



**HAL**  
open science

# Modélisation numérique de l'interaction d'un écoulement de fluide viscoplastique avec un obstacle rigide par la méthode SPH : Application aux laves torrentielles

Mathieu Labbé

## ► To cite this version:

Mathieu Labbé. Modélisation numérique de l'interaction d'un écoulement de fluide viscoplastique avec un obstacle rigide par la méthode SPH : Application aux laves torrentielles. Sciences de la Terre. Université Grenoble Alpes, 2015. Français. NNT : 2015GREAU001 . tel-01147458

**HAL Id: tel-01147458**

**<https://theses.hal.science/tel-01147458>**

Submitted on 30 Apr 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Sciences de la Terre et de l'Univers et de l'Environnement**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Mathieu LABBÉ**

Thèse dirigée par **Dominique LAIGLE**  
et codirigée par **Pierre SARAMITO**

préparée au sein d'Irstea, Centre de Grenoble  
et de l'École doctorale Terre, Univers, Environnement

## Modélisation numérique de l'interaction d'un écoulement de fluide viscoplastique avec un obstacle rigide par la méthode SPH.

Application aux laves torrentielles.

Thèse soutenue publiquement le **20 mars 2015**,  
devant le jury composé de :

**Chantal STAQUET**

Professeur des universités, LEGI, Grenoble, Présidente

**Hélène HÉBERT**

Ingénieur-chercheur, HDR, CEA DAM/DIF/DASE/LDG, Arpajon, Rapporteur

**Luc OGER**

Directeur de Recherche CNRS, HDR, Institut de Physique de Rennes, Rapporteur

**Jean-Paul VILA**

Professeur des universités, Insa de Toulouse, Examineur

**Dominique LAIGLE**

Ingénieur-chercheur (ICPEF), HDR, Irstea centre de Grenoble, Directeur de thèse

**Pierre SARAMITO**

Directeur de Recherche CNRS, HDR, Laboratoire Jean Kuntzmann, Grenoble, Co-Directeur de thèse





Modélisation numérique de l'interaction d'un  
écoulement de fluide viscoplastique avec un  
obstacle rigide par la méthode SPH.  
Application aux laves torrentielles.

Mathieu LABBÉ

20 mars 2015



## Remerciements

Mes premiers remerciements vont à Dominique et Pierre, mes directeurs de thèse. Pour leurs conseils, leurs remarques, et particulièrement pour le soutien de Dominique au cours des derniers mois, qui m'a permis de finir cette thèse après un gros passage à vide.

Merci aussi à Hélène Hébert et Luc Oger pour leur travail de rapporteurs, à Chantal Staquet pour avoir présidé le jury, et à Jean-Paul Vila qui a accepté d'être examinateur.

Je n'oublierai pas la bonne ambiance qui règne entre les collègues à Irstea (qui était encore le Cemagref quand je suis arrivé). Merci notamment à Thierry et Guillaume pour les échanges et les conseils.

Je n'oublie pas non plus la fine équipe : Philomène ma compagne de galère pendant la rédaction, Pauline, Sandrine, Joshua, Paolo, Adeline, Caroline, Pascal, Evgeny et les autres « anciens »... Mais aussi la relève : Coraline, Raphaël et Gaëtan, Guillaume, Lingran, et tous les autres. Un petit clin d'œil aussi à Christian et Fred de l'atelier pour les pauses café. Je me souviendrai longtemps des délires au CTP, des pique-niques, barbecues, soirées, des randos et des sorties de terrain...

Merci à mes parents, qui ont traversé la France pour venir voir leur fiston soutenir sa thèse. Leur fierté est une des plus belles récompenses.

Enfin merci à Claude qui m'a accompagné dans les bons moments comme les mauvais.



## Résumé

Dans le présent travail, nous étudions l'impact sur un obstacle rigide d'un écoulement transitoire à surface libre de fluide viscoplastique. Cette étude est conduite numériquement à l'aide de la méthode SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), en y intégrant le modèle rhéologique de Herschel-Bulkley. Le code employé est adapté à nos besoins et validé sur des cas test classiques. Les caractéristiques locales de l'écoulement à proximité de l'obstacle sont analysées et deux régimes d'impact sont mis en évidence en fonction de la pente d'écoulement. L'étude des pressions exercées sur l'obstacle, conduite spatialement et temporellement en fonction de ces régimes d'impact, nous permet de mettre en évidence les rôles respectifs des composantes gravitationnelle et cinétique de la pression. Nos résultats sont comparés systématiquement à des résultats expérimentaux issus de travaux précédents et sont cohérents avec ces derniers. Une étude comparative de nos écoulements de fluide viscoplastique avec des écoulements de matériau granulaires de propriétés similaires nous conduit à mettre en évidence des caractéristiques communes entre les deux matériaux.

## Abstract

In this work, we study the impact of a transient free-surface flow of viscoplastic fluid on a rigid obstacle. This study is conducted numerically using the SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) method, and the Herschel-Bulkley rheological model. The SPH code is adapted to our needs and validated on classic benchmarks. The local characteristics of the flow near the obstacle are analysed and two impact regimes are highlighted depending on the slope angle. By studying of the pressure exerted on the obstacle, both spatially and temporally, with regards to these impact regimes, we evidence the respective roles of the gravitational and kinetic components of the pressure. Our results are systematically compared with experimental data from a previous work and are shown to be consistent. A comparative study conducted on both our viscoplastic flows and flows of granular material of similar properties highlights common characteristics of the two materials.





# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>11</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>13</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>17</b>
1.1 Caractéristiques des laves torrentielles et des coulées de boue . . . .	17
1.2 Modèles rhéologiques . . . . .	19
1.2.1 Modèle frictionnel pour les laves torrentielles granulaires . .	20
1.2.2 Modèle viscoplastique pour les laves torrentielles à matrice boueuse . . . . .	21
1.3 Objectifs du présent travail . . . . .	22
1.3.1 Objectifs opérationnels . . . . .	22
1.3.2 Objectifs scientifiques . . . . .	23
1.4 Quelle stratégie de modélisation ? . . . . .	24
1.4.1 Modèles de type « Shallow water » . . . . .	24
1.4.2 Méthodes avec maillage . . . . .	25
1.4.3 Méthodes sans maillage . . . . .	26
1.5 Plan de l'étude . . . . .	27
<b>2 The SPH method: implementation and suitability</b>	<b>29</b>
2.1 A brief history of SPH . . . . .	30
2.2 Principles of SPH . . . . .	30
2.2.1 Discretization and kernel function . . . . .	30
2.2.2 SPH implementation of the Navier-Stokes equations . . . . .	31
2.2.3 Computation of the pressure . . . . .	32
2.3 Modelling Herschel-Bulkley fluids in SPH . . . . .	33
2.3.1 Implementation of the rheological model . . . . .	33
2.3.2 Viscosity ceiling $\eta_{max}$ . . . . .	33
2.4 Implementation and features of our code . . . . .	34
2.4.1 Boundary conditions . . . . .	34
2.4.2 Time-stepping algorithm . . . . .	35

2.4.3	Pressure field smoothing . . . . .	36
2.4.4	Virtual sensors and profiles . . . . .	37
2.4.5	Particle insertion . . . . .	38
2.5	Validation . . . . .	39
2.5.1	Dam Break . . . . .	39
2.5.2	Free-surface flow of a Herschel-Bulkley fluid . . . . .	43
2.6	Conclusion . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Expériences numériques</b>	<b>47</b>
3.1	Domaine et paramètres de simulation . . . . .	47
3.1.1	Première série : Essais de calage sur les expériences . . . . .	50
3.1.2	Deuxième série : simulations indépendantes . . . . .	51
3.2	Caractéristiques locales des écoulements . . . . .	51
3.2.1	Mise en évidence de deux régimes d'impact . . . . .	51
3.2.2	Longueur de la zone morte . . . . .	57
3.2.3	Comparaison des champs de vitesse simulés et expérimentaux, en régime de zone morte . . . . .	59
3.3	Évolution de la pression sur l'obstacle . . . . .	68
3.4	Conclusion . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Étude de la pression exercée sur l'obstacle</b>	<b>73</b>
4.1	Convergence des valeurs de la pression . . . . .	74
4.1.1	Étude de convergence . . . . .	74
4.1.2	Extrapolation des valeurs de pression . . . . .	83
4.2	Pression maximale exercée sur l'obstacle . . . . .	84
4.2.1	Évolution des pressions simulées en fonction du nombre de Froude . . . . .	84
4.2.2	Correction des valeurs . . . . .	86
4.2.3	Comparaison aux valeurs expérimentales . . . . .	88
4.3	Composantes cinétique et gravitationnelle . . . . .	90
4.3.1	Expression mathématique des composantes . . . . .	90
4.3.2	Étude des rapports $P_{max,global}/P_g$ et $P_{max,global}/P_{kin}$ . . . . .	91
4.3.3	Pression du pic et pression du plateau . . . . .	93
4.4	Distribution spatiale de la pression . . . . .	96
4.5	Conclusion . . . . .	103
<b>5</b>	<b>Comparaison numérique de l'impact d'écoulements à surface libre de grains et de fluides viscoplastiques en surverse au-dessus d'un obstacle rigide</b>	<b>105</b>

<b>6 Conclusion et perspectives</b>	<b>141</b>
6.1 Conclusion . . . . .	141
6.2 Perspectives . . . . .	145
<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>



# Table des figures

1.1	Schéma d'une lave torrentielle typique . . . . .	19
2.1	SPH kernel . . . . .	31
2.2	Boundary conditions . . . . .	35
2.3	Particle insertion . . . . .	38
2.4	Experimental setup of the dam break benchmark . . . . .	39
2.5	Water height measured by the two water depth probes . . . . .	41
2.6	Pressure measured by sensor $P$ on the impact plate . . . . .	42
2.7	Velocity profile of a free-surface flow of H-B fluid . . . . .	44
3.1	Schéma du canal expérimental utilisé par Tiberghien [2007]. . . . .	48
3.2	Instantané d'une simulation réalisée avec le canal virtuel. . . . .	49
3.3	Champs de vitesse pour $\theta = 4^\circ$ . . . . .	53
3.4	Champs de vitesse pour $\theta = 7^\circ$ . . . . .	54
3.5	Champs de vitesse pour $\theta = 8^\circ$ . . . . .	55
3.6	Champs de vitesse pour $\theta = 12^\circ$ . . . . .	56
3.7	Mesure de $L_{DZ}$ . . . . .	58
3.8	$L_{DZ} = f(\theta)$ . . . . .	58
3.9	Comparaison vitesse numérique et PIV, $Fr = 0.57$ . . . . .	61
3.10	Comparaison vitesse numérique et PIV, $Fr = 0.60$ . . . . .	62
3.11	Comparaison vitesse numérique et PIV, $Fr = 0.66$ . . . . .	63
3.12	Comparaison vitesse numérique et PIV, $Fr = 0.72$ . . . . .	64
3.13	Comparaison vitesse numérique et PIV, $Fr = 0.81$ . . . . .	65
3.14	Comparaison vitesse numérique et PIV, $Fr = 0.86$ . . . . .	66
3.15	Comparaison vitesse numérique et PIV, $Fr = 0.93$ . . . . .	67
3.16	Évolution temporelle de $P$ en fonction de $\theta$ . . . . .	69
4.1	Capteur de pression pour l'étude de convergence . . . . .	76
4.2	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 5^\circ$ . . . . .	78
4.3	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 12^\circ$ . . . . .	78
4.4	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 3^\circ$ . . . . .	79

4.5	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 6.5^\circ$ . . . . .	79
4.6	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 7.5^\circ$ . . . . .	80
4.7	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 8.5^\circ$ . . . . .	80
4.8	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 9.5^\circ$ . . . . .	81
4.9	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 10.5^\circ$ . . . . .	81
4.10	Évolution de $P_{max,conv}$ en fonction de $dx$ , $\theta = 14^\circ$ . . . . .	82
4.11	Capteurs de pression à l'amont de l'obstacle . . . . .	85
4.12	Évolution des $P_{max}$ en fonction de $Fr$ . . . . .	86
4.13	Relation entre $P_{max,centre}$ et $P_{max,extra}$ . . . . .	87
4.14	Évolution des $P_{max}$ en fonction de $Fr$ , valeurs corrigées . . . . .	88
4.15	Évolution de $P_{max}$ en fonction de $Fr$ , comparaison avec l'expérience	89
4.16	Rapports $P_{max,global}/P_g$ et $P_{max,global}/P_{kin}$ en fonction de $Fr$ . . . . .	92
4.17	$P_{pic}$ et $P_{plateau}$ en fonction de $Fr$ . . . . .	94
4.18	$P_{max,global}/P_g$ , $P_{plateau}/P_g$ et $P_{max,global}/P_{kin}$ , $P_{pic}/P_{kin}$ en fonction de $Fr$ . . . . .	95
4.19	Profil $P(z)$ en fonction du temps, $\theta = 4^\circ$ . . . . .	99
4.20	Profil $P(z)$ en fonction du temps, $\theta = 7^\circ$ . . . . .	100
4.21	Profil $P(z)$ en fonction du temps, $\theta = 8^\circ$ . . . . .	101
4.22	Profil $P(z)$ en fonction du temps, $\theta = 12^\circ$ . . . . .	102

# Liste des tableaux

1.1	Propriétés des laves torrentielles typiques . . . . .	18
4.1	Valeurs des pressions maximales extrapolées $P_{max,extra}$ . . . . .	84





# Nomenclature

$\Delta t$	Pas de temps
$\delta$	Espacement initial des particules
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement
$\dot{\epsilon}$	Tenseur du taux de déformation
$\eta$	Viscosité dynamique
$\frac{D\vec{u}}{Dt}$	Dérivée particulaire (lagrangienne) de la vitesse
$\nabla_i$	Gradient relatif aux coordonnées de la particule $i$
$\rho$	Masse volumique
$\rho_*$	Valeur prédite de la masse volumique (schéma prédicteur-correcteur)
$\rho_0$	Masse volumique de référence (initiale)
$\sigma$	Tenseur des contraintes
$\tau$	Déviateur du tenseur des contraintes
$\tau_c$	Contrainte seuil (fluide de Herschel-Bulkley)
$\theta$	Angle du canal avec l'horizontale
$\vec{a}$	Accélération
$\vec{e}_{ij}$	Vecteur unitaire dirigé de la particule $i$ à la particule $j$
$\vec{g}$	Gravité
$\vec{u}$	Vitesse
$\vec{u}_*$	Valeur prédite de la vitesse (schéma prédicteur-correcteur)
$\vec{x}$	Position
$c$	Vitesse du son
$D$	Dérivée temporelle de la masse volumique (schéma prédicteur-correcteur)

$Fr$	Nombre de Froude
$H$	Hauteur d'obstacle
$h$	Épaisseur de l'écoulement (en l'absence d'obstacle)
$h_s$	Distance de lissage
$K$	Consistance (fluide de Herschel-Bulkley)
$L_c$	Épaisseur de capteur
$L_{DZ}$	Longueur de la zone morte
$m_i$	Masse de la particule $i$
$n$	Indice de la loi de puissance (fluide de Herschel-Bulkley)
$P$	Pression
$P_g$	Composante gravitationnelle de la pression
$P_{kin}$	Composante cinétique de la pression
$P_{max}$	Pression maximale calculée dans un capteur en cours de simulation
$P_{pic}$	Pression lors du pic initial
$P_{plateau}$	Pression en phase de plateau
$W$	Noyau de lissage
$W_{ij}$	Valeur du noyau de lissage pour l'interaction entre les particules $i$ et $j$

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Caractéristiques des laves torrentielles et des coulées de boue

Les laves torrentielles sont des écoulements constitués majoritairement de boue et de roches qui se produisent dans les lits de torrents. Elles sont la plupart du temps déclenchées par des épisodes de pluies intenses. Elles se présentent en général sous forme d'une ou plusieurs bouffées d'un mélange d'eau et de matériaux solides fortement concentrés. La granulométrie de la partie solide s'étend de l'argile à des rochers de plusieurs mètres de diamètre. Ces événements violents, qui ne peuvent pas être prédits avec l'étendue actuelle de nos connaissances techniques, peuvent conduire à des dommages structurels importants et à de nombreuses pertes humaines. Dans certaines régions du monde, l'intensité de ces écoulements peut les élever au rang de catastrophes naturelles d'ampleur nationale, comme par exemple au Vénézuéla en décembre 1999 [García-Martínez and López, 2005] ou en Colombie en novembre 1985. En Europe, bien que leur intensité soit un peu plus faible, les laves torrentielles se produisent dans de nombreuses régions de montagne, et tout particulièrement dans les Alpes, les Pyrénées et les Appenins.

La formation des laves torrentielles est essentiellement dictée par deux facteurs principaux :

- Une quantité importante de matériau solide altéré et déstructuré présente dans le bassin versant ou le chenal du torrent.
- Un événement pluvieux suffisamment intense. Dans une grande majorité des cas il s'agit d'une pluie orageuse de forte intensité qui fait office de facteur déclenchant.

À ces deux facteurs principaux, il convient d'ajouter une pente du terrain très importante (généralement supérieure à 30%) dans la zone de départ. Il existe quatre grands modes de formation des laves torrentielles [Richard, 1995; Bardou,

2002], qui sont :

- Une soudaine alimentation en matériaux solides du chenal torrentiel qui peut provenir d'un glissement de terrain ou de l'érosion des berges.
- Une alimentation en matériaux solides par un processus d'érosion s'étendant à tout le bassin versant.
- Une déstabilisation du lit.
- Une rupture d'un barrage naturel sur le torrent selon un processus d'embâcle-débâcle, ou encore une débâcle glaciaire.

Comparées à d'autres types d'écoulements d'eau et de matériaux solides, les laves torrentielles ont les propriétés caractéristiques suivantes :

- Les écoulements des laves torrentielles sont très transitoires. La plupart du temps, ils prennent la forme de multiples bouffées, avec un front très marqué. Leur hauteur est d'un à quelques mètres, et leur vitesse de propagation varie entre 0.5 m/s et 15 m/s environ, dans les régions alpines.
- Leur fraction solide est élevée. Généralement supérieure à 50%, elle peut atteindre 80%.
- La fraction solide présente une granulométrie très étendue. Associée à la concentration élevée, cette propriété donne aux laves torrentielles un comportement d'écoulement monophasique, caractérisé par l'absence presque totale de tri granulométrique, et une viscosité bien supérieure à celle de l'eau, ce qui implique un écoulement laminaire.

Les propriétés typiques des laves torrentielles sont listées dans la table 1.1.

	Étendue	Typique
Volume (m <sup>3</sup> )	10 <sup>3</sup> - 10 <sup>6</sup>	50000
Hauteur d'écoulement (m)	0.5 - 10	3
Vitesse d'écoulement (m/s)	0.5 - 15	3
Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	1900 - 2500	2300

TABLE 1.1 – Propriétés des laves torrentielles typiques

Une bouffée de lave torrentielle s'écoulant dans un chenal est généralement constituée de trois parties, comme on peut le voir sur la figure 1.1. La première est le front, très marqué, qui transporte les plus gros blocs et d'autres débris (par exemple branches, troncs) poussés par le corps de l'écoulement.

La deuxième partie est le corps de la lave. Principalement constitué de boue, à laquelle s'ajoutent de gros rochers portés par le fluide, le corps forme l'essentiel du volume d'une lave torrentielle.

La troisième et dernière partie est la queue d'écoulement, qui correspond à la transition entre la lave torrentielle et un écoulement moins concentré, et par

conséquent moins visqueux et plus turbulent.

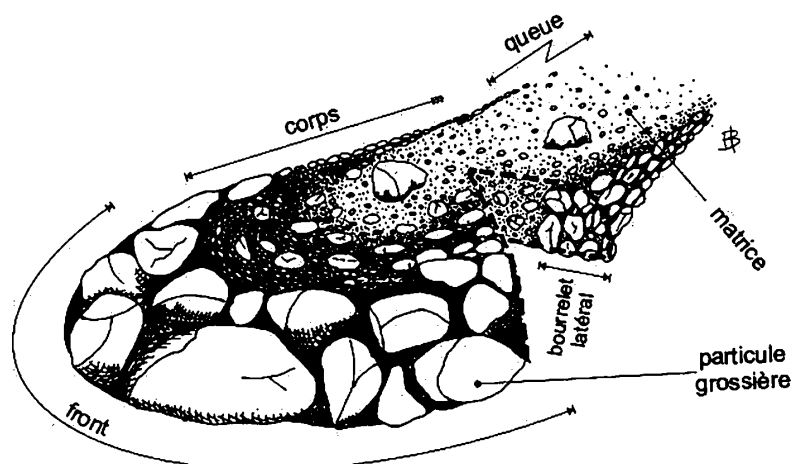


FIGURE 1.1 – Schéma d'une lave torrentielle typique [Bardou, 2002].

Les laves torrentielles restent des phénomènes largement imprévisibles sur la base d'alertes météorologiques. Les désordres dus aux laves torrentielles apparaissent généralement lors d'un débordement hors du chenal dans une zone d'occupation humaine. Les laves torrentielles ont pour principales caractéristiques de se propager de façon très transitoire, de présenter une densité forte et un front le plus souvent chargé en gros blocs. Compte tenu de ces caractéristiques dynamiques, elles sont susceptibles de générer des pressions dynamiques extrêmement importantes lors de chocs sur des ouvrages de protection ou des bâtiments, et donc de mettre gravement en danger la vie humaine.

## 1.2 Modèles rhéologiques

Nous reprenons ici la définition des écoulements de laves torrentielles proposée par Bardou [2002]. Cet auteur parle d'écoulements subaériens granulaires lubrifiés, d'apparence cinématiquement monophasique. Cette définition nous oriente tout naturellement vers la mécanique des fluides homogènes.

L'hypothèse fluide homogène étant supposée admise (même si elle est discutable), la modélisation des écoulements peut être menée à bien à partir du moment où la loi de comportement du matériau est connue. Afin de clarifier les éléments de choix d'une telle loi de comportement, nous nous appuyons ici sur les travaux de Coussot [1992] sur le comportement des suspensions naturelles. On notera par ailleurs qu'une revue beaucoup plus complète est proposée par Ancey [2007], dans un cadre qui dépasse celui des laves torrentielles. Les résultats de Coussot [1992]

font apparaître les différents domaines suivants, pour une concentration volumique solide et une fraction argileuse données :

- À faible concentration (inférieure à quelques %) le comportement est newtonien.
- Pour des concentrations supérieures mais ne dépassant pas 20 à 40%, le mélange eau-matériau solide ne demeure pas homogène, à l'arrêt il subit une sédimentation rapide. Dans ce domaine, les écoulements sont biphasiques.
- Pour des concentrations très fortes dépassant 60 à 85% selon les cas (suivant l'étendue granulométrique), on sort du domaine des écoulements et le cisaillement du matériau se traduit par des phénomènes de fracturation.
- Pour des concentrations solides de l'ordre de 60 à 70% et une fraction argileuse faible, apparaît un domaine pour lequel le comportement peut être qualifié de granulaire (interactions directes grain-grain).
- Pour des concentrations solides comprises entre 40 et 85% et une fraction argileuse suffisamment élevée (typiquement supérieure à 10%), apparaît un vaste domaine pour lequel le comportement est celui d'un fluide à seuil rhéofluidifiant (contacts lubrifiés).

Ces travaux ont mis en évidence deux grandes classes de comportement. De façon globale, ces deux classes correspondent aux deux grands types de modèles développés pour traduire le comportement des laves torrentielles, à savoir les modèles viscoplastiques [Johnson, 1970; Chen, 1988; Coussot, 1992; Major and Pierson, 1992; O'brien et al., 1993; Coussot, 1994; Atapattu et al., 1995] et les modèles granulaires [Takahashi, 1991; Ancey, 1997; Iverson and Denlinger, 2001; Denlinger and Iverson, 2001; Iverson et al., 2004; Denlinger and Iverson, 2004; Iverson, 2003, 2005; Takahashi, 2014].

### 1.2.1 Modèle frictionnel pour les laves torrentielles granulaires

Les modèles granulaires sont utilisés pour des concentrations solides de l'ordre de 60 à 70% et une fraction argileuse faible, comme vu plus haut. Ils sont tous fondés sur une approche de type Coulomb traduisant un comportement frictionnel. Le modèle de Coulomb traduit une dépendance des contraintes de cisaillement par rapport aux contraintes normales et une indépendance par rapport au taux de cisaillement. Pour des écoulements suffisamment rapides, qualifiés de collisionnels, une dépendance par rapport au taux de cisaillement est ajoutée. Nous donnons ici l'exemple du modèle de Jop et al. [2006]. En cisaillement simple ce modèle s'exprime de la façon suivante :

$$\tau = \sigma \tan \phi(Co), \tag{1.1}$$

où  $\sigma$  est la contrainte normale,  $\phi$  est l'angle de frottement interne du matériau qui est fonction du nombre de Coulomb  $Co$ . Ce dernier s'exprime de la façon suivante :

$$Co = \frac{\rho_s d^2 \dot{\gamma}^2}{\sigma}, \quad (1.2)$$

où  $\rho_s$  est la masse volumique des particules solides,  $d$  leur diamètre, et  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement. On notera que pour des modèles de type Coulomb tel que celui-ci, Iverson [2003, 2005] a largement remis en cause l'approche rhéologique des laves torrentielles en faisant l'hypothèse qu'il s'agit d'un phénomène fondamentalement transitoire. L'interprétation d'Iverson est fondée sur le fait que dans un tel écoulement eau-matériau solide, la diffusion de la pression de l'eau interstitielle étant lente, sa pression locale peut atteindre des valeurs élevées. Ceci tend à diminuer fortement la contrainte normale effective et donc la contrainte de cisaillement. Le mélange peut alors être liquéfié et le rester sur des temps relativement longs. Cette approche, soutenue par des résultats d'expérience en canal de grandes dimensions, vient remettre partiellement en cause l'approche fluide homogène, au moins pour des mélanges où des particules fines aux propriétés colloïdales sont absentes.

### 1.2.2 Modèle viscoplastique pour les laves torrentielles à matrice boueuse

Le modèle viscoplastique est utilisé pour de concentrations solides entre 40 et 85% et une fraction argileuse suffisamment élevée, comme vu plus haut. La rhéologie des laves torrentielles à matrice boueuse est caractérisée par deux propriétés principales. La première est l'existence d'une contrainte seuil au-dessous de laquelle le matériau se comporte comme un solide. La deuxième est le phénomène de rhéofluidification. Plus le matériau est cisailé, moins sa viscosité apparente est élevée.

Ces deux propriétés sont prises en compte dans le modèle rhéologique de Herschel-Bulkley (rhéofluidifiant quand  $n < 1$ ). En cisaillement simple, la contrainte  $\tau$  est liée au taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  par l'équation suivante :

$$\tau = \tau_c + K \dot{\gamma}^n, \quad (1.3)$$

où la contrainte seuil  $\tau_c$ , la consistance  $K$  et l'indice de la loi de puissance  $n$  sont des constantes qui dépendent du matériau. Dans le cas où  $n = 1$ , l'équation devient la loi de Bingham, qui correspond aux matériaux qui ne sont pas rhéofluidifiants. Le modèle de Bingham est souvent utilisé pour les coulées de boue, mais n'est pas adapté pour traiter une grande gamme de taux de cisaillement [Coussot, 1994]. Les laves torrentielles ont aussi la propriété d'être des écoulements laminaires, de par leur viscosité apparente élevée.



## 1.3 Objectifs du présent travail

### 1.3.1 Objectifs opérationnels

Les mesures de protection contre les phénomènes gravitaires rapides, et notamment les laves torrentielles, sont essentiellement de deux types, que l'on qualifie de structurelles et de non-structurelles. Les mesures non-structurelles ont essentiellement pour finalité de réglementer l'occupation du sol afin de réduire l'exposition des personnes et des biens. En France, c'est le rôle dévolu aux Plans de Prévention des Risques Naturels (PPR). Les mesures structurelles [Heumader, 2000; Huebl and Fiebiger, 2005] regroupent tous les aménagements visant à limiter ou empêcher le déclenchement des phénomènes (protections qualifiées « d'actives ») ou à canaliser, freiner, dévier ou arrêter les écoulements (mesures qualifiées de « passives »). Ce second type de mesure met en œuvre des ouvrages ayant une fonction de protection (d'où le problème pratique de l'optimisation de cette fonction). Ils doivent de plus assurer cette fonction de façon pérenne (d'où le problème de la résistance de ces ouvrages aux sollicitations exercées sur eux par le phénomène). Les laves torrentielles sont susceptibles de générer des dégâts tout particulièrement du fait des forces d'impact exercées par le front d'écoulement. De nombreuses structures de protection contre les laves torrentielles sont directement installées dans le lit des torrents et pour bon nombre d'entre elles, sont soumises à des impacts normaux. La résistance d'une structure soumise à un impact dépend non seulement de l'intensité maximale des contraintes qui lui sont imposées, mais également de leur répartition spatiale et de leur évolution dans le temps, qui devrait être comparée au temps de réaction propre de la structure. À ce jour, l'interaction entre laves torrentielles et structures a rarement été étudiée en détails [Armanini and Scotton, 1992; Holzinger, 2005; Zanuttigh and Lamberti, 2006]; en conséquence, ces structures sont encore aujourd'hui conçues sur la base de règles empiriques résultant de l'expérience des praticiens en charge de la gestion des risques torrentiels. L'objectif opérationnel du présent travail est d'apporter une meilleure caractérisation des phénomènes d'impact de laves torrentielles sur une structure. Pour cela, notre démarche s'attache à étudier les caractéristiques d'écoulement au voisinage de la structure et à les relier aux contraintes locales appliquées. Une telle étude présente *a priori* un intérêt, non seulement pour la conception de structures de protection, mais également pour l'évaluation des dommages potentiellement occasionnés aux infrastructures (habitations, ouvrages d'art, etc.). Une telle évaluation de la vulnérabilité structurelle est un élément clé de toute évaluation du risque et par conséquent de bon nombre de mesures de protection non-structurelles (règles d'urbanisme, prescriptions constructives, etc.).

### 1.3.2 Objectifs scientifiques

D'un point de vue opérationnel, notre objectif est d'étudier l'interaction d'une lave torrentielle avec une structure. Néanmoins, un tel objectif est très vaste et amène de multiples difficultés. Quel type de lave étudier ? À quel degré de similitude avec un écoulement naturel doit-on parvenir ? À quel niveau de détail modéliser la structure ? Quelles variables étudier ? Répondre à ces questions nous permettra de décrire avec précision les objectifs scientifiques de ce travail. Premièrement, nous avons choisi de nous focaliser sur les laves torrentielles à matrice boueuse, qui sont les mieux caractérisées à ce jour. Comme nous l'avons vu à la section précédente, la rhéologie de ces laves suit le modèle de Herschel-Bulkley. Nous étudierons donc un matériau de ce type. De plus, nous considérerons que le fluide qui constitue l'écoulement est homogène. Dans ce contexte, il nous a paru judicieux de nous inspirer des expériences en laboratoire menées par Tiberghien [2007]. Dans ces expériences, un front de fluide de Herschel-Bulkley se propageait, suivi d'un écoulement quasi-permanent, dans un canal de section rectangulaire. L'inclinaison du canal pouvait être modifiée afin d'obtenir une gamme de pentes variées. Les pentes et caractéristiques des écoulements incidents étaient choisis pour être cohérents avec les propriétés communes des laves torrentielles naturelles, sur la base de critères de similitude. Le fluide impactait un obstacle rigide, perpendiculaire au fond du canal, dont la hauteur était fixée de manière à conserver un rapport d'aspect constant avec l'épaisseur du fluide, quelle que soit la pente. Un capteur ultrason mesurait l'épaisseur de l'écoulement tandis que la vitesse était mesurée à l'intérieur du fluide par PIV. La pression exercée sur l'obstacle était enregistrée par un capteur situé à mi-hauteur de celui-ci. L'objectif général de l'étude de Tiberghien [2007] était de relier les caractéristiques globales d'un écoulement incident bien caractérisé aux caractéristiques locales, au voisinage de l'obstacle, de l'écoulement et notamment les pressions exercées sur la structure. Nous partageons l'objectif général de Tiberghien [2007] et estimons que ses choix sont pertinents par rapport à l'objectif opérationnel fixé. Cependant, nous faisons le constat qu'une telle étude expérimentale ne peut couvrir une large gamme de conditions d'écoulements possibles, qu'elle est limitée dans l'étendue et la précision des mesures et que les résultats obtenus restent difficilement extrapolables aux conditions de terrain. En référence à ces dernières, Tiberghien [2007] n'a par exemple pas été en mesure de respecter pleinement les critères de similitude relatifs aux écoulements à surface libre de fluides de Herschel-Bulkley tels que mis en évidence par Coussot [1994]. Nous avons donc fait le choix d'une approche numérique qui devrait nous permettre d'atteindre les mêmes objectifs généraux sans présenter les limitations d'une étude expérimentale. Enfin, une étude dimensionnelle des échelles de temps caractéristiques du mouvement du fluide et de celui de la structure [Faug, 2011] met en évidence l'absence de couplage entre les deux et nous permet donc de consi-

dérer l'obstacle comme une condition aux limites de notre étude. Nous avons par conséquent retenu les caractéristiques suivantes pour les simulations à mener :

- Nous simulerons la propagation d'un front de fluide de Herschel-Bulkley suivi d'un écoulement quasi-permanent, le long d'une pente. Nos écoulements auront des propriétés similaires à ceux de Tiberghien [2007], pour permettre une comparaison.
- L'écoulement impactera un obstacle rigide rectangulaire. Nous ne modéliserons pas le comportement de l'obstacle.
- Pour une série d'écoulements incidents bien caractérisés, nous étudierons l'interaction du fluide avec l'obstacle en analysant la géométrie locale de l'écoulement, les champs de vitesse à l'intérieur de celui-ci, et la pression exercée sur l'obstacle.

## 1.4 Quelle stratégie de modélisation ?

Nous avons vu dans les précédentes sections que les écoulements que nous voulons modéliser sont des écoulements de fluide viscoplastique à surface libre très transitoires, qui présentent un front marqué. Ils se propagent le long d'une pente, dans un chenal, et impactent une structure fixe rigide. Nous cherchons donc à modéliser des écoulements présentant de grandes déformations, notamment de la surface libre. Par ailleurs, nous cherchons à fournir une description détaillée de l'écoulement, en analysant sa géométrie au niveau local, la vitesse au sein du fluide, et les contraintes à la surface de la structure placée sur le trajet de l'écoulement. Ces différents éléments et leur évolution temporelle devront pouvoir être étudiés en fonction des caractéristiques globales de l'écoulement incident.

Dans cette section, nous explorerons les méthodes qui sont à notre disposition pour simuler de tels écoulements. Nous discuterons des capacités de chaque méthode numérique et ses avantages et inconvénients respectifs, afin de déterminer si elle est adaptée à nos besoins. Une telle analyse critique, avec toutefois des objectifs un peu différents des nôtres, est par exemple proposée par Liu and Liu [2010].

### 1.4.1 Modèles de type « Shallow water »

Concernant la modélisation numérique des laves torrentielles, la grande majorité des outils actuels est fondée sur des approches intégrées sur la verticale, de type Saint-Venant [Iverson and Denlinger, 2001]. Les plus sophistiqués de ces modèles ont prouvé leur capacité à simuler de façon précise des écoulements de masses granulaires fluidisées [Denlinger and Iverson, 2001] ou granulaires sèches [Denlinger and Iverson, 2004; Iverson et al., 2004; Patra et al., 2005] sur des surfaces

topographiques complexes tridimensionnelles. Une étude menée par Gray et al. [2003] a établi que l'approche intégrée sur la hauteur permet de simuler de façon précise les écoulements au voisinage d'un obstacle tridimensionnel et en particulier de simuler des phénomènes complexes comme la formation d'ondes de choc, de zones mortes ou de zones de vide. Toutefois, l'approche intégrée sur la hauteur souffre d'une limitation majeure : seules des valeurs moyennes sur la verticale, de vitesse ou de pression, sont calculées et l'information sur leurs valeurs locales le long de la direction verticale est inaccessible. En conséquence, ce type d'approche ne répond pas à notre objectif d'une analyse à un niveau local, et n'a donc pas été retenu. Nous nous sommes orientés vers une modélisation de type champ proche, permettant une prise en compte explicite de la variation des principales grandeurs physiques dans l'épaisseur de l'écoulement. Dans le cadre de la mécanique des fluides homogènes, on serait donc amené à résoudre les équations de Navier-Stokes en y intégrant la rhéologie particulière du fluide à traiter.

### 1.4.2 Méthodes avec maillage

Les méthodes basées sur des grilles ou des maillages, telles que les méthodes des différences finies, des éléments finis ou des volumes finis, sont utilisées depuis longtemps dans la simulation de problèmes de mécanique. La méthode des différences finies est la plus ancienne et est très efficace pour résoudre des équations aux dérivées partielles dans le cas de géométries simples. Plus récemment, la méthode des volumes finis a trouvé de nombreuses applications dans la simulation de fluides. La méthode des éléments finis est elle plutôt appliquée aux problèmes de mécanique des solides sur des géométries complexes, bien qu'on trouve des applications en mécanique des fluides. Tous ces modèles numériques reposent sur la division de l'espace en sous-domaines de petite taille (discrétisation). Ces sous-domaines et leurs relations réciproques définissent un maillage. Dans le cas des différences finies, les calculs s'effectuent aux noeuds du maillage. La méthode des volumes finis repose elle sur les mailles, tandis que dans les éléments finis, la notion d'élément peut combiner à la fois des valeurs aux noeuds, sur les arêtes, ou à l'intérieur des mailles. Une fois la discrétisation effectuée, les équations globales du problème sont converties en un système d'équations dont les inconnues sont les valeurs des variables aux points définis par le maillage. Ces méthodes ont permis de nombreux résultats scientifiques et sont actuellement les méthodes dominantes pour la simulation de problèmes concrets en recherche et en ingénierie [Anderson et al., 1995; Chung, 2010; Versteeg and Malalasekera, 2007; Reddy and Gartling, 2010]. En particulier, ces méthodes ont été adaptées à la modélisation de fluides à seuil [Mitsoulis et al., 1993; Saramito and Roquet, 2001; Roquet and Saramito, 2003; Muravleva and Olshanskii, 2008; Syrakos et al., 2013].

Bien que leur succès soit indéniable, ces méthodes souffrent de limitations qui

rendent difficile leur application à certains problèmes complexes. Les difficultés rencontrées résultent presque systématiquement de l'utilisation d'un maillage. En effet, elles reposent sur la continuité du maillage, qui est une transposition de la continuité du milieu physique simulé. Par conséquent, cela complexifie la modélisation de surfaces libres, de frontières ou d'interfaces mouvantes et déformables, ou encore de grandes déformations du milieu. De plus, dans le cas de géométries complexes, la création d'un maillage de qualité est une tâche qui peut devenir ardue. Dans le cadre d'une approche eulérienne, typique des différences finies, déterminer la localisation de la surface libre, d'une interface, ou d'une frontière mobile à mesure qu'elles se déplacent ou se déforment, requiert l'emploi de méthodes de type level set ou un remaillage du domaine. Les méthodes level set ont une capacité intrinsèquement limitée à localiser avec précision une discontinuité du milieu étudié telle qu'une surface libre par exemple. Le remaillage du domaine est coûteux en temps de calcul et peut diminuer la précision des résultats. Plus généralement, cette approche n'est pas adaptée au suivi de l'évolution d'une grandeur physique dans un volume se déplaçant avec l'écoulement. Dans le cadre d'une approche lagrangienne, avec des éléments finis par exemple, les grandes déformations du milieu nécessitent un remaillage au fil de la déformation, ce qui est là aussi coûteux en temps de calcul et peut diminuer la précision des résultats.

Nos objectifs scientifiques nous conduiront à simuler des écoulements présentant de grandes déformations, avec un front bien défini et une surface libre dont nous souhaitons étudier avec précision la géométrie. On voit donc que les limitations des méthodes avec maillage les rendent *a priori* mal adaptées à nos besoins, ce qui nous conduit à orienter notre réflexion vers les méthodes sans maillage.

### 1.4.3 Méthodes sans maillage

#### Méthode des éléments discrets

La méthode des éléments discrets est une méthode lagrangienne largement utilisée pour simuler notamment des écoulements granulaires [Silbert et al., 2001]. Avec cette méthode, on calcule l'interaction de particules solides soumises à des lois de contact et de friction. Faug et al. [2002] a prouvé la capacité de cette méthode à répondre à des objectifs très semblables aux nôtres, avec toutefois la restriction qu'elle s'applique aisément à des milieux granulaires alors que son application à des fluides viscoplastiques semble difficilement envisageable. Cette méthode est décrite en détail au chapitre 5 dans le cadre d'une inter-comparaison entre des écoulements de matériaux granulaires et de fluides viscoplastiques interagissant avec un obstacle.

## Méthode Smoothed Particle Hydrodynamics

La méthode SPH est basée sur l'interaction entre des particules fluides qui transportent avec elles les propriétés du matériau dans leur mouvement. Cette méthode, inventée dans les années 70 [Lucy, 1977; Gingold and Monaghan, 1977], a gagné progressivement en popularité dans le domaine des écoulements de fluides non-newtoniens, et en particulier dans les écoulements naturels comme les glissements de terrain et les laves torrentielles. Par exemple, Shao and Lo [2003] a présenté une variante SPH incompressible pour la modélisation de fluides non-newtoniens à l'aide du modèle rhéologique de Cross. De son côté, Rodriguez-Paz and Bonet [2004] a introduit des modifications dans la méthode SPH standard dans le but de modéliser des laves torrentielles. Il utilise un fluide de Bingham, mais présente d'autres modèles rhéologiques.

Parmi les exemples récents d'utilisation de la méthode SPH pour des fluides de Bingham ou de Herschel-Bulkley, on peut citer l'article de Laigle et al. [2007], qui utilise le code sur lequel la présente étude est basée, et l'article de Minatti and Pasculli [2011]. La méthode peut aussi être utilisée pour simuler un matériau granulaire en ajoutant un critère de Mohr-Coulomb [Huang et al., 2011a,b], un critère de Drucker-Prager [Chen and Qiu, 2012], ou encore en utilisant la loi de Pouliquen-Jop-Forterre [Chambon et al., 2011], dans laquelle le coefficient de friction  $\mu$  n'est pas constant mais dépend du nombre inertiel  $I$  de l'écoulement.

Cette méthode SPH présente *a priori* toutes les caractéristiques nécessaires pour répondre à nos objectifs scientifiques, c'est donc celle que nous avons retenue dans la suite de notre étude. Un travail complémentaire de validation sera toutefois mené avant d'aborder l'étude proprement dite.

### 1.5 Plan de l'étude

Au chapitre 2 nous présenterons les caractéristiques générales de la méthode SPH, son adaptation à nos objectifs et l'analyse de ses capacités à traiter des interactions écoulement-obstacle d'une part et des écoulements de fluides viscoplastiques d'autre part.

Au chapitre 3 nous décrirons les expériences numériques réalisées, analyserons l'allure de l'écoulement au cours de l'impact, ainsi que les champs de vitesse locaux, que nous comparerons à des mesures expérimentales. Nous analyserons de façon qualitative l'évolution de la pression d'impact au cours du temps. Ces divers éléments nous permettront de mettre en évidence deux principaux régimes d'impact en fonction des caractéristiques de l'écoulement incident.

Au chapitre 4, nous conduirons une étude quantitative de la pression exercée sur l'obstacle. Celle-ci portera dans un premier temps sur l'évolution des pressions

maximales observées en fonction des caractéristiques de l'écoulement incident. Elle portera ensuite sur les mécanismes physiques à l'origine des pressions observées. Enfin nous étudierons la distribution spatiale de la pression sur la face amont de l'obstacle.

Au chapitre 5 nous mènerons une inter-comparaison entre des écoulements de matériaux granulaires et de fluides viscoplastiques interagissant avec un obstacle en utilisant la méthode des éléments discrets et la méthode SPH respectivement.

Au chapitre 6 nous synthétiserons les principales conclusions de cette étude et tâcherons d'en déduire quelques perspectives de recherche future sur cette problématique.

## Chapter 2

# The SPH method: implementation and suitability

As we have seen in the general goals stated in chapter 1, the purpose of this work is to model a dam-break-type free-surface flow of Herschel-Bulkley fluid impacting an obstacle, so as to describe and analyze the interaction. In particular, we are interested in examining the pressure exerted on the obstacle.

Our study of the several numerical methods available (see section 1.4) suggests that SPH is one of the most suitable to perform a numerical study of this problem. In this context, we present hereafter a SPH code designed for simulating 2D free-surface flows in the vertical plane, adapt it—and test its capacity—to simulate very unsteady flows on the one hand and viscoplastic fluids on the other hand.

After a brief history of the method, we describe the fundamental principles of SPH, in section 2.2. Section 2.3 explains how the Herschel-Bulkley rheological model is implemented in our code, along with the choice of pertinent parameter values. Section 2.4 describes the implementation choices we made and the specific features present in our code, such as the boundary conditions, pressure smoothing, and virtual sensors. Before using the code to study the interaction of a transient free-surface flow of Herschel-Bulkley fluid with an obstacle, we must ascertain it works correctly on known test cases. To this end, the code is tested on two benchmarks which are described in section 2.5:

- A typical benchmark consisting of a dam break of Newtonian fluid, which allows us to compare our simulations with experimental results and previous SPH simulations.
- A free-surface Poiseuille flow of H-B fluid, which allows us to compare the analytical solution for the velocity profile with the one computed by our code.



## 2.1 A brief history of SPH

The SPH method is a mesh-free numerical method initially introduced by Gingold and Monaghan [1977] and Lucy [1977] to study astrophysical problems. It has since found many applications in fluid dynamics [Monaghan, 1992]. Because of its mesh-free nature, it can handle large deformations of the simulated fluid. It also handles free surfaces naturally. These characteristics are crucial when modelling transient flows such as ours, as the fluid will spread on a long distance with regards to its thickness, and the free surface will deform significantly. This makes this method particularly well suited for the simulation of the propagation of mudflows [Rodriguez-Paz and Bonet, 2004; Laigle et al., 2007].

SPH has been used in the simulation of the propagation of viscoplastic flows such as landslides and avalanches [Rodriguez-Paz and Bonet, 2004; Huang et al., 2011a], granular materials [Chambon et al., 2011] and their impact on a wall [Huang et al., 2011b]. It has been employed in studies of the interaction of water and mudflows with wall-like obstacles [Colagrossi and Landrini, 2003; Laigle et al., 2007; Sun et al., 2010].

## 2.2 Principles of SPH

### 2.2.1 Discretization and kernel function

SPH consists in discretizing the continuous medium into particles that represent small fluid elements, moving with the material velocity and carrying physical properties such as density, pressure and stresses.

The value of a function  $f$  and its spatial derivatives can be calculated at any point  $\vec{x} = (x, z)$  of the simulation domain by interpolating over the values of the neighboring particles:

$$f(\vec{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\vec{x}_j) W(\vec{x} - \vec{x}_j) \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} f(\vec{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\vec{x}_j) \vec{\nabla} W(\vec{x} - \vec{x}_j) \quad (2.2)$$

where  $N$  is the number of SPH particles, and  $m_j, \rho_j, \vec{x}_j$  are the mass, density and position of particle  $j$ .  $W$  is the smoothing kernel function. Our code uses a cubic

spline kernel [Morris et al., 1997]:

$$W(\vec{x}) = C \begin{cases} 1 - \frac{3s^2}{2} - \frac{3s^3}{4} & \text{if } s < 1, \\ \frac{1}{4}(2-s)^3 & \text{if } 1 \leq s < 2, \\ 0 & \text{if } s \geq 2, \end{cases} \quad (2.3)$$

where  $s = |\vec{x}|/h_s$ , and  $C = \frac{10}{7\pi h_s^2}$  is a normalization constant. The smoothing length  $h_s$  is a parameter that determines the maximal distance at which a particle can interact with one of its neighbors ( $2h_s$ , see Fig. 2.1). In our simulations, it is set at a constant value of  $h_s = 1.2\delta$ , where  $\delta$  is the initial spacing of the particles. This value is chosen so that a particle interacts with approximately 20 neighbors. We will refer to the initial spacing  $\delta$  also as the dimension of the particles, given that the particles represent a small volume of fluid whose characteristic dimension is  $\delta$ .

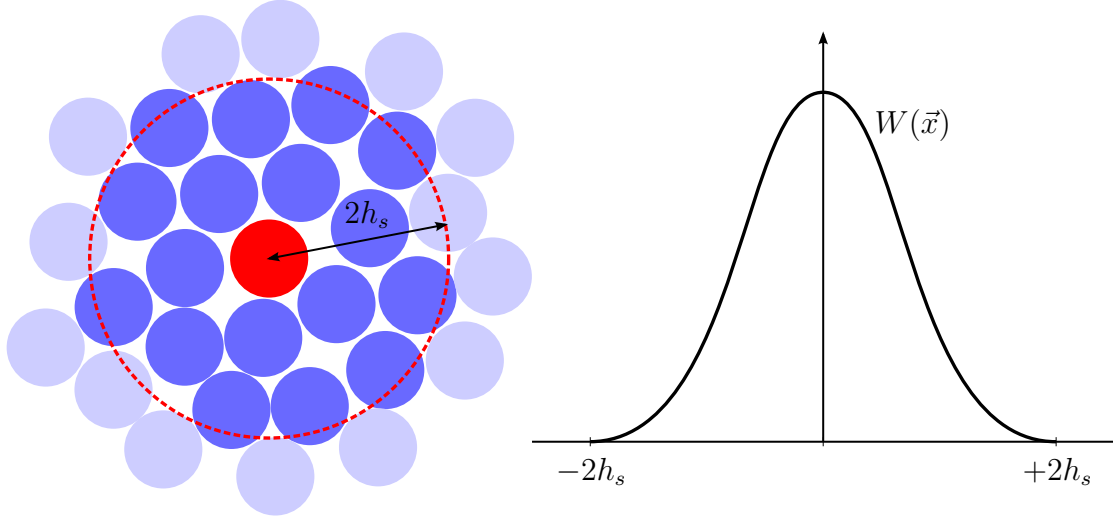


Figure 2.1 – SPH kernel function. The blue particles, whose centers are inside the kernel support, are the neighbors of the red particle.

## 2.2.2 SPH implementation of the Navier-Stokes equations

Our code solves the classical Navier-Stokes equations for a fluid, which are:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \operatorname{div} \vec{u} \quad (2.4)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \sigma + \vec{g} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \tau + \vec{g} \quad (2.5)$$

where  $\rho$  is the density of the fluid,  $\vec{u}$  the local velocity of the fluid and  $D\vec{u}/Dt$  its material derivative,  $\sigma$  is the total stress tensor,  $\tau$  is the deviatoric stress tensor,  $P$  is the local pressure, and  $\vec{g}$  is the gravity. These equations (2.4)-(2.5) are solved in two dimensions, in a vertical plane. While some SPH implementations enforce an incompressible fluid [Shao and Lo, 2003], we chose to use the more classical SPH method which is based on the assumption of a weakly compressible fluid. Comparisons of the two methods have been made by Lee et al. [2008] and Hughes and Graham [2010].

A flux term, introduced by Ferrari et al. [2009], is added to the classical SPH mass-conservation equation to stabilize the pressure field, yielding the following equations:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left[ (\vec{u}_i - \vec{u}_j) \cdot \vec{\nabla}_i W_{ij} + \vec{e}_{ij} \cdot \vec{\nabla}_i W_{ij} \left( \frac{c}{\rho_j} (\rho_i - \rho_j) \right) \right], \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_i^\alpha}{dt} &= \sum_{j=1}^N \sum_{\beta} m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + g_\alpha \\ &= \sum_{j=1}^N \left[ -m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \sum_{\beta} m_j \left( \frac{\tau_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\tau_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \right] + g_\alpha, \end{aligned} \quad (2.7)$$

where  $\vec{e}_{ij}$  is a unit vector pointing from particle  $i$  to particle  $j$ ,  $W_{ij} = W(\vec{x}_i - \vec{x}_j)$ ,  $c$  is the speed of sound, and indices  $\alpha$  and  $\beta$  refer to Cartesian coordinates.

### 2.2.3 Computation of the pressure

SPH relies on an equation of state to compute the pressure  $P$ . Our code uses the following equation of state:

$$P = c^2(\rho - \rho_0), \quad (2.8)$$

where  $\rho_0$  is a reference density.  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$  in our case. This equation of state has been used previously on viscous flows with good results [Morris et al., 1997; Fang et al., 2009]. See also [Chambon et al., 2011] for a discussion of various equations of state used in previous studies. The value of  $c$  must be chosen so that the artificial compressibility is negligible. The compressibility of the fluid is given by the following equation:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = M^2 = \left( \frac{u_{max}}{c} \right)^2, \quad (2.9)$$

where  $\rho$  is the density of the fluid, and  $M$  is the Mach number defined here as the ratio between the maximum fluid speed  $u_{max}$  and the speed of sound  $c$ .

Given that we do not expect our flows to reach velocities higher than 1.5 m/s (a value derived from the data of Tiberghien [2007]), we determined that  $c = 150$  m/s is a good choice, as it ensures that the compressibility is smaller than 0.1‰.

## 2.3 Modelling Herschel-Bulkley fluids in SPH

### 2.3.1 Implementation of the rheological model

The rheology of muddy debris flows can be described by the Herschel-Bulkley model [Coussot, 1994], in which the norm of the deviatoric stress tensor  $\tau$  is given by the following equation:

$$\begin{cases} |\tau| = \tau_c + K\dot{\gamma}^n & \text{if } \dot{\gamma} \neq 0, \\ |\tau| \leq \tau_c & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2.10)$$

where  $\tau_c$  is the yield stress,  $K$  is the consistency and  $n$  the power-law index of the Herschel-Bulkley fluid.  $\dot{\gamma} = \sqrt{2\text{tr } \dot{\epsilon}^2}$  is the shear rate, where  $\dot{\epsilon}$  is the strain rate tensor.

To simulate a Herschel-Bulkley fluid, we introduce an apparent dynamic viscosity in our model:

$$\eta_{app} = \frac{\tau_c}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1}. \quad (2.11)$$

The SPH formulation of the strain rate tensor  $\dot{\epsilon}$ , on which  $\dot{\gamma}$  depends, is:

$$\dot{\epsilon}_i^{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_i} \left[ (u_i^\alpha - u_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} + (u_i^\beta - u_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\alpha} \right], \quad (2.12)$$

and the deviatoric stress is then  $\tau = 2\eta_{app}\dot{\epsilon}$ .

### 2.3.2 Viscosity ceiling $\eta_{max}$

Let us consider what happens when the shear rate  $\dot{\gamma}$  goes to zero. Ideally, the apparent viscosity  $\eta_{app}$  would be infinite and the fluid would not move. However, the code cannot deal with an infinite value of  $\eta_{app}$ . Moreover, large values of the viscosity would lead to very small time steps, and thus very long simulation runtimes. To solve these problems, we introduce a maximum viscosity  $\eta_{max}$ :

$$\tau = 2 \min(\eta_{app}, \eta_{max}) \dot{\epsilon}, \quad (2.13)$$

meaning that for small values of  $\dot{\gamma}$ , the fluid behaves like a highly viscous Newtonian fluid [Lachamp, 2003]. In such cases, we want the residual velocity of the fluid to be much smaller than the typical velocity of the flows we will simulate.

Our flows are free-surfaces flows on a slope. For a Newtonian fluid, this is equivalent to the lower half of a Poiseuille flow between two plates. We can calculate the velocity parallel to the slope  $u_x$  (see Lachamp [2003]):

$$u_x(z) = \frac{\rho g h^2 \sin \theta}{\eta} \left[ \frac{z}{h} - \frac{1}{2} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \right], \quad (2.14)$$

where  $z$  is the vertical position,  $h$  is the fluid height,  $\theta$  is the slope angle, and  $\eta$  is the viscosity. The maximum residual velocity  $u_{res}$  is obtained at the surface ( $z = h$ ):

$$u_{res} = \frac{\rho g h^2 \sin \theta}{2\eta}, \quad (2.15)$$

and thus, to obtain a given  $u_{res}$ , we need to set  $\eta_{max}$  according to the following equation:

$$\eta_{max} = \frac{\rho g h^2 \sin \theta}{2u_{res}}. \quad (2.16)$$

The flows we want to simulate are derived from the experiments of Tiberghien [2007]. They are characterized by flow heights of roughly  $h = 30$  mm, an average slope of about  $7^\circ$  and velocities of around  $0.5$  m/s. Therefore, a value of  $u_{res} < 0.0005$  m/s will keep the error below 1‰, which is more than enough. By plugging these numbers into the above equation, we obtain a value  $\eta_{max} \approx 1000$  Pa.s. We will use this value in all the simulations of Herschel-Bulkley fluid flows presented in this work.

## 2.4 Implementation and features of our code

### 2.4.1 Boundary conditions

The SPH method was initially designed for simulating astrophysical problems without solid boundaries. Over the years, several techniques have been proposed [Liu et al., 2012], and the implementation of solid boundaries is still the subject of much discussion. In our code, the boundaries are made of two rows of fixed SPH particles similar to those that constitute the fluid, but with specific properties. To prevent the penetration of fluid into the boundary, each boundary particle  $k$  interacting with a fluid particle  $i$  is given a virtual velocity  $\vec{u}_{\perp k}$  opposite to  $\vec{u}_{\perp i}$  in the direction normal to the boundary. For no-slip boundary conditions, the velocity component  $\vec{u}_{//k}$  is opposite to  $\vec{u}_{//i}$ , and for free slipping,  $\vec{u}_{//k} = \vec{u}_{//i}$ . In our case, to better approach natural conditions of a highly viscous fluid flowing over a rough bottom, we use no-slip conditions (see Fig. 2.2). Boundary particles

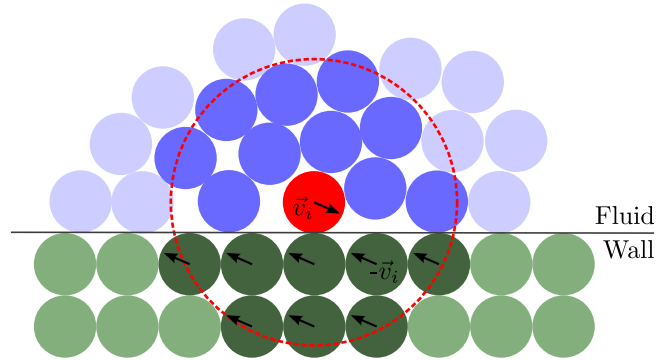


Figure 2.2 – Boundary conditions implementation. To prevent wall penetration and slipping, the boundary particles are given a virtual velocity opposite to the fluid particle.

are also given a virtual density to ensure that the hydrostatic pressure gradient is continuous across the boundary:

$$P_k = P_i + \vec{g} \cdot (\vec{x}_i - \vec{x}_k) \quad (2.17)$$

$$\rho_k = \frac{P_k}{c} + \rho_0 \quad (2.18)$$

## 2.4.2 Time-stepping algorithm

Once the acceleration  $\vec{a}$  of every particle is computed with equation (2.5), it is integrated over time to yield the velocity of the particles, while the velocity is used to compute the new positions of the particles, and equation (2.4) to compute the new density.

The set of equations we integrate can be summarized as follows:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{a} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial t} = \vec{u} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D. \quad (2.21)$$

Various methods exist for performing the timewise integration, both explicit [Monaghan, 1985, 1989, 1992] and implicit [Bonet and Kulasegaram, 2001]. In our code, the timewise integration is performed using a scheme equivalent to a leapfrog scheme [Monaghan, 2000]. Using initial values  $\vec{a}_{n-1}$ ,  $\vec{u}_{n-1}$ ,  $\vec{x}_{n-1}$ ,  $D_{n-1}$  and  $\rho_{n-1}$ , a

predictor step is made first:

$$\vec{u}_* = \vec{u}_{n-1} + \vec{a}_{n-1}\Delta t \quad (2.22)$$

$$\vec{x}_n = \vec{x}_{n-1} + \frac{1}{2}(\vec{u}_* + \vec{u}_{n-1})\Delta t \quad (2.23)$$

$$\rho_* = \rho_{n-1} + D_{n-1}, \quad (2.24)$$

new values  $\vec{a}_n$  and  $D_n$  are computed, and a corrector step yields the final values of  $\vec{u}_n$  and  $\rho_n$ :

$$\vec{u}_n = \vec{u}_* + \frac{1}{2}(\vec{a}_n - \vec{a}_{n-1})\Delta t \quad (2.25)$$

$$\rho_n = \rho_* + \frac{1}{2}(D_n - D_{n-1})\Delta t. \quad (2.26)$$

The time step  $\Delta t$  has to be carefully chosen to ensure the stability of the integration scheme. The following condition must be satisfied:

$$\Delta t < 0.25 \min_i \left( \frac{h_s}{c}, \frac{\rho_i h_s^2}{\eta_i}, \sqrt{\frac{h_s}{|\vec{a}_i|}}, \frac{1}{|D_i|} \right), \quad (2.27)$$

where the minimum value is computed over all particles  $i$ . This criterion takes into account the Courant-Friedrichs-Lewy condition, the magnitude of particle accelerations, viscous diffusion, and the variation of particle density [Lachamp, 2003].

### 2.4.3 Pressure field smoothing

Because SPH is prone to numerical noise in the pressure field (even with a diffusion term in the mass conservation equation (2.6)), that is mostly due to the propagation of sound waves in the medium, we have to implement ways to filter it. To help remove this noise, the code implements a periodical smoothing: every 20 time steps, the average density of all the neighbors, i.e. all particles within a distance  $2h_s$  of a particle  $i$  (including particle  $i$  itself), is computed and attributed to particle  $i$  [Chambon et al., 2011]. This effectively smoothes local variations of the pressure.

The periodicity at which the smoothing is performed must not interfere with the typical durations of the phenomena we want to study (pressure peaks in particular). In the case of our simulations, the typical periodicity of the smoothing is  $10^{-5}$  s. We will see in chapter 3 that the shortest pressure peaks we simulate in the framework of this study have a duration greater than  $10^{-3}$  s, which is well above the smoothing period. Therefore the pressure smoothing should not impact too badly the capacity of the code to capture the pressure peaks.

## 2.4.4 Virtual sensors and profiles

One of the main goals of this work is to compute the pressure of the fluid in the vicinity of the obstacle. To this effect, we use virtual sensors and profiles, initially introduced by Lachamp [2003].

Sensors are constituted of rectangular areas of the simulation domain over which various properties of the fluid are computed and saved to a file every  $N$  time steps. These properties include the average pressure, velocity, density and height of the fluid. These average values are computed over all the particles whose centers are located inside the boundaries of the sensor. This is the method we will use to compute the pressure on the wall, either at a given location (in which case the height of the sensor is equal to 10 mm, which is the height of the physical sensor used in flume experiments by Tiberghien [2007]), or on the whole obstacle (in which case the vertical extent of the sensor matches the height of the wall). We have not used sensors with a height smaller than  $8\delta$  because profiles (see below) are more adapted to such use cases. The width of the sensor along the  $x$ -axis is set equal to  $4\delta$  in most simulations, so as to encompass enough particles to smooth out pressure instabilities near the wall. However, because the extent of pressure peaks on the obstacle is limited to a small region near the wall, including particles further off, whose pressures are lower, may have the effect of decreasing the measured pressure value. We have to try to take this effect into account to extrapolate an accurate value for the pressure at the wall. The relation between the sensor thickness and the measured pressure is examined in the convergence study presented in Section 4.1.

Profiles are another way to output data: a rectangular zone, generally much longer on the  $z$ -axis than on the  $x$ -axis, is defined at a chosen location. This region is divided along the vertical axis into a series of small sensors, each corresponding to one data point of the vertical profile. Then, at regular time intervals, a measurement is produced: average values of the pressure and velocity are computed over the particles that are located inside the profile sensors, during 10 time steps (to smooth out possible fluctuations). The values are stored in a text file. This second method will be used to compute pressure profiles on the wall as well as velocity profiles in the fluid.

An alternative to these sensors consists in measuring the pressure of SPH particles within the boundary. This technique was used for instance by Ferrari et al. [2009]. In section 2.5.1, we will notably compare the pressure records obtained using our sensors with those obtained by Ferrari et al. [2009] in identical conditions.



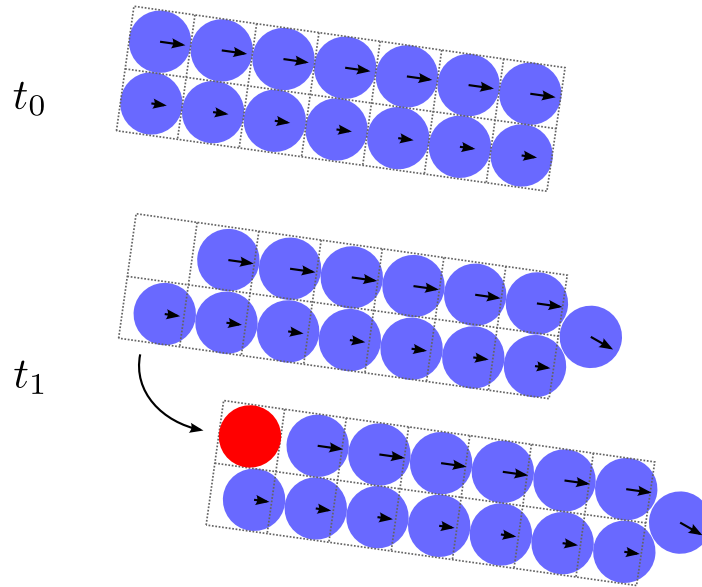


Figure 2.3 – Particle insertion algorithm. The initial locations of the SPH particles are stored (grey grid). The presence of particles in the grid cells is checked regularly. If a cell is empty, a particle is inserted.

### 2.4.5 Particle insertion

One of our goals is to simulate a semi-permanent flow, consisting of a moving front followed by a steady flow (in accordance with [Tiberghien, 2007], see also section 3.1). To do so, a volume of fluid is stored in a tank, and flows through an opening at its bottom. To ensure that the head is constant, the level of fluid inside the tank is kept constant. This is realised in our code by inserting particles at a regular interval, when a decrease in fluid level is detected. The insertion algorithm relies on the initial distribution of the particles in the tank. At the beginning of the simulation, the particles that constitute the initial volume of fluid are placed on a square grid, spaced by a distance  $\delta$  (the impact of the initial disposition of the particles has been tested by Chambon et al. [2011]). The initial positions are stored in an array, and the presence of SPH particles at these positions is checked regularly (every 1000 time steps). If there is no particle within  $\pm\delta/2$  of the checked location, a new particle is inserted, or, if available, a particle previously removed from the computational domain is relocated (see Fig. 2.3).

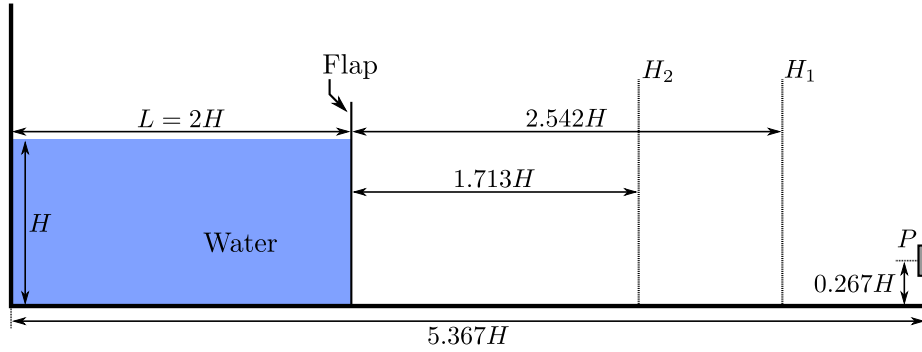


Figure 2.4 – Experimental setup of the dam break benchmark [Zhou et al., 1999].  $H_1$  and  $H_2$  are the two water depth probes,  $P$  is the pressure sensor.

## 2.5 Validation

Before using the code to study the interaction of a transient free-surface flow of Herschel-Bulkley fluid with an obstacle, we must ascertain it is able to simulate very unsteady flows on the one hand and viscoplastic fluids on the other hand. To this end, the code is tested on two benchmarks:

- A dam break of Newtonian fluid, which allows us to compare our simulations with experimental results and previous SPH simulations.
- A free-surface Poiseuille flow of H-B fluid, which allows us to compare the analytical solution for the velocity profile with the one computed by our code.

### 2.5.1 Dam Break

The dam break test case is a classical benchmark used to verify that a code is able to reproduce the propagation of a transient flow of newtonian fluid. The dam break experiment by Zhou et al. [1999] (using water) also includes impact pressure measurements on a rigid wall. These experimental data, previously compared to numerical results by Colagrossi and Landrini [2003] and Ferrari et al. [2009], are here compared to our own results.

Figure 2.4 shows the experimental setup of Zhou et al. [1999]. In this experiment, a reservoir of water of dimensions  $H = 0.6$  m and  $L = 2H$  is closed by a flap. At  $t = 0$  s, the flap is lifted instantly and the water flows on a dry deck towards a plate located at a distance  $x_p = 5.367H$  of the left wall. Depth probes  $H_1$  and  $H_2$  are located along the path of the flow, at  $x_{H_1} = 3.713H$  and  $x_{H_2} = 5.542H$ , to measure the height of the water. These sensors are capacitive wave gages which are sensitive to the wetted portion of the wire, and may thus indicate a water level lower than the maximum height reached by the water, in the presence of an en-

trapped air cavity [Colagrossi and Landrini, 2003]. A circular pressure transducer  $P$  is present on the impact plate. It has a diameter of 90 mm ( $0.15H$ ) and its center is located 160 mm ( $0.267H$ ) above the deck.

This experiment was reproduced using our code with a particle spacing  $\delta = 10$  mm. To simulate water, the density and viscosity of the fluid are set to  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup> and  $\eta = 10^{-3}$  Pa s. Dimensionless time is defined as  $t^* = t(g/H)^{1/2}$ .

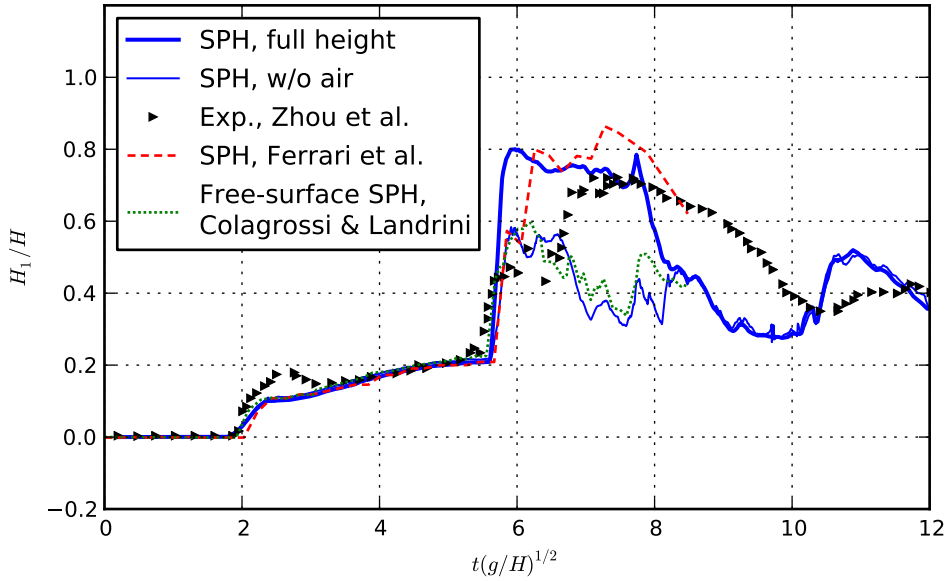
The computed height of the fluid at the location of the two depth probes is shown on Figure 2.5 along with the experimental measurements and the results of Colagrossi and Landrini [2003] and Ferrari et al. [2009]. The results by Colagrossi and Landrini [2003] show the effective water thickness, obtained by removing the height of entrapped air cavities if present. Ferrari et al. [2009] did not perform this correction. We show both the maximum height water reaches (thick line), and the effective height (thin line). Our code performs as well as the previous SPH implementations, in fact giving near identical results until after the impact with the wall, when a wave flows back towards the left side of the deck (at  $t^* \approx 6$ ).

Some discrepancies are found with the experiments, some of which may be caused by the fact that our simulations are only 2D, while 3D effects can appear in breaking waves, as shown by Dalrymple and Rogers [2006].

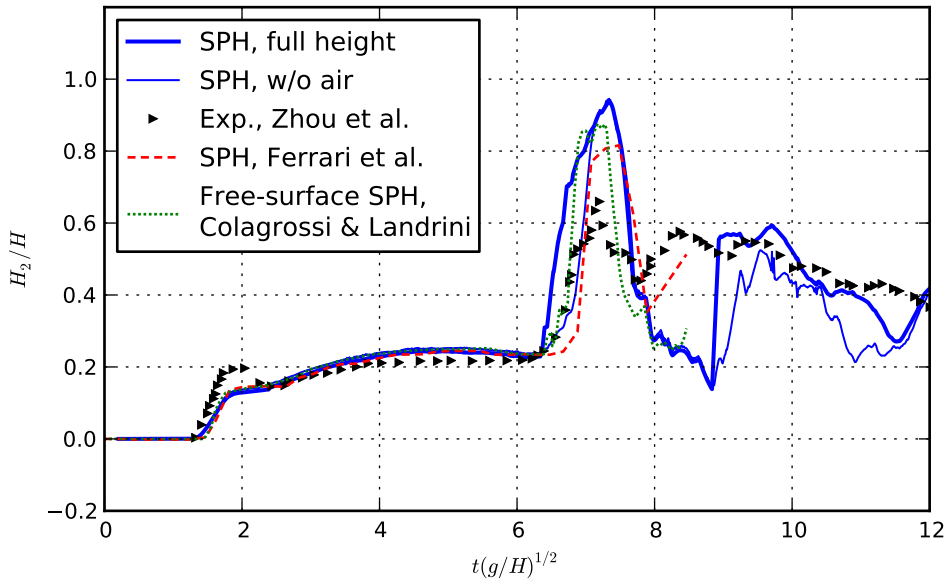
The pressure computed on the plate is shown on Figure 2.6. In our code, the pressure transducer is modelled with a sensor box whose vertical extent is the same as the diameter of the one used in the experiments (90 mm), and its thickness is equal to the particle dimension  $\delta = 10$  mm. Once again, our results are pretty similar to previous modellings. We do not recover the first impact (around  $t^* \approx 3$ ) as well as Colagrossi and Landrini [2003]. It should be noted that Ferrari et al. [2009] measured the pressure at  $z = 80$  mm,  $z = 100$  mm and  $z = 120$  mm. These positions are below the actual center of the pressure transducer ( $z = 160$  mm). Given that we do not have their results at the transducer center, we chose to present the values computed at  $z = 120$  mm, which are closest to the transducer center. We can assume that their implementation would underestimate the pressure with regards to the experiments. Indeed, if we place our virtual sensor lower, we get higher values and thus obtain a better fit with the experimental data.

After the initial peak, the pressure rises on our sensor and gets in close agreement with the experiments. As in previous simulations, the second peak ( $t^* \approx 6$ ) is late in comparison to the experiment, but we recover its amplitude better than Colagrossi and Landrini [2003]. Another peak ( $t^* \approx 8$ ) appears in both Colagrossi's and our simulation, which does not show up in the experimental data.

Overall, our data are in good agreement with the experiment, which means our code is capable of simulating a transient flow of newtonian fluid and its interaction with a rigid structure. It provides a good prediction for the impact pressure and for the movement of the water.



(a) Water depth at  $H_1$



(b) Water depth at  $H_2$

Figure 2.5 – Water height measured by the two water depth probes. The thick blue line shows our SPH results for the total water height, the thin blue line is the water height minus air cavities, the black triangles are the experimental measurements by Zhou et al. [1999], the red dashed line is the height computed in SPH by Ferrari et al. [2009], and the green dotted line shows the free-surface SPH results by Colagrossi and Landrini [2003].

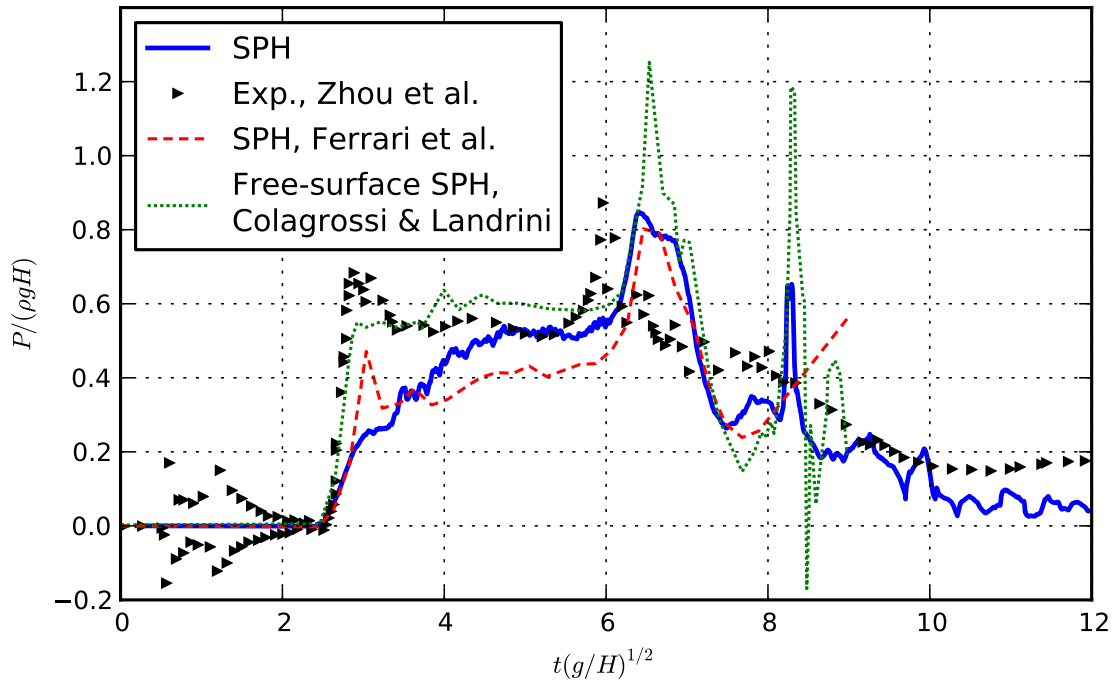


Figure 2.6 – Pressure measured by sensor  $P$  on the impact plate. The solid blue line shows our SPH results, the black triangles are the experimental measurements by Zhou et al. [1999], the red dashed line is the pressure computed at  $z = 120$  mm in SPH by Ferrari et al. [2009], and the green dotted line shows the free-surface SPH results by Colagrossi and Landrini [2003].

## 2.5.2 Free-surface flow of a Herschel-Bulkley fluid

After having verified that the code is able to simulate transient flows of newtonian fluids, and that the computed pressure is accurate, another benchmark was modelled with our code to test the numerical implementation of the rheological model.

The benchmark consists in reproducing a steady flow of a Herschel-Bulkley fluid on a slope, and comparing the computed velocity profile along the  $z$ -axis with the analytical solution for a free-surface Poiseuille flow with the same rheology [Chen, 1988]. For such a flow, a plug forms above a sheared zone of thickness:

$$h_0 = h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta}, \quad (2.28)$$

where  $h$  is the total height of the fluid and  $\theta$  is the slope angle.

The velocity of the plug is given by:

$$u_{plug} = \frac{n}{n+1} \left( \frac{\rho g h_0^{n+1} \sin \theta}{K} \right)^{1/n}. \quad (2.29)$$

The velocity profile in the sheared layer is given by:

$$u_x(z) = u_{plug} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{z}{h_0} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right], \quad 0 \leq z \leq h_0. \quad (2.30)$$

The setup used is identical to the one described in section 3.1, derived from the experiments of Tiberghien [2007]. The rheological characteristics of the fluid are  $\tau_c = 4.9$  Pa,  $K = 3.6$  Pa s <sup>$n$</sup> ,  $n = 0.42$ . The particle spacing is  $\delta = 1.25$  mm, to provide a fine enough description of the sheared zone without needing too much computation time. For a slope of  $5^\circ$  we computed an average fluid height of  $h = 32.5$  mm, which is equal to  $26\delta$ . The theoretical profile corresponding to this fluid height is shown on figure 2.7 along with the numerical results. Because of the finite dimension of the particles, there is an uncertainty on  $h$ . To take this uncertainty into account, analytical solutions for  $h \pm \delta$  are traced in dashed lines. Even when the steady regime is reached, we observe a slight instability of the simulated flow leading to a slight variability on  $u_x$ . This variability is taken into account by computing three profiles at a one-second interval. The red dots correspond to the average value of the velocity over the three profiles, while the error bars show the minimum and maximum values.

The agreement is good, considering the small number of particles present in the sheared layer of the fluid (approximately 19, because of computation time constraints). It must also be noted that one of the sources of the uncertainty on  $u_x$  is the sensitivity of  $u_{plug}$  to the fluid height. Indeed, on figure 2.7, we see

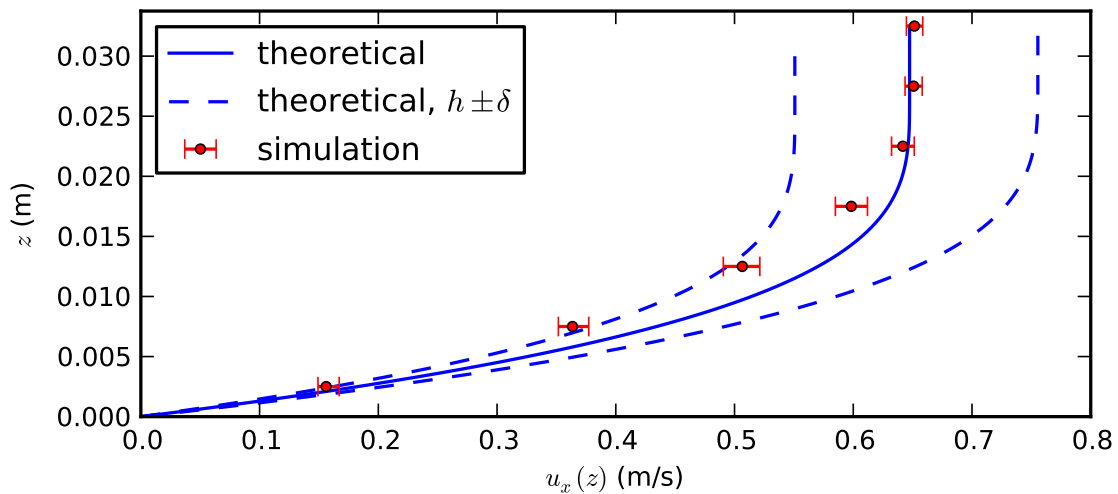


Figure 2.7 – Velocity profile of a free-surface flow of H-B fluid. The solid blue line shows the theoretical value of  $u_x$ , the dashed blue lines are additional analytical solutions that take into account the variability ( $\pm\delta$ ) in fluid height  $h$ , the red dots are the values of  $u_x$  computed by SPH, with error bars that represent the variability of  $u_x$  over time.

that a variation ( $\pm\delta$ ) of less than 4% in fluid height  $h$  leads to a variation of 20% in  $u_{plug}$ . This sensitivity is inherent to shear-thinning Herschel-Bulkley fluids ( $n < 1$ ). It can also lead to fluctuations and instabilities in the flow, such as roll waves [Coussot, 1994].

## 2.6 Conclusion

In this chapter, we briefly presented the history of the SPH method in section 2.1. We then described the mathematical principles behind the method and the equations it is designed to solve (section 2.2). Section 2.3 explained how we implemented the Herschel-Bulkley rheological model. In section 2.4, we detailed our choices of implementation and the various features specific to our code: boundary conditions, time-stepping algorithm, pressure field smoothing, virtual sensors, virtual profiles, and particle insertion algorithm. Finally, in section 2.5, we studied the capacity of the code to meet the requirements listed in our general objectives. To do so, we validated our code on two benchmark cases. The first benchmark was the simulation of a dam break of water, followed by the impact of the front of the water flow on a wall. We compared our simulations to experimental data by Zhou et al. [1999] and numerical results by Colagrossi and Landrini [2003] and Ferrari et al. [2009]. The agreement between our numerical data and both the experi-

mental and numerical results was very good. The second benchmark was aimed at testing the implementation of the Herschel-Bulkley rheology. We simulated a free-surface flow of H-B fluid down a slope and compared the velocity profile inside the fluid with an analytical solution. We found that the agreement between the two was good.

The benchmarks have shown that the code gives satisfactory results when simulating transient free-surface flows, impacts on a rigid wall, and steady flows of Herschel-Bulkley fluids. We can now use it with reasonable confidence for modelling a free-surface flow of viscoplastic fluid impacting a structure.





# Chapitre 3

## Expériences numériques

Nous avons vu au chapitre précédent comment est conçu le code SPH que nous utilisons pour nos simulations, notamment les méthodes mises en œuvre pour modéliser correctement un matériau rhéofluidifiant à seuil. Nous avons vérifié que le code est capable de reproduire des écoulements transitoires interagissant avec une structure ainsi que des écoulements permanents de fluide de Herschel-Bulkley. Il est temps à présent d'aborder la réalisation des expériences en canal numérique, dont l'objectif est de permettre une analyse fine des caractéristiques d'un écoulement de fluide viscoplastique impactant un obstacle rigide. Nous décrirons d'un point de vue phénoménologique les observations réalisées sur les écoulements simulés et tâcherons de mettre en évidence les caractéristiques générales des différents régimes d'impact rencontrés.

Dans ce chapitre, nous présenterons en détail le canal virtuel utilisé, ainsi que les paramètres rhéologiques choisis pour le fluide (section 3.1), de manière cohérente avec les expériences en laboratoire réalisées par Tiberghien [2007]. Nous observerons dans un premier temps la géométrie des écoulements (section 3.2), et notamment le champ de vitesse à l'amont de l'obstacle (sous-section 3.2.1). Enfin nous étudierons l'évolution temporelle de la pression exercée sur l'obstacle (section 3.3). Pour chacun de ces axes d'étude, nos résultats seront comparés aux résultats expérimentaux de Tiberghien [2007].

### 3.1 Domaine et paramètres de simulation

Le domaine de simulation utilisé est dérivé du canal expérimental utilisé par Didier Tiberghien lors de sa thèse à Irstea [Tiberghien, 2007]. Le dispositif expérimental, schématisé sur la figure 3.1, était constitué d'un canal de 4 m de long et 0.3 m de large, inclinable de  $0^\circ$  à  $10^\circ$  par pas de  $0.1^\circ$ . En haut de ce canal était situé un réservoir (long de 0.62 m) contenant du Carbopol (fluide à seuil rhéofluidifiant),

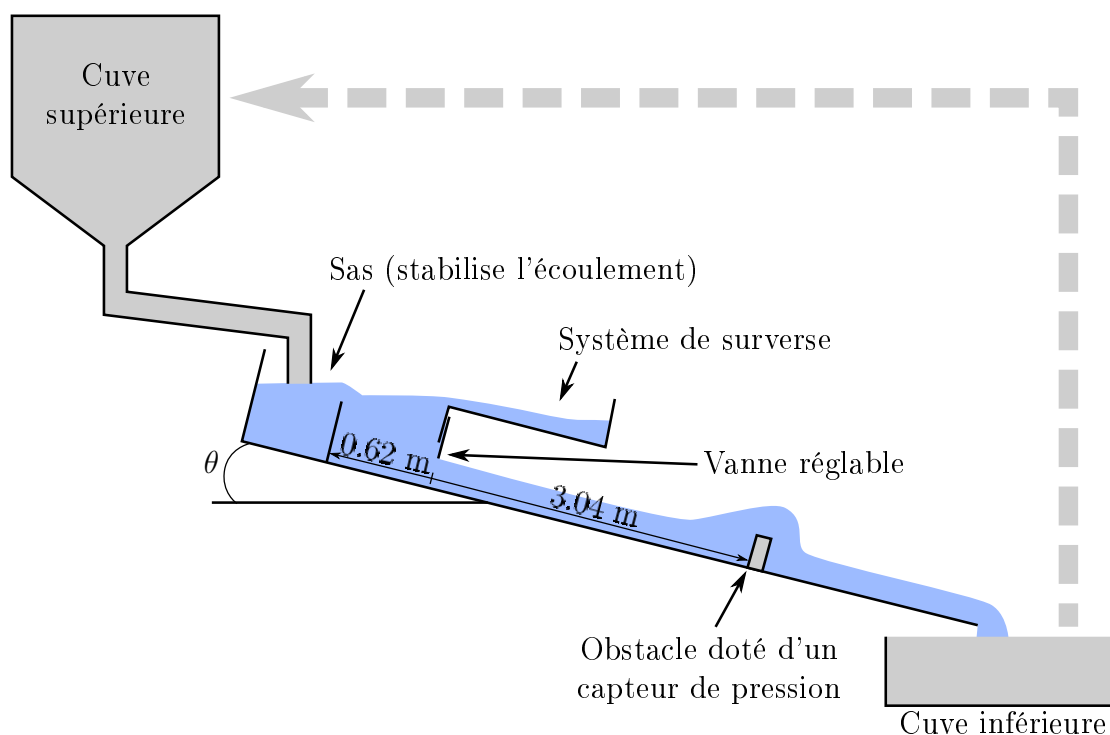


FIGURE 3.1 – Schéma du canal expérimental utilisé par Tiberghien [2007].

lui-même alimenté par une cuve. Le réservoir était doté d'un double compartiment (« sas ») visant à atténuer les fluctuations dans l'alimentation, ainsi que d'un système de surverse permettant de conserver un niveau de liquide constant. Le liquide contenu dans le réservoir se déversait dans le canal par une vanne à ouverture réglable. Le niveau de liquide constant au-dessus de cette vanne permettait d'obtenir un débit d'alimentation constant. Ce dispositif permettait d'obtenir la propagation d'un front suivi d'un écoulement quasi-permanent d'épaisseur  $h$ . À 3.04 m en aval de la vanne était placé l'obstacle : un mur rectangulaire bloquant l'écoulement dans toute sa largeur. Sa hauteur,  $H$ , était ajustée à l'aide de cales afin de maintenir un nombre d'aspect  $h/H = 0.86$  constant d'une simulation à l'autre. Une pompe permettait de vider la cuve inférieure dans la cuve supérieure pour assurer une circulation permanente du fluide.

Dans nos simulations, nous n'avons pas modélisé les sas et le système de surverse, car nous pouvons contrôler finement l'alimentation en fluide et maintenir un débit d'alimentation constant, en insérant des nouvelles particules SPH comme décrit au chapitre précédent (section 2.4.5). Comme dans l'expérience en laboratoire, la longueur du réservoir est de 0.62 m (voir figure 3.2). L'angle du canal est modifié en changeant la direction de la gravité  $\vec{g}$ .

Le nombre d'aspect étant maintenu constant, nous avons, pour chaque inclinai-

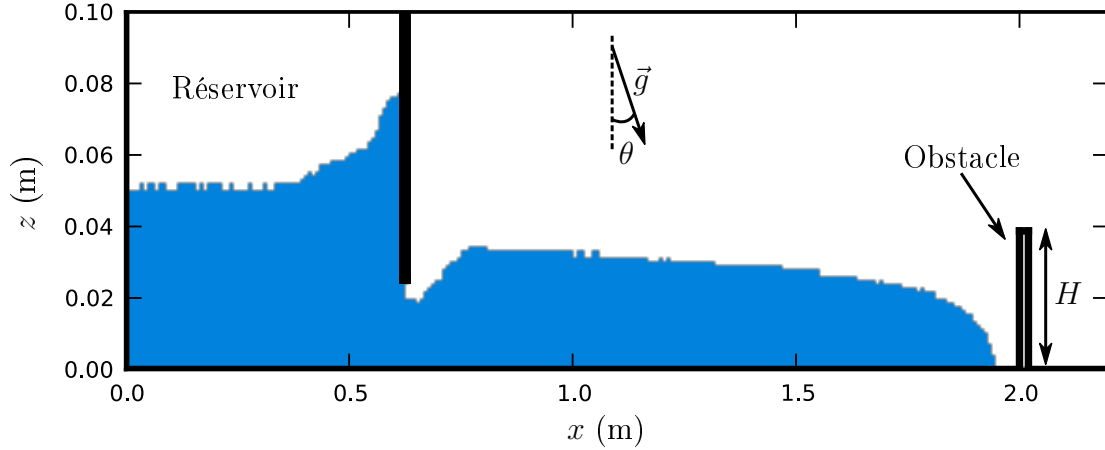


FIGURE 3.2 – Instantané d'une simulation réalisée avec le canal virtuel.

son, simulé un premier écoulement sans obstacle afin de déterminer son épaisseur  $h$  loin du front. Puis nous avons placé l'obstacle de hauteur  $H = h/0.86$  et réalisé la simulation de l'écoulement avec obstacle. Ce choix de nombre d'aspect est en accord avec les hauteurs d'écoulement typiques observées sur le terrain et la taille des ouvrages de protection [Tiberghien, 2007].

Lors de la simulation avec obstacle, des enregistrements de la pression calculée le long du mur amont de l'obstacle sont effectués, et des instantanés contenant la position, la vitesse, et la pression (entre autres) de chaque particule sont sauvegardés toutes les 0.05 s de temps simulé.

Un ensemble de scripts écrits en Python permet de traiter les données brutes et d'analyser les résultats.

Afin d'avoir un critère de comparaison entre les expériences numériques, les expériences en canal, et des écoulements de terrain, nous ne nous baserons pas uniquement sur la pente du canal, mais nous utiliserons aussi la valeur du nombre de Froude de l'écoulement. Ce nombre sans dimension caractérise l'importance relative de l'énergie cinétique de l'écoulement et de l'énergie potentielle gravitationnelle. Nous adoptons ici la définition proposée par Tiberghien [2007] dans le cadre de ses expériences :

$$Fr = \frac{\bar{u}_{front}}{\sqrt{gh \cos \theta}}, \quad (3.1)$$

où  $\bar{u}_{front}$  est une vitesse moyenne du front calculée entre l'ouverture du réservoir et l'impact sur l'obstacle,  $h$  est l'épaisseur du fluide et  $\theta$  est la pente du canal.

Deux ensembles de simulations ont été réalisés : une première série pour laquelle nous avons essayé de nous caler sur les expériences de Tiberghien [2007] pour retrouver les valeurs mesurées en laboratoire, et une deuxième série où les simulations ont été menées de manière indépendante.

### 3.1.1 Première série : Essais de calage sur les expériences

Dans une première partie de ce travail de thèse, nous avons cherché à caler nos simulations sur les expériences en canal de Tiberghien [2007], en cherchant à obtenir des valeurs les plus proches possibles pour deux grandeurs caractéristiques : la vitesse du front  $\bar{u}_{front}$  et l'épaisseur  $h$  de l'écoulement.

Pour chaque expérience de laboratoire dont nous avons les mesures, nous avons réalisé des simulations en fixant l'inclinaison du canal (figure 3.2) à une valeur identique à celle de l'expérience, et nous avons fait varier les paramètres suivants :

- Charge dans le réservoir : La hauteur de fluide dans le réservoir joue grandement sur la vitesse du front de l'écoulement. En l'absence d'indications précises sur sa valeur dans les expériences, nous avons procédé par essai-erreur et déterminé qu'une valeur entre 30 mm et 50 mm convenait pour simuler des valeurs de  $\bar{u}_{front}$  et  $h$  compatibles avec les données expérimentales. Notons que cette valeur de charge est très certainement bien inférieure à celle utilisée au laboratoire. Mais des valeurs plus élevées de la charge dans notre réservoir numérique conduisent systématiquement à des vitesses de front trop élevées.
- Ouverture de la vanne : L'ouverture au bas du réservoir joue à la fois sur l'épaisseur de l'écoulement et la vitesse du front. La valeur précise de l'ouverture utilisée dans les expériences n'était pas connue, mais on peut estimer qu'elle était proche de l'épaisseur du fluide (environ 20 mm à 40 mm dans les expériences). Nous avons ajusté cette valeur entre 20 mm et 30 mm suivant les simulations.
- Rhéologie du fluide : L'ajustement des paramètres précédents n'étant pas toujours suffisant pour simuler des valeurs de  $\bar{u}_{front}$  et  $h$  compatibles avec les expériences, nous avons choisi de faire varier la contrainte seuil  $\tau_c$  et la consistance  $K$  du fluide autour des paramètres d'origine  $\tau_c = 4.9$  Pa,  $K = 3.6$  Pa s <sup>$n$</sup> ,  $n = 0.42$ . Ce choix est acceptable dans la mesure où l'incertitude sur ces paramètres peut atteindre, voire dépasser, 20%.

Les simulations réalisées dans ces conditions ont permis d'obtenir des résultats encourageants et de réaliser un ensemble de comparaisons initiales entre résultats expérimentaux et numériques. Cependant, les ajustements réalisés (charge, ouverture de la vanne et rhéologie) pour chaque simulation sont arbitraires et impossibles à systématiser d'une expérience à l'autre. Les limitations de cette méthode de calage ne sont pas satisfaisantes d'un point de vue scientifique, car plusieurs paramètres varient simultanément d'une simulation à l'autre, nous empêchant des les comparer entre elles.

Pour résoudre ce problème, nous avons décidé de réaliser une nouvelle série de simulations indépendantes des expériences en laboratoire.

### 3.1.2 Deuxième série : simulations indépendantes

Dans cette deuxième série de simulations, on ne cherche plus à reproduire à l'identique les expériences de Tiberghien [2007]. On en conserve toutefois le principe et l'ordre de grandeur des variables caractéristiques. L'objectif ici est de conduire une étude des écoulements en fonction de la pente du canal, tous les autres paramètres (rhéologie, ouverture de la vanne, charge dans le réservoir) étant fixés. De cette manière, on peut comparer les simulations entre elles, de manière rigoureuse.

L'ouverture par laquelle le fluide s'écoule dans le canal est fixée à 25 mm, et la charge dans le réservoir est fixée à 50 mm. Afin de réduire le temps de calcul, l'obstacle a été placé à l'abscisse  $x = 2$  m, soit à 1.38 m du réservoir au lieu de 3.04 m, afin que l'impact se produise plus tôt. Les paramètres du modèle de Herschel-Bulkley sont identiques à ceux du Carbopol employé dans les expériences :  $\tau_c = 4.9$  Pa,  $K = 3.6$  Pa s <sup>$n$</sup> ,  $n = 0.42$ . La gamme d'inclinaisons étudiées dans cette série de simulations va de 3° à 16°, ce qui correspond à une gamme de valeurs de  $Fr$  entre 0.52 et 2.88.

Sauf mention contraire, tous les résultats présentés dans la suite de ce travail sont issus de cette série de simulations.

## 3.2 Caractéristiques locales des écoulements

Avant d'examiner la dynamique des écoulements, nous allons décrire dans cette partie leur géométrie et leur cinématique. L'observation de l'interaction entre le fluide viscoplastique et l'obstacle va mettre en évidence des phénomènes particuliers qui nous permettront d'orienter notre étude vers les grandeurs les plus pertinentes, que nous pourrons alors analyser plus en détail.

### 3.2.1 Mise en évidence de deux régimes d'impact

Nous nous appuyons ici sur les figures 3.3 à 3.6 tirées de simulations réalisées dans les conditions décrites à la section 3.1.2. Afin de mieux voir l'évolution de la vitesse avec l'augmentation de la pente du canal, ces quatre graphiques partagent la même échelle de couleurs. Ils correspondent à des sauvegardes effectuées au cours des simulations.

On constate que pour les plus faibles pentes, entre 3° et 7°, illustrées par la figure 3.3, l'impact du fluide sur l'obstacle se fait de manière assez douce : le niveau du fluide monte graduellement le long de la face amont et finit par surverser au-dessus de l'obstacle (pas de décollement de l'écoulement au-dessus de la face supérieure). Un ressaut se propage vers l'amont, et il se forme au pied du mur amont une zone de fluide de vitesse faible ou nulle qui est d'autant plus étendue que

la pente est faible. Nous appellerons cette zone la zone morte, et nous dirons qu'aux faibles pentes nous sommes en régime de zone morte. Le fluide en mouvement glisse sur cette zone stagnante qui agit comme un tremplin. Cette observation est en accord avec les résultats de Tiberghien et al. [2007]; Armanini and Scotton [1993]; Zanuttigh and Lamberti [2006].

Pour les plus fortes pentes, au-dessus de  $8^\circ$ , illustrées par la figure 3.6, l'impact sur l'obstacle est beaucoup plus violent. Dans ce cas un jet vertical se forme lors de l'impact. Une zone morte se forme, mais sa taille est plus réduite qu'aux faibles pentes. Derrière le premier impact, on continue à observer un jet (décollement de l'écoulement au-dessus de la face supérieure de l'obstacle) dont l'angle avec l'horizontale diminue puis se stabilise lorsque l'écoulement devient permanent. Ce régime d'impact sera appelé régime de jet.

Aux pentes intermédiaires, illustrées par les figures 3.4 et 3.5, on observe une transition entre ces deux régimes. Sur la figure 3.4, à  $7^\circ$ , le jet formé à l'impact retombe en grande partie du côté amont de l'obstacle, tandis que sur la figure 3.5, à  $8^\circ$ , le jet initial a suffisamment de vitesse pour dépasser l'obstacle.

Sur les figures 3.3 à 3.6, on note que les zones isovitesse (bandes de couleur identique sur les graphiques), une fois l'écoulement établi, sont plus courbées et plus resserrées à mesure que la pente augmente. Presque parallèles au fond sur la dernière image de la série 3.3, elles forment un angle d'environ  $20^\circ$  sur la figure 3.6. En parallèle, on observe que plus la pente augmente, plus la longueur de la zone morte diminue. La taille de la zone morte apparaît donc comme un facteur essentiel de la déviation du fluide qui se produit à proximité de l'obstacle.

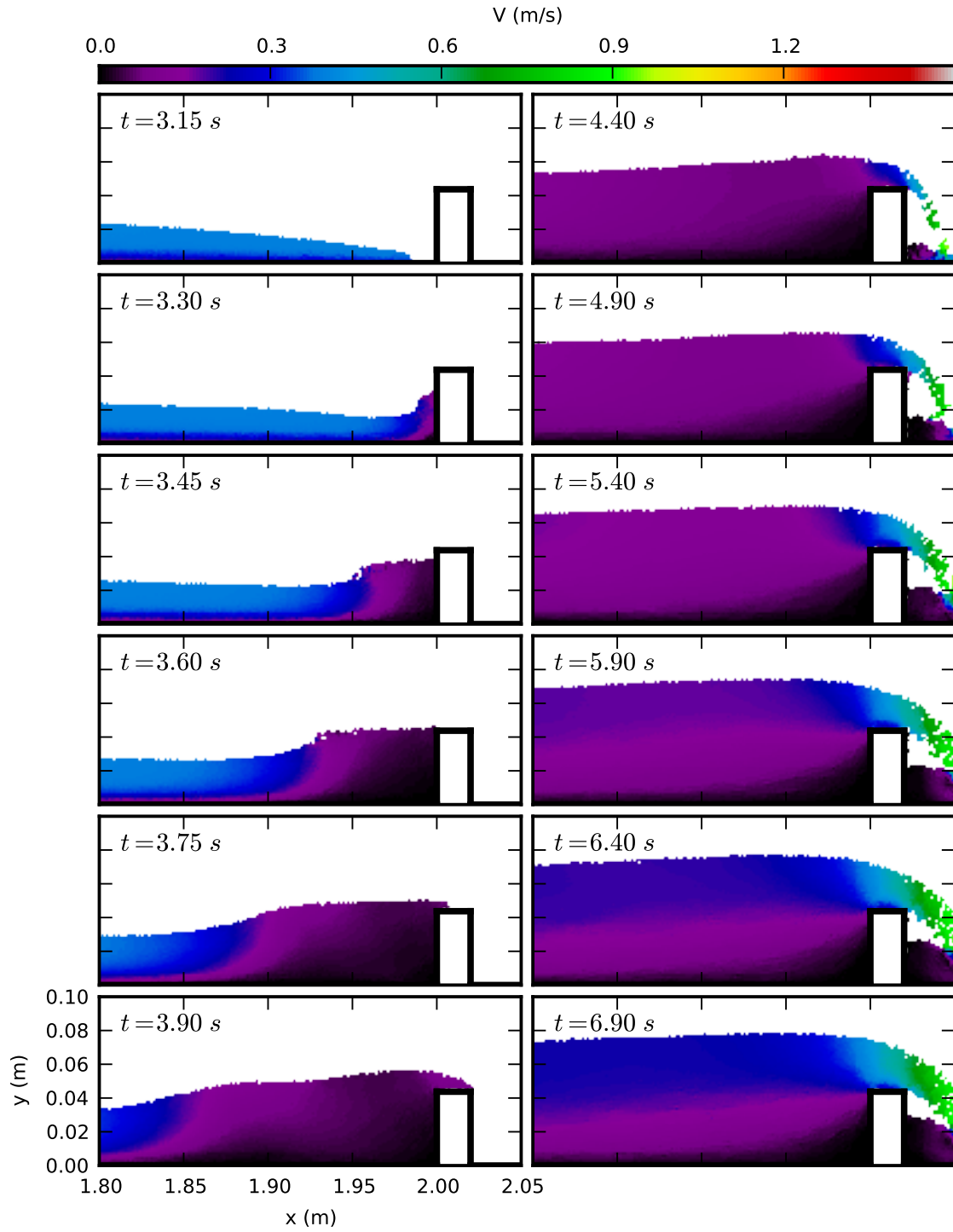


FIGURE 3.3 – Champs de vitesse à différents instants de la simulation pour  $\theta = 4^\circ$ ,  $Fr = 0.71$



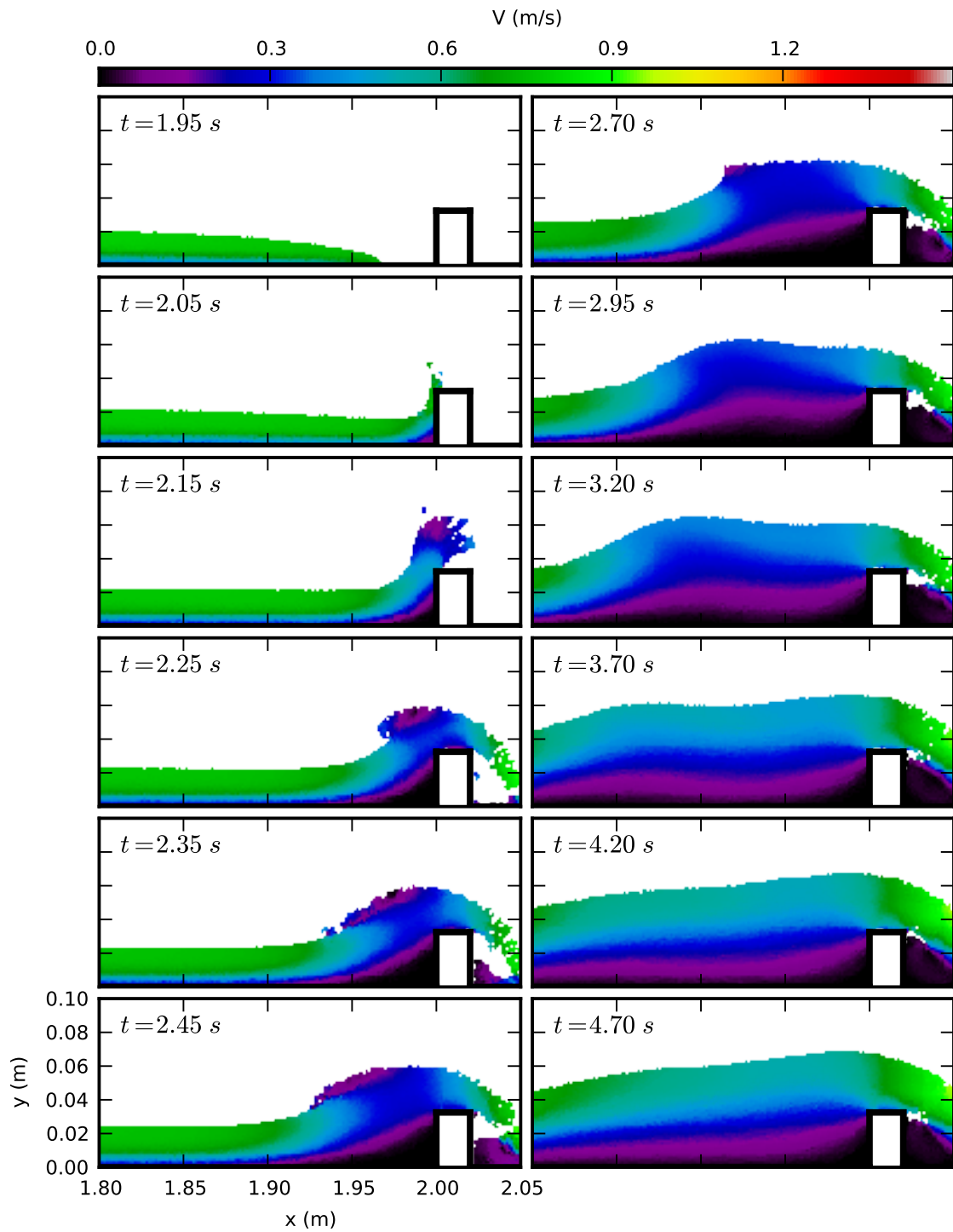


FIGURE 3.4 – Champs de vitesse à différents instants de la simulation pour  $\theta = 7^\circ$ ,  $Fr = 1.31$

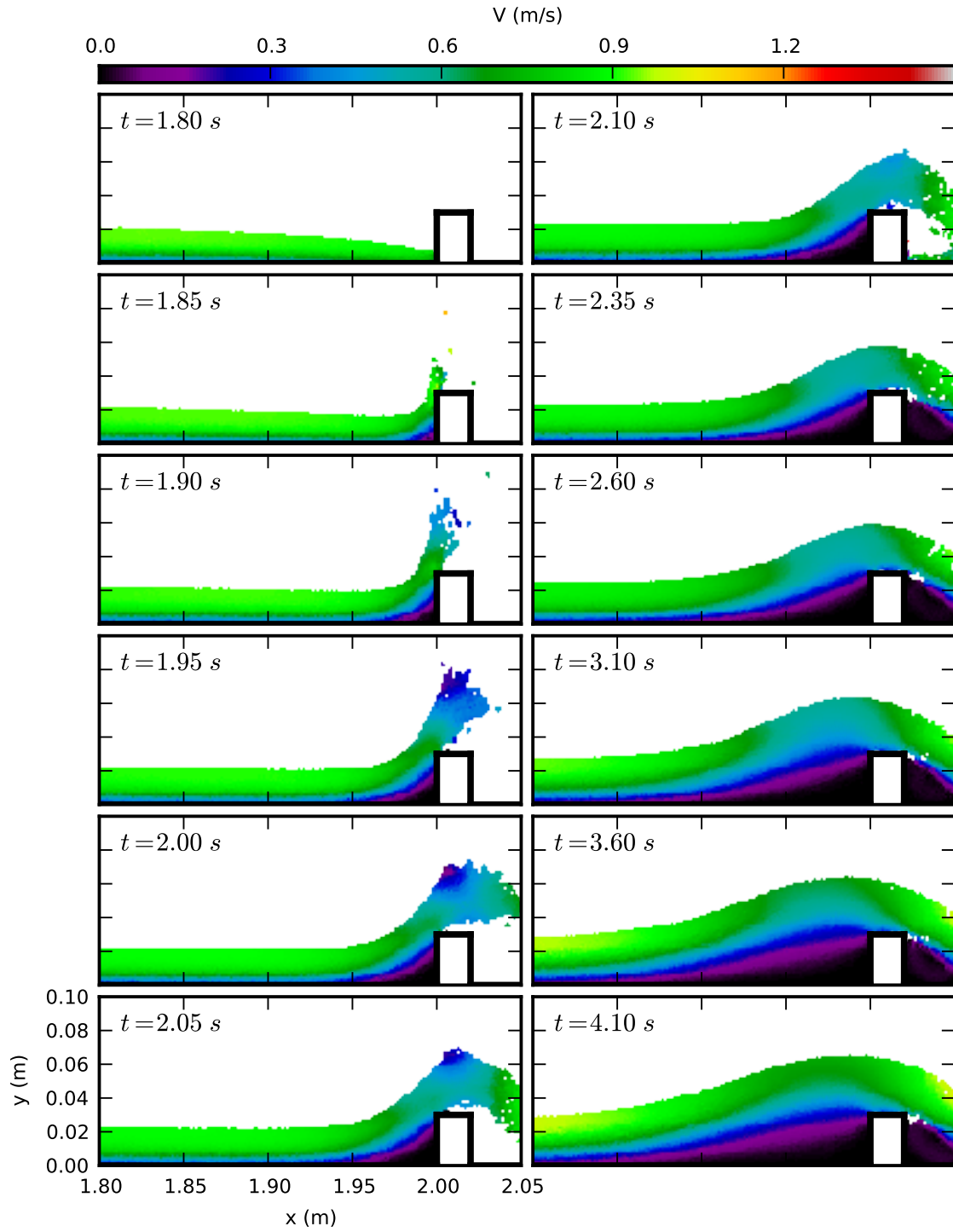


FIGURE 3.5 – Champs de vitesse à différents instants de la simulation pour  $\theta = 8^\circ$ ,  $Fr = 1.53$

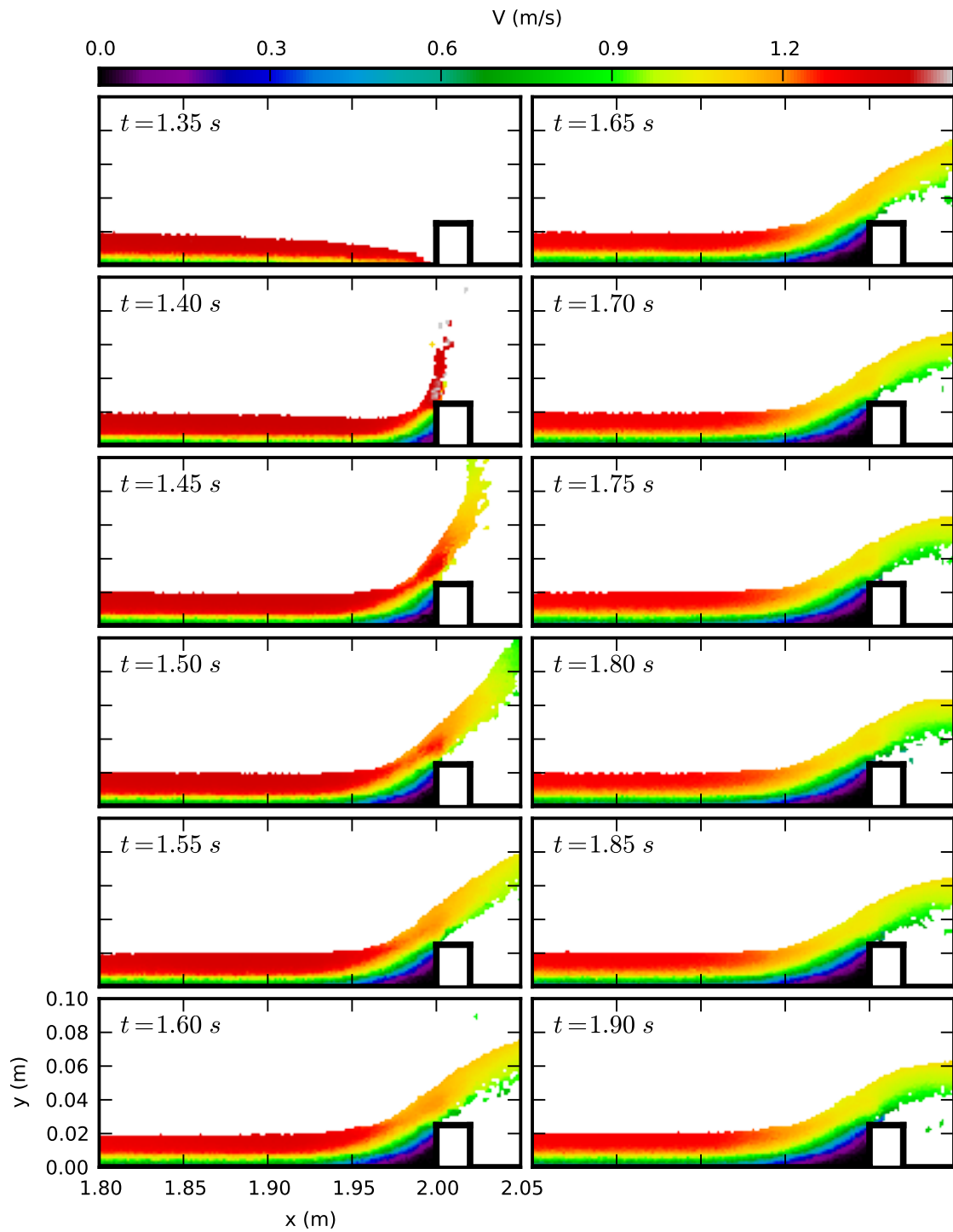


FIGURE 3.6 – Champs de vitesse à différents instants de la simulation pour  $\theta = 12^\circ$ ,  $Fr = 2.22$

### 3.2.2 Longueur de la zone morte

Ici nous nous concentrons sur l'étude de la longueur de la zone morte localisée au pied de l'obstacle lorsque l'écoulement permanent est atteint. En particulier, nous cherchons à étudier son évolution en fonction de la pente. Cette zone morte est définie comme étant une zone de fluide à l'arrêt. Toutefois, les limitations de la méthode SPH, tant au niveau de l'espacement des particules que nous ne pouvons pas diminuer arbitrairement, que dans la difficulté à forcer une condition de non-glissement à la paroi, rendent difficile l'utilisation d'un critère sur la vitesse locale du fluide : la vitesse des particules qui longent la paroi inférieure du domaine est surestimée, ce qui conduit alors à négliger la partie de la zone morte qui est la plus lointaine de l'obstacle. Néanmoins, nous avons observé dans nos simulations que cette zone morte agit comme un tremplin qui dévie l'écoulement en amont de l'obstacle. Cette déviation se traduit par une inflexion de la surface libre de l'écoulement. Nous appelons la zone dans laquelle la forme du fluide est modifiée par la présence de l'obstacle la zone d'influence. C'est en étudiant la longueur de cette zone d'influence de l'obstacle sur la surface libre que nous allons caractériser la longueur de la zone morte  $L_{DZ}$ . Une approche similaire, portant sur du matériau granulaire, a été proposée par Faug et al. [2002] (voir également chapitre 5). La figure 3.7 montre comment nous avons procédé pour estimer  $L_{DZ}$  à partir de la rupture de pente de la surface libre de l'écoulement.

Les longueurs mesurées sont tracées sur la figure 3.8.  $L_{DZ}$  est adimensionnée par la hauteur  $H$  de l'obstacle. On constate qu'aux plus faibles pentes, l'étendue de la zone morte est considérable puisqu'elle atteint 25 fois la hauteur de l'obstacle. Elle se réduit de manière très visible jusqu'à ce que l'inclinaison atteigne  $8^\circ$ . La zone morte atteint ensuite quasiment sa taille minimale et sa longueur diminue très lentement en fonction de la pente, ce qui se traduit par une inflexion marquée de la courbe à  $8^\circ$ . Cette valeur de pente, qui correspond à une valeur du nombre de Froude  $Fr \approx 1.5$ , concorde avec la transition vers le régime de jet.

Ces observations sont cohérentes avec les résultats obtenus par Tiberghien [2007], qui a observé lui aussi deux régimes présentant des caractéristiques similaires à celles que nous avons décrites ici. La transition entre les régimes de zone morte et de jet se produisait autour de  $Fr \approx 1.4$ , une valeur proche de la nôtre,  $Fr \approx 1.5$ .

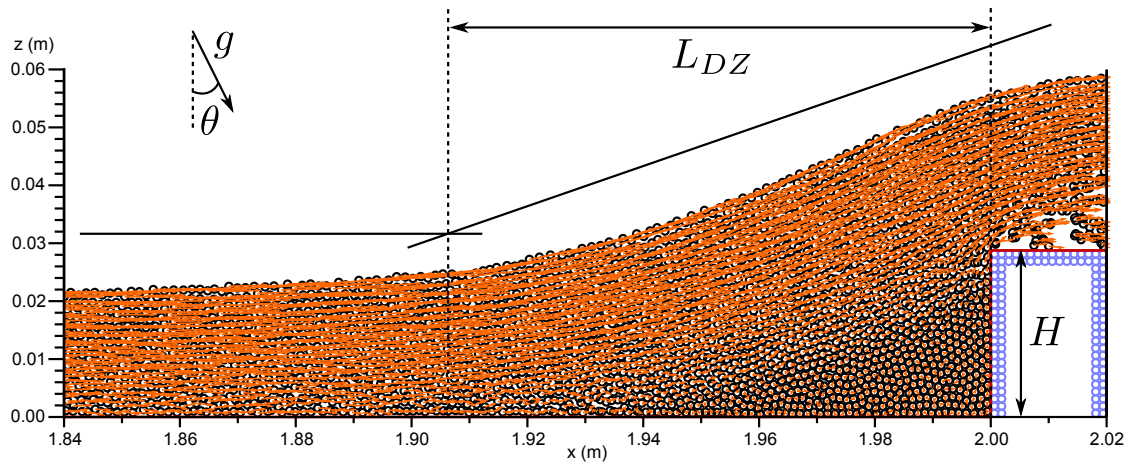


FIGURE 3.7 – Détermination de la longueur de la zone morte  $L_{DZ}$  sur un instantané de simulation.

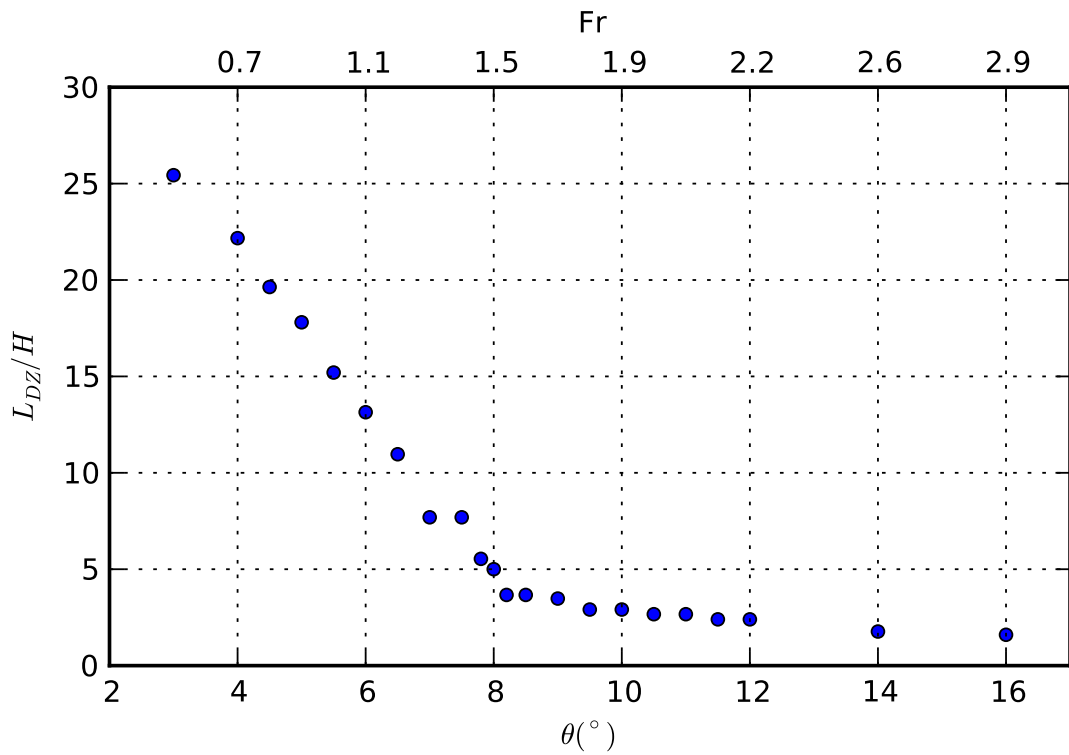


FIGURE 3.8 – Longueur de la zone morte rapportée à la hauteur de l'obstacle  $H$ , en fonction de l'inclinaison  $\theta$  du canal numérique.

### 3.2.3 Comparaison des champs de vitesse simulés et expérimentaux, en régime de zone morte

Les figures 3.9 à 3.15 présentent, côte à côte, les champs de vitesse calculés et ceux mesurés par PIV des sept expériences pour lesquelles nous disposons des mesures. Nous avons aussi calculé les différences absolues de vitesse entre expériences et simulations. Les mesures ont été effectuées après que l'écoulement a impacté l'obstacle, quand la zone morte est bien établie. Toutefois, nous avons pu constater, dans la série d'enregistrements dont nous disposons, que la vitesse moyenne augmentait légèrement d'une mesure PIV à l'autre. Le régime permanent n'était donc pas parfaitement atteint.

Avant de pouvoir comparer mesures PIV et champs calculés, nous avons dû retraiter les fichiers de PIV bruts. En effet, chaque enregistrement PIV présentait de nombreux points erronés (valeurs manquantes ou incohérentes). Pour pallier ces lacunes, nous avons moyenné plusieurs mesures, et remplacé les valeurs de vitesse erronées par la moyenne des valeurs voisines de chaque point à corriger. Enfin un lissage à l'aide d'une fenêtre carrée (filtre « boxcar ») a permis d'atténuer le bruit résiduel. Malgré ces traitements, des erreurs persistent, notamment au-dessus de l'obstacle (en haut à droite des images). Cela peut s'expliquer par la vitesse plus élevée des écoulements dans cette zone, et la proximité avec la bordure du champ de la caméra : entre deux images successives, les particules PIV sortent du champ et il est impossible de calculer leur vitesse. Par ailleurs, la vitesse d'écoulement atteinte au-dessus de l'obstacle peut dépasser la vitesse limite mesurable par la méthode mise en œuvre, qui est évaluée à 0.47 m/s sur la base des éléments fournis par Tiberghien [2007]. De façon globale, on peut évaluer les incertitudes sur les vitesses mesurées par Tiberghien [2007] à environ 25%.

En ce qui concerne les résultats numériques, les instantanés des simulations correspondant à chaque expérience en laboratoire ont eux été interpolés par la méthode des voisins naturels, et cinq instantanés successifs ont été moyennés. Aucun lissage n'a été nécessaire. Étant donné que la vitesse n'est constante ni dans les mesures PIV, ni dans les calculs, nous avons retenu la paire de résultats pour laquelle il y avait le moins d'écart entre la vitesse moyenne du champ mesuré par PIV et la vitesse moyenne du champ calculé.

Sur les figures 3.9 à 3.15, on observe une distribution de la vitesse similaire entre mesures PIV et simulations. Une zone morte (en noir et violet foncé sur les figures) en pied d'obstacle est bien présente dans les deux cas et dévie l'écoulement en amont de l'obstacle. Au-dessus de cette zone morte, la section d'écoulement diminue progressivement et la vitesse du fluide augmente à mesure qu'il s'approche de l'obstacle. Les gradients de vitesse ont la même allure entre mesures PIV et simulations. Pour toutes les figures, les vitesses moyennes observées dans les fenêtres simulées sont un peu inférieures à celles observées dans les fenêtres PIV. La

différence ne dépasse toutefois jamais 20%. Ces écarts peuvent s'expliquer par les choix faits lors du calage des simulations sur les expériences (voir section 3.1.1) : la contrainte seuil  $\tau_c$  et la consistance  $K$  ont été légèrement augmentées dans les simulations par rapport à leurs valeurs expérimentales. Ceci peut expliquer des vitesses simulées un peu plus faibles.

On note de façon assez systématique une différence positive locale, souvent importante, entre vitesses simulées et mesurées au-dessus de l'obstacle. Cette différence s'explique par la faible qualité des données de PIV acquises à cet endroit (nombreuses valeurs manquantes ou erronées insuffisamment corrigées par la méthode exposée plus haut, avec une tendance nette à la sous-estimation).

En-dessous du niveau de l'obstacle ( $y/H < 1$ ), la différence entre vitesses simulées et vitesses mesurées par PIV est systématiquement négative pour toutes les comparaisons réalisées. Cette discordance reste néanmoins raisonnable. En effet, sur environ 3000 points de comparaison (points situés sous la hauteur d'obstacle, dans chacune des figures 3.9 à 3.15) la discordance maximum entre valeurs simulées et mesurées de vitesse est toujours inférieure à 60% de la vitesse moyenne PIV. Sur la même zone d'observation, la discordance moyenne entre valeurs simulées et mesurées de vitesses est toujours inférieure à 38% de la vitesse moyenne PIV : respectivement 19%, 20%, 22%, 22%, 32%, 33% et 38% sur les figures 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 et 3.15. En ce qui concerne la zone morte, ses dimensions mesurées et simulées sont très concordantes aux valeurs de Froude les plus faibles (figures 3.9 à 3.11). Les dimensions divergent progressivement aux  $Fr$  plus élevés (figures 3.12 à 3.15), la zone morte mesurée par PIV devenant plus réduite que celle des simulations.

Au-dessus du niveau de l'obstacle, la différence entre vitesses simulées et mesurées est positive ou négative selon les cas, sans qu'il soit possible de dégager une tendance nette en fonction de  $Fr$ . En dehors de la zone située juste au-dessus de l'obstacle (problème de précision de la PIV évoqué plus haut), la discordance reste limitée. En effet, sur environ 1000 points de comparaison (points situés au-dessus de la hauteur d'obstacle et à une distance supérieure à  $0.2H$  de l'obstacle, dans chacune des figures 3.9 à 3.15) la discordance maximum entre valeurs simulées et mesurées de vitesse est généralement inférieure à 33% de la vitesse moyenne PIV. Quelques discordances plus importantes dues à des artefacts dans les données PIV sont observées. Elles restent cependant très locales (coin supérieur gauche de la figure 3.13 par exemple). Sur la même zone d'observation, la discordance moyenne entre valeurs simulées et mesurées de vitesses est toujours inférieure à 21% de la vitesse moyenne PIV : respectivement 21%, 16%, 10%, 9%, 12%, 10% et 12% sur les figures 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 et 3.15.

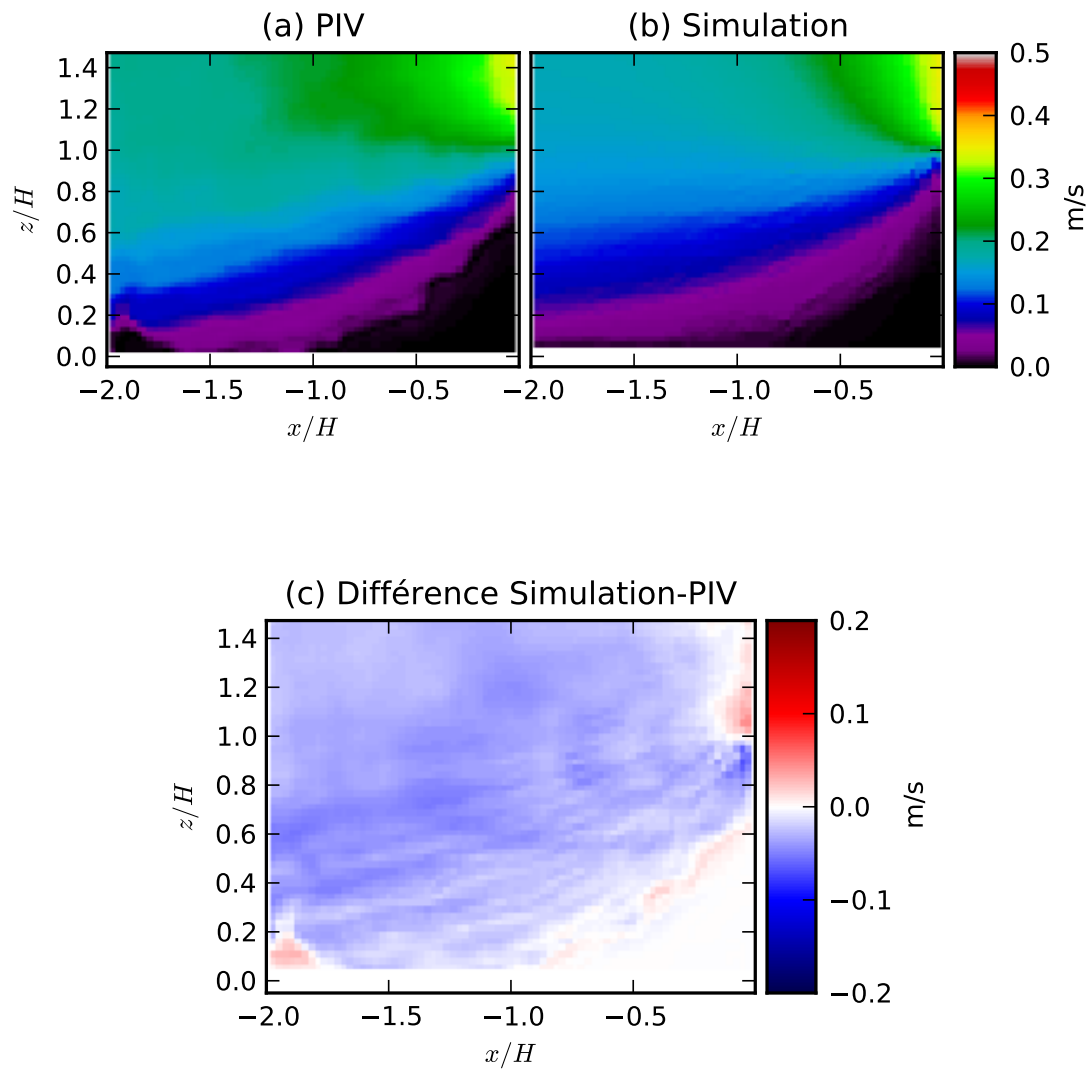


FIGURE 3.9 – Comparaison entre vitesse calculée numériquement et mesures PIV,  $Fr = 0.57$ ,  $\theta = 4.5^\circ$ . Vitesse moyenne dans la fenêtre PIV : 0.14 m/s. Vitesse moyenne dans la fenêtre simulée : 0.12 m/s. Différences maximales : -0.068 m/s et +0.045 m/s



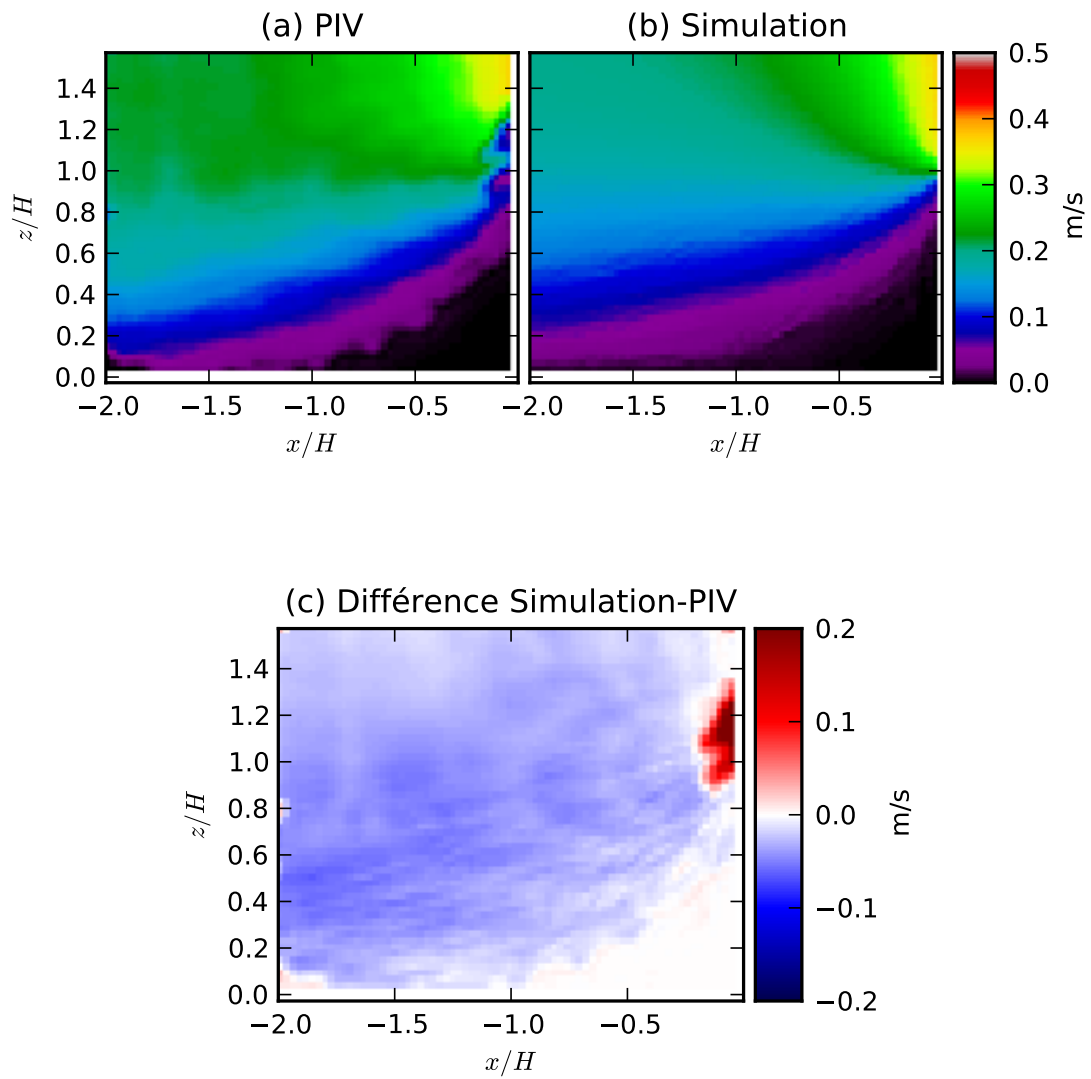


FIGURE 3.10 – Comparaison entre vitesse calculée numériquement et mesures PIV,  $Fr = 0.60$ ,  $\theta = 4.8^\circ$ . Vitesse moyenne dans la fenêtre PIV : 0.16 m/s. Vitesse moyenne dans la fenêtre simulée : 0.13 m/s. Différences maximales : -0.065 m/s et +0.293 m/s

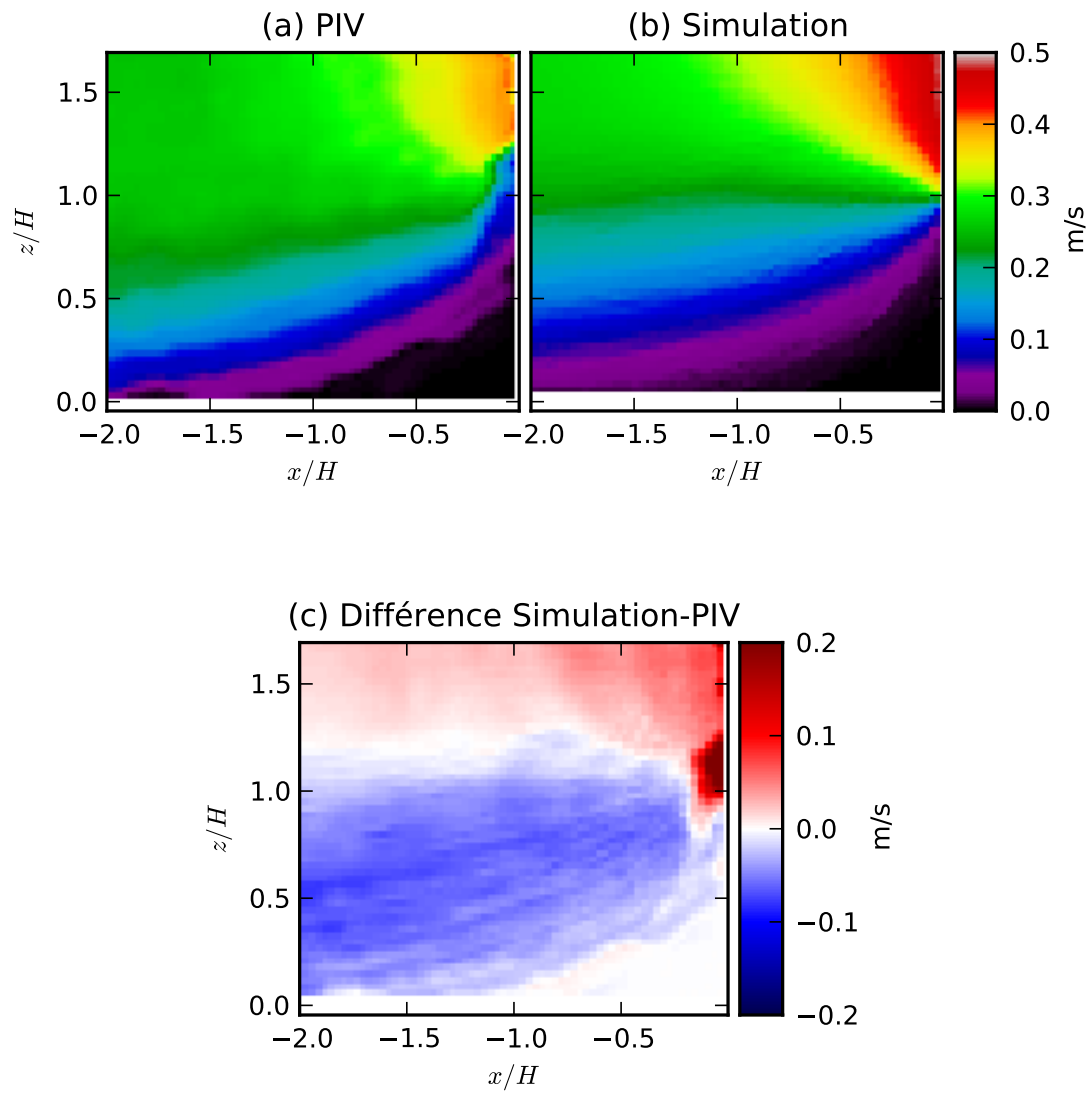


FIGURE 3.11 – Comparaison entre vitesse calculée numériquement et mesures PIV,  $Fr = 0.66$ ,  $\theta = 5.1^\circ$ . Vitesse moyenne dans la fenêtre PIV : 0.20 m/s. Vitesse moyenne dans la fenêtre simulée : 0.19 m/s. Différences maximales : -0.079 m/s et +0.332 m/s

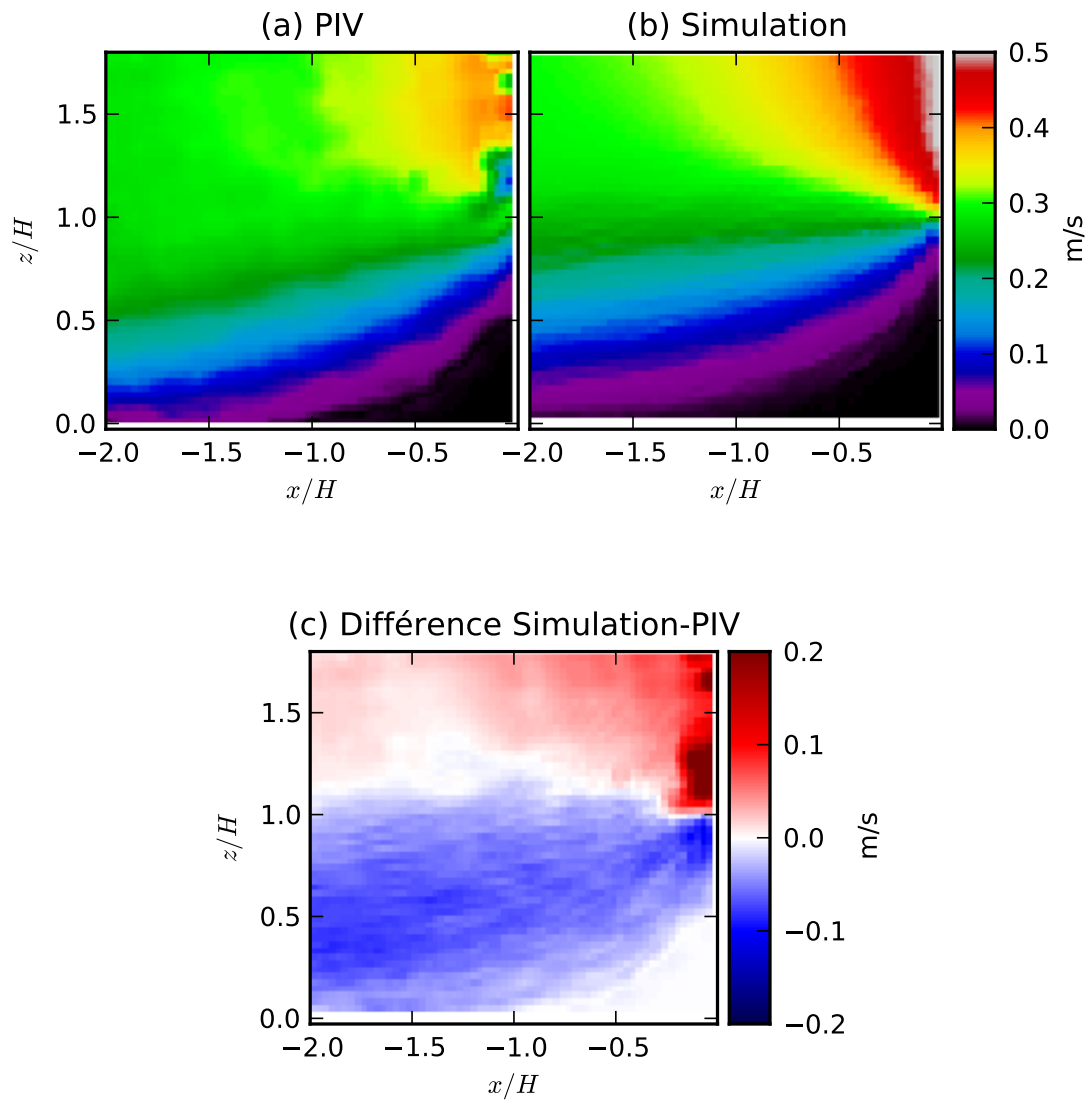


FIGURE 3.12 – Comparaison entre vitesse calculée numériquement et mesures PIV,  $Fr = 0.72$ ,  $\theta = 5.5^\circ$ . Vitesse moyenne dans la fenêtre PIV : 0.22 m/s. Vitesse moyenne dans la fenêtre simulée : 0.21 m/s. Différences maximales : -0.110 m/s et +0.359 m/s

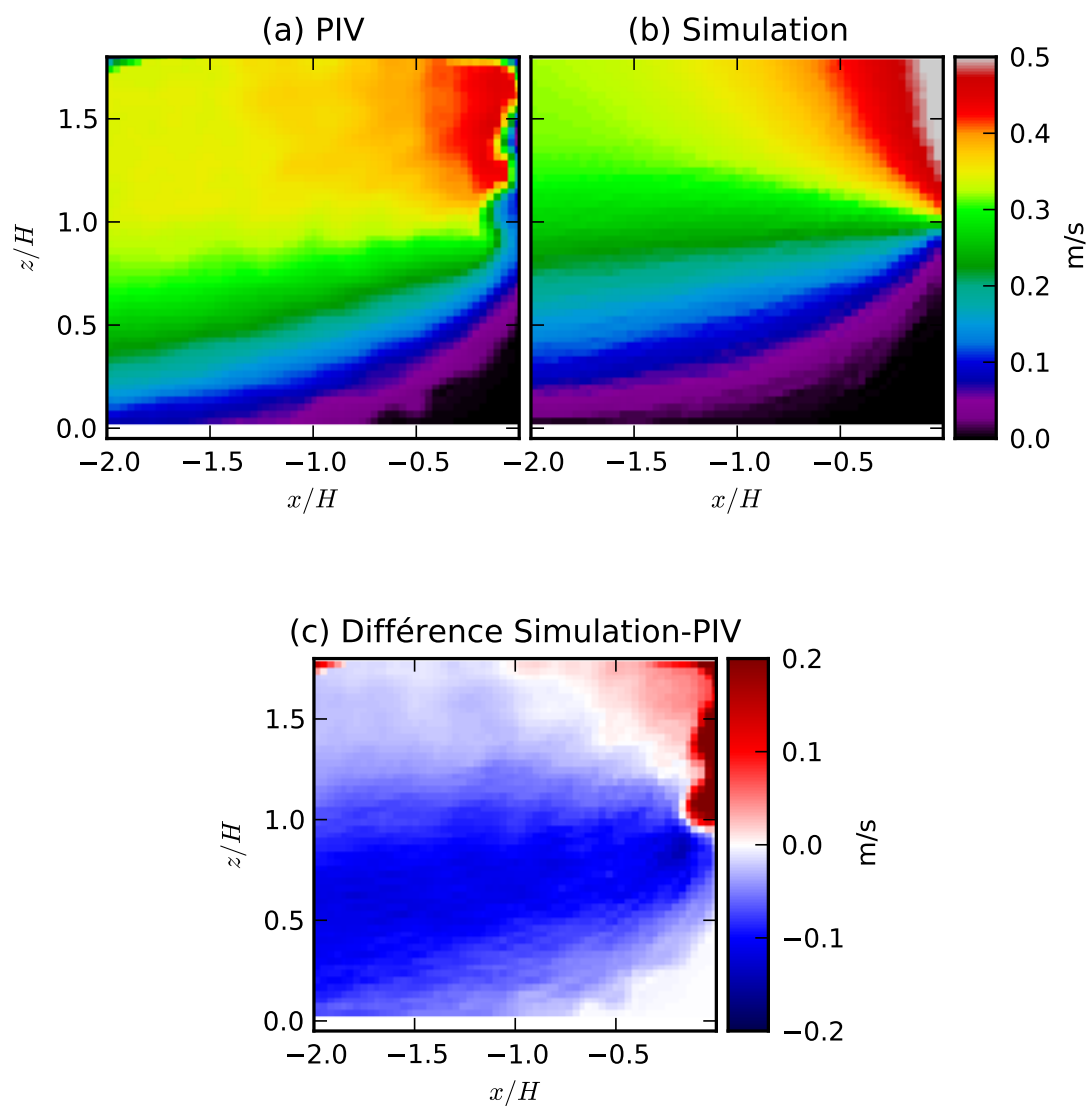


FIGURE 3.13 – Comparaison entre vitesse calculée numériquement et mesures PIV,  $Fr = 0.81$ ,  $\theta = 6.5^\circ$ . Vitesse moyenne dans la fenêtre PIV : 0.26 m/s. Vitesse moyenne dans la fenêtre simulée : 0.22 m/s. Différences maximales : -0.143 m/s et +0.497 m/s

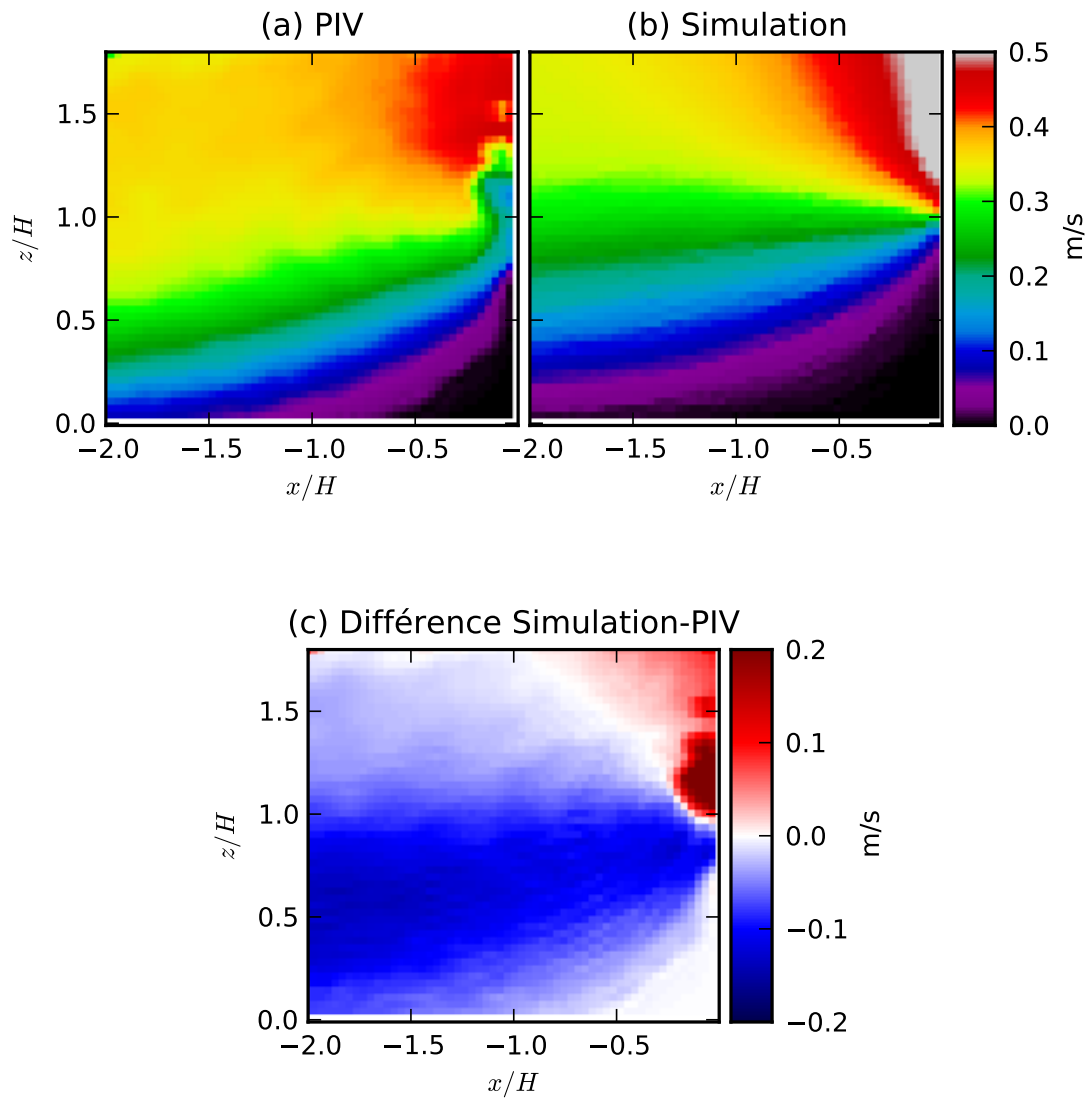


FIGURE 3.14 – Comparaison entre vitesse calculée numériquement et mesures PIV,  $Fr = 0.86$ ,  $\theta = 7^\circ$ . Vitesse moyenne dans la fenêtre PIV : 0.27 m/s. Vitesse moyenne dans la fenêtre simulée : 0.22 m/s. Différences maximales : -0.144 m/s et +0.327 m/s

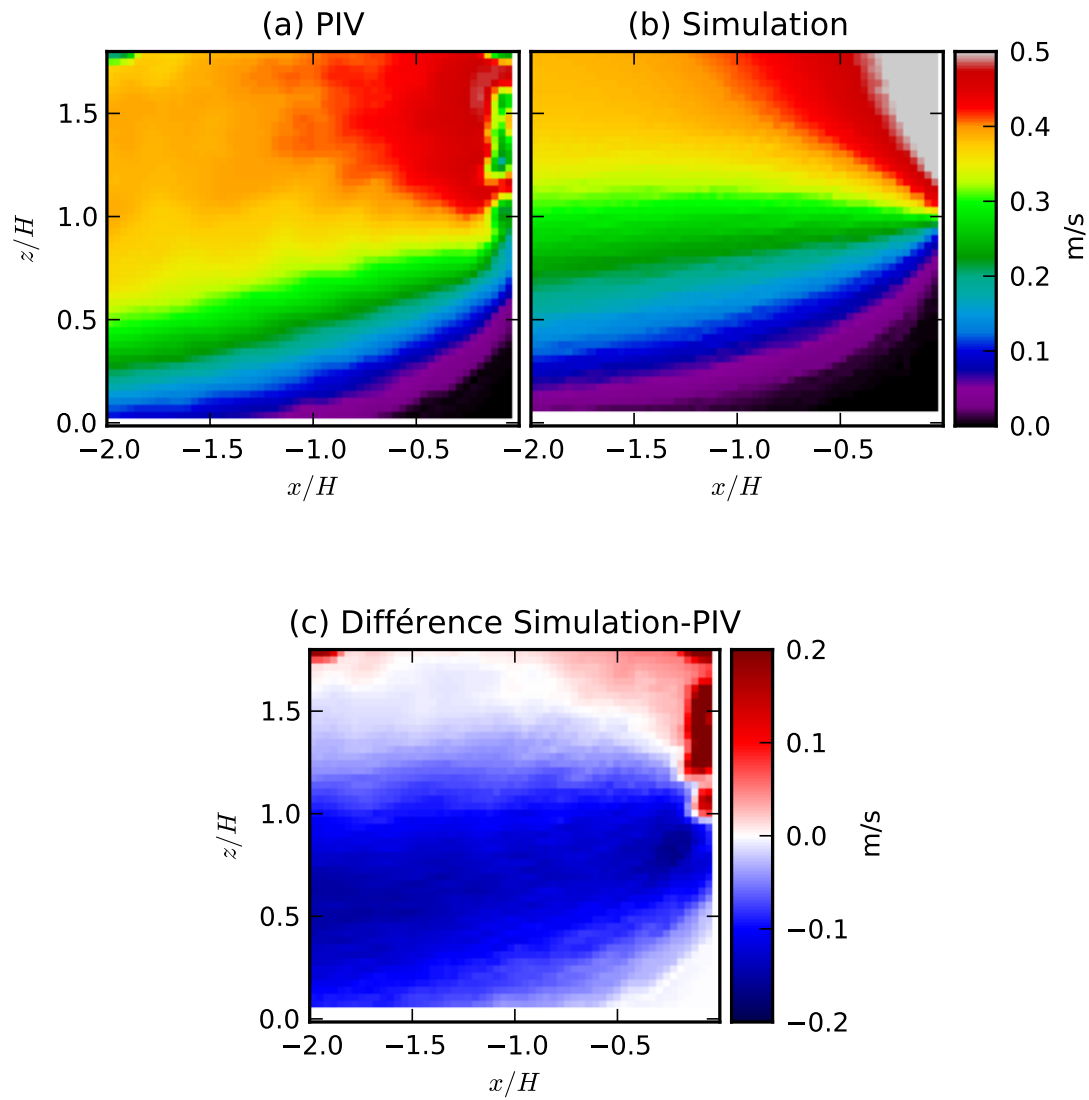


FIGURE 3.15 – Comparaison entre vitesse calculée numériquement et mesures PIV,  $Fr = 0.93$ ,  $\theta = 7.5^\circ$ . Vitesse moyenne dans la fenêtre PIV : 0.28 m/s. Vitesse moyenne dans la fenêtre simulée : 0.24 m/s. Différences maximales : -0.165 m/s et +0.329 m/s

### 3.3 Évolution de la pression sur l'obstacle

Dans les sections 3.2.1 et 3.2.2, nous avons mis en évidence l'existence de deux régimes d'écoulement en fonction de la pente. Notre objectif est maintenant d'examiner de façon qualitative la pression exercée par le fluide sur l'obstacle afin de mettre en évidence un effet éventuel de la transition de régime sur celle-ci.

Au cours des simulations, la pression du fluide est calculée dans un capteur numérique (voir section 2.4.4) situé le long de la face amont de l'obstacle, dont la hauteur est identique à ce dernier, et dont l'épaisseur est égale à  $4\delta$ ,  $\delta$  étant l'espacement entre les particules SPH. Cette épaisseur de capteur est choisie pour moyenner la pression sur plusieurs dizaines de particules afin d'atténuer les fortes oscillations de pression très localisées pouvant se produire lors de l'impact du fluide avec l'obstacle (en contrepartie, ce choix peut conduire à sous-estimer un réel pic de pression. Ce problème est abordé plus en détail dans le chapitre 4). La pression calculée par ce capteur virtuel est enregistrée tout au long de la simulation.

La figure 3.16 montre les enregistrements réalisés pour des pentes croissantes. On note qu'aux faibles pentes, en régime de zone morte, un petit pic de pression de quelques centièmes de seconde se produit à l'impact, puis  $P$  croît lentement (en quelques secondes) vers un plateau. Entre  $3^\circ$  et  $6^\circ$ , ce premier pic de pression, d'amplitude inférieure à la pression du plateau, voit son maximum croître à mesure que la pente augmente (et avec elle la valeur du nombre de Froude), tandis que la pression du plateau diminue. À partir de  $7^\circ$ , le pic dépasse la valeur de pression atteinte par le plateau, puis le creux de pression qui le suivait disparaît au-dessus de  $8^\circ$ . La durée du pic augmente aussi, pour atteindre quelques dixièmes de seconde. On met ici aussi en évidence deux régimes différents, le premier pour lequel le maximum de pression est atteint durant la phase de plateau et le second pour lequel le maximum de pression est atteint lors du pic initial. De plus, la transition entre ces deux régimes apparaît pour une pente entre  $6^\circ$  ( $Fr = 1.12$ ) et  $7^\circ$  ( $Fr = 1.31$ ). Cette transition sur la pression apparaît donc dans des conditions très proches de celles qui prévalaient pour la transition sur les écoulements telle que mise en évidence à la section 3.2 : pente de  $8^\circ$  et  $Fr = 1.53$ . Ces résultats sont très similaires à ceux de Tiberghien [2007] qui mettait en évidence une transition pour  $Fr \approx 1.4$ .

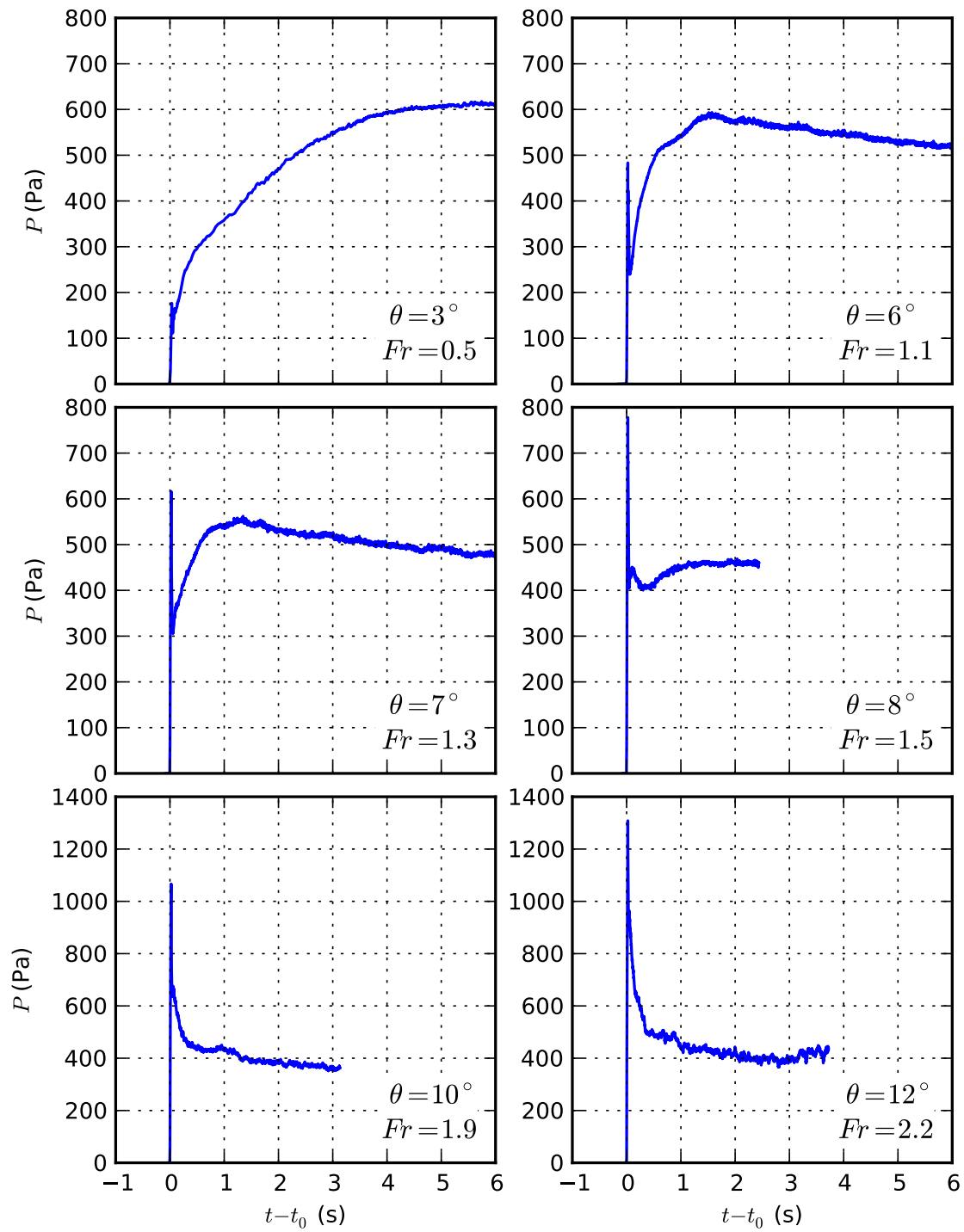


FIGURE 3.16 – Évolution temporelle de la pression calculée le long de la face amont de l’obstacle, pour différentes valeurs d’inclinaison du canal simulé.  $t_0$  est l’instant de l’impact.



### 3.4 Conclusion

L'observation des caractéristiques locales des écoulements nous a permis d'observer des comportements différents du fluide lors de son impact sur l'obstacle, suivant l'angle de la pente sur laquelle il s'écoule. Ceci nous a permis de mettre en évidence deux régimes d'impact.

Les faibles pentes, correspondant à de faibles valeurs du nombre de Froude des écoulements, conduisent à des impacts « lents », au cours desquels le fluide monte graduellement le long de l'obstacle en formant un ressaut qui remonte l'écoulement. La pression mesurée sur la face amont de l'obstacle augmente progressivement vers un plateau. Une grande quantité de fluide est stockée en amont de l'obstacle, et une zone de fluide stagnant, que l'on appelle zone morte, se forme au pied de celui-ci. Son étendue peut devenir très grande devant la hauteur de l'obstacle  $H$  aux plus faibles pentes, mais décroît fortement à mesure que la pente augmente. Cette zone agit comme un tremplin en déviant le fluide en amont de l'obstacle. Elle modifie la forme apparente de l'obstacle, ce qui a des conséquences sur la pression exercée par le fluide. Du fait de l'importance de cette région aux plus faibles pentes, nous avons nommé ce régime d'impact le régime de zone morte. La comparaison des résultats numériques et des données expérimentales dans ce régime montre une allure des champs de vitesse similaire entre mesures PIV et simulations. Une zone morte en pied d'obstacle est bien présente dans les deux cas et dévie l'écoulement en amont de l'obstacle. Au-dessus de cette zone morte, la section d'écoulement diminue progressivement et la vitesse du fluide augmente à mesure qu'il s'approche de l'obstacle. Les gradients de vitesse ont la même allure entre mesures PIV et simulations. Des écarts existent entre vitesses locales simulées et mesurées mais restent d'un niveau raisonnable, inférieur à 20% en moyenne sur les fenêtres d'observation.

Les pentes les plus fortes, et par conséquent les valeurs de  $Fr$  les plus élevées, conduisent à des impacts plus violents au cours desquels se forme un jet qui dépasse l'obstacle. L'impact violent produit un pic de pression sur la face amont de l'obstacle, puis la pression redescend vers un plateau quand l'écoulement permanent est atteint. Dans ce régime, la taille de la zone morte est réduite et évolue peu avec la pente. Par conséquent, le fluide est dévié plus tardivement que dans le régime de zone morte, comme on peut le voir en observant le champ de vitesse. La présence d'un jet étant le caractère distinctif de ce régime d'impact, nous l'avons nommé régime de jet.

Entre ces deux extrêmes, se produit une transition, autour de  $Fr \approx 1.5$  si on prend pour référence les caractéristiques locales de l'écoulement et  $Fr \approx 1.2$  si on prend pour référence le pic de pression. Ces valeurs sont proches de celle trouvée par Tiberghien [2007] ( $Fr \approx 1.4$ ). Pour ces écoulements, un petit jet se forme, accompagné d'un pic de pression, puis on enregistre un creux de pression avant la

montée vers un plateau lorsque l'écoulement se stabilise. La pression du pic et du plateau sont du même ordre de grandeur. C'est aussi autour de cette transition que l'on observe une inflexion dans l'évolution de la longueur de la zone morte. Ceci nous amène à supposer qu'un lien fort existe entre caractéristiques locales de l'écoulement (allure de la surface libre, champ de vitesse) et mécanismes physiques à l'origine de la pression exercée sur l'obstacle.

Afin de quantifier l'impact du fluide sur l'obstacle, il est nécessaire d'approfondir les observations réalisées en mesurant la pression sur sa face amont. Cette étape de quantification est l'objet du chapitre 4.



## Chapitre 4

# Étude de la pression exercée sur l'obstacle

La résistance d'une structure soumise à l'impact d'une lave torrentielle dépend des sollicitations qui lui sont imposées. On ne peut valablement raisonner ici uniquement en force globale exercée. En effet, la structure va réagir aux sollicitations exercées qui ne sont pas de nature statique mais fondamentalement dynamiques. La répartition spatiale des pressions appliquées sur la face amont de la structure ainsi que leur évolution temporelle sont donc des facteurs importants. Un écoulement est généralement caractérisé par des variables globales telles que l'épaisseur  $h$  et la vitesse moyenne d'écoulement  $\bar{u}$  ou la vitesse de propagation du front  $\bar{u}_{front}$ . Une caractérisation fine de l'impact nécessite une évaluation locale des pressions exercées sur la face amont de la structure. L'un des objectifs de ce chapitre va consister à faire le lien entre l'évaluation locale des pressions et les variables globales qui décrivent l'écoulement, telles que le nombre de Froude  $Fr$  par exemple. Un second objectif consistera à analyser les mécanismes physiques qui sont à l'origine des pressions observées.

Au chapitre précédent, nous avons analysé les écoulements de fluide au voisinage de l'obstacle et mis en évidence deux régimes d'impact en fonction de la pente, et par conséquent du nombre de Froude  $Fr$  de l'écoulement incident. Cette distinction entre deux régimes est particulièrement nette pour ce qui concerne l'évolution temporelle de la pression exercée lors de l'impact. Cette analyse de la pression est restée jusqu'à maintenant qualitative. Notre objectif est à présent de mener une étude quantitative. Nous allons pour cela nous concentrer sur les mesures de pression le long de la face amont de l'obstacle, afin de mieux quantifier l'impact et d'analyser en quoi les deux régimes d'écoulement diffèrent de ce point de vue.

Une première étape de cette analyse, développée dans la section 4.1, sera de valider nos valeurs de pression. En effet, diverses limitations de la méthode SPH

peuvent influencer sur la pression mesurée :

- Le fluide est compressible, ce qui provoque des ondes de pression dans le fluide lors d’impacts. Ces oscillations peuvent être artificiellement élevées par rapport à un fluide réel.
- À cause des temps de calculs qui peuvent être très longs, il est impossible de réduire indéfiniment la dimension (espacement initial) des particules employées. Or, nous verrons que cette dimension joue sur la représentation des gradients de pression, et donc sur les valeurs que nous mesurons près de l’obstacle, où ces gradients sont prononcés.
- Afin de limiter le bruit observé localement lors de l’impact, nous avons décidé de faire une moyenne de la pression dans un « capteur » épais de plusieurs particules (voir section 2.4.4). Cela peut conduire à sous-estimer la valeur de pression en intégrant au calcul des particules plus éloignées de la paroi, et dont la pression est moins élevée.

Pour déterminer s’il est possible de pallier ces limitations et d’en déduire une valeur de pression fiable, nous avons procédé à une étude de la convergence des valeurs de pression calculées en faisant varier la taille du capteur et l’espacement des particules.

Dans la section 4.2, nous observerons comment le maximum de pression mesuré sur la face amont de l’obstacle évolue en fonction du nombre de Froude de l’écoulement incident.

Puis nous verrons dans la section 4.3 comment cette pression maximale mesurée peut être analysée en la comparant à des valeurs de référence de la pression : la composante cinétique (ou dynamique) et la composante gravitationnelle (ou hydrostatique) de la pression.

Enfin, après avoir étudié une pression moyennée sur toute la face amont de l’obstacle, nous examinerons plus finement le profil de pression mesuré le long de cette face. C’est l’objet de la section 4.4.

## 4.1 Convergence des valeurs de la pression

### 4.1.1 Étude de convergence

Les limitations en puissance et en temps de calcul auxquelles nous avons dû nous plier ont rendu impossible l’utilisation de particules SPH de dimension  $\delta$  arbitrairement petite (par exemple, il a fallu plusieurs semaines de calcul pour obtenir les résultats d’une simulation avec une dimension  $\delta = 0.625$  mm). Étant donné que la dimension des particules joue un rôle dans la capacité du code à modéliser les gradients de pression, elle influence la précision avec laquelle les valeurs de pression d’impact sur l’obstacle sont simulées. Afin d’étudier l’influence

de la dimension des particules sur la pression calculée au voisinage de l'obstacle, nous avons effectué un ensemble de simulations avec des particules plus petites ou plus grosses que la valeur retenue initialement,  $\delta = 1.25$  mm.

Nous avons également observé l'effet de l'épaisseur du capteur  $L_c$  suivant l'axe longitudinal  $x$ . Pour rappel, le capteur de pression utilisé a été décrit dans la section 2.4.4. Il s'agit d'une zone rectangulaire dans laquelle on réalise des mesures numériques sur les particules qu'elle contient, en particulier la pression moyenne. Dans nos simulations l'épaisseur des capteurs placés contre l'obstacle est initialement fixée à  $L_c = 4\delta$ , ceci afin de lisser le bruit sur la valeur de la pression près de l'obstacle lors de l'impact, par intégration d'un plus grand nombre de particules. Ce choix conduit à intégrer à la mesure des particules plus éloignées de la paroi, dont la pression est plus faible que celles situées à proximité de l'obstacle, et par conséquent nous conduit probablement à sous-estimer la pression par rapport à une mesure ponctuelle sur l'obstacle (on rappelle qu'une comparaison entre nos capteurs virtuels et une estimation ponctuelle de la pression à la paroi a été réalisée dans la section 2.5.1). Cette étude nous permettra d'observer l'importance de cette sous-estimation et de déterminer s'il est possible de la compenser.

Ainsi, pour certaines valeurs de l'inclinaison du canal, nous avons réalisé de nouvelles simulations qui reprennent les conditions et les paramètres choisis pour les simulations décrites dans la section 3.1.2 du chapitre précédent, mais avec des particules espacées de  $\delta = 0.50, 0.625, 1, 1.25, 1.667, 2$  et  $2.50$  mm. Pour des raisons de temps de calcul, seules les simulations pour une pente de  $12^\circ$  utilisent toute la gamme, et pour  $5^\circ$  toute la gamme à partir de  $0.625$  mm. Les autres calculs sont réalisés avec  $\delta = 1$  mm et  $\delta = 1.25$  mm, ainsi que  $\delta = 0.625$  mm pour les pentes supérieures à  $9^\circ$  (le pic de pression étant atteint assez rapidement, le temps de simulation est plus court aux pentes élevées, ce qui nous permet de réduire  $\delta$ ). Un capteur de hauteur 10 mm est positionné contre la face amont de l'obstacle, à mi-hauteur de celui-ci (voir figure 4.1). L'épaisseur  $L_c$  de ce capteur de pression varie entre  $0.625$  mm et  $10$  mm, et est choisie de façon à correspondre à un multiple entier des valeurs de  $\delta$  (les épaisseurs choisies sont indiquées sur les figures 4.2 à 4.10). Pour chacune de ces simulations, et chacun de ces capteurs, on note la valeur maximale  $P_{max,conv}$  atteinte par la pression au cours de la simulation.

Les figures 4.2 à 4.10 montrent les résultats de ces simulations. Nous nous concentrons dans un premier temps sur les figures 4.2 et 4.3, pour lesquelles on dispose d'une gamme d'espacements de particules étendue. La figure 4.2 correspond à une pente de  $5^\circ$  et donc au régime de zone morte, tandis que la figure 4.3 correspond à une pente de  $12^\circ$ , et donc au régime de jet. Sur ces figures, on observe :

- L'absence de convergence pour des dimensions (espacement) de particules supérieures à  $1.25$  mm, mais une convergence nette pour des particules de

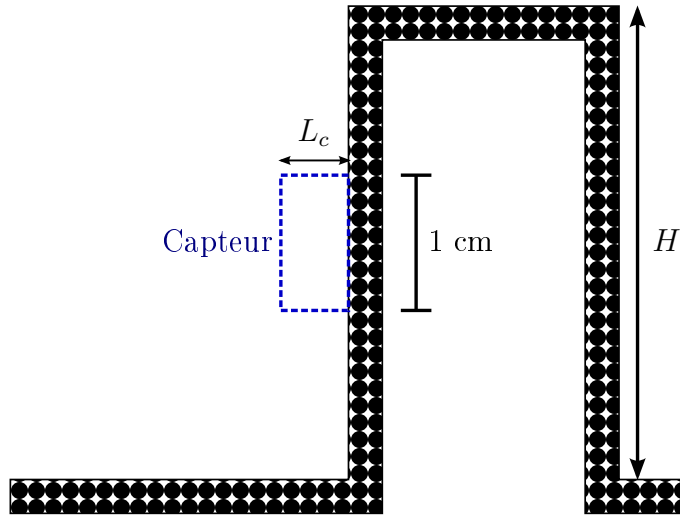


FIGURE 4.1 – Position et dimension du capteur numérique de pression pour l'étude de convergence. On fait varier l'épaisseur du capteur  $L_c$ . La hauteur d'obstacle  $H$  n'est pas constante.

dimension inférieure à 1.25 mm.

- Une tendance au resserrement des valeurs quand on extrapole vers  $\delta \rightarrow 0$  mm (droites en pointillés), ce qui tend à prouver que nos simulations convergeraient si nous pouvions réduire indéfiniment la valeur de  $\delta$ .
- Pour une même valeur de  $\delta$ , les capteurs les plus fins sont ceux qui fournissent les valeurs de pression les plus élevées, ce qui semble confirmer la présence d'un gradient de pression suivant l'axe longitudinal  $x$  à proximité de l'obstacle.
- Quelle que soit l'épaisseur du capteur, la pression maximale diminue quand la valeur de  $\delta$  décroît suffisamment.
- $P_{max,conv}$  dépend de moins en moins de  $L_c$  à mesure que  $\delta$  diminue, ce qui signifie que notre choix d'intégrer plus de particules dans le calcul a une influence limitée sur la valeur mesurée.
- Pour les valeurs de  $\delta$  les plus élevées, l'évolution de la pression maximale mesurée devient erratique. On arrive alors aux limites de la méthode SPH, qui ne peut plus reproduire correctement les champs de vitesse et de pression lorsque la discrétisation n'est plus assez fine.

Ces observations nous ont permis de définir les conditions nécessaires pour observer une convergence des valeurs de la pression. Une telle convergence peut

être obtenue en réalisant plusieurs simulations avec des dimensions de particules  $\delta$  différentes et inférieures à 1.25 mm et des épaisseurs de capteur  $L_c$  différentes. Cette technique devrait nous permettre de déterminer la valeur limite des pressions pour des espacements de particules (et accessoirement des tailles de capteur) tendant vers zéro. L'extrapolation de ces valeurs limites de pression sera l'objet de la section 4.1.2 qui suit.



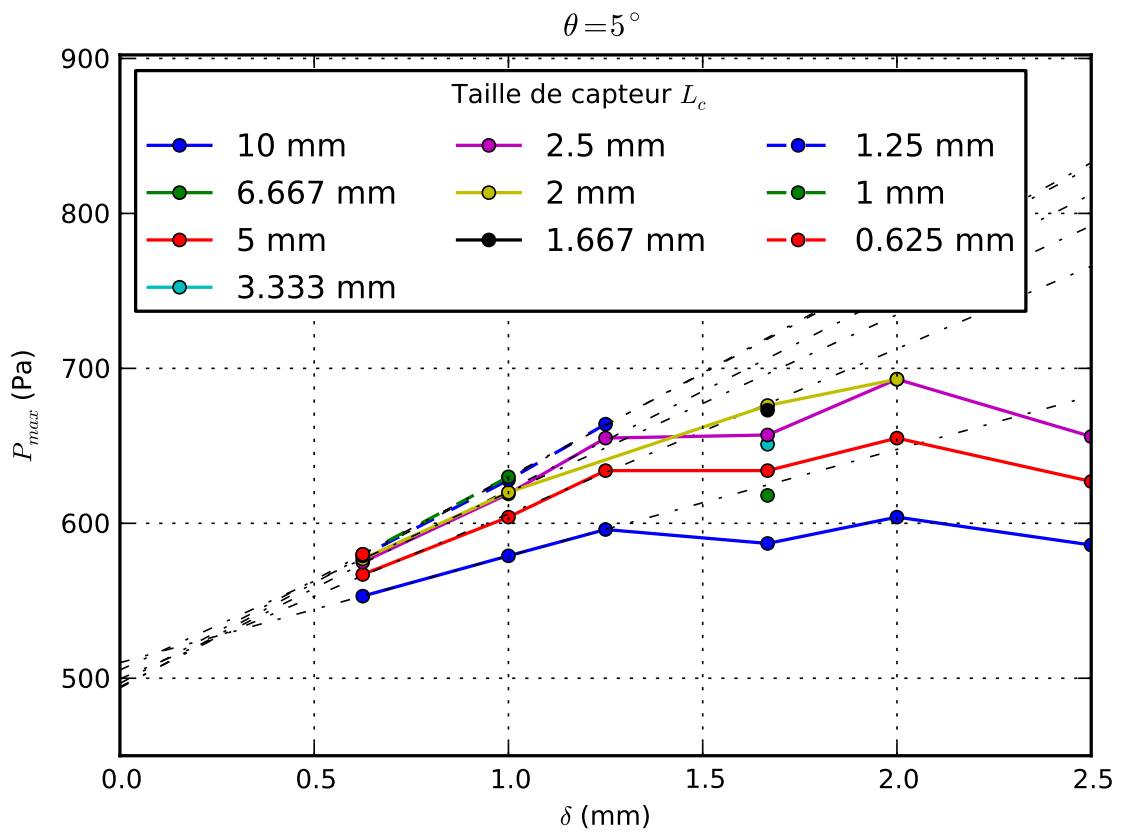


FIGURE 4.2 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 5^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

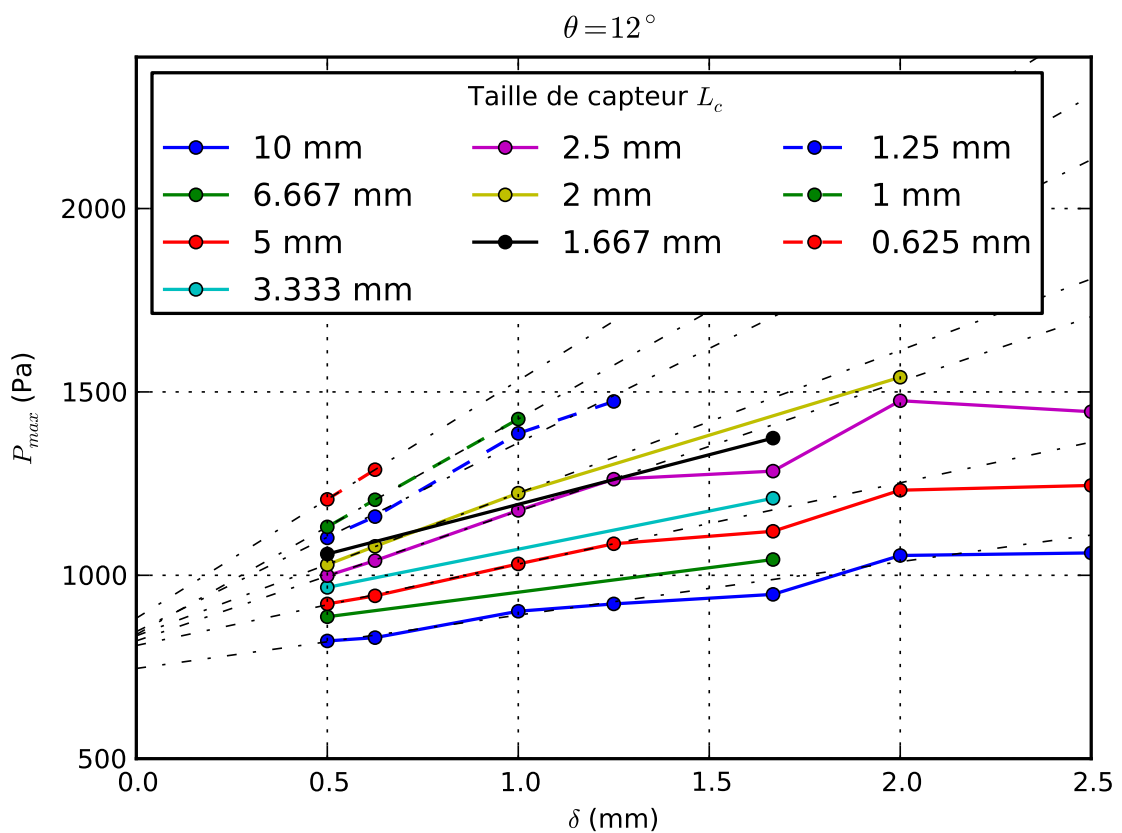


FIGURE 4.3 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 12^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

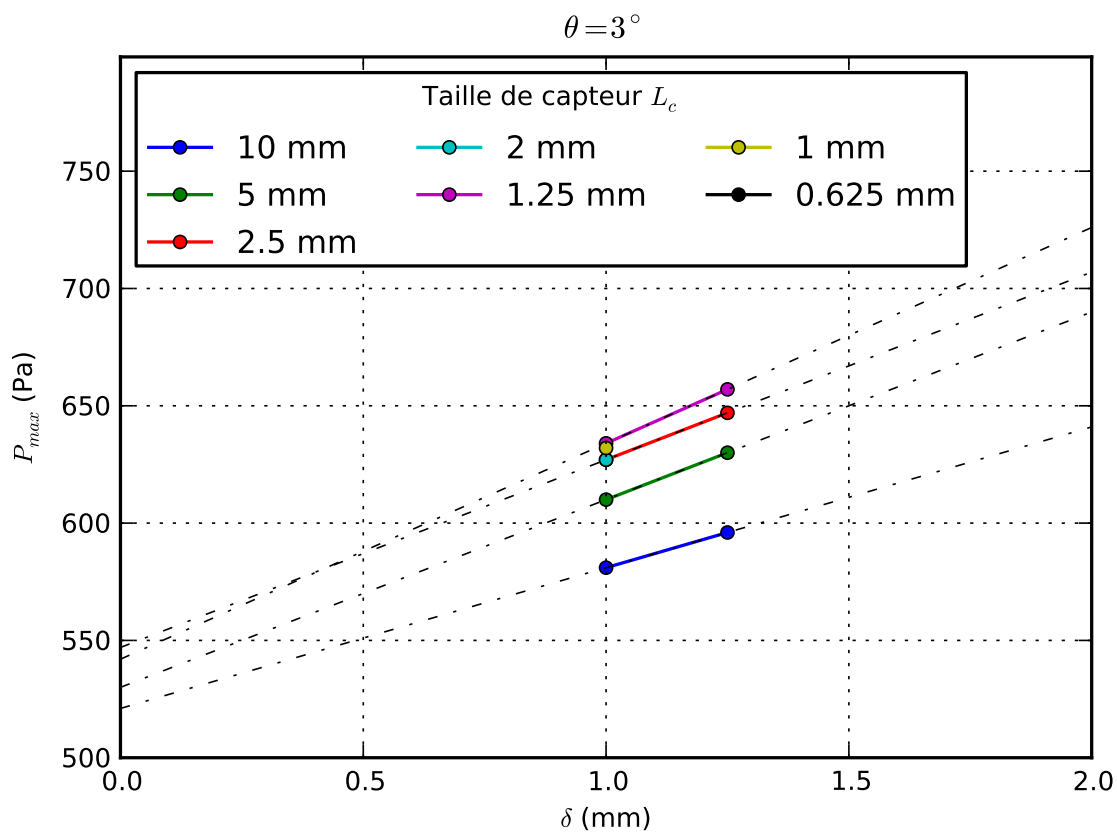


FIGURE 4.4 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 3^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

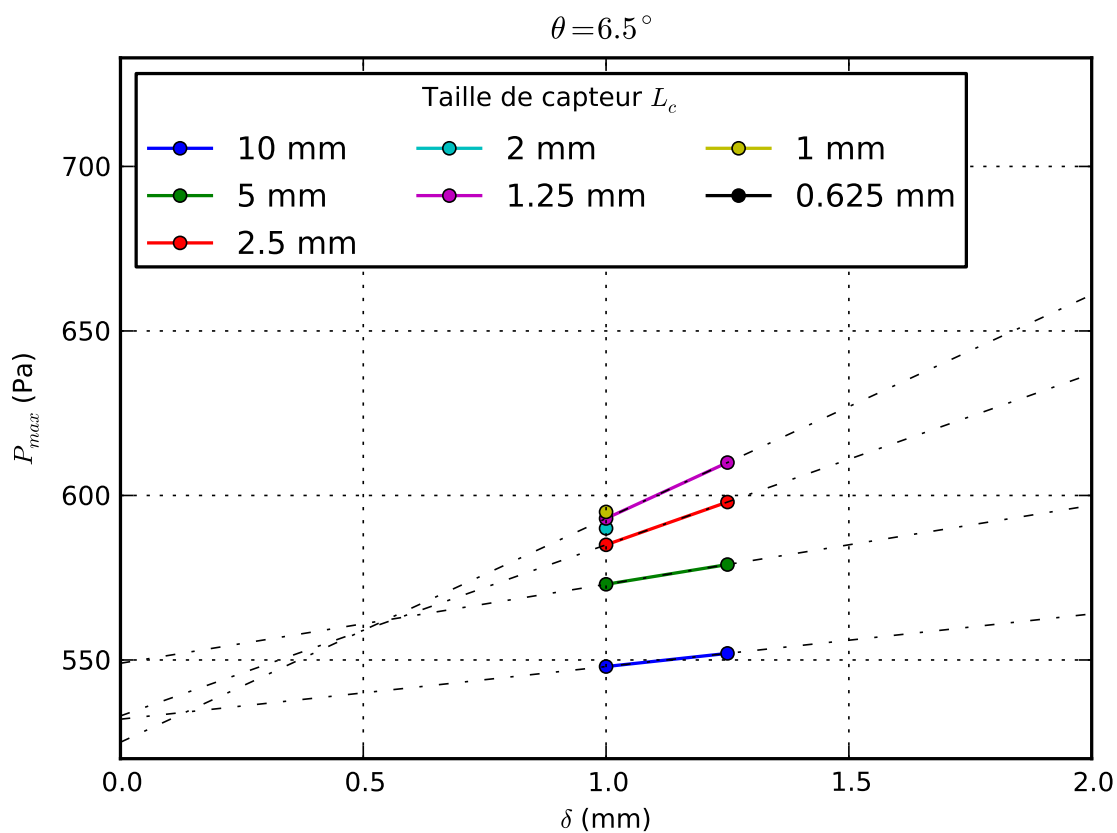


FIGURE 4.5 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 6.5^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

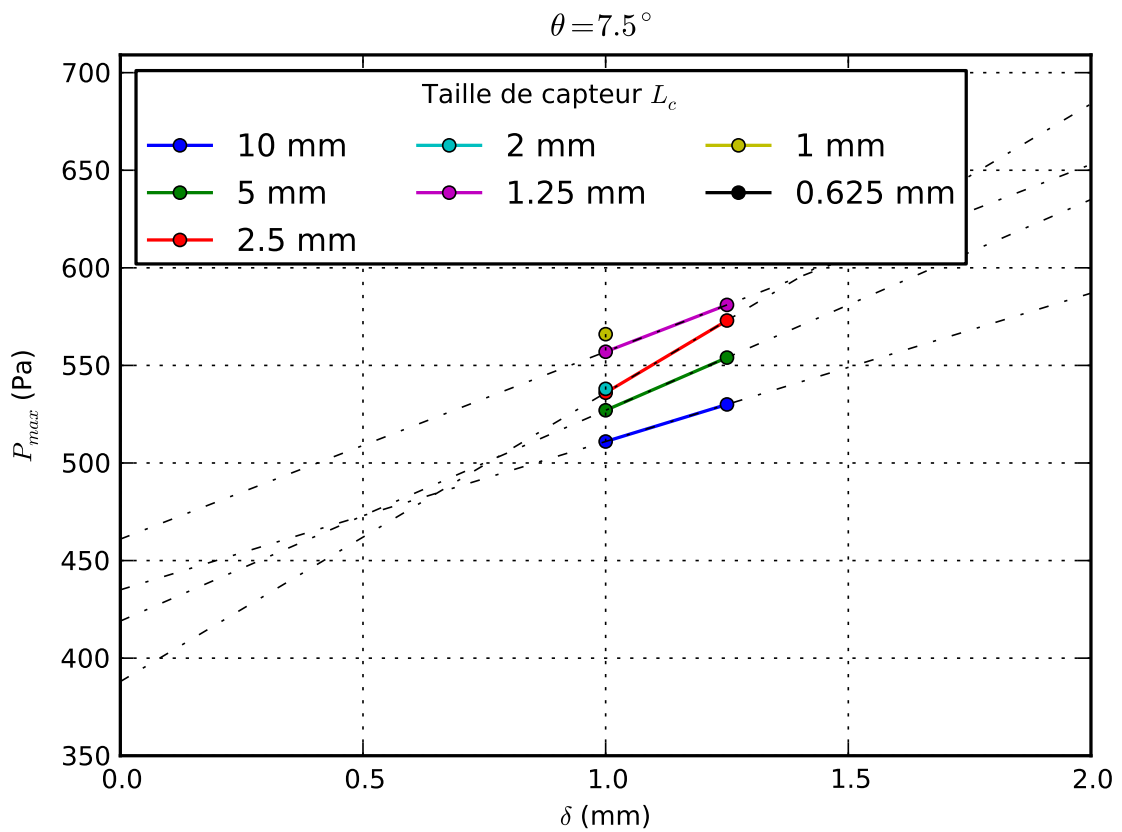


FIGURE 4.6 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 7.5^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

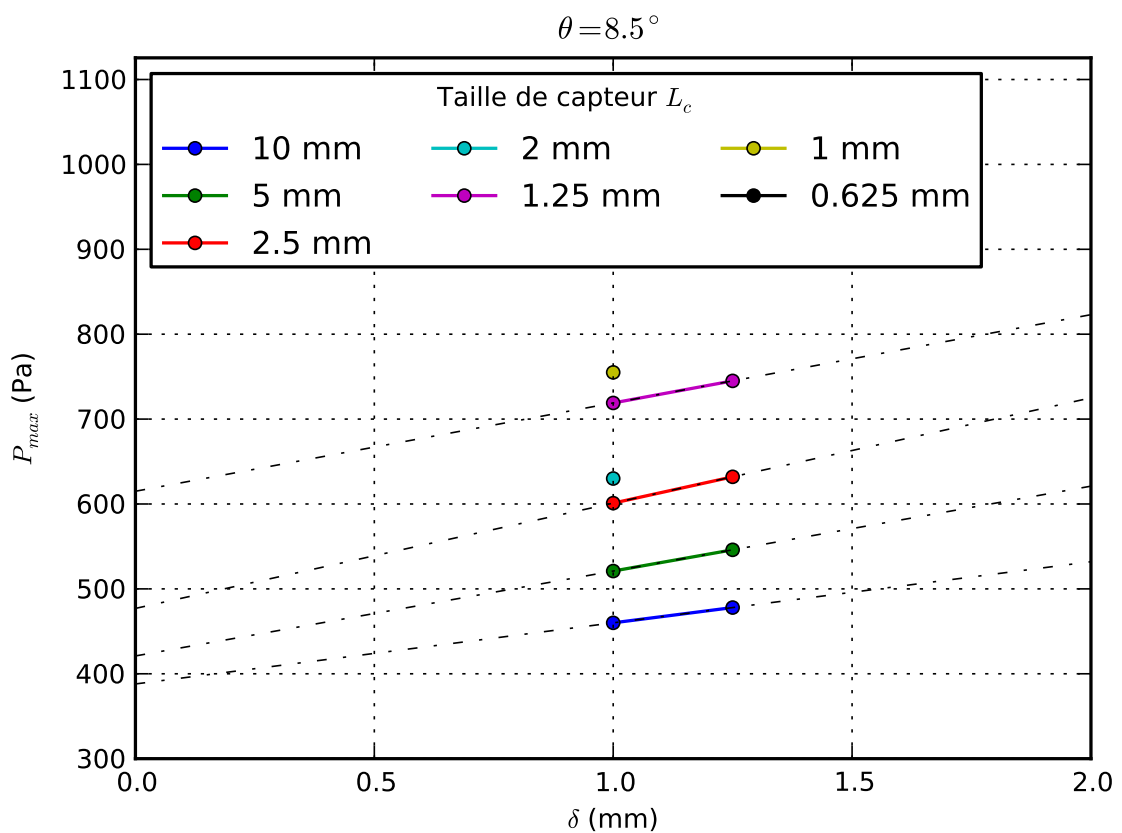


FIGURE 4.7 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 8.5^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

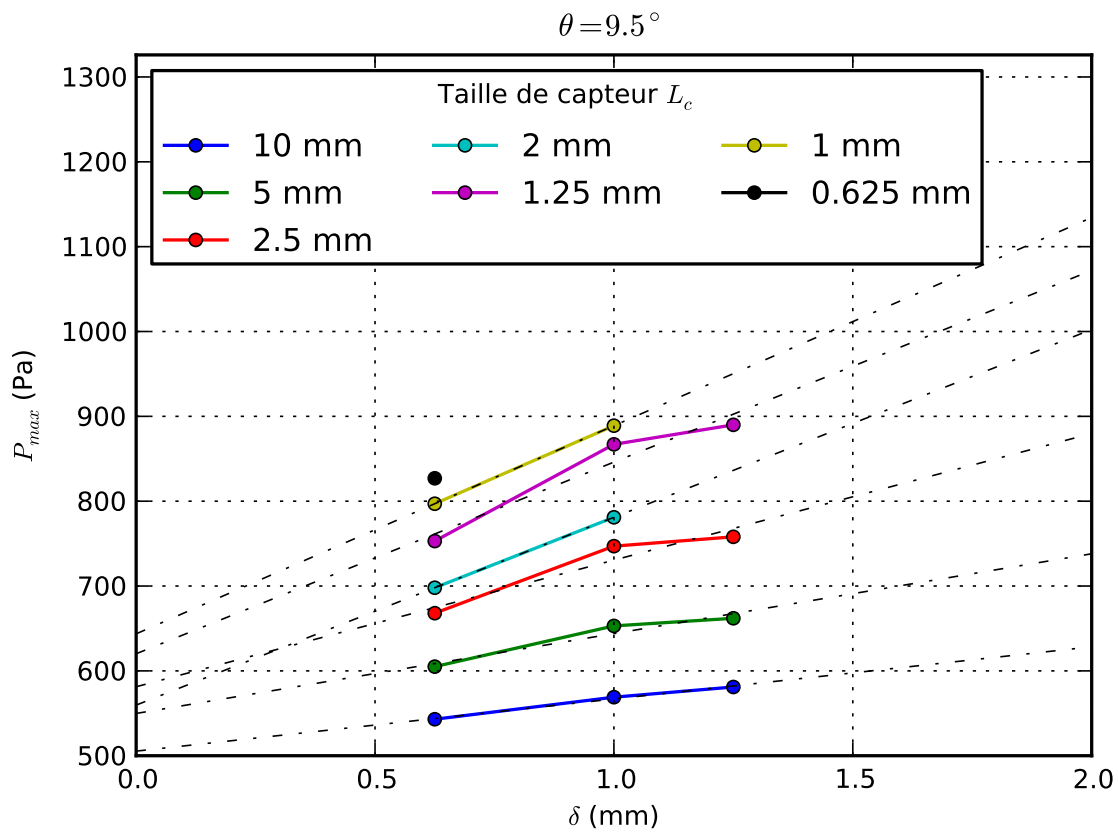


FIGURE 4.8 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 9.5^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

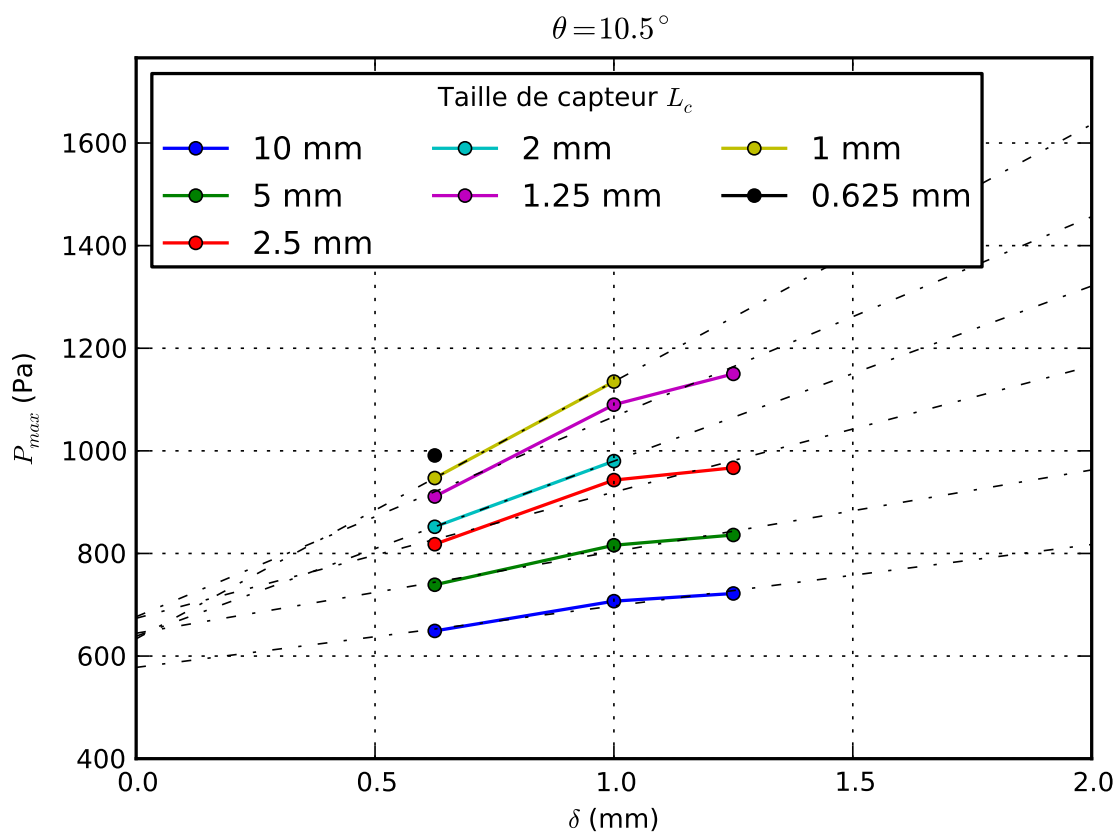


FIGURE 4.9 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 10.5^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

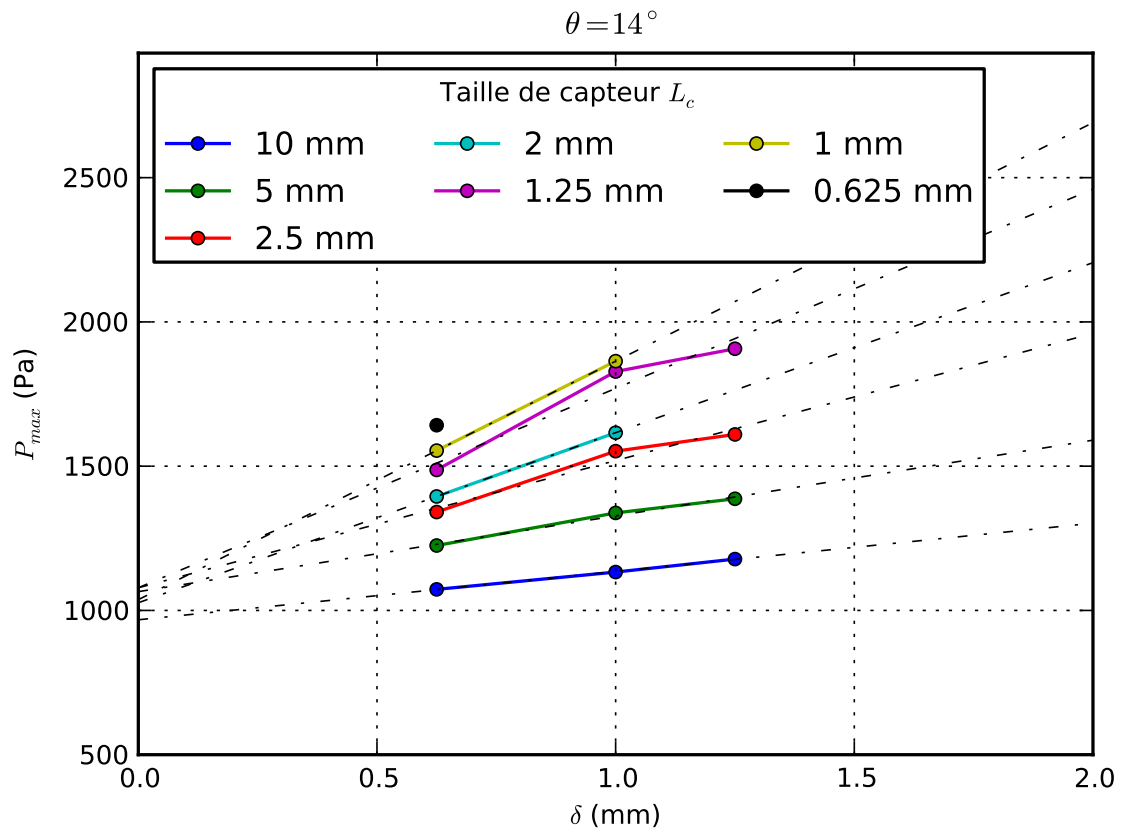


FIGURE 4.10 – Évolution de la pression  $P_{max,conv}$  en fonction de l'espacement des particules  $\delta$ , pour  $\theta = 14^\circ$ . Chaque courbe correspond à une épaisseur de capteur. En pointillés : extrapolation des courbes.

### 4.1.2 Extrapolation des valeurs de pression

En intégrant l'ensemble des simulations (figures 4.2 à 4.10) nous cherchons à déterminer les valeurs limites de pression à la paroi pour des dimensions de particule  $\delta$  tendant vers zéro. Pour cela, nous extrapolons les pressions calculées pour chaque taille de capteur, en ne conservant que les points pour lesquels l'espacement des particules  $\delta$  est inférieur ou égale à 1.25 mm (points pour lesquels on observe une convergence).

Les ordonnées à l'origine des droites d'extrapolation de  $P_{max,conv}$  (droites en pointillés sur les figures) fournissent des estimations des pressions maximales que l'on pourrait obtenir si on pouvait diminuer indéfiniment  $\delta$ . La table 4.1 liste la moyenne  $P_{max,extra}$  des valeurs ainsi obtenues, ainsi que leur dispersion, pour chacune des pentes étudiées. L'analyse de cette table 4.1 nous montre qu'aux faibles pentes, inférieures à  $8^\circ$ , la convergence est obtenue avec peu de points et avec une bonne précision sur la valeur extrapolée (incertitude  $< \pm 10\%$ ). Aux fortes pentes ( $> 10^\circ$ ), l'utilisation de particules de dimension inférieure à 1 mm a été nécessaire pour obtenir une convergence avec une bonne précision (incertitude inférieure  $< \pm 10\%$ ). Les temps de simulation très longs n'ont pas permis de faire de même pour les pentes intermédiaires entre  $8^\circ$  et  $10^\circ$  (sauf pour  $9.5^\circ$ ). En outre, entre  $8^\circ$  et  $9^\circ$ , pentes auxquelles débute le régime de jet, les simulations sont plus instables, ce qui conduit à des incertitudes plus grandes sur les pressions calculées. Ces deux facteurs combinés expliquent une plus grande incertitude sur les valeurs extrapolées pour cette zone de transition entre  $8^\circ$  et  $9^\circ$ .

La valeur  $P_{max,extra}$  obtenue par extrapolation pour chaque pente sera comparée, dans la section suivante, aux valeurs brutes mesurées lors de la série de simulations initiales (espacement de particule  $\delta = 1.25$  mm et épaisseur de capteur  $L_c = 4\delta$ ).

Pente $\theta$ (°)	$P_{max,extra}$ (Pa)	Écart inférieur (%)	Écart supérieur (%)
3	535	2.6	2.2
5	500	1.2	2.0
6.5	535	1.8	2.7
7.5	426	8.9	8.3
7.8	451	1.3	2.4
8.2	463	22.2	27.8
8.5	475	18.4	29.4
9.5	577	12.4	11.6
10.5	641	9.8	5.6
12	826	9.6	7.0
14	1042	7.2	3.5

TABLE 4.1 – Valeurs des pressions maximales extrapolées  $P_{max,extra}$

## 4.2 Pression maximale exercée sur l’obstacle

On rappelle, comme vu dans le chapitre 3, qu’il existe deux régimes d’impact en fonction du nombre de Froude  $Fr$ . Pour le régime de zone morte, la pression maximale sur la face amont de l’obstacle est celle observée lors de la phase de plateau tandis que pour le régime de jet, cette pression maximale est celle observée lors du pic initial, à l’impact (voir section 3.3).

Dans cette section, nous étudierons comment ce maximum de pression sur la face amont de l’obstacle évolue à mesure que l’angle de la pente  $\theta$ , et donc la valeur du nombre de Froude  $Fr$  de l’écoulement, augmentent. Nous comparerons les valeurs brutes calculées aux valeurs extrapolées établies dans la section 4.1.2 précédente. On comparera aussi l’ensemble des valeurs simulées aux mesures expérimentales issues du travail de Tiberghien [2007].

### 4.2.1 Évolution des pressions simulées en fonction du nombre de Froude

Les simulations décrites dans la section 3.1.2 ont permis de déterminer les valeurs maximales de pression calculées sur quatre capteurs de 5 mm d’épaisseur situés contre le mur amont : trois capteurs de 10 mm de hauteur en haut, au centre, et au pied de l’obstacle ainsi qu’un capteur de hauteur égale à celle de l’obstacle (voir figure 4.11). Nous avons aussi obtenu des valeurs extrapolées dans la section 4.1 à partir de séries de calculs sur le capteur central (avec épaisseur variable). Toutes ces données sont représentées en fonction du nombre de Froude  $Fr$  sur la figure 4.12.

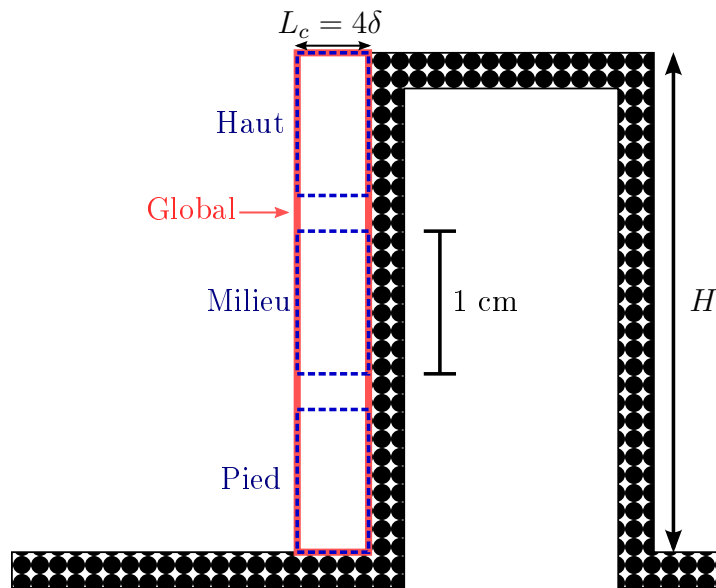


FIGURE 4.11 – Positions et dimensions des capteurs numériques de pression sur la face amont de l’obstacle. L’épaisseur des capteurs  $L_c$  est fixée à  $4\delta$ . La hauteur d’obstacle  $H$  varie d’une simulation à l’autre.

On remarque d’emblée que toutes les valeurs brutes fournies par les capteurs, ainsi que les valeurs extrapolées, suivent globalement une même tendance :

- Entre  $Fr = 0.5$  et  $Fr \approx 1.2$ , la pression varie peu, avec une légère décroissance en pied et centre d’obstacle, et une légère croissance en haut de l’obstacle. Sur l’obstacle entier, l’évolution est très similaire à celle observée au centre.
- Entre  $Fr \approx 1.2$  et  $Fr \approx 1.6$ , chacune des courbes passe par un minimum. D’abord la pression mesurée sur l’obstacle entier ( $Fr = 1.2$ ), puis successivement le capteur du bas ( $Fr = 1.3$ ), les pressions extrapolées au centre ( $Fr = 1.4$ ), le capteur du centre ( $Fr = 1.53$ ), et enfin le capteur du haut de l’obstacle ( $Fr = 1.55$ ). Les courbes pour le capteur global et le capteur central, qui étaient superposées, divergent alors. On peut ici supposer que l’impact initial, localisé au pied de l’obstacle (voir section 3.2.1), est enregistré par le capteur global mais n’est pas vu par le capteur central.
- Au-dessus de  $Fr \approx 1.6$ , la pression augmente quasi-linéairement avec  $Fr$ . Les pressions mesurées sur le capteur central et le capteur global suivent des pentes similaires. Les valeurs du capteur situé en haut de l’obstacle sont environ égales à la moitié de celles du capteur central, et au tiers de celles du capteur en pied d’obstacle.



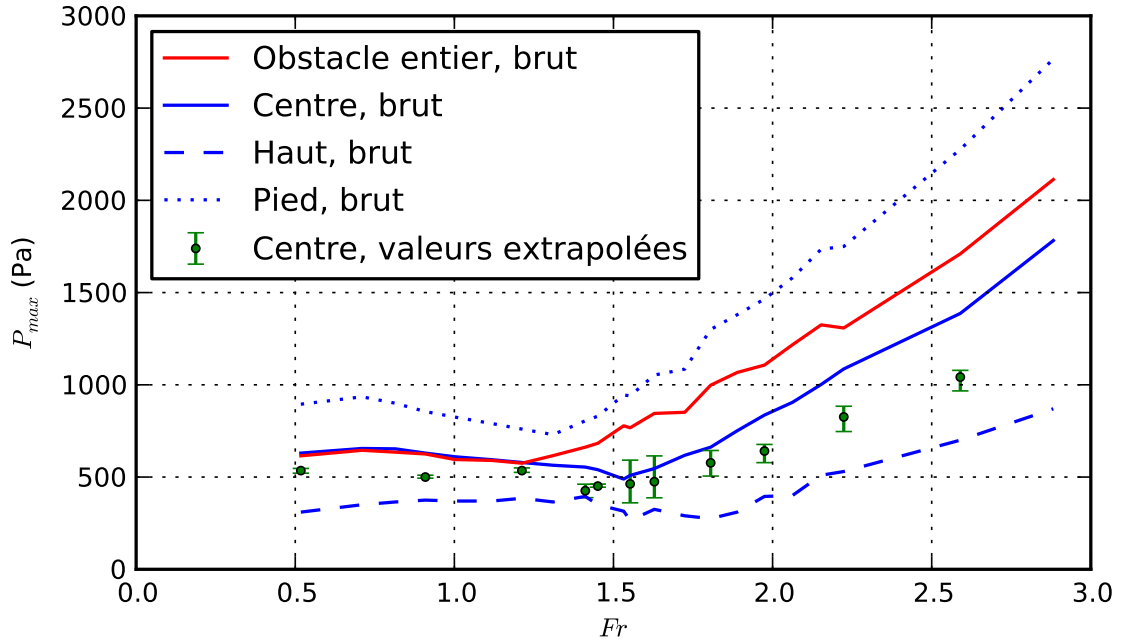


FIGURE 4.12 – Évolution des  $P_{max}$  (valeurs brutes pour  $\delta = 1.25$  mm et  $L_c = 4\delta$  et valeurs extrapolées dans la section 4.1) à mesure que le nombre de Froude  $Fr$  de l'écoulement augmente, en différents points de l'obstacle

On remarque que, quelle que soit la valeur de  $Fr$ , les valeurs de pression extrapolées se situent entre les valeurs brutes du capteur central et les valeurs brutes du capteur du haut.

## 4.2.2 Correction des valeurs

Sur la figure 4.12, on constate une évolution très similaire entre les valeurs extrapolées et les valeurs brutes du capteur central. Afin de déterminer s'il existe une relation simple entre les valeurs brutes et les valeurs extrapolées, nous traçons (figure 4.13) la pression maximale extrapolée  $P_{max,extra}$  en fonction de la pression maximale brute  $P_{max,centre}$  sur le capteur central. On constate qu'il existe une relation affine entre ces deux grandeurs, dont on détermine les coefficients par régression linéaire. Afin de rendre les deux séries de pressions compatibles, on peut donc utiliser ces coefficients pour appliquer la correction suivante aux valeurs brutes, où  $P_{max,corr}$  est la pression maximale corrigée :

$$P_{max,corr} = 0.67P_{max} + 103. \quad (4.1)$$

Alors que l'écart moyen entre les valeurs brutes de pression  $P_{max,centre}$  sur le capteur central et les valeurs extrapolées  $P_{max,extra}$  est de 21% (et l'écart maximal

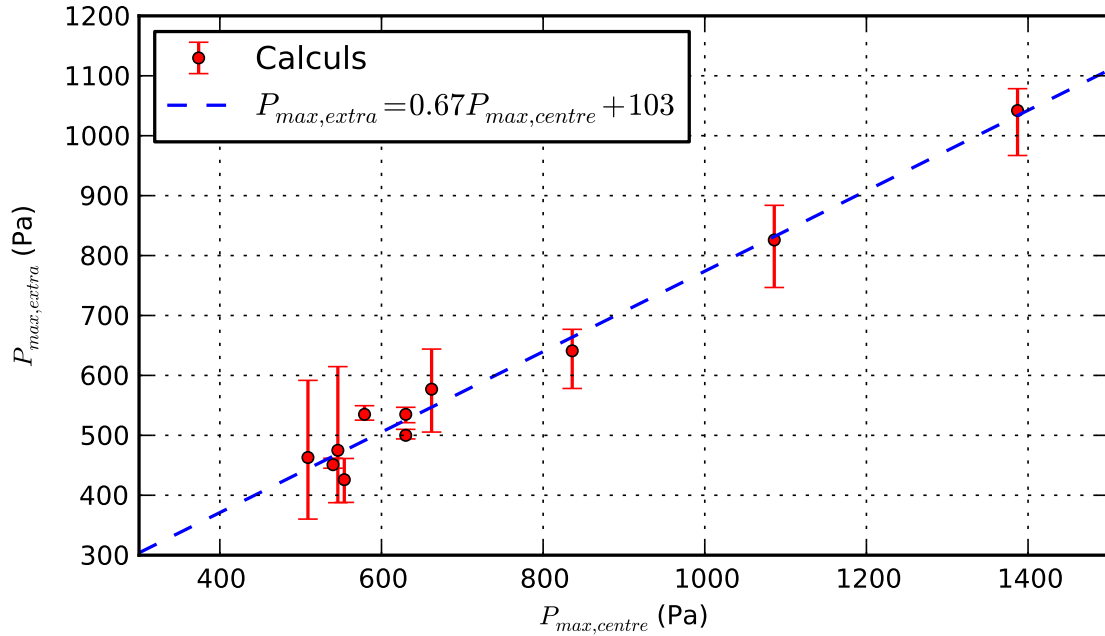


FIGURE 4.13 – Pressions maximales extrapolées  $P_{max,extra}$  calculées dans la section 4.1, tracées en fonction des valeurs brutes  $P_{max,centre}$  mesurées numériquement sur le capteur central ( $\delta = 1.25$  mm et  $L_c = 4\delta$ ).

est de 33%), l'écart résiduel moyen entre les valeurs corrigées  $P_{max,corr}$  et les valeurs extrapolées  $P_{max,extra}$  est de 4% (et l'écart résiduel maximal est de 11%). Cet écart résiduel après correction est jugé faible, de telle sorte qu'il semble très raisonnable d'appliquer la même correction aux valeurs issues des autres capteurs. Les résultats obtenus en appliquant cette correction sont synthétisés sur la figure 4.14, qui présente également les valeurs extrapolées. Nous faisons ici l'hypothèse que les valeurs présentées sur cette figure sont proches de celles qu'on obtiendrait en faisant tendre l'espacement des particules  $\delta$  vers zéro. Par conséquent, dans la suite de ce travail, les valeurs corrigées de pression  $P_{max,corr}$  seront présentées en complément des valeurs brutes.

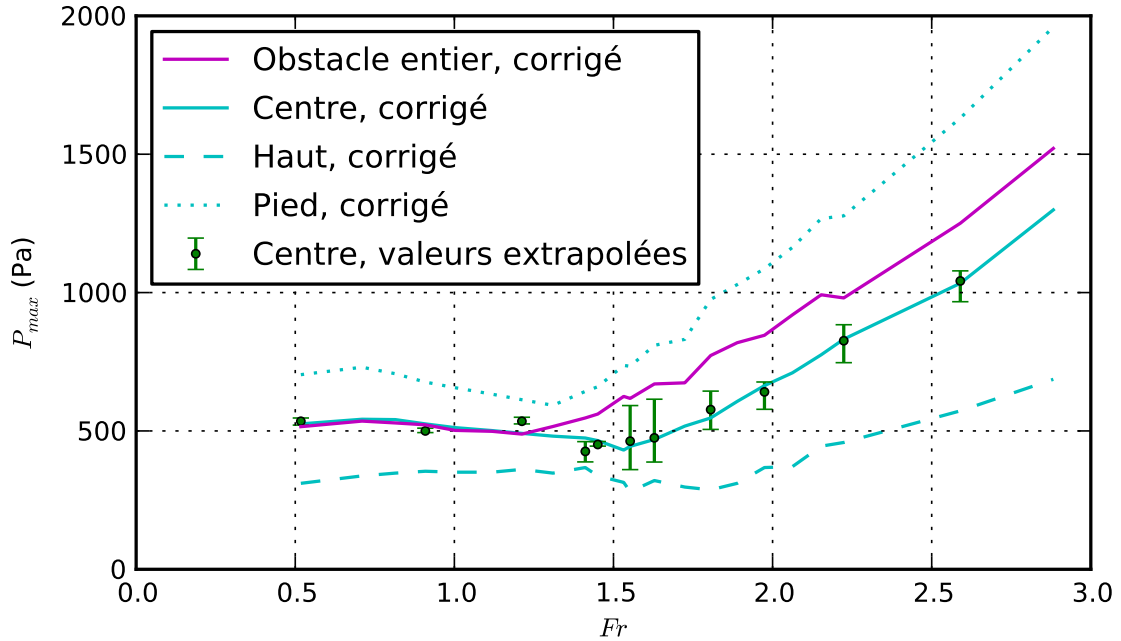


FIGURE 4.14 – Valeurs corrigées des  $P_{max}$  à partir des extrapolations calculées dans la section 4.1

### 4.2.3 Comparaison aux valeurs expérimentales

Cette étude ne serait pas complète sans comparaison des valeurs calculées avec les mesures effectuées par Tiberghien [2007] en canal. Les mesures expérimentales de pression étaient réalisées à l'aide d'un capteur de 10 mm de hauteur placé au centre du mur amont de l'obstacle (voir section 3.1), tout comme notre capteur virtuel central (voir figure 4.11).

Bien que nos vitesses de fluide et valeurs de pente ne soient pas identiques, les gammes de valeurs du nombre de Froude sont similaires. Ceci qui nous permet de tracer sur une même échelle les valeurs expérimentales et les valeurs numériques.

La figure 4.15 montre les résultats numériques bruts et corrigés, confrontés aux valeurs expérimentales obtenues par Tiberghien [2007]. Les valeurs numériques sont systématiquement inférieures aux valeurs expérimentales, exceptées quelques valeurs extrêmes pour les faibles  $Fr$ . Un décalage systématique, de l'ordre de 420 Pa en moyenne, est observé entre les valeurs numériques corrigées  $P_{max,corr}$  et les résultats expérimentaux. Ceci est traduit par la courbe tiretée (figure 4.15). Un doute important pèse sur les valeurs expérimentales de pression fournies par Tiberghien [2007], qui s'appuie notamment sur la forte dispersion de certains de ces résultats expérimentaux. On peut en effet difficilement expliquer des écarts allant jusqu'à 230% (pour  $Fr = 0.73$ ). Nous n'avons pas d'explication définitive

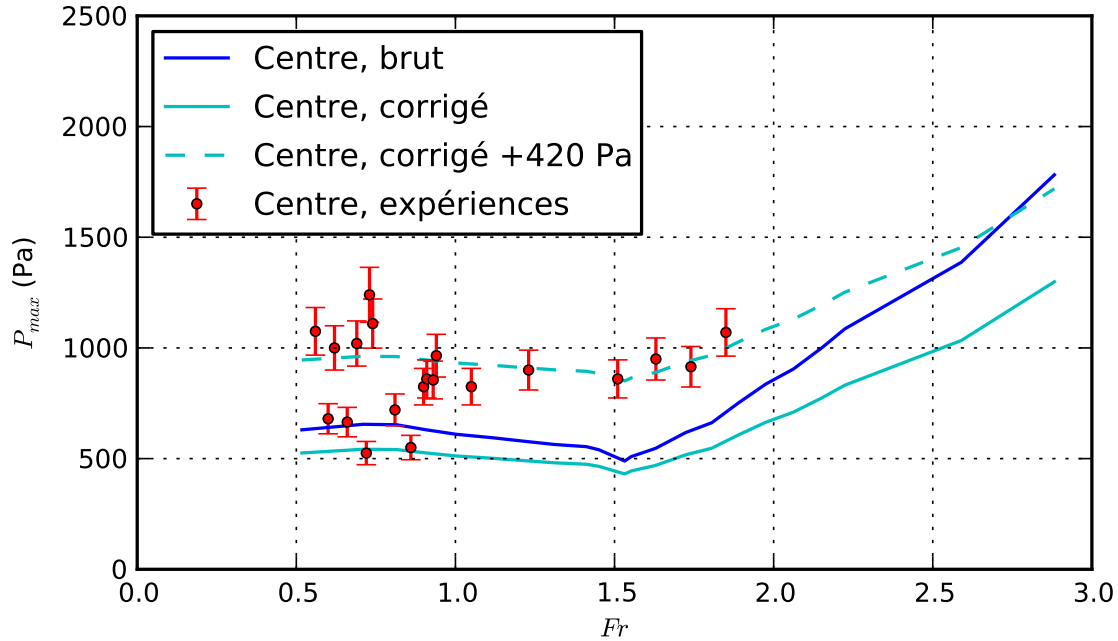


FIGURE 4.15 – Valeurs de  $P_{max,centre}$  du capteur central brutes et corrigées, comparées avec les valeurs expérimentales de Tiberghien [2007]

pour les différences observées entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques. On gardera en mémoire, tel qu'explicité dans la section 3.1, que pour une même valeur du nombre de Froude, les vitesses de front et les hauteurs de fluide ne sont pas identiques entre expérience et simulation. De plus, les simulations ne permettent pas de prendre en compte le caractère tridimensionnel de l'écoulement expérimental. Enfin, le matériau utilisé en canal, le Carbopol, n'est pas parfaitement viscoplastique, mais présente également des propriétés viscoélastiques qui peuvent s'avérer très importantes lors de l'impact et de ce fait influencer fortement les valeurs de pression.

Il n'en demeure pas moins que l'évolution de la pression maximale en fonction de  $Fr$  suit une même tendance :

- On retrouve une transition entre régime de zone morte et régime de jet pour une valeur du nombre de Froude  $Fr \approx 1.5$
- En régime de jet ( $Fr > 1.5$ ), l'évolution des pressions maximales numériques et expérimentales en fonction de  $Fr$  suit une pente similaire.
- En régime de zone morte ( $Fr < 1.5$ ), les pressions maximales numériques et expérimentales (en lissant la forte dispersion des mesures) sont quasiment constantes.

## 4.3 Composantes cinétique et gravitationnelle

Jusqu'ici nous avons étudié la valeur maximale de la pression totale sur l'obstacle sans chercher à élucider les processus physiques à l'origine de cette pression. Nous allons à présent chercher à décomposer cette pression totale en composantes et analyser leurs comportements respectifs pour chercher à mieux comprendre les mécanismes en jeu. Des travaux récents [MiDi, 2004; Faug et al., 2009, 2012] portant sur l'écoulement de milieux granulaires réalisés dans des conditions assez similaires à notre cas d'étude ont proposé une décomposition de la pression totale en composante cinétique d'une part et gravitationnelle d'autre part. Ces auteurs ont montré l'intérêt d'une telle décomposition pour la compréhension des mécanismes physiques en jeu lors de l'interaction écoulement-obstacle. Suivant cette logique, nous menons dans cette section une analyse fondée sur le même type de décomposition.

### 4.3.1 Expression mathématique des composantes

Les composantes cinétique (appelée aussi pression dynamique) et gravitaire (appelée aussi pression hydrostatique) sont définies comme suit :

$$P_{kin}(z) = \frac{1}{2}\rho(z)u^2(z), \quad (4.2)$$

$$P_g(z) = \rho(z)g(h - z) \cos \theta, \quad (4.3)$$

où  $\rho(z)$  est la densité locale de l'écoulement,  $u(z)$  est la vitesse d'écoulement locale, et  $\theta$  est l'angle de la pente.

En faisant l'hypothèse que la densité est constante dans l'épaisseur du fluide ( $\rho(z) = \rho$ ), la composante cinétique de la force exercée par le fluide est :

$$F_{kin} = \int_0^h \frac{1}{2}\rho u^2(z) dz \quad (4.4)$$

$$= \frac{1}{2}\rho h \overline{u^2} \quad (4.5)$$

$$= \frac{1}{2}\beta \rho \bar{u}^2 h, \quad (4.6)$$

où  $\beta$  est défini par la relation  $\beta = \overline{u^2}/\bar{u}^2$ , et dépend du profil de vitesse de l'écoulement suivant l'axe  $z$ . Dans notre cas, pour les pentes considérées,  $\beta \approx 1.11$  (valeur moyenne obtenue en considérant le profil de vitesse théorique de plusieurs écoulements permanents uniformes de type Poiseuille à surface libre à des pentes variées).

De la même façon, la composante gravitaire peut être définie comme suit :

$$F_g = \int_0^h \rho g (h - z) \cos \theta dz \quad (4.7)$$

$$= \frac{1}{2} \rho g h^2 \cos \theta. \quad (4.8)$$

Les composantes de pression exercées par le fluide, relativement à l'épaisseur de l'écoulement, sont donc :

$$P_{kin} = \frac{F_{kin}}{h} = \frac{1}{2} \beta \rho \bar{u}^2, \quad (4.9)$$

$$P_g = \frac{F_g}{h} = \rho g h \cos \theta. \quad (4.10)$$

### 4.3.2 Étude des rapports $P_{max,global}/P_g$ et $P_{max,global}/P_{kin}$

On peut analyser la pression sur l'obstacle en traçant le rapport de la pression maximale totale calculée à la face amont de l'obstacle  $P_{max,global}$  sur les composantes théoriques  $P_{kin}$  et  $P_g$  définies par les équations (4.9) and (4.10). La pression maximale calculée  $P_{max,global}$  que nous utilisons dans le cadre de cette analyse est celle issue du capteur global couvrant la totalité de la hauteur de l'obstacle (voir figure 4.11). On obtient alors les courbes de la figure 4.16, tracées à partir des valeurs brutes du capteur global, ainsi que les valeurs corrigées selon la technique explicitée dans la section 4.1.2.

On remarque sur le graphe de  $P_{max,global}/P_g$  (figure 4.16a) que pour des valeurs de  $Fr$  comprises entre 0.7 et 1.2, le rapport de la pression maximale totale sur la composante gravitaire est presque constant : entre 3.5 et 4 pour les valeurs brutes, 2.8 et 3.5 pour les valeurs corrigées. Dans cette gamme de valeurs de  $Fr$ , la pression maximale calculée est donc directement proportionnelle à la composante gravitaire, et donc à la masse de fluide qui pèse sur l'obstacle. En dessous de  $Fr \approx 0.7$ , le rapport diminue, ce qui indique que la pression exercée sur l'obstacle est inférieure à celle qu'il subirait en présence d'un fluide parfait. Cela peut s'expliquer par la rhéologie du fluide : à ces faibles pentes, la contrainte que subit le matériau sous l'effet de la gravité est proche de sa contrainte seuil et l'écoulement est perturbé. Au-delà de  $Fr \approx 1.2$ , il n'y a plus de relation de proportionnalité entre la composante  $P_g$  et la valeur de  $P_{max,global}$ . La valeur  $Fr \approx 1.2$  coïncide avec la transition entre plateau et pic de pression vue dans la section 3.3 au chapitre précédent.

Sur le graphique de  $P_{max,global}/P_{kin}$  (figure 4.16b), on observe l'évolution inverse : pour les faibles valeurs de  $Fr$ , le rapport entre pression maximale totale et composante cinétique n'est pas constant et devient très grand aux plus faibles

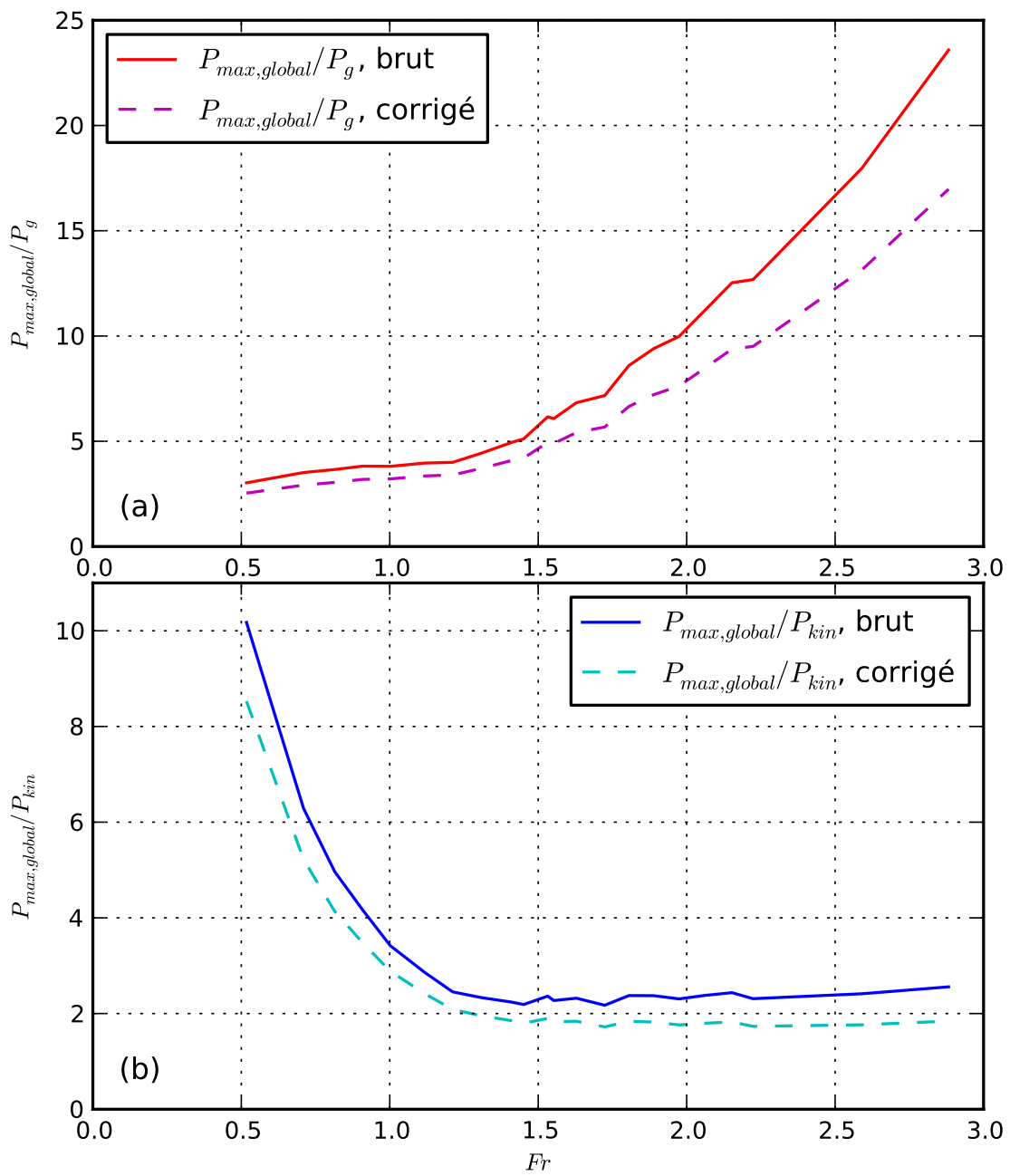


FIGURE 4.16 – Tracé des rapports de pressions  $P_{max,global}/P_g$  (a) et  $P_{max,global}/P_{kin}$  (b) en fonction du nombre de Froude  $Fr$ , valeurs brutes et corrigées

$Fr$ . On n'a donc pas de relation de proportionnalité entre ces deux grandeurs. Au-dessus de  $Fr \approx 1.2$ , ce rapport devient constant : 2.3 pour la pression brute, 1.9 pour la pression corrigée. La pression maximale observée en régime de jet est donc directement proportionnelle à la pression dynamique. Ce résultat est tout à fait conforme à ce qu'on obtiendrait pour un fluide parfait. En effet, le rapport  $P_{max,global}/P_{kin}$  n'est autre que le coefficient de traînée  $C_x$ . L'obstacle, en absence de zone morte étendue, peut être vu comme une plaque perpendiculaire à l'écoulement. En deux dimensions, le  $C_x$  d'une plaque est de 2, ce qui correspond bien aux valeurs calculées pour le rapport  $P_{max,global}/P_{kin}$  en régime de jet.

### 4.3.3 Pression du pic et pression du plateau

Précédemment, nous avons étudié la pression maximale exercée sur l'obstacle, que ce soit sur l'intégralité de la face amont ou bien sur des zones plus réduites. Mais, comme nous l'avons vu au chapitre 3, ce maximum ne correspond pas à la même réalité suivant qu'on se trouve en régime de zone morte ou en régime de jet. Dans le premier cas, on mesure la pression atteinte lors du plateau, alors que dans le deuxième cas c'est la pression du pic initial qui représente le maximum (voir figure 3.16). On a vu que le pic initial est présent même en régime de zone morte, et que le plateau existe toujours en régime de jet (cependant, pour les pentes les plus élevées, la présence de *roll waves*, oscillations de la surface causées par la rhéologie, conduisent à des oscillations de la vitesse du fluide et de la pression sur l'obstacle, qui perturbent le plateau). On peut donc mesurer indépendamment le pic et le plateau, et analyser les pressions obtenues en les comparant à  $P_g$  et  $P_{kin}$ .

La figure 4.17 permet de comparer la pression du pic initial et la pression du plateau avec la pression  $P_{max,global}$ . On voit clairement la transition à  $Fr \approx 1.2$  entre le régime où la pression maximale est mesurée lors du plateau, et le régime où c'est le pic qui domine. On voit aussi sur la courbe de  $P_{plateau}$ , une inflexion vers  $Fr \approx 1.5$  qui coïncide avec l'arrêt de la diminution de la taille de la zone morte (voir la section 3.2).

En ajoutant à la figure 4.16 les rapports  $P_{plateau}/P_g$  et  $P_{pic}/P_{kin}$ , on obtient le résultat présenté sur la figure 4.18. On voit que le rapport  $P_{plateau}/P_g$  (figure 4.18a) varie peu en fonction de  $Fr$ , ce qui montre bien que la pression du plateau est liée à la composante gravitaire de la pression de l'écoulement, tandis que la faible variation du rapport  $P_{pic}/P_{kin}$  (figure 4.18b) indique que c'est la composante dynamique qui détermine l'amplitude du pic initial de pression, lors de l'impact.



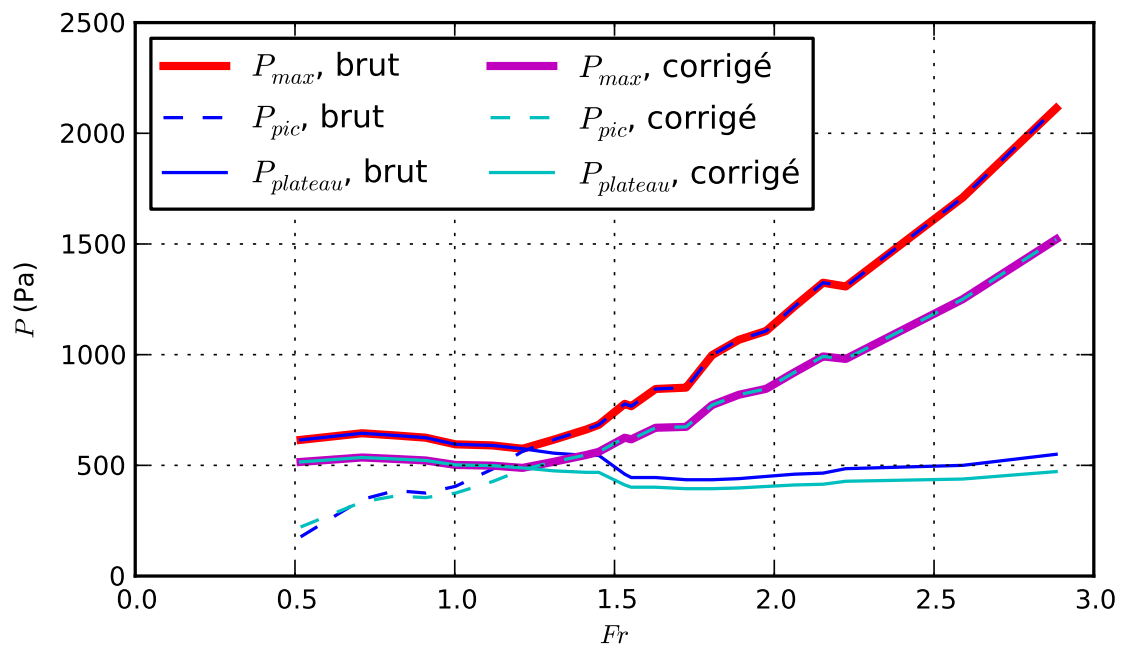


FIGURE 4.17 – Pression du pic initial  $P_{pic}$  et du plateau  $P_{plateau}$  comparées à la pression maximale  $P_{max,global}$  en fonction du nombre de Froude  $Fr$ , valeurs brutes et corrigées

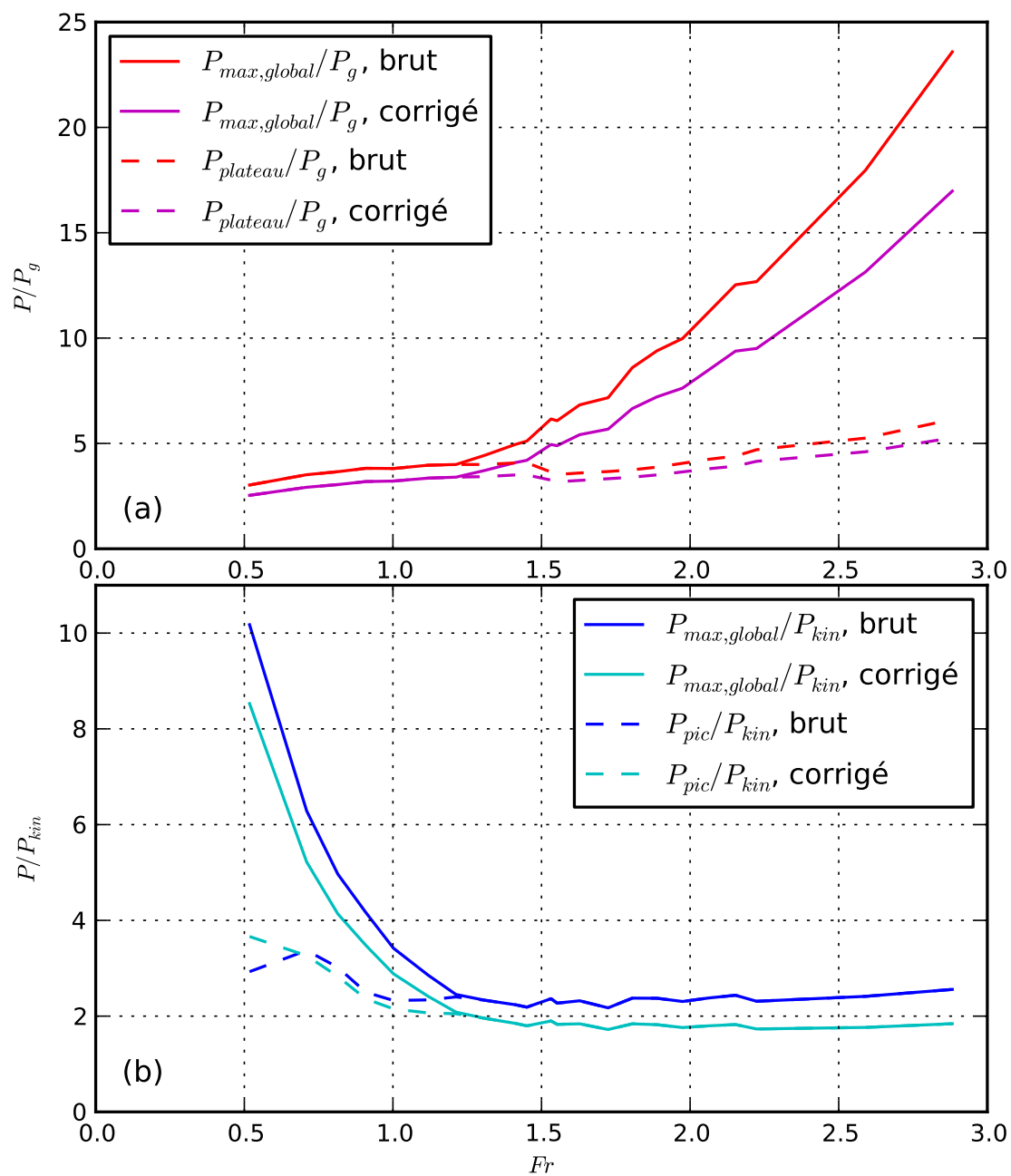


FIGURE 4.18 – Tracé des rapports  $P_{max,global}/P_g$ ,  $P_{plateau}/P_g$  (a) et  $P_{max,global}/P_{kin}$ ,  $P_{pic}/P_{kin}$  (b) en fonction de  $Fr$ , pressions brutes et corrigées

## 4.4 Distribution spatiale de la pression

Les études précédentes ont porté sur des pressions calculées soit sur l'obstacle entier, soit sur trois zones de 10 mm de hauteur situées respectivement en haut, au milieu et au pied de l'obstacle. Nous avons vu, entre autres, que le capteur central et le capteur global fournissent les mêmes valeurs de pression aux bas régimes ( $Fr < 1.2$ , pression maximale mesurée en phase de plateau), puis divergent ensuite. Nous avons expliqué cette divergence par le fait que l'impact du fluide, qui génère le pic de pression initial, se produit en pied d'obstacle, et que seul le capteur global pouvait l'enregistrer. Afin de confirmer cette hypothèse, et pour mieux caractériser l'évolution à la fois spatiale et temporelle de la pression calculée, il nous faut examiner plus finement la valeur de  $P$  le long de l'axe vertical  $z$ . À l'aide de capteurs de type « profil » décrits dans la section 2.4.4, nous avons réalisé des profils de pression suivant  $z$  le long de l'obstacle, tout au long de l'interaction. Les profils sont réalisés sur une zone épaisse de 5 mm ( $4\delta$ ) suivant l'axe longitudinal  $x$ , et dont la hauteur couvre tout l'écoulement. Cette zone de calcul est subdivisée suivant  $z$  en secteurs de 2.5 mm ( $2\delta$ ) de hauteur. La pression est calculée dans chaque secteur en faisant la moyenne des pressions des particules traversant le secteur durant 10 pas de temps consécutifs. Un profil est enregistré tous les millièmes de seconde de temps simulé. Les valeurs de pression présentées dans cette section n'ont pu faire l'objet d'extrapolations au sens de la section 4.1.2, car une étude de convergence complète aurait été très complexe du fait d'une certaine dépendance des propriétés locales de l'écoulement à la taille des particules, à la fois en temps et en espace. Nous n'avons donc pas pu déterminer de facteurs de correction pour ces profils, ni pu vérifier que la correction calculée à la section 4.2.2 est valide dans le cas des profils. Par conséquent, nous présentons ici des pressions non corrigées, dont la valeur absolue n'est peut-être pas entièrement significative, mais qui peuvent néanmoins être analysées de façon relative. Ceci nous renseigne, à chaque instant, sur la répartition spatiale de la pression sur toute la face amont de l'obstacle, et nous permet notamment de localiser de manière précise la zone du mur amont où la pression est la plus élevée. La succession de ces profils nous renseigne sur l'évolution au cours du temps de la répartition spatiale de la pression exercée sur l'obstacle.

Les profils présentés dans cette section ont été obtenus sur la série de simulations décrite à la section 3.1.2, qui couvre toute la gamme de pentes étudiées. Les figures 4.19 à 4.22 montrent ces profils de pression, pris à différents instants après l'impact du fluide sur l'obstacle, pour des pentes de  $4^\circ$ ,  $7^\circ$ ,  $8^\circ$  et  $12^\circ$ . Seule la portion du profil comprise entre le fond du canal  $z = 0$  et le haut de l'obstacle  $z = H$  est tracée. On rappelle que la hauteur d'obstacle  $H$  varie en fonction de la hauteur de fluide  $h$  (calculée en l'absence d'obstacle) de manière à ce que le rapport d'aspect  $h/H = 0.86$  soit constant d'une simulation à l'autre (voir section 3.1).

Quelle que soit la pente, on note en premier lieu que c'est le pied du mur qui enregistre systématiquement le pic de pression à l'impact. Puis la pression se répartit progressivement le long de la face amont jusqu'en haut de l'obstacle. Au bout d'un certain temps dépendant de la pente, le profil de pression devient pratiquement linéaire. Ce profil de pression linéaire, de type hydrostatique, semble confirmer l'hypothèse d'une contribution essentiellement gravitaire à la pression totale  $P$ . Les temps auxquels on observe ces profils linéaires montrent qu'ils correspondent à la phase de plateau de l'écoulement. Or nous avons vu (section 4.3.3) que dans la phase de plateau, la pression sur le mur amont est proportionnelle à la composante gravitaire  $P_g$ , ce qui confirme la prépondérance de cette composante. Le fait que le profil final soit linéaire explique la convergence observée dans la section 4.2 entre les pressions maximales calculées sur le capteur central et celles du capteur global : ces pressions maximales correspondent au plateau, et donc au profil linéaire. Or, la valeur au centre d'un tel profil n'est autre que la valeur de la moyenne sur tout le profil. Il est donc logique que les capteurs central et global fournissent le même résultat.

Quelle que soit la pente, la pression maximale est toujours observée en pied d'obstacle. Ce maximum correspond, selon le régime d'écoulement, soit à un premier impact (régime de jet), soit à une phase de plateau (régime de zone morte), soit à un instant intermédiaire entre les deux (transition de régime). Dans certains profils, on observe localement des pressions négatives au point de contact entre la surface libre de l'écoulement et l'obstacle. Il s'agit là d'un artefact numérique. Il s'explique par le fait que localement, lors de l'impact, la compressibilité du fluide numérique n'est plus négligeable. Ceci peut se traduire par une décompression artificiellement élevée des particules, notamment près de la surface libre où elles ont peu de voisines.

Le cas des pentes les plus faibles (régime de zone morte) est illustré ici par la figure 4.19. Sur cette figure, on note que le premier impact est peu marqué. La pression en pied d'obstacle passe par un maximum intermédiaire à  $t = 3.22$  s, instant auquel une pression n'est enregistrée que sur le tiers inférieur de l'obstacle. La pression diminue ensuite au pied tandis qu'elle augmente progressivement le long de la face amont de l'obstacle ( $z$  croissant) au cours du temps. À partir de l'instant  $t = 3.27$  s, la pression augmente à nouveau en pied ainsi qu'en tout point de l'obstacle jusqu'à une limite correspondant à la phase de plateau ( $t = 5.00$  s).

Le cas des pentes les plus élevées (régime de jet) est illustré par la figure 4.22. Sur cette figure, on note que le premier impact est très marqué. La pression en pied d'obstacle atteint son maximum à  $t = 1.36$  s, instant auquel une pression n'est enregistrée que sur le tiers inférieur de l'obstacle. La pression diminue ensuite au pied tandis qu'elle augmente progressivement le long de la face amont de l'obstacle ( $z$  croissant) au cours du temps jusqu'à une limite correspondant à la phase de

plateau ( $t = 2.00$  s).

Le cas des pentes intermédiaires (régime de transition) est illustré ici par les figures 4.20 et 4.21. Sur ces figures, on note que le premier impact est bien marqué. Pour  $\theta = 7^\circ$  (figure 4.20), la pression en pied d'obstacle atteint son maximum à  $t = 2.01$  s, instant auquel une pression n'est enregistrée que sur le tiers inférieur de l'obstacle. Ensuite, la pression au pied se stabilise entre 600 Pa et 800 Pa, tandis qu'elle augmente progressivement le long de la face amont de l'obstacle ( $z$  croissant) au cours du temps jusqu'à une limite correspondant à la phase de plateau ( $t = 2.50$  s).

Pour  $\theta = 8^\circ$  (figure 4.21), la pression en pied d'obstacle atteint son maximum à  $t = 1.84$  s, instant auquel on enregistre déjà une pression sur tout l'obstacle. La pression diminue ensuite au pied tandis qu'elle augmente progressivement le long de la face amont de l'obstacle ( $z$  croissant) au cours du temps jusqu'à une limite correspondant à la phase de plateau ( $t = 3.00$  s).

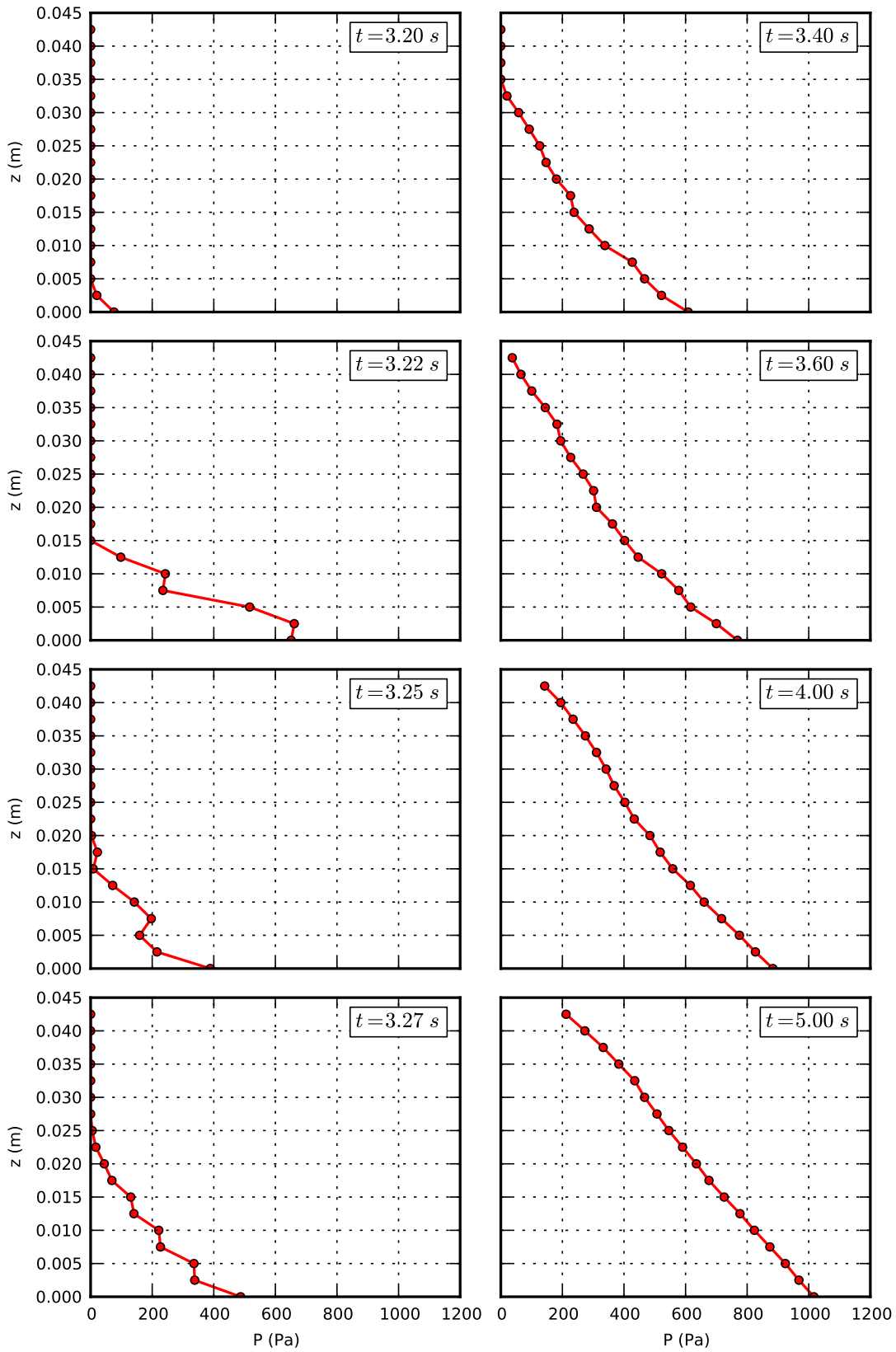


FIGURE 4.19 – Profils de pression  $P(z)$  sur la face amont de l'obstacle à plusieurs instants, pour une pente  $\theta = 4^\circ$ , et une hauteur d'obstacle  $H = 43.75$  mm. Instant d'impact  $t_0 = 3.187$  s.

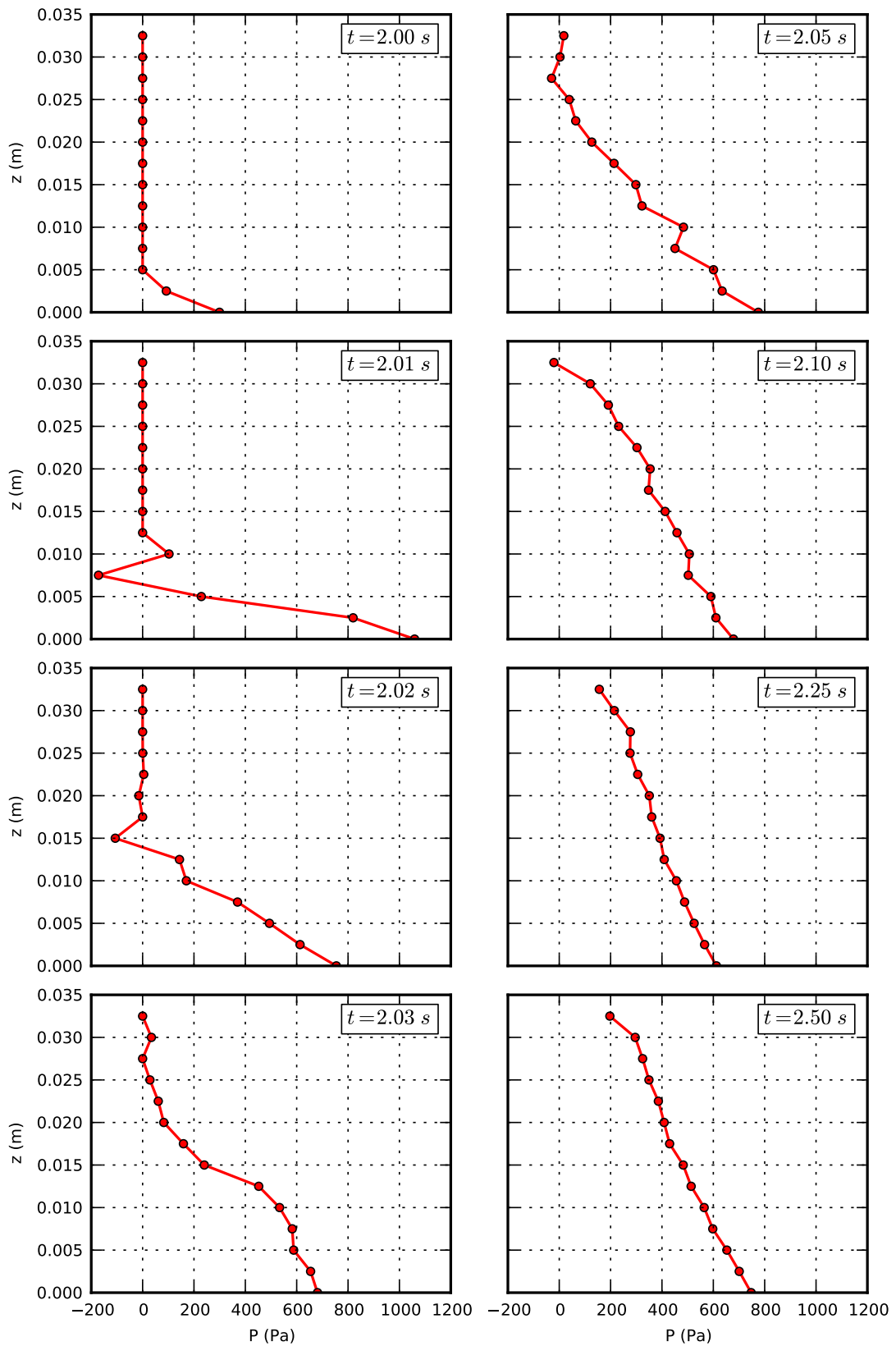


FIGURE 4.20 – Profils de pression  $P(z)$  sur la face amont de l'obstacle à plusieurs instants, pour une pente  $\theta = 7^\circ$ , et une hauteur d'obstacle  $H = 32.5$  mm. Instant d'impact  $t_0 = 1.994$  s.

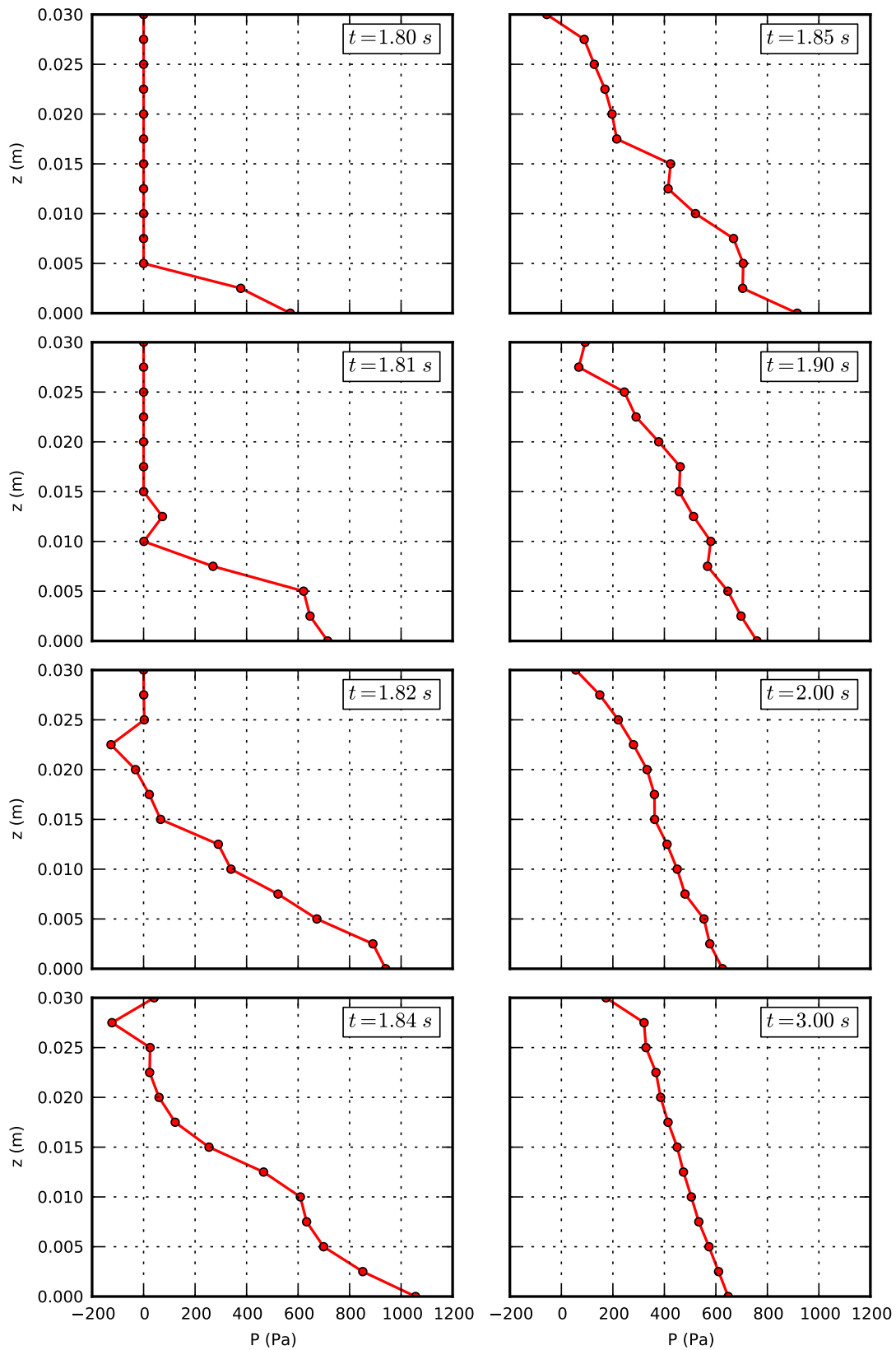


FIGURE 4.21 – Profils de pression  $P(z)$  sur la face amont de l'obstacle à plusieurs instants, pour une pente  $\theta = 8^\circ$ , et une hauteur d'obstacle  $H = 30.0\text{ mm}$ . Instant d'impact  $t_0 = 1.795\text{ s}$ .



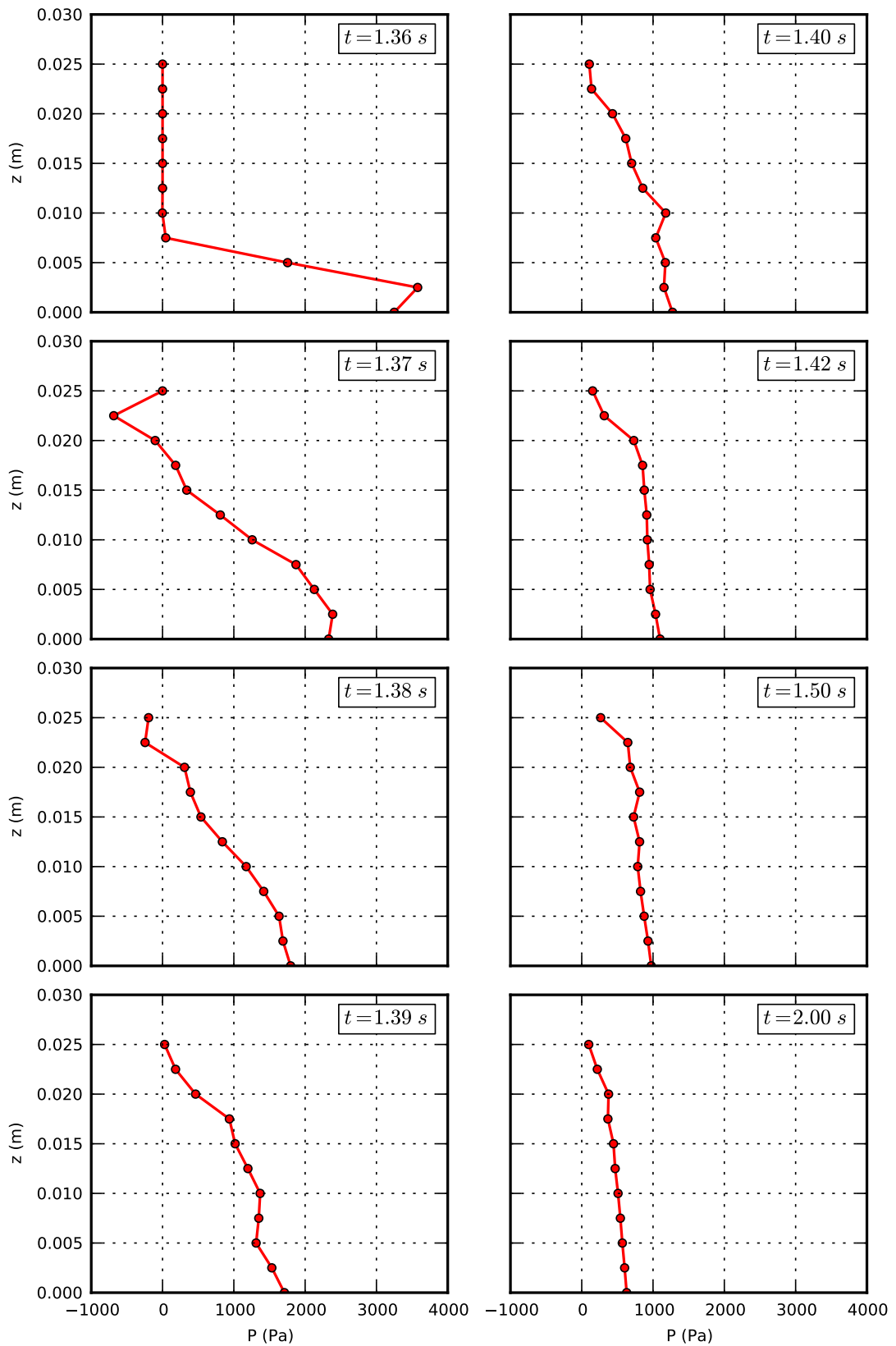


FIGURE 4.22 – Profils de pression  $P(z)$  sur la face amont de l'obstacle à plusieurs instants, pour une pente  $\theta = 12^\circ$ , et une hauteur d'obstacle  $H = 25.0$  mm. Instant d'impact  $t_0 = 1.354$  s.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié l'évolution temporelle et la répartition spatiale le long de la face amont de l'obstacle de la pression du fluide au cours de l'interaction entre l'écoulement et l'obstacle. Nous avons également étudié le lien entre les valeurs maximales de pression et une variable globale représentative de l'écoulement incident. De plus, nous avons cherché à établir les mécanismes physiques à l'origine de la pression exercée sur l'obstacle.

Dans une première étape de cette analyse, développée dans la section 4.1, nous avons constaté une évolution des valeurs de pression en fonction de la taille des particules et de la taille des capteurs utilisés. Afin de réduire l'incertitude liée à ce problème, nous avons procédé à une étude de la convergence des valeurs de pression maximales calculées sur un capteur central, en faisant varier la taille du capteur  $L_c$  et l'espacement des particules  $\delta$ . Nous avons mis en évidence qu'en faisant décroître  $\delta$ , les pressions obtenues convergeaient vers une valeur limite, indépendamment de la taille de capteur (section 4.1.1). De cette étude de convergence, nous avons tiré des valeurs de pressions maximales extrapolées (pour  $\delta \rightarrow 0$ ) présentant une faible dispersion, et cela pour un certain nombre de pentes représentatives de l'ensemble des régimes d'interaction mis en évidence au chapitre 3 (section 4.1.2).

Dans la section 4.2, nous avons étudié l'évolution du maximum de pression calculé sur la face amont de l'obstacle en fonction du nombre de Froude de l'écoulement incident, à la fois sur l'obstacle entier et sur trois zones de 10 mm de hauteur en haut, milieu et pied d'obstacle. Nous avons tracé les pressions extrapolées dans la section 4.1 en fonction des pressions brutes et en avons déduit une relation linéaire entre ces deux grandeurs. Cette relation nous a permis d'appliquer une transformation affine aux valeurs brutes, pour obtenir des valeurs corrigées (section 4.2.2). L'évolution des valeurs maximales de pression (brutes, extrapolées ou corrigées) en fonction du nombre de Froude met encore une fois en évidence, de manière cohérente avec les sections 3.2 et 3.3, l'existence de deux régimes d'écoulement. La transition entre ces deux régimes apparaît pour une valeur du nombre de Froude qui dépend de la position du capteur sur l'obstacle et se situe dans la gamme  $1.2 \leq Fr \leq 1.6$ . Enfin nous avons comparé les valeurs maximales obtenues dans nos simulations aux valeurs expérimentales mesurées par Tiberghien [2007] (section 4.2.3). En dépit d'un décalage systématique sur les valeurs absolues des pressions, nous avons mis en évidence des évolutions tout à fait similaires entre simulations et expériences : même valeur de  $Fr \approx 1.5$  à la transition de régime et pentes comparables des courbes d'évolution en fonction de  $Fr$ .

Dans la section 4.3, nous avons cherché à analyser les mécanismes physiques à l'origine de la pression sur l'obstacle. Pour cela, nous avons étudié la pression maximale calculée (notamment son évolution en fonction de  $Fr$ ) en la comparant à des valeurs de référence de la pression : la composante cinétique (ou pression

dynamique) et la composante gravitationnelle (ou pression hydrostatique). Nous avons ainsi pu expliquer quelle composante contrôlait la pression maximale observée dans chacun des régimes : composante gravitationnelle en régime de zone morte, et composante cinétique en régime de jet (section 4.3.2). Nous avons vu que la pression maximale dans chacun de ces régimes correspondait à une phase différente de l'écoulement. Tandis que la pression maximale en régime de zone morte correspond à la phase de plateau, en régime de jet cette pression maximale est observée lors du pic initial. En analysant non plus la pression maximale mais les pressions du pic et du plateau séparément, nous avons mis en évidence qu'elles étaient liées chacune à une composante différente : la pression du pic est due à la composante cinétique tandis que la pression du plateau est due à la composante gravitationnelle (section 4.3.3).

Enfin, dans la section 4.4, après avoir étudié une pression moyennée sur toute la face amont de l'obstacle, nous avons analysé plus finement le profil de pression mesuré le long de cette face. Nous avons montré que c'est le pied de l'obstacle qui enregistre systématiquement le maximum de pression au cours de l'écoulement. Ce maximum est observé lors de l'impact initial (en régime de jet) ou lors de la phase de plateau (en régime de zone morte). Dans tous les cas, le profil s'établit par progression de la pression du bas vers le haut de l'obstacle, et tend vers un état final quasi-linéaire. Cet état final correspond toujours à la phase de plateau durant laquelle la pression sur l'obstacle découle de la composante gravitationnelle, ce qui conduit à une distribution de type hydrostatique (donc linéaire) de la pression.

## Chapitre 5

# Comparaison numérique de l'impact d'écoulements à surface libre de grains et de fluides viscoplastiques en surverse au-dessus d'un obstacle rigide

Article soumis au Journal of Hydraulic Research.



Numerical comparison of the impact of free-surface flows of grains  
and viscoplastic fluids overflowing a rigid wall

Comparaison numérique de l'impact d'écoulements à surface libre  
de grains et de fluides viscoplastiques en surverse au-dessus d'un  
mur rigide

Mathieu LABBÉ<sup>1</sup>, Thierry FAUG<sup>1,2</sup>, and Dominique LAIGLE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Irstea, UR ETGR, F-38402 Saint-Martin-d'Hères, France

<sup>2</sup>School of Civil Engineering, University of Sydney, NSW 2006, Australia

## Abstract

10 In this work we conduct a comparison of numerical simulations of the impact of a free-surface  
flow of viscoplastic fluid or granular material with a rigid wall. The simulations are performed  
using two methods: the viscoplastic fluid is modelled by Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH),  
while the Discrete Elements Method (DEM) is chosen to simulate granular flows. To conduct a  
consistent comparison, we study flows with similar dynamic properties, characterised by equivalent  
15 values of the Froude number which are typical of full-scale debris flows and avalanches. The present  
study is focused on viscoplastic and granular flows able to overflow the wall of height close to the  
thickness of the incoming flows. We observe many similarities between both types of fluid, notably  
the formation of a dead zone upstream of the obstacle at low regimes. Investigating the maximum  
pressure exerted on the wall with regards to gravitational and kinetic reference pressures, we find  
20 that the behaviours of both fluids converge for values of the Froude number below 1.5. A model  
based on the weight of the dead zone provides a good explanation for this convergence. At high  
regimes, the exerted pressure is proportional to the kinetic pressure for both materials. Differences

remain between grains and viscoplastic fluids: we observe a sharp transition between the low and high regimes for viscoplastic fluids, whereas for grains, the evolution is smoother.

## 25 **Résumé**

Dans cet article nous réalisons une comparaison de simulations numériques de l'impact d'écoulements à surface libre de fluides viscoplastiques ou de matériau granulaire sur un mur rigide. Les simulations sont faites avec deux méthodes : le fluide viscoplastique est modélisé par la méthode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), tandis que le matériau granulaire est simulé par Éléments Discrets  
30 (DEM). Afin d'obtenir un comparaison cohérente, nous étudions des écoulements aux propriétés dynamiques similaires, caractérisés par des valeurs du nombre de Froude représentatives de laves torrentielles et d'avalanches réelles. La présente étude porte sur des écoulements viscoplastiques et granulaires capables de surverser au-dessus de l'obstacle dont la hauteur est proche de l'épaisseur de l'écoulement incident. Nous observons de nombreuses similitudes entre les deux types de fluides, en  
35 particulier la formation d'une zone morte en amont de l'obstacle, aux bas régimes. En comparant la pression maximale exercée sur le mur aux pressions de référence gravitaire et cinétique, nous notons que les comportements des grains et du fluide viscoplastique convergent pour des valeurs du nombre de Froude inférieures à 1.5. Un modèle dérivé du poids de la zone morte fournit une explication convaincante à cette convergence. Aux haut régimes, la pression exercée est proportionnelle à la  
40 composante cinétique pour les deux matériaux. Des différences subsistent entre les matériaux : nous observons une transition très nette entre bas et haut régime pour le fluide viscoplastique, tandis que pour les grains, la transition est plus progressive.

## **Keywords**

discrete elements method; fluid-structure interaction; granular material; Herschel-Bulkley model;  
45 smoothed particle hydrodynamics

## **1 Introduction**

Mountainous regions are naturally subject to large-scale rapid mass flows, i.e., the downslope movement of geomaterials – rock, soil, debris, snow, ice – under the influence of gravity. The increasing proximity of human activities to areas that are prone to these rapid mass flows therefore raises the

50 potential of damage to property, assets, or loss of life. Understanding and quantifying impact on structures, especially in terms of force applied to the obstacle, is of paramount importance when conceiving structural countermeasures, and when assessing the physical vulnerability of buildings and infrastructures. However, to date, only a limited number of studies have been carried out on that subject, with the consequence that the design of measures against avalanches and debris flows  
55 remains essentially empirical.

The present paper focuses on forces experienced by rigid walls (to model civil engineering structures) subjected to two kinds of complex fluids often used to model materials involved in full-scale natural flows (Ancey, 2007): viscoplastic fluids representative of mudflows and viscous debris flows on the one hand (e.g., Johnson and Rodine (1984); Coussot (1994); Huang and García (1998)), and  
60 granular materials representative of avalanches and granular debris flows on the other hand (e.g., Dent (1993); Salm (1993); Naaim et al. (2003); Rognon et al. (2008); Bartelt and McArdell (2009); Takahashi (2007)).

Small-scale laboratory studies on the impact of both viscoplastic (Tiberghien et al., 2007) and granular flows (Caccamo et al., 2012) overflowing a rigid wall (of height close to the thickness of  
65 the incoming flows) evidenced a transition from a regime (at lower slopes) for which the pressure is proportional to the weight of the incident flow, toward a more inertial regime (at higher slopes) for which the pressure is rather proportional to the velocity square. The Froude number which compares the inertial and gravitational forces naturally captures this transition. It is worth noting that the flow-wall interaction studied here (downstream overflow) is different from the problem  
70 studied earlier by Armanini and Scotton (1993) or more recently by Armanini et al. (2011). The latter studies investigated very high walls that prevented the downstream steady overflow of the fluid, and then could produce a reflected wave propagating upstream normal to the wall (at low  $Fr$ ) or a vertical jet-like bulge (at high  $Fr$ ).

Several authors (Gray et al., 2003; Faug et al., 2002) have highlighted the existence of a dead  
75 zone, a region of still material that forms upstream of the obstacle, that plays an important role in the transmission of efforts to the structure (Caccamo et al., 2011), notably for low values of the Froude number and an obstacle height close to the thickness of the incoming flow.

It is remarkable that these independant studies, conducted on either a viscoplastic fluid or a granular material, exhibit similar features regardless of the material. The goal of this work is to study  
80 these similarities more in depth. However, most of these studies were performed experimentally, in conditions which are not always comparable. To circumvent this drawback and get comparable



results, it was necessary to carry out experiments in similar conditions for both materials. We decided to follow the principles of the laboratory experiments by Faug et al. (2002) (for granular materials) and Tiberghien et al. (2007) (for viscoplastic fluids) who both studied the normal impact  
85 of a flow front on a rigid wall. These authors adopted flow characteristics (thickness, velocities) and geometries (channel slope, obstacle height) which mimic the interaction between a full-scale natural mass flow and a defense structure of height close to the flow thickness. These experiments, whose characteristics and dimensions were chosen in accordance with those frequently observed in the field, met similarity criteria. An experimental approach inherently presents difficulties in  
90 investigating a large range of flow conditions, and can only provide a limited description of the local variables that characterize the impact. Consequently, we decided to carry out a numerical investigation.

To take into account the very different behaviours exhibited by granular materials and viscoplastic fluids, we used two different numerical codes to simulate each type of material and obtain the  
95 results presented in this paper. One uses the Discrete Elements Method (DEM) to model granular flows (Silbert et al., 2001; da Cruz et al., 2005), and the other uses the Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) method to model viscoplastic flows (Rodriguez-Paz and Bonet, 2004; Laigle et al., 2007; Huang et al., 2011; Minatti and Pasculli, 2011). Prior to the present study, the coherence between numerical and experimental results was checked by Faug et al. (2011, 2012) for the granular  
100 material, and Labbé (2015) for the viscoplastic fluid.

The paper is organised in three sections. Numerical methods (SPH and DEM), geometry and procedures specific to each kind of fluid are presented in section 2. Attention is paid to how the control flows without any obstacle on the one side and the flows around obstacle on the other side can be characterised in a common frame. Section 3 describes the numerical results, mainly in terms  
105 of the dead zone length and the maximum pressures measured on the wall, with a careful scaling of the data to cross-compare the viscoplastic fluids and the granular flows. Finally, section 4 is dedicated to discussion and conclusion on the interest of cross-comparing the results from two types of complex fluids but still idealised with regards to the intricate nature of materials involved in natural gravity-driven flows.

## 110 2 Goals and methodology

For the reasons described in the introduction, our goal is to perform a numerical study of flows impacting and overflowing a wall whose height is of the order of magnitude of the flow depth. Previous studies, conducted on either a viscoplastic fluid or a granular material, exhibit similar behaviours during the impact, like the existence of two impact regimes (Armanini and Scotton, 115 1993) or the role played by the dead zone (Zanuttigh and Lamberti, 2006), this regardless of the material. Our goal is not to present new models dedicated to the analysis of the impact on obstacles, nor to evaluate the performance of new models. We aim at analysing in similar conditions impacts of granular materials on the one hand, and viscoplastic fluids on the other hand, in order to evidence common behaviours if any. We will notably concentrate on two points. The first point, rarely 120 investigated in previous studies, is the size of the dead zone and its evolution with the value of the Froude number, which quantifies the dynamics of the flow. The second point is the maximum pressure exerted on the wall during the impact and its evolution with the values of the Froude and Reynolds numbers of the incident flow. Models were previously proposed to predict the impact pressure (Zanuttigh and Lamberti, 2007), but considered a wall of infinite height and consequently 125 did not fully take into account the complexity of the overflowing flows we want to investigate.

Figure 1 shows the numerical setup for the DEM simulations of both steady and unsteady granular flows. Figure 2 shows the numerical setup used in the SPH simulations of the unsteady viscoplastic fluid flows. The principle of both numerical experiments is to create a transient flow with a steep front followed by a quasi-steady regime of almost constant thickness  $h$ , which impacts 130 an obstacle. Some material (either granular or viscoplastic) is released through an opening at the bottom of a tank, onto a inclined flume of adjustable slope. To maintain a steady regime with the viscoplastic fluid, the fluid level in the tank is kept constant by adding SPH particles when necessary. For the granular material, a controlled volume is released leading to a sufficiently long quasi-steady flow behind the front. Additionally, a steady granular flow obtained by recirculating 135 the DEM particles is also considered in the present study.

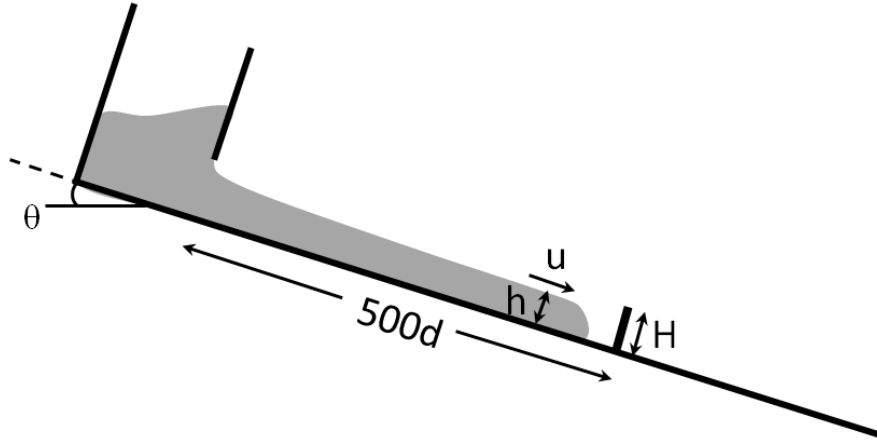
We chose to carry out 2D vertical rather than 3D simulations for three reasons. The first one is related to the computation time. A 3D simulation would have led either to prohibitive computation times due to a very large number of particle, or to a poor description of the local variables due to a limited number of particles in the flow depth. The second reason is to avoid potential sidewall 140 effects which can perturbate the flows and make the interpretation of the forces applied to the

obstacle rather complex. The third reason (in relation with the previous reason) is that measuring and defining the dead zone from the measurements at the sidewall in 3D laboratory tests is not fully representative of what might happen at any location across the chute width, in contrast to idealized 2D numerical simulations.

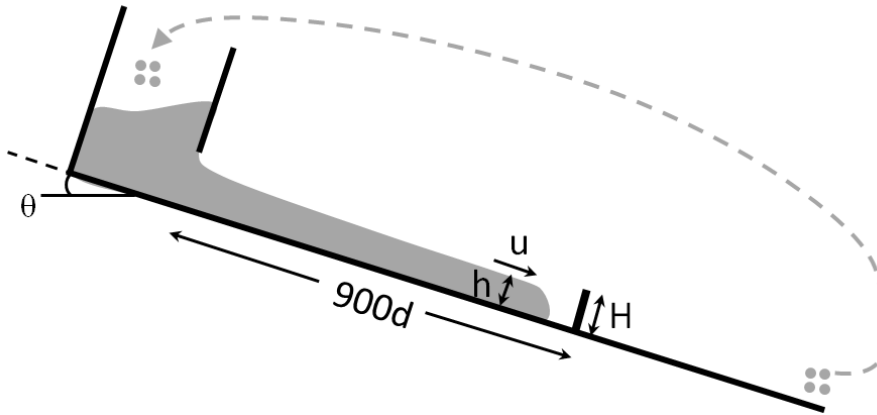
145 A wall-like obstacle is placed in the path of the flow. The height of the obstacle  $H$  is generally adjusted as a function of the flow thickness  $h$  so that the ratio  $H/h$  is the same for all experiments with one material. Because the numerical experiments were carried independently, this ratio  $H/h = 1.16$  for viscoplastic flows and varies slightly for granular flows from 1 to 1.27. Other parameters like the flow thickness, the velocity, the fluid density or the slope angle are not identical for both  
150 types of materials. The slope angle varies between  $3^\circ$  and  $12^\circ$  for viscoplastic flows and between  $16^\circ$  and  $32^\circ$  for granular flows. This underlines the difference which exists between granular material and viscoplastic fluid flows. The pressure on the obstacle is computed using techniques specific to each method, which will be presented in sections 2.1 and 2.2.

Our numerical results were checked against experimental results by Faug et al. (2011, 2012) for  
155 the granular material, and by Tiberghien et al. (2007) for the viscoplastic fluid, to verify that the formation of the dead zone, the observed regimes and the evolution of the pressure on the wall are properly simulated.

In the following sections, we will focus on two points: the dead zone and the maximum pressure reached during the interaction. The length of the dead zone, as well as the angle it forms with  
160 the horizontal, are indirectly studied in detail for each fluid and the numerical results are cross-compared. In fact, we study the length  $L$  of the zone of influence upstream of the wall, i.e., the distance  $L$  at which the incident flow is disturbed by the presence of the obstacle. This length is closely linked to the length of the dead zone. The maximum value of the pressure reached during the interaction,  $P_{max}$ , will be compared to typical pressures of the incident undisturbed flow, and  
165 to theoretical models. A similar scaling of the pressure data based on the Froude number  $Fr$ , the Reynolds number  $Re$ , and the wall height relative to the flow thickness,  $H/h$ , is applied to both viscoplastic fluids and granular flows. The scaling is shown to be relevant to analyse similarities and discrepancies between the results obtained with SPH for viscoplastic fluids and the results from DEM simulations of granular flows.



(a) Avalanche simulation: a finite volume of grains (about 18 000 particles) is released from a reservoir.



(b) Steady flow simulation: in order to create steady (recirculating) flows, the grains reaching the exit of the chute ( $x = 1700d$ ) were re-introduced in the reservoir.

Figure 1: The two DEM configurations used in our simulations. The mean diameter of grains was  $d = 1 \text{ mm}$  with a slight polydispersity (10%) and their density was  $2450 \text{ kg/m}^3$ . The grains were released from the reservoir by an aperture of constant height equal to  $35d$ . The bottom was made rough with particles of diameter  $d$ .

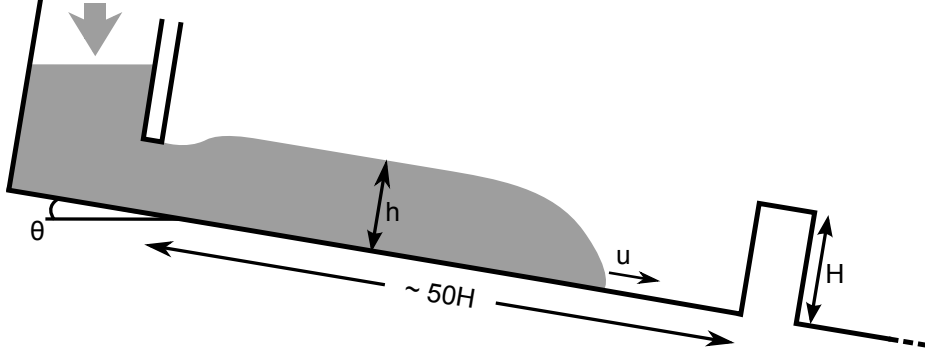


Figure 2: Setup of the SPH simulations. The initial SPH particle spacing is  $\delta = 1.25$  mm. The opening at the bottom of the tank has a constant height of  $20\delta$ . Fluid is constantly added to the tank on the left to keep the level constant.

## 170 2.1 The DEM method and data

The DEM code used to model dry cohesionless granular flows is based on the pioneering work of Cundall and Strack (1979) who applied the molecular-dynamic method to assemblies of grains. This method was later successfully applied to related issues on free-surface dense granular flows down a slope (Silbert et al., 2001) as well as to the interaction of those flows with obstacles (Faug et al., 2009; Teufelsbauer et al., 2009; Chanut et al., 2010; Teufelsbauer et al., 2011). The DEM simulations described in the present paper assumes rigid spheres which interact through a damped linear spring for the normal force  $F_{ij}^n$  between grains  $i$  and  $j$  and a linear spring restricted to a threshold value according to friction between grains described by a Coulomb condition for the tangential force  $F_{ij}^t$ :

$$F_{ij}^n = N_{ij}^e + N_{ij}^v = k_n \delta_{ij} + \nu_{ij} \dot{\delta}_{ij}, \quad (1)$$

$$F_{ij}^t = \min(k_t u_{ij}, \mu N_{ij}^e), \quad (2)$$

where  $k_n$  is the normal stiffness,  $\delta_{ij}$  the overlap between grains  $i$  and  $j$ ,  $\nu_{ij}$  is a viscous coefficient (local damping),  $k_t$  the tangential stiffness,  $u_{ij}$  the relative tangential displacement between grains  $i$  and  $j$ , and  $\mu$  the interparticle friction.  $\nu_{ij}$  can be related to the restitution coefficient  $e$  by solving the dynamic equation of a harmonic oscillator to model the binary collision between grains  $i$  and  $j$ , which gives:  $e = \exp\left[\frac{-\pi\nu_{ij}}{\sqrt{4m_{ij}k_n - \nu_{ij}^2}}\right]$ , where  $m_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ .

In the present study, we analyse a pressure averaged over the height of the obstacle. In the framework of a depth-averaged approach, one can define the local value  $f(z)$  of a quantity  $f$  and derive the depth-averaged value:  $\bar{f} = \frac{1}{h} \int_0^h f(z) dz$ . In the present work, the assembly of discrete particles flowing down the slope is regarded as a continuum fluid of thickness  $h$ , depth-averaged

180 velocity  $\bar{u}$  and density  $\bar{\rho} = \bar{\phi}\rho_P$ , where  $\rho_P$  is the particle density and  $\bar{\phi}$  the depth-averaged volume fraction. The DEM simulations on granular flows allows to study how  $h$ ,  $\bar{u}$  and  $\bar{\phi}$  are influenced by the boundary conditions and geometry (e.g., the slope inclination  $\theta$ ). Details of the results are discussed in Faug et al. (2009) for steady-flows conditions and in Chanut et al. (2010) for time-varying avalanches. If a wall of height  $H$  spans the flow, the force  $F_i$  exerted by each grain  $i$  in  
 185 contact with the wall can be calculated, which allows deriving the force on the wall:  $F = \sum_i F_i$ . The mean pressure on the wall is then defined as  $P = F/H$  (pressure by unit of width).

In our DEM simulations, the microscopic parameters needed for the contact laws have the following values:  $k_n = 10^4$  N/m (with respect to the limit of rigid grains),  $k_t = 1/2k_n$ ,  $\mu = 0.5$  (typical value for glass beads), and  $e = 0.5$  (reduced to values smaller than physical values, about  
 190  $0.7 - 0.9$ , for glass beads, in order to reduce the simulation time). Further details on the numerical method, the choice of the values given to the microscopic parameters, and their influence on the results, are presented in (Chanut et al., 2009; Faug et al., 2009) and references therein.

## 2.2 The SPH method and data

The SPH method is a mesh-free numerical method initially introduced by Gingold and Monaghan  
 195 (1977) and Lucy (1977) to study astrophysical problems. It has since found many applications in fluid dynamics (Monaghan, 1992). Because of its mesh-free nature, it is particularly well-suited for the simulation of the propagation of free-surface flows such as landslides, debris flows and mudflows (Rodriguez-Paz and Bonet, 2004; Laigle et al., 2007; Huang et al., 2011).

The classical Navier-Stokes equations for a fluid are:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \operatorname{div} \mathbf{u} \quad (3)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \sigma + \mathbf{g} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \tau + \mathbf{g} \quad (4)$$

where  $\rho$  is the density of the fluid,  $\mathbf{u}$  the local velocity of the fluid and  $D\mathbf{u}/Dt$  its material derivative,  
 200  $\sigma$  is the total stress tensor,  $\tau$  is the deviatoric stress tensor,  $P$  is the local pressure, and  $\mathbf{g}$  is the gravity.

SPH consists in discretizing the continuous medium into particles that represent small fluid elements, moving with the material velocity and carrying physical properties such as density, pressure and stresses. SPH relies on an interpolation to approximate the value of a function  $f$  and its spatial

derivatives at any point  $\mathbf{x}$ :

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \quad (5)$$

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \quad (6)$$

where  $N$  is the number of SPH particles, and  $m_j$ ,  $\rho_j$ ,  $\mathbf{x}_j$  are the mass, density and position of particle  $j$ .  $W$  is the smoothing kernel function. Here, we use a cubic spline (Morris et al., 1997).

The SPH code used in this study solves Eqs. (3)-(4) in two dimensions. A flux term, introduced by Ferrari et al. (2009), is added to the classical SPH mass-conservation equation to stabilise the pressure field, yielding the following equations:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left[ (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \nabla_i W_{ij} + \mathbf{n}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \left( \frac{c}{\rho_j} (\rho_i - \rho_j) \right) \right], \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_i^\alpha}{dt} &= \sum_{j=1}^N \sum_{\beta} m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + g_\alpha \\ &= \sum_{j=1}^N \left[ -m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \sum_{\beta} m_j \left( \frac{\tau_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\tau_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \right] + g_\alpha, \end{aligned} \quad (8)$$

where  $\mathbf{n}_{ij}$  is a unit vector pointing from particle  $i$  to particle  $j$ ,  $c$  is the speed of sound, and indices  $\alpha$  and  $\beta$  refer to Cartesian coordinates.

The pressure  $P$  is computed from the density using the following equation of state:

$$P = c^2(\rho - \rho_0), \quad (9)$$

where  $\rho_0$  is a reference density. The value of  $c$  is chosen so that the artificial compressibility is negligible. In our simulations, the maximum velocity of the fluid is about 1.5 m/s. Setting the speed of sound to  $c = 150$  m/s ensures a compressibility lower than 0.01%.

The rheology of muddy debris flows can be described by the Herschel-Bulkley model (Coussot, 1994), in which the norm of the deviatoric stress tensor  $\tau$  is given by the following equation:

$$\begin{cases} |\tau| = \tau_c + K\dot{\gamma}^n & \text{if } \dot{\gamma} \neq 0, \\ |\tau| \leq \tau_c & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (10)$$

where  $\tau_c$  is the yield stress,  $K$  is the consistency and  $n$  the power-law index of the Herschel-Bulkley fluid.  $\dot{\gamma} = \sqrt{2\text{tr } \dot{\epsilon}^2}$  is the shear rate, where  $\dot{\epsilon}$  is the strain rate tensor.

To simulate a Herschel-Bulkley fluid, we introduce an apparent dynamic viscosity in our model:

$$\eta_{app} = \frac{\tau_c}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1}. \quad (11)$$

215 The SPH formulation of the strain rate tensor  $\dot{\epsilon}$ , on which  $\dot{\gamma}$  depends, is:

$$\dot{\epsilon}_i^{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_i} \left( u_{ij}^\alpha \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} + u_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\alpha} \right), \quad (12)$$

and the deviatoric stress is then  $\tau = 2\eta_{app}\dot{\epsilon}$ .

However, as  $\eta_{app}$  goes to infinity when  $\dot{\gamma}$  goes to zero, we introduce a maximum viscosity  $\eta_{max}$ :

$$\tau = 2 \min(\eta_{app}, \eta_{max})\dot{\epsilon}, \quad (13)$$

meaning that for small values of  $\dot{\gamma}$ , the fluid behaves like a highly viscous Newtonian fluid.

In our simulations,  $\tau_c = 4.9$  Pa s,  $K = 3.6$  Pa s<sup>*n*</sup> and  $n = 0.42$ . The viscosity ceiling is set to  
220  $\eta_{max} = 1000$  Pa s.

The boundaries are made of two rows of fixed SPH particles. To prevent penetration of the fluid into the walls and ensure no-slip conditions, these boundary particles are given virtual velocities opposite those of the fluid particle they interact with, during the computation of the SPH summations.

225 We compute the pressure on the flow-facing side of the obstacle by averaging the individual pressures of all the particles  $i$  whose coordinates are located in the box defined by  $0 < y_i < H$  and  $x_{wall} - 4\delta < x_i < x_{wall}$ , where  $\delta$  is the initial SPH particle spacing (akin to a particle diameter), equal to 1.25 mm in our case. This averaging is done to smooth out local pressure variations of numerical origin. Testing has shown that this method yields pressure values that are slightly below  
230 those obtained when probing directly at the wall. This is partly due to the reduced noise.

## 3 Numerical results

### 3.1 Observations

For each fluid, we investigated typical slopes for which the considered fluid is able to generate a flow in, or close to, steady and/or uniform flow conditions. Those slopes were steeper for granular  
235 flows (16° to 32°) than for viscoplastic fluids (3° to 16°).

Because of this difference related to rheological behaviour between viscoplastic and granular flows, we present the results as a function of the Froude number  $Fr$  and the Reynolds number  $Re$ .



$Fr$  is defined as the square root of the ratio between inertial and gravitational forces:

$$Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gh \cos \theta}}, \quad (14)$$

where  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  is the gravity and  $\bar{u}$  is the depth-averaged flow velocity.

240 The generalised Reynolds number  $Re$  is defined as the ratio between inertial forces and viscous forces. For a viscoplastic fluid:

$$Re = \frac{\rho \bar{u}^2}{\tau_c + K \dot{\gamma}^n}, \quad (15)$$

where  $\dot{\gamma} = \bar{u}/h$ .

For a granular fluid:

$$Re = \frac{\rho \bar{u}^2}{\mu(I)P}, \quad (16)$$

where

$$\mu(I) = \mu_{min} + (\mu_{max} - \mu_{min}) \frac{1}{1 + \frac{I_0}{I}}, \quad (17)$$

245 with  $P = \rho gh \cos \theta$  and  $I = \frac{5}{2} Fr \frac{d}{h}$ . We use here the recent friction law proposed by (Jop et al., 2006), where the basal friction is a function of the inertial number  $I$ .  $\mu_{min}$ ,  $\mu_{max}$  and  $I_0$  are constants that depend on the granular material (Jop et al., 2006). The frictional (granular) fluid is assimilated to a viscous fluid by assuming the viscous force and the friction force are the same. The  $\mu(I)$  inertial rheology is fully pertinent for dense granular flows occurring at slopes between  
 250  $\theta_{min}$  and  $\theta_{max}$ , corresponding to  $\mu_{min}$  and  $\mu_{max}$ , respectively. In practice, because the flows were still rather dense ( $0.4 < p\bar{h}i < 0.6$ ) for slopes above  $\theta_{max}$  up to  $32^\circ$ , the  $\mu(I)$  model was still a good approximation between  $\theta_{max}$  and  $32^\circ$ . Above  $32^\circ$ , the whole thickness of the flow became so dilute, and dominated by collisions, that flow thickness measurements were made impossible.

The relationship between the slope angle and  $Fr$  or  $Re$  is shown on Figs. 3 and 4 for both  
 255 materials. The ranges of the Froude number and Reynolds number studied are similar for both materials. For the Herschel-Bulkley fluid, both  $Fr$  and  $Re$  vary linearly with  $\theta$ . The relation between  $Fr$  and  $\theta$  for grains is also linear, but it is not the case for  $Re$ . It should be noted that the macroscopic inertial number defined above does not include the volume fraction of the granular fluid. We have carefully checked that including the variation of volume fraction with slope (measured in  
 260 the DEM simulations) in the inertial number gave very similar results for Figs. 3 and 4, a tiny difference being observed for the highest slopes above  $\theta_{max}$ .

It is worth mentioning that for time-varying avalanche-flows we considered the values (thickness, velocity and density) measured for the undisturbed flows (first series of simulations without any

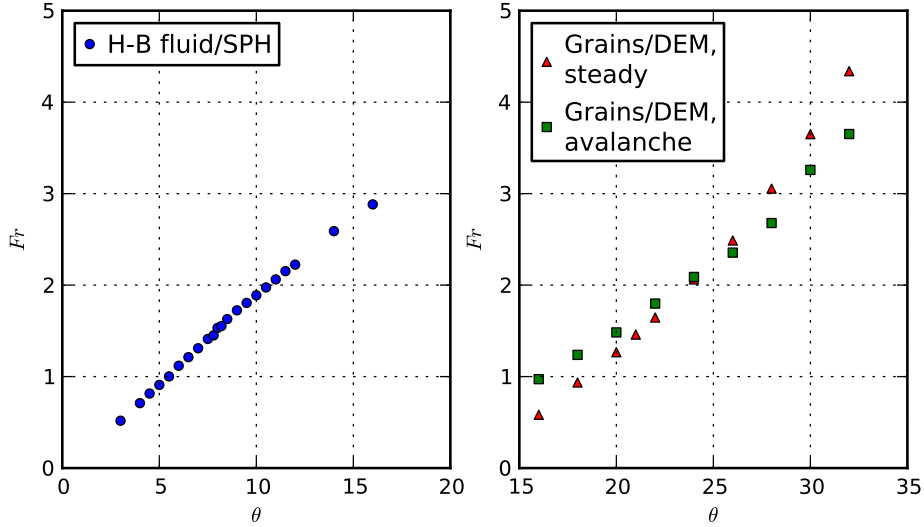


Figure 3: Relation between the slope  $\theta$  and the Froude number  $Fr$  for both SPH H-B fluids and DEM granular flows.

wall) at a fixed position which exactly corresponded to the position where the wall was then settled  
 (in a second series of simulations with a wall). Those values characterizing the undisturbed flows  
 vary with time but a maximum in thickness (even a plateau under certain circumstances) could be  
 defined at a given time  $t = t_{max}$ . The velocity and density were also measured at this time  $t = t_{max}$ ,  
 which defined the Froude number (minimum value) and the Reynolds number. The results show  
 that those unsteady values (taken at  $t = t_{max}$ ) were very similar to the values obtained from the  
 steady flows at the same inclination, as depicted in the right graph of both Figs. 3 and 4. As a  
 result, in the following sections, we will systematically consider the data from steady and unsteady  
 granular flows as a single set of data.

With both materials, when the transient flow impacts the obstacle, we observe two different  
 behaviours depending on the value of the Froude number. Firstly, at low values of  $Fr$ , the fluid  
 rises smoothly against the obstacle, while at high values of  $Fr$ , a jet surges above the obstacle.

Secondly, at high values of  $Fr$ , we observe a sharp pressure peak simultaneous with the formation  
 of the jet, while at low values of  $Fr$ , the maximum pressure is maintained over a longer time span.

Thirdly, for small values of  $Fr$ , a dead zone forms upstream of the obstacle, as shown on Fig. 5.  
 At high Froude numbers, the dead zone is reduced to a small wedge.

The maximum pressure  $P_{max}$  exerted on the obstacle will be studied quantitatively in subsec-  
 tion 3.2. The relationship between  $Fr$  and the dead zone length  $L_{DZ}$  will be studied in subsec-

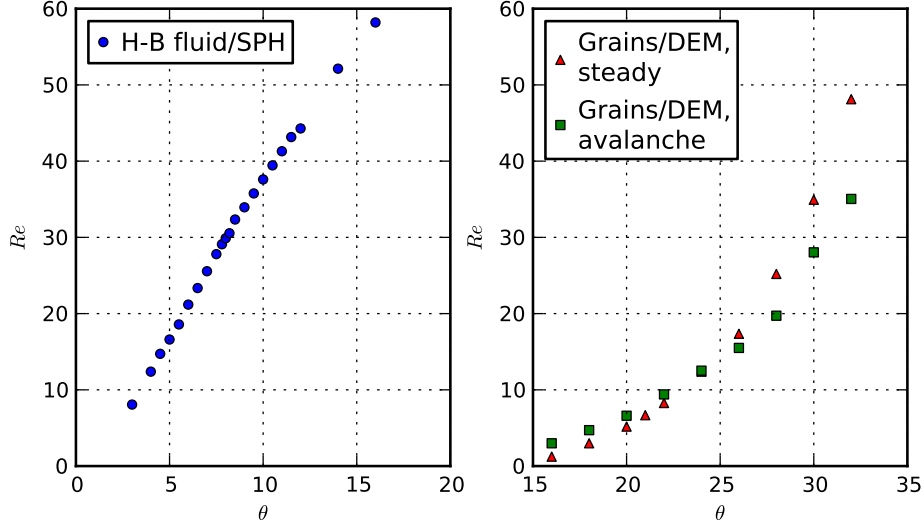


Figure 4: Relation between the slope  $\theta$  and the Reynolds number  $\Re$  for both SPH H-B fluids and DEM granular flows.

tion 3.2.1.

### 3.2 Quantitative comparisons

The theoretical kinetic and gravitational  $x$ -components (normal to the impacted wall) of the pressure inside the fluid are defined as follows:

$$P_{kin}(z) = \frac{1}{2}\rho(z)u^2(z), \quad (18)$$

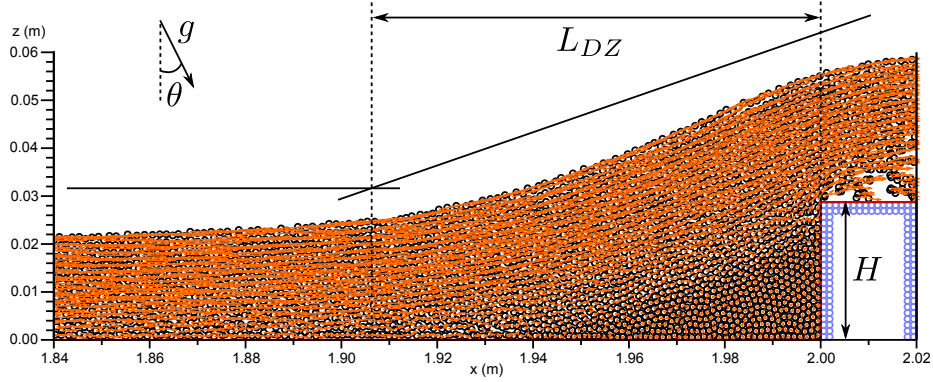
$$P_g(z) = k\rho(z)g(h-z)\cos\theta, \quad (19)$$

where  $\rho(z)$  is the local density of the flow,  $u(z)$  is the local flow velocity,  $\theta$  is the slope angle,  $k$  is the earth pressure coefficient which relates the normal longitudinal stress to the normal vertical stress ( $\sigma_{xx} = k\sigma_{zz}$  with  $k = 1$  for isotropic fluids or  $k \neq 1$  for anisotropic fluids).

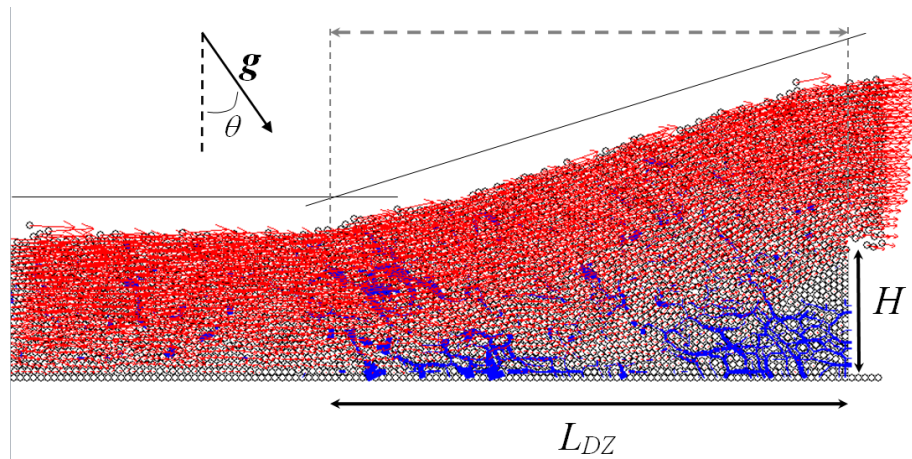
In our case,  $k = 1$  for the Herschel-Bulkley fluid, while for granular flows it is computed using this formula:

$$k = \frac{1 + \sin^2 \Phi}{1 - \sin^2 \Phi}, \quad (20)$$

where we take  $\Phi = \theta_{min}$  (Pouliquen, 1999). This equation is valid for an active state (expected upstream of the obstacle) and under conditions for which the internal and basal friction angles are identical (Savage and Hutter, 1989). Eq. (20) is derived from the earth pressure coefficient concept initially developed by Rankine for granular soils (statics) and extended here to granular



(a) SPH simulation of a HB fluid overflowing a wall (example for a slope equal to  $5^\circ$ ): the black circles are fluid particles, the blue ones are boundary particles. The orange arrows show the velocity of each particle.



(b) DEM simulation of a granular fluid overflowing a wall (example for a slope equal to  $24^\circ$ ): the red arrows show the velocity of each particle. The blue colour indicates the network of strong contacts, which characterises the granular dead zone. The strong contacts define the force chains inside which the grains carry forces that are greater than the average force (see Radjai et al. (1998)). The density of strong contact tends to increase within the whole volume of the dead zone.

Figure 5: Snapshot from the simulations showing the formation of a dead zone upstream of the obstacle.

flows (fluids), in light of earlier assumptions made by Savage and Hutter (1989). There is still a debate if such a concept remains pertinent for granular fluids. Some simulations on granular flows without any obstacles showed that  $k$  generally remains close to 1 (Ertas et al., 2001) but this might change when this flow interacts with a dead zone. In the presence of the dead zone,  $k$  might depend on the divergence of the flow and is expected to be greater than 1. With  $\theta_{min} = 14^\circ$ , it yields  $k = 1.12$ . We will systematically consider this value in the following of the paper in want of any further knowledge.

Under the assumption that the density is constant over the flow depth ( $\rho(z) = \rho$ ), the kinetic component of the force exerted by the fluid is then:

$$F_{kin} = \int_0^h \frac{1}{2} \rho u^2(z) dz \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2} \rho h \overline{u^2} \quad (22)$$

$$= \frac{1}{2} \beta \rho \overline{u}^2 h, \quad (23)$$

where  $\beta$  is defined by the relation  $\beta = \overline{u^2}/\overline{u}^2$ , and depends on the shape of the velocity profile.  $\beta \approx 1.11$  for the viscoplastic fluid at the slopes considered, and for grains  $\beta = 5/4$  (assuming a Bagnold velocity profile, as found in the granular numerical tests described here and detailed by Faug et al. (2009)).

Likewise, and in accordance with earlier results (MiDi, 2004), the gravitational component of the force is:

$$F_g = \int_0^h k \rho g (h - z) \cos \theta dz \quad (24)$$

$$= \frac{1}{2} k \rho g h^2 \cos \theta, \quad (25)$$

When a granular fluid overflows a wall (of height close to the flow thickness), a dead zone is formed. One can write the momentum balance in the control volume including both the dead zone and the volume of fluid made of flowing grains above the dead zone (see Fig. 5b). As detailed in Faug et al. (2009) and Chanut et al. (2010), it is now well established that the global budget in this particular situation shows that the total force on the wall can be defined as the sum of three contributions: one is proportional to the kinetic force (Eq. (23)) of the incident flow and the other two contributions are both proportional to the gravitational force (given by Eq. (25)) of the incident flow. These results motivated us to introduce the typical forces defined by Eqs. (23) and (25).” The

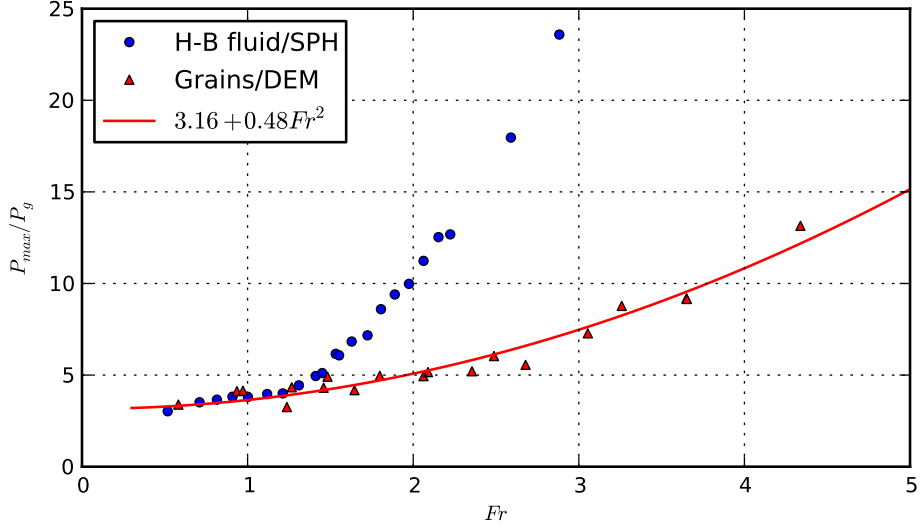


Figure 6: Ratio  $P_{max}/P_g$  of the computed maximum total pressure over the gravitational component as a function of the Froude number. The red line shows the fit according to Eq. (36).

average pressure components, relative to the flow thickness, exerted by the fluid are thus:

$$P_{kin} = \frac{F_{kin}}{h} = \frac{1}{2}\beta\rho\bar{u}^2, \quad (26)$$

$$P_g = \frac{F_g}{h} = k\rho gh \cos\theta, \quad (27)$$

The pressure exerted by the flow on the obstacle can be analysed by tracing the ratio between  $P_{max}$  (the maximum pressure value recorded during the impact), as calculated in subsection 2.1 for DEM granular flows and in subsection 2.2 for SPH viscoplastic flows, and the theoretical components  $P_{kin}$  and  $P_g$  defined by Eqs. (26) and (27).

### 3.2.1 Effect of the Froude number

Figure 6 shows the ratio  $P_{max}/P_g$ . It is almost constant for small  $Fr$  and then grows rapidly for values of  $Fr$  above 1.3 for the viscoplastic fluid. The granular material does not show a clear transition.

Figure 7 shows the decrease of  $P_{max}/P_{kin}$  as  $Fr$  increases, to reach a constant value (around 2.3 for the viscoplastic fluid, 0.6 for the grains) at high  $Fr$ .

It is interesting to note that the data for both fluids collapses into a single curve for  $Fr < 1.5$ . This result can be explained by the fact that for these low values of the Froude number, the force on the wall is mainly determined by the weight of the upstream volume disturbed by the obstacle

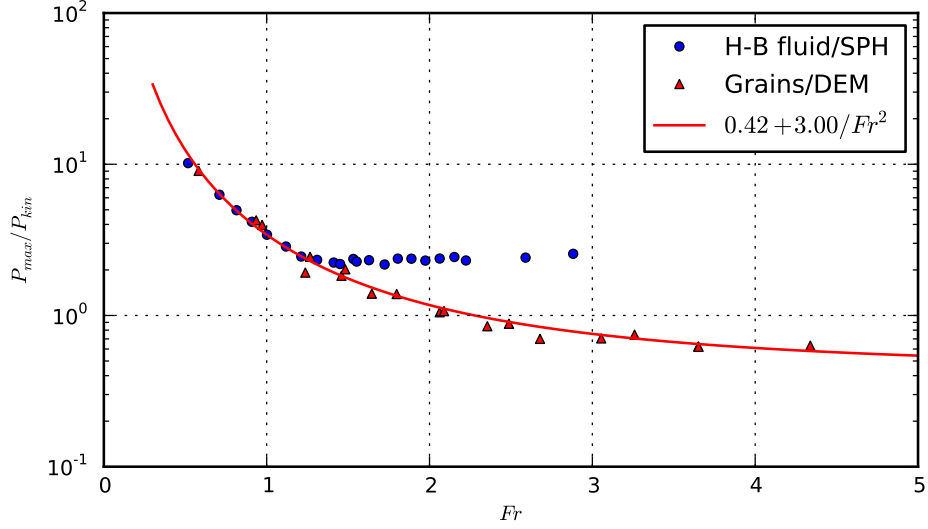


Figure 7: Ratio  $P_{max}/P_{kin}$  of the computed maximum total pressure over the kinetic component as a function of the Froude number. The red line shows the fit according to Eq. (35).

(as the inertial forces are low). This weight force is, as a first order approximation, equal to:

$$F_g = k\rho g L_{DZ} \left( \frac{1}{2}H + h \right) (\sin \theta - \mu \cos \theta), \quad (28)$$

where  $\mu = 0$  for frictionless fluids (this is the case for the viscoplastic fluid) and  $\mu \neq 0$  for frictional fluids (the granular material). For the granular material,  $\mu$  is the friction angle associated with quasi-static deformation (material at rest) and is equal to  $\tan \theta_{min}$  (Pouliquen, 1999).

For the latter, the basal friction force is expected to reduce the force exerted by the weight of the fluid (apparent weight). The typical pressure  $P_g = F_g/H$  is then:

$$P_g = k\rho g L_{DZ} \left( \frac{1}{2} + h/H \right) (\sin \theta - \mu \cos \theta). \quad (29)$$

The ratios  $P_{max}/P_{kin}$  and  $P_{max}/P_g$  are equal to:

$$\frac{P_{max}}{P_{kin}} = \frac{L_{DZ}}{H} \left( \frac{H}{h} + 2 \right) (\tan \theta - \mu) \frac{k}{\beta} \frac{1}{Fr^2}, \quad (30)$$

$$\frac{P_{max}}{P_g} = \frac{L_{DZ}}{H} \left( \frac{H}{h} + 2 \right) (\tan \theta - \mu). \quad (31)$$

For granular flows, a model can be used to determine the length of the dead zone, based on the assumption that the dead zone is triangular and that the static deposit makes an angle equal to  $\theta_{min}$  with the horizontal (Faug et al., 2009):

$$\frac{L_{DZ}}{H} = \frac{1}{\tan(\theta - \theta_{min})}. \quad (32)$$

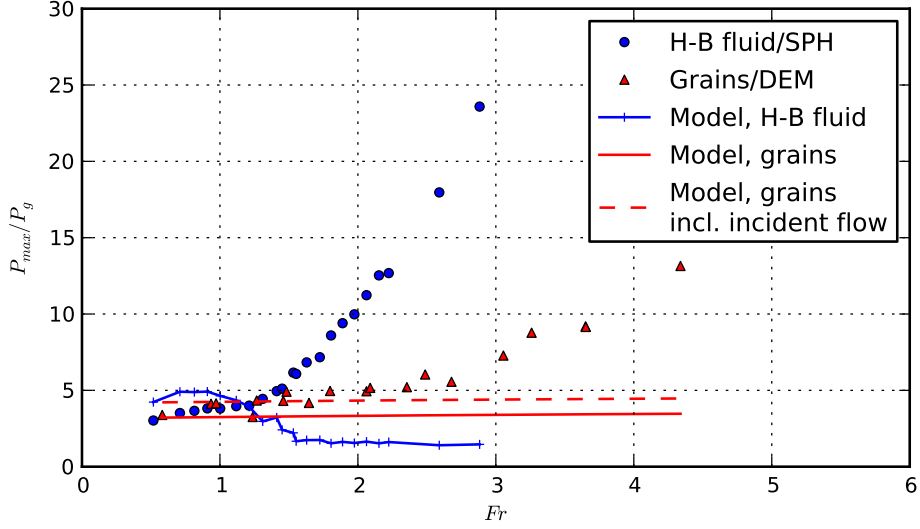


Figure 8: Simple force model for  $P_{max}/P_g$  at low Froude numbers, based on the prevailing role of the dead zone formed upstream of the wall.

Using this relation, along with Eqs. (30) and (31), we can derive a theoretical value of  $P_{max}/P_g$  and  $P_{max}/P_{kin}$  for the grains. The model curves are shown on Figs. 8 and 9. The predictions are in good agreement with the simulation data for small values of  $Fr$ .

If we add the hydrostatic contribution caused by the incident undisturbed flow behind the dead zone ( $\rho gh \cos \theta$ ), we obtain:

$$\frac{P_{max}}{P_{kin}} = \left[ 1 + \frac{L_{DZ}}{H} \left( \frac{H}{h} + 2 \right) (\tan \theta - \mu) \right] \frac{k}{\beta} \frac{1}{Fr^2}, \quad (33)$$

$$\frac{P_{max}}{P_g} = 1 + \frac{L_{DZ}}{H} \left( \frac{H}{h} + 2 \right) (\tan \theta - \mu). \quad (34)$$

Including this additional contribution improves the agreement with the numerical results.

330 For the viscoplastic fluid, we do not have a model for  $L_{DZ}$  and  $H$ , therefore the values from the simulations are used (see Fig. 10 for the values we observed). The agreement is quite good for  $P_{max}/P_{kin}$  for low values of the Froude number. However the model does not agree well with the computed values of  $P_{max}/P_g$ . Adding the contribution of the undisturbed flow would only increase the values of  $P_{max}/P_{kin}$  and  $P_{max}/P_g$  and would therefore not provide a better fit.

335 The full analytical model for the force on the wall proposed for granular flows by Faug et al. (2012) predicts a variation of  $P_{max}/P_{kin}$  of the following form, under the condition that  $H/h = 1$ :

$$\frac{P_{max}}{P_{kin}} = C_* + \frac{K_*}{Fr^2}, \quad (35)$$



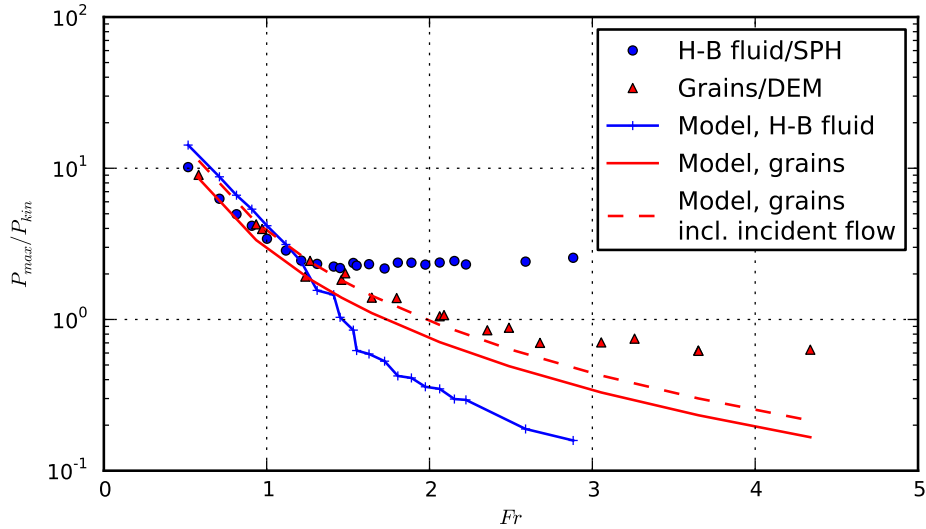


Figure 9: Simple force model for  $P_{max}/P_{kin}$  at low Froude numbers, based on the prevailing role of the dead zone formed upstream of the wall.

from which we can deduce, using Eqs. (30) and (31), that:

$$\frac{P_{max}}{P_g} = \frac{\beta}{k}(C_*Fr^2 + K_*). \quad (36)$$

These equations provide a good fit for the granular values over the whole range of Froude numbers considered here, as can be seen on Figs. 6 and 7.

340 To summarise our observations, it is possible to give a relatively good prediction of the pressure on the wall for granular flows when the dead zone process is the prevailing process, i.e., when the Froude number is smaller than 1.5, because we have simple but efficient expressions to predict the length of the dead zone, and its friction with the bottom, through the key-role of the friction angle  $\theta_{min}$  associated with quasi-static deformations. The angle of the dead zone with the horizontal  
 345 can be approximated by  $\theta_{min}$  (see Fig. 11) and the basal friction angle is roughly  $\mu = \tan \theta_{min}$ , as previously stated by Faug et al. (2009).

For viscoplastic fluids,  $P_{max}/P_{kin}$  can be correctly predicted for  $Fr < 1.5$ , however this is not the case for  $P_{max}/P_g$ . Moreover, predicting the dead zone length remains an open question.

In our simulations,  $L_{DZ}$  is determined by measuring the length of the region where the free  
 350 surface in the presence of the obstacle differs from that of a flow in the unobstructed channel. We assume that the upstream extension of the region disturbed by the obstacle is equal to the length of the dead zone, as shown on Fig. 5 for both materials.

Figure 10 shows the evolution of  $L_{DZ}/H$  with  $Fr$ . The length  $L_{DZ}$  of that region increases

when  $Fr$  decreases, as more and more material is stored in the dead zone, reaching lengths up to  
 355  $25H$  (viscoplastic) and  $28H$  (granular) for  $Fr \sim 0.5$ .

A sharp transition is visible for the viscoplastic fluid around  $Fr = 1.5$ , which is also visible on  
 the  $P_{max}/P_g$  and  $P_{max}/P_{kin}$  curves (Figures 6 and 7). It is indicative of a transition between the  
 dead-zone regime and the more inertial jet regime.

For the granular fluid, the graphs do not show a clear transition. It is possible that such a  
 360 transition occurs for a value of  $Fr$  above 3-4, as the length of the dead zone becomes constant  
 beyond this critical value. This transition will be defined more precisely in the following subsection  
 where the influence of the generalised Reynolds number is studied. Equation 32 plotted on Fig. 10  
 is in good agreement with the data.

By plotting the angle  $\theta_0$  of the dead zone with the horizontal,

$$\theta_0 = \theta - \arctan\left(\frac{H}{L_{DZ}}\right), \quad (37)$$

365 one can highlight the complex behaviour of the dead zone for viscoplastic fluids and the transition  
 occurring at  $Fr$  around 1.5 (see Fig. 11). For grains,  $\theta_0$  can be approximated by  $\theta_{min}$ .

While for grains the approximately constant value of  $\theta_0$  allows us to derive a simple expression  
 of  $L_{DZ}$ , the viscoplastic fluid exhibits a strong and complex variation as  $Fr$  increases. Indeed, the  
 value of  $\theta_0$  is slightly above  $0^\circ$  for low values of  $Fr$ , it decreases sharply and becomes negative as  
 370  $Fr$  increases above 1.5, evidencing the transition between the dead-zone regime and the jet regime.

Predicting the exact shape and length of the dead zone remains an open question for both types  
 of fluid, even if we have an empirical expression for the length of the granular dead zone given by  
 Eq. (32).

An alternate approach to the model based on the apparent weight of the volume disturbed by the  
 375 wall is a direct comparison of the data from DEM and SPH simulations to two extreme behaviours  
 for an ideal fluid, for which we have simple expressions for  $P/P_g$  (at low  $Fr$ ) and  $P/P_{kin}$  (at high  
 $Fr$ ).

Let us consider the local hydrostatic pressure in a column of ideal fluid at rest behind a wall:  
 $p(z) = \rho g(H + h - z) \cos \theta$ . The average pressure on the wall is then:

$$p = \frac{1}{H} \int_0^H \rho g(H + h - z) \cos \theta dz \quad (38)$$

$$p = \frac{1}{2} \rho g h \cos \theta \left(2 + \frac{H}{h}\right). \quad (39)$$

It follows that for an ideal fluid  $P/P_g = 2 + H/h$ . Under the condition  $H/h \approx 1$ , it yields  $P/P_g = 3$ .  
 Figure 12 displays a comparison between the above prediction and the values from our SPH and

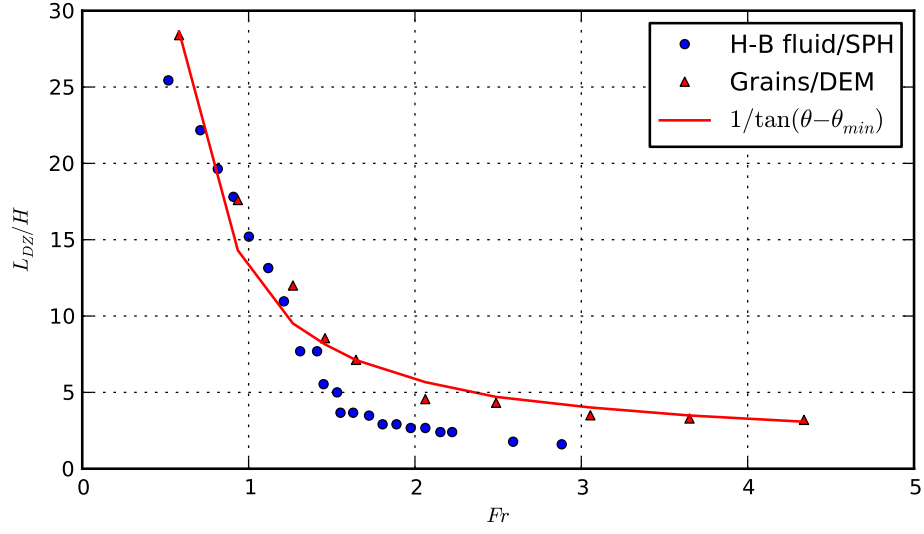


Figure 10: Length of the dead zone over the height of the obstacle  $L_{DZ}/H$  versus  $Fr$  for simulations of H-B fluids by SPH and granular flows by DEM. The solid red line shows the prediction from Eq. (32) for granular flows.

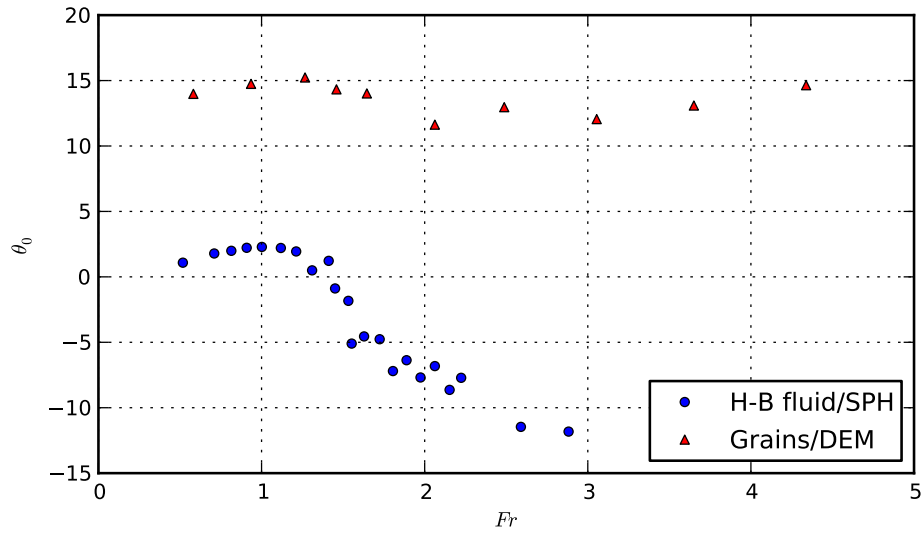


Figure 11: Angle  $\theta_0$  of the dead zone with the horizontal versus  $Fr$ , for simulations of both H-B fluids by SPH and granular flows by DEM.  $\theta_0$  is nearly constant and equal to  $\theta_{min}$  for granular flows, which allows us to derive Eq. (32).

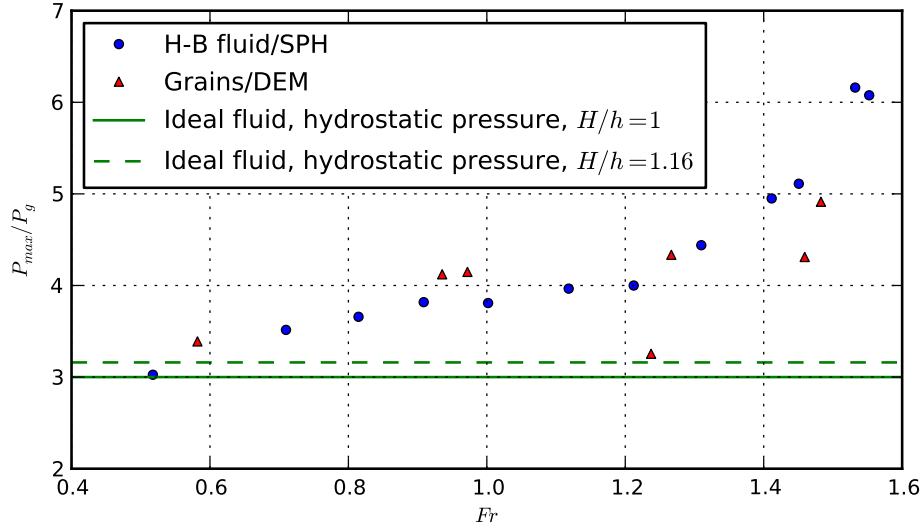


Figure 12: Ratio  $P/P_g$  predicted for an ideal fluid at rest, compared to the results from our simulations of H-B fluids by SPH and granular flows by DEM for low values of  $Fr$ .

380 DEM simulations, for the two ratios  $H/h = 1$  and  $H/h = 1.16$  (the latter corresponding to the fixed ratio used in the SPH simulations). It should be noted that this direct prediction for an ideal fluid is very close to the prediction from the model based on the apparent weight of the volume disturbed by the wall (for the granular material), which was shown in Fig. 8.

At larger Froude numbers, the pressure can be considered purely inertial. If we consider that the  
 385 wall is a plate-like obstacle with a drag coefficient  $C_* = 2$ , the kinetic pressure of an ideal fluid on the wall is  $p = \rho u^2$ , which yields a typical ratio  $P/P_{kin} = 2$  in the inertial regime. The comparison between this prediction and the results from our DEM and SPH simulations is shown on Fig. 13. Above  $Fr = 1.5$ , the pressure from viscoplastic fluids is slightly larger than this prediction while the pressure from granular fluids is much lower. This can be explained by the key role of the dead  
 390 zone. The effect of the latter remains important for granular flows at Froude numbers larger than 1.5 while it does not for viscoplastic fluids. This result highlights a difference in the rheological behaviour between grains and viscoplastic fluids. Above  $Fr = 1.5$ , the latter are able to form a strong inertial jet without any dead zone (or a dead zone reduced to a very small wedge) while the former continue to pile up behind the obstacle forming a dead zone which is shortened in length but  
 395 still efficient in counteracting the increasing inertial drag caused by the increased velocity. Hence, the shape of the obstacle seen by the incident flow is not a plate-like obstacle with  $C_* = 2$  but a softer shape (because of the grains piling up behind the wall) leading to a reduced value of  $C_*$ ,

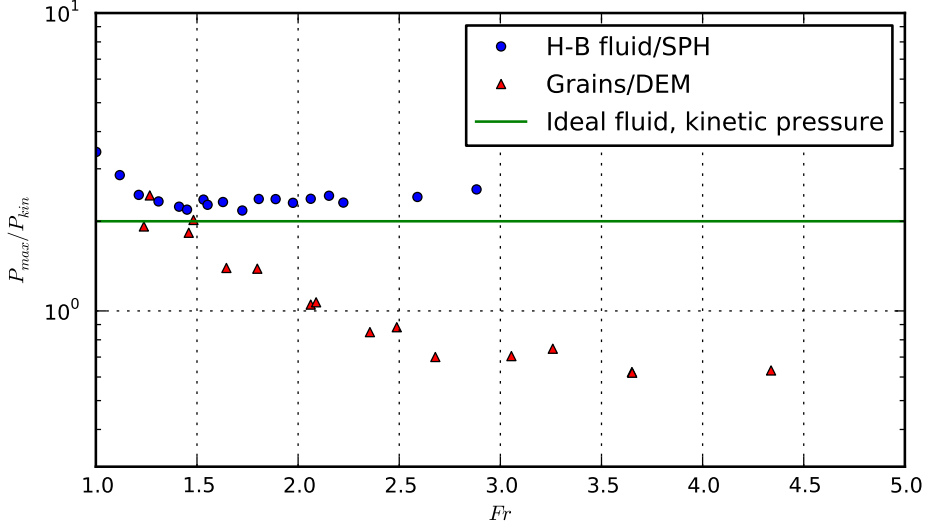


Figure 13: Ratio  $P/P_{kin}$  predicted for an ideal fluid impacting a plate, compared to the results from our simulations of H-B fluids by SPH and granular flows by DEM for  $Fr > 1$ .

typically around 0.5 (see Fig. 7). For a same Froude number, the ratio  $L_{DZ}/H$  is generally larger for the granular fluid (see Fig. 10).

### 3.2.2 Effect of the Reynolds number

It can be noticed that a relationship exists between  $Fr$  and  $Re$  for granular fluids:

$$Re = \frac{Fr^2}{\mu(Fr, \frac{d}{h})}. \quad (40)$$

Combining this equation with Eq. (36) yields:

$$\frac{P_{max}}{P_g} = \frac{\beta}{k}(C_*\mu(I)Re + K_*). \quad (41)$$

This model agrees fully with the linear fit for the grains, presented on Fig. 14:  $P_{max}/P_g$  is an affine function of  $Re$  if the variation of  $\mu(I)$  is minor. It is the case here, with  $\mu(I)$  varying between 0.27 and 0.39 for the parameters used:  $\theta_{min} = 14^\circ$ ,  $\theta_{max} = 24^\circ$ , and  $I_0 = 0.3$ . We find that  $P_{max}/P_g \approx 3 + 0.2Re$ . The same model is also shown, using the values of  $C_*$  and  $K_*$  derived from the fit of  $P_{max}/P_g = f(Fr)$  (see Fig. 6), under the assumption that  $\mu(I) \approx \overline{\mu(I)} = 0.34$ . The values of  $P_{max}/P_g$  are underestimated at high values of  $Re$  because  $\mu(I)$  increases above its average value, thus the local slope of the data increases.

For the Herschel-Bulkley fluid, we observe a rupture in the evolution of  $P_{max}/P_g$  when  $Re \approx 27$ . We show two linear fits for each part of the curve:  $P_{max}/P_g \approx 2.6 + 0.07Re$  at low values of  $Re$ ,

and  $P_{max}/P_g \approx -10.5 + 0.55Re$  for  $Re > 27$ . Once again, this change of behaviour is indicative of the transition from the dead-zone regime to the jet regime.

Regarding the ratio  $P/P_{kin}$ , we have (using Eqs. (35) and (40)):

$$\frac{P_{max}}{P_{kin}} = C_* + \frac{K_*}{\mu(I)Re} \quad (42)$$

415 For granular fluids impacting the wall at a high Reynolds number,  $P_{max}/P_{kin}$  does not depend on  $Re$  (it is equal to  $C_*$ ) while for a low  $Re$ , it becomes inversely proportional to  $Re$  (neglecting the variation of  $\mu(I)$ ). Our fit gives  $C_* \approx 0.2$ , which is below the typical value of 0.5 observed experimentally. It is worth mentioning that the fit of  $P_{max}/P_{kin}$  in the form  $a + b/Fr^2$  was very accurate over the whole range of Froude number tested, with a value of  $a = 0.42$  (see Fig. 7).  
 420 This latter value for  $a$  is in good agreement with the measured values of  $C_*$  around 0.6 from DEM simulations (when  $Fr$  is above 2.5-3). On the contrary, the fit of  $P_{max}/P_{kin}$  in the form  $a + b/Re$  is less accurate because it predicts a value  $a = 0.2$  which is below the measured  $C_*$  in DEM simulations. This results might be explained by the fact that we have neglected the variation of  $\mu(I)$ . The relation between  $Fr$  and  $Re$  is indeed complex because of its dependence of  $\mu$  on  $Fr$  and  
 425  $d/h$ . Neglecting the variation of  $\mu(I)$  (even if those variations are weak) might be too strong an assumption. This result highlights the crucial effect of friction for granular flows. We also plotted a curve which uses the values of  $C_*$  and  $K_*$  derived from the fit of  $P_{max}/P_{kin} = f(Fr)$  (see Fig. 7), assuming a constant value for  $\mu(I) = 0.34$ . Because it overestimates  $\mu(I)$  (underestimates  $K_*/\mu(I)$ ) for low values of  $Re$ , it does not fit the data as well in this range. However, this curve is more  
 430 accurate at high values of  $Re$ , and is more compatible with the experimental value of  $C_* = 0.5$ .

Our data show that viscoplastic fluids in the dead-zone regime ( $Re < 27$ ) follow the same type of relation  $a + b/Re$ , with  $a = -1.6$  and  $b = 96$  (see figure 15). Above  $Re = 27$ , the jet regime appears and the ratio  $P_{max}/P_{kin}$  does not depend on  $Re$  anymore. This corresponds to the critical value  $Fr \approx 1.5$  mentioned in section 3.2.1.  $P_{max}/P_{kin} \approx 2$  for high values of  $Re$ , a value compatible  
 435 with the typical value of the drag coefficient of a plate.

For grains, we do not observe a clear transition. The transition is expected to occur at a larger value of the Reynolds number (100-1000). The equivalent Froude number would be approximately 5-15.

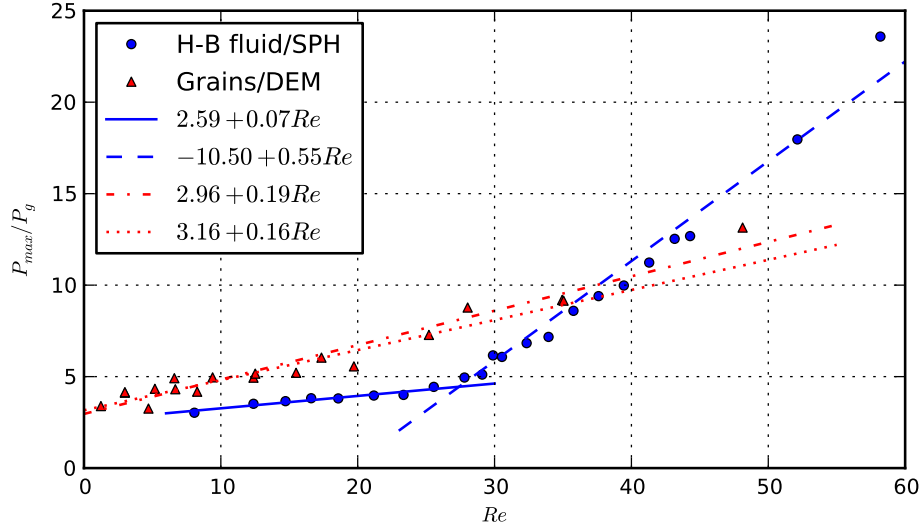


Figure 14: Ratio  $P_{max}/P_g$  as a function of the Reynolds number. The red dash-dotted line is the best fit for the DEM granular flow data while the red dotted line uses values derived from the fit of  $P_{max}/P_g = f(Fr)$ , plugged into Eq. (41) assuming a constant value for  $\mu(I) = 0.34$ .

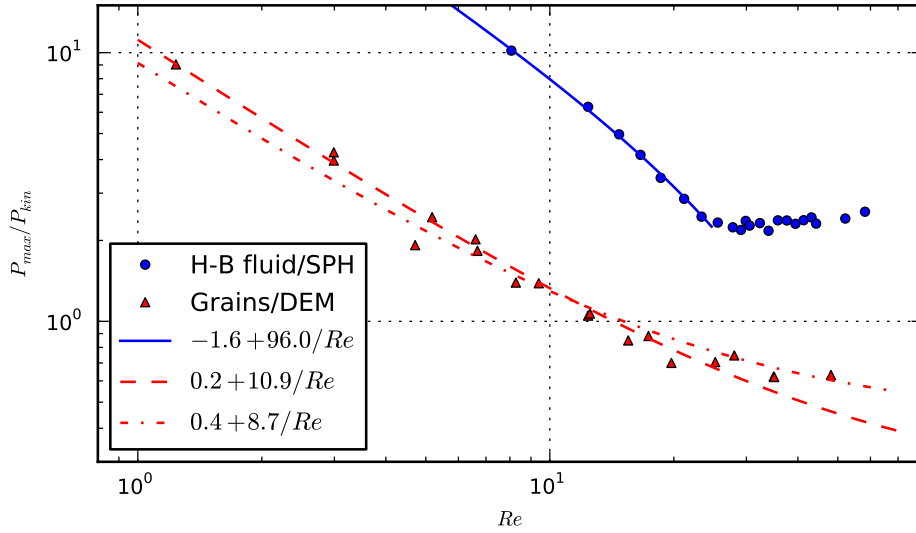


Figure 15: Ratio  $P_{max}/P_{kin}$  as a function of the Reynolds number. The red dashed line is the best fit for the DEM granular flow data while the red dash-dotted line uses values derived from the fit of  $P_{max}/P_{kin} = f(Fr)$ , plugged into Eq. (42) assuming a constant value for  $\mu(I) = 0.34$ .

## 4 Discussion and conclusion

440 Two numerical methods for simulating free-surface flows of complex fluids were described. The DEM method was used to model a granular material while the SPH method was employed to model a Herschel-Bulkley (viscoplastic) fluid.

We simulated the interaction of flows of both types of materials with an obstacle. We then studied the pressure exerted on the obstacle as well as the geometry of the flow, in relation with  
445 both the Froude number and the Reynolds number. We observed that granular and viscoplastic materials show similar behaviours when interacting with an obstacle: at slow regimes, the fluid rises slowly against the wall, the pressure reaches a plateau, and a zone of stagnating material (dead zone) forms at the bottom of the obstacle and extends upstream, sometimes to great distances. At faster regimes, a jet surges above the obstacle, the pressure peaks sharply, and the dead zone becomes  
450 very small.

The ratios of the maximum computed pressure on the obstacle over the average kinetic and gravitational pressures,  $P_{max}/P_{kin}$  and  $P_{max}/P_g$ , were calculated to provide an insight on the origin of the force exerted on the wall. Below  $Fr \approx 1.5$ , these ratios are very close for both fluids.

We used a simple model based on the weight of the fluid stored in the dead zone to predict ac-  
455 curately the pressure ratios  $P_{max}/P_{kin}$  and  $P_{max}/P_g$  for grains, and  $P_{max}/P_{kin}$  for the viscoplastic fluid, at low values of the Froude number. However this model does not provide a good approximation for  $P_{max}/P_g$  in the case of the viscoplastic fluid, and is only suitable for low values of  $Fr$ .

Another model was derived from an ideal fluid in two extreme situations: A fluid at rest, for  
460 which the pressure is purely hydrostatic, to get an expression of  $P_{max}/P_g$  at slow regimes; and a fluid impacting a vertical plate, to get an expression of  $P_{max}/P_{kin}$  at fast regimes. The values predicted by this model are coherent with the data from the SPH simulations in both regimes, and also for the DEM results at low values of  $Fr$ .

The evolution of the angle the dead zone makes with the horizontal highlighted a significant  
465 difference between the two materials: while for grains this angle is practically constant, it drops sharply for the Herschel-Bulkley fluid as  $Fr$  increases past 1.5. This evidences the marked change in the behaviour of the viscoplastic fluid as it transitions from the dead-zone regime to the jet regime. This evolution is much smoother with grains.

We have observed that the behaviours of two reference materials we studied, one purely vis-



470 coplastic and the other purely granular, converge at low regimes. Moreover, in both cases, the pressure exerted on the wall at high regimes can be related to the kinetic pressure by a constant drag coefficient. Most natural materials are constituted of grains and a variable amount of cohesive material, yielding an array of rheologies ranging from purely frictional to viscoplastic. If common features emerge in both granular and viscoplastic rheologies, one can expect these features to be  
 475 present in flows of materials of intermediate rheologies. From a practical point of view, this means that we can expect many phenomena encountered in the field, from avalanches to mudflows, to follow the same physical processes as the ones evidenced in this paper. Of course, this hypothesis needs to be further studied so as to be validated. One must also note that quantitatively, the forces applied to the wall remain dependent on the rheology.

## 480 Notation

$C_*$	= Equivalent drag coefficient
$c$	= Speed of sound
$d$	= Mean grain diameter
$F$	= Force
485 $F_{ij}^n$	= Normal force between grains
$F_{ij}^t$	= Tangential force between grains
$Fr$	= Froude number
$\mathbf{g}$	= Gravity acceleration
$H$	= Height of the obstacle
490 $h$	= Flow thickness
$I$	= Inertial number
$K$	= Consistency of the Herschel-Bulkley fluid
$K_*$	= Dead-zone weight coefficient
$k$	= Earth pressure coefficient

495	$k_n$	= Normal stiffness
	$k_t$	= Tangential stiffness
	$L_{DZ}$	= Length of the dead zone
	$m_i$	= Mass of particle $i$
	$n$	= Power-law index of the Herschel-Bulkley fluid
500	$P$	= Pressure
	$P_g$	= Gravitational reference pressure
	$P_{kin}$	= Kinetic reference pressure
	$P_{max}$	= Maximum pressure on the wall
	$Re$	= Reynolds number
505	$u_{ij}$	= Relative tangential displacement
	$\mathbf{u}$	= Local velocity
	$\bar{u}$	= Averaged velocity
	$W$	= Smoothing kernel function
	$\beta$	= Velocity profile coefficient
510	$\delta$	= Initial SPH particle spacing
	$\delta_{ij}$	= Overlap between grains
	$\dot{\gamma}$	= Shear rate
	$\dot{\epsilon}$	= Strain rate tensor
	$\eta_{app}$	= Apparent viscosity
515	$\mu$	= Friction coefficient
	$\nu_{ij}$	= Viscous coefficient (local damping)
	$\bar{\phi}$	= Depth-averaged volume fraction

	$\rho$	= Fluid density
	$\rho_P$	= Particle density
520	$\sigma$	= Total stress tensor
	$\tau$	= Deviatoric stress tensor
	$\tau_c$	= Yield stress of the Herschel-Bulkley fluid
	$\theta$	= Slope inclination
	$\theta_0$	= Angle between the dead zone and the horizontal

## 525 References

Ancey, C. (2007). Plasticity and geophysical flows: A review. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 142(1-3):4–35.

Armanini, A., Larcher, M., and Odorizzi, M. (2011). Dynamic impact of a debris flow front against a vertical wall. In *Proceedings of the 5th International Conference on Debris-Flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction and Assessment, Padua, Italy*, pages 1041–1049.

Armanini, A. and Scotton, P. (1993). On the dynamic impact of a debris flow on structures. In *Proceedings of the XXV congress of the international Association for Hydraulic Research, Tokyo, Japan*, volume 3, pages 203–210.

Bartelt, P. and McArdell, B. (2009). Instruments and methods: Granulometric investigations of snow avalanches. *Journal of Glaciology*, 55(193):829–833.

Caccamo, P., Chanut, B., Faug, T., Bellot, H., and Naaim-Bouvet, F. (2012). Small-scale tests to investigate the dynamics of finite-sized dry granular avalanches and forces on a wall-like obstacle. *Granular Matter*, 14(5):577–587.

Caccamo, P., Faug, T., Bellot, H., and Naaim-Bouvet, F. (2011). Experiments on a dry granular avalanche impacting an obstacle: Dead zone, granular jump and induced forces. In *WIT Transactions on the Built Environment*, volume 115, pages 53–62.

- Chanut, B., Faug, T., and Naaim, M. (2009). Mean Force On A Wall Overflowed By Dense Granular Avalanches: Discrete Numerical Simulations. In Nakagawa, M and Luding, S, editor, *Powders and Grains 2009*, volume 1145 of *AIP Conference Proceedings*, pages 609–612.
- 545 Chanut, B., Faug, T., and Naaim, M. (2010). Time-varying force from dense granular avalanches on a wall. *Physical Review E*, 82(4).
- Coussot, P. (1994). Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel= Ecoulements à surface libre permanents et laminaires de suspensions boueuses concentrées. *Journal of Hydraulic Research*, 32(4):535–559.
- 550 Cundall, P. and Strack, O. (1979). Discrete numerical-model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1):47–65.
- da Cruz, F., Emam, S., Prochnow, M., Roux, J.-N., and Chevoir, F. (2005). Rheophysics of dense granular flows : discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72:021309.
- Dent, J. D. (1993). The dynamic friction characteristics of a rapidly sheared granular material applied to the motion of snow avalanches. *Annals of Glaciology*, 18.
- 555 Ertas, D., Grest, G. S., Halsey, T. C., Levine, D., and Silbert, L. E. (2001). Gravity-driven dense granular flows. *EPL (Europhysics Letters)*, 56(2):214.
- Faug, T., Beguin, R., and Chanut, B. (2009). Mean steady granular force on a wall overflowed by free-surface gravity-driven dense flows. *Physical Review E*, 80(2).
- 560 Faug, T., Caccamo, P., and Chanut, B. (2011). Equation for the force experienced by a wall overflowed by a granular avalanche: experimental verification. *Physical Review E*, 84:051301.
- Faug, T., Caccamo, P., and Chanut, B. (2012). A scaling law for impact force of a granular avalanche flowing past a wall. *Geophysical Research Letters*, 39(23).
- Faug, T., Lachamp, P., and Naaim, M. (2002). Experimental investigation on steady granular flows interacting with an obstacle down an inclined channel: study of the dead zone upstream from the obstacle. application to interaction between dense snow avalanches and defence structures. *Natural hazards and earth system sciences*, 2(MEM 1730 ; DD 1497):187–191.
- 565 Ferrari, A., Dumbser, M., Toro, E., and Armanini, A. (2009). A new 3D parallel SPH scheme for free surface flows. *Computers & Fluids*, 38(6):1203–1217.

- 570 Gingold, R. and Monaghan, J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181:375–389.
- Gray, J., Tai, Y., and Noelle, S. (2003). Shock waves, dead zones and particle-free regions in rapid granular free-surface flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 491:161–181.
- Huang, X. and García, M. H. (1998). A herschel-bulkley model for mud flow down a slope. *Journal*  
575 *of Fluid Mechanics*, 374:305–333.
- Huang, Y., Zhang, W., Xu, Q., Xie, P., and Hao, L. (2011). Run-out analysis of flow-like landslides triggered by the ms 8.0 2008 wenchuan earthquake using smoothed particle hydrodynamics. *Landslides*, pages 1–9. 10.1007/s10346-011-0285-5.
- Johnson, A. and Rodine, J. (1984). Debris flow. *Slope instability*, pages 257–361.
- 580 Jop, P., Forterre, Y., and Pouliquen, O. (2006). A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094):727–730.
- Labbé, M. (2015). *Modélisation numérique de l’interaction d’un écoulement de fluide viscoplastique avec un obstacle rigide par la méthode SPH*. PhD thesis, Université de Grenoble.
- Laigle, D., Lachamp, P., and Naaim, M. (2007). SPH-based numerical investigation of mudflow and  
585 other complex fluid flow interactions with structures. *Computational Geosciences*, 11(4):297–306.
- Lucy, L. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The Astronomical Journal*, 82:1013–1024.
- MiDi, G. (2004). On dense granular flows. *European Physical Journal E*, 14:341–365.
- Minatti, L. and Pasculli, A. (2011). Sph numerical approach in modelling 2d muddy debris flow.  
590 In *International Conference on Debris-Flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction, and Assessment, Proceedings*, pages 467–475.
- Monaghan, J. J. (1992). Smoothed particle hydrodynamics. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 30:543–574.
- Morris, J., Fox, P., and Zhu, Y. (1997). Modeling low Reynolds number incompressible flows using  
595 SPH. *Journal of Computational Physics*, 136(1):214–226.

- Naaim, M., Faug, T., and Naaim-Bouvet, F. (2003). Dry granular flow modelling including erosion and deposition. *Surveys in geophysics*, (24):569–585.
- Pouliquen, O. (1999). On the shape of granular fronts down rough inclined planes. *Physics of Fluids*, 11(7):1956–1958.
- 600 Radjai, F., Wolf, D. E., Jean, M., and Moreau, J.-J. (1998). Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical review letters*, 80(1):61.
- Rodriguez-Paz, M. and Bonet, J. (2004). A corrected smooth particle hydrodynamics method for the simulation of debris flows. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 20(1):140–163.
- Rognon, P., Chevoir, F., Bellot, H., Ousset, F., Naaim, M., and Coussot, P. (2008). Rheology  
605 of dense snow flows: Inferences from steady state chute-flow experiments. *Journal of Rheology*, 52:729–748.
- Salm, B. (1993). Flow, flow transition and runout distances of flowing avalanches. *Annals of Glaciology*, 18.
- Savage, S. B. and Hutter, K. (1989). Motion of a finite mass of granular material down a rough  
610 incline. *Journal of Fluid Mechanics*, 199:177–215.
- Silbert, L., Ertas, D., Grest, G. S., Halsey, T. C., Levine, D., and Plimpton, S. J. (2001). Granular flow down an inclined plane: Bagnold scaling and rheology. *Physical Review E*, 64:051302.
- Takahashi, T. (2007). *Debris flow: mechanics, prediction and countermeasures*. Psychology Press.
- Teufelsbauer, H., Wang, Y., Chiou, M.-C., and Wu, W. (2009). Flow-obstacle interaction in rapid  
615 granular avalanches: DEM simulation and comparison with experiment. *Granular Matter*, 11:209–220.
- Teufelsbauer, H., Wang, Y., Pudasaini, S. P., Borja, R., and Wu, W. (2011). DEM simulation of impact force exerted by granular flow on rigid structures. *Acta Geotechnica*, 6:119–133.
- Tiberghien, D., Laigle, D., Naaim, M., Thibert, E., and Ousset, F. (2007). Experimental investigations of interaction between mudflow and an obstacle. In Chen, C. and Major, J. J., editors, *International Conference on Debris-Flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction, and Assessment, Proceedings*, pages 281–292.
- 620

Zanuttigh, B. and Lamberti, A. (2006). Experimental analysis of the impact of dry avalanches on structures and implication for debris flows. *Journal of Hydraulic Research*, 44(4):522–534.

625 Zanuttigh, B. and Lamberti, A. (2007). Instability and surge development in debris flows. *Reviews of Geophysics*, 45(3).

# Chapitre 6

## Conclusion et perspectives

### 6.1 Conclusion

Ce travail a porté sur l'étude de l'impact d'un écoulement transitoire à surface libre d'un fluide viscoplastique sur un obstacle rigide. Il s'agit d'une approche numérique fondée sur la méthode SPH. Sa finalité opérationnelle est d'apporter des éléments de connaissance sur l'impact de laves torrentielles sur des structures de protection (ce qui devrait à terme en permettre un meilleur dimensionnement), ou sur d'autres enjeux humains (ce qui devrait permettre à terme une meilleure évaluation des dégâts potentiels).

Au chapitre 1 nous avons présenté les principales caractéristiques des laves torrentielles, ainsi que les enjeux opérationnels justifiant qu'on s'intéresse tout particulièrement à leur impact potentiel sur des structures. Nous avons présenté les objectifs opérationnels et scientifiques de notre étude. Ces derniers consistent en l'étude numérique de l'impact sur un obstacle d'un écoulement transitoire à surface libre de fluide viscoplastique présentant un front raide suivi d'un régime quasi-permanent. Enfin, nous avons mené une analyse préalable des méthodes numériques pouvant être mises en œuvre dans le cadre de notre étude et avons conclu que la méthode SPH présentait des avantages indéniables. Cette méthode a donc été retenue.

Au chapitre 2, nous avons brièvement présenté la méthode SPH, puis nous avons décrit comment le code que nous utilisons a été adapté à nos objectifs, notamment la manière dont est modélisé un fluide de Herschel-Bulkley, la technique mise en œuvre pour obtenir un écoulement à débit constant et la méthode d'enregistrement des pressions. Nous avons ensuite testé les capacités du code à simuler des écoulements fortement transitoires impactant un obstacle, en comparant les résultats qu'il fournit à des résultats expérimentaux et des données de simulations



issus de la littérature, sur un cas de type dam-break de fluide newtonien. Nous avons établi qu'il fournissait des valeurs cohérentes à la fois avec l'expérience et les résultats numériques. Enfin, un cas test d'écoulement à surface libre de fluide de Herschel-Bulkley en régime permanent a permis d'établir une très bonne concordance entre nos profils numériques de vitesse et les profils théoriques. Constatant que le modèle fournissait des résultats très satisfaisants sur ces cas test, nous avons conclu que nous pouvions avoir raisonnablement confiance en ses capacités à simuler les écoulements qui nous intéressent.

Au chapitre 3, nous avons décrit les simulations effectuées, et notamment présenté les valeurs de paramètres retenues. Nous avons analysé les caractéristiques locales de l'écoulement au voisinage de l'obstacle, et notamment l'évolution de l'allure de la surface libre au cours du temps, la formation d'une zone morte en pied d'obstacle, et les champs de vitesse. Ces derniers ont fait l'objet d'une comparaison avec des données expérimentales PIV issues du travail de Tiberghien [2007]. Le résultat de cette confrontation a été jugé satisfaisant. Nous avons par ailleurs analysé de façon qualitative l'évolution temporelle de la pression exercée sur l'obstacle. Cette observation des caractéristiques locales des écoulements nous a permis de mettre en évidence deux régimes d'impact du fluide sur l'obstacle, suivant l'angle de la pente sur laquelle il s'écoule.

Aux faibles pentes, correspondant à de faibles valeurs du nombre de Froude des écoulements, nous avons observé des impacts « lents », au cours desquels le fluide monte graduellement le long de l'obstacle en formant un ressaut qui remonte l'écoulement. La pression mesurée sur la face amont de l'obstacle augmente progressivement vers un plateau. Une grande quantité de fluide est stockée en amont de l'obstacle, et une zone de fluide stagnant, que l'on appelle zone morte, se forme au pied de celui-ci. Du fait de l'importance de cette région aux plus faibles pentes, nous avons nommé ce régime d'impact le régime de zone morte.

Aux pentes les plus fortes, correspondant aux valeurs de  $Fr$  les plus élevées, nous avons observé des impacts plus violents qu'aux faibles pentes, au cours desquels se forme un jet qui dépasse l'obstacle. L'impact violent produit un pic de pression sur la face amont de l'obstacle, puis la pression redescend vers un plateau quand l'écoulement permanent est atteint. Dans ce régime, la taille de la zone morte est réduite et évolue peu avec la pente. La présence d'un jet étant le caractère distinctif de ce régime d'impact, nous l'avons nommé régime de jet.

Entre ces deux extrêmes, se produit une transition, autour de  $Fr \approx 1.5$  si on prend pour référence les caractéristiques locales de l'écoulement et  $Fr \approx 1.2$  si on prend pour référence le pic de pression. Ces valeurs sont proches de celle trouvée par Tiberghien [2007] ( $Fr \approx 1.4$ ). Pour ces écoulements, un petit jet se forme, accompagné d'un pic de pression, puis on enregistre un creux de pression avant la montée vers un plateau lorsque l'écoulement se stabilise. La pression du pic et du

plateau sont du même ordre de grandeur. C'est aussi autour de cette transition que l'on observe une inflexion dans l'évolution de la longueur de la zone morte. Ceci nous a amené à supposer l'existence d'un lien fort entre caractéristiques locales de l'écoulement (allure de la surface libre, champ de vitesse) et mécanismes physiques à l'origine de la pression exercée sur l'obstacle.

Dans le chapitre 4 nous avons étudié de façon quantitative l'évolution temporelle et la répartition spatiale de la pression du fluide le long de la face amont de l'obstacle au cours de l'interaction entre l'écoulement et l'obstacle. Nous avons également étudié le lien entre les valeurs maximales de pression et une variable globale représentative de l'écoulement incident : le nombre de Froude  $Fr$ . Nous avons également cherché à établir les mécanismes physiques à l'origine de la pression exercée sur l'obstacle.

Dans une première étape de cette analyse, nous avons constaté une évolution des valeurs de pression en fonction de la taille des particules et de la taille des capteurs utilisés. Afin de réduire l'incertitude liée à ce problème, nous avons procédé à une étude de la convergence des valeurs de pression maximales calculées sur un capteur central, en faisant varier la taille du capteur  $L_c$  et l'espacement des particules  $\delta$ . Nous avons mis en évidence qu'en faisant décroître  $\delta$ , les pressions obtenues convergeaient vers une valeur limite, indépendamment de la taille de capteur. De cette étude de convergence, nous avons tiré des valeurs de pressions maximales extrapolées (pour  $\delta \rightarrow 0$ ) présentant une faible dispersion, et cela pour un certain nombre de pentes représentatives de l'ensemble des régimes d'interaction mis en évidence au chapitre 3.

Dans une deuxième étape, nous avons étudié l'évolution du maximum de pression calculé sur la face amont de l'obstacle en fonction du nombre de Froude de l'écoulement incident, à la fois sur l'obstacle entier et sur trois zones de 10 mm de hauteur en haut, milieu et pied d'obstacle. L'évolution des valeurs maximales de pression en fonction du nombre de Froude met encore une fois en évidence, en cohérence avec le chapitre 3, l'existence de deux régimes d'écoulement. La transition entre ces deux régimes apparaît pour une valeur du nombre de Froude qui dépend de la position du capteur sur l'obstacle et se situe dans la gamme  $1.2 \leq Fr \leq 1.6$ . Une comparaison des valeurs maximales obtenues dans nos simulations aux valeurs expérimentales de Tiberghien [2007] met en évidence des évolutions tout à fait similaires : même valeur de  $Fr \approx 1.5$  à la transition de régime et pentes comparables des courbes d'évolution en fonction de  $Fr$ .

Dans une troisième étape, nous avons comparé la pression maximale calculée (notamment son évolution en fonction de  $Fr$ ) à des valeurs de référence de la pression : la composante cinétique (ou pression dynamique) et la composante gravitationnelle (ou pression hydrostatique). Nous avons ainsi pu mettre en évidence les mécanismes physiques à l'origine de la pression sur l'obstacle en établissant

d'une part que la pression maximale en régime de zone morte est contrôlée par la composante gravitationnelle, et d'autre part que la pression maximale en régime de jet est contrôlée par la composante cinétique. En analysant non plus la pression maximale mais les pressions du pic et du plateau séparément, nous avons mis en évidence qu'elles étaient liées chacune à une composante différente, indépendamment du régime considéré : la pression du pic est due à la composante cinétique tandis que la pression du plateau est due à la composante gravitationnelle.

Dans une dernière étape, après avoir étudié une pression moyennée sur toute la face amont de l'obstacle, nous avons analysé plus finement le profil de pression mesuré le long de cette face. Nous avons montré que c'est le pied de l'obstacle qui enregistre systématiquement le maximum de pression au cours de l'écoulement. Ce maximum est observé lors de l'impact initial (en régime de jet) ou lors de la phase de plateau (en régime de zone morte). Dans tous les cas, le profil s'établit par progression de la pression du bas vers le haut de l'obstacle, et tend vers un état final quasi-linéaire. Cet état final correspond toujours à la phase de plateau durant laquelle la pression sur l'obstacle découle de la composante gravitationnelle, ce qui conduit à une distribution de type hydrostatique (donc linéaire) de la pression.

Dans le chapitre 5 nous avons présenté une comparaison entre nos écoulements de fluide viscoplastique tels qu'étudiés aux chapitres 3 et 4 et des écoulements similaires (avalanches présentant un front suivi d'un court régime quasi-permanent) de matériau granulaire. Pour ces derniers la méthode numérique adoptée était la méthode des éléments discrets. Pour ces deux matériaux, la pression exercée sur l'obstacle ainsi que la géométrie des écoulements ont été analysés en fonction du nombre de Froude et du nombre de Reynolds.

Bien que les deux matériaux considérés soient très différents, un certain nombre de points communs ont été mis en évidence lors de leur interaction avec un obstacle. Dans les deux cas, un régime de zone morte et un régime de jet, présentant toutes les caractéristiques décrites au chapitre 3, ont été mis en évidence. De plus, la transition entre ces deux régimes apparaît pour des valeurs de nombre de Froude assez proches pour les deux matériaux. Dans les deux cas, les mécanismes physiques à l'origine de la pression totale exercée sur l'obstacle sont identiques avec une dominance de la composante gravitationnelle en régime de zone morte et une dominance de la composante cinétique en régime de jet. De plus pour  $Fr \lesssim 1.5$  les valeurs des rapports entre, d'une part la pression maximale et la composante cinétique, et d'autre part la pression maximale et la composante gravitationnelle, sont très proches pour les deux matériaux. Deux modèles analytiques simples valables pour les deux matériaux ont été proposés et permettent de prédire les valeurs de ces deux rapports de pressions dans certaines conditions. De façon générale, nous avons établi que les comportements des deux matériaux convergent en régime de zone morte, et qu'en régime de jet la pression exercée sur l'obstacle est liée à la

composante cinétique par un coefficient de traînée. Toutefois, la transition de régime est plus progressive dans le cas du matériau granulaire que dans le cas du fluide viscoplastique.

On peut faire le constat que la plupart des matériaux naturels sont constitués d'un mélange de grains et d'une quantité variable de matériau cohésif, ce qui conduit à un éventail de rhéologies s'étendant du pur comportement frictionnel au viscoplastique. Si des caractéristiques communes peuvent être mises en évidence pour ces deux rhéologies extrêmes, on peut raisonnablement supposer que ces mêmes caractéristiques seront présentes dans les écoulements d'une large gamme de matériaux de granulométrie étendue. Compte tenu des résultats établis dans le cadre du présent travail, nous pouvons raisonnablement supposer que, pour de nombreux phénomènes observés sur le terrain, des avalanches aux coulées de boue, les interactions écoulement-obstacle sont pilotées par les mêmes mécanismes physiques, et qu'on peut donc leur appliquer les mêmes modèles. Bien entendu, cette hypothèse devra être étudiée de manière plus complète pour être validée. Quantitativement, les pressions exercées sur l'obstacle restent toutefois dépendantes de la rhéologie du matériau considéré.

## 6.2 Perspectives

Ce travail a permis de mettre en évidence et caractériser précisément les régimes d'impact d'un fluide viscoplastique sur un obstacle rigide. L'étude a été menée de façon numérique en adaptant et en utilisant un code SPH 2D vertical et en se plaçant à l'échelle d'un écoulement de laboratoire. L'obstacle présentait une géométrie simple et son comportement mécanique n'a pas été pris en compte explicitement. Malgré les hypothèses simplificatrices adoptées, les temps de calcul demeuraient longs, ce qui ne nous a pas permis de réduire la taille des particules SPH et donc d'augmenter la résolution spatiale des résultats obtenus, et notamment de faire converger les valeurs de pressions simulées. Une comparaison a été effectuée avec un matériau granulaire.

D'un point de vue finalisé, notre objectif était d'apporter des éléments de connaissance relatifs à l'interaction de laves torrentielles avec des structures. À l'échelle du terrain, ce type de phénomène concerne des matériaux complexes constitués d'eau et d'éléments solides de large étendue granulométrique, la géométrie du chenal et de la structure est complexe avec d'importants effets tridimensionnels et la résistance de la structure aux impacts est un enjeu opérationnel extrêmement fort.

En vue de poursuivre notre étude scientifique afin de répondre plus complètement à ces objectifs finalisés, une première étape serait de réaliser des simulations

d'écoulements à l'échelle du terrain. Sur le principe, réaliser de telles simulations ne présenterait pas de difficulté particulière. Cependant, la durée réelle de l'interaction est probablement plus importante en conditions de terrain, ce qui nécessiterait des simulations plus longues. Même dans le cadre de simulations bidimensionnelles, les temps de calcul, déjà longs avec les paramètres actuels, deviendraient difficilement gérables. Une solution envisageable consisterait à développer un code massivement parallèle, en utilisant par exemple les avancées récentes des calculs sur GPU (cartes graphiques), ou bien modifier un des codes SPH existants qui utilise cette technologie [Gomez-Gesteira et al., 2012] pour l'adapter à nos besoins (notamment implémenter la rhéologie de Herschel-Bulkley). Un tel développement devrait permettre en outre de diminuer la taille des particules utilisées dans les simulations, à un niveau où la convergence des valeurs de pression (voir section 4.1) exercée sur l'obstacle serait assurée. Par ailleurs ce type d'approche permettrait d'envisager des simulations 3D. Le passage du 2D au 3D ne présente pas de difficulté théorique majeure en SPH. Ce passage à des simulations en 3D permettrait de prendre en compte la géométrie du chenal ainsi que celle, parfois complexe, des structures de protection. On pourrait ainsi simuler des effets tridimensionnels jusqu'ici ignorés.

Dans le cadre de notre étude, nous avons fait l'hypothèse d'un obstacle fixe et rigide. Cette hypothèse n'est *a priori* pas trop pénalisante dans la mesure où les temps caractéristiques du phénomène considéré et de la réaction de la structure sont suffisamment éloignés [Faug, 2011]. Toutefois, le problème de la résistance de la structure représente un enjeu opérationnel fort. Afin d'apporter des éléments de connaissance sur le comportement de la structure soumise à un impact, deux stratégies sont envisageables. On pourrait par exemple utiliser les valeurs de contraintes calculées par la SPH comme conditions aux limites dans des simulations mécaniques de la structure, en utilisant un code aux éléments finis. Cette approche est similaire aux travaux de Ousset et al. [2014] sur l'impact d'une avalanche de neige dense ou de Brun et al. [2012] sur la réponse d'une structure soumise à un séisme. Une autre possibilité serait de modéliser à la fois le fluide et la structure par la méthode SPH. Il faut noter à ce sujet que les capacités de la SPH à modéliser des solides sont encore limitées, notamment à cause de l'instabilité en tension [Dyka and Ingel, 1995; Bonet and Kulasegaram, 2001]. Cependant des solutions ont été proposées pour améliorer la stabilité et la convergence de la méthode dans le cadre de la mécanique des solides [Cleary and Das, 2008]. Par ailleurs, des travaux récents portant sur la simulation SPH de structures déformables dans un fluide [Amini et al., 2011; Larroude and Oudart, 2012] pourraient constituer des pistes de réflexion intéressantes sachant que des structures de protection souples sont parfois utilisées contre les laves torrentielles.

Les laves torrentielles réelles sont le plus souvent constituées de matériau granulaire grossier et d'un mélange eau-particules fines constituant un fluide interstitiel

viscoplastique. Dans l'optique de se rapprocher des écoulements naturels, il serait intéressant d'intégrer des particules solides au sein du fluide tel qu'il a été traité dans le cadre de cette étude. Cela permettrait une meilleure représentation de la granulométrie très étendue typique des laves torrentielles réelles. Il a été établi par ailleurs que les écoulements de matériau granulaire peuvent être traités par la méthode SPH [Chambon et al., 2011]. Des exemples récents de simulations de particules solides dans un fluide peuvent être cités : Prakash et al. [2007] utilise la méthode SPH uniquement, tandis que Nutto et al. [2012] couple SPH et DEM. Ces travaux constituent des pistes de réflexion intéressantes. Le traitement en SPH de l'interaction entre des matériaux de propriétés mécaniques différentes demeure toutefois un problème ouvert à ce jour.



# Bibliographie

- Y. Amini, H. Emdad, and M. Farid. A new model to solve fluid-hypoelastic solid interaction using SPH method. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2011. ISSN 0997-7546.
- C. Ancey. Plasticity and geophysical flows : A review. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 142(1-3) :4–35, 2007.
- C. Ancey. *Rhéologie des écoulements granulaires en cisaillement simple : application aux laves torrentielles*. PhD thesis, Châtenay-Malabry, École centrale Paris, 1997.
- J. D. Anderson et al. *Computational fluid dynamics*, volume 206. Springer, 1995.
- A. Armanini and P. Scotton. Experimental analysis on the dynamic impact of a debris flow on structures. In *Proceedings of the international symposium Interpreavent*, pages 107–116, 1992.
- A. Armanini and P. Scotton. On the dynamic impact of a debris flow on structures. In *Proceedings Of The Congress-international Association For Hydraulic Research*, volume 3, pages 203–203. Local Organizing Committee Of The XXV Congress, 1993.
- D. Atapattu, R. Chhabra, and P. Uhlherr. Creeping sphere motion in herschel-bulkley fluids : flow field and drag. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 59(2) :245–265, 1995.
- E. Bardou. *Methodologie de diagnostic des laves torrentielles sur un bassin versant alpin*. PhD thesis, École Polytechnique Fédérale De Lausanne, 2002.
- J. Bonet and S. Kulasegaram. Remarks on tension instability of Eulerian and Lagrangian corrected smooth particle hydrodynamics (CSPH) methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52(11) :1203–1220, 2001.



- M. Brun, A. Batti, A. Limam, and A. Combescure. Implicit/explicit multi-time step co-computations for predicting reinforced concrete structure response under earthquake loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 33(1) :19–37, 2012.
- G. Chambon, R. Bouvarel, D. Laigle, and M. Naaim. Numerical simulations of granular free-surface flows using smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 166(12-13) :698–712, 2011.
- C.-L. Chen. Generalized viscoplastic modeling of debris flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(3) :237–258, 1988.
- W. Chen and T. Qiu. Numerical simulations for large deformation of granular materials using smoothed particle hydrodynamics method. *International Journal of Geomechanics*, 12(2) :127–135, 2012.
- T. Chung. *Computational fluid dynamics*. Cambridge university press, 2010.
- P. W. Cleary and R. Das. The potential for sph modelling of solid deformation and fracture. In *IUTAM symposium on theoretical, computational and modelling aspects of inelastic media*, pages 287–296. Springer, 2008.
- A. Colagrossi and M. Landrini. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 191(2) :448–475, 2003.
- P. Coussot. Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel. *Journal of Hydraulic Research*, 32(4) :535–559, 1994. ISSN 0022-1686.
- P. Coussot. *Rhéologie des boues et laves torrentielles : étude de dispersions et suspensions concentrées*. Number 5. Editions Quae, 1992.
- R. Dalrymple and B. Rogers. Numerical modeling of water waves with the SPH method. *Coastal Engineering*, 53(2-3) :141–147, 2006. ISSN 0378-3839.
- R. P. Denlinger and R. M. Iverson. Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain : 2. numerical predictions and experimental tests. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 106(B1) : 553–566, 2001.
- R. P. Denlinger and R. M. Iverson. Granular avalanches across irregular three-dimensional terrain : 1. theory and computation. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface (2003–2012)*, 109(F1), 2004.

- C. Dyka and R. Ingel. An approach for tension instability in smoothed particle hydrodynamics (sph). *Computers & Structures*, 57(4) :573–580, 1995.
- J. Fang, A. Parriaux, M. Rentschler, and C. Ancey. Improved SPH methods for simulating free surface flows of viscous fluids. *Applied Numerical Mathematics*, 59(2) :251–271, 2009. ISSN 0168-9274.
- T. Faug. Interface "interaction écoulement-obstacle". Présentation interne, 2011.
- T. Faug, P. Lachamp, and M. Naaïm. Experimental investigation on steady granular flows interacting with an obstacle down an inclined channel : study of the dead zone upstream from the obstacle. application to interaction between dense snow avalanches and defence structures. *Natural hazards and earth system sciences*, 2(MEM 1730 ; DD 1497) :187–191, 2002.
- T. Faug, P. Caccamo, and B. Chanut. A scaling law for impact force of a granular avalanche flowing past a wall. *Geophysical Research Letters*, 39(23), 2012.
- T. Faug, R. Beguin, and B. Chanut. Mean steady granular force on a wall overflowed by free-surface gravity-driven dense flows. *Physical Review E*, 80(2) : 021305, 2009.
- A. Ferrari, M. Dumbser, E. Toro, and A. Armanini. A new 3D parallel SPH scheme for free surface flows. *Computers & Fluids*, 38(6) :1203–1217, 2009. ISSN 0045-7930.
- R. García-Martínez and J. L. López. Debris flows of december 1999 in venezuela. In *Debris-flow Hazards and Related Phenomena*, pages 519–538. Springer, 2005.
- R. Gingold and J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181 :375–389, 1977. ISSN 0035-8711.
- M. Gomez-Gesteira, B. D. Rogers, A. J. Crespo, R. Dalrymple, M. Narayanaswamy, and J. M. Dominguez. Sphysics–development of a free-surface fluid solver–part 1 : Theory and formulations. *Computers & Geosciences*, 48 :289–299, 2012.
- J. Gray, Y. Tai, and S. Noelle. Shock waves, dead zones and particle-free regions in rapid granular free-surface flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 491 :161–181, 2003. ISSN 0022-1120.
- J. Heumader. Technical debris-flow countermeasures in austria—a review. In *Second International Congress on Debris Flows Hazard Mitigation : mechanics, prediction and assessment*, pages 553–564, 2000.

- G. Holzinger. Experiments dealing with the impact forces caused by debris flows. In *Geophysical Research Abstracts*, volume 7, page 07230, 2005.
- Y. Huang, Z. Dai, W. Zhang, and Z. Chen. Visual simulation of landslide fluidized movement based on smoothed particle hydrodynamics. *Natural Hazards*, pages 1–14, 2011a. ISSN 0921-030X. 10.1007/s11069-011-9859-8.
- Y. Huang, W. Zhang, Q. Xu, P. Xie, and L. Hao. Run-out analysis of flow-like landslides triggered by the ms 8.0 2008 wenchuan earthquake using smoothed particle hydrodynamics. *Landslides*, pages 1–9, 2011b. ISSN 1612-510X. 10.1007/s10346-011-0285-5.
- J. Huebl and G. Fiebiger. Debris-flow mitigation measures. In *Debris-flow Hazards and Related Phenomena*, pages 445–487. Springer, 2005.
- J. P. Hughes and D. I. Graham. Comparison of incompressible and weakly-compressible sph models for free-surface water flows. *Journal of Hydraulic Research*, 48(1 supp 1) :105–117, 2010.
- R. M. Iverson. The debris-flow rheology myth. *Debris-flow hazards mitigation : mechanics, prediction, and assessment*, 1 :303–314, 2003.
- R. M. Iverson. Debris-flow mechanics. In *Debris-flow hazards and related phenomena*, pages 105–134. Springer, 2005.
- R. M. Iverson and R. P. Denlinger. Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain : 1. coulomb mixture theory. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 106(B1) :537–552, 2001.
- R. M. Iverson, M. Logan, and R. P. Denlinger. Granular avalanches across irregular three-dimensional terrain : 2. experimental tests. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface (2003–2012)*, 109(F1), 2004.
- A. M. Johnson. *Physical processes in geology : A method for interpretation of natural phenomena; intrusions in igneous rocks, fractures, and folds, flow of debris and ice*. Freeman, Cooper, 1970.
- P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094) :727–730, 2006. ISSN 0028-0836.
- P. Lachamp. *Modélisation numérique de l’effet d’un obstacle sur les écoulements de fluides à seuil par la méthode SPH*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Saint Martin d’Hères, 2003.

- D. Laigle, P. Lachamp, and M. Naaïm. SPH-based numerical investigation of mud-flow and other complex fluid flow interactions with structures. *Computational Geosciences*, 11(4) :297–306, 2007. ISSN 1420-0597.
- P. Larroude and T. Oudart. Sph model to simulate movement of grass meadow of posidonia under waves. *Coastal Engineering Proceedings*, 1(33) :waves–56, 2012.
- E. Lee, C. Moulinec, R. Xu, D. Violeau, D. Laurence, and P. Stansby. Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method. *Journal of Computational Physics*, 227(18) :8417–8436, 2008. ISSN 0021-9991.
- M. B. Liu and G. R. Liu. Smoothed particle hydrodynamics (sph) : An overview and recent developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(1) :25–76, 2010.
- M. Liu, J. Shao, and J. Chang. On the treatment of solid boundary in smoothed particle hydrodynamics. *Science China Technological Sciences*, 55(1) :244–254, 2012.
- L. Lucy. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The Astronomical Journal*, 82 :1013–1024, 1977. ISSN 0004-6256.
- J. J. Major and T. C. Pierson. Debris flow rheology : Experimental analysis of fine-grained slurries. *Water resources research*, 28(3) :841–857, 1992.
- G. MiDi. On dense granular flows. *European Physical Journal E*, 14 :341–365, 2004.
- L. Minatti and A. Pasculli. Sph numerical approach in modelling 2d muddy debris flow. In *International Conference on Debris-Flow Hazards Mitigation : Mechanics, Prediction, and Assessment, Proceedings*, pages 467–475, 2011.
- E. Mitsoulis, S. Abdali, and N. Markatos. Flow simulation of herschel-bulkley fluids through extrusion dies. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 71(1) :147–160, 1993.
- J. Monaghan. Particle methods for hydrodynamics. *Computer Physics Reports*, 3 (2) :71–124, 1985.
- J. Monaghan. On the problem of penetration in particle methods. *Journal of Computational physics*, 82(1) :1–15, 1989.
- J. Monaghan. Sph without a tensile instability. *Journal of Computational Physics*, 159(2) :290 – 311, 2000. ISSN 0021-9991.

- J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 30 :543–574, 1992.
- J. Morris, P. Fox, and Y. Zhu. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH. *Journal of Computational Physics*, 136(1) :214–226, 1997. ISSN 0021-9991.
- E. Muravleva and M. Olshanskii. Two finite-difference schemes for calculation of bingham fluid flows in a cavity. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 23(6) :615–634, 2008.
- C. Nutto, C. Bierwisch, H. Lager, and M. Moseler. Towards simulations of abrasive flow machining. In *7th International SPHERIC Workshop*, pages 59–64, 2012.
- J. O’Brien, P. Julien, and W. Fullerton. Two-dimensional water flood and mudflow simulation. *Journal of hydraulic engineering*, 119(2) :244–261, 1993.
- I. Ousset, D. Bertrand, A. Limam, and M. Naaïm. Reliability analysis of an rc defense structure loaded by a dense snow avalanche pressure signal. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*, volume 16, page 11058, 2014.
- A. K. Patra, A. Bauer, C. Nichita, E. B. Pitman, M. Sheridan, M. Bursik, B. Rupp, A. Webber, A. Stinton, L. Namikawa, et al. Parallel adaptive numerical simulation of dry avalanches over natural terrain. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 139(1) :1–21, 2005.
- M. Prakash, P. W. Cleary, J. Ha, M. N. Noui-Mehidi, H. Blackburn, and G. Brooks. Simulation of suspension of solids in a liquid in a mixing tank using sph and comparison with physical modelling experiments. *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, 7(2) :91–100, 2007.
- J. N. Reddy and D. K. Gartling. *The finite element method in heat transfer and fluid dynamics*. CRC press, 2010.
- D. Richard. Les torrents à laves torrentielles dans les départements alpins. situations génératrices et essai de typologie. Technical report, Cemagref, 1995.
- M. Rodriguez-Paz and J. Bonet. A corrected smooth particle hydrodynamics method for the simulation of debris flows. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 20(1) :140–163, 2004. ISSN 1098-2426.
- N. Roquet and P. Saramito. An adaptive finite element method for bingham fluid flows around a cylinder. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(31) :3317–3341, 2003.

- P. Saramito and N. Roquet. An adaptive finite element method for viscoplastic fluid flows in pipes. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190(40) :5391–5412, 2001.
- S. Shao and E. Lo. Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. *Advances in Water Resources*, 26(7) : 787–800, 2003. ISSN 0309-1708.
- L. Silbert, D. Ertas, G. S. Grest, T. C. Halsey, D. Levine, and S. J. Plimpton. Granular flow down an inclined plane : Bagnold scaling and rheology. *Physical Review E*, 64 :051302, 2001.
- J. Sun, S. Liang, Z. Sun, and X. Zhao. Simulation of wave impact on a horizontal deck based on sph method. *Journal of Marine Science and Application*, 9(4) : 372–378, 2010.
- A. Syrakos, G. C. Georgiou, and A. N. Alexandrou. Solution of the square lid-driven cavity flow of a bingham plastic using the finite volume method. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 195 :19–31, 2013.
- T. Takahashi. *Debris flow*. Balkema, 1991.
- T. Takahashi. *Debris flow : mechanics, prediction and countermeasures*. CRC Press, 2014.
- D. Tiberghien. *Etude expérimentale de l'interaction d'un écoulement à surface libre de fluide à seuil avec un obstacle. Application aux laves torrentielles boueuses*. PhD thesis, Thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 2007.
- D. Tiberghien, D. Laigle, M. Naaim, E. Thibert, and F. Ousset. Experimental investigations of interaction between mudflow and an obstacle. In C. Chen and J. J. Major, editors, *International Conference on Debris-Flow Hazards Mitigation : Mechanics, Prediction, and Assessment, Proceedings*, pages 281–292, 2007.
- H. K. Versteeg and W. Malalasekera. *An introduction to computational fluid dynamics : the finite volume method*. Pearson Education, 2007.
- B. Zanuttigh and A. Lamberti. Experimental analysis of the impact of dry avalanches on structures and implication for debris flows. *Journal of Hydraulic Research*, 44(4) :522–534, 2006. ISSN 0022-1686.
- Z. Zhou, J. De Kat, and B. Buchner. A nonlinear 3-d approach to simulate green water dynamics on deck. In *Proceedings of the 7th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, pages 5–1, 1999.