



**HAL**  
open science

# Le livre II des Principia, les principes à l'épreuve de leur passage sur terre

Claude Slowik

► **To cite this version:**

Claude Slowik. Le livre II des Principia, les principes à l'épreuve de leur passage sur terre. Philosophie. Université Charles de Gaulle - Lille III, 2014. Français. NNT : 2014LIL30006 . tel-01146226

**HAL Id: tel-01146226**

**<https://theses.hal.science/tel-01146226>**

Submitted on 4 May 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Lille III Charles de Gaulle  
Thèse de doctorat de philosophie (histoire des sciences)  
Soutenue le 26 janvier 2014

**Claude Slowik**

**Le livre II des Principia de Newton  
Les Principes à l'épreuve de leur passage sur terre**

**Sous la direction  
de Mme le Professeur Anouk Barberousse  
et de M. le Professeur Philippe Hamou**

Membres du jury :

M. le Professeur François de Gandt, Université Lille 3  
M. le Professeur Philippe Hamou, Université Paris Ouest  
Mme le Professeur Anouk Barberousse, Université Lille 1  
M. le Professeur Marco Panza, Directeur de recherche CNRS  
M. le Professeur Michel Blay, Directeur de recherche CNRS

à Raymond Catteau<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Ex Conseiller Technique Régional de Natation auprès de qui j'ai découvert que la réflexion pédagogique pouvait s'inspirer de la science expérimentale en articulant dialectiquement une pratique réelle et une théorie qui décline ses référents.

## Remerciements

Je remercie mes directeurs d'avoir accepté l'encadrement de la réécriture de cette thèse, Mme Anouk Barberousse tout particulièrement pour ses conseils méthodologiques renouvelés et précis et M. Philippe Hamou pour ses références très éclairantes à la philosophie expérimentale anglaise des XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles.

Je remercie M. Le Professeur De Gandt pour m'avoir accompagné durant les cinq premières années.

Au cours de ma préparation j'ai pu assister avec beaucoup d'intérêt et de profit aux différents séminaires d'histoire des sciences proposés à Lille III, parmi lesquels ceux concernant :

- ◆ les théories physiques de la Grèce antique,
- ◆ L'invention de l'algèbre
- ◆ la naissance de la chimie
- ◆ l'évolution des théories de la lumière
- ◆ La révolution copernicienne
- ◆ La science aux temps des Lumières
- ◆ L'infini mathématique
- ◆ La philosophie expérimentale et l'idéal de la Royal Society
- ◆ La méthodologie de l'histoire des sciences

encadrés par MM. Barberousse Anouk, De Gandt François, Djebbar Amhed, Frankoviak Rémi, Hamou Philippe, Joly Bernard, Locqueneux Robert, Maitte Bernard, Mazet Edmond, Tazzioli Rossana.

Je remercie M. Bertrand Escaig pour ses remarques concernant l'utilisation de son cours à propos de la vitesse du son.

Je remercie ma famille et mes amis d'avoir accepté mon désengagement de la vie relationnelle ordinaire.

Je remercie, au Lycée Gambetta d'Arras, l'équipe d'encadrement et tout particulièrement mes collègues de mathématiques pour leur bienveillance et leur aide dans le travail quotidien d'enseignant, auquel il m'a parfois été difficile de faire face.

Je remercie Marie-Thérèse Slowik et Hubert Mengin pour leur participation aux traductions anglaises, et Christine Tabuy pour ses éclaircissements à propos du latin.

Je remercie Alain Goubel, Maryse Klein et Raymond Catteau pour leur travail de relecture très utile et leur soutien nécessaire.

## Table des matières

<b>I</b>	<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>4</b>
<b>II</b>	<b>TABLE DES MATIÈRES</b>	<b>5</b>
<b>III</b>	<b>PRÉSENTATION DU PROJET</b>	<b>10</b>
	1°)Point de vue général. ....	10
	2°)Le projet de cette thèse .....	11
<b>IV</b>	<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE.</b>	<b>15</b>
I ]	LES OUTILS D'ÉTUDE DU LIVRE II DES PRINCIPIA .....	15
	1°)L'accès aux textes .....	15
	2°)Les circonstances de la rédaction et de la publication des Principia .....	17
	3°)Les écrits de Newton concernant directement les Principia .....	22
	4°)Les traductions .....	23
	5°)Le contexte personnel newtonien .....	24
	6°)Vers les Principia .....	25
	7°)Le contexte historique .....	31
	8°)La composition des Principia .....	36
	9°)Le livre II .....	38
	a Le sujet .....	39
	b La méthode géométrique .....	40
	c La théorie des tourbillons cartésiens pourfendue .....	40
	d Les résultats .....	41
II ]	DE LA DIFFICULTÉ DU TEXTE .....	41
	1°)L'impression des lecteurs .....	41
	2°)Les raisonnements par proportionnalité .....	43
	3°)La représentation des démonstrations et des résultats .....	46
	4°)Dissimulation de la méthode .....	47
	5°)La présentation des résultats .....	49
III ]	LES OUTILS D'ANALYSE .....	50
	1°)Le style newtonien .....	51
	2°)Newton philosophe .....	55
<b>V</b>	<b>LA NOTION DE FORCE</b>	<b>58</b>
I ]	EXPLORATION DU CONCEPT .....	58
	1°)Une utilisation diversifiée .....	58
	2°)La notion contemporaine de force en physique .....	59
	3°)La description des phénomènes .....	61
	4°)La notion de force au XVII <sup>e</sup> siècle .....	62
	5°)Le rapport à l'intuition .....	65
II ]	LA CONCEPTION NEWTONIENNE, LES NUANCES DE LA TRADUCTION .....	68
	1°)La généralité de l'enjeu .....	68
	2°)La vis insita .....	70
	3°)La vis impressa, la force imprimée .....	73
	4°)Proposition de synthèse .....	77
III ]	LES FORCES DANS LE LIVRE I, UN EXEMPLE .....	80
	1°)Résultats de géométrie élémentaire .....	80
	2°)Proposition I théorème 1 du livre 1 .....	82
	3°)Tout voir sur une figure, les corollaires .....	87
	a Énoncé du corollaire .....	87
	b L'utilisation des surfaces .....	87
	c L'intention non exprimée du corollaire 1 .....	90
	d Conclusion sur le corollaire 1 .....	90
	4°)Conclusion .....	91
<b>VI</b>	<b>LES FORCES DE RÉSISTANCE</b>	<b>93</b>

I ]	DE LA FLUIDITÉ ET DES FORCES QUI EN DÉCOULENT .....	93
	1°)Présentation générale.....	93
	2°)La définition d'un fluide.....	94
II ]	LES FORCES DE RÉSISTANCE À L'AVANCEMENT.....	95
	1°)La chute des corps en milieu résistant .....	96
	2°)Etude globale des sections I, II et III .....	97
	a Leurs places dans les Principia .....	97
	b Les forces de réaction, de résistance, la cohésion des corps .....	98
	c L'organisation des trois premières sections.....	103
	d Newton formule des hypothèses.....	104
	3°)Analyse quantitative des différentes lois de résistance .....	106
	a Discrétisation du mouvement.....	107
	b Le traitement sous forme de tableau.....	108
	c Premières conclusions.....	118
III ]	L'OUVERTURE DU LIVRE II.....	120
	1°)Proposition I.....	120
	2°)Le lemme 1 .....	125
IV ]	ETUDE DE LA PROPOSITION II ET DE SA FIGURE.....	127
	1°)La proposition II.....	127
	2°)Etude de la figure et du corollaire.....	131
	3°)Procédure de construction de la figure.....	138
	4°)Etude par l'analyse contemporaine .....	140
V ]	ETUDE DE LA PROPOSITION III - PROBLÈME I .....	142
	1°)La solution présentée par Newton .....	142
	2°)La solution présentée par un tableau de valeurs .....	148
	3°)La démonstration de Newton .....	153
	a Le contexte euclidien.....	153
	b La démonstration .....	154
	4°)Conclusions.....	162
	a Conclusion .....	162
	b Corollaires.....	163
	c Remarques .....	164
VI ]	ETUDE DE LA PROPOSITION IV PROBLÈME II.....	165
	1°)Enoncé et description de la réponse.....	165
	2°)La solution.....	166
	3°)Démonstration.....	170
	4°)Les corollaires.....	175
VII ]	LA SECTION II.....	175
	1°)La structure de la section .....	175
	2°)Proposition V - Théorème III.....	176
VIII ]	SECTION III.....	181
<b>VII</b>	<b>PRESSIION ET VISCOSITÉ</b> .....	<b>183</b>
I ]	GÉNÉRALITÉS.....	183
	1°)Du point de vue l'histoire des sciences.....	183
	2°)Le paradoxe hydrostatique.....	186
	3°)Le point de vue de l'Encyclopédie sur la notion de pression.....	186
II ]	LA NOTION DE PRESSIION DANS LA SECTION V.....	188
	1°)Présentation générale.....	189
	2°)La définition et les propositions XIX et XX.....	191
	a Définition.....	191
	b Proposition XIX.....	192
	c Proposition XX.....	194
	3°)Propositions XXI et XXII .....	200
	a Proposition XXI.....	200
	b Le corollaire .....	205
	c Proposition XXII .....	206
	4°)Proposition XXIII Théorème XVIII .....	208
	5°)Conclusion sur la section .....	208
	a Scolie de conclusion .....	208
	b Les méthodes Newtoniennes en œuvre.....	209
III ]	LA TRANSMISSION DE LA PRESSIION DANS LA HUITIÈME SECTION .....	211
	1°)Les représentations .....	211

2°)Proposition XLI théorème XXXII.....	219
3°)Proposition XLII théorème XXXIII.....	220
4°)Proposition XLIII théorème XXXIV.....	222
5°)Proposition XLIV théorème XXXV.....	223
IV ] LA VISCOSITÉ, LA NEUVIÈME SECTION.....	227
1°)Structure générale.....	227
2°)Etude de la proposition LI.....	230
3°)Etude de la proposition LII.....	231
4°)Etude de la proposition LIII.....	234
5°)Conclusion sur la section IX.....	236
V ] CONCLUSION.....	237
<b>VIII L'ACOUSTIQUE</b>	<b>240</b>
I ] GÉNÉRALITÉS SUR LA SECTION VIII.....	240
II ] NEWTON ET SES PRÉDÉCESSEURS.....	241
1°)Les références newtoniennes.....	241
2°)Les commentaires de D'Alembert.....	243
3°)Le point de vue contemporain.....	244
III ] CES CHOSES QUI SE PROPAGENT.....	245
IV ] ETUDE DES PROPOSITIONS.....	250
1°)Proposition XLV théorème XXXVI et Proposition XLVI problème X.....	250
2°)Propositions XLVII et XLVIII, théorèmes XXXVII et XXXVIII.....	255
3°)Proposition XLVIII, théorème XXXVIII.....	262
4°)Proposition XLVIX problème XI.....	263
5°)Proposition L problème XII.....	265
V ] CE QUE NOUS PROPOSE LA PHYSIQUE CONTEMPORAINE.....	270
1°)Préalable.....	271
2°)Présentation générale du problème.....	272
3°)Etude des variations de pression.....	273
4°)Variation de la densité en fonction du déplacement.....	274
5°)Le calcul de la fonction de transport.....	276
6°)Résolution de l'équation.....	277
VI ] CONCLUSION DE L'ÉTUDE DE LA SECTION VIII.....	279
<b>IX CONCLUSION</b>	<b>282</b>
1°)Généralités.....	282
2°)La notion de force.....	283
3°)Les principes.....	285
4°)L'utilisation de la géométrie, la méthode de raisonnement.....	288
5°)Le style newtonien.....	289
6°)Newton philosophe.....	291
<b>X ANNEXES</b>	<b>293</b>
I ] LA REPRÉSENTATION.....	293
1°)Les fonctions de la représentation.....	294
a Galilée critique d'art.....	294
b Les allégories.....	296
c Les dessins.....	299
d La géométrisation du réel.....	306
e L'utilisation de la géométrie.....	312
f Rendre visible l'invisible.....	314
g La maîtrise de l'infiniment petit.....	315
2°)La représentation du temps.....	317
a Galilée.....	317
b La loi des aires.....	318
c Dans le livre II des Principia.....	318
3°)La fascination euclidienne.....	318
a Considérations générales, la géométrie outil privilégié.....	319
b Einstein.....	321
c Newton.....	324
4°)Le renouveau de la géométrie.....	326
a La découverte de la géométrie des anciens.....	326
b La proposition cartésienne.....	328

c	La conception newtonienne .....	330
5°)	Conclusion .....	333
II ]	TABLE DES TABLEAUX .....	336
III ]	TABLE DES FIGURES .....	337
IV ]	TABLE DES GRAPHIQUES.....	339
V ]	INDEX.....	339
VI ]	BIBLIOGRAPHIE .....	341
1°)	Sources primaires .....	341
2°)	Sources secondaires.....	343



**Abréviations :**

PNPM pour **Newton Isaac**, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726) with variant readings. Assembled and edited by Alexandre Koyré and I. Bernard Cohen (1972). Nous donnons dans nos références la pagination de cet ouvrage qui n'est pas celle de la version originale des Principia.

PMPN-Dunod pour **Newton Isaac/du Châtelet, Emilie**, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

MPNP-Cohen/Whitman pour **Newton Isaac**, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999).

## Présentation du projet

Dans cette thèse nous proposons une analyse de certaines parties du livre II des Principia de Newton. Cette analyse doit permettre d'une part d'enrichir l'étude de la théorie newtonienne du mouvement par la considération des déplacements dans un milieu résistant et d'autre part de proposer un point de vue sur les spécificités historiques épistémologiques et philosophiques des Principia.

### 1°) Point de vue général.

Chaque récit de l'histoire des sciences est jalonné de dates et de documents qui constituent des repères pour la mémoire aussi bien individuelle que collective. La fonction et l'importance de ces repères dans la frise temporelle ne sont pas unanimement partagées. Certains commentateurs les identifient comme des révolutions nettes et indiscutables d'autres comme des évolutions dont les prémisses sont à rechercher bien auparavant. La nécessité d'une vision globale oblige à des raccourcis et des simplifications qui parfois confinent à la caricature. Certaines opinions qui sont ainsi émises dans un objectif spécifique, sont ensuite reproduites sans véritables réexamens dans d'autres perspectives et deviennent des évidences qui constitueront autant de fardeaux. Le jugement sévère de Truesdell<sup>2</sup> relativement au livre II des Principia de Newton a sa pertinence si l'on se place dans la perspective d'écrire une filiation des concepts de la mécanique des fluides. L'étude de l'historiographie sur la naissance de la mécanique des fluides, nous a convaincu que ce jugement qui pointe essentiellement les impasses de cette partie des Principia exerça une pression sur les études postérieures. Selon l'enjeu que l'on attribue à l'histoire des sciences, on attachera plus ou moins d'importance aux phases transitoires, aux états non stabilisés des productions théoriques ou aux conceptions que la postérité scientifique a déclassées, ainsi la physique de Descartes jugée fantaisiste<sup>3</sup>, ainsi le personnage de Robert Hooke<sup>4</sup>, ainsi le livre II des Principia de Newton<sup>5</sup>.

---

<sup>2</sup> Truesdell Clifford, *Rational fluid mechanics 1687-1765*, Euleri Opera Omnia série II volume 12, (1954).

<sup>3</sup> Pour la stigmatisation de la physique cartésienne par Pascal et Bachelard. Voir pages 5 et 6. Bellis Delphine, *Le visible et l'invisible dans la pensée cartésienne*, Thèse de doctorat, Université de Paris IV (juin 2010).

## 2°) Le projet de cette thèse

Le point de vue de ce travail est d'examiner la thèse selon laquelle le livre II est une partie significative des Principia. Elle est non seulement significative quant à la démarche de Newton, ce que George Smith à la suite de Bernard Cohen, appelle le *style newtonien*, mais aussi significative quant à la science dans son développement. Pour trouver le livre II significatif dans l'étude de l'évolution du savoir humain sur la nature il faut se décaler d'une conception qui considère que l'objet de l'histoire des sciences est exclusivement de tracer le chemin du progrès des sciences. Ce progrès serait linéaire et cheminerait de succès en succès, il n'y aurait aucun enseignement à tirer d'une démarche problématique sans postérité explicite.

Il faut aussi se prémunir de prendre la fragmentation sociale et épistémologique de la science actuelle comme une référence ou un but. Nous n'avons pas lu le livre II avec le projet de repérer des éléments embryonnaires de la future mécanique des fluides. La spécialisation, le morcellement du savoir n'est pas le type de fonctionnement de la science du XVII<sup>e</sup>, plus, nous affirmons que l'ambition de Newton est inverse. Dans la science du XVII<sup>e</sup> différents domaines d'étude sont identifiables, la mécanique, le statique, l'astronomie, le chimie, le magnétisme, l'acoustique ... mais aucun de ces secteurs n'est tranché ou stable et Newton essaye de réunir sous un même système de principes différentes classes de phénomènes. Cependant cette mise en cohérence ne se fait pas par tous les moyens et à la faveur d'hypothèses hasardeuses et on notera un certain nombre de questions mise en réserve.

Pour cette recherche de la cohérence de l'ouvrage, George Smith dans le neuvième article d'*Isaac<sup>6</sup> Newton's Natural Philosophy* nous propose des caractéristiques pour ce style newtonien. Il étudie tout particulièrement les sections 6 et 7 du livre II. En tenant compte de cette étude nous nous proposons d'examiner d'autres sections du deuxième livre. Ernan

---

<sup>4</sup> Voir Monnier Emmanuel et Ilife Robert, *La fin amère du Dr Hooke*, pages 4-14, in Cahiers de Science et Vie, N°56 avril 2000, l'Origine des Equations. Philippe Hamou dans *La Mutation du Visible* (2001), volume 2 aux chapitres IV, V, VI et VII nous propose une analyse détaillée de la démarche hookienne dans le contexte philosophique du XVII<sup>e</sup>.

<sup>5</sup> Voir page XII. Truesdell Clifford, *Rational fluid mechanics 1687-1765*, Euleri Opera Omnia série II volume 12. " In the cosmos of hydrodynamics, NEWTON is the Ouranos, DANIEL BERNOULLI the Kronos, and EULER the Zeus."

<sup>6</sup> Smith George E, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001).

McMullin dans *Newton<sup>7</sup> on Matter and Activity* distingue trois étapes dans la recherche en philosophie naturelle et considère que Newton dans les Principia n'aborde que les deux premières, nous verrons dans quelle mesure le livre II nous permet de nuancer cette proposition. Dans *Newton<sup>8</sup> as Philosopher* Andrew Janiak montre que la démarche newtonienne doit être considérée comme un développement de la philosophie mécaniste, il s'attache particulièrement à la gravitation universelle, le deuxième livre des Principia peut nous permettre de conforter ce point de vue par la prise en compte d'un autre versant de l'investigation newtonienne.

Le concept de force est central dans la démarche newtonienne. Cette notion n'a ni la simplicité ni la clarté de sa version moderne. L'usage par Newton de ce concept est varié et de ce fait assez flexible. Il s'agira de montrer que le livre II, apporte des précisions à propos de son usage. Il nous semble que généralement les études de la notion de force se place sous la dépendance de la conception contemporaine ou dans la perspective d'établir un cheminement et se retrouve généralement biaisée ou en tout cas étudiée de manière partielle, ceci est rendu possible par la référence exclusive aux livres I et III. Ainsi la notion terrestre de pression qui n'est pas utilisée dans les livres I et III est absente des études ou alors se retrouve modernisée.

Le texte des Principia est soutenu par des vignettes qui représentent presque exclusivement des figures géométriques. L'absence de représentations de la réalité peut se justifier pour l'étude des astres par contre pour les phénomènes et les expériences terrestres auxquels est consacré le livre II cette absence nous étonne et se devrait d'être interprétée. Nous n'avons pas approfondi suffisamment cette question. Nous lui avons consacré toute fois une annexe.

Newton utilise la géométrie d'une manière complexe et très inventive, elle devient sous sa plume un outil synthétique de résolution et de communication des résultats. Newton n'explique pas dans le détail la construction des figures, il semble bien que même au XVII<sup>e</sup> cette manière de considérer comme facile ces constructions posait problème.

---

<sup>7</sup> Mc Mullin Ernan, *Newton on Matter and Activity*, Londres (1978).

<sup>8</sup> Janiak Andrew, *Newton as a philosopher*, Cambridge University Press (2008).

L'étude de la géométrie disparaît progressivement des cursus ordinaires aussi nous ne considérerons pas le lecteur de cette thèse comme familier des constructions géométriques. Pour le concept de force, nous proposerons une représentation sous forme de tableau de résultats qui de notre point de vue : non seulement ne dénature pas la méthode de Newton, mais nous a convaincu qu'il est possible de réaliser des calculs en mécanique sans l'intervention du concept d'accélération instantanée. Cette représentation permet de suivre précisément comment la notion de force est administrée par Newton. Il faudra montrer comment la définition des Principia permet de prendre en compte les forces variables en intensité d'une tout autre manière que la force de gravitation, sans aucun recours à la méthode des fluxions ou aux équations différentielles.

D'une manière plus générale le livre II propose une conception de la science et son absence serait une perte pour la compréhension de la démarche newtonienne et par là même une perte pour l'histoire des sciences.

Vis à vis de leurs mouvements Newton propose dans les Principia un point de vue complet sur le comportement des corps matériels aussi bien célestes que terrestres. Il va même au delà des prérogatives de ses lois et axiomes. En effet un son n'est pas de la matière qui se déplace, son étude ne devrait donc pas être placée sous la dépendance des préceptes de la mécanique proposé dans les deux premières parties des Principia, les *définitions* et les *axiomes*. Cependant Newton à la section VIII propose un parcours assez subtil qui enchaîne des analogies audacieuses pour ne pas dire aventureuses et qui aboutit sur une démonstration très sophistiquée que l'expérience, après quelques manipulations ad hoc, confirme.

Enlever le livre II constituerait un retour partiel à une conception aristotélicienne de la physique. Il faudrait des principes et des livres pour étudier le cosmos et d'autres principes et d'autres livres pour étudier les phénomènes terrestres, or Newton possède un projet global d'étude de la matière qui compose l'Univers.

Cependant, malgré l'identité des principes mobilisés, la terre n'est pas le ciel et le changement de sujet va imposer à la méthode, aux principes énoncés dans les deux premières parties, définitions et axiomes, des usages singuliers et inédits. La variété et la

nouveauté des situations abordées dans le livre II va nécessiter que les notions et les méthodes soient utilisées dans toute leur étendue et quelque fois même précisées et transgressées. Le livre II constitue un test pour la méthode dans la mesure où cette méthode aurait été construite par et pour l'étude du système solaire. L'anecdote de la pomme est sur ce point révélatrice, l'homme regarde la pomme qui tombe et sur l'arrière plan la lune brille et son éclat faible interroge le spectateur. Newton rassemble dans un seul système de concepts les deux phénomènes. Dès son énonciation la gravitation réunit la terre et le ciel sous les mêmes principes. Mais la gravitation n'est pas la seule force de l'univers il faut donc détourner son regard du ciel et le poser dans notre entourage proche. La conception newtonienne de l'étude du mouvement des corps résiste-t-elle à sa descente sur terre ?

Il nous semble que l'étude historique des trois éditions prouvent que Newton considérait les Principia comme l'exposé d'un système complet. Entre la première et la deuxième édition il y a des changements notables, mais les principes restent les mêmes et l'organisation générale en trois livres demeurent. Nous pouvons donc penser que Newton considère qu'il est parvenu à une structure cohérente. Le recours à des propositions provenant d'autres publications de cet auteur devra être placé sous ce regard. Nous considérerons que dans les Principia Newton prend position sur ce que doit être la Philosophie Naturelle et sa communication.

## Introduction générale.

### 1] Les outils d'étude du livre II des Principia

La lecture complète des Principia sans préparation peut se révéler un exercice décourageant. Il existe depuis plusieurs dizaines d'années un certain nombre d'ouvrages offrant la possibilité de faciliter la consultation de ce document extrêmement dense.

#### 1°) L'accès aux textes

Il est communément admis que les Principia Mathematica Philosophiae Naturalis de Newton, paru en latin pour sa première édition, à Londres en 1687, constitue un repère crucial de la constitution de la science occidentale<sup>9</sup>. Pour ce qui concerne l'étude de la nature, il y a un avant et un après 1687. Durant une époque assez longue, ce livre et son auteur ont été, selon Alexandre Koyré, plus admirés qu'étudiés ou lus.

L'Angleterre<sup>10</sup>, qui à peu de chose près, a divinisé Newton, l'a traité comme on a l'habitude de traiter les choses sacrées, c'est à dire en y touchant le moins possible.

Nous ne possédons même pas d'édition critique des Principia ...

Cette longue désaffection de la lecture directe du texte elle même a de multiples causes. Koyré<sup>11</sup> en 1956<sup>12</sup> nous signale, avec un certain humour, une difficulté matérielle, la première édition ne comptant qu'entre 250 et 300 exemplaires. Il nous indique également des difficultés "sémantiques ou historiques" et consacre la suite de son article à une dissertation sur l'utilisation et la signification du terme hypothèse, dans lequel il dépeint la complexité du propos newtonien. Il faut bien admettre que quelque soit l'époque et malgré la clarté à laquelle est parvenue la mécanique classique le texte fondateur et son auteur ne

---

<sup>9</sup> " Newton rédige ce que beaucoup tiennent pour le plus extraordinaire traité scientifique de tous les temps" page 146. Panza Marco, *Newton*, Les Belles Lettres, Paris (2003).

<sup>10</sup> Page 53 Koyré Alexandre, *Etudes newtoniennes*, Éditions Gallimard (1968).

<sup>11</sup> Idem page 54. Il faut avouer toutefois — et l'admettre comme circonstance atténuante — qu'une telle comparaison n'était pas facile à faire ; ceci pour des raisons purement matérielles. En effet, les *Principia* — je parle de la première édition dont il ne fut imprimé que 250 à 300 exemplaires — est un livre extrêmement rare <sup>12</sup>. Aussi les grandes bibliothèques publiques qui possèdent ce trésor le mettent-elles à la réserve et font-elles tout leur possible pour le préserver du contact dégradant avec les lecteurs. Quant aux collectionneurs privés — très peu nombreux — ils se gardent bien, cela va de soi, de l'abîmer en le lisant.

sont pas d'une limpidité absolue. Il y a bien sûr le latin qui constitue une barrière pour certains. Rappelons nous que 50 ans plus tôt Galilée écrit en langue vernaculaire. Il y a aussi l'attitude scientifique de Newton qui est raffinée, complexe, particulière et à l'occasion secrète et de mauvaise foi. Ainsi Koyré peut-il dire :

Il<sup>13</sup> n'est pas surprenant que, en présence de ces modifications terminologiques, Cotes se soit trouvé un peu embarrassé et qu'il ait fait certaines objections ...

Je<sup>14</sup> dois avouer que je ne suis pas arrivé à déterminer exactement ce que Newton entend par "hypothèses métaphysiques"

En 1972, la collaboration de Koyré<sup>15</sup> et de Cohen a permis aux historiens des sciences d'accéder à une édition "with variant readings" de la troisième version latine des Principia, suivi par la parution, en 1999, d'une nouvelle traduction anglaise de Cohen et Whitmann. Le regret de Koyré concernant l'absence d'édition critique des Principia est ainsi et grâce en partie à sa ténacité, devenu caduque. La publication de la correspondance a commencé en 1959 sous l'égide de H. W. Turbull pour les volumes 1, 2 et 3 puis s'est continué avec J. F. Scott, et c'est A. Ruppert Hall, Laura Tilling qui ont conclu ce travail en 1977. Marie-Françoise Biarnais en 1985 et François De Gandt en 1995 traduisent respectivement le *de Gravitatione* et le *de Motu*<sup>16</sup> que l'on peut considérer comme des textes, bien qu'écrits à plus d'une dizaine d'années d'écart, préparatoires aux Principia. Les documents accessibles par les publications courantes sont donc devenus depuis les propos de Koyré beaucoup plus nombreux. Si l'accès matériel aux textes a donc été tardivement aplani (presque 300 ans plus tard) l'accès conceptuel n'en reste pas moins délicat. Le texte est unanimement jugé difficile et la tentation de le moderniser est inévitable. Il faudra garder à l'esprit la recommandation de Paolo Rossi.

Moins<sup>17</sup> qu'aux structures éternelles de l'esprit humain, les historiens s'intéressent à la diversité des modes de fonctionnement des esprits aux différentes époques. Lorsque l'on aborde l'étude d'une pensée qui n'est plus la

<sup>12</sup> L'ouvrage d'Alexandre Koyré, *Etudes newtoniennes*, paru aux éditions Gallimard en 1968 est en fait une compilation d'articles, l'extrait précédent est référencé en fin d'ouvrage dans la table des matières comme une contribution au Bulletin de la Société Française de Philosophie, 1956, pp. 59-97.

<sup>13</sup> Idem page 57

<sup>14</sup> Idem page 62

<sup>15</sup> Alexandre Koyré (28 août 1892 - 28 avril 1964), lorsque l'édition critique des Principia paraît Koyré est décédé depuis 8 ans.

<sup>16</sup> *Newton Isaac, De la gravitation*, traduction de Biarnais Marie Françoise suivi de, *du mouvement des corps*, traduction de De Gandt François, présentation de De Gandt François, Gallimard, (1995).

<sup>17</sup> Rossi Paolo Rossi, *Aux origines de la science moderne*, chapitre I : les obstacles.



nôtre, il devient important de chercher à oublier ce que nous savons ou croyons savoir.

Les livres scolaires actuels commencent l'étude de la mécanique dite classique par l'énoncé des trois lois de Newton. Pour le physicien du XXI<sup>e</sup> siècle ces trois lois constituent l'outil préalable à la description des expériences de mécanique. Pour comprendre la problématique des *Principia* il y a la difficile nécessité de suspendre la compréhension fournie par la forme contemporaine, il faut pour ainsi dire réaliser un premier travail d'oubli. Ensuite il faut également replacer le projet newtonien dans son contexte pour comprendre ce que la formulation actuelle contient de l'original et ce qu'elle porte de complètement anachronique et fallacieux vis à vis de la problématique newtonienne.

## 2°) Les circonstances de la rédaction et de la publication des *Principia*.

Nous considérons que l'analyse historique d'un texte scientifique doit tenir compte de l'environnement dans lequel il a été produit. Les *Principia* sont le résultat de la pensée d'un homme. Ils sont aussi le fruit d'une époque, d'un système social, de circonstances particulières, et de rencontres accidentelles ... Nous allons nous intéresser à ce que les historiens des sciences ont pu jusqu'à maintenant considérer comme les circonstances des trois publications. Pour cela nous considérons que la biographie de Newton par Westfall est un document fiable, nous entendons par là que nous croyons que Westfall fonde ses affirmations sur des documents authentiques de première main, comme le registre<sup>18</sup> des entrées et sorties de l'Université du Trinity College de Cambridge ... qui sont des documents rarement accessibles !

Les *Principia* ont connu trois éditions du vivant de Newton<sup>19</sup>. Entre ces trois éditions il y a des différences notables<sup>20</sup> concernant certaines, des démonstrations du livre II d'autres, plus méthodologiques, le début et la fin du livre III. Les modifications apportées au livre II ne concernent pas les aspects qui sont l'objet de notre analyse et ne seront pas étudiées dans cette thèse. Malgré ces révisions qui parfois sont des défenses aux attaques de la première édition nous considérons que l'ouvrage est stable et dès sa première édition convient à Newton. Les principes et définitions ne sont pas modifiés, aucun livre aucune

---

<sup>18</sup> Voir par exemple les notes 1 et 60 aux pages 217 et 239 Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994)

<sup>19</sup> Ceci est assez rare, pour pas dire unique dans l'histoire des sciences.

section n'est ajoutés ou enlevés. Les Principia possèdent une cohérence globale et pour comprendre la notion newtonienne de force il faut résister à la modernisation des principes en écrivant la loi fondamentale de la dynamique sous forme d'une équation différentielle. Newton a disposé de 40 ans pour le faire et il ne l'a fait sous aucune manière.

Ces trois éditions ont été supervisées par trois savants. Généralement lorsque l'on parle, lorsque l'on cite les Principia, c'est à la troisième édition que l'on se réfère. C'est la troisième édition que la marquise du Châtelet a traduite. Mais lorsque l'on désire donner une date de parution, pour souligner un tournant dans l'histoire des sciences, il est d'usage d'indiquer 1687 qui est la date de la première édition. Entre la première et la troisième édition il y a presque 40 ans, le contexte historique n'est pas le même. Nous avons consulté comme document authentique d'époque quelques tomes des Philosophical Transactions à la BNF. Il est difficile de se faire une idée des contraintes techniques qui ont pesé sur la publication des Principia. Le texte brut imprimé des Principia n'est pas la seule source de notre réflexion. Notre point de vue est donc obligatoirement tributaire de sources secondaires qui nous fournissent des informations objectives, mais proposent aussi des mises en perspective et disséminent des ambiances, des indications indirectes sur les mécanismes réels de la publication.

La réflexion de Newton se situe à la croisée d'une série de recherches, parmi lesquelles l'optique, la mécanique, l'alchimie, la théologie ... L'ouvrage de Richard Westfall : *Newton*<sup>21</sup>, est une source conséquente de renseignements concernant la vie et le travail de Newton. Le propos est soutenu par des références précises, abondantes et de première main. L'auteur a choisi, pour nous permettre d'accéder aux aspects très divers de la vie de Newton, une trame globalement chronologique. Mais cette méthode d'exposition ne peut être tenue sans écart, en raison de l'activité multiforme de Newton, et de l'entrelacement des témoignages, étalés dans le temps et parfois hagiographiques, nécessitant des précisions quant au contexte de leurs énonciations. Ainsi dans les années

---

<sup>20</sup> Page 22 MPNP-Cohen/Whitman

<sup>21</sup> Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994. Newton dans la traduction française, et *Never at Rest* dans sa version originale. Le titre anglais constituant d'ailleurs un superbe éclairage de la psychologie de l'illustre et génial auteur. La version française ne contient qu'un index peu développé, contre deux pour la version anglaise. Ainsi le mot *alchemy* présent dans l'index anglais n'est pas indiqué dans le français.

1710 l'illustre président de la Royal Society gère entre autres et simultanément, des conflits professionnels importants à la Monnaie, l'obtention de données astronomiques associées à la publication d'un atlas du ciel, une furieuse querelle de priorité concernant le calcul infinitésimal, et la réédition des *Principia* suivie méticuleusement par Roger Cotes.

Bien<sup>22</sup> avant que l'édition contestée de l'*Historia coelestis* de Flamsteed en 1712, mette temporairement un terme à cet épisode, Newton dut affronter deux autres problèmes qui allaient dominer sa vie pendant plus de cinq ans. En 1709 il se mit sérieusement à préparer la seconde édition des *Principia*. Au printemps 1711, une lettre de Leibniz à Hans Sloane, secrétaire de la Royal Society, inaugura une controverse brûlante sur la priorité de l'invention du calcul. En outre s'annonçait un quatrième problème d'une grande importance pour Newton. Une scène désagréable avec Craven Peyton, le directeur de la Monnaie, avait déjà marqué la détérioration de leurs relations qui culmina en une crise aiguë en 1714, au plus fort de la controverse avec Leibniz.

Le chapitre 10 de l'ouvrage de Westfall s'intitule : *Principia* et se développe sur 70 pages, il ne concerne que la période de la première édition. Newton occupe alors la chaire lucasienne à Cambridge. Il succède à Isaac Barrow dans cette université à un poste de professeur, professeur qui ne donne, selon ce que l'on peut en savoir, que rarement des cours. Cette université prestigieuse, nous la considérons aujourd'hui comme sérieuse. A propos de son fonctionnement de l'époque, Westfall dissémine dans son texte quelques informations. Issue du Moyen Âge, tournée vers la théologie, traversée par des enjeux de pouvoir et considérée comme une marche vers l'obtention de situations ecclésiastiques, l'ouvrage nous dépeint l'Université de Cambridge comme sclérosée, dévoyée, d'une certaine manière corrompue, et certainement pas tournée vers la production d'un savoir conceptuel. Newton est décrit comme replié sur lui même, et inaccessible. Il doit sa célébrité à la découverte du télescope à réflexion et à une théorie, controversée, des couleurs. C'est avec une certaine prudence que Halley va à sa rencontre. Newton est alors âgé de 42 ans et veut préserver sa tranquillité à tout prix. Nous considérons comme un élément important que dès la première édition, Newton n'est pas dans une phase exclusivement créative, la rédaction des *Principia* est une mise en ordre d'une réflexion qui chemine dans l'esprit de Newton depuis vingt ans. Ce chapitre 10, long de plusieurs dizaines de pages, est assez homogène dans son sujet, cependant, il ne couvre à lui seul que la première édition de l'ouvrage.

---

<sup>22</sup> Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994), page 723.

Les conditions de la deuxième édition occupent une part importante du chapitre 14 : *la controverse de la priorité*. Pour ce chapitre, le titre n'est pas descriptif du contenu principal en intérêt et en quantité. Il nous indique, certes, une controverse célèbre, mais ne permet pas de circuler dans les thèmes. La page 781 est essentiellement consacrée à l'évolution des relations Newton-Cotes, relations qui s'achèvent par la mort soudaine et prématurée de Cotes, et l'occasion pour le directeur de la monnaie de rendre un hommage touchant mais tardif à un de ses disciples particulièrement attentionné et stimulant. Cette deuxième édition est l'occasion de modifications que l'on peut juger importantes, nous considérons que malgré cela elles ne modifient ni le projet ni l'architecture globale de l'ouvrage.

Quant aux circonstances de la troisième et dernière édition des Principia qui s'acheva en 1726, elles sont racontées dans le chapitre 15 : *les années de déclin*, de la page 814 à 821. Le suivi de l'impression fut assuré par Henry<sup>23</sup> Pemberton(1694–1771), un épigone fidèle, auteur de "*View of Isaac Newton's Philosophy*" publié en 1728, que Newton n'aurait parcouru qu'avec un intérêt superficiel ce dont Westfall trouve difficile à établir la certitude.

Quant<sup>24</sup> à Newton, quoiqu'il ait pu confier à Conduitt à propos de *l'Exposé de la Philosophie de Newton*, il n'en souscrivit pas moins de douze exemplaires d'une livre chacun.

Pemberton admirait Newton cela est certain, Westfall suggère que les écrits de Pemberton intéressaient Newton. Nous n'avons pas d'indication plus précise sur la nature de l'intérêt de Newton pour les travaux de Pemberton, mais nous notons cependant que ce dernier était aussi engagé personnellement dans la recherche médicale de son époque. Les domaines de recherche de Newton étaient variés mais nous n'avons aucune indication sur un engagement personnel dans des investigations de type médicales.

Pemberton n'est pas considéré comme un savant d'avant-garde, le fait que ses centres d'intérêt soient éclectiques nous informe que Newton avait sans doute des points de vue variés sur les aspects philosophiques de ses recherches. Nous considérons que les Principia n'expriment pas la totalité de ses intérêts en mécanique, Newton gardait des

---

<sup>23</sup> Henry Pemberton a réalisé des études de médecine auprès de Boerhaave en Hollande, et d'anatomie à Paris. Le Dictionary of Scientific Biographies le recense comme médecin (physician) et écrivain (writer)

<sup>24</sup> page 819. Westfall, Newton.

questions en réserve. Westfall nous indique que Pemberton est l'auteur d'un supplément au livre : *Myotomia Reformatata* de Cowper<sup>25</sup>, sur l'action des muscles. Dans l'ensemble des corps de la nature, l'homme, par l'intermédiaire de ses muscles est un cas rare où la matière peut se donner le mouvement à elle même. Il s'agit d'une situation où le principe d'inertie se trouve mis à mal. L'esprit de l'homme peut indubitablement donner le mouvement à sa propre matière, autrement dit à son corps<sup>26</sup>, Dieu ne pourrait-il pas alors, selon son bon vouloir, donner le mouvement à toute la matière du monde ? L'éther ce fluide étrange et hypothétique pourrait-il être la "substance" de Dieu ?

A<sup>27</sup> cause de cette analogie, l'homme est dit créé à l'image de Dieu, le pouvoir de son esprit de bouger son corps est une faible incarnation de ce pouvoir de Dieu de bouger la matière ...

Dans les Principia il n'y a aucun dessin d'être humain ou d'animal qui poussent ou qui tirent des objets. Nous notons juste un recours aux êtres animés pour soutenir le principe de l'action et de la réaction<sup>28</sup>. Pourtant une force cela peut se ressentir corporellement. L'optique appelle nécessairement des questions sur le fonctionnement de l'œil. La théorisation du fonctionnement de la lunette astronomique conduisit à considérer l'œil comme un instrument d'optique. Newton s'est lui même intéressé à l'optique en s'intéressant à l'œil. Il a d'ailleurs réalisé des expériences extravagantes sur ses yeux au risque de devenir aveugle<sup>29</sup>. Nous pensons que faire de mécanique induit des questions sur le fonctionnement des muscles et sur le ressenti des forces avec des questions du genre : pourquoi ne ressentons nous pas la pression atmosphérique ? Nous considérons que le choix de Pemberton comme éditeur de la troisième édition est un indice pour penser que ce genre de question est présente dans l'esprit de Newton. Ceci nous permet de considérer que

---

<sup>25</sup> Cet ouvrage est référencé dans la bibliothèque de Newton. Numéro 451 page 126, Harrison John, *The Library of Isaac Newton*, Cambridge University Press (1978).

<sup>26</sup> page 305. Newton Isaac, *Optique*, traduction de Jean Paul Marat (1787), Christian Bourgeois Editeur (1989).

QUESTION XXIV. Les mouvements musculaires ne dépendent-ils pas des vibrations de ce milieu, excitées dans le cerveau par la volonté, et propagées par les fibrilles solides, diaphanes, et homogènes des nerfs, jusqu'aux muscles qu'elles dilatent ou contractent ? Je suppose chaque fibrille nerveuse, solide, homogène, et configurée de façon à propager d'un bout à l'autre, uniformément et sans interruption, les vibrations du milieu éthéré ; car les obstructions des nerfs produisent [page 306] des paralysies : et afin qu'on n'objecte pas le défaut d'homogénéité suffisante, je les suppose diaphanes chacune séparément, quoique les réflexions qui ont lieu à leurs surfaces puissent faire paraître blanc et opaque le nerf qu'elles composent; l'opacité venant des surfaces réfléchissantes, disposées de façon à troubler ou interrompre les mouvements de ce milieu éthéré.

<sup>27</sup> page 340. Westfall Richard, *Force in Newton's physics, The Science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Londres (1971). "Because of this analogy, man is said to be created in the image of God; the power of his mind to move his body is a faint incarnation of that [page 341] power of God to move matter, ... "

<sup>28</sup> page 13. PMPN-Dunod

<sup>29</sup> page 126. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994)

c'est intentionnellement qu'il n'y fait jamais mention dans les Principia. Les Principia comme leur titre l'indique traitent essentiellement de principes. Il n'est pas une réflexion de type lockéenne se posant des questions sur l'origine de nos idées. Le livre II s'intéressant au domaine terrestre celui des hommes, des animaux, des machines etc. aurait pu justement être une occasion de proposer des dispositifs montrant l'aspect réel et palpable des forces, il est possible de ressentir corporellement les forces. Dans le livre II il n'est jamais question de cela. Les Principia sont fermement un livre de principes mathématiques.

### 3°) Les écrits de Newton concernant directement les Principia.

Actuellement les historiens des sciences possèdent de nombreux documents de Newton même en relation directe avec les Principia.

Outre les trois éditions effectives, Alexandre Koyré et Bernard Cohen pour leur : Isaac<sup>30</sup> Newton's Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, third edition with variant readings ont utilisé :

- ◆ Les exemplaires de Newton annotés en marges des deux premières éditions
- ◆ Les exemplaires spéciaux que Newton avaient commandés aux imprimeurs, comprenant, reliés avec les pages effectivement imprimées, des pages blanches sur lesquelles il pouvait écrire ses corrections et améliorations.
- ◆ Le manuscrit de la première édition, comportant parfois deux versions du même passage.
- ◆ Les documents déposés par Newton à la bibliothèque de Cambridge en 1685 et 1686 comme "preuve" de ses cours, dont Westfall a de bonnes raisons de penser qu'ils n'ont pas été donnés oralement. (Lucasian Lectures).

Il faut ajouter à cela le *de Gravitatione* et le *de Motu*<sup>31</sup> traduits par Marie-Françoise Biarnais en 1985 et François De Gandt en 1995 et la correspondance entre Newton et les éditeurs, dont on dispose d'une grande partie, et de cahiers d'étudiant (notebook) qui nous sont accessibles par les fragments cités. Tout ceci constitue une documentation très abondante dont la prise en compte complète est difficilement possible.

---

<sup>30</sup> Harvard University Press (1972)

<sup>31</sup> Newton Isaac, *De la gravitation*, traduction de Biarnais Marie Françoise suivi de, du mouvement des corps, traduction de De Gandt François, présentation de De Gandt François, Gallimard, (1995).

#### 4°) Les traductions

Bien n'étant pas latiniste nous confronterons occasionnellement les divers traductions à l'original latin. Nous donnerons régulièrement sans commentaire en accompagnement de la traduction française la transcription de l'original latin afin de permettre un accès immédiat au texte source.

Pour les traductions anglaises ce sont celles d'Andrew Motte de 1728, rééditée en 2002 avec des commentaires généraux de Stephen Hawking<sup>32</sup>, celle de Florian Cajory en 1934 rééditée en 2010 par Kessinger Publishing's Rare Reprint<sup>33</sup>, et la nouvelle traduction de 1999 par Bernard Cohen et Anne Whitman.

La nouvelle traduction anglaise par Cohen et Whitman est précédée, écrit par Cohen, d'un guide de lecture conséquent. Dans ce guide de lecture de multiples indications sont fournies non seulement pour l'exploration de l'ouvrage mais aussi quand aux conditions historiques de sa production.

Cette thèse a été réalisée essentiellement sur la traduction française de la Marquise du Châtelet, publiée de manière posthume en 1756. La Marquise a traduit pour son époque, il a été ajouté à l'ouvrage original une partie conséquente qui est attribué à Clairaut : *Synthèse commentée et analyse des Principia*. Cette traduction intervient quelques décennies après la troisième édition et oblige à quelques nuances. La comparaison avec les traductions anglaises sera une manière de sonder le texte et son interprétation. Ce travail reposera sur la réédition française par Dunod<sup>34</sup>, qui ne contient pas la préface de Roger Cotes que la marquise a pourtant traduite. Les références de pagination renvoient à ce livre.

Voltaire est essentiellement connu comme écrivain, historien, dramaturge et philosophe engagé contre l'intolérance religieuse. On sait beaucoup moins qu'en 1740 il a concouru pour un prix de l'Académie avec un essai *Sur la Nature du Feu et de sa Propagation*. Il a contribué activement à la diffusion de la philosophie newtonienne sur le continent, à ce titre il est l'auteur de : " Elémens de la philosophie de Newton". Il est sans doute un

---

<sup>32</sup> Cette réédition annonce un copyright de John Adee 1848.

<sup>33</sup> Edition dans un format A4 de bonne qualité pour les figures. Il semble que Cajori ait redessiné les figures.

<sup>34</sup> Cette édition contient un nombre sensible d'erreurs. Ces erreurs seront corrigées sans indication particulière. La numérotation des propositions peut suffire à retrouver le texte même si le lecteur ne réfère pas à la version de Dunod.

promoteur de la parution de la traduction des Principia par la Marquise pour laquelle il rédigea une préface.

La Marquise du Châtelet est aussi l'auteure d'un ouvrage de physique : Les Eléments de Physique dans lequel elle présente sans formule mathématique pour son fils, les théories physiques de son époque. Elle y soutient le point de vue liebnizien. Quand elle traduit les Principia c'est donc une traductrice informée de l'état de la science de son époque. Sa tentation de modernisation est cependant considérablement moindre que celle des traductions actuelles. La nature de la résistance qu'elle doit développer pour respecter le texte newtonien lorsqu'il lui paraît perfectible est incomparable à celle à laquelle par exemple Cohen doit faire face.

Nous aurions pu travailler exclusivement sur la nouvelle traduction de Cohen, nous verrons cependant que la comparaison des traductions en diversifiant les éclairages permet de saisir la difficulté, et finalement constitue une manière d'approfondir le texte. Concédon à la Marquise du Châtelet une certaine admiration pour avoir réalisé la seule traduction française. Nous verrons sur quelques exemples que ses propositions sont tout à fait défendables et qu'il y a un vrai intérêt à lire une traduction proche temporellement du document original, la Marquise ne connaissait pas le devenir des Principia, par exemple sa conception de la notion de force telle qu'elle apparaît dans ses Institutions de Physique est encore plus complexe que la version newtonienne des Principia.

Avant d'explorer de manière plus détaillée le livre II des Principia il me semble important de situer l'ouvrage complet, d'une part dans le contexte personnel des recherches de Newton mais aussi d'autre part dans sa filiation historique.

##### 5°) Le contexte personnel newtonien

Newton, dans l'histoire des sciences, possède la rare particularité, outre son activité scientifique très diversifiée, d'avoir été, une personne reconnue secrète et ombrageuse, et simultanément d'être un personnage historique ouvert et transparent. Nous possédons jusqu'à ses confessions les plus intimes, sous la forme, entre autres, d'une liste de péchés



dont Frank E Manuel<sup>35</sup> fournit une analyse dans : "A Portrait of Isaac Newton". Pour ce qui est des Principia nous détenons la multitude de documents présentés au 4°) qui permet à l'historien méticuleux de traquer, parfois au jour le jour, les hésitations et même les sautes d'humeur<sup>36</sup>. Le chapitre X du *Newton* de Richard Westfall, contient une abondance de précisions et reflète les hésitations, les avancées et les décisions d'un savant qui veut renouveler un domaine de la connaissance à propos duquel il a déjà été beaucoup écrit. Newton, méfiant par nature, et aussi par la controverse déclenchée par Hooke quant à sa théorie de la lumière, cherche à préserver sa tranquillité par dessus tout, le domaine du mouvement des corps a été déjà exploré par de multiples prédécesseurs. Il ne s'agit pas seulement de proposer une théorie nouvelle il faut aussi l'imposer comme une alternative performante vis à vis des théories concurrentes. Ses contradicteurs avérés et potentiels sont nombreux. Si certains, comme Descartes, sont morts et seulement actifs par leurs écrits et leurs héritiers, d'autres sont bien vivants. Il y a ceux dont les propos lui parviennent par la correspondance souvent indirecte, et nous pensons particulièrement aux continentaux parmi lesquels Huygens et Leibniz mais il y a aussi les compatriotes dont le turbulent Robert Hooke fait partie, et qui entrera dans une nouvelle querelle de priorité stérile et cruelle à propos de l'attraction universelle.

Le style de rédaction des Principia est assez froid et magistral. Les déductions s'enchaînent d'une manière formelle. Pour l'étude du monde céleste et de la gravitation on peut tester la théorie par une prédiction de la forme de la terre, par l'explication des marées, par l'observation des satellites des autres planètes. On ne peut tout de même pas parler d'expérimentation. Par contre sur terre pour les fluides on peut proposer et mettre en place des expérimentations qui permettent simultanément de valider la théorie, de tester des hypothèses et calculer des paramètres expérimentaux. Le livre II en s'intéressant aux fluides apporte un nouveau champ de validation pour la théorie. Si les axiomes n'étaient pas pertinents la théorie ne passerait pas l'épreuve de son passage sur terre.

## 6°) Vers les Principia

---

<sup>35</sup> Manuel Frank E. ; *A Portrait of Isaac Newton*, Da Capo Paperback (1968).

<sup>36</sup> Ainsi le nom raturé de Robert Hooke sur un manuscrit.

Regardons maintenant les étapes de la maturation des Principia. Les documents que l'on peut considérer comme préparatoires sont multiples. Il est important de constater que dès ses premières recherches en philosophie naturelle la réflexion de Newton se porte sur la nature de la matière et les versions préalables des Principia contiennent des propositions sur les fluides. Le livre II n'est donc pas un exercice de style pour Newton, il fait partie intégrante de sa réflexion sur le fonctionnement du monde. La reconstitution s'élabore sur des documents existants, parfois éparpillés. Des découvertes sont encore possibles mais elles ne devraient pas remanier les conceptions. Westfall consacre une bonne partie d'un chapitre<sup>37</sup> aux *Questiones quaedam philosophiae* et au *de Gravitatione et aequipondio fluidorum* qui sont des parties d'un "notebook", cahier dans lequel les étudiants compilaient leurs remarques et leurs interrogations sur les sujets qu'ils étaient entrain d'explorer. Cette étude montre que la recherche sur les forces s'enracine dans un questionnement sur la constitution intime de la matière qui alimente des considérations sur les forces de cohésion des corps.

L'exploration des origines se raffine par la lecture de manuscrits non datés, de brouillons qui nous permettent d'imaginer des originaux introuvables, elle chemine au travers des lettres échangées, voire de brouillons de lettre, peut-être jamais envoyées, elle s'aventure dans les récits postérieurs des protagonistes, qu'il faut recouper et dont l'exactitude mérite souvent d'être nuancée.<sup>38</sup>

Au tout début des Principia il faut placer le document que l'on appelle maintenant le De Motu.

Il<sup>39</sup> existe trois versions du De Motu. La seconde écrite de la main de Halley, est identique à la copie enregistrée à la Royal Society, et n'est qu'une copie de la première, excepté quelques ajouts (comme l'hypothèse 4) que Newton avait l'intention d'insérer. Dans la troisième en revanche ...

---

<sup>37</sup> Chapitre Sept page 323. Westfall Richard, *Force in Newton's physics, The Science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Londres (1971).

<sup>38</sup> Richard Westfall relate en les nuancant par des remarques humoristiques les propos de deux de ses biographes. En voici une, à la page 858.

"Quand il revint à Grantham, Stukeley s'occupa comme Conduitt de rassembler des informations sur Newton. C'est d'eux que nous vient l'essentiel de notre connaissance des traits de Newton dans ses dernières années. La vie de Newton, écrit Conduitt, fut « une série continue de labeur, de patience, d'humilité, de tempérance, de douceur, d'humanité, de bienfaisance et de piété sans la moindre teinture de vice ... ». Tels sont les fruits de l'adoration d'un héros. Heureusement, outre cette béatification de Newton en saint de plâtre, il nota aussi quelques détails."

<sup>39</sup> Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994) page 448

François De Gandt<sup>40</sup> et Niccolò Guicciardini<sup>41</sup> nous racontent, de manière passionnante, l'histoire de ce document. Il y a quelques incertitudes sur les dates précises, il y a, sans doute, même la possibilité de retrouver un document, une lettre, un témoignage ... qui compléterait, ou modifierait légèrement ce que l'on sait déjà.

Quoiqu'il en soit, à propos de l'incendie conceptuel qui illumina l'occident vers la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, nous avons toutes les bonnes raisons de penser que la source initiale a été identifiée. La connaissance de la genèse des *Principia* peut donc nous sembler suffisante pour explorer de manière conséquente la naissance de ce livre porteur d'une méthodologie prometteuse.

Le<sup>42</sup> petit écrit : *De motu* est donc le noyau initial de l'énorme ouvrage. Les premiers manuscrits que nous possédons dans cette série qui aboutit aux *Principia*, et qui ressemblent certainement de très près au texte envoyé à Halley en novembre 1684, contiennent seulement quatre théorèmes et quatre problèmes, en une dizaine de pages, alors que les *Principia* contiendront près de deux cents propositions, en plus de cinq cents pages. Le texte a grossi dans des proportions incroyables, au fil des rédactions successives, entre novembre 1684 et janvier 1687, date de la publication des *Principia*. Ainsi la visite de Halley avait déclenché une tempête créatrice.

Cela commença par une interrogation, presque un défi. Christopher Wren, l'architecte qui avait reconstruit Londres après le terrible incendie de 1666, demanda à, son associé, Robert Hooke le génial touche à tout et à Edmund Halley, de retour des mers australes, l'astronome rendu éternellement célèbre par la comète éponyme : "la loi en inverse carré pour l'attraction solaire peut-elle expliquer de manière argumentée et dans le détail les mouvements des astres ?". Hooke prétendit posséder la solution mais désira la tenir momentanément secrète. Cependant il ne parvint jamais à convaincre qui que ce soit, même quand il fut trop tard. Suivit une visite de Halley à Newton, dans son sanctuaire cantabridgien, au cours de laquelle, le professeur lucasien annonça posséder la solution, là, dans ses archives. Vaines recherches ... La promesse fut faite de rédiger à nouveau ... la démonstration tant attendue. Elle arriva, deux mois plus tard, sous forme d'une lettre de 9 pages, intitulée " *De motu corporum in gyrum*", que les historiens ont pris l'habitude d'appeler brièvement : le "de motu". Halley comprit son caractère génial et prometteur. Il

---

<sup>40</sup> De Gandt François, Texte de présentation de : *Newton de la Gravitation suivi de Du mouvement des Corps*, Gallimard (1995). Pages 86-94

<sup>41</sup> Niccolò Guicciardini, *Newton, L'horloger du Monde*, Les génies de la Science, février 2003, page 4 : La question à 40 shillings.

<sup>42</sup> De Gandt François, Texte de présentation de : *Newton de la Gravitation suivi de Du mouvement des Corps*, Gallimard (1995), page 94.

souhaita que l'auteur développât son propos., et c'est à cet effet qu'il se rendit de nouveau à Cambridge pour obtenir des approfondissements. Deux années plus tard, au terme d'un parcours mouvementé, Halley, l'éditeur persévérant de la première édition des **Principia Mathematica Philosophiae Naturalis**, put se réjouir, à juste titre, de tenir entre ses mains cet énorme livre, étape cruciale dans le développement de la science occidentale.

Newton proposera deux autres éditions de son génial traité, chaque édition étant, de sa part, l'objet d'une attention particulière. Ceci ne peut pas être dit de tous ses livres. En effet Il fut toujours réticent à montrer ses recherches ainsi certains ouvrages n'étaient pas vraiment destinés à la publication. Il faut aussi ajouter les pressions sociales et "commerciales" que plusieurs de ses "amis" ont exercé sur lui et des publications presque à son insu.

Il rédigea<sup>43</sup> en toute hâte un "Abrégé de sa chronologie, que l'on appela ensuite "Chronologie courte", qui mettait l'ouvrage " sous la forme la plus appropriée à sa lecture ..." et le livra en quelques jours à la Princesse. Conti en voulait également un exemplaire. Newton refusa, mais Conti obtint que la princesse en demande un à son intention. C'était là une demande que Newton ne pouvait non plus rejeter, mais il parvint à soutirer que Conti ne publierait pas.

...

Toute fois Newton n'en n'avait pas fini avec l'Abrégé. Lorsque Conti quitta l'Angleterre à la fin de 1716, il emporta son exemplaire pour le montrer aux cercles savants de Paris

...

Newton reçut une copie de l'abrégé le 11 novembre 1725. La lettre de Cavalier l'avait laissé froid, mais la publication l'irrita

Ce genre de discours ne peut être tenu pour aucune parution des Principia. Pour la deuxième édition il est utile de considérer le travail remarquable de Roger Cotes.

En mars<sup>44</sup> [1709], Bentley envoya à Cotes un exemplaire corrigé des Principia pour qu'il l'étudie, et en mai il lui écrivit que Newton serait heureux de le recevoir à Londres ... mais Newton, à son habitude, trouva qu'après tout il n'était pas encore près à se dessaisir de son manuscrit ...

Nous n'avons pas de renseignements techniques précis sur les conditions d'impression des Principia. La correspondance entre Newton et ses éditeurs nous permet

---

<sup>43</sup> pages. 823 à 827. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994)

<sup>44</sup> page 728-9. Idem

d'imaginer certaines circonstances, mais pas de comprendre les contraintes techniques qui auraient pu influencer de manière significative sur la publication. La comparaison avec d'autres publications de cette époque, notamment le volume des *Philosophical Transactions* de 1686 que nous avons eu la possibilité de consulter à la BNF, nous ont convaincu que les procédés d'impression aurait permis de reproduire des dessins d'expérience de bonne qualité<sup>45</sup>. Il nous semble important d'essayer d'imaginer ce que représentait au début XVIII<sup>e</sup> siècle l'impression d'un livre, qui plus est d'un livre scientifique. Pas de transfert, ni de mémorisation électroniques des fichiers, donc, correction matériellement effective sur le manuscrit lui même, assemblage de l'ouvrage page après page, composition du texte lettre après lettre, choix de la fonte, du genre de titrage, et pour les figures, gravure manuelle par un spécialiste virtuose de son art, donc concordance laborieuse de la figure avec son passage de référence, obligation d'aller chercher chez l'imprimeur les premiers tirages sur des feuillets comportant chacun plusieurs pages, de les transporter vraiment à l'auteur, corriger le texte, corriger les figures, renvoyer les corrections, et nous n'entrons pas dans les techniques de stockage ni de reliure<sup>46</sup>. Mais ici nous ne parlons que du cas d'un ouvrage ordinaire écrit par un auteur ordinaire... Un auteur pointilleux aussi occupé, préoccupé devrions nous dire, que Newton ne pouvait pas mener tranquillement, à bien, une telle entreprise. Il n'est pas Kepler couchant à côté de la presse et surveillant l'avancée du tirage de sa vision du ciel. La réussite d'un tel projet nécessitait un entourage dévoué et patient ... très patient. Roger Cotes fut, pour le directeur de la monnaie<sup>47</sup>, ce collaborateur non seulement dévoué et patient, mais aussi stimulant, exigeant et attentionné.

La correspondance<sup>48</sup> des trois mois précédents représentait pour Newton une expérience nouvelle. Réticent au départ, il avait laissé Cotes l'entraîner dans un authentique échange scientifique sans équivalent dans l'ensemble de sa correspondance, à l'exception de ses discussions ultérieures avec Cotes. Pour commencer, ses lettres étaient brusques et froides voire sèches. Mais en juin, il se mit à apprécier la discussion, lorsque Cotes le confronta de nouveau à l'excitation de l'accomplissement de son grand œuvre et ne répéta pas l'appellation moqueuse "Mr le professeur". En fait il remercia

---

<sup>45</sup> A partir de 1750, l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert, qui paraît plus certes quelques décennies plus tard, nous fournit sur ce sujet une double indication. Elle montre simultanément par ses gravures remarquables les techniques d'impression et le résultat de ce techniques.

<sup>46</sup> ainsi dans *Elémens de Philosophie Newtonienne* de Pemberton Henri, (1755) nous pouvons lire au bas de la page xvj : LE RELIEUR Est averti de ne pas couper le papier blanc qui est aux Figures, mais de l'insérer de façon qu'ils sortent entièrement du Livre. Ce qui laisse supposer une relation délicate entre l'imprimeur et le relieur.

<sup>47</sup> Au moment de la publication de la deuxième édition Newton est directeur de la monnaie à Londres depuis plusieurs années.

<sup>48</sup> page 732 Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994)

Cotes plus d'une fois pour ses corrections et sa réponse à la lettre du 30 juin, outre sa promesse de corriger la fin du texte s'achevait sur de chaleureuses salutations.

L'édition s'acheva en juin 1713. Bentley perçut tous les bénéfices de la publication. Cote retomba me semble-t-il sinon en disgrâce au moins dans l'indifférence polie. Quelque peu démuni, il rédigea seul une préface acerbe vis à vis de la philosophie de Leibniz. Sans le nommer une seule fois, respectant les recommandations de Bentley, il parvint à malmener, dans le style polémique de son mentor. Leibniz ne s'y trompa pas. La controverse pouvait continuer et même s'étendre.

La Marquise du Châtelet a traduit la préface de Roger Cotes. Ce texte utile et conséquent, 18 pages dans la typographie de l'époque, n'est pas accessible dans la réédition de Dunod, par contre nous l'avons trouvé dans la réédition de Blanchard de 1966. Cotes, étant donné la brièveté de sa vie, n'a pas eu le temps de laisser une œuvre considérable. Cependant il doit être estimé comme un scientifique ayant participé à la construction de notre connaissance rationnelle de la nature. Sa préface, que, selon Westfall, Newton n'a pas voulu lire, est un document historique. Ce n'était, sans doute, qu'un écrit de circonstance, mais il possède les qualités d'un texte destiné à la publication et à ce titre il mérite notre attention. Ce n'est pas une lettre privée et cette préface fait partie des Principia.

Les relations entre l'auteur et son éditeur devinrent tendues. La mort surprit Cotes à l'âge de 33 ans sans que l'on puisse affirmer qu'il ait eu connaissance de l'estime que le directeur de la Monnaie avait de lui et de son travail.

La troisième édition fut confié à Pemberton. Newton était alors sur le déclin. Il semble qu'il n'ait plus eu l'énergie suffisante pour faire face au travail assidu qu'exigeait une reprise détaillée de ce qu'il considérait comme son grand œuvre. Pemberton avait fait des études de médecine et comprenait fort bien les mathématiques. Il hasarda quelques remarques concernant les marées et d'autre sujets, Newton ne prit pas la peine de les considérer avec attention. Westfall ayant consulté la correspondance nous propose cet avis qu'il annonce comme partagé par la communauté des historiens de la spécialité.

Tout<sup>49</sup> le monde s'accorde à dire que Pemberton s'acquitta de sa fonction avec moins d'intelligence et de talent que Cotes pour la deuxième édition, et qu'il laissa une faible empreinte sur l'ouvrage.

---

<sup>49</sup> page 816. Richard Westfall, Newton, Flammarion (1994)

## LA GENÈSE DE LA PREMIÈRE ÉDITION DES PRINCIPIA

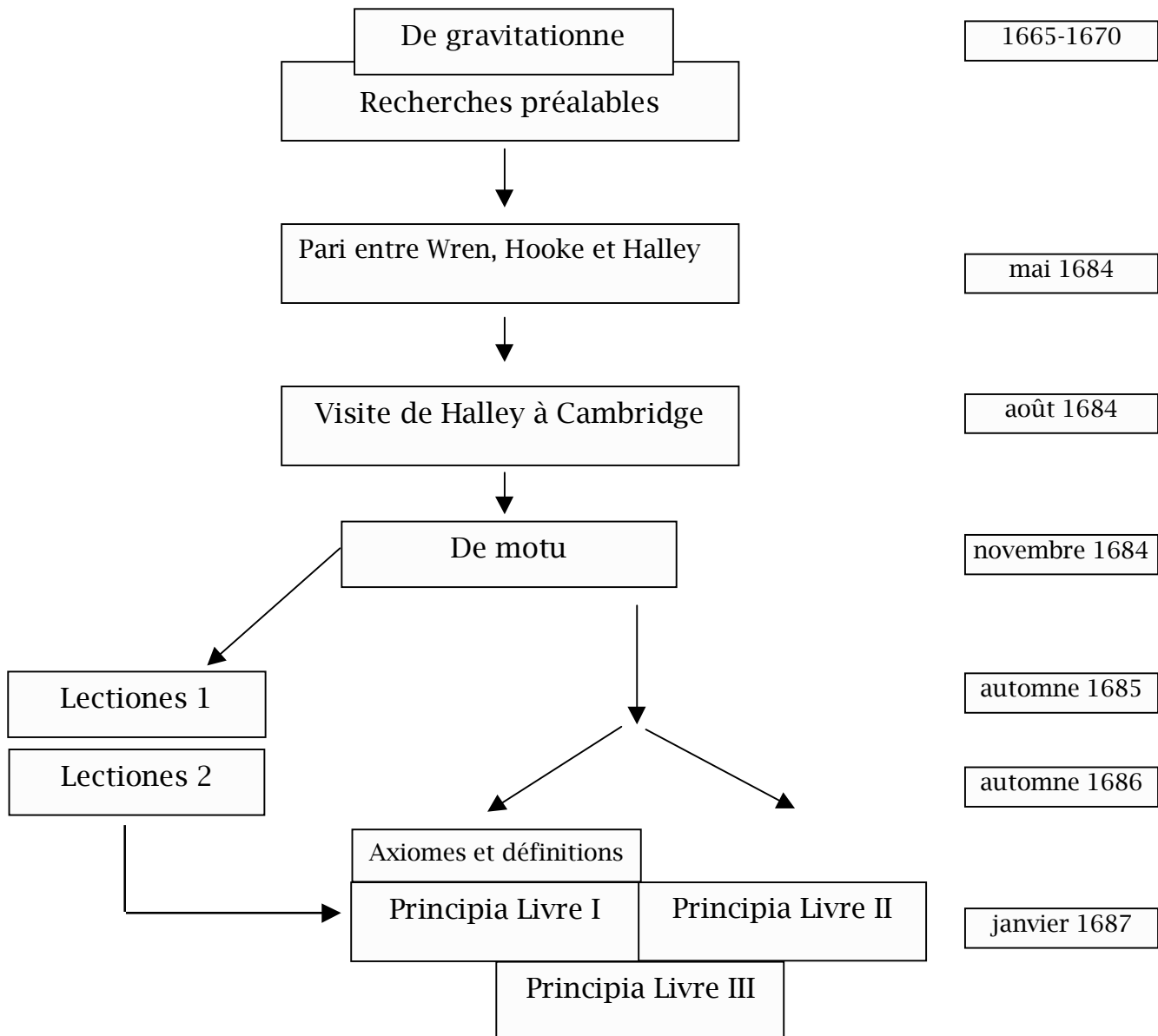


Figure 1 Les étapes historiques de la genèse des Principia schéma de l'auteur

## 7°) Le contexte historique

Pour la filiation historique, Newton se place, dans le corps de son texte, explicitement dans la lignée Copernic, Galilée et Kepler. Il cite ces auteurs et s'appuie sur leur résultats. Il s'inscrit explicitement en faux contre la théorie des tourbillons de Descartes.

D'une manière plus privée, il fait remonter son lignage jusqu'aux égyptiens, et le fait transiter par Pythagore, Philolaos, Aristarque de Samos et Platon.

C'était<sup>50</sup> l'opinion la plus ancienne de ceux qui s'appliquaient à la philosophie que les étoiles fixes se trouvaient immobiles dans les parties les plus élevées du monde, et qu'en dessous les planètes évoluaient autour du soleil, que la terre, parmi ces planètes, décrivait sa course annuelle autour du soleil tandis que par un mouvement diurne elle tournait sur son axe, et que le soleil demeurait au repos au centre de l'univers. C'était la philosophie enseignée dans l'Antiquité par Philolaos, Aristarque de Samos, Platon dans ses années de maturité, la secte entière des pythagoréens, et le plus sage des empereurs romains, Numa Pompilius. Comme symbole de l'orbite ronde avec le feu solaire en son centre, Numa érigea un temple rond en l'honneur de Vesta, et ordonna que l'on y entretienne un feu perpétuel en son centre. Les Egyptiens furent les premiers observateurs des cieux, et c'est probablement à partir d'eux et des nations qui les entouraient, que les Grecs, peuple plus enclin à l'étude de la philologie qu'à celle de la nature, dérivèrent leur premières notions philosophiques qui étaient aussi les plus saines ; et dans les cérémonies des Vestales, nous pouvons reconnaître l'esprit des Egyptiens qui dissimulaient sous les voiles des rites religieux et des symboles hiéroglyphiques, des mystères qui dépassaient la capacité du commun des mortels.

Ce<sup>51</sup> long extrait est assez significatif d'une certaine méthode d'exposition. Des faits avérés incontestables sont énoncés, les rites vestaliens et l'existence des hiéroglyphes. Tout comme la chute des corps et la ronde des planètes, le contenu de ces faits ne sont pas en eux mêmes transparents, et nous ne pensons pas que leur coordination soit l'objet d'un système établi. Le gravitation universelle vient alors comme une explication totalisante qui rend tout clair, ce n'est même pas une hypothèse. Nous considérons que la gravitation universelle constitue une quatrième loi de Newton et qu'elle est solidaire des trois premières. Le système solaire soumis aux seules trois premières lois se disloquerait inévitablement. La théorie de la gravitation universelle vient réunir et rendre cohérents ces faits qui au départ ne sont que manifestations hétérogènes. Le texte cité ci dessus laisse apparaître une notion de savoir caché, caché à la foule du commun des mortels. Ce savoir est délivré par l'intermédiaire de rites symboliques mais opaques à la multitude. Seuls

---

<sup>50</sup> page 471. Westfall, Newton. Ce texte de Newton lui même cité par Westfall provient des : Manuscrits additionnels de la Cambridge University Library.

<sup>51</sup> Vis à vis de la corrélation entre les travaux théologiques et scientifiques de Newton, en conclusion de son ouvrage : La Naissance de la Science Moderne en Europe (page 364), Pablo Rossi avance un point de vue éclairant

"La méthode pour interpréter le texte est identique, en substance, à celle qui permet d'interpréter la nature. Il n'existe qu'une méthode pour atteindre la vérité, et elle vaut aussi bien pour la Bible que pour la nature. Elle caractérise la science tout autant que la religion. Comme l'avait affirmé Galilée, les deux livres, de la Bible et de la nature, ne peuvent se contredire l'un l'autre. Mieux, et pour le coup, contrairement à ce que pensait Galilée, ils doivent être lus selon les *mêmes règles de lecture* : « De même que ceux qui veulent comprendre la structure du monde doivent s'efforcer de ramener leur connaissance à la plus grande simplicité possible, on doit agir de même lorsqu'on cherche à comprendre ces visions »

Aux *règles* énoncées au début du *Traité sur l'Apocalypse* font suite les *définitions* et les *propositions*. Ces dernières, exactement comme dans l'*Optique*, « sont prouvées de deux façons, par les règles et les définitions (l'équivalent des principes mathématiques), et par la référence directe à l'Écriture (semblable à la confrontation avec les phénomènes, c'est-à-dire aux expériences) » (Mamiani, 1990 :110-111). Newton estime ainsi possible et souhaitable une lecture *scientifique* du Texte Sacré. Une interprétation de l'Écriture, menée selon les règles proposées, donne en effet les mêmes certitudes et les mêmes garanties que celles qu'offre la vérité scientifique [...]"



quelques hommes auront le pouvoir d'accéder explicitement à ces vérités, et d'autres après une réflexion conséquente auront la capacité de les organiser en un système déductif. Il me semble que la géométrie dans sa forme euclidienne pourrait constituer, pour Newton, un équivalent à la symbolique religieuse, dans le sens où elle constitue un support de transmission entre deux ordres d'existence que seuls certains hommes peuvent déchiffrer. Newton revendique clairement au début du livre III sa volonté de constituer un document dont la forme d'expression nécessite un apprentissage, une initiation ...

Il<sup>52</sup> est effectivement nécessaire que celui qui veut s'instruire dans la géométrie sache décrire ces lignes avant de prendre les premières leçons de cette science : après quoi on lui apprend comment les problèmes se résolvent par le moyen de ces opérations.

Newton se réclame donc d'une tradition plurimillénaire, ceci lui est sans doute indispensable pour avancer vers un savoir nouveau, conjectural. Newton selon lui-même, au regard de cette citation, n'invente rien, il découvre, il met à jour ce que les sages de l'antiquité savaient. Ce point de vue peut partiellement justifier le recours très limité, dans les *Principia*, à la géométrie analytique initiée par Descartes, à sa méthode des fluxions ou à la méthode des indivisibles théorisée par Cavalieri et popularisée par Torricelli en 1644<sup>53</sup>. L'admiration pour Euclide et la géométrie des anciens ne fait aucun doute. On peut proposer un caractère presque allégorique aux figures géométriques du livre II. Certes ces figures n'ont pas la nature ésotérique des allégories soutenant les pratiques alchimiques. Cependant les commentateurs évoquent régulièrement le caractère incomplet des démonstrations, les figures envisagées comme produites par une procédure mécanique fonctionnent à mon sens comme des preuves. L'étude des figures en tant qu'objet de communication des résultats, comme outil de production d'une solution et comme élément essentiel de preuve dans le raisonnement mérite que l'on s'y attarde. La notion de rigueur dans les démonstrations est non seulement historique mais aussi contextuelle et psychologique. Les évidences d'une personne et d'une époque ne sont pas les évidences d'une autre personne pour une autre époque.

---

<sup>52</sup> page XX, Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

<sup>53</sup> Voir pp.168-202. De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995). Exposé détaillé de la méthode des indivisibles de ses paradoxes et de ses enjeux pour la conception de la physique naissante.

J'avais<sup>54</sup> d'abord traité l'objet de ce troisième Livre par une Méthode moins mathématique, afin qu'il puisse être à la portée de plus de personnes. Mais de crainte de donner lieu aux chicanes de ceux qui ne voudraient pas quitter leurs anciens préjugés, ...

Une<sup>55</sup> consultation superficielle peut donner à croire que la géométrie des *Principia* est habituelle. Cependant tout ceux qui ont essayé de lire avec attention les *Principia* ont rapidement découvert que la géométrie de Newton était loin des sentiers battus. Les figures sont engendrées par un mouvement continu, et les limites de rapports et de sommes de grandeurs évanouissantes interviennent tout au long du travail.

...

Newton aurait pu aussi donner plus d'indications sur l'utilisation de ses techniques algorithmiques de pointe, comme les séries et les quadratures, par exemple, dans un appendice. Il envisagea réellement cette option en 1690 quand il commença à envisager une seconde édition. Mais même dans la seconde (1713) et la troisième (1726) éditions, les *Principia* étaient encore écrit en langue géométrique, un voile géométrique qui mit ce qui semblait mathématiquement plus intéressant hors de vue.

Au sujet de Descartes l'attitude est radicale, et quelque peu injuste. En 1664, Newton, étudiant "rebelle" et autonome s'approprie, à sa manière, divers auteurs dont le philosophe français. Le nom de Descartes apparaît dans le texte des *Principia*, il s'agit alors pour le professeur lucasien de pourfendre les thèses du penseur continental. Newton doit beaucoup à Descartes ce qu'il ne reconnaît pas. Au début de ses études Newton s'est nourri de cet auteur que d'Alembert proclame, en 1750, comme ayant secoué de joug de la scolastique. Ce joug de la scolastique, il fallait aussi le secouer en Angleterre. Bien que ne faisant pas partie du corpus officiel de l'enseignement universitaire du Cambridge du XVII<sup>e</sup>, Newton de manière indépendante a assimilé gloutonnement, ce qui était disponible, des savants d'avant-garde de cette époque. Les *Quaestiones quaedam philosophiae*<sup>56</sup> portent principalement sur les interrogations auxquelles l'étudiant rebelle se livre confronté à la lecture entre autres de Descartes. L'athéisme, supposé inéluctable, des philosophes matérialistes sera pointé par Henry More et transmis à Newton. C'est une des raisons

---

<sup>54</sup> Page 295 début du livre troisième. Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

<sup>55</sup> Page 254; Guicciardini Niccolò, Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method, MIT Press (2009).

The geometry of the *Principia* might look familiar at a superficial inspection. Yet those who tried to read the *Principia* in depth soon discovered that Newton's geometry was far removed from the beaten track. Figures are generated by continuous motion, and limits of ratios and sums of vanishing magnitudes occur throughout the work.

...

Newton might also have given more indications on the use of higher algorithmic techniques, such as series and quadratures, for instance, in an Appendix. He actually considered this option in the 1690s when he began considering a revised second edition. But even in its second (1713) and third (1726) editions, the *Principia* was still written in a geometrical language, a geometrical veil that kept what seemed mathematically more interesting out of sight.

possible de son opposition farouche à Descartes, auquel il est redevable du concept d'inertie linéaire, quand bien même Descartes n'a pas su en concevoir une théorie articulée, quantitative et déductive.

Les<sup>57</sup> notes personnelles de Newton s'accordent avec les récits de Conduitt et de DeMoivre suivant lesquels il se serait immédiatement plongé dans l'analyse moderne sans véritable connaissance de la géométrie classique. Ils s'accordent également sur le rôle fondamental de Descartes. La seconde édition de Schooten était son livre de base. ... En un an, sans l'aide d'aucun enseignement il domina tous les résultats de l'analyse et commença à ouvrir de nouvelles voies.

La découverte d'Euclide semble s'être effectuée plus tard. Nous savons par un témoignage postérieur, qu'en 1664, sa connaissance, des fondements grecs de la méthode déductive en géométrie était loin d'être complète. Westfall attire aussi notre attention sur le fait que Newton connaissait les théories d'Aristote ainsi que certains commentaires, qui devaient être abondants et facilement accessibles à cette époque. Ceci est attesté par l'existence de cahiers personnels, notes de lecture et parfois de propositions de vérification ou de recherche. Au début de ses études Newton est un étudiant ordinaire au moins par sa réflexion, et pendant quelques années il incorpore les conceptions de son temps.

Les notes que Newton recopia scrupuleusement concernaient le passé au lieu de l'avenir, et on chercherait en vain pour trouver une trace de la destinée avenir chez leur auteur.

Ainsi, toutes novatrices que puissent être les théories de Newton en philosophie naturelle, elles n'en demeurent pas moins le fruit d'un processus de maturation dont la recherche des origines se perdrait dans des possibilités de fondement sur une antiquité incertaine. Newton forçant le trait, installe la paternité de ses investigations dans l'Egypte antique. Il revendique (dans un autre texte que les Principia) sa filiation avec des puissances célestes hermétiques, communicant par symboles. Plus sûrement, nous avons la preuve qu'il a lu Euclide avec intérêt et qu'il se réclame de la géométrie des anciens. Nous avons les traces de notes peu enthousiastes sur Aristote, et d'autres défensives sur Descartes. Galilée, Kepler sont des alliés. Et puis il y a bien entendu, les innombrables contemporains. Newton est réputé solitaire et ombrageux, sa communication avec ses contemporains est

---

<sup>56</sup> Abrégées en quaestiotianes

<sup>57</sup> pages. 132-3. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994), titre original : *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* Cambridge (1980).

délicate, parfois rude, cependant dans son travail il est relié à une tradition philosophique profonde et clairement explicite, de plus il participe pleinement avec vivacité, même s'il le regrette parfois, aux multiples et violents tourbillons philosophiques de son époque.

### 8°) La composition des Principia

Les Principia sont composés de trois livres presque égaux en nombres de pages précédés d'un préalable d'une trentaine de pages constitué de deux parties : les *définitions* et les *axiomes*. Une continuité évidente se dessine entre les livres I et III. Le livre II peut, alors, paraître comme une addition accessoire. La lecture du De Motu infirme ce point de vue, puisque le mouvement dans un milieu fluide fait déjà l'objet de deux paragraphes dans ce petit traité. Les Lectiones nous donnent à penser que les Principia étaient à l'origine constitués de deux parties, les futurs livres I et III, le livre I étant un développement particulièrement approfondi du De Motu. Le livre I prenant une telle ampleur, il se fractionna sous l'effet de son volume en deux parties les actuels livre I et II. Ce livre II fait donc vraiment partie des Principia, contrairement au jugement de l'histoire, qui aurait tendance à le marginaliser de l'ouvrage. A l'intérieur du livre II, la préoccupation cosmique n'est d'ailleurs jamais loin. On retrouve des corps, immergés dans un milieu résistant, en rotation autour d'un point fixe, centre de force, le soleil n'est pas cité mais comment ne pas y penser surtout quand la lettre attribuée à ce point est S et P pour le corps mobile.

On pourrait en simplifiant abusivement dire que les livres I et III sont de la mécanique céleste et le livre II de la mécanique terrestre et ainsi restaurer quelque chose de la partition aristotélicienne du monde en supralunaire et sublunaire. Pour Aristote la trajectoire de la lune constituait la ligne de partage des explications. Alors comment ne pas voir, dans la provocation<sup>58</sup> qui consiste à prétendre que la lune tombe sur la terre comme une pomme, comme toutes les pommes, un désaveu explicite de l'organisation du cosmos selon le stagirite.

Il me semble, que l'ambition de Newton est de produire une théorie globale du monde, ou plus exactement, que Newton semble penser que Dieu nous a doté de la capacité

---

<sup>58</sup> provocation renforcée par un calcul qui assied une concordance quantitative

de comprendre sa création dans son ensemble, comme le soutiendra, Einstein cet admirateur prestigieux.

Ce qu'il y a de plus incompréhensible dans l'univers, c'est qu'il soit compréhensible..

L'exploration rationnelle de l'univers ne sera pas facile, Newton le sait. Il ne croit pas qu'il arrivera à tout comprendre, mais il veut être sur le chemin de ce tout. Il veut aussi ne pas hasarder des spéculations douteuses et l'on remarque dans le livre II des propositions d'investigations physiques à réaliser à partir de ses considérations mathématiques. Pour Newton, le monde n'est pas fait que de matière, ceux qui le prétendent se trompent. S'il en était ainsi le soleil s'épuiserait dans la diffusion de son rayonnement. La lumière n'est pas de la matière ou alors pas de la matière ordinaire. Si l'espace était rempli de matière alors les planètes ne pourraient pas y circuler librement. Dans les Principia Newton formule peu de questions. Pour certaines affirmations contenues dans les différentes propositions il me semble que restaurer la question sous-jacente constitue un élément de compréhension de la démarche newtonienne. Peut-on envisager l'existence d'un tourbillon matériel qui accompagnerait qui porterait les planètes dans leur déplacement autour du soleil ? Comment aborder en philosophe la résistance qu'un fluide oppose aux déplacements des objets ? Comment imaginer l'organisation interne d'un fluide en rotation, autrement dit, d'un tourbillon cartésien ? C'est à cela que livre II est explicitement destiné. Dans les fluides les particules de matière sont déliées, les métaux chauffés, pénétrés par la substance du feu, fondent, deviennent liquides. Implicitement le livre II pose des questions, sur la structure de la matière, sur les forces de cohésion des solides et c'est en n'y répondant pas que Newton précise sa méthode. L'homme peut-il pénétrer l'essence de la nature ? La réponse newtonienne est non. Dieu est partout dans l'univers, tout savoir sur son fonctionnement ce serait tout savoir sur Dieu. Cependant l'homme peut se mettre en chemin et au travers des mathématiques améliorer sa connaissance de la nature. L'aveu d'ignorance quand au mécanisme réel de la gravitation universelle se reproduit dans le livre II à propos du fonctionnement des fluides. C'est un élément de son style, produire des représentations mathématiques de la nature en acceptant d'ignorer (momentanément ? ) l'essence des phénomènes.

A partir de l'étude du cosmos, et plus précisément des satellites de Jupiter, Newton a induit la nécessité d'une attraction entre les corps célestes, puis il l'a rapportée sur terre et a affirmé l'obligation d'admettre la gravitation universelle. La livre II propose une démarche inverse : étudions les fluides où nous les trouvons, sur terre, et à partir de cette étude terrestre partons à la rencontre du cosmos.

C'est aussi un moment où Newton se livre à une étude de la matière, répulsion, attraction, à longue distance, à courte distance, entre les particules. La capillarité, l'électricité et le magnétisme traînent dans les esprits ; Pourrait-on expliquer leurs bizarreries ? La lumière n'est pas de la matière, mais la matière agit sur elle, comment est ce possible ?

Toutes ces questions sont sous-jacentes au livre II, même si Newton se positionne parfois en mathématicien qui ne se prononce pas au sujet des causes des phénomènes du monde physique. On peut attribuer cette attitude réservée aux traits d'un caractère méfiant à l'excès, mais on peut aussi y voir la rigueur méthodologique d'un théoricien qui ne prétend pas plus qu'il n'en sait et se refuse à entraîner son lecteur dans des fables qui seront autant de gênes pour les progrès ultérieurs.

Newton délaisse fermement la division du monde comme Aristote le prétendait. Il fuit la théorie cartésienne d'un univers exclusivement composé de matières en contact. Il se propose, il nous propose d'étudier soigneusement, et en détail l'organisation des fluides avec l'espoir non formulé d'en recueillir des informations sur l'organisation des particules et de leurs interactions.

Structuré d'une manière très proche des *Eléments* d'Euclide, les *Principia* est un ouvrage composé de cinq parties inégales, dans leur taille et dans leur fonction.

- ◆ Les définitions (10 pages)
- ◆ Les axiomes (12 pages)
- ◆ Le livre I (149 pages)
- ◆ Le livre II (121 pages)
- ◆ Le livre III (118 pages)

## 9°) Le livre II

Il est d'usage de considérer le livre II comme étant à part de l'ensemble, et même de le dévaloriser. Outre, comme indiqué précédemment, la nécessité de réaliser des balayages synthétiques, les raisons de cette mise à l'écart sont multiples. Sans prétendre à l'exhaustivité nous en mentionnons quelques unes :

- ◆ Tout d'abord le sujet : l'étude des fluides, peut être une partie évaluée comme marginale dans la physique,
- ◆ la méthode géométrique, estimée comme lourde, inadéquate et dépassée,
- ◆ le but : invalider la théorie cartésienne des tourbillons, théorie qui se serait de toute façon effondrée d'elle même,
- ◆ les résultats considérés au regard de la science contemporaine comme globalement faux.

### a Le sujet

La mécanique des fluides est irrémédiablement, pour notre époque, accrochée à la technique, à la technologie, et pour n'en citer qu'une, aéronautique<sup>59</sup> : comment faire voler des avions de plus en plus gros et consommant de moins en moins de carburant à fin de minimiser les coûts. Selon ce point de vue la mécanique des fluides ne serait que de la recherche appliquée et ne pourrait pas avoir d'enjeu philosophique majeur. D'un point de vue historique pour la période qui concerne l'écriture et la parution des Principia : comment faire naviguer des bateaux de plus en plus gros de plus en plus solide et de plus en plus rapides, comment améliorer l'artillerie<sup>60</sup> concevoir, fabriquer et manœuvrer des canons qui tirent de plus en plus loin des boulets de plus en plus gros et avec de plus en plus de précision etc. autant de sujets que l'on pourrait considérer comme plus technologique que philosophique. Ainsi lorsque Andrew Janiak dans son livre : *Newton as a Philosopher* s'attache à installer le Président de la Royal Society comme un acteur profond et important de la philosophie mécaniste il n'utilise dans les Principia que les livres I et III. La gravitation universelle serait la grande affaire des Principia et Einstein avec sa *Relativité Générale* viendrait deux siècles plus tard comme attester, en reprenant le sujet, de la profondeur du projet.

---

<sup>59</sup> on peut encore indiquer l'hydraulique qui est une science encore plus appliquée, son objet étant, entre autres, de calculer le calibre des tuyaux qui arrivent à nos robinets et aussi de ceux qui partent vers les égouts.

<sup>60</sup> Balistique (du latin classique ballista, baliste) : Science qui étudie les mouvements des corps lancés dans l'espace, et plus spécialement des projectiles de guerre. © Larousse 2005. L'usage du mot savant balistique ne doit pas nous faire oublier qu'il s'agit essentiellement d'améliorer les canons et qu'il n'y a aucune indication de relation entre Newton et les technologies de la guerre.

L'énigme de l'univers, l'énigme du Tout, serait dans la gravitation et certainement pas dans la trajectoire des boulets de canon ou dans l'efficacité des moulins à vent ou à eau.

Il est tout à fait probable que Newton ne s'intéressa de manière suivie ni à la navigation ni à la balistique et ceci quoiqu'il y fasse, dans le texte même, des allusions que nous devons considérer comme, plus de circonstances, que fondées sur des expériences réalisées ou projetées. Dans la lettre à Collins<sup>61</sup> du 20 juin 1674 après avoir remercié le destinataire et réalisé quelques commentaires techniques et modérés sur l'ouvrage, que Turnbull pense être *Guenuine Use and Effects of the Gunne demonstrated* (1674) de Anderson, il conclut :

Si<sup>62</sup> vous aviez l'occasion de parler de ceci à l'Auteur, je souhaite que vous ne lui disiez rien de moi, je n'ai pas l'intention de m'occuper de cela à l'avenir.

#### b La méthode géométrique.

Nous reviendrons plus loin dans le cours du développement sur la méthode géométrique. Nous élargirons dans l'annexe le sujet en parlant des méthodes de représentation et de leur rôle dans la communication. Newton se limite dans les Principia presque exclusivement à la transmission de figures géométriques. Si l'on compare l'ouvrage de Newton aux Principia de Descartes, à la Micrographia de Hooke, aux Philosophical Transactions de la Royal Society la différence sonne comme une opposition.

#### c La théorie des tourbillons cartésiens pourfendue.

La tentation est grande de réduire le livre II à une invalidation de la théorie cartésienne des tourbillons. Si tel était le projet newtonien alors en nous contentant de lire le scolie final de la section IX du livre II nous aurions appréhendé l'essentiel du livre II.

Mais dès la définition de la matière comme quantité prenant en compte la densité et le volume conjointement Newton prépare le livre II. En effet si la masse caractérise les corps solides que l'on peut considérer comme une totalité en réduisant l'étude de leur mouvement à l'étude du mouvement de leur centre de gravité, il n'en est pas de même pour les fluides qui ont besoin d'une caractéristique locale ce que fournit la densité. On peut

---

<sup>61</sup> Lettre 122 page 309. Newton Isaac, *The correspondence of Isaac Newton*, volume 1, 1661-1675, édité par H.W. Turnbull, Cambridge (1959).

<sup>62</sup> If you should have occasion to speak of this to ye Author, I desire you would not mention me becaus I have no mind to concern my self further about it.



donc interpréter cette définition inhabituelle de la quantité de matière comme une préparation au livre II.

#### d Les résultats

Si les historiens des sciences ne devaient évaluer l'intérêt d'un ouvrage que par les succès pérennes des propositions dont il est composé, alors il ne resterait plus beaucoup de livres dignes de notre considération. Ainsi on trouverait bien, dans les Principia de Newton, les trois célèbres lois qui régulent l'usage de la notion de force mais on serait très étonné de la définition préalable de ces mêmes forces, et sans être pointilleux on barrerait en rouge les diagrammes dans lesquels Newton compose dans un même parallélogramme une vitesse avec une accélération, accélération qui c'est vrai, n'en est pas vraiment une, au sens d'accélération instantanée. Cette manière d'analyser le livre II des Principia est soutenue par une conception implicite de la science et de ses méthodes. La science ne progresserait que de succès définitifs en succès définitifs et sa méthode serait homogène. Il y aurait **une** méthode scientifique, Paul Feyerabend<sup>63</sup> n'est pas le seul à ne pas croire à la *Méthode Scientifique*. Le modèle ultime de la science véritable serait les mathématiques que l'on se plaît parfois à désigner au singulier sous le terme de : La Mathématique, comme si elles n'étaient constituées que d'une seule matière animée par un seul principe.

## **II ] De la difficulté du texte.**

### 1°) L'impression des lecteurs.

Nous avons déjà évoqué la difficulté du texte, cette difficulté tient au latin, à l'époque, au sujet, à la méthode d'exposition. Essayons de mieux saisir cette difficulté au travers de quelques commentaires. Il faut remarquer que la reconnaissance d'une incompréhension est assez rare dans le littérature scientifique et pour un aveu de cette sorte il faut, sans doute, en imaginer dix inexprimés. Le commentateur d'un texte prestigieux, et les Principia l'est, préférera généralement ne pas parler d'un aspect ou d'une partie que de reconnaître que il ne le comprend pas.

---

<sup>63</sup> Feyerabend Paul, *Contre la méthode. Pour une théorie anarchiste de la connaissance*, Point Science (1979).

Les<sup>64</sup> Principia à eux seuls seraient une charge très lourde pour des éditeurs prenant leur tâche très à cœur, comme l'a dit dans une certaine mesure Rouse Ball dans son Essai sur les Principia de Newton (1893). Il est indispensable de comparer soigneusement les trois éditions parues du vivant de Newton, les ajouts et variantes dans les seconde et troisième éditions étant considérables et requérant nombre de commentaires d'experts. **Les méthodes mathématiques utilisées pour l'exposition, si pas nécessairement pour l'acquisition, des résultats, sont inhabituelles de nos jours** et exigeraient dans la plupart des cas une étude particulière : ainsi que le dit Whewell fort à propos " Personne depuis Newton n'a su utiliser dans la même mesure des méthodes géométriques pour le même but, et lorsque nous lisons les Principia **nous nous sentons comme si nous étions dans une ancienne armurerie** dans laquelle les armes sont d'une taille gigantesque ; et quand nous les regardons, nous nous émerveillons du genre d'homme qu'il était qui pouvait utiliser une arme d'un poids que nous pouvons à peine soulever."

Jean Marie Vigoureux signale la publication des Principia dans son "Les Pommes de Newton" par :

Malgré<sup>65</sup> les 500 pages dont plus de la moitié **de calculs à peine compréhensibles**, les Principia vont connaître en Angleterre un succès immédiat.

Lisons ce que Fontenelle, sous la plume de d'Alembert, dit des Principia dans l'Encyclopédie.

Cet ouvrage<sup>66</sup> [les Principia], dit M. de Fontenelle, où la plus profonde géométrie sert de base à une physique toute nouvelle, n'eut pas d'abord tout l'éclat qu'il méritoit, & qu'il devoit avoir un jour. Comme il est écrit très-savamment, que les paroles y sont fort épargnées, qu'assez souvent les conséquences y naissent rapidement des principes, & qu'on est obligé à suppléer de soi même tout l'entre-deux ; il falloit que le public eût le loisir de l'entendre. Les grands géometres n'y parvinrent qu'en l'étudiant avec soin ; les médiocres ne s'y embarquerent qu'excités par le témoignage des grands ; mais enfin, quand le livre fut suffisamment connu, tous ces suffrages qu'il avoit gagnés si lentement, éclaterent de toutes parts, & ne formerent qu'un cri d'admiration. Tout le monde fut frappé de l'esprit original qui brille dans l'ouvrage de cet esprit créateur, qui dans tout l'espace du siècle le plus heureux, ne tombe guere en partage qu'à trois ou quatre hommes pris dans toute l'étendue des pays savans. Aussi M. le marquis de l'Hôpital disoit que c'étoit la production d'une intelligence céleste, plutôt que celle d'un homme.

---

<sup>64</sup> Introduction (page xvii) **Newton Isaac**, *The correspondence of Isaac Newton*, volume 1, 1661-1675, édité par H.W. Turnbull, Cambridge (1959). La mise en exergue du texte est notre fait.

The *Principia* alone would make very heavy demands upon editors anxious to do full justice to their task, as is to some extent indicated in Rouse Ball's *Essay on Newton's 'Principia'*, 1893. There is the necessity of carefully comparing the three editions which appeared in Newton's lifetime, the additions and variations made in the second and third editions being considerable and requiring much expert comment. The mathematical methods employed in the exposition, if not necessarily in the first attainment, of the results, are somewhat unfamiliar in the present times and would in most cases demand special study: as Whewell justly said ' Nobody since Newton has been able to use geometrical methods to the same extent for the like purpose; and as we read the *Principia* we feel as when we are in an ancient armoury where the weapons are of gigantic size; and as we look at them we marvel what manner of man he was who could use as a weapon what we can scarcely lift as a burden.'

<sup>65</sup> page 224. **Vigoureux Jean-Marie**, *Les Pommes de Newton*, Diderot Multimédia (1997).

<sup>66</sup> Article WOLSTROPE (*orthographe de l'Encyclopédie*) de l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert, 23<sup>ème</sup> paragraphe. L'article est long il devrait être consacré à ce village mais en fait il donne beaucoup de détails sur la vie de Newton. D'autre part dans l'Encyclopédie il y a une entrée sur newtonianisme et aucune sur Newton !

Comme l'indique Fontenelle, les savants de l'époque, pourtant rompus à la géométrie, n'ont pas pu intégrer facilement la méthode de l'auteur. Ils ont été *obligés de suppléer d'eux même tout l'entre-deux*. Un des objectifs de ce travail est de construire des intermédiaires de compréhension, ce que Fontenelle appelle des *entre deux*. Les équations différentielles constituent un entre deux tout trouvé. Cependant il faut signaler que la notion de force chez Newton est plurielle. Dans chaque cas étudié la notion participe aux calculs de manière différente. Les chocs ne durent pas, ils sont instantanés. En dehors des chocs, la force imprimée a besoin de durer pour entraîner une modification de la vitesse. La notion d'instant infiniment court qui serait l'occasion pour une force imprimée d'entraîner un changement de vitesse ne fait pas partie des raisonnements. Le recours aux équations différentielles nous permettra de mieux comprendre la situation physique étudiée par Newton, mais il sera un obstacle à la compréhension de sa méthodologie.

Guicciardini dans : *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, ouvrage consacré principalement à la géométrie, évoque la difficulté du texte des Principia et renchérit de manière plus nette dans le numéro spécial de Pour La Science :

Les<sup>67</sup> Principia sont un répertoire abondant de mystères de cette sorte qui ne peuvent être, que dans quelques cas, résolus par l'étude des manuscrits disponibles.

UNE<sup>68</sup> CEUVRE MAL ÉCRITE ET DIFFICILE À LIRE, MAIS DE GÉNIE

Les *Principia* sont très mal écrits. De la fureur inventive de Newton est né un ouvrage gorgé de circonvolutions, d'imprécisions terminologiques et de lacunes. Quiconque a tenté une lecture sérieuse et attentive des *Principia* sait que, plus d'une fois, il convient de lire un corollaire avant le théorème dont il procède, que Newton confie souvent au lecteur la preuve «facile» d'un énoncé alors même que cette preuve est tout sauf facile. On raconte qu'un jour, un étudiant de Cambridge, voyant passer Newton, s'exclama: «Voici un homme qui a écrit un livre que ni lui, ni personne n'arrive à comprendre ! ». À première vue, le succès de l'ouvrage financé par Halley est loin d'être assuré.

## 2°) Les raisonnements par proportionnalité.

Newton raisonne souvent par proportionnalité avec des chaînes relativement longues et parfois discutables<sup>69</sup> qu'il nous est possible de suivre et de démêler, comme nous l'indique Cohen<sup>70</sup>, qu'en écrivant des égalités algébriques.

<sup>67</sup> page 113 ligne 30. Guicciardini Niccolò, *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009).

The *Principia* is a rich repertoire of such mysteries, which can be resolved in only a few cases by the study of extant manuscript sources.

Nous avons vu précédemment que d'une certaine manière, Whewell convoque à charge la méthode géométrique, et il n'est pas le seul, mais il n'y a pas que la méthode géométrique qui puisse paraître l'arme d'un géant herculéen. Newton utilise abondamment la proportionnalité dans ses raisonnements. Les raisonnements par proportionnalité peuvent être considéré comme un aspect des *Éléments* d'Euclide et peuvent être soutenus par des figures géométriques. Parfois cela donne une fulgurance aux démonstrations que l'on peut aller jusqu'à trouver élégantes. Les raisonnements par proportionnalité peuvent aussi paraître élémentaires mais en cas de multiplicité de variables interdépendantes cela demande une grande vigilance et devient inextricable pour le lecteur ordinaire, et il y a régulièrement l'obligation de les traduire par de l'algèbre.

On ne peut pas affirmer sans précaution que la surface d'un rectangle est proportionnelle à sa longueur, il faut préciser à largeur constante, ce que l'on dit parfois : "la surface d'un rectangle est proportionnelle à sa longueur *toute chose égale par ailleurs*". Les surfaces et les longueurs étant des grandeurs de natures différentes, pour la personne ayant eu quelques déboires avec la proportionnalité, la composition des pourcentages par exemple, il y a une vigilance spontanée vis à vis des affirmations de proportionnalité non directe. On pourrait penser que la diagonale qui est une longueur est proportionnelle à la longueur d'un côté, mais cela est faux. Pour un rectangle il y a deux variables, la longueur et la largeur et un résultat la surface. Le contenu sous entendu dans le "toute chose égale" pour le cas de la surface du rectangle est suffisamment évident pour ne pas devoir être précisé. Dans un problème des *Principia* nous sommes en présence au moins d'un corps qui possède une masse<sup>71</sup>,  $m$ , nous voulons savoir les changements de sa position,  $x$ ,  $\Delta x$  (l'incrément de  $x$ ), en fonction du temps,  $t$  et  $\Delta t$  (l'incrément de temps). Pour cela il faudra déterminer la vitesse,  $v$  qui change,  $\Delta v$ , sous l'action d'une ou de plusieurs forces,  $P$  et  $R$ ,

---

<sup>68</sup> Page 46. Guicciardini Niccolò, *Newton l'horloger du monde*, Pour la science, les Génies de la Science, N°17.

<sup>69</sup> Dire que la variation de vitesse est proportionnelle à la force imprimée est vraie quand on fixe à la fois la masse du corps et l'intervalle de temps. Les raisonnements par proportionnalité obligent à une grande vigilance. Dans le cas de proportionnalités en chaîne une erreur est toujours possible.

<sup>70</sup> Newton Isaac, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999) page 316.

This first basic assignment will usually require the reader to transform Newton's rhetorical expressions of ratios and proportions into either equations, introducing a constant of proportionality, or symbolic statements of the form  $A : B = C : D$ ,  $A : B :: C : D$ , or

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ .

<sup>71</sup> La forme du corps est généralement sans importance et n'est même pas précisée.

poids et résistance par exemple, poids constant et résistance qui peut être variable. Il y a une multiplicité de variables qui sont toutes reliées entre elles, certaines par des définitions<sup>72</sup> d'autres par des lois d'autres encore reliées ni par des définitions ni par des lois, mais par des hypothèses particulières et attachés à la situation étudiée.

L'espace parcouru est proportionnel à la vitesse, cette règle semble incontestable, c'est la définition de la vitesse. Il faut tout de même préciser deux choses. Il s'agit de l'espace parcouru pendant un intervalle de temps et que la vitesse est constante durant cet intervalle de temps. On exprime cette proportionnalité par la formule :  $x = V \times t$  ou plus justement  $\Delta x = V \times \Delta t$ . On constate ainsi que l'on se trouve dans une double proportionnalité comme pour la surface du rectangle, et Newton précise à l'occasion *à chaque particule de temps égaux*<sup>73</sup>. Insistons sur le fait que cette définition suppose que la vitesse soit constante, durant cet intervalle de temps, ce qui n'est pas le cas en général. On peut alors dire que cette affirmation est vraie finalement pour des "incrément de temps évanescents". Mais il me semble que dans certaines démonstrations la démarche newtonienne suggère autre chose. Prenons la chute des corps, il est commun de dire que l'espace parcouru, depuis son point de départ, par un corps en chute libre (en l'absence de résistance du milieu) est proportionnel au carré du temps ce que l'on traduit par  $x = (1/2)gt^2$ , mais on peut également affirmer que l'espace parcouru par un corps en chute libre est proportionnel au temps de chute et écrire la formule  $x = (1/2)V \times t$  avec V qui est la vitesse atteinte après le temps t compté depuis l'origine. On sait que la vitesse acquise étant proportionnelle au temps de chute on a  $V = g \times t$  (c'est l'hypothèse de la gravité constante combiné avec la deuxième loi du mouvement) et l'on retrouve bien la formule qui traduit la proportionnalité au carré du temps. Il n'y a pas d'erreur, pas d'incohérence. Ajoutons à cela que Newton considère régulièrement des suites et pas des grandeurs. Une suite est une collection de grandeurs ordonnées. Si nous considérons la suite des vitesses atteintes par un corps et ensuite la suite des différences nous voyons que l'ordre a une importance

---

<sup>72</sup> Il est naturel de ne pas rappeler les lois qui conduisent à des proportionnalités, mais il y a des chaînes de proportionnalité dans lesquelles les maillons n'ont pas tous le même niveau de généralité, et alors la proportionnalité totale est placée sous le niveau de la généralité la plus basse quoiqu'il y ait une majorité de proportionnalité de principe.

<sup>73</sup> Livre II, section première, proposition I, démonstration. page 174. **Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle (1759)**. réédition Dunod 2005.

essentielle, et que affirmer la proportionnalité des deux suites ce n'est pas pareil qu'affirmer la proportionnalité des deux grandeurs.

Nous constatons que contrairement à un jugement rapide, les raisonnements par proportionnalité sont assez délicats. Dès que ces raisonnements dépassent un quart de page le suivi demande une attention et une vigilance soutenue. Il nous semble que les raisonnements newtoniens conséquents par proportionnalité sont en fait synthétiques, c'est à dire que le résultat est connu avant de s'engager dans la procédure de démonstration. Nous considérons que parfois les démonstrations newtoniennes ne sont pas des procédures de découverte de la vérité mais des moyens de prouver une vérité déjà connue par intuition, ou par expérience. Il faut accorder à Newton une perspicacité, une intuition et une habileté peu ordinaire.

Le même genre de propos peut être tenu pour l'étude des variations de la vitesse au travers de la loi fondamentale de la dynamique :  $m\Delta V = F \times \Delta t$ . La force de gravité est considérée constante pour des régions limitées de l'espace, mais dans le cas où F représente la résistance d'un fluide non. Pour le livre 2 nous sommes dans le cas d'une vitesse variable avec une variation de la vitesse elle même variable.

### 3°) La représentation des démonstrations et des résultats

Whewell lorsqu'il parle de "burden" pense à la géométrie, et il n'est pas le seul à trouver que la méthode géométrique de Newton est difficile. Les figures des livres I et III n'ont pas le même rapport au réel que les figures du livre II. Pour les livres I et III les figures sont des trajectoires, souvent des ellipses, une trajectoire possède un rapport à la nature. Une ellipse ce n'est pas seulement la section d'un cône ou les points dont les coordonnées vérifient une équation, c'est aussi la trace du stylet laissé dans le sable par le jardinier. Pour Newton les courbes sont le résultat d'une action physique manuelle et le géomètre pour ainsi dire se libère des conditions de la production de la courbe pour l'étudier, il s'en libère parce qu'il a appris à manipuler les outils.

---

Le mouvement perdu à chaque particule égale du temps étant comme la vitesse, c'est à dire, comme le chemin fait pendant cette particule de temps, le mouvement perdu pendant le temps total sera comme le chemin total. (C.Q.F.D.).

La<sup>74</sup> géométrie appartient en quelque chose à la mécanique ; car c'est de cette dernière que dépend la description des lignes droites et des cercles sur lesquels elle est fondée. Il est effectivement nécessaire que celui qui veut s'instruire dans la géométrie sache décrire ces lignes avant de prendre les premières leçons de cette science : après quoi on lui apprend comment les problèmes se résolvent par le moyen de ces opérations. On emprunte de la mécanique leur solution : la géométrie enseigne leur usage, et se glorifie du magnifique édifice qu'elle élève en empruntant si peu d'ailleurs. La géométrie est donc fondée sur une pratique mécanique, et elle n'est autre chose qu'une branche de la mécanique universelle qui traite et qui démontre l'art de mesurer.

Lorsque Newton étudie dans le livre III la forme de la terre, le dessin du cercle s'impose de lui même, il n'y a pas à l'imaginer, le dessin du cercle est une simplification de ce que l'on voit quand on regarde une sphère. Par contre rendre compte de la chute d'un corps en milieu résistant par une hyperbole c'est une abstraction d'un autre degré. Aussi pour la géométrie telle qu'elle est utilisée dans le livre II, il est intéressant d'analyser non seulement l'usage que Newton en fait pour soutenir et pour produire ses démonstrations mais aussi trouver comment ces figures sont tracées concrètement ? La question ne peut pas être résolue de manière complètement satisfaisante car il nous manque beaucoup d'éléments. Que connaît-on au départ (conditions initiales) ? Comment sont elles déterminées ? Pour être intéressantes les figures doivent garder un certain niveau de généralité. Les premières sections du livre 2 qui semblent être de la balistique permettraient-elles de déterminer la trajectoire d'un boulet de canon ? Il nous semble que cela n'est pas vraiment le but de Newton. Pour atteindre ce but il lui manque des données : les caractéristiques de l'air quant à la résistance des corps mobiles, la vitesse de sortie du boulet ...

#### 4°) Dissimulation de la méthode.

Lorsque paraissent les Principia la méthode des fluxions a déjà été mise au point . Bien qu'elle soit évoquée dans certains passages elle ne constitue pas la Méthode de démonstration. Newton mentionne celle des indivisibles. La première section du livre I nous indique qu'il aurait pu l'utiliser qu'elle lui aurait même permis de rédiger des démonstrations plus courtes. Cependant l'hypothèse des indivisibles lui paraît *trop dure à admettre* aussi il préféra utiliser la méthode *des premières et des dernières raisons*. Cette méthode est

---

<sup>74</sup> Préface de la première édition. Pages XIX et XX. Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*

présentée de manière progressive et détaillée dans la première section du livre I. Elle est déclarée par son auteur plus géométrique.

J'aurais<sup>75</sup> eu des démonstrations plus courtes par la méthode des indivisibles ; mais parce que l'hypothèse des indivisibles me paraît trop dure à admettre, et que cette méthode est par conséquent peu géométrique, j'ai mieux aimé employer celle des premières et dernières raisons des quantités qui naissent et s'évanouissent,

De Gandt présente et explique la *méthode des indivisibles* mise en forme rigoureusement par Cavalieri puis reprise, généralisée et rendue plus attrayante par Torricelli<sup>76</sup> en 1644. La méthode n'est pas sans poser de problèmes et Torricelli indique des paradoxes troublants. Newton pense-t-il à cela quand il refuse de s'en servir, il justifie son choix en incriminant les hypothèses de cette méthode. Il ne cite ni l'un ni l'autre de ses promoteurs italiens pourtant élèves de Galilée. La méthode des indivisibles aura des versions diverses et sera exposée dans différents ouvrages d'une manière plus ou moins heureuse.

Les<sup>77</sup> auteurs du dix-septième siècle associèrent la méthode des indivisibles essentiellement avec Cavalieri, bien qu'il soit évident que la plupart n'avait pas ouvert ses livres.

La méthode d'exposition utilisée dans les *Principia* est donc délicate à appréhender pour les lecteurs de notre époque. La modernisation du texte, même si celle-ci est inévitable pour saisir la nature du questionnement dénature le propos. Dans les démonstrations il ne s'agit ni de géométrie classique ni de calcul infinitésimal. Les méthodes mathématiques utilisées diffèrent des développements traditionnels que l'on trouverait chez Euclide ou Apollonius. *Force and Geometry*<sup>78</sup> recense deux points de divergence décisifs : l'utilisation explicite du mouvement et le recours aux quantités infiniment petites.

Les démonstrations sont d'une ingéniosité qui forcent l'admiration, aussi l'hypothèse d'une méthode de découverte que Newton aurait dissimulée est bien tentante. Cette version de l'écriture en deux temps des démonstrations a été soutenue par des savants

(1759). réédition Dunod 2005.

<sup>75</sup> Scolie de la première section. Page 32; Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

<sup>76</sup> page 185 De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995).

By happenstance, the new theory found a spokesman of genius in the person of Torricelli, who presented the method of indivisibles in a direct and easily accessible form and rendered it more attractive with new and surprising results.

<sup>77</sup> page 168 De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995).

The authors of the seventeenth century associated the method of indivisibles primarily with Cavalieri, even though it is evident that most did not open his books

<sup>78</sup> idem



de renom, parmi lesquels De Gandt mentionne Laplace et d'Alembert. Le travail de D. T. Whiteside<sup>79</sup> sur les manuscrits préparatoires aux Principia semblent définitivement invalider cette version. En conséquence De Gandt<sup>80</sup> suspecte Newton d'une mauvaise foi partisane lorsque dans la querelle de priorité qui l'oppose à Leibniz, il soutient que sa méthode des fluxions est à la base de la rédaction de ses Principia.

### 5°) La présentation des résultats

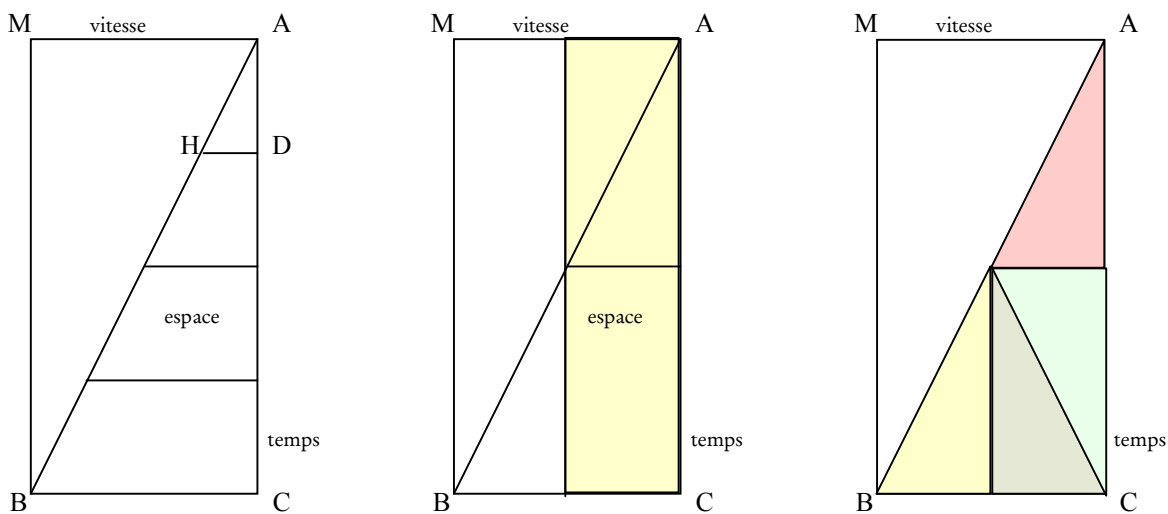
Les figures sont essentielles à la géométrie, elles en font partie intégrante. Dans le cas des Principia la géométrie joue un rôle prépondérant et Newton se réclame délibérément de la géométrie des anciens. Pour Galilée les figures sont les outils indispensables de la théorisation du réel. Dans l'étude de la chute des corps dans le vide, Galilée choisit le temps comme paramètre principal et déclare que la vitesse change de la manière la plus uniforme pensable c'est à dire que son augmentation est constante. Le graphique ensuite montre et articule ces deux hypothèses et ainsi prouve que l'espace parcouru est comme le carré du temps. Galilée libère la représentation géométrique de son attachement réaliste. L'espace parcouru n'est plus représenté par une droite mais par une surface. Ainsi la figure devient un outil opératoire, elle montre que l'espace parcouru est : la moitié de l'espace que le corps aurait parcouru avec la vitesse uniforme acquise à la fin de la chute, mais il est aussi l'espace parcouru par un mobile se déplaçant à vitesse uniforme avec la moitié de la vitesse acquise à la fin du temps, ou encore avec la vitesse acquise à la moitié du temps. Le graphique permet également de répondre géométriquement à des questions de physique. Par exemple : Quelle est la proportion d'espace parcouru après la moitié du temps ? Après combien de temps le corps aura-t-il parcouru la moitié de l'espace total ?<sup>81</sup> De plus c'est ce graphique qui constituera l'outil d'investigation des cas où la force ne sera plus constante. La figure en permettant de répondre à des questions jusqu'alors très difficiles, autorise à s'en poser de nouvelles.

---

<sup>79</sup> Voir D. T. Whiteside, *The mathematical principles underlying Newton's Principia Mathematica*, University of Glasgow (1970).  
Référence de F. De Gandt

<sup>80</sup> p. 221, 222 et 223. De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995).

<sup>81</sup> Le lecteur constatera peut être que la tentative de résolution des deux questions posées développe un genre d'activité visuelle sur les figures proposées. On peut imaginer au moins deux autres genres de contexte : un contexte dans lequel ces questions sont posées sans figure aucune et un autre dans lequel la loi horaire du mobile est donnée sous la forme  $x = (1/2)gt^2$ .



**Figure 2** chute d'un corps soumis à la pesanteur

Les situations étudiées par Newton sont beaucoup plus complexes et moins naturelles. Si dans le livre I les courbes sont des trajectoires et pour ainsi dire se tracent d'elles même, dans le livres II les courbes deviennent essentiellement des outils non seulement de présentation des réponses mais aussi des outils de recherche et de démonstration. Par rapport à Galilée la physique newtonienne s'est enrichie du concept de force. La tâche de Newton est donc augmentée et il se doit d'aller beaucoup plus loin dans l'utilisation des figures. Il s'ingénie à ce que tous les paramètres du mouvement y figurent, il y a bien entendu le temps, l'espace et la vitesse mais aussi les différentes forces. Il est commun de lui reconnaître une virtuosité qui constitue presque un obstacle.

### **III ] Les outils d'analyse**

Les critiques de Truesdell ont jeté sur le livre II une ombre dévalorisante qui semble avoir installée sur cette partie des *Principia*, dans l'esprit des historiens des sciences, une marque tenace. Georges Smith consacre un article dans *Isaac Newton's Natural Philosophy*<sup>82</sup> pour restaurer le livre II comme un moment significatif de la démarche newtonienne. Celle ci est évaluée cohérente et stable tout au long des *Principia*.

Au premier regard le livre II semble très différent du reste des *Principia*. [...] En effet, dans un ouvrage légendaire pour ses réussites, le livre

<sup>82</sup> Smith George E, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's *Natural Philosophy*, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001).

Il est surtout connu pour ses échecs. C'est la situation qui découla des propos par lesquels Clifford Truesdell ridiculisa le livre II, " Ceci est la partie des Principia que les historiens et les philosophes, apparemment, ont déchiré de leur copie personnelle."

### 1°) Le style newtonien.

La citation précédente porte en creux la marque de l'étrangeté du livres II. Notre travail pourrait être de banaliser ce livre II, et de changer ce premier regard. Car enfin c'est l'ensemble des Principia qui est différent de la science de son époque et ceci dès la première définition. La notion de masse ne faisant pas partie des attributs des corps pour la physique mécaniste dont Descartes est un promoteur.

Quels sont donc les arguments avancés pour rejeter l'idée que le livre II serait fondamentalement différent du reste de l'ouvrage et en conséquence inintéressant pour la communauté des historiens des sciences et juste bon à jeter ? Pour Smith, Newton a une méthode d'exploration de la nature et cette méthode est homogène. Les échecs sont dus à la non coopération des phénomènes naturels. Pour l'historien des sciences le livre II constitue une sorte de laboratoire de la méthode newtonienne. A l'appui de ce point de vue il est possible de faire une analogie avec la pathologie médicale. Ce secteur de la physiologie forme un champ d'étude des processus dans lequel les organes révèlent certains aspects de leur fonctionnement ordinaire, lorsque soumis à un environnement particulièrement agressif ils poussent à l'outrance leurs réponses, ainsi leur dérèglement porte au jour des mécanismes ordinaires qui seraient restés invisibles. Ces aspects "monstrueux" étaient restés insoupçonnés à l'observation dans les situations usuelles. Le déplacement des astres dans le cosmos est finalement assez régulier et prévisible dans le sens de calculable, le domaine terrestre serait ce lieu où la théorie newtonien serait soumis à un stress particulier. A l'appui de l'ambition de valoriser l'étude du livre II des Principia Smith présente les caractéristiques de ce qu'il appelle avec B. Cohen le **style newtonien**.

Le **style newtonien** est caractérisé par l'étude de la nature au moyen d'une successions d'idéalisations qui se raffinent progressivement. Cet enchaînement d'idéalisations commence par une proposition élémentaire qui forme le fondement d'une idéalisation seconde qui elle même sera complexifiée et fournira les éléments d'une troisième idéalisation et ainsi de suite. Il ne s'agit pas de construire des fables, aussi chaque

idéalisation est un outil pour étudier les phénomènes et se retrouve ainsi confrontée au réel. Les mathématiques sont le langage de formulation des représentations de la nature et la première idéalisation s'appuie sur les observations disponibles. Cela conduit à des évaluations quantitatives. Smith nous donne l'exemple du livre I et des différentes étapes qui permettent de passer de la considération d'un point matériel attiré par un centre géométrique, à l'attraction mutuelle de deux corps puis de trois. Il mentionne comment cette étude permet ensuite d'aborder les anomalies de la trajectoire de la lune en comparant l'orbite observée à l'orbite calculée puis en raffinant les hypothèses sur la densité de la terre.

Georges Smith développe le point de vue de Cohen en insistant d'une part sur le fait que les idéalizations les plus simples sont le résultat d'une étude de phénomènes et que d'une certaine manière elles permettent de concevoir des Expériences Cruciales (*experimentum crucis*), d'autre part il signale que le désaccord théorie-fait fournit les données pour la théorisation suivante, ainsi les anomalies de l'orbite lunaire déjà citées.

Lorsque<sup>83</sup> je parle du "style newtonien", je considère alors l'approche constituée d'une succession d'idéalizations, chacune d'entre elles permettant de tirer des conclusions à partir des phénomènes, et qui ensemble constituent une chaîne d'approximations à propos desquelles, à chaque étape, les écarts résiduels entre théorie et observations fournissent le fondement pour l'étape suivante. Je soutiens que ce style n'est pas moins central dans le livre II que dans les *Principia*. Le fait que le Livre II fut moins fructueux que le reste met en évidence en quoi cette manière nécessite une coopération du monde empirique.

Pour l'auteur de cet article le projet du livre II est de la même nature que celui du reste de l'ouvrage, à savoir : préciser de manière quantitative les paramètres intervenant dans la loi de force par laquelle les fluides s'opposent aux déplacements des objets. Les livres I et III ont conduit par cette voie à la dépendance en  $1/r^2$  de la force qui "attire" les corps massifs les uns vers les autres.

Pour cela Newton a procédé par idéalizations successives, chaque idéalisation étant corrigée, améliorée, par ses écarts vis à vis des phénomènes. Cette procédure a conduit, dans le livre I, Newton à progresser de l'étude du mouvement d'un corps soumis à une force

---

<sup>83</sup> Idem page 251 ligne 12 traduction personnelle.

When I speak of the "Newtonian style," then, I am referring to an approach involving a sequence of idealizations, each of which is used to draw conclusions from phenomena, and which together comprise successive approximations in which residual discrepancies between theory and observation at each stage provide an evidential basis for the next stage. I claim that this style is no less central to

centrale<sup>84</sup>, qui n'est pas une modélisation pertinente du système solaire, mais constitua une étape vers l'étude d'un système à deux corps, terre-soleil, et permit ensuite une étude globale du système solaire complet. Chaque étape de la modélisation fournit des informations pour l'étude des phénomènes qui à leur tour précisent des éléments de l'étape suivante.

La suite de l'article est consacrée à l'étude de certaines tentatives du livre II pour établir les lois de résistance. L'auteur souligne que les propositions newtoniennes sont, dans tous les Principia, livre I, II et III, des propositions en "si-alors". Cette remarque nous renvoie, au célèbre "hypotheses non fingo". La notion d'hypothèse n'étant pas l'objet de cet article l'auteur ne mentionne pas toutes les nuances qu'il faudrait apporter à la notion d'hypothèse et à son usage<sup>85</sup>.

Smith place la quête newtonienne, qui dans une formulation modernisée consisterait dans la détermination des coefficients qui spécifient la force de résistance selon les variations de la vitesse. Le cadre théorique est celui de la formule :  $F_{\text{resist}} = a_0 + a_1v + a_2v^2$ .

Le<sup>86</sup> problème empirique du livre II est de tirer des conclusions à propos de  $a_0$ ,  $a_1$  et  $a_2$  à partir des phénomènes du mouvement. Pour un corps unique dans un fluide déterminé quelconque, chaque coefficient doit avoir une valeur déterminée.

Pour comprendre les raisons de "l'échec" du livre II, Smith développe un état succinct, mais nécessaire et très utile, du point de vue contemporain sur la résistance des fluides. En effet l'expérience commune nous délivre peu d'intuitions utilisables quand à la variabilité des coefficients. La courbe<sup>87</sup> des valeurs de la résistance nous montre la "bizarrerie" du comportement des fluides. Cette courbe empirique est mise en relation avec

Book II than it is to the rest of the *Principia*. The fact that Book II was less successful than the rest brings out ways in which this style requires the empirical world to cooperate.

<sup>84</sup> Le soleil est d'abord considéré comme fixe, et seulement attirant, ensuite il est aussi attiré et n'est donc plus fixe ...

<sup>85</sup> Alexandre Koyré a consacré dans *Etudes Newtoniennes* le chapitre III à la notion d'hypothèse chez Newton. Le lecteur pourra y compléter sa réflexion sur ce sujet. (Koyré Alexandre, *Etudes newtoniennes*, éd. Gallimard 1968, pages 51 à 84). Titre du chapitre : "l'hypothèse et l'expérience chez Newton",

Dans le commentaire du De Motu, François De Gandt nous indique : " Sous le nom d'hypothèse Newton a réuni quatre énoncés de nature bien différentes [...] La bigarrure des ces hypothèses témoigne que Newton n'a pas atteint du premier coup la formulation nette de ses trois lois." (Newton, Isaac, *De la gravitation*, traduction de Biarnais Marie Françoise suivi de, *du mouvement des corps*, traduction de De Gandt François, présentation de De Gandt François, Gallimard, 1995, page 208).

<sup>86</sup> .Smith George E, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001). page 252 2<sup>ème</sup> ligne en partant du bas de la page. "The empirical problem in Book II is to draw conclusions about  $a_0$ ,  $a_1$  and  $a_2$ , from phenomena of motion. For any single body in any specific fluid medium, each of these should have a unique value." traduction personnelle.

le modèle, plus simple, utilisé par les ingénieurs et la zone d'investigation des expériences de Newton.

Six pages de cet article sont consacrées à la détermination par Newton des coefficients par les expériences de décroissance des oscillations d'un pendule, dans la première édition des *Principia*. Les justifications de Newton semblent assez obscures, en effet Newton prend en compte certaines mesures et en délaisse d'autres sans justification. Smith considère l'ingéniosité de la tentative. Les connaissances actuelles concernant les effets de viscosité montrent que le coefficient  $a_1$  ne pouvait pas être déterminé par de telles expériences.

En<sup>88</sup> conséquence, en dépit d'une certaine ingéniosité dans la conception théorique, les expériences de Newton à propos des pendules n'avaient de chance de fournir les renseignements ni sur  $a_0$  ni sur  $a_1$  compte tenu du cadre mathématique. Il y avait tant de facteurs entremêlés que ces expériences n'avaient aucune chance raisonnable de parvenir à une quelconque valeur précise pour le coefficient  $c$  de la formule :  $c\rho d^2v^2$ . Malgré tous les efforts investis par Newton dans les années de 1685 à 1687, il semble avoir complètement renoncé après la première édition. Sauf erreur de ma part, il n'a jamais tenté de manière suivie de les reprendre. Si tel est le cas, concédons lui de la clairvoyance.

George Smith étudie ensuite l'évolution des expériences entre la 1<sup>ère</sup> et 2<sup>e</sup> édition concernant la résistance d'un fluide au déplacement d'une sphère. La raison avancée pour les changements d'une édition à l'autre est l'échec des expériences avec les pendules. Il s'étonne de l'obstination de Newton à calculer la grandeur des forces d'inertie et ne voit dans cet entêtement que la volonté d'obtenir les effets de viscosité par écart avec les mesures.

Ensuite Smith analyse le travail sur la chute des corps, du haut de la Cathédrale St Paul. Pour nous préciser les conditions de l'expérience un dessin en coupe de la cathédrale est reproduit. Il est significatif que pour expliquer les conditions de l'expérience un auteur contemporain se sente obligé de reproduire une image des lieux et que Newton lui ne le

---

<sup>87</sup> Données contemporaines.

<sup>88</sup> Smith George E, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001). page 264 ligne 18

Accordingly<sup>88</sup>, in spite of the ingenuity of their conceptual design, Newton's pendulum experiments never had any chance of yielding information about  $a_0$  or  $a_1$  in his mathematical framework. There were so many confounding factors that the experiments also had virtually no chance of yielding reasonably precise values for the constant  $c$  in the  $c\rho d^2v^2$  term. In spite of the great effort Newton put into these experiments between 1685 and 1687, he himself appears to have given up on them after the first edition of the *Principia*. Unless I am mistaken, he never put any subsequent effort into trying to save them. If so, he showed good judgment.

fasse pas. Il y a un rapport à l'image et à l'explication des expériences qui transparait derrière cette différence de compte rendu.

Plus loin, sous la rubrique : *Refutation, Rejection, and Paradox*, arrive le récit des expériences de Borda, en 1760 puis 1767 et les calculs de d'Alembert qui établissent que la prise en compte des seuls effets de l'inertie conduisent à une évaluation des forces de résistance nulles. Ceux ci invalident définitivement les prétentions de l'investigation newtonienne.

## 2°) Newton philosophe

L'article de George Smith étudie le style newtonien tel qu'il se montre dans le livre II, pour deux sections, la VI et la VII. Nous proposons de développer ces considérations de plusieurs manières par une étude plus globale du livre II. L'étude d'autres sections permettra de mieux fonder le propos. Cependant il ne sera pas possible d'étudier en détail la totalité du livre II.

Il me paraît important d'adjoindre aux éléments proposés par Cohen et Smith, le rapport de Newton à la géométrie et tout particulièrement aux **figures**. Les figures sont non seulement des supports pour les démonstrations mais elles sont aussi des outils de communication. La figure tient généralement lieu de réponse<sup>89</sup>. Sur une figure Newton essaye de nous transmettre tout ce qu'il y a à savoir sur la solution d'un problème. Cette communication n'était déjà pas, à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, facile à comprendre pour les experts et Newton ne cache pas la difficulté de sa méthode. L'accès à cette communication est encore plus difficile de nos jours. Rendre accessible le texte de Newton pour nos contemporains est une tâche importante. Nous considérerons que nos lecteurs ne sont rompus ni à la géométrie traditionnelle<sup>90</sup>, telle qu'elle ne s'enseigne plus, ni à l'analyse numérique qui chez beaucoup de commentateurs des Principia accompagne inévitablement leurs explications. Nous ferons cela quitte à entrer dans des détails et avec une certaine lenteur.

---

<sup>89</sup> Newton n'a pas à sa disposition le langage des fonctions.

<sup>90</sup> La géométrie que Newton revendique comme traditionnelle ne l'est en fait pas comme vu précédemment.

Le livre II est aussi un moment où Newton utilise son concept de force selon des modalités nouvelles et pour cela les figures y jouent encore un rôle important et les représentations ne sont pas uniformes. Il ne s'agit plus de forces centripètes. La notion d'*hypothèse mathématique* étudiées en détail par Andrew Janiak principalement sur les livres I et III dans son *Newton as Philosopher* pourra être confirmée.

Richard Westfall<sup>91</sup>, dans un ouvrage fort détaillé, trace l'évolution du concept de force au cours du XVII<sup>e</sup> siècle. Son objectif principal est de comprendre les conditions et les préalables au saut qualitatif et déterminant dans la conception de la notion de force qui s'opère grâce aux Principia. Son étude, des cahiers d'étudiant, de la correspondance notamment avec Hooke et des travaux préalables à l'écriture définitive lui permet de retracer avec finesse la genèse des conceptions newtoniennes. Il place notamment la quête de Newton dans une recherche des forces qui président à la cohésion des corps et en assure la solidité. Cela nous rappelle que dans *Discours*<sup>92</sup> concernant deux sciences nouvelles, Galilée consacre une partie de la première journée à la résistance des matériaux. Dans les livres I et III ces aspects du travail newtonien ne sont pas évoqués. Dans le livre II la fluidité oblige à préciser la conception de la matière. Newton est assez discret sur cela et il faudra traquer ces informations au détour d'une phrase et dans des dessins assez rares au demeurant. Ainsi c'est au travers de certaines figures qu'il nous sera possible d'obtenir indirectement des renseignements sur des intuitions absentes du texte. L'Optique par l'intermédiaire des questions prouve que Newton avait le projet d'une physique plus fondamentale.

McMullin considère que la démarche newtonienne s'articule en trois étapes : l'étape purement mathématique au cours de laquelle des lois de forces hypothétiques sont mises en œuvre et permettent de trouver des résultats. La deuxième étape, l'étape physique, consiste

---

<sup>91</sup> Westfall Richard, *Force in Newton's physics, The Science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Londres (1971). Dans ce livre l'auteur soutient la thèse de l'influence déterminante de Robert Hooke dans l'émergence de la conception newtonienne à propos de la notion de force.

Page 432 "What Newton recorded was his permanent debt - and that of the science of mechanics - to the conceptual insight of Robert Hooke. Let no one consider the debt insignificant. Established conceptualisations (page 433) of problems are endowed with extraordinary powers of persistence. Hooke's insight freed Newton from the inhibiting concept of an equilibrium in circular motion. It opened the door to the supreme act of imagination in the construction of modern dynamics, the recognition that uniform circular motion is dynamically equivalent to its apparent opposite, uniformly accelerated motion in a right line. All curvilinear motion could now be subjected to the principles of a generalised dynamics adequate to every change of an inertial state. Without this insight, the *Principia* would have been impossible."

Richard Westfall pointe également comment la notion de force doit être replacé dans une recherche plus vaste concernant la cohésion des corps, l'existence d'un éther subtil et les pouvoirs de Dieu. Cf page 398.

<sup>92</sup> Voir Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, Introduction, traduction notes et index par Maurice Clavelin, nouvelle édition PUF (1995), édition originale Leiden (1638).



à vérifier la concordance entre les résultats des calculs et les phénomènes. Au cours de cette étape certaines hypothèses vont être invalidées, mais pas seulement, on peut aussi penser que certains phénomènes vont être scrutés voir éliminés (parce qu'estimés aberrants, le lecteur ne le saura alors jamais). La troisième étape, l'étape philosophique est celle de la recherche des causes. McMullin estime que dans les Principia Newton se limite délibérément aux deux premières étapes, et que la réflexion sur la recherche des causes n'apparaît que sous forme interrogative dans l'Optique au travers des questions. Ceci nous semble pertinent pour la gravitation mais pas pour les lois de résistance. Dans le livre II Newton avance des explications causales matérielles aux lois de force, et l'étude du livre II intervient pour compléter ce jugement.

Il nous faudra montrer que le livre II est une partie importante des Principia dans laquelle Newton utilise la méthode présentée par les définitions et axiomes dans toute son étendue. Ces axiomes ont été écrits pour être pertinents dans l'étude des corps terrestre. Dans le livre II certains aspects utilisés dans les livres I et III se confirment, et ceci est déjà important. De plus d'autres aspects se développent ou même se révèlent. Il ne sera hélas pas possible de détailler et d'expliquer toutes les démonstrations. Nous indiquerons les cas que nous connaissons, où des développements significatifs sont disponibles

# La notion de force

## 1 ] Exploration du concept

### 1°) Une utilisation diversifiée

D'un point de vue très général l'usage du mot force couvre de nombreux domaines. Il ne s'agit pas d'un terme exclusivement technique dont l'usage serait réservé à la physique. D'un contexte à l'autre sa signification possède une certaine plasticité<sup>93</sup>. La polysémie d'un terme peut se révéler fructueuse, dans les phases d'exploration, mais dans le cas d'une instabilité conceptuelle des significations lointaines peuvent se glisser, insidieusement dans la recherche, avec la solidité de l'évidence convenue. La notion de force en philosophie naturelle puis en sciences physiques est d'un usage courant. Elle constitue un nœud de la physique classique. Un nœud dans le sens des réseaux de communications, par lequel transite des nombreuses significations, nœud aussi dans un sens plus proche de la psychologie, dans lequel les théories mécaniques viennent parfois s'étrangler. Elle est en général facilement appréhendée y compris par un public de non spécialistes<sup>94</sup>. Cette incorporation aux représentations profanes peut être considérée comme reposant sur des intuitions corporelles relatives aux sensations d'effort. Cela nous incline également à penser qu'au sein même du champ de la physique sa signification participe de diverses manières à la théorisation. A une époque et même pour un auteur donné on peut s'attendre à des glissements de sens. Nous limiterons notre enquête à la signification scientifique se rapportant principalement à la conception de Newton contenue dans les Principia.

A l'époque actuelle, en dehors de l'existence de théories suffisamment abstraites pour s'affranchir du concept de force, l'usage du mot force dans le contexte de la

---

<sup>93</sup> La consultation d'une encyclopédie contemporaine sous l'entrée *force* révèle une multiplicité de domaines qui vont de *force frappe* à *force de l'âge* en passant par *force des acides*. Pour le XVIII<sup>e</sup> siècle il est possible d'accéder facilement aux raffinements et aux extensions transversales de la signification du mot force par la consultation de l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert. On y trouvera une longue rubrique subdivisée en plusieurs entrées. Au tout début on peut apprécier une contribution, rare dans l'encyclopédie, de Voltaire concernant l'aspect littéraire de la notion suivie d'une étude détaillée, dans le domaine de la physique, de d'Alembert qui comprend des commentaires abondants sur la notion de force d'inertie, puis des développements et une conclusion au sujet de la controverse des forces vives. Plus loin sous l'entrée *force des eaux* un texte de d'Argenville... ensuite sous l'entrée *force des animaux* un texte de Barthés plus avant encore sous *force vitale* un texte de M le Ch<sup>er</sup> de Jaucourt. La rubrique se continue par une série d'entrées non signées qui sont sans doute de Diderot et qui renvoient toute, après un texte de quelques lignes, à des articles spécifiques. La rubrique se termine par la contribution de Bourgelat concernant une particularité à propos de la conduite des chevaux !

mécanique classique est banal et fait l'objet d'un consensus. Les cours de mécanique classique abordent dans les premiers chapitres la notion de force, elle est utilisée pour la formulation des lois du mouvement, sous une forme proche de celle énoncée au début des Principia de Newton.

## 2°) La notion contemporaine de force en physique.

La théorie actuelle de la mécanique classique du point matériel accorde un sens clair technique et précis à la notion de force. C'est une grandeur vectorielle. Elle est reliée à l'accélération par la formule :  $\vec{F} = m \times \vec{a}$ . L'accélération  $\vec{a}$  est une grandeur qui relève de la cinématique et qui ne contient pas d'implicite, hormis peut être la considération du référentiel. Le concept d'accélération instantanée exporte pour ainsi dire sa clarté sur celui de force, qui par une contamination discrète devient elle aussi instantanée. Cependant notons, que dans la conception actuelle, une force qui aurait une existence réduite à un instant n'aurait aucune action sur la vitesse, on pourrait donc très bien dire qu'elle n'existe pas. Ceci peut sembler un détail, mais pour Newton il y a des forces instantanées, ces forces n'ont pas besoin de durer pour agir, pour changer la vitesse. La physique contemporaine qui va être le support inévitable de notre compréhension nous fourvoie à cet endroit. D'une part elle nous ouvre la porte de la compréhension du phénomène et d'autre part elle nous interdit l'accès à la démarche effective de Newton.

Lorsque l'on a un doute sur l'existence d'une force, l'évaluation de l'accélération permet de lever ce doute d'une manière quantitative assez précise. Un corps qui n'est sujet à aucune accélération n'est donc soumis à aucune force, il vaudrait mieux d'ailleurs dire que la combinaison des forces qui s'exercent sur lui n'est équivalente à l'application d'aucune force, ceci vis à vis de son déplacement.

En effet cette formule simple cache que le concept de force pour être opérationnel nécessite la possibilité de composer les forces. Ainsi un bateau immobile à quai peut être considéré comme n'étant soumis à aucune force puisque son accélération est nulle, mais personne ne le prétendra jamais. Ce bateau est soumis à deux forces qui s'équilibrent, le poids et la poussée d'Archimède. L'affaire est un peu plus subtile si ce bateau avance, à

---

<sup>94</sup> On peut penser ici à la querelle des forces vives.

vitesse uniforme, dans un canal. L'accélération est à nouveau nulle et la résultante des forces est en conséquence aussi nulle, mais cette fois ci, il faut aussi prendre en compte la résistance de l'eau compensée par la force propulsive due à un cheval qui tire, à une hélice qui tourne ou au vent qui soufflerait dans une voile.

La formule algébrique met donc en regard d'un côté l'accélération qui est nulle de manière directe et sans calcul, et de l'autre la force qui est bien entendue également nulle mais cette fois ci après une composition, un "calcul" assez subtil. En effet la description des forces au paragraphe précédent pourrait être plus raffinée, ainsi il est probable que la coque de cette péniche est dissymétrique et donc que la force de résistance à l'avancement n'est pas axée vis à vis de la vitesse et que cette subtile embardée du navire qui avance tranquillement, est compensée par une action insensible du gouvernail ...

La formule permet de trouver l'accélération connaissant les forces, et c'est son utilisation principale, mais aussi l'inverse. L'utilisation inverse n'est pas si simple, puisque la connaissance de l'accélération permet seulement de connaître la somme des forces. Ainsi, même dans le cas symétrique, pour un bateau, savoir qu'il avance à vitesse uniforme ne permet pas de connaître la résistance du fluide égale à la force propulsive que l'on ne connaît pas non plus.

Nous considérons que pour la physique actuelle les forces sont les causes du mouvement, mais pour que ce concept fonctionne correctement il est nécessaire d'assurer une certaine permanence à ces forces. Ainsi la force de gravitation s'exerçant entre deux corps est une conséquence de leur relation spatiale qui est connaissable.

Nous pouvons déjà prendre acte du fait que malgré la simplicité de la formule et son apparente symétrie, d'un point de vue strictement contemporain, les procédures de détermination des forces et accélérations pour un corps, même réduit à un solide simple, ne sont pas superposables. La recherche et l'inventaire des forces s'exerçant sur un corps sont des opérations d'une autre nature que le calcul de l'accélération. Le français démarque cette

différence en accordant deux mots, un pour chaque procédure, on peut même dire deux chapitres de la mécanique : la cinématique et la dynamique<sup>95</sup>.

### 3°) La description des phénomènes.

D'une manière un peu contradictoire, la connaissance d'un domaine clarifiée de la science contemporaine peut constituer un obstacle à l'étude de son développement historique. C'est ainsi que nous comprenons la phrase de Paolo Rossi ci dessous.

Moins<sup>96</sup> qu'aux structures éternelles de l'esprit humain, les historiens s'intéressent à la diversité des modes de fonctionnement des esprits aux différentes époques. Lorsque l'on aborde l'étude d'une pensée qui n'est plus la nôtre, il devient important de chercher à oublier ce que nous savons ou croyons savoir.

Dans l'étude du livre 2 des Principia le recours à la notion contemporaine de force sera très utile. Elle constituera une référence conceptuelle mais elle fonctionnera comme un modèle attracteur, on sera toujours tenté de se demander ce qu'il manque à Newton pour être parfait.

La lecture des situations physiques étudiées dans les Principia devra régulièrement articuler deux genres de commentaires. Dans un premier temps, il nous sera indispensable de nous servir de la conception de la science disponible de notre époque, non seulement pour comprendre les phénomènes, mais aussi tout simplement pour les décrire. Mais il faudra dans un deuxième temps, autant qu'il nous sera possible, oublier cette conception pour ne pas évaluer exclusivement la théorie newtonienne comme une théorie provisoire en marche vers la formulation présente, en conséquence de quoi nous irions, comme Truesdell, repérer les erreurs de Newton.

Le<sup>97</sup> Livre II des Principia de Newton, pratiquement un tiers de l'ensemble, est consacré aux fluides. La plupart des résultats sont originaux, mais peu sont corrects.

Cela ne veut pas dire que Newton est toujours cohérent, mais si incohérences il y a, il faudrait les scruter de manière interne à son discours. Newton a composé les Principia

<sup>95</sup> Le dictionnaire confirme : La cinématique est l'étude du mouvement d'un point de vue purement mathématique et descriptif (abstraction faite des causes du mouvement, dont s'occupe la dynamique). La dynamique : Partie de la mécanique qui traite des relations entre les forces et des systèmes sur lesquels ces forces agissent.

<sup>96</sup> . Paolo Rossi, *Aux origines de la science moderne*, chapitre I : les obstacles.

<sup>97</sup> C. Truesdell, *Rational fluid mechanics 1687-1765*, Euleri Opera Omnia serie II volume 12, page XII.

comme un équivalent pour la physique de ce qu'ont été les *Éléments* d'Euclide pour la géométrie. Son projet est ambitieux. Le texte est revendiqué par l'auteur comme un système déductif maîtrisé et cohérent.

#### 4°) La notion de force au XVII<sup>e</sup> siècle.

La notion de force telle qu'elle est exposée dans les *Principia* est le résultat d'une longue évolution. Elle a fait l'objet de plusieurs études historiques. Ces travaux nous donnent un accès problématisé aux conceptions antérieures. Dans cette section nous allons prélever soit dans certaines de ces études soit directement dans le texte même des citations qui établiront et commenteront succinctement la présence explicite de cette notion dans certaines communications de cette époque. Le but de section n'est pas de proposer une histoire de la notion de force mais simplement de prouver que le concept est présent au moment où Newton écrit les *Principia*.

François De Gandt dans *Force and Geometry in Newton's Principia* nous signale les utilisations précédentes du terme de force par John Wallis, René Descartes, Galilée et Huygens. Plus loin dans ce livre nous pouvons consulter une citation complète d'un cours de Isaac Barrow que nous reproduirons pas. Ce cours Newton l'a sinon lu au moins entendu lors d'une leçon de son mentor à Cambridge. De Gandt conclut cette citation par :

La hardiesse<sup>98</sup> se combine avec la pesanteur la plus scolastique . Sur la notion de force, rien que de très banal: la force est la cause du mouvement, et si un mobile parcourt plus d'espace qu'un autre dans le même temps, c'est grâce à sa plus grande "force ou puissance motrice". Le mouvement rectiligne uniforme suppose donc évidemment une force, c'est même la manière la plus obvie de caractériser la "force efficiente du mouvement": grâce à l'espace parcouru en un temps donné.(Il est vrai que la discussion sur la nature et l'origine des forces est abandonnée au physicien.)

On peut constater que pour De Gandt nous avons chez Barrow une alliance entre l'innovation et le conformisme. Nous pensons que cette association de l'ancien et du

---

"Book II of Newton's *Principia*, nearly a third of the whole, concerns fluids. Almost all of the result are original, and but few correct."

<sup>98</sup> De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995), page 111.

Boldness is here combined with the most scholastic ponderousness. On the notion of force, there is only the very banal : force is the cause of motion, and if one body traverses more space than another in the same time, it is by virtue of its greater "force or motive power." Thus, uniform rectilinear motion evidently presupposes a force; it even provides the most obvious way of characterizing the "efficient force of motion": by the space traversed in a given time. (The discussion of the nature and origin of forces, to be sure, is left to the physicist.)

Le texte français provient directement de la thèse de François De Gandt (pas facilement accessible) : dont le livre *Force and Geometry in Newton's Principia*, provient et constitue l'adaptation anglaise.

nouveau nous pouvons la retrouver dans toutes les propositions innovantes. Nous verrons que pour Newton le mouvement uniforme suppose aussi une force.

Descartes constitue un autre utilisateur du concept de force, dans la publication de 1644 des Principes<sup>99</sup> de Philosophie, il énonce :

La<sup>100</sup> troisième loi que je remarque en la nature, et que, si un corps qui se meut & qui en rencontre un autre, a moins de force, pour continuer de se mouvoir en ligne droite, que cet autre pour lui résister, il perd sa détermination ... sans rien perdre de son mouvement; & que si il a plus de force ...

Nous constatons que la notion de force est explicitement présente chez Descartes et que pour lui un corps qui a du mouvement a de la force.

La référence suivante à John Wallis pour sa contribution aux Philosophical Transactions en 1686, date de la première parution des Principia, nous intéresse deux fois : cela nous intéresse maintenant parce qu'il utilise le concept de force et cela nous intéressera ensuite parce qu'il traite le même problème avec la même hypothèse que Newton dans les Principia mais lui d'une manière algébrique. Il écrit :

1. [...] Et<sup>101</sup> l'expérience confirme cela : car autrement un boulet de canon tiré horizontalement, (supposées la vitesse et la *force* intactes) frapperait aussi fort un mur perpendiculaire, élevé à une grande distance, qu'un à portée de main. Ce que nous ne voyons pas.

4. Supposons alors que la *Force* imprimée (et par conséquent la vitesse, si il n'y avait pas de résistance) soit comme  $i$  ; et la résistance comme  $r$ . (qui doit être moindre que la force, sinon la *Force* ne pourrait pas surpasser la Gêne, et créer un Mouvement.) Et donc la Force effective au premier instant, est considérée être comme  $i-r$

Dans cet article les notions ne sont pas définies explicitement, et l'appréciation formulée pour le propos de Barrow pourrait être renouvelée. Il semble qu'en cette circonstance pour Wallis la *force imprimée* condense en une seule notion plusieurs notions newtoniennes. Nous notons que l'auteur effectue la différence des deux forces. ( $i$  représente

<sup>99</sup> Qui sont une traduction approuvée par l'auteur des Principia Philosophiae(1644)..

<sup>100</sup> Descartes, les Principes de la Philosophie seconde partie, commentaire de l'article 40 la traduction française de : *a moins de force* provient de *si minorem habeat vim*, on retrouve bien le même mot latin, vis, employé par Newton pour l'expression de ses lois.

<sup>101</sup> Wallis John, *A discours concerning the measure of the Airs resistance to Bodies moved in it*, in Philosophical Transactions, January, February and March (1687) pages 269-280. (page 269), c'est nous qui renforçons les occurrences du mot *force*.

" 1. [...] And Experience doth attest it : For otherwise, a Cannon Bullet projected Horizontally, should ( supposing the Celerity and Force undiminished ) strike as hard against a perpendicular Wall, erected at a great distance, as near at hand . • which we find it doth not.

" 4. Suppose we then the Force impressed ( and consequently the Celerity, if there were no resistance ) as  $i$  ; the resistance as  $r$ . (which must be less. than the Force, or else the Force would not prevail over the Impediment, to create a Motion.) And therefore the effective Force at a first Moment, is to be reputed as  $i-r$  : "

la force imprimée mais  $i$  est un nombre alors que pour Newton une force se représente par une grandeur géométrique) Une distinction entre vitesse et force d'un corps apparaît au paragraphe 1, mais on voit au paragraphe 4 que la vitesse d'un corps est liée directement à sa force.

Pour Newton le concept de force tel qu'il s'exprime dans les Principia est le résultat d'un parcours et c'est Richard Westfall qui nous en donne des indications. Dans son livre<sup>102</sup> qu'il consacre à la notion de force au XVIII<sup>e</sup> siècle il retrace avec précision les diverses théories antérieures aux Principia. Pour Newton il nous signale que dès 1661 et jusqu'en 1670 Newton s'intéressa aux mouvements des corps et que la notion de force apparut lors de l'étude de la percussion<sup>103</sup>. Les Principia, si l'on considère la variété des sujets abordés, la nouveauté de ces sujets et l'originalité de leur traitement ont été pour leur première édition écrit assez vite, un peu plus de deux ans. Mais ce texte est l'aboutissement d'un long travail de réflexion. Etudiant Newton consacre des pages de commentaires aux notions de forces, de percussions et de gravitation ? Ses recherches qui aboutiront aux Principia sont consignés dans divers cahiers d'étudiants, les *Notebook*, qu'il renseigne régulièrement durant ses années d'étude et a conservé toute sa vie durant et qui providentiellement sont parvenu jusqu'à notre époque. Dans une partie, titrée : *Gravitatione et aequipondio fluidorum* qui est abrégée en *Gravitatione* Newton propose différentes théories du mouvement et des forces.

Avec<sup>104</sup> le *de Gravitatione*, les travaux précoces de Newton prirent fin<sup>105</sup>. Durant les quinze années suivantes, il prit ses distances avec la Mécanique jusqu'à ce que la rédaction du *De motu* en 1684 annonce une nouvelle période d'intense activité d'où les Principia sortiront. Quand Newton reprit le fil, il retrouva devant lui le fouillis des années 1660. Par dessus tout, deux ambiguïtés associées au concept de force revinrent. Est ce que la force est la mesure du mouvement ou la mesure du changement du mouvement ? si c'est la dernière, son exemple générique est-il l'impact ou la chute libre ? est elle mesurée par  $\Delta mv$  ou par  $ma$ <sup>106</sup> ? Ces questions continuèrent à empoisonner la rédaction des *Principia*.

---

<sup>102</sup> Westfall Richard, *Force in Newton's physics, The Science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Londres (1971).

<sup>103</sup> Idem page 344

<sup>104</sup> Idem page 363. .

<sup>105</sup> Il n'est pas possible d'affirmer avec toute l'exactitude nécessaire les dates correspondant aux diverses interventions sur ces cahiers d'étudiant, mais il est admis qu'après 1670 Newton ne se soit plus occupé de mécanique.

<sup>106</sup> Il me semble que lorsque Westfall écrit  $ma$ , a est l'accélération que l'on ne doit pas comprendre comme  $dv/dt$  mais plutôt comme  $\Delta v/\Delta t$ . Ce qui veut dire que lorsque l'on veut obtenir l'effet d'une force : dans le premier cas la force (choc) changerait la vitesse sans relation à la durée et dans le deuxième cas il faudrait pondérer par la durée et dans ce cas une force qui dure deux fois plus de temps modifierait deux fois plus la vitesse.



Westfall nous indique que le concept de force est resté en sommeil quinze années dans l'esprit de Newton. Autant dire qu'au moment de son énonciation sous la forme des *Principia* le concept a déjà été bien tourné et retourné dans l'esprit de son auteur. Les *Principia* n'ont pas de fulgurance ni historique ni privée.

Postérieur dans le temps, encore proche de Newton et en langue française nous avons les productions de la Marquise du Châtelet, seule traductrice en français des *Principia*, mais également auteur du précieux témoignage que constitue les *Institutions de Physique*<sup>107</sup>. Dans cet ouvrage elle réalise le périlleux exercice qui consiste à concilier la théorie leibnizienne des monades avec celle plus empiriste de Newton.

Le<sup>108</sup> principe qui contient la raison suffisante de l'actualité d'une action quelle qu'elle soit, s'appelle **force** ; car la simple puissance ou faculté d'agir n'est dans les Etres qu'une possibilité d'action ou de passion, à laquelle il faut une raison suffisante de son actualité.

On voit que la Marquise détaille la notion. Il y a toujours un corps qui agit sur un autre, nous pouvons moderniser action et passion par donner et recevoir. Il nous semble qu'ainsi la Marquise range la pression en dehors des forces puisque la pression n'agit pas

##### 5°) Le rapport à l'intuition

Dans sa version finale et scientifiquement maîtrisée une force n'est que le premier membre de l'équation fondamentale de la dynamique. Sa détermination est régie par des procédures standardisées qui ne laisse que peu de place à l'intuition. Dans cette section, nous proposons : une référence à Bachelard qui nous permettra d'explorer pour une force la notion d'intuition, puis la lecture et le commentaire d'une justification de Newton pour fonder son principe de l'action et de la réaction.

Bachelard est connu pour sa défense du rationalisme et sa notion de rupture épistémologique. Dans la *Philosophie du Non*<sup>109</sup> il indique ce qu'il dénomme "les différents niveaux de maturation d'un concept". La référence à cet ouvrage nous intéresse dans la mesure où elle restitue une épaisseur à certains concepts . Bachelard considère sans doute les

---

<sup>107</sup> Châtelet Marquise du , *Institutions de Physique*, chez Prault fils, Paris (1740)..

<sup>108</sup> Idem page 137

<sup>109</sup> Bachelard Gaston, *la Philosophie du Non*, Quadrige PUF 8<sup>ème</sup> édition(1981), première édition (1940). Page 22, paragraphe III.

premiers niveaux de maturation d'un concept comme des concepts obstacles hors du champ de la vraie science. D'une certaine manière il dévalorise ces premières formes, mais cette dévalorisation n'est pas ce qui nous intéresse ici. Car malgré cela, il parle de ces premières formes, les articule avec les niveaux supérieurs et les place au fondement de la connaissance. Il se montre d'ailleurs assez prolixe sur la notion primitive de masse qu'il classe sous le terme de *réalisme naïf*. Selon cet auteur, pour la notion de masse, dans un premier temps d'un point de vue statique la notion est fortement enracinée dans l'avidité, d'un point de vue dynamique c'est le désir de puissance qui prévaut. Dans sa représentation première, la masse ne se concevait que dans l'augmentation. Dynamiquement la masse est d'abord une masse, et sous cette première acception il n'est pas possible de parler d'une petite masse, par exemple, une petite masse de travail, n'est pas une masse, une charge de travail est avant tout une surcharge.

Reprenant la perspective bachelardienne, la notion première de force dans le champ de la dynamique, enracinée dans la sensation d'effort corporel, ne serait pour nous que l'expression d'un pouvoir, celui de pousser, de tirer, de renverser. La notion de force ne serait que la manière de s'imposer au corps qui en possède moins. La notion rationnelle objective froide et calculatoire de force qui va se constituer après un long trajet, viendra, en cas de difficulté conceptuelle, s'appuyer sur la version première et intuitive de la force musculaire conçue comme le pouvoir de s'imposer. Le long trajet qui, pour une notion, va d'une conception intuitive et enracinée dans une sensation corporelle à une représentation rationnelle portée par le formalisme mathématique se déroule souvent sur des siècles pour son acquisition par la communauté scientifique, mais il se rejoue sur une durée beaucoup plus courte, par un trajet singulier et personnel, pour l'individu particulier qui désire comprendre en profondeur cette notion. Une compréhension profonde est très rarement instantanée, pour un individu particulier cela nécessite aussi du temps. Pour nous, comprendre et donner à comprendre une théorie scientifique c'est articuler des sensations, des intuitions, des faits d'observation et des concepts rationnels. Il faut noter que

---

Sous sa première forme, la notion de masse correspond à une appréciation quantitative grossière et comme gourmande de la réalité. [ (page 23) A ce stade, la notion de masse est un concept-obstacle [...] (page 24) N'est charge que ce qui est surcharge. Le concept s'emploie davantage pour le gros que pour le petit. Étrange mesure qui ne compte que ce qui croit !

l'utilisation correcte d'une formule ne garantit pas la compréhension réelle et problématisée par son utilisateur.

Newton fait très rarement référence à l'intuition et aux sensations. Il est en cela très fidèle à son titre, il expose des principes mathématiques, en conséquence de quoi il n'y a ni personnages ni matériel dessiné. Cependant dans la partie LOIS DU MOUVEMENT à la suite de la troisième loi, la loi de l'égalité de l'action et de la réaction, nous pouvons lire :

Tout corps qui presse ou tire un autre corps est en même temps tiré ou pressé lui-même par cet autre corps. Si on presse une pierre avec le doigt, le doigt est pressé en même temps par la pierre. Si un cheval tire une pierre par le moyen d'une corde, il est également tiré par la pierre : car la corde qui les joint et qui est tendue des deux côtés, fait un effort égal pour tirer la pierre vers le cheval, et le cheval vers la pierre ; et cet effort s'oppose autant au mouvement de l'un, qu'il excite le mouvement de l'autre.

Dans *Essai sur l'entendement humain* Locke place l'origine de toutes nos idées dans la sensation. Newton dans les Principia ne se livre pas à une recherche introspective. Pourtant lors de la défense de sa troisième loi Newton suggère la possibilité d'une connaissance des forces au travers des sensations. D'ailleurs nous ne voyons pas comment il serait possible de justifier cette loi par des arguments astronomiques. Pour nous convaincre de la vérité de cette troisième loi, il invoque, ce qui est exceptionnel dans les Principia, des êtres vivants. Les êtres vivants dont l'homme fait partie, ont vis à vis des forces deux caractéristiques ils ressentent les forces, la pression, et ils exercent volontairement des forces. Le fait que les êtres vivants puissent exercer des forces sous l'action de leur volonté est très difficile à théoriser et le mécanisme de cette fonction n'est pas l'objet de la mécanique<sup>110</sup>. Ce n'est pas à cela que cette citation renvoie. Newton s'intéresse plutôt à la sensation des forces. Le corps, la peau ressentent les forces qui sont appliquées sur eux. La sensation pourrait être un recours pour établir la réalité des forces, mais pour Newton c'est un recours discret, ainsi le doigt qui pousse. Cette référence à l'action d'un doigt qui pousse est en fait une rectification de la perception, ce que l'on vit c'est que le doigt pousse, c'est le doigt qui agit. Par contre ce que nous dit Newton c'est que le doigt est poussé. Pour le cheval et la pierre le propos est moins étonnant puisque sur une route humide en pente on peut voir un cheval qui tirant une pierre recule malgré tout. La procédure pourrait être invoquée dans

des circonstances plus passive. Lorsqu'une brique est posée sur un support, on pourrait théoriquement dire que la gravité a cessé d'agir ce qui est attesté par l'immobilité de la pierre. Si nous plaçons notre main sur le support et sous la brique nous sommes facilement convaincu que non.

Newton n'utilise qu'exceptionnellement ce recours aux sensations. Pour l'astronomie la raison est évidente, nous n'avons aucune sensation à propos de l'attraction quelle soit lunaire ou solaire. Pour la physique terrestre du livre 2, éluder complètement le recours aux sensations comme le fait Newton nous semble un choix délibéré, choix que le titre annonce, Principes Mathématiques.

## **II ] La conception newtonienne, les nuances de la traduction.**

### 1°) La généralité de l'enjeu

La physique actuelle, en parlant sans nuance des 3 lois de Newton, transporte rétroactivement la clarté de ses lois de la mécanique sur la notion de force telle qu'elle est exprimée dans les Principia, au prix d'un oubli de la notion de force d'inertie, la *vis insita*, que l'on pourrait considérer comme une maladresse terminologique<sup>110</sup>. C'est de cette manière que d'Alembert règle, quelques décennies plus tard, la dispute des forces vives. La physique actuelle n'incorpore dans son énonciation que le concept de force appliquée, la *vis impressa*. Cette incorporation nécessite aussi quelques adaptations que nous signalerons plus loin. Le fait de porter au rang des maladresses terminologiques la *vis insita* est justifié par la constatation que, quoiqu'il compose les notions, Newton, dans ses démonstrations ne mélange jamais fautivement les deux significations. On peut même moderniser les démonstrations en utilisant la formule :  $\vec{F} = m \times \vec{a}$  sans avoir le sentiment de dénaturer la démarche. Ces démonstrations modernisées oblitèrent, entre autres, le fait que pour

---

<sup>110</sup> Nous considérons que la science commence au moment où les philosophes ont considéré que la matière ne voulait rien, qu'elle n'avait pas de projet qu'elle était soumise à la loi mathématique.

<sup>111</sup> C'est dans cet esprit que d'Alembert évacue la querelle des forces vives. Alembert Jean le Rond d', et Diderot Denis, *Encyclopédie Raisonnée des Arts et des Sciences*, Paris, 1750. version CD-Rom de Redon. Article *force* partie consacrée aux *forces vives*.

"Ce que nous venons de dire sur la fameuse question des *forces vives*, est tiré de la préface de notre *traité de Dynamique*, imprimé en 1743, dans le tems que cette question étoit encore fort agitée parmi les Savans. Il semble que les Géometres conviennent aujourd'hui assez unanimement de ce que nous soutenions alors, que c'est une dispute de mots : & comment n'en seroit-ce pas une, puisque les deux partis sont d'ailleurs entièrement d'accord sur les principes fondamentaux de l'équilibre & du mouvement ? "

Newton le mot force incorpore la force d'inertie, et que le  $\vec{F}$  de notre formule contemporaine ne les incorpore pas.

Toutefois, de la part d'un génie comme Newton répéter et soutenir, puisque le président de la Royal Society a eu des relecteurs attentifs et bienveillants au moins parmi ses trois éditeurs, 40 années durant la même maladresse terminologique doit nous inciter à rechercher la cohérence du propos, en dehors d'un simple effacement.

Si comme tous les commentateurs s'accordent pour le dire la notion de force est une notion clé des Principia, alors il faut, dans l'ouvrage lui même, la considérer dans toutes ses déclinaisons et usages.

C'est<sup>112</sup> une opinion communément partagée que les Principia de Newton apportèrent dans le champ de ce qu'il était appelé alors la philosophie naturelle et plus tard la physique mathématique le terme de force. Newton annonce qu'il a tout particulièrement rédigé les Principia pour déterminer les forces de la nature, le point culminant des Principia est, là ainsi nommé dérivation, dans son troisième et dernier livre, de la loi gouvernant la force de gravité.

Nous considérons avec l'ensemble des commentateurs que le concept de force est un concept clé des Principia. Ces commentateurs ont été principalement intéressés par l'enjeu cosmologique sous-tendu par les conséquences philosophiques de l'idée même de la gravitation. Ils ont été amenés à restreindre leurs investigations aux livres 1 et 3. Dans ce contexte la notion de force se trouve assez homogène puisque Newton n'y utilise, pour l'étude des mouvements planétaires, que la force dite centripète qui dans le cas du système solaire est en fait la gravité. Nous verrons plus loin que la gravité ne correspond qu'à un des sens proposés par la définition<sup>113</sup>. Cependant l'établissement, même dans ce cadre restreint, de la loi des aires<sup>114</sup> amène l'auteur à composer la force d'inertie avec la force imprimée ce qui constitue une information sur l'utilisation de la géométrie comme méthode d'étude et

---

<sup>112</sup> Newton declares that he composed the *Principia* precisely to determine the forces of nature and, of course, the highlight of the *Principia* is the so-called derivation, in its third and final book, of the law governing the force of gravity. (page 50) **Janiak Andrew**, *Newton as a philosopher*, Cambridge University Press (2008).

<sup>113</sup> Définition IV La force imprimée (*vis impressa*) est l'action par laquelle l'état d'un corps est changé, soit que cet état soit le repos ou le mouvement uniforme en ligne droite.

Cette force consiste uniquement dans l'action, et elle ne subsiste plus dans le corps, dès que l'action vient à cesser. Mais le corps persévère par sa seule force d'inertie dans le nouvel état dans lequel il se trouve. La force imprimée peut avoir diverses origines, elle peut être produite par le *choc*, par la *pression* et par la *force centripète*.

<sup>114</sup> Voir **Newton Isaac/du Châtelet, Emilie**, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005. Livre I, seconde section, proposition I-théorème 1, cette proposition sera étudiée plus en détail ultérieurement.

de représentation du mouvement et de ses causes. Andrew Janiak<sup>115</sup> consacre un chapitre entier à la question de l'existence des forces dans la conception newtonienne. Le statut des forces y est analysé avec pour référence principale la force de gravité dans les livres I et III. Il faudra voir ce que la prise en compte du livre II apporte à cette étude.

Pour répertorier les forces le professeur lucasien énonce d'abord des définitions précises<sup>116</sup>, ensuite pour les maîtriser quantitativement il propose des axiomes qui règlent leur grandeur et leur composition<sup>117</sup>. La procédure de composition de deux forces, au moyen du parallélogramme, est géométrique, mais la géométrie fait plus que cela. Elle est non seulement l'outil du raisonnement qui propose une explication nomologique, mais elle est aussi l'outil de la recherche et de la représentation. La représentation va nous permettre de saisir aussi bien conceptuellement qu'intuitivement<sup>118</sup> ce qui ne se manifeste que par ses effets. La géométrie pour Newton dans les Principia est donc le moyen privilégié de la recherche, cette recherche nous n'y avons pas accès de manière directe. Par contre Newton nous communique ses résultats explicitement au moyen de figures.

## 2°) La vis insita

Voici la définition de la vis insita par Newton suivie de sa traduction par la Marquise du Châtelet.

Materiae<sup>119</sup> vis insita est potentia resistendi, qua corpus unumquodque, quantum in se est, perseverat in statu suo vel quiescendi vel movendi uniformiter in directum.

La<sup>120</sup> force qui réside dans la matière (vis insita) est le pouvoir qu'elle a de résister. C'est par cette force que tout corps persévère de lui même dans son état actuel de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite.

Pour circonscrire au mieux le sens de l'expression *vis insita* j'utiliserai quatre sources : le texte original latin éclairé par l'usage du Gaffiot et trois traductions, deux traductions anglaises dues à Motte et Cohen et une dernière française due à la Marquise du Châtelet.

<sup>115</sup> Janiak Andrew, *Newton as a philosopher*, Cambridge University Press (2008).

<sup>116</sup> Dans les Principia, les définitions, de la 3<sup>ème</sup> à la 8<sup>ème</sup> sont consacrées aux forces.

<sup>117</sup> Cf idem, ce sont les corollaires 1, 2 et 3 qui régissent la composition et la décomposition des forces.

<sup>118</sup> La représentation fléchée d'une force est utilisée aussi bien dans les documents de l'institution universitaire que dans les textes de vulgarisation destinés à un public profane.

<sup>119</sup> Philosophiae naturalis principia mathematica Newton definitio 3

<sup>120</sup> Principes mathématiques de la philosophie naturelle Newton/Marquise du Châtelet, définition 3.

Ces différentes traductions vont constituer un outil d'exploration du sens de l'expression *vis insita*.

Regardons maintenant les traductions anglaises :

Motte : " The vis insita, or innate<sup>121</sup> force of matter is a power of resisting ... "

Cohen : " Inherent force of matter is the power of resisting "

Nous soulignons en premier lieu l'accord général sur le fait que la force d'inertie est un pouvoir, ce qui la distingue de la force imprimée qui est une action. Le pouvoir ne devient actif que s'il est sollicité, c'est en quelque sorte une réserve.

Remarquons ensuite la prudence de Motte qui en nous proposant l'expression latine nous indique que sa traduction est juste la meilleure possible mais qu'il n'a pas trouvé en anglais une traduction fidèle du sens inédit qui va être porté par la suite du texte newtonien. Nous avons vu précédemment Descartes et Wallis utiliser sous le seul concept de force ce que Newton va dédoubler sous un terme unique clivé par deux adjectifs. Cohen ne s'embarrasse pas de cette prudence et considère, à juste titre, que la signification de l'expression est maintenant claire et que son contenu "fautif" est définitivement neutralisé, il n'y a donc pas de précaution à prendre. Pour la science contemporaine, la force inhérente à la matière n'est tout simplement pas une force.

La Marquise du Châtelet, dans les années 1740, dans sa traduction des Principia redouble de précaution. Est-ce en raison de sa connaissance des nombreux débats concernant les forces et tout particulièrement la gravitation, et la querelle des forces vives ? Elle nous propose pour définition 3 la phrase déjà citée plus avant.

Elle indique entre parenthèses l'expression latine, et qualifie le terme force au moyen d'une subordonnée relative : *qui réside dans la matière*. L'usage du mot *dans* est à notre avis tout à fait pertinent puisqu'il fait écho au débat Leibniz-Newton à propos de la notion de force et en particulier de la notion de force de gravité.

---

<sup>121</sup> Innate se traduit par inné ou naturelle, inherent par inhérent. Innate me semble mal adapté et la substitution par inherent paraît opportun sous l'aspect de la modernisation, mais il fait disparaître une subtilité.

Plus tard d'Alembert dans son *Traité de Dynamique*<sup>122</sup> de 1758 considère la force d'inertie comme un des principes de sa conception

1. On peut réduire tous les Principes de la Mécanique à trois, la force d'inertie, le mouvement composé, & l'équilibre. Au moins j'espère faire voir par ce *Traité*, que toute cette science peut être déduite de ces trois Principes. Je traiterai de chacun en particulier dans chacun des Chapitres suivans.

Andrew Janiak consacre une partie de son ouvrage *Newton a philosopher* à cette controverse, et souligne que la question de l'attitude de Newton vis à vis du concept de force reste active de nos jours :

D'un<sup>123</sup> côté, I.B. Cohen soutient que Newton n'a jamais soulevé la question de l'existence des forces, de l'autre, dans son magistral "Force in Newton's Physics" Richard Westfall déclare que Newton n'a pas seulement posé la question, mais a radicalement rejeté la philosophie mécanique dominante.

L'enjeu est la conception mécaniste de l'action. Pour Descartes et les cartésiens plus ou moins orthodoxes, l'action sur un corps se fait exclusivement par le contact autrement dit par la surface. Pour Newton les attributs de la notion de corps doivent inclure en plus de la forme, de la taille et de l'étendue, celle de masse. Cette masse appartient à la totalité du corps, chaque élément indivisible qui constitue ce corps possède une masse, la masse est une propriété essentielle de la matière, elle s'ajoute à la liste cartésienne.

La proposition de Cohen est parfaitement légitime si nous enjambons quelques siècles de pratiques scientifiques, il s'agit, tout en respectant le texte newtonien, de mettre à part la notion de *vis insita*. Les traductions de Motte et de la marquise du Châtelet sont plus embarrassées et plus prudentes. Motte utilise un adjectif, *innate*, qui sonne étrangement dans le contexte de la mécanique des corps<sup>124</sup> inanimés, corps qui en conséquence sont composé d'une matière qui n'a pas eu à naître. La Marquise du Châtelet utilise une périphrase. Tout deux soulignent le caractère interne de la *vis insita*, ce que ne fait pas l'adjectif inhérent.

Terminons ce regard sur la traduction en nous reportant au terme originel et au dictionnaire Gaffiot.

---

<sup>122</sup> Alembert Jean le Rond d', *Traité de dynamique*, Paris (1758), réédition Gabay (1990). Page 3.

<sup>123</sup> on the one hand, I. B. Cohen contends that Newton never even addressed the question of the "existence of forces"; on the other hand, in his magisterial *Force in Newton's Physics*, Richard Westfall declares that Newton not only addressed the question, but fundamentally rejected the prevailing mechanical philosophy. (page 50) Janiak Andrew, *Newton as a philosopher*, Cambridge University Press (2008).

<sup>124</sup> Référence à l'Anima motrix de Kepler.



"insita" est le participe passé féminin de *inserere*. *Inserere* signifie : planter dans, greffer, et au participe passé : être inné. Chez Cicéron (soit la forme la plus classique) le Gaffiot nous précise que ce participe passé peut se traduire par : "être naturellement dans". Il contient donc la double signification d'être à l'intérieur et d'y être par nature. C'est le corps dans son ensemble, dans son volume qui possède cette force et cette force y est essentielle. *Innate* et *inherent* sont deux traductions possibles, le caractère déplacé, donc propre à alerter le lecteur, mais fort de *innate* me fait préférer *innate* à *inherent*. Insister sur l'incorporation dans le corps en traduisant par : *qui réside dans le corps*, me paraît également opportun. Il est à noter que Newton aurait pu désigner cette force par le terme plus technique de *force d'inertie*, *vis inertiae*<sup>125</sup>. Il fait lui-même cette proposition et il utilise alternativement *vis insita* et *vis inertiae* pour désigner une seule et même notion. L'utilisation régulière mais non exclusive de l'expression *vis insita* permet à Newton de souligner le caractère interne de cette force.

La *vis inertia* va être géométrisée au même titre dans la même catégorie que la *vis impressa* bien que d'un point de vue contemporain elle n'est pas de la même nature. Cette force d'inertie sera représentée par la vitesse du corps et la masse prises<sup>126</sup> ensemble, donc finalement pour un corps donné par un segment porté par la tangente à la courbe dont la longueur sera fixée plus ou moins arbitrairement.

### 3°) La *vis impressa*, la force imprimée.

La notion de force imprimée est présentée dans la définition 4 des *Principia*.

La<sup>127</sup> force imprimée (*vis impressa*) est l'action par laquelle l'état d'un corps est changé, soit que cet état soit le repos ou le mouvement uniforme en ligne droite.

Les traductions ne montrent pas de variations très significatives. L'incorporation de cette notion dans la science contemporaine s'est faite à priori sans distorsion. Cependant ce

<sup>125</sup> Il nous paraît important de répéter que les *Principia* ont connu trois éditions étalées sur 40 années et que nous travaillons sur la troisième édition et que Newton ou un de ses éditeurs ont très largement eu le temps de demander ou suggérer la substitution intégrale de l'expression *vis insita* par *vis inertiae*. Nous pensons que deux mots pour une notion cela dénote de la conscience d'une difficulté.

<sup>126</sup> J'utilise à dessein un vocabulaire newtonien pour souligner la possibilité de ne pas algébriser les notions. Newton dit ainsi dans sa première définition : *La quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble*. *Quantitas materiae est mensura ejusdem orta ex illius densitate et magnitudine conjunctim*.

<sup>127</sup> *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* Newton/Marquise du Châtelet, définition 4.

Definitio IV *Vis impressa est actio in corpus exercita, ad mutandum ejus statum vel quiescendi vel movendi uniformiter in directum*.

transfert s'est effectué au prix de l'abandon d'une variété dans le genre que Newton avait installée sous la dénomination de *vis impressa*. Voici le paragraphe qui précise cette définition.

Cette<sup>128</sup> force consiste uniquement dans l'action, et elle ne subsiste plus dans le corps, dès que l'action vient à cesser. Mais le corps persévère par sa seule force d'inertie dans le nouvel état dans lequel il se trouve. La force imprimée peut avoir diverses origines, elle peut être produite par le *choc*, par la *pression* et par la *force centripète*.

Aujourd'hui ni le choc ni la pression ne sont considérés comme des forces à part entière. Si l'on considère le choc comme instantané alors l'application de l'équation fondamentale de la dynamique  $\vec{F} = m \times \vec{a}$  nous conduit par intégration pour un intervalle de temps d'amplitude nulle à aucune variation de vitesse. Le choc est donc actuellement rejeté de la notion de force. Pour la pression le problème est différent et il faut réaliser un petit détour en la considérant comme une force répartie sur une surface, sauf qu'il faut alors ne pas l'identifier strictement avec la notion de pression en un point d'un fluide.

La notion de pression a deux usages assez proches mais pas strictement identiques. La pression caractérise l'état d'un point d'un fluide, sous ce sens cette pression ne peut pas mettre ce point en mouvement. La pression désigne aussi une action répartie sur une surface, et sous cette acception, la pression peut mettre en mouvement un objet. On peut dire, sans offense à la rationalité de la science, que la pression de l'eau a brisé le hublot d'un sous marin, ou que c'est la pression atmosphérique qui fait monter le mercure dans le baromètre.

Newton décline l'origine de la force imprimée sous trois genres qui ne sont pas interchangeables, le choc la pression et la force centripète. Notons que c'est abusivement que nous dirons et considérerons que le choc et la pression sont des forces. En fait ce sont des actions qui sont à l'*origine* des forces. Il précise par la définition V ce qu'il entend par force centripète.

Pour parvenir à des concepts opératoires il doit, pour la force centripète, fractionner sa quantité en deux genres : la quantité accélératrice et la quantité motrice. Cette distinction

---

<sup>128</sup> Principe Mathématique de la Philosophie Naturelle, Newton/Marquise du Châtelet, (Dunod) page 4.

Consistit haec vis in actione sola, neque post actionem permanent in corpore. Perseverat enim corpus in statu omni novo per solam vim inertiae. Est autem vis impressa diversarum originum, ut ex ictu, ex pressione, ex vi centripeta.

est importante pour Newton. Dans une lettre à Cotes, il demande une modification de genre pour la force.

J'ai reçu<sup>129</sup> les vôtres du 3 juin ce soir avec les deux feuilles d'épreuve je les ai parcouru sans voir aucune erreur excepté dans la dernière page de la deuxième feuille où vires autem motrices devrait être vires autem acceleratrices.

La distinction entre force motrice et force accélératrice est faite

La<sup>130</sup> quantité accélératrice de la force centripète est proportionnelle à la vitesse qu'elle produit pendant un temps donné.

La<sup>131</sup> quantité motrice de la force centripète est proportionnelle au mouvement qu'elle produit pendant un temps donné.

La distinction entre vitesse et mouvement est faite par la définition 2. C'est une distinction pertinente. Le son a une vitesse il se propage mais il ne s'agit pas d'un corps matériel, le son n'a donc pas de mouvement. Un boulet de canon, ayant une masse a une vitesse et un mouvement. Nous remarquons que ces deux définitions mentionnent explicitement le rôle du temps, ce qui n'est pas fait dans la définition de la force, cette importance de la durée se fait dans une démarcation entre force et quantité soit accélératrice soit motrice de cette force. Il y a donc deux choses la force qui peut être éternelle et sa quantité qui a besoin de la connaissance de la durée pour être déterminée.

Le<sup>132</sup> mouvement d'un corps est la considération conjointe de la vitesse et la quantité de matière.

Les recherches de Newton portent essentiellement sur la considération d'un corps unique donc de masse donnée. Ce qui veut dire que la proportionnalité inverse de l'effet d'une force vis à vis de la masse n'est pas principalement un objet d'étude, la masse du corps d'épreuve n'est que rarement une variable de la situation. Aussi l'assimilation des forces

Notons que Newton utilise ici *vis inertiae* alors qu'il pourrait très bien utiliser *vis insitae*. Ceci est significatif du caractère instable de la notion de *vis insita* qui a besoin d'être renforcée par une double dénomination.

<sup>129</sup> Lettre 794 du 1<sup>er</sup> juillet 1710, page 55. Newton Isaac, *The correspondence of Isaac Newton*, volume 5, 1709-1713, édité par A. Rupert Hall et Laura Tilling Cambridge (1975).

I received yours of June 30 this noon with the two inclosed proof sheets, & I have perused them without observing any faults except in the last page of the second sheet lin 28 where vires autem motrices should be vires autem accelera-trices.

<sup>130</sup> page 5 définition VII. Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

<sup>131</sup> page 6 définition VIII. Idem

<sup>132</sup> Defintion II Quantitas motus est mensura ejusdem orta ex velocitate et quantitate materiae conjunctim. traduit par la Marquise du Chatelet par La quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse, et par Motte par The quantity of motion, is the measure of the same, arising from the velocity and the quantity of matter conjonctly. (Cohen enlève *the same* qui renvoie inutilement à la définition précédente.) La traduction de la définition 2 par la Marquise du Châtelet n'est pas fidèle en cette circonstance alors qu'elle l'est pour la définition I. La quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble. Definitio I Quantitas materiae est mensura ejusdem orta ex illius densitate et magnitudine conjunctim.

motrice et accélératrice est souvent sans conséquence. Sur ce point le concept newtonien de force renferme une subtilité qui a disparu dans la version qui nous est parvenue. Notons que Newton et cette fois la Marquise traduit fidèlement ne dit pas produit de la vitesse par la quantité de matière mais considération conjointe ce qui crée la notion de quantité de mouvement en dehors de sa détermination numérique ou algébrique.

Nous abrègerons la terminologie en parlant de force accélératrice et de force motrice. La force accélératrice est en fait indifférente à la masse du corps sur lequel elle agit, c'est le cas de la gravitation, tous les corps dans le vide, quelle que soit leur masse, tombent à la même vitesse. La force accélératrice agit directement sur la vitesse. Le raisonnement actuel qui consiste à produire la chaîne déductive :

1°) la force d'attraction exercée par la terre, sur un corps, est proportionnelle à la masse de ce corps, ce que l'on peut mettre en formule par :  $F = m \times g$

2°) l'accélération de ce corps est inversement proportionnelle à sa masse,  $a = \frac{F}{m}$

3°) on peut simplifier par la masse et ainsi retrouver, le principe galiléen, que tous les corps, dans le vide, tomberaient de la même manière.  $a = \frac{F}{m} = \frac{m \times g}{m} = g$

n'est pas newtonien.

Newton considère comme fondamentale la loi de la chute des corps et introduit à cet effet la notion de force accélératrice. Pour Newton le fait que tous les corps tombent à la même vitesse dans le vide n'est pas de résultat d'un raisonnement, par lequel la masse gravitationnelle se simplifierait avec la masse inertielle, pour Newton ce résultat est direct. C'est la notion de force accélératrice. Cette force accélératrice n'a pas d'équivalent dans la formulation contemporaine, si ce n'est la considération qu'une masse crée dans son entourage un champ accélérateur pour les autres masses, le concept de champ n'est absolument pas disponible pour Newton. Einstein et Infeld consacrent une partie de leur

ouvrage<sup>133</sup> : *l'évolution des idées en physique* à expliquer le progrès conceptuel essentiel opéré par le concept de champ.

La force motrice modifie la quantité de mouvement et donc trouve son effet pondéré par la quantité de matière contenue dans le corps sur lequel elle agit.

Le choc est une action instantanée sur la vitesse, un choc ne dure pas, il peut être accélérateur ou moteur. Le cas du choc accélérateur est surprenant puisqu'il agit sur toute la matière constituant le corps alors que le choc est pensé comme une action de contact donc superficielle. On pourrait estimer que notre propos est dans ce cas strictement rhétorique et que Newton ne considère jamais de telles actions. C'est sans doute à titre d'hypothèse et comme intermédiaire de calcul qu'il considère ce cas, mais il le fait :

... supposé<sup>134</sup> que lorsque ce corps arrive en B, la force centripète agisse sur lui par un seul coup, mais assez puissant pour l'obliger à se détourner de la droite Bc et à suivre la droite BC.

L'étude de la trajectoire des corps, conduisant à la loi des aires, fait donc bien intervenir une action par impulsion. Il s'agit là d'une analyse mathématique qui pour Newton ne correspond peut être à aucune réalité physique, néanmoins l'utilisation de choc accélérateur existe dans les Principia.

#### 4°) Proposition de synthèse

Nous proposons de réunir toutes les significations de la notion newtonienne de force sous une seule perspective.

La force d'inertie ou imprimée c'est ce qui régit les variations<sup>135</sup> de la vitesse.

La *vis insita* assure la constance de la vitesse et mesure son pouvoir de résister et de se composer avec la *vis impressa*. La *vis impressa* mesure la variation de la vitesse. L'action de la *vis impressa* peut être pondérée ou non par la masse du corps on parlera alors de force accélératrice dans le cas d'action directe indépendamment de la masse et de force motrice

---

<sup>133</sup> (page 119). La *représentation du champ*, comme nous l'appellerons, peut paraître claire et intéressante, mais il n'y a pas de raison de croire qu'elle marque un progrès réel. Il serait très difficile de prouver son utilité dans le cas de la gravitation.

Einstein Albert/ Infeld Leopold, *L'évolution des idées en physique*, Petite bibliothèque Payot, Paris (1981).

<sup>134</sup> Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005. Démonstration de la Proposition I, théorème I (pages 33-34).

<sup>135</sup> La constance étant considérée comme une variation, de la même manière que l'immobilité d'un corps peut être considérée comme le fait pour ce corps d'avoir une vitesse nulle.

dans le cas où cette action est modérée par la masse du corps. Elle peut être également pondérée par la durée durant laquelle on considère son effet, l'action des chocs n'est pas pondérée par leur durée, les chocs ne durent pas, ils modifient la vitesse instantanément. La force centripète peut être motrice dans le cas de la pierre tournant dans une fronde tenue par la main, mais elle peut être accélératrice dans le cas de la gravitation, exemple de la lune retenue sur sa trajectoire par l'action de la terre.

Nous proposons de résumer ce regroupement notionnel sous la forme de plusieurs équations. Nous sommes conscients que d'une part Newton n'a pas écrit ces équations et d'autre part, qu'elles peuvent être comprises d'une manière fonctionnelle. C'est à dire qu'elles permettraient d'attribuer une valeur à la variation de vitesse sous l'hypothèse de la connaissance de la masse du corps, de la durée de l'action et de la grandeur de la force qui serait alors conçues comme des grandeurs indépendantes. La notion de force joue différemment à deux moments distincts de la recherche newtonienne. Dans un premier temps l'observation de la variation de vitesse permet d'induire l'existence d'une force. La trajectoire courbe des planètes permet d'affirmer l'existence d'une force qui les retient dans le voisinage du soleil. Dans un deuxième temps la permanence de cette force dont l'existence a été établie par induction généralisante permet de calculer la variation de vitesse.

Étant donné un corps de masse  $m$ ,

Tableau 1 les différents genres de force.

Vis insita	Assure la constance de la vitesse	$\Delta V = 0$
Vis impressa accélétratrice C'est principalement la force de gravité	F, agissant pendant une durée $\Delta t$	$\Delta V = F \times \Delta t$
	" Choc accélétrateur "	$\Delta V = F$
	" pression accélétratrice "	$\Delta V = F$
Vis impressa motrice	Choc, F	$\Delta V = \frac{F}{m}$
	Pression, F, agissant pendant une durée $\Delta t$	$\Delta V = \frac{F}{m} \times \Delta t$
	Centripète, F, agissant pendant une durée $\Delta t$	$\Delta V = \frac{F}{m} \times \Delta t$

Il nous semble donc utile de garder à l'esprit lorsque l'on lit les propositions de Newton le fait que la notion de force est plurielle, et que toutes ces formes peuvent intervenir simultanément et se composer.

L'écriture actuelle  $\vec{F} = m \times \vec{a}$  ne fait pas apparaître la durée et laisse croire au moins dans son apparence que son objet est de calculer la force connaissant la masse et l'accélération. En général elle ne fonctionne ainsi que dans la phase inductive de la recherche, lorsque l'on cherche à trouver les forces au moyen de l'observation de l'accélération. Une fois les forces connues cette formule est utilisée dans le sens inverse de lecture et après division par la masse, elle permet de connaître l'accélération.

Après cette étude sur la notion de force nous passons à l'usage de Newton d'abord dans le livre I puis dans le livre II. Pour le livre I l'étude portera sur l'établissement de la loi des aires. Cette étude nous fournira un point de comparaison entre les livres I et II. Nous constaterons que le livre II enrichit considérablement la méthode géométrique et que les figures y fonctionnent dans un autre registre.

Dans les livres 1 et 3 des Principia, Newton utilise principalement la force centripète accélétratrice. C'est dans le livre 2 que la dispersion du concept de force se révèle de manière opératoire. L'étude du livre 2 sous cet aspect permet de révéler une face souvent passée sous

silence du caractère pluriel de cette notion. Elle nous permettra aussi de mettre en lumière la distinction entre force mathématique et force physique.

### **III ] Les forces dans le livre I, un exemple**

Cette partie sera consacré à l'établissement de la loi des aires dans le livre I des Principia. Dans ce cas la géométrie représente des situations spatiales et son utilisation est assez directe et naturelle. Cyrille Imbert<sup>136</sup> dans sa thèse, *l'opacité intrinsèque de la nature*, prend cet exemple en référence, il compare la valeur explicative de la démonstration newtonienne avec une démonstration actuelle qui ne s'appuie pas sur la géométrie et qui est beaucoup moins satisfaisante au niveau de l'explication. Notre étude permettra de voir la méthode géométrique newtonienne à l'œuvre et son projet de retrouver sur une figure tous les paramètres. Cela nous permettra d'établir ensuite par comparaison ce que les cas étudiés dans livre II obligent de nouveauté.

#### 1°) Résultats de géométrie élémentaire.

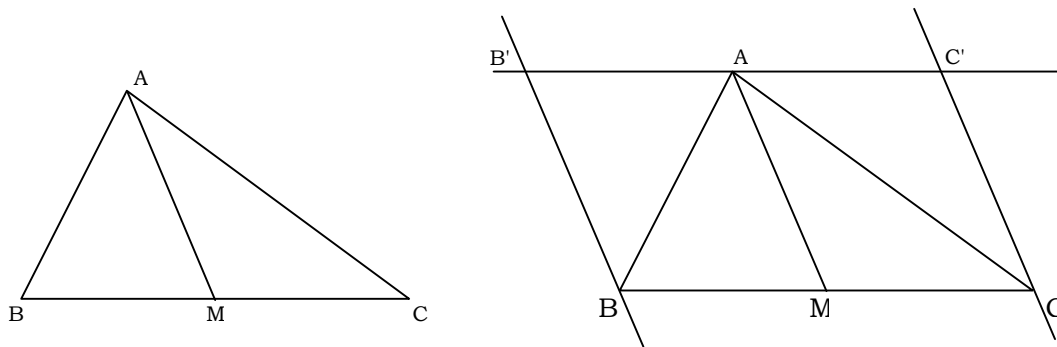
Nous allons nous intéresser à une démonstration de géométrie pure, c'est à dire qui n'a pas d'objectif physique. Dans cette étude nous constaterons par l'exemple le rôle des figures et du regard dans la géométrie euclidienne. Elle nous préparera au style de démonstration adopté pour la démonstration de la loi des aires par Newton. Dans la démonstration de la proposition 1 du livre 1 Newton utilise deux résultats de géométrie élémentaire concernant la surface des triangles. En voici leurs énoncés et une démonstration personnelle du premier conforme à la méthode euclidienne.

**Enoncé :** Soit ABC un triangle, M le milieu du côté BC. Les deux triangles AMB et ACM sont égaux en surface.

**Démonstration :** Nous pouvons démontrer ce résultat en traçant la parallèle à la droite BC passant par A. Il faut ensuite compléter la figure en traçant deux droites parallèles à la droite AM passant l'une par B et l'autre par C. On obtient ainsi deux parallélogrammes, AMBB' et AC'CM de même aire et les triangles AMB et ACM étant les moitiés de chacun d'eux ont par conséquence même aire.



Ce résultat peut être considéré comme un cas particulier de la proposition 38 des *Éléments* d'Euclide<sup>137</sup>. Pour démontrer cette proposition Euclide utilise une proposition préalable sur l'égalité en surface des parallélogrammes analogue à la démonstration proposée ci-dessus.



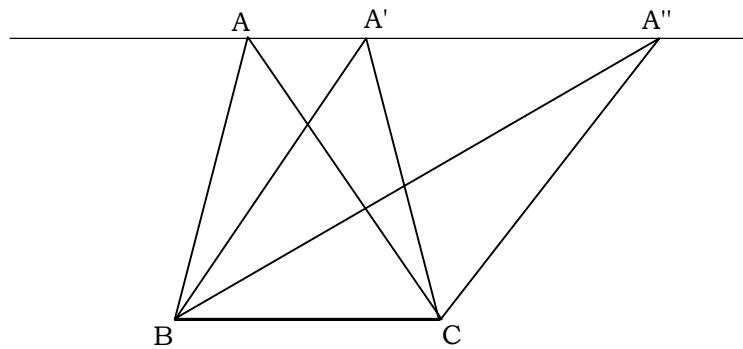
**Figure 3** Égalité des surfaces des triangles délimités par une médiane. Figures de l'auteur

<sup>136</sup> Imbert Cyrille, *L'opacité intrinsèque de la Nature. Théories connues, phénomènes difficiles à expliquer et limites de la science*. Thèse de doctorat Paris I (2008)

<sup>137</sup> **Euclide**, *Les Éléments, Livres de I à IV*, Introduction générale, Maurice Caveing, traduction, Bernard Vitrac, PUF (1990). Page 264

Le deuxième théorème utilisé concerne aussi la surface des triangles. Les triangles (figure 2)  $ABC$ ,  $A'BC$ ,  $A''BC$  etc ont des surfaces égales. La démonstration d'Euclide pour cette proposition consiste à compléter chaque triangle en un parallélogramme et ensuite à démontrer l'égalité en surface des parallélogrammes au moyen d'une proposition préalable.

Les démonstrations d'Euclide reposent sur des inventions de figures complémentaires qui vont être des intermédiaires. L'égalité ne se prouve pas directement mais passe par des formes auxiliaires dont l'égalité va découler d'un théorème qui lui même a été obtenu par le même genre de procédé. Cependant la méthode reste très visuelle. Il s'agit d'une démonstration argumentée rationnellement mais à chaque étape le regard peut contrôler l'exactitude de la démarche.



**Figure 4** Egalité des surfaces des triangles de même base et dont un sommet se déplace sur une droite parallèle à la base. Figure de l'auteur

Newton pour démontrer la loi des aires utilise le même genre de procédé. Il construit un prolongement fictif de la trajectoire. Ce prolongement possède deux genres d'appui, d'une part il est tout à fait facile d'imaginer de prolonger un trait, lorsque l'on utilise une règle elle est toujours plus longue que le trait que l'on trace, d'autre part physiquement ce trait que l'on vient de prolonger par facilité graphique est aussi la trajectoire du corps soustrait par imagination à la force centrale qui le dévie et qui se déplacerait selon cette droite si il était soumis à sa seule inertie (Newton dit à sa force d'inertie car la cause de son déplacement rectiligne à vitesse uniforme est la force d'inertie, la vis insita)

2°) Proposition I théorème 1 du livre 1

Nous allons étudier l'établissement de la loi des aires dans la section 2 du livre I. Nous considérons avec Niccolò Guicciardini que ce théorème dénote d'une intuition remarquable. L'équivalence de la loi des aires avec le mouvement à force centrale est d'une importance physique indéniable, elle permet de plus la maîtrise géométrique et visuelle de l'écoulement du temps au moyen des aires balayées par le rayon qui va du corps en orbite au centre de force (appelé souvent rayon vecteur). Dans ce premier théorème, la géométrie joue un double rôle, celui d'être un outil de démonstration, selon les canons euclidiens, et un support de compréhension. Le rayon vecteur fonctionne comme l'aiguille d'une horloge, certes de forme inhabituellement elliptique et pourvue d'une aiguille qui ne tournerait pas autour du centre géométrique.

Après<sup>138</sup> avoir adopté l'hypothèse de Hooke concernant les mouvements planétaires Newton formula une de ses plus profondes intuitions dynamiques selon laquelle la loi des aires de Kepler était équivalente au mouvement d'un corps soumis à une force centrale. [...] Ces propositions sont importantes mathématiquement car quand un mouvement à force centrale est considéré, elles permettent de représenter géométriquement le temps au moyen d'une aire balayée par le rayon vecteur, un pas essentiel pour aboutir à une représentation géométrique des forces centrales.

#### PROPOSITION<sup>139</sup> I - THÉORÈME I

Dans<sup>140</sup> les mouvements curvilignes des corps, les aires décrites<sup>141</sup> autour d'un centre immobile, sont dans un même plan immobile et sont proportionnelles au temps.

Pour établir cette proposition Newton va construire un détour calculatoire, on peut dire : "une expérience de pensée". Le corps sera d'abord considéré soumis à la seule force d'inertie, puis soumis à la l'action conjointe de cette force d'inertie et de la force centripète. La durée sera découpée en intervalles de temps égaux et la force centripète agira par impulsion au début de chaque intervalle de temps. Les intervalles de temps seront ajoutés pour constituer des zones qui ne seront plus triangulaires ni égales. Ensuite les intervalles

---

<sup>138</sup> Guicciardini Niccolò, *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009), page 242.

One of the most profound dynamical insights that Newton gained after adopting Hooke's hypothesis on planetary motions is that Kepler's area law is equivalent to central force motion. This is spelled out in Propositions 1 and 2, Section 2, Book 1. These propositions are mathematically important because, when central force motion is considered, they allowed Newton to geometrically represent time as the area swept by the radius vector, an essential step for achieving a geometrical representation of central force.

<sup>139</sup> Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005. Page 33.

<sup>140</sup> Areas, quas corpora in gyros acta radiis ad immobile centrum virium ductis deseribunt, et in planis immobilibus consistere, et esse temporibus proportionales.

The areas which bodies made to move in orbits describe by radii drawn to an unmoving center of forces lie in unmoving planes and are proportional to the times. Newton Isaac, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999). Page 444.

de temps seront réduits en particules de temps puis ajoutés à nouveau, pour constituer des zones, les aires balayées par le rayon, dont un bord est curviligne. Ainsi sera construite une action continue. Le corps parcourra alors, soumis continûment à la force centripète, une courbe régulière et non un polygone

Dans ce procédé de démonstration nous pointons trois caractéristiques :

1°) Newton décompose les causes du mouvement en deux : une force d'inertie et une force imprimée<sup>142</sup> puis il les combine, c'est le principe exposé dans les corollaires I et II des lois du mouvement. Habituellement, dans le cas d'un corps soumis à **deux forces imprimées**, une des forces imprimées est décomposée dans le but de faire apparaître une composante qui sera compensée par l'autre force. Ici le procédé est particulier puisque c'est la force résultante qui est décomposée en la force d'inertie, fournie par le précédent trajet, et la force imprimée qui est déterminée en direction mais dont l'intensité n'est pas précisément connue.

2°) la force centripète, donc de direction déterminée **géométriquement**, agit par impulsion, c'est un genre de force répertoriée dans les forces imprimées. Il s'agit bien d'un détour puisque au moyen de ces chocs Newton accède finalement à une action continue sans à-coup donc sans choc. Il reste peut être dans son esprit le fait que la gravitation serait due à des micro chocs d'un fluide insensible qui nous donnerait l'illusion d'une action continue.

3°) Cette force instantanée, ce choc accélérateur, agit au début de l'intervalle de temps et ceci n'est sous l'autorité d'aucun principe. Cependant la troisième caractéristique de cette expérience de pensée possède un intérêt capital, si l'impulsion agissait au milieu ou la fin de l'intervalle de temps alors dans la démonstration que nous détaillerons plus loin, l'argument du parallélisme des droites qui conduit à l'égalité des surfaces tomberait. On comprend ainsi que sans la volonté d'établir la loi des aires de Kepler la démonstration n'ayant pas de perspective de conclusion ne pourrait pas advenir. Cette démonstration n'est

---

<sup>141</sup> Les aires décrites par un corps autour d'un centre sont les espaces terminés par les rayons qui partent de ce centre et par l'arc sur lequel s'appuient ces rayons. " Note présente dans la version française mais qui n'est ni dans le latin ni dans la traduction anglaise.

<sup>142</sup> On constate que l'inertie, la *vis insita*, est une " vraie " force puisqu'elle se compose avec la force imprimée.

donc pas une découverte, le procédé n'est pas heuristique, mais démonstratif. Il établit de manière rationnelle une vérité que l'on connaît au préalable de manière empirique<sup>143</sup>.

Si l'on se place dans le modèle déductif-nomologique<sup>144</sup>, on peut considérer que Newton explique la loi de Kepler. Nous remarquons cependant qu'une explication, même formulée selon les canons de la bonne explication, adressée à une personne, ne s'accompagne pas inévitablement d'une compréhension satisfaisante par cette personne. La présence de figures, de dessins est souvent nécessaire. Les figures participent, de manière évidente, à la démonstration, c'est-à-dire à l'explication mais elles sont aussi des supports efficaces de la compréhension.

Regardons de plus près le début de la démonstration. La référence au latin et à l'anglais fait apparaître ce que l'on pourrait considérer comme une erreur de traduction de la Marquise du Châtelet.

Dans le premier intervalle de temps le corps va se déplacer selon la droite  $AB$  et de la longueur  $AB$ . Puis pour le deuxième intervalle de temps nous devons composer la force d'inertie, trajet  $Bc$ , (*vis insita*) avec la force imprimée, trajet  $cC$ , (*vis impressa*) et obtenir le trajet réel  $BC$ .

Supposé que le temps soit divisé en parties égales, et que dans la première partie de ce temps, le corps, par la force qui lui a été imprimée, décrive la ligne  $AB$  : suivant la première loi du mouvement dans un second temps égal au premier, il décrirait, si rien ne l'en empêchait, la droite<sup>145</sup>  $Bc = AB$  ;

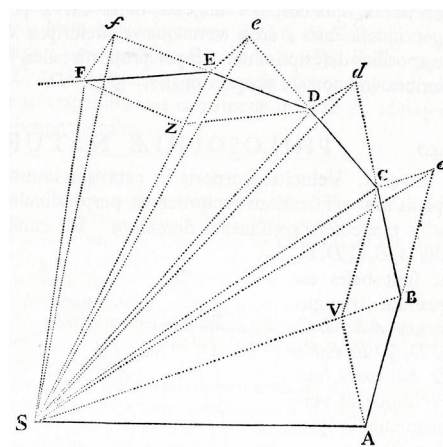


Figure 5 corps soumis à une force centrale.

Dividatur tempus in partes aequales, & prima temporis parte describat corpus vi insita rectam  $AB$ . Idem secunda temporis parte, si nil impediret, recta pergeret ad  $c$ , (per leg. 1.) describens lineam  $Bc$  aequalem ipsi  $AB$  ;

<sup>143</sup> Newton donne l'origine de la loi des aires, il y a la question concernant la méthode de Kepler pour découvrir cette loi, qui ne peut pas être la lecture naïve des données d'une expérience. La notion d'expérience en astronomie, pour Képler, ne peut pas être identifiée à la notion d'expérience pour Galilée concernant la chute des corps.

<sup>144</sup> Dans le chapitre : L'explication scientifique, Denis Bonnay donne en note cet exemple d'explication. Barberousse Anouk, Bonnay Denis et Cozic Mikaël, *Précis de Philosophie des Sciences*, Vuibert (2011), note N°2 de la page 18.

<sup>145</sup> L'édition Dunod contient ici une erreur très regrettable puisque c'est  $BC = AB$  au lieu de lieu de  $Bc = AB$  qui est donné.

On constate que du Châtelet traduit *vi insita* par *force imprimée* ce qui est une erreur textuelle. Cette erreur mérite toutefois notre attention. Ce qui est ici en jeu c'est le statut du point  $B$ . Le point  $B$  est-il un artifice de démonstration ou est-il un "vrai" point ? A la version de Newton on peut proposer l'alternative suggérée par la traduction française. Si nous considérons le point  $B$  comme un "vrai" point, nous observons que cette option ne rend pas la démonstration moins convaincante. Peut importe que nous ne connaissions pas le détail de ce qu'il s'est passé pendant le premier intervalle de temps, ce qui nous intéresse et ce dont nous prétendons sûr c'est, que le corps soit passé du point  $A$  au point  $B$  d'une manière régulière, que  $B$  soit sa vraie position et que le segment  $AB$  puisse être considéré comme sa vraie vitesse au point  $B$ . Ensuite la considération du point  $c$  est tout à fait légitime et la déflexion  $cC$  de la trajectoire est quand à elle certes une approximation, mais c'est une approximation justifiable et maîtrisée. Il faut ajouter au crédit de cette manière de considérer le point  $B$  qu'il est noté par une majuscule alors que les points qui sont des artifices de construction sont en minuscules.

donc en tirant au centre  $S$ , les rayons  $AS$ ,  $BS$ ,  $cS$ , les aires  $ASB$ ,  $BSc$  seraient égales. Supposé que lorsque ce corps est arrivé en  $B$ , la force centripète agisse sur lui par un seul coup, mais assez puissant pour l'obliger à se détourner de la droite  $Bc$  et à suivre la droite  $BC$ . Si on tire la ligne  $Cc$  parallèle à  $BS$ , laquelle rencontre  $BC$  en  $C$ , à la fin de ce second temps, le corps (selon le Corollaire 1. des lois) sera en  $C$  dans le même plan que le triangle  $ASB$ .

En tirant ensuite la ligne  $SC$ , le triangle  $SBC$  sera égal au triangle  $Sbc$ , à cause des parallèles  $SB$ ,  $Cc$ , donc il sera aussi égal au triangle  $SAB$ .

De même, si la force centripète agit successivement sur le corps en  $C$ ,  $D$ ,  $E$ , etc. et qu'elle lui fasse décrire à chaque petite portion de temps les droites  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$ , etc. ces lignes seront toutes dans le même plan ; et le triangle  $SCD$  sera égal au triangle  $Sbc$ , le triangle  $SDE$  au triangle  $SCD$ , et le triangle  $SEF$  au triangle  $SDE$ . Ce corps décrira donc en des temps égaux des aires égales dans un plan immobile ;

L'égalité des aires est établie pour des triangles consécutifs. Newton ajoute une étape, il démontre maintenant la proportionnalité au temps pour des formes plus complexes, assemblage de triangles. Cette étape<sup>146</sup> me semble importante à deux égards : d'abord elle traite le cas où les aires balayées ne

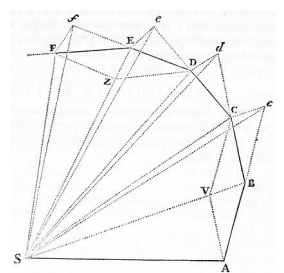


Figure 6 corps soumis à une force centrale

<sup>146</sup> En général les commentateurs ne signalent pas cette étape. Elle n'a pas d'enjeu logique puisque la propriété étant établie pour des triangles elle se généralise par addition. Elle nous semble cependant importante par respect de la démarche effective et pour montrer que Newton est parfois très explicitement exigeant, plus que la logique actuelle ne le demanderait.

sont plus des triangles et ensuite il s'agit de surfaces qui ne sont plus consécutives. Nous passons ensuite de l'égalité des temps à la proportionnalité des temps.

et en composant, les sommes des aires quelconques *SADS*, *SAFS*, seront entre elles comme les temps employés à les décrire.

La dernière étape consiste à réduire les intervalles de temps pour obtenir une action continue et à les combiner entre eux pour obtenir des zones balayées significatives.

Qu'on imagine maintenant que le nombre des triangles augmente et que leur largeur diminue à l'infini, il est clair (par le Cor. 4. du Lemme 3.) que leur dernier périmètre *ADF* sera une ligne courbe. Donc la force centripète, qui retire le corps à tout moment de la tangente de cette courbe, agit sans interruption, et les aires quelconques *SADS*, *SAFS*, qui étaient proportionnelles aux temps employés à les décrire, leur seront encore proportionnelles dans ce cas (C.Q.F.D.).

### 3°) Tout voir sur une figure, les corollaires.

La figure comporte des points, *V* et *Z* qui ne sont pas utiles pour la démonstration. Ces deux points interviennent dans les corollaires 2 et 3 et sont des intermédiaires pour la représentation des forces. Newton dans le corollaire 1 indique pour la vitesse du corps la possibilité de la représenter en tout point de la trajectoire par un segment perpendiculaire à la base qui porte le déplacement *AB*.

L'étude plus approfondie du premier corollaire va nous permettre de montrer d'une part comment Newton utilise la géométrie pour, dans ce cas précis, représenter sur une figure, de manière indirecte tous les paramètres d'un mouvement et d'autre part comment il laisse au lecteur une part assez importante de travail, tant au niveau de la compréhension que de la représentation.

#### a Enoncé du corollaire

*Cor. 1.* La vitesse d'un corps attiré vers un centre immobile dans un espace non résistant, est réciproquement comme la perpendiculaire tirée de ce centre à la ligne qui touche la courbe au lieu où le corps se trouve ; car la vitesse de ce corps aux lieux *A, B, C, D, E*, est proportionnelle aux bases *AB, BC, CD, DE, EF* des triangles égaux, et ces bases sont entre elles en raison réciproque des perpendiculaires qui leur sont abaissées du centre.

#### b L'utilisation des surfaces

Portons notre attention sur la représentation du temps par une surface. Pour faciliter la compréhension nous accompagnerons les figures par des formules algébriques ce que Newton ne fait généralement

$$S = l \times L$$

$$\Delta x = V \times \Delta t$$

Figure 7  
Surface d'un rectangle

pas.

La surface est une grandeur géométrique enfermée par des lignes. C'est une grandeur à deux dimensions. Dans le cas d'un rectangle, on dit que la surface d'un rectangle est proportionnelle à sa longueur et à sa largeur, on peut calculer sa surface par la formule  $S = l \times L$  et l'accompagner par la figure traditionnelle ci-contre. Nous avons donc trois manières de parler de la surface d'un rectangle.

Pour un corps mobile, si nous voulons étudier son déplacement le même genre de représentation peut être utilisée. Le rectangle permet de représenter les paramètres et leurs relations. Dans la formule :  $\Delta x = V \times \Delta t$ ,  $\Delta x$  désigne l'espace parcouru,  $V$  la vitesse considérée comme constante et  $\Delta t$  l'intervalle de temps. La figure nous permet de représenter les grandeurs, et d'obtenir ainsi un support visuel à la compréhension<sup>147</sup>, et même de résoudre graphiquement certains problèmes. La représentation du temps par une ligne ne demande pas d'explication.

Nous pouvons considérer que la représentation du temps par une surface repose également sur une compréhension directe et ne nécessite pas d'explication particulière, cependant si nous décidons de représenter une seconde par un carreau alors nous pouvons représenter la durée de 12 secondes par un rectangle de 3 unités de large sur 4 de long ou par un rectangle de 2 unités de large pour 6 de long ou ...

Bien que Newton ne l'indique d'aucune manière il me semble qu'il y ait un moyen d'attribuer une fonction aux côtés d'un rectangle, représentant le temps. Le corollaire 1 en annonçant que la vitesse est *en raison réciproque des perpendiculaires qui leur sont abaissées du centre* s'appuie sur ce genre d'interprétation sans fournir aucune explication.

$$\frac{1}{V} \quad \Delta t = \frac{1}{V} \times \Delta x$$

Figure 8 représentation du temps par un rectangle

<sup>147</sup> Si un corps se déplace 2 fois plus vite qu'un autre durant une durée 6 fois moins longue, la figure montre et prouve qu'il parcourra 3 fois moins d'espace. Ceci en dehors de tout calcul et avec une certaine immédiateté.



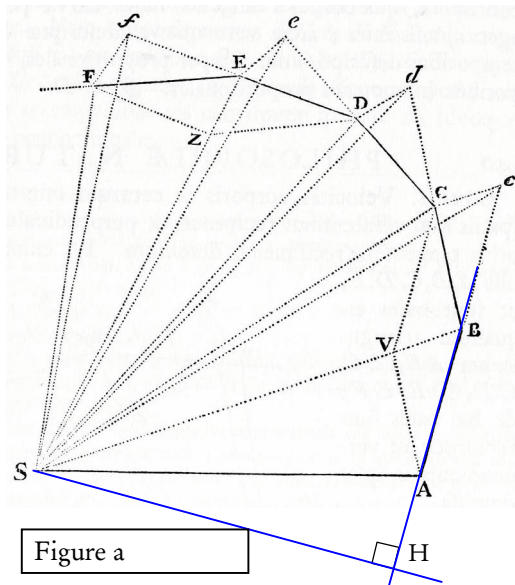


Figure a

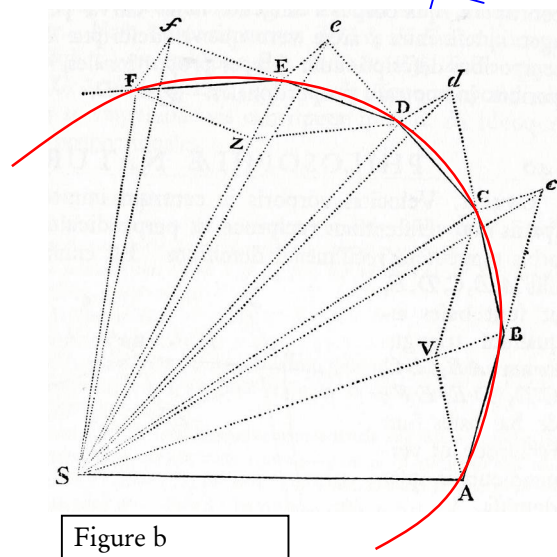


Figure b

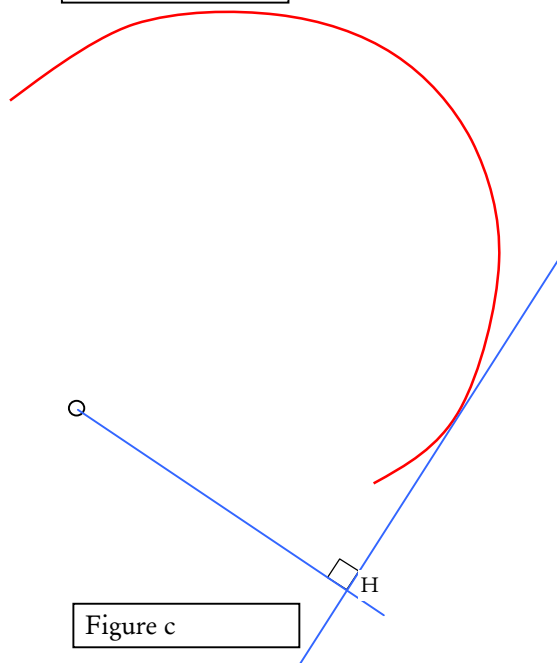


Figure c

Figure 9 corps soumis à une force centrale

### c L'intention non exprimée du corollaire 1

Nous allons conjecturer que le corollaire 1 permet de résoudre le problème de la représentation de la vitesse pour une force centrale continue et de la trajectoire régulière qui l'accompagne.

La démonstration du théorème 1 considère une suite d'intervalles de temps égaux; le corps se déplace de A en B puis de B en C etc. .... Les longueurs de AB, BC sont proportionnelles aux vitesses, puisque les temps sont égaux, et fournissent leur représentation. Lorsque l'on réduit le pas de temps les surfaces des triangles se réduisent et les longueurs AB, BC etc. aussi mais continuent à être proportionnelle à la vitesse. Pour la courbe continue qui représente la vraie trajectoire la longueur devient nulle et la surface des triangles aussi, ainsi pour une force centrale continue et une trajectoire régulière nous n'avons plus de figuration de la vitesse en tout point.

Dans le cas d'une action par impulsion (figure a) la surface du triangle SAB qui représente le temps est proportionnel à la longueur AB qui est le déplacement et à la hauteur SH qui représente donc l'inverse de la vitesse conformément à la figure 6.

Si nous prenons un pas de temps nul alors la longueur AB et la surface du triangle SAB deviennent aussi nulle mais la hauteur garde une grandeur finie qui représente l'inverse de la vitesse.

### d Conclusion sur le corollaire 1

L'intérêt de ce corollaire est de pouvoir, sur la représentation de la trajectoire, lire en tout point la vitesse. La lecture est assez indirecte puisque qu'il faut tracer la tangente et ensuite la perpendiculaire issue du centre de force. Le segment SH obtenu indique de manière réciproque la vitesse c'est à dire qu'un segment deux fois plus long indique une vitesse deux fois plus petite.

On voit que la vitesse n'est pas reliée par une relation simple à la distance au centre de force.

On constate que Newton s'attache à trouver sur une figure tous les paramètres du mouvement. Le message méthodologique implicite que nous proposons comme conclusion de l'étude de ce corollaire est que sur la représentation d'une trajectoire, ce que

l'astronomie d'observation fournit, le géomètre perspicace trouvera tous les éléments caractéristiques du déplacement. Il les trouvera si il possède la procédure de lecture.

Dans le modèle copernicien les planètes se déplaçaient à vitesse uniforme sur des cercles, certes multiples et encastrés les uns dans les autres, mais malgré tout des cercles et parcourus à vitesse uniforme. Képler avec ses ellipses rend la description et la compréhension beaucoup plus délicate et subtile. Alors la loi des aires, en plus de son contenu épistémique, nous offre une visualisation assez directe de la vitesse d'une planète sur sa trajectoire. Newton va plus loin dans la figuration puisqu'il nous indique comment trouver la vitesse par lecture directe sur la figure de la trajectoire.

#### 4°) Conclusion

Newton parvient à déduire la loi des aires à partir de ses principes. Ils ne permettent pas de découvrir ce résultat. La démonstration présuppose la connaissance du résultat. Il ne s'agit pas de l'application aveugle d'une méthode qui conduirait automatiquement à la réponse. Il y a une inventivité au service d'un but. Cette inventivité concerne autant le plan de l'analyse physique que mathématique. La démonstration mêle de manière constitutive les deux niveaux du raisonnement. L'hypothèse physique de l'action par impulsion au début de l'intervalle de temps permet d'affirmer le parallélisme. Ce parallélisme qui a un fondement physique est une des clés de la démonstration géométrique. La géométrie la plus euclidienne permet par un raisonnement de prouver la loi des aires.

On constate que la géométrie nous permet de rendre visible les forces d'inertie et imprimée ainsi que leur composition. C'est leurs représentations par un segment qui met la *vis inertiae* et la *vis insita* sur le même plan argumentatif. La géométrie nous permet aussi de voir le temps. Le perfectionnement de l'astronomie s'est fait en complexifiant les modèles. Un aspect fameux de cette évolution est la perte du géocentrisme, mais il a fallu aller beaucoup plus loin. Puisque que les astronomes ont dû renoncer à la vitesse uniforme et la circularité. Aussi l'énonciation de la loi des aires propose un invariant qui introduit une régularité opportune. La représentation, par la surface de l'aire balayée par le rayon vecteur, donne une visualisation et une prévisibilité aux déplacements des planètes. Cette

représentation constitue un support très utile à la compréhension et permet sans doute de réguler les calculs.

Nous venons de voir, sur un exemple, comment la géométrie permettait à Newton de travailler sur le mouvement des corps célestes. Certains éléments des figures, en cette circonstance, s'imposent d'eux même, puisque la trajectoire est donnée par la situation et constitue la donnée essentielle. Nous allons maintenant aborder l'étude des premières sections du livre 2. Dans un certain nombre de situations les trajectoires sont de simples droites et ne sont même pas représentées. Ces cas simples de trajectoires rectilignes donnent l'occasion de déplacer la fonction de la géométrie, elle n'a plus le support réaliste de la trajectoire. Ce livre nous donne des méthodes différentes pour la représentation des forces. Cette flexibilité de la géométrie vient confirmer la méthode géométrique dans sa prétention d'outil universel.

## Les forces de résistance

### I ] De la fluidité et des forces qui en découlent.

Le livre I s'intéresse aux interactions entre deux solides souvent réduit à des points. Le fait de considérer l'interaction entre un solide et un fluide va entraîner Newton à examiner des forces dotées de caractéristiques nouvelles. Nous allons dans cette partie étudier les sections I, II et III du livre II qui sont similaires et sous des hypothèses différentes consacrées à l'étude de la résistance aux déplacements opposée par les fluides. Nous proposerons de rendre compte de la démarche newtonienne au moyen de tableaux qui rendent visible l'étude des déplacements d'un corps par un découpage temporel. Les forces de pression et de viscosité seront étudiées dans la partie suivante page 203.

#### 1°) Présentation générale

Dans le livre I les forces s'appliquent à des objets qui sont considérés comme des points matériels. Un point matériel c'est un point géométrique auquel on affecte une masse. Si l'on veut calculer les trajectoires des planètes cette manière de les représenter convient. Dans le livre III pour les anomalies de la lune, pour les marées, ... les astres vont retrouver leur géométrie et leurs dimensions. La réduction d'un corps complexe à un point, son centre de gravité, est réalisé sans justification théorique. La notion moderne de point d'application d'une force n'a pas d'équivalent chez Newton. Les forces agissent sur les corps globalement. Sans que cela soit explicite nous pouvons considérer que l'étude du mouvement et des forces auxquels est soumis un corps est ramené au centre de gravité de ce corps. Il n'y a aucune trace d'une dynamique du solide en rotation dans les Principia. Dans le livre II, Newton va considérer, par exemple, toute l'atmosphère terrestre comme un corps et parler de son action sur la terre (la partie solide). Pour Newton il y a donc bien deux corps, la terre et l'atmosphère et ils exercent bien l'un sur l'autre des actions réciproques. Nous concevons facilement qu'il s'agit d'une interaction d'un genre nouveau pour laquelle les principes et les forces qui vont être à l'ouvrage vont devoir être mis en jeu d'une manière particulière.

## 2°) La définition d'un fluide.

Nous trouvons la définition d'un fluide dans la cinquième section. Cette cinquième section occupe 10 pages (de la page 212 à la page 222) et elle commence par une définition, celle d'un fluide. Jusqu'ici Newton ne s'est pas vraiment intéressé au fluide lui même. Les quatre premières sections ont porté sur les corps se déplaçant dans un *milieu résistant*, pour lequel, il est vrai, la connaissance du détail de sa constitution n'était pas indispensable. Cette définition est suivie par 5 propositions, de la XIX à la XXIII, dans lesquelles l'auteur s'intéresse plus précisément à la notion de pression atmosphérique. Cette définition d'un fluide peut nous sembler un peu tardive, mais elle arrive au moment où l'auteur en a besoin explicitement.

### DÉFINITION DU FLUIDE

Les<sup>148</sup> corps fluides sont ceux dont les parties cèdent à tout espèce de force qui agit sur eux et qui se meuvent très facilement entre eux.

L'édition critique de Cohen et Koyré *with variant readings* nous signale que sur le manuscrit Newton a ajouté *facile* et corrigé une faute dans *moventur*.

Cette définition<sup>149</sup> doit être comprise comme faisant partie du programme newtonien d'établir des Principes Mathématiques. Contrairement à une définition descriptive, elle se doit d'être le plus ramassée possible. Cette définition utilise un vocabulaire dont le sens appartient au système, force, partie, action(agit) et mouvement. Elle repose principalement sur l'expérience quotidienne et on peut considérer que c'est par induction que l'on arrive à proposer cette définition. Elle propose deux propriétés, *cedent à tout espèce de force qui agit sur eux et qui se meuvent très facilement entre eux*. Nous n'arrivons pas à bien saisir en quoi la première partie est essentielle. Quel exemple de corps pourrait-on trouver qui ne céderait pas à toute force qui agirait sur lui ? Un énorme bloc de marbre posé sur une patinoire parfaitement lisse ne serait-il pas mis en mouvement par n'importe quelle

---

<sup>148</sup> Newton Isaac, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726)/(1972). Fluidum est corpus omne, cujus partes cedunt vi cuicumque illata et cedendo facile moventur inter se. Newton Isaac, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999). Page 687. A fluid is a body whose parts yield to any force applied to it and yielding are moved easily with respect to one another.

<sup>149</sup> Cohen dans la partie : A guide to Newton's Principia à la page 177 de : Newton Isaac, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999), en guise de commentaire répète la phrase en la scindant en deux.

espèce de force ? Il nous semble que cette partie est une condition d'adhérence entre le fluide et le solide qui le contient. Un fluide s'écoule facilement du récipient qui le contient.

Il y aurait la possibilité à l'aide de cette définition d'essayer de classer les corps en fluide et solide, et de s'intéresser aux cas limites comme le sable ou la farine. Newton en reste aux principes, il n'y a pas d'enquête taxinomique. Si l'on considère la rédaction de la première édition on est tellement émerveillé par la quantité de sujet différents traités, sur une impulsion qui a été maintenue deux ans, que l'on comprend l'absence de classification. Par contre si l'on se réfère à la troisième édition et qu'on étale sa rédaction sur quarante ans alors on est obligé de constater que Newton ne s'engage pas dans les Principia dans une science de détails physiques. Il n'y a pas de recherche différentielle sur les fluides. Les fluides sont ils tous les mêmes ? Quel sont les paramètres qui pourraient permettre de les classer ? La définition semble considérer deux aspects : la relation des fluides aux solides, *qui cèdent à tout espèce de force*, et la cohésion interne des fluides *qui se meuvent très facilement entre eux*. Dans cette deuxième caractéristique il y a l'amorce d'une exploration, *très facilement* semble ouvrir la porte à des degrés, Newton prépare-t-il la notion de viscosité qui n'apparaîtra que dans la toute dernière section.

Cette définition n'est suivie d'aucun commentaire. Elle va juste être un outil pour construire une statique des fluides.

## **II ] Les forces de résistance à l'avancement.**

Newton débute le livre II par la considération du déplacement d'un projectile dans un milieu résistant. Il consacre à ce problème une étude méthodique dans les trois premières sections. Il revient ensuite sur ce problème de manière moins systématique dans d'autres sections. Nous pouvons considérer à titre d'hypothèse que l'arrière pensée newtonienne est d'obtenir des lois qui permettraient de calculer le ralentissement des planètes freinées par un possible fluide interplanétaire. Toute hasardeuse que cette idée puisse paraître on pourrait l'assortir d'une deuxième qui attribuerait dans l'esprit de Newton le pouvoir à Dieu de relancer le système quand la nécessité s'en ferait sentir. Les observations astronomiques accumulées depuis les babyloniens permettent d'attribuer au couplage des deux hypothèses précédentes un très faible degré de probabilité. Toute fois il

reste les questions brûlantes sur la nature du médium qui propage la lumière depuis le soleil jusqu'à nous et cette autre question sur une hypothétique substance et sa cinématique qui permettrait d'expliquer en terme mécanique la gravitation.

### 1°) La chute des corps en milieu résistant

Pour Aristote les corps du monde sublunaire rejoignaient leur lieu naturel avec une vitesse plus ou moins grande selon leur poids. Plus grand était le poids plus rapide était la chute. Il nous semble que selon les exigences et les outils d'observation de l'époque le fait que les feuilles et les pommes ne tombent pas à la même vitesse et que la lune ne tombe pas du tout, confirmait régulièrement cette évidence. La géométrie n'avait pas de place dans ces raisonnements.

Dans la mécanique donnée à voir les auteurs font remarquer le rôle important des figures dans la constitution de la pensée mécanique. Les figures sont plus que des illustrations. Les figures sont des outils qui permettent de penser.

La<sup>150</sup> figure donnée par Grégoire est illusoire ou plutôt elle préfigure une mesure possible : un historien positiviste prétendrait que la figure est en avance sur la pensée. Il vaut mieux dire que la pensée expérimentale va pouvoir être réalisée, parce que Grégoire utilise des figures pour penser.

Pour Galilée l'obtention d'une loi plus fine et plus conforme aux faits émergea suite non seulement à une prise en compte plus attentive et plus instrumentée de la réalité mais aussi grâce à une réforme des outils d'analyse. Parmi ces outils, il faut indiquer la référence aux expériences de pensée (chute dans le vide, corps soustraits aux perturbations du réel) mais également la représentation géométrique. Même dans le vide simplificateur, mesurée à intervalle de temps égaux, la distance parcourue par un corps lors de sa chute n'est pas régie par une loi simple qui serait soit la constance ou la proportionnalité.

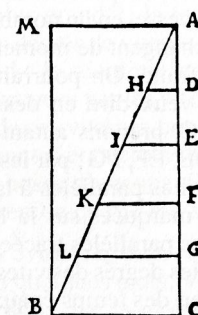


Figure 10 p. 370  
Galilée Dialogue

Galilée choisit pour paramètre principal le temps. Ce choix décisif n'est pas sans difficulté puisque le temps ne possède ni de mesure ni de représentation directe. La possibilité de ce choix doit beaucoup à l'idée de sa



représentation au travers de la géométrie. Doté de cet outil, la géométrie, Galilée put décrire et observer les expériences de chutes avec plus de vigilance quantitative et ainsi parvenir à une loi que Newton prit comme fondement pour certain de ses raisonnements. La géométrisation du temps fut un élément essentiel de l'étude du mouvement des corps.

## 2°) Etude globale des sections I, II et III

### a Leurs places dans les Principia

Newton consacre les 3 premières sections à l'étude du mouvement d'un corps au sein d'un fluide. Ces sections occupent 25 pages<sup>151</sup> de la 174<sup>e</sup> à la 198<sup>e</sup>. Dans la septième section, il y a une poursuite de ce travail enrichie par une étude sur la forme du corps et des comptes rendus d'expériences nombreuses et détaillées.

Après le livre I qui court sur 170 pages, les 3 premières sections du livre II constituent une sorte d'acclimatation au sujet, une descente dans le monde sublunaire de la génération et de la corruption là où les choses sont beaucoup plus instables. Le livre I s'intéressait essentiellement aux forces centrales ou de direction constante. Dans la première situation le contexte géométrique est suffisamment étendu pour que les variabilités directionnelle et d'intensité soient des éléments prépondérants dans la deuxième situation la gravitation est envisagée dans une portion de l'espace suffisamment restreinte pour que l'on puisse la considérer constante en intensité et en direction. Cette restriction simplificatrice permet de composer cette force avec celles de résistances dues au milieu. Il faut également remarquer que la force de gravité est une force accélératrice et que la prise en compte de la masse du corps est sans enjeu.

Tous les corps lourds ou légers tombent de la même manière, abstraction faite des forces de résistance. Les forces de résistance exercées par les fluides sont des forces motrices : elles agissent sur le mouvement, la masse du corps mobile a donc une importance. Cependant comme nous l'avons déjà signalé la masse du corps d'épreuve n'est pas une variable des situations étudiées par Newton.

---

<sup>150</sup> Page 352. *Une mécanique donnée à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624, par Grégoire de Saint-Vincent*, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008).

<sup>151</sup> Dans l'édition de Dunod 2005.

Le propos du livre II est d'utiliser les *lois du mouvement* pour un nouveau genre de situations. Les types de forces en jeu sont enrichis par d'autres genres de force. Il ne s'agit plus de force centrale, il ne s'agit plus de force accélératrice. Le paramètre dirigeant la variabilité de l'intensité des forces n'est plus l'espace mais le mouvement lui-même. La représentation géométrique des différents éléments de la situation ne pourra plus s'appliquer de la même manière.

Dans ces trois sections, il ne s'agit pas à proprement parler de mécanique des fluides. C'est le mouvement du corps mobile que l'on étudie. Ces sections réalisent une progression, la troisième réunissant les deux précédentes. Le scolie conclusif de la section 3 constitue une synthèse et une justification physique des différentes hypothèses. Ce genre de solidarisation des sections est unique dans le livre II. Les autres sections sont pratiquement indépendantes les unes des autres. Pour commencer le livre II, Newton étudie d'abord le mouvement d'un corps, de forme non précisée, au sein d'un fluide, et subissant en conséquence, une résistance à son déplacement. Dans la toute première section, la résistance est en raison simple de la vitesse, il faut comprendre : la résistance est proportionnelle à la vitesse, dans la deuxième section, elle est en raison doublée de la vitesse, il faut alors comprendre : elle est proportionnelle au carré de la vitesse. La troisième section rassemble dans une même étude les deux hypothèses.

#### **b Les forces de réaction, de résistance, la cohésion des corps.**

La physique contemporaine contient dans son arsenal de forces celui de force de réaction du support qui permet de justifier l'immobilité d'un corps reposant sur un support. Il faut la distinguer de celle de la force de résistance, qui elle ne se manifeste que lors du déplacement d'un objet. La cohésion des corps permet d'expliquer les forces de réaction.

La force de résistance des fluides au déplacement envisagé par Newton n'est pas une résistance statique. Elle ne s'exerce que si le corps est mobile au sein de ce fluide. Par contre si l'on suspend un objet à un crochet, même en absence de mouvement ce crochet résiste, il résiste au poids qui entraîne l'objet vers le centre de la terre. Le crochet empêche l'objet de tomber, il interdit le mouvement jusqu'au moment où il casse et alors, il n'empêche plus rien. Une particularité de cette force de réaction est qu'en aucun cas elle ne fera remonter le

corps suspendu. Les forces de réaction ont une manière particulière d'exister, elles n'existent que pour empêcher le mouvement, juste empêcher le mouvement ni plus ni moins. Elles interdisent les déplacements mais n'en provoquent aucun. Elles ne seront en aucun cas la cause d'un mouvement, d'un point de vue strictement newtonien ce ne sont pas des forces même si l'on tient compte de la nuance introduite dans le commentaire de la définition IV sur lequel nous reviendrons plus tard. Dans le corollaire 2 des lois du mouvement dans lequel on peut dire que Newton pour une fois fait de la statique du solide, Newton montre comment la décomposition d'une force en ses composantes peut être une méthode pour résoudre les problèmes de statique. Les forces en jeu sont alors des poids, c'est-à-dire des forces agissantes. Pour le poids, nous enchérissons sur le mot force par le qualificatif agissante pour souligner qu'il s'agit de forces qui produiraient un déplacement si elles agissaient seules et sans entrave. Il nous semble pouvoir affirmer que Newton dans les *Principia* ne considère pas de force de réaction statique.

Est ce à dire que Newton ne s'est jamais intéressé à ces forces un peu embarrassantes qui ne se manifestent que par ce qu'elles empêchent mais qui d'elles même ne provoquent aucun changement dans les mouvements ? Il faut avoir recours à des documents inédits pour alimenter cette réflexion. Westfall nous indique que la lecture du *Notebook* contenant les *Questiones* révèle que parmi la variété des sujets qui préoccupaient Newton jeune étudiant la cohésion des corps en faisait partie.

Une<sup>152</sup> autre question concernant la structure des corps était leur cohésion, et Newton examina différentes théories qui avaient été proposées pour en rendre compte.

Westfall évoque plus loin l'adhérence des plaques de marbre<sup>153</sup>, dont l'explication soutenue par Boyle s'appuie sur l'existence de la pression atmosphérique.

Nous<sup>154</sup> savons comment la pression de l'air peut maintenir deux plaques de marbre réunies. Depuis les expériences de Boyle, nous savons également que la pression de l'air est limitée quantitativement.

---

<sup>152</sup> Bas de la page 333. Westfall Richard, *Force in Newton's physics, The Science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Londres (1971). Another question related to the structure of bodies was their cohesion, and Newton examined various theories that had been proposed to account for it.

<sup>153</sup> lorsque l'on pose deux plaques de marbres l'une sur l'autre elles semblent se souder, il est très difficile de les séparer. Nous pouvons reproduire cette expérience avec deux vitres parfaitement lisses.

<sup>154</sup> idem page 334. *We know how air pressure can hold two polished pieces of marble together. From Boyle's experiments, we also know that air pressure is quantitatively limited. Puis citant textuellement Newton : "but y<sup>e</sup> pressure of all y<sup>e</sup> matter twixt O & us made by reason of its indeavor from O being farr greater (& it may be some other power by w<sup>ch</sup> matter is kept close together &c)*"

Nous n'avons pas plus de détail ni sur les expériences ni sur l'argumentaire de Boyle. Il nous suffit de savoir que Boyle et la pression atmosphérique sont associés à la résolution de l'énigme. Nous considérons que cette réponse est importante puisque finalement à partir de ce moment l'énigme de cette cohésion est résolue par des arguments mécaniques, qui attribuent l'adhérence des plaques de marbre à une cause externe aux plaques. La force qui unit deux plaques de marbres vient donc d'une cause identifiée extérieure aux plaques elles même. Il y aurait alors la tentation, la possibilité, en pensant une plaque de marbre comme une infinité de feuilles de marbre, de ramener la cohésion d'une seule plaque de marbre à la cohésion d'une infinité<sup>155</sup> de feuilles. Cependant l'observation ne valide pas notre raisonnement, la cohésion du marbre lui même n'est pas du même ordre que la cohésion de deux plaques entre elles. Si notre proposition était valide pour expliquer la cohésion d'un bloc de marbre alors ce bloc de marbre placé sous une cloche dans laquelle on ferait le vide devrait se disloquer, ce qui n'est pas le cas.

John Locke dans *Essai sur l'entendement humain* consacre plusieurs paragraphes<sup>156</sup> à l'idée de substance et de cohésion des corps. Il nous semble très informé du problème de l'explication de l'adhérence des plaques de marbre et à cette occasion il raisonne d'une autre manière en prouvant la faiblesse du recours à la pression atmosphérique par le fait que si il est très difficile de séparer les plaques perpendiculairement à leur surface il est par contre facile de les faire glisser l'une sur l'autre. Le recours à un éther subtil ne ferait pour lui que reporter l'explication sur la cohésion des particules composant cet éther. Il conclut son discours par l'impossibilité d'avoir une idée simple à propos de la cohésion des corps.

Mais en est-il de même de la cohésion de tous les corps, de la gravité, de la résistance des fluides<sup>157</sup> ?

Cette explication par la pression atmosphérique n'est pas mentionnée par Newton dans les Principia. On verra dans le scolie qui conclut la troisième section que Newton

---

<sup>155</sup> On voit ici la référence à l'infini s'immiscier dans le raisonnement physique.

<sup>156</sup> Pages 486 à 490, Livre II, chapitre 23, paragraphes 23 à 27. Locke John, *Essai sur l'entendement humain*, traduction Pierre Coste, présentation Philippe Hamou, Librairie Générale Française, (2009).

<sup>157</sup> La tentative d'explication de la cohésion du marbre par la pression atmosphérique peut sembler une tentative purement spéculative et outrancière, cependant elle convient pour expliquer la rigidification des matelats coquille utilisé pour le transport des blessés.

invoque cursivement la ténacité du fluide comme cause de la résistance des fluides à l'avancement des projectiles. Cette ténacité n'est-elle pas une force de cohésion<sup>158</sup> ?

Dans l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert nous trouvons cette définition :

**TÉNACE<sup>159</sup> & TÉNACITÉ**, s. f. (*Physique*) on désigne par ces mots cette qualité des corps par laquelle ils peuvent soutenir une pression, une force, un tiraillement considérable sans se rompre ; la qualité qui lui est opposée se nomme *fragilité*. Les corps *ténaces* supportent l'effort de la percussion ou de la pression sans recevoir aucun dommage ; mais ici, comme dans plusieurs autres cas, où nous employons les mots *dur, doux, flexible, &c.* nous les prenons dans un sens relatif aux degrés ordinaires de la force humaine ; autrement il seroit bien difficile de dire ce que c'est que *ténace, cassant, rude, doux, &c.* *Mém. de l'acad. de Berlin, année 1745. (D. J.)*

La cohésion des corps est un sujet récurrent de la science physique. Cette préoccupation traverse toutes les époques.

Nous retrouvons cette problématique de la cohésion dans un récit contemporain qui constitue un intéressant tissage conceptuel. En effet Heisenberg nous relate une conversation entre jeunes étudiants concernant le point de vue de Malebranche !<sup>160</sup> La possibilité de représenter le réel, la géométrisation de l'invisible questionne les théories spéculatives et leur désir de rendre compréhensibles des faits peut être usuels mais énigmatiques dans leurs causes.

« Par<sup>161</sup> ailleurs, ce n'était pas mon intention de perturber votre discussion concernant les atomes. Je voulais seulement vous faire prendre conscience du fait qu'il ne faut pas parler si simplement d'expérience lorsqu'il s'agit des atomes. Car il pourrait se faire que les atomes, que l'on ne peut pas observer directement, ne soient pas de simples objets, mais fassent partie de structures plus fondamentales; et que cela pourrait n'avoir guère de sens de vouloir dissocier ces structures-là en représentations et en objets. Il est bien évident que l'on ne peut pas prendre au sérieux les crochets et anneaux du manuel, pas plus que toutes les autres images d'atomes que l'on trouve par-ci par-là dans les écrits de vulgarisation. De telles images, destinées à faciliter la compréhension, rendent en réalité le problème encore beaucoup plus incompréhensible. Je crois qu'il faudrait être extrêmement prudent lorsque l'on évoque la notion de " forme des atomes " dont vous parliez tout à l'heure. Ce n'est qu'à condition de donner un sens très général — et non plus simplement géométrique — au mot " forme ", en le confondant en somme à

---

<sup>158</sup> L'usage du mot force pour désigner la propriété de solidité des corps est ici tout à fait impropre bien qu'elle soit commune est intuitivement compréhensible.

<sup>159</sup> Article ténacité dans : Alembert Jean le Rond d', et Diderot Denis, *Encyclopédie Raisonnée des Arts et des Sciences*, Paris, 1750. version CD-Rom de Redon.

<sup>160</sup> L'enseignement actuel des principes de la physique (la philosophie naturelle) ne fait que rarement référence à la philosophie ou à la métaphysique, mais dès qu'un savant ayant une notoriété incontestable se permet d'exprimer dans un certain détail son cheminement intellectuel nous y retrouvons à titre d'élément des enjeux philosophiques explicites qui dans le contexte de découverte ne recouvrent pas la méthodologie officielle.

<sup>161</sup> Heisenberg Werner, *La Partie et le Tout*, Champs Flammarion (1972). Edition allemande *Der Teil und das Ganze*, Munich (1969). page 18.

peu de chose près avec le terme de " structure " que je viens d'utiliser, que ce mot deviendrait à mon sens à peu près acceptable. »

Dans les machines de chantier de l'époque le frottement qui est une sorte de résistance au mouvement posait des problèmes. Newton nous informe dans la citation qui suit que son projet n'est pas d'écrire un livre sur les machines simples ... le projet de Newton dans les Principia n'est pas de contribuer à l'amélioration des techniques. Le livre II ne nous dira rien sur le frottement entre solides.

Si<sup>162</sup> la disparité des vitesses est assez grande pour vaincre toute espèce de résistance, tant celle qu'oppose la pesanteur des corps qu'on veut élever, que celle qui vient de la cohésion des corps qu'on veut séparer, et que celle qui est produite par le frottement des corps qui glissent les uns sur les autres, la force restante produira une accélération de mouvement qui lui sera proportionnelle, et qui sera partagée entre les parties de la machine, et le corps résistant; mais je ne me suis pas proposé ici de donner un Traité de Mécanique, j'ai voulu montrer seulement combien la troisième loi du mouvement est vraie, et combien son usage est étendu, car si on estime l'action de l'agent par sa force multipliée par sa vitesse et qu'on estime de même la réaction du corps résistant par la vitesse de chacune de ces parties multipliées par les forces qu'elles ont pour résister en vertu de leur cohésion, de leur attrition, de leur poids, et de leur accélération, l'action et les réactions se trouveront égales entre elles, dans les effets de toutes les machines.

Il n'a pas non plus le projet de rendre compte des causes de la cohésion des corps. Pourtant, comme nous l'indique Westfall, le sujet le préoccupe et l'étude de la résistance des fluides aux déplacements des corps va l'obliger à émettre des hypothèses sur la structure fine, invisible, de la matière. Newton va s'attacher, autant qu'il lui est possible, à l'énonciation de Principes Mathématiques, ce qui veut dire pour lui : géométrisation. La cohésion des corps n'est pas accessible à une approche géométrique, Newton ne l'abordera que de manière allusive et détournée. Ce que l'on appellera plus tard les *forces de réaction* ne font pas partie de la définition newtonienne de la force. Dans ce domaine, il a pourtant des prédécesseurs prestigieux qui ne sont pas à rattacher aux errements de la scolastique. Nous pensons à Galilée, Stévin, Archimède<sup>163</sup>. Il est vrai que ces prédécesseurs n'avaient pas de conception cohérente et efficace de l'étude du mouvement des corps. On pourrait dire que

---

<sup>162</sup> Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005. (page 24)

Nam si aestimetur agentis adio ex ejus vi & velocitate *conjunctim* ; & similiter resistentis reactio aestimetur *conjunctim* ex ejus partium singularum velocitatibus & viribus resistendi ab earum attritione, cohaesione, pondere, & acceleratione oriundis; erunt actio & reactio, in omni instrumentorum usu, sibi invicem semper aequales.

On notera que que le latin ne mentionne pas d'opération arithmétique. Il n'est pas question de multiplication *conjunctim* devrait se traduire, comme du Châtelet le fait pour la première définition, par : *pris ensemble*. La traduction anglaise de Cohen et Whitman n'invoque pas d'opération arithmétique et contient *jointly* pour *conjunctim*.

l'immobilité n'intéresse pas Newton, serait ce parce qu'elle n'est pas géométrisable directement ? Les forces sont des entités conceptuelles, leur mesure directe sur des objets mobiles est empiriquement difficile. Les souffleries en sont un exemple manifeste : au prix d'installations conséquentes, elles consistent à immobiliser le corps ordinairement mobile et à mettre en mouvement le fluide normalement fixe. Lorsque l'on parle de forces de résistance il ne s'agit pas de forces de cohésion, d'ailleurs l'utilisation du mot force pour expliquer ce qui donne aux corps leur solidité est inadaptée. Newton utilise le mot ténacité.

### c L'organisation des trois premières sections.

La section I considère que la résistance du fluide au déplacement du corps est proportionnelles à la vitesse. Newton considère cette caractéristique de la loi de résistance comme une hypothèse. Nous discuterons plus loin du caractère hypothétique attribué à cette caractéristique. Il y a une progression dans la complexité des situations envisagées. On pourrait presque parler de pédagogie, mais on peut aussi y voir un style très euclidien. Partir de vérités élémentaires, les combiner entre elles pour parvenir progressivement à des situations assez complexes qui ont été préparé par les études préalables. Il ne s'agit pas vraiment de ce que Smith appelle le style newtonien puisqu'il n'y pas de confrontation aux phénomènes qui alimenteraient l'étape ultérieure. Il y a dans le corollaire 7 de la proposition IV (problème II) l'invocation de phénomènes, mais le ton général, l'usage du futur, l'absence de nom d'expérimentateurs de dates et de données chiffrées nous donne à penser que ces expériences n'ont jamais été réalisées. L'hypothèse permet de conduire des calculs et de produire des représentations géométriques dont nous reparlerons plus en détail ultérieurement.

La section II se présente sous forme similaire de la section I, il y a à nouveau une progressivité dans les situations mais cette fois-ci sous une autre hypothèse : celle de la résistance en raison doublée de la vitesse. Dans ce cas l'hypothèse est estimée physique. Le traitement mathématique oblige Newton à avoir recours à la méthode des fluxions. Dans le scolie<sup>164</sup> du lemme II il y a une référence à une lettre de 1672 à Collins. Cette évocation

---

<sup>163</sup> Dans le domaine des structures fixes qui prendra son autonomie et générera une discipline à part entière : *la résistance des matériaux*, les scientifiques ont donné le nom de Hooke, opposant de Newton, à une loi de l'élasticité.

<sup>164</sup> page 186. PMPN-Dunod

datée est assez étonnante dans le fil argumentatif elle sonne comme une revendication de priorité et restropectivement elle nous paraît être un jalon dans la querelle du calcul infinitésimal. L'utilisation répétée d'une hyperbole ne doit pas abuser le lecteur, il s'agit de la même courbe mais utilisée très différemment que dans la section I.

La section III est une combinaison des deux sections précédentes. L'hypothèse de la section I étant jugée mathématique et celle de la section II physique, on pourrait considérer qu'il y a une difficulté théorique à les assembler. Toutefois Newton a maintenu ce point de vue trois éditions durant. Accepter la loi de résistance de la première section comme une hypothèse mathématique et la loi de résistance de la deuxième section comme une hypothèse physique et assembler le tout dans la troisième section. Cette fois ci il n'y a pas d'étude de trajectoire, il semble que Newton considère qu'il a assez passé de temps à ceci et peut être même trop. On peut imaginer que Newton en 1684 a en tête à titre de projet et même sans doute sous forme de brouillon pour des cours la presque totalité des Principia. La rédaction est alors une mise en forme, cette mise en forme va devoir se plier aux principes du début. Mais ensuite Newton est aspiré par sa propre construction, et il voit que son projet de construire une cosmologie cohérente et une réfutation des tourbillons cartésiens s'éloigne. Aussi parfois il abandonne un sujet sans que sa méthode et ses principes ait atteint leurs limites de leur possibilité. Ainsi la section III se termine précipitamment.

#### d Newton formule des hypothèses.

Koyré souligne la répugnance de Newton à émettre des hypothèses. Le "hypotheses non fingo" retentit comme un slogan de la méthode newtonienne. Sa traduction même a donné lieu à de multiples commentaires. Nous n'allons pas reprendre en détail la contribution de Koyré sur ce sujet. Nous voudrions juste apporter quelques remarques et enrichir le propos des considérations de McMullin. Mathématiquement faire une hypothèse est tout à fait légitime, et les Principia sont justement un livre de principes mathématiques. Dans ce sens précis Newton émet des hypothèses, il en émet même plusieurs dans le livre II cela lui permet d'avancer dans la résolution des problèmes, et paraît légitime.

Le terme<sup>165</sup> d'hypothèse peut désigner aussi une proposition, ou un ensemble de propositions que l'on pose purement et simplement pour en

---

<sup>165</sup> Koyré, *Etudes newtoniennes*, Gallimard 1968, page 58.



déduire les conséquences logiques ainsi que le font les mathématiciens qui nous disent : « posons ou admettons que, dans un triangle rectangle, l'angle A ait une valeur donnée... » ou que « pendant qu'un segment de droite tourne d'une manière uniforme autour d'une de ses extrémités, un point se meuve sur elle avec une vitesse uniforme, ou uniformément accélérée... » ou encore, ainsi que le fait Newton lui-même, « posons ou admettons que les corps s'attirent non pas en raison inverse du carré de leur distance, mais en raison directe, ou inverse du cube... Qu'est-ce qui résultera de ces assomptions ? » On peut remarquer cependant que lorsque Newton analyse les conséquences, précisément, de ces différentes lois d'attraction possibles dans le Livre I des *Principia*, il n'utilise pas, à vrai dire, le terme d'« hypothèse », il ne l'utilise pas davantage lorsqu'il étudie le mouvement des corps dans différents types de milieux résistants qu'il imagine<sup>166</sup>. Mais Clairaut, le fidèle disciple de Newton, emploie au contraire ce terme expressément.

La première section considère l'*hypothèse* d'une résistance proportionnelle à la vitesse. Le mot hypothèse n'apparaît dans le texte que dans le scolie qui conclut la section. Néanmoins, Newton fait une hypothèse et même s'il en retarde l'usage, il utilise le mot. Pour nous il n'y a aucune contradiction dans cet usage, puisqu'il est méthodologiquement conforme aux mathématiques des *Eléments* dont il se réclame.

Voici les différents énoncés de la proposition 1

PROPOSITION I - THÉORÈME I

Corporis<sup>167</sup>, cui resistitur in ratione velocitatis, motus ex resistentia amissus est ut spatium movendo confectum.

Le<sup>168</sup> mouvement que perdent les corps par la résistance qu'ils éprouvent est comme l'espace qu'ils parcourent en se mouvant, lorsque cette résistance est en raison de leur vitesse.

If<sup>169</sup> a body is resisted in the ratio of its velocity, the motion lost by resistance is as the space gone over in its motion.

If<sup>170</sup> a body is resisted in proportion to its velocity, the motion lost as a result of the resistance is as the space described in moving.

L'aspect hypothétique de la proportionnalité de la force de résistance en fonction de la vitesse apparaît plus en anglais que dans l'énonciation originale ou française. Dans la proposition 2 cette hypothèse est énoncée par un *si* et dans la conclusion de cette section Newton utilise bien le mot hypothèse.

PROPOSITIO II. THEOREMA II.

---

<sup>166</sup> À la page 180 dans le scolie qui conclut la section I nous pouvons lire : *Au reste l'hypothèse qui fait la résistance des corps en raison de la vitesse, est plus mathématique que conforme à la nature.*

<sup>167</sup> page 348. Principia : Newton livre I.

<sup>168</sup> page 174. PMPN-Dunod

<sup>169</sup> page 235. Newton Isaac, *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and His System of the World*, traduction de Andrew Motte révisée par Florian Cajori, Berkeley (1934).

<sup>170</sup> page 633. MPNP-Cohen/Whitman

Si corpori resistitur in ratione velocitatis, [...]

SCHOLIE

Caeterum, resistentiam corporum esse in ratione velocitatis, hypothesis est magis mathematica quam naturalis.

Au<sup>171</sup> reste, l'hypothèse qui fait la résistance des corps en raison de la vitesse est plus mathématique que conforme à la nature. Dans les milieux qui n'ont aucune ténacité les résistances des corps sont en raison doublée des vitesses.

La section I se conclut par une affirmation de mathématisation, sans signification physique. On peut remarquer l'ambivalence du propos. Newton donne en creux une justification physique à cette hypothèse : la ténacité du milieu. La ténacité des fluides peut sembler moins problématique que la gravitation universelle. La croyance en la vérité de la gravitation universelle repose sur plusieurs éléments parmi lesquels la géométrisation identique de la chute de la pomme et de la lune. Ces chutes sont quantifiables au moyen de la même géométrie et donc Newton leur attribue la même cause. Il restait pour le président de La Royal Society à justifier mécaniquement cette cause, ce qu'il n'a jamais pu réaliser. Pour fonder physiquement la résistance d'un fluide proportionnellement à la vitesse il faudrait posséder une description plus avancée de la matière. Newton ne propose pas de représentation sous une quelconque forme pour justifier de la réalité de cette force<sup>172</sup>. C'est donc cela une hypothèse mathématique, une hypothèse que il ne peut pas expliquer en termes mécaniques. Par contre l'hypothèse de la résistance de la section II est dite physique parce qu'elle peut s'expliquer par des chocs de particules sur le solide. Newton va quand même combiner cette force mathématique avec une force plus réelle. Pour nous cela indique qu'il n'y a pas d'abandon dans la possibilité de trouver une justification physique à l'hypothèse de la section I, il y a même l'amorce pour ainsi dire d'un programme de recherche physique. L'enjeu et la postérité de ce problème sera beaucoup moins célèbre mais l'analogie avec la gravitation est pour nous claire.

### 3°) Analyse quantitative des différentes lois de résistance

---

<sup>171</sup> page 180. PMPN-Dunod

<sup>172</sup> La notion de force de cohésion ressemble à la force d'inertie en fait ce n'est pas une force au sens de la force imprimée qui modifie la vitesse. La force de cohésion désigne le lien qui existe entre les différentes parties d'un corps. Pour rompre ce lien il faut exercer une force, cette fois ci une force imprimée.

### a Discrétisation du mouvement.

Généralement on considère qu'un problème de mécanique est résolu lorsque à partir des données initiales, les trois lois du mouvement permettent de connaître les lieux occupés par le corps aux différents instants qui succèdent. Les lois du mouvement doivent être enrichies d'une loi de force qui fixe les forces qui s'exercent sur ce corps en fonction des paramètres du mouvement. Pour les trajectoires des planètes la loi de force est la gravitation universelle, déterminée en intensité et en direction par le lieu occupé par ce corps, c'est-à-dire d'une manière géométrique. Dans le cas de la résistance des fluides la situation est différente puisque la résistance du fluide est connue en fonction de la vitesse et que justement cette vitesse constitue un des paramètres recherchés du mouvement que l'on cherche à calculer. Il y a donc une nouveauté importante dans le livre 2. La méthode va-t-elle permettre de calculer les différentes caractéristiques du mouvement des corps soumis à la résistance d'un milieu fluide ? Si ce passage sur terre des principes mathématiques se révélait inopérant c'est toute la revendication d'universalité de la méthode qui serait remise en cause, autant dire l'enjeu capital du livre 2.

L'étude du mouvement des astres, selon la proposition newtonienne, repose sur cinq piliers : Les trois lois du mouvement, la gravitation universelle et la méthode géométrique. D'une certaine manière tout est solidaire et tout est nouveau. Bien entendu la certitude de la géométrie euclidienne ne doit rien à Newton, mais cette application à la dynamique terrestre est assez récente, chez notre auteur elle est très souvent ingénieuse et novatrice, de plus elle se réclame d'une manière assez singulière comme héritière d'une tradition antique, égyptienne ! qui lui donnerait son fondement incontestable.

Avant de parcourir et d'analyser les différentes figures accompagnant le texte, il nous paraît utile de proposer une approche numérique. Newton ne la réalise pas. Ce détour préparatoire a plusieurs avantages, elle nous permet non seulement de mieux appréhender le phénomène physique mais aussi un certain aspect de la méthode des Principia. Newton en effet aborde l'étude des phénomènes naturels après avoir considéré le temps divisé en petites parties de temps. Il étudie le phénomène dans cet intervalle de temps en considérant

les forces et la vitesse constantes. Après ce découpage très souvent il assemble<sup>173</sup> ces particules pour analyser comment les propriétés apparues lors de la première étape de la procédure demeure par addition. Ensuite il réduit les particules de temps à des instants évanescents. La dernière étape est la réunion de ces très petits intervalles pour constituer une action continue dont il connaît maintenant les caractéristiques.

Le tableur est tout à fait adapté à ce genre de pratique. Dans cette thèse son utilisation se limitera à la facilitation de calculs que Newton pouvait et a, peut être, fait lui même à la main. Nous n'utiliserons que les opérations arithmétiques usuelles. L'anachronisme sera donc très superficiel et ne concernera que la facilité et la vitesse des calculs. Cependant cette approche nous a paru très fructueuse pour plusieurs raisons. Elle nous a permis de ralentir la fulgurance newtonienne, nous espérons qu'elle permettra aux lecteurs qui ne sont pas familiarisés, voire fâchés, avec les techniques mathématiques et qui de ce fait sont exclus de toute lecture des Principia, de suivre certains éléments techniques de ce texte que l'on dit fondateur de la science contemporaine. Elle permet de toucher du doigt la notion d'accélération. On verra dans son application que cette technique fournit une sorte de test vis à vis de la pertinence de la procédure de Newton : la méthode de Newton est-elle stable, convergente ? les notions de stabilité et de convergence seront évoquées dans le premier exemple.

## b Le traitement sous forme de tableau.

### ◆ L'intérêt des tableaux

Comme en grammaire il semble intéressant pour la compréhension d'illustrer, une règle générale, par des exemples particuliers. A cet effet nous allons suivre la procédure de Newton en fixant, arbitrairement, des valeurs aux différents paramètres du mouvement étudié et reporter nos résultats dans un tableau.

Newton lui même adopte ce genre de procédure pour expliquer les résultats qu'il trouve dans le cas de la chute d'un globe dans un milieu résistant. Son objectif dans ce cas est d'évaluer la part qui vient de la densité du fluide, c'est à dire de son inertie. Mais nous y

---

<sup>173</sup> Les commentateurs ne prennent pas souvent en considération cette précaution méthodologique de Newton à savoir : les propriétés découvertes pour les particules de temps sont elles stables pour l'assemblage : la loi des aires valable pour les triangles est elle encore valable pour l'assemblage de deux triangles de trois. Cette stabilité par assemblage doit être constatée avant la réduction des particules de temps.

trouvons d'autres renseignements. Ce tableau nous permet de mieux saisir la notion de vitesse limite. On voit ainsi qu'après le temps 7G la vitesse limite étant presque atteinte le corps se déplace pratiquement à vitesse uniforme. Newton ajoute deux colonnes de référence qui nous permettent de constater le décalage entre la chute "réelle", la chute dans le vide et une "chute" à vitesse uniforme. Nous voyons, par ce tableau, que l'écart entre une chute (galiléenne) dans le vide et une chute (aristotélicienne) à vitesse uniforme dès le début, tourne pour ainsi dire à l'avantage de la solution aristotélicienne<sup>174</sup>.

<i>Temps. P</i>	<i>Vitesses du corps tombant dans le fluide.</i>	<i>Espaces parcourus en tombant dans le fluide.</i>	<i>Espaces parcourus par le plus grand mouvement.</i>	<i>Espaces parcourus en tombant dans le vide.</i>
0,001 G		0,000001 F	0,002 F	0,000001 F
0,01 G	$99999\frac{29}{30}$	0,0001 F	0.02 F	0,0001 F
0,1 G	999967	0, 0,099834 F	0,2 F	0,01 F
0,2 G	9966799	0,0397361 F	0,4 F	0,04 F
0,3 G	19737532	0,0886815 F	0,6 F	0,09 F
0,4 G	29131261	0,1551070 F	0,8 F	0,26 F
0,5 G	37994896	0,2402290 F	1,0 F	0,35 F
0,6 G	46211716	0,3402706 F	1,2	0,16 F
0,7 G	53704957	0,4545405 F	1,4 F	0,49 F
0,8 G	60436778	0,5815071 F	1,6 F	0,64 F
0,9 G	66403677	0,7196609 F	1,8 F	0,81 F
1 G	71629787	0,8675617 F	2 F	1 F
2 G	76159416	2,6500055 F	4 F	4F
3 G	96402758	4,6186570 F	6 F	9 F
4 G	99505475	6,6143765 F	8 F	16 F
5 G	99932930	8,613794 F	10 F	25 F
6 G	99990920	10,61357179 F	12 F	36 F
7 G	99998771	12,6137073 F	14 F	49 F
8 G	99999834	14,6137059 F	16 F	64 F
9G	99999980	16,6137057 F	18 F	81 F
10 G	99999997	18,6137056 F	20 F	100 F
	$99999999\frac{3}{5}$			

Ces tableaux ne mobilisent que les 4 opérations élémentaires. L'utilisation d'un tableur n'est pas pour nous anachronique, c'est juste un moyen d'aller plus vite. Cependant pour les produire il faut penser de manière méthodologique et considérer de manière effective la vis insita comme une accumulation de la vis impressa. Ces tableaux ont au moins deux intérêts : permettre de visualiser d'une manière alternative à celle de Newton le

<sup>174</sup> Nous ne pensons pas que c'est l'intention de Newton, mais cela nous semble intéressant de constater que certaines interprétations d'un ensemble de résultats peuvent échapper à leur concepteur.

phénomène et être un temps de déconstruction du savoir contemporain concernant la notion d'accélération. Nous constatons que nous pouvons réaliser des calculs concernant le mouvement des corps sans jamais manipuler la notion d'accélération instantannée.

◆ Déplacement à vitesse uniforme

Nous allons commencer par une exploration élémentaire de la procédure. Outre celui pédagogique d'expliciter la méthode, l'intérêt de commencer par des cas triviaux est que ces exemples vont être les fondements des cas plus complexes. Ces exemples ont le caractère de l'évidence mais c'est ainsi que les mathématiques procèdent, commencer par de l'indiscutable. De plus ces exemples ont une pertinence historique, il n'a pas été si facile aux philosophes de quantifier le mouvement, ce que nous considérons comme évident ne l'a pas toujours été.

Il ne nous semble pas utile de détailler la méthode de calcul du premier tableau, qui permet de suivre le déplacement d'un corps à vitesse uniforme.

Tableau 2 Déplacement d'un corps à vitesse uniforme.

LE DÉPLACEMENT À VITESSE UNIFORME ETUDIÉE AVEC DEUX PAS DE TEMPS DIFFERENTS, VITESSE DU CORPS 20M/S											
Temps $\Delta t = 1s$	0s		1s		2s		3s		4s		5s
			20m		20m		20m		20m		20m
$x$	0m		20m		40m		60m		80m		100m
Temps $\Delta t = 0,5s$	0s	0,5s	1s	1,5s	2s	2,5s	3s	3,5s	4s	0,5s	5s
$\Delta x$ après		10m	10m	10m	10m	10m	10m	10m	10m	10m	10m
$x$	0m	10m	20m	30m	40m	50m	60m	70m	80m	90m	100m

Notre procédure dans ce cas est stable car les valeurs trouvées pour  $x$  aux temps communs des deux séries sont identiques. Avec un pas de temps de 0,5s ou 1s on trouve les mêmes valeurs de  $x$  aux temps de 1s, 2s, 3s, 4s et 5s qui sont communs aux deux séries. Nous admettons sans justification que si nous avions pris un autre pas de temps par exemple 0,25s nous aurions retrouvés les mêmes valeurs aux temps 1s, 2s etc. ...

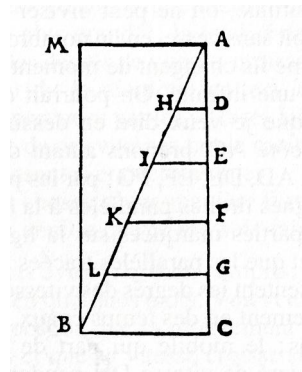


Figure 11 Galilée Dialogue page 370

La convergence signifie que plus nous raffinons le pas de temps et plus nous approchons de la vraie solution. Dans le cas présent la convergence est triviale puisque l'arithmétique nous donne la vraie solution qui est justement celle du tableau.  $\Delta x = V \times \Delta t$

◆ Chute des corps dans le vide. Accélération uniforme

La situation physique correspondant au deuxième tableau est la chute des corps dans le vide. Ce phénomène a été étudié et commenté par Galilée<sup>175</sup>, pour cela il a utilisé une figure qui permet de visualiser l'évolution continue de la vitesse. Newton considère que Galilée a découvert une loi, proportionnalité au carré du temps, dont il se sert pour construire son raisonnement pour la trajectoire des corps célestes.

Dans notre exemple, l'accélération du corps est fixée à  $10\text{m/s}^2$ , sa vitesse initiale est nulle et le pas de temps est  $0,5\text{s}$ . Conformément à la manière de Newton au tout début de l'intervalle de temps le corps reçoit un choc accélérateur qui fait passer instantanément sa vitesse de  $0$  à  $5\text{m/s}$ . Cette valeur de  $5\text{m/s}$  est obtenue en considérant que l'accélération de  $10\text{m/s}^2$  agit pendant une demi seconde (le pas de temps). Un corps qui se déplace à la vitesse uniforme de  $5\text{m/s}$  pendant  $1/2$  seconde parcourt  $2,5\text{m}$ .

Tableau 3 Déplacement d'un corps soumis à une accélération uniforme.

L'ACCÉLÉRATION UNIFORME ETUDIÉE AVEC DEUX PAS DE TEMPS DIFFÉRENTS, VITESSE INITIALE NULLE ACCÉLÉRATION DU CORPS $10\text{M/S}^2$											
Dates pour $\Delta t = 0,5\text{s}$	0s	0,5s	1s	1,5s	2s	2,5s	3s	3,5s	4s	4,5s	5s
Incrément de vitesse $\Delta V$	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Vitesse totale du corps : $V$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$\Delta x$ (incrément d'espace) en m après le $\Delta t$	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25	
$X$ (espace total) en mètre	0	2,5	7,5	15	25	37,5	52,5	70	90	112,5	137,5
Dates pour $\Delta t = 1\text{s}$	0s		1s		2s		3s		4s		5s
Incrément de vitesse $\Delta V$	10		10		10		10		10		10
Vitesse totale du corps : $V$	10		20		30		40		50		60

<sup>175</sup> Galileo Galilei, *Dialogue sur les Deux Grands Systèmes du Monde*, traduit de l'italien par René Fréreau avec le concours de François De Gandt, Seuil (1992). Figure provenant de la page 370

$\Delta x$ (incrément d'espace) en m après le $\Delta t$	10		20		30		40		50		
$X$ (espace total) en mètre	0		10		30		60		100		150

Nous voyons que la procédure n'est pas stable, les valeurs de  $x$  pour 1s, 2s, etc. ... ne coïncident pas.

Tableau 4 Déplacement d'un corps soumis à une accélération uniforme. Comparaison des résultats.

COMPARAISON DES VALEURS OBTENUES POUR LES DISTANCES PARCOURUES POUR 4 PAS DE TEMPS DIFFÉRENTS ET CONTRE LA SOLUTION ANALYTIQUE.						
	0	1	2	3	4	5
Trajet calculé pour un incrément de temps de 1s	0	10	30	60	100	150
Trajet calculé pour un incrément de temps de 0,5s	0	7,5	25	52,5	90	137,5
Trajet calculé pour un incrément de temps de 0,1s	0	5,5	21	46,5	82	127,5
Trajet calculé pour un incrément de temps de 0,05s	0	5,25	20,5	45,75	81	126,25
Trajet calculé par la formule $x = 5t^2$ ( $5 = 10/2$ )	0	5	20	45	80	125

Nous constatons que plus le pas de temps diminue plus nous rapprochons de la solution trouvée analytiquement. Nous considérons que la procédure est convergente.

Les résultats obtenus dépendent du pas de temps. La procédure n'est donc pas stable, elle ne donne pas les mêmes valeurs selon la finesse de la discrétisation temporelle. Cependant la méthode converge vers la solution exacte fournie par la solution analytique provenant de la résolution de l'équation différentielle  $a(t) = c^{te}$ , d'où  $x(t) = (1/2)c^{te}t^2$ .

Dans le tableur le pas de temps étant fixé par l'intermédiaire d'une variable, le logiciel permet de faire varier à volonté ce paramètre, et de voir numériquement les effets.

- ◆ Corps soumis à une seule force de résistance en raison<sup>176</sup> de la vitesse.

Nous arrivons maintenant à l'examen de la première situation du livre 2 étudiée par Newton, dans la<sup>177</sup> proposition II. L'explicitation du résultat et la méthode de

<sup>176</sup> ce qui signifie pour le langage actuel : proportionnelle à la vitesse.

<sup>177</sup> Les propositions I et II traitent de la même situation physique. Cependant cette situation est énoncée plus nettement dans la proposition II

la proposition I est un préalable à la proposition II, elle possède une particularité quant à la prise en compte du temps. Son étude sera réalisée dans un paragraphe ultérieur.



démonstration seront abordées ultérieurement. Nous allons considérer par la même méthode le cas d'un corps soumis à la seule résistance du milieu, cette résistance étant proportionnelle à la vitesse du corps. L'objet principal de ce travail est de comprendre comment la complexité arrive et de réaliser l'enjeu de la finesse du pas de temps. Ceci nous permettra de mieux saisir la nécessité de le réduire à l'extrême (à justifier) sans jamais vouloir parvenir à la nullité. Un choc est une force qui agit dans l'instant, mais la vitesse (la vis insita) a besoin d'une durée pour agir. D'une certaine manière on peut ainsi saisir à la fois la nécessité de l'analyse des infiniment petits mais aussi tout son caractère conceptuellement délicat. Le passage du minuscule à l'infiniment petit a un aspect paradoxal et il faut un saut conceptuel pour parvenir à maîtriser la méthode. A l'époque Newton pourrait avoir recours à la méthode des indivisibles, à sa méthode des fluxions, ou à celle de Leibniz, il préfère celle qu'il a présenté au début des Principia : *la méthode des premières et des dernières raisons*.

#### PROPOSITION II - THÉORÈME II

Si un corps éprouve une résistance en raison de la vitesse, et qu'il se meuve dans un milieu homogène par la seule force qui lui a été imprimée je dis, qu'en prenant des temps égaux, les vitesses au commencement de chacun de ces temps seront en progression géométrique, et que les espaces parcourus pendant chacun de ces temps seront comme les vitesses

Considérons un corps de masse 5kg animé d'une vitesse initiale de 20m/s et qui est soumis à la seule force de résistance exercé par le milieu. La résistance exercée par le milieu est supposée proportionnelle à la vitesse. Cette hypothèse est particularisée (arbitrairement) pour notre cas par la donnée que pour une vitesse de 20m/s la force résistante sera -80N. Le coefficient qui permet de passer de la vitesse à la force est donc une multiplication par -4 qui est constant pour toute la procédure; Le coefficient est négatif car la force s'oppose au déplacement.

Tableau 5. Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Données initiales.

DONNÉES INITIALES						
dates	force de résistance	accélération	$\Delta V$	V	$\Delta x$	x
0	-80N			20m/s		0

La force motrice de 80N agit sur le corps de masse 5kg et lui communique une accélération de  $16\text{m/s}^2$ . Le pas de temps est choisi à 0,5s (d'autres choix seront faits, les calculs ne seront pas indiqués, mais une récapitulation des résultats sera donnée). Une accélération de  $16\text{m/s}^2$  pendant 0,5s provoque une variation de vitesse de 8m/s. La nouvelle vitesse est donc de 12m/s qui dure 0,5s et donc s'accompagne d'un déplacement de 6m. Ce déplacement ne sera réalisé qu'après la seconde écoulée donc x reste égal à 0.

Tableau 6. Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Premier instant.

DÈS LE PREMIER INSTANT LA FORCE DE RÉSIDENCE A MODIFIÉ LES PARAMÈTRES DU MOUVEMENT.						
Dates	force de résistance	accélération	$\Delta V$	V	$\Delta x$	x
0	-80N $80=20 \times (-4)$	-80/5 $-16\text{m/s}^2$	$16 \times 0,5=$ $-8\text{m/s}$	(20-8)m/s 12m/s	$12 \times 0,5=$ 6m	0

Nous allons maintenant considérer le deuxième instant.

Tableau 7 Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Deuxième instant.

PARAMÈTRE DU MOUVEMENT POUR LE DEUXIÈME INSTANT						
dates	force de résistance	accélération	$\Delta V$	V	$\Delta x$	x
0	-80N $80=20 \times (-4)$	-80/5 $-16\text{m/s}^2$	$16 \times 0,5=$ $-8\text{m/s}$	20-8= 12m/s	$12 \times 0,5=$ 6m	0
0,5s	$12 \times (-4)=$ -68N	$-68/5=$ $-13,6\text{m/s}^2$	$-13,6 \times 0,5=$ 6,8m/s	12-6,8= 5,2m/s	$5,2 \times 0,5=$ 2,6m	6m

Et ainsi de suite.

Tableau 8 Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Récapitulation des résultats.

RÉCAPITULATION DES RÉSULTATS POUR DES PAS DE TEMPS VARIÉS												
Pas de temps	t=	0s	0,5s	1s	1,5s	2s	2,5s	3s	3,5s	4s	4,5s	5s
0,5s	x=	0	6	9,6	11,76	13,06	13,83	14,30	14,58	14,74	14,84	14,9
0,1s	x=	0	7,84	13,01	16,41	18,66	20,14	21,11	21,76	22,18	22,46	22,64
0,05s	x=	0	8,044	13,39	16,94	19,31	20,88	21,92	22,62	23,08	23,39	23,59
0,01s	x=	0	8,20	13,69	17,36	19,82	21,47	22,57	23,30	23,80	24,13	24,35
Solution analytique	x=	0	8,24	13,77	17,47	19,95	21,62	22,73	23,48	23,98	24,32	24,54

Il semble que le corps ne puisse pas aller plus loin qu'une certaine limite. Ceci correspond bien à notre expérience quotidienne qui confirme qu'un corps, une barque, poussé dans l'eau et soumis à cette seule poussée finira par s'arrêter ... Cependant il est nécessaire de préciser. En effet du point de vue mathématique, qui est le point de vue de Newton dans ce livre, le corps ne s'arrêtera jamais donc le mouvement ne finira pas, pourtant il est vrai que le corps ne dépassera pas une certaine limite que l'on pourra calculer. L'étude du graphique représentant le mouvement fournira une autre possibilité de comprendre la situation.

- ◆ Corps soumis à la pesanteur et à une force de résistance en raison de la vitesse.

Nous avons

Nous allons maintenant étudier le cas d'un corps soumis à la pesanteur et tombant dans un milieu résistant. Physiquement cela correspond à la chute d'un corps dans l'air ou dans l'eau. Galilée a passé beaucoup de temps et beaucoup écrit sur la chute des corps dans

le vide. Il n'a pas pu réaliser strictement les expériences correspondantes. Nous allons voir apparaître la notion de vitesse limite que Newton signale dans le corollaire 1.

Le mécanisme est similaire. Il y a juste un développement de la procédure qui s'enrichit de deux cases dans le tableau.

L'axe vertical est orienté vers le haut. Considérons un corps de masse 5kg, de poids  $-50$  newtons animé d'une vitesse initiale de 45m/s et qui est soumis à la force de résistance exercée par le milieu. La résistance exercée par le milieu est supposée proportionnelle à la vitesse. Le coefficient de passage de la vitesse à la force est  $-2$ , constant pour toute la procédure. Le coefficient est négatif car la force s'oppose au déplacement. La position du corps au départ est le point origine  $x=0$ . L'incrément de temps est choisi pour le cas détaillé à 0,5s.

Les caractéristiques de la situation seront plus variées puisque le corps va d'abord monter, atteindre un point d'altitude maximum, redescendre et dans sa descente illimitée atteindre une vitesse limite. Nous allons donc suivre non seulement l'emplacement mais aussi la vitesse et son évolution.

Tableau 9 Déplacement d'un corps soumis à la pesanteur et à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Exemple de calcul pour le premier pas de temps.

DÉPLACEMENT D'UN CORPS SOUMIS À LA PESANTEUR ET À UNE FORCE DE RÉSISTANCE PROPORTIONNELLE À LA VITESSE. EXEMPLE DE CALCUL POUR LE PREMIER PAS DE TEMPS.								
dates	poids	force de résistance	force totale	accélération	$\Delta V$	V	$\Delta x$	x
Données initiales	-50N					45m/s		0
Première impulsion	-50N	$(45) \times (-2) = -90$	$(-50) + (-90) = -140$	$-140/5 = -28$	$28 \times 0,5 = -14$	$45 + (-14) = 31$	$(31) \times 0,5 = 15,5$	0
0,5	-50N	$31 \times (-2) = -62$	$(-50) + (-62) = -112$	$-112/5 = -22,4$	$-22,4 \times 0,5 = -11,2$	$31 + (-11,2) = 19,8$	$19,8 \times 0,5 = 9,9$	15,5

## RÉSULTATS

Tableau 10 Déplacement d'un corps soumis à la pesanteur et à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Résultats.

DÉPLACEMENT D'UN CORPS SOUMIS À LA PESANTEUR ET À UNE FORCE DE RÉSISTANCE PROPORTIONNELLE À LA VITESSE. RÉSULTATS.								
dates	poids	force de résistance	force totale	accélération	$\Delta V$	V	$\Delta x$	x
données	-50					45		0
0	-50	-90	-140	-28	-14	31	15,5	0
0,5	-50	-62	-112	-22,4	-11,2	19,8	9,9	15,5
1	-50	-39,6	-89,6	-17,92	-8,96	10,84	5,42	25,4
1,5	-50	-21,68	-71,68	-14,336	-7,168	3,672	1,83	30,82
2	-50	-7,34	-57,344	-11,4688	-5,7344	-2,0624	-1,03	32,65
2,5	-50	4,12	-45,8752	-9,17504	-4,58752	-6,64992	-3,32	31,62
3	-50	13,29	-36,7002	-7,340032	-3,67002	-10,31994	-5,15	28,29
3,5	-50	20,63	-29,3601	-5,872026	-2,93601	-13,25595	-6,62	23,13
4	-50	26,51	-23,4881	-4,69762	-2,34881	-15,60476	-7,80	16,51
4,5	-50	31,20	-18,7905	-3,758096	-1,87905	-17,48381	-8,74	8,70
5	-50	34,96	-15,0324	-3,006477	-1,50324	-18,98705	-9,49	-0,03
5,5	-50	37,97	-12,0259	-2,405182	-1,20259	-20,18964	-10,09	-9,52
6	-50	40,37	-9,62073	-1,924145	-0,96207	-21,15171	-10,57	-19,62
6,5	-50	42,30	-7,69658	-1,539316	-0,76966	-21,92137	-10,96	-30,19
7	-50	43,84	-6,15727	-1,231453	-0,61573	-22,53709	-11,26	-41,15
7,5	-50	45,07	-4,92581	-0,985162	-0,49258	-23,02968	-11,51	-52,42
8	-50	46,05	-3,94065	-0,78813	-0,39406	-23,42374	-11,71	-63,94
8,5	-50	46,84	-3,15252	-0,630504	-0,31525	-23,73899	-11,86	-75,65
9	-50	47,47	-2,52202	-0,504403	-0,2522	-23,99119	-11,99	-87,52
9,5	-50	47,98	-2,01761	-0,403523	-0,20176	-24,19295	-12,09	-99,516
10	-50	48,38	-1,61409	-0,322818	-0,16141	-24,35436	-12,17	-111,61
20	-50	49,98	-0,01861	-0,003722	-0,00186	-24,99256	-12,49	-360,01
30	-50	49,99	-0,00021	-4,29E-05	-2,1E-05	-24,99991	-12,49	-610,00
40	-50	50	-2,5E-06	-4,95E-07	-2,5E-07	-25	-12,49	-860,00
50	-50	50	-2,9E-08	-5,7E-09	-2,9E-09	-25	-12,5	-1110

A la 50<sup>e</sup> seconde on constate sur le tableau que : la force totale est quasiment nulle, ce qui implique une vitesse stable, dans notre cas à -25m/s.

- ◆ Corps soumis à la seule force de résistance en raison double<sup>178</sup> de la vitesse.

Le cas d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse est traité dans la section 2 du livre II des Principia. Notre première exploration sera réalisée par la méthode d'étude par incrément de temps et administrée par le même genre de tableau. La seule nouveauté par rapport aux études précédentes et le calcul de la force de résistance. L'hypothèse que la résistance varie comme le carré de la vitesse nous conduit aux calculs suivants. Il faut considérer que l'on connaît la résistance pour un cas de vitesse. Par exemple pour 10m/s la

<sup>178</sup> ce qui signifie pour le langage actuel : proportionnelle au carré de la vitesse.

résistance est de 6N alors pour une vitesse double de 20m/s la résistance sera de  $6 \times 2^2 = 6 \times 4 = 24\text{N}$  pour 30m/s elle sera de  $9 \times 6 = 54$ , pour<sup>179</sup> une vitesse moitié, 5m/s elle sera  $(1/2)^2 \times 10 = 2.5$ . Il y aura des cas non entiers prenons l'exemple de la vitesse qui passe 10m/s à 12m/s, cela correspond à une multiplication par 1,2 (que l'on peut calculer par  $12/10$ ) et la résistance du fluide sera alors multipliée par  $(1,2)^2 = 1,44$  et la force vaudra  $6 \times 1,44 = 8,64$ .

Le lecteur intéressé pourra détailler plus précisément la procédure. Voici les résultats :

#### Données du calcul

Tableau 11 Corps soumis à la seule force de résistance en raison double de la vitesse. données du calcul

masse	1	résistance	-40	pas de temps	0,1	vitesse initiale	20
-------	---	------------	-----	--------------	-----	------------------	----

Résultats, les valeurs pour les dates 1,1 ; 1,2 ; 1,3 etc. ... ont été calculé mais ont été supprimé du tableau.

---

<sup>179</sup> vitesse divisée par 2, force divisée par 4. Pour l'automatisation des calculs il est plus pertinent de considérer qu'une division par 2 est une multiplication par  $(1/2) = 0,5$ .

Tableau 12 Corps soumis à la seule force de résistance en raison double de la vitesse. résultats

CORPS SOUMIS À LA SEULE FORCE DE RÉSISTANCE EN RAISON DOUBLE DE LA VITESSE. RÉSULTATS

dates	force de résistance	accélération	$\Delta V$	V	$\Delta x$	x
données	-40			20		0
0	-40	-40	-4	16	1,6	1,6
0,1	-25,6	-25,6	-2,56	13,44	1,344	2,944
0,2	-18,06336	-18,06336	-1,806336	11,633664	1,1633664	4,1073664
0,3	-13,5342138	-13,5342138	-1,35342138	10,2802426	1,02802426	5,13539066
0,4	-10,5683388	-10,5683388	-1,05683388	9,22340874	0,92234087	6,05773154
0,5	-8,50712687	-8,50712687	-0,85071269	8,37269605	0,8372696	6,89500114
0,6	-7,01020391	-7,01020391	-0,70102039	7,67167566	0,76716757	7,66216871
0,7	-5,88546074	-5,88546074	-0,58854607	7,08312958	0,70831296	8,37048166
0,8	-5,01707247	-5,01707247	-0,50170725	6,58142234	0,65814223	9,0286239
0,9	-4,331512	-4,331512	-0,4331512	6,14827114	0,61482711	9,64345101
1	-3,7801238	-3,7801238	-0,37801238	5,77025876	0,57702588	10,2204769
2	-1,39477021	-1,39477021	-0,13947702	3,59518522	0,35951852	14,6218169
3	-0,726217	-0,726217	-0,0726217	2,62221967	0,26222197	17,6305659
4	-0,44593571	-0,44593571	-0,04459357	2,06712543	0,20671254	19,9254767
5	-0,30191407	-0,30191407	-0,03019141	1,70737606	0,17073761	21,7832948
6	-0,21808279	-0,21808279	-0,02180828	1,45495438	0,14549544	23,3451276
7	-0,16497321	-0,16497321	-0,01649732	1,26792167	0,12679217	24,692941
8	-0,12919329	-0,12919329	-0,01291933	1,12371294	0,11237129	25,8786589
9	-0,10393534	-0,10393534	-0,01039353	1,00909328	0,10090933	26,9372861
10	-0,0854377	-0,0854377	-0,00854377	0,91578137	0,09157814	27,8935571

Il apparaît que le corps freine très rapidement, une fois atteintes des petites valeurs pour la vitesse le ralentissement devient très réduit, la vitesse diminue très peu et que en conséquence le corps avance indéfiniment, franchissant des espaces illimités, ce qui n'est pas crédible d'un point de vue empirique.

La chute d'un corps en milieu résistant sous l'hypothèse d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse ne présente pas d'intérêt nouveau. Elle ne sera pas étudiée.

### c Premières conclusions

Les différents tableaux nous ont permis de nous familiariser non seulement avec les phénomènes mais aussi avec la méthode de travail par incrément de temps. On peut constater que la notion actuelle d'accélération n'est jamais utilisée. Selon notre méthode (notre ?) la force imprimée modifie la vitesse. La difficulté du choix de la vitesse à considérer apparaît très concrètement. Dans l'exemple précédent le mobile est, à l'instant initial, animé d'une vitesse de 20m/s. La force de résistance agissant par un seul coup et tout de suite provoque un décrétement de vitesse de 4m/s ainsi la vitesse totale passe à 16m/s. C'est cette valeur qui est prise pour évaluer la distance parcourue et donc finalement le

corps n'a jamais pour vitesse 20m/s. La solution qui consiste à prendre la vitesse de 20m/s dans le premier intervalle de temps revient à dire que l'effet de la force ne se fait sentir qu'à la fin de l'intervalle de temps ceci est également arbitraire. Lorsque l'incrément de temps est réduit à l'évanescence on considère que l'erreur est pratiquement nulle et que l'on parvient à la solution vraie.

Le procédé est généralisable à toute espèce de loi de force et de plus si l'on traite séparément les deux coordonnées il permet d'accéder aux courbes et aux trajectoires. Les tableaux deviennent étendus, mais le principe reste le même.

Un autre intérêt de ces calculs est d'induire chez le lecteur une certaine lassitude et une insatisfaction. D'une part on a le sentiment de maîtriser les phénomènes de pouvoir tout calculer avec la précision que l'on veut, mais la précision nécessite un raffinement du pas de temps et en conséquence un allongement des calculs . Mais d'autre part l'accumulation des listes de nombres nous éloigne du désir d'obtenir une vision synthétique des phénomènes. Pour parvenir à cette vision synthétique deux voies s'ouvrent à nous : l'algèbre ou la géométrie.

En effet : pour l'algèbre, l'écriture de la fonction représentant l'équation horaire du corps, contient, en quelques symboles, toutes les informations souhaitables, emplacement, vitesse, accélération donc force et ceci pour tout instant. Dans une écriture très condensée l'algèbre nous fournit tout ce que nous voulons savoir. Pour la géométrie il en est de même et l'on verra comment sur un petit graphique Newton regroupe tous les résultats. Pour la géométrie comme pour l'algèbre il faut posséder les outils de lecture adaptés. Il y a un apprentissage nécessaire, ni l'algèbre ni la géométrie ne livrent leurs secrets aux simples profanes. La géométrie possède toute fois cette supériorité qu'une droite ressemble à une corde tendue et cercle à une roue. Le passage du quotidien à l'abstraction géométrique élémentaire paraît plus naturelle et intuitive. Newton accepte d'ailleurs comme légitime une classe de courbes beaucoup plus étendue que Descartes en raison de la possibilité de leur production par un procédé mécanique.

Pour ce qui concerne la quantité de calculs, Richard Westfall nous indique que :

Toute<sup>180</sup> chose était de trouver une nouvelle méthode permettant le calcul rapide des logarithmes, nouveau problème soumis aux calculateurs du XVII<sup>e</sup> siècle. Plein d'enthousiasme, il [Newton]détermina les valeurs de  $x=1/10$  et  $1/100$  ( $\log(1,1)$  et  $1,01$ ) à 46 places Il était tellement fasciné par son nouvel instrument qu'il recalcula ces logarithmes et d'autres encore à 53 places.

Autant dire que les calculs numériques effectués par nos tableurs avec 6 décimales étaient tout à fait accessibles aux calculateurs de l'époque. Newton dont la ténacité ne fait aucun doute était tout à fait susceptible de réaliser ce genre de calculs numériques répétitifs voire plus complexes.

### **III ] L'ouverture du livre II.**

Le livre II commence par la section I consacrée à l'étude du déplacement d'un corps dans un milieu dont la résistance au mouvement est proportionnelle à la vitesse.

La section I se compose de 4 propositions dont 2 sont annoncées comme des problèmes. Entre les propositions 1 et 2 qui se rapportent à la même situation vient s'intercaler un lemme sur les proportions. La proposition IV est suivie de 7 corollaires qui donnent des compléments expérimentaux. La section I est conclue par un scolie qui situe le travail précédent comme plus mathématique que physique, ce qui change le statut des corollaires de nature expérimentale.

#### 1°) Proposition I

##### PROPOSITION 1 THÉORÈME I

Le<sup>181</sup> mouvement que perdent les corps par la résistance qu'ils éprouvent est comme l'espace qu'ils parcourent lorsque cette résistance est en raison de leur vitesse.

Explicitons<sup>182</sup> par un exemple cette affirmation. Soit un corps donné de masse 4 kg qui se déplace dans un milieu résistant à la vitesse de 50 m/s. Il est soumis à la seule force que ce milieu exerce sur lui et qui est supposée proportionnelle à sa vitesse. Supposons de plus que dans les deux premiers mètres de son trajet, il perde en vitesse 5 m/s, alors il perdra à chaque portion 2 mètres parcourus, la même vitesse, ce qui nous donnera la succession des vitesses suivantes.

---

<sup>180</sup> page 154. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994), titre original : *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* Cambridge (1980).

<sup>181</sup> page 174. Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. livre II section première.

<sup>182</sup> Cet exemple est soutenu par la lecture du corollaire



Tableau 13 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Evolution spatiale.

Lieux	départ	2 m	4 m	6 m	8 m	10 m	12 m	14 m	16 m	18 m	20 m
Vitesse perdue		5 m/s	5 m/s	5 m/s	5 m/s	5 m/s	5 m/s	5 m/s	5 m/s	5 m/s	5 m/s
Vitesse totale perdue	0	5 m/s	10 m/s	15 m/s	20 m/s	25 m/s	30 m/s	35 m/s	40 m/s	45 m/s	50 m/s
vitesse	50 m/s	45 m/s	40 m/s	35 m/s	30 m/s	25 m/s	20 m/s	15 m/s	10 m/s	5 m/s	0 m/s

Le tableau doit être arrêté à la distance parcourue de 20 m car, la vitesse étant nulle à cette distance, le corps ne se déplacera plus.

Commençons par noter ce rare élément de méthode : pour cette proposition la variable principale est l'espace. Le mouvement est étudié en fonction de l'espace. La proposition 2 rétablira la variable temps comme essentielle mais Newton effectue ce détour. Il faut souligner que dans l'étude du mouvement, une des tâches difficiles de la mécanique a été de se défaire de la description exclusivement spatiale et de considérer que le temps devait être pris comme variable principale. Pour cela, le travail des premiers mécaniciens fut de géométriser<sup>183</sup> le temps, et de le coordonner avec l'espace au travers de figures comme celle de Galilée reproduite ci-devant.

Nous savons déjà beaucoup de choses sur le déplacement de ce corps. Il nous manque toutefois les durées et justement la durée totale est infinie : en fait les 2 derniers mètres ne seront jamais complètement parcourus.

Lisons la justification de Newton.

Le<sup>184</sup> mouvement perdu à chaque particule égale du temps étant comme la vitesse, c'est à dire, comme le chemin fait pendant cette particule de temps, le mouvement perdu pendant le temps total sera comme le chemin total. (CQFD).

Nous constatons que l'auteur, dans sa justification, prend en compte le temps, temps qui n'apparaît pas dans l'énoncé de la proposition, temps qui disparaît dans la conclusion. L'égalité des particules de temps n'est en fait pas nécessaire. Traduisons le raisonnement dans le langage des proportions et de l'algèbre.

<sup>183</sup> La persistance de l'usage social des horloges à aiguilles doit nous alerter sur la nécessité de cette géométrisation.


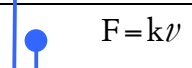
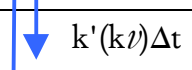
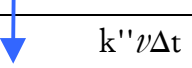
<sup>184</sup> ibidem

Tableau 14 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Traduction algébrique du raisonnement par proportionnalité.

Phrase de Newton	Langage des proportions	Ecriture algébrique
Le mouvement perdu	$\Delta mV$	$\Delta mV = m\Delta V$
à chaque particule égale du temps étant comme la vitesse,	$m\Delta V \sim V$	$m\Delta V = kV\Delta t$
c'est à dire, comme le chemin fait pendant cette particule de temps,	$V \sim \Delta x$ $m\Delta V \sim V \sim \Delta x$	$\Delta x = V\Delta t$ $m\Delta V = k\Delta x$
le mouvement perdu pendant le temps total sera comme le chemin total.	$\Delta V_{total} \sim \Delta x_{total}$ Ici le temps total est infini	$\sum m.\Delta V = \sum k\Delta x$ $m.\sum \Delta V = k\sum \Delta x$ m et k sont constantes.

Regardons si l'on peut justifier les différentes égalités ou proportions par une loi.

Tableau 15 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Justification par les lois et les définitions.

Vitesse du corps		$v$	
Force de résistance du milieu		$F = kv$	Proportionnalité de la force de résistance et de la vitesse, c'est l'hypothèse de résistance.
Incrément de vitesse : $\Delta V$		$k'(kv)\Delta t$	Définition de la force imprimée, loi du mouvement n°2
Distance parcourue : $\Delta x$		$k''v\Delta t$	Définition de la vitesse

On constate que l'on passe de  $\Delta v$  à  $\Delta x$  par la multiplication par le coefficient  $(k''/k'k)$  qui ne dépend ni de  $\Delta t$  ni de  $v$ . Donc une fois que l'on connaît ce coefficient par la donnée de deux vitesses à deux endroits différents on peut calculer la vitesse à tous les endroits du trajet. Il reste une petite difficulté. les relations sont valables pour une vitesse uniforme et la vitesse n'est pas uniforme. Les coefficients  $k'$  et  $k''$  pourraient être variables en fonction de la date et de la taille de la particule de temps, c'est sans doute pour cela que Newton précise particules de temps égales.

**Cor.<sup>185</sup>** Ainsi, si un corps privé de toute gravité se meut dans des espaces libres par la seule force qui lui a été imprimée et que le mouvement total au commencement ainsi que le reste du mouvement, après quelque espace parcouru, fut donné, l'espace total que ce corps peut parcourir dans un temps infini sera aussi donné ; et cet espace sera à l'espace décrit comme le mouvement total au commencement est à la partie de ce mouvement qui est perdue.

<sup>185</sup> ibidem

Le corollaire permet de saisir plus nettement le problème et la nature de la solution que Newton lui apporte. On connaît la vitesse au début et on la connaît également en un lieu donné. Avec ces deux renseignements, on va pouvoir déterminer la vitesse en tout lieu et déjà dire que le mobile n'ira pas plus loin qu'un certain endroit.

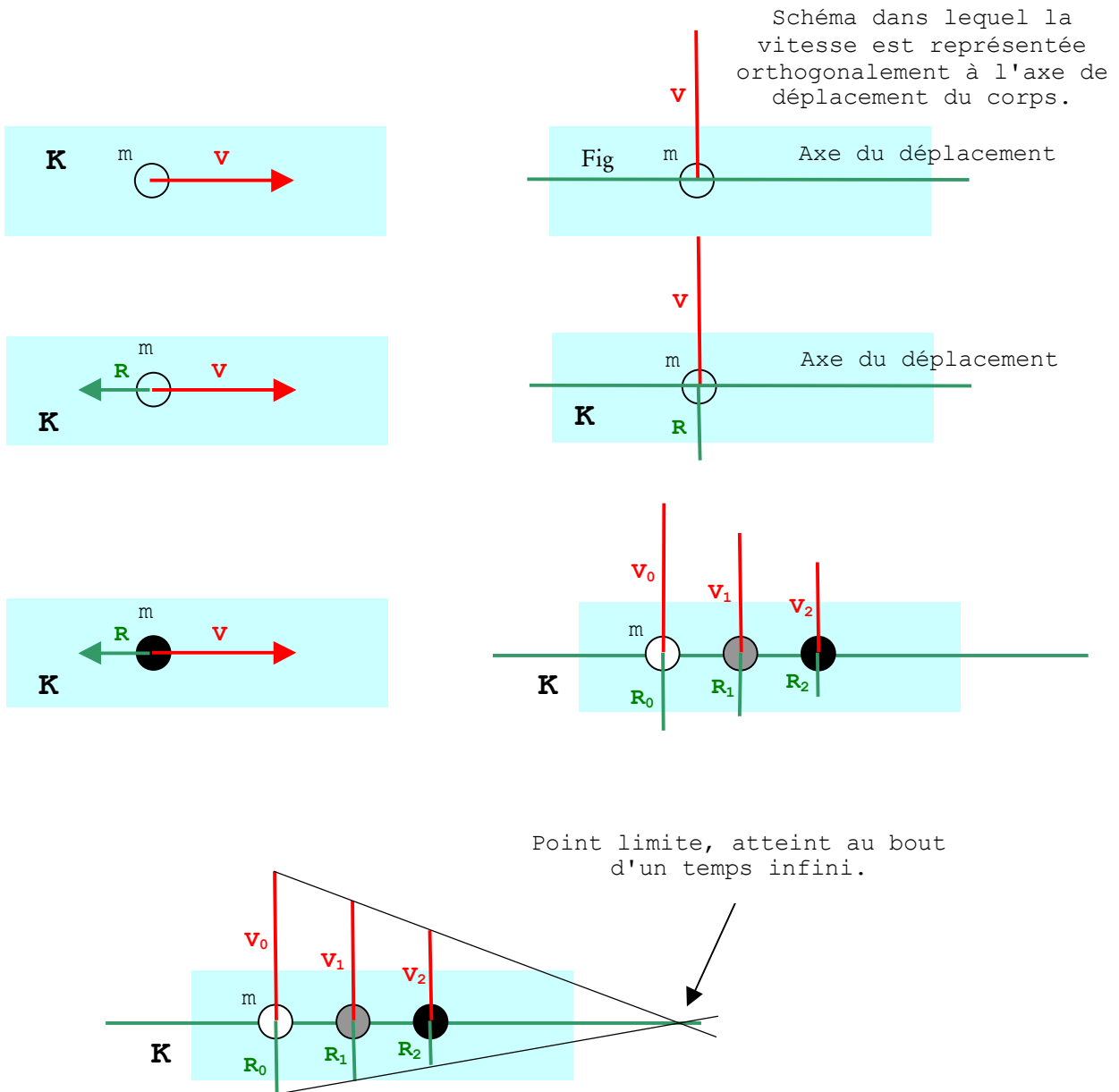


Figure 12 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Figures permettant de visualiser géométriquement les différents éléments de la situation

Considérons un corps K, de masse  $m$ , se déplaçant dans un milieu résistant, de l'eau par exemple, avec une vitesse  $V$ . Il possède au commencement de son mouvement une valeur  $V_0 = 20$  m/s. Dans le premier intervalle de temps  $\Delta t$  il parcourt 1 mètre et perd 2m/s. Dans le deuxième intervalle de temps il ne parcourt plus que 0,9m puisque sa vitesse a diminué et ainsi de suite.

Tableau 16 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. premiers instants

temps	lieu	vitesse	$\Delta x$	$\Delta v$
0	0	20 m/s	1 m	2 m/s
$\Delta t$	1 m	18 m/s	0,9 m	1,8 m/s
$2\Delta t$	1,9 m	16,2 m/s	0,82 m	1,62 m/s
$3\Delta t$				
$4\Delta t$				

On pourrait conclure de l'observation de ce tableau que la particule de temps est  $1/20$  de seconde. En effet à 20 m/s un mobile se déplaçant durant  $1/20$  de seconde parcourt effectivement 1 m. Le raisonnement est cependant trop rapide : durant cette fraction de seconde, la vitesse n'est pas constante et l'on ne peut donc pas appliquer sans précaution la formule  $\Delta x = V \times \Delta t$  donnant le déplacement en fonction de la vitesse.

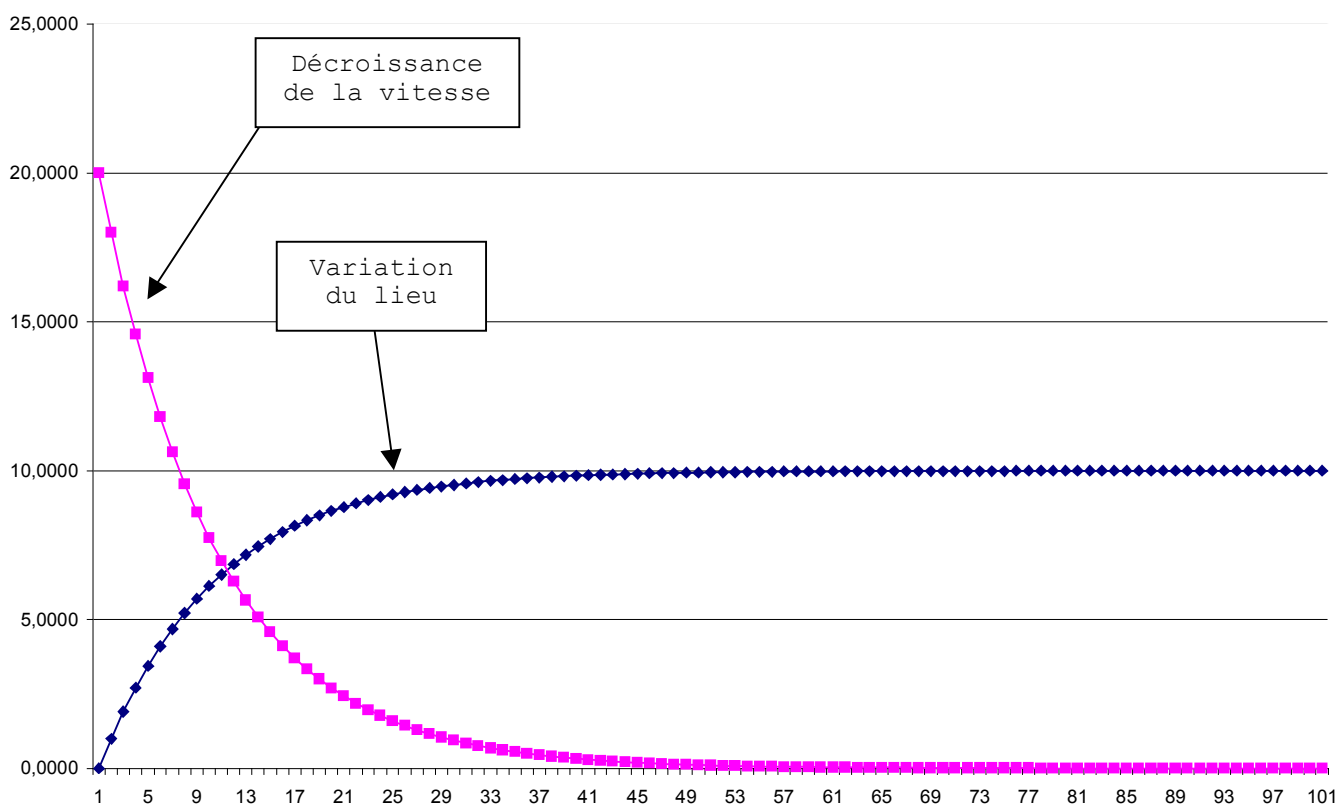
Voici les résultats, après suppression de quelques lignes, obtenus par l'utilisation d'un tableur :

Tableau 17 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. jusqu'à  $100 \Delta t$

temps	lieu	vitesse	$\Delta x$	$\Delta v$	données initiales
0	0,0000	20,0000	1,0000	2,0000	
1. $\Delta t$	1,0000	18,0000	0,9000	1,8000	
2. $\Delta t$	1,9000	16,2000	0,8100	1,6200	
3. $\Delta t$	2,7100	14,5800	0,7290	1,4580	
4. $\Delta t$	3,4390	13,1220	0,6561	1,3122	
5. $\Delta t$	4,0951	11,8098	0,5905	1,1810	
6. $\Delta t$	4,6856	10,6288	0,5314	1,0629	
7. $\Delta t$	5,2170	9,5659	0,4783	0,9566	
8. $\Delta t$	5,6953	8,6093	0,4305	0,8609	
9. $\Delta t$	6,1258	7,7484	0,3874	0,7748	
10. $\Delta t$	6,5132	6,9736	0,3487	0,6974	
20. $\Delta t$	8,7842	2,4315	0,1216	0,2432	
30. $\Delta t$	9,5761	0,8478	0,0424	0,0848	
40. $\Delta t$	9,8522	0,2956	0,0148	0,0296	
50. $\Delta t$	9,9485	0,1031	0,0052	0,0103	
60. $\Delta t$	9,9820	0,0359	0,0018	0,0036	
70. $\Delta t$	9,9937	0,0125	0,0006	0,0013	
80. $\Delta t$	9,9978	0,0044	0,0002	0,0004	
90. $\Delta t$	9,9992	0,0015	0,0001	0,0002	
91	9,9993	0,0014	0,0001	0,0001	
92	9,9994	0,0012	0,0001	0,0001	
93	9,9994	0,0011	0,0001	0,0001	
94	9,9995	0,0010	0,0000	0,0001	
95	9,9996	0,0009	0,0000	0,0001	
96	9,9996	0,0008	0,0000	0,0001	
97	9,9996	0,0007	0,0000	0,0001	
98	9,9997	0,0007	0,0000	0,0001	
99	9,9997	0,0006	0,0000	0,0001	
100. $\Delta t$	9,9997	0,0005	0,0000	0,0001	

Ce tableau élude le calcul de la force et dans les données la masse du corps manque. La force suivra la vitesse puisqu'elle lui est proportionnelle (c'est ainsi que l'hypothèse est formulée) et dans le tableau cela conduirait à ajouter une colonne, cette colonne aurait cependant un intérêt si l'on se décidait à considérer un corps ayant la même forme (donc la même résistance) mais 2 fois plus massif, alors l'effet de cette force serait divisé par 2 et la colonne  $\Delta V$  serait modifiée.

Voici les résultats reportés dans un graphique. On peut voir la vitesse décroître et la position du corps se rapprocher de sa valeur limite sans jamais l'atteindre.



graphique 1 Vitesse et lieu d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse.

Nous connaissons la loi de variation spatiale de la vitesse. Pour un lieu occupé par le corps, nous savons indiquer sa vitesse. La proposition suivante va nous permettre de déterminer la variation temporelle du lieu, la loi horaire de déplacement. Pour cela, il va falloir un lemme sur les grandeurs proportionnelles. Examinons-le en détail

2°) Le lemme 1

LEMME PREMIER

Les quantités proportionnelles à leurs différences sont en proportion continue.

Soit  $A/A-B \approx B/B-C \approx C/C-D$ , etc. on en tirera en renversant<sup>186</sup>  $A/B \approx B/C \approx C/D$

Observons cela sur deux exemples : un exemple défectueux, le premier, et un deuxième que nous construirons pour qu'il soit conforme.

Choisissons d'abord une série arithmétique, la vitesse décroît régulièrement de 6.

Tableau 18 Suite arithmétique

Série de grandeurs	A=30	B=24	C=18	D=12	E=6	F=0
Série des variations de ces de grandeurs	6	6	6	6	6	

$$\frac{30}{6} = 5 \text{ et } \frac{24}{6} = 4. \text{ Il n'y a pas de proportionnalité entre les 2 séries.}$$

Nous allons maintenant partir des deux mêmes premiers termes : 30 et 24 et nous construirons la série de proche en proche.

Soit x la deuxième différence.

Tableau 19 Construction d'une suite géométrique.

Série de grandeurs	A=30	B=24	C= ?	D= ?	E= ?	F= ?
Série des variations de ces de grandeurs	6	x= ?				

$$\frac{30}{6} = 5$$

nous devons donc avoir  $\frac{24}{x} = 5$ , c'est à dire  $x = \frac{24}{5} = 4,8$  et  $C = 24 - 4,8 = 19,2$  de la

même manière  $\frac{19,2}{x} = 5$  et  $D = 19,2 - 3,84 = 15,36$

et ainsi de suite ... nous arrivons à la série :

Tableau 20 Suite géométrique

Série de grandeurs	A=30	B=24	C=19,2	D=15,36	E=12,288	F=9,7636
Série des variations de ces de grandeurs	6	4,8	3,84	3,072	2,4144	

Vérifions  $\frac{30}{6} = \frac{24}{4,8} = \frac{19,2}{3,84} = \frac{15,36}{3,072} = \frac{12,228}{2,4144}$  et nous constatons qu'effectivement

nous avons:  $\frac{30}{24} = \frac{24}{19,2} = \frac{19,2}{15,36} = \frac{15,36}{12,288} = \frac{12,288}{9,7636} = \frac{5}{4} = 1,25 = \frac{1}{0,8}$  autrement dit la série des

grandeurs est une série géométrique.  $30 \times 0,8 = 24 \dots$

$$30 \xrightarrow{\times 0,8} 24 \xrightarrow{\times 0,8} 19,2 \xrightarrow{\times 0,8} 15,36 \xrightarrow{\times 0,8} 12,288 \xrightarrow{\times 0,8} 9,7636$$

Dans ce lemme, la proportionnalité est utilisée ici dans le cadre de séries de nombres, si on déränge la série des grandeurs, on va déranger la série des différences et la propriété ne se gardera pas. Le résultat obtenu par ce lemme sera utile pour la suite du raisonnement.

#### **IV ] Etude de la proposition II et de sa figure**

##### 1°) La proposition II

Il s'agit maintenant d'établir la loi de variation du lieu en fonction du temps. Pour comprendre le résultat obtenu et sa formulation, il faudra prendre en compte un certain nombre de spécificités de l'époque. Premièrement, la notion de fonction n'est pas disponible pour l'auteur. La résolution<sup>187</sup> proposée ci après dans 4°) de cette partie, qui constitue une réponse satisfaisante pour le physicien contemporain, est inenvisageable dans les décennies qui encadrent le changement de siècle. La réponse moderne proposée ultérieurement n'a pas pour objet d'expliquer la démarche newtonienne, son rôle est simplement de nous permettre d'accéder à une certaine représentation du phénomène. Pour comprendre la démarche, il me paraît important de suivre pas à pas et parfois même de compléter les explications de l'auteur. Deuxièmement, Newton mobilise avec aisance des connaissances sur les coniques qui ne font pas partie des savoirs qui nous sont facilement disponibles. Nos intuitions géométriques ne sont pas comparables avec les intuitions géométriques du XVII<sup>e</sup> en général et les intuitions newtoniennes de surcroît. Quand la réponse est exposée sous forme d'une figure géométrique, son aspect complet et synthétique nous demande une exploration attentive. Il y a une nécessité d'explicitation du résultat. Il est d'ailleurs possible que Newton ait voulu se préserver des *chicanes* en excluant les philosophes non mathématiciens de toute possibilité de commentaires et par là même en obligeant le lecteur à une certaine forme de décryptage des solutions. Dans la présentation du livre III le professeur lucasien reconnaît : *il y a dans les deux premiers Livres plusieurs Propositions qui pourraient arrêter longtemps, même les Mathématiciens*. Il paraît donc que l'explicitation des

---

<sup>186</sup> les variations dans la traduction indique le caractère parfois problématique des explications de Newton. Convertendo siet est traduit par Motte(révisé par Cajori) en : then, by subtraction, par Cohen et Whitman en : then, by conversion et par du Châtelet en : on en tirera en renversant.

résultats présentés dans les Principia a un intérêt quelque soit les époques et plus particulièrement pour la notre.

J'avais<sup>188</sup> d'abord traité l'objet de ce troisième Livre par une Méthode moins mathématique, afin qu'il puisse être à la portée de plus de personnes. Mais de crainte de donner lieu aux chicanes de ceux qui ne voudraient pas quitter leurs anciens préjugés, parce qu'ils ne sentiraient pas la force des conséquences que je tire de mes principes, faute d'avoir assez médité les Propositions que j'ai données dans les Livres précédents, j'ai rédigé ce Livre en plusieurs Propositions, selon la méthode des Mathématiciens, pour ceux qui auront lu les deux premiers Livres, car c'est pour eux que ce troisième Livre est destiné, et comme il y a dans les deux premiers Livres plusieurs Propositions qui pourraient arrêter longtemps, même les Mathématiciens, je ne prétends pas exiger qu'ils lisent ces deux premiers Livres entiers ; il leur suffira d'avoir lu attentivement les Définitions, les Lois du Mouvement, et les trois premières Sections du premier Livre, et ils pourront passer ensuite ce troisième Livre, qui traite du Système du Monde, et avoir soin seulement de consulter les autres Propositions des deux premiers Livres lorsqu'ils les trouveront citées et qu'ils en auront besoin.

Newton au travers d'un graphique sibyllin parvient montrer que le temps est une fonction logarithmique de l'espace ; ce qui, en inversant, prouve effectivement que l'espace est une fonction exponentielle du temps.

#### PROPOSITION II - THÉORÈME II

Si un corps éprouve une résistance en raison de la vitesse, et qu'il se meuve dans un milieu homogène par la seule force qui lui a été imprimée, je dis qu'en prenant des temps égaux, les vitesses au commencement de chacun de ces temps seront en progression géométrique, et que les espaces parcourus pendant chacun de ces temps seront comme les vitesses<sup>189</sup>.

Bien que la formulation soit ici plus complète, il s'agit du même problème que celui de la proposition I. Cette fois ci Newton précise. La vitesse n'étant pas constante et sa variation temporelle n'étant pas connue, il est assez délicat d'évaluer l'espace parcouru en fonction du temps, la formule  $\Delta x = V \times \Delta t$  suppose que  $V$  soit constante et ne peut pas être utilisée. Il faut préciser que la formulation en terme de proportionnalité contient une part implicite. En effet dire que l'espace parcouru est proportionnel à la vitesse n'est pas équivalent à la formule :  $\Delta x = V \times \Delta t$  mais plutôt à :  $\Delta x = k \times V$  On remarque que la conclusion "*les espaces parcourus pendant chacun de ces temps seront comme les vitesses*" semble indiquer

<sup>187</sup> 4°) Etude par l'analyse contemporaine

<sup>188</sup> Newton, Isaac / du Châtelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. page 295 présentation du livre III

<sup>189</sup> Il me semble que cet énoncé a un caractère subtil, remarquons que les intervalles de temps invoqués dans cette proposition ne sont pas très petits, et encore moins évanescents. La démonstration commence par la considération d'intervalles finis, et d'une action par impulsion, ces intervalles sont assemblés en intervalles plus importants, puis l'auteur considère un raffinement des intervalles de temps



l'intention de Newton d'alerter le lecteur sur la vigilance vis à vis de la formulation usuelle affirmant que l'espace parcouru est proportionnel à la vitesse, dans le cadre de ce genre de mouvement. Sinon pourquoi énoncer une évidence ?

Dans le huitième article de *Isaac Newton's Natural Philosophy*<sup>190</sup>, Michel Blay étudie comment Newton passe d'une action discontinue, par impulsion, à une action continue. La vitesse variant continuellement, la relation qui donne l'espace parcouru en fonction du temps (proportionnalité) n'est plus directement valide<sup>191</sup>. Dans le cas présent, les résultats obtenus pour la chute des corps par Galilée ainsi que ceux pour la gravitation nous sont inutiles puisque la force est variable en fonction de la vitesse. Michel Blay montre comment par réduction en instants de plus en plus petits, infinitésimaux, et recombinaison en intervalles de durées significatives, Newton parvient à construire une action continue qu'il sait calculer.

Cas 1. Soit<sup>192</sup> divisé le temps en particules égales et soit supposé au commencement de chacune de ces particules une force de résistance qui soit comme la vitesse et qui agisse par un seul coup, le décrement de la vitesse à chacune de ces particules de temps sera comme cette vitesse, **car** les vitesses sont continuellement proportionnelles à leurs différences. (Lemme I. Livre 2.)

La traduction de du Châtelet semble incorrecte sur le sens de la déduction, le mot car doit être remplacé par donc ce qui renverse la cause et la conséquence. Les traductions de Motte laisse apparaître des différences d'interprétation, nous proposons de modifier la fin du paragraphe ainsi : ... *sera comme cette vitesse. En conséquence les vitesses seront proportionnelles à leurs différences donc en proportion continue.* Ce qui est une manière de dire qu'elles constituent une suite géométrique. Or les suites géométriques ont des propriétés bien intéressantes pour le

---

infini et par ce procédé parvient à une action continue. La conclusion ultime concerne des intervalles de temps fini et une action continue.

<sup>190</sup> Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Buchwald et Cohen (2001)

<sup>191</sup> Dire que l'espace parcouru est proportionnel à la vitesse (toute chose étant égale d'autres part, notamment  $V$ ) n'est pas équivalent à la relation  $\Delta X = V \times \Delta t$  On peut aussi la comprendre  $\Delta X = kV \times \Delta t$  dans ce cas l'évaluation du coefficient  $k$  nécessite une analyse.

<sup>192</sup> CASE 1. Let the time be divided into equal intervals; and if at the very beginning of each interval we suppose the resistance to act with one single impulse which is as the velocity, the decrement of the velocity in each of the intervals of time will be as the same velocity. Therefore the velocities are proportional to their differences, and therefore (by Lem. i, Book II) continually proportional. Newton, Isaac, *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and His System of the World*, traduction de Andrew Motte révisé par Florian Cajori, Berkeley 1934. (Page 236)

Cas. I. Dividatur tempus in particulas æquales; & si ipsis particularum initiis agat vis resistentiæ impulsu unico, quæ sit ut velocitas : erit decrementum velocitatis singulis temporis particulis ut eadem velocitas. Sunt ergo velocitates differentiis suis proportionales, propterea (per lem. I lib. II) continue proportionales. Newton, Isaac, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, Londres 1726. (Page 231.)

regroupement des termes. Nous allons mettre en évidence celle qui soutient le raisonnement de Newton sur un exemple délibérément simple.

Il s'agit de la suite géométrique définie ainsi : son premier terme est 1024 et sa raison est 0,5. C'est-à-dire que l'on passe d'une valeur à la suivante en multipliant par 0,5 ou en divisant par 2.

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5
1024	$\times 0,25$	256	$\times 0,25$	64	$\times 0,25$	16	$\times 0,25$	4	$\times 0,25$	1	
1024	$\times 0,125$		128	$\times 0,125$		16	$\times 0,125$		2		

Tableau 21 suites géométriques par saut.

On constate que le fait de sauter des termes conserve à la suite la propriété d'être géométrique. Lors de cette transformation, la raison n'est pas stable.

Donc, si d'un nombre égal de particules on compose des temps quelconques égaux, les vitesses au commencement de ces temps seront comme les termes d'une progression continue pris par sauts, en augmentant un nombre égal de termes intermédiaires. Or les raisons de ces termes pris par sauts sont composées des raisons que les termes intermédiaires également répétés ont entre eux, lesquelles sont les mêmes, donc ces raisons composées sont les mêmes, et les vitesses proportionnelles à ces termes sont en progression géométrique.

Lorsque l'on regroupe des intervalles de temps, la propriété d'avoir une suite géométrique est conservée. Il faut remarquer que, en premier lieu, Newton ne raffine pas le découpage temporel, il compose les intervalles de temps pour en considérer des plus grands. Il fait preuve d'une vigilance vis à vis de l'addition. Cette démarche est à rapprocher de celle (phrase incomplète), réaliser lors de l'établissement de la loi des aires, dans laquelle il ajoute des triangles pour composer des zones non triangulaires avant de réduire les triangles à des triangles infiniment petits.

Maintenant, soient diminuées ces particules égales de temps, et soit augmenté leur nombre à l'infini, de sorte que l'impulsion de la résistance devienne continue ; et les vitesses, qui sont toujours en proportion continue dans les commencements des temps égaux, le seront encore dans ce cas (C.Q.F.D.).

Reprenons tout le raisonnement. Dans la proposition 1, Newton montre que si l'on connaît la vitesse initiale et la vitesse à un endroit donné, donc après un temps donné, donné mais pas choisi, on peut répliquer ce temps et obtenir la suite des lieux. Ensuite, dans la proposition 2, l'incrément de temps étant fixé, il montre que la série des lieux et des

vitesse forment une suite géométrique, mais pour cela il est obligé de considérer une action par impulsion : ce qui revient à dire que la vitesse est constante durant ces intervalles de temps : ce qui est faux, d'autant plus faux que l'intervalle de temps est grand. Il faut donc réduire ces intervalles, mais rien ne prouve que dans la composition des intervalles la propriété va demeurer. Donc, préalablement à leur réduction il compose des particules significatives de temps et annonce la conservation de la propriété.

*Cas 2.* Par conséquent, les différences des vitesses, c'est-à-dire, leurs parties détruites à chaque particule de temps, sont comme les vitesses totales : mais les espaces décrits à chacune de ces particules du temps sont comme les parties détruites des vitesses. (Prop. 1. Livre 2.) Donc, ils sont aussi comme les vitesses totales (C.Q.F.D.).

Pour une particule de temps il y a donc proportionnalité des vitesses, des décrets de vitesse, c'est à dire des forces<sup>193</sup>, et des espaces parcourus. A partir de cela on va pouvoir récapituler les résultats sur un graphique unique, qui aura une fonction synthétique et qui pourra servir de fondement aux raisonnements suivants.

## 2°) Etude de la figure et du corollaire

Le Président de la Royal Society, à la faveur d'un corollaire succinct, va nous proposer une visualisation des résultats au moyen d'un graphique synthétisant toutes les informations. Cette figure sera reprise et enrichie lors de la proposition 3 : elle va passer d'une fonction illustrative à une fonction explicative et prospective. Elle fonctionne d'une manière inédite, articule et coordonne implicitement des propriétés conjointes de l'hyperbole et de la situation physique. Nous allons consacrer la partie suivante à son étude.

**Cor.** De là, si on décrit une hyperbole  $BG$  (figure 1), entre les asymptotes perpendiculaires  $AC$ ,  $CH$ , et que  $AB$ ,  $GD$ , soient perpendiculaires sur l'asymptote  $AC$ , et qu'on exprime, tant la vitesse du corps que la résistance du milieu dans le commencement du mouvement, par une ligne quelconque donnée  $AC$ , et après un temps quelconque par la ligne indéfinie  $DC$  ; le temps pourra être exprimé par l'aire  $ABGD$ , et l'espace décrit pendant ce temps, par la ligne  $AD$ . Car si cette aire, par le mouvement du point  $D$ , augmente uniformément comme le temps, la ligne  $DC$  ainsi que la vitesse décroîtront en proportion géométrique et les parties de la droite  $AC$  décrites dans des temps égaux décroîtront dans la même raison.

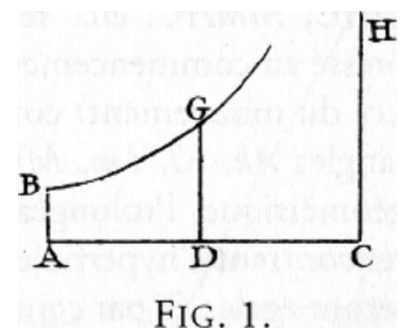


Figure 13 p. 175. PMPN-Dunod

<sup>193</sup> La force de résistance est proportionnelle à la vitesse par l'hypothèse, la force de résistance est proportionnelle au décrement de vitesse par la loi 2 du mouvement.

Ce corollaire se réfère à la situation de la proposition I et II. Les données concernent les position et vitesse initiales et les position et vitesse à un autre endroit déterminé. De là, c'est un résultat de la proposition 1, on peut affirmer que l'objet n'ira pas plus loin qu'un certain point C. La position de ce point C est calculable par la proposition 1. L'objet part de A, on connaît sa vitesse en D et on sait qu'il n'ira pas plus loin que C. On sait que, la vitesse, la résistance et l'espace restant à parcourir sont proportionnels, le segment DC peut donc représenter **simultanément** ces trois quantités, la vitesse, la résistance du milieu et le trajet restant à parcourir (il n'y a qu'à ajuster les graduations). Le choix de représenter sur le même axe ces trois grandeurs avec le point C pour origine contient et représente et corrèle visuellement les résultats des 2 propositions : le corps ne dépassera pas le point C avec l'explication que la vitesse évolue vers la nullité et que corrélativement le freinage devient de moins en moins important. Il reste pour être complet à représenter le temps.

La proposition : "*Le temps pourra être exprimé par l'aire ABGD*" nécessite un commentaire. Cette affirmation peut se placer dans la problématique générale de la représentation du mouvement, le temps étant un des paramètres particulièrement délicat de cette représentation. Les déplacements à vitesse uniforme sont d'une appréhension communément accessible, mais la nature recèle d'autres types de déplacements. La représentation du temps par une surface possède un précédent célèbre, dû à Kepler, dans la loi des aires. Newton connaît et a utilisé dans le livre 1 cette représentation du temps. Dans ce cas le rayon vecteur existe avec un certain degré de réalité, il rejoint une planète qui existe avec le soleil qui est la cause de l'attraction. Pour le cas présent Newton n'a pas le recours à une étude antérieure et la figure possède un degré d'abstraction supérieure.

Galilée dans le *Dialogue* accompagne sa représentation des paramètres de la chute d'un corps de plus d'une page entière d'arguments et de commentaires. La lecture de cette page nous montre que ce type de représentation n'a pas qu'une fonction illustrative, elle est aussi nécessaire pour penser l'infinité des degrés de vitesse, pour préciser ce que veut dire accélération uniforme et finalement pour évaluer le déplacement qui en résulte par l'intermédiaire de la surface d'un rectangle dont la signification est indubitable.

SALVIATI : Votre faculté<sup>194</sup> de compréhension est rapide et subtile, vous avez tout expliqué bien plus clairement que moi, et m'avez fait penser d'ajouter quelque chose de plus. Puisque, dans un mouvement accéléré, l'augmentation de vitesse est continue, on ne peut diviser les degrés de la vitesse, qui croît sans cesse, en un nombre déterminé quelconque : comme ils changent de moment en moment, il y en a toujours une infinité. On pourrait d'ailleurs mieux expliquer ce que je veux dire en dessinant un triangle ABC ; sur le côté AC, prenons autant de parties égales qu'on voudra, AD, DE, EF, FG ; par les points D, E, F, G, traçons des lignes droites parallèles à la base BC ; imaginons que les parties marquées sur la ligne AC sont des temps égaux et que les parallèles tracées par les points D, E, F, G, représentent les degrés des vitesses accélérées qui croissent également en des temps égaux, le point A étant l'état de repos; le mobile qui part de A acquiert, par exemple, le degré de vitesse DH pendant le temps AD ; dans le temps qui suit, sa vitesse s'accroît au-delà du degré DH jusqu'au degré EI, puis elle devient successivement plus grande dans les temps suivants, proportionnellement aux accroissements des lignes FK, GL, etc. ; or, l'accélération se fait continûment de moment en moment, et non par saccades [*intercisamente*] d'une partie assignable de temps à la suivante ; si on suppose que le terme A est le plus petit moment de vitesse, c'est-à-dire l'état de repos, et que le premier instant du temps qui suit est AD, il est évident qu'avant d'avoir acquis le degré de vitesse DH pendant le temps AD, on est passé par l'infinité de tous les autres degrés de vitesse de plus en plus petits, gagnés pendant l'infinité des instants qu'il y a dans le temps DA et qui correspondent à l'infinité des points qu'il y a dans la ligne DA. Si donc on veut représenter l'infinité des degrés de vitesse qui précèdent le degré DH, on doit concevoir qu'il y a une infinité de lignes de plus en plus petites, tracées à partir de l'infinité des points de la ligne DA, parallèlement à DH; or cette infinité de lignes nous est représentée finalement (page 370) [*in ultimo*] par la surface du triangle AHD ; nous comprendrons ainsi que tout espace parcouru par le mobile dont le mouvement, commençant par le repos, va en accélérant uniformément, a consommé et utilisé l'infinité des degrés croissants de vitesse, correspondant à l'infinité des lignes qu'on peut concevoir, en commençant par le point A lui-même, parallèles à la ligne HD et aux lignes IE, KF, LG, BC, le mouvement se poursuivant autant qu'on veut.

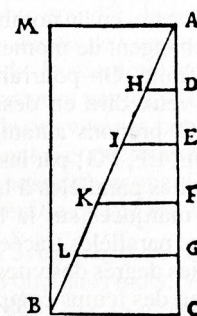


Figure 14

Complétons maintenant le parallélogramme entier AMBC et prolongeons jusqu'à son côté BM non seulement les parallèles marquées dans le triangle, mais l'infinité des parallèles qu'on peut concevoir comme tracées à partir de tous les points du côté AC. La ligne BC était la plus grande parmi l'infinité des lignes du triangle, elle représentait pour nous le degré maximum de vitesse acquis par le mobile en mouvement accéléré, et la surface de ce triangle, prise en sa totalité, était la masse et la somme de toute la vitesse [*la massa e la somma di tutta la velocità*] avec laquelle le mobile a parcouru un tel espace pendant le temps AC ; de la même façon, le parallélogramme se trouve être une masse et un agrégat d'autant de degrés de vitesse, mais ici chaque degré est égal au plus grand degré. BC, et la masse de vitesse [*massa di velocità*] se trouve être le double de la masse des vitesses [*massa delle velocità*] croissantes du triangle, puisque ce parallélogramme est le double du triangle. Par conséquent, si le mobile qui, en tombant, a utilisé les degrés de vitesse accélérée correspondant (page 371) au triangle ABC, a parcouru en autant de temps un tel espace, il est fort raisonnable et probable qu'en utilisant les

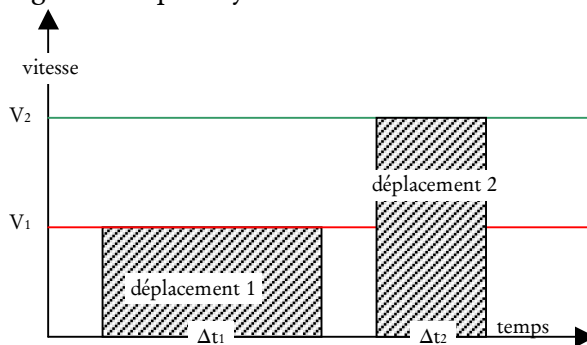
<sup>194</sup> Galileo Galilei, *Dialogue sur les Deux Grands Systèmes du Monde*, traduit de l'italien par René Fréreau avec le concours de François De Gandt, Seuil (1992).

vitesse uniformes, qui correspondent au parallélogramme, dans le même temps il parcourra d'un mouvement uniforme un espace double de l'espace parcouru par un mouvement accéléré.

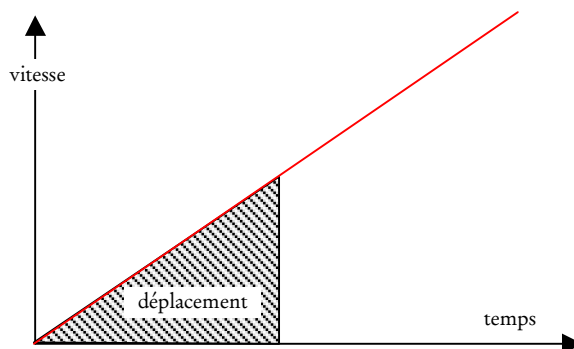
Voici quelques cas de représentations élémentaires qui fondent les représentations plus élaborées.

Le rectangle déplacement de la première figure (déplacement à vitesse uniforme) a pour surface la multiplication de la durée par la vitesse c'est à dire  $V \times \Delta t$  qui est égal à  $\Delta x$ . Il faut remarquer que d'un point de vue strictement géométrique il y a une certaine audace à représenter une longueur par une surface, et d'affirmer que cela simplifie la compréhension.

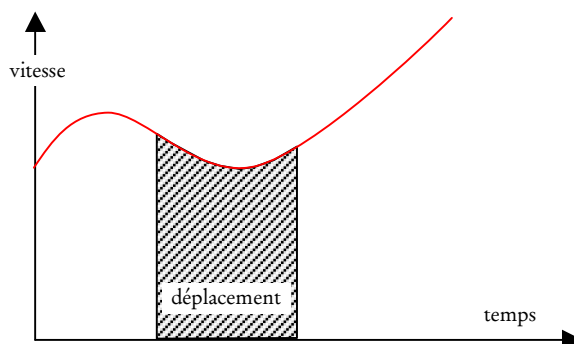
Lorsqu'un corps se déplace à vitesse uniforme, l'espace qu'il parcourt est proportionnel à sa vitesse et à la durée de son déplacement. La formule  $\Delta x = V \times \Delta t$  permet de calculer ce déplacement. La figure ci contre, dans laquelle  $V_2 = 2V_1$  et permet de voir les déplacements 1 et 2 égaux, par les surfaces égales de 2 rectangles dont les côtés mesurent :  $V$  et  $\Delta t$ .



Le triangle de la deuxième figure (mouvement uniformément accéléré, ou autrement dit à force constante) a pour surface la multiplication des deux côtés de l'angle droit divisée par 2. ( $V \times \Delta t$ )/2. Comme la vitesse est proportionnelle au temps  $V = k \times \Delta t$ , on a donc finalement  $\Delta x = (k \times \Delta t \times \Delta t)/2$  c'est à dire  $\Delta x = k \times \Delta t^2/2$  qui est le résultat établi par Galilée et dont Newton se sert quand il se trouve dans une situation de force constante.



Le troisième graphique nous montre un cas (force variable) dans lequel les calculs ne sont pas facilement réalisables, ou pas réalisables du tout. La représentation nous permet alors de voir. (voir quoi ?) Ces graphiques soutiennent l'intuition et ils sont souvent des outils de raisonnement.



La représentation du temps dans le graphique du corollaire repose sur un autre principe.

Figure 15

On a vu précédemment que la formule  $\Delta x = V \times \Delta t$  était le point d'appui de représentations utiles pour calculer et visualiser le déplacement d'un mobile dont la vitesse varie. Afin d'accéder à l'illustration du corollaire, nous proposons d'écrire cette formule sous la forme  $\Delta t = \Delta x / V = \Delta x \times (1/V)$ . Le temps est une donnée première, apparaît maintenant comme le résultat d'une multiplication et peut alors se représenter par la surface d'un rectangle dont les côtés ont une signification physique. Un côté pour le déplacement et l'autre pour l'inverse de la vitesse. Nous avons vu que dans le graphique du corollaire l'axe des abscisses représente simultanément le déplacement du point et sa vitesse, l'ordonnée du point de l'hyperbole représente donc l'inverse de la vitesse et le rectangle

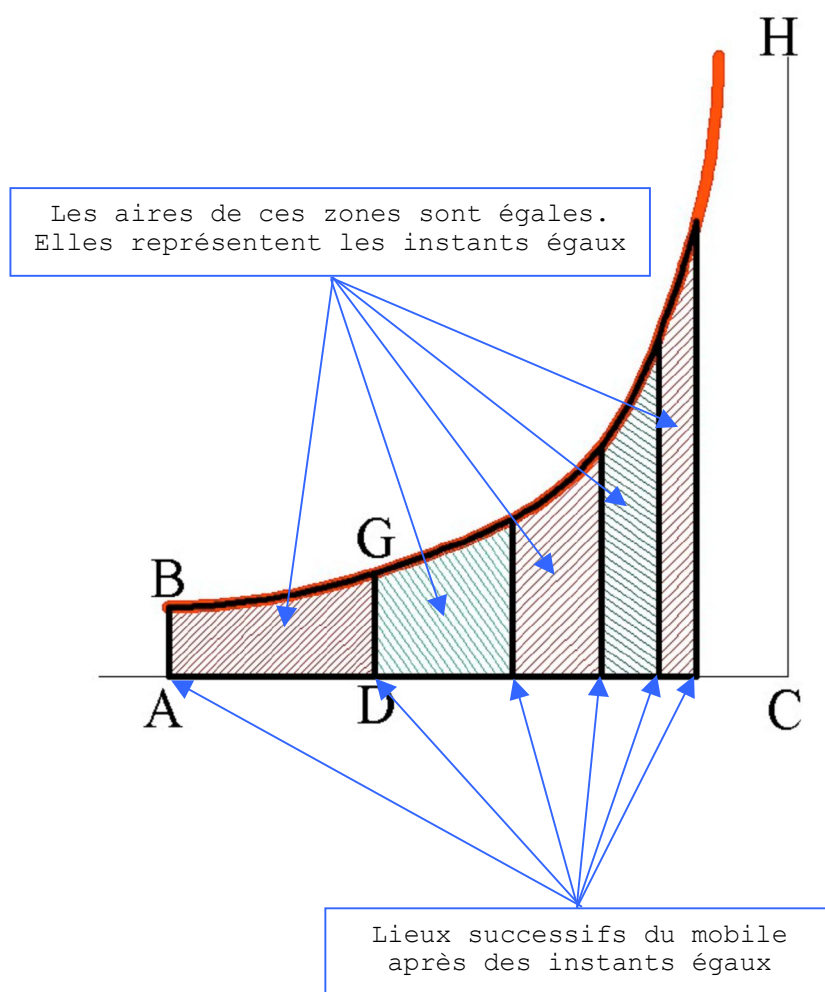


Figure 16 Hyperbole visualisation de la relation temps et espace

Bien avant 1686 la quadrature de l'hyperbole avait été l'objet d'études et de publications de la part des géomètres. Les recherches du père jésuite belge Grégoire de St Vincent publié dans son volumineux *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conii decem libris comprehensum* établit le résultat suivant : **à une suite géométrique d'abscisses correspond une suite arithmétique d'aires sous l'hyperbole**<sup>195</sup>. Ce résultat est utilisé par Newton, sans référence, comme une propriété bien connue. Dominique Besnard signale que les manuscrits conservés à la Bibliothèque Royale de Bruxelles attestent de recherches antérieures à l'année 1625. Pour établir ce résultat Grégoire de St Vincent perfectionna la méthode d'exhaustion d'Archimède dont la dénomination d'*exhaustium negotium*, lui revient. Pour Besnard les recherches du père jésuite s'inscrivent dans une tradition euclidienne et archimédienne.

L'œuvre<sup>196</sup> majeure de Grégoire de Saint-Vincent semble porter à l'extrême cet héritage, tant dans la manipulation euclidienne des proportions et archimédienne des grandeurs géométriques, que par la profusion des significations et des interprétations qu'elle fait surgir des figures, des constructions, des théorèmes qui en font la trame.

La recherche géométrique d'une quadrature pour les courbes usuelles initiée par les géomètres grecs possède un lignage étendu. Il y a : la célèbre quadrature du cercle que Grégoire de St Vincent prétend avoir établi<sup>197</sup> dans son abondant<sup>198</sup> : *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conii decem libris comprehensum*, mais il y a aussi toutes les autres dont la quadrature de l'hyperbole fait partie. Dans l'histoire de la construction du savoir scientifique l'œuvre de Grégoire de St Vincent est assez exemplaire puisque ce qu'il convient d'appeler son erreur patente lui permet et permet également à la science des progrès collatéraux considérables, et nous pouvons souscrire à la conclusion de Ch Naux :

---

<sup>195</sup> Introduction par Evelyne Barbin de *Histoire de Logarithmes*, IREM, ouvrage collectif, Ellipses (2006) page 6.

<sup>196</sup> Bénard Dominique chapitre VI page page 152 in Barbin Evelyne, Bénard Dominique, Boyé Anne, Friedelmeyer Jean-Pierre, Guillemot Michel, Hairault Jean-Pierre, Kouteynikoff Odile, Languereau Hombeline, Le Corre Loïc, Lefort Xavier, Lubet Jean-Pierre, Marmier Anne-Marie, Menez-Hallez Maryvonne, Verley Jean-Luc, *Histoire de Logarithmes*, IREM, ouvrage collectif, Ellipses (2006).

<sup>197</sup> Voir : Naux Ch, *L'Opus geometricum de Grégoire de Saint-Vincent*. In: Revue d'histoire des sciences et de leurs applications. (1962), Tome 15 n°2. pp. 93-104. L'article se conclut par une biographie instructive notamment sur la circulation des idées. Les différentes fonctions de Grégoire de St Vincent l'ont conduit dans de nombreuses régions d'Europe. Il a une connaissance directe des travaux de avec Galilée lors de séjours à Rome. Il est signalé à Prague en 1628 puis à Vienne, lieu de résidence et de publications de Kepler.

<sup>198</sup> L'*Opus geometricum* est un volumineux ouvrage d'environ 1230 pages. La diversité de ses chapitres qui se succèdent le plus souvent sans ordre apparent, donne d'abord une impression pénible



[...] Or<sup>199</sup> Grégoire croit posséder la raison<sup>200</sup> des tranches du corps parabolique l'une à l'autre, et être en mesure de calculer leur somme pour atteindre le volume. C'est évidemment là une illusion.

Nous le laisserons exprimer, sans le suivre dans cette voie, sa satisfaction d'avoir réussi la quadrature. Mais nous remarquerons en terminant que c'est la recherche de la solution d'un problème que personne, à l'époque, ne pouvait démontrer impossible, qui l'a poussé vers toutes sortes de spéculations annexes et conduit en définitive à des découvertes intéressantes.

Si Grégoire de Saint-Vincent avait reconnu son illusion, il n'aurait pas publié son *Opus geometricum* dont le manuscrit serait allé rejoindre dans l'oubli tant d'écrits sur la quadrature du cercle. Et *une œuvre marquante pour le progrès des mathématiques aurait ainsi été perdue.*

L'ouvrage : *Histoire de Logarithmes* établit que les travaux sur la quadrature de l'hyperbole suivent des chemins entremêlés avec ceux de la production de tables de logarithme. Aujourd'hui nous avons la ressource de définir le logarithme au moyen d'une

intégrale :  $Ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$  et par cette procédure de définition du logarithme naturel, la

relation entre la quadrature de l'hyperbole et les fonctions logarithme et exponentielle se trouvent caractérisée. Cependant la création des tables de logarithme, à des fins uniquement calculatoire au début du XVII<sup>e</sup> siècle, se réalise dans un premier temps de manière autonome. Il est important de prendre en compte que pour Newton la notion de fonction logarithme n'est pas disponible et que les figures vont être non seulement des outils du raisonnement mais également un support de l'explication et de la recherche. Grâce aux figures c'est tout à la fois l'intuition et l'explication qui possèdent des supports visuels.

Henk J. M. Bos d'une manière générale et Nicolò Guicciardini d'une manière plus centrée sur Newton signalent dans *Redefining<sup>201</sup> Geometrical Exactness* et *Isaac<sup>202</sup> Newton on Geometrical Certainty and Method* le renouveau des méthodes de la géométrie au XVII<sup>e</sup> siècle. Newton se situe dans ce renouveau avec une option résolument traditionaliste. Respect singulier toutefois, puisque Newton considère que la tradition est d'une certaine manière perdue et qu'il est investi de la mission de la restaurer.

---

<sup>199</sup> Ibidem conclusion page 102

<sup>200</sup> Il faut comprendre *raison* dans le sens des proportions, *connaître la raison* veut ici dire connaître la relation de proportionnalité par exemple, entre deux grandeurs.

<sup>201</sup> Bos Henk J. M. , *Redefining Geometrical Exactness, Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*, Springer (2001).

<sup>202</sup> Guicciardini Niccolò, *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009).

Dans<sup>203</sup> la fin des années 1670, Newton orienta ses recherches vers Pappus : il commença la lecture des septième et huitième livres de la *Collectio*. Newton y trouva un texte complexe, auquel il appliqua les méthodes herméneutiques qu'il avait mises au point comme bibliste. A partir de sa recherche d'exégèse il aboutit à une série de suggestions concernant l'ancienne méthode d'analyse et également à la solution du problème des trois lignes de Pappus . Les historiens des mathématiques grecques trouveront surprenantes les conclusions de Newton, en dépit du fait qu'il était convaincu d'avoir pénétré les mystères derrière l'ancienne méthode de découverte.

Les travaux sur les quadratures de courbes sont abondants et variés. Pour la quadrature de l'hyperbole, en complément de St Vincent il convient de citer Mercator, Wallis, Brouncker<sup>204</sup> (1620-1684) Huygens et Leibniz.

Newton s'est intéressé très tôt aux calculs concernant l'hyperbole. Dans une lettre du 6 juin 1669, Barrow<sup>205</sup> communique à Collins qu'un de ses amis [Newton] a mis au point une méthode plus générale que celle de Mercator à propos de l'hyperbole. (compléter par les références de ses travaux sur les courbes et sur le calcul des fluxions). En 1686 Newton possède une certaine expertise quand aux propriétés et aux quadratures de l'hyperbole. Il utilise dans les Principia sans justification particulière, ni renvoi à des travaux antérieurs, la propriété citée précédemment.

La figure du corollaire nous permet de suivre tous les paramètres du mouvement. Elle nous fournit le lieu la vitesse la force et le temps. Newton n'indique pas la procédure de construction de cette figure mais il semble intéressant d'en proposer une.

### 3°) Procédure de construction de la figure

Il n'y a pas d'indications précises concernant la construction de la figure, il semble bien que Newton suggère au lecteur d'en proposer une lui même. La recherche d'une

<sup>203</sup> Idem page 81. In the late 1670s, Newton turned to Pappus for instructions : he began reading especially the seventh and eighth books of the *Collectio*. What Newton discovered was a complex text, to which he applied the hermeneutical techniques he had mastered as a biblicist. From this exegetical work he derived a series of suggestions concerning the ancient method of analysis as well as a geometrical solution to the Pappus problem of three or four lines. Historians of Greek mathematics will certainly find Newton's conclusions to be unfamiliar, despite the fact that he was convinced of having penetrated the mysteries behind the ancient method of discovery.

<sup>204</sup> Newton Isaac, *The correspondance of Isaac Newton*, volume 1, 1661-1675, édité par H.W. Turnbull, Cambridge (1959). La note n°15 à la page 8 nous signale, pour Brouncker, simultanément son génie et la sobriété de ses publications. Néanmoins dans les Philosophical Transactions (1668, tome 3, page 645) il proposa pour la première fois deux séries pour la quadrature de l'hyperbole

$\sum \frac{1}{n(n+1)}$  et  $\sum \frac{1}{(n+1)(n+2)}$  et une approximation de  $\Pi$  par les fractions continues.

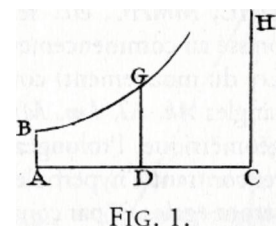
<sup>205</sup> Idem Lettre 5 5 BARROW TO COLLINS 20 JULY 1669 Extract from the original in the Library of the Royal Society of London

A friend of mine here, that hath a very excellent genius to those things, brought me the other day some papers, wherein he hath sett downe methods of calculating the dimensions of magnitudes like that of Mr Mercator concerning the **hyperbola**, but very generall;

construction effective à partir des indications données constitue une étape de l'appropriation de la méthode newtonienne. Cette exploration nous oblige à scruter les données. La proposition I considère que le mouvement est connu au départ et après une durée donnée.

*Cor.* Ainsi, si un corps privé de toute gravité se meut dans des espaces libres par la seule force qui lui a été imprimée ; et que le mouvement total au commencement, ainsi que le reste du mouvement après quelque espace parcouru fut donnés ...

Ces données permettent de placer les points A et D et grâce à la proposition I, et grâce à la connaissance<sup>206</sup> de la vitesse dans ces deux points le point limite C. La donnée des points A et D qui représentent sur l'axe simultanément 3 grandeurs permet de fixer la



graduation de ces 3 grandeurs proportionnelles<sup>207</sup>. L'axe (AC) supporte 3 graduations, espace, vitesse et force. Les 3 graduations

Figure 17  
p. 175 PMPN-Dunod

n'ont pas la même origine ni la même orientation. A est l'origine des espaces parcourus, l'espace parcouru augmente quand le point D se déplace A vers C. C est l'origine des vitesses et de la force de résistance, la vitesse et la force diminuent lorsque D se déplace de A vers C, pour arriver à zéro quand D parvient en C, ce qui ne se produit pas le mobile n'arrivant jamais en C. Le point B est lui placé arbitrairement. L'hyperbole peut être construite de manière géométrique, nous proposons ici de le faire par des rectangles d'aires égales. Newton ne donne aucune indication, on peut effectivement considérer ces constructions comme élémentaires. D'un point de vue expérimental il est assez difficile d'imaginer un dispositif qui permette d'obtenir les données.

<sup>206</sup> Le rapport des vitesses suffit à placer le point D, si par exemple en D la vitesse est la moitié de la vitesse en A alors l'espace parcouru, AD, est la moitié de l'espace total.

<sup>207</sup> La proportionnalité des grandeurs autorise la graduation triple, dans d'autres cas ceci ne sera pas possible.

Dans la série de figures ci dessous tous les rectangles ont pour aire 12 carreaux et permettent de construire l'hyperbole.

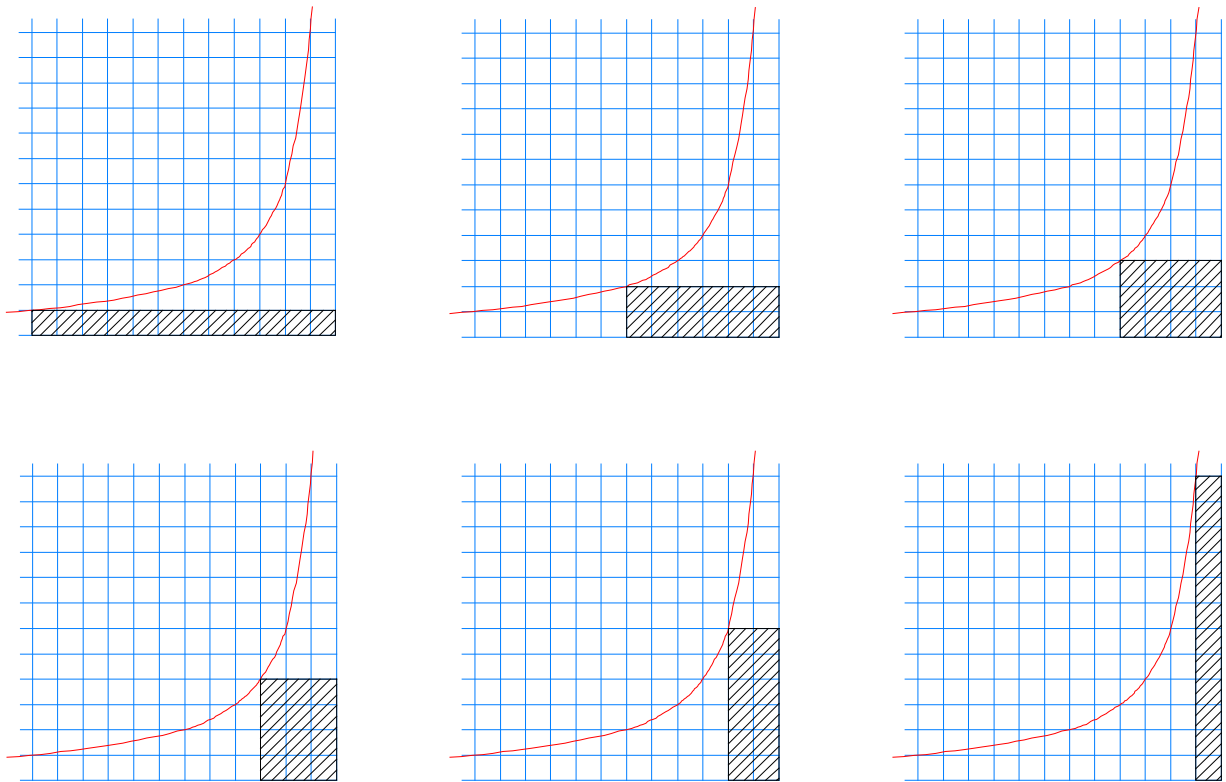


Figure 18 Tracé d'une hyperbole par les surfaces égales.

Maintenant tout est en place et la figure permet effectivement de voir les différents paramètres du mouvement.

#### 4°) Etude par l'analyse contemporaine

Nous allons maintenant calculer avec les outils mathématiques actuels la solution du problème de la chute d'un corps dans un milieu résistant sous l'hypothèses d'une résistance proportionnelle à la vitesse. L'objet de ce calcul est de créer un contraste entre les deux procédures. La méthode newtonienne aboutit parce que Newton connaît la propriété de l'hyperbole correspondant à la propriété qu'il trouve par son raisonnement par proportionnalité. Le raisonnement mathématique a une signification physique. Dans le cas des équations différentielles il faut proposer une fonction en anticipant sa validité et ensuite se confier à la pertinence des règles formelles. Il faut aussi remarquer que une fois aboutit il y a la nécessité d'une représentation graphique pour voir réellement les détails de la

réponse. Dans certains cas les équations différentielles ne se résolvent pas aussi simplement. Il y a une partie importante des mathématiques qui se consacrent à ce travail.

Résolution actuelle.

Tableau 22 Etude analytique de la proposition I théorème I

Relation fondamentale de la dynamique	$F = m.a$	(1)
Hypothèse sur la force de résistance	$F = k.v$	(2)
Equation qui combine les égalités 1 et 2	$k.v = m.a$	(1)+(2)
Formulation complète en faisant apparaître la dépendance de a et de v vis à vis du temps	$k.v(t) = m.a(t)$	
Recherche d'une solution sous forme d'une exponentielle	$x(t) = b.e^{at} + c$	(3)
	$v(t) = ab.e^{at}$	(4)
	$a(t) = a^2 b.e^{at}$	(5)

Prise en compte de la loi fondamentale de la dynamique et de l'hypothèse de résistance

$$kabe^{at} = ma^2be^{at}$$

$$\text{d'où } k = ma \text{ et } a = \frac{m}{k}$$

Prise en compte des conditions initiales.  
à t=0 on a x = 0 et v = V<sub>0</sub>.

$$x(0) = b + c = 0 \text{ donc } c = -b$$

$$v(0) = ab = V_0 \text{ donc } b = \frac{V_0}{a} = \frac{mV_0}{k}$$

$$c = -b = -\frac{mV_0}{k}$$

Solution analytique, après détermination des constantes

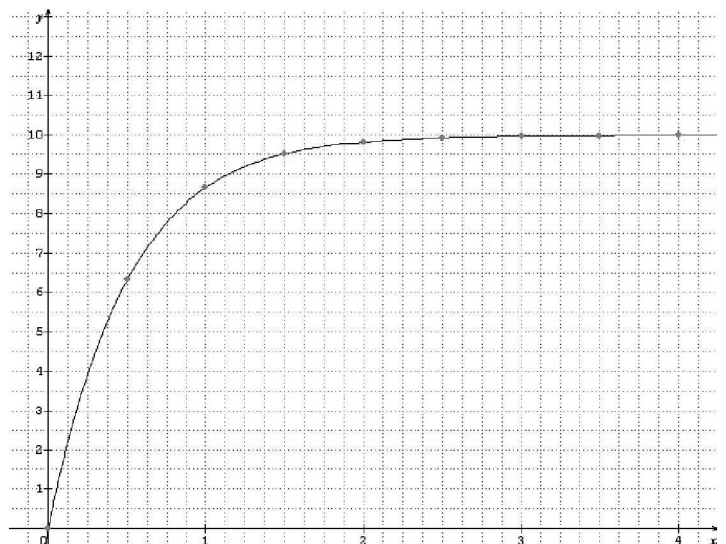
$$x(t) = \frac{m.V_0}{k} \cdot \left( e^{\frac{k}{m}t} - 1 \right) \text{ avec } \frac{k}{m} \leq 0 \quad (6)$$

Pour connaître k et valider le résultat, nous allons calculer le taux de décroissance

spatiale de la vitesse :

$$\frac{v(t_1) - v(t_0)}{x(t_1) - x(t_0)} = \frac{V_0 e^{\frac{k}{m}t_1} - V_0 e^{\frac{k}{m}t_0}}{\frac{m.V_0}{k} \left( e^{\frac{k}{m}t_1} - 1 \right) - \frac{m.V_0}{k} \left( e^{\frac{k}{m}t_0} - 1 \right)} = \frac{k}{m}$$

On trouve bien un taux de décroissance spatiale qui ne dépend ni du temps ni du lieu, qui dépend par contre de la masse du corps : plus le corps est massif, toutes choses égales par ailleurs, et moins le corps ralentit. Ceci est conforme au point de vue newtonien. Pour avoir un taux de 2 m/s/m, avec une masse de 1 kg, il faut prendre k = -2. Et on trouve  $x(t) = 10(1 - e^{-2t})$  qui se représente par la courbe :



graphique 2 Espace parcouru en fonction du temps

## **V ] Etude de la proposition III - Problème I**

### PROPOSITION III - PROBLÈME I

Trouver<sup>208</sup> le mouvement d'un corps qui monte ou descend suivant une ligne droite dans un milieu homogène qui résiste en raison de la vitesse, pendant que la gravité agit uniformément.

La proposition souligne la constance de la gravité, face à la variabilité de la résistance. Cette précision est importante, dans le cadre de l'étude du mouvement des planètes la gravité étant variable. Suivons maintenant l'exposé de la solution.

#### 1°) La solution présentée par Newton

Newton présente sa solution au moyen d'une figure.

Que la gravité du corps qui remonte soit représentée par un rectangle quelconque donné *BACH* (figure 2), ...

Nous constatons que la figure constitue le moyen essentiel du dévoilement de la solution, elle est invoquée dès la première phrase.

Dans le début de la première section du livre II, il y a un pour ainsi dire une progressivité, pour les propositions I et II le raisonnement est conduit par les proportions et ce n'est que dans le corollaire de la deuxième proposition que la figure arrive. Son rôle est alors essentiellement illustratif. Ce corollaire commence d'ailleurs par : "De là, si", ce qui indique bien que la représentation provient du calcul.

Dans la figure accompagnant la proposition 3, les forces de gravité et de résistance sont représentées par des rectangles, précédemment la résistance était figurée par un segment. "Quelconque" indique que ce rectangle est arbitraire. *BACH*, le rectangle représentant la gravité est fixe, celui pour la résistance au début représenté de l'autre côté est *BADE*. Cette disposition permet que le rectangle *CHED* représente la résistance totale. La ligne *de* figure les états intermédiaires, elle doit être pensée comme mobile.

---

<sup>208</sup> Corporis, cui, dum in medio similari recta ascendit vel descendit, resistur in ratione velocitatis, quodque uniformi gravitate urgetur, definire motum

Que la gravité du corps qui remonte soit représentée par un rectangle quelconque donné  $BACH$  (figure 2) et la résistance du milieu au commencement de son ascension par le rectangle  $BADE$ , pris du côté opposé au premier. Entre les asymptotes perpendiculaires  $AC, CH$ , soit décrit par le point  $B$  une hyperbole qui coupe les perpendiculaires  $DE, de$  en  $G$  et en  $g$  ; il est clair que le corps en montant pendant le temps  $DGgd$  parcourra l'espace  $EGge$ , et que pendant le temps  $DGBA$  de toute son ascension il parcourra l'espace  $EGB$  (figure 2) ; dans le temps  $ABKI$  ; et il parcourra en descendant l'espace  $BFK$ , et dans le temps  $IKki$  ; il parcourra en descendant l'espace  $KFfk$  et les vitesses du corps (proportionnelles aux résistances du milieu) à la fin des temps entiers, seront exprimées par les espaces infiniment petits,  $ABED, ABed$  ; respectivement proportionnels aux espaces  $ABFI, ABfi$  ; et la plus grande vitesse que le corps puisse acquérir en descendant sera  $BACH$ .

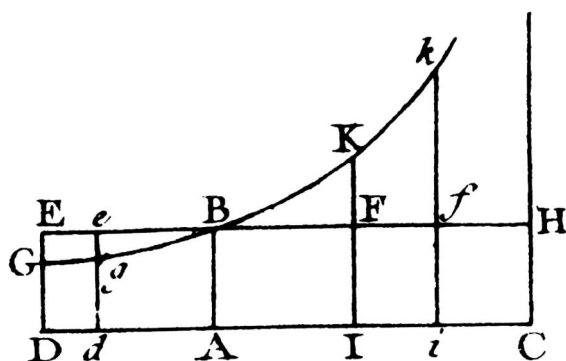


FIG. 2.

Figure 19 Proposition III PMPN-Dunod page 176

La compréhension complète de ce graphique est assez délicate.

Dans une première remarque, soulignons que malgré une apparente similitude, la figure 2 ne fonctionne pas comme la figure 1. Pour se convaincre de la méprise qui consisterait à assimiler leur fonctionnement il suffit de différencier le rôle joué par l'asymptote  $CH$ . Dans la figure 1, elle représente : une limite infranchissable pour le déplacement du corps mais aussi un zéro de vitesse et en conséquence de résistance du milieu, ceci pour un temps infini. Dans la figure 2 cette asymptote  $CH$  ne peut pas représenter une limite spatiale puisque le corps abandonné à la gravité, atteint certes une limite de vitesse, mais franchit tous les espaces à sa disposition, pourvu qu'on lui en laisse le temps.

Dans une deuxième remarque, nous pointerons le fait que Newton n'indique que très incomplètement les éléments quantitatifs qui permettent la construction de la figure.

On peut imaginer que la longueur DC est connue par ce qu'elle représente une vitesse limite, mais la hauteur du rectangle EDCH qui représente la force est décisive pour l'obtention du point B. Rien dans le texte ne nous permet de fixer sa valeur. Ce point B est un élément significatif dans les deux ordres de la connaissance du phénomène. Sous l'aspect physique, réel il est le point d'ascension maximum, sous l'aspect symbolique de la représentation c'est lui qui fixe le paramètre de l'hyperbole.

Quoiqu'il en soit de toutes ces difficultés, nous allons procéder par étapes pour s'approprier certains aspects du contenu de ce graphique. La première chose est de relier la situation physique et son évolution, avec les diverses grandeurs qui sont fixes pour certaines et variables au cours du temps pour d'autres. La figure 2 doit être vue dynamiquement.

Soulignons que les segments portés par l'axe DC représentent la vitesse et d'une certaine manière la force<sup>209</sup>, mais ne représentent plus l'espace parcouru, et qu'il va donc falloir le trouver sur un autre élément de ce graphisme. Précisons que le point A est un zéro de vitesse, mais que pour la force c'est C qui un zéro de force. Parvenu à sa vitesse limite le poids est entièrement compensé par la résistance du milieu, le corps est donc soumis à deux forces qui se compensent exactement et peut être considéré comme libre de toute action. Il est donc en mouvement rectiligne uniforme. Cette situation ne se produit que pour un temps infini, c'est une situation limite.

---

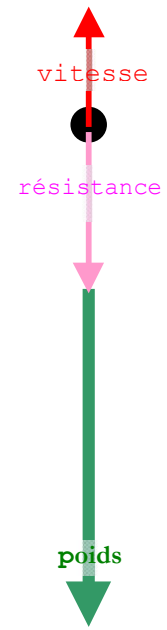
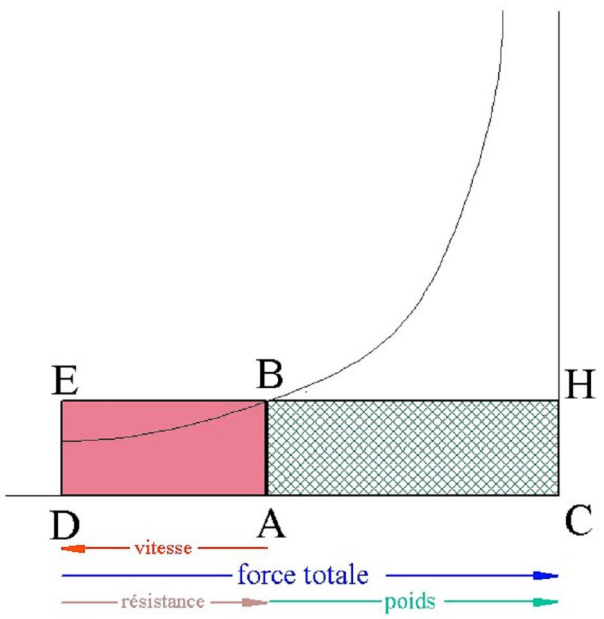
<sup>209</sup> C'est en fait la surface des rectangles qui représentent la force, mais comme leur hauteur est fixe cette surface est proportionnelle au seul côté variable, et donc finalement le côté mesure la force.



Dans la série de graphiques qui suit on notera que la vitesse et la résistance sont toujours opposées l'un à l'autre. La résistance et le poids s'additionnent et sont représentés bout à bout.

1

La vitesse est dirigée vers le haut. La résistance du milieu et le poids s'ajoutent et contrarient le mouvement qui se ralentit très vite



2

La vitesse a diminué, le corps est proche de son altitude maximum. La résistance du milieu est moindre, elle s'ajoute au poids et contrarie ce mouvement qui se ralentit à cause du poids.

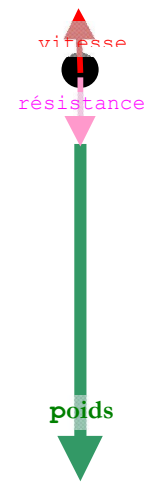
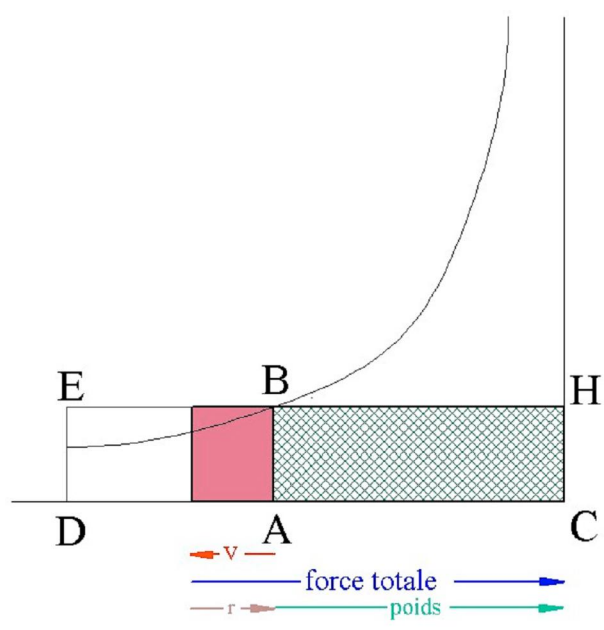
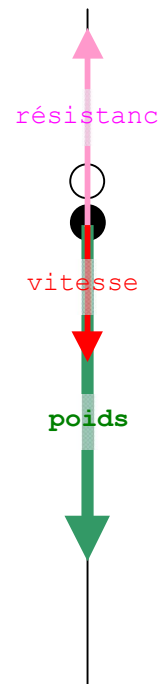
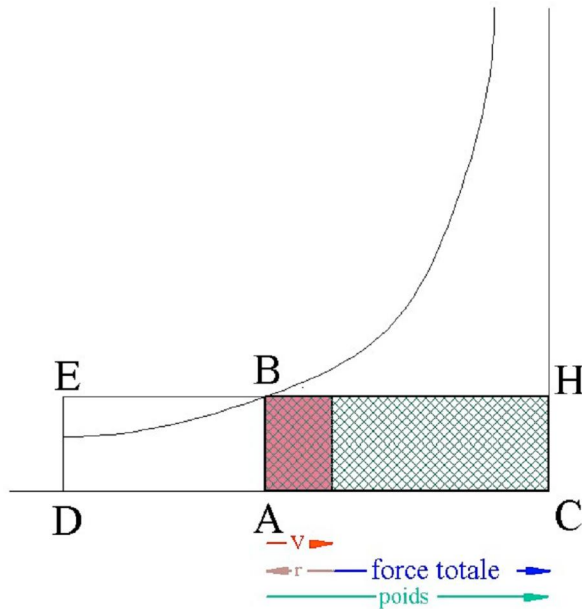


Figure 20 Chute d'un corps dans un milieu résistant (montée)

A partir du graphique 3 le corps descend, la résistance et le poids ne sont plus représentés bout à bout et la force totale n'apparaît plus directement sur le schéma.

**3** La vitesse a changé de sens.  
La résistance du milieu s'oppose au poids, le mouvement s'accélère.



**4** La vitesse a augmenté, le corps est proche de sa vitesse limite. La résistance du milieu est presque égale au poids. Le mouvement est presque à vitesse uniforme.

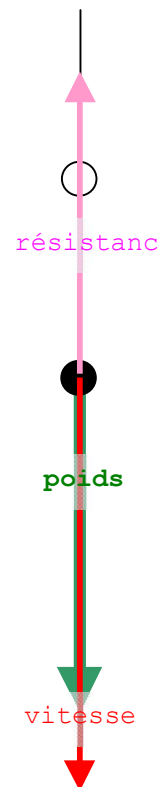
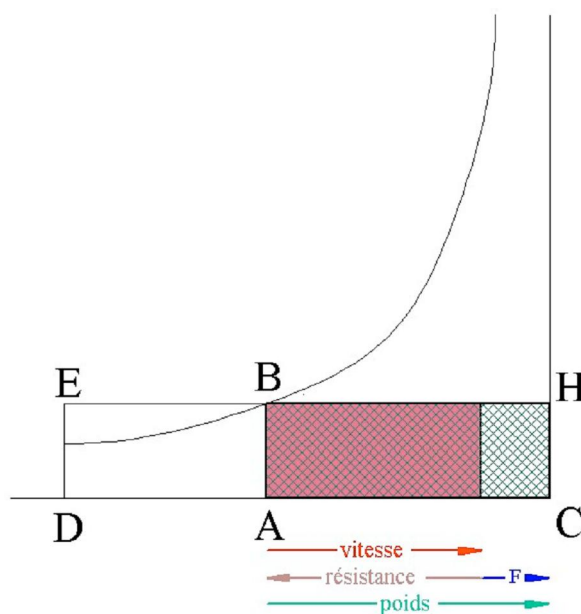


Figure 21 Chute d'un corps dans un milieu résistant (descente)

Il faut maintenant éclaircir la question de la représentation du temps écoulé. Le procédé est du même genre que celui adopté pour la représentation de la proposition 2, mais il ne repose pas sur la même formule.

La deuxième loi du mouvement peut se traduire par la formule :

- ◆ dans le cas d'un choc  $F = \Delta(mV) = m \cdot \Delta V$
- ◆ dans le cas d'une force continue  $\Delta t \cdot F = \Delta(mV) = m \cdot \Delta V$

Pour notre cas il est pertinent de choisir la deuxième formule.

ce qui nous conduit à :  $\Delta t = m \cdot \frac{1}{F} \cdot \Delta V$  dans laquelle il est usuel de considérer

que m vaut 1.

Il est clair que le corps en montant pendant le temps  $DGgd$  parcourra l'espace  $EGge$

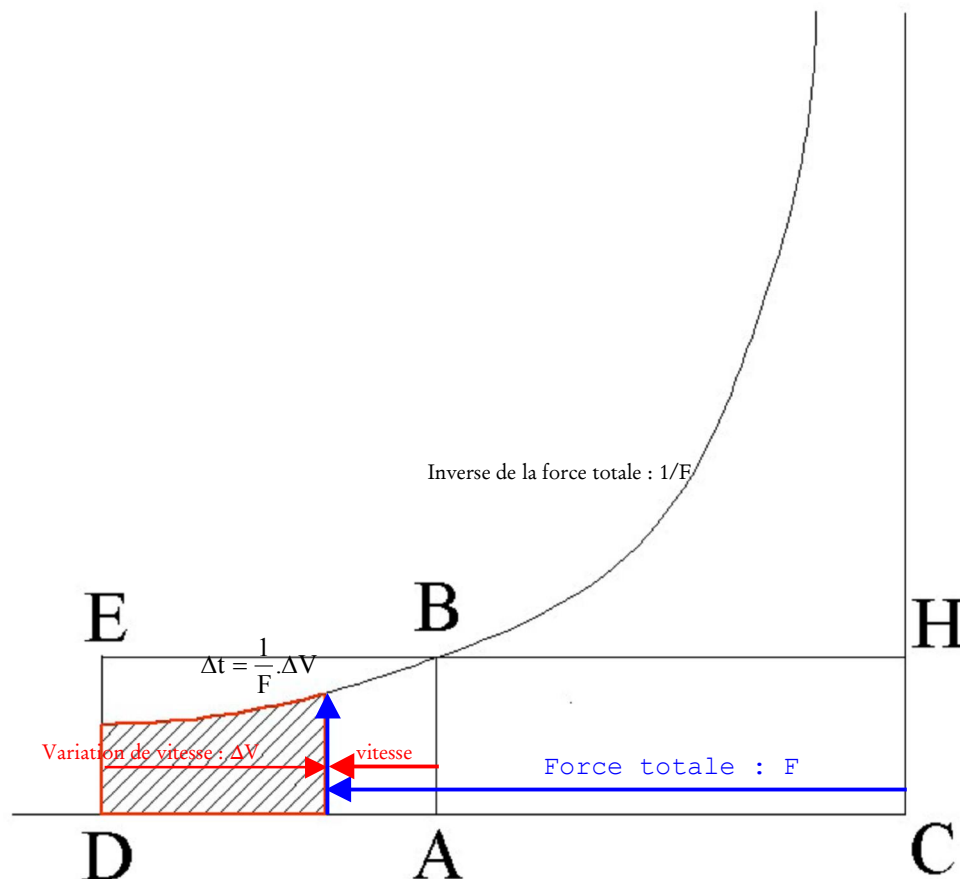


Figure 22 Chute d'un corps dans un milieu résistant signification des différentes zones

La représentation du temps par la surface DGgd semble techniquement analysée de manière significative. Pour la représentation de l'espace par la surface EGge, les éléments d'une compréhension détaillée résistent. On peut se convaincre que cette représentation est pertinente par diverses remarques : par exemple, en constatant que parvenu au point B (point culminant, point de l'inversion de vitesse) l'espace parcouru dans une durée brève est pratiquement nul. La représentation et la connaissance des propriétés de l'hyperbole nous permettent de conclure que l'espace totale croit indéfiniment.

Remarque concernant la réalisation de la figure : Le poids du corps est une donnée de la situation, si l'on fixe une hauteur alors le rectangle représentant ce poids est déterminé, et l'hyperbole aussi, comme figure soutenue par des rectangles égaux en surface.

## 2°) La solution présentée par un tableau de valeurs

Nous allons utiliser un tableau pour suivre pas à pas le calcul. Le fonctionnement de ce tableau présente des similitudes avec la méthode de Newton. Sa réalisation constitue une étape possible de l'appropriation de la démarche newtonienne.

Voici l'état initial reporté dans ce tableau qui régulera et concrétisera notre analyse.

ETAT INITIAL

Date	Lieu	Vitesse en m/s	Force en newton	Incrément d'espace	incrément de vitesse	poids	nouvelle vitesse	Résistance du fluide	nouvelle force
0	0	20	-14 [(-10)+(-4)]			-10			

Tableau 23 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Etat initial

Dans ce tableau, j'ai mentionné des grandeurs algébriques, bien que Newton ne le fasse pas. Sont comptées positivement les grandeurs montantes et négativement les grandeurs descendantes. Si le corps est lancé vers le haut (ce qui est le cas envisagé), la vitesse au départ est donc positive, elle variera en intensité et en signe puisque le corps finira par tomber, la résistance du milieu sera toujours de signe contraire à la vitesse, par contre le poids est constant en intensité et toujours négatif. La résistance du milieu est obtenu en multipliant par 0,2 la valeur de la vitesse.  $20 \times 0,2 = 4$  et la force au début est donc  $[(-10) + (-4)] = -14$ .

Les calculs seront menés avec un pas de temps 0,5 s. L'espace parcouru à 20 m/s pendant 0,5 s est 10 m ; une force de 14 newtons qui agit pendant 0,5 s sur un corps de

masse 1 kg provoque une modification de vitesse de 7 m/s. Le poids est de 10 N ; la nouvelle vitesse :  $20-7=13$  ; la résistance est de "20% de la vitesse" qui est 20 m/s, donc 4N ; la force totale, à la fin des 0,5 s, est  $(-10)+(-4)=-14$ .

Date	Lieu en m	Vitesse en m/s	Force en newton	Incrément d'espace	incrément de vitesse	Poids en newton	nouvelle vitesse	Résistance du fluide	nouvelle force
0	0	20	-14 (10+4)	10	-7	10	13	4	14
0,5s	10	13	14						

Tableau 24 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Premier pas de temps.

Il serait tout à fait possible de simplifier le tableau en supprimant la colonne *nouvelle vitesse* et *nouvelle résistance* puisqu'elles seront reportées dans les colonnes vitesse et force. Cette présentation permet de voir comment cela fonctionne : la vitesse agit sur l'incrément d'espace et détermine la résistance du fluide et la force sur l'incrément de vitesse. Le tableau respecte la notion d'action instantanée au début de l'intervalle de temps, sinon que Newton considère que l'action est instantanée et que la vitesse modifiée par cette action doit être prise en compte dès le premier pas de calcul.

Calculons en détail une nouvelle ligne et nous confierons les calculs suivants à un tableur.

L'espace parcouru à 13 m/s pendant 0,5 s est 6,50 m ; une force de 14 N qui agit pendant 0,5 s sur un corps de masse 1 kg provoque une modification de vitesse de 7 m/s. Le poids est inchangé : -10 ; la nouvelle vitesse :  $13-7=-6$  ; la résistance est de "20% de la vitesse" qui est 13 m/s, donc -2,6 N ; la force, à la fin des 0,5 s, est  $(-10)+(-2,6)=-12,6$ .

Date	Lieu en m	Vitesse en m/s	Force en newton	Incrément d'espace	incrément de vitesse	Poids en newton	nouvelle vitesse	Résistance du fluide	nouvelle force
0	0	20	-14 (10+4)	10	-7	-10	13	-4	-14
0,5s	10	13	-14	-6,50	-7	-10	6	-2,6	-12,6
1s	-16,5	6	12,6						

Tableau 25 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Premiers pas de temps suite.

Dans le tableau qui suit, on pourra suivre en détail les positions du corps qui monte puis redescend à vitesse croissante, jusqu'à atteindre une vitesse maximale. Dans la programmation : le pas de temps, la vitesse initiale, le taux de freinage (auquel nous donnons une valeur arbitraire, n'ayant pas d'indications expérimentales à ce sujet et qui est essentiellement déterminé par la forme du corps) et aussi la masse du corps (donc son poids) ont été considéré comme des paramètres. Il est possible de se livrer à des simulations. Si on imagine un autre corps de même forme mais plus massif (une boule de fonte), on a

l'intuition que l'effet de la résistance sera moins marqué et que la vitesse limite de chute sera assez élevée, tandis que pour une boule de taille identique en polystyrène la vitesse limite sera comparativement assez basse.

TABLEAU DE RÉSULTATS. certains résultats ont été calculé mais supprimé du tableau.

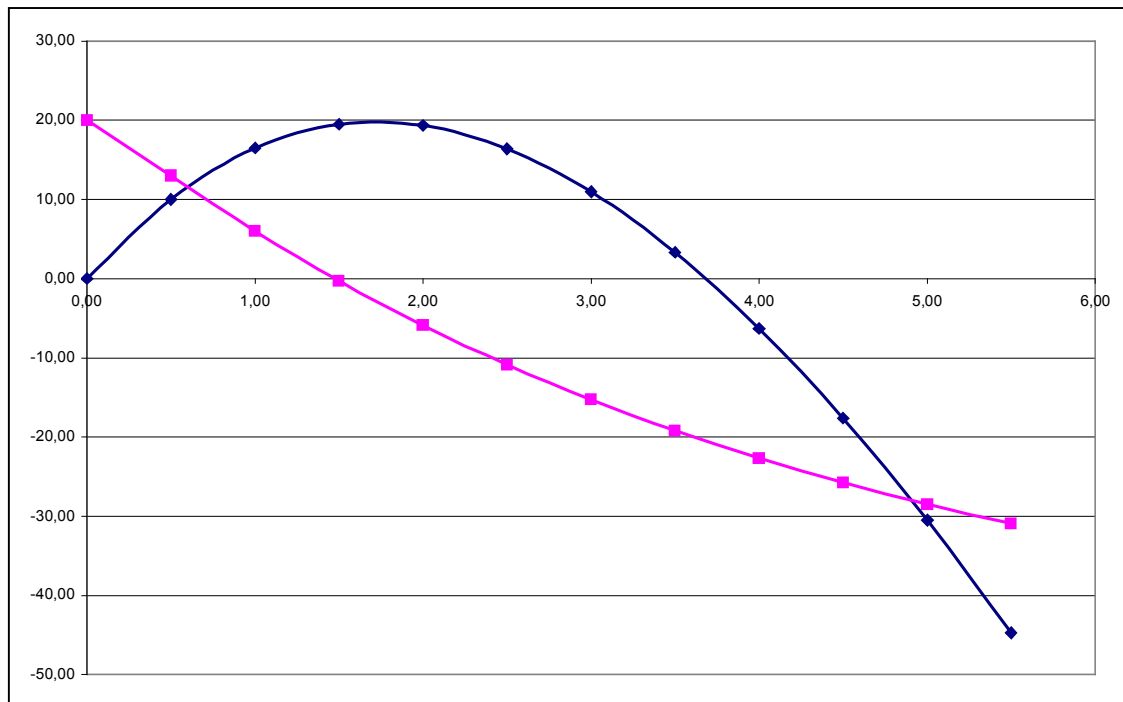
Données initiales						
pas de temps	vitesse initiale	taux de freinage	masse du corps	poids		
0,5	<b>20</b>	0,2	<b>1</b>	-10		
dates	lieux	vitesses	force	incréments d'espace	incréments de vitesse	résistance du fluide
0,00	0,00	20,00	-14,00	10,00	-7,00	-4,00
0,50	10,00	13,00	-14,00	6,50	-7,00	-2,60
1,00	16,50	6,00	-12,60	3,00	-6,30	-1,20
1,50	19,50	-0,30	-11,20	-0,15	-5,60	0,06
2,00	19,35	-5,90	-9,94	-2,95	-4,97	1,18
2,50	16,40	-10,87	-8,82	-5,44	-4,41	2,17
3,00	10,97	-15,28	-7,83	-7,64	-3,91	3,06
3,50	3,33	-19,19	-6,94	-9,60	-3,47	3,84
4,00	-6,27	-22,67	-6,16	-11,33	-3,08	4,53
4,50	-17,60	-25,75	-5,47	-12,87	-2,73	5,15
5,00	-30,48	-28,48	-4,85	-14,24	-2,43	5,70
6,00	-60,17	-33,06	-3,82	-16,53	-1,91	6,61
7,00	-94,18	-36,66	-3,01	-18,33	-1,50	7,33
8,00	-131,59	-39,50	-2,37	-19,75	-1,18	7,90
9,00	-171,68	-41,73	-1,86	-20,87	-0,93	8,35
10,00	-213,88	-43,49	-1,47	-21,75	-0,73	8,70
15,00	-443,74	-48,03	-0,44	-24,02	-0,22	9,61
20,00	-687,64	-49,40	-0,13	-24,70	-0,07	9,88
25,00	-935,80	-49,82	-0,04	-24,91	-0,02	9,96
30,00	-1185,24	-49,95	-0,01	-24,97	-0,01	9,99
35,00	-1435,07	-49,98	0,00	-24,99	0,00	10,00
40,00	-1685,02	-50,00	0,00	-25,00	0,00	10,00
45,00	-1935,01	-50,00	0,00	-25,00	0,00	10,00
46,00	-1985,01	-50,00	0,00	-25,00	0,00	10,00
47,00	-2035,00	-50,00	0,00	-25,00	0,00	10,00
48,00	-2085,00	-50,00	0,00	-25,00	0,00	10,00
49,00	-2135,00	-50,00	0,00	-25,00	0,00	10,00
50,00	-2185,00	-50,00	0,00	-25,00	0,00	10,00

Tableau 26 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Résultats.

On constate que après 35 secondes la situation est stationnaire, la force totale est nulle, la vitesse est constante.

Les graphiques qui suivent permettent de visualiser le phénomène selon les représentations contemporaines, et de mesurer ainsi la différence avec la représentation fournie par les Principia.

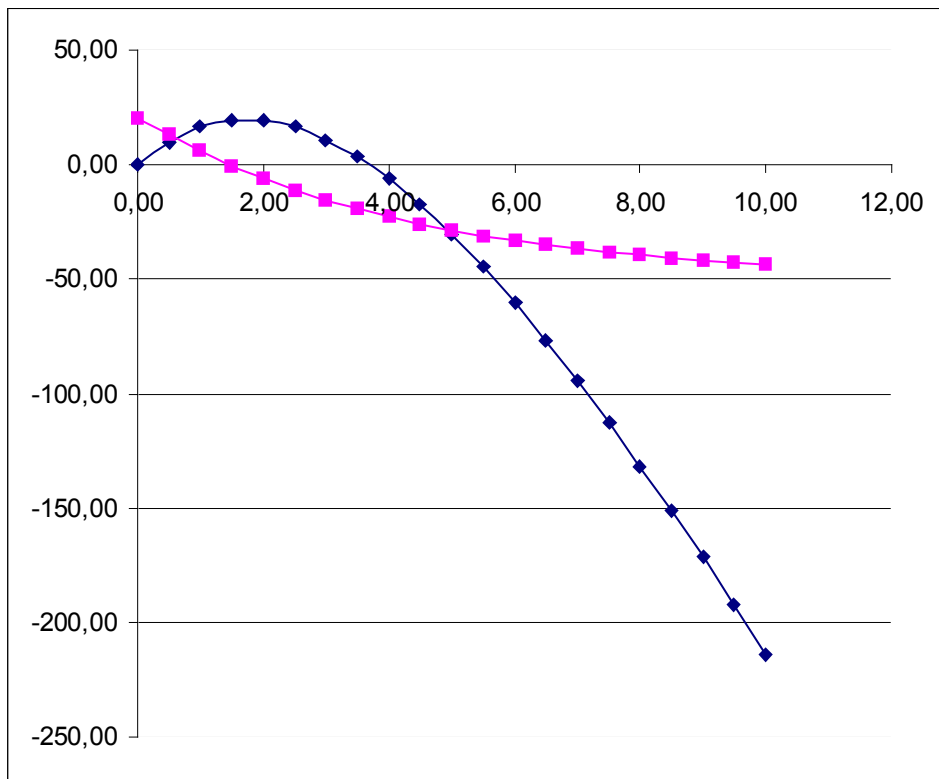
Mouvement de l'objet dans les 5 premières secondes. Attention la courbe bleue n'est pas une trajectoire, elle représente l'altitude du corps et la courbe rose est celle de la vitesse,



graphique 3 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Les 5 premières secondes

on constate que la vitesse est nulle au moment où le corps rebrousse chemin et se met à descendre.

Mouvement de l'objet dans les 10 premières secondes, la vitesse se stabilise à sa valeur limite.



graphique 4 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Les 10 premières secondes



### 3°) La démonstration de Newton

#### a Le contexte euclidien

Newton se réclame d'un savoir ancestral dont Euclide serait le flambeau. La catégorisation des propositions en théorèmes et problèmes, le style et le découpage du texte et la présence exclusive de figures<sup>210</sup> sont des indications claires quant à cette allégeance, même en dehors d'affirmations explicites.

La tradition euclidienne distingue parmi ses propositions les théorèmes et les problèmes. Maurice Caveing<sup>211</sup>, commentant Proclus considère que les problèmes ont pour but de "construire ce qui n'existe pas" alors que celui des propositions est "de constater et démontrer qu'une propriété appartient à un objet". Cette distinction donne un critère de décision mais elle n'est pas une caractérisation infallible, selon la formulation, un théorème peut devenir un problème et vis versa. Un autre critère serait celui de la complexité de la réponse. La solution et la démonstration de cette proposition III (problème I) mobilisent beaucoup d'outils et de concepts, et peut à ce titre renforcer la catégorisation de cette proposition comme problème.

La tradition euclidienne s'astreint à une méthodologie pour la résolution des problèmes. Dans un premier temps, le problème est posé en terme général ; dans un deuxième temps, la solution est décrite avec une instanciation des données ; dans un troisième temps, une démonstration vient prouver au lecteur l'exactitude de la solution, et le tout ponctué par la petite phrase : "ce qu'il fallait faire". Nous parlerons plus loin de la présence de corollaires qui s'ajoutent à cet enchaînement comme des bénéfiques secondaires. Cette procédure laisse dans l'ombre la méthode de recherche de la solution, l'analyse, et suscite chez le lecteur une certaine admiration mais aussi une insatisfaction surtout dans la mesure où le lecteur n'avait aucune intuition quant à cette solution. Finalement, cette méthodologie ne le prépare pas à résoudre d'autres problèmes du même genre, et c'est un

---

<sup>210</sup> Les Principia est un livre de philosophie naturelle, il serait tout à fait cohérent d'y retrouver quelques dessins, schémas ou figures mixtes comme il était d'usage d'en incorporer dans les livres de balistiques, par exemple.

<sup>211</sup> pages 133-137. **Euclide**, *Les Eléments, Livres de I à IV*, Introduction générale, Maurice Caveing, traduction, Bernard Vitrac, PUF (1990).

des reproches que les mathématiciens adresseront à la géométrie euclidienne<sup>212</sup> et c'est également un axe de réforme pour la méthodologie newtonienne.

La Marquise du Châtelet termine l'exposition de la solution du problème par C.Q.F.T (ce qu'il fallait trouver) et la démonstration par C.Q.F.D. Pour le latin nous avons Q.E.I et Q.E.D. Cohen et Koyré dans PNPM en bas de page 354 nous indiquent que la première édition comportait Q.E.D et que Newton l'a corrigée en Q.E.I, ceci nous renforce dans le fait que cette partition en théorème et problème a de l'importance pour Newton.

Pour ce problème I, Newton se conforme globalement au canon euclidien. Après avoir exposé le problème, il expose en détail sa solution, à cette étape de l'exposé rien ne prouve que c'est effectivement la solution. Nous ne sommes pas sûrs que la réponse donnée constitue une solution et il est nécessaire de nous convaincre par une démonstration qui enchevêtre arguments physiques et géométriques le tout porté par une figure qui intervient de manière décisive dans la démonstration. Cependant, la conformité au canon euclidien n'est pas stricte puisque la notion d'infini petit ou grand, largement utilisée par Newton, ne fait pas partie de la tradition euclidienne.

## b La démonstration

Nous utiliserons pour la démonstration le texte français de l'édition Dunod. Par contre la figure est celle de l'édition latine de Cohen et Koyré qui est à la fois plus claire et plus simple.

Car<sup>213</sup> soit divisé le rectangle  $BACH$  en un nombre infini de rectangles  $Ak, Kl, Lm, Mn$ , etc..., qui soient comme les incréments des vitesses en autant de temps égaux; et les rectangles infiniment petits,  $Ak, Al, Am, An$ , etc. seront comme les vitesses totales, et par conséquent (par l'hypothèse) comme les résistances du milieu au commencement de

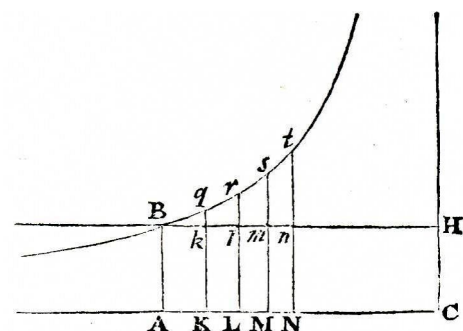


Figure 23 PNPM. page 350

chacun de ces temps égaux.<sup>214</sup>

<sup>212</sup> Nous entendons ici géométrie euclidienne dans le sens de géométrie dans la tradition des *Eléments* d'Euclide

<sup>213</sup> page 176. PMPN-Dunod

<sup>214</sup> page 351. PNPM. *Resolvatur enim rectangulum BACH in rectangula innumera Ak, Kl, Lm, Mn, &c. quae fint ut incrementa velocitatum aequalibus totidem temporibus facta; & erunt nihil, Ak, Al, Am, An &c. ut velocitates totae, atque ideo (per hypothesin) ut refitentiae medii principio singulorum temporum aequalium*

Le rectangle BACH est partagé en une infinité de rectangles qui sont par conséquent chacun infiniment petits. Dans la présentation de la solution, la première indication déclare que le rectangle BACH représente le poids du corps<sup>215</sup>. Partager le poids du corps en une infinité de poids égaux n'a aucun sens physique pour le problème et Newton ne le fait pas. Newton partage un rectangle. De ce fait, le sens physique du partage infini de ce rectangle doit être précisé. Pour ce qui en est de la géométrie pure, le texte ne précise pas la manière de parvenir au résultat, c'est la figure qui suggère la méthode. Pour partager en parties égales un rectangle, il y a de nombreuses possibilités, certaines sont sophistiquées, comme le partage par les diagonales, mais le partage par la longueur du rectangle est tout à fait équivalent géométriquement en difficulté au partage par la largeur. L'équivalence des deux procédures géométriques de partage du rectangle pourrait cependant ne pas être équivalente physiquement. Dans notre cas, il serait plus exact de dire que c'est la longueur AC qui est partagée, puisque c'est important. Nous constatons sur ce cas du partage du rectangle BACH que les indications sont transmises par le texte et par la figure. Notons que Newton n'additionne pas des longueurs infiniment petites pour constituer un segment fini ce qui serait problématique, il partage infiniment une longueur, ce qui d'un point de vue euclidien est pensable. Ce partage n'est pas uniforme il correspond aux vitesses après un partage du temps en instants égaux. La non-uniformité du partage n'est pas signifiée à cet endroit par le texte mais il est apparent sur la figure, les segments AK, KL, LM, MN ne sont pas égaux, nous apprendrons plus loin qu'ils forment une progression géométrique. Pour que les rectangles soient infiniment petits, faut-il que les temps égaux entre eux le soient aussi ? Newton ne le dit pas. Une autre question nous vient donc : pourquoi ne pas avoir proposé de partager le temps total en une infinité de temps égaux. La réponse est que le temps total du mouvement est infini. On voit que la procédure adoptée permet de se débarrasser de la difficulté de considérer le partage infini d'une surface elle-même infinie (la surface délimitée partiellement par l'hyperbole et ses asymptotes).

La figure dans cette affaire soutient le raisonnement et l'intuition. On peut facilement partager un rectangle en deux rectangles égaux, on peut à nouveaux facilement

---

<sup>215</sup> Que la gravité du corps soit représenté par un rectangle quelconque donné BACH, et la résistance du milieu au commencement de son ascension par le rectangle BADE, pris du côté opposé au premier. page 175. PMPN-Dunod

partager chacun de ces deux rectangles en en deux rectangles égaux, on peut ensuite imaginer la répétition à volonté de cette procédure, et ainsi concevoir un partage infini. Par contre, le partage d'une quantité infinie en deux parties égales aboutit sur deux quantités infinies et ainsi de suite. Newton s'affranchit de cette aporie en partageant le rectangle. Nous acceptons que le partage infini selon une progression géométrique est possible. Le partage porte sur une figure géométrique, et pas sur une quantité physique, cette figure est donc bien essentielle au raisonnement, ce n'est pas une illustration, ce rectangle représente d'ailleurs plusieurs grandeurs physiques.

Il y a une certaine difficulté à considérer que les rectangles,  $Ak$ ,  $Al$ ,  $Am$ ,  $An$ , sont infiniment petits. En effet, ensuite la démonstration considère qu'ils représentent les vitesses totales et si les vitesses totales sont toujours infiniment petites le corps ne se déplacera jamais. Quatre rectangles infiniment petits accolés forment un rectangle infiniment petit et, si l'on veut recomposer le rectangle BACH en entier, il faudra bien considérer que l'assemblage d'un certain nombre de rectangles infiniment petits forme un rectangle d'une certaine grandeur finie. On peut argumenter en disant qu'il faut en ajouter une infinité et que c'est le sens qu'il faut donner au *etc.*

Il faudra également justifier la légitimité de reporter sur le même segment (rectangle) les forces et les vitesses. L'hypothèse de résistance (proportionnalité de résistance et de la vitesse) entraîne que ces rectangles représentent aussi la force de résistance du fluide à l'avancement. Nous verrons plus loin qu'une indication de Newton nous semble relever de cette nécessaire harmonisation.

Soit<sup>216</sup> fait  $AC$  à  $AK$  ou  $ABHC$  à  $ABkK$ , comme la force de la gravité à la résistance dans le commencement du second temps, et soient les résistances soustraites de la force de la gravité, les restes  $ABHC$ ,  $KkHC$ ,  $LIHC$ ,  $MmHC$ , etc. seront comme les forces absolues par lesquelles le corps est pressé au commencement de chacun de ces temps, et par conséquent (par la seconde Loi du mouvement) comme les incréments des vitesses, c'est-à-dire, comme les rectangles  $Ak$ ,  $Kl$ ,  $Lm$ ,  $Mn$ , etc. c'est-à-dire,

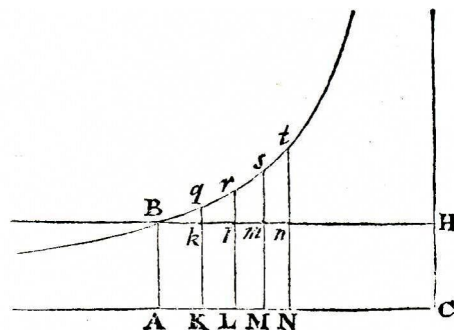


Figure 24 PNPM. page 350

<sup>216</sup> page 176. PMPN-Dunod. La figure de PMPN-Dunod n'est pas claire aussi nous avons accompagné le texte par celle PNPM sur laquelle on voit que les intervalles ne sont pas égaux.

(Lemme 1. du Livre II.) en progression géométrique<sup>217</sup>.

La représentation conjointe sur la même droite ou par les mêmes surfaces de plusieurs grandeurs d'espèces différentes mais physiquement corrélées n'est pas légitime sauf en cas de proportionnalité. Ainsi la représentation sur la même droite de la vitesse d'un corps et de la résistance à l'avancement dans le cadre de la section I (hypothèse de proportionnalité de résistance et de la vitesse) est possible mais cette méthode de représentation ne le sera plus dans la section II. Pour notre cas nous comprenons la phrase : *Soit fait AC à AK ou ABHC à ABkK, comme la force de la gravité à la résistance due à une autre sorte de précaution.* Le partage du rectangle BACH a été réalisé par les incréments de vitesse, mais ces rectangles vont aussi représenter des forces et se composer avec la gravité représentée par ce rectangle : il y aurait une nécessité d'harmoniser les deux représentations. Ceci étant convenu, les rectangles *ABHC, KkHC, LIHC, MmHC* représentent les forces absolues.

Le raisonnement doit nous conduire à ce qu'une certaine suite soit géométrique, pour cela il faut prouver que la suite en question est proportionnelle à la suite de ses différences. Plusieurs suites sont candidates à cette recherche, la suite des lieux, la suite des vitesses, la suite des forces totales. Ces trois suites sont liées entre elles de différentes manières : par une définition (vitesse - lieu), par l'hypothèse de résistance propre à la section I (vitesse absolue - force de résistance et pas vitesse absolue - force totale), par les lois du mouvement (force totale - incréments de vitesse et pas force totale - vitesse).

Le raisonnement de Newton conduit à une réponse juste, il possède une certaine fulgurance qui élude des étapes que nous allons restituer. Ces forces absolues sont les causes des incréments de vitesses selon une loi de proportionnalité (loi II du mouvement). Les forces de résistance sont proportionnelles aux vitesses (hypothèse particulière de la section I). Les incréments de ces forces de résistance sont donc proportionnels aux incréments des vitesses. De plus, ces incréments des forces de résistance sont égaux aux incréments des forces absolues. Finalement, la suite des forces absolues est proportionnelle à la suite de

---

<sup>217</sup> page 351. PNPM. Fiat *AC* ad *AK* vel *ABHC* ad *ABkK* ut vis gravitatis ad resistentiam in principio temporis secundi, deque vi gravitatis subducantur resistentiae, & manebunt *ABHC, KkHC, LIHC, MmHC*, &c. ut vires absolutae quibus corpus in principio singulorum temporum urgetur, atque ideo (per motus legem II.) ut incrementa velocitatum, id est, ut rectangula *AK, KI, Lm, Mn*, &c. & propterea (per lem. I. lib. II.) in progressionem geometricam.

leurs incréments. Par le lemme I de la section I du livre II la suite des incréments (de vitesse et de force), Ak, Kl, Lm, Mn est une suite géométrique. Le partage irrégulier du segment AC par les points K, L, M, N ... est ainsi justifié et soumis à une règle précise. Nous insistons sur le fait qu'il s'agit d'un partage en un nombre infini de rectangles qui ne sont pas égaux entre eux, mais qui sont tout de même liés entre eux par une règle de construction (suite géométrique). Newton ne détaille pas autant la chaîne des proportionnalités. La figure porte comme une évidence la proportionnalité des incréments de vitesses (donc de force absolue) et des **forces absolues** (par l'égalité de leurs représentation) mais l'hypothèse physique de résistance déclare simplement la proportionnalité de la vitesse et de la **force de résistance**. Il ne nous semble pas absolument sûr que ce résultat soit le fruit d'un raisonnement. Nous voulons dire par là qu'il est possible que Newton ait une intuition physique de la réponse et qu'ensuite il produise un raisonnement mathématique pour le justifier (comme pour la loi des aires). Ce qui lui importe c'est d'arriver au résultat que la suite est géométrique et que, par ce fait, il va obtenir un partage de la surface sous l'hyperbole en une infinité de surfaces égales. C'est ce qui est dit dans le paragraphe suivant. Il nous semble difficile de conduire, par un texte, un raisonnement par chaîne de proportionnalités en argumentant précisément chaque proportionnalité. Nous allons reprendre notre raisonnement par un tableau où chaque proportionnalité sera justifiée et par lequel il sera possible de constater ce qui dépend de principes généraux, d'hypothèses particulières mais aussi d'arithmétique.

Force absolue	Différence entre le poids (constant) et la force de résistance. La suite des forces absolues est décroissante.	ABHC KkHC LIHC ...
Loi II du mouvement, loi générale à tous les mouvements		
Incrément de vitesse absolue	La vitesse absolue augmente mais de moins en moins, la suite des AK, KL est décroissante	AK, KL, LM, MN, ...
Hypothèse de résistance, particulière à notre problème et à toute la section I. En fait l'hypothèse de résistance ne porte pas sur les incréments mais sur les grandeurs elles même, la proportionnalité des deux grandeurs autorise à les représenter par le même objet géométrique. Cette représentation absorbe l'hypothèse et la rend évidente sur le graphique ce qu'elle n'est pas. Elle <sup>218</sup> occulte le passage de la proportionnalité des grandeurs à celle de leurs incréments.		
Incrément des forces de résistance	La force de résistance augmente, mais son augmentation diminue	AK, KL, LM, MN, ...
Les forces <sup>219</sup> de résistance et les forces absolues pour notre cas diffèrent d'une constante, le poids et donc les suites des incréments sont égales.		
Incrément des forces absolues		

Tableau 27

Nous insistons sur le fait que la suite des vitesses n'est pas géométrique bien que la suite de ses différences le soit. Le texte newtonien nous incite à commettre cette erreur.

Prolongeant<sup>220</sup> donc les droites *Kk, Ll, Mm, Nn*, etc... jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'hyperbole en *q, r, s, t*, etc. ... ; les aires *ABqK, KqrL, LrsM, MstN*, etc. seront égales, et par conséquent elles seront toujours proportionnelles, tant aux temps qu'aux forces de la gravité qui sont toujours égales<sup>221</sup>.

Newton a obtenu le partage en zones égales, ces zones vont être considérées comme représentant à la fois le temps mais aussi le poids du corps, il faut se souvenir que le poids du corps est déjà représenté par le rectangle BACH.

Or<sup>222</sup> l'aire *ABqK*, (Cor. 3. Lemme 7. et 8. du Livre I.) est à l'aire *Bkq* comme *Kq* à  $\frac{1}{2}kq$ , ou comme *AC* à  $\frac{1}{2}AK$ , c'est-à-dire, comme la force de la gravité à la résistance dans le milieu du premier temps. Et par le même raisonnement, les aires *qKlr, rLMs, sMNt*, etc. sont aux aires *qklr, rlms, smnt*, etc. comme les forces de la gravité aux résistances dans le milieu du second temps, du troisième, du quatrième, etc.

Les lemmes 7 et 8 du livre I font partie de la première section dans laquelle Newton expose la méthode des premières et des dernières raisons. Nous retranscrivons ci-dessous ces deux lemmes bien que le recours à ceux-ci, pour justifier les affirmations, ne nous paraisse pas aller de soi.

<sup>218</sup> Si deux suites sont proportionnelles, les deux suites de leurs différences sont aussi proportionnelles.

<sup>219</sup> Si deux suites (a) et (b) diffèrent d'une constante les deux suites (Δa) et (Δb) de leurs différences sont identiques. Les deux suites, (a) et (b), cependant n'ont aucune raison d'être proportionnelles. Ceci est le cas des suites des forces absolues et des forces de résistance qui ne diffèrent que du poids du corps.

<sup>220</sup> page 176. PMPN-Dunod.

<sup>221</sup> pages 351-352. PNP. Quare si rectae *Kk, Ll, Mm, Nn*, &c. productae occurrant hyperbolae in *q, r, s, t*, &c. erunt areae *ABqK, KqrL, LrsM, MstN*, &c. aequales, ideoque tum temporibus tum viribus gravitatis semper aequalibus analogae.

## LEMME VII

Les<sup>223</sup> mêmes choses étant posées, la dernière raison qu'ont entre elles l'arc, la corde et la tangente, est la raison d'égalité.

## LEMME VIII

Si les droites données AR, BR, l'arc ACB, la corde AB, et la tangente AD, forment trois triangles RAB, RACB, RAD, et que les points A et B s'approchent l'un de l'autre : ces triangles, qui s'évanouiront, seront à la fin semblables, et leur dernière raison sera la raison d'égalité.

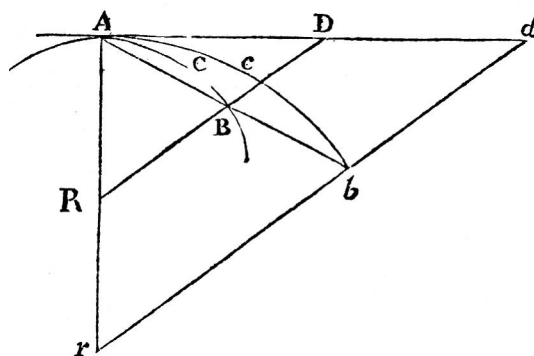


Figure 25

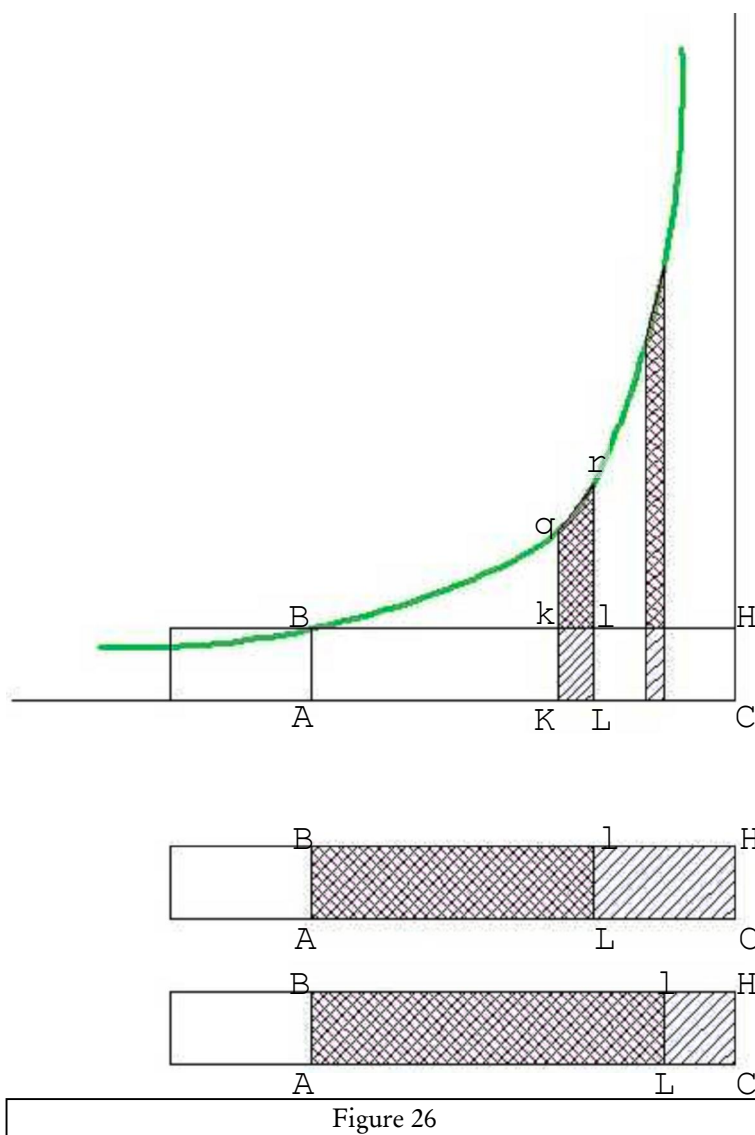
L'invocation de ces deux lemmes de la section I semble indiquer que la propriété de l'hyperbole invoquée est infinitésimale. Nous n'avons pas approfondi le fait que ces deux lemmes sont décisifs. Une méthode constituerait à recourir à l'analyse moderne en utilisant des outils de la théorie des fonctions et de l'intégration. Nous ne l'avons pas entrepris. Cependant nous allons fournir la possibilité d'une compréhension qualitative de la proposition en argumentant sur une figure.

<sup>222</sup> page 176. PMPN-Dunod

<sup>223</sup> Idem page 27 le lemme 7 fait référence au lemme 6 ("les mêmes choses étant posées") qui est accompagné d'une figure dont l'interprétation nous semble délicate.



Sous l'hyperbole, nous avons tracé deux trapèzes, l'un annoté  $qKLr$ , l'autre n'est pas annoté mais ils sont équivalents dans le raisonnement. Etant de surfaces égales ils représentent des temps égaux mais aussi le poids (constant). Ce poids est représenté principalement sur la figure par le rectangle  $BACH$  que nous avons représenté décalé en dessous deux fois. Newton démontre le fait que la proportion entre  $qKLr$  et  $qklr$  est égale à celle entre  $BACH$  et  $BAl$ . Nous n'avons pas repris en détail son argumentation, mais nous voyons que lorsque le temps évolue la proportion change pour aboutir finalement à ce que le rectangle  $BAl$  soit égal au rectangle  $BACH$  ce qui correspond pour les trapèzes sous l'hyperbole à ce que le trapèze  $qklr$  soit "infiniment" prépondérant sur le trapèze  $qKLr$ . Si nous décidons que  $qKLr$  représente le poids, alors  $qklr$  représente la force de résistance qui est proportionnelle à la vitesse. Donc, nous pouvons considérer que les trapèzes  $qklr$  représentent les vitesses et l'espace parcouru avec cette vitesse pendant les incréments de temps qui ont été choisis tous égaux entre eux au début de la procédure. En cumulant tous



les trapèzes  $qKLr$ , nous obtenons le temps total ; en cumulant tous les trapèzes  $qklr$ , nous obtenons l'espace parcouru pendant ce temps.

Donc<sup>224</sup> les aires égales  $BAKq$ ,  $qKLr$ ,  $rLMs$ ,  $sMNt$ , etc. étant proportionnelles aux forces de la gravité, les aires  $Bkq$ ,  $qklr$ ,  $rlms$ ,  $smnt$ , etc. seront proportionnelles aux résistances dans les milieux de chacun des temps, c'est-à-dire, (par l'hypothèse) aux vitesses, et par conséquent aux espaces décrits. Soient prises les sommes de ces quantités proportionnelles, et les aires  $Bkq$ ,  $Blr$ ,  $Bms$ ,  $Bnt$ , etc. seront proportionnelles à tous les espaces décrits, de même que les aires  $ABqK$ ,  $ABrL$ ,  $ABsM$ ,  $ABtN$ , etc. le seront aux temps. Donc le corps en descendant dans un temps quelconque  $ABrL$  décrit l'espace  $Blr$ , et dans le temps  $LrtN$  l'espace  $rlnt$  (C.Q.F.D.).

Nous pouvons nous poser la question de la nécessité de retrouver la représentation des vitesses absolues, donc des déplacements, par les aires  $Bkq$ ,  $qklr$ ,  $rlms$ ,  $smnt$ , etc. alors que ces vitesses sont déjà représentées de manière directe par les rectangles  $BAKk$ ,  $BALL$ ,  $BAMm$ , etc. L'inadéquation de la représentation des espaces par les rectangles  $BAKk$ ,  $BALL$ ,  $BAMm$ , etc... est celui de la superposition partielle de ces rectangles et, en conséquence, le cumul des surfaces qui représentent l'espace total parcouru n'apparaît pas. Newton a donc recours à une manipulation experte pour que la figure donne à voir l'intégralité des paramètres du mouvement.

#### 4°) Conclusions

##### a Conclusion

Le suivi de la démonstration nous a permis d'observer la méthode géométrique de Newton. Nous pensons que cette démonstration est le résultat d'une double intuition. Newton conduit son argumentation à la fois par le phénomène physique et par la figure. Nous concédons à Newton une expertise dans l'invocation de propriétés de l'hyperbole qui vient juste à propos pour représenter de manière pertinente la propriété physique.

Nous constatons la difficulté de la démonstration mais surtout la difficulté de généraliser une telle méthode, il n'y a pour ainsi dire rien d'automatique ou qui va de soi.

A la fin de la procédure, la figure donne effectivement tous les paramètres du mouvement : espace parcouru, vitesse, résistance du fluide à chaque instant. Cependant, la lecture de la figure demande des explications. Certaines informations sont redondantes, de

---

<sup>224</sup> page 176. PMPN-Dunod.

nombreuses grandeurs géométriques possèdent plusieurs significations et certaines grandeurs physiques sont représentées plusieurs fois.

Dans cette démonstration, Newton n'a en fait traité que le cas du corps qui descend, il annonce que la démonstration pour le mouvement en remontant est du même genre.

Et<sup>225</sup> c'est la même démonstration pour le mouvement en remontant (C.Q.F.D.).

Cette manière de procéder est conforme à la tradition euclidienne dont Newton se réclame. Maurice Caveing nous signale que cette simplification est effectivement présente dans les éléments d'Euclide.

L'usage<sup>226</sup> d'Euclide est de ne traiter qu'un seul cas, en principe le plus difficile, les autres étant laissés aux lecteurs.

## b Corollaires

Cette proposition est suivie de quatre corollaires. Ce type d'exposition est aussi conforme d'une certaine manière à la tradition euclidienne. La lecture de Maurice Caveing nous permet de préciser à la fois le sens et la mise en forme effectivement présentes dans les *Éléments d'Euclide*.

*porisme* <sup>227</sup>: ce terme, dont nous avons vu un premier emploi dans le titre de l'un des ouvrages perdus d'Euclide, est utilisé autrement dans les *Éléments*. Vulgairement le mot désigne un moyen de réaliser un gain. Proclus explique qu'il désigne une proposition qui se révèle à la suite de la démonstration d'une autre, sans qu'on se soit proposé de la démontrer elle-même, et qui constitue une sorte de gain accidentel obtenu par surcroît, une aubaine. En fait il s'agit plutôt d'une forme modifiée de la conclusion obtenue, comme le remarque Heath, que d'une proposition distincte ; aussi bien le porisme est-il énoncé par Euclide avant la formule : «ce qu'il fallait démontrer» ou «faire». On peut traduire par «corollaire».

Nous constatons que Newton lui énonce ses corollaires après la démonstration. La liste est parfois très longue. Cela lui permet de ne pas répéter toute la mise en place des éléments de la situation et d'énoncer des résultats sans démonstration véritable.

*Cor.* 1. Donc la plus grande vitesse que le corps peut acquérir en descendant est à la vitesse acquise dans un temps quelconque donné, comme la force donnée de la gravité par laquelle ce corps est continuellement pressé, est à la force de la résistance qui s'oppose à cette force à la fin de ce temps.

---

<sup>225</sup> page 176. PMPN-Dunod.

<sup>226</sup> page 140. Euclide, *Les Éléments, Livres de I à IV*, Introduction générale, Maurice Caveing, traduction, Bernard Vitrac, PUF (1990).

<sup>227</sup> Idem pages 139-140.

Par ce corollaire, Newton montre comment évaluer la vitesse limite. Il nous semble que ce corollaire restaure un sens expérimental à l'étude proposée dans ce problème. Quand un corps tombe sa vitesse n'augmente pas indéfiniment. Nous savons que la force de la gravité n'étant autre que le poids, il est facile de la connaître empiriquement ; par contre, la connaissance par la mesure de la résistance nous semble impraticable. Cette invocation de la réalité nous apparaît comme plus conceptuelle que réelle.

Les 3 corollaires qui suivent s'enchaînent et aboutissent à un énoncé dont la justification et l'enjeu ne nous paraissent pas évidents. En effet, l'espace parcouru est déjà connu de manière déductive par la démonstration et représenté par la figure.

*Cor. 2.* Or le temps étant augmenté en progression arithmétique, la somme de cette plus grande vitesse, et de la vitesse dans l'ascension, ainsi que leur différence dans la descente, décroît en progression géométrique.

*Cor. 3.* Et de même les différences des espaces qui sont décrits dans les différences égales des temps, décroissent dans la même progression géométrique.

*Cor. 4.* Mais l'espace décrit par le corps est la différence des deux espaces dont l'un est comme le temps pris depuis le commencement de la descente, et l'autre comme la vitesse, lesquels espaces sont égaux entre eux au commencement du mouvement.

### c Remarques

La lecture directe de la figure est censée nous fournir tous les renseignements que nous voulons connaître sur le mouvement. Cependant, cela nécessite certaines précautions. Aucun axe ne doit être lu comme une trajectoire. Lorsque le regard parcourt le graphique de gauche à droite en suivant un point de l'axe horizontal, cela correspond dans la réalité à un mouvement de montée et de descente du corps, un certain point indivisible de la réalité spatiale peut se trouver ainsi représenté deux fois séparément sur le graphique. L'aspect diagrammatique de la figure est déjà présent chez Galilée puisque l'axe vertical descendant ne représente pas la trajectoire du corps qui tombe et que l'espace parcouru est signifié par une surface. Mais dans le cas présent, il nous semble que Newton pousse le procédé à ses limites : le poids constant du corps est représenté par le rectangle fixe BACH mais aussi par une série infinie de trapèzes sous l'hyperbole, tous différents, et cette intrication des représentations se produit pour d'autres grandeurs physiques. Bien que la figure soit censée

rendre visible et pour ainsi dire accessible globalement et directement tous les paramètres du phénomène, il n'y a cependant pas de possibilité pour une lecture naïve.

Nous voulons aussi signaler que le problème du partage en rectangles infiniment petits du rectangle BACH placé sous la dépendance du partage problématique d'un temps infini, peut être contourné. Il suffirait de proposer un partage du temps total (infini) en instants petits mais finis (1/10 de seconde). Ceci induit tout de même un partage du rectangle BACH en une infinité de rectangles. Certaines relations de proportionnalité deviennent par ce choix simplement approchées, il est alors possible de raffiner le partage temporel, passer du 1/10 au 1/100 au 1/1000 etc. pour aboutir à une résolution exacte. Il est possible de lire le raisonnement newtonien dans ce sens.

## **VI ] Etude de la proposition IV problème II**

1°) Enoncé et description de la réponse.

Comme la proposition III la proposition IV est un problème. Le premier critère évoqué par Caveing considérant que le but d'un problème n'est pas de prouver une propriété mais de construire un objet est ici effectif puisque la trajectoire du corps n'existera qu'après la résolution du problème.

### PROPOSITION IV- PROBLÈME II

*Supposant que la force de la gravité soit uniforme dans quelque milieu homogène, et qu'elle tende perpendiculairement au plan de l'horizon, trouver le mouvement d'un projectile dans ce même milieu, en supposant que la résistance soit proportionnelle à la vitesse.*

Nous constatons que Newton parle de *trouver le mouvement* et pas simplement la trajectoire. Une trajectoire peut être décrite de plusieurs manières par un mobile. Le but de ce problème est de déterminer : bien sûr, les différents lieux, mais aussi les temps dans lesquels ces lieux sont atteints et également les vitesses et les forces qui ne peuvent pas non plus se lire sur une trajectoire.

Conformément à la méthodologie euclidienne, après la formulation du problème, vient l'exposé de la solution conclut par : C.Q.F.T , ensuite, la preuve conclut par : C.Q.F.D et enfin quelques corollaires comme autant de bénéfices secondaires mais qui, pour certains, nécessiteront tout de même une nouvelle démonstration.

## 2°) La solution.

Conformément à la tradition euclidienne, la construction de la figure est décrite d'une manière mixte par le texte et par le dessin. Le texte vient affirmer ce qui dans la figure est donné par la situation. Certaines particularités de la figure sont accidentelles, comme l'égalité des composantes horizontale et verticale de la vitesse, bien que cela apparaisse sur la figure cela n'est pas spécifié dans le texte. Cependant cette égalité de ces deux composantes sera un élément de la construction effective de la figure. La solution commence par évoquer une projectile, la figure renvoie donc à l'espace physique, ce que ne faisait pas la figure du problème I. Cette figure va donc représenter simultanément des lieux et des quantités physiques non spatiales, comme les vitesses<sup>228</sup>, les temps, les forces et les variations de chacune de ces quantités.

Nous allons suivre pas à pas la construction en proposant différentes étapes.

1) Malgré une apparente similarité avec les figures des propositions II et III, la figure se situe dans un autre registre. L'espace physique du phénomène est structuré par la verticale et l'horizontale qui ne sont pas des catégories euclidiennes.

Qu'un<sup>229</sup> projectile parte d'un lieu quelconque  $D$ , selon une ligne droite quelconque donnée  $DP$ , et que la vitesse au commencement du mouvement soit exprimée par la ligne  $DP$ . Que<sup>230</sup> du point  $P$  à la ligne horizontale  $DC$ , on abaisse la perpendiculaire  $PC$ ,

$D$  est un point qui représente un lieu physique,  $DP$  désigne une droite (l'axe du canon) et aussi un segment qui représente une vitesse. Le point  $P$  n'a pas le même statut que le point  $D$ , le projectile n'ira jamais jusqu'à  $P$  même virtuellement.

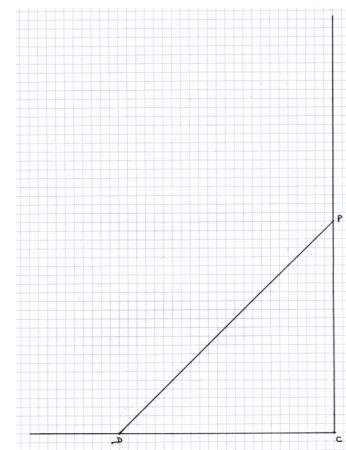


Figure 27

Ensuite nous construisons les axes  $DC$  et  $PC$  horizontal et vertical qui passent par ces deux points. Les segments  $[DC]$  et  $[CP]$  représentent les composantes de la vitesse selon les deux directions physiques horizontale et verticale (Newton ne parle pas de verticale mais de perpendiculaire à l'horizontale). Nous avons choisi ces deux composantes égales comme

<sup>228</sup> Le cas de la vitesse est un peu particulier puisque qu'une vitesse se représente par le déplacement que le corps ferait dans un certain temps si la vitesse restait constante.

<sup>229</sup> page 177. PMPN-Dunod pour le texte et pages 353 et 357. PNPM. pour la figure.

cela apparaît sur la figure de l'ouvrage<sup>231</sup>. Sur ces deux axes l'unité de vitesse est d'une certaine manière déterminée. Notons que le segment [DC] représentera aussi l'espace maximal que le projectile pourra parcourir sur l'horizontale.

2) Nous allons maintenant placer le point A sur (DC).

et qu'on coupe DC en A de sorte que  $DA^{232}$  soit à CA comme la résistance du milieu produite par le mouvement en hauteur est à la force de gravité dans le commencement du mouvement, ...

Le placement sur (DC) du point A est déterminé par les conditions initiales. Le point A est placé de telle manière que le segment [DA] représente la résistance et que le segment [AC] le poids. Ceci correspond à la représentation adoptée pour la proposition III. Nous plaçons ce point avec l'idée que cela a la signification physique présentée juste auparavant. Pour notre figure<sup>233</sup> nous avons adopté ce qui semble être le choix de Newton à savoir l'égalité du poids du projectile et de la force de résistance au déplacement vertical. Le point A est placé au milieu de [DC].

Newton donne une deuxième manière de placer le point A. Ce qui constructivement n'a aucun enjeu, nous avons une procédure précise pour placer ce point nous n'avons aucun besoin d'en avoir une deuxième.

ou<sup>234</sup>, (ce qui est la même chose) que le point A soit pris en sorte que le rectangle sous DA et DP, soit au rectangle sous AC et CP comme toute la résistance au commencement du mouvement est à la force de la gravité.

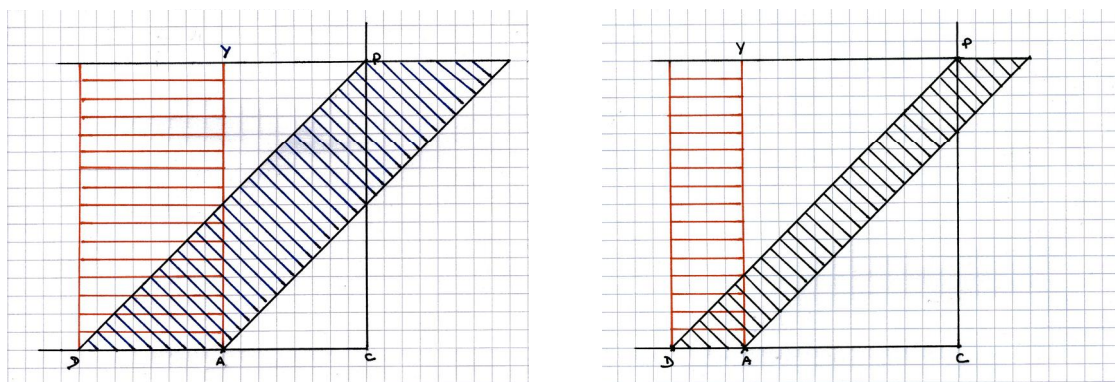


Figure 28

<sup>230</sup> A puncto P ad lineam horizontalem DC demittatur perpendicularum PC, ... page 353 . PNPM

<sup>231</sup> nous avons réalisé d'autres figures avec d'autres instanciation des données initiales, cela conduit à des figures sur lesquelles des points distincts se superposent presque. Dans ces conditions, la figure ne permet plus de comprendre le raisonnement.

<sup>232</sup> L'édition Dunod comporte ici une erreur il est noté DC au lieu DA.

<sup>233</sup> Un autre choix rend la figure également confuse.

<sup>234</sup> page 177. PMPN-Dunod.

Nous proposons deux placements différents du point A avec les représentations des rectangles (parallélogramme) et leurs versions redressées.

La figure construite sous les côtés DA et DP est selon la terminologie actuelle est un parallélogramme. Ce parallélogramme hachuré en noir a la même surface que le rectangle hachuré en rouge construit sous DA et AY (ou PC). Nous avons réalisé deux figures une pour laquelle A partage le segment [CD] dans le rapport 1/2 et l'autre 1/4. Nous constatons que la proportion entre les surfaces est bien celle d'entre les segments.

3) Il s'agit ensuite de construire une hyperbole, le procédé de construction n'est pas indiqué. Il est possible de construire cette hyperbole par un système de rectangles égaux en surface. Newton appelle l'hyperbole par des points qui ne sont pas encore défini, il faut comprendre que l'on trace une hyperbole que cette hyperbole coupera des lignes définies qui fourniront les points qui servent à nommer cette hyperbole. Cette manière de procéder qui pourrait être problématique, permet de raccourcir la description. Le fait de tracer

effectivement la figure nous assure qu'elle ne contient pas de cercle vicieux.

Cela<sup>235</sup> fait, soit décrite une hyperbole quelconque  $GTBS$  entre les asymptotes  $DC$ ,  $CP$ , laquelle coupe les perpendiculaires  $DG$ ,  $AB$  en  $G$  et en  $B$ , et soit achevé le parallélogramme  $DGKC$ , dont le côté  $GK$ , coupe  $AB$  en  $Q$ .

4) Avant de terminer la construction le texte nous demande de construire un segment extérieur à la figure.

Soit<sup>236</sup> prise la ligne  $N$  dans la même raison à  $QB$  que  $DC$  à  $CP$  ;

Le choix de la longueur  $N$  est fait afin de respecter la proportion entre les deux composantes de vitesses. Pour notre figure il s'agit de l'égalité, nous avons donc pris  $N$  égale à  $QB$ . D'une manière générale nous avons

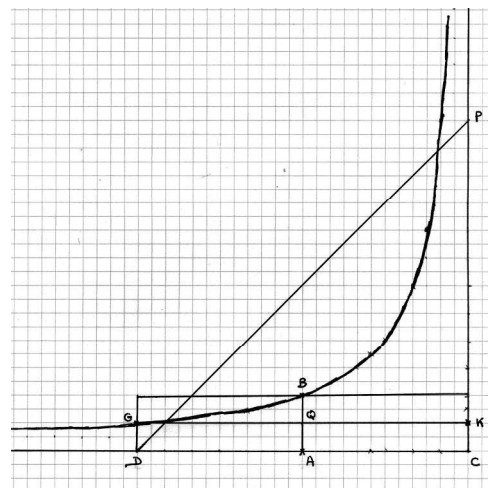


Figure 29

<sup>235</sup> page 177. PMPN-Dunod.

<sup>236</sup> ibidem





$$\frac{tGT}{N} + \frac{GTIE}{N} = \frac{GEIt}{N} = \frac{QB \times Gt}{QB \times \frac{DC}{CP}} = \frac{Gt \times CP}{DC}. V \text{ étant situé sur DP par le théorème de}$$

Thalès nous avons  $\frac{CP}{DC} = \frac{VR}{DR}$  et comme  $DR = Gt$  nous obtenons l'égalité attendue à savoir :

$$\frac{tGT}{N} + \frac{GTIE}{N} = VR$$

Il suffirait de répéter cette procédure pour obtenir d'autres points, ceci autant de fois que l'on veut.

Newton ensuite décrit des résultats. Il donne le point culminant de la trajectoire il précise que la droite (PC) constitue une limite spatiale que le projectile ne dépassera jamais et il donne une manière de connaître la vitesse en tout point de la courbe. Il reste le fait que l'on ne sait pas les dates aux quelles les différents points de la trajectoire sont atteints.

et il acquerra sa plus grande hauteur en  $a$ , dans la perpendiculaire  $AB$ , après quoi il continuera de s'approcher toujours de l'asymptote  $PC$ . Quant à la vitesse dans un point quelconque  $r$ , elle sera comme la tangente  $rL$  de la courbe (C.Q.F.T).

Nous remarquons que le procédé permet de placer un point quelconque. Il ne s'agit pas d'une construction approximative qui construirait la trajectoire progressivement, un point après l'autre, le second point nécessitant la connaissance du premier et ainsi de suite. Toute fois nous ne connaissons pas par cette procédure la trajectoire globalement.

### 3°) Démonstration.

1) **Remarque préliminaire.** La lecture sur le graphique de l'espace parcouru sur l'horizontal ne pose aucune difficulté et se fait en suivant strictement le corollaire de la proposition II. Par contre la détermination de l'espace parcouru sur la verticale est beaucoup plus délicate, et ceci pour deux raisons : d'une part dans la proposition III l'espace parcouru par le projectile est donné comme proportionnel à une surface et pas une longueur d'autre part la vitesse horizontale n'a aucune raison d'être égale à la vitesse verticale ainsi la conversion des surfaces représentant les longueurs du mouvement vertical va nécessiter une procédure assez sophistiquée. Il nous semble que ce sont ces problèmes que Newton règle dans la fin de sa démonstration. Il ne l'annonce pas ce qui rend la procédure difficile à comprendre et notre interprétation hypothétique.

Nous reproduisons ci-dessous la figure<sup>237</sup> complète imprimée dans les Principia.

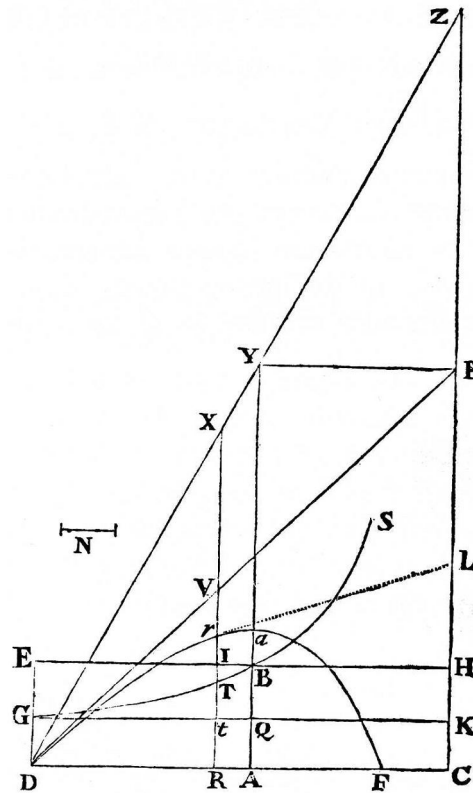


Figure 31 PNPM page 357

Le mot *car* annonce le début de la démonstration.

2) Les deux premières lignes de la démonstration posent un certain nombre d'égalités qui ne relèvent pas des mêmes principes. Ces égalités ne sont pas démontrées et n'ont pas toutes les mêmes fondements.

$$\left| \begin{array}{l} \text{Car } N \text{ est à } QB \text{ comme } DC \text{ à } CP \text{ ou comme } DR \text{ à } RV \text{ (figure 4). Donc} \\ RV = \frac{DR \times QB}{N} \text{ et } Rr, \text{ (c'est-à-dire, } RV - Vr, \text{ ou } \frac{DR \times QB - tGT}{N}) \\ = \frac{DR \times AB - RDGT}{N} \end{array} \right|$$

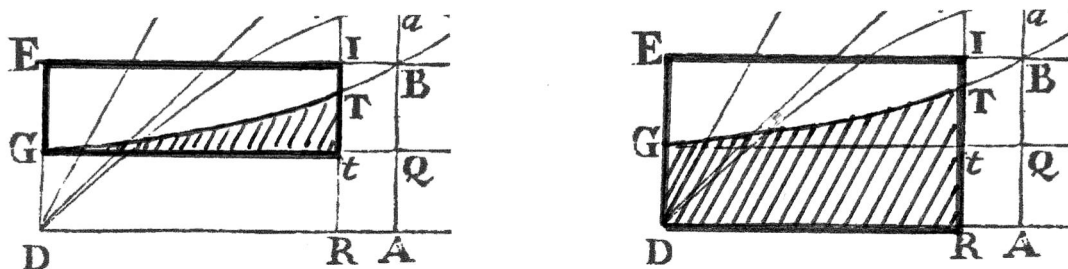
La première égalité :  $RV = \frac{DR \times QB}{N}$  relève d'un choix et d'une propriété géométrique. N a été choisi pour que  $\frac{N}{QB} = \frac{DC}{CP}$  de plus nous avons par le théorème de

Thalès que  $\frac{DC}{CP} = \frac{DR}{RV}$  donc  $\frac{N}{QB} = \frac{DR}{RV}$  et  $RV = \frac{DR \times QB}{N}$ .

<sup>237</sup> page 357. PNPM.

L'égalité  $\frac{DR \times QB - tGT}{N} = \frac{DR \times AB - RDGT}{N}$  est équivalente à celle des numérateurs.

Le découpage de surfaces opéré sur les figure ci dessous suffit à s'en convaincre. Sur la figure de gauche  $DR \times QB$  est représenté par le rectangle au bord épaisi et  $tGT$  par la surface hachurée, nous voyons la surface restante EGTI. Sur la figure de droite la surface restante est identique.



Figures 32

L'égalité  $Vr = \frac{tGT}{N}$  n'est pas affirmée en tant que telle mais elle nous semble nécessaire pour établir que  $Rv - Vr = \frac{DR \times QB - tGT}{N}$ . Nous la comprenons comme une assignation de valeur. Nous considérons que cela nécessite une justification car Vr représente une grandeur physique.

Que le temps soit représenté par l'aire  $RDGT$ ,

Cette manière de représenter le temps par une surface sous l'hyperbole a déjà été pratiquée pour les propositions II et III. PMPN-Dunod page 175 proposition II : *Le temps pourra être représenté par l'aire  $ABGD$  ; et en bas de la page 176 seront proportionnelles [...] de même que les aires  $AbqK$ ,  $AbrL$ ,  $AbsM$ ,  $AbtN$ , etc le seront aux temps.*  $RDGT$  représente le temps pour les deux phénomènes.

### 3) la décomposition du mouvement

et (Cor. 2. des Lois) soit le mouvement du corps décomposé en deux mouvements, l'un en montant, l'autre transversal. La résistance étant comme le mouvement, qu'elle soit aussi décomposée en deux parties proportionnelles et opposées aux deux parties du mouvement décomposé : par ce moyen la longueur décrite par le mouvement transversal sera (Prop. 2. de ce Livre) comme la ligne  $DR$ , mais la hauteur (Prop. 3. de ce Livre) sera comme l'aire  $DR \times AB - RDTG$ , c'est-à-dire, comme la ligne  $Rr$

La possibilité de l'étude d'un mouvement par décomposition en deux mouvements a déjà été pratiqué par Galilée, Newton lui fait explicitement référence<sup>238</sup> pour cela. Chaque mouvement particulier a déjà fait l'objet d'une étude séparée il suffit donc de composer les solutions pour obtenir le résultat. Le point A n'a pas été placé au hasard il respecte la proportion entre le poids et la force de résistance. La figure est donc analogue à la figure de la proposition III et elle portera tous les renseignements pour connaître le mouvement selon la verticale. Cependant au début de la démonstration nous avons  $Rr = \frac{DR \times AB - RDGT}{N}$  qui semble contredire *mais la hauteur (Prop. 3. de ce Livre) sera comme l'aire*  $DR \times AB - RDTG$ , *c'est-à-dire, comme la ligne Rr*. Nous allons essayer de lever cette contradiction dans le paragraphe qui suit.

#### 4) l'harmonisation des références

La droite (DC) porte plusieurs genres de grandeurs mais aussi des forces de provenance différentes. Le segment [DC] représente simultanément la force de résistance horizontale au début du mouvement et la combinaison du poids et de la résistance verticale. Il n'y a pas de raison que ces forces soient égales bien que ce soient des données de même nature représentées par les mêmes segments. La proportion initiale et la proportionnalité des vitesses et des forces de résistance permettent d'assurer que la proportionnalité quelque soit le temps. La proposition 3 permet de conclure  $DR \times AB - RDTG$  est comme la hauteur, dans la proposition 4 les grandeurs du mouvement vertical sont rabattues sur l'horizontale et se retrouvent dans le domaine du déplacement horizontale. Elles nécessitent pour être reportée verticalement une pondération. Newton obtient le coefficient de cette pondération en invoquant le début du mouvement. Son argumentation combine des égalités affirmées : parfois par le signe =, parfois par la conjonction de coordination *ou*, et parfois même par la conjonction *comme*, avec la nuance que *comme* semble pouvoir aussi signifier la proportionnalité.

---

<sup>238</sup> Scolie page 19. PMPN-Dunod.

et dans le commencement du mouvement l'aire  $RD TG$  est égale au rectangle  $DR \times AQ$ , donc cette ligne  $Rr$  (ou  $= \frac{DR \times AB - DR \times AQ}{N}$ ) est alors à  $DR$  comme  $AB - AQ$ , ou  $QB$  à  $N$ , ce qui est comme  $CP$  à  $DC$  ; et par conséquent comme le mouvement en hauteur au mouvement transversal au commencement. Or comme  $Rr$  est toujours proportionnelle à l'espace parcouru en hauteur, et  $DR$  toujours proportionnelle à l'espace parcouru d'un mouvement transversal, et que  $Rr$  est à  $DR$  dans le commencement comme l'espace en hauteur est à l'espace transversal : il est nécessaire que  $Rr$  soit toujours à  $DR$ , comme l'espace en hauteur à l'espace transversal, et que par conséquent le corps se meuve dans la ligne  $DraF$  qui est le lieu des points  $r$  (C.Q.F.D.).

Ce qui achève la démonstration.

5) Autre proposition.

La démonstration de Newton ne nous semble pas éclairante, nous allons en proposer une autre. Nous considérons que le problème de la représentation de l'espace parcouru en hauteur tient à l'interprétation correcte de la surface  $EGTI$ . Nous savons que cette surface est proportionnelle à l'espace parcouru. Il suffirait de connaître la proportion dans un cas particulier. La proportion une fois connue sur un cas permettra d'accéder aux autres configurations. Ce cas particulier Newton nous le suggère, c'est le début du mouvement. Au début du mouvement nous connaissons la vitesse sur chaque axe et nous pouvons la supposer uniforme. Nous utiliserons la figure ci-dessous.

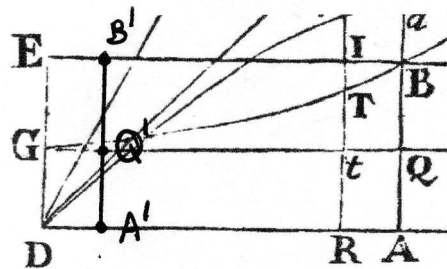


Figure 33

Pendant la durée  $GQ'A'D$  le corps parcourt sur l'axe horizontale  $DA'$  à la vitesse  $DC$  nous avons donc le temps  $GQ'A'D = \frac{DA'}{DC}$  Pendant cette même durée le corps parcourt

verticalement l'espace  $CP \times GQ'A'D = CP \times \frac{DA'}{DC}$ . Cet espace est représenté par la zone

$$EB'Q'G = GQ' \times B'Q' = DA' \times QB. \quad \text{On a} \quad \left( PC \times \frac{DA'}{DC} \right) \times \left( QB \times \frac{DC}{CP} \right) = DA' \times QB \quad \text{et comme}$$

$\frac{N}{QB} = \frac{DC}{CP}$  c'est à dire  $N = QB \times \frac{DC}{CP}$ . On constate que le coefficient de proportionnalité

qui permet de passer des surfaces EGTI aux longueurs parcourues sur l'axe vertical est  $1/N$ .

En divisant donc les surfaces par  $N$  nous obtiendrons bien les longueurs.

#### 4°) Les corollaires

La démonstration est suivie de sept corollaires qui couvrent deux pages entières. Parfois on comprend l'intention de Newton mais parfois on ne la comprend pas. Il semble admettre que la démarche de construction qu'il propose soit très longue, aussi au corollaire 2 il propose d'utiliser une table de logarithme. Il y a bien sûr le problème très délicat de l'évaluation de la résistance du fluide, cela conditionne toute la construction. Il semble que le corollaire 7 corresponde à cette recherche. Il n'y a aucun récit d'expériences qui auraient été réalisées bien que ce corollaire commence par : *D'où on voit la manière de déterminer à peu près la courbe  $DraF$  par les phénomènes.* De toute façon le scolie finale indique que l'hypothèse de la section I est plus mathématique que physique.

## **VII ] La section II**

### 1°) La structure de la section

L'hypothèse générale qui couvre toute la section 2, est celle d'une résistance en fonction du carré de la vitesse. Cette deuxième section possède le même genre de structure que la première. Elle commence de la même manière par l'étude du mouvement d'un corps soumis à cette seule résistance, elle se continue par l'étude de la chute libre, corps soumis à la pesanteur et à la résistance du fluide et se conclut par une étude des trajectoires<sup>239</sup> d'un corps soumis à la pesanteur et à la résistance d'un fluide de densité variable. L'hyperbole y est également la figure clé de référence. La section II comme la section I est entrecoupée par un lemme. En dehors de ces similitudes il existe des différences.

Le lemme II présente quelques spécificités par rapport au I de la première section. Il est beaucoup plus long, puisqu'il s'étend sur deux pages et demie contre 4 lignes pour le lemme I. Son contenu est innovant pour l'époque, il fournit au lecteur quelques bases de la

---

<sup>239</sup> Dans la proposition X théorème III la question n'est pas de trouver la trajectoire, mais étant donné une courbe il s'agit de trouver la densité du milieu pour que le projectile suive cette courbe, et ensuite trouver la vitesse et la résistance.

méthode des fluxions. A cette occasion Newton cite une de ses lettres à Collins et deux savants de l'époque. L'enjeu de cette incorporation ne semble pas uniquement méthodologique. Il constitue un élément de la revendication de paternité de la géométrie différentielle. L'utilisation du lemme I était claire annoncée et immédiate dans le déroulement de l'argumentation, l'utilisation du lemme 2 dans cette deuxième section est plus différée.

SCHOLIE

En<sup>240</sup> expliquant dans une lettre à *D.J. Collins* le 10 décembre 1672 la méthode des tangentes que je soupçonne être la même que celle de Slusius qui ne m'avait pas encore été communiquée, j'ajoutai, *cela est plutôt un corollaire particulier d'une méthode générale qui s'étend, sans calcul embarrassant, non-seulement à mener des tangentes à des courbes quelconques, soit géométriques, soit mécaniques, ou relatives d'une façon quelconque à des lignes droites ou courbes, mais aussi à résoudre d'autres espèces de problèmes très difficiles touchant les courbures, les quadratures, les rectifications, les centres de gravité des courbes, etc. et elle n'est pas restreinte (comme la méthode de maximis et minimis de Hudde) aux seules équations qui ne contiennent point de quantités irrationnelles. J'ai entremêlé cette méthode de cette autre par laquelle je détermine les racines des équations en les réduisant à des séries infinies.* Jusqu'à ces derniers mots, c'est la lettre, mais ces derniers mots sont du Traité que j'avais écrit sur cette matière dès l'année 1671. Les principes de cette Méthode générale sont contenus dans le Lemme précédent.

Suite à la proposition X qui termine la section, Newton énonce 2 corollaires, 4 exemples, une scolie et 7 règles. Ce qui donne 9 pages pour la proposition X et ses conséquences.

2°) Proposition V - Théorème III

Voici la première proposition de la section 2.

PROPOSITION V - THÉORÈME III

Si le corps éprouve une résistance en raison doublée de la vitesse, et qu'il se meuve dans un milieu homogène, par la seule force qui lui a été imprimée, je dis qu'en prenant les temps dans une progression

géométrique ascendante, les vitesses au commencement de chacun de ces temps seront dans la même progression géométrique inversement ; et que les espaces décrits à chacun de ces temps seront égaux.

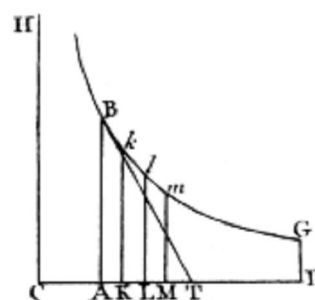


FIG. 8.

Figure 34 p. 181  
PMPN-Dunod

On observe un découpage en instants inégaux qui permet de retrouver une progression en espaces égaux. Un raisonnement justifie cette affirmation. Pour cela, des



proportionnalités en chaîne sont utilisées. Le problème de la double proportionnalité de la variation de vitesse, par rapport à l'intensité de la force (ici la seule résistance du fluide) et au temps, nécessite à nouveau un traitement soigné. En effet l'affirmation : *le décrement de la vitesse est proportionnel à la résistance* est incomplète, il faut ajouter le temps, plus l'action dure et plus la vitesse change, sauf si la force est dans un choc. Mais le problème, qui existe pour presque toutes les démonstration des Principia et dont on a eu des exemples dans la section I, est que la force change en fonction de cette vitesse, on a donc une impossibilité calculatoire que l'on résout en concentrant tout l'effet au début de l'intervalle de temps. Ecrivons les proportionnalités.

Car<sup>241</sup> puisque la résistance du milieu est proportionnelle au carré de la vitesse, et que le décrement de la vitesse est proportionnel à la résistance ; si on divise le temps en un nombre infini de parties égales, les carrés des vitesses, à chaque commencement des temps, seront proportionnels aux différences de ces mêmes vitesses.

le décrement de la vitesse est proportionnel à la résistance	$R = m \times \Delta V$	Formule fondamentale de la dynamique. Si il s'agit d'un choc, le temps n'est pas mentionné.
	$\Delta t \times R = m \times \Delta V$	Si il s'agissait d'une action continue
	$R \propto \Delta V$	On ne prend pas en considération la masse, c'est un coefficient de proportionnalité
la résistance du milieu est proportionnelle au carré de la vitesse	$R \propto V^2$	Cette proportionnalité est simple, le temps n'intervient pas et n'a pas intervenir. C'est l'hypothèse de la section II
les carrés des vitesses, à chaque commencement des temps, seront proportionnels aux différences de ces mêmes vitesses.	$\Delta V \propto V^2$	Le temps n'apparaît pas

Tableau 28 Justification de la proportionnalité entre  $\Delta V$  et  $V^2$ .

si on divise le temps en un nombre infini de parties égales

Quel est l'enjeu de l'égalité des parties du temps ?

Il semble que même si l'on est dans le cas de choc on peut imaginer que ces chocs on une périodicité régulière, et que des parties du temps deux fois plus grandes provoquent des transformations de la vitesse deux fois plus importantes.

Le raisonnement se continue par un calcul qui va des proportions à la figure, et de la figure aux proportions. Il faut prouver que la figure réalise bien ces relations.

<sup>240</sup> Newton, Isaac / du Châtelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005, page 186

<sup>241</sup>Newton, Isaac / du Châtelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005 page 181

Soient<sup>242</sup> ces particules de temps  $AK, KL, LM, \text{etc.}$  prises sur la droite  $CD$ , et soient élevées les perpendiculaires  $AB, Kk, Ll, Mm, \text{etc.}$  rencontrant en  $B, k, l, m, \text{etc.}$  l'hyperbole  $BklmG$  décrite entre les asymptotes perpendiculaires  $CD, CH$ , on aura  $AB/Kk \approx CK/CA$  ; et par conséquent  $AB - Kk/Kk \approx AK/CA$ , ou  $AB - Kk/AK \approx Kk/CA$ , c'est-à-dire, comme  $AB \times Kk/AB \times CA$ , d'où  $AK$  et  $AB \times CA$  étant données, on aura  $AB - Kk$  comme  $AB \times Kk$  ; et à la fin, (lorsque  $AB$  et  $Kk$  coïncident) comme  $AB^2$ .

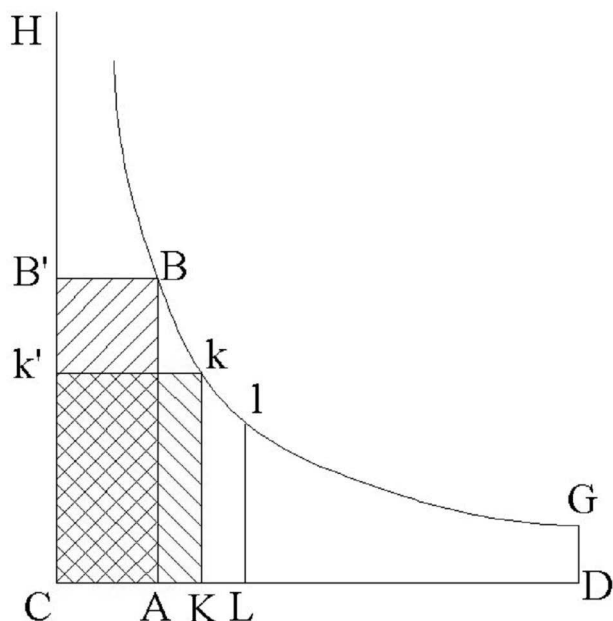


Figure 35 Hyperbole. Justification de la proportionnalité entre  $(AB-Kk)$  et  $AB^2$ .

Les aires des rectangles  $CABB'$  et  $CKkk'$  sont égales par définition de l'hyperbole.

$$\text{donc } CA \times AB = CK \times Kk$$

$$\text{et } \frac{AB}{Kk} = \frac{CK}{CA}$$

$$\frac{AB - Kk}{Kk} = \frac{CK - CA}{CA} = \frac{AK}{CA}$$

Finalement on arrive à :

$$AB - Kk \propto AB^2$$

Donc si  $AB$  représente la

vitesse, une force proportionnelle au carré de cette vitesse provoquera une évolution dirigée par cette hyperbole.

Nos constatons que la pertinence de cette figure vis à vis de la description et de l'analyse du mouvement d'un corps soumis à la seule résistance du milieu en fonction du carré de la vitesse repose sur la connaissance préalable d'une propriété variationnelle de l'hyperbole. La procédure n'est donc pas générale tout comme la procédure de la section I. L'hyperbole est utilisée dans les sections I, II et III. Elle fonctionne dans les trois cas de manière différente. Les différents éléments qui interviennent dans la figure, abscisse, ordonnée, aire délimitée par la courbe et différentes droites etc. ne représentent pas les mêmes grandeurs physiques. Il s'agit de la même courbe mais utilisée d'une toute autre

<sup>242</sup> Si on interprète avec notre savoir contemporain la démonstration, Il s'agit de démontrer géométriquement que la dérivée de la fonction  $(1/x)$  est  $(-1/x^2)$ .

façon. On peut considérer cette méthode comme géniale<sup>243</sup> mais il s'agit d'un génie singulier et hélas non transférable, un génie qui enferma son auteur dans une procédure qui n'eut pas de postérité.

C'est<sup>244</sup> sa remarquable maîtrise des propriétés de l'hyperbole qui permet à Newton, en les repérant ou en s'efforçant de les faire surgir à l'occasion de constructions géométriques, de résoudre effectivement des problèmes du mouvement

La lecture sur le graphique de la force de résistance est donné par le corollaire 3. Elle pose le problème de la méthode de construction de la figure, Newton ne fournit pas clairement les grandeurs qu'il considère comme données. Il est donc assez délicat d'avancer de manière certaine dans l'étude des figures. Il ne semble pas y avoir de possibilité pour une mesure directe des forces de résistance, il y a cependant la possibilité de mesurer le poids<sup>245</sup>, et donc par comparaison de connaître les forces de résistance par la comparaison des évolutions de la vitesse. La longueur AC représente une durée, cette durée paraît arbitraire elle ne semble pas avoir de signification physique, elle peut être utilisée pour évaluer la première force de résistance. Nous sommes en fait dans un diagramme avec  $t$  en abscisse et  $v$  en ordonnée et le taux de variation de la vitesse représente la force qui est exercée sur le corps. La pente de la droite (AC) indique la force constante qu'il faudrait appliquer au corps pour qu'à l'issue de la durée CA il se déplace avec la vitesse AB. Si l'on se place dans l'hypothèse où l'on connaît la vitesse initiale du corps la longueur AB est fixée (moyennant le choix de la graduation sur CH). Il ne reste plus beaucoup d'arbitraire pour avoir la valeur de la force qui produit la vitesse initiale. Si l'on connaît cette force alors par comparaison toutes les autres forces peuvent être connues. Une fois les longueurs AB et CA choisies l'hyperbole est imposée et la tangente en B aussi. Ensuite la tangente à l'hyperbole, quelque soit le point de cette hyperbole montre la variation de vitesse si la force restait constante et l'évaluation de son taux de décroissance, par la longueur AT, donne la valeur de la force.

---

<sup>243</sup> Le génie newtonien ne s'arrête nullement au calcul de la "dérivée" de la fonction  $(1/x)$  par une méthode géométrique, mais comme le montre Blay dans l'article cité, pour le cas traité à la section III, dans un certain sens, Newton "calcule" aussi avec la fonction Arctan ...

<sup>244</sup> page 352. **Blay Michel**, Le traitement newtonien du mouvement des projectiles dans les milieux résistants. In: *Revue d'histoire des sciences*. 1987, Tome 40 n°3-4. pp. 325-355.

<sup>245</sup> Le poids peut être connu par sa mesure statique mais le poids est une force qui entraîne des modifications de la vitesse qui sont également connues, et pour les quelles Galilée a fourni des études qui font référence. Il est donc possible d'évaluer quantitativement les résistances par leur manière d'agir sur les vitesses et de comparer ces manières avec le poids.

On a donc pour ce cas, pour cette figure un autre moyen de représenter les forces, dans notre cas précis, la seule force, la force de résistance exercée par le milieu.

La proposition X problème III est suivie d'abondants commentaires qui prennent la dénomination de corollaires, exemples, scolies et règles. Ceci donne à la loi de résistance en fonction du carré de la vitesse un caractère plus réel, comme si Newton avait fait des expériences de balistique ou comme si il en proposait à des expérimentateurs.

Le désintéret pour la balistique n'est pas l'exclusivité de Newton. La balistique se décompose en deux parties essentielles : la balistique intérieure et le balistique extérieure. La balistique intérieure concerne ce qui se produit à l'intérieur du canon, la balistique extérieure s'occupe des trajectoires. La détermination de la trajectoire d'un projectile, qui est le projet newtonien, est conditionnée, entre autres, par la connaissance de la vitesse à la sortie de la bouche à feu qui dépend des caractéristiques de la poudre. De Gandt nous indique que c'était pour cette raison que Galilée s'était résigné à exclure ce genre de questionnement du champ de ses recherches.

La<sup>246</sup> merveilleuse puissance de la poudre à canon, ou comme dit Galilée, "l'immense vigueur du feu" (EN VIII, 323) , est exclue des opérations mécaniques, parce qu'elle semble échapper à toute détermination et proportion.

Cependant l'argument de la balistique interne ne nous semble pas aussi fort qu'il n'y paraît. Pour notre part nous n'avons pas approfondi notre recherche à propos de ce genre d'échanges. La collaboration délicate entre militaires et savants pourrait être un autre argument qui expliquerait que certains savants ne se soit pas engagé dans ce type recherche. Jean-Pierre Maury<sup>247</sup> dans *à l'origine de la recherche scientifique* nous informe que Mersenne, dans l'objectif de valider par des expériences l'hypothèse galiléenne de la mobilité de la terre, a réalisé des tirs verticaux. La référence à une lettre qu'il avait adressée à Gassendi prouve que même lorsque les expériences sont réalisées la difficulté d'en recueillir des renseignements intéressants demeure. L'hypothèse raisonnable de la variation du vent en altitude apparaît

---

<sup>246</sup> page 88. De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995). The marvellous power of gunpowder, or as Galileo terms it, "the vigor of fire" (EN, 8:323), is excluded from mechanical operations because it seems to escape from all determination and proportion.

EN VIII, 323 renvoie à : G. Galilei, *Opere*, Edizionz Nazionale, Florence, 1890-1909

<sup>247</sup> Pages 143 à 146. Maury Jean-Pierre, *À l'origine de la recherche scientifique Mersenne*, Paris Vuibert (2003).

dans les commentaires de Mersenne et introduit pour ce genre d'expérience des paramètres incontrôlables. Ceci pouvait être connu de Newton.

(...) Ayant<sup>248</sup> tiré avec des arquebuses et fauconneaux liez à des pieux perpendiculaires ayant mis à 30 ou 40 pas de là plusieurs hommes au guet pour voir où les balles de plomb retomberaient, jamais on n'a peu appercevoir la cheute d'aucune, quoyque nous tirassions sur l'eau des fossez tres larges d'un chasteau. Il faut necessairement que le vent de la moyenne region les emporte bien loin, ou qu'elles se fondent et demeurent en l'air. Je croy bien plustost le premier (...)

### **VIII ] Section III**

La section III est plus courte que les sections I et II prises individuellement. Il semble que Newton se fatigue par ses propres raffinements. Ainsi les scolies des pages 203 et 206 se terminent par la même phrase:

Mais<sup>249</sup> passons à d'autres Propositions

Dans la section III Newton combine les deux hypothèses, la progression de l'étude est similaire à celle des deux premières parties. Cependant Newton ne développe pas une étude complète et s'abstient d'étudier la trajectoire d'un corps dans le cas où la vitesse initiale n'est pas dans l'axe de la gravité.

Le fait que les deux hypothèses soient combinées indique que l'hypothèse de proportionnalité des forces de résistance et de la vitesse est certe une hypothèse académique mais n'est pas dépourvue d'intérêt physique.

On retrouve la même manière de commencer que dans les deux sections précédentes. Ainsi dans la proposition XI qui ouvre la section, il s'agit d'abord d'étudier un corps *mobile par la seule force qui lui a été imprimée*.

Si<sup>250</sup> un corps éprouve une résistance qui soit en partie comme sa vitesse, en partie en raison doublée de cette vitesse, que ce corps se meuve dans un milieu homogène par la seule force qui lui a été imprimée, et qu'on prenne les temps en progression arithmétique, les quantités réciproquement proportionnelles aux vitesses seront en progression géométrique, la quantité quelconque dont elles augmentent étant donnée.

Suivent ensuite trois autres propositions qui abordent des cas plus généraux.

<sup>248</sup> Page 146. Jean-Pierre Maury, *A l'origine de la recherche scientifique : Mersenne*, Paris Vuibert (2003).

<sup>249</sup> (page 203). Newton, Isaac / du Châtelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005.

<sup>250</sup> Proposition XI Théorème VIII, page 199. Idem.

Michel Blay conclut ainsi son article concernant l'étude newtonienne des mouvements en milieux résistants :

Ainsi<sup>251</sup>, et comme le montre déjà l'utilisation newtonienne du Lemme II, seule l'introduction du calcul différentiel et intégral permettra véritablement de préciser les relations entre les concepts, de mettre en place les équations générales du mouvement, et finalement, de résoudre par des procédures algorithmiques bien réglées de différenciation et d'intégration les problèmes du mouvement dans les milieux résistants. Cela étant, toute traduction du contenu de ces Propositions des Principia dans les concepts du calcul différentiel et intégral enrichit immédiatement ce contenu de la fécondité spécifique du nouveau calcul et, en cela, trahit les Principia.

En fait, cette démarche complexe vise principalement à combler un vide conceptuel, à savoir l'absence sous une forme explicite, éclairant leurs relations, des concepts d'accélération et de vitesse instantanée, c'est-à-dire leur absence en tant qu'éléments différentiels susceptibles ensuite, dans le cadre des équations du mouvement, d'être soumis à des procédures réglées d'intégration ou de différenciation.

Dans cette conclusion Michel Blay place la proposition newtonienne dans un prolongement historique, qui étend notre regard au delà de la dernière parution des Principia. Ce faisant il souligne le fait que le Président de la Royal Society ne disposant pas de la notion d'accélération sous sa forme infinitésimale, il ne peut avoir de procédure générale de résolution. En effet, insistons sur le fait que pour Newton les forces "mesurent" les accélérations mais que l'accélération newtonienne est évaluée par la variation de vitesse et non par le taux instantané de cette variation. Les forces sont de deux types, d'inertie (*insita*) et imprimée (*impressa*) l'une est la cause de la constance de la vitesse et l'autre régule de manière quantitative sa variation. De plus la force imprimée se décline en plusieurs genres, la force continue et le choc, qui ne se traite pas de la manière dans les démonstrations avec cette particularité toute newtonienne qui consiste à souvent ramener à l'action instantanée donc par choc. Il n'y a donc pas d'homogénéité dans la manière de raisonner avec la force et le livre II valide ce point de vue.

---

<sup>251</sup> page 353. Blay Michel, Le traitement newtonien du mouvement des projectiles dans les milieux résistants. In: *Revue d'histoire des sciences*. 1987, Tome 40 n°3-4. pp. 325-355.

## Pression et viscosité

### I ] Généralités

1°) Du point de vue l'histoire des sciences.

La conception newtonienne de *pression atmosphérique* n'a pas fait à ma connaissance l'objet d'une étude historique et philosophique détaillée. Les études historiques concernant la physique newtonienne se sont plutôt concentrées sur la gravitation, l'étude de la mécanique céleste et les conceptions de la matière et n'ont pas porté une attention particulière à cette question. La viscosité des fluides abordée de manière quantitative est une question encore plus technique et Newton l'aborde d'un point de vue purement mathématique dans la toute dernière et neuvième section du livre II. L'objet de cette partie sera d'explorer ces deux concepts typiquement terrestres. Dans la cinquième section Newton considère la pression que l'atmosphère exerce sur la terre. Cette force ne produit généralement pas de mouvement, ce qui relativise la définition. Une lecture attentive du commentaire de la notion de force fait apparaître un clivage de la notion que l'on peut en général éluder mais qui rend son usage est assez flexible. C'est dans le livre II que les commentaires de la définition prennent leur importance et que leur enjeu devient visible.

Paul Feyerabend en 1979 propose dans *Contre la méthode*, mal sous-titré *Esquisse d'une théorie anarchiste de la connaissance*, un point de vue du développement et de la **recherche** des connaissances, qu'il faut distinguer d'un point de vue sur la connaissance. Il est incontestable que l'émergence d'une conception claire et stable de la notion de pression atmosphérique a suivi un chemin assez proche d'un labyrinthe. La section V du livre II des *Principia* est un maillon<sup>252</sup> du tissage notionnel qui va parvenir à une conception cohérente de la pression.

Allons<sup>253</sup> nous vraiment croire que les règles naïves et simplistes servant de guides aux épistémologues peuvent répondre à un tel labyrinthes d'interactions.

---

<sup>252</sup> si l'on peut parler d'un maillon pour un tissage

<sup>253</sup> page 14. Feyerabend Paul, *Contre la méthode. Pour une théorie anarchiste de la connaissance*, Point Science (1979).

Steven Shapin se plaçant plus sur un plan sociologique nous invite aussi à prendre les affirmations méthodologiques avec prudence.

Les<sup>254</sup> historiens et les philosophes de la science ont traditionnellement accordé beaucoup trop d'attention aux déclarations formelles de méthodologie : ils les prirent souvent au pied de la lettre, y voyant le reflet fidèle de l'activité des hommes de science occupés à produire, à établir et à diffuser le savoir scientifique. Or, la relation entre *n'importe quel* ensemble de directives méthodologiques formelles et les pratiques concrètes effectives de philosophie naturelle reste intensément problématique.

Dans cette section V Newton ne cite que Halley et on pourrait penser que sa théorie du mouvement par sa seule pertinence permette de découvrir toutes les propriétés de la pression atmosphérique. Or la question de la pression atmosphérique a fait dans le courant du XVII<sup>e</sup> siècle l'objet de nombreux travaux et l'on peut citer Mersenne, Descartes, Mariotte, Pascal, Otto von Guericke, Hooke et aussi et surtout Boyle. Newton connaissait au moins les travaux de Boyle, il ne les cite pas ni aucun autre. Il ne fait que rarement référence au baromètre il reste globalement au niveau des principes.

Si l'on se réfère à la notion lockienne que toutes nos idées proviennent de sensations chacun pourra chercher dans ses sensations pour y trouver celle qui serait l'origine de l'idée de pression atmosphérique. Il nous semble que cette recherche soit communément vaine. Le désagrément auditif ressenti lors de l'ascension suivie de la descente d'un col ne semble pas suffisant pour induire l'idée d'une pression atmosphérique qui en serait responsable. Nous n'avons pas d'intuition, pas de sensation claire auxquelles nous pourrions attacher cette notion. La méthode inductive est ici prise en défaut. Newton ne se place pas dans l'orthodoxie méthodologique de la Royal Society, il n'y a pas d'accumulation d'expériences ni de confirmation empirique.

Il faut en cette circonstance parler de rétroduction, en ce sens que c'est la théorie de la pression atmosphérique (poids de l'air que nous ne ressentons pas) qui rend lisible voire possible les investigations barométriques. La notion de pression atmosphérique mesurée par les expériences barométriques ne provient pas d'une accumulation et d'une généralisation par induction de faits d'observation. Le baromètre de Torricelli, les expériences de Pascal sont le produit d'un point de vue théorique, celui que l'air a un poids. Ce point de vue ne

---

<sup>254</sup> page 120. Shapin Steven, *la révolution scientifique*, Flammarion Paris (1998)



va pas de soi puisque pour les aristotéliens et le bon sens, l'air ne pèse pas dans l'air tout comme l'eau ne pèse pas dans l'eau. Nous ajoutons que la notion de pression atmosphérique ne peut pas être expliquée par le seul fait que l'air a un poids, les briques ont un poids, mais elles ne pressent que de haut en bas alors que l'air presse aussi de bas en haut et dans toutes les directions.

Nous considérons que l'usage quotidien du mot *pression* forme un écran à la réflexion sur l'étrangeté de cette propriété des fluides. Pour la théorie de la gravitation dans son aspect terrestre nos sens nous montre son existence à chaque chute d'un objet à chaque mouvement de notre corps, c'est son caractère universel et l'absence d'explication mécaniste qui pose problème. Le succès de ses prévisions est immense et appelle une explication, or Newton et ses successeurs ont échoué dans cette recherche, et c'est ainsi que McMullin dans *On Matter and Activity*<sup>255</sup> interprète le *hypotheses non fingo* et les questions de l'Optique de 1717. Les scientifiques se sont finalement habitués à la notion d'action à distance. Les études historiques concernant la mécanique céleste et les conceptions de la matière chez Newton peuvent être rattachées plus ou moins directement à la question de la gravitation universelle. Il y a la recherche d'un fluide subtil qui expliquerait beaucoup de phénomènes indubitables, magnétisme, gravitation, cohésion des corps ... Nous considérerons que malgré son apparente familiarité la notion de pression d'un fluide possède un contenu surprenant, le paradoxe hydrostatique n'étant pas le seul aspect surprenant des fluides. Mais cette fois Newton va trouver une explication mécaniste.

Newton se révèle très elliptique pour cette notion. On peut lire une partie de la section V comme une explication du paradoxe hydrostatique mis en évidence par Pascal. Cependant le nom de Pascal n'est pas cité et la notion de paradoxe hydrostatique n'apparaît pas explicitement. Nous ne trouvons pas non plus mentionné le nom de Boyle, un promoteur actif de la pompe à vide, alors qu'en cette occasion nous n'avons pas de raison de penser à une quelconque relation difficile entre Newton et ce savant. On peut argumenter qu'il s'agit dans les *Principia* d'articuler des principes et que finalement à l'instar des *Eléments* d'Euclide il n'y a pas à s'appuyer sur une quelconque autorité extérieure

préalable, les principes, les axiomes doivent par eux même produire de la certitude. Newton est donc cohérent avec son projet : mettre en œuvre les principes qu'il a découverts. Il faut cependant remarquer que la procédure n'est pas homogène pour tout le livre II. Des noms de savants et des expériences seront invoqués pour d'autres sections.

## 2°) Le paradoxe hydrostatique

Dans cette partie nous allons explorer rapidement le point de vue contemporain sur ce qu'il est convenu d'appeler le paradoxe hydrostatique. Nous le reverrons exposé par Pascal à l'aide d'expériences.

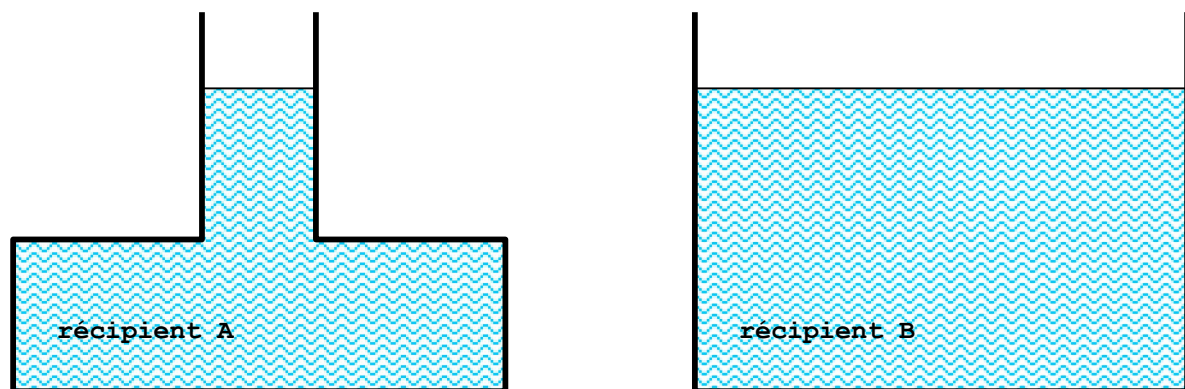


Figure 36 Paradoxe hydrostatique.

Considérons deux récipients cylindriques dont la forme est représentée ci dessus. Les hauteurs de liquide étant égales les pressions en chaque point du fond sont égales et en conséquence les forces totales exercées par les fluides sur les fonds des récipients A et B sont égales, pourtant la quantité de liquide contenue dans le récipient B est très nettement supérieure à celle dans le récipient A. Ce n'est donc pas vraiment le poids de l'eau qui agit sur le fond. Cependant si l'on pèse les deux récipients le récipient B sera bien plus lourd que le A. Pascal en propose une version plus subtile assortie d'un dispositif plus ingénieux. Nous exposerons plus en détail le point de vue de Pascal plus loin.

## 3°) Le point de vue de l'Encyclopédie sur la notion de pression.

Ces différents extraits vont nous permettre de constater que le mot pression a, dans les années 1750 pour d'Alembert un sens qui n'est pas fondamentalement technique et

<sup>255</sup> Bien que cela n'apparaisse pas dans les Principia les recherches montrent que Newton n'a pas cessé de rechercher une explication à la gravitation universelle.

réservé aux fluides, ce n'est pas le rapport d'une force sur une surface. Cela désigne régulièrement des situations d'équilibre qui peuvent concernées des solides.

**PRESSION**, s. f. (*Physiq.*) est proprement l'action d'un corps qui fait effort pour en mouvoir un autre ; telle est l'action d'un corps pesant appuyé sur une table horizontale. La *pression* se rapporte également au corps qui presse & à celui qui est pressé. Ainsi si un corps *A* fait effort pour mouvoir un autre corps *B*, on dit la *pression* du corps *A*, en parlant de la force que le corps *A* exerce sur le corps *B* ; & la *pression* du corps *B*, pour désigner ce que le corps *B* souffre, pour ainsi dire, de cette action.

*Pression*, dans la *philosophie cartésienne*, signifie une sorte de mouvement impulsif, ou plutôt de tendance au mouvement imprimé à un milieu fluide & qui s'y propage. Voyez **MOUVEMENT, FLUIDE & CARTESIANISME**.

C'est dans une pareille *pression* que consiste, selon les Cartésiens, l'action de la lumière, voyez **LUMIERE**, & ces philosophes croient que la différence des couleurs vient des différentes modifications que reçoit cette *pression* par la surface des corps sur lesquels le milieu agit. Voyez **COULEUR**.

Le paragraphe suivant qui concerne la lumière et donc une substance subtil, sans doute non matériel, nous informe simultanément sur le point de vue de Newton et sur la réception de ce point de vue dans la communauté savante. Il pointe que pour Newton la pression ne génère pas en soi de mouvement dans le corps qui la subit. La pression est un genre de force imprimée assez particulier, puisqu'elle ne modifie pas dans toutes les circonstances la vitesse. Le livre II est donc cet endroit dans lequel les conceptions newtoniennes viennent se confronter avec des situations moins nettes. La pression peut provoquer un changement dans le mouvement mais cela n'est assurée.

Mais M. Newton soutient qu'en cela les Cartésiens se trompent : en effet, si la lumière ne consistoit que dans une simple *pression* sans mouvement actuel, elle ne pourroit agiter & échauffer comme elle fait les corps qui la renvoient & la rompent. Et si elle consistoit en un mouvement instantané qui se répandît à quelque distance que ce fût dans un instant, comme il doit résulter d'une telle *pression*, il faudroit à chaque instant une force infinie dans chaque particule du corps lumineux pour produire un tel effet.

Dans l'article *fluide* le paradoxe hydrostatique est évoqué.

**FLUIDE**, adj. pris subst. (*Phys. & Hydrodyn.*) est un corps dont les parties cedent à la moindre force, & en lui cédant sont aisément mûes entr'elles.

...

M. Pascal est le premier qui a découvert ce paradoxe hydrostatique ; il mérite bien que nous nous arrêtions à l'éclaircir : une multitude d'expériences le mettent hors de toute contestation. On peut même, jusqu'à un certain point, en rendre raison dans quelques cas, par les principes de mécanique.

A l'article Baromètre on saisit ce que l'affirmation " la pression atmosphérique est le poids de la colonne d'air qui surplombe le lieu de sa mesure" a d'insuffisant. Le poids de l'air, le poids de l'eau ne peut pas expliquer à lui seul la spécificité de la pression dans un fluide. Le poids d'un corps c'est la cause de sa chute, il faut imaginer une organisation très ingénieuse des parties constituant un fluide pour que justement ce poids puisse être la cause de la montée barométrique ou celle du jaillissement vers le haut de l'eau dans une fontaine.

**BAROMETRE**, s. m. (*Phys.*) Le *barometre* est un instrument qui sert à mesurer la pesanteur de l'atmosphère & ses variations, & qui marque les changements du tems. Voyez **ATMOSPHERE & TEMS**.

Dans cette explication nous supposons que la pression de l'air vienne uniquement de son poids, qui comprime les parties supérieures sur les inférieures. Cependant il est certain que plusieurs causes concourent à altérer la pression de l'air : en général la cause immédiate de la pression d'un fluide élastique tel que l'air, c'est la vertu élastique de ce fluide, & non son poids. On ne doit donc attribuer la suspension du mercure dans le *barometre* au poids de l'air, qu'autant que ce poids est la cause principale de la pression de l'air. En effet le mercure du *barometre* se soutient aussi bien dans une chambre exactement fermée qu'en plein air ; parce que l'air de cette chambre, quoiqu'il ne porte pas le poids de l'atmosphère, est comprimé de la même manière que s'il le portoit. Si l'air demeure de même poids, & que la compression de ses parties vienne à augmenter ou à diminuer par quelque cause accidentelle, alors le mercure descendra ou montera dans le *barometre*, quoique le poids de l'air ne soit pas augmenté. *Traité des fluides, Paris, 1744. p. 61.*

Ce paragraphe peut nous convaincre pour la pression de l'air, corps effectivement compressible et élastique. Il ne peut pas nous convaincre pour la pression de l'eau. Nous constatons que la notion de pression quoique bien soutenue phénoménologiquement résiste à se laisser expliquer avec les concepts mécaniques des XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles.

Bien que tous les éléments en soit tangibles la notion de pression n'est pas correctement expliquée par le poids, la fluidité et la conception mécaniste de la matière, Il faudra le point de vue de la statistique de Boltzmann(1844-1906). pour obtenir un paradigme globalement convaincant de la pression des fluides.

## **II ] La notion de pression dans la section V**

La notion de pression d'un fluide sera étudiée sous deux aspects. Un aspect strictement statique qui est l'objet de la cinquième section et un autre aspect plus dynamique, celui de la transmission de la pression qui est l'objet du début de la huitième section.

## 1°) Présentation générale

La cinquième section occupe 10 pages (de la page 212 à la page 222). Elle commence par une définition, celle d'un fluide. Jusqu'ici Newton ne s'est pas vraiment intéressé au fluide lui-même. Les 4 premières sections ont porté sur les corps se déplaçant dans un *milieu résistant*, pour lequel, il est vrai, la connaissance du détail de sa constitution n'est pas indispensable. Cette définition est suivie par 5 propositions, de la XIX à la XXIII, dans lesquelles l'auteur s'intéresse plus précisément à la notion de pression atmosphérique. Cette définition d'un fluide peut nous sembler un peu tardive, mais elle arrive au moment où l'auteur en a besoin explicitement.

Les propositions XXI et XXII sont similaires, il s'agit d'étudier la densité d'un fluide entourant une sphère selon deux hypothèses de gravité : une inversement proportionnelle à la distance et l'autre inversement proportionnelle au carré de la distance. On peut se demander pourquoi étudier deux hypothèses de gravité puisque de toute façon Newton est convaincu que c'est la deuxième qui est vraie. Cette question est aussi valable presque dans les mêmes termes, pour la première section. Pourquoi étudier l'hypothèse d'une résistance proportionnelle à la vitesse puisqu'il est convaincu que la résistance est proportionnelle au carré de la vitesse ? On peut justifier cette duplicité de plusieurs manières : 1. le projet est mathématique, il s'agit d'explorer mathématiquement deux hypothèses, 2. Newton étudie d'abord un cas mathématiquement plus simple, il s'agit presque de pédagogie, préparer le lecteur, se préparer lui-même, 3. nous sommes proche de la terre, l'air est un fluide subtil il pourrait y avoir des interactions à l'intérieur des particules qui constitue l'air mais aussi entre ces particules et la terre, 4. il s'agit de confirmer la validité de la loi de la gravitation en  $1/r^2$  en la confrontant à une autre.

La lecture de cette partie sera l'occasion de confirmer les propos de Georges Smith et de I. Bernard Cohen à propos du style newtonien. Newton considère dans un premier temps de manière théorique un fluide idéal sans pesanteur enfermé dans une sphère. Par étape il construit des situations qui vont le conduire à étudier la variation de pression pour un fluide enveloppant une sphère vers laquelle il gravite ce qui est la situation de l'atmosphère terrestre.

Les images qui accompagnent le texte ne sont que des figures géométriques, on ne peut pas parler de dessin, et parfois elles sont élémentaires et éloignées de la réalité qu'elles sont censées représenter. Il s'agit d'établir mathématiquement des propositions. Il ne s'agit pas de confronter des points de vue comme c'est le cas pour Aristote ou Galilée. Parfois le résultat d'une proposition ne paraît pas nécessaire. Que cherche-t-il à prouver ? Quelle intuition s'agit-il de corriger ? Par exemple, la première proposition affirme qu'un fluide enfermé dans une enceinte sphérique, soumis à aucune force n'est le siège d'aucun mouvement, et il faut plus d'une page de raisonnement pour en être sûr. Mais que pourrait-il se produire ? Symétrie sphérique totale, aucune force. Une raison qui pourrait constituer un objectif pour cette proposition serait de préciser et de cadrer ce qu'il faut bien appeler l'étrangeté des fluides, le nœud de cette étrangeté se trouvant dans la notion de pression. Il est utile d'ailleurs d'être prudent avec le sens des mots, aujourd'hui la pression se calcule comme un rapport d'une force sur une surface, elle a une unité spécifique le Pascal, mais pour Newton c'est une force, certes une force d'un genre particulier<sup>256</sup> qui, par exemple, ne donne pas lieu systématiquement à un mouvement.

Newton dans cette partie ne situe pas historiquement son propos.

Cependant sur ces notions de statique et de compressibilité des fluides Newton n'est pas le premier. Lisons *History of Hydraulics* :

Un<sup>257</sup> des deux sujets principaux de Mariotte était l'étude de la nature élastique de l'air, stimulé par les observations de Torricelli. Cette recherche était partagée par bon nombre de scientifiques de l'époque, parmi lesquels Otto von Guericke (1602-1686) en Allemagne, Robert Boyle (1627-1691) en Angleterre et Pascal un collègue compatriote de Mariotte, [...]. Guericke avait développé, en 1650, une pompe à vide assez rudimentaire et l'avait utilisée

---

<sup>256</sup> Le commentaire de la définition IV dit : *La force imprimée peut avoir plusieurs origines, elle peut être produite par le choc, par la pression ou par la force centripète.* Ainsi on peut considérer que la pression n'est pas une force imprimée mais seulement l'origine d'une force imprimée. Mais alors il faut le faire aussi pour le choc et pour la force centripète.

<sup>257</sup> page 64. **Rouse Hunter et Ince Simon**, *History of Hydraulics*<sup>257</sup>, Dover Publications, Inc. New-York (1963)

One of Mariotte's two major interests was the study of the elastic nature of the air, stimulated by Torricelli's observations and shared by such other scientists of his time as Otto von Guericke (1602-1686) of Germany, Robert Boyle (1627-1691) of England, and Mariotte's fellow-countryman Pascal, of whom more will be said in the following chapter. Guericke had developed a crude vacuum pump in 1650 and with its use demonstrated the pressure of the atmosphere by means of the Magdeburg hemispheres which, when evacuated, horses could not pull apart. Boyle had utilized an improved form of Guericke's vacuum pump in various experiments on the "spring" of air, but in his 1660 publication of the results did not specifically formulate the law which bears his name in English-speaking countries. Mariotte, on the basis of experiments with the mercury barometer, was able to state in 1675 that "One can take as a certain rule or law of nature that the air is condensed in proportion to the weight with which it is charged," and this is known as Mariotte's law in continental countries. Boyle is said to have arrived at the same relationship in defending his earlier publication, and it was then announced in his name by one of his students. The priority of the discovery is still debated between England and the continent. In any event, Boyle and Mariotte worked independently, and probably equal credit is due each one. To Boyle, moreover, the world apparently owes the introduction of the word "hydraulics" into scientific literature.

pour démontrer la pression atmosphérique au moyen des hémisphères de Magdebourg qui une fois vidés ne pouvaient pas être séparés par des chevaux. Boyle avait utilisé une version améliorée de la pompe à vide de Guericke dans des expériences variées sur le "ressort" de l'air, mais dans la publication de ses résultats en 1660 il n'avait pas précisément formulé la loi, qui porte son nom dans les pays anglophones. Mariotte, s'appuyant sur des expériences avec le baromètre à mercure, fut capable d'établir en 1675 que " On peut prendre comme règle certaine ou loi de la nature que l'air est condensée en proportion du poids qui le charge", ce qui est appelé la loi de Mariotte dans les pays continentaux. On dit que Boyle est arrivé à la même conclusion, en s'appuyant sur sa publication antérieure, elle est donc dénommée de son nom par l'un de ses étudiants. La priorité de la découverte est encore un objet de controverse entre les Anglais et les continentaux. Quoiqu'il en soit, Boyle et Mariotte ont travaillé indépendamment, et chacun doit être crédité de manière égale. Toutefois, il semble bien que le monde scientifique doive à Boyle l'introduction du mot "hydraulique"

Malgré ces prédécesseurs, concernant le sujet, Newton cite uniquement Edmund Halley et pour le résultat d'un calcul, et pas d'une expérience. D'un point de vue mathématique, la référence aux conditions historiques et empiriques de la production de l'hypothèse : *la densité d'un fluide est proportionnelle à sa compression*, n'a pas d'utilité. La célèbre phrase, reprise par Newton, *si<sup>258</sup> j'ai pu voir si loin c'est que j'étais monté sur des épaules de géants*, installe la philosophie naturelle comme la recherche collective d'une vérité relative qui se raffine et se renouvelle au fur et à mesure que l'on s'en approche. Pour ce sujet particulier, de la section V, Newton ne nous permet pas de placer sa proposition dans la trame culturelle de son domaine.

## 2°) La définition et les propositions XIX et XX

### a Définition

#### DÉFINITION DU FLUIDE

Les<sup>259</sup> corps fluides sont ceux dont les parties cèdent à tout espèce de force qui agit sur eux et qui se meuvent très facilement entre eux.

Cette définition doit être comprise comme faisant partie du programme newtonien d'établir des **Principes Mathématiques**. Contrairement à une définition descriptive, elle se doit d'être le plus ramassée possible. Cette définition utilise un vocabulaire dont le sens appartient au système, force, partie, action(agit) et mouvement. Elle repose principalement sur l'expérience quotidienne et on peut considérer que c'est par induction que l'on arrive à

<sup>258</sup> La réédition des Principia par Stephan Hawking se place dans la série intitulé : On the Shoulders of Giants

<sup>259</sup> **Newton Isaac**, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726)/(1972). Fluidum est corpus omne, cujus partes cedunt vi cuicumque illata et cedendo facile moventur inter se. **Newton Isaac**, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new

proposer cette définition. Elle propose deux propriétés, *cèdent à tout espèce de force qui agit sur eux et qui se meuvent très facilement entre eux*. Il y aurait la possibilité à l'aide de cette définition d'essayer de classer les corps en fluide et solide, et de s'intéresser aux cas limites comme le sable ou la farine. Newton reste au niveau des principes, il n'y pas d'enquête taxinomique. Si l'on considère la rédaction de la première édition on est émerveillé par la quantité de sujet différents traités, sur une impulsion qui a été maintenue deux ans. Par contre si l'on se réfère à la troisième édition et qu'on étale sa rédaction sur quarante ans alors on est obligé de constater que Newton ne s'engage pas dans les Principia dans une science des détails. Il n'y a pas de recherche différentielle sur les fluides. Les fluides sont ils tous les mêmes ? Quel sont les paramètres qui pourraient permettre de les classer ? La définition semble considérer la relation des fluides aux solides, *qui cèdent à tout espèce de force*, et la cohésion interne des fluides *qui se meuvent très facilement entre eux*. Dans cette deuxième caractéristique il y a l'amorce de la notion de viscosité.

Cette définition va être l'outil pour établir la proposition XIX.

## b Proposition XIX

### PROPOSITION XIX - THEOREME XIV

Toutes les parties d'un fluide immobile et homogène enfermées dans un vase quelconque immobile dans lequel il est comprimé de toutes parts, (en faisant abstraction de la gravité, de la condensation, et de toute espèce de force centripète) sont également pressées de tous les côtés, et chacune reste dans son lieu sans que cette pression produise aucun mouvement.

Cas 1. Dans un vase sphérique  $ABC$  (figure 30), soit enfermés un fluide de manière qu'il  $y$  soit comprimé de toutes parts également, je dis qu'aucune de ses parties ne se mouvra par cette pression. Car si quelque partie  $D$  se mouvait, il serait nécessaire que toutes les autres parties qui sont à la même distance du centre se meuvent ensemble d'un mouvement semblable ; et cela parce que la pression qu'elles éprouvent toutes est égale et semblable, et qu'on suppose qu'elles n'ont point d'autre mouvement que celui que cette pression peut produire. Or elles ne peuvent toutes approcher plus près du centre, à moins que le fluide ne se condense vers le centre ; ce qui est contre l'hypothèse. Elles ne peuvent non plus s'en éloigner à moins que le fluide ne se condense vers la circonférence, ce qui est aussi contre l'hypothèse. Enfin elles ne peuvent, en conservant

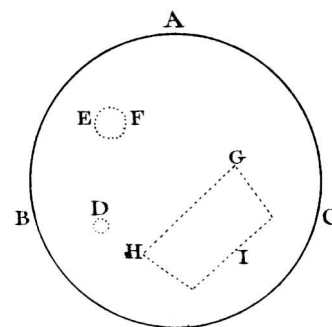


FIG. 30.

Figure 37 p. 212  
PMPN-Dunod



leur distance au centre, se mouvoir vers un côté quelconque parce qu'il y aurait la même raison pour qu'elles se meuvent vers le côté opposé. Or une même partie ne peut se mouvoir en même temps vers des côtés opposés, donc aucune partie de ce fluide ne sortira de sa place (C.Q.F.D.).

On est dans une situation très particulière, Il s'agit d'une situation idéale, il y a juste un fluide enfermé dans un vase sphérique. Ce cas établit, d'une manière très mathématique, que la particule D ne peut pas aller vers le centre, ne peut pas aller vers la périphérie et ne peut pas non plus tourner autour du centre, elle est donc immobile.

Les différents cas considèrent différentes formes de parties du fluide. Pour le cas 1 il s'agit d'une petite sphère D que l'on peut considérer être un point. Puis une sphère plus grande EF et en fin une partie quelconque GHI. Lisons le cas 7.

*Cas 7.* Donc dans un vase inflexible le fluide ne soutiendra pas une pression plus forte d'un côté que de l'autre, mais il cédera à la plus forte, et cela dans un instant indivisible, parce que le côté inflexible du vase ne poursuit pas la liqueur qui cède : le fluide en cédant pressera donc le côté opposé, et ainsi la pression deviendra égale de tous côtés, et parce que le fluide dans le premier moment où il tend à s'éloigner du lieu où il éprouve la plus grande pression, en est empêché par la résistance du vase du côté opposé, la pression devient égale de toutes parts, dans un instant et sans aucun mouvement local : et dans le moment les parties du fluide se pressent mutuellement et également par le cinquième cas, et sont en repos entre elles (C.Q.F.D.).

Enfin, c'est beaucoup d'arguments pour prouver un résultat qui semble ne pas faire de doute. Il y a une préoccupation d'ordre formelle. Newton essaye-t-il de répondre à des questions qui ne sont pas énoncées, de formaliser des propriétés, des propriétés élémentaires qui seraient différentes entre les solides et les fluides ? *Le fluide ne soutiendra pas une pression plus forte d'un côté que de l'autre*, est une phrase qui établit une différence entre le comportement d'un solide et d'un liquide, si l'on appuie à un endroit d'un fluide enfermé dans un vase sphérique, la pression se propagera à tout le fluide. Il est assez regrettable pour notre compréhension, qu'il ne procède que très rarement par comparaison et qu'il ne fasse référence à aucune expérience ou situation physique qui pourrait favoriser l'émergence d'images significatives. La proposition en elle-même n'est pas douteuse, et son enjeu est de servir de fondement pour d'autres. Elle sera invoquée dans la proposition XX. Notons, que malgré l'absence de mouvement, les particules soumises à la pression sont prêtes à se déplacer en cas de défaillance du vase. Les particules fluides se poussent l'une l'autre et finalement c'est la solidité du vase qui renvoie pour ainsi dire les particules à leur place. Le

vase qui tout en empêchant le mouvement, affirme sa présence jusqu'au milieu de la substance.

Il y a le soucis d'entrer dans la structure intime du fluide pour la décrire mathématiquement. Comme pour la gravitation il y a une mise en réserve de la cause. Cependant la question est plus urgente plus réelle, dans le ciel du XVII<sup>e</sup> personne ne prétend y aller. Mais pour l'eau la situation est différente. Pourquoi l'eau passe-t-elle de liquide à solide puis de solide à liquide voir gazeuse ? De quoi est fait le vide interstellaire ? Le cosmos n'est pas vraiment vide puisque la lumière s'y propage puisque la gravitation y agit ? On sait par les écrits non publiés et aussi par les questions de l'Optique que ces questions travaillent Newton. Nous pouvons considérer que la notion de pression dans un fluide est l'équivalent de la notion de gravitation universelle. Pour la gravitation il ne s'engage pas, dans les Principia, à exprimer une hypothèse physique. Nous sommes à l'étape mathématique de l'exploration.

### c Proposition XX

#### PROPOSITION XX - THÉORÈME XV

Si les parties d'une sphère fluide et homogène qui enveloppe un fond sphérique qui a le même centre, gravitent également vers ce centre lorsqu'elles en sont à égale distance ; ce fonds soutiendra le poids d'un cylindre, dont la base est égale à la superficie de ce fond, et la hauteur est la même que celle du fluide incombant.

La formulation de cette propriété ne me semble pas sans équivoque, la référence à la traduction anglaise<sup>260</sup> laisse apparaître que c'est sans doute la difficulté à maintenir une certaine élégance dans l'expression qui a contraint Mme du Châtelet à cette phrase approximative. Car une gravité qui ne serait pas égale à distance égale du centre attractif serait une gravité particulière, et si la sphère est homogène, en densité par exemple, alors la propriété devient moins générale. Il faut aussi reconnaître que le fait de maintenir le recours

---

<sup>260</sup> page 689 Newton Isaac, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999).

If every part of a fluid that is spherical and homogeneous at equal distances from the center and rests upon a concentric spherical bottom gravitates toward the center of the whole, then the bottom will sustain the weight of a cylinder whose base is equal to the surface of the bottom and whose height is the same as that of the fluid resting upon it.

Page 419-420 Newton Isaac, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726)/(1972).

Si fluidi sphaerici, et in aequalibus a centro distanciis homogenei, fundo sphaerico concentrico incumbentis partes singulae versus centrum totius gravitent ; sustinet fundum pondus cylindri, cujus basis aequalis est superficiei fundi, et altitudo eadem quae fluidi incumbentis.

exclusif à une énonciation strictement verbale en limitant les répétitions et les renvois à une ou plusieurs figures rendent la justification et la description de la situation assez délicate.

Je propose cette traduction.

Si les parties d'une sphère fluide, homogènes par couches concentriques qui enveloppent un fond sphérique de même centre, gravitent toutes vers ce centre ; ce fond soutiendra le poids d'un cylindre, dont la base est égale à la superficie de ce fond, et la hauteur est la même que celle du fluide incombant.

Il est intéressant, d'une part, de pointer ce que cette situation a de général, ce en quoi elle constitue une expérience de pensée, une étape vers une situation plus complexe et plus réaliste :

- ◆ fluide homogène par couches concentriques sans loi de variation de densité assignée
- ◆ un vase possédant un curieux fond
- ◆ une gravité, varie-t-elle avec la distance ou pas, peu importe.

Nous avons à considérer un dispositif qui renferme beaucoup de généralité. Le résultat cumule le poids des couches d'une manière particulière, le poids d'une brique est la cause de sa chute, pour le cas considéré le poids du fluide ne peut en aucun cas être responsable d'un mouvement du fluide, le poids n'est pas ici une force mouvante mais une force pressante et sur le fond ce n'est pas tout le poids qui pèse mais celui d'un cylindre dont la base est égale à la superficie de ce fond et la hauteur la même que celle du fluide incombant.

On peut construire une analogie entre cette proposition et celle qui établit la validité de la loi des aires. D'une part la loi des aires est valable pour tout type de gravité, ici Newton ne fait pas d'hypothèse de loi de gravitation et le résultat final n'en dépend pas, ce qui lui donne une validité spéciale. D'autre part au plan méthodologique la découverte de la démonstration n'est possible que si le résultat est connu d'avance, le résultat pour la pression sur le fond ne peut pas être le fruit d'une déduction qui viendrait de la seule force de la logique

Il faut envisager la possibilité, et la fin du corollaire 1 soutient cette possibilité, qu'il s'agit ici pour Newton de fournir des éléments de justification à propos du paradoxe concernant la pression sur le fond d'un vase. D'ailleurs Newton fait bien plus que justifier

ce paradoxe, il le généralise et ce faisant, il embrouille plutôt l'affaire et n'arrive pas à convaincre. Pour expliciter et ancrer historiquement ce paradoxe, nous vous proposons de consulter quelques passages et planches du *Traité de l'équilibre des liqueurs*<sup>261</sup> de Pascal.

Voici une partie du texte accompagnant cette planche de dessins.

#### CHAPITRE I.

##### QUE LES LIQUEURS PÈSENT SELON LEUR HAUTEUR.

Si<sup>262</sup> l'on attache contre un mur plusieurs vaisseaux, l'un tel que celui de la première figure ; l'autre penché, comme en la seconde; l'autre fort large, comme la troisième; l'autre étroit, comme la quatrième ; l'autre qui ne soit qu'un petit tuyau qui aboutisse à un vaisseau large par en bas, mais n'ait presque point de hauteur, comme en la cinquième figure ; et qu'on les remplisse tous d'eau jusques à un même hauteur, et qu'on fasse à tous des ouvertures pareilles par en bas, lesquelles on bouche pour retenir l'eau : l'expérience fait voir, qu'il faut une pareille force pour empêcher tous ces tampons de sortir, quoique l'eau soit en une quantité toute différente en tous ces différents vaisseaux [...]

Pour l'éprouver exactement il faut boucher l'ouverture du cinquième vaisseau avec une pièce de bois ronde enveloppée d'étoupe comme le piston d'une pompe [...]

---

<sup>261</sup> Blaise Pascal, *Traitez de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air*, Paris chez Guillaume Desprez, 1663, planches de figures en fin d'ouvrage

<sup>262</sup> idem pages 1,2 et 3.

Si cette eau vient à se glacer, et que la glace ne prenne pas au vaisseau, comme en effet elle ne s'y attache pas d'ordinaire ; il ne faudra à l'autre bras de la balance qu'une once pour tenir le poids de la glace en équilibre ; mais si on approche du feu contre le vaisseau, qui fasse fondre la glace, il faudra un poids de cent livres pour contrebalancer la pesanteur de cette glace fondue en eau, quoique nous la supposions que d'une once.

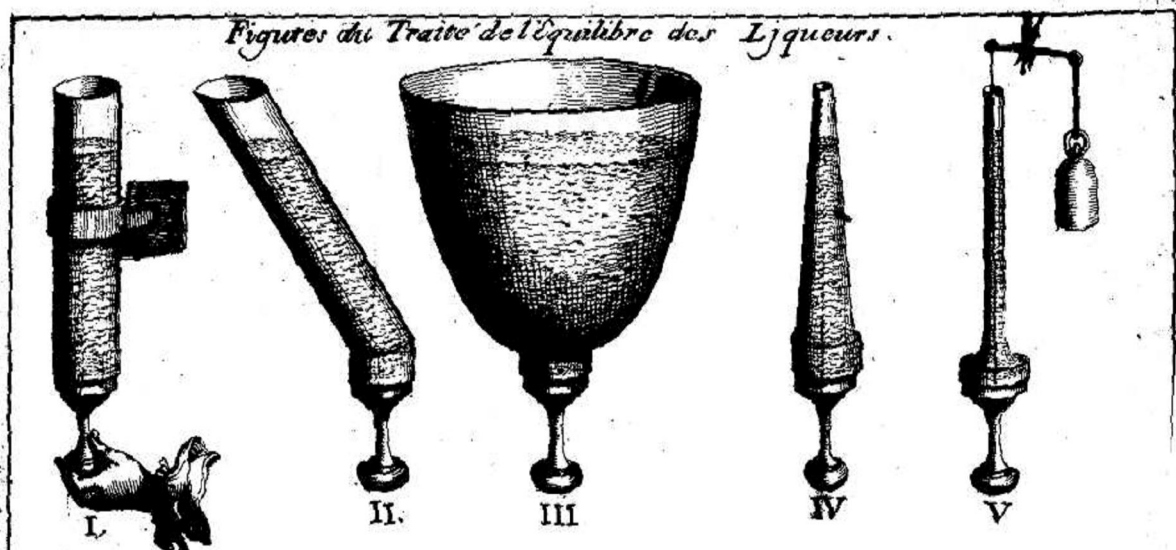


Figure 38 Traité de l'équilibre des liqueurs (Pascal) planche de figures à la fin de l'ouvrage. Source BNF

La série de dessins nous propose d'être témoin des expériences. Il y a une mise en scène, les récipients sont alignés. Une main qui tient un bouchon est dessinée. Il s'agit bien d'expérimentation les récipients ont été spécialement fabriqués dans le but de prouver le paradoxe hydrostatique.

La lecture successive de ces deux auteurs fait apparaître outre la différence de style, la différence de projet. Expliquer n'a pas le même contenu pour Newton et pour Pascal. Il faut remarquer que Pascal ne s'en tient pas à une simple description des phénomènes, il montre que comprendre c'est parfois aller à l'encontre de l'évidence. Cependant l'explication newtonienne est d'une autre nature, il tente d'articuler des principes, il situe son explication au niveau de la terre entière et même plus, en fait il parle de n'importe quelle sphère attractive et on verra, dans les autres propositions, qu'il varie même les lois

d'attraction. Dans cette cinquième section, comme nous l'expose George Smith<sup>263</sup>, on voit la chaîne d'idéalisations, se développer pour approcher la réalité au plus près, mais on ne peut pas affirmer qu'elle soit confrontée aux phénomènes. Ou alors il faut considérer que c'est au lecteur à trouver lui même les phénomènes. Pour la proposition XIX on voit difficilement à quel phénomène peut se rapporter ce genre de théorisation, on voit mieux pour la XX que cette sphère attractive peut être la terre.

Voici maintenant la justification que Newton donne pour la proposition XX.

Que *DHM* soit la superficie de ce fond (figure 31), et *AEI* la superficie supérieure du fluide. Que ce fluide soit partagé par un nombre innombrable de superficies sphériques *BFK*, *CGL* dans des orbes concentriques également épaisses, et que la force de la gravité soit supposée agir seulement sur la superficie supérieure d'un orbe quelconque, ses actions étant égales sur les parties égales de toutes ces superficies. La superficie de dessus *AE* est donc pressée par la seule force de sa propre gravité, par laquelle toutes les parties de l'orbe supérieur et la seconde superficie *BFK* (par la Prop. 19.), selon sa grandeur, sont également pressées. Mais outre cela, la seconde superficie *BFK* est pressée par la force de sa propre gravité, qui, ajoutée à la première, compose une pression double. La troisième superficie *CGL* sera pressée selon sa grandeur par cette pression, et de plus par la force de sa propre gravité, c'est-à-dire, par une pression triple : et de même, la quatrième superficie éprouvera, une pression quadruple, la cinquième une quintuple, et ainsi de suite. La pression que chaque superficie éprouve, n'est donc pas comme la quantité solide du fluide qui s'appuie sur elle, mais comme le nombre des orbes jusqu'à la surface supérieure du fluide, et elle est égale à la gravité de l'orbe inférieur multiplié par le nombre des orbes : c'est-à-dire, à la gravité du solide dont la dernière raison au cylindre déterminé est la raison d'égalité, (supposé que le nombre des orbes croisse et que leur épaisseur diminue à l'infini, de sorte que l'action de la gravité de la superficie inférieure à la supérieure devienne continue). La superficie intérieure soutiendra donc le cylindre donc on vient de parler (C.Q.F.D).

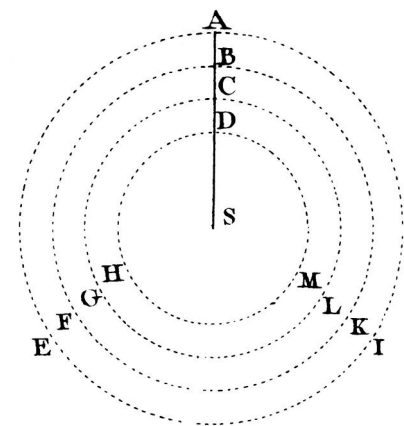


FIG. 31.

Figure 39 p. 214 PMPN-Dunod

Il faut considérer que chaque orbe est une sphère de la proposition XIX. A l'intérieur de cette orbe la deuxième orbe est une zone du genre de GHI (fig. 37 selon notre numérotation) et la pression est constante, ce qui veut dire que des surfaces identiques sont soumises à la même force, nous devrions dire sont comprimées par la même paire de forces antagonistes qui s'équilibrent. L'orbe la plus extérieure agit donc sur la deuxième par

<sup>263</sup> page 249. George E. Smith, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. 2001.

contact et proportionnellement à la surface extérieure de la deuxième orbe, donc par le poids du volume déterminé par la surface de cette deuxième orbe et par l'épaisseur de la première orbe, et ainsi de suite. Il n'est nécessaire que ni la densité ni la gravité soient constante.

La lecture du corollaire 1 laisse transparaitre, en fin d'explication, une résolution étrange du paradoxe signalé.

**Cor. 1.** Donc le fond n'est pas pressé par tout le poids du fluide incombant, mais il soutient seulement cette partie du poids du fluide dont on a parlé dans cette proposition ; **le reste de son poids étant soutenu par la figure en voûte du fluide.**

Nous allons analyser l'argument de Newton par un retour sur l'expérience de Pascal. Le "Traitez de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air" de Pascal publié à Paris par Guillaume Desprez en 1663 comporte un certain nombre de suppléments parmi lesquels le compte rendu d'un livre de Robert Boyle : *Nova experimenta Physico-Mechanica de Aëre*. Dans l'Europe du XVII<sup>e</sup> siècle, malgré les rivalités nationales, les idées circulent, ce genre de document le prouve. Newton devait connaître le livre de son compatriote et "ami" Robert Boyle et donc au moins les intentions, et les questions soulevés par Pascal. Si l'on considère le vase de la troisième figure, l'expérience prouve à Pascal que seule la colonne de liquide directement au dessus "pèse" sur le fond du récipient, ce que semble vouloir expliquer Newton dans la fin de son corollaire 1, mais on cherche, en vain, pour ce récipient, la voûte qui expliquerait pourquoi ce n'est pas tout le liquide qui pèse. Cette dernière phrase du corollaire semble à la fois inutile et fausse. Fausse parce que l'on n'a jamais vu de voûte fluide soutenir quoique ce soit. Inutile parce que la proposition explique suffisamment pourquoi le fluide "pèse" par sa pression et par pas son poids et que donc c'est la hauteur qui compte.

L'usage du mot pression renvoie à deux possibilités de déterminations. (la science contemporaine n'a conservé que la deuxième) Il peut s'agir d'une manière de dire que la force que l'on considère est répartie sur une zone et c'est le sens principal newtonien, mais avec cette détermination si on parle de pression en un point, il faut imaginer la zone réduite à ce point donc de surface nulle et la force est alors aussi nulle. Il faut dans ce cas changer de manière de déterminer la pression et considérer que sa mesure est le rapport de la force sur

la surface. Quand la surface se réduit jusqu'à la nullité le rapport peut rester relativement stable et se rapprocher d'une valeur qui est justement la pression en ce point. Pour un fluide non pesant il faut ajouter que cette pression est uniforme et multidirectionnelle. Comme pour les notions de force et d'accélération pour lesquelles l'aspect instantané n'est pas explicité, pour la notion de pression il en va de même, Newton a l'intuition d'une notion de pression ponctuelle mais cette notion n'est pas réglée par une définition et un formalisme explicite, aussi la rigueur des démonstrations peut être considérée du point de vue contemporain comme insuffisant, sans que l'on puisse dire que Newton se trompe.

### 3°) Propositions XXI et XXII

#### a Proposition XXI

##### PROPOSITION XXI - THÉORÈME XVI

Si<sup>264</sup> la densité d'un fluide quelconque est proportionnelle à sa compression, et que ses parties soient attirées en en-bas par une force centripète réciproquement proportionnelle à leurs distances au centre : je dis que si l'on prend ces distances continuellement proportionnelles, les densités de ce fluide à ces mêmes distances seront aussi continuellement proportionnelles.

Newton utilise deux mots, *pressio* et *compressio* traduit en français par pression et compression, et en anglais par pressure et compression. Il n'y a pas de litige sur les traductions. Le terme compression désigne un état du fluide (ce qui correspond à notre pression actuelle) tandis que le mot pression désigne une force même si cette force possède la particularité de ne pas être toujours une force mouvante ce qui semble une entorse à la définition d'une force imprimée..

On peut rapprocher ce théorème du théorème I concernant la résistance d'un fluide qui dans ce cas était proportionnelle à la vitesse, Newton utilise d'ailleurs le lemme 1 qu'il avait établi pour continuer sa démonstration.

Une étude détaillée du lemme 1 a été effectuée lors de l'examen de la première section. Prendre des distances continuellement proportionnelles revient à dire qu'elles constituent une suite géométrique

---

<sup>264</sup> Let the density of a certain fluid be proportional to the compression, and let its parts be drawn downward by a centripetal force inversely proportional to their distances from the center; I say that if the distances are taken continually proportional, the densities of the fluid at these distances will also be continually proportional.

Traduction Cohen et Whitman page 692



Que  $ATV$  représente le fond sphérique sur lequel le fluide s'appuie, que  $S$  soit le centre (figure 32), et que  $SA, SB, SC, SD, SE, SF$ , etc. soient des distances continuellement proportionnelles.

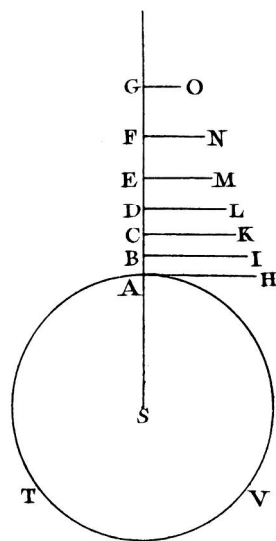


FIG. 32.

Figure 40 p. 217 PMPN-Dunod

Pour mieux se représenter la procédure nous allons particulariser la situation en proposant un exemple. Supposons une sphère de 1000km de rayon et créons une succession d'altitude comme Newton le fait, le coefficient multiplicateur étant 1,1.

Tableau 29 Calcul de la répartition de la pression.

points	A	B	C	D	E	F	G	
Distance au centre	1000	1100	1210	1331	1464	1610	1771	Les distances sont choisies pour être en proportion continue (suite géométrique)
Epaisseur de la couche	100	110	121	133	146	161	177	Les différences sont aussi en proportion continue
Intensité de la gravité	20	18,1	16,5	15,0	13,6	12,4	11,3	La gravité est inversement proportionnelle à la distance au centre
densité	$d_A ?$	$d_B ?$	$d_C ?$	$d_D ?$	$d_E ?$	$d_F ?$	$d_G ?$	La densité de la couche n'est pas connue, mais on sait qu'elle est proportionnelle à la pression
Poids de la couche	$p_{[AB]}$	$p_{[BC]}$	$p_{[CD]}$	$p_{[DE]}$	$p_{[EF]}$	$p_{[FG]}$	$p_{[GH]}$	Le poids de la couche dépend de 3 paramètres, épaisseur, gravité et densité.
pression	$P_A$	$P_B$	$P_C$	$P_D$	$P_E$	$P_F$	$P_G$	La pression c'est le "poids" cumulé de toutes les couches.

Dans ce tableau la première distance au centre est le rayon de la sphère, choisi arbitrairement à 1000. Ensuite il s'agit de répartir les points pour obtenir une suite géométrique de raison 1,1 (passage d'un terme à l'autre par multiplication par 1,1). La suite formée par les épaisseurs de couches est aussi géométrique de même raison, cette suite est d'une certaine manière surdéterminée, une fois comme différence des distances au centre, une deuxième fois comme suite géométrique, et une troisième fois comme proportionnelle à la suite des distances ces résultats sont connus et pour Newton cela est une évidence et ce n'est pas facile de savoir s'il utilise une spécificité de la suite géométrique ou une loi de la mécanique ou encore une hypothèse. La première intensité de la gravité est fixée arbitrairement cela détermine le coefficient de calcul, pour obtenir 20 nous divisons 20000 par 1000, la distance au centre. Nous calculons alors la suite des intensités de la gravité, c'est également une suite géométrique de raison  $(1/1,1 = 0,9090\dots)$ ,

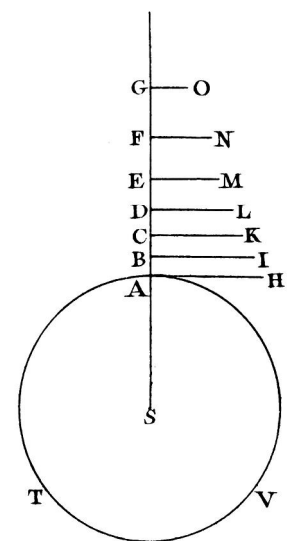


FIG. 32.

ceci peut être justifié algébriquement et c'est aussi un résultat connu.

Soient élevées les perpendiculaires  $AH, BI, CK, DE, EM, FN$ , etc. qui soient comme les densités du milieu aux lieux  $A, B, C, D, E, F$ , et les gravités spécifiques dans ces mêmes lieux seront comme  $\frac{AH}{AS}, \frac{BI}{BS}, \frac{CK}{CS}$ , etc. Ou, ce

qui revient au même, comme  $\frac{AH}{AB}, \frac{BI}{BC}, \frac{CK}{CD}$ , etc. Supposez premièrement

que ces gravités soient continuées uniformément de  $A$  à  $B$ , de  $B$  à  $C$ , de  $C$  à  $D$ , etc. les décréments se faisant par degrés aux points  $B, C, D$ , etc. et ces gravités multipliées par les hauteurs  $AB, BC, CD$ , etc. formeront les pressions  $AH, BI, CK$ , etc. par lesquelles le fond  $ATV$  est pressé (selon le Théor. 15.) : la particule  $A$  soutiendra donc toutes les pressions  $AH, BI, CK, DE$  en allant à l'infini ; et la particule  $B$  toutes les pressions hors la première  $AH$  ; et la particule  $C$  toutes les pressions hors les deux premières  $AH, BI$ , et ainsi de suite. Donc la densité  $AH$  de la première particule  $A$  est à la densité  $BI$  de la seconde particule  $B$  comme la somme de toutes les densités  $AH + BI + CK + DE$  à l'infini, à la somme de toutes les densités  $BI + CK + DE$ , etc. Et  $BI$  densité de la seconde  $B$  est à  $CK$  densité de la troisième  $C$ , comme la somme de toutes les densités  $BI + CK + DE$ , etc. à la somme de toutes les densités  $CK + DE$ , etc. Or ces sommes sont proportionnelles à leurs différences  $AH, BI, CK$ , etc. et par conséquent elles sont continuellement proportionnelles, (par le Lemme I. de ce Livre) donc les différences  $AH, BI, CK$ , etc. qui sont proportionnelles aux sommes, sont aussi continuellement proportionnelles. C'est pourquoi, comme les densités dans les lieux  $A, B, C$ , etc. sont comme  $AH, BI, CK$ , etc. elles seront aussi continuellement proportionnelles. Qu'on les prenne par sauts, et aux distances  $SA, SC, SE$ , continuellement proportionnelles, les densités  $AH, BI, CK, EM$  seront continuellement proportionnelles, et par le même raisonnement, aux distances quelconques continuellement proportionnelles  $SA, SD, SG$ , les densités  $AH, BI, CK, DE, GO$  seront continuellement proportionnelles.

Reprenons le même tableau de manière plus générale.

Tableau 30 Calcul de la répartition de la pression.

	Sur la figure	algébriquement	relations
Distance au centre	SA, SB, SC, ...	r (r <sub>n</sub> ) : r <sub>0</sub> , r <sub>1</sub> , r <sub>2</sub> ,	Suite géométrique r <sub>1</sub> =q × r <sub>0</sub> r <sub>2</sub> =q × r <sub>1</sub> .....
r est une variable, c' est la distance entre S et le point que l'on considère. (r <sub>n</sub> ) est la suite créée par Newton, c'est une suite géométrique, de raison q, les termes sont liés entre eux.			
Épaisseur de la couche	AB, BC, CD, ... proportionnelles à SA, SB, SC, ...	(e <sub>n</sub> ) : e <sub>0</sub> , e <sub>1</sub> , e <sub>2</sub> ,	(e <sub>n</sub> ) et (r <sub>n</sub> ) sont proportionnelles e=k <sub>1</sub> × r
e n'est pas vraiment une variable. La suite (e <sub>n</sub> ) est la suite des différences; entre deux termes consécutifs de la suite (r <sub>n</sub> ), c'est une suite géométrique, de raison q, les termes sont liés entre eux. Les suites (e <sub>n</sub> ) et (r <sub>n</sub> ) sont proportionnelles			
Intensité de la gravité	$\frac{k_2}{SA} \propto \frac{k_2}{AB}$	g <sub>0</sub> , g <sub>1</sub> , g <sub>2</sub> ...	$g = \frac{k_2}{r}$ hypothèse
densité la densité d'un fluide quelconque est proportionnelle à sa compression	AH, BI, CK, ...	d d <sub>0</sub> , d <sub>1</sub> , d <sub>2</sub> ,	d = k <sub>3</sub> × P
Poids de la couche Gravité spécifique	$\propto \frac{AH}{AS}, \frac{BI}{BS}, \frac{CK}{CS}$	p'=g×e×d	p' <sub>0</sub> =g <sub>0</sub> ×e <sub>0</sub> ×d <sub>0</sub> p' <sub>1</sub> =g <sub>1</sub> ×e <sub>1</sub> ×d <sub>1</sub>
pression			P=somme des poids de toutes les couches supérieures
P <sub>0</sub> = p' <sub>0</sub> + p' <sub>1</sub> + p' <sub>2</sub> + p' <sub>3</sub> + ... + p' <sub>n</sub> + ...		On a donc	
P <sub>1</sub> = p' <sub>1</sub> + p' <sub>2</sub> + p' <sub>3</sub> + ... + p' <sub>n</sub> + ...		P <sub>1</sub> -P <sub>0</sub> =-p' <sub>0</sub>	
P <sub>2</sub> = p' <sub>2</sub> + p' <sub>3</sub> + ... + p' <sub>n</sub> + ...		P <sub>2</sub> -P <sub>1</sub> =-p' <sub>1</sub>	

Analyse de la proportionnalité du poids de la couche,  $\propto \frac{AH}{AS}, \frac{BI}{BS}, \frac{CK}{CS}$ , comme AS est proportionnelle à AB on peut écrire :  $\propto \frac{AH}{AB}, \frac{BI}{BC}, \frac{CK}{CD}$ , mais ce poids de la couche est aussi proportionnelle à son épaisseur AB donc finalement le poids de chaque couche est proportionnelle à AH.

La densité de chaque couche est proportionnelle à son épaisseur. Mais d'autre part la densité est (par hypothèse) proportionnelle au poids qui pèse sur elle, qui est la somme de tous les AB, c'est à dire les poids incumbants. Finalement la suite des poids incumbants est proportionnelle à ses différences, c'est donc une suite géométrique, ou pour parler comme

Newton elle est en proportion continue. Il en va de même pour la suite des densités qui lui est proportionnelle.

Le tableau contient une représentation algébrique des grandeurs et des relations. Elles permettent de conduire un calcul qui aboutirait à la proportionnalité des suites  $P_n$  et  $p'_n$  donc au fait que  $P_n$  est une suite géométrique, et  $d_n$  aussi.

Ce raisonnement doit être raffiné puisque dans une couche la densité n'est pas constante, l'estimation du poids comme proportionnelle à l'épaisseur de cette couche est donc approximative. Comme pour la proposition I de la première section Newton ne passe pas tout de suite à un raffinement de la discrétisation, au contraire il assemble trois couches, et conclut que pour des couches plus espacées le raisonnement est encore réalisable, ensuite il indique que l'on peut partir d'une subdivision très fine, aussi fine que l'on veut et modéliser ainsi à un milieu continue.

Que les points  $A, B, C, D, E$ , etc. se rapprochent à présent (figure 32), de sorte que la progression des gravités spécifiques, depuis le fond  $A$  jusqu'à la partie supérieure du fluide, devienne continue, les densités  $AH, DL, GO$ , qui étaient toujours continuellement proportionnelles dans des distances quelconques  $SA, SD, SG$ , demeureront continuellement proportionnelles (C.Q.F.D).

**b Le corollaire**

Ensuite Newton donne une méthode géométrique pour passer de la donnée de deux densités à deux altitudes à la densité à toutes les altitudes. Il ne s'agit pas seulement de prendre les deux altitudes comme les deux premiers termes d'une suite géométrique et de produire d'autres termes dont les altitudes seraient imposés par ces deux premiers termes, mais d'obtenir la densité à toutes les altitudes. On retrouve l'utilisation de l'hyperbole. Ce qui permet une synthèse visuelle des résultats. Tout les renseignements sont sur la figure.

**Cor.** De là, si la densité du fluide est donnée en deux lieux comme  $A$  et  $E$ , on peut trouver sa densité dans un lieu quelconque  $Q$ .

Du centre  $S$ , soit décrite une hyperbole dont les asymptotes soient les perpendiculaires  $SQ, SX$  (figure 33), et qui coupe les lignes  $AH, EM, QT$  perpendiculaires à l'asymptote  $SQ$  en  $a, e, q$ , ainsi que les perpendiculaires  $HX, MY, TZ$ , à l'asymptote  $SX$ , en  $h, m$  et  $t$ . Soit l'aire  $YmtZ$  à l'aire donnée  $YmhX$  comme l'aire donnée  $EeqQ$  à l'aire donnée  $EeaA$  ; la ligne  $Zt$  prolongée coupera la ligne  $QT$  proportionnellement à la densité. Car si les lignes  $SA, SE, SQ$  sont continuellement

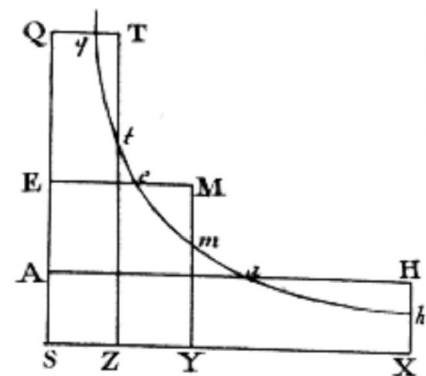


Figure 41 PMPN-Dunod page 218

proportionnelles, les aires  $EeqQ$ ,  $EeaA$  seront égales, et de là, les aires  $YmtZ$ ,  $XhmY$ , qui sont proportionnelles aux premières, seront aussi égales, et les lignes  $SX$ ,  $SY$ ,  $SZ$ , c'est-à-dire,  $AH$ ,  $EM$ ,  $QT$  seront continuellement proportionnelles, comme le théorème le demande. Et si les lignes  $SA$ ,  $SE$ ,  $SQ$  ont un autre ordre quelconque dans une série de quantités continuellement proportionnelles, les lignes  $AH$ ,  $EM$ ,  $QT$ , à cause de la proportionnalité des aires hyperboliques, auront le même ordre dans une autre série de quantités continuellement proportionnelles.

La proposition XXII est du même genre, sa démonstration est cependant beaucoup plus délicate en raison de la dépendance à l'inverse du carré de la gravité. Nous n'en donnerons pas d'étude détaillée.

### c Proposition XXII

#### PROPOSITION XXII - THÉORÈME XVII

La densité d'un fluide quelconque étant proportionnelle à sa compression, et ses parties étant attirées en en-bas par une gravité réciproquement proportionnelle aux carrés de leurs distances au centre : je dis que si l'on prend ces distances dans une progression harmonique les densités du fluide à ces distances seront en progression géométrique.

Dans le corollaire Newton souligne que la connaissance de la densité à deux endroits différents suffira pour la connaître en tout lieu. Il varie les hypothèses de gravité et c'est pour l'hypothèse d'une gravité constante qu'il nomme le célèbre Edmund Halley. Ensuite il évoque d'autres lois de compression pour l'air, et finalement renvoie aux phénomènes pour trancher à propos de l'hypothèse la plus vraisemblable.

De plus, si la gravité des particules du fluide est la même à toutes les distances, et que les distances soient en progression arithmétique, les densités seront en progression géométrique, comme le célèbre *Edmond Halley* l'a trouvé. Si la gravité est comme la distance et que les carrés des distances soient en progression arithmétique, les densités seront en progression géométrique. Et de même à l'infini. Cela arrive ainsi lorsque la densité du fluide condensé par la compression est comme la force comprimante, ou, ce qui est la même chose, lorsque l'espace occupé par le fluide est réciproquement comme cette force. On peut supposer d'autres lois de condensation, comme, par exemple, que le cube de la force comprimante soit comme la quatrième puissance de la densité, ou que la raison triplée de la force soit la même que la raison quadruplée de la densité. Auquel cas, si la gravité est réciproquement comme le carré de la distance au centre, la densité sera réciproquement comme le cube de la distance. Supposez à présent que le cube de la force comprimante soit comme la cinquième puissance de la densité, si la gravité est réciproquement comme le carré de la distance, la densité sera réciproquement en raison sesquiplée de la distance. Supposez que la force comprimante soit en raison doublée de la densité et la gravité réciproquement en raison doublée de la distance, la densité sera réciproquement comme la distance. Il serait trop long de parcourir tous les cas. Au reste, il est certain, par l'expérience, que la densité de l'air est, ou exactement, ou à peu près, comme la force comprimante, et par conséquent, la densité de l'air de l'atmosphère de la Terre est comme le poids de tout l'air incombant, c'est-à-dire, comme la hauteur du mercure dans le Baromètre.

Newton abonde en subtilités dans les hypothèses, il y a comme une boulimie d'hypothèses et de conclusions qui s'en suivent. Il y a une revendication d'expertise. Il semble prendre conscience qu'il pourrait continuer, et se perdre dans cette exploration, alors pour y mettre un terme, il déclare, *au reste, il est certain, par l'expérience, que la densité de l'air est, ou exactement, ou à peu près, (sic) comme la force comprimante, ceci étant attesté par le recours à l'expérience par le moyen du baromètre.* C'est donc par un recours à l'expérience qu'il arrête son accumulation d'hypothèses et qu'il tranche la question. La raison, les principes mathématiques doivent être non seulement contrôlés mais aussi tempérés par l'expérience. Les hypothèses ont permis d'informer la recherche philosophique et c'est là bien leur but et le but de l'ouvrage tout entier. Par comparaison avec le Hooke de la *Micrographia* on peut pointer cette différence, Hooke lui n'est jamais fatigué d'observer et de produire des images, pour Newton ce sont les hypothèses mathématiques qui l'emportent. Il faut aussi remarquer que Newton n'est pas très abondant sur l'expérience par le moyen du baromètre, comme si son interprétation était claire en elle même. L'expérience n'est ni référencée ni attribuée à un quelconque savant. En conséquence elle n'est ni problématisée ni critiquée et bien sûr pas racontée ou dessinée. Ceci est tout à fait concevable pour la première édition qui est le fruit d'une impulsion, d'une rage créatrice mais assez étrange pour les deux suivantes.

## 4°) Proposition XXIII Théorème XVIII.

## PROPOSITION XXIII THÉORÈME XVIII

Si la densité d'un fluide, composé de parties qui se fuient mutuellement, est comme la compression, les forces centrifuges des particules seront réciproquement proportionnelles aux distances à leurs centres. Et au contraire, les particules dont les forces sont réciproquement proportionnelles aux distances à leur centre, et qui se fuient mutuellement, composent un fluide élastique, dont la densité est proportionnelle à la compression.

Dans cette proposition les parties constituant le fluide ne sont plus amorphes, il y a des relations physiques entre elles autre que le contact. Un fluide serait composé de particules qui se repoussent avec une loi de répulsion. La relation compression-densité est testable donc l'hypothèse des forces répulsives entre particules proportionnelles à leurs distances l'est donc aussi.

Si l'on modernise le propos on sait que pour une masse de gaz donnée on a, pour un gaz dit parfait, la relation :  $PV = Cte$  d'autre part la masse volumique que l'on va

confondre avec la densité est  $\rho = \frac{m}{V}$  d'où  $V = \frac{m}{\rho}$  et finalement  $P \times m = Cte \times \rho$ . Ce

qui est bien la relation annoncée par la propriété.

## 5°) Conclusion sur la section

## a Scolie de conclusion.

[...] Tout<sup>265</sup> cela doit s'entendre des forces centrifuges des particules, lesquelles ne s'exercent que sur les particules les plus proches, ou ne passent guères au-delà. Nous en avons un exemple dans les corps magnétiques, dont la force attractive ne s'étend pas au-delà des corps du même genre, et qui sont très proches. Car la vertu magnétique ne s'étend pas au-delà d'une petite lame de fer qu'on interpose entre le corps et l'aimant, et elle se termine presque entièrement à ce fer, puisque les corps placés au-delà de cette lame ne sont pas tant attirés par l'aimant que par la lame de fer. Si on conçoit de même des particules qui en fuient d'autres du même genre qu'elles, et dont elles sont très proches, et qu'on imagine qu'elles n'exercent aucune force sur les particules plus éloignées, on formera par l'assemblage infini de ces particules les fluides dont il s'agit dans cette Proposition. Que s'il y a des particules dont la force s'étende à l'infini, il faudra une plus grande force pour opérer la même condensation d'une plus grande quantité de fluide. C'est une question qui regarde la physique que de savoir si les fluides élastiques sont composés de parties qui se fuient mutuellement. Nous avons démontré ici mathématiquement la propriété des fluides composés de particules de cette espèce, afin de donner aux Physiciens les moyens de traiter cette matière.

<sup>265</sup> p. 222 Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.



On constate dans ce scolie que Newton n'a pas de certitude sur les forces répulsives et qu'il a une difficulté dans leur modélisation. Les forces de gravité, attractives, n'ont pas de limite spatiale, ni de sélectivité. N'importe quelle matière attire n'importe quelle matière, le soleil qui est constitué de matière mais de toute évidence autre que celle de la terre, attire pourtant la terre, la lune passant dans son axe ne fait pas écran à cette force. Les forces magnétiques sont beaucoup plus capricieuses, tous les métaux ne sont pas attirés et de plus un morceau de fer fait écran à la propagation du magnétisme, pourtant le magnétisme traverse le bois. Ainsi il y a la possibilité que l'air repousserait sélectivement l'air avec par exemple les autres substances qui feraient écran. Newton, qui connaît sans doute le livre : *De Magnete* de William Gilbert<sup>266</sup> n'avance pas tant que cela dans l'argumentation, le sujet du magnétisme est chargé<sup>267</sup>. Newton propose une loi de répulsion et il laisse, *aux Physiciens*, le soin d'approfondir le bien fondé de cette possibilité. Il se montre donc très prudent, mais prudent n'est sans doute pas le mot exact, il vaudrait mieux le considérer comme juste. Il adopte la position juste du philosophe qui ne peut pas dire plus que ce que les phénomènes lui apportent.

## b Les méthodes Newtoniennes en œuvre.

Dans son article<sup>268</sup>, *Force, Continuity, and the Mathematization of Motion at the End of the Seventeenth Century*, Michel Blay analyse comment Newton construit des actions continues par une succession d'impulsions de plus en plus rapprochées dans le temps. Dans cette section, pour l'étude des variations de la densité en fonction de l'altitude, nous avons pu observer par le même genre de procédure, le passage du discret au continu. Dans un premier temps l'atmosphère est partagée en tranches homogènes qui pèsent en des points répartis de manière discontinu. Ensuite la continuité du milieu est restauré en raffinant "à

---

<sup>266</sup> William Gilbert Médecin et physicien anglais (Colchester 1544-Londres ou Colchester 1603). Il effectua les premières expériences relatives à l'électrostatique et au magnétisme. Il distingua entre corps idioélectriques (isolants) et anélectriques (conducteurs), et créa le premier électroscope. Il découvrit l'aimantation par influence et signala l'inclinaison magnétique, ainsi que ses variations. Il fut l'un des fondateurs de la méthode expérimentale. © Larousse 2005

<sup>267</sup> Paolo Rossi " Face à un livre comme le *De magnete magneticisque corporibus et de magno magnete Tellure physiologia nova*, que publia à Londres, en 1600, le médecin anglais William Gilbert (1544-1603), il est vraiment difficile de se demander s'il s'agit du dernier ouvrage de magie naturelle de la Renaissance ou d'un des premiers ouvrages de la science expérimentale moderne." Voir l'annexe A pour un extrait plus étendu.

Encyclopédie de Diderot et d'Alembert : " C'est encore une question non moins difficile que de savoir s'il y a quelque rapport entre la cause du magnétisme & celle de l'électricité, car on ne connoît guère mieux l'une que l'autre." Voir l'annexe B pour un extrait plus étendu.

<sup>268</sup> Michel Blay, *Force, Continuity, and the Mathematization of Motion at the End of the Seventeenth Century*. in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001)

l'infini" ce partage. Mais cette procédure passe par une précaution, que nous analysons ainsi. L'addition des parties pourrait détruire la propriété établie, le fait que la suite des densités soit en proportion continue, alors Newton commence par combiner des tranches et montre que la propriété demeure. Il me semble que cette subtilité méthodologique garantit que la propriété est valide à toute échelle. On peut alors concevoir un pas de discrétisation plus petit, et même infiniment plus petit et combiner ensuite tous les intervalles et obtenir ainsi une propriété qui est valable pour toutes les tailles d'intervalle.

Dans le même ouvrage George E. Smith<sup>269</sup> soutient que le style newtonien qui a réussi à produire des résultats satisfaisants dans les livres I et III opère encore dans le livre II. Cette section, est une occasion de valider partiellement ce propos. Nous voyons la progression par idéalizations successives, mais la validation par les phénomènes ne sont pas toujours explicites et n'ont pas de caractère systématique. Ainsi la proposition XIX paraît évidente, on peut considéré que sa validation est évidente. La XX concerne un fluide homogène ce qui n'est pas le cas de la terre, la XXI aborde le cas plus réaliste physiquement d'un fluide compressible enveloppant une sphère attractive selon une loi qui n'est pas uniforme mais variable avec la distance. Ce travail est réalisé avec deux hypothèses de gravité. La proposition XXII explore une gravitation décroissant comme le carré des distances. Newton utilise pour cela de manière experte les propriétés de l'hyperbole. Dans le corollaire de cette proposition il annonce que la connaissance de la densité étant connue en deux points distincts, il serait possible avec sa méthode de déterminer la densité en tout point selon une procédure qui n'est toute fois pas directe.

**Cor<sup>270</sup>.** De là, si deux densités quelconques du fluide sont données comme  $AH$  et  $BI$ , l'aire  $thiu$ , répondant à la différence  $tu$  de ces densités sera donnée ; et par là, on trouvera la densité  $FN$  à une hauteur quelconque  $SF$ , en prenant l'aire  $thnz$  à cette aire donnée  $thiu$  comme la différence  $Aa - Ff$  est à la différence  $Aa - Bb$ .

Dans la suite de ce corollaire il propose d'envisager d'autres lois de gravitation et de condensation. C'est à cette occasion pour l'étude d'un cas particulier qu'il cite la contribution du célèbre Edmond Halley.

---

<sup>269</sup> George E. Smith, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001)

<sup>270</sup> page 219 Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

La proposition XXIII termine cette section V, elle s'intéresse à la formulation d'une loi de répulsion des particules constituant un fluide élastique. Pour cela les forces magnétiques sont prises en considération. L'analyse parcourt bien les deux étapes proposées par McMullin et renvoie aux physiciens l'étude de la justification philosophique de ces propriétés.

C'est<sup>271</sup> une question qui regarde la physique que de savoir si les fluides élastiques sont composés de parties qui se fuient mutuellement. Nous avons démontré ici mathématiquement la propriété des fluides composés de particules de cette espèce, afin de donner aux Physiciens les moyens de traiter cette matière.

Cette section nous donne donc des indications sur les conceptions newtoniennes de la constitution de la matière. On constate la réserve de l'auteur quand à ce sujet. Des lois de répulsions sont envisagées mais ne sont pas affirmées à la manière de la loi d'attraction. On voit également apparaître que la notion de force telle qu'elle est définie dans les Principia crée des difficultés, tout particulièrement pour la pression, qui est une force pour Newton mais dont la spécificité mériterait d'être précisée. La difficulté de suivre les raisonnements par proportionnalité, s'appuyant sur les propriétés de l'hyperbole mêlées sans doute avec des résultats du calcul des fluxions est également particulièrement apparent.

### **III ] La transmission de la pression dans la huitième section**

#### 1°) Les représentations

Dans la huitième section nous observons plusieurs représentations d'un genre unique dans les Principia. Nous savons par la correspondance que les dessins étaient communiqués et vérifiés par Newton. Nous considérerons que les vignettes accompagnant le texte sont intentionnelles et approuvées par Newton. Il ne s'agit pas d'illustrations intempestives de l'éditeur ou de l'imprimeur.

Cette section commence par une petite vignette d'un genre particulier pour les Principia. Il s'agit d'une figuration de l'organisation invisible d'un fluide. Le texte qui l'accompagne est indispensable à la compréhension de cette image, mais la vignette donne des informations que le texte ne fournit pas. Il ne s'agit pas d'un simple équivalent

---

<sup>271</sup> Idem page 222.

graphique à un texte. Par exemple l'examen strict de la figure ne peut pas suffire pour comprendre qu'il s'agit de la structure microscopique d'un fluide, mais rien ne dit dans le texte que la forme des particules constituant un fluide sont des sphères de tailles différentes. L'élaboration du modèle de la structure microscopique du fluide se fait donc conjointement par le texte et la vignette.

Nous lisons un texte qui construit un argumentaire à propos d'une représentation du monde physique, ce texte est accompagné d'un dessin qui est indispensable au raisonnement et à la compréhension, mais qui dans certains cas ne peuvent pas être réduits à un strict support du raisonnement ou de la compréhension. Si on les considère avec vigilance ils suggèrent, ils insinuent des contenus. Ce dessin donne des renseignements physiques qui ne sont pas dans le texte.

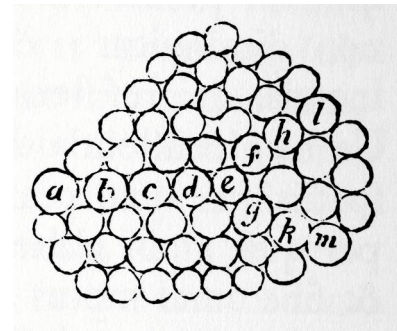


Figure 42 PMPN-Dunod page 273.

Toutes les éditions ne traitent pas avec autant d'exactitude ou de soin les vignettes. On trouvera ci contre celle fournie par la réédition de Koyré et Cohen. Cette réédition nous signale qu'entre h et k les première et deuxième éditions contenaient la lettre i, qui a été supprimé pour la troisième. Le texte ne fait aucune référence à cette lettre, (qui désigne une particule). L'information concernant la modification infime de cette vignette nous confirme que les figures étaient réexaminées. On peut donc soutenir qu'elles sont bien intentionnelles jusque dans certains détails.

La réédition de Cajori 1934 a été imprimée de nouveau en 2010 par Kessinger Publishing's Rare Reprints dans un grand format. Les figures semblent avoir été tracées à nouveau et qui de ce fait sont très lisibles, mais pas toujours identiques à l'original. Pour le cas présent il s'agit d'une reproduction à l'identique.

Ce premier dessin représente l'agencement des différentes particules de fluide, son objet est de justifier la transmission omnidirectionnelle de la pression. Nous pouvons remarquer que la section V considère déjà que la pression se répartit dans la totalité du fluide, sans donner de cause à cette répartition. Newton pour la pression va donc plus loin

que pour la gravitation. La nouveauté de cette huitième section serait qu'il y a mouvement, nous devrions plutôt dire possibilité de mouvement. Il y a sans doute la même distinction entre la pression de la section V et celle de la section VIII qu'entre la pression et la compression. C'est à dire une variation qui n'est pas vraiment explicite.

PROPOSITION XLI THÉORÈME XXXII

La<sup>272</sup> pression ne se propage pas en ligne droite dans un fluide, à moins que ses parties ne soient placées en ligne droite.

La démonstration nous indique quelques précisions sur la notion de pression.

Si les particules  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  sont placées en ligne droite, la pression peut se propager directement de  $a$  à  $e$  ; mais la particule  $e$  pressera obliquement les particules  $f$  et  $g$  placées obliquement et ces particules  $f$  et  $g$  ne soutiendront point cette pression à moins qu'elles ne soient soutenues par des particules plus éloignées  $h$  et  $k$  ; or en étant soutenues, elles les pressent, et ces particules  $h$  et  $k$  ne peuvent pas soutenir cette pression, si elles ne sont soutenues elles mêmes par les particules ultérieures ...

Cette description nous donne des renseignements indirects. Il y a dans le dessin et le texte, l'affirmation que les fluides sont constitués de particules jointives. L'imprécision étonnante du dessin autorise à supposer un certain embarras chez Newton, ou que ce dessin doit être compris comme une espèce de métaphore. D'ailleurs les fluides se répartissent dans un volume, et si ils sont constitués de particules, elles sont assurément des sphères et un raisonnement plan est inévitablement partiel. Locke dans son *Essai sur l'entendement humain*, édité 4 fois de 1689 à 1700, se montre beaucoup plus abondant. Nous sommes sûr que les hommes se connaissent. La thèse lockienne est convaincante et appelle de Newton au moins un commentaire qui ne viendra jamais.

Les petits<sup>273</sup> corpuscules qui composent ce fluide que nous appelons *eau*, sont d'une si extraordinaire petitesse, que je n'ai pas encore ouï dire que personne ait prétendu apercevoir leur grosseur, leur figure distincte, ou leur mouvement particulier, par le moyen d'aucun microscope ; quoiqu'on m'ait assuré qu'il y a des microscopes qui font voir les objets dix mille et même cent mille fois plus grands qu'ils ne nous paraissent naturellement.

Le dessin suggère que les particules ne sont pas toutes de même taille. On se sait pas non plus si elles sont toutes constituées de la même matière, si elles sont parfaitement lisses,

<sup>272</sup> Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. Page 273.

<sup>273</sup> Livre II, chapitre 23, paragraphe 26, page 489. *Essai sur l'entendement humain*, John Locke. Traduction Pierre Coste, présentation Philippe Hamou. Librairie générale française (2009) le livre de poche

dures, indéformables ... Il semble bien qu'il y ait nécessité d'une variabilité de taille des particules, et d'un certain désordre, le désordre étant d'ailleurs une conséquence de la variabilité de la taille. Si l'on pense que simultanément à ce travail sur les fluides Newton avait sans doute en tête des théories chimiques sur la composition des corps il y aurait alors un enjeu à en savoir un peu plus sur sa conception chimique de la constitution des substances. Par exemple pour les acides, on peut les imaginer constitués de corpuscules d'une géométrie particulière qui leur confère des propriétés extraordinaires vis à vis des métaux, cependant il est assez ordinaire de constater qu'ils n'en coulent pas moins comme les liquides quotidiens et qu'en conséquence il faille, malgré toutes les vellétés d'unification conceptuelle, considérer que la chimie et la physique n'ont pas une relation théorique facile. Cette transmission de la pression par contact est curieusement cartésienne, pas de vide, enfin presque pas. Newton était-il pleinement satisfait de ce genre de représentation ? De plus cette explication qui peut sembler convaincante pour les liquides ne l'est pas du tout pour les gaz. Nous avons commenté précédemment l'hypothèse d'une répulsion pour les particules constituant un gaz. En effet si les particules qui constituent les gaz étaient jointives on ne voit pas de possibilité pour la compressibilité. Les particules auraient elles, en elles mêmes la faculté de se contracter ? Mais alors la question n'aurait fait que reculer d'un ordre de grandeur, la nouvelle question serait : Comment ces particules sont elle constituées pour être compressibles ? Si les particules constituant les gaz ne sont pas jointives alors que reste-t-il de l'explication proposée par ce schéma ? Et quelle est cette force qui les repousse les unes des autres. Ce dessin accrédite la thèse d'un Newton redevable de quelques concepts à Descartes.

Cette preuve du théorème nous renseigne également sur la notion de pression. Dans les définitions initiales du début des *Principia* le terme pression est indiqué comme une source possible de force imprimée,

La force imprimée<sup>274</sup> peut avoir diverses origines, elle peut être produite par le *choc*, par la *pression* et par la *force centripète*

---

<sup>274</sup> Idem, paragraphe explicatif de la définition IV page 4. Cohen et Whitman proposent une traduction plus simple.

Moreover, there are various source of impressed force, such as percussion, pressure, or centripetal force.

Il y aurait la possibilité de concevoir la pression non comme une force imprimée mais comme la source d'une force imprimée. Sous cette option nous serions obligé de concevoir la force centripète comme une autre source possible.

cette définition installe la notion de force imprimée, en la considérant sous trois genres : le choc, la pression et la force centripète. Le choc est une force qui agit instantanément, il ne lui est pas utile de durer pour opérer. La notion de force centripète est détaillée dans la suite de la définition, et largement utilisée dans le livre I, par contre la notion de pression n'est pas explicitée dans cette toute première partie des Principia. C'est dans le livre II qu'elle est utilisée. La pression, au début de cette huitième section cumule deux caractéristiques celles d'être une action de contact et de ne pas provoquer de mouvement en relation avec sa grandeur, la pression est une force qui est empêchée d'agir. Newton ignore, de son point de vue sur les forces, celles qui provoquent des déformations élastiques qui pourraient être considérée comme la *vis insita*, une mise en réserve de la *vis impressa*. Nous savons que Hooke a travaillé et laissé son nom dans ce domaine par l'intermédiaire d'une loi sur l'élasticité.

La pression est donc une force empêchée, elle a besoin d'un contact persistant pour se manifester. Cette fragmentation de la notion de *vis impressa* en pression et force centripète permet à Newton de mettre la gravitation universelle à l'abri d'une tentative de la considérer comme la pression d'un fluide hypothétique, et simultanément de donner au concept de force une plus grande flexibilité. Réduire la *vis impressa* à la seule force centripète de gravitation interdirait d'utiliser la méthode dans les cas terrestres, en faire un genre de pression la condamnerait à l'enfer cartésien des tourbillons. La force centripète à elle seule suffit à l'étude du cosmos, ainsi le projet du livre II apparaît déjà, en filigrane, dans ces précisions. La pression n'est alors qu'un autre genre de force. Toutefois le mot pression utilisé dans le contexte des fluides prend inévitablement un autre sens. Dire que l'on exerce une pression de la main pour pousser une charrette n'a pas le même sens que dire qu'au milieu de l'océan il y a une pression qui dépend de la profondeur. La notion de pression, dans les Principia, se distingue de celle de force centripète, entre autre, par le fait que la pression agit par la surface des corps et donc par le contact, alors que le poids, la gravitation universelle, est une action dans le volume. Quand un corps tombe il tombe tout entier, quand un cheval tire une charrette, l'attelage peut se rompre, le cheval tire par un endroit et le reste de l'attelage suit. Il nous apparaît aussi important d'insister sur la caractéristique qui

fait de la pression une force empêchée d'agir, si la particule était libre, elle partirait sous l'effet de la force qui la pousse, mais pour un fluide non et c'est le sens de :

or<sup>275</sup> en étant soutenues, elles les pressent, et ces particules *h* et *k* ne peuvent pas soutenir cette pression, si elles ne sont soutenues elles mêmes par les particules ultérieures *l* et *m* qu'elles pressent à leur tour, et ainsi de suite à l'infini.

Ce recours à l'infini ne nous semble pas nécessaire, dans la réalité, nul fluide n'est infiniment étendu, les particules peuvent *soutenir la pression* parce qu'elles sont contenues dans un solide. C'est la paroi solide du contenant qui finalement renvoie la pression.

Le dessin suivant mérite également une analyse attentive, dans la troisième édition latine de 1727 il apparaît trois fois<sup>276</sup>. La première n'étant d'ailleurs pas complètement annotée. Comme la comparaison des éditions ne laisse apparaître aucune variation, la répétition de ces trois figures identiques, maintenue sur les trois éditions doit être prise pour intentionnelle. Or le contexte de chaque occurrence n'est pas identique. Dans le premier cas il s'agit de soutenir par l'image la propagation de la pression dans toutes les directions, cela a déjà été fait par le premier croquis, mais dans ce cas précis, l'enjeu supplémentaire, est qu'il s'agit de comprendre la manière dont la pression se diffuse au delà d'une paroi percée. Pour le deuxième contexte il s'agit de la propagation d'un mouvement à la surface d'un fluide, ce qui n'est pas pareil parce qu'une pression, d'une certaine manière et dans certains cas, pour Newton, c'est de la statique. La troisième figure vient sur une page paire et cette fois ci illustre une propagation dans un fluide compressible c'est à dire dans un volume. Bien que se référant à un phénomène différent, fluide non compressible, elle est strictement identique à la deuxième, on pourrait la considérer comme une facilité de lecture. Dans la version française de Dunod ce dessin n'apparaît qu'une seule fois dans le texte et n'est pas identique à celui de la version latine, pour la version de 1759 les figures sont hors texte.

---

<sup>275</sup> Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. Page 273 ligne 13.

<sup>276</sup> PNPM pages 511, 512 et 513.



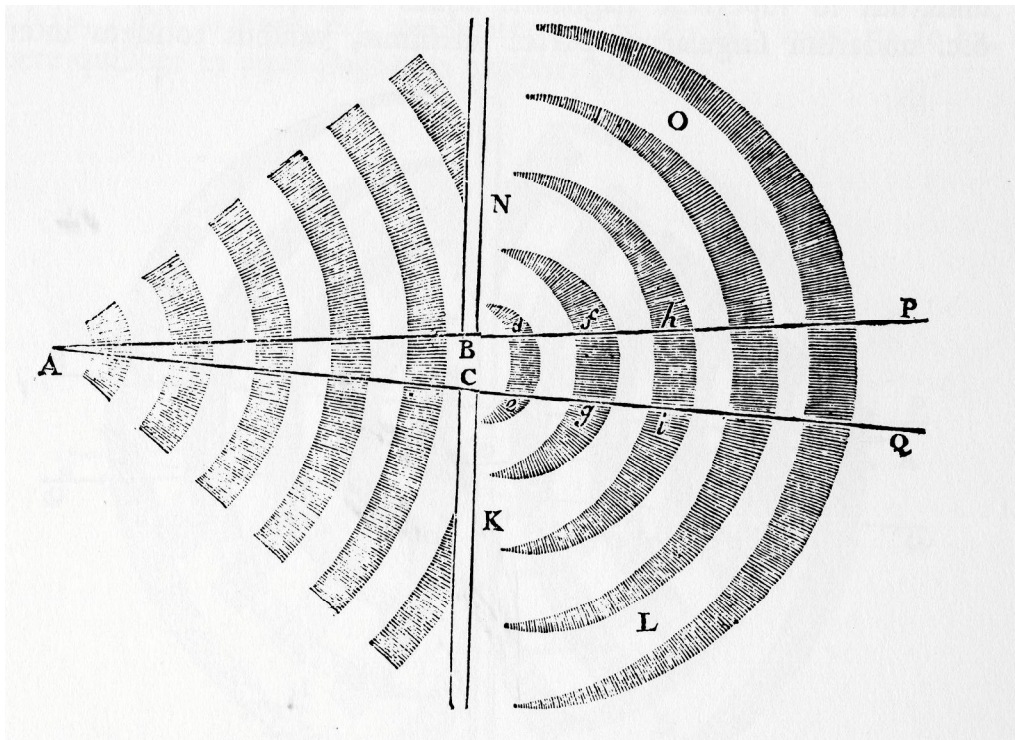


Figure 43 PNPM page 511

Il y a une possibilité de lecture naïve pour ce graphisme. Il semble assez intuitif de signifier une propagation omnidirectionnelle par des cercles concentriques ayant pour centre commun la source. Cette propagation rencontrant un obstacle, il s'agit de convaincre que le "quelque chose" qui se répand, la pression ou le son, va passer au-delà du trou et d'indiquer comment cela va s'opérer. La naïveté n'est sans doute pas une caractéristique qu'il convient d'attribuer à Newton, d'ailleurs le dessin est un peu plus complexe qu'une série de cercles concentriques. Il y a des couronnes rayées radialement, dans le sens de la propagation du phénomène. Dans la première partie, avant l'obstacle, les anneaux sont de largeur constante, par contre au delà de l'obstacle ne sont plus représentés des anneaux d'égale largeur mais des lunules, (des lunules qui ne sont pas adhérentes à la paroi, dans la version originale latine<sup>277</sup>), cela indiquerait une sensibilité directionnelle de la propagation. Le son ne franchirait pas l'orifice sans une certaine altération. Intuitivement cette conception est soutenue par l'expérience commune. Faites jouer un orchestre dans

<sup>277</sup> Dans la traduction de la marquise du Chatelet les lunules sont adhérentes à la paroi et cela est plus conforme au texte de Newton.

une salle, et laissez la porte ouverte. Dans l'axe de la porte vous entendrez normalement, par contre au raz du mur vous entendrez beaucoup moins bien. Ce que nous venons de dire de la propagation du son n'est pas vrai pour la pression et les expériences de Pascal avaient montré cela. Il ne nous semble pas légitime d'utiliser le même graphisme pour deux phénomènes assez distincts. La sensibilité directionnelle de la transmission du son qui franchit un obstacle apparaît dans le dessin et n'apparaît pas dans le texte.

Nous avons reproduit sur cette page un dessin actuel provenant d'un DVD d'illustrations grand public, Newton dirait sans doute destiné au peuple. Ce dessin indique qu'un haut parleur émet un son. Nous notons la



similitude avec le schéma newtonien. Nous sommes persuadé que l'illustrateur auteur de ce dessin n'a pas vu le schéma des Principia, la similitude n'en est que plus significative. Pour nous ces dessins s'appuient sur un ressenti du son, ce ressenti du son traverse les époques, les technologies et les niveaux d'élaboration.

Figure 44 DVD 150000 Cliparts Clic & Go

Cette deuxième figure de la section VIII est commentée une première fois dans le corollaire de la proposition XLI. Dans ce cas on ne parle que de pression et pas de mouvement. Les zones grisées sont dénommées tranches, et le triangle APQ est lui dénommé cône. Il s'agit donc bien de représenter un volume. La notion de pression considérée comme une force empêchée d'agir est largement confirmée. Pour parvenir déductivement à la diffusion de la pression au travers de l'orifice Newton utilise deux ressources : le principe de l'action et de la réaction et une méthode de fractionnement du fluide en tranche mais aussi en portions de cône, ces parties étant ensuite considérées comme des corps eux mêmes. Cela fonctionne sans raffinement pour la transmission directe du son. Pour expliquer la transmission latérale l'auteur invoque sa définition d'un fluide.

Il<sup>278</sup> est clair (par la troisième loi du mouvement) que la première tranche *defg* sera autant pressée dans la superficie *fg* par la réaction de la seconde tranche *fghi*, qu'elle ne presse elle même cette seconde tranche. Donc la tranche *defg* est pressée des deux côtés entre le cône *Ade* et la tranche *fhi*, et par conséquent (par le Cor 6. de la proposition 19) elle ne peut conserver sa figure à moins qu'elle ne soit pressée de tous côtés par une force égale : donc elle sera forcée de céder vers les côtés *df*, *eg* par le même effort par lequel elle presse les superficies *de*, *fg* ; et comme elle n'est point solide mais entièrement fluide elle se répandra alors à moins qu'il n'y ait un fluide ambiant qui s'oppose à son effort.

On constate dans cette citation comment les principes fonctionnent, le principe de l'action et de la réaction et la définition d'un fluide. On voit aussi comment opère cette partition du fluide, en formes arbitraires, en cône, en tranches ... Il y a un acte conceptuel, ces cônes et ces tranches n'existent pas au sens où la paroi, le trou existe, mais pourtant ils interviennent dans le raisonnement. Le procédé de décomposition d'un corps en parties auxquelles les lois de la mécanique sont appliquées, est imaginatif. Il est utilisé plusieurs fois dans les Principia. Il aura une postérité, on peut même l'élever au titre de méthode générale. Pour résoudre un problème physique, il est souvent décisif de décomposer l'objet d'étude en parties sur lesquelles les lois connues peuvent s'appliquer et conduire à des conclusions pertinentes. Ensuite en combinant les parties on parvient à une conclusion pour l'objet total. La décomposition se doit d'être astucieuse.

La section comporte d'autres dessins qui seront étudiés au moment de l'analyse du paragraphe qu'ils accompagnent.

## 2°) Proposition XLI théorème XXXII

La<sup>279</sup> pression ne se propage pas en ligne droite dans un fluide, à moins que ses parties ne soient placées en ligne droite.

Cette proposition a déjà été commentée plus haut, elle est accompagnée de deux dessins. Le discours concerne un point émissif de pression dont la propagation s'étend à l'infini. Nous avons déjà remarqué que le recours à un infini spatial n'a d'une part pas de réalité physique, il n'est d'autre part pas non plus utile, mais il s'agit sans doute d'un infini numérique. Il est bien sûr difficile de penser une infinité d'objets remplissant un espace fini.

---

<sup>278</sup> Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. Page 274.

<sup>279</sup> page 273 début du scolie .Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005.

C'est cependant ce à quoi Galilée s'est employé<sup>280</sup> (voir dans l'annexe I consacrée à la représentation), il est vrai que c'était pour conclure que le recours à l'infini ne peut pas être maîtrisé par l'intelligence humaine qui est par nature finie. Newton ne renonce pas à considérer des représentations utilisant la notion d'infini. Cet invocation veut peut être signifier que les fluides sont composés d'un nombre gigantesque de particules au delà de toute possibilité humaine de comptage. A cet égard Newton pourrait aussi invoquer l'infini de la fragmentation de la pression qui bifurque une infinité de fois et il y aurait donc également l'infinité des points émissifs. Chaque point du fluide doit être considéré comme un centre de diffusion de la pression. Ce recours à la profusion des infinis serait utile pour rendre compte des caractéristiques des fluides. Leur pression reste un phénomène très étonnant et pour imaginer à propos des fluides un modèle mécanique efficace il faut aller bien au delà d'un amas de grains dans lequel un grain pousserait tous les autres. Un tas de sable, même si le vocabulaire courant parle de son écoulement dans un sablier, est quand même très loin d'être un fluide, aussi le recours à l'infini spatial est d'abord irréaliste et ensuite insuffisant. D'ailleurs l'infinité du nombre de particules semble également insuffisant pour saisir la formidable spécificité des fluides surtout si on ne les considère que comme des accumulations de grains solides, jointifs et soumis uniquement à leur poids et aux interactions de contact.

### 3°) Proposition XLII théorème XXXIII

#### PROPOSITION XLII THÉOREME XXXIII<sup>281</sup>

Tout mouvement propagé dans un fluide s'éloigne de la ligne droite dans des espaces immobiles (figure 50).

Motus omnis per fluidum propagatus divergit a recto tramite in spatia immota.

Dans un premier temps, cas 1, notre auteur considère des ondes se propageant à la surface d'un étang calme, c'est le sens de l'expression, *des espaces immobiles*, la transmission directe en ligne droite, ne pose pas de problème, mais il s'agit de justifier l'élargissement des ondes au passage du trou, les zones rayées du dessin représentent les éminences des vagues qui se répandent dans l'axe mais aussi hors de l'axe, et les parties claires, les cavités, dans

---

<sup>280</sup> Voir page 56 La maîtrise de l'infiniment petit.

<sup>281</sup> page 274. Idem

lesquelles l'eau tombe de toute part. Ceci pour Newton explique la diffusion des ondes. Newton justifie aussi l'égalité des vitesses avant le trou et après le trou. L'argument semble plus empirique que théorique sa validité est d'ailleurs énoncé avec une prudence qui autoriserait tous les écarts à la constance affirmée.

Et<sup>282</sup> parce que le mouvement progressif des pulsions vient du relâchement continu des parties les plus denses vers les intervalles antécédents les plus rares ; et que ces pulsions doivent s'étendre de côté et d'autre avec la même vitesse à peu près vers les parties *KL*, *NO* du milieu, lesquelles sont en repos, ces pulsions se dilateront d'un côté et de l'autre dans les espaces immobiles *KL*, *NO*, avec la même vitesse à peu près avec laquelle elles sont propagées directement du centre *A*, et par conséquent elles occuperont l'espace entier *KLON* (C.Q.F.D).

On constate la volonté d'expliquer les phénomènes à l'aide de principes, mais les répétitions de l'expression *à peu près* montre que cela n'est pas complètement praticable. Le tout demeure assez qualitatif et Newton conclut son propos par un recours à l'observation directe.

On<sup>283</sup> peut se convaincre que cela se passe ainsi dans les eaux stagnantes.

Le cas 2 est consacré à la diffusion des sons, *pulsions imprimées du point A dans un milieu élastique*, il ne s'agit plus maintenant d'éminences ni de cavités, mais de régions denses et de régions rares. Pour le reste on voit que le cas 1 sert de support, puisque dans la situation acoustique on ne voit rien, on ne sent rien, l'information est auditive et rien de plus<sup>284</sup>. Le cas 2 se termine comme le cas 1 par l'évocation d'expériences communes : son entendu au delà d'une montagne, son qui se répand dans une chambre.

On<sup>285</sup> l'éprouve ainsi dans les sons, car le son s'entend quoiqu'il y ait une montagne entre le corps sonore et nous, et lorsqu'il entre dans une chambre par une fenêtre, il se répand dans toute la chambre, de sorte qu'on l'entend de tous les coins [...] autant qu'on peut en juger par les sens.

Le cas 3 est étonnant puisqu'il se rapporte à *un mouvement d'un genre quelconque*, Newton pense-t-il à la lumière ? Ou alors pense-t-il à une combinaison des deux cas ? Dans le premier cas le mouvement vibratoire est transversal vis à vis de la propagation, dans le

---

<sup>282</sup> idem page 275 deuxième paragraphe

<sup>283</sup> idem page 274 fin du cas 1.

<sup>284</sup> Remarquons toute fois que la confection des instruments de musique a généré un savoir empirique abondant sur les sons, notamment une corde qui vibre s'entend et se voit. Newton ne parle jamais dans les Principia des instruments de musique mais obligatoirement il sait qu'il possède des informations sur leur fonctionnement.

<sup>285</sup> Idem page 275, troisième paragraphe.

deuxième le mouvement vibratoire est dans l'axe de la propagation, pense-t-il à une composition des deux mouvements ? Si cela était le cas il n'y aurait aucun embarras à le dire, mais composer des mouvements dans un fluide incompressible avec ceux d'un fluide compressible, serait une bizarrerie. Newton pense-t-il que la lumière se propage dans un fluide au comportement inattendu, à la fois compressible et incompressible ou plutôt un fluide capable de transmettre à la fois des ondes transversales et longitudinales. ? La dernière section du livre II est consacrée à la viscosité qui correspond à la capacité d'un fluide de communiquer du mouvement aux parties latérales de sa direction de mouvement donc plus du tout du genre choc. Si l'on imagine des grains de matière susceptibles de se contracter et dilater et de tourner (comme les ressorts en spirale de certaines chronomètres) dans un sens et dans un autre de manière rythmée et rapide on aurait un modèle pour des phénomènes combinés. Il n'est absolument pas question de cela chez Newton, le cas 3 est énoncé sans aucune allusion à aucun phénomène..

#### 4°) Proposition XLIII théorème XXXIV

Tout<sup>286</sup> corps vibrant propagera de toutes parts en ligne droite dans un milieu élastique le mouvement des pulsions : et dans un milieu non élastique il excitera un mouvement circulaire.

Il ne s'agit plus maintenant de simple mouvement mais de vibration. Newton distingue deux sortes de milieux, les milieux élastiques et les non élastiques. Pour les milieux élastiques il décrit comment une compression du milieu va se propager. Sans le dire explicitement il semble produire des raisons pour justifier le fait que le son émis par une corde de guitare par exemple se propage dans toutes les directions et pas seulement dans le sens de la vibration. Il prend l'exemple d'un doigt qui agite l'eau. Mais cet exemple vient à l'appui du cas compressible, et l'eau ne l'est pas. En fait Newton construit une analogie. Pour l'eau l'onde est visible et la hauteur de la vague joue le rôle de la surpression, qu'il appelle condensation. Le cas 2 de cette proposition XLIII s'occupe du mouvement des fluides incompressibles, que l'on peut imaginer comme un assemblage de sphères jointives qui dans l'alignement transmettent instantanément tout le mouvement qui leur est imposé, à la manière d'une tige dont une extrémité ne peut être que l'exacte réplique simultanée de

---

<sup>286</sup> ibidem

la vibration axée sur sa longueur. Cependant un fait attire son attention, le mouvement d'un navire n'entraîne pas le mouvement de tout l'océan dans l'axe du mouvement. Au contraire chaque particule parcourt un cercle qui la ramène finalement à la place qu'elle occupait avant le passage du projectile. Il y a le soucis de saisir ce qui se passe globalement pour le fluide et de suivre le destin individuel de chaque particule.

Le<sup>287</sup> milieu en cédant au projectile ne s'en écarte pas à l'infini ; mais en se mouvant circulairement il va remplir la place que le corps laisse derrière lui.

Pour conclure les commentaires de ce théorème Newton revient sans le nommer clairement sur le cas de la lumière.

**Cor.**<sup>288</sup> Ceux-là se trompent donc qui croient que l'agitation des parties de la flamme cause seule la propagation de la pression en ligne droite dans le milieu ambiant. Cette pression ne vient pas seulement du mouvement des parties de la flamme, mais encore de la dilatation du total.

Nous ne sommes pas arrivé pas à déterminer précisément de quoi Newton parle dans ce corollaire. Est-ce la chaleur de la flamme qui se propage ? Est-ce la lumière ? Ou est-ce encore autre chose ? De la chaleur il n'en n'est jamais question et pour lui la lumière se propage dans le vide matériel. Alors ? Et qui sont ceux qui se trompent en croyant cela ?

Nous remarquons que Newton regroupe dans un même énoncé deux phénomènes qui ne relèvent pas des mêmes catégories. Les sons se propagent dans un volume gazeux, les vagues se déplacent à la surface d'un liquide. Il y aurait d'autres dissemblances à pointer, mais soyons des lecteurs fervents et notons ce qui réunit ces deux phénomènes, les deux propagations sont des oscillations de la matière, sans transport de cette matière et de ce point de vue n'ont aucun rapport avec les mouvements des astres.

#### 5°) Proposition XLIV théorème XXXV

La proposition XLIV constitue un point charnière de la section VIII. Jusqu'à maintenant le propos était qualitatif et en un peu forçant le trait nous pourrions aller jusqu'à dire médiéval, aristotélicien et sonnante cartésien par moment. Parce que ces particules de fluide qui expliquent tout, personne ne les a jamais vues. Ce mouvement du

---

<sup>287</sup> ibidem

<sup>288</sup> idem page 277

fluide qui reprend sa place après le passage du projectile ressemble à la conception péristaltique du déplacement de la flèche chez Aristote et ce monde plein n'aurait pas beaucoup froissé Descartes. Evidemment on pourrait dire que les fluides compressibles nécessitent de penser le vide, mais sur ce point Newton reste terriblement discret, pas de dessin, pas d'explication sur ce qui pourrait maintenir les particules à distance les unes des autres. Si l'on se place dans la conception de Popper jusqu'à maintenant le propos newtonien n'est pas *falsifiable*, pas vérifiable. Cependant il prépare la suite.

Lisons donc cette suite. La proposition qui arrive est accompagnée d'un double schéma, observons les.

PROPOSITION XLIV - THÉORÈME XXXV

Si<sup>289</sup> l'eau descend et monte alternativement dans les branches KL, MN d'un canal: et qu'on ait un pendule dont la longueur entre le point de suspension et le centre d'oscillation soit égale à la moitié de la longueur de la colonne d'eau qui est dans le canal: je dis que l'eau montera et descendra dans ce canal dans les mêmes temps dans lesquels ce pendule oscillera.

On imagine maintenant comment Newton va récupérer tout son savoir mécanique au profit de l'étude du mouvement des ondes aquatiques. Une fois l'analogie établie la connaissance du pendule cycloïdal va nous offrir ses résultats. Or pour le pendule cycloïdal l'époque a déjà fourni nombre d'études.

Détaillons le raisonnement.

---

<sup>289</sup> Ibidem.



Je<sup>290</sup> mesure la longueur de la colonne d'eau dans le sens des axes du canal et des branches (figure 51), et je la suppose égale à la somme de ces axes, je néglige la résistance de l'eau qui vient de son frottement contre les branches du canal.

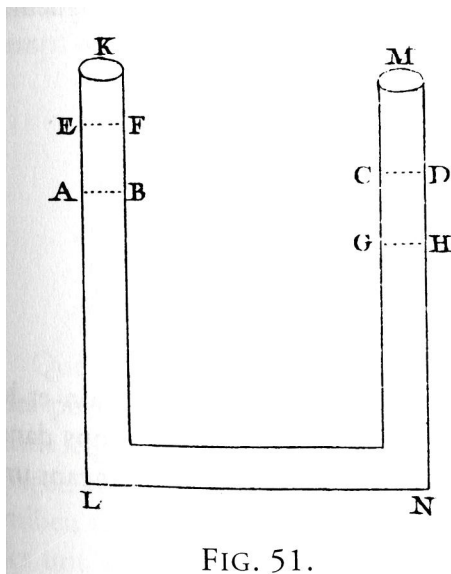


FIG. 51.

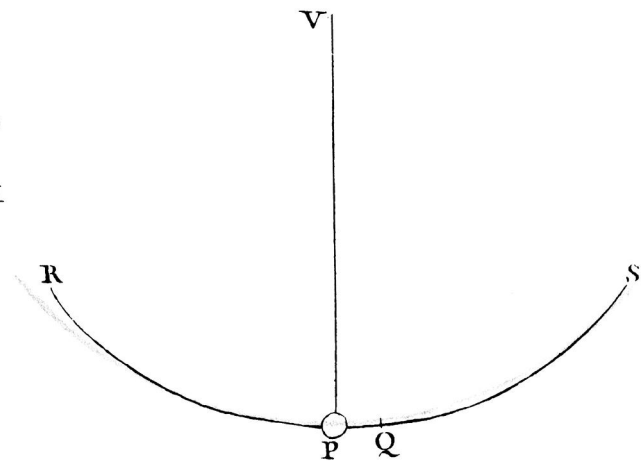


FIG. 52.

Figure 45 PMPN-Dunod page 277

Newton évalue la longueur de la colonne d'eau, elle sera une estimation directe de la masse de liquide à mettre en mouvement ceci à condition que le tuyau soit bien cylindrique. La nuance *je la suppose égale*, est utile puisque en fait le trajet intérieur est plus court que le trajet extérieur et que s'il fallait en tenir compte l'affaire deviendrait plus complexe. Les frottements sont bien entendu négligés. Ces deux précisions montrent 1°) qu'il s'agit d'une modélisation d'une expérience, 2°) que Newton est vigilant sur les approximations.

Que AB, CD représente la moyenne hauteur de l'eau dans l'une et l'autre branche ; et quand l'eau montera dans la branche KL à la hauteur EF elle descendra dans la branche MN à la hauteur GH.

Les notations des figures sont précisées, en fait AB et CD sont les niveaux au repos, l'égalité des variations de hauteur est supposée, ce qui impose au dispositif une géométrie ordinairement régulière.

Soit<sup>291</sup> P le corps suspendu, VP le fil auquel il tient (figure 52), V point de suspension, RPQS la cycloïde que le pendule décrit, P son point le plus bas, PQ un arc égal à la AE.

<sup>290</sup> Ibidem

<sup>291</sup> ibidem ligne 16.

Les caractéristiques du pendule sont mis en place, et l'analogie se construit. L'écart à l'équilibre du pendule mesuré par PQ est pris égal à l'écart à l'équilibre du fluide lui mesuré par AE.

La<sup>292</sup> force par laquelle le mouvement de l'eau est alternativement accéléré et retardé, est l'excès du poids de l'eau dans l'une ou l'autre branche sur son poids dans la branche opposée ; donc lorsque l'eau monte à la hauteur EF dans la branche KL, et que dans l'autre branche elle descend en GH, cette force est double du poids de l'eau EABF, et par conséquent elle est au poids de toute l'eau comme AE ou PQ à VP ou PR.

En fait il faudrait dire que 2AE pousse toute la colonne d'eau, et que par conséquent AE pousse la moitié qui est justement choisie égale à VP dans l'énoncé de la propriété et est donc proportionnelle à la masse d'eau à mettre en mouvement.

Mais la force par laquelle le corps P est accéléré et retardé dans la cycloïde à un lieu quelconque Q est -(par le Cor de la Prop 51.) à son poids total, comme la distance PQ du lieu le plus bas P, à la longueur PR de la cycloïde.

Newton fait ici référence à une propriété du pendule cycloïdal étudié dans le livre I. Outre quelques remarques générales nous ne m'attarderons pas sur l'étude newtonienne de celui ci. La cycloïde est une courbe non algébrique qui fut très étudiée par les géomètres du XVII<sup>e</sup> siècle. En plus de propriétés géométriques remarquables, elle possède l'extraordinaire singularité physique de rendre les oscillations du pendule isochrones. Newton en validant l'analogie des oscillations de l'eau et de ce pendule se donne le droit de transférer toutes les connaissances acquises pour celui ci au cas des oscillations d'un fluide. Cette analogie est clairement et finement construite. Elle nécessite quelques hypothèses simplificatrice : pas de frottement sur les parois, et l'acceptation que l'on mesure la longueur au milieu du tuyau.

Ainsi<sup>293</sup> les forces motrices de l'eau et du pendule, lorsqu'ils parcourent des espaces égaux AE, PQ sont comme le poids à mouvoir. Donc si l'eau et le pendule sont au repos dans le commencement, ces forces les feront mouvoir également dans des temps égaux, et feront que par un mouvement réciproque l'eau et le pendule iront et reviendront dans les mêmes temps (CQFD).

Le travail est achevé, l'analogie est validée. Nous sommes maintenant dans une physique quantitative. Ce théorème va permettre de formuler, voire découvrir des propriétés intéressantes à propos des oscillations de l'eau dans le tube, et ceci en dehors de

---

<sup>292</sup> ibidem

<sup>293</sup> idem bas de page 279 et page 280.

toute expérience, puisque de toute façon il y aura toujours du frottement sur les parois du tube. Newton ne renvoie d'ailleurs à aucune observation.

Par exemple le corollaire 3, précise que le temps des oscillations sera en raison sous doublée de la longueur du canal. Ce qui veut dire que si la longueur du canal est multipliée par 4 alors le temps de l'oscillation (la période) sera multipliée par deux (l'oscillation sera plus lente).

#### **IV ] La viscosité, la neuvième section.**

##### 1°) Structure générale

La neuvième section du livre II se développe du bas de la page 285 à la page 294 soit sur une dizaine de pages. Elle comprend au début une hypothèse (non numérotée) essentielle pour les calculs qui suivent, trois propositions, de la proposition LI à la proposition LIII, de nombreux cas et corollaires et deux scolies. Ces cas et ces corollaires sont en général assez brefs, quelques lignes.

Voici l'hypothèse qui vaut pour toute la section.

##### HYPOTHÈSE

La résistance qui vient du défaut de lubricité des parties d'un fluide doit être, toutes choses égales, proportionnelle à la vitesse avec laquelle les parties de ce fluide peuvent être séparées les unes des autres.

Dans les deux scolies, d'environ une page chacune, Newton achève de déclasser l'hypothèse des tourbillons cartésiens, au rang d'une fable néfaste à l'émergence de la vérité. Ni Descartes ni aucun de ses successeurs ne sont nommés expressément. La cible ne fait de doute pour aucun des commentateurs. Remarquons qu'en 1686, lors de la première édition, Descartes est mort depuis plus de trente ans. La stricte lecture des Principia ne permet pas de spécifier les particularités de ce rejet. Descartes et qui d'autre ? Descartes et son matérialisme ? Descartes et son algébrisation de la géométrie ? Descartes et sa méthode ?

Les controverses peuvent s'entendre en effet à plusieurs niveaux, humain, théologique, et philosophique. Nous n'approfondirons pas dans cette recherche le caractère comportant une part psychologique du rejet de Newton<sup>294</sup>. Dans cette neuvième section il

---

<sup>294</sup> Pour des considérations d'ordre psychologique voir : Manuel Frank E. ; *A Portrait of Isaac Newton*, Da Capo Paperback (1968).

règle définitivement ce qui touche à la théorie des tourbillons. Remarquons simplement qu'ici c'est le silence qui est lourd. Pour la théologie, dans le livre II, le lecteur ne trouvera aucune référence à Dieu sous quelque manière que ce soit, ce qui n'est pas le cas du livre III, mais il me semble que la question sur la puissance qui anime la sphère centrale et meut par influence fluide tout l'univers environnant, contient en implicite un questionnement sur la présence divine et de son intervention dans le monde matériel. Dieu n'intervient pas par contact matériel. La question philosophique, scientifique, mathématique et rationnelle sera l'objet explicite de la suite.

Cette section à la particularité de conclure le livre II et d'annoncer le livre III. Elle se termine par un scolie dont voici la fin du dernier paragraphe.

Ainsi l'hypothèse des tourbillons répugne à tous les phénomènes astronomiques et paraît plus propre à les troubler qu'à les expliquer. Mais on peut comprendre par ce qui a été dit dans le premier livre comment ces mouvements peuvent s'exécuter sans tourbillons dans des espaces libres. Et cela sera encore mieux expliqué dans le troisième livre.

On pourrait s'appuyer sur cet extrait pour placer rétrospectivement tout le livre II comme ayant pour unique intention une réfutation des tourbillons cartésiens. Il y a d'autres éléments qui viennent à l'appui de cette affirmation. Toutefois il est aisé de constater qu'au delà de cette probable intention, Newton a construit un livre dont la portée scientifique dépasse largement la disgrâce de l'hypothèse, sans futur, des tourbillons cartésiens.

Cette section possède une organisation, elle débute par l'étude d'un cylindre incroyablement infini, passe par l'analyse de la sphère en rotation et finalement lors de la considération de corps placés dans le tourbillon parvient à pourfendre l'ennemi continental (les cartésiens). On pourrait même y voir une dramaturgie. Les deux scholies sont d'ailleurs en progression dans l'attitude de rejet

Au début vient une hypothèse, celle de la viscosité, que Truesdell n'hésite pas, à considérer comme l'unique propos juste du livre II<sup>295</sup>.

L'hypothèse<sup>296</sup> de la viscosité est la seule chose à peu près correcte de toute cette partie.

---

<sup>295</sup> Lorsque Truesdell écrit "this part" on ne peut pas être sûr de l'extension qu'il donne à la partie correcte.

Armé de cette hypothèse Newton examine dans la proposition LI le cas d'un cylindre infini en rotation, ce qui lui permet de traiter ensuite celui d'une sphère et enfin du mouvement des corps placés dans ce tourbillon de matière accompagnant la giration du cosmos, puisque c'est bien du cosmos qu'il veut envisager l'étude.

Il y a donc un enchaînement bâti pour la réfutation d'un cosmos tourbillonnaire. Cependant cette construction ouvre quelques thèmes qui resteront en chantier. Bien que l'intention générale soit claire, l'auteur, par l'intermédiaire des corollaires, lance des remarques divergentes à travers les quelles on pressent une intuition physique très aiguë. Il y a le problème de la diffusion de l'énergie par viscosité, le cylindre central met en rotation tout le milieu, et nous avons l'intuition que la rotation du corps central doit être entretenue, sinon il va s'arrêter. Ces remarques ne peuvent être transférées au cosmos puisque Newton n'adhère pas à la conception d'un cosmos tourbillonnaire, mais il contribue de manière oblique à justifier son rejet. Quand le mouvement du cylindre commence le fluide environnant est immobile, avant d'arriver à une situation permanente, il y a donc un régime transitoire, que Newton évoque mais qui n'est jamais abordé quantitativement<sup>297</sup>. Le discours dévoile une combinaison entre un recours à l'intuition fulgurante qui révèle un investissement profond dans la matérialité du problème et une volonté de construction déductive obligatoirement rigide voire lourde et empêtrée.

Pourquoi multiplier les corollaires sur ce cylindre infini qui occasionnellement tourne dans un cylindre, bien entendu aussi infini, que l'on devrait maintenir fortement pour qu'il ne tourne pas, tout ceci adossé sur le recours à une expérience commune, mais improbable.

Cor. 6<sup>298</sup>. Comme le fluide fait effort pour propager son mouvement encore plus loin, le cylindre extérieur sera aussi mû circulairement par cet effort, à moins qu'il ne soit fortement retenu; et son mouvement s'accélérera, jusqu'à ce que les temps périodiques de l'un et l'autre cylindre soient égaux entre eux<sup>299</sup>. Si le cylindre extérieur est fortement retenu, il s'efforcera de retarder le mouvement du fluide, et à moins que le cylindre intérieur, par quelque mouvement imprimé du dehors, ne conserve ce mouvement, il cessera peu à peu par l'effort du cylindre extérieur.

---

<sup>296</sup> Truesdell page XIII, In all this, the only part near correct is the hypothesis on viscosity.

<sup>297</sup> Cette étude serait d'ailleurs hors de portée des possibilités de l'époque.

<sup>298</sup> Cor. 6 de la prop. LI - th. XXXIX.

<sup>299</sup> Cette affirmation est en contradiction avec la proposition que les temps périodiques sont en raison des rayons.

Tout ceci peut s'éprouver dans une eau profonde stagnante.

La vérification empirique proposée par le Président de la Royal Society semble assez délicate. Toute fois elle présente l'intérêt de nous donner un support à l'intuition du lecteur et de modéliser la possibilité de l'influence d'une partie extérieure sur l'intérieure d'un milieu (et réciproquement), cette influence s'exerçant de manière fluide et progressive.

## 2°) Etude de la proposition LI

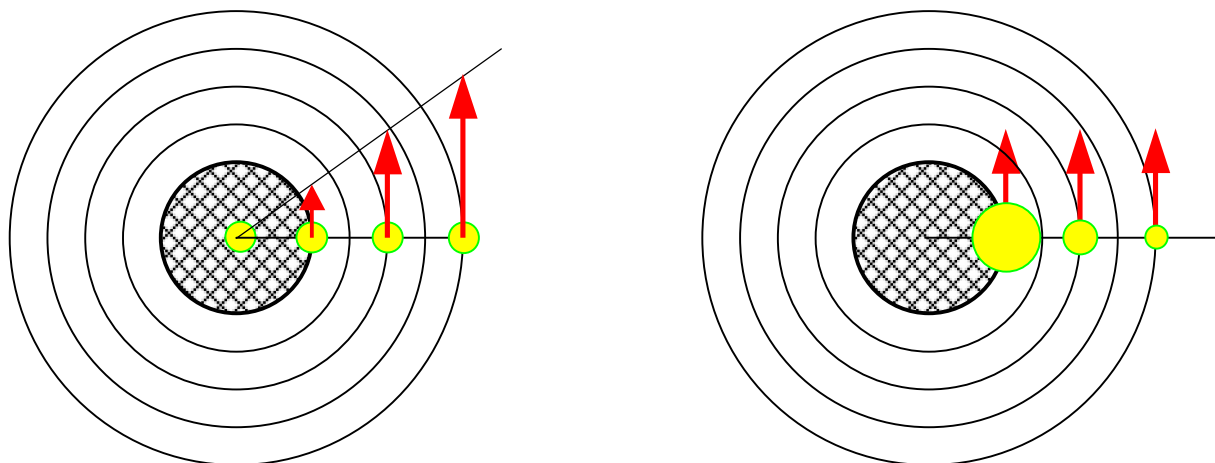
Voici son énoncé

### PROPOSITION LI THÉORÈME XXXIX

Si un cylindre solide infiniment long, tourne autour d'un axe donné de position par un mouvement uniforme, dans un fluide homogène et infini, que le fluide soit tourné en rond par cette seule impulsion, et que chaque partie du fluide continue uniformément dans son mouvement, les temps périodiques des parties du fluide seront comme les distances à l'axe du cylindre.

Il me paraît utile de s'approprier cette proposition comme l'établissement d'une description précise de la cinématique d'un fluide en rotation. Cette compréhension peut passer par la comparaison avec la cinématique d'un solide en rotation axiale, et constitue une étape dans la compréhension de la sphère (le véritable enjeu) Un schéma nous aidera.

Les figures ci-dessous nous proposent une visualisation de la distribution des vitesses. La première chose à comprendre est l'expression "temps périodiques". Le temps périodique d'un cylindre ou d'un élément de cylindre c'est le temps mis pour effectuer un tour complet, plus le temps périodique est grand plus la vitesse angulaire est petite. Cette grandeur, la vitesse angulaire, est représentée par un disque jaune dont le rayon varie en fonction de la valeur de cette vitesse angulaire, la flèche rouge représente, de manière usuelle, la vitesse linéaire. Ainsi pour un cylindre solide tous les points font un tour en même temps, ils ont donc tous la même vitesse angulaire (temps périodique), par contre les points extérieurs doivent "courir" beaucoup plus vite que ceux près du centre, avec une certaine immobilité pour le centre, qui tourne toute fois sur lui même, si on peut dire qu'un point tourne sur lui même. Pour un fluide en rotation la proposition nous signale une autre distribution des vitesses linéaires et angulaires (temps périodique).



Les cylindres sont liés rigidement

Les cylindres sont liés visqueusement

Figure 46 Schémas de l'auteur : cylindres en rotation

Prenons un exemple : imaginons un cylindre de 1 mètre de rayon tournant à 30 tours par minute dans une *eau stagnante*, (son temps périodique est de 2 secondes, toutes les 2 secondes le cylindre se retrouve dans la même situation) par viscosité tout le liquide environnant va se mettre à tourner. A la distance de 2 mètres l'eau fera 15 tours par minute et à 60 mètres il faudra à l'eau 2 minutes pour faire un tour, notons toute fois que sa vitesse linéaire sera identique à celle des points de la surface du cylindre.

Tableau 31 Cylindre solide en rotation axiale

Cylindre solide en rotation axiale.					
Distance à l'axe	1m	2m	5m	10m	60m
Vitesse linéaire	3,14m/s	6,28 m/s	15,70 m/s	31,14 m/s	188,49 m/s
Vitesse de rotation	30t/min	30t/min	30t/min	30t/min	30t/min
Temps périodique	2s	2s	2s	2s	2s
Cylindre fluide en rotation axiale.					
Distance à l'axe	1m	2m	5m	10m	60m
Vitesse linéaire	3,14m/s	3,14m/s	3,14m/s	3,14m/s	3,14m/s
Vitesse de rotation	30t/min	15 t/min	6 t/min	3 t/min	0,5 t/min
Temps périodique	2s	4s	10s	20s	120s

Ce résultat est obtenu par un raisonnement que nous ne détaillerons pas. Il est suivi de 6 corollaires dont nous avons déjà parlé dans la présentation de la section qui donne à penser que Newton envisage des mécanismes dont toute fois il n'est jamais question concrètement.

### 3°) Etude de la proposition LII

L'énoncé et la démonstration de cette proposition sont similaires aux énoncé et démonstration de la proposition précédente. Pourtant la géométrie du système est différente. La figure proposée est la même, L'édition de Cohen et Koyré nous la montre reproduite trois fois<sup>300</sup>, l'édition Dunod ne la répète pas. Le projet est clair, il s'agit de produire la cinématique d'un tourbillon engendré par une sphère en rotation. L'intuition nous indique que l'affaire sera ardue. Tous les points de la sphère, à la différence de ceux du cylindre (qui était infini), n'ont pas la même vitesse linéaire, ils ont cependant tous la même vitesse angulaire donc le même temps périodique. Newton laisse au lecteur le soin de s'imaginer la situation. C'est la même figure qui sert pour le cylindre et pour la sphère.

PROPOSITION LII THÉORÈME XL

Si<sup>301</sup> une sphère solide tourne d'un mouvement uniforme, autour d'un axe donné de position, dans un fluide homogène et infini, que le fluide soit mu circulairement par cette seule impulsion; et que chaque partie de ce fluide continue uniformément dans son Mouvement : les temps périodiques des parties du fluide seront comme les carrés de leurs distances au centre de la sphère.

La démonstration de cette proposition pose le même genre de difficulté que celle du cylindre infini, Newton utilise d'ailleurs la même figure ce qui n'est pas juste, toutes les tranches ne sont pas identiques il y a des tranches qui ne rencontrent pas la sphère. Les pôles de la sphère possèdent une vitesse linéaire nulle, pourtant ils tournent sur eux mêmes.

Newton découpe son raisonnement en trois parties, 3 cas. Plusieurs schémas seraient indispensables pour suivre cette étude. Les trois cas révèlent un souci de description fine, mais il ne permettent pas de savoir si Newton ne plie pas la logique à sa convenance et alors, ne pas fournir de figure significative du découpage, pourrait être une manière de relâcher la rigueur. Il veut arriver à un emboîtement de sphères dont chacune peut être considérée comme solide et qui de ce fait ont une cinématique connue. Dans son premier cas il étudie le mouvement d'un tel emboîtement de sphères, chaque sphère étant rigide comme il l'a fait pour les cylindres puis dans un deuxième cas il les envisage comme partagées en anneaux, d'une manière qui n'est pas sans ambiguïté. Il considère le frottement de ces anneaux les uns sur les autres, chaque anneau étant en relation avec 4 anneaux. Enfin

---

<sup>300</sup>

<sup>301</sup> page 287. Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005



il partage ces anneaux en particules et une nouvelle étude, très succincte, est alors fournie pour aboutir finalement à la vérité de sa proposition.

Il arrive à une cinématique qui s'éloigne de plus en plus de celle d'un solide; cette fois les temps périodiques sont en raison du carré de la distance au centre. Le liquide est constitué d'un emboîtement de sphères qui tournent chacune comme un solide mais sont désolidarisées les unes des autres. Par exemple sur l'axe de rotation les temps périodiques (faire un tour sur soi même) sont comme le carré des distances. Dans le cas de la terre, à  $6400\text{km}^{302}$  à la verticale du pôle l'hypothétique fluide tournerait sur lui même en 4 jours.

A ce théorème viennent s'ajouter pas moins de 11 corollaires

Le premier concerne la répartition des vitesses qui suit une loi plus complexe. Le deuxième la propagation du mouvement à l'infini. Le troisième s'intéresse à la diffusion de ce que l'on appellerait l'énergie de la sphère centrale.

Lisons le quatrième :

*Cor. 4. Donc<sup>303</sup>, afin que le mouvement du tourbillon se conserve le même, il faut un principe actif par lequel le globe reçoive toujours la même quantité de mouvement qu'il imprime à la matière du tourbillon ; et sans un tel principe, il faut nécessairement que le globe et les parties intérieures du tourbillon, communiquant sans cesse leur mouvement aux extérieures, et n'en recevant point de nouveau, perdent leur mouvement peu à peu, et qu'ils cessent enfin de tourner.*

On y ressent bien le souci de l'épuisement du mouvement central, et si l'on pense à la sphère terrestre, sous l'hypothèse rejetée par Newton d'un tourbillon de matière, on conçoit que la régularité de sa rotation supposerait un principe actif qui la maintienne dans son mouvement

Les deux corollaires qui suivent nous parlent de sphères mobiles au sein d'un tourbillon, et des interactions qui en découleraient.

Les 5 corollaires terminant la série sont l'occasion de s'interroger sur des sphères tournant dans des vases ! Concrètement nous ne voyons pas à quoi cela correspond. A

---

<sup>302</sup> Le rayon terrestre valant  $6400\text{km}$  on se trouve à une distance double du rayon terrestre, et donc le temps périodique est divisé par 4.

<sup>303</sup> Idem page 289.

moins d'y lire une métaphore du cosmos, avec la sphère des fixes qui serait le vase contenant le système solaire, cette série ne présente qu'un intérêt limité. On y remarque que Newton est soucieux du devenir individuel des particules du fluide, la fluidité les rend passibles de la force centrifuge et donc le fluide pourrait posséder une densité variable selon son éloignement du centre et ainsi alimenter (de manière interminable) les arguties sur la structure des tourbillons. Bien que finalement il va en rejeter l'hypothèse, Newton les considère avec un certain détail.

Le scolie de conclusion est qualitatif, il concerne les variations possibles de la loi des tourbillons trouvée. Elle mentionne explicitement le système solaire et se conclut, d'une manière ouverte, par une invitation adressée aux philosophes.

C'est<sup>304</sup> donc aux philosophes à voir comment ils pourront expliquer cette loi de la raison sesquiplée par le moyen des tourbillons.

#### 4°) Etude de la proposition LIII

Newton s'y intéresse aux particules transportées par un tourbillon.

##### PROPOSITION LIII-THÉORÈME XLI

Les corps, qui sont emportés par des tourbillons et dont les orbites rentrent en elles-mêmes, sont de même densité que ces tourbillons, et se meuvent selon la même loi que leurs parties, quant à la vitesse et à la direction.

Cette fois c'est clair. Pour la proposition et sa démonstration il parle en général, puis dans le scolie il s'intéresse exclusivement au système solaire. Sa conclusion est sans appel. La porte ouverte pour les discussions à la dernière phrase du scolie de la proposition LII est refermée sans ménagement.

Nous reproduisons dans son intégralité le scholie qui conclut le livre II, afin que le lecteur puisse se faire une idée directe. Nous le trouvons long et peu concluant. Le succès d'un système déductif vis à vis de l'explication une classe de faits, ici les phénomènes astronomiques, ne prouve pas qu'un autre système ne serait pas susceptible d'expliquer aussi cette même classe de faits. Newton considère que les tourbillons cartésiens sont constitués par de la matière newtonienne ce qui n'est pas légitime.

##### SCHOLIE

---

<sup>304</sup> Idem page 292 dernière phrase du scolie de la proposition LII théorème XL

Il est donc certain que les planètes ne sont point transportées par des tourbillons de matière. (figure 57). Car les planètes qui tournent autour du Soleil, selon l'hypothèse de Copernic, font leurs révolutions dans des ellipses qui ont le Soleil dans un de leurs foyers, et elles parcourent des aires proportionnelles au temps. Mais les parties d'un tourbillon ne peuvent se mouvoir ainsi. Que *AD*, *BE*, *CF* représentent trois orbites décrites autour du Soleil *S*, dont le plus extérieur *CF* soit concentrique au Soleil, et que les aphélie des deux intérieurs soient *A* et *B*, et leurs périhélie *D* et *E*. Le corps qui fait sa révolution dans l'orbite *CF*, en décrivant des aires proportionnelles au temps, se meut d'un mouvement uniforme. Mais le corps qui fait sa révolution dans l'orbite *BE*, se mouvra plus lentement dans l'aphélie *B*, et plus vite dans le périhélie *E*, selon les lois astronomiques ;

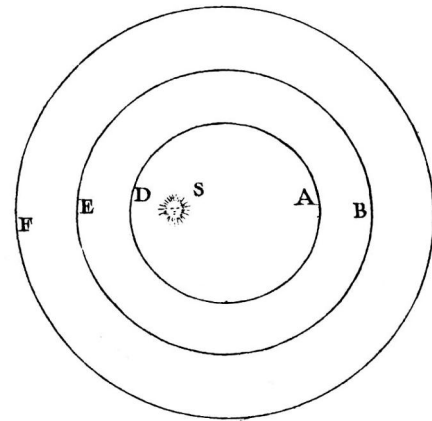


FIG. 57.

Figure 47 Dunod page 294

cependant, selon les lois de la mécanique, la matière du tourbillon doit se mouvoir plus vite dans l'espace plus étroit entre *A* et *C* que dans l'espace plus large entre *D* et *F* ; c'est-à-dire, que le corps résolvant ira plus vite dans l'aphélie que dans le périhélie. Ce qui est contraire l'un à l'autre. Ainsi dans le commencement du signe de la Vierge, où Mars commence à être dans son aphélie, la distance entre les orbites de Mars et de Venus est à la distance de ces mêmes orbites dans le commencement du signe des Poissons comme 3 à 2 à peu près, et par conséquent, la matière du tourbillon entre ces orbites devrait aller plus vite dans le commencement des Poissons que dans le commencement de la Vierge dans la raison de 3 à 2. Car plus l'espace par lequel une même quantité de matière passe dans le même temps est étroit, et plus elle doit avoir de vitesse. Donc, si la Terre est emportée par une matière céleste avec laquelle elle soit dans un repos relatif, et qu'elle tourne avec cette matière autour du Soleil, sa vitesse au commencement du signe des Poissons doit être à sa vitesse au commencement du Signe de la Vierge en raison sesquialtère. Donc le mouvement diurne apparent du Soleil devrait être de 70 minutes plus vite dans le commencement de la Vierge, et plus lent de 48 minutes dans le commencement des Poissons. Or, il est certain, (par les observations) que le mouvement diurne apparent du Soleil est plus vite dans le commencement des Poissons que dans le commencement de la Vierge, et que par conséquent la Terre va plus vite dans le commencement de la Vierge que dans le commencement des Poissons. Ainsi l'hypothèse des tourbillons répugne à tous les phénomènes astronomiques, et paraît plus propre à les troubler qu'à les expliquer. Mais on peut comprendre par ce qui a été dit dans le premier livre comment ces mouvements peuvent s'exécuter sans tourbillons dans des espaces libres. Et cela sera encore mieux expliqué dans le troisième livre.

Dans ce scolie Newton clôture la construction d'une argumentation contre les tourbillons. Il applique les lois de la mécanique à cette matière qui selon les cartésiens constituerait le cosmos. Cette fois l'argumentation n'est plus spéculative, elle fait référence à des observations effectives. Ceci n'était pas le cas pour tous ces cylindres et sphères entourés de fluides parfois infinis tournant de manière concentrique dans d'autres cylindres et sphères.

## 5°) Conclusion sur la section IX

La section IX nous permet de voir à l'oeuvre deux axes d'analyse présentées dans Isaac Newton's *Natural Philosophy*<sup>305</sup>, une par George Smith concernant le style newtonien,<sup>306</sup> l'autre par Michel Blay<sup>307</sup> concernant la mathématisation du mouvement et plus spécialement la construction de la continuité.

Pour le premier axe d'analyse, soutenu par George Smith, la lecture de cette section nous montre qu'il y a une cohérence entre les différentes propositions, il y a une véritable progression. La première proposition s'intéresse à un cylindre, infini en longueur, tournant dans un fluide infini, en extension. Cas académique, pure fiction sans intérêt, pourrait-on dire. Non. Outre qu'elle a un enjeu pour la suite de la section, cette étude peut même être utile, pour la partie centrale d'un cylindre fini qui tourne dans un liquide très étendu, d'ailleurs par l'intermédiaire des corollaires Newton se consacre à des cas réels, cylindre tournant dans un autre cylindre ... La deuxième proposition s'intéresse à une sphère, cette étude utilise celle du cylindre et enfin la troisième proposition s'occupe des corps entraînés dans un tourbillon dont la cinématique vient d'être établie par la proposition précédente. En fin de section, la conclusion s'appuyant sur la chaîne des trois propositions précédentes considère le système solaire et les vitesses des astres, pour aboutir à la fameuse réfutation de Descartes. On est effectivement dans cette section dans une chaîne d'idéalisations qui s'appuient les unes sur les autres pour parvenir à approcher au mieux le réel.

Pour le deuxième axe d'analyse, soutenu par Michel Blay, l'étude du cylindre infini a été portée par la décomposition du fluide en cylindres d'épaisseur finie qui frottent les uns sur les autres. Tandis que leur nombre augmente, leur épaisseur est réduite à zéro et le fluide continu est ainsi reconstruit. Une hyperbole, dont les propriétés particulières sont en accord avec les paramètres, est le support géométrique de cette construction.

L'existence des tourbillons ne peut pas être invalider définitivement par cette seule section. On pourrait très bien invoquer une autre forme de viscosité une autre matière

---

<sup>305</sup> Isaac Newton's *Natural Philosophy*, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001)

<sup>306</sup> George E. Smith, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's *Natural Philosophy*, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001)

<sup>307</sup> Michel Blay, *Force, Continuity, and the Mathematization of Motion at the End of the Seventeenth Century*. in Isaac Newton's *Natural Philosophy*, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001)

pour le cosmos. Il y a en fait bien d'autres raisons d'abandonner cette hypothèse, par exemple celle de la complexité, il ne faut pas seulement un tourbillon autour du soleil il en faut également un à chaque planète et satellite, il faut aussi que la propagation de la lumière solaire soit indifférente à leurs mouvements ...

D'une manière très explicite Newton a émis une hypothèse, celle de la viscosité des fluides, difficilement explicable en terme mécanique. Cette hypothèse est justifiée par le phénomène indiqué à la fin du corollaire 6.

Tout<sup>308</sup> ceci peut s'éprouver dans une eau stagnante profonde.

L'hypothèse du défaut de lubricité peut être considéré comme celle de la gravitation universelle, qui est considérée comme une hypothèse légitime parce qu'induite à partir des phénomènes. Effectivement on constate que si une partie d'un fluide se meut parce qu'elle est poussée, les parties latérales se meuvent aussi sans que cet entraînement soit rigide. Il faut ensuite proposer une loi mathématique pour cette force. La proportionnalité de cette force à la différence de vitesse semble dans un premier temps tout à fait admissible. Il faudrait la soumettre à l'épreuve de l'expérience et cela Newton ne le fait pas. Nous pouvons remarquer que l'étude expérimentale de la répartition des vitesses dans un tourbillon est un problème terriblement difficile. Léonard de Vinci observateur acharné avait scruté ce phénomène et avait produit quelques dessins qui prouvaient la finesse de son regard. Newton n'essaye pas d'expliquer le mécanisme microscopique de cet entraînement. Newton donne une explication en terme de particules qui se poussent pour la pression mais pas pour la viscosité. Il semble que Newton estime qu'il ait atteint son but.

## **V ] Conclusion**

Nous avons vu que dès sa définition la notion newtonienne de force n'était pas homogène. Nous pouvons penser qu'en laissant certains aspects relativement imprécis Newton se réservait la possibilité d'adapter le concept. Effectivement il ne précise pas toutes les caractéristiques de la pression. Nous considérerons que comme les autres forces la pression est l'action d'un corps sur un autre corps, ce corps qui subit la force a une forme et

renferme une certaine quantité de matière. Cette action est une action de contact qui ne donne pas lieu à une modification de la vitesse et il y a là une difficulté puisque les forces imprimées sont les causes du changement de la quantité de mouvement. Cependant cette difficulté pourrait être levée par la lecture attentive du paragraphe déjà cité précisant les genres de force. En fait Newton ne dit pas que la pression est une force imprimée il dit simplement que la pression peut être l'origine d'une force imprimée. Sous cette relecture la pression n'est plus une force imprimée mais doit être considérée seulement comme la possible source d'une force imprimée.

Mais la pression possède des propriétés bien étonnante. Pour la gravitation Newton s'est refusé à émettre des hypothèses. Pour la pression des fluides et certaines de ses propriétés il se propose de l'expliquer en terme de philosophie mécanique. Pour cela il suppose les fluides constitués de particules pour lesquelles il hasarde même un dessin. Le texte ne le dit pas mais il semble absolument nécessaire que ces particules soient sphériques et jointives. Il ne donne aucune indication de taille. Pour les fluides compressibles aucun dessin n'est proposé il y a juste une hypothèse de répulsion que l'on peut ranger dans le genre des forces centrifuges. Nous avons beau jeu d'affirmer que toutes ces hypothèses ne nous convainquent pas, puisque que la théorie cinétique des fluides est maintenant acceptée. La pression des fluides est due à l'agitation constante et désordonné des molécules qui les composent.

Dans sa première définition Newton considère que la quantité de matière est une notion dérivé de celle densité. Cette manière, jugée parfois étrange, présente cependant le formidable avantage de supporter la définition ponctuelle. Nous sommes très embarrassés par la considération de la masse d'un point mais pas par la densité définie en un point. Il en va de même de la pression, nous concevons la possibilité de considérer la pression en un point d'un fluide mais ensuite il faut une procédure pour passer à la force. Le concept de pression chez Newton souffre de cette ambivalence entre le ponctuel et le global.

Il est difficile de rattacher la force de viscosité à un des trois genres de forces. Il ne s'agit ni d'une force centripète ni d'un choc ni d'une pression. Il faut donc penser que la liste du paragraphe suivant la définition IV précisant les origines de la force imprimée n'est pas exhaustive. On peut cependant la constater. Un cylindre même lisse qui tourne dans un

liquide entraîne le fluide dans lequel il est plongé. Cet entraînement commence par la couche proche se diffuse dans tout le fluide et confère à la masse fluide une cinématique particulière. Ceci est un fait indubitable qui nécessite pour son explication dans le cadre de la mécanique newtonienne l'existence d'une force nouvelle. Newton ne s'attarde pas sur la justification de cette force, il fait cependant une hypothèse sur son intensité. Il ne justifie ses résultats par aucune expérience.

Le livre II fournit donc des compléments et des extensions aux définitions des forces qui figurent dans les deux premières parties des Principia. Il valide par la mise en œuvre des principes et de la méthode de recherche à un domaine nouveau la solidité de la démarche toute entière

# L'acoustique

## I ] Généralités sur la section VIII

Cette section se compose de 10 propositions, dont 7 sont annoncées comme *théorème*, du théorème XXXII au XXXVIII et 3 comme des *problèmes* du problème X au XII. La section se développe sur 13 pages et comporte plusieurs dessins. Mais il n'y a pas de dessin réaliste. On perçoit que le projet de Newton n'est pas de rentrer dans le foisonnement des instruments ou dans le détail des circonstances. Ce qui l'intéresse ce sont les principes qui conduisent à des résultats qu'il faudra confronter avec des expériences. Mersenne entre autres savants, commence ses recherches dans le domaine de l'harmonie musicale puis multiplie les expériences acoustiques, avec des cordes vibrantes qu'il charge plus ou moins, avec des tuyaux d'orgues plus ou moins long plus ou moins gros etc. ... Newton n'est pas un expérimentateur en acoustique il compose des analogies et applique des principes.

Dans cette section, VIII du livre II, l'auteur ne s'inscrit ni dans une filiation claire ni dans une opposition déclarée, comme son optique ou comme sa théorie de la gravitation et du système solaire peuvent l'être

La cohérence du calcul proposé par Newton prouve que sa théorie est pertinente, l'échec par contre ne prouverait pas que la théorie est définitivement fausse. L'échec nécessiterait que l'on reprenne le raisonnement. Comme on pourra le constater il ne s'agit pas simplement d'appliquer des principes, il y a aussi la méthode d'utilisation, le raisonnement est très complexe et raffiné. Aussi est-il révisable par beaucoup d'endroits. Il sera d'ailleurs critiqué amélioré et corrigé. La citation de l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert, dans la partie II 2°) de cette section, nous permettra de prendre connaissance des auteurs de ces commentaires et critiques et d'une partie de leur contenu .

Nous considérons que Newton a construit cette section des Principia dans le but d'obtenir déductivement la valeur de la vitesse du son dans l'air. Au passage, à titre d'étape il émet des résultats sur la propagation des vagues, sur les oscillations du niveau de l'eau dans un tube en U ... Tout ceci sont des étapes vers le calcul de la vitesse du son. Cette section possède une cohérence globale et une autonomie. Sa lecture confirme qu'il s'agit de



prouver que les lois de la mécanique sont capables de produire de la rationalité pour des phénomènes terrestres. Les premières propositions de cette section ont été étudiées dans la partie consacrée à la notion de pression. L'étude de la suite de cette section permet de confirmer l'affirmation que l'ambition du livre II n'est pas uniquement d'invalider la théorie des tourbillons de Descartes.

L'étude de cette section va confirmer que Newton est surtout attaché à développer ses principes et sa méthode géométrique. En 1686 le domaine de l'acoustique n'est pas surchargé comme peut être l'astronomie, mais il y a eu des recherches empiriques et des propositions théoriques. Entre la première et la troisième édition Newton supprime des références : à Mersenne et à une expérience personnelle. Il fait ceci au profit d'ajouts : un calcul de la vitesse du son, une donnée expérimentale non référencée et de l'évocation de données expérimentales dues à Joseph Sauveur.

Si nous nous référons aux théories contemporaines qui permettent de calculer à partir des principes de la thermodynamique cette vitesse, nous devons reconnaître que le projet n'est pas simple. Pour l'évaluation du degré de complexité, notre référence sera le cours<sup>309</sup> de Monsieur Escaig donné en 2<sup>e</sup> année de physique dans les années 1970 à l'université de Lille I.

## **II ] Newton et ses prédécesseurs**

### 1°) Les références newtoniennes

Pour l'acoustique Newton ne part pas de zéro. Il nous paraît donc utile d'indiquer, pour le domaine de l'acoustique, quelques précurseurs. Ce que connaissait précisément Newton de ses prédécesseurs, sur l'acoustique, n'est pas directement accessible, et nécessiterait une recherche spécifique qui n'est pas l'objet de ce travail<sup>310</sup>. Notons tout de même que dans d'autres sections des Principia il cite quelques auteurs : Galilée, Descartes, que l'on retrouve dans la liste des pionniers du domaine. On sait par Westfall que le

---

<sup>309</sup> Escaig Bertrand, *Eléments de Thermodynamique*, cours photocopié, Université de Lille I (1978).

<sup>310</sup> dans Harrison John, *The Library of Isaac Newton*, Cambridge University Press (1978) nous avons une entrée au nom de Roberval pour *De mundi systemate, partibus, & motibus eiusdem, libellus*. Paris 1644, mais aucune entrée pour Mersenne ce qui est très étonnant et aucune non plus pour Sauveur ce qui moins étonnant puisque les contributions de ce dernier peuvent provenir de comptes rendus insérés dans les mémoires de l'Académie

Président de la Royal Society a rayé des noms de son manuscrit, entre autres par endroit celui de Hooke<sup>311</sup>. Cohen et Koyré nous apprennent que Marin Mersenne et Gilles Personne de Roberval invoqués dans un long paragraphe pour la première édition disparaissent complètement au profit de Joseph Sauveur<sup>312</sup>. Joseph Sauveur est un expérimentateur original et pertinent, parfois reconnu comme le père de l'acoustique scientifique, sans être pour autant déclaré être un savant majeur de l'époque. Par moment le texte de Newton fait une référence oblique à des savants non nommés explicitement.

**Cor.** Ceux<sup>313</sup> là se trompent qui croient ...

[...] Car la lumière se propageant en ligne droite ne peut consister en la seule action [...] c'est ce qui est connu de tout le monde

Il est probable que dans ces phrases Newton vise des contradicteurs, la dernière pourrait signifier que prétendre le contraire c'est proférer absurdement avec entêtement des contre vérités, Newton invoque ici un recours à l'évidence naïve. Si l'on considère le mouvement de la terre ce genre de recours n'est pas pertinent, il est en effet connu de tout le monde que la terre est immobile. Ce qui est connu de tout le monde n'est pas un gage de vérité philosophique. Newton esquisse quelques discussions mais il ne s'engage pas dans des controverses philosophiques de ce genre dans les Principia. Il n'a jamais le discours d'Aristote ou du Galilée des *Dialogues sur les Deux Grands Systèmes du Monde* ou du *Discours sur deux Sciences Nouvelles*.

Les théories d'Aristote, sont répétées et commentées dans toutes les universités européennes avec de multiples variations. Newton les connaît, mais se donne-t-il vraiment la mission de les invalider ? Son propos s'inscrit dans une histoire qui a commencé deux millénaires auparavant, il n'arrive pas en terrain neutre. Il prend appui sur des résultats, il en combat d'autres et en ignore certains, parfois consciemment mais sans doute aussi de manière indirecte. Il donne la valeur mesurée pour la vitesse du son sans préciser de qui il la tient. Il fait référence à des expériences ordinaires comme les vagues dans un étang paisible ou encore aux instruments de musique, dont on est obligé de lui supposer une connaissance

---

<sup>311</sup> page 487. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994)

<sup>312</sup> page 530 Newton Isaac, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726) with variant readings. Assembled and edited by Alexandre Koyré and I. Bernard Cohen (1972).

<sup>313</sup> Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. Corollaire de la proposition XLIII, haut de page 277.

au moins commune. Mais rien nous permet de lui attribuer, un goût particulier pour la musique, une connaissance approfondie des instruments ou de leur fabrication, ni même des relations quelles qu'elles soient, avec des musiciens. Il reste au niveau des principes exposés à la manière euclidienne.

## 2°) Les commentaires de D'Alembert.

La lecture des propos de d'Alembert dans l'Encyclopédie vers 1750, à l'article *son*, nous permettra d'accéder à la réception, après une petite période de maturation, de la théorie newtonienne par les savants de l'époque

Le célèbre<sup>314</sup> M. Newton a donné à la fin du *second livre de ses Principes*, une théorie très-ingénieuse & très-savante des vibrations de l'air, & par conséquent de la vitesse du *son*. Sa théorie est trop compliquée & trop géométrique pour être rendue ici ; nous nous contenterons de dire qu'il trouve la vitesse du *son* par son calcul, à-peu-près la même que l'expérience la donne. Cet endroit des Principes de M. Newton, est peut-être le plus difficile & le plus obscur de tout l'ouvrage. M. Jean Bernoulli le fils, dans son *Discours sur la propagation de la lumière*, qui a remporté le prix de l'académie des Sciences en 1736, dit qu'il n'oseroit se flater d'entendre cet endroit des Principes. Aussi nous donne-t-il dans la même piece, une méthode plus facile & plus aisée à suivre que celle de M. Newton, & par le moyen de laquelle il arrive à la même formule qu'a donnée ce grand géometre.

Un auteur qui a écrit depuis sur cette matiere, prétend qu'on peut faire contre la théorie de MM. Newton & Bernoulli, une objection considérable ; savoir, que ces deux auteurs supposent que le *son* se transmet par des fibres longitudinales vibrantes, qui se forment successivement, & qui sont toujours égales entr'elles ; or cette hypothèse n'est point démontrée, & ne paroît point même appuyée sur des preuves solides. Le même auteur prétend que dans cette hypothèse, M. Bernoulli auroit dû trouver la vitesse du *son*, double de ce qu'il l'a trouvée, & de ce qu'elle est réellement. M. Euler dans sa *Dissertation sur le feu*, qui a partagé le prix de l'académie 1738, a donné aussi une formule pour la vitesse du *son* ; elle est différente de celle de M. Newton, & l'auteur n'indique point le chemin qui l'y a conduit.

Voici en général de quelle maniere se font les expériences pour mesurer la vitesse du *son*. On sait par la mesure actuelle, la distance d'un lieu *A*, à un autre *B*. Un spectateur placé en *B*, voit la lumière d'un canon qu'on tire au lieu *A*, & comme le mouvement de la lumière est presque instantané à de si petites distances, le spectateur *B* compte combien il s'écoule de secondes depuis le moment où il voit la lumière du canon, jusqu'à ce qu'il en entende le bruit. Divisant ensuite l'espace qui est entre les lieux *A* & *B* par le nombre de secondes trouvé, il a le nombre de toises que le *son* parcourt en une seconde.

Nous avons un compte rendu succinct mais finalement assez précis et argumenté du travail de Newton. La référence à Euler autorise d'Alembert à reconnaître le caractère

---

<sup>314</sup> article son. *Encyclopédie Raisonnée des Arts et des Sciences*, Alembert Jean le Rond d', et Diderot Denis, Paris, 1750. version CD-Rom de Redon.

difficile de la géométrie mise en œuvre par Newton. Cela permet à d'Alembert d'éviter une présentation détaillée. La difficulté de la méthode est explicitement soulignée. On constate que d'Alembert ne recense pas les adaptations finales concernant les données expérimentales de la section comme des ajouts qui remettent en cause l'exactitude du raisonnement. D'Alembert nous fournit des indications précieuses sur les théories ultérieures qui ont pris appui sur la tentative des Principia. Ceci nous permet de dire que même défaillante et obscure la théorie newtonienne constitue un point de référence pour les suivantes.

### 3°) Le point de vue contemporain

Plus loin dans cette partie, dans le but exclusif de mesurer ce qu'il manquait à Newton pour proposer une théorie complète, nous exposerons la mise en forme de M. Bertrand Escaig de la théorie contemporaine du calcul de la vitesse du son.

Pour ce calcul Escaig mobilise, la notion physique de température certes connue au XVII<sup>e</sup> siècle mais aussi celles de quantité de chaleur, de transformations isotherme et adiabatique qui ne faisaient pas partie de l'arsenal des concepts de cette époque. Dans le calcul, ces concepts sont portés dans le langage mathématique des fonctions de plusieurs variables, et des équations différentielles et les approximations indispensables sont régulées par des développements limités. Tout ceci n'est disponible ni en 1686 ni en 1726. Aussi Escaig nous propose de clarifier le raisonnement en spécifiant l'hypothèse newtonienne.

"Newton avait d'abord pensé que la chaleur se transmettait suffisamment rapidement pour que la température n'ait pas le temps de varier d'une couche comprimée à la voisine dilatée."

Plus loin il précise :

Pendant 25 ans l'expérience donna pourtant une vitesse de 20% supérieure à ce résultat [résultat newtonien sous l'hypothèse  $PV=C^{te}$ ], sans qu'on sût pourquoi

Laplace partit au contraire d'une compression adiabatique [ $PV^\gamma=C^{te}$ ]: la chaleur n'a pas le temps de s'écouler dans la tranche dilatée ... "

Nous verrons en effet que la section VIII s'achève sur une addition de deux hypothèses correctrices justifiées d'une manière que l'on peut, 3 siècles plus tard, juger discutables et qui viennent justement rattraper ces 20% de dissonance théorie-phénomènes.

### **III ] Ces choses qui se propagent**

Chacun connaît, chacun comprend ce que cela veut dire qu'un objet se déplace. Quand un cheval se déplace on peut indiquer son lieu de départ et son lieu d'arrivée mais aussi, si on le désire les différents emplacements qu'il a occupé pendant son déplacement. Même si l'on n'a pas vu l'animal parcourir le trajet, même si l'on n'a la connaissance que de son heure et lieu de départ et de son heure et lieu d'arrivée, on a la certitude que l'animal a existé dans les temps et les lieux intermédiaires et qu'il serait possible de donner des précisions sur son état dans ces temps et lieux inconnus. Pour un boulet de canon bien que nul ne les ait jamais vu ailleurs qu'en leurs lieux et temps de départ et d'arrivée, nous avons la certitude qu'à tout moment ils sont quelque part. Leur trajectoire est techniquement problématique, elle a été l'objet de controverses, et il revient à Galilée d'avoir découvert la possibilité d'étudier théoriquement en détail les trajectoires de ces objets qui échappent à la perception directe au cours de leurs déplacements. Le principe de la combinaison des mouvements rend possible ces études mais la trajectoire physique elle même n'est pas facilement accessible. Cependant le déplacement de ces objets guerriers est, si l'on n'exige pas trop de précision, devenu intelligible. Mais la nature nous offre d'autres genres de déplacement, et le français nous procure d'ailleurs d'autres verbes : se diffuser, se répandre, se diluer, se propager, se transmettre ...

Dans chaque cas, il y a un *quelque chose* qui se déplace, mais ce quelque chose n'est pas inévitablement matériel, et la modalité du déplacement est incertain. Les journaux sont distribués et les rumeurs se propagent. Dans le domaine purement physique il y a des phénomènes dont les caractéristiques de la propagation ne sont ni intuitivement ni perceptivement accessibles. Il en va ainsi des odeurs, du son, de la houle, de la lumière, de la chaleur ... de la gravitation ... Dans chaque cas on peut quand même préciser des éléments en indiquant ou imaginant une source, une géométrie de diffusion, un support de transmission, un lieu de réception. Le cas des parfums est particulier, puisqu'il se révèle être un transport de matière, qui oblige toute fois à penser les fluides au repos, comme étant constamment agités ... en mouvement d'une certaine manière (curieux repos que celui des fluides). Le cas de la houle est remarquable, on perçoit facilement les éléments. Si l'on tape soi même dans un étang, on connaît l'origine de la perturbation, on voit les vagues avancer,

on sait que l'eau elle même ne se déplace pas vraiment, elle est juste le support. Elle ne se déplace pas vraiment mais elle se déplace malgré tout transversalement à la propagation du phénomène. Aussi les ondes aquatiques vont permettre de construire une analogie entre les ondes aquatiques et les ondes sonores. Pour les ondes aquatiques nous voyons la main qui tape, nous voyons le support, l'eau, nous voyons la progression des ondes, nous voyons l'espace entre les sommets des vagues, la longueur d'onde etc. ... pour les sons nous ressentons l'air par le vent, nous voyons la corde de l'instrument vibrer et l'analogie va nous permettre d'imaginer une vitesse, une longueur d'onde que nous ne voyons pas ne sentons pas. L'analogie va donner un support à notre imagination. Pour la lumière l'analogie va être beaucoup plus distendue, nous n'avons pas d'intuition sur la substance qui vibre, et nous ne ressentons d'aucune manière la vibration de la source, nous ne sommes sûr de rien, est-ce une substance qui se déplace ? Ou est-ce une substance qui vibre ? Nous employons ici à dessein le mot substance pour se placer dans une perspective lockienne.

#### §. 4. NOUS N'AVONS AUCUNE IDÉE CLAIRE DE LA SUBSTANCE EN GÉNÉRAL.

De<sup>315</sup> là vient, que lorsque quelque espèce particulière de substances corporelles, comme un *cheval*, une *pierre*, etc. vient à faire le sujet de notre entretien et de nos pensées, quoique l'idée que nous avons de l'une ou de l'autre de ces choses ne soit qu'une combinaison ou collection de différentes idées simples des qualités sensibles que nous trouvons unies dans ce que nous appelons *cheval* ou *pierre*, cependant, comme nous ne saurions concevoir que ces qualités subsistent toutes seules, ou l'une dans l'autre, nous supposons qu'elles existent dans quelque sujet commun qui en est le *soutien* : et c'est ce *soutien* que nous désignons par le nom de *substance*, quoiqu'au fond il soit certain que nous n'avons aucune idée claire et distincte de cette *chose* que nous supposons être le soutien de ces qualités ainsi combinées.

Si on compare la propagation du son et de la lumière, l'hypothèse que la lumière se propage, donc avec une certaine vitesse, nécessite la mise en place d'une expérimentation qui repose sur une conviction théorique. Cette expérimentation doit correspondre à l'ordre de grandeur à laquelle on s'attend. Bernard Maitte évoque Bacon, Galilée puis Descartes<sup>316</sup> pour leur tentatives infructueuses et c'est par des mesures astronomiques que l'on doit à Römer<sup>317</sup> la première détermination de la vitesse de la lumière. A notre connaissance pour le phénomène sonore, sa propagation donc sa vitesse n'est pas historiquement l'objet d'un

---

<sup>315</sup> page 471. Locke John, *Essai sur l'entendement humain* (1700), traduction Pierre Coste (1755), présentation Philippe Hamou, Librairie Générale Française, (2009).

<sup>316</sup> pages 73, 74. Maitte Bernard, *La lumière*, Edition du Seuil (1981)

doute ou d'une controverse. Cela nous semble être le fait de l'existence du phénomène de l'écho plus que de sa valeur plus facilement déterminable expérimentalement par rapport à celle de la lumière. Dans la première édition des Principia Newton relate ses expériences dans un couloir de Cambridge<sup>318</sup>.

Newton va se servir explicitement de l'analogie, vague et onde sonore pour parvenir à calculer la vitesse du son. Comme il n'y a pas de vrai déplacement de matière, l'affaire est délicate, les lois, les principes newtoniens énoncés dans les premières pages des Principia ne s'appliquent qu'aux déplacements des objets matériels. Dans le cas de la propagation d'ondes il ne s'agit pas de matière qui se déplace. Newton va passer par une analogie avec les oscillations de niveau dans un tube en U, eux mêmes mises en parallèle avec les oscillations d'un pendule. Pour les pendules cycloïdaux les caractéristiques du phénomène sont accessibles et la théorie est assurée. Il y a une sorte d'extension de la compréhension.

Reprenons pour bien comprendre la chaîne des analogies :

- ◆ oscillation des pendules,
- ◆ oscillation du niveau de l'eau dans un tube en U,
- ◆ oscillation du niveau de l'eau (les vagues),
- ◆ oscillation de la pression dans l'air (le son).

Avouons que l'analogie directe pendule et perception d'un son n'est pas intuitive. Remarquons que dans le phénomène des pendules, la vibration du pendule ne se propage pas, le pendule vibre solitairement. Une fois que la chaîne analogique a été parcourue et a produit des conséquences intéressantes elle a une espèce d'évidence. Elle n'en conserve pas moins des faiblesses. La géométrie de la démonstration principale est assez ardue comme le dit d'Alembert, mais il y a plus gênant. En effet cette chaîne d'analogies contient des contre sens. Un pendule balance à son rythme, qui ne dépend pas de l'amplitude des oscillations pour le cas cycloïdal auquel Newton fait référence. Il est possible de forcer mécaniquement ce rythme mais alors ce n'est plus le rythme du pendule. Le son, la note do jouée sur un piano, c'est de l'air qui vibre, qui vibre au rythme de la source sonore, c'est donc une vibration forcée, cependant cette vibration se propage avec une vitesse qui semble

---

<sup>317</sup> pages 95 et 96. idem

<sup>318</sup> voir la note aa de MPNP-Cohen/Whitman page 776 ou PNPM page 530

empiriquement indépendante de la source<sup>319</sup>. Si cette analogie nous permet d'accéder à une certaine compréhension, elle risque quand même de nous fourvoyer gravement. Le dédale des analogies utilisées quantitativement, utilisées qualitativement, énoncées mais sans conséquence permet à Newton de nous conduire où il le désire. Dans un premier temps nous accepterons un peu en aveugle son tutorat, en mettant sous l'éteignoir notre surprise. Il faut bien admettre que finalement son propos nous conduit à une certaine connaissance de la réalité.

Nous proposons un tableau qui permet de présenter qualitativement des phénomènes qui nous conduisent à penser que quelque chose se déplace. Quelque chose se déplace mais nous ne savons précisément ni quoi et ni comment, la perception ne nous permet pas de répondre à ces questions et d'appréhender la totalité du phénomène. Il faudra imaginer des substances réaliser des expériences qui interrogeront la nature.

Tableau 32 phénomènes de propagation

phénomènes	Source	Géométrie de propagation	Milieu support	réception
parfum	Objet odorant	Partout lentement	Air	nez
Les vagues	Une secousse dans le milieu, caillou jeté	Vitesse mesurable. Contourne les obstacles avec atténuation	Une interface gaz-liquide	Un corps flottant
Le son	Un instrument (de musique); un choc	Grande vitesse. Contourne les obstacles avec une faible atténuation	Air	Une oreille, un autre instrument de musique
La lumière	Soleil, flamme	En ligne droite avec des anomalies. Corps opaques ou transparents. Vitesse très grande	Ether ...	Œil, un objet matériel.
Le magnétisme	Un aimant	Traverse certains corps, est arrêté par d'autres.	Ether ...	Un objet ferreux
La gravitation universelle	La matière, le soleil, la terre, la lune, un grain de sable ... une pomme	Aucun obstacle ! Vitesse ?	?	Un corps matériel

Le scolie final fait référence à la lumière, bien que Newton ne mentionne pas pour elle de milieu de propagation et ne calcule ni vitesse, ni longueur de pulsion. Elle a un aspect négatif qui ne la rend pas très explicite.

Ces<sup>320</sup> dernières suppositions peuvent s'appliquer au mouvement de la lumière et des sons. Car la lumière se propageant en ligne droite ne peut consister dans la seule action (Selon les prop 41 et 42).

<sup>319</sup> si la vitesse de propagation des sons dépendaient de leurs fréquences, il faudrait savoir à partir de quelles proportions et à partir de quelle distance on pourrait entendre des effets.

<sup>320</sup> Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. Début du scolie page 284.



Nous savons toute la difficulté que comporte l'explication physique de la gravitation. Il n'y a pas d'indication selon laquelle Newton considérerait la gravitation comme un quelque chose qui serait émis par la matière il y a même une réticence à considérer que la matière possède en elle même un principe d'attraction. La fin du scholie général qui conclut les Principia fait état d'un fluide subtil qui expliquerait beaucoup trop de phénomènes pour être vraisemblable.

Il n'y a rien non plus sur la propagation de la chaleur ou de la température, en 1747 d'Alembert indique dans *Réflexion sur la cause générale des vents* que les effets des variations de température ont sans doute des conséquences sur les mouvements atmosphériques, mais que dans l'état des connaissances de son époque il n'y pas de calculs possibles à leurs égards. Nous sommes bien assurés que quelques décennies plus tôt Newton ne pouvait en aucun cas inclure dans son travail les effets de la température, puisque le coéditeur de l'Encyclopédie se refuse à le faire pour l'étude des mouvements atmosphériques.

D'autres<sup>321</sup> Auteurs ont attribué les vents à la chaleur que le Soleil produit dans l'Athmosphère. Selon ces Auteurs, la masse d'air qui est à l'Orient par rapport au Soleil, & que cet Astre a échauffée en passant par-dessus, doit avoir plus de chaleur que la masse d'air Occidentale fur laquelle le Soleil n'a point encore passé : elle doit donc, en se dilatant, pousser vers l'Occident l'air qui la précède, & produire par ce moyen un vent continuel d'Orient en Occident sous la Zone torride. J'avoue que la différence de chaleur que le Soleil répand dans les parties de l'Athmosphère, doit y exciter des mouvemens : je veux bien même accorder qu'il en résulte un vent général qui souffle toujours dans le même sens, quoique la preuve qu'on en donne ne me paroisse pas assez évidente pour porter dans l'esprit une lumière parfaite. Mais si on se propose de déterminer la vitesse de ce vent général, & sa direction dans chaque endroit de la Terre, on verra facilement qu'un pareil Problème ne peut être résolu que par un calcul exact. **Or les principes nécessaires pour ce calcul nous manquent entièrement**, puisque nous ignorons, & la loi suivant laquelle la chaleur agit & la dilatation qu'elle produit dans les parties de l'air. Cette dernière raison est plus que suffisante pour nous déterminer à faire ici abstraction de la chaleur Solaire ; car comme il n'est pas possible de calculer avec quelque exactitude les mouvemens qu'elle peut occasionner dans l'Athmosphère, il faut nécessairement reconnoître que la Théorie des vents n'est presque susceptible d'aucun degré de perfection de ce côté là.

Newton n'est donc ni le seul ni le dernier à mettre en réserve des questions. Nous trouvons cette modestie ou peut être prudence, caractéristique d'une nouvelle conception de la science. Newton introduit des étapes dans l'explication des phénomènes, une étape

---

<sup>321</sup> D'Alembert (1747), *Réflexion sur la cause générale des vents* introduction pages v et vi

mathématique, une étape physique et une étape métaphysique qui n'a plus cours aujourd'hui.

## **IV ] Etude des propositions**

### 1°) Proposition XLV théorème XXXVI et Proposition XLVI problème X

Il a été établi par la proposition XLIV qu'un pendule de longueur moitié de la colonne d'eau oscillait au même rythme que l'eau d'un tube en U. Le deuxième corollaire de cette proposition est très précis.

**Cor. 2.** Si la longueur de toute la colonne d'eau dans le canal est de  $6 \frac{1}{9}$  pieds de Paris, l'eau descendra dans une seconde et montera dans une autre seconde ; et ainsi de suite alternativement à l'infini. Car un pendule de  $3 \frac{1}{18}$  pieds fait une oscillation dans une seconde.

#### PROPOSITION XLV

La<sup>322</sup> vitesse des ondes est en raison sous doublée de leur largeur.

Cette proposition n'est pas démontrée, sa preuve est renvoyée à la proposition suivante ( XLVI) qui constitue le problème X.

#### PROPOSITION XLVI

Trouver<sup>323</sup> la vitesse des ondes.

Il faut prendre un pendule dont la longueur entre le point de suspension et le centre d'oscillation soit égale à la largeur des ondes : et dans le même temps dans lequel le pendule achèvera chaque oscillation, les ondes parcourront en avançant un espace presque égal à leur largeur. J'appelle largeur des ondes l'espace transversal qui est entre leur moindre ou leur plus grande élévation. Que *ABCDEF* représente une eau stagnante dont la superficie monte et descende par des ondes successives (figure 53) ; que *A, C, E*, etc. soient les éminences de ces ondes, et *B, D, F* etc. les cavités intermédiaires qui les séparent, comme le mouvement des ondes se fait par l'ascension et la descension successive de l'eau, de sorte que ses parties *A, C, E*, etc. qui sont les plus hautes deviennent ensuite les plus basses ; et que la force motrice qui fait monter les parties les plus basses et descendre les plus hautes, est le poids de l'eau élevée ; cette ascension et cette descension alternatives seront analogues au mouvement d'oscillation de l'eau dans le canal, et elles observeront les mêmes lois par rapport au temps : et par conséquent (par la Prop. 44.) si les distances entre les lieux les plus hauts *A, C, E*, et les plus bas *B, D, F* des ondes sont égales au double de la longueur du pendule ; les parties les plus hautes *A, C, E*, deviendront les plus basses dans le temps d'une oscillation, et dans le temps d'une autre oscillation elles redeviendront les plus hautes. Donc il y aura le temps de deux oscillations entre chacune de ces ondes ; c'est-à-dire, que chacune de ces ondes parcourra sa largeur dans le temps que le pendule emploiera à faire deux oscillations ; mais dans ce même temps un pendule, dont la longueur serait quadruple et

---

<sup>322</sup> Idem page 278.

<sup>323</sup> Idem page 278.

qui par conséquent serait égal à la largeur de ces ondes, ferait une oscillation. Donc, etc. (C.Q.F.T).

Pour Newton ce résultat est uniquement technique, il est utile pour calculer la vitesse du son. Cependant il est intéressant en lui même. On pourrait le valider empiriquement, cela n'est pas fait. Il repose sur des approximations puisque la longueur de la colonne d'eau ne prend en compte que la distance entre les crêtes et les creux et néglige la partie verticale des branches du tube en U. Il s'agit d'une modélisation du phénomène des vagues. Newton ne signale pas cette approximation. Son deuxième corollaire fait comprendre le caractère approché de la solution. Cette modélisation se trouve justifier par les théories actuelles, le problème complet du déplacement des vagues est théoriquement très complexe.

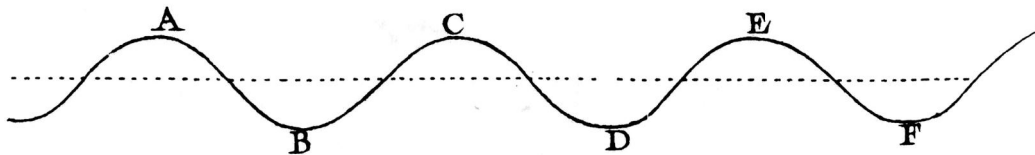


FIG. 53.

Figure 48 PMPN-Dunod page 278

*Cor. 1.* Donc les ondes qui ont  $3 \frac{1}{18}$  pieds de Paris de largeur en avançant dans une seconde parcourront leur largeur ; et par conséquent dans une minute elles parcourront  $183 \frac{1}{3}$  pieds, et dans une heure 11000 pieds environ.

*Cor. 2.* Et la vitesse des plus grandes ou des moindres ondes augmentera ou diminuera en raison sous-doublée de leur largeur. Cela est ainsi dans l'hypothèse que toutes les parties de l'eau montent et descendent en ligne droite ; mais cette ascension et cette descension se font plutôt par des cercles, ainsi par cette Proposition le temps n'est déterminé qu'à peu près.

Ce problème, sa solution et les conséquences qui en suivront sont exemplaires des investigations newtoniennes. Il est d'usage, de considérer l'anecdote de la pomme comme légendaire, de faire de Voltaire l'agent intéressé de sa diffusion mais de laisser ainsi inexplicé le problème de la découverte de l'attraction universelle. Dans cette anecdote il faut remarquer qu'il s'agit de l'interprétation d'un fait commun. Il ne s'agit ni d'une expérimentation ni d'une accumulation de données empiriques, les pommes sont des objets naturels, elles tombent le moment venu de leur maturité, on ne les fait pas tomber, et il en va ainsi de la lune qui selon l'usage ne tombe pas du tout. Il n'est pas absurde de penser que

réunir dans une même description la chute des corps sur terre et la chute de la lune nécessite un moment de fulgurance géniale et audacieuse. Cette intuition ayant parcouru l'esprit il faut ensuite croire en la possibilité de calculer avec précision les effets et il faut pour cela se doter d'outils puissants et les améliorer si nécessaire. Il me semble qu'en 1686 l'idée, l'envie devrions-nous dire, de calculer à partir de principes la vitesse du son est audacieuse. Nous proposons de penser la section VIII comme construite à rebours, et de faire partir cette régression de l'observation naïve des vaguelettes dans un étang.

Jeter une pierre dans un étang tranquille et regarder les cercles s'agrandir est une expérience commune, aussi commune que la contemplation de la lune et des pommes qui tombent. Imaginons des enfants qui jouent à jeter des pierres dans un étang. Un canard passe, l'attention se déplace sur l'élégance du volatile, sur la truculence du vivant, et il en n'en reste plus que quelques uns qui persévèrent dans la contemplation des rides qui s'élargissent paisiblement, puis s'effacent par cercles évanescents dans l'infini de l'étendue. Il faut comptabiliser les répétiteurs inlassables et obstinés de cette expérience dans la catégorie peu fournie des adultes rêveurs. Le désir de dépasser le stade de la rêverie lascive, et d'en savoir plus sur cette perturbation émerge sans doute dans un nombre de conscience beaucoup plus restreint. Aristote lui même a dû voir sa conviction renforcée sur l'impossibilité de dire quoi que ce soit de quantitatif sur cette variabilité du monde sublunaire en général, et de la hauteur de la surface du liquide insaisissable, en particulier. Newton arrive. Se poser la question de la possibilité d'un calcul a déjà fait reculer le reste des pratiquants obstinés du jet de pierre dans les étangs. Pour le professeur lucasien la question et ses modalités quantitatives persistent, Newton insiste, il est armé d'une méthode qui a fait plier les cieux, il a, dans un passé récent, convoqué les astres dans son bureau et les a assigné à sa géométrie, mais le problème est ici bien plus labile. Ici point de régularité millénaire. Point de référence aux observations babyloniennes. De Copernic, de Galilée, de Képler il n'en est guère. Même pas d'ennemi, pas de Descartes, pas de Hooke pour attiser la rage. De surcroît il ne s'agit pas de mouvement de matière à proprement parler, mais plutôt d'un état qui se déplace, un état qui va, qui reprend sa valeur et qui recommence. Pour les phénomènes vibratoires, la théorie du pendule est maintenant maîtrisée par les savants, mais dans les étangs point de fil, point de corps suspendu. L'idée

vient donc de se servir des oscillations du niveaux dans un tube en U. Mais il n'y a rien de tel dans un étang. Newton ne recule pas, il imagine un tube en U qui relie la partie basse à la partie haute de l'onde. Du frottement sur les parois, il n'y en a pas dans l'étang, l'étude du frottement dans le tube réel n'a donc aucune utilité. Il n'y a pas de dessin pour soutenir ce raisonnement, le rapport étroit au réel empêtrerait la démonstration. Il s'agit d'une analogie que seule la pertinence du résultat peut justifier. Le découpage en tranches coniques de la proposition XLI émerveille le lecteur, mais ici il y a une vision explicative, grâce à l'analogie un peu forcée du tube en U le lecteur imagine l'eau qui descend poussant l'eau qui monte un peu plus loin, l'étang devient cohérent, prévisible. Il faut remarquer que Newton ne se sert dans l'analogie que de ce qui lui permet de progresser vers son but, en effet comme déjà indiquée il se garde bien de dessiner un tube en U dans le schéma de la vague. Avouons, malgré toute notre admiration, que l'eau n'a aucune raison de se soumettre au guidage du tuyau fictif et le recours à un modèle de corpuscules jointives serait ici encore plus inefficace.

Quoiqu'il en soit Newton aboutit. La démonstration est brève, claire et convaincante, nous savons maintenant calculer la vitesse des ondes lorsque l'on connaît leur longueur. Nous ne savons toujours pas calculer la vitesse du son mais le but apparaît. Avant de parvenir au but il reste deux propositions. C'est sans doute à celles ci que d'Alembert pense lorsqu'il déclare : *l'endroit le plus difficile & le plus obscur de l'ouvrage*

A la page suivante nous proposons deux manières de visualiser le déplacement d'une vague. La première est inadéquate parce qu'elle induit l'existence d'un point immobile. La deuxième est plus satisfaisante mais si l'on réfléchit on comprend que le mouvement d'un point de la surface ne peut pas être une simple oscillation verticale. Newton s'en rend compte et il l'exprime dans le corollaire 2, mais la propagation des vagues n'est pas son but.

*Cor. 2.* Et<sup>324</sup> la vitesse des plus grandes ou des moindres ondes augmentera ou diminuera en raison sous-doublée de leur largeur. Cela est ainsi dans l'hypothèse que toutes les parties de l'eau montent et descendent en ligne droite ; mais cette ascension et cette descension se font plutôt par des cercles, ainsi par cette Proposition le temps n'est déterminé qu'à peu près.

---

<sup>324</sup> Page 279. PMPN-Dunod

Passage d'une vague, la hauteur de la vague est très exagérée.

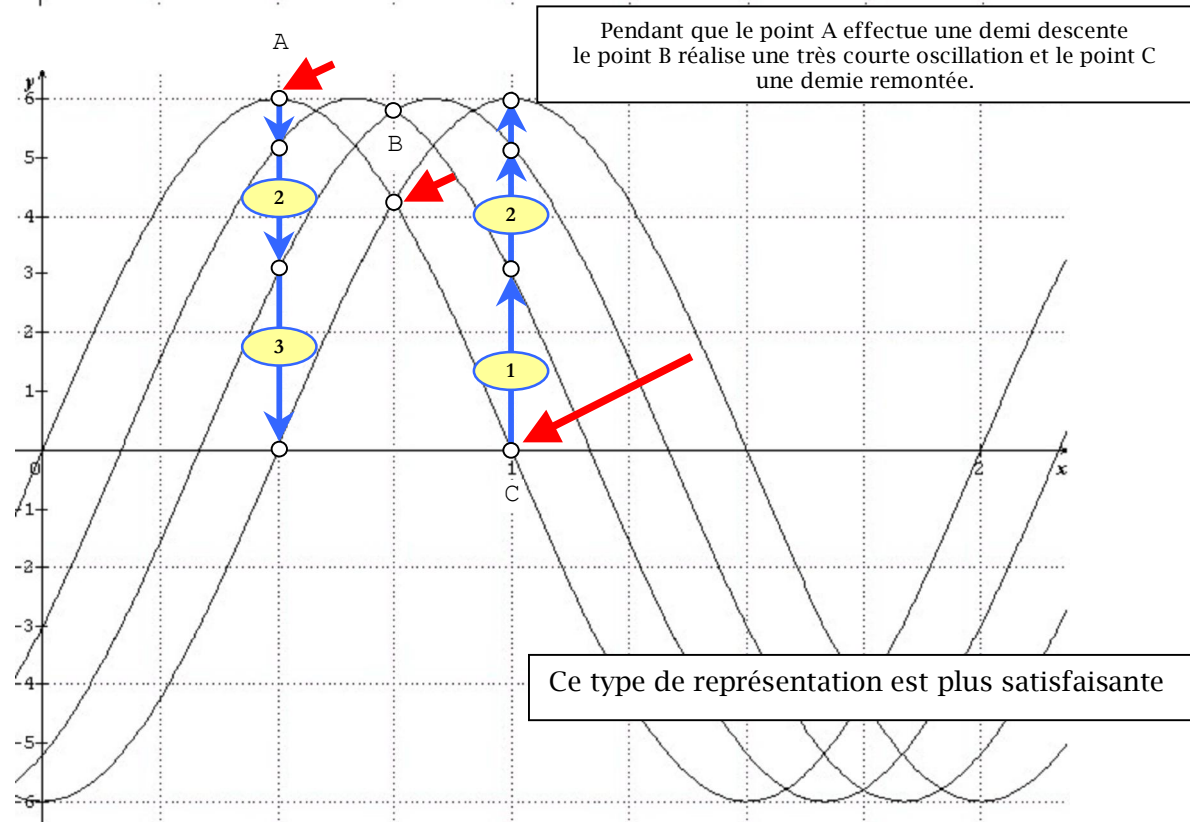
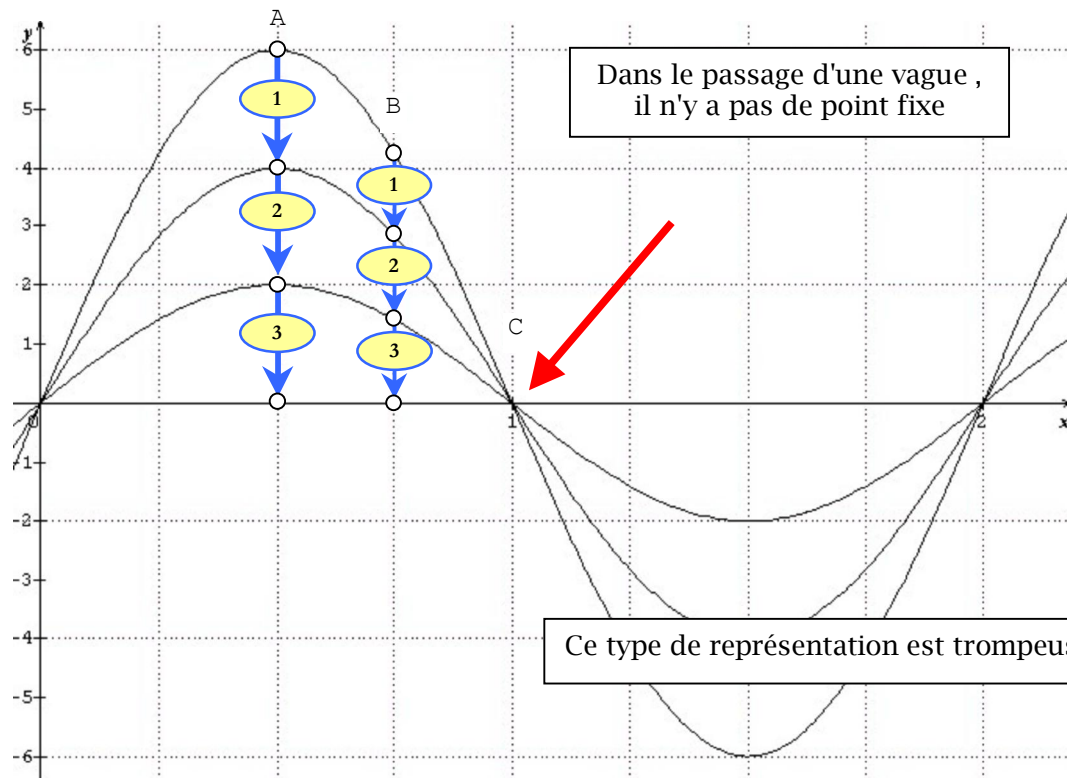


Figure 49 Passage d'une vague, figure de l'auteur

## 2°) Propositions XLVII et XLVIII, théorèmes XXXVII et XXXVIII

Le problème que se propose de résoudre Newton est extrêmement délicat. Les points du milieu élastique sont tous mobiles, mais pas de la même manière. L'image inadéquate de la vague qui passe nous alerte sur les représentations tentantes mais fausses. Il faut bien se garder dans cette analogie d'imaginer une sinusoïde qui s'aplatirait puis reprendrait sa forme (voir figure 3 passage d'une vague). Pendant que certains points montent d'autres descendent, mais il n'y a pas de synchronicité, pas de cohérence naïve. L'expression commune : "la vague avance", est également abusive. Il n'y a pas, un objet matériel, qui serait, la vague et qui avancerait, il y a un état de la surface qui se propage.

Malgré le vertige que suscite le suivi individuel des particules d'eau dans le cas d'une vague qui dérange la tranquillité d'un étang paisible, il faut bien comprendre que le phénomène de la propagation du son est d'une complexité supérieure. Ici il s'agit d'une autre subtilité puisque d'une part l'élongation est dans l'axe du déplacement, et que d'autre part chaque point, chaque portion du milieu change de densité, se déforme et en se déformant agit sur la section voisine par une loi, qu'il est raisonnable d'envisager, de proportionnalité entre déformation et contrainte. Ce milieu *élastique* est une espèce d'empilement de ressorts, et c'est la

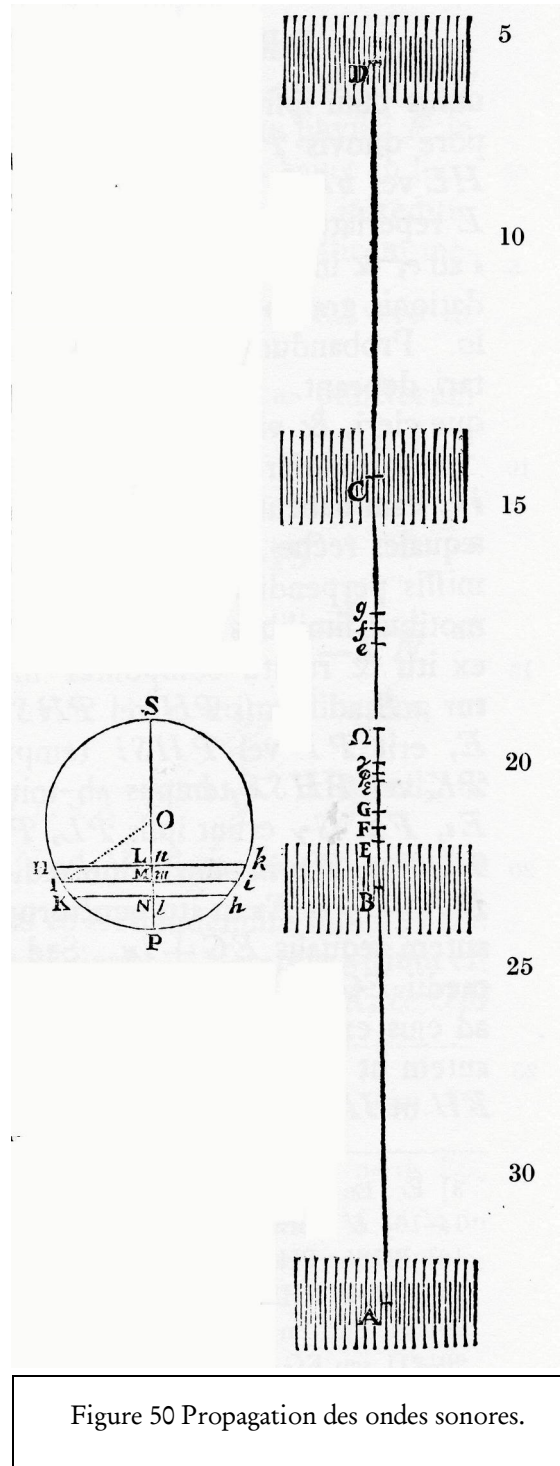


Figure 50 Propagation des ondes sonores.

géométrie et la cinématique de cela qu'il faut imaginer et représenter pour pouvoir ensuite en proposer une dynamique.

La figure imprimée est de qualité moyenne, les quatre sources que nous possédons, quoique similaires, recèlent toutes des variations. Dans la version de Cajori, la figure me semble redessinée, et de ce fait plus lisible, comporte une permutation des points h et k<sup>325</sup>. Nous proposons de prendre comme référence celle éditée par Cohen et Koyré, malgré l'effacement partiel des lettres concernant le cercle SP.

Les rayures qui accompagnent les points A, B, C et D ont une organisation plus raffinées que celle concernant la propagation au travers d'un orifice, mais n'ont, à nouveau, me semble-t-il, aucune utilité technique, et n'interviennent jamais dans la démonstration.

Toute l'étude est consacrée à ce qui se passe entre les points B et C, et les points A et D ne joueront aucun rôle dans le raisonnement. Il me semble que cette manière de procéder, isoler une tranche du milieu, permet à Newton d'éviter de s'interroger sur les conditions aux limites. Quand un son vient buter sur une paroi que se passe-t-il ? D'un point de vue purement empirique nous savons par l'expérience quotidienne que tous les lieux de spectacles ne sonnent pas de la même manière, et qu'il y a là un problème complexe qui préoccupe encore les architectes. Il est probable que Newton pressent le caractère difficilement calculable de cette interaction, en conséquence de quoi il isole une portion d'espace interne au fluide.

Entre les points B et C sont placés 3 autres points E, F et G sur lesquels va porter l'analyse. Ces points vibrent et atteignent les positions extrêmes e, f et g. Les longueurs Ee, Ff et Gg sont très petites. Lors de leur mouvement ces points sont appelés,  $\epsilon$ ,  $\phi$  et  $\gamma$ .

Soit<sup>326</sup> tirée PS égale Ee : et soit cette ligne PS partagée en deux parties égales au point O, et du centre O et de l'intervalle OP soit décrit le cercle SIPi.

Un segment SP est construit en dehors de la figure qui représente le phénomène à étudier. Sa taille est égale à celle de Ee. C'est à dire que le segment PS va représenter la vibration du point E. Pour l'instant les points I et i ne sont pas construits. Un ouvrage

---

<sup>325</sup> Je discuterais plus loin de cette inversion des points, sans doute à visée corrective.



actuel se contenterait de dire : "tracer le cercle de centre O et de rayon OP égal à Ee". Nous profitons de cet exemple pour effectuer une remarque générale sur la construction des figures.

Remarque : les figures géométriques ont une procédure de construction, cela commence par une feuille blanche et cela aboutit à un résultat, une figure finie. Les constructions ont une finalité, le géomètre a dans la tête la figure finie, très souvent cette figure finie il la réalise à la main sur une petite feuille à part comme en cachette. Ce brouillon de figure permet de gérer une description pas à pas en ayant présent à l'esprit ou sous le regard une finalité. La figure finie est pour le dessinateur la *cause finale* de son travail; mais il devra prendre garde, bien qu'ils les ait clairement en tête, de ne pas utiliser des points qui ne sont pas encore construits. Ainsi c'est abusivement que Newton dit le *cercle SIPi*, puisque les points I et i ne sont pas encore construits. Il ne s'agit pas cependant d'une erreur de raisonnement puisqu'un cercle est entièrement déterminé par la donnée d'un diamètre, pour notre cas précis, dire *le cercle de diamètre SP* suffirait. Il faut ajouter que cette manière de décrire la figure va le dispenser ultérieurement d'indiquer que les points I et i sont sur la circonférence. Si il y a une certaine élégance à procéder de la sorte, il y a aussi le risque de contourner des impossibilités, éludant des difficultés de construction, il y a également une nécessité de concentration fine pour le lecteur soucieux de la rigueur des procédures, en fait une obligation de suivre le texte avec un crayon à la main en construisant une, plusieurs figures au fur et à mesure de la description.

La figure proposée par Newton présente une difficulté d'interprétation.

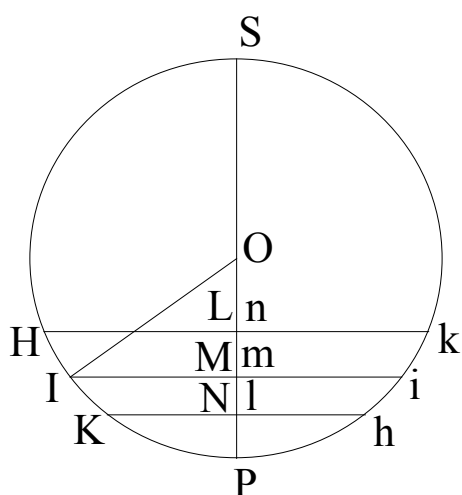


Figure 51 figure de l'auteur

Que<sup>327</sup> sa circonférence entière et ses parties représente le temps entier d'une vibration avec ses parties proportionnelles, en sorte que le temps quelconque PH ou PHS<sub>h</sub> étant écoulé si on tire HL ou hl perpendiculaire sur PS et qu'on prenne E<sub>h</sub> égale à PL ou à Pl, le point physique E se trouvera en  $\mathcal{E}$

La circonférence de centre O, de diamètre SP a deux usages, elle est comme une montre qui indique le temps qui passe. Cette montre réalise un tour par vibration du point. La projection du point tournant donne la longueur de l'écart du point à sa position de repos. Il peut paraître assez curieux que le point h ne se trouve pas en face du point H, il est surtout curieux qu'il se trouve en face du point K, pour l'instant ce point K n'est pas construit. Il faut aussi comprendre que Newton n'utilise pas de valeurs négatives, et que en conséquence il y aura deux cas, pour le trajet du même point, le point qui avance et le point qui recule, aujourd'hui on considérerait que la vitesse est négative et on unifierait le traitement. Dans la fin de la phrase citée ci dessus, l'auteur impose au point L du milieu physique vibrant, une loi temporelle de vibration. Si le point H, qui n'est pas un point du

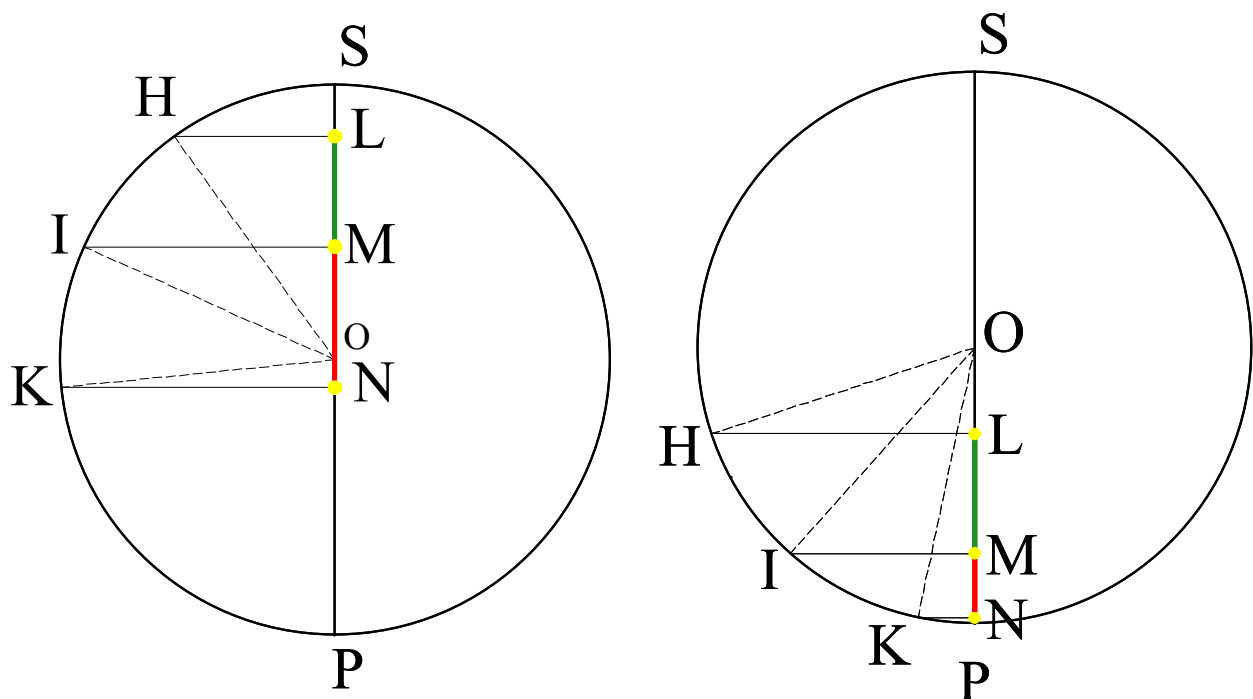
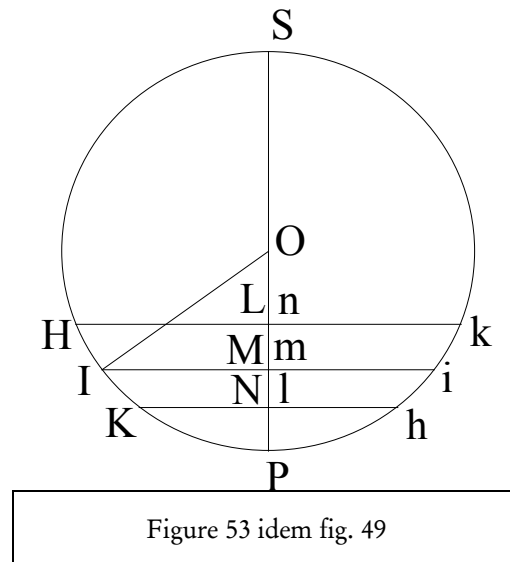


Figure 52 Figures de l'auteur

milieu physique, tourne à vitesse uniforme, comme l'aiguille d'une montre, par contre le point L lui se déplace de manière "sinusoïdale", le coup de force de Newton est de réaliser cela sans le formalisme des fonctions.

<sup>327</sup> ibidem

Dans<sup>328</sup> la circonférence PHSh soient pris les arc égaux HI, IK ou hi, ik qui aient à la circonférence entière la raison que les droites égales EF, FG ont à l'intervalle entier BC des pulsions. Et ayant abaissé les perpendiculaires IM, KN ou im, kn; parce que les points E, F, G sont successivement agités par des mouvements semblables et que pendant ce temps ils achèvent leurs vibrations entières composées de l'aller et du retour pendant que les pulsions se communiquent de B à C; si PH ou PHSh représente le temps écoulé depuis le commencement du mouvement du point E, PI ou PISi [...]



Si l'on considère que la circonférence représente le segment BC enroulé alors les points E, F et G situés sur ce segment auront une place sur cette circonférence, pas n'importe quelle place, la place assignée par une disposition proportionnelle à la longueur totale. A notre avis il faut imaginer ce triplet de points tournant sur la circonférence, nous considérons que la symétrisation géométrique de la figure, imprimée dans l'original, est malheureuse. La rectification de Cajori propose une alternative à sa compréhension à laquelle nous ne souscrivons pas. et nous proposerions plutôt celle ci. Il faut comprendre l'aspect incroyablement synthétique de cette figure. Le diamètre SP est principalement une version déplacée du segment Ee, mais aussi du segment Ff et encore du segment Gg, il représente trois longueurs et on saisit l'importance de les indiquer égales. **Attention** ces trois longueurs se retrouvent superposées sur ce schéma mais elles ne le sont pas dans la réalité, aussi sa lecture ne donne pas un accès direct à la réalité physique, notamment il est tentant de voir les projections L, M et N comme les positions perturbées des points physiques E, G et H. Sous cette lecture le retournement de l'ordre des points dans la

<sup>328</sup> idem page 280.

descente paraît inadaptée, notre désaccord avec la figure de Cajori provient d'une compréhension différente de ce que représente ce triplet de points. Les longueurs initiales EF et GF sont fixes et le triplet H, I, K tourne solidairement. La circonférence SP représente la longueur BC donnée, et un point courant sur cette circonférence, non seulement le temps qui passe, par l'intermédiaire de la longueur de l'arc, mais encore un point fictif qui va être un auxiliaire pour le suivi de l'élongation non seulement du point physique E, mais aussi des points F et G (en fait simultanément de tous les points du milieu BC). On a maintenant à notre disposition une cinématique complète du milieu, c'est à dire qu'à tout instant on connaît la position de tout point du milieu physique BC. L'enjeu de cette affaire est capital puisque l'on peut voir (sur le cas particulier de la figure ci-dessus), certes avec vigilance, le devenir des points. En fait la procédure donne une loi de variation pour le déplacement du point E et impose la même pour tous les points. La figure que nous proposons ne me semble pas être en dissonance vis à vis du raisonnement de Newton.

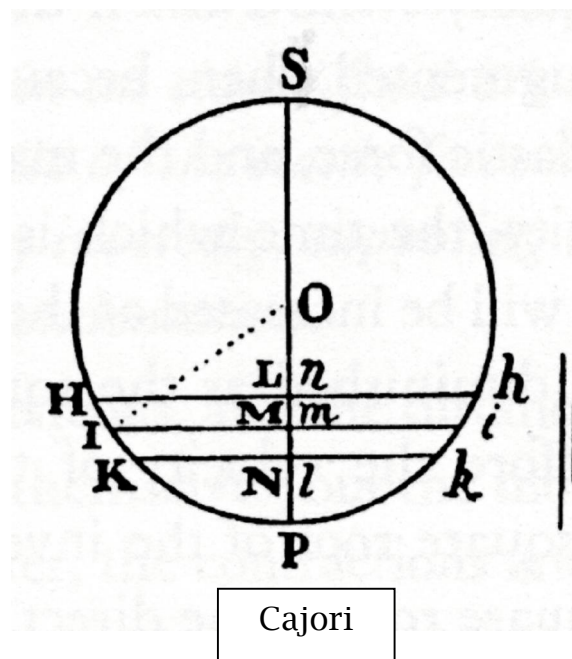
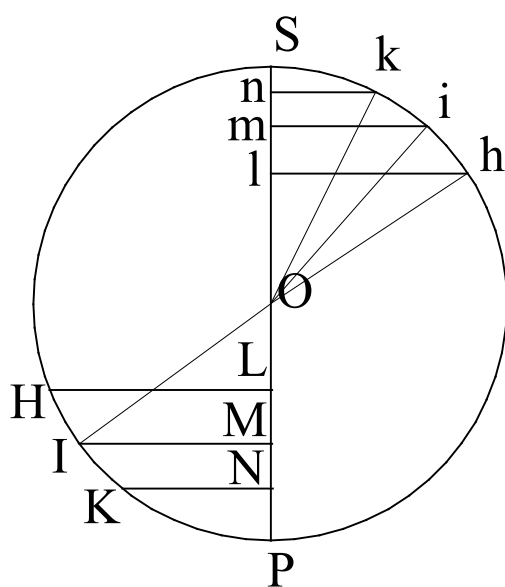


Figure 54 figure de l'auteur à gauche, figure proposée par Cajori à droite.

[...] et par conséquent  $E\varepsilon$ ,  $F\phi$   $G\gamma$  seront égaux respectivement à  $PL$ ,  $PM$ ,  $PN$  ou à  $Pl$ ,  $Pm$ ,  $Pn$ , le premier dans l'aller, et le second dans le retour de ces points. D'où  $\varepsilon\gamma$ , ou  $EG + G\gamma - E\varepsilon$  dans l'aller sera égal à  $EG - LN$  et dans le retour  $EG + LN$

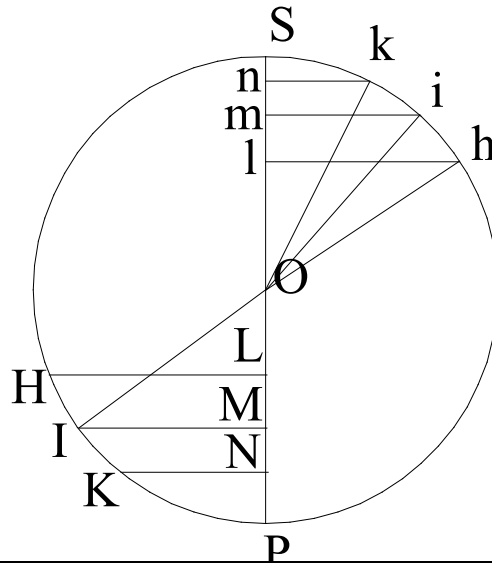


Figure 55 figure de l'auteur

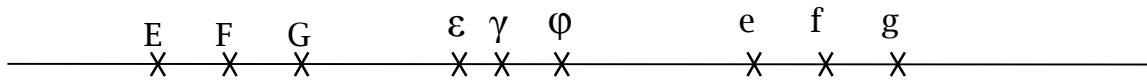


Figure 56 figure de l'auteur

$$\begin{aligned} \varepsilon\gamma &= EG + G\gamma - E\varepsilon \quad \text{or } G\gamma = PN \text{ et } E\varepsilon = PL \\ \text{donc } G\gamma - E\varepsilon &= PN - PL = -LN \\ \text{d'où finalement } \varepsilon\gamma &= EG - LN \end{aligned}$$

Dans l'égalité finale, il faut apprécier la complexité cachée sous cette anodine différence de longueurs,  $EG$  et  $LN$  n'appartiennent pas à la même figure et n'ont pas la même réalité.

Newton a donc bien réussi à créer un outil, le disque, qui va nous permettre de suivre l'évolution de la portion physique de milieu  $EG$ .

Vient ensuite un raisonnement, dont nous confions le déchiffrement complet et détaillé au lecteur. Ce raisonnement évalue l'expansion ou la compression relative de cette portion

de milieu pour en déduire *la force élastique* pour les 3 points E, F et G. Il nous semble que cette *force élastique* n'est pas réductible à ce que l'on appelle aujourd'hui la pression. Lors de ce raisonnement le segment IM intervient de manière déterminante. La figure auxiliaire est donc utilisée quantitativement bien que ses éléments ne soient pas des objets physiques. L'affaire est assez complexe, un nouveau point,  $\Omega$ , milieu du segment Ff est introduit, les proportionnalités parfois faciles parfois très subtiles s'enchaînent pour aboutir à ce que la loi de force qui sollicite le point F soit la loi des pendules.

Donc<sup>329</sup> le temps est exprimé exactement par l'arc PI (selon la Prop 38 du livre I.) Et la partie linéaire  $\mathcal{E}\gamma$  du milieu se mouvra selon la loi prescrite, c'est à dire, selon les lois des pendules oscillants ; Il en est de même pour toutes les parties linéaires dont le milieu est composé (C.Q.F.D.).

La proposition XLVII se conclut définitivement par un corollaire, qui semble résoudre un problème qui n'a jamais été évoqué jusqu'à maintenant.

**Cor.** Il est clair de là, que le nombre des pulsions propagées est le même que le nombre des vibrations du corps vibrant, et qu'il n'augmente point dans leur progrès. Car la petite ligne physique  $\mathcal{E}\gamma$ , dans le moment qu'elle reviendra à son premier lieu, sera en repos ; et elle ne se mouvra point ensuite, à moins que le choc du corps vibrant ou celui des pulsions qui se propagent depuis ce corps, ne lui communique un nouveau mouvement.

Elle sera donc en repos dans le moment que les pulsions qui viennent du corps vibrant cesseront d'être propagées.

Un son s'arrête dès que l'on cesse de le produire, il n'y a pas de résidu de la vibration dans l'air, mais cela n'est le cas ni pour le pendule, ni pour le caillou jeté dans la mare qui continuent à battre bien après leurs lancements. Il semble que Newton justifie par un argumentaire théorique des phénomènes qui ne relève pas de la théorie.

### 3°) Proposition XLVIII, théorème XXXVIII

Les<sup>330</sup> vitesses des pulsions qui se propagent dans un milieu élastique sont en raison composée de la raison sous-doublée de la force élastique directement et de la raison sous-doublée de la densité inversement, en supposant la force élastique du fluide proportionnelle à sa condensation.

La démonstration de cette proposition recourt à trois cas. Il s'agit pour l'auteur de prouver que la vitesse des pulsions, non seulement, dépend de certains paramètres du fluide

---

<sup>329</sup> Idem page 281

<sup>330</sup> idem page 281

mais également qu'elle ne dépend pas de certains autres paramètres, notamment de la largeur de la pulsion.

L'argumentation bien que n'étant pas géométrique est difficile à suivre, Il me semble qu'il faudrait la transcrire dans le formalisme algébrique actuel pour suivre les déductions, les approximations pour comprendre comment ces différentes données et hypothèses s'articulent avec les principes. La conclusion est vraisemblable. Si l'on considère un petit élément de fluide plus sa densité sera grande plus il contiendra de matière et plus il sera difficile de la mouvoir, la vitesse de propagation sera donc plus faible (raison sous doublée de la densité inversement) par contre plus la force mouvante sera grande plus la vitesse de propagation sera grande.

Et<sup>331</sup> par conséquent la vitesse des pulsions sera en raison composée de la raison sous-doublée de la densité du milieu inversement, et de la raison sous-doublée de la force élastique directement (C.Q.F.D.).

Newton concède que sa démonstration n'est pas évidente aussi ajoute-t-il.

Cette proposition deviendra encore plus évidente par la construction de la proposition suivante.

En effet la proposition suivante revient non seulement sur la démonstration précédente mais aussi discute à nouveau sur la figure de la proposition XLVII

#### 4°) Proposition XLVIX problème XI

La<sup>332</sup> densité et la force élastique étant données, trouver la vitesse des pulsions.

Dans la version originale latine, la figure de la démonstration de la proposition XLVII est reproduite pour la deuxième fois. Newton a recours à nouveau aux résultats concernant les pendules pour établir une loi qu'il a déjà démontrée.

Supposons<sup>333</sup> que le milieu soit comprimé comme notre air par un poids qui incombe dessus (figures 54 et 55)<sup>334</sup>, et que A soit la hauteur du milieu homogène dont le poids est égal au poids incombant, et dont la densité soit la même que celle du milieu comprimé dans lequel les pulsions sont propagées. Qu'on suppose un pendule, dont la longueur entre le point de suspension et le centre d'oscillation soit A : et dans le temps que ce pendule emploiera à faire une oscillation entière composée de l'aller et du retour, la

---

<sup>331</sup> idem page 282 ligne 14

<sup>332</sup> page 282

<sup>333</sup> p 282, Prop XLIX, Prob XI

<sup>334</sup> Dans la réédition de Dunod à la quelle je me réfère pour les citations françaises, la figure n'est imprimée qu'une seule fois, et en deux parties aux pages 279 puis 280.

pulsion en avançant parcourra un espace égal à la circonférence du cercle dont le rayon est  $A$ .

Newton invoque un milieu homogène qui ne peut pas exister, il sait très bien que la densité de l'air varie avec l'altitude et que d'une certaine manière, à quelque distance que l'on se trouve de la terre, il y a toujours un peu d'air, et qu'ainsi il est impossible d'assigner une épaisseur à l'atmosphère, mais il a besoin de cette épaisseur pour son pendule. Le pendule que l'on se doit de supposer est invraisemblable. Il semble que le but est de considérer l'atmosphère comme un océan. Il raisonne sur des objets matériels qui sont des fictions mais que l'on peut toutefois imaginer. D'une certaine manière Galilée avait commencé, avec des corps qui tomberaient dans un vide d'air, avec des bateaux qui avanceraient à vitesse absolument uniforme sur des mers sans la moindre vague. Einstein considérera plus tard des ascenseurs en chute libre, des trains qui rouleraient à la vitesse de la lumière. Les conquérants des lois physiques inventent parfois des expériences de pensée qui leur permettent de porter leurs intuitions. Elles constituent des images indispensables à la découverte, elles contiennent à coup sûr des invraisemblances, elles sont peut être des obstacles à la compréhension pour d'autres individus, et il faudra tôt ou tard s'en débarrasser ou tout au moins les nuancer, pour avancer dans d'autres domaines. Néanmoins pour le créateur elles seront indispensables pour stabiliser et communiquer ses propositions.

Les arguments déployés pour la démonstration ne sont pas identiques; Newton décline et enrichit son propos. Pour en apprécier le bien fondé, les approximations et les variations il faudrait analyser en détail non seulement ce nouveau paragraphe avec ses chaînes de proportionnalité, tantôt purement physique tantôt nécessitant des connaissances géométriques fines sur le cercle, sur la cycloïde ... il faudrait aussi maîtriser le travail réalisé dans le livre I sur la chute des corps et sur les pendules, il faudrait encore avoir présente à l'esprit la démonstration interminable des propositions précédentes. Nous nous contenterons de transcrire les deux corollaires de conclusion. Ils montrent combien ce gigantesque pendule et toute la méthode newtonienne sont réinvestis dans la démonstration



**Cor. 1.** <sup>335</sup>La vitesse des pulsions est celle que les graves acquièrent en tombant d'un mouvement également accéléré, et en parcourant dans leur chute la moitié de la hauteur  $A$ . Car dans le temps de cette chute la pulsion parcourra avec la vitesse qu'un corps aurait acquise en tombant un espace qui sera égal à toute la hauteur  $A$ , donc dans le temps d'une oscillation entière composée de l'aller et du retour, elle parcourra un espace égal à la circonférence du cercle dont le rayon est  $A$  : donc le temps de la chute est au temps de l'oscillation comme le rayon du cercle est à sa circonférence.

**Cor. 2.** Ainsi cette hauteur  $A$  étant directement comme la force élastique du fluide, et inversement comme sa densité ; la vitesse des pulsions sera en raison composée de la raison sous-doublée de la densité inversement, et de la raison sous-doublée de la force élastique directement.

## 5°) Proposition L problème XII

### PROPOSITION L PROBLÈME XII

Trouver la distance des pulsions.

La réponse est très courte et la méthode sans surprise puisqu'il s'agit simplement de calculer la distance parcourue par un "corps" se déplaçant à vitesse uniforme.

Il<sup>336</sup> faut trouver le nombre des vibrations qu'un corps excite par les trémulations dans un temps donné. Et il faut diviser par ce nombre l'espace que la pulsion peut parcourir dans le même temps, et le quotient sera la largeur d'une pulsion (C.Q.F.T.)

Explicitons ce calcul en prenant d'abord des exemples particuliers et en introduisant des concepts actuels.

exemples	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	général
Durée des trémulations	3s	3s	3s	3s	t	t
Vitesse de propagation	100m/s	100m/s	100m/s	V	150m/s	V
Distance parcourue	$3 \times 100$ = 300m	$3 \times 100$ = 300m	$3 \times 100$ = 300m	$3 \times V$	$150 \times t$	$V \times t$
Nombre de vibrations	6	600	n	600	250	N
Période	$3/6$ = 0.5s	$3/600$ = 0.005s	$3/n$	$3/600$ = 0.005s	$t/250$	$t/n$
fréquence	$6/3$ = 2 hertz	$600/3$ = 200 hertz	$n/3$ hertz	$600/3$ = 200 hertz	$250/t$	$N/t$
Longueur des pulsions	$300/6$ = <b>50m</b>	$300/600$ = <b>0,5m</b>	$300/n$	$3 \times V/600$	$150 \times t / 250$	<b><math>V \times t/n</math></b>

Tableau 33

La case en bas à droite correspond à la formule qui serait utilisée actuellement à la place de la phrase proposée par Newton.

<sup>335</sup> Idem page 283.

<sup>336</sup> Idem bas de la page 283

Cette huitième section est conclue par une très longue remarque dont nous vous proposons la transcription intégrale et un commentaire détaillé.

#### SCOLIE CONCLUSIF

Ces<sup>337</sup> dernières Propositions peuvent s'appliquer au mouvement de la lumière et des sons. Car la lumière se propageant en ligne droite ne peut consister dans la seule action. (Selon les Prop. 41 et 42.) Et quant aux sons, comme ils viennent des corps sonores ils ne sont en effet (Prop. 43.) que les pulsions de l'air propagées, c'est ce qui est confirmé par les vibrations que les sons excitent dans les corps voisins, surtout s'ils sont forts et graves, tels que ceux des tambours. Car les vibrations les plus promptes et les plus courtes sont celles qui s'excitent le plus difficilement. Or, que les sons, quels qu'ils soient, excitent des vibrations dans les cordes qui sont à l'unisson des corps sonores, c'est ce qui est connu de tout le monde, et ce qui est aussi confirmé par la vitesse du son. Les poids spécifiques de l'eau de pluie et du vif-argent sont l'un à l'autre comme 1 à  $13\frac{2}{3}$  environ, et lorsque le mercure est à la hauteur de 30 pouces anglais dans le baromètre, les poids spécifiques de l'air et de l'eau de pluie sont alors l'un à l'autre comme 1 à 870 environ : donc les poids spécifiques de l'air et du vif-argent sont entre eux comme 1 à 11890, donc la hauteur du vif-argent étant de 30 pouces dans le baromètre, la hauteur de l'air uniforme, donc le poids peut comprimer notre air d'ici-bas, sera de 356700 pouces, ou de 29725 pieds anglais. C'est cette hauteur que nous avons nommée *A* dans la construction du problème précédent. La circonférence du cercle dont le rayon est de 29725 pieds en a 186768 et comme on sait qu'un pendule de 391 pouces fait une oscillation composée de son aller et de son retour en deux secondes, un pendule qui aurait 29725 pieds ou 356700 pouces devrait faire une semblable oscillation en  $190\frac{3}{4}$  ; donc, pendant ce temps, le son parcourra 186768 pieds, et 979 pieds en une seconde.

Dans le début de sa remarque Newton revient sur le cas de la lumière, par une digression rapide et équivoque. L'hypothèse d'une erreur de traduction est écartée par la consultation de la traduction anglaise<sup>338</sup> et de l'original. Nous proposons cette explicitation. La première phrase considère qu'il y a une analogie possible entre la lumière et les sons. La deuxième, *car la lumière se propageant en ligne droite ne peut consister dans la seule action* vient nuancer cette analogie. La lumière aurait donc une double nature onde et particule. On perçoit bien tout ce qui manque pour que cette analogie soit complète. Pour la lumière pas de contournement d'obstacle, pas de milieu élastique vibrant donc pas de pression pas d'épaisseur pour ce milieu, pas de densité non plus, donc finalement aucune possibilité de construire un calcul analogue, qui permettrait de déduire la vitesse de la lumière.

<sup>337</sup> Newton, Isaac / du Chatelet, Emilie, (1726/1759) *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*. réédition Dunod 2005. Page 284

<sup>338</sup> page 776. MPNP-Cohen/Whitman :The preceding propositions apply to the motion of light and of sounds. For since light is propagated along straight lines, it cannot consist in action alone (by props. 41 and 42). And because sounds arise from vibrating bodies, they are nothing other than propagated pulses of air (by prop. 43). Page 529. P.N.P.M : Spectant propotiones novissimae ad motum lucis et sonorum. Luxenim cum propagetur secundum lineas restas, i, actione sole (per prop.XLI etXVII) consistere nequit.

Pour les son, dans la suite, il émet de manière suivie des considérations empiriques, il parle de tambour, de cordes qui vibrent à l'unisson. Il ne m'est pas possible de savoir précisément à quelles situations pensaient Newton quand il parle de cordes vibrant à l'unisson, mais il est commun, quoique que surprenant, pour les pratiquants d'instruments à cordes d'entendre une guitare se mettre à sonner alors que personne n'en joue. Ce phénomène s'explique par la résonance des structures. Il me semble que Newton fait allusion à ce genre d'expérience. Plus loin il parle des sons que l'on entend selon les saisons avec des arguments quantitatifs mais sans expérimentation réelle. Il particularise sa théorie et calcule effectivement une vitesse. Il se doit donc d'évaluer une épaisseur pour l'atmosphère, à partir des données de son époque.

La valeur du pied anglais est aujourd'hui de 0,3048m, le pendule vertigineux de Newton mesure donc  $29725 \times 0,3048 = 9060\text{m}$ , pour un tel pendule dans une rotation complète il parcourrait 56927m, sa période serait 190,75s, soit une vitesse 298m/s. Par rapport à la vitesse admise actuellement de 330m/s, mais déjà correctement mesurée à son époque, il y a un décalage de 10% environ. C'est à la correction de ce décalage que Newton va s'ingénier dans la suite de sa remarque.

Au reste, dans ce calcul, je n'ai point eu d'égard à l'épaisseur des particules solides de l'air par lesquelles le son se communique en un instant. Car le poids de l'air étant au poids de l'eau comme 1 à 870, et les sels étant presque deux fois plus denses que l'eau ; si on suppose que les particules de l'air sont à peu près de la même densité que les particules de l'eau ou des sels, et que la rareté de l'air vienne seulement des intervalles qui sont entre ses particules ; le diamètre d'une particule d'air sera à l'intervalle entre les centres des particules comme, 1 à 9 ou 10 à peu près, et à l'intervalle entre les particules comme 1 à 8 ou 9. Et par conséquent, il faut ajouter à 979 pieds que le son doit parcourir en une seconde, selon le calcul précédent,  $\frac{979}{9}$  pieds ou 109 pieds à peu près, à cause de l'épaisseur des particules de l'air : et alors le son parcourra 1088 pieds environ en une seconde.

Newton se livre ici à un aménagement de sa théorie, il étaye ses corrections sur des informations précises, curieusement précises. Les particules d'air sont, selon lui, espacées, et le vide entre les particules est de 90% , d'où lui vient ce rapport de 1 à 10 ? Entre ces particules il considère des particules solides, qui sont supposées de la même densité que les particules d'air. Ce genre d'adaptation des données n'est pas rare en science. Newton croit fermement au bien fondé de sa méthode, et il veut avoir raison jusque dans le détail.

Cependant étant donné la complexité de la huitième section des adaptations du raisonnement aurait été aussi possible.

Ajoutez<sup>339</sup> à cela, que comme les vapeurs cachées dans l'air ont un autre ressort, et qu'elles sont d'un autre ton, elles participent à peine au mouvement de l'air pur qui propage les sons. Or lorsque ces parties sont en repos, ce mouvement est propagé plus vite par le seul air pur, et cela en raison sous-doublée de la rareté de la matière ; en sorte que si l'atmosphère est composée de dix parties d'air pur et d'une partie de vapeurs, le mouvement des sons sera plus prompt, dans la raison sous-doublée de 11 à 10, c'est-à-dire, à peu près, dans la raison de 21 à 20, que s'il était composé de onze parties d'air pur ; donc la vitesse du mouvement du son ci-devant trouvée doit être augmentée dans cette raison. Ce qui fait que le son doit parcourir 1142 pieds en une seconde.

Nouvelle correction, l'air contient des vapeurs, le fait est sûr, elles auraient un autre ressort et cela augmenterait la vitesse de propagation du son. L'usage de l'expression : *c'est-à-dire, à peu près*, signifie que ceci est une adaptation de la théorie assez relâchée.

Cela<sup>340</sup>, doit être ainsi dans le printemps et dans l'automne, lorsque l'air est raréfié par une chaleur modérée, et que sa force élastique est sensiblement augmentée. Mais dans l'hiver, où l'air est condensé par le froid, et où sa force élastique est diminuée, le mouvement du son doit être plus lent en raison sous-doublée de la densité de l'air ; et au contraire, dans l'été il doit être plus prompt ; or on sait par expérience que le son parcourt à peu près 1142 pieds de Londres et 1070 pieds de Paris en une seconde.

La valeur trouvée par le calcul correspond providentiellement exactement à la valeur mesurée. Newton ne cite ni les expérimentateurs ni les expériences qui permettent de connaître cette vitesse. Newton aurait pu se dispenser de ses corrections, sa construction théorique du phénomène de la propagation des ondes sonores aurait été encore audacieuse et géniale. Mais ce scolie nous permet d'apprécier toute la conviction du président de la Royal Society, il est engagé dans sa théorie jusqu'au redoublement des artifices ... Aujourd'hui, nous, qui possédons d'autres méthodes avons beau jeu de trouver ces adaptations artificielles. Mais d'Alembert dans l'encyclopédie n'en dit rien.

La<sup>341</sup> vitesse des sons étant connue, on connaîtra les intervalles des vibrations *M. Sauveur* a trouvé par ses expériences, qu'un tuyau ouvert, long environ de cinq pieds de Paris, rend un son du même ton que celui d'une corde qui fait cent vibrations en une seconde. Il se fait donc environ 100 vibrations à peu près dans un espace de 1070 pieds de Paris que le son parcourt en une seconde, et par conséquent une vibration occupe un espace

---

<sup>339</sup> idem page 284.

<sup>340</sup> Idem page 285

<sup>341</sup> Idem page 285

d'environ  $10\frac{7}{10}$  pieds de Paris, c'est-à-dire, deux fois la longueur du tuyau.

D'où il est vraisemblable que les largeurs des vibrations des sons dans tous les tuyaux ouverts, sont égales au double de la longueur des tuyaux.

Newton cite une expérience de M. Sauveur à propos des tuyaux sonores. Pour les tuyaux sonores comme pour les cordes vibrantes il s'agit d'ondes stationnaires, c'est un autre domaine de recherche. Il y aurait une argumentation particulière à mettre en place. Il veut peut être prouver que sa théorie est universelle, elle s'applique même aux orgues. Il nous indique qu'il est vraisemblable, seulement vraisemblable, que la longueur d'onde pour la note à 100 hertz est le double de la longueur du tuyau, il nous faudrait un peu plus de détails pour comprendre, pourquoi seulement vraisemblable, et en quoi ce résultat vient confirmer l'étude précédente. Il est probable que si Newton avait développé toutes ses intuitions c'est un livre de 2000 pages qu'il aurait écrit. Cependant il est intéressant de constater qu'entre 1686 et 1727 il ne change pas beaucoup son argumentation. Par contre il change la référence aux expériences. En 86 il cite Mersenne et Roberval qui sont déjà morts tous les deux et pas Sauveur qui n'a pas encore travaillé sur les tuyaux d'orgue. En 1717 Sauveur est juste évoqué et la référence aux deux autres français disparaît. Nous n'avons pas trouvé de raison à ce changement.

A propos de Sauveur (1656-1717) l'encyclopédie Universalis nous apprend son prénom Joseph et nous délivre ce renseignement à l'article *diapason*.

Mais<sup>342</sup> la découverte la plus importante en ce domaine fut sans doute celle de l'acousticien Joseph Sauveur qui, en 1701, établit une méthode permettant de compter les vibrations, et par là de sortir de l'empirisme qui avait seul régné jusqu'alors ; sa découverte demeura malheureusement, durant près de cent cinquante ans, confinée dans les milieux fermés des spécialistes sans que les musiciens s'y intéressent<sup>343</sup>.

Terminons en citant le dernier paragraphe de ce scolie de conclusion de la huitième section.

De plus, on voit (par le Cor. de la Prop. 47. de ce Livre) pourquoi les sons cessent dans l'instant que les mouvements du corps sonore viennent à cesser. Et pourquoi nous ne les entendons pas plus longtemps lorsque nous sommes éloignés du corps sonore que lorsque nous en sommes très près. On voit aussi, par les principes qu'on a posés, pourquoi les sons augmentent dans les porte-voix. Car tout mouvement réciproque a coutume d'augmenter à

---

<sup>342</sup> © Encyclopædia Universalis 2006.

<sup>343</sup> Pour une biographie plus détaillée voir l'annexe A.

chaque réflexion par la même cause qui le produit. Ainsi le mouvement se perd plus tard et se réfléchit plus fortement dans les tubes qui s'opposent à la dilatation du son et par conséquent, il s'augmente par le mouvement nouveau imprimé à chaque réflexion. Ce sont là les principaux phénomènes des sons.

Dans le début de ce paragraphe il me semble comprendre que l'auteur se distancie de sa propre analogie. Un pendule une fois lancé continue de battre un certain temps. Si l'analogie pendule-son était complète le son devrait continuer après l'arrêt de la *trémulation* de la source<sup>344</sup>. L'argument théorique nous semble assez faible, rien n'empêche de penser que la particule d'air, écartée de sa position de repos, reviendra, dans sa position initiale, avec une vitesse non nulle qu'elle n'avait pas et que en conséquence, elle ira au delà de sa position de repos, et qu'elle devra ensuite revenir etc. et enfin s'arrêter après plusieurs battements. Le problème est celui de l'amortissement des vibrations qui peut être très fort. Par exemple une seule pierre jetée dans un étang crée plusieurs rides, les suivantes étant de moins en moins sensibles pour aboutir assez vite, mais pas immédiatement, au repos. Dans le cas de l'air il semble que l'amortissement soit tel qu'en fait la perturbation s'atténue très vite. Newton insiste sur ce point qui est, en fait, pour nous strictement empirique. Il a déjà plusieurs fois parlé d'une oscillation constituée d'un aller et d'un retour, mais si on prend le pendule et que l'on se met au point bas, qui, d'une certaine manière est le point de repos, un aller et un retour cela compte pour une demie oscillation, ceci pourrait provoquer des changements dans le calcul des valeurs. Mersenne, à l'époque, avait travaillé sur le seuil d'audibilité et avait remarqué qu'il faut plusieurs oscillations pour que l'on entende quelque chose.

Lisons ce que nous propose la physique contemporaine

## **V ] Ce que nous propose la physique contemporaine.**

Dans cette partie nous vous proposons de parcourir quelques pages du cours de physique que nous avons suivi dans les années 70. M. Escaig, responsable de la partie thermodynamique, nous proposa, en 2<sup>e</sup> année, comme application, le calcul de la vitesse du son. Le but de cette transcription et du commentaire qui l'accompagne, n'est pas d'initier le lecteur néophyte à la physique contemporaine. Nous ne nous déclarons d'ailleurs

---

<sup>344</sup> le phénomène de l'écho se produit par le rebond du son sur une paroi.

nullement expert en la matière. Il est principalement de suivre avec précision et en détail la nature des outils mobilisées par la physique actuelle pour réaliser le travail auquel Newton s'est attelé 250 ans plus tôt. Il est aussi de comprendre quel genre de raison on peut donner au fait que Newton ne trouve pas la valeur effective. Il est enfin de saisir la finesse de l'investigation, et de constater, que quelle que soit la rigueur de la procédure il reste des approximations spéculatives et discutables (onde plane, gaz parfait ..). Il apparaît la nécessité d'abandonner des facteurs et de construire un objet théorique qui ne peut pas être une réplique fidèle de l'objet physique mais qui en dit assez pour satisfaire les exigences du théoricien, parmi lesquelles l'accord avec les phénomènes est un élément décisif, certes, mais parmi d'autres.

A l'issue de ce parcours il sera possible de revenir sur celui de Newton, avec un autre regard.

### 1°) Préalable

La première évidence c'est que les sons s'entendent. Pour la lumière il y a les yeux, pour la matière il y a le toucher et pour les sons les oreilles. Pourtant quand une cloche sonne on peut en posant sa main dessus comme entendre par ses doigts. Un lien se constitue entre une perception immatérielle des sons et leur production par des objets tangibles. La certitude que les sons sont des vibrations se constitue assez facilement. L'observation d'une corde de harpe ou de piano nous renforce dans cette conviction, par contre dans le cas d'une flûte on se demande où est l'objet qui vibre.

Les sons vont partout, ils s'atténuent en se propageant, ils sont plus ou moins arrêtés par la matière solide.

Nous ne sommes plus dans la régularité du cosmos, avec le soleil et les astres qui reviennent avec une variabilité que l'on modélise géométriquement et que l'on prévoit de manière satisfaisante. Nous ne sommes plus dans l'étude des pendules pour lesquels on a accès à souhait aux paramètres. Nous n'avons plus à notre disposition la rectitude des rayons lumineux.

Les sons, cela s'entend, et il nous faut une autre manière de pratiquer la physique.

La tentative de discourir rationnellement sur les phénomènes sonores est en soi audacieuse, elle va mobiliser d'autres concepts. Par exemple il y a des scientifiques qui pour le son ne parlent pas de vitesse mais de célérité, pour souligner le fait qu'il ne faut pas se croire dans le domaine des objets qui se déplacent.

## 2°) Présentation générale du problème

### II - 2 - Vitesse du son

Nous analysons ci-dessous le phénomène de la vitesse du son parce qu'il illustre l'importance et quelquefois la difficulté de distinguer le caractère isotherme ou adiabatique d'un phénomène.

Le son est engendré par des déplacements d'objets dans l'air. Ceux-ci provoquent alors une onde de pression dans l'air ambiant que l'oreille reçoit et perçoit comme son.

Il suffit que l'objet se déplace périodiquement tel un diapason, ou une corde vibrante, avec une vitesse suffisante.

Le phénomène fondamental est donc la perturbation créée dans l'air par un déplacement d'objet: la couche d'air voisine est ébranlée, mais si rapidement que l'air n'a pas le temps de s'écouler de la région perturbée: il y a donc accumulation locale et surpression: d'où trois problèmes à résoudre:

- I : Il y a déplacement de gaz, et variation de densité.
- II : La variation de densité se traduit par une variation de pression.
- III : Les inégalités de pression induisent un mouvement du gaz de proche en proche.

M; Escaig présente le cadre général de son étude. Il ancre l'étude théorique qui va suivre dans le réel quotidien. Il nous parle de son, d'oreille, de diapason, de corde vibrante, autant de références qui ouvrent l'attention du lecteur mais aussi qui ferment, nous n'allons pas parler de tout ce qui se passe dans l'air. Le passage son - onde de pression est argumenté. Cependant toute variation de pression au sein d'un fluide ne crée pas un son. Il suffit de penser à la météorologie. Il y a une certaine rapidité du changement, et sans doute une notion de retour à l'état initial et c'est pour cela que le mot perturbation est utilisée.



Vient ensuite l'énoncé d'une stratégie de travail, qui nous donne à penser la difficulté de la théorie puisque le point III nous renvoie au point I. Ce qui complique la notion de cause et de conséquence.

### 3°) Etude des variations de pression

Le texte étudie la relation entre la densité et la pression.

Etudions d'abord le point numéro II.

Les surpressions créées sont très faibles. L'amplitude de pression  $P$  correspondant à l'intensité sonore  $I$  est donnée par la relation expérimentale qui sert aussi de définition à  $I$  :

$$I = 20 \text{ Log}_{10} (P/A), \text{ en décibels.}$$

$$\text{où } A = 2 \cdot 10^{-10} \text{ bar (1 bar} = 10^5 \text{ N/m}^2 \approx 1 \text{ atm)}$$

Il est exprimée dans une échelle qu'on a choisi logarithmique comme la sensibilité de l'oreille.

C.a.d. pour que

$$I = 60 \text{ dcb} \quad P = 2 \cdot 10^{-7} \text{ atm}$$

$$I = 120 \text{ dcb} \quad P = 2 \cdot 10^{-4} \text{ atm}$$

(bruit très fort)

Les surpressions sont donc très faibles par rapport à  $P_0 = 1 \text{ atm}$ .

Nous poserons donc, en introduisant les surpressions  $P_e$  et les écarts de densité  $\rho_e$  :

$$P = P_0 + P_e \quad \text{et} \quad \rho = \rho_0 + \rho_e$$

La densité  $\rho$  étant liée à la pression ( $\rho \sim V^{-1}$ ), on a en développant au premier ordre :

$$P_0 + P_e = f(\rho_0 + \rho_e) \approx f(\rho_0) + (\rho_e) a$$

c'est-à-dire :  $P_e = a\rho_e$

avec  $a = (dP/d\rho)_0 = f'(\rho_0)$

$$\text{donc } P_e = a\rho_e \quad (\text{II})$$

La définition de l'intensité sonore ne nous concernera pas techniquement dans le traitement mathématique du problème. Elle permet de valider le bien fondé de l'approximation. Les surpressions en jeu dans les phénomènes sonores sont petites vis à vis de la pression atmosphérique. Il est donc légitime de supposer la pression comme composée d'une partie fixe et d'une perturbation qui constitue le phénomène sonore. L'obtention de l'égalité  $P_e = a\rho_e$  provient de la théorie des développements limités. Elle fournit une méthode de calcul pour le coefficient  $a$  qui aura tant d'importance par la suite.

$$P_e = a\rho_e \quad (\text{équation N}^\circ 2) \quad \text{avec} \quad a = \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_0$$

## 4°) Variation de la densité en fonction du déplacement

Il s'agit maintenant d'étudier comment va varier la densité en fonction du déplacement. On reconnaîtra un schéma qui nous rappelle celui de Newton. On va trouver la difficulté de coordonner deux infiniment petits, les déplacements sont petits et la tranche de gaz étudiée est également fine.

Etudions maintenant le point I ( variation de densité): nous supposons que la perturbation de pression se propage selon  $Ox$ , et que les pressions dans le plan  $x = Cste$  sont toutes égales ( c.a.d., une onde plane).

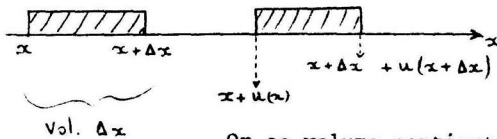
Considérons un volume  $\Delta x$  correspondant à l'unité de surface perpendiculaire à  $Ox$ , et soit  $u(x, t)$  le déplacement

subi par l'air placé au repos au point  $x$ .

lorsque l'onde de pression déplace le point

$x$  en  $x + u(x, t)$ , ce volume devient

$$\Delta x + \Delta u = \Delta x + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x$$



Or ce volume contient toujours la même masse de gaz :

$$\rho_0 \Delta x = (\rho_0 + \rho_e) \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \Delta x$$

$$\text{soit } \rho_0 \Delta x = \rho_0 \Delta x + \rho_e \Delta x + \rho_0 u'_x \Delta x + \rho_e u'_x \Delta x$$

(2<sup>ème</sup> ordre négligé)

$$\text{d'où : } \rho_e = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} \quad (I)$$

Nous sommes dans le domaine de la mécanique des milieux continus, la masse des corps est considérée, répartie de manière continue et un point physique n'a pas de masse, il a une densité, une masse volumique. Si on travaillait sur une tranche d'air d'épaisseur zéro, cette tranche n'aurait pas de masse et on ne pourrait pas lui appliquer l'équation de la dynamique. On pourrait aussi penser faire comme pour les planètes attribuer une masse à cette tranche infiniment fine mais alors on perdrait la possibilité d'exprimer la compressibilité et dans notre intuition du phénomène sonore, c'est bien cette caractéristique qui crée la spécificité de la propagation des sons. L'auteur est obligé de s'intéresser à un volume de gaz, ce volume est enfermé entre deux plans de section unité. Il faut penser  $\Delta x$  comme le volume  $\Delta x \times S$ . Le point matériel situé en  $x$  va être déplacé par l'onde, ce déplacement vaut  $u$ , il est inconnu. Le déplacement  $u$  ne sera pas le même pour tous les points,  $u$  est donc une fonction de  $x$ , ce déplacement ne sera pas réalisé une fois pour toute,  $u$  est donc aussi une fonction du temps. Nous avons donc,  $u$ , une fonction inconnue qui dépend de deux variables  $x$  et  $t$ , elle décrit le dérangement du point situé en  $x$ . La tranche a une épaisseur  $\Delta x$  et le point situé à l'endroit  $x + \Delta x$  est soumis au dérangement  $u(x + \Delta x, t)$

L'écriture  $u'_x$  est une autre manière d'écrire  $\frac{\partial u}{\partial x}$

	avant	après
Début de la tranche	$x$	$x + u(x)$
Fin de la tranche	$x + \Delta x$	$x + \Delta x + u(x + \Delta x)$
Volume de la tranche	$\Delta x$	$\Delta x + u(x + \Delta x) - u(x)$
Masse volumique de la tranche	$\rho_0$	$\rho_0 + \rho_e$
Masse de la tranche	$\rho_0 \times \Delta x$	$(\rho_0 + \rho_e) \times (\Delta x + u(x + \Delta x) - u(x))$

Regardons la dernière formule, elle exprime la masse contenue dans la tranche déformée  $(\rho_0 + \rho_e) \times (\Delta x + u(x + \Delta x) - u(x))$ . Nous allons d'abord améliorer le terme  $u(x + \Delta x) - u(x)$ .

$$u(x + \Delta x) - u(x) = \frac{\partial u}{\partial x} \times \Delta x$$

Et ensuite nous développons

$$(\rho_0 + \rho_e) \times \left( \Delta x + \frac{\partial u}{\partial x} \times \Delta x \right) = \Delta x \times \left( \rho_0 + \rho_0 \times \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_e + \rho_e \times \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

le terme  $\rho_e \times \frac{\partial u}{\partial x}$  est considéré comme négligeable et on égale la masse de la tranche perturbée à  $\rho_0 \times \Delta x$ , puisque les deux tranches sont constituées de la même matière.

$$\Delta x \times \rho_0 = \Delta x \times \left( \rho_0 + \rho_0 \times \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_e + \rho_e \right)$$

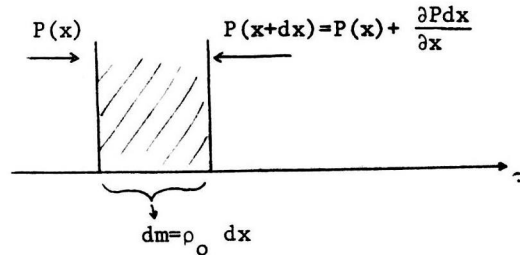
et finalement en éliminant  $\rho_0 \times \Delta x$  de chaque membre on aboutit à :

$$\rho_e = -\rho_0 \times \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{équation N°1})$$

## 5°) Le calcul de la fonction de transport.

Il s'agit maintenant de préciser la valeur de la fonction  $u$ , la perturbation du point

Enfin étudions le point numéro III : étudions le mouvement d'une  
masse  $dm$  de gaz en écrivant la loi  $F = m\gamma$



$$\rho_0 dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial P}{\partial x} dx$$

soit :

$$\rho_0 dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial P_e}{\partial x} dx$$

$$\text{avec (II) } P_e = a \rho_e \rightarrow \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - a \frac{\partial \rho_e}{\partial x}$$

$$\text{avec (I) } \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = + a \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

soit :

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}$$

physique situé en  $x$ .

La tranche de gaz est soumise à deux forces, d'un côté  $P(x)$  et de l'autre  $P(x+dx)$ . On remarque que l'on est passé de l'accroissement très petit  $\Delta x$  à l'accroissement infiniment petit  $dx$ . Ensuite à nouveau les mathématiques jouent leur rôle.  $P(x+dx)$  est évalué ce qui permet de voir que la force n'est autre que  $\frac{\partial P}{\partial x} dx$  l'accélération est :  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  et la masse

$\rho_0 \times dx$ , la pression étant composée d'une partie fixe et d'une variable on a l'égalité

$\frac{\partial P}{\partial x} dx = \frac{\partial P_e}{\partial x} dx$ . Nous combinons tout ceci avec les deux égalités déjà établies et nous

parvenons à l'équation.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

qui est une équation classique de la mécanique, sur laquelle il y a un savoir accumulé qui permet de la considérer avec confiance.

Cette équation est satisfaite pour toute fonction  $u(x - \sqrt{a}t)$ , comme on le vérifie facilement. Il est également aisé de voir que si on mesure la valeur  $u_0$  à  $(x, t)$  on mesure encore la même valeur  $u_0$  à  $(x + \Delta x, t + \frac{\Delta x}{\sqrt{a}})$ . La vitesse de l'onde est donc :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \sqrt{a} = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0$$

Le problème d'évaluer la vitesse du son  $v$  est donc simplement d'évaluer comment  $P$  varie avec la densité  $\rho$ . Une analyse thermodynamique du phénomène est maintenant nécessaire.

### 6°) Résolution de l'équation

La solution est assez curieuse puisque la classe des fonctions solution est très générale. Pour reconnaître que  $\sqrt{a}$  est la vitesse de l'onde il faut être assez subtil. Mais l'affaire ne s'arrête pas là, puisque maintenant il faut calculer ce terme.

L'équation  $PV = C^{te}$  est la loi de Mariotte valable pour les gaz parfaits. La manipulation mathématique qui nous conduit de cette loi à l'équation  $\frac{dP}{d\rho} = \frac{P}{\rho}$  demande une certaine aisance dans le calcul différentiel.

Si  $V$  est le volume d'une mole, de masse  $\mu$ ,  $\rho V = \mu$  :

$$\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_T = \frac{PV}{\mu} = \frac{RT}{\mu} ; \text{ d'où } v = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

L'indice  $T$  qui est apparu dans la dérivation nous signale que la température reste constante. Nous avons maintenant la valeur de la vitesse du son en prenant les valeurs connues pour les paramètres.

#### Calcul de $v$ :

Dans les couches comprimées, on s'attend à  $\Delta T > 0$  et  $\Delta T < 0$  dans les couches dilatées.

Newton d'abord avait pensé que la chaleur se transmettait suffisamment rapidement pour que la température n'ait pas le temps de varier d'une couche comprimée à la couche voisine, dilatée.

Il y avait donc compression isotherme,  $PV = C^{te}$ .

$$\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = 0 = \frac{dP}{P} - \frac{d\rho}{\rho} \text{ soit : } \frac{dP}{d\rho} = \frac{P}{\rho}$$

Laplace partit au contraire de l'hypothèse d'une compression adiabatique: la chaleur n'a pas le temps de s'écouler dans la tranche dilatée.

En effet voyons l'ordre de grandeur de la fréquence de compression, d'une part, et de la distance entre tranche d'air comprimée et tranche d'air dilatée, d'autre part.

Les fréquences sonores sont de l'ordre de :

$$\nu = 500 \text{ s}^{-1}$$

donc la période :  $T = 1/\nu = 2 \cdot 10^{-3}$  secondes

Par ailleurs la longueur d'onde

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

où  $v$  est la vitesse de l'onde dans l'air. Si nous prenons l'estimation précédente à  $T = 300^\circ\text{K}$

$$v = \sqrt{\frac{RT}{\mu}} = \left( \frac{8.3 \cdot 10^7 \times 300}{29} \right)^{1/2} \approx 300 \text{ m/s}$$

$$\text{donc } \lambda = 60 \text{ cm}$$

On a donc compression et échauffement d'une tranche en  $\frac{T}{2} = 10^{-3}$  seconde. La tranche dilatée voisine, qui se refroidit, est distante d'environ 30 cm. Pour avoir des conditions isothermes, il faudrait que la chaleur parcoure 30 cm en  $10^{-3}$  secondes. Il est plus vraisemblable de supposer que les échanges thermiques entre tranches, malgré la bonne conduction thermique des gaz, n'ont pas le temps de se faire. La compression d'une tranche d'air est alors adiabatique. Dans ces conditions:

$$d\rho = -\rho \frac{dV}{V} \text{ d'où } \frac{dP}{d\rho} = -\frac{V}{\rho} \left( \frac{dP}{dV} \right)_R$$

ici  $dP/dV$  correspond aux conditions adiabatiques:

$$\left( \frac{dP}{dV} \right)_R = \gamma \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -\frac{\gamma P}{V}$$

Il s'agit de justifier l'abandon de la première hypothèse, le calcul est réalisé pour la fréquence de 500 hertz. La plage de fréquences audibles va de 15 hertz à 20000 hertz. A 20000 hertz la période est  $1/20000 = 5/100000 = 5 \cdot 10^{-5}$  s et la longueur d'onde devient  $300 \text{ m} \times 5 \cdot 10^{-5} = 15 \text{ mm}$ , mais cette très courte distance doit être parcourue en un temps également très court l'hypothèse adiabatique ne semble pas dépendre de la fréquence. En fait on trouve que la chaleur devrait se déplacer à la vitesse du son L'affirmation de Newton qui annonce que toutes les fréquences vont à la même vitesse trouve ici une confirmation théorique.

La thermodynamique établit que dans le cas adiabatique nous avons l'équation d'état  $PV^\gamma = \text{Cte}$  qui nous conduit à une autre valeur pour la vitesse du son.

$$\text{et } \frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho} = \gamma \frac{RT}{\mu}, \text{ d'où } \boxed{v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}}$$

avec ici ( air)  $\gamma = 1,4$

Cette correction donne un bon accord avec les valeurs mesurées pour  $v$ .

Voilà tout ce qu'il faut mettre en place pour aboutir à une valeur convenable de la vitesse du son. On constate que les savoirs physiques et mathématiques mobilisés sont considérables.

## **VI ] Conclusion de l'étude de la section VIII.**

Dans cette étude de la section VIII nous avons tenté de suivre au plus près le travail de Newton concernant l'évaluation déductive du calcul de la vitesse du son. Pour cela Newton procède par analogie et soutient son travail par des dessins inhabituels dans les Principia. Malgré ces écarts à ce que l'on pourrait appeler l'orthodoxie newtonienne la méthode générale reste très éloignée des argumentations de Descartes ou de Hooke. Il ne m'a été possible de faire mieux que Daniel Bernoulli et de fournir au lecteur soucieux du détail une explicitation complète et argumentée des subtilités, sans doute souvent géniales, de Newton, mais tout de même très raffinées et parfois obscures.

Cette question du calcul de la vitesse du son par Newton a occupé les savants bien après lui. La remarque de d'Alembert dans l'Encyclopédie nous donne des indications sur des possibilités de recherches historiques qui traceraient une ligne, peut être continue, mais certainement pas droite, entre le texte de Newton et celui de M. Escaig.

Ce fil tissé au travers des siècles passerait par M. J.B. BAILLE et ses expériences réalisées dans les années 1885. Le compte rendu prouve que 200 ans après, l'intérêt, du travail de Newton sur la propagation du son, perdure. Toute fois le texte de J. M. Baille ne nous indique pas le degré d'approfondissement de la lecture du texte newtonien et dans le

cas d'une étude détaillée quel degré de clarté il lui accorderait. Lisons une partie du compte rendu de ces expériences.<sup>345</sup>

On voit que ce chercheur essaye de conférer par des expériences une certaine pertinence au résultat de Newton.

$$a = \sqrt{\frac{g p_0}{\delta_0} (1 + \alpha t)}.$$

Newton a donné la formule<sup>346</sup> déterminant la vitesse de propagation du son dans les gaz.

En calculant cette formule, on obtient le nombre 279,95m par seconde, à 0°, très inférieur au nombre obtenu par l'expérience directe, qui est de 330,6m/s.

On fait concorder la formule théorique avec les résultats de la mesure directe, en multipliant l'expression de Newton par le facteur  $\sqrt{\frac{c_p}{c_v}}$ , rapport des chaleurs spécifiques des gaz.

Pour justifier cette correction, Laplace fait observer que le gaz, comprimé par la transmission du son, s'échauffe, et que ce dégagement subit de chaleur n'a pas le temps de se transmettre aux corps voisins, de sorte que le gaz ne conserve pas une température constante, mais son état se transforme adiabatiquement.

Cette explication, qui met d'accord la théorie et l'expérience indique que, si l'on pouvait à chaque instant enlever au gaz la chaleur dégagée par la compression, on retrouverait le nombre de Newton.

....

Cette décroissance de la vitesse indique bien que le gaz, échauffé par la compression, cède aux parois voisines une portion de sa chaleur d'autant plus grande que les parois sont plus rapprochées, c'est-à-dire que le tuyau est plus étroit.

Suit le compte rendu des expériences réalisées. Dans une note de bas de page on peut lire :

Le calcul de Newton s'applique à la propagation d'un ébranlement unique, de forme quelconque, sonore ou non, dans un long tuyau : c'est ce que j'ai essayé de réaliser.

L'article se conclue ainsi :

---

<sup>345</sup> ÉTUDE DE LA VITESSE DU SON DANS LES TUYAUX DE PETIT DIAMÈTRE; Journal de Physique Theorique et Appliquée Volume 6, Numéro 1, 1887 Pages 493 - 506

<sup>346</sup> Cette formulation est un raccourci abusif



La vitesse du son donnée par le calcul de Newton doit être considérée encore comme une propriété idéale et limite. Les conditions hypothétiques du calcul sont bien difficiles à réaliser, pour ne pas dire davantage : d'un côté, la chaleur dégagée par la compression., de l'autre la viscosité des gaz au contact des parois solides, altèrent les mesures et nécessitent des corrections qui, dans ce dernier cas, ne sont pas faciles à analyser.

L'affirmation selon laquelle Newton travaille sous une hypothèse de compression isotherme doit être reformulée. Pour les savants d'aujourd'hui cette affirmation est équivalente à l'écriture de la relation  $PV = C^{te}$ , et c'est uniquement sous cette forme que l'on a une chance de la retrouver chez Newton. Nous situons cette hypothèse au moment où Newton affirme :

PROPOSITION XLVIII, THÉORÈME XXXVIII

Les vitesses des pulsions qui se propagent dans un milieu élastique sont en raison composée de la raison sous-doublée de la force élastique directement et de la raison sous-doublée de la densité inversement, **en supposant la force élastique du fluide proportionnelle à sa condensation.**

L'hypothèse de compression isotherme ne figure pas chez Newton, encore moins la possibilité d'une préférence entre isotherme ou adiabatique. Toute fois il est important de comprendre que Newton avec les connaissances de son époque n'avait pas le choix, entre l'une ou l'autre. C'est avec tout le savoir de la thermodynamique du XIX<sup>e</sup> siècle, et les progrès considérables des mathématiques que le calcul peut trouver une véritable stabilité.

## Conclusion

### 1°) Généralités

Les *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Isaac Newton (1642-1727) publiés pour sa première édition en 1687 constitue un livre repère de la science contemporaine. Dans cet ouvrage majeur de la science Newton énonce ses célèbres lois du mouvement et installe la force de gravitation universelle comme la force régissant les phénomènes cosmiques et certains phénomènes terrestres globaux comme les marées. Dans cet ouvrage Newton n'aborde pas tous les sujets de la philosophie naturelle qui le préoccupent, certains possèdent des caractéristiques trop labiles pour être encadrés par des hypothèses mathématiques fondées phénoménologiquement. Pour le cosmos les observations abondent et possèdent une stabilité et une régularité providentielles. Nous considérons qu'il n'était pas possible cependant pour Newton dans cet ouvrage de valider même implicitement la division aristotélicienne du monde en parties sublunaire et supralunaire. En étudiant dans le livre II la résistance au mouvement opposée par les fluides, Newton n'abandonne pas ces préoccupations cosmiques mais il ramène la philosophie naturelle sur terre et la consacre à l'étude d'objets à taille humaine. L'existence du livre II, réussi ou pas, nous paraît donc une part essentielle et incontournable du projet newtonien poursuivi par les *Principia*.

Considérer que le projet newtonien dans le livre II est essentiellement de réfuter la théorie cartésienne des tourbillons nous paraît très réducteur. Nous pensons que Newton veut également dans cette partie des *Principia* soumettre sa théorie du mouvement aux objets terrestres qui sont eux susceptibles d'observations et d'expérimentations directes. Même si Newton le réalise de manière souvent indirecte et qu'il reste très loin du but nous considérons que son intention est d'explorer la structure fine de la matière. Les fluides sont en effet physiquement très divisibles alors que les solides, les astres ne le sont que mathématiquement.

Comparativement aux 2 parties préliminaires (définitions et axiomes) et aux livres I et III, le livre II semble souffrir d'une rareté d'analyse. Nous avons signalé plusieurs raisons

pour ce déficit, en 1954 le jugement sévère de Clifford Truesdell, le sujet concernant la mécanique des fluides plus technologique que philosophique et la conclusion qui invalide la théorie historiquement déclassée des tourbillons cartésiens. En effet les livres I et III, parties amplement commentées, se rattachent essentiellement à la mécanique céleste, en conséquence ils contribuent de manière décisive à la refondation du thème plurimillénaire de la cosmologie et posent la question générale importante et très controversée de la gravitation universelle dont la problématique possède une postérité à rebondissements.

Aussi on pourrait donc se poser les questions : Que peut-on apprendre de nouveau en lisant et relisant le livre II des Principia de Newton ? Que peut-on apprendre de constructif sur la démarche newtonienne et qui ne serait pas déjà dans les commentaires des livres I et III ?

C'est au travers de plusieurs thèmes que nous avons tenté de répondre à ces questions. Nous pensons d'ailleurs ne pas avoir épuisé ni la liste des thèmes possibles ni à l'intérieur d'un thème exploré toutes les voies d'études.

Nous avons consacré notre étude à la notion de force, à l'utilisation et au respect des principes et des définitions énoncés au tout début de l'ouvrage, à l'investigation newtonienne de la matière, à l'utilisation particulière de la géométrie euclidienne et dans une annexe le recours rare aux figures et dessins qui accompagnent le texte. Ceci a été réalisé au travers de l'étude de certaines propositions des sections I, II, III, V, VIII et IX. Pour ce travail nous n'avons pas porté d'attention particulières aux sections IV, VI et VII dont le contenu est également riche mais qui aurait alourdi notre travail sans y apporter d'éléments vraiment nouveaux pour nos thèmes d'étude. Pour la section VI et une partie de la VII il est possible de se reporter à l'étude de Georges Smith<sup>347</sup> et pour la vidange des réservoirs à celle de Michel Blay<sup>348</sup>.

## 2°) La notion de force

Il nous paraît utile de rappeler qu'au moment de la première édition des Principia Newton a 44 ans, il ne s'agit donc pas d'un livre de jeunesse et on peut imaginer, au moins

---

<sup>347</sup> Page 249-313 **Smith George E**, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001).

partiellement une écriture à rebours, c'est à dire que Newton définirait les concepts vis à vis de leur nécessité dans les démonstrations ultérieures. Ainsi la notion de pression est sans enjeu pour les livres I et III. C'est dans l'intention de s'en servir dans le livre II que Newton met la notion de pression dans les genres de force. Cette thèse nous a permis de revenir avec insistance sur la notion de force qui est déclarée par les commentateurs un concept clé des Principia. Nous avons ainsi constaté que Newton introduisait dans les commentaires de la notion de force des subtilités conséquentes. D'après la définition, les forces imprimées modifient la vitesse des corps, or la pression en général ne le fait pas. Nous avons découvert tardivement l'enjeu de la notion d'*origine* pour les forces imprimées que Newton a introduit dans son explication du concept de force imprimée. Il considère la pression comme l'*origine* d'une force et non comme une force à *part entière*, ce qui lui permet d'assouplir l'usage de la notion. Cet intermédiaire à l'effet de la force sur la vitesse introduit ce que l'on peut considérer comme un dédoublement entre deux niveaux un passif et un actif, ceci concerne les trois genres de force, la pression le choc et la force centripète. Cela ne nous paraît pas utile pour la force centripète des livres I et III. C'est donc la notion de pression utilisée dans le livre II qui nous oblige à remarquer ce raffinement de la définition. A propos de la force imprimée nous avons apporté dans le corps de notre thèse d'autres considérations qu'il est utile d'examiner si l'on veut saisir la spécificité de la démarche newtonienne concernant les forces. Nous avons tenté d'expliquer l'analyse newtonienne du mouvement d'un corps soumis à des forces variables par un découpage temporel en instants de plus en plus petits, en proposant au moyen de tableaux une méthode de calcul par approximations successives.

Notons que le livre II enrichit les définitions, la définition d'un fluide apparaît ainsi dans la cinquième section et la force de viscosité s'ajoute aux trois genres de force. Dans la physique aristotélicienne l'espace sublunaire celui où l'homme vit est un milieu "imparfait" il est très important de constater que les principes qui permettent de calculer les trajectoires des planètes dans un espace vide se révèlent tout à fait opérant sur terre dans cet autre milieu, qui possède la particularité de résister aux mouvements et vient pour ainsi dire provoquer le principe d'inertie. Remarquons que le principe de l'action et de la réaction

---

<sup>348</sup> Pages 139-169 Blay Michel, *La Science du Mouvement des Eaux de Torricelli à Lagrange*, Belin (2007).

devient testable ce qu'il n'est pas appliqué au couple terre soleil. Pour en fournir une validation Newton a d'ailleurs recours à des exemples faisant intervenir des êtres animés terrestres ce qui est exceptionnel dans les Principia. Nous considérons que le livre II en enrichissant et mettant en œuvre la définition de la force dans toute sa généralité prépare sa réforme. La conception newtonienne de la force devra évoluer pour devenir d'un usage clair. En multipliant les conditions de son utilisation le livre II apporte des raisons à cette modification.

### 3°) Les principes

Nous considérons que les principes sont exposés d'une part, directement dans les deux premières parties : définitions et axiomes, et d'autre part de manière dispersée pour les principes méthodologiques par exemple dans le scolie général qui termine le livre III. La lecture du livre II nous a permis de vérifier que ce sont bien les mêmes principes qui régissent tout l'ouvrage. Pour la philosophie naturelle il n'y a donc qu'un seul monde. Les principes qui régissent la course éternelle des astres sont les mêmes que ceux qui régissent le déplacement précaire des corps terrestres. La division aristotélicienne de l'univers n'est pas restaurée, le monde n'est constitué que d'une sorte de matière dirigée par un seul système de principes. Cependant la variété des situations abordées dans le livre II oblige à utiliser ces principes dans toute leur étendue. Nous avons remarqué que le livre II est présent dès la première version (le *de motu*) et existe en germe dès le début des Principia. Ce livre II soumet les principes à une pression conceptuelle qui montre l'importance des commentaires et de certaines définitions que l'on pourrait considérer comme mineures si l'on se limitait à la seule lecture des livres I et III. Il y a une obligation de relecture des principes avec une attention différente pour explorer cette partie des Principia.

C'est à la fin du scolie général du livre III que le célèbre *hypotheses non fingo* est énoncé. Le verbe *fingere* agit dans cette prescription sur le sens du mot hypothèse dans le sens où il n'interdit pas de faire des hypothèses mais seulement d'en feindre<sup>349</sup>. Dans les Principia Newton ne peut pas s'affranchir de leur utilisation. La déclaration newtonienne

---

<sup>349</sup> Ce qui suggère qu'il y aurait des manières sournoises de faire des hypothèses.

est suivie d'une mise en garde très claire que nous trouvons excessive et que son auteur n'observe pas dans toute sa rigueur, en particulier dans le livre II.

Car<sup>350</sup> tout ce qui ne se déduit point des phénomènes est une hypothèse : et les hypothèses [...] ne doivent pas être reçues dans la philosophie expérimentale.

Newton énumère ensuite les hypothèses métaphysiques, physiques, mécaniques et occultes auxquelles nous ajoutons les plus malicieuses les hypothèses implicites. Koyré<sup>351</sup> le fait remarquer et nous confirmons, dans les Principia et tout particulièrement dans le livre II Newton ne respecte pas sa prescription. Dans cette partie Newton émet explicitement et en l'annonçant des hypothèses mathématiques et physiques dès les premières sections. Si l'existence des forces de résistance est effectivement induite des phénomènes la forme de leur loi ne l'est pas. C'est d'ailleurs ce qui lui permet d'avancer dans l'étude de la résistance des fluides et cela nous semble utile. Pour tester ces hypothèses la philosophie expérimentale devra se perfectionner et le théoricien devra attendre les améliorations des moyens d'observation. Si l'hypothèse de la nature corpusculaire de la matière n'est pas feinte, il nous semble que Newton ne devrait pas la faire sous forme d'un dessin est ainsi confier au lecteur le soin de trouver de quels phénomènes elle est induite. L'hypothèse de l'existence des atomes est d'ailleurs très largement insuffisante pour avancer, il faut au moins de manière approximative avoir des indications sur leur forme et leur taille. Dans la neuvième section la force de viscosité n'est pas selon les critères newtoniens une hypothèse feinte puisqu'elle est induite à partir des phénomènes<sup>352</sup>, par contre sa dépendance linéaire vis à vis de l'écart de vitesse en est une et Newton l'annonce comme telle sans distinguer la subtilité que nous venons de mentionner qui sépare la notion de viscosité de sa loi mathématique. Sans cette hypothèse il serait impossible de réaliser des calculs et cette hypothèse nous paraît nécessaire, cependant elle n'est pas vérifiable par l'étude des phénomènes. Le livre II apporte ainsi à propos des hypothèses une précision par l'exemple sur la différence entre hypothèse mathématique et hypothèse physique.

---

<sup>350</sup> Page 412-413 Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759), réédition Dunod 2005.

<sup>351</sup> Chapitre III de la page 51 à 84; Koyré Alexandre, *Etudes newtoniennes*, Editions Gallimard (1968).

<sup>352</sup> Les phénomènes permettant d'induire la force de viscosité sont plus évoqués que clairement signifiés.

Ernan<sup>353</sup> McMullin dans *Newton on Matter and Activity* distingue trois étapes dans la recherche de la vérité. Les étapes : mathématique (étude mathématique des différentes lois de force), physique (confrontation à la réalité des résultats de l'étape mathématique) et philosophique<sup>354</sup> (recherche des causes des forces). Il considère que dans les *Principia* Newton se limite aux deux premières étapes. Cependant le livre II questionne les représentations de la matière au niveau microscopique. L'explication de la diffusion de la pression au moyen de petites sphères en contact, l'invocation du magnétisme pour expliquer la compressibilité sont autant de tentatives pour avancer dans une conception fine et philosophique de la matière. Cependant pour la viscosité Newton se contente de réaliser des calculs et nous laisse constater que physiquement les résultats sont vraisemblables. On ne peut pas considérer que pour la viscosité l'étude newtonienne dépasse le cadre d'une investigation mathématique. La connaissance expérimentale de la répartition des vitesses autour d'une sphère<sup>355</sup> en rotation dépassant très largement les moyens de l'observation commune ou de mesure du XVII<sup>e</sup> siècle. Nous considérons que la proposition de McMullin de distinguer trois étapes dans la recherche newtonienne des lois de la nature est un outil de clarification de la démarche des *Principia*. Prétendre que Newton se limite délibérément dans les *Principia* aux deux premières étapes doit être restreint à la gravitation. Ce cadre explicatif général ne s'applique pas au livre II. En effet Newton parcourt abusivement les trois étapes pour l'explication de la transmission de la pression et se limite à la première pour la transmission du mouvement au sein d'un fluide par viscosité. Le livre II est donc l'occasion au moins d'un dépassement et d'une limitation.

Dans le livre II Newton est en adéquation avec le titre de son ouvrage. Il s'agit bien de **Principes Mathématiques**. Ainsi pour justifier le paradoxe de la pression il ne renvoie pas le lecteur à des expériences présentées par des dessins comme l'a fait Pascal dans son ouvrage, mais à des principes qui ne sont au demeurant pour ce cas pas convaincant. Mais comme nous l'avons dit pour les hypothèses parfois Newton s'avance à propos de la structure de la matière et justifie mécaniquement ses hypothèses.

---

<sup>353</sup> Pages 1 et 2 McMullin Ernan, *Newton on Matter and Activity*, Londres (1978)

<sup>354</sup> Il nous semble que l'on pourrait considérer que ce que McMullin appelle hypothèse philosophique serait plus convenablement dénommée hypothèse métaphysique.

#### 4°) L'utilisation de la géométrie, la méthode de raisonnement.

Pour ce qui concerne la méthode de raisonnement et d'exposition des démonstrations et des résultats le livre II constitue un répertoire d'utilisations de l'hyperbole et de ses propriétés.

Le titre de son ouvrage l'indique, Il s'agit de **Principes Mathématiques**. Dans les mathématiques la partie utilisée par Newton est la géométrie dans le style euclidien. Dans le domaine de la géométrie, l'époque est simultanément le moment d'une redécouverte de la géométrie des anciens, d'une application de l'algèbre à l'étude des figures et de la mise en place du calcul infinitésimal. Newton se range explicitement sous la bannière de la tradition euclidienne. Ce choix de la tradition peut s'expliquer par la conviction que les vérités aussi bien religieuses, chimiques que philosophiques sont à rechercher dans des époques antiques. Ce choix n'a pas un caractère rigide et la considération de quantités évanescences est une extension de la méthode, cependant à la suite de nombreux commentateurs nous avons constaté le caractère particulièrement difficile des démonstrations.

Les trajectoires des planètes sont généralement des ellipses. Dans le livre II les figures ne sont plus des trajectoires. Le livre II constitue un répertoire d'utilisations de l'hyperbole et de ses propriétés. Les figures géométriques abondent et sont bien plus qu'une simple illustration des raisonnements.

Les figures, la géométrie font partie intégrante du raisonnement, mais elles constituent aussi un outil de synthèse des résultats et Newton s'ingénie à montrer, et nous avons détaillé à cet effet plusieurs études de figures, que tous les paramètres du mouvement sont donnés par l'observation de la figure.

La prolifération d'astuces géométriques est géniale dans le sens où le lecteur se trouve régulièrement ébloui par la mobilisation très brillante et originale des propriétés de l'hyperbole. Ainsi nous avons été parfois submergé par les chaînes de proportionnalité et l'utilisation implicite de propriétés géométriques de l'hyperbole. La déclaration récurrente d'obscurité provient sans doute de cet usage expert de la géométrie qui dénote une intuition

---

<sup>355</sup> Léonard de Vinci s'est intéressé de manière approfondie à l'observation des tourbillons mais son travail est resté très qualitatif et n'a pas été que très peu diffusé.



remarquable. Nous pensons que cette intuition est le fruit conjoint d'une disposition psychologique et d'un travail abondant à la fois conceptuel et concret de mécanique, les figures étant insérées dans un réseau de significations à la fois théorique et pratique. Nous savons que Newton a proposé des mécanismes pour la taille de lentilles hyperboliques. Nous pensons que cette recherche technique acharnée l'a enrichi d'une connaissance directe et intuitive que le lecteur courant ne possède pas. Le refus d'utiliser la géométrie différentielle qui commençait à être disponible est particulièrement regrettable puisque dans le cas des fluides le corps auquel s'applique les lois doit être aussi conçu comme infiniment divisible. On peut considérer que la méthode d'exposition newtonienne trouve son apogée et sa limite dans le livre II qui fournit ainsi aux successeurs l'obligation de travailler autrement et de pratiquer une autre géométrie.

#### 5°) Le style newtonien

Georges Smith dans *The<sup>356</sup> Newtonian Style in Book II* nous propose de se démarquer de la dévalorisation par Clifford Truesdell de cette partie des Principia. Reprenant le point de vue de Bernard Cohen il considère que le style newtonien opère également sur l'ensemble de l'ouvrage et que l'échec relatif du livre II tient essentiellement à son domaine d'investigation. Alors que le monde physique cosmique avait contribué à confirmer le point de vue newtonien, le monde physique terrestre ne donnait pas son aval, et cela Newton ne pouvait pas le prévoir.

Pour Smith le style newtonien est constitué d'une suite d'idéalisations qui se confrontent à chaque étape de son développement au monde réel. La réalité physique est approchée de mieux en mieux. Ainsi Newton détermine la loi de gravitation universelle et l'utilise de plus en plus finement aux objets célestes. Smith conforte la conception de Cohen et lui apporte deux extensions. La première constate que la confrontation d'une idéalisation aux données expérimentales permet de fixer des valeurs numériques et fonctionne comme une expérience cruciale, qui permet un choix entre deux théories, la seconde est que l'écart calcul-données expérimentales motive l'étape suivante de la suite des idéalizations. Cette manière de considérer les investigations newtoniennes installe un cadre

d'analyse pertinent mais qui nous paraît ne pas rendre compte de toutes les recherches de Newton.

Les recherches de Newton ont une étendue extrêmement large. Elles vont de la théologie à l'optique en passant par la chronologie biblique et l'alchimie. Une question clé pourrait être : de quoi est fait l'univers ? Cette question générale peut se préciser de multiples manières parmi lesquelles. Y a-t-il plusieurs sorte de matières, de substances ? Comment se fait-il que des corps passent à volonté de solides à fluide et réciproquement ? En 1975, Paul Feyerabend, dans *Contre la Méthode* nous met en garde sur une vision qu'il juge simpliste de la création scientifique. Il appuie son analyse essentiellement sur la révolution copernicienne et l'exposé galiléen qui s'y rapporte. Pour Feyerabend il n'y pas de méthode scientifique uniforme. Les théories scientifiques qui finissent par être validées par la communauté scientifique sont défendues par un faisceau argumentaire qui dépasse largement le schéma : observation, induction, confirmation. Le renouveau des théories scientifiques se fondent sur des propositions beaucoup plus audacieuses et hypothétiques. Aucune observation n'est libre de conjecture théorique. Dans le livre II Newton se montre audacieux et déploie un éventail de méthodes qui sorte largement du schéma observation, induction, confirmation. Il nous semble que la science ne peut pas progresser sans risque en assurant chacune de ses propositions avec une méthodologie uniforme. Dans le livre II Newton prend des risques, malgré ses propres préceptes il avance des hypothèses qui ne seront d'ailleurs pas confirmées.

Le livre II nous permet donc de proposer une possibilité d'enrichir et le fragmenter le style newtonien. Premièrement, Smith en parle mais n'en fait pas un élément décisif, il faut bien admettre pour la première idéalisation une intuition géniale. Sans la pertinence de cette première idéalisation l'enchaînement des idéalizations s'arrêterait dès la première étape. Deuxièmement cette manière de procéder n'est pas exclusive, dans la huitième section Newton enchaîne des analogies, pendule-tube en U, tube en U-vague dans un étang, vague dans un étang-onde sonore. La recherche combine un nombre conséquent d'astuces de représentation. Seule la première et la dernière étape sont confrontées à la réalité. La

---

<sup>356</sup> Smith George E, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et

dernière confrontation prouve d'ailleurs que la thèse newtonienne n'est pas pertinente et nécessite une correction ad hoc de la modélisation de l'air qui est faussement précise. Cependant cette huitième section quoique très difficile et inexacte ouvre le domaine d'un traitement mathématique de l'étude de la propagation des sons et finalement pose bel et bien la première pierre de l'acoustique théorique.

#### 6°) Newton philosophe

Andrew Janiak dans *Newton as Philosopher* considère que la conception qui a prévalu au XVIII<sup>e</sup> siècle selon laquelle Newton professe un agnosticisme métaphysique doit être révisée. L'agnosticisme métaphysique de Newton consisterait selon nous à considérer que en philosophie naturelle la recherche des principes premiers n'a pas la possibilité d'aboutir et donc ne doit pas être entrepris. Ce point de vue s'appuie principalement sur le *hypotheses non fingo* qui aboutit finalement à renoncer à rechercher des explications physiques à la gravitation universelle. Janiak soutient que la relation cartésienne de subordination de la physique à la métaphysique est renversé par Newton. En conséquence de quoi Newton poursuivrait malgré tout la recherche des principes premiers y compris ceux de la gravitation universelle par une exploration expérimentale du monde physique. Janiak ne cite pas le livre II, mais nous avons vu comment Newton propose des modalités mathématiques pour les forces à l'intérieur des fluides et confie aux physiciens le soin de confirmer ou d'infirmer ces hypothèses. La métaphysique n'est donc pas absente du projet newtonien elle est simplement placée sous la dépendance des recherches expérimentales et le livre II contribue à cette manière de réexaminer la philosophie de Newton. Le rejet des tourbillons cartésiens se fait d'ailleurs à l'aide d'arguments physiques et à sa manière pour l'infirmer Newton participe à la conception cartésienne.

Les hypothèses mathématiques concernant les forces permettent de réaliser des calculs, il s'agit ensuite de vérifier par l'étude des phénomènes leur vraisemblance physique. Ceci veut dire pour Newton que l'exploration empirique des phénomènes devra préciser la constitution de la matière et expliquer cette hypothèse mathématique qui se trouvera ainsi validée ultérieurement. C'est ainsi que nous comprenons la phrase :

C'est une question qui regarde la physique de savoir si les fluides élastiques se composent de parties qui se fuient mutuellement.

Andrew Janiak considère que Newton adopte un point de vue mécaniste enrichi pour l'étude de la nature. Newton, pour la matière ajoute à ses qualités premières d'étendue, d'impénétrabilité, et de mouvement celle de masse. Dans le livre II on constate que dans sa tentative d'explication de la pression Newton utilise la vision mécaniste en postulant des sphères jointives dont les paramètres ne reposent sur aucune base empirique. Il fait ceci nonobstant le point de vue très clair de Locke.

Si l'on croit à une science dont le moteur exclusif des progrès serait les prévisions empiriques, les réussites explicatives et la postérité méthodologique alors le livre II des Principia ne satisfait que très partiellement à ces critères. Cependant il fournit les éléments d'une formulation plus rigoureuse des principes, il propose d'investir le monde qu'il soit terrestre ou céleste d'une manière uniforme. Il crée, par sa difficulté même, l'obligation de travailler avec des outils mathématiques renouvelés qui permettront un traitement des situations d'une manière plus transparente. Sous ce regard le livre II mérite d'être lu avec attention, ce que nous nous sommes proposé avec la conscience qu'il reste des aspects inexplorés.

## Annexes

### 1 ] La représentation

à côté de la Révélation qui s'exprime dans les livres de l'Écriture, il existe une autre source de savoir véridique, légitime de plein droit parce que non moins divine dans son origine que la précédente : c'est la nature elle-même, un livre pour le déchiffrement duquel Dieu nous a donné les sens et la raison.<sup>357</sup>

Pour Galilée et le courant physico-téléologiste anglais Dieu nous a donné deux livres : La Bible et la Nature. D'une certaine manière ces deux ouvrages sont chiffrés. Cependant leurs décodages ne relèvent pas de la même procédure. L'un a été transmis par la parole, la Révélation, est constituée effectivement un livre. Sa formulation, pour être compréhensible par le peuple, fut considérée comme l'objet d'une accommodation quant à son contenu, elle devait permettre à la multitude de gagner le paradis. Il guide les mortels dans leur foi, la responsabilité de sa transmission est placée sous l'autorité des clercs et celle de son interprétation des théologiens. Pour l'église catholique le tout est administré de Rome. On dit du second que c'est un livre, simplement par métaphore ou alors si c'est effectivement un livre, il reste encore à l'écrire, et c'est à la science qu'il appartient d'écrire ce second livre.

Ce livre de la nature dans quelle langue sera-t-il écrit ? Et avec quel alphabet ? Pour un certain nombre de savants il semble bien que la langue soit les mathématiques et pour Galilée, Kepler et Newton plus précisément la géométrie. Newton cite plusieurs fois les hommes simples qui possèdent une conception vulgaire de la nature. Sans doute ces hommes simples n'ont ni les outils ni le langage adéquat. Dans son introduction au troisième livre, Newton prévient le lecteur, il n'a pas voulu rendre son traité accessible à la multitude.

Le problème de la représentation dans la communication scientifique recouvre au moins deux aspects : accompagner et soutenir le discours théorique, attester de la réalité des expériences.

---

<sup>357</sup> Introduction page 49. Galilée, *Écrits Coperniciens*, Livre de poche (2004). Introduction de Philippe Hamou et Marta Spranzi.

Nous allons suivre quelques étapes historiques qui précèdent la proposition newtonienne des Principia. Le livre II étant consacré aux phénomènes terrestres les représentations graphiques qui accompagnent le texte enrichissent l'arsenal de celles présentées dans les livres I et III et nous donne des renseignements précieux sur ce que Newton estime être une communication scientifique.

Dans cette partie nous considérerons essentiellement les représentations graphiques dans les livres scientifiques, qui sont les vignettes accompagnant le texte explicatif.

### 1°) Les fonctions de la représentation.

#### a Galilée critique d'art.

Nous commençons l'exploration des fonctions de la représentation par un petit détour qui nous a été suggéré par la lecture du livre d'Erwin Panofski (Hanovre, 1892-Princeton, 1968), *Galilée critique d'art*. Cet ouvrage propose une analyse de l'attitude de Galilée concernant le problème de la représentation. L'auteur, historien de l'art, consacre son étude à un problème artistique ce qui lui permet un regard singulier sur l'énigme historique que constitue le rejet par Galilée de la thèse keplérienne des orbites elliptiques.

Galilée constitue une référence pour Newton, la considération de l'opinion galiléenne sur la représentation nous permet d'aborder un point de vue situé historiquement. Il nous a semblé possible au travers d'un épisode particulier commenté par Panovski d'accéder à ce que nous appelons son alphabet géométrique. Quelles sont les figures élémentaires de référence pour Galilée ? Ces figures de référence, tout comme les lettres de l'alphabet, ne sont pas son invention. Il les prélève dans son environnement.

Les savants appartiennent à la société qui les entoure. Ils participent parfois et à coup sûr subissent le renouvellement des conceptions de l'époque. Ainsi l'Italie de la renaissance fut le lieu de la géométrisation du regard des peintres au travers de la technique de la perspective. Le père de Galilée était un musicien renommé et si l'on peut dépeindre Newton avant son départ pour Londres comme un personnage vivant en ermite tel n'est pas le cas de Galilée. Aussi n'est-on pas étonné de le voir participer à un controverse artistique.

La renaissance italienne a été le théâtre de controverses, l'une d'elle nous est rapportée par Panofski dans son : *Galilée critique d'art*. De la sculpture ou de la peinture il s'agissait de savoir à quel art attribuer la supériorité. Le détail de l'histoire ne nous concerne pas mais notons cependant que Galilée y participa d'une certaine manière et que sa préférence se porta sur la peinture.

Les deux procédés fournissent des représentations de la réalité et la sculpture travaillant dans les trois dimensions de l'espace semble plus réelle. La peinture est placée d'emblée devant l'impossible défi de représenter sur un plan ce que Dieu a créé en volume, et c'est là l'objet de notre émerveillement. Galilée considère :

« Plus<sup>358</sup> éloignés des choses à imiter seront les moyens par lesquels on imite, plus admirable sera l'imitation (...) <sup>20</sup>. Nous-mêmes, n'admirerions-nous pas le musicien qui parviendrait à émouvoir notre sympathie pour un amant en représentant par des chants les affres de sa passion, bien davantage que s'il le faisait par des pleurs ? Et s'il en est ainsi c'est que le chant est un moyen non seulement différent mais même contraire à l'expression (naturelle) de la douleur, alors que les larmes et les pleurs lui sont très similaires. Et nous l'admirerions plus encore s'il y parvenait en se taisant, au moyen de son seul instrument, avec des dissonances et des accents musicaux passionnés ; pour ce que les cordes, étant inanimées, sont moins aptes à éveiller les affections secrètes de notre âme, que la voix qui les conte ».

Cette citation nous permet de considérer l'hypothèse qu'une des fonctions de la représentation serait de fournir au spectateur un support, une occasion de la création de manière interne et pour ainsi dire privée de la chose représentée. Qui, touchant une sculpture pourra croire un instant qu'il s'agit de la chose représentée. Qui touchant le bras en marbre froid de Bacchus pourra penser ressentir un élément de son ébriété ? La sculpture engage le corps réel du spectateur, elle l'oblige à se déplacer, c'est à peine une représentation c'est presque une présentation. La statue étant une chose elle n'invite pas à l'intériorisation, l'acteur pleurant sur une scène ne génère pas à l'intérieur du spectateur le processus de la tristesse. Quand l'acteur pleure, la vraie tristesse est sur la scène elle n'est pas dans la salle. La représentation des sentiments et des phénomènes naturels doit permettre et d'une certaine manière obliger le spectateur ou le lecteur à ressentir le sentiment ou à s'imaginer en train de réaliser l'expérience. Retenons aussi que Galilée avait une lucidité globale quand à la fonction de la représentation.

---

<sup>358</sup> page 33. Erwin Panofski, *Galilée critique d'art*.

Panofski, et ceci nous permet de revenir dans le domaine de la science, oriente ensuite sa réflexion sur le rejet par Galilée des trajectoires elliptiques de Kepler. Nous reparlons plus loin de la géométrie et de son réalisme. Pour l'instant, nous notons que pour Galilée la vue joue un rôle primordiale dans la communication et que le discours n'y a pas une place exclusive. Notons également la revendication que la dissemblance de la chose à représenter et du substrat de la représentation crée un étonnement, suscite l'intérêt et finalement permet une plus juste transmission. Galilée prétend en cette circonstance très clairement qu'il n'y a pas d'obligation de concordance formelle entre l'objet et sa représentation. Nous agréons à la thèse de Panofski selon laquelle pour Galilée l'ellipse est qu'un cercle déformé peut être même dégénéré. Nous en concluons que l'ellipse, pour Galilée ne peut pas constituer un élément de l'alphabet géométrique<sup>359</sup>. Il faut également ajouter à l'argument géométrique un autre argument plus physique, la forme de la trajectoire doit assurer une pérennité absolue au mouvement des astres. Le prototype visible et terrestre du mouvement éternel est la rotation de la roue. Le cercle a donc un double avantage, du point de vue de la dynamique il permet de concevoir l'éternité du monde et du point de vue géométrique sa description et son tracé sont simples. Les ellipses de Kepler nécessitent une dynamique hasardeuse fondée sur des propriétés magnétiques hypothétiques, et leurs tracés n'a pas ni l'évidence ni la facilité de ceux des cercles.

#### b Les allégories.

Dans les représentations graphiques il y a cette catégorie qu'aujourd'hui nous rejeterions de la science : les allégories. Le dictionnaire Larousse nous indique : "allégorie : nom féminin (latin *allegoria*, du grec *allégorein*, parler par images), expression d'une idée par une métaphore (image, tableau, etc.) animée et continuée par un développement". Ce que désignons ici sous le terme d'allégorie sont des images particulières. Les allégories sont utiles pour rendre compte et tenter de maîtriser au moyen d'une image complexe contenant des symboles des propriétés qui seraient inaccessibles autrement. Il s'agit d'importer dans l'objet d'étude les propriétés de la représentation. Les correspondances sont souvent subjectives et laissent la part belle aux spéculations personnelles aventureuses. L'alchimie

---

<sup>359</sup> "Mersenne explique que Galilée s'est trompé parce qu'il s'est laissé emporté par son goût pour les belles théories, il n'a pas su résister à la figure du cercle, ..." Barbin Evelyne, *La révolution mathématique au XVII<sup>e</sup> siècle*, Ellipse (2006). Page 103.



utilisait force d'allégories. Par rapport à la production des représentations, il est utile de dater l'intérêt de Newton pour cette branche particulière du savoir. A quel moment de sa vie Newton a-t-il commencé à pratiquer l'alchimie et donc à avoir recours à des allégories ?

La consultation des notebooks de Newton permet à Westfall de dater<sup>360</sup> la réflexion théorique pour les questions mécaniques à l'époque où il était étudiant à Cambridge. Etant donné le caractère un peu secret de ses pratiques alchimiques, c'est seulement de manière indirecte que l'on peut en situer le début de son engouement. Après 1670 Westfall nous indique qu'il invoquait régulièrement des occupations voire des préoccupations plus urgentes pour ne pas répondre en détail aux courriers de ses correspondants<sup>361</sup>. Il lui semble que ce soit l'alchimie<sup>362</sup> et la théologie qui étaient devenus les sujets principaux de recherche du maintenant professeur lucasien. Par l'intermédiaires de ses achats de livres, contenus dans *The Library of Isaac Newton*, (John Harrison), nous avons une autre source concordante d'indications<sup>363</sup>.

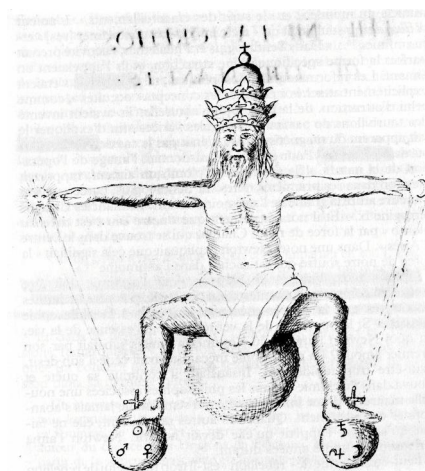
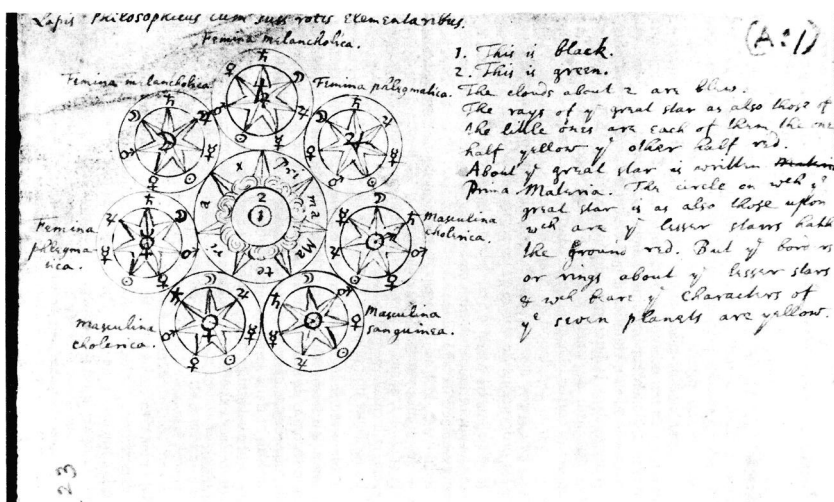


Figure 57 Diagrammes alchimiques dessinés par Newton.

<sup>360</sup> Newton entre le 5 juin 1661 au Trinity College de Cambridge, où il obtient, en 1665, le titre de bachelor of arts.

<sup>361</sup> Voir pages 325 et suivantes. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994).

<sup>362</sup> A propos de la connotation négative moderne du terme *alchimie*, nous considérons que l'alchimie du XVII<sup>e</sup> dans sa démarche est d'une certaine manière ce que aujourd'hui nous appellerions la chimie. De tout temps il y a eu une chimie pratiquée par les teinturiers, les métallurgistes ... qui se contentaient de faire, alors que les alchimistes essayaient essentiellement de comprendre et le revendiquaient. C'est sur ce que l'on doit entendre par comprendre que se modifia le projet. C'est en restreignant son ambition de saisir l'intimité de la matière que l'alchimie aux prétentions exorbitantes devint la chimie plus modeste mais aussi plus diversifiée, plus pragmatique et plus efficace finalement.

<sup>363</sup> page 8. *The Library of Isaac Newton*, (John Harrison). One of Newton's favourite and active areas of study from his early years at Trinity and continuing throughout his residence there was the field of chemistry and alchemy. Newton himself provides direct

L'alchimie possède un caractère ésotérique. Elle est transmise en partie par des allégories textuelles et graphiques. Newton n'a publié aucun texte alchimique. Il possédait un pseudonyme alchimique, *Jeova sanctus unus* anagramme de *Isaacus Newtonus* et participait sans doute à des réseaux secrets. Voici deux reproductions d'allégories réalisées par Newton lui même.

Nous n'avons pas essayé d'approfondir la fonction pratique des allégories alchimiques pour Newton. Nous indiquons que pour nous ce procédé colore la transmission de l'indication claire qu'en cette occasion le lecteur est abandonné à ses interprétations, et qu'il devra finir le chemin de la compréhension seul. Dans une allégorie l'auteur indique qu'une partie du contenu n'est pas directement transmissible par du texte. Dans le début du livre III des Principia il annonce qu'il s'est refusé d'écrire son livre dans un langage facile, pour *éviter les chicanes* ... dit-il. Les lecteurs successifs des Principia répètent la difficulté de son déchiffrement. Sans prétendre que les figures des Principia sont des énigmes délibérées, nous notons que pour le domaine de la structure fine de la matière Newton considérait que l'accès aux secrets de la nature passait par des représentations allégoriques. Ainsi Marco Panza n'hésite pas à placer les recherches de Newton sous un option mystique.

Fidèle<sup>364</sup> en sa croyance en une *prisca sapientia*, Newton visait à se présenter comme celui qui avait su redécouvrir les vérités révélées par Dieu aux hommes le lendemain de la Création.

La géométrie n'est-elle pas le code d'accès aux vérités de la philosophie naturelle ? La géométrie mais laquelle ? Panofski invoque une obsession de la circularité chez Galilée qui l'empêche de prendre en compte la proposition keplérienne d'ovalisation des orbites. Ne peut-on pas chez Newton invoquer une obsession des coniques qui fonctionnerait comme un outil prospectif mais qui l'empêcherait d'utiliser d'autres outils, le calcul leibnizien, l'algébrisation de la géométrie par Descartes ou la théorie des fluxions qu'il a lui même inventés ?

---

evidence of this interest in the late 1660s. The Fitzwilliam Notebook records the purchase by him of chemical materials and equipment in April 1669, together with Lazarus Zetzner's *Theatrum chemicum* (no. 1608) for one pound eight shillings.

<sup>364</sup> page 217. Panza Marco, *Newton*, Les Belles Lettres, Paris (2003).

### c Les dessins

Un dessin<sup>365</sup> est une forme de représentation graphique. Conformément au dictionnaire Hachette nous utiliserons le mot dessin pour désigner une production graphique dont le but est de représenter ou de suggérer une réalité matérielle. Les dessins permettent de créer de fixer des images. Dans les livres de science les dessins accrochent la théorie du côté de la réalité. On peut trouver des dessins accompagnant des comptes rendu d'expérience, ils fournissent des indications qu'il serait très long voire impossible de donner par du texte, le texte est cependant indispensable notamment pour raconter le déroulement de l'expérience. On peut aussi trouver des dessins qui renvoient à de l'invisible ainsi les tourbillons de Descartes. Dans le cas des Principia il n'y a pour ainsi dire pas de dessins.

---

<sup>365</sup> dessin n. m. Représentation d'objets, de personnages, etc. sur une surface, au crayon, à la plume, etc ... Dictionnaire Hachette

A titre d'exemple observons le dessin qui accompagne le récit de l'expérience des hémisphères de Magdebourg<sup>366</sup>. Cette gravure rend compte de la célèbre expérience réalisée en 1656 par Otto von Guericke. Le but de l'expérience est de prouver la réalité et l'importance de la pression atmosphérique. A l'aide d'une pompe à vide on aspire l'air contenu entre deux demi-sphères creuses assemblées de manière jointive. La tentative de séparation au moyen de deux équipages de 8 chevaux se révèle infructueuse. La gravure accompagne le récit de cette expérience de physique. Le dessin place l'expérience dans un contexte quotidien.

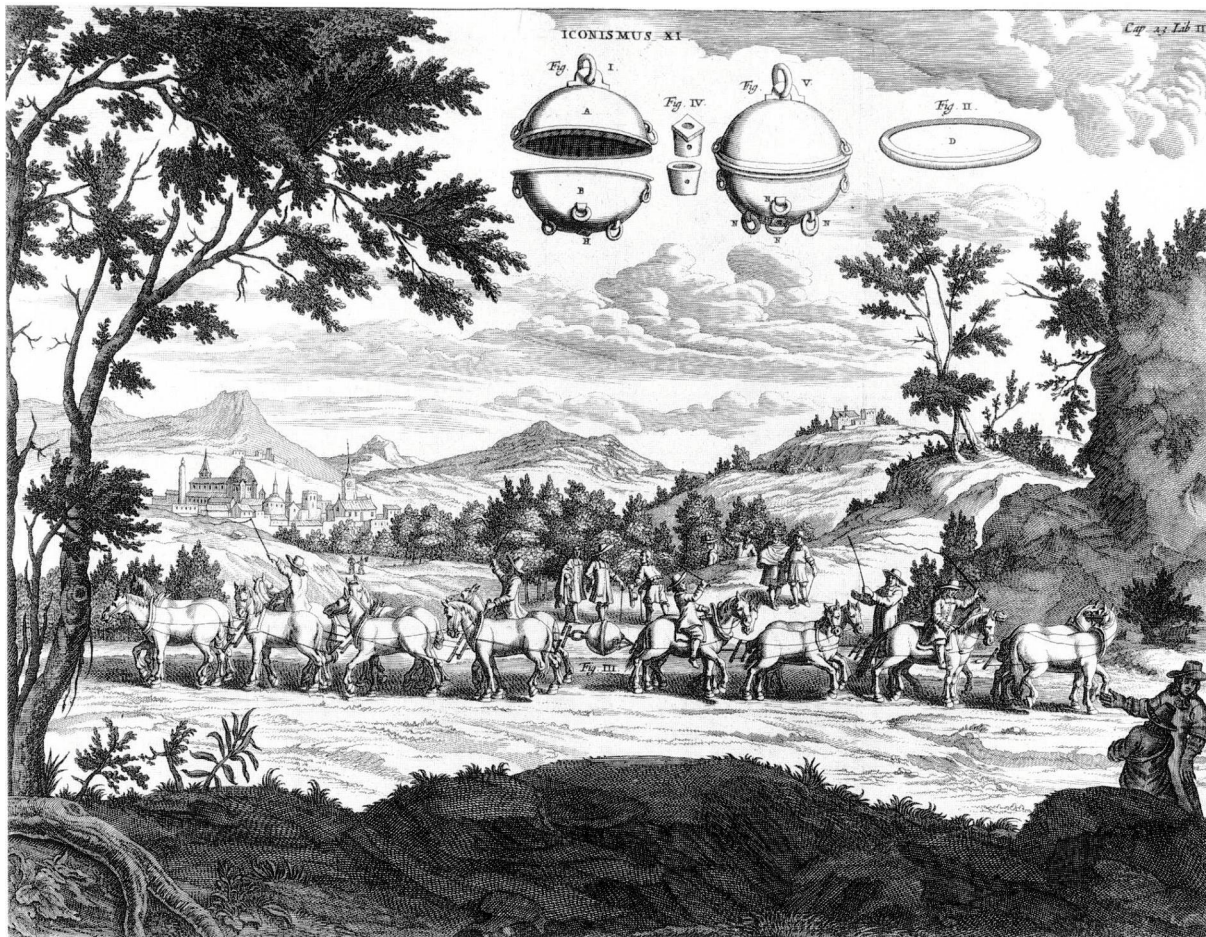


Figure 58 Les hémisphères de Magdebourg. *Experimenta nova Magdeburgica* (1673)

<sup>366</sup> cette gravure se trouve entre les pages 104 et 105 de *Experimenta nova Magdeburgica* (1673). L'image reproduite ici provient de la page 121, Ford Brian J, *Images of Science, A History of Scientific Illustration*, The British Library Londres (1992) qui est de bien meilleure qualité que celle que nous avons trouvée dans la copie du texte original.

Remarquons la qualité de la gravure. Il s'agit d'une belle gravure. L'auteur a le souci de montrer simultanément un beau document et un document fidèle aux circonstances. Nous sommes devant une œuvre graphique. Nous insistons sur la considération que cette image est un montage intentionnel, chaque élément de la gravure est la preuve d'une intention, celle de montrer au lecteur un fait significatif. Intéressons nous au contenu. L'expérience est placée dans le contexte champêtre de la vie habituelle. La ville est représentée, elle est assez proche de ce champ, les bâtiments sont précis, typiques. Nous ne l'avons pas vérifié mais il s'agit vraisemblablement de Magdebourg. Un lecteur de l'époque aurait pu sans doute y reconnaître Magdebourg. Parmi les personnages représentés il y a les expérimentateurs ostensiblement de belle condition et leurs assistants mais les deux personnages à droite sur l'avant scène sont sans doute de simples promeneurs et surgissant des buissons au centre arrivent des curieux. L'expérience est donc attestée à la fois par la réalité du lieu et par le regard savant et profane. Les instruments sont ajoutés "dans le ciel", les demi-sphères sont montrées une première fois séparées et la deuxième fois assemblées. Les éléments sont numérotés, il s'agit bien d'un rapport d'expérience et pas de l'illustration d'un livre de récits ou d'une anecdote.

On comprend l'enjeu de cette gravure, elle prouve la vérité du récit, elle autorise la reproduction et la critique, elle participe pleinement de la méthode expérimentale, certainement conforme à l'idéal de la Royal Society. Cette gravure dit explicitement que la science nouvelle parle de la réalité quotidienne au travers de faits qui nous surprennent.

Les dessins ont entre autres le projet d'enraciner la théorie dans un rapport à la réalité, les dessins sont des représentations de la réalité phénoménologique, ce que tout le monde aurait pu voir, ils ancrent la théorie dans la nature avec ses composantes inépuisables. Si les figures géométriques représentent aussi la réalité c'est avec un autre statut. Le renouveau de l'étude de la nature revendiqué à la Royal Society et dont Bacon (1561-1626) constitue un étendard, invite les savants à accumuler des données par l'observation. La méthode d'acquisition des données expérimentales est l'objet d'une

attention particulière<sup>367</sup>. Cet enregistrement des données s'accompagne souvent de dessins. Les dessins jouent au XVII<sup>e</sup> le rôle de la photographie et de la vidéo actuelle. Bon nombre de livres de philosophie naturelle comporte des dessins qui sont là pour attester de la réalité de la procédure d'acquisition des données. Même si les techniques d'imprimerie n'ont ni la facilité ni la qualité actuelles il n'en demeure pas moins que, par exemple, la *Micrographia* de Hooke et les *Philosophical Transactions*, contiennent des représentations qui aujourd'hui encore nous émerveillent par leur précision, leur qualité et qui leur confèrent même une certaine valeur esthétique.

Dans *Une Mécanique données à voir*<sup>368</sup> les auteurs du commentaire nous alertent sur les différents enjeux des représentations.

[...] il<sup>369</sup> reste certainement une étude de l'illustration de la science [...]

Ainsi dans cet ouvrage nous apprenons que Rubens a été sollicité plusieurs fois pour collaborer à des livres scientifiques qui paraissaient dans les années 1630 dans la région d'Anvers. Rubens a illustré de manière convaincante un livre : *l'Optique*(1613)<sup>370</sup>. Ce livre est déclaré par Dhombres et Radelet de Grave de somptueux avec une orientation estimée baroque. Rubens était très recherché et ne pouvait consacrer tout le temps nécessaire au travail d'illustration. Il y consacrait uniquement les dimanches et les jours de fêtes.<sup>371</sup> Les dessins étaient ensuite confiés à un graveur dont le talent devait être suffisamment avéré pour assumer l'excellence du travail de Rubens. L'époque se pose donc la question de la communication du savoir scientifique au travers des illustrations. Dans les *Principia* nous

---

<sup>367</sup> Il fallait que l'expérience factuelle décrive non « ce qui arrive dans la nature » mais ce qui « était *effectivement arrivé* dans la nature » lors d'observations menées de manière spécifique, à un moment donné et en un lieu donné, dans des circonstances spécifiques et par des personnes particulières. Seule cette spécificité donnait à l'expérience assez de fiabilité *pour fonder* l'investigation philosophique : tel était l'avis de nombreux philosophes de la nature, en Angleterre notamment mais pas seulement. Dans la mesure où les faits collectés devaient fournir les fondations sûres de la philosophie naturelle, ils ne devaient pas avoir été idéalisés ou gauchis pour mieux épouser la théorie ; les faits devaient être établis et représentés exactement tels qu'ils se présentaient d'eux-mêmes. Il ne s'agissait pas de s'intéresser à la manière dont les pierres tombent mais à la manière dont telle pierre, de taille et de forme données, était tombée tel jour selon le témoignage d'observateurs spécifiques dont les compétences et la sincérité n'étaient plus à prouver. « Dans la nature rien n'existe vraiment que des corps individuels accomplissant des actes purs individuels », disait Bacon. Il réclamait un « recueil ou une histoire naturelle particulière de tous les monstres et tous les enfantements prodigieux de la nature, en un mot, de tout [...] ce qui est nouveau, rare, inhabituel dans la nature ».

page 114. Shapin Steven, *la révolution scientifique*, Flammarion Paris (1998).

<sup>368</sup> Grégoire de Saint-Vincent, *Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624*, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008).

<sup>369</sup> Idem page 198.

<sup>370</sup> Idem page 447, biographie de Aguilon, François de(Bruxelles 1567- Anvers 1617)

<sup>371</sup> idem page 197 voir la citation en bas de page.

ne voyons aucune trace d'un soucis décoratif qui entraînerait une certaine contemplation du lecteur. Plus, nous ne voyons dessiné aucun dispositif expérimental.

Cependant lorsque Newton décrit les expériences de chute des corps du haut de l'église St Paul de Londres, nous apprenons par le texte qu'il s'agit de vessie de cochon, mais il n'y a que du texte et pas de dessin. Lorsque, 300 ans plus tard, Georges Smith nous relate ces expériences<sup>372</sup> il ne peut s'empêcher de nous fournir une vue éclatée de l'édifice. Cette vue est un élément de compréhension de l'expérience. Elle nous indique les difficultés probables et non décrites par le texte. Un dessin peut même donner des renseignements significatifs à l'insu du dessinateur. L'argument technique qui affirmerait que les techniques d'impression ne le permettraient pas, tombent immédiatement lorsque l'on consulte les *Philosophical Transactions*, ou *Micrographia* et même les *Principia* de Descartes qui sont toutes des publications antérieures. Pourquoi dans les *Principia* cette défiance aux images ? La correspondance nous renseigne peu. Certaines lettres<sup>373</sup> de Cotes à Newton contiennent des indications lapidaires concernant la réception de gravures, ainsi la lettre 844 du 4 juin 1711 : *Samedi j'ai reçu vos corrections avec les gravures* (wooden cut). Sur ce sujet les renseignements nous manquent. Qui gravait les figures géométriques contenues dans les *Principia* ? nous sommes juste sûrs par la correspondance que Newton vérifiait les figures d'après les gravures, nous savons pas d'ailleurs pas si le mot gravure renvoie aux plaques d'impression ou au résultat imprimé sur une feuille à part.

Nous pouvons comprendre la distance qu'il avait dans le projet Newtonien et Hookien et de ce fait comprendre la nécessaire distance entre les figures de *Micrographia* et des *Principia*. Nous pourrions aussi penser que Newton se plaçait dans le style des éditions scientifiques usuelles à l'époque. Nous n'avons pas réalisé d'enquête systématique sur toutes les parutions scientifiques de la fin du XVII<sup>e</sup>. Cependant observons la première page d'un livre sur une géométrie assez austère publié par Halley, un ami de Newton. En 1710 Edmund Halley ayant appris l'arabe publie en latin *Conicorum libri Quatuor* d'Apolonius de Perge. Cela souligne à la fois l'intérêt et l'accès progressif à la géométrie des anciens. A

---

<sup>372</sup> page 273. Smith George E, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001).

<sup>373</sup> Voir lettres : 805 p. 65, 844 p. 152, 931 p. 318, 956 p. 354, 989 p.400. Newton Isaac, *The correspondence of Isaac Newton*, volume 5, 1709-1713, édité par A. Rupert Hall et Laura Tilling Cambridge (1975).

propos de la typographie et des figures, nous avons quelques surprises. On y trouve des lettrines à l'ouverture de chaque chapitre et des figures géométriques très curieusement ornées de fleurs. Comme on peut le constater sur la reproduction ci dessous les lettrines sont spécifiques. Il ne semble pas que de tels embellissements auraient pu être acceptés par Newton.



*IT* conus, cuius basis circulus  $AB$ , & vertex punctum  $C$ . Si igitur æquicruris est conus; manifestò constat, lineas omnes, quæ ab ipso  $C$  ad  $AB$  circuli circumferentiam ducuntur, inter se se æquales esse. Si verò scalenus est; oporteat invenire, quæ maxima sit, & quæ minima.

**D**VCATVR à puncto  $C$  ad planum circuli  $A B$  linea perpendicularis, quæ primùm cadat intra circulum; sitque  $CD$ ; & sumatur centrum eius, quod sit  $E$ ; & iuncta  $DE$  producat in utranque partem ad puncta,  $A, B$ ; deinde  $AC, CB$  iungantur. Dico ipsam  $BC$  maximam esse, &  $AC$  minimam linearum omnium, quæ à puncto  $C$  ad circulum  $A B$  pertinent. Ducatur enim alia quædam, linea  $CE$  &  $ED$  iungatur, maior iam est

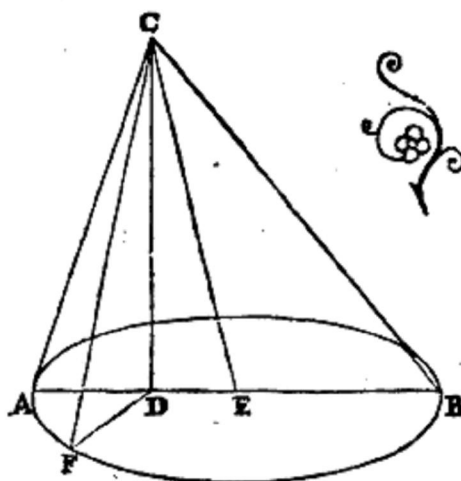


Figure 59 *Conicorum libri Quatuor* d'Apollonius de Perge publié par Halley en 1710

Nous n'avons pas trouvé dans la correspondance de renseignements sur les raisons de l'absence de dessins qui aurait pu agrémente la lecture, soutenir l'intuition du lecteur et fonder la réalité des expériences invoquées. Nous savons que pour la première édition la Royal Society finança une partie de la réalisation et que c'est Halley en personne sur ses deniers qui prit en charge le financement final. L'argument du coût est donc tenable pour la première édition<sup>374</sup>. Il ne l'est plus pour la deuxième. En effet la deuxième édition a été

<sup>374</sup> Voir page 491 et suivantes. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994). Westfall indique que la Royal Society avait le projet d'imprimer sur l'histoire des poissons contenant de nombreuses planches, le savoir technique était donc disponible.



réalisé sur l'impulsion de Richard Bentley, et ne fut pas déficitaire<sup>375</sup>. Newton dans le livre II parle peu des expérimentateurs<sup>376</sup>, autre que lui même. Il paraît donc comme hautement probable que délibérément Newton exclus des *Principia* toute reproduction de dessin. Il y a la possibilité d'arguments négatifs à cette absence, la volonté de se démarquer de la *Micrographia* de Hooke et des *Principia* de Descartes, mais il y a aussi la possibilité d'arguments positifs dans le fait que Newton pourrait estimer que s'agissant de *Principes Mathématiques* il n'y a pas à transmettre de conditions matérielles précises ni à flatter le lecteur par quoique ce soit de joli ou d'agréable à l'oeil. Par les précédentes remarques nous suggérons un caractère engagé à la reproduction exclusives de figures géométriques, il y a une intention délibérément austère et abstraite pour les représentations graphiques des *Principia*. Cette manière de ne pas agrémenter la communication scientifique est devenue une norme participant au sérieux de cette communication. Toute fois, dans les *Principia*, il y a de subtiles et infimes exceptions à cette stricte figuration géométrique. Pour l'étude de la vitesse du son et notamment son passage au travers d'un trou, Newton nous propose un dessin aux informations surabondantes et non reprises dans le texte, nous commenterons cette vignette plus loin. Cette austérité a été constaté et très subtilement amendée pour l'édition de la traduction française. Un exemple est la dernière figure du livre II, la publication française arbore un étonnant joyeux soleil avec des yeux et un sourire ce que la version originale latine ne comporte pas.

---

<sup>375</sup> Dans un appendice du tome 5 de la correspondance (page 417) Les éditeurs Hall et Tilling établissent un bilan financier de la deuxième édition. Il nous semble qu'ils concluent ce document en prenant parti pour Roger Cotes contre Richard Bentley.

"Thus Bentley's profit was at least £198, a substantial gift to him from Newton largely earned by Cotes' unpaid labour, even though Bentley seems to have been cheated."

Cette impression de mépris vis à vis de Cotes transparait aussi dans la biographie de Westfall. Voir page 782, Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994). Il nous semble qu'en cette affaire les historiens ont des difficultés à rester impassibles, et qu'ils laissent transparaître un désaveu de l'attitude peu généreuse de Bentley. Nous suggérons que leur fréquentation des manuscrits a induit chez eux un sentiment de familiarité et leur a autorisé ce jugement.

<sup>376</sup> Desaguliers pour la chute des corps du haut de l'église St Paul de Londres. Expérience 14, page 269, et aussi dans le scolie final de la huitième section page 285, de Sauveur pour la propagation des sons dans les tuyaux sonores.

## d La géométrisation du réel

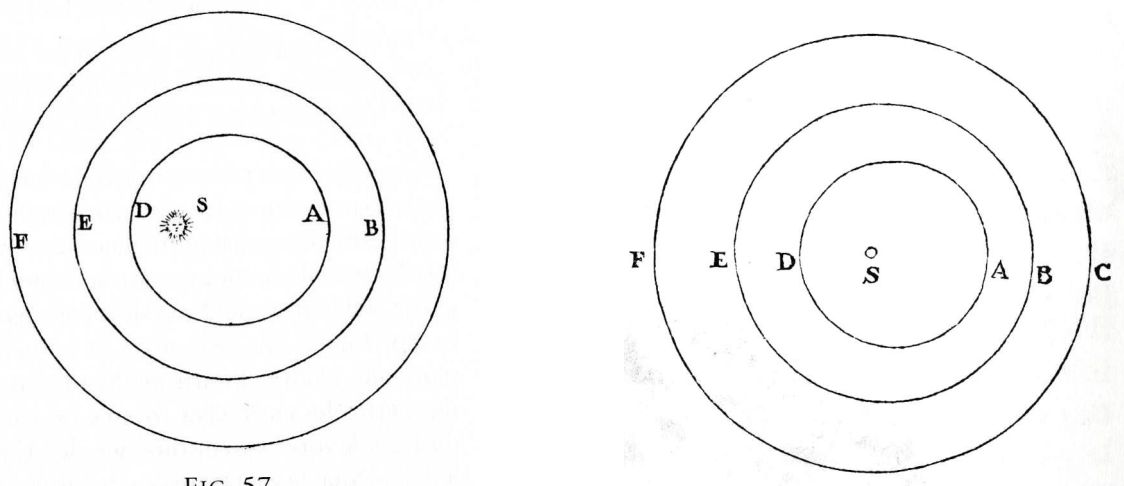


FIG. 57.

Figure 60 Dernière figure du livre 2 des Principia

A gauche figure de l'édition française à droite figure de l'édition originale latine

La géométrisation du réel n'a été pas un outil immédiatement et évidemment disponible pour l'étude du monde sublunaire. C'est le résultat d'un processus épistémologique qui a pris du temps. Une fois de plus, en cette circonstance, l'aristotélisme dogmatique doit être invoqué comme un frein. La géométrisation de la course des astres, quoique argumentée parfois comme instrumentale, sauvant les apparences, a paru rapidement aux astronomes de l'antiquité comme une nécessité. Par contre la géométrisation de l'espace des hommes a été une conquête qui ne s'est révélé très fructueuse et indispensable qu'après un processus de maturation assez diversifiée. Cette géométrisation du réel est passée par de multiples et dispersés intermédiaires parmi lesquels : la construction des fortifications, la représentation des trajectoires des boulets de canon, la mise en place de la perspective géométrique pour la représentation du réel quotidien par les peintres du quattrocento ...

Un témoignage de cette élaboration sont les thèses<sup>377</sup> soutenues en 1624 à Louvain en Belgique sous l'autorité de Grégoire S<sup>t</sup> Vincent : *Une mécanique donnée à voir*. Selon les

<sup>377</sup> Grégoire de Saint-Vincent, *Une mécanique donnée à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624*, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008).

commentateurs, Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, cette publication qui a été peu diffusé, est toute fois significative du rôle de la représentation dans l'émergence de la science nouvelle. Grégoire de S<sup>t</sup> Vincent(1584-1667) est surtout connu pour ses recherches sur les quadratures et tout spécialement celle de l'hyperbole qu'il relie à la détermination des logarithmes. En 1611, il assiste à la présentation par Galilée du *Sidereus Nuncius* au Collège romain, il est donc informé de l'évolution des pratiques scientifiques novatrices de son temps. En 1624 sous son patronage sont soutenues des thèses dans lesquelles des figures géométriques se superposent aux dessins des expériences. Il s'agit de montrer que la géométrie peut informer le réel et être un outil de compréhension. Dans les Principia il n'y aura pas de trace de ce genre de représentation. Il restera juste les figures géométriques. Notons cependant que les figures des Principia contiennent occasionnellement des allusions à la réalité qu'elles sont censées représenter. Ces signes sont cependant infimes.

La thèse comporte 20 théorèmes. Chaque théorème est illustré par une vignette. Voici le premier et le cinquième accompagnés de leur illustration.

## THÉORÈME 1

Voici notre propos. Rassembler en un abrégé les éléments d'une science, d'autant plus noble parmi les arts de la Mécanique qu'elle brigue plus secrètement dans un silence général d'acquérir une plus illustre renommée. Cette science applique une méthode géométrique à l'étude des charges qu'il s'agit de faire avancer, de traîner, d'arrêter, de faire tourner et de diriger sur un plan des arpenteurs ou sur un plan incliné par rapport à celui-ci. Pour ce faire, nous commençons par la position relative des corps qui remplissent l'Univers, et le support ingénieux qui les fait se devancer, se contourner ou se supporter les uns les autres par un mouvement interne.

N'importe quel corps de l'Univers sublunaire que la nature a doté d'un lieu s'arrête donc, et reste au repos sur son support. Lieu duquel, en pressant sur le support qui l'entoure, le centre de gravité n'est-il pas en état de se rendre en ligne droite vers le centre de l'Univers ? [...]

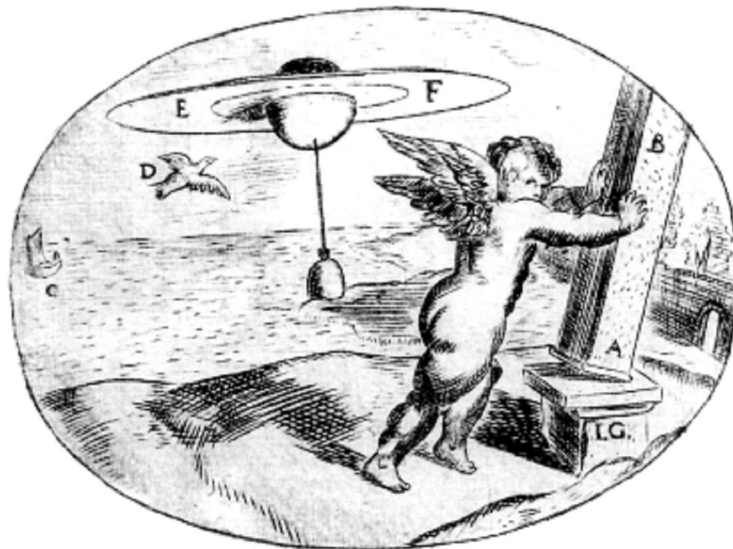


Figure 61 page 290. *Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624, par Grégoire de Saint-Vincent*, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008)

## THÉORÈME 5

En outre, ce qui dévale une pente est soumis à une double tendance : en plus de celle par laquelle il glisse vers le bas, il y a celle qui le pousse à rouler. La première est régie par la loi commune du mouvement suivant laquelle, naturellement, le repos est imposé à l'ensemble lorsque le centre du tout ne peut pas tomber, et le mouvement est imposé lorsque se fait jour la possibilité d'une chute de ce centre.

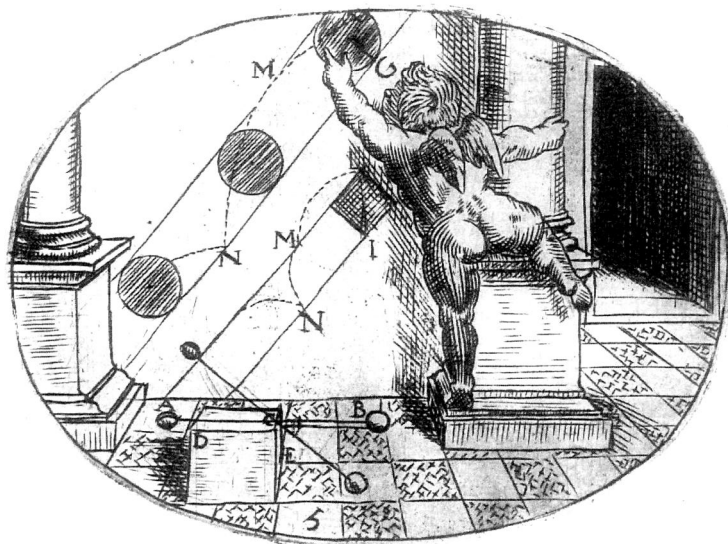


Figure 62 page 298. *Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624, par Grégoire de Saint-Vincent, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008)*

Le texte du théorème 1 montre que Grégoire de S<sup>t</sup> Vincent ne soutient pas les thèses coperniciennes. Mais cependant dans une même représentation la vignette associe le ciel et la terre. Les informations concernant Grégoire ne nous ont pas permis de savoir si cette conception est dû à une conviction authentique, à une obéissance de principe ou à une prudence diplomatique. L'appartenance à l'ordre jésuite obligeait à une certaine conformité.

On constate que les expériences sont mises en situation. Leurs représentations allient plusieurs genres, les figures géométriques sont la trace du déplacement d'un corps réel qui est aussi représenté. Les putti<sup>378</sup> ne sont pas des cupidons avec carquois ils montrent aux savants où regarder. Sur une même vignette figure plusieurs niveaux d'existence, dans la vignette du théorème 5, les colonnes, le dallage existent matériellement, le putto est imaginaire par ses ailes quoique simulant un vrai enfant, les disques hachurés et le pointillé existe en tant que trace d'un point mais surtout comme figure géométrique. Nous pouvons observer dans ces illustrations un aspect réaliste, un autre géométrique et enfin un troisième allégorique. La réalité matérielle est représentée, les colonnes sont des objets de la vie quotidienne, les pointillés indiquent le mouvement du point ils sont d'ordre géométrique, et les putti sont une allégorie de l'attention joyeuse, ils nous invitent à regarder le monde par nous même avec un regard innocent et neuf. Ils sont là pour éduquer notre regard. Dans la vignette du théorème 1, le dessin de la planète intégrée dans ce paysage dérange un peu le réalisme de l'ensemble. Contrairement aux corps terrestres, elle ne repose sur aucun support, c'est la raison de sa présence. Elle est un objet matériel qui n'a pas la propension de se diriger vers le centre de l'univers.

Cette thèse quant à la représentation constitue un genre intermédiaire entre les figures strictes des Principia et les dessins illustratifs qui fournissent une représentation du réel selon les codes et les possibilités de chaque époque.

---

<sup>378</sup> Putto (putti au pluriel) est un terme architectural italien désignant sur une façade la statue d'un nourrisson joufflu et moqueur. Il s'agit presque toujours d'un garçon et parfois d'un ange. Les putti peuvent se trouver essentiellement sur les monuments de la Renaissance italienne, en particulier sur tous les bâtiments relevant du baroque sicilien, dont ils constituent l'une des caractéristiques principales.

Le personnage du putto est inspiré de l'art de la Grèce antique, mais fut redécouvert et réutilisé au début du Quattrocento. Ce sont des anges symbolisant l'amour.

Voici deux exemples de représentation graphique du livre II des Principia, sur lesquelles des signes de la réalité sont représentés. La figure<sup>379</sup> de droite ci-dessous incluse dans la section VIII représente schématiquement un tube en U. La cylindricité du tube est évoquée par les ellipses situées sous K et M et nulle part ailleurs. Sur la figure de gauche la sphère attachée à l'extrémité du fil est représentée strictement par un cercle, sur d'autres figures ce cercle est ombré pour faire apparaître la sphéricité du corps et conférer une matérialité à la représentation.

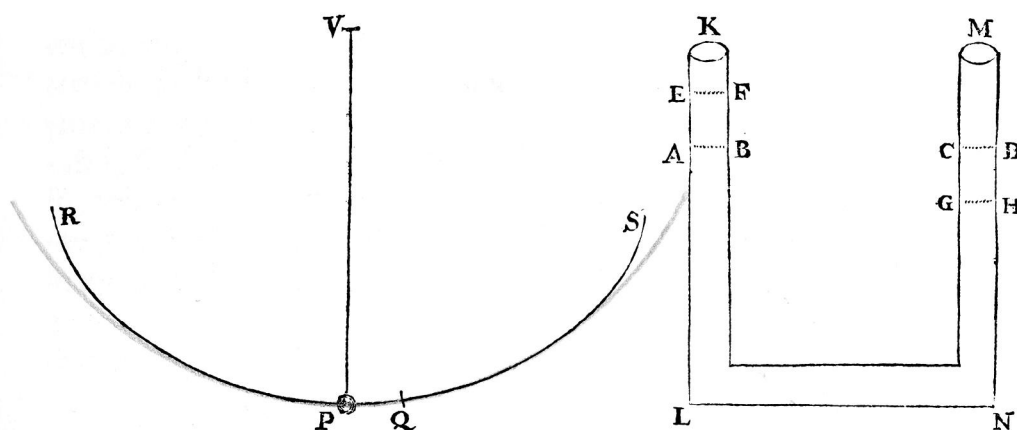


Figure 63 pendule cycloïdal et tube en U. Source : PNPM page 517

Les figures des livres I et III n'ont pas la même fonction représentative. Les figures géométriques renvoient à deux genres de réalités. Soit ce sont de strictes figures de géométrie, elles sont alors la représentation de concept, soit elle renvoie à des trajectoires de planètes qui n'ont pas d'existence matérielle. Dans le livre II nous sommes sur terre avec des objets tangibles susceptibles d'être touchés. Ici il y a vraiment un tube en U qui est modélisé par cette figure qui est représenté schématiquement mais les ellipses nous déplacent de l'abstraction pure et indiquent que l'on considère un tube réel, tube réel dans lequel toute fois le fluide ne frotera pas sur les parois et qui sera utilisé à titre d'analogie et donc en quelque sorte il s'agit d'une réalité dont on a pris quelque distance. La juxtaposition des deux figures construit visuellement l'analogie, qui est explicite dans le texte, le fluide du tube oscille comme le pendule. Il y a une théâtralisation minimale mais

<sup>379</sup> Voir page 517. Newton Isaac, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726) with variant readings.

elle n'est pas nulle. Elle permet à Newton d'induire une substitution visuelle, elle nous dit : "quand vous voyez de l'eau qui oscille dans un tube en U vous pouvez imaginer un pendule qui oscille et transporter les caractéristiques de l'un sur l'autre". La démonstration mathématique de l'analogie nous permet de nous convaincre par la raison, la juxtaposition des figures nous permet de d'incorporer cette certitude visuellement presque de la vivre.

A propos de la constitution des objets du cosmos, la découverte télescopique de Galilée du relief de la lune fut un argument de l'identité de nature des corps célestes et terrestres. Philippe Hamou dans la *Mutation de Visible* développe une étude des circonstances et des conséquences de l'usage du télescope et du microscope. On doit à Galilée et à Kepler des dessins soignés du luminaire nocturne. Ces dessins sont des éléments de preuve, ils obligent à reconsidérer notre regard. La lune cesse d'être lisse. Les dessins participent activement à la conviction du lecteur.

### e L'utilisation de la géométrie

La géométrisation de la physique a commencé par celle du cosmos. La notion de sphère cristalline a permis d'expliquer la régularité et la permanence du mouvement des astres. Cependant l'irrégularité du trajet des planètes nécessitait la considération de multiples cercles dont les centres se déplaçaient eux même sur des cercles. Les livres qui veulent expliquer le passage d'un système à l'autre soutiennent leur discours par la juxtaposition des deux figurations géométriques. La compréhension de ces figures suppose chez le lecteur la capacité d'animer une image fixe. Pour parvenir à imaginer qu'un observateur situé sur le point représentant la terre va voir des rétrogradations de planètes qui d'une certaine manière ne sont que des illusions d'optique, il faut des capacités mentales assez avancées. C'est à notre opinion la raison d'être des maquettes du système solaire.

La science nouvelle, et la géométrisation de la physique terrestre ne s'est pas faite du jour au lendemain. Sans affirmer que la publication du *De Revolutionibus*(1543) de Copernic marque une cassure nette, nous remarquons que le déplacement du centre du monde déclenche une série de réorganisations dans la manière de penser le mouvement terrestre.

Dans sa partition du monde, Aristote acceptait l'utilité de la géométrie pour la description des phénomènes célestes. Cependant De Gandt nous rappelle que Ptolémée



avait répondu aux objections concernant l'irréalité de son système avec des orbres cristallines qui aurait du s'entrechoquer.

Le<sup>380</sup> vieux Ptolémée avait répondu par avance à plusieurs de ces arguments, en invoquant la différence radicale des choses terrestres et célestes. Kepler cite et discute ce passage souvent invoqué de l'Almageste:

*Que personne ne juge trop difficile les entrelacements de cercles que nous supposons, en voyant qu'il serait très embrouillé d'en faire une imitation à la main . Car il n'est pas légitime d'égaliser notre humaine condition aux dieux immortels et de chercher une assurance concernant les choses les plus sublimes dans les exemples des choses les plus dissemblables ....*

La trahison d'Osiander<sup>381</sup> vis à vis autant de Rheticus que de Copernic est bien significative de la difficulté d'accorder un grand niveau de réalisme aux thèses coperniciennes. Il fallut encore du temps pour que Kepler s'intéresse à l'affaire et après quelques modifications confère aux thèses coperniciennes un statut de réalité matérielle. Dans cette histoire nous notons que la géométrie passe d'un rôle de figuration abstraite à celui d'une représentation de la réalité et que ce faisant elle est prête à retourner sur terre avec un nouvel engagement. Après Copernic le ciel se peuple de vrais objets et les cercles ou les ellipses qui dirigent leurs trajectoires ne sont pas les dessins commodes pour réaliser des prévisions mais acquièrent une réalité physique.

Malgré son relatif mépris de Kepler, Galilée profitera de ce mouvement de la pensée pour investir la géométrie d'une fonction de représentation déterminante. Cependant l'argument de l'inaccessibilité à l'entendement humain à certains aspects du monde sera reproduit par Galilée dans sa quête de la compréhension de la cohésion des corps. Dans la première journée du Discours, Galilée développe une étude raffinée pour expliquer l'infinité des vides contenue dans la matière.

SALV<sup>382</sup>. C'est bien là une des difficultés qui surgissent quand nous discutons, avec notre esprit fini, des choses infinies, et leur attribuons les

---

<sup>380</sup> Page 65. De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995). Traduction De Gandt.thèse pages 117 et 118

"Ptolemy, the ancient, had replied long before to several of these arguments by invoking the radical difference between things terrestrial and things celestial. Kepler cites and discusses the following, often referred-to passage from the *Almagest*'.

Let no one judge too difficult the intertwinings of circles that we assume, seeing that it would be very confusing to make a manual imitation of them. For it is not legitimate to equate our human condition to the immortal gods and to seek an assurance concerning the most sublime things from examples of things so dissimilar . . . .

<sup>381</sup> Copernic avait confié son manuscrit à Rheticus qui l'avait transmis à Osiander. Celui ci avec l'accord ni de Rheticus ni de Copernic rédigea une lettre de présentation de l'ouvrage qui le présentait comme une hypothèse. Ce qui provoqua la rage d'Osiander qui barra en rouge cette introduction sur l'exemplaire qui lui fut remis. (Robert S. Westman. Copernicus, Nicolaus." Encyclopædia Britannica 2007 Ultimate Reference)

<sup>382</sup> Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, PUF (1995), édition originale Leiden (1638).

épithètes que nous utilisons pour les choses finies et limitées ; ce qui, à mon avis, est incorrect, car j'estime que des épithètes comme « plus grand », « plus petit » et « égal » ne conviennent pas aux grandeurs infinies,

L'utilisation de la géométrie pour l'étude des phénomènes de la nature ne va pas de soi. Dans les Principia elle arrive après une évolution des méthodes. Le titre complet Principia Mathematica Philosophiae Naturalis nous décrit explicitement l'intention de Newton. Ce projet d'utiliser les mathématiques comme outil d'investigation des phénomènes naturels profite d'un investissement nouveau. Pour Newton mathématique signifie principalement géométrie et géométrie sous-entend Euclide. C'est avec l'ambition de se placer dans les pas des géomètres grecs qu'il écrit son ouvrage, toute fois il faut considérer que malgré sa revendication d'orthodoxie ses méthodes sont tout à fait novatrices au moins par ses recours à l'infini et au mouvement<sup>383</sup>.

En géométrie les dessins qui accompagnent le texte s'appellent des figures et les Principia ne contiennent pratiquement que des figures. Il semble bien que Newton inaugure un style assez austère, qui fait le pendant de son *hypotheses non fingo* vis à vis de la gravitation. Sa recherche des causes ne va pas au delà de ce qui est manifeste et géométrisable. Cependant le livre II l'oblige à inférer des existences non sensibles comme les particules qui constituent la matière.

#### f Rendre visible l'invisible.

Rendre visible l'invisible tel est l'enjeu commun de certaines figures des Principia de Descartes et aussi celui, bien que procédant d'une toute autre démarche, de la Micrografia de Hooke. La postérité n'ayant pas retenue comme pertinent aucun de ces deux projets les représentations qui les soutenaient se sont retrouvées déclassées et d'une certaine manière incomprises parfois sans réel investissement.

Delphine Bellis consacre sa thèse à déplier les différentes fonctions de la figure chez Descartes. Elle montre ainsi la pluralité des engagements des représentations selon le domaine. Pour la philosophie naturelle Descartes en arrive, après un cheminement, à proposer de représenter les parties invisibles dont est constitué la matière. Pour cela l'imagination est une fonction essentielle de l'entendement et Descartes accompagne son

texte d'une collection de représentations. Elles seront, pour Bachelard entre autres, les principales raisons du rattachement à la physique médiévale de la proposition cartésienne. Les Principia newtoniens ne contiennent aucune figure de ce genre.

#### g La maîtrise de l'infiniment petit.

Nous avons vu plus haut que Galilée considérait que le recours à l'infini dans les raisonnements présentait des difficultés conceptuelles qui obligeait à la prudence. Cependant cet inintelligibilité de la notion d'infini lui sert à justifier une certaine inintelligibilité de la cohésion des corps. La notion abstraite et spéculative d'infini possède donc un enjeu physique et c'est une procédure géométrique qui permet d'accéder et finalement de circonscrire cet abîme de la cohésion des corps relié à la présence d'une infinité de vide au sein de la matière.

---

<sup>383</sup> Voir page 224. NEITHER A CLASSICAL GEOMETRY NOR AN INFINITESIMAL CALCULUS. De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995).

L'argumentation est développée dans les *Discours*<sup>384</sup>, mais c'est à De Gandt<sup>385</sup> que nous devons d'avoir eu notre attention attirée par le raisonnement de Galilée. Il s'agit pour Galilée de proposer la possibilité de penser une infinité de vide dans un corps fini.

SALV<sup>386</sup>. [...] Puisque nous voilà dans les paradoxes, voyons s'il n'est pas possible de démontrer que dans un continu d'étendue finie puisse se trouver un nombre infini de petits vides

La démonstration repose sur la figure ci dessous qu'il faut concevoir dynamiquement.

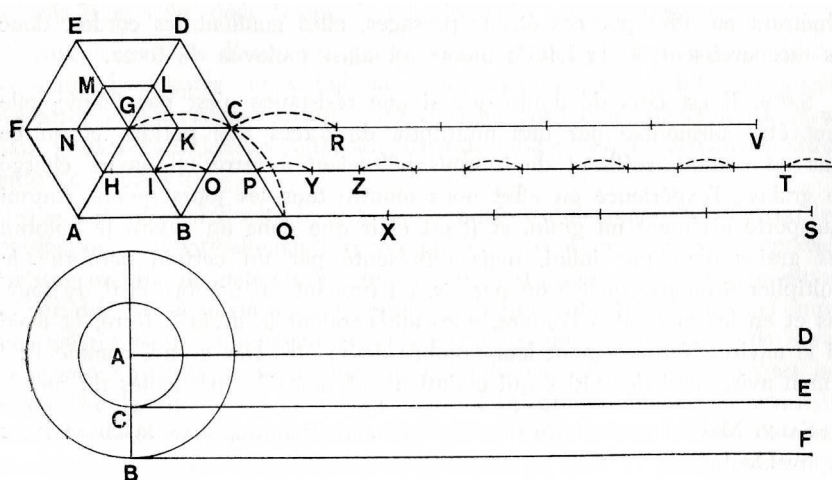


Figure 64 page 22 Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, Introduction, traduction notes et index par Maurice Clavelin, nouvelle édition PUF (1995)

L'hexagone ABCDEF roule par basculements successifs sur la droite (AS), dans cette rotation il entraîne l'hexagone HIKLMN qui roule par saut sur la droite (HT). Le contact inférieur du grand hexagone est continu tandis que celui de l'hexagone supérieur est discontinu, des vides sont ainsi créés. En augmentant le nombre de côtés on augmente le nombre de vides créés. Le cercle peut être considéré comme un polygone possédant un nombre infini de côtés et l'on se retrouve, pour le cercle supérieur, avec un nombre infini d'espaces vide répartis sur un segment de longueur finie. On assiste à un raisonnement physique qui s'appuie sur une représentation géométrique qui permet d'encadrer le paradoxe et d'une certaine manière de le neutraliser. Cependant Galilée reconnaît qu'il y a

<sup>384</sup> page 22. Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, Introduction, traduction notes et index par Maurice Clavelin, nouvelle édition PUF (1995)

<sup>385</sup> page 170. De Gandt François, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995).

paradoxe donc une limite à notre accès conceptuel. Cette limite est la conséquence de notre finitude.

Newton acceptera les raisonnements sur des quantités évanouissantes, c'est à dire infiniment petite. Pour cela il crée et développe une méthode qui constitue la section 1 du livre I. C'est la méthode des premières et dernières raisons. Cette méthode est entièrement géométrique, l'infiniment petit est maîtrisé par sa représentation géométrique qui s'appuie sur la réalité des constructions géométriques et finalement sur la continuité de la matière.

La représentation géométrique des objets matériels suppose un certain niveau d'abstraction. Cependant on doit lui reconnaître une certaine naturalité. Dire qu'une planète est une sphère n'est pas le résultat d'une procédure d'abstraction sophistiquée. Une fois acceptée cette figuration, la géométrie des sphères nécessitera un travail patient et délicat. L'explication rationnelle des saisons par le double mouvement d'une sphère dont l'axe de rotation est inclinée par rapport à son plan de translation nécessite l'apprentissage de solides outils de représentation de l'espace. Toute fois dans ses préliminaires l'explication des saisons par des arguments purement géométriques reste accessible assez naturellement. La banalité des horloges à cadran nous incite à croire que la représentation du temps présente le même genre naturalité. Mais il suffit de parcourir l'histoire pour comprendre que la maîtrise sociale puis conceptuelle de la notion de temps est le résultats d'une longue élaboration.

## 2°) La représentation du temps

### a Galilée.

Le choix du temps comme paramètre significatif de l'étude de la chute d'un corps peut être considéré comme un des apports essentiels de Galilée à la constitution de la dynamique. Dans ce choix la possibilité de représenter géométriquement l'écoulement du temps, permet d'avoir sous les yeux au même moment ce qui en fait se déroule successivement. Galilée propose donc de représenter le temps par une droite, à cela il ajoute la représentation de la vitesse dans une direction perpendiculaire. Il reste encore à interpréter les figures ainsi produites.

Nous ne reprenons pas ce qui a été dit lors dans la partie présentation de notre projet au paragraphe II] 5°). Le choix de Galilée et le fait de s'autoriser à représenter l'espace parcouru par une surface ouvre les fonctions représentatives de la géométrie et permet de traiter de manière coordonnée les informations de temps d'espace et de vitesse dans une seule figure.

#### b La loi des aires.

La représentation de la loi des aires sur la figure de la trajectoire de la planète permet à la représentation de libérer la géométrie de la contrainte de représenter le temps par une droite. La figure de Galilée était entièrement diagrammatique. La loi des aires associe sur la même figure deux genres de représentations, la trajectoire est un élément spatial représenté par une ligne élément également spatial, le temps qui n'est pas une donnée spatiale est représenté par une surface. La figure La loi des aires permet de voir le temps et de séparer en deux phases la détermination du mouvement d'une planète. On détermine d'abord la trajectoire et ensuite la loi des aires permet d'accéder par découpage en surfaces égales des différents lieux aux différents moments. Le partage de l'ellipse par un rayon issu du foyer en surfaces égales quoique facilement concevable visuellement nous semble cependant très difficile à réaliser.

#### c Dans le livre II des Principia

Dans le livre II le temps va être représenté de manières très différentes. La connaissance experte par Newton des propriétés de l'hyperbole va lui permettre de proposer comme on le verra dans l'analyse de différentes situations de multiples formes de zone pour représenter le temps.

#### 3°) La fascination euclidienne

Nous considérons que certains aspects de la compréhension possède des composantes privés qui s'enracine dans les expériences personnelles. Il nous est facile de penser que Newton possédait à propos de l'hyperbole un vécu que nous n'avons pas. Par exemple le fait de concevoir une machine à tailler des lentilles hyperboliques l'a obligatoirement amené à rendre facilement disponible pour lui des propriétés de cette courbe que nous mobilisons qu'à grand renfort de réflexion. Il est aussi possible de penser que certaines connaissances objectives ont un attachement particulier au vécu de leur

détenteur. Ces compétences particulières sont la source d'intuitions difficilement communicables. Nous avons peu de récit sur la constitution du fondement intuitif et émotionnel des stratégies de savoir de la part de savants renommés. Les découvertes scientifiques sont souvent le fruit d'intuitions peu ordinaires ensuite les savants auteurs de ces découvertes révèlent dans certains cas un attachement qui peut devenir un obstacle aux avancées ultérieures.

Pour notre part nous pouvons citer :

- ◆ Newton, mais par des récits de deuxième et de troisième main;
- ◆ Einstein<sup>387</sup> dans son autobiographie
- ◆ Heisenberg<sup>388</sup> dans *La Partie et le Tout*
- ◆ Feynman<sup>389</sup> dans *Surely you are joking Mr Feynman*.

Nous allons regarder pour la géométrie quels sont les possibles fondements de l'attachement à cet outil de savoir et de découverte.

#### a Considérations générales, la géométrie outil privilégié.

Au chapitre 13 de *Isaac Newton on mathematical certainty and method*, Niccolò Guicciardini attire notre attention sur un aspect du projet newtonien qu'il estime avoir été délaissé à la fois par les historiens de la physique et des mathématiques. Ce projet s'exprime sous la plume de Newton dans la préface de la première édition. Newton considère que la géométrie est une spécification de la mécanique. La mécanique peut être considérée elle-même sous deux aspects, la mécanique théorique et les arts mécaniques. Dans cette préface Newton n'a pas d'ambition encyclopédiste au sujet des arts mécaniques, il ne développe pas leurs différents secteurs d'activité. Il note juste que ces arts s'emploient à déplacer les corps. On peut en conclure que les arts mécaniques comporte des artisanats comme la construction des habitations, des églises, des ponts, des bateaux, des moulins etc. ... avec l'utilisation astucieuse des instruments des levages. On peut sans doute y ajouter la mécanique de précision comme l'horlogerie<sup>390</sup> et la fabrication des instruments de

<sup>387</sup> Einstein Albert, *Autoportrait*, InterEditions Paris (1980), première publication 1949.

<sup>388</sup> Heisenberg Werner, *La Partie et le Tout*, Champs Flammarion (1972). Edition allemande *Der Teil und das Ganze*, Munich (1969)

<sup>389</sup> Feynmann Richard, *Surely You're Joking Mr. Feynmann*, Bantam Book (1985).

<sup>390</sup> L'horlogerie peut être considéré comme un art décoratif et par là même accessoire, on ne voit pas d'exigence sociale forte à la précision des horaires, au XVII<sup>e</sup> siècle le rythme de la journée de travail étant essentiellement fixé par la durée de la clarté solaire et les différents office religieux annoncés par les cloches. Toute fois l'histoire nous apporte des relations inattendues. La conquête des océans et la suprématie militaire maritime nécessite la détermination précise de la longitude. Cette détermination possède un enjeu stratégique

laboratoire<sup>391</sup> parmi lesquels la lunette astronomique, le télescope<sup>392</sup>, le microscope etc. ... Il n'y a pas pour Newton d'application d'une science, la géométrie, qui se serait constituée de manière autonome et qui s'appliquerait de manière extérieure à la l'étude de la nature. La géométrie est fille de la mécanique née de l'étude de la nature par les anciens et c'est d'une manière quelque peu perverse qu'elle serait devenue autonome et comme séparée de l'étude du mouvement.

AVANT-PROPOS<sup>393</sup> DE MONSIEUR NEWTON

À LA PREMIÈRE ÉDITION DES PRINCIPES EN 1686

Les anciens partagèrent la mécanique en deux classes ; l'une théorique, qui procède par des démonstrations exactes ; l'autre pratique. De cette dernière ressortent tous les arts qu'on nomme mécanique, dont cette science a tiré sa dénomination : mais comme les artisans ont coutume d'opérer peu exactement, de là est venu qu'on a tellement distingué la mécanique de la géométrie, que tout ce qui est exact, s'est rapportée à celle-ci, et ce qui l'était moins, à la première. Cependant les erreurs que commet celui qui exerce un art, sont de l'artiste et non de l'art. Celui qui opère moins exactement est un mécanicien moins parfait, et conséquemment celui qui opérera parfaitement, sera le meilleur.

La géométrie se crée de la nécessité de corriger la maladresse des artisans. Dieu créateur et administrateur de la nature pourrait être considéré comme l'artisan parfait et donc le Géomètre. On peut illustrer ce point de vue philosophique à propos du statut de la géométrie par un récit d'une pratique personnelle de la géométrie. Ce récit est aussi un témoignage historique puisqu'il ne pourrait plus être tenu par la génération actuelle, étant

---

important puisque des erreurs de navigation peuvent entraîner la perte des navires par échouage ou par rencontre imprévue dans des conditions défavorables d'un ennemi que l'on aurait justement voulu surprendre. Cette imprécision de la localisation dans un milieu où il n'y a pas de repères solides peut donc rapidement devenir fatale. La fabrication d'horloges très fiables et insensibles aux balancements de la mer devint un enjeu technologique majeur.

<sup>391</sup> Au XVII<sup>e</sup> l'observation de la nature au moyen d'instruments plus ou moins sophistiqués est assez récente et sujette à controverses. On pense à l'utilisation de la lunette astronomique par Galilée, du microscope par Hooke mais il y a bien d'autres accessoires comme le baromètre, tous les divers récipients percés, au fond, sur le côté ... et les pendules cycloïdaux qui ne sont pas de simples boules suspendues à de simples fils. Newton évoque en passant ces accessoires, mais il n'y a pas d'investigation systématique à leur égard. Il reste fidèle à son titre de Principes Mathématiques.

<sup>392</sup> Newton est bien connu pour la fabrication par lui-même d'un télescope à réflexion, autant dire que son engagement dans la mécanique rationnelle considérée comme une spécification de la mécanique concrète est sincère et fondée sur une pratique réelle.

<sup>393</sup> Page XIX. Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

Pages 381 et 382. Newton Isaac, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999).

The ancients divided *mechanics* into two parts: the *rational*, which proceeds rigorously through demonstrations, and the *practical*. *Practical mechanics* is the subject that comprises all the manual arts, from which the subject of *mechanics* as a whole has adopted its name. But since those who practice an art do not generally work with a high degree of exactness, the whole subject of *mechanics* is distinguished from *geometry* by the attribution of exactness to *geometry* and of anything less than exactness to *mechanics*. Yet the errors do not come from the art but from those who practice the art. Anyone who works with less exactness is a more imperfect mechanic, and if anyone could work with the greatest exactness, he would be the most perfect mechanic of all.



donné que l'étude de géométrie euclidienne<sup>394</sup> fondée sur une observation de notre environnement et sur des axiomes a disparu des programmes officiels de mathématique.

Dans les années 1960, enfants, nous avions l'habitude de jouer avec un compas, inévitablement ces jeux graphiques nous conduisaient à découvrir et à contempler la rosace à six branches qui donne les points du cercle sur lesquels s'appuie l'étoile de David. Certaines rosaces se fermaient bien, d'autres étaient du point de vue de la précision imparfaites. Certains de ces enfants avaient sans doute entendu en songe le précepte newtonien. "*Cependant les erreurs que commet celui qui exerce un art, sont de l'artiste et non de l'art*". Et la question cruelle de la fermeture se posait d'elle même presque dans les termes newtoniens. Sans doute cette question ne préoccupait-elle qu'une faible proportion des apprentis dessinateurs. Il y avait par exemple la remarque que les toutes petites et les très grandes rosaces étaient toujours fausses et alors on s'en prenait au compas et l'on rêvait de la boîte de compas rutilante qui aurait été à la dimension de notre génie. Mais cependant même après un Noël généreux la question de la certitude restait : et pour le cercle de 1km et pour le cercle de 0,1mm. Alors la géométrie axiomatique, qui s'enseignait à l'époque, apportait la réponse, on pouvait savoir, on pouvait être sûr : chaque rosace ratée était à porter au débit de l'artiste.

Les rosaces sont de beaux dessins mais il y a plus. Si l'on enchaîne des rosaces à 6 branches on peut créer des réseaux d'hexagones qui sont la forme d'organisation adoptée par les abeilles pour leur habitation. On peut faire beaucoup d'autres figures qui sont des outils d'exploration des régularités du monde. La géométrie en fin de compte donne un espoir de stabilisation et de compréhension d'une partie du monde qui d'autre part se révèle extrêmement imprévisible.

#### b Einstein.

Albert Einstein (Ulm 1879-Princeton 1955) a rédigé à la demande expresse de Paul Arthur Schilpp une autobiographie. Ces notes autobiographiques destinées et publiées en 1949 au volume VII de *Library of living Philosophers* semblent avoir été rédigé en allemand puis traduites en anglais. Elles furent ensuite éditées séparément en anglais puis en français, pour

---

<sup>394</sup> Claude Slowick. (1987) Bulletin de l'APMEP. Num. 360. p. 393-395. Qui a caché la notion de verticale ?

l'édition de 1980, à laquelle nous nous référons, bilingue, français/allemand. Elles constituent un témoignage rare, précieux et intéressant à beaucoup d'égards. Pour la partie que nous citerons, il faut prendre en compte, qu'il s'agit d'un point de vue rétrospectif tardif et en quelque sorte privé qui vient après le succès pérenne. On peut considérer que dans l'esprit du prix Nobel de 1921 ces remarques constituent comme une explication fondatrice de son succès intellectuel.

J'étais encore un très jeune homme lorsque je fus frappé par la vanité des espoirs et des combats que poursuivent sans répit la plupart des hommes, tout au long de leur vie. Qui plus est, je découvrais assez tôt la cruauté de cette course acharnée que l'hypocrisie qui caractérisait l'époque de ma jeunesse, à grand renfort de mots étourdissants, réussissait à masquer beaucoup mieux qu'aujourd'hui. [...].

La première issue qui se présenta à moi, fut la religion<sup>395</sup>, inculquée à tous les enfants par les rouages de la machine d'éducation traditionnelle. C'est ainsi que — bien qu'élevé par des parents juifs non-religieux —, je devins moi-même profondément croyant; toutefois, ce sentiment religieux ne dura guère et cessa même brusquement à l'âge de douze ans. La lecture d'ouvrages de vulgarisation scientifique eût tôt fait de me (page 11) convaincre qu'une grande partie des récits bibliques ne pouvaient être vrais.

...

C'est ensuite à l'âge de douze ans que je fis l'expérience d'un autre « étonnement », d'une nature complètement différente, en lisant, à la rentrée des classes, un petit livre sur la géométrie plane euclidienne. J'y trouvai des assertions — comme, par exemple : les trois hauteurs d'un triangle se coupent en un même point —, qui bien loin d'être évidentes, pouvaient (page 16) néanmoins être démontrées avec tant de certitude que le moindre doute apparaissait comme tout à fait hors de question. Cette lucidité et cette certitude me firent une impression indescriptible. Qu'il faille accepter les axiomes sans qu'ils aient été démontrés ne me troublait nullement. De toute façon, il me suffisait de pouvoir fonder mes preuves sur des propositions dont la validité semblât tout à fait indubitable. [...] De même, il me semblait que les objets de la géométrie n'étaient en rien différents des objets de la perception sensorielle, de « ceux qui peuvent être vus et touchés ».<sup>396</sup> Cette conception primaire — qui est aussi probablement à l'origine de l'interrogation kantienne sur la possibilité de « jugements synthétiques *a priori* » — reposait de toute évidence sur le fait que la relation entre les concepts géométriques et les objets de l'expérience directe (bâtonnet rigide, intervalles finis, etc.) était inconsciemment présente. ; (page 17)

Il est significatif qu'Einstein fonde l'adhésion à la géométrie euclidienne à la racine de son intérêt pour la science. Cet intérêt est fondé deux fois, une fois pour son déroulement logique, la cohésion interne de la géométrie euclidienne, mais aussi pour son contenu d'organisation des perceptions, son rapport à l'expérience. Pour Einstein la

<sup>395</sup> Pour Newton la religion ne fut jamais remise en cause.

<sup>396</sup> Einstein remettra en cause ce réalisme de la géométrie euclidienne

géométrie euclidienne, dès son accès à la science, est une théorie physique avec des preuves expérimentales permanentes.

On retrouve ce même genre d'affirmation dans son livre de présentation de la relativité à un public de non spécialiste.

Si<sup>397</sup> maintenant, en suivant nos habitudes de penser, nous ajoutons aux propositions de la Géométrie euclidienne la seule proposition qui affirme qu'à deux points d'un corps pratiquement rigide correspond toujours la même distance (droite), quels que soient les changements de position que nous lui fassions subir, les propositions de la Géométrie euclidienne deviennent des propositions sur la position relative possible de corps pratiquement rigides. La Géométrie ainsi complétée doit être traitée comme une branche de la Physique. Et c'est avec raison que la question de la « vérité » des propositions géométriques ainsi interprétées peut maintenant être posée, car on peut se demander si ces propositions sont aussi valables pour les objets réels que nous avons coordonnés aux notions géométriques.

Il apparaît très clairement que la géométrie euclidienne est une théorie physique. C'est à dire qui parle des corps de la vie quotidienne. A propos de ces objets nous avons des connaissances qui ne sont pas discursives. Nous considérons que la connaissance des cercles par exemple a deux sources, une source théorique et une source empirique personnelle, auxquelles il faut ajouter que les cercles on les connaît aussi parce qu'on les trace soi même. A partir de combien de tracés d'hyperboles une personne va-t-elle dire "l'hyperbole je connais" ? Ou alors ne va-t-on dire "je connais l'hyperbole" que lorsque je connais son équation.

Pour un certain nombre de physiciens, la géométrie euclidienne constitue une théorie des corps matériels, même, si elle acquiert ensuite une autonomie<sup>398</sup>, son rapport à la physique n'est pas problématique. Il ne s'agit pas vraiment d'une application. La géométrie euclidienne s'est constitué par la nécessité d'établir des vérités indiscutables sur les corps matériels et la possibilité de leurs représentations à l'aide de figures.

---

<sup>397</sup> page 9. Einstein Albert, *la relativité*, Petite bibliothèque Payot, Paris (1956).

<sup>398</sup> Idem page 8.

Que nous nous sentions quand même portés à regarder les propositions de la Géométrie comme « vraies », cela est facile à expliquer. Aux notions géométriques correspondent plus ou moins exactement des objets déterminés dans la nature, qui sont indubitablement la seule cause de leur naissance. Libre à la Géométrie, pour donner à sa construction la plus grande cohésion logique possible, de ne pas en tenir compte. L'habitude, par exemple, de nous représenter une droite par deux points marqués sur un corps pratiquement rigide est profondément enracinée dans notre esprit.

Einstein dans une lettre à Besso assortit sa critique de la mécanique quantique d'une contestation à une forme d'algèbre nouvelle qui montre qu'en cette circonstance le rejet du résultat s'appuie sur un rejet équivalent des outils pour atteindre ce résultat.

La<sup>399</sup> chose la plus intéressante, livrée dernièrement par la théorie, est la théorie de Heisenberg-Born-Jordan des états quantiques. Un véritable calcul de sorcière où apparaissent des déterminants infinis (matrices) à la place des coordonnées cartésiennes. Cela est éminemment ingénieux et suffisamment protégé, par une grande complexité, envers toute preuve de fausseté.

Einstein bien que remettant en cause les concepts d'espace et de temps absolus newtoniens bien qu'étant un des initiateurs d'une utilisation de la géométrie non euclidienne en physique reste cependant un tenant d'une conception dans laquelle une géométrie certes renouvelée joue un rôle important. L'alphabet géométrique d'Einstein est nettement plus abondant que celui de Galilée ou Newton mais la géométrie reste un moyen sûr.

### c Newton

Pour Newton, à propos de sa découverte de la géométrie euclidienne nous avons des récits similaires. Pour si Einstein la géométrie euclidienne relaye et se substitue aux prétentions d'un savoir fondateur et universel de la religion, pour Newton c'est le catholicisme romain, la philosophie cartésienne et à moindre degré la scolastique qui font figure de repoussoir. Pour ses deux scientifiques, Einstein et Newton, créateur de théories physiques, la philosophie naturelle a un contenu personnel d'opposition au savoir institutionnel. Mais s'opposer au savoir institutionnel ne suffit pas, pour nos deux savants la géométrie euclidienne propose des procédures méthodologiques, ses affirmations sont fondées sur des certitudes assez claires et empiriques pour Einstein et beaucoup plus dispersées et multiples pour Newton. Pour ce dernier le ralliement à un savoir ancestral compte beaucoup, la sagesse vient d'un passé lointain et l'on peut associer sa vénération pour la géométrie euclidienne traditionnelle à son rejet de la religion officielle. Newton faisait probablement partie d'une secte arianiste dont les racines remontent au concile de

---

<sup>399</sup> Lettre 79 du 25 décembre 1925, page 216. Besso Michele, Einstein Albert, *Correspondance 1903-1955*, Hermann Paris (1972)

Das Interessanteste, was die Theorie in letzter Zeit geliefert hat ist die Heisenberg-Born-jordan'sche Theorie der Quantenzustände. Ein wahres Hexeneinmaleins in dem unendliche Determinanten (Matrizen) an die Stelle der kartesischen Koordinaten treten. Höchst geistreich und durch grosse Kompliziertheit gegen den Beweis der Unrichtigkeit hinreichend geschützt.

Nicée en 325<sup>400</sup>. Les vérités religieuses et scientifiques auraient été corrompues et il appartiendrait à des hommes d'exception de les restaurer. Pour Newton la notion de révolution n'est pas revendiquée comme faisant table rase du passé pour l'avènement d'un ordre inédit, il s'agit plus de restaurer un savoir perdu ou dénaturé que de contester une institution.

Il<sup>401</sup> n'est pas inutile d'envisager l'attitude de Newton au début des années 1670 sur l'arrière-plan de son arianisme. Il s'identifiait à Arius tout à la fois intellectuellement et émotionnellement. Il revécut les terribles luttes du IV<sup>e</sup> siècle, quand la doctrine valait plus que la charité, en arriva à regarder Athanase comme sa Némésis personnelle, et apprit à le haïr féroce. Lorsque des questions, légitimes à nos yeux, concernant sa théorie des couleurs le mirent hors de lui, il se peut que son attitude ait suivi le modèle de ce désaccord du IV<sup>e</sup> siècle. Il souhaitait à tout prix éviter la controverse. Sur la plus importante de toutes les Questions, il lui fallait éviter la controverse.

Pour nous le propos de Westfall est significatif, il associe le mode de communication scientifique de Newton à des états émotionnels. L'attribution d'états émotionnels particuliers à Newton est de toute évidence assez hypothétique, nous considérons que Westfall a suffisamment parcouru de manuscrits personnels pour qu'une ambiance se manifeste à lui et que son propos en trouve une plausibilité suffisante. L'adhésion de Newton à la géométrie euclidienne est du même ordre que son rejet du catholicisme romain et son adhésion à une version antérieure de la chrétienté. C'est plus qu'une simple adhésion scientifique. C'est sans doute la croyance de posséder le code d'accès aux vérités de la philosophie naturelle.

Panovski parle pour Galilée de la *hantise*<sup>402</sup> du cercle, le mot hantise s'associant naturellement à la peur nous proposons de parler de la *fascination du cercle*. Pour Newton nous parlerons d'une fascination pour les coniques et dans le livre 2 parmi les coniques, l'hyperbole devient une sorte de couteau suisse conceptuel. A tout propos l'hyperbole et ses propriétés seront sollicitées. Mais cette fois ci son tracé ne s'impose pas. Les hyperboles du livre 2 ne sont pas des trajectoire. L'hyperbole n'est pas la figure qu'une planète écrivait dans le ciel. Notons aussi que l'adhésion à l'outil géométrique se fait sans utilisation

<sup>400</sup> Westfall dans *Newton* expose l'évolution des conceptions religieuses de Newton.

<sup>401</sup> page 365 Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994).

<sup>402</sup> hantise n. f. 1. Vx Action de fréquenter. 2. Fig. Inquiétude obsédante. *Il a la hantise d'échouer*. © Hachette

Hantise nom féminin (de hanter) Obsession, préoccupation constante, qui provoque une forte inquiétude : *Avoir la hantise de la maladie* hanter (ancien scandinave heimta, retrouver) • Littéraire. Fréquenter habituellement un lieu, un milieu : *Hanter les salons à la mode*. • En parlant des fantômes, apparaître dans un lieu. • Occuper entièrement l'esprit : *Le désir de revoir ces paysages le hantait*. . © Larousse 2005

d'équation de courbe. Nous pouvons ranger cela sur le discrédit général et renouvelé de Descartes et particulièrement ici sur l'utilisation des coordonnées et des équations.

#### 4°) Le renouveau de la géométrie

##### a La découverte de la géométrie des anciens.

Guicciardini<sup>403</sup> signale dans le premier paragraphe de son ouvrage consacré aux méthodes mathématiques qu'en dehors de ses recherches en philosophie naturelle Newton fut un savant actif et souvent créatif dans de nombreuses branches du savoir. Cependant les mathématiques constituèrent son outil privilégié d'exploration y compris même dans ses investigations sur la chronologie biblique.

Newton fut un défenseur fervent de la géométrie traditionnelle. Son premier contact avec les *Eléments* d'Euclide n'est pas établi avec certitude<sup>404</sup>. Il est cependant certain d'après l'observation de ses cahiers qu'il étudia avec beaucoup d'entrain la *Géométrie*<sup>405</sup> de Descartes. Cette lecture passionnée ne s'accompagna pas d'une adhésion globale, et évolua vers un rejet des méthodes de Descartes et plus globalement du cartésianisme.

Nous allons dans un premier temps nous intéresser à une publication de la fin du XVI<sup>e</sup> siècle qui renouvela les pratiques géométriques pour ensuite voir la contribution de Descartes et enfin le point de vue de Newton vis à vis de l'utilisation des figures dans la géométrie.

Henk Bos considère que la publication en 1588 de la traduction en latin par Commandino de la "Collection" de Pappus marque un tournant dans les pratiques géométriques. Au paravent les débats fondés sur les commentaires des *Eléments* d'Euclide par Proclus paru en 1533 étaient restés peu concluants. La *Collection* proposait une classification des problèmes en plan, solide et "line-like" qui chacun nécessitait une classe d'outils pour leur résolution., intersection de droite et cercle, intersection de coniques, et intersection d'autres courbes. Suite à cette publication qui ne fournit cependant pas de critères d'exactitude tranchés, l'intérêt pour la construction des courbes fut relancé et des débats eurent une référence plus structurante.

---

<sup>403</sup> page 3. Guicciardini Niccolò, *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009).

<sup>404</sup> pour un récit plus détaillé voir page 131. Westfall Richard, *Newton*, Flammarion (1994).

Le point<sup>406</sup> de vue de Pappus à propos des constructions structura le débat de plusieurs manières. Premièrement, la question de la légitimité des procédures en géométrie se concentra plutôt sur la construction que sur les méthodes de preuve ou les questions d'existence. Deuxièmement, la question concernant la conformité des constructions géométriques se scinda en deux problèmes : la démarcation entre les méthodes géométriques et non-géométriques de construction et la classification des méthodes géométriques selon leur simplicité. Troisièmement, le fait que la classification des problèmes par Pappus concerne les courbes utilisées pour leur résolution entraîna un regain d'intérêt pour les courbes et les méthodes par lesquelles elles pouvaient être générées.

Des éléments de clarification étaient proposé par la *Collection*, mais un certain nombre de concepts restaient incertains. Dans les exemples fournis par l'ouvrage la nature des courbes utilisables n'était pas clairement définie. Si l'on s'en tenait au canon euclidien seuls la droite et le cercle étaient permis mais alors un certain nombre de constructions devenaient impraticables et les problèmes y recourant restaient sans solution.

Le<sup>407</sup> septième livre de la *Collection* consistait en une présentation incomplète de travaux (perdus pour la plupart et indisponibles pour le lecteur de la traduction de Commandino) qui, conformément à Pappus, avaient à voir avec la méthode suivie par les géomètres antiques : la méthode de l'analyse. En exposant ces travaux, Pappus considérait que ses lecteurs y avaient accès, son projet étant de présenter, commenter et combler le manque.

Le XVII<sup>e</sup> s'ouvrait donc sur un renouvellement des méthodes et de l'intérêt pour la résolution de problèmes géométriques. Il y avait les problèmes classiques, comme la trisection de l'angle, la quadrature du cercle ... dont les méthodes de résolution était néanmoins un sujet de controverse. Il y avait aussi tout une série de questions qui restaient à explorer de manière systématique et devenaient dans le cadre renouvelé de la philosophie naturelle importants : Le tracé des tangentes, le calcul des longueurs (la rectification), le calcul des aires ... Dans la résolution d'un problème on pouvait distinguer deux phases : l'analyse et la synthèse. L'analyse consiste dans la recherche de la réponse, la synthèse est la démonstration rigoureuse que la solution trouvée convient bien. Les outils d'analyse

<sup>405</sup> voir page 5 : Guicciardini Niccolò, *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009).

<sup>406</sup> page 57. Bos Henk J. M. , *Redefining Geometrical Exactness, Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*, Springer (2001).

Pappus' views on construction provided structure to this debate in several ways. First, the question of legitimate procedures in geometry became focused on construction rather than on methods of proof or questions of existence.<sup>46</sup> Second, the question of proper geometrical construction was split in two separate issues: the *demarcation* between geometrical and ungeometrical procedures of construction, and the *classification* of the geometrical procedures as to simplicity. Third, the fact that Pappus' classification of problems concerned the curves used in their construction led to a heightened interest in curves and the methods by which they could be generated.

<sup>407</sup> Page 33 Guicciardini Niccolò, *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009).

The seventh book of the *Collectio* consisted in an incomplete presentation of works (mostly lost and no longer available to the readers of Commandino's translation) which, according to Pappus, had to do with a method followed by the ancient geometers: the

peuvent être très différents des procédures de synthèse. La collection ne propose pas d'outils systématiques d'analyse. Plusieurs mathématiciens de l'époque dont Viète, Descartes et Newton supposaient que les anciens possédaient une méthode d'analyse. Plusieurs hypothèses avaient cours sur la raison de cette lacune. Les uns pensaient que les anciens n'avaient pas découverte de méthode d'analyse générale et performante, d'autres pensaient qu'ils l'avaient volontairement dissimulée ou encore pensaient que les documents avaient été malencontreusement perdus. Quoiqu'il en soit il fallait l'inventer ou la retrouver.

### b La proposition cartésienne.

Descartes s'inscrit dans cette recherche d'une méthode d'analyse des problèmes de géométrie. Comme un certain nombre de ses contemporains il pensait sans doute que l'algèbre était cet outil d'analyse caché, perdu ou peut-être manquant, parce que non découvert, que laissait deviner la *Collection*. Il faut remarquer cependant que son allégeance à la tradition grecque n'était pas du même ordre que celle de Newton. Guicciardini place en exergue de son troisième chapitre consacré à Descartes deux citations : l'une provient de la *Géométrie* (1637) et indique clairement que Descartes se pense comme un innovateur. La deuxième radicalise le point de vue. Descartes se considère, et d'Alembert validera cette opinion, comme un philosophe en rupture avec la tradition scolastique tissée d'aristotélisme christianisé et parfois dévoyé, mais il ne récuse pas la géométrie euclidienne.

Ce<sup>408</sup> que les anciens en ont enseigné est si peu de chose, et pour la plupart si peu croyable que je ne peux avoir aucune espérance de m'approcher de la vérité qu'en m'éloignant des chemins qu'ils ont suivis

Cette phrase est énoncée par Descartes dans un contexte différent, elle constitue une justification de la nécessité d'écrire le traité, *Les Passions de l'Âme*. Les mots passion et âme n'ont pas le sens actuel, cependant elle dénote chez son auteur une attitude critique radicale des anciens, ce que Newton ne fait pas. Nous considérons qu'il faut être assez prudent avec les considérations générales de principe. Descartes ne peut élever toute sa philosophie sans

---

method of analysis. In treating these works, Pappus assumed that his readers had access to them, his aim being that of introducing, commenting, and filling the gaps.

<sup>408</sup> Guicciardini, donne comme référence pour cette citation Descartes les passion de l'Âme (1649), p. 207. Nous avons trouvé par une recherche électronique une version originale du Traité de l'Âme qui contient bien cette phrase à l'article premier de la première partie page 2 ligne 8. L'article s'ouvre sur cette phrase : *Il n'y a rien en quoi paraissent mieux combien les sciences que nous avons des anciens sont défectueuses qu'en ce qu'ils ont écrit des passions.*



y incorporer des éléments de la tradition, de même Newton n'est pas un répétiteur strict des théories antiques.

Dans le livre I de la *Géométrie* Descartes s'attache à établir une correspondance entre les calculs algébriques et le calcul de la longueur d'un segment, ainsi au produit de  $a$  par  $b$  est associée une longueur et pas la surface du rectangle.

La méthode cartésienne de résolution exposée dans sa *Géométrie* s'articule en deux temps : l'analyse et la synthèse. Dans l'analyse le problème est supposé résolu, des lettres sont associées aux différents segments en jeu, les segments connus sont représentées par  $a$ ,  $b$ ,  $c$  etc. ... et les segments inconnues par  $x$ ,  $y$ ,  $z$  etc. ... Des relations sont exprimées en considérant les grandeurs inconnues comme les connues, jusqu'à qu'une quantité puisse être obtenue de deux manières différentes soit trouvée, ce qui constitue une équation. Si cette équation ne contient qu'une seule variable c'est alors un problème déterminé, si elle contient deux variables c'est alors un problème indéterminé. Arrivé à ce point, pour les mathématiciens du XVII<sup>e</sup> la résolution n'est pas finie. Il reste à choisir deux courbes dont l'intersection donnera la solution. Un nouveau problème se pose alors comment choisir, selon quels critères ?

C'est dans le livre II que Descartes traite la question du choix des courbes admissibles et non-admissibles comme courbes géométriques. Il rejette de la géométrie les courbes mécaniques comme la spirale d'Archimède et la quadratrice et classe les autres selon le degré de leur équation, plus le degré est élevé plus la courbe est considérée comme complexe. Le rejet des courbes mécaniques est justifié par leur imprécision puisque relevant de la mécanique combinant deux mouvements séparés dont l'un peut être rectiligne et l'autre circulaire.

La procédure cartésienne se limitait exclusivement à ce que l'on appelait l'*analyse commune*. Celle-ci n'utilisait que des équations "finies". Par contre la *nouvelle analyse*, elle, utilisait des équations infinies et s'attaquait aux problèmes des tangentes, des rayons de courbure, des quadratures et des calculs de volume.

La *Géométrie* de Descartes occasionna une restructuration indéniable des recherches en géométrie. Cependant un certain nombre de considérations devaient être reprises. Le

classement des courbes selon leur degré, la séparation entre courbes algébriques admissibles et courbes mécaniques rejetées et l'absence de considération envers les procédures contenant la notion d'infini, aussi bien les équations infinies que le recours à des grandeurs infiniment petites.

Ainsi l'étude des courbes devint un sujet important duquel allait émerger le calcul infinitésimal, outil indispensable des nouvelles prétentions de la philosophie naturelle. Les mathématiciens allaient entreprendre l'étude de courbes nouvelles à l'aide d'outils qui restaient à inventer.

Son opposition à Descartes, Newton ne s'est pas contenté de l'exprimer dans ses cahiers de notes ou en annotant rageusement les ouvrages du philosophe continental. Cette opposition s'exprime clairement dans la conclusion du livre II des Principia, cependant les commentateurs s'accordent pour considérer que Descartes fut pour Newton un point d'appui essentiel dans l'élaboration et la clarification de sa démarche.

### c La conception newtonienne

Lorsque Newton entreprend l'écriture des Principia il a 42 ans, ce n'est plus un jeune homme, il est professeur lucasien à Cambridge, il succède à ce poste à Isaac Barrow pour qui cette chaire de mathématique avait été créée. Il a donc enseigné, même si ce n'est pas beaucoup, il s'est nécessairement posé des questions du genre : que faut-il placer au début d'un cours de géométrie ? Il a déjà affronté des controverses, et il n'aime pas cela. Il a proposé une théorie des couleurs, inventé et réalisé un télescope à réflexion, il a beaucoup lu dans différents domaines, il a déjà réalisé de nombreuses découvertes en mathématiques qu'il ne veut pas publier, il pratique lui même activement l'alchimie et compile et recopie de nombreux ouvrages à ce propos, il s'intéresse à la chronologie biblique de manière suivie, il fait sans doute partie d'une secte arianiste ... Lorsque que Halley rencontre Newton en 1684 et déclenche le processus qui va conduire à l'écriture des Principia, son premier ouvrage, Newton n'est pas célèbre dans la communauté des savants, mais il n'est pas un homme neuf.

Pour les Principia Newton fournit un travail considérable mais il n'invente pas tout. Il puise dans ses recherches antérieures et en les mettant en ordres et il va sans doute beaucoup plus loin qu'il ne le croyait au départ. On peut penser que la puissance et la

fécondité des outils conceptuels, ses principes mathématiques installés pour respecter de manière un peu formelle les canons euclidiens, se révèlent à leur propre auteur. Newton dans les *Principia* découvre ses découvertes. Dans le livre II il y a quelques indications de lassitude, comme si sa proposition était susceptible de développement beaucoup plus importants, comme si Newton prenait conscience que le tourbillon conceptuel de son entreprise allait l'aspirer. Ainsi les sections 1, 2 et 3 s'enchaînent très logiquement mais se terminent alors qu'il reste du travail.

## SCHOLIE

La<sup>409</sup> résistance que les corps sphériques éprouvent dans les fluides vient en partie de la ténacité, en partie du frottement, et en partie de la densité du milieu. C'est cette partie de la résistance qui vient de la densité du fluide que nous disons être en raison doublée de la vitesse, l'autre partie qui vient de la ténacité du fluide est [page 206] uniforme ou comme le moment du temps ; il serait donc à propos de parler du mouvement des corps qui éprouvent une résistance causée en partie par une force uniforme ou en raison des moments du temps, et en partie par une force en raison doublée de la vitesse. Mais il suffit d'avoir préparé la voie à cette spéculation par les Prop. 8. et 5. et leurs Corollaires. Car dans ces Propositions on peut substituer à la place de la résistance uniforme qu'éprouve un corps qui remonte, laquelle vient de sa gravité, la résistance uniforme qui vient de la ténacité du milieu lorsque le corps se meut par la seule force qui lui a été imprimée ; et on peut ajouter cette résistance, uniforme causée par la gravité, au corps qui monte en ligne droite, et la soustraire lorsque le corps descend en ligne droite. Il serait donc temps de parler à présent du mouvement des corps qui éprouvent une résistance composée de forces qui sont en partie uniformes, en partie en raison de la vitesse, et en partie en raison doublée de cette vitesse. J'en ai posé les principes dans les Prop. 12. et 14. dans lesquelles on peut aussi substituer la résistance uniforme qui vient de la ténacité du milieu à la place de la force de la gravité, ou prendre les deux forces ensemble comme ci-dessus. Ainsi je passe à d'autres Propositions.

---

<sup>409</sup> Page 205. Newton Isaac/du Châtelet, Emilie, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

Le titre de Loup Verlet, *la Malle de Newton*<sup>410</sup> nous propose d'envisager un double mouvement de la pensée. Au même moment où Newton montre, il limite, il enferme. Pour Descartes la cage est transparente, chaque lecteur pourra y contempler le cartésianisme s'y étouffer, mais il enferme aussi et peut être à contre cœur, la cause de la gravitation, le magnétisme, la cohésion de la matière<sup>411</sup>, la

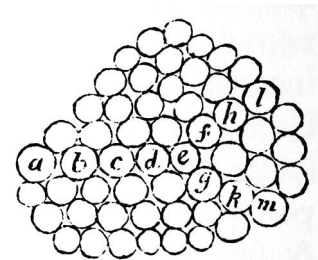


Figure 65 page 510 PNPM

forme des atomes, la nature de l'éther qui transporte la lumière. Pour la cause de la gravité la mise en réserve de son étude est explicite, mais pour les autres sujets les choses sont beaucoup moins claires. Pour les livres I et III ces autres notions ne jouent pas. Mais dans le livre II Newton est obligé de dévoiler des options. Chose très rare dans les *Principia*, pour le livre II au début de la section VIII il y a un genre de dessin<sup>412</sup>. Les boules représentant les particules de matière sont reproduites. Si l'on compare cette représentation minimale à l'abondance cartésienne on peut à nouveau pointer une opposition. Cependant en cette circonstance le dessin donne des indications. Les particules sont jointives et se poussent l'une l'autre, la pression dans les fluides est expliquée par une cause mécanique, ce qui ne sera jamais fait pour la gravitation. Cette explication n'est d'ailleurs pas satisfaisante et nous y reviendrons ailleurs. Pour l'instant notons que l'adhésion manifeste de Newton à certains aspects de la philosophie mécaniste s'exprime dans le livre II au travers d'un dessin.

Les *Principia* contiennent une proposition théorique sur l'étude du mouvement. Mais ils contiennent aussi des choix de méthode de démonstration et d'exposition. sa philosophie naturelle est soutenue par la fréquentation de problèmes de tous ordres. Même s'il ne s'agit pas d'un choix dicté par des critères strictement méthodologiques, il ne s'agit pas cependant pas d'un choix futile. D'ailleurs Newton maintiendra ce choix sur les trois éditions.

<sup>410</sup> Verlet Loup, *La Malle de Newton*, Gallimard (1993).

<sup>411</sup> Galilée n'étudie la résistance des matériaux.

<sup>412</sup> La dessin reproduit sur cette page provient de Newton Isaac, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726) with variant readings. Assembled and edited by Alexandre Koyré and I. Bernard Cohen (1972). Il est indiqué que la figure a reçu un petit changement pour la troisième édition, la mention i pour la particule entre h et k a été supprimé. Cette lettre particule i n'intervenait jamais dans le texte d'accompagnement et cette suppression n'a aucun enjeu théorique, cependant elle nous indique que les figures ont été relues. La figure, (fig 49 page 273) proposée par l'édition de Dunod ne comporte pas de lettre i, elle est petite et de mauvaise qualité graphique.

Vis à vis des figures et de la proposition géométrique d'exposition, Newton s'inscrit comme Descartes dans la recherche d'une méthode d'analyse en géométrie. Pappus avait évoqué dans sa Collection une méthode de recherche communiquée par Euclide dans trois livres perdus : les Porismes. Guicciardini<sup>413</sup> nous indique que cette question du contenu des Porismes a traversé les siècles et demeurent actives chez les historiens actuels des mathématiques. Whiteside en publiant *Mathematical Papers* a montré que Newton s'était engagé dans la période qui court de 1670 à 1690 dans une enquête visant à restaurer cette méthode perdue. Les transformations de figures par projection centrale permettent de trouver et de démontrer des résultats nouveaux, Newton réalise des recherches en géométrie projective. Son rejet de l'algèbre dans les *Principia* est riche d'une pratique géométrique effective. Il faut ajouter à cela que Newton relie très fortement la géométrie à la mécanique. Cette mécanique il l'a pratiquée, il a fabriqué des jouets dans sa jeunesse. On peut supposer une intuition qui lui permet de lire les figures géométriques d'une manière très dynamique. Quand Newton commence les *Principia* il est détenteur d'un savoir théorique et intuitif que nous n'hésitons pas à qualifier de hors du commun à propos des figures. Il y a donc l'outil théorique qui est exposé explicitement par les définitions et les lois, mais il y a aussi un savoir géométrique à la fois intuitif et conceptuel qui lui permet de voir les solutions autant que de les prouver. Pour Newton les figures sont par nature dynamiques. Le livre II présente cet intérêt que le dynamisme de la figure n'est pas celui d'une trajectoire mais celui d'une figure diagrammatique conçue comme vivante.

## 5°) Conclusion

Nous réservons le terme de représentation aux parties d'un livre qui ne sont pas du texte et qui sont imprimés dans ce que nous appelons à la suite de Dhombres des vignettes.

Le contenu de ces vignettes peut être classé sous différents genres : les figures géométriques et les dessins. Les figures géométriques ont différentes fonctions soit elles représentent des concepts géométriques soit elles représentent des situations physiques

---

<sup>413</sup> Guicciardini dans : *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009), consacre un chapitre (5.2, page 81) aux porismes. Il donne les circonstances historiques et les différents point de vue des mathématiciens dont celui de Newton sur cette question

spatiales soit elles sont des auxiliaires pour la visualisation de propriétés et nous les avons appelé alors figures diagrammatiques. Les courbes du livre II ne sont plus des trajectoires et Newton utilise largement la fonction diagrammatique. Pour le cosmos les figures représentent des trajectoires et possède donc un certain réalisme. C'est l'application des principes à un nouveau domaine qui l'amène à utiliser l'hyperbole et certaines de ses propriétés pour visualiser et ensuite proposer une synthèse des différents paramètres de la situation physique considérée. Nous avons montré la fonction de résumé et de visualisation des résultats attribuée par Newton aux figures, avec cependant un certain caractère sibyllin de cette communication.

Dans les Principia il n'y a pas de dessins. Le livre II est sur cet aspect révélateur puisque dans le cadre de l'étude du monde terrestre ceci est particulièrement étonnant. Dans bon nombre de situations (expérience de la chute libre du haut de l'église St Paul de Londres) un dessin, faciliterait l'adhésion du lecteur à la réalité des expériences, permettrait de refaire ces expériences et autoriserait une critique constructive. Cette absence s'étend à toute forme d'agrément du texte. Il n'y a dans les Principia ni frontispice, ni lettrines ni une quelconque forme de décoration.

La lecture de Frank E. Manuel nous permet de renchérir. Il ne s'agit pas d'une aversion de l'auteur pour les dessins mais bien d'une question de méthode de diffusion du savoir.

Les derniers<sup>414</sup> manuscrits de Newton sont embellis çà et là de croquis et de dessins qui révèlent une certaine sensibilité artistique : télescopes, diagrammes d'expériences optiques, symboles alchimiques du corps humain, détails anatomiques humains et animaux, une projection horizontale du Temple de Salomon. Dr. Stukeley a pertinemment souligné un intérêt précoce pour le dessin. "Sir Isaac décora toute sa pièce de ses propres dessins. Il en réalisa certains probablement copiés de gravures et d'autres, tout aussi bien dessinés, d'après nature. Ils représentent en particulier des têtes de rois, Dr.

---

d'une méthode qui aurait été contenu dans trois livres perdus d'Euclide : les Porismes.

<sup>414</sup> Newton's later manuscripts are graced here and there with sketches and drawings that reveal a measure of artistic sensitivity: there are telescopes, diagrams of optical experiments, alchemical symbols of the human body, anatomical details of men and animals, a ground plan of Solomon's Temple.<sup>10</sup> An early interest in drawing was duly noted by Dr. Stukeley. "Sir Isaac furnished his whole room with pictures of his own making, which probably he copied from prints, as well as from the life. They mention particularly several of the kings heads, Dr. Donne, and likewise his Master Stokes." From Rolf Clark, who later lodged in Newton's room, Stukeley had a description of the plenitude of Newton's creation. The whole wall was "still full of the drawings he had made upon it with charcoal, and so remained till pulled down about sixteen years ago. . . . There were birds, beasts, men, ships, and mathematical schemes, and very well designed."<sup>11</sup> The numerous passages in the Morgan notebook, written in "Old Barley," on the mixing of paints and on sketching excerpted from Bate's *Mysteries of Nature* support Dr. Stukeley's account. From Bate Newton might also have learned about nude male and female bodies, if other sources had been denied him—the 1654 edition has full-page illustrations of an Herculean man a Rubens-like woman.

Donne et également son maître Stokes". Stukeley tenait de Rolf Clark (qui logea dans la chambre de Newton) une description de l'ampleur de la création de Newton, "Le mur entier était encore couvert de ses dessins au fusain. Ils y restèrent jusqu'à ce qu'on les enlevât il y a seize ans. Il y avait des oiseaux, des animaux, des hommes, des navires, des schémas mathématiques, et tous très bien dessinés." Les nombreux passages dans le cahier Morgan, écrit en « Old Barley », concernant le mélange des peintures et la technique du croquis extraits du livre de Bate *Mysteryes of Nature* confirment le rapport de Dr. Stukeley. De Bate, Newton a pu acquérir des connaissances à propos des corps masculins et féminins dénudés s'il avait été privé d'autres sources - l'édition de 1654 contient en pleine page le dessin d'un homme herculéen et d'une femme peinte à la manière de Rubens.

Nous ne sommes pas parvenu à expliquer par la correspondance cette absence générale d'illustration que nous pensons intentionnelle dans les Principia. Nous ne sommes pas parvenu à préciser les contraintes matérielles de la publication si ce n'est, grâce à quelques mots dans la correspondance, que Newton vérifiait les gravures. Nous avons vu par des exemples pris dans d'autres parutions antérieures et contemporaines que cette manière n'était pas générale. Il nous semble que cette absence installe un modèle austère dans la communication scientifique qui a fait florès.

## **II ] Table des tableaux**

Tableau 1 les différents genres de force.....	79
Tableau 2 Déplacement d'un corps à vitesse uniforme.....	110
Tableau 3 Déplacement d'un corps soumis à une accélération uniforme. ....	111
Tableau 4 Déplacement d'un corps soumis à une accélération uniforme. Comparaison des résultats.....	112
Tableau 5. Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Données initiales.....	113
Tableau 6. Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Premier instant. ....	114
Tableau 7 Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Deuxième instant.....	114
Tableau 8 Déplacement d'un corps soumis à une seule force de résistance. Récapitulation des résultats.....	114
Tableau 9 Déplacement d'un corps soumis à la pesanteur et à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Exemple de calcul pour le premier pas de temps.....	115
Tableau 10 Déplacement d'un corps soumis à la pesanteur et à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Résultats. ....	116
Tableau 11 Corps soumis à la seule force de résistance en raison double de la vitesse. données du calcul.....	117
Tableau 12 Corps soumis à la seule force de résistance en raison double de la vitesse. résultats.....	118
Tableau 13 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Evolution spatiale.....	121
Tableau 14 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Traduction algébrique du raisonnement par proportionnalité. ....	122
Tableau 15 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. Justification par les lois et les définitions. ....	122
Tableau 16 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. premiers instants .....	124
Tableau 17 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. jusqu'à $100 \Delta t$ .....	124
Tableau 18 Suite arithmétique .....	126



Tableau 19 Construction d'une suite géométrique. ....	126
Tableau 20 Suite géométrique.....	126
Tableau 21 suites géométriques par saut. ....	130
Tableau 22 Etude analytique de la proposition I théorème I.....	141
Tableau 23 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Etat initial .....	148
Tableau 24 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Premier pas de temps. ....	149
Tableau 25 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Premiers pas de temps suite.....	149
Tableau 26 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Résultats. ....	150
Tableau 27 .....	159
Tableau 28 Justification de la proportionnalité entre $\Delta V$ et $V^2$ . ....	177
Tableau 29 Calcul de la répartition de la pression. ....	202
Tableau 30 Calcul de la répartition de la pression. ....	204
Tableau 31 Cylindre solide en rotation axiale .....	231
Tableau 32 phénomènes de propagation.....	248
Tableau 33 .....	265

### **III ] Table des figures**

Figure 1 Les étapes historiques de la genèse des Principia schéma de l'auteur .....	31
<b>Figure 2</b> chute d'un corps soumis à la pesanteur .....	50
<b>Figure 3</b> Egalité des surfaces des triangles délimités par une médiane. Figures de l'auteur..	81
<b>Figure 4</b> Egalité des surfaces des triangles de même base et dont un sommet se déplace sur une droite parallèle à la base. Figure de l'auteur .....	82
<b>Figure 5</b> corps soumis à une force centrale.....	85
Figure 6 corps soumis à une force centrale .....	86
Figure 8 représentation du temps par un rectangle.....	88
<b>Figure 9</b> corps soumis à une force centrale .....	89
Figure 10 p. 370 Galilée Dialogue.....	96
Figure 11 Galilée Dialogue page 370.....	110
Figure 12 Déplacement d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse. ....	123
Figure 13 p. 175. PMPN-Dunod.....	131
Figure 14 .....	133
Figure 15.....	134
Figure 16 Hyperbole visualisation de la relation temps et espace .....	135

Figure 17 p. 175 PMPN-Dunod.....	139
Figure 18 Tracé d'une hyperbole par les surfaces égales. ....	140
Figure 19 Proposition III PMPN-Dunod page 176.....	143
Figure 20 Chute d'un corps dans un milieu résistant (montée) .....	145
Figure 22 Chute d'un corps dans un milieu résistant signification des différentes zones... 147	147
Figure 34 p. 181 PMPN-Dunod.....	176
Figure 35 Hyperbole. Justification de la proportionnalité entre $(AB-Kk)$ et $AB^2$ .....	178
Figure 36 Paradoxe hydrostatique. ....	186
Figure 37 p. 212 PMPN-Dunod.....	192
Figure 38 Traitez de l'équilibre des liqueurs (Pascal) planche de figures à la fin de l'ouvrage. Source BNF .....	197
Figure 39 p. 214 PMPN-Dunod.....	198
Figure 40 p. 217 PMPN-Dunod.....	201
Figure 41 PMPN-Dunod page 218.....	205
Figure 42 PMPN-Dunod page 273.....	212
Figure 43 PNPM page 511 .....	217
Figure 44 DVD 150000 Cliparts Clic & Go .....	218
Figure 45 PMPN-Dunod page 277.....	225
Figure 46 Schémas de l'auteur : cylindres en rotation .....	231
Figure 47 Dunod page 294.....	235
Figure 48 PMPN-Dunod page 278.....	251
Figure 49 Passage d'une vague, figure de l'auteur .....	254
Figure 50 Propagation des ondes sonores. ....	255
Figure 51 figure de l'auteur.....	257
Figure 52 Figures de l'auteur .....	258
Figure 53 idem fig. 49 .....	259
Figure 54 figure de l'auteur à gauche, figure proposée par Cajori à droite. ....	260
Figure 55 figure de l'auteur.....	261
Figure 56 figure de l'auteur.....	261
Figure 57 Diagrammes alchimiques dessinés par Newton. ....	297
Figure 58 Les hémisphères de Magdebourg. Experimenta nova Magdeburgica (1673) .....	300
Figure 59 <i>Conicorum libri Quatuor</i> d'Apollonius de Perge publié par Halley en 1710.....	304
Figure 60 Dernière figure du livre 2 des Principia.....	306

Figure 61 page 290. <i>Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624, par Grégoire de Saint-Vincent, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008)</i> .....	308
Figure 62 page 298. <i>Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624, par Grégoire de Saint-Vincent, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008)</i> .....	309
Figure 63 pendule cycloïdal et tube en U. Source : PNPM page 517 .....	311
Figure 64 page 22 <b>Galilée</b> , <i>Discours concernant deux sciences nouvelles</i> , Introduction, traduction notes et index par Maurice Clavelin, nouvelle édition PUF (1995) .....	316
Figure 65 page 510 PNPM.....	332

#### **IV ] Table des graphiques**

graphique 1 Vitesse et lieu d'un corps soumis à une force de résistance proportionnelle à la vitesse.....	125
graphique 2 Espace parcouru en fonction du temps .....	141
graphique 3 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Les 5 premières secondes .....	151
graphique 4 Chute d'un corps dans un milieu résistant. Les 10 premières secondes.....	152

#### **V ] Index**

accélération,41, 59, 60, 64, 76, 79, 102, 108, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 119, 132, 133, 182, 200, 276	communication scientifique,293, 294, 305, 325
alchimie,18, 296, 297, 298, 330	Cotes,16, 19, 20, 23, 28, 29, 30, 75, 303, 305
Alembert,29, 34, 42, 49, 55, 58, 68, 72, 101, 186, 209, 240, 243, 247, 249, 253, 268, 279, 328, 342, 345	De Gandt,16, 22, 27, 33, 48, 49, 53, 62, 111, 133, 180, 312, 313, 314, 316, 342, 343, 344
allégorie,296, 298, 310	de Grave,96, 302, 306, 307, 308, 309, 342, 344, 345
Aristote,35, 36, 38, 96, 190, 224, 242, 252, 312, 345	De Motu,26, 36, 53
Barrow,19, 62, 63, 138, 330	définition,13, 40, 41, 45, 51, 69, 70, 71, 73, 74, 75, 94, 95, 101, 102, 137, 178, 183, 189, 191, 192, 200, 214, 215, 218, 219, 237, 238, 273
Bentley,28, 30, 305	Descartes,10, 25, 31, 33, 34, 35, 40, 51, 62, 63, 71, 72, 119, 137, 224, 227, 236, 241, 246, 252, 279, 298, 299, 303, 305, 314, 326, 327, 328, 329, 330, 332, 333, 344
choc,64, 69, 74, 77, 84, 111, 113, 147, 177, 182, 214, 215, 222, 238, 248, 262	dessin,21, 47, 54, 190, 212, 213, 216, 217, 218, 220, 224, 238, 240, 253, 299, 300, 303, 305, 310, 332
Cohen,9, 11, 16, 22, 23, 24, 43, 43, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 70, 71, 72, 75, 83, 94, 102, 126, 129, 191, 194, 198, 200, 209, 210, 212, 214, 232, 236, 242, 256, 283, 303, 320, 332, 342, 343, 344, 345	Dhombres,302, 306, 307, 342, 344, 345
Cohen et Whitmann,16	

- Dieu, 21, 36, 37, 56, 95, 228, 293, 295, 298, 320
- du Châtelet, 9, 18, 23, 24, 30, 33, 34, 45, 47, 48, 65, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 83, 85, 86, 102, 126, 128, 129, 176, 177, 181, 194, 208, 210, 232, 320, 331, 342
- Einstein, 37, 39, 76, 77, 264, 319, 321, 322, 323, 324, 342, 343, 345
- Euclide, 33, 35, 38, 44, 48, 62, 81, 82, 185, 314, 326, 333, 333, 342
- expérience, 13, 29, 46, 53, 54, 63, 83, 84, 85, 94, 99, 101, 114, 191, 193, 195, 196, 199, 206, 207, 217, 225, 227, 229, 239, 241, 243, 244, 252, 256, 267, 268, 269, 280, 295, 299, 300, 301, 302, 303, 322, 343
- Feyerabend, 41, 183, 344
- fluide, 21, 36, 37, 46, 53, 54, 60, 74, 84, 93, 94, 95, 97, 98, 101, 103, 106, 107, 117, 148, 149, 150, 175, 177, 185, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 198, 199, 200, 201, 204, 205, 206, 208, 210, 211, 212, 213, 215, 216, 218, 219, 220, 222, 223, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 236, 237, 238, 239, 256, 262, 263, 265, 272, 281, 311, 331
- Fontenelle, 42, 43
- force, 12, 13, 14, 21, 24, 36, 41, 43, 43, 46, 49, 50, 52, 53, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 89, 90, 93, 94, 95, 97, 98, 101, 102, 105, 106, 107, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 128, 129, 131, 134, 138, 139, 141, 144, 146, 147, 148, 149, 150, 176, 177, 178, 179, 181, 182, 183, 187, 190, 191, 192, 191, 195, 196, 198, 199, 200, 206, 207, 208, 209, 211, 214, 215, 218, 219, 226, 234, 237, 238, 250, 258, 262, 263, 265, 268, 276, 281, 297, 331
- force imprimée, 43, 64, 69, 71, 74, 84, 85, 106, 214, 238
- Galilée, 16, 31, 32, 35, 48, 49, 50, 56, 62, 85, 96, 102, 110, 111, 114, 121, 129, 132, 134, 136, 179, 180, 190, 220, 241, 242, 245, 246, 252, 264, 293, 294, 295, 296, 298, 307, 312, 313, 315, 316, 317, 316, 320, 324, 325, 332, 342, 343, 345, 346
- géométrie, 12, 33, 34, 35, 42, 43, 46, 47, 48, 49, 55, 62, 69, 70, 80, 83, 87, 91, 92, 93, 97, 106, 107, 119, 137, 176, 214, 225, 227, 232, 244, 245, 247, 252, 256, 293, 296, 298, 303, 307, 311, 312, 313, 314, 317, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 333, 344
- gravitation, 12, 13, 14, 16, 22, 25, 32, 37, 38, 39, 53, 57, 60, 64, 69, 71, 76, 77, 78, 84, 96, 97, 106, 107, 129, 183, 185, 189, 194, 195, 210, 213, 215, 237, 238, 240, 245, 248, 249, 314, 332, 343
- gravure, 29, 300, 301, 303
- Halley, 19, 26, 27, 43, 191, 206, 210, 303, 304, 330
- Hooke, 10, 10, 25, 27, 40, 56, 83, 102, 207, 215, 242, 252, 279, 302, 305, 314, 315, 320, 342, 345
- Huygens, 25, 62, 138
- hypothèse, 15, 26, 32, 45, 47, 48, 53, 56, 63, 77, 78, 83, 91, 95, 103, 104, 105, 106, 113, 116, 118, 122, 125, 131, 141, 175, 177, 179, 181, 189, 191, 192, 194, 195, 202, 204, 206, 208, 214, 227, 228, 229, 233, 234, 235, 237, 238, 239, 243, 244, 246, 251, 278, 281, 295, 313
- illustration, 135, 301, 302, 307
- Janiak, 12, 39, 56, 69, 70, 72, 344
- Koyré, 9, 15, 16, 15, 16, 22, 53, 94, 104, 212, 232, 242, 256, 332, 342, 344, 345
- Leibniz, 19, 25, 30, 71
- livre II, 1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 22, 24, 25, 26, 33, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 46, 47, 50, 51, 52, 53, 55, 56, 57, 70, 79, 80, 93, 95, 97, 98, 102, 104, 116, 120, 142, 182, 183, 186, 187, 210, 215, 222, 227, 228, 234, 239, 240, 241, 294, 305, 311, 314, 318, 329, 330, 331, 332, 333
- Manuel, 25, 227, 345
- matière, 13, 21, 26, 37, 38, 40, 41, 56, 67, 70, 71, 72, 73, 75, 76, 77, 102, 106, 176, 183, 185, 188, 208, 209, 211, 222, 223, 229, 233, 234, 235, 236, 238, 245, 247, 248, 249, 252, 263, 268, 271, 275, 297, 298, 313, 314, 315, 317, 332
- McMullin, 12, 56, 185, 211

- mécanique,10, 13, 15, 17, 18, 20, 21, 33, 36, 39, 47, 59, 61, 64, 67, 68, 72, 96, 96, 98, 107, 119, 121, 183, 185, 192, 202, 219, 220, 224, 235, 237, 238, 239, 241, 274, 276, 302, 306, 308, 309, 319, 320, 324, 329, 332, 333, 342, 344, 345
- mécanique des fluides,10, 39, 98
- mécanique,,18, 20, 47, 235, 276, 320, 332
- méthode des fluxions,13, 33, 47, 49, 103, 113, 176
- More,34
- Motte,23, 70, 71, 72, 75, 105, 126, 129, 342
- notebook,22, 26
- optique,18, 240, 312, 343
- Panofski,294, 295, 296, 298
- Panza,15, 298, 345
- Pemberton,20, 21, 29, 30, 343
- Philosophal Transactions,18
- pression,10, 12, 65, 67, 69, 74, 79, 94, 99, 100, 101, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 198, 199, 200, 202, 204, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 223, 237, 238, 241, 247, 262, 266, 270, 272, 273, 276, 300, 332
- Principia,1, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 43, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 61, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 69, 70, 71, 73, 77, 79, 80, 83, 93, 94, 95, 97, 100, 102, 104, 105, 107, 108, 113, 116, 128, 129, 138, 150, 177, 180, 182, 185, 185, 191, 194, 198, 210, 211, 214, 215, 218, 219, 221, 227, 236, 239, 240, 241, 242, 244, 247, 279, 283, 294, 298, 299, 302, 303, 305, 306, 307, 310, 311, 313, 314, 315, 314, 316, 318, 320, 330, 332, 333, 342, 343, 344, 345
- proportionnalité,43, 44, 43, 45, 46, 75, 86, 96, 105, 111, 122, 126, 127, 128, 129, 131, 137, 139, 177, 178, 181, 204, 205, 206, 211, 255, 264
- représentation,13, 40, 46, 66, 70, 77, 83, 87, 88, 90, 91, 92, 96, 98, 106, 127, 132, 134, 142, 144, 147, 148, 150, 205, 212, 214, 293, 294, 295, 296, 299, 306, 307, 310, 311, 313, 316, 317, 332
- représentations graphiques,294, 296, 305
- Royal Society,19, 26, 39, 40, 69, 106, 131, 138, 182, 230, 242, 268, 301, 304
- scolastique,34, 62, 102, 324, 328
- Smith,11, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 189, 198, 210, 236, 283, 303, 345
- symbole,32
- théologie,18, 19, 228, 297
- tourbillons,31, 36, 39, 40, 215, 227, 228, 234, 235, 236, 241, 299
- Truesdell,10, 10, 50, 51, 61, 228, 228, 346
- vignette,211, 212, 305, 307, 310
- vitesse,41, 43, 44, 43, 45, 46, 45, 47, 49, 50, 53, 59, 60, 63, 64, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 82, 86, 87, 88, 90, 91, 96, 98, 102, 103, 105, 106, 107, 108, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 138, 139, 141, 142, 143, 144, 145, 148, 149, 150, 151, 152, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 187, 189, 200, 221, 227, 230, 231, 232, 234, 235, 237, 238, 240, 241, 242, 244, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 258, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 270, 272, 277, 278, 279, 280, 281, 305, 317, 331, 343
- Voltaire,23, 58, 251
- Westfall,17, 18, 19, 20, 21, 22, 25, 26, 28, 29, 30, 32, 35, 56, 64, 65, 72, 99, 102, 119, 120, 241, 242, 297, 304, 305, 325, 326, 346
- Whitman,9, 23, 43, 83, 94, 102, 126, 191, 194, 200, 214, 320, 342

## **VI ] Bibliographie**

### 1°) Sources primaires

**Alembert Jean le Rond d', et Diderot Denis**, *Encyclopédie Raisonnée des Arts et des Sciences*, Paris, 1750. version CD-Rom de Redon.

**Besso Michele**, *Einstein Albert, Correspondance avec Michele Besso 1903-1955*, Hermann, Paris (1979).

**Châtelet Marquise du**, *Institutions de Physique*, Paris (1740)

**Einstein Albert**, *Einstein Albert, Correspondance avec Michele Besso 1903-1955* Hermann, Paris (1979).

**Einstein Albert**, *Conceptions scientifiques*, Champs Flammarion (1970).

**Einstein Albert/ Infeld Leopold**, *L'évolution des idées en physique*, Petite bibliothèque Payot, Paris (1981).

**Einstein Albert**, *la relativité*, Petite bibliothèque Payot, Paris (1956).

**Einstein Albert**, *Autoportrait*, InterEditions Paris (1980), première publication 1949.

**Escaig Bertrand**, *Eléments de Thermodynamique*, cours polycopié, Université de Lille I (1978).

**Euclide**, *Les Eléments, Livres de I à IV*, Introduction générale, Maurice Caveing, traduction, Bernard Vitrac, PUF (1990).

**Feynman Richard**, *Surely You're Joking Mr. Feynman*, Bantam Book (1985).

**Galilée**, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, Introduction, traduction notes et index par Maurice Clavelin, nouvelle édition PUF (1995), édition originale Leiden (1638).

**Galileo Galilei**, *Dialogue sur les Deux Grands Systèmes du Monde*, traduit de l'italien par René Fréreux avec le concours de François De Gandt, Seuil (1992).

**Galilée**, *Ecrits Coperniciens*, Livre de poche (2004). Introduction de Philippe Hamou et Marta Spranzi.

**Gilbert William**, *De magnete*, édité par P.F. Mottelay, Douvres, New York (1958). Référence par Paolo Rossi.

**Grégoire de Saint-Vincent**, *Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624*, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008).

**Heisenberg Werner**, *La Partie et le Tout*, Champs Flammarion (1972). Edition allemande *Der Teil und das Ganze*, Munich (1969)

**Hooke Robert**, *Micrographia or Some Physiological Descriptions of Minutes Bodies*, Londres (1665). Document Gallica.

**Locke John**, *Essai sur l'entendement humain* (1700), traduction Pierre Coste (1755), présentation Philippe Hamou, Librairie Générale Française, (2009).

**Newton Isaac/du Châtelet, Emilie**, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1759). réédition Dunod 2005.

**Newton Isaac**, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, The third Edition (1726) with variant readings. Assembled and edited by Alexandre Koyré and I. Bernard Cohen (1972).

**Newton Isaac**, *Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, (1999).

**Newton Isaac**, *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and His System of the World*, traduction de Andrew Motte révisée par Florian Cajori, Berkeley (1934).

**Newton Isaac**, *De la gravitation*, traduction de Biarnais Marie Françoise suivi de, du mouvement des corps, traduction de De Gandt François, présentation de De Gandt François, Gallimard, (1995).

**Newton Isaac**, *Optique*, traduction de Jean Paul Marat (1787), précédé de *La lumière aujourd'hui* par Françoise Balibar, et suivi de *Etudes sur l'optique newtonienne* par Michel Blay. Christian Bourgois Editeur (1989).

**Newton Isaac**, *The correspondence of Isaac Newton*, volume 1, 1661-1675, édité par H.W. Turnbull, Cambridge (1959).

**Newton Isaac**, *The correspondence of Isaac Newton*, volume 5, 1709-1713, éditée par A. Rupert Hall et Laura Tilling Cambridge (1975).

**Pascal Blaise**, *Traitez de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air*, Paris 1663, chez Guillaume Desprez. Document Gallica

**Pemberton Henri**, *Elémens de Philosophie Newtonienne*, Traduit de l'anglois, Amsterdam et Leipzig (1755).

**Torricelli Evangelista**, *Traité du Mouvement des Eaux*, traduction de Saporta, Bernard Barcouda. imprimeur du Roy, (1664)

**Wallis John**, *A discours concerning the measure of the Airs resistance to Bodies moved in it*, in *Phylosophical Transactions*, January, February and March (1687) pages 269-280

## 2°) Sources secondaires

**Bachelard Gaston**, *la Philosophie du Non*, Quadrige PUF 8<sup>e</sup> édition(1981), première édition (1940).

**Barbin Evelyne**, *La révolution mathématique au XVII<sup>e</sup> siècle*, Ellipse (2006).

**Barbin Evelyne**, Bénard Dominique, Boyé Anne, Friedelmeyer Jean-Pierre, Guillemot Michel, Hairault Jean-Pierre, Kouteynikoff Odile, Languereau Hombeline, Le Corre Loïc, Lefort Xavier, Lubet Jean-Pierre, Marmier Anne-Marie, Menez-Hallez Maryvonne, Verley Jean-Luc, *Histoire de Logarithmes*, IREM, ouvrage collectif, Ellipses (2006)

**Baille J.-B.** (1887) « Etude de la vitesse du son dans les tuyaux de petit diamètre » in *Journal de physique théorique et appliquée*, Volume 6, numéro 1 pages 493-506.

**Balibar Françoise**, *Galilée, Newton lus par Einstein, Espace et Relativité*, Puf (1984).

**Barberousse Anouk**, *L'expérience*, Flammarion, Paris (1999).

**Barberousse Anouk, Bonnay Denis et Cozic Mikaël**, *Précis de Philosophie des Sciences*, Vuibert (2011)

**Baudet Jean**, *Nouvel abrégé d'histoire des mathématiques*, Vuibert (2002).

**Bellis Delphine**, *Le visible et l'invisible dans la pensée cartésienne*, Thèse de doctorat, Université de Paris IV (juin 2010)

**Blay Michel**, *La Science du Mouvement des Eaux de Torricelli à Lagrange*, Belin (2007).

**Blay Michel**, *Les « Principia » de Newton*, Puf (1995).

**Blay Michel**, *Force, Continuity, and the Mathematisation of Motion at the End or the Seventeenth Century*. in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001).

**Blay Michel**, Le traitement newtonien du mouvement des projectiles dans les milieux résistants. In: *Revue d'histoire des sciences*. 1987, Tome 40 n°3-4. pp. 325-355.

**Bonnefoy Pierre**, Newton ou la mystique fondamentale, in *Fusion N°76* mai-juin 1999 pages 4 à 20.

**Bos Henk J. M.**, *Redefining Geometrical Exactness, Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*, Springer (2001).

**Chandrasekhar S.**, *Newton's Principia for the Common Reader*. Oxford University Press Inc, 1995 reprint 2005.

**Cohen I. Bernard**, *A guide to Newton's Principia*, in *Principia Mathematical Principles of Natural Philosophy*, A new translation

**De Gandt François**, *Texte de présentation de : Newton de la Gravitation suivi de Du mouvement des Corps*, Gallimard (1995).

**De Gandt François**, *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton University Press (1995). Cet ouvrage est une traduction enrichie de la thèse : *Force et géométrie (mouvement et mathématiques chez Newton)* Paris I (1987).

**Dhombres Jean**, *Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624, par Grégoire de Saint-Vincent*, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008).

**Dijksterhuis E J.** 1971 *De Mechanisering van het Wereldbeeld, 1950* (trad. it, *II Meccanicismo e l'Immagine del mondo da Talete a Newton*, Milan, Feltrinelli). Référence de Paolo Rossi à propos de Gilbert William sur le magnétisme.

**Escaig Bertrand**, *Eléments de Thermodynamique*, cours photocopié, Université de Lille I (1978).

**Feyerabend Paul**, *Contre la méthode. Esquisse d'une théorie anarchiste de la connaissance*, Point Science (1979). Edition originale : *Against method*, Londres (1975).

**Feyerabend Paul**, *Adieu la Raison*, Seuil (1989). Edition originale : *Farewell to Reason*, Londres (1987).

**Ford Brian J.**, *Images of Science, A History of Scientific Illustration*, The British Library Londres (1992).

**Freedberg David**, *The Eye of the Lynx, Galileo, his friends, and the beginnings of modern natural history*, Chicago (2002).

**Gascar Pierre**, *Buffon*, Editions Gallimard (1983).

**Guicciardini Niccolò**, *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*, MIT Press (2009).

**Guicciardini Niccolò**, *Reading the Principia*, Cambridge University Press (1999).

**Guicciardini Niccolò**, *Newton l'horloger du monde*, Pour la science, les Génies de la Science, N°17.

**Hamou Philippe**, *la mutation du visible*, tome 1, Septentrion (1999).

**Hamou Philippe**, *la mutation du visible*, tome 2, Septentrion (1999).

**Harrison John**, *The Library of Isaac Newton*, Cambridge University Press (1978).

**Hessen Boris**, *Les racines sociales et économiques des Principia de Newton*, Vuibert (2006). Contribution de Borris Hessen au II<sup>e</sup> congrès international d'histoire des sciences et des techniques de Londres de 1931. Présentation de Guérout Serge, Postface de Chilvers Christophe .

**Imbert Cyrille**, *L'opacité intrinsèque de la Nature. Théories connues, phénomènes difficiles à expliquer et limites de la science*. Thèse de doctorat Paris I (2008)

**Janiak Andrew**, *Newton as a philosopher*, Cambridge University Press (2008).

**Koyré Alexandre**, *Etudes newtoniennes*, Editions Gallimard (1968).

**Koyré Alexandre**, *Etudes galiléennes*, Hermann (1966).



**Koyré Alexandre**, *Du monde clos à l'univers infini*, traduit de l'anglais par Raissa Tarr, Gallimard (1973). Titre original : *From the closed world to the infinite universe*, Baltimore (1957).

**Koyré Alexandre**, *Galilée critique d'art*, de Panofsky Erwin, suivi de : *Attitude esthétique et pensée scientifique*, de Koyré Alexandre. Les impressions nouvelles (1992) traduction remaniée de Galileo as a Critic of the Arts (1954).

**Mamiani M**, *Introduzione a Newton*, Rome-Bari, Laterza (1990) (cité par Paolo Rossi)

**Manuel Frank E.** ; *A Portrait of Isaac Newton*, Da Capo Paperback (1968).

**Maury Jean-Pierre**, *A l'origine de la recherche scientifique Mersenne*, Paris Vuibert (2003).

**Maitte Bernard**, *La lumière*, Edition du Seuil (1981).

**McMullin Ernan**, *Newton on Matter and Activity*, Londres (1978).

**Monnier Emmanuel et Ilife Robert**, *La fin amère du Dr Hooke*, pages 4-14, in Cahiers de Science et Vie, N°56 avril 2000, l'Origine des Equations.

**Naux Ch**, *L'Opus geometricum de Grégoire de Saint-Vincent*. In: Revue d'histoire des sciences et de leurs applications. (1962), Tome 15 n°2. pp. 93-104.

**Nordon Marcel**, *Histoire de l'Hydraulique*, Tome 1 et Tome 2 Masson (1992).

**Panofsky Erwin**, *Galilée critique d'art*, suivi de : *Attitude esthétique et pensée scientifique*, Koyré Alexandre. Les impressions nouvelles (1992) traduction remaniée de Galileo as a Critic of the Arts (1954).

**Panza Marco**, *The twofold role of diagrams in Euclid's plane geometry*. Synthèse, (2012), 186 (1), pp. 55-102.

**Panza Marco**, *Newton et les origines de l'analyse : 1664-1666*, Blanchard (2005).

**Panza Marco**, *Newton*, Les Belles Lettres, Paris (2003).

**Panza Marco**, *La révolution scientifique, les révolutions, et l'histoire des sciences. Comment Ernest Coumet nous a libérés de l'héritage d'Alexandre Koyré*. Revue de Synthèse, (2001), 122, 4th ser., pp. 411-423.

**Panza Marco, Salanski Jean-Michel**, *l'objectivité mathématique, Platonisme et structures formelles*, Masson (1995).

**Paty Michel**, *D'Alembert*, Les Belles Lettres, Paris (1998).

**Radelet de Grave Patricia**, *Une mécanique données à voir, Les thèses illustrées et défendues à Louvain en juillet 1624*, présentées et commentées par Dhombres Jean et Radelet de Grave Patricia, Brepols (2008).

**Rouse Hunter et Ince Simon**, *History of Hydraulics*<sup>415</sup>, Dover Publications, Inc. New-York (1963)

**Rouse Hunter**, *Elementary Mechanics of Fluids*, Dover Publications, Inc. New-York (1946)

**Shapin Steven**, *la révolution scientifique*, Flammarion Paris (1998), Titre original : *The Scientific Revolution*, Chicago (1996)

**Signore Robert**, *L'histoire de la chute des corps, d'Aristote à Einstein*, Vuibert (octobre 2008)

**Simon Gérard**, *Kepler astronome astrologue*, Gallimard (1979)

**Smith George E**, *The Newtonian Style in Book II of the Principia*, in Isaac Newton's Natural Philosophy, édité par Jed Z. Buchwald et Bernard Cohen, M.I.T. (2001).

---

<sup>415</sup> unabridged adjective intégral; the unabridged version of the book le texte intégral du livre.

**Sobel Dava**, *La fille de Galilée*, Editions Odile Jacob (2001), traduit de l'anglais par Christian Cler.

**Truesdell Clifford**, *Rational fluid mechanics 1687-1765*, Euleri Opera Omnia série II volume 12, (1954).

**Vergnioux Alain**, *L'explication dans les sciences*, Editions De Boeck Université (2003).

**Verlet Loup**, *La Malle de Newton*, Gallimard (1993).

**Vigoureux Jean-Marie**, *Les Pomes de Newton*, Diderot Multimédiat (1997).

**Westfall Richard**, *The Construction of Modern Science*, Cambridge University Press (1971).

**Westfall Richard**, *Newton*, Flammarion (1994), titre original : *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* Cambridge (1980).

**Westfall Richard**, *Force in Newton's physics, The Science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Londres (1971).

**Titre :** Le livre II des Principia de Newton. Les Principes à l'épreuve de leur passage sur terre.

**Résumé :** Le livre : Principia Mathematica Philosophiae Naturalis (1687) de Isaac Newton constitue pour la science moderne un texte fondateur. Le corps de cet ouvrage est constitué de trois parties principales appelées livres. Parmi ces trois livres, les livres I et III consacrés principalement à l'étude du cosmos ont fait l'objet de nombreuses études. Le livre II consacré à l'étude de la résistance au mouvement des milieux fluides a été quelque peu délaissé et même dévalorisé par l'historiographie. Dans le livre II Newton détourne son regard du ciel et le porte sur la terre. L'étude de cette partie des Principia nous permet de : revisiter et d'approfondir le concept newtonien de force, de découvrir l'usage de la notion de pression, de préciser le rôle de la géométrie euclidienne. Pour la géométrie nous avons été particulièrement attentif aux différentes fonctions des figures. Nous avons travaillé à partir de plusieurs traductions, principalement celle de la Marquise du Châtelet de 1759 et de celle plus récente de Cohen et Whitman. Nos référents essentiels sont : Blay, Cohen, De Gand, Janiak, Koyré, McMullin, Smith et Westfall.

**Mots Clés :** Mécanique, fluide, force, matière, figure, représentation, géométrie, Newton, Principia, philosophie naturelle.

**Title :** Book II of Newton's Principia. Principles put to the test when applied to earth.

**Summary :** Book : Isaac Newton's Principia Mathematica Philosophiae Naturalis (1687) represents a fundamental text for modern science. The body of that work is in three major parts called books. Among these three books, I and III are primarily dedicated to the study of the cosmos and have been the object of numerous studies. Book II is dedicated to the study of resistance to movement of fluid environments and has been somewhat ignored and even devalued by historiography. In book II Newton turns away from the sky and looks down at earth. The study of that part of Principia allows us to revisit and deepen our knowledge of the newtonian concept of force, to discover and learn how to use the concept of pressure, and to clarify the role of euclidean geometry. As for geometry, we have paid special attention to the different functions of figures. We have worked with several translations, primarily Marquise du Chatelet 1759's translation, and the more recent one by Cohen and Whitman. Our essential references are Blay, Cohen, De Gand, Janiak, Koyre, McMullin, Smith and Wesfall.

**Key words :** mechanics, fluids, force, matter, figure, representation, geometry, Newton, Principia, natural philosophy

**Discipline :** philosophie

**Equipe d'accueil :**

**Ecole doctorale :** Science de l'Homme et de la Société