{M} \sim A \cdot \vec{B}_z \quad (2.18)$$

où A et B sont des constantes fonctions de la géométrie et du matériau. Pour un perturbateur cylindrique orienté suivant l'axe des z, on en déduit donc, d'après 2.17 :

$$\frac{f_0 - f}{f_0} = \alpha \cdot E_z^2 - \beta \cdot H_z^2 \quad (2.19)$$

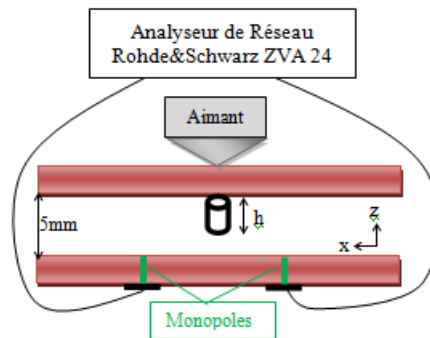


avec  $\alpha$  et  $\beta$  des constantes positives fonctions de la géométrie et du matériau constitutif du cylindre perturbateur. Dans le cas des cavités plates mesurées, nous verrons que la composante du champ magnétique suivant  $z$  s'annule.  $f_0 - f$  devient alors proportionnel à  $\alpha E_z^2$  [44, 45, 28].

### 2.1.3 Dispositif de mesure

Nous venons donc de montrer que l'introduction d'un petit perturbateur métallique de forme cylindrique en un point d'une cavité résonante induit une variation de sa fréquence de résonance qui reflète l'amplitude du champ électrique selon l'axe du cylindre en l'absence du perturbateur. Cette propriété va être utilisée pour effectuer des mesures de champ. Ainsi, la technique de mesure utilisée consiste à introduire un petit objet perturbateur dans la cavité pour remonter aux propriétés du champ via une approche perturbative[25, 45]. L'introduction du perturbateur modifie les champs localement ainsi que la fréquence de résonance du mode étudié. C'est cette dernière modification, variant avec la position de l'objet dans la cavité, qui est utilisée pour déterminer, de façon indirecte, les propriétés des champs à la position du perturbateur. Nous nous plaçons ici dans l'hypothèse où le perturbateur est de petite taille et induit une faible perturbation de la fréquence de résonance.

Les mesures sont effectuées dans des cavités plates, c'est-à-dire de hauteur faible devant la longueur d'onde : leur hauteur est de 5mm. Le champ électrique est alors polarisé verticalement, et nous cherchons à déterminer la composante verticale du champ électrique. Nous utilisons pour cela comme perturbateur une aiguille métallique de section circulaire placée verticalement, pour laquelle on obtient  $E_z^2 \propto \Delta f = f_0 - f$ . Il est aisé d'extraire l'amplitude de  $E_z$  des mesures des fréquences de résonance en fonction de la position de l'aiguille perturbatrice déplacée à l'aide d'un aimant (voir fig.2.3). Afin d'assurer un bon facteur de qualité, les



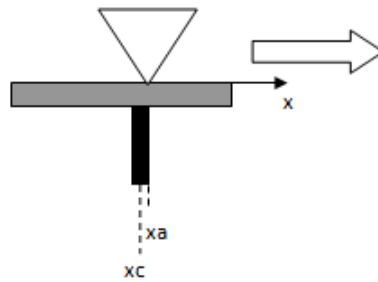
**Figure 2.3:** Dispositif de Mesure en cavité 2D

parois utilisées sont en cuivre de type OFHC (oxygen-Free-High-Conductivity). Des mesures en transmission sont effectuées entre 2 antennes (monopoles) insérées dans la cavité à l'aide d'un analyseur de réseau vectoriel Rohde&Schwarz ZV A 24 : les fréquences de résonance sont repérées à partir des maxima en transmission.

Avant de présenter les résultats de mesures, des observations doivent être faites sur le positionnement du perturbateur :

Si, comme dans notre dispositif de mesure, le cylindre métallique est tiré par un aimant de

bout pointu, alors ce n'est pas le centre de ce cylindre mais son bord qui coïncide avec la pointe de l'aimant (fig.2.4). La densité de polarisation magnétique est en effet plus élevée sur les bords du cylindre [41, 42]. Nous avons alors 2 cas de figure suivant que la translation se fait vers les  $x$  croissants ou décroissants. On note  $x_a$  l'abscisse de la pointe de l'aimant,  $x_c$  celle du centre du cylindre et  $r$  le rayon du cylindre. La figure 2.4 montre un des deux cas de déplacement du cylindre au cours de la mesure (sens des  $x$  croissants). Le logiciel pilotant la mesure commande la position de la pointe de l'aimant, et il nous faut en déduire la position du centre de l'aiguille, puisque celui-ci correspond au point de mesure du champ électrique. D'après les observations précédentes, on peut retrouver sa position exacte en passant par les



**Figure 2.4:** Traction de l'aiguille par l'aimant

relations suivantes :

- Déplacement vers les  $x$  croissants :  $x_c = x_a - r$
- Déplacement vers les  $x$  décroissants :  $x_c = x_a + r$

Sachant que le cylindre est translaté alternativement vers la droite et la gauche, cela crée un décalage d'une ligne à l'autre sur les positions de mesure. Un traitement particulier est également fait lors du passage d'une ligne à l'autre, le décalage s'opérant cette fois suivant le deuxième axe (axe des  $y$ ). Les résultats de mesure ont donc subi un post-traitement consistant à recalculer la position du centre du cylindre pour chaque mesure. A titre d'exemple, nous montrerons, dans le cas de la cavité rectangulaire, l'effet de ce post-traitement : on voit une nette amélioration des cartographies entre les résultats « non traités » (ie en considérant les positions de l'aimant à la place de celles du cylindre) et les résultats traités.

## 2.2 Mesures en cavités 2D

Une cavité plate ou 2D est un cas particulier d'une cavité 3D dont une dimension est très faible, c'est-à-dire inférieure à une demi longueur d'onde.

Dans notre cas les dimensions sont  $L_x \times L_y \times L_z = 756 \text{ mm} \times 456 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ , et la fréquence maximale de mesure est de 7 GHz, de sorte que nous vérifions bien les relations suivantes :

$$L_z \ll L_y < L_x \quad (2.20)$$

et

$$L_z < \frac{\lambda}{4} \quad (2.21)$$

### 2.2.1 Cavité rectangulaire 2D

Dans une cavité rectangulaire plate, seuls les modes transverses magnétiques tels que l'indice  $p$  s'annule peuvent s'établir. En introduisant  $p = 0$  dans les relations 1.11 et 1.12 du chapitre 1, on obtient pour les composantes du champ électrique :

$$E = \left\{ \begin{array}{l} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = -i \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega \mu \epsilon} B_{mn} \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \end{array} \right. \quad (2.22)$$

L'expression générale du champ magnétique est :

$$H = \left\{ \begin{array}{l} H_x = \frac{k_y}{\mu} B_{mn} \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \\ H_y = \frac{k_x}{\mu} B_{mn} \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \\ H_z = 0 \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Nous remarquons que le champ électrique des modes transverses magnétiques ont une seule composante  $E_z$  qui est invariante selon  $(zz')$ .

Les fréquences de résonance de la cavité 2D sont définies à partir de la relation (1.15) par :

$$f_{mn}^r = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2} \quad (2.24)$$

Des mesures en cavité rectangulaire seront dans un premier temps effectuées afin de valider la méthode de mesure.

#### 2.2.1.1 Cavités étudiées

Dans une cavité bidimensionnelle, seuls les modes TM peuvent exister. Seules les composantes  $E_z$ ,  $H_x$  et  $H_y$  peuvent être non nulles. L'équation de Helmholtz à deux dimensions de la composante  $E_z$  du champ électrique s'écrit alors :

$$\nabla^2 E_z(x, y) + \omega^2 \cdot \mu(x, y) \cdot \epsilon(x, y) \cdot E_z(x, y) = 0 \quad (2.25)$$

Où  $\mu(x, y)$  est la perméabilité magnétique et  $\epsilon(x, y)$  la permittivité électrique du milieu. En nous inspirant des géométries usuelles de cavités chaotiques [27], les géométries des cavités étudiées dans nos travaux sont celles d'une cavité rectangulaire tronquée d'un demi-disque, puis de deux demi-disques, et enfin de deux demi-disques et un quart de disque. Dans la suite, les résultats issus de mesures sont comparés à ceux obtenus via l'utilisation du logiciel HFSS.

### 2.2.1.2 Mesure de spectres en cavité 2D

La cavité mesurée présente plusieurs positions pour introduire les antennes (fig.2.5(a)). Les antennes que nous avons utilisées sont des monopoles de longueurs comprises entre 5 mm et 7 mm. Ces monopoles sont insérés dans la cavité à partir d'ouvertures dans la plaque supérieure. Un paramètre à ajuster est la profondeur de pénétration de ces monopoles dans la cavité. Avec cette profondeur augmente le décalage induit sur les fréquences de résonance ainsi que le coefficient de couplage entre l'antenne et la cavité, l'augmentation de ce dernier ayant pour conséquence une diminution du facteur de qualité. Les études faites en [27] montrent qu'une pénétration inférieure à 2 mm reste un bon compromis. Nous avons mesuré les spectres des paramètres  $S_{12}$  et  $S_{21}$  pour différents couples de positions et d'antennes.

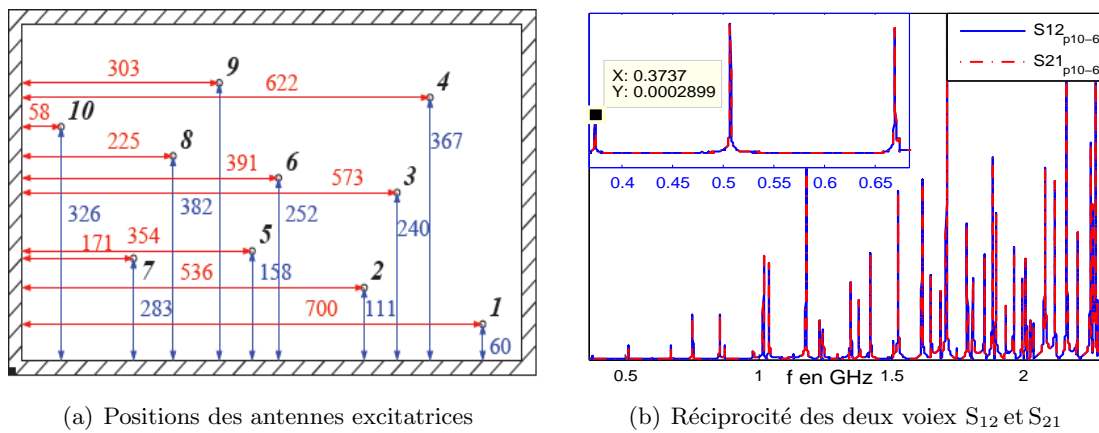


Figure 2.5: Positions des antennes et réciprocité des deux voies

La figure 2.5(b) montre des mesures faites pour des antennes aux positions 6 et 10. On peut noter la finesse des pics de résonance permettant la détermination des fréquences de résonance. D'autres mesures ont été réalisées avec deux antennes de 7 mm de longueurs aux positions 10-1,10-2 et 10-6. La figure 2.6 montre que ni les longueurs des antennes dont nous disposons ni leurs positions n'affectent les fréquences de résonance. Avant de faire des

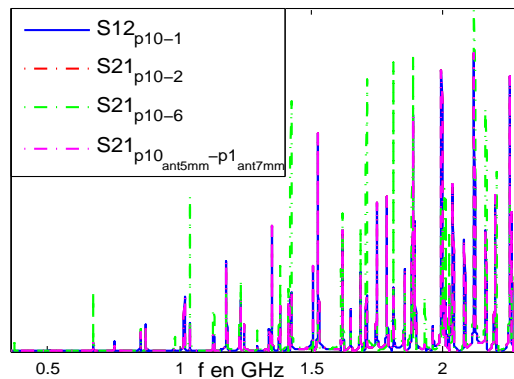


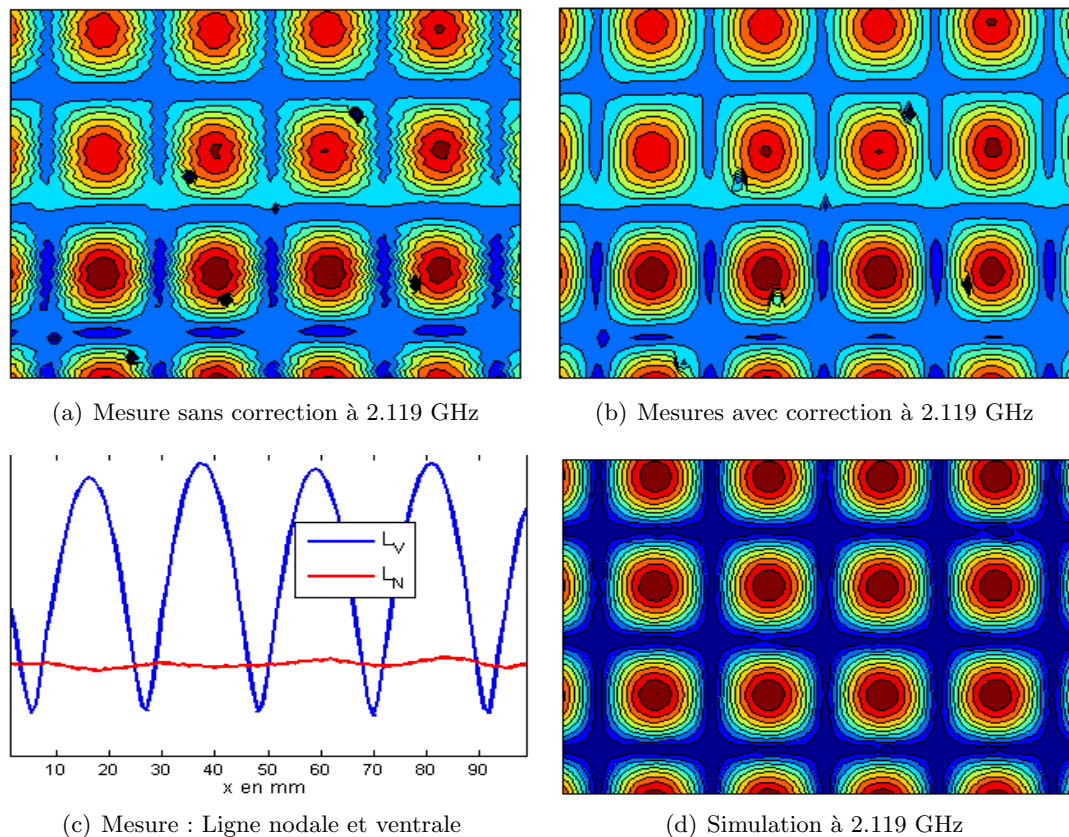
Figure 2.6: Coefficient de transmission pour différentes positions et longueurs des antennes.

mesures de champ dans les cavités modifiées, nous avons effectué une mesure dans la ca-

tivité rectangulaire de l'amplitude du mode résonant à 2.119 GHz. Cette géométrie simple est particulièrement bien adaptée à l'étape de validation en raison du caractère analytique des fréquences de résonance et des champs. Pour cette mesure, la bande fréquentielle est [2,1185 2,12] GHz avec une résolution fréquentielle de 1,5 kHz, les antennes sont en positions 2 et 10, la perturbateur est de rayon 1 mm et son pas de déplacement suivant les 2 axes est de 5 mm. La mesure de l'amplitude du champ électrique sur une zone de dimension 49 cm x 29,5 cm prend une durée de 12 heures.

Cette mesure nous a permis de valider le dispositif de mesure, par une comparaison avec la cartographie théorique, une bonne adéquation entre les cartographies théorique et mesurée étant obtenue. Afin de pouvoir comparer mesures et simulations, les amplitudes des champs ont été normalisées par leur valeur maximale sur la zone d'étude.

L'effet de l'algorithme de correction du décalage de la position de mesure apparaît clairement entre les figs. 2.7(a) et 2.7(b) présentant les cartographies avant et après correction. Nous remarquons qu'après correction du décalage, la cartographie de mesure est beaucoup



**Figure 2.7:** Cartographies du champ E à 2.119 GHz, cavité rectangulaire

plus proche de celle issue des simulations et de la théorie. Ainsi nous validons l'algorithme de correction de la position du perturbateur. On observe toutefois 5 taches sombres sur la cartographie 2.7(b), qui correspondent aux positions des antennes, la mesure de champ en ces points étant impossible par notre approche. En dehors de ces points, la comparaison visuelle entre cartographies issues de la simulation et de la mesure (figure 2.7) montre alors une très

bonne concordance entre les deux approches, ce qui permet de valider la méthode de mesure en 2D.

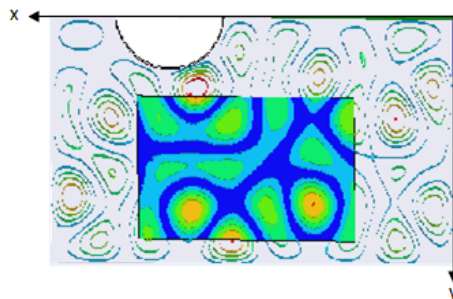
L'estimation de l'écart entre les cartographies issues de la mesure et de la simulation se fait via le calcul de l'erreur moyenne entre les amplitudes du champ  $E$  mesuré et simulé suivant la formule 2.26 et nous obtenons 6%. Cette grande erreur est due aux valeurs manquantes aux niveaux des antennes par la procédure d'évitement des antennes pour ne pas faire tomber le perturbateur.

$$\zeta = \langle |E_{\text{mes}}| - |E_{\text{sim}}| \rangle \quad (2.26)$$

La mesure en cavité rectangulaire 2D, valide le dispositif de mesure. Une comparaison plus poussées des figures 2.7(b) et 2.7 montre toutefois que les minima sont moins bien détectés que les maxima. Cette mauvaise détection est due à la résolution fréquentielle limitée, à 3.4 kHz, de l'analyseur de réseau (cette résolution n'est pas une limite absolue de l'analyseur). Cette résolution limitée induit une difficulté à détecter les petites variations de fréquences et donc de champ au cours de la mesure, mais l'amélioration de la résolution aurait pour conséquence une forte augmentation du temps de mesure.

### 2.2.2 Mesures et simulations en cavités chaotiques 2D

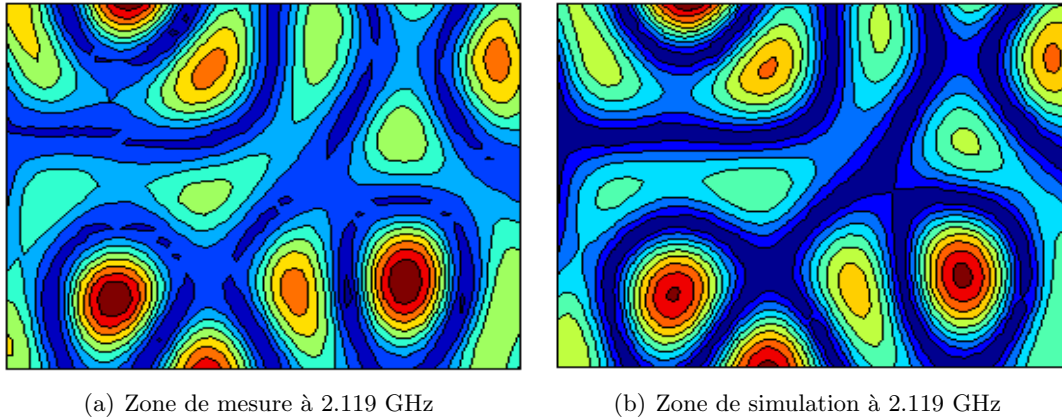
Dans cette partie nous présentons des mesures et simulations de l'amplitude du champ électrique effectuées dans trois cavités chaotiques plates. En premier lieu nous présentons pour chaque cavité une mesure et la simulation correspondante. Sur la figure 2.7 on remarque une régularité du champ dans la cavité rectangulaire. Pour casser cette régularité, et en nous inspirant de la théorie des cavités chaotiques [30], nous avons introduit un demi-disque de même nature que la cavité. Dans notre cas, le rayon du demi-disque est de 10 cm. La zone de mesure a une surface de 40 cm x 26,5 cm, et la résolution spatiale dans le plan  $(x,y)$  est de  $\Delta = 5$  mm soit environ  $\lambda/28$  à 2.11 GHz. La résolution fréquentielle est de 2,11 kHz, et l'aiguille perturbatrice est de diamètre 2 mm. La zone de mesure a pour dimensions  $L_x \times L_y = 2,84\lambda \times 1,84\lambda$ . Les simulations ont été effectuées sous HFSS d'Agilent. La cavité est excitée de la même façon que celle de la figure 2.3, avec des antennes de 5 mm de hauteur dont seule l'extrémité pénètre dans la cavité. La cartographie de l'amplitude de  $|E_z|$  pour un



**Figure 2.8:** Cavité 2D munie d'un demi-disque, amplitude  $|E_z|$  simulée sous HFSS à 2.11GHz, et zone de mesure.

mode résonant à 2.11GHz sur la figure 2.8 montre clairement que l'introduction du demi-disque, conduit à un profil de champ d'allure irrégulière très différent des profils observés en

cavité rectangulaire.



**Figure 2.9:** Cartographies de  $|E_z|$  à 2.119 GHz cavité avec demi-disque

Afin de comparer mesures et simulations, les amplitudes des champs ont été normalisées par leur valeur maximale sur la zone d'étude. La comparaison visuelle entre les cartographies issues des simulations et des mesures (figures 2.14(a) et 2.15(b)) montre alors une très bonne concordance entre les deux approches, ce qui permet de valider les résultats de mesure de  $E_z^2$  obtenus en 2D. L'estimation de l'écart entre les cartographies de mesure et de simulation se fait via le calcul de l'erreur moyenne entre les amplitudes simulée et mesurée suivant la formule 2.26.

Nous obtenons une erreur de 1,4%. Cette erreur, très faible, est principalement liée à la résolution fréquentielle limitée et aux dimensions non nulles de l'aiguille perturbatrice.

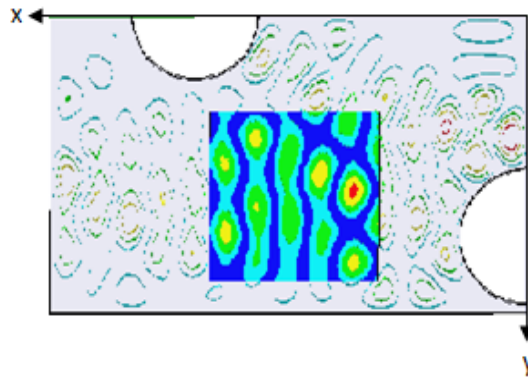
### Cavité avec deux demi-disques

Dans la cavité de la figure 2.8, on a observé en simulation que certains modes ont un profil de champ régulier suivant l'axe ( $yy'$ ), en raison de réflexions entre les parois planes en regard. En nous inspirant des études sur les cavités chaotiques, nous avons introduit un deuxième demi-disque de même taille et de même nature que le premier sur la face possédant le profil régulier.

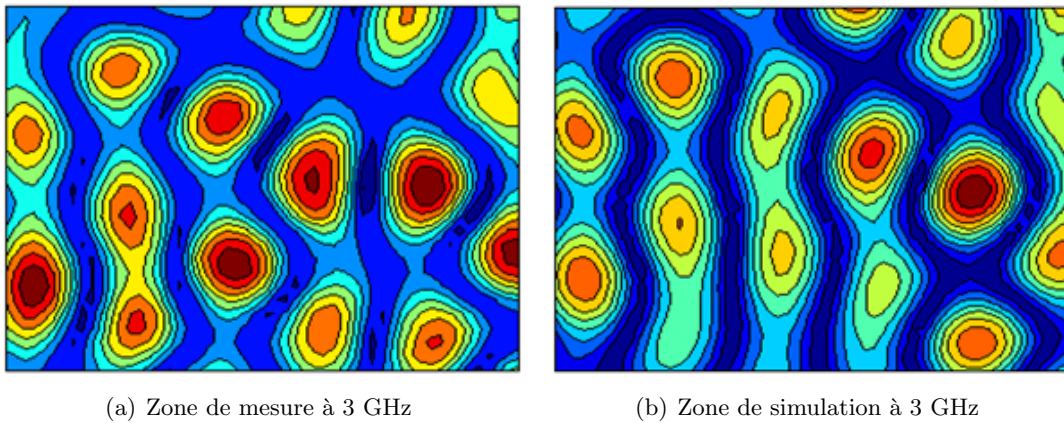
La figure 2.10 montre elle aussi que l'introduction de deux demi-disques conduit à un profil de champ irrégulier. La résolution spatiale dans le plan ( $x,y$ ) est de  $\Delta = 5$  mm soit environ  $\lambda/20$  à 3 GHz. La résolution fréquentielle est de 2,40 kHz, l'aiguille perturbatrice est de diamètre 2 mm, et la zone de mesure a pour dimensions  $L_x \times L_y = 2,65\lambda \times 2,65\lambda$ .

La comparaison visuelle entre les cartographies issues des simulations et des mesures montrent une très bonne concordance entre les deux approches, même avec une cavité de géométrie complexe; cette comparaison permet de valider les mesures de  $E_z^2$  obtenues en 2D avec deux demi-disques. L'estimation de l'écart entre les cartographies issues des simulations et des mesures se fait de la même façon que précédemment.

Nous obtenons une erreur moyenne entre simulations et mesures de 1,1%. Cette erreur est à la fois causée par la résolution fréquentielle limitée et les dimensions non nulles de l'aiguille



**Figure 2.10:** Cavité 2D munie de deux demi-disques, amplitude  $|E_z|$  simulée sous HFSS à 3 GHz, et zone de mesure



**Figure 2.11:** Cartographies de  $|E_z|$  à 3 GHz, cavité avec deux demi-disques

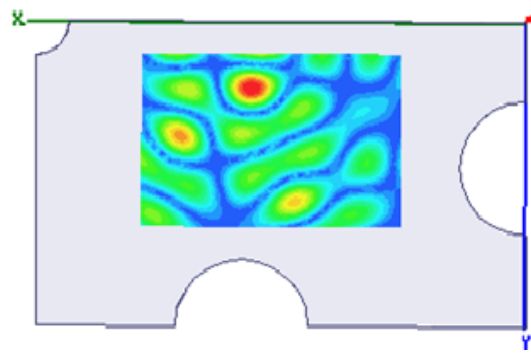
perturbatrice. On notera qu'avec un pas fréquentiel et une taille d'aiguille identiques au cas précédent, on trouve une erreur similaire.

### Cavité avec deux demi-disques et un quart de disque

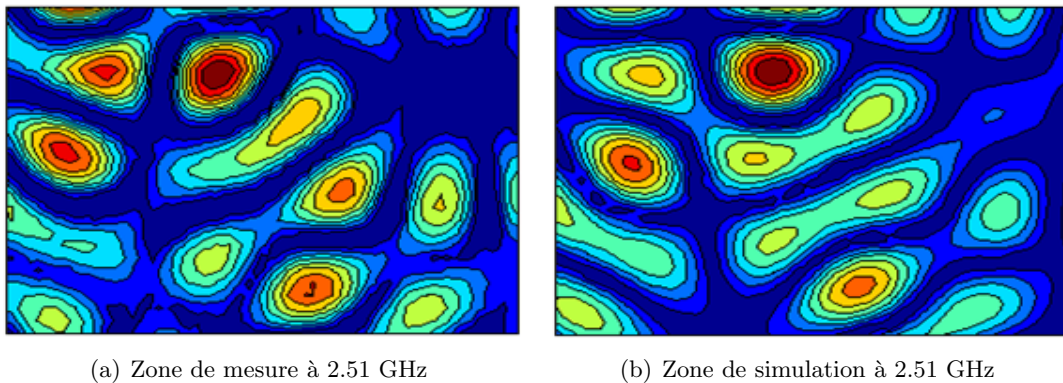
Afin d'obtenir dans la cavité un profil de champ de plus en plus irrégulier et de casser au maximum le profil régulier, nous poursuivons la modification de la cavité. Cette fois-ci nous ajoutons un quart de disque de même rayon et même nature que les précédents dans un coin de la cavité. La figure 2.12 est sans surprise, le profil de champ est irrégulier. La résolution spatiale dans le plan  $(x,y)$  est de  $\Delta = 5 \text{ mm}$  soit environ  $\lambda/24$  à 2.51 GHz, la résolution fréquentielle de 2,8 kHz, et l'aiguille perturbatrice est de diamètre 2,5. La zone de mesure est de dimensions 26 cm x 26 cm.

Afin de pouvoir comparer les cartographies, les amplitudes des champs ont été normalisées par leur valeur maximale sur la zone d'étude. On constate également une très bonne concordance entre les deux cartographies. L'estimation de l'écart entre les deux cartographies, faite via la formule 2.26, donne une erreur moyenne entre les amplitudes de  $E_z$  mesurées et simulées de 1,8%.





**Figure 2.12:** Cavité 2D munie de deux demi-disques et un quart de disque, amplitude  $|E_z|$  simulée sous HFSS à 2,51 GHz, et zone de mesure



**Figure 2.13:** Cartographies de  $|E_z|$  à 2,51 GHz, cavité avec deux demi-disques et un quart de disque

Le tableau 2.1 présente les résolutions spatiales utilisées pour les mesures et les simulations des trois cavités, ainsi que les résolutions fréquentielles utilisées en mesure. Si la résolution spatiale ne change pas, des résolutions fréquentielles différentes ont été utilisées. Nous remarquons que les erreurs sont toutes du même ordre et très faibles.

### 2.2.3 Distribution du champ

D'après la théorie du chaos ondulatoire nous savons que si le champ est statistiquement homogène dans une cavité 2D chaotique, alors la distribution de son module au carré doit suivre une loi de Porter-Thomas [46, 47] définie par l'équation :

$$P(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta\langle\zeta\rangle}} \exp\left(-\frac{\zeta}{2\langle\zeta\rangle}\right) \quad (2.27)$$

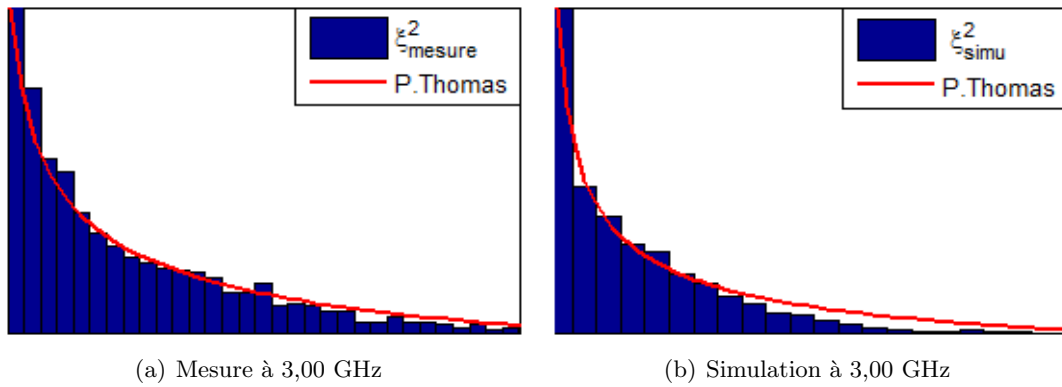
avec  $\langle \bullet \rangle$  la moyenne arithmétique

$\Delta_{x,y}$		f en GHz	$\Delta_f$ en kHz	erreur en %
dx(mm)	dy(mm)			
5	5	2,11	3,4	1,4
5	5	3	2,04	1,1
5	5	2,51	2,8	1,8

**Table 2.1:** Tableau récapitulatif des trois mesures dans les cavités chaotiques

### Distribution du champ dans la cavité avec Deux demi-disques à 3 GHz.

Dans cette partie nous allons vérifier si les amplitudes des champs mesurés et simulés suivent cette loi. Les distributions représentées ici (figure 2.14) correspondent au mode de fréquence de résonance 3.00 GHz dans la cavité avec deux demi-disques (figure 2.10). Sur les figures 2.14(a) et 2.15(b), les lois de Porter-Thomas ont été tracées avec les moyennes arithmétiques calculées respectivement à partir des résultats de mesure et de simulation.



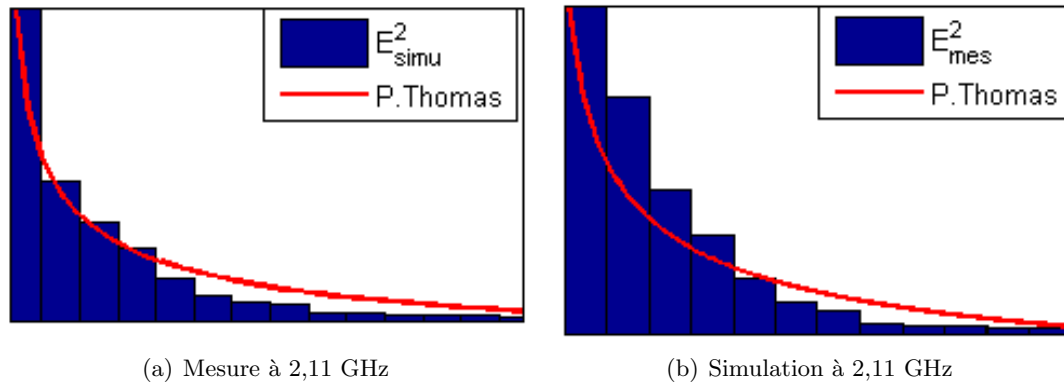
**Figure 2.14:** Distribution de  $|E_z|^2$  et la loi de Porter-Thomas la plus proche sur la zone centrale ( $L_x \times L_y = 2,65\lambda \times 2,65\lambda$ ) : cavité avec deux demi-disques

La bonne adéquation entre les distributions obtenues et la distribution théorique de même paramètre, et ceci à partir des résultats de mesure. Alors qu'on constate sur la distribution issue de la simulation (fig. 2.15(b)), un écart entre la loi théorique de Porter-Thomas et celle issue des résultats de simulation du au fait qu'en simulation aucun recouvrement n'est pris en compte, toutes les petites valeurs sont prises en compte ce qui ne peut pas arriver dans la mesure à cause de la résolution fréquentielle limitée. On notera que dans ce cas, en considérant que, pour un champ homogène, les champs sont décorrélés à partir d'une distance d'un quart de longueur d'onde, nous disposons de 112 échantillons indépendants sur la zone de mesure de dimensions  $L_x \times L_y = 2,65\lambda \times 2,65\lambda$ .

### Distribution du champ dans la cavité avec un demi-disque à 2,11 GHz.

Pour le mode mesuré dans la cavité munie d'un demi-disque (Fig. 2.8), la zone d'observation étant de dimensions en termes de longueurs d'onde ( $L_x \times L_y = 2,84\lambda \times 1,84\lambda$ ), nous

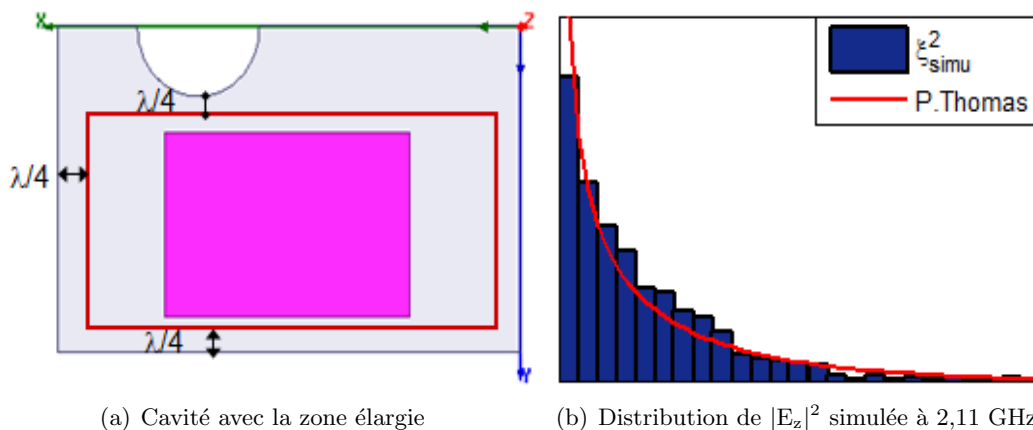
ne disposons plus que de 84 échantillons indépendants.



**Figure 2.15:** Mesure et simulation de la zone centrale pour la cavité avec demi-disque, distribution de  $|E_z|^2$  à 2,11 GHz.

La figure 2.15 représente les distributions issues de résultats de simulation et de mesure de la zone centrale à 2,11 GHz. Cette fois nous constatons que les deux distributions ne suivent pas du tout la distribution théorique. La distribution issue des simulation à un grand écart et celle de la mesure s'éloignent de la loi théorique. Ceci est dû au fait que la zone de mesure et de simulation est trop petite par rapport à la longueur d'onde.

C'est pourquoi les distributions ont été tracées, à partir des résultats de simulation, sur des surfaces étendues  $L_x \times L_y = 4,48\lambda \times 2,1\lambda$ , (Fig.2.16(a)). Le nombre d'échantillons indépendants atteint alors 150. Une très bonne concordance avec la loi théorique est alors obtenue (Fig. 2.16(b)). Nous venons de valider que la loi de Porter-Thomas est bien suivie par  $|E_z|^2$  simulée sur une zone élargie de la cavité avec un demi-disque.



**Figure 2.16:** Zone de simulation élargie pour la cavité avec demi-disque, distribution de  $|E_z|^2$  simulée sur cette zone et loi de Porter-Thomas la plus proche

Nous constatons qu'une fois élargie la zone de simulation, les choses s'arrangent. La zone de la figure 2.8 est trop petite et on sur-échantillonne les petites valeurs (les plus probables), ce qui ne peut pas arriver dans la mesure à cause de la résolution fréquentielle limitée.

## 2.2.4 Coefficients de qualité dans les cavités 2D

Les pertes sont un facteur important dans une cavité car elles influencent les propriétés statistiques des champs en raison du recouvrement plus ou moins important des résonances [48]. Dans cette partie nous présentons des coefficients de qualité issus de mesures et les comparons à des résultats analytiques ou de simulations. Les mesures de spectre que nous avons effectuées sur des cavités plates nous ont permis d'extraire les coefficients de qualité à partir des mesures dans 2 cas :

- Cavité rectangulaire entre 360 MHz et 2,3 GHz.
- Cavité avec 2 demi-disques et un quart de disque à une fréquence.

### 2.2.4.1 Coefficients de qualité dans la cavité rectangulaire 2D

Les mesures ont été faites jusqu'à 2,3 GHz en étudiant plusieurs sous bandes. Sur la bande 360 MHz-1 GHz, 10001 points de mesure ont été relevés avec un pas fréquentiel de 640 kHz.

En théorie, on a 57 fréquences de résonance sur cette bande, déterminées analytiquement à partir de la formule 2.24. Pour mesurer le coefficient de qualité à partir de  $S_{21}$ , il faut une excursion d'au moins 3dB sur son amplitude. Sous cette condition, puisque seules 47 résonances sont dans ce cas, 47 coefficients de qualité ont pu être extraits.

La comparaison est faite avec le facteur de qualité théorique obtenu pour les pertes par effet Joule en utilisant la méthode perturbative (pour laquelle les calculs seront explicités dans le cas 3D au chapitre 3 [49]). Aux fréquences d'étude, la cavité reste 2D, et seuls les modes de polarisation TM existent. Pour la cavité rectangulaire plate, l'indice p est nul, on a donc l'expression du facteur de qualité à partir des expressions de la cavité 3D avec p nul (équation 2.28).

$$Q_{mn0}^{\text{TM}} = \frac{\eta}{2R_s} \times \frac{L_x L_y L_z k^3}{L_x L_y k^2 + 2L_y L_z k_x^2 + 2L_x L_z k_y^2} \quad (2.28)$$

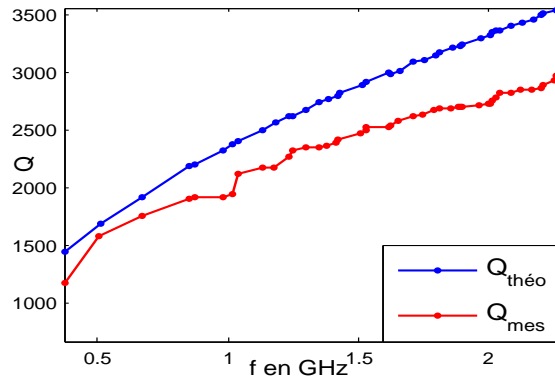
Où  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  et on rappelle que  $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$  et que  $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} = \frac{1}{\sigma\delta}$ .

L'expression 2.28 fait l'hypothèse d'une unique valeur de  $R_s$  pour toutes les parois de la cavité. Or en comparant les coefficients mesurés et ceux obtenus par expression analytique 2.28 (voir figure 2.17), on constate un désaccord entre ces coefficients que nous avons attribué à des différences de conductivités effectives entre les parois verticales et horizontales de la cavité.

En effet, dans les travaux présentés dans [27] ainsi que dans [50], les auteurs ont mis en évidence que les bords (hauteur  $L_z$ ) de la cavité ont une conductivité effective fortement réduite par rapport à celle des parois supérieure et inférieure, sans doute liée à une rugosité de surface importante engendrée par l'usinage des pièces constituant ces bords. Selon ces travaux, l'inverse du facteur de qualité de chaque mode résulte de deux contributions :

$$\frac{1}{Q} = \frac{\delta}{L_z} \left( 1 + \xi \frac{\delta_c}{\delta} \frac{CL_z}{2A} \right) \quad (2.29)$$

où  $C = 2(L_x + L_y)$ ,  $A = L_x L_y$  et  $\xi = \frac{4\pi^2 A}{Ck^2} \left( \frac{m^2}{L_x^3} + \frac{n^2}{L_y^3} \right)$  où  $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ .



**Figure 2.17:** Facteurs de qualité mesurés et analytiques.

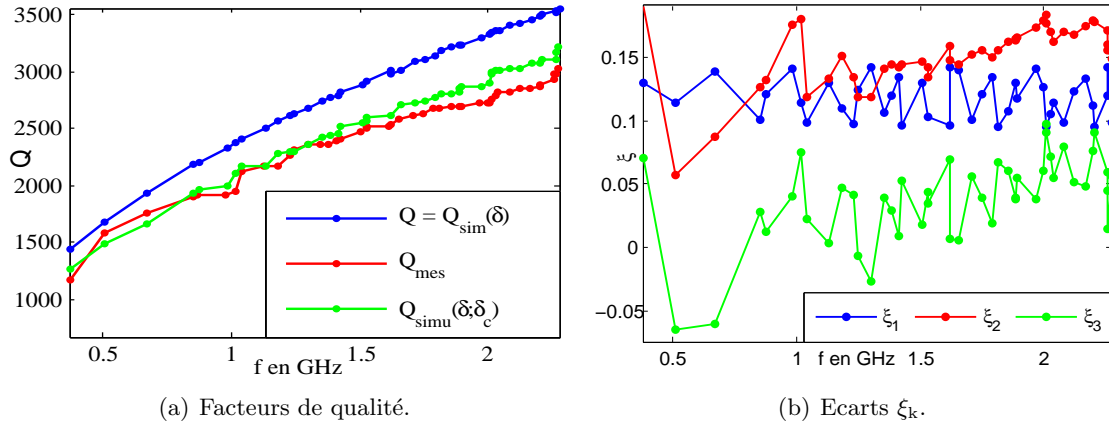
Dans la formule 2.29,  $\delta$  est la profondeur de peau des plaques supérieure et inférieure et  $\delta_c$  celle des barres constituant les bords de hauteur  $L_z$  de la cavité. Seul le deuxième terme du membre de droite de l'équation 2.29 fait intervenir une dépendance explicite dans les nombres  $m$  et  $n$ , conduisant à un facteur de qualité fluctuant d'un mode à l'autre comme on peut le constater sur la figure 2.17. On vérifie que les formules (2.28) et (2.29) coïncident si  $\delta_c = \delta$ . Si tel était le cas, les fluctuations dues au terme proportionnel à  $\xi$  deviendraient négligeables par rapport à la contribution principale :  $1/Q = \delta/L_z$ .

Dans la suite, en suivant les résultats antérieurs sur ce banc de mesure, nous avons considéré que les bords suivant  $L_z$  avaient une conductivité de  $\delta_c = \delta/80$ . Des simulations ont été effectuées en mettant des conductivités différentes pour chacune des parois. Dans le chapitre 3, on a montré que les coefficients de qualité issus des simulations avec des parois de même conductivité sont égaux aux coefficients de qualité de la formule (2.28) ( $Q_{\text{théo}} = Q_{\text{simu}}(\delta)$ ). En observant les coefficients de qualité ( $Q_{\text{simu}}(\delta; \delta_c)$ ) issus des simulations de la cavité avec une conductivité  $\sigma_c$  sur les barres verticales et une conductivité  $\sigma$  pour les plaques supérieure et inférieure, on constate que les coefficients de qualité simulés sont très proches des coefficients de qualité mesurés (figure 2.18(a)).

Nous allons évaluer les écarts entre mesure et simulation avec la même conductivité de tous les parois ( $\delta$ ), et avec différentes conductivités des parois ( $\delta; \delta_c$ ). Ces écarts de coefficients de qualité sont définies dans l'équation 2.30.

$$\xi_1 = \frac{Q - Q_{\text{simu}}(\delta; \delta_c)}{Q}; \quad \xi_2 = \frac{Q - Q_{\text{mes}}}{Q}; \quad \xi_3 = \frac{Q_{\text{simu}}(\delta; \delta_c) - Q_{\text{mes}}}{Q_{\text{simu}}(\delta; \delta_c)} \quad (2.30)$$

Nous obtenons des écarts respectives entre simulations avec une seule conductivité des parois, des conductivités différentes des parois et les mesures 12%, 15% et 4%. L'erreur moyenne la plus faible est obtenue entre les résultats des simulations de la cavité avec différentes conductivités et les résultats de mesures.



**Figure 2.18:** Facteurs de qualité mesurés, analytiques et simulés avec conductivités identiques et différentes de parois, et écarts  $\xi_k$  entre les trois méthodes d'évaluation des coefficients de qualité.

#### 2.2.4.2 Coefficients de qualité dans la cavité 2D avec 2 demi-disques et un quart de disque

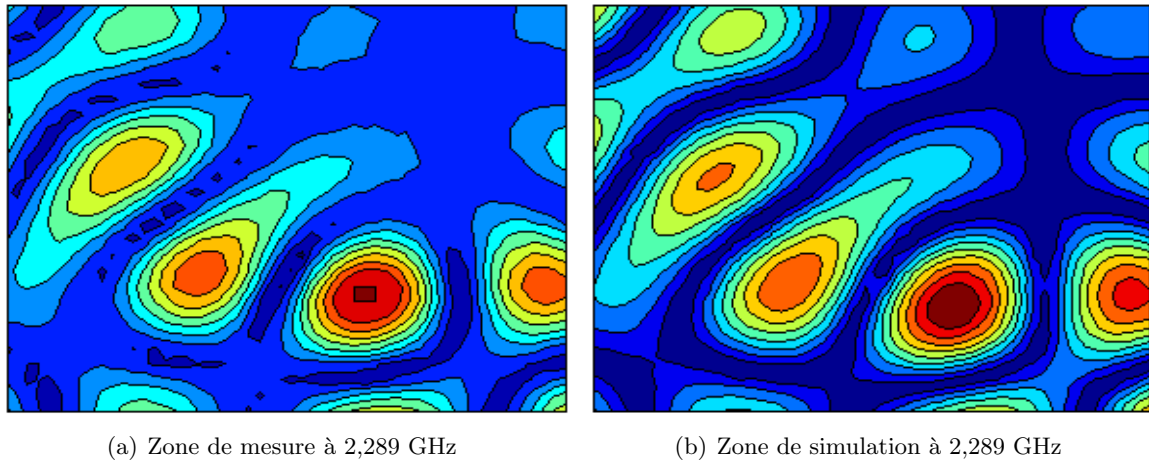
Les mesures ont été effectuées dans une cavité rectangulaire plate tronquée de deux demi-disques et un quart de disque métalliques. La figure 2.12 présente sa géométrie ainsi que la zone de mesure, sur laquelle est présentée l'amplitude du champ électrique simulée à la fréquence de résonance 2,51 GHz. La mesure autour de 2,51 GHz a été faite avec une résolution fréquentielle de  $r_f = 10$  kHz. De la mesure de la transmission entre les deux antennes coaxiales, on détermine le coefficient de qualité :  $Q_{\text{mes}} = 2890$ . On a donc une largeur de pic à mi-hauteur de  $df = f/Q = 868,5$  kHz. La résolution fréquentielle utilisée est donc suffisante ( $df = r_f \times 87$ ) pour cette extraction.

Par ailleurs, la même cavité a été simulée en l'absence des antennes. Dans ce cas, seules les pertes par effet Joule sur les parois contribuent au coefficient de qualité. Les parois ont été simulées comme constituées de cuivre. La recherche du coefficient de qualité se fait alors par la résolution d'un problème aux valeurs propres sous le logiciel HFSS. On trouve le coefficient de qualité avec des parois de même conductivité  $Q_{\text{simu}}(\delta) = 3713$ , alors que pour des parois de conductivités différentes on trouve  $Q_{\text{simu}}(\delta; \delta_c) = 3171$ , soit une différence de 14,6%. L'écart entre les résultats de simulation et de mesure est attribué, d'une part, aux états de surfaces différents entre les parois horizontales et verticales de la cavité et à la présence des antennes, d'autre part.

#### 2.2.5 Mesures et fréquence de résonance

Dans cette partie nous allons vérifier si l'introduction d'un demi-disque, de deux demi-disques, et de deux demi-disques et un quart de disque conduit toujours à un profil de champ d'allure irrégulière (en excluant les très basses fréquences). Nous allons voir que pour différentes fréquences (différentes distributions de champ) ces modifications des cavités restent efficaces.

### Mesure en cavité avec 2 demi-disques à 2,289 GHz

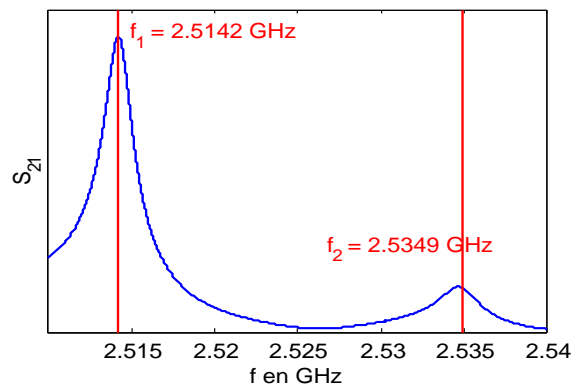


**Figure 2.19:** Cartographies de  $|E_z|$  à 2,289 GHz, cavité avec deux demi-disques

L'observation de la figure 2.19 montre une très bonne concordance des deux cartographies de mesure et de simulation. Nous pouvons en déduire que le changement de profil du champ (figure 2.11) s'observe à différentes fréquences.

### Mesure, cavité avec 2 demi-disques et un quart de disque

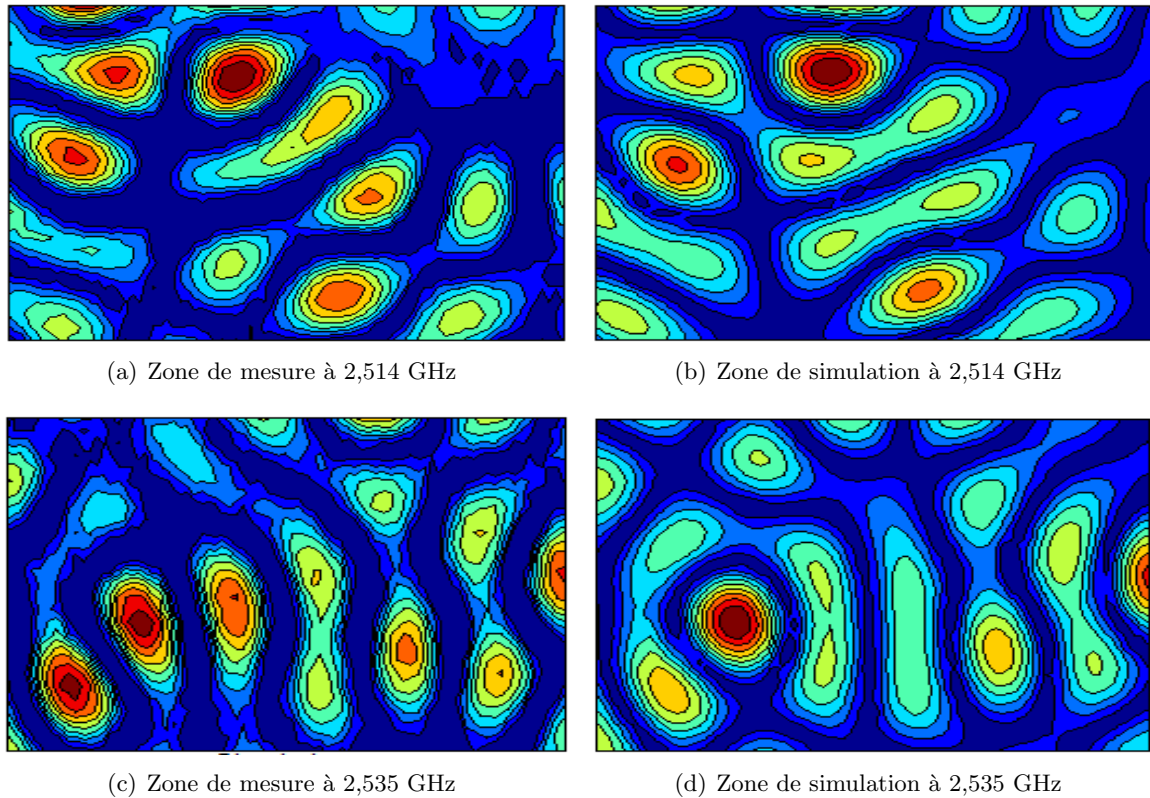
Ici nous présentons des mesures effectuées à différentes fréquences. Les dimensions du perturbateur utilisé sont  $d = 1,4$  mm et  $h = 3,9$  mm. La mesure est faite en deux étapes. Tout d'abord on enregistre le spectre de  $S_{21}$  pour chaque position du perturbateur et on trie les fréquences de résonance correspondant à chacun des maxima du paramètre  $S_{21}$ . Le spectre est suivi sur la bande [2,51 2,54] GHz avec 3001 points fréquentiels, soit une résolution fréquentielle de 10 kHz, et pour une résolution spatiale de  $\Delta_{x,y} = 5$  mm.



**Figure 2.20:** Spectre de  $S_{21}$  sur la bande [2,51 2,54] GHz, cavité avec deux demi- et un quart de disque

La figure 2.20 montre le spectre mesuré en absence de perturbateur ; on observe deux maximums d'amplitudes différentes. En raison de son amplitude plus faible, le mode résonant

à la fréquence  $f_2$  risque d'être le plus perturbé par les modes adjacents. L'idée dans cette étude est de regarder si le recouvrement est beaucoup plus important pour ce mode, et si cela a pour conséquence un moins bon accord entre les cartographies issues des simulations et des mesures.

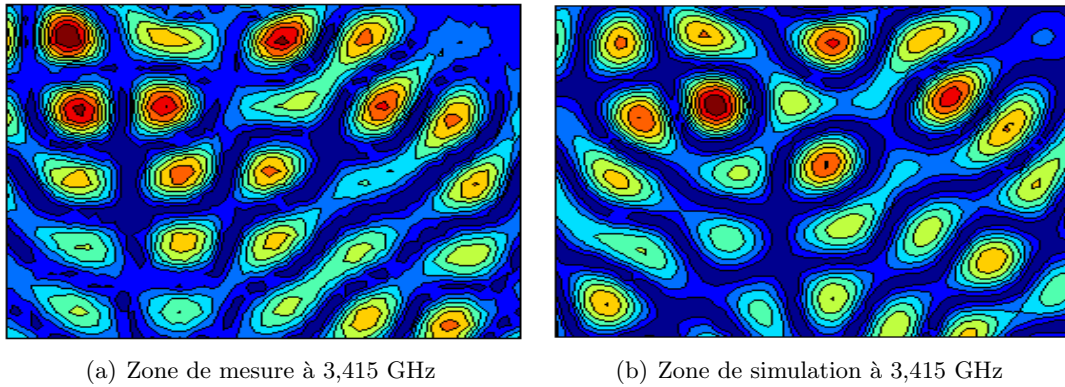


**Figure 2.21:** Cartographies de  $|E_z|$  simulée et mesurée à 2,514 et à 2,535 GHz de la cavité avec deux demi-disques et un quart.

Les figures 2.21(a) et 2.21(b) montrent une très bonne concordance entre la cartographie de mesure et celle de simulation pour le mode résonant à la fréquence  $f_1$ . Pour le mode de fréquence supérieure ( $f_2 > f_1$ ), les cartographies des figures 2.21(c) et 2.21(d) restent similaires mais avec une moins bonne détection des valeurs faibles de l'amplitude du champ en mesure. Comme les mesures des amplitudes du champ de ces deux modes ont été faites en même temps (mêmes conditions), la différence entre les résultats obtenus ne peut venir que de l'amplitude de  $S_{21}$  beaucoup plus faible à 2,535 GHz, ce qui rend ce mode beaucoup plus sensible aux résonances adjacentes du fait d'un recouvrement modal. Comme les parois de la cavité ont une conductivité élevée, les pertes sont faibles et le recouvrement à ces fréquences est très réduit. Ainsi, les mesures de champ restent possibles pour ce recouvrement modal faible, mais la précision est altérée pour les modes associés à des amplitudes faibles du coefficient de transmission.

Les cartographies 2.22(a) et 2.22(b) présentent une très bonne concordance ; les différences sur les cartographies de mesures sont dues à une mauvaise détection et aux erreurs liées au recouvrement modal qui décale la résonance de mesure. Mais ce décalage reste faible.





**Figure 2.22:** Cartographies de  $|E_z|$  simulée et mesurée à 3,415 GHz de la cavité avec deux demi-disques et un quart.

### 2.2.6 Mesure en présence de diffuseurs diélectriques

Dans le contexte de l'utilisation d'une chambre réverbérante, il est important de pouvoir évaluer les propriétés des champs en présence d'un objet, puisque les tests de CEM sont effectués en chargeant la chambre réverbérante de l'objet sous test. Nous allons ici nous intéresser aux propriétés des modes de résonance d'une cavité chaotique après insertion d'un objet.

Dans cette partie, nous allons décrire et présenter des mesures en présence d'objets dans la cavité. Des diffuseurs diélectriques de forme cylindrique peu absorbants sont utilisés.

**Leurs caractéristiques sont :**

- leur hauteur : 5 mm.
- leur diamètre : 6 mm.
- leur fréquence de résonance : 7 GHz.
- leur indice optique :  $n = \sqrt{37} \simeq 6$ .
- leur absorption donnée par la partie imaginaire de la permittivité électrique relative :  $\varepsilon'' = 5,1410^{-3}$ .
- leur contribution aux pertes caractérisée par un facteur de qualité égal à 7000.

Des mesures ont été réalisées à deux fréquences, 4,883 GHz et 6,736 GHz, de longueurs d'ondes respectives  $\lambda_1 = 6,14$  cm et  $\lambda_2 = 4,45$  cm. Les cylindres diélectriques sont très petits par rapport aux longueurs d'ondes de travail. Plusieurs dispositions des diffuseurs, en carré et triangle, ont été étudiées (figure 2.23(a)), pour former différentes formes d'objet. Nous présentons deux exemples de configurations de diélectriques (figure 2.23(b)).

La configuration carré est retenue pour les mesures de champ (figure 2.24). Le protocole de mesure en présence de diffuseurs dans la cavité, permettant d'éviter les diffuseurs lors du déplacement de l'aiguille, est détaillé dans [44]. Après avoir défini la fréquence et la bande de mesure, on définit :

- la position et les dimensions de zone de mesure
- la position, les dimensions de la zone des diélectriques et enfin les écarts  $(\Delta_x, \Delta_y)$  entre eux dans chacune des deux directions.
- la trajectoire de l'aiguille perturbatrice afin d'éviter les diélectriques tout en définissant

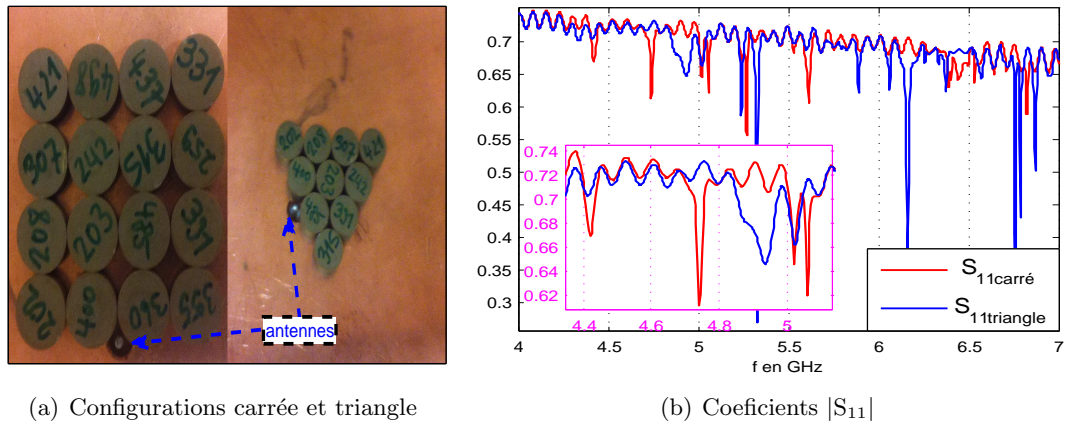


Figure 2.23: Dispositions des diélectriques et  $|S_{11}|$

une distance minimale de l'aiguille à ces derniers.

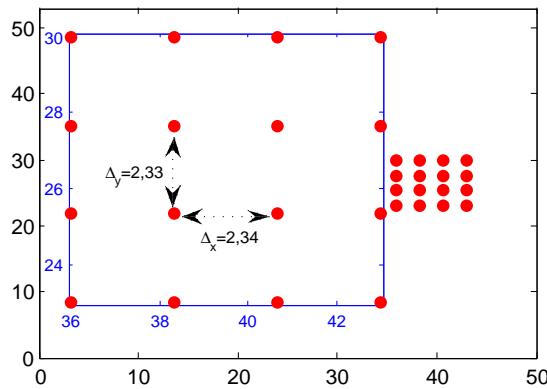
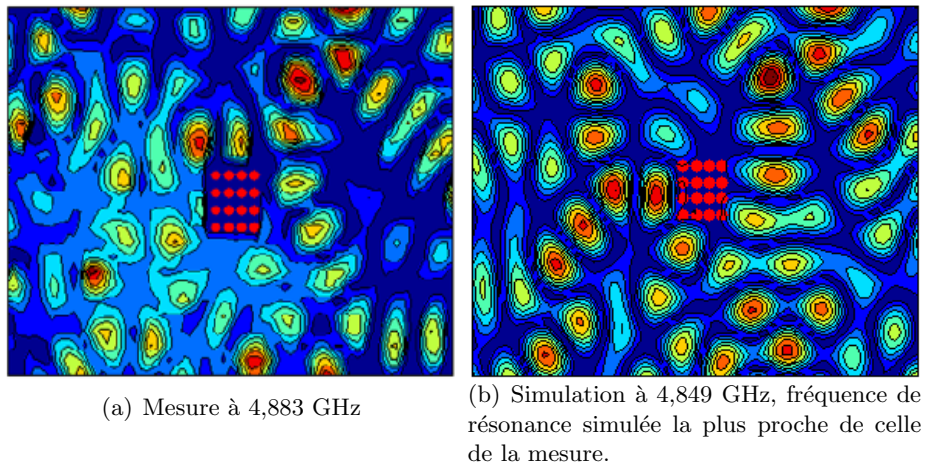


Figure 2.24: Image partielle du réseau régulier (carrée 4x4) de diffuseurs

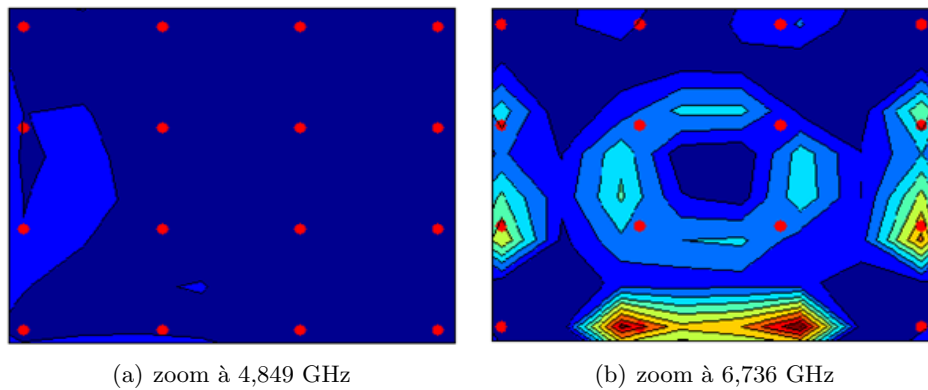
Les dimensions de la zone de mesure sont  $L_x = 40$  cm et  $L_y = 26$  cm, avec un pas spatial de  $d_x = d_y = 5$  mm soit  $\lambda/12$  à 4,883 GHz,  $\lambda/8,9$  à 6,736 GHz. La distance qui sépare les centres des deux diélectriques dans les deux directions est  $\Delta_x \approx \Delta_y = 2,33$  cm soit  $\lambda/2,6$  à 4,883 GHz,  $\lambda/1,9$  à 6,736 GHz.

La figure 2.25 présente les résultats de mesure 4,883 GHz et de simulation à 4,849 GHz (fréquence de résonance la plus proche de celle de la mesure). La première observation est que les deux cartographies présentent de grandes différences surtout dans les zones de champ faible et la seule correspondance entre elles sont quelques positions de maxima de champ. Cette différence est liée au grand écart entre les fréquences de résonance trouvées en simulation et en mesure de  $f_m - f_s = 34$  MHz, et le recouvrement modal impliquant une superposition de modes dans la cas expérimental alors que les modes simulés sont idéalement résolus. La résolution spatiale moins importante que celles des mesures précédentes, en termes de longueur d'onde, contribue également à ce désaccord entre cartographies.

La simulation à la fréquence de résonance la plus proche de celle mesurée montre qu'entre les diélectriques, le champ est extrêmement faible. La figure 2.26(a) montre la cartographie



**Figure 2.25:** Mesure et simulation autour de 4,883 GHz, zone occupée par les diffuseurs



**Figure 2.26:** Zoom de la cartographie du champ simulé : zone des diélectriques

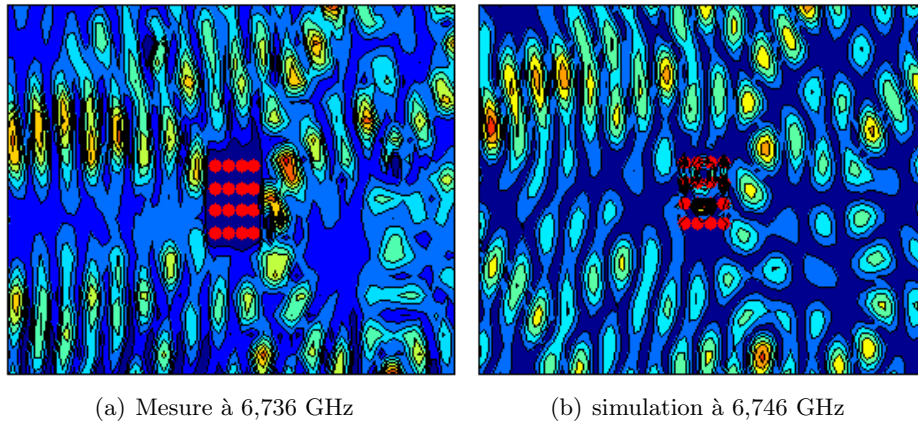
de champ de la zone des diélectriques.

Des mesures sont ensuite effectuées à une fréquence supérieure en conservant les mêmes paramètres géométriques et la même configuration des diffuseurs.

Cette fois-ci un accord semi-quantitatif est obtenu entre la cartographie de simulation et de mesure surtout dans les régions de champ fort (figure 2.27). Ceci est cohérent avec une différence entre la fréquence de simulation et de mesure de  $f_m - f_s = 10$  MHz, soit 3,4 fois plus faible qu'à la mesure précédente (figure 2.25).

Contrairement à la figure 2.26(a), l'observation de la figure 2.26(b) montre que le champ est plus fort entre les diélectriques que dans le reste de la cavité. On peut expliquer cette pénétration plus importante du champ dans la zone des diffuseurs d'une part en raison d'un espacement entre diffuseurs plus important par rapport à la longueur d'onde, et d'autre part en raison de la proximité avec la fréquence de résonance des diffuseurs.

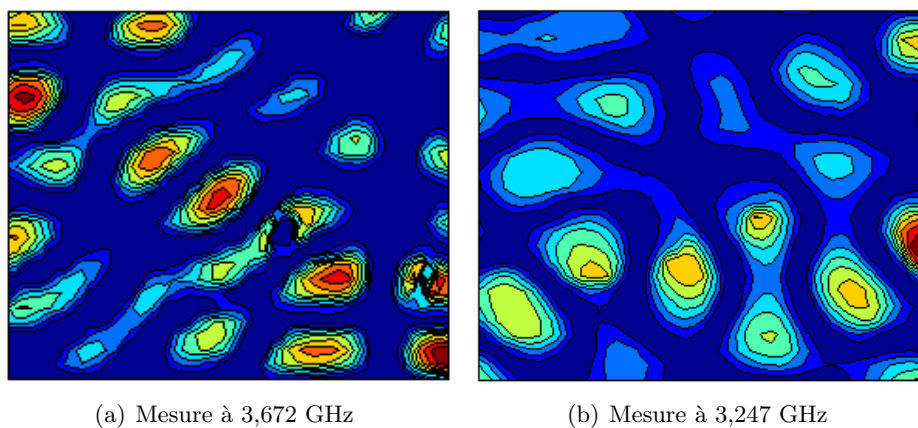
Aux plus hautes fréquences, en revanche, la densité de résonances est telle que le chevauchement modal devient plus important, de sorte que la fréquence d'excitation est suffisamment proche de plusieurs d'entre elles, assurant ainsi une transmission plus uniforme de la puissance injectée dans la cavité.



**Figure 2.27:** Mesure et simulation à 6,736 GHz

### 2.2.7 Décrochage de la résonance à la fréquence de mesure

Au cours des mesures, nous avons remarqué que certaines cartographies de champ ne correspondent pas à des cartographies réelles de champ car elles possèdent des maxima déformés (Fig. 2.28(a)). En analysant les données des mesures on constate que la fréquence de la résonance suivie sort de la bande de fréquence mesurée pour certaines positions du perturbateur. Ceci se manifeste aussi par la présence des trous (Fig. 2.28(a)) aux niveaux des maxima de champ non détectés. La figure 2.28 met en évidence ces phénomènes. Il est donc important de fixer avec précision la bande fréquentielle de mesure, de façon à pouvoir suivre la variation de la fréquence de résonance pour toutes les positions du perturbateur, mais également en limitant au maximum la largeur de cette bande pour garder une bonne résolution fréquentielle.



**Figure 2.28:** Mesure et décrochage de la résonance

Un parallèle peut être fait entre ces observations et le comportement de la chambre réverbérante dans le cas d'un brasseur en rotation (voir chapitre. 4). Considérons le cas d'une mesure effectuée à une fréquence fixée avec un brasseur en rotation. Au cours de la rotation du

brasseur, les fréquences de résonance de la cavités varient. Elles s'éloignent ou se rapprochent de la fréquence de l'excitation. Si la fréquence de résonance s'éloigne trop de la fréquence d'excitation, alors ce mode n'est plus (ou faiblement) excité dans la cavité, ce qui a pour conséquence une variation de la puissance transmise dans la cavité.

---

## 2.3 CONCLUSION

Dans ce chapitre on a présenté la théorie perturbative qui permet de relier les petites variations de fréquences de résonance induites par un objet de petite taille aux amplitudes des champs. Cette approche est utilisée pour mesurer la distribution du champ électrique dans trois cavités électromagnétiques plates et de géométries s'inspirant de cavités chaotiques.

Les résultats obtenus ont montré d'une part la bonne précision de la mesure, et d'autre part l'effet d'homogénéisation obtenu à l'aide de modifications simples de la cavité rectangulaire. Ces modifications géométriques simples, consistant à introduire des demi-disques métalliques dans la cavité, ont été choisies de manière à pouvoir être facilement mises en œuvre dans des cavités rectangulaires existantes.

Cette méthode de mesure a tout d'abord été validée en comparant les résultats de mesure aux résultats analytiques et de simulation dans la cavité rectangulaire. Elle a ensuite été utilisée pour effectuer des mesures à plusieurs fréquences dans les cavités modifiées. Elle a pu être mise à profit pour étudier les propriétés statistiques des champs dans les différentes cavités proposées, notre objectif étant de pouvoir à terme optimiser la géométrie des chambres réverbérantes pour respecter les critères statistiques de bon fonctionnement.

Il a ainsi été montré que les modifications effectuées dans la cavité rectangulaire conduisent à des champs ayant les propriétés statistiques voulues dans une chambre réverbérante. Ces mesures ont été effectuées dans des cavités plates en raison de la plus grande complexité de ce type de mesure dans des cavités 3D. Toutefois, les modifications géométriques proposées sont analogues à celles proposées dans les cavités 3D (voir chapitre. 3), et les conclusions tirées dans le cas 2D doivent pouvoir être extrapolées aux cavités 3D.

Enfin, l'influence d'un objet dans la cavité sur les propriétés du champ a été étudiée. La distribution du champ obtenue étant irrégulière, nous pouvons nous attendre à ce que le champ reste statistiquement homogène en présence de l'objet introduit. Des études complémentaires sont toutefois nécessaires, notamment pour différentes géométries d'objet, avant de pouvoir conclure de façon plus générale sur l'influence de l'objet sous test dans une chambre réverbérante.

---



# Étude de chambres réverbérantes de géométries inspirées des cavités chaotiques

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Géométries de chambre</b> . . . . .	<b>54</b>
<b>3.2</b>	<b>Distributions du champ</b> . . . . .	<b>54</b>
3.2.1	Loi de probabilité des composantes du champ électrique . . . . .	58
3.2.2	Test KS global / homogénéité statistique . . . . .	61
3.2.3	Isotropie du champ . . . . .	63
3.2.4	Isotropie et changement de base . . . . .	64
3.2.5	Coefficients d'isotropie, d'homogénéité . . . . .	69
3.2.6	Homogénéité et isotropie du champ total . . . . .	73
<b>3.3</b>	<b>Comptage de modes et distribution des écarts fréquents</b> . . . . .	<b>80</b>
3.3.1	Fonction de comptage et densité de niveaux . . . . .	81
3.3.2	Lois de probabilité des écarts fréquents . . . . .	85
<b>3.4</b>	<b>Localisation du champ ou zone de surintensité</b> . . . . .	<b>87</b>
<b>3.5</b>	<b>Évaluation des pertes dans une chambre réverbérante 3D</b> . . . . .	<b>93</b>
3.5.1	Méthodes d'évaluation du coefficient de qualité . . . . .	94
3.5.2	Simulations . . . . .	97
3.5.3	Comportement du champ et densité modale . . . . .	102
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>106</b>

---



Les études présentées dans les parties 1.2 et 1.3 du chapitre 1 ont montré plusieurs techniques ayant pour objectif d'améliorer les propriétés statistiques des champs dans la cavité, telle que l'insertion d'un ou plusieurs brasseurs de formes variées pour casser la régularité de la cavité et rendre la répartition spatiale des champs aléatoires.

Dans la seconde partie, nous avons présenté une autre technique pour casser la symétrie consistant à modifier la géométrie des cavités en s'inspirant des géométries de cavités chaotiques. L'avantage des cavités chaotiques tient au fait que les champs des modes génériques ont une répartition statistique uniforme, et que des prédictions théoriques permettent de valider les études empiriques dans ces cavités.

Dans ce chapitre nous présentons les résultats issus de simulations pour différentes formes de cavités 3D. Plusieurs critères ont été étudiés afin de trouver la géométrie pour laquelle les champs présentent les meilleures répartitions et suivent le mieux les prédictions théoriques.

### 3.1 Géométries de chambre

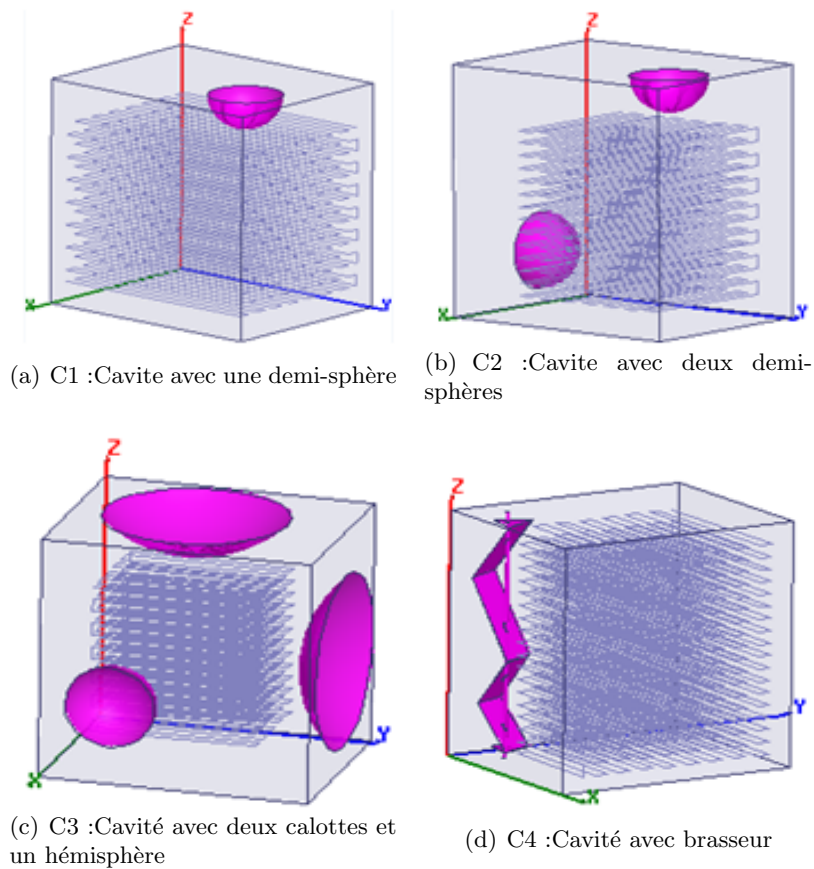
Nous proposons trois géométries de chambre inspirées des cavités chaotiques, et utilisons comme référence une chambre réverbérante classique munie d'un brasseur.

La première cavité (Fig. 3.1(a)) est la cavité parallélépipédique dans laquelle on a inséré une demi-sphère métallique de rayon de 15 cm sur la face supérieure. La géométrie de cette cavité 3D s'inspire d'une cavité chaotique 2D consistant en une cavité rectangulaire tronquée d'un demi-disque étudiée en [51, 52] et travaux réalisés dans des cavités 3D [53, 54]. Dans la seconde, on a rajouté un hémisphère de même rayon sur une autre face. Dans la troisième cavité en revanche, on a inséré deux calottes de rayons respectifs 45 cm et 50 cm sur deux faces différentes avec la même pénétration de 15 cm, ainsi qu'un hémisphère de rayon 16,5 cm. La quatrième cavité est une chambre réverbérante usuelle munie d'un brasseur de modes (figure 3.1). Les positions des calottes, hémisphères et brasseur sont telles qu'ils cassent les symétries des cavités. Les dimensions de la cavité sont  $Lx = 0,785$  m suivant l'axe (Ox),  $Ly = 0,985$  m suivant l'axe (Oy) et  $Lz = 0,995$  m suivant l'axe (Oz).

### 3.2 Distributions du champ

Nous avons étudié les propriétés statistiques des 450 premiers modes de résonance obtenus avec ces cavités. Les simulations ont été réalisées, pour les quatre cavités, à l'aide du logiciel HFSS d'Agilent, en effectuant une recherche de modes propres. Afin d'étudier plus précisément les répartitions des champs, les valeurs des trois composantes du champ électrique ont été relevées pour les 450 premiers modes (fréquences de résonance comprises entre 214 MHz et 1,28 GHz) en 1001 points dans le volume de la cavité. Ces 1001 points sont pris sur une grille 3D située dans le volume de la cavité (Fig. 3.1), et choisie distante de 50 mm des murs de la cavité, des hémisphères et du brasseur. La distance entre 2 lignes adjacentes est de 50 mm.

Nous allons ainsi collecter, en ces points, les valeurs des trois composantes des champs, et chercher à déterminer si leur distribution suit une loi normale centrée. Afin de pouvoir conclure à l'adéquation entre les lois empirique et théorique, le test de Kolmogorov-Smirnov



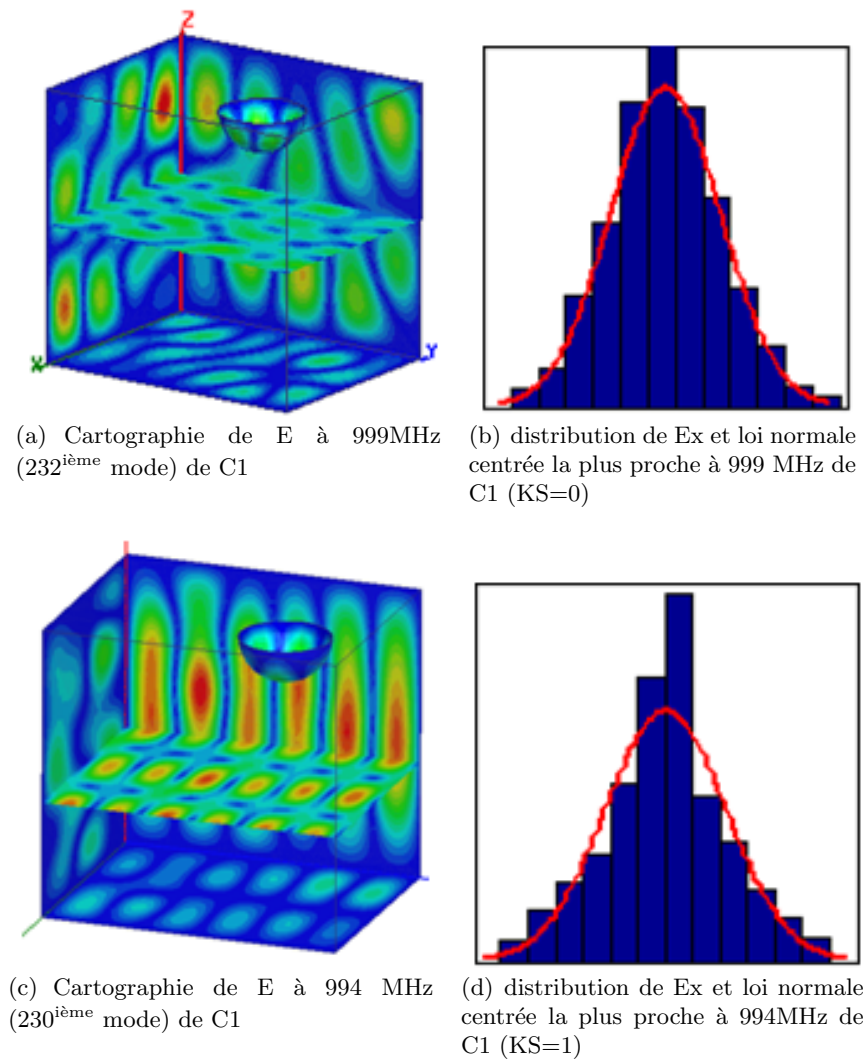
**Figure 3.1:** Géométries des cavités et grille 3D.

(KS) est utilisé. La réponse est 0 si elles concordent, et 1 dans le cas contraire. Un niveau de confiance de 95% a été choisi pour ce test.

Nous présentons à titre d'exemple sur la figure 3.2(a) la cartographie de l'amplitude du champ  $E$  du 232<sup>ième</sup> mode de la cavité C1 et la distribution de la composante  $E_x$  (figure 3.2(b)) pour les 1001 valeurs prises dans la cavité chaotique. La courbe rouge correspond à la loi normale centrée la plus proche, c'est-à-dire ayant le même écart-type. Dans ce cas, la réponse du test KS est 0.

Les figures 3.2(c) et 3.2(d) présentent de même le module du champ  $E$  et la distribution de  $E_x$  pour le 230<sup>ième</sup> mode de la cavité avec une demi-sphère (C1). Il apparaît clairement sur la face arrière de la cavité que l'évolution spatiale de l'amplitude du champ est périodique, de manière similaire à un mode régulier de la cavité parallélépipédique vide. Dans ce second cas, la loi normale n'est pas suivie par la distribution de  $E_x$  (KS=1).

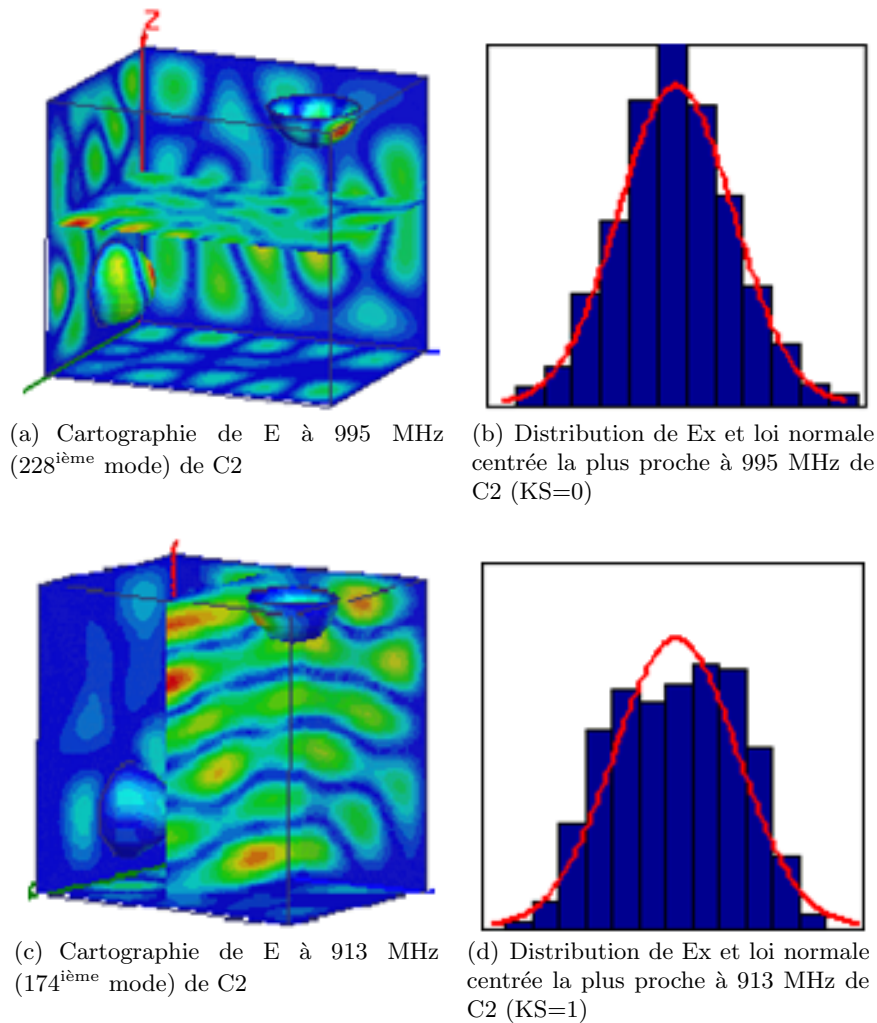
Pour le 232<sup>ième</sup> mode (Fig. 3.2(a)), l'introduction de la demi-sphère a conduit à un profil de champ non régulier, en perturbant le champ d'une manière globale, et les composantes suivent une loi normale. Le cas du 230<sup>ième</sup> mode (Fig. 3.2(c)) montre que même à un ordre élevé, certains modes n'ont pas le bon profil. Ceci est lié à la taille du perturbateur (compromis entre espace occupé et efficacité du perturbateur), la position de la demi-sphère et aux modes qui, avec des distributions spatiales différentes, sont perturbées de façons différentes. On remarque



**Figure 3.2:** Cartographies de E, la distribution de Ex et loi normale la plus proche à 999 MHz et à 994 MHz.

en particulier que ce 230<sup>ième</sup> mode est construit sur une orbite périodique (OP) selon laquelle les composantes  $k_x$  et  $k_y$  sont quantifiées comme dans le cas de la cavité rectangulaire. Pour éviter l'apparition de ce type de mode, un second hémisphère est placé sur une face verticale de la cavité (figure 3.1(b)). De même rayon et nature que le premier, il est placé de manière à casser au maximum la symétrie de la cavité. La figure 3.3(a) montre, dans cette cavité, un mode de répartition irrégulière pour lequel la composant Ex suit une loi normale centrée (Fig. 3.3(b)). Toutefois, la figure 3.3(c) montre que même dans cette cavité avec deux demi-sphères on observe encore des modes qui ne présentent pas la bonne répartition, et admettent certaines directions privilégiées de champ. Le mode présenté correspond à une réflexion entre les faces supérieures et inférieures de la cavité, et la distribution de Ex ne suit pas une loi normale centrée.

A ce stade, même si la géométrie moins régulière après insertion de deux hémisphère nous laisse présager que la cavité C2 a de meilleures propriétés que la cavité C1, la différence de



**Figure 3.3:** Cartographies de  $E$ , distribution de  $E_x$  et la loi normale la plus proche à 995 MHz et à 913 MHz, les modes ont respectivement une bonne et mauvaise distribution

comportement des deux cavités n'a pas été chiffrée. Une étude comparative nous permettra de conclure sur les performances de chacune des deux cavités. Un seul mode ne nous permet pas de conclure sur leurs performances, une première étude visuelle des 450 premières cartographies dans les deux cavités montrent que deux plans parallèles contribuent à une répartition spatiale régulière des champs dans la cavité. Les meilleures performances de C2 sur C1 seront confirmées par une étude plus poussée.

Pour éviter ces modes non gaussiens, nous allons cette fois introduire deux calottes de sphère pour diminuer les surfaces planes en regard. Elles seront placées sur deux faces différentes en cassant les symétries. Pour s'affranchir des deux dernières faces parallèles, un hémisphère est inséré et non une calotte, afin de pouvoir, en le faisant bouger sur cette face, lui faire jouer le rôle de brasseur (Fig. 3.1(c)).

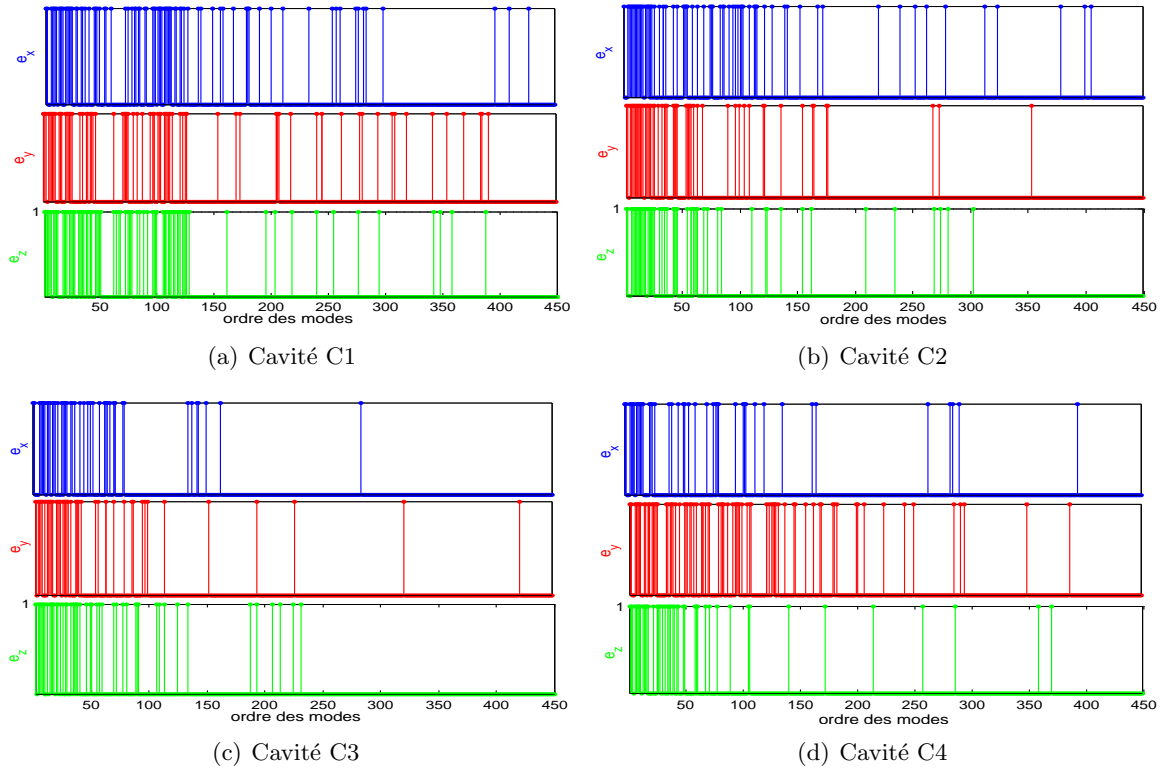
### 3.2.1 Loi de probabilité des composantes du champ électrique

La loi de probabilité idéale pour les composantes de champ est une loi normale centrée. Dans les quatre cavités, nous allons déterminer les composantes des modes qui suivent cette loi. Le test utilisé est celui de Kolmogorov-Smirnov. Le test appliqué fournit trois paramètres de comparaison : le résultat du test  $h$ , la probabilité de confirmation et la distance inter CDF définis dans [55]. Nous utiliserons la même convention que celle de l'annexe A pour la cavité rectangulaire.

#### Conventions utilisées

- 0 : si le test est réussi.
- 1 : si le test est rejeté.
- -1 : si la composante n'existe pas (nulle).

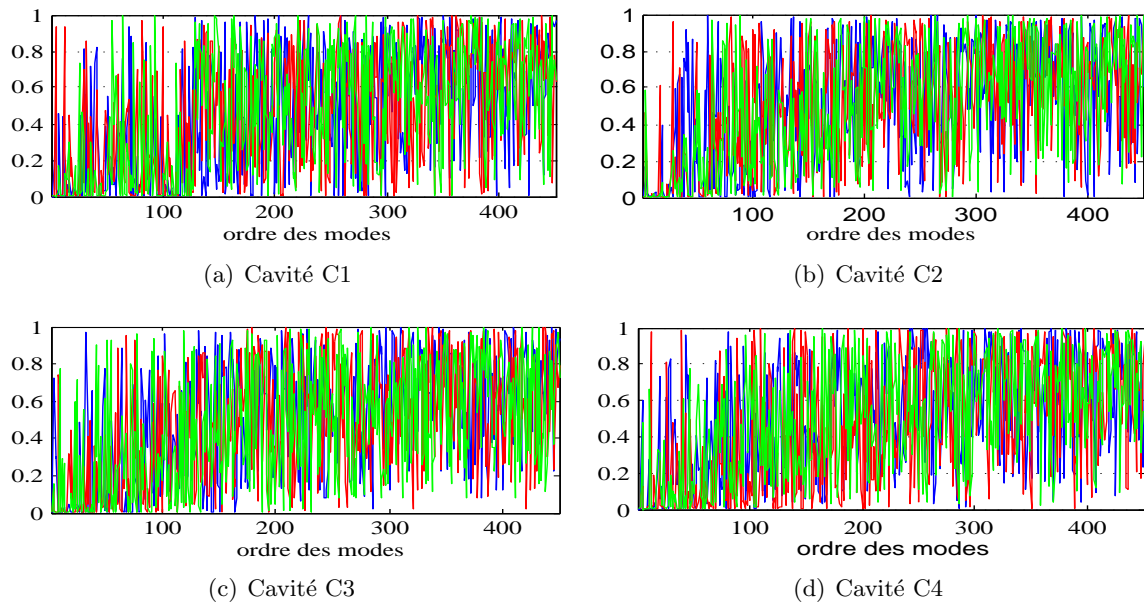
Le critère de nullité numérique est le même que pour la cavité vide (Eq. A.1 dans l'annexe A). Tout d'abord, nous remarquons que les tests sur les trois composantes du champ des quatre



**Figure 3.4:** Résultats du test KS sur les trois composantes du champ électrique des quatre cavités.

cavités ne donnent aucun -1, ce qui indique que l'introduction de demi-sphères, calottes, et brasseur élimine les composantes nulles de champ, et ceci même pour les modes les plus bas. Cette élimination contribue beaucoup à améliorer l'isotropie de champ.

Nous remarquons également que les composantes qui suivent une loi normale deviennent plus nombreuses avec l'ordre des modes (fréquences), contrairement à la cavité rectangulaire pour laquelle le comportement reste identique sur toutes les gammes de fréquence (Fig. A.4(b)).



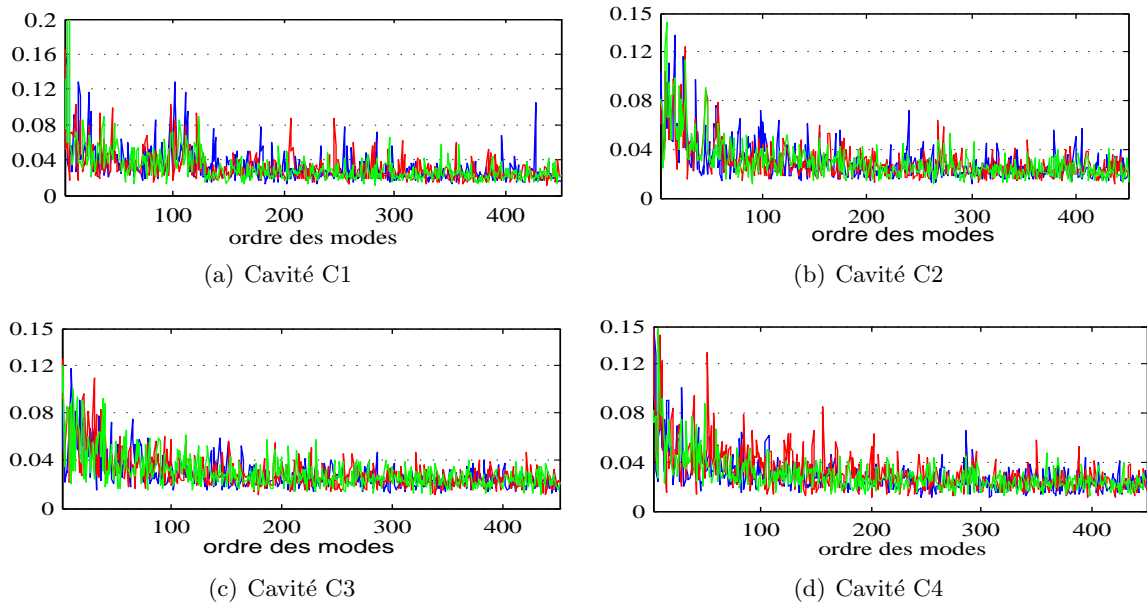
**Figure 3.5:** Les probabilités du test KS sur les trois composantes du champ électrique des quatre cavités.

La figure 3.5 montre que les probabilités de confirmation du test augmentent avec l'ordre des modes (fréquence); de moins en moins de composantes ont des probabilités du test KS faibles. En utilisant les probabilités du test KS des composantes du champ électrique, nous pouvons conclure à l'amélioration des propriétés statistiques du champ dans les cavités modifiées. En effet, plus la loi empirique suit correctement la loi théorique, plus la probabilité du test est grande. Cette évolution est contraire à celle de la distance inter-probabilités cumulées, qui est plus petite quand la loi est mieux suivie. Nous présentons les distances inter-CDF des quatre cavités pour chacune des composantes des 450 modes sur la figure 3.6. Dans les quatre cavités nous avons des distances qui diminuent avec l'ordre des modes (fréquence), ce qui montre que les lois empiriques se rapprochent des lois théoriques de référence (loi normale de même paramètre que la loi empirique).

Nous avons présenté les trois paramètres du test KS. Les figures 3.4, 3.5 et 3.6 montrent une très bonne concordance entre eux, avec des conclusions et interprétations faites sur chacune d'elles qui restent conformes. Afin de déterminer quelle cavité répond le mieux aux propriétés statistiques voulues, nous allons compter le nombre de composantes du champ électrique qui réussissent le test KS, et calculer la moyenne des probabilités de confirmation et des distances inter-probabilités cumulées.

La figure 3.4 montre que pour les premiers modes, très peu de composantes suivent la loi normale. Ce résultat est sans surprise du fait que dans ces bandes de fréquence les longueurs d'onde sont beaucoup plus grandes que la taille du ou des perturbateurs. En raison de cela, nous enlevons les 30 premiers modes afin de comparer les résultats du test sur l'ensemble des modes ainsi qu'en excluant les 30 premiers.

Le tableau 3.1 présente les pourcentages de réussite du test pour les trois cavités, ainsi que les moyennes des probabilités et des distances inter-probabilités cumulées empirique et



**Figure 3.6:** Distances inter-CDF du test KS sur les trois composantes du champ électrique des quatre cavités.

théorique de tous les modes. Les valeurs entre parenthèses représentent ces mêmes résultats sans les 30 premiers modes.

		KS <sub>95%</sub> = 0	KS <sub>95%</sub> = 1	$\langle P_{E_k} \rangle$	$\langle D_{\max} E \rangle$
Cavité C1	$E_x$	80.89(84.52)	19.11(15.48)	0.45(0.47)	0.033(0.031)
	$E_y$	82.44(85.95)	17.56(14.05)	0.46(0.48)	0.032(0.03)
	$E_z$	81.33(85)	18.67(15)	0.46(0.49)	0.032(0.029)
Cavité C2	$E_x$	84.44(88.81)	15.56(11.19)	0.51(0.54)	0.03(0.027)
	$E_y$	87.33(92.14)	12.67(7.86)	0.51(0.54)	0.03(0.027)
	$E_z$	87.78(92.62)	12.22(7.38)	0.50(0.53)	0.03(0.027)
Cavité C3	$E_x$	89.56(93.81)	10.44(6.19)	0.50(0.52)	0.029(0.027)
	$E_y$	90.22(94.52)	9.78(5.48)	0.50(0.52)	0.03(0.027)
	$E_z$	89.11(92.86)	10.89(7.14)	0.46(0.49)	0.031(0.029)
Cavité C4	$E_x$	90.22(93.81)	9.78(6.19)	0.51(0.54)	0.029(0.027)
	$E_y$	81.33(84.52)	18.67(15.48)	0.45(0.48)	0.032(0.03)
	$E_z$	89.33(93.57)	10.67(6.43)	0.49(0.52)	0.03(0.027)

**Table 3.1:** Taux de réussite au test KS et moyennes des probabilités et des distances inter-CDF pour tous les modes et, entre parenthèses, sans les 30 premiers modes pour les quatre cavités.

La majorité des trois composantes des modes des quatre cavités suivent une loi normale. Le tableau 3.1 montre que les pourcentages de réussite sont compris entre 80% et 90% pour tous les modes (450) et compris entre 84% et 94% lorsqu'on enlève les 30 premiers modes. La cavité C3 avec 89% des composantes réussissant le test, obtient les meilleurs résultats. La cavité C4 présente aussi un bon taux de réussite, mais les pourcentages entre les trois composantes présentent des différences plus importantes que pour les autres cavités.

D'après le tableau 3.1, les indicateurs relatifs aux cavités C1, C2 et C3 sont très proches pour les trois composantes du champ, ce qui montre qu'un comportement globalement similaire est obtenu selon les trois axes. Pour la cavité C4 en revanche, l'écart est net entre les trois composantes, en raison de l'axe vertical du seul élément brisant la régularité, à savoir le brasseur.

### 3.2.2 Test KS global / homogénéité statistique

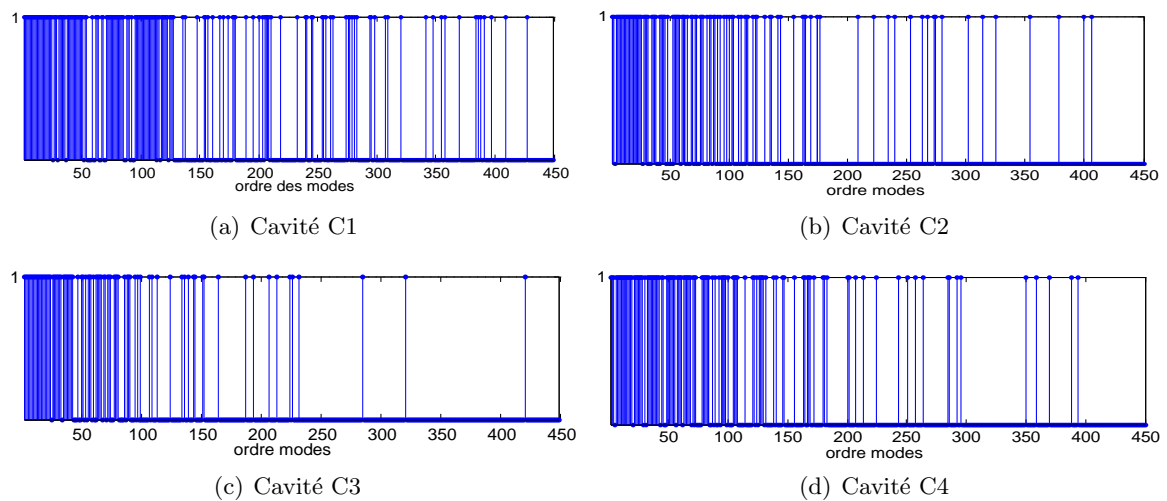
Cette fois nous allons chercher les modes dont les trois composantes suivent une loi normale centrée. La composante qui ne suit pas la loi normale impose le résultat du test global sur les composantes. Le résultat du test est :

- 0 (test réussi) si toutes les composantes suivent la loi normale.
- 1 si au moins une composante ne suit pas la loi, c'est-à-dire au moins une composante ne passe pas le test KS.
- -1 si au moins une composante est nulle.

Comme vu précédemment, nous n'avons aucune composante nulle dans ces quatre cavités. Les probabilités de réussite et les distances inter-probabilités cumulées sont calculées à partir de l'équation A.3. La distance indiquée est la distance maximale sur les trois composantes et la probabilité retenue est la probabilité minimale sur les trois composantes.

#### Résultats du test global réel

Les résultats du test KS global (fig. 3.7) montrent, de même que sur la figure 3.4, que le

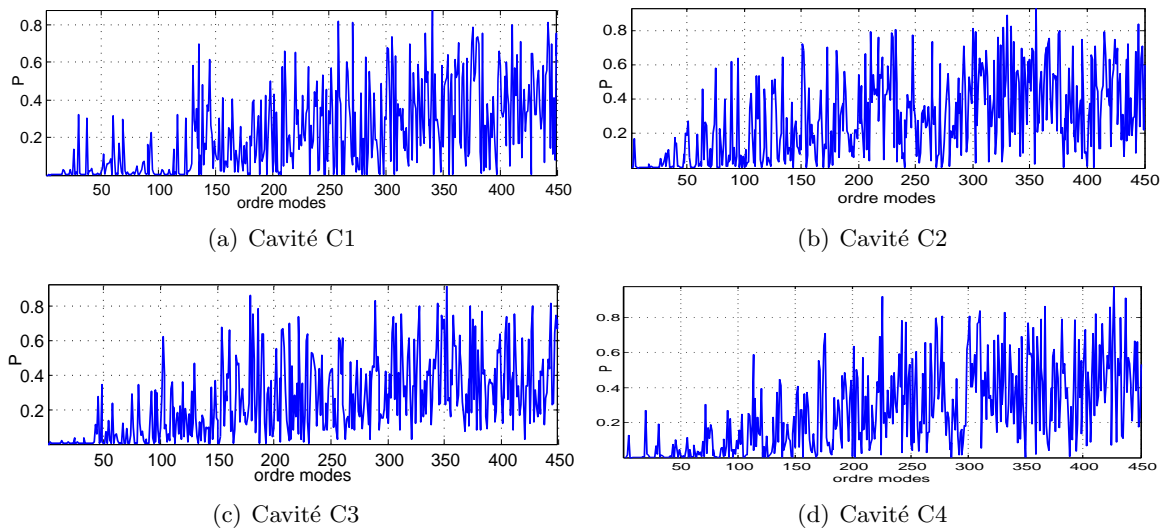


**Figure 3.7:** Résultats du test KS global des quatre cavités.

nombre de modes qui suivent la loi normale augmente avec l'ordre des modes (fréquences) dans les quatre cavités. Nous remarquons que c'est la cavité C3 qui comporte le plus de modes dont les trois composantes suivent la loi, avec seulement quelques modes dont au moins une composante ne suit pas une loi normale.

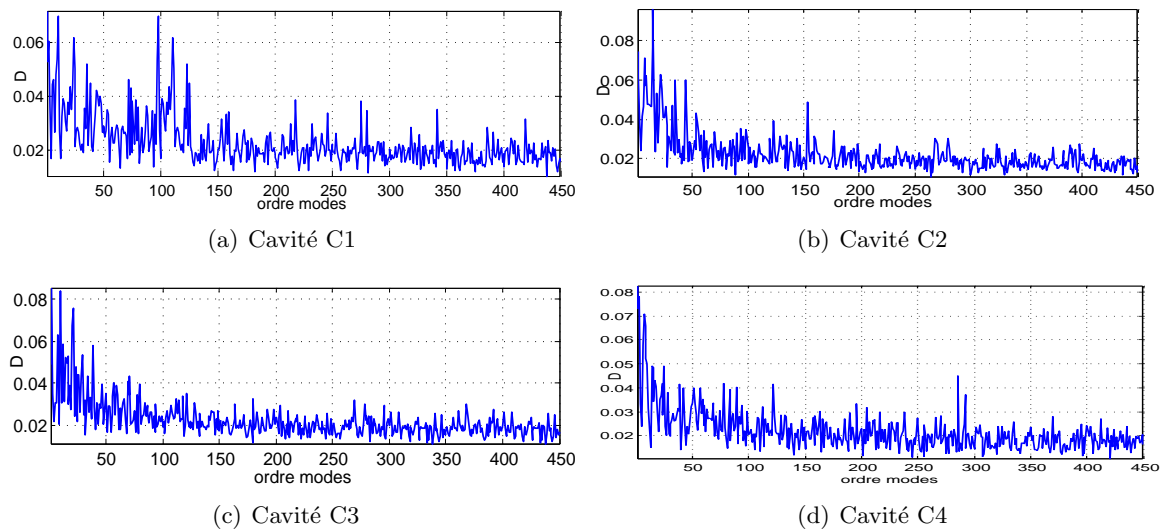
Les probabilités de confirmation du test KS global augmentent avec l'ordre des modes (fréquences) dans toutes les cavités (Fig. 3.8). Les cavités C1, C2 et C4 conservent des pro-





**Figure 3.8:** Probabilités du test KS global des quatre cavités.

probabilités très faibles même aux modes d'ordre élevés (haute fréquence). Seule la cavité C3 n'a pas des probabilités inférieures à 2,5% aux modes d'ordre élevés.



**Figure 3.9:** Distances maximales inter-CDF du test KS global des quatre cavités.

Quant au troisième paramètre du test KS global, les distances inter-CDF des quatre cavités décroissent avec l'ordre des modes (fréquence), mais les cavités C2 et C3 présentent moins de pics aux modes d'ordre élevé. Dans les quatre cavités, la plupart des modes sont homogènes (les trois composantes suivent une loi normale).

Le tableau 3.2 présente les résultats du test global, les moyennes des probabilités de confirmation du test ainsi que les distances inter-CDF, sur tous les modes des quatre cavités ou après exclusion des 30 premiers. Il montre bien que l'introduction de demi-sphères, calottes, et brasseur augmente le nombre de modes homogènes (composantes suivant une loi normale).

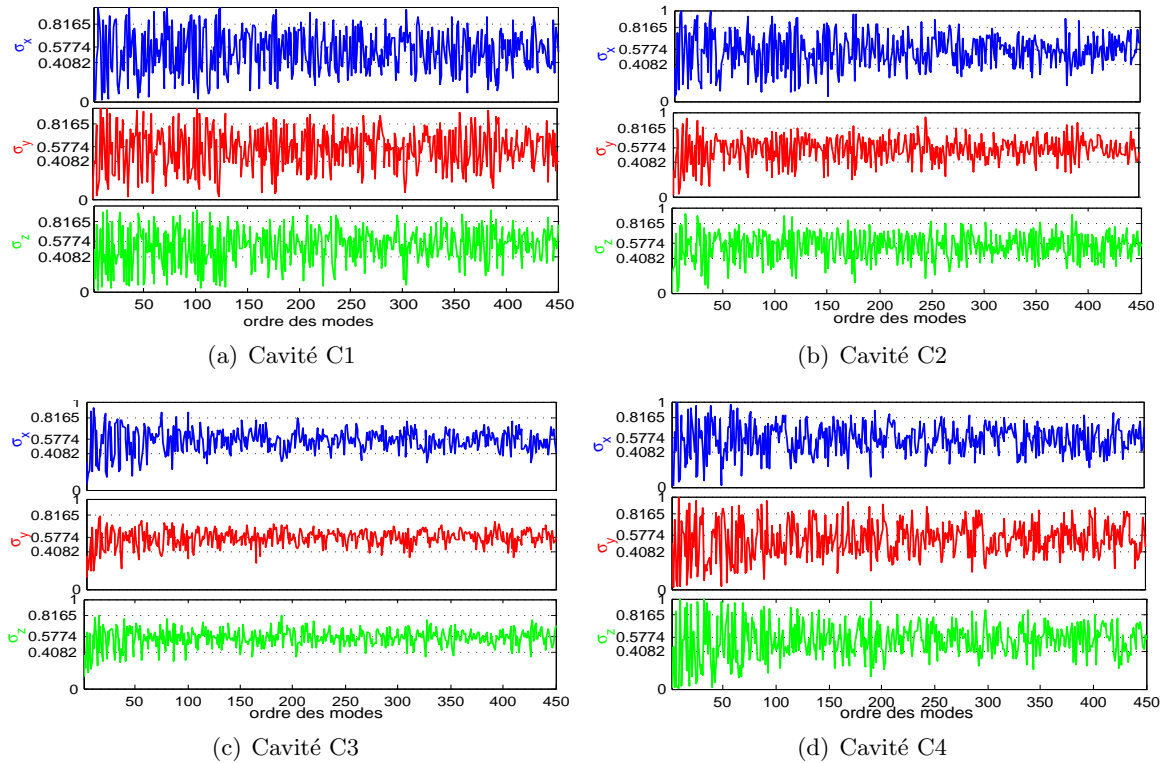
		KS <sub>95%</sub> = 0	KS <sub>95%</sub> = 1	$\langle P_{E_k} \rangle$	$\langle D_{\max} E \rangle$
C1	$E_{tot}$	63.78(67.86)	36.22(32.14)	0.46(0.48)	0.032(0.03)
C2	$E_{tot}$	76(80.95)	24(19.05)	0.50(0.54)	0.03(0.027)
C3	$E_{tot}$	79.33(84.76)	20.67(15.24)	0.48(0.51)	0.03(0.027)
C4	$E_{tot}$	72.44(76.90)	27.56(23.10)	0.48(0.51)	0.03(0.027)

**Table 3.2:** Résultats en % du test KS global, moyennes des probabilités et des distances inter-CDF de tous les modes et, entre parenthèses, sans les 30 premiers modes pour les quatre cavités.

On tire à nouveau la même conclusion, c'est la cavité (C3) avec deux calottes et une demi-sphère qui présente les meilleurs résultats. Dans cette cavité 79% des modes ont les trois composantes qui suivent une normale et 84% des modes les suivent après avoir éliminé les 30 premiers modes.

### 3.2.3 Isotropie du champ

Dans cette partie nous allons comparer l'isotropie des champs de chacune des quatre cavités au cas de l'isotropie idéale. Comme indiqué dans la partie A.3.5 (3.3.5) les modes ergodiques ont trois composantes qui suivent une loi normale et les écarts-types des composantes normalisées sont égaux à  $1/\sqrt{3}$ .



**Figure 3.10:** Écart-types des trois composantes normalisées du champ électrique dans les quatre cavités.

La figure 3.10 montre les écarts-types des composantes normalisées de tous les modes des

quatre cavités. La valeur  $1/\sqrt{3} = 0.5774$  correspond à l'écart-type d'un champ idéalement isotrope. Les deux autres valeurs qui entourent celle-ci sont cette valeur idéale à plus ou moins 3dB.

Les écarts-types des trois composantes se rapprochent de l'écart-type d'un champ idéalement isotrope quand l'ordre des modes croît et ceci pour toutes les cavités. Nous remarquons que sur la figure 3.11(c) les valeurs des écarts-types se rapprochent plus de la valeur idéale, et sont pour la majorité comprises entre les deux valeurs à plus au moins 3dB. La comparaison des écarts-types des composantes normalisées des quatre cavités montre que c'est la cavité avec deux calottes et un hémisphère (C3) qui a les écarts-types les plus proches de l'écart-type idéal. Ceci vient renforcer les études comparatives précédentes. Cette comparaison n'est que visuelle, pour la chiffrer les moyennes des écarts-types des composantes normalisées sont données sur le tableau 3.3 et leurs différences à l'écart-type idéal (0.5774) sont indiquées entre parenthèses. La figure 3.10 montre que les écarts-types varient beaucoup d'un mode à l'autre.

	$\mu_x$	$\sigma_x$	$\mu_y$	$\sigma_y$	$\mu_z$	$\sigma_z$	$\langle \Delta\sigma \rangle$
C1	0.537 (0.04)	0.230	0.544 (0.033)	0.221	0.530 (0.047)	0.208	0.418
C2	0.549 (0.028)	0.188	0.564 (0.013)	0.148	0.556 (0.021)	0.159	0.289
C3	0.563 (0.014)	0.131	0.572 (0.005)	0.096	0.571 (0.006)	0.103	0.177
C4	0.567 (0.01)	0.178	0.539 (0.038)	0.191	0.545 (0.032)	0.197	0.328

**Table 3.3:** Moyennes et écarts-types des écarts-types des composantes normalisées, avec, entre parenthèse, la différence entre la moyenne et l'écart-type idéal (0.5774), et moyenne de  $\Delta\sigma$  à partir du 31<sup>ème</sup> mode.

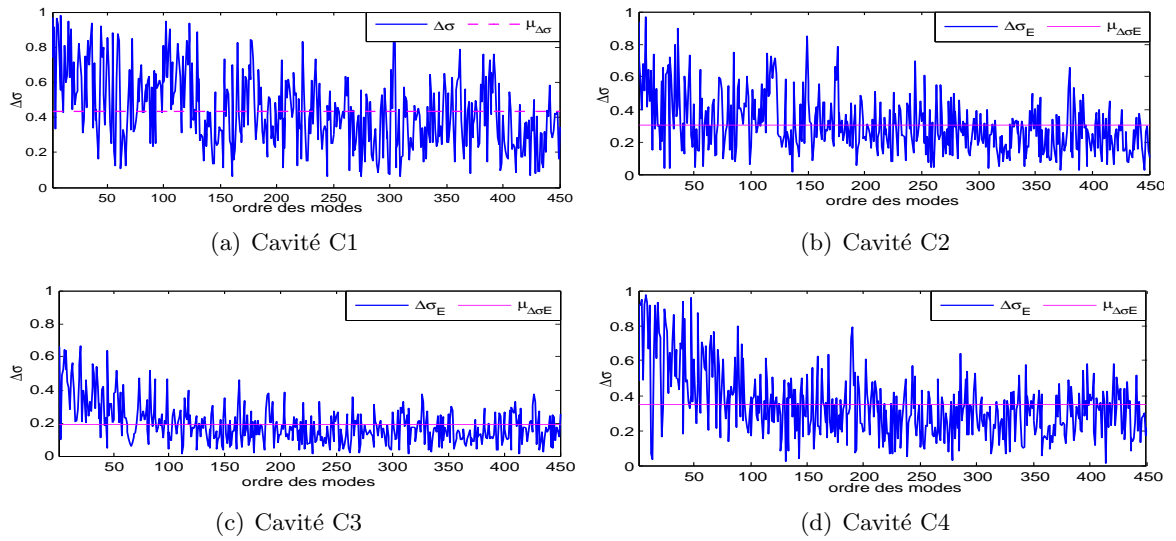
Le tableau 3.3 donne leurs valeurs moyennes pour chacune des composantes sur toute la bande d'étude. C'est pour la cavité C3 que les moyennes des écarts-types sont les plus proches de la valeur idéale. Cette moyenne ne reflète pas les variations des écarts-types d'un mode à l'autre, c'est pourquoi les écarts-types de ces écarts-types ont également été calculés. On constate qu'ils sont les plus faibles dans la cavité C3.

Les écarts de comportement d'une composante à l'autre sont également un bon indicateur de l'isotropie d'un mode. Pour évaluer l'isotropie d'un mode, nous utilisons l'indicateur d'isotropie  $\Delta\sigma$  (Eq. A.4, chap 3). On rappelle qu'il est compris entre 0 et 1, prend une valeur 0 si les trois écarts-types sont égaux, 1 si au moins une composante est nulle et décroît si les écarts-types prennent des valeurs qui se rapprochent.

La figure 3.11 montre que l'indicateur d'isotropie de chaque cavité varie beaucoup d'un mode à l'autre, et décroît avec l'ordre (fréquence) des modes. Certains décroissent plus lentement que d'autres et présentent des pics même aux modes d'ordres élevés. Celui de la cavité C3 est celui qui décroît le plus rapidement et admet la plus faible moyenne. Les moyennes de  $\Delta\sigma$  sans les 30 premiers modes des cavités sont présentées sur le tableau 3.3.

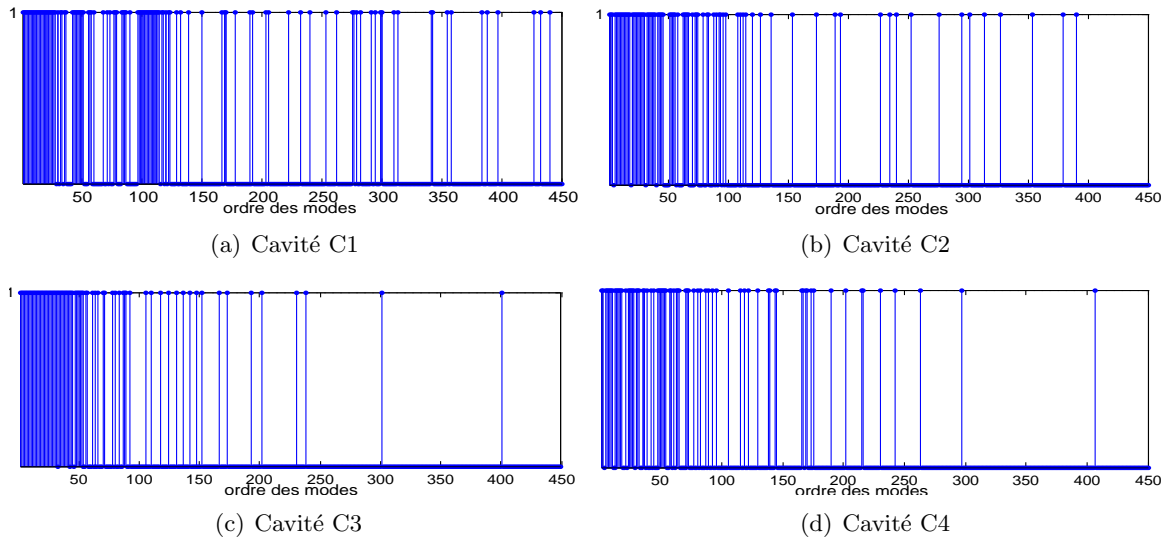
### 3.2.4 Isotropie et changement de base

D'après le critère d'isotropie précédent, l'isotropie du champ est meilleure dans la cavité avec deux calottes et une demi-sphère. Une des propriétés d'un champ isotrope est que sa distribution ne dépend pas de la base de projection. Nous allons vérifier cette propriété en faisant des rotations de la base initiale. En dehors des 5% de marge d'erreur du test, les



**Figure 3.11:** Indicateur d'isotropie  $\Delta\sigma$  des quatre cavités.

modes isotropes réussiront le test quelle que soit la base. La base initiale est celle définie dans la figure 3.1. On applique une rotation de  $\theta_r = 20^\circ$  autour de l'axe (Ox),  $\varphi_r = 30^\circ$  autour de l'axe (Oy) et  $\psi_r = 60^\circ$  autour de l'axe (Oz). Les résultats de l'homogénéité globale (KS global) sont présentés sur la figure 3.12.



**Figure 3.12:** Résultats du test KS global des quatre cavités après rotation.

Les figures 3.7 et 3.12, avant et après rotation, présentent des différences : certains modes n'ont pas la même réponse au test dans les deux bases. Ces modes sensibles à la base ne sont pas isotropes. Nous remarquons que les résultats du test de la cavité C3 dans la nouvelle base sont peu différents de ceux dans la base initiale. Dans cette cavité les modes sont moins sensibles à la base que les modes des autres cavités.

Nous allons étudier si la sensibilité de ces modes est liée à la base choisie, en projetant

le champ sur d'autres bases choisies aléatoirement. Les résultats des test sont donnés dans le tableau 3.4, sous la forme de pourcentages de réussite du test global sur tous les modes ou sans les 30 premiers modes (valeurs entre parenthèses), pour les quatre cavités et dans chacune des bases.

$B_k(\theta, \varphi, \psi)$	$B_{initiale}$	$B_1(\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$	$B_2(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$	$B_3(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$	$B_4(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$
cavité C1	63.78 (67.86)	72.67 (77.62)	72.22 (77.38)	70.67 (75.48)	71.33 (75.48)
cavité C2	76 (80.95)	80.22 (85.48)	80.89 (85.95)	79.56 (84.76)	76.89 (82.14)
cavité C3	79.33 (84.76)	82.00 (87.86)	80.44 (85.94)	81.78 (86.90)	82 (87.38)
cavité C4	72.44 (76.90)	82.44 (86.67)	80.67 (85)	83.11 (87.62)	83.56 (88.1)

**Table 3.4:** Pourcentage de réussite du test KS global dans différentes bases pour tous les modes et, entre parenthèses, sans les 30 premières valeurs.

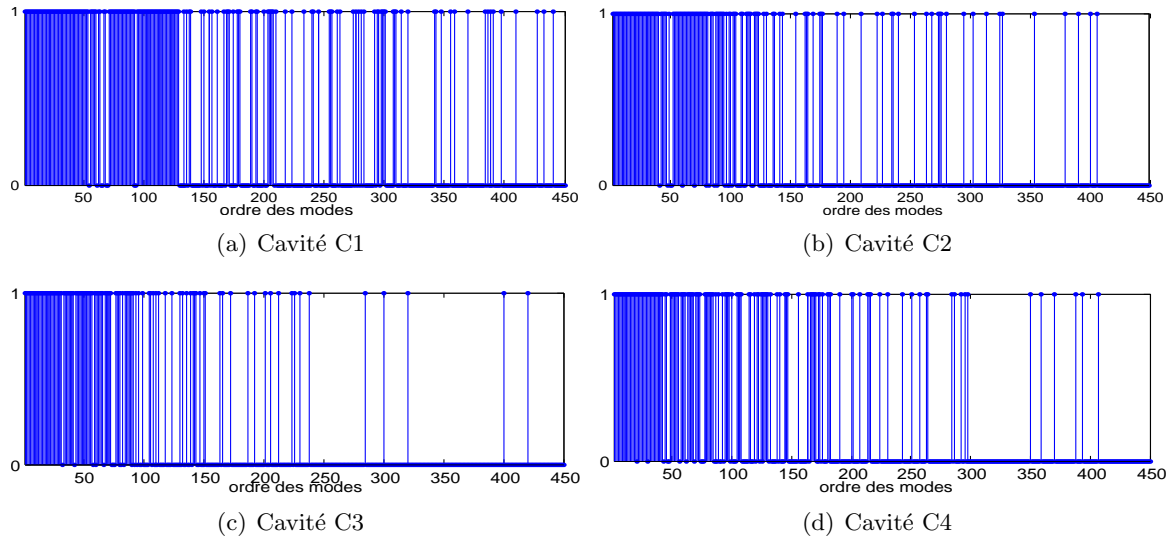
Le tableau 3.4 montre que les pourcentages de réussite du test dans les nouvelles bases ont augmenté dans les quatre cavités par rapport à la base initiale ; la raison est que dans la base initiale les axes sont orthogonaux aux murs de la cavité, de sorte que les orbites relatives à une réflexion dans un plan parallèle à un mur résultent en une composante non uniforme dans ce repère. Les pourcentages trouvés sont similaires dans les nouvelles bases.

Pour chacune des cavités et bases, nous cherchons la variation du pourcentage de réussite par rapport à la base initiale, qui est fonction du nombre de modes non isotropes. Cette variation maximale du taux de réussite pour tous les modes entre les différentes nouvelles bases de projection et la base initiale est de 8.89% dans la cavité avec une demi-sphère, 4.89% pour la cavité avec deux demi-sphères, 2.67% pour la cavité avec deux calottes et une demi-sphère et 11.12% pour la cavité avec brasseur. En excluant les 30 premiers modes elle devient 9.76% dans la cavité avec une demi-sphère, 5% pour la cavité avec deux demi-sphères, 3.1 % pour la cavité avec deux calottes et une demi-sphère et 11.2% pour la cavité avec brasseur. La plus petite variation de pourcentage de réussite entre la base initiale et les autres bases de projection est observée pour la cavité avec deux calottes et une demi-sphère (C3).

La méthode de projection nous permet de connaître le nombre de modes dont les trois composantes suivent une loi normale dans deux bases de projection, la base initiale et une base obtenue par rotation de cette dernière. En effet, nous avons observé une variation du taux de réussite du test KS global, et il est fort probable que des modes qui n'ont pas réussi le test dans la base initiale le réussissent dans une autre base de projection. Pour cela nous avons proposé un test en double base, ce qui consiste à déterminer les modes qui réussissent le test dans les deux bases, initiale et dérivée. Ce test nous permet de connaître les modes qui ne dépendent pas du système de coordonnées, et sont donc isotropes. Les résultats de ce test en double base sont :

- 0 (test réussi), si le mode réussit le test dans les deux bases, c'est-à-dire si ses trois composantes suivent une loi normale dans chacune des deux bases.
- 1 (test rejeté), si le mode ne passe pas le test KS global dans au moins une des deux bases. Ce mode a donc au moins une composante qui ne suit une loi normale dans une des deux bases.
- -1 (test rejeté), si le mode a au moins une composante nulle dans une des deux bases.

Nous avons une base initiale et quatre bases de projection dérivées définies sur le tableau 3.4. En raison de la multitude d'intersection entre bases possibles, nous avons choisi d'appliquer ce test en double base en considérant la base initiale et la base B1 puis la base initiale et la base B3. Les résultats globaux sont donnés sur le tableau 3.5. Nous avons considéré l'ensemble des modes puis retranché les 30, 50 et 100 premiers modes pour voir l'influence de l'ordre des modes. Le choix des deux bases tient à leurs différences : pour la base B1, les angles de rotation sont très différents, alors que pour la base B3 ils sont égaux.



**Figure 3.13:** Résultats du test KS global double base :  $B_i \cap B_1$  pour les quatre cavités.

Le tableau 3.5 montre que le nombre de modes suivant une loi normale augmente avec l'ordre des modes (fréquence), ce qui a déjà été observé dans les études précédentes. La figure 3.13(c) est celle qui présente les plus de zéros sur la figure 3.13. Une fois encore la cavité avec deux calottes et un hémisphère présente les meilleurs résultats dans cette étude.

		tous modes	31 → 450	51 → 450	101 → 450
$B_i \cap B_1$	C1	56.44	60.48	63.5	70.29
	C2	69.56	74.52	77	85.14
	C3	74.00	79.29	82.75	90.29
	C4	68.00	72.38	75.25	82.28
$B_i \cap B_3$	C1	56.88	60.95	64	70.57
	C2	70	75	76.75	83.71
	C3	73.78	79.05	82.50	90
	C4	69.11	73.81	77.25	84.29

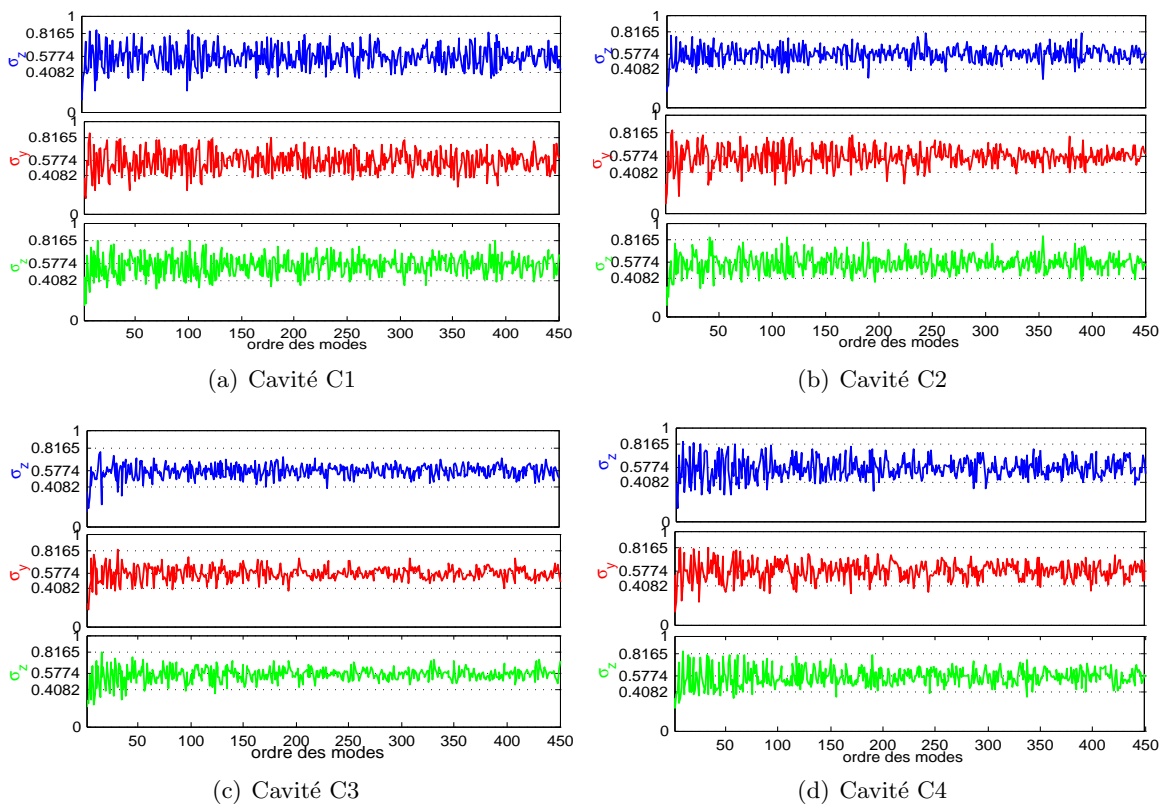
**Table 3.5:** Pourcentage de réussite du test KS global dans les deux bases :  $B_i \cap B_k$  dans les quatre cavités

Le Tableau 3.5 montre que les pourcentages de réussite double base varient très peu entre les bases B1 et B3. Les intersections entre la base initiale et la base B1 ou la base B2 donnent des pourcentages de réussite plus faibles que dans la base initiale, mais ces pourcentages restent toutefois élevés surtout aux hautes fréquences. Ceci montre que le nombre de modes

homogènes et isotropes (car insensibles au système de coordonnées) est important. Le pourcentage de réussite augmente avec le nombre des premiers modes exclus. C'est la cavité avec deux calottes et un hémisphère qui présente toujours les meilleures performances, avec en particulier un taux de réussite de plus de 90% lorsqu'on exclut les 100 premiers modes.

### écarts-types et changement de base

La figure 3.10 montre que, pour certains modes, certaines composantes ont des écarts-types très faibles, et ceci tout particulièrement pour la cavité C1 et dans une moindre mesure pour les cavités C2 et C4. Comme nous l'avons déjà vu avec l'équation A.5 (éq : 3.5), les composantes des modes après rotation sont une combinaison linéaire de trois composantes dans la base initiale, de sorte que l'effet d'une composante nulle dans la base initiale sera moins important dans la base dérivée.



**Figure 3.14:** écarts-types des trois composantes normalisées du champ électrique des quatre cavités dans la base de projection B1.

La figure 3.14 montre que les écarts-types des composantes normalisées dans la base de projection B1 sont beaucoup plus proches de la valeur idéale que dans la base initiale. En particulier, dans cette nouvelle base les valeurs minimales des écarts-types sont beaucoup plus importantes. Ceci indique que les valeurs très faibles décelées dans la base initiale correspondent à des modes présentant un comportement similaire aux modes de la cavité vide. Dans la nouvelle base, les écarts-types sont proches de la valeur idéale pour les composantes de la cavité avec deux calottes et une demi-sphère (C3).

Le tableau 3.6 indique les moyennes des écarts-types des composantes normalisées dans la nouvelle base B1 et leurs différences avec l'écart-type du champ idéalement isotrope.

$\langle \sigma_k \rangle$	$E_x$	$E_y$	$E_z$
Cavité C1	0.569 (0.008)	0.563 (0.014)	0.56 (0.017)
Cavité C2	0.57 (0.007)	0.565 (0.012)	0.566 (0.011)
Cavité C3	0.57 (0.007)	0.569 (0.008)	0.569 (0.008)
Cavité C4	0.562 (0.015)	0.575 (0.002)	0.563 (0.014)

**Table 3.6:** Moyennes des écarts-types des composantes normalisées dans la base de projection B1( $\pi/9, \pi/6, \pi/3$ ), et, entre parenthèses, différence avec l'écart-type idéal (0.577)

Les résultats du tableau 3.6 (base B1) sont beaucoup plus proches de l'écart-type du champ idéalement isotrope que ceux du tableau 3.3 (base initiale). Les valeurs des écarts-types de la cavité C3 dans la nouvelle base sont tous du même ordre avec un écart à la valeur idéale d'ordre  $10^{-2}$ . Toutefois, ces résultats ne nous donnent qu'une idée globale du comportement des composantes. Pour plus de finesse d'analyse, nous avons évalué la moyenne du critère d'isotropie  $\Delta\sigma$  pour chaque cavité et dans toutes les bases (voir tableau 3.7).

$\langle \Delta\sigma \rangle$	B initiale	B1	B2	B3	B4
C1	0.436	0.21	0.22	0.198	0.227
C2	0.305	0.165	0.164	0.156	0.186
C3	0.193	0.129	0.117	0.114	0.14
C4	0.350	0.181	0.2	0.191	0.183

**Table 3.7:**  $\langle \Delta\sigma \rangle$  de chaque cavité dans toutes les bases.

Les moyennes de l'indice d'isotropie sont plus grandes dans la base initiale que dans les autres bases de projection, en raison de l'influence des parois des cavités dans la distribution de certains modes faiblement perturbés par les objets insérés dans la cavité parallélépipédique. Dans les nouvelles bases, aucune composante n'est d'amplitude très faible, de sorte que les moyennes de l'indice d'isotropie sont plus faibles. Nous évaluons la variation maximale de la moyenne de l'indice d'isotropie entre la base initiale et les autres bases de projection. On obtient 54,6% pour la cavité avec un hémisphère, 48,85% pour la cavité avec deux hémisphères, 40,9% pour la cavité avec deux calottes et un hémisphère et 48,3% pour la cavité avec brasseur; la variation est donc la plus faible avec la cavité C3. Cette cavité avec deux calottes et un hémisphère présente par ailleurs les moyennes de l'indice d'isotropie les plus faibles dans toutes les bases.

### 3.2.5 Coefficients d'isotropie, d'homogénéité

Dans cette partie nous évaluons quelques grandeurs définies dans [21]. Nous rappelons que ces opérateurs mathématiques sont appliqués aux valeurs des champs prises sur la ligne 3D pour chaque mode de résonance, ce qui implique que le recouvrement modal apparaissant lors du fonctionnement de la chambre réverbérante n'est pas pris en compte ici. Il s'agit d'études modales, effectuées sans brassage, ni mécanique ni fréquentiel.

Pour chacune des composantes du champ électrique, on a prélevé 1001 valeurs sur la grille



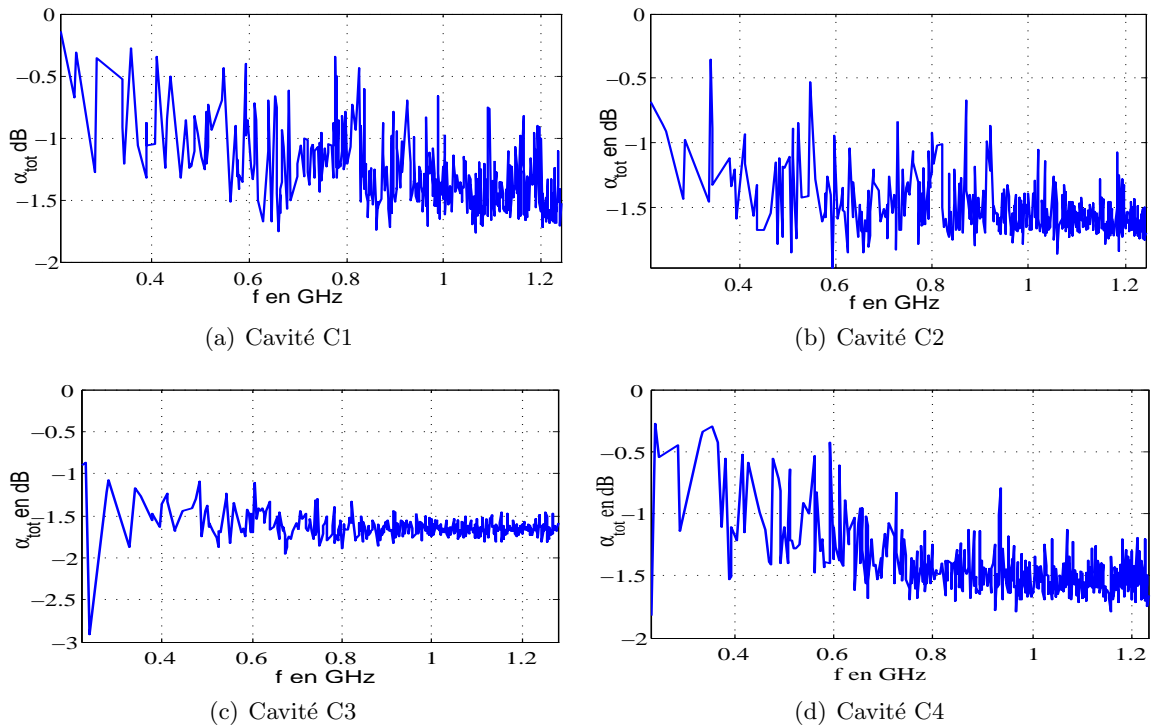
3D de chacune des quatre cavités. Comme précédemment, on a, pour chaque mode, normalisé la puissance de chaque composante par la puissance totale du champ électrique :

$$p_i^k = \frac{|e_i^k|^2}{|E|^2} \text{ avec } i = x, y, z$$

Les coefficients d'isotropie statiques sont définis, pour des valeurs moyennes calculées sur les 1001 valeurs prises sur la grille, par :

$$\alpha_{ij}^k = \left| \frac{p_i^k - p_j^k}{p_i^k + p_j^k} \right| \text{ avec } i \neq j = x, y, z \implies \alpha_{\text{tot}}^k = \sqrt{\frac{(\alpha_{xy}^k)^2 + (\alpha_{yz}^k)^2 + (\alpha_{zx}^k)^2}{3}}$$

En raison des fluctuations très importantes des coefficients  $\alpha_{ij}$ , nous visualisons uniquement les coefficients d'isotropie totaux des cavités.



**Figure 3.15:**  $\langle \alpha_{\text{tot}} \rangle$  sur les 1001 valeurs de la grille des quatre cavités

Nous remarquons que les coefficients d'isotropie globaux des quatre cavités évoluent différemment avec la fréquence (Fig. 3.15). La cavité C<sub>3</sub> a des coefficients qui, en dehors des tout premiers modes, varient très peu avec la fréquence ; d'après ce critère, seule cette cavité admet un comportement stable pour presque tous les modes étudiés.

Le tableau 3.8 présente les moyennes et écarts-types sur les bandes d'étude contenant le même nombre de fréquences de résonance.

La cavité avec deux calottes et une demi-sphère admet les moyennes et écarts-types les plus faibles pour l'ensemble des coefficients. On voit donc encore via ce critère que cette cavité présente les meilleures performances.

$\alpha_{ij}$ paramètres	$\alpha_{xy}$		$\alpha_{yz}$		$\alpha_{zx}$		$\alpha_{tot}$	
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
C1	0,713	0,039	0,691	0,029	0,702	0,031	0,740	0,027
C2	0,674	0,029	0,649	0,012	0,677	0,029	0,707	0,020
C3	0,650	0,014	0,634	0,008	0,652	0,015	0,687	0,014
C4	0,676	0,023	0,687	0,032	0,680	0,035	0,720	0,024

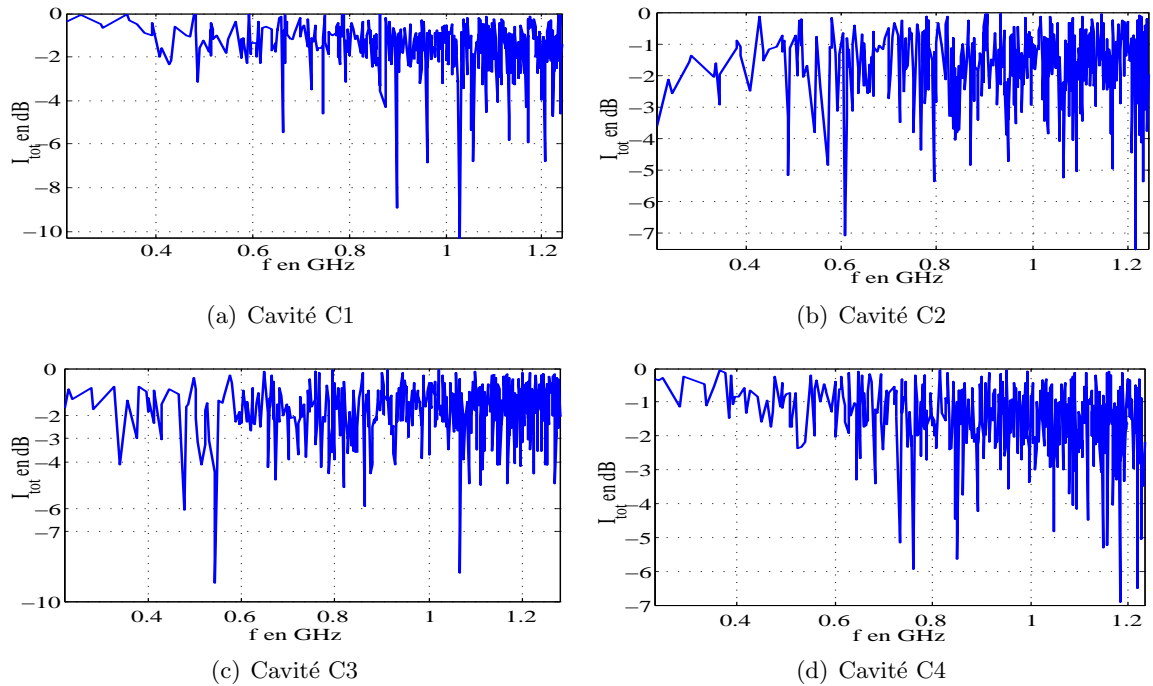
**Table 3.8:** Moyennes et écarts-types des coefficients d'isotropie (échelle linéaire)  $\alpha_{ij}$ .

### Coefficients d'homogénéité

Les coefficients d'homogénéité sont définis à partir de la différence des puissances prises en deux points  $p_1$  et  $p_2$  différents espacés d'au moins  $\lambda$ . Dans notre cas nous avons utilisés tous les couples de deux points parmi les huit sommets de la zone centrale (grille). Ces coefficient sont utilisés ici pour comparer les quatre cavités sur toute la bande fréquentielle.

$$I_{\alpha}^k = \left| \frac{p_{\alpha}^k(r_1) - p_{\alpha}^k(r_2)}{p_{\alpha}^k(r_1) + p_{\alpha}^k(r_2)} \right| \text{ avec } \alpha = x, y, z \Rightarrow I_{xyz}^k = \sqrt{\frac{(I_x^k)^2 + (I_y^k)^2 + (I_z^k)^2}{3}} \quad (3.1)$$

Ce coefficient est nul dans le cas idéal, et égal à 1 quand l'amplitude s'annule en un des deux points.



**Figure 3.16:**  $\langle I_{tot} \rangle$  sur les 1001 valeurs de la grille des quatre cavités

Les coefficients d'homogénéité globaux  $I_{ij}$  des quatre cavités ont des variations similaires (Fig. 3.16).

Le tableau 3.9 présente les moyennes (en dB) des quatre coefficients d'homogénéité, ainsi

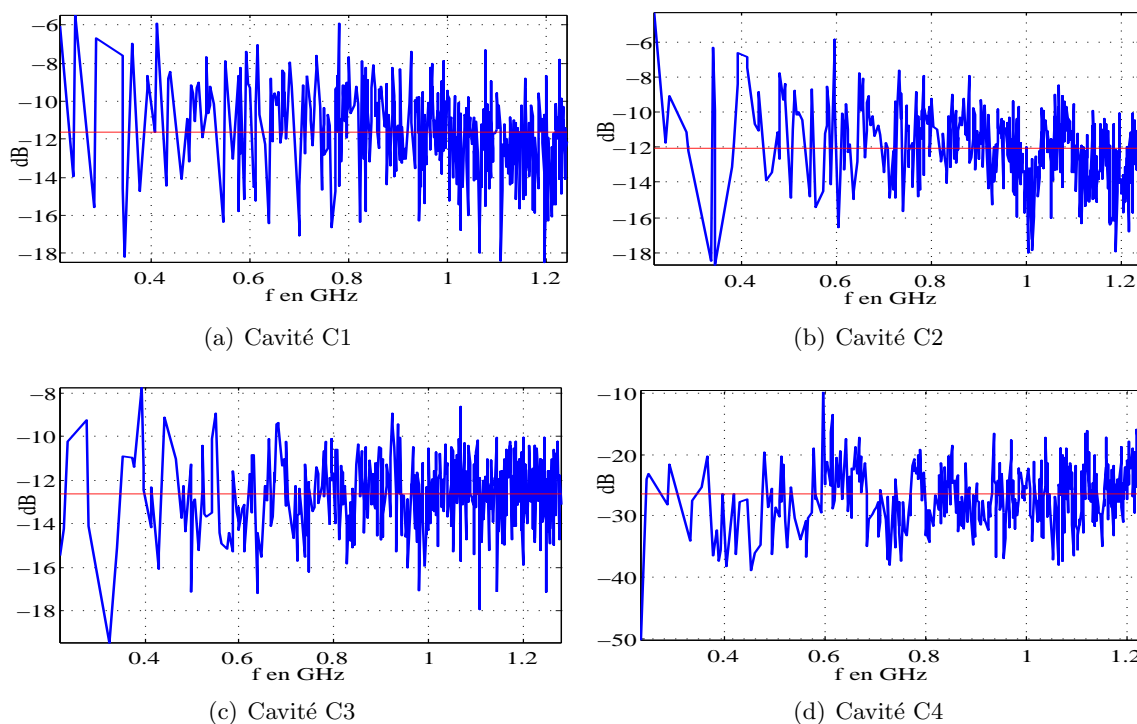
$I_i$ paramètres	$I_x$		$I_y$		$I_z$		$I_{tot}$	
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
C1	0,635	0,318	0,660	0,317	0,708	0,300	0,720	0,159
C2	0,643	0,316	0,657	0,302	0,646	0,305	0,700	0,158
C3	0,607	0,318	0,660	0,294	0,619	0,315	0,680	0,160
C4	0,666	0,297	0,676	0,306	0,678	0,305	0,722	0,153

**Table 3.9:** Moyennes et écarts-types (échelle linéaire) des coefficients d'homogénéité  $I_{ij}$ .

que leurs écarts-types calculés à partir des valeurs en échelle linéaire. Ce choix d'échelle différente tient au fait que les valeurs tendent en valeur absolue vers zéro dans le cas idéal, de sorte qu'un écart-type important en dB pourrait dans ce cas correspondre à l'existence de modes de très bon comportement, mais également à celle de modes inhomogènes. On remarque que la moyenne minimale du coefficient d'homogénéité total est obtenue avec la cavité C3 suivie de la cavité C2. Les moyennes les plus faibles sont obtenues avec C3.

### Puissances modales

A partir des valeurs des composantes prises sur la grille centrale dans chacune des cavités, nous avons calculé la puissance électrique en chaque point puis la moyenne de cette puissance sur les 1001 valeurs. Ces valeurs de champ n'ont pas été normalisées, mais comme elles ont été prises de la même manière pour chaque cavité, elles nous permettent de mener une étude comparative des cavités. La figure 3.17 représente les puissances modales des cavités.



**Figure 3.17:** Puissances modales (courbe bleu) et leurs moyennes sur toute la bande (ligne rouge) des quatre cavités

La figure 3.17 montre une variation plus ou moins importante en fonction de la fréquence. Les trois premières cavités ont des variations de puissance du même ordre alors que la cavité avec brasseur présente des puissances modales globalement beaucoup plus faibles qui varient plus fortement d'un mode à l'autre.

Les tableau 3.10 présente les paramètres des puissances de chacune des quatre cavités.

<i>paramètres</i>	$\mu$	$\sigma$	Max	médiane	Min
$P_{C_1}$	0,271	0,069	0,535	0,265	0,120
$P_{C_2}$	0,259	0,063	0,608	0,257	0,117
$P_{C_3}$	0,238	0,044	0,411	0,239	0,106
$P_{C_4}$	0,055	0,033	0,327	0,047	0,003

**Table 3.10:** Paramètres des moyennes des puissances (échelle linéaire) modales des quatre cavités.

Les résultats obtenus, à savoir une puissance globalement plus faible dans la cavité avec brasseur, ne peuvent être expliqués pour l'instant. Des études plus détaillées seront menées dans la partie 3.4 (localisation de champs) où nous montrerons pourquoi nous avons des puissances beaucoup plus faibles dans le volume central de la cavités avec brasseur fixe.

### 3.2.6 Homogénéité et isotropie du champ total

Les études faites au début de ce chapitre montrent que la cavité C3 avec deux calottes et une demi-sphère présente les meilleures performances. C'est pourquoi nous nous focalisons ici sur cette cavité, et nous comparons ses performances à celle de la chambre réverbérante standard avec brasseur C4. Afin de pouvoir faire une comparaison des critères statistiques des deux cavités, on se place d'un cas idéal, en supposant que tous les modes de la bande d'étude (500) ont été excités et qu'ils ont le même facteur de qualité.

Les coefficients d'uniformité et d'anisotropie définis dans [21] s'appliquent au champ d'une cavité (RC) excitée par une ou des antennes et non aux modes propres de la RC. Dans cette partie, nous reconstruisons le champ total à chaque fréquence à partir des modes propres précédemment déterminés, de façon à pouvoir comparer, dans des conditions plus proches d'une application classique, les performances de la cavité avec brasseur à celle de la cavité avec deux calottes et une demi-sphère, et ceci à partir de critères standardisés.

Pour une cavité excitée (RC) à la pulsation  $\omega$ , le champ à cette pulsation peut être déterminé à partir des modes propres suivant [56, 57, 16] :

$$\vec{E}_{(\omega)} = -\frac{j\omega\mu}{V} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{k_m^2 - k^2} \left( \frac{\int_V \vec{J} \cdot \vec{e}_m \, dv}{\int_V |\vec{e}_m|^2 \, dv} \right) \cdot \vec{e}_m \quad (3.2)$$

où  $k = k_0^2 [1 - (-1 + j) \cdot \omega_m / (Q_m \omega)]$ ,  $Q_m$  est le facteur de qualité du  $m^{\text{th}}$  mode propre,  $V$  est le volume de la cavité,  $k_m$  est relié à la pulsation propre du  $m^{\text{th}}$  par  $k^{\text{th}} = \omega_m / c$  avec  $c$  la célérité de la lumière dans le vide.

Le courant  $\vec{J}$  représente la source. Comme cette étude vise à montrer l'influence de la cavité indépendamment des propriétés de l'excitation, nous supposons que le couplage entre l'excitation et la cavité est le même pour tous les modes et que les pertes ohmiques le sont

aussi. Le facteur de qualité dépendant beaucoup de l'antenne excitatrice [58], nous supposons également que le facteur de qualité est identique pour tous les modes. L'équation 3.2 devient :

$$\vec{E}_{(\omega)} = E_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_m^2 - \omega^2 [1 - (-1 + j) \cdot \omega_m / (Q_m \omega)]} \cdot \vec{e}_m \quad (3.3)$$

avec  $E_0$  une constante et  $\vec{e}_m$  le champ du  $m^{\text{th}}$  mode normalisé par  $\sqrt{\int_v |\vec{e}_m|^2 dv}$ , intégrale volumique dans la cavité et  $Q_m = Q$ .

Cette équation fréquentielle 3.3 montre que la largeur spectrale de chaque mode propre est non nulle. Ainsi les modes ne sont pas excités uniquement à leurs fréquences de résonance, mais leur pondération diminue rapidement quand la fréquence de résonance s'éloigne de la fréquence d'excitation. Cette reconstitution du champ à partir des contributions de tous les modes nous permet d'appliquer les critères d'uniformité et d'anisotropie normalisés.

L'uniformité du champ est caractérisée par quatre écarts-types. L'écart-type associé à la composante du champ  $E_i$  ( $i = x, y, z$ ) est calculé par :

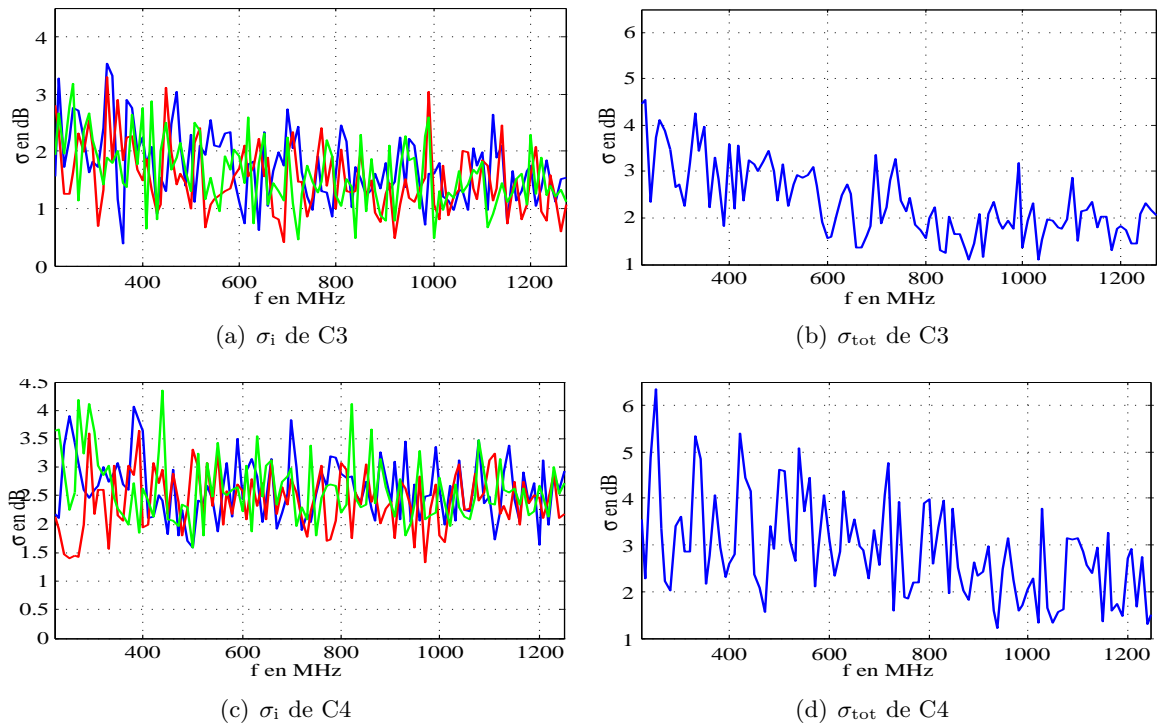
$$\sigma_{i,\text{dB}} = 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{\sigma_i}{\langle E_{i,\text{max}} \rangle} \right) \quad (3.4)$$

avec l'écart-type  $\sigma_i$  et la moyenne  $\langle E_{i,\text{max}} \rangle$  calculés à partir des amplitudes maximales des composantes du champ sur une rotation du brasseur en chacun des huit sommets de la zone de test. L'écart-type global  $\sigma_{\text{tot}}$  du champ est calculé lui aussi par la même formule mais les paramètres sont calculés à partir de la combinaison des valeurs maximales des trois composantes du champ. Ces écarts-types nous donnent des indications à la fois sur l'homogénéité et sur l'isotropie du champ.

Comme dans notre étude le brasseur et la demi-sphère sont fixes, nous remplaçons le brassage mécanique par une translation dans les trois directions des huit points d'un cube de 0.25 m de côté et de faces parallèles aux parois des cavités. Les valeurs des composantes de champs seront prélevées, pour chaque position de ce cube, aux huit sommets. Le pas de translation est de 0.1 m, le volume central (grille) dans lequel ce cube se déplace a pour dimensions 0.45, 0.55, et 0.55 m respectivement dans les directions suivant  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Les huit valeurs maximales de chacune des composantes sont déterminées à partir des valeurs obtenues aux 49 positions du cube.

La comparaison entre les écarts-types dans les deux cavités est menée sur la bande fréquentielle totale, entre 0.22 à 1.28 GHz, en prenant un facteur de qualité de 10000, ceci conduit à un faible recouvrement modale. Le choix des fréquences de reconstruction du champ se fait de deux manières : tout d'abord avec un pas fréquentiel fixe de 10 MHz, puis uniquement aux fréquences de résonance.

Voyons tout d'abord les résultats obtenus avec un pas fréquentiel fixe. Les écarts-types des composantes et totaux pour les deux cavités sont présentés sur la figure 3.18. On observe que les écarts-types des composantes du champ électrique dans la cavité avec calottes (Fig. 3.21(d)) ne dépassent pas les 3 dB à partir de 470 MHz à l'exception d'une seule fréquence (990 MHz). En revanche les écarts-types des composantes dans la cavité avec brasseur dépassent les 3 dB même aux fréquences plus élevées de la bande d'études (Fig. 3.18(c)). L'écart-type



**Figure 3.18:** Ecart-types des trois composantes et total dans les deux cavités (bleu pour  $E_x$ ), (rouge pour  $E_y$ ) et (vert pour  $E_z$ ), fréquence prise régulièrement avec un pas 10 MHz et facteur de qualité  $Q = 10000$ .

total de la cavité avec calottes (Fig. 3.18(b)) décroît avec la fréquence et il est pour la plupart des fréquences inférieur à 3 dB à partir de 570 MHz, alors que celui de la cavité avec brasseur dépassent les 3 dB même aux plus hautes fréquences.

	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\sigma_{\text{tot}}$
Cavité C <sub>3</sub>	1.74	1.53	1.61	2.35
Cavité C <sub>4</sub>	2.63	2.41	2.62	2.87

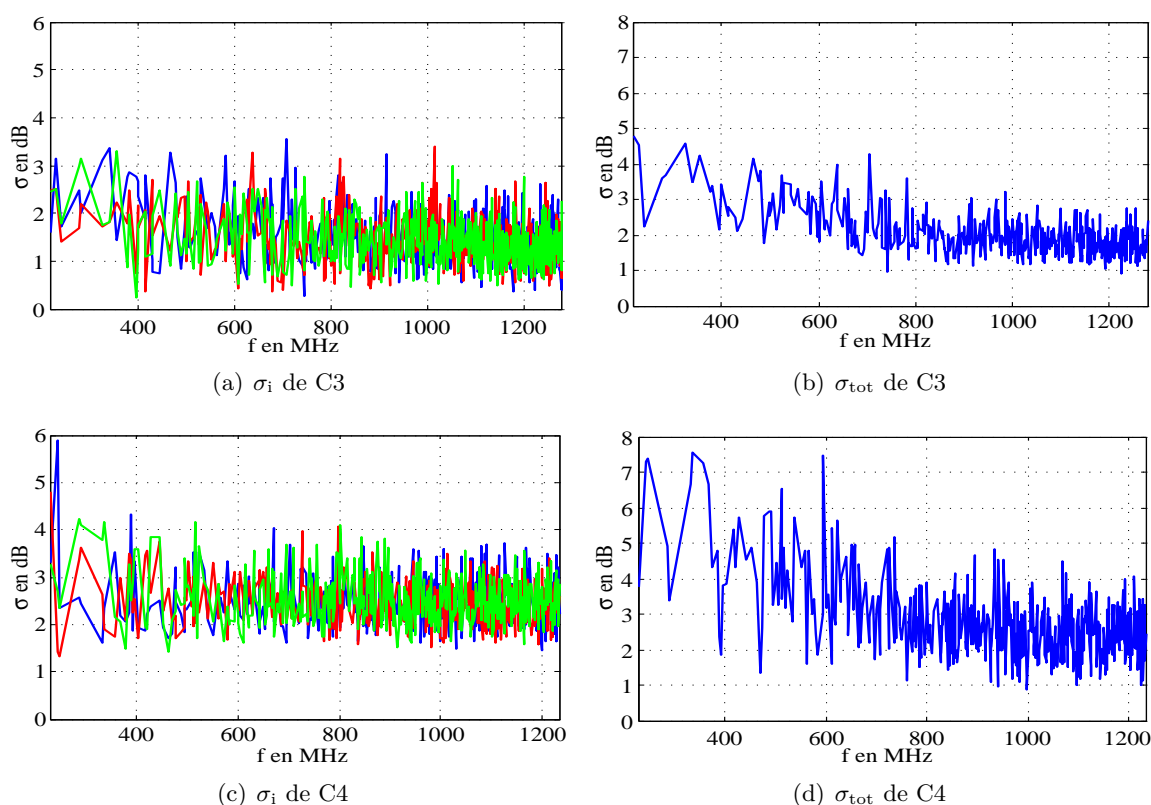
**Table 3.11:** Moyennes des écarts-types des trois composantes des cavités C3 et C4

Le tableau 3.11 présente les moyennes des écarts-types dans les deux cavités ; nous retrouvons bien que les écarts-types de la cavité avec deux calottes et une demi-sphère soient plus petits que ceux de la cavité avec brasseur. Dans ce cas, la cavité avec deux calottes et une demi-sphère présente donc les meilleurs résultats. Afin d'étudier l'influence du choix des fréquences de reconstruction du champ, nous allons maintenant effectuer les calculs des champs aux fréquences de résonance de la cavité. Ceci permet de mieux détecter les pics d'amplitude.

Les résultats de la figure 3.19 issus des calculs aux fréquences de résonance conduisent à la même conclusion quant-aux meilleures performances de la cavité C3 sur C4.

Le tableau 3.12 représente les moyennes des écarts-types modaux. Elle montre que la cavité avec deux calottes et un hémisphère a les moyennes les plus petites. Alors cette dernière cavité a une meilleure isotropie et homogénéité fréquentielle que la cavité avec brasseur.

Un étude menée avec plusieurs (résultats non présentés ici) choix différents de fréquences



**Figure 3.19:** Ecart-types (bleu pour  $E_x$ ), (rouge pour  $E_y$ ) et (verte pour  $E_z$ ) pour un champ reconstruit aux fréquences de résonance des cavités C3 et C4, pour un facteur de qualité de 10000.

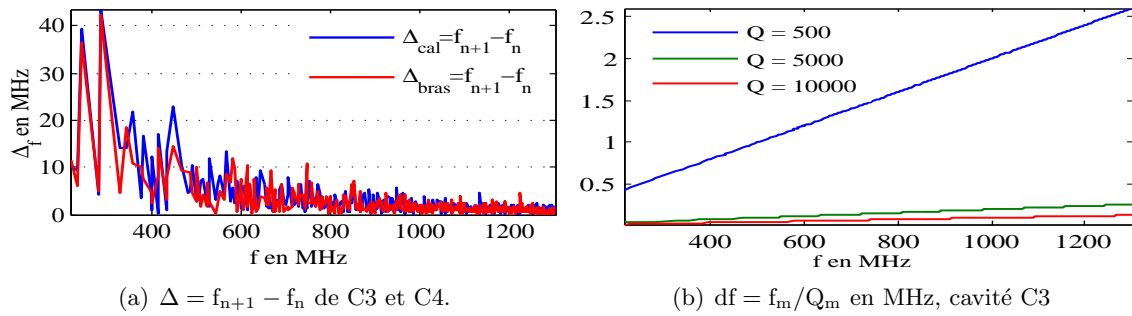
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\sigma_{tot}$
Cavité C <sub>3</sub>	1.51	1.45	1.43	2.00
Cavité C <sub>4</sub>	2.50	2.46	2.52	2.78

**Table 3.12:** Moyennes des écarts-types dans les cavités C3 et C4 pour un champ reconstruit aux fréquences de résonances, avec un facteur de qualité  $Q = 10000$ .

ont montré une différence liée au choix du pas fréquentiel. On déduit de cette différence que le pas de 10 MHz était trop grand au regard de l'écart de fréquence entre modes.

La figure 3.20(a) représente l'évolution de l'écart fréquentiel entre modes adjacents. Elle montre que les écarts adjacents décroissent avec la fréquence, ceci est dû au fait que la densité modale augmente avec la fréquence. L'écart fréquentiel minimum est de 65 kHz pour la cavité avec deux calottes et un hémisphère et de 47 kHz pour la cavité avec brasseur. Il nous faudra donc prendre un pas fréquentiel assez faible pour retrouver toutes les résonances ; nous avons choisi pour limite un tiers de l'écart fréquentiel minimum, soit 13 kHz dans la cavité chaotique et 9 kHz dans la cavité avec brasseur.

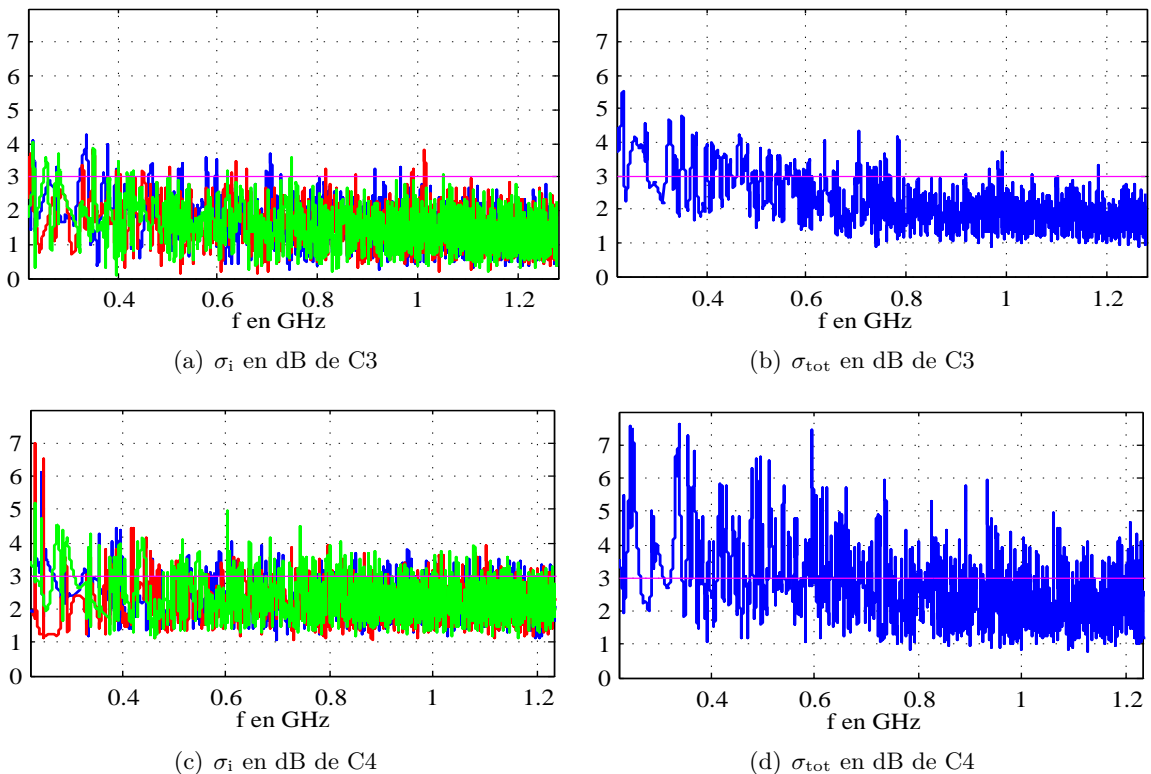
Par ailleurs, il est nécessaire de tenir compte de la largeur de résonances pour choisir un pas fréquentiel permettant une description correcte de celles-ci. La figure 3.20(b) représente la largeur de bande  $df = f_m/Q_m$  de chaque mode de la cavité avec 2 calottes et un hémisphère. Nous constatons que c'est avec le plus de pertes ( $Q = 500$ ) qu'on obtient les largeurs les plus



**Figure 3.20:** (a) écarts fréquentiels ( $\Delta = f_{n+1} - f_n$ ) dans les deux cavités, (b) largeur des résonances dans la cavité C3.

importantes, et que celles-ci augmentent avec la fréquence puisque  $Q$  est fixé.

Notre second critère consiste à choisir un pas fréquentiel égal au tiers de la plus faible largeur de résonance ( $df$ ), ce qui conduit à un pas fréquentiel maximum de 7,3 kHz avec la cavité C3 et 7,7 kHz avec la cavité C4. Pour respecter les deux critères (sur l'espacement entre fréquences de résonance et sur les largeurs de résonance), nous prendrons ces derniers pas, le dernier critère étant le plus restrictif.



**Figure 3.21:** écarts-types des trois composantes et total dans les deux cavités (bleu pour  $E_x$ ), (rouge pour  $E_y$ ) et (vert pour  $E_z$ ), fréquence prise régulièrement avec un pas fréquentiel de  $\min(df/3)$  et facteur de qualité  $Q = 10000$ .

Les résultats de la figure 3.21 issus du second critère montre que les écarts-types de la cavité avec deux calottes sont plus faibles que ceux de la cavité avec brasseur. Ceci conduit à



la même conclusion quant aux meilleures performances de la cavité avec deux calottes et un hémisphère par rapport à la cavité avec brasseur.

	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\sigma_{\text{tot}}$
Cavité C <sub>3</sub>	1,69	1,59	1,63	2,33
Cavité C <sub>4</sub>	2,35	2,22	2,46	2,84

**Table 3.13:** Moyennes des coefficients d'anisotropie des cavités C3 et C4, fréquences prises au hasard, un pas de  $\min(df/3)$  et un facteur de qualité de  $Q = 10000$ .

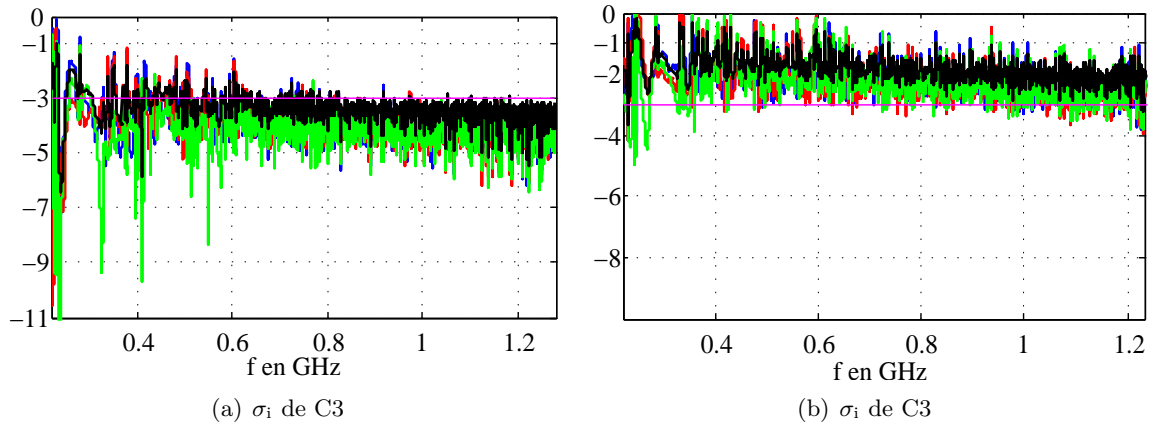
Pour une comparaison globale sur toutes les fréquences, nous avons calculé les moyennes des écarts-types. Le tableau 3.13 présente ces valeurs moyennes pour les deux cavités. Il montre ainsi que les plus faibles écarts-types moyens sont obtenus dans la cavité avec 2 calottes et un hémisphère.

### Coefficients d'anisotropie

Nous utilisons la même procédure pour calculer les coefficients d'anisotropie des composantes et global donnés par l'équation 3.5 c'est-à-dire que nous reconstruisons le champ total et nous remplaçons le brassage mécanique par une translation des points d'observation du champ. L'étude comparative va se présenter de la même manière que celles sur les écarts-types, en utilisant directement les pas fréquentiels calculés à partir des largeurs de résonance.

$$\langle A_{\alpha\beta} \rangle = 10 \cdot \log \left( \left\langle \frac{|E_\alpha|^2 - |E_\beta|^2}{|E_\alpha|^2 + |E_\beta|^2} \right\rangle \right) \implies \langle A_{\text{tot}} \rangle = 10 \cdot \log \left( \left\langle \sqrt{A_{xy}^2 + A_{yz}^2 + A_{zx}^2} \right\rangle \right) \quad (3.5)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  indiquent deux directions différentes dans la base cartésienne (x,y,z).



**Figure 3.22:** Coefficients d'anisotropie (bleu :  $A_{xy}$ ), (rouge :  $A_{yz}$ ) et (verte :  $A_{zx}$ ) et (Noir :  $A_{\text{tot}}$ ) des deux cavités, fréquences avec un pas de  $\min(df/3)$ , et pour un facteur de qualité de  $Q = 10000$

La figure 3.22 présente les coefficients d'anisotropie évalués avec un pas fréquentiel le tiers de l'écart minimal des fréquences de résonance adjacentes.

Le tableau 3.14 et la figure 3.22 présentent les valeurs de coefficients d'anisotropie des

	$A_{xy}$	$A_{yz}$	$A_{zx}$	$A_{tot}$
Cavité C <sub>3</sub>	-3,74	-3,80	-4,08	-3,31
Cavité C <sub>4</sub>	-2,09	-2,13	-2,20	-1,82

**Table 3.14:** Moyennes des coefficients d'anisotropie des deux cavités C3 et C4, fréquences prises au hasard, un pas de  $\min(df/3)$  et un facteur de qualité de  $Q = 10000$ .

deux cavités obtenus à partir du second critère. Elles montrent que les faibles valeurs sont obtenues dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère.

Les études comparatives menées sur les écarts-types et les coefficients d'anisotropie montrent que la cavité avec deux calottes et une demi-sphère admet de meilleurs résultats que la cavité avec brasseur. Nous allons ici vérifier si ces conclusions restent valides lorsqu'on change le facteur de qualité (pertes).

### Comparaison en fonction des pertes

Les pertes sont un des paramètres qui influencent les comportements des champs dans une cavité (une étude plus détaillée des pertes sera présentée à la fin de ce chapitre). Dans cette partie nous étudions l'influence des pertes sur l'homogénéité et l'isotropie du champ, dans l'optique d'une étude comparative des cavités. Nous évaluons les écarts-types et les coefficients d'anisotropie totaux avec différents facteurs de qualité (Fig. 3.23).

Comme attendu, les écarts-types totaux des deux cavités sont plus faibles pour un facteur de qualité faible (beaucoup de pertes), et ceux de la cavité avec calottes sont toujours les plus faibles.

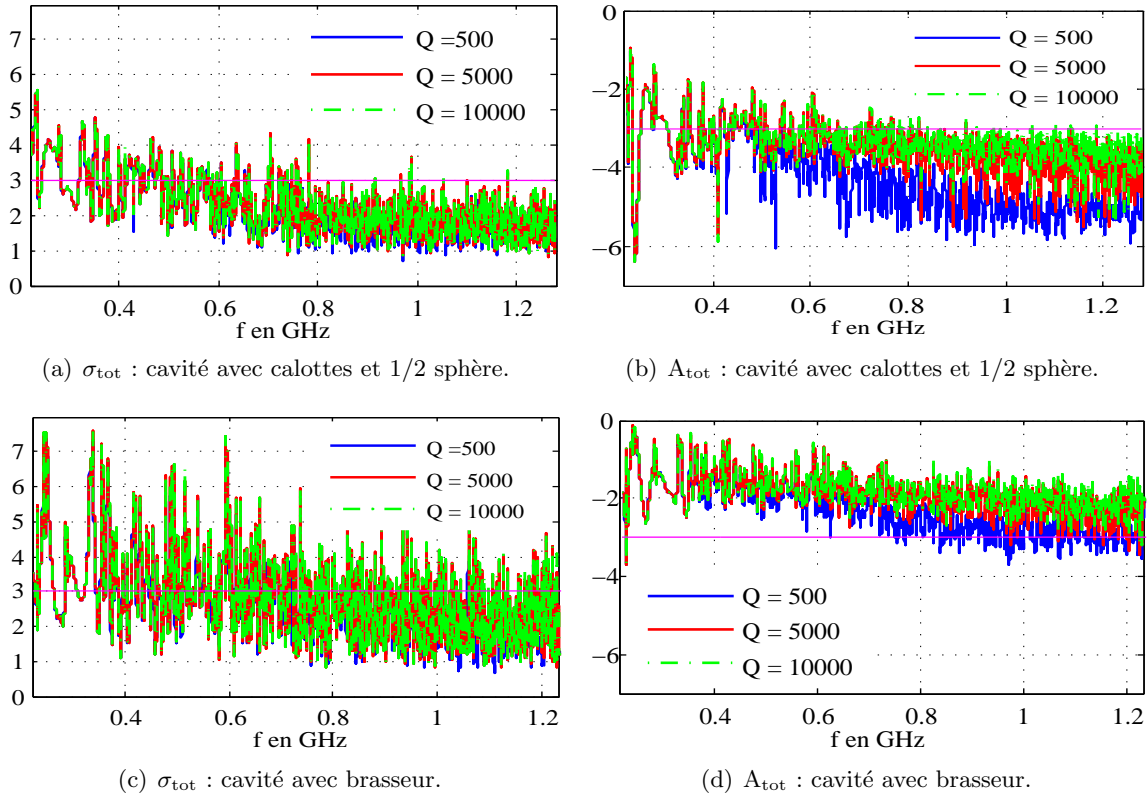
Quant aux coefficients d'anisotropie, ils diminuent également avec le facteur de qualité, et ils sont toujours beaucoup plus faibles pour la cavité avec calottes (inférieurs à -3 dB). Cette étude montre que les propriétés statistiques de la cavité avec deux calottes et une demi-sphère sont meilleures quelle que soient les pertes.

		Q = 500	Q = 5000	Q = 10000
$\langle \sigma_{tot} \rangle$	C <sub>3</sub>	2,20	2,33	2,33
	C <sub>4</sub>	2,61	2,83	2,84
$\langle A_{tot} \rangle$	C <sub>3</sub>	-4,26	-3,43	-3,31
	C <sub>4</sub>	-2,31	-1,88	-1,82

**Table 3.15:** Moyennes des écarts-types et des coefficients d'anisotropie totaux des cavités C3 et C4 avec un pas fréquentiel de  $\min(df/3)$  pour différents facteurs de qualité.

Le tableau 3.15 montre que les moyennes des écarts-types et des coefficients d'anisotropie totaux sur toutes les fréquences sont petits pour un facteur de qualité petit.

Ainsi, les meilleurs résultats sont obtenus avec beaucoup de pertes du fait d'un très fort recouvrement modal, et pour ces différents facteurs de qualité la cavité avec 2 calottes admet les meilleurs résultats : faibles écarts-types, faibles coefficients d'anisotropie et une faible variation de la densité de puissance avec la fréquence.



**Figure 3.23:** écarts-types  $\sigma_{\text{tot}}$  et coefficients d'anisotropie  $A_{\text{tot}}$  totaux des deux cavités pour différents facteurs de qualité ( $Q = 500, 5000$  et  $10000$ ), évalués avec un pas fréquentiel  $\min(df/3)$ .

### 3.3 Comptage de modes et distribution des écarts fréquentiels

Depuis les travaux fondateurs dans le domaine du chaos quantique concernant les statistiques spectrales dans les billards, la conjecture dite de Bohigas-Giannoni-Schmit (BGS) suggère que les valeurs propres d'un système invariant par renversement du temps et dont la géométrie est chaotique présentent les mêmes fluctuations statistiques que les valeurs propres d'un ensemble statistique de matrices aléatoires introduit par E. Wigner. Plus spécifiquement il s'agit de l'ensemble de GOE (Gaussian Orthogonal Ensemble) introduit dans les années 50 pour décrire les propriétés universelles des résonances de diffusion de neutrons de noyaux lourds. Une des quantités emblématiques déduites de cet ensemble est la distribution  $P(s)$  des espacements entre valeurs propres adjacentes. Alors que pour un spectre non corrélé caractéristique des systèmes réguliers (cavité rectangulaire), la distribution des écarts fréquentiels normalisés suit une loi de Poisson, la distribution à caractère universel attendue dans une cavité chaotique présente toutes les signatures d'un spectre corrélé, notamment la répulsion entre niveaux adjacents, et la distribution attendue est très proche de la distribution dite de Wigner [59, 60]. La distribution de Poisson s'écrit (Eq. 3.6) :

$$P(s) = \exp(-s) \quad (3.6)$$

Elle est caractéristique d'une séquence sans corrélation.

La distribution de Wigner a pour expression (Eq.3.7) :

$$P(s) = \frac{\pi}{2} \cdot s \cdot \exp\left(-\frac{\pi}{4}s^2\right) \quad (3.7)$$

Elle s'annule à l'origine, traduisant le phénomène de répulsion entre niveaux adjacents. Dans l'analyse de la distribution  $P(s)$  d'une séquence obtenue à partir de données expérimentales, on utilise également la distribution de Weibull, qui s'écrit :

$$P(s) = b \cdot a^{-b} \cdot s^{b-1} \cdot \exp[-(s/a)^b] \quad (3.8)$$

La distribution de Weibull coïncide idéalement avec la loi de Poisson pour  $b = 1$ . La distribution de Weibull coïncide avec celle de Wigner pour  $b = 2$  et  $a = 2/\sqrt{\pi}=1,128$ . Comme le  $b$  expérimental est en général différent de 2 alors l'erreur entre les distributions idéale et expérimentale s'évalue par l'écart entre le  $b = 2$  idéal et le  $b$  expérimental (ou empirique). L'erreur moyenne est évaluée comme la différence entre les paramètres  $b$  et  $a$  idéaux et expérimentaux.

Afin de normaliser proprement les écarts entre fréquences adjacentes d'un spectre, de bien évaluer la distribution des écarts normalisés en supprimant le biais introduit par une densité de modes variable, il est indispensable de connaître précisément le comportement de la densité modale moyenne car ce sont les fluctuations par rapport à cette dernière qui sont décrites par les propriétés universelles. Dans le paragraphe suivant, nous rappelons comment on évalue les densités modales des quatre cavités modifiées.

### 3.3.1 Fonction de comptage et densité de niveaux

La formule de Weyl généralisée à l'électromagnétisme [1, 61, 59] fournit le nombre moyen de résonances ( $N_{av}$ ) de la cavité jusqu'à une fréquence  $f$  en fonction de sa géométrie. Elle s'écrit :

$$N_{av}(f) = \frac{8\pi}{3c_0^3} Vf^3 - \left( \frac{4}{3\pi c_0} \int \frac{d\sigma}{R_m(\sigma)} - \sum_{edge} \frac{1}{6\pi c_0} \int \frac{(\pi - \Omega(s))(\pi - 5\Omega(s))}{\Omega(s)} ds \right) f + \alpha \quad (3.9)$$

Dans cette équation,  $V$  est le volume total de la cavité,  $c_0$  la vitesse de l'onde. Enfin  $R_m$  représente le rayon de courbure moyen de l'élément de surface  $d\sigma$  et  $\Omega$  l'angle diédral de long de l'arête  $s$ . On remarque que  $N_{av}$  est un polynôme de degré trois où le terme de second degré proportionnel à la surface est absent. La raison est la suivante : dans une cavité 3D, les contributions de deux polarisations TE et TM aux termes de  $f^2$  sont strictement opposées [2]. En particulier, dans les cavités avec demi-sphère, calottes et brasseur, les études précédentes ont montré que tous les modes ont trois composantes non nulles, et donc combinent les deux polarisations.

$$N_{av}(f) = af^3 + bf + \alpha \quad (3.10)$$

Chacun des paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  est relié à un paramètre géométrique différent :

- $a$  est lié au volume ;

- $b$  est lié aux courbures et aux arrêtes ;
- $\alpha$  est lié aux coins.

On évalue les paramètres  $a$  et  $b$  à partir des données géométriques de la cavité étudiée.

Les paramètres des cavités sont les suivants :

- $V = l_x l_y l_z - V_k$  (où  $V_k$  est, suivant la cavité considérée, le volume de la demi-sphère, des deux demi-sphères, des deux calottes et d'une demi-sphère ou du brasseur).
- $\Omega = \pi - \arccos(1 - h_i/r_i)$  quelle que soit l'arrête.
- $R_m = \infty$  sur la surface du parallélépipède.
- $R_m = R_k$  rayon d'une demi-sphère ou d'une calotte.

Dans les trois premières cavités on a inséré des calottes de sphère de rayon  $r_i$  et de profondeur de pénétration dans la cavité  $h_i$ , alors l'expression générale du nombre moyen de modes devient :

$$N_{av}(f) = \frac{8\pi}{3c_0} \left( V_0 - \pi \sum_{i=1}^K h_i^2 \left( r_i - \frac{h_i}{3} \right) \right) f^3 - \left( \frac{l_x + l_y + l_z}{c_0} + \frac{8}{3c_0} \sum_{i=1}^K h_i - \frac{A}{6\pi c_0} \sum_{i=1}^K r_i \left( 1 - \left( \frac{r_i - h_i}{r_i} \right)^2 \right) \right) f + \alpha \quad (3.11)$$

- $V_0 = l_x l_y l_z$  : volume de la cavité rectangulaire.
- $K$  : nombre de calottes insérées dans la cavité et  $A = (\pi - \Omega(s))(\pi - 5\Omega(s))$ .
- $h_i$  et  $r_i$  sont respectivement la profondeur de pénétration et le rayon de la sphère correspondante.
- $c_0$  : la vitesse de l'onde.

Grâce aux données précédentes, on obtient pour la cavité avec une demi-sphère, avec  $K = 1$ ,  $h_i = r$ .

$$N_{av}(f) = \frac{8\pi}{3c_0^3} \left( l_x l_y l_z - \frac{2}{3} \pi r^3 \right) f^3 - \left( \frac{l_x + l_y + l_z}{c_0} + \frac{8r}{3c_0} + \frac{r\pi}{2c_0} \right) f + \alpha. \quad (3.12)$$

Pour la cavité avec deux demi-sphères de même rayon  $r$  et  $h_i = r$ .

$$N_{av}(f) = \frac{8\pi}{3c_0^3} \left( l_x l_y l_z - \frac{4}{3} \pi r^3 \right) f^3 - \left( \frac{l_x + l_y + l_z}{c_0} + \frac{16r}{3c_0} + \frac{r\pi}{c_0} \right) f + \alpha. \quad (3.13)$$

La cavité avec deux calottes de rayons  $r_1$  et  $r_2$  et de même profondeur  $h$  et une demi-sphère de rayon  $r_3$  et de profondeur  $h$ , alors l'expression de  $N_{av}$  :

$$N_{av}(f) = \frac{8\pi}{3c_0^3} \left( l_x l_y l_z - \pi \left( \frac{2r_3^3}{3} + h^2 \left( r_1 + r_2 - \frac{2h}{3} \right) \right) \right) f^3 - \left( \frac{l_x + l_y + l_z}{c_0} + \frac{8(2h + r_3)}{3c_0} - \frac{A}{6\pi c_0} \left( r_1 + r_2 + r_3 - \left[ \frac{(r_1 - h)^2}{r_1} + \frac{(r_2 - h)^2}{r_2} \right] \right) \right) f + \alpha \quad (3.14)$$

Pour la cavité avec brasseur, on soustrait le volume du brasseur, alors l'expression de  $N_{av}$  devient :

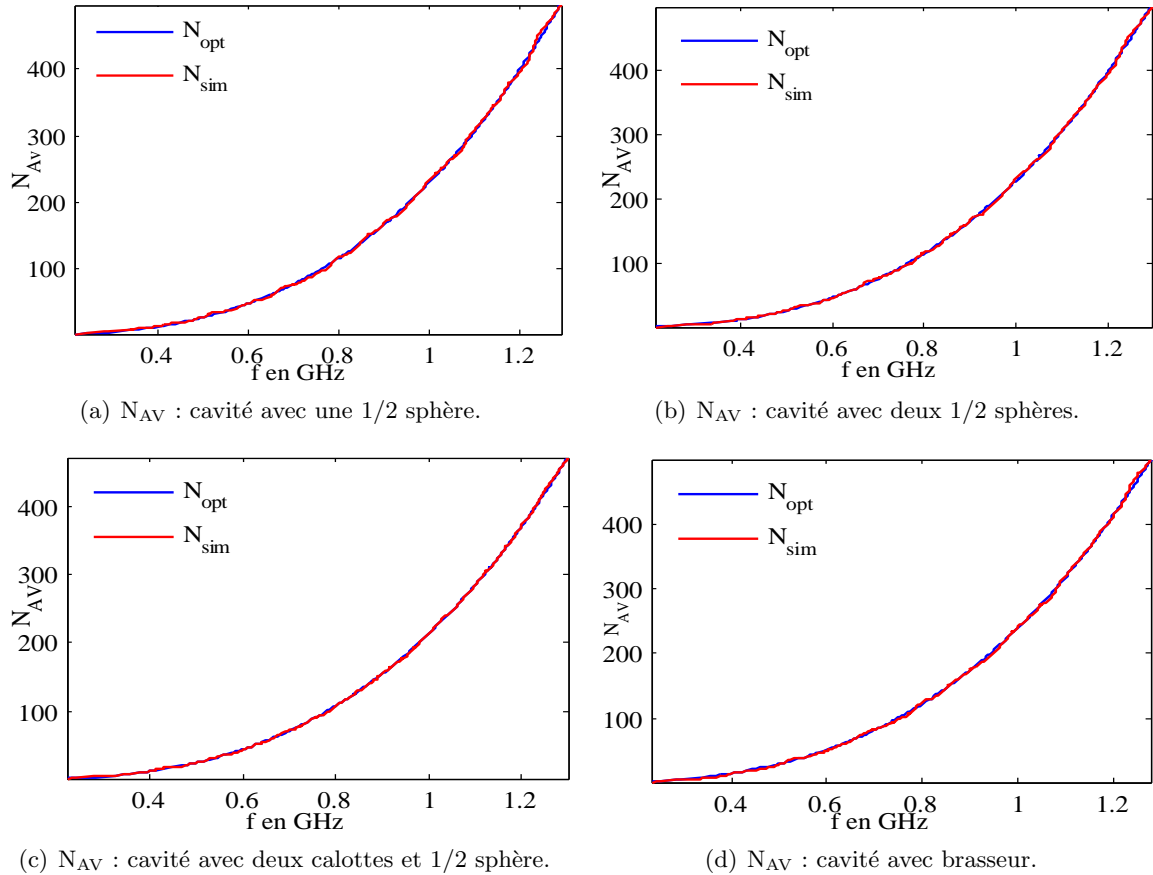
$$N_{av}(f) = \frac{8\pi}{3c_0^3} (l_x l_y l_z - V_{bras}) f^3 - \left( \frac{l_x + l_y + l_z}{c_0} \right) f + \alpha. \quad (3.15)$$

La constante ( $\alpha$ ) est choisie de manière à maximiser l'accord entre la formule de Weyl et la courbe issue des résultats de simulation. La méthode des moindres carrés a été utilisée pour déterminer la constante ( $\alpha$ ) minimisant l'erreur entre le nombre de modes exact et le nombre moyen (Eq. 3.16).

$$\varepsilon(\alpha) = \sum_{i=1}^{Nf} \left[ N_E^{sim}(f_i) - N_{av}^\alpha(f_i) \right]^2 \quad (3.16)$$

Où  $N_E^{sim}$  est le nombre de modes trouvé par simulation.  $N_{av}^\alpha$  est donné par la formule (3.9).

Malgré l'optimisation de la constante ( $\alpha$ ), une erreur d'environ deux modes est obtenue entre les densités moyennes et simulées. Par simulation on a montré qu'en déplaçant les calottes, on peut obtenir, sur une même bande fréquentielle, une variation de deux modes selon la position des calottes. L'origine de cette erreur tient au fait que l'expression du nombre moyen de modes (Eq.3.9) ne fait pas intervenir les positions des hémisphères ou calottes, ceci constitue la limite de cette expression. Pour obtenir une meilleure concordance entre les nombres de modes cumulés, on a optimisé deux constantes, le coefficient de  $f$  et la constante ( $\alpha$ ) par la méthode des moindres carrés.

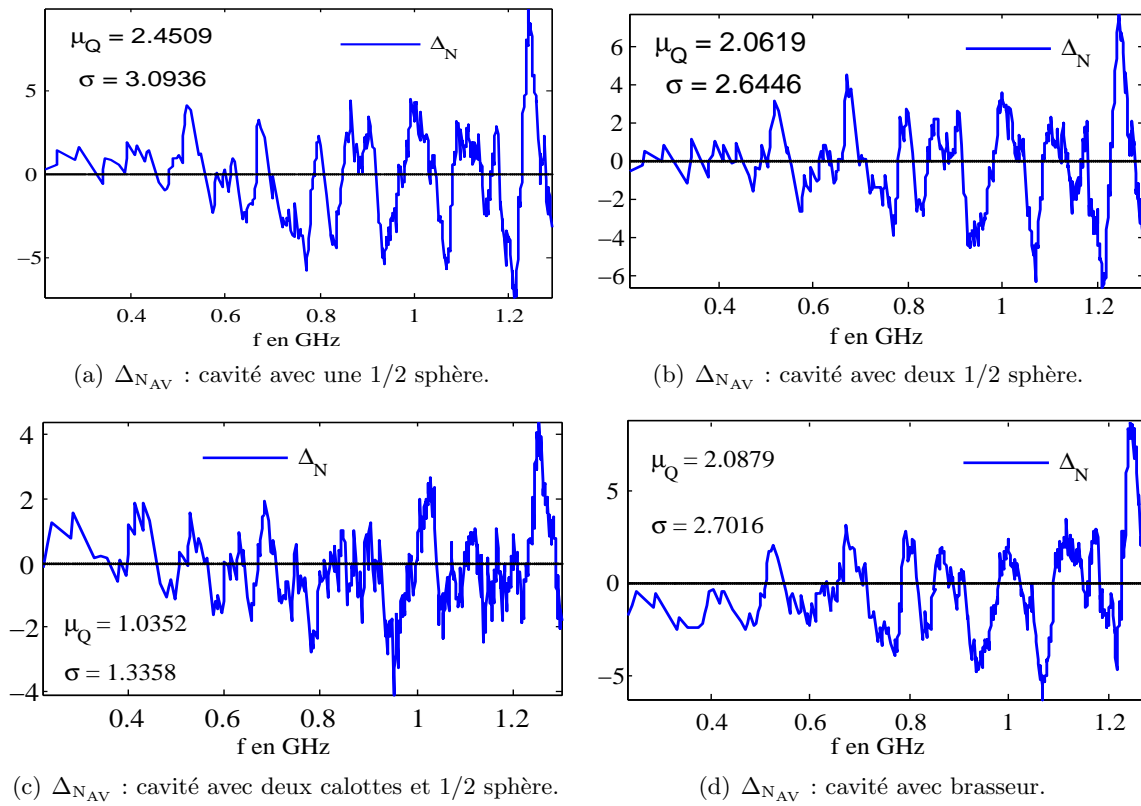


**Figure 3.24:** Densités de modes cumulée moyenne ( $N_{AV}$ ) des quatre cavités.

Pour chacune des quatre cavités, on a déterminé les coefficients  $b$  et  $\alpha$  pour minimiser l'erreur entre les densités moyenne et exacte en utilisant la relation 3.16. Une bonne concordance entre les densités exacte et moyenne est obtenue, avec une variation de la courbe exacte autour de la courbe moyenne pour chacune des quatre cavités.

La figure 3.24 montre que les  $N_{AV}$  concordent très bien avec les densités exactes déterminées par simulation.

Mais la comparaison entre les quatre cavités ne s'arrête pas là, nous évaluons l'écart entre les densités exactes et les densités moyennes pour chacune des quatre cavités (voir Fig. 3.25), et en déterminant l'écart moyen, l'écart maximal et l'écart-type de l'écart. Le tableau 3.16 présente ces différents grandeurs pour chacune des quatre cavités.



**Figure 3.25:** Différence entre nombres de modes exacts et moyens des quatre cavités.

La figure 3.25 représente les écarts entre densités de modes exacte et moyenne des quatre cavités. Elle montre que c'est la cavité avec deux calottes et un hémisphère qui a les plus faibles écarts.

	cavité C1	cavité C2	cavité C3	cavité C4
$\mu_q$	2.45	2.06	1.04	2.09
$\sigma$	3.09	2.64	1.33	2.70
$d_{\max}$	9.89	7.79	4.42	8.78

**Table 3.16:** Ecart entre densités exacte et moyenne : moyenne, écart-type, valeur maximale

Nous avons l'écartement moyen, maximal et l'écart-type les plus faibles avec la cavité avec

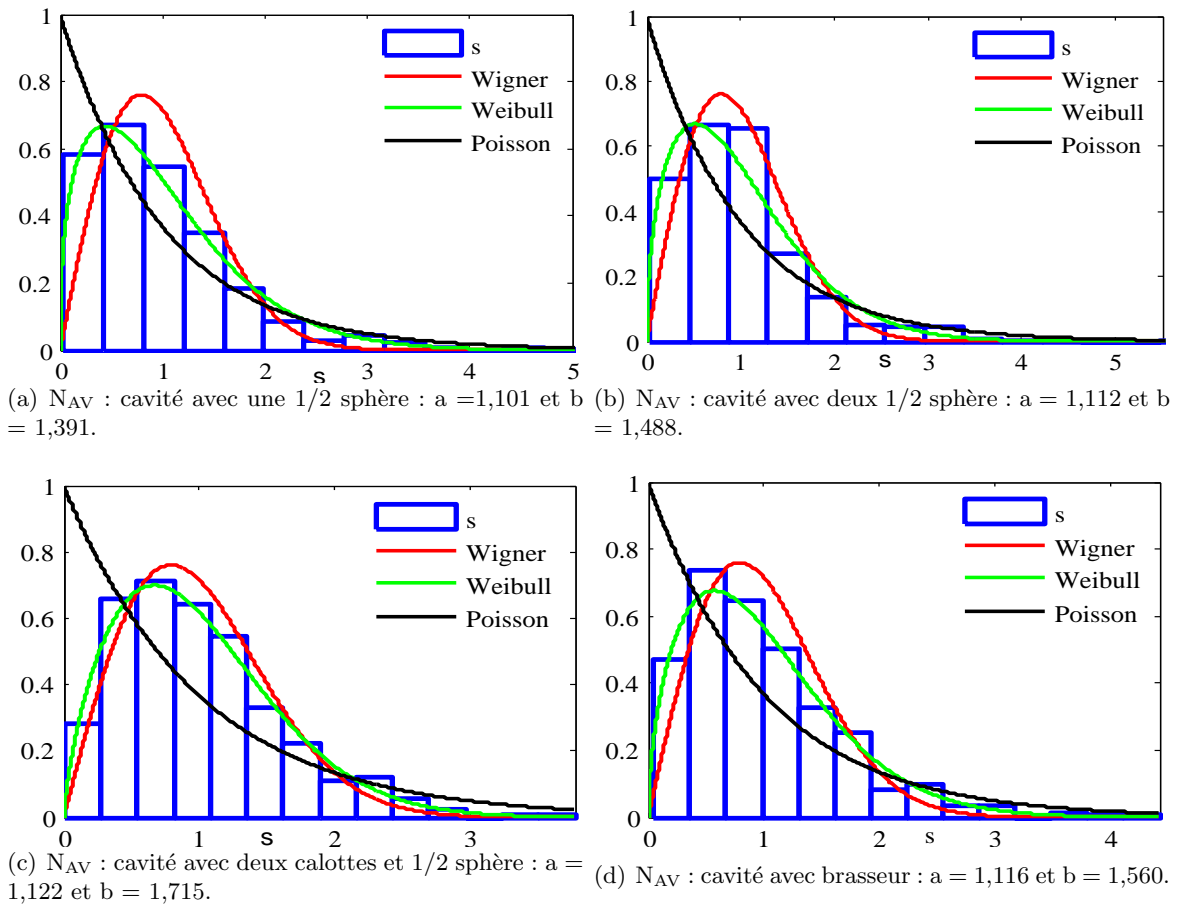
deux calottes et une demi-sphère. Ceci montre une fluctuation spectrale plus faible que pour les autres cavités.

### 3.3.2 Lois de probabilité des écarts fréquentiels

On redresse le spectre en construisant la séquence des écarts normalisés :

$$s_i = N_{AV}(f_{i+1}) - N_{AV}(f_i) \quad (3.17)$$

La séquence des écarts ainsi construite est telle que la moyenne des  $s$  vaut la valeur de chaque saut de la fonction de comptage, c'est-à-dire 1. Autrement dit, cette procédure revient à travailler sur des écarts normalisés par la densité modale moyenne. Cette procédure de redressement ne permet d'accéder aux distributions des écarts normalisés que si  $N_{AV}$  est très précisément estimée. La figure 3.26 représente les distributions des écarts fréquentiels normalisés des quatre cavités.



**Figure 3.26:** Histogramme, lois de Wigner , Poisson et ajustement de Weibull ( L'ajustement par la loi de Weibull donne :  $a$  et  $b$ ) et (les paramètres de weibull qui coïncident à Wigner  $a = 2/\sqrt{\pi} = 1,128$  et  $b = 2$ ) .

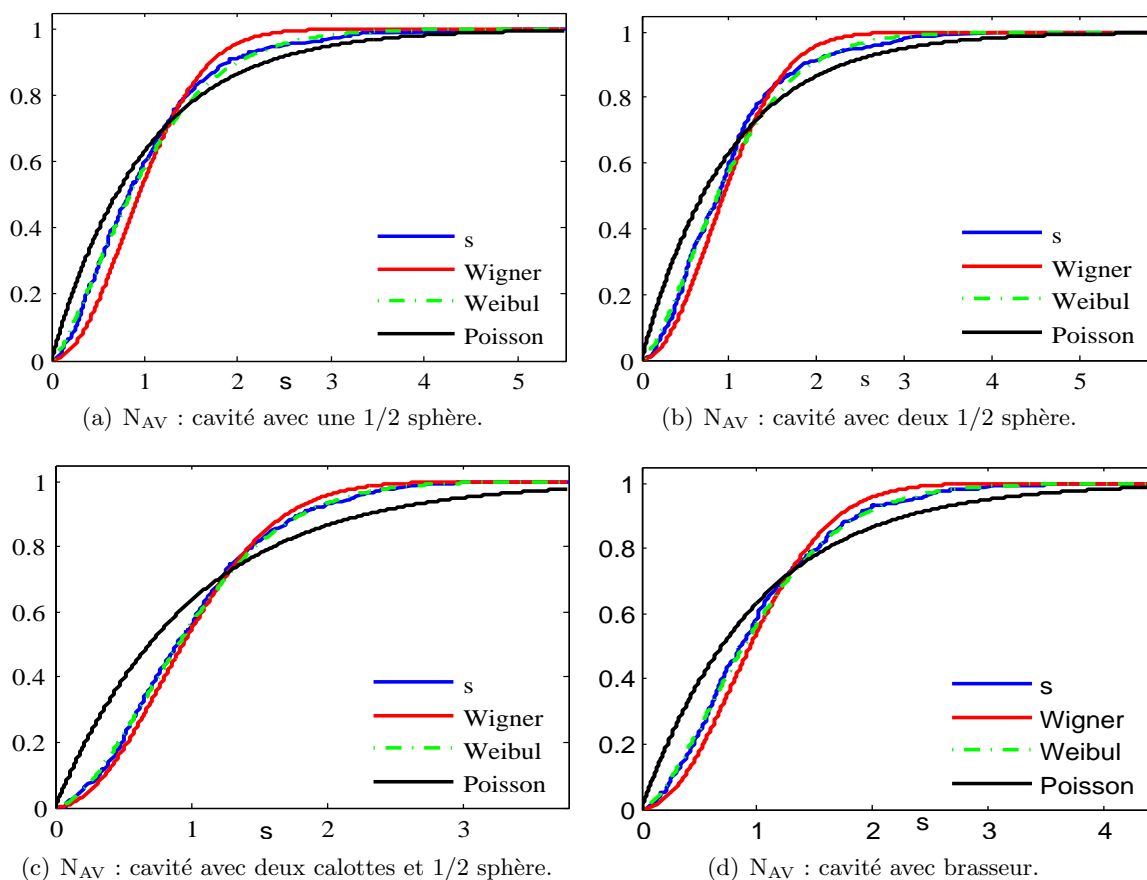
On observe une déviation très différente d'une cavité à l'autre par rapport à la loi de Wigner. La distribution de Poisson est aussi visualisée sur les mêmes figures, ainsi que celle



de Weibull de mêmes paramètres que les écarts  $s$ . Les paramètres de la loi de Weibull sont précisés car ils nous permettent aussi d'évaluer l'écartement de la loi des écarts par rapport à loi de Wigner en utilisant l'équivalence entre ces deux lois.

Une observation visuelle des écarts fréquentiels des quatre cavités montrent que pour la cavité avec deux calottes et une demi-sphère les écarts suivent mieux la loi de Wigner. Les paramètres  $a$  et  $b$  sont également plus proches de ceux de la loi de Wigner ( $a=1,128$  et  $b=2$ ) que pour les autres cavités.

Pour mieux observer les écarts entre lois empiriques et théoriques, nous visualisons leurs probabilités cumulées.



**Figure 3.27:** Probabilités cumulées des écarts fréquentiels  $s$  : des quatre cavités.

La figure 3.27 représente les probabilités cumulées des écarts fréquentiels de chacune des quatre cavités. Elle montre que ce sont les probabilités cumulées des écarts fréquentiels de la cavité à calottes qui se rapprochent le mieux des probabilités cumulées issues de Wigner.

Le tableau 3.17 présente la distance à la loi de Wigner évaluée de différentes façons : distance maximale entre les probabilités cumulées réelle et de Wigner, erreurs sur les paramètres  $a$  et  $b$  par rapport à la loi de Wigner, erreur moyenne entre les probabilités réelle et de Wigner. Ces résultats confirment ce qui a été décelé visuellement : les écarts fréquentiels de la cavité avec deux calottes et une demi-sphère se rapprochent mieux du cas idéal que les autres. Ceci est montré par les distances maximale et moyenne entre probabilités cumulées

erreurs	C1	C2	C3	C4
$d_{\max}$	0,106	0,084	0,022	0,071
$\epsilon_a$	2,76	1,61	0,64	1,28
$\epsilon_b$	60,85	51,17	28,5	43,98
$\epsilon_{\text{moy}} \cdot 10^2$	7,72	8,55	1,08	5,95

**Table 3.17:** Distance maximale entre les probabilités cumulées réelle et de Wigner, erreurs (%) sur les paramètres a et b par rapport à la loi de Wigner, erreur (%) moyenne entre les probabilités réelle et de Wigner.

et les erreurs en paramètres et l'erreur moyenne, qui sont les plus faibles pour la cavité avec deux calottes et une demi-sphère. Ces résultats sont obtenus en tenant compte de tous les modes pour chacune de quatre cavités.

### 3.4 Localisation du champ ou zone de surintensité

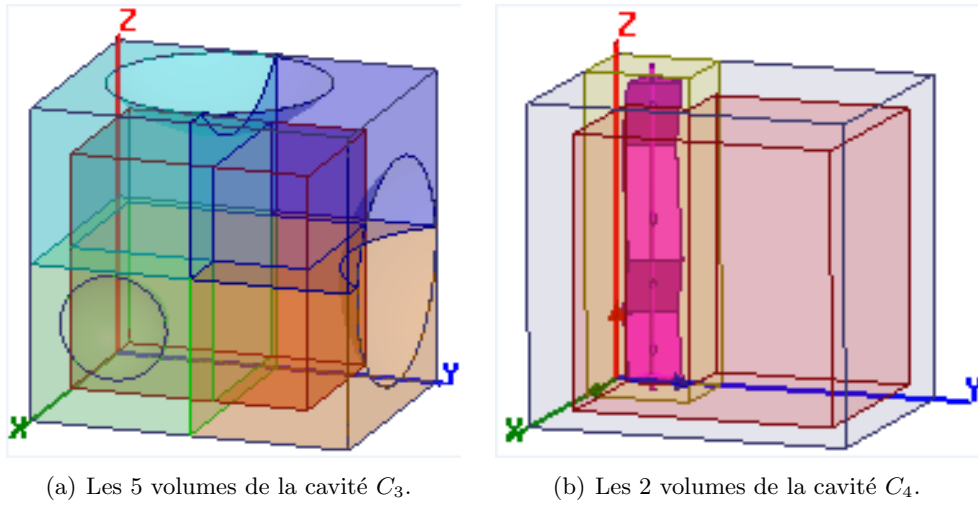
Les milieux que nous étudions sont de nature chaotique ou gouvernés par des comportements complexes. Dans ces milieux, la plupart des modes ont une répartition spatiale uniforme, et certains modes ont une répartition non uniforme de l'intensité moyenne du champ et admettent une zone ou une direction de surintensité. Ce phénomène de localisation est souvent observé dans les milieux intégrables mais il peut aussi apparaître dans les milieux chaotiques, car malgré le désordre certains modes ont des interférences constructives qui provoquent une surintensité du champ. Dans les cavités rectangulaires, les plans parallèles expliquent les interférences constructives entre un rayon réfléchi et son chemin réciproque. Ces phénomènes ont été observés dans le chapitre 1 (Chap1) sur certains modes.

Dans ce chapitre, deux résultats nous mènent à faire une recherche de modes possédant une zone ou direction de surintensité du champ. Le premier vient de l'observation des cartographies du champ dans les cavités. Ces observations ont montré que le profil des modes de la cavité avec brasseur est plus régulier que celui des modes de la cavité avec deux calottes et un hémisphère, alors que les études statistiques faites au début de ce chapitre ont montré que ces deux cavités ont des résultats aux tests d'homogénéité assez proches; ceci semble contradictoire. Le deuxième résultat a été obtenu lors de l'étude de la puissance modale des cavités (Fig. 3.17); celle-ci montre que les modes de la cavité avec brasseur ont une puissance deux fois plus faible que celles des autres cavités dans lesquelles elles sont du même ordre de grandeur, alors que ces données numériques ont été obtenues de la même façon.

Dans cette étude de localisation du champ, deux cavités ont été choisies, la cavité avec brasseur et la cavité avec deux calottes et un hémisphère. Chacune d'elles a été divisée en sous zones. Dans la cavité avec brasseur on distingue deux sous-zones, un pavé autour du brasseur et un volume dans la zone centrale. La deuxième cavité est divisée en cinq zones, une zone centrale et quatre zones autour de celle-ci (voir Fig. 3.28).

#### Les cinq volumes de la cavité avec deux calottes et un hémisphère.

- $V_1$  : volume en bas à gauche (vert) de valeur  $V_1 = 0,079962255 \text{ m}^3$
- $V_2$  : volume en haut à gauche (bleu) de valeur  $V_2 = 0,10574875 \text{ m}^3$
- $V_3$  : volume en bas à droite (marron) de valeur  $V_3 = 0,105062298 \text{ m}^3$



**Figure 3.28:** Cavité avec brasseur et cavité avec deux calottes et un hémisphère et leurs différentes zones.

- $V_4$  : volume en haut à droite (mauve) de valeur  $V_4 = 0,124439763 \text{ m}^3$
- $V_z$  : volume de la zone centrale (orange) de valeur  $V_z = 0,284739 \text{ m}^3$

**Les deux volumes de la cavité avec brasseur.**

- $V_b$  : volume autour du brasseur (jaune) de valeur  $V_1 = 0,0883808 \text{ m}^3$
- $V_z$  : volume de la zone centrale (rose) de valeur  $V_2 = 0,42755 \text{ m}^3$

Pour chacune des zones et des cavités, l'intégrale volumique proportionnelle à l'énergie électrique (ou magnétique) est calculée suivant :

$$\mathbb{I}_k = \iiint_{r_k} |\mathbf{E}|^2 dv$$

avec  $r_k$  pour la région  $k$  de la cavité.

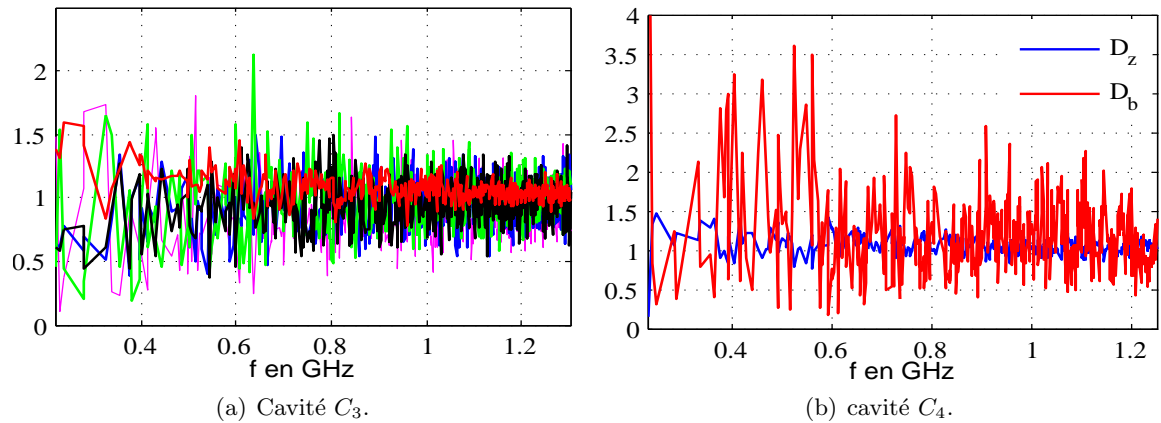
Cette intégrale dépend du volume et du mode considéré ; pour la rendre indépendante du volume et normaliser les modes, deux calculs sont effectués.

1. On divise cette intégrale par le volume sur lequel son calcul est effectué.
2. On la divise par cette même intégrale calculée sur le volume total de la cavité, elle-même divisée par le volume  $V_c$  total de la cavité.

Pour chacune de ces zones, nous obtenons cette nouvelle expression normalisée de l'énergie électrique dans la région  $k$  :

$$D_k = \frac{\iiint_{r_k} |\mathbf{E}|^2 dv}{V_k} \cdot \frac{V_c}{\iiint_c |\mathbf{E}|^2 dv} = \frac{V_c}{V_k} \cdot \frac{\iiint_{r_k} |\mathbf{E}|^2 dv}{\iiint_c |\mathbf{E}|^2 dv} \quad (3.18)$$

Cette quantité permet une comparaison entre les énergies dans les différentes régions. Nous remarquons que celles des régions périphériques de la cavité avec deux calottes et un hémisphère (Fig. 3.29(a)) sont toutes du même ordre de grandeur et restent inférieures à 2, sauf à une fréquence. Elles oscillent autour de 1, et l'amplitude de leurs excursions



**Figure 3.29:** Énergies électriques dans les différentes régions des deux cavités, (a) : (rose :  $D_1$ ), (bleu :  $D_2$ ), (vert :  $D_3$ ), (noir :  $D_4$ ), et (rouge :  $D_z$ ).

décroit avec la fréquence, ce qui indique que les différences d'énergie diminuent. Dans la zone centrale de cette première cavité, la densité d'énergie est très proche de celle dans la cavité totale, le rapport  $D_z$  restant proche de 1 en dehors des premiers modes. Pour la cavité avec brasseur (Fig. 3.29(b)), la densité d'énergie dans la région autour du brasseur présente pics beaucoup plus grande que celle de la zone centrale de la cavité. Ceci montre qu'il y a une forte concentration d'énergie autour du brasseur pour de nombreux modes. Dans la région centrale, le même comportement que dans la première cavité est observé :  $D_z$  reste proche de 1.

Cette étude montre que la région autour du brasseur présente la plus forte concentration d'énergie, alors que dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère l'énergie reste plus uniformément répartie dans la cavité.

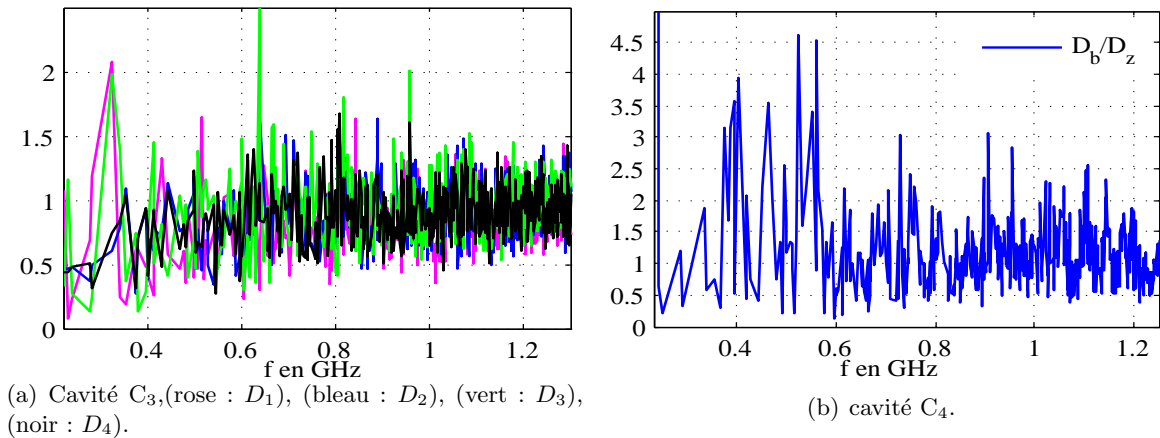
Nous nous intéressons maintenant à la zone utile (zone centrale). Cette fois nous comparons les densités dans les régions périphériques à celle dans la zone centrale afin de déterminer où la concentration d'énergie est la plus forte. La comparaison est faite via le rapport :

$$d_k = \frac{D_k}{D_z} \quad \text{avec } k = 1, 2, 3, 4, b$$

L'avantage de ce nouveau paramètre ( $d_k$ ) est de faire sortir des modes particuliers pour lesquels des pics apparaissent clairement.

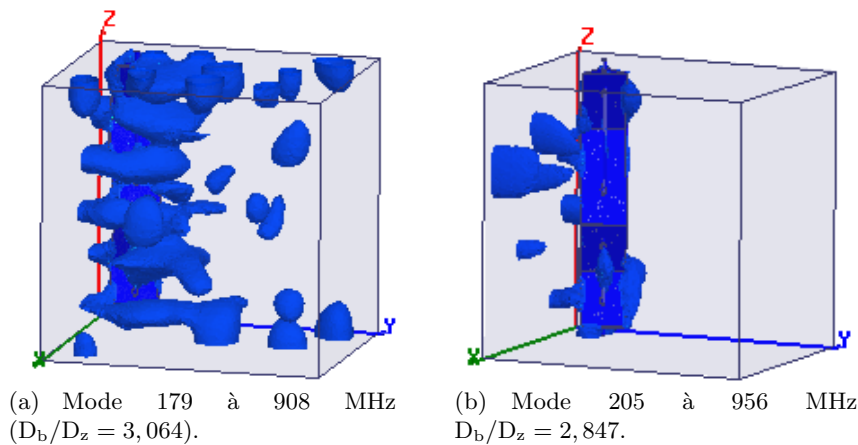
Nous remarquons sur la figure 3.30 que ces rapports  $d_k$  ont des profils similaires à ceux des densités d'énergie normalisées (Fig. 3.29) puisque les densités  $D_z$  sont proches de 1. Nous remarquons également que dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère (Fig. 3.30(a)), ces rapports restent inférieurs à 2, excepté pour quelques fréquences, tandis que dans la cavité avec brasseur le rapport dépasse cette valeur même à des fréquences élevées.

Pour aider à l'interprétation de ces résultats, nous présentons ici quelques cartographies des modes correspondants aux pics des rapports  $d_k$ . Dans la cavité avec brasseur, nous présentons deux modes parmi ceux présentant les pics de plus forte amplitude, le premier  $D_b/D_z = 3,064$  à la fréquence de 908 MHz et le second  $D_3/D_z = 2,847$  à la fréquence de



**Figure 3.30:** Rapports entre les densités électromagnétiques volumiques des zones périphériques et centrales des deux cavités .

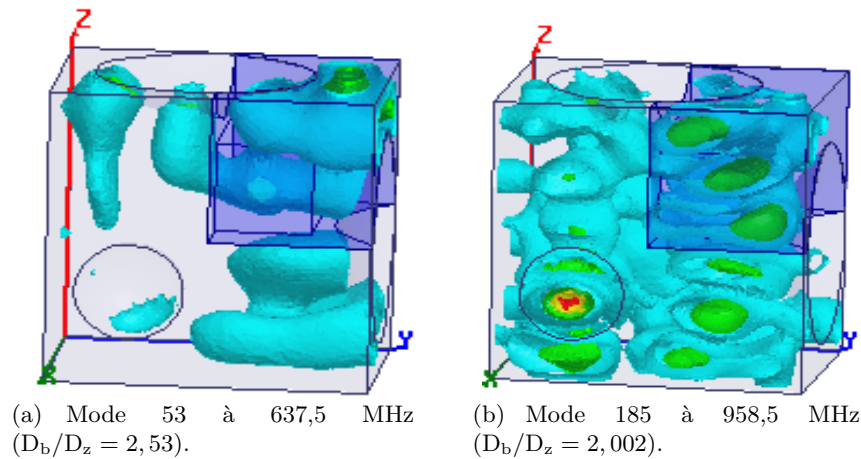
956 MHz. Pour la cavités avec deux calottes et un hémisphère, nous présentons deux pics d'amplitude maximale pour  $d_z$ , d'amplitudes 2,53 à la fréquence de 637,5 MHz, et 2,002 à la fréquence de 958,5 MHz. Ces cartographies nous permettront de vérifier le phénomène de localisation de l'énergie dans les deux cavités.



**Figure 3.31:** Cartographies de l'amplitude du champ électrique de deux modes avec une très forte localisation de champ : cavité avec brasseur .

La figure 3.31 montre ces deux modes de la cavité avec brasseur. On observe une très forte localisation de l'énergie, ce qui justifie les pics des densités électromagnétiques. Ces cartographies présentent en effet une amplitude de champ beaucoup plus importante autour du brasseur. Cette localisation est due à des réflexions entre les parois de la cavité et le brasseur, ce que l'on peut également interpréter comme un effet capacitif entre le brasseur et les parois de la cavité.

Contrairement aux cartographies de la figure 3.31, les cartographies de la figure 3.32 pour la cavité avec deux calottes et un hémisphère présentent un gradient d'amplitude beaucoup plus faible que dans la cavité avec brasseur. C'est le 53<sup>ième</sup> mode qui présente le plus fort



**Figure 3.32:** Cartographies de l'amplitude du champ électrique de deux modes avec une localisation de champ : cavité C3 .

gradient, justifié par la valeur du pic plus importante à cette fréquence. Le 185<sup>ième</sup> mode, avec un pic à 2,002, présente une répartition du champ plus homogène. Les cartographies montrent bien qu'en présence du brasseur il y a une forte localisation de champ au voisinage du brasseur. Dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère, la localisation de champ est moins marquée. Ces observations sur les cartographies sont en concordance avec les valeurs des rapports de densités, ainsi qu'avec les valeurs des densités volumiques normalisées : tous indiquent que dans la cavité avec brasseur plusieurs modes présentent une très forte localisation de l'énergie autour du brasseur.

Il est à noter que cette énergie localisée autour du brasseur constitue une perte d'énergie vis-à-vis de l'utilisation de la chambre réverbérante, puisque cette énergie n'est pas localisée dans la zone utile, de sorte que ce mode contribue de façon plus modeste au champ auquel est soumis l'objet sous test.

avec k = 1, 2, 3, 4, b		$D_k E$		$d_k E$		$D_k H$		$d_k H$	
		$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
C. brasseur	$V_b$	1,166	0,582	1,242	2,598	1,178	0,575	1,450	3,205
	$V_z$	1,060	0,103			0,929	0,092		
C. calottes	$V_1$	0,887	0,220	0,836	0,221	1,077	0,244	1,140	0,321
	$V_2$	0,954	0,186	0,902	0,213	1,024	0,191	1,087	0,248
	$V_3$	0,985	0,229	0,936	0,264	1,014	0,243	1,083	0,350
	$V_4$	0,957	0,184	0,905	0,264	1,029	0,193	1,092	0,249
	$V_z$	1,071	0,098			0,953	0,080		

**Table 3.18:** Moyennes ( $\mu$ ) et écarts-types ( $\sigma$ ) des densités électriques et magnétiques normalisées des deux cavités, ainsi que de leurs rapports.

Le tableau 3.18 présente les moyennes et les écarts-types des densités électrique et magnétique des différents volumes des deux cavités, ainsi que de leurs rapports par rapport à la densité d'énergie dans la zone centrale. Pour les quatre paramètres examinés, la moyenne et l'écart-type maxima sont obtenus dans le volume contenant le brasseur. Dans la cavité avec

deux calottes et un hémisphère en revanche, tous les paramètres présentent des moyennes et écarts-types du même ordre de grandeur dans tous les volumes de celle-ci. Ceci montre à nouveau un phénomène de localisation plus important dans la cavité avec brasseur.

## Indicateur de localisation

Un indicateur de localisation appelé « Inverse Partition Ratio » a été initialement proposé en mécanique quantique pour l'étude des états localisés d'une particule dans une cavité [62]. Il a ensuite été utilisé pour étudier le degré de localisation d'un champ électrique dans une cavité microonde [63, 64]. C'est cet indicateur noté  $L_k$  que nous allons ici calculer. Il est défini par l'équation 3.19.

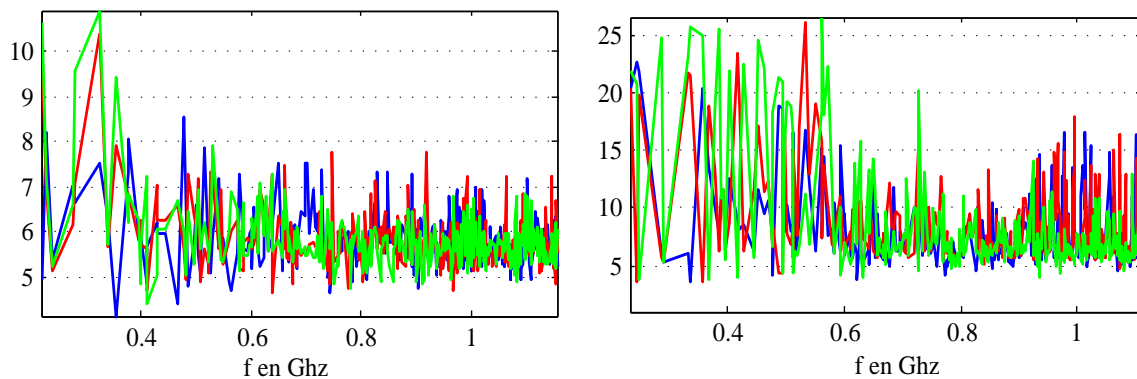
$$L_k = V \cdot \frac{\iiint_V |E_k|^4 dv}{[\iiint_V |E_k|^2 dv]^2} \text{ ou } V \cdot \frac{\iiint_V |H_k|^4 dv}{[\iiint_V |H_k|^2 dv]^2} \quad (3.19)$$

avec  $k = x, y, z$  et  $V$  volume de la cavité.

Pour un champ idéalement homogène, sans localisation et gaussien, on a  $L_k = 3$  (ou 4,77dB). Toutefois, son évaluation étant numérique, une petite différence est à prévoir.

Comme précédemment, nous avons étudié ici les deux cavités présentant les meilleurs résultats aux tests statistiques, soit la cavité avec deux calottes et un hémisphère fixes et la cavité avec brasseur fixe. Pour chacune d'elle, nous avons déterminé les 330 premiers modes propres, et nous calculerons donc 330  $L_k$  pour chacune des trois composantes du champ électrique.

La figure 3.33 présente les paramètres associés aux trois composantes du champ électrique des deux cavités. Ceux de la cavité avec brasseur prennent des valeurs plus grandes même aux fréquences les plus hautes que ceux de la cavité avec deux calottes et un hémisphère. Ceci montre à nouveau que la cavité avec brasseur présente des modes associés à une forte localisation du champ, alors que la localisation reste faible dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère.



(a)  $10 * \log_{10}(L_k)$  : Cavité avec deux calottes.

(b)  $10 * \log_{10}(L_k)$  : Cavité avec brasseur

**Figure 3.33:**  $10 * \log_{10}(L_k)$  : (bleu,  $L_x$ ), (rouge,  $L_y$ ) et (verte,  $L_z$ ); deux cavités

Le tableau 1.10 présente les moyennes et les écarts-types des paramètres  $L_k$  des deux cavités (en échelle linéaire). Les moyennes des paramètres de la cavité avec calottes et hémisphère sont d'une part plus petites que celles des paramètres de la cavité avec brasseur, et d'autre part elles sont plus proches de la valeurs idéale (3). Nous remarquons aussi que les écarts-types sont beaucoup plus faibles dans la cavité chaotique, ce qui montre que les modes se répartissent globalement de la même façon dans le volume de la cavité, alors que dans la cavité avec brasseur, les écarts-types sont grands et correspondent à l'apparition de pics associés à des modes présentant une forte localisation.

$L_k$	$L_x$		$L_y$		$L_z$		
	$\mu$ et $\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
C3		3,87	0,58	3,9	0,73	3,89	0,87
C4		9,41	17,6	11,95	30,19	18,15	53,61

**Table 3.19:** Moyennes et écarts-types des paramètres  $L_k$  des deux cavités C3 et C4.

Nous avons donc, dans cette partie, utilisé deux méthodes différentes pour étudier la localisation spatiale du champ. La première approche nous a permis de montrer qu'alors que le champ utile est celui situé dans la zone de test, un nombre important de modes dans la cavité avec brasseur présentent une densité d'énergie importante autour du brasseur et contribuent ainsi plus faiblement au champ dans la zone utile. Dans un deuxième temps, nous avons appuyé la première étude par l'utilisation d'un critère théorique de localisation de l'énergie. Ce critère a confirmé nos premiers résultats en faisant apparaître clairement un phénomène de localisation dans la cavité avec brasseur, contre une meilleure uniformité du champ dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère.

Ces résultats peuvent paraître surprenant au regard des tests précédemment faits sur l'uniformité du champ dans le volume central. En effet, les test d'uniformité semblaient indiquer de bonnes propriétés de la cavité avec brasseur (bien qu'un peu moins bonnes que la cavité avec deux calottes et un hémisphère). La raison est que ces tests d'uniformité étaient effectués sur le volume central et ne tenaient donc pas compte des champs autour du brasseur. Il apparait en effet que ces modes présentant une forte concentration de l'énergie autour du brasseur réussissent avec succès les tests d'uniformité effectués dans le volume central, c'est-à-dire dans une zone où l'amplitude du champ est très faible pour ces modes.

### 3.5 Évaluation des pertes dans une chambre réverbérante 3D

Les pertes dans la chambre réverbérante ont une influence importante sur les lois statistiques suivies par les champs [48] et en particulier sur la fréquence limite à partir de laquelle la cavité est considérée comme étant en régime de « sur-mode » « overmoded », pour lequel on a classiquement un fonctionnement correct de la CRBM [4]. L'apparition de ce régime est liée à la fois à la densité modale et au recouvrement entre modes. Or, la densité modale est un paramètre sur lequel les concepteurs peuvent difficilement influencer. En revanche, le recouvrement modal, lié au coefficient de qualité de la cavité et donc à ses pertes, est un paramètre sur lequel on peut jouer. Il a ainsi été montré qu'une légère augmentation des pertes avait



un effet bénéfique sur les statistiques des champs [65]. Ceci n'est en revanche plus vrai pour des pertes importantes, le fonctionnement de la cavité étant alors modifié. Par ailleurs, augmenter les pertes diminue la capacité de la chambre réverbérante à créer des champs de forte intensité. Un compromis sur la valeur des pertes est donc nécessaire.

Dans ce qui suit, nous allons résumer nos travaux sur l'évaluation des pertes dans les cavités étudiées. Dans un premier temps, nous présenterons les différentes approches utilisées pour évaluer ces pertes en simulation ainsi qu'une approche utilisée en mesure. Une étude sur une large bande de fréquence sera effectuée à l'aide de simulations. Dans un premier temps, les différentes méthodes d'évaluation des coefficients de qualité seront validées à partir de l'étude d'un cas canonique. Ensuite, nous nous intéresserons à une cavité dont la géométrie engendre un fonctionnement chaotique, et montrerons comment évoluent les coefficients de qualité en fonction de la fréquence et de l'état des surfaces de la cavité.

### 3.5.1 Méthodes d'évaluation du coefficient de qualité

Dans le cas des chambres réverbérantes, le coefficient de qualité (ou facteur de qualité) représente la capacité de la cavité à emmagasiner de l'énergie électromagnétique. On le définit comme étant le rapport entre l'énergie moyenne emmagasinée  $U$  et l'énergie dissipée par unité de temps  $P_d$  :

$$Q = \frac{2 \pi f U}{P_d} \quad (3.20)$$

où  $f$  est la fréquence de travail.

Les pertes sont liées d'une part à l'effet Joule sur les parois de la cavité ( $Q_J$ ), et d'autre part au facteur de qualité de l'antenne ou des antennes ( $Q_{\text{ant}}$ ). Le facteur de qualité global  $Q$  se calcule alors comme [16, 58] :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_J} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{Q_{i\text{ant}}} \text{ avec } N : \text{ le nombre d'antennes.} \quad (3.21)$$

Le facteur de qualité lié à l'effet Joule sur les parois de la cavité dépend de la distribution du champ et donc du mode considéré. Cependant, une valeur approchée permettant d'évaluer un coefficient de qualité moyen sur une bande de fréquence est donnée par [16, 66] :

$$Q_J = \frac{3V}{2S\delta\mu_r} \quad (3.22)$$

avec  $S$  et  $V$  la surface et le volume de la cavité,  $\delta$  l'épaisseur de peau, et  $\mu_r$  la perméabilité relative des parois. Cette formule suppose un fonctionnement en régime de sur-mode [4]. Il s'agit ici d'un coefficient moyen qui ne tient pas compte des distributions des champs relatives aux différents modes, mais obtenu à partir d'une moyenne sur un nombre infini d'ondes planes de directions d'arrivée et de polarisation arbitraires [67]. On notera que cette décomposition du champ en ondes planes ne nécessite qu'une validité locale, les termes de la décomposition pouvant varier en fonction du point de la paroi considéré. Par ailleurs, cette formule est déterminée en écrivant une condition d'impédance sur la paroi, ce qui nécessite un bon conducteur et une épaisseur des parois grande devant l'épaisseur de peau. Dans [67], ce coefficient de qualité moyen est donné sous la forme d'un développement limité en  $(k_0L)^{-1}$ ,

où  $L$  est une dimension caractéristique de la cavité. L'Eq. 3.22 correspond au terme d'ordre 0 de ce développement.

Le coefficient de qualité lié à l'antenne (pertes dans l'antenne et couplage entre la cavité et l'antenne) varie, à basse fréquence, avec la position de l'antenne, ce qui rend son évaluation difficile. Toutefois, il peut être modélisé en première approximation par :

$$Q_{\text{ant}} = 16 \pi^2 V \left( \frac{f}{c} \right)^3 \quad (3.23)$$

avec  $c$  la célérité de la lumière dans le vide et  $V$  le volume de la cavité.

Cette formule a été démontrée pour un environnement homogène et isotrope [66], c'est-à-dire en régime de sur-mode pour une chambre réverbérante classique. Un facteur  $m$  représentant la désadaptation de l'antenne a été introduit dans [16]. Ce coefficient est égal à 1 lorsque l'antenne est adaptée. L'équation. (3.23) devient alors :

$$Q_{\text{ant}} = 16 \pi^2 V \cdot \frac{1}{m} \left( \frac{f}{c} \right)^3$$

Aux fréquences les plus basses, les pertes liées à l'antenne sont prépondérantes, tandis que celles due à l'effet Joule prennent le dessus aux fréquences les plus élevées [58].

### 3.5.1.1 Pertes par effet Joule

L'expression générale du facteur de qualité dû aux pertes par effet Joule peut être obtenu à partir du calcul de la puissance dissipée sur la surface  $S$  des murs et celui de l'énergie stockée dans le volume  $V$  de la cavité. On obtient le coefficient de qualité lié à l'effet Joule (Eq. 3.22) :

$$Q_J = \omega_{mnp} \cdot \frac{\mu}{R_s} \cdot \frac{\iiint_V |\tilde{H}_{mnp}|^2 dv}{\iint_S |\tilde{H}_{mnp}|^2 ds} \quad (3.24)$$

avec  $\omega_{mnp}$  la pulsation de résonance et  $R_s = 1/(\sigma \delta)$  où  $\sigma$  est la conductivité de la paroi  $S$  et  $\delta$  la profondeur de peau.

La plupart des simulations ont été effectuées en négligeant les pertes, sachant que l'effet de ces pertes reste assez faible sur la distribution de la partie réelle et de l'amplitude des champs. Le coefficient de qualité est alors déterminé par une approche perturbative, c'est-à-dire en calculant l'expression précédente à partir des valeurs des champs obtenus dans le cas sans pertes.

### 3.5.1.2 Expressions analytiques pour la cavité rectangulaire

Dans le cas d'une cavité parallélépipédique vide (de dimensions  $a$  suivant l'axe  $x$ ,  $b$  suivant  $y$  et  $c$  suivant  $z$ ), les expressions des champs sont connues analytiquement, et on en déduit pour chaque mode l'expression analytique du coefficient de qualité lié aux effets Joule [49].

On distingue deux familles de modes, les modes dégénérés qui sont décomposables en deux polarisations caractérisés par leurs trois indices  $(m,n,p)$  tous différents de zero. Ceux qui ne peuvent pas se décomposer en deux polarisations sont caractérisés par un indice nul parmi

les trois. Les modes de ces deux familles existent dans chacune des deux polarisations.

- Cas des modes dégénérés (m.n.p  $\neq 0$ ).

1. Coefficient de qualité des modes TE<sub>mnp</sub> :

$$Q_{mnp}^{TE} = \omega_{mnp} \cdot \frac{\mu}{4R_s} \cdot \frac{abc [k^2(k_x^2 + k_y^2)]}{\left[ abk_z^2 (k_x^2 + k_y^2) + ac (k_x^2 k_z^2 + (k_x^2 + k_y^2)^2) + bc (k_y^2 k_z^2 + (k_x^2 + k_y^2)^2) \right]} \quad (3.25)$$

2. Coefficients de qualité des modes TM<sub>mnp</sub> :

$$Q_{mnp}^{TM} = \omega_{mnp} \cdot \frac{\mu}{4R_s} \cdot \frac{abc(k_x^2 + k_y^2)}{\left[ k_x^2 b(a + c) + k_y^2 a(c + b) \right]} \quad (3.26)$$

- Cas des modes non dégénérés (un indice m,n ou p est nul).

1. Coefficients de qualité des modes TM<sub>mn0</sub> :

$$Q_{mn0}^{TM} = \omega_{mn0} \cdot \frac{\mu}{2R_s} \cdot \frac{abc(k_x^2 + k_y^2)}{\left[ ba(k_x^2 + k_y^2) + 2c(bk_x^2 + ak_y^2) \right]} \quad (3.27)$$

2. Coefficients de qualité des modes TE<sub>0np</sub> :

$$Q_{0np}^{TE} = \omega_{0np} \cdot \frac{\mu}{2R_s} \cdot \frac{abc [k_y^2 + k_z^2]}{\left[ 2ab k_z^2 + 2ac k_y^2 + bc (k_y^2 + k_z^2) \right]} \quad (3.28)$$

3. Coefficients de qualité des modes TE<sub>m0p</sub> :

$$Q_{m0p}^{TE} = \omega_{m0p} \cdot \frac{\mu}{2R_s} \cdot \frac{abc [k_x^2 + k_z^2]}{\left[ 2ab k_z^2 + 2bc k_x^2 + ac (k_x^2 + k_z^2) \right]} \quad (3.29)$$

- Les coefficients moyens. Le calcul de la moyenne des coefficients de qualité sur une petite bande de fréquence de la cavité parallélépipédique, en supposant une énergie identique pour chacun d'entre eux et pour une fréquence élevée, conduit à l'expression [68, 67] :

$$Q_j = \frac{3abc}{2\mu_r S \delta_S} \cdot \frac{1}{1 + \frac{3\pi}{8k} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)} \quad (3.30)$$

avec  $S = 2(ab+bc+ac)$  la surface de la cavité.

Cette expression correspond à celle d'ordre 1 présentée développée dans [67] tandis que l'expression (3.22) est présentée comme d'ordre 0.

### 3.5.2 Simulations

Les coefficients de qualité ont été obtenus à partir de simulations effectuées sous le logiciel HFSS dans la cavité parallélépipédique vide et dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère, toujours sans tenir compte des antennes d'excitation. Une validation dans le cas analytique de la cavité parallélépipédique a été réalisée en faisant varier les pertes sur différentes bandes de fréquence. Nous montrerons également les résultats obtenus avec une cavité présentant des propriétés de cavité chaotique. Les 500 premières résonances ont été déterminées pour chacune des deux cavités.

#### 3.5.2.1 Cavité parallélépipédique

La cavité parallélépipédique vide (sans antenne) a été simulée sous le logiciel HFSS sans pertes (parois en métal parfait) puis avec une conductivité  $\sigma = 38.10^6 \text{S/m}$  (correspondant au cas de l'aluminium) sur les 6 parois.

##### • Pertes sur les parois

Dans un premier temps, les valeurs analytiques du coefficient de qualité (avec pertes) ont été comparées à celles obtenues sous HFSS (simulations avec pertes). Les résultats des simulations ont été exploités de façon à déterminer les coefficients de qualité de deux manières différentes. Nous donnons alors pour chaque mode :

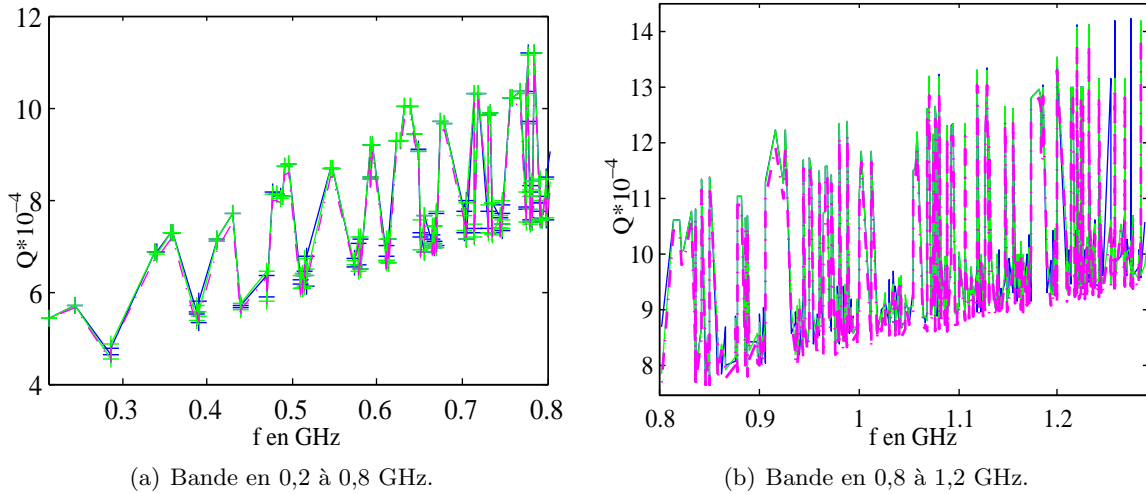
- le coefficient de qualité donné directement par le logiciel, et qui correspond à la moitié du rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle de la fréquence de résonance [69].  

$$Q = \text{Re}(f) / [2 * \text{Im}(f)]$$
 avec  $f$  la fréquence de résonance complexe.
- Le coefficient de qualité obtenu en intégrant le module de  $H$  au carré dans le volume et sur la surface de la cavité, et en appliquant l'équation (3.24).

Une bonne concordance entre les coefficients issus de ces trois approches est obtenue (Fig. 3.34), et ceci pour toutes les fréquences. On notera la forte variabilité du coefficient de qualité en fonction du mode considéré.

Dans un second temps, afin de valider l'approche perturbative, les résultats de simulation obtenus dans le cas sans pertes ont été utilisés pour calculer la coefficient de qualité à partir de l'équation (3.24), en intégrant le module au carré de  $H$  dans le volume et sur la surface de la cavité. Cette équation a donc été appliquée à la fois aux champs issus de la simulation de la cavité avec pertes et à ceux obtenus pour la cavité sans pertes.

Cette validation a été faite en considérant deux métaux différents afin de faire varier le niveau de pertes ; nous considérerons les cas de l'aluminium et du zinc. Le coefficient  $R_s$  a été évalué tout d'abord avec  $\sigma = 38.10^6 \text{ S/m}$  correspondant au cas de la première simulation (parois en aluminium). Nous nous sommes intéressés à la fois aux modes à basse et à haute fréquence afin de vérifier la validité de cette approche sur toute la bande de fréquence. Les 40 premiers (soit entre 0,2 à 0,8 GHz) et 40 derniers modes (soit entre 0,8 à 1,2 GHz) de la bande fréquentielle étudiée ont ainsi été simulés. Ce résultat a été comparé à celui obtenu en utilisant la même équation (3.24) avec les résultats issus des simulations effectuées avec des pertes. La comparaison entre les coefficients de qualité issus des deux approches est donnée en Fig. 3.35. On observe une très bonne concordance des résultats.



**Figure 3.34:** Coefficients de qualité analytiques et obtenus en simulant des pertes, cavité parallélépipédique, parois en aluminium  $\sigma = 38.10^6$  S/m) :  $Q_{\text{théo}}$  (formules analytiques) en bleu,  $Q_{\text{simu}}$  (fourni directement par HFSS) en vert,  $Q_{\text{int}}$  (Eq.3.24 à partir des simulations sans pertes) en rose.

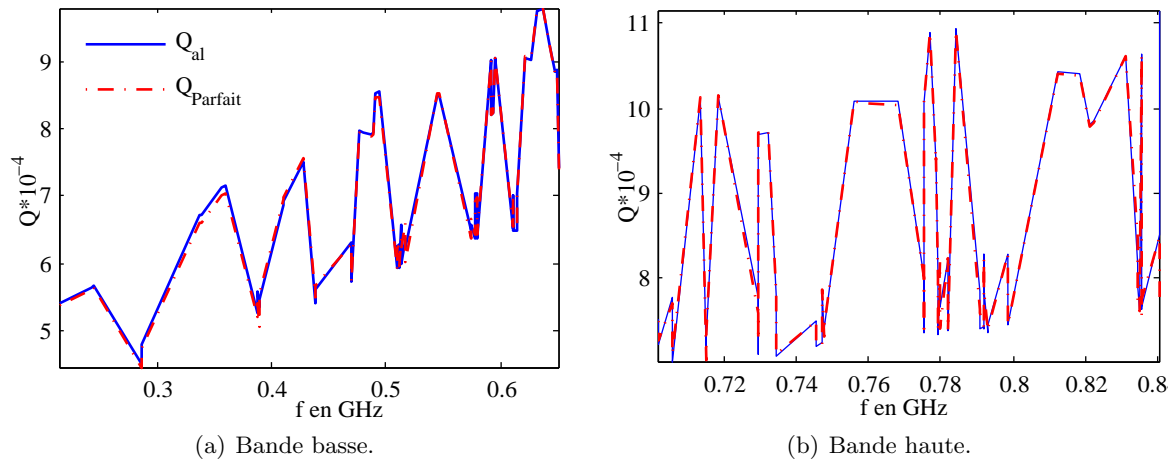
Dans un deuxième temps, des simulations ont été effectuées avec des parois en zinc ( $\sigma = 16,7.10^6$  S/m) et la même procédure a été appliquée. Une bonne concordance des résultats est à nouveau obtenue sur les deux bandes de fréquence (Fig. 3.36). Comme attendu, les coefficients de qualité sont un peu plus faibles avec le zinc.

La méthode perturbative utilisée pour évaluer les coefficients de qualité est validée. Ceci nous permet d'évaluer les coefficients de qualité de la même cavité avec différentes conductivités. La figure 3.37 présente les facteurs de qualités obtenus par simulations et la formule 3.24.

#### • Recouvrement modal

La chambre réverbérante est généralement utilisée dans un régime où le recouvrement entre modes de résonance est important. Le nombre de modes ayant, à une fréquence fixée, une amplitude importante, a une forte influence sur les caractéristiques du champ. Un indicateur utilisé pour les chambres réverbérantes est le nombre moyen de modes excités en fonction de la fréquence d'excitation. Ceci se fait en fixant la fréquence d'excitation à la fréquence d'une résonance et d'utiliser le coefficient de qualité de ce mode pour déterminer la largeur de bande excitée. On calcule alors le nombre de fréquences de résonance contenues sur cette bande fréquentielle. Cet indicateur MBW a même été proposé pour définir la LUF (Lower Useable Frequency) de la chambre réverbérante : d'après [70], un nombre moyen de modes se recouvrant compris entre 1 et 3 correspondrait à un bon fonctionnement de la chambre réverbérante.

Pour évaluer le taux de recouvrement des modes, nous avons calculé pour les deux bandes de fréquence, basse et haute, l'écart moyen entre deux modes de résonance. On notera que dans cette cavité vide, il y a un grand nombre de modes dégénérés de fréquence de résonance identique, la présence d'écarts nuls a donc été prise en compte lors du calcul des écarts moyens. Pour la bande de 0 et 0,8 GHz, cet écart moyen  $\delta f$  est de 7,39 MHz, ce qui donne



**Figure 3.35:** Coefficients de qualité obtenus par Eq. 3.24 en simulant une cavité parallélépipédique sans pertes et avec pertes (aluminium) :  $Q$  avec pertes en bleu,  $Q$  sans pertes en rouge

une densité modale  $N_d = 0,135 \text{ mode/MHz}$  et  $f/\delta f = 54$  avec  $f = 0,4 \text{ GHz}$  la fréquence centrale. Pour la bande de 0,8 et 1,2 GHz, cet écart moyen  $\delta f$  est de 2,35 MHz, ce qui donne  $N_d = 0,426 \text{ mode/MHz}$  et  $f/\delta f = 425$  avec  $f = 1 \text{ GHz}$  la fréquence centrale.

Sur les deux bandes de fréquence, ces rapports  $f/\delta f$  sont faibles par rapport aux coefficients de qualité, ce qui indique que nous sommes en régime de sous-modes. Un recouvrement existe toutefois pour les modes dégénérés. Cependant, nous n'avons ici pas tenu compte de l'influence de l'antenne qui diminue ces coefficients de qualité. Un régime de sur-modes est attendu pour la bande fréquentielle la plus élevée dans une chambre réverbérante classique.

#### • Pertes totales

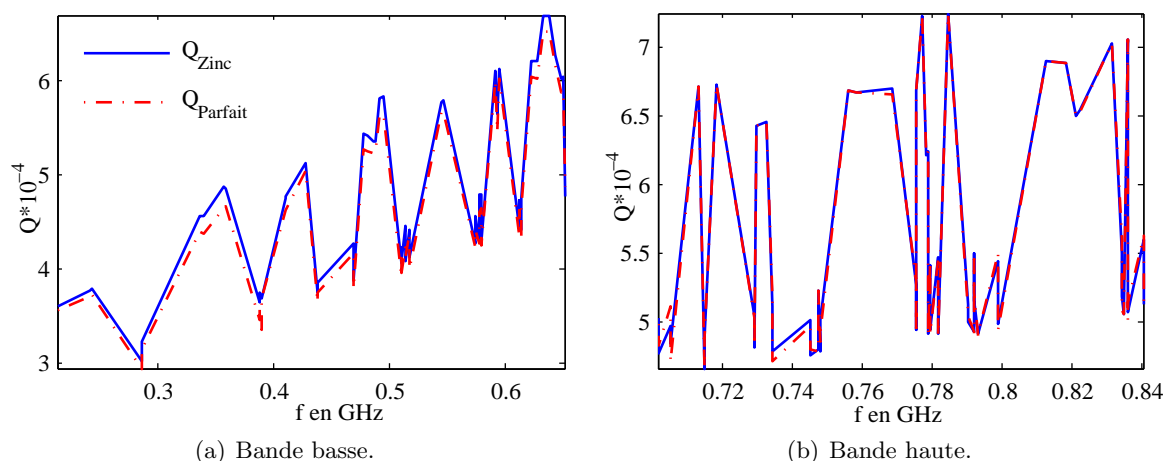
Si on tient maintenant compte du coefficient de qualité lié à l'antenne, à l'aide de l'Eq. 3.23, on trouve, avec un volume de  $0,769 \text{ m}^3$  :

- à 0,4 GHz :  $Q_{ant} = 287$ , ce qui reste grand par rapport à  $f/\delta f = 54$ .
- à 1 GHz :  $Q_{ant} = 4498$

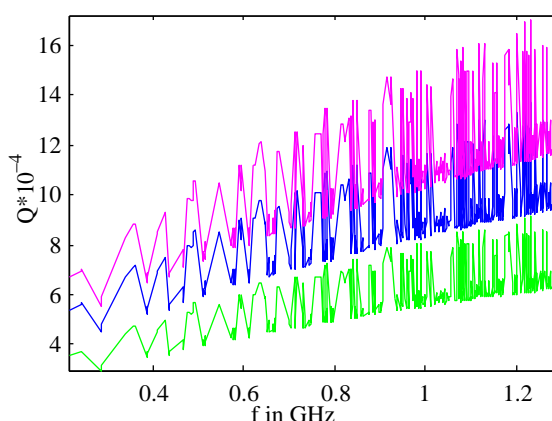
Dans ces deux bandes fréquentielles, les pertes liées à l'antenne sont prépondérantes sur celles liées à l'effet Joule sur les parois, et ceci quelque soit le métal considéré. Dans la bande fréquentielle supérieure, le coefficient de qualité lié à l'antenne est du même ordre de grandeur que ceux obtenus par effet Joule. Le coefficient de qualité total devient alors :

- à 0,4 GHz :  $Q = 287$ , ce qui reste grand par rapport à  $f/\delta f = 54$ .
- à 1 GHz :
  - en prenant  $Q_J = 9000$  avec le cuivre,  $Q = 3000$ .
  - en prenant  $Q_J = 6000$  avec le zinc,  $Q = 1800$ .

ce qui reste, pour les deux métaux, grand par rapport à  $f/\delta f = 425$ . Le régime de sur-mode ne serait donc pas atteint si on considère les coefficients calculés à partir de l'Eq. 3.23.



**Figure 3.36:**  $Q$  obtenus par l'équation 3.24 en simulant une cavité sans pertes et avec pertes (Zinc) :  $Q$  avec pertes en bleu,  $Q$  sans pertes en rouge.



**Figure 3.37:** Coefficients de qualité simulés, cavité rectangulaire avec différentes conductivités : rose : aluminium, bleu : cuivre et verte : Zinc.

### 3.5.2.2 Cavité avec deux calottes et un hémisphère

Les simulations de cette cavité sont faites sous le logiciel HFSS, les 500 premiers modes sont déterminés. Les coefficients de qualité sont déterminés à partir des résultats de simulation avec pertes (aluminium). La méthode de détermination de coefficients de qualité à l'aide des méthodes intégrales ayant été validée, nous avons évalué les coefficients de qualité pour trois métaux différents (cuivre  $\sigma = 58.10^6$  S/m, Zinc  $\sigma = 16,7.10^6$  S/m et aluminium  $\sigma = 38.10^6$  S/m), afin de montrer l'influence des propriétés des parois (Fig.3.38(a)). La cavité est simulée vide et sans antennes.

On note une très forte influence de la variation de la conductivité sur les résultats, l'état des surfaces de la cavité est donc un élément très important sur sa réponse fréquentielle.

Par ailleurs, nous avons montré que, dans cette cavité, les conditions d'homogénéité et d'isotropie du champ étaient respectées pour la grande majorité des modes. Ceci nous permet d'évaluer le coefficient de qualité de l'antenne à l'aide de l'Eq. 3.23. Le volume de la cavité (après soustraction des volumes des calottes et hémisphère) est de  $0,6999 \text{ m}^3$ . Nous obtenons

les coefficients de qualité totaux :

→ à 0,4 GHz :  $Q = 266$ .

→ à 1 GHz :  $Q = 4157$ .

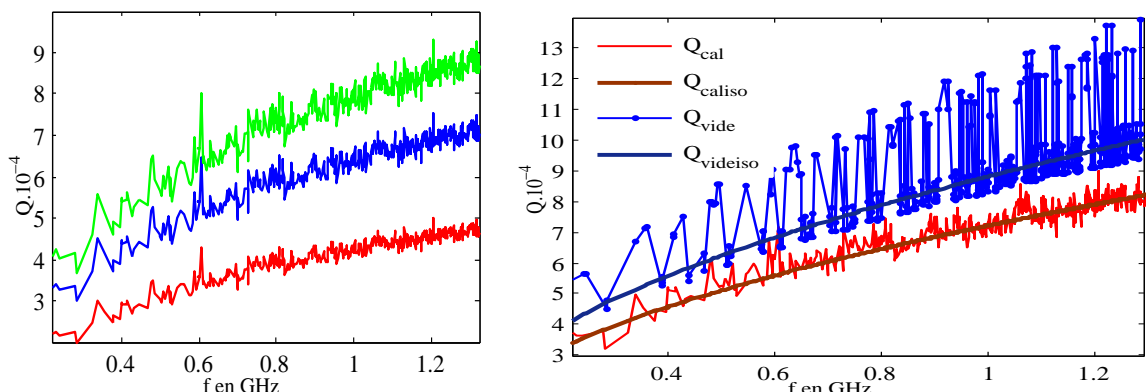
Dans ces deux bandes fréquentielles, les pertes liées à l'antenne sont prépondérantes sur celles liées à l'effet Joule sur les parois, et ceci quel que soit le métal considéré.

### Isotropie et facteur de qualité :

Le facteur de qualité est évalué en considérant uniquement les pertes par effet Joule (pertes sur les parois). Ces pertes sont liées au courant surfacique lié lui aussi au champ électrique tangentiel à la surface considérée. La figure 3.38(b) montre les facteurs de qualité calculés pour chaque mode des deux cavités, ainsi que les coefficients moyens obtenus sous l'hypothèse de champ diffus, à partir de l'équation 3.22 pour les deux cavités.

On observe plusieurs différences entre les facteurs de qualité de la cavité vide et ceux de la cavités avec deux calottes et un hémisphère. En effet, les facteurs de qualité de la cavité rectangulaire sont plus élevés et fluctuent plus que ceux de la cavité avec deux calottes et une demi-sphère. Ceci peut être expliqué par deux raisons :

1. La surface de la cavité avec deux calottes est plus grande que celle de la cavité rectangulaire (pertes par effet Joule plus importantes), et son volume est plus faible (énergie stockée plus faible). D'après l'Eq. 3.24, ceci résulte en la diminution du coefficient de qualité. Ceci est également valable pour le coefficient moyen relatif au cas idéal (Eq.3.22), puisqu'une augmentation de  $S$  et une diminution de  $V$  induit une diminution du coefficient de qualité.
2. La cavité rectangulaire a plusieurs modes totalement anisotropes (composantes nulles) si bien que certaines faces ne contribuent pas aux pertes (moins de pertes donc facteur de qualité plus grand). Les modes concernés présentent donc des coefficients de qualité plus élevés que les modes ne possédant pas de composantes nulles.



(a) Cavité avec 2 calottes et un hémisphère, (b) Facteurs de qualité.  $Q_{vide}$  et  $Q_{cal}$  : calculs exacts (Eq.3.24) en vert pour le cuivre, en bleu l'aluminium, en rouge le zinc.  $Q_{videiso}$  et  $Q_{caliso}$  : cas idéal (Eq.3.22) pour les mêmes cavités

**Figure 3.38:** Facteurs de qualité obtenus en simulant deux cavités rectangulaires, l'une vide et l'autre avec deux calottes et un hémisphère

On observe que les coefficients de qualité de la cavité chaotique sont beaucoup plus proches de ceux relatifs au cas idéal que les coefficients de qualité de la cavité rectangulaire. Les



coefficients de cette dernière fluctuent en effet beaucoup. Dans la cavité rectangulaire, les coefficients les plus élevés et les plus éloignés du cas idéal correspondent aux modes ayant une composante nulle (modes non dégénérés), alors que les coefficients les plus proches du cas idéal correspondent tous à des modes dégénérés.

### 3.5.3 Comportement du champ et densité modale

Dans la partie 3.2, nous avons étudié les propriétés statistiques des modes propres des cavités. Les études ont montré que les modes de la cavité avec deux calottes et un hémisphère sont les plus homogènes et isotropes, et que les écarts fréquentiels de leurs fréquences de résonance suivent le mieux la loi de Wigner.

Nous allons ici reprendre l'étude des propriétés du champ pour les premières résonances, cette fois en présence de pertes (aluminium). Nous présentons les résultats obtenus avec la cavité avec deux calottes et un hémisphère, tandis que ceux relatifs à la cavité rectangulaire vide sont présentés en annexe A.

#### 3.5.3.1 Statistiques du champ

Dans cette partie nous étudions les lois suivies par les parties réelles et imaginaires des composantes du champ. En raison du grand nombre de paramètres à étudier, nous présentons uniquement les trois tests globaux suivants :

1. global réel  $G_{Re}$  : test sur les trois parties réelles des composantes du champ afin de déterminer si elles suivent toutes les trois une loi normale.
2. global imaginaire  $G_{Im}$  : test sur les trois parties imaginaires des composantes du champ afin de déterminer si elles suivent toutes les trois une loi normale.
3. global champ  $G_m$  : test sur les six parties réelles et imaginaires des composantes du champ afin de déterminer si elles suivent toutes une loi normale.

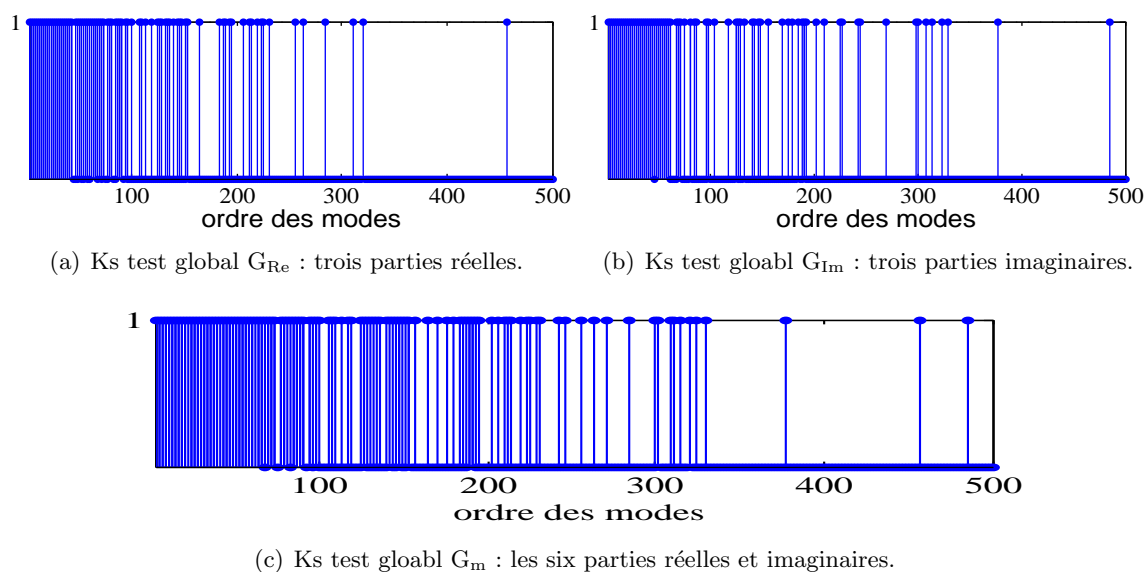
Pour chacun des trois tests, on a utilisé les mêmes conventions :

- -1 : si au moins une partie réelle ou imaginaire d'une composante est nulle.
- 1 : si au moins une partie réelle ou imaginaire d'une composante ne suit pas une loi normale.
- 0 : si toutes les parties réelles ou imaginaires suivent une loi normale.

Pour la cavité avec deux calottes et un hémisphère, nous présentons sur la Fig. 3.39 les résultats de ces trois test.

Ces figures montrent un comportement similaire à celui obtenu sans pertes, ainsi que des résultats similaires pour les parties imaginaires et réelles. Ainsi, le taux de réussite au test augmente avec l'ordre du modes pour les trois tests. Seuls quelques modes ne réussissent pas les tests aux fréquences plus hautes.

Le tableau 3.20 présente les pourcentages de réussite du test KS sur la partie réelle du champ électrique pour la cavité avec deux calottes et une demi-sphère avec et sans pertes. Cette comparaison nous permet de valider que même avec pertes l'uniformité des champs restent bonnes. Les différences entre les pourcentages de réussite restent faibles, inférieurs à 5% (intervalle de confiance), de sorte que les résultats peuvent être considérés comme équivalents.



**Figure 3.39:** KS tests globaux des trois parties réelles, trois parties imaginaires et des six parties du champ électrique : cavité avec deux calottes et une demi-sphère.

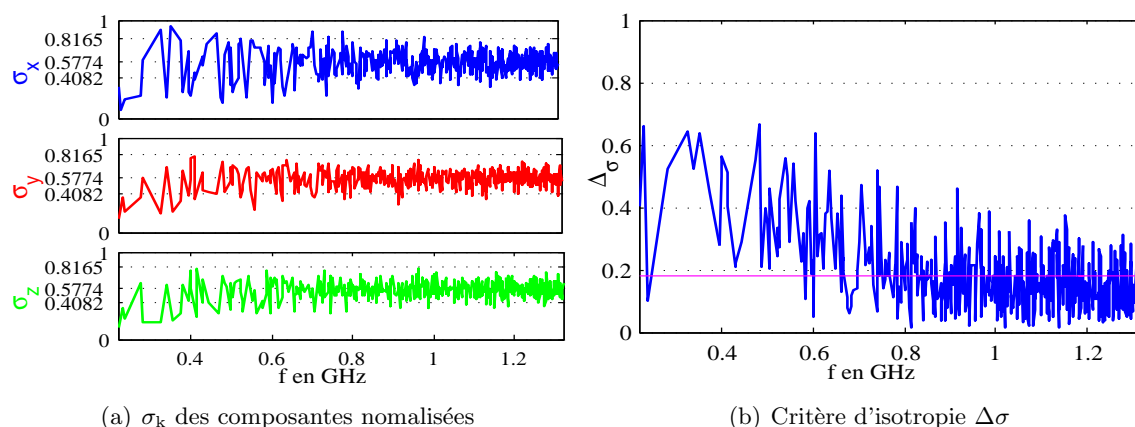
avec		Nulle(-1)	$KS_{95\%} = 1$	$KS_{95\%} = 0$
C. calottes sans pertes	$E_x$	0	10.44	89.5
	$E_y$	0	9.78	90.22
	$E_z$	0	10.89	89.56
C. calottes avec pertes	$E_x$	0	11.78	88.22
	$E_y$	0	11.33	88.67
	$E_z$	0	13.78	86.22

**Table 3.20:** Résultats du test KS sur les parties réelles des champs : cavité avec deux calottes avec et sans pertes.

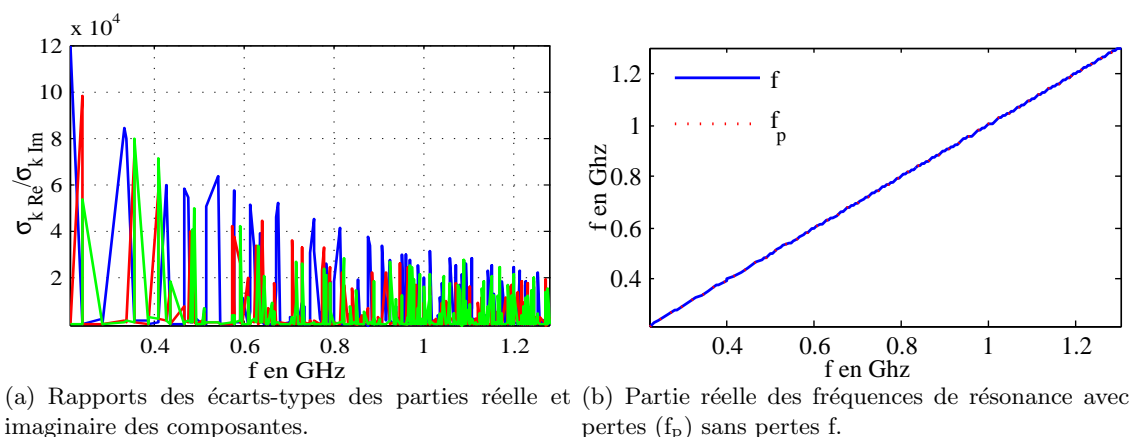
L'isotropie est étudiée en comparant les écarts-types des parties réelles des composantes normalisées du champ électrique à celui du champ idéalement isotrope ( $1/\sqrt{3}$ ) (Fig. 3.40(a)). Nous avons aussi évalué le critère d'isotropie ( $\Delta\sigma$ ) à partir des parties réelles des composantes (Fig. 3.40(b)). Nous avons obtenus en présence de pertes des écarts-types proches de celui du cas idéal et un  $\Delta\sigma$  faible, montrant ainsi la bonne isotropie du champ en présence de pertes ohmiques. On note que le comportement obtenu est similaire à celui du cas sans pertes (Figs. 3.10 et 3.11). Ces pertes faibles, perturbatives, modifient en effet peu les parties réelles des composantes des champs.

Pour prouver que les parties imaginaires des composantes des champs restent très faibles devant les parties réelles, le rapport entre l'écart-type de la partie réelle et de la partie imaginaire de chaque composante et de chaque mode a été calculé (fig. 3.41(a)). on trouve un rapport de l'ordre de  $10^4$ , ce que montre la prédominance très forte de la partie réelle.

De même, les fréquences de résonance avec et sans pertes ne diffèrent que par leur partie imaginaire (fig : 3.41(b)), de sorte que la distribution des écarts fréquentiels, calculés à partir des parties réelles des fréquences de résonance, est la même que sans pertes.



**Figure 3.40:** écarts-types des parties réelles des composantes normalisées, critère d'isotropie  $\Delta\sigma$ , cavité avec deux calottes et un hémisphère à pertes.

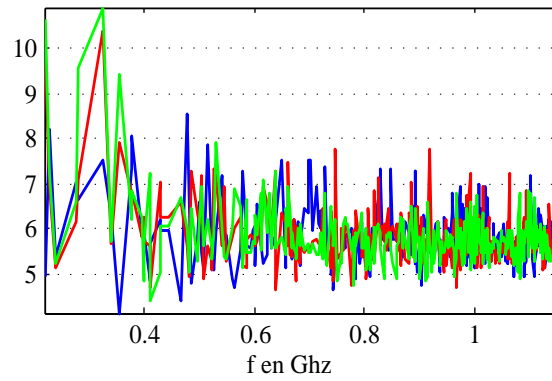


**Figure 3.41:** (a) rapports des  $\sigma[\text{Re}(E_k)]/\sigma[\text{Im}(E_k)]$ , (bleu pour Ex), (rouge pour Ey) et (vert pour Ez), (b) Fréquences de résonance avec ( $f_p$ ) et sans ( $f$ ) pertes (b).

## Localisation du champ

De même que dans le cas sans pertes, nous avons calculé les facteurs de localisation associés aux amplitudes des trois composantes du champ électrique, en tenant compte des parties réelle et imaginaire de ces composantes (Fig.3.42).

Les paramètres de localisation dans ce cas, décroissent avec la fréquence, comme ce qui est constaté dans le cas sans pertes (Fig.3.33), et les résultats obtenus sont proches. Le tableau 3.21 présente les moyennes et écarts-types des paramètres de localisation des composantes du champ électrique. Les moyennes sont proches de la valeur idéale sans localisation, c'est-à-dire 3, et les écarts-types faibles montrent un comportement similaire pour l'ensemble des modes. On notera que ces valeurs moyennes et ces écarts-types sont très proches de ceux obtenus sans pertes (Tableau 3.19).

(a) Facteur de localisation du champ  $10 * \log_{10}(L_k)$  :

**Figure 3.42:** Facteurs de localisation des composantes du champ  $L_k$  (Eq. 3.19), (bleu pour  $E_x$ ), (rouge pour  $E_y$ ) et (vert pour  $E_z$ ), cavité avec deux calottes et un hémisphère à pertes .

paramètres	$L_x$	$L_y$	$L_z$
$\mu$	3,77	3,79	3,8
$\sigma$	0,5	0,63	0,72

**Table 3.21:** Tableau des moyennes et écarts-types des facteurs de localisation  $L_k$  : cavité avec deux calottes et une demi-sphère à pertes .

### 3.6 Conclusion

Comme la plupart des modes dans les cavités chaotiques présentent des champs spatialement homogènes et isotropes, nous nous sommes inspirés des études développées dans le domaine du chaos ondulatoire pour proposer des modifications simples de la géométrie d'une cavité parallélépipédique afin d'améliorer les propriétés statistiques des champs dans la cavité. Le choix des trois cavités proposées s'appuie à la fois sur des études antérieures sur des cavités 2D et sur l'observation des modes dans ces cavités. A partir des résultats de simulation, nous avons comparé les propriétés des modes propres des trois cavités chaotiques proposées à celles des modes d'une CR classique équipée d'un brasseur de modes fixe.

Dans un premier temps, nous avons démontré que le taux de modes dont les composantes du champ suivent une distribution normale, qui croît pour chaque cavité avec la fréquence, est le plus élevé dans une des cavités chaotiques (comportant deux calottes et un hémisphère). Nous avons ainsi montré comment les modifications géométriques des cavités chaotiques permettent une réduction significative du nombre de modes réguliers, en réduisant les surfaces parallèles en regard.

L'isotropie du champ a été également abordée sous deux points de vue différents. Tout d'abord, l'invariance des propriétés statistiques champ par rapport à la base orthonormée de sa représentation a été testée. Ensuite, l'analyse des écarts-types des trois composantes et, pour chaque mode, de leur dispersion, confirme la même tendance.

En complément à cette analyse dans le domaine spatial, nous avons également procédé à une comparaison de leurs propriétés dans le domaine spectral. Ainsi nous avons analysé les distributions des écarts fréquentiels de chacune des quatre cavités ; elles ont montré une fois encore que la cavité avec deux calottes présente les meilleures performances.

Afin de pouvoir nous approcher des critères utilisés en pratique dans les chambres réverbérantes, nous avons procédé à une reconstruction du champ électrique total à partir des modes propres issus des simulations, et nous avons appliqué les tests standards relatifs à l'homogénéité et l'isotropie du champ. Ces derniers nous ont également permis de conclure que de meilleures performances sont obtenues avec la meilleure des cavités chaotiques par rapport la CR conventionnelle.

Une étude de localisation de champs (zone de surintensité) a été réalisée sur la meilleure des cavités chaotique et sur la CR traditionnelle. Cette étude montre que la CR classique possède un grand nombre de modes présentant une très forte localisation du champ dans une zone qui n'est la zone de test (autour du brasseur), alors que la cavité chaotique ne présente pas de localisation significative.

Enfin, nous avons repris ces études en présence de pertes dans la cavité avec calottes, et nous avons constaté que les performances de cette cavité restent bonnes. En ayant les meilleures propriétés statistiques par rapport à la cavité avec brasseur avec pertes.

La principale conclusion à partir des résultats présentés dans ce chapitre est que les surfaces planes en regard devraient être éliminées (ou limitées au maximum) de toute RC, pour atteindre les propriétés d'ergodicité recherchées. Les modifications très simples de la cavité que nous proposons, consistant à insérer de calottes métalliques sur les parois de la cavité, permettent une amélioration significative des propriétés statistiques du champ, et

---

pourraient être proposées sur les CR existantes pour un coût modeste.

Le processus de brassage n'a pas été abordé dans ce chapitre. L'utilisation de ces nouvelles formes de cavité en tant que chambre réverbérante avec un brassage mécanique est envisagée de deux façons. La première consisterait à améliorer une CR classique équipée d'un brasseur en insérant trois calottes métalliques sur ses parois, de sorte à éliminer les surfaces opposées planes parallèles. L'avantage de cette approche réside dans sa simplicité et son faible coût. On notera toutefois que le problème de localisation du champ autour du brasseur persisterait. Dans la seconde approche, la cavité chaotique elle-même pourrait être utilisée comme une CR et l'hémisphère pourrait être utilisé comme brasseur de modes : on le déplacerait alors le long de sa paroi tout en évitant les symétries de la cavité.

Dans les deux approches, il est prévu que le recouvrement spectral de modes homogènes et isotropes conduira à de meilleures propriétés statistiques du champ que lorsque les modes propres se sommant ne répondent pas individuellement aux propriétés statistiques requises. Ceci aboutirait à l'amélioration du fonctionnement des chambres réverbérantes en particulier dans le régime de faible recouvrement, avec une diminution potentielle de leur LUF ou du nombre de positions du brasseur à considérer.

---



# Chambres réverbérante et chaotique à brassage mécanique de modes

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Étude des 15 modes au-dessus de 600MHz</b>	<b>110</b>
4.1.1	Test KS sur les composantes	110
4.1.2	Ergodicité et isotropie du champ	111
4.1.3	Puissances modales	111
4.1.4	Critères normalisés appliqués aux modes	115
<b>4.2</b>	<b>Étude des 12 modes au-dessus de 700 MHz</b>	<b>120</b>
4.2.1	Test KS sur les composantes.	120
4.2.2	Nombre de positions indépendantes.	121
4.2.3	Ergodicité et isotropie du champ	122
4.2.4	Homogénéité et isotropie du champ	123
4.2.5	Zones de surintensité du champ.	124
<b>4.3</b>	<b>Étude des 6 modes au-dessus de 1.2 GHz</b>	<b>126</b>
4.3.1	Résultats du KS test global	127
4.3.2	Localisation du champ	128
<b>4.4</b>	<b>Perturbation des fréquences de résonance</b>	<b>129</b>
4.4.1	Distribution des écarts fréquentiels	131
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>135</b>

---



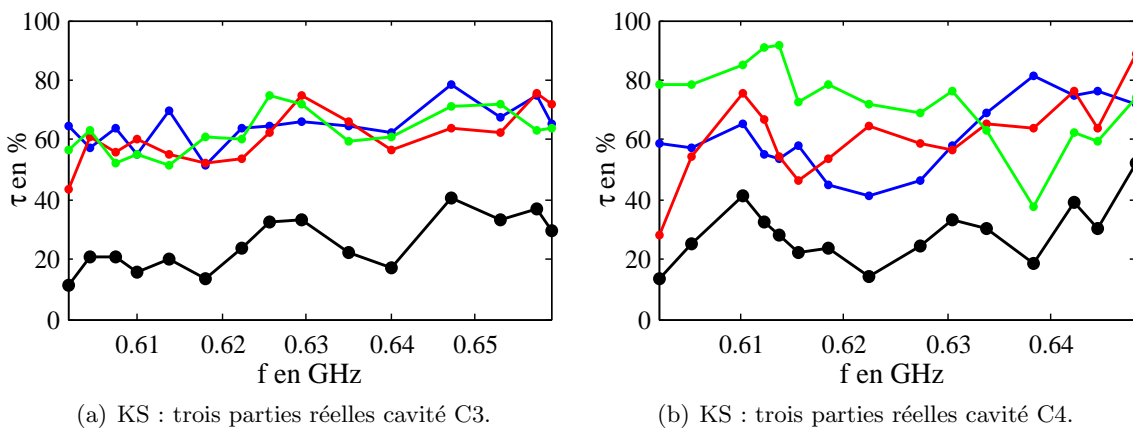
Dans ce chapitre, nous étudions les propriétés statistiques du champ et de ses composantes sur plusieurs positions du brasseur et de la demi-sphère. Deux cavités sont choisies pour ces études, la cavité munie de brasseur en rotation autour de son axe parallèle à  $(zz')$  (figures 3.1(d) C4) et la cavité avec deux calottes et un hémisphère, cet hémisphère, de rayon  $r = 16,5$  cm, étant en rotation autour d'un axe parallèle à  $(xx')$  passant par  $(L_x, L_y/2.1, L_z/2)$  (3.1(c) C3). Le centre de l'hémisphère est situé à 28 cm de son axe de rotation. Comme dans les chapitres précédents, nous n'avons utilisé aucune antenne d'excitation, et nous cherchons les modes propres des cavités.

## 4.1 Étude des 15 modes au-dessus de 600MHz

### 4.1.1 Test KS sur les composantes

Les simulations sont effectuées en faisant tourner le brasseur et la demi-sphère avec un pas angulaire d'un degré autour de leurs axes de rotation, ce qui nous donne 360 positions pour chacun d'eux. Nous avons appliqué le test KS global réel, pour chaque position, pour regarder si les trois parties réelles suivent toutes une distribution normale. Dans cette partie, toutes les positions sont prises en compte, nous ne cherchons pas à ce stade à faire des études uniquement pour des positions indépendantes. Cette étude revient à la recherche du changement de géométrie le plus adapté pour répondre aux critères statistiques sur les champs.

Pour chacune des composantes et pour chaque fréquence (mode), nous appliquons le test KS afin de déterminer les positions pour lesquelles les composantes suivent une loi normale. Comme nous avons 360 positions pour chaque cavité et pour chaque mode, les résultats sont présentés sous la forme du pourcentage de positions pour lesquels le test KS est réussi. Pour les deux cavités, l'étude est faite sur une bande contenant 15 modes (résonances) au dessus de 600 MHz contenus dans la bande  $[600 \text{ } 662]$  MHz.



**Figure 4.1:** Résultats (%) du KS test des composantes sur les 360 positions du brasseur et de l'hémisphère pour les 15 premiers modes au-dessus de 600 MHz. Courbes bleue pour  $E_x$ , rouge pour  $E_y$ , verte pour  $E_z$  et noire pour le KS global réel  $E$ .

La figure 4.1 représente les pourcentages de réussite du test sur les 360 positions simulées,

pour chacune des parties réelles des composantes du champ électrique des deux cavités, en considérant les 15 premiers modes de résonance après 600MHz. Les fréquences de ces modes indiquées en abscisse correspondent à la moyenne de leurs fréquences de résonance sur un tour de brasseur ou d'hémisphère; nous verrons en effet par la suite que ces fréquences de résonance varient avec la position de l'objet en rotation.

Dans le cas de la cavité C3 (Fig. 4.1(a)), on notera que les trois composantes ont des taux de réussite très proches, et qu'ils augmentent légèrement avec la fréquence. Avec la cavité C4 en revanche (Fig. 4.1(b)), on constate une variation beaucoup plus importante du taux de réussite en fonction des modes et des composantes.

	Ex	Ey	Ez	Exyz
C3	64,6	61,0	62,4	24,7
C4	63,5	54,5	67,3	24,06

**Table 4.1:** Tableau des moyennes des résultats du test KS des trois parties réelles des composantes du champ électrique et global sur 15 modes au dessus de 600 MHz.

Le tableau 4.1 présente les moyennes des taux de réussite du test KS des trois composantes du champ électrique et global sur les 15 modes. Elle montre que les moyennes des taux de réussite de la cavité avec deux calottes et un hémisphère sont plus proches les uns des autres (en considérant les différentes composantes) que celles issues de la cavité avec brasseur.

Ceci montre que dans la cavité C3, le champ est statistiquement plus isotrope et présente une meilleure homogénéité spectrale que dans la cavité C4.

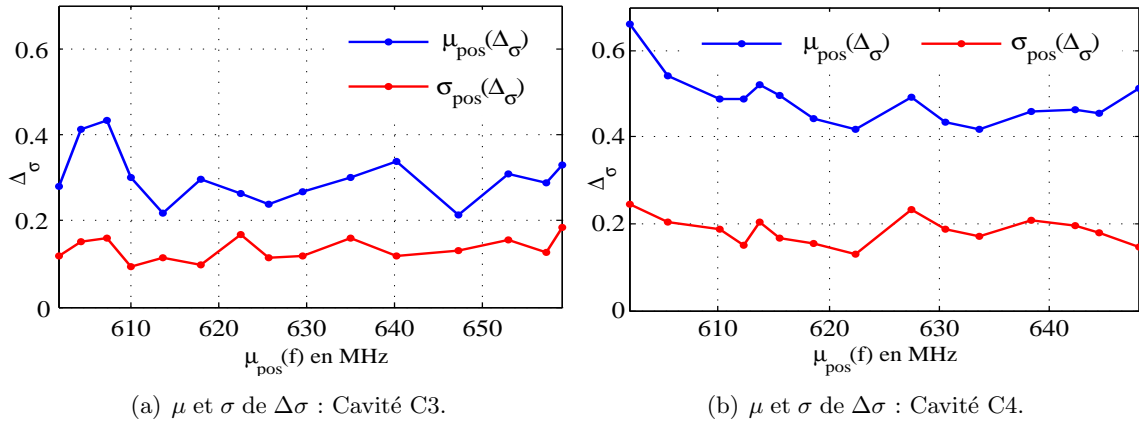
#### 4.1.2 Ergodicité et isotropie du champ

L'étude de l'isotropie du champ est faite à l'aide du coefficient d'isotropie  $\Delta\sigma$  défini au chapitre 3 (Eq. A.4). Ainsi pour chacune des 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère, et pour chacun des 15 modes considérés, nous avons calculé le critère d'isotropie  $\Delta\sigma$ . En raison de ses variations avec la position, nous présentons sa moyenne ( $\mu_{\text{pos}}(\Delta\sigma)$ ) et son écart-type ( $\sigma_{\text{pos}}(\Delta\sigma)$ ) sur les 360 positions pour chaque mode.

Nous constatons que les moyennes modales de  $\Delta\sigma$  de la cavité C3 sont plus petites que celles de la cavité C4, et qu'il en est de même pour les écart-types. Ainsi, la cavité C3 présente les meilleures performances lors du brassage à la fois en termes d'homogénéité et d'isotropie.

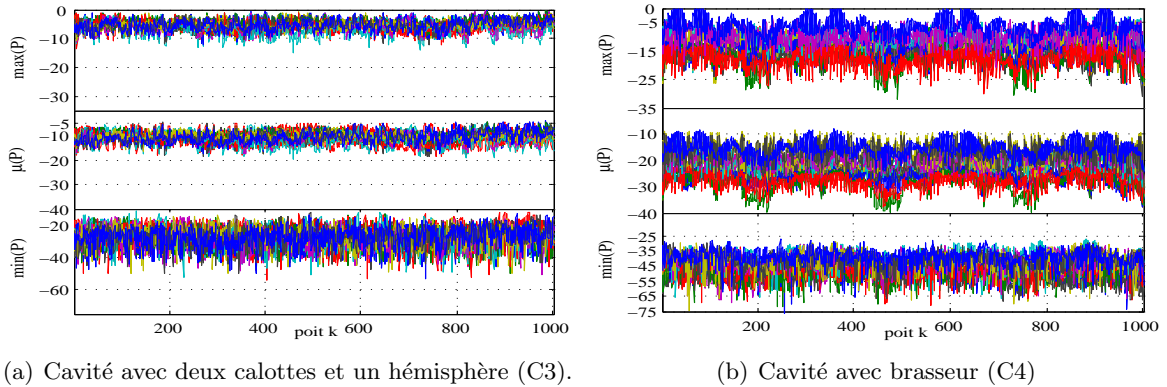
#### 4.1.3 Puissances modales

Dans cette partie, nous étudions la répartition spatiale des puissances modales pour chacune des deux cavités au cours de la rotation du brasseur et de l'hémisphère [71, 72, 73]. Pour chacune des positions de ces derniers, on prélève 1001 valeurs des composantes du champ électrique prises sur la grille 3D incluse dans le volume central. Pour chaque mode, nous déterminons, sur un tour de brasseur ou d'hémisphère, les puissances maximale, moyenne et minimale normalisées en chaque point. Nous observons ensuite leurs répartitions spatiales dans les cavités (fig. 4.3). On notera que, pour chaque mode et chaque position du brasseur ou de l'hémisphère, les composantes du champ ont été normalisées suivant la relation :



**Figure 4.2:** Moyennes et écart-types de  $\Delta\sigma$  sur les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère, pour les 15 premiers modes au-dessus de 600MHz.

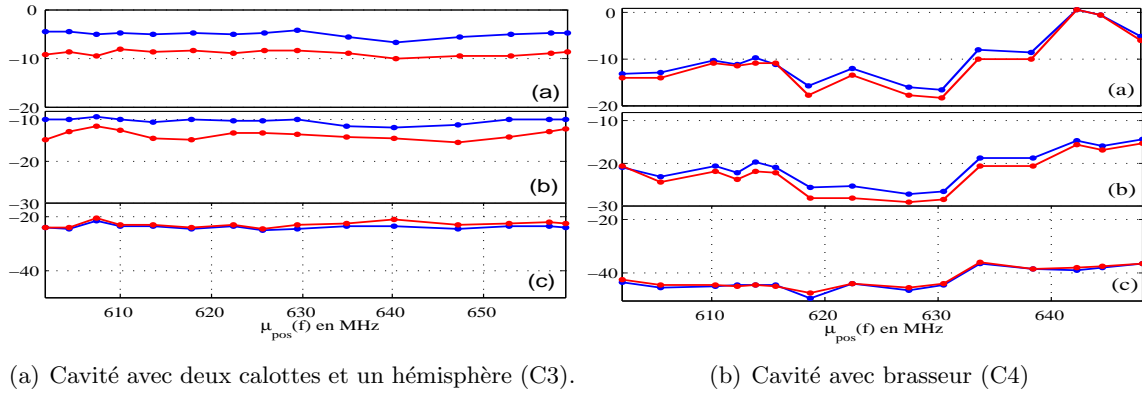
$$E_k = \frac{e_k}{\sqrt{\iiint_v |E|^2 dv}} \quad (4.1)$$



**Figure 4.3:** Valeurs maximales, moyennes et minimales de la puissance électrique sur les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère aux 1001 points du volume utile, et pour les 15 premiers modes au-dessus de 600MHz.

La figure 4.3 permet de faire deux observations importantes. Tout d'abord, les puissances maximales, moyennes et minimales modales dans la cavité avec deux calottes ont une plus faible dynamique, à la fois sur l'ensemble des 15 modes et sur les 1001 points (fig. 4.3(a)). Ensuite, on note que les puissances modales moyennes dans la cavité avec brasseur sont beaucoup plus faibles, avec une différence d'environ 10dB par rapport à celles de la cavité C3 (fig. 4.3(b)). Pour simplifier l'observation, nous avons calculé, pour chaque mode, les moyennes et écart-types de ces trois grandeurs sur les 1001 points (fig. 4.4).

La figure 4.4 montre que les moyennes des puissances modales maximales, moyennes et minimales sont non seulement plus grandes mais également plus stables avec le mode considéré. Les écart-types sont également moins sensibles au mode considéré dans la cavité



**Figure 4.4:** Moyennes (bleu) et écart-types (rouge) sur les 1001 points de la (a) puissance maximale, (b) puissance moyenne, (c) puissance minimale.

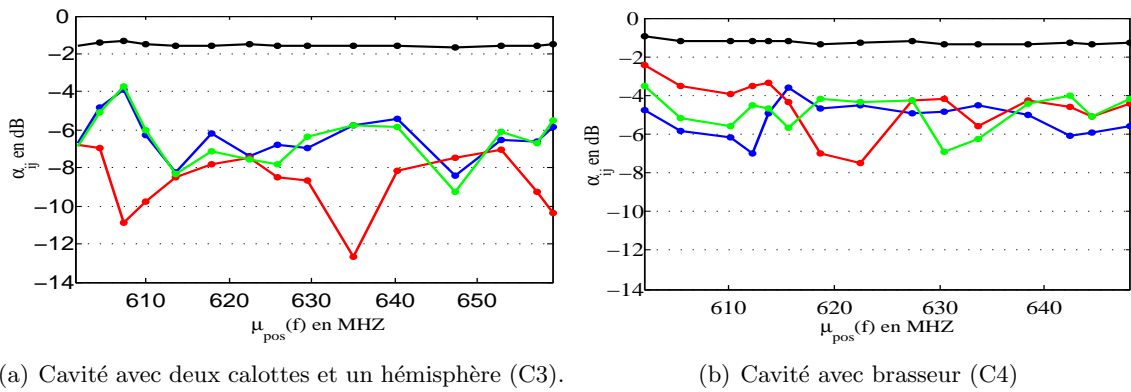
C3, et on note pour cette même cavité un écart plus important entre valeurs moyennes et écart-types des puissances maximales et moyennes, en faveur de la valeur moyenne. Ceci est signe d'une meilleure uniformité spatiale et fréquentielle de la puissance dans la cavité C3.

#### 4.1.3.1 Coefficients d'isotropie et homogénéité du champ

Pour évaluer l'isotropie du champ dans les cavités, nous calculons les coefficients d'isotropie définis par [21, 74] :

$$\alpha_{ij} = \left| \frac{p_i - p_j}{p_i + p_j} \right| \quad \text{avec } i, j = x, y, z \quad (4.2)$$

Le nombre de valeurs prises aux 1001 points rendant l'observation difficile, nous évaluons les moyennes modales des coefficients  $\alpha_k$  sur les 1001 points et sur un tour de brasseur ou d'hémisphère pour les trois composantes du champ électrique et les 15 modes étudiés (fig. 4.5).



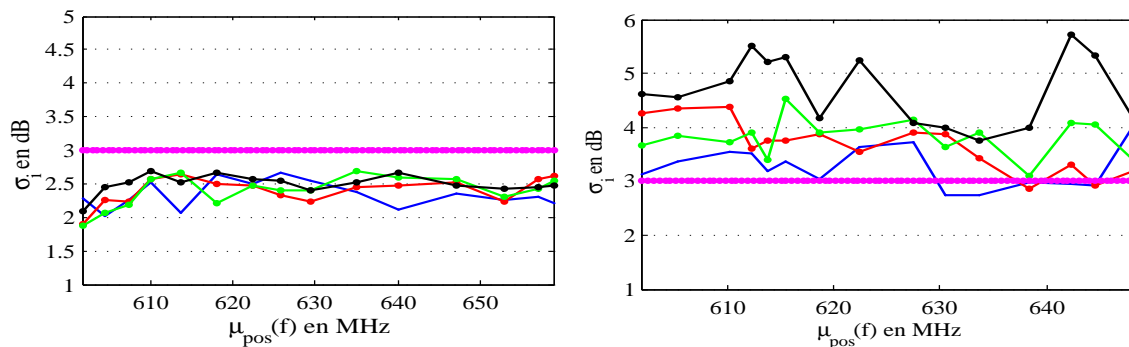
**Figure 4.5:** Coefficients d'isotropie moyens pour les premiers modes au dessus de 600 MHz :  $\alpha_{xy}$  (bleu),  $\alpha_{yz}$  (rouge),  $\alpha_{zx}$  (verte) et  $\alpha_{tot}$  (noire)

Les coefficients d'isotropie de la cavité avec deux calottes et un hémisphère sont plus petits

que ceux de la cavité avec brasseur. Ceci montre que dans cette première cavité les champs modaux sont plus isotropes que ceux de la cavité avec brasseur.

Pour évaluer l'homogénéité du champ nous utilisons la relation 4.3 qui se base sur les écart-types des valeurs maximales des composantes du champ aux points de mesure (ici les 1001 points). En ces points, on détermine les valeurs maximales de chaque composante sur les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère. L'homogénéité globale du champ est déterminée par l'écart-type de la concaténation de toutes les valeurs maximales des trois composantes obtenues en chaque point. Nous rappelons la relation (4.3) utilisée comme indicateur standardisé. L'avantage de cette relation est qu'elle permet d'évaluer à la fois l'homogénéité et l'isotropie du champ.

$$\sigma_{i,\text{dB}} = 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{\sigma_i}{\langle |E_{i \max}| \rangle} \right) \quad i = x, y, z \quad \text{xyz} \quad (4.3)$$



(a) Cavité avec deux calottes et un hémisphère (C3).

(b) Cavité avec brasseur (C4)

**Figure 4.6:** Écart-types des 15 premiers modes au dessus de 600 MHz pour les deux cavités munies d'un brasseur ou d'un hémisphère en rotation. :  $\sigma_x$  (bleu),  $\sigma_y$  (rouge),  $\sigma_z$  (verte) et  $\sigma_{\text{tot}}$  (noire) :

La figure 4.6 présente les écart-types modaux des deux cavités. Dans la cavité C3, les écart-types des composantes et l'écart-type global ont des valeurs proches, varient peu avec le mode, et restent au dessous des 3dB. En revanche les écart-types des composantes et global modaux du champ de la cavité munie d'un brasseur en rotation présentent des différences importante, variant beaucoup d'une fréquence à l'autre et restent au dessus des 3dB.

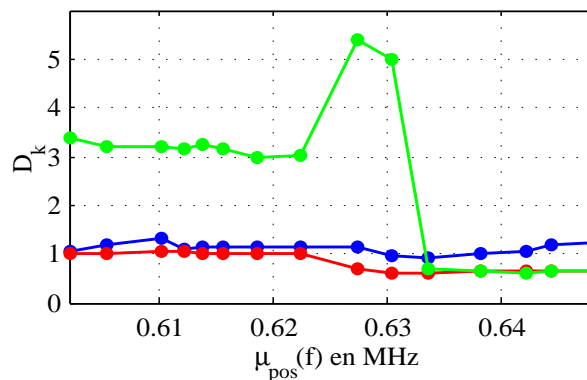
Ce critère montre une meilleure homogénéité et une meilleure isotropie du champ dans la cavité C3.

#### 4.1.3.2 Localisation de champ

Dans la partie 3.4, nous avons montré que la cavité munie de brasseur fixe fait apparaître des modes avec une très forte localisation du champ autour du brasseur, alors que dans la cavité avec calottes aucune localisation importante n'a été remarquée. En reprenant les mêmes indicateurs, nous évaluons le rapport entre la densité volumique du champ électrique de la zone centrale pour la cavité avec deux calottes et un hémisphère et la densité volumique

totale, et pour la cavité munie d'un brasseur les rapports entre les densités volumiques du champ électrique dans le volume autour du brasseur et la zone centrale d'une part et la densité volumique totale d'autre part.

La figure 4.7 représente les moyennes de ces rapports sur un tour de brasseur ou de l'hémisphère pour les 15 modes étudiés.



**Figure 4.7:** Rapports des densités électriques volumiques normalisées :  $D_z$  (zone centrale) cavité avec deux calottes (bleu) et cavité avec brasseur (rouge),  $D_b$  (zone autour du brasseur) cavité avec brasseur (vert).

L'étude de la localisation du champ sur un tour de brasseur révèle une très forte localisation du champ dans la cavité avec brasseur autour de celui-ci. La figure 4.7 montre que certains modes ne présentent pas de localisation. Cette étude vient valider notre étude précédente faite pour une position fixe du brasseur, et montre que ce phénomène se retrouve pour différentes configurations (positions du brasseur). Cette étude montre également que la cavité avec deux calottes et un hémisphère admet une meilleure homogénéité du champ électrique dans l'ensemble de son volume que la cavité avec brasseur.

Quant à la localisation de champ, nous remarquons que même sur plusieurs configurations de cette cavité, la cavité avec deux calottes ne présente sur cette gamme de fréquence aucun effet de localisation, contrairement à la cavité avec brasseur.

#### 4.1.4 Critères normalisés appliqués aux modes

Dans cette partie, nous allons appliquer les critères d'isotropie et d'homogénéité comme définis dans la norme [21]. Mais quelques différences existent néanmoins. La norme est appliquée dans une cavité excitée par une ou plusieurs antennes donc avec un recouvrement modal. Dans cette étude, aucune antenne n'est prise en compte, et nous utilisons les modes propres et non un champ total. Cette étude en modes propres est similaire à l'étude en champ total dans le cas où les effets de l'antenne excitatrice sont négligeables, ce qui est assez vrai dans une chambre réverbérante classique en régime de sous-modes, lorsque le recouvrement modal est très faible.

L'étude en modes propres permet donc de bien comprendre la répartition des puissances en l'absence recouvrement, en particulier dans un régime de sous-modes, et aussi de chercher des pistes pour abaisser la fréquence minimale de fonctionnement.

#### 4.1.4.1 Nombre de positions indépendantes

Pour chaque tour du brasseur ou de l'hémisphère, on dispose  $N = 180$  échantillons de 1001 valeurs des trois composantes rectangulaires du champ électrique. Nous allons déterminer le nombre maximal d'échantillons décorrélés parmi ces  $N$  échantillons, ce qui représentera le nombre d'échantillons indépendants [21, 75, 76].

#### 4.1.4.2 Corrélation des échantillons

En tout point  $P$  du volume central des cavités, on relève les puissances associées aux trois composantes du champ électrique, pour les  $N$  positions du brasseur et de l'hémisphère. Le coefficient d'autocorrélation des  $N$  valeurs en  $p_k$  est défini par :

$$\rho_0(r) = \frac{1}{N} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle) (x_{i+r} - \langle x \rangle)}{\sigma_x^2} = \frac{\text{Cov}(y_1, y_2)}{\sigma_{y_1} \cdot \sigma_{y_2}} \quad (4.4)$$

Avec :

$N$  : le nombre total de positions du brasseur et de l'hémisphère.

$\langle \cdot \rangle$  : la moyenne arithmétique.

$r$  : nombre de pas angulaires (pas angulaire = 1 degré dans notre cas).

$x_i$  : l'échantillon à la position  $i$  du brasseur ou de l'hémisphère.

$\sigma$  : l'écart-type des  $N$  échantillons.

Le second membre de l'équation 4.4, est défini dans [77, 78], où on effectue un décalage cyclique des échantillons avec :

$y_1 = [y_1, y_2, \dots, y_{N-1}, y_N]$ , la série des  $N$  échantillons collectés à toutes les positions.

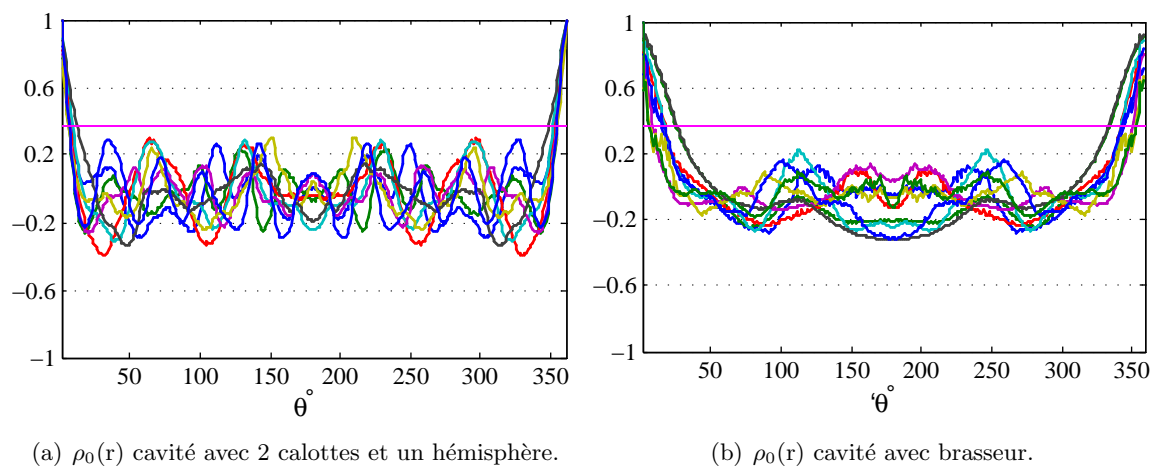
$y_2 = [y_{r+1}, y_{r+2}, \dots, y_N, y_r]$ , la même série décalée cycliquement de  $r$  rangs.

Le coefficient d'autocorrélation  $\rho_0(r)$  prend une valeur 1, si les deux séries sont totalement corrélées, et prend une valeur 0, si elles sont totalement décorrélées donc indépendantes. La norme stipule que si la corrélation entre échantillons passe sous le seuil de 0,37 les  $N$  positions du brasseur sont considérées comme indépendantes. Les résultats sont sensibles aux lieux de prélèvement des valeurs des composantes, ainsi qu'aux positions du brasseur et ou de l'hémisphère. C'est pourquoi pour quantifier le nombre de positions indépendantes à une fréquence donnée, on introduit des calculs de moyennes.

La figure 4.8 montre que la fonction d'autocorrélation varie en fonction du point où les échantillons ont été prélevés. Pour chacune des 8 courbes des coefficients aux 8 sommets, on identifie la valeur du décalage  $r_0$  permettant d'atteindre le seuil  $1/e$  :

$$\rho_0(r_0) = 1/e.$$

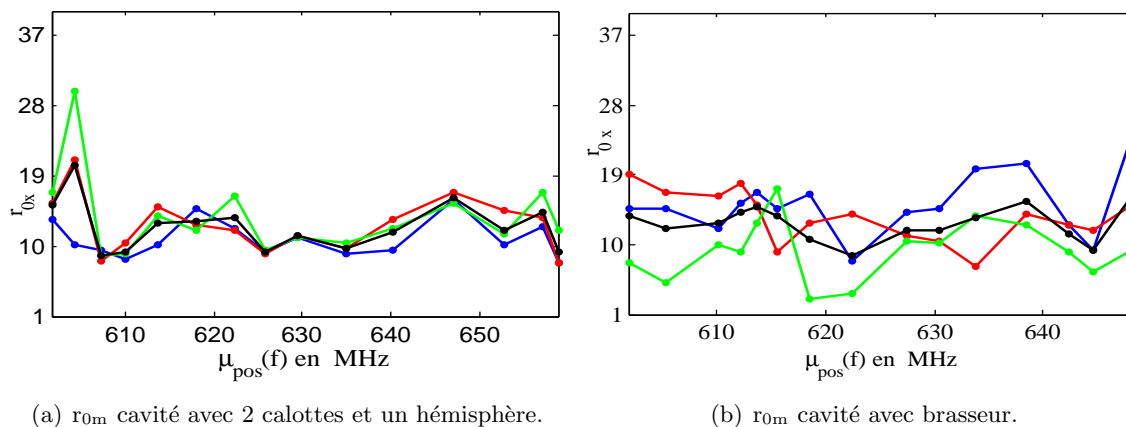
Pour chacun des 15 modes, on a déterminé le décalage de décorrélation correspondant à chacun des 8 points. Compte tenu la variabilité de celui-ci en fonction de la fréquence et du point considéré et afin de pouvoir associer un nombre d'échantillons indépendants à chaque mode (décalage modal), nous calculons pour chaque composante le décalage moyen, c'est-à-dire la moyenne des décalages de décorrélation sur les 8 points et un décalage global résultant



**Figure 4.8:** Coefficient de corrélation en fonction du décalage  $r$  du brasseur et ou de l'hémisphère. Pour la composante  $E_x$  du mode de fréquence moyenne 610 MHz, aux 8 sommets du volume central, le trait rose correspond à  $(e^{-1})$ .

de la moyenne des trois décalages de chacune des trois composantes

1. Pour les composantes :  $r_{0m}^k = \langle \langle r_{0k} \rangle_{\text{points}} \rangle$  avec  $k = x, y, z$ .
2. Pour un mode :  $r_{0m}^{xyz} = \langle \langle [r_{0x}; r_{0y}; r_{0z}] \rangle_{\text{points}} \rangle_{x, y, z}$ .



**Figure 4.9:** Décalage moyen  $r_{0m}$ , sur les 8 points, composantes  $E_x$  (bleu),  $E_y$  (rouge),  $E_z$  (bleu) et  $E_{x,y,z}$  (noir), pour les 15 modes au dessus de 600 MHz.

La figure 4.9 montre que les décalages modaux des composantes et des modes varient avec la fréquence dans les deux cavités ; toutefois dans la cavité avec brasseur les décalages modaux des composantes et des modes varient plus fortement que dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère, à la fois d'un mode à l'autre et d'une composante à l'autre. En effet, dans la cavité C3 l'écart-type des décalages moyens (sur l'ensemble des composantes et des modes) est de 4 contre 4,70 pour C4. Ceci montre que dans la cavité avec brasseur les échantillons des trois composantes admettent des répartitions spatiales de propriétés différentes sur un tour de brasseur, et ceci vient renforcer les observations faites à propos des résultats du test KS des composantes et global très dispersifs en fonction des composantes (fig. 4.1(b)).

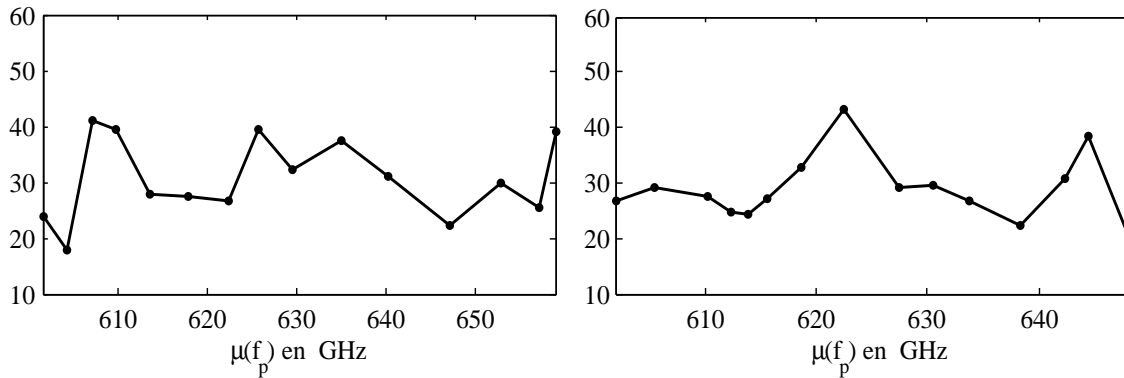


On trouve dans [79] l'expression de la statistique de  $\rho_0$ , à partir de laquelle on peut déterminer le seuil correspondant à un niveau de confiance donné. On montre que le niveau de confiance du seuil dépend du nombre d'échantillons  $N$  utilisés dans le calcul de  $\rho_0$  : par exemple pour  $N = 30$  correspond à un niveau de confiance de 5%, alors qu'un nombre d'échantillons de  $N = 450$  correspond à un niveau de confiance très faible, ce qui montre que le seuil  $1/e$  est surévalué. Nous avons ici  $N = 360$  échantillons, le seuil  $1/e$  est donc assez restrictif.

Après avoir effectué ces opérations de moyennage, le nombre d'échantillons indépendants est défini par la relation (4.5) :

$$N_{\text{ind}} = \frac{N}{r_{0m}^k} \quad (4.5)$$

La dispersion des décalages des composantes, rend le comptage d'échantillons indépendants compliqué ou entaché d'écart, car dans cette méthode plusieurs paramètres influencent le calcul du décalage.



(a) Cavité avec deux calottes et un hémisphère (C3).

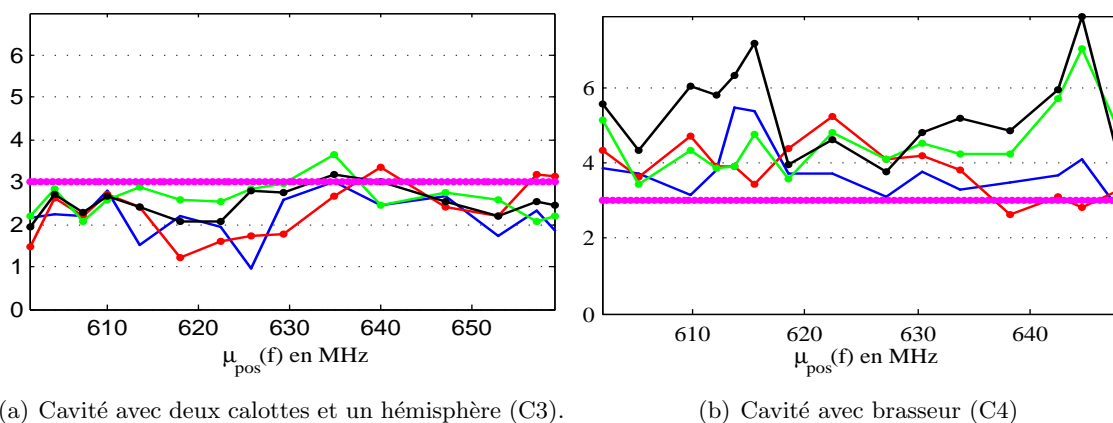
(b) Cavité avec brasseur (C4)

**Figure 4.10:** Nombre moyen de positions indépendantes  $N/r_{0m}^{xyz}$ , sur les 8 points, pour les 15 modes au dessus de 600 MHz.

La figure 4.10 représente le nombre de positions indépendantes pour chaque mode, calculé à partir du décalage moyen du mode  $r_{0m}^{xyz}$ . Nous prendrons par la suite comme nombre de positions indépendantes la valeur moyenne sur l'ensemble des modes, soit 29 positions dans C3 et 27 dans C4.

Il ne faut pas perdre de vue que dans les études faites au paragraphe 4.1.3.1, on a suréchantillonné spatialement les valeurs des trois composantes rectangulaires et surtout on a utilisé toutes les positions du brasseur ou de l'hémisphère. Cette fois, nous étudions l'isotropie et l'homogénéité du champ en utilisant, comme le préconise la norme [21], des échantillons indépendants pris aux 8 sommets de la zone écartée de  $\lambda/4$  des parois [21, 80, 13].

La figure 4.6 où les écart-types sont calculés en utilisant des échantillons denses non indépendants et 1001 points et la figure 4.11 où les écart-types sont calculés avec des échantillons indépendants et 8 points comme le préconise la norme, conduisent à la même conclusion : les écart-types des composantes et globaux du champ électrique de la cavité avec brasseur sont non seulement plus grands mais ils varient beaucoup pour une fréquence et varient beaucoup plus d'une composante à l'autre et d'une fréquence à l'autre qu'avec la cavité C3. Toutefois,



**Figure 4.11:** Ecart-types des composantes et globaux calculés aux 8 points, des 15 premiers modes des 2 cavités au dessus de 600 MHz.  $\sigma_x$  (bleu),  $\sigma_y$  (rouge),  $\sigma_z$  (bleu) et  $\sigma_{\text{tot}}$  (noir).

nous constatons une différence absolue moyenne de 0,44 dB pour la cavité C3 et 0,7 dB pour C4 entre ces deux méthodes de calculs d'écart-types, ce qui implique que les échantillons non indépendants et le grand nombre d'échantillons biaisent les calculs des moyennes des écart-types.

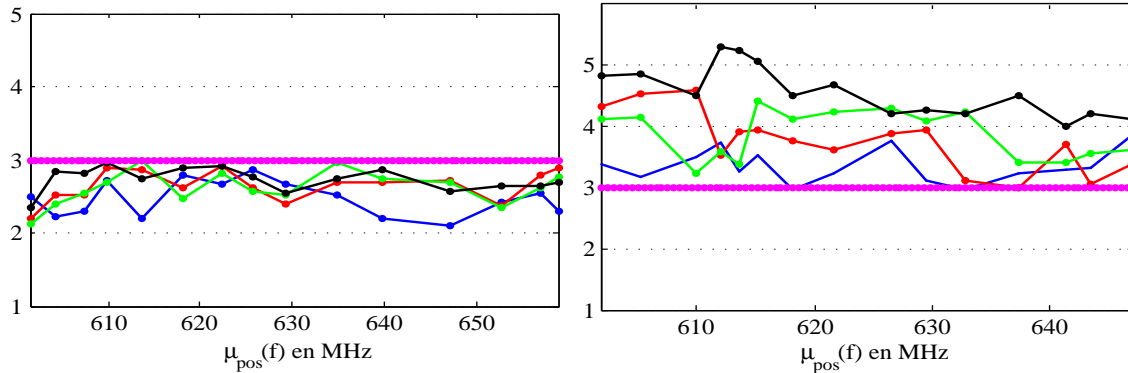
#### 4.1.4.3 Isotropie et homogénéité globales du champ

Dans le paragraphe précédent, on a évalué l'isotropie et l'homogénéité du champ en utilisant le critère de la norme. Celle-ci préconise de calculer les écart-types des valeurs maximales prises aux 8 sommets pour les trois composantes rectangulaires. Dans ce paragraphe nous les calculons à nouveau en utilisant les valeurs maximales sur l'ensemble de 1001 points du volume utile, et en considérant les positions indépendantes du brasseur ou de l'hémisphère.

Cette approche résulte de nos observations du phénomène de localisation de champ. En prélevant les valeurs maximales dans tout le volume utile, nous tiendrons mieux compte des lieux de champs forts. Cette étude caractérise les valeurs maximales dans tout le volume utile et donc une isotropie et homogénéité globales du champ.

La figure 4.12 représente les écart-types des valeurs maximales absolues des trois composantes rectangulaire et l'écart-type global sur les positions indépendantes. Nous notons tout d'abord que les résultats sont proches de ceux obtenus en considérant uniquement 8 points de mesure, avec toutefois des écart-types moins dispersifs, en raison du plus grand nombre d'échantillons [81]. Nous constatons d'autre part que la cavité avec deux calottes et un hémisphère admet les meilleures performances (écart-types plus petits). Ceci montre que la valeur maximale absolue dans le volume utile de la cavité avec brasseur varie beaucoup plus, ce qui signifie que le champ est moins homogène dans ce volume.

Cette étude vient valider les comparaisons faites précédemment en considérant 1001 points puis 8 points et sur toutes les positions ou seulement les positions indépendantes. Tous les cas considérés amènent la même conclusion : la cavité avec deux calottes et un hémisphère admet les meilleurs résultats et respectent les critères de la norme.



(a) Cavité avec deux calottes et un hémisphère (C3).

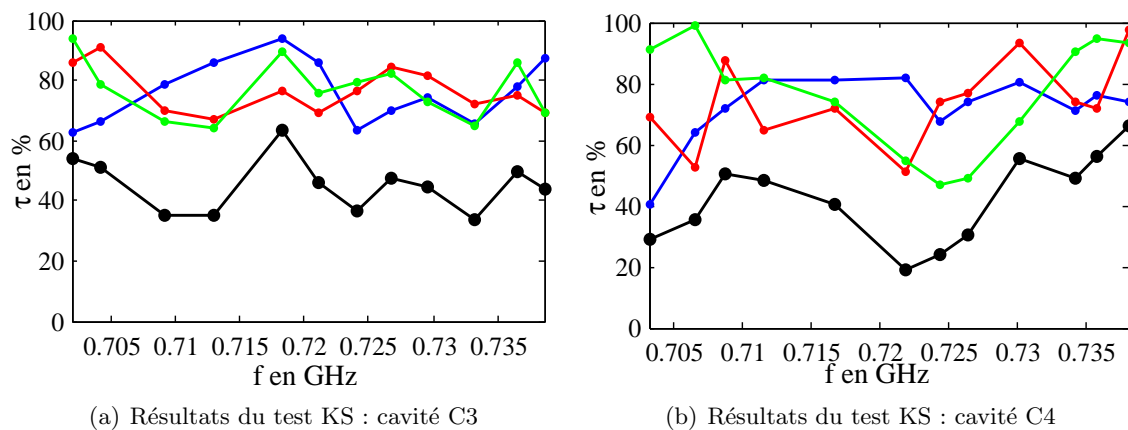
(b) Cavité avec brasseur (C4)

**Figure 4.12:** Ecart-types des composantes et globaux calculés aux 1001 points du volume, des 15 premiers modes des 2 cavités au dessus de 600 MHz :  $\sigma_x$  (bleu),  $\sigma_y$  (rouge),  $\sigma_z$  (bleu) et  $\sigma_{\text{tot}}$  (noir).

## 4.2 Étude des 12 modes au-dessus de 700 MHz

Dans cette partie nous reprenons les mêmes études sur 12 modes au dessus de 700 MHz. Tout d'abord une étude des champs en 1001 points et pour toutes les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère montre que la cavité avec 2 calottes et un hémisphère a les meilleures performances. Puis nous déterminons les positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère, et nous présentons les résultats en ne considérant que ces positions indépendantes.

### 4.2.1 Test KS sur les composantes.



(a) Résultats du test KS : cavité C3

(b) Résultats du test KS : cavité C4

**Figure 4.13:** Taux de réussite, sur les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère, du test KS sur les parties réelles du champ électrique dans les deux cavités prises en 1001 points :  $E_x$  (bleu),  $E_y$  (rouge),  $E_z$  (bleu), et  $E_{xyz}$  (noir).

La figure 4.13 présente la moyenne des résultats du test KS sur les composantes du champ électrique en 1001 points et sur les 360 positions du brasseur et de l'hémisphère en rotation.

Comme sur la figure 4.1 les taux de réussite du test KS modal de la cavité avec calottes et un hémisphère varient plus faiblement d'une fréquence à l'autre que ceux de la cavité avec brasseur. Nous constatons par ailleurs que les taux de réussite au-dessus de 700 MHz sont meilleurs que ceux juste au-dessus de 600 MHz. Ceci montre les propriétés statistiques du champ s'améliorent avec la fréquence.

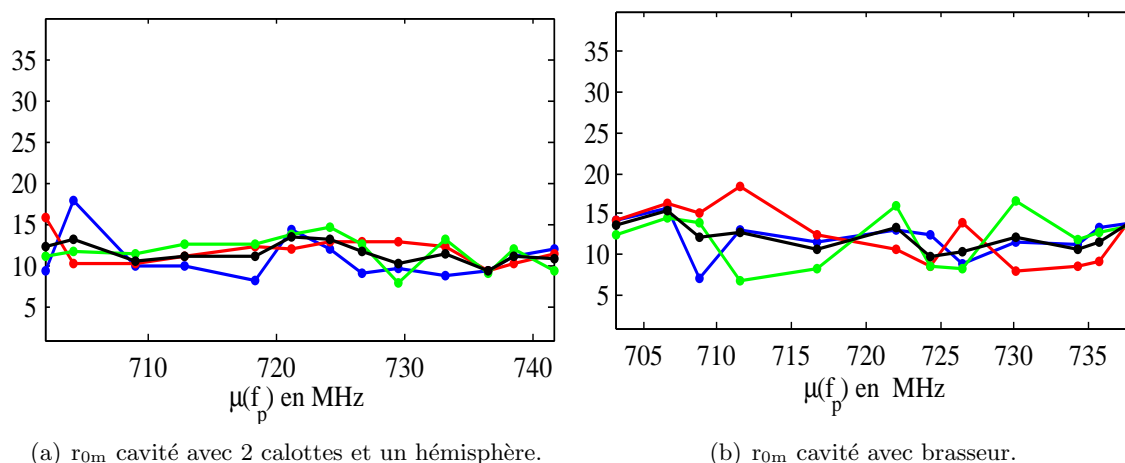
	Ex	Ey	Ez	Exyz
C3	76,06	76,41	76,91	45,01
C4	71,88	73,61	76,78	41,94

**Table 4.2:** Tableau des moyennes des résultats du test KS des trois parties réelles des composantes du champ électrique et global sur 12 modes au dessus de 700 MHz.

Le tableau 4.2 présente les moyennes des taux de réussite du test KS des trois composantes du champ électrique et global sur les 12 modes. Elle montre que les moyennes des taux de réussite de la cavité avec deux calottes et un hémisphère sont presque égales et sont plus grandes que celles issues de la cavité avec brasseur. Dans la cavité avec calottes les valeurs très proches des taux de réussite des composantes traduisent une isotropie statistique et une homogénéité statistique fréquentielle.

#### 4.2.2 Nombre de positions indépendantes.

De même que dans la bande au-dessus de 600 MHz, nous utilisons les équations 4.4 et 4.5 pour déterminer le nombre de positions indépendantes (ou le décalage angulaire maximal) de chaque composante du champ électrique et pour chaque fréquence (mode).

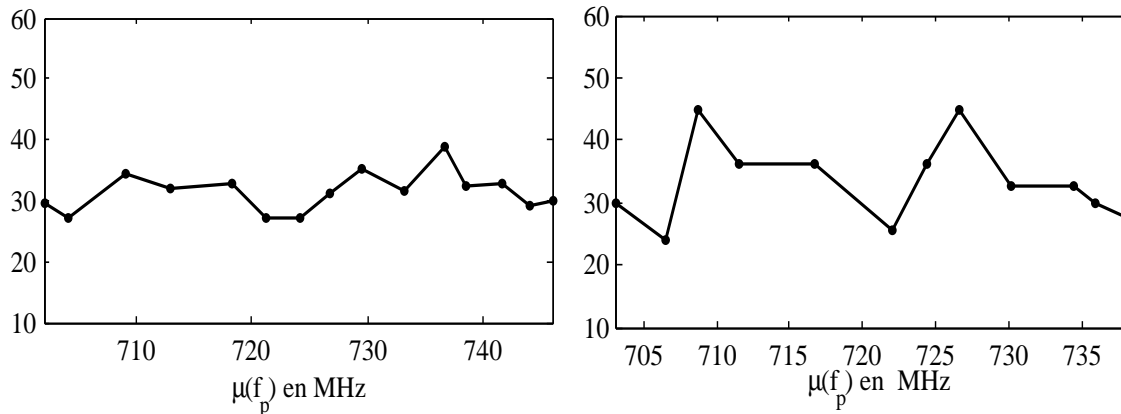


**Figure 4.14:** Décalage angulaire moyen des deux cavités.  $r_{0m}$ , sur les 8 sommets du volume central, composantes  $E_x$  (bleu),  $E_y$  (rouge),  $E_z$  (bleu) et  $E_{x,y,z}$  (noir), pour les 12 modes au-dessus de 700 MHz.

La figure 4.14 présente les décalages angulaires maximaux des trois composantes et globaux du champ électrique. Par rapport aux résultats dans la bande de fréquences plus basse,

ces décalages varient peu avec les composantes et la fréquence. Toutefois dans la cavité avec 2 calottes et un hémisphère les variations sont plus faibles dans la cavité C3. Ceci montre une meilleure homogénéité fréquentielle et un meilleure isotropie du champ.

Les figures 4.14 et 4.9 montrent que le nombre de positions indépendantes sont moins dispersifs au niveau fréquentiel et directionnel (composantes) lorsque la fréquence augmente. Nous remarquons, également que la cavité avec 2 calottes et hémisphère présente les meilleures performances dans les deux bandes de fréquences.



(a) Cavité avec deux calottes et un hémisphère (C3).

(b) Cavité avec brasseur (C4)

**Figure 4.15:** Nombre moyen de positions indépendantes  $N/r_{0m}^k$ , sur les 8 points, pour les 12 modes au dessus de 700 MHz.

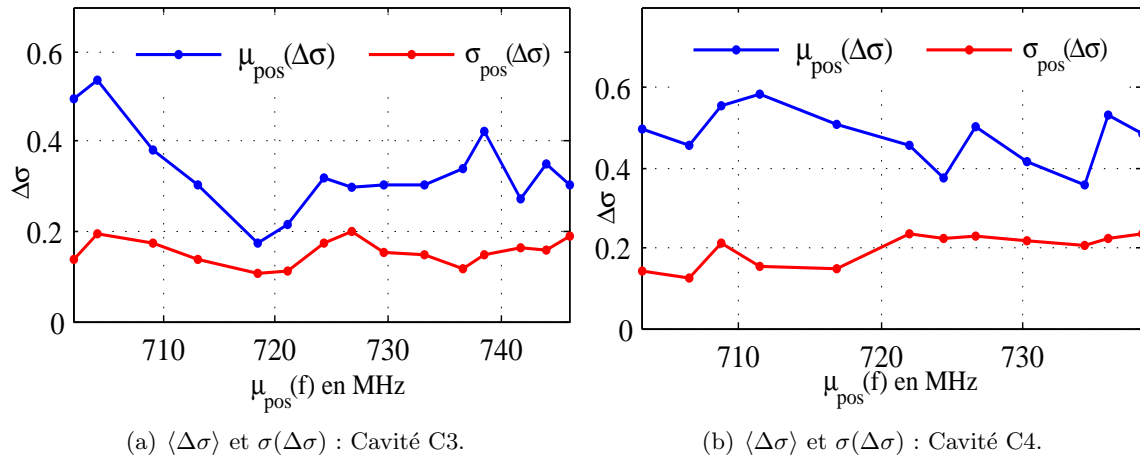
La figure 4.15 présente le nombre de positions indépendantes des deux cavités. Elle conduit aux mêmes conclusions que celles observées dans la bande inférieure, avec un plus grand nombre de positions indépendantes dans la cavité C3. Nous considérons par la suite 36 positions indépendantes dans la cavité C3 et 30 dans la cavité C4.

### 4.2.3 Ergodicité et isotropie du champ

Nous rappelons que les écart-types des composantes normalisées des modes idéalement ergodiques sont égaux à  $1/\sqrt{3}$ . Pour évaluer cette ergodicité nous calculons le critère d'isotropie  $\Delta\sigma$  idéalement nul. Compte tenu de la forte variabilité des résultats selon les positions du brasseur ou de l'hémisphère et des fréquences modales, nous avons retenu les moyennes et écart-types sur les huit points de mesure et sur les positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère.

La figure 4.16 présente les écart-types et les moyennes du critère d'isotropie sur 12 fréquences au-dessus de 700 MHz. Contrairement à ce qui est observé sur la figure 4.2, cette fois les paramètres de  $\Delta\sigma$  des deux cavités sont proches et les moyennes sont plus faibles pour la cavité avec deux calottes et un hémisphère.

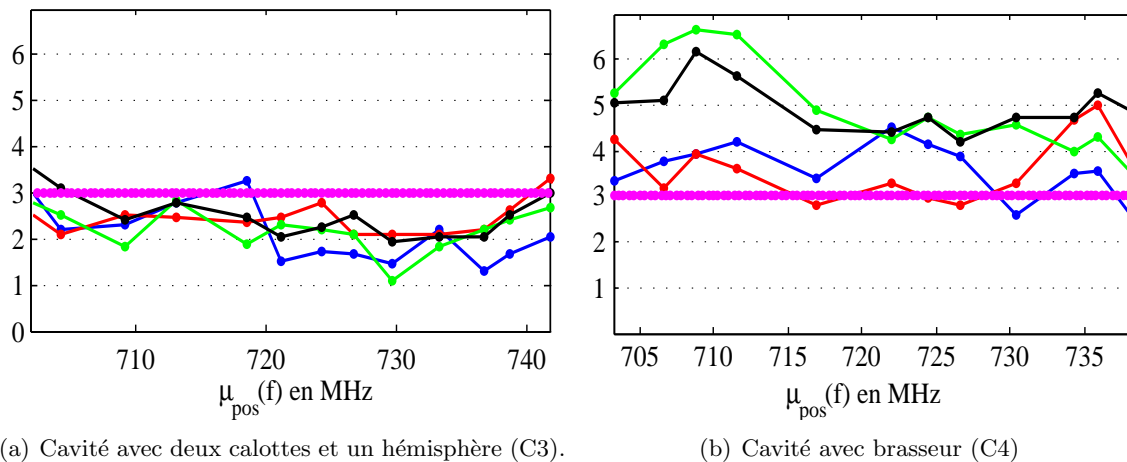
Ceci montre que l'isotropie du champ s'améliore avec la fréquence. Dans cette nouvelle bande d'étude, la cavité avec 2 calottes et un hémisphère présente toujours les meilleures performances : la moyenne sur les 12 modes des  $\Delta\sigma$  moyens est pour C3 de 0,335 contre 0,475 pour C4, et la moyenne de ses écart-types est de 0,154 contre 0,195 pour C4.



**Figure 4.16:** Moyennes et écart-types du paramètre d'isotropie  $\Delta\sigma$  sur les positions indépendantes du brasseur et de l'h miph re au-dessus de 700 MHz.

#### 4.2.4 Homogénéité et isotropie du champ

Dans cette bande de fréquences au-dessus de 700 MHz, nous évaluons en premier lieu les écart-types de valeurs maximales prises sur les huit sommets et en second lieu, nous réitérons cette évaluation mais avec les valeurs  $\sigma$  maximales dans la zone utile de chaque cavité.

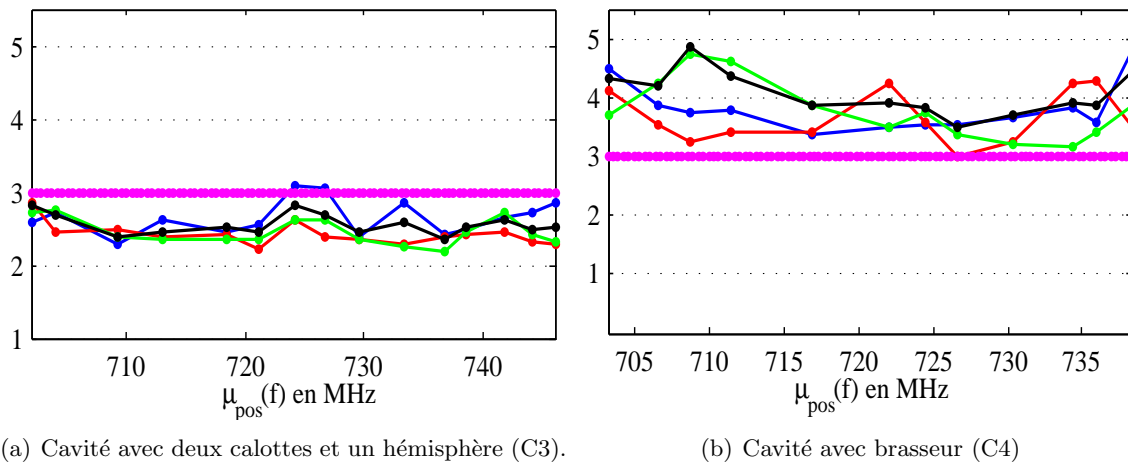


**Figure 4.17:**  cart-types des composantes et globaux sur 12 modes au-dessus de 700 MHz, et à partir de 8 sommets :  $\sigma_x$  (bleu),  $\sigma_y$  (rouge),  $\sigma_z$  (bleu) et  $\sigma_{\text{tot}}$  (noir).

Les écart-types sont similaires à ceux obtenus sur la bande inférieure (4.11). On note que les meilleurs résultats sont obtenus avec la cavité C3 et que les écart-types globaux restent inférieurs à la limite des 3 dB.

## Évaluation des écart-types des valeurs maximales prises dans le volume utile.

Comme expliqué lors de l'étude sur la bande fréquentielle inférieure, nous cherchons à tenir compte de potentielles zones de surintensité du champ. Avant d'évaluer les écart-types, nous avons cherché les valeurs maximales des trois composantes rectangulaires dans la zone centrale de chacune des deux cavités. De cette façon nous évaluons les écart-types des valeurs maximales globales (valeurs maximales absolues).



**Figure 4.18:** Écart-types calculés aux 1001 points du volume pour les 12 modes au-dessus de 700 MHz :  $\sigma_x$  (bleu),  $\sigma_y$  (rouge),  $\sigma_z$  (bleu) et  $\sigma_{tot}$  (noir).

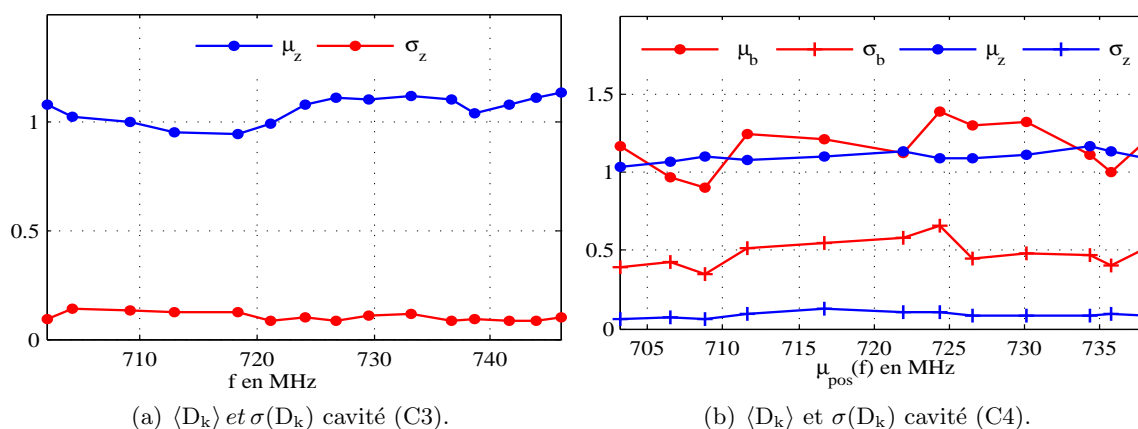
Les figures 4.17 et 4.18 montrent des résultats similaires, avec une dispersion plus faible pour les 1001 points en raison du plus grand nombre d'échantillons. Sur ces 2 figures, les écart-types globaux des valeurs maximales prises aux sommets de la zone centrale et ceux de valeurs maximales absolues sont inférieurs à 3 dB dans la cavité avec 2 calottes et un hémisphère, ce qui n'est pas le cas de la cavité munie de brasseur en rotation. Dans cette bande, la cavité C3 présente encore les meilleures performances.

### 4.2.5 Zones de surintensité du champ.

De même que les études faites sur la recherche de zone de surintensité de champ avec des configurations fixes, nous évaluons les paramètres de localisation de champ en calculant les densités électriques volumiques normalisées des différentes zones et le paramètre  $L_k$  de localisation sur les composantes. Les calculs sont effectués pour chaque position du brasseur et de l'hémisphère et pour chaque mode.

La figure 4.19 montre que sur cette bande d'étude les champs des modes ne présentent pas une forte localisation. Les écart-types et les moyennes des densités de la boîte autour du brasseur sont légèrement supérieurs à ceux du volume central (volume utile). Ceci montre qu'il y a une légère localisation du champ autour du brasseur.

Contrairement aux résultats sur la bande inférieure (Fig.4.7), où il y a une très forte localisation de champ pour certains modes dans la boîte autour du brasseur, la localisation

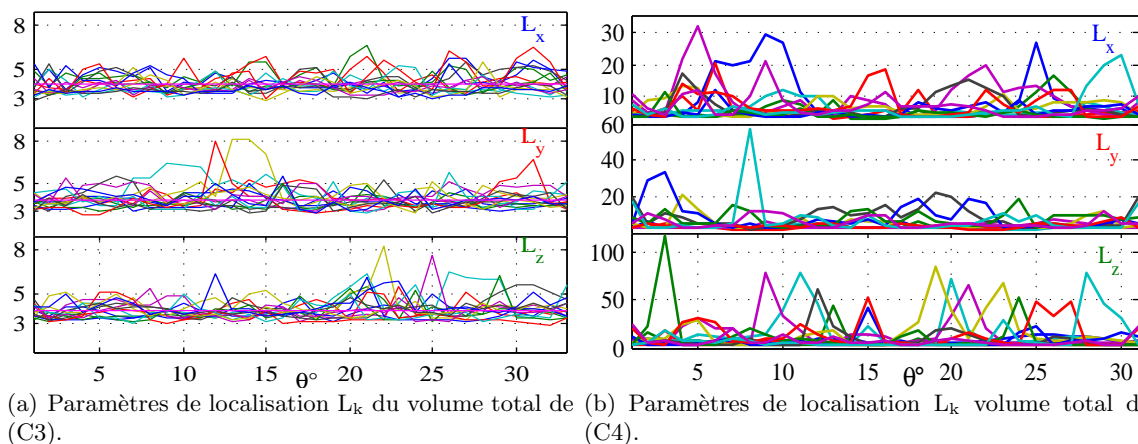


**Figure 4.19:** Moyennes et écart-types sur un tour de brasseur et de l'hémisphère des rapports des densités électriques volumiques  $D_k$  pour les deux cavités sur 12 modes au-dessus de 700 MHz. Indice b pour brasseur et z pour zone centrale.

du champ électrique n'est pas ici très forte.

Les écart-types plus élevés dans la zone du brasseur montrent toutefois que des phénomènes de localisation peuvent apparaître pour certaines positions du brasseur.

Afin de déterminer ce phénomène de localisation dans ces deux cavités dans cette bande d'études nous déterminons le paramètre ( $L_k$ ) de localisation des puissances des trois composantes rectangulaires (trois directions) du champ électrique. Il est évalué uniquement aux positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère (fig. 4.20).



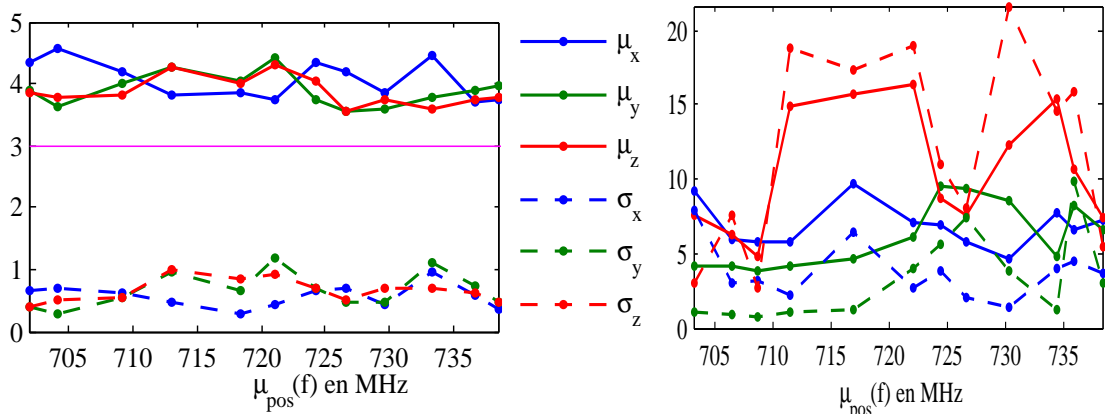
**Figure 4.20:** Paramètres de localisation  $L_k$  sur le volume total des 2 cavités pour les 12 modes au-dessus de 700 MHz, calculés aux positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère.

La figure 4.20 présente le paramètre de localisation des puissances des trois composantes rectangulaires sur les positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère. La cavité avec une demi-sphère en rotation a les paramètres  $L_k$  de valeurs proches de la valeur du champ idéal (3), alors que ceux de la cavité avec brasseur en rotation ont des valeurs élevées. Ces



valeurs montrent que dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère les puissances des trois composantes ne sont pas localisées dans une région donnée, alors que dans la cavité avec brasseur en rotation de très fortes localisations de ces puissances sont obtenues pour certaines positions du brasseur.

Compte-tenu de ces multiples variations du paramètre de localisation d'une position à l'autre et d'une fréquence à l'autre, nous calculons les moyennes et les écart-types de ce paramètre sur toutes les positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère.



(a) Paramètres de localisation  $L_k$  du volume total de (C3).

(b) Paramètres de localisation  $L_k$  volume total de (C4).

**Figure 4.21:** Moyennes et écart-types des paramètres  $L_k$  des trois composantes du champ électrique sur les positions indépendantes des 12 modes au-dessus de 700 MHz.

La figure 4.21 représente les moyennes et les écart-types du paramètre de localisation. Elle montre que les moyennes modales du paramètre  $L_k$  des trois composantes du champ électrique sont proches de la valeur idéale, indiquant une meilleure répartition spatiale des puissances ; par ailleurs les grandeurs relatives aux trois composantes sont proches, indiquant une bonne isotropie du champ électrique, et ces grandeurs varient peu d'une fréquence à l'autre indiquant une homogénéité fréquentielle. Dans la cavité avec brasseur les moyennes sont grandes, et elles sont dispersives d'une composante à l'autre, d'un mode à l'autre et d'une fréquence à l'autre. Ceci traduit une forte localisation des puissances, une anisotropie, et une inhomogénéité fréquentielle.

Dans la cavité C3 la moyenne et l'écart global des moyennes des composantes sont respectivement de 3,92 et 0,28 contre 7,90 et 3,39 pour C4.

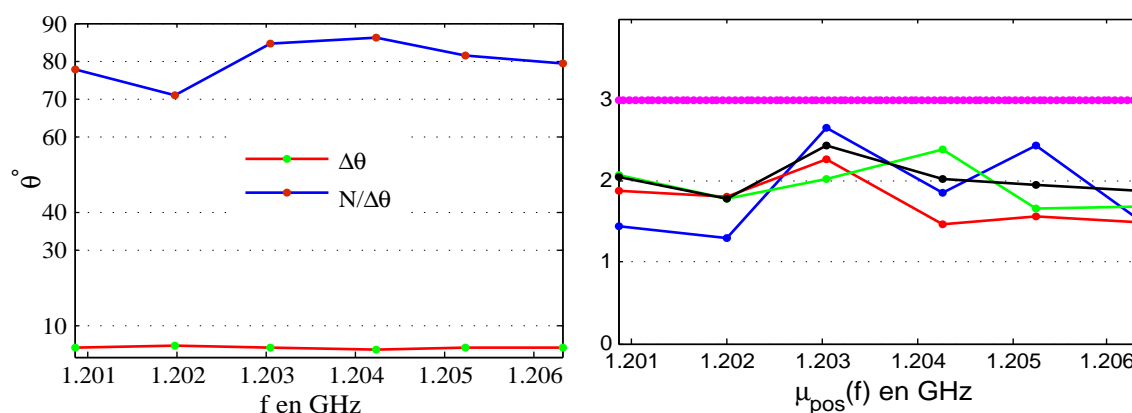
### 4.3 Étude des 6 modes au-dessus de 1.2 GHz

Compte-tenu des résultats du paragraphe précédent, la cavité avec deux calottes et un hémisphère présente les meilleures performances en dynamique (demi-sphère en mouvement), et ceci que l'on considère tous les échantillons ou uniquement les échantillons indépendants. Nous nous intéressons ici uniquement à cette meilleure cavité et nous nous plaçons maintenant sur une autre bande de fréquences. Nous réitérons sur cette bande les mêmes procédures

modes	1	2	3	4	5	6
KS <sub>gRe</sub>	98,34	96,95	98,34	99,45	99,17	98,34
KS <sub>gIm</sub>	96,95	98,61	97,78	97,23	95,29	97,51
KS <sub>gE</sub>	95,57	95,56	96,12	96,67	94,46	95,84

**Table 4.3:** Réponse (%) du test KS global sur les 6 premiers modes au-dessus de 1,2 GHz, sur les 360 positions de l'hémisphère.

d'évaluation des écart-types, et du taux de réussite du test KS sur les positions de la demi-sphère. L'étude est faite sur 6 modes compris dans la bande [1,2 1,208] GHz.



(a) Décalage angulaire moyen  $\Delta\theta$  et nombre de positions indépendantes  $N/\Delta\theta$ .

(b) Les écart-types :  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ .

**Figure 4.22:** Décalage angulaire moyen et écart-types de valeurs maximales prises aux 8 sommets pour les 360 positions de l'hémisphère :  $\sigma_x$  (bleu),  $\sigma_y$  (rouge),  $\sigma_z$  (vert) et  $\sigma_{tot}$  (noir), pour les 6 modes au-dessus de 1,2 GHz.

La figure 4.22(a) montre que les décalages angulaires moyens  $\Delta\theta$  sont plus petits que ceux de la figure 4.9(a), ce qui donne un plus grand nombre de positions indépendantes de l'hémisphère. Ces différences montrent que la corrélation des échantillons dépend de la bande de fréquences d'étude et de la longueur de déplacement de l'hémisphère par rapport à la longueur d'onde. Nous remarquons aussi que les écart-types des valeurs maximales de la figure 4.22(b) sont plus petits que ceux de la figure 4.17(a) ; l'homogénéité s'améliore donc quand la fréquence augmente [32].

### 4.3.1 Résultats du KS test global

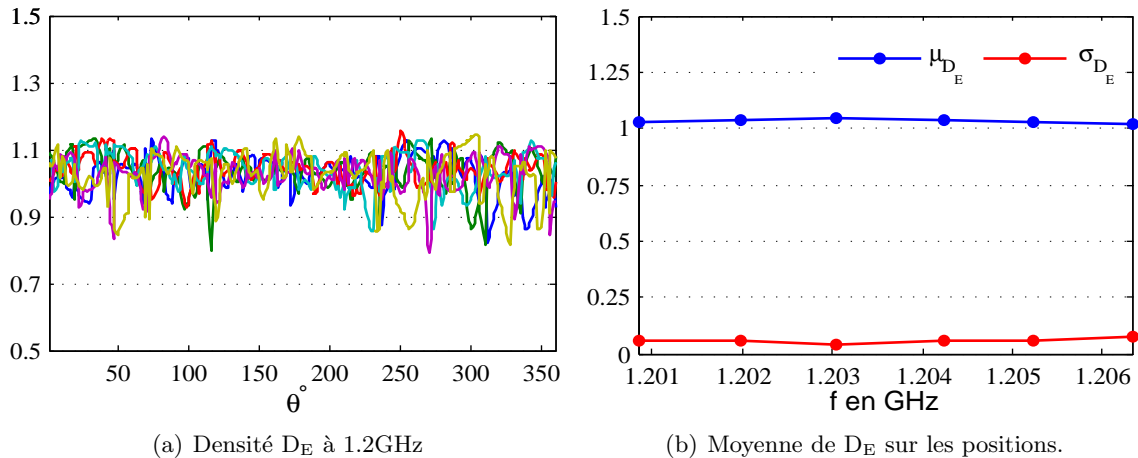
Dans ce paragraphe, on a appliqué le test KS sur les trois parties réelles et imaginaires du champ. Compte tenu de cette diversité de résultats, nous présentons uniquement ceux des tests globaux : global réel ou imaginaire réussi lorsque les trois parties réelles ou imaginaires suivent une loi normale pour une position donnée de l'hémisphère et global E réussi lorsque les six parties réelles et imaginaires suivent une loi normale. Nous précisons que les pertes simulées correspondent à la prise en compte de parois en aluminium.

Le tableau 4.3 présente les pourcentages de réussite à 95% des six parties du champ sur

les 360 positions de l'hémisphère. L'écart maximal entre les pourcentages de réussite des modes au test global réel est de 2,49%, celui du global imaginaire est de 3,32% et celui du global champ (E) est de 2,22%. La différence maximale entre les pourcentages de réussite est plus petite que les 5% de marge fixés. Nous pouvons conclure que les 6 modes ont les mêmes propriétés statistiques quant aux lois suivies par les composantes. Le pourcentage de réussite global minimal des 6 modes est de 94,46%, ceci montre que pour 94% des positions, les modes ont les trois parties réelles et imaginaires qui suivent une loi normale. Les résultats sont meilleurs que ceux obtenus sur les 2 bandes fréquentielles inférieures.

### 4.3.2 Localisation du champ

Dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère, les études menées jusqu'ici sur la localisation du champ en statique (hémisphère sur une position fixe) et dynamique (hémisphère en rotation) ont montré qu'aucune localisation du champ n'a été constatée. Dans cette nouvelle bande de fréquences nous évaluons à nouveau les critères de localisation, c'est-à-dire les rapports des densités électriques volumiques normalisées (Eq. 3.18) et le paramètre de localisation suivant les trois directions (Eq. 3.19). Nous rappelons qu'un champ n'a aucune localisation pour un rapport des densités électriques égal à l'unité, correspondant au cas où en tout point on a la même densité. Le paramètre  $L_k$  d'un champ sans aucune localisation est idéalement proche de 3 [82].

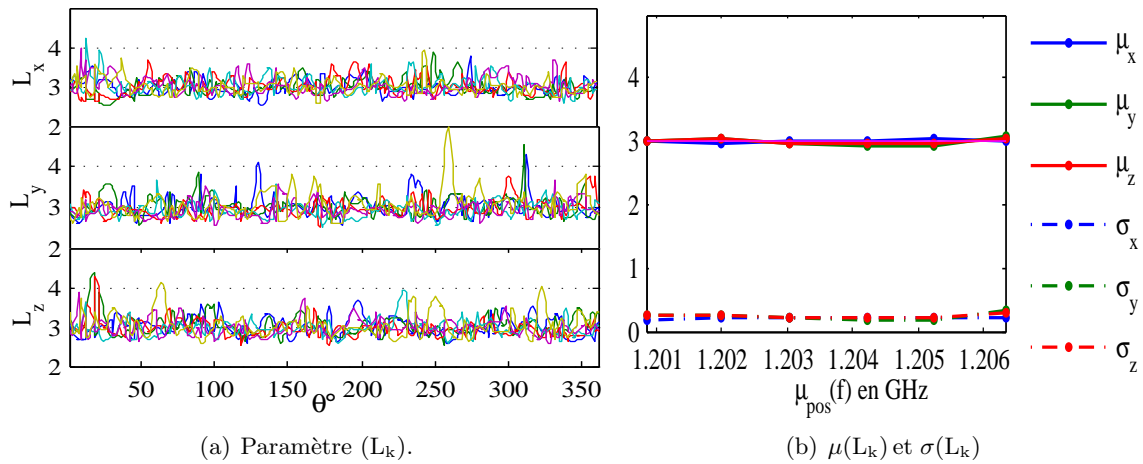


**Figure 4.23:** (a) densités électriques volumiques, (b) leurs paramètres moyennes et écart-types au-dessus de 1,2 GHz.

La figure 4.23(a) représente les densités électriques volumiques des 6 modes au dessus de 1.2GHz sur les 360 positions de l'hémisphère. Ces densités électriques volumiques modales restent proches les unes des autres. Pour quantifier ces densités, nous avons calculé leurs moyennes et écart-types sur les positions de l'hémisphère (Fig. 4.23(b)).

Les moyennes restent proches de 1 et les écart-types sont faibles, ce qui montre qu'aucun mode ne présente de localisation.

La figure 4.24(a) représente le paramètre  $L_k$  des trois composantes du champ électrique et de chaque mode. Nous remarquons qu'ils restent autour de la valeur idéale (3), sauf pour



**Figure 4.24:** Paramètre ( $L_k$ ) de localisation du champ électrique, pour les 6 modes au-dessus de 1.2GHz .

quelques positions où ils prennent des valeurs un peu plus importantes.

La figure 4.24(b) représente les moyennes et les écart-types modaux du paramètre  $L_k$ . La moyenne et l'écart-type globaux des moyennes modales du paramètre  $L_k$  sont respectivement de 2,996 et de 0,038. Ces valeurs indiquent que le champ est très bien reparti spatialement, homogène et isotrope.

modes	1	2	3	4	5	6	$\sigma(\langle L_k \rangle)$
$L_x$	2.99	2.97	3.00	3.02	3.03	3.02	0.021
$L_y$	3.02	3.02	2.97	2.92	2.93	3.07	0.06
$L_z$	3.00	3.02	2.96	2.97	2.97	3.03	0.03

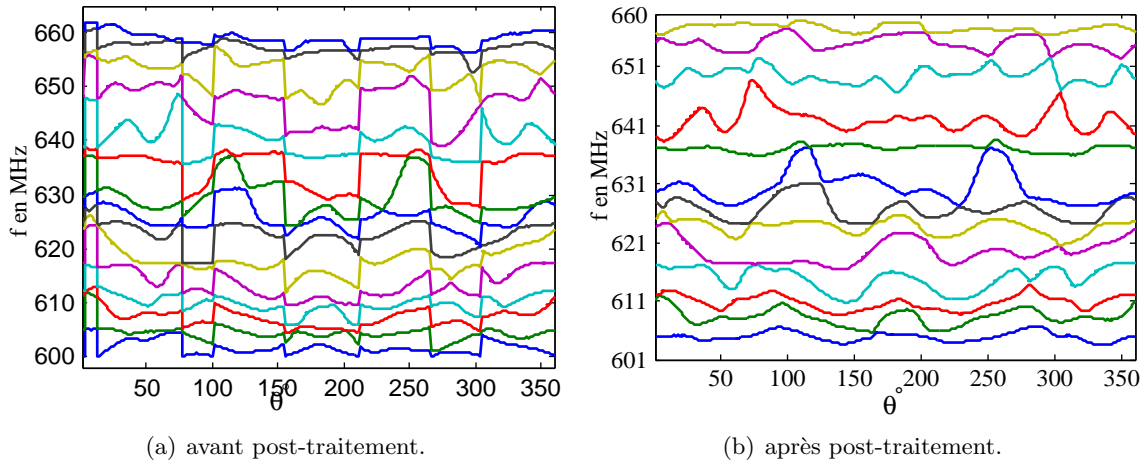
**Table 4.4:** Moyennes des paramètres  $L_k$  des trois composantes du champ électrique sur les positions des six modes au dessus de 1,2 GHz et les écart-types sur tous les modes.

Les moyennes des paramètres  $L_k$  (Tab. 4.4) restent proches de la valeurs idéale (3), et leurs écart-types sont faibles, ce qui montre que les paramètres modaux restent proches d'une fréquence à l'autre de la bande d'étude.

## 4.4 Perturbation des fréquences de résonance

Dans cette partie, nous étudions comment les fréquences de résonance varient au cours de la rotation du brasseur et de l'hémisphère [83]. Dans la bande d'étude au dessus de 600 MHz nous disposons de 15 modes, pour 360 positions du brasseur et de l'hémisphère avec un écart angulaire de  $1^\circ$  entre deux positions successives. Le déplacement du brasseur ou de l'hémisphère se manifeste par une perturbation des fréquences de résonance, des champs, et l'apparition et la disparition de certains modes dans la bande d'étude (Fig. 4.25(a)). Nous notons que l'ordre des modes peut être alors différent de celui dans la position initiale. Nous

appliquons donc un post-traitement sur les fréquences trouvées pour, tout d'abord, éliminer celles des modes sortant de la bande fréquentielle au cours de la rotation, et ensuite suivre l'évolution des fréquences relatives à chaque mode. Nous présentons la variation des fréquences de résonance, une fois le traitement de modes appliqué ; ainsi nous déterminerons l'impact de la rotation sur la déformation des paramètres modaux (fig. 4.25(b)).



**Figure 4.25:** Variation des fréquences de résonance en fonction de la position de l'hémisphère

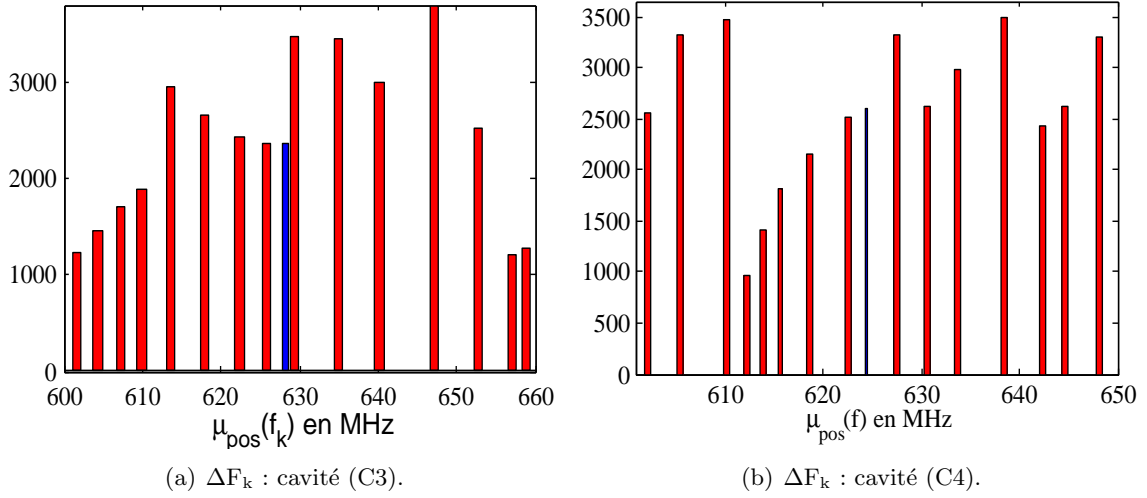
Les figures 4.25(a) et 4.25(b) montrent les variations des fréquences de résonance au cours de la rotation de l'hémisphère sans traitement et avec traitement. Sur la figure sans suivi de modes, on constate des variations brusques, alors que les valeurs propres sont en théorie infiniment dérivables. Ces grandes variations ne correspondent qu'à une entrée ou sortie de mode dans la bande d'étude. Ceci montre qu'au cours de la rotation le nombre de modes dans une bande de fréquence donnée peut varier faiblement et dépend des paramètres de l'élément en rotation.

Nous constatons que tous les modes (fréquences) ne sont pas perturbés de la même façon. Ces courbes n'ont aucune propriété de périodicité ni de symétrie, puisque la géométrie n'admet pas de symétrie par rapport à la rotation de l'hémisphère.

Compte-tenu des différentes variations fréquentielles, et pour quantifier ces variations, nous calculons pour chaque mode  $k$  la moyenne  $F_k$  de ses fréquences de résonance sur les  $N$  positions et estimant l'excursion fréquentielle  $\Delta F_k$  (Eq. 4.6).

$$\Delta F_k = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (f_k(n) - F_k)^2}{N - 1}} \quad (4.6)$$

La figure 4.26 représente les excursions fréquentielles modales de la cavité avec deux calottes et un hémisphère et ceux de la cavité avec brasseur en rotation pour les 15 modes au dessus de 600 MHz. Elle nous renseigne uniquement sur l'évolution globale de l'excursion fréquentielle des modes différente d'un mode à l'autre. Mais on peut pas ni tirer une conclusion quant aux perturbations du champ ni sur l'efficacité de l'hémisphère ou du brasseur.



**Figure 4.26:** Excursions fréquentielles (kHz) des 15 modes dans les deux cavités. En bleu la moyenne sur la bande fréquentielle.

#### 4.4.1 Distribution des écarts fréquentiels

Dans cette partie les écarts fréquentiels sont calculés sur chaque position du brasseur et de l'hémisphère. Au cours de leurs rotations, chaque fréquence varie de sorte que la fonction de comptage varie aussi. Dans cette partie, pour ne pas alourdir les calculs, l'expression de la densité de modes utilisée est celle du comportement haute fréquence :

$$N_{av} = \frac{8\pi V}{c_0^3} f^3 + \text{const } f \quad (4.7)$$

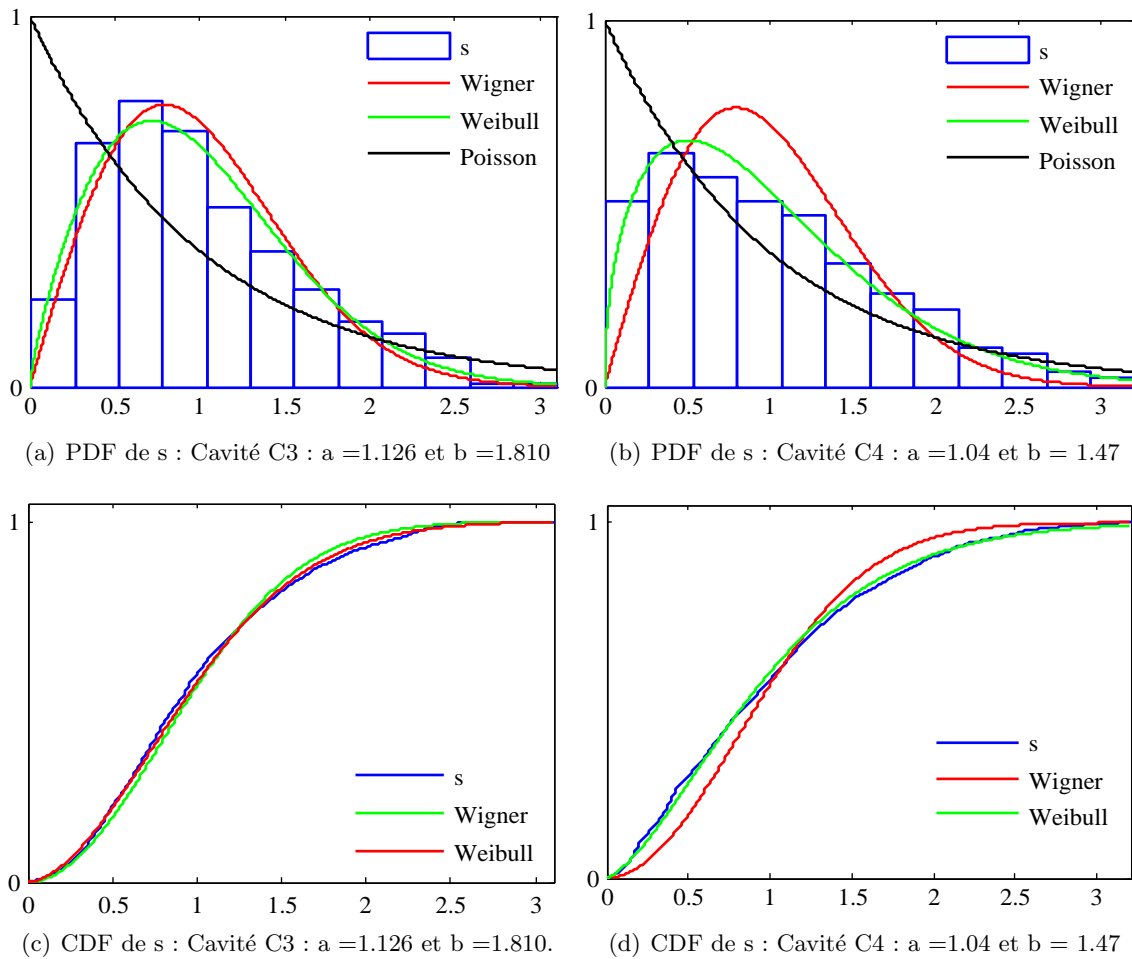
La densité de probabilité des espacements fréquentiels normalisés est définie par  $s_k = N_{k+1} - N_k$ . Pour une étude en bande étroite, on peut linéariser la fonction de comptage ou bien à partir d'un développement limité de la densité modale moyenne on obtient alors l'expression des espacements fréquentiels :

$$\begin{aligned} s_k &= N_{k+1} - N_k \\ &= \left[ \frac{8\pi V}{3c^3} f^2 + \text{const} \right] \delta f_k \end{aligned} \quad (4.8)$$

La constante vient du terme en  $f$  dans la formule de Weyl. Il est a priori pratiquement invariant au cours des rotations et de plus très petit par rapport au terme en  $f^2$ . On peut donc le négliger dès qu'on est au-delà du 100<sup>ième</sup> mode.

Nous remarquons que  $s_k$  est proportionnel à  $\delta f_k = f_{k+1} - f_k$ . Ceci nous permet de calculer facilement les espacements fréquentiels à partir des fréquences de résonance à chaque position. Tout en sachant que ceci n'est valable que si les fréquences de résonance sont proches (bande étroite).

Comme nous disposons de 15 modes, alors nous pouvons calculer 14 écarts fréquentiels à chaque position du brasseur et de l'hémisphère. Ainsi l'ensemble des écarts est la concaténation des espacements fréquentiels modaux à chacune des 360 positions. Nous rappelons que

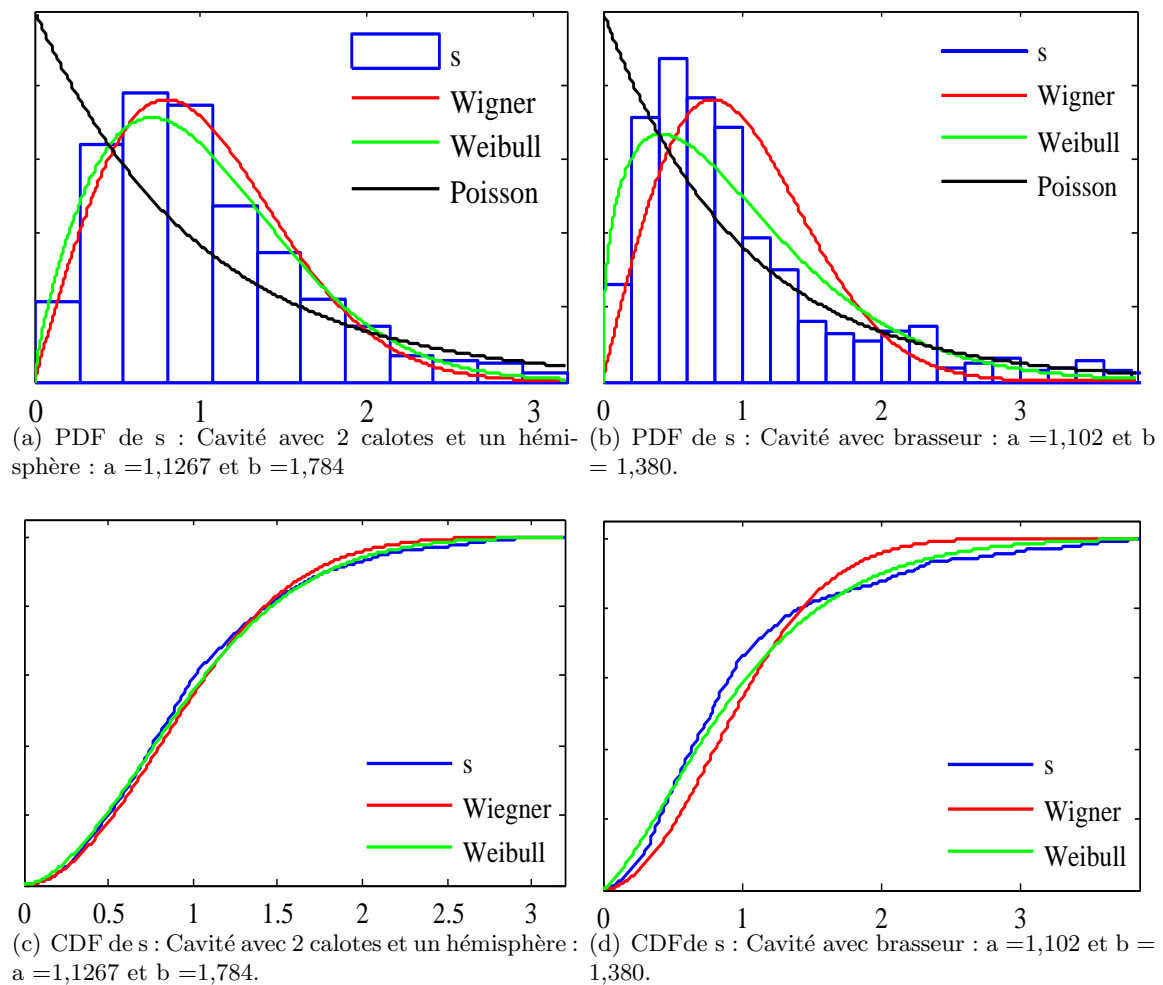


**Figure 4.27:** Histogrammes, lois de Wigner, de Poisson et ajustement de Weibull (donnant les paramètres  $a$  et  $b$ ) pour les 15 modes compris dans  $[600\ 662]$  MHz.

les paramètres de la loi de Weibull coïncident avec la loi de Wigner pour  $a = 2/\sqrt{\pi} = 1,128$  et  $b = 2$ . La figure 4.27 montre que les écarts fréquentiels calculés par les fréquences de résonance de la cavité avec deux calottes et un hémisphère suivent mieux la loi de Wigner que ceux des fréquences de résonance de la cavité avec brasseur.

Les paramètres calculés lors de l'ajustement par la loi de Weibull coïncident mieux avec ceux de la loi de Wigner. La distance maximale entre la distribution obtenue et la loi de Wigner, les erreurs entre des deux paramètres de Weibull à ceux du cas idéal et l'écart moyenne sont évaluées dans chaque cavité (Tab. 4.5).

De même que sur la figure 4.27, les écarts fréquentiels des deux cavités pour les 12 modes au dessus de 700 MHz ont été visualisés avec la loi de Wigner et la loi de Poisson pour montrer les écarts entre ces distributions. Nous voyons à nouveau que les écarts fréquentiels de la cavité avec 2 calottes et un hémisphère suivent mieux la loi de Wigner que ceux de la cavité avec brasseur en rotation. Les paramètres de la loi de Weibull coïncident mieux avec la loi de Wigner. L'écart moyenne est également plus petite dans le cas de la cavité avec 2 calottes et un hémisphère. Les distances entre les lois théorique et empirique sont aussi évaluées pour les deux cavités ; la plus petite est obtenue dans la cavité à calottes (tab. 4.5).



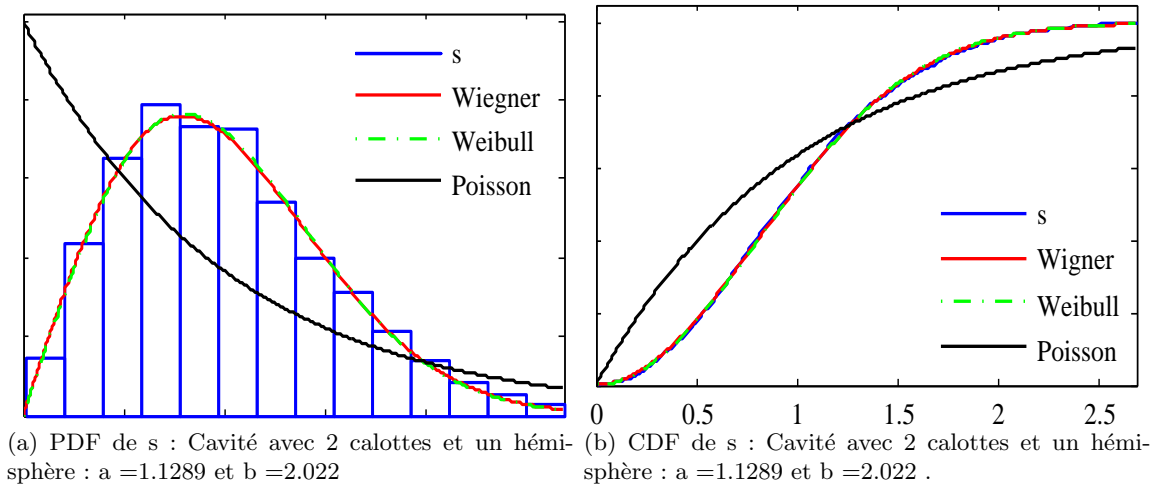
**Figure 4.28:** Histogrammes, lois de Wigner, de Poisson et ajustement de Weibull (donnant les paramètres  $a$  et  $b$ ) pour 12 modes compris dans [700 739]MHz.

Cette même étude a été faite sur une bande de fréquence plus haute ( $f > 1,2$  GHz) pour la cavité avec 2 calottes et un hémisphère. L'étude faite dans la partie 4.3 et la figure 4.29 montre que dans cette bande fréquentielle plus élevée, les propriétés statistiques du champ et celles des écarts fréquentiels se sont améliorées conformément aux prédictions théoriques.

Le tableau 4.5 présente les distances maximales entre les CDF empirique et théorique des écarts fréquentiels sur les trois bandes d'étude et sur chaque cavité. Elle montre que les écarts les plus faibles sont obtenues dans la cavité avec 2 calottes et un hémisphère. Ainsi nous pouvons conclure d'après cette étude fréquentielle que la cavité avec 2 calottes et un hémisphère présente encore les meilleures performances.

On peut noter que, contrairement à ce qui était attendu, l'adéquation avec la loi de Weibull n'est pas meilleure autour de 700 MHz qu'au-dessus de 600 MHz. La principale raison pourrait être le nombre de modes considérés plus faibles. On peut également penser que, les modes n'étant pas tous ergodiques, les résultats sont sensibles aux modes considérés. On note toutefois une nette amélioration des résultats au-dessus de 1,2 GHz.





**Figure 4.29:** Histogrammes, lois de Wigner, de Poisson et ajustement de Weibull (donnant les paramètres  $a$  et  $b$ ) pour 6 modes au-dessus de 1,2 GHz.

	à $f > 600$ MHz		à $f > 700$ MHz		à $f > 1,2$ GHz
écarts	C4	C3	C4	C3	C3
$d_{\max}$	0.045	0.014	0.054	0,0157	0,002
$\epsilon_a$	2.42	0.22	2,67	0.175	0,07
$\epsilon_b$	52.56	19.05	62,03	21,57	2,21
$\epsilon_{\text{moy}} \cdot 10^2$	14.00	2.695	12,14	6,16	1,874

**Table 4.5:** Distance maximale entre les probabilités cumulées réelle et de Wigner, écarts (%) sur les paramètres  $a$  et  $b$  par rapport à la loi de Wigner, écart (%) moyenne entre les probabilités réelle et de Wigner dans trois bandes de fréquences.

---

## 4.5 Conclusion

De la même façon que nous l'avons fait pour comparer les propriétés de la cavité avec deux calottes et un hémisphère fixe à celles de la cavité munie d'un brasseur fixe, une étude comparative a été menée entre ces deux cavités sur un tour de brasseur ou d'hémisphère. Dans ce chapitre les comparaisons sont faites à l'aide de plusieurs critères.

En premier lieu nous avons montré que la cavité avec un hémisphère en rotation présente les meilleures performances en utilisant les 1001 valeurs des composantes du champ électrique et toutes les positions de l'hémisphère (positions non indépendantes).

En second lieu, nous avons déterminé le nombre de positions indépendantes pour chaque mode dans les deux cavités ; dans la cavité avec 2 calottes et un hémisphère, le nombre de positions indépendantes est plus uniforme sur les modes (les modes ont des nombres de positions indépendantes très proches). L'étude de l'homogénéité et l'isotropie du champ sur les positions indépendantes a montré que c'est dans cette même cavité que les champs sont plus homogènes et isotropes, et ceci sur différentes bandes fréquentielles d'étude.

Sur les trois bandes fréquentielles considérées, nous avons constaté que dans la cavité avec deux calottes et un hémisphère il y a une meilleure uniformité de puissances maximales, moyennes et minimales modales ; les calculs à partir des valeurs maximales prises aux huit sommets et en 1001 points du volume d'étude conduisent à la même conclusion.

Les tests KS sont également appliqués aux composantes du champ électrique relatives à différentes positions du brasseur et de l'hémisphère, et le meilleur taux de réussite est obtenu dans la cavité avec un hémisphère en rotation.

Enfin l'étude sur les écarts fréquentiels montre que leur distribution suit mieux la prédiction théorique de Wigner dans la cavité C3, et que cet accord s'améliore avec la fréquence.

Toutes les études faites montrent que la cavité avec calottes présente les meilleurs résultats et vérifie certains critères de la norme sans tenir compte d'aucun recouvrement modal. Ainsi la cavité avec calotte permet d'avoir un champ respectant les bons critères statistiques sans tenir compte du recouvrement modal, ce qui devrait nous permettre d'abaisser la fréquence minimale de fonctionnement à des fréquences où le recouvrement modal est faible ou modéré.

---



# Conclusion générale

L'objet de cette thèse est l'application du concept de cavité chaotique pour optimiser la géométrie des chambres réverbérantes afin d'améliorer les propriétés statistiques des champs. Dans ce but, nous avons effectué des modifications simples d'une cavité rectangulaire pour la rendre chaotique. Il faut noter que dans la littérature, la plupart des travaux réalisés sur les cavités chaotiques concernent des géométries à deux dimensions (2D), et que peu de cavités chaotiques à trois dimensions ont été proposées. Les géométries que nous proposons s'inspirent de cavités chaotiques 2D basées sur une cavité rectangulaire, et ceci de façon à proposer des géométries compatibles avec celles des chambres réverbérantes classiques de forme parallélépipédique.

Nous avons dans un premier temps présenté nos résultats de simulation et de mesure effectuées à différentes fréquences sur des cavités 2D. Nous avons ainsi montré que les modifications géométriques apportées sur une cavité rectangulaire à deux dimensions en insérant un demi-disque, deux demi-disques, puis deux demi-disques et un quart de disque, cassent le profil régulier du champ électrique, et conduisent à une distribution de champ statistiquement homogène. Les mesures, faites par une approche perturbative, ont tout d'abord été validées en comparant les résultats de simulation et de mesure dans la cavité rectangulaire. Une fois démontré l'effet positif des modifications géométriques apportées sur la cavité rectangulaire 2D en terme d'homogénéité du champ, nous avons abordé les modifications de la cavité rectangulaire à trois dimensions (3D).

Trois géométries simples de cavités chaotiques 3D ont été proposées. La simplicité des modifications géométriques permet d'envisager leur implémentation dans les chambres réverbérantes existantes. En nous appuyant sur plusieurs critères statistiques, nous avons examiné les propriétés statistiques des modes propres de ces trois cavités et les avons comparé à celles d'une chambre réverbérante classique. Cette comparaison a mis en évidence l'avantage de la cavité avec deux calottes et un hémisphère métallique, avec des champs plus homogènes et plus isotropes. Cependant, bien que l'avantage de cette dernière cavité sur la chambre réverbérante classique soit sensible dans ces premiers résultats, les critères d'homogénéité et d'isotropie ne font intervenir que les distributions des champs dans la zone centrale des cavités. Or, l'analyse des champs dans le volume total des cavités permet de mettre en évidence

un phénomène de localisation importante de l'énergie électrique dans la cavité avec brasseur. Ce phénomène se produisant surtout dans le volume situé autour du brasseur, il a peu d'influence sur l'analyse des propriétés des modes propres dans le volume central. L'influence de cette localisation de l'énergie se fera en revanche ressentir sur le champ total dans la cavité ; en effet, la localisation de l'énergie autour du brasseur a pour effet la diminution de la densité énergétique de ces modes dans le volume utile, et ainsi un recouvrement moins efficace des différents modes. L'étude des propriétés du champ total, obtenue par une reconstruction à partir des modes propres, tient compte de ce phénomène de localisation du champ. L'application des critères normalisés d'homogénéité et d'isotropie permet de mettre en évidence le très net avantage de la cavité chaotique (avec 2 calottes et un hémisphère) sur la chambre réverbérante classique.

La prise en compte du phénomène de brassage a permis de montrer que les observations faites pour des configurations fixes de cavités ne sont pas des artefacts liés à une position particulière du brasseur mais se retrouvent pour différentes positions. Nous avons pour cela étudié les propriétés de la meilleure des cavités chaotiques sur une rotation de son hémisphère, et les avons comparées à celles de la chambre réverbérante classique sur un tour de brasseur. Nous aboutissons aux mêmes conclusions que pour une configuration fixe, à savoir que la cavité chaotique permet d'obtenir un champ plus homogène et isotrope, et d'éviter le phénomène de localisation de l'énergie apparaissant dans la chambre réverbérante classique. D'autres observations ont par ailleurs pu être faites lors de l'étude du brassage. Tout d'abord, les nombres de positions indépendantes de l'hémisphère et du brasseur sont proches, bien que légèrement supérieurs pour l'hémisphère. Ensuite, les propriétés relatives aux trois composantes des champs sont plus dispersives en fonction à la fois du mode et de la composante considérée dans la cavité avec brasseur. Enfin, le phénomène de localisation varie avec la position du brasseur mais apparaît pour la plupart des modes étudiés pour plusieurs positions du brasseur, alors que dans la cavité chaotique aucune localisation énergétique importante n'est observée sur l'ensemble des positions de l'hémisphère

En complément de ces études sur les propriétés des champs, nous avons tiré profit des connaissances issues de l'étude des cavités chaotiques et de la théorie des matrices aléatoires permettant de prédire leur fonctionnement afin de proposer une nouvelle méthode de caractérisation des chambres réverbérantes. Ainsi, nous avons examiné la distribution des écarts fréquentiels entre fréquences de résonance adjacentes dans les différentes cavités et les avons comparées à la loi attendue dans une cavité chaotique idéale (loi de Wigner). Ceci a été fait dans un premier temps en considérant les 500 premiers modes des quatre cavités dans une configuration fixe (c'est-à-dire sans mouvement de brassage). Il apparaît que la cavité présentant les meilleures propriétés en termes d'homogénéité et d'isotropie des champs suit également mieux cette distribution pour les écarts fréquentiels. La concordance entre les prédictions des tests en champ et en fréquence permet de proposer l'utilisation de tests basés sur les valeurs des fréquences de résonance pour caractériser le fonctionnement d'une chambre réverbérante. La détermination de fréquences de résonance très élevées est toutefois difficile sur le plan expérimental, de sorte que sa mise en œuvre n'est dans ce cas applicable qu'à

---

---

partir de résultats théoriques ou numériques. Ce critère a ensuite été utilisé lors de l'étude du phénomène de brassage. Nous avons alors considéré, sur différentes gammes de fréquence, l'évolution d'une dizaine de fréquences de résonance sur un tour de brasseur ou d'hémisphère. La distribution des écarts entre fréquences de résonance adjacentes est également dans ce cas plus proche de la loi théorique pour la cavité chaotique. L'application expérimentale de ce type de critère sur une bande de fréquence est envisageable, tant que les fréquences considérées sont assez basses pour permettre de distinguer les différentes résonances. La détermination des fréquences de résonance, à partir de la mesure des coefficients de réflexion et de transmission à l'aide d'un analyseur de réseau, étant, à fréquence modérée, beaucoup plus simple et rapide que la mesure du champ en 8 points de la cavité, nous proposons l'utilisation de cette nouvelle approche pour caractériser le fonctionnement d'une chambre réverbérante. Il resterait toutefois à établir un lien chiffré entre les propriétés obtenues dans le domaine fréquentiel et les critères normalisés, afin de pouvoir proposer un test équivalent aux tests conventionnels.

Ainsi, grâce à des notions issues de la théorie du chaos ondulatoire, nous avons pu proposer des modifications simples d'une cavité parallélépipédique qui ont permis une amélioration significative des propriétés des champs dans la cavité par rapport à une chambre réverbérante traditionnelle. En particulier, l'utilisation d'une cavité munie de deux calottes sphériques et d'un hémisphère, ce dernier pouvant jouer le rôle de brasseur de modes, semble être une solution à la fois simple et très efficace. L'utilisation d'une géométrie fixe, avec dans ce cas trois calottes sphériques, alliée à un brassage électronique pourrait également être proposée. Cette solution, non étudiée ici, nous semble particulièrement prometteuse pour deux raisons, à savoir la distribution homogène et isotrope des modes propres, et par ailleurs la distribution plus uniforme des fréquences de résonance que dans une chambre réverbérante classique, permettant un meilleur recouvrement. Il existe également une solution intermédiaire, consistant à conserver le brasseur de modes conventionnel dans la chambre réverbérante tout en s'affranchissant de la présence de parois planes en regard par l'insertion de calottes sphériques sur les parois de la cavité. Cette solution n'a pas été étudiée ici, mais nous avons montré que la présence d'un brasseur de modes dans un coin de la cavité fait apparaître un phénomène de localisation de l'énergie. En raison de ce phénomène, cette solution nous semble moins prometteuse que la cavité chaotique 3D proposée.

Les perspectives de ce travail concernent tout d'abord la validation expérimentale des résultats présentés. Les mesures effectuées dans des cavités 2D ont permis de valider les concepts utilisés pour modifier la géométrie de la cavité. Il reste toutefois à effectuer une caractérisation expérimentale des géométries 3D proposées. Ensuite, nous avons proposé une caractérisation de la chambre réverbérante à l'aide de la mesure de ses fréquences de résonance; afin de pouvoir proposer un critère expérimentalement utilisable, il est maintenant nécessaire d'établir un lien plus étroit entre les observations fréquentielles et spatiales. Ceci devra se faire à la fois sur les plans théoriques et expérimentaux. Enfin, l'amélioration de la distribution des champs dans une chambre réverbérante chaotique aura des répercussions sur l'utilisation de celle-ci et sur la précision des tests réalisés. Il serait intéressant de pouvoir quantifier l'apport des modifications géométriques proposées sur l'utilisation de la chambre

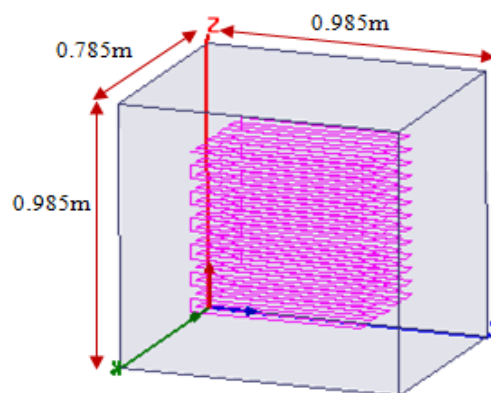
---

réverbérante pour des tests de CEM ou la caractérisation d'antennes.

---

## Application des critères statistiques à la cavité rectangulaire sans pertes

Au chapitre 1 (chap1) ont été présentées les lois idéalement suivies par les champs dans une chambre réverbérante. Dans la norme, il est recommandé de tester les propriétés des champs à partir de mesures effectuées sur un tour de brasseur en huit points limitant la zone de test. Comme nous faisons ici une étude statistique dans une cavité de géométrie fixe, nous n'aurions en huit points que huit valeurs, ce qui serait insuffisant pour une étude statistique. C'est pourquoi nous prélevons les valeurs du champ électrique en 1001 points dans le volume de la cavité, pris sur une grille 3D. Les valeurs des champs relatives à chaque mode de la cavité sont obtenus par résolution d'un problème aux valeurs propres sous HFSS. Les vecteurs propres étant déterminés à un coefficient multiplicatif près, nous avons ici normalisé les champs de manière à avoir la somme sur l'ensemble des 1001 points du module du champ au carré égal à 1. On notera par ailleurs que les simulations ont été effectuées en négligeant les pertes, si bien que le champ électrique est purement réel.

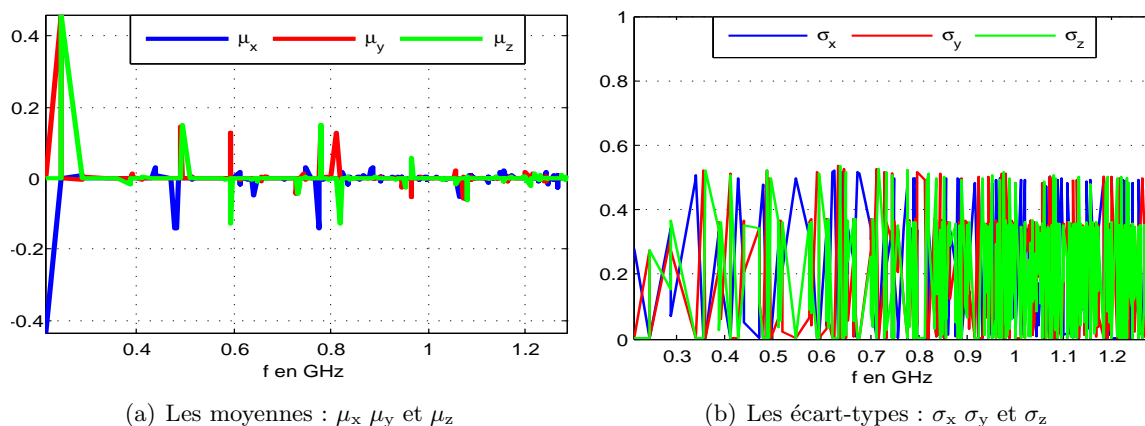


**Figure A.1:** Cavité rectangulaire et ligne 3D



## A.1 Paramètres statistiques des composantes

Dans cette partie nous présentons les moyennes et écart-types des composantes. Les moyennes nous donnent une idée sur l'ensemble de valeurs, alors que plus les écart-types sont faibles, moins les valeurs sont dispersives. Pour avoir une première idée de la répartition du champ dans la cavité, nous avons déterminé, à partir des résultats de simulation, les moyennes et les écart-types des trois composantes cartésiennes de chaque mode dans la bande d'étude. Comme nous le verrons dans la partie A.2, certaines composantes sont théoriquement nulles ; toutes les composantes calculées sont néanmoins ici prises en compte sans distinction.



**Figure A.2:** Moyennes et écart-types des 500 premiers modes de la cavité rectangulaire

Les moyennes des 1001 valeurs des composantes du champ électrique sont beaucoup plus faibles que leurs écart-types ; ceci est dû au fait que dans la cavité rectangulaire les composantes du champ ont une forme sinusoïdale de moyenne nulle lorsque le nombre de sinusoïdes est pair. Le nombre des composantes ayant des moyennes d'amplitude supérieure à 0,1 est faible, ceci montre que la plupart des composantes ont des moyennes presque nulles . Le tableau A.1 résume l'ensemble des moyennes sur la bande de fréquences d'étude. En conclusion de cette étude, les composantes du champ électrique sont pour la plupart centrées et un comportement similaire est observé pour les trois composantes. L'écart-type d'une composante du champ est aussi un paramètre statistique important, qui caractérise l'éloignement des valeurs par rapport à leur moyenne. La figure A.2(b) montre que certains écart-types sont nuls, ce qui pourrait laisser croire que les composantes correspondantes sont homogènes, ce qui est contraire à la prédiction théorique des formes des composantes dans une telle cavité. Les écart-types nuls correspondent en fait à des composantes nulles, ce qui montre une forte anisotropie du champ. La méthode de détermination des composantes nulles sera présentée en section A.2

Paramètres	$E_x$	$E_y$	$E_z$
$\mu( \mu_k ).10^3$	3.94	3.28	3.23
$\mu(\sigma_k).10^3$	203.3	204.4	204.1

**Table A.1:** Moyennes des écart-types ( $\sigma_k$ ) et des moyennes des valeurs absolues des moyennes  $|\mu_k|$  sur toute la bande.

## A.2 Critère de marginalisation

Comme mentionné dans la partie 1.1.3 ou comme l'indiquent les équations 1.11 et 1.12, certains modes ont au moins une composante de champ électrique nulle [68]. En simulation il est impossible d'avoir une composante numériquement strictement nulle, en raison du bruit numérique. Une composante en théorie nulle correspondra numériquement à une composante d'amplitude très faible. En observant la figure A.2(a) ainsi que d'autres cartographies de champ, nous remarquons que la composante  $E_x$  est pour certains modes d'amplitude 1000 fois plus grande que les autres composantes. Sur la figure A.2(b) en revanche, les amplitudes des trois composantes du champ électrique sont du même ordre de grandeur, ce qui est confirmé par les expressions analytiques des composantes qui montrent qu'aucune n'est nulle.

Nous avons mené une étude basée sur les valeurs absolues des composantes du champ électrique afin d'établir une relation nous permettant de déterminer numériquement les composantes nulles du champ de la cavité. D'une part nous avons récupéré, à partir des simulations, toutes les composantes de tous les modes compris entre la première résonance et la 500<sup>ième</sup> résonance, d'autre part nous avons déterminé analytiquement quelles sont les composantes nulles de ces mêmes modes. Ainsi, nous avons pu établir une relation empirique basée sur les résultats des simulations nous permettant de savoir si une composante de champ est nulle. Ainsi, toutes les composantes vérifiant l'équation A.1 sont nulles.

$$\Delta_k = \frac{(\mu|E_k|)}{\text{Max}\{\mu(|E_x|), \mu(|E_y|), \mu(|E_z|)\}} \leq 0.006 \quad (\text{A.1})$$

Dans nos études nous avons distingué quatre types de modes qui peuvent être dans une cavité rectangulaire. Ils sont regroupés par deux pour chaque polarisation. Le premier groupe regroupe les modes TE et TM dont le champ électrique a au moins une composante nulle, et le second les TE et TM dont trois composantes du champ électrique sont non nulles.

Le tableau A.2 présente les résultats de cette étude pour les modes de la figure 1.2. Ces résultats sont en accord avec les cartographies de la figure 1.2, le critère de marginalisation des composantes issues des simulations concorde avec la théorie.

Alors que dans le cas de la cavité parallélépipédique les composantes nulles peuvent être déterminées analytiquement, ce ne sera plus vrai pour les autres cavités étudiées dans ce mémoire. Le critère de marginalisation sera alors particulièrement utile. Les conditions de simulation ayant été gardées identiques, ce critère restera inchangé.

Modes	TE <sub>011</sub>	TE <sub>111</sub>	TM <sub>111</sub>	TM <sub>210</sub>
Rang	1	4	5	15
Fréquences MHz	214.135	286.911	286.911	411.12
$\Delta_x$	1	0.2581	0.1515	0.0025
$\Delta_y$	0.006	0.258	0.2124	0.0012
$\Delta_z$	0.006	0.241	0.283	1

Table A.2: Valeurs de marginalisation

### A.3 Tests d'ajustement à une loi de probabilité

Il existe plusieurs tests d'ajustement permettant de valider ou de rejeter une hypothèse. Ils diffèrent par leurs puissances et, le plus souvent, il convient de tenir compte de la population que l'on étudie. Le choix diffère selon qu'il s'agit de données quantitatives ou qualitatives, des variables discrètes ou continues.

Dans notre cas, nous souhaitons tester l'ajustement de la distribution de valeurs des composantes du champ électrique prises en 1001 points de la cavité, éloignés de ses parois de 50 mm. On peut considérer nos valeurs, du point de vue statistique, comme une série de valeurs aléatoires qui suit une distribution à déterminer.

#### A.3.1 Puissance d'un test d'ajustement

Le principe d'un test d'ajustement est de déterminer la valeur d'un paramètre  $s$  appelé statistique, afin de le comparer avec une valeur critique tabulée [84]  $s_\alpha(N)$ , fonction de la taille  $N$  de l'échantillon et d'un niveau de confiance  $1 - \alpha$ . L'hypothèse du test est souvent notée  $H_0$ . Il s'agit de l'hypothèse d'ajustement de la loi théorique à la distribution empirique ou expérimentale. Le paramètre  $\alpha$ , nommé aussi paramètre significatif, indique que l'hypothèse peut être rejetée à tort avec une probabilité de  $\alpha\%$ .

Deux cas peuvent se présenter :

1. Si  $s < s_\alpha(N)$ , alors l'hypothèse  $H_0$  est acceptée avec un seuil de risque de  $\alpha\%$ . Cela signifie qu'il y a  $100 - \alpha\%$  de chance que l'hypothèse empirique corresponde à la loi de distribution théorique testée.
2. Si  $s > s_\alpha(N)$ , alors l'hypothèse  $H_0$  est rejetée avec un seuil de risque de  $\alpha\%$ .

Nous allons introduire la notion de puissance de test. Le paramètre  $\alpha$  correspond au niveau de risque que l'hypothèse d'ajustement  $H_0$  soit rejetée alors qu'elle est juste. On parle alors d'erreur de première espèce. On définit également une erreur de deuxième espèce ; c'est le risque  $\beta$  d'accepter l'hypothèse alors qu'elle est fautive. La puissance  $P$  d'un test est définie en lien avec le risque de seconde espèce par la relation suivante :

$$P = 1 - \beta$$

### A.3.2 Test de Kolmogorov-Smirnov (KS)

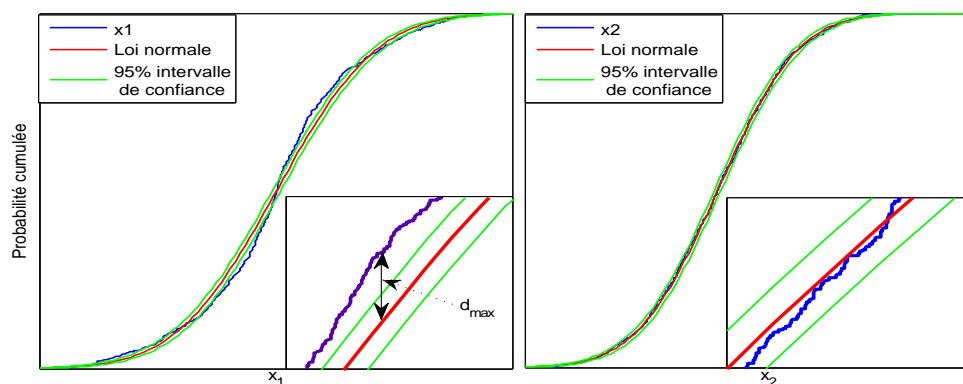
Le test de Kolmogorov-Smirnov présente l'avantage de s'adapter à toute distribution. Les paramètres critiques sont le nombre d'échantillons et le seuil que ne doit pas dépasser la distance inter-probabilité cumulée entre la loi théorique et la loi empirique testées. Ces valeurs critiques s'adaptent au type de distributions testées [85] et le test KS peut être considéré comme un test d'ajustement particulièrement puissant. C'est un test utilisé dans plusieurs domaines [86, 87, 88] par son adaptabilité aux différentes lois et aux nombres d'échantillons.

Le test KS consiste à comparer la distribution cumulée empirique à une fonction de répartition théorique (voir figure A.3). Soit la fonction de répartition empirique ou expérimentale  $F_N(x)$ ,  $N$  la taille de l'échantillon. Soit  $F_0(x)$  la fonction de répartition théorique à laquelle on souhaite la comparer. La statistique de Kolmogorov-Smirnov est le paramètre  $d_{\max}$  qui correspond à l'écart maximal entre les distributions empirique et théorique défini par : (éq. A.2).

$$d_{\max} = \max |F_0(x) - F_N(x)| \quad (\text{A.2})$$

La distance définie dans l'équation A.2 dépend de  $N$ , nombre d'échantillons. D'une manière générale le résultat d'un test est binaire, soit il est réussi soit il est rejeté. Dans notre étude, nous avons cherché à comparer plusieurs hypothèses acceptées (ou rejetées) par le test, pour déterminer quelle fonction de répartition empirique ressemble le plus à la loi théorique. Pour permettre de comparer des tests acceptés ou rejetés, nous avons utilisé un script Matlab qui donne trois paramètres permettant une analyse plus fine. Les paramètres sont :

1.  $h$  : Le résultat du test :
  - 0 si le test est réussi (les deux lois concordent).
  - 1 si le test est rejeté.
2.  $d_{\max}$  : La distance maximale inter-probabilités cumulées; plus elle est petite plus la loi empirique testée est proche de la loi théorique de référence.
3.  $P$  : La probabilité de confirmation; plus elle est grande, plus la loi empirique testée est proche de la loi théorique de référence.



**Figure A.3:** CDF de deux lois, une acceptée (à droite) et une rejetée (à gauche).

La figure A.3 montre les probabilités cumulées d'une loi empirique  $x_1$ , la loi normale centrée de même écart-type et son intervalle de confiance à 95%. Nous constatons que la

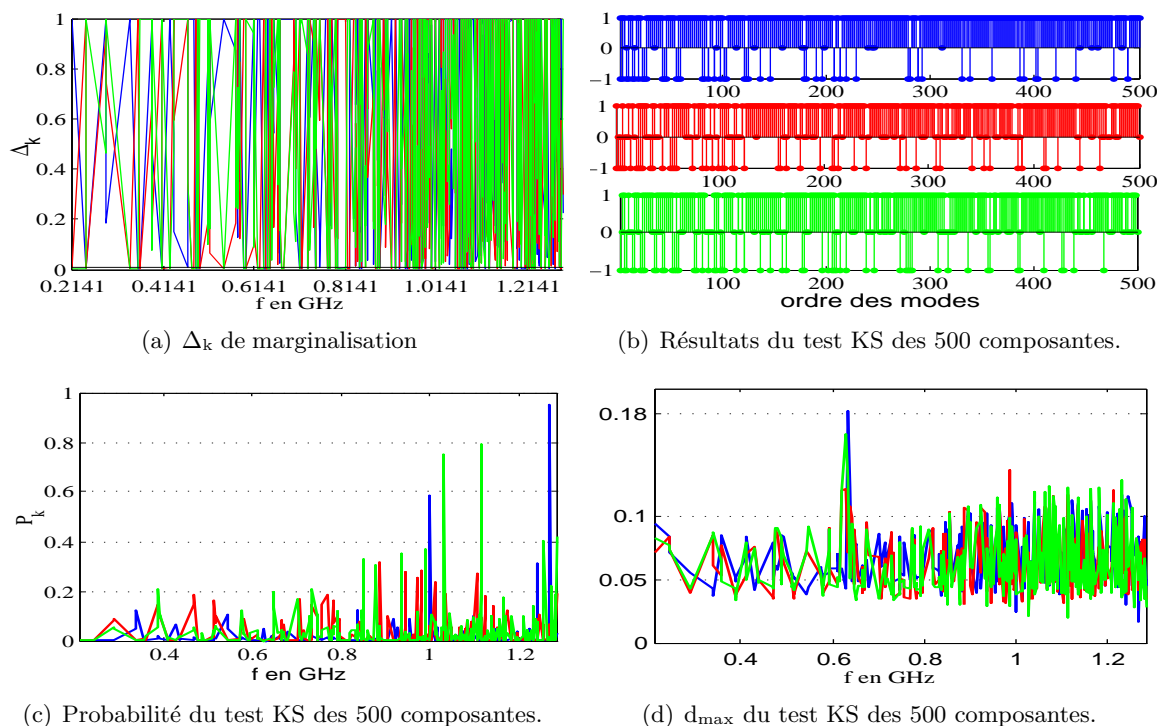
loi empirique sort de l'intervalle de confiance donc la distance maximale inter-probabilité cumulée est trop grande, et par conséquent le test est rejeté. La loi empirique  $x_2$  reste en revanche dans l'intervalle de confiance donc une distance inter-probabilité cumulée plus faible que la valeur maximale autorisée ; par conséquent le test est réussi.

### A.3.3 Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov (KS)

Pour chacun des 500 premiers modes de la cavité vide, soit sur la bande de fréquence  $[f_0 f_{500}]$ , nous allons chercher, à partir des valeurs extraites en 1001 points de ligne 3D du volume, si chaque composante suit une loi normale centrée. Le seuil de risque choisi est de  $\alpha = 5\%$ , impliquant 95% de confiance. Pour une meilleure compréhension graphique des résultats du test, on a utilisé trois valeurs. Les deux premières sont les résultats du test KS et la dernière indique que la composante est nulle. Cette dernière valeur prime sur les deux autres.

#### Conventions utilisées

- 0 : si le test est réussi.
- 1 : si le test est rejeté.
- -1 : si la composante est nulle.



**Figure A.4:** Résultats du KS test pour la cavité rectangulaire : bleu pour Ex, rouge pour Ey et vert pour Ez, en considérant les 500 premiers modes de la cavité rectangulaire.

La figure A.4(b) montre beaucoup de -1 (environ 20% d'après le tableau A.3), ce qui indique que la cavité vide présente un grand nombre de modes ayant une ou plusieurs composantes nulles. Les 1 sont majoritaires (plus de 60%), indiquant que les composantes cor-

respondantes ne suivent pas une loi normale, alors que les 0 sont peu nombreux (environ 11%), montrant que peu de composantes ont réussi le test KS. On notera toutefois que le champ n'est homogène que si ses trois composantes suivent une loi normale centrée et non une seule d'entre elles. La figure A.4(c) confirme ce qui est décelé dans la figure A.4(b), avec des probabilités faibles, de moyenne 3%. De manière similaire, nous constatons que les distances maximales inter-probabilités cumulées empiriques et théoriques sont grandes, et croissent en fonction de la fréquence. L'augmentation de la distance montre que les deux lois s'éloignent de plus en plus quand la fréquence augmente.

### A.3.4 Test KS global ou homogénéité statistique

#### Modes ergodiques

Un mode est dit ergodique s'il est à la fois statistiquement homogène et isotrope. Ce genre de modes vérifie donc les propriétés statistiques voulues dans une chambre réverbérante. La recherche de modes ergodiques dans la cavité nous a amenés à tester simultanément les trois composantes du champ. La convention utilisée, similaire à celle utilisée précédemment pour les composantes, est la suivante :

- 0 : si les trois composantes réussissent le test (homogénéité statistique). .
- 1 : si au moins une composante ne réussit pas le test (inhomogénéité statistique).
- -1 : si au moins une composante est nulle (anisotropie totale).

Cet indicateur sera appelé par la suite « test KS global ».

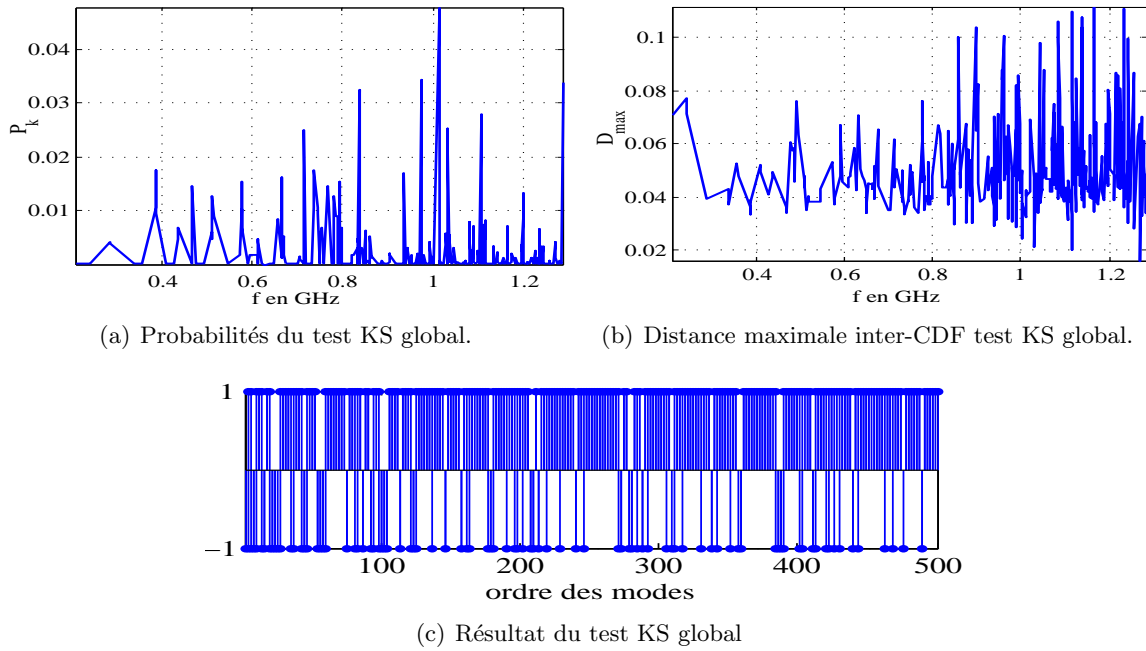
Pour avoir les mêmes paramètres de comparaison des résultats du test KS que précédemment, la probabilité et la distance inter-probabilités cumulées, on définit la probabilité du test KS global par le minimum des probabilités des trois composantes du champ, et la distance inter-probabilités cumulées par le maximum des trois distances inter-probabilités cumulées de chacune des composantes.

$$\begin{cases} D_{\max E} = \max[D_{ex}, D_{ey}, D_{ez}] \\ P_{\max E} = \min[P_{ex}, P_{ey}, P_{ez}] \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Pour la cavité étudiée, les résultats obtenus sont représentés en fig. A.5 et sur le tableau A.3. On observe la présence d'un grand nombre de -1.

	Nulles(-1)	KS <sub>95%</sub> = 1	KS <sub>95%</sub> = 0	$\langle P_{E_k} \rangle$	$\langle D_{\max E} \rangle$
E <sub>x</sub>	20.2	77.6	2.2	0.011	0.07
E <sub>y</sub>	21.4	62.4	16.2	0.026	0.062
E <sub>z</sub>	20.8	63.2	16	0.033	0.06
E <sub>tot</sub>	37.4	62.6	0	0.024	0.064

**Table A.3:** Pourcentages des résultats au test KS et des paramètres associés : cavité rectangulaire.



**Figure A.5:** Paramètres des résultats du test global de Kolmogorov-Smirnov.

Le tableau A.3 montre que le pourcentage du nombre de -1 est de 37,4% , indiquant que dans la cavité rectangulaire de nombreux modes ont au moins une composante nulle (anisotropie totale). Il ne reste aucun zéro, ce qui révèle qu'aucun mode n'est à la fois homogène et isotrope.

### A.3.5 Modes ergodiques et isotropie du champ

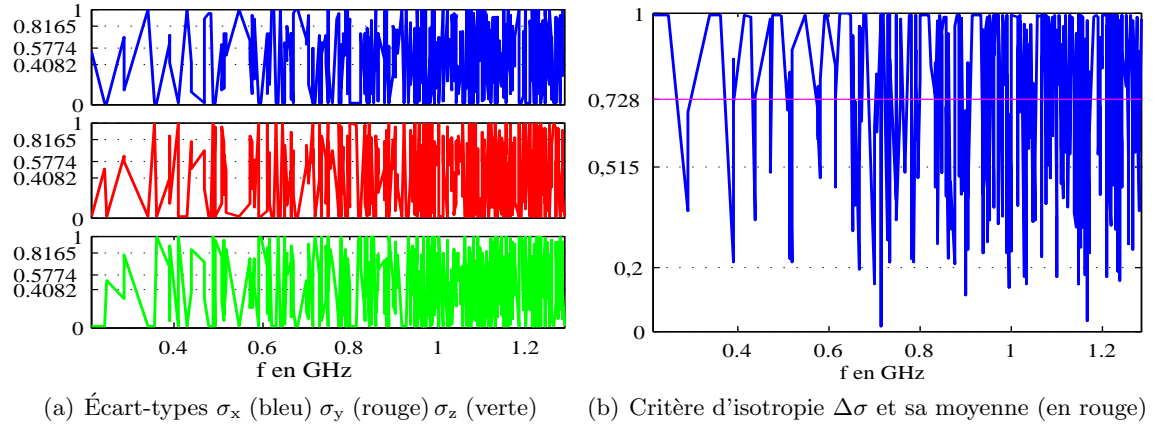
Les modes ergodiques ont trois composantes qui suivent une loi normale centrée et sont idéalement isotropes. Avec la normalisation choisie, les trois écart-types des valeurs des composantes sont égaux à  $1/\sqrt{3}$  (Eq. A.4). Afin de quantifier les écarts de comportement entre les trois composantes, un indicateur  $\Delta\sigma$  est proposé pour caractériser l'isotropie du champ.

$$\sigma_{xyz} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577 \quad \text{et} \quad \Delta\sigma = \frac{\max(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) - \min(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)}{\max(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) + \min(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)} \quad (\text{A.4})$$

## Résultats de simulation

Nous remarquons une variation importante des écart-types des composantes avec la fréquence. Un grand nombre de très petits écart-types est obtenu, ils correspondent à ceux des composantes nulles du champ électrique. Ces composantes nulles engendrent une forte anisotropie (anisotropie totale) du champ dans la cavité rectangulaire.

Le figure A.6 représente les écart-types des composantes normalisés (Fig. A.6(a)) et le critère d'isotropie (Fig. A.6(b)). La valeur 0.577 indiquée dans la figure A.6(a) correspond à l'écart-type du champ idéalement isotrope dont les trois composantes ont une moyenne nulle et des écart-types identiques. Il est prévu que dans une cavité chaotique les écart-types



**Figure A.6:** Écart-types des composantes normalisées et critère d'isotropie  $\Delta\sigma$ .

fluctuent faiblement autour de cette valeur. En considérant les écart-types des composantes normalisées et le critère d'isotropie nous pouvons conclure que les modes sont anisotropes dans la cavité vide. On notera que cet indicateur est égal à 1 lorsqu'une composante est nulle.

## A.4 Isotropie et rotations de la base initiale

L'isotropie du champ dans la cavité est un des critères primordiaux de bon fonctionnement d'une chambre réverbérante. Les propriétés de données isotropes ne dépendent pas de la base orthogonale choisie. En utilisant cette propriété, nous allons étudier l'isotropie des modes par les critères précédemment utilisés. En regardant les écart-types des composantes normalisées, le KS test global et l'indicateur d'isotropie  $\Delta\sigma$ , et ceci dans plusieurs bases orthonormées de projection.

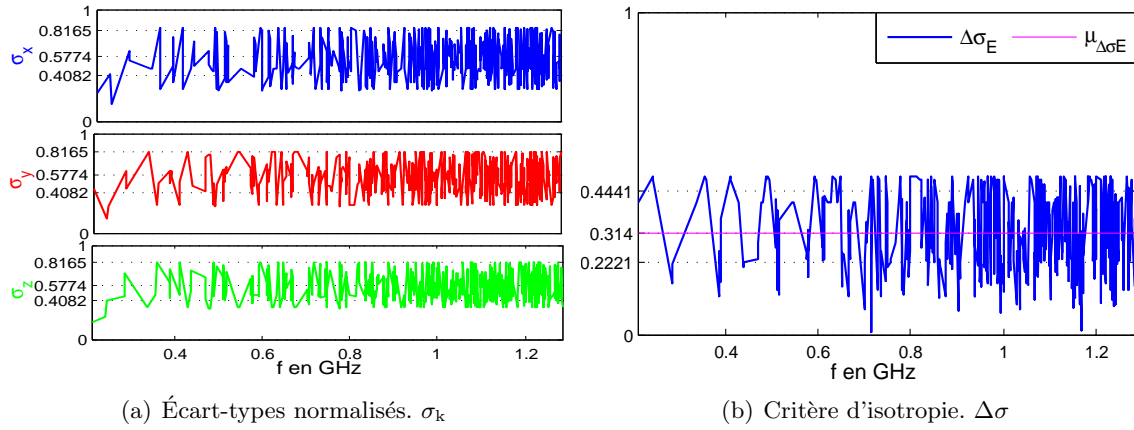
Le choix des angles de rotation des axes autour de chacun des trois axes de la base initiale est arbitraire. Seuls les résultats dans une base après rotation sont présentés graphiquement, alors que ceux relatifs aux autres bases sont résumés dans le tableau A.4. La procédure de rotation est définie ainsi : Soit  $X$  une composante du champ électrique dans la base initiale,  $M_{x,y,z}$  la matrice de rotation d'angle  $\theta_{x,y,z}$  autour de l'axe  $(xx')$ ,  $(yy')$ ,  $(zz')$ . La matrice issue des trois rotations autour des trois axes est définie par :

$$X_k = M_z M_y M_x [X] \quad (\text{A.5})$$

Les angles des rotations de la base dont les résultats sont présentés sur les figures A.7 sont :  $\theta_x = \pi/4$ ,  $\theta_y = \pi/6$  et  $\theta_z = \pi/3$ . La rotation nous permet de ne plus avoir de composantes nulles. Toutefois, même en évitant l'annulation des composantes nous remarquons que les écart-types des composantes normalisées ne convergent pas vers la valeur du champ idéalement isotrope (0.577); la moyenne de  $\Delta\sigma$  reste toujours importante.

Le tableau A.4 montre qu'il y a une variation d'au moins 28% du taux de réussite du test, ce qui implique que les propriétés du champ sont dépendantes de la base et donc que le champ n'est pas isotrope.





**Figure A.7:** Écart-types des composantes normalisées et critère d'isotropie après rotation de la base

$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	$B_{initiale}$	$\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$
$\mu_{\Delta\sigma}$	0.7286	0.314	0.373	0.337	0.325
$KS_{95\%} = -1$	24.8	0	0	0	0
$KS_{95\%} = 1$	75.2	79.6	65	70	72
$KS_{95\%} = 0$	0.00	29.4	35	30	28

**Table A.4:** Réponses (%) KS global et  $\mu_{\Delta\sigma}$  dans différentes bases.

On remarque que dans toutes les bases issues d'une rotation de la base initiale, aucune composante n'est nulle ; ceci est dû au fait que les composantes sont une combinaison linéaire de trois composantes dont au moins une est non nulle. La valeur de  $\mu_{\Delta\sigma}$  est du même ordre de grandeur dans les différentes bases après rotation, plus faible que celle dans la base initiale. Les résultats des bases images après la rotation sont clairement différents de ceux de la base initiale. ce qui indique une anisotropie du champ électrique.

## A.5 Coefficients d'isotropie, d'homogénéité et d'uniformité

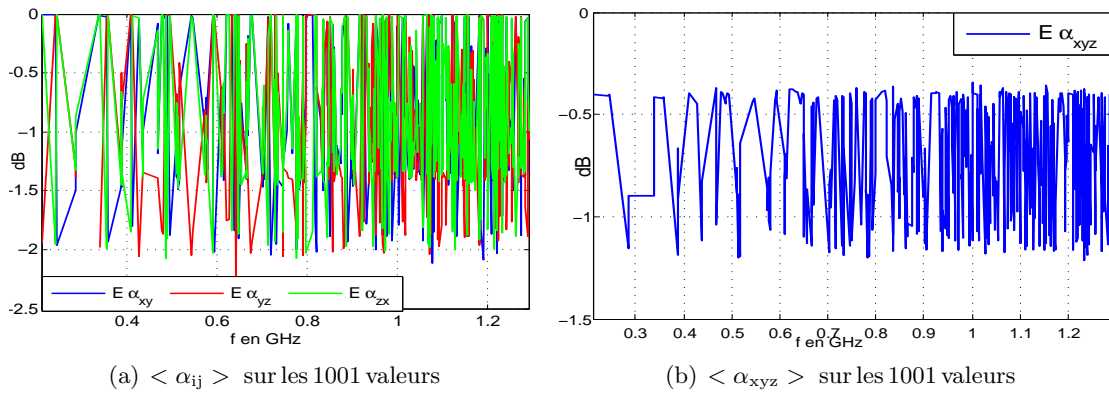
Dans cette partie nous définissons des coefficients qui nous permettront d'étudier l'isotropie et l'uniformité des champs dans une cavité où l'étude théorique est impossible. Pour chacune des composantes et pour chaque mode ( $k$ ), on calcule la moyenne de la valeur absolue normalisée par le module du champ :

$$r_i^k = \frac{|e_i^k|^2}{|E^k|^2} \quad \text{avec } i = x, y, z \quad (\text{A.6})$$

### Les coefficients d'isotropie statistiques des composantes et du champ

$$\alpha_{ij}^k = \left| \frac{r_i^k - r_j^k}{r_j^k + r_i^k} \right| \text{ avec } i \neq j \text{ et } \alpha_{xyz}^k = \sqrt{\frac{(\alpha_{xy}^k)^2 + (\alpha_{yz}^k)^2 + (\alpha_{zx}^k)^2}{3}} \quad (\text{A.7})$$

Le coefficient  $\alpha_{ij}^k$  représente les différences d'amplitude suivant les axes, il peut mettre en évidence une orientation privilégiée du vecteur champ électrique, ou au contraire l'isotropie du champ. Ces coefficients ont été calculés, par chaque mode, en chacun des 1001 points de la cavité. La figure A.8 représente les coefficients d'anisotropie statiques des composantes et du champ électrique.



**Figure A.8:** Coefficients d'anisotropie statique des composantes ( $\alpha_{ij}$ ) et du champ  $\alpha_{xyz}$

Les courbes des figures A.8(a) et A.8(b) montrent que les coefficients d'anisotropie restent proches de zéro décibels, indiquant qu'une des composantes du champ est nulle. En effet, les valeurs 1 (0 dB) montrent que la composante  $i$  ou  $j$  du mode  $k$  s'annule, tandis que pour un champ idéalement isotrope on obtient  $\alpha_{ij}^k = 0$ . Ceci confirme les observations précédentes quant à l'isotropie du champ dans une cavité rectangulaire.

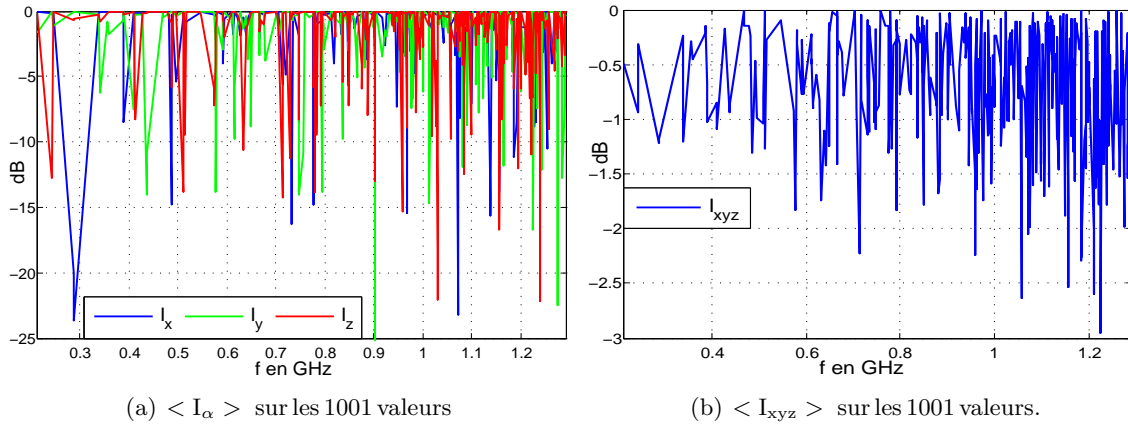
### Les coefficients d'homogénéité statistiques des composantes et du champ

Les coefficients d'homogénéité sont définies par la différence des puissances prises en deux points  $p_1$  et  $p_2$  différents espacés d'au moins  $\lambda$ . Dans notre cas nous prenons les deux sommets diagonaux de la zone centrale.

$$I_{\alpha}^k = \left| \frac{r_{\alpha}^k(p_1) - r_{\alpha}^k(p_2)}{r_{\alpha}^k(p_1) + r_{\alpha}^k(p_2)} \right| \text{ avec } \alpha = x, y, z \text{ et } I_{xyz}^k = \sqrt{\frac{(I_x^k)^2 + (I_y^k)^2 + (I_z^k)^2}{3}} \quad (\text{A.8})$$

La figure A.9 représente les coefficients d'anisotropie du champ électrique. On note qu'ils sont nuls dans le cas idéal, et égaux à 1 quand le champ s'annule en un des deux points.

La figure A.9 montre que les coefficients d'anisotropie restent pour la majorité proches de 0 dB, ce qui implique que le champ n'est pas homogène. Ceci valide aussi les prédictions théoriques sur l'homogénéité du champ électrique dans une cavité rectangulaire.



**Figure A.9:** Coefficients d'homogénéité des composantes et du champ électrique, cavité rectangulaire.

## A.6 Distribution des fréquences de résonance

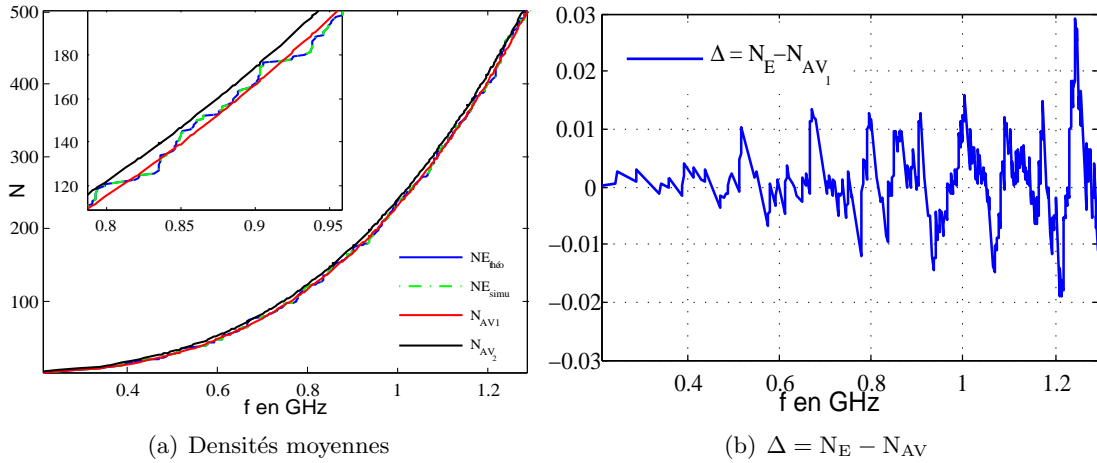
Dans une cavité rectangulaire, les fréquences de résonance sont données analytiquement par la formule 1.15. Le nombre de modes dans une cavité rectangulaire a été déterminé de deux façons. La première, analytique, consiste à utiliser la formule 1.15 en répétant les fréquences dont les trois indices sont nuls (modes dégénérés). La deuxième se base sur les résultats de simulations sous HFSS. Les nombres de modes cumulés obtenus par les deux méthodes coïncident exactement figure A.10. La fonction suivie par la densité moyenne cumulée de modes dans une cavité parallélépipédique, donnée par la loi de Weyl (Eq. A.9), est également tracée. On observe, comme attendu, une variation de la fonction de comptage réelle autour de la courbe moyenne. Le nombre de modes et la densité de modes sont des notions très importantes dans l'étude d'une chambre réverbérante afin d'évaluer le nombre de modes dans une bande fréquentielle donnée. L'expression analytique d'estimation du nombre moyen de modes  $N_{AV_1}$  de fréquence de résonance inférieure à une fréquence  $f$  [2] s'écrit :

$$N_{AV_1}(f) = \frac{8\pi L_x L_y L_z}{3c_0^3} f^3 - \frac{L_x + L_y + L_z}{c_0} f + \frac{1}{2} \quad (\text{A.9})$$

Cette expression analytique est obtenue sous l'hypothèse que les modes TE et TM ont des contributions opposées en  $f^2$ . En pratique les études se font dans une bande de fréquence donnée, le nombre de modes sur cette bande est alors recherché. Pour déterminer la densité de modes, on dérive la relation A.9, et on obtient la relation :

$$n_{AV}(f) = \frac{dN_{AV}}{df} = \frac{8\pi L_x L_y L_z}{c_0^3} f^2 - \frac{L_x + L_y + L_z}{c_0} \quad (\text{A.10})$$

La figure A.10, montre que la courbe de la densité de modes cumulée issue de la formule 1.15 et celle issue des simulations sont confondues, donc on a une très bonne concordance entre simulations et théorie. Ceci montre que le logiciel est capable de déterminer les fréquences mêmes si elles sont dégénérées. A haute fréquence, le comportement asymptotique de  $n_{AV}$



**Figure A.10:** Densités de modes cumulées dans la cavité rectangulaire et erreur entre densité exacte et moyenne.

est :

$$N_{AV_2} = \frac{8\pi L_x L_y L_z}{3c_0^3} f^3 \quad (\text{A.11})$$

La densité de modes prend alors l'expression de la relations A.12. Cette dernière relation permet d'évaluer le nombre de modes  $\Delta N$ , contenus dans une bande de fréquences  $\Delta f$  centrée autour de la fréquence  $f$ , sous l'hypothèse d'avoir  $\Delta f \ll f$  [89].

$$\Delta N(f, \Delta f) = 8\pi L_x L_y L_z \frac{\Delta f}{c_0^3} f^2 \quad (\text{A.12})$$

La relation A.12, indique que le nombre de modes  $\Delta N$  contenus dans une bande de fréquences  $\Delta f$  évolue proportionnellement au carré de la fréquence. En réalité, une détermination précise de  $\Delta N$  implique un comptage modal. Celui-ci montre que, plus la fréquence s'accroît, plus le nombre de modes qui s'intercalent dans la bande  $\Delta f$  augmente.

### A.6.1 Distribution des écarts fréquentiels

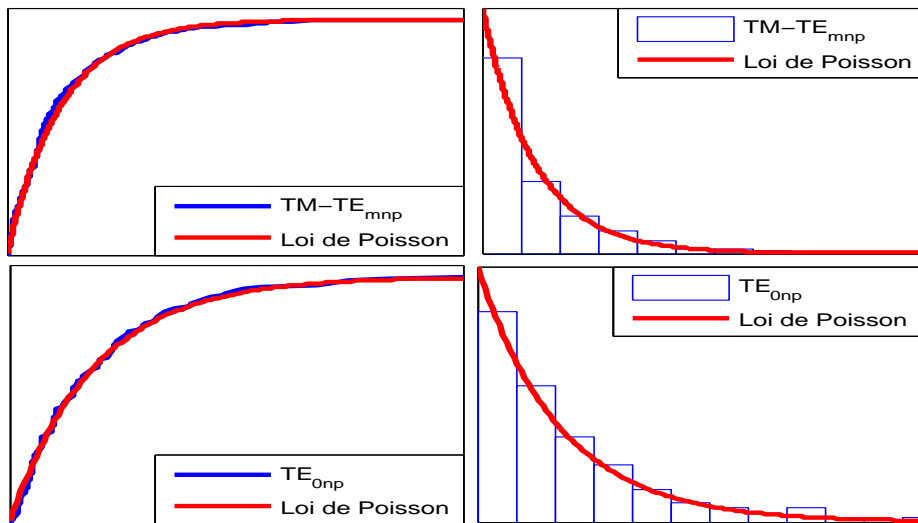
La distribution  $P(s)$  des écarts entre deux résonances voisines détermine la nature de la cavité étudiée, de régulière à chaotique. A partir de la densité moyenne cumulée de modes obtenue pour la cavité vide, nous allons extraire la distribution des écarts entre fréquences de résonance adjacentes de chacune des 5 familles de modes (voir tab. A.5). Celle-ci est en effet un indicateur du comportement d'une cavité : une loi de Poisson est suivie par les écarts des 5 familles dans une cavité régulière. L'écart  $s_i$  entre deux résonances successives est défini à partir de la densité cumulée moyenne par (Eq. A.13) :

$$s_i = N_{av}(f_{i+1}) - N_{av}(f_i) \quad (\text{A.13})$$

La séquence des écarts ainsi construite est telle que la moyenne des  $s_i$  vaut la valeur de chaque saut de la fonction de comptage, c'est à dire 1. Autrement dit, cette procédure revient à travailler sur des écarts normalisés par la densité modale moyenne. Une telle procédure dite

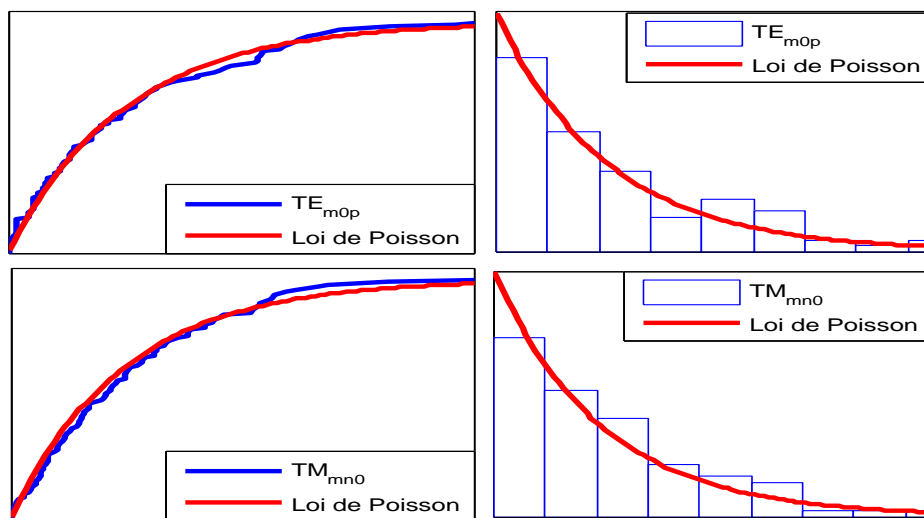
de redressement ne permet d'accéder aux distributions normalisées que si  $N_{av}$  est très bien estimée.

La densité moyenne est donnée par la formule de l'équation A.9 pour la cavité rectangulaire. Comme on a montré que les simulations et la théorie donnent des fréquences de résonance identiques (erreur faible), on a généré 1900 modes numériquement (à partir des expressions analytiques), trié les résonances de chacune des familles puis calculé les écarts fréquentiels correspondants. Les écarts fréquentiels de chacune des deux polarisations sont calculés à partir des formules des densités moyennes définies dans [49].



**Figure A.11:**  $s_i$  des modes  $TE_{mnp}$  et  $TM_{mnp}$  (modes dégénérés).

Les distributions des écarts fréquentiels normalisés de la figure A.11 correspondent à ceux des modes dégénérés; nous constatons un très bon accord entre les distributions empiriques et théoriques.

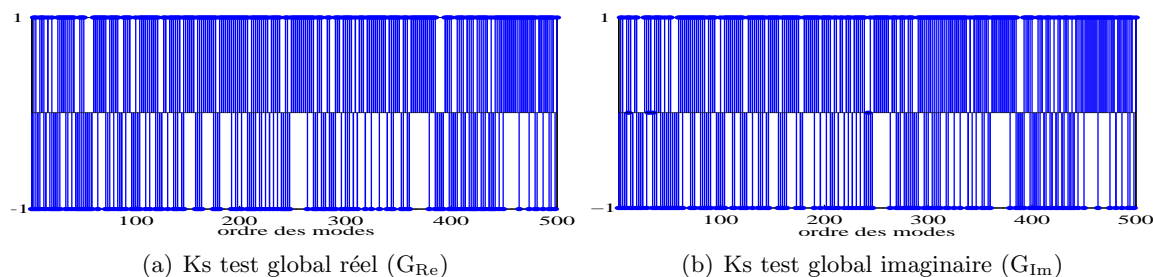


**Figure A.12:**  $s_i$  : des modes  $TE_{m0p}$  et  $TM_{mn0}$  (modes non dégénérés).

De même pour les écarts fréquentiels des modes non dégénérés (Figure A.12, leurs distribu-

5 familles				
$TE_{0np}$	$TE_{m0p}$	$TE_{mnp}$	$TE_{mn0}$	$TE_{mnp}$

**Table A.5:** Les cinq familles de modes d'une cavité rectangulaire.



**Figure A.13:** KS tests sur les trois parties réelles et les trois parties imaginaires du champ électrique, cavité rectangulaire.

tions concordent à celles des prédictions théoriques. Nous remarquons aussi que la prédiction théorique de la loi suivie par les écarts fréquentiels normalisés dans une cavité rectangulaire est bien suivie par les 5 familles de modes : les distributions des écarts fréquentiels suivent la loi de Poisson caractéristique d'une cavité régulière.

## A.7 Critères statistiques appliquées à la cavité rectangulaire avec pertes

Dans cette partie nous réitérons les mêmes études et utilisons les mêmes critères statistiques que dans la partie précédente sans pertes. L'objet de cette étude est de vérifier si la présence de pertes ohmiques ne modifie pas les propriétés statistiques obtenues dans la cavité sans pertes. Les parois utilisées sont en aluminium.

Nous présentons dans cette partie quelques résultats issus des simulations.

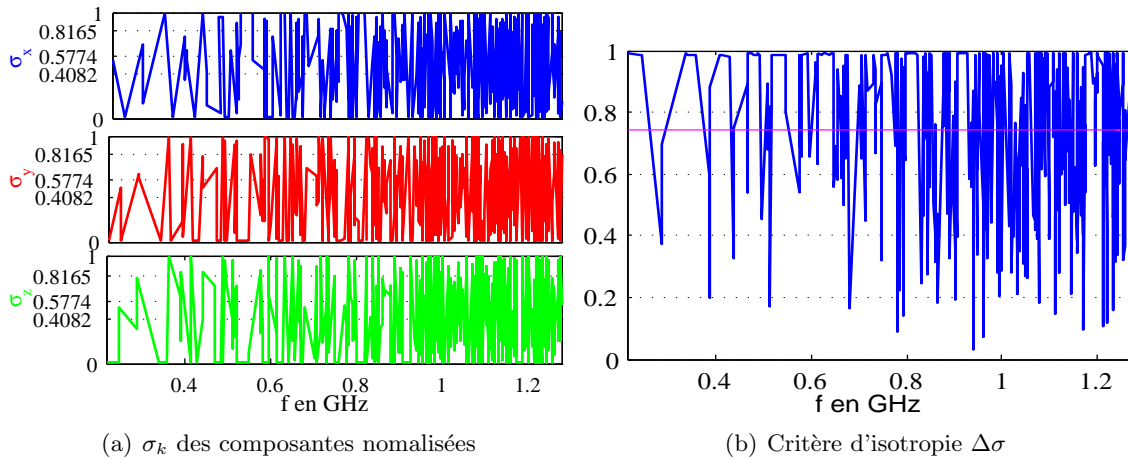
### A.7.1 Statistiques du champ

Cette fois une composantes du champ électrique à deux parties, réelle et imaginaire. Le test KS est ainsi appliqué à chacune des deux parties d'une composante. Comme cette étude constitue une vérification des propriétés statistiques des champs en présence de pertes, nous présentons uniquement les résultats des KS tests globaux (réel et imaginaire) :

- 0 : Le test est réussi si les trois parties réelles ou imaginaires des composantes du champ suivent une loi normale.
- 1 si au moins une partie réelle ou imaginaire d'une composante du champ n'a pas réussi le test.
- -1 si au moins une partie réelle ou imaginaire d'une composante du champ est nulle.

La figure suivante montre les résultats des tests d'homogénéité effectués sur les parties réelles et imaginaires des composantes du champ électrique.

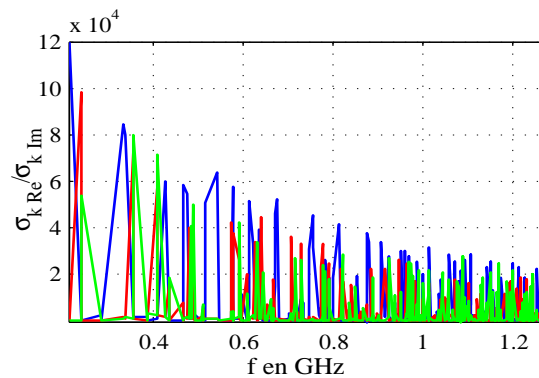
Les tests globaux (Fig. A.13) montrent qu'en présence de pertes, il n'y a que des composantes nulles et des composantes qui ne suivent pas une loi normale. Comme nous l'avons fait dans le cas sans pertes, nous comparons les écart-types des parties réelles des composantes du champ électrique à celui du champ idéalement isotrope (0,5774), et nous calculons l'indicateur d'isotropie  $\Delta\sigma$  sur ces mêmes parties réelles (Fig. A.14).



**Figure A.14:** Écart-types des parties réelles des composantes normalisées, indicateur d'isotropie  $\Delta\sigma$ , cavité rectangulaire avec pertes.

Les comportements des écart-types et de l'indicateur d'isotropie de la cavité rectangulaire avec pertes sont les mêmes que ceux constatés dans le cas sans pertes (Fig. A.6). Ceci est lié au fait que les pertes sont très faibles (perturbatives), de sorte que les parties réelles des composantes sont presque inchangées par rapport au cas sans pertes.

La figure A.15 représente les rapports des écart-types des parties réelle et imaginaire des composantes du champ électrique, nous constatons un rapport d'ordre de  $10^4$ .



**Figure A.15:** Rapports des écart-types des parties réelle et imaginaire des composantes.

Quant aux fréquences de résonance et de leurs écarts fréquentiels, les résultats de simulation montrent que la partie réelle des fréquences reste la même que dans le cas sans pertes. On a alors les mêmes distributions des fréquences de résonance et de leurs écarts fréquentiels en présence qu'en absence de pertes.

## A.8 Conclusion

1. Dans cette annexe, les études menées avec pour objectif de valider les méthodes statistiques utilisées ont permis de retrouver les signatures des champs dans la cavité rectangulaire avec et sans pertes. Sur le plan théorique, les expressions analytiques des champs montrent que les champs ne sont ni isotropes ni homogènes.
  - Les études statistiques ont montré à leur tour que les champs ne sont pas isotropes en raison de la présence de composantes nulles. Les critères d'isotropie ainsi que les coefficients d'isotropie statistiques l'ont confirmé.
  - Quand à l'homogénéité des champs, il est aussi aisé d'affirmer que les champs ne sont pas homogènes en raison de l'inadéquation de leurs distributions avec la loi normale centrée (comme le montrent les résultats du test KS), et des valeurs des coefficients d'homogénéité.
2. En sus des champs, les fréquences de résonance ont par ailleurs été étudiées. Ainsi, le nombre de modes cumulé a été déterminé de deux façons différentes, analytiquement et par simulation, et une très bonne concordance a été obtenue. Les distributions des écarts fréquentiels qui en découlent suivent bien la Loi de Poisson attendue pour une cavité régulière.

L'objectif de cette étude détaillée de la cavité rectangulaire est de présenter et valider les méthodes et indicateurs utilisés pour étudier les distributions des champs et des fréquences de résonance. L'anisotropie, l'inhomogénéité et la loi suivie par les écarts fréquentiels ont été retrouvés à partir des résultats issus des simulations. Nous pourrions ainsi, dans la suite des autres cavités, appliquer les méthodes ici validées à des cavités pour lesquelles les expressions analytiques des champs et fréquences de résonance sont inexistantes.

---





# Table des figures

1.1	Cavité rectangulaire. . . . .	2
1.2	Cartographie du module du champ électrique de quelque modes de la cavité rectangulaire. $[f_0 ; f_{20}]$ . . . . .	6
1.3	Nombre moyen de modes jusqu'à $f$ . . . . .	7
1.4	CRBM et sa zone de test, brasseur, points de mesures . . . . .	9
1.5	Loi normale, maximum et minimum moyens d'ordre 1 et 2. . . . .	13
1.6	Trajectoires classiques dans un billard circulaire et d'un billard en forme de stade. [23] . . . . .	17
1.7	Cavité micro-onde 2D [23]. . . . .	18
1.8	Intensité du mode $\psi_{10,4}$ d'une fibre circulaire (a) et trois modes génériques (calculés numériquement) à des fréquences différentes de la cavité circulaire tronquée [31]. . . . .	19
1.9	la distribution d'espacement de niveau pour un billard Sinaï (a), un atome d'hydrogène dans un champ magnétique fort (b), le spectre d'excitation d'une molécule $NO_2$ (c), le spectre de résonance acoustique d'un bloc de quartz Sinaï en forme (d), le spectre de micro-ondes d'une cavité chaotique tridimensionnelle (e), et le spectre de vibration d'une plaque en forme de quart de stade (f) [23]	21
1.10	zone de surintensité et direction privilégiée . . . . .	22
2.1	Cavité perturbée par l'insertion d'un petit objet. . . . .	27
2.2	Ellipsoïde et moment dipolaire . . . . .	29
2.3	Dispositif de Mesure en cavité 2D . . . . .	30
2.4	Traction de l'aiguille par l'aimant . . . . .	31
2.5	Positions des antennes et réciprocité des deux voies . . . . .	33
2.6	Coefficient de transmission pour différentes positions et longueurs des antennes.	33
2.7	Cartographies du champ E à 2.119 GHz, cavité rectangulaire . . . . .	34
2.8	Cavité 2D munie d'un demi-disque, amplitude $ E_z $ simulée sous HFSS à 2.11GHz, et zone de mesure. . . . .	35
2.9	Cartographies de $ E_z $ à 2.119 GHz cavité avec demi-disque . . . . .	36
2.10	Cavité 2D munie de deux demi-disques, amplitude $ E_z $ simulée sous HFSS à 3 GHz, et zone de mesure . . . . .	37

---

2.11	Cartographies de $ E_z $ à 3 GHz, cavité avec deux demi-disques . . . . .	37
2.12	Cavité 2D munie de deux demi-diques et un quart de disque, amplitude $ E_z $ simulée sous HFSS à 2,51 GHz, et zone de mesure . . . . .	38
2.13	Cartographies de $ E_z $ à 2,51 GHz, cavité avec deux demi-disques et un quart de disque . . . . .	38
2.14	Distribution de $ E_z ^2$ et la loi de Porter-Thomas la plus proche sur la zone centrale ( $L_x \times L_y = 2,65\lambda \times 2,65\lambda$ ) : cavité avec deux demi-disques . . . . .	39
2.15	Mesure et simulation de la zone centrale pour la cavité avec demi-disque, distribution de $ E_z ^2$ à 2,11 GHz. . . . .	40
2.16	Zone de simulation élargie pour la cavité avec demi-disque, distribution de $ E_z ^2$ simulée sur cette zone et loi de Porter-Thomas la plus proche . . . . .	40
2.17	Facteurs de qualité mesurés et analytiques. . . . .	42
2.18	Facteurs de qualité mesurés, analytiques et simulés avec conductivités identiques et différentes de parois, et écarts $\xi_k$ entre les trois méthodes d'évaluation des coefficients de qualité. . . . .	43
2.19	Cartographies de $ E_z $ à 2,289 GHz, cavité avec deux demi-disques . . . . .	44
2.20	Spectre de $S_{21}$ sur la bande [2,51 2,54] GHz, cavité avec deux demi- et un quart de disque . . . . .	44
2.21	Cartographies de $ E_z $ simulée et mesurée à 2,514 et à 2,535 GHz de la cavité avec deux demi-disques et un quart. . . . .	45
2.22	Cartographies de $ E_z $ simulée et mesurée à 3,415 GHz de la cavité avec deux demi-disques et un quart. . . . .	46
2.23	Dispositions des diélectriques et $ S_{11} $ . . . . .	47
2.24	Image partielle du réseau régulier (carrée 4x4) de diffuseurs . . . . .	47
2.25	Mesure et simulation autour de 4,883 GHz, zone occupée par les diffuseurs . . . . .	48
2.26	Zoom de la cartographie du champ simulé : zone des diélectriques . . . . .	48
2.27	Mesure et simulation à 6,736 GHz . . . . .	49
2.28	Mesure et décrochage de la résonance . . . . .	49
3.1	Géométries des cavités et grille 3D. . . . .	55
3.2	Cartographies de E, la distribution de $E_x$ et loi normale la plus proche à 999 MHz et à 994 MHz. . . . .	56
3.3	Cartographies de E, distribution de $E_x$ et la loi normale la plus proche à 995 MHz et à 913 MHz, les modes ont respectivement une bonne et mauvaise distribution . . . . .	57
3.4	Résultats du test KS sur les trois composantes du champ électrique des quatre cavités. . . . .	58
3.5	Les probabilités du test KS sur les trois composantes du champ électrique des quatre cavités. . . . .	59
3.6	Distances inter-CDF du test KS sur les trois composantes du champ électrique des quatre cavités. . . . .	60
3.7	Résultats du test KS global des quatre cavités. . . . .	61
3.8	Probabilités du test KS global des quatre cavités. . . . .	62

---

---

3.9	Distances maximales inter-CDF du test KS global des quatre cavités. . . . .	62
3.10	Ecart-types des trois composantes normalisées du champ électrique dans les quatre cavités. . . . .	63
3.11	Indicateur d'isotropie $\Delta\sigma$ des quatre cavités. . . . .	65
3.12	Résultats du test KS global des quatre cavités après rotation. . . . .	65
3.13	Résultats du test KS global double base : $B_i \cap B_1$ pour les quatre cavités. . .	67
3.14	écarts-types des trois composantes normalisées du champ électrique des quatre cavités dans la base de projection B1. . . . .	68
3.15	$\langle\alpha_{\text{tot}}\rangle$ sur les 1001 valeurs de la grille des quatre cavités . . . . .	70
3.16	$\langle I_{\text{tot}}\rangle$ sur les 1001 valeurs de la grille des quatre cavités . . . . .	71
3.17	Puissances modales (courbe bleu) et leurs moyennes sur toute la bande (ligne rouge) des quatre cavités . . . . .	72
3.18	Ecart-types des trois composantes et total dans les deux cavités (bleu pour Ex), (rouge pour Ey) et (vert pour Ez), fréquence prise régulièrement avec un pas 10 MHz et facteur de qualité $Q = 10000$ . . . . .	75
3.19	Ecart-types (bleu pour Ex), (rouge pour Ey) et (verte pour Ez) pour un champ reconstitue aux fréquences de résonance des cavités C3 et C4, pour un facteur de qualité de 10000. . . . .	76
3.20	(a) écarts fréquentiels ( $\Delta = f_{n+1} - f_n$ ) dans les deux cavités, (b) largeur des résonances dans la cavité C3. . . . .	77
3.21	écarts-types des trois composantes et total dans les deux cavités (bleu pour Ex), (rouge pour Ey) et (vert pour Ez), fréquence prise régulièrement avec un pas fréquentiel de $\min(df/3)$ et facteur de qualité $Q = 10000$ . . . . .	77
3.22	Coefficients d'anisotropie (bleu : $A_{xy}$ ), (rouge : $A_{yz}$ ) et (verte : $A_{zx}$ ) et (Noir : $A_{\text{tot}}$ ) des deux cavités, fréquences avec un pas de $\min(df/3)$ , et pour un facteur de qualité de $Q = 10000$ . . . . .	78
3.23	écarts-types $\sigma_{\text{tot}}$ et coefficients d'anisotropie $A_{\text{tot}}$ totaux des deux cavités pour différents facteurs de qualité ( $Q = 500, 5000$ et $10000$ ), évalués avec un pas fréquentiel $\min(df/3)$ . . . . .	80
3.24	Densités de modes cumulée moyenne ( $N_{AV}$ ) des quatre cavités. . . . .	83
3.25	Différence entre nombres de modes exacts et moyens des quatre cavités. . . .	84
3.26	Histogramme, lois de Wigner , Poisson et ajustement de Weibull ( L'ajustement par la loi de Weibull donne : a et b) et (les paramètres de weibull qui coïncident à Wigner $a = 2/\sqrt{\pi} = 1,128$ et $b = 2$ ) . . . . .	85
3.27	Probabilités cumulées des écarts fréquentiels s : des quatre cavités. . . . .	86
3.28	Cavité avec brasseur et cavité avec deux calottes et un hémisphère et leurs différentes zones. . . . .	88
3.29	Énergies électriques dans les différentes régions des deux cavités, (a) : (rose : $D_1$ ), (bleau : $D_2$ ), (vert : $D_3$ ), (noir : $D_4$ ), et (rouge : $D_z$ ). . . . .	89
3.30	Rapports entre les densités électromagnétiques volumiques des zones périphériques et centrales des deux cavités . . . . .	90
3.31	Cartographies de l'amplitude du champ électrique de deux modes avec une très forte localisation de champ : cavité avec brasseur . . . . .	90

---

---

3.32	Cartographies de l'amplitude du champ électrique de deux modes avec une localisation de champ : cavité C3 . . . . .	91
3.33	$10 * \log_{10}(L_k)$ : (bleu, $L_x$ ), (rouge, $L_y$ ) et (verte, $L_z$ ) ; deux cavités . . . . .	92
3.34	Coefficients de qualité analytiques et obtenus en simulant des pertes, cavité parallélépipédique, parois en aluminium $\sigma = 38.10^6$ S/m) : $Q_{théo}$ (formules analytiques) en bleu, $Q_{simu}$ (fourni directement par HFSS) en vert, $Q_{int}$ (Eq.3.24 à partir des simulations sans pertes) en rose. . . . .	98
3.35	Coefficients de qualité obtenus par Eq. 3.24 en simulant une cavité parallélépipédique sans pertes et avec pertes (aluminium) : $Q$ avec pertes en bleu, $Q$ sans pertes en rouge . . . . .	99
3.36	$Q$ obtenus par l'équation 3.24 en simulant une cavité sans pertes et avec pertes (Zinc) : $Q$ avec pertes en bleu, $Q$ sans pertes en rouge. . . . .	100
3.37	Coefficients de qualité simulés, cavité rectangulaire avec différentes conductivités : rose : aluminium, bleu : cuivre et verte : Zinc. . . . .	100
3.38	Facteurs de qualité obtenus en simulant deux cavités rectangulaires, l'une vide et l'autre avec deux calottes et un hémisphère . . . . .	101
3.39	KS tests globaux des trois parties réelles, trois parties imaginaires et des six parties du champ électrique : cavité avec deux calottes et une demi-sphère. . . . .	103
3.40	écarts-types des parties réelles des composantes normalisées, critère d'isotropie $\Delta\sigma$ , cavité avec deux calottes et un hémisphère à pertes. . . . .	104
3.41	(a) rapports des $\sigma[R_e(E_k)]/\sigma[I_m(E_k)]$ , (bleu pour $E_x$ ), (rouge pour $E_y$ ) et (vert pour $E_z$ ) , (b) Fréquences de résonance avec (fp) et sans (f) pertes (b). . . . .	104
3.42	Facteurs de localisation des composantes du champ $L_k$ (Eq. 3.19), (bleu pour $E_x$ ), (rouge pour $E_y$ ) et (vert pour $E_z$ ), cavité avec deux calottes et un hémisphère à pertes . . . . .	105
4.1	Résultats (%) du KS test des composantes sur les 360 positions du brasseur et de l'hémisphère pour les 15 premiers modes au-dessus de 600 MHz. Courbes bleue pour $E_x$ , rouge pour $E_y$ , verte pour $E_z$ et noire pour le KS global réel E. . . . .	110
4.2	Moyennes et écart-types de $\Delta\sigma$ sur les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère, pour les 15 premiers modes au-dessus de 600MHz. . . . .	112
4.3	Valeurs maximales, moyennes et minimales de la puissance électrique sur les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère aux 1001 points du volume utile, et pour les 15 premiers modes au-dessus de 600MHz. . . . .	112
4.4	Moyennes (bleu) et écart-types (rouge) sur les 1001 points de la (a) puissance maximale, (b) puissance moyenne, (c) puissance minimale. . . . .	113
4.5	Coefficients d'isotropie moyens pour les premiers modes au dessus de 600 MHz : $\alpha_{xy}$ (bleu), $\alpha_{yz}$ (rouge), $\alpha_{zx}$ (verte) et $\alpha_{tot}$ (noire) . . . . .	113
4.6	Écart-types des 15 premiers modes au dessus de 600 MHz pour les deux cavités munies d'un brasseur ou d'un hémisphère en rotation. : $\sigma_x$ (bleu), $\sigma_y$ (rouge), $\sigma_z$ (verte) et $\sigma_{tot}$ (noire) : . . . . .	114

---

---

4.7	Rapports des densités électriques volumiques normalisées : $D_z$ (zone centrale) cavité avec deux calottes (bleu) et cavité avec brasseur (rouge), $D_b$ (zone autour du brasseur) cavité avec brasseur (vert). . . . .	115
4.8	Coefficient de corrélation en fonction du décalage $r$ du brasseur et ou de l'hémisphère. Pour la composante $E_x$ du mode de fréquence moyenne 610 MHz, aux 8 sommets du volume central, le trait rose correspond à $(e^{-1})$ . . . . .	117
4.9	Décalage moyen $r_{0m}$ , sur les 8 points, composantes $E_x$ (bleu), $E_y$ (rouge), $E_z$ (bleu) et $E_{x,y,z}$ (noir), pour les 15 modes au dessus de 600 MHz. . . . .	117
4.10	Nombre moyen de positions indépendantes $N/r_{0m}^{xyz}$ , sur les 8 points, pour les 15 modes au dessus de 600 MHz. . . . .	118
4.11	Ecart-types des composantes et globaux calculés aux 8 points, des 15 premiers modes des 2 cavités au dessus de 600 MHz. $\sigma_x$ (bleu), $\sigma_y$ (rouge), $\sigma_z$ (bleu) et $\sigma_{tot}$ (noir). . . . .	119
4.12	Ecart-types des composantes et globaux calculés aux 1001 points du volume, des 15 premiers modes des 2 cavités au dessus de 600 MHz : $\sigma_x$ (bleu), $\sigma_y$ (rouge), $\sigma_z$ (bleu) et $\sigma_{tot}$ (noir). . . . .	120
4.13	Taux de réussite, sur les 360 positions du brasseur ou de l'hémisphère, du test KS sur les parties réelles du champ électrique dans les deux cavités prises en 1001 points : $E_x$ (bleu), $E_y$ (rouge), $E_z$ (bleu), et $E_{xyz}$ (noir). . . . .	120
4.14	Décalage angulaire moyen des deux cavités. $r_{0m}$ , sur les 8 sommets du volume central, composantes $E_x$ (bleu), $E_y$ (rouge), $E_z$ (bleu) et $E_{x,y,z}$ (noir), pour les 12 modes au-dessus de 700 MHz. . . . .	121
4.15	Nombre moyen de positions indépendantes $N/r_{0m}^k$ , sur les 8 points, pour les 12 modes au dessus de 700 MHz. . . . .	122
4.16	Moyennes et écart-types du paramètre d'isotropie $\Delta\sigma$ sur les positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère au-dessus de 700 MHz. . . . .	123
4.17	Ecart-types des composantes et globaux sur 12 modes au-dessus de 700 MHz, et à partir de 8 sommets : $\sigma_x$ (bleu), $\sigma_y$ (rouge), $\sigma_z$ (bleu) et $\sigma_{tot}$ (noir). . . . .	123
4.18	Ecart-types calculés aux 1001 points du volume pour les 12 modes au-dessus de 700 MHz : $\sigma_x$ (bleu), $\sigma_y$ (rouge), $\sigma_z$ (bleu) et $\sigma_{tot}$ (noir). . . . .	124
4.19	Moyennes et écart-types sur un tour de brasseur et de l'hémisphère des rapports des densités électriques volumiques $D_k$ pour les deux cavités sur 12 modes au-dessus de 700 MHz. Indice b pour brasseur et z pour zone centrale. . . . .	125
4.20	Paramètres de localisation $L_k$ sur le volume total des 2 cavités pour les 12 modes au-dessus de 700 MHz, calculés aux positions indépendantes du brasseur et de l'hémisphère. . . . .	125
4.21	Moyennes et écart-types des paramètres $L_k$ des trois composantes du champ électrique sur les positions indépendantes des 12 modes au dessus de 700 MHz. . . . .	126
4.22	Décalage angulaire moyen et écart-types de valeurs maximales prises aux 8 sommets pour les 360 positions de l'hémisphère : $\sigma_x$ (bleu), $\sigma_y$ (rouge), $\sigma_z$ (vert) et $\sigma_{tot}$ (noir), pour les 6 modes au-dessus de 1,2 GHz. . . . .	127
4.23	(a) densités électriques volumiques, (b) leurs paramètres moyennes et écart-types au-dessus de 1,2 GHz. . . . .	128

---

---

4.24	Paramètre ( $L_k$ ) de localisation du champ électrique, pour les 6 modes au-dessus de 1.2GHz . . . . .	129
4.25	Variation des fréquences de résonance en fonction de la position de l'hémisphère	130
4.26	Excursions fréquentielles (kHz) des 15 modes dans les deux cavités. En bleu la moyenne sur la bande fréquentielle. . . . .	131
4.27	Histogrammes, lois de Wigner, de Poisson et ajustement de Weibull (donnant les paramètres a et b) pour les 15 modes compris dans [600 662]MHz. . . . .	132
4.28	Histogrammes, lois de Wigner, de Poisson et ajustement de Weibull (donnant les paramètres a et b) pour 12 modes compris dans [700 739]MHz. . . . .	133
4.29	Histogrammes, lois de Wigner, de Poisson et ajustement de Weibull (donnant les paramètres a et b) pour 6 modes au-dessus de 1,2 GHz. . . . .	134
A.1	Cavité rectangulaire et ligne 3D . . . . .	141
A.2	Moyennes et écart-types des 500 premiers modes de la cavité rectangulaire . .	142
A.3	CDF de deux lois, une accepté (à droite) et une rejeté (à gauche). . . . .	145
A.4	Résultats du KS test pour la cavité rectangulaire : bleu pour Ex, rouge pour Ey et vert pour Ez, en considérant les 500 premiers modes de la cavité rectangulaire. . . . .	146
A.5	Paramètres des résultats du test global de Kolmogorov-Smirnov. . . . .	148
A.6	Écart-types des composantes normalisées et critère d'isotropie $\Delta\sigma$ . . . . .	149
A.7	Écart-types des composantes normalisées et critère d'isotropie après rotation de la base . . . . .	150
A.8	Coefficients d'anisotropie statique des composantes ( $\alpha_{ij}$ ) et du champ $\alpha_{xyz}$ .	151
A.9	Coefficients d'homogénéité des composantes et du champ électrique, cavité rectangulaire. . . . .	152
A.10	Densités de modes cumulées dans la cavité rectangulaire et erreur entre densité exacte et moyenne. . . . .	153
A.11	$s_i$ des modes $TE_{mnp}$ et $TM_{mnp}$ (modes dégénérés). . . . .	154
A.12	$s_i$ : des modes $TE_{m0p}$ et $TM_{mn0}$ (modes non dégénérés). . . . .	154
A.13	KS tests sur les trois parties réelles et les trois parties imaginaires du champ électrique, cavité rectangulaire. . . . .	155
A.14	Écart-types des parties réelles des composantes normalisées, indicateur d'isotropie $\Delta\sigma$ , cavité rectangulaire avec pertes. . . . .	156
A.15	Rapports des écart-types des parties réelle et imaginaire des composantes. .	156

---

# Liste des tableaux

1.1	Lois statistiques associés aux différentes grandeurs physiques et moments associés . . . . .	14
1.2	Pourcentages des valeurs aléatoires dans chaque intervalle . . . . .	15
1.3	Valeurs en dB des minima et maxima et dynamiques . . . . .	15
2.1	Tableau récapitulatif des trois mesures dans les cavités chaotiques . . . . .	39
3.1	Taux de réussite au test KS et moyennes des probabilités et des distances inter-CDF pour tous les modes et, entre parenthèses, sans les 30 premiers modes pour les quatre cavités. . . . .	60
3.2	Résultats en % du test KS global, moyennes des probabilités et des distances inter-CDF de tous les modes et, entre parenthèses, sans les 30 premiers modes pour les quatre cavités. . . . .	63
3.3	Moyennes et écarts-types des écarts-types des composantes normalisées, avec, entre parenthèse, la différence entre la moyenne et l'écart-type idéal (0.5774), et moyenne de $\Delta\sigma$ à partir du 31 <sup>ième</sup> mode. . . . .	64
3.4	Pourcentage de réussite du test KS global dans différentes bases pour tous les modes et, entre parenthèses, sans les 30 premières valeurs. . . . .	66
3.5	Pourcentage de réussite du test KS global dans les deux bases : $B_i \cap B_k$ dans les quatre cavités . . . . .	67
3.6	Moyennes des écarts-types des composantes normalisées dans la base de projection $B1(\pi/9, \pi/6, \pi/3)$ , et, entre parenthèses, différence avec l'écart-type idéal (0.577) . . . . .	69
3.7	$\langle \Delta\sigma \rangle$ de chaque cavité dans toutes les bases. . . . .	69
3.8	Moyennes et écarts-types des coefficients d'isotropie (échelle linéaire) $\alpha_{ij}$ . . .	71
3.9	Moyennes et écarts-types (échelle linéaire) des coefficients d'homogénéité $I_{ij}$ . . .	72
3.10	Paramètres des moyennes des puissances (échelle linéaire) modales des quatre cavités. . . . .	73
3.11	Moyennes des écarts-types des trois composantes des cavités C3 et C4 . . . .	75
3.12	Moyennes des écarts-types dans les cavités C3 et C4 pour un champ reconstruit aux fréquences de résonances, avec un facteur de qualité $Q = 10000$ . . . . .	76



---

3.13	Moyennes des coefficients d'anisotropie des cavités C3 et C4, fréquences prises au hasard, un pas de $\min(df/3)$ et un facteur de qualité de $Q = 10000$ . . . . .	78
3.14	Moyennes des coefficients d'anisotropie des deux cavités C3 et C4, fréquences prises au hasard, un pas de $\min(df/3)$ et un facteur de qualité de $Q = 10000$ . . . . .	79
3.15	Moyennes des écarts-types et des coefficients d'anisotropie totaux des cavités C3 et C4 avec un pas fréquentiel de $\min(df/3)$ pour différents facteurs de qualité. . . . .	79
3.16	Écarts entre densités exacte et moyenne : moyenne, écart-type, valeur maximale . . . . .	84
3.17	Distance maximale entre les probabilités cumulées réelle et de Wigner, erreurs (%) sur les paramètres a et b par rapport à la loi de Wigner, erreur (%) moyenne entre les probabilités réelle et de Wigner. . . . .	87
3.18	Moyennes ( $\mu$ ) et écarts-types ( $\sigma$ ) des densités électriques et magnétiques normalisées des deux cavités, ainsi que de leurs rapports. . . . .	91
3.19	Moyennes et écarts-types des paramètres $L_k$ des deux cavités C3 et C4. . . . .	93
3.20	Résultats du test KS sur les parties réelles des champs : cavité avec deux calottes avec et sans pertes. . . . .	103
3.21	Tableau des moyennes et écarts-types des facteurs de localisation $L_k$ : cavité avec deux calottes et une demi-sphère à pertes . . . . .	105
4.1	Tableau des moyennes des résultats du test KS des trois parties réelles des composantes du champ électrique et global sur 15 modes au dessus de 600 MHz. . . . .	111
4.2	Tableau des moyennes des résultats du test KS des trois parties réelles des composantes du champ électrique et global sur 12 modes au dessus de 700 MHz. . . . .	121
4.3	Réponse (%) du test KS global sur les 6 premiers modes au-dessus de 1,2 GHz, sur les 360 positions de l'hémisphère. . . . .	127
4.4	Moyennes des paramètres $L_k$ des trois composantes du champ électrique sur les positions des six modes au dessus de 1,2 GHz et les écarts-types sur tous les modes. . . . .	129
4.5	Distance maximale entre les probabilités cumulées réelle et de Wigner, écarts (%) sur les paramètres a et b par rapport à la loi de Wigner, écart (%) moyenne entre les probabilités réelle et de Wigner dans trois bandes de fréquences. . . . .	134
A.1	Moyennes des écarts-types ( $\sigma_k$ ) et des moyennes des valeurs absolues des moyennes $ \mu_k $ sur toute la bande. . . . .	143
A.2	Valeurs de marginalisation . . . . .	144
A.3	Pourcentages des résultats au test KS et des paramètres associés : cavité rectangulaire. . . . .	147
A.4	Réponses (%) KS global et $\mu_{\Delta\sigma}$ dans différentes bases. . . . .	150
A.5	Les cinq familles de modes d'une cavité rectangulaire. . . . .	155

---

# Bibliographie

- [1] W. Lukosz. Electromagnetic zero-point energy shift induced by conducting surfaces. *Zeitschrift für Physik*, 262(4) :327–348, 1973.
- [2] R. Balian and B. Duplantier. Electromagnetic waves near perfect conductors. i. multiple scattering expansions. distribution of modes. *Annals of Physics*, 104(2) :300–335, 1977.
- [3] C. Yaozhong, W. Guanghui, F. Lisi, L. Xiaoqiang, and P. Xiaodong. Effect of two emission antennas on field uniformity in a reverberation chamber. In *Signal Processing Systems (ICSPS), 2010 2nd International Conference on*, volume 3, pages V3–227. IEEE, 2010.
- [4] J.G. Kostas and B. Boverie. Statistical model for a mode-stirred chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 33(4) :366–370, 1991.
- [5] A. Coates and A. P. Duffy. Maximum working volume and minimum working frequency tradeoff in a reverberation chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 49(3) :719–722, 2007.
- [6] M. Poci, I. Dotto, G. D’Abreu, and D. Festa. Experimental definition of the lowest usable frequency (LUF) of an aluminum made reverberation chamber with reference to the iec 61000-4-21 standard. In *Electromagnetic Compatibility, 2006. EMC 2006. 2006 IEEE International Symposium on*, volume 3, pages 849–852. IEEE, 2006.
- [7] J. Clegg, A.C. Marvin, J.F. Dawson, and S.J. Porter. Optimization of stirrer designs in a reverberation chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 47(4) :824–832, 2005.
- [8] C. Bruns, P. Leuchtmann, and R. Vahldieck. Simulation and comparison of different stirrer types inside a reverberation chamber. In *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 International Symposium on*, volume 1, pages 241–244. IEEE, 2004.
- [9] D. Fedeli, M. Iuale, V. M. Primiani, and F. Moglie. Experimental and numerical analysis of a carousel stirrer for reverberation chambers. In *Electromagnetic Compatibility (EMC), 2012 IEEE International Symposium on*, pages 228–233. IEEE, 2012.
- [10] N. Wellander, O. Lundén, and M. Backstrom. Experimental investigation and mathematical modeling of design parameters for efficient stirrers in mode-stirred reverberation chambers. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 49(1) :94–103, 2007.

- [11] A.B. Ubin and M.Z.B.M Jenu. Field uniformity evaluation of different stirrer structure in a reverberation chamber. In *Applied Electromagnetics (APACE), 2012 IEEE Asia-Pacific Conference on*, pages 32–35. IEEE, 2012.
  - [12] L. Xiaoqiang, W. Guanghui, Z. Yongqiang, and Z. Chenghuai. Effects of stirrer on the field uniformity at low frequency in a reverberation chamber and its simulation. In *Computer Science and Computational Technology, 2008. ISCSCT'08. International Symposium on*, volume 2, pages 517–519. IEEE, 2008.
  - [13] S.L. Avila, M.A. Santos, D. Weinzierl, L. Krahenbuhl, R. Perrussel, C. Vollaire, C. Sartori, L. Lebensztajn, and J.R. Cardoso. Maximum working volume evaluation in a non-canonical reverberation chamber. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(3) :1646–1649, 2009.
  - [14] F. Moglie and V.M. Primiani. Numerical analysis of a new location for the working volume inside a reverberation chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 54(2) :238–245, 2012.
  - [15] A. Vosoogh, A. Khaleghi, and K. Keyghobad. Design and simulation of a mode stirred reverberation chamber for iec 61000-4-21. In *Antennas and Propagation Conference (LAPC), 2011 Loughborough*, pages 1–4. IEEE, 2011.
  - [16] D.A. Hill. Electronic mode stirring for reverberation chambers. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 36(4) :294–299, 1994.
  - [17] M. Maarleveld, H. Hirsch, M. Obholz, and F. Jenau. Experimental investigation on electronic mode stirring in small reverberation chambers by frequency modulated signals. In *EMC Europe 2011, York*, pages 143–147. IEEE, 2011.
  - [18] F. Leferink. In-situ high field strength testing using a transportable reverberation chamber. In *Electromagnetic Compatibility and 19th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2008. APEMC 2008. Asia-Pacific Symposium on*, pages 379–382. IEEE, 2008.
  - [19] F. Leferink. Using reverberation chambers for em measurements. In *Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM), 2010 International Conference on*, pages 1–5. IEEE, 2010.
  - [20] S. Pfennig and H.G. Krauthauser. A general method for determining the number of independent stirrer positions in reverberation chambers. In *Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE), 2012 International Symposium on*, pages 1–6. IEEE, 2012.
  - [21] International Electrotechnical Commission et al. Electromagnetic compatibility (EMC) : Testing and measurement techniques—electrostatic discharge immunity test. *Vol IEC*, pages 61000–4, 2008.
  - [22] D.A. Hill. Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 40(3) :209–217, 1998.
  - [23] H.-J Stöckman. *Quantum Chaos : an indtroduction*. Cambridge University, 1999.
  - [24] E.M. Ganapolskii and Z.E. Eremenko. ”quantum chaos” in 3d electromagnetic microwave system similar to bunimovich billiard. In *Physics and Engineering of Millimeter and*
-

- 
- Submillimeter Waves : symposium proceedings : Kharkov, Ukraine, June*, volume 4, page 290, 2001.
- [25] L.C. Maier and J.C. Slater. Field strength measurements in resonant cavities. *Journal of Applied Physics*, 23(1) :68–77, 1952.
- [26] V. Galdi, I.M. Pinto, and L.B. Felsen. Wave propagation in ray-chaotic enclosures : Paradigms, oddities and examples. *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, 47(1) :62–81, 2005.
- [27] J. Barthélemy, O. Legrand, and F. Mortessagne. Complete s matrix in a microwave cavity at room temperature. *Physical Review E*, 71(1) :016205, 2005.
- [28] D. Laurent. *Chaos en Cavité micro-Ondes : Expériences modèles et applications*. PhD thesis, Université de Nice sophia Antipolis, 2007 ([http : //tel.archives\\_ouvertes.fr/tel – 00460414/fr/](http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00460414/fr/)).
- [29] U. Kuhl, E. Persson, M. Barth, and H.-J. Stöckmann. Mixing of wavefunctions in rectangular microwave billiards. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 17(2) :253–259, 2000.
- [30] A. Kudrolli and S. Sridhar. Experiments on quantum chaos using microwave cavities : Results for the pseudo-integrable l-billiard. *Pramana*, 48(2) :459–467, 1997.
- [31] C. Michel. *Chaos Ondulatoire en Optique Guidée : Amplificateur fibré double-gaine pour la génération de modes «scar»*. PhD thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2009.
- [32] M.V. Berry. Regular and irregular semiclassical wavefunctions. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 10(12) :2083, 1977.
- [33] A. Bäcker and R. Schubert. Amplitude distribution of eigenfunctions in mixed systems. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 35(3) :527, 2002.
- [34] O. Legrand and F. Mortessagne. *“Wave Chaos for the Helmholtz Equation” in New Directions in Linear Acoustics and Vibration : Quantum Chaos, Random Matrix Theory, and Complexity*. Cambridge University Press, 2010.
- [35] M.C. Gutzwiller. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*. Springer, Berlin, 1990.
- [36] O. Bohigas, M.J. Giannoni, and C. Schmit. Characterization of chaotic quantum spectra and universality of level fluctuation laws. *Physical Review Letters*, 52 :1–4, 1984.
- [37] P. Sundaralingam and V.F. Fusco. Field localisation using real-time phase conjugation within a reverberant environment. *Microwaves, Antennas & Propagation, IET*, 6(1) :87–93, 2012.
- [38] D.M. Pozar. *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, third edition, 2005.
- [39] E.G. Spencer, R.C. LeCraw, and F. Reggia. Measurement of microwave dielectric constants and tensor permeabilities of ferrite spheres. *Proceedings of the IRE*, 44(6) :790–800, 1956.
- [40] D.A. Hill. *Electromagnetic fields in cavities, deterministic and statistical theories*. John Wiley & Sons, New Jersey, 2009.
- [41] D.X. Chen, J.A. Brug, and R.B. Goldfarb. Demagnetizing factors for cylinders. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 27(4) :3601–3619, 1991.
-

- [42] M. Kobayashi and Y. Ishikawa. Surface magnetic charge distributions and demagnetizing factors of circular cylinders. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 28(3) :1810–1814, 1992.
  - [43] J.G. Van Bladel. *Electromagnetic fields*. John Wiley & Sons, New Jersey, new jersey edition, 2007.
  - [44] D. Laurent, O. Legrand, P. Sebbah, C. Vanneste, and F. Mortessagne. Localized modes in a finite-size open disordered microwave cavity. *Physical review letters*, 99(25) :253902, 2007.
  - [45] A. Gokirmak, D.H. Wu, J.S.A. Bridgewater, and S.M. Anlage. Scanned perturbation technique for imaging electromagnetic standing wave patterns of microwave cavities. *Review of scientific instruments*, 69(9) :3410–3417, 1998.
  - [46] S. Jammalamadaka, J. Main, and G. Wunner. The effect of scars on the statistics of transition probabilities of classically chaotic quantum systems. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems-Minsk*, 2 :1–5, 1999.
  - [47] K. Życzkowski, M. Lewenstein, M. Kuś, and F. Izrailev. Eigenvector statistics of random band matrices. *Physical Review A*, 45(2) :811, 1992.
  - [48] A. Cozza. The role of losses in the definition of the overmoded condition for reverberation chambers and their statistics. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol.53(n°2) :pp. 286–307, 2011.
  - [49] L.R. Arnaut. Statistics of the quality factor of a rectangular reverberation chamber. *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol.45(n°1) :pp.61–76, Feb 2003.
  - [50] J. Barthelemy. *Chaos ondulatoire en présence de pertes : modélisation et expérience de billards micro-ondes*. PhD thesis, Université de Nice sophia Antipolis, (2003) ([http : //tel.archives\\_ouvertes.fr/tel – 00004114/fr/](http://tel.archives_ouvertes.fr/tel-00004114/fr/)).
  - [51] R.A. Méndez-Sánchez, U. Kuhl, M. Barth, C.H. Lewenkopf, and H.-J. Stöckmann. Distribution of reflection coefficients in absorbing chaotic microwave cavities. *Physical review letters*, 91(17) :174102, 2003.
  - [52] U. Dörr, H.-J. Stöckmann, M. Barth, and U. Kuhl. Scarred and chaotic field distributions in a three-dimensional sinai-microwave resonator. *Physical review letters*, 80(5) :1030–1033, 1998.
  - [53] M. Roman and R. van Zyl. Passive field uniformity enhancement in reverberation chambers. In *AFRICON, 2011*, pages 1–6. IEEE, 2011.
  - [54] W. Petirsch and A.J. Schwab. Investigation of the field uniformity of a mode-stirred chamber using diffusers based on acoustic theory. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 41(4) :446–451, 1999.
  - [55] G. Zhang, X. Wang, Y.C. Liang, and J. Liu. Fast and robust spectrum sensing via kolmogorov-smirnov test. *Communications, IEEE Transactions on*, 58(12) :3410–3416, 2010.
  - [56] G. Cerri, V.M. Primiani, S. Pennesi, and P. Russo. Source stirring mode for reverberation chambers. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 47(4) :815–823, 2005.
-

- 
- [57] G. Cerri, V.M. Primiani, C. Monteverde, and P. Russo. A theoretical feasibility study of a source stirring reverberation chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 51(1) :3–11, 2009.
- [58] G. Orjubin, E. Richalot, S. Mengue, M.-F. Wong, and O. Picon. On the FEM modal approach for a reverberation chamber analysis. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 49(1) :76–85, 2007.
- [59] S. Deus, P.M. Koch, and L. Sirko. Statistical properties of the eigenfrequency distribution of three-dimensional microwave cavities. *Physical Review E*, 52(1) :1146, 1995.
- [60] Y.I. Fujisaka, M. Tohyama, and Y. Takahashi. Eigenmode analysis and degree of freedom in chaotic semi-stadium sound fields. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001. Proceedings.(ICASSP'01). 2001 IEEE International Conference on*, volume 5, pages 3325–3328. IEEE, 2001.
- [61] H. Alt, C. Dembowski, H.-D. Gräf, R. Hofferbert, H. Rehfeld, A. Richter, R. Schuhmann, and T. Weiland. Wave dynamical chaos in a superconducting three-dimensional sinai billiard. *Physical review letters*, 79(6) :1026, 1997.
- [62] F. Wegner. Inverse participation ratio in  $2 + \varepsilon$  dimensions. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 36(3) :209–214, 1980.
- [63] P. Pradhan and S. Sridhar. From chaos to disorder : Statistics of the eigenfunctions of microwave cavities. *Pramana*, 58(2) :333–341, 2002.
- [64] A. Kudrolli, V. Kidambi, and S. Sridhar. Experimental studies of chaos and localization in quantum wave functions. *Physical review letters*, 75(5) :822, 1995.
- [65] D. Zhang, T. Yeo E. Li, W. Chow, and J. Quek. Influences of loading absorber on the performances of a reverberation chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE International Symposium*, vol.1 :pp. 279–281, August 2003.
- [66] A K. Mitra and T.F. Trost. Power transfer characteristics of a microwave reverberation chamber. *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol. 38(n°.2) :pp. 197–200, May 1996.
- [67] J.M. Dunn. Local, high-frequency analysis of the fields in a mode-stirred chamber. *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol.32(n° 1) :pp.53–58, Feb 1990.
- [68] D.A. Hill. *Electromagnetic Fields in cavities : Deterministic and Statistical Theories*. ed. John Wiley and Sons, 2009.
- [69] G. Conciauro, M.Guglielmi, and R. Sorrentino. *Advanced Modal Analysis*. ed. Wiley, New York, 1999.
- [70] A.K. Mitra and T.F. Trost. Statistical simulations and measurements inside a microwave reverberation chamber. In *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, pages 48–53. IEEE, 1997.
- [71] F. Petit. *Modélisation et simulation d'une chambre réverbérante à brassage de modes à l'aide de la méthode des différences finies dans le domaine temporel*. PhD thesis, Université de Marne la Vallée, 2002.
-

- [72] M.L. Crawford and G.H. Koepke. *Design, evaluation, and use of a reverberation chamber for performing electromagnetic susceptibility/vulnerability measurements*. US Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1986.
  - [73] C.F. Bunting. Statistical characterization and the simulation of a reverberation chamber using finite-element techniques. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 44(1) :214–221, 2002.
  - [74] G. Gradoni and L.R. Arnaut. Generalized extreme-value distributions of power near a boundary inside electromagnetic reverberation chambers. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 52(3) :506–515, 2010.
  - [75] S. Pfennig and H.G. Krauthauser. A general method for determining the number of independent stirrer positions in reverberation chambers. In *Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE), 2012 International Symposium on*, pages 1–6. IEEE, 2012.
  - [76] K. Madsen, P. Hallbjorner, and C. Orlenius. Models for the number of independent samples in reverberation chamber measurements with mechanical, frequency, and combined stirring. *Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE*, 3(1) :48–51, 2004.
  - [77] C. Lemoine, P. Besnier, and M. Drissi. Advanced method for estimating number of independent samples available with stirrer in reverberation chamber. *Electronics Letters*, 43(16) :861–862, 2007.
  - [78] C. Lemoine, P. Besnier, and M. Drissi. Estimating the effective sample size to select independent measurements in a reverberation chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 50(2) :227–236, 2008.
  - [79] O. Lunden and M. Backstrom. Stirrer efficiency in foa reverberation chambers. evaluation of correlation coefficients and chi-squared tests. In *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on*, volume 1, pages 11–16. IEEE, 2000.
  - [80] A. Coates and A.P. Duffy. Maximum working volume and minimum working frequency tradeoff in a reverberation chamber. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 49(3) :719–722, 2007.
  - [81] G. Orjubin. *Modélisation modale d’une chambre réverbérante par la méthode des éléments finis : caractérisation de la perturbation induite par la rotation du brasseur, application à l’analyse paramétrique des tests statistiques*. PhD thesis, Université de Marne-la-Vallée, Champs-sur-Marne, 26 mai 2005.
  - [82] O.I. Lobkis and R.L. Weaver. Complex modal statistics in a reverberant dissipative body. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108 :1480, 2000.
  - [83] G. Orjubin, E. Richalot, O. Picon, and O. Legrand. Chaoticity of a reverberation chamber assessed from the analysis of modal distributions obtained by FEM. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 49(4) :762–771, 2007.
  - [84] F.J. Massey. The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American statistical Association*, 46(253) :68–78, 1951.
  - [85] J. Zhang and Y. Wu. Beta approximation to the distribution of kolmogorov-smirnov statistic. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 54(3) :577–584, 2002.
-

- 
- [86] P.M. Djuric and J. Migue. Model assessment with kolmogorov-smirnov statistics. In *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009. IEEE International Conference on*, pages 2973–2976. IEEE, 2009.
- [87] F. Wang and X. Wang. Fast and robust modulation classification via kolmogorov-smirnov test. *Communications, IEEE Transactions on*, 58(8) :2324–2332, 2010.
- [88] H.W. Lilliefors. On the kolmogorov-smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*, 62(318) :399–402, 1967.
- [89] N. Lamblain. *Etude du brassage électronique de modes en chambre réverbérante appliqué aux mesures d'immunité électromagnétique*. PhD thesis, 1996.
-





# Publications personnelles

## Reuves internationales

1. K. Selemeni, J.-B. Gros, E. Richalot, O. Legrand, O. Picon, O. Mortessagne, « Comparison of reverberation chamber shapes inspired from chaotic cavities », IEEE Trans. Electromagnet. Compat., 2014, DOI : 10.1109/TEMPC.2014.2313355.
2. J.-B. Gros, O. Legrand, F. Mortessagne, E. Richalot, K. Selemeni, « Universal behavior of a wave chaos based electromagnetic reverberation chamber », Wave Motion 51 (2014), 664-672. <http://dx.doi.org/10.1016/j.wavemoti.2013.09.006>

## Congrès internationaux

1. K. Selemeni, E. Richalot, O. Legrand, F. Mortessagne, « Study of a reverberation chamber shape inspired from chaotic cavities », Advanced Electromagnetics Symposium, AES2012, 16-19 April 2012, Paris, France.
2. J.-B. Gros, O. Legrand, F. Mortessagne, E. Richalot, K. Selemeni, « Using a Sinai-like 3D cavity to reduce the limits of traditional reverberation chambers », InnoWave 2012, Innovations in Wave Modelling, Nottingham, 3-7 September 2012.
3. O. Legrand, F. Mortessagne, D. Savin, C. Poli, E. Richalot, K. Selemeni, J.-B. Gros, « Chaotic Wave Scattering in Open Systems - from elastic waves to reverberation chambers », Invited Talk, InnoWave 2012, Innovations in Wave Modelling, Nottingham, 3-7 September 2012.
4. E. Richalot, S. Mostarshedi, O. Picon, K. Selemeni, O. Legrand, F. Mortessagne, J.B. Gros, B. Sudret, J. Wiart, « Increasing contribution of stochastic methods in the characterization of complex systems : reverberation chamber and urban environment », Invited Talk, ICEAA, 9-13 September 2013.
5. O. Legrand, F. Mortessagne, U. Kuhl, E. Richalot, O. Picon, J.-B. Gros, K. Selemeni, « Chaotic wave scattering in open systems applied to electromagnetic reverberation chambers », Contributed Talk, Advances in Quantum Chaotic Scattering : From (Non-) Linear Waves to Few-Body Systems, International Workshop - 9-13 September 2013, MPIPKS, Dresden, Germany.

## Congrès nationaux

1. K. Selemani, E. Richalot, O. Picon, O. Legrand, F. Mortessagne, « Phénomènes de localisation d'énergie en chambre réverbérante », CEM2014, Clermont-Ferrand, juillet 2014.
2. K. Selemani, E. Richalot, O. Legrand, F. Mortessagne, « Étude d'une géométrie de chambre réverbérante inspirée par le chaos ondulatoire », Colloque International sur la Compatibilité Electromagnétique, CEM2012, Rouen, 24-27 avril 2012.
3. K. Selemani, E. Richalot, O. Legrand, « Étude d'une géométrie de chambre réverbérante inspirée des cavités chaotiques », JNM2011, Brest, 18-19-20 Mai 2011.
4. K. Selemani, E. Richalot, O. Legrand, F. Mortessagne, « Vers une optimisation des chambres réverbérantes par le chaos ondulatoire : mesures en cavité chaotique 2D », JNM2013, Paris, 15-16-17 Mai 2013.
5. J.-B. Gros, O. Legrand, F. Mortessagne, E. Richalot, K. Selemani, « Le chaos des ondes dans les systèmes ouverts : Application aux chambres réverbérantes électromagnétiques », poster, GDR Ondes, Assemblée générale « Interférences d'Ondes », Dijon 28-30 octobre 2013.

## Colloques et GDR

1. K. Selemani, E. Richalot, O. Picon, J.B. Gros, O. Legrand, F. Mortessagne, « Etude de geometries de chamber réverbérante inspires des cavités chaotiques », Réseau Micro-Ondes Ile-de-France (AREMIF), mai 2014.
  2. K. Selemani, E. Richalot, O. Legrand, F. Mortessagne, « Étude d'une géométrie de chambre réverbérante inspirée des cavités chaotiques », GDR Ondes, Nice, oct 2011 (poster).
  3. K. Selemani, E. Richalot, O. Picon, J.B. Gros, O. Legrand, F. Mortessagne, « Étude de géométries de chambre réverbérante (CR) inspirées des cavités chaotiques », AREMIF, 2013, Paris France.
-