



HAL
open science

Observation, modélisation et simulation des vibrations des maquettes de plis vocaux. Applications à des configurations pathologiques

Nicolas Hermant

► **To cite this version:**

Nicolas Hermant. Observation, modélisation et simulation des vibrations des maquettes de plis vocaux. Applications à des configurations pathologiques. Vibrations [physics.class-ph]. Grenoble Université, 2014. Français. NNT: . tel-01162751v1

HAL Id: tel-01162751

<https://theses.hal.science/tel-01162751v1>

Submitted on 11 Jun 2015 (v1), last revised 18 May 2016 (v3)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Signal, Images, Paroles, Télécoms (SIPT)**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Nicolas HERMANT

Thèse dirigée par **Xavier PELORSON**

préparée au sein du

**laboratoire Grenoble Image Parole Signal Automatique
(GIPSA-lab)**

dans l'école doctorale **Electronique, Electrotechnique,
Automatique, Traitement du Signal (EEATS)**

**Observation, modélisation et
simulation des vibrations des
maquettes de plis vocaux.**

**Applications à des
configurations pathologiques**



Thèse soutenue publiquement le **09 octobre 2014**,
devant le jury composé de :

Anna BARNEY

Université de Southampton, Rapporteur

Pierre-Yves LAGREE

UPMC Université Paris 06, Rapporteur

Jérôme ANTONI

INSA de Lyon, Président

Thomas HELIE

IRCAM, Examineur

Xavier PELORSON

GIPSA-lab, Examineur

Franz CHOULY

Laboratoire de Mathématiques de Besançon, Examineur

Fabrice SILVA

GIPSA-lab, Examineur

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

EEATS

Electronique, Electrotechnique, Automatique, Traitement du Signal

T H È S E

pour obtenir le titre de

docteur en sciences

de l'Université de Grenoble

Mention : SIPT

Présentée et soutenue par

Nicolas HERMANT

**Observation, modélisation et simulation des vibrations des
maquettes de plis vocaux.**

Applications à des configurations pathologiques

Thèse dirigée par Xavier PELORSON

Grenoble Image Parole Signal Automatique (GIPSA-lab)

soutenue le 09 octobre 2014

Jury :

<i>Rapporteurs :</i>	Anna Barney	-	Université de Southampton
	Pierre-Yves LAGREE	-	UPMC
<i>Examineurs :</i>	Jérôme ANTONI	-	INSA de Lyon
	Thomas HELIE	-	IRCAM
<i>Encadrant :</i>	Franz CHOULY	-	LMB
<i>Encadrant :</i>	Fabrice SILVA	-	GIPSA-lab
<i>Directeur :</i>	Xavier PELORSON	-	GIPSA-lab

*J'admets que deux fois deux quatre est une chose excellente,
mais s'il faut tout louer,
je vous dirais que deux fois deux cinq est aussi une chose charmante.*

Dostoïevski, Les carnets du sous-sol

Remerciements

Je remercie mon directeur de thèse Xavier Pelorson pour m'avoir encadré pendant ces années, pour la liberté qu'il m'a accordée dans l'orientation de mes axes de travail et enfin pour m'avoir permis d'achever ces travaux dans de bonnes conditions. Je remercie Anna Barney et Pierre-Yves Lagrée d'avoir accepté d'être les rapporteurs de mon travail de thèse, Thomas Hélie d'avoir été examinateur lors de la soutenance et enfin Jérôme Antoni d'avoir présidé mon jury de soutenance.

Je tiens à souligner l'encadrement et le soutien précieux de Fabrice Silva et de Franz Chouly. L'intérêt qu'ils ont suscité vis à vis de mes travaux de thèse, la persévérance dont ils ont fait preuve face à mes incompréhensions et la méticulosité de leur approche ont apporté de la profondeur à cette thèse. J'ai trouvé très agréable de pouvoir échanger et apprendre avec eux et je les remercie pour leur immense disponibilité et leur patience quand il s'agissait de me réexpliquer encore et encore ce qui avait du mal à entrer dans ma tête. Merci notamment à Fabrice d'avoir pris le temps et les nombreuses feuilles de brouillon A3 pour développer des calculs matriciels barbares, ça me fera des jolis posters.

Un gros merci à tous ceux qui sont passés par le bureau "Top A la Déconne" et n'ont pas eu d'autre choix que de me supporter jours après jours avec mes humeurs et mes goûts musicaux (parfois douteux). Je pense en tout premier lieu à LouLou qui aura souffert le plus longtemps de ma présence mais qui se sera allègrement vengé en me faisant régulièrement écouter les "progressions" de sa synthèse de prout. Viennent ensuite Noel le kangourou tranquille qui "envoie le pate", Paul qui aura la lourde tâche de faire survivre l'esprit TAD malgré une solitude inhabituelle dans le bureau. Enfin, on ne saurait oublier le John, Kelem, Balbine, Julie et... le Topcon qui ont tous participé à forger le TAD.

Je remercie Nathalie, Thomas et Maëva pour le soutien qu'ils m'ont apporté pendant ces années vis à vis de mes vastes lacunes dans le domaine de la parole ainsi que sur mes nombreuses remises en cause scientifiques et parfois personnelles. Merci aux talents de vendeur de rêve de Thomas qui m'auront permis d'obtenir une bourse pour effectuer un petit échange à Montréal.

Je remercie l'équipe des RAB constituée de Ruty et Mister BigField pour leur superbe passation de pouvoir, leurs conseils aussi précieux qu'inutiles. Grâce à eux je sais que la thèse donne du bonus. Merci, "vous servez à rien". Je tiens à remercier d'autres doctorants de la "génération" d'avant avec qui j'ai eu, certes, moins d'échanges mais tout autant agréables, je pense notamment à Marion Dohen, Lucie Bailly et Lucile Rapin. Je remercie l'ensemble des doctorants du DPC, en commençant par ceux de l'équipe GAMA (solidarité oblige) Yo, Bo, Rémi, Jesse et les autres (en oubliant probablement du monde) Benjamin, Kristina, Guillaume, Olha, Audrey, Rosario, Diandra, Maël, et... les autres... mais sans oublier l'immense Javier dont je n'oublierai jamais la technique de séchage de cordes vocales au pistolet à air comprimé, grandiose !

J'aimerais adresser un grand merci à tous les doctorants de l'équipe du laboratoire d'acous-

tique de Luc Mongeau à McGill en commençant par Luc Mongeau qui a accepté de m'accueillir pour un projet de cinq mois au sein de son laboratoire. Je remercie très chaleureusement tous les doctorants avec qui j'ai eu le plaisir et le privilège d'échanger là bas et tout particulièrement Amir, Hani, Hossein, Neda, Siavash et Yasser. J'ai eu énormément de plaisir à partager un 12 m^2 sans fenêtre à 12 pendant cinq mois... (et là je suis sérieux...) et d'apprendre énormément de vous. Cette expérience a été très très enrichissante.

Enfin, je remercie très profondément ma famille et tous mes amis proches qui m'ont épaulé pendant ces quatre années, qui n'ont jamais cessé d'être présent pour moi quand j'avais besoin d'eux et qui ne se sont jamais vexés de mes indisponibilités à répétition pour cause de "travailler sur ma thèse".

J'adresse, en point d'orgue à ces remerciements, une pensée très spéciale à Lau qui m'aura permis de vivre une dernière année de thèse des plus douces et surtout la fin de rédaction la plus exotique que l'on puisse imaginer.

Table des matières

Introduction	1
1 Les plis vocaux : état des connaissances	5
1.1 L'appareil phonatoire	5
1.1.1 Anatomie du larynx	6
1.1.2 Production vocale	8
1.1.3 ...et pathologies cordales	10
1.2 Méthodes d'observations expérimentales des vibrations des plis vocaux	12
1.2.1 Observations <i>in-vivo</i>	12
1.2.2 Observations <i>ex-vivo</i>	14
1.2.3 Observations <i>in-vitro</i>	16
1.3 Etat de l'art des éléments finis aux modèles distribués	17
1.3.1 Des modèles continus	17
1.3.2 ... aux modèles distribués	18
2 Observations expérimentales sur maquettes in-vitro	19
2.1 Montage expérimental	20
2.1.1 Dispositif <i>in-vitro</i> de l'appareil phonatoire	20
2.1.2 Présentation des différentes maquettes déformables des plis vocaux	21
2.2 Mesure de la réponse mécanique	24
2.2.1 Dispositif existant et limitations	25
2.2.2 Différentes excitations	27
2.2.3 Différents observables	30
2.2.4 Extraction des paramètres mécaniques	31
2.2.5 Influence des paramètres expérimentaux sur la réponse mécanique	34
2.2.6 Comparaison des résultats des différents dispositifs	41
2.2.7 Conclusion sur la mesure de la réponse mécanique	51
2.3 Mesures des seuils d'oscillation en fonction de paramètres	53
2.3.1 Description du dispositif de mesure	53
2.3.2 Influence de l'épaisseur de latex	55
2.3.3 Influence du liquide à l'intérieur des maquettes de plis vocaux	56
2.3.4 Conclusion sur la mesure des seuils d'oscillation	59
2.4 Etude expérimentale d'un cas pathologique : Influence d'une masse ponctuelle pour simuler l'effet d'un polype	59
2.4.1 Expériences préliminaires : Effet du positionnement du polype	60
2.4.2 Les différents types de "polypes"	62
2.4.3 Mesures de l'aire glottique	63
2.4.4 Mesures des réponses mécaniques	65
2.4.5 Mesures des seuils d'oscillation	66
2.4.6 Conclusion sur l'effet d'une masse ajoutée	72

3	Modélisation éléments finis du couplage hydro-élastique des pli vocaux artificiels	75
3.1	Modélisation physique du couplage hydro-élastique dans la maquette des plis vocaux	76
3.1.1	Hypothèses de modélisations 2D/3D	76
3.1.2	Domaine solide : problème de l'élastodynamique	77
3.1.3	Domaine fluide : équation d'Euler linéarisée	79
3.1.4	Couplage fluide-structure : problème d'hydro-élasticité	83
3.2	Méthode éléments finis	84
3.2.1	Formulations variationnelles	84
3.2.2	Formulation matricielle	87
3.2.3	Adimensionnement d'un problème hydro-élastique similaire	88
3.3	Résultats numériques	91
3.3.1	Vibrations libres de structure non-couplée	91
3.3.2	Vibrations hydro-élastiques libres	95
3.4	Prise en compte des non-linéarités du problème	106
3.4.1	Matériau hyperélastique	107
3.4.2	Formulation variationnelle de la déformation statique non-linéaire	108
3.4.3	Analyse modale avec gonflement	109
3.4.4	Déformation statique sous la pression de l'eau	110
3.4.5	Effets de la précontrainte	111
3.5	Conclusion générale sur la modélisation par éléments finis et perspectives	114
4	Modélisation physique des plis vocaux par le modèle à deux masses	117
4.1	Modélisation mécanique	118
4.1.1	Mise en équation	118
4.1.2	Analyse modale des structures vibrantes	119
4.1.3	Lien entre les paramètres du modèle à deux masses et la réponse mécanique expérimentale	123
4.2	Dynamique du système complet	125
4.2.1	Equation d'état du système	125
4.2.2	Analyse de stabilité	126
4.3	Étalonnage du modèle à deux masses	127
4.3.1	Méthode d'optimisation globale	128
4.3.2	Méthode d'optimisation locale	129
4.3.3	Résultats de l'optimisation	130
4.4	Etude de la présence d'un polype sur les résultats du modèle à deux masses	134
4.4.1	Modifications des paramètres mécaniques du modèle	135
4.4.2	Modification de l'ouverture glottique initiale	140
4.4.3	Prise en compte de la forme de la constriction en présence d'une masse ajoutée	143
4.4.4	Conclusion	145

Conclusion	147
Bibliographie	151
A Annexes chapitre 2	159
A.1 Déformées spatiales des maquettes de plis vocaux	159
A.2 Résultats des mesures de seuils avec un polype	160
B Annexes chapitre 3	163
B.1 Estimation d'énergie pour le problème des vibrations hydro-élastiques	163
B.2 Vibrations élastiques linéaires : comparaison à une solution analytique	164
B.3 Déformées modales élastiques et hydro-élastiques	167
B.4 Linéarisation de l'opérateur de rigidité \mathcal{K}_{NL}	169
C Annexes chapitre 4	171
C.1 Modélisation de l'écoulement glottique	171
C.1.1 Caractéristiques de l'écoulement	171
C.1.2 Mise en équation	173
C.1.3 Modélisation du couplage acoustique	176
C.2 Méthode d'optimisation locale	176

Introduction

La voix est un des supports de communication les plus importants chez l'Homme. Sa dégradation chez un individu est un problème courant qui atteint sa capacité à interagir avec son environnement social. Les troubles de la voix constituent ainsi un problème de santé publique, notamment pour les professionnels de la voix, comme en atteste par exemple le rapport INSERM-MGEN [MGEN 2006] concernant les enseignants. En complément de la pratique clinique et réadaptative, la modélisation physique permet une compréhension globale des pathologies des organes phonatoires, au premier titre desquels les plis vocaux. De plus, l'avancée des connaissances du comportement biomécanique des plis vocaux est un enjeu primordial quant au développement d'outils de diagnostic, la conception de prothèse de plis vocaux ou de biomatériaux injectables permettant la réparation de cicatrices cordales par exemple.

L'observation, l'analyse et la modélisation des phénomènes physiques sous-jacents à la production de parole, et plus spécifiquement dans le cadre de ces travaux de thèse à la vibration des plis vocaux artificiels, tendent à une compréhension fondamentale précise de ces phénomènes dans des configurations normales et pathologiques. Cette compréhension est nécessaire pour une connaissance plus fine de la biomécanique des tissus et de la mécanique des maquettes de plis vocaux, indispensables à l'élaboration de lois de comportement plus réalistes.

Dans cette optique, ces travaux de thèse présentent deux objectifs principaux : le premier est d'acquérir une meilleure compréhension mécanique des maquettes latex/eau utilisées à la fois par la communauté de parole et d'acoustique musicale ; le second est l'étude de l'effet d'une masse ajoutée au sein d'un pli sur les vibrations des maquettes de plis vocaux.

Autour de ces deux objectifs, une démarche tripolaire a été adoptée correspondant à trois axes de recherche complémentaires qui se focalisent sur l'étude des vibrations des maquettes de plis vocaux :

Une exploration in-vitro du comportement vibratoire des plis vocaux.

Ce premier axe s'articule autour des observations expérimentales sur les répliques de plis vocaux développées au Gipsa-lab, depuis les travaux de Vilain [Vilain 2002] (inspirées par la bouche artificielle de Gilbert et coll. [Gilbert 1998, Cullen 2000]). En premier lieu de ces observations expérimentales, la caractérisation vibratoire des maquettes, mesure déjà utilisée au GIPSA-lab par Ruty [Ruty 2007a], permet la réponse en fréquence de la structure vibrante à une sollicitation donnée dont la connaissance est indispensable à la reproductibilité et la répétabilité des mesures ultérieures sur la maquette. Nous nous intéressons alors à la description de la mise au point d'un nouveau dispositif d'excitation de la structure vibrante dans le but d'améliorer la caractérisation mécanique *in-vitro* des maquettes de plis vocaux. La comparaison avec d'autres dispositifs d'excitation existants, ainsi que différents moyens d'observation de la mesure seront faites afin de pointer les avantages et inconvénients de chaque technique et d'observer les limitations de notre dispositif quant à la description précise et complète des motifs vibratoires des maquettes.

En second lieu, nous nous intéresserons aux caractéristiques phonatoires des maquettes de plis vocaux, via la mesure des seuils d'oscillation. Cette caractérisation s'appuie sur la recherche de deux grandeurs caractéristiques de l'oscillation des plis vocaux que sont la pression d'air en amont des plis vocaux nécessaire à l'amorçage et à l'entretien de ces oscillations et sa fréquence fondamentale.

Une étude expérimentale d'une configuration pathologique de la vibration des plis vocaux sera alors réalisée en s'appuyant essentiellement sur les deux mesures décrites précédemment. Nous nous intéressons ici à l'observation des effets d'une masse ajoutée sur le comportement vibratoire des plis vocaux.

Une modélisation théorique du couplage hydro-élastique des plis vocaux artificiels.

Cet axe s'intéresse à la formulation théorique du couplage hydro-élastique entre le latex et l'eau qui constituent les maquettes du GIPSA-lab. Cette formulation théorique s'intéresse spécifiquement au problème d'analyse modale de la structure vibrante, dans un but de comparaison avec la caractérisation mécanique expérimentale de la première partie. Pour formuler le couplage hydro-élastique, nous nous intéresserons d'abord à la modélisation du comportement vibratoire du latex par une loi d'élastodynamique, puis à celui de l'eau à l'aide de l'équation d'Euler linéarisée et enfin au système couplé complet via les relations de couplage sur l'interface latex/eau. Après discrétisation sur la base de la méthode éléments finis, nous pourrions établir une formulation discrète de type "masse ajoutée" par l'élimination de la variable fluide. Finalement, l'implémentation d'une loi hyper-élastique offre la possibilité de prendre en compte les grandes déformations et les pré-contraintes liées au gonflement du latex soumis à des fortes pressions d'eau, afin de réaliser le calcul des vibrations libres hydro-élastiques autour de cet état pré-contraint.

Simulations par un modèle distribué pour l'étude de configurations pathologiques.

L'objectif de cette partie est de décrire un modèle d'écoulement glottique couplé à un modèle mécanique distribué de type "masse-raideur-amortissement" dérivé des travaux de Coriandre Vilain([Vilain 2002]) et de Nicolas Ruty ([Ruty 2007a, Ruty 2007a]) et étendu pour simuler des comportements pathologiques tels que des asymétries (entre les deux plis vocaux et au sein d'un pli) ou la présence d'une masse ajoutée (kyste, polype). Cette extension permet notamment de prendre en compte la géométrie de cette masse ajoutée, dans la direction antéro-postérieure des plis vocaux, sur les calculs du débit glottique et des forces de pression du modèle. Nous nous attacherons tout d'abord à l'élaboration d'une procédure d'étalonnage du modèle permettant d'ajuster ces différents paramètres afin que les grandeurs simulées correspondent au mieux aux grandeurs mesurées sur une configuration expérimentale choisie comme référence. Cette configuration paramétrique de référence sera alors le point de départ d'une comparaison entre la prise en compte d'un effet de masse ajoutée dans le modèle à deux masses et les observations expérimentales des seuils d'oscillation sur les maquettes en présence d'une masse ajoutée.

Ce manuscrit s'articule alors en quatre chapitres :

Le **Chapitre 1** présente l'état des connaissances des plis vocaux par la description physiologique et anatomique du larynx et des plis vocaux, puis explicite les principes de production vocale et les différents mécanismes laryngés ainsi que certaines pathologies pouvant affecter la structure des plis vocaux. Nous présenterons ensuite différents moyens d'observations expérimentales pour caractériser dans des contextes *in-vivo*, *ex-vivo* et *in-vitro*. Puis nous passerons en revue des modèles numériques existants, permettant l'étude de la vibrations des plis vocaux via des degrés de réalisme variables.

Le **Chapitre 2** est consacré aux observations expérimentales sur les maquettes de plis vocaux. Après avoir décrit le dispositif *in-vitro* de l'appareil phonatoire existant au GIPSA-lab ainsi que les différentes maquettes de plis vocaux, nous présenterons la mesure de la réponse mécanique et les travaux réalisés visant à l'amélioration de cette technique de mesure. Puis, nous étudierons la variation des mesures expérimentales des seuils d'oscillation en fonction de certains paramètres de contrôle avant de décrire l'influence d'une masse ajoutée sur les vibrations des plis vocaux dans le but de simuler l'effet d'un polype.

Le **Chapitre 3** s'applique à établir une modélisation éléments finis du problème des vibrations libres hydro-élastiques des plis vocaux artificiels. Après avoir formulé le problème des vibrations libres via les équations de l'élastodynamique linéaire pour le domaine solide et l'équation d'Euler linéarisée pour le domaine fluide, nous nous attacherons à la formulation du problème couplé. Les formulations variationnelles de ces problèmes seront établies, puis nous les discrétiserons sur la base de la méthode éléments finis pour dériver une formulation discrète de type "masse-ajoutée" ainsi qu'une analyse dimensionnelle du problème de couplage. Les résultats numériques des vibrations libres élastiques et hydro-élastiques seront analysés et discutés, puis nous pointerons la nécessité de prendre en compte les non-linéarités du problème de gonflement observé expérimentalement sur les maquettes de plis vocaux. Nous décrirons une loi hyper-élastique pour l'établissement de la formulation variationnelle du problème statique non-linéaire menant aux calculs des termes de pré-contraintes et de pré-déformations à prendre en compte dans le calcul des vibrations de petites amplitudes de la structure gonflée. Enfin, une discussion sur les limitations du modèle sera faite et des perspectives seront entrevues.

Le **Chapitre 4** décrit le modèle à deux masses ainsi que deux analyses que l'on peut faire de ce modèle : l'analyse modale et l'analyse de stabilité. La première analyse visant à calculer les fréquences propres et vecteurs propres du modèle et la seconde les pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillation que l'on pourra respectivement rapprocher des valeurs expérimentales extraites des réponses mécaniques et des mesures de seuils d'oscillation. Nous présenterons alors la méthode d'étalonnage du modèle et les résultats que celle-ci permet d'obtenir par rapport aux grandeurs expérimentales sur maquettes, ainsi que les jeux de paramètres optimisés. L'étude de la présence d'un polype sur les résultats du modèle à deux masses sera construite à partir du modèle étalonné. Nous étudierons l'influence de ce polype sur les valeurs des paramètres mécaniques et/ou géométriques du modèle. Les résultats de ces simulations pourront alors être comparés aux mesures présentées dans le Chapitre 2 et nous pourrions discuter de la validité du modèle à deux masses pour simuler un tel effet.

Ces travaux de thèse, sous la direction de Xavier Pelorson, s'inscrivent dans la continuité des travaux de thèse de Coriandre Vilain ([Vilain 2002]), et surtout des travaux de thèse de Nicolas Ruty ([Ruty 2007a, Ruty 2007a]) et de Julien Cisonni ([Cisonni 2008, Cisonni 2011]). Ce projet a également bénéficié de l'encadrement interne en la personne de Fabrice Silva, post-doctorant au Gipsa-lab et porteur scientifique du projet ANR VOFOCAM (2012-2015). Ce projet ANR s'est trouvé être très complémentaire avec ce projet de thèse, tant sur les parties caractérisations expérimentales, que modélisations numériques. Franz Chouly, du Laboratoire de Mathématiques de Besançon a lui aussi apporté un encadrement à ces travaux, plus spécifiquement sur la partie modélisation théorique du couplage hydro-élastique et son implémentation par la méthode éléments finis.

Les plis vocaux : état des connaissances

Sommaire

1.1 L'appareil phonatoire	5
1.1.1 Anatomie du larynx	6
1.1.2 Production vocale	8
1.1.3 ...et pathologies cordales	10
1.2 Méthodes d'observations expérimentales des vibrations des plis vocaux	12
1.2.1 Observations <i>in-vivo</i>	12
1.2.2 Observations <i>ex-vivo</i>	14
1.2.3 Observations <i>in-vitro</i>	16
1.3 Etat de l'art des éléments finis aux modèles distribués	17
1.3.1 Des modèles continus	17
1.3.2 ... aux modèles distribués	18

1.1 L'appareil phonatoire

Le larynx est situé à un carrefour aérodigestif de la partie supérieure du cou, ce qui lui confère la triple fonction d'appareil phonatoire, respiratoire et de déglutition. Son rôle phonatoire est rempli par la jonction qu'il assure entre l'air qui vient des poumons par la trachée, les structures vibrantes que sont les plis vocaux¹ et l'ensemble des résonateurs constitués par les cavités supra-glottiques (pharynx, cavités buccale et nasale). Mais ce rôle n'est qu'une adaptation fonctionnelle secondaire, chacun des organes mis en jeu lors de la phonation ayant pour but premier d'assurer un rôle biologique vital autre que la phonation. Par exemple, l'air pulsé par les poumons a pour but premier d'oxygéner le sang et les plis vocaux ont eux pour mission de bloquer la nourriture d'aller dans les voies respiratoires après une "fausse route", c'est à dire quand l'épiglotte n'a pas correctement guidé la nourriture vers les voies digestives lors de la déglutition.

Le larynx, qui est subdivisé en trois étages (sous-glottique, glottique et supra-glottique), peut remplir ces différents rôles grâce à l'importante mobilité de toutes les pièces qui le constitue le long de ces trois étages. Intéressons-nous d'abord aux multiples articulations du larynx contrôlées par les muscles qui le constituent, puis à la structure même des plis vocaux afin de comprendre comment a lieu le phénomène de production de sons voisés, impliquant la vibration de ces plis vocaux.

1. Le terme "pli vocal" sera utilisé tout au long de ce travail. Il est préféré au terme "cordes vocales" qui s'apparente moins à la réalité physiologique de ceux-ci et afin de souligner la différence avec une structure dite de "cordes vibrantes"

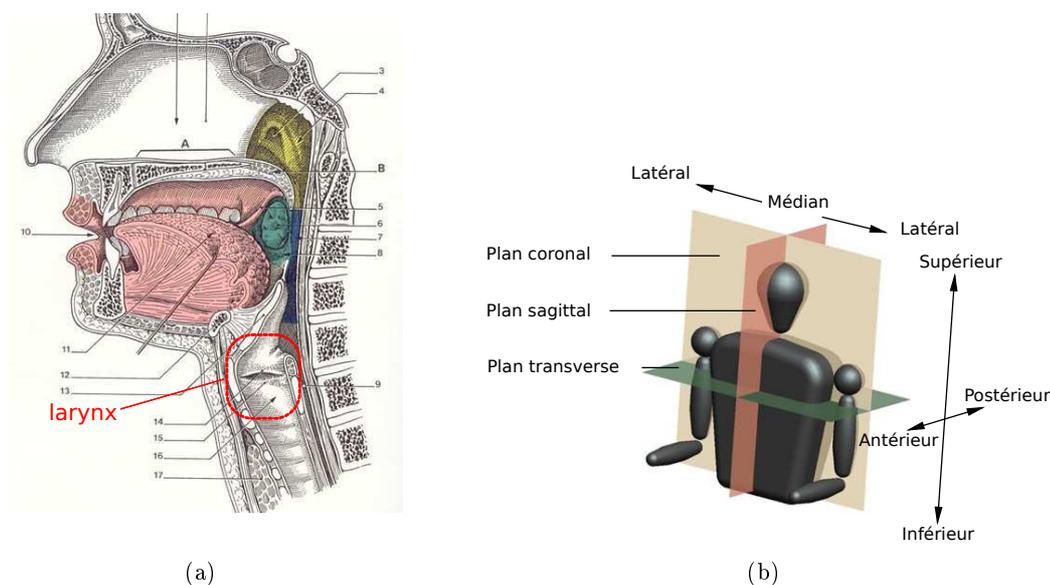


FIGURE 1.1 – (a) Vue générale de l'appareil vocal, tiré de [Adrien 2014], et (b) description des plans de coupes physiologiques et des orientations, adapté de [Erath 2013]

1.1.1 Anatomie du larynx

Les cartilages :

Le cartilage cricoïde est le cartilage en forme de "bague à chaton" [Léothaud 2005] (une partie est plus élevée à l'arrière), il est situé sur la partie inférieure du larynx. Les cartilages aryénoïdes sont les cartilages ayant une forme triangulaire et qui sont articulés sur le chaton. Leurs mouvements et celui du cricoïde gère l'ouverture et la fermeture des plis vocaux. Le cartilage thyroïdien est le cartilage en forme de dièdre qui forme un angle saillant visible dans le cou (la pomme d'Adam). Le thyroïde enserre l'ensemble des cartilages cricoïde et aryénoïdes, les cornes inférieures du thyroïde formant l'articulation crico-thyroïdienne. Enfin le cartilage épiglotique est un cartilage médian en forme de languette qui s'articule au niveau du cartilage thyroïde (au niveau de l'attache des plis vocaux mais plus haut) et peut se rabattre lors de la déglutition. L'os hyoïde, qui n'est

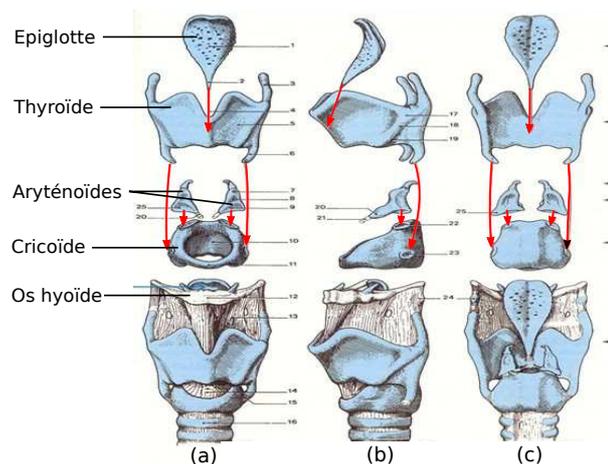


FIGURE 1.2 – Vues antérieure (a), latérale (b) et postérieure (c) éclatée (haut) et globale (bas) des cartilages du larynx (adapté de [Adrien 2014]).

pas un cartilage, constitue la limite supérieure du larynx. Ce dernier est suspendu à l'os hyoïde qui permet donc une articulation globale de tous les cartilages du larynx.

Les muscles :

- Les muscles intrinsèques : sont les muscles qui se trouvent à l'intérieur du larynx.

Les trois muscles thyro-aryténoïdiens (médial, latéral et supérieur), le muscle crico-aryténoïdien latéral et le muscle inter-aryténoïdien sont les muscles adducteurs de la glotte (qui permettent la fermeture des plis vocaux).

Le muscle crico-aryténoïdien postérieur, fixé sur l'arrière du cartilage cricoïde et sur le cartilage aryténoïde, est le muscle abducteur des plis vocaux (qui permet l'ouverture des plis vocaux).

Le muscle crico-thyroïdien est situé entre le cartilage cricoïde et le cartilage thyroïde, il permet le basculement du cartilage thyroïde par rapport au cartilage cricoïde, ce qui a pour conséquence de contrôler la tension des plis vocaux.

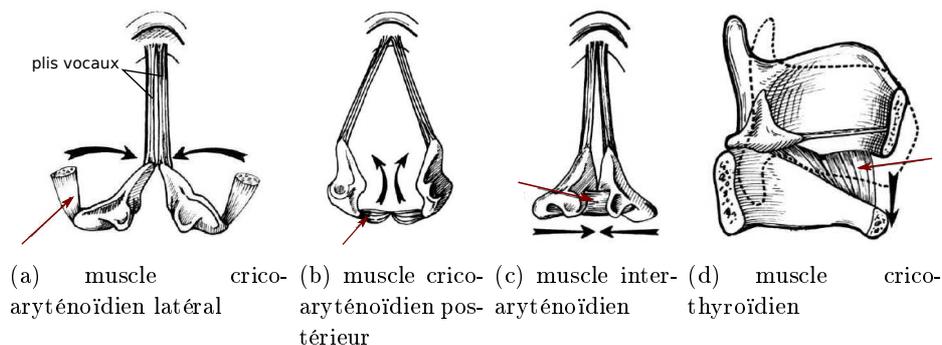


FIGURE 1.3 – Illustrations des muscles intrinsèques du larynx (adapté de [Legent 1984]). Les mouvements d'abduction (b) et d'adduction (a,c) des plis vocaux sont indiqués par les paires de flèches noires.

- Les muscles extrinsèques (à l'extérieur du larynx) sont très nombreux et ne feront pas l'objet d'une énumération ici. Il est cependant important de noter leurs rôles d'élévateurs et d'abaisseurs du larynx dont l'action pourra être prépondérante pour la production vocale, notamment en voix chantée.

La structure des plis vocaux :

Comme il est possible de le voir sur les figures 1.3(a) à 1.3(c), la commissure antérieure des plis vocaux s'attache à l'avant sur l'angle rentrant du cartilage thyroïde et à l'arrière au niveau de l'apophyse vocal des cartilages aryténoïdes (base des cartilages aryténoïdes). Chaque pli vocal a une longueur pouvant varier de 13 à 24 *mm* suivant la direction antéro-postérieure, de 8 à 12 *mm* suivant la direction médio-latérale, l'épaisseur des plis peut varier de 3 à 10 *mm* (d'après [Titze 1994]). Le pli vocal est un repli musculo-ligamentaire recouvert d'une muqueuse ([Finck 2008]) et la description anatomique des plis vocaux faite par Hirano [Hirano 1981] ré-

vèle une structure laminaire cordale divisée en trois couches principales : l'épithélium, la lamina propria et le muscle vocal, illustrées sur la figure 1.4.

- L'épithélium est une mince couverture stratifié d'environ $50 \mu\text{m}$

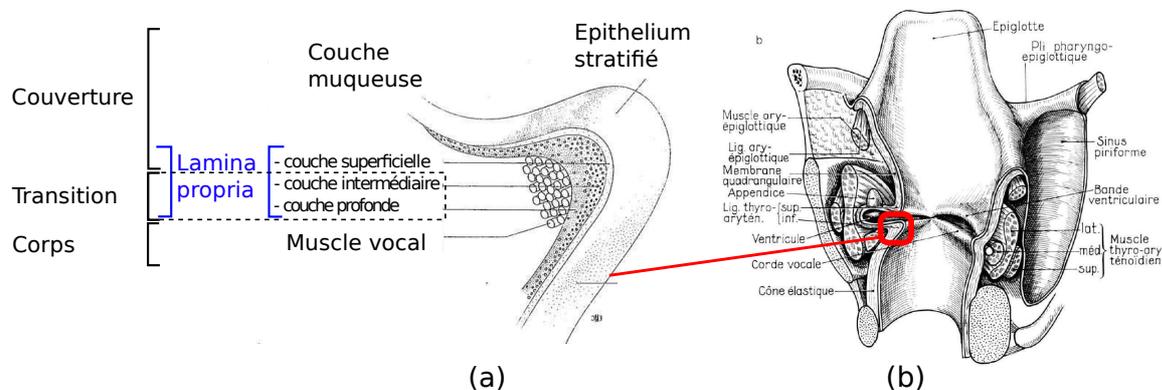


FIGURE 1.4 – Coupe frontale de l'épaisseur d'un pli vocal (a) (adaptée de [Lacau St Guily 1994] et cavité laryngée (b) (tiré de [Legent 1984]) et

- La lamina propria se sépare elle aussi en trois parties que sont la couche superficielle, la couche intermédiaire et la couche profonde. La différence entre ces trois couches vient principalement de la composition en protéines de leurs matrices extra-cellulaires respectives, *i.e.* l'ensemble des macromolécules entre les cellules. Si la couche superficielle est essentiellement composée de protéoglycanes et d'une structure fibreuse très réduite, les couches intermédiaire et profonde (qui constituent à elles deux le ligament vocal) sont majoritairement constituées de protéines fibreuses : essentiellement de l'élastine pour la couche intermédiaire et du collagène pour la couche profonde [Gray 2000, Finck 2008, Miri 2012b].

- Le muscle vocal correspond au muscle thyro-aryténodien inférieur, il est composé quant à lui de fibres musculaires.

La théorie "body-cover" d'Hirano [Hirano 1974], très répandue pour l'étude de la dynamique des plis vocaux, divise le pli vocal en deux sous-partie : la "couverture" qui inclue l'épithélium et la couche superficielle et le "corps" qui est constitué du ligament vocal (couches intermédiaire et profonde de la lamina propria) et du muscle vocal.

1.1.2 Production vocale

La production vocale par les vibrations laryngées est décrite par la théorie myo-élastique développée par Van den Berg [van den Berg 1957] en 1957.

Au repos les plis vocaux sont accolés l'un à l'autre par l'action des muscles adducteurs. Du fait de cette constriction, la pression d'air sous-glottique issue des poumons augmente jusqu'à ce que la force de pression de l'air sur les plis vocaux deviennent supérieure à la force d'adduction des muscles. A ce moment, les plis vocaux s'ouvrent et la pression sous-glottique va alors diminuer. Les plis vocaux sont alors soumis à un ensemble de quatre forces : la force élastique des plis vocaux lié à l'élasticité de la structure, une force de succion dû à l'effet Bernoulli [van den Berg 1957], une force résultante de l'action des différents muscles intrinsèques du larynx et une force de

pression de l'air arrivant des poumons. Sous l'action de ces différentes forces, les plis vocaux vont se refermer et le cycle va alors se reproduire de manière périodique. A condition de garder une pression sous-glottique suffisante, les plis vocaux vont continuer cette oscillation dite auto-entretenu car leur mouvement est entretenu par le transfert d'énergie lié aux interactions fluides-structures. La vibration transmise à l'air environnant crée une onde acoustique qui se propage dans l'étage supra-glottique et qui est modulée par les différents résonateurs de celui-ci.

En contrôlant la longueur des plis vocaux, leur tension, leur écartement, ainsi que la pression sous-glottique acheminée des poumons, le niveau global et plus encore... il est possible de parcourir un très large spectre de fréquences fondamentales de vibration laryngée. Pour cela, les plis vocaux vont pouvoir vibrer suivant un certain nombre de modes que l'on désigne comme les mécanismes laryngés.

Les mécanismes laryngés

Il existe quatre catégories de mécanismes vibratoires laryngés dont nous faisons simplement une très courte description ici d'après les travaux de [Roubeau 1993, Roubeau 2008, Henrich 2001, Lamesch 2010]. Ces quatre mécanismes correspondent chacun à des configurations glottiques bien particulières permettant d'atteindre des registres vocaux plus ou moins séparés.

- le mécanisme M0 (ou vocal fry) : les plis vocaux sont très épais, très relâchés et très courts. Ce mécanisme produit des fréquences d'oscillation très basses.
- le mécanisme M1 : les plis vocaux épais et la masse vibrante est importante, le muscle vocal participant à la vibration. Les plis vocaux vibrent avec une grande amplitude et sur toute leur longueur avec une onde élastique qui semble parcourir la muqueuse dans le sens de l'écoulement. Ce mécanisme est celui le plus couramment utilisé en parole, surtout chez l'homme.
- le mécanisme M2 : les plis vocaux sont plus fins, seule 2/3 de leur longueur sert à la vibration et le muscle vocal ne participe plus à la vibration. Ce mécanisme est plus fréquemment employé pour la production de parole chez la femme.
- le mécanisme M3 : les plis vocaux sont très fins, très tendus et vibrent avec une amplitude très faible. Ce mécanisme produit des fréquences d'oscillation très élevées.

On notera cependant, qu'il existe d'autres descriptions des mécanismes laryngés que celles faites ici.

1.1.3 ...et pathologies cordales

Il existe plusieurs familles de pathologies cordales, *i.e.* des plis vocaux, et de très nombreuses pathologies au sein de celles-ci. La classification et la caractérisation de toutes ces pathologies ne fera pas l'objet du travail présenté dans ce manuscrit. En effet, nous ne décrirons que certaines pathologies qui font intervenir des modifications structurelles de l'un ou des deux plis vocaux. Le lecteur intéressé par plus de détails sur l'ensemble de ces pathologies pourra se reporter aux travaux suivants [de Corbière 2001, Finck 2008, Francophone 2008, Garrel 2012] dont sont tirées les descriptions des pathologies faites dans cette section.

On peut cependant noter les pathologies correspondant aux **pathologies infectieuses** qui sont le plus souvent d'origine virale. Il peut s'agir d'une inflammation du larynx, comme dans le cas de laryngites, pendant laquelle les plis vocaux peuvent être le siège d'ulcération et modifier de la muqueuse des plis vocaux [de Corbière 2001, Finck 2008, Francophone 2008]. Certaines paralysies (la paralysie récurrentielle a-frigorè) font suite à une infection virale et provoque une dysphonie. Il en résulte une diminution de l'intensité de la voix et une fatigue vocale [de Corbière 2001].

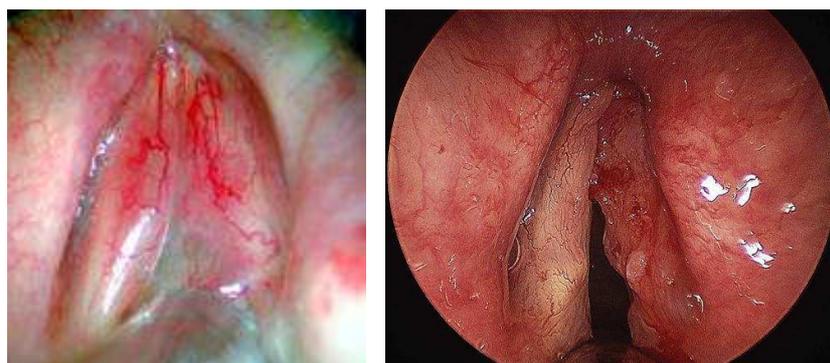


FIGURE 1.5 – Laryngite [Francophone 2008] et paralysie [de Corbière 2001]

Le forçage vocal fait partie des pathologies que l'on nomme "**dysphonies dysfonctionnelles sans lésion**" et correspond à un malmenage des plis vocaux ou une mauvaise technique respiratoire. Lors du forçage vocal, il y a donc chez le sujet une pression sous-glottique insuffisante et qui a pour conséquence une augmentation des tensions dans le larynx permettant la régulation de l'intensité de la voix. Les conséquences acoustiques du forçage vocal sont généralement une altération de l'intensité et du timbre de la voix, cependant la fréquence fondamentale de phonation reste généralement inchangée [de Corbière 2001, Garrel 2012].

Les **dysphonies dysfonctionnelles avec lésion** constituent la famille des plis vocaux pour lesquelles il y a une altération structurelle des plis située, dans la plupart des cas, dans la couche superficielle (espace de Reinke). Nous abordons ici deux types de dysphonies dysfonctionnelles avec lésion que sont les nodules et les polypes.

- **Le nodule cordal** est globalement la lésion bénigne la plus connue et la plus fréquemment

observée au niveau du larynx. Il est dû à un phono traumatisme chronique (forçage vocal, malmenage des plis vocaux). D'après Finck [Finck 2008], le nodule ne correspond pas à un simple épaissement épithélial, en effet celui-ci est localisé dans la couche superficielle de la lamina propria et est associé à des altérations (épaississement, enraidissement, ...) de la membrane basale épithéliale (membrane située sous l'épithélium). Le nodule est donc rigide et est généralement situé à la jonction entre le tiers moyen et le tiers antérieur qui est le lieu où la collision des plis vocaux est la plus importante. De ce fait, le nodule est la plupart du temps bilatéral ("kissing nodules").

Les conséquences sur la voix sont généralement une voix rocailleuse, de plus faible intensité et une fatigue vocale et, comme le remarque Holmberg & coll. [Holmberg 2003], en présence d'un nodule le niveau de pression acoustique est généralement plus élevé.

- **Le polype** est le résultat d'une hémorragie dans la lamina propria qui résultent souvent

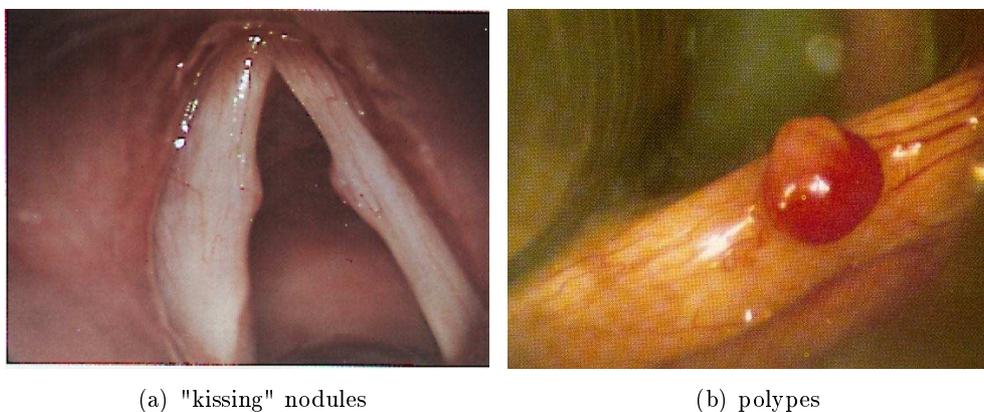


FIGURE 1.6 – Nodules

d'un effort vocal intense ("coup de fouet laryngé") ou d'une utilisation excessive de la voix et affectent donc notamment les personnes qui utilisent leur voix comme outil professionnel (enseignants [MGÉN 2006], avocats, acteurs, chanteurs, ...). Les allergies et la consommation de tabac sont aussi des facteurs favorisant l'apparition des polypes. Il est difficile de le différencier du nodule via les modifications engendrées sur la membrane épithéliale et ses caractéristiques sont encore très discutées.

Les conséquences du polype sur la voix sont une voix chevrotante, grave et parfois biphonale [de Corbière 2001]. La fermeture incomplète de la glotte due à la présence du polype crée des fuites d'air sources de bruits aéroacoustiques.

Petrovic & coll. [Petrovic-Lazic 2009] ont réalisé une analyse acoustique de voix de patients avec des polypes avant et après phono-microchirurgie. Ils mesurent alors des paramètres acoustiques² tels que vF_0 (la variation de la fréquence fondamentale), le Jitter (déviation en fréquence [%]), le Shimmer (déviation en amplitude [%]), et le NHR (indice de bruit). Les résultats, cf. Table 1.1, montrent l'impact conséquent du polype par rapport aux critères pour les personnes

2. Les définitions et formules du Jitter, Shimmer, vF_0 et NHR peuvent, par exemple, être trouvées sur <http://www.fon.hum.uva.nl/praat/> et <http://www.lpl-aix.fr/ghio/pedago-ParamAcoust.htm>.

saines. Cependant, la phonomicrochirurgie semble permettre aux patients de retrouver une voix dont les critères sont très proches de ceux du groupe de contrôle.

Paramètres acoustiques	Groupe de contrôle	Patients en pré-op.	Patients en post-op.
Jitter [%]	0.509 ± 0.168	1.986 ± 1.387	0.562 ± 0.251
Shimmer[%]	1.845 ± 0.439	5.647 ± 2.457	1.983 ± 0.643
vF_0 [Hz]	1.117 ± 0.439	2.096 ± 1.241	1.195 ± 1.172
NHR [dB]	0.111 ± 0.008	0.158 ± 0.042	0.112 ± 0.009

TABLE 1.1 – Paramètres acoustiques moyen pour des voix pathologiques (polypes) et saines avant et après phonomicrochirurgie (tirés de [Petrovic-Lazic 2009])

Il existe aussi un certain nombre de pathologies [de Corbière 2001] menant à des **immobilités unilatérales** ou **bilatérales** du larynx que l'on ne détaillera pas ici.

1.2 Méthodes d'observations expérimentales des vibrations des plis vocaux

1.2.1 Observations *in-vivo*

Il est impossible d'observer à l'œil nu les vibrations des plis vocaux. En effet, de part la position qu'ils occupent au sein du larynx et des fréquences auxquelles ils vibrent, il est nécessaire d'utiliser des outils et des techniques de mesure appropriés à l'observation que l'on souhaite faire des plis vocaux. Cette partie synthétise de manière succincte des techniques permettant une observation plus ou moins indirecte de la vibration des plis vocaux.

Laryngoscope : les premières observations des plis vocaux ont été réalisées grâce au laryngoscope de Manuel Garcia qui consiste en un miroir fixé de manière incliné au bout d'une longue tige rigide, permettant ainsi de placer le miroir sous le voile du palais et d'observer "directement" le reflet des plis vocaux sur le miroir. Cet outil a donné naissance à l'endoscope rigide pour une observation par la bouche puis au l'endoscope souple (ou fibroscope) qui est introduit par le nez, chacun de ces outils étant accompagné d'une source de lumière permettant d'éclairer les plis vocaux

Les plis vocaux vibrant à des fréquences trop élevées pour être perçues par l'œil, des techniques stroboscopiques ont d'abord vu le jour. Le principe est alors d'éclairer les plis vocaux périodiquement, avec une période proche de la période fondamentale de vibration, afin de permettre à l'œil de reconstituer un cycle de vibration complet à partir de l'observation des plis vocaux pour des moments de différents cycles de vibration. Cette méthode est donc limitée dès lors que l'on souhaite observer des mouvements qui ne sont plus périodiques (apériodicités, transitoires, ...).

Enregistrement vidéo ultra-rapide : Les enregistrements vidéo des plis vocaux par endoscopie (ou fibroscopie) ont d'abord existé pour des vitesses d'enregistrement standards de 25

à 50 images par seconde en étant éventuellement couplés à un stroboscope. L'évolution vers des vitesses d'enregistrement ultra rapide (atteignant le million d'images par seconde aujourd'hui) permettent d'enregistrer en détails le mouvement des plis vocaux en ayant alors accès à des centaines, voire des milliers (ou plus) d'images pour un cycle de vibration des plis vocaux.

Le **videokymographe** est une technique mise au point par J. Svec [Svec 2000] et qui permet, via des enregistrements vidéo standards ou ultra-rapides, de suivre l'évolution temporelle des vibrations des plis vocaux sur une ligne du plan glottique. La concaténation des images de cette ligne enregistrées pour différentes valeurs de temps permet d'obtenir une image appelée vidéokymographe. Cette technique a l'avantage de réduire considérablement la taille des images à enregistrer mais elle n'a donc pas la précision spatiale offerte par un enregistrement vidéo ultra-rapide. Une extension de cette technique pour la détection du mouvement vertical du larynx, la "depth-kymographie" a été mise au point par George & coll. [George 2008].

Le vibromètre laser à effet Doppler (ou LDV : Laser Doppler Vibrometer) : A. Chan & coll. [Chan 2011, Chan 2013] ont mis au point un protocole expérimental permettant l'utilisation d'un vibromètre laser couplé à un endoscope muni d'une buse endoscopique pour la mesure de signaux de vitesse des plis vocaux dans la direction inférieure-supérieure. Le principe du vibromètre laser est d'envoyer un signal laser sur une surface réfléchissante qui renvoie ce signal vers le vibromètre où il est enregistré. La mesure d'interférence entre le signal émis et celui réfléchi par la surface vibrante permet d'avoir accès à la fréquence de vibration et à l'amplitude de la composante de la vitesse de la structure dans l'axe du laser. En plus d'informations similaires aux résultats fournis par l'EGG (cf. ci dessous), ce dispositif suggère la possibilité d'identification de certains modes vibratoires des plis vocaux.

Electroglottogramme (EGG) : L'EGG est une technique d'observation indirecte et non-invasive mise au point par Fabre [Fabre 1957] en 1957 et qui consiste à faire passer un courant à travers la peau et le larynx par le biais de deux électrodes placées à l'extérieur au niveau du cou. Le système permet alors de mesurer la différence de potentiel entre les deux électrodes qui varie pendant les cycles d'ouverture et de fermeture de la glotte.

Ultrasons : Une autre méthode d'observation indirecte et peu invasive des plis vocaux est réalisée à l'aide de sondes ultrasonores. Celles-ci, placées à l'extérieur sur le cou au niveau de la partie inférieure droite du cartilage thyroïde, permet d'obtenir une visualisation 2D du larynx dans le plan coronal. On peut notamment citer les travaux de S. Moisik & coll. [Moisik 2011] qui présente une méthode pour évaluer les changements de hauteur du larynx à l'aide d'images ultrasons couplées à des visualisations laryngoscopiques. Shau & coll. [Shau 2001] ainsi que Hsiao & coll. [Hsiao 2002] obtiennent des observations du larynx dans le plan coronal à l'aide d'ultrasons utilisant une méthode de "Color Doppler Imaging" (CDI). Cette méthode permet aux premiers de proposer des estimations de la fréquence de vibration et de la vitesse de l'onde muqueuse (qui est une onde naissant sur le bord libre des plis vocaux). Les seconds proposent quant à eux une estimation de la fréquence fondamentale d'oscillation des plis vocaux avec cette même méthode, ainsi qu'une estimation de la longueur vibrante effective et de valeurs de contraintes longitudinales sur lesquelles l'incertitude paraît plus importante.

1.2.2 Observations *ex-vivo*

Si certaines méthodes d'observation commencent à permettre des caractérisations mécaniques *in-vivo* de la structure des plis vocaux, il existe déjà un nombre consistant de techniques qui ont permis d'explorer finement cette structure à des échelles très différentes.

1.2.2.1 Essais sur des échantillons

Sur des échantillons de plis vocaux, il n'est bien entendu pas question d'observer les vibrations de ceux-ci mais plutôt de caractériser mécaniquement cette structure qui est hétérogène et anisotrope.

Essais de traction uni-axiale : Il existe une littérature importante sur les essais de traction réalisés sur des échantillons isolés de plis vocaux d'animaux (cochons, chiens, rats,...) et d'humains. En effet, il est bien souvent plus facile d'avoir accès à des échantillons animaux qu'humains et leur similarité avec les plis vocaux humains (notamment ceux du cochon) rend intéressante leur étude dans le but de mettre au point ou de développer certaines techniques de caractérisation. L'intérêt de ces méthodes est de pouvoir déterminer la rigidité (module d'élasticité tangent) des plis vocaux dans la direction antéro-postérieure par la mesure de la déformation d'un échantillon que l'on tire le long d'une direction. Notons notamment les études de Alipour & Titze [Alipour 1991] et Alipour & coll. [Alipour 2011] sur des échantillons animaux et les travaux de A. K. Miri [Miri 2012b] sur des échantillons de plis vocaux humains.

Essais rhéologique : La mesure des propriétés visco-élastiques des plis vocaux, qui dépendent de la fréquence, peut être réalisée à l'aide de méthodes de rhéologie qui permettent notamment la détermination des modules de cisaillement élastique et visqueux. Il existe ici encore un très grand nombre d'études à ce sujet ainsi qu'un très grand nombre de dispositifs de rhéologie (rhéomètre à plateaux parallèles, à torsion, ...) et l'on renvoie le lecteur intéressé à une revue des essais menés en extensométrie (décrit ci-dessus) et rhéologie des tissus biologiques laryngés [Goodyer 2011] ainsi qu'aux travaux plus récents de A. K. Miri [Miri 2012b] d'essais de cisaillement sur des échantillons de plis vocaux humains.

Microscopie à force atomique : Beaucoup plus récemment H. Heris & coll [Heris 2013] ainsi que A. K. Miri & coll. [Miri 2014] ont utilisé une technique de microscopie à force atomique (AFM pour atomic force microscopy) afin de mesurer les propriétés anisotropes d'échantillons de plis vocaux en fonction de la profondeur à la surface épithéliale. Ces techniques de mesure leur permettent également de visualiser, à des échelles micrométriques et nanométriques, l'orientation des fibres de collagène et d'élastine dans les différentes couches du pli vocal. L'AFM est un type de microscopie à sonde et fonctionne avec un indenteur mécanique munie d'une pointe dont la taille de l'apex est nanométrique. Une certaine force est envoyée à cet indenteur qui va dévier suivant la surface qu'il rencontre. La mesure de la déviation de l'indenteur est alors faite par un système laser qui se réfléchit sur celui-ci.

1.2.2.2 Essais sur des larynx excisés

Les essais sur des échantillons offrent une possibilité de caractérisation des propriétés mécaniques très précises mais ne permettent pas d'observer l'échantillon, qu'est le pli vocal, de manière *in-situ* entouré des muscles, tissus et autres cartilages qui composent le larynx. Les essais sur des larynx excisés offrent cette possibilité et celle d'observer la vibration des plis vocaux *in-situ* de manière beaucoup moins invasive que les mesures *in-vivo*. De plus, les mesures sur des larynx excisés ne sont pas soumises aux contraintes d'un espace confiné auxquelles il faut faire face lors des mesures *in-vivo* ce qui permet un accès visuel très pratique. Ici encore, pour des raisons pratiques, de nombreuses études réalisent des mesures sur des larynx excisés d'animaux plutôt que des larynx humains.

Comme il serait trop long de faire une liste exhaustive de toutes les avancées faites dans le cadre des mesures sur des larynx excisés ces dernières années, un article de revue écrit par M. Döllinger & coll. [Döllinger 2011] est suggéré au lecteur. Celui-ci décrit des mesures sur des larynx excisés d'animaux et d'humains réalisées à l'aide des techniques décrites pour les mesures *in-vivo*, partie 1.2.1. Ces mesures permettent la caractérisation de l'évolution du jet d'air le long du larynx (champs de vitesse et de pression, relations entre la pression sous-glottique et la fréquence fondamentale d'oscillation, entre le débit d'air et la résistance glottique, pressions minimales permettant l'oscillation); l'étude de la dynamique des plis vocaux (caractérisation de l'onde muqueuse, tension des plis), des bifurcations entre différents régimes oscillatoires et de comportements vibratoires pathologiques.

Notons enfin une étude récente réalisée par A. Bakhshae & coll. [Bakhshae 2013b] qui présente une méthode de mesure du champ de déformations de la surface supérieure des plis vocaux de larynx de cochons excisés. Cette mesure est réalisée à partir d'enregistrements vidéo ultra-rapides des plis vocaux avec deux caméras permettant via une méthode de corrélation entre les deux images (DIC pour Digital Image Correlation) de remonter au champ de déplacement de cette surface supérieure des plis et donc à un champ de déformation suivant les directions médio-latérale et antéro-postérieure. Le choix d'un modèle de comportement du matériau permet alors à A. Bakhshae & coll. de proposer une estimation des contraintes sur cette surface pendant un cycle de vibration des plis vocaux.

Il est alors intéressant de souligner que des questions se posent sur la pertinence des essais *ex-vivo* face aux rapides changements des propriétés mécaniques après excision (ou "post mortem"). Des études [Chan 2002, Miri 2012a] apportent des éléments de réponse sur l'effet de réhydratation de ces tissus pour conserver au maximum leurs propriétés mécaniques pendant les expériences. De plus, il faut mentionner aussi que ces essais nécessitent généralement d'avoir à accoler les cordes vocales artificiellement (suture, dispositif mécanique ...) et qu'en général, le muscle vocalis n'est pas activé en faisant cela.

1.2.3 Observations *in-vitro*

Les essais *in-vitro* sur des maquettes de plis vocaux artificiels sont alors couramment utilisés dans le domaine de recherche sur la production de la parole car ceux-ci présentent plusieurs avantages. Le premier est que les matériaux visco-élastiques utilisés permettent de fabriquer des maquettes déformables aux géométries comparables à celles des plis vocaux et qui peuvent donc générer les interactions fluide-structure pour auto-osciller à la manière des plis vocaux. Un autre avantage est la possibilité de contrôler de façon indépendante des paramètres comme les paramètres mécaniques, géométriques, le couplage avec des résonateurs acoustiques, et ainsi contrôler la complexité des phénomènes physiques reproduits par les maquettes. Enfin, la possibilité de reproduire et de répéter les expériences est très nettement facilitée par l'utilisation de ces maquettes.

Les maquettes déformables auto-oscillantes ont fait l'objet de nombreuses études, on peut notamment citer Titze & coll. [Titze 1995] ainsi que Chan & coll. [Chan 1997] qui ont mis au point une maquette déformable qui consiste en une membrane de silicone recouvrant un corps métallique évidé que l'on peut remplir d'un fluide. L'ensemble représente alors l'épithélium et la couche superficielle de la lamina propria du pli vocal d'un hémilarynx, la largeur de la constriction glottique peut alors être réglée pour en étudier l'influence sur les seuils d'oscillation. Thomson & coll. [Thomson 2005] utilisent quant à eux des maquettes de plis artificiels fabriquées en polyuréthane, un polymère flexible, d'après la géométrie "M5" de Scherer & coll. [Scherer 2001], qui auto-oscille autour de 120 *Hz* pour des pressions de seuil d'environ 1.2 *kPa*. Des évolutions de cette maquette ont été réalisées par Pickup & Thomson [Pickup 2009] qui ont mis au point une maquette auto oscillante de plis vocaux multi-couches toujours basée sur la géométrie M5 mais fabriquée avec un mélange composé de silicone (Ecoflex part A et B) mélangé à un diluant permettant d'ajuster la rigidité du mélange. Pickup & Thomson choisissent la rigidité des deux couches du pli vocal pour correspondre au modèle "body-cover" d'Hirano [Hirano 1974] et étudient des vibrations asymétriques en fixant des rigidités différentes entre les deux plis vocaux. Une adaptation de ces dernières maquettes a été réalisée par Shaw & coll. [Shaw 2012] pour observer l'effet d'une fabrication "non-linéaire" par l'introduction de fibres orientées (acryliques ou polyester) dans le mélange de silicone, sur les fréquences fondamentales d'oscillation et des pressions de seuil.

Des maquettes de plis vocaux artificiels auto-oscillantes constitués d'une seule couche de matériaux viscoélastiques (comme le polyuréthane et le silicone) ont aussi été utilisées par Berry & coll. [Berry 2006], Neubauer & coll. [Neubauer 2007], Zhang & coll. [Zhang 2006, Zhang 2009]. Zörner & coll. décrivent une méthode d'aspiration par micropipette pour quantifier les propriétés mécaniques de ces matériaux "mous" utilisés pour la fabrication des plis vocaux artificiels. Ce procédé permet à l'origine de déterminer le module de Young du matériau en fonction de la hauteur aspiré par la micropipette. Zörner & coll. ont adapté ce procédé à un pistonphone permettant des fluctuations de pressions au sein de la micropipette et rendant possible la caractérisation du module élastique du matériau de 20 à 250 *Hz*. Weiß & coll. [Weiß 2012] étendent cette technique de mesure pour quantifier la dépendance en fréquence des caractéristiques mécaniques de matériaux isotropes transverses. Enfin, notons l'étude de Rupitsch & coll. [Rupitsch 2011] qui mesurent, à l'aide d'un vibromètre laser, les vibrations transmises à

des échantillons de silicone monocouches et isotropes fixés sur un pot vibrant. L'estimation des caractéristiques mécaniques est ensuite fait à l'aide d'une méthode inverse.

Les maquettes de plis vocaux déformables auto-oscillantes développées au Gipsa-lab depuis les travaux de Vilain, Ruty, Cisonni et Bailly [Vilain 2002, Ruty 2007a, Cisonni 2008, Bailly 2009] sont toutes conçues suivant le même principe de base avec des pièces métalliques évidées entourées d'une fine membrane de latex et remplies d'eau. Ces maquettes sont décrites en détail dans la partie 2.1.2.

1.3 Etat de l'art des éléments finis aux modèles distribués

La modélisation physique de la vibration des plis vocaux au cours de la phonation est l'objet de très nombreuses études depuis les dernières décennies. Si certaines études cherchent à modéliser dans le détail la structure complexe des plis vocaux et l'ensemble des interactions mécaniques, aéro-acoustiques et acoustiques; d'autres études au contraire sont basées sur des modèles simplifiés permettant de caractériser un comportement vibratoire caractéristique des plis vocaux durant la phonation.

Dans cette partie nous donnons un aperçu des différentes approches permettant cette modélisation.

1.3.1 Des modèles continus ...

Les modèles continus basés sur la méthode des éléments finis s'attachent encore généralement peu à une description aussi réaliste que possible de la géométrie des plis vocaux, de leur complexité structurelle ainsi que des nombreuses forces, chargements et conditions aux limites auxquels ceux-ci sont soumis lors de la production de la parole.

Certaines études montrent cependant la possibilité de construire des modèles de larynx 3D à l'aide de données tomographiques et d'imageries IRM [Bakhshaei 2013a] pouvant servir pour des modélisations éléments finis de l'écoulement glottique. D'autres études [Hunter 2004] partent de données histologique pour construire un modèle de larynx réaliste afin d'étudier les déformations et les contraintes subies par les plis vocaux lors des phases d'abduction et d'adduction. En plus d'une modélisation des plis vocaux, ce modèle décrit également la structure du muscle vocal, des cartilages thyroïde, aryténoïdes ainsi que leur mouvement pendant les phases d'abduction et d'adduction. Oliveira & coll. [de Oliveira Rosa 2003, de Oliveira Rosa 2008] utilisent quant à eux des géométries 3D simplifiées du larynx afin de décrire l'influence de profils glottiques, d'aires glottiques et donc de distributions de pression sur le mouvement des plis vocaux.

De nombreuses études décrivent également, via des méthodes éléments finis, le comportement vibratoire des plis vocaux à l'aide de modèles plus ou moins simplifiés de la structure de ces derniers indépendamment du reste du larynx. On note par exemple les travaux de Berry & Titze [Berry 1996], Alipour & coll. [Alipour 2000] qui étudient les modes de vibration d'une structure de plis vocaux constituée de trois couches : "body", "cover" et ligament vocal. Gunter [Gunter 2004] étudie les contraintes des plis vocaux lors de leur collision pour un modèle utilisant une structure à deux couches ("body-cover").

Enfin, un certain nombre d'études s'intéressent à l'étude des grandeurs caractéristiques de modèles simplifiés sur le comportement vibratoire des plis vocaux. Cook & Mongeau. [Cook 2007], par exemple, étudient les variations d'un calcul d'analyse modale sur un modèle rectangulaire uni-couche en fonction de ses paramètres géométriques; Zhang & coll. [Zhang 2009] étudient, pour un modèle uni-couche, l'influence de la rigidité du matériau utilisé ainsi que du couplage acoustique de résonateurs sous et supra-glottique sur les oscillations induites par un modèle d'écoulement glottique; Pickup & Thomson [Pickup 2011] montrent les variations liées aux choix des paramètres géométriques d'un modèle de plis vocaux 2D à deux couches sur le calcul d'oscillations induites par un modèle d'écoulement glottique. Les travaux de Xue & coll. [Xue 2011] s'intéressent aux modes de vibration naturels (sans interaction avec un écoulement) pour un modèle de pli vocal à trois couches.

1.3.2 ... aux modèles distribués

L'utilisation de modèles continus de type éléments finis est de plus en plus développée grâce à l'amélioration des moyens informatiques et donc des temps de calcul. Cependant, ces modèles peuvent être très complexes et nécessitent généralement un très grand nombre de paramètres d'entrée et de degrés de liberté. Les modèles distribués, de type masse-raideur-amortissement, limitent ainsi ce nombre de degrés de liberté et permettent de décrire de manière plus ou moins approchée le comportement vibratoire des plis vocaux lors de l'auto-oscillation en phase de production de parole.

Certains modèles distribués restent tout à fait proche des modèles éléments finis par le nombre de masses, donc de degrés de liberté, qui les composent. On peut noter par exemple les travaux de Titze & Alipour [Titze 2006] qui utilisent un modèle à 175 masses pour décrire précisément les différentes couches constituant les plis vocaux ainsi que leur structure dans les directions inférieure-supérieure et antéro-postérieure. Avec un nombre de degrés plus limité, des modèles à 36 masses [Kob 2002], 16 masses [Titze 1973, Titze 1974] ou 10 masses [Wong 1991] permettent également une description 3D des plis vocaux et par conséquent la prise en compte des modes vibratoires suivant plusieurs directions.

Le modèle à deux masses proposé par Ishizaka & Flanagan [Ishizaka 1972] propose alors une restriction encore plus limitée des degrés de liberté, et donc des paramètres d'entrée. Ce modèle est très communément utilisé pour la modélisation physique de la production de parole car il permet de façon simple de reproduire le déphasage vertical entre les parties supérieure et inférieure des plis vocaux. De très nombreuses études utilisent ce modèle, ainsi le lecteur cherchant une description plus exhaustive de ces différentes études, ainsi que de l'ensemble des modèles distribués existants, pourra se référer au deux articles de revue suivants [Erath 2013, Birkholz 2011].

Observations expérimentales sur maquettes in-vitro

Sommaire

2.1 Montage expérimental	20
2.1.1 Dispositif <i>in-vitro</i> de l'appareil phonatoire	20
2.1.2 Présentation des différentes maquettes déformables des plis vocaux	21
2.2 Mesure de la réponse mécanique	24
2.2.1 Dispositif existant et limitations	25
2.2.2 Différentes excitations	27
2.2.3 Différents observables	30
2.2.4 Extraction des paramètres mécaniques	31
2.2.5 Influence des paramètres expérimentaux sur la réponse mécanique	34
2.2.6 Comparaison des résultats des différents dispositifs	41
2.2.7 Conclusion sur la mesure de la réponse mécanique	51
2.3 Mesures des seuils d'oscillation en fonction de paramètres	53
2.3.1 Description du dispositif de mesure	53
2.3.2 Influence de l'épaisseur de latex	55
2.3.3 Influence du liquide à l'intérieur des maquettes de plis vocaux	56
2.3.4 Conclusion sur la mesure des seuils d'oscillation	59
2.4 Etude expérimentale d'un cas pathologique : Influence d'une masse ponctuelle pour simuler l'effet d'un polype	59
2.4.1 Expériences préliminaires : Effet du positionnement du polype	60
2.4.2 Les différents types de "polypes"	62
2.4.3 Mesures de l'aire glottique	63
2.4.4 Mesures des réponses mécaniques	65
2.4.5 Mesures des seuils d'oscillation	66
2.4.6 Conclusion sur l'effet d'une masse ajoutée	72

Les difficultés des mesures *in-vivo* dues aux problèmes d'accessibilité, du manque de reproductibilité et de contrôle précis des paramètres expérimentaux rendent souvent difficile leur utilisation pour la validation de modèles théoriques. Pour ces raisons, les dispositifs expérimentaux utilisant des maquettes de l'appareil phonatoire, et notamment des plis vocaux, sont très utilisés dans la littérature afin de reproduire, supposément, des phénomènes physiques qui se produisent lors de la phonation et de les confronter à des modèles théoriques.

Ces maquettes n'ont pas nécessairement la prétention de reproduire la complexité physiologique de l'appareil phonatoire et des plis vocaux, mais plutôt de permettre le contrôle précis de conditions géométriques, mécaniques, acoustiques et d'écoulements semblables à celles présentes lors de la phonation. Le but étant également de pouvoir découpler ces paramètres afin d'étudier l'influence de chacun sur le comportement statique et/ou dynamique des maquettes et de s'assurer des conditions de répétabilité et de reproductibilité des mesures.

Pour cela les maquettes de larynx ont été conçues à des échelles spécifiques permettant de conserver les grandeurs physiques (Nombre de Reynolds, nombre de Strouhal,...) que l'on retrouve en phonation [Vilain 2002]. Enfin, la simplicité des maquettes a pour but de permettre la validation pas-à-pas de modèles théoriques simples dont on cherchera également à limiter le nombre des paramètres de configurations. Ces modèles sont abordés dans le chapitre 4.

2.1 Montage expérimental

2.1.1 Dispositif *in-vitro* de l'appareil phonatoire

Le dispositif expérimental de maquette de l'appareil phonatoire est schématisé sur la figure 2.1 ci-dessous. Cette maquette simplifiée de l'appareil phonatoire a été fabriquée à l'échelle 3 :1. Elle comporte un réservoir de pression qui est alimenté en air par un compresseur et qui fait donc office de poumons. Ce réservoir est rempli de mousse absorbante pour minimiser toute influence des modes acoustiques du réservoir sur la distribution de pression [Ruty 2007a]. Il est alors possible de générer un flux d'air stabilisé dans la partie aval du dispositif expérimental. La pression d'air entrant dans le poumon peut être réglée manuellement à l'aide d'une vanne sur un détendeur de pression (Norgren type 11-818-987). Le flux d'air passe ensuite dans un tube amont assimilable à la trachée avant d'arriver sur les maquettes déformables des plis vocaux (détaillées dans la partie 2.1.2), puis un tube aval assimilable au conduit vocal. Les tubes en amont et en aval de la maquette des plis vocaux sont des résonateurs acoustiques dont on peut faire varier la longueur afin d'étudier le couplage acoustique avec la vibration des plis vocaux. Ce couplage a notamment été étudié dans les thèses de Vilain [Vilain 2002] et Ruty [Ruty 2007a] et ne sera pas détaillé ici.

Sur le montage expérimental illustré figure 2.1, les dispositifs de mesures sont multiples et seront détaillés dans les sections 2.2 et 2.3 de ce chapitre. Voici l'énumération des dispositifs utilisés pour réaliser les mesures décrites dans ce chapitre :

- un système optique (laser + lentilles + photodiode) permettant de mesurer la variation de l'aire glottique entre les deux plis vocaux,
- un capteur de pression dynamique Kulite XCS-0.93-0.35-Bar-G pour mesurer la pression subglottique, i.e. juste en amont des plis vocaux,
- un microphone de mesure B&K type 4192, accompagné d'un amplificateur 2905 et 5935L, pour effectuer des mesures de pression acoustique en champ rayonné (en sortie du conduit aval ou directement de la maquette des plis vocaux s'il n'y a pas de résonateurs acoustique en aval des plis vocaux),

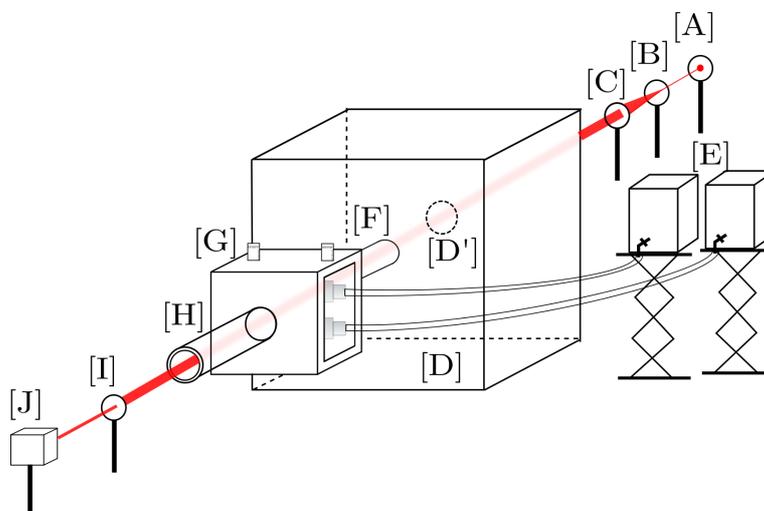


FIGURE 2.1 – Schéma du dispositif expérimental de l'appareil phonatoire : [A] diode laser, [B] lentille divergente, [C] lentille convergente, [D] réservoir de pression (maquette de poumons), [D'] fenêtre de plexiglas, [E] bidons d'eau, [F] conduit amont (trachée), [G] maquette de plis vocaux, [H] conduit aval (conduit vocal), [I] lentille convergente, [J] photodiode

- un appareil photo haute résolution Baumer TXG50 équipé d'une lentille macro VS-TEC0513 pour photographier le plan glottique au repos,
- une caméra ultra-rapide MotionBLITZ EoSens Cube7 pour filmer le mouvement des plis vocaux pendant l'oscillation,
- Vibromètre laser à effet Doppler (Polytec OFV-505) pour la mesure ponctuelle de la vitesse axiale des plis vocaux,
- une carte d'entrée sortie National Instrument (NI) BNC-2110 couplée à une carte d'acquisition NI PCI-6225.

2.1.2 Présentation des différentes maquettes déformables des plis vocaux

Trois maquettes de plis vocaux ont été utilisées pendant ces travaux et plus généralement depuis les travaux de thèse de C. Vilain [Vilain 2002]. Ces trois maquettes ont des géométries et des possibilités de réglages différentes mais elles sont basées sur le même principe. En effet, chacune de ces répliques de plis vocaux est constituée de pièces métalliques évidées en partie que l'on peut recouvrir d'un latex fin et ensuite remplir d'eau. C'est donc l'ensemble (membrane de latex + cavité d'eau) qui constitue la réplique de pli vocal. Ces répliques de plis vocaux sont ensuite enserrées par deux blocs métalliques ce qui permet de réaliser l'étanchéité de chaque réplique de pli vocal, excepté la maquette M3 dont le dispositif est décrit plus loin dans cette section. Ces blocs métalliques servent également à garantir l'étanchéité à l'air qui provient de la maquette de poumons et passe entre les plis vocaux. La maquette M3 a un fonctionnement un peu différent, garantissant une meilleure étanchéité à l'air et permettant plus de réglages de positionnements initiaux.

L'eau à l'intérieur des plis vocaux est acheminée depuis des bidons d'eau, (E) sur la figure 2.1, dont la hauteur permet de régler la pression à l'intérieur de chacun des plis vocaux. Cette pression d'eau a donc pour effet de "gonfler" le latex ce qui modifie à la fois l'ouverture glottique au repos et les propriétés mécaniques des structures vibrantes.

Maquette M1

Cette première maquette de plis vocaux, la plus ancienne des maquettes déformables des plis vocaux du GIPSA-lab, a été inspirée à partir des travaux de Gilbert et col. [Gilbert 1998] et de Cullen et col. [Cullen 2000] sur les maquettes de lèvres de trombonistes. La transposition à l'étude des plis vocaux avait été réalisé sur des maquettes similaires par Vilain & coll. [Vilain 2002] ainsi que Ruty & coll. [Ruty 2007a].

Comme le montre la figure 2.2(a), les blocs métalliques évidés de cette maquette sont cylindriques et le latex est un tube qui vient entourer ces cylindres. Les dimensions de la maquette M1, utilisée pour ces travaux, sont donc les mêmes que celles décrites dans [Ruty 2007a] et que celles indiquées sur la figure 2.2(a) (en *mm*).

Une variante de cette maquette a été utilisée par Cisonni & coll. [Cisonni 2011] et permet également de faire varier l'ouverture glottique initiale par un système de cales venant se placer sur les parties métalliques qui ensèrent les deux plis vocaux.

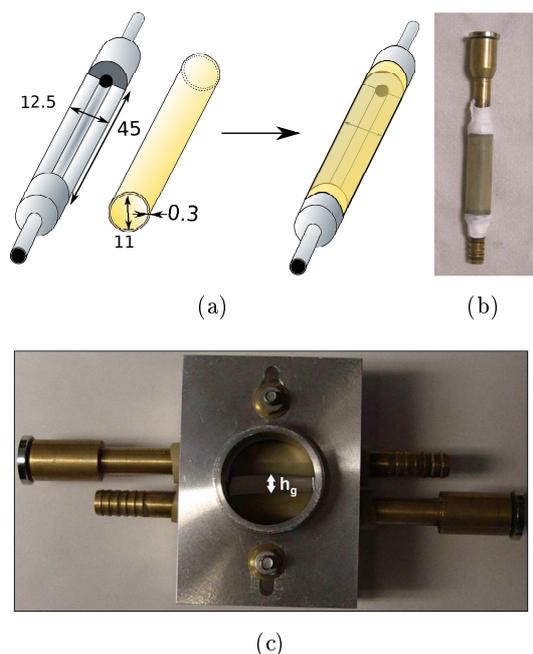


FIGURE 2.2 – Géométrie et dimensions (en *mm*) d'un pli vocal de la maquette M1. (c) photo des plis vocaux M1 enserrés dans les blocs métalliques (photo tirée de [Cisonni 2008])

Maquette M2

La maquette M2, Fig. 2.3(b) est basée sur les travaux de Ruty & coll. [Ruty 2007a], lui même inspiré des travaux de Cronjaeger [Cronjaeger 1978]. Cette maquette comprend également une

partie évidée sur la partie métallique que l'on peut remplir d'eau après l'avoir entourée de latex, cf. Fig. 2.3(a). La partie évidée a cependant la particularité d'avoir une forme triangulaire, vue dans le plan coronal, dont le but est de correspondre un peu plus à une géométrie physiologique des plis vocaux.

Les parties métalliques enserrant les deux plis vocaux laissent une certaine liberté dans le rapprochement ou l'écartement des plis vocaux, ce qui permet de jouer sur l'ouverture glottique initiale.

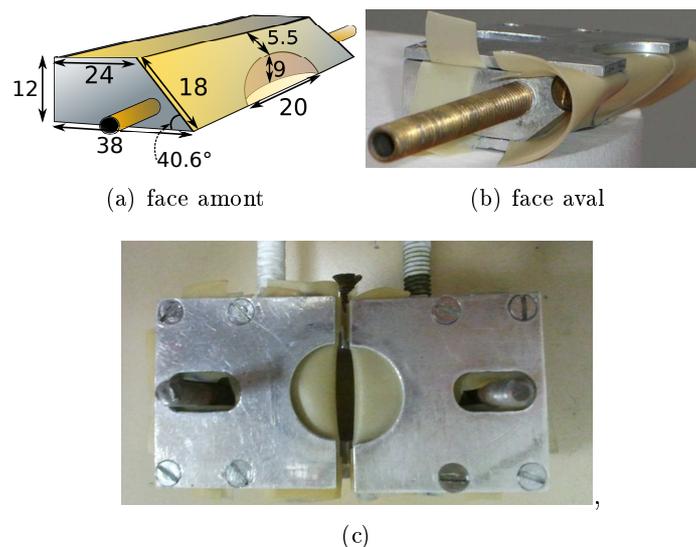


FIGURE 2.3 – Géométrie et dimensions (en mm) d'un pli vocal de la maquette M2 et (c) photo des plis vocaux M2 gonflée par la pression d'eau

Maquette M3

La maquette M3 possède les mêmes bases de fonctionnement que la maquette des lèvres de Cullen & coll. [Cullen 2000] et donc que la maquette M1, décrite ci-dessus. En effet, les pièces métalliques évidées, qui constituent les plis vocaux, ont la même géométrie cylindrique et des dimensions similaires. Sur cette maquette les plis vocaux ne sont pas accolés par deux blocs métalliques mais le sont à l'aide de vis micrométriques qui les plaquent le long d'un boyau central en latex et les rapprochent l'une à l'autre pour former une constriction, cf. Fig. 2.4(b). Le boyau central de latex relie les parties amont et aval, *i.e.* la "trachée" et le "conduit vocal", et assure donc le confinement de l'écoulement d'air au sein de la réplique des plis vocaux. Les vis micrométriques permettent de régler très finement l'écartement de chaque côté des plis vocaux et de pouvoir ajuster l'aire glottique au "repos" (en l'absence de pression sous-glottique). Ce réglage permet également de pouvoir régler l'angle glottique initial, qui est l'angle que forme les deux plis vocaux dans le plan coronal.

L'avantage de cette maquette est qu'elle permet des réglages géométriques initiaux qui correspondent à des configurations pathologiques (asymétries antéro-postérieures, ainsi que l'ajout d'excroissances artificielles de type "polype" entre les deux membranes de latex).

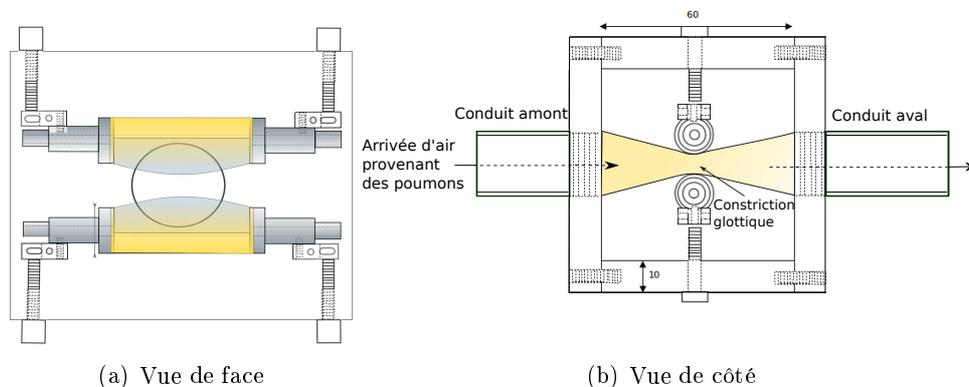


FIGURE 2.4 – Schémas de la maquette de plis vocaux M3

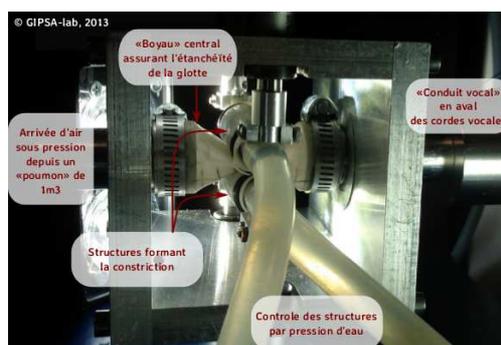


FIGURE 2.5 – Photo de la maquette de plis vocaux M3

2.2 Mesure de la réponse mécanique

La mesure de la réponse mécanique, et notamment l'analyse modale expérimentale, d'un système est très intéressante, quand elle est réalisable, car elle permet de mieux comprendre la réponse d'une structure vibrante à des sollicitations déterminées. L'approche modale est un outil de description paramétrique permettant de mesurer des caractéristiques propres au système telles que ses résonances. Cette technique, très utilisée dans le domaine de la mécanique vibratoire, a été étudiée et développée depuis les années 1950-60 notamment pour les domaines de l'aéronautique et l'automobile. Il existe peu d'études portant sur des caractérisations mécaniques de structures comme les plis vocaux, que ce soit de manière *in-vivo* ou *in-vitro*. Le très fort amortissement de ces structures ainsi que le recouvrement modal important dans la bande de fréquence d'intérêt (généralement $[50, 500Hz]$) rendent ces mesures très difficiles et il n'est pas toujours possible d'extraire des informations modales quantitatives (fréquences de résonances, amortissements, déformées modales) exploitables. Au sujet des plis vocaux artificiels et humains, on peut néanmoins citer les travaux de N. Ruty [Ruty 2007a], S. J.

Rupitsch [Rupitsch 2011], A. Chan [Chan 2011], H. Lan [Lan 2006]. Dans la communauté d’acoustique musicale, Cullen & coll. [Cullen 2000] ont été les premiers à s’intéresser à la caractérisation mécanique des maquettes artificielles de lèvres, suivis des travaux de thèse de Richards [Richards 2003] et Newton [Newton 2009].

Comme on le verra dans les parties suivantes, en Chapitre 3 et Chapitre 4, la mesure de la réponse mécanique a plusieurs intérêts. En effet, elle peut servir de base pour l’identification de paramètres mécaniques dans des modèles distribués, type modèle à deux masses (cf. section 4.1.2), tels que la masse vibrante, la raideur et l’amortissement. De plus, en supposant des mesures de réponse en fréquence précises et distribuées spatialement, les déformées modales apportées par celles-ci pourraient servir à identifier les modes pertinents pour la construction des modèles simplifiés.

Un autre intérêt de cette mesure est la comparaison avec une modélisation par éléments finis pour permettre la validation du modèle et également l’extraction de paramètres mécaniques du modèle par des méthodes inverses.

2.2.1 Dispositif existant et limitations

Le dispositif de mesure de la réponse mécanique utilisé au début des présents travaux de thèse, dérive des travaux de N. Ruty [Ruty 2007a], également utilisé par Cisonni [Cisonni 2008] et inspirés de ceux de Cullen & coll. [Cullen 2000]. Le principe de cette réponse mécanique consiste à exciter les répliques des plis vocaux via une excitation acoustique, et à mesurer les mouvements engendrés par cette source à l’aide d’une méthode optique. De plus, la mesure du signal d’excitation au plus près des plis vocaux, *i.e.* la pression externe appliquée à la structure, permet d’obtenir une fonction de transfert, ou fonction de réponse en fréquence (FRF), pression-ouverture de cette structure.

Le dispositif utilisé par Ruty & coll. [Ruty 2007a] est illustré par la figure 2.6. La source d’excitation est une chambre de compression et la mesure du signal d’excitation est faite par un microphone. Enfin, la mesure du mouvement des plis vocaux se fait via un système optique utilisant un faisceau laser partiellement intercepté par les lèvres et qui est focalisé sur une photodiode. Ce système permet une mesure indirecte de la variation d’aire glottique. Les dispositifs d’excitation et d’observation sont plus largement détaillés dans la sous-partie 2.2.2 suivante. La méthode employée par Ruty & coll. utilise une excitation acoustique sinusoïdale qui balaie un spectre de fréquence $[f_{min}, f_{max}]$ par pas de 1 Hz , chaque sinusoïde ayant une durée de 1 s . La TFD des signaux de la photodiode et du microphone à chaque pas fréquentiel permet d’obtenir respectivement la réponse fréquentielle des variations de l’aire glottique $A_g(\omega)$ (plus ou moins équivalente aux variations verticales du déplacement des plis vocaux [Richards 2003]) et la réponse fréquentielle du signal d’excitation $p_{in}(\omega)$. On peut alors obtenir la fonction de transfert $H_1(\omega) = A_g(\omega)/p_{in}(\omega)$ de la structure, telles que celles qui sont représentées à la figure 2.7. La figure 2.7 représente une mesure de réponse mécanique (fonction de transfert représentée par l’amplitude et la phase de $H_1(\omega)$) réalisée sur la maquette M2. Ces deux courbes permettent d’observer les fréquences de résonance F_i (maximum d’amplitude associé à un décrochement de phase) comme indiquées sur la figure. Des valeurs du facteur de qualité des résonances

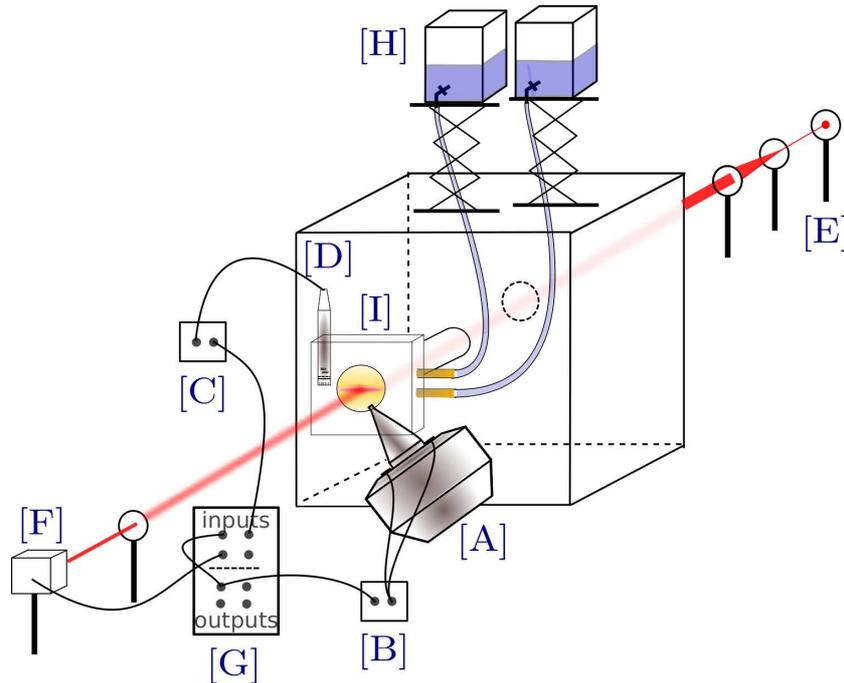


FIGURE 2.6 – Setup du dispositif de réponse mécanique *in-situ* : [A] chambre de compression, [B,C] Amplificateurs, [D] Microphone, [E] laser, [F] photodiode, [G] carte d'acquisition NI, [H] bidons d'eau contrôlant la pression à l'intérieur des maquette des plis vocaux [I]

peuvent-être extraites graphiquement, sur le diagramme de Bode, en considérant la largeur ΔF_i de la bande de fréquence à -3dB par rapport au maximum d'amplitude à la résonance, soit $Q_i = F_i/\Delta F_i$ pour le mode i .

Comme on pourra l'observer dans les sous-partie suivantes de ce chapitre, cette méthode d'excitation connaît un certain nombre de limitations, notamment en terme d'énergie transmise à la structure. L'analyse faite alors sur les mesures obtenues connaît elle aussi une certaine limitation. C'est pourquoi différentes méthodes d'excitation, d'observation et d'analyse ont été mises en œuvre et expérimentées dans le but de trouver une méthode appropriée aux besoins de la caractérisation mécanique *in-situ* des maquettes des plis vocaux. Les sous-parties 2.2.2 et 2.2.3, décrivent en détail les différents dispositifs de mesure. Des méthodes d'extraction des paramètres mécaniques plus robustes et plus précises qu'une extraction manuelle seront détaillées à la sous-partie 2.2.4. La sous-partie 2.2.5 présente l'influence de certains paramètres mécaniques de la maquette des plis vocaux sur cette mesure et enfin la sous-partie 2.2.6 portera plus sur une comparaison qualitative et quantitative des ces différentes méthodes afin de mettre en avant les différents avantages et inconvénients de chacune.

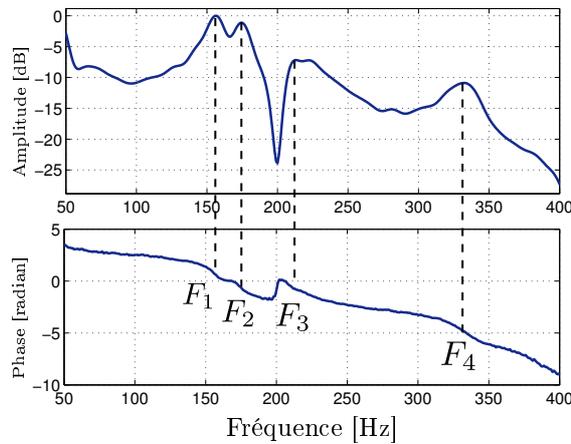


FIGURE 2.7 – Exemple de fonction de transfert (amplitude et phase) obtenue par la mesure de la réponse mécanique. F_1 , F_2 , F_3 , F_4 les quatre résonances détectées ici.

2.2.2 Différentes excitations

La figure 2.8 présente les différentes méthodes d'excitation utilisées pour la mesure de la réponse mécanique, qui sont comparées dans cette partie. Ces différentes méthodes ont chacune les avantages et désavantages résumés dans le tableau 2.1.

Source acoustique

La source utilisée est une chambre de compression (Rondson TU-100, *cf.* 2.8(a)), reliée à un cône convergent permettant de focaliser l'énergie acoustique de la chambre de compression. Ce type de source est alors proche de l'excitation que reçoit les plis vocaux par le flux provenant des poumons lors de la mise en oscillation de ceux-ci. Un microphone de mesure est placé au plus près des plis vocaux, sans être sur le chemin entre la source acoustique et les plis vocaux, afin de mesurer le signal envoyé aux plis vocaux. La fonction de transfert en fréquence entre le signal mesuré par la photodiode, i.e. le déplacement des plis vocaux et le signal mesuré par le microphone constitue une approximation de la réponse mécanique.

Cette méthode d'excitation, notamment utilisée par Ruty & coll. [Ruty 2007a], a l'avantage que la source d'excitation ne touche pas la structure, il n'y a donc aucun ajout de masse et il n'y a pas de liaison mécanique et donc pas de déformation de la structure ni d'altération de ses propriétés mécaniques, ni de modifications des conditions aux limites. Cependant, ce moyen d'exciter la structure des plis vocaux a le désavantage qu'elle fournit une excitation non-localisée pour laquelle il est difficile de réellement mesurer l'effort transmis. De plus, cette excitation transmet des efforts assez faibles qui ne permettent pas d'exciter suffisamment des structures plus amorties, comme par exemple des répliques de plis vocaux remplies d'un liquide plus visqueux que l'eau, voir la partie 2.2.5.2, ou constituées d'un latex plus épais que 0.3 mm . Dans de telles configurations, l'amélioration du rapport signal sur bruit se fait en poussant le transducteur électro-mécanique au delà de ses limites (hors des limites de fonctionnement linéaire) voire qui peut parfois conduire à la destruction du système.

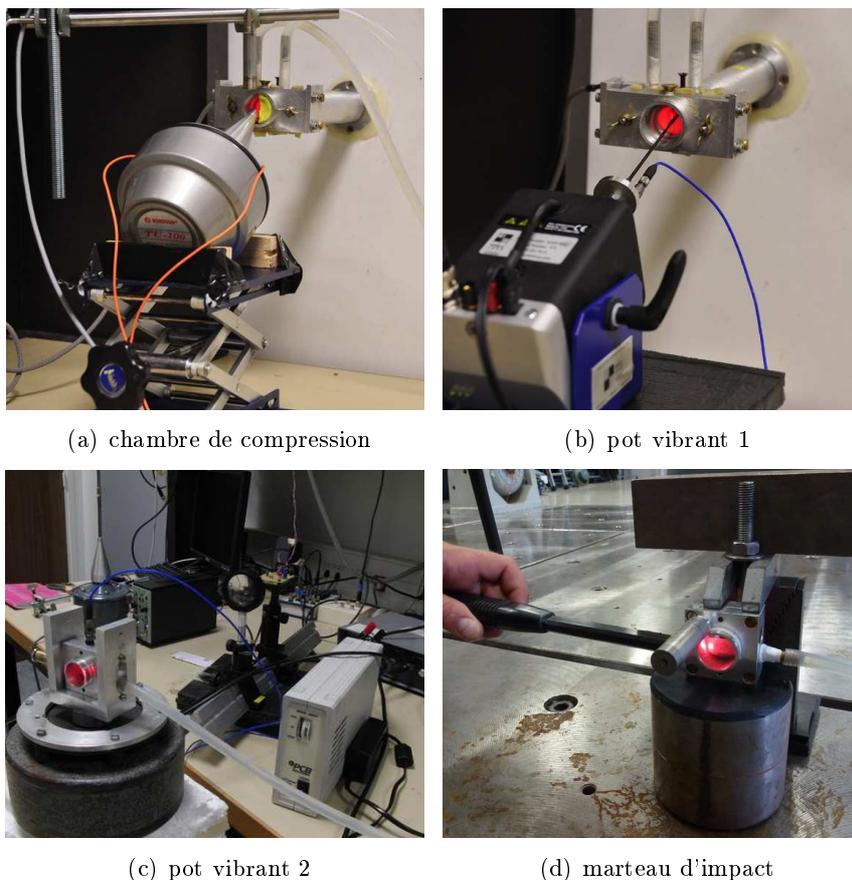


FIGURE 2.8 – Photos des différents types d'excitations acoustique et mécaniques utilisées pour la mesure de la réponse mécanique

Source mécanique

Pour pallier à ce manque d'efficacité de transmission d'efforts de la source vers la structure à exciter et afin d'améliorer les rapports signal sur bruit des mesures sur des répliques de plis vocaux plus amorties, une source mécanique agissant directement sur la structure peut être utilisée plutôt qu'une source acoustique.

Le pot vibrant (TMS K2004E01), représenté sur la figure 2.8(b) et la figure 2.9, constitue un exemple de ce type de source mécanique. Sur ce montage, un palpeur (tige en carbone) est vissé sur le pot vibrant et est placé au contact des répliques des plis vocaux. Ce choix de montage permet alors de localiser précisément le point d'excitation sur la structure, le palpeur ne mesurant qu'un millimètre de diamètre, et de sélectionner les modes vibratoires excités. L'intrusivité du palpeur en contact avec le latex du pli vocal peut changer localement les propriétés mécaniques et les conditions aux limites de la structure par un effet d'ajout de masse ou de déformation de la géométrie si le palpeur est trop enfoncé. Cependant, une force d'appui trop faible peut conduire à un contact intermittent et engendrer des non-linéarités dans la force d'excitation apportée à la structure. Ce contact est acceptable si le palpeur est correctement positionné : c'est à dire

suffisamment en contact pour qu'il ne se détache pas quelque soit la fréquence d'excitation et pas trop enfoncé dans le pli vocal afin qu'il ne modifie pas sa géométrie.

Le pot vibrant est contrôlé en tension et non en courant donnant lieu à un comportement non idéal de celui-ci. De plus, il est nécessaire d'utiliser un accéléromètre fixé sur un petit disque vissé sur le palpeur au plus près du pli vocal, Figure 2.9, afin d'intégrer la réponse en fréquence de la chaîne de transmission et donc de mesurer autant que possible l'excitation au pli vocal réellement produite par le pot vibrant et le palpeur.

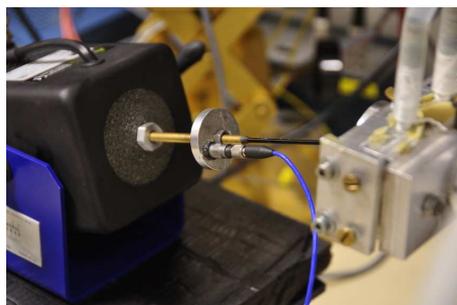


FIGURE 2.9 – photo du montage de pot vibrant et accéléromètre

Un autre dispositif utilisant un pot vibrant a été testé, Figure 2.8(c). Le principe de ce dispositif est alors de transmettre les vibrations à l'ensemble de la structure par la base du bâti enserrant les répliques de plis vocaux. Si ce dispositif a l'avantage de transmettre des vibrations verticales, la transmission des vibrations via le bâti est très indirecte car sujette à des non linéarités (présence de jeu dans l'assemblage, ...) et rend difficile de contrôler le signal d'excitation réellement envoyé au pli vocal cette excitation étant transmise de manière non localisée le long du pli vocal

Des essais utilisant un marteau d'impact (PCB 086c03), Figure 2.8(d), ont été réalisés au département de Mécanique Appliquée (DMA) du laboratoire FEMTO-ST de Besançon, avec l'aide de Walter Vincent et de Fabrice Richard. Ce dispositif consiste en une transmission monoaxiale de type choc via le bâti des plis vocaux avec un capteur de force permettant la mesure de l'impact injecté à la structure. Si la transmission des vibrations se fait via le bâti, les mêmes inconvénients que le pot vibrant présenté ci-dessus peuvent être argumentés. Cependant, le marteau d'impact permet une excitation beaucoup plus localisée et dans une direction qui semble préservée, voir les résultats de la partie 2.2.6.3. Cette mesure implique néanmoins que le bâti des maquettes soit solidement encastré pour avoir une réponse suffisamment constante dans la bande de fréquence d'intérêt. Par conséquent, cette technique semble difficile à implémenter *in-situ* sur le dispositif expérimental de la figure 2.6.

Le tableau 2.1 résume alors les différents avantages et inconvénients des différentes techniques d'excitation testées pour la mesure de la réponse mécanique des répliques de plis vocaux.

	(a)	(b)	c	(d)
excitation non-intrusive	o	x	o	o
localisation du point d'excitation	x	o	x	(o)
pas d'influence de la structure métallique	o	o	x	x
possibilité de mesure <i>in-situ</i>	o	o	x	(o)

TABLE 2.1 – Avantages o et désavantages x des techniques d'excitation employées pour la mesure de la réponse mécanique

(a) chambre de compression, (b) pot vibrant 1, (c) pot vibrant 2, (d) marteau d'impact

2.2.3 Différents observables

Mesure de l'aire glottique par interception de faisceau laser : Comme on peut le voir sur la figure 2.1, le laser [A] passe par une lentille divergente [B] puis une lentille convergente [C] afin d'élargir le faisceau laser (doublet optique pour élargir le faisceau en le gardant parallèle). Celui-ci passe ensuite dans la maquette de poumons [D] à travers une fenêtre en plexiglas [D'] puis au travers des répliques des plis vocaux [E], via le tube amont [F], avant d'arriver sur une lentille convergente [I], via le tube aval, qui fait converger le faisceau laser sur la photodiode. Le mouvement des plis vocaux module alors la quantité de lumière en aval et fait par conséquent varier l'intensité du signal mesuré par la photodiode. Les variations d'intensité lumineuse mesurées par la photodiode sont alors proportionnelles aux variations d'aire glottique dont on obtient une estimation après calibration du système, comme décrit par Rutu [Rutu 2007a].

Une méthode utilisant des fentes larges, Figure 2.10, permet de focaliser ce même faisceau laser sans le diffracter et d'autoriser une mesure de l'aire glottique "partielle". Ainsi, seule une partie de la tâche laser arrive à la photodiode et les variations d'intensité lumineuse mesurées sont alors proportionnelles à la hauteur locale de la glotte au niveau de la fente. La largeur de la fente ne doit cependant pas être trop petite afin d'éviter des phénomènes de diffraction. Cette méthode de mesure donne une estimation de l'ouverture glottique pour différentes abscisses le long du pli vocal. Cette méthode, qui peut être vue comme une extension de celle réalisée par Cullen & coll. [Cullen 2000] pour la mesure de la hauteur inter-labiale au centre de la constriction, permet d'obtenir une information spatiale sur les FRF mesurées pour remonter aux déformées spatiales des contours de la glotte. Comme nous le verrons dans la section 2.2.6.2, ces deux méthodes de mesure utilisant le dispositif optique donnent des résultats sensiblement différents.

Mesure axiale par vibrométrie laser : Un vibromètre laser à effet Doppler (LDV Polytec OFV-505) a été testé au laboratoire FEMTO-ST à Besançon lors des séries de mesures utilisant le marteau d'impact décrit dans la section 2.2.2 précédente. Le dispositif utilisé était un LDV monopoint orienté avec une incidence parallèle à l'écoulement glottique et permettant de mesurer ponctuellement la composante axiale de la vitesse. Le déplacement du LDV, pour couvrir toute la surface du pli vocal, se faisait manuellement sans jamais changer l'angle d'incidence du laser.

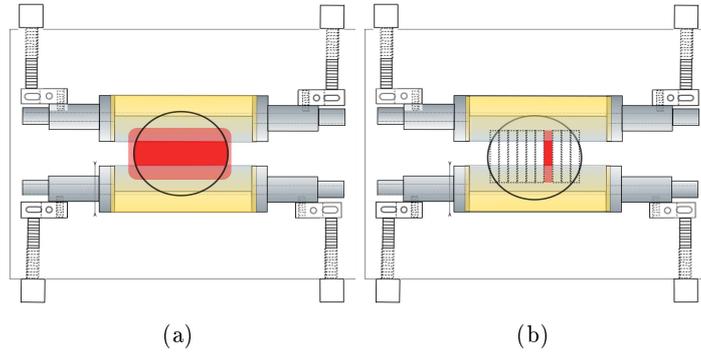


FIGURE 2.10 – Mesure de l'aire glottique totale (a) ou partielle (b)

2.2.4 Extraction des paramètres mécaniques

Excepté pour l'impact produit par le marteau d'impact, et dont l'analyse repose sur les outils d'analyse de signaux transitoires, les autres méthodes d'excitation permettent une excitation imposée. Le type de signal délivré par la source est un bruit blanc de 30 s filtré sur une bande réduite $[50 - 400] Hz$. Les DSP propres et croisées (autospectres et interspectres) des signaux d'excitation et d'observation sont obtenues par la méthode de périodogrammes moyennés sans recouvrement (avec bourrage de zéros et moyenne sur 60 trames aboutissant à une résolution de 1 Hz) [Maia 1997, Harris 2002]. Il est possible d'estimer les densités spectrales et inter-spectrales des signaux de référence (tension appliquée au pot vibrant ou à la chambre de compression), d'excitation (accélération de l'actionneur ou pression à proximité des plis) et d'observation (ouverture glottique dérivée du flux optique après étalonnage) :

- autospectres : $S_{xx}(\omega) = \langle \bar{X}(\omega), X(\omega) \rangle$ et $S_{yy}(\omega) = \langle \bar{Y}(\omega), Y(\omega) \rangle$
- interspectres : $S_{xy}(\omega) = \langle \bar{X}(\omega), Y(\omega) \rangle$ et $S_{yx}(\omega) = \langle \bar{Y}(\omega), X(\omega) \rangle$,

avec $\langle \bar{a}(\omega), b(\omega) \rangle = \sum_m a_m(\omega) b_m(\omega)$ et m le nombre de trames. $X(\omega)$ est la réponse en fréquence du signal d'excitation et $Y(\omega)$ est la réponse en fréquence du signal mesuré en sortie. Ces spectres permettent alors d'estimer les fonctions de transfert H_1 et H_2 , ainsi que la fonction de cohérence γ_{xy} définies ci-dessous. S_{xx} contient l'influence du bruit en entrée, alors que S_{yy} celle du bruit en sortie. H_1 est un estimateur sensible à une mesure bruitée de l'excitation mais pas à une mesure bruitée de l'observable, et l'inverse pour H_2 . On choisira donc plutôt H_1 afin de minimiser l'influence d'une erreur de mesure sur l'excitation et H_2 pour minimiser cette influence sur le signal d'observation [Maia 1997]. La fonction de cohérence γ_{xy} indique le degré de causalité de la fonction de transfert, elle est égale à 1 si le signal en sortie est entièrement causée par le signal en entrée, à 0 si les signaux d'entrée et de sortie sont totalement indépendants. La figure 2.11 fournit un exemple de résultats de la mesure de la réponse en fréquence des maquettes des plis vocaux avec les signaux d'amplitude, de phase et de cohérence décrits précédemment.

$$\begin{aligned}
 H_1 &= \frac{S_{yx}}{S_{xx}}, \quad H_2 = \frac{S_{yy}}{S_{xy}} \\
 \gamma_{xy} &= \sqrt{\frac{|S_{xy}|^2}{S_{xx}S_{yy}}} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

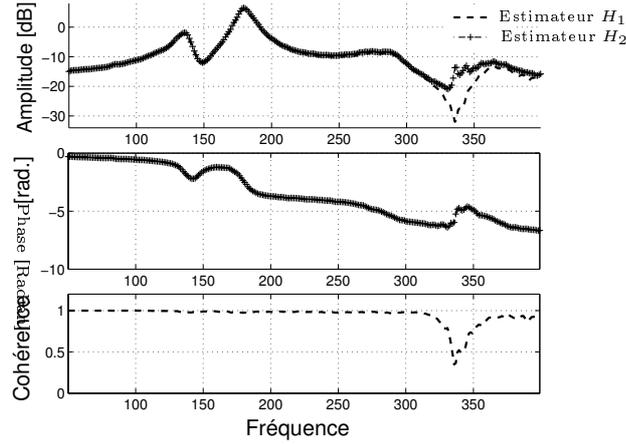


FIGURE 2.11 – Exemple de réponse mécanique obtenue pour un point de mesure sur la maquette M2 avec l’excitation (b) et la mesure de l’aire glottique totale via le dispositif laser et photodiode

La caractérisation vibratoire de la structure s’appuie sur la réduction des FRF par une description de leurs résonances en termes de fréquence, amortissement et amplitude de résonance. Dans certain cas, il est également possible d’extraire des informations sur la déformée spatiale de la structure au mode considéré.

Une première méthode d’identification modale, correspond à l’extraction des paramètres résonantiels mode par mode. La résonance est alors repérée sur la FRF par l’association d’un pic d’amplitude et d’un saut, plus ou moins brusque, de la phase à la fréquence de résonance F_{res} . L’amortissement est alors quantifié via le facteur de qualité de ce pic de résonance, c’est à dire par le rapport entre la fréquence de résonance et la bande passante Δf à $-3dB$ du pic. Cette méthode part de l’hypothèse que les résonances sont suffisamment éloignées les unes des autres pour identifier le facteur de qualité.

D’autres méthodes d’analyse modale s’appuient sur l’optimisation d’un modèle de système sur les FRF mesurées. Que ce soit un modèle à un ou plusieurs modes, il convient de définir un critère d’erreur à minimiser. L’ajustement local de la FRF mesurée peut se faire par la réponse d’un système à un degré de liberté, comme le font Cullen & coll. [Cullen 2000], en ajustant le module de cette FRF sur l’équation (2.2) via une méthode des moindres carrés. Cet ajustement permet alors d’extraire, pour chaque résonance considérée, la pulsation de résonance Ω_L , le facteur de qualité du pic de résonance Q_L et un terme de masse surfacique vibrante effective $|\mu_L|$.

$$|H(\omega)| = \frac{\frac{Q_L}{\Omega_L^2} \frac{1}{|\mu_L|}}{\sqrt{1 + 4Q_L^2 \left(\frac{\omega - \Omega_L}{\Omega_L}\right)^2}} \quad (2.2)$$

Un ajustement similaire peut être également réalisé sur une ou plusieurs résonances en considérant la FRF recherchée comme une somme des contributions modales $H_k(\omega)$ dans la bande de fréquence analysée. Le modèle de fonction de transfert $H(\omega)$ recherchée s'exprime alors

$$H(\omega) \simeq \sum_{k=1}^N H_k(\omega) \text{ où } H_k(\omega) = \frac{Z_k}{1 + i Q_k \left(\frac{\omega}{\Omega_k} - \frac{\Omega_k}{\omega}\right)}, \quad (2.3)$$

avec Ω_k la pulsation de résonance du $k^{\text{ème}}$ mode, Q_k son facteur de qualité et $Z_k = A_k * e^{i*\phi_k}$ où A_k et ϕ_k sont respectivement l'amplitude et la phase du coefficient modal associé. L'ajustement de la FRF mesurée H_{mes} est alors réalisé via la fonction Matlab, `lsqcurvefit`, qui utilise une méthode des moindres-carrés non-linéaire (un algorithme de descente de type "trust-region") pour chercher à minimiser les fonctions coûts de type erreur quadratique pondérée définies soit sur la FRF complexe (équation (2.4)) :

$$J((\Omega_n), (Q_n), (Z_n)) = \sum_{i=1}^{N_\omega} \left| H_{mes}(\omega_i) - \sum_{k=1}^N H_k(\omega_i) \right|^2 \alpha(\omega_i), \quad (2.4)$$

soit sur le module de celle-ci (équation (2.5)) :

$$J((\Omega_n), (Q_n), (Z_n)) = \sum_{i=1}^{N_\omega} \left(\left| H_{mes}(\omega_i) \right| - \left| \sum_{n=1}^N H_k(\omega_i) \right| \right)^2 \alpha(\omega_i) \quad (2.5)$$

où l'on somme sur les N_ω valeurs de pulsations comprises dans la bande d'intérêt $[\omega_{min}, \omega_{max}]$ contenant N_ω pulsations. On considère par la suite une erreur quadratique simple et une fonction de pondération $\alpha(\omega_i)$ uniforme (*i.e.* $\alpha(\omega_i) = 1$). Cependant, il existe d'autres critères tels que l'erreur quadratique relative ou relative ajustée pour une variance d'erreur de mesure connue, comme utilisés dans [Helie 2014].

La nature non-linéaire de la fonction coût requiert l'utilisation de méthodes itératives de minimisation, portant sur un (potentiellement grand) nombre d'inconnues, avec le plus souvent un besoin d'une initialisation déjà proche du résultat. L'initialisation peut être faite à l'aide des paramètres $(\Omega_1, \dots, \Omega_N)$ et (Q_1, \dots, Q_N) estimés grossièrement, ainsi que les valeurs correspondantes $H_{mes}(\Omega_1), \dots, H_{mes}(\Omega_N)$ de la FRF à ces fréquences. Comme le précise Formenti & coll. [Formenti 2002], la difficulté de ce genre de méthodes itératives est qu'elle ne garantit pas que le problème converge, vers une solution pertinente, ni même qu'elle ne converge.

La méthode RFP (Rational Fraction Polynomial) est une méthode directe et multimodale qui ne requiert pas d'estimations modales initiales. Cette méthode, développée par Richardson et Formenti à partir de 1982, est largement détaillée dans [Richardson 1982], avec une revue des améliorations et extensions dans [Formenti 2002], et aussi par Maia & coll. dans [Maia 1997]. Comme son nom l'indique, la méthode RFP se base sur l'expression de la FRF par un ratio de

polynômes et non plus sous la forme de fractions partielles comme dans l'équation (2.3). Comme le rappellent, Richardson et Formenti un certain nombre de traitements doivent être considérés pour améliorer le conditionnement numérique (orthogonalisation des polynômes, normalisation des fréquences,...) et donc ajuster les FRF par des solutions numériquement stables. La solution recherchée sous forme de fractions polynomiales s'écrit :

$$H(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m c_k \phi_k(\omega)}{\sum_{k=0}^n d_k \theta_k(\omega)}, \quad (2.6)$$

où les ϕ_k et θ_k sont des familles de polynômes orthogonaux de coefficients inconnus respectifs c_k et d_k et d'ordres respectifs n et m . La fonction coût à minimiser peut alors s'écrire par l'équation (2.7) suivante qui correspond à l'équation (2.4) avec une fonction de pondération $\alpha(\omega_i)$ égale au dénominateur de l'équation (2.6).

$$J((c_n), (d_n)) = \sum_{i=1}^{N_\omega} \left| \sum_{k=0}^m d_k \theta_k(\omega_i) H_{mes}(\omega_i) - \sum_{k=0}^n c_k \phi_k(\omega_i) \right|^2 \quad (2.7)$$

Un autre avantage de la méthode RFP est la possibilité de prendre en compte des termes de compensation pour les modes qui se trouvent en dehors de la bande de fréquence analysée. En effet, les résonances situées en dehors de cette bande de fréquence, les modes "extérieurs", peuvent avoir une partie résiduelle qui va impacter le spectre situé à l'intérieur de la bande de fréquence d'étude. Cette compensation peut alors être réalisée préférentiellement par l'ajout de termes au numérateur pour les modes extérieurs $f > f_{max}$. Idéalement n est égal à deux fois le nombre de résonance dans la bande, en pratique l'ajout de termes au dénominateur revient à ajouter le nombre de modes à ajuster dans la bande de fréquence d'étude et peut donc conduire à l'ajustement de modes qui ne sont pas des modes physiques mais numériques. Ces degrés de libertés supplémentaires sont exploités pour réduire l'écart aux mesures, en s'ajustant notamment sur du bruit. L'ajout de termes au numérateur permet quand à lui la prise en compte des modes extérieurs en intégrant le comportement dérivateur ($\sim j\omega$) des modes supérieurs (respectivement l'ajout de termes au dénominateur revient à considérer le comportement intégrateur $\sim 1/j\omega$ des modes inférieurs) dans la bande fréquentielle examinée, comme l'illustre la figure 2.12.

La méthode RFP semble donc mieux ajuster les fonctions de transferts mesurées que les méthodes itératives (que l'on appellera "lsqf" du nom de la fonction Matlab, `lsqcurvefit`), notamment par la prise en compte des modes extérieurs comme le présente la figure 2.13(a). Cependant, la méthode RFP semble mal ajuster les FRF lorsqu'un mode est mal défini lors de la mesure à l'intérieur de la bande de fréquence examinée. Par exemple, comme le montre la figure 2.13(b), il semble y avoir un mode aux alentours de 170 Hz et dont l'amplitude du pic est très faible devant ceux à 145 Hz et 210 Hz.

2.2.5 Influence des paramètres expérimentaux sur la réponse mécanique

Avant de comparer les différentes méthodes testées pour la mesure de la réponse mécanique, intéressons nous d'abord à l'influence de certains paramètres relatifs aux maquettes des plis

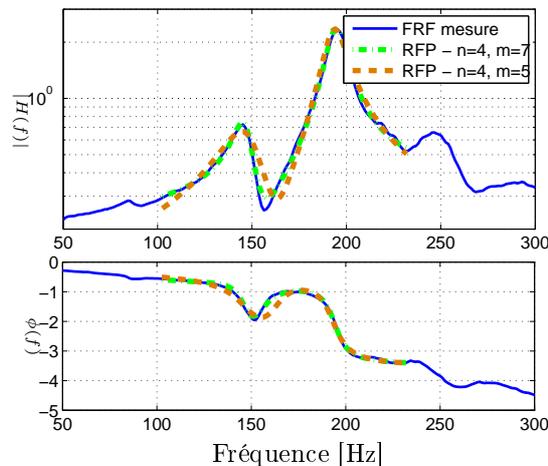


FIGURE 2.12 – Compensation des modes "extérieurs" via la méthode RFP en fonction du nombre de termes m au numérateur

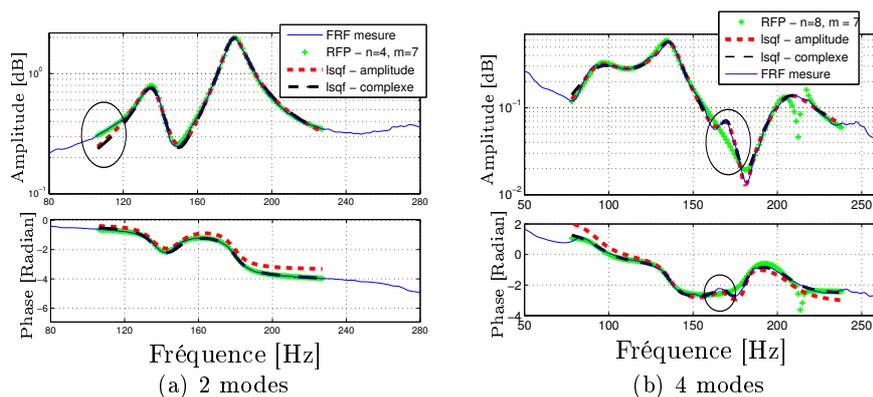


FIGURE 2.13 – Comparaison de l'ajustement des FRF par les méthodes RFP, lsqf en amplitude et lsqf complexe

vocaux sur cette mesure. La structure vibrante des maquettes de plis vocaux étant ici une structure couplée entre un solide (le latex) et un fluide (l'eau), il paraît nécessaire de s'intéresser aux paramètres qui caractérisent cette structure couplée et qui sont effectivement exploités dans les différentes expérimentations utilisant les maquettes de plis vocaux. Les sous-parties suivantes présentent l'influence respective des paramètres que sont la pression d'eau à l'intérieur des maquettes, la viscosité du fluide et de l'épaisseur du latex.

2.2.5.1 Pression d'eau

La variation de la pression d'eau P_c à l'intérieur des plis vocaux a pour effet de modifier les paramètres mécaniques de la structure de la maquette des plis vocaux. L'augmentation de

cette pression d'eau¹ a tendance à gonfler et à rigidifier la structure, ce qui résulte par une augmentation des fréquences de résonance. Le chapitre 3 s'intéresse à la modélisation de ce phénomène. Les figures 2.14 à 2.16 présentent les variations des deux premières fréquences de résonances et facteurs de qualité ($[F_{res,1}, Q_{res,1}]$ et $[F_{res,2}, Q_{res,2}]$) en fonction de la pression d'eau P_c , respectivement sur les maquettes M1, M2 et M3 ainsi que certaines des FRF associées aux mesures effectuées pour obtenir ces paramètres.

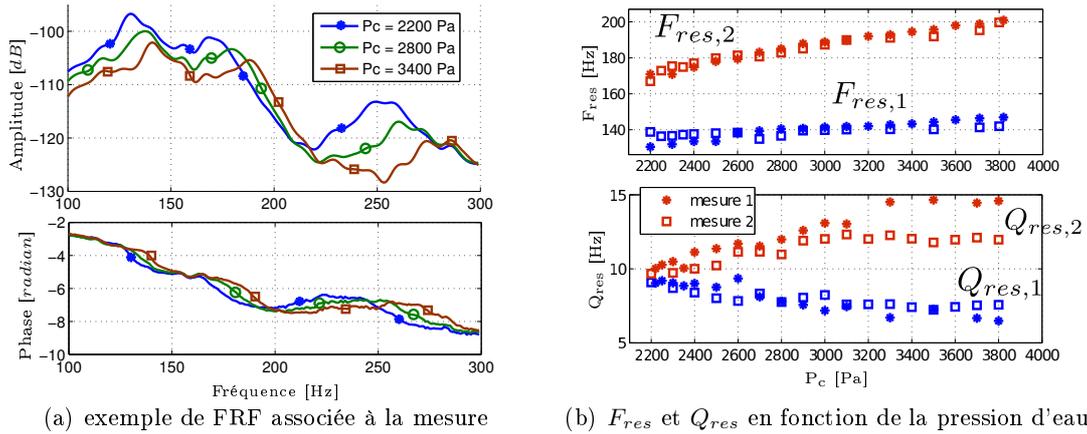


FIGURE 2.14 – Variation des FRF et des fréquences de résonances en fonction de la pression d'eau P_c sur la maquette M1

Effet du vieillissement

Les résultats de la figure 2.14(b) (mesures 1 et 2) correspondent à deux séries de mesures qui ont été faites sur le même montage de la maquette M1 à quatre jours d'intervalle l'une de l'autre. Ces mesures ont été réalisées avec l'excitation (a) (source acoustique) et la mesure de l'aire glottique "globale". La différence entre les fréquences de résonances, qui est presque de 10 Hz à $P_c = 2200\text{ Pa}$, peut alors s'expliquer par les changements de propriétés du latex dus au contact de l'eau pendant ces quatre jours. Ce contact altère la rigidité du latex, donc la tension de celui-ci, et les conditions aux limites de la structure s'en trouvent nécessairement changées.

Répétabilité des mesures

Les résultats de la figure 2.15 (mesures 1 et 2) correspondent à deux séries de mesures qui ont été faites sur la maquette M2 à des moments différents et avec nécessairement certaines variations des conditions aux limites, tension du latex dus au montage manuel des maquettes. De plus, la mesure 1 a été réalisée avec l'excitation (a) et la mesure 2 avec l'excitation (b) (le pot vibrant), ce qui explique pourquoi les mesures n'ont pas été faites sur la même gamme de pression d'eau P_c . Sur la gamme de pression d'eau commune, les 1^{ères} et 2^{èmes} fréquences de résonance sont plus faibles pour la mesure 1. Pour cette même mesure, le facteur de qualité de la seconde

1. On rappelle que la pression d'eau à l'intérieur des maquettes de plis vocaux est définie par $P_{eau} = P_{atm} + P_c$, où $P_c = \rho gh$ correspond à la surpression réglée par la hauteur h de la colonne d'eau par rapport au niveau des plis vocaux

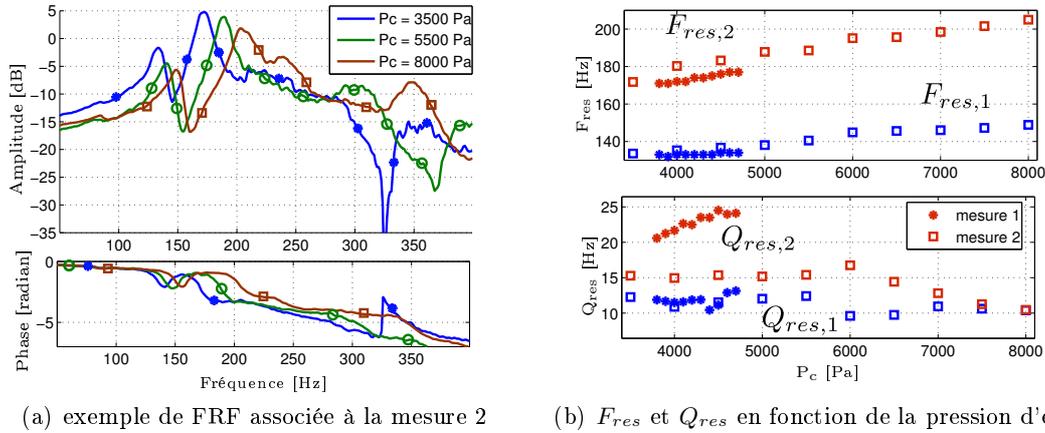


FIGURE 2.15 – Variation des FRF et des fréquences de résonances en fonction de la pression d'eau P_c sur la maquette M2

résonance est nettement plus élevée que la seconde, ce qui se traduit par un amortissement modal moindre. Cette constatation est vérifiée d'après la figure 2.17(a) qui illustre les FRF pour la mesure 1 et 2 sur la maquette M2 à la pression d'eau $P_c = 4000$ Pa. En effet, d'après ces FRF il apparaît clairement que le second pic de résonance de la mesure 2, mesure faite avec le pot vibrant, est plus amortie que celui de la mesure 1, faite avec la source acoustique.

Pour ces résultats, les différences sur les résonances ne s'explique pas nécessairement par les différences des propriétés mécaniques du latex car le latex utilisé dans les mesures 1 et 2 était encore dans un état neuf (non "altéré" par le contact avec l'eau) lors des mesures. Cependant, le montage des maquettes des plis vocaux peut s'avérer délicat, notamment celui de la maquette M2 (voir la partie 2.1.2), et il y a donc forcément des différences de tension et de placement induites par le montage à la main du latex sur la maquette.

Les résultats de la figure 2.16 (mesure 1 et 2) correspondent à deux séries de mesures réalisées sur la maquette M3 à huit jours d'intervalle. Ici, les deux séries de mesures ont été réalisées avec l'excitation (b). Si les valeurs de la 1^{ère} fréquence de résonance en fonction de la pression d'eau P_c sont quasiment inchangées entre les deux séries de mesures, ce n'est pas le cas des valeurs de la 2^{ème} fréquence de résonance. En effet, si l'évolution de cette seconde fréquence de résonance en fonction de P_c est similaire entre les deux séries de mesure, il est possible de noter des écarts supérieurs à 10 Hz ($P_c = 8000$ Pa par exemple). Si l'on parcourt les FRF dans l'ordre des pressions décroissantes (dégonflement progressif des plis vocaux), on peut noter vers $P_c = 6000$ Pa une réorganisation de l'ordre des résonances qui est due à l'apparition ou la disparition de certaines résonances. En effet, d'après la figure 2.16(a), si l'on peut observer une régularité décroissante dans l'organisation des pics de résonances entre les FRF à $P_c = 9500$ Pa et $P_c = 12000$ Pa, ceci n'est alors plus le cas avec la FRF à $P_c = 6000$ Pa. Cette discontinuité dans l'évolution des fréquences de résonance implique une modification structurelle qui ne peut s'expliquer par la simple modification de la pression d'eau P_c . Plusieurs propositions peuvent alors être faites pour expliquer cette modification.

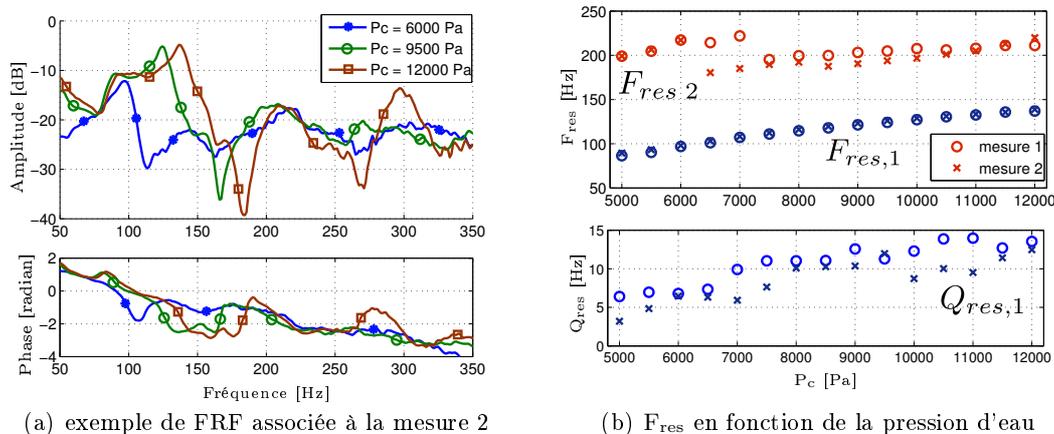


FIGURE 2.16 – Variation des FRF et des fréquences de résonance en fonction de la pression d'eau P_c sur la maquette M3

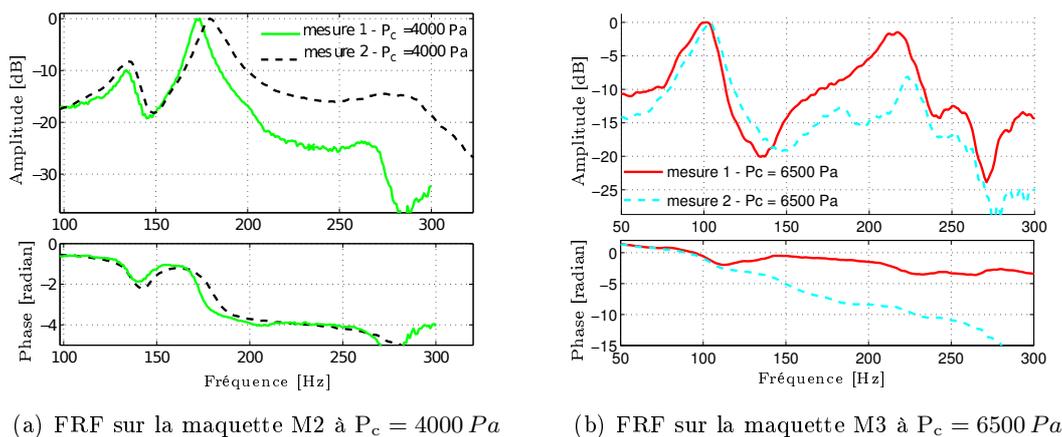


FIGURE 2.17 – Exemple de FRF des mesures 1 et 2 sur les maquettes M2 et M3, à une pression d'eau P_c donnée

Tout d'abord, si l'on se réfère à la description de la maquette M3 à la partie 2.1.2 (figure 2.4(b) et figure 2.5), il est possible de noter que contrairement aux deux autres maquettes M2 et M1 la maquette M3 est constituée de deux couches de latex : le pli vocal et un boyau central. Ce contact va nécessairement varier lors du changement de pression d'eau à l'intérieur du pli vocal et donc modifier le comportement de la structure. Une autre différence avec les maquettes M1 et M2 est que les pièces métalliques constituant les deux plis vocaux ne pas sont enserrées entre d'autres parties métalliques pour assurer l'étanchéité d'eau. Par conséquent, malgré la tension du tube de latex du pli vocal, l'eau peut s'infiltrer tout autour du tube métallique, comme illustré à la figure 2.18, et à partir d'une certaine pression d'eau le tube de latex n'est quasiment plus en contact avec le tube métallique, sauf sur les côtés des tubes où il est attaché. La discontinuité dans

l'évolution de la seconde fréquence de résonance observée à $P_c = 6000 Pa$, est possiblement due à une discontinuité provenant de l'un de ces deux contacts latex/latex ou latex/métal qui varie avec la pression d'eau², ce qui entraîne donc une modification structurelle et donc vibratoire de la maquette des plis vocaux. De plus, les valeurs des facteurs de qualité extraites pour cette 2^{ème} fréquence de résonance sont complètement désordonnées en fonction de la pression d'eau, ils ne sont pas présentés sur la figure 2.16(b).

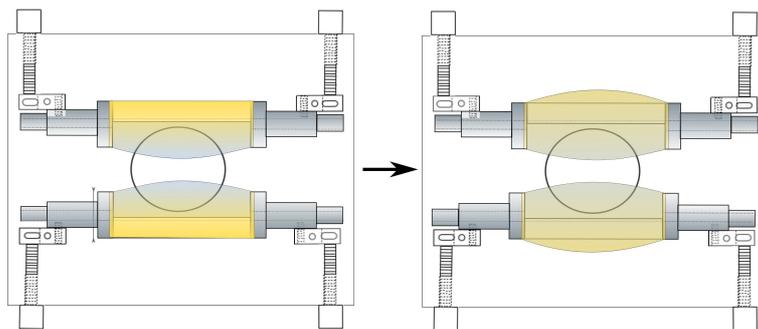


FIGURE 2.18 – Illustration de l'effet de gonflement du latex sur la maquette M3

2.2.5.2 Nature du fluide à l'intérieur des plis vocaux

Un autre paramètre mécanique que l'on peut faire varier sur les maquettes des plis vocaux est la viscosité du fluide à l'intérieur des plis. Des mesures de réponses mécaniques ont été réalisées sur la maquette M1 des plis vocaux remplis d'huile et sont présentées sur la figure 2.20. La figure 2.19 présente quand à elle les mesures sur la même maquette remplie d'eau.

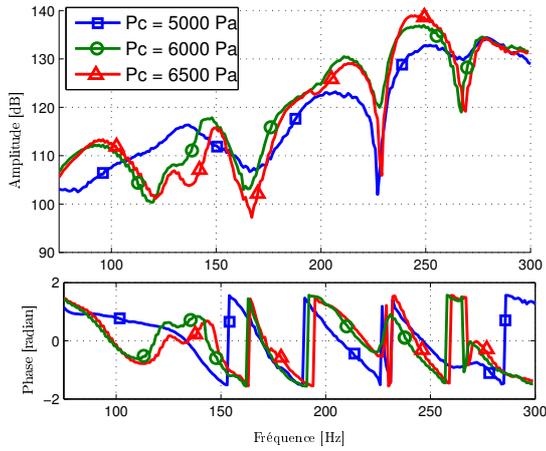
L'huile étant un fluide très visqueux, la mesure de la réponse mécanique sur la maquette remplie d'huile n'a pas pu être réalisée à l'aide de l'excitation (a). En effet, l'amortissement dû à l'huile est tel que l'énergie transmise par la source acoustique est trop rapidement dissipée ce qui rend difficile la mesure du signal transmis à la structure vibrante. Ces mesures ont donc été faites avec l'excitation (b) qui permettait une injection d'énergie suffisante pour obtenir un signal d'assez bonne qualité avec le dispositif laser, photodiode. Les résultats présentés ici le sont à titre d'exemple afin de mettre en valeur la forte influence de la viscosité du fluide sur la réponse en fréquence de la structure vibrante. Cependant, ces résultats demanderaient une analyse plus détaillée pour bien tenir compte du phénomène de sur-amortissement des modes.

Comme il est possible de l'observer sur la figure 2.20, l'amortissement engendré par l'huile rend les résonances de la structure moins observables car les pics de résonance sont très larges en comparaison avec ceux obtenus sur les maquettes remplies d'eau, présentés sur la figure 2.19³.

2. Pour une série de mesure réalisée pour des gonflements progressifs des plis vocaux. Il est probable que cette discontinuité n'apparaîtrait pas pour la même valeur de pression d'eau dû aux effets de relaxation du latex. Cependant, cette mesure n'a pas été réalisée ici.

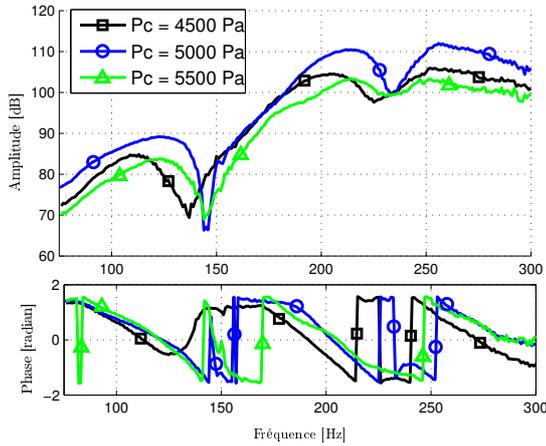
3. On notera sur la figure 2.19 que les FRF n'ont pas la même allure que celles présentées à la figure 2.14. En effet, ces mesures ont été réalisées sur deux versions de la maquettes M1 de dimensions légèrement différentes comme on le décrit à la partie 2.3.3

Il est également assez clair que ce changement de viscosité influe nettement sur les fréquences de résonance de la structure. Cependant, il est assez difficile de statuer ici pour savoir si ce changement a tendance à raidir ou amollir la structure vibrante. En effet, il n'a pas été possible de réaliser cette mesure sur une assez large gamme de pression du fluide à l'intérieur des plis vocaux pour observer une réelle tendance sur les fréquences de résonances. L'huile peut donc être un fluide moins intéressant pour les expérimentations sur maquettes car il ne permet pas de contrôler aussi bien les résonances mécaniques.



	5000 Pa	6000 Pa	6500 Pa
$F_{res,1}$	135 Hz	144 Hz	149 Hz
$F_{res,2}$	202 Hz	211 Hz	215 Hz
$Q_{res,1}$	5.0	12	19
$Q_{res,2}$	7.0	12	12

FIGURE 2.19 – Comparaison de réponses mécaniques obtenues avec de l'eau



	4500 Pa	5000 Pa	5500 Pa
$F_{res,1}$	109 Hz	111 Hz	113 Hz
$F_{res,2}$	200 Hz	204 Hz	208 Hz
$Q_{res,1}$	3.7	3.0	2.1
$Q_{res,2}$	6.1	6.4	6

FIGURE 2.20 – Comparaison de réponses mécaniques obtenues avec de l'huile

2.2.5.3 Epaisseur de latex

J. Buccheri présente dans son mémoire de stage [Buccheri 2013] réalisé au GIPSA-lab, des mesures de réponses mécaniques, avec les techniques présentées précédemment, sur la maquette

M2 pour différentes épaisseurs du latex central : $e = 0.26\text{ mm}$, $e = 0.33\text{ mm}$ et $e = 0.46\text{ mm}$ et pour des pressions d'eau allant de $P_c = 1000\text{ Pa}$ à $P_c = 6000\text{ Pa}$. Ces mesures ont été réalisées avec l'excitation (b) et la mesure globale de l'aire glottique avec le système laser. La figure 15 page 24 de son rapport [Buccheri 2013], figure 2.21 ci-dessous, présente l'évolution des deux premières fréquences de résonances extraites sur les FRF mesurées pour les différentes pression d'eau et pour les différentes épaisseur de latex.

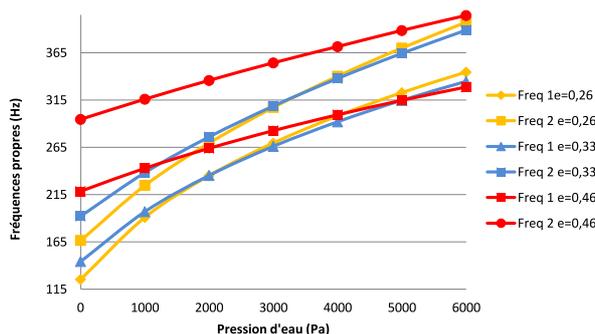


FIGURE 2.21 – Variation des fréquences propres en fonction de la pression d'eau pour différentes épaisseurs de latex, tiré de [Buccheri 2013]

Si ces fréquences augmentent bien en fonction de la pression d'eau, les résultats obtenus pour les différentes épaisseurs de latex semblent ordonnés de manière peu intuitives. En effet, la 1^{ère} fréquence de résonance mesurée pour le latex intermédiaire ($e = 0.33\text{ mm}$) est la fréquence la plus faible quelque soit la pression d'eau. J. Buccheri interprète alors ce résultat comme l'extraction de la fréquence de résonance d'un mode alors différent du 1^{er} mode mesuré sur les autres configurations d'épaisseur de latex. Cependant, des écarts jusqu'à 20% entre ces différentes configurations peuvent être relevés pour certaines pressions d'eau.

Les résultats observés dans cette partie montre que si d'une part il existe une grande variabilité dans le comportement mécanique et donc vibratoire des maquettes du fait des différents paramètres du matériau et du fluide qui la compose, une grande variabilité et incertitude résultent également du montage et du vieillissement des maquettes dans le temps. Il est donc nécessaire de pouvoir réaliser une mesure *in-situ* de manière systématique afin de caractériser le comportement mécanique de la maquette utilisée.

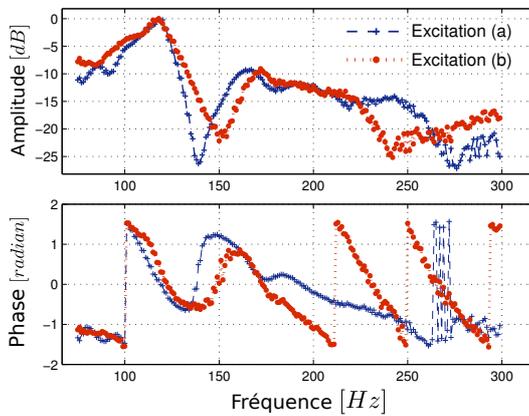
2.2.6 Comparaison des résultats des différents dispositifs

La partie suivante s'intéresse donc à la comparaison des différents dispositifs présentés aux parties 2.2.2 et 2.2.3 pour essayer de voir ce qu'il est possible ou non de caractériser de manière *in-situ* et de discuter autour d'améliorations possibles des dispositifs présentés.

2.2.6.1 Comparaisons chambre de compression / pots vibrants

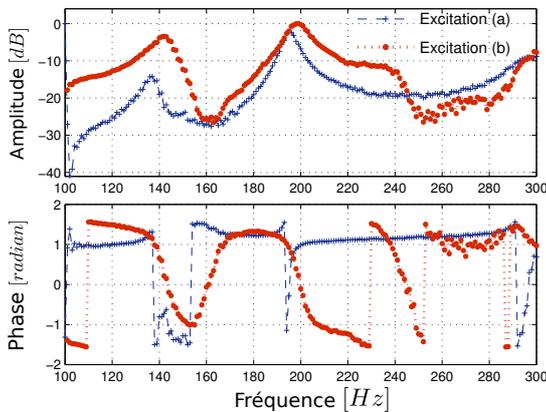
Les résultats suivants comparent la méthode de mesure de la réponse mécanique avec la chambre de compression, figure. 2.8(a), telle qu'elle était réalisée par Ruty & coll., Cisonni & coll. [Ruty 2007a, Cisonni 2008], et la méthode utilisant le pot vibrant 1, figure. 2.8(b).

Des exemples de réponses mécaniques, figure 2.22 et figure 2.23, obtenues respectivement sur les maquettes des plis vocaux M1 et M2 permettent d'observer la similarité des fonctions de transfert (amplitude et phase) obtenues à l'aide des deux méthodes, notamment aux vues des faibles écarts entre les fréquences de résonances et les facteurs de qualité. Les mesures présentées sur ces figures ont été obtenues avec les signaux d'excitation sinusoïdaux (fréquence par fréquence), explicités à la sous-section 2.2.1 de ce chapitre.



	Excitation (a)	Excitation (b)
$F_{res,1}$	118 Hz	118 Hz
$F_{res,2}$	171 Hz	167 Hz
$Q_{res,1}$	8.0	8.4
$Q_{res,2}$	6.4	8.0

FIGURE 2.22 – Comparaison de réponses mécaniques obtenues avec les excitations (a) et (b) sur la maquette M1



	Excitation (a)	Excitation (b)
$F_{res,1}$	137 Hz	142 Hz
$F_{res,2}$	195 Hz	198 Hz
$Q_{res,1}$	21	14
$Q_{res,2}$	28	20

FIGURE 2.23 – Comparaison de réponses mécaniques obtenues avec les excitations (a) et (b) sur la maquette M2

La figure 2.24 présente une comparaison des fonctions de transfert obtenues à l'aide des trois méthodes d'excitation différentes décrites dans la partie 2.2.2 : la chambre de compression, le pot vibrant 1 et le pot vibrant 2. Ces trois mesures ont été réalisées à la suite sur la maquette M1 mais pas de manière *in-situ* car le montage avec l'excitation (c) requiert un démontage pour la mise en place sur le pot vibrant 2.

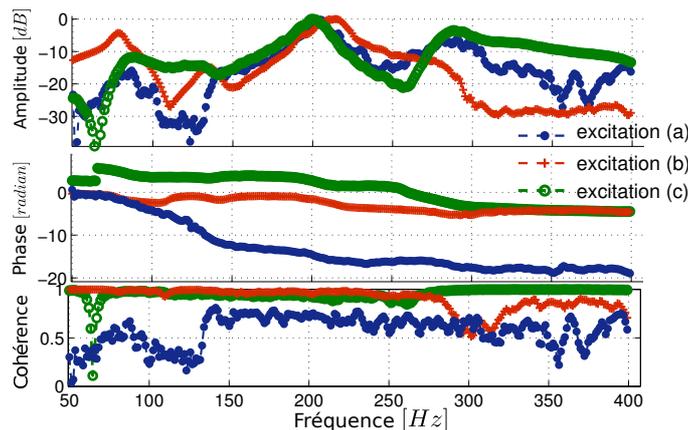


FIGURE 2.24 – Comparaison d'une fonction de transfert (amplitude, phase, cohérence) obtenues pour chaque excitation (a), (b) et (c) sur la maquette M1

D'après ces mesures, il est difficile d'établir de réelles similarités entre les fonctions de transfert observées à la figure 2.24, sauf peut-être pour la résonance vers 200 Hz qui semble être mise en évidence par les trois dispositifs. Cependant, comme décrit dans la partie 2.2.2, pour la mesure avec l'excitation (c) la maquette des plis vocaux était entièrement vissée sur le pot vibrant afin d'exciter toute la structure métallique enserrant les plis vocaux. S'il est très probable que la transmission des vibrations via le bâti des maquettes de plis vocaux ne se fasse pas uniquement dans l'axe vertical, il est néanmoins impossible de contrôler et de mesurer cette direction d'excitation comme il est possible de le faire avec le dispositif d'excitation (b). Le déplacement des plis vocaux dû à cette excitation était ensuite mesuré par le même système laser décrit dans la partie 2.2.1. Une comparaison un peu plus aboutie des excitations (b) et (c) est possible via l'analyse des déformées spatiales décrite dans la partie suivante 2.2.6.2.

2.2.6.2 Influence de la localisation de l'excitation et du point de mesure

Comme on va le voir dans cette partie, la position d'excitation du palpeur de l'excitation (b) sur les plis vocaux peut influencer la présence de certaines résonances sur la fonction de transfert. Les excitations délivrées par les excitations (a) et (c) sont, quant à elles, globales et l'on peut donc voir la FRF qu'il en résulte comme une FRF "globalisée". De ce fait, la comparaison entre une méthode où l'excitation est localisée (excitation (b)) et une méthode où l'excitation est globale peut être délicate.

De la même manière, la mesure du déplacement des plis vocaux par le biais du système laser donne également lieu à une FRF globalisée. En effet, le laser éclairant tout ou partie de l'aire glottique entre les deux plis vocaux, le déplacement mesuré sera le déplacement moyen de la ligne supérieure des plis vocaux. La partie suivante s'intéresse également à l'influence de la localisation de cette mesure par l'utilisation de fentes ou d'un vibromètre laser.

Localisation du point d'excitation :

Pour étudier l'influence de la position du palpeur de l'excitation (b) sur la réponse en fréquence des maquettes des plis vocaux, la mesure est répétée sur les maquettes M1 et M2 en variant la position du palpeur comme indiquée sur les figures 2.25(a) et 2.26(a) ci-dessous. Les amplitudes des FRF alors obtenue varient d'un point d'excitation à l'autre, comme illustrées sur les figures 2.25(b) et figures 2.26(b), mesurées respectivement sur les maquettes M1 et M2. D'après ces FRF, il est possible de remarquer que certaines résonances ne ressortent presque pas pour des positions où la tige est située sur, ou proche, d'un nœud de vibration de la résonance en question. Au contraire, certaines positions de la tige semblent exciter plusieurs résonances proches en fréquence ce qui ne permet pas de bien les distinguer entre elles, ce qui peut se traduire par un décalage du pic de résonance et un élargissement de la bande passante de ce pic comme on peut l'observer sur la courbe "point 3" de la figure 2.26 par exemple. Il en résulte un décalage de la valeur estimée de la fréquence de résonance et une surestimation du facteur de qualité associé.

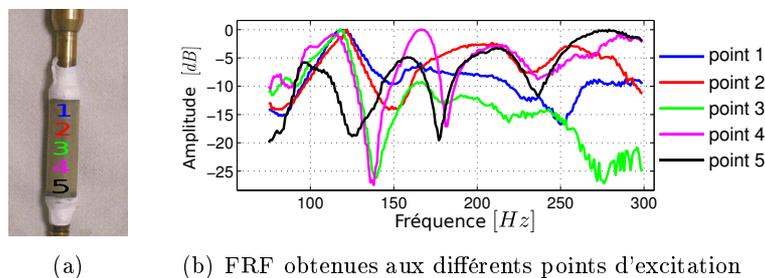


FIGURE 2.25 – Localisation des positions du palpeur sur la maquette M1 (a) et comparaison des FRF (amplitude) obtenues pour ces différents points d'excitation (b)

Les valeurs des moyennes et des déviations standards des fréquences de résonance et des facteurs de qualité, calculés à partir des FRF obtenues pour différentes positions du palpeur sur les maquettes M1 et M2, sont présentées dans le tableau 2.2. On remarque alors des écarts pouvant être assez importants comme, par exemple, ceux sur la seconde résonance mesurée sur la maquette M2. Les écarts en fréquence peuvent notamment être expliqués par la position du palpeur dont le contact avec le latex peut changer entre les différentes positions et être donc plus ou moins enfoncé dans la structure. Comme on l'a déjà évoqué, l'excitation de plusieurs modes proches en fréquence donne des lobes résultants beaucoup plus large, qui peut aussi expliquer le décalage en fréquence et surtout l'écart entre les valeurs de facteurs de qualité mesurées.

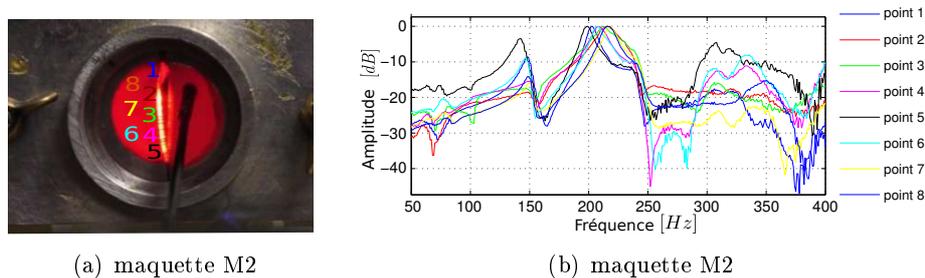


FIGURE 2.26 – Localisation des positions du palpeur sur la maquette M2 (a) et comparaison des FRF (amplitude) obtenues pour ces différents des points de mesure (b)

Grandeurs mesurées	M1		M2	
	Valeurs moyennes	Ecart-type	Valeurs moyennes	Ecart-type
$F_{res,1}$	116 Hz	2.6 Hz	147 Hz	3.0
$F_{res,2}$	165 Hz	1.5 Hz	210 Hz	7.0
$Q_{res,1}$	5.6	1.7	15.9	2.2
$Q_{res,2}$	7.9	2.9	16.4	4.1

TABLE 2.2 – Valeurs moyennes des résonances mesurées sur la maquette M1 pour différentes positions de palpeur

Localisation du point de mesure :

Comme on l'a précédemment décrit à la partie 2.2.3, la localisation de la mesure par le système optique existant est réalisée à l'aide d'une fente de 2 mm de largeur positionnée entre la maquette des plis vocaux et la photodiode, figure 2.27, pour différentes positions sur la largeur glottique. La mesure de la réponse mécanique pour chacune de ces positions permet alors d'obtenir une information localisée de la composante transverse du déplacement des plis vocaux.

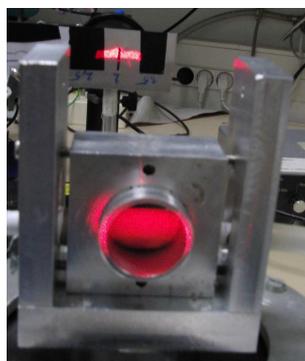


FIGURE 2.27 – Dispositif de mesure de l'ouverture glottique sur la maquette M1

La figure 2.28 montre les FRF estimées à partir de l'excitation par le pot vibrant 1 et de la mesure de l'ouverture glottique avec les fentes (en traits pointillés) et la FRF estimée à partir de la mesure de l'aire glottique totale. Les positions numérotées de 1 à 9 correspondent à des positions de la fente réparties sur les 20 mm de la largeur glottique, de gauche (position 01) à droite (position 09). Il est alors intéressant de remarquer que les pics de résonance ne figurent pas sur toutes les FRF "partielles" suivant la position de la fente, *i.e.* suivant la position de la mesure sur la largeur du pli vocal. Ce résultat est logiquement similaire à celui présenté auparavant en fonction de la position du palpeur. Il est également intéressant de noter que la FRF "globale" (sans fente) ne contient pas non plus tous les pics de résonance. En effet, celle-ci peut être vue comme une moyenne des différentes FRF localisées, par conséquent si une résonance n'est présente que sur une ou deux FRF elle peut être inhibée sur la FRF globale, ce qui est d'ailleurs le cas pour une résonance située un peu avant 300 Hz sur la figure 2.28. Ceci peut-être également dû à un phénomène de compensation entre deux positions de mesure en oppositions de phase, dont la résultante est alors de faible amplitude.

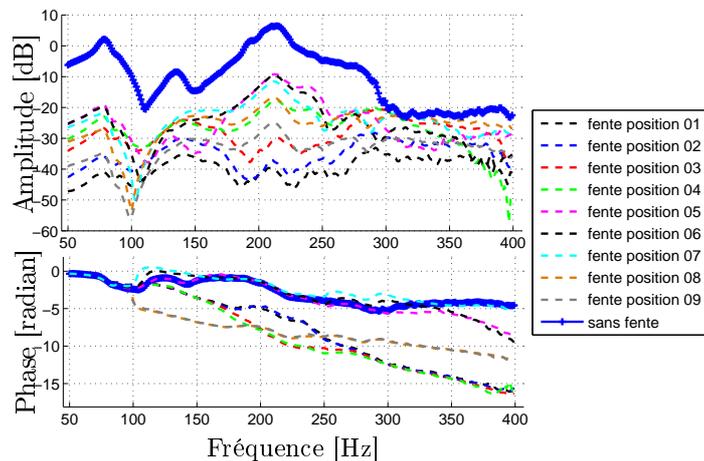
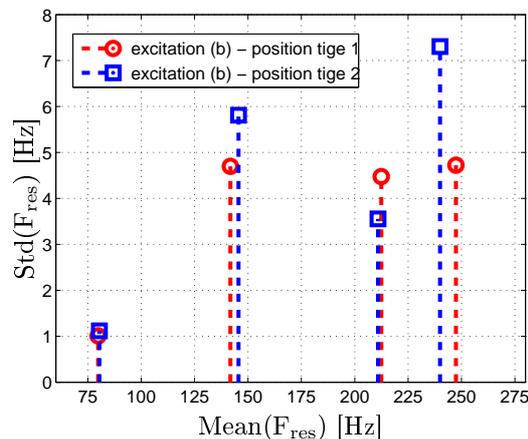


FIGURE 2.28 – Localisation du point de mesure sur la maquette M1

Contrairement aux résultats observés par Richards & coll. [Richards 2003], il n'apparaît pas ici de double pics au niveau des résonances sur les FRF globales obtenues par la mesure de l'aire glottique totale. Ceci est notamment dû à des conditions d'expérimentations différentes. En effet, contrairement à Richards & coll., la mesure de la réponse mécanique est faite sur un seul pli vocal, l'autre est soit totalement dégonflé ou retiré pour la mesure. Il n'y a en conséquence pas de phénomène dû au contact des commissures des plis vocaux.

Ce dispositif de localisation de la mesure à travers une fente permet alors de discrétiser la mesure "globale" et d'étudier l'influence de la position du point de mesure sur la réponse mécanique et donc sur l'extraction des paramètres de résonance. Pour chaque position de fente, on peut extraire des FRF les fréquences de résonances et les facteurs de qualité correspondants et étudier la disparité de cette extraction liée à la position de la mesure. L'extraction de ces paramètres est alors réalisée avec la méthode RFP décrite à la partie 2.2.4 et conduit à la figure 2.29

qui présente les écarts types des fréquences propres mesurées sur toutes les positions de fente en fonction de la moyenne de celles-ci. De plus, ces résultats sont comparés pour deux excitations différentes avec l'excitation (b) (positions 1 et 2 : le palpeur est positionné respectivement sur la droite et la gauche du pli vocal).



Grandeurs mesurées	position palpeur 1		position palpeur 2	
	Valeurs moyennes	Ecart-type	Valeurs moyennes	Ecart-type
$Q_{res,1}$	3.8	2.6	4.9	1.9
$Q_{res,2}$	5.4	1.5	5.4	0.6
$Q_{res,3}$	15.1	9.0	12.1	4.2
$Q_{res,4}$	12.8	3.6	22.6	6.3

FIGURE 2.29 – Variation standard des fréquences de résonances mesurées avec les 9 positions de fente, pour deux excitations différentes : excitation (b) palpeur à droite, palpeur à gauche

Les résultats de la figure 2.29 montrent une déviation standard nettement plus faible pour la 1^{ère} fréquence de résonance ($\sim 1 Hz$) que pour les suivantes (de 3.5 à 7 Hz). Par conséquent, si la 1^{ère} résonance (80 Hz) ressort bien pour toutes les positions de fente, ce n'est pas tout à fait le cas des autres et notamment de la 2^{ème} et 4^{ème} résonance (140 et 240 Hz) qui semblent "transparentes" pour certaines positions de mesures. Sur la FRF globale, obtenue sans fente, cette 4^{ème} résonance n'apparaît pas.

Ces résultats traduisent les caractéristiques spatiales des modes de vibrations de la structure présentés ci-dessous.

Déformées spatiales de la structure vibrante :

Les neuf points de mesure effectués le long du pli vocal conduisent à une résolution spatiale de la structure vibrante assez faible : une seule ligne de mesure avec un point de mesure tous les 3 mm. Malgré cela, il est possible de réaliser une analyse des déformées spatiales de la structure vibrante via l'étude des amplitudes complexes aux fréquences de résonances et pour chacun des points de mesure. Cette méthode est similaire à une analyse de type SIMO (Single-Input Multiple-Output) qui pourrait permettre, en théorie, d'obtenir suffisamment d'information

pour bien extraire tous les modes de la structure. En pratique, une seule position et une seule orientation de la source d'excitation (ici le pot vibrant) ne permettent pas nécessairement de bien exciter et donc de faire ressortir tous les modes de la structure, certains se retrouvant noyés par la présence d'autres modes ou dans du bruit de mesure. On s'affranchit de ce problème lors d'une analyse modale à proprement parler.

Les déformées spatiales présentées à la figure 2.30 ne proviennent pas d'une analyse modale et ne sont donc pas des déformées modales ([Maia 1997, Harris 2002]) mais des réponses vibratoires spatiales aux fréquences de résonances estimées. Cependant, ces déformées rendent possible l'identification de motifs vibratoires transverses d'ordre 0 (un lobe le long de la glotte) à $f_0 = 77 \text{ Hz}$ et $f_2 = 212 \text{ Hz}$, d'ordre 1 (deux lobes) à $f_1 = 145 \text{ Hz}$, et d'ordre 2 (trois lobes) à $f_3 = 237 \text{ Hz}$.

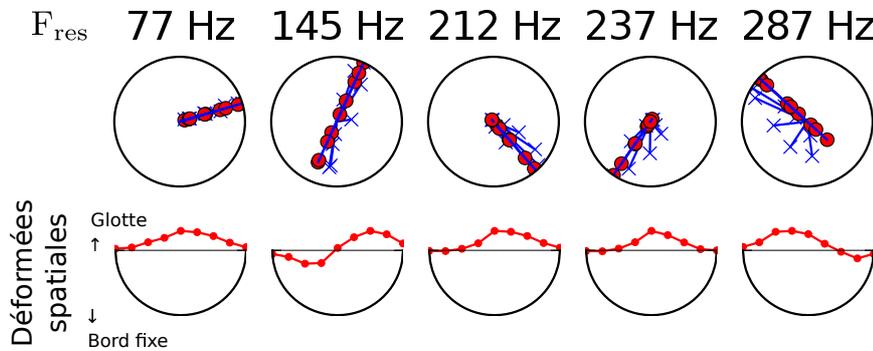


FIGURE 2.30 – Diagramme de phase des coefficients de résonance (haut) et composante transverse des déformées spatiales (bas) obtenues sur la maquette M1 avec l'excitation (b) et le système de mesure par fente

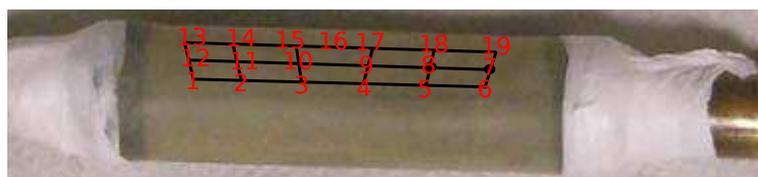
Comme le montrent les diagrammes de phases, les points de mesure ne vibrent pas tous avec la même phase : à 145 Hz , par exemple, une partie des points de mesure est en opposition de phase par rapport à l'autre partie et à 287 Hz les points ne semblent pas vibrer en phase et peuvent faire penser à des modes complexes. Afin de ne représenter que des modes réels pour chacune des fréquences de résonance, l'amplitude de chacun des points de mesure est projetée (rond rouge) dans la direction principale que l'on choisit comme étant la direction de phase du point de mesure où l'amplitude est la plus importante. Pour chaque résonance, les déformées spatiales sont alors obtenues par l'extraction des valeurs d'amplitude et de phase projetées pour les FRF correspondantes aux neuf points de mesure. Une interpolation linéaire est ensuite faite pour estimer la déformée des segments entre les points et ainsi obtenir une idée de la composante transverse de la déformée spatiale de la structure.

Les déformées spatiales obtenues avec la position 2 du palpeur et avec l'excitation (c) sont données en Annexe A.1. L'analyse de ces différents résultats montre une bonne corrélation entre les déformées spatiales et les fréquences de résonances obtenues pour les deux positions du palpeur, exceptée la deuxième fréquence de résonance où l'on observe un écart de 10 Hz entre les deux mesures. Les résultats obtenus avec l'excitation (c) sont nettement différents vis à vis

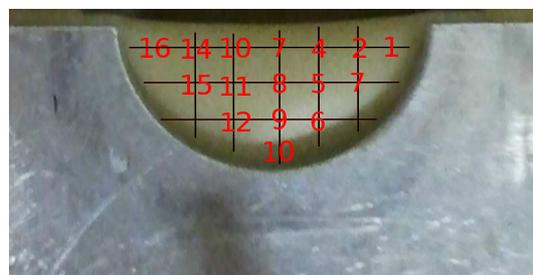
des fréquences de résonance mesurées, mais les déformées spatiales observées semblent assez similaires à celles obtenues avec l'excitation (b). Ces différences confirment encore que le choix de la direction d'excitation de la structure a un impact conséquent sur les modes vibratoires observables.

2.2.6.3 Mesures marteau-LDV

Les maquettes M1 et M2 ont également fait l'objet d'essais transitoires (avec une excitation par marteau d'impact décrit à la partie 2.2.2) et mesure des vitesses axiales (avec le vibromètre). Ces mesures ont été réalisées au laboratoire FEMTO-st de Besançon. Les mesures de vitesse sont faites suivant une grille de points sur la face aval du pli vocal, comme celles représentées sur la figure 2.31(a) pour la maquette M1 et sur la figure 2.31(b) pour la maquette M2. Trois directions d'impact du marteau sur le bâti des maquettes ont été testées, comme l'illustre la figure 2.32. Le traitement des signaux de vitesse et de force pour l'estimation des FRF est réalisé via le logiciel SigLab et correspond à une moyenne de trois acquisitions pour trois impacts identiques successifs.



(a) M1



(b) M2

FIGURE 2.31 – Grille des mesures axiales réalisées avec le pot vibrant

Les exemples de FRF sur la figure 2.33, obtenues sur la maquette M1 pour les trois directions d'impact du marteau ainsi que pour deux points de mesure sur le pli vocal, montrent logiquement la double influence de l'excitation et de la position d'observation sur les résonances observées. En effet, si l'on regarde par exemple les deux FRF obtenues pour un impact horizontal (suivant X), on constate qu'une résonance apparaît autour de 139 Hz pour la mesure faite au point 19 (point inférieur droit) alors qu'elle n'apparaît absolument pas sur la mesure au point 10 (point inférieur milieu). De la même manière, au point de mesure 19 cette résonance à 139 Hz n'apparaît pas pour la mesure avec une excitation verticale (suivant Z). Bien entendu, ce même genre d'observations peut être faite avec les mesures qui ont été faites sur la maquette M2. Ces

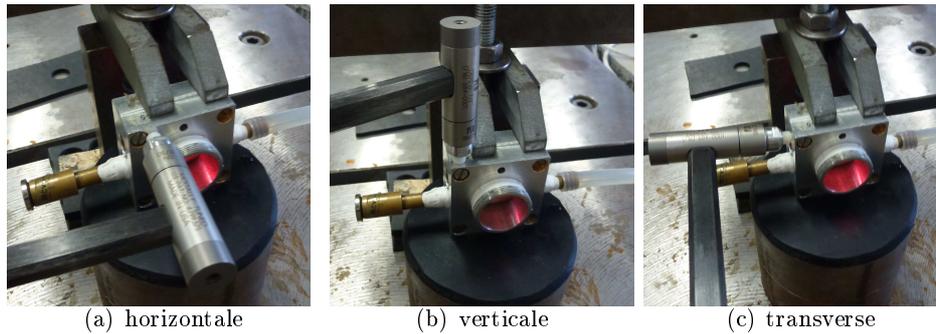


FIGURE 2.32 – Directions d'excitation du marteau d'impact

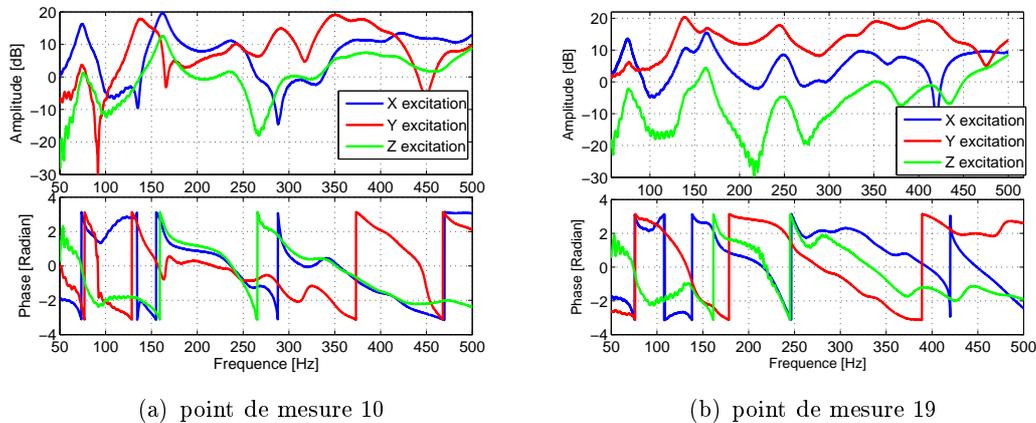


FIGURE 2.33 – Exemples de FRF obtenues sur la maquette M1 en deux points de mesure différents (points 10 et 19 de la grille figure 2.31(a) et pour trois directions d'impact différentes et la mesure de la composante axiale de la vitesse par le LDV

résultats sont similaires à ceux déjà observés dans les parties 2.2.6.1 et 2.2.6.2 précédentes et ne font que souligner la complexité des déformées modales des structures étudiées et la difficulté de bien dissocier les différentes directions principales de ces modes. Cependant, ici la résolution spatiale des mesures faites avec le vibromètre laser est meilleure qu'avec le dispositif de fentes de la partie 2.2.6.2, ce qui permet d'envisager une analyse des déformées spatiales plus fine que celle présentée précédemment.

Déformées spatiales de la structure vibrante :

Les déformées spatiales présentées sur les figures 2.34 et 2.35 sont obtenues de la même manière que celles présentées à la partie 2.2.6.2 précédente par l'extraction des valeurs d'amplitude et de phase pour les FRF respectivement aux points des grilles de mesure figure 2.31(a) et figure 2.31(b). Une interpolation linéaire 2D est choisie pour obtenir des valeurs entre les points de mesure. Ici, la mesure étant réalisée par le LDV, on peut observer une carte des composantes axiales des déformées spatiales.

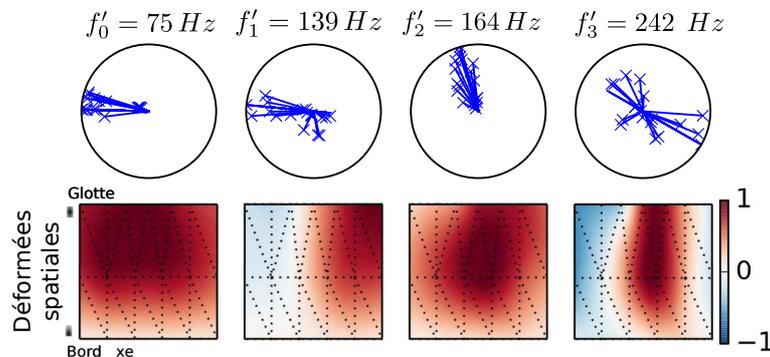


FIGURE 2.34 – Diagramme de phase des coefficients de résonance (haut) et composante axiale des déformées spatiales (bas) obtenue sur la maquette M1 à partie d’une mesure LDV sur la grille figure 2.31(a) et de l’excitation au marteau d’impact horizontal

Les résultats sont comparables à ceux de la partie 2.2.6.2 qui ont été réalisés sur la même maquette mais à des instants différents donc pour des montages de la maquette potentiellement différents. Si l’on compare les composantes axiales des déformées de la figure 2.34 aux composantes transverses des déformées de la figure 2.30, on observe qu’il est possible de retrouver un motif vibratoire d’ordre 0 à un lobe pour des fréquences de résonances tout à fait similaires (respectivement $f'_0 = 75 \text{ Hz}$ et $f_0 = 77 \text{ Hz}$), un motif d’ordre 1 à deux lobes (respectivement pour $f'_1 = 139 \text{ Hz}$ et $f_1 = 145 \text{ Hz}$) et un motif d’ordre 2 à trois lobes (respectivement pour $f'_4 = 242 \text{ Hz}$ et $f_4 = 237 \text{ Hz}$). Cependant, un second motif d’ordre 0 correspondant à un lobe le long de la glotte (dans le plan médian) est mis en valeur pour les deux mesures mais pour des fréquences de résonance sensiblement différentes (respectivement pour $f'_2 = 164 \text{ Hz}$ et $f_2 = 212 \text{ Hz}$).

La figure 2.35 suivante présente une carte des composantes axiales des déformées spatiales obtenues sur la maquette M2. Contrairement aux résultats précédents sur la maquette M1, il est difficile d’identifier des motifs vibratoires précis d’après ces mesures. En particulier, il semble que l’amplitude des vibrations soit nettement plus grande côté droit ce qui pourrait venir du choix de la position d’excitation ou un effet de conditions aux limites. En effet, sur les maquettes des plis vocaux un des deux côtés se trouve à proximité de l’entrée d’eau et pas l’autre.

2.2.7 Conclusion sur la mesure de la réponse mécanique

Les différentes mesures de réponse mécanique observées dans ce chapitre ont permis d’établir l’influence des paramètres expérimentaux (pression, épaisseur de latex, montage des maquettes, ...) sur le comportement vibratoire des maquettes des plis vocaux et la nécessité d’une mesure de la réponse mécanique pour caractériser précisément le comportement vibratoire à un temps donné t d’utilisation de la maquette.

Ces mesures ont également permis de dégager un intérêt dans la complémentarité des divers dispositifs d’excitation et d’observation permettant la reconstitution 3D précise des champs de

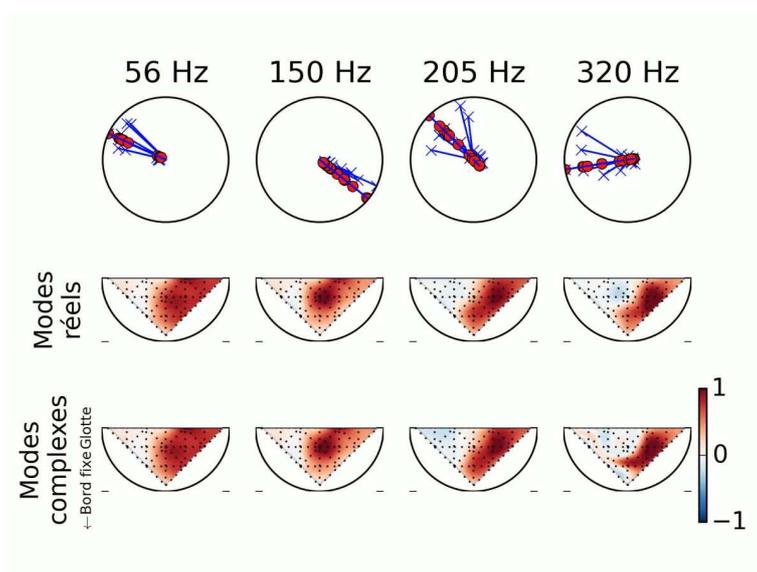


FIGURE 2.35 – Diagramme de phase des coefficients de résonance (haut) et composante axiale des déformées spatiales (bas) obtenue sur la maquette M1 à partie de la grille de mesure figure 2.31(a)

déplacements de la structure vibrante. L'acquisition d'un vibromètre laser à balayage, dans le cadre du projet ANR VOFOCAM conduit par Fabrice Silva (2012-2015), devrait notamment permettre la possibilité d'atteindre ce degré de précision.

Les travaux portant sur la modélisation numérique et la simulation des vibrations de la structure hydro-élastique des maquettes des plis vocaux fait l'objet du chapitre 3. Ce chapitre montrera notamment l'influence de paramètres comme la pression de gonflement, l'épaisseur du latex, la masse volumique du fluide à l'intérieur des plis entre autres.

2.3 Mesures des seuils d'oscillation en fonction de paramètres

La mesure des seuils d'oscillation présente l'intérêt de caractériser les conditions de pressions nécessaires à l'amorçage et à l'entretien de l'auto-oscillation des plis vocaux et la fréquence fondamentale d'oscillation. C'est une mesure quantitative intrinsèque au système couplé complet sur laquelle peut s'appuyer la validation expérimentale de modèles simplifiés comme le modèle à deux masses décrit en 4.2.2.

2.3.1 Description du dispositif de mesure

La mesure de la pression d'écoulement se fait sur le dispositif expérimental illustré sur les figures 2.1 et 2.39. Un capteur piézo-résistif de pression (Kulite XCS-0.93-0.35-Bar-G) permet d'obtenir la valeur des fluctuations de pression juste en amont des plis vocaux. Ce capteur est alimenté par une alimentation stabilisée Labor-Netzgerat EA-3005S, il a une réponse linéaire en tension et un gain constant sur tout la plage d'utilisation [Ruty 2007a, Bailly 2009]. Ces signaux sont traités à l'aide d'un préamplificateur et conditionneur de signaux (National Instruments SXCI-1121). La fréquence d'échantillonnage est de 10 kHz .

L'air provenant du compresseur d'air est acheminé vers la maquette des poumons via un détendeur et une vanne manuelle. Le détendeur permet de régler la pression maximum souhaitée et de l'augmenter progressivement jusqu'à l'oscillation stable des maquettes des plis vocaux. Plusieurs valeurs de pression sont alors à différencier : une valeur minimale de pression sous-glottique nécessaire pour amorcer l'oscillation, appelée pression d'onset, d'après [Lucero 1995] et [Vilain 2002]. Lucero [Lucero 1999] fait aussi la distinction entre bifurcation directe et inverse. Il suppose une bifurcation inverse et décrit le chemin des amplitudes d'oscillation suivant les variations de pression sous-glottique. Une autre valeur de pression, appelé pression d'offset, correspond à la pression pour laquelle les oscillations s'arrêtent (pour des pressions sous-glottique décroissantes). Enfin, comme détaillé par B. Bergeot dans [Bergeot 2012], on peut également distinguer les pressions de seuil statique et dynamique. Cependant, dans le cadre de ces travaux nous ne nous intéresserons qu'à la pression de seuil dynamique d'onset.

La mesure de cette pression d'onset sera alors faite en deux temps : une première recherche grossière du seuil est faite pour régler le système compresseur+détendeur de manière à ce que la pression d'air délivrée par le système soit juste au dessus de la pression de seuil. Ensuite, la mesure est réalisée pendant laquelle la pression sous-glottique croit de manière asymptotique vers la valeur grossière. Cette méthode permet d'atteindre le seuil de façon plus douce afin de ne pas surestimer les valeurs de pressions d'onset et d'assurer une meilleure variance des mesures.⁴

La détection des oscillations pour le calcul de la fréquence fondamentale d'oscillation est réalisée sur le signal de pression subglottique mesuré par le capteur de pression Kulite. Cette détection est faite à l'aide d'une méthode d'auto-corrélation, seuillage et détection de pics d'amplitude, dont les détails adaptés au traitement de la parole peuvent être trouvés

4. Par la suite, afin de distinguer les deux termes de pression que sont la pression d'eau P_c à l'intérieur des maquettes de plis vocaux et la pression de seuil d'oscillation P_{seuil} , on nommera le premier par le terme de "gonflement". Ce terme sera notamment réutilisé dans le chapitre 3, où l'on comprendra mieux pourquoi il convient bien de parler de gonflement. La pression de seuil sera, quand à elle, notée P_{seuil} .

dans [Henrich 2001, Henrich 2004], par exemple. Dans la suite de ce manuscrit, la fréquence fondamentale d'oscillation sera notée F_{osc} .

Comme cela a été fait pour la mesure de la réponse mécanique à la partie 2.2.5, les sous-parties suivantes s'intéressent alors à l'influence de certains paramètres de contrôle sur la variation des seuils d'oscillation. Ces différentes études paramétriques ayant été réalisées tout au long de ces travaux de thèse, tous ces paramètres n'ont pu être testés sur chacune des maquettes et par conséquent l'influence des paramètres est toujours à considérer par rapport à la maquette dans son fonctionnement considéré "normal".

Les sous-parties 2.3.2 et 2.3.3 suivantes présentent des résultats des mesures de seuils d'oscillation sur les maquettes du GIPSA-lab, M1, M2 et M3, décrites à la partie 2.1.2. Ils illustrent l'étendue des variations des valeurs de seuil P_{seuil} et F_{osc} qu'il est possible d'explorer avec ces trois maquettes si l'on fait varier des paramètres tels que l'épaisseur du latex des plis vocaux, le type de fluide à l'intérieur des maquettes de plis vocaux, la pression de ce fluide, la présence ou non de résonateur amont ou aval et leurs longueurs. Rappelons donc d'abord quelques résultats observés lors de précédents travaux de thèse.

Quelques rappels de résultats existants

Nicolas Ruty, dans ses travaux de thèse [Ruty 2007a, Ruty 2007b], présente l'évolution des pressions de seuil et des fréquences fondamentales d'oscillation de la maquette des plis vocaux M2 en fonction de la longueur des tubes amont et aval. Celui-ci observait notamment que lorsque la longueur du tube aval variait la fréquence d'oscillation des plis vocaux avait tendance à être "attirée" par les fréquences de résonance du tube aussitôt que celles-ci se trouvaient être assez proche des fréquences de résonance des plis vocaux. Les pressions de seuil atteignent un minimum lorsque l'écart entre les fréquences de résonances du résonateur et des plis vocaux tend lui aussi à être minimum. Et pour des tubes avals de l'ordre de grandeur du conduit vocal humain, n'excédant pas 40 *cm*, les pressions de seuil diminuent lorsque la longueur du tube augmente.

Toujours dans ses travaux de thèse, Nicolas Ruty présente aussi l'évolution des seuils d'oscillation en fonction du gonflement. Il mesure ces oscillations pour deux étendues de gonflement : des gonflements faibles à moyens avec un résonateur aval de 25 *cm* et des gonflements moyens à forts avec un résonateur aval de 50 *cm*. Il observe des minimums de pression de seuil pour deux gonflements différents (à $P_c = 500 Pa$ et à $P_c = 5000 Pa$) du fait de l'effet de couplage dû à l'utilisation des deux résonateurs avals différents. Cependant, le second minimum de pression de seuil ($P_c = 5000 Pa$) correspond à une ouverture glottique quasi-nulle, ce que Titze avait également observé expérimentalement [Titze 1995]. La variation des fréquences de résonance en fonction du gonflement est globalement guidé par l'évolution des fréquences de résonances des plis vocaux.

Les travaux de thèse de Julien Cisonni [Cisonni 2008, Cisonni 2011] présentent, entre autre, l'influence de l'ouverture glottique sur la mise en oscillation d'une maquette en tout point similaire à la maquette des plis vocaux M1 avec un système de cales permettant l'écartement des deux tubes constituant les plis vocaux. L'ouverture glottique initiale est alors fixée par l'écartement entre les plis et dans le même temps par le gonflement résultant de la pression d'eau P_c à l'intérieur des plis vocaux. Dans ces travaux, il est possible d'observer qu'il existe une zone

d'ouverture glottique initiale pour laquelle les plis vocaux n'entrent pas en oscillation et qui semble très similaire entre les différentes configurations étudiées. Cependant, la relation entre les pressions de seuil et l'écartement des plis, engendrée à la fois par le système de cales et le gonflement, semble difficile à établir sans considérer la modification structurelle de la structure vibrante due aux variations de pression d'eau P_c .

2.3.2 Influence de l'épaisseur de latex

Comme on l'a dit précédemment, ces mesures n'ont pas toujours été faites au même moment, sur des montages de maquettes des plis vocaux différents et surtout avec des latex dont les épaisseurs n'étaient pas forcément identiques. Cette partie s'intéresse à l'influence d'une variation de l'épaisseur du latex sur les seuils d'oscillation.

Maquette M2 : la figure 2.36(a) montre des résultats de mesures réalisées sur la même maquette M2 mais pour des montages comportant deux différences principales : l'épaisseur du latex central et la présence ou non d'un tube aval. En effet, dans le cas de la mesure M2(1) l'épaisseur de latex utilisée est de 0.2 mm alors qu'elle est de 0.46 mm dans le cas de la mesure M2(2). Pour les deux mesures un tube amont de 13 cm a été utilisé, un tube aval de 9 cm a également été utilisé pour la mesure M2(2) ce qui n'a pas été le cas pour la mesure M2(1).

L'augmentation de l'épaisseur du latex modifie considérablement le comportement vibratoire de la structure vibrante et rend l'oscillation plus difficile à amorcer. En effet, avec un latex plus fin, mesure M2(1), la maquette oscille sur une étendue de gonflements allant de 4000 à 8500 Pa avec un minimum des pressions de seuil de 790 Pa . Avec un latex plus épais la maquette oscille sur une étendue de gonflements allant de 9500 à 13500 Pa avec un minimum de pressions de seuil équivalente, de 830 Pa . Vis à vis des variations des valeurs de pressions de seuil, il est difficile de statuer quant à l'influence de l'épaisseur du latex. En effet, cette influence est couplée, dans le cas de la mesure M2(2), à la présence d'un tube aval de 9 cm qui, comme observé par N. Ruty [Ruty 2007a], peut faciliter l'amorçage des oscillations et participer au décalage des étendues de gonflement sur lesquelles la maquette oscille. L'influence de l'épaississement du latex est plus nette sur les différences engendrées sur les fréquences fondamentales d'oscillation mesurées, ce que le couplage acoustique ne pourrait pas expliquer. En effet, une différence d'environ 25% peut être observée entre les deux séries de mesures, le latex plus épais conduisant à des fréquences d'oscillation plus faibles, ce qui va dans le sens d'un abaissement des fréquences de résonance mécaniques comme explicité en section 3.3 (figure 3.11) du prochain chapitre.

Maquette M3 : Les résultats des mesures M3(1) et M3(2) présentés sur la figure 2.36(b) sont assez similaires à ceux présentés précédemment pour la maquette M2 dans le sens où ceux-ci ont également été obtenus pour deux épaisseurs des tubes de latex différentes : 0.2 mm pour M3(1) et 0.3 mm pour M3(2). Les épaisseurs de latex du boyau central étaient les mêmes. Pour les deux séries de mesures, le même tube de 13 cm a été utilisé en amont de la maquette des plis vocaux, cependant le tube aval était de 16 cm pour la série M3(1) alors qu'il était de 9 cm pour la série M3(2).

Les observations sont alors en grande partie les mêmes que celles faites ci-dessus pour la maquette M2. En effet, les étendues de gonflement ne sont pas les mêmes pour les mesures

avec des latex d'épaisseurs différentes et sont plus élevées avec un latex plus épais, la série de mesures M3(2) oscille pour des gonflements allant jusqu'à $P_c = 12000 Pa$. Ici, les pressions de seuil sont plutôt du même ordre de grandeur, mais pour M3(2) il est possible d'observer que ces seuils augmentent fortement pour les plus faibles gonflements pour lesquels la maquette oscille. Les fréquences d'oscillation sont également plus importantes pour la mesure M3(1) avec le latex le plus fin mais la différence est moins marquée que celle observée entre les deux séries de mesures sur la maquette M2 pour lesquelles la différence d'épaisseur entre les deux latex était plus importante.

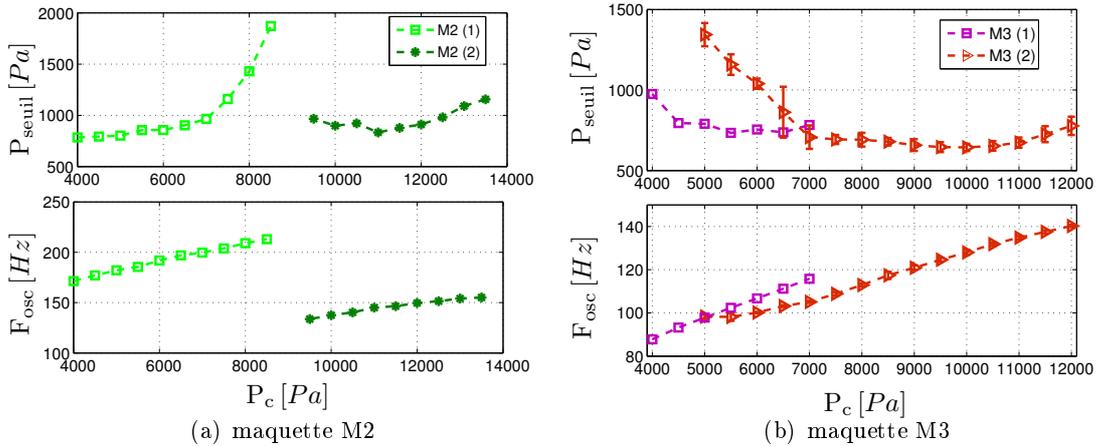


FIGURE 2.36 – Pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillation en fonction de la pression d'eau sur la maquette M2 et M3 pour deux configurations différentes.

- M2(1) : latex fin $0.2 mm$, sans tube aval
- M2(2) : latex épais $0.46 mm$, tube aval $9 cm$
- M3(1) : latex fin $0.2 mm$, tube aval $16 cm$
- M3(2) : latex épais $0.3 mm$, tube aval $9 cm$

Si les résultats tirés de [Buccheri 2013] et présentés à la partie 2.2.5.3, ne permettaient pas de conclure quant à l'influence de l'épaisseur de latex sur les valeurs de fréquences de résonance, on constate bien ici une tendance plus franche qui voit les fréquences fondamentales d'oscillation diminuer avec l'augmentation de l'épaisseur du latex.

2.3.3 Influence du liquide à l'intérieur des maquettes de plis vocaux

Pour des raisons pratiques, le liquide utilisé jusqu'alors est de l'eau, cependant il est intéressant de regarder l'influence d'un changement de liquide (masse volumique, viscosité,...) sur le comportement vibratoire des maquettes, comme cela a déjà été fait avec les mesures de réponses mécaniques présentées à la partie 2.2.5.2. La partie suivante s'intéresse alors aux résultats d'essais expérimentaux préliminaires réalisés pour caractériser l'influence du type de liquide remplissant les maquettes des plis vocaux sur leurs seuils d'oscillation. Les deux types de fluide étudiés sont de l'huile et de l'eau savonneuse dont on change la concentration en savon. Ces résultats ne constituent pas une étude complète qui nécessiterait une caractérisation plus

poussée du type de fluide utilisé, cependant ils permettent de se rendre compte de l'impact du type de fluide choisi.

Eau/Huile : Les deux mesures de seuils d'oscillation présentées à la figure 2.37 ont été obtenues sur deux versions de la maquette M1 légèrement différentes. Cette différence vient du diamètre des tubes métalliques et donc du diamètre des tubes de latex utilisés. En effet, pour la mesure 1 les diamètres des tubes métalliques étaient légèrement inférieur (12 mm) à ceux utilisés pour la mesure 2 (13 mm) et les diamètres des tubes de latex avaient ce même écart (11 mm pour la mesure 1 et 12 mm pour la mesure 2). L'épaisseur de latex était de 0.2 mm pour les deux séries de mesure. Au moment de ces mesures, d'autres mesures sur la maquette M2 n'ont pu être achevées à cause de problèmes de fuites de l'huile dus aux particularités de montage de cette maquette qui s'appuie grandement sur l'adhérence du latex sur le support métallique (adhérence réduite en présence d'huile).

La première observation que l'on peut faire des résultats présentés à la figure 2.37 est que les valeurs de P_{seuil} et F_{osc} sont très élevées sur cette maquette par rapport à celles présentées pour les maquettes M2 et M3 et ne sont pas représentatives des grandeurs que l'on peut retrouver en phonation. C'est principalement cette raison qui avait motivé la conception de la maquette M2 utilisée par Ruty et Bailly dans leur travaux de thèse respectifs [Ruty 2007a, Bailly 2009]. Néanmoins, si ces résultats sont très élevés par rapport aux autres maquettes ils montrent une influence tout à fait notable de l'utilisation de l'huile en comparaison à l'eau. En effet, il est possible de remarquer que la plage de gonflement pour laquelle la maquette oscille avec de l'huile est plus large et démarre pour des gonflements plus faibles :

- mesure 1 : $P_c = 1800\text{ Pa}$ pour l'huile au lieu de $P_c = 2220\text{ Pa}$ pour l'eau,
- mesure 2 : $P_c = 3100\text{ Pa}$ pour l'huile au lieu de $P_c = 5000\text{ Pa}$ pour l'eau.

Pour la mesure 2, les valeurs des pressions de seuil sont également bien plus importantes, de 11% à 30% plus fortes sur la plage de gonflement partagée, c'est à dire pour $5000\text{ Pa} < P_c < 6300\text{ Pa}$, alors que pour la mesure 1 les valeurs avec l'huile sont plus élevées mais dans une moindre importance.

Pour les deux séries de mesure 1 et 2, les fréquences d'oscillation obtenues pour les mesures avec l'eau et l'huile ne suivent pas la même évolution en fonction du gonflement. En effet, celles mesurées pour l'huile augmentent nettement plus rapidement avec le gonflement. Pour la mesure 2, ces courbes se croisent pour un certain gonflement.

Eau savonneuse : Des mesures similaires à celles décrites précédemment avec l'huile ont été réalisées sur la maquette M2 remplies d'eau savonneuse contenant différentes concentrations de savon. Ces résultats sont présentés à la figure 2.38.

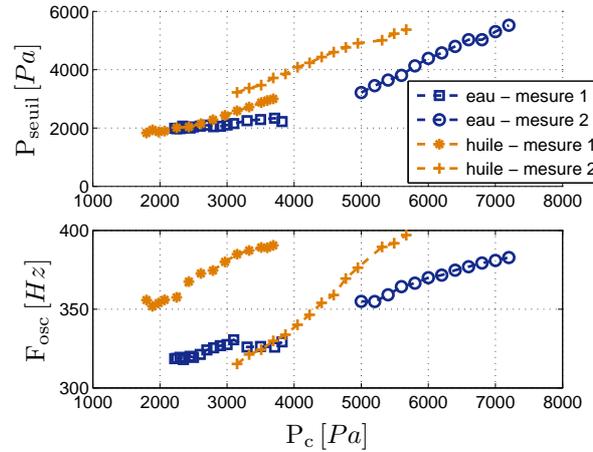


FIGURE 2.37 – Pressions de seuil et fréquences fondamentales d’oscillation en fonction du fluide (Eau/Huile) à l’intérieur des plis vocaux M1. Les caractéristiques du montage alors utilisées :

- tubes métalliques : 50 *mm* de longueur, 12 *mm* de diamètre pour la mesure 1 et 13 *mm* de diamètre pour la mesure 2
- tube de latex : 11 *mm* de diamètre pour la mesure 1, 12 *mm* de diamètre pour la mesure 2 et 0.2 *mm* d’épaisseur
- résonateurs acoustiques : tube amont 12 *cm* et pas de tube aval

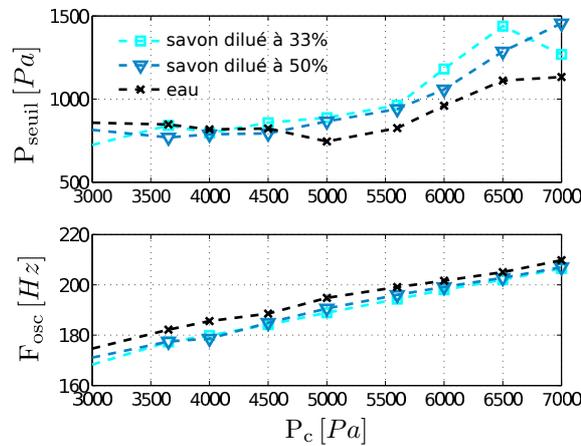


FIGURE 2.38 – Pressions de seuil et fréquences fondamentales d’oscillation en fonction du fluide (concentration d’eau savonneuse) à l’intérieur des plis vocaux M2. Les caractéristiques du montage utilisées :

- tubes métalliques de 50 *mm* de longueur, 13 *mm* de diamètre
- latex de 0.2 *mm* d’épaisseur
- résonateurs acoustiques : tube amont 12 *cm* et pas de tube aval

L’influence de l’eau savonneuse diffère un peu de celle de l’huile dans le sens où, avec l’eau savonneuse, les pressions de seuil sont supérieures à celles de l’eau d’environ 20% mais seulement

à partir d'un certain gonflement⁵ $P_c = 5000 Pa$.

Les fréquences d'oscillation sont, au contraire de la mesure avec l'huile, plus basses que celle mesurées pour l'eau.

2.3.4 Conclusion sur la mesure des seuils d'oscillation

Cette partie nous a permis d'observer l'influence de plusieurs paramètres du système sur les valeurs expérimentales des seuils d'oscillation. Comme N. Ruty [Ruty 2007a], nous observons les résultats de seuil en fonction de la pression de gonflement P_c qui est un paramètre de contrôle important car il change considérablement les paramètres mécaniques du système en modifiant les contraintes au sein du latex, comme on l'a aussi observé à la partie 2.2. Ainsi, l'épaisseur du latex est un paramètre de contrôle directement relié à la pression de gonflement car il apparaît logique que si l'épaisseur du latex varie, la répartition des contraintes au sein du latex, dues à la pression de gonflement, varie également. Si les résultats présentés dans cette partie ne permettent pas de statuer de manière certaine quant à l'influence de l'épaisseur du latex sur les pressions de seuil, on observe que les fréquences d'oscillation sont nettement diminuées si l'épaisseur du latex augmente. Enfin, la modification du fluide remplissant les maquettes des plis vocaux peut modifier de façon considérable (surtout dans le cas de l'huile) les oscillations de celles-ci et notamment une influence importante sur les fréquences fondamentales d'oscillations. L'utilisation de fluides visqueux pourrait alors être intéressante pour la conception de maquettes de plis vocaux ayant des propriétés visco-élastiques plus proches de celles des plis vocaux réels. Cependant, sur les maquettes testées ce type de fluide peut compliquer fortement leur mise en oscillation et impacter sur les propriétés du latex.

2.4 Etude expérimentale d'un cas pathologique : Influence d'une masse ponctuelle pour simuler l'effet d'un polype

Le but de l'étude expérimentale présentée dans cette section est de mieux comprendre l'effet d'une masse ajoutée, sur la surface de l'un des plis vocaux, sur les fréquences fondamentales d'oscillation et les pressions de seuils, mais aussi sur les résonances mécaniques et sur la section d'ouverture. Par la suite, on désignera sous le terme clinique de "polype" par analogie de forme.

On s'attachera ici à quantifier les évolutions de l'ouverture glottique, des pressions de seuil et des fréquences fondamentales des oscillations en fonction du diamètre et/ou densité de la masse du polype, ainsi que de la pression de gonflement, dans le but d'identifier les causes principales du dysfonctionnement phonatoire dans ces configurations. De plus, la mesure de la réponse mécanique aura pour but de caractériser l'influence d'un polype sur les caractéristiques mécaniques de la structure et de voir si cette influence résulte plus d'un ajout de masse à la structure, d'un changement de géométrie (et/ou de conditions aux limites) dû à la présence du polype entre les deux couches de latex, ou des deux.

5. On notera que les pressions de gonflement sont calculées, dans le cas de l'huile, en prenant une valeur de masse volumique $\rho_{huile} = 900 kg.m^{-3}$ et, dans le cas de l'eau savonneuse, en gardant la masse volumique de l'eau.

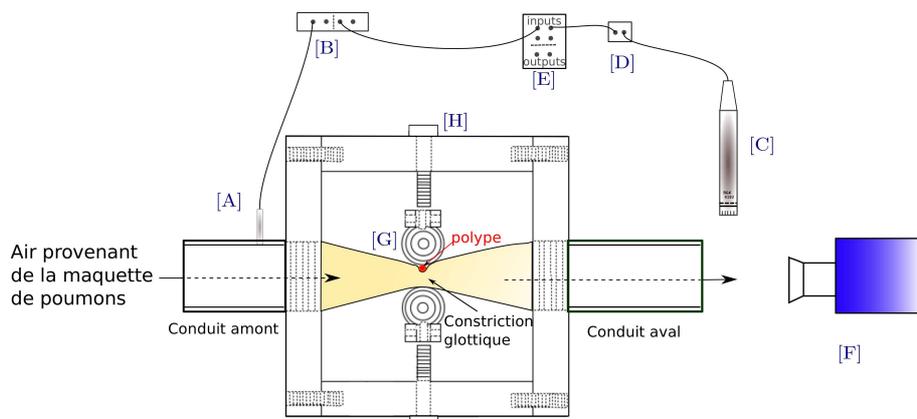


FIGURE 2.39 – Dispositif de mesure des seuils d’oscillation et de l’ouverture glottique : [A] capteur de pression, [B] conditionneur/filtreur, [C] microphone, [D] amplificateur, [E] carte d’acquisition, [F] caméra ultra-rapide m, [G] pli vocal, [H] vis micrométrique

La maquette des plis vocaux M3, décrite dans la partie 2.1.2, a été utilisée pour cette étude. Les mesures ont été réalisées à l’aide d’un capteur de pression dynamique (Kulite), situé juste en amont des maquettes de plis vocaux. Un microphone B&K (type 4192) situé en aval des plis vocaux et juste à la sortie du conduit aval permet de mesurer l’acoustique en sortie afin de mesurer la stabilité du signal acoustique en fonction des différents paramètres mentionnés ci-dessus. La caméra ultra-rapide, située en face du conduit aval, est utilisée pour filmer l’oscillation des plis vocaux et ce notamment lors de passages d’un régime d’oscillation à un autre (bifurcation). Elle sert également à photographier l’aire glottique initiale qui varie en fonction de la pression d’eau dans les plis vocaux et du polype utilisé.

Dans cette étude, afin de mesurer l’influence d’un polype sur les seuils d’oscillation des plis vocaux, celui-ci sera placé entre les deux couches de latex, comme le représente la figure 2.39 et l’on veillera à le placer en position centrée tant dans le plan transverse que dans le plan frontal. Ce positionnement, comme le montre la sous-section 2.4.1 suivante, influe sur les seuils d’oscillations de la maquette des plis vocaux.

2.4.1 Expériences préliminaires : Effet du positionnement du polype

Les résultats suivants présentent les pressions de seuil et les fréquences fondamentales d’oscillation en fonction de la pression de gonflement pour deux séries de mesures réalisées à quelques jours d’intervalle. Chaque série de mesures comprend une mesure sans plomb et deux mesures avec les plombs de 0.12 g et de 0.24 g, Pb_{12} et Pb_{24} (*c.f.* sous-section 2.4.2 pour la nomenclature des différents polytypes utilisés).

- La 1^{ère} série de mesures comprenait les mesures sur la maquette de plis vocaux sans plomb puis avec plomb, pendant laquelle la position du plomb sur la corde vocale est mal contrôlée, figure 2.40(a), trop en aval (dans le sens de l’écoulement glottique).

- La 2^{ème} série de mesures correspond aux mêmes mesures mais la position du plomb, entre

chaque mesure, est contrôlée à l'aide d'une marque qui sert à positionner le plomb plus précisément selon les directions latérale et longitudinale entre les deux couches de latex de la maquette, figure 2.40(b).

Le positionnement est ainsi un peu plus contrôlé, mais cette tâche est rendue délicate par la

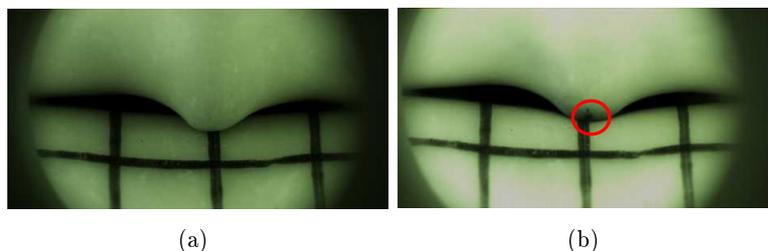


FIGURE 2.40 – Position du plomb pour la 1ère série de mesure(a) et la 2e série de mesure(b)

petite taille des polypes ($\sim 1\text{ mm}$ de diamètre), l'adhérence entre les deux membranes de latex et également par les imperfections géométriques de ces polypes. En effet, ceux-ci ne sont pas parfaitement sphériques et peuvent obstruer différemment l'aire glottique suivant la manière dont ils sont placés.

La figure 2.41 ci-dessous présente les résultats des mesures réalisées avec le plomb de 0.12 g

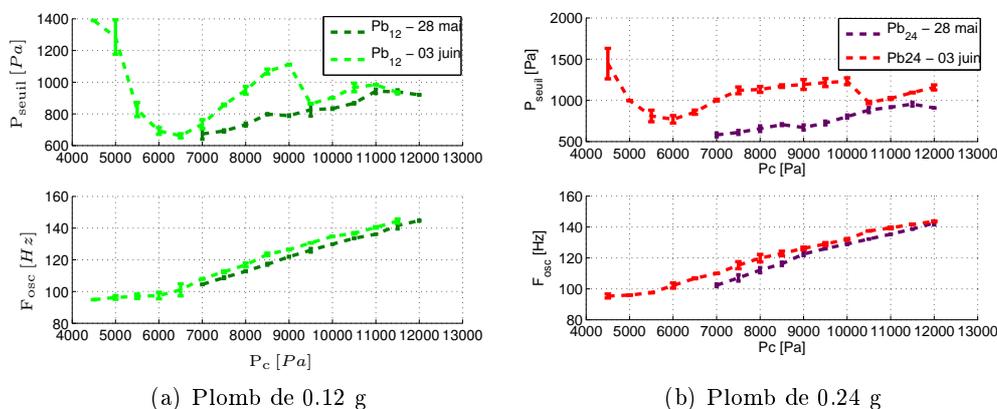


FIGURE 2.41 – Comparaison des deux séries de mesures des seuils d'oscillation avec un plomb de 0.12 g (a) et de 0.24 g (b)

figure 2.41(a) et de 0.24 g figure 2.41(b) à quelques jours d'intervalles. Ces résultats montrent l'impact de la position du polype par rapport au plan transverse sur les seuils d'oscillation. Lors de la première série de mesure, le polype est placé plus en aval du plan glottique que lors de la seconde série avec des conséquences probables sur le jet glottique ce qui semble faciliter l'onset, avec des pressions de seuil plus faibles notamment pour des gonflements intermédiaires. Les fréquences d'oscillation sont elles aussi inférieures lors de la première série de mesure. On montrera plus loin, figure 2.49, les mesures de seuils sur la maquette sans polype lors de deux

séries réalisées à six jours d'intervalle, qui confirment la bonne répétabilité de la mesure de référence. En effet, l'évolution des pressions de seuil et des fréquences d'oscillation est la même pour les deux mesures.

2.4.2 Les différents types de "polyypes"

Plusieurs séries de mesures ont alors été réalisées avec différents types de masses ajoutées ou "polyypes". Les premiers types de polyypes sont les billes de plomb de masses différentes (0.12 g, 0.18 g et 0.24 g). Les seconds types de polyypes sont des billes de plasticine très légères (rapport ~ 100 entre les masses volumiques du plomb et de la plasticine) et dont les diamètres sont équivalents aux plombs décrits ci-dessus. Enfin les derniers types de polyypes sont des billes de plomb entourés de plasticine dont la masse est fixée par la masse du plomb (la plasticine étant nettement moins dense que le plomb) et dont le diamètre est ramené à celui des plombs de 0.18 g et 0.24 g par la couche de plasticine. Ces différentes configurations permettent ainsi de contrôler indépendamment les paramètres de masse et de diamètre des polyypes afin d'étudier séparément les influences des effets aérodynamiques et mécaniques du polyype sur l'oscillation de la maquette des plis vocaux.

La figure 2.42 présente les différents types de polyype étudiés et leurs caractéristiques (masse, diamètre), ainsi que la nomenclature utilisée pour les masses. Par exemple, le polyype en plomb de 0,12 g est noté Pb_{12} , son diamètre Φ_{12} est le même que le polyype en plasticine pam_{12} dont la masse ε est négligeable devant celle du plomb. Le polyype $Pb_{12 \rightarrow 18}$ à une masse de 0,12 g mais son diamètre est ramené à Φ_{18} , le diamètre du plomb Pb_{18} de 0.18 g.

L'ensemble des mesures (ouverture glottique, réponses mécaniques et seuils) prenant beaucoup

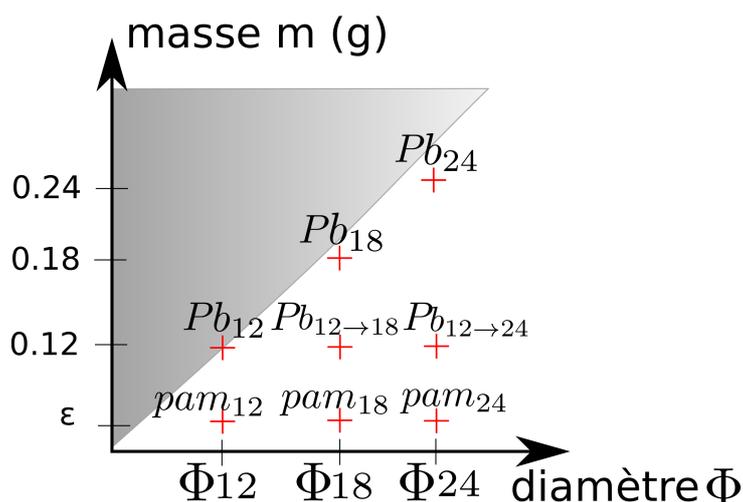


FIGURE 2.42 – Configuration des polyypes étudiés

de temps (environ trois semaines), des mesures de référence (sans polyype) ont été réalisées avant

chaque nouvelle série de mesure sur une nouvelle famille de polypes (Pb, pam ou Pb+pam) afin d'évaluer la variabilité du comportement vibratoire de la maquette.

2.4.3 Mesures de l'aire glottique

Pour toutes ces configurations, une photo des plis vocaux, comme celles représentées figure 2.43, a été prise pour chaque valeur de gonflement P_c . Sur chacune de ces photos, une détection de contour est effectuée afin de mesurer la valeur de l'ouverture glottique initiale $h_0(x)$ et permettre d'estimer ainsi une valeur d'aire glottique correspondante, $A_{glotte} = \int_{gauche}^{droite} h_0(x)$. La Figure 2.43 montre la détection du bord supérieur des plis vocaux sans polype (figures de gauche) et avec un plomb de 0.18 g (figures de droite) pour des gonflements à 5000 Pa et 11500 Pa. La Figure 2.43(d) permet notamment d'observer que la détection de contour est rendue compliquée par le fait que le polype a tendance à s'enfoncer dans le pli vocal opposé et cache donc le bord supérieur de celui-ci. De plus, comme il est possible de le voir sur les figures 2.43(a) et 2.43(b), les extrémités latérales de la glotte, *i.e.* l'endroit où se rejoignent les plis pour former une commissure, ne sont pas visibles sur ces photos du fait du tube aval. Une partie de l'aire glottique est donc ignorée et sera supposée constante (*i.e.* à une constante additive près)

Les figures 2.44(a) et 2.44(b) montrent les résultats de cette détection de contour pour tous les gonflements de 4500 Pa à 12000 Pa (du noir au bleu cyan) et permettent de se rendre compte de l'influence des problèmes de détection aux extrémités et au niveau de l'enfoncement du polype dans le pli vocal opposé. Si ces deux effets influent nécessairement la mesure exacte de l'aire glottique, cela permet une estimation suffisante de l'évolution de cette aire glottique initiale en fonction du gonflement.

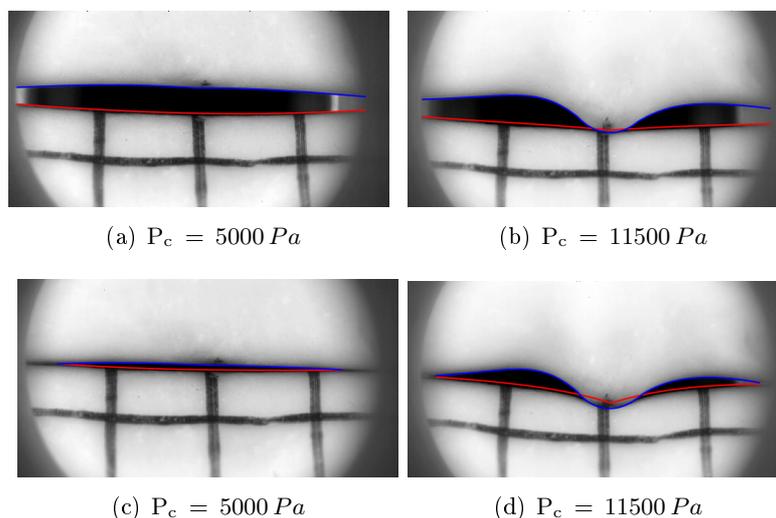


FIGURE 2.43 – Détection du contour des plis vocaux pour deux gonflements $P_c = 5000 Pa$ et $P_c = 11500 Pa$ sans (à gauche) et avec (à droite) polype (en couleur dans le document électronique)

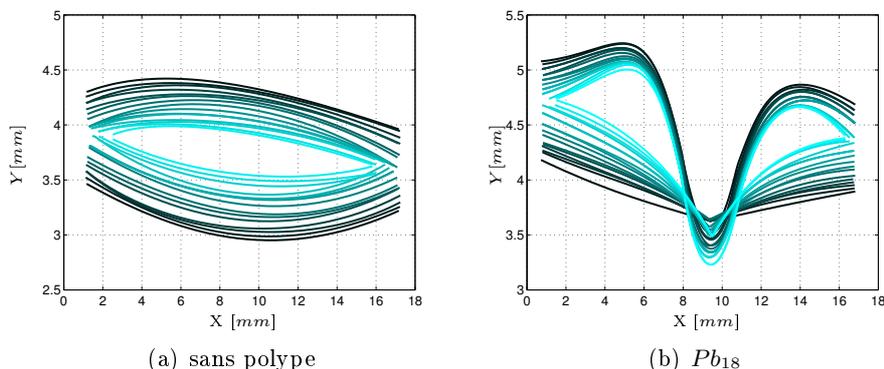


FIGURE 2.44 – Résultats de la détection de contours sans (à gauche) et avec (à droite) le polype Pb_{18} pour tous les gonflements des plus faibles (en noir) aux plus élevés (en bleu cyan).

Enfin, la figure 2.45 illustre l'ouverture glottique pour toutes les configurations des polypes étudiés et sans polype, pour deux gonflements différents à $P_c = 5000 Pa$ et $P_c = 11000 Pa$. L'ouverture glottique correspond alors à la distance entre le pli vocal supérieur et inférieur. Les valeurs à zéro correspondent alors à l'enfoncement des plis vocaux l'un dans l'autre. Cette figure illustre bien que le phénomène d'enfoncement du polype dans le pli vocal opposé dépend de plusieurs paramètres tels que la pression de gonflement, le poids et la taille du polype. On constate également un décalage plus important dans la détection de contour des polypes "pam", ce qui semble correspondre à des écarts de positionnement probablement dus à la légèreté de ce type de polype.

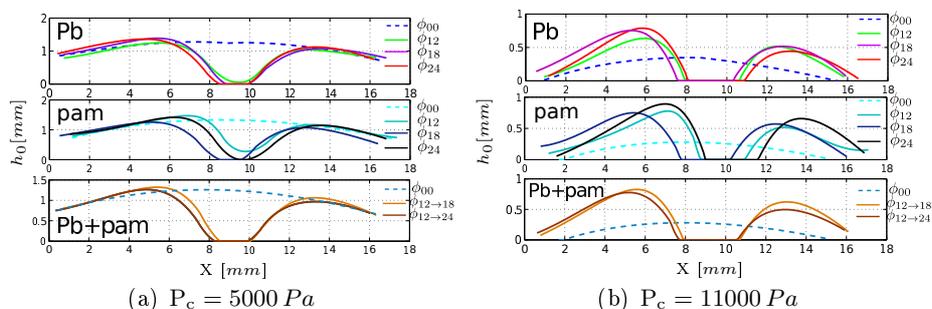


FIGURE 2.45 – Résultats de la détection de contours pour deux gonflements $P_c = 5000 Pa$ et $P_c = 11000 Pa$ et pour tous les types de polypes étudiés Pb, pam, Pb+pam

Les résultats de cette mesure sont que sur les maquettes de plis vocaux la présence d'un polype n'a pas pour simple effet d'obstruer la glotte. En effet, comme le montre la Figure 2.46, si l'aire glottique avec un polype est fortement diminuée pour des faibles gonflements par rapport à l'aire glottique sans polype, celle-ci est augmentée pour de forts gonflements du fait du contact entre le polype et le pli vocal opposé qui gêne la fermeture de la glotte. Pour les configurations avec polype, il en résulte donc une diminution plus lente de l'aire glottique en fonction de la

pression d'eau.

Si l'on considère les incertitudes de mesure sur l'aire glottique, il y a alors peu de différences entre les variations de l'aire glottique pour les différents types de polype, sauf éventuellement entre la configuration Pb_{12} et la configuration au diamètre équivalent pam_{12} pour lesquelles les résultats d'aires glottiques semblent différer d'autant plus que la pression d'eau est faible.

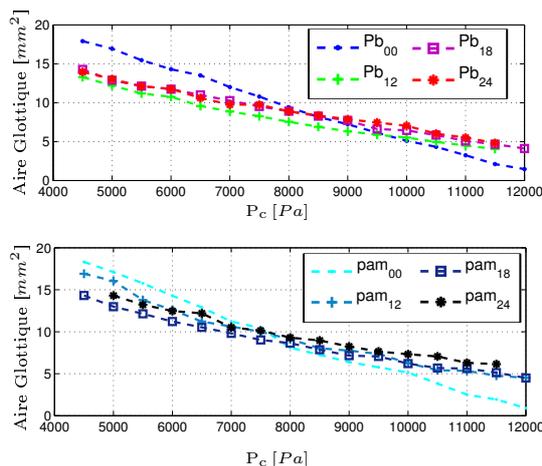


FIGURE 2.46 – Aire glottique en fonction de la pression d'eau P_c pour les plomb (en haut) et les plasticines (en bas)

2.4.4 Mesures des réponses mécaniques

La mesure des réponses mécaniques, telle que décrite dans la partie 2.2, a été réalisée pour les différents cas présentés en figure 2.42 et pour des pressions d'eau P_c à l'intérieur des maquettes de plis vocaux variant de $5500 Pa$ à $12000 Pa$. La mesure est toujours réalisé sur un pli vocal tandis que l'autre est dégonflé.

La figure 2.47 présente les résultats de l'extraction des fréquences de résonance obtenues sur les FRF mesurées pour la maquette des plis vocaux de référence (sans polype), avec les polypes en plomb Pb_{12} , Pb_{18} , Pb_{24} et un polype en plasticine pam_{18} . Ces mesures ont été réalisées autant que possible sur la même étendue de gonflements, cependant pour certains polypes (Pb_{18} et Pb_{24}) et à des faibles gonflements la mesure de la réponse mécanique était difficile à réaliser et aucune résonance n'a pu être extraite.

La figure 2.47 montre que la présence d'un polype a peu d'influence sur la première fréquence de résonance du pli vocal, celle qui porte l'oscillation (ce qu'il sera possible de vérifier sur les F_{osc} au seuil). En effet, celle-ci est quasiment inchangée avec le polype en plasticine pam_{18} et diminue d'environ 4 à 6 Hz pour les plombs. Le plomb Pb_{24} semble cependant avoir une influence plus marquée sur la diminution des valeurs de fréquences de résonance pour des pressions d'eau P_c supérieures à $11000 Pa$.

La seconde résonance est, quand à elle, plus impactée par la présence d'un polype. Il faut cependant noter que cette seconde résonance est plus sensible à la répétition de la mesure, comme le montre les courbes Pb_{00} et $Pb_{00}(J + 8)$ qui ont été faites sur la maquette sans polype à huit

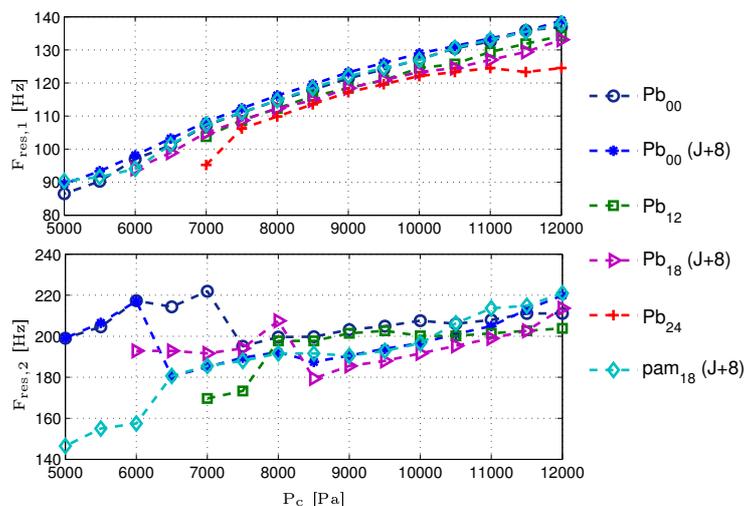


FIGURE 2.47 – 1^{ère} (en haut) et 2^{nde} (en bas) fréquence de résonance pour les configurations de la maquette des plis vocaux avec et sans polype : Pb_{00} , Pb_{12} , Pb_{18} , Pb_{24} et pam_{18} . Les mesures réalisées à huit jours d'intervalle sont notées ($J + 8$)

jours d'intervalle. Si l'on compare chacune des courbes avec sa référence (sans polype) faite le même jour on peut voir que les plombs ont également tendance à faire diminuer la seconde fréquence de résonance. Pour des pressions d'eau inférieures à $P_c = 7000 Pa$, pour lesquelles le contact entre le polype et les deux couches de latex est moins prononcé, le comportement vibratoire de la structure est nettement plus variable. Comme mentionné dans la partie 2.2.5.1, cette variabilité aux faibles gonflements est probablement due aux caractéristiques de la maquette M3. Cependant, pour le plomb Pb_{24} , la seconde résonance est presque complètement amorti pour toutes les valeurs de gonflement et n'apparaît pas sur les FRF.

Ceci laisse envisager une forte influence de la géométrie du polype et de son positionnement sur le second mode de vibration essentiellement mais également sur les modes supérieurs qui n'ont pas été exploités ici.

2.4.5 Mesures des seuils d'oscillation

Des mesures des seuils d'oscillation, décrites dans la partie 2.3, ont été faites pour chaque polype pour des pressions d'eau à l'intérieur des maquettes de plis vocaux pouvant varier de 4500 Pa à 12000 Pa. Chaque mesure comportait une série de gonflement (P_c croît de 4500 Pa à 12000 Pa) et une série de dégonflement (P_c décroît de 12000 Pa à 4500 Pa) et l'on réalise une mesure du seuil à chaque valeur de gonflement P_c . Cela permet d'observer, sur cet aller-retour de gonflement-dégonflement, si l'on repasse effectivement par les mêmes valeurs de seuil ou s'il y a d'éventuels phénomènes d'hystérésis dus à la relaxation du latex des maquettes lors du dégonflement.

La figure 2.48(a) permet d'observer l'évolution de P_{seuil} et F_{osc} en fonction de la pression d'eau P_c pour les configurations où l'on utilise les plombs, *i.e.* Pb_{12} , Pb_{18} et Pb_{24} , comparées à

leur configuration de référence sans polype effectuée le même jour. La figure 2.48(b) compare ces évolutions pour les polypes en plasticine pam₁₂, pam₁₈ et pam₂₄ avec leur configuration de référence respective.

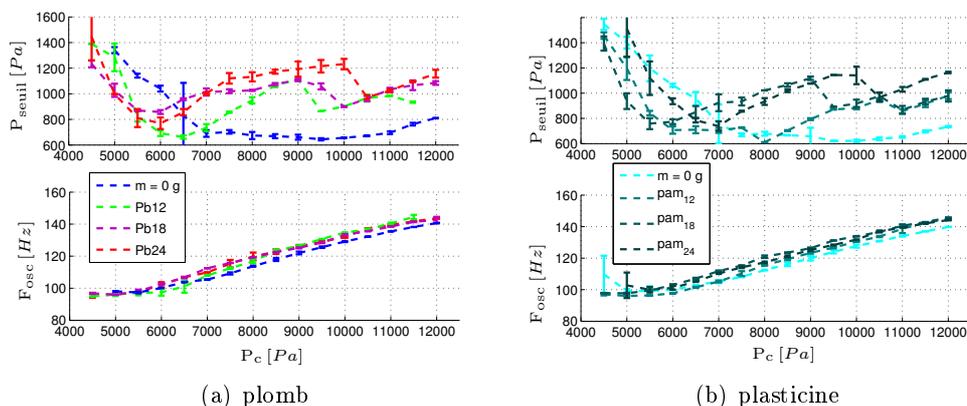


FIGURE 2.48 – Comparaison des deux séries de mesures avec plomb (a) et plasticine (b)

La première observation est que F_{osc} augmente légèrement (< 10 Hz entre Pb₀₀ et Pb₂₄ quelque soit le gonflement) en présence d'un polype quelqu'il soit. Ceci semble être l'évolution inverse des fréquences de résonance observée à la figure 2.47. Il n'y a cependant quasiment aucune différence entre les F_{osc} des différents types de polype. On retrouve ces observations entre les différentes configurations.

Une seconde constatation, concernant les courbes de P_{seuil} , est que pour toutes les configurations on remarque une évolution en forme de "U" : pour des faibles gonflements les pressions P_{seuil} sont élevées et diminuent tout d'abord avec l'augmentation du gonflement. Un minimum est atteint pour une certaine pression d'eau, puis les P_{seuil} ré-augmentent du fait de l'apparition d'un contact initial entre les deux plis vocaux qui rend plus difficile la mise en oscillation de ceux-ci. Il apparaît donc, Figure 2.48, que la présence d'un polype décale ce minimum des P_{seuil} vers des pressions d'eau plus faibles. En effet, le polype va provoquer le contact entre les plis vocaux pour des pressions d'eau d'autant plus faibles que celui-ci est large et/ou pesant.

La comparaison systématique des seuils d'oscillation pour des polypes de diamètres équivalents mais de masses différentes s'avère complexe et il n'y a pas de tendance générale qui se dégage. Commençons par comparer les configurations de référence entre elles. L'Annexe A.2 présente les différents résultats sur les mesures de seuil réalisées en fonction de l'aire glottique et non plus du gonflement.

Configurations sans polype et répétabilité des mesures : Cette étude expérimentale ayant duré environ trois semaines, la comparaison des mesures sur les configurations de référence, sans polype, réalisées à plusieurs jours d'intervalle peut permettre de s'assurer de la répétabilité des mesures sur cette période. Il faut noter que l'on parle bien ici de répétabilité et non de reproductibilité dans le sens où la maquette des plis vocaux n'est montée qu'une seule fois

au tout début de l'étude, la maquette ne subit donc aucun changement dû à différents montages manuels successifs, ce qui n'est pas forcément le cas lors de la manipulation de positionnement des polypes. Pour autant, les caractéristiques mécaniques de celle-ci connaissent des variations dans le temps du fait du contact de l'eau avec le latex et donc du "vieillissement" du latex, dont les propriétés mécaniques sont nécessairement altérées comme on l'a vu à la partie 2.2.5.1. Cependant, si ces variations sont influentes dans les premiers jours après le montage de la maquette, il semble que les caractéristiques mécaniques de celle-ci atteignent assez rapidement (2 ou 3 jours) un état "stable". La figure 2.49(a) montre en effet qu'il y a très peu de variations sur les mesures de P_{seuil} (Les écarts types sont globalement inférieurs à $73 Pa$) et F_{osc} (écart-type inférieur à $1.8 Hz$). Les seules différences notables sont pour des pressions de gonflements intermédiaires, vers $P_c = 6500 Pa$, où les pressions de seuil sont parfois différentes entre la mesure aller et la mesure retour (écart-type de $158 Pa$), probablement dû à un effet d'hystérésis. La figure 2.49(b) confirme la bonne répétabilité de la mesure de l'aire glottique pour laquelle l'écart-type global est inférieur à $1.5 mm^2$.

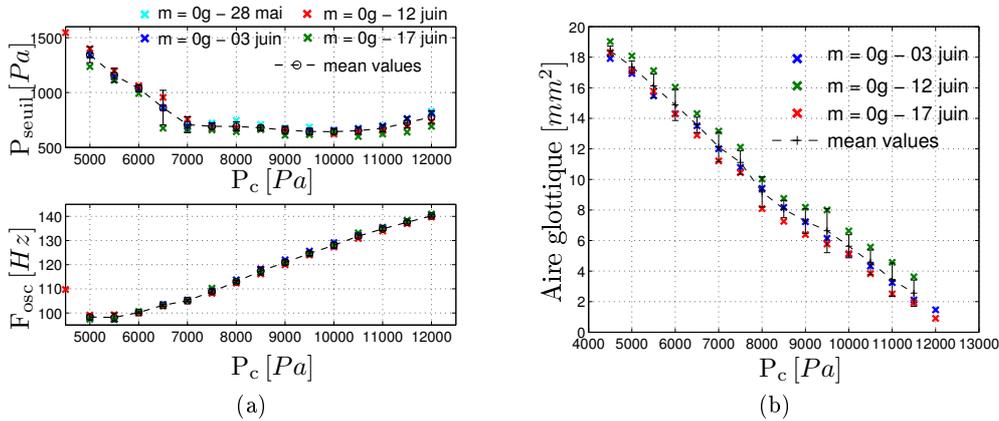


FIGURE 2.49 – Comparaison des séries de mesures sans polype en fonction de la pression d'eau P_c (a) ou de l'aire glottique (b)

Configurations de diamètres équivalents ϕ_{12} : La comparaison, figure 2.50, des configurations Pb_{12} et pam_{12} , montre qu'à des faibles gonflements ($P_c < 6500 Pa$) on retrouve des valeurs de P_{seuil} très similaires bien que les aires glottiques initiales correspondantes soit différentes. A partir de $P_c = 6500 Pa$, le polype en plomb est déjà au contact du pli vocal opposé et les valeurs de P_{seuil} remontent, ce qui n'est pas encore le cas pour le polype en plasticine, car celui-ci est beaucoup plus léger. Pour des gonflements où P_c est supérieur à $6500 Pa$, les configurations Pb_{12} et pam_{12} oscillent sur des régimes nettement différents avec des valeurs P_{seuil} supérieures pour Pb_{12} certainement dues à l'enfoncement plus prononcé du plomb dans le latex. Cependant, les deux configurations se remettent à osciller sur un régime vibratoire commun pour des gonflements supérieurs, à partir de $P_c = 9500 Pa$ pour lesquels l'effet de la pression d'eau devient prédominant devant celui de la masse du plomb. Il faut noter ici que F_{osc} est insensible à la masse du polype.

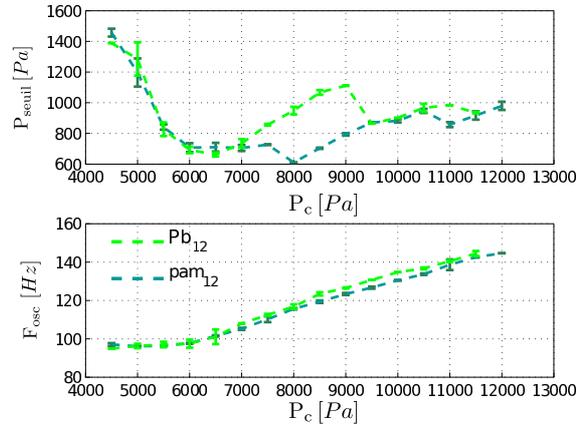


FIGURE 2.50 – Comparaison des deux séries de mesures plomb/plasticine de diamètre équivalent ϕ_{12} en fonction du gonflement

Configurations de diamètres équivalents ϕ_{18} : La figure 2.51 compare alors les configurations Pb_{18} , pam_{18} et $Pb_{12 \rightarrow 18}$ en fonction du gonflement et la figure A.5(a) en Annexe A.2 compare ces mêmes résultats en fonction des aires glottiques correspondantes, qui dépendent elles aussi du gonflement à une pression P_c donnée (*cf.* figure 2.46). Ici, contrairement aux configurations Pb_{12} et pam_{12} , les aires glottiques mesurées sont environ les mêmes dans chacune des trois configurations. En effet, le plus gros diamètre de ces polypes favorise le contact avec le pli vocal opposé et ce contact est quasiment déjà existant aux faibles gonflements. Ainsi, les courbes des pressions P_{seuil} sont presque superposées sauf pour des valeurs de gonflement (donc d'aires glottiques) intermédiaires pour lesquelles les valeurs P_{seuil} de la configuration Pb_{18} sont supérieures. Pour ces valeurs de pressions d'eau, un effet de l'enfoncement du polype, dû à sa masse, dans le pli vocal opposé semble prédominer devant la force de pression d'eau. Ici encore, F_{osc} ne varie pas du tout quelque soit la nature du polype.

Configurations de diamètres équivalents ϕ_{24} : La figure 2.52 compare alors les configurations Pb_{24} , pam_{24} et $Pb_{12 \rightarrow 24}$ en fonction du gonflement. Les résultats en fonction de l'aire glottique sont également présentés en Annexe A.2. La comparaison des valeurs de P_{seuil} pour les configurations Pb_{24} , pam_{24} va dans le sens des observations faites précédemment pour les configurations de diamètre ϕ_{18} . En effet, ici aussi on constate un minimum puis une augmentation des pressions de seuil pour des gonflement plus faibles dans le cas de la configuration Pb_{24} que pour la configuration pam_{24} . Cette constatation renforce encore l'hypothèse que l'effet d'enfoncement du polype dans le pli vocal opposé est amplifié par la masse du polype. De plus, comme pour les configurations ϕ_{12} et ϕ_{18} , à des gonflements plus importants (ici $P_c > 9500 Pa$) les valeurs de pressions de seuil sont quasiment égales, car l'effet de la pression d'eau semble redevenir prédominant devant l'effet de la masse et du diamètre du polype.

Les valeurs des pressions de seuil pour la configuration de polype $Pb_{12 \rightarrow 24}$, globalement supérieures pour tous les gonflements, ne semblent donc pas aller dans le sens de toutes ces constatations. Cependant, d'après la figure A.7(b), l'aire glottique initiale pour cette configu-

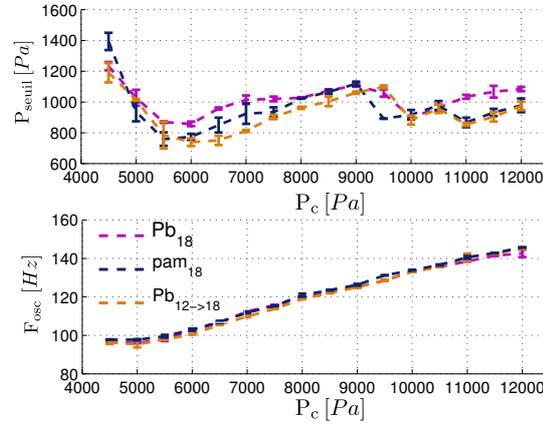


FIGURE 2.51 – Comparaison des séries de mesures plomb/plasticine/plomb+plasticine de diamètre équivalent ϕ_{18} en fonction du gonflement

ration est largement inférieure aux deux configurations Pb_{24} et pam_{24} alors que les diamètres de ces trois polypes sont censés être équivalents. On peut alors supposer des défauts lors de la conception de ce polype (plomb de 0.12 g ramené au diamètre ϕ_{18} avec de la plasticine).

Si les valeurs de F_{osc} présentées ici sur la figure 2.52 sont légèrement supérieures à celles de la configuration sans polype figure 2.49, ces valeurs ne varient pas du tout entre les différentes configurations de diamètre équivalent à ϕ_{24} .

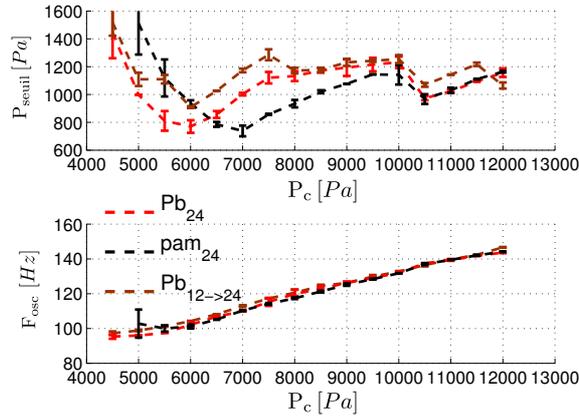


FIGURE 2.52 – Comparaison des deux séries de mesures plomb/plasticine/plomb+plasticine de diamètre équivalent ϕ_{24} en fonction du gonflement

Configurations de masses équivalentes m_{12} : La figure 2.53 compare alors les configurations Pb_{12} , $Pb_{12 \rightarrow 18}$ et $Pb_{12 \rightarrow 24}$ en fonction du gonflement. Ces configurations correspondent à des polypes dont les masses sont d'environ 0.12 g mais dont les diamètres sont différents.

D'après la figure 2.53, pour de faibles gonflements les pressions de seuil de Pb_{12} sont un peu plus élevées que celles de $Pb_{12 \rightarrow 18}$ et le minimum des pressions de seuil intervient également pour un gonflement plus fort pour Pb_{12} . Pour des gonflements plus élevés ($P_c > 7000 Pa$) les courbes de pression de seuil sont quasiment identiques. Ces constatations montrent que pour des polypes d'un poids moindre (0.12 g) un plus gros polype semble favoriser le démarrage des oscillations et ce pour des faibles gonflements, c'est à dire avant le contact entre le polype et le pli vocal opposé.

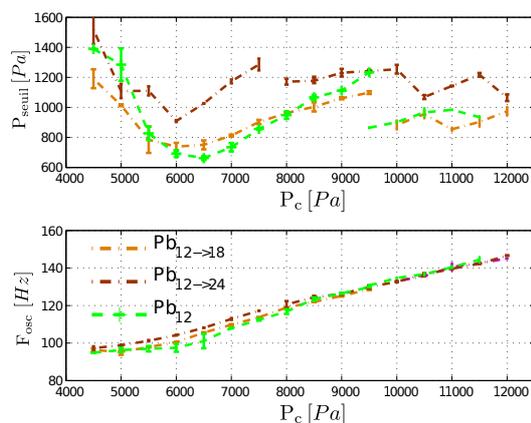


FIGURE 2.53 – Comparaison des seuils où $m = c^{te}$ et ϕ varie

Afin de faire émerger une organisation plus cohérente du résultat de l'interaction complexe entre les trois paramètres que sont la masse du polype, son diamètre et la pression d'eau, les figures 2.54(a) à 2.54(d) représentent les valeurs P_{seuil} en fonction des valeurs F_{osc} associées pour différents gonflements correspondant respectivement à $P_c = 5500 Pa$, $P_c = 7000 Pa$, $P_c = 10000 Pa$ et $P_c = 11000 Pa$.

Structures peu gonflées : Figure 2.54(a)

Il n'y a pas d'organisation apparente, la masse et le diamètre des polypes influençant de manière différente l'obstruction de la glotte et modifiant ainsi plus ou moins les caractéristiques aérodynamiques et structurales des plis vocaux. Les polypes semblent même faciliter l'onset.

Structures moyennement gonflées : Figure 2.54(b) et Figure 2.54(c).

A pression d'eau moyenne à forte, les polypes dont le diamètre est important et/ou dont la masse est importante semblent favoriser l'enfoncement du polype dans le pli vocal opposé et gêner la mise en oscillation des plis vocaux. De cette modification structurelle majeure résulte une oscillation sur des régimes où les valeurs de P_{seuil} sont plus élevées.

Structures très gonflées : Figure 2.54(d).

Pour des pressions d'eau très élevées, $P_c > 10000 Pa$, l'effet de la pression d'eau semble cette

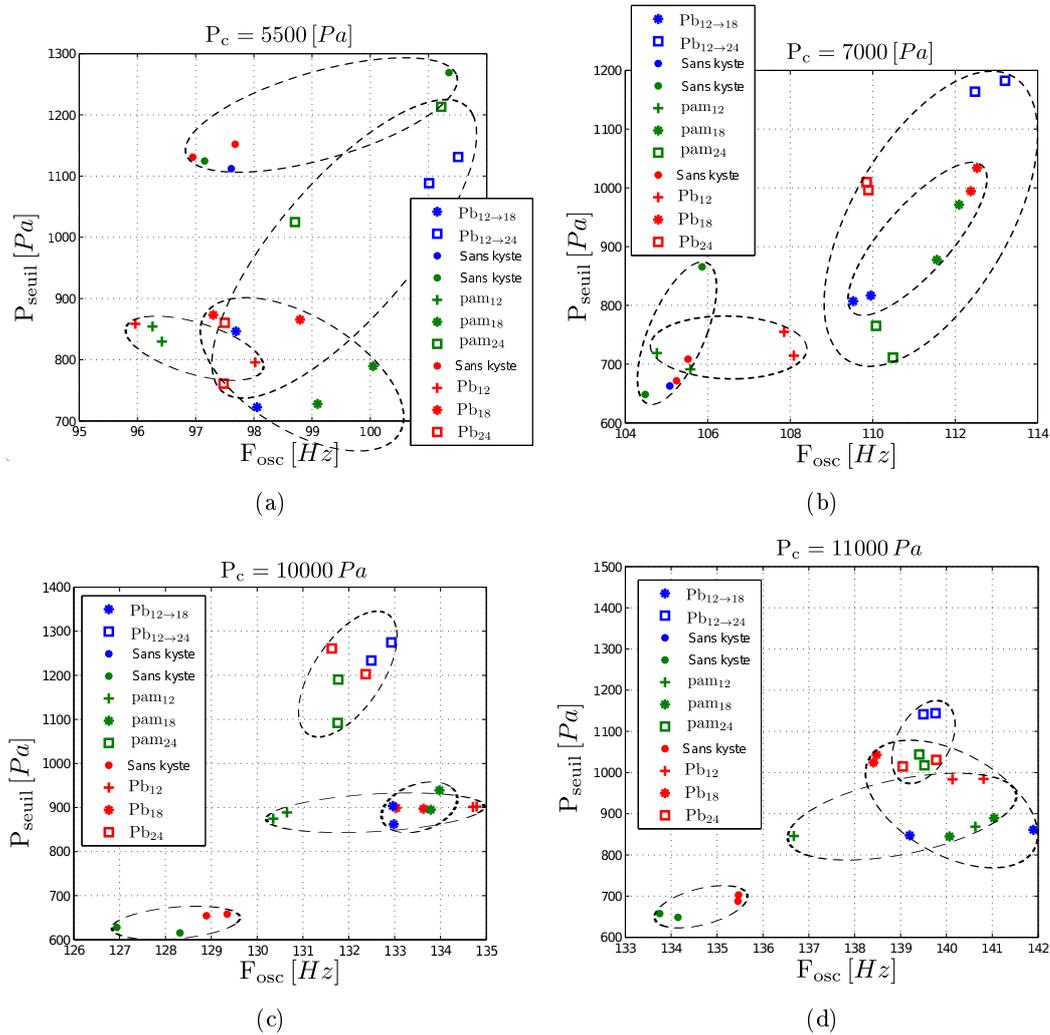


FIGURE 2.54 – Répartition P_{seuil} en fonction de F_{osc} pour les différentes configurations de polype

fois prédominant face à l'enfoncement du polype décrit précédemment. Il en résulte donc des valeurs de pressions de seuil plus regroupées.

2.4.6 Conclusion sur l'effet d'une masse ajoutée

L'étude présentée dans cette partie nous a permis d'observer et (parfois) de quantifier quels étaient les effets engendrés par la présence d'une masse ajoutée de type "polype" sur les paramètres mécaniques des plis vocaux, sur la géométrie de ceux-ci, son influence sur l'aire glottique au repos et enfin sur l'oscillation des plis vocaux. Cependant, si les effets d'une telle masse ajoutée ne sont pas discutables, nous avons également pu nous rendre compte qu'il pouvait être compliqué de faire varier de manière totalement indépendante chacun des paramètres de contrôle sur les maquettes. En effet, les types de polype influencent de manière différente à la fois la masse vibrante, la tension du boyau central en latex, l'aire glottique initiale, l'enfoncement

dans le pli vocal opposé. De plus, ces variations ne sont pas constantes en fonction de la pression de gonflement pour chacun des polypes. Une étude visant à séparer d'avantage ces paramètres permettrait de découpler les effets engendrés par chacun des paramètres et d'obtenir une vision plus clarifiée des influences d'un polype sur l'oscillation des plis vocaux.

Cependant, une étude numérique avec des modèles simplifiés (modèles distribués) est présentée au Chapitre 4, permettant effectivement de séparer chacun des effets et de mieux comprendre les domaines respectifs de prépondérance afin d'apporter un éclaircissement quant à l'influence d'un polype sur l'oscillation des plis vocaux.

Modélisation éléments finis du couplage hydro-élastique des pli vocaux artificiels

Sommaire

3.1	Modélisation physique du couplage hydro-élastique dans la maquette des plis vocaux	76
3.1.1	Hypothèses de modélisations 2D/3D	76
3.1.2	Domaine solide : problème de l'élastodynamique	77
3.1.3	Domaine fluide : équation d'Euler linéarisée	79
3.1.4	Couplage fluide-structure : problème d'hydro-élasticité	83
3.2	Méthode éléments finis	84
3.2.1	Formulations variationnelles	84
3.2.2	Formulation matricielle	87
3.2.3	Adimensionnement d'un problème hydro-élastique similaire	88
3.3	Résultats numériques	91
3.3.1	Vibrations libres de structure non-couplée	91
3.3.2	Vibrations hydro-élastiques libres	95
3.4	Prise en compte des non-linéarités du problème	106
3.4.1	Matériau hyperélastique	107
3.4.2	Formulation variationnelle de la déformation statique non-linéaire	108
3.4.3	Analyse modale avec gonflement	109
3.4.4	Déformation statique sous la pression de l'eau	110
3.4.5	Effets de la précontrainte	111
3.5	Conclusion générale sur la modélisation par éléments finis et perspectives	114

Ce chapitre s'intéresse à la modélisation mathématique du problème des vibrations hydro-élastiques dans le cas des maquettes de plis vocaux mises en place par Vilain [Vilain 2002] puis Ruty [Ruty 2007a] au Gipsa-lab, dont les descriptions détaillées sont faites à la partie 2.1.2. On s'intéressera ici à la modélisation du comportement mécanique de la maquette sans couplage aéroacoustique, lors de la mesure de la réponse mécanique décrite dans la partie 2.2. On ne cherchera pas à modéliser l'interaction fluide-structure entre la maquette des plis vocaux et l'écoulement d'air provenant de la maquette des poumons, *c.f.* partie 2.1. Comme illustré sur la figure 3.1, le modèle comprend une partie solide déformable (le latex), une partie fluide (l'eau) et différentes interfaces (eau/latex, eau/métal, latex/ métal).

Les parties de ce chapitre s'intéresseront donc à décrire d'une part le problème d'élastodynamique pour décrire les vibrations élastiques du latex (partie 3.1.2), puis la linéarisation de l'équation d'Euler pour caractériser les mouvements de notre fluide (partie 3.1.3) et enfin le problème hydro-élastique correspondant au couplage de ces domaines. Une formulation adimensionnée sera faite pour mettre en valeur les grandeurs caractéristiques du problème couplé.

La partie 3.2 s'attachera d'abord à décrire les formulations variationnelles des problèmes solide et fluide pour aboutir à la formulation variationnelle du problème couplé, puis, après discrétisation par éléments finis, à une formulation matricielle de type "masse" ajoutée.

Enfin, après la présentation et la discussion des résultats du modèle des vibrations hydro-élastiques (partie 3.3), nous étudierons l'intérêt de prendre en compte les grandes déformations et les pré-contraintes liées au gonflement du latex soumis à des fortes pressions d'eau (partie 3.4).

3.1 Modélisation physique du couplage hydro-élastique dans la maquette des plis vocaux

3.1.1 Hypothèses de modélisations 2D/3D

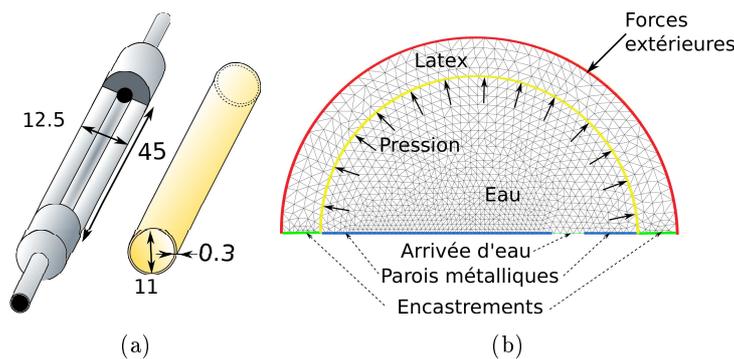


FIGURE 3.1 – Maquette des plis vocaux (a) et géométrie des domaines couplés (b)

Le choix de la géométrie pour la modélisation des maquettes des plis vocaux s'est porté sur la maquette M1, décrite à la partie 2.1.2, de par son apparente simplicité géométrique et celles de ses conditions aux limites en comparaison avec les deux autres maquettes M2 et M3.

En premier lieu, le choix d'une modélisation à deux dimensions, comme elle est représentée sur le schéma figure 3.1(b), a été faite. Si l'on considère les dimensions de la maquette (représentées en *mm* sur la figure 3.1(a)) on s'aperçoit que l'une de ces dimensions est beaucoup plus grande que les autres : la longueur du pli vocal de 45 *mm* par rapport au rayon et à l'épaisseur du tube de latex respectivement de 5.5 *mm* et de 0.3 *mm*, soit quasiment de 10 à 100 fois plus petits. Cette constatation permet de justifier, en première approche, l'hypothèse d'invariance sur la longueur et ainsi de considérer le comportement vibratoire de la maquette dans une coupe transverse à cette longueur. On se place alors dans une hypothèse de déformations planes où l'on néglige la déformation longitudinale.

De plus, cette hypothèse va dans le sens des modèles distribués, type modèle à deux masses

(que l'on détaille dans le chapitre 4), qui font également une hypothèse de modélisation à deux dimensions en négligeant la dimension antéro-postérieure des plis vocaux.

Un autre aspect à prendre en compte pour la justification d'un modèle 2D est la volonté de construire un modèle physique le plus juste possible tout en le gardant le plus simple possible. Il paraît clair que si la modélisation 3D apporte plus de réalisme en comparaison avec la structure étudiée, elle implique une complexité numérique qui n'est pas souhaitée en première approche pour la validation d'un modèle simple et fonctionnel. On veillera cependant à garder en vue la nécessité de cette modélisation 3D pour la caractérisation précise du comportement vibratoire des maquettes.

3.1.2 Domaine solide : problème de l'élastodynamique

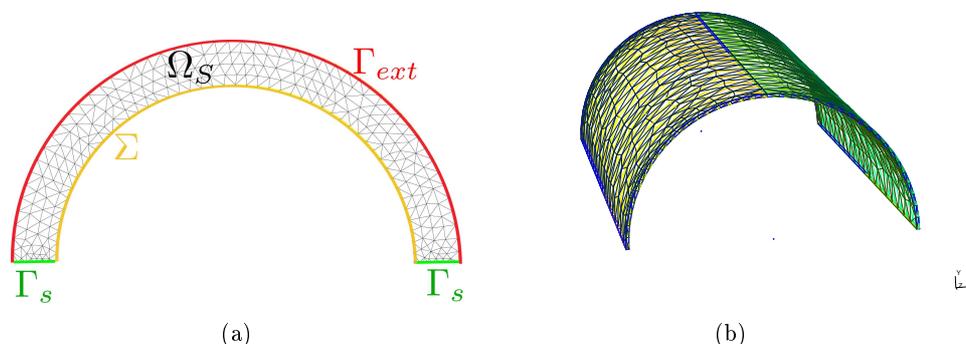


FIGURE 3.2 – Représentation du domaine solide en coupe 2D (a) et vue 3D (b)

Le latex de la maquette de plis vocaux est vu comme un solide déformable dont on cherche à calculer les vibrations de petites amplitudes autour d'un état d'équilibre qui correspond à sa position au repos. On fera donc l'hypothèse de petites amplitudes pour les vibrations du latex, c'est à dire de petites perturbations du milieu élastique afin de rester dans le domaine des déformations élastiques et linéaires. Dans cette partie, on supposera que le latex est un matériau homogène linéaire isotrope décrit par une loi de comportement linéaire, la loi de Hooke. On verra cependant, dans la partie 3.4, l'intérêt de prendre en compte une loi de comportement hyper-élastique pour le calcul de la position au repos. On suppose également que le latex n'est pas soumis à d'autres forces volumiques extérieures que la gravité.

Le champ \mathbf{u} des déplacements vérifie la loi de l'élastodynamique linéaire ([Holzapfel 2000, Morand 1992, Bonet 1997]) sur le domaine solide Ω_s .

Donc on cherche $\mathbf{u} : \Omega_s \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^\alpha$, $\alpha = 2, 3$ tel que :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{F} \text{ sur } \Omega_s, \quad (3.1)$$

où $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$ est le tenseur (symétrique) des contraintes de Cauchy, ρ est la densité volumique du

matériau considéré et \mathbf{F} est le vecteur des forces volumiques appliquées au solide, ici la gravité uniquement. On considère de plus la loi de Hooke pour le comportement matériau du solide élastique :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = 2\mu\varepsilon(\mathbf{u}) + \lambda \text{tr}[\varepsilon(\mathbf{u})]\mathbf{I} \text{ sur } \Omega_s, \quad (3.2)$$

où $\varepsilon(\mathbf{u})$ est le tenseur (symétrique) des petites déformations. Les tenseurs $\varepsilon(\mathbf{u})$ et $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$ sont tous les deux des tenseurs du second ordre. λ et μ sont respectivement le premier et second coefficient de Lamé.

Deux types de conditions aux limites doivent alors être différenciées. Les conditions de type Neumann qui portent sur des efforts imposés sur une surface du solide et les conditions de Dirichlet qui portent sur des déplacements imposés sur une surface du solide. La pression de l'eau sur la face interne du latex est prise en compte en tant que condition aux limites de Neumann, et peut s'écrire :

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = p \mathbf{n} \text{ sur } \Sigma. \quad (3.3)$$

De la même manière, on peut considérer les densités de forces surfaciques appliquées sur une surface $\Gamma_e \subset \Gamma_{ext}$ peuvent s'écrire :

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}^e \text{ sur } \Gamma_e. \quad (3.4)$$

Pour notre problème, nous considérerons les densités de forces surfaciques sur Γ_e comme étant nulles, soit $\mathbf{f}^e = 0$.

On considérera le latex comme étant encasté sur le support. Cette condition est prise en compte en tant que condition aux limites de Dirichlet, et peut s'écrire :

$$\mathbf{u} = 0 \text{ sur } \Gamma_s. \quad (3.5)$$

Cette condition d'encastement parfait doit être nuancée par rapport à la réalité du montage, cependant elle constitue une bonne hypothèse à première vue.

On cherche à réaliser l'analyse modale du solide, on cherche alors un champ de déplacement sous la forme $\mathbf{u}(x, t) = \mathbf{u}(x)e^{i\omega t}$. De plus l'analyse modale correspond à un problème de vibrations libres, soit $\mathbf{F} = 0$, $\mathbf{f}^e = 0$. Dans le cas des vibrations de la structure seule on prendra également $p = 0$, cependant on le gardera non nul ici pour intégrer ensuite le couplage avec le fluide.

Par conséquent, si l'on considère la loi de l'élastodynamique linéaire, la prise en compte des conditions aux limites sur les déplacements et contraintes imposés au latex, ainsi que la loi de Hooke permettent de formuler le problème d'élastodynamique complet que nous souhaitons résoudre :

Trouver $\omega \geq 0$, $\mathbf{u} : \Omega_s \rightarrow \mathbb{R}^\alpha$ solutions de :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho_s \omega^2 \mathbf{u} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = 0 \text{ sur } \Omega_s, \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = 2\mu\varepsilon(\mathbf{u}) + \lambda \text{tr}[\varepsilon(\mathbf{u})]\mathbf{I} \text{ sur } \Omega_s, \\ \mathbf{u} = 0, \text{ sur } \Gamma_s, \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} = p \mathbf{n} \text{ sur } \Sigma, \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ sur } \Gamma_e. \end{array} \right. \quad (3.6)$$

3.1.3 Domaine fluide : équation d'Euler linéarisée

La section ci-dessous décrit l'obtention de l'équation d'Euler linéarisée en coordonnées lagrangiennes permettant de caractériser les petits déplacements d'un fluide parfait. L'obtention de cette équation est décrite plus en détail par Morand & Ohayon (Chapitre 2 de [Morand 1992]).

Il convient de définir au préalable les différentes grandeurs en coordonnées lagrangiennes et en coordonnées eulériennes. Si l'on nomme M la position de la particule fluide au repos et M' la position instantanée de la particule fluide au temps t . Alors le champ des déplacements fluides \mathbf{u}^f est défini tel que : $M' = M + \mathbf{u}^f(M, t)$, avec M appartenant au domaine fluide $\Omega_F \subset \mathbb{R}^\alpha$ ($\alpha = 2$ ou 3) et le temps $t \geq 0$ ($t \in [0, T]$).

Dans le cas d'un fluide parfait, l'écriture de la conservation de la quantité de mouvement permet d'établir l'équation d'Euler qui, en coordonnées eulériennes, s'écrit :

$$\left[\rho_f \frac{\partial \mathbf{v}^f}{\partial t} + \mathbf{v}^f \cdot \nabla \mathbf{v}^f \right] (M', t) + \nabla P(M', t) = \rho_f(M', t) \mathbf{g}, \quad (3.7)$$

où $\mathbf{v}^f = \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t}$ est la vitesse fluide, $\gamma^f = \frac{\partial \mathbf{v}^f}{\partial t} + \mathbf{v}^f \cdot \nabla \mathbf{v}^f$ la dérivée matérielle de la vitesse et ρ_f est la masse volumique du fluide.

On cherche alors à linéariser cette expression.

Hypothèses cinématiques

Dans le cadre de la vibration d'un pli vocal étudiée ici, on considère des petits déplacements \mathbf{u}^f du fluide autour de son état d'équilibre, on peut alors linéariser les termes de vitesses \mathbf{v}^f et d'accélération γ^f , qui sont respectivement les dérivées matérielles première et seconde du déplacement fluide \mathbf{u}^f . On notera ε^2 les infiniment petits du second ordre.

Ainsi,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^f(M', t) &= \mathbf{v}^f(M + \mathbf{u}^f, t) \\ &= \mathbf{v}^f(M, t) + [\nabla \mathbf{v}^f] \cdot \mathbf{u}^f(M, t) + \mathcal{O}(\|\mathbf{u}\|^2) \\ &= \mathbf{v}^f(M, t) + \mathcal{O}(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (3.8)$$

En effet, $[\nabla \mathbf{v}^f] \cdot \mathbf{u}^f(M, t)$ est négligeable car c'est un produit de deux infiniment petits du premier ordre. De la même manière,

$$\gamma^f(M', t) = \gamma^f(M, t) + \mathcal{O}(\varepsilon^2). \quad (3.9)$$

Comme on considère des petites fluctuations des déplacements autour de l'équilibre pour l'étude de ces vibrations, on considérera aussi des petites fluctuations des termes de vitesse et d'accélération. Le terme convectif $\mathbf{v}^f \cdot \nabla \mathbf{v}^f$ est un produit d'infiniment petits d'ordre 1, que l'on peut donc négliger en comparaison avec le terme d'inertie $\frac{\partial \mathbf{v}^f}{\partial t}$. Soit,

$$\gamma^f(M, t) = \frac{\partial^2 \mathbf{u}^f}{\partial t^2}(M, t) + \mathcal{O}(\varepsilon^2). \quad (3.10)$$

De plus, toujours dans le cadre des petites vibrations nous ferons l'hypothèse que les domaines d'origine Ω_f et déformé Ω'_f sont confondus.

Condition d'incompressibilité

La partie ci-après décrit les équations régissant le comportement d'un fluide homogène parfait, c'est à dire **non visqueux** et **incompressible**, ce qui est une hypothèse justifiée dans le cadre de la modélisation des maquettes de plis vocaux pour lesquelles le fluide est de l'eau. Si le fluide est considéré incompressible et homogène, sa masse volumique est constante ($\rho_f = c^{te}$) et, d'après la loi de conservation de la masse, il est possible d'écrire que $\nabla \cdot \mathbf{v}^f(M', t) = 0$.

Cette condition d'incompressibilité, se linéarise également

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v}^f(M, t) &= \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{u}^f(M', t) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}^f(M, t) + \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}^f(M, t))) + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}^f(M, t) + \mathcal{O}(\varepsilon^2)). \end{aligned}$$

On obtient alors une nouvelle condition d'incompressibilité sur le champ de déplacement \mathbf{u}^f :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^f(M, t) = 0. \quad (3.11)$$

Linéarisation de la pression

Les fluctuations de pression s'écrivent alors de la manière suivante :

- les fluctuations eulériennes : $p(M, t) = P(M, t) - P_0(M)$ (l'observateur est figé),
- les fluctuations lagrangiennes : $p_{\mathcal{L}}(M, t) = P(M', t) - P_0(M)$ (l'observateur suit une particule donnée),

avec $P_0(M)$ que l'on définit comme la pression hydrostatique à l'équilibre, qui résulte de la gravité et de la pression imposée sur Γ_l .

De même, pour des petites fluctuations \mathbf{u}^f du fluide autour de son état d'équilibre, le terme de pression lagrangienne $p_{\mathcal{L}}(M, t)$ se réécrit :

$$\begin{aligned} p_{\mathcal{L}}(M, t) &= P(M + \mathbf{u}^f, t) - P_0(M) \\ &= P(M, t) - P_0(M) + \nabla P(M, t) \cdot \mathbf{u}^f(M, t) + \mathcal{O}(\|\mathbf{u}^f\|^2) \\ &= p(M, t) + \nabla P(M, t) \cdot \mathbf{u}^f(M, t) + \mathcal{O}(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Par ailleurs, nous allons écrire l'équation d'Euler (3.7) sous la forme suivante :

$$\nabla P(M', t) = \rho_f(\mathbf{g} - \gamma^f(M', t)). \quad (3.13)$$

D'après Morand & Ohayon [Morand 1992], il y a deux cas à considérer : le cas d'un fluide incompressible pesant pour lequel on ne néglige pas le terme de gravité, et le cas d'un fluide compressible non-pesant pour lequel on néglige la pesanteur.

Dans le cadre de notre étude, nous nous placerons dans le premier cas, c'est à dire pour un fluide incompressible pesant. D'après l'équation (3.13) pour $M = M'$, car cette équation est

valable en tout point du domaine, et la relation sur la pression hydrostatique $\nabla P_0 = \rho_f \mathbf{g}$ on peut écrire directement :

$$\nabla p(M, t) = \nabla(P(M, t) - P_0) = -\rho_f \gamma^f(M, t).$$

En considérant dans cette dernière équation, le terme d'accélération γ^f linéarisé obtenu à l'équation (3.10), on peut se ramener à une équation d'Euler linéarisée décrite par l'équation :

$$\rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{u}^f}{\partial t^2} + \nabla p = \mathcal{O}(\varepsilon^2). \quad (3.14)$$

Conditions aux limites : Pour établir les différentes conditions aux limites du problème, il faut considérer les différentes interfaces du problème couplé : interface fluide/latex Σ , fluide/air Γ_L et fluide/métal Γ_g , explicitées en figure 3.3.

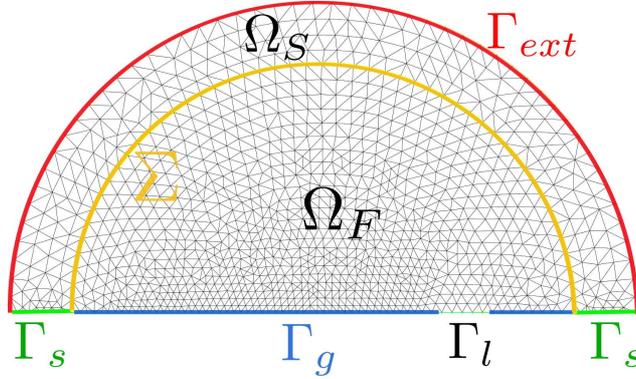


FIGURE 3.3 – Domaines, frontières et interfaces du problème couplé

A l'interface Σ entre le fluide et le solide, les interactions entre la paroi et le latex se modélisent par une condition de transmission des vitesses solide et fluide et une condition de glissement car le fluide est considéré non-visqueux. Il y a donc égalité des vitesses normales du fluide et du solide dont la linéarisation peut alors se formuler, d'après Morand & Ohayon [Morand 1992], sur les composantes normales des déplacements des particules fluides et solides :

$$\mathbf{u}^f \cdot \mathbf{n}^f = \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}^s \text{ sur } \Sigma, \quad (3.15)$$

avec \mathbf{n}^s la normale à Σ sortante au solide et \mathbf{n}^f la normale à Σ sortante au fluide.

Sur Σ les efforts s'équilibrent, soit la condition de transmission des efforts suivante

$$\boldsymbol{\sigma}^f \mathbf{n}^f + \boldsymbol{\sigma}^s \mathbf{n}^s = 0 \text{ sur } \Sigma. \quad (3.16)$$

A l'interface Γ_g entre le fluide et le support métallique, assimilée à une paroi fixe, on impose une condition de non-glissement, i.e. les déplacements normaux du fluide sont nuls.

$$\mathbf{u}^f \cdot \mathbf{n}^f = 0 \text{ sur } \Gamma_g. \quad (3.17)$$

L'interface Γ_l entre le fluide et la surface d'entrée du fluide correspond à l'entrée d'eau par laquelle on achemine celle-ci dans les maquettes des plis vocaux, le reste de l'eau étant contenue

dans des réservoirs (voir figure 2.6). On fait l'approximation que la pression du fluide à cette interface est égale à la pression imposée, soit que les fluctuations de pressions sont nulles à cette interface. Par conséquent, la condition d'entrée d'eau s'écrit selon l'équation :

$$p(M, t) = 0 \text{ sur } \Gamma_l. \quad (3.18)$$

Potentiel des déplacements : on se place toujours dans l'hypothèse des petites fluctuations et, si l'on considère des fluctuations harmoniques de pulsation ω , on peut écrire les termes de vitesse et de pression fluides ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^f(M, t) &= \mathbf{u}^f(M) e^{i\omega t} \\ p(M, t) &= p(M) e^{i\omega t} \end{aligned}$$

L'équation d'Euler linéarisée (3.14) devient : $-\rho_f \omega^2 \mathbf{u}^f + \nabla p = 0$, qui correspond au problème des vibrations libres caractérisant la réponse fréquentielle du système sans excitations. Si le mode considéré n'est pas rigide (*i.e.* $\omega \neq 0$), le champ de déplacement \mathbf{u}^f peut alors s'exprimer comme le gradient d'un potentiel défini comme suit :

$$\mathbf{u}^f = \nabla \left(\frac{p}{\rho_f \omega^2} \right) = \nabla \phi, \quad (3.19)$$

avec $\phi = \frac{p}{\rho_f \omega^2}$ le potentiel des déplacements fluides.

Cette dernière équation (3.19) associée à la condition (3.11) d'incompressibilité du fluide linéarisée ($\nabla \cdot \mathbf{u}^f = 0$), permet d'exprimer la relation (3.20) vérifiée par le potentiel des déplacements sur Ω_f , qui n'est autre que l'équation de Laplace.

$$\Delta \phi = 0 \quad (3.20)$$

Le fluide étant considéré parfait, le tenseur des contraintes fluides peut s'exprimer par le tenseur sphérique : $\boldsymbol{\sigma}^f(\mathbf{u}^f, p) = -p\mathbf{I}$ (voir, par exemple, [Chorin 2000]).

La condition de paroi rigide sur l'interface Γ_g devient $\mathbf{u}^f \cdot \mathbf{n}_f = \Delta \phi \cdot \mathbf{n}_f = \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$. En introduisant la convention de notation $\mathbf{n}^f = \mathbf{n}$ (et donc $\mathbf{n}^s = \mathbf{n}$), la condition de transmission des efforts sur l'interface Σ entre le latex¹ et le fluide devient finalement :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}^s(\mathbf{u})\mathbf{n}^s + \boldsymbol{\sigma}^f(\mathbf{u}^f, p)\mathbf{n}^f &= 0 \implies \boldsymbol{\sigma}^s(\mathbf{u})(-\mathbf{n}) + (-p\mathbf{I})\mathbf{n} = 0 \\ &\implies p\mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}^s(\mathbf{u})(-\mathbf{n}). \end{aligned}$$

D'après la définition du potentiel de déplacement $p = \omega^2 \rho_f \phi$, la condition sur la frontière Σ se reformule alors à l'aide de l'équation :

$$\rho_f \omega^2 \phi \mathbf{n} = -\boldsymbol{\sigma}^s(\mathbf{u})\mathbf{n}. \quad (3.21)$$

1. Par souci de simplicité, on gardera la notation \mathbf{u} pour les déplacements solides et \mathbf{u}^f pour les déplacements fluides. En effet, dans les parties suivantes, on ne considérera plus qu'un seul terme de déplacement, \mathbf{u} déplacements solides.

La condition d'entrée d'eau (3.18), peut également s'écrire à l'aide du potentiel des déplacements :

$$\phi = 0, \text{ sur } \Gamma_l. \quad (3.22)$$

Au final, nous souhaitons résoudre le problème fluide suivant :

Trouver $\omega \geq 0$, $\phi : \Omega_f \rightarrow \mathbb{R}$ tels que

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta\phi = 0 & \text{sur } \Omega_F, \\ \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = 0 & \text{sur } \Gamma_g, \\ \phi = 0 & \text{sur } \Gamma_l, \\ \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Sigma, \\ \rho_f\omega^2\phi\mathbf{n} = -\boldsymbol{\sigma}^s(\mathbf{u})\mathbf{n} & \text{sur } \Sigma. \end{array} \right. \quad (3.23)$$

3.1.4 Couplage fluide-structure : problème d'hydro-élasticité

On considère maintenant le problème des vibrations libres des domaines couplés solide et fluide décrits dans les parties 3.1.2 et 3.1.3. Pour l'analyse modale du système couplé, on considère nuls les efforts externes ($\mathbf{F} = 0$ et $\mathbf{f}^e = 0$) dans le système d'équations (3.6) ainsi que des vibrations harmoniques, soit

$$\mathbf{u}(x, t) = \mathbf{u}(x)e^{i\omega t} \text{ sur } \Omega_s \text{ et } \phi(x, t) = \phi(x)e^{i\omega t} \text{ sur } \Omega_f$$

Le problème de vibrations hydro-élastiques que nous souhaitons résoudre est donc le suivant :

Trouver $\omega \geq 0$, $\mathbf{u} : \Omega_f \rightarrow \mathbb{R}^\alpha$ et $\phi : \Omega_f \rightarrow \mathbb{R}$ tels que

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho_s\omega^2\mathbf{u} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \text{ sur } \Omega_s, & \text{(a)} \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) + \lambda\text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})]\mathbf{I} \text{ sur } \Omega_s, & \text{(b)} \\ \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ sur } \Gamma_s, & \text{(c)} \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ sur } \Gamma_{ext}, & \text{(d)} \\ -\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n} = \rho_F\omega^2\phi\mathbf{n} \text{ sur } \Sigma, & \text{(e)} \\ \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \text{ sur } \Sigma, & \text{(f)} \\ \Delta\phi = 0 \text{ sur } \Omega_F & \text{(g)} \\ \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = 0 \text{ sur } \Gamma_g, & \text{(h)} \\ \phi = 0 \text{ sur } \Gamma_l. & \text{(i)} \end{array} \right. \quad (3.24)$$

Conditions de couplage : Les équations (3.24)(e), (3.24)(f) expriment la relation de couplage entre les domaines solide et fluide. L'équation (3.24)(e) traduit l'égalité des contraintes normales entre le solide et le fluide sur l'interface Σ et l'équation (3.24)(f) traduit le glissement

sans pénétration entre le fluide et le solide sur cette même interface et l'égalité des champs de déplacements normaux.

3.2 Méthode éléments finis

3.2.1 Formulations variationnelles

3.2.1.1 Formulation variationnelle du problème d'élastodynamique

Considérons tout d'abord l'équation (3.6) du problème d'élastodynamique, établie dans la partie 3.1.2, appelée formulation forte. On cherche alors un champ de déplacement $\mathbf{u} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^\alpha$, avec $\alpha = 2$ ou 3 . La fonction $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$ est appelée solution forte du problème (3.6), avec $\mathcal{V} = H^1(\Omega_s)$ un espace de Sobolev [Raviart 1988, Allaire 2005] tel que

$$\mathcal{V} = \{\mathbf{u} : \Omega_s \rightarrow \mathbb{R}^\alpha \mid \mathbf{u} \in \mathcal{L}^2(\Omega_s) \text{ et } \nabla \mathbf{u} \in \mathcal{L}^2(\Omega_s)\},$$

où $\mathcal{L}^2(\Omega_s)$ est l'espace des champs de vecteurs ou de tenseurs d'ordre 2 sur Ω_s dont toutes les composantes sont de carré intégrables.

En considérant l'équation (3.6) du problème des vibrations libres, puis en intégrant l'équation obtenue multipliée par une fonction test $\mathbf{v} \in \mathcal{V}$, on peut alors écrire la formulation intégrale (3.25) suivante :

$$\forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}, \int_{\Omega_s} \rho_s \omega^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Omega_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} dV = 0. \quad (3.25)$$

La formule de Green ([Kern 2005, Allaire 2005]) adaptée au problème d'élasticité s'écrit :

$$\forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}, \int_{\Omega_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} dV = \int_{\Gamma} (\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} dS - \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \nabla \mathbf{v} dV,$$

avec $\Gamma = \Sigma \cup \Gamma_s \cup \Gamma_{ext}$.

En différenciant les frontières où sont appliquées des conditions de bords de Neumann de celles où sont appliquées des conditions de bords de Dirichlet, l'équation (3.25) se reformule de la manière suivante :

$$\forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}, - \int_{\Omega_s} \rho_s \omega^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \nabla \mathbf{v} dV - \int_{\Sigma} (\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} dS - \int_{\Gamma_{ext}} (\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} dS - \int_{\Gamma_s} (\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} dS = 0.$$

Dans notre cas les conditions de bords imposent un déplacement nul sur la frontière Γ_s (encastrement), une contrainte normale due à la pression de l'eau exercée sur la frontière Σ et une contrainte nulle sur le bord libre Γ_{ext} dans le cas de l'étude des vibrations libres. L'équation (3.25) devient alors

$$\forall \mathbf{v} \in \mathcal{C}_s^0, - \int_{\Omega_s} \rho_s \omega^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \varepsilon(\mathbf{v}) dV = \int_{\Sigma} p\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dS. \quad (3.26)$$

avec $\mathcal{C}_s^0 = \{\mathbf{v} \in \mathcal{V} \mid \mathbf{v} = 0 \text{ sur } \Gamma_d\}$.

De plus le terme $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})$ vient du terme $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \nabla \mathbf{v}$, transformé en utilisant la symétrie du tenseur $\boldsymbol{\sigma}$.

La formulation variationnelle, ou forme faible, du problème de vibrations libres en élastodynamique "pur" (3.6) s'écrit donc :

Trouver $\omega \geq 0$, $\mathbf{u} \in \mathcal{C}_s^0$ tq :

$$\forall \mathbf{v} \in \mathcal{C}_s^0, - \int_{\Omega_s} \rho_s \omega^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) dV = 0. \quad (3.27)$$

Remarque : la formulation du problème (3.25) est appelée formulation faible du problème aux limites. L'approche décrite ci-dessus peut être établie d'après le principe de Hamilton qui se base sur la minimisation du Lagrangien, $L(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t)$, défini à partir des termes d'énergies cinétique T et potentielle intérieure V_{int} et extérieure V_{ext} de la manière suivante

$$L(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) = T(\dot{\mathbf{u}}) - V_{int}(\mathbf{u}) - V_{ext}(\mathbf{u}).$$

L'idée du principe d'Hamilton est que l'action $S = \int_{t_0}^{t_1} L(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) dt$ doit satisfaire au principe de stationnarité de Hamilton, *i.e.* que la variation de l'action doit être nulle pour toute variation de \mathbf{u} cinématiquement admissible (nulle là où \mathbf{u} est imposé) et s'annulant aux bornes t_0 et t_1 de l'horizon temporel d'intégration. On applique donc le principe de Hamilton sur les équations de l'élastodynamique en temporel et l'on obtient l'équation (3.27) en faisant alors l'hypothèse d'un régime harmonique.

3.2.1.2 Formulation variationnelle du problème d'hydro-élasticité

Appliquons alors la même démarche que précédemment au problème d'hydro-élasticité (3.24) décrit dans la partie 3.1.4. L'intégration de l'équation (3.24)(a) multipliée par une fonction test $\mathbf{v} \in \mathcal{V}$ et l'intégration de l'équation (3.24)(g) multipliée par une fonction test $\psi \in \mathcal{W}$ permet d'écrire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \int_{\Omega_s} \rho_s \omega^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Omega_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} dV = 0, \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \\ \int_{\Omega_F} \Delta \phi \psi dV = 0, \forall \psi \in \mathcal{W}, \end{cases} \quad (3.28)$$

avec, $\mathcal{V} = H^1(\Omega_s)$ et $\mathcal{W} = H^1(\Omega_F)$ tels que

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \{\mathbf{v} : \Omega_s \rightarrow \mathbb{R}^\alpha \mid \mathbf{u} \in \mathcal{L}^2(\Omega_s) \text{ et } \nabla \mathbf{u} \in \mathcal{L}^2(\Omega_s)\}, \\ \mathcal{W} &= \{\psi : \Omega_F \rightarrow \mathbb{R} \mid \psi \in \mathcal{L}^2(\Omega_F) \text{ et } \nabla \psi \in \mathcal{L}^2(\Omega_F)\}. \end{aligned}$$

En utilisant à nouveau la formule de Green pour les deux équations de (3.28) :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho_s \omega^2 \int_{\Omega_s} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) dV - \int_{\Gamma_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n}^s \cdot \mathbf{v} dV - \int_{\Gamma_{ext}} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n}^s \cdot \mathbf{v} dV \\ \quad - \int_{\Sigma} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n}^s \cdot \mathbf{v} dV = 0, \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \\ \rho_F \int_{\Omega_F} \nabla \phi \cdot \nabla \psi dV - \rho_F \int_{\Gamma_l} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}^f} \psi dV - \rho_F \int_{\Gamma_g} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}^f} \psi dV \\ \quad - \rho_F \int_{\Sigma} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}^f} \psi dV = 0, \forall \psi \in \mathcal{W} \end{array} \right. \quad (3.29)$$

D'après les conditions aux limites du problème (3.24), le système (3.29) se simplifie, notamment via les équations de couplages décrites par les équations (3.24)(e) et (3.24)(f).

En posant $\lambda = \omega^2$, on peut exprimer la formulation variationnelle du problème des vibrations libres du couplage hydro-élastique de la manière suivante :

Trouver le couple $(\mathbf{u}, \phi) \in \mathcal{C}_s^0 \times \mathcal{C}_F^0$ et $\lambda \geq 0$ tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho_s \lambda \int_{\Omega_s} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) dV = \rho_F \lambda \int_{\Sigma} \phi \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dS, \forall \mathbf{v} \in \mathcal{C}_s^0 \\ \rho_F \int_{\Omega_F} \nabla \phi \cdot \nabla \psi dV = \rho_F \int_{\Sigma} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \psi dS, \forall \psi \in \mathcal{C}_F^0 \end{array} \right. \quad (3.30)$$

avec

$$\mathcal{C}_s^0 = \{ \mathbf{v} \in \mathcal{V} \mid \mathbf{v} = 0 \text{ sur } \Gamma_s \},$$

$$\mathcal{C}_F^0 = \{ \psi \in \mathcal{W} \mid \psi = 0 \text{ sur } \Gamma_l \}.$$

Soit \mathcal{K} , \mathcal{M} , \mathcal{F} et \mathcal{C} les opérateurs bilinéaires respectifs de raideur, de masse, de fluide, de couplage :

- raideur : $\mathcal{K}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) = \int_{\Omega_s} \lambda \operatorname{tr} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \operatorname{tr} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})$, avec λ et μ les coefficients de Lamé
- masse solide : $\mathcal{M}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \rho_s \int_{\Omega_s} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$
- masse fluide : $\mathcal{F}(\phi, \psi) = \rho_F \int_{\Omega_F} \nabla \phi \nabla \psi$
- couplage : $\mathcal{C}_{FS}(\mathbf{u}, \psi) = -\rho_F \int_{\Sigma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \psi$

Le problème (3.30) se reformule alors :

Trouver le couple $(\mathbf{u}, \phi) \in \mathcal{C}_s^0 \times \mathcal{C}_F^0$ et $\lambda \geq 0$ tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{K}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \lambda (\mathcal{M}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + \mathcal{C}_{FS}(\phi, \mathbf{v})) \\ \mathcal{F}(\phi, \psi) = \mathcal{C}_{FS}(\mathbf{u}, \psi) \end{array} \right. \quad (3.31)$$

3.2.2 Formulation matricielle

3.2.2.1 Problème général

On cherche alors à approximer le problème (3.30) via la résolution d'un système linéaire en dimension finie. La discrétisation du problème est réalisée à l'aide de la méthode éléments finis [Raviart 1988, Kern 2005, Ciarlet 2009, Le Tallec 2010, Fortin 2011]. De plus, la discrétisation du problème des vibrations hydro-élastiques a fait l'objet de nombreuses études à partir de la fin des années 1970, mettant en jeu différentes approches. L'approche décrite dans [Zienkiewicz 2000] se sert d'une discrétisation sur les champs de vitesse solide et de pression fluide, cependant cette discrétisation nécessite alors de résoudre un problème aux valeurs propres asymétrique. D'autres approches [Bermúdez 1999] proposent une formulation sur les champs de vitesse à la fois solide et fluide, la discrétisation des derniers nécessitant l'utilisation d'éléments de Raviart-Thomas. Enfin, plusieurs études [Morand 1992, Bermúdez 2000, Schotté 2009, Miras 2012] préfèrent une formulation dite de "masse ajoutée" permettant d'éliminer la variable fluide et d'éviter le problème de modes parasites numériques qui peuvent exister avec les autres approches. De plus, Bermúdez & coll. [Bermúdez 2000] utilisent une formulation de masse ajoutée en continu à l'aide d'un opérateur Dirichlet-to-Neumann, cas particulier de l'opérateur de Poincaré-Steklov.

Sur la base de la discrétisation par éléments finis, il est possible de construire les deux maillages \mathcal{T}_{h_S} et \mathcal{T}_{h_F} associés respectivement au domaine Ω_S et Ω_F , ainsi que les matrices élémentaires correspondantes aux divers opérateurs bilinéaires de l'équation (3.30) définis dans la sous-partie précédente :

- raideur : $\mathcal{K}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathbf{V}^T \mathbb{K}_S \mathbf{U}$, avec \mathbb{K}_S une matrice symétrique, définie non négative pour la loi de Hooke.
- masse solide : $\mathcal{M}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathbf{V}^T \mathbb{M}_S \mathbf{U}$, avec \mathbb{M}_S une matrice symétrique, définie positive.
- masse fluide : $\mathcal{F}(\phi, \psi) = \mathbf{\Psi}^T \mathbb{F} \mathbf{\Phi}$, avec \mathbb{F} une matrice symétrique, définie non négative.
- couplage : $\mathcal{C}_{FS}(\mathbf{u}, \psi) = \mathbf{\Psi}^T \mathbb{C}^T \mathbf{U}$, avec \mathbb{C} une matrice rectangulaire.

On assimile les champs $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathcal{C}_S^h$ et $\phi, \psi \in \mathcal{C}_F^h$ à leurs représentations de vecteurs de coefficient nodaux respectifs $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{\Phi}$ et $\mathbf{\Psi}$.

On peut alors écrire le problème matriciel (3.32) associé au système d'équations (3.30). La construction des espaces éléments finis est faite à l'aide de FreeFEM++ [Hecht 2012], avec un maillage triangulaire en 2D (tétraédrique en 3D) utilisant des éléments finis de Lagrange \mathbb{P}_h ($h = 1, 2, 3$).

Le problème matriciel associé au système d'équations (3.30) liant les vecteurs degrés de liberté, correspond au système (3.32) suivant :

Trouver $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^N$, $\mathbf{\Phi} \in \mathbb{R}^M$ et $\omega^2 = \lambda$ solution de

$$\begin{cases} \mathbb{K}_S \mathbf{U} = \lambda(\mathbb{M}_S \mathbf{U} + \mathbb{C} \mathbf{\Phi}) \\ \mathbb{F} \mathbf{\Phi} - \mathbb{C}^T \mathbf{U} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.32)$$

3.2.2.2 Formulation en masse ajoutée

Ce système d'équations matricielles peut aussi s'écrire :

$$\begin{pmatrix} \mathbb{K} & \mathbf{0} \\ -\mathbb{C}^T & \mathbb{F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{\Phi} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \mathbb{M} & \mathbb{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{\Phi} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Ce problème aux valeurs propres est non symétrique et sa résolution directe en $(\mathbf{U}, \mathbf{\Phi})$ utilise des outils moins performants que ceux existants pour le traitement des cas symétriques ou symétriques définis positifs ([Morand 1992]). La matrice \mathbb{F} étant inversible, l'équation (3.32) permet d'exprimer $\mathbf{\Phi}$ en fonction de \mathbf{U} , équation (3.34), pour se ramener à une expression du problème ne dépendant que du terme de déplacement solide \mathbf{U} . La formulation (3.36) ainsi obtenue est une formulation dite de "masse ajoutée". On obtient :

$$\mathbf{\Phi} = \mathbb{F}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{U}, \quad (3.34)$$

et

$$\mathbb{K} \mathbf{U} - \lambda(\mathbb{M} + \mathbb{C} \mathbb{F}^{-1} \mathbb{C}^T) \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (3.35)$$

Soit :

$$\mathbb{K} \mathbf{U} = \lambda(\mathbb{M} + \mathbb{M}_a) \mathbf{U} \quad (3.36)$$

avec $\mathbb{M}_a = \mathbb{C} \mathbb{F}^{-1} \mathbb{C}^T$, qui correspond à la matrice de masse ajoutée.

On note que si $\rho_F = 0$, on retrouve évidemment l'équation (3.37) du problème aux valeurs propres pour de l'élasticité simple

$$\mathbb{K} \mathbf{U} = \lambda_s \mathbb{M} \mathbf{U}. \quad (3.37)$$

3.2.3 Adimensionnement d'un problème hydro-élastique similaire

Cette partie s'intéresse à l'adimensionnement du problème hydro-élastique décrit par l'équation (3.30) avec pour objectif d'identifier les jeux de paramètres caractéristiques du problème. Le problème que l'on adimensionne est tout à fait similaire à celui des maquettes des plis-vocaux mais la géométrie est simplifiée. Comme le montre la figure 3.4, le domaine fluide Ω_F est alors rapporté à un carré de côté R et le domaine solide Ω_S à un rectangle de longueur R et de largeur e . L'adimensionnement des longueurs e et R engendre de nouveaux domaines solide et fluide (Ω'_S et Ω'_F) qui sont des carrés unitaires.

Afin d'adimensionner l'équation (3.30) regardons d'abord ce que cela implique sur les différentes variables des domaines solide et fluide :

- pour la partie solide : $\Omega_S \rightarrow \Omega'_S$ avec $x' = \frac{x}{R} \in [0, 1]$ et $y' = \frac{y}{e} \in [0, 1]$. Les nouveaux vecteurs champ de déplacement adimensionnés \mathbf{u}' et \mathbf{v}' sont respectivement définis par $\mathbf{u} = \mathcal{U} \mathbf{u}'$

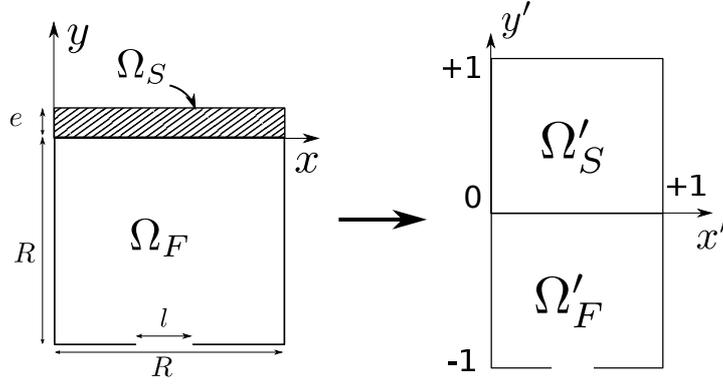


FIGURE 3.4 – Adimensionnement des domaines solide et fluide

et $\mathbf{v} = \mathcal{U}\mathbf{v}'$, où \mathcal{U} est une grandeur intrinsèque homogène à un déplacement.

- pour la partie fluide : $\Omega_F \rightarrow \Omega'_F$ avec $x' = \frac{x}{R} \in [0, 1]$ et $y' = \frac{y}{R} \in [0, 1]$. Le nouveau potentiel des déplacements fluides adimensionnés ϕ' est défini par $\phi = \alpha\phi'$, où α est une grandeur intrinsèque homogène à un potentiel de déplacement.

Les différents opérateurs bilinéaires définis dans la partie 3.2.2 peuvent alors se réécrire dans les nouveaux domaines.

- L'opérateur de rigidité :

$$\begin{aligned}
\mathcal{K}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) = \int_{\Omega_S} \lambda \operatorname{tr}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})\operatorname{tr}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \\
&= \mathcal{U}^2 \frac{R}{e} \int_{\Omega'_S} (\lambda + 2\mu) (\partial_{y'} \mathbf{u}'_{y'} \partial_{y'} \mathbf{v}'_{y'}) + \mu (\partial_{y'} \mathbf{u}'_{x'} \partial_{y'} \mathbf{v}'_{x'}) \\
&\quad + \mathcal{U}^2 \int_{\Omega'_S} \lambda (\partial_{x'} \mathbf{u}'_{x'} \partial_{y'} \mathbf{v}'_{y'} + \partial_{y'} \mathbf{u}'_{y'} \partial_{x'} \mathbf{v}'_{x'}) + \mu (\partial_{y'} \mathbf{u}'_{x'} \partial_{y'} \mathbf{v}'_{x'} + \partial_{x'} \mathbf{u}'_{y'} \partial_{x'} \mathbf{v}'_{y'}) \quad (3.38) \\
&\quad + \mathcal{U}^2 \frac{e}{R} \int_{\Omega'_S} (\lambda + 2\mu) (\partial_{x'} \mathbf{u}'_{x'} \partial_{x'} \mathbf{v}'_{x'}) + \mu (\partial_{x'} \mathbf{u}'_{y'} \partial_{x'} \mathbf{v}'_{y'}) \\
&= 2\mu (\mathcal{U}^2 \frac{R}{e}) \cdot \mathcal{K}^{ee}(\mathbf{u}', \mathbf{v}') + \mathcal{U}^2 \cdot \mathcal{K}^{eR}(\mathbf{u}', \mathbf{v}') + (\mathcal{U}^2 \frac{e}{R}) \cdot \mathcal{K}^{RR}(\mathbf{u}', \mathbf{v}')
\end{aligned}$$

\mathcal{K}^{ee} , \mathcal{K}^{eR} , \mathcal{K}^{RR} sont trois opérateurs intégral sans dimension obtenus en factorisant par 2μ et en considérant les relations entre les coefficients de Lamé $\lambda = 2\mu \frac{\nu}{1-2\nu}$ et $\lambda + 2\mu = \frac{1-\nu}{1-2\nu}$

- L'opérateur de masse solide :

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega_S} \rho_s \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = (\rho_s e R) \mathcal{U}^2 \int_{\Omega'_S} \mathbf{u}' \cdot \mathbf{v}' \\
&= (\rho_s e R) \mathcal{U}^2 \cdot \mathcal{M}^{eR}(\mathbf{u}', \mathbf{v}') \quad (3.39)
\end{aligned}$$

- L'opérateur de masse fluide :

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(\phi, \psi) &= \int_{\Omega_F} \rho_F \nabla \phi \nabla \psi = \rho_F \alpha^2 \int_{\Omega'_F} \nabla' \phi' \nabla' \psi' \\ &= \rho_F \alpha^2 \cdot \mathcal{F}^{eR}(\phi', \psi')\end{aligned}\quad (3.40)$$

- Les opérateurs de couplage :

$$\begin{aligned}\mathcal{C}(\psi, \mathbf{u}) &= \int_{\Sigma} \rho_F \psi (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = (\rho_F R) \mathcal{U} \alpha \int_{\Sigma'} \psi' (\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}) \\ &= (\rho_F R) \mathcal{U} \alpha \cdot \mathcal{C}(\psi', \mathbf{u}')\end{aligned}\quad (3.41)$$

Le problème (3.30) peut alors se reformuler à l'aide des opérateurs bilinéaires définis ci-dessus par l'équation (3.42), en substituant la pulsation propre ω par $\omega = \Omega \omega'$, avec Ω une pulsation propre caractéristique.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2\mu}{\rho_S e R \Omega^2} \left(\frac{R}{e} \mathcal{K}^{ee}(\mathbf{u}', \mathbf{v}') + \mathcal{K}^{eR}(\mathbf{u}', \mathbf{v}') + \frac{e}{R} \mathcal{K}^{RR}(\mathbf{u}', \mathbf{v}') \right) \\ = \omega'^2 \left(\mathcal{M}^{eR}(\mathbf{u}', \mathbf{v}') + \frac{\rho_F}{\rho_S} \frac{\alpha}{e \mathcal{U}} \mathcal{C}(\phi', \mathbf{v}') \right) \\ \alpha \cdot \mathcal{F}^{eR}(\phi', \psi') = \mathcal{U} R \cdot \mathcal{C}(\psi', \mathbf{u}') \end{aligned} \right. \quad (3.42)$$

Après discrétisation, on peut se ramener à un problème matriciel similaire à celui décrit par l'équation (3.32) de la partie 3.2.2.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2\mu}{\rho_S e R \Omega^2} \left(\frac{R}{e} \mathbb{K}^{ee} + \mathbb{K}^{eR} + \frac{e}{R} \mathbb{K}^{RR} \right) \mathbf{U}' &= \omega'^2 \left(\mathbb{M}^{eR} + \frac{\rho_F}{\rho_S} \frac{\alpha}{e \mathcal{U}} \mathbb{C} \right) \\ \alpha \Phi' &= \mathcal{U} R (\mathbb{F}^{eR})^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{U}' \end{aligned} \right. \quad (3.43)$$

Comme dans la partie 3.2.2.2, cette expression peut se formuler à l'aide d'un terme de masse ajoutée et devient

$$\frac{2\mu}{\rho_S R^2 \Omega^2} \left(\frac{R^2}{e^2} \mathbb{K}^{ee} + \frac{R}{e} \mathbb{K}^{eR} + \mathbb{K}^{RR} \right) \mathbf{U}' = \omega'^2 \left(\mathbb{M}^{eR} + \frac{\rho_F}{\rho_S} \frac{R}{e} \mathbb{M}_a^{eR} \right) \quad (3.44)$$

On obtient alors une formulation adimensionnée de l'équation de masse ajoutée (3.36). Cette formulation fait ressortir quatre paramètres adimensionnés :

1 - une raideur apparente de membrane \mathbb{K}_{am}

$$\mathbb{K}_{am} = \frac{2\mu}{\rho_S R^2 \Omega^2}$$

2 - un facteur d'aspect du latex

$$\mathbb{F}_{al} = \frac{e}{R}$$

3 - le rapport des densités fluide et solide

$$\mathbb{R}_{d,SF} = \frac{\rho_S}{\rho_F}$$

4 - Le coefficient de Poisson ν , présent dans l'expression de μ et dans celles des opérateurs \mathcal{K}^{ee} , \mathcal{K}^{eR} , \mathcal{K}^{RR} , est aussi un paramètre adimensionné caractéristique du problème.

Si l'on se réfère au théorème de Vaschy-Buckingham, ou théorème Pi, on retrouve les quatre paramètres sans dimension correspondant aux sept paramètres physiques moins les trois dimensions fondamentales.

La partie 3.3.2.2 présentera l'étude paramétrique du modèle des vibrations hydro-élastiques linéaires autour de ces quatre paramètres adimensionnés.

3.3 Résultats numériques

Cette partie résume tous les résultats des simulations numériques réalisées à l'aide du logiciel de calcul éléments finis **FreeFem++** [Hecht 2012]. FreeFem++ est un solveur, écrit en C++, qui permet de résoudre des équations aux dérivées partielles en 2D et en 3D. Le langage de programmation de FreeFem++ est un idiome du C++ et qui se base sur la formulation variationnelle du problème à résoudre via la spécification des espaces d'éléments finis et des formes linéaires et bilinéaires à considérer. Le problème aux valeurs propres est résolu à l'aide de la fonction **EigenValue** de FreeFem++ (cf. section 9.4 de [Hecht 2012]) qui utilise la méthode de pénalisation exacte, *i.e.* en mettant des très grandes valeurs (*tg*) sur les coefficients de la matrice correspondant aux nœuds sur lesquels sont imposés des conditions de Dirichlet de déplacements nuls.

La première sous-partie s'attachera à décrire le comportement du modèle d'élasticité linéaire 2D décrivant la couche de latex des maquettes de plis vocaux. Dans un second temps, nous verrons les modifications engendrées par le couplage entre le latex et l'eau, puis la nécessité de prendre en compte des phénomènes de grandes déformations et de précontraintes dues au gonflement du latex sous pression d'eau.

3.3.1 Vibrations libres de structure non-couplée

Une première étape de la validation du modèle consiste donc à étudier le calcul des fréquences propres et des déformées modales dans le cadre du problème de l'élastodynamique linéaire décrit dans la partie 3.1.2.

3.3.1.1 Modèle 2D & considération de maillage des domaines

La géométrie utilisée pour le calcul en 2D, figure 3.5, représente simplement l'épaisseur de latex de la maquette M1 des plis vocaux cylindriques, c.f. figure 2.2(a). Les paramètres mécaniques du latex, utilisés pour ce calcul, correspondent à ceux d'un matériau élastique, linéaire, isotrope. Il proviennent de mesures effectuées à l'aide d'un viscoanalyseur [Piart 2012] sur des échantillons de latex de 0.25 mm et sont les mêmes que ceux utilisés dans [Buccheri 2013]. Le tableau ci-dessous regroupe les paramètres géométriques et mécaniques utilisés pour réaliser ce calcul².

2. Le latex est un matériau incompressible et l'on aurait pu utiliser une formulation incompressible $\sigma = -p\mathbf{I} + 2\mu\varepsilon$. Cependant, le choix d'un modèle mathématique compressible est fait par soucis de simplicité.

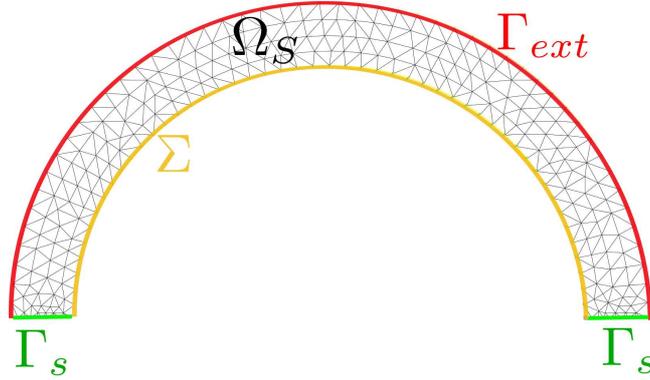


FIGURE 3.5 – Maillage du domaine solide en 2D

Paramètres géométriques	Paramètres mécaniques
Rayon $R = 10mm$	Module d'Young : $E = 1,8MPa$
Épaisseur $e = 0.25mm$	Coefficient de Poisson : $\nu = 0,49$
	Masse volumique $\rho_S = 956kg/m^3$

TABLE 3.1 – Paramètres géométriques et mécaniques utilisés pour le calcul

Le domaine solide sur lequel on travaille a la particularité d'une structure élancée, en effet la dimension sur l'épaisseur e du latex est nettement inférieure à la dimension du demi arc de cercle de rayon R , en effet $\frac{e}{R} = 0.025$. Par conséquent, la construction du maillage de ce type de géométrie nécessite une attention particulière afin de s'assurer de la régularité des éléments de maillage utilisés³. En effet, il faut éviter des éléments trop étirés et chercher à garder des triangles les plus équilatéraux possibles [Ciarlet 2009]. Le type et le nombre d'éléments de maillage utilisés pour ce calcul font l'objet des résultats présentés ci-dessous.

Ainsi, la construction d'un maillage de "référence" est faite en cherchant volontairement à pousser à l'extrême le nombre d'éléments de maillage utilisé, tout en gardant des éléments réguliers. Les nombres d'éléments sur les différentes frontières du problème sont pour cela fixés les uns par rapport aux autres. L'épaisseur Γ_s du latex, *c.f.* figure 3.5, étant la plus petite dimension du problème, on peut fixer le nombre d'éléments $nMls$ sur les frontières Γ_{ext} et Σ par rapport au nombre d'éléments nMe sur cette épaisseur et de la géométrie du problème de la manière suivante :

$$nMls = \frac{\pi R}{e} \cdot nMe \quad (3.45)$$

Pour étudier la convergence des calculs en fonction du nombre d'éléments constituant le maillage, on a donc fait varier le nombre d'éléments nMe sur la frontières Γ_s et le nombre d'éléments $nMls$ sur les frontières Σ et Γ_{ext} , d'après l'équation (3.45). Les résultats du problème aux valeurs propres (3.37) sont comparés à une solution dite de "référence" pour laquelle le maillage est le plus raffiné : $nMe = 10$ et $nMls = 1256$ et où l'on a utilisé des éléments \mathbb{P}_2 (éléments de Lagrange du second ordre). Les fréquences propres obtenues avec cette référence

3. On aurait pu utiliser des éléments poutres ou des plaques mais FreeFem++ ne le permet pas.

sont présentées dans le tableau 3.2 en Hz .

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9
24.5	53.8	99.7	152.7	220.6	295.0	384.5	478.2	589.6	686.6

TABLE 3.2 – Valeurs des dix premières fréquences propres du modèle de référence pour le calcul 2D des vibrations élastiques libres

On choisit alors de calculer l'erreur des différentes discrétisations (taille de maillage et degré des éléments finis) par rapport à la configuration prise comme référence, en définissant le terme d'erreur défini par l'équation (3.46). On choisit arbitrairement de faire ce calcul sur les dix premières fréquences propres de chaque configuration de calculs.

$$err = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} \left| \frac{F_i - F_{ref,i}}{F_{ref,i}} \right|^2} \quad (3.46)$$

où F_i est la $i^{\text{ème}}$ fréquence propre du calcul dont on étudie la convergence et $F_{ref,i}$ la $i^{\text{ème}}$ fréquence propre du calcul de référence.

La figure 3.6 présente cette erreur calculée sur les dix premières fréquences propres en fonction du nombre d'éléments nMe et $nMls$ et du type d'éléments \mathbb{P}_1 (éléments de Lagrange linéaires par morceaux) ou \mathbb{P}_2 (éléments de Lagrange quadratiques par morceaux). Cette figure présente également les résultats d'erreur pour des calculs où l'on fait varier nMe en gardant $nMls$ constants.

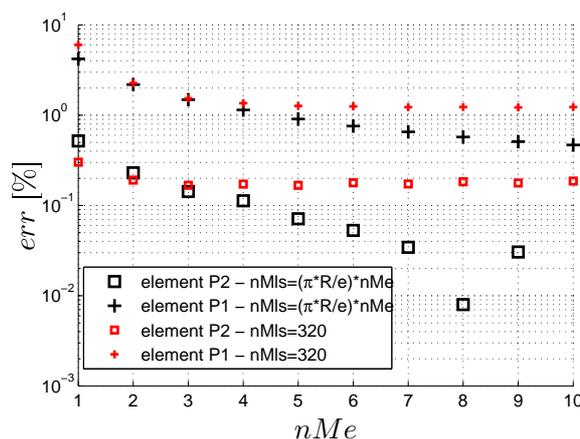


FIGURE 3.6 – Erreur calculée sur les dix premières fréquences propres en fonction des nombres d'éléments nMe et nMl

On vérifie, figure 3.6, que le type d'élément \mathbb{P}_1 ou \mathbb{P}_2 est très influent sur le nombre d'éléments à considérer sur l'épaisseur pour satisfaire une tolérance donnée. En effet, les résultats

de fréquences propres obtenues en choisissant \mathbb{P}_1 ou \mathbb{P}_2 convergent visiblement vers la même solution mais le calcul avec des éléments \mathbb{P}_1 nécessiterait un nombre d'éléments nettement plus important. L'erreur calculée par rapport à la référence est inférieure à 0.5% à partir de 2 éléments sur l'épaisseur avec des éléments \mathbb{P}_2 (correspondant à 5030 de degrés de liberté ou ddls) et à partir de 9 éléments sur l'épaisseur avec des éléments \mathbb{P}_1 (correspondant à 22620 ddls).

On remarque également que les calculs pour lesquels $nMls$ est gardé constant, même s'ils sont proches de la solution de référence, présentent une asymptote différente. Cela peut s'expliquer en considérant l'allongement des éléments de maillage. En effet, si l'on considère que

$$\|F_i - F_{ref}\| \leq C_1 \cdot h_{solide}^\alpha$$

avec h_{solide} la plus grande longueur de maille utilisée et C_1 une constante, on se rend compte que le fait de ne pas faire varier $nMls$ en fonction de nMe a pour conséquence d'allonger les éléments de maillage. Cela implique que certaines arêtes des triangles restent de même taille pendant que d'autres sont raccourcies : donc h_{solide} reste à peu près constant (pour $nMe \geq 3$ en \mathbb{P}_2 et $nMe \geq 5$ en \mathbb{P}_1) et devient un paramètre de convergence limitant et augmenter nMe est inutile vis à vis de la précision des estimations de fréquences propres.

Cependant, l'utilisation d'éléments \mathbb{P}_2 donne des résultats très satisfaisants en utilisant beaucoup moins d'éléments $nMls$ et nMe que pour du \mathbb{P}_1 . Cependant, le nombre de ddl, et donc la taille du problème, augmente de façon conséquente⁴ et pourra poser problème comme nous le verrons dans les parties 3.3.1.2 et 3.3.2.1. Néanmoins, afin de s'assurer que ces deux types d'éléments \mathbb{P}_1 et \mathbb{P}_2 convergent vers la même solution pour un calcul de vibration élastique linéaire, le même calcul de fréquences propres a été réalisé sur une plaque fine encastree sur ses bords, voir Annexe B.2. La comparaison avec la solution analytique nous a permis de confirmer que ces deux types d'éléments convergeaient vers la solution analytique.

3.3.1.2 Modèle 3D

Cette section présente des résultats du problème de vibrations libres en élastodynamique sur une géométrie 3D comme celle illustrée sur la figure 3.2(b). La géométrie et le maillage de celle-ci ont été réalisés à l'aide de Gmsh⁵ qui est un générateur de maillage externe à FreeFem++ et dont on peut importer les maillages sous FreeFem++. Cet outil a été préféré au mailleur de FreeFem++ pour la 3D car il est permet un contrôle plus aisé des différents labels des surfaces et l'orientation de leur normale (nécessaire pour imposer correctement les conditions aux limites).

Le tableau ci-dessous présente les fréquences propres obtenues avec des éléments \mathbb{P}_1 et \mathbb{P}_2 pour les mêmes paramètres mécaniques que le problème 2D. La géométrie 3D est celle du problème 2D extrudée sur une longueur $L = 45\text{ mm}$, correspondant à la longueur (dans la direction antéro-postérieure) des maquettes de plis vocaux M1. Le nombre d'éléments de maillage utilisés pour ces calculs correspond à $nMle = 2$, $nMls = 30$ et $nML = 20$ (dans le sens de la longueur L). Comme pour les calculs sur le modèle 2D, on observe une nette différence entre les fréquences

4. A titre de comparaison, pour les mêmes nombres d'éléments $nMe = 2$ et $nMls = 251$ on a 1512 ddls avec des éléments \mathbb{P}_1 et 5030 ddls avec des éléments \mathbb{P}_2 .

5. Pour plus de détail sur Gmsh voir <http://geuz.org/gmsh/>

	F ₀	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F _{res} <i>elts</i> . \mathbb{P}_1 [Hz]	458.9	648.8	661.946	694.3	852.3	1018.9
F _{res} <i>elts</i> . \mathbb{P}_2 [Hz]	119.9	135.2.6	196.1	202.9	215.3	278.3

TABLE 3.3 – Valeurs des dix premières fréquences propres du modèle de référence pour le calcul 3D des vibrations élastiques libres réalisé avec $nMle = 2$, $nMls = 30$ et $nML = 20$

propres obtenues avec de l'utilisation d'éléments \mathbb{P}_1 ou \mathbb{P}_2 . Cependant, en 3D il est difficile de faire une étude de convergence des calculs en fonction des éléments de maillage de par le temps que nécessite chaque calcul. De plus, FreeFem++ est assez vite limité par le nombre d'éléments lors de l'utilisation d'éléments \mathbb{P}_2 et ne permet pas dans notre cas d'aller au delà des nombres d'éléments décrits ici.

Cependant, si l'on augmente le nombre d'éléments de maillage en conservant des éléments de type \mathbb{P}_1 on observe (tableau 3.4) que les fréquences propres tendent bien à diminuer et à se rapprocher des résultats obtenus avec des éléments \mathbb{P}_2 . Il faut 40 minutes pour réaliser ce calcul avec des éléments \mathbb{P}_1 et celui-ci n'est pas réalisable avec \mathbb{P}_2 . Il semble alors que notre géométrie

	F ₀	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F _{res} <i>elts</i> . \mathbb{P}_1 [Hz]	208.1	280.6	340.8	346.7	456.3	463.0

TABLE 3.4 – Valeurs des dix premières fréquences propres du modèle de référence pour le calcul 3D des vibrations élastiques libres réalisé avec des éléments \mathbb{P}_1 et $nMle = 2$, $nMls = 100$ et $nML = 40$

3D pose problème pour le calcul sous FreeFem++, en effet cette géométrie élancée nécessite un nombre trop important d'éléments en 3D qui semble être une limitation sous FreeFem++. Des éléments de type membrane ou plaque auraient certainement mieux convenus pour cette modélisation, mais ne sont pas disponibles sous FreeFem++.

3.3.2 Vibrations hydro-élastiques libres

Les résultats du problème d'analyse modale avec couplage hydro-élastique (3.36), sont présentés dans cette sous-partie. Comme pour la sous-partie précédente, on s'intéressera d'abord aux paramètres de maillage permettant de s'assurer de la convergence des résultats et qui nous permettront de montrer l'influence du couplage hydro-élastique par rapport aux résultats de la partie précédente. Enfin, les résultats de l'étude paramétrique décrite dans la partie 3.2.3 permettront de discuter de la validité du modèle et la présence de modes de ballottements de nature différente des modes hydro-élastiques.

3.3.2.1 Définition d'un modèle 2D

Construction d'un maillage de référence : Le modèle hydro-élastique couple deux domaines différents, un domaine solide et un domaine fluide (figure 3.3). La partie précédente a montré l'importance du nombre d'éléments et du type d'éléments utilisés pour la partie solide,

c'est pour cela qu'il est primordial de s'intéresser à la construction de ces deux domaines et à l'interaction entre les deux maillages. Pour faire cette étude et essayer d'établir les paramètres de maillage nécessaires à la convergence des calculs du modèle hydro-élastique, nous allons regarder comment construire un maillage de référence qui nous servira de point de comparaison pour l'étude de convergence.

Comme dans la partie 3.3.1.1, la construction de ce maillage de référence est faite en poussant le plus loin possible le nombre d'éléments de maillage utilisé tout en gardant une triangulation la plus régulière possible. Le nombre d'éléments sur les différentes frontières du problème sont directement liés au nombre d'éléments nMe sur l'épaisseur Γ_s et de la géométrie du problème afin de conserver les facteurs de forme des éléments du maillage.

$$\begin{aligned} nMls &= \frac{\pi R}{e} \cdot nMe \text{ (sur } \Gamma_{ext} \text{ et } \Sigma \text{ côté solide)} \\ nMlf &= nMls \text{ (sur } \Sigma \text{ côté fluide)} \\ nMf &= \frac{2}{\pi} \cdot nMlf \text{ (sur } \Gamma_g \cup \Gamma_l) \end{aligned} \tag{3.47}$$

où $R = 1 \cdot 10^{-2} m$ est le rayon du tube de latex et $e = 0.25 \cdot 10^{-3} m$ l'épaisseur du latex. $\Gamma_s, \Gamma_{ext}, \Sigma, \Gamma_g$ et Γ_l sont les différentes frontières des domaines solide et fluide illustrés sur la figure 3.3.

De plus, afin de tenir compte de l'influence de l'évent (*i.e.* la surface libre Γ_l) et des discontinuités qu'il pourrait engendrer vis à vis des conditions aux limites (potentiel des déplacements nul au niveau de l'évent/déplacements normaux nuls sur la paroi métallique), le maillage est raffiné en conséquence autour de l'évent. Ce raffinement de maillage est réalisé par la paramétrisation de la position des nœuds aux frontières Γ_g et Γ_l en fonction d'une loi d'évolution qui permet d'avoir un maillage de plus en plus fin au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'évent et un maillage régulier le long de celui-ci.

Avec cette paramétrisation, choisir $nMe = 10$ éléments sur l'épaisseur revient à en choisir $nMls = nMlf = 1256$ sur l'interface fluide-latex, $nMf = 720$ sur l'interface fluide-métal + 80 sur la surface libre. Cela revient alors à considérer 25120 éléments (\mathbb{P}_2) pour le domaine solide et 658033 éléments (\mathbb{P}_1) sur la partie fluide, ce qui implique des matrices de masse \mathbb{M} et de rigidité \mathbb{K} de dimensions 105546×105546 , des matrices de couplage \mathbb{C} et \mathbb{C}^T de dimensions 105546×330044 et des matrices fluide \mathbb{F} et \mathbb{F}^{-1} de dimensions 330044×330044 .

Cette taille de problème donne lieu à des calculs d'une durée de plusieurs jours, démesurément long pour le problème étudié. Comme nous allons le voir, il n'est pas nécessaire de rechercher un tel raffinement de maillage pour obtenir des résultats qui convergent.

La figure 3.7 présente l'erreur calculée d'après l'équation (3.46) sur les dix premières fréquences propres. De la même manière que ce qui a été fait dans la partie 3.3.1 précédente, on compare les calculs réalisés avec des éléments de maillage \mathbb{P}_1 ou \mathbb{P}_2 pour les parties solide et fluide, avec un maillage fluide qui varie en fonction de nMe ou un maillage fluide qui reste le même lorsque nMe varie. Cependant, pour des soucis de temps de calculs, on ne choisit pas des maillages fluide et solide conformes au niveau de l'interface Σ , *i.e.* $nMls \neq nMlf$, ce qui est permis par la formulation masse ajoutée (partie 3.2.2.2). On fait varier le maillage fluide en prenant $nMlf = \lceil nMls/3 \rceil$. Le calcul qui sert ici de référence a été réalisé avec $nMe = 6$

épaisseurs, $nMls = 753$, $nMlf = 251$ et $nMf = 157$. La nomenclature utilisée pour la légende de la figure 3.7 est la suivante :

- le type d'éléments utilisés sur les domaines solide et fluide ("P2P1" veut alors dire qu'on a utilisé des éléments \mathbb{P}_2 sur le domaine solide et des éléments \mathbb{P}_1 sur le domaine fluide),
- le nombre d'éléments $nMlf$ sur l'interface fluide-solide Σ , côté maillage fluide.

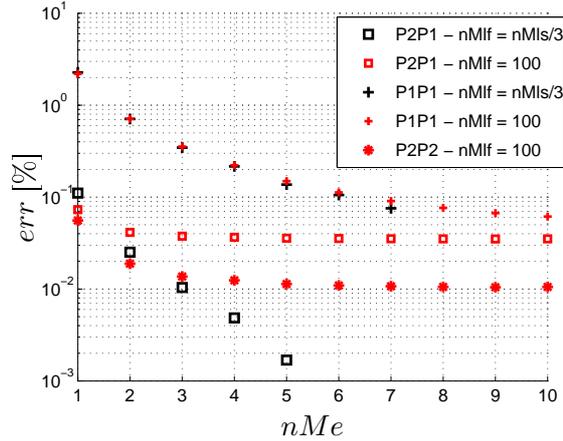


FIGURE 3.7 – Erreur calculée sur les dix premières fréquences propres en fonction des nombres d'éléments nMe et nMl

Comme dans la partie 3.3.1, on remarque que si l'on garde l'un de ces paramètres de maillage constant (ici $nMlf$ et donc nMf) le calcul de l'erreur converge asymptotiquement vers une valeur différente de celle obtenue par le calcul où ces paramètres de maillage varient en fonction de nMe . Pour le modèle hydro-élastique, les résultats des calculs de convergence vont donc être bornés à la fois par la taille maximale des mailles fluide et solide, ce que l'on peut éventuellement traduire par : $\|F_0 - F_{ref}\| \leq C_1 \cdot h_{solide}^\alpha + C_2 \cdot h_{fluide}^\alpha$. Si l'on continuait de faire évoluer de manière dépendante les tailles des éléments fluide et solide, l'erreur continuerait de décroître.

Les mêmes conclusions que dans la partie 3.3.1.1 peuvent alors être faites concernant le fait d'utiliser des éléments \mathbb{P}_2 sur la partie solide. Par contre, sur le domaine fluide il ne semble pas nécessaire d'utiliser des éléments \mathbb{P}_2 plutôt que des éléments \mathbb{P}_1 . En effet, pour un nombre de nœuds de maillage constant sur la partie fluide (*i.e.* quand $nMlf = 100$) l'erreur obtenue en utilisant des éléments \mathbb{P}_2 sur le fluide est certes plus petite (un rapport 3 sur les écarts des fréquences à la référence) que celle obtenue avec des éléments \mathbb{P}_1 , mais les temps de calcul sont nettement plus longs du fait du nombre de ddl à considérer (2099 pour des éléments \mathbb{P}_1 et 8231 pour des éléments \mathbb{P}_2). On rappelle que la conformité entre les maillages solide et fluide n'est pas respectée lorsque $nMlf \neq nMls$. Certains calculs réalisés avec cette conformité (pour $nMe = 3$) ont menés à un calcul d'erreur similaire à celles présentées sur la figure 3.7.

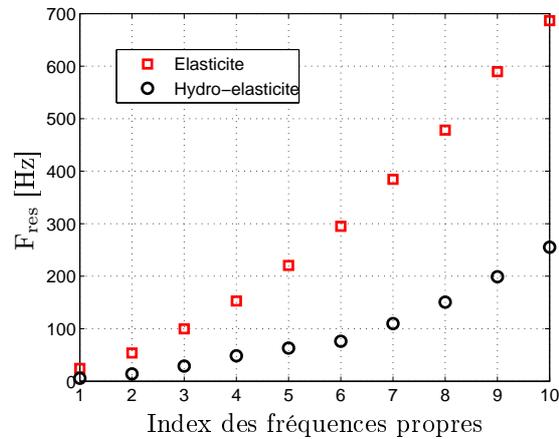


FIGURE 3.8 – Les dix premières fréquences de résonance du modèle 2D avec (noir) et sans (rouge) prise en compte du couplage hydro-élastique

La figure 3.8 présente les dix premières fréquences propres du modèle 2D avec et sans prise en compte du couplage hydro-élastique. Le résultat marquant est l'impact de l'effet inertiel du fluide sur la structure solide qui entraîne une forte décroissance des fréquences propres (écart d'environ 450 Hz sur la dixième fréquence propre) et un changement conséquent des déformées modales.

Pour exemple, Les déformées modales du 1^{er} (5.61 Hz) et 3^{eme} (13.92 Hz) mode de résonance de la structure couplée sont présentées sur la figure 3.9.

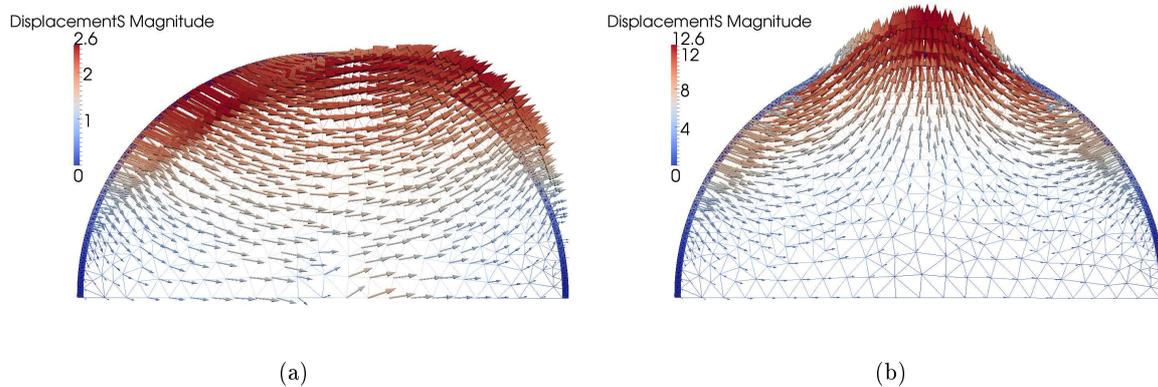


FIGURE 3.9 – Déformées modales en déplacement des 1^{er} et 3^{me} mode de vibration hydro-élastique

3.3.2.2 Etude paramétrique

L'étude paramétrique du modèle est une validation de l'implémentation permettant de s'assurer que les résultats des simulations sont cohérents avec la théorie des vibrations. Cette étude paramétrique est réalisée à partir des quatre paramètres adimensionnés mis en valeur dans la partie 3.2.3 en cherchant à ne faire varier qu'un seul de ces paramètres à la fois. Par

exemple, pour le paramètre de membrane apparente il convient de faire varier le module de Young E et non le coefficient μ qui dépend aussi du coefficient de poisson ν . Les figures 3.10 à 3.13 présentent l'évolution des dix premières fréquences propres en fonction de chacun de ces paramètres. Sur les figures, ces fréquences sont distinguées par un dégradé du noir (pour la première fréquence) au rouge (pour la dixième fréquence) et les fréquences propres obtenues avec les paramètres de référence, tableau 3.1, sont indiquées par un rond vert.

La figure 3.10 montre l'évolution, en échelle logarithmique, des fréquences propres en fonction du paramètre de raideur apparente de membrane K_{am} . Cette évolution, en loi de puissance, permet de voir que les fréquences propres du modèle varient suivant une puissance $\frac{1}{2}$ de la raideur apparente de membrane, ce qui est cohérent avec la formule théorique (3.2.2.2) décrite à la section 3.2.3 de ce chapitre, où le terme K_{am} est proportionnel à ω'^2 . Sur la figure 3.10, le calcul de référence obtenu avec $E = 1,8 \cdot 10^6 Pa$ correspond à une raideur de membrane apparente de 10^4 pour laquelle les dix premières fréquences propres varient de $5 Hz$ à $255 Hz$. La variation de la raideur apparente de membrane, choisie en faisant varier le module de Young entre $10 Pa$ et $1 GPa$, n'a pas réellement de sens au regard d'un matériau comme le latex. Cependant, des modules de Young de l'ordre du GPa correspondent à des matériaux plastiques comme le polypropylène ($E = 1.5 - 2 GPa$) ou le PVC ($E = 3 - 4 GPa$) et permettent d'évaluer les résultats obtenus avec notre modèle pour ces matériaux. Pour le propylène, par exemple, on obtiendrait des fréquences propres variant de $133 Hz$ à $6052 Hz$.

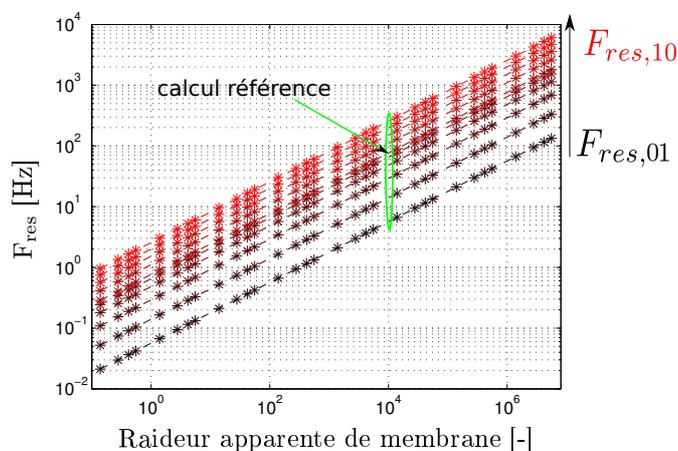


FIGURE 3.10 – Variation des dix premières fréquences de résonance en fonction de la raideur apparente de membrane

La figure 3.11 montre l'évolution, en échelle logarithmique, des dix premières fréquences propres en fonction du facteur d'aspect $F_{al} = \frac{R}{e}$. En faisant varier l'épaisseur du latex de $0.125 mm$ à $0.65 mm$, le facteur d'aspect varie alors de 80 à 15 et est égal à 40 pour l'épaisseur de latex de référence $e = 0.25 mm$. Ici, encore les fréquences propres évoluent suivant une loi de puissance (de coefficient -1.4 , sauf pour une fréquence qui évolue suivant une loi de puissance de coefficient -0.44). Les fréquences propres du modèle diminuent lorsque le facteur d'aspect augmente *i.e.* l'épaisseur e diminue. Pour une valeur du facteur double ($\frac{R}{e} = 80$) les dix premières

fréquences propres varient de 2.2 Hz à 77 Hz , alors que pour un facteur d'aspect réduit de moitié ces fréquences varient de 15 Hz à 630 Hz

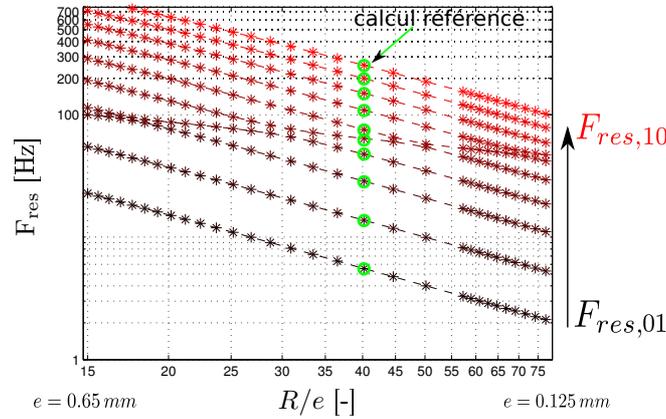


FIGURE 3.11 – Variation des dix premières fréquences de résonance en fonction du facteur d'aspect du latex

La figure 3.12 montre l'évolution des dix premières fréquences propres en fonction du ratio des densités solide et fluide $R_{d,SF}$. On remarque que pour des fluides où $\frac{\rho_F}{\rho_S} < 0.01$, les fréquences propres restent quasiment constantes et égales aux fréquences propres calculées avec le modèle élastique, *c.f.* figure 3.8. Ce qui est bien consistant avec la formulation théorique (3.2.2.2), dans laquelle le terme de masse ajoutée devient négligeable si la densité du fluide est très faible par rapport à celle du solide, auquel cas le fluide n'a quasiment aucune influence. En revanche pour des fluides où $\frac{\rho_F}{\rho_S} > 1000$, ces fréquences tendent vers zéro, en suivant une loi de puissance de coefficient $-\frac{1}{2}$. Dans ce cas le terme de masse ajoutée devient prédominant dans l'équation (3.2.2.2) et ω^2 est alors inversement proportionnel à $R_{d,SF}$.

La figure 3.13 présente l'évolution, en échelle linéaire, des fréquences propres normalisées par celles obtenues avec le modèle de référence, en fonction du coefficient de poisson ν . Une diminution de ν d'environ 40% entraîne une diminution des fréquences propres d'environ 12% sur chacune des dix fréquences propres sauf la cinquième qui semble avoir un comportement particulier.

Sur les figures 3.11 et 3.12, il est possible de noter une fréquence propre dont l'évolution se détache de celles des autres et qui semble les "croiser". Sur la figure 3.11, pour $\frac{R}{e} = 15$ cette fréquence à 102 Hz est la troisième fréquence et est très proche de la quatrième à 115 Hz . Dans la configuration de référence, pour $\frac{R}{e} = 40$, cette fréquence devient la cinquième fréquence et pour $\frac{R}{e} = 80$ elle semble être la sixième ou septième. Une évolution similaire est observable sur la figure 3.12.

De plus, comme on peut le voir sur la figure 3.13, l'évolution des fréquences propres normalisées par les fréquences de référence en fonction de ν fait également ressortir une évolution singulière pour la cinquième fréquence.

Le tableau 3.5, résume cette étude paramétrique de façon qualitative. On regarde alors

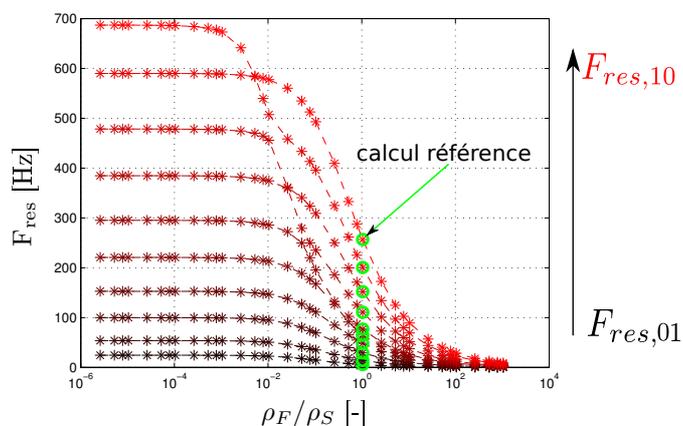


FIGURE 3.12 – Variation des dix premières fréquences de résonance en fonction du rapport des densités fluide et solide

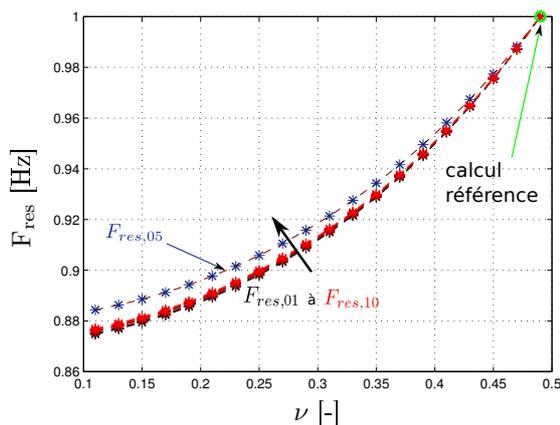


FIGURE 3.13 – Variation des dix premières fréquences de résonance en fonction du coefficient de poisson

les variations des fréquences propres du modèle si l'on fait varier indépendamment chacun des paramètres (l'épaisseur e de la couche de latex, le module de Young E , le coefficient de poisson ν , les masses volumiques de l'eau ρ_F et du latex ρ_S) de $\pm 10\%$ par rapport aux paramètres de référence indiqués dans le tableau 3.1 qui nous ont permis de calculer les fréquences propres présentées à la figure 3.8. Cependant, comme $\nu < 0.5$, la valeur maximale choisie pour ν est de 0.499.

Le tableau présente, pour chaque variation de paramètre, la moyenne des fréquences propres normalisées par les fréquences propres du modèle de référence.

Paramètres	valeur à -10%	valeur à +10%
$0.225 < e < 0.275 [mm]$	-12%	+12%
$1.62 < E < 1.98 [MPa]$	-5%	+5%
$860 < \rho_S < 1051 [kg.m^{-3}]$	-3%	+3%
$900 < \rho_F < 1100 [kg.m^{-3}]$	-2%	+3%
$0.44 < \nu < 0.499$	-3%	+1%

TABLE 3.5 – Valeurs moyennes des fréquences propres normalisées calculées pour chaque paramètres utilisés pour le calcul 2D

3.3.2.3 Discussion autour des singularités du modèle

Afin d’essayer de comprendre la provenance d’un mode singulier évoluant différemment des autres, l’intérêt est alors porté sur les déformées modales. L’ensemble des déformées modales des modes élastiques et hydro-élastiques est présenté en Annexe B.3. Dans ce qui suit, nous nous intéressons à ce qui se passe autour de ce cinquième mode qui semble singulier dans la configuration de référence.

Une première observation peut-être faite via la matrice de MAC (Modal Assurance Criterion), également appelée matrice de corrélation modale, qui compare deux ensembles de modes propres Ψ^1 et Ψ^2 . La matrice est définie selon l’équation :

$$MAC_{i,j} = \frac{|\{\psi_i^1\}^T \cdot \{\psi_j^2\}|^2}{\|\{\psi_i^1\}^T\|^2 \|\{\psi_j^2\}\|^2} \quad (3.48)$$

Avec ψ_i^1 le $i^{ème}$ vecteur propre de l’ensemble Ψ^1 (des modes élastiques pour lesquels $\rho_F = 0$) et ψ_j^2 le $j^{ème}$ vecteur propre de l’ensemble Ψ^2 (des modes hydro-élastiques pour lesquels $\rho_F > 0$). Cette matrice peut-être calculée pour deux systèmes ne comportant pas le même nombre de modes mais dont les ddl doivent être identiques. Si $MAC_{i,j} = 1$, les vecteurs propres des modes i et j sont colinéaires, les déformées modales sont donc identiques. Au contraire, si $MAC_{i,j} = 0$, les vecteurs propres des modes i et j sont orthogonaux et les déformées modales sont distinctes. Bien entendu, vu les écarts en fréquence des modes élastiques et hydro-élastiques figure 3.8, on n’utilisera pas la matrice de MAC pour apparier les modes mais seulement leurs déformées.

Cette comparaison est alors faite sur les dix premiers modes propres solides des calculs élastique et hydro-élastique, comme le montre la figure 3.14. D’après cette figure, seule la 5^{ème} déformée hydro-élastique n’est identique à aucune des déformées élastiques, ce qui d’ailleurs crée un décalage dans la correspondance des déformées qui sont ordonnées selon les fréquences propres. Cependant, cette déformée semble avoir des similitudes avec la 4^{ème} déformée élastique.

La visualisation des 4^{ème} et 5^{ème} déformées hydro-élastiques sur la figure 3.15, et les autres déformées en annexe, confirment bien la singularité du 5^{ème} mode. En effet, on observe qu’il n’y a quasiment aucun déplacement fluide hormis près de l’évent (la surface libre Γ_d). De plus, pour le 4^{ème} mode les déplacements solides sont du même ordre de grandeur que les

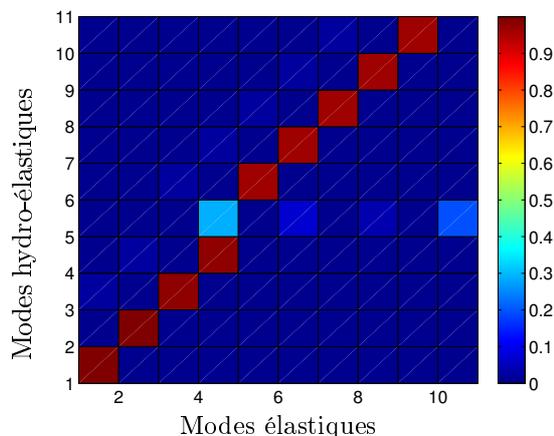


FIGURE 3.14 – Matrice MAC des dix premiers modes du calcul élastiques comparées aux dix premiers modes hydro-élastiques

déplacements fluides, alors que pour le 5^{ème} mode il y a un facteur 15 entre les maximums des déplacements solide et fluide (ces derniers étant localisé près de l'évent). Les particularités de ce mode et son comportement bien distinct des autres modes hydro-élastiques laisse penser qu'il s'agit d'un mode d'une nature différente de ceux-ci tel que le serait un mode de "ballotement" [Morand 1992, Schotté 2009].

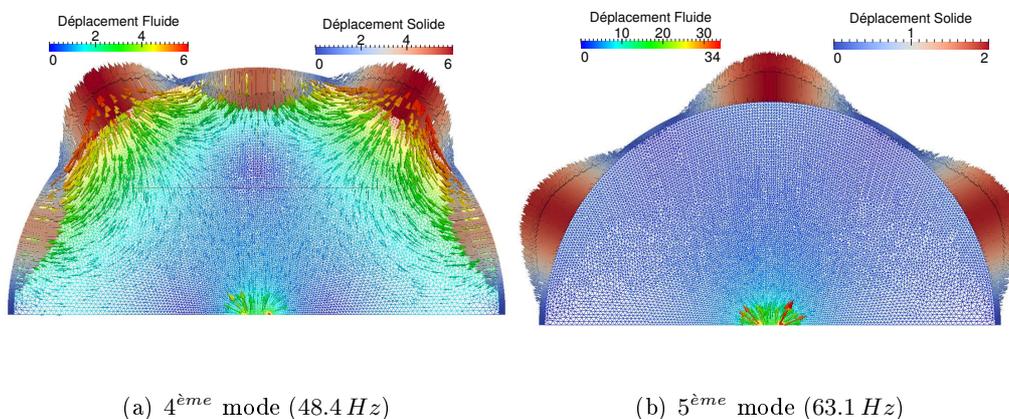


FIGURE 3.15 – Déformée modale des déplacements fluide et solide pour les 4^{ème} et 5^{ème} modes de vibration hydro-élastique

Pour aller un peu plus loin dans la caractérisation de cette singularité, le calcul des vibrations hydro-élastiques a été réalisé pour différentes tailles d'évent. On fait alors varier la longueur de l'évent de 0.5 mm à 6.5 mm (rappelons que le rayon du tube est de 10 mm) et l'on calcul pour chacune de ces longueurs les dix premières fréquences propres. Les résultats de ces calculs sont illustrés sur la figure 3.16.

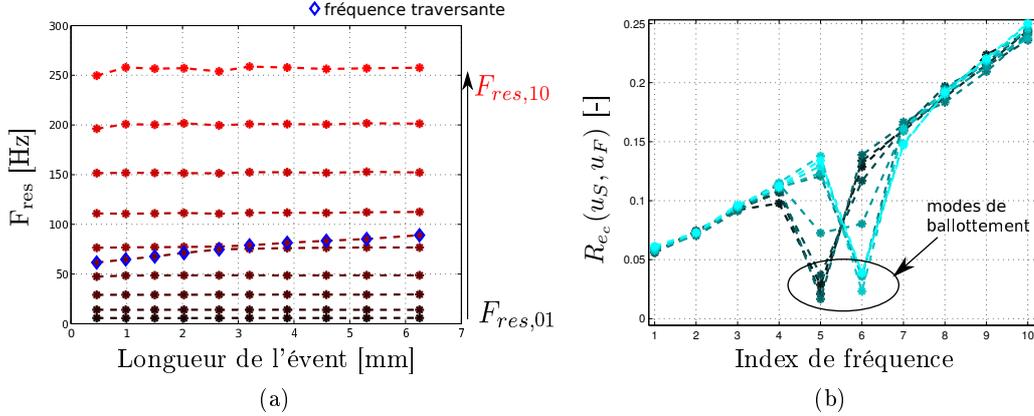


FIGURE 3.16 – Variation des dix premières fréquences de résonance en fonction de la taille de l'événement (gauche) et du rapport des énergies $R_{ec}(u_S, u_F)$ en fonction de l'index des fréquences pour les différentes tailles d'événement (droite)

Ici encore, il est possible d'observer que les modes avec mouvement de membrane sont indépendants de la taille de l'événement. De plus la fréquence propre "transversante" (symbolisé par les losanges bleus) croît avec la taille de l'événement, ce qui semble cohérent avec ce que démontre Morand & Ohayon [Morand 1992] qui observent l'augmentation des fréquences propres en fonction de la surface libre. De plus, si l'on considère maintenant le rapport des énergies cinétiques solide et fluide propres à chaque mode, calculé par

$$R_{ec}(u_S, u_F) = \frac{e_{c,S}}{e_{c,F}} = \frac{\rho_S \int_{\Omega_S} |\mathbf{u}_S|^2}{\rho_F \int_{\Omega_F} |\mathbf{u}_F|^2}, \quad (3.49)$$

on peut également se rendre compte que pour ces modes de ballottement l'énergie cinétique fluide est largement prédominante devant l'énergie cinétique solide. La figure 3.16(b) présente le rapport $R_{ec}(u_S, u_F) = e_{c,S}/e_{c,F}$ de ces énergies cinétiques solide et fluide en fonction de l'index de fréquence et pour chacune des longueurs d'événement (dégradé de bleus). On remarque bien la présence de cette fréquence de ballottement pour laquelle le rapport des énergies est 8 à 10 fois inférieur à celui des autres fréquences. Suivant la longueur de l'événement l'index de cette fréquence change, elle devient la sixième fréquence pour un événement de 3.2 mm.

3.3.2.4 modèle 3D

Les résultats suivants présentent les fréquences propres du problème des vibrations libres hydro-élastiques sur une géométrie 3D. On retrouve logiquement les mêmes problèmes observés dans la section 3.3.1.2 sur la possibilité de raffiner notre maillage pour s'assurer de la régularité des éléments.

Les résultats sont donc présentés ici à titre d'exemple et d'ouverture sur l'intérêt d'une modélisation 3D. Cependant, ils ne peuvent constituer un résultat exact car il nous a été impossible de vérifier la convergence du calcul 3D.

Le tableau ci-dessous présente les fréquences propres du modèle 3D élastique et hydro-élastique, obtenues avec des éléments \mathbb{P}_1 et pour la configuration de maillage suivante $nMle = 2$, $nMls = 30$ et $nML = 20$.

	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
$F_{\text{res}} \text{ élastique [Hz]}$	458.9	648.8	661.9	694.3	852.3
$F_{\text{res}} \text{ hydro-élastique [Hz]}$	427.4	520.5	610.7	664.6	757.8

TABLE 3.6 – Valeurs des cinq premières fréquences propres du modèle de référence pour le calcul 3D des vibrations libres élastiques et hydro-élastiques réalisé avec les paramètres de maillage suivants : $nMle = 2$, $nMls = 30$ et $nML = 20$

Malgré les problèmes pour raffiner le maillage, on constate que, pour un maillage similaire, la prise en compte du couplage hydro-élastique a tendance à diminuer les fréquences propres comme on l'on avait observée. La figure 3.17 illustre, à titre d'exemple, les déformées modales du 1^{er} mode élastique et hydro-élastique. Si l'allure des déformées semblent cohérentes, notamment avec celles observées en 2D, on constate que les amplitudes de celles-ci sont complètement surestimées.

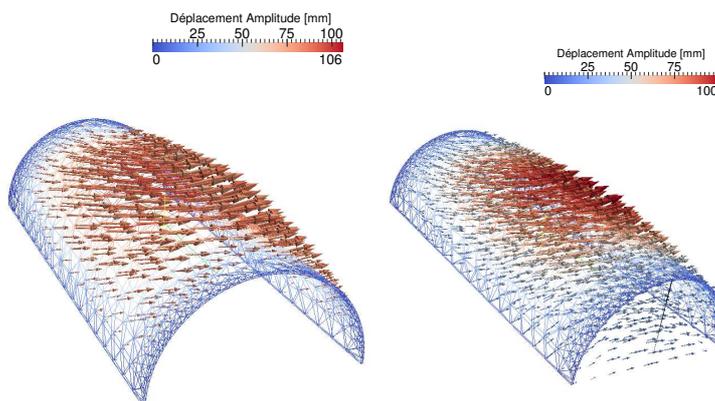


FIGURE 3.17 – Déformées modales du 1^{er} mode élastique (gauche) et hydro-élastique (droite)

3.3.2.5 Conclusion sur les résultats linéaires

Cette section a permis de démontrer l'influence importante de la prise en compte du couplage hydro-élastique sur le calcul des vibrations libres, notamment l'effet inertiel de la masse d'eau sur les vibrations de la structure couplée, ce qui résulte par une forte chute des valeurs de fréquences propres. De plus, les résultats de l'étude paramétrique réalisée sur les paramètres définis par l'adimensionnement du problème hydro-élastique à la partie 3.2.3 ont permis d'observer des résultats cohérents avec la théorie et de valider l'implémentation de notre modèle. Enfin, ces résultats ont mis en avant un mode "traversant", qu'on a appelé mode de ballottement, pour

lequel les déplacements n'ont lieu qu'autour de l'évent et dont la valeur de la fréquence propre croît avec la taille de l'évent.

3.4 Prise en compte des non-linéarités du problème

Si la partie précédente montre l'importance de la prise en compte du couplage entre l'eau et le latex, il y a plusieurs phénomènes que ne permette pas de prendre en compte la modélisation des vibrations hydro-élastiques linéaires. En effet, celle-ci ne permet pas de considérer la pression d'eau à l'intérieur des maquettes de plis vocaux qui permet pendant les observations expérimentales d'"accorder" la fréquence des plis vocaux. Cette relation de cause à effet n'apparaît pas dans la modélisation proposée précédemment et par conséquent pas dans les résultats non plus. Cette pression déforme généralement le latex dans des proportions qui sortent du cadre des hypothèses de l'élasticité linéaire décrit dans la partie 3.1.2. Cette modélisation ne permet pas de tenir compte de l'état de précontrainte du latex alors gonflé.

Cette partie a pour objectif d'étudier une manière de considérer la déformation résultante de l'eau à l'intérieur du latex et des précontraintes que cela entraîne dans le domaine solide qu'est le latex par la prise en compte de non-linéarités dans le problème de vibrations hydro-élastiques. Un problème similaire est décrit dans la thèse de Manou-Mani [Mamou-Mani 2007] qui s'intéresse aux vibrations de la table d'harmonie d'une guitare autour d'un état précontraint par la tension des cordes attachées au niveau du chevalet.

Dans le cas de notre problème, on observe expérimentalement que le latex se gonfle sous l'effet de la pression d'eau et que les fréquences de résonance et d'auto-oscillations sont fortement liées à la pression d'eau. Ces observations incitent à modéliser successivement le processus statique de gonflement qui détermine l'état du système fonctionnel, puis la réponse vibratoire (petites amplitudes) de ce système précontraint et prédéformé.

Dans un premier temps, on pourra considérer que les vibrations considérées, autour de l'état déformé par la pression d'eau, restent linéaires. Le calcul à réaliser suit alors trois étapes : un calcul non-linéaire de la déformée statique engendrée par la pression d'eau, la prise en compte de la pré-déformation et de la précontrainte résultante, et enfin le calcul linéaire des modes de vibrations hydro-élastiques sur la structure précontrainte.

Ces multiples étapes de transformation du domaine initial au domaine courant nécessitent de différencier les configurations lagrangienne et eulérienne et les systèmes de coordonnées correspondants. Le domaine Ω_S est le domaine de référence avant tout chargement, le domaine $\Omega_{S,0}$ est le domaine de référence secondaire après la mise sous pression d'eau du latex et enfin le domaine $\Omega_{S,*}$ est le domaine courant.

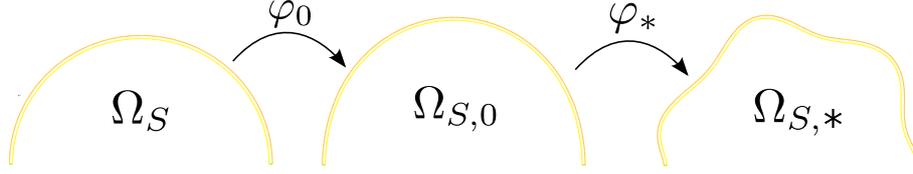


FIGURE 3.18 – Représentation des différentes étapes de calcul

3.4.1 Matériau hyperélastique

La prise en compte des grandes déformations du latex, résultant de la mise en tension due à la pression d'eau, nécessite de formuler le problème d'élastodynamique en coordonnées lagrangiennes sur la configuration Ω_S . Pour cela, il convient d'introduire le champ lagrangien de déplacement $\mathbf{u}(M, t)$ où $M \in \Omega_S$, le tenseur gradient de déformation $\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \mathbf{I} + \nabla_X \mathbf{u}$, où ∇_X est l'opérateur gradient lagrangien et $J(\mathbf{u}) = \det(\mathbf{F}(\mathbf{u}))$ qui nous permettent alors d'introduire le tenseur des déformations de Green-Lagrange $\mathbf{E}(\mathbf{u})$,

$$\mathbf{E}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\mathbf{F}(\mathbf{u})^T \mathbf{F}(\mathbf{u}) - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} [\nabla_X \mathbf{u} + \nabla_X^T \mathbf{u} + \nabla_X^T \mathbf{u} \cdot \nabla_X \mathbf{u}] \quad (3.50)$$

On introduit également les tenseurs de Piola-Kirchhoff de 1^{ère} et 2^{ème} espèce, respectivement $\mathbf{\Pi}(\mathbf{u})$ et $\mathbf{\Sigma}(\mathbf{u})$, en supposant tout d'abord, par simplicité, que le matériau obéit à la loi de Saint Venant-Kirchhoff, extension hyperélastique du comportement élastique linéaire isotrope :

$$\mathbf{\Sigma}(\mathbf{E}(\mathbf{u})) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{E}(\mathbf{u})) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{E}(\mathbf{u}) = \mathcal{C} : \mathbf{E}(\mathbf{u}) \quad (3.51a)$$

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) = \mathbf{F}(\mathbf{u}) \mathbf{\Sigma}(\mathbf{u}) \quad (3.51b)$$

Il est alors possible d'utiliser les relations de Push-forward et de Pull-back [Bonet 1997, Fortin 2011, Holzapfel 2000] afin de relier le tenseur de Green-Lagrange en configuration lagrangienne au tenseur d'Euler-Almansi \mathbf{e} en configuration eulérienne, ainsi que les tenseurs de Piola-Kirchhoff en configuration lagrangienne au tenseur usuel des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ en configuration eulérienne comme suit :

$$\mathbf{e} = \mathbf{F}^{-T} \mathbf{E} \mathbf{F}^{-1} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= J^{-1} \mathbf{\Pi} \mathbf{F}^T \\ &= J^{-1} \mathbf{F} \mathbf{\Sigma} \mathbf{F}^T \end{aligned} \quad (3.53)$$

Remarque : dans le cadre de l'élasticité linéaire l'hypothèse des petites déformations permet de négliger les termes quadratiques des tenseurs de Green Lagrange et d'Euler-Almansi. (voir équation (3.50)). Dans ce cas, le tenseur des déformations de Cauchy $\boldsymbol{\varepsilon}$ approxime ces deux tenseurs au premier ordre.

En coordonnées lagrangiennes, la conservation de la masse et la conservation de la quantité de mouvement peuvent respectivement s'exprimer, en l'absence de forces volumiques sur Ω_S et de forces surfaciques sur Γ_d , selon les équations (3.54) et (3.55).

$$J\rho = \rho_0 \quad (3.54)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \nabla_X \cdot \mathbf{\Pi} = 0 \quad (3.55)$$

Avec ρ_0 la masse volumique dans la configuration initiale et ρ celle dans la configuration courante. ∇_X , l'opérateur gradient lagrangien, est défini ([Fortin 2011]) par $(\nabla_X \mathbf{u})_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial X_j}$ ou encore avec l'opérateur gradient eulérien ∇ par $\nabla_X \mathbf{u} = \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{F}$. On précise également que l'opérateur $\nabla_X \cdot$ est une divergence.

Comme décrit dans [Fortin 2011], l'équation d'équilibre et les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\nabla_X \cdot \mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \text{ sur } \Omega_S \quad (3.56a)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ sur le bord encastré } \Gamma_S \quad (3.56b)$$

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{u})\mathbf{N} = pJ(\mathbf{u})(\mathbf{F}(\mathbf{u})^{-T}\mathbf{N}) \text{ sur } \Sigma \quad (3.56c)$$

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{u})\mathbf{N} = \mathbf{0} \text{ sur } \Gamma_d, \quad (3.56d)$$

Où \mathbf{N} est la normale sur la configuration non-déformée. On impose une pression $p > 0$ sur l'interface Σ avec l'eau.

3.4.2 Formulation variationnelle de la déformation statique non-linéaire

La formulation variationnelle (3.56) du problème de gonflement, *i.e.* des grandes déformations sur la configuration non déformée est alors :

Trouver $\mathbf{u} : \Omega_S \rightarrow \mathbb{R}^\alpha$, $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ sur Γ_s tel que : $\forall \mathbf{v} : \Omega_S \rightarrow \mathbb{R}^\alpha$ suffisamment régulier, avec $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ sur Γ_s

$$\int_{\Omega_S} \mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) : \nabla_X \mathbf{v} = \int_{\Sigma} pJ(\mathbf{u})(\mathbf{F}(\mathbf{u})^{-T}\mathbf{N}) \cdot \mathbf{v}. \quad (3.57)$$

D'après [Schotté 2009, Fortin 2011], si l'on ignore la variation de la normale au cours du gonflement du fait des petites rotations, ainsi que la variation de surface exposée à la pression (ce qui revient à considérer que la composante tangentielle de $\nabla \mathbf{u}$ est faible), on peut écrire :

$$\int_{\Omega_S} \mathbf{E}(\mathbf{u}) : \mathcal{C} : \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{v} \right) - \int_{\Sigma} p\mathbf{N} \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (3.58)$$

On pose :

$$R(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_S} \mathbf{E}(\mathbf{u}) : \mathcal{C} : \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{v} \right) - \int_{\Sigma} p\mathbf{N} \cdot \mathbf{v}$$

Cette expression est non-linéaire et peut faire l'objet d'une recherche itérative de zéro, ici avec la méthode de Newton-Raphson, comme suggéré dans [Schotté 2009]. Pour un itéré \mathbf{u}^k , on cherche l'incrément $\delta \mathbf{u}$ par résolution directe du système linéaire :

$$\forall \mathbf{v}, R(\mathbf{u}^k, \mathbf{v}) + \left. \frac{\partial R}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^k, \mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{u} = 0 \quad (3.59)$$

avec un critère de convergence à 10^{-7} sur la norme $L^2(\Omega_S)$ de $\delta \mathbf{u}$ relativement à celle de l'itéré \mathbf{u}^k .

Le champ vectoriel \mathbf{u}_0 solution de (3.58) sert de point de fonctionnement pour la suite. Lui sont associés les quantités $J(\mathbf{u}_0)$, $\mathbf{E}(\mathbf{u}_0)$ et $\mathbf{\Sigma}(\mathbf{u}_0)$, ainsi que la contrainte de Cauchy :

$$\boldsymbol{\sigma}_0 = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_0) = J(\mathbf{u}_0)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0) \mathbf{S}(\mathbf{u}_0) \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T, \quad (3.60)$$

exprimée dans $\Omega_{S,0}$, qui servira de terme de précontrainte pour la suite.

3.4.3 Analyse modale avec gonflement

On considère donc une première déformation statique due à la pression d'eau sur le latex et ensuite des petites déformations dues aux vibrations autour de l'état précontraint.

En reprenant les notations de Schotté & coll. [Schotté 2009] (Sec. 6), le problème d'analyse modale de la réponse libre autour de l'état d'équilibre \mathbf{u}_0 , associé à la contrainte initiale $\boldsymbol{\sigma}_0$ calculée précédemment, consiste à chercher le champ des petits déplacements $\mathbf{u}^* \in \mathcal{C}_s$ et la pulsation $\omega > 0$ tel que

$$\forall \mathbf{v} \in \mathcal{C}_s(\Omega_S), \left. \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}_0, \mathbf{v}} \cdot \mathbf{u}^* = \omega^2 (\mathcal{M}_S(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) + \mathcal{M}_a(\mathbf{u}^*, \mathbf{v})), \quad (3.61)$$

en ignorant les variations d'orientation de l'interface Σ pour le calcul modal. Les termes de masse solide \mathcal{M}_S et masse ajoutée hydro-élastique \mathcal{M}_a sont ceux présentés en section 3.2.1.2. Le terme de gauche représente l'opérateur tangent de rigidité et prend en compte l'influence de la prédéformation \mathbf{u}_0 et de la précontrainte calculée en (3.60). Il remplace l'opérateur de rigidité \mathcal{K}_S , également présenté en section 3.2.1.2, et correspond à la contribution du tenseur de Piola-Kirchoff dans l'équation (3.57)⁶.

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{NL}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\Pi}(\mathbf{u}) : \nabla_X \mathbf{v} \\ &= \int_{\Omega_S} (\mathbf{F}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u})) : \nabla_X \mathbf{v} \\ &= \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u}) : (\mathbf{F}(\mathbf{u})^T \nabla_X \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Il faut alors linéariser l'opérateur de rigidité \mathcal{K}_{NL} , défini par l'équation (3.62) et établir son expression dans la configuration gonflée. Pour le calcul modal, on fait l'hypothèse de petites amplitudes et on assimile $\Omega_{S,*}$ à $\Omega_{S,0}$. On considère $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}^*$ et on linéarise $\mathcal{K}_{NL}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ autour de $(\mathbf{u}_0, \mathbf{v})$. Les termes de dérivation $\left. \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}_0, \mathbf{v}} \cdot \mathbf{u}^*$ seront implicitement notés $\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^*$. On a alors

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^*, \mathbf{v} \right\rangle &= \int_{\Omega_S} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* \right) : (\mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \nabla_X \mathbf{v}) \\ &\quad + \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u}_0) : \left(\left(\frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* \right) \nabla_X \mathbf{v} \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

6. On peut trouver des détails sur les opérations tensorielles dans [Bonet 1997, Holzapfel 2000] par exemple.

La linéarisation du tenseur des déformations ainsi que le tenseur de Piola-Kirchoff de 1^{re} espèce est détaillée en Annexe B.4. Ainsi, l'équation (3.63) peut se réécrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^*, \mathbf{v} \right\rangle &= \int_{\Omega_S} \mathcal{C}(\mathbf{u}_0) : (\mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \nabla_X \mathbf{u}^*) : (\mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \cdot \nabla_X \mathbf{v}) \\ &\quad + \int_{\Omega_S} \Sigma(\mathbf{u}_0) : (\nabla_X^T \mathbf{u}^* \nabla_X \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\left\langle \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^*, \mathbf{v} \right\rangle = \mathcal{K}^S(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) + \mathcal{K}_{\mathbf{u}_0}^D(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) + \mathcal{K}_{\mathbf{S}_0}^G(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) \quad (3.65)$$

Avec \mathcal{K}^S l'opérateur rigidité des petites déformations, $\mathcal{K}_{\mathbf{u}_0}^D$ l'opérateur rigidité des prédéformations, $\mathcal{K}_{\mathbf{S}_0}^G$ l'opérateur rigidité des précontraintes définis en annexe B.4.

Il est alors possible de réécrire ces équations en coordonnées eulériennes dans le domaine déformé $\Omega_{S,0}$, en utilisant les relations de "Push forward", avec \mathbf{u}^* et \mathbf{v} définis sur $\Omega_S = \Omega_S^*$. Il vient alors l'équation (3.66) suivante :

$$\left\langle \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^*, \mathbf{v} \right\rangle = \int_{\Omega_{S,0}} \sigma_0(\mathbf{u}_0) : \left(\nabla \mathbf{u}^{*T} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) + \nabla \mathbf{u}^* : \mathcal{C}'(\mathbf{u}_0) : \nabla \mathbf{v} \quad (3.66)$$

où \mathcal{C}' est le tenseur d'élasticité tangent habituel en formulation lagrangienne actualisée, que l'on écrit en convention indicelle :

$$\mathcal{C}'_{ijkl} = \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \mathbf{E}}(\mathbf{u}_0) \right)_{mnpq} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{im} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{jn} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{kp} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{lq} \quad (3.67)$$

Après discrétisation par éléments finis du problème (3.61), les matrices élémentaires peuvent être construites et le problème aux valeurs propres résolu comme cela a déjà été fait pour dans les parties 3.3.1 et 3.3.2. Les résultats de ce calcul sont présentés dans la partie 3.4.5 suivante.

3.4.4 Déformation statique sous la pression de l'eau

Le calcul de la déformation statique de la couche de latex soumise à la force de pression de l'eau est réalisé comme indiqué à la partie 3.4.2 et nous permet d'accéder au déplacement normal maximum du latex en fonction de la pression d'eau P_{eau} . On peut alors comparer cette valeur à une mesure statique du gonflement des maquettes de plis vocaux, décrit dans la partie 2.4, réalisée à partir de la détection du contour glottique sur des photos des plis vocaux au repos prises pour chaque valeur de pression d'eau. La figure 3.20 présente le déplacement vertical maximum de l'épaisseur de latex soumise à une pression d'eau P_{eau} . Les déformations hyper-élastiques présentées dans la partie 3.4.2 sont comparées à un calcul statique utilisant une loi d'élasticité linéaire et à des valeurs expérimentales (croix rouge). La valeur de déplacements nuls pour les résultats numériques est obtenu pour une pression nulle, cependant on ramène cette valeur de déplacements nuls pour une pression $P_c = 4500 Pa$ afin de correspondre à la valeur expérimentale initiale dont les mesures de gonflement commencent pour cette pression. Les résultats numériques ont été obtenus pour les mêmes valeurs de paramètres géométriques et mécaniques que celles décrites dans le tableau 3.1. On remarque que les déformations statiques calculées à l'aide d'une loi élastique linéaire surestiment largement les données expérimentales

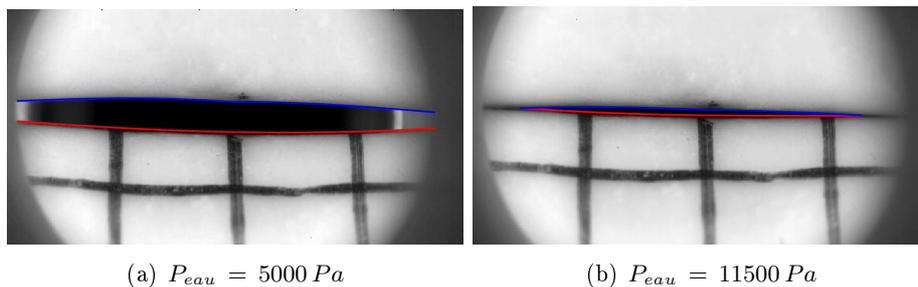


FIGURE 3.19 – Détection de contours de l’aire glottique pour la mesure du gonflement des maquettes de plis vocaux soumis à une pression d’eau P_{eau}

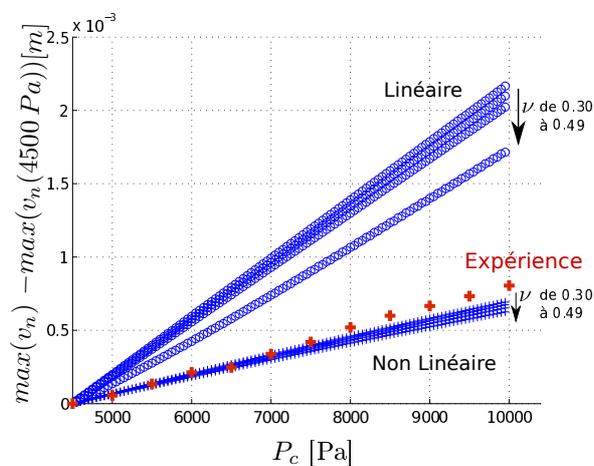


FIGURE 3.20 – Déplacement statique maximal du latex sous l’action de la pression d’eau P_c calculé avec une loi d’élasticité linéaire et d’hyper-élasticité pour plusieurs valeurs de coefficient de poisson ν

(d’un rapport 2.5 pour la pression P_c maximale), alors que celles calculées à l’aide d’une loi hyper-élastique sont du même ordre de grandeur. Cependant, on note une légère sous-estimation des déplacements hyper-élastiques pour les plus fortes pressions P_c . Celle-ci peut être due à une incertitude sur les mesures expérimentales ou aux conditions aux limites d’encastrement que l’on fixe sur les frontières Γ_S . En effet, cette condition est idéalisée par rapport à celles des maquettes (*cf.* section (2.1.2)) où le latex est posé sur le métal qu’il entoure, ce qui peut lui donner la possibilité de s’étendre plus que s’il était encasté.

3.4.5 Effets de la précontrainte

Les résultats des calculs de fréquences propres suivants ont tout d’abord été réalisés avec la prise en compte des précontraintes dans le cadre des vibrations élastiques non-linéaires en 2D sans couplage avec le fluide décrites en 3.4.3. Les figures 3.21 et 3.22 présentent des variations de la première fréquence propre en fonction de la pression d’eau P_c , *i.e.* en fonction de différents gonflements de la structure obtenus après le calcul de la déformation statique non-linéaire de la

membrane de latex. Sur la figure 3.21, le calcul est fait pour une épaisseur constante $e = 0.25 \text{ mm}$ et un coefficient de poisson qui varie de 0.3 à 0.46. Sur la figure 3.22 au contraire, l'épaisseur varie de 0.25 mm à 0.65 mm et le coefficient de poisson est égal à 0.49. Les autres paramètres géométriques et mécaniques sont toujours les mêmes que ceux présentés dans le tableau 3.1. On

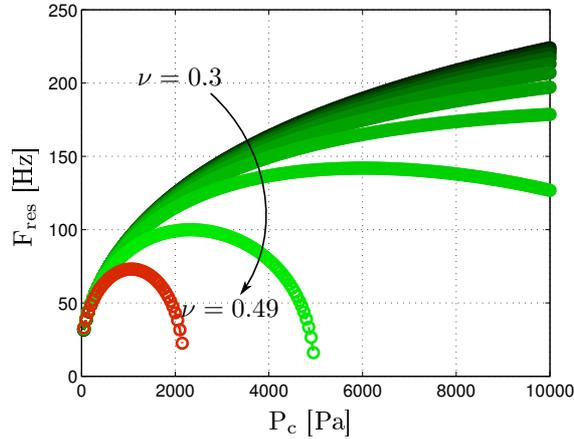


FIGURE 3.21 – Variation de la première fréquence propre en fonction du coefficient de Poisson ν

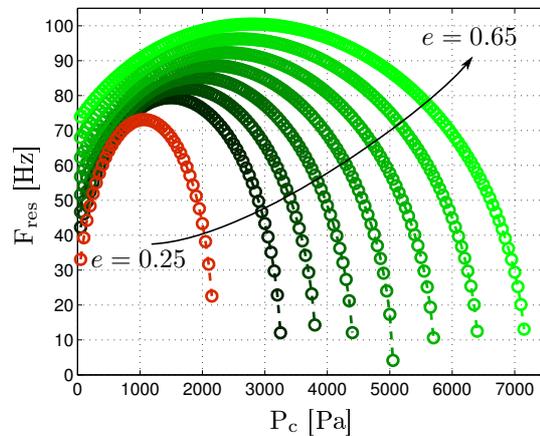


FIGURE 3.22 – Variation de la première fréquences propres en fonction de l'épaisseur du latex e

peut alors s'apercevoir, comme indiqué à la partie 3.4.2, qu'il existe une limitation due au fait d'utiliser une formulation variationnelle en déplacement seul comme celle que nous avons décrit à la partie 3.4.3. En effet, à partir de $\nu = 0.46$ la première fréquence propre croît jusqu'à une certaine valeur de pression P_c , puis diminue si on continue de faire croître P_c . Pour des valeurs de ν supérieures à 0.46 ce phénomène est de plus en plus marqué.

D'après la figure 3.22, cette limitation due à l'incompressibilité du matériau est d'autant plus importante que la partie solide est fine. En effet, à coefficient de poisson ν constant, si l'épaisseur e augmente la fréquence propre augmente logiquement mais les points d'inflexion des courbes

$F_{\text{res}}(P_c)$ se retrouvent décalés vers des pressions plus élevées.

Un calcul similaire peut être réalisé pour l'étude des vibrations hydro-élastiques non-linéaires. Il suffit pour cela de calculer, comme précédemment, la déformation due au gonflement du latex sous pression d'eau et de construire alors un domaine fluide pour la configuration gonflée. On récupère donc les coordonnées des nœuds du maillage solide gonflé sur l'interface Σ et on les impose comme coordonnées des nœuds de l'interface Σ du maillage fluide dans la configuration gonflée. On note bien ici le fait que le fluide n'est pas précontraint, on garde un découplage entre pression fluide statique et les fluctuations de pression du fluide pendant les vibrations.

Les mêmes calculs que ceux illustrés à la figure 3.22 ont été réalisés pour les vibrations hydro-élastiques non-linéaires en fonction de la pression d'eau variant de $P_c = 0$ à $10000 Pa$ et pour différentes valeurs du coefficient de poisson ν . Cependant, chaque valeur de pression d'eau induit un gonflement du latex propre à celle-ci et donc un maillage fluide et une matrice élémentaire fluide correspondants. Ce qui implique une inversion de la matrice fluide pour chacune de ces pressions d'eau. Pour ces raisons, seulement quelques valeurs de pressions et de coefficient de poisson ont été investiguées. Ces résultats sont présentés sur la figure 3.23.

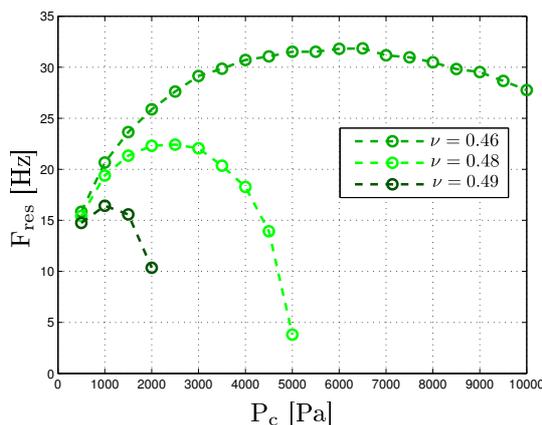


FIGURE 3.23 – Variation de la première fréquence propre en fonction de la pression P_c , pour trois valeurs du coefficient de Poisson ν

Comme on pouvait s'y attendre ces résultats présentent la même limitation que précédemment qui est toujours due à la quasi-incompressibilité du matériau utilisé.

Dans [Fortin 2011], Fortin indiquent que la formulation de l'équation (3.58) en déplacement seul n'est pertinente que si le matériau est loin de la limite incompressible, ce qui n'est pas le cas ici pour le latex, où l'on a choisit $\nu = 0.49$. Ils précisent également que dans le cas de matériaux incompressibles ou quasi-incompressibles, une formulation mixte en déplacement-pression serait plus appropriée. Ceci a été envisagée et pas n'a pas été réalisé faute de temps mais cela permettrait certainement de résoudre les problèmes observés sur les figures 3.21 à 3.23.

Cependant, on a pu établir dans cette section une modélisation pertinente des non-linéarités que l'on observe expérimentalement, notamment celles engendrées par la pression d'eau au sein des maquettes de plis vocaux. Cette modélisation nous permet déjà d'observer une variation des

fréquences propres en fonction de la pression comme observée expérimentalement même si les ordres de grandeur sont différents. En effet, la loi de Saint-Venant Kirchhoff (choisie pour sa simplicité) ne semble pas adaptée pour le latex, pour lequel une loi de Mooney-Rivlin conviendrait sûrement mieux. L'évolution du modèle vers une loi de Mooney-Rivlin et une formulation mixte en déplacement-pression est vue comme une perspective de travail très intéressante.

3.5 Conclusion générale sur la modélisation par éléments finis et perspectives

Bien que Gipsa-lab vise à conserver des maquettes des plis vocaux les plus simples possibles afin d'optimiser leur niveau de contrôle et de compréhension, la modélisation numérique de celles-ci et le choix des paramètres utilisés requièrent une attention particulière. En effet, comme on l'a vu dans ce chapitre, chaque étape de calcul peut avoir une influence considérable sur le comportement vibratoire de la structure et peut conduire à l'observation de résultats très différents. On a notamment observé l'importance des considérations de maillage sur une structure élancée comme celle du latex qu'on modélise. Toutefois, on a établi une modélisation du couplage hydro-élastique caractéristique des maquettes de plis vocaux du Gipsa-lab, et dont l'influence des différentes grandeurs caractéristiques sur les résultats de calculs nous ont permis d'observer la consistance de l'implémentation réalisée. Enfin, les débuts de modélisation des non-linéarités du problème, permettant la prise en compte de la variation des fréquences propres en fonction de la pression d'eau à l'intérieur des plis vocaux, constituent un grand pas vers un modèle plus réaliste.

Les calculs réalisés sur des maillages 3D de la structure ont mis en avant des faiblesses de notre modélisation du fait d'une structure élancée pour laquelle des éléments tétraèdres ne semblent pas être adaptés. De plus, FreeFem++ semblent très vite ne pas supporter un trop grand nombre de degrés de liberté en trois dimensions.

Cependant, la modélisation numérique des maquettes de plis vocaux requiert encore de nombreuses améliorations à l'observation de résultats plus proches de ceux mesurés expérimentalement. Voici donc quelques perspectives de travaux qui permettraient de se rapprocher d'un modèle encore plus réaliste tout en cherchant à préserver l'idée de simplicité des modèles :

1. l'évolution de la modélisation du latex vers une loi de comportement de Mooney-Rivlin plus adapté à un matériau comme celui-ci,
2. la caractérisation visco-élastique du latex (travaux commencés dans [Piart 2012]),
3. écrire le problème via une formulation mixte en déplacement-pression adaptée aux matériaux incompressibles,
4. des travaux sur l'adaptatif qui optimisent le maillage,
5. la réduction de modèle comme les modèles MEF à quelques degrés de liberté faits main (on citera notamment les travaux débutés dans [Buccheri 2013]), mais aussi la POD ou les bases réduites par exemple.

3.5. Conclusion générale sur la modélisation par éléments finis et perspectives 115

Par ailleurs, une fois validée, cette modélisation peut s'avérer un bon outil pour aider à complexifier des modèles discrets, tel que le modèle à deux masses que l'on décrit dans le chapitre 4 suivant. En effet, les modèles éléments finis pourraient alors servir pour identifier les principaux modes qui participent lors de l'auto-oscillation des plis vocaux observés expérimentalement.

Modélisation physique des plis vocaux par le modèle à deux masses

Sommaire

4.1	Modélisation mécanique	118
4.1.1	Mise en équation	118
4.1.2	Analyse modale des structures vibrantes	119
4.1.3	Lien entre les paramètres du modèle à deux masses et la réponse mécanique expérimentale	123
4.2	Dynamique du système complet	125
4.2.1	Equation d'état du système	125
4.2.2	Analyse de stabilité	126
4.3	Étalonnage du modèle à deux masses	127
4.3.1	Méthode d'optimisation globale	128
4.3.2	Méthode d'optimisation locale	129
4.3.3	Résultats de l'optimisation	130
4.4	Etude de la présence d'un polype sur les résultats du modèle à deux masses	134
4.4.1	Modifications des paramètres mécaniques du modèle	135
4.4.2	Modification de l'ouverture glottique initiale	140
4.4.3	Prise en compte de la forme de la constriction en présence d'une masse ajoutée	143
4.4.4	Conclusion	145

Comme nous l'avons déjà évoqué dans la partie 1.3 sur les modèles physiques utilisés pour l'étude de la production de parole, le modèle à deux masses est un modèle distribué permettant de décrire le phénomène des oscillations auto-entretenues des plis vocaux par la modélisation des interactions fluides, mécaniques et acoustiques au sein de la glotte.

Un modèle d'écoulement glottique couplé à un modèle mécanique de type "masse-ressort-amortisseur" permet de rendre compte de l'interaction entre un flux d'air provenant des poumons et les parois confinant cet écoulement qui se déforment sous l'action des forces de pression de l'air et engendrent en retour des perturbations sur l'écoulement. La fluctuation de débit qui résulte de cette interaction fluide-structure est la source d'une onde acoustique qui se propage dans les conduits vocal et nasal jouant alors le rôle de guides d'ondes acoustiques. Les particularités géométriques des conduits et les ouvertures aux lèvres et narines réfléchissent

ces ondes acoustiques qui forment à leur tour une rétroaction sur l'écoulement glottique et la vibration de la structure mécanique.

Ce chapitre commence tout d'abord par décrire le modèle mécanique simplifié, puis nous rappellerons (en Annexe C) celui adopté pour les parties fluide et acoustique. Après avoir établi les différentes équations régissant le comportement dynamique de ce système couplé, on lui appliquera l'analyse linéaire de stabilité afin d'obtenir des résultats numériques correspondant aux seuils d'oscillation mesurés sur les maquettes de plis vocaux présentées à la partie 2.3. Nous proposerons une méthode d'étalonnage du modèle à deux masses et de ses paramètres mécaniques, tout d'abord par optimisation globale sur une configuration expérimentale de référence, puis par continuation et optimisation locale sur d'autres configurations. Enfin, nous aborderons la question de l'effet de masses ajoutées, notamment par la confrontation des seuils d'oscillation calculés et mesurés.

4.1 Modélisation mécanique

Le modèle théorique du modèle à deux masses que nous considérons est un modèle inspiré de la proposition d'Ishizaka et Flanagan (1972) [Ishizaka 1972], modifiée par Pelorson & coll. [Pelorson 1994] et révisée par Lous & coll. [Lous 1998]. Dans ce modèle, chaque pli vocal est approximé par deux oscillateurs masse-ressort couplés et possède ainsi deux degrés de liberté permettant de reproduire deux modes de vibration de la structure. Il est alors possible de reproduire le déphasage vertical entre les parties supérieures et inférieures des plis vocaux correspondant aux configurations convergente pendant la phase d'ouverture des plis vocaux, puis divergente pendant la phase de fermeture. En premier lieu, et de la même manière que [Pelorson 1994, Lous 1998, Vilain 2002, Ruty 2007a, Cisonni 2008], nous utiliserons une géométrie 2D basée sur un modèle de trois plaques permettant une répartition des forces de pression plus réaliste ainsi que des modèles d'écoulement dont la résolution peut alors être quasi-analytique [Vilain 2002, Ruty 2007a]. Ce modèle de géométrie par plaques offre la possibilité de définir un point de séparation mobile à partir d'un critère ad-hoc, proposé par Liljencrants [Liljencrants 1991] et redéfini par Lous & coll. [Lous 1998], sur le rapport entre l'ouverture inférieure et supérieure des plis et par conséquent sur la pente de la plaque centrale du modèle.

4.1.1 Mise en équation

Le modèle à deux masses que l'on utilise, représenté sur la figure 4.1, est constitué d'un ensemble de deux oscillateurs destiné à modéliser les plis vocaux droit et gauche possédant chacun deux degrés de liberté. C'est en effet un modèle à deux paires de masses (et pas seulement deux masses), chaque pli vocal étant modélisé par deux oscillateurs élémentaires masse-ressort-amortisseur couplés dont seul le déplacement transverse à l'écoulement est autorisé, *i.e.* suivant l'axe y . Les masses amonts $m_{\alpha 1}$ et aval $m_{\alpha 2}$ ¹ subissent une force de rappel due aux ressorts,

1. Le système de notations utilisé ici est explicité en détail à la partie 4.2.1 de ce chapitre. $\alpha = r, l$ est utilisé pour décrire le pli vocal droit ou gauche

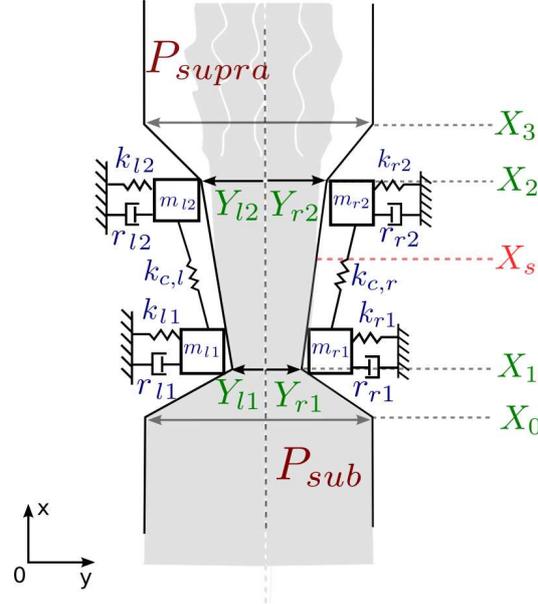


FIGURE 4.1 – Représentation du modèle à deux masses

respectivement de raideur $k_{\alpha 1}$ et $k_{\alpha 2}$, qui la lie au bâti et d'une force de frottement visqueux linéaire de constante $r_{\alpha 1}$ et $r_{\alpha 2}$ et d'une force de raideur couplant les deux masses via la raideur de couplage $k_{c,\alpha}$.

Le principe fondamental de la physique appliqué à chacune des masses m_{r1} , m_{r2} , m_{l1} et m_{l2} . donne le système d'équations (4.1). Avec F_{r1} , F_{r2} , F_{l1} et F_{l2} les forces hydrodynamiques extérieures qui s'appliquent respectivement sur les masses m_{r1} , m_{r2} , m_{l1} et m_{l2} .

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{r1} \frac{d^2 Y_{r1}}{dt^2} + r_{r1} \frac{dY_{r1}}{dt} + k_{r1} [Y_{r1} - Y_{0,r1}] + k_{cr} [(Y_{r1} - Y_{0,r1}) - (Y_{r2} - Y_{0,r2})] = F_{r1} \\ m_{l1} \frac{d^2 Y_{l1}}{dt^2} + r_{l1} \frac{dY_{l1}}{dt} + k_{l1} [Y_{l1} - Y_{0,l1}] + k_{cl} [(Y_{l1} - Y_{0,l1}) - (Y_{l2} - Y_{0,l2})] = F_{l1} \\ m_{r2} \frac{d^2 Y_{r2}}{dt^2} + r_{r2} \frac{dY_{r2}}{dt} + k_{r2} [Y_{r2} - Y_{0,r2}] + k_{cr} [(Y_{r2} - Y_{0,r2}) - (Y_{r1} - Y_{0,r1})] = F_{r2} \\ m_{l2} \frac{d^2 Y_{l2}}{dt^2} + r_{l2} \frac{dY_{l2}}{dt} + k_{l2} [Y_{l2} - Y_{0,l1}] + k_{cl} [(Y_{l2} - Y_{0,l2}) - (Y_{l1} - Y_{0,l1})] = F_{l2}, \end{array} \right. \quad (4.1)$$

avec $(Y_{r1}, Y_{r2}, Y_{l1}, Y_{l2})$ les positions des masses suivant y au cours du mouvement et $(Y_{0,r1}, Y_{0,r2}, Y_{0,l1}, Y_{0,l2})$ les positions de ces masses à l'équilibre sans effort extérieur $F_{\alpha i}$

4.1.2 Analyse modale des structures vibrantes

Dans ce modèle, les plis gauche et droit ne sont pas couplés en l'absence d'écoulement. Il est alors possible d'étudier le comportement vibratoire de manière isolée, comme représentée sur la figure 4.2. Le but est de relier les caractéristiques modales (fréquences propres et déformées

modales) de l'oscillateur en fonction des différentes grandeurs (masses, raideurs, amortisseurs) qui le constituent.

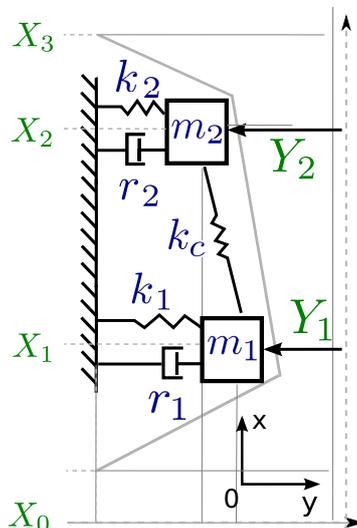


FIGURE 4.2 – Représentation d'un modèle discret d'un pli vocal par un oscillateur à deux degrés de libertés

Si l'on note $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, il est possible de réécrire les équations (4.1) pour un pli sous forme matricielle. Comme l'on ne s'intéresse ici qu'à l'un des deux oscillateurs, seulement deux des quatre équations du système (4.1) sont à considérer. Par soucis de clarté, les indices l et r permettant de différencier les plis vocaux droit et gauche, seront volontairement oubliés.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_c & -k_c \\ -k_c & k_2 + k_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

avec $y_i = Y_i - Y_{0,i}$.

Soit :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{Y}} + \mathbb{K}\mathbf{Y} = \mathbb{F}, \quad (4.3)$$

avec

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \mathbb{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \mathbb{C} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix}, \mathbb{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_c & -k_c \\ -k_c & k_2 + k_c \end{bmatrix} \text{ et } \mathbb{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$$

4.1.2.1 Mise en équation du problème des vibrations libres du système conservatif

Pour les vibrations libres, $\mathbb{F} = 0$, du système conservatif ($\mathbb{C} = 0$) on cherche à résoudre le problème suivant [Ouisse 2012] :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbb{K}\mathbf{Y} = 0 \quad (4.4)$$

La solution recherchée pour ce problème est de la forme $\mathbf{Y} = \Phi e^{i\omega t}$. Il convient alors de résoudre le problème aux valeurs propres généralisé :

$$\mathbb{K}\Phi = \omega^2 \mathbb{M}\Phi,$$

où Φ correspond aux vecteurs propres du système et ω aux pulsations propres. Le couple (ω_j, ϕ_j) est appelé $j^{\text{ème}}$ mode de vibration du système.

On calcule les pulsations propres ω_j en déterminant les solutions de l'équation :

$$|\mathbb{K} - \omega^2 \mathbb{M}| = 0$$

Soit,

$$\begin{vmatrix} k_1 + k_c - \omega^2 m_1 & -k_c \\ -k_c & k_2 + k_c - \omega^2 m_2 \end{vmatrix} = 0$$

- **Le cas symétrique** pour lequel $m_1 = m_2 = \frac{m}{2}$ et $k_1 = k_2 = k$ permet de trouver une solution analytique très simple pour les deux pulsations propres et les deux vecteurs propres :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k + 2k_c}{m}}$$

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Pour le premier mode, les deux masses vibrent en phase, il n'y a pas d'allongement intermasse (indépendant de k_c). Pour le second mode, les deux masses vibrent en opposition de phase, la raideur de couplage est alors double par antisymétrie du mouvement des deux masses.

- **Le cas asymétrique** ne permet pas d'obtenir un résultat analytique simple en fonction de toutes les variables du modèle à deux masses.

Si l'on considère $\omega_1^2 = \frac{k_1 + k_c}{m_1}$ la pulsation propre du pli quand la masse 2 est immobile, et de même $\omega_2^2 = \frac{k_2 + k_c}{m_2}$ pour m_1 immobile, alors les pulsations propres du système complet sont

$$\omega^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{D}, \quad \text{avec } D = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + \frac{4k_c^2}{m_1 m_2}.$$

Ce qui revient à dire que l'écart entre les résonances vient :

- du couplage via $\frac{4k_c^2}{m_1 m_2}$
- d'un désaccord $(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2$ entre les oscillateurs "presque couplés".

Les vecteurs propres sont alors :

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{m_1}{2k_c}(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \sqrt{D}) \end{pmatrix} \quad \text{pour la première fréquence (en phase),}$$

$$\phi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{m_1}{2k_c}(\omega_1^2 - \omega_2^2 - \sqrt{D}) \end{pmatrix} \quad \text{pour la seconde fréquence (en opposition de phase)}$$

En cas d'accord, *i.e.* $\omega_1 = \omega_2$, on trouve $\sqrt{D} = \frac{2k_c}{m_1 m_2}$ et $\omega^2 = [k_1 + k_c(1 \pm \sqrt{\frac{m_1}{m_2}})]/m_1$ avec pour vecteurs propres $(1, \pm \sqrt{\frac{m_1}{m_2}})$. Si en plus $m_1 = m_2$, on retrouve bien les résultats du cas symétrique.

4.1.2.2 Mise en équation du problème des vibrations libres du système amorti

Dans le cas des vibrations libres du système amorti, on considère une excitation extérieure de pulsation ω et, contrairement au cas du système conservatif, il faut maintenant tenir compte de la matrice d'amortissement \mathbb{C} pour le calcul des modes propres du système. On ne cherche donc plus à résoudre le problème (4.4), mais le problème suivant :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{Y}} + \mathbb{K}\mathbf{Y} = \mathbf{0} \quad (4.5)$$

La solution recherchée pour ce problème est une décomposition sur la base des vecteurs propres Φ du système calculé précédemment², soit :

$$\mathbf{X} = \sum_{j=1}^2 \phi_j e^{st} = \Phi \cdot \mathbf{x}$$

Si l'on prend en compte cette expression de \mathbf{X} dans l'équation (4.5) et qu'on la multiplie par Φ^T on obtient alors l'équation (4.6) :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^2 (s^2 \Phi^T \mathbb{M} \phi_j + s \Phi^T \mathbb{C} \phi_j + \Phi^T \mathbb{K} \phi_j) &= 0 \\ s^2 \Phi^T \mathbb{M} \Phi + s \Phi^T \mathbb{C} \Phi + \Phi^T \mathbb{K} \Phi &= 0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

où \mathbb{M} et \mathbb{K} sont des matrices diagonales définies respectivement positive ($\Phi^T \mathbb{M} \Phi > 0$) et semi-positive ($\Phi^T \mathbb{K} \Phi \geq 0$). \mathbb{C} est une matrice symétrique définie semi-positive ($\Phi^T \mathbb{C} \Phi \geq 0$).

D'après [Ouisse 2012], deux cas sont alors à envisager :

- **le système vérifie l'hypothèse de Basile**, i.e la matrice $\Phi^T \mathbb{C} \Phi$ est diagonale, et dans ce cas la réponse du système amorti est la somme de la réponse de chacun des modes propres du système conservatif associé.

Les vecteurs propres $\{\phi_j\}$ du système amorti sont alors les mêmes que ceux du système conservatif et les pulsations propres du système amorti sont déterminées en calculant les racines du polynôme caractéristique $|s^2 \mathbb{M} + s \mathbb{C} + \mathbb{K}| = 0$, ou en utilisant les matrices de masse, d'amortissement et de raideur et connaissant les vecteurs propres par le calcul sur le système conservatif.

$$s_j = -\zeta_j \omega_j \pm i \omega_j \sqrt{1 - \zeta_j^2}$$

Avec ω_j la pulsation propre du système conservatif et ζ_j le taux d'amortissement modal défini par :

$$\zeta_j = \frac{r_j}{2\sqrt{m_j k_j}}, \quad (4.7)$$

où :

$$m_j = \phi_j^T \mathbb{M} \phi_j, \quad r_j = \phi_j^T \mathbb{C} \phi_j, \quad k_j = \phi_j^T \mathbb{K} \phi_j$$

2. Dans la communauté mécanique on cherche souvent à exploiter les modes Φ du système conservatif calculés dans le cas du système amorti.

- le système ne vérifie pas l'hypothèse de Basile i.e la matrice $\Phi^T C \Phi$ n'est pas diagonale, les vecteurs propres du système amorti ne sont alors plus les mêmes que ceux du système conservatif. Il faut donc d'abord calculer les pulsations propres en calculant les racines du polynôme $|s^2 M + s C + K| = 0$, puis chercher les vecteurs propres ψ_j correspondant en résolvant le système suivant :

$$[s_j^2 M + s_j C + K] \psi_j = 0$$

4.1.3 Lien entre les paramètres du modèle à deux masses et la réponse mécanique expérimentale

L'intérêt de la réponse mécanique expérimentale décrite à la partie 2.2 est alors de pouvoir comparer cette mesure à la fonction de transfert théorique ci-dessus afin d'en extraire des valeurs ajustées des paramètres de masse, de raideur et d'amortissement du modèle à deux masses dans un but de validation du modèle simplifié couplé écoulement-structure-acoustique complet.

Comme on l'a déjà explicité dans la partie 2.2.4, Cullen & coll. [Cullen 2000] estiment la fréquence de la pulsation de résonance Ω_L , le facteur de qualité du pic de résonance Q_L et un terme de masse surfacique vibrante effective $|\mu_L|$ par l'ajustement de chaque pic de résonance mesuré par un système à un degré de liberté. Lous & coll. [Lous 1998] (page 1140) propose aussi une procédure d'ajustement des paramètres mécaniques, similaire à celle utilisée par Ruty [Ruty 2007a] décrite ci-dessous, qui s'appuie sur des valeurs bibliographiques pour le coefficient d'amortissement (différent en phase d'ouverture et de fermeture).

Dans sa thèse [Ruty 2007a], N. Ruty décrit quant à lui une extraction des paramètres mécaniques d'un modèle à deux degrés de liberté, tel que celui décrit par l'équation (4.2), à partir d'une estimation de la masse d'eau vibrante et des valeurs extraites de deux résonances (pulsation de résonance et facteur de qualité). Il définit d'abord la masse vibrante comme la masse d'eau contenue à l'intérieur des maquettes des plis vocaux pondérée par un coefficient inférieur ou égal à 1. Cette pondération permet alors de tenir compte du fait que toute la masse d'eau à l'intérieur des plis ne participe pas effectivement à la vibration mais celle-ci est assez incertaine à estimer. Ensuite, dans l'hypothèse d'un modèle à deux masses symétrique, *i.e.* $m = m_1 = m_2$, $k = k_1 = k_2$ et $r = r_1 = r_2$, Ruty calcule les paramètres de raideur k , et d'amortissement r via les équations (4.8a) et (4.8c) (pour $i = 0$), à l'aide de l'estimation de la masse vibrante, de la pulsation $\omega_{0,exp}$ et du facteur de qualité $Q_{0,exp}$ mesurées sur la première résonance. Il choisit alors de fixer la raideur k_c comme étant égale à la moitié de la raideur k ce qui lie automatiquement la seconde fréquence de résonance à la première par la relation : $\omega_{1,th} = \omega_0 \sqrt{3}$.

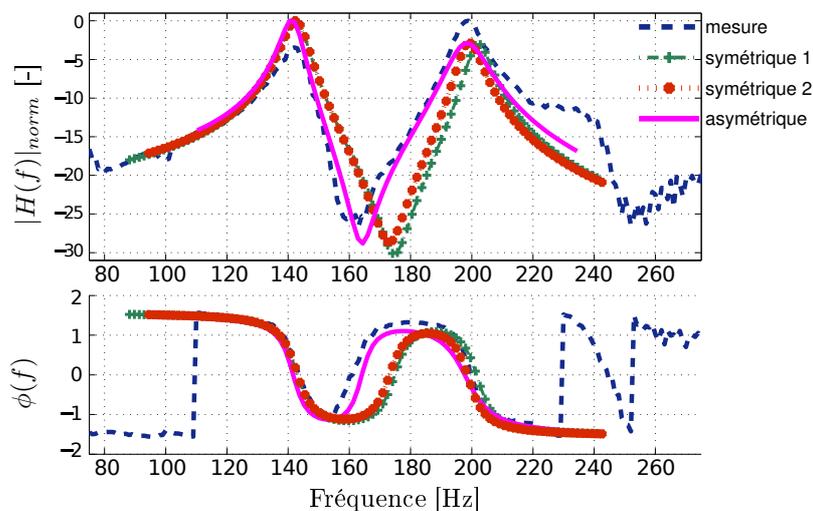
$$\omega_{0,exp} = \omega_{0,th} = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (4.8a)$$

$$\omega_{1,exp} = \omega_{1,th} = \sqrt{\frac{2(k + k_c)}{m}} \quad (4.8b)$$

$$Q_{i,exp} = Q_{i,th} = \frac{m\omega_{i,exp}}{2r}, \text{ avec } i=0, 1 \quad (4.8c)$$

La méthode proposée par Ruty permet certes de réduire le nombre de paramètres inconnus en fixant certains paramètres par rapport aux autres, mais elle ne tient pas compte du fait que

les deux résonances ont un amortissement qui leur est propre et que l'on peut définir par la relation (4.8c) qui est équivalente à la relation (4.7). De plus, le choix de prendre $k_c = 0.5 * k$ semble inapproprié pour bien définir l'écart entre les deux fréquences de résonance représentées par le modèle à deux masses, comme le montre la figure 4.3. Cette figure compare une réponse mécanique expérimentale obtenue sur la maquette des plis vocaux M2 (*c.f.* figure 2.26 de la partie 2.2.6.2) avec les réponses mécaniques théoriques calculées via le modèle à deux masses pour un choix de paramètres similaires à celui de Ruty (+ symétrique 1), pour un choix de paramètres symétriques calculés par les équations (4.8) (o symétrique 2) et pour un choix de paramètres asymétriques ajustés (- asymétrique).



	Symétrique 1	Symétrique 2	Asymétrique
m_1	$3.0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$	$3.0 \cdot 10^4 \text{ kg}$	$3.2 \cdot 10^4 \text{ kg}$
m_2	$3.0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$	$3.0 \cdot 10^4 \text{ kg}$	$1.7 \cdot 10^4 \text{ kg}$
k_1	241.6 N.m^{-1}	241.6 N.m^{-1}	231 N.m^{-1}
k_2	241.6 N.m^{-1}	241.6 N.m^{-1}	231 N.m^{-1}
k_c	120.8 N.m^{-1}	$113.0.8 \text{ N.m}^{-1}$	29.0 N.m^{-1}
r_1	0.147 N.m.s^{-1}	0.147 N.m.s^{-1}	0.161 N.m.s^{-1}
r_2	0.147 N.m.s^{-1}	0.161 N.m.s^{-1}	0.161 N.m.s^{-1}

FIGURE 4.3 – Comparaison d’une réponse mécanique expérimentale mesurée sur la maquette M2 avec les réponses mécaniques théoriques du modèle à deux masses pour différents choix de paramètres

Si l’on ne suppose pas cette symétrie du modèle à deux masses, il y a alors trop de paramètres (sept au total) à estimer par rapport aux grandeurs extraites sur les résonances mesurées par la réponse mécanique (quatre). Le problème tel qu’il est alors posé ne peut mener à une solution, *i.e.* un jeu de sept paramètres, unique. On remarque cependant, d’après la figure 4.3, que l’asymétrie des paramètres peut permettre de mieux ajuster la mesure de la réponse mécanique.

Cette constatation peut alors laisser penser qu’un jeu de paramètres asymétriques pourrait être

nécessaire pour décrire correctement le comportement mécanique d'un pli vocal. Les parties suivantes s'intéresseront à décrire une méthode permettant d'aboutir à un jeu de paramètres complet et pas nécessairement symétrique.

4.2 Dynamique du système complet

Les descriptions des modélisations de l'écoulement glottique et du couplage acoustique sont proposées en Annexe C.1. Cette partie reprend essentiellement des descriptions présentées dans [Pelorson 1994, Vilain 2002, Ruty 2007a, Bailly 2009].

4.2.1 Equation d'état du système

Réécrivons tout d'abord les équations décrivant les équations du système mécanique du modèle à deux masses couplées avec l'écoulement dans la glotte et l'acoustique des résonateurs amont et aval que l'on décrit dans l'Annexe C.1. Pour plus de clarté, on utilisera un système de notation indiciel similaire à celui de Steinecke & Herzel [Steinecke 1995], permettant de réduire le nombre d'équations à écrire pour l'étude d'un modèle à deux masses asymétrique des plis vocaux. On peut ainsi écrire les quatre équations mécaniques à l'aide de l'équation (4.9a) et les $2 * k$ équations acoustiques des résonateurs amont et aval (avec k le nombre de résonances pris en compte).³

$$\ddot{Y}_{\alpha i} + \frac{r_{\alpha i}}{m_{\alpha i}} \dot{Y}_{\alpha i} + \frac{k_{\alpha i} + k_{ci}}{m_{\alpha i}} (Y_{\alpha i} - Y_{0,\alpha i}) - \frac{k_{c\alpha}}{m_{\alpha i}} (Y_{\alpha j} - Y_{0,\alpha j}) = \frac{F_{\alpha i}}{m_{\alpha i}} \quad (4.9a)$$

$$\ddot{\psi}_{k\beta} + \frac{\omega_A}{Q_A} \dot{\psi}_{k\beta} + \omega_A^2 \psi_{k\beta} = \left(\frac{Z_A \omega_A}{SQ_A} \right) u_g, \quad (4.9b)$$

où les indices utilisés correspondent à

$$i, j = \begin{cases} 1 - \text{masse haute} \\ 2 - \text{masse basse} \end{cases}, \quad \alpha = \begin{cases} l - \text{pli vocal gauche} \\ r - \text{pli vocal droit} \end{cases}$$

$$k = 1, 2, 3 - \text{indice de la résonance}, \quad \beta = \begin{cases} am - \text{résonateur amont} \\ av - \text{résonateur aval} \end{cases}$$

Le système d'équations (4.9) peut alors s'écrire sous forme matricielle selon l'équation (4.10) suivante

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}} \\ \ddot{\mathbf{\Psi}} \end{bmatrix} + \mathbb{C} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}} \\ \dot{\mathbf{\Psi}} \end{bmatrix} + \mathbb{K} \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{\Psi} \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \dot{\mathbf{Y}}, \mathbf{\Psi}, \dot{\mathbf{\Psi}}) \quad (4.10)$$

En posant

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{\Psi} \\ \dot{\mathbf{Y}} \\ \dot{\mathbf{\Psi}} \end{bmatrix},$$

3. Les calculs du débit, des forces de pression et leurs dérivées respectives ne sont pas explicités dans ce manuscrit. Pour le détail de ces calculs, on renvoie aux travaux de thèse de N. Ruty [Ruty 2007a]. Ces termes sont néanmoins fonction des variables $\dot{\mathbf{Y}}$, \mathbf{Y} , ψ , $\dot{\psi}$ et des paramètres géométriques et de contrôle uniquement.

on peut alors établir l'équation d'état (4.11) du système complet

$$\dot{\mathbf{X}} + \mathbb{M}_e \mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t, P_{sub}, P_{supra}). \quad (4.11)$$

Avec $\mathbb{M}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbb{I} \\ \mathbb{K} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$ la matrice d'état des résonateurs non couplés. C'est alors la matrice $\mathbf{F} - \mathbb{M}_e \mathbf{X}$ qui est représentative de la dynamique du système couplé.

4.2.2 Analyse de stabilité

Afin de comparer le comportement dynamique du modèle à deux masses avec les mesures des seuils d'oscillation (fréquences fondamentales d'oscillation et les pressions au seuil d'oscillation) décrites dans la partie 2.3, il est possible de calculer ces valeurs de seuil par l'analyse linéaire de stabilité du système dynamique. De plus, ces grandeurs ont l'intérêt d'être significatives d'un point de vue physiologique et physique et sont généralement aisées à mesurer expérimentalement.

Le seuil d'oscillation du modèle à deux masses est étudié en cherchant une position d'équilibre du système et en étudiant les fluctuations du système autour de cet équilibre. A partir d'une certaine pression, la pression de seuil, le système sort de son état d'équilibre et se met à osciller à une certaine fréquence qui est la fréquence de l'oscillation émergente. On préférera parler ici de fréquence émergente car un peu plus loin que le seuil la fréquence d'oscillation peut être raisonnablement différente de celle au seuil.

L'analyse linéaire de stabilité du système est réalisée en étudiant les valeurs propres du système fluctuant autour de son état d'équilibre. Le terme de forces dans l'équation d'état étant un terme non-linéaire, il faut donc tout d'abord le linéariser en réécrivant le vecteur d'état autour de la position d'équilibre, soit $\mathbf{X} = \mathbf{X}_{eq} + \tilde{\mathbf{x}}$, où $\tilde{\mathbf{x}}$ est sa fluctuation autour de l'équilibre \mathbf{X}_{eq} . Les différentes variables des équations (4.9a) et (4.9b), qui composent le vecteur d'état X , se réécrivent donc en fonction de leurs fluctuations autour de leurs valeurs à l'équilibre, de même que les termes de pressions sous-glottique et supra-glottique. Soit,

$$\begin{aligned} Y_{\alpha i} &= Y_{\alpha i}^{eq} + \tilde{y}_{\alpha i} \\ F_{\alpha i} &= F_{\alpha i}^{eq} + \tilde{f}_{\alpha i} \\ U_g &= U_g^{eq} + \tilde{u}_g \\ P_{sub} &= P_{sub}^{eq} + \tilde{p}_{sub} \\ P_{supra} &= P_{supra}^{eq} + \tilde{p}_{supra} \end{aligned}$$

Les termes de fluctuations des forces $f_{\alpha i}$ s'écrivent à l'aide des dérivées partielles des variables dont elles dépendent, c'est à dire les positions des masses et les pression sous-glottique et supra-glottique.

$$f_{\alpha i} = \left. \frac{\partial F_{\alpha i}}{\partial Y_{\alpha i}} \right|_{eq} \tilde{y}_{\alpha i} + \left. \frac{\partial F_{\alpha i}}{\partial Y_{\alpha j}} \right|_{eq} \tilde{y}_{\alpha j} + \left. \frac{\partial F_{\alpha i}}{\partial P_{sub}} \right|_{eq} \tilde{p}_{sub} + \left. \frac{\partial F_{\alpha i}}{\partial P_{supra}} \right|_{eq} \tilde{p}_{supra}, \quad (4.12)$$

que l'on note aussi sous forme d'un produit matrice-vecteur entre la matrice jacobienne de f et le vecteur d'état $\tilde{\mathbf{x}}$:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbb{M}_e \tilde{\mathbf{x}} = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{X, P_{sub}^{eq}, P_{supra}^{eq}} \tilde{\mathbf{x}}. \quad (4.13)$$

Soit,

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbb{M}'_e \tilde{\mathbf{x}} = 0, \quad (4.14)$$

avec $\mathbb{M}'_e = \mathbb{M}_e - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{X, P_{sub}^{eq}, P_{supra}^{eq}}$.

Le calcul des valeurs propres de la matrice \mathbb{M}'_e est réalisé en cherchant les valeurs λ solutions de $\det(\lambda \mathbb{I} + \mathbb{M}'_e) = 0$. L'analyse de ces valeurs propres peut alors se faire numériquement par le biais de la fonction *eig* de Matlab appliquée à \mathbb{M}'_e .

Pour un modèle à deux masses asymétriques avec prise en compte des trois premières résonances du résonateur aval, la matrice d'état \mathbb{M}'_e est une matrice 16×16 dont les termes sont explicités en détail dans la thèse de Ruty [Ruty 2007a] et ne seront pas détaillés ici.

On utilise alors le paramètre P_{sub}^{eq} , qui est la valeur de la pression sous-glottique à l'équilibre, comme paramètre de bifurcation. En faisant varier cette pression, on peut alors étudier l'évolution du signe de la partie réelle des valeurs propres de la matrice d'état afin d'en déduire une valeur de pression pour lequel le système devient instable, c'est à dire lorsqu'au moins une des parties réelles des valeurs propres devient positive. Si la partie imaginaire de cette valeur propre est non nulle alors cette instabilité est dite oscillante. La pression sous-glottique qui déclenche cette oscillation est la pression de seuil et la fréquence à laquelle le système oscille est la fréquence fondamentale d'oscillation.

On notera ici que la précision sur les pressions de seuil d'oscillation calculées par notre analyse de stabilité est de $10 Pa$, ce qui correspond à l'incrément des pressions sous-glottique fixé.

4.3 Étalonnage du modèle à deux masses

Le but de l'étalonnage (ou optimisation) du programme d'analyse de stabilité du modèle à deux masses est d'obtenir des jeux de paramètres de masses $m_{\alpha 1}$, $m_{\alpha 2}$, de raideur $k_{\alpha 1}$, $k_{\alpha 2}$, $k_{c\alpha}$ et d'amortissement $r_{\alpha 1}$, $r_{\alpha 2}$ permettant de trouver les valeurs des seuils d'oscillation (pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillation) et les grandeurs aux résonances (fréquences de résonance et facteurs de qualité) correspondantes à celles mesurées expérimentalement sur les maquettes de plis vocaux pour différentes valeurs de gonflement P_c . Les paramètres restants sont directement liés aux conditions expérimentales. Cet étalonnage est réalisé afin d'obtenir une paramétrisation de référence à partir de laquelle on s'appuiera pour étudier l'effet de la modification d'un ou plusieurs paramètres du modèle à deux masses et que l'on pourra alors comparer aux valeurs expérimentales où l'on fait également varier certains paramètres physiques. Dans le corps de cette thèse cet étalonnage a principalement pour but de trouver une configuration de référence correspondant aux mesures réalisées sur la maquette M3 sans polype, *c.f.* partie 2.4, pour ensuite étudier l'influence de la présence d'un polype sur les seuils calculés par l'analyse de stabilité du modèle à deux masses.

Comme on cherche une paramétrisation pour le système de référence sans masse ajoutée, on suppose pour le moment que les plis gauche et droite sont identiques, ce qui conduit alors à optimiser le système pour un jeu de sept paramètres. Ce jeu de sept paramètres correspond à

celui que l'on cherchait à déterminer dans la partie 4.1.3, ce qui permet alors de s'appuyer sur les valeurs expérimentales de la réponse mécanique associées à celles des seuils d'oscillation pour chercher un jeu de paramètres *ad hoc* et ne pas avoir à établir de relations de dépendance entre eux-ci.

Comme l'illustre la figure 4.4, l'étalonnage du modèle est réalisé en deux temps avec une première optimisation dite "globale" sur les résultats expérimentaux obtenus pour une valeur de gonflement $P_c(j)$ puis une optimisation dite "locale", de proche en proche pour les valeurs de gonflement $j - 1$ (et respectivement $j + 1$) initialisées à l'aide des paramètres déterminés à l'étape j .

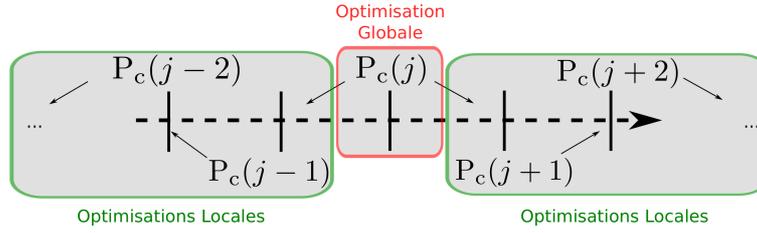


FIGURE 4.4 – Étapes des optimisations globale et locales des valeurs d'analyse de stabilité du modèle à deux masses

4.3.1 Méthode d'optimisation globale

Cette première optimisation dite "globale" est réalisée sur les résultats expérimentaux obtenus pour une valeur de gonflement $j = 0$ (à $P_c(0) = 9500 Pa$). On choisit ce gonflement car il correspond au minimum des valeurs de pressions de seuil. Comme le montre le schéma de la figure 4.5, ce premier calcul d'optimisation est réalisé à l'aide d'une triple boucle sur les trois paramètres m_1 , k_1 et k_c . Pour chaque triplet de valeurs m_1 , k_1 et k_c , on résout le système d'équations (4.8) du problème mécanique qui porte sur les valeurs théoriques des fréquences de résonance $F_{res,1}$, $F_{res,2}$ et des facteurs de qualité associés $Q_{res,1}$, $Q_{res,2}$ afin de déterminer les quatre paramètres restants m_2 , k_2 , r_1 et r_2 . La résolution de ce système de quatre équations à quatre inconnues est réalisé à l'aide de la fonction *fsolve* de Matlab avec un algorithme de type Levenberg-Marquardt. La fonction coût que l'on va chercher à minimiser est construite via les critères d'erreur (4.15a) et (4.15b) sur les fréquences de résonance et les facteurs de qualité.

$$|F_{res,th} - F_{res,exp}| < \varepsilon(F_{res}), \quad (4.15a)$$

$$\frac{|Q_{res,th} - Q_{res,exp}|}{Q_{res,exp}} < \varepsilon^{rel}(Q_{res}), \quad (4.15b)$$

directement liée à l'incertitude d'estimation des fréquence de résonances $\varepsilon(F_{res})$ et l'incertitude relative sur les facteurs de qualité $\varepsilon^{rel}(Q_{res})$.

Ceci permet de définir la fonction coût à minimiser (*cf.* équation (4.17)) et le critère d'arrêt de l'optimisation :

$$|F_{res,th} - F_{res,exp}|^2 + \left(\frac{\varepsilon(F_{res})^2}{\varepsilon^{rel}(Q_{res})^2} \right) |1 - Q_{res,th}/Q_{res,exp}|^2 < 2\varepsilon(F_{res})^2, \quad (4.16)$$

$$Res_{meca}(m_2, k_2, r_1, r_2) = (F_{res,th} - F_{res,exp})^2 + \beta \left(1 - \frac{Q_{res,th}}{Q_{res,exp}}\right)^2, \quad (4.17)$$

où Res_{meca} est en fait un vecteur à deux composantes qui correspondent aux deux résonances. β est donc un coefficient de pondération défini pour tenir compte des incertitudes de mesure sur les valeurs de résonance et peut donc être choisi de manière différente pour les deux résonances, afin de tenir compte du fait que l'on a une incertitude plus grande sur la mesure de la seconde résonance et notamment sur l'estimation de son facteur de qualité.

On exclut les triplets (m_1, k_1, k_c) pour lesquels l'optimisation du critère (4.16) n'aboutit pas, ou pour laquelle on obtient des valeurs de m_2, k_2, r_1 ou r_2 en dehors des bornes d'acceptation (raideurs négatives, amortissement supérieur à 0.1). Dans le cas contraire, on procède à l'analyse linéaire de stabilité pour cette configuration, et on évalue une seconde fonction coût Res_{seuil} qui permet d'ajuster les pressions de seuils d'oscillation et la fréquence émergente sur les valeurs expérimentales, avec cette fois encore, une pondération liée aux incertitudes de mesure :

$$Res_{seuil} = \left(\frac{P_{seuil,th} - P_{seuil,exp}}{\Delta P_{seuil}}\right)^2 + \left(\frac{F_{osc,th} - F_{osc,exp}}{\Delta F_{osc}}\right)^2 \quad (4.18)$$

A l'issue de la triple boucle sur (m_1, k_1, k_c) , on obtient le triplet (et les autres paramètres mécaniques associés lors de l'optimisation des résonances via Res_{meca}) qui donne une valeur minimale de Res_{seuil} . L'ensemble de cette procédure de type "bruteforce" permet une exploration relativement fine d'un espace de paramètres de dimension réduite grâce à l'exploitation intelligente des caractéristiques mécaniques mesurées.

4.3.2 Méthode d'optimisation locale

Une seconde étape d'optimisation consiste à regarder localement, pour des gonflements supérieurs à $P_c(j+1)$ (respectivement inférieurs à $P_c(j-1)$), comment corriger les valeurs de paramètres de masses, de raideurs et d'amortissements calculées à l'étape d'optimisation précédente pour ajuster les valeurs des seuils et des résonances du modèle sur les valeurs expérimentales mesurées à $P_c(j+1)$ (respectivement à $P_c(j-1)$).

La différence avec l'optimisation globale décrite précédemment tient principalement dans le fait qu'ici le calcul n'est plus réalisé par une triple boucle sur les paramètres m_1, k_1 et k_c mais via la fonction d'optimisation *fminsearch* de Matlab sur ces trois mêmes paramètres. Cette fonction est basée sur la recherche du minimum local d'une fonction coût à l'aide d'algorithmes Simplex. Comme le montre le schéma de la figure C.2 présentée en Annexe C.2, la recherche de minimum est faite en optimisant les paramètres m_1, k_1 et k_c , les quatre autres paramètres m_2, k_2, r_1, r_2 étant toujours déduits de la résolution du système d'équations du problème mécanique de la même manière que pour l'optimisation globale. Les fonctions coûts Res_{meca} et Res_{seuil} sont identiques à celles définies pour l'optimisation globale, cependant on initialise les valeurs de masses et de raideurs (par extrapolation des paramètres calculés à l'étape d'optimisation j précédente) pour approcher empiriquement des nouvelles fréquences de résonance. Par conséquent, les étapes respectivement à $P_c(-1)$ et $P_c(+1)$ sont initialisées par les paramètres mécaniques définis lors du calcul d'optimisation globale à $P_c(0) = 9500 Pa$.

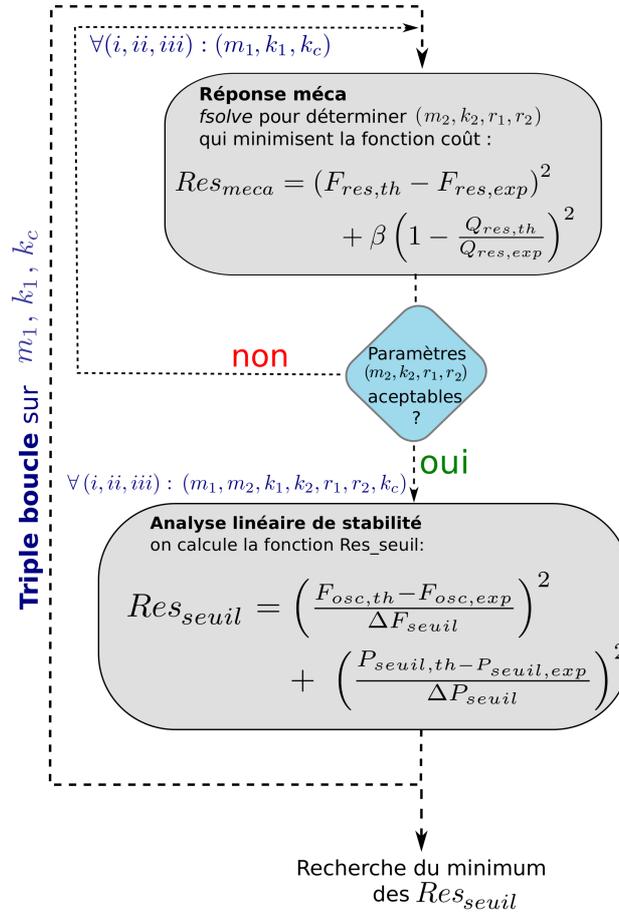


FIGURE 4.5 – Calcul d’optimisation globale des valeurs d’analyse de stabilité du modèle à deux masses

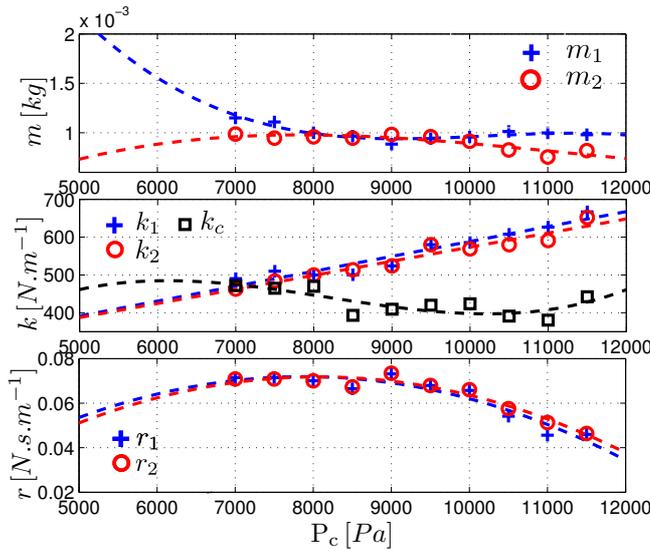
4.3.3 Résultats de l’optimisation

Cette partie présente des résultats de l’étalonnage du modèle à deux masses par les deux calculs d’optimisation présentés précédemment. Ces résultats ont été obtenus à partir des mesures de l’étude expérimentale décrite à la partie 2.4 et correspondent aux mesures de la configuration de référence sans polype. La partie suivante 4.4 s’intéressera alors à l’influence d’une masse ajoutée, de type polype, sur l’analyse de stabilité du modèle à deux masses, que l’on pourra alors comparer aux mesures avec masse ajoutée réalisées sur maquette.

Les paramètres expérimentaux utilisés dans ce calcul d’optimisation sont donc ceux décrits dans le cadre de cette étude expérimentale. Il s’agit des fréquences de résonance et facteurs de qualité extraits de la mesure de la réponse mécanique et présentés à la partie 2.4.4, de l’ouverture glottique initiale h_0 , partie 2.4.3, que l’on choisit comme étant la distance maximale entre les deux plis vocaux (au niveau de la glotte), les pressions de seuil et les fréquences fondamentales d’oscillation, partie 2.4.5, et enfin les différents paramètres géométriques de la maquette des plis vocaux M3 utilisée (longueur et largeur des plis vocaux, largeur et longueur

des tubes amonts et aval).

Paramètres mécaniques étalonnés : La figure 4.6 présente alors tous les paramètres mécaniques m_1 , m_2 , k_1 , k_2 , k_c , r_1 et r_2 qui résultent de l'étalonnage du modèle à deux masses présenté dans les parties 4.3.1 et 4.3.2 précédentes. Ces paramètres sont présentés pour des pressions de gonflement allant de $P_c = 7000 Pa$ à $P_c = 11500 Pa$. Des courbes polynomiales ajustant chacun de ces paramètres en fonction du gonflement P_c sont également représentées, accompagnées du degré et du coefficient de régression polynomial R^2 correspondants.



Par.	deg.	R^2
m_1	3	0,8655
m_2	3	0,7936
k_1	1	0,9186
k_2	1	0,9385
k_c	3	0,6242
r_1	2	0,9033
r_2	2	0,9403

FIGURE 4.6 – Paramètres mécaniques obtenus via le calcul d'optimisation des valeurs d'analyse de stabilité du modèle à deux masses et coefficient de régression polynomial R^2 correspondant.

Si les valeurs de raideurs k_1 , k_2 et les valeurs d'amortissement r_1 et r_2 sont globalement symétriques sur toute l'étendue de gonflement étudiée, cela n'est pas le cas pour les valeurs des masses amont m_1 et aval m_2 qui sont de plus en plus asymétriques (écarts inférieurs à 10%) que l'on s'éloigne de la valeur de gonflement pour laquelle la pression de seuil est minimum. Les valeurs obtenues pour le paramètre k_c sont celles dont les variations en fonction du gonflement sont les moins monotones, pour tous les autres paramètres les valeurs étalonnées suivent des variations assez monotones. Ces variations sont certainement dues aux fluctuations que l'on a observées sur les valeurs expérimentales de la seconde fréquence de résonance $F_{res,2}$.

Les fonctions polynomiales présentées ici sur la figure 4.6, n'ont pas pour but de décrire le comportement des paramètres en dehors de l'étendue de gonflement étudiée, mais de proposer une interpolation des valeurs des paramètres pour des pressions de gonflements intermédiaires. Nous décrirons par la suite les résultats de l'utilisation de ces valeurs ajustées par des fonctions polynomiales sur le calcul des seuils calculés à l'aide du modèle à deux masses.

La figure 4.7 compare les valeurs des deux premières résonances (F_{res} et Q_{res}) obtenues à partir des mesures de la réponse mécanique présentées à la partie 2.4.4, en fonction de valeurs de gonflement allant de $P_c = 7000 Pa$ à $P_c = 11500 Pa$. Il est possible de constater d'après

cette figure que si les deux fréquences de résonance théoriques calculées à partir des paramètres étalonnés correspondent très bien aux valeurs expérimentales, il n'en est pas de même pour les facteurs de qualité. En effet, le facteur de qualité de la première résonance est bien estimé pour des gonflements faibles à moyens mais l'est beaucoup moins pour des forts gonflements (à partir de $P_c = 10000 Pa$) où il est surestimé. Par contre, celui de la seconde résonance est largement surestimé sur toute l'étendue des gonflements étudiés. Ceci est dû au fait que l'on a volontairement fixé un facteur de pondération plus faible pour cette seconde résonance, et notamment son facteur de qualité, afin de tenir compte de l'incertitude de mesure plus grande sur celle-ci.

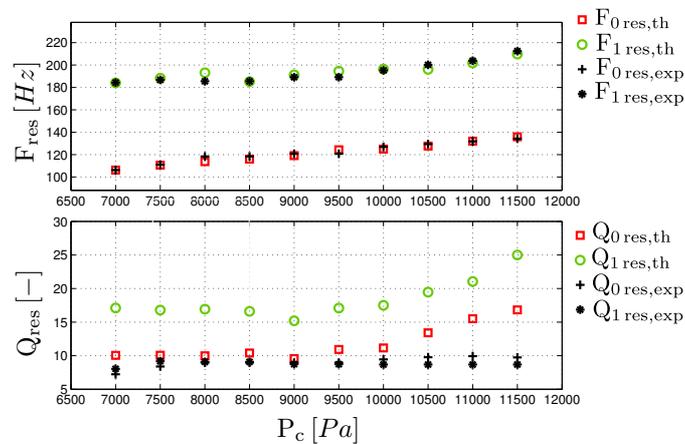


FIGURE 4.7 – 1^{ère} et 2^{nde} fréquences de résonance et facteurs de qualité associés en fonction du gonflement P_c . Valeurs expérimentales (\square , \circ) et théoriques ($+$, $*$) calculées avec les paramètres mécaniques résultants de l'étalonnage du modèle à deux masses

La figure 4.8 compare quant à elle les pressions de seuils et les fréquences fondamentales d'oscillation présentées à la partie 2.4.5, en fonction des mêmes valeurs de gonflement que précédemment. Les pressions de seuil sont donc bien estimées par les paramètres étalonnés avec une erreur relative maximale de 3% pour $P_c = 8500 Pa$. Les fréquences fondamentales d'oscillation calculées sont surestimées par rapport à la mesure pour les gonflements supérieurs à $P_c = 10000 Pa$. Ce résultat était assez prévisible car d'après la proximité entre les fréquences de résonance et les fréquences d'oscillation illustrées sur la figure 4.8, il est possible de constater que l'oscillation est portée par la première fréquence de résonance, or le facteur de qualité de celle-ci est également surestimé pour des forts gonflements.

Des résultats des valeurs de résonance et des seuils calculés avec le modèle à deux masses mais à partir des paramètres lissés par les fonctions polynomiales sont présentés à la figure 4.9. Ces résultats montrent bien l'intérêt d'interpoler les valeurs des paramètres en fonction du gonflement par ces fonctions polynomiales, cela permet en effet d'échantillonner les résultats de manière beaucoup plus précise en fonction de P_c et d'apporter une continuité des variations de ces résultats qui, comme nous le verrons dans la partie suivante, présente un intérêt particulier

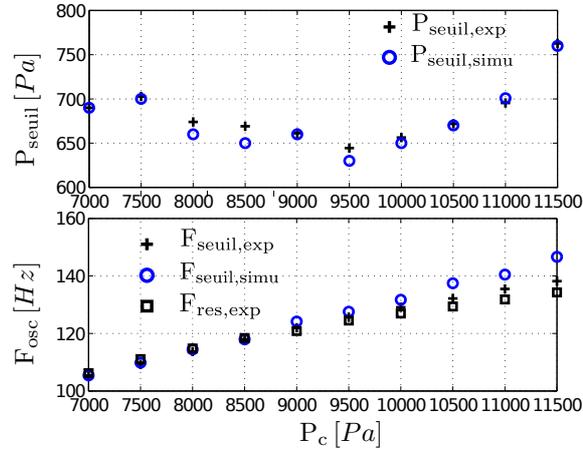


FIGURE 4.8 – Pressions de seuil et fréquences fondamentales d’oscillation expérimentales (o) et théoriques (+) en fonction du gonflement P_c , calculées avec les paramètres mécaniques résultants de l’étalonnage du modèle à deux masses. (\square) 1^{ère} fréquence de résonance mécanique

pour étudier des variations plus fines de certains paramètres. On notera, ici encore, que les petites discontinuités observables sur les résultats de pressions de seuil obtenus avec les paramètres lissés sont dues à la quantification de la pression de seuil par pas de $10 Pa$ (liée à la résolution de la recherche de la bifurcation lors de l’analyse de stabilité).

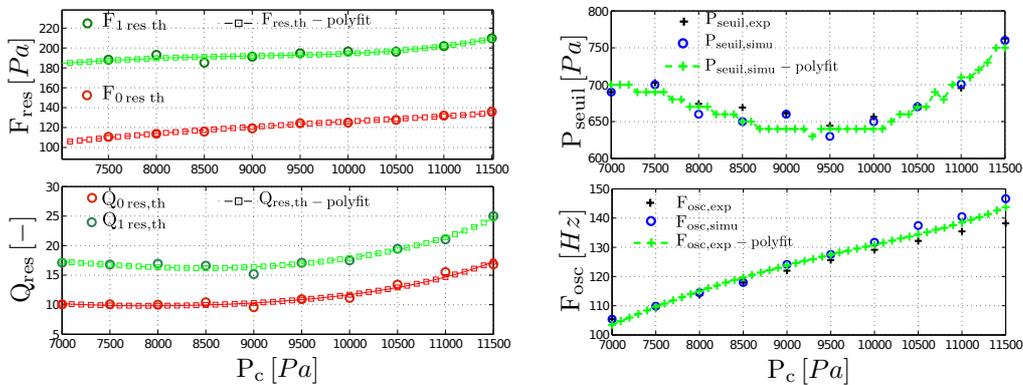


FIGURE 4.9 – Comparaison des valeurs de résonances et de seuil théoriques calculés par le modèle à deux masses avec les paramètres étalonnés lissés (\square) ou non lissés (o) par des fonctions polynomiales

La continuité apportée à ces résultats peut s’interpréter grâce à l’évolution des valeurs propres de la matrice d’état en fonction des valeurs de la pression subglottique, calculées lors de l’analyse de stabilité du modèle à deux masses décrite à la partie 4.2.2. La figure 4.10 illustre les représentations complexes de l’évolution de ces valeurs en fonction de la pression sous-glottique et pour plusieurs gonflements. Sur cette figure, le sens des pressions sous-glottiques croissantes est indiqué par les flèches, et les courbes pour différentes valeurs de gonflement sont ordonnées

de manière croissante de bas en haut.

La figure 4.10(b) permet de réaliser que le choix de paramètres lissés par des fonctions polynomiales structure l'organisation des valeurs propres pour les différents gonflements ($7000 Pa < P_c < 11500 Pa$). La transition entre des valeurs négatives et positives de la partie réelle, *i.e.* qui caractérise la transition du système dynamique vers une instabilité (oscillante car la partie imaginaire est positive), est plus régulière en fonction du gonflement. Sur cette figure, on illustre uniquement l'évolution de la première valeur propre correspondant à la fréquence fondamentale de l'oscillation émergente.

La paramétrisation permet ainsi d'atténuer les fluctuations entre les configurations et d'obtenir des représentations plus lisibles en termes de comportement des valeurs propres et de stabilité du régime statique en fonction du gonflement.

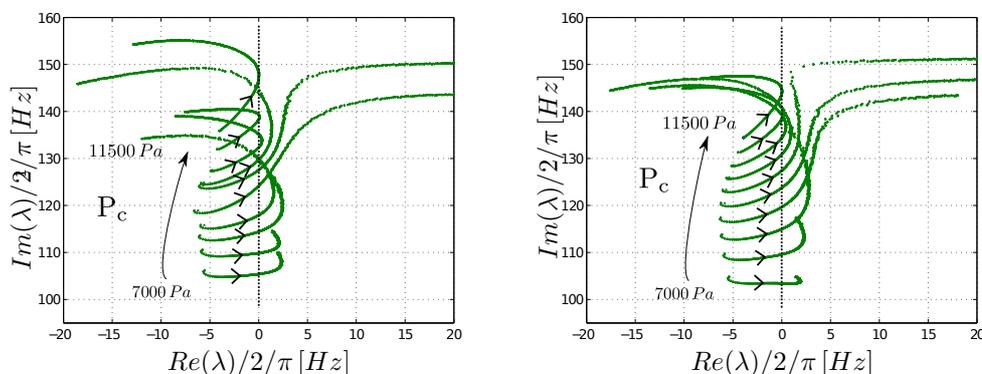


FIGURE 4.10 – Représentation complexe de l'évolution de la première valeur propre en fonction de la pression sous-glottique, obtenue lors de l'analyse de stabilité du modèle à deux masses à l'équilibre pour les paramètres non lissés (à gauche) et lissés (à droite) calculés à différents gonflements P_c

4.4 Etude de la présence d'un polype sur les résultats du modèle à deux masses

Dans la section 2.3.4, nous avons étudié l'influence d'une masse ponctuelle pour simuler l'effet d'un polype. Nous avons notamment observé l'évolution des fréquences fondamentales d'oscillation, des pressions de seuils, des résonances mécaniques et de la section d'ouverture pour différents types de polype. Pour ce faire, nous avons utilisé différentes configurations expérimentales de polypes avec des diamètres et/ou des densités de masse variables. Cette section étudie la possibilité de considérer ces différentes configurations au sein du modèle à deux masses.

Comme on l'a vu dans la description du modèle à deux masses, celui-ci est un modèle 2D qui utilise une géométrie de la glotte décrite dans le plan coronal et qui suppose une invariance par translation suivant l'axe antéro-postérieur. Cette section s'intéresse à la prise en compte d'une modification géométrique dans le modèle à deux masses selon cet axe antéro-postérieur

et de son influence sur la prédiction des pressions de seuil et des fréquences fondamentales d'oscillation. Cette modification géométrique a plusieurs objectifs : la prise en compte de formes plus réalistes, notamment celles des maquettes des plis vocaux qui ne sont pas uniformes dans leur largeur (comme le montre la figure 4.11(a)) et qui varient en fonction du gonflement. Un autre objectif sera d'étudier l'influence d'une forme arrondie (figure 4.11(b)), équivalente à la forme d'un kyste ou d'un polype, sur les seuils d'oscillation calculés via l'analyse de stabilité du modèle à deux masses afin de les comparer aux résultats de l'étude expérimentale décrite à la partie 2.4.

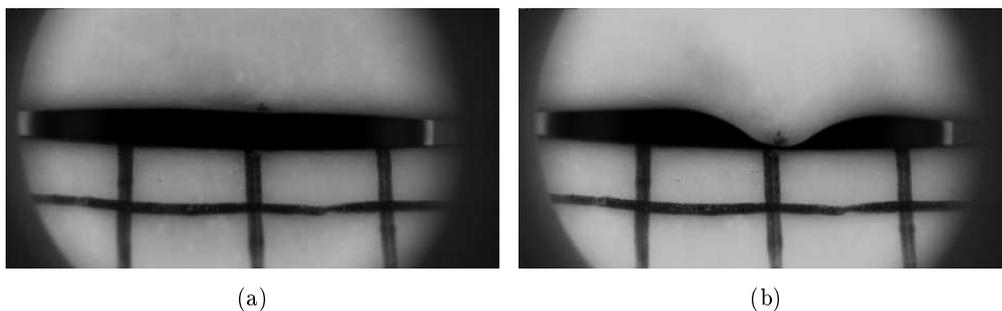


FIGURE 4.11 – Vue du plan glottique de la maquette et influence sur la forme des maquettes des plis vocaux sans (a) et avec (b) polype

Dans cette section, nous regarderons tout d'abord comment les valeurs de seuils calculées via l'analyse de stabilité du modèle à deux masses sont modifiées si l'on fait varier les paramètres mécaniques et/ou géométriques correspondants aux variations qu'engendrerait la présence d'un polype. En effet, comme on l'a constaté de façon directe dans la partie expérimentale 2.4, l'introduction d'un "polype" a pour effet, suivant le type du polype, de changer la masse vibrante d'un des plis vocaux ainsi que l'aire glottique initiale. Cependant, la présence de ce polype peut éventuellement changer la rigidité de la structure vibrante du pli vocal qui le porte, ainsi que son amortissement. Par conséquent, on cherchera d'abord à étudier l'ajout de cette masse ajoutée m_p (pour "masse polype") sur les différents paramètres de masse, raideur et amortissement du modèle à deux masses, comme on le décrit plus bas. Enfin, dans la partie 4.4.3, nous détaillerons un moyen de prendre en compte la forme de la constriction dans l'axe antéro-postérieur afin d'étudier l'influence d'un changement géométrique du modèle dû à la présence d'une masse ajoutée.

4.4.1 Modifications des paramètres mécaniques du modèle

Dans un premier temps, on considère que la masse ajoutée est répartie sur les deux masses du pli vocal de gauche, on définit alors les masses vibrantes de celui-ci par $m_{li} = m_{vib,i} + \frac{m_p}{2} = m_{vib,i}(1 + \frac{m_p}{2*m_{vib,i}})$, où la valeur $m_{vib,i}$ est la valeur de masse vibrante déterminée lors de l'étalonnage du modèle à deux masses, avec $i = 1$ ou 2 suivant que l'on considère la masse haute ou basse du pli (*c.f.* notations définies à la partie 4.2.1). Ce

qui revient à multiplier les masses du pli vocal gauche m_{li} par un coefficient multiplicateur $(1 + \frac{m_p}{2*m_{vib,i}}) = (1 + \text{eps})$ qui varie entre 1.1 et 1.6 pour des masses ajoutées de 0.1 g à 0.6 g. Pour faire varier les paramètres de raideur et d'amortissement, on choisira alors de leur affecter ce même coefficient.

Voici alors les différentes configurations des paramètres mécaniques utilisés et les figures 4.12(a) à 4.12(d) correspondants aux résultats de pression de seuil et de fréquence fondamentale qui leur sont respectivement associées :

- Configuration (a) : seule la masse vibrante varie en fonction de la masse ajoutée, on garde les coefficients d'amortissement et de raideur constants (figure 4.12(a)) .

$$\begin{aligned} m_{li} &= m_{ri}(1 + \text{eps}) \\ k_{li} &= k_{ri} \\ r_{li} &= r_{ri} \end{aligned}$$

- Configuration (b) : la masse vibrante et la raideur varient en fonction de la masse ajoutée, on garde les coefficients d'amortissement constants (figure 4.12(b))

$$\begin{aligned} m_{li} &= m_{ri}(1 + \text{eps}) \\ k_{li} &= k_{ri}(1 + \text{eps}) \\ r_{li} &= r_{ri} \end{aligned}$$

- Configuration (c) : la masse vibrante et l'amortissement varient en fonction de la masse ajoutée, on garde les raideurs constantes (figure 4.12(c))

$$\begin{aligned} m_{li} &= m_{ri}(1 + \text{eps}) \\ k_{li} &= k_{ri} \\ r_{li} &= r_{ri}(1 + \text{eps}) \end{aligned}$$

- Configuration (d) : la masse vibrante, la raideur et l'amortissement varient en fonction de la masse ajoutée (figure 4.12(d))

$$\begin{aligned} m_{li} &= m_{ri}(1 + \text{eps}) \\ k_{li} &= k_{ri}(1 + \text{eps}) \\ r_{li} &= r_{ri}(1 + \text{eps}) \end{aligned}$$

Les paramètres mécaniques du pli vocal de droite sont gardés égaux aux paramètres déterminés lors de l'étalonnage du modèle.

Sur les figures 4.12(a) à 4.12(d), les courbes rouges correspondent aux résultats associés à la configuration de référence, sans masse ajoutée, et obtenus avec les paramètres d'étalonnage lissés (*c.f.* partie 4.6). Les résultats obtenus pour différentes valeurs de masse ajoutée sont représentés par un dégradé du vert très foncé pour 0.1 g au vert très clair 0.6 g. On remarque que les courbes sont parfois représentées par plusieurs segments suivant la pression P_c , qui correspond à un changement de la valeur propre propre oscillante calculée lors de l'analyse de stabilité

du modèle. En effet, suivant les configurations la première valeur propre calculée reste stable ($\mathcal{Re}(\lambda) < 0$) pour certains gonflements, c'est alors la seconde valeur propre instable et oscillante calculée qui va porter l'oscillation et qui est donc représentée sur la figure, ce qui explique ces discontinuités sur les valeurs de P_{seuil} et F_{osc} . Ce changement de valeur propre oscillante est également illustré à la figure 4.13.

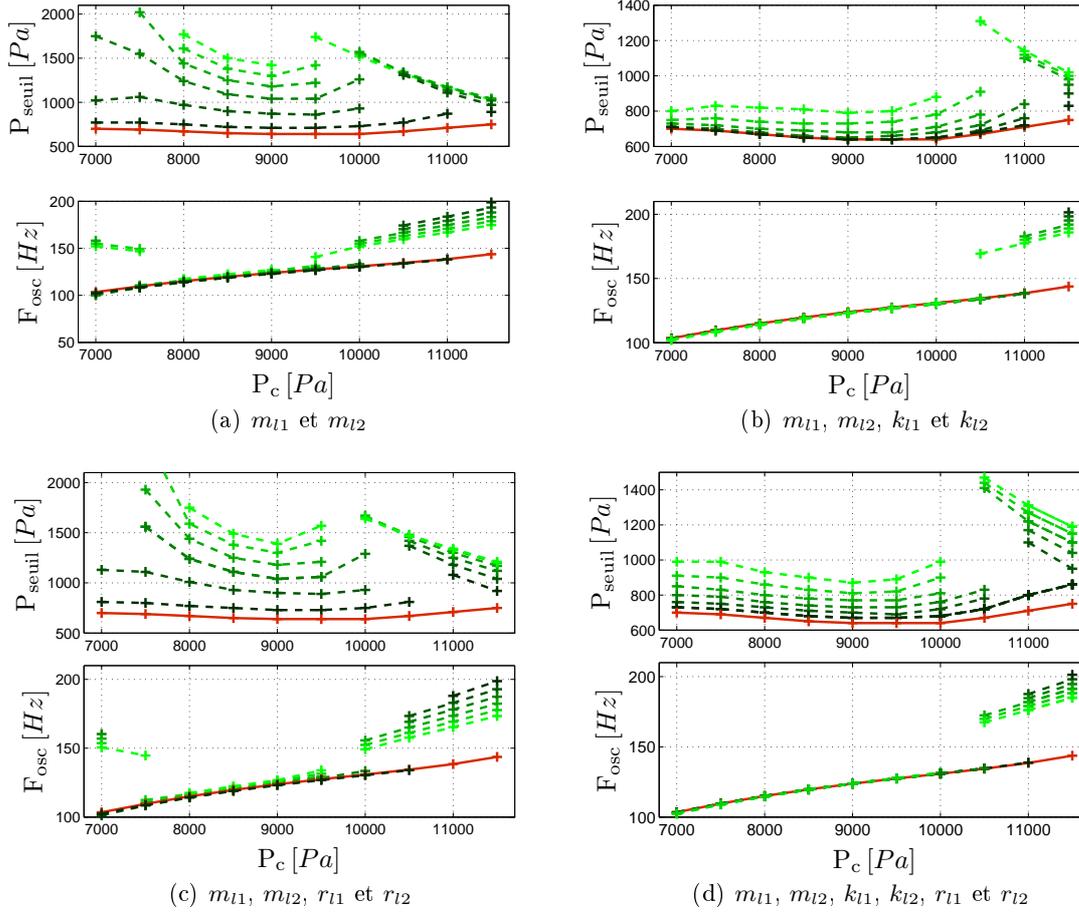


FIGURE 4.12 – Evolution des pressions de seuil et des fréquences fondamentales d'oscillation en fonction de la pression de gonflement P_c et pour différentes configurations de paramètres mécaniques (configurations (a), (b), (c) et (d))

D'après les figures 4.12(a) à 4.12(d), on remarque que :

- les pressions de seuil augmentent fortement si la raideur est figée
- la fréquence du 2nd régime évolue beaucoup avec la masse ajoutée au contraire de la 1^{ère} fréquence qui change peu
- le changement des valeurs d'amortissement a peu d'influence sauf sur les pressions de seuil liées à la 2^{ème} fréquence propre

La figure 4.12, permet de regrouper les résultats de l'analyse de stabilité du modèle, obtenus

pour les quatre configurations de paramètres, suivant deux catégories : les résultats obtenus avec les configurations (a) et (c) pour lesquelles les paramètres de raideur ne varient pas en fonction de la masse ajoutée et les résultats obtenus avec les configurations (b) et (d) où ces paramètres de raideur varient⁴.

En effet, avec les configurations (a) et (c), les pressions de seuil augmentent de façon conséquente avec celle-ci (plus de 200% dans certains cas), mais cette augmentation n'est pas régulière en fonction de la pression P_c . Pour des gonflements plus élevés ($P_c > 9500 Pa$), pour lesquels le modèle oscille sur un autre mode, l'augmentation des pressions de seuil en fonction de la masse ajoutée est moins conséquente et celles-ci ne font que décroître en fonction de P_c . L'évolution des fréquences fondamentales en fonction de la masse ajoutée est également différente suivant le mode sur lequel le modèle oscille. Pour de faibles à moyens gonflements, les valeurs F_{osc} augmentent très légèrement avec la masse ajoutée ($\Delta F_{osc} < 5\%$ pour une masse ajoutée de 0.6 g, qui correspond à une modification des paramètres d'environ 25%); alors que pour les forts gonflements (sur le second mode d'oscillation), les valeurs de F_{osc} diminuent de façon plus conséquente avec la masse ajoutée ($\Delta F_{osc} > -12\%$ pour une variation des paramètres d'environ 20%).

On notera que les seuils de pression sans masse ajoutée se font toujours sur le 1^{er} "régime", alors qu'aux forts gonflements, l'ajout d'une petite masse (<10%) fait osciller le modèle sur un second régime. L'augmentation de la pression de seuil ne semble alors pas être une fonction continue de la masse ajoutée.

Pour les configurations (b) et (d), où cette fois le paramètre de raideur varie en fonction de la masse ajoutée, les pressions de seuil évoluent de manière beaucoup plus régulière en fonction de P_c . Notamment, pour la configuration (d) pour laquelle aux différents gonflements l'écart de pression de seuil entre les courbes obtenues pour différentes valeurs de masse ajoutée est quasiment constant. Les fréquences fondamentales sont ici quasiment inchangées en fonction de la masse ajoutée sauf pour le second mode d'oscillation dont les fréquences diminuent en fonction de celle-ci.

Les résultats expérimentaux de la partie 2.4.5 permettent d'observer, dans le cas d'un polype en plomb de 0.24 g, une augmentation des seuils de pression de 37% à 88% pour une étendue de gonflements comparable ($7000 Pa < P_c < 11500 Pa$). On retrouve ces ordres de grandeurs pour les résultats des calculs obtenus avec les configurations (a) et (c), présentés à la figure 4.12, alors que les configurations (b) et (d) sous-estiment largement cette augmentation. Les résultats expérimentaux décrivent également une augmentation de la fréquence fondamentale d'oscillation, que l'on retrouve dans les configurations (a) et (c) et non dans les configuration (b) et (d), cependant cette augmentation est moindre comparée à celle observée expérimentalement. Enfin, si l'on observe bien une discontinuité des seuils de pression à la fois expérimentalement et par le calcul, celle-ci n'est pas de même nature dans les deux cas. En effet, expérimentalement la discontinuité des seuils de pression n'est pas liée à un changement du mode de vibration de la structure qui continue à osciller suivant la même fréquence, alors que les résultats obtenus avec le modèle à deux masses prédisent cette discontinuité liée à un

4. Des calculs utilisant des configurations pour lesquelles on choisit de fixer des asymétries haut/bas entre les paramètres de masses (respectivement de raideur et d'amortissement) ont été réalisés mais ne sont pas présentés ici car ils ont conduits à des résultats présentant peu d'intérêt dans cette discussion.

changement de fréquence d'oscillation du modèle.

La figure 4.13 représente l'évolution des deux premières valeurs propres en fonction de la pression sous-glottique, calculées lors de l'analyse de stabilité du modèle à deux masses pour la configuration de référence (sans masse ajoutée) et la configuration (d). Comme le montre la figure 4.13(a), pour un gonflement à $P_c = 7000 Pa$, la première valeur propre des deux configurations devient instable pour une certaine pression sous-glottique, ce qui n'est pas le cas à $P_c = 11500 Pa$ où la première valeur propre calculée avec la configuration (d) reste stable quelque soit la pression sous-glottique. Pour ce gonflement, c'est alors la seconde valeur propre qui va porter l'oscillation, celle-ci devenant positive pour une certaine pression sous-glottique, figure 4.13(b). C'est donc ce phénomène qui explique les discontinuités sur les valeurs de P_{seuil} et F_{osc} représentées sur la figure 4.12

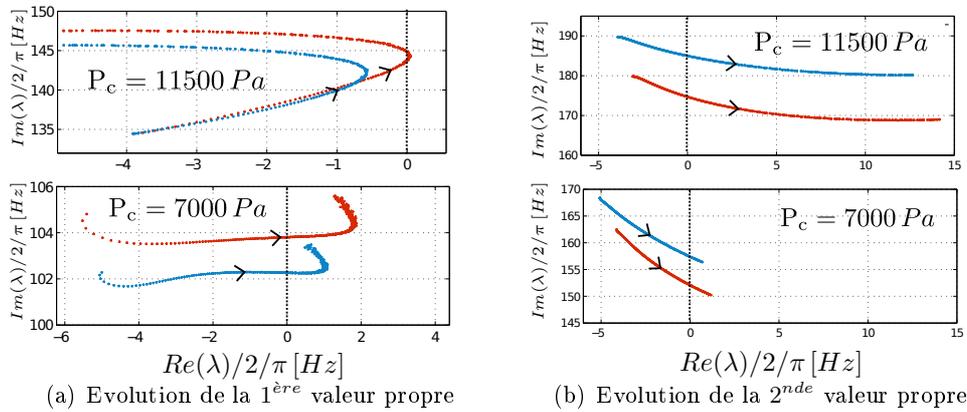


FIGURE 4.13 – Evolution des deux premières valeurs propres en fonction de la pression sous-glottique pour deux valeurs de gonflements pour deux configurations : la configuration de référence (en rouge) et la configuration (d) (en bleu)

Afin d'explicitier un peu plus ce phénomène, la figure 4.14 illustre les évolutions possibles des pressions sous-glottiques qui déstabilisent le système statique vers le premier ou le second régime (respectivement relatifs à la première et seconde valeur propre) en fonction de la pression de gonflement P_c . La figure 4.14(a) se place dans le cas d'une configuration similaire à ce que l'on observe sans masse ajoutée, il existe des valeurs de pression sous-glottique qui déstabilisent les deux valeurs propres sur toute la plage de gonflements. Si les deux courbes de pression de seuil se croisent, comme c'est illustré ici, c'est alors la pression de seuil relative à la seconde valeur propre qui va se mettre à porter l'oscillation pour les forts gonflements. Ceci donne lieu à un saut de fréquence d'oscillation qui n'est pas associé à un saut de pression de seuil. La figure 4.14(b) se place dans le cas d'une configuration similaire à ce que l'on observe avec une masse ajoutée (figure 4.12(d) configuration (d) par exemple), pour laquelle la première valeur propre cesse d'être oscillante pour une certaine pression de gonflement. Le système se met alors à osciller sur le second régime, ce qui donne lieu à un saut de fréquence associé à un saut de

pression. On note que sur la figure 4.14, les traits pleins correspondent alors aux pressions de seuil que l'on mesurerait expérimentalement.

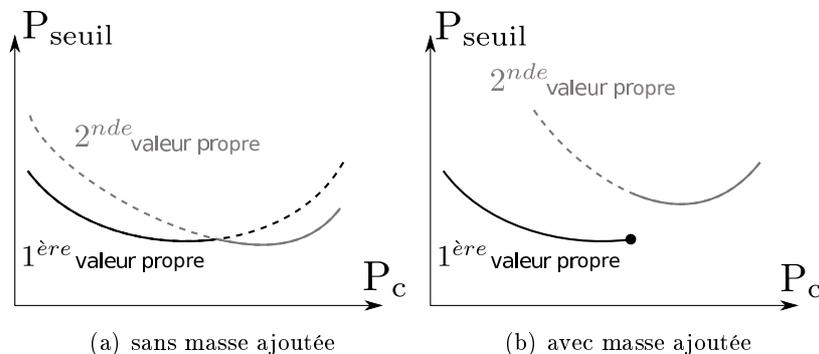


FIGURE 4.14 – Illustrations des évolutions des pressions de seuil relatives aux deux premières valeurs propres en fonction de la pression de gonflement P_c .

4.4.2 Modification de l'ouverture glottique initiale

Comme on l'a déjà vu d'après la figure 2.44 de la partie 2.4, l'ajout d'une masse m_p a également pour effet de changer la valeur de l'aire glottique initiale. Or, dans le modèle à deux masses les paramètres géométriques initiaux portent sur le positionnement des différentes masses du modèle (pli vocal droit et gauche), comme le montre la figure 4.1, et notamment sur l'écartement initial entre les masses des deux plis vocaux, que l'on assimile à l'ouverture glottique initiale. Pour étudier l'influence de l'ajout d'une masse sur la valeur de l'ouverture initiale des plis vocaux il y a alors plusieurs manières de procéder au sein du modèle à deux masses.

Il est tout d'abord possible de jouer sur l'ouverture glottique initiale définie par $h_0 = Y_{0,r1} + Y_{0,l1} = Y_{0,r2} + Y_{0,l2}$, avec $Y_{0,r1}$, où $Y_{0,l1}$, $Y_{0,r2}$ et $Y_{0,l2}$ les positions des masses au repos définies dans la partie 4.1 de ce chapitre. Si l'on impose alors $h_0(P_c) = h_{0,exp}(P_c)$, où $h_{0,exp}(P_c)$ est mesurée expérimentalement sur la maquette sans polype pour chaque gonflement P_c , on peut modifier cette valeur en fonction d'une valeur du rayon du polype, estimée de la manière suivante :

soit le volume du polype $V_p = \frac{4}{3}\pi r_p^3 = \frac{m_p}{\rho_p}$, alors son rayon est $r_p = \left(\frac{3m_p}{4\pi\rho_p}\right)^{1/3}$. En considérant que seule la moitié du polype obstrue la glotte, l'ouverture glottique initiale se retrouve diminuée de la valeur du rayon. Les valeurs des ouvertures initiales au niveau des masses amont $h_{0,1}$ et aval $h_{0,2}$ en fonction du poids du polype sont alors données par la formule (4.19).

$$h_{0,1}(P_c) = h_{0,2}(P_c) = h_{0,exp}(P_c) - \left(\frac{3m_p}{4\pi\rho_p}\right)^{1/3} \quad (4.19)$$

Autrement, il est possible d'extraire une donnée d'ouverture glottique initiale équivalente à partir des mesures expérimentales, *c.f.* figure 2.44. Cependant, ces mesures nous donnent accès au contour glottique donc à l'aire glottique pour différents polypes utilisés et pour les différentes valeurs de gonflement P_c . Or, l'implémentation 2D du modèle à deux masses, ne permet pas

l'utilisation d'un paramètre d'aire glottique initiale. En effet, dans le modèle à deux masses la géométrie des plis vocaux est décrite dans le plan coronal et l'on fait une hypothèse d'invariance sur l'axe antéro-postérieur des plis. Cette direction d'invariance est ensuite prise en compte dans le modèle par une valeur de la largeur de glotte L_g .

Ainsi, afin d'obtenir une valeur équivalente et homogène à l'ouverture glottique initiale utilisée dans le modèle à deux masses, on peut considérer l'aire glottique mesurée expérimentalement au repos ($A_{g,exp}$) divisée par la largeur glottique associée ($L_{g,exp}$), qui sont chacune dépendante du polype utilisé ainsi que de la pression de gonflement. Dans ce cas là, les valeurs des ouvertures initiales au niveau des masses amont $h_{0,1}$ et aval $h_{0,2}$ sont ici obtenus par la formule (4.20).

$$h_{0,1}(P_c) = h_{0,2}(P_c) = \frac{A_{g,exp}(P_c)}{L_{g,exp}(P_c)} \quad (4.20)$$

De plus, on pourrait aussi chercher à conserver l'aire et le périmètre de la glotte en jouant sur h_0 et L_g , ce qui a un sens du point de vue de la mécanique des fluides vis-à-vis du rapport entre les dimensions du cœur et des couches limites de l'écoulement.

La figure 4.15(a) illustre les valeurs obtenues par le calcul (4.19) en fonction de la pression de gonflement P_c et pour des polypes en plomb de 0.1 g à 0.6 g. Les ouvertures négatives seront considérées nulles dans le modèle à deux masses. La figure 4.15(b) montre quant à elle l'estimation de cette ouverture initiale équivalente, en fonction de la pression de gonflement P_c , mesurée sur la maquette des plis vocaux sans polype, avec un plomb de 0.12 g, de 0.18 g et de 0.24 g.

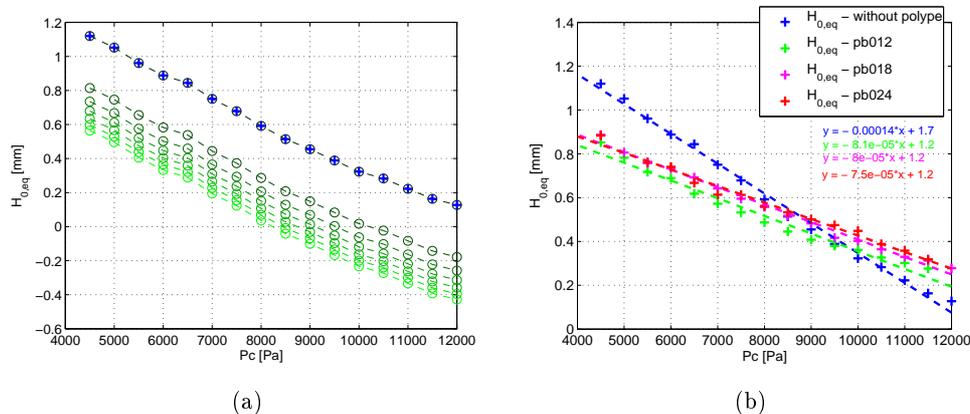


FIGURE 4.15 – Influence des masses ajoutées sur l'ouverture initiale : (a) le calcul des ouvertures glottiques initiales en fonction de la valeur de la masse ajoutée (0.1 g vert foncé et 0.6 g vert clair) via la formule (4.19) et (b) estimation expérimentale d'une ouverture glottique initiale équivalente via la formule (4.20) pour les polypes

De la même manière que sur les figures 4.12, la figure 4.16 présente les résultats de l'analyse de stabilité du modèle à deux masses si l'on fait varier la valeur de l'ouverture glottique initiale d'après la formule (4.19) pour des masses ajoutées allant de 0.1 g à 0.6 g ou d'après

la formule (4.20) pour le cas du plomb de 0.12 g . Les résultats seront toujours comparés à la configuration de référence, sans masse ajoutée.

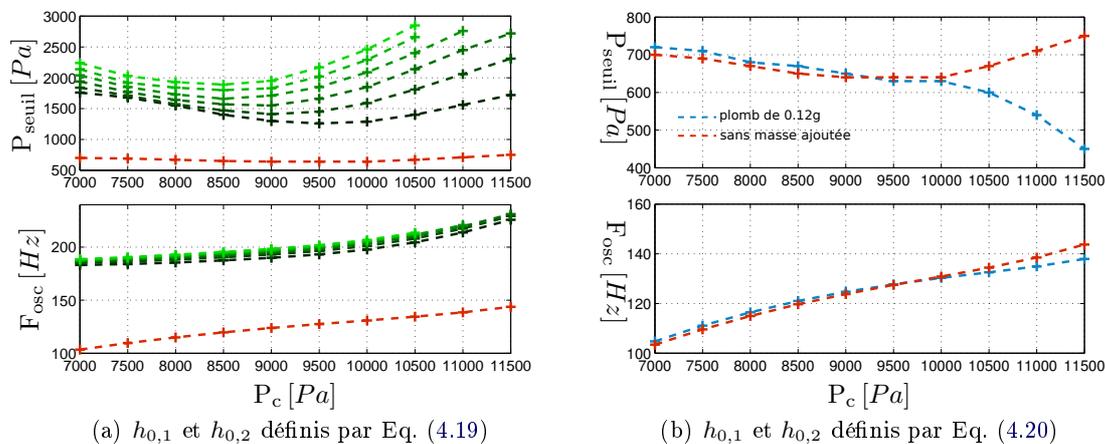


FIGURE 4.16 – Résultats de l'analyse de stabilité du modèle à deux masses quand $h_{0,1}$ et $h_{0,2}$ varient en fonction de m_p

Dans le cas défini par l'équation (4.19), l'évolution des valeurs propres calculées lors de l'analyse de stabilité semble alors considérablement modifiée par le changement de ce paramètre. En effet, comme le montre la figure 4.16(a), le modèle oscille alors sur les fréquences du second régime d'oscillation et ce pour toute l'étendue des gonflements sur laquelle on a réalisée l'analyse de stabilité linéaire. Les pressions de seuil sont considérablement augmentées, jusqu'à 163% pour le cas de la plus petite masse ajoutée de 0.1 g (en vert foncé).

Dans le cas défini par l'équation (4.20), la figure 4.16(b) montre les courbes de P_{seuil} et F_{osc} obtenues pour un plomb de 0.12 g (en bleu) et pour le calcul de référence (en rouge), sans plomb. Ces courbes sont quasiment identiques pour des gonflements allant jusqu'à $P_c = 10000$ Pa, puis on observe une diminution des pressions de seuil ainsi que des fréquences fondamentales d'oscillation pour des gonflements supérieurs. Ceci s'explique par le fait qu'à ces gonflements l'ouverture glottique initiale équivalente calculée expérimentalement pour le plomb de 0.12 g est plus grande que le cas de référence sans polype, comme on l'avait déjà observé à la partie 2.4.3.

On distingue donc clairement l'impact conséquent du changement de l'ouverture glottique sur les seuils d'oscillation calculés via l'analyse du modèle à deux masses, et ce pour les deux cas d'ouvertures glottiques initiales testées à l'aide des formules (4.19) et (4.20). Dans le premier cas, les ouvertures glottiques initiales proposées semblent largement sous-estimées et vont même jusqu'à fermer entièrement la glotte pour certains gonflements, ce qui peut expliquer les fortes valeurs des pressions de seuil mais cela ne paraît pas réaliste par rapport à ce que l'on a pu observer expérimentalement à la partie 2.4. Le second cas ne semble pas non plus réaliste car il surestime les ouvertures glottiques, notamment à forts gonflements où celles-ci deviennent supérieures aux ouvertures du cas sans masse ajoutée. Ces deux approches semblent insuffisantes car elles ne permettent pas de décrire une fermeture partielle de la glotte à certains gonflements.

La partie suivante propose alors une approche pour essayer de compenser l'hypothèse d'invariance faite sur la direction antéro-postérieure des plis vocaux et ainsi permettre la prise en compte d'un contour glottique, et donc d'une aire glottique initiale, plus réaliste notamment dans le cas de la présence d'une masse ajoutée comme étudiée ici.

4.4.3 Prise en compte de la forme de la constriction en présence d'une masse ajoutée

Comme décrit dans la thèse de N. Ruty [Ruty 2007a] (partie 3.3.3.4), il est possible de prendre en compte une forme plus réaliste de la glotte, notamment dans la direction antéro-postérieure des plis vocaux. Dans sa thèse N. Ruty décrit comment discrétiser le problème afin de tenir compte d'une section elliptique (ou elliptique retournée), figure 4.17(a). Ce changement de géométrie, tel qu'il est défini, impacte directement le calcul des débits et des forces de pression. Le comportement mécanique du modèle peut également être impacté par ce changement de géométrie qui modifie le contact entre les plis vocaux et qui a donc pour conséquence (au sein du modèle à deux masses) d'augmenter les paramètres de raideur et d'amortissement. Ainsi, pour chaque sous-section S_i , située entre x_i et x_{i+1} et de hauteur h_i , on peut faire le calcul du débit et des forces de pression. Le débit global ainsi que les forces de pression globales sont calculés en faisant respectivement la somme des débits et des forces de pression de chacune des sous-sections. Sur la figure 4.17(b), la longueur L_g correspond alors à la largeur de la glotte. La forme du plomb dans le sens transverse à l'écoulement est prise en compte en réalisant un calcul sur le modèle à deux masses par tranches comme illustré sur la figure 4.17(b). Les résultats de ces calculs sont présentés à la figure 4.18.

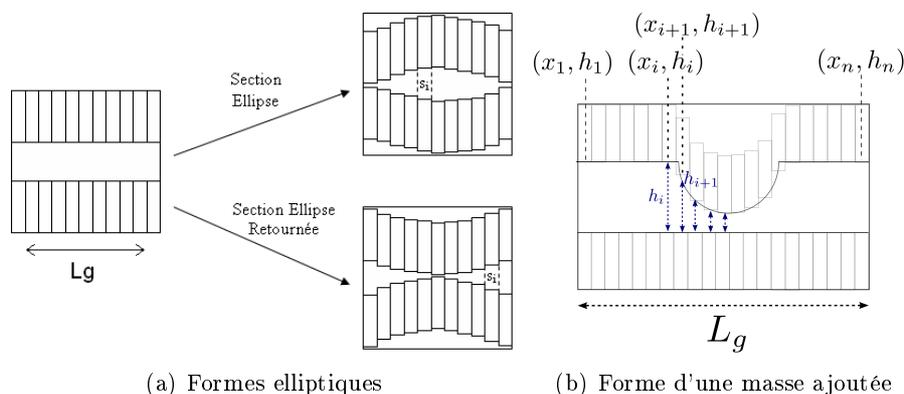


FIGURE 4.17 – Discretisation de la géométrie de la glotte dans le plan transversale à l'écoulement. (a) Discretisation elliptique ou elliptique retournée (tiré de [Ruty 2007a]) ou (b) avec la forme d'un plomb placé au milieu de la glotte de largeur L_g

Deux exemples de résultats utilisant le système de tranches décrits ci-dessus sont présentés ci-dessous :

- figure 4.18(a), un premier calcul où l'on fait varier la forme induite par la présence d'une

masse ajoutée en utilisant plusieurs tailles pour des masses ajoutées de 0.1 à 0.6 g,

- figure 4.18(b), un second calcul où cette variation de forme est couplée à la variation des paramètres mécaniques m_{l1} , m_{l2} , r_{l1} et r_{l2} qui, parmi les quatre configurations présentées à la partie 4.4.1, permettait de se rapprocher au mieux des résultats expérimentaux.

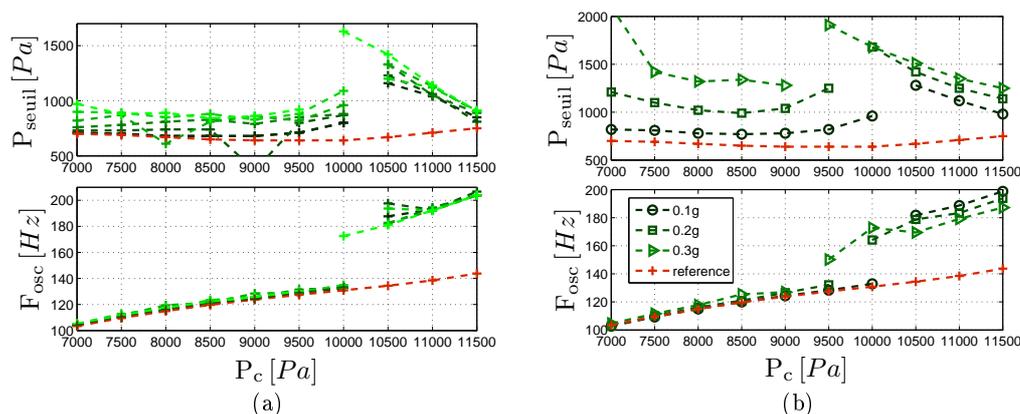


FIGURE 4.18 – Résultats de l'analyse de stabilité avec prise en compte de la forme d'une masse ajoutée dans le sens transverse à l'écoulement (a) seule et (b) couplée avec la variation des paramètres m_{l1} , m_{l2} , r_{l1} et r_{l2}

Les résultats du premier calcul présentés sur la figure 4.18(a), pour lesquels on fait varier la forme sans faire varier les paramètres mécaniques, sont assez similaires à ceux obtenus pour la configuration (d) (figure 4.12(d)). On retrouve ici aussi deux "régimes d'oscillation", car à des gonflements plus élevés ($P_c > 10000 Pa$) le modèle oscille sur une branche dont la fréquence est nettement plus élevée. Pour les gonflements où le modèle oscille sur la fréquence la plus basse, on retrouve des augmentations des pressions de seuil en fonction de la masse ajoutée, qui sont tout à fait comparables à celles de la configuration (d) où l'on ne faisait alors varier que les paramètres mécaniques du modèle. Les résultats pour les fréquences d'oscillation sont également assez similaires avec ceux de la configuration (d), exceptés pour les fréquences du second régime (figure 4.18(a)) qui varient très peu en fonction de la valeur de la masse ajoutée.

L'association du changement de forme et de la variation des paramètres mécaniques m_{l1} , m_{l2} , r_{l1} et r_{l2} , mène aux résultats présentés à la figure 4.18(b). Sur la première "branche" d'oscillation (où le modèle oscille sur la fréquence la plus basse), on constate une augmentation beaucoup plus prononcée des pressions de seuil et qui semble correspondre davantage aux résultats expérimentaux de la partie 2.4.5. Sur cette branche, les fréquences fondamentales d'oscillation évoluent également dans le bon sens mais l'augmentation reste moindre en comparaison de ce que l'on avait pu observer expérimentalement.

Dans les deux cas, la seconde branche d'oscillation reste de nature différente entre le calcul et les résultats expérimentaux.

On notera cependant, que cette prise en compte d'un changement de forme par tranches mène à certaines valeurs "irrégulières", notamment sur la figure 4.18(a). Ces irrégularités viennent probablement de la faible discrétisation choisie pour représenter la forme de la masse ajoutée. Une discrétisation plus fine serait alors adéquate mais nécessite des temps de calculs bien plus longs. De plus, la prise en compte du changement de forme dans le sens de l'écoulement permettant de considérer la forme hémisphérique du polype a été abordée mais n'est pas présentée ici. En effet, cette prise en compte nécessiterait des considérations plus fines notamment quant à la description de la séparation de l'écoulement le long d'une forme sphérique.

4.4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pu proposer une méthode d'étalonnage pour l'analyse de stabilité linéaire du modèle à deux masses à partir des résultats expérimentaux. Cet étalonnage nous a permis d'obtenir un jeu complet de paramètres mécaniques permettant de calculer assez précisément les seuils d'oscillation de la maquette des plis vocaux dans une configuration de référence. Nous sommes ensuite parti de cette configuration de référence, pour étudier les possibilités du modèle à deux masses pour évaluer l'influence de la présence d'une masse ajoutée, comme celle d'un polype. La constatation des résultats de cette étude semblent montrer que la perturbation apportée par une masse ajoutée est répercutée de manière plus cohérente sur les seuils d'oscillation si celle-ci affecte les paramètres mécaniques de masse et d'amortissement sans affecter les paramètres de raideur. Les résultats sur l'ouverture glottique initiale permettent quant à eux de souligner que la modélisation 2D du modèle à deux masses, comme celui que l'on utilise, peine à représenter des comportements vibratoires mettant en jeu une modification géométrique importante dans la direction antéro-postérieure des plis suivant laquelle on suppose une invariance. Le système de calcul par tranches proposé semble alors plus adapté car il permet la prise en compte des variations géométriques suivant la direction antéro-postérieure des plis vocaux pour le calcul des forces et des débits. Dans le cas d'une modification géométrique apportée par une masse ajoutée, ceci permet donc de bien prendre en compte que si la glotte peut être fermée au niveau de cette masse ajoutée, elle reste ouverte sur les bords permettant donc un certain débit de fuite pour l'écoulement.

Une limitation du modèle à deux masses utilisé, par rapport aux observations expérimentales de la partie 2.4, est relative au contact entre les plis vocaux qui est relativement modifié par la présence d'un polype. Notamment, l'enfoncement du polype dans le pli vocal opposé doit certainement altérer les paramètres mécaniques de celui-ci, ce qui n'a pas été pris en compte dans l'étude sur le modèle à deux masses.

Au delà de l'étude de l'influence d'une masse ajoutée, la méthode d'étalonnage du modèle à deux masses semble pertinente afin d'obtenir un paramétrage du modèle à deux masses robuste décrivant les maquettes de plis vocaux dans une configuration de référence, et permettre ainsi l'étude et la comparaison avec des perturbations contrôlées sur les maquettes, telles que des asymétries d'ouverture, de rigidité,...

Conclusion générale

L'objectif de ces travaux de thèse était d'étendre les connaissances des phénomènes physiques à l'origine de la production de parole et plus spécifiquement ceux liés à la vibration des plis vocaux. Pour ce faire nous avons proposé trois axes complémentaires de recherche, dont le premier était l'observation expérimentale *in-vitro* de cette vibration par l'amélioration de mesures expérimentales permettant la caractérisation mécanique des structures vibrantes, la description de l'influence des paramètres sur les mesures des réponses mécaniques et des seuils d'oscillation et enfin l'application de ces mesures à l'étude d'une configuration pathologique des plis vocaux. Le second axe proposait une formulation théorique et une modélisation par la méthode des éléments finis du couplage hydro-élastique permettant de décrire le problème des vibrations libres des maquettes de plis vocaux utilisées au GIPSA-lab. Enfin, le dernier axe se proposait d'étudier l'analyse de stabilité du modèle à deux masses en cherchant à définir une procédure d'optimisation par rapport aux mesures *in-vitro*, obtenues pour une configuration, afin d'établir des paramètres de référence pour le modèle à deux masses.

Cette partie propose une synthèse des résultats obtenus pour ces trois axes ainsi que des perspectives d'améliorations et d'ouvertures.

Synthèse des résultats obtenus

1^{er} axe : Une exploration in-vitro du comportement vibratoire des plis vocaux.

Dans la continuité des résultats des travaux de Ruty [Ruty 2007a] et Cisonni [Cisonni 2008], les mesures de réponses mécaniques et des seuils d'oscillation en fonction de paramètres de contrôle (pression du fluide à l'intérieur des maquettes, épaisseur de latex, nature du fluide) ont permis d'observer l'étendue des résultats expérimentaux obtenus pour les différentes maquettes, à la fois sur les fréquences de résonance, les pressions de seuil et les fréquences fondamentales d'oscillation. Certains paramètres, comme la nature du fluide à l'intérieur des plis vocaux, ont une influence directe sur les oscillations de ceux-ci et l'on a pu constater une modification structurelle importante via les changements observés sur la mesures des réponses mécaniques. Cependant, on a pu réaliser qu'il était parfois difficile de statuer quant à l'influence de certains paramètres, de façon indépendante, sur les résultats des mesures effectuées. Par exemple, si l'augmentation de l'épaisseur du latex induit effectivement une diminution des valeurs de fréquences fondamentales d'oscillation, il est difficile de statuer sur la valeur des pressions de seuil. En effet, suivant cette épaisseur, les maquettes peuvent nécessiter des résonateurs acoustiques de différentes longueurs afin d'osciller, or ce couplage acoustique influe sur les valeurs de pressions de seuil. De plus, sur chacune des maquettes, on constate globalement une augmentation des fréquences de résonance ainsi que des fréquences fondamentales d'oscillation en fonction de la pression de gonflement des plis. Cependant, sur la maquette M3, il a été possible de voir qu'à certaines pressions de gonflement, les conditions aux limites de la structure vibrante (contact latex/métal) pouvaient nettement changer et influencer de manière conséquente sur le comportement vibratoire et notamment la valeur des fréquences de résonance.

Les profondes modifications structurelles engendrées par la modification de ces paramètres ont, tout au long de ces travaux expérimentaux, conforté l'idée de l'amélioration de la mesure de la réponse mécanique pour une caractérisation mécanique plus précise des structures vibrantes. Un nouveau dispositif d'excitation (pot vibrant + palpeur) a été introduit pendant ces travaux et possède l'avantage principal d'une meilleure transmission des efforts de la source à la structure vibrante en comparaison avec le dispositif de source acoustique existant auparavant (chambre de compression). Nous avons montré l'intérêt d'une localisation de l'excitation et des observations, pour la mesure de la réponse mécanique. Celles-ci permettant de bien faire ressortir l'influence de chacun des modes sur la réponse en fréquence de la structure vibrante et de pouvoir accéder à des informations complémentaires sur le comportement vibratoire de la structure via la visualisation de ses déformées spatiales.

Enfin, l'utilisation d'une maquette de plis vocaux qui a été mise au point pendant la réalisation de ces travaux (la maquette M3), nous a permis d'étudier l'influence d'une configuration pathologique expérimentale originale (polype) sur les vibrations de cette maquette. Les résultats de cette étude montrent une influence flagrante de ces polypes à la fois sur les valeurs extraites des mesures d'aire glottique au repos, de réponses mécaniques et des mesures de seuil. L'influence de ces polypes est nettement variable suivant le type de polype utilisé (pesant/non-pesant, petit/gros, ...) mais l'on a montré que la variation d'autres paramètres de contrôle pouvaient être couplée à la variation du type de polype lors de l'observation de certains phénomènes. On pense essentiellement ici à l'effet d'enfoncement du polype dans le pli vocal opposé qui est étroitement lié au type de polype en même temps qu'à la pression de gonflement des plis.

2^{ème} axe : Une modélisation théorique du couplage hydro-élastique des plis vocaux artificiels.

Une formulation théorique originale a été proposée pour modéliser les vibrations libres des maquettes du GIPSA-lab, que nous cherchons à caractériser expérimentalement par la mesure de la réponse mécanique ou plus idéalement par une analyse modale expérimentale de la structure vibrante. Via les relations d'élastodynamiques linéaires pour le solide, l'équation d'Euler linéarisée pour le fluide et les relations sur l'interface latex/eau nous avons pu établir la formulation théorique du problème complet des vibrations libres hydro-élastiques. La discrétisation de la formulation variationnelle nous permet d'établir les relations matricielles du problème couplé à partir desquelles nous pouvons aboutir à une formulation discrète de masse-ajoutée. Les estimations d'énergie du problème des vibrations libres hydro-élastiques en formulation continue et discrète nous a permis de nous assurer que notre problème était consistant énergétiquement. De même, l'adimensionnement du problème et l'étude paramétrique autour des grandeurs adimensionnées définies nous a permis d'observer le bon comportement de l'implémentation réalisée.

L'implémentation de ces calculs en trois dimensions nous a laissé entrevoir la nécessité de considérer la dimension suivant la direction antéro-postérieure des plis vocaux permettant la prédiction de modes, et des déformées correspondantes, plus complexes et que ne sauraient prédire un simple calcul en deux dimensions. Cependant, la géométrie de notre structure nécessite un nombre d'éléments de maillage 3D bien trop important pour une modélisation sous FreeFem++.

Enfin, il a été possible de nous rapprocher d'un comportement vibratoire des maquettes de plis vocaux plus réaliste par l'implémentation d'un comportement hyper-élastique afin de

modéliser le gonflement du latex sous la pression d'eau, les précontraintes résultantes et les vibrations de petites amplitudes de la structure autour de cet état précontraint.

3^{ème} axe : Simulations par modèle distribué pour l'étude de configurations pathologiques.

Dans le cadre des simulations via le modèle distribué qu'est le modèle à deux masses, la procédure d'étalonnage du modèle suggérée nous permet d'établir un jeu de paramètres mécaniques par rapport à une configuration expérimentale de référence (sans asymétrie, sans configuration pathologique, ...). Cet étalonnage pourrait également servir pour établir des jeux de paramètres pour une configuration quelconque, on notera cependant que l'algorithme d'optimisation peine à trouver des solutions si les variations entre deux points de mesure sont trop importantes (par exemple une forte augmentation des pressions de seuil entre deux valeurs de gonflement). Ceci peut-être résolu en réalisant alors plus de mesures entre les points où surviennent ces variations.

Dans le cadre de ces travaux cet étalonnage nous a permis d'établir la configuration de référence du modèle correspondant à la configurations de référence expérimentale de l'étude expérimentale de l'influence d'une masse ponctuelle pour simuler l'effet d'un polype. A partir de cette configuration, nous avons pu étudier quelles variations paramétriques permettaient de décrire les variations des seuils d'oscillation observées expérimentalement en présence de polypes. Il a été possible de nous rendre compte que la prise en compte des variations géométriques, dues à la présence du polype, dans la direction antéro-postérieure des plis vocaux permet d'aboutir à des résultats plus proches de ceux mesurés lors de l'étude expérimentale.

Perspectives

Sur la partie expérimentale, nous avons montré la nécessité de réaliser une réponse mécanique détaillée permettant d'obtenir les informations spatiales nécessaires à la reconstruction des déformées spatiales des résonances identifiées. L'orientation de cette mesure vers une analyse modale expérimentale de la structure permettrait l'identification des modes de vibration (fréquences propres et déformées modales 3D) similaires à ceux calculés par le modèle éléments finis.

La maquette M3, utilisée lors de ces travaux, offre des possibilités de réglages intéressantes permettant notamment d'établir des configurations pathologiques originales telles que la présence de polypes. Cependant, nous avons observé l'importance de dissocier les effets engendrés par de telles configurations. Pour ce faire, il serait très intéressant de pouvoir réaliser une mesure de l'aire glottique au repos en temps réel afin de pouvoir conserver ce paramètre constant par exemple. La tension du latex au repos, pour les plis vocaux et le boyau central est également un paramètre qu'il serait nécessaire de contrôler. Enfin, on pourrait suggérer l'utilisation de capteur pour la mesure de la pression de contact au repos et/ou lors de l'oscillation des plis vocaux.

Au niveau de la modélisation par éléments finis, comme nous l'avons énoncé dans le Chapitre 3, les différentes perspectives de modélisation serait en premier lieu d'établir une formulation mixte en déplacement-pression adaptée aux matériaux incompressibles, puis l'implémenta-

tion d'une loi de comportement de Mooney-Rivlin plus adaptée à un matériau comme celui-ci. Par la suite, il faudrait envisager des travaux d'optimisation du maillage plus poussés (notamment sur les maillages 3D) et une évolution vers des éléments membranes ou plaques pour la partie solide.

La réduction du modèle MEF à quelques degrés de liberté faits main (ou via des modèles réduits POD ou des bases réduites) permettraient par exemple de faire un lien intéressant entre les modèles distribués comme le modèle à deux masses et les modèles MEF.

Les simulations via le modèle à deux masses laissent entrevoir l'intérêt de prendre en compte des variations de géométrie dans la direction antéro-postérieure, notamment dans le cas de la présence d'une géométrie comme celle du polype. Il aurait également été intéressant de prendre en compte ces variations géométriques dans le sens de l'écoulement, qui doivent particulièrement influencer celui-ci (modification du point de séparation de l'écoulement, par exemple). De plus, au cours de ces travaux nous avons pu observer l'importance du contact entre les plis vocaux qui est relativement modifié par la pression de gonflement et/ou la présence d'un polype. Il serait donc intéressant d'aller vers une modélisation plus raffinée du contact entre les plis vocaux au sein du modèle à deux masses. Ceci permettrait éventuellement de caractériser l'enfoncement du polype dans le pli vocal opposé qui altère de façon conséquente les paramètres mécaniques de celui-ci et qui n'a pas été pris en compte dans l'étude réalisée ici.

Bibliographie

- [Adrien 2014] J. Adrien. *Anatomie ORL : le larynx. Cours de Neurologie, Université Paris Ouest. DFGSM3*, 2014.
- [Alipour 1991] H. F. Alipour et I. R. Titze. *Elastic models of vocal fold tissues*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 90, no. 3, pages 1326–1331, 1991.
- [Alipour 2000] F. Alipour, David A. Berry et Ingo R. Titze. *A finite-element model of vocal-fold vibration*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 108, no. 6, pages 3003–3012, 2000.
- [Alipour 2011] F. Alipour, S. Jaiswal et S. Vigmostad. *Vocal Fold Elasticity in the Pig, Sheep, and Cow Larynges*. Journal of Voice, vol. 25, no. 2, pages 130 – 136, 2011.
- [Allaire 2005] G. Allaire. *Eléments finis*. Editions de l’Ecole Polytechnique, 2005.
- [Bailly 2009] L. Bailly. *Interaction entre cordes vocales et bandes ventriculaires en phonation : exploration in-vivo, modélisation physique, validation in-vitro*. PhD thesis, Université du Maine, 2009.
- [Bakhshae 2013a] H. Bakhshae, C. Moro, K. Kost et L. Mongeau. *Three-Dimensional Reconstruction of Human Vocal Folds and Standard Laryngeal Cartilages Using Computed Tomography Scan Data*. Journal of Voice, vol. 27, no. 6, pages 769 – 777, 2013.
- [Bakhshae 2013b] H. Bakhshae, J. Young, J.C.W. Yang, L. Mongeau et A. K. Miri. *Determination of Strain Field on the Superior Surface of Excised Larynx Vocal Folds Using {DIC}*. Journal of Voice, vol. 27, no. 6, pages 659 – 667, 2013.
- [Bergeot 2012] B. Bergeot, A. Almeida, C. Vergez et B. Gazengel. *Prediction of the dynamic oscillation threshold in a clarinet model with a linearly increasing blowing pressure*. ArXiv e-prints, Juillet 2012.
- [Bermúdez 1999] A. Bermúdez et R. Rodríguez. *Finite element analysis of sloshing and hydroelastic vibrations under gravity*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis - Modélisation Mathématique et Analyse Numérique, vol. 33, no. 2, pages 305–327, 1999.
- [Bermúdez 2000] A. Bermúdez, R. Rodríguez et D. Santamarina. *A finite element solution of an added mass formulation for coupled fluid-solid vibrations*. Numer. Math., vol. 87, no. 2, pages 201–227, 2000.
- [Berry 1996] D. A. Berry et I. R. Titze. *Normal modes in a continuum model of vocal fold tissues*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 100, no. 5, pages 3345–3354, 1996.
- [Berry 2006] D. A. Berry, Z. Zhang et J. Neubauer. *Mechanisms of irregular vibration in a physical model of the vocal folds*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 120, no. 3, pages EL36–EL42, 2006.
- [Birkholz 2011] P. Birkholz. *Studentenarbeit zur Sprachkommunikation : Elektronische Sprachsignalverarbeitung, chapitre A survey of self-oscillating lumped-element models of the vocal folds*, pages 47–58. In : Kröger BJ, Birkholz P, 2011.

- [Bonet 1997] J. Bonet et R. D. Wood. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. Cambridge University Press, 1997.
- [Buccheri 2013] J. Buccheri. *Modélisation mécanique des cordes vocales*. Master's thesis, ISIFC, Université de Franche-Comté, 2013.
- [Chan 1997] R. W. Chan, I. R. Titze et Michael R. Titze. *Further studies of phonation threshold pressure in a physical model of the vocal fold mucosa*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 101, no. 6, pages 3722–3727, 1997.
- [Chan 2002] R. W. Chan et N. Tayama. *Biomechanical effects of hydration in vocal fold tissues*. Otolaryngology - Head and Neck Surgery, vol. 126, page 528–537, 2002.
- [Chan 2011] A. Chan. *Vocal fold vibration measurements using laser doppler vibrometry*. Master's thesis, McGill University, 2011.
- [Chan 2013] A. Chan, L. Mongeau et K. Kost. *Vocal fold vibration measurements using laser Doppler vibrometry*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, no. 3, pages 1667–1676, 2013.
- [Chang 1994] Y.M. Chang. *Reed stability*. Journal of Fluids and Structures, vol. 8, no. 7, pages 771 – 783, 1994.
- [Chorin 2000] A.J. Chorin et J. E. Marsden. *A mathematical introduction to fluid mechanics*. Springer-Verlag Publishing Company, Inc., 4th édition, 2000.
- [Ciarlet 2009] P. G. Ciarlet. *La méthode des éléments finis : de la théorie à la pratique*. tome 1, concepts généraux, volume 1. Les Presses de l'ENSTA, 2009.
- [Cisonni 2008] J. Cisonni. *Modélisation et inversion d'un système complexe de production de signaux acoustiques- Application à la voix et aux pathologies*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2008.
- [Cisonni 2011] J. Cisonni, A. Van Hirtum, X. Pelorson et J. Lucero. *The Influence of Geometrical and Mechanical Input Parameters on Theoretical Models of Phonation*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 97, no. 2, pages 291–302, 2011.
- [Cook 2007] D. D. Cook, E. Nauman et L. Mongeau. *Sensitivity of a continuum vocal fold model to geometric parameters, constraints and boundary condtions*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 121, no. 4, page 2247–2253, 2007.
- [Cronjaeger 1978] J. Cronjaeger. *Die Entstehung des primären Stimmklangs im menschlichen Kehlkopf, ein modell*. PhD thesis, Braunschweig, Germany, 1978.
- [Cullen 2000] J.S. Cullen, J. Gilbert et D.M. Campbell. *Brass instruments : linear stability analysis and experiments with an artificial mouth*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 86, pages 704–724, 2000.
- [de Corbière 2001] S. de Corbière et É. Fresnel. *La voix : la corde vocale et sa pathologie*. Les Monographies du CCA Wagram. CCA, 2001.
- [de Oliveira Rosa 2003] M. de Oliveira Rosa, J. C. Pereira, M. Grellet et A. Alwan. *A contribution to simulating a three-dimensional larynx model using the finite element method*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 114, no. 5, pages 2893–2905, 2003.

- [de Oliveira Rosa 2008] M. de Oliveira Rosa et J. C. Pereira. *Aerodynamic study of three-dimensional larynx models using finite element methods*. Journal of Sound and Vibration, vol. 311, no. 1–2, pages 39 – 55, 2008.
- [Döllinger 2011] M. Döllinger, D. A. Berry, B. Hüttner et C. Bohr. *Assessment of local vocal fold deformation characteristics in an in vitro static tensile test*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 130, no. 2, pages 977–985, 2011.
- [Erath 2013] B. D. Erath, M. Zañartu, K. C. Stewart, M. W. Plesniak, D. E. Sommer et S. D. Peterson. *A review of lumped-element models of voiced speech*. Speech Communication, vol. 55, no. 5, pages 667 – 690, 2013.
- [Fabre 1957] P. Fabre. *Un procédé électrique percutané d’inscription de l’accolement glottique au cours de la phonation : Glottographie de haute fréquence*. In Bulletin de l’Académie Nationale de Médecine, 1957.
- [Finck 2008] C. Finck. *Implantation d’acide hyaluronique estérifié lors de la microchirurgie des lésions cordales bénignes*. PhD thesis, Université de Liège, 2008.
- [Formenti 2002] D.L. Formenti et M. H. Richardson. *Parameter Estimation from Frequency Response Measurements Using Rational Fraction Polynomials (twenty years of Progress)*. In Proceedings of the IMAC 20, 2002.
- [Fortin 2011] A. Fortin et A. Garon. *Les éléments finis : de la théorie à la pratique*. GIREF - Université de Laval, 2011.
- [Francophone 2008] Université Médicale Virtuelle Francophone. *Trouble aigu de la parole. Dysphonie*, mars 2008.
- [Garrel 2012] R. Garrel, B. Amy de la Bretèque et V. Brun. *La voix parlée et la voix chantée*. Sauramps Medical, 2012.
- [George 2008] N. A. George, F. F. M. de Mul, Q. Qiu, G. Rakhorst et H. K. Schutte. *Depth-kymography : high-speed calibrated 3D imaging of human vocal fold vibration dynamics*. Physics in Medicine and Biology, vol. 53, no. 10, page 2667, 2008.
- [Gilbert 1998] J. Gilbert, S. Ponthus et J.-F. Petiot. *Artificial buzzing lips and brass instruments : Experimental results*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 104, no. 3, pages 1627–1632, 1998.
- [Goodyer 2011] E. Goodyer, J. J. Jiang, E. Devine, A. Sutor, S. Rupitsch, S. Zorner, M. Stingl et B. Schmidt. *Devices and Methods on Analysis of Biomechanical Properties of Laryngeal Tissue and Substitute Materials*. Current Bioinformatics, vol. 6, no. 3, pages 344–361, Sep 2011. Review article in partnership with colleagues from Europe & the USA.
- [Gray 2000] S. D. Gray, F. Alipour, I. R. Titze et T. H. Hammond. *Biomechanical and Histologic Observations of Vocal Fold Fibrous Proteins*. Annals of Otology, Rhinology & Laryngology, vol. 109, no. 1, pages 77–85, 2000.
- [Gunter 2004] H. E. Gunter. *Modeling mechanical stresses as a factor in the etiology of benign vocal fold lesions*. Journal of Biomechanics, vol. 37, no. 7, pages 1119 – 1124, 2004.
- [Harris 2002] C. M. Harris et A. G. Piersol. *Harris’ shock and vibration handbook*. McGraw-Hill Handbooks, fifth édition, 2002.

- [Hecht 2012] F. Hecht. *New development in freefem++*. J. Numer. Math., vol. 20, no. 3-4, pages 251–265, 2012.
- [Helie 2014] T. Helie, G. Gandolfi et T. Hezard. *Estimation paramétrique de la perce d'un instrument à vent à partir de la mesure de son impédance d'entrée*. In CFA2014, 2014.
- [Henrich 2001] N. Henrich. *Etude de la source glottique en voix parlée et chantée : modélisation et estimation, mesures acoustiques et électroglottographiques, perception*. PhD thesis, Université Paris 6, 2001.
- [Henrich 2004] N. Henrich, C. d'Alessandro, M. Castellengo et B. Doval. *On the use of the derivative of electroglottographic signals for characterization of nonpathological phonation*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 115(3), page 1321–1332, 2004.
- [Heris 2013] H. K. Heris, A. K. Miri, U. Tripathy, F. Barthelat et L. Mongeau. *Indentation of poroviscoelastic vocal fold tissue using an atomic force microscope*. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, vol. 28, no. 0, pages 383 – 392, 2013.
- [Hirano 1974] M. Hirano. *Morphological Structure of the Vocal Cord as a Vibrator and its Variations*. Folia Phoniatria Logopaedica, vol. 26, no. 2, pages 89–94, 1974.
- [Hirano 1981] M. Hirano. *Clinical examination of voice. Disorders of human communication*. Springer London, Limited, 1981.
- [Holmberg 2003] E. B. Holmberg, P. Doyle, J. S. Perkell, B. Hammarberg et R.E. Hillman. *Aerodynamic and acoustic voice measurements of patients with vocal nodules : variation in baseline and changes across voice therapy*. Journal of Voice, vol. 17, pages 269–282, 2003.
- [Holzapfel 2000] G. A. Holzapfel. *Nonlinear solid mechanics*. John Wiley & Sons Ltd, 2000.
- [Hsiao 2002] T.-Y. Hsiao, C.-L. Wang, C.-N. Chen, F.-J. Hsieh et Y.-W. Shau. *Elasticity of human vocal folds measured in vivo using color Doppler imaging*. Ultrasound in medicine & biology, vol. 28, pages 1145–1152, 2002.
- [Hunter 2004] E. J. Hunter, I. R. Titze et F. Alipour. *A three-dimensional model of vocal fold abduction/adduction*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 115, no. 4, pages 1747–1759, 2004.
- [Ishizaka 1972] K. Ishizaka et J. L. Flanagan. *Synthesis of voiced sounds from a two-mass model of vocal folds*. The Bell System Technical Journal, vol. 51, page 1233–1268, 1972.
- [Kern 2005] M. Kern. *Introduction à la méthode des éléments finis*. INRIA, Rocquencourt, BP 105, 78153 Le Chesnay, 2005.
- [Kob 2002] M. Kob. *Physical modeling of the singing voice*. PhD thesis, University of Technology, Aachen, Berlin, 2002.
- [Lacau St Guily 1994] J. Lacau St Guily et B. Roubeau. *Encyclopédie médio-chirurgicale, otorhino-laryngologie, chapitre Voies nerveuses et physiologie de la phonation*. Editions Techniques, 1994.
- [Lamesch 2010] S. Lamesch. *Mécanismes laryngés et voyelles en voix chantée*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), 2010.

- [Lan 2006] H. Lan. An investigation into the dynamic response of vocal folds. Master's thesis, Auckland University of Technology, 2006.
- [Le Tallec 2010] P. Le Tallec. *Non-Linear Materials methods for materials and structures*. Ecole Polytechnique, Département de Mécanique, 2010.
- [Legent 1984] F. Legent, L. Perlemuter et C. Vandenbrouck. Cahiers d'anatomie o.r.l. Masson, 1984.
- [Liljencrants 1991] J. Liljencrants. Speech transmission laboratory quarterly progress and status report, chapitre A translating and rotating mass model of the vocal folds, pages 1–18. Royal Institute of Technology, 1991.
- [Lous 1998] N. J. C. Lous, G.C.J. Hofmans, R. N. J. Veldhuis et A. Hirschberg. *A Symmetrical Two-Mass Vocal-Fold Model Coupled to Vocal Tract and Trachea, with Application to Prosthesis Design*, 1998.
- [Lucero 1995] J. C. Lucero. *The minimum lung pressure to sustain vocal fold oscillation*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 98, no. 2, pages 779–784, 1995.
- [Lucero 1999] J. C. Lucero. *A theoretical study of the hysteresis phenomenon at vocal fold oscillation onset–offset*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 105, no. 1, pages 423–431, 1999.
- [Léothaud 2005] G. Léothaud. *Théorie de la phonation. Cours de DEUG 2ème année. DMU3D1B*, 2004-2005.
- [Maia 1997] N. M. M. Maia et J. M. M. Silva. Theoretical and experimental modal analysis. Research Studies Press, 1997.
- [Mamou-Mani 2007] A. Mamou-Mani. *Précontraintes et vibration des tables d'harmonie - Vers une modélisation du savoir-faire des fabricants d'instruments de musique*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2007.
- [MGEN 2006] MGEN. La voix - ses troubles chez les enseignants. Editions Inserm, 2006.
- [Miras 2012] T. Miras, J.S. Schotté et R. Ohayon. *Liquid Sloshing Damping in an Elastic Container*. Journal of Applied Mechanics, vol. 79, 2012.
- [Miri 2012a] A. K. Miri, F. Barthelat et L. Mongeau. *Effects of Dehydration on the Viscoelastic Properties of Vocal Folds in Large Deformations*. Journal of Voice, vol. 26, no. 6, pages 688 – 697, 2012.
- [Miri 2012b] K. Miri A. *Mechanical characterization of vocal folds using a multiscale study*. PhD thesis, McGill University, Department of Mechanical Engineering, 2012.
- [Miri 2014] A. K. Miri, H. K. Heris, L. Mongeau et F. Javid. *Nanoscale viscoelasticity of extracellular matrix proteins in soft tissues : A multiscale approach*. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, vol. 30, no. 0, pages 196 – 204, 2014.
- [Moisik 2011] S. Moisik. *Evaluating laryngeal ultrasound to study larynx state and height*. In In Proceedings of the 17th International Congress of Phonetic Sciences, pages 136– 139, 2011.
- [Morand 1992] H.J.P. Morand et R. Ohayon. Interactions fluides-structures. Recherches en mathématiques appliquées. Masson, 1992.

- [Neubauer 2007] J. Neubauer, Z. Zhang, R. Miraghaie et D. A. Berry. *Coherent structures of the near field flow in a self-oscillating physical model of the vocal folds*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 121, no. 2, pages 1102–1118, 2007.
- [Newton 2009] M. Newton. *Experimental Mechanical and Fluid Mechanical Investigations of the Brass Instrument Lip-reed and the Human Vocal Folds*. PhD thesis, University of Edinburgh, 2009.
- [Ouisse 2012] M. Ouisse. *Vibrations des systèmes discrets*. École Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques, 2012.
- [Pelorson 1994] X. Pelorson, A. Hirschberg, R. R. van Hassel, A. P. J. Wijnands et Y. Auregan. *Theoretical and experimental study of quasisteady-flow separation within the glottis during phonation. Application to a modified two-mass model*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 96, no. 6, pages 3416–3431, 1994.
- [Pelorson 2000] X. Pelorson. La parole. des modèles cognitifs aux machines communicantes, chapitre L'instrument conduit vocal- aspects acoustique et aéroacoustique. Hermes Science Publications, 2000.
- [Petrovic-Lazic 2009] M. Petrovic-Lazic, S. Babac, M. Vukovic, R. Kosanovic et Z. Ivankovic. *Acoustic Voice Analysis of Patients With Vocal Fold Polyp*. Journal of Voice, vol. 25, pages 94–97, 2009.
- [Piart 2012] S. Piart. Modélisation mécanique des cordes vocales. Master's thesis, ISIFC, 2012.
- [Pickup 2009] B. A. Pickup et S.L. Thomson. *Influence of asymmetric stiffness on the structural and aerodynamic response of synthetic vocal fold models*. Journal of Biomechanics, vol. 42, no. 14, pages 2219 – 2225, 2009.
- [Pickup 2011] B. A. Pickup et S. L. Thomson. *Identification of parameters influencing the flow-induced vibration of a two-layer self-oscillating computational vocal model*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 129, pages 2121–2132, 2011.
- [Raviart 1988] P. A. Raviart et J-M. Thomas. Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Masson, 1988.
- [Richards 2003] O. Richards. *Investigation of the Lip Reed Using Computational Modelling and Experimental Studies with an Artificial Mouth*. PhD thesis, University of Edinburgh, 2003.
- [Richardson 1982] M.H. Richardson et D.L. Formenti. *Parameter Estimation from Frequency Response Measurements Using Rational Fraction Polynomials*. In Proceedings of the 1st IMAC, 1982.
- [Roubeau 1993] B. Roubeau. *Mécanismes vibratoires laryngés et contrôle neuro-musculaire de la fréquence fondamentale*. PhD thesis, Université Paris XI, 1993.
- [Roubeau 2008] B. Roubeau, N. Henrich et M. Castellengo. *Laryngeal Vibratory Mechanisms : The Notion of Vocal Register Revisited*. Journal of Voice, vol. 23, no. 4, pages 425–438, Juin 2008. Département Parole et Cognition Département Parole et Cognition.
- [Rupitsch 2011] S. J. Rupitsch, I. Jürgen, A. Sutor, L. Reinhard et Döllinger M. *Simulation Based Estimation of Dynamic Mechanical Properties for Viscoelastic Materials Used for Vocal Fold Models*. Journal of Sound and Vibration, vol. 330, pages 4447–4459, 2011.

- [Ruty 2007a] N. Ruty. *Modèles d'interactions fluide parois dans le conduit vocal - Applications aux voix et aux pathologies*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [Ruty 2007b] N. Ruty, X. Pelorson, A. Van Hirtum, I. Lopez-Arteaga et A. Hirschberg. *An in vitro setup to test the relevance and the accuracy of low-order vocal folds models*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 121, no. 1, pages 479–490, 2007.
- [Scherer 2001] R. C. Scherer, D. Shinwari, K. J. De Witt, C. Zhang, B. R. Kucinski et A. A. Afjeh. *Intraglottal pressure profiles for a symmetric and oblique glottis with a divergence angle of 10 degrees*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 109, no. 4, pages 1616–1630, 2001.
- [Schotté 2009] J.-S. Schotté et R. Ohayon. *Various modelling levels to represent internal liquid behaviour in the vibration analysis of complex structures*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 198, no. 21–26, pages 1913 – 1925, 2009.
- [Shau 2001] Y.-W. Shau, C.-L. Wang, F.-J. Hsieh et T.-Y. Hsiao. *Noninvasive assessment of vocal fold mucosal wave velocity using color Doppler imaging*. Ultrasound in medicine & biology, vol. 27, pages 1451–1460, 2001.
- [Shaw 2012] S. M. Shaw, S. L. Thomson, C. Dromey et S. Smith. *Frequency Response of Synthetic Vocal Fold Models With Linear and Nonlinear Material Properties*. Journal of Speech, Language, and Hearing Research, vol. 55, no. 5, pages 1395–1406, 2012.
- [Steinecke 1995] I. Steinecke et H. Herzel. *Bifurcations in an asymmetric vocal-fold model*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 97, no. 3, pages 1874–1884, 1995.
- [Svec 2000] J. Svec. *On Vibration Properties of Human Vocal Folds : Voice Registers, Bifurcations, Resonance Characteristics, Development and Application of Videokymography*. PhD thesis, University of Groningen, Groningen, the Netherlands, 2000.
- [Thomson 2005] S. L. Thomson, L. Mongeau et S. H. Frankel. *Aerodynamic transfer of energy to the vocal folds*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 118, no. 3, pages 1689–1700, 2005.
- [Titze 1973] I.R. Titze. *The human vocal cords : a mathematical model, Part I*. Phonetica, vol. 28, page 129–170, 1973.
- [Titze 1974] I.R. Titze. *The human vocal cords : a mathematical model Part II*. Phonetica, vol. 28, pages 1–21, 1974.
- [Titze 1994] I.R. Titze. Principles of voice production. Prentice Hall, 1994.
- [Titze 1995] I. R. Titze, S. S. Schmidt et M. R. Titze. *Phonation threshold pressure in a Physical model of the Vocal Fold mucosa*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 97(5), pages 3080–3084, 1995.
- [Titze 2006] I.R. Titze et F. Alipour. The myoelastic aerodynamic theory of phonation. National Center for Voice and Speech, 2006.
- [van den Berg 1957] J van den Berg, J. T. Zantema et P. Jr. Doornenbal. *On the Air Resistance and the Bernoulli Effect of the Human Larynx*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 29, no. 5, pages 626–631, 1957.

- [Vilain 2002] C. Vilain. *Contribution à la synthèse de parole par modèle physique. Application à l'étude des voix pathologiques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2002.
- [Weiß 2012] S. Weiß, S.L. Thomson, R. Lerch, M. Döllinger et A. Sutor. *Pipette aspiration applied to the characterization of nonhomogeneous, transversely isotropic materials used for vocal fold modeling*. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 17, no. 0, pages 137 – 151, 2012.
- [Wong 1991] D. Wong, M. R. Ito, N. B. Cox et I. R. Titze. *Observation of perturbations in a lumped element model of the vocal folds with application to some pathological cases*. *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 89, no. 1, pages 383–394, 1991.
- [Xue 2011] Q. Xue, X. Zheng, S. Bielamowicz et R. Mittal. *Sensitivity of vocal fold vibratory modes to their three-layer structure : Implications for computational modeling of phonation*. *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 130, no. 2, page 965–976, 2011.
- [Zhang 2006] Z. Zhang, J. Neubauer et D. A. Berry. *Aerodynamically and acoustically driven modes of vibration in a physical model of the vocal folds*. *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 120, no. 5, pages 2841–2849, 2006.
- [Zhang 2009] Z. Zhang, J. Neubauer et D. A. Berry. *Influence of vocal fold stiffness and acoustic loading on flow-induced vibration of a single-layer vocal fold model*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 322, no. 1–2, pages 299 – 313, 2009.
- [Zienkiewicz 2000] O.C. Zienkiewicz et R.L. Taylor. *The finite element method*, volume 1 et 2. Mc Graw Hill, London, 2000.

Annexes chapitre 2

A.1 Déformées spatiales des maquettes de plis vocaux

La figure A.3 illustre les différentes déformées spatiales de la maquette M1, obtenues via différentes excitations comme décrit à la partie 2.2.6.2. Pour chaque fréquence de résonance, la déformée spatiale est constituée du diagramme de phase des coefficients de résonance (figures du haut) et composante axiale des déformées spatiales (figures du bas)

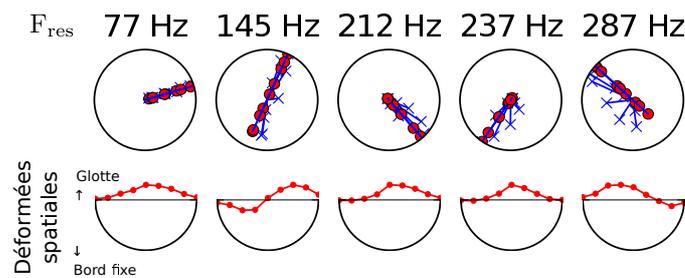


FIGURE A.1 – Excitation b - palpeur à droite

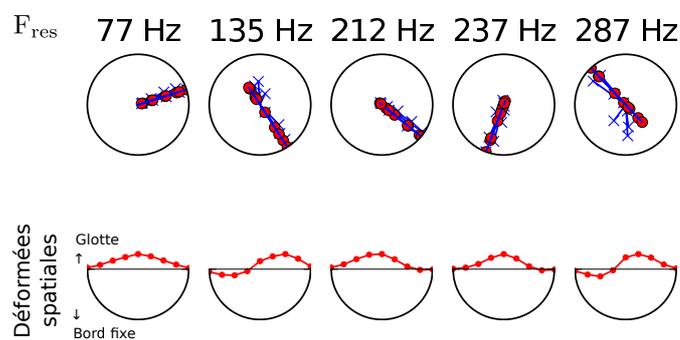


FIGURE A.2 – Excitation b - palpeur à gauche

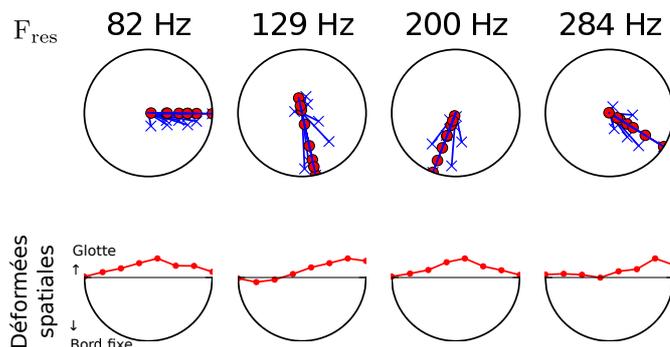


FIGURE A.3 – Excitation c

A.2 Résultats des mesures de seuils avec un polype

Les figures A.4 à A.7 présentent les différents résultats des mesures de seuil présentées en partie 2.4.5 en fonction de l'aire glottique et non plus du gonflement. Sur les figures présentant $P_{\text{seuil}}(\text{Aire glottique})$ et $F_{\text{osc}}(\text{Aire glottique})$ l'axe des abscisses est inversé pour préserver la direction de gonflement.

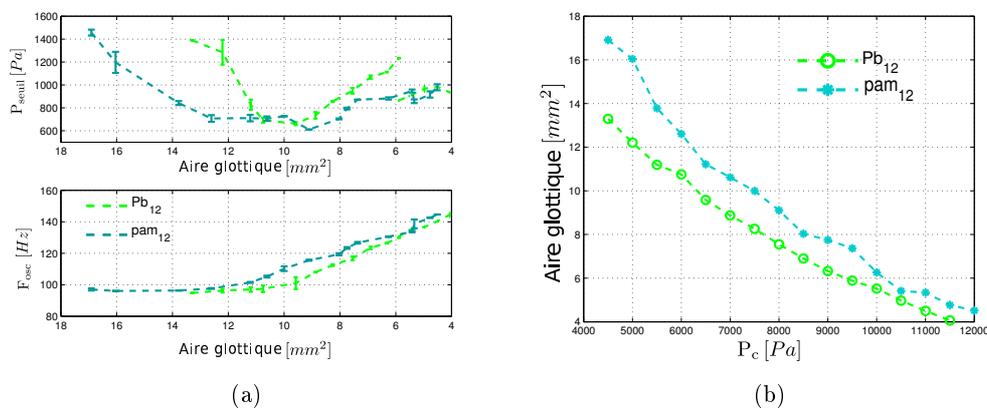


FIGURE A.4 – Comparaison des deux séries de mesures plomb/plasticine de diamètre équivalent ϕ_{12} en fonction du gonflement (a) ou de l'aire glottique initiale (b)

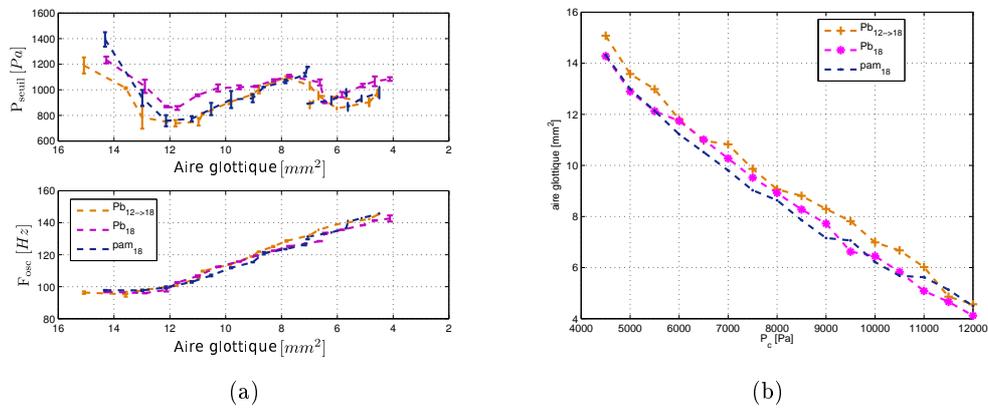


FIGURE A.5 – Comparaison des deux séries de mesures plomb/plasticine/plomb+plasticine de diamètre équivalent ϕ_{18} en fonction de l'aire glottique initiale

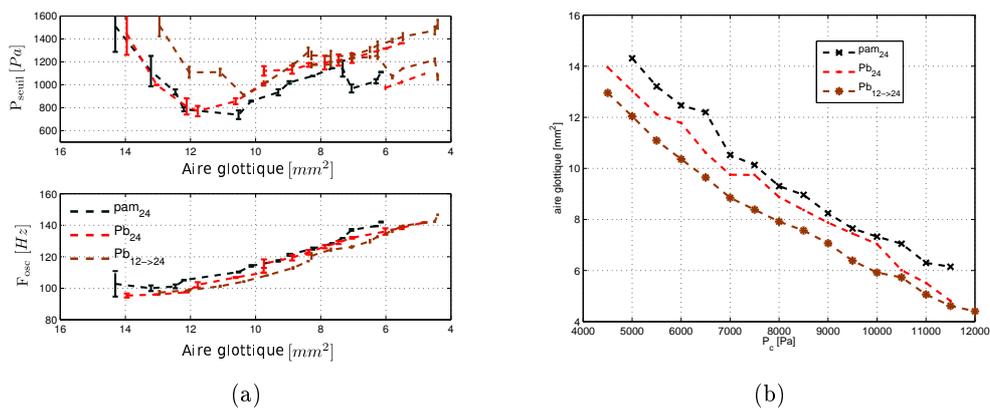


FIGURE A.6 – Comparaison des deux séries de mesures plomb/plasticine de diamètre équivalent ϕ_{24} en fonction de l'aire glottique initiale

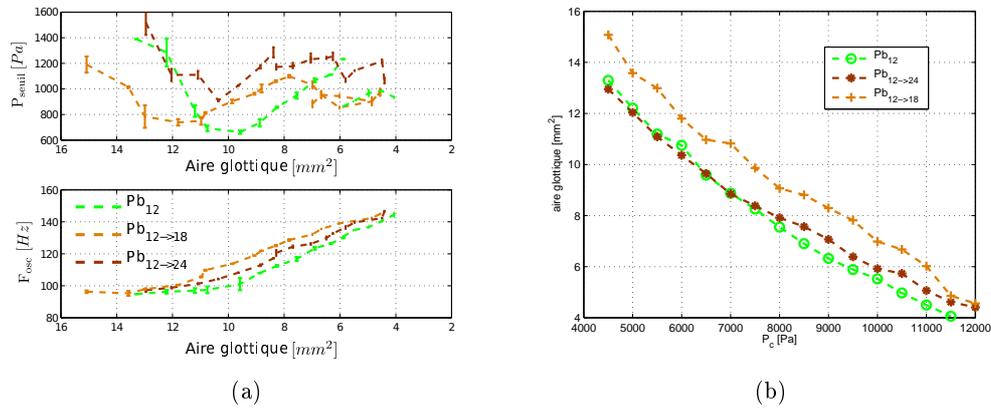


FIGURE A.7 – Comparaison des seuils où $m = c^{te}$ et ϕ varie

Annexes chapitre 3

B.1 Estimation d'énergie pour le problème des vibrations hydro-élastiques

On peut dériver, à partir de l'équation (3.30), une estimation d'énergie du problème couplé, en continu, en choisissant comme fonction test $\mathbf{v} = \mathbf{u} \in \mathcal{C}_S^0$ et $\psi = \phi \in \mathcal{C}_F^0$. Alors :

$$-\rho_s \omega^2 \int_{\Omega_s} \mathbf{u}^2 + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \rho_F \omega^2 \int_{\Sigma} \phi \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \quad (\text{B.1a})$$

$$\rho_F \omega^2 \int_{\Omega_F} |\nabla \phi|^2 = \rho_F \omega^2 \int_{\Sigma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \phi \quad (\text{B.1b})$$

En soustrayant (B.1a) et (B.1b) on obtient :

$$-\omega^2 \left(\rho_s \int_{\Omega_s} \mathbf{u}^2 + \rho_F \omega^2 \int_{\Omega_F} |\nabla \phi|^2 \right) + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = 0$$

Autrement dit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) &= \omega^2 \left(\frac{1}{2} \rho_s \int_{\Omega_s} \mathbf{u}^2 + \frac{1}{2} \rho_F \omega^2 \int_{\Omega_F} |\nabla \phi|^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \rho_s \int_{\Omega_s} (\omega \mathbf{u})^2 + \frac{1}{2} \rho_F \int_{\Omega_F} (\omega |\nabla \phi|)^2 \\ \varepsilon_e^S(\mathbf{u}) &= \varepsilon_c^S(\mathbf{u}) + \varepsilon_c^F(\phi) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Avec ε_e^S l'énergie élastique du solide, ε_c^S l'énergie cinétique du solide et ε_c^F l'énergie cinétique du fluide. On trouve alors, pour chaque mode, une équipartition entre énergie élastique et énergie cinétique, ce qui permet de s'assurer que l'on traite correctement le problème de couplage dans notre modèle.

On peut également dériver cette estimation d'énergie au niveau discret en partant de l'équation (3.32) :

$$\begin{cases} \mathbb{K}_S \mathbf{U} = \omega^2 (\mathbb{M}_S \mathbf{U} + \mathbb{C} \boldsymbol{\Phi}) \\ \mathbb{F} \boldsymbol{\Phi} = \mathbb{C}^T \mathbf{U} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Soit :

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbb{K}_S \mathbf{U} = \frac{\omega^2}{2} (\mathbf{U}^T \mathbb{M}_S \mathbf{U} + \mathbf{U}^T \mathbb{C} \boldsymbol{\Phi}) \\ \boldsymbol{\Phi}^T \mathbb{F} \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbb{C}^T \mathbf{U} = \mathbf{U}^T \mathbb{C} \boldsymbol{\Phi} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Donc :

$$\frac{1}{2}\mathbf{U}^T\mathbb{K}_S\mathbf{U} = \frac{\omega^2}{2}(\mathbf{U}^T\mathbb{M}_S\mathbf{U} + \Phi^T\mathbb{F}\Phi) \quad (\text{B.5})$$

Au niveau discret également, l'équation (B.5) nous permet de nous rendre compte que notre problème est bien consistant énergétiquement, et donc de s'assurer que celui-ci est correctement défini.

B.2 Vibrations élastiques linéaires : comparaison à une solution analytique

D'après [Kern 2005] et l'exemple 3.1 de [Hecht 2012], la flexion d'une membrane infiniment mince soumise à un chargement transverse de densité f_v et encadrée en ses bords, est décrite par l'équation :

$$-\Delta\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (\text{B.6})$$

On suppose alors que le champ de déplacement \mathbf{u} est une solution de classe \mathcal{C}^2 de l'équation (B.6). Dans le cas des vibrations libres, on suppose que \mathbf{u} a la forme d'une solution harmonique de la forme $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}).e^{i\omega t}$ et que les forces volumiques f_v sont nulles. La formulation variationnelle du problème des vibrations libres de la membrane mince en flexion peut-être exprimée, de la même manière que cela a déjà été fait dans le chapitre 3, par l'équation (B.7) :

on cherche $u \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tel que :

$$-\rho_M\omega^2 \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \tau \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (\text{B.7})$$

τ est la tension de la membrane par unité de longueur et \mathbf{v} est une fonction test de classe $\mathcal{C}_c^2(\Omega)$. L'équation (B.7) peut également être formulée par

$$\mathcal{K}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - \omega^2 \mathcal{M}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 0, \quad (\text{B.8})$$

avec les opérateurs bilinéaires

$$\mathcal{K}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \tau \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{v}, \quad (\text{B.9a})$$

$$\mathcal{M}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \rho_M \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \quad (\text{B.9b})$$

Sur la base de la discrétisation par éléments finis, il est possible de construire les matrices élémentaires correspondant aux divers termes et écrire le problème matriciel associé liant les vecteurs de degrés de liberté

$$\mathbb{K}\mathbf{u} = \omega^2\mathbb{M} \quad (\text{B.10})$$

Pour des géométries simples, il existe des solutions analytiques pour le problème des vibrations libres de membrane en flexion encadrée en ses bords. Notamment, le problème d'une plaque rectangulaire se résout classiquement en coordonnées cartésiennes et permet d'aboutir à une solution exacte sur les fréquences propres et les déformées modales de la membrane. Les fréquences

propres sont alors formulées par l'équation (B.11)

$$f_{m,n} = \frac{\tau}{2 * \rho_M} * \sqrt{\frac{m^2}{e^2} + \frac{n^2}{L_p^2}} \tag{B.11}$$

Avec m et n des entiers, e l'épaisseur de la plaque et L_p sa largeur.

De manière tout à fait similaire à ce qui a été fait dans la partie 3.3.1, on résout ici le problème aux valeurs propres (B.10) sur une plaque d'épaisseur e et de largeur $L_p = \pi * R$ (avec R le rayon du tube de latex). Le maillage utilisé pour la plaque comporte alors nMe éléments sur son épaisseur et nMl sur sa largeur. La figure B.1 présente les résultats du calcul des dix premières fréquences propres d'une membrane en fonction du nombre d'éléments nMe et $nMls$ et du type d'éléments P1 ou P2.

Des résultats d'erreur similaires à ceux présentés à la figure B.2 sont illustrés dans le cas de la membrane. Cette erreur est ici aussi calculée à l'aide de l'équation (3.46) mais cette fois la solution de référence est la solution analytique.

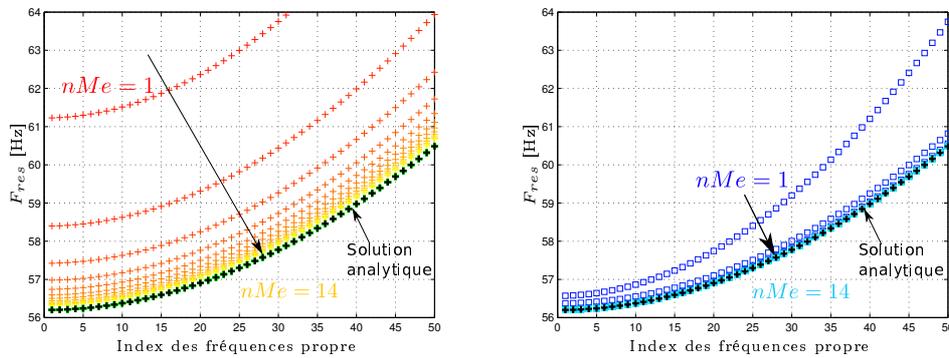


FIGURE B.1 – Erreur calculée sur les dix premières fréquences propres en fonction des nombres d'éléments nMe et nMl

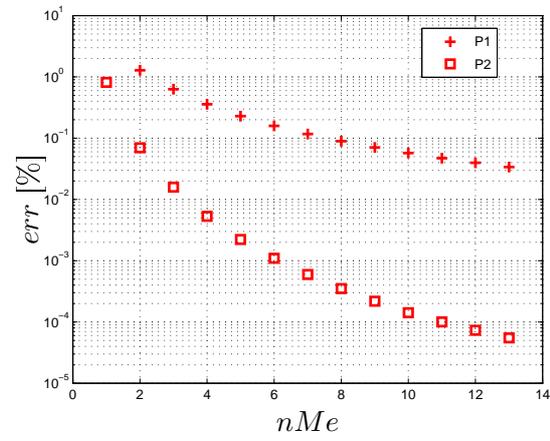


FIGURE B.2 – Erreur calculée sur les dix premières fréquences propres en fonction des nombres d'éléments nMe et nMl

B.3 Déformées modales élastiques et hydro-élastiques

Les figures suivantes présentent les déformées modales des six premiers modes élastiques et hydro-élastiques résultants des calculs des vibrations libres élastiques et hydro-élastiques présentés à la section 3.3.1 et 3.3.2 du Chapitre 3.

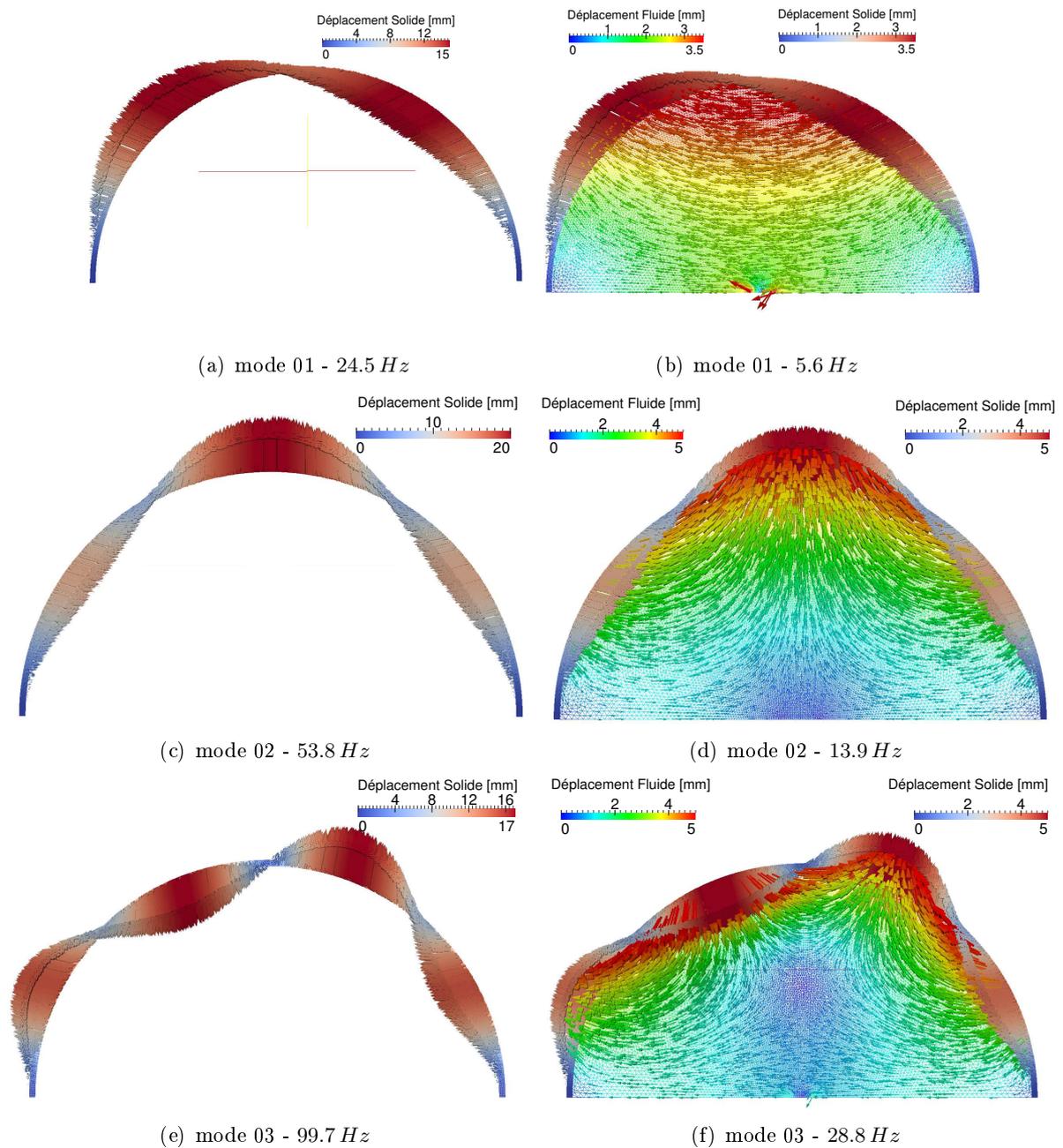


FIGURE B.3 – Déformées élastiques (gauche) et hydro-élastiques (droite)

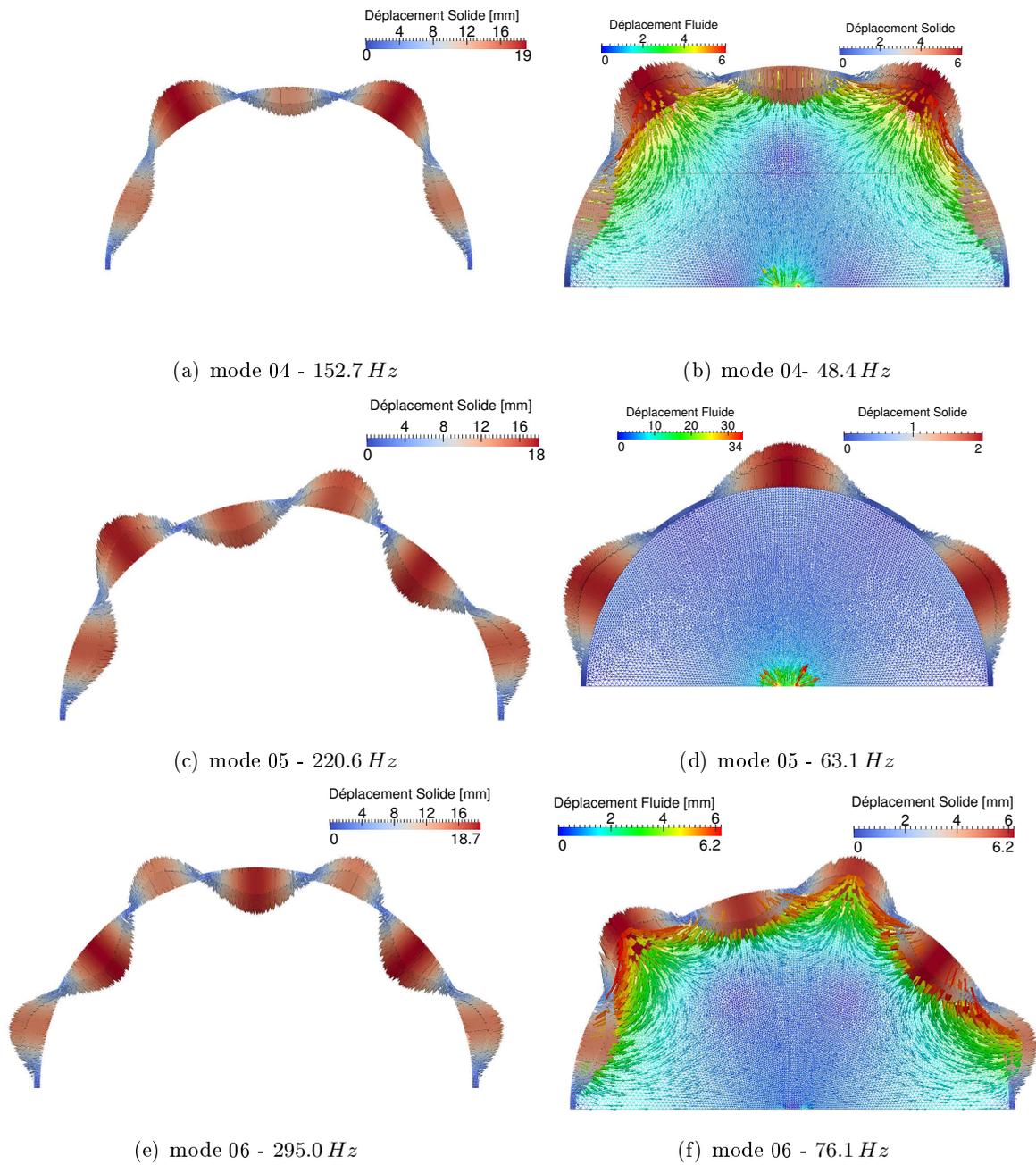


FIGURE B.4 – Déformées élastiques (gauche) et hydro-élastiques (droite)

B.4 Linéarisation de l'opérateur de rigidité \mathcal{K}_{NL}

Les termes de dérivation $\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \big|_{\mathbf{u}_0, \mathbf{v}} \cdot \mathbf{u}^*$ seront implicitement notés $\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^*$. On a alors

$$\frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* = \int_{\Omega_S} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* \right) : (\mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \cdot \nabla_X \mathbf{v}) + \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u}_0) : \left(\left(\frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* \right) \cdot \nabla_X \mathbf{v} \right) \quad (\text{B.12})$$

Il convient alors de linéariser le tenseur des déformations ainsi que le tenseur de Piola-Kirchoff de 1^{ère} espèce. Ainsi, les termes dérivés de l'équation (B.12) peuvent se réécrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* = \nabla_X^T \mathbf{u}^* \quad (\text{B.13})$$

et,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* &= \frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}}{\partial \mathbf{E}} : \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* \right) \\ &= \mathcal{C}(\mathbf{u}_0) : \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* \right) \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_0) + \mathbf{F}^T \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* \right) \right) \\ &= \mathcal{C}(\mathbf{u}_0) : \frac{1}{2} \left((\nabla_X^T \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_0) + \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \cdot \nabla_X \mathbf{u}^*) \right) \\ &= \mathcal{C}(\mathbf{u}_0) : (\mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \cdot \nabla_X \mathbf{u}^*) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

En négligeant les petites déformations du second ordre et en utilisant la propriété de symétrie du tenseur ε^Q , l'équation (3.63) devient

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* &= \int_{\Omega_S} \mathcal{C}(\mathbf{u}_0) : (\mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \cdot \nabla_X \mathbf{u}^*) : (\mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T \cdot \nabla_X \mathbf{v}) \\ &\quad + \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u}_0) : (\nabla_X^T \mathbf{u}^* \cdot \nabla_X \mathbf{v}) \\ &= \int_{\Omega_S} \varepsilon^L(\mathbf{u}^*) : \mathcal{C} : \nabla_X \mathbf{v} + \int_{\Omega_S} 2 \varepsilon^L(\mathbf{u}^*) : \mathcal{C} : \varepsilon^Q(\mathbf{u}_0, \mathbf{v}) \\ &\quad + \int_{\Omega_S} 2 \varepsilon^L(\mathbf{v}) : \mathcal{C} : \varepsilon^Q(\mathbf{u}^*, \mathbf{u}_0) + \int_{\Omega_S} 4 \varepsilon^Q(\mathbf{v}) : \mathcal{C} : \varepsilon^Q(\mathbf{u}^*, \mathbf{u}_0) \\ &\quad + \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u}_0) : (\nabla_X^T \mathbf{u}^* \cdot \nabla_X \mathbf{v}) \\ &= \mathcal{K}^S(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) + \mathcal{K}_{\mathbf{u}_0}^D(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) + \mathcal{K}_{s_0}^G(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Avec $\mathcal{K}^S(\mathbf{u}^*, \mathbf{v})$ l'opérateur rigidité des petites déformations :

$$\mathcal{K}^S(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_S} \varepsilon^L(\mathbf{u}^*) : \mathcal{C} : \nabla_X \mathbf{v}, \quad (\text{B.16})$$

$\mathcal{K}_{\mathbf{u}_0}^D(\mathbf{u}^*, \mathbf{v})$ l'opérateur rigidité de prédéformations :

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\mathbf{u}_0}^D(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega_S} 2 \varepsilon^L(\mathbf{u}^*) : \mathcal{C} : \varepsilon^Q(\mathbf{u}_0, \mathbf{v}) + \int_{\Omega_S} 2 \varepsilon^L(\mathbf{v}) : \mathcal{C} : \varepsilon^Q(\mathbf{u}^*, \mathbf{u}_0) \\ &\quad + \int_{\Omega_S} 4 \varepsilon^Q(\mathbf{v}) : \mathcal{C} : \varepsilon^Q(\mathbf{u}^*, \mathbf{u}_0), \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$\mathcal{K}_{\mathbf{S}_0}^G(\mathbf{u}^*, \mathbf{v})$ l'opérateur rigidité de précontraintes.

$$\mathcal{K}_{\mathbf{S}_0}^G(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{u}_0) : (\nabla_X^T \mathbf{u}^* \cdot \nabla_X \mathbf{v}). \quad (\text{B.18})$$

Annexes chapitre 4

C.1 Modélisation de l'écoulement glottique

L'application du principe de conservation de la quantité de mouvement et de conservation de la masse (ou équation de continuité) conduisent à l'équation de Navier-Stokes (C.1) et l'équation (C.2).

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{C.2})$$

La résolution analytique de l'équation de Navier-Stokes, qui est une équation vectorielle et non-linéaire, s'avère généralement impossible sans simplifications préalables. Il est alors nécessaire de réfléchir aux hypothèses nous permettant de simplifier cette équation.

C.1.1 Caractéristiques de l'écoulement

Les paramètres caractéristiques du problème d'écoulement le long de la glotte, référencés dans le tableau C.1, permettent l'adimensionnement des variables de l'équation de Navier-Stokes de la manière suivantes :

$$\mathbf{v}^* = \frac{\mathbf{v}}{v_0}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_0 v_0}, \quad t^* = \frac{t}{t_0}, \quad x^* = \frac{x}{l_0}$$

Paramètre	Description	Valeur usuelle
v_0	vitesse moyenne au niveau de la glotte	20 m.s^{-1}
l_0	largeur des plis vocaux	15 mm
L_0	longueur des plis vocaux	4 mm
h_0	ouverture glottique moyenne	1 mm
t_0	période moyenne pour un cycle	10 ms
ρ_0	densité de l'air	1.14 kg.m^{-3}

TABLE C.1 – Paramètres caractéristiques pour l'écoulement

L'utilisation de ces variables adimensionnelles dans l'équation de Navier-Stokes permet de la réécrire sous une forme adimensionnée, équation (C.3), et de mettre en valeur des nombres

caractéristiques de l'écoulement.

$$S_t \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{v}^* \cdot \nabla^*) \mathbf{v}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* + \frac{1}{Fr^2} \mathbf{g}^* \quad (\text{C.3})$$

Nombre de Froude et effet de pesanteur :

$$Fr = \frac{v_0}{\sqrt{gL_0}} \sim \frac{\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}}{\mathbf{g}}$$

Le nombre de Froude caractérise le ratio entre les forces d'inertie du fluide et les forces gravitationnelles. Comme dans notre cas $Fr \approx 10^4$, les effets de la pesanteur peuvent être négligés dans l'équation (C.3).

Nombre de Strouhal et hypothèse de quasi-stationnarité :

$$S_t = \frac{f_0 L_0}{v_0} \sim \left| \frac{\partial \mathbf{v} / \partial t}{(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}} \right|$$

Le nombre de Strouhal caractérise le ratio entre l'accélération convective du fluide et l'accélération due à l'instationnarité de celui-ci, avec $f_0 = \frac{1}{t_0}$ la fréquence d'oscillation des plis vocaux. Comme expliqué dans [Vilain 2002], tant que l'ouverture glottique est non nulle on peut généralement estimer que $S_t = o(10^{-2})$ et, dans ce cas, l'écoulement peut-être considéré comme quasi-stationnaire. Cependant, lors de la collision des plis vocaux l'ouverture glottique tend vers zéro et l'hypothèse de quasi-stationnarité devient fausse. Il faut alors considérer un écoulement instationnaire.

Nombre de Reynolds et turbulence de l'écoulement :

$$Re = \frac{v_0 h_0}{\nu}$$

Le nombre de Reynolds caractérise le ratio entre les forces d'inertie du fluide et les forces dues à la viscosité de celui-ci. Ce nombre est utilisé pour déterminer le caractère laminaire ou turbulent de l'écoulement. Dans la glotte le nombre de Reynolds est généralement estimé à $Re = o(10^4)$, cependant il n'est pas possible de toujours négliger les efforts visqueux devant les efforts inertiels afin de pouvoir représenter les phénomènes de turbulence en sortie de glotte.

En effet, les effets de viscosité étant beaucoup plus importants au voisinage des parois de la glotte, la théorie de la couche limite permet la division de l'écoulement glottique en deux zones, [Pelorson 1994, Vilain 2002, Bailly 2009]. Une zone dite principale, pour laquelle l'écoulement est alors considéré comme unidimensionnel, stationnaire et parfait. Une zone de couche limite (ou pariétale) pour laquelle l'écoulement est bidimensionnel, stationnaire et visqueux. C'est ce phénomène de couche limite qui permet de prédire l'existence d'un point de séparation le long de la glotte et la formation d'un jet libre après cette séparation.

Nombre de Mach :

$$M = \frac{v_0}{c}$$

Le nombre de Mach est donc le ratio entre la vitesse caractéristique de l'écoulement et la vitesse du son c . Ce nombre est un indicateur sur le caractère compressible ou non de l'écoulement. Dans la glotte, le nombre de Mach est généralement $M = o(10^{-1})$ l'écoulement glottique pouvant alors être considéré incompressible.

Nombre de Helmholtz :

$$H_e = \frac{L_0}{\lambda}$$

Le nombre de Helmholtz correspond donc au ratio entre la longueur caractéristique des cordes vocales et la longueur d'onde des fluctuations de pression acoustique dans le conduit vocal. Comme λ est généralement de l'ordre de 3 m, $H_e = o(10^{-2})$ ce qui traduit la faible importance de ces fluctuations vis à vis des dimensions de la glotte et permet par conséquent de statuer sur le caractère localement incompressible de l'écoulement glottique.

Enfin, comme le ratio entre l'ouverture et la largeur caractéristiques de la glotte est faible, $\frac{h_0}{L_g} \sim 6 \cdot 10^{-2}$, il est alors possible de considérer l'écoulement comme bidimensionnel dans le plan (x,y) , cf. figure 4.1, $\mathbf{v} = (v_x, v_y, 0)$. De plus, le principe de conservation de la masse appliqué à un fluide incompressible permet d'écrire

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \\ |\partial v_x / \partial x| &\sim |\partial v_y / \partial y| \\ \frac{v_x}{v_y} &\sim \frac{h_0}{l_0} = o(10^{-1}) \end{aligned}$$

L'écoulement fluide peut alors être considéré unidimensionnel $\mathbf{v} = (v_x, 0, 0)$

C.1.2 Mise en équation

La partie C.1.1 précédente a mis en valeur l'existence de deux zones de l'écoulement glottique. Une première zone où cet écoulement est considéré parfait, incompressible, instationnaire et unidimensionnel. L'application de ces hypothèses à l'équation de Navier-Stokes (C.1) et l'équation de conservation de la masse (C.2) conduit au système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{xe} \frac{\partial v_{xe}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial v_{xe}}{\partial x} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{C.4})$$

La résolution de ce système mène à l'équation de Bernoulli stationnaire, équation (C.5)

$$p(x) + \frac{1}{2} \rho_0 v_{xe}(x)^2 = C^{te} \quad (\text{C.5})$$

Si l'on applique cette équation entre l'entrée et la sortie de la glotte on met en valeur le paradoxe suivant :

$$P_{sub} - P_{supra} = -\frac{1}{2}\rho_0 \frac{U_g^2}{l_0^2} \left(\frac{1}{h_{sub}^2} - \frac{1}{h_{supra}^2} \right) \Rightarrow \Delta P = 0$$

Avec P_{sub} et P_{supra} respectivement les pressions sous-glottique et supra-glottique, U_g le débit glottique, qui est constant entre deux sections d'aire. En effet, la seule utilisation du théorème de Bernoulli entre la trachée et le pharynx, dont les sections d'aire sont quasiment identiques, conduit à une chute de pression nulle équivalent à dire que la déformation des plis vocaux n'influe pas sur l'écoulement, ce qui est parfaitement contradictoire avec la production des sons voisés. Ce paradoxe est connu en mécanique des fluides sous le nom de "Paradoxe de D'Alembert".

Prise en compte d'un point de séparation de l'écoulement :

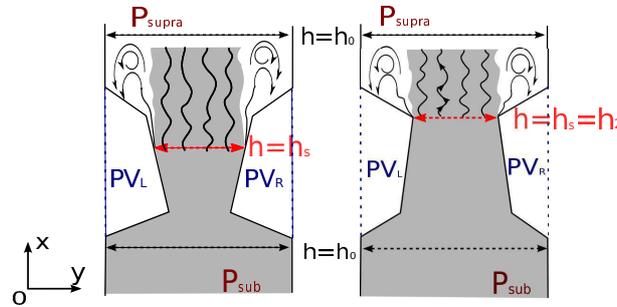


FIGURE C.1 – Représentation du modèle des plis vocaux en position divergente (gauche) et convergente (droite)

Le résultat précédent prouve qu'il est indispensable de prendre en compte les phénomènes d'écoulements visqueux, même faibles, afin de décrire le principe de séparation de l'écoulement qui mène à une chute de pression entre les parties amont et aval de la glotte. Si elles sont négligeables dans la partie principale de l'écoulement, les pertes liées à la viscosité de l'air peuvent être importantes dans la couche limite mentionnée précédemment, partie C.1.1. Dans cette couche limite l'écoulement est alors régi par les équations de Prandtl (C.6). Comme le décrit C. Vilain [Vilain 2002], la résolution analytique de ces équations est possible par le biais de l'équation de Von Karman et la méthode de Thwaites, mais ne sera pas détaillée ici.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (C.6)$$

Contrairement à la configuration convergente des plis vocaux pour laquelle la couche limite est très mince, la configuration divergente a tendance à ralentir fortement l'écoulement fluide

et donc à épaissir cette couche limite. Lorsque la décélération de l'écoulement est suffisamment forte, la couche limite finit par se séparer des parois des plis vocaux, configuration de gauche sur la figure C.1. En aval de ce point de séparation, situé en $x = X_s$, l'écoulement forme un jet libre qui devient turbulent et dont l'énergie cinétique sera considérée comme complètement dissipée par ces effets de turbulence. En aval du point de séparation, la pression est alors égale à la pression supraglottique et on considère le théorème de Bernoulli valable entre l'entrée de la glotte et ce point de séparation.

$$P_{sub} - P_{supra} = -\frac{1}{2}\rho_0 \frac{U_g^2}{l_0^2} \left(\frac{1}{h_0^2} - \frac{1}{h_s^2} \right) \quad (\text{C.7})$$

La détermination théorique du point de séparation est complexe et ne fera pas l'objet de ces travaux. On peut cependant citer les travaux de Pelorson [Pelorson 1994], Vilain [Vilain 2002] qui utilisent les méthodes de Thwaites et Pohlhausen d'ordre 3 pour calculer la position du point de séparation.

Dans ces travaux, la méthode semi-empirique proposée par Liljencrants est utilisée, de la même manière que dans [Lous 1998, Pelorson 2000, Vilain 2002, Ruty 2007a]. Cette méthode consiste à considérer un point de séparation mobile à partir duquel la section d'aire glottique est 1.2 fois supérieure à la section d'aire en entrée de glotte. Donc l'écoulement se sépare pour tout point x de la paroi respectant le critère suivant :

$$A(x) \geq 1.2A_0 \Leftrightarrow h(x) \geq 1.2h_0$$

Pertes visqueuses par écoulement de Poiseuille plan

Afin de tenir compte des pertes liées à la viscosité de l'air, qui sont négligées dans la théorie de Bernoulli stationnaire mais qui deviennent prépondérantes lorsque la section d'aire glottique devient petite, il est possible d'utiliser des termes correctifs qui sont obtenus à l'aide de la théorie de la lubrification de Reynolds et la loi de Poiseuille qui décrit l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide visqueux dans un conduit bidimensionnel.

Dans la configuration de la glotte, la vitesse d'écoulement et la diminution de pression liée aux pertes visqueuses, entre l'entrée de la glotte et un point situé en (x, y) pour lequel l'ouverture glottique est $h(x)$, sont décrites par les équations (C.8) et (C.9)

$$v(x, y) = \frac{h^2}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 - \frac{4y^2}{h(x)^2} \right) \quad (\text{C.8})$$

$$\Delta P_{pois}(x) = \frac{12\mu}{l_0} \int_{x_0}^x \frac{U_g}{h(u)^3} du \quad (\text{C.9})$$

La pression totale pour un point situé en amont du point de séparation est alors obtenue en considérant la loi de Bernoulli explicité par l'équation (C.7) auquel on ajoute un terme correctif, équation (C.9), pour la prise en compte des pertes visqueuses. Pour $x < x_s$:

$$P(x) = P_{sub} + \frac{1}{2}\rho_0 \frac{U_g^2}{l_0^2} \left(\frac{1}{h(x)^2} - \frac{1}{h_0^2} \right) + \frac{12\mu}{l_0} \int_{x_0}^x \frac{U_g}{h(u)^3} du \quad (\text{C.10})$$

Pour un point situé en aval du point de séparation, la pression est égale à la pression supra-glottique : $P(x > x_s) = P_{supra}$.

C.1.3 Modélisation du couplage acoustique

La glotte est couplée en amont et en aval à des conduits dont on supposera la section uniforme pour ces travaux. La propagation des ondes acoustiques dans ces conduits est régie par l'équation de propagation de d'Alembert qui est obtenue à partir de l'équation de conservation de la masse et l'équation d'Euler.

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{C.11})$$

Dans un tube de longueur L et de section uniforme S , on fera l'hypothèse de la propagation d'ondes planes se propageant de manière unidirectionnelle suivant x . La solution de l'équation d'onde (C.11) est alors la somme d'ondes planes progressives et régressives

$$p(x, t) = p^+(t - \frac{x}{c}) + p^-(t + \frac{x}{c}) \quad (\text{C.12})$$

D'après l'équation d'Euler et la relation entre débit et vitesse, le débit acoustique s'écrit

$$U_{ac}(x, t) = \frac{S}{\rho_0 c} \left(p^+(t - \frac{x}{c}) - p^-(t + \frac{x}{c}) \right) \quad (\text{C.13})$$

D'après [Chang 1994] et [Cullen 2000], l'impédance acoustique $Z(\omega) = p(\omega)/v(\omega)$, dans le domaine fréquentiel, d'un tel résonateur peut être décrite à l'aide de ses modes de résonances. En effet, au voisinage d'une résonance à la pulsation ω_A , l'impédance acoustique est représentée par un pic de résonance d'amplitude Z_A et de facteur de qualité Q_A et peut alors s'écrire :

$$Z(\omega) = \frac{Z_A}{1 + jQ_A \left(\frac{\omega^2 - \omega_A^2}{\omega \omega_A} \right)} \approx \frac{Z_A}{1 + 2jQ_A \left(\frac{\omega - \omega_A}{\omega_A} \right)} \quad (\text{C.14})$$

Si l'on ramène la formulation (C.14) dans le domaine temporel on peut alors réduire l'acoustique du résonateur à un oscillateur du second ordre, équation. (C.15).

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{\omega_A}{Q_A} \frac{d\psi}{dt} + \omega_A^2 = \left(\frac{Z_A \omega_A}{Q_A} \right) U_g \quad (\text{C.15})$$

ψ est le potentiel de pression acoustique défini par $p = \frac{d\psi}{dt}$

C.2 Méthode d'optimisation locale

La figure C.2 suivante illustre la méthode d'optimisation locale décrite à la partie 4.3.2.

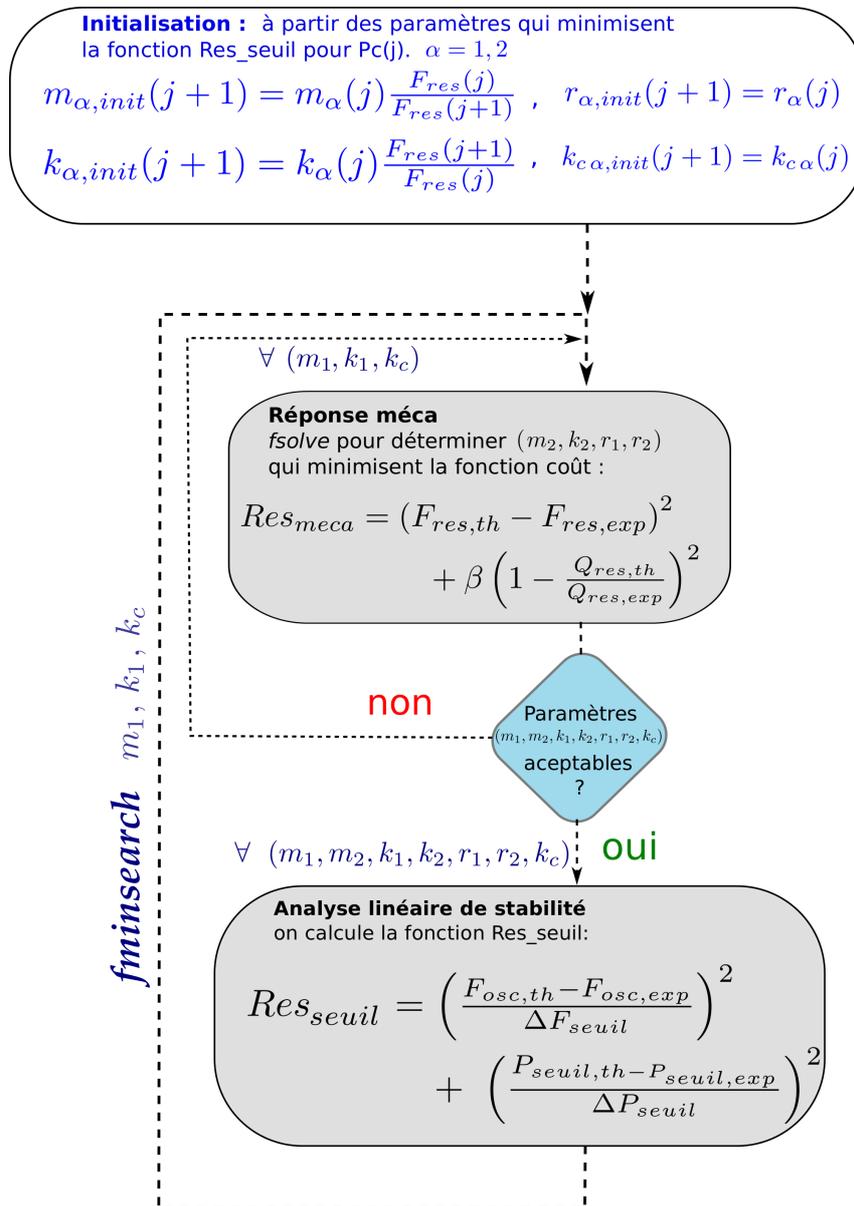


FIGURE C.2 – Calcul d'optimisation locale des valeurs d'analyse de stabilité du modèle à deux masses.

Observation, modélisation et simulation des vibrations des maquettes de plis vocaux. Applications à des configurations pathologiques

Résumé : Les travaux de cette thèse portent sur la compréhension des phénomènes physiques sous-jacents à la production normale ou pathologique de la voix. Certaines formes de pathologies pouvant concerner des affections structurelles des plis vocaux (polypes, paralysie,...) et altérer de façon plus ou moins conséquente la mise en vibration des plis vocaux. Une partie de ces travaux porte ainsi sur l'observation expérimentale de la production de parole pathologique, grâce notamment à la mise au point d'une nouvelle maquette auto-oscillante de plis vocaux artificiels permettant une plus grande indépendance des paramètres de contrôle. Un intérêt particulier des manipulations expérimentales est également porté sur la caractérisation mécanique des structures vibrantes, dont la connaissance est indispensable à la reproductibilité et la répétabilité des mesures ultérieures sur la maquette. L'analyse des résultats expérimentaux permet également la validation de modèles numériques. D'un côté, un calcul du comportement vibratoire des maquettes basée sur une méthode éléments finis a été mise oeuvre. Le modèle numérique développé utilise ainsi une formulation du couplage hydro-élastique entre le latex et l'eau qui constituent les maquettes et offre la possibilité de prendre en compte les grandes déformations et les pré-contraintes liées au gonflement du latex soumis à des fortes pressions d'eau. Finalement, un modèle d'écoulement glottique couplé à un modèle mécanique distribué de type "masse-raideur" a été utilisé et étendu pour simuler des comportements pathologiques tels que des asymétries (entre les deux plis vocaux et au sein d'un pli) ou la présence d'une masse ajoutée (kyste, polype). Une procédure d'optimisation de ce modèle sur une configuration expérimentale de référence permet alors de comparer les calculs aux observations des seuils d'oscillation sur les maquettes en présence d'une masse ajoutée.

Mots clés : Acoustique - Vibrations - Éléments Finis - Modèles distribués - Cordes vocales - Pathologies

Observation, modeling and simulation of the vibrations of a vocal folds replica with applications to pathological configurations

Abstract : My PhD work has focused on understanding physical phenomena related to speech production in healthy and pathological conditions. Some pathologies affect the structure of the vocal folds which could lead to a more or less substantial alteration of their vibrations. Part of this work is experimental modeling of speech production applied to pathologies, with the development of a new water-filled latex vocal fold replica, which allows a larger independence within the control parameters of the replica and can be used to reproduce pathological conditions. A particular interest is brought to mechanical characterization of these vibrating structures. This characterization is of primary importance when it comes to repeatability and reproducibility of experimental measurements. The analysis of experimental results is also used to validate and improve various numerical models. Simulations of the vocal fold vibrating behavior based on the finite element method has been developed. The model uses a formulation of the hydro-elastic coupling between the latex and the water which the replica is made of. It also offers the possibility to take into account the large deformations and the prestress within the latex induced by water pressure. Another numerical approach is made using a theoretical laryngeal flow model coupled with a distributed mass-spring model and a set of resonators. Calculations of the dynamical system stability offers the possibility for comparisons with the experimental setup through a finite set of parameters. This model is adapted to simulate pathological conditions such as asymmetries and the presence of growths (cysts, polyps). Finally, an optimization calculation of this model on an experimental reference configuration of the replica allows us to compare the calculations with the measurements on this replica with the presence of a cysts.

Keywords : Acoustics - Vibrations - Finite Elements - Distributed models - Vocal folds - Pathology
