

UNIVERSITE PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE
Sciences et Technologie de l'Information, des Télécommunications
et des Systèmes
Laboratoire des signaux et systèmes

DISCIPLINE : PHYSIQUE

THÈSE DE DOCTORAT
Synthèse en français

Soutenance prévue le 16/05/2014

par

Victor Manuel RAMIREZ RIVERA

**Energy Management of Lossy Multi-Port to Fuel
Cell-Based Systems**
**Gestion de l'énergie d'un Système Multi-Port à
Pertes Intégrant une Pile à Combustible**

Composition du jury :

Directeur de thèse :
Co-encadrant de thèse:
Rapporteurs :

Examineurs :

Membres invités :

Romeo ORTEGA
Olivier BETHOUX
Malek GHANES
Mohamed BECHERIF
Dorothee NORMAND-CYROT
Robert GRIÑO
Elena PANTELEY

Directeur de Recherche CNRS (L2S)
Maître de Conférences HDR (LGEP)
Maître de Conférences HDR (ENSEA)
Maître de Conférences HDR (FCLAB)
Directeur de Recherche CNRS (L2S)
Directeur de Recherche (UPC)
Chargé de Recherche CNRS (L2S)

Résumé Détaillé

Dans cette thèse, nous avons abordé le problème de la régulation optimale du transfert d'énergie pour un système constitué de sous-systèmes de production, de stockage et d'utilisation d'énergie, ainsi que l'estimation des paramètres d'une pile à combustible du type Polymer Exchange Membrane (PEM) dans le but de concevoir un estimateur convergeant sur un grand domaine (convergence globale). Ce dernier utilise des principes d'immersion et d'invariance développés récemment dans la théorie des asservissements.

Introduction

Dans les réseaux électriques (embarqué ou non), la gestion d'énergie visant assurer un transfert efficace d'énergie entre les nombreux sous-systèmes (générateurs, charges et accumulateurs) reste un problème ouvert. Pour y parvenir, il est courant de supposer que le système fonctionne autour d'un état d'équilibre et de traduire les demandes de puissance (signe et amplitude) pour chaque sous-système en référence de courant ou tension [22], [23], [30], et [31]. Ces références sont ensuite assurées par des asservissements, généralement fondés sur des correcteurs de type proportionnel-intégral (PI).

Les récents articles [32], [5], et [7] ont proposé des nouvelles stratégies pour contrôler dynamiquement le flux d'énergie entre des multiports *sans pertes*. Le dispositif a été appelé Duindam Stramigioli-Routeur d'Énergie Dynamique (DS-RED), parce que, d'une part, il est inspiré par le concept de séparation de l'énergie proposé dans [13], dans le contexte des robots marcheurs. D'autre part, contrairement à la pratique usuelle, il ne repose pas sur des considérations d'état stationnaire. Le DS-RED génère, au travers d'une transformation non linéaire, les références (tensions ou des courants) de *tous* les multiports et assure *instantanément* le niveau de puissance désiré entre les ports. Comme expliqué dans [29], la puissance (signe et amplitude) est assurée par le contrôle de paramètres libres, qui dans le plus simple des cas (deux—ports) se réduit à une fonction scalaire unique.

Une hypothèse clé pour garantir le bon fonctionnement du DS-RED est que les multiports et le RED lui-même, ne présentent aucune perte. Or, on montre qu'en présence de pertes—ce qui est évidemment inévitable—l'énergie du RED décroît, conduisant à un mauvais comportement, voire un dysfonctionnement complet, du DS-RED. Un de nos objectifs va donc consister à surmonter ce problème fondamental; cela va nous conduire

à modifier le RED. Un deuxième objectif est de comparer, par simulations et expérimentations, les performances des nouveaux RED avec celles du DS-RED initial. Enfin, nous transposerons cette méthode au cas particulier d'un réseau d'énergie utilisant comme source principale une pile à combustible.

Les piles à combustibles alimentés par dihydrogène sont une voie intéressante pour contribuer à augmenter la production électrique par énergie renouvelable. L'hydrogène a en effet une chaleur massique élevée et constitue un réservoir d'énergie intéressant entre les sources renouvelables fluctuantes (éolien, photovoltaïque) et les besoins également erratiques. Dans ce cadre, l'électrolyseur et la pile peuvent constituer les maillons clés d'une énergie moins polluante et rejetant moins de gaz à effet de serre.

La pile à combustible est un dispositif qui permet de produire de l'électricité par une réaction électrochimique mettant en jeu un couple oxydo-réducteur. Les réactifs sont amenées sur les zones actives en fonction de la demande en puissance électrique; pour les piles hydrogène/air, il s'agit du dihydrogène et de l'oxygène. Dans le cas de la pile (FC) utilisant une membrane polymère échangeuse de protons (PEMFC), le fonctionnement s'opère à basse température (60 à 80°C) et il est nécessaire de catalyser la réaction par un métal noble (Platine par exemple). Ces phénomènes de base sont détaillés dans les références [44] et [45] et les lois physiques essentielles pour expliciter le modèle (non linéaire) de la pile se trouve à la référence [43]. Pour analyser le modèle dynamique ainsi établi, nous l'avons subdiviser en deux sous-systèmes. Le premier est constitué par l'ensemble des éléments permettant l'amenée de gaz; il intègre donc les éléments mécaniques comme le compresseur. Le second sous-système est constitué du réacteur proprement dit et intègre les éléments actifs du point de vue électrochimique. Les deux sous-blocs conduisent à des équations différentielles comme le présente la référence [42].

Le comportement électrique de la sortie de la PAC est aussi représenté par la courbe de polarisation tension-courant. C'est une relation mathématique qui dépend de variables physiques et de paramètres électrochimiques évoluant dans le temps. Pour l'analyse du modèle dynamique de la PAC, il est nécessaire de connaître certaines variables physiques comme: l'humidité, la température, la pression, la tension et le courant. Cet ensemble de variables mesurées habituellement par des capteurs permet d'évaluer si la PAC travaille dans les limites physiques acceptables ce qui évite un vieillissement prématuré voire même des dommages irréversibles plus rapides. Pour analyser et de valider la dynamique modèle mathématique *vs* réel, et de concevoir l'usine non linéaire avec la surveillance de la boucle de rétroaction des mesures. Cependant, toutes les variables de la PAC ne sont pas facile à mesurer. La pression du gaz d'entrée (hydrogène et oxygène) dans le système PEMFC, en est un exemple. Parce que ce dispositif de mesure est trop cher, il a besoin d'un entretien fréquent, la durée de vie utile est courte, l'étalonnage et adaptation dans petites piles sont limités et il y a surtout un problème de bande passante très réduite. Alors pour résoudre ces problèmes, nous avons proposé la conception d'un estimateur convergent

globalement (voir [35] et [36]); cet estimateur utilise les principes développés dans la théorie d'Immersion et d'Invariance (I&I). Ces développements sont récents dans la théorie des asservissement et sont décrits dans [37] et [41] par exemple.

Le second théorème de stabilité de Lyapunov est invoqué pour résoudre les problèmes de stabilité de la loi de comportement de la PAC, qui doit être strictement monotone croissante.

Formulation du problème du transfert de l'énergie

Nous donnons la formulation mathématique d'un système composé de N multiports interconnectés, par l'intermédiaire de hacheurs pilotés.

Les multiports, notés Σ_j , $j \in \bar{N} := \{1, \dots, N\}$, ont comme variables leurs tensions et courants de sortie, que nous notons $v_j(t), i_j(t) \in \mathbb{R}^{m_j}$,

$$\text{énergie stockée} = \text{énergie fournie} - \text{énergie dissipée}.$$

On adopte les notations suivantes.

- (i) L'énergie stockée est représentée par une fonction scalaire $\tilde{H}_j : \mathbb{R}^{m_j} \rightarrow \mathbb{R}$, dont l'argument $x_j(t) \in \mathbb{R}^{n_j}$ est le vecteur d'état du multiports. Dans un circuit électrique, ces éléments de stockage sont les condensateurs et les inductances.
- (ii) La puissance délivrée par l'environnement, $P_j(t) > 0$, ou fournie à celui-ci, $P_j(t)$, est définie par

$$P_j(t) = v_j^\top(t) i_j(t), \quad (1)$$

- (iii) La puissance dissipée est une fonction non-négative notée $d_j : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$. Par exemple, la puissance dissipée dans un élément linéaire résistive R est donnée par $d(t) = Ri_R^2(t)$, où $R > 0$ est la valeur de la résistive et $i_R(t)$ est le courant qui la traverse.

Avec ces notations, la loi de conservation de l'énergie, devient

$$\dot{H}_j(t) = P_j(t) - d_j(t), \quad (2)$$

où $H_j(t) := \tilde{H}_j(x_j(t))$. En utilisant (1) et en intégrant (2), on obtient

$$H_j(t) - H_j(0) = \int_0^t v_j^\top(s) i_j(s) ds - \int_0^t d_j(s) ds.$$

Or, comme $d_j(t) \geq 0$, nous avons

$$H_j(t) - H_j(0) \leq \int_0^t v_j^\top(s) i_j(s) ds, \quad (3)$$

Cette expression reflète que l'énergie stockée dans le système ne peut pas dépasser l'énergie fournie par l'environnement; la différence est le terme dissipatif.

Soulignons que, pour être en mesure de traiter les *sources* dans le multiports, nous n'avons pas supposé que la fonction d'énergie est définie positive, ni même bornée par une valeur minimale. A titre d'exemple, la dynamique d'une batterie idéale est donnée par, $\dot{x}_b(t) = i_b(t)$, $v_b(t) = \tilde{H}'_b(x)$, où $(\cdot)'$ représente la différenciation et $\tilde{H}_b(x_b) = V_b x_b$, est l'énergie (sans limite), où $V_b \in \mathbb{R}_+$ est la tension de la batterie. L'énergie extraite de la batterie est donnée par :

$$H_b(t) = V_b \int_0^t i_b(s) ds,$$

Si la fonction d'énergie $\tilde{H}(x)$ est définie positive, nous obtenons, à partir de (3) :

$$- \int_0^t v_j^\top(s) i_j(s) ds \leq H_j(0),$$

indiquant que l'énergie *extraite* du multiport est bornée (par l'énergie initiale), qui est la caractéristique habituelle des systèmes passifs [20].

Un RED avec compensation des pertes

Pour surmonter la limitation pratique du DS-RED, nous proposons de concevoir le RED en prenant en compte la présence de pertes dans le sous-système d'interconnexion $d_I(t)$, que nous supposons *mesurable*. Cette hypothèse est peu contraignante dans la mesure où les hacheurs, constituants principaux du système d'interconnexions "multiports", ont des pertes facilement modelables par des éléments résistifs.

Afin de simplifier la formulation du problème, nous définissons N relations $F_j : \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^{m_j}$, où $r := \sum_{j=1}^N m_j$, et les vecteurs $v := \text{col}(v_1, \dots, v_N)$, $F(v) := \text{col}(F_1(v), \dots, F_N(v))$. Ces relations $F_j(v)$ définissent les références $i_j^*(t) = F_j(v(t))$, $j \in \bar{N}$, et doivent répondre à deux objectifs différents. D'une part, pour assurer la répartition de puissance désirée, ils doivent satisfaire $P_j^*(t) = v_j^\top(t) F_j(v(t))$, où $P_j^* : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ est la puissance que nous voulons extraire du (ou fournir au) j -ème port -cette information provenant d'un niveau supérieur de supervision. D'autre part, afin de compenser la dissipation du RED, ces relations $F_j(v)$ doivent satisfaire

$$\sum_{j=1}^N v_j^\top(t) F_j(v(t)) = d_I(t). \quad (4)$$

En effet, à partir d'un système d'interconnexion dans [32], il est clair que si $i_j(t) \rightarrow i_j^*(t)$, alors l'énergie du RED est régulée à une valeur constante, *c.-à-d.*, $\dot{H}_I(t) \rightarrow 0$, évitant le phénomène de décharge du DS-RED.

Un choix possible pour les relations $F_j(v)$ est donné par

$$F_j(v) = \delta_j \prod_{k=1, k \neq j}^N |v_k|^2 v_j, \quad (5)$$

où $\delta_j : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ sont des fonctions à synthétiser, sous la contrainte de la répartition de puissance désirée et devant satisfaire $\sum_{j=1}^N \delta_j(t) = d_I(t)$. Contrairement à la synthèse des filtres LTI effectuée dans la pratique habituelle, le choix judicieux des coefficients $\delta_j(t)$ est facilité par la vision géométrique du RED [7].

Si les tensions des ports sont bornées et évitent les valeurs proches de zéro, c'est-à-dire que $|v_j(t)| \geq \epsilon > 0$, les coefficients $\delta_j(t)$ peuvent être choisis avec la procédure suivante. On fixe la puissance désirée de $N - 1$ multiports $P_j^*(t)$, et on affecte au N -ème ports la tâche de compenser les pertes $d_I(t)$. D' où

$$P_N^*(t) := d_I(t) - \sum_{j=1}^{N-1} P_j^*(t). \quad (6)$$

Avec pour $j = 1, \dots, N - 1$,

$$\delta_j(t) := \frac{P_j^*(t)}{\prod_{k=1}^N |v_k(t)|^2},$$

Tandis que le dernier coefficient est obtenu par

$$\delta_N(t) := \frac{1}{\prod_{k=1}^N |v_k(t)|^2} \left(d_I(t) - \sum_{j=1}^N P_j^*(t) \right).$$

De cette façon, nous assurons la convergence asymptotique vers les profils de puissance désirée, *par exemple*, $i_j^\top(t) v_j(t) \rightarrow P_j^*(t)$, tout en régulant l'énergie du RED.

De toute évidence, cette stratégie conduit simplement à

$$F_j(v_j(t)) = \frac{P_j^*(t)}{|v_j(t)|^2} v_j(t), \quad (7)$$

qui correspond au courant $i_j^*(t)$ de plus petite amplitude pour la puissance voulue. Soulignons, d'une part que nous générons désormais des références de courant variables dans le temps, et que d'autre part que *toutes* les références sont générés simultanément. Cela fait deux différences fondamentales entre le RED proposé et le RED initial.

La mise en œuvre et le modèle d'un RED–deux ports

Pour montrer les limites du DS-RED, nous avons repris la configuration étudiée dans [32]. Elle s'articule autour de deux multiports Σ_1 et Σ_2 , ici deux supercondensateurs (SCs), interconnectés par le RED. Les fonctions de l'énergie des supercondensateurs sont

$$\tilde{H}_j(v_j) = C_j v_j^2 / 2, \quad j = 1, 2, \quad (8)$$

où C_j sont leurs capacités, et $v_j(t)$ leurs tensions. Leur dynamique est décrite par

$$C_j \dot{v}_j(t) = -\frac{1}{R_C} v_j(t) + i_j(t), \quad j = 1, 2, \quad (9)$$

où $i_j(t)$ sont les courants, et R_C est la résistance de fuite modélisant les pertes. La valeur nominale de la tension du bus interne au hacheur est $v_C^* = 20V$, et la valeur initiale de la tension des SCs à $v_1(t)$ et $v_2(t)$ est fixée à $10V$. Pour un fonctionnement convenable du hacheur, la tension $v_C(t)$ ne doit pas descendre en dessous d'un certain niveau [24], qui dans notre cas est d'environ $15V$. Tous les paramètres de la mise en œuvre expérimentale, également utilisé à des fins de simulations, sont dans l'annexe A.1 (cf Appendix A.1)

Stratégie de gestion de l'énergie

La fonction $\alpha(t)$ permet de contrôler le transfert de puissance. Un comportement temporel typique de cette fonction est présenté à la figure 1 (cf 1.). Elle comprend, entre autres, des transitions lentes (première transition), rapides (quatrième transition) et intermédiaires (deuxième et troisième transitions).

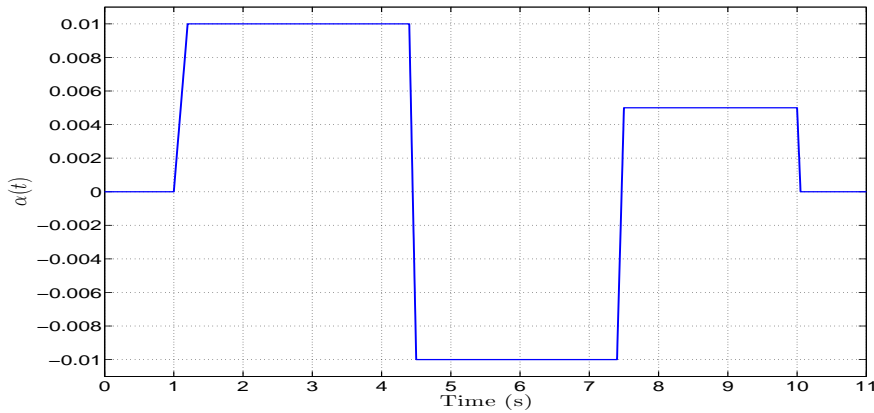


Figure 1: Evolution temporelle de $\alpha(t)$, qui contrôle la direction du transfert d'énergie et son importance.

Ajout d'une batterie externe

Pour éviter la décharge du bus DC, une seconde possibilité consiste en l'ajout d'une batterie interfacée au bus interne DC par une interface de puissance (hacheur) régulée dans le but de stabiliser la tension $v_C(t)$. La Fig. 2 donne l'architecture de cette solution pour un RED à trois ports. Ce système comporte donc une troisième entrée de commande ainsi qu'un état supplémentaire ; la dynamique de la moyenne des états est gouvernée par

le système de quatre équations suivant :

$$\begin{aligned}
 L_1 \dot{i}_1(t) &= -R_1 i_1(t) + v_C(t) u_1(t) - v_1(t) \\
 L_2 \dot{i}_2(t) &= -R_2 i_2(t) + v_C(t) u_2(t) - v_2(t) \\
 L_b \dot{i}_b(t) &= -R_b i_b(t) + v_C(t) u_3(t) - V_b \\
 C_C \dot{v}_C(t) &= -u_1(t) i_1(t) - u_2(t) i_2(t) - u_3(t) i_b(t),
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

où $i_b(t)$, V_b sont le courant et la tension de la batterie, et $u_3(t) \in (0, 1)$ est le rapport cyclique de l'interrupteur 3 du hacheur auxiliaire. Ce signal de contrôle est généré par une structure de commande en boucles imbriquées: Le correcteur de courant est un PI rapide. Il reçoit sa consigne d'un correcteur de tension de dynamique lente (réalisé avec un PI) comme cela est admis dans ce type d'applications. C'est-à-dire qu'on a :

$$\begin{aligned}
 u_3(t) &= -k_{pb}(i_b(t) - i_b^*(t)) - k_{ib} \int_0^t (i_b(s) - i_b^*(s)) ds \\
 i_b^*(t) &= -k_{pv} \tilde{v}_C(t) - k_{iv} \int_0^t \tilde{v}_C(s) ds.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

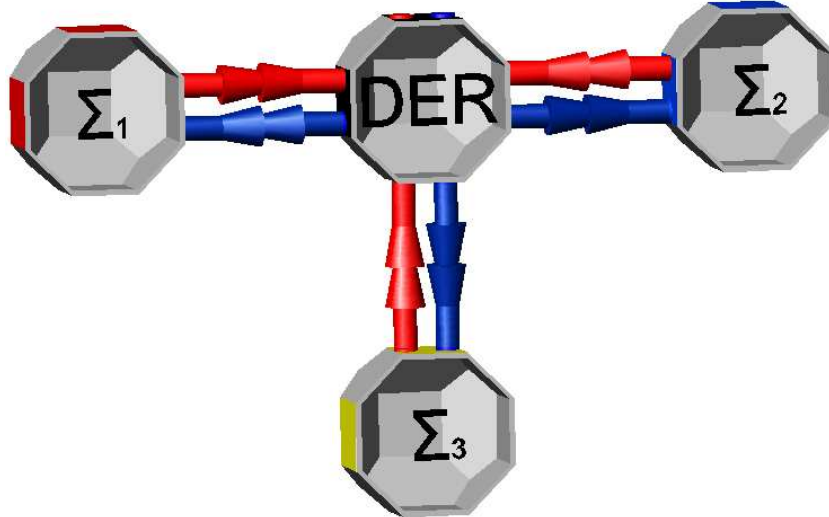


Figure 2: Routeur à trois ports ($N=3$) avec tension de bus interne $v_C(t)$ régulée par une source d'énergie externe.

Des expériences ont été réalisées avec le profil de $\alpha(t)$ décrit à la Fig. 1 et le contrôleur linéarisant donné dans [5].

La mise en œuvre du nouveau RED

Prendre en compte les pertes et mettre en œuvre la nouvelle stratégie, le nouvel design du RED est présente dans cette section.

Le modèle du nouveau RED trois-ports

Comme expliqué dans [7], la dynamique de la batterie est donnée par $\dot{x}_3(t) = i_3(t)$, $v_3(t) = V_b$, où $V_b \in \mathbb{R}_+$ est la tension de la batterie. La dynamique moyenne du RED interconnecté au multiports sont donnés par (10), avec $i_3(t) = i_b(t)$. La dynamique globale est donc décrit par le système du sixième ordre (9) et (10).

Gestion de l'énergie

Le système est exploité en maintenant bornées et non nulles les tensions du multiports. Par conséquent, les références de courant sont établies selon l'expression (7), qui se réduit, dans le cas scalaire considéré ici, à:

$$i_j^*(t) = F_j(v_j(t)) = P_j^*(t)v_j(t)^{-1}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (12)$$

Nous illustrons le comportement du nouveau RED en adoptant le même scénario que dans le paragraphe précédent, mais avec les modifications essentielles suivantes.

- L'énergie est transférée d'un supercondensateur à l'autre—avec le profil spécifié précédemment—tandis que la batterie fournit l'énergie dissipée dans le RED. C'est-à-dire que nous choisissons la répartition:

$$P_1^*(t) = -P_2^*(t), \quad P_3^*(t) = d_I(t).$$

- Pendant toute la simulation $P_3^*(t)$ est déterminé par l'expression ci-dessus en adoptant pour les pertes dans le RED:

$$d_I(t) = R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t) + R_3 i_3^2(t).$$

Les valeurs des résistances R_j du RED sont les seuls paramètres nécessaires à la parfaite connaissance de cette expression. Or, ces paramètres sont assez faciles à identifier.

Contrôle linéaire basé sur un PI

Dans ce cas, chaque hacheur est asservi par un correcteur de type PI donné par :

$$u_j(t) = -k_{pj}\tilde{i}_j(t) - k_{ij} \int_0^t \tilde{i}_j(s)ds, \quad j = 1, 2, 3 \quad (13)$$

où $k_{pj}, k_{ij} > 0$ sont les gains proportionnel et intégral. Les gains des correcteurs sont synthétisés en utilisant des techniques classiques issues de la théorie linéaire [25], [27] et s'appuyant sur la linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement, tout en respectant un découplage dynamique temps entre les boucles imbriquées. Dans le cas étudié, les couples de paramètres (k_{pj}, k_{ij}) sont reportés à l'annexe B.1. (cf Appendix B.1) et nous proposons de se référer à l'article [5] pour des explications détaillées sur la mise en œuvre proposée.

Les simulations du système de (9), (10) avec les correcteurs PI, ont été réalisées dans l'environnement Matlab Simulink. Les simulations montre un bon suivi de la fonction $P_1^*(t)$ ce qui signifie un respect presque parfait du transfert d'énergie souhaité. Comme prédit par la théorie, la nouvelle stratégie de l'injection d'un courant de compensation des pertes par la batterie, fait tendre vers zéro la puissance globale du RED. Ainsi, la tension du bus intermédiaire $v_C(t)$ est-elle bien maintenue très proche de sa valeur nominale.

Un rebouclage linéarisant

Par souci d'exhaustivité, nous testons un rebouclage linéarisant qui assure une linéarisation (approximative) entre entrée et sortie. Il est donné par

$$u_j(t) = v_C(t)^{-1}[v_j(t) - R_j i_j(t) - L_j \dot{i}_j^*(t) + \gamma_j L_j \ddot{i}_j(t)], \quad j = 1, 2, 3 \quad (14)$$

où $\gamma_j > 0$ sont les paramètres de réglage. En effet, en reportant (14) dans (10), on obtient une équation linéaire simple, décrivant un système stable à convergence exponentielle : $\ddot{i}_j(t) = -\gamma_j \ddot{i}_j(t)$, $j = 1, 2, 3$, La constante de temps liée aux erreurs de suivi de courant est déterminée par γ_j , qui se règle donc en fonction du cahier des charges.

Les seuls paramètres nécessaires à connaître pour la mise en œuvre de (14) sont R_j, L_j , qui sont faciles à établir. En terme de variables, le contrôle requiert l'expression $\dot{i}_j^*(t)$. $\dot{i}_j^*(t)$ est définie par (12); il est donc clair que, pour calculer la dérivée de la dynamique des multiports, *p. ex.* (9) cette variable doit être prise en compte. Or, dans la pratique la dynamique du multiports est très incertaines. Par conséquent, nous proposons d'obtenir $\dot{i}_j^*(t)$ avec un filtre passe haut donnant une approximation de la dérivé, celui-ci est un filtre linéaire du premier ordre dont la fonction de transfert est donnée par $W(s) = bs/\tau s + 1$. Dans les simulations, les paramètres utilisés pour contrôleur sont $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1000$, $b = 1$ et $\tau = 0.00003$.

Les simulations de ce nouveau contrôleur donnent des résultats similaires à ceux obtenus par le correcteur PI du paragraphe précédent.

Un nouveau RED directionnel

Dans ce paragraphe, on a proposé le nouveau RED directionnel. L'énergie est transférée entre les ports avec le profil $\alpha(t)$ de la Fig. 1 et les pertes sont compensées par l'énergie de la batterie auxiliaire en asservissant les courants à leurs références grâce à des fonctions signe. En utilisant les erreurs de suivi de courant et tension exprimées dans [7], nous proposons la nouvelle stratégie de contrôle

$$\begin{aligned} i_1^*(t) &= \alpha(t)v_1(t)v_2^2(t) - \frac{[1 - \text{sign}(\alpha(t))] i_b^*(t)}{2} \\ i_2^*(t) &= -\alpha(t)v_1^2(t)v_2(t) - \frac{[1 + \text{sign}(\alpha(t))] i_b^*(t)}{2}. \end{aligned} \quad (15)$$

où i_p^* est la référence de courant du troisième port.

$$i_b^*(t) = k_{pv}\tilde{v}_C(t) - k_{iv} \int_0^t \tilde{v}_C(s)ds, \quad j = 1, 2. \quad (16)$$

Pour les trois ports, nous mettons en œuvre les mêmes correcteurs PI définis en (13). Les réglages adoptés sont les suivants : $k_{p1} = k_{p2} = 0.2151$, $k_{i1} = k_{i2} = 0.0012$, $k_{pb} = 0.2511$, $k_{ib} = 0.001$, $k_{pv} = 0.2133$ et $k_{iv} = 0.00127$.

Estimateur de la pression d'oxygène dans un système de pile à combustible

Pour la conception de l'estimateur, nous considérons une fonction $y(t)$, présentant tout à la fois des signaux mesurables et des signaux non mesurables. Elle est définie comme suit:

$$y(t) = V_c + V_{ohm}(\xi) \quad (17)$$

Sa représentation sous forme de régression non linéaire sera

$$y(t) = \phi(\theta, \xi) \quad (18)$$

Où

$$\phi(\theta, \xi) := E_{th}(\theta) - V_{act}(\theta, \xi) - V_{con}(\theta, \xi) \quad (19)$$

Après cette formulation, nous proposons pour l'estimation du système pile, la proposition suivante.

Proposition 0.1. : *Considérons la fonction $\phi(\theta, \xi)$, où V_c et $V_{ohm}(\xi)$ sont connus et correspondant à la régression non linéaire du modèle étudié. L'estimateur de gradient de pression de l'oxygène est*

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma(y - \phi(\hat{\theta}, \xi)) \quad (20)$$

Avec $\gamma > 0$ qui permet d'assurer la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\theta} = \theta \quad (21)$$

Quelle que soit la condition condition initiale $\hat{\theta}(0)$, $\theta : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ et $\xi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, et quels que soient les signaux mesurés définis et positifs V_c et $V_{ohm}(\xi)$ sont définis positif.

Preuve. : Pour garantir que l'estimateur converge vers sa valeur de référence, il est nécessaire d'utiliser la monotonie de la carte $\theta \mapsto \phi(\theta, \xi)$. En effet, on a:

$$\frac{\partial \phi(\theta, \xi)}{\partial \theta} = \frac{1}{2\theta} - \frac{c_1}{(\theta + \rho_{h_2})} + (c_2 \theta + c_3) \left(1 - e^{-\frac{\xi}{c_4}}\right) - \frac{\xi^3 \vartheta \varpi}{c_5} \quad (22)$$

où ϑ et ϖ sont deux variables définies par:

$$\vartheta = ((c_6 - c_7 (\varphi)^2) (c_8 \theta + c_9) + c_{10} + c_{11} \varphi) \quad (23)$$

$$\varpi = ((c_7 - c_7 (\varphi)^2) (c_8 \theta + c_9) + c_{11} + c_{12} \varphi - c_{11} (\varphi)^2) \quad (24)$$

avec

$$\varphi = \tanh(\theta - c_{13}) \quad (25)$$

La fonction $\phi(\theta, \xi)$ est strictement monotone croissante si et seulement si. Les quatre contraintes suivantes sont satisfaites $\xi \geq 0$ et $\theta > c_{13}$

$$(c_2 \theta + c_3) \left(1 - e^{-\frac{\xi}{c_4}}\right) \geq 0 \quad (26)$$

$$\frac{\xi^3 \vartheta \varpi}{c_5} + \frac{c_1}{(\theta + P_{H_2})} < \frac{1}{2\theta} + (c_2 \theta + c_3) \left(1 - e^{-\frac{\xi}{c_4}}\right) \quad (27)$$

Ainsi, la fonction $\phi(\theta, \xi)$ est définie positive et satisfait la contrainte:

$$(\hat{\theta} - \theta) \left[\phi(\hat{\theta}, \xi) - \phi(\theta, \xi) \right] > 0, \quad \forall \hat{\theta} \neq \theta \quad (28)$$

Adoptons alors, comme fonction de Lyapunov, la fonction $V(\hat{\theta})$ pour définie ci-dessous:

$$V(\hat{\theta}) = \frac{1}{2\gamma} (\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (29)$$

Sa dérivé le long des trajectoires de (17), (18), (19) et (20) ainsi donnée par

$$\dot{V} = -(\hat{\theta} - \theta)[\phi(\hat{\theta}, \xi) - \phi(\theta, \xi)] < 0, \quad \forall \hat{\theta} \neq \theta \quad (30)$$

En effet, la contrainte exprimée en (30) découle directement de celle établie en (28). Par conséquent $V(\hat{\theta})$ est bien une fonction de Lyapunov au sens strict et la preuve est ainsi établie par rappeler du *second théorème de stabilité de Lyapunov*.

□□□