



**HAL**  
open science

# Analyse de quelques éléments du comportement des écrans de filets pare-blocs

Leyla Ghossoub

► **To cite this version:**

Leyla Ghossoub. Analyse de quelques éléments du comportement des écrans de filets pare-blocs. Autre. Université Paris-Est, 2014. Français. NNT : 2014PEST1171 . tel-01163605

**HAL Id: tel-01163605**

**<https://theses.hal.science/tel-01163605>**

Submitted on 15 Jun 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ PARIS-EST**

**THÈSE EN GÉNIE CIVIL**

présentée en vue de l'obtention du titre de docteur

par

**Leyla GHOUSSOUB**

**ANALYSE DE QUELQUES ÉLÉMENTS DU  
COMPORTEMENT DES ÉCRANS DE FILETS  
PARE-BLOCS**

soutenue à l'École des Ponts ParisTech, Champs-sur-Marne, le 1 décembre 2014

devant un jury composé de :

Ali LIMAM, Professeur INSA Lyon, Président

Hélène DUMONTET, Professeur Université Paris 6, Rapporteur

François NICOT, Directeur de Recherche IRSTEA, Rapporteur

Karam SAB, Professeur Ecole des Ponts ParisTech, Directeur de thèse

Cyril DOUTHE, Docteur Ingénieur IFSTTAR, Conseiller d'études

Pierre GUILLEMIN, Ingénieur Expert CEREMA, Examineur

Thèse préparée au laboratoire Expérimentation et Modélisation des Matériaux et  
des Structures

du département Matériaux et Structures de l'IFSTTAR

14-20 boulevard Newton, Champs sur Marne, 77447 Marne la Vallée



Aux grands-parents qui ne sont plus là,  
Aux très chers visages disparus,  
A leur souvenir  
Toujours vivant ...

# Remerciements

C'est avec les plus profondes marques de gratitude que je saisis cette occasion exceptionnelle, qui constitue le couronnement de mon parcours académique, pour adresser mes sincères remerciements à tous ceux qui m'ont accompagnée tout au long de ce parcours.

Merci à vous d'abord, M. Karam Sab, mon directeur de thèse, qui avez conduit mes recherches avec beaucoup de patience, et qui m'avez guidée, conseillée, encouragée. J'espère avoir été à la hauteur des responsabilités que vous m'avez déléguées.

Merci à vous aussi, M. Cyril Douthe, mon conseiller d'études, de votre disponibilité. Merci pour les remarques et les conseils stimulants que vous m'avez prodigués. Grâce à votre profonde érudition, et votre encourageante présence quotidienne, j'ai pu mener à terme cette thèse. Merci pour votre soutien sans faille, pour votre confiance et votre appui...

Je remercie M. Pierre Marchand, chef du laboratoire EMMS pour m'avoir accueillie au sein de son groupe et pour sa gentillesse et sa compréhension dans les moments les plus difficiles.

Je remercie aussi tous ceux sans qui ma thèse ne serait pas ce qu'elle est, qui m'ont soutenue par les discussions que j'ai eu la chance d'avoir avec eux ou par leurs suggestions. Je pense ici en particulier à M. Philippe Levêque, qui m'a conseillée et aidée dans la partie numérique de ce travail. Je pense aussi à M. Jean-Luc Clément qui m'a soutenue administrativement au cours et à la fin de ma tâche.

Merci à l'équipe de l'IFSTTAR qui m'a offert l'opportunité d'assister à un essai de chute de blocs à échelle réelle à Montagnole.

Mes remerciements vont également à M. Ali Limam, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de soutenance de ma thèse, ainsi qu'à tous les membres du jury. En effet, leurs remarques éclairées ont contribué énormément à améliorer la qualité de mon travail.

Je tiens enfin à exprimer ma gratitude à toute l'équipe du laboratoire EMMS que j'ai eu le plaisir de côtoyer durant ces trois dernières années. Merci pour l'amabilité qu'elle a manifestée à mon égard. Je cite en particulier Nina, avec qui j'ai partagé le bureau et qui m'a offert conseils et soutien.

Chaque jour de ces trois dernières années, des personnes, presque toujours les mêmes, ont vidé mes poubelles, nettoyé mon bureau et assuré ma sécurité pendant les weekends. Elles ne le sauront probablement jamais, je leur adresse quand même un merci !

Et comme on finit toujours par le meilleur...

Merci à toi papa, fort, calme et solide à travers les tempêtes. Je suis très fière d'être ta fille et je te promets d'être toujours à la hauteur de tes attentes !

Merci à toi maman, de m'avoir donné la vie et élevée avec amour, jusqu'au bout de tes forces, avec ton courage et ta sensibilité. Tu me soutenais avec tes gestes, tes mots et ton affection dans mes actes comme dans mes choix.

Chers parents, ce travail vous doit beaucoup ! Qu'il soit pour vous le témoignage de ma reconnaissance pour ces années d'amour, de compréhension et d'efforts. Je vous aime de toute mon âme.

Mes remerciements vont également à ma sœur Yara et mon frère Youssef que j'adore ainsi qu'à ma grande famille au Liban, surtout mon oncle Abdo, toujours encourageant. Je mesure aujourd'hui combien votre compréhension et vos encouragements ont largement contribué à ma réussite. Que vous soyez tous sincèrement et chaleureusement remerciés ! Je vous aime, pour toutes ces innombrables choses, petites et grandes, qui font ce que je suis aujourd'hui.

Enfin, un merci du fond du cœur va à toi, Anis. Merci pour ton amour et pour ta présence dans ma vie. Que cette thèse soit l'heureux aboutissement de nos efforts conjugués.

# Résumé

Les écrans de filets pare-blocs sont des structures complexes hétérogènes formées d'un filet métallique maintenu par des câbles, des poteaux et des haubans munis de dissipateurs d'énergie. Le filet intercepte la trajectoire du bloc rocheux et résiste à sa perforation en dissipant l'énergie cinétique de l'impact dans les différents éléments de la structure. Le problème de modélisation posé par ces structures met en jeu de nombreuses non-linéarités tant matérielles que géométriques : l'impact dynamique rapide, les grandes déformations du filet et des câbles, les glissements et les frottements (dans le filet, du filet sur les câbles ou des câbles sur les supports), la plastification du filet ou des éléments dissipateurs, ainsi qu'un très grand nombre de paramètres géométriques ou technologiques (type de filet, type de dissipateur, type d'architecture de kit). Les travaux de doctorat présentés ici proposent deux nouvelles approches pour la modélisation numérique de deux principaux éléments du comportement des écrans de filets pare-blocs : les propriétés élastiques intrinsèques des filets et l'effet rideau, c'est-à-dire le glissement du filet sur les câbles de rives. Sur le premier point, il est à noter que les recherches qui ont été consacrées jusqu'à présent à l'étude du filet se concentrent pour l'essentiel sur des typologies particulières. Dans ce travail, les propriétés intrinsèques des différentes technologies de filets sont déterminées à l'aide de la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques discrets dans laquelle chaque filet est remplacé par une membrane homogène. Une comparaison des comportements non-linéaires des principales technologies de filets est effectuée et met en évidence des différences remarquables dans la distribution des efforts aux bords de chaque filet et les caractéristiques des déformations. Concernant le deuxième point, plusieurs études ont montré l'importance de la modélisation des câbles glissants pour reproduire le comportement réel de la structure. Dans la deuxième partie de la thèse, l'effet rideau est modélisé. Un modèle analytique de câble glissant à  $n$  nœuds est développé. Ensuite, ce modèle est implémenté dans un algorithme numérique mettant en œuvre une utilisation avancée du logiciel de calcul par éléments finis `code_aster` en statique et en dynamique. Cet algorithme est validé par des calculs analytiques et les limites de la méthode utilisée sont exposées. Enfin, des tests numériques sont conduits sur un modèle simple de filet en tenant compte

de l'effet rideau pour évaluer l'interaction filet/câble glissant. Des remarques, observations et conseils sont déduits afin d'aboutir à un outil numérique d'aide à la conception des écrans de filets pare-blocs.

**Mots-Clés** : Filets pare-blocs, homogénéisation, câble glissant, éléments finis, modélisation numérique

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
1.1	Contexte sociétal . . . . .	11
1.2	Contexte scientifique . . . . .	12
1.3	Organisation du manuscrit . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>17</b>
2.1	Les ouvrages de protections . . . . .	17
2.1.1	Les ouvrages actifs . . . . .	17
2.1.2	Les ouvrages passifs . . . . .	19
2.2	Les écrans de filets pare-blocs : technologies et architectures . . . . .	22
2.2.1	Architectures : positions des poteaux et des haubans . . . . .	22
2.2.2	Les dissipateurs d'énergie . . . . .	23
2.2.3	Les technologies de filets . . . . .	26
2.3	Le dimensionnement des filets pare-blocs . . . . .	29
2.4	Agrément technique : ETAG27 . . . . .	31
2.4.1	Les conditions de l'essai . . . . .	31
2.4.2	Essai SEL . . . . .	32
2.4.3	Essai MEL . . . . .	33
2.5	Recherches expérimentales . . . . .	33
2.5.1	Essais à échelle réelle . . . . .	34
2.5.2	Essais sur dissipateurs d'énergie . . . . .	45
2.5.3	Essais à l'échelle du filet . . . . .	49
2.5.4	Essais à l'échelle de la maille élémentaire du filet . . . . .	57
2.5.5	Essais à l'échelle de l'élément constitutif . . . . .	59
2.5.6	Synthèse sur les travaux expérimentaux . . . . .	61
2.6	Recherches numériques . . . . .	61
2.6.1	Modèles numériques avec filets à câbles . . . . .	62
2.6.2	Modèles numériques avec filets à anneaux . . . . .	71
2.6.3	Modèle numérique avec filets à maille Omega . . . . .	83
2.6.4	Synthèse sur les travaux numériques . . . . .	86

<b>3</b>	<b>Détermination des caractéristiques mécaniques intrinsèques des filets</b>	<b>88</b>
3.1	Détermination des propriétés intrinsèques des filets . . . . .	88
3.1.1	Contexte . . . . .	88
3.1.2	Description du modèle de filet . . . . .	89
3.1.3	Description de la méthode d'homogénéisation . . . . .	89
3.1.4	Régimes de comportement du modèle . . . . .	96
3.1.5	Le filet à câbles orthogonaux . . . . .	98
3.1.6	Le filet ASM4 à quatre anneaux entrecroisés . . . . .	103
3.1.7	Le filet ASM6 à six anneaux entrecroisés . . . . .	115
3.1.8	Homogénéisation du filet ELITE : approche statique . . . . .	123
3.1.9	Synthèse sur la partie analytique . . . . .	131
3.2	Analyse numérique de la distribution des efforts . . . . .	132
3.2.1	Présentation du modèle numérique . . . . .	132
3.2.2	Tests préliminaires . . . . .	134
3.2.3	Propriétés intrinsèques et conditions aux limites . . . . .	139
3.2.4	Comparaison entre les différentes conditions aux limites . . . . .	150
3.3	Conclusion générale . . . . .	151
<b>4</b>	<b>Etude de l'effet rideau</b>	<b>154</b>
4.1	Développement d'un modèle de câble glissant . . . . .	154
4.1.1	Objectif . . . . .	154
4.1.2	L'effet rideau . . . . .	155
4.1.3	Cinématique . . . . .	155
4.1.4	Formulation variationnelle . . . . .	157
4.1.5	Calcul de la raideur tangente du câble . . . . .	160
4.1.6	Comportement initial . . . . .	161
4.2	Implémentation numérique en statique . . . . .	162
4.2.1	Problématique . . . . .	162
4.2.2	La méthode de Newton Raphson . . . . .	163
4.2.3	Principe général de l'algorithme . . . . .	165
4.2.4	Détails de l'implémentation . . . . .	167
4.3	Implémentation numérique en dynamique . . . . .	170
4.3.1	Schéma de temps implicite de Newmark . . . . .	171
4.3.2	Principe général de l'algorithme . . . . .	171
4.4	Tests préliminaires . . . . .	172
4.4.1	Calage des paramètres dynamiques . . . . .	172
4.4.2	Mise en œuvre de l'algorithme . . . . .	174
4.5	Validation du modèle de câble glissant . . . . .	179

4.5.1	Modèle analytique . . . . .	179
4.5.2	Comparaison analytique et numérique . . . . .	183
4.6	Interaction entre le filet et le câble glissant . . . . .	187
4.7	Conclusion . . . . .	190
<b>5</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>192</b>
5.1	Apports de la thèse . . . . .	192
5.2	Perspectives . . . . .	193
<b>A</b>	<b>Quelques accidents de chute de blocs et d'éboulements rocheux en France</b>	<b>196</b>

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte sociétal

Les risques naturels sont des risques liés à des phénomènes exclusivement naturels où l'activité humaine n'intervient pas. Ils impliquent l'exposition des populations humaines et de leurs infrastructures à un événement catastrophique d'origine naturelle. On y distingue principalement : les avalanches, les feux, les inondations, les mouvements de terrain, les séismes et les éboulements rocheux...

Le risque rocheux (figure 1.1)<sup>1</sup> est l'un des risques les plus importants en régions montagneuses. Ce risque menace surtout les infrastructures routières et ferroviaires qui représentent un intérêt stratégique vital pour l'économie et la société. En effet, ces incidents peuvent provoquer la fermeture des voies de communications ainsi que des dommages importants pour les biens et les humains, ce qui a des répercussions significatives sur le plan économique.

En Europe, la plupart des frontières nationales se situent dans des régions montagneuses, les protéger des éventuels accidents rocheux permet de garantir les échanges internationaux qui se font par route ou par rail. Par ailleurs, la protection contre les chutes de bloc revêt une importance supplémentaire du fait de l'attrait des zones à risque par les industries de loisirs.

En outre, les effets du changement climatique qui menacent la planète ne peuvent plus être négligés. Ce phénomène entraîne l'augmentation des risques naturels tels que les éboulements, les chutes de blocs, les avalanches et les glissements de terrain. Il est donc nécessaire de prévoir des méthodes de protection.

Durant les dernières années, de nombreux accidents de chute de bloc ou d'éboulement ont eu lieu en France, en témoignent les quelques exemples reportés par la

---

1. IRMa Institut des Risques Majeurs. [en ligne] Disponible sur <[www.irma-grenoble.com/photos/diaporama\\_photothèque.php?id\\_photos=222&theme=8](http://www.irma-grenoble.com/photos/diaporama_photothèque.php?id_photos=222&theme=8)> (consulté le 20 août 2014)



**FIGURE 1.1** – Chute de blocs depuis le versant Est du massif de la chartreuse, 2002 [IRMa]

presse lors des trois dernières années (voir l’annexe A).

Malgré le grand impact du risque rocheux sur la société, les pouvoirs publics sont relativement démunis en matière de prévisions et de gestion du phénomène. Les gestionnaires et les maîtres d’ouvrages cherchent actuellement à développer des moyens de protection et de lutte contre ce danger, notamment au travers d’un vaste Projet National ( $C^2R^2OP$ ) qui est actuellement en cours de montage.

## 1.2 Contexte scientifique

Le risque est un événement dont l’apparition n’est pas certaine et dont la manifestation est susceptible d’affecter les objectifs du projet en termes de spécifications techniques, de délais, de coûts et de qualité (AFNOR FD X 50-117 Norme NF EN 31010). Le risque est donc considéré comme une mesure de la situation dangereuse qui résulte de la confrontation de l’aléa et des enjeux. L’aléa constitue le phénomène naturel auquel sont exposés les enjeux, il peut être mesuré qualitativement ou quantitativement. La vulnérabilité caractérise le niveau de dommages que subit un enjeu lors d’un aléa.

Dans le cas du risque rocheux, l’aléa est le phénomène de chute de blocs qui consiste en la chute libre ou le roulement après rupture de blocs rocheux. Il s’agit donc d’un phénomène rapide mobilisant des blocs de roches depuis un sommet ou une pente vers le pied de la pente. Il est mesuré par l’énergie de l’impact, la masse ou la vitesse du bloc. Les éléments vulnérables sont les hommes, les biens et les infrastructures. On note ici que le travail réalisé dans le cadre de cette thèse traite l’aléa.



**FIGURE 1.2** – Le risque rocheux : aléa et enjeux [Service de l’urbanisme]

L’aléa chute de bloc est le plus souvent décomposé en trois étapes (cf. figure 1.2)<sup>2</sup> : la première étape est celle du détachement du bloc rocheux de la falaise dû à des discontinuités dans le massif rocheux, la deuxième étape est la propagation du bloc et la troisième étape consiste en l’arrêt anticipé du bloc rocheux par un ouvrage de protection [49].

L’analyse des différentes étapes de l’aléa “chute de bloc” et du risque associé n’est pas simple parce qu’elle met en jeu une multitude de phénomènes aléatoires présentant une forte variabilité spatiale et temporelle.

Pour avancer dans l’étude de ce risque, un projet national est en cours de montage. Il est intitulé C<sup>2</sup>R<sup>2</sup>OP pour “Changement Climatique : Risque Rocheux & Ouvrages de Protection”. Ce projet a pour but de rassembler les différents acteurs dans ce domaine pour trouver des réponses pertinentes et avancées aux diverses questions posées autour de la gestion du risque rocheux. Il participera à augmenter la connaissance et engager des travaux de recherches sur les thèmes suivants [11] :

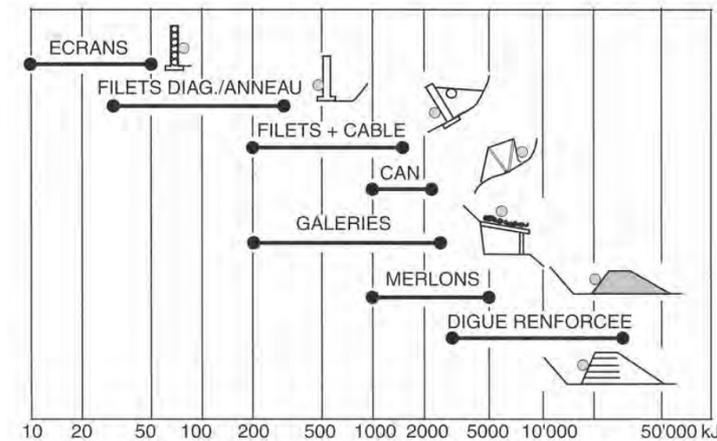
1. L’identification de l’aléa
  - Caractérisation de l’aléa (probabilité, mécanismes, volumes)
  - Caractérisation et prévision de la propagation (taille et direction de l’éboulement ou de la chute de blocs).
  - Méthodologie de zonage de l’aléa
2. La gestion du risque et aide à la décision
  - Cycle de vie des ouvrages et risques résiduels
  - Prise en compte de la vulnérabilité
  - Mise au point de nouveaux concepts pour une meilleure gestion du risque
3. Les parades de protection
  - Validations des dispositifs de protection existants
  - Durée de vie, gestion et requalification des ouvrages

Le travail réalisé dans le cadre de la thèse concerne les parades de protection. Il existe différents types et technologies d’ouvrages de lutte contre les chutes de

---

<sup>2</sup> Service de l’Urbanisme, Polynésie Française. [en ligne] Disponible sur <<http://www.urbanisme.gov.pf/spip.php?rubrique121>> (consulté le 20 août 2014)

blocs rocheux qui peuvent être classés en deux grands groupes : les ouvrages passifs (stoppent le bloc une fois déclenché) et les ouvrages actifs (empêchent le détachement du bloc). La technologie et le type d'ouvrages sont choisis en fonction du site et dépendent du niveau d'énergie. La figure 1.3 montre les divers types de parades classés selon la gamme d'énergie qu'ils sont capables de supporter.



**FIGURE 1.3** – Capacités d'absorption d'énergie pour les différents types d'ouvrages [18]

Deux types de dimensionnement sont pris en compte lors de la conception de ces ouvrages : le dimensionnement externe étudiant la stabilité de l'ouvrage sur le versant et le dimensionnement interne qui calcule sa résistance aux efforts transmis lors de l'impact. Ce travail se concentre sur le dimensionnement interne et l'analyse du comportement d'un type de parades souples : les écrans de filets pare-blocs.

Les écrans de filets pare-blocs sont formés d'un filet métallique maintenu par des poteaux, des haubans et des câbles, et le tout est maintenu au sol par des ancrages. Ces structures sont munies de dispositifs de dissipation d'énergie. Ce type d'ouvrages couvre des niveaux d'énergie allant de 100 kJ à 8000 kJ. Leur utilisation est très répandue actuellement parce qu'ils peuvent être installés dans les zones à accès difficiles.

Comme la plupart des parades de protections, ces ouvrages sont construits en se basant sur des règles empiriques. Le dimensionnement a été toujours fait par chaque fabricant en l'absence de normes ou de réglementations communes. Les seules validations requièrent des essais à l'échelle réelle très coûteux en temps et en argent. Pour cela, une station d'essais de chute de bloc a été construite en 2006 à Montagnole en France par l'IFSTTAR, Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, des Aménagements et des Réseaux [9], [17]. Cette station a permis de progresser expérimentalement dans le domaine de la conception et de la validation des filets.

L'utilisation croissante de ces ouvrages au niveau national a révélé le besoin d'outils d'évaluation et de conception simples et solides pour les ingénieurs et les maîtres d'ouvrages. Ces outils permettront un dimensionnement optimal et plus rapide. En outre, les coûts importants des expérimentations ont dirigé les recherches vers des approches numériques. Les simulations numériques permettent un développement et une optimisation des coûts et une réduction du nombre d'essais à échelle réelle. Elles offrent également la possibilité de simuler des cas de charges qui ne peuvent pas être reproduits dans des essais, ou de faire des études paramétriques.

Vu la complexité et la grande hétérogénéité de ces structures, les approches numériques développées sont encore loin d'être matures. Des travaux de recherches supplémentaires doivent être mis en œuvre pour aboutir à des outils numériques de conception et de dimensionnement solides, ce à quoi entendent contribuer les présents travaux de recherche.

Les travaux de doctorat présentés ici proposent aussi deux nouvelles approches pour la modélisation numérique de deux principaux éléments du comportement des écrans de filets pare-blocs : les propriétés élastiques intrinsèques des filets et l'effet rideau, c'est-à-dire le glissement du filet sur les câbles de rives. Sur le premier point, il est à noter que les recherches qui ont été consacrées jusqu'à présent à l'étude du filet se concentrent pour l'essentiel sur des typologies particulières. Concernant le deuxième point, plusieurs études ont montré l'importance de la modélisation des câbles glissants pour reproduire le comportement réel de la structure.

### 1.3 Organisation du manuscrit

Après un premier chapitre d'introduction générale au risque rocheux, le deuxième chapitre présente plus en détail, les différents types d'ouvrages de lutte contre les chutes de bloc et surtout les écrans de filets pare-blocs. Il comporte également un état de l'art sur tous les travaux dédiés à l'étude du comportement des écrans de filets pare-blocs. Ces travaux sont divisés en deux groupes : les recherches expérimentales et les recherches numériques.

Dans le troisième chapitre de la thèse, les propriétés intrinsèques des différentes technologies de filets sont déterminées à l'aide de la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques discrets dans laquelle chaque filet est remplacé par une membrane homogène. Une comparaison des comportements non-linéaires des principales technologies de filets est effectuée et met en évidence des différences remarquables dans la distribution des efforts aux bords de chaque filet et les caractéristiques des déformations.

Dans le quatrième chapitre de la thèse, l'effet rideau est modélisé. Un modèle

analytique de câble glissant à “n” nœuds est développé. Ce modèle est implémenté dans un algorithme numérique mettant en œuvre une utilisation avancée du logiciel de calcul par éléments finis code-aster en statique et en dynamique. Cet algorithme est validé par des calculs analytiques et les limites de la méthode utilisée sont exposées. Ensuite, des tests numériques sont conduits sur des modèles simples de filets en tenant compte de l’effet rideau pour évaluer l’influence du modèle développé.

Enfin, le chapitre 5 consiste en une conclusion sur le travail réalisé et sur sa contribution dans l’avancement des études sur le sujet en question. Des perspectives pour les travaux futurs sont aussi présentées.

# Chapitre 2

## Etat de l'art

### 2.1 Les ouvrages de protections

Il existe plusieurs techniques de lutte contre les éboulements rocheux. D'après [36] et [12] les ouvrages installés peuvent être classés en deux catégories : les ouvrages actifs qui empêchent le départ du bloc et les ouvrages passifs qui protègent les infrastructures et les hommes, une fois que le bloc s'est détaché. Au sein d'une même catégorie, les ouvrages peuvent être classés selon différents critères : la technologie de fabrication, le coût, la capacité d'absorption d'énergie (pour les ouvrages passifs)...

#### 2.1.1 Les ouvrages actifs

Les ouvrages de type actif sont des protections qui constituent un blocage des masses rocheuses et empêchent leur départ. Le dimensionnement et le calcul de ce type de structure est lié au volume de roches instables et donc dépend de l'étude structurale du massif rocheux. On cite parmi les ouvrages existants : les filets et grillages plaqués, les contreforts et les ancrages scellés.

##### 2.1.1.1 Les filets et grillages plaqués

Les filets et grillages plaqués présentés en figure 2.1<sup>1</sup> sont destinés à stabiliser les zones rocheuses instables, où de lourdes masses rocheuses peuvent se mettre en mouvement à tout moment. Ces ouvrages sont formés d'une nappe métallique souple de câbles ou de fils posée directement sur les zones de massifs rocheux instables. La nappe est plaquée à l'aide d'ancrages sur sa périphérie et suivant un maillage interne. Son principe de fonctionnement est de maintenir en place les blocs rocheux.

---

1. ONF pour Office National des Forêts. [en ligne] Disponible sur <[http://www.onf.fr/produits\\_prestations.html](http://www.onf.fr/produits_prestations.html)> (consulté le 19 août 2014)

La résistance mécanique de l'ouvrage dépend de la résistance du filet ou du grillage et de la qualité des ancrages.



**FIGURE 2.1** – Un filet plaqué [ONF]

#### 2.1.1.2 Les contreforts

Les contreforts sont des ouvrages actifs construits en béton armé (figure 2.2)<sup>2</sup>. Leur rôle est d'assurer une butée en pied pour la masse rocheuse instable. La position et les dimensions des contreforts dépend fortement de la géométrie et de l'inclinaison du massif rocheux parce que l'ouvrage est construit pour remplacer une masse de roche manquante. Les ouvrages travaillent essentiellement en compression, de sorte que les forces de compression générées par les blocs retenus sont transmises aux fondations tandis que les moments de renversement sont contrôlés par des ancrages.



**FIGURE 2.2** – Un contrefort [ACRO BTP]

---

2. ACRO BTP. [en ligne] Disponible sur <[http ://www.acro-btp.com/contrefort-piliers-beton/](http://www.acro-btp.com/contrefort-piliers-beton/)> (consulté le 19 août 2014)

### 2.1.1.3 Les ancrages scellés

Les ancrages scellés se présentent le plus souvent sous forme de boulons d'ancrages comme le montre la figure 2.3<sup>3</sup>. Il s'agit de barres métalliques insérées dans un forage traversant la surface de rupture potentielle. Elles ancrent les masses au support stable et empêchent leur désolidarisation à court ou à moyen terme en augmentant la résistance au cisaillement des discontinuités rocheuses et en créant une résistance normale à la discontinuité.



FIGURE 2.3 – Les ancrages scellés [DESPLOM]

## 2.1.2 Les ouvrages passifs

Les ouvrages de nature passive ont une action sur le phénomène de propagation des blocs. L'objectif est d'agir sur la trajectoire du bloc en mouvement pour le dévier ou pour le stopper. Plusieurs types d'ouvrages passifs peuvent être installés : merlons, grillages ou filets pendus, galeries pare-blocs et écrans de filets.

### 2.1.2.1 Les merlons

Les merlons sont des ouvrages en remblais comportant une fosse de réception du côté du versant à l'origine de l'aléa (figure 2.4)<sup>4</sup>. Ils sont utilisés pour des niveaux d'énergie élevés (capables d'absorber entre 5 000 kJ et 50 000 kJ). Le corps du merlon est constitué de matériaux issus de l'excavation. Le dimensionnement et le calcul est basé sur des études trajectographiques et des observations géologiques pour déterminer les zones de fracturation ou les zones déstabilisées susceptibles de causer un déplacement de bloc rocheux. L'efficacité des merlons est due à leur masse et leur frottement interne. Les merlons ont un volume très important, sont relativement coûteux et nécessitent de disposer d'un dégagement important pour être mis en place.

---

3. DESPLOM Treballs Verticals . [en ligne] Disponible sur <<http://www.desplom.com/fr/boulons-d-ancrage>> (consulté le 21 août 2014)

4. GABION. [en ligne] Disponible sur <<http://www.gabions.fr/page/224/5-les-protections-de-falaise-merlons-contre-les-chutes-de-blocs-.htm>> (consulté le 19 août 2014)



**FIGURE 2.4** – Un merlon [GABION]

### 2.1.2.2 Les grillages ou filets pendus

Les grillages ou filets pendus sont formés d'une nappe métallique souple amarrée en tête de falaise ou quelques mètres en retrait de celle-ci et suspendue contre la paroi de la zone de contrôle comme le montre la figure 2.5<sup>5</sup>. Ces ouvrages n'empêchent pas le déclenchement des éboulements mais servent à dévier les blocs se détachant directement de la paroi et à les guider le long de la falaise. Ainsi, les blocs ne peuvent pas rebondir : le frottement des blocs contre elle contribue à dissiper leur énergie cinétique. Les grillages pendus permettent de guider des pierres de faible volume qui tombent de manière récurrente tandis que les filets peuvent stopper des blocs plus gros et peuvent être posés sur tous les types de pentes.



**FIGURE 2.5** – Un grillage pendu [ALPIC ACCES DIFFICILE]

---

5. ALPIC ACCES DIFFICILE. [en ligne] Disponible sur <[http ://www.alpic-acces-difficiles.com/eboulement-rocheux/](http://www.alpic-acces-difficiles.com/eboulement-rocheux/)> (consulté le 19 août 2014)

### 2.1.2.3 Les galeries pare-blocs

Les galeries de protection présentées en figure 2.6<sup>6</sup> sont des parades qui interviennent principalement sur les axes de circulation routiers ou ferroviaires. Ce sont des constructions linaires, de largeurs modérées et de grandes longueurs (50, 100, 500 m). Ils peuvent être composés d'une dalle en béton armé recouverte d'un remblai qui absorbe et diffuse l'énergie cinétique du bloc. Le poids propre important de la structure et du remblai peut causer des problèmes au niveau des fondations. Il existe des galeries pare-blocs où la dalle est appuyée sur des fusibles qui aident à la dissipation de l'énergie cinétique.



FIGURE 2.6 – Une galerie pare-blocs [Geosistema]

### 2.1.2.4 Les écrans de filet

Les écrans de filet pare-blocs présentés en figure 2.7<sup>7</sup> sont des ouvrages passifs souples constitués d'un filet métallique maintenu par des poteaux et des haubans. Le filet intercepte la trajectoire du bloc rocheux et le stoppe. La déformation du filet diffuse l'énergie cinétique de l'impact vers les autres éléments de la structure qui absorbent l'énergie.

Les écrans de filet couvrent une large gamme d'énergie allant de 100 à 8000 kJ. Leur utilisation est actuellement en augmentation du fait de leur rapport capacité d'absorption d'énergie/coût très avantageux. Ils sont mis en place pour des coûts atteignant 2000 euros pour un mètre installé et peuvent être installés même dans

---

6. Geosistema. [en ligne] Disponible sur <<http://www.geosistema.it/fr/index.php?id=346&cateid=16>> (consulté le 19 août 2014)

7. GEOBRUGG. [en ligne] Disponible sur <<http://www.geobrugg.com/contento/fr-fr/Home/Barrièrespare-pierres/GBEpour100-3000kJselonETAG/tabid/3615/Default.aspx>> (consulté le 19 août 2014)

les zones d'accès difficiles. C'est à cette typologie de parade que l'on va se consacrer dans cette thèse.



**FIGURE 2.7** – Un écran de filets pare-blocs [GEOBRUGG]

## 2.2 Les écrans de filets pare-blocs : technologies et architectures

Les écrans de filet pare-blocs sont des structures hétérogènes complexes qui consistent en un assemblage d'éléments qui ont chacun, un comportement spécifique.

Leur principe de fonctionnement repose sur l'interception de la trajectoire du bloc rocheux par un filet dont la position est définie à partir d'études trajectographiques [36]. Le rôle du filet est d'arrêter le bloc et de résister à sa perforation en dissipant l'énergie cinétique du choc. Pour cela, ces structures sont munies aussi de dissipateurs d'énergie.

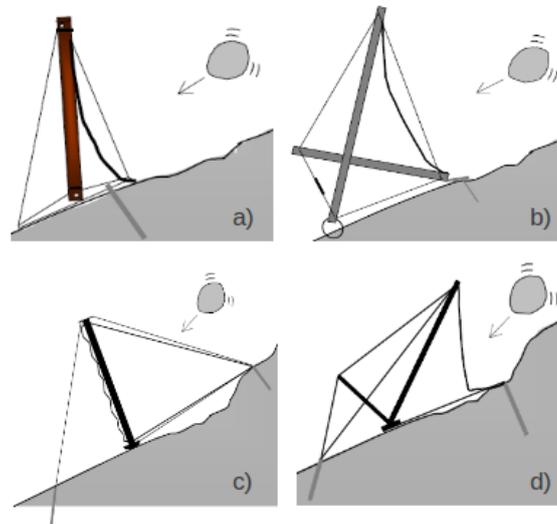
Le filet est donc l'élément principal de ces ouvrages. Les haubans et les poteaux servent à le maintenir et les dissipateurs d'énergie sont installés pour l'aider à dissiper le surplus d'énergie.

Il existe plusieurs types et architectures d'écrans de filet pare-blocs. Ces types diffèrent soit par la technologie du filet utilisée, soit par le fonctionnement et la disposition des dissipateurs d'énergie, soit par la position des éléments maintenant le filet (poteaux, haubans, câbles de rives). Un aperçu des variations possibles est donné dans les paragraphes suivants.

### 2.2.1 Architectures : positions des poteaux et des haubans

L'architecture des écrans de filets pare-blocs est très variable en fonction de la technique de fabrication de l'entreprise et de la classe d'énergie souhaitée. La figure 2.8, provenant des fiches techniques des filets produits par l'entreprise CAN, montre des exemples d'architecture pour quatre classes d'énergie différentes. Dans

ces exemples, la structure porteuse est toujours installée derrière le filet et les poteaux ont des dispositions et des inclinaisons variées.



**FIGURE 2.8** – a) Écrans de 12.5 à 50 kJ, b) Écrans de 200 à 500 kJ, c) Écrans de 1000 à 5000 kJ, d) Écrans de 2000, 3000 et 5000 kJ [Fiches techniques CAN]

D'un autre côté, les figures 2.9 et 2.10 montrent les architectures de deux écrans fabriqués par l'entreprise GTS. La première concerne des structures pour des faibles énergies (500 kJ et moins) et la deuxième est conçue pour des classes d'énergies supérieures. On remarque qu'il n'existe pas d'ancrages ou de génie civil en pieds de poteaux de l'écran 1000 kJ (figure 2.10), ce qui facilite les travaux d'installation et de maintenance.

Les poteaux sont aussi positionnés derrière le filet pour les protéger des impacts courants. Quand l'écran est sollicité, les dissipateurs d'énergie peuvent se déclencher, le filet se déforme et les poteaux, initialement inclinés vers le haut, basculent vers le bas.

## 2.2.2 Les dissipateurs d'énergie

Les dissipateurs d'énergie sont les éléments dans lesquels une grande partie de l'énergie est dissipée (les filets et l'ensemble de la structure dissipent aussi de l'énergie par frottement). Ces dispositifs sont placés soit entre les poteaux et les câbles de rive, soit entre les câbles et les ancrages. Ils se déclenchent à partir d'un seuil de contraintes bien déterminé et produisent un déplacement dû à leur déformation plastique pour un niveau de contrainte presque constant. Une fois que le dispositif arrive en butée, les contraintes de traction augmentent jusqu'à la rupture. D'après le rapport du projet RiskYdrogé [42], les freins peuvent être classés en trois grands groupes principaux :

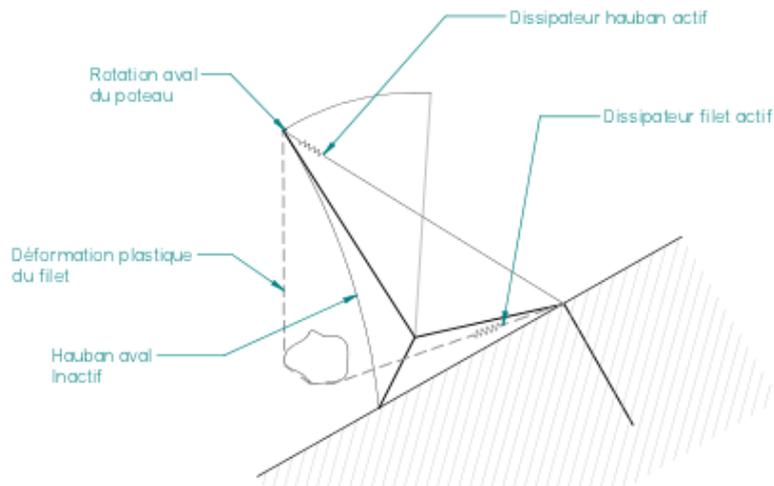


FIGURE 2.9 – Ecrans de filets 500 kJ [31]

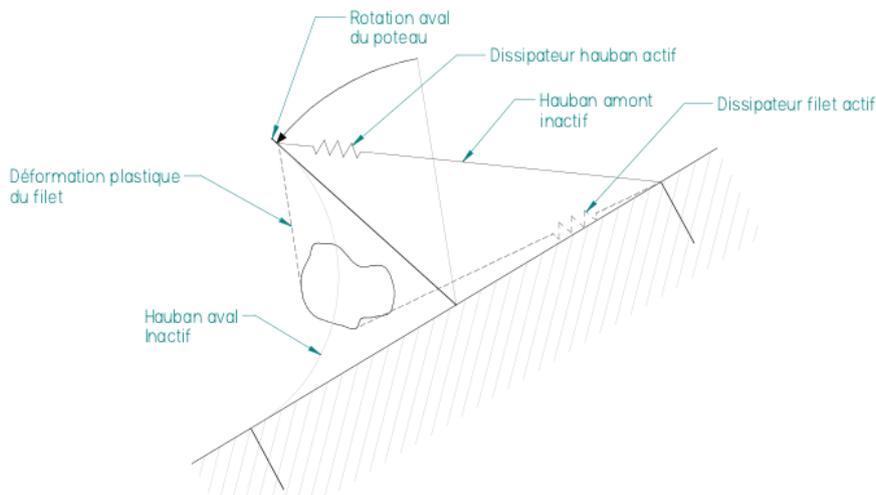


FIGURE 2.10 – Ecrans de filets 1000 kJ [31]

### 2.2.2.1 Les dissipateurs d'énergie à câbles maintenus par serrage

- Le dissipateur d'énergie par frottement

Il s'agit de 2 matrices boulonnées qui prennent entre eux un câble à double brin (figure 2.11). Un couple de serrage est appliqué pour maîtriser la force de déclenchement. La course du fil multipliée par la force de frottement donne l'énergie dissipée.

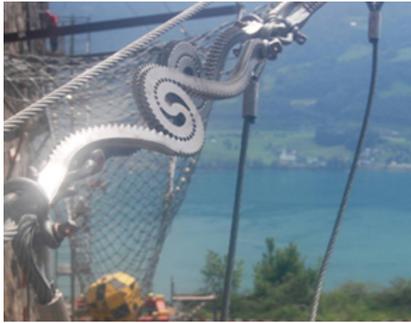
- Le dissipateur d'énergie Isodisk

Le dissipateur d'énergie appelé Isodisk est breveté en 2013 en Suisse, il est utilisé pour les écrans de filets de l'entreprise Pfeifer-Isofer. Il est basé sur la dissipation de l'énergie à travers un long trajet de déchirure défini sur un disque. Il a l'avantage d'être léger et facile à installer (figure 2.12)<sup>8</sup>.

8. Pfeifer-Isofer. [en ligne] Disponible sur <<http://www.pfeifer->



**FIGURE 2.11** – Le dissipateur d'énergie par frottement entre deux plaques boulonnées



**FIGURE 2.12** – Le dissipateur d'énergie Isodisk [Pfeifer-Isofer]



**FIGURE 2.13** – Le dissipateur d'énergie par cheminement complexe [42]

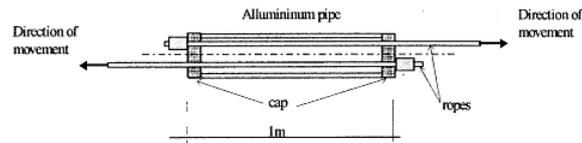
### 2.2.2.2 Les dissipateurs d'énergie à câbles sinueux

Les freins à câbles sinueux dissipent l'énergie à l'aide du cheminement complexe du câble qui fait plusieurs déviations sur une plaque comme le montre la figure 2.13. Généralement, un frein complémentaire est assuré par des plaques serrées pour contrôler le seuil de glissement.

### 2.2.2.3 Les dissipateurs d'énergie en tube métallique

- Le dissipateur d'énergie par déformation plastique d'un tube métallique  
Ce type de frein montré dans la figure 2.14 travaille par la déformation plastique d'un tube en aluminium. Une pièce métallique de forme spéciale est fixée à l'extrémité d'un tube en aluminium, cette pièce vient s'enfoncer dans le tube en provoquant son ovalisation des deux côtés [49].
- Le dissipateur d'énergie par flambement d'un tube en Aluminium  
Ce nouveau frein développé par l'INSA de Lyon et GTS est présenté en figure 2.15. Il est basé sur le flambement en mode coque d'un tube en aluminium [49].
- Le dissipateur d'énergie en anneau  
Ce frein est composé d'un minitube en forme d'anneau serré à son extrémité

[isofer.ch/en/infothek/news/news/artikel/zertifizierungstest-des-steinschlagschutzsystems-isostop-2000-ev-nach-etag-027/>](http://isofer.ch/en/infothek/news/news/artikel/zertifizierungstest-des-steinschlagschutzsystems-isostop-2000-ev-nach-etag-027/>) (consulté le 19 août 2014).



**FIGURE 2.14** – Le dissipateur d'énergie par déformation plastique d'un tube métallique



**FIGURE 2.15** – Le dissipateur d'énergie par flambement d'un tube en Aluminium [49]



**FIGURE 2.16** – Le dissipateur d'énergie par frottement en forme d'anneau [50]

comme le présente la figure 2.16. Son comportement est étudié dans les travaux de Volkwein [50] et de Grassl [29].

Il existe encore plusieurs systèmes de dissipateurs d'énergie en cours de développement et il y en a sûrement d'autres brevetés et dont les technologies de fabrication restent cachées. Après la présentation des dissipateurs d'énergie, nous décrirons dans la partie suivante les différents types de filets fabriqués actuellement.

## 2.2.3 Les technologies de filets

Les technologies des filets utilisés dans les écrans pare-pierres varient selon le fabricant et selon la classe d'énergie. On distingue les filets à câbles en forme de losanges ou de carrés, les grillages simple torsion ou double torsion, les filets à anneaux avec 4 ou 6 points de contact, les filets omega et enfin les filets ELITE... Ces technologies peuvent être regroupées en trois grandes catégories :

### 2.2.3.1 Les filets à câbles

Les filets à câbles de la figure 2.17 sont composés de câbles assemblés en forme de losanges ou de carrés. Le diamètre du câble utilisé peut être de 8, 10 ou 12 mm et il est formé de plusieurs torons, et chaque toron comporte de nombreux fils en acier toronés. La maille peut avoir les dimensions suivantes : 150 x 150 mm, 200 x 200 mm, 250 x 250 mm et 300 x 300 mm. Ce filet est bridé à l'intersection de ses câbles à l'aide de jonctions hautes résistances ou des pièces de croisement standards ou renforcées de façon à bloquer tout glissement relatif. Le maillage est entouré d'un câble de

pourtour ayant un plus gros diamètre. Ce type de filet est utilisé pour des écrans de faibles énergies (100 kJ).

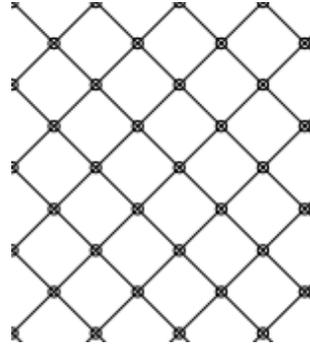


FIGURE 2.17 – Le filet à câble [4]

### 2.2.3.2 Les filets à anneaux

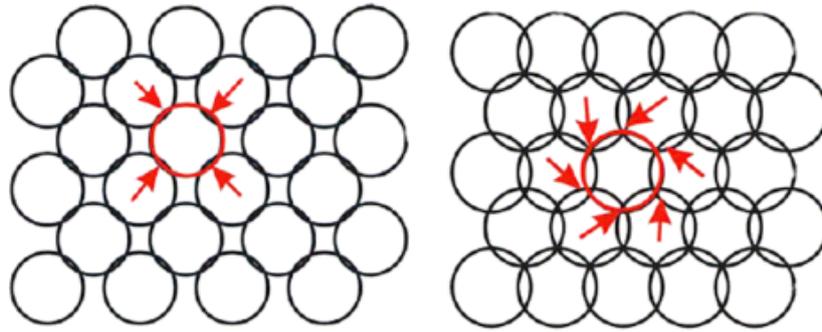
Les filets à anneaux sont formés d’anneaux métalliques assemblés. Ils étaient historiquement appelés filet anti-sous-marins (ASM) en raison de leur origine : ils étaient installés comme filets protecteurs autour des ports maritimes pendant la 2<sup>de</sup> Guerre Mondiale. Les stocks ont naturellement été réaffectés à l’issue du conflit [42]. Ils existent en deux versions comme le montre la figure 2.18 :

- Filet à anneaux 4 contacts : filet à anneaux entrecroisés par quatre anneaux.
- Filet à anneaux 6 contacts : filet à anneaux entrecroisés par six anneaux.

On note que, contrairement au filet à anneaux 4 contacts, le filet à anneaux 6 contacts présente une résistance au cisaillement et est utilisé pour des des niveaux d’énergies supérieurs.

La structure de l’anneau (mono-fil tourné, câble tressé se bouclant sur lui-même, enroulement d’un fil maintenu par baguage) et les diamètres de l’anneau, du toron et du fil varient suivant la technologie du fabricant et influent beaucoup sur les performances mécaniques du filet. Selon les fiches techniques des fabricants Avaroc et [37], le diamètre de l’anneau se situe entre 300 et 450 mm selon le niveau d’énergie et celui du toron formant l’anneau varie entre 9 et 12 mm. La liaison entre les anneaux se fait par contact glissant. En outre, leur disposition et leurs volumes donnent au filet une géométrie tri-dimensionnelle.

Les filets à anneaux sont les plus utilisés dans les écrans pare-pierres pour de hautes classes d’énergie du fait de leurs grandes robustesses et de leurs performances dynamiques. En plus, lors de l’impact, la déformation du filet est égale à la déformation cumulée de tous les anneaux.



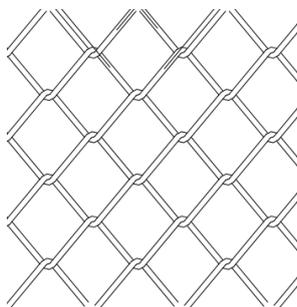
**FIGURE 2.18** – Les filets à anneaux à 4 et à 6 points de contacts [42]

### 2.2.3.3 Les filets à câbles tricotés

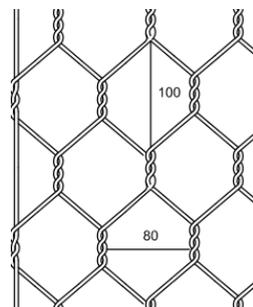
On regroupe dans cette catégorie les filets fabriqués à partir de fils continus dont la tenue structurelle est assurée par l'arrangement des fils eux-mêmes par tissage ou tricotage. On distingue les grillages à simple torsion, les grillages à double torsion et les filets à maille Omega ou Jersey.

Le grillage simple torsion est tissé avec un fil galvanisé ou revêtu de Galfan de diamètre variant entre 3 et 5 mm et a une maille en forme de losange de taille 50 x 50 mm présentée en figure 2.19 [43]. La rupture d'un brin cause la rupture générale du filet. Pour cela, il est utilisé comme panneau d'interception pour des barrières de faibles énergies.

Le grillage double torsion de la figure 2.20 tricoté avec un fil de diamètre variant entre 2 et 3 mm [5] a une maille hexagonale qui existe en différentes tailles : 60 x 80 mm, 80 x 100 mm et 100 x 120 mm. Pour un même diamètre de fil, il est plus robuste que le grillage précédent et son utilisation se retrouve principalement en doublage des écrans pare-pierres pour bloquer le passage de petits éléments ou dans les grillages pendus.



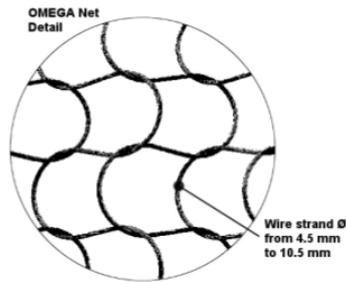
**FIGURE 2.19** – Le grillage simple torsion [43]



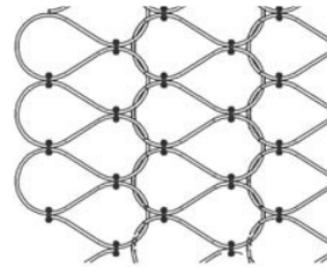
**FIGURE 2.20** – Le grillage à double torsion [5]

Le filet composé de câbles tricotés formant des mailles Omega est montré en figure 2.21. Il est utilisé pour des classes d'énergies comprises entre 500 et 2000 kJ.

Le câble utilisé est composé de torons de plusieurs fils et est donc plus résistant. En revanche, la rupture d'un toron entraîne la ruine globale de la structure. C'est pourquoi, une variante avec des attaches ayant des mailles en forme de gouttes d'eau a été développée par l'entreprise GTS (figure 2.22). Les attaches peuvent être rigides, glissantes ou fusibles. Ce filet a une grande capacité d'absorption d'énergie et possède des propriétés complexes dues en partie à la géométrie de son maillage qui lui donne des propriétés d'anisotropie.



**FIGURE 2.21** – Le filet Jersey sans attaches [43]



**FIGURE 2.22** – Le filet Jersey avec attaches : ELITE [31]

Les écrans de filets pare-blocs sont constitués d'un assemblage de tous les éléments décrits ci-dessus. L'étude de leur comportement et les méthodes de dimensionnement seront présentés dans ce qui suit.

### 2.3 Le dimensionnement des filets pare-blocs

Les filets pare-blocs sont des structures hétérogènes dont le dimensionnement doit prendre en compte plusieurs éléments et plusieurs comportements assemblés. Lors de l'impact, l'énergie cinétique du bloc se diffuse dans le filet qui présente de grandes déformations et différents phénomènes de contacts et de glissement dans son comportement. Cette énergie est transmise jusqu'au points de maintien et puis dans les haubans pour solliciter l'ensemble de la structure porteuse (poteaux et câbles de rives...). Ensuite, si l'effort est suffisamment grand, les dissipateurs d'énergie se déclenchent pour consommer le surplus d'énergie et protéger les ancrages qui constituent la fixation de la structure au sol.

L'analyse du comportement global de la structure est donc complexe parce que chaque éléments a un comportement spécifique et complexe en lui-même et doit travailler en régime dynamique avec les autres éléments pour assurer le bon fonctionnement de la structure lors de l'impact.

Les écrans de filets pare-blocs sont jusqu'à maintenant classés selon l'énergie qu'ils sont capables d'absorber. Cette capacité, présente dans les notes de calcul des

industriels, est une valeur théorique calculée en additionnant la valeur de l'énergie absorbée par surface unitaire du filet et celle absorbée par course unitaire des freins [20]. Or, en réalité, les expérimentations ont montré qu'un petit nombre d'anneaux se plastifient dans le filet et que seuls, quelques freins sont mobilisés (voir 2.5.2). Cette observation amène à conclure qu'il faut étudier la succession des événements mécaniques qui se produisent lors de l'impact dans toute la structure pour déduire sa capacité. Le surdimensionnement des éléments pour s'assurer qu'ils permettront de dissiper le niveau d'énergie n'étant pas une solution, la vraie difficulté est d'assurer le bon fonctionnement de l'ensemble des éléments et d'éviter les concentrations de contraintes ou les défauts qui peuvent ruiner la structure. Pour cela, il est essentiel de savoir comment chacun d'eux se comporte et participe à la diffusion des efforts.

Les premières approches de dimensionnement se basaient sur la relation fondamentale de la dynamique. L'impact du bloc est converti en un effort statique maximal résistant équivalent :

$$F = m a_{max} \quad (2.1)$$

avec  $m$  la masse du bloc et  $a_{max}$  sa décélération maximale. D'après [17], la décélération peut être écrite sous la forme suivante :

$$a_{max} = g \frac{b_m V_i}{t_s} \quad (2.2)$$

avec  $b_m$  une constante positive,  $V_i$  la vitesse du bloc au moment de l'impact et  $t_s$  le temps de freinage.

Il est difficile de déterminer cette décélération parce qu'elle dépend fortement du comportement de la structure. En plus, il n'y a pas vraiment de contexte réglementaire pour la structure en dehors des éléments linéiques pris séparément (les câbles et les poteaux se dimensionnent à l'Eurocode 3 si on connaît les efforts qu'il y a dedans).

Les approches de dimensionnement développées peuvent être divisées en deux grandes parties : les approches expérimentales qui sont les plus abouties et les approches numériques en plein développement. La réponse d'un écran de filet, conçu pour absorber une énergie cinétique donnée est validée suivant des procédures standard d'essai décrites dans l'ETAG27 (Guideline for European Technical Agreement). La réponse des ouvrages est donc extrapolée à celle de l'ouvrage réel installé sur un site en ajoutant des facteurs de sécurité.

Les entreprises restent assez secrètes sur leurs méthodes de dimensionnement interne mais elles demeurent incertaines car beaucoup d'essais à la station de chute de blocs ratent [17]. Dans la partie suivante, les conditions des essais de certification selon l'ETAG27 sont présentés.

## 2.4 Agrément technique : ETAG27

L'ETAG27 est le guide d'agrément technique européen qui permet de classer et de certifier les écrans de filets pare-blocs en se basant sur des essais d'impact à échelle réelle. Il a été mis en place en 2008 par les principaux pays européens menacés par les risques rocheux : l'Allemagne, l'Autriche, la France et l'Italie. Avant l'élaboration de l'ETAG27, les performances des écrans étaient garanties uniquement par les fabricants. La norme française P95-308 (AFNOR, 1996) se contentait de spécifier des bases géométriques pour les différentes classes d'énergie. La procédure et les conditions des essais selon l'ETAG27 seront présentées dans ce qui suit [20] :

### 2.4.1 Les conditions de l'essai

Le site de l'essai doit être choisi de façon à pouvoir lâcher un bloc et le guider sur le filet avec une précision suffisante. La pente à l'aval de l'écran ou la pente de référence doit être parallèle à la trajectoire du bloc dans le dernier mètre avant l'impact.

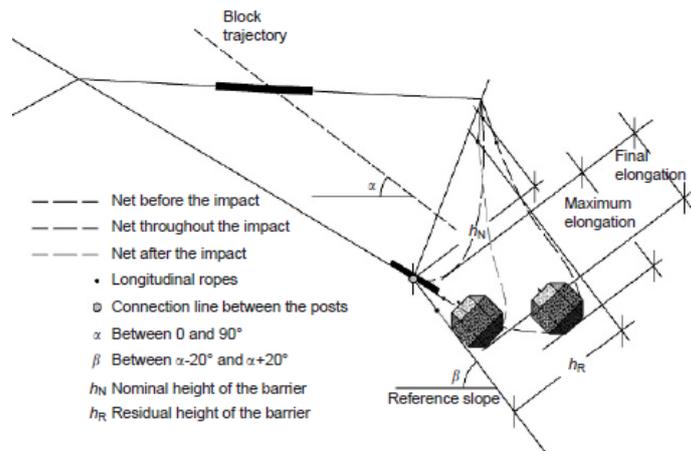
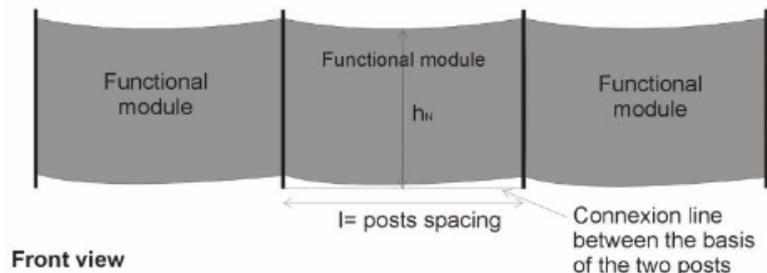


FIGURE 2.23 – Conditions du site de l'essai selon l'ETAG27 [22]

Le bloc en béton (armé ou non) a une forme polyédrique et une masse  $M$ . Sa taille est choisie en fonction de la classe d'énergie de l'écran de filet concerné. Au moment de l'essai, sa vitesse maximale dans le dernier mètre avant l'impact doit être supérieure à  $V = 25$  m/s. L'énergie d'impact est alors égale à l'énergie cinétique du bloc calculée par :

$$E_{impact} = E_c = \frac{1}{2}MV^2$$

L'écran installé est formé de trois modules attachés à quatre poteaux comme le montre la figure 2.24. La géométrie d'installation est déterminée en fonction du site. Les ancrages ne font pas partie des éléments à tester et sont conçus par le fabricant.



**FIGURE 2.24** – Architecture de la structure testée [22]

Les certifications sont accordées en suivant des mesures de grandeurs prises avant et après l'impact. Ces mesures concernent la hauteur résiduelle, la hauteur nominale du filet ainsi que son élongation maximale. La hauteur nominale est la distance minimale entre le câble de rive et la base des poteaux (figure 2.24). Elle est mesurée orthogonalement à la pente de référence. La hauteur résiduelle est la hauteur mesurée après l'impact sans enlever le bloc. C'est la distance minimale entre les câbles de rives inférieur et supérieur. L'élongation maximale du filet est mesurée parallèlement à la pente de référence.

La procédure de certification est basée sur deux types d'essais à deux niveaux d'énergie : un essai SEL (Service Energy Level) et un essai MEL (Maximum Energy Level) avec une valeur supérieure à 3 fois celle du SEL. L'écran est classé suivant un niveau d'énergie d'après le tableau (2.25).

Energy level classification	0	1	2	3	4	5	6	7	8
SEL	-	85	170	330	500	660	1 000	1 500	>1 500
MEL $\geq$	100	250	500	1 000	1 500	2 000	3 000	4 500	>4 500

**FIGURE 2.25** – Vue de section de l'essai

## 2.4.2 Essai SEL

L'essai SEL est constitué de deux impacts successifs sur l'écran. Cet essai est réussi si les conditions suivantes sont satisfaites :

- 1- lors du premier impact :
  - le bloc est arrêté par le filet ;
  - aucune rupture n'a eu lieu dans les composants de liaison, montants et câbles ; L'ouverture du maillage du filet est tolérée jusqu'à deux fois la taille initiale de la maille ;

- la hauteur résiduelle est mesurée avec le bloc laissé en place dans le filet, elle est supérieure ou égale à 70% de la hauteur nominale ;
  - le bloc ne touche pas au sol avant que le filet atteigne son élongation maximale ;
- 2- lors du second impact qui doit avoir lieu dans le même ouvrage sans maintenance :
- le bloc doit être arrêté par le filet ;
  - le bloc ne doit pas toucher le sol avant que le filet atteigne son élongation maximale ;

### 2.4.3 Essai MEL

L'essai MEL est constitué d'un seul impact caractérisant la capacité maximale. Au cours de cet essai, les conditions suivantes doivent être remplies :

- le bloc est arrêté par le filet ;
- le bloc ne touche pas au sol avant que le filet ait atteint son élongation maximale.

Ensuite, une classification de l'écran est établie selon la valeur de la hauteur résiduelle.

Si l'écran testé remplit toutes les conditions de l'agrément technique ETAG27, l'évaluation technique européenne peut être demandée et la procédure de marquage CE peut être engagée.

Ce guide n'améliore la connaissance des filets pare-blocs que dans les conditions de l'essai. Il s'avère donc important d'accompagner ce travail par des travaux de recherche expérimentale et numérique afin de mieux connaître le comportement des différents éléments de la structure. Dans la partie suivante, un état de l'art des recherches expérimentales réalisés sur les filets pare-blocs est réalisé, suivi ensuite d'une section sur les recherches numériques.

## 2.5 Recherches expérimentales

Les écrans de filet pare-blocs sont principalement dimensionnés à travers des essais expérimentaux à échelle réelle. Cette approche robuste est représentative du cas réel de chute de bloc. Elle permet de vérifier le bon fonctionnement de l'ensemble de la structure et de mesurer l'élongation du filet, le mouvement du bloc et les efforts aux ancrages lors d'un impact. Des travaux expérimentaux sont aussi réalisés sur des modèles réduits d'écrans de filets. Ce type d'essais est moins coûteux mais ne suffit pas pour déterminer la résistance effective d'un écran.

De plus, des essais expérimentaux en statique et en dynamique sont menés à l'échelle des éléments de la structure : le filet, la maille élémentaire du filet, les câbles et les dissipateurs d'énergies. Ces essais servent en général à calibrer les paramètres mécaniques utilisés pour le développement des modèles numériques.

Inspirés de la recherche bibliographique réalisé par Trad [49], on divisera les travaux expérimentaux selon l'échelle à laquelle ils sont conduits. La première partie traitera des essais à l'échelle réelle ou en grandeur nature. Ensuite, on détaillera les essais sur dissipateurs d'énergies puis on présentera les tests réalisés sur les filets ou sur des parties de filets. Enfin, les tests menés sur les éléments constitutants (câble et anneau) seront analysés.

### 2.5.1 Essais à échelle réelle

Les essais à échelle réelle de la structure sont indispensable pour le dimensionnement des écrans de filets et pour leur certification. Il existe plusieurs stations d'essais à échelle réelle en Europe (France [49], Suisse [50], Italie [26], ...) et dans le monde (Etats Unis , Japon, Australie...). On remarque que l'industrie européenne est nationale parce que chaque site est représentatif d'une technologie ou d'un fabricant : les stations de chute de blocs suisses testent les filets des entreprises suisses Geobrugg et Isofer, les italiens testent les filets fabriqués par Maccaferri et RISP et les français testent dans leur station les filets de GTS, CAN et HC.

La partie suivante décrit quelques essais non confidentiels réalisés sur différents sites européens. Ces essais ont été conduits dans l'objectif de valider le développement d'un nouvel élément ou les résultats de nouvelles approches numériques.

#### 2.5.1.1 Site de Montagnole, France

La station de chute de bloc construite par l'IFSTTAR (Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux) et présentée en figure 2.26 se situe à Montagnole en France [9]. Elle sert principalement à tester et certifier les écrans de filets des fabricants français CAN, HC Systec/TAS et GTS.

Le dispositif d'essai est conçu pour lever et larguer en chute verticale des blocs d'une masse maximale égale à 20 tonnes. La hauteur de chute est comprise entre 5 et 70 m et la flèche, formée d'une structure métallique rigide de type treillis, a une longueur de 25 mètres et peut pivoter autour d'un axe fondé au rocher. Le positionnement absolu du bloc avant largage est donné par 3 codeurs optiques rotatifs. De plus, le positionnement et la trajectoire verticale contrôlée du bloc autorisent des lachers avec une grande précision [49].



**FIGURE 2.26** – Station de chute de blocs à Montagnole, France

En 2010, Trad a publié des résultats d’essais en grandeur réelle sur des écrans de filets fabriqués par l’entreprise GTS selon le cahier de charge défini par l’agrément technique ETAG27 [48]. L’écran est formé de trois modules fonctionnels de largeur 10 m et de hauteur nominale de 5,32 m. Il est équipé de capteurs de forces mesurant les efforts aux ancrages, de capteurs de force locaux mesurant les efforts dans les éléments principaux de la structure et de caméras rapides qui permettent de remonter à la vitesse du bloc durant l’impact et de voir les détails de la réponse de la structure sous l’impact.

Quatre essais sont réalisés : deux essais au niveau d’énergie maximal MEL sur barrière de classe 3000 kJ et deux autres au niveau d’énergie maximal MEL sur barrière de classe 5000 kJ. Pour chaque classe d’énergie, un essai a réussi et un essai a échoué car la structure n’a pas pu arrêter le bloc. La figure 2.27 montre des photos enregistrées lors d’un impact rocheux. La hauteur résiduelle  $h_r$  est mesurée après le tir suivant les spécifications de l’ETAG27 . On remarque que la structure se déforme beaucoup lors de l’impact : la rotation des poteaux est très visible ainsi que la grande déflexion du filet du module central.

Pour chaque essai, la variation des efforts dans les éléments de la structure porteuse, la trajectoire du bloc et les courses de freinage sont tracées en fonction du temps. On montre des résultats d’un essai au niveau MEL pour une barrière classe 3000 kJ. La diffusion des efforts ou les efforts maximaux enregistrés dans les éléments sont récapitulés en figure 2.28. On remarque que les éléments en amont supportent plus d’efforts que ceux en aval.

Les énergies absorbées par les dissipateurs sont également présentées en figure 2.29. Une dissymétrie est visible : la quantité d’énergie absorbée par les dissipateurs d’énergie amonts est supérieure à celle absorbée par les dissipateurs avals. D’après ces essais, Trad a déduit que 30% de l’énergie est absorbée par les dissipateurs inférieurs et 10% par les dissipateurs amont. Le reste de l’énergie est dissipé par la déformation du filet, la déformation des câble porteurs, les frottements entre les câbles

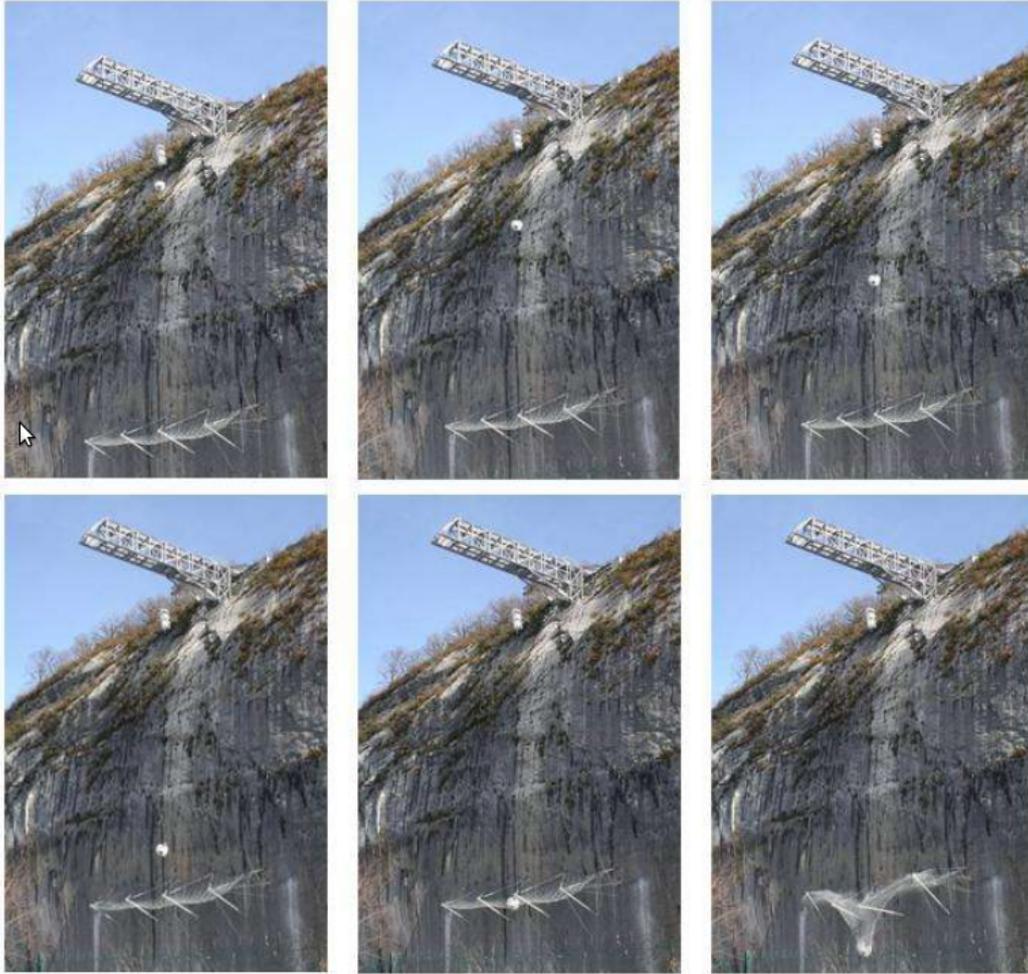


FIGURE 2.27 – Photos d'un essai en grandeur nature réalisé par Trad et al [49]

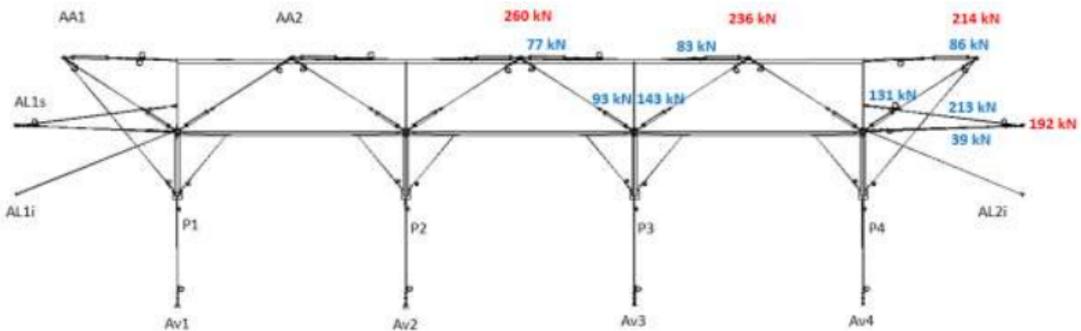
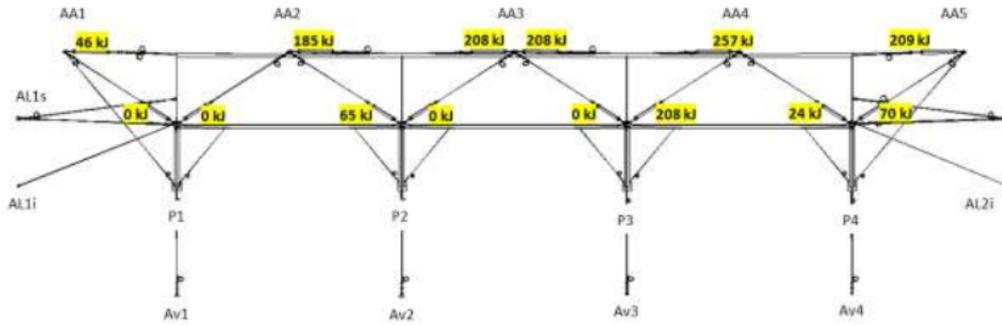


FIGURE 2.28 – La distribution des efforts dans les éléments de la structure porteuse (Barrière de 3000KJ, Essai MEL) [49]

et les serre-câbles et les frottements entre le filet et les câbles de pourtour. Cette observation met en question certaines hypothèses simplificatrices souvent adoptées dans les modèles numérique (élasticité du filet, essentiel de l'énergie dissipé dans les freins ...).

Dans la deuxième section, on décrit les essais à échelle réelle réalisés sur le site



**FIGURE 2.29** – L'énergie absorbée par les dissipateurs d'énergie (barrière de 3000KJ, Essai MEL) [49]

italien de Fonzaso et analysés par [26], [25], [27] et [40].

### 2.5.1.2 Site de Fonzaso, Italie

Le fabricant d'écrans de filets italien Maccaferi teste ses filets selon l'ETAG27 à la station de chute de bloc de Fonzaso en Italie et le fabricant Incofil a sa propre station au nord de Turin. L'architecture du site de Fonzaso est montrée dans les figures 2.30 et 2.31. La grue permet de lever des charges jusqu'à 200 kN avec une hauteur maximale de largage de 16 m. Un capteur laser est installé en dessus de la ligne des pieds de poteaux pour mesurer la vitesse réelle de l'impact. Quatre caméras vidéos enregistrent l'impact. L'analyse de ces Images2 permet de calculer l'élongation maximale du filet et le temps de freinage. Les ancrages et les fondations des poteaux sont munis de cellules de charge ou capteurs pour enregistrer les efforts dans ces éléments lors de l'impact.

Trois types d'écrans de filets sont testés par Gentillini [26] en SEL et en MEL. Chaque structure est conçue pour une des classes d'énergie suivantes : 5000 kJ, 3000 kJ et 500 kJ. La figure 2.32 montre l'architecture de l'écran de filet à 5000 KJ. Chaque écran est formé de trois modules de filet. La disposition des poteaux, des câbles et des dissipateurs diffère selon la classe d'énergie associée. Durant l'impact, les variations des efforts aux poteaux sont enregistrés et les temps de freinage et les élongations des filets sont mesurés. Les résultats obtenus sont détaillés dans la partie numérique parce qu'ils sont comparés aux résultats du modèle développé par [26] .

En 2010, Gottardi et al [27] ont également réalisé des essais en grandeur réelle à la station de Fonzaso. Les essais sont réalisés sur cinq types d'écrans de filets fabriqués par Maccaferi nommés : CTR 02/07/B, CTR 10/04/B, CTR 20/04/B, OM CTR 30/04/A et OM CTR 50/07/A. Ces ouvrages ont en gros la même architecture mais le type de filet, les sections des câbles et la disposition des dissipateurs d'énergie sont différents. La figure 2.33 montre la structure testée CTR 10/04/B. Elle est constituée



FIGURE 2.30 – Station de chute de bloc, Fonzaso, Italie [26]

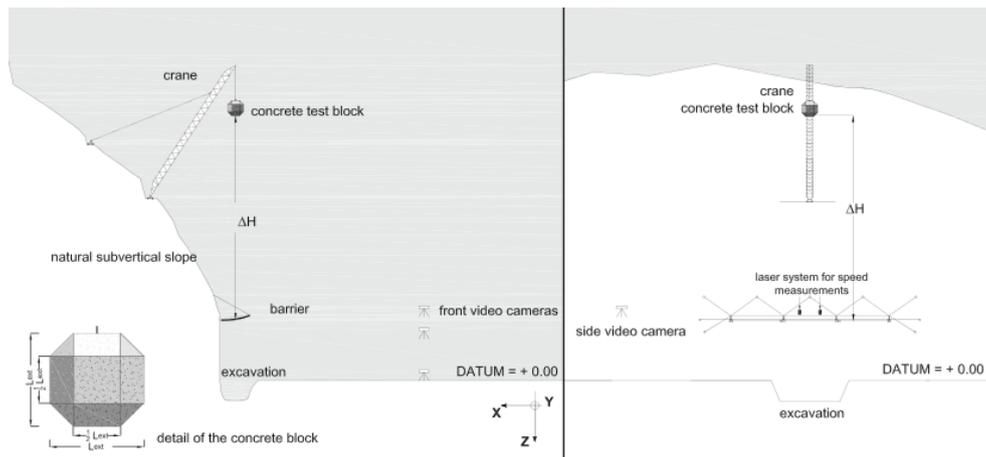


FIGURE 2.31 – Vue de face et de côté du site de Fonzaso [27]

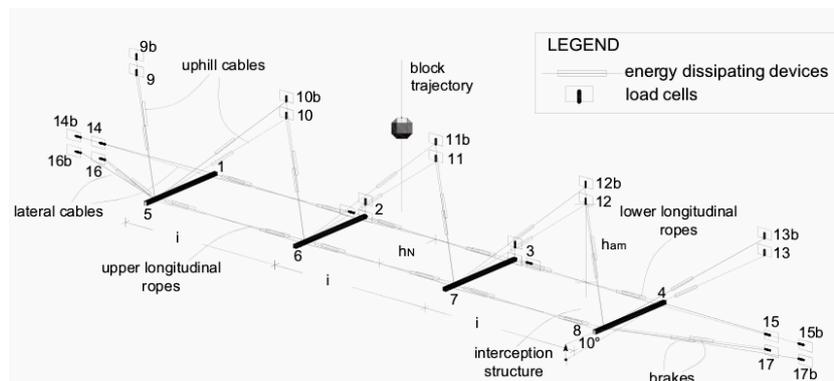


FIGURE 2.32 – Architecture de l'écran de filet 5000 kJ [26]

de trois modules de filets maintenues sur quatre poteaux espacés de 10 m et inclinés de 10 degrés vers l'amont. Les haubans amonts et latéraux munis de dissipateurs d'énergie sont reliés aux têtes des poteaux. Cette architecture est caractérisée par des câbles doubles pour franchir facilement les poteaux.

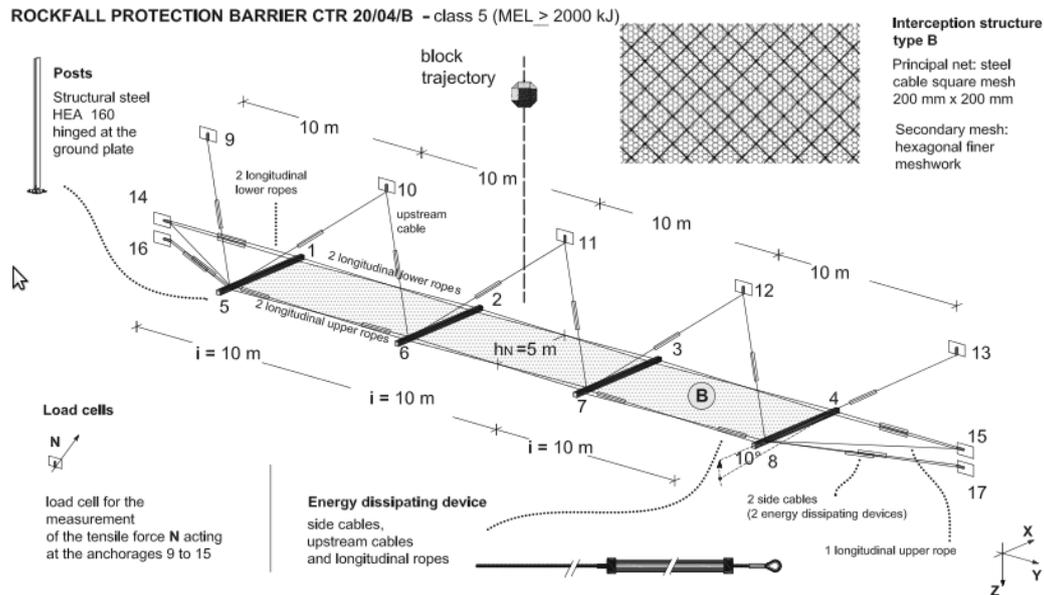


FIGURE 2.33 – Schéma 3D et détails de la barrière CTR 10/004/B [27]

Les essais sont réalisés suivant les recommandations de l'ETAG27. Les structures CTR 02/07/B, CTR 10/04/B, et OM CTR 30/04/A ont subi deux essais chacune, un SEL et un MEL. Les deux autres kit ont subi un essai suivant le niveau maximal de l'énergie MEL.

La figure 2.34 montre les résultats concernant le temps de freinage  $t_s$  en fonction de l'énergie cinétique mesurée. Elle montre également le temps écoulé  $t_p$  pour que les efforts aux ancrages atteignent leur maximum (déviations standard à l'aide de segments fléchés). Il existe deux groupes de points : un groupe de points gris à gauche représentant les essais SEL et un groupe de points à droite représentant les essais MEL.

Par ailleurs, le graphique de la figure 2.35 illustre la variation des paramètres de déformation du filet durant l'essai : la hauteur résiduelle  $h_r$  et la déflexion maximale  $S$ . Ces paramètres sont divisés par la hauteur nominale  $h_N$ . Trois valeurs sont mesurées pour chaque type de filets : la ligne en pointillé relie les points indiquant les élongations maximales des filets, la ligne en tirets relie les points représentant les élongations finales et la ligne pleine passe par les points correspondant aux hauteurs résiduelles. On note que les élongations finales sont inférieures de 10 à 20 % par rapport aux élongations maximales.

En plus, les forces enregistrées par des capteurs situés sur les ancrages et sur les

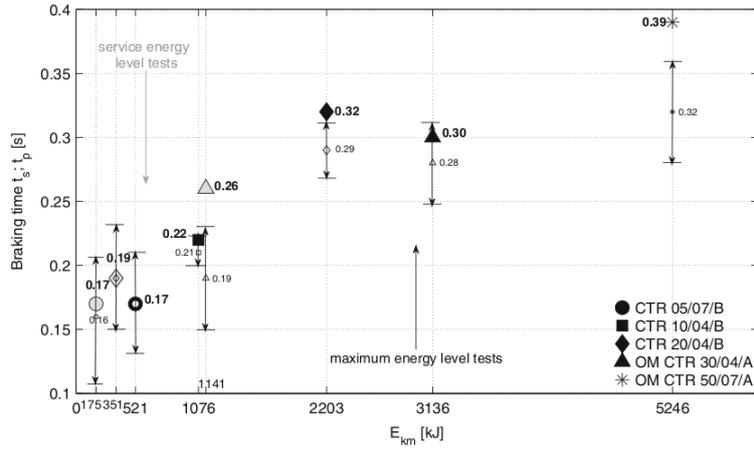


FIGURE 2.34 – Temps de freinage en fonction de l'énergie cinétique de l'impact [27]

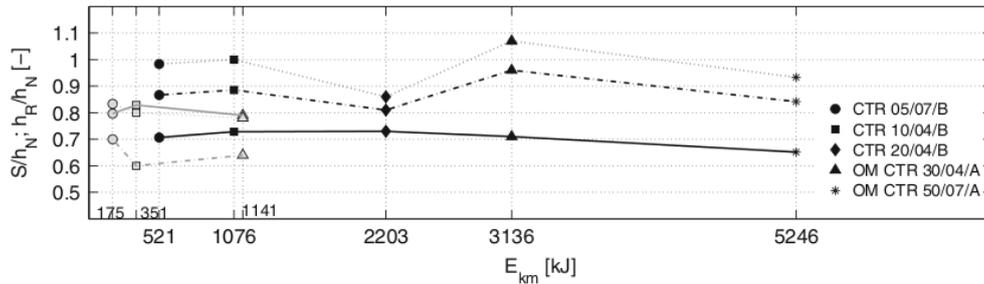


FIGURE 2.35 – Paramètres de déformation du filet en fonction de l'énergie cinétique [27]

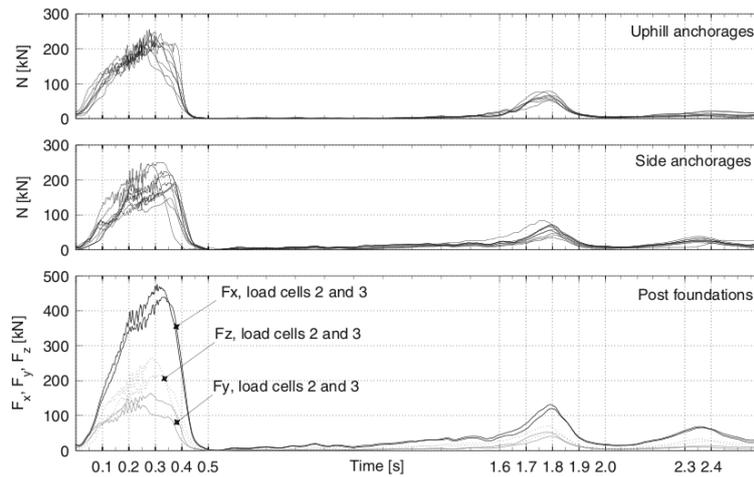


FIGURE 2.36 – Efforts enregistrés aux ancrages et au fondations des poteaux en fonction du temps [27]

fondations des poteaux sont tracés en figure 2.36. Il s'agit des efforts en fonction du temps au niveau de 10 ancrages pour la structure OM CTR 50/07/A au cours

de l'essai MEL. Le troisième diagramme illustre les forces agissants à la base des poteaux intérieurs. Ces efforts augmentent rapidement et atteignent un premier pic puis, un second pic, beaucoup plus petit que le premier. Cette observation nous permet de simplifier le problème en réalisant des calculs numériques en quasi-statique pour analyser le comportement de la structure juste après l'impact. On remarque que l'amortissement lors du premier pic est dû à l'activation des dissipateurs d'énergie tandis que le deuxième pic est lisse, ce qui est dû à un amortissement visqueux naturel.

En 1998, Peila [40] a publié les résultats d'essais à échelle réelle réalisés également en Italie. Le dispositif de test consiste en un chariot qui glisse sur un câble et qui dirige le mouvement du bloc comme le montre la figure 2.37. Le bloc est ensuite lâché juste avant l'impact. Le site permet d'atteindre une vitesse d'impact de 34 m/s pour un bloc de masse maximale de 7000 kg. L'énergie cinétique peut donc atteindre 4000 kJ. En se basant sur une analyse des vidéos enregistrées par des caméras rapides, il est possible d'étudier le comportement global de l'écran, la vitesse et le déplacement du bloc avant et après l'impact et la réaction des éléments durant l'impact.



**FIGURE 2.37** – Le dispositif d'essai : 1. le chariot , 2. le câble de connexion , 3. le cordeau détonant [40]

Les écrans testés sont des produits commerciaux de même architecture (figure 2.38) fabriqués en Italie pour des classes d'énergie différentes. TSB15/E, TSB23/E et TSB30/E sont des produits ayant la même géométrie, le même type de filet et de dissipateurs d'énergie. Les sections des câbles et les poteaux sont différents et les poteaux n'existent que pour maintenir le filet. Les produits TSB1/R, TSB6 et TSB4 sont munis des mêmes dissipateurs d'énergie, leur poteaux sont fixés au sol et ne peuvent basculer que dans une seule direction suivant la déformation de la structure.

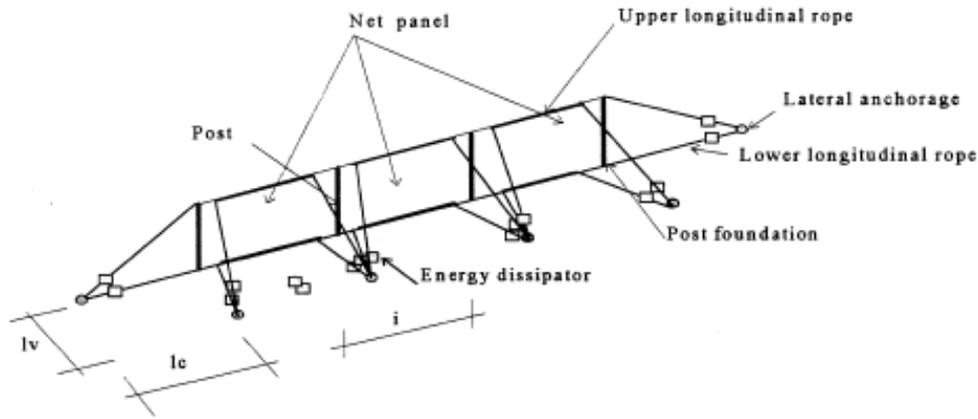


FIGURE 2.38 – L’architecture d’un écran de filet testé [40]

Les résultats sont présentés dans le tableau 2.39. On distingue la masse du bloc  $m$ , la hauteur de chute  $H$ , l’énergie potentielle  $E_p$ , l’énergie cinétique  $E_c$ , la vitesse d’impact  $v$ , l’angle d’impact par rapport à l’horizontale  $\alpha$ , les distances finale  $D_s$  et maximale  $D_{smax}$  mesurées entre le barycentre du bloc et les pieds de poteaux et le temps d’arrêt du bloc  $t_s$ . D’après cette série d’essais, l’auteur a déduit les remarques

Barrier type	N	m [kg]	H [m]	$E_p$ [kJ]	$E_c$ [kJ]	$\bar{v}$ [m/s]	$\bar{\alpha}$ [°]	$D_x$ [m]	$D_{x_{max}}$ [m]	$t_s$ [s]
TSB30/E	1	7200	45	3178	3027	29	32.3	14	18	~1.04
TSB23/E	2	2700	16	423	291	14.6	38.5	-1.0	1.7	0.64
	3	2700	48	1270	1175	29.5	32	0.0	4.2	0.44
	4	4450	55	2398	2002	30	36	1.0	5.5	0.40
	5 (*)	2700	48	1200	1150	29	33	5.3	5.3	0.60
TSB15/E	6	4450	37	1615	1574	26.6	35.8	3.0	5.0	0.84
TSB11/R	7	3300	52	1683	1545	30.8	39	8.0	5.8	0.60
TSB6	8	3300	26	842	660	20	37.5	4.6	4.6	0.76
TSB4	9	1500	34	500	347	21.5	36.8	2.8	2.8	0.80

FIGURE 2.39 – Résultats des essais réalisés par [40]

suivantes :

- le temps d’arrêt du bloc est toujours inférieur à une seconde ;
- plusieurs dissipateurs d’énergie n’ont pas été activés durant l’impact ;
- des joints entre câbles peuvent constituer un point de faiblesse structurel, ce qui n’était pas vu dans les tests statiques ;
- les fondations ont montré de larges déformations dans certains cas, cette observation souligne l’importance d’un bon dimensionnement.

Enfin, tous les types d’écrans ont pu stopper le bloc. Certains produits ont montré un comportement élastique parce que la déformation résiduelle obtenue est inférieure à celle maximale mesurée. D’autres structures atteignent la phase de déformation

plastique.

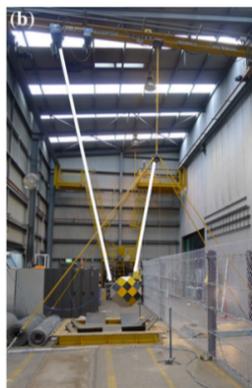
Le site suisse de Walenstadt est présenté dans la section qui suit. Les entreprises restant confidentiels et secrètes sur leur travaux, il a été difficile d’avoir des informations concernant les essais réalisés sur ce site.

### 2.5.1.3 Site de Walenstadt, Suisse

Plusieurs essais sont également réalisés sur le site de Walenstadt en Suisse par Gerber et Boell en 2006 et par Grassl en 2003. Le site de la figure 2.40 se situe dans le canton de Saint-Gall et est utilisé pour les essais types, la recherche et le développement de produits surtout pour le fabricant suisse Geobruigg. Les blocs ont une masse maximale de 16 tonnes et sont libérés à partir d’une grue d’une hauteur maximale de 60 m<sup>9</sup>. Différents systèmes de mesure enregistrent les forces dans les câbles et les réactions aux fondations à une fréquence de plusieurs kHz. Le processus de freinage est enregistré en utilisant la vidéo à haute vitesse jusqu’à 1000 Images2 par seconde.



**FIGURE 2.40** – Site de Walenstadt en Suisse [www.wsl.ch]



**FIGURE 2.41** – Site intérieur de l’Université de Newcastle [10]

On présente, dans ce qui suit, les travaux conduits en Australie [10] sur le site intérieur de l’Université de NewCastle.

### 2.5.1.4 Site intérieur de Newcastle, Australie

Buzzi a conduit des expérimentations sur un prototype de filets pare-blocs à l’Université de Newcastle en Australie [10]. La figure 2.41 montre le site de l’essai. Le bloc de béton est attaché à un pendule et lâché vers la structure à une vitesse bien définie. Quatre type d’écrans de filets sont testés : un produit de Geobruigg G

9. WSL Institut fédéral de recherches sur la forêt, la neige et le paysage. [en ligne] Disponible sur <[http://www.wsl.ch/fe/gebirgshydrologie/walenstadt/index\\_FR](http://www.wsl.ch/fe/gebirgshydrologie/walenstadt/index_FR)> (consulté le 19 août 2014).

avec un filet à câble à maille en forme de losange, un produit de Maccaferri M avec un filet double torsion, deux structures différentes conçues par RTA OS1 et OS2 avec un filet à câble en forme de losanges. Les raideurs, les technologies et les compositions des ouvrages sont différentes (figure 2.42), le but étant de tester l'influence de la rigidité du système sur la distribution des efforts.

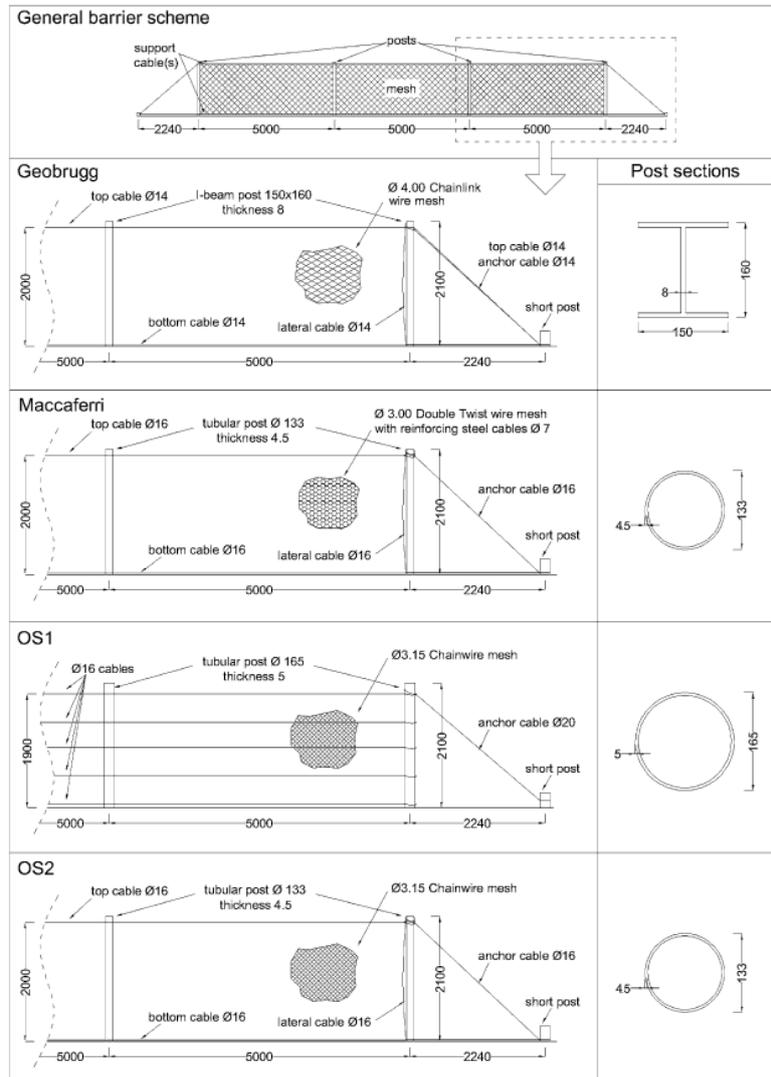
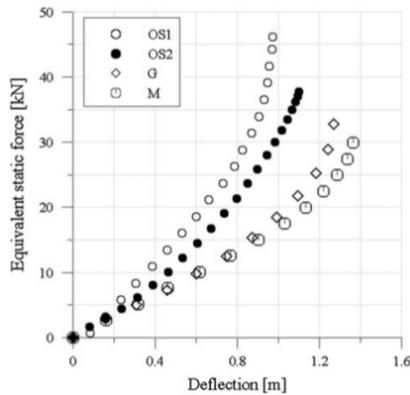


FIGURE 2.42 – Schéma des quatre barrières testées [10]

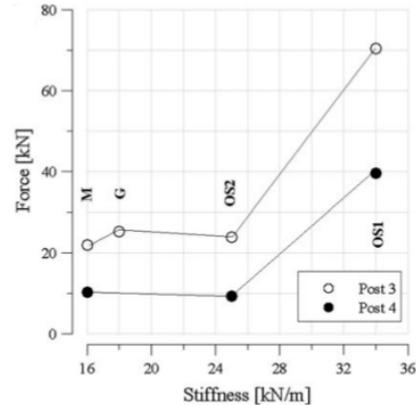
Les résultats des essais expérimentaux pour une énergie de 35 kJ ont montré que le bloc est toujours intercepté par le filet, mais les dommages et les endroits de rupture diffèrent. La courbe charge-déflexion pour chaque essai est présentée en figure 2.43. Les systèmes G et M sont les plus flexibles. Les valeurs des raideurs sont proches malgré les grandes différences dans leurs technologies (liaisons, filet, matériaux ...).

Par ailleurs, les systèmes M et OS2 ont une architecture similaire avec les mêmes

dimensions de poteaux et de câbles mais présentent deux raideurs très différentes, ceci est dû à la différence dans la maille du filet. Ce résultat montre que le filet joue un rôle très important dans le calcul de la raideur de la structure et par suite, dans la distribution des efforts. La figure 2.44 montre les efforts enregistrés dans les poteaux 3 et 4 en fonction de la raideur de chaque ouvrage. Le poteaux les plus sollicités sont dans le cas de la structure OS1. Les ancrages doivent donc être conçus de manière à supporter cet effort.



**FIGURE 2.43** – Force statique équivalente en fonction de la déflexion [10]



**FIGURE 2.44** – Efforts aux poteaux en fonction de la raideur des systèmes testés [10]

De plus, la raideur du système est fortement liée à la nature des conditions aux limites et au type de connexions du/avec le filet. Pour cela, des essais ont été conduits sur des filets de 2,5 x 2,5 m, ayant différentes tailles de mailles en losanges et fixés à leurs bords. Les résultats ont montré qu'en ces conditions, le filet OS1 est capable d'absorber une plus grande quantité d'énergie et le filet G n'a pas pu arrêter le bloc.

A part les Australiens qui ont comparé plusieurs écrans de filets, les comparaisons entre les résultats des essais réalisés dans les différentes stations sont peu nombreuses car les entreprises restent secrètes et confidentielles sur leur technologies. Après la description des stations de chute pare-blocs et des essais réalisés à échelle réelle, la partie suivante présente les études expérimentales conduites sur les dissipateurs d'énergie pour évaluer leur comportement.

## 2.5.2 Essais sur dissipateurs d'énergie

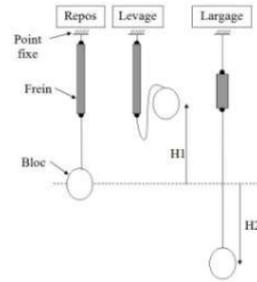
Plusieurs dispositifs de freinage ont été conçus et testés afin d'examiner leur comportement et leur contribution dans la distribution des efforts dans la structure.

### 2.5.2.1 Les dissipateurs d'énergie par flambement

Les dissipateurs par flambement progressif de tubes sont des types de freins récents proposés par [49]. L'énergie est absorbée par un écrasement axial d'un tube à section carrée qui entraîne l'apparition de plusieurs lignes de plis ou rotules plastique comme le montre la figure 2.45.

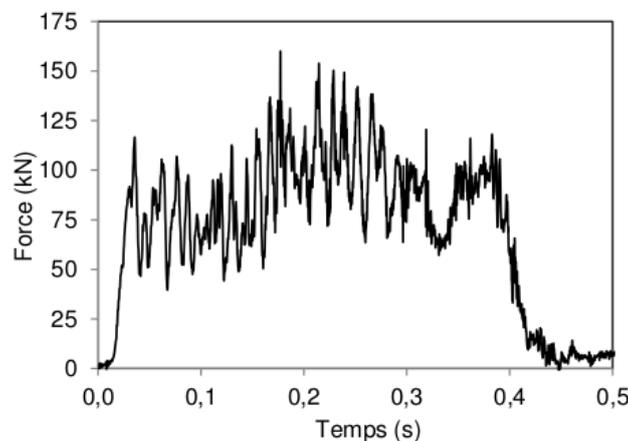


**FIGURE 2.45** – Le dissipateur d'énergie par flambement d'un tube métallique [49]



**FIGURE 2.46** – Le dissipateur d'énergie par flambement d'un tube métallique [49]

Des essais expérimentaux en quasi-statique et en dynamique sont réalisés pour déterminer le comportement de ce dispositif. Le test dynamique consiste en la fixation du câble muni du dispositif d'un côté, avec un bloc attaché à l'autre extrémité. Le bloc est lâché d'une certaine hauteur. La force dans le câble est enregistrée. La courbe charge/flèche caractéristique de l'essai d'écrasement du tube, présente alors plusieurs oscillations qui correspondent chacune à l'initiation, la propagation et l'affaissement d'un pli. La variation de la force en fonction du temps est montrée en figure 2.47. La force augmente jusqu'à 100 kN et devient quasi constante en fonction du temps. Ce comportement nous permet de considérer un modèle de comportement élasto plastique parfait pour ce type de dissipateur.



**FIGURE 2.47** – Force en fonction du temps du dissipateur par flambement [49]

Le seuil de déclenchement du dissipateur dépend de la classe d'énergie de l'écran. Ce seuil est paramétrable suivant le choix du matériau (acier doux ou aluminium), la section et l'épaisseur du tube. Il a été breveté et retenu pour les barrières dont les tests sont décrits dans la section 2.5.1.1.

### 2.5.2.2 Les dissipateurs d'énergie par frottement

En 1998 et 2006, Peila a étudié le comportement d'un dispositif de dissipation d'énergie qui fonctionne par frottement d'un câble entre deux pièces boulonnées présenté en figure 2.48.

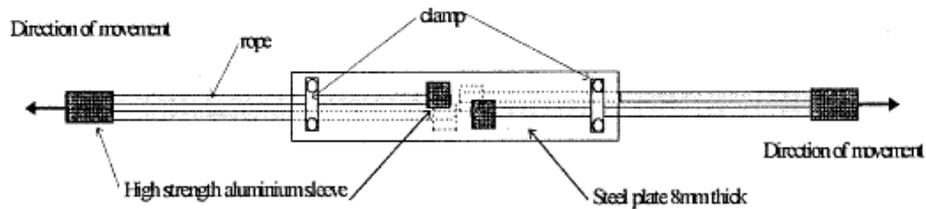


FIGURE 2.48 – Schéma du dissipateurs d'énergie par frottement [40]

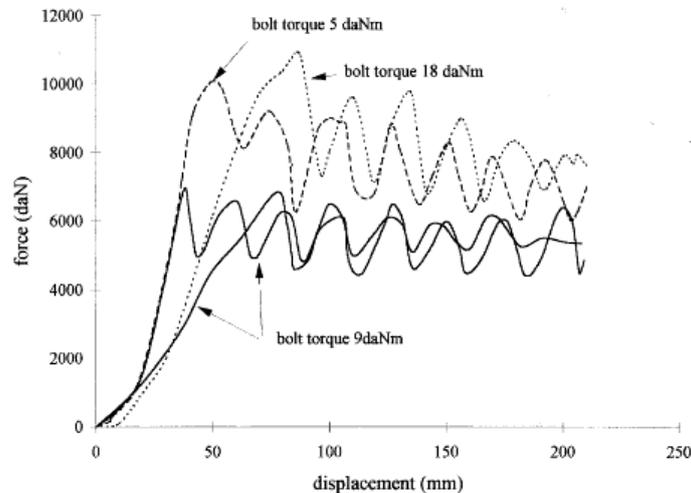


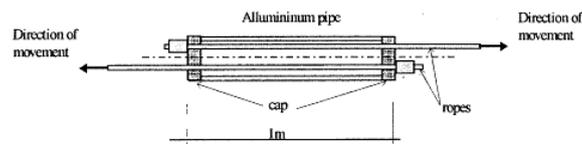
FIGURE 2.49 – Diagramme force déplacement pour le dissipateur d'énergie par frottement [40]

La capacité du dissipateur d'énergie par frottement est liée au couple de serrage des boulons. Plus le couple est grand, plus le seuil de déclenchement est supérieur. Le comportement de ce type de frein est montré en figure 2.48. le premier pic de la courbe force-déplacement correspond à l'énergie absorbée qui active le dispositif. Le comportement quasi-statique du dissipateur en frottement, est similaire à un comportement élasto-plastique parfait, avec en fin de course de freinage, une augmentation de la force qui correspond à la traction propre sur le câble. L'usure, ainsi

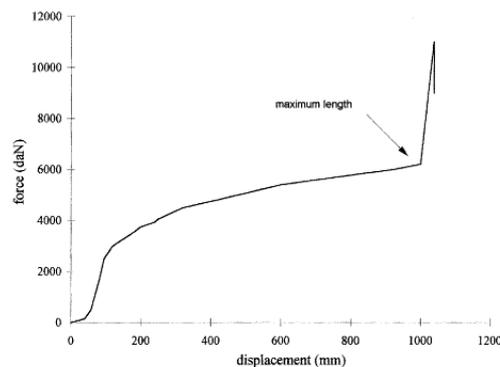
que la hausse de température des pièces fixes, entraînent des changements d'état de surface et des dilatations. Ces phénomènes induisent une diminution du frottement et se traduisent par la légère diminution de la force maximale en fonction du déplacement.

### 2.5.2.3 Les dissipateurs d'énergie par déformation plastique

Selon la figure 2.50, le dissipateur d'énergie par déformation plastique testé par Peila [41] est composé d'un tube en aluminium à l'intérieur duquel passent deux câbles avec deux pièces métalliques à leurs extrémités. En appliquant des forces de traction, les pièces s'enforcent dans le tube et entraînent son ovalisation. La courbe de comportement montre le seuil de déclenchement du frein et le déplacement de butée (figure 2.51). On remarque que, contrairement au dissipateur d'énergie par frottement, la force maximale est légèrement croissante en fonction du déplacement.

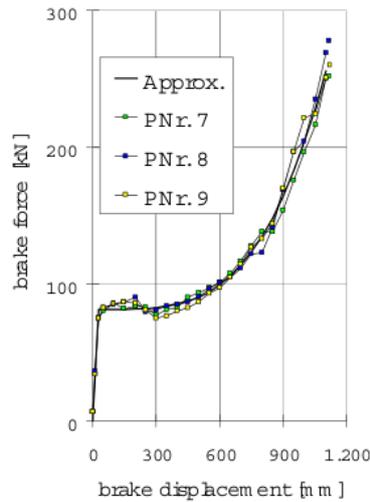


**FIGURE 2.50** – Schéma du dissipateur par déformation élastique d'un tube en aluminium [40]



**FIGURE 2.51** – Loi de comportement du dissipateur par déformation élastique d'un tube en aluminium [40]

Une étude sur un autre dispositif de dissipation d'énergie par déformation plastique d'un tube métallique est proposé par Castro Fresno [14]. Anderhaggen [2] a également testé le comportement d'un dissipateur d'énergie par frottement formé d'un tube à anneau. La figure 2.52 montre l'allure de la courbe expérimentale obtenue, la force maximale quasi-constante étant proche de 80 kN.



**FIGURE 2.52** – Loi de comportement du dissipateur par déformation élastique d’un tube en aluminium [AND00]

En conclusion, toutes les études réalisées sur les dissipateurs d’énergie permettent de leur associer un modèle de comportement élasto-plastique parfait avec une force seuil de l’ordre de plusieurs dizaines de kN. L’élément principal des écrans de pare-blocs est le filet métallique. Dans la partie suivante, les essais expérimentaux effectués sur cet élément sont décrits.

### 2.5.3 Essais à l’échelle du filet

Le filet est l’élément chargé de l’interception du bloc et de l’absorption ou de la diffusion de l’énergie cinétique du choc. Plusieurs campagnes expérimentales sur élément isolé ont donc été conduites afin d’évaluer son comportement, sa résistance et sa contribution dans la diffusion des efforts. Les essais de traction dans le plan du filet sont généralement réalisés pour étudier les filets pendus ou plaqués tandis que les essais de traction ou de poinçonnement hors plan concernent les écrans pare-blocs. Les essais de traction en plan sont décrits en premier. La seconde partie traite les essais de poinçonnement et de traction hors plan réalisés sur les filets.

#### 2.5.3.1 Essais de traction dans le plan

Des essais de traction en plan sur différents filets sont réalisés par Berthet-Rambaud et Guillemain [6]. Le banc d’essai construit par une entreprise italienne est présenté dans la figure 2.53. Il est construit de 3 poutres fixes et d’une poutre mobile activée par des vérins de 1 m de course. Les poutres sont munies de 10 points de fixation mobiles latéralement pour suivre l’élongation et les déformations de l’échantillon. Les poutres latérales sont également équipées de vérins permettant

d'appliquer une pré-tension à l'échantillon.



**FIGURE 2.53** – Le banc d'essai pour filets [33]

Les échantillons testés sont de dimensions approximatives de 4 m x 4 m et ont le même principe d'accrochage pour des raisons de comparaisons. En plus, et de manière à pouvoir comparer les comportements obtenus, une configuration initiale est convenue pour tous les échantillons. Elle consiste à appliquer une prétension globale de 10 kN selon l'axe de traction principale puis de 20 kN sur la poutre latérale équipée des vérins secondaires. Ces valeurs sont issues de l'expérience. Enfin et toujours pour rendre les mesures comparables, les données brutes enregistrées au cours des essais sont corrigées : l'origine des déplacements correspond à la configuration initiale et les efforts sont ramenés proportionnellement à ceux d'un échantillon de 4 x 4 m en configuration initiale pour homogénéiser le résultat [6].

Ces essais ont permis d'apporter de nouvelles connaissances sur les comportements des filets. Les filets à anneaux consomment beaucoup plus d'énergie grâce à la phase de réarrangement des anneaux. Le filet à anneaux 4 contacts est le filet le plus souple, mais sa souplesse n'est pas adaptée aux filets pendus parce qu'il peut générer des poches délicates pour les dispositifs de guidage [33]. Dans le cas des filets à câble, la phase de traction est plus raide et immédiate.

Bertrand [8] a conduit également des essais de traction en plan sur un grillage double torsion. Le but du travail est de calibrer, à l'aide des données expérimentales, le modèle discret développé. Le filet de dimensions 10 m x 5 m est bloqué d'un côté et voit un déplacement imposé de l'autre côté comme détaillé dans la figure 2.54. Les deux bords verticaux sont libres, ce qui libère l'effet de poisson, et la force de traction est mesurée sur le côté horizontal haut.

La figure 2.55 présente la force mesurée en fonction du déplacement du filet pour trois essais expérimentaux et pour la modélisation discrète.

Sasiharan [44] a conduit des essais de traction dans le plan sur trois filets ayant différents modules de Young et seuils de rupture : un filet TECCO de Geobrugg, un filet à câble Maccaferri et un grillage double torsion Maccaferri. Le banc d'essai est

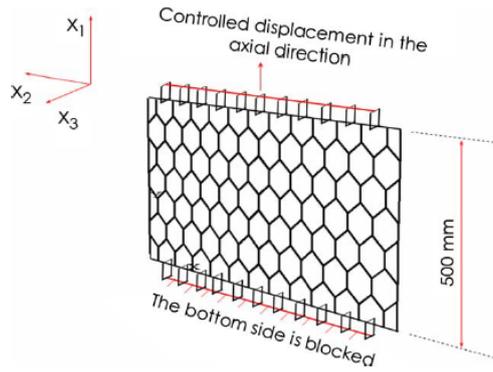


FIGURE 2.54 – Essai de traction en plan sur un grillage double torsion [8]

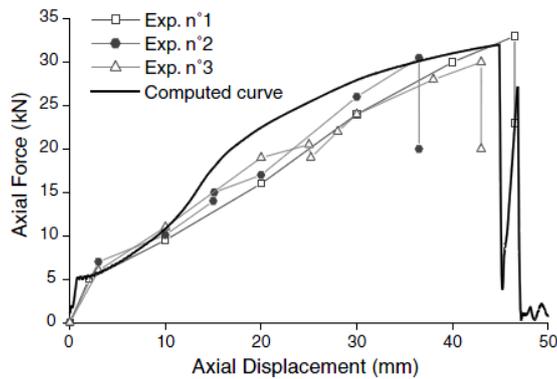


FIGURE 2.55 – Force de traction en fonction du déplacement vertical [8]

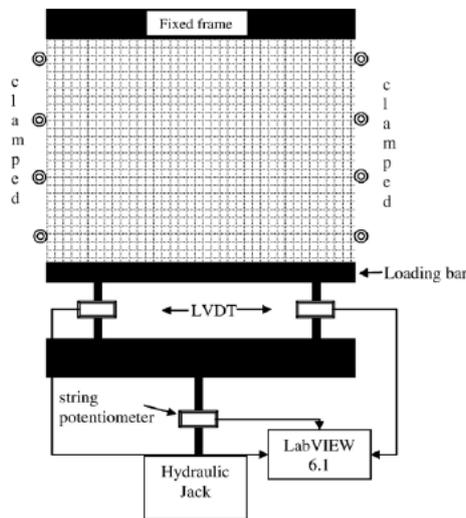
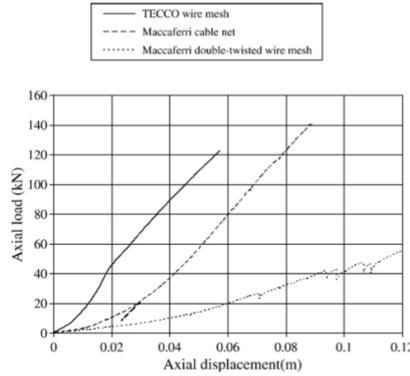


FIGURE 2.56 – Banc d'essai conçu pour les essais de traction en plan des filets [44]

montré dans la figure 2.56. Le chargement est appliqué à l'aide de vérins hydrauliques contrôlés en déplacement imposé alors que les bords latéraux sont fixés et l'effet de Poisson est bloqué, ce qui est différent du cas réel du comportement du filet. Le résultat du déplacement axial en fonction du chargement est détaillé en figure 2.57.



**FIGURE 2.57** – Déplacement du filet en fonction de la charge de traction dans le plan [44]

D’après ce qui précède, on peut déduire que le comportement sous traction en plan des différents types de filets est légèrement non linéaire au début. En augmentant la tension, il se rapproche vers un comportement quasi-linéaire.

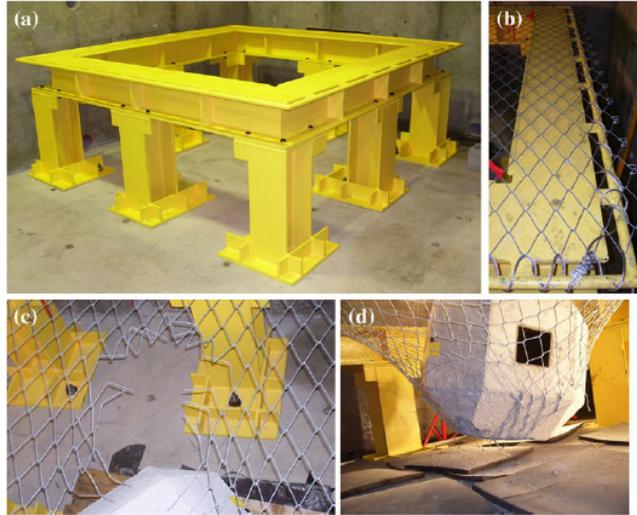
Or, les filets installés sur les écrans de filets pare-blocs sont sollicités en dehors de leur plan. La partie suivante illustre les essais de poinçonnement et de traction hors plan réalisés sur ces filets pour déterminer leur comportement.

### 2.5.3.2 Essais de traction hors plan

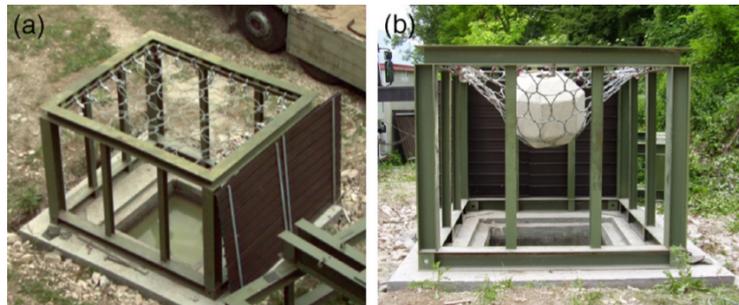
Buzzi a conduit récemment des tests sur deux filets carrés avec différentes tailles de mailles en forme de losange [10]. Ils sont attachés à leurs bords et les déplacements sont bloqués des quatre côtés. Le dispositif d’essai est présenté en figure 2.58. Les comportements des deux filets sont comparés : le filet ayant les plus grandes mailles n’a pas pu arrêter le bloc parce que la résistance du filet diminue quand la taille de la maille augmente.

Concernant les filets à anneaux, des tests d’impact sont conduits sur filets ASM6 par Gentillini pour déterminer la réponse dynamique du filet seul lors de la chute d’un bloc de masse et de vitesse connues [25]. Le filet testé est fixé à ses bords sur un cadre rigide comme le montre la figure 2.59, il comporte 56 anneaux au total. Le bloc de masse 1610 kg est lâché au centre du filet et deux caméras vidéos ont enregistré l’impact. Deux tests sont réalisés en variant la hauteur de la chute. L’élongation du filet mesurée après le premier impact est 0,6 m ( $E_c=98$  kJ). Pour le second impact, l’élongation est 0,67 m ( $E_c=129$  kJ).

D’un autre côté, Trad a conduit des essais de poinçonnement quasi-statique sur filets à maille Jersey de 2 x 2 m à l’échelle 1/2. Les déplacements des filets sont fixés aux bords mais les rotations sont libres. Un vérin hydraulique permet l’application d’une charge orthogonale au plan du filet sur une surface représentative de la taille d’un bloc (figure 2.60). L’élongation et la force de réaction à l’endroit de l’impact

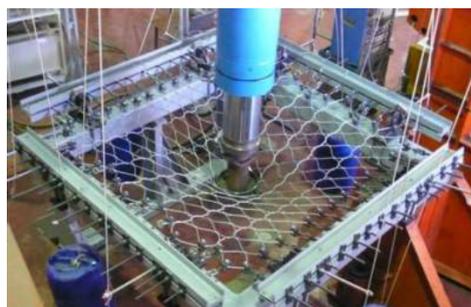


**FIGURE 2.58** – a) Banc d’essai, b) Conditions aux limites, c) Filet à petites mailles, d) Filet à grandes mailles [10]



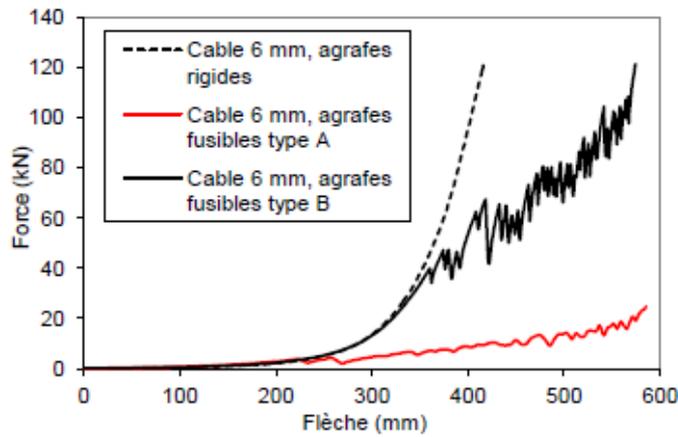
**FIGURE 2.59** – Essai hors plan sur filets à anneaux [25]

sont mesurés.



**FIGURE 2.60** – Essai hors plan sur le filet ELITE [49]

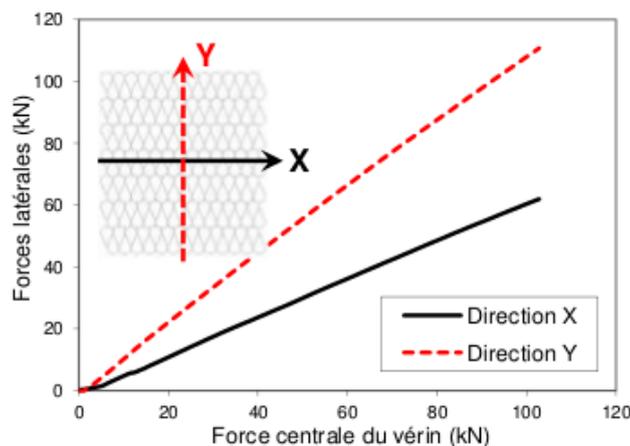
Les tests sont conduits sur deux types de filets : des filets à agrafes rigides et des filets à agrafes fusibles. Les résultats pour chaque filet avec deux diamètres de câbles différents sont montrés en figure 2.61. Au début du chargement, il existe une phase non linéaire due à la mise en tension des câbles et à la flexion des câbles. Ensuite, le comportement devient membranaire linéaire pour les filets à agrafes rigides et les



**FIGURE 2.61** – Comparaison du comportement des filets avec agrafes rigides et fusibles [49]

déplacements évoluent peu. Dans le cas d'un filet à agrafes fusibles, le type d'agrafes A plastifie pour de très faibles efforts. Le type d'agrafes B est plus robuste, la dissipation se déclenche pour des efforts supérieurs et conduit à un gain important d'énergie dissipée.

Afin de caractériser l'orthotropie du filet induite par la géométrie de sa maille constitutive, les appuis principaux sur le bâti de reprise d'effort sont équipés de capteurs de force et les divers points d'attache de la nappe sont reliés à des tiges munies de jauges préalablement étalonnées. Les résultats montrent que le filet supporte selon l'axe principal de la boucle (axe Y) caractérisant les mailles, une résultante d'effort de 60 à 80 % supérieure à l'effort repris orthogonalement à cet axe (axe X). Le filet est alors plus raide dans la direction principal de sa maille ou selon l'axe Y parce qu'il reprend la plus grande partie des efforts dans cette direction.



**FIGURE 2.62** – Distribution des efforts filet à agrafes rigides [49]

De son côté, Castro Fresno a réalisé deux tests expérimentaux pour déterminer le

comportement hors plan des filets à câbles sous deux types de chargements : un test avec chargement réparti DLT et le deuxième avec un chargement concentré CLT. Le filet est fixé à un cadre rigide en faisant passer les câbles de bords entre des cylindres attaché au cadre comme le montre la figure 2.64 pour éviter la rupture du câble au contact de bord du cadre. Les deux cas tests représentent en effet des conditions plus



**FIGURE 2.63** – Essai de chargement concentré [14]



**FIGURE 2.64** – Essai chargement réparti [14]

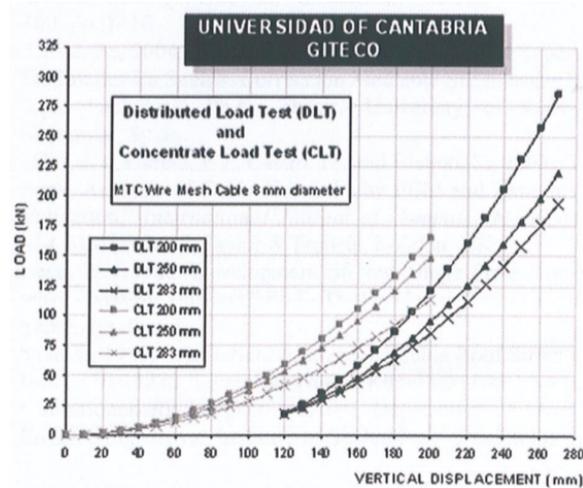
sévères que celles in-situ parce que le filet est plus raide qu'en conditions réelles et ses bords peuvent se déplacer et ne sont pas fixés. La résistance maximale obtenue sera inférieure à la résistance réelle du filet.

Dans le cas du test à chargement concentré, la charge est appliquée à l'aide d'une presse hydraulique circulaire de 600 mm de diamètre. Le chargement minimal qui cause la rupture du filet est calculé. Le filet est considéré rompu quand un câble ou une attache se casse. Le chargement réparti est appliqué à l'aide d'une presse hydraulique circulaire qui agit sur des sacs de granulats posés en forme de pyramide sur le filet comme le montre la figure 2.64. Dans ce cas, le filet est soumis à un chargement initial proche de 2 tonnes.

D'après la figure 2.65, les résultats de ces deux tests permettent d'observer que le filet a une plus grande raideur sous chargement réparti mais se déforme plus dans le cas d'un chargement concentré. Les efforts sont mieux distribués dans le filet quand le chargement est réparti et le filet se déplace moins.

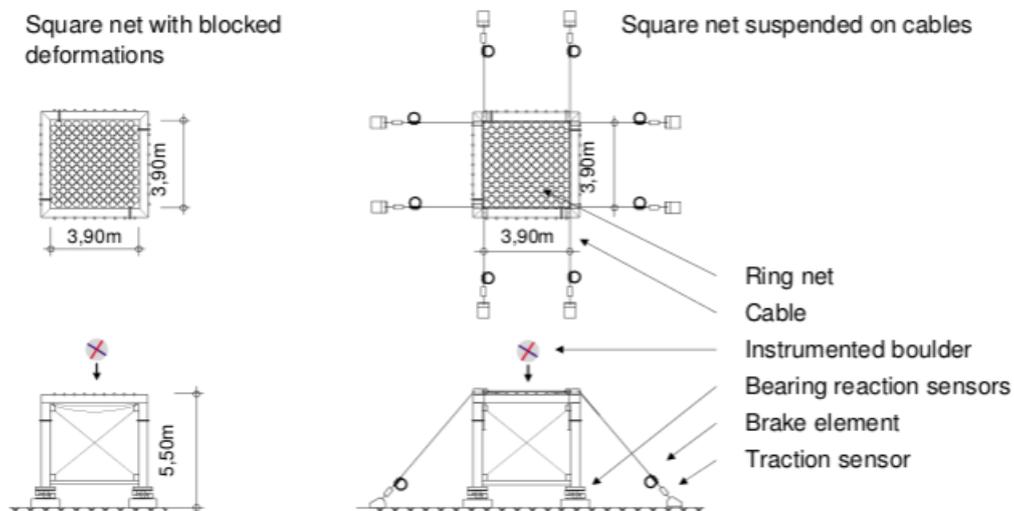
En réalisant ces essais avec différentes tailles de mailles, on trouve que quand la taille de la maille augmente, la résistance du filet diminue et son déplacement vertical augmente. les auteurs déduisent ensuite une relation simple entre le chargement appliqué, la taille de la maille et le déplacement du filet dans chaque cas de charges.

Par ailleurs, des essais dynamiques à l'échelle 1 du filet sont réalisés par Grassl en 2002 [30]. Le dispositif d'essais conçu spécialement pour cette étude est présenté en figure 2.66. Il permet de tester un filet positionné à l'horizontale et un bloc est lâché verticalement sur le filet sans vitesse initiale. Trois essais avec différentes dispositions de filet ont été réalisés : filet fixé aux bords sur un cadre, filet suspendu à des câbles et filet suspendu à des câbles munis de dissipateurs d'énergies. Des capteurs sont



**FIGURE 2.65** – Résultat de la variation de l’effort concentré (CLT) et l’effort réparti (DLT) en fonction du déplacement [15]

installés pour mesurer la tension dans les câbles et des accéléromètres mesurent la décélération du bloc lâché. En plus, des caméras ont enregistré des vidéos de l’impact.



**FIGURE 2.66** – Essais expérimentaux hors-plan sur filets [29]

Les résultats des essais expérimentaux ont montré la grande influence des conditions aux limites du filet : un filet suspendu à des câbles absorbe (emmagazine) trois fois plus d’énergie qu’un filet à bords fixes. En ajoutant les dissipateurs d’énergie aux extrémités des câbles, la capacité d’absorption augmente de 150%.

En conclusion, on remarque que les conditions aux limites ont la plus grande influence sur le comportement des filets obtenu expérimentalement. Or, il est très difficile de réaliser des essais en imposant au filet les conditions aux limites réelles.

La plupart des expérimentations décrites précédemment testent les filets en bloquant l'effet de Poisson et en attachant ses bords latéraux. D'où, une interrogation se pose : est-on rigoureux en calibrant les paramètres mécaniques numériques d'un filet à partir de tests sur l'élément isolé avec des conditions aux limites différentes ?

### 2.5.4 Essais à l'échelle de la maille élémentaire du filet

Des essais sur une partie d'une nappe de filet à anneaux ASM6 sont réalisés par Nicot [38]. La cellule en traction est formée d'un anneau central entouré par des anneaux périphériques comme le montre la figure 2.67. La cellule élémentaire est fixée dans une direction et tirée dans l'autre. Le but est d'évaluer la performance du modèle discret basé sur le comportement d'un seul anneau, pour un ensemble d'anneaux et de valider l'approche de modélisation utilisée.

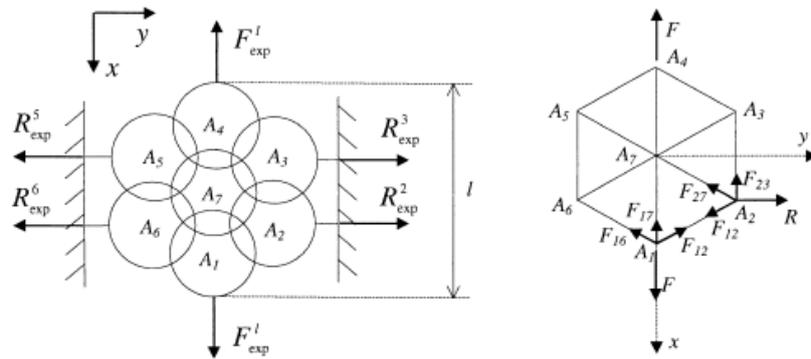
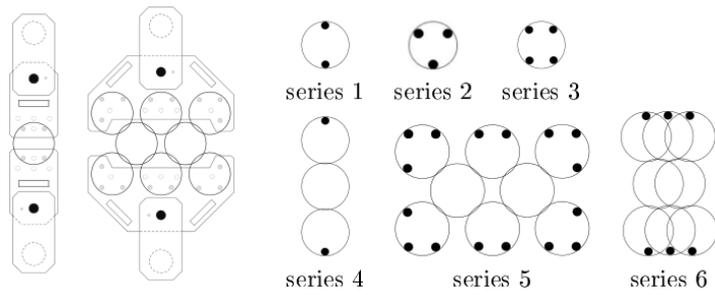


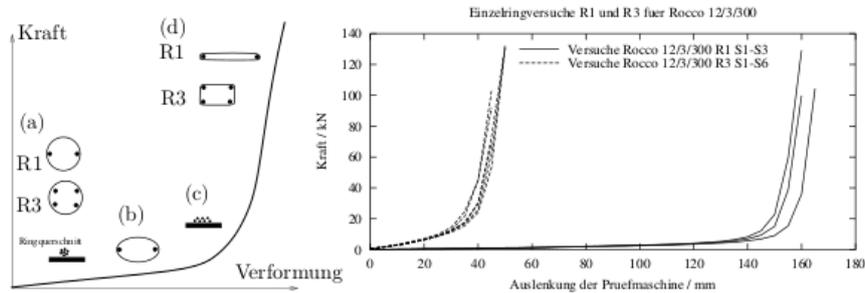
FIGURE 2.67 – Essai de traction sur 7 anneaux [38]

De même, la maille élémentaire qui constitue le filet à anneaux ASM4 est testée par Grassl [30]. Plusieurs essais de traction sont réalisés avec différentes conditions aux limites. Ces essais correspondent aux séries 4, 5 et 6 détaillées dans la figure 2.68. Les résultats montrent que les conditions aux limites de l'essai ont une grande influence sur les résultats, surtout dans la première phase de comportement avant la mise en tension de toutes les fibres. Pour des conditions identiques, les comportements obtenus en testant différentes formes de mailles d'un même filet sont proches (série de tests R3 dans la figure 2.68).

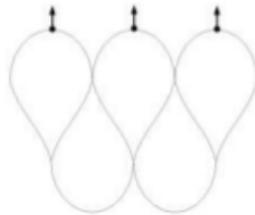
Par ailleurs, dans le cadre d'un travail récent effectué par Trad sur les filets à maille Jersey, des tests de traction sont mis en œuvre sur des portions de deux filets composées de 5 mailles (figure 2.70) : un filet avec agrafes rigides et un filet avec agrafes fusibles. La figure 2.71 montre le comportement de la maille avec des agrafes rigides. Le comportement est non linéaire raidissant. La courbe du déplacement en fonction de la force dans le cas d'agrafes fusibles donne un comportement non linéaire avec plusieurs pics correspondants aux ruptures consécutives des agrafes.



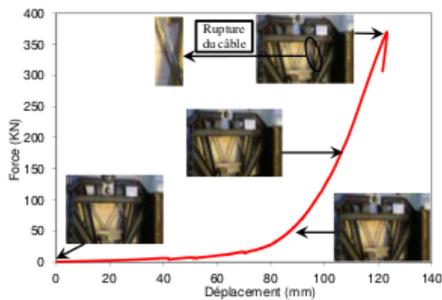
**FIGURE 2.68** – Série d’essais sur des anneaux avec différentes conditions aux limites [29]



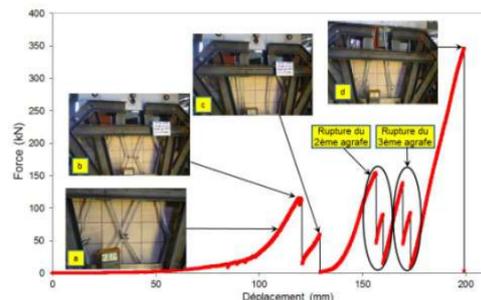
**FIGURE 2.69** – Résultats d’essais sur des anneaux avec différentes conditions aux limites [29]



**FIGURE 2.70** – Essai de traction sur une maille constitutive du filet à maille Jersey [49]



**FIGURE 2.71** – Comportement de la maille à agrafes rigides [49]



**FIGURE 2.72** – Comportement de la maille à agrafes fusibles [49]

Une partie du travail des forces externes est initialement consommée par la flexion des câbles, ceci se traduit par une très faible rigidité initiale. Le comportement

initial présente une non linéarité associée au passage de la configuration initiale par des configurations géométriques différentes avant que le câble soit complètement tendu. Il travaille essentiellement en flexion, dans la direction de faible rigidité. Le comportement devient linéaire quand les efforts de traction dominent et la cellule travaille comme une membrane. Dans ce cas, la géométrie évolue très peu pour des efforts importants et l'hypothèse des petits déplacements est valable.

D'après [49], la rupture des agrafes n'a pas modifié la capacité portante de la maille parce qu'elle se trouve très proche de celle obtenue pour l'essai de la maille avec agrafes rigides, ce qui est logique car la section d'acier des câbles est inchangée.

Après la description des essais réalisés sur des mailles élémentaires des filets, la partie suivante traite les expérimentations conduites sur les éléments constitutifs des filets : le câble dans le cas des filets à câbles tricotés et l'anneau dans le cas des filets à anneaux.

## 2.5.5 Essais à l'échelle de l'élément constitutif

### 2.5.5.1 Le câble

Des études ont été dédiées à la caractérisation du comportement du câble. Selon les travaux d'Elata [21], le câble tendu subit, en plus de l'effort de traction, une torsion imposée par sa composition de fils torsadés. Un câble de composition 6x36 fixé à ses extrémités a subi un test de traction dont les résultats sont présentés en figure 2.73.  $M_c$  est le moment de torsion et  $F_c$  la force dans une section du câble. Le comportement est divisé en trois phases : une phase non linéaire due au réarrangement des brins, suivie d'une phase élastique linéaire et enfin, le comportement devient plastique à cause de l'endommagement et la rupture de ces brins.

Plus récemment, Trad [49] a réalisé un essai de traction sur des câbles de diamètres 6 et 8 mm. Le câble de 60 cm de longueur est attaché à une extrémité et tiré à l'autre. Les courbes contrainte-déformation sont présentées en figure 2.74. Un essai de flexion est également mené pour caractériser l'effet de la rigidité flexionnelle du câble sur son comportement. Pour l'ensemble des essais, le comportement en traction est quasi-linéaire jusqu'à un seuil de contrainte de l'ordre de 1200 MPa, au-delà, le comportement non linéaire observé traduit la plasticité et l'endommagement dû à la rupture des fils. La torsion constatée est minime et engendre une dissipation d'énergie négligeable.

### 2.5.5.2 L'anneau

Le comportement de l'anneau est divisé en deux phases, une première phase très souple correspondant à la déformation géométrique de l'anneau et une deuxième

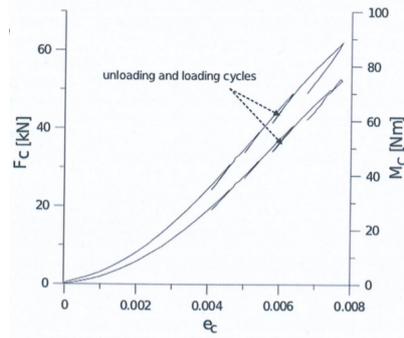


FIGURE 2.73 – Comportement d’un câble en traction [21]

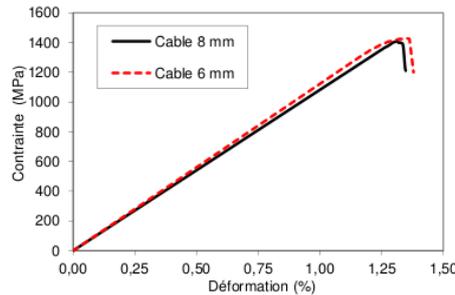


FIGURE 2.74 – Comportement d’un câble en traction [49]

phase plus raide correspondant à la traction de ses fibres. Dans la deuxième étape, le comportement de l’anneau s’apparente à celui d’un câble rectiligne et les déformations évoluent peu. Nicot [38] a réalisé des essais de traction sur un anneau isolé fixé en un côté et tiré du côté opposé. Le résultat est présenté en figure 2.75.

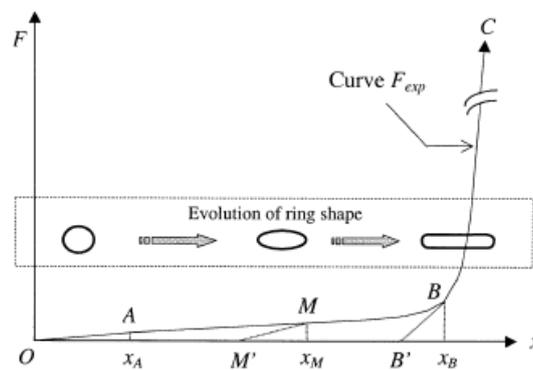


FIGURE 2.75 – Essai de traction d’un anneau dans le plan [38]

Par ailleurs, Grassl [29] a étudié le comportement d’un anneau en traction en variant les conditions aux limites de l’essai. Un anneau est fixé en un point et tiré d’un autre, et un autre est fixé en 2 points et une force de traction est exercée sur deux points opposés (figure 2.69). Les conditions du dernier essai sont proches de celles de l’anneau dans un filet ASM4. La courbe de comportement a la même

allure que celle obtenue par Nicot [39]. Dans le cas où l’anneau est fixé en deux points seulement, la première phase du comportement est beaucoup plus souple et les déformations sont très grandes ; dans la deuxième, on retrouve le comportement d’un câble rectiligne.

### 2.5.6 Synthèse sur les travaux expérimentaux

D’après les travaux de recherches expérimentaux détaillés précédemment, plusieurs observations peuvent être déduites.

Premièrement, les essais à échelle réelle réalisés par [49], [16] et autres se concentrent sur une structure particulière et sur un cas de charge particulier. Les résultats obtenus sont les valeurs des efforts dans les éléments de la structure porteuse et les courses des freins. Les résultats et les connaissances qui en découlent n’appartiennent qu’à la structure testée. En plus, ce type d’expérimentations est très coûteux et présente plusieurs limitations : nombre limité de capteurs, main d’œuvre coûteuse ...

Concernant les essais sur les éléments isolés de la structure, on note des essais sur les dissipateurs d’énergie, les filets et les portions ou éléments constituants des filets. La grande majorité des expérimentations sur les dispositifs de freinage ou les filets teste leur comportement en quasi-statique. Or, ces recherches ne sont pas suffisantes pour bien appréhender le comportement de ces éléments parce qu’ils travaillent réellement en dynamique [49]. Des études supplémentaires doivent être réalisées pour déterminer l’influence de la technologie et de la disposition de ces dispositifs sur le comportement dynamique global de la structure.

Enfin, on note que les résultats de tests conduits et les comportements obtenus ont servi à la validation des modèles numériques développés et à la calibration de leurs paramètres mécaniques. Malgré la complexité du phénomène et les difficultés rencontrées, ils ont permis de prendre du recul par rapport à la modélisation et de valider ou invalider les hypothèses qui seront faites dans les modèles numériques développés.

## 2.6 Recherches numériques

Les coûts élevés des expérimentations à échelle réelle ont orienté les recherches vers des approches numériques. La simulation numérique constitue un outil efficace et rapide pour le dimensionnement des filets pare-blocs même si les résultats expérimentaux restent indispensables à leur calibration et validation. Elle permet de réaliser des études paramétriques et d’analyser la structure dans des conditions différentes de celles de l’essai normalisé ou des conditions qui ne peuvent pas être représentés expérimentalement par manque de moyens : positions de l’impact, vitesses

du bloc, inclinaiions du filet...

On distingue deux grands groupes de travaux numériques : les modélisations utilisant la méthode des éléments finis et les modélisations utilisant la méthode des éléments discrets. La méthode des éléments discrets est surtout utilisée pour la modélisation des filets à anneaux tandis que les structures avec filets à câbles sont généralement modélisées par éléments finis.

On présentera les travaux numériques selon la technologie de filets sur laquelle le modèle se concentre.

## 2.6.1 Modèles numériques avec filets à câbles

Les écrans de filets pare-blocs munis de filet à géométrie simple comme les filets à câbles sont les plus simples à modéliser. On présente dans la première partie, les approches de modélisation par éléments finis développés pour ce type de filets.

### 2.6.1.1 Modèle par éléments finis

Cazzani [16] a conduit des simulations numériques par éléments finis sur un module de filets et sur une structure complète. La vitesse limite et l'énergie limite du filet pour différentes tailles de blocs sont encore déterminés.

Un modèle schématique et simplifié de la structure est implémenté en dynamique en tenant compte des non linéariés géométriques et mécaniques. Le modèle est limité au filet à câbles à maille losange ou carrée. Le bloc parfaitement rigide a la forme d'une sphère pour caractériser l'impact sans besoin d'orientation et pour éviter les bords aigus.

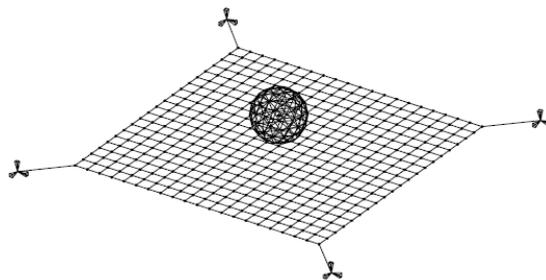


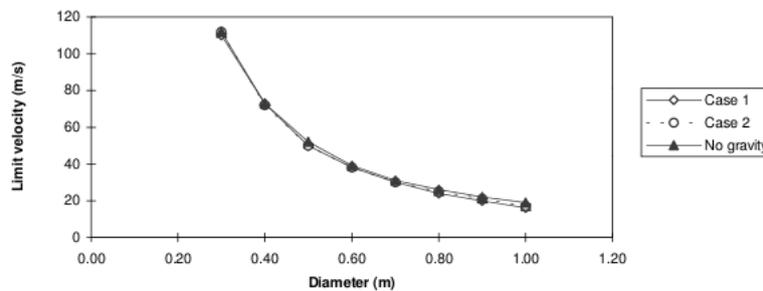
FIGURE 2.76 – Modèle de filet [16]

Le test sur un module de filet à câbles à mailles carrés est conduit sur Abaqus. Le filet de 5 x 5 m est suspendu à ses quatre sommets par quatre dispositifs de dissipation d'énergie alignés avec les diagonales comme le montre la figure 2.76. Cette disposition du filet est similaire à celle dans les essais expérimentaux de Grassl [29]. Il est formé de barres 3D ayant un comportement uniaxial élasto-plastique parfait

dont la déformation à la rupture est déduite d'un test expérimental de traction sur câble. L'élément barre a un comportement élasto-plastique parfait et la loi de comportement des dissipateurs d'énergie est considérée non linéaire avec une première partie élastique suivie d'une phase plastique puis d'une autre phase élastique. Les paramètres mécaniques des éléments sont calés d'après des résultats expérimentaux.

Trois cas d'impact sur ce modèle sont comparés : le premier ne prenant pas en compte l'effet de la gravité sur le filet ou sur le bloc, le deuxième en considérant que la vitesse et la gravité sont dans la même direction et le troisième où la vitesse de chute est perpendiculaire à la gravité. L'énergie cinétique limite et la vitesse limite sont ensuite déterminées en fonction de la taille du bloc dans chacun des cas. La figure 2.77 illustre les résultats de la variation de la vitesse limite qui montrent que celle-ci est non-linéaire en fonction du diamètre du bloc, ceci est dû à la diminution du poinçonnement quand la taille du bloc augmente.

De plus, des tests paramétriques sur différentes positions d'impact sont étudiés avec différents diamètres de bloc. Les points de collisions testés sont indiqués dans la figure 2.78 et les résultats montrent que la position du bloc lors de l'impact a une grande influence sur la résistance du filet pour un diamètre défini. L'énergie cinétique d'un impact au centre est dissipée plus facilement que celle d'un impact proche du bord parce que les efforts se diffusent dans le filet avant d'arriver aux bords. Quand l'impact est proche des bords, les efforts qui arrivent sont plus importants, ce qui augmente la possibilité de rupture du filet.



**FIGURE 2.77** – Variation de la vitesse limite en fonction du diamètre du bloc [16]

D'un autre côté, un modèle de la structure complète (figure 2.79) formée de trois panneaux est testé en négligeant le glissement entre les pointes des poteaux et les câbles ainsi que le risque que le filet et le bloc touchent le terrain. Dans ce modèle, les poteaux sont modélisés par des éléments poutres 3D à deux nœuds. Les liens entre les câbles de pourtour et les pointes des poteaux sont modélisés par des treillis ne permettant que de faibles mouvements relatifs. Finalement, les fondations sont considérées parfaitement rigides. Ces hypothèses qui négligent quelques mécanismes de dissipations d'énergie rendent les conditions numériques plus sévères et

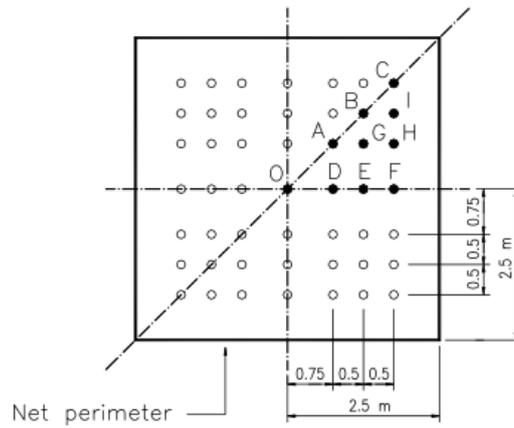


FIGURE 2.78 – Localisations de l’impact sur le filet [16]

les résultats plus sûrs.

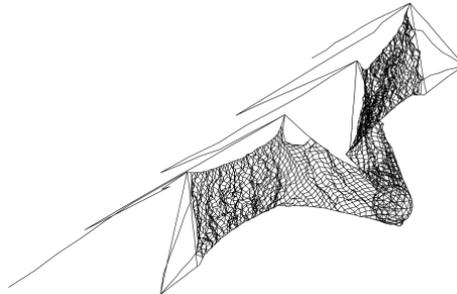


FIGURE 2.79 – Le modèle EF de la structure complète [16]

Les résultats de la simulation sont comparés avec des tests expérimentaux réalisés par Peila *et al* et une sous-estimation de 10% est remarqué dans le côté numérique comme indique le tableau 2.80. Cette différence est due à l’absence de représentation de quelques dissipateurs d’énergie.

	$M$ (kg)	$v_{lim}$ (m/s)	$T_{lim}$ (kJ)	$f_{max}$ (m)	$t_{stop}$ (s)
TSB6—Experimental test (Peila et al.)	3300	20	660	4.6	0.75
TSB6—present F.E. simulation	3300	18	535	3.5	0.50

FIGURE 2.80 – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux [16]

Des conclusions peuvent être tirés aussi concernant l’influence de la taille du bloc sur l’énergie maximale de la structure. Selon Cazzani, une structure de 600 kJ peut retenir un bloc de 1,3 m de diamètre mais pourra ne pas réussir à stopper un bloc de 0,3 m de diamètre ayant une énergie cinétique de moins de 60 kJ. L’amélioration de la résistance de ces structures doit prendre en compte les paramètres géométriques du

bloc. Des différences sont remarquées dans le comportement de la structure complète et celui du module seul. Ceci peut être dû au changement des conditions de l'impact (inclinaison de la trajectoire) et aux nouvelles orientation et dimensions du filet. En plus, la structure entière a un degré de redondance plus élevé.

Enfin, l'effet de la localisation de l'impact est étudié pour trois diamètres de blocs différents. Les résultats reportés permettent de visualiser les parties du filets les plus performants pour chaque diamètre.

Une autre structure de filets à câbles est modélisé par Castro Fresno [14] dans le cadre de son étude sur les filets pendus. Deux tests expérimentaux sont réalisés sur des filets soumis à un chargement concentré et réparti. La procédure est décrite dans la partie 2.3.3 et les résultats ont servi à la calibration des paramètres de comportement des éléments finis utilisés. Le modèle est constitué de barres élastique multilinéaires. Les déplacement et les rotations sont bloqués sur le périmètre et les forces sont appliquées uniformément sur tous les nœuds.

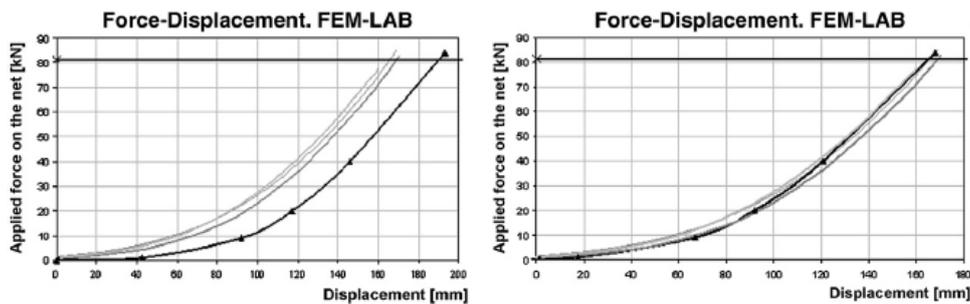
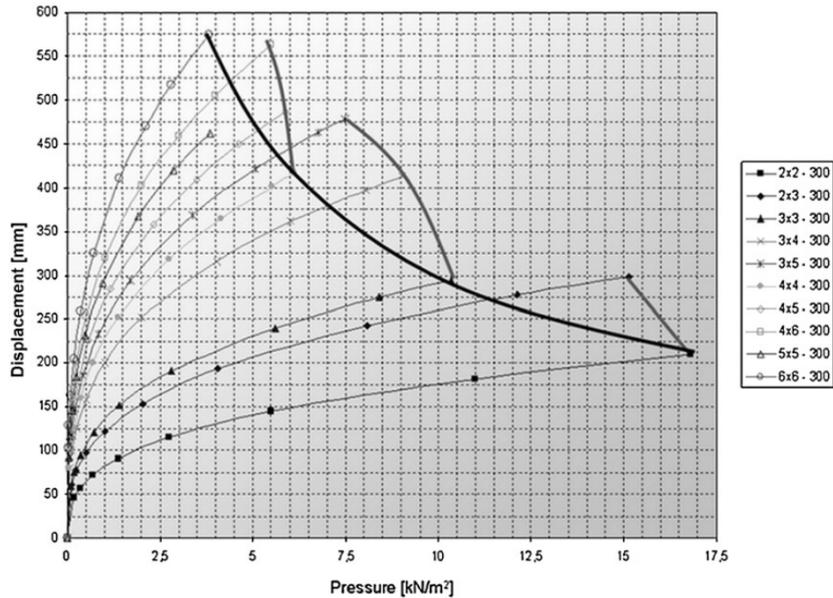


FIGURE 2.81 – Courbe numérique force-déplacement du filet [14]

Le modèle éléments finis tient compte des non-linéarités mécaniques et des grands déplacements. Les résultats obtenus numériquement sont comparés avec les tests expérimentaux. Un décalage horizontal entre les deux courbes est observé et est dû au déplacement vertical initial de la machine qui n'a pas été pris en compte lors de l'expérience.

Dans le but d'analyser la variation de la résistance des filets en fonction de leurs tailles, l'effort dans chaque élément du modèle est calculé. L'effort maximal qui rompt le premier câble dans le filet est déterminé numériquement et indiqué en un point sur la courbe de la figure 2.82. L'enveloppe de rupture pour différentes tailles de filet sous chargement concentré est ensuite tracée.

Les modèles éléments finis développés pour les filets à câbles ont apporter de nouvelles connaissances notamment en ce qui concerne la variation de la résistance du filet selon la taille de sa maille [15] ou selon l'endroit de l'impact [16]. D'un autre côté, Sasiharan *et al* ont étudié le comportement du filet à câbles dans son plan en le remplaçant par une membrane homogène équivalente, plus facile à manipuler.



**FIGURE 2.82** – Enveloppe de rupture pour différentes dimensions de filets sous chargement concentré [14]

### 2.6.1.2 Membrane équivalente

Un modèle éléments finis est développé par Sasiharan *et al* en 2006 pour les filets à câbles utilisés dans les ouvrages de type "filets pendus". Le modèle est constitué d'une membrane homogène remplaçant le filet. Des tests expérimentaux de traction dans le plan sont réalisés pour le filet TECCO à maille en forme de losange, le filet double torsion et le filet à maille carrée bien que chaque filet ait un poids, une résistance et une élongation différente, peu de données ont été publiées sur ces propriétés. Ces tests sont décrits dans la partie 2.1.1.

Le filet est modélisé par des éléments membrane 3D valables dans le code Abaqus. Les câbles de pourtour sont modélisés par des poutres hybrides (éléments existants dans la bibliothèque d'Abaqus qui se rapprochent du comportement des câbles). Les connexions au niveau des ancrages sont modélisées par des rotules. Les bords verticaux sont libres parce qu'ils ne sont pas fixés au terrain. L'angle de frottement de l'interface filet/terrain est considéré comme une fonction de la pente du terrain et des saillies brusques existantes. Le module de Young et la contrainte maximale de la membrane sont déduits expérimentalement. A ces filets peuvent s'ajouter des câbles de support horizontaux et verticaux.

L'analyse numérique a permis de visualiser la contribution de ces éléments câbles dans le système et d'optimiser leur nombre et leur disposition. Les résultats ont montré que des câbles horizontaux amonts et verticaux au niveau des ancrages permettent de diminuer considérablement les contraintes dans le filet, tandis que les câbles horizontaux au milieu intérieur au filet ne contribuent pas à la diminution

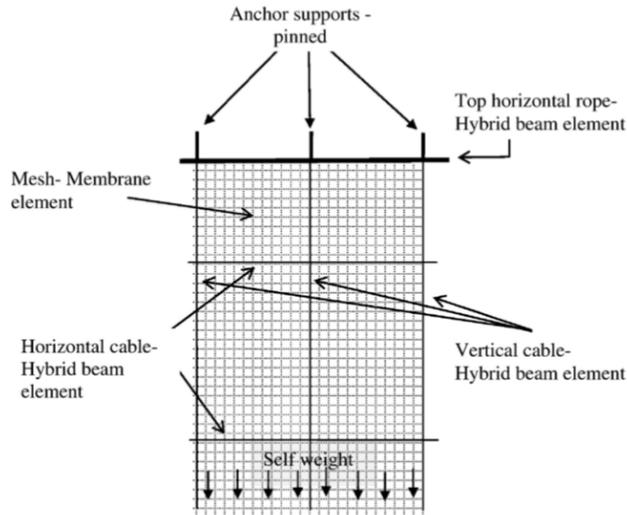


FIGURE 2.83 – Membrane équivalente avec câbles de support [44]

des efforts. La figure 2.84 et le tableau 2.85 illustrent quelques grandeurs des résultats de tests numériques obtenus par Sasiharan *et al* [44] :

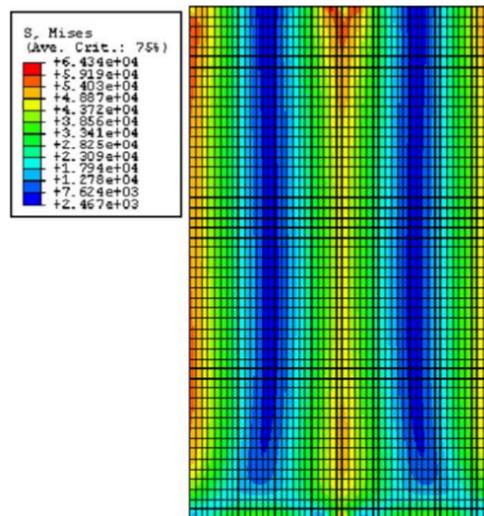


FIGURE 2.84 – Distribution des contraintes dans la membrane équivalente [44]

Enfin, l'auteur conclut que le comportement en traction en plan d'une large gamme de filets peut être approximé par un comportement linéaire élastique jusqu'à l'atteinte d'un pic. En plus, la présence de câbles verticaux permet de réduire la concentration des contraintes lors de l'impact. Une étude de la disposition des ancrages et des propriétés des câbles ajoutés aide à optimiser le coût des structures à filets pendus.

Les modèles numériques 3D de la structure complète sont très complexes et coûteux. Pour cela, des modèles simplifiés sont développés par [47], [34], [40] et

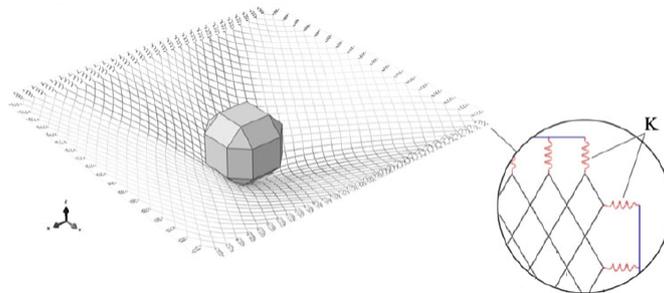
Arrangement	Description	von-Mises stress (MPa)		
		Mesh	Top horizontal cable	Vertical supporting cable
Arrangement 1	Mesh only (no top horizontal cable and support ropes)	5.60	–	–
Arrangement 2	Mesh with top horizontal rope	3.20	65.0	–
Arrangement 3	Mesh with top horizontal and vertical supporting ropes	.064	12.2	2.48
Arrangement 4	Mesh with top horizontal cable and horizontal supporting ropes	3.20	71.0	–
Arrangement 5	Mesh with top horizontal, vertical and horizontal supporting ropes	.064	11.8	2.03

**FIGURE 2.85** – Contraintes dans la membrane et dans les câbles pour plusieurs dispositions des câbles de support [44]

autres... Un aperçu sur ces travaux est présenté dans ce qui suit.

### 2.6.1.3 Modèles simplifiés

Spadari *et al* [47] ont développé un modèle simplifié de l'écran de filet afin d'étudier la performance d'une barrière et sa résistance à la perforation. Ce phénomène est exprimé en fonction de trois paramètres adimensionnels : le paramètre  $E^*$  qui caractérise la performance en termes de vitesse critique du bloc, le paramètre  $S^*$  qui indique la raideur de la barrière qui dépend de la contrainte limite du câble et le paramètre géométrique  $G^*$  qui dépend des dimensions du filet et du bloc. Le coefficient de Poisson du filet, les propriétés mécaniques du bloc et le frottement entre le filet et le bloc ont été négligés par l'auteur.



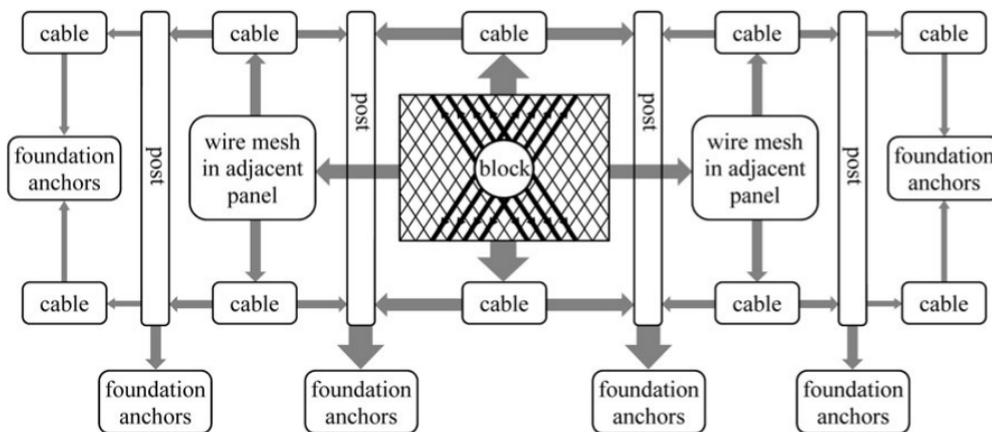
**FIGURE 2.86** – Modèle numérique développé par Spadari [47]

Le modèle de filet est connecté à des supports rigides par l'intermédiaire de ressorts de raideur  $K$  représentant la rigidité de la structure porteuse. Ces conditions aux limites ressemblent plus que ceux des bords fixes ou des filets suspendus [16],

au cas réel d'un module de filet. Les câbles sont modélisés par des éléments poutres de section circulaire et le bloc a une forme tétraédrale comme présenté dans la figure 2.86.

Des tests numériques constituant 80 combinaisons des variables  $E^*$ ,  $S^*$  et  $G^*$  sont conduits afin de tester l'effet de chaque variable sur la performance des filets et des graphes montrant la nature de la corrélation entre ces paramètres sont enfin tracés.

Ensuite, Hambleton a utilisé le modèle développé dans le travail précédent avec Spadari [47] pour déterminer l'énergie critique des barrières en fonction des différentes variables mises en jeu.

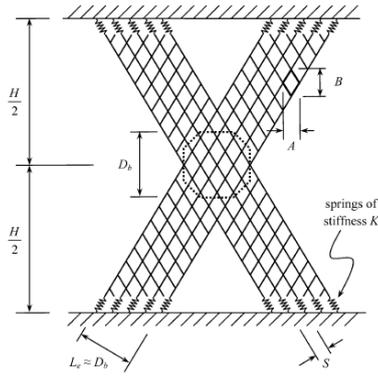


**FIGURE 2.87** – Principe de la distribution des efforts lors de l'impact [34]

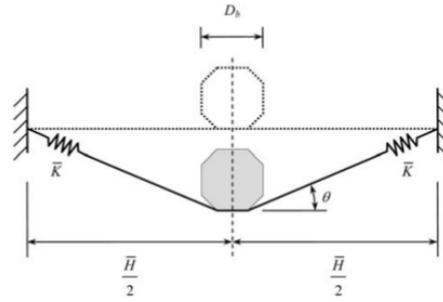
D'après [47], la distribution des contraintes dans le filet génère une distribution en forme de croix des contraintes axiales, alignée avec les câbles du filet. Ces contraintes et ces efforts fortement localisés font donc qu'on peut négliger les régions du filet où les efforts sont moindres et le modèle de la figure 2.88 est adopté. La raideur des ressorts  $K$  dépend de la déformation élastique et plastique, du frottement entre les composants et de la déformation des dissipateurs d'énergie. Des simulations numériques sont menés sur Abaqus avec différents types de câbles, tailles de blocs et raideurs. Ensuite, une expression analytique de l'énergie critique  $E_c$  est formulée en négligeant la déformation plastique dans le filet.

Hambleton suppose ensuite que les câbles dans les deux directions travaillent indépendamment et que l'influence de la distance entre les câbles est négligeable. Les calculs sont effectués sur le modèle 2D de la figure 2.89 où la raideur est calculée par unité de longueur et une expression analytique de l'énergie critique est déduite. L'auteur étudie aussi l'effet de la flexion des câbles en contact avec le bloc et les résultats sont enfin validés par une comparaison avec les expérimentations.

D'un autre côté Govoni [28] s'est basée sur des résultats de tests à échelle réelle



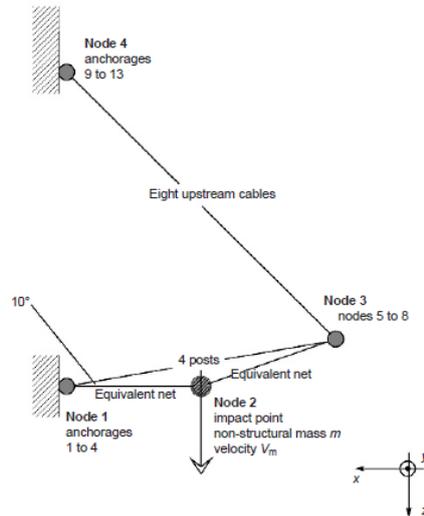
**FIGURE 2.88** – Le modèle à barres et à ressorts [34]



**FIGURE 2.89** – Le modèle simplifié 2D du filet [34]

pour un modèle simplifié 2D par éléments finis de l'écran de filet montré dans la figure 2.90. En considérant la symétrie par rapport au plan perpendiculaire au filet central, la géométrie est réduite en projetant tous les éléments sur le plan de symétrie. Il est formé d'éléments barres linéaires modélisant les câbles, les poteaux et le filet. Les ancrages, les pieds de poteaux et le point d'impact sont modélisés par des nœuds. Les poteaux sont élastiques linéaires et les autres éléments sont élasto plastique bilinéaires.

Des tests dynamiques sont ensuite réalisés en utilisant la méthode de Newmark et le modèle est validé en comparant les efforts et l'élongation du filet en fonction du temps obtenus dans les essais expérimentaux et les tests numériques.



**FIGURE 2.90** – Le modèle simplifié 2D de l'écran de filet [28]

D'autres auteurs ont également proposé des modèles simplifiés en 1D [13] ou des modèles à 2D comme Guérin [32] et Peila [40], figure 2.91.

En conclusion, les filets à câbles sont modélisés par éléments finis à l'aide de

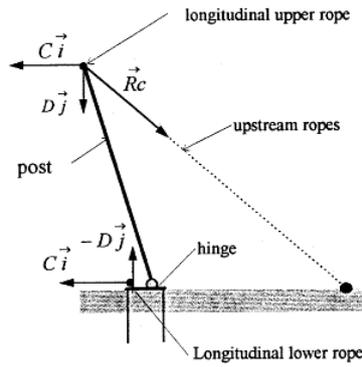


FIGURE 2.91 – Modèle simplifié 2D de l'écran de filet [40]

barres 3D [16] ou par des membranes équivalentes [44]. En plus, des modèles analytiques simplifiés en 2D ou 1D sont développés. Les travaux numériques réalisés sur des structures avec filets à anneaux sont présentés dans la section suivante.

## 2.6.2 Modèles numériques avec filets à anneaux

Les premières modélisations des filets à anneaux sont réalisés par la méthode des éléments discrets. Dans ce qui suit, on présente le modèle discret développé par Nicot durant sa thèse pour les filets à 6 anneaux entrecroisés [38].

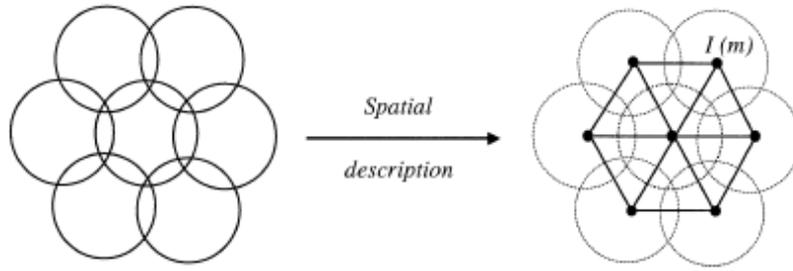
### 2.6.2.1 Modèles DEM : écran avec filet ASM6

Les études réalisées par Nicot [38] se sont intéressées aux filets constitués d'anneaux anti-sous-marins ASM6. Dans sa thèse, il a développé un code de calcul permettant d'analyser le comportement de ces structures et de les dimensionner. Ce travail est basé sur la méthode des éléments discrets qui est une méthode simple et qui permet de prendre en compte les grands déplacements du filet.

Il s'agit de modéliser la nappe de filet par un assemblage de nœuds et de distribuer la masse totale d'une manière homogène sur ces nœuds. Les anneaux sont donc modélisés par des nœuds en leur centre auxquels sont affectées leurs masses. Le modèle est plan et les aspects tridimensionnels du filet liés à l'organisation des anneaux sont négligés.

En supposant que la nappe de filet est suffisamment tendue, Nicot a considéré que le contact entre les anneaux voisins demeure quasi-ponctuel sans glissement. La relation entre deux anneaux voisins est donc modélisée par des éléments barres qui ne transmettent que des efforts de traction comme le montre la figure 2.92.

La loi de comportement des éléments barres est définie à partir du comportement réel de la liaison entre 2 anneaux. Des essais expérimentaux ont été réalisés dans ce but. Et, in fine, le comportement d'une liaison entre deux anneaux est assimilée

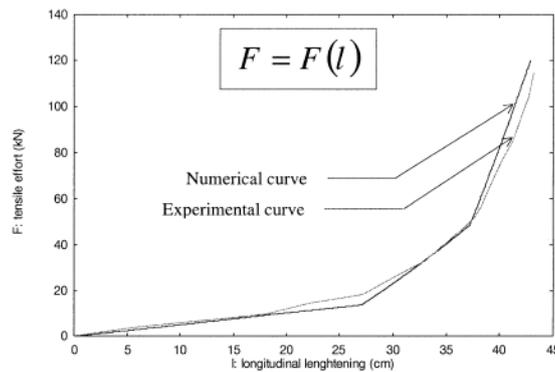


**FIGURE 2.92** – Essai de traction sur 7 anneaux [38]

au comportement d'un seul anneau en traction uniaxiale dans son plan. D'après les tests expérimentaux décrits dans la partie 2.5.5.2, le comportement adopté pour les barres est élastoplastique à deux pentes.

Ce modèle discret constitué de barres articulées sous forme de treillis, a l'avantage d'être mécaniquement très simple mais limite la modélisation des effets membranaires dans le plan du filet à des liaisons unidimensionnelles entre deux anneaux voisins. L'approche proposée s'appuie aussi sur un essai expérimental simple à mettre en œuvre mais qui ne tient pas compte du glissement ou du frottement entre éléments, ni du caractère tridimensionnel de leur déformation.

Les paramètres numériques sont recalés à l'aide des essais détaillés dans les parties 2.5.4 et 2.5.5.2 pour reproduire au mieux le comportement expérimental obtenu. La comparaison entre les comportement expérimental et numérique d'une maille élémentaire est montrée dans la figure 2.93.



**FIGURE 2.93** – Comparaison analytique et expérimentale [38]

Après la modélisation du filet, l'approche discrète est étendue sur toute la structure formée de câbles, de poteaux et de dissipateurs d'énergie. Les poteaux sont supposés rigides. Le contact entre les anneaux du bord et les câbles de rive est considéré ponctuel. Les ancrages sont décrits par des nœuds fixes. Les dissipateurs d'énergie sont modélisés par des éléments mono-dimensionnels à deux nœuds ayant un comportement élasto-plastique parfait. Enfin, le bloc est considéré comme une

sphère rigide.

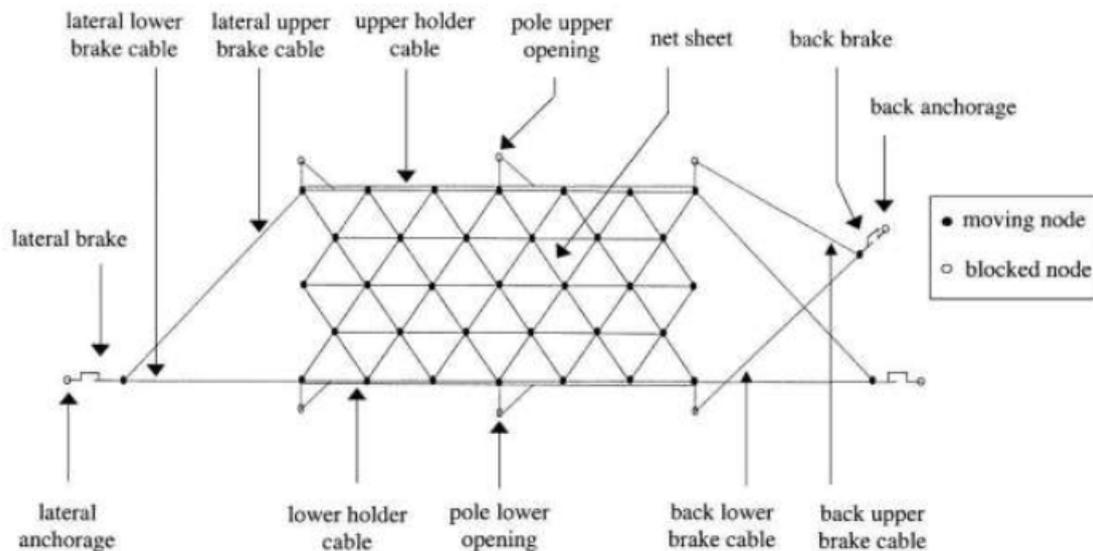


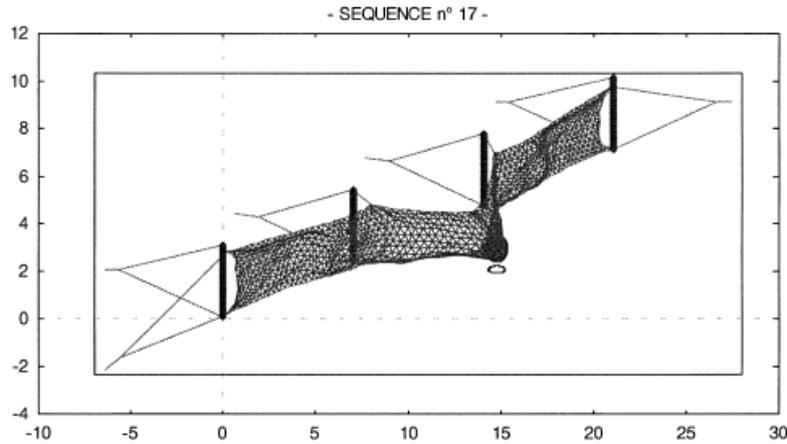
FIGURE 2.94 – Modélisation discrète de l’écran de filet [38]

La chute de bloc rocheux est modélisée par des lois de contact aux nœuds. Les nœuds en contact avec le bloc se déplacent et génèrent des efforts qui se distribuent dans le filet. Ce contact induit aussi des réactions sur le bloc appliquées aux nœuds en contact.

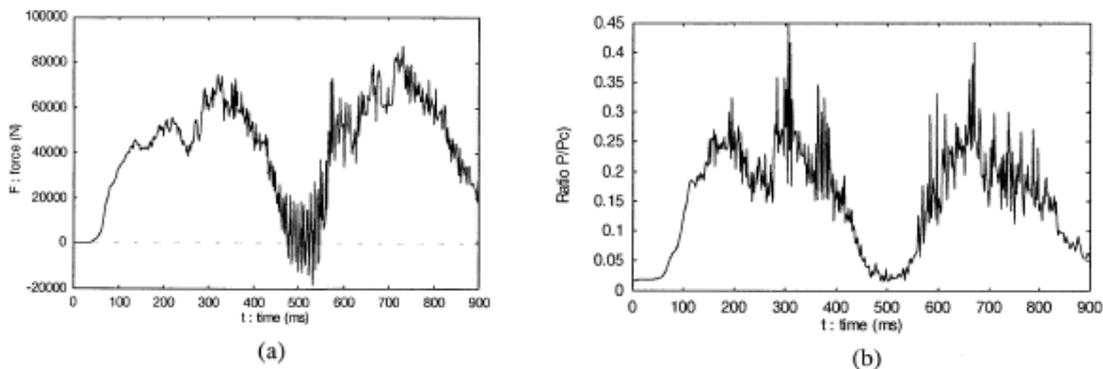
L’ensemble des équations d’équilibre de tous les nœuds est résolu numériquement par la méthode des différences finies centrées. Cette méthode a été implémentée dans un code numérique appelé ECRANS qui permet de simuler la chute d’un bloc rocheux sur la structure et donne comme résultat la trajectoire du bloc, les efforts dans les câbles et les poteaux ainsi que la course des freins. L’influence des paramètres tels que la masse du bloc, sa vitesse initiale ou l’endroit de l’impact peuvent être examinés.

Enfin, un cas réel du site de Vaujany a été analysé. La figure 2.95 présente la déformée de la structure après 0,3 s d’impact et la figure 2.96 présente l’évolution de la tension dans le câble de rive supérieur du module central ainsi que le rapport de flambement  $P/P_c$  en fonction du temps. Les résultats montrent que les câbles supérieurs sont les plus sollicités et les valeurs maximales de tension servent à dimensionner les diamètres des câbles. L’étude du flambement sert à dimensionner les poteaux vis-à-vis du risque de flambement.

Ce travail a montré son efficacité sur le plan numérique parce qu’il permet de dimensionner les différents éléments de la structure complexe en visualisant les efforts auxquels ils sont soumis durant l’impact. Le logiciel est repris récemment par Marie-Aurélien Chanut et de nouveaux développements sont effectués. Chanut a élargi les fonctions du logiciel en développant un code qui calcule plusieurs géométries de filets.



**FIGURE 2.95** – Résultat numérique : la trajectoire du bloc en fonction du temps [38]



**FIGURE 2.96** – Résultat numérique : l'évolution de la force en fonction du temps dans le poteau [38]

Elle a implémenté une nouvelle loi de comportement pour les câbles ainsi qu'un critère de rupture pour les mailles et les câbles. Ses recherches en cours apportent une amélioration au travail numérique effectué dans la thèse de Nicot [17].

Le travail de Nicot sur les filets ASM6 est suivi d'un travail de modélisation pour les filets ASM4. Grassl et Volkwein ont introduit une nouvelle approche de modélisation discrète pour les filets ASM4 présentée dans la section suivante.

### 2.6.2.2 Modèles DEM : écran avec filet ASM4

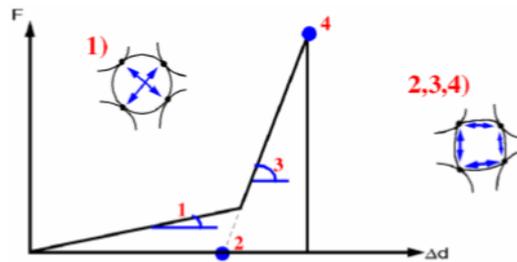
Grassl [29] a développé un outil numérique avec des éléments en grandes déformations et des matériaux non linéaires. Les paramètres mécaniques sont calés à l'aide des résultats d'une campagne expérimentale.

Comme dans le travail de Nicot, un schéma de temps explicite basé sur la méthode des différences finies est adopté. L'équilibre est calculé pour des intervalles de

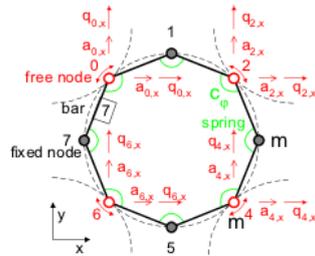
temps très petits et non d'une façon itérative à chaque étape.

La modélisation de l'impact bloc/filet est réalisée à l'aide d'un algorithme de contact où, à chaque pas de temps, les forces de contacts sont calculées sur les nœuds concernés ou en contact.

Selon la campagne expérimentale conduite par Grassl (cf. partie 2.5.5.2), le comportement des anneaux est bilinéaire identique à celui obtenu par Nicot. Par contre, les anneaux sont représentés dans ce modèle par des nœuds libres aux points de contacts et non en leurs centres. Des nœuds fixes sont rajoutés sur la périphérie de l'anneau et l'ensemble des nœuds est muni de ressorts pour bien reproduire les mouvements de flexion du contour (cf. figure 2.98). La pente de la première partie du comportement provient de la résistance à la flexion de l'anneau et est simulée par des forces diagonales dans le schéma 1 de la figure 2.97. La deuxième pente traduit la résistance axiale et est modélisée par des forces entre les nœuds voisins.



**FIGURE 2.97** – Modèle de comportement bilinéaire d'un anneau en traction [29]



**FIGURE 2.98** – Modèle discret d'un anneau [29]

Les nœuds appartenant aux câbles de rive peuvent se déplacer librement en considérant une force normale constante dans tous les éléments du câble. Cette force a été déterminée à partir de sa variation de longueur totale. La modélisation est présentée en figure 2.99. Le glissement des anneaux dans le filet, le glissement du filet sur les câbles suspendus et le glissement des câbles sur les poteaux sont également considérés.

Enfin, les résultats des simulations présentés en figure 2.100 sont analysés. L'accélération du bloc, sa vitesse et son déplacement sont tracés en fonction du temps. On peut conclure qu'ils reproduisent bien les résultats expérimentaux.

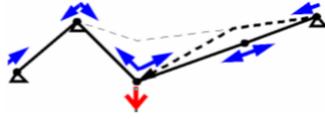


FIGURE 2.99 – Modèle de câble glissant [29]

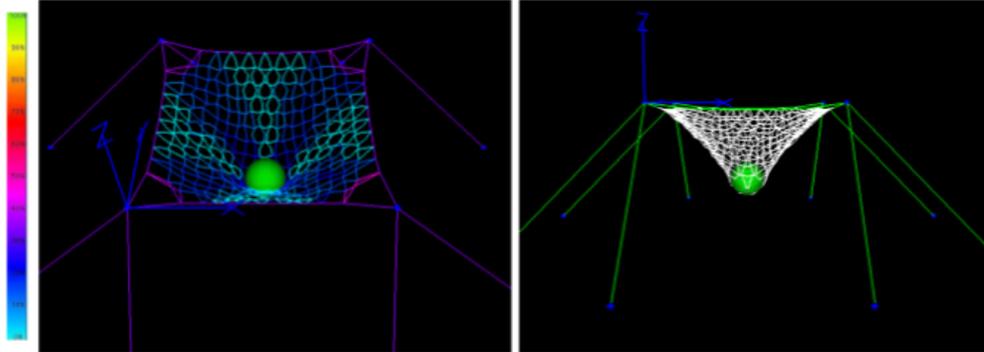


FIGURE 2.100 – Essais expérimentaux hors-plan sur filets [29]

Plus tard, Volkwein a amélioré, dans sa thèse, le modèle numérique en éléments discrets développé par Grassl en se basant sur les mêmes résultats expérimentaux pour le calage des paramètres mécaniques. Dû à la courte durée de l'impact, aux non-linéarités dans les comportements des éléments et aux non-linéarités géométriques, un schéma de temps explicite a été adopté. La méthode des différences centrées est utilisée avec un pas de temps égal à 1.5 microsecondes.

Le filet à anneaux, les câbles, les poteaux et les dissipateurs d'énergie sont représentés chacun par un élément discret connecté à ses nœuds aux éléments voisins.

Selon Grassl, le bloc est modélisé comme une sphère rigide et sa rotation est prise en compte dans les calculs. Un algorithme de contact entre le bloc et le filet a été développé.

Les codes éléments finis modélisent un câble par des éléments barres ne résistant qu'à la traction. Or, dans le cas des câbles de rive de l'écran, un large glissement des nœuds (représentant le contact anneau/câble) est permis, ce qui nécessite un effort numérique supplémentaire. Grassl *et al* [29] et Zhou *et al* [52] ont représenté un câble formé de trois nœuds avec un nœud intérieur glissant. Pour offrir cette possibilité à tous les nœuds intérieurs du câble, la même approche est utilisée. La force de traction est considérée constante dans les éléments du câble quelle que soit la position du nœud glissant. Cette force est calculée à l'aide de la variation de la longueur totale du câble. Le principe est montré dans la figure 2.101.

L'élément constituant du filet est l'anneau. Chaque anneau est représenté par quatre nœuds aux points de contacts avec les anneaux voisins et par deux types d'éléments : deux ressorts diagonaux de raideurs  $K_b$  ne résistant qu'à la traction et un

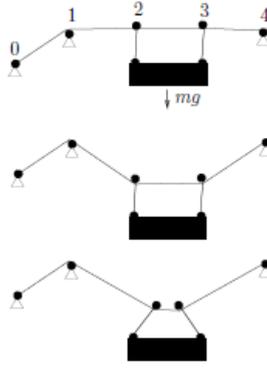


FIGURE 2.101 – Principe de l’effet rideau [50]

ressort sur la circonférence liant les quatre nœuds (figure 2.102). Le ressort latéral est sollicité après avoir atteint une longueur minimale  $L_{min}$  et a une raideur  $K_t$  qui correspond à la deuxième pente du comportement expérimental des anneaux en traction [29]. Les paramètres  $K_b$ ,  $K_t$ ,  $L_{min}$  et autres sont calés à partir des expérimentations quasi-statiques sur filets.

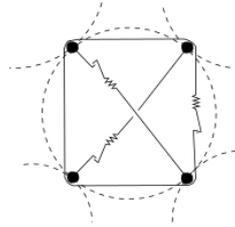
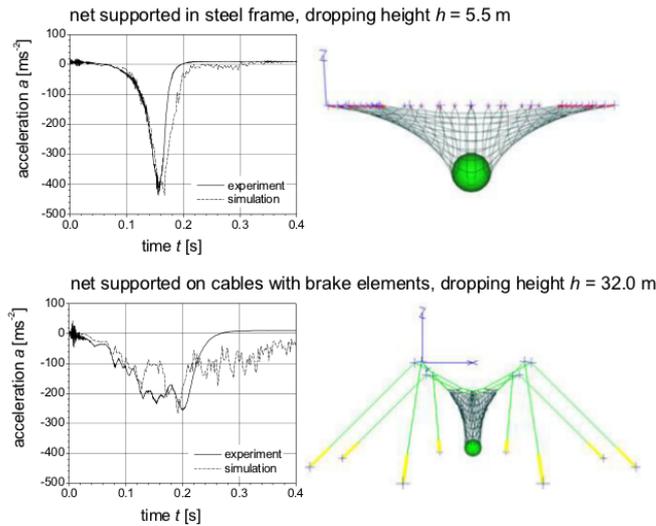


FIGURE 2.102 – Essais expérimentaux hors-plan sur filets [51]

Les résultats numériques sont validés en les comparant aux essais expérimentaux de Grassl [30]. En plus, un test numérique est mené sur un filet suspendu à l’aide de câbles munis de dissipateurs d’énergie. Le glissement des nœuds sur les câbles de rive est bien visible. La figure 2.103 indique les forces dans les câbles lors de l’impact.

Volkwein a développé le logiciel FARO constituant une nouvelle approche de modélisation par la méthode des éléments discrets. Il combine plusieurs algorithmes afin de reproduire les phénomènes de frottement et de glissement appelé “effet rideau”. Une attention particulière est mise sur la modélisation des éléments du filet et du contact bloc/filet. Comparé à Nicot et Gentilini, Volkwein a modélisé, avec une nouvelle approche, le filet à anneaux et le glissement sur les câbles de rives. Son modèle qui tient en compte l’effet membranaire du filet semble être mieux adapté au comportement du filet réel.

Gentilini *et al* ont développé un modèle 3D de la structure avec filets à anneaux par la méthode des éléments finis. Ce travail est décrit et les résultats obtenues sont présentés dans ce qui suit.



**FIGURE 2.103** – Comparaison des résultats numériques de Volkwein [51] et expérimentaux de Grassl [29]

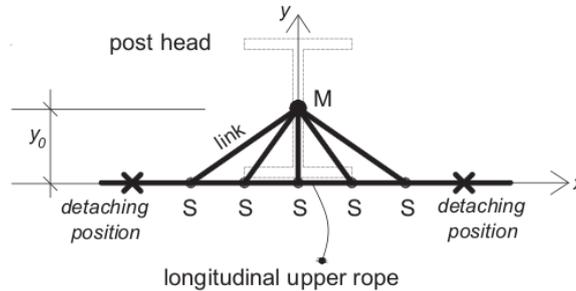
### 2.6.2.3 Modèle éléments finis

Le travail de Gentillini *et al* [25] présente une approche par éléments finis pour la modélisation de plusieurs types de filets par des barres mono dimensionnelles : le filet à câbles et les filets à anneaux. Il s'agit d'une approche dynamique qui tient compte des complexités de la structure et qui permet de calculer les efforts aux ancrages, l'élongation du filet et sa hauteur résiduelle. Selon les auteurs, un modèle simple et fiable doit se baser sur des données expérimentales précises qui fournissent les paramètres du modèle. Les tests expérimentaux qui ont servi pour validation sont conduits sur le site de Fonzaso en Italie pour des écrans Maccaferri avec filets à double câble. Les essais sont décrits dans la partie 2.5.1.2.

Le modèle numérique a été développé pour trois structures (500, 3000 et 5000 kJ) en utilisant le logiciel éléments finis Abaqus en dynamique explicite. Le bloc est simulé en utilisant des masses concentrés associés aux nœuds dans la zone d'impact. La vitesse adoptée est égale à la vitesse expérimentale de la chute du bloc. Cette approximation simplifie considérablement le coût du calcul et reproduit un comportement fiable du système jusqu'à 0.5 s après le choc pour les filets à 3000 et 5000 kJ et jusqu'à 0.3 s après le choc pour le filet à 500 kJ. Dans cet intervalle, les maxima d'efforts sont atteints.

Les câbles latéraux sont modélisés par des éléments barres 3D à deux nœuds ne reprenant ni flexion ni compression. Le comportement de ces éléments est déduit des résultats d'un test de traction uniaxial sur un câble avec et sans dissipateurs d'énergie. Le câble seul a un comportement élasto-plastique bilinéaire avec une déformation élastique maximale de 0.6 % et le câble muni d'un dissipateur d'énergie

est considéré élasto-plastique trilineaire : une première branche élastique avant l'activation du dissipateur puis plastique quand le dissipateur travaille et enfin, le câble redevient élastique. Les poteaux sont modélisés par des poutres élasto-plastiques

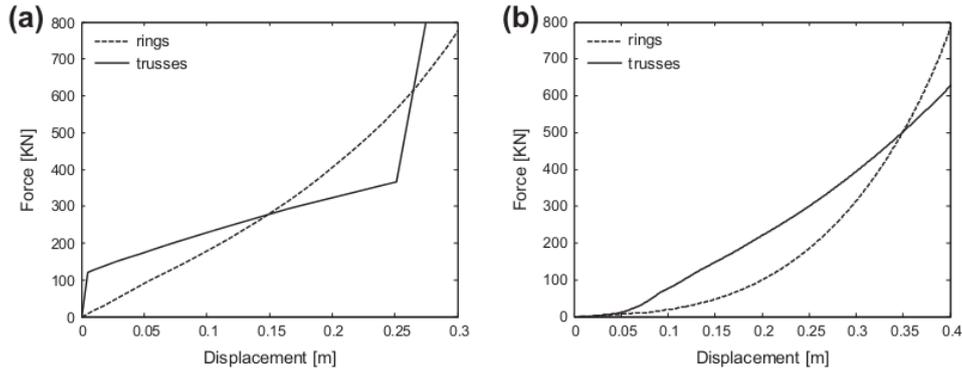


**FIGURE 2.104** – Connexion entre la pointe du poteau et le câbles longitudinal amont [26]

parfaites. Les pieds de poteaux au niveau des ancrages et les pointes sont modélisés par un même système simplifié (figure 2.104) permettant le glissement des câbles de rive. Un nœud central M est considéré fixe sur la pointe du poteaux. M est connecté à plusieurs nœuds secondaires S qui appartiennent au câble longitudinal. Ces nœuds S peuvent se déplacer suivant la direction x et orthogonalement au plan xy en conservant la distance  $y_0$  selon la direction y. A partir d'une certaine position, les nœuds S deviennent libres de se déplacer suivant n'importe quelle direction. Ce type de modélisation est facile et donne un résultat plus précis dans le cas où la connexion est glissante.

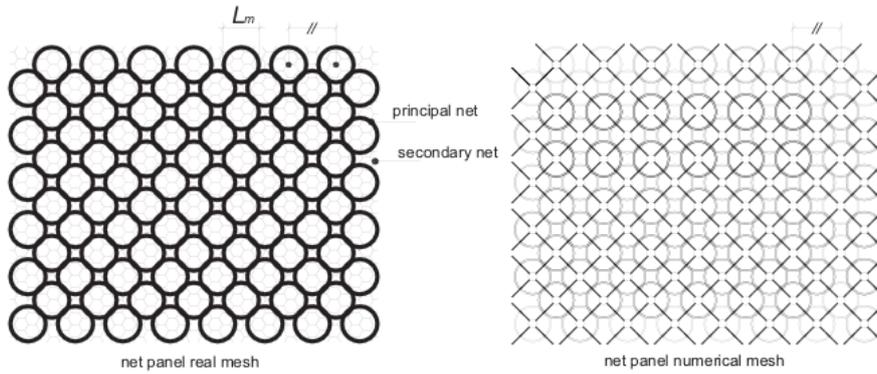
Les filets sont modélisés pour chaque type de structure. Pour les filets ASM4 et ASM6 des structures 3000 et 5000 kJ, un modèle simplifié d'éléments barres qui ressemble au modèle discret de Nicot [38] est adopté. Le comportement des barres est décrit par une relation contrainte-déformation uniaxiale et une section définie. Cette relation traduit le comportement des anneaux en plan et hors plan. Les structures de 5000 kJ sont munies de filet ASM4 à quatre anneaux entrecroisés. Dû à l'absence de tests expérimentaux sur ce filet, les auteurs ont conduit deux tests numériques sur une portion du filet à anneaux : un test de traction dans le plan et un test de chargement hors plan. Les paramètres constitutifs des barres équivalentes ont été ensuite calibrés de façon à reproduire le comportement du filet. Les résultats de cette approche sont présentés dans la figure 2.105. On remarque que les allures des courbes pour les filets à anneaux et les modèles à barres adoptés sont très différentes. Le comportement adopté dans la modélisation ne reproduit pas celui du filet à anneaux, ce qui peut influencer la précision des résultats.

Le modèle de filet ressemble au modèle discret développé par Nicot [38] : il est constitué de barres à connexions fixes, supportant uniquement la traction et ayant



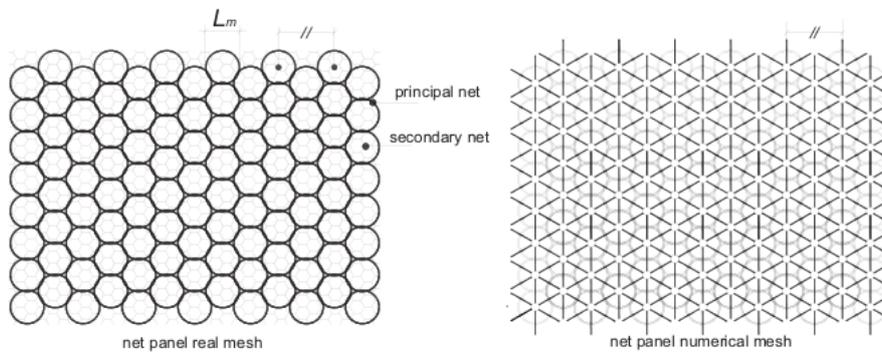
**FIGURE 2.105** – Le comportement en plan (a) et hors plan (b) du modèle à anneaux et du modèle à barres [26]

un comportement trilineaire élastique dans sa première branche et plastique dans la suite. Le schéma du filet réel et du modèle sont illustrés dans la figure 2.106.



**FIGURE 2.106** – Le modèle numérique du filet ASM4 [26]

Pour la classe d'énergie de 3000 kJ , le filet utilisé est de type ASM6 où chaque anneau est entouré par six anneaux. Le même type de modélisation a été utilisé et le modèle est montré dans la figure 2.107.



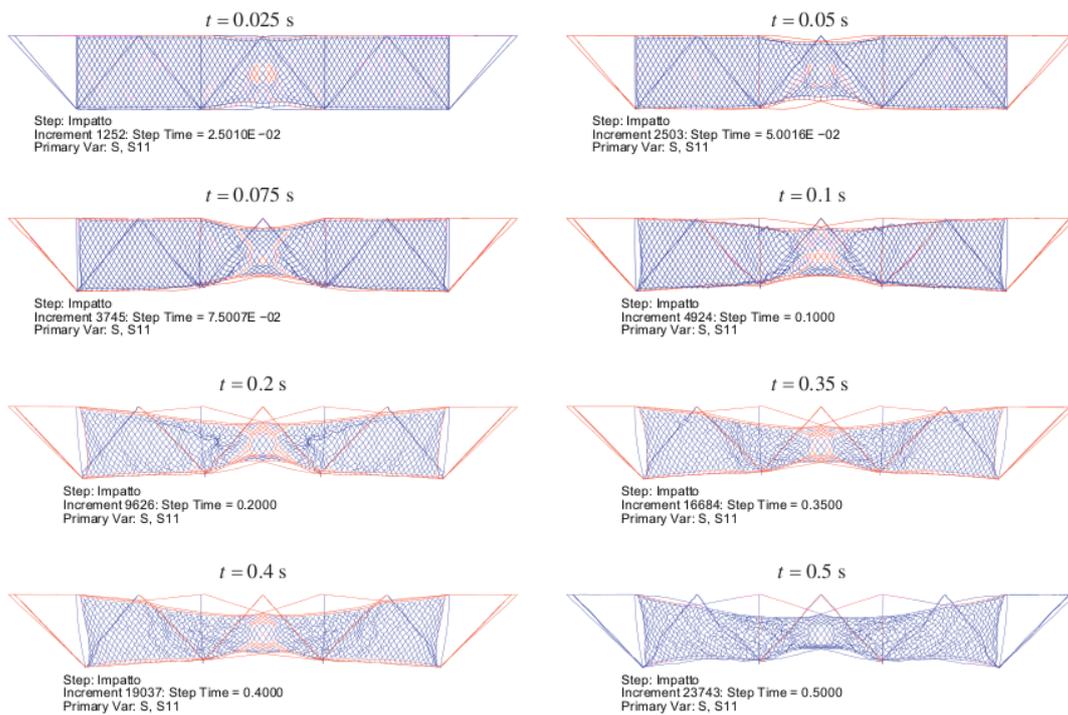
**FIGURE 2.107** – Le modèle numérique du filet ASM6 [26]

Pour les structures à 500 kJ, un filet à câbles à mailles carrées a été utilisé.

Les câbles sont modélisés aussi par des barres avec des paramètres calibrés par des essais.

Après la détermination du comportement des différents éléments du modèle, des tests en dynamique sur la structure complète formée de trois modules de filets pour chaque classe d'énergie. L'élongation en fonction du temps et les forces aux ancrages sont présentées et comparées avec les résultats des essais à échelle 1.

La figure 2.108 montre les étapes du calcul dynamique avec les éléments qui subissent les plus fortes contraintes à un instant  $t$  en couleur rouge.

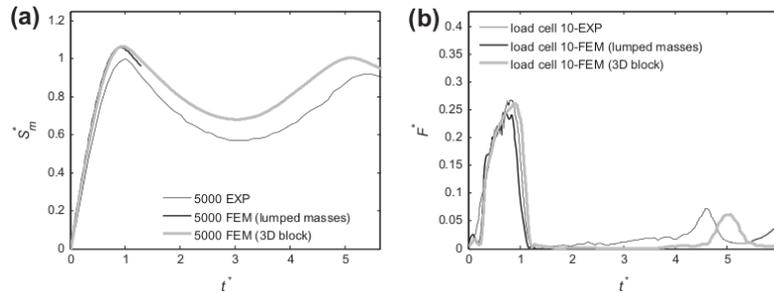


**FIGURE 2.108** – Efforts aux différentes étapes d'après le test numérique [26]

On remarque qu'au début de l'impact, les efforts sont concentrés dans le module central du filet suivant les diagonales, ce qui est aussi démontré dans les travaux de Spadari *et al* [47]. Les efforts atteignent ensuite les ancrages latéraux externes à travers les câbles longitudinaux amont et aval. Ensuite, les ancrages centraux sont sollicités par l'intermédiaire des câbles montants intérieurs. Ces câbles sont fortement sollicités à cette phase à cause de la rotation des poteaux due au déplacement du filet. Au cinquième et au sixième instant, les efforts sont distribués dans tous les éléments de la structure (dissipation maximale). Enfin, les deux derniers instants illustrent la phase de déchargement. Par contre, la simplification adoptée au niveau de la connexion câble poteau a causé une surestimation numérique des efforts aux ancrages correspondants.

Pour modéliser le comportement de la structure après choc, les masses concen-

trées sont remplacées par un bloc 3D en béton. L'élongation dans chaque cas est présentée en fonction du temps dans la figure 2.109. Les résultats ont montré la nécessité de modéliser le bloc pour améliorer les résultats après 1,3 s (c-à-d pour le rebond). Cependant, pour la première phase, il n'est pas indispensable de modéliser le contact pour avoir une précision acceptable.



**FIGURE 2.109** – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux [25]

Les auteurs concluent sur la validité de leur modèle indépendamment de la nature du filet et de la classe d'énergie cible. Dans tous les cas, les résultats sont en cohérence avec les essais à échelle réelle et donnent une prévision fiable du comportement de la structure et une estimation de la hauteur résiduelle du filet nécessaire pour les procédures de certification.

Une deuxième étude de Gentillini a permis d'améliorer le modèle proposé dans ce qui précède surtout en matière de coût de calcul et de performance de la barrière 3000 kJ munie d'un filet à anneaux entrecroisés par six autres anneaux.

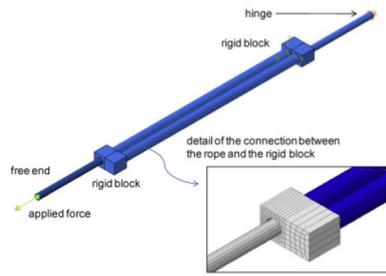
Pour un calage plus précis des paramètres constitutifs du modèle de filet, des tests expérimentaux supplémentaires sont réalisés par l'auteur sur le filet ASM4 et sont décrits dans la section 1.5.2.

Les paramètres de la loi de comportement des barres sont donc calés de façon à reproduire le comportement réel dans le plan et hors plan.

Concernant les dissipateurs d'énergie, et d'après des travaux précédents [40], [41], qui ont développé des modèles 3D d'un système de dissipation d'énergie de la figure 2.110, l'auteur a validé les paramètres et le comportement de son modèle 1D en comparant les comportements des deux modèles en statique et en dynamique.

Trois tests numériques sur la structure complète sont ensuite réalisés : un test avec une énergie maximale de 3000 kJ, un deuxième test de 1000 kJ, et un troisième où le même bloc est lâché une deuxième fois sur la structure à 1000 kJ. Les résultats (élongation du filet et forces aux ancrages en fonction du temps) sont validés en comparant avec les essais expérimentaux.

Enfin, l'utilisation des filets à anneau est très répandue actuellement. Pour cela, de nombreuses recherches se sont intéressées au développement d'approches numé-

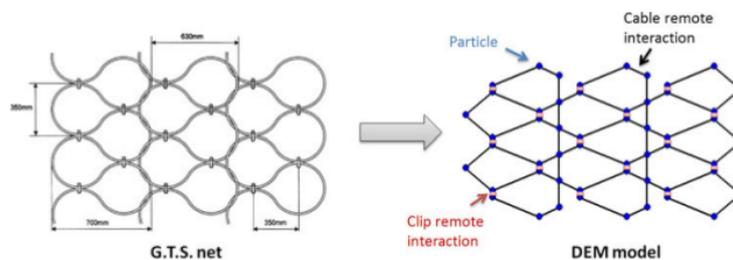


**FIGURE 2.110** – Le modèle de dissipateur d'énergie [26]

riques pour leur modélisation. Récemment, un travail de thèse réalisé par Trad s'est concentré sur l'étude d'un nouveau filet à mailles Omega. Le modèle numérique développé est décrit ci-dessous.

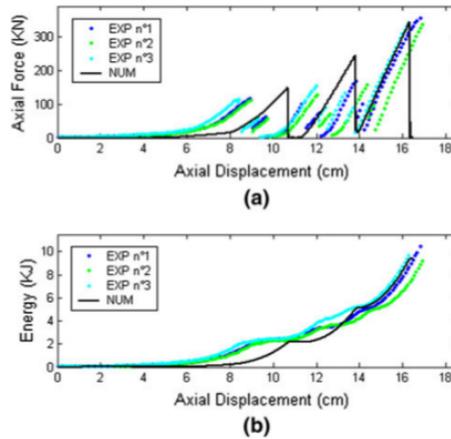
### 2.6.3 Modèle numérique avec filets à maille Omega

L'écran de filet muni d'un filet à mailles Omega a été étudié récemment dans la thèse de Trad [49], [7]. Le filet est modélisé par des particules aux points d'intersections des câbles et à l'endroit des fusibles (figure 2.111) avec des forces d'interactions entre les différentes particules. La calibration des paramètres mécaniques du modèle a été basée sur les résultats de la campagne expérimentale détaillée dans les parties 2.5.4, 2.5.5.1 et 2.5.2.1.



**FIGURE 2.111** – Le modèle discret du filet à mailles Omega [49], [7]

La figure 2.112 présente une comparaison des résultats numériques et expérimentaux des essais de traction sur une maille élémentaire avec fusible. Le comportement obtenu peut être décomposé en cinq étapes : une première étape décrivant le changement de géométrie de la maille. À ce stade, la raideur est faible. Ensuite, la force augmente jusqu'à la rupture du fusible central. La maille se déforme géométriquement de nouveau et le câble se détend. Le pic suivant correspond à la rupture des fusibles des deux côtés et le troisième correspond à la rupture du câble. Expérimentalement, les deux fusibles des côtés ne se cassent pas au même moment. Pour cela, on trouve un pic supplémentaire. Un net décalage temporel existe entre les résultats numériques et expérimentaux malgré le calage de la raideur et de la contrainte



**FIGURE 2.112** – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux [49], [7]

ultime dans le câble. Ceci peut être dû à la dissymétrie de la rupture dans l'essai.

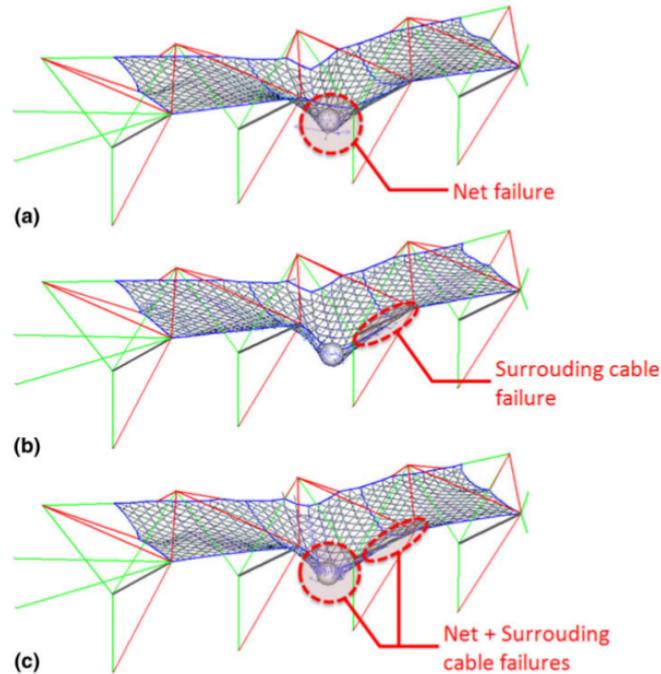
Un algorithme spécifique est développé pour modéliser le contact entre le filet et le poteau qui est une liaison entre une particule sphérique et un cylindre. Par ailleurs, l'effet rideau observé en réalité n'a pas été pris en compte lors des tests numériques. Le bloc est sphérique de vitesse 15 m/s ayant une énergie de 600 kJ.

Durant l'impact, l'énergie cinétique du bloc est transférée à la structure et transformée en énergie cinétique, plastique, élastique et en frottement. La force  $F$  des dissipateurs, leurs allongements, l'accélération, la vitesse et la trajectoire du bloc sont enregistrés.

On remarque que le fait de négliger l'effet de glissement du filet sur le câble de rive entraîne plusieurs erreurs dans la modélisation numérique : la déflexion du filet est plus petite que celle obtenue expérimentalement et les contraintes dans les câbles sont plus grandes que celles obtenues expérimentalement. En plus, le transfert d'énergie ou de charge entre le filet et les dissipateurs est brusque et intense. Cette observation semble logique parce que le glissement du filet sur le câble de rive lui permet de se déformer sans perdre en raideur et donc d'absorber une plus grande quantité d'énergie.

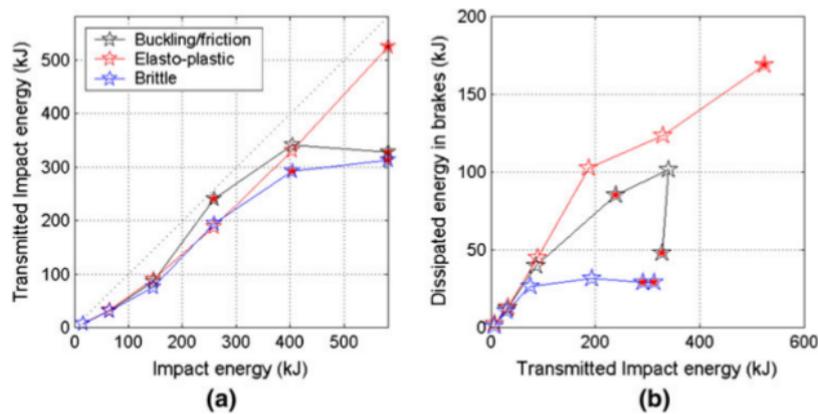
Les résultats numériques ont montré que l'endroit de rupture dans l'écran de filet ou l'endroit de dissipation de l'énergie dépend de la cinématique de la structure et de la vitesse du bloc. En se référant à la figure 2.113, pour une vitesse d'impact de 10 m/s, le filet est perforé et le bloc le traverse. Pour une vitesse de 12.5 m/s, un câble de rive au bord du filet rompt et de plus petits dommages ont été observés dans le filet. Pour un impact de 15m/s, le câble de bord et le filet se cassent. Ajoutons que la déflexion du filet est plus grande quand la vitesse augmente et donc la distribution des efforts change.

Plusieurs observations peuvent être faites en analysant les allongements des dissi-



**FIGURE 2.113** – Résultats des tests numériques pour des vitesses de bloc de a)10 m/s, b)12.5 m/s, c)15 m/s [49], [7]

pateurs d'énergies après le test. Premièrement, les dispositifs latéraux, comparés aux autres dissipateurs, ne jouent pas un grand rôle dans la dissipation de l'énergie. Par contre, les dissipateurs proches de la zone d'impact sont les plus sollicités. En plus, une dissymétrie, due à l'orthotropie du filet, est observée dans leur comportement.



**FIGURE 2.114** – Énergie transmise et absorbée de trois types de dissipateurs d'énergie [49], [7]

L'importance de la technologie des dissipateurs d'énergie a été étudiée en testant la réponse de deux autres types de freins ayant la même capacité de dissipation. La figure 2.114 montre que l'énergie transmise à la structure est presque la même pour les trois types. Or, le dissipateur d'énergie élasto-plastique parfait absorbe la plus

grande quantité d'énergie, ce qui induit une meilleure et plus souple distribution en diminuant le risque de localisation de la dissipation de l'énergie dans le filet ou dans un câble de rive.

#### 2.6.4 Synthèse sur les travaux numériques

Les modèles numériques développés ont montré qu'ils permettent de retrouver les caractères fondamentaux du phénomène observé même si les essais expérimentaux restent indispensables et constituent jusqu'à nos jours l'outil le plus solide pour le dimensionnement des écrans de filet pare-blocs.

Le problème de modélisation posé par ces structures est complexe et met en jeu de nombreuses non-linéarités tant matérielles que géométriques : l'impact dynamique rapide, les grandes déformations du filet et des câbles, les glissements et les frottements (dans le filet, du filet sur les câbles ou des câbles sur les supports), la plastification du filet ou des éléments dissipateurs, ainsi qu'un très grand nombre de paramètres géométriques ou technologiques (type de filet, type de dissipateur, type d'architecture de kit).

Les modèles numériques ont eu des difficultés à prendre en compte tous ces aspects. Pour cela, les phénomènes liés aux assemblages comme le frottement entre les éléments et à l'intérieur d'un même élément, les échauffements, les glissements sont souvent négligés ou modélisés d'une façon simpliste. De plus, le glissement entre le filet et les câbles de rives nommé "effet rideau " est un phénomène important mais souvent négligé dans les modélisations bien que plusieurs études [49], [50] et [29] ont souligné l'importance de sa prise en compte.

Ces recherches sont réalisées suivant deux approches : les modélisations se basant sur la méthode des éléments discrets comme Nicot [38], Grassl [29], Volkwein [51] ... et celles adoptant la méthode des éléments finis [16], [44].... Du fait de la complexité du problème, les modèles ont toujours nécessité des travaux de calage des paramètres mécaniques utilisés pour se rapprocher du comportement obtenu dans les essais expérimentaux réalisés en quasi-statique ou en dynamique. En utilisant les paramètres de chaque élément isolé (en particulier les mailles), on ne retombe pas sur les résultats expérimentaux. Pour cela, les modélisateurs recalent les paramètres locaux des filets pour obtenir une bonne réponse globale. Plusieurs problèmes se posent alors : le problème lié au changement d'échelle (passer de la maille au filet et du filet à l'écran), le problème lié à la capacité de modéliser toute la physique du comportement complexe et le problème dû aux conditions aux limites. En effet, les conditions aux limites des éléments isolés testés sur banc d'essais ne sont pas identiques aux conditions réelles de l'élément dans l'assemblage.

D'un autre côté, tous ces modèles numériques se concentrent sur une technologie

particulière d'écrans ou de filets. Ils ont été conçus pour un seul type de filet fabriqué ou de structure, tout changement dans l'un des éléments est difficile et nécessite une nouvelle implémentation. Pour arriver à une compréhension générale intrinsèque du comportement des écrans de filet, Chanut [17] a implémenté un code dans le logiciel ECRANS2.0 qui permet de tester numériquement une structure avec une technologie de filets choisie par l'utilisateur.

Les modèles numériques complexes 3D développés nécessitent un grand travail de calage et d'implémentation mais permettent d'avoir la réponse voulue pour une barrière sur site avec des conditions qui diffèrent de celles de l'essai. Ils sont utiles quand le but est d'avoir une conception totale ou une information précise sur la réponse d'une structure. Leur utilisation pour les tests paramétriques et pour le dimensionnement préliminaire n'est pas indispensable. Pour cela, des modèles simplifiés capables de reproduire l'essentiel du comportement sont aussi développés en 2D ou 1D comme ceux de Castro Fresno [15], Hambleton [34], [28] ...

# Chapitre 3

## Détermination des caractéristiques mécaniques intrinsèques des filets

### 3.1 Détermination des propriétés intrinsèques des filets

#### 3.1.1 Contexte

Les filets métalliques, éléments principaux des écrans pare-pierres, sont formés de câbles en acier utilisant différentes technologies. Dans leur configuration initiale, ces filets peuvent être vus comme des milieux périodiques plans et non infinis avec une raideur hors-plan très faible. Cette observation amène à conclure, d'un point de vue macroscopique, que les filets ont un fonctionnement membranaire. Lors d'un impact rocheux, et pour pouvoir soutenir le bloc en chute, ils travaillent en grandes déformations traduisant des non-linéarités géométriques et matérielles.

Volkwein [50], Nicot [38], Grassl [29] et autres ont étudié le comportement des filets à l'aide de modèles discrets qui considèrent le filet comme un ensemble de particules en interactions. Ces particules sont de différentes natures et ont uniquement des degrés de liberté en translation. En général, ces modélisations prennent en compte les grands déplacements et les non-linéarités matérielles.

Les études existantes sur les filets pare-blocs sont en général liées à une technologie spécifique, d'où se pose le problème de la comparaison entre les comportements des différents types. Ce travail propose ainsi une approche unifiée en utilisant la méthode de l'homogénéisation pour établir les propriétés intrinsèques des filets. Or, l'homogénéisation des milieux périodiques avec prise en compte des non-linéarités géométriques et matérielles est très complexe. Le cadre de l'étude est donc réduit à l'analyse des filets dans leur configuration initiale, en petites déformations et à l'aide de modèles de comportement élastiques linéaires. La méthode d'homogénéi-

sation présentée repose sur le travail de Florence et Sab qui développe la méthode dans un cas plus général, pour un matériau périodique avec des degrés de liberté en translation et en rotation [23]. Ce travail visait à déterminer les caractéristiques élastiques globales et le domaine de résistance d'un milieu périodique discret à travers la méthode d'homogénéisation. La méthode est présentée pour un milieu quelconque puis elle est appliquée aux nids d'abeilles. La validation est faite à travers les résultats connus de la littérature et la concordance des résultats du modèle avec les calculs par éléments finis (Pour plus d'informations sur cette étude, se référer à [23] et [24]).

L'objectif de l'homogénéisation des filets qui est conduite ici est donc de transformer les modèles particuliers en modèles membranaires homogènes équivalents dont les caractéristiques intrinsèques et le comportement élastique seront déterminés puis comparés entre eux.

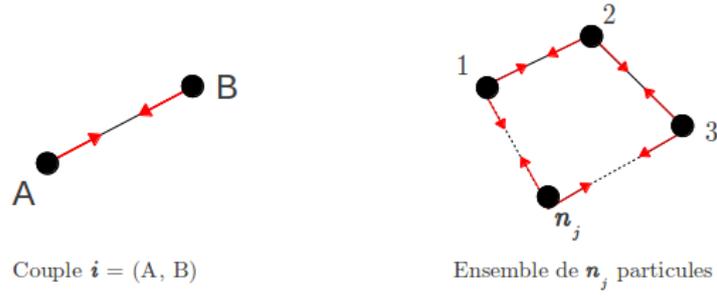
### 3.1.2 Description du modèle de filet

Le filet, quelle que soit sa technologie est modélisé comme un milieu périodique discret infini composé de particules en interaction. La cellule de base du modèle qui se répète périodiquement est composée d'un ensemble de particules de différents types, le type d'une particule étant défini selon sa position vis-à-vis des particules voisines avec lesquelles elle est en interaction. Deux particules sont de même type si elles ont un voisinage identique en tenant compte de la périodicité. Les particules constituant le modèle ont des degrés de liberté en translation uniquement. La théorie présentée ici est donc un cas particulier du travail de Florence et Sab [24] dans lequel on ne tient pas compte des degrés de libertés en rotation.

Les modèles prendront en compte deux types d'interaction entre particules : les interactions de type barre entre deux particules et les interactions de type anneau reliant un groupe de  $n_j$  particules (figure 3.1). Dans le premier cas, les interactions sont liées à la variation de la distance entre deux particules ( $A, B$ ). Dans le second cas, elles sont liées à la variation de la longueur totale de l'anneau qui relie les  $n_j$  particules (voir section suivante pour les détails).

### 3.1.3 Description de la méthode d'homogénéisation

L'homogénéisation d'un milieu périodique discret est basée sur une théorie de moyennisation qui permet, moyennant quelques hypothèses, de remplacer le milieu hétérogène par un autre homogène équivalent dont les propriétés et le comportement sont plus faciles à appréhender. La méthode comporte deux approches de résolution



**FIGURE 3.1** – Interactions entre particules de type barre (à gauche) et de type anneau (à droite)

équivalentes qui seront détaillées dans la suite : une approche cinématique ou en déformations et une approche statique ou en contraintes.

### 3.1.3.1 Approche cinématique

L'approche cinématique consiste à imposer un champ de déformation global cinématiquement admissible au filet périodique hétérogène et à trouver le champ correspondant des déformations à l'échelle locale dans la cellule élémentaire. Le champ local est déduit du calcul des déplacements aux nœuds, il sert à calculer l'énergie de déformation élastique de la cellule élémentaire qui est la somme des énergies de déformation de tous les éléments qui la constituent. Ensuite, Florence et Sab ont démontré que le champ de déformation solution est celui qui réalise le minimum d'énergie parmi tous les champs cinématiquement admissibles. Ce minimum est égal à l'énergie de déformation dans le matériau homogène.

#### Expression du champ de déformation cinématiquement admissible

Soit  $\underline{\underline{E}}$  le tenseur symétrique du second ordre des déformations globales. Pour définir le champ des déplacements cinématiquement admissible lié à ce tenseur noté C.A.( $\underline{\underline{E}}$ ), on considère une particule  $A$ . Soit  $\underline{X}_A$  son vecteur position dans le repère global. Un vecteur translation  $\underline{u}_A$  est associé à cette particule. Le déplacement cinématiquement admissible de  $A$  lié au tenseur  $\underline{\underline{E}}$  est formé du déplacement linéaire homogène  $\underline{\underline{E}} \cdot \underline{X}_A$  et du déplacement périodique  $\underline{u}_A^{per}$ . On note que les particules de même type ont le même champ de déplacement périodique  $\underline{u}^{per}$ . Le déplacement de la particule  $A$  s'écrit donc :

$$\underline{u}_A = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{X}_A + \underline{u}_A^{per} \quad (3.1)$$

L'ensemble des déplacements cinématiquement admissibles est donc défini par :

$$\text{C.A.}(\underline{\underline{E}}) = \{ \underline{u} / \underline{u}_A = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{X}_A + \underline{u}_A^{per} \ \forall A \in \text{cellule élémentaire} \}$$

## Calcul des énergies de déformations élastiques

L'énergie de déformation est calculée pour les deux types d'éléments du modèle : les barres et les anneaux.

Dans le cas d'une barre  $i$  formée par un couple de particules  $(A, B)$ , le déplacement de la particule  $B$  est :

$$\underline{u}_B = \underline{E} \cdot \underline{X}_B + \underline{u}_B^{per} \quad (3.2)$$

Le déplacement relatif  $\underline{d}_i$  entre  $A$  et  $B$  (de norme  $d_i$ ) s'écrit :

$$\underline{d}_i = \underline{u}_B - \underline{u}_A \quad (3.3)$$

$$\text{Soit : } \underline{d}_i = \underline{E} \cdot \underline{l}_i + \underline{\Delta u}_i^{per} \quad (3.4)$$

avec  $\underline{l}_i = \underline{X}_B - \underline{X}_A$  le vecteur allant de A à B ( $l_i$  sa norme) et  $\underline{\Delta u}_i^{per} = \underline{u}_B^{per} - \underline{u}_A^{per}$  leur déplacement périodique relatif. La déformation dans la barre  $i$  est ensuite déduite du déplacement relatif :

$$\varepsilon_i = \frac{d_i}{l_i} \quad (3.5)$$

L'énergie de déformation élastique de la barre est enfin calculée par la formule :

$$\psi_i(\underline{u}) = \frac{1}{2} K_i l_i \varepsilon_i^2 \quad (3.6)$$

où  $K_i$  représente la raideur de la barre  $i$ . Elle peut être variable en fonction de  $\varepsilon_i$  si le matériau est non-linéaire élastique.

Dans le cas d'un anneau  $j$  reliant  $n_j$  particules, le déplacement relatif total de l'anneau  $d_j$  est égal à la somme des déplacements relatifs des  $n_j$  couples de particules comme le montre la figure 3.2 :

$$d_j = \sum_{k=1}^{n_j} d_{jk} \quad (3.7)$$

avec  $d_{jk}$  le déplacement relatif d'un couple  $k$  dans l'anneau  $j$  défini par la projection selon le vecteur unitaire reliant le nœud  $k$  au nœud  $k+1$  du vecteur  $\underline{d}_{jk}$  égal à :  $\underline{d}_{jk} = \underline{E} \cdot \underline{l}_{jk} + \underline{\Delta u}_{jk}^{per}$ .

La déformation de l'anneau est égale au déplacement relatif total (3.7) sur la longueur totale de l'anneau  $l_j = \sum_{k=1}^{n_j} l_{jk}$ .

$$\varepsilon_j = \frac{d_j}{l_j} \quad (3.8)$$

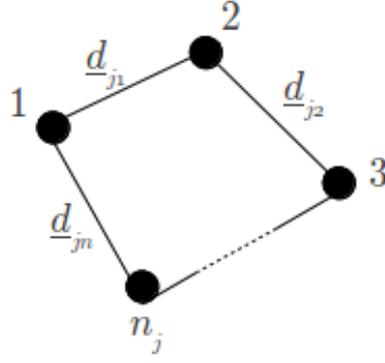


FIGURE 3.2 – Ensemble de  $n_j$  couples de particules

L'énergie de déformation élastique de l'anneau  $j$  dans la cellule de base est alors définie par :

$$\psi_j(\underline{u}) = \frac{1}{2} K_j l_j \varepsilon_j^2 \quad (3.9)$$

où  $K_j$  représente la raideur élastique de l'anneau  $j$  qui peut être variable en fonction de  $\varepsilon_j$  si le comportement de l'élément est multilinéaire élastique (le comportement des éléments est détaillé dans la section 3.1.4).

L'énergie de déformation du milieu discret est la somme des énergies de déformation des éléments barres et anneaux présents dans la cellule élémentaire divisée par la surface  $\Omega$  de cette cellule. Soit une cellule élémentaire contenant  $n_b$  barres et  $n_a$  anneaux, son énergie totale s'écrit :

$$\psi^{per}(\underline{u}) = \frac{1}{\Omega} \left( \sum_{i=1}^{n_b} \psi_i(\underline{u}) + \sum_{j=1}^{n_a} \psi_j(\underline{u}) \right) \quad (3.10)$$

Pour le matériau homogène élastique correspondant dont le tenseur de rigidité est noté  $\underline{\underline{A}}$  et qui est soumis au champ de déformation  $\underline{\underline{E}}$ , l'énergie de déformation élastique est de la forme :

$$\psi^{hom} = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{E}} \quad (3.11)$$

### Identification des tenseurs de raideur

On démontre que le champ de déplacement  $\underline{u}$  solution est celui qui minimise l'énergie de déformation totale du milieu périodique  $\psi^{per}$  et que cette énergie est égale à l'énergie de déformation du milieu homogène :

$$\psi^{hom}(\underline{\underline{E}}) = \min_{\underline{u} \in C.A.(\underline{\underline{E}})} \psi^{per}(\underline{u}) \quad (3.12)$$

ou en introduisant (3.10) et (3.11) :

$$\frac{1}{2}\underline{\underline{E}} : \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{E}} = \min_{\underline{\underline{u}} \in C.A.(\underline{\underline{E}})} \frac{1}{\Omega} \left( \sum_{i=1}^{n_b} \psi_i(\underline{\underline{u}}) + \sum_{j=1}^{n_a} \psi_j(\underline{\underline{u}}) \right) \quad (3.13)$$

Le tenseur  $\underline{\underline{A}}$  peut être alors déduit par identification dans (3.13).

Par commodité, dans les applications qui vont suivre, ce tenseur sera exprimé suivant la notation matricielle de Voigt où :

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1111} & A_{1122} & A_{1112} \\ A_{2211} & A_{2222} & A_{2212} \\ A_{1112} & A_{2212} & A_{1212} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ 2E_{12} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

### 3.1.3.2 Approche statique

L'approche statique consiste à imposer un champ de contrainte statiquement admissible au milieu à homogénéiser et à calculer les efforts locaux correspondants afin de déduire l'énergie de déformation dans le filet. Ensuite, le tenseur des rigidités est défini en considérant que le champ de contraintes solution est celui qui réalise le minimum d'énergie parmi tous les champs de contraintes statiquement admissibles et que ce minimum est égal à l'énergie dans le filet homogène.

#### Expression du champ de contrainte statiquement admissible

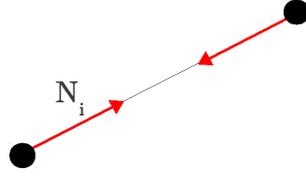
Soit  $\underline{\underline{\Sigma}}$  le tenseur symétrique de second ordre des contraintes globales appliqué au milieu périodique considéré. Les forces d'interaction entre les particules  $\underline{\underline{f}}_i$  sont statiquement admissibles si elles sont périodiques, en équilibre et représentées à l'échelle macroscopique par le tenseur  $\underline{\underline{\Sigma}}$ . L'équilibre local est vérifié pour chacune des  $p$  particules qui constituent la cellule de base. Cet équilibre est établi si la somme des forces d'interactions pour toutes les particules est nulle. Soit une particule  $A$  ayant  $n_A$  interactions avec son entourage, on a :

$$\sum_{i=1}^{n_A} \underline{\underline{f}}_i^A = 0, \forall A \text{ appartenant à la cellule élémentaire} \quad (3.15)$$

Pour un élément barre  $i$ , les interactions  $\underline{\underline{f}}_i$  sont égales aux efforts de traction  $N_i$  (figure 3.3) :

$$\underline{\underline{f}}_i = N_i \frac{\underline{\underline{l}}_i}{\|\underline{\underline{l}}_i\|} \quad (3.16)$$

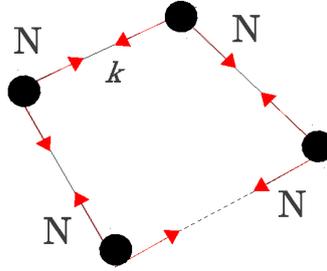
Dans le cas d'un anneau  $j$ , la force d'interaction  $N_j$  entre toutes les particules reliées par l'anneau est la même. Donc, le vecteur  $\underline{\underline{f}}_{jk}$  est exprimé pour chaque couple  $k$



**FIGURE 3.3** – Couple  $i$  de particules en interaction

dans l’anneau (figure 3.4) par :

$$\underline{f}_{jk} = N_j \frac{\underline{l}_{jk}}{\|\underline{l}_{jk}\|} \quad (3.17)$$



**FIGURE 3.4** – Forces d’interactions dans un anneau  $j$

Selon Florence et Sab [24], la contrainte macroscopique associée aux forces locales dans une cellule élémentaire contenant  $n_b$  barres et  $n_a$  anneaux, est exprimée par la formule de Love-Weber :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{\Omega} \left( \sum_{i=1}^{n_b} (\underline{f}_i \otimes^s \underline{l}_i) + \sum_{j=1}^{n_a} \sum_{k=1}^{n_j} (\underline{f}_{jk} \otimes^s \underline{l}_{jk}) \right) \quad (3.18)$$

Les champs statiquement admissibles sont donc ceux qui vérifient (3.15) et (3.18) ; ce que l’on note :

$$\text{S.A.}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \left\{ \underline{N} / \sum f_i^A = 0 \forall A \text{ et } \underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{\Omega} \left( \sum_{i=1}^{n_b} (\underline{f}_i \otimes^s \underline{l}_i) + \sum_{j=1}^{n_a} \sum_{k=1}^{n_j} (\underline{f}_{jk} \otimes^s \underline{l}_{jk}) \right) \right\} \quad (3.19)$$

Ces relations forment un système d’équations d’équilibre en  $N_i$ , le nombre d’équations dépend des types de nœuds et de la symétrie du filet. La résolution de ce système donne les  $N_i$  en fonction des contraintes globales  $\underline{\underline{\Sigma}}$  et des inconnues surabondantes  $\tilde{N}_i$  qui peuvent être considérées comme des inconnues hyperstatiques. Ces résultats seront intégrés dans le calcul des énergies de contrainte élastiques afin de les exprimer en fonction du champs  $\underline{\underline{\Sigma}}$  et des inconnues hyperstatiques.

## Calcul des énergies de contrainte élastiques

L'énergie de contrainte du milieu discret est la somme des énergies de contrainte élastiques des éléments barres et anneaux dans la cellule élémentaire divisée par son aire. L'énergie de contrainte d'une barre  $i$  est donnée par :

$$\psi_i(N_i) = \frac{1}{2} \frac{N_i^2}{K_i} l_i \quad (3.20)$$

Dans le cas d'un anneau  $j$ , l'énergie de contrainte s'écrit de la même façon :

$$\psi_j(N_j) = \frac{1}{2} \frac{N_j^2}{K_j} l_j \quad (3.21)$$

Considérons une cellule élémentaire formée de  $n_b$  barres et de  $n_a$  anneaux, l'énergie de contrainte élastique s'écrit en fonction du champ global  $\underline{\underline{\Sigma}}$  en intégrant dans la somme de l'énergie de tous les éléments, les valeurs des efforts  $N_i$  en fonction de  $\underline{\underline{\Sigma}}$  et des inconnues hyperstatiques trouvés d'après (3.15) et (3.18) :

$$\psi^{per}(N) = \frac{1}{\Omega} \left( \sum_{i=1}^{n_b} \psi_i(N_i) + \sum_{j=1}^{n_a} \psi_j(N_j) \right) \quad (3.22)$$

Pour le matériau homogène équivalent dont le tenseur de souplesses est  $\underline{\underline{S}}$ , l'énergie volumique est de la forme :

$$\psi^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\Sigma}} \quad (3.23)$$

## Identification des tenseurs de souplesse

En adoptant la même démarche que dans l'approche cinématique, on peut affirmer, d'après Florence et Sab [24], que les forces d'interaction solution parmi toutes les forces d'interaction statiquement admissibles sont celles qui minimisent l'énergie dans (3.22). Cette énergie minimisée par rapport aux efforts  $\tilde{N}_i$  surabondants est égale à l'énergie du matériau homogène équivalent :

$$\begin{aligned} \psi^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) &= \min_{f_i \in S.A.(\underline{\underline{\Sigma}})} \psi^{per}(f_i) \\ \frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\Sigma}} &= \min_{N_i \in S.A.(\underline{\underline{\Sigma}})} \frac{1}{\Omega} \left( \sum_{i=1}^{n_b} \psi_i(N_i) + \sum_{j=1}^{n_a} \psi_j(N_j) \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Par commodité de notation, le tenseur  $\underline{\underline{S}}$  identifié sera ici aussi représenté en notation matricielle de Voigt où les composantes de la matrice  $\underline{\underline{S}}$  obtenue sont données par :

$$\begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ 2E_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1111} & S_{1122} & 2S_{1112} \\ S_{2211} & S_{2222} & 2S_{2212} \\ 2S_{1112} & 2S_{2212} & 4S_{1212} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Les tenseurs des souplesses et des raideurs pour ces milieux homogénéisés à l'échelle macroscopique, ne sont valables qu'en élasticité linéaire. Si on prend en compte le comportement élastique multi-linéaire des éléments locaux, cette théorie s'appliquera entre des seuils bien définis que l'étude du comportement élastique à l'échelle locale permettra de définir en fonction de la contrainte ou la déformation globale.

### 3.1.4 Régimes de comportement du modèle

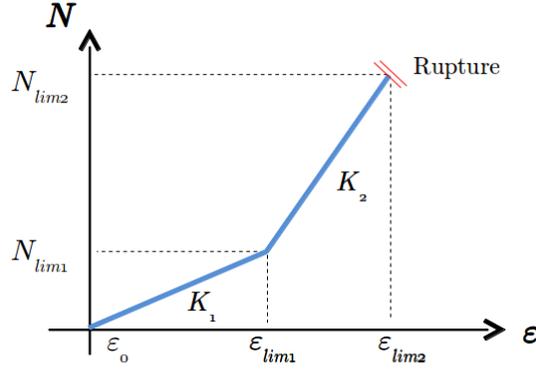
#### 3.1.4.1 Raideur et comportement des éléments

Les éléments barres et anneaux du modèle discret sont en général considérés comme des éléments à comportement bilinéaire élastique ou élasto-plastique présenté dans la figure 3.5. Ce comportement peut être modélisé par deux ressorts en parallèle ayant deux raideurs  $K_1$  et  $K_2$  comme le montre la figure 3.6.

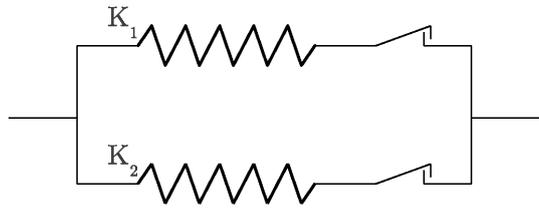
Ces ressorts ne sont pas sollicités simultanément mais suivant la valeur de la déformation  $\varepsilon$ . Quand la déformation est comprise entre  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_{lim1}$ , le ressort 1 travaille, ce qui correspond à la pente  $K_1$  sur le graphe représentant la loi de comportement (figure 3.5). Quand cette déformation est entre  $\varepsilon_{lim1}$  et  $\varepsilon_{lim2}$ , le ressort 2 est sollicité suivant un comportement linéaire de pente  $K_2$ . La plupart des filets présentant des ruptures de type fragile [50], on considère qu'au delà de  $\varepsilon_{lim2}$ , le filet est rompu. Dans certains cas cependant, les commodités de modélisation amènent à considérer des éléments élasto-plastiques dans lesquels  $K_2 = 0$  (voir plus loin le modèle à anneaux).

#### 3.1.4.2 Limites en fonction des champs globaux

Après la description de la loi de comportement élastique locale des éléments, il est utile de définir les différents régimes de comportement du filet au niveau macroscopique. Les limites locales sont exprimées en fonction des champs de déformations ou de contraintes globales.



**FIGURE 3.5** – Loi de comportement bilinéaire



**FIGURE 3.6** – Comportement élastique bilinéaire modélisé par deux ressorts avec deux raideurs différentes

Les limites en déformations locales pour l'élément de raideur  $K_1$  s'écrivent :

$$\varepsilon_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{lim1} \quad (3.26)$$

Les limites du domaine élastique quand cet élément passe à une raideur  $K_2$  sont :

$$\varepsilon_{lim1} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{lim2} \quad (3.27)$$

Ces limites doivent être respectées pour tous les éléments constituant la cellule de base. Les valeurs des déformations  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_{lim1}$  et  $\varepsilon_{lim2}$  sont tirées des essais réalisés dans la littérature Volwein [50], Trad [49], Nicot [38], ... sur les différents types de filets. L'expression de  $\varepsilon$  en fonction des champs globaux dépend de l'approche adoptée pour effectuer l'homogénéisation. Dans le cas d'une homogénéisation par approche cinématique, les déformations locales  $\varepsilon$  sont exprimées en fonction du tenseur global  $\underline{\underline{E}}$  dans (3.5). D'où :

$$\varepsilon_0 \leq \frac{d(\underline{\underline{E}})}{l} \leq \varepsilon_{lim1} \quad (3.28)$$

et

$$\varepsilon_{lim1} \leq \frac{d(\underline{\underline{E}})}{l} \leq \varepsilon_{lim2} \quad (3.29)$$

avec  $d(\underline{E})$  le déplacement relatif d'un couple de nœuds exprimé en fonction du tenseur  $\underline{E}$ . Dans le cas d'une homogénéisation par approche statique, la déformation locale  $\varepsilon$  est exprimée en fonction des efforts  $N$  à travers :

$$N = K\varepsilon \quad (3.30)$$

Et les efforts  $N$  sont eux-mêmes exprimés en fonction du champ de contraintes global  $\underline{\Sigma}$  dans les équations (3.15) et (3.18). D'où,

$$\varepsilon_0 \leq \frac{1}{K_1} N(\underline{\Sigma}) \leq \varepsilon_{lim1} \quad (3.31)$$

et

$$\varepsilon_{lim1} \leq \frac{N(\underline{\Sigma}) - N_{lim1}}{K_2} + \varepsilon_{lim1} \leq \varepsilon_{lim2} \quad (3.32)$$

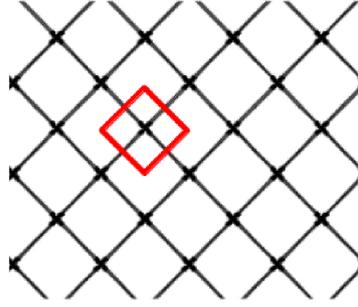
L'ensemble des équations et de la démarche présentées ci-dessus permettent de calculer pour un filet quelconque une membrane équivalente et le domaine élastique associé. Elles vont donc être mises en œuvre dans les paragraphes qui suivent par degré croissant de complexité, afin de caractériser le comportement des principaux filets existants : le filet à câbles orthogonaux est abordé en premier, car sa maille élémentaire est la plus simple. Ensuite, les filets anti-sous-marins à anneaux entrecroisés par quatre anneaux ASM4 et par six anneaux ASM6 sont étudiés. Enfin, l'homogénéisation est appliquée à un nouveau type de filet à maille en forme d'une goutte d'eau appelé "Elite" [31]. Dans le cas des filets à anneaux, plusieurs modèles seront proposés selon les modèles discrets développés et validés expérimentalement par Nicot [38] & Volkwein [50]. Pour les autres filets à câbles, les modèles seront basés sur leur géométrie simplifiée après mise en tension.

## 3.1.5 Le filet à câbles orthogonaux

### 3.1.5.1 Présentation du filet

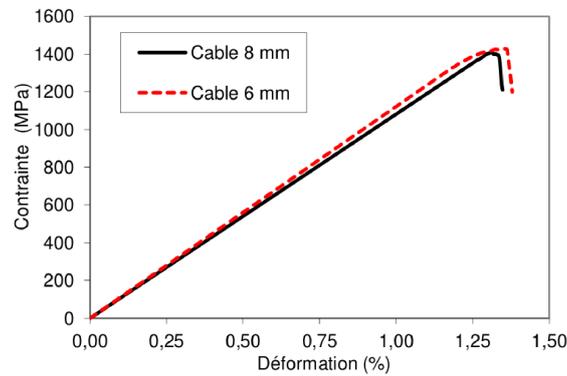
Le filet à câbles orthogonaux représenté dans la figure 3.7 est formé de mailles carrées faites de câbles en acier haute résistance. Les propriétés de ce filet sont détaillées dans la section 2.2.3.1.

Pour caractériser le comportement de l'élément constitutif de ce filet, on se base sur les essais de traction sur câbles de différents diamètres réalisés par Trad [49] et décrits dans la partie 2.5.5.1. Pour mémoire, la figure 3.8 montre que le câble a un comportement quasi-linéaire jusqu'à un seuil de déformation égal à 1,3%, et que, au-delà de ce seuil, le comportement devient légèrement non linéaire traduisant une



**FIGURE 3.7** – Filet à câbles orthogonaux

plasticité et un endommagement associé à la rupture des fils.



**FIGURE 3.8** – Comportement d'un câble de 8 ou de 6 mm sous traction [49]

### 3.1.5.2 Définition du modèle

Le modèle de filet à câbles orthogonaux, vu comme un milieu discret de particules en interaction, est formé de nœuds situés aux points de croisement des câbles. Ces nœuds sont considérés fixes et de même type. Ils sont connectés par des éléments barres. Le comportement de ces barres est déterminé par le comportement du câble. D'après la figure 3.8, on voit que le comportement d'un câble est en gros linéaire, on adopte donc pour les barres un modèle de comportement linéaire élastique fragile illustré dans la figure 3.9. En supposant que le filet est initialement au repos, la déformation initiale des barres est nulle et le comportement est linéaire de pente  $K_1$  jusqu'à une déformation limite  $\varepsilon_{lim1}$ .

La cellule de base du modèle de filet est formée d'un seul nœud  $A$  connecté par quatre demi-barres 1, 2, 3 et 4 de longueur  $\frac{l}{2}$  chacune et de rigidité  $K_1$ . Cette cellule, d'aire  $\Omega = l^2$ , est encadrée en rouge dans la figure 3.7 et modélisée dans la figure 3.10. Pour faciliter les calculs, elle sera tournée d'un angle de  $\frac{\pi}{4}$ .

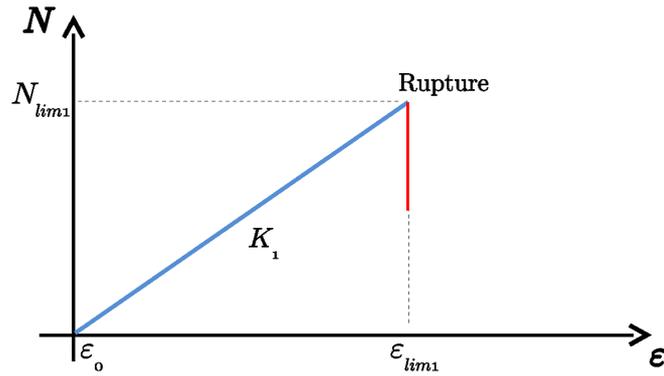


FIGURE 3.9 – Comportement des éléments barres représentant les câbles

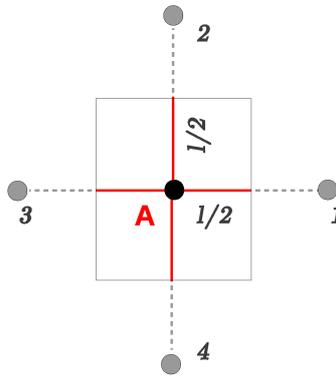


FIGURE 3.10 – Cellule élémentaire du filet à câbles orthogonaux

### 3.1.5.3 Homogénéisation par approche statique

Le filet à câbles est homogénéisé en adoptant une approche statique explicitée dans la section 3.1.3.2. Elle consiste à se donner un tenseur de contrainte globale et rechercher les forces d'interaction locales statiquement compatibles et enfin à calculer l'énergie associée.

### 3.1.5.4 Expression des forces d'interaction statiquement admissibles

Ces forces sont statiquement admissibles si elles sont périodiques et si elles vérifient (3.15) et (3.18). La figure 3.11 montre les forces d'interaction dans la cellule de base du filet. Par symétrie, on a  $N_1 = N_3$  et  $N_2 = N_4$ . Par suite, la somme des forces d'interaction (3.15) pour le nœud A est nulle et l'équilibre local est vérifié.

Sachant que la cellule élémentaire contient quatre barres, l'équation (3.18) s'écrit :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{l^2} \sum_{i=1}^4 \left( f_i \otimes^s l_i \right) \quad (3.33)$$

Les efforts  $f_i$  et les longueurs  $l_i$  sont exprimés pour les quatre barres, dans le repère

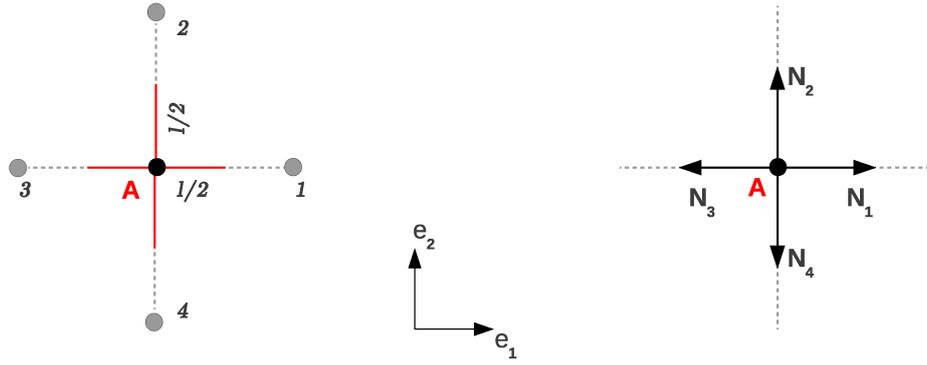


FIGURE 3.11 – Cellule élémentaire du filet à câbles orthogonaux

global  $(\underline{e}_1, \underline{e}_2)$  de sorte que  $\underline{\underline{\Sigma}}$  s'écrit (3.33) :

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{pmatrix} = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Les efforts  $N$  sont ensuite exprimés en fonction de  $\underline{\underline{\Sigma}}$  en inversant (3.34). Or, le filet n'a pas d'élasticité au cisaillement, le système n'est donc pas inversible : tous les chargements ne sont pas admissibles. Il sera inversé dans le sous-espace  $(\Sigma_{11} \Sigma_{22})$  :

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} = l \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \end{pmatrix} \quad \& \quad \Sigma_{12} = 0 \quad (3.35)$$

### 3.1.5.5 Calcul des énergies de contrainte élastiques

L'énergie de contrainte de chacune des quatre barres de la cellule élémentaire est d'abord calculée d'après (3.20) puis sommée pour obtenir l'énergie totale du milieu périodique (3.22) sachant que toutes les barres ont la même raideur  $K$  :

$$\psi^{per}(N_i) = \frac{1}{l^2} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{N_i^2}{K} l_i \quad (3.36)$$

En intégrant (3.35) dans (3.36), on obtient l'énergie de contrainte en fonction du tenseur global :

$$\psi^{per}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{l}{2K} (\Sigma_{11}^2 + \Sigma_{22}^2) \quad (3.37)$$

L'énergie du matériau homogène équivalent est donnée par (3.23), soit pour mémoire :

$$\psi^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\Sigma}}$$

### 3.1.5.6 Identification du tenseur de souplesse

Comme déjà expliqué dans la section 3.1.3.2, les tenseurs de souplesse sont identifiés dans (3.24) en considérant que les forces d'interaction solution sont celles qui minimisent l'énergie de contrainte dans le matériau hétérogène et que ce minimum est égal à l'énergie dans le matériau homogène. Or dans ce cas, le problème est statiquement déterminé, les forces d'interaction sont connues et par suite, l'énergie dans le milieu périodique est égale à celle dans le milieu homogène.

$$\frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\Sigma}} = \frac{l}{2K} (\Sigma_{11}^2 + \Sigma_{22}^2) \quad (3.38)$$

On retrouve ainsi le tenseur des souplesses  $\underline{\underline{S}}$  pour le cas simple du filet à câbles orthogonaux ainsi que celui des raideurs  $\underline{\underline{A}}$  définis dans le sous-espace  $(\Sigma_{11}\Sigma_{22})$  :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} \frac{l}{K} & 0 \\ 0 & \frac{l}{K} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \frac{K}{l} & 0 \\ 0 & \frac{K}{l} \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

La matrice de raideur  $\underline{\underline{A}}$  peut être complétée par des valeurs nulles sur la composante  $2E_{12}$  parce que la raideur en cisaillement est nulle.

### 3.1.5.7 Régimes de comportement

Le tenseur calculé précédemment est valable seulement quand le filet a un comportement élastique linéaire donc quand les éléments du modèle discret sont élastiques. Dans cette section, on étudie les limites de validité et d'élasticité à l'échelle locale ou au niveau des éléments puis on l'exprime en fonction du champ de déformations globales. La barre en traction est dans le domaine élastique si sa déformation est positive et plus petite que la déformation limite  $\varepsilon_{lim1}$  :

$$0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{lim1} \quad (3.41)$$

En contraintes globales d'après (3.30), on a pour chaque élément de la cellule élémentaire :

$$0 \leq \frac{1}{K_1} N(\underline{\underline{\Sigma}}) \leq \varepsilon_{lim1} \quad (3.42)$$

Pour exprimer cette limite en déformations globales, on introduit dans (3.42) les équations de la loi de comportement (3.39). On obtient pour les barres 1 et 3 :

$$0 \leq E_{11} \leq \varepsilon_{lim1} \quad (3.43)$$

Et pour les barres 2 et 4 :

$$0 \leq E_{22} \leq \varepsilon_{lim1} \quad (3.44)$$

### 3.1.5.8 Application numérique

Une application numérique est réalisée afin de visualiser le domaine de validité du filet graphiquement. On choisit une maille carrée dont le côté fait 200 mm formée de câbles de 8 mm de diamètre et on s'appuie sur les résultats des tests de Trad [49] (figure 3.8) pour définir la déformation limite en traction  $\varepsilon_{lim1} = 1.3\%$ .

Le comportement du filet en déformations globales est tracé dans la figure 3.12 : le carré intérieur désigne la zone élastique. Le filet est comprimé si les déformations globales sont négatives. Les zones où la déformation dépasse 1.3% correspondent aux zones de rupture.

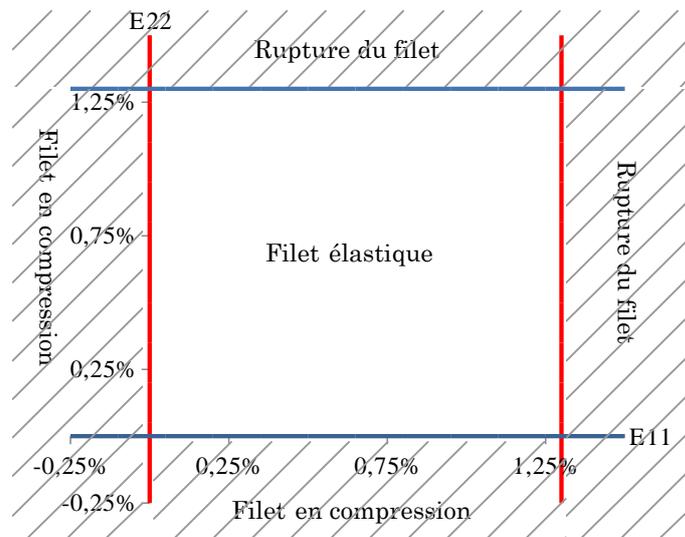
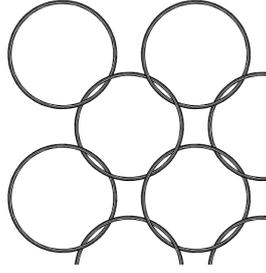


FIGURE 3.12 – Domaine de validité du filet en déformations globales

## 3.1.6 Le filet ASM4 à quatre anneaux entrecroisés

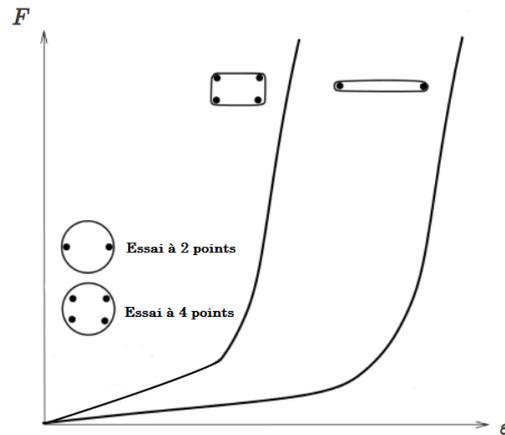
### 3.1.6.1 Présentation du filet

Le filet ASM4 décrit dans la section 2.2.3.2 est formé par des anneaux entrecroisés entre eux de manière à ce que chaque anneau soit relié à quatre anneaux comme le montre la figure 3.13.



**FIGURE 3.13** – Filet à anneaux ASM4

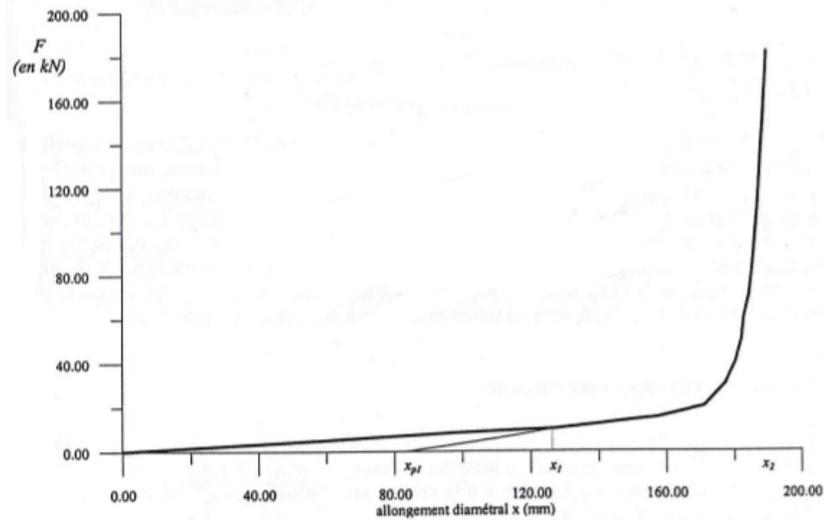
Afin de caractériser le comportement de l'élément constitutif de ce filet, des essais de traction simple ont été réalisés sur des anneaux par Nicot [38] et Grassl [29]. Les résultats de ces essais sont présentés en partie 2.5.5.2 . Ils montrent que les caractéristiques de la courbe de comportement bilinéaire de l'anneau sont très sensibles aux conditions aux limites de l'essai.



**FIGURE 3.14** – Filet à anneaux ASM4

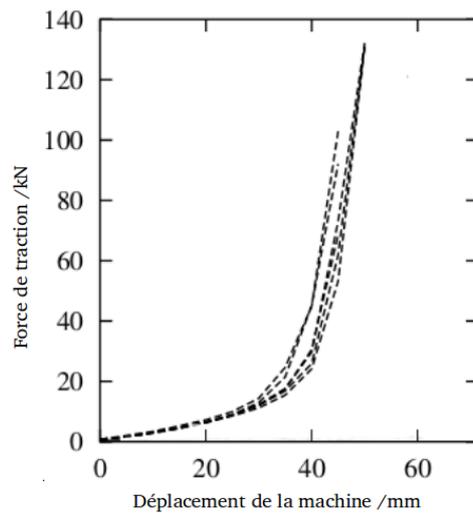
Les résultats de l'essai de Nicot sont illustrés dans la figure 3.15. On distingue clairement deux pentes : une première où la raideur  $K_1$  est égale à 29 kN et une seconde pente  $K_2$  beaucoup plus raide qui vaut 6300 kN. La déformation limite du diamètre de l'anneau dans la première phase est égale à 0.602 et, à la fin de la deuxième phase, elle est égale à 0.63. Cet essai à deux points est réalisé aussi par Grassl et les ordres de grandeurs des raideurs et des déformations sont très proches de ceux de Nicot.

Dans son étude, Grassl effectue aussi un essai à quatre points dont les résultats sont montrés dans la figure 3.16. Le calcul des raideurs donne pour la première partie élastique une valeur de  $K_1 = 132\text{kN}$  et pour la deuxième partie une raideur  $K_2$  égale à 5100 kN. La déformation limite de la périphérie de l'anneau dans la première phase du comportement est égale à  $\varepsilon_{lim1}^a = 0,082$ , et dans la deuxième phase, elle atteint  $\varepsilon_{lim2}^a = 0,117$ . On remarque que l'anneau se déforme plus dans le cas d'un essai à



**FIGURE 3.15** – Comportement de l’anneau suivant Nicot

deux points, ce qui est tout à fait logique compte tenu de sa géométrie initiale.



**FIGURE 3.16** – Comportement de l’anneau suivant l’essai de traction à 4 points [50]

Nicot [38] et Volkwein [50] ont proposé des modèles discrets différents pour les filets à anneaux entrecroisés. Le modèle à barres, initialement proposé par Nicot pour les filets à six anneaux ASM6, sera adapté au filet à quatre anneaux ASM4 et homogénéisé dans la section suivante. Ensuite, la même démarche est suivie pour le modèle développé par Volkwein, appelé modèle à anneaux afin de comparer les résultats obtenus.

### 3.1.6.2 Modèle à barres

Le modèle discret de Nicot est décrit dans la partie 2.6.2.1 : chaque anneau est représenté par un nœud en son centre et la liaison entre les anneaux voisins est modélisée par une barre qui ne résiste qu'à la traction. Ce modèle est adapté au filet à anneaux ASM4 dans la figure 3.17.

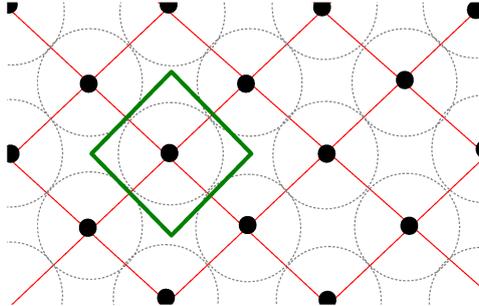


FIGURE 3.17 – Modèle du filet ASM4 selon Nicot

Le comportement des éléments barres correspond au comportement réel de la liaison entre deux anneaux [38]. Or, ce dernier est assimilé par Nicot au comportement d'un anneau soumis à une traction uniaxiale.

Dans la suite de nos calculs, on considère ce modèle avec des barres bilinéaires élastiques à deux pentes différentes  $K_1$  et  $K_2$  suivies d'une rupture comme le montre la figure 3.18. La barre peut donc être modélisée par deux ressorts ayant deux raideurs  $K_1$  et  $K_2$  sollicités suivant la valeur de la déformation.

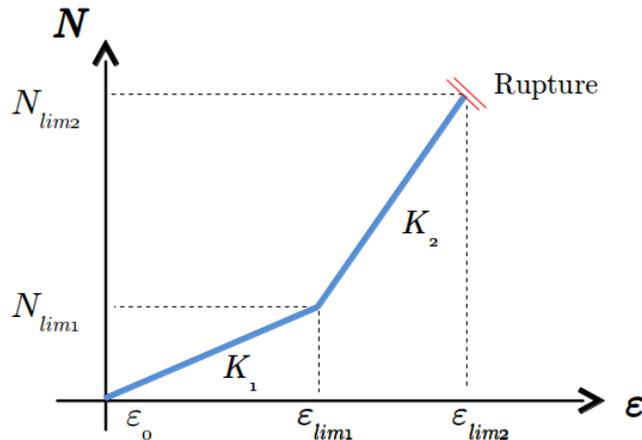


FIGURE 3.18 – Loi de comportement des barres dans le modèle

En supposant que les barres sont initialement au repos, on considère que la déformation initiale  $\varepsilon_0$  est nulle et que, jusqu'à une limite de déformation  $\varepsilon_{lim1} = 0,602$ , la barre a un comportement élastique linéaire de raideur  $K_1 = 29$  kN. Au delà de  $\varepsilon_{lim1}$  jusqu'à  $\varepsilon_{lim2} = 0,63$ , la pente devient plus raide et égale à  $K_2 = 6300$  kN ce qui met en action le deuxième ressort.

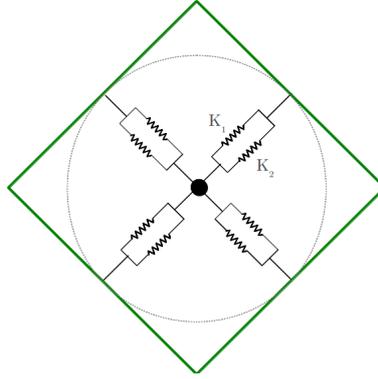


FIGURE 3.19 – Modélisation des barres par des ressorts

La maille élémentaire du filet périodique est formée d'un anneau central entouré par quatre anneaux et est modélisée par un nœud avec quatre demi-barres. Elle est encadrée en vert dans la figure 3.17.

La constitution de cette cellule est identique à celle de la cellule de base du filet à câbles orthogonaux modélisé dans la section précédente. Les dimensions des éléments et la distribution des efforts sont identifiées dans la figure 3.20.

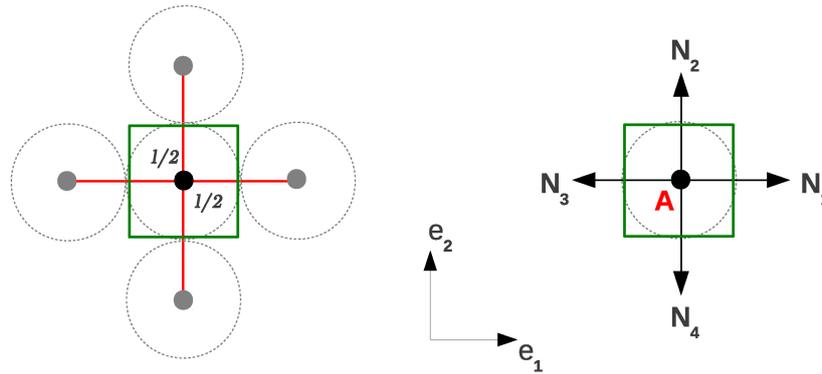


FIGURE 3.20 – Modèle de la cellule de base

### 3.1.6.3 Homogénéisation par approche statique

On retrouve que la membrane équivalente associée au modèle à barres pour le filet ASM4 et celle associée au modèle du filet à câbles orthogonaux ont le même comportement. Le tenseur des souplesses pour le filet ASM4 est donc identique et donné par (3.39) à ceci près qu'ici, que la rigidité  $K(\varepsilon)$  des éléments dépend de leur déformation car les barres ont un comportement bilinéaire élastique à deux raideurs différentes.

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} \frac{l}{K(\varepsilon)} & 0 \\ 0 & \frac{l}{K(\varepsilon)} \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

Comme prévu, la modélisation des anneaux par des éléments mono-directionnels entraîne le découplage entre les deux directions de chargement, ce qui est bien visible dans le tenseur des souplesses. On retrouve aussi dans le tenseur  $\underline{\underline{S}}$ , l'absence de résistance de cisaillement pour les deux types de filets.

### 3.1.6.4 Régimes de comportement

En se basant sur les seuils élastiques locaux des éléments, les limites de validité de chacune des barres sont calculées en fonction des contraintes globales afin de déduire les régimes de comportement à cette échelle. En déformations locales, on a :

$$\begin{cases} 0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_{lim1} \\ \varepsilon_{lim1} \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_{lim2} \end{cases} \quad (3.46)$$

Les résultats de l'essai expérimental permettent d'exprimer les déformations locales en fonction des efforts N :

Soit  $i$  la direction de la barre ou son numéro qui peut être 1 ou 2.

$$\Delta\varepsilon_i = \frac{\Delta N_i}{K_1} \quad (3.47)$$

$$\Delta\varepsilon_i = \frac{\Delta N_i}{K_2} \quad (3.48)$$

L'équilibre global permet d'exprimer les efforts N en fonction des contraintes  $\underline{\underline{\Sigma}}$  dans (3.35) et par suite, d'obtenir les limites en fonction du champ global  $\underline{\underline{\Sigma}}$

$$\Delta N_i = l \Delta \Sigma_{ii} \quad (3.49)$$

En introduisant les équations de comportement de la membrane (3.39), on exprime les contraintes en fonction du champ de déformation global  $\underline{\underline{E}}$ .

$$\Delta \Sigma_i = \frac{K_1}{l} \Delta E_{ii} \quad (3.50)$$

$$\Delta \Sigma_i = \frac{K_2}{l} \Delta E_{ii} \quad (3.51)$$

Combinant les résultats de l'essai de Nicot, l'équilibre global et la loi comportement, on peut conclure que :

$$\Delta\varepsilon_i = \Delta E_{ii} \quad (3.52)$$

Donc les limites de validité en déformations globales sont bien pour les barres 1 et

3 :

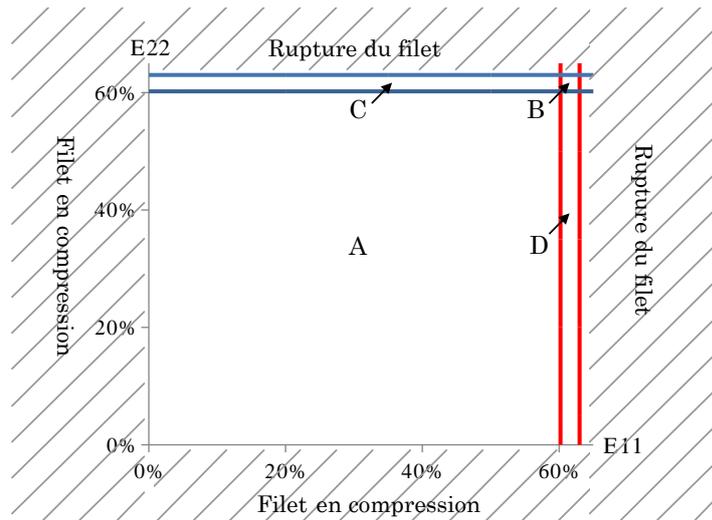
$$\begin{cases} 0 \leq E_{11} \leq \varepsilon_{lim1} \\ \varepsilon_{lim1} \leq E_{11} \leq \varepsilon_{lim2} \end{cases} \quad (3.53)$$

Et pour les barres 2 et 4 :

$$\begin{cases} 0 \leq E_{22} \leq \varepsilon_{lim1} \\ \varepsilon_{lim1} \leq E_{22} \leq \varepsilon_{lim2} \end{cases} \quad (3.54)$$

### Application numérique

On rappelle les valeurs des déformations limites déduites des essais réalisés [36] et utilisées pour cette application numérique : La limite  $\varepsilon_{lim1}$  est égale à 60,2% et la déformation maximale de la barre avant rupture est  $\varepsilon_{lim2} = 63\%$ . Le graphique suivant montre les régimes de comportement du filet en contraintes et en déformations globales.



**FIGURE 3.21** – Limites de validité en déformations globales

Le domaine A de la figure 3.21 correspond au cas où le filet se déforme géométriquement (les anneaux deviennent des quadrilatères) tandis que le domaine B correspond au stade où le filet se comporte comme une membrane tendue, il est associé à des contraintes élevées avec une faible variation de la valeur des déformations parce que les fibres de l'anneau sont déjà tendues. Les parties C et D sont associées au cas où le filet est en traction dans une direction et se déforme géométriquement avec une faible raideur dans l'autre direction.

### 3.1.6.5 Modèle à anneaux

Volkwein [50] a construit un autre modèle discret 2D du filet ASM4 en modifiant le modèle de Grassl [29]. La modélisation proposée a l'avantage de prendre en compte les effets d'un chargement bidirectionnel dans le filet et donc la déformation de l'anneau suivant deux directions dans le plan. Selon la figure 3.22, chaque anneau est représenté par quatre nœuds situés aux points de contact avec les anneaux autour. Il est constitué de deux types d'éléments dont le principe de fonctionnement est décrit dans la section 2.6.2.2 : deux ressorts diagonaux et un ressort latéral.

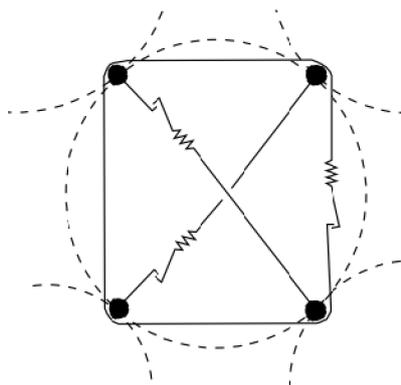


FIGURE 3.22 – Modèle d'un anneau selon Volkwein

La figure 3.16 permet de calculer les caractéristiques du comportement de l'anneau (raideurs, déformation limite...). Ce comportement bilinéaire élastique est modélisé en deux parties, chaque partie est reprise par un élément du modèle comme le montre la figure 3.23. Les ressorts diagonaux ont un comportement élasto-plastique parfait, ils reprennent la première partie linéaire de raideur  $K_1$  correspondant aux déformations géométriques de l'anneau puis plastifient. Le ressort latéral a un comportement élastique linéaire fragile de pente  $K_2$  et il est sollicité après plastification des diagonales.

Les barres diagonales considérées initialement au repos sont d'abord linéaires de raideur  $K_1$  égale à celle de l'anneau en état de flexion, de sorte que  $K_1 = 132$  kN. La plasticité est atteinte en dépassant la déformation limite de ces diagonales  $\varepsilon_{lim1}^b$  qui correspond à une déformation limite de l'anneau  $\varepsilon_{lim1}^a = 8,2\%$ . La valeur de  $\varepsilon_{lim1}^b$  correspondante est déduite d'après la géométrie du modèle en respectant les conditions de l'essai, en écrivant la relation entre la longueur de la diagonale  $d$  et la déformation du contour :

$$d = \sqrt{(1 + 2\varepsilon^a)^2 + 1} \quad (3.55)$$

La déformation  $\varepsilon_{lim1}^b$  est donc égale à 8,6%.

Au-delà de  $\varepsilon_{lim1}^a$ , l'anneau est sollicité avec une loi linéaire élastique fragile de pente  $K_2 = 5100$  kN. La déformation maximale atteinte avant rupture est  $\varepsilon_{lim2}^a =$

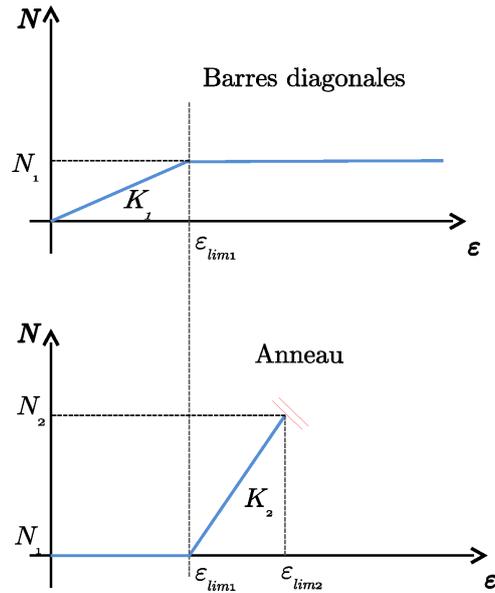


FIGURE 3.23 – Loi de comportement des éléments constituant le modèle à anneaux

11,7%.

Le modèle à anneaux décrit ci-dessus est adopté pour l’homogénéisation. Il est représenté dans la figure 3.24(a) comme un milieu discret formé de deux types de particules.

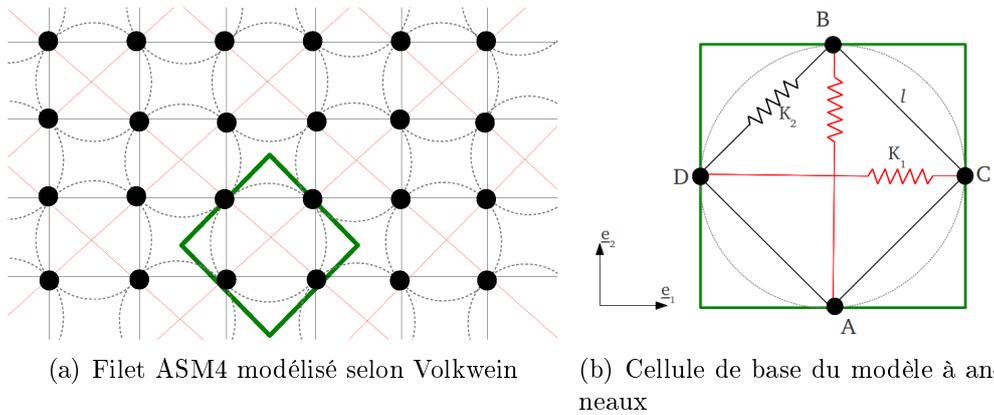


FIGURE 3.24 – Le modèle discret du filet ASM4 inspiré de Volkwein

La maille élémentaire du filet est encadrée en vert (figures 3.24(a) et 3.24(b)), elle contient quatre nœuds : A et B appartenant à un type et C et D appartenant à l’autre. Elle est formée de deux types d’éléments : deux barres et un anneau. Le nombre d’éléments étant inférieur au nombre de nœuds, l’adoption d’une approche cinématique est plus simple pour homogénéiser ce modèle.

### 3.1.6.6 Homogénéisation par approche cinématique

#### Expression du champ de déplacement cinématiquement admissible

Se basant sur la cellule élémentaire de la figure 3.24(b) d'aire  $\Omega = 2l^2$ , on définit pour chaque élément le champ de déformation cinématiquement admissible lié au champ global  $\underline{E}$ . À partir des relations (3.4) et (3.5), on peut exprimer les déplacements relatifs et les déplacements des éléments :

Pour la barre AB, et sachant que les nœuds A et B sont de même type, le déplacement relatif s'écrit :

$$\underline{d}_{AB} = \underline{E} \cdot \underline{AB} \quad (3.56)$$

La déformation est alors :

$$\varepsilon_{AB} = \frac{(\underline{u}_B - \underline{u}_A) \cdot \underline{e}_{\frac{\pi}{2}}}{l\sqrt{2}} = E_{22} \quad (3.57)$$

De même pour la barre CD, la déformation s'écrit :

$$\varepsilon_{CD} = \frac{(\underline{u}_D - \underline{u}_C) \cdot \underline{e}_{\pi}}{l\sqrt{2}} = E_{11} \quad (3.58)$$

Le déplacement relatif total de l'anneau ABCD est donné par la relation (3.7), soit ici pour un anneau à quatre nœuds :

$$d_{ABCD} = \sum_{k=1}^4 d_k \quad (3.59)$$

En tenant compte des orientations locales, on a :

$$\begin{aligned} d_{ABCD} = [ & (\underline{u}_C - \underline{u}_A) \cdot \underline{e}_{\frac{\pi}{4}} + (\underline{u}_B - \underline{u}_C) \cdot \underline{e}_{\frac{3\pi}{4}} \\ & + (\underline{u}_D - \underline{u}_B) \cdot -\underline{e}_{\frac{\pi}{4}} + (\underline{u}_A - \underline{u}_D) \cdot -\underline{e}_{\frac{3\pi}{4}} ] \quad (3.60) \end{aligned}$$

La déformation s'écrit donc :

$$\varepsilon_{ABCD} = \frac{d_{ABCD}}{4l} = \frac{1}{2}(E_{11} + E_{22}) \quad (3.61)$$

#### Calcul des énergies de déformations élastiques

L'énergie de déformation élastique dans la cellule élémentaire est la somme des énergies de déformation des éléments qui la constituent (3.10). L'énergie de l'élément

barre  $AB$  de raideur  $K_1$  est d'après (3.6) :

$$\psi_{AB} = \frac{1}{2}K_1l\sqrt{2}E_{22}^2$$

De même pour la barre  $CD$  de même raideur  $K_1$ , l'énergie s'écrit :

$$\psi_{CD} = \frac{1}{2}K_1l\sqrt{2}E_{11}^2$$

L'énergie de l'anneau dont la raideur est notée  $K_2$  est calculée d'après (3.9) :

$$\psi_{ABCD} = \frac{1}{2}K_2l(E_{11} + E_{22})^2$$

On constate que l'énergie totale dans la cellule de base du milieu périodique exprimée ci-dessous est indépendante des champs périodiques :

$$\psi^{per}(\underline{\underline{E}}) = \frac{1}{2}K_1l\sqrt{2}(E_{11}^2 + E_{22}^2) + \frac{1}{2}K_2l(E_{11} + E_{22})^2 \quad (3.62)$$

### Identification des tenseurs de raideurs

D'après (3.13), l'énergie du milieu homogène est égale au minimum de l'énergie du milieu périodique par rapport au champs de déplacement solution. Or, cette énergie est indépendante de  $u^{per}$ , donc elle est égale à celle du milieu homogène :

$$\frac{1}{2}\underline{\underline{E}} : \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2l^2} \left( \frac{1}{2}K_1l\sqrt{2}(E_{11}^2 + E_{22}^2) + \frac{1}{2}K_2l(E_{11} + E_{22})^2 \right)$$

En supposant que tous les éléments de la cellule de base sont sollicités ensemble, le tenseur des raideurs s'écrit en notation matricielle :

$$[A] = \frac{1}{2l} \begin{pmatrix} K_2 + \sqrt{2}K_1 & K_2 & 0 \\ K_2 & K_2 + \sqrt{2}K_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

Quand les éléments diagonaux sont sollicités uniquement, c'est-à-dire dans la première phase de comportement du filet, le comportement du modèle à anneaux est identique à celui du modèle à barres avec le même tenseur de raideur. A l'état tendu, le comportement du filet diffère. En effet, Volkwein a réussi à prendre en compte les effets bidirectionnels dans le filet car les déformations et les efforts sont couplés, et ceci est dû à la présence de l'élément anneau reliant les nœuds du modèle.

### 3.1.6.7 Régimes de comportement

Le comportement élastique du filet est défini en se basant sur la loi de comportement élastique locale des éléments. Ce comportement élastique est limité par des seuils. L'influence de ces limites locales sur le filet global est définie dans ce qui suit. D'après la figure 3.23, et sachant que les barres diagonales sont initialement au repos, les limites en déformations s'écrivent :

$$0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_{lim1}^b$$

D'après (3.57), les limites de validité pour la barre AB s'expriment par :

$$0 \leq E_{11} \leq \varepsilon_{lim1}^b$$

Pour la barre CD, on a d'après (3.58) :

$$0 \leq E_{22} \leq \varepsilon_{lim1}^b$$

L'anneau est sollicité quand les barres diagonales plastifient en uniaxial. Sa déformation initiale  $\varepsilon_{lim1}^a$  est due à la déformation des barres diagonales. En dépassant la limite de déformation  $\varepsilon_{lim2}^a$ , l'anneau se rompt.

$$\varepsilon_{lim1}^a \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{lim2}^a$$

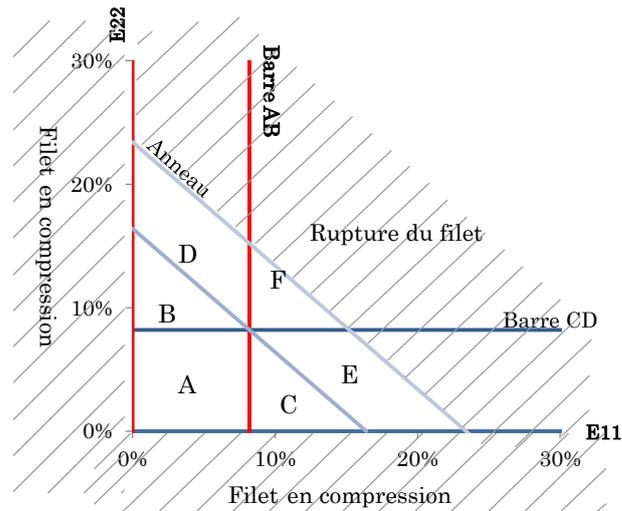
En déformations globales,

$$\varepsilon_{lim1}^a \leq \frac{1}{2}(E_{11} + E_{22}) \leq \varepsilon_{lim2}^a$$

### Application numérique

Dans le domaine  $A$ , les diagonales travaillent sans intervention du contour et la matrice de raideur du matériau comprend seulement les termes fonctions de  $K_1$ . Les zones B et C correspondent à des chargements appliqués dans une direction et où une des diagonales est plastifiée. Dans les domaines  $D$  et  $E$  le fonctionnement est mixte dans une ou deux directions. Dans le domaine  $F$ , seul l'anneau est sollicité. Dans tous les cas, la limite de rupture du modèle est égale à la limite de déformation maximale du contour.

On remarque que le domaine  $A$  qui représente la première phase du comportement du filet, est la seule partie du domaine de validité commune aux deux modèles à anneaux et à barres. Dans le modèle à anneaux basé sur un essai de traction de l'anneau à quatre points, ce domaine est très petit en déformation, au-delà, le filet



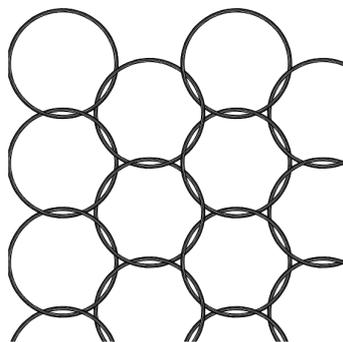
**FIGURE 3.25** – Limites de validité en déformation du modèle à anneaux du filet ASM4

est tendu ; alors que dans le modèle à barres, les déformations peuvent atteindre 60% dans cette phase de comportement, avant de passer à la phase de traction.

### 3.1.7 Le filet ASM6 à six anneaux entrecroisés

#### 3.1.7.1 Présentation du filet

Tous les types de filets à anneaux se caractérisent par la même technologie de fabrication. Le filet ASM6 diffère du ASM4 par le fait que chaque anneau est entrecroisé par six autres anneaux et non quatre (figure 3.26). Les caractéristiques de ses éléments constitutants sont identiques à celles du filet ASM4 étudié dans la section précédente.



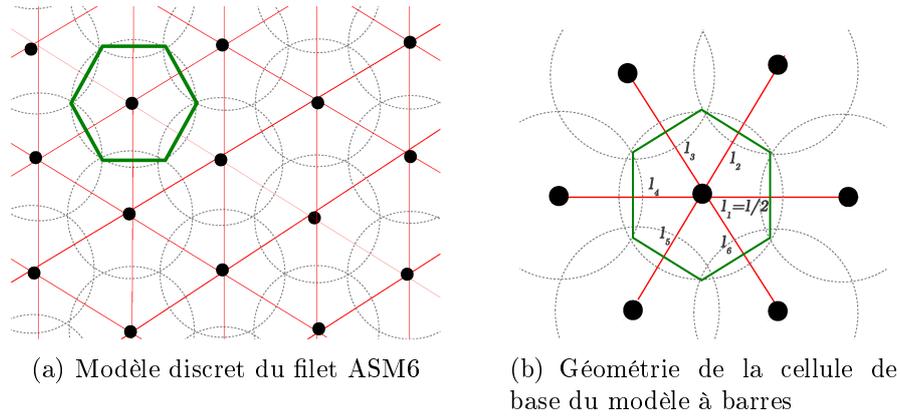
**FIGURE 3.26** – Technologie du filet ASM6

L'homogénéisation sera réalisée pour les deux modèles proposés : le modèle à barres et le modèle à anneaux. Le modèle à barres est initialement conçu pour un

filet ASM6 [38] tandis que le modèle à anneaux (initialement établi pour les filets ASM4) sera modifié pour correspondre à la nouvelle cellule de base du filet ASM6.

### 3.1.7.2 Modèle à barres

Le modèle présenté dans la figure 3.27(a) est formé de nœuds situés aux centres des anneaux et de barres reliant les nœuds voisins. Basé sur les mêmes hypothèses que le filet ASM4, les éléments barres du filet ASM6 ont un comportement bilinéaire élastique décrit dans la section 3.1.6.2 et rappelé dans la figure 3.18.



**FIGURE 3.27** – Le modèle discret du filet ASM4 inspiré de Nicot

La maille élémentaire périodique a la forme d'un hexagone d'aire  $\Omega$  égal à  $\frac{\sqrt{3}l^2}{2}$ . Elle est formée d'un nœud central avec six demi-barres de longueur  $l/2$  chacune représentant les six anneaux entrecroisés. La géométrie et les dimensions de cette cellule sont définies dans la figure 3.27(b).

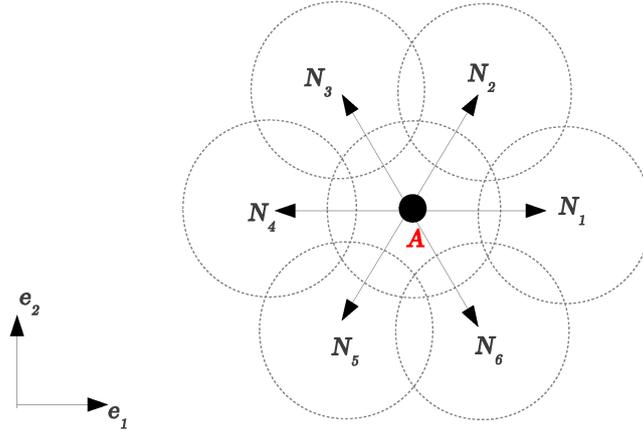
### 3.1.7.3 Homogénéisation par approche statique

L'homogénéisation par approche statique se base sur l'analyse des forces d'interaction statiquement admissible dans la cellule élémentaire. La distribution des efforts locaux dans cette cellule est donnée dans la figure 3.28.

#### Expression des forces d'interaction statiquement admissible

Ces forces doivent être périodiques et vérifier (3.15) et (3.18). La somme des efforts locaux en A étant nulle, le nœud A est en équilibre statique. Les forces d'interaction sont données par :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{2}{\sqrt{3}l^2} \sum_{i=1}^6 (\underline{f}_i \otimes^s \underline{l}_i) \quad (3.64)$$



**FIGURE 3.28** – Effort dans la cellule de base du modèle à barres

Les contraintes globales s'expriment donc en fonction des efforts locaux par :

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{3}l} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

On note que, suivant le modèle à anneaux, la contrainte  $\Sigma_{12}$  n'est pas identiquement nulle.

### Calcul des énergies de contraintes élastiques

L'énergie de contrainte dans le milieu périodique est égale à la somme des énergies des six barres de la cellule élémentaire, elle est donnée en fonction des efforts  $N_i$  par :

$$\psi^{per}(N_i) = \frac{2}{\sqrt{3}l^2} \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} \frac{N_i^2 l}{K} \frac{l}{2} \quad (3.66)$$

Or, en inversant le système (3.65), les  $N_i$  peuvent être exprimés en fonction de  $\underline{\underline{\Sigma}}$  et par suite, l'énergie s'écrit en fonction des contraintes globales (l'expression n'est pas donnée du fait de sa complexité).

Pour le milieu homogène, l'énergie de déformation est égale à :

$$\psi^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\Sigma}} \quad (3.67)$$

## Identification du tenseurs des souplesses

D'après (3.24), l'énergie du milieu homogène est égale à l'énergie de contrainte du milieu périodique minimisée sur les efforts statiquement admissibles.

$$\frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\Sigma}} = \min_{N_i \in C.A.} \left( \frac{2}{\sqrt{3}l^2} \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} \frac{N_i^2 l}{K} \frac{l}{2} \right) \quad (3.68)$$

Le tenseur des souplesses obtenu s'écrit en notation matricielle :

$$\underline{\underline{S}} = \frac{2\sqrt{3}l}{K} \begin{pmatrix} \frac{1}{16} & -\frac{1}{48} & 0 \\ -\frac{1}{48} & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

et s'inverse facilement pour trouver le tenseur des raideurs :

$$[A] = \frac{K}{2\sqrt{3}l} \begin{pmatrix} 18 & 6 & 0 \\ 6 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad (3.70)$$

Les composantes de la matrice de souplesse indiquent que le filet ASM6 homogénéisé suivant le modèle à barres a un comportement isotrope en contraintes planes. Le coefficient de Poisson  $\nu$  est égal à  $1/3$ . Ce résultat découle directement de la géométrie de la maille et de ses symétries.

### 3.1.7.4 Régimes de comportement

A l'échelle locale, le comportement des barres présente deux seuils de déformation entre lesquels la raideur du comportement élastique change. Les limites du domaine élastique sont :

$$\begin{cases} 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{lim1} \\ \varepsilon_{lim1} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{lim2} \end{cases}$$

Les déformations locales sont exprimées en fonction de l'effort  $N$  d'après le modèle de comportement de la figure 3.18. Or,  $N$  est exprimée en fonction des contraintes globales dans l'équation (3.65). Donc pour obtenir les limites en fonction des déformations globales  $\underline{\underline{E}}$ , on introduit la loi de comportement dans l'expression obtenue en fonction de  $\underline{\underline{\Sigma}}$ .

### Application numérique

En se basant sur les essais de Nicot, les limites de déformations sont comme dans le cas du filet ASM4 définis par  $\varepsilon_{lim1} = 0,602$  et  $\varepsilon_{lim2} = 0,63$  et les déformations

sont :

$$\text{Pour les barres 1 et 4 : } \varepsilon_1 = 4E_{11}$$

$$\text{Pour les barres 2 et 5 : } \varepsilon_2 = E_{11} + \sqrt{3}E_{12} + 3E_{22}$$

$$\text{Pour les barres 3 et 6 : } \varepsilon_3 = E_{11} - \sqrt{3}E_{12} + 3E_{22}$$

On remarque que le comportement du filet ASM6 est identique à celui du filet ASM4 sauf que les efforts de cisaillement sont admissibles et les orientations des barres sont changées, ce qui est traduit dans la figure 3.29. Le domaine  $B$  où le filet se comporte comme une membrane en traction est très limitée en déformations contrairement à la partie où ce filet se déforme géométriquement (domaine  $A$ ). Dans les domaines  $C$  et  $D$ , le filet est en traction suivant une seule direction.

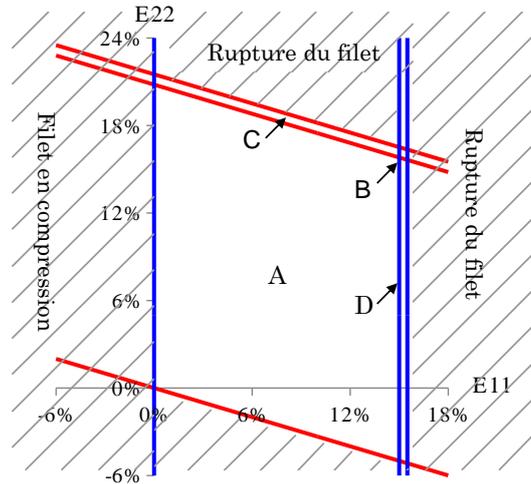
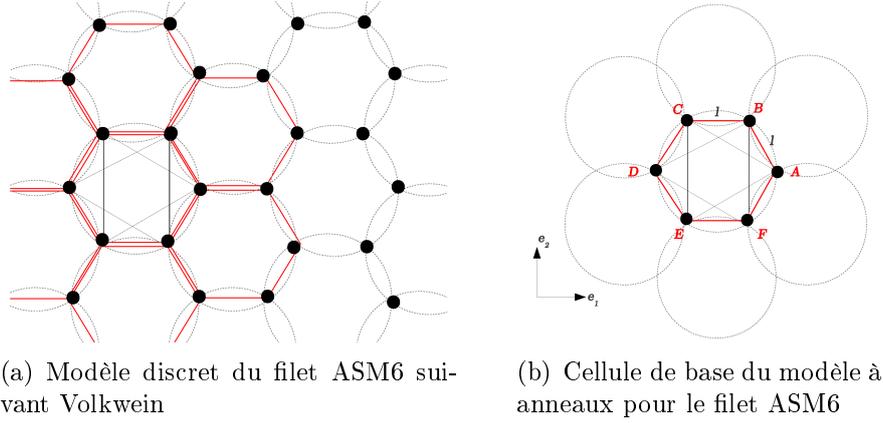


FIGURE 3.29 – Limites de validité du modèle à barres pour  $E_{12}$  nulle

### 3.1.7.5 Modèle à anneaux

Le modèle présenté ici est inspiré de celui proposé par Volkwein pour le filet ASM4. Chaque anneau du filet ASM6 est modélisé par deux types d'éléments : un anneau de contour de forme hexagonale de raideur  $K_2$  et des barres diagonales de raideur  $K_1$  reliant les nœuds appartenant à un même anneau. Le modèle discret est présenté dans la figure 3.30(a).

La cellule élémentaire périodique représentée dans la figure 3.30(b) a une surface  $\Omega$  égale à  $\frac{3\sqrt{3}l^2}{2}$ . Elle est formée de six nœuds ( $A, C$  et  $E$  appartenant à un même type et  $B, D$  et  $F$  appartenant à un autre type), d'un anneau de contour et de six barres.



**FIGURE 3.30** – Le modèle discret du filet ASM6 inspiré de Volkwein

### 3.1.7.6 Homogénéisation par approche cinématique

#### Expression du champ de déplacement cinématiquement admissible

Comme déjà expliqué dans la section 1.3.1, il s'agit dans cette approche d'imposer un champ de déformation globale  $\underline{E}$  cinématiquement admissible et de définir le champ des déformations locales correspondant dans la cellule élémentaire. Les déformations des barres  $AC$  et  $DF$  sont données par :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{AC} &= \varepsilon_{DF} \\ &= \frac{1}{4}(3E_{11} - 2\sqrt{3}E_{12} + E_{22})\end{aligned}$$

De même, pour les barres  $BD$  et  $AE$ , on a :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{BD} &= \varepsilon_{AE} \\ &= \frac{1}{4}(3E_{11} + 2\sqrt{3}E_{12} + E_{22})\end{aligned}$$

La déformation des barres  $EC$  et  $FB$  est notée :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{EC} &= \varepsilon_{FB} \\ &= E_{22}\end{aligned}$$

La déformation de l'anneau contour est calculée d'après (3.7) et (3.8). En tenant compte des orientations locales, on a :

$$\begin{aligned}d_{anneau} &= (\underline{u}_B - \underline{u}_A) \cdot \underline{e}_{\frac{2\pi}{3}} + (\underline{u}_C - \underline{u}_B) \cdot \underline{e}_{\pi} + (\underline{u}_D - \underline{u}_C) \cdot \underline{e}_{\frac{-2\pi}{3}} \\ &\quad + (\underline{u}_E - \underline{u}_D) \cdot \underline{e}_{\frac{-\pi}{3}} + (\underline{u}_F - \underline{u}_E) \cdot \underline{e}_{2\pi} + (\underline{u}_A - \underline{u}_F) \cdot \underline{e}_{\frac{\pi}{3}}\end{aligned}$$

D'où, la déformation s'écrit :

$$\varepsilon_{anneau} = \frac{d_{anneau}}{6l} = \frac{1}{2}(E_{11} + E_{22}) \quad (3.71)$$

### Calcul des énergies de déformations élastiques

La somme des énergies de déformations des six barres et du contour donne l'énergie de déformation totale de la cellule élémentaire exprimée dans (3.10).

$$\psi^{per}(\underline{u}) = \frac{2}{3\sqrt{3}l^2} \left( \sum_{i=1}^6 \psi_i(\underline{u}) + \sum_{j=1}^1 \psi_j(\underline{u}) \right)$$

D'après (3.6), l'énergie des barres  $AC$  et  $DF$  est :

$$\begin{aligned} \psi_{AC} &= \psi_{DF} \\ &= K_1 l \sqrt{3} \left[ \frac{1}{4} (3E_{11} - 2\sqrt{3}E_{12} + E_{22}) \right]^2 \end{aligned}$$

Pour les barres  $BD$  et  $AE$ , on a :

$$\begin{aligned} \psi_{AC} &= \psi_{DF} \\ &= K_1 l \sqrt{3} \left[ \frac{1}{4} (3E_{11} + 2\sqrt{3}E_{12} + E_{22}) \right]^2 \end{aligned}$$

Enfin, pour  $EC$  et  $FB$ , l'énergie est :

$$\begin{aligned} \psi_{EC} &= \psi_{FB} \\ &= K_1 l \sqrt{3} E_{22}^2 \end{aligned}$$

L'énergie du contour de raideur  $K_2$  est calculée d'après (3.9) :

$$\psi_{anneau} = 6lK_2 \left[ \frac{1}{2} (E_{11} + E_{22}) \right]^2 \quad (3.72)$$

On rappelle l'expression de l'énergie de déformation du milieu homogène :

$$\psi^{hom} = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{E}}$$

### Identification des tenseurs de raideurs

Le tenseur de raideur  $\underline{\underline{A}}$  est déduit par identification dans en considérant que le champ de déplacement solution est celui qui réalise le minimum d'énergie de déformation dans le milieu périodique. Or, le problème est statiquement déterminé,

les énergies sont égales et la matrice  $\underline{\underline{A}}$  est de la forme :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \frac{3K_1}{2l} + \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & \frac{K_1}{2l} + \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & 0 \\ \frac{K_1}{2l} + \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & \frac{3K_1}{2l} + \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2K_1}{l} \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

En comparant ce résultat avec celui de Nicot, on trouve aussi que les deux comportements sont isotropes dans la première phase linéaire du filet ou quand les diagonales travaillent uniquement dans le modèle à anneaux. Dans la deuxième phase, le comportement du filet change selon Volkwein : le matériau fictif obtenu a un coefficient de Poisson égal à 1, ce qui exprime une sorte d'incompressibilité de l'anneau dans son plan.

### 3.1.7.7 Régimes de comportement

Les limites d'élasticité locales des éléments du modèle déterminent les régimes de comportement élastiques du filet. En déformations globales les limites d'élasticité des barres  $AC$  et  $DF$  sont :

$$0 \leq \frac{1}{4}(3E_{11} - 2\sqrt{3}E_{12} + E_{22}) \leq \varepsilon_{lim1}^b \quad (3.74)$$

Pour les barres  $BD$  et  $AE$ , on a :

$$0 \leq \frac{1}{4}(3E_{11} + 2\sqrt{3}E_{12} + E_{22}) \leq \varepsilon_{lim1}^b \quad (3.75)$$

Pour les diagonales  $EC$  et  $FB$ ,

$$0 \leq E_{22} \leq \varepsilon_{lim1}^b \quad (3.76)$$

Les limites de validité de l'anneau sont :

$$\varepsilon_{lim1}^a \leq \frac{1}{2}(E_{11} + E_{22}) \leq \varepsilon_{lim2}^a \quad (3.77)$$

### Application numérique

La déformation élastique limite des barres  $\varepsilon_{lim1}^b$  déduite des essais de Nicot est égale à 8,6%. Pour l'anneau, la déformation limite avant rupture  $\varepsilon_{lim2}$  est égale à 11,7 %, la valeur de la déformation à partir de laquelle l'anneau est sollicité est déterminée expérimentalement lors de la plastification d'une des diagonales.

Les régimes de comportement observés sont identiques à ceux du modèle à anneaux pour les filets ASM4 avec sauf que les domaines suivent l'orientation des

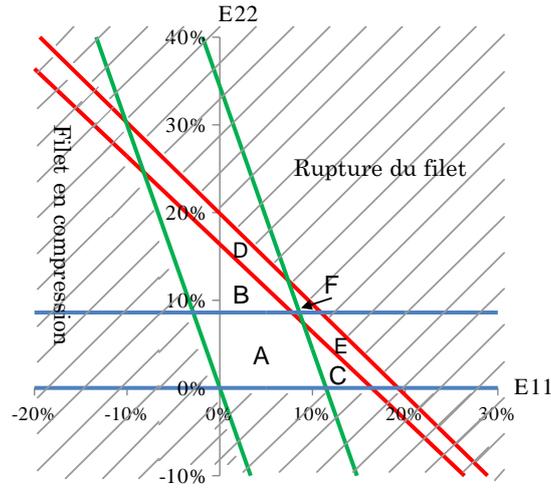


FIGURE 3.31 – Domaine de validité du modèle ASM6

barres du modèle. Dans la zone A, les diagonales sont sollicitées et la matrice de comportement est donnée par :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \frac{3K_1}{2l} & \frac{K_1}{2l} & 0 \\ \frac{K_1}{2l} & \frac{3K_1}{2l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2K_1}{l} \end{pmatrix} \quad (3.78)$$

En zones B et C, une partie des barres diagonales est sollicitée et l'autre partie plastifie tandis que dans les domaines D et E qui constituent une extension de B et C font intervenir l'anneau.

Dans la zone F, L'anneau est en traction et les autres éléments du modèles sont plastifiés. Le comportement est pseudo incompressible donné par :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & 0 \\ \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & \frac{K_2}{\sqrt{3}l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

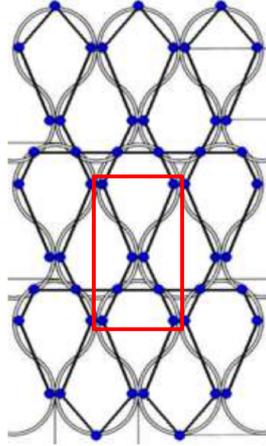
### 3.1.8 Homogénéisation du filet ELITE : approche statique

#### 3.1.8.1 Présentation du filet

Le filet "Elite" fabriqué par l'entreprise GTS est un filet composé de câbles d'acier assemblés par tricotage et composant des mailles en forme de larme ou de goutte d'eau.

L'étude de son comportement a été réalisée par Trad [49]. Des expériences ont été mises en œuvre pour tester le câble et la maille constitutive (cf. sections 2.5.5.1 et 2.5.4). Ils montrent que le câble a un comportement quasi-linéaire fragile avec une

très faible rigidité en flexion et que la maille constitutive du filet a un comportement quasi-linéaire à deux pentes : la première pente correspond au changement de la géométrie de la forme d'une goutte d'eau à une forme tendue et droite (losange) et la deuxième pente correspond au comportement membranaire du filet tendu.



**FIGURE 3.32** – Structure du filet “Elite” et modèle discret associé [49]

Le modèle discret développé par Trad est décrit dans la section 2.6.3 On rappelle que le filet est modélisé par des familles de nœuds situés aux points d’intersection des câbles. Ces nœuds représentent les points d’intersection des câbles ou les agrafes rigides ou fusibles. Ils sont reliés par des éléments barres (poutres d’Euler-Bernoulli à inertie de flexion négligeable).

Dans notre étude, le modèle discret à homogénéiser est basé sur le modèle de Trad avec agrafes rigides. Le filet est formé de quatre types de nœuds reliés par des barres comme indiqué figure 3.32. On pouvait développer un modèle avec un comportement bilinéaire de tous les éléments mais on se limitera dans nos calculs au cas où le filet est tendu. A cette étape, la géométrie de la maille est linéaire et les câbles sont rectilignes. Leur comportement peut être modélisé par une loi élastique linéaire fragile de pente  $K_1$ . La déformation limite que la barre peut supporter avant rupture est  $\varepsilon_{lim} = 1.3\%$ .

Un cadre rouge indique dans la figure 3.32 la forme de la maille élémentaire périodique à homogénéiser. Cette maille est constituée de cinq nœuds et de huit barres. La figure 3.33 montre sa géométrie : les barres  $EA$  et  $DA$  ont une longueur  $l$  et font un angle  $\beta$  avec l’horizontale. Les barres  $AC$  et  $AB$  ont une longueur  $d$  et font un angle  $\alpha$  avec l’horizontale. Les nœuds  $A, C$  et  $E'$  sont alignés, de même  $A, B$  et  $D'$ . Cette géométrie permet d’établir une relation entre les différentes inconnues sous forme de compatibilité géométrique :

$$l \cos \beta = 2d \cos \alpha \quad (3.80)$$

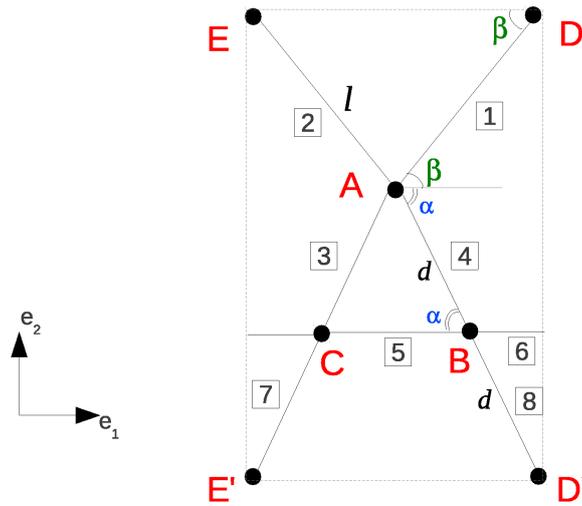


FIGURE 3.33 – Cellule élémentaire du filet ELITE

Comme le nombre d'éléments barres est supérieur au nombre de nœuds, il est plus simple d'adopter une approche statique d'homogénéisation.

### 3.1.8.2 Approche statique

#### Expression des forces d'interaction statiquement admissibles

Localement, on définit l'équilibre de chaque nœud dans la cellule élémentaire. Au nœud A, on a :

$$\begin{aligned} \sum F_x : 0 &= N_4 \cos \alpha + N_1 \cos \beta - N_2 \cos \beta - N_3 \cos \alpha \\ \sum F_y : 0 &= -N_4 \sin \alpha + N_1 \sin \beta + N_2 \sin \beta - N_3 \sin \alpha \end{aligned}$$

Au nœud B :

$$\begin{aligned} \sum F_x : 0 &= -N_4 \cos \alpha - N_5 + N_6 + N_8 \cos \alpha \\ \sum F_y : 0 &= N_4 \sin \alpha - N_8 \sin \alpha \end{aligned}$$

Au nœud C :

$$\begin{aligned} \sum F_x : 0 &= N_3 \cos \alpha + N_5 - N_6 - N_7 \cos \alpha \\ \sum F_y : 0 &= N_3 \sin \alpha - N_7 \sin \alpha \end{aligned}$$

Les équations d'équilibre aux nœuds D et E sont les mêmes à cause de la symé-

trie :

$$\begin{aligned}\sum F_x : 0 &= -N_1 \cos \beta - N_8 \cos \alpha + N_2 \cos \beta + N_7 \cos \alpha \\ \sum F_y : 0 &= -N_1 \sin \beta + N_8 \sin \alpha - N_2 \sin \beta + N_7 \sin \alpha\end{aligned}$$

Les symétries du modèle réduisent les équations locales d'équilibre à :

$$N_8 = N_4 \quad (3.81)$$

$$N_7 = N_3 \quad (3.82)$$

$$N_6 = N_5 \quad (3.83)$$

$$0 = N_4 \cos \alpha + N_1 \cos \beta - N_2 \cos \beta - N_3 \cos \alpha \quad (3.84)$$

$$0 = -N_4 \sin \alpha + N_1 \sin \beta + N_2 \sin \beta - N_3 \sin \alpha \quad (3.85)$$

D'après (3.18), le tenseur  $\underline{\underline{\Sigma}}$  est égal à la somme des produits tensoriels symétrisés des forces et des longueurs des éléments correspondants. Les vecteurs forces dans les barres de la cellule élémentaire sont donnés par :

$$\begin{aligned}f_{AD} &= \begin{pmatrix} N_1 \cos \beta \\ N_1 \sin \beta \end{pmatrix}; f_{AE} = \begin{pmatrix} -N_2 \cos \beta \\ N_2 \sin \beta \end{pmatrix}; f_{AB} = \begin{pmatrix} N_4 \cos \alpha \\ -N_4 \sin \alpha \end{pmatrix} \\ f_{AC} &= \begin{pmatrix} -N_3 \cos \alpha \\ -N_3 \sin \alpha \end{pmatrix}; f_{CB} = \begin{pmatrix} N_5 \\ 0 \end{pmatrix}; f_{BC} = \begin{pmatrix} N_6 \\ 0 \end{pmatrix} \\ f_{DB} &= \begin{pmatrix} -N_8 \cos \alpha \\ N_8 \sin \alpha \end{pmatrix}; f_{EC} = \begin{pmatrix} N_7 \cos \alpha \\ N_7 \sin \alpha \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Les vecteurs longueurs de ces barres dans le repère  $(\underline{e}_1, \underline{e}_2)$  sont :

$$\begin{aligned}AD &= \begin{pmatrix} l \cos \beta \\ l \sin \beta \end{pmatrix}; AE = \begin{pmatrix} -l \cos \beta \\ l \sin \beta \end{pmatrix}; AB = \begin{pmatrix} d \cos \alpha \\ -d \sin \alpha \end{pmatrix} \\ AC &= \begin{pmatrix} -d \cos \alpha \\ -d \sin \alpha \end{pmatrix}; CB = \begin{pmatrix} 2d \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix}; BC = \begin{pmatrix} 2d \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \\ DB &= \begin{pmatrix} -d \cos \alpha \\ d \sin \alpha \end{pmatrix}; EC = \begin{pmatrix} d \cos \alpha \\ d \sin \alpha \end{pmatrix}\end{aligned}$$

et le volume de la maille élémentaire représenté dans la figure 3.33 est :

$$\Omega = \frac{8d^2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

La longueur  $l$  est exprimée en fonction des autres variables géométriques d'après (3.80) :

$$l = \frac{2d \cos \alpha}{\cos \beta}$$

Le somme des produits symétrisés introduite dans (3.18) donne :

$$\Sigma_{11} = \frac{\cos^2 \beta}{4d \sin(\alpha + \beta)}(N_1 + N_2) + \frac{\cos \alpha \cos \beta}{4d \sin(\alpha + \beta)}(N_3 + N_4) + \frac{\cos \beta}{2d \sin(\alpha + \beta)}N_5 \quad (3.86)$$

$$\Sigma_{11} = \frac{\sin^2 \beta}{4d \sin(\alpha + \beta)}(N_1 + N_2) + \frac{\sin^2 \alpha \cos \beta}{4d \sin(\alpha + \beta)}(N_3 + N_4) \quad (3.87)$$

$$\Sigma_{11} = \frac{\sin \beta \cos \beta}{4d \sin(\alpha + \beta)}(N_1 - N_2) + \frac{\cos \beta \sin \alpha \cos \beta}{4d \sin(\alpha + \beta)}(N_3 - N_4) \quad (3.88)$$

Les équations (3.84), (3.85), (3.86), (3.87) et (3.88) peuvent être écrites sous la forme d'un système matriciel dont la résolution donne les valeurs des efforts locaux en fonctions des contraintes globales :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\cos \beta & -\cos \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \sin \beta & \sin \beta & -\sin \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \frac{\cos^2 \beta}{C} & \frac{\cos^2 \beta}{C} & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{C} & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{C} & \frac{2 \cos \beta}{C} \\ \frac{\sin^2 \beta}{C} & \frac{\sin^2 \beta}{C} & \frac{\cos \beta \sin^2 \alpha}{C \cos \alpha} & \frac{\cos \beta \sin^2 \alpha}{C \cos \alpha} & 0 \\ \frac{\cos \beta \sin \beta}{C} & \frac{-\cos \beta \sin \beta}{C} & \frac{\sin \alpha \cos \beta}{C} & \frac{-\sin \alpha \cos \beta}{C} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \end{pmatrix} \quad (3.89)$$

avec

$$C = 4d \sin(\alpha + \beta)$$

On remarque que cette matrice est inversible et donc que le système est statiquement déterminé. Les efforts intérieurs peuvent donc être déduits de  $\underline{\underline{\Sigma}}$  par inversion

de (3.89) :

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{2d \cos \alpha}{\sin \beta} \Sigma_{22} + \frac{2d \cos \alpha}{\cos \beta} \Sigma_{12} \\
 N_2 &= \frac{2d \cos \alpha}{\sin \beta} \Sigma_{22} - \frac{2d \cos \alpha}{\cos \beta} \Sigma_{12} \\
 N_3 &= \frac{2d \cos \alpha}{\sin \alpha} \Sigma_{22} + 2d \Sigma_{12} \\
 N_4 &= \frac{2d \cos \alpha}{\sin \alpha} \Sigma_{22} - 2d \Sigma_{12} \\
 N_5 &= \frac{2d \sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \Sigma_{11} - \frac{2d \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta \sin \alpha} \Sigma_{22}
 \end{aligned}
 \tag{3.90}$$

### Calcul des énergies de contrainte élastiques

L'énergie de contrainte du milieu discret est la somme des énergies de contrainte des éléments constituant la cellule élémentaire sur le volume de cette cellule. L'énergie d'une barre en traction est donnée par (3.20), elle est sommée pour toutes les barres puis exprimée en fonction de  $\underline{\underline{\Sigma}}$  en introduisant (3.90).

Les forces d'interaction solutions étant connues, l'énergie du milieu périodique est égale à l'énergie du matériau homogène. Ce qui permet de déduire par identification dans (3.24) la matrice de souplesse  $\underline{\underline{S}}$  :

$$S_{1111} = \frac{2d \sin(\alpha + \beta)}{K \cos \beta} \tag{3.91}$$

$$S_{1122} = S_{2211} = -\frac{2d \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}{K \sin \beta \sin \alpha} \tag{3.92}$$

$$S_{1212} = \left( \frac{d \cos \beta}{16K \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} \right) \left( \frac{8 \cos^3 \alpha}{\cos^3 \beta + 8} \right) \tag{3.93}$$

$$S_{2222} = \frac{d \cos \beta}{4K \sin(\alpha + \beta)} \left( \frac{8 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta \cos \beta} + \frac{8 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{8 \cos^2 \alpha \sin^2(\alpha + \beta)}{\sin^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) \tag{3.94}$$

Les autres composantes étant nulles, on peut déduire que le matériau admet un comportement orthotrope. L'application numérique qui suit permettra de donner un ordre de grandeur pour les propriétés de ce matériau.

#### 3.1.8.3 Régimes de comportement

Le tenseur calculé n'est valide que quand le filet est élastique. Pour déterminer le domaine de validité de notre comportement, on se base sur les seuils d'élasticité des éléments barres. Une barre  $i$  est élastique quand :

$$0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_{lim1} \tag{3.95}$$

Afin d'exprimer ces limites en fonction des déformations globales, on exprime  $\varepsilon$  en fonction de  $N$ , puis on introduit (3.90) et les raideurs (3.92 à 3.94).

### Application numérique

Des mesures sur la fiche technique du filet ELITE donnent les valeurs numériques des angles  $\alpha$  et  $\beta$  :  $\alpha=75^\circ$  et  $\beta=62,5^\circ$ . Les matrices de comportement deviennent : la matrice des souplesses  $\underline{\underline{S}}$  :

$$\underline{\underline{S}} = \frac{d}{ES} \begin{pmatrix} 2,93 & -0,41 & 0 \\ -0,41 & 0,69 & 0 \\ 0 & 0 & 6,21 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \frac{K}{d} \begin{pmatrix} 0,37 & 0,22 & 0 \\ 0,22 & 1,58 & 0 \\ 0 & 0 & 0,16 \end{pmatrix}$$

Les valeurs caractéristiques du comportement orthotrope sont calculées. Les coefficients de Poisson dans les deux directions sont :

$$\begin{aligned} \nu_{12}^{eq} &= 0,13 \\ \nu_{21}^{eq} &= 0,59 \end{aligned}$$

Ce coefficient est plus grand dans la direction 1 quand le chargement est effectué suivant 2 à cause de la forme de la maille. Les rigidités sont données par :

$$\begin{aligned} E_{11}^{eq} &= \frac{0,34K}{d} \\ E_{22}^{eq} &= \frac{1,45K}{d} \end{aligned}$$

On remarque que le filet Elite est quatre fois plus raide dans la direction 2 que dans la direction 1, ce qui est logique car la disposition des barres du modèle se rapproche de la direction 2 qui est la direction principale de la maille. Ce résultat est aussi retrouvé dans les essais expérimentaux de Trad qui ont montré que le filet est orthotrope et qu'il reprend un effort 60 à 80 % supérieur dans direction 2 (cf. partie 2.6.3). On conclut que le sens de disposition de ce filet dans la structure influent beaucoup sur la redistribution des efforts.

Le module de cisaillement du milieu homogène est :

$$G_{12}^{eq} = \frac{0,16ES}{d}$$

Les limites élastiques en déformations globales sont pour la barre 1 :

$$0 \leq 0,1276E_{11} + 0,178E_{12} + 0,916E_{22} \leq \varepsilon_{lim} \quad (3.96)$$

pour la barre 2 :

$$0 \leq 0,1276E_{11} - 0,178E_{12} + 0,916E_{22} \leq \varepsilon_{lim} \quad (3.97)$$

pour la barre 3 :

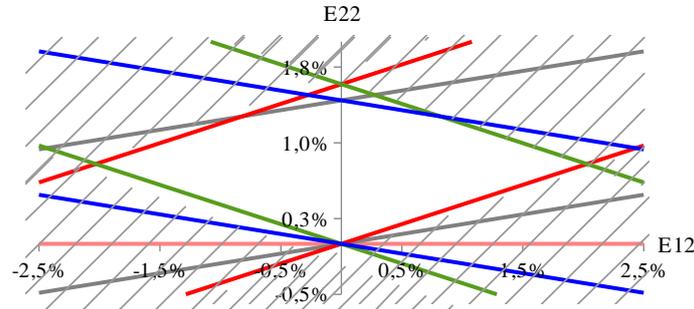
$$0 \leq 0,114E_{11} + 0,32E_{12} + 0,8216E_{22} \leq \varepsilon_{lim} \quad (3.98)$$

pour la barre 4 :

$$0 \leq 0,114E_{11} - 0,32E_{12} + 0,8216E_{22} \leq \varepsilon_{lim} \quad (3.99)$$

et pour la barre 5 :

$$0 \leq 0,99E_{11} - 0,002E_{22} \leq \varepsilon_{lim} \quad (3.100)$$



**FIGURE 3.34** – Limite de validité du modèle homogénéisé pour  $E_{11}$  nulle

La figure 3.34 indique les régimes de comportement du filet en fonction des déformations globales. Le domaine de validité est limité par les valeurs de déformations globales qui maintiennent tous les câbles de la maille élémentaire élastiques. Quand la déformation dans la direction 1 est nulle, la forme du domaine de validité ressemble à celle d'un losange. On remarque que le filet a une grande raideur en cisaillement.

Dans note étude, il est tenu compte de la phase où le filet est tendu et les éléments barres se comportent comme des câbles en traction. Or, comme le système

est isostatique, les efforts sont indépendants des raideurs et il suffit de changer la valeur de la rigidité  $K$  pour exprimer le comportement du filet dans sa phase de déformation géométrique (même approche utilisée dans les modèles à barres des filets à anneaux).

### 3.1.9 Synthèse sur la partie analytique

Le travail ci-dessus nous permet d'analyser le comportement des différents types de filets existants et d'établir une comparaison entre les caractéristiques intrinsèques de chacun. Les filets homogénéisés sont groupés en trois grandes familles suivant leurs technologies de fabrication : la famille des filets à câbles comportant le filet en double torsion et le filet à maille carrée, la famille des filets à anneaux comportant les ASM4 et les ASM6 et enfin, le filet ELITE formant la dernière famille ayant une technologie de fabrication spécifique.

Les résultats de l'homogénéisation montrent que ces filets ont des comportements très différents bien qu'ils appartiennent à une même famille. Dans la famille des filets à anneaux par exemple, le filet ASM6 a un comportement isotrope durant la phase de mise en tension du filet tandis que le filet ASM4 a un comportement sans cisaillement. Une fois le filet tendu, les deux filets ASM présentent un comportement de type pseudo-incompressible avec donc un fort couplage des efforts et des déformations dans les différentes directions du plan. Le filet à maille carrée, ne présente pas vraiment une phase de mise en tension et son comportement est identique dans les deux directions principales des câbles, sans effet poisson ni raideur en cisaillement : il n'y a pas de couplage. Le filet ELITE, quant à lui, possède comme les filets ASM, une phase de mise en tension qui n'a pas été étudiée en détails mais dans laquelle le comportement est semblable à celle de phase tendue et où le filet s'apparente à une membrane élastique orthotrope avec donc une interaction entre les efforts et les déformations dans les différentes directions du plan.

On a pu observer que selon le choix de modélisation (modèle à anneaux et à barres) pour un même filet, on aboutit à des comportements différents. Dans le cas des filets ASM4, les deux modélisations aboutissent à un comportement sans cisaillement en première phase élastique puis en deuxième phase, le comportement devient pseudo-incompressible dans le modèle à anneaux alors que pour le modèle à barres, seule la rigidité du filet change et le comportement reste anisotrope sans cisaillement. Les simplifications introduites par les modèles discrets ne faisant intervenir que des interactions entre deux particules sont donc trop fortes pour capturer finement la réalité du comportement des filets ASM.

Ces résultats, ainsi que la comparaison des critères élastiques et des régimes de comportement des filets nous amènent à conclure que la forme du filet, les caracté-

ristiques de l’acier et la technologie de fabrication ont une très grande influence sur son comportement. Et comme le filet est l’élément responsable de la redistribution des efforts vers les éléments porteurs de la structures lors du choc, cette différence de comportement influe sur le comportement global de la structure. Pour illustrer ce fait, et comparer la variation de distribution des efforts dans les différents filets, les comportements identifiés sont utilisés pour calculer les déformations d’un filet sous charge dans un logiciel de calcul par éléments finis.

## 3.2 Analyse numérique de la distribution des efforts

### 3.2.1 Présentation du modèle numérique

Cette section présente le modèle numérique de la membrane homogène qui remplace le filet périodique.

Le modèle est développé en utilisant le logiciel de calcul par éléments finis “code\_aster”<sup>1</sup>. Des éléments de type COQUE\_3D sont utilisés parce que, contrairement aux éléments membranes existants, ils ne permettent pas de prendre en compte les non-linéarités géométriques. Les déformations et les contraintes dans le plan de ces éléments varient linéairement avec l’épaisseur de la coque suivant une cinématique coque de type Hencky-Mindlin-Naghdi [46], [45].

Le filet carré est de dimensions 6 x 6 m et est fixé sur ses quatre bords. Il subit une force imposée perpendiculairement à son plan (suivant l’axe Z) en son centre, sur une surface carrée de dimensions 1 x 1 m.

Le système est résolu en statique non-linéaire et les non-linéarités géométriques sont prises en compte par un calcul en grands déplacements et grandes rotations avec des petites déformations. Les tests préliminaires sont réalisés sur une plaque élastique isotrope.

#### 3.2.1.1 De la coque à la membrane

L’épaisseur des éléments coques doit être fixée de façon à ce que les effets de la raideur flexionnelle de la plaque soient négligeables devant ceux de la raideur membranaire. Le but est d’utiliser des éléments coques dont le comportement ressemble à celui d’une membrane. La rigidité en flexion  $K_{flexion}$  d’une plaque d’épaisseur  $t$ , de module de Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$  est donnée par :

$$K_{flexion} = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.101)$$

---

1. Code\_Aster : Logiciel libre de simulation numérique développé essentiellement par le service R&D d’EDF.

et la rigidité membranaire  $K_{membrane}$  par :

$$K_{membrane} = \frac{Et}{(1 - \nu^2)} \quad (3.102)$$

Des tests sont réalisés afin de déterminer une épaisseur de la coque telle que :

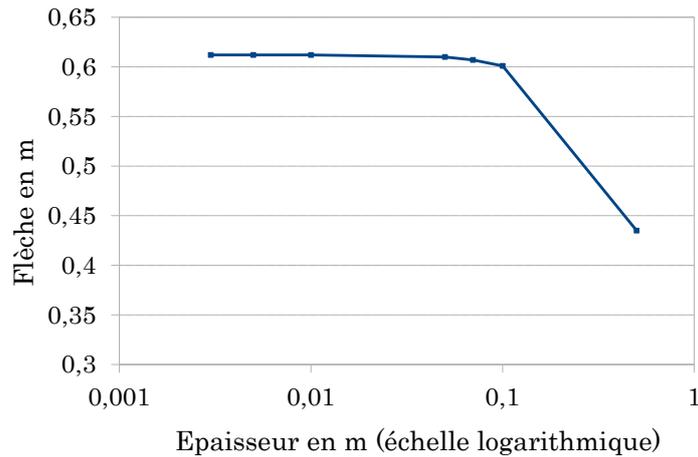
$$K_{flexion} \ll K_{membrane} \quad (3.103)$$

La méthode consiste à diminuer l'épaisseur  $t$  afin de minimiser les effets du terme  $K_{flexion}$  qui varie en  $t^3$ . Les tests sont réalisés avec différentes épaisseurs en maintenant constante la raideur membranaire de la plaque à  $K_{membrane} = 18 \text{ kN/mm}$  et pour une même charge de  $6.10^5 \text{ Pa}$  sur  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ . Les résultats sont présentés dans le tableau 3.1 et illustrés dans la figure 3.35.

**TABLEAU 3.1** – Flèche de la plaque pour différentes épaisseurs

épaisseur en m	0,5	0,1	0,07	0,05	0,01	0,005	0,003
flèche en m	0,435	0,601	0,607	0,61	0,612	0,612	0,612

On observe que les effets flexionnels deviennent négligeables et que la flèche maximale est atteinte pour une épaisseur égale ou inférieure à  $0,01 \text{ m}$ . On adoptera donc une épaisseur  $t = 0,01 \text{ m}$  pour la suite des calculs.



**FIGURE 3.35** – Variation de la flèche moyenne en zone chargée de la plaque en fonction de son épaisseur.

### 3.2.1.2 Paramètres des matériaux

Pour pouvoir comparer les différents types de membranes et la manière dont elles distribuent les efforts, les calculs sont conduits en supposant qu'elles ont toutes la même rigidité membranaire selon la direction qui reprend l'effort le plus grand. La valeur de la rigidité membranaire adoptée est celle d'un filet à anneau ASM4 standard en phase élastique tendue. D'après les essais de Grassl [30], la raideur en phase tendue d'un anneau est environ égale à 5600 kN. Sachant qu'un mètre de filet contient 2,7 anneaux, la raideur équivalente d'un mètre de membrane homogène  $K_{membrane}$  est égale à 3200 kN/m. C'est cette valeur qui sera utilisée pour le calcul des modules de chaque filet en suivant 3.102. Les modules de cisaillement et coefficients de Poisson sont déduits d'après les résultats de l'homogénéisation.

Les paramètres mécaniques caractérisant le comportement de chaque filet sont présentés dans le tableau (3.3). On note que les valeurs étoilées (\*) sont ajoutées pour des raisons de stabilité numérique. Elles sont définies comme le 1/100000 de la valeur du module principal.

**TABLEAU 3.2** – Propriétés mécaniques des filets homogénéisés

Test	Comportement	Rigidité E (MPa)	$\nu$	Cisaillement G (MPa)
A	isotrope	$E_{11} = E_{22} = 285$	0,33	107,14
$B_0$	sans cisaillement	$E_{11} = E_{22} = 320$	0	0,0032*
$B_{45}$	sans cisaillement	$E_{11} = E_{22} = 320$	0	0,0032*
C	incompressible	$E_{11} = E_{22} = 6$	0,99	$6 \cdot 10^{-5}$ *
D	orthotrope	$E_{22} = 295$ $E_{11} = 74$	$\nu_{12} = 0,13$ $\nu_{21} = 0,59$	$G_{12} = 32$

Le test A pour filet isotrope correspond au modèle à barres du filet ASM6 et à la première phase du modèle à anneaux pour le même filet. Le test  $B_0$  représente le comportement homogénéisé du filet à câbles. Le filet  $B_{45}$  est identique au test  $B_0$  avec un repère tourné de  $45^\circ$ , il correspond au modèle à barres homogénéisé du filet ASM4 et au modèle à anneaux ASM4 en première phase. La phase incompressible du comportement des modèles à anneaux ASM4 et ASM6 est représenté par le test C. Enfin, le comportement orthotrope D est associé au modèle homogénéisé du filet ELITE.

### 3.2.2 Tests préliminaires

Des tests de convergence et de symétrie sont conduits pour valider la précision des résultats en un temps de calcul optimal. En plus, des tests sont effectués pour

évaluer l'influence de la forme de la charge sur les efforts et les déplacements aux bords des filets (Principe de Saint-Venant).

### 3.2.2.1 Etude de symétrie

Pour montrer la symétrie de la structure et du chargement, des tests numériques sont menés pour une même charge centrée de  $8.10^5$  Pa avec différentes conditions de symétrie (figure 3.36) :

- un test sur la structure complète.
- un test sur la moitié de la structure en prenant en compte la symétrie du filet selon le plan  $Y = 0$ . Dans ce cas, les déplacements suivant  $X$  et les rotations autour des axes  $Y$  et  $Z$  ( $dX = 0$  et  $dRy = dRz = 0$ ) sont bloqués sur le bord  $AB$ .
- un test sur un quart de la structure en considérant une symétrie suivant les deux plans  $X = 0$  et  $Y = 0$ . Les conditions supplémentaires suivantes sont imposées au bord  $AD$  : déplacements bloqués suivant  $Y$  et rotations bloqués autour des axes  $X$  et  $Z$  ( $dY = 0$  et  $dRx = dRz = 0$ ).

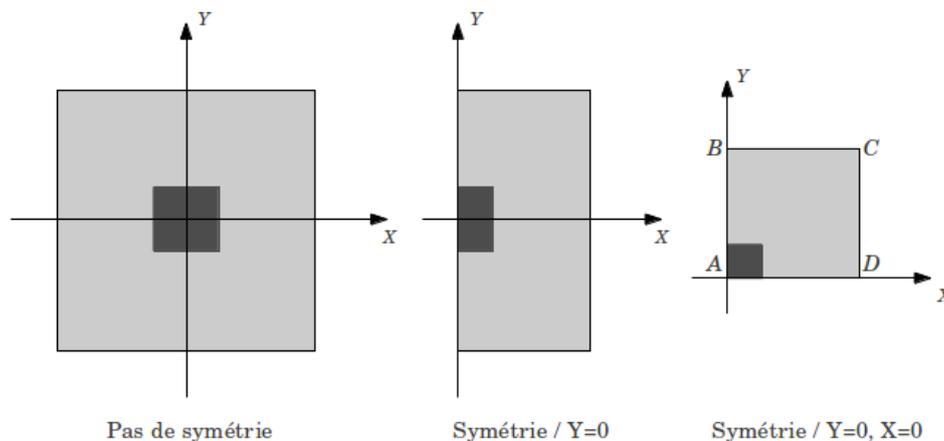
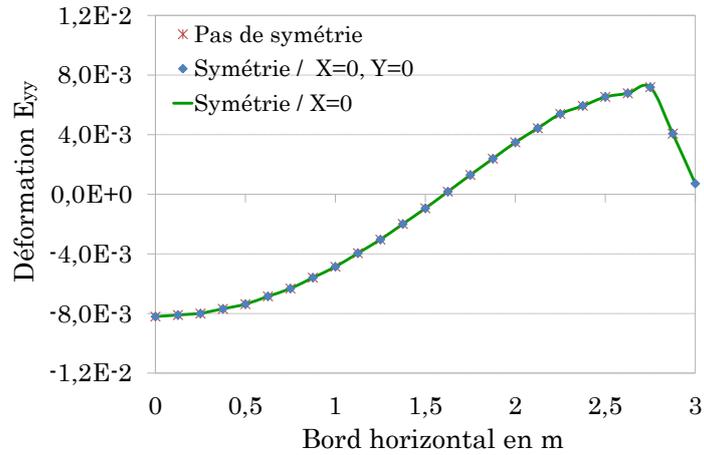


FIGURE 3.36 – Trois tests avec 3 cas de symétrie

La figure 3.37 montre que la distribution des déformations le long du bord  $BC$  est identique dans les trois tests, ce qui confirme la symétrie et justifie de réaliser dans la suite, des tests numériques sur le quart de la structure seulement.

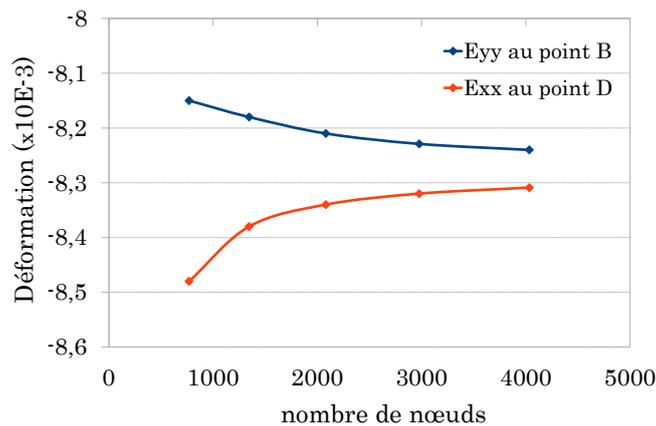
### 3.2.2.2 Etude de convergence

Une étude de convergence est également conduite sur le modèle. Un maillage carré avec éléments quadratiques est adopté par nécessité car les éléments de coque en grands déplacements ne sont formulés que pour des éléments quadratiques [45]. Différentes densités de maillages sont testées sous la même charge de  $8.10^5$  Pa afin

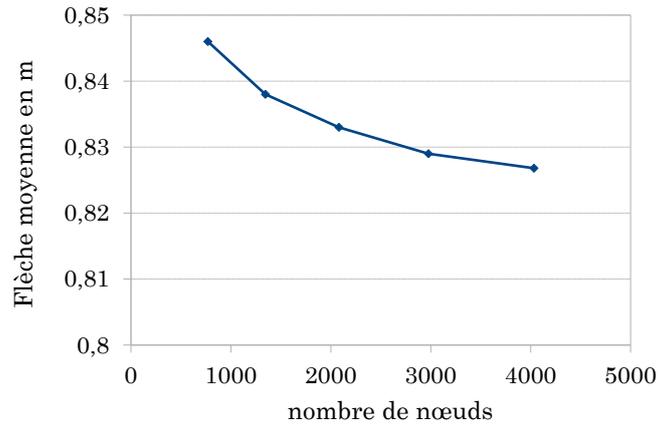


**FIGURE 3.37** – Déformations  $E_{yy}$  sur le bord BC avec différents cas de symétrie

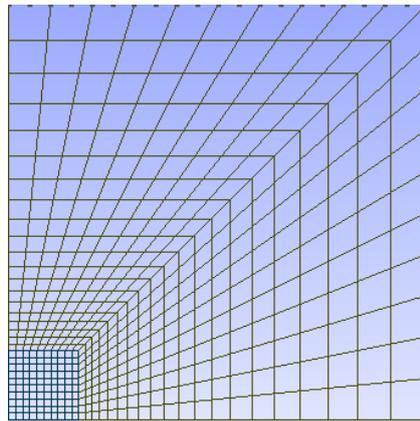
d'optimiser le temps de calcul en maintenant une marge d'erreur dans les résultats inférieure à 3%. Pour chaque densité de maillage, les valeurs des déformations aux points B et C sont relevées en figure 3.38. De plus, la figure 3.39 présente la valeur de la flèche moyenne dans la zone chargée en fonction du nombre de nœuds du maillage. Les tests réalisés permettent de déduire que les résultats qui découlent d'un maillage formé de 2000 nœuds ont une erreur inférieure à 3%. Ce maillage montré dans la figure 3.40 sera donc adopté.



**FIGURE 3.38** – Variation de la déformation en fonction de la densité du maillage



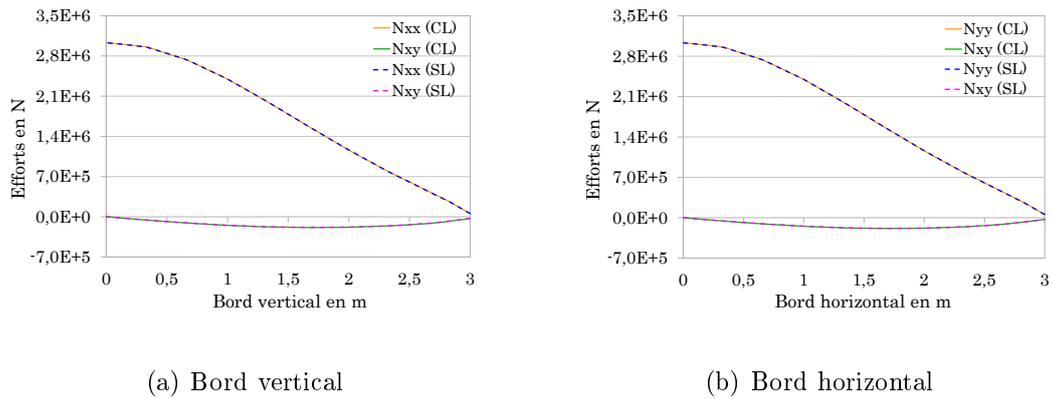
**FIGURE 3.39** – Variation de la flèche moyenne du filet en zone chargée en fonction de la densité de maillage



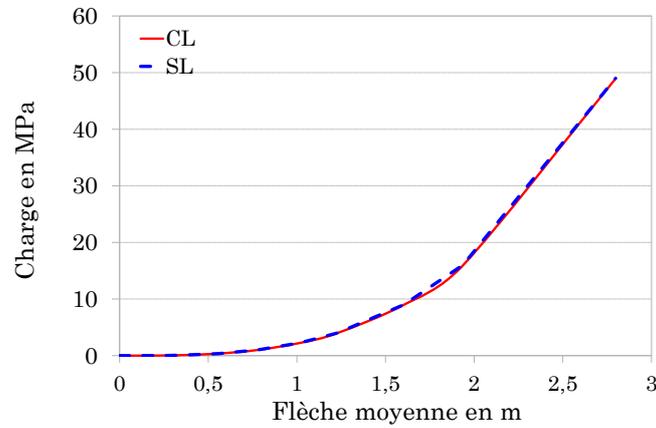
**FIGURE 3.40** – Maillage quadratique adopté

### 3.2.2.3 Influence de la forme du bloc

Afin d'évaluer l'influence de la forme du bloc sur la distribution des efforts dans le filet, deux tests sont conduits avec deux formes de blocs : un bloc cubique et un autre sphérique. L'application du chargement est effectuée en imposant une force répartie suivant la direction  $Z$  et la fonction de charge est non linéaire formée de 30 incréments. La figure 3.41 montre la distribution des efforts sur le bord horizontal BC et vertical CD du filet dans les deux cas de charge : CL pour charge circulaire et SL pour charge carrée. La comparaison de la variation de la flèche moyenne en fonction du chargement est également illustrée dans la figure 3.42. Les résultats sont très proches, ce qui nous permettra d'étudier la distribution des efforts aux bords de la structure indépendamment de la forme du bloc (conformément au principe de Saint Venant).



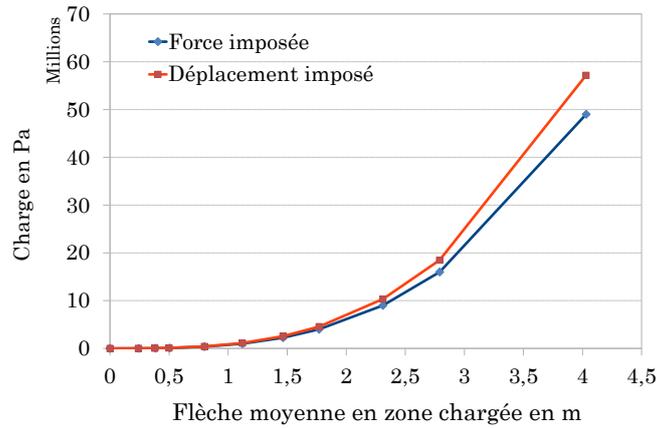
**FIGURE 3.41** – Variation des efforts aux bords en fonction de la forme du bloc.



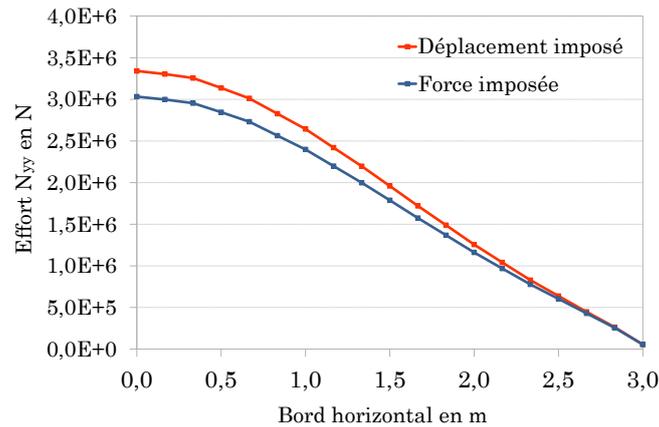
**FIGURE 3.42** – Evolution de la flèche en fonction de la charge pour 2 formes de blocs.

### 3.2.2.4 Pilotage en force et en déplacement

Les résultats de deux tests numériques, l'un piloté par déplacement et l'autre piloté par force, sont comparés dans la figure 3.43. L'écart entre les résultats augmente quand la flèche ou les efforts augmentent mais le ratio entre les charges reste constant. On remarque que le déplacement obtenu dans un test piloté par force est légèrement plus grand que le déplacement induisant cette même force dans un test piloté par déplacement. De même, les efforts sur le bord sont légèrement supérieurs (cf. figure 3.44).



**FIGURE 3.43** – Evolution de la flèche en fonction de la charge en force et en déplacement imposés



**FIGURE 3.44** – Distribution des efforts  $N_{yy}$  sur le bord  $BC$  en force et en déplacement imposés

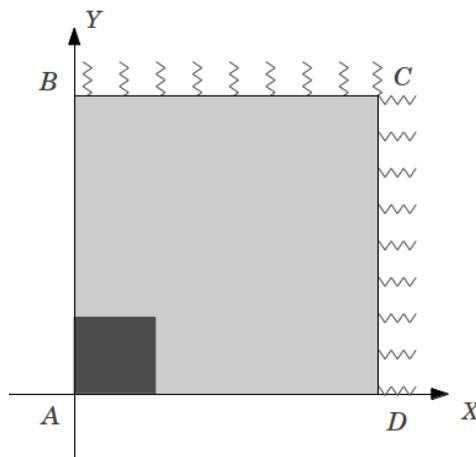
### 3.2.3 Propriétés intrinsèques et conditions aux limites

La distribution des efforts aux bords des filets et l'influence des conditions aux limites adoptés sont étudiées dans cette partie. Les efforts et les déformées sont comparés pour chaque type de filet suivant trois conditions aux limites différentes : bords fixes, bords glissants et bords élastiques et glissants. Pour simuler numériquement ces trois types de conditions aux limites, des ressorts, ayant des raideurs suivant les trois directions de l'espace, sont attachés aux nœuds situés sur les bords. Ces raideurs sont grandes devant celle de la membrane dans le cas des bords fixes et représentent la rigidité de la structure dans le cas de bords élastiques (cf 3.3). La

figure 3.45 présente le modèle de la structure formé d'un quart de membrane avec des ressorts aux appuis.

**TABLEAU 3.3** – Propriétés mécaniques des filets homogénéisés

	Bords fixes			Bords glissants			Bords élastiques		
Raideur en N/m	$K_x$	$K_y$	$K_z$	$K_x$	$K_y$	$K_z$	$K_x$	$K_y$	$K_z$
BC	$10^{10}$	$10^{10}$	$10^{10}$	0	$10^{10}$	$10^{10}$	0	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$
CD	$10^{10}$	$10^{10}$	$10^{10}$	$10^{10}$	0	$10^{10}$	$2 \cdot 10^4$	0	$2 \cdot 10^4$



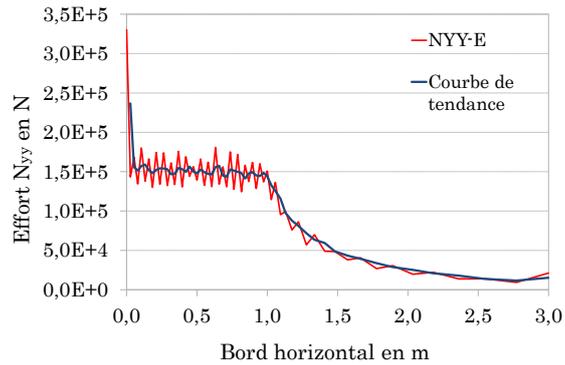
**FIGURE 3.45** – Filet à bords attachés à des ressorts

Il faut ici noter que des difficultés ont été rencontrées dans le post-traitement des résultats. Dans le cas où les bords du filets sont élastiques attachés à des ressorts de faibles raideurs, l'interpolation des efforts aux bords présentent des perturbations et des oscillations qui peuvent être dépendants de la précision des calculs numériques ou dues à des effets de flexion secondaires. Pour pallier ce problème, un maillage triangulaire irrégulier est adopté en lieu et place de celui de la figure 3.40. En outre, les résultats perturbés sont remplacés par une courbe de tendance “moyenne mobile” qui permet de conclure sur l'allure des résultats. On montre sur la figure 3.46 un exemple d'une distribution ainsi que la courbe de tendance qui lui correspond.

Par ailleurs, et pour des raisons de comparaison et d'optimisation de temps de calcul, les tests numériques seront pilotés en déplacement imposé en leur centre sur la surface carrée de  $1m^2$ .

### 3.2.3.1 Filet à bords rigides

Pour considérer un filet à bords rigides, les raideurs associées aux ressorts situés sur les nœuds sont très élevées. On suppose que  $K_x = K_y = K_z = 10^{10} N/m$  pour



**FIGURE 3.46** – Exemple d’une courbe de tendance “ moyenne mobile ” associée à un résultat.

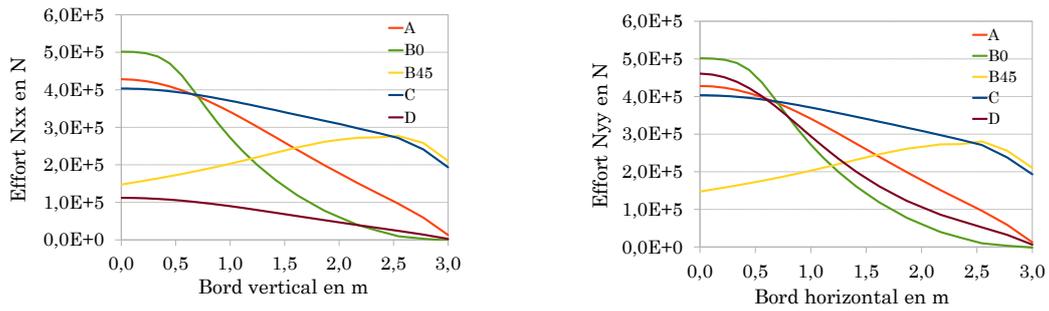
tous les ressorts sur les deux bords  $BC$  et  $CD$ .

La figure 3.47 montre la distribution des efforts normaux et de cisaillement le long des bords rigides et pour 1,5 m de déflexion pour les différents types de filets. Cette distribution est en général très différente d’un type à l’autre. D’après les figures 3.47(a) et 3.47(b), on remarque que les efforts sont presque uniformément distribués sur les bords pour le filet incompressible. Selon la direction principale de la maille (sur le bord horizontal), les efforts maximaux sont légèrement plus importants pour le filet orthotrope mais restent très comparables à ceux des filets isotrope, sans cisaillement et incompressible. D’un autre côté, les filets à câbles à mailles en losanges (sans cisaillement à  $45^\circ$ ) sont sollicités dans les coins ( $x=3$  m ou  $y=3$  m), ce qui est normal vu l’orientation des câbles. Concernant les efforts de cisaillement, il existe deux filets ayant une résistance au cisaillement (isotrope et orthotrope) et dont la distribution des efforts est visualisée dans les figures 3.47(c) et 3.47(d). On attire l’attention sur le fait que ces efforts (de valeurs négatives) n’ont pas de réalité physique, puisqu’en réalité, les filets n’ont pas de résistance en compression et ne peuvent donc pas reprendre de tels efforts. La modélisation à bords rigides sans non-linéarité matérielle n’est pas donc satisfaisante pour ces deux types de filets.

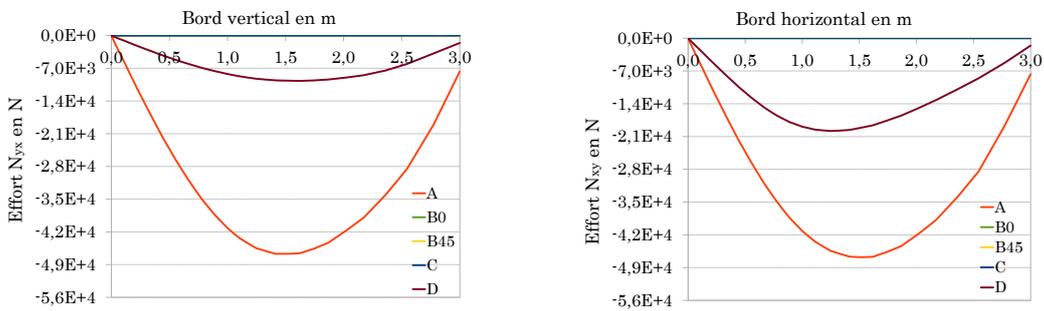
### 3.2.3.2 Filet à bords glissants

Pour un filet à bords glissants, les ressorts des nœuds situés sur le bord vertical  $CD$  ont les raideurs suivantes :  $K_x = K_z = 10^{10}$  N/m et  $K_y = 0$  de façon à permettre leur glissement dans la direction  $Y$ . De même les raideurs associées aux ressorts sur le bord horizontal  $BC$  sont :  $K_y = K_z = 10^{10}$  N/m et  $K_x = 0$ .

Dans le cas des bords glissants, les efforts de cisaillement sont nuls sur le bord



(a) Effort normal  $N_{xx}$  sur le bord vertical  $CD$  (b) Effort normal  $N_{yy}$  sur le bord horizontal  $BC$



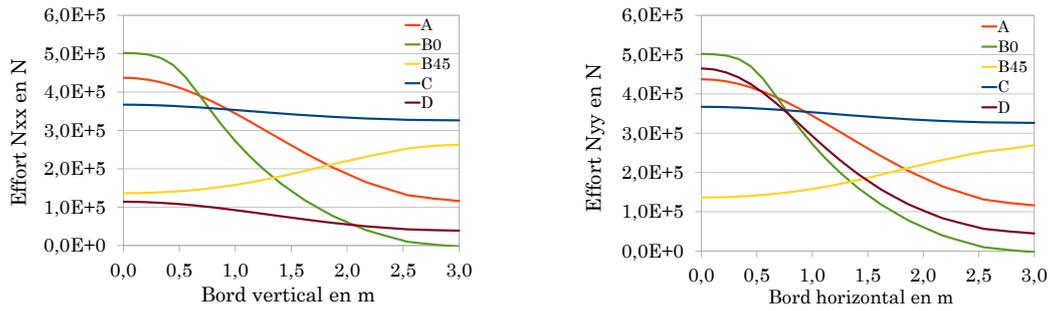
(c) Effort de cisaillement  $N_{yx}$  sur le bord vertical  $CD$  (d) Effort de cisaillement  $N_{xy}$  sur le bord horizontal  $BC$

**FIGURE 3.47** – Distribution des efforts intérieurs sur les bords rigides des différents filets

pour tous les types de filets. D'après la figure 3.48, les distributions des efforts normaux pour les bords rigides et glissants ont globalement la même allure. L'introduction du glissement tend à uniformiser la distribution des contraintes le long des bords du filet. En particulier, cela conduit à une augmentation des contraintes dans les coins (figure 3.49). On notera cependant que dans le cas du filet à  $45^\circ$ , les efforts sur le bord sont moins importants dans le cas glissant.

### 3.2.3.3 Filet à bords élastiques

Le filet à bords élastiques constitue le modèle le plus réaliste d'un écran de filets parce qu'un filet réel n'est pas isolé de la structure, mais entouré d'éléments câbles et poteaux ayant différentes rigidités. Les valeurs des raideurs associées aux ressorts périphériques représentent la raideur de la structure globale entourant le filet. D'après les travaux de Spadari *et al* [47], la raideur globale de la structure testée par Cazzani est  $K_{globale} = 8.1 \text{ kN/m}$ . Cette structure est munie d'un filet à câbles de diamètres 8 mm et de dimensions de mailles égales à 200 x 200 mm. Sachant



(a) Effort normal  $N_{xx}$  sur le bord vertical  $CD$  (b) Effort normal  $N_{yy}$  sur le bord horizontal  $BC$

**FIGURE 3.48** – Distribution des efforts sur les bords glissants des différents filets.

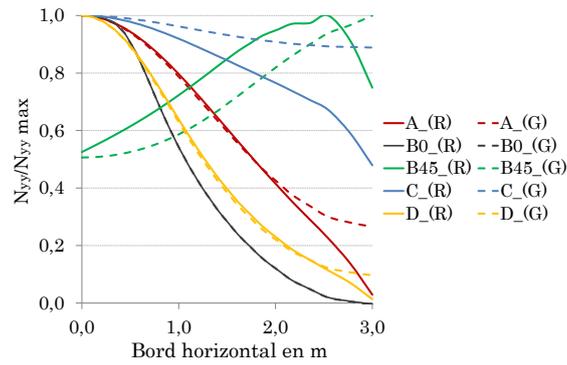
que la raideur des filets étudiés dans notre cas a été identifiée sur des filets ASM4 formés par des torons de 12 fils de diamètre 3 mm chacun, la valeur de la rigidité globale adoptée sera légèrement supérieure à celle calculée par pour la structure de Cazzani. On suppose donc que cette raideur est égale à  $K_{globale} = 20 \text{ kN/m}$  dans notre cas.

Ainsi, les ressorts aux nœuds appartenant au bord horizontal  $BC$  sont des raideurs suivantes :  $K_y = K_z = 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}$  et  $K_x = 0$  et ceux appartenant au bord vertical  $CD$  sont de raideurs :  $K_x = K_z = 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}$  et  $K_y = 0$ .

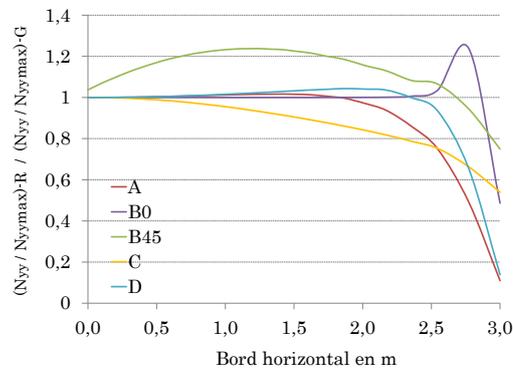
### Déformées des filets

La figure 3.50 montre les déformées sur les côtés symétriques  $AB$  et  $AD$  pour tous les filets à bords élastiques pour 1,5 m de déplacement imposé. On constate tout d'abord qu'à 5%, les déplacements au bord des différents filets sont contenus dans la même enveloppe, et il est bien difficile de les distinguer. Ensuite, on observe que pour les filets dont les directions principales sont parallèles aux bords, la déformée est pratiquement rectiligne : la charge remonte directement jusqu'à l'appui ; alors que pour les filets dont les directions principales sont décalées (en particulier celui tourné à  $45^\circ$  et incompressible), les déformées présentent une convexité marquée : la charge remontant en diagonale jusqu'au coin, elle cause des tensions perpendiculaires au bord qui se déforme pour permettre à la diagonale de se tendre.

Les déplacements des bords élastiques traduisent très clairement les zones vers lesquelles les filets redistribuent les efforts horizontaux : dans les coins à  $45^\circ$  pour le filet à câble décalé (figure 3.51(a)), au centre du filet pour le filet à câbles parallèle au bord (figure 3.51(d)) et dans la direction forte du filet orthotrope (figure 3.51(c)). Sur ce dernier, des ondulations sont visibles dans la direction perpendiculaire au bord. Ces ondulations, assimilables à des ondes de flambement sont une conséquence de la



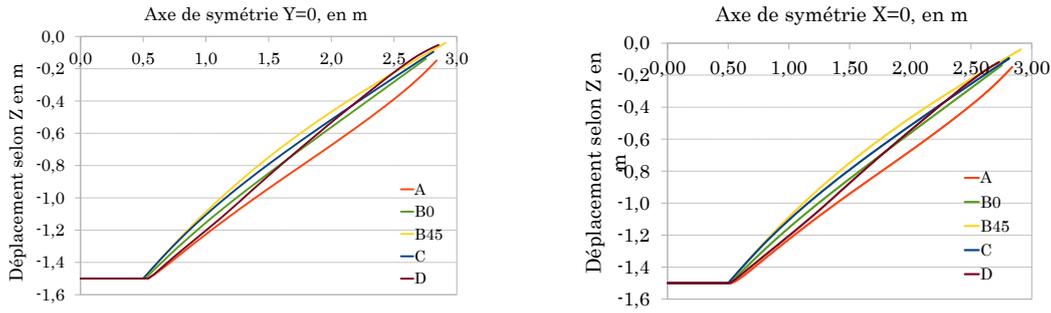
(a) Effort normalisé  $N_{yy}$  sur le bord horizontal  $BC$  des différents filets



(b) Rapport de l'effort normalisé  $N_{yy}$  dans le cas rigide et glissant sur le bord horizontal  $BC$  des filets

**FIGURE 3.49** – Comparaison de la distribution de l'effort  $N_{yy}$  sur les bords rigides et glissants.

faible épaisseur des éléments qui ne peuvent reprendre la compression dans la membrane qui avait été identifiée lorsque les bords étaient fixes (cf. figures 3.47(d) et 3.47(c)). Ce phénomène d'instabilité représente assez bien l'absence de résistance en compression des filets des modèles analytiques et tous les phénomènes de recouvrement/flambement des câbles ou des anneaux ou perte de la géométrie de référence lorsque les filets sont plus tendus. Cette observation est confirmée par la cartographie des déformations de la figure 3.52 où les compressions perpendiculaires aux bords sont tout-à-fait visibles. On note au passage que les ondes de flambement sont observables dès les premiers instants du chargement (c'est-à-dire pour des contractions de l'ordre de 0,1%). Enfin, la comparaison des déplacements verticaux des différents filets confirme les observations faites sur les déformées : le filet tourné à 45° se déplace moins sur les bords mais descend de façon plus significative selon la



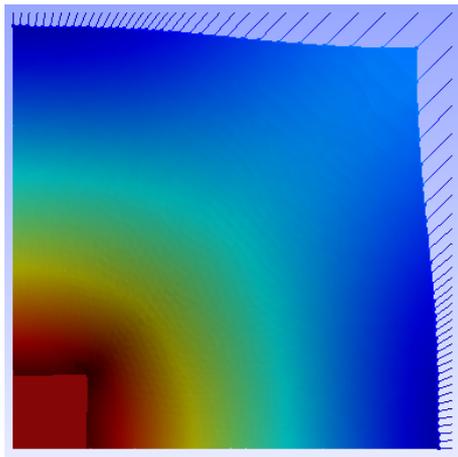
(a) Déplacement selon Z du côté symétrique AD du filet (b) Déplacement selon Z du côté symétrique AB du filet

**FIGURE 3.50** – Distribution des efforts sur les bords glissants des différents filets pour 1,5 m de déplacement imposé

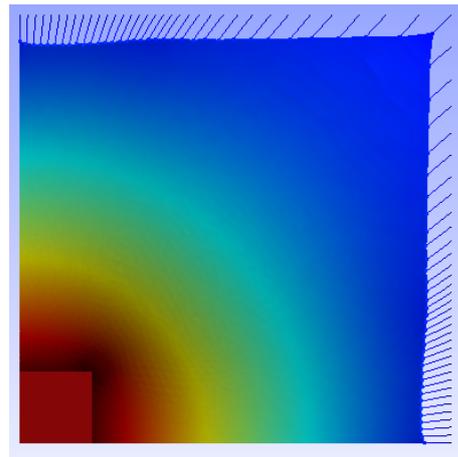
diagonale ; les lignes isovaleurs sont nettement plus “carrés” sur ce dernier.

Concernant le glissement des rives des filets, on remarque que pour les filets sans cisaillement, les appuis se déplacent dans les directions principales du filet (parallèlement au bord pour les filets à câbles B et à  $45^\circ$  pour les filets tournés à  $45^\circ$ ). En revanche, pour les autres filets, les glissements sont très nettement visibles : l’allongement dans les directions principales entraîne un raccourcissement des mailles dans le sens transverse si bien que les déplacements horizontaux des points sont d’autant plus importants que l’on se rapproche du coin. Cela confirme une nouvelle fois l’importance de la prise en compte du glissement des rives pour l’analyse du comportement global.

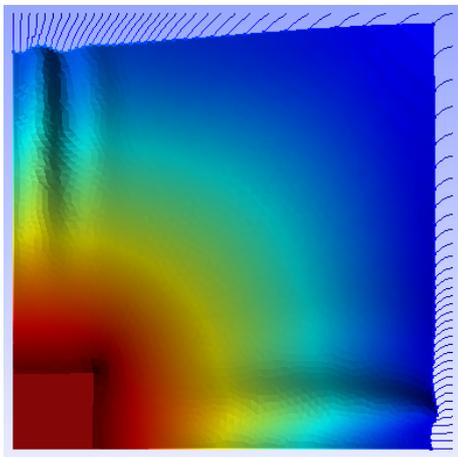
En ce qui concerne le filet isotrope, des difficultés de convergence ont été rencontrées à cause du phénomène de flambement. En effet, les calculs menés avec la même épaisseur que les autres filets (à savoir 1 m) ne convergent que jusqu’à une flèche de 0,9 m pour laquelle les déplacements verticaux sont illustrés sur la figure 3.53(b). On observe très nettement les ondes de flambement dans les directions parallèles aux bords. Pour pallier ce problème de convergence, des tests sont réalisés en augmentant la raideur en flexion de la plaque en conservant la même raideur membranaire, c’est-à-dire en augmentant son épaisseur jusqu’à 5 cm et en diminuant son module d’Young. La déformée obtenue pour 1,5 m de déplacement au centre est présentée sur la figure 3.53(a). Les ondes de flambement sont toujours présentes mais leur longueur caractéristique est beaucoup plus grande (environ 10 fois), ce qui est cohérent avec l’augmentation de la raideur en flexion.



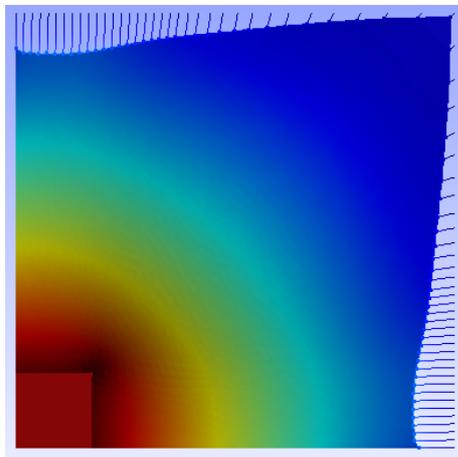
(a) Filet sans cisaillement tourné à  $45^\circ$  (Test  $B_{45}$ )



(b) Filet incompressible (Test  $C$ )



(c) Filet orthotrope (Test  $D$ )

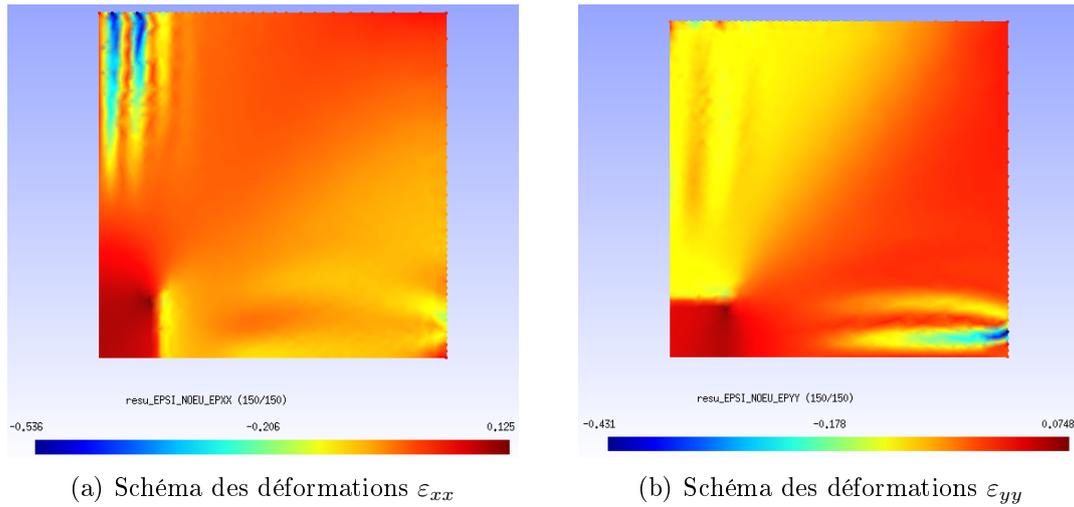


(d) Filet sans cisaillement (Test  $B_0$ )

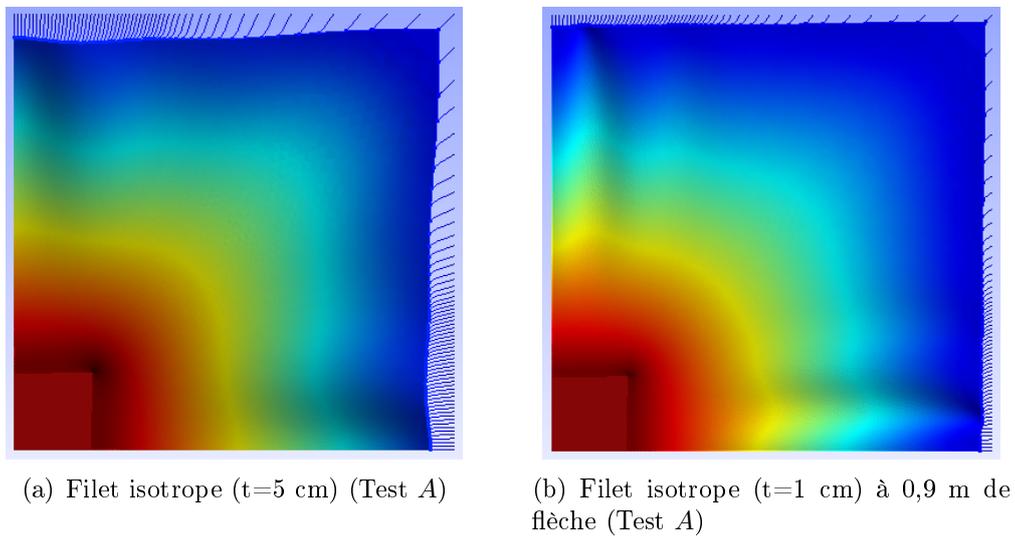
**FIGURE 3.51** – Déformées des différents filets à bords élastiques

### Hauteurs résiduelles

Les tests réalisés permettent également de comparer les hauteurs résiduelles des différents filets après impact (cf. tableau 3.4). Ce tableau n'a pas la prétention de démontrer l'efficacité des typologies de filets : il ne tient pas compte des conditions aux limites propres à chaque technologie, ni à l'existence d'une transition lisse entre un comportement orthotrope vers un comportement pseudo incompressible pour les filets ASM. Néanmoins, il montre que, à conditions aux limites et chargement égales, la modification du comportement intrinsèque des filets entraîne déjà des variations de 5% de la hauteur résiduelle (le filet le plus raide pour ce critère est celui dont les directions principales sont tournées de  $45^\circ$  par rapport aux bords : en concentrant les efforts dans le coin, il permet de gagner en hauteur résiduelle). Quand on sait l'importance qui revêt ce paramètre dans l'ETAG27 (certains filets n'ont pas reçu



**FIGURE 3.52** – Distribution des déformations  $\varepsilon_{xx}$  et  $\varepsilon_{yy}$  dans le filet orthotrope



**FIGURE 3.53** – Déformées du filet élastique à bords élastiques

l'agrément pour une hauteur résiduelle de 68% de la hauteur initiale au lieu des 70% exigés), on comprend l'enjeu qu'il y a à une modélisation juste de ce comportement.

### Comportement global

On propose ensuite d'étudier le comportement global des filets élastiques. Pour cela, on trace sur la figure 3.54 les courbes force/déplacement pour les 5 typologies de filets avec un pilotage en force ou en déplacement. Le déplacement de référence pour le traçage des courbes est le déplacement moyen en zone chargée. On note que, comme mentionné dans le paragraphe précédent, des problèmes de convergence sont rencontrés pour le filet isotrope avec une épaisseur de 10 mm : les courbes correspondantes s'arrêtent donc avant les autres.

**TABLEAU 3.4** – Hauteurs résiduelles des différents types de filets carrés 6 x 6 m

Test	Comportement	Filet modélisé	Hauteur résiduelle $h_r$
$A$	isotrope	ASM6 (phase 1)	5,69 m
$B_0$	sans cisaillement	câbles carrés	5,51 m
$B_{45}$	sans cisaillement	ASM4 (phase 1)	5,82 m
$C$	incompressible	ASM4 et 6 (phase 2)	5,63 m
$D$	orthotrope	Elite	5,47 m (selon l'axe $Y$ ) 5,71 m (selon l'axe $X$ )

Sur la figure 3.54, on observe comme dans les essais préliminaires, une souplesse relative (environ 5% inférieure) des essais pilotés en force par rapport à ceux pilotés en déplacements dans lesquels les contraintes et les blocages géométriques sont plus importants. On observe également clairement le caractère raidissant de tous les filets du fait de la modification de leur géométrie. La comparaison de leur comportements permet ensuite de distinguer trois groupes :

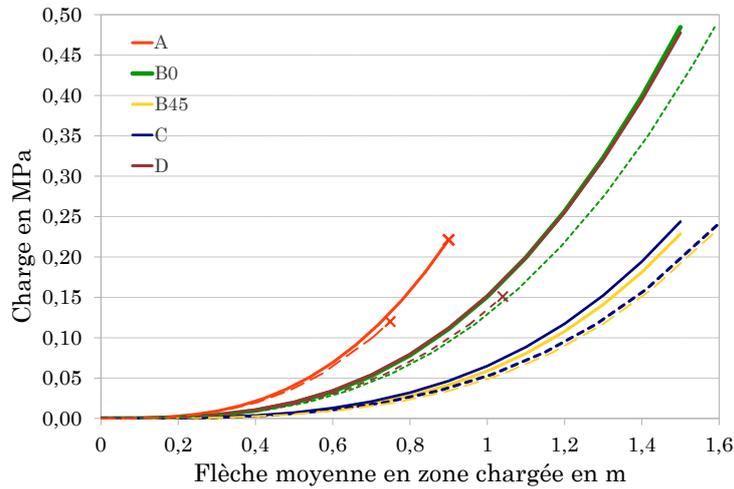
- le filet isotrope qui est le plus raide
- les filets orthogonaux et les filets orthotropes de raideurs intermédiaires
- les filets pseudo-incompressible et à 45 ° qui sont les plus souples.

Ces filets ont tous la même raideur dans la direction principale et les mêmes conditions aux limites élastiques, les différences viennent donc de leur anisotropie et de leur raideur en cisaillement. Ainsi, dans le filet isotrope, les deux directions de traction principales sont parallèles aux bords et travaillent de la même façon avec la même raideur (ce qui n'est pas le cas du filet orthotrope dont la raideur secondaire est quatre fois plus faible que la raideur principale). De même, les déformations parallèles aux bords entraînent par effet de Poisson des déformations transversales qui vont solliciter l'autre direction du filet dont la raideur n'est pas nulle contrairement au filet sans cisaillement qui lui-aussi a des raideurs principales égales. Il est donc logique que le filet isotrope soit plus raide que les filets orthotrope et orthogonaux.

Ces derniers sont plus raides que les filets à 45 ° car, bien que de raideur équivalente dans les directions principales, les filets à 45 ° se déforment sur une longueur plus importante puisqu'ils se déforment selon la diagonale : à déplacement égal, les efforts repris seront donc inférieurs. Enfin, pour le filet pseudo-incompressible, le coefficient de Poisson proche de 1 et l'absence de raideur en cisaillement imposent une égalité des efforts dans les directions parallèles aux bords, ce qui revient à imposer un effort à 45 ° et qui conduit donc à une souplesse très proche de celle du filet tourné à 45 °.

Les lois de comportement des filets sont tracés dans la figure 3.54 pour les deux

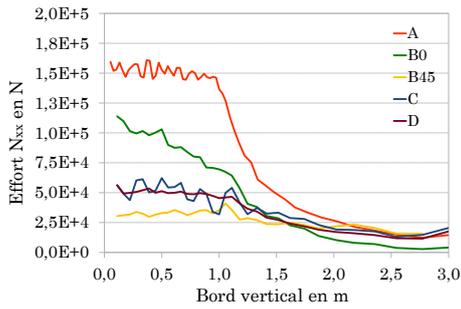
cas de chargement étudiés. Les courbes en traits pointillés représentent les tests pilotés en déplacements et les courbes continues ceux pilotés en forces. Une augmentation constante de 5 à 6 % suivant les filets est remarquée entre la flèche moyenne dans le cas des tests pilotés par force et ceux pilotés par déplacements.



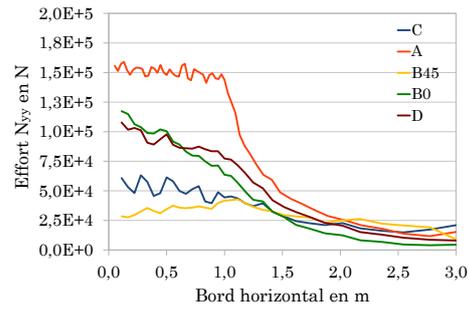
**FIGURE 3.54** – Comparaison des lois de comportement des différents filets selon les tests pilotés en force (ligne continue) et en déplacement (traits pointillés).

### Distribution des efforts

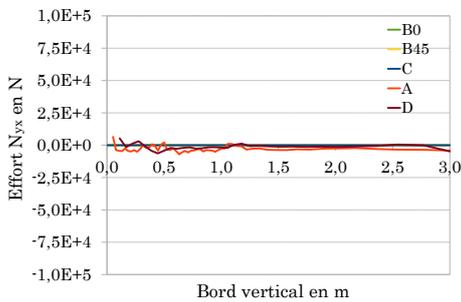
L'analyse des résultats du comportement global sont confirmés par celle des efforts aux bords du filet. En effet, en considérant les diagrammes de la figure 3.55, on constate d'une part l'absence d'effort dans les directions perpendiculaires aux bords (ce qui est une conséquence du libre glissement des filets perpendiculairement aux bords) et d'autre part, une très nette supériorité des efforts repris par le filet isotrope en premier lieu, puis orthogonaux et orthotrope en second lieu. Les raisons de ces écarts ont été expliquées précédemment. En revanche, les figures 3.55(a) et 3.55(b) permettent de mettre en évidence une forte concentration et une uniformisation des efforts dans la zone centrale pour le filet isotrope et dans une moindre mesure pour le filet orthotrope. Cela est dû aux instabilités de compression qui apparaissent perpendiculairement aux bords : les allongements parallèles aux bords engendrent par effet Poisson des compressions dans la direction perpendiculaire, compression que le filet ne peut pas reprendre. La contrainte principale plafonne donc et la seule solution pour pouvoir reprendre plus de charge est d'augmenter la zone fortement sollicitée...



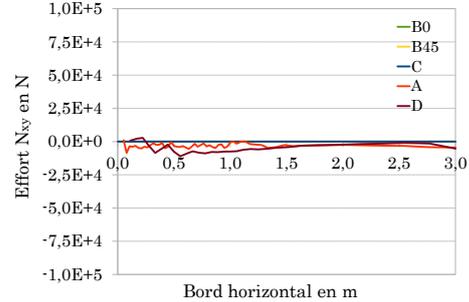
(a) Effort normal  $N_{xx}$  sur le bord vertical



(b) Effort normal  $N_{yy}$  sur le bord horizontal



(c) Effort de cisaillement  $N_{yx}$  vertical



(d) Effort de cisaillement  $N_{xy}$  horizontal

**FIGURE 3.55** – Distribution des efforts sur les bords élastiques des différents filets pour un déplacement imposé de 1,5 m.

### 3.2.4 Comparaison entre les différentes conditions aux limites

Pour comparer les efforts dans les filets dans les trois conditions aux limites précédentes, des tests sont menés en imposant pour chaque filet un chargement qui provoque une flèche moyenne en zone chargée d'environ 0,75 m. Les figures 3.56(a), 3.56(b), 3.56(c), 3.56(d) et 3.56(e) montrent les distributions des efforts normaux aux bords des cinq filets testés dans les trois cas : les bords rigides (R), les bords glissants (G) et les bords élastiques (E).

Il apparaît tout d'abord que pour l'ensemble des filets, il n'y a pas de différence majeure entre les conditions aux limites rigides et les conditions de bords glissants. En effet, le maintien d'un bord rectiligne ne permet pas l'apparition d'instabilités dans les zones comprimés des bords de sorte que le glissement est bridé par la résistance en compression de la membrane. Cette résistance n'étant pas physique, le modèle à bords glissants ne présente pas grand intérêt pour la compréhension globale du comportement des filets.

Ensuite, on observe que l'ajout de conditions aux limites élastiques entraîne pour

tous une baisse de l'intensité des efforts (ce qui est logique vu que l'on travaille à déplacement imposé et que l'on a augmenté la souplesse du système). L'amplitude de la diminution est cependant variable selon les filets (20% pour les filets isotropes, 60% pour les filets incompressibles et 75% pour les filets à 45°). Pour les filets orthotrope, sans cisaillement ou incompressible, cette diminution de l'effort se fait sans changement notable de la distribution. En revanche, pour le filet tournée à 45°, l'ajout de conditions élastiques conduit à une uniformisation des efforts sur le bord et à la disparition du pic de contraintes dans le coin, chose que ne laissait pas présumer l'analyse de la déformée. Cette observation est très intéressante pour le concepteur qui voit avec cette typologie de filet (cette orientation des mailles) une structure qui ne concentre pas les contraintes mais qui limite les déformations au centre de la maille. Pour le filet isotrope enfin, on observe une concentration nette des efforts dans la partie centrale de la maille, partie dans laquelle les efforts sont relativement uniformes et correspondent aux efforts maximaux que l'on peut atteindre compte tenu de la faible résistance en compression de la structure. On déduit aussi l'importance de la prise en compte de la raideur réelle de la structure.

### 3.3 Conclusion générale

On a présenté une méthode tout à fait générale pour la détermination des propriétés intrinsèques de tous types de filets. Cette méthode a été appliquée à différentes typologies de filets en petits déplacements, mais elle pourrait être appliquée à d'autres technologies et être étendue à des grands déplacements dans le plan pour plus de réalisme.

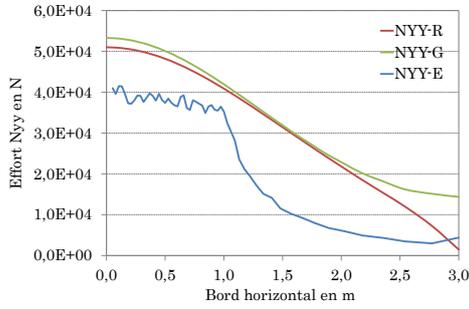
Les modèles de filets qui ont été homogénéisés étaient issus directement de la littérature ou bien adaptés de celle-ci afin de disposer d'une comparaison entre modélisations possibles. Ainsi, pour le filet ASM, on a pu comparer des modèles à barres avec des interactions entre deux particules seulement et des modèles à anneaux avec des interactions multiples avec 4 ou 6 particules. Les caractéristiques mécaniques des membranes homogènes obtenues avec l'un ou l'autre des modèles se sont avérées significativement différentes : dans les modèles à anneaux, la mise en tension progressive des anneaux conduit à une augmentation du coefficient de Poisson et, in fine, à un comportement de type incompressible que le modèle à barres ne prévoit pas puisque le coefficient de Poisson reste identique quelle que soit la charge.

De façon générale, la détermination des raideurs équivalentes des différents filets a conduit à quatre grandes familles de comportements locaux : isotrope, orthotrope, sans cisaillement et pseudo-incompressible. Pour étudier l'influence de ces comportements locaux sur le comportement d'ensemble de la structure, des calculs

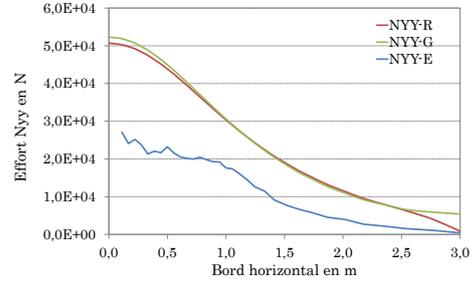
numériques ont été menés sur des filets carrés chargés en leur centre avec trois types de conditions aux limites : fixes, glissants et élastiques. Ces calculs ont montré que :

- le filet isotrope est le plus raide, suivi par le filet sans cisaillement orienté parallèlement aux bords et orthotrope de raideur intermédiaire et enfin par le filet pseudo-incompressible et sans cisaillement orienté selon la diagonale du filet.
- l'ajout d'une condition de glissance sur le bord ne change pas fondamentalement le comportement dans la mesure où le filet reste capable de reprendre un effort intérieur de compression.
- les simulations les plus réalistes sont obtenues avec des conditions aux limites élastiques avec glissement le long des bords car elles permettent de reproduire (par flambement) les non-linéarités du comportement en compression.
- la répartition des efforts varie fortement le long des bords selon le type de filet : de quasiment uniforme pour les filets à  $45^\circ$  ou incompressible à fortement concentrée dans la zone de chargement pour les filets isotropes.

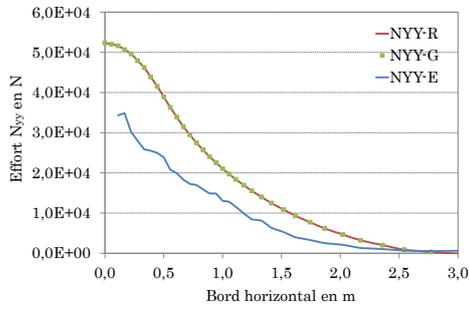
Ces observations nous amènent à conclure que d'une part, il ne saurait y avoir de modélisation prédictive des déformations des filets pare-blocs sans une modélisation fine du comportement homogène du type de filet et de ses conditions aux limites et d'autre part, que l'architecture du filet et le filet en lui-même doivent être adaptés l'un à l'autre et que l'on ne saurait simplement transposer une solution technique d'un produit à un autre.



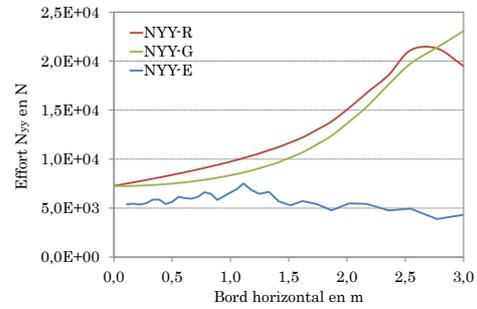
(a) Filet isotrope (test A)



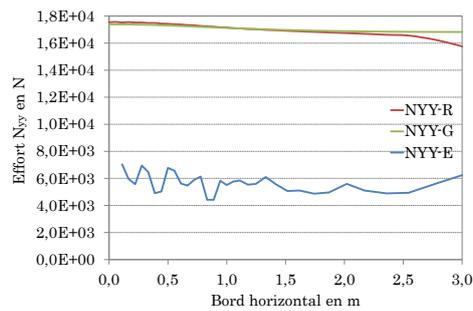
(b) Filet orthotrope (test D)



(c) Filet sans cisaillement (test B0)



(d) Filet sans cisaillement (test B45)



(e) Filet incompressible (test C)

**FIGURE 3.56** – Distribution des efforts normaux le long de BC pour une flèche moyenne de 0,75 m en zone chargée pour les différents filets dans le cas des bords rigides (R), glissants (G) et élastiques (E)

# Chapitre 4

## Etude de l'effet rideau

### 4.1 Développement d'un modèle de câble glissant

#### 4.1.1 Objectif

Le chapitre 3 souligne l'importance de la prise en compte des conditions aux limites réelles sur la répartition des efforts et des déformations des filets. Pour plus de réalisme dans la modélisation, on se propose de travailler dans ce chapitre sur l'effet rideau.

L'étude du comportement de la structure nécessite l'étude du comportement de chaque élément constitutif en prenant en compte les non linéarités géométriques et matérielles qu'il subit, les effets de frottement entre ces éléments et les glissements relatifs aussi appelés : effet rideau. L'effet rideau, illustré dans la figure 4.1, désigne le phénomène de glissement des anneaux du filet, reliés au câble de rive, vers la zone d'impact à la manière dont un rideau glisse sur une tringle.



**FIGURE 4.1** – L'effet rideau dans le cas d'un filet à anneaux [www.can.fr]

### 4.1.2 L'effet rideau

Les figures 4.2(a) et 4.2(b) montrent le modèle type d'un module de filet avec le comportement initial et après impact du câble glissant. Les nœuds représentant les points de contact entre les anneaux et les câbles de rives se rapprochent vers le centre chargé quand le câble est tendu. Ces points glissent le long du câble pour aider le filet à se déformer lors du choc de façon à augmenter sa raideur sans augmenter les efforts ni perdre de hauteur. Les nœuds rouges sont des points fixes qui représentent les extrémités du câble ; les nœuds noirs sont des points mobiles appartenant au bord du filet et au câble.

Le câble glissant est étudié en tant qu'élément isolé dans cette partie et un modèle de comportement analytique est développé. Il est inspiré du travail de Zhou et al [52], Aufaure [3] et Hincz [35] dans lequel un modèle de câble glissant à trois nœuds a été proposé et en constitue une extension pour un nombre quelconque de nœuds. Il ajoute également les effets d'une précontrainte initiale.

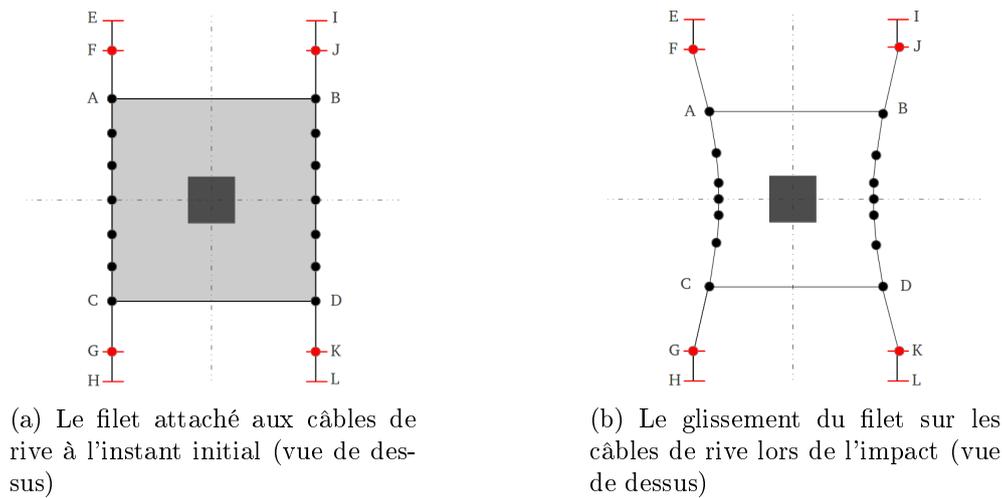
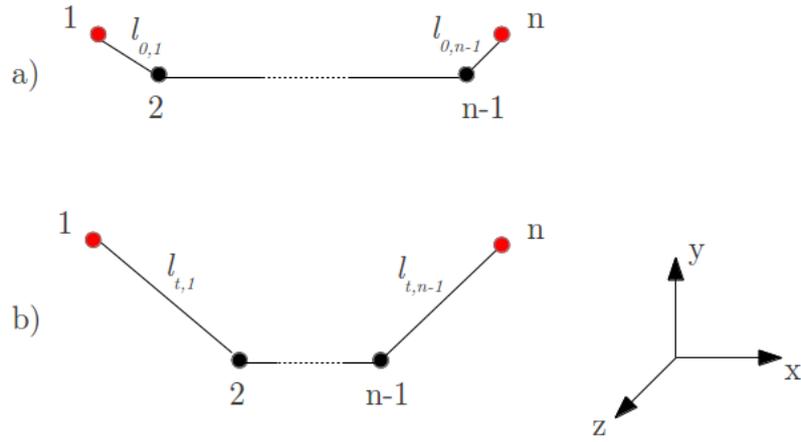


FIGURE 4.2 – L'effet rideau

### 4.1.3 Cinématique

Soit le câble glissant formé de  $n$  nœuds dont  $n - 2$  nœuds mobiles et deux nœuds fixes aux extrémités (figure 4.3). Les nœuds mobiles (en noir) sont supposés glisser sans frottement tout au long du câble. Par conséquent, la déformation et la contrainte sont considérées constantes le long de celui-ci.

Soit  $l_r$  la longueur totale du câble au repos. Soient  $(X_i, Y_i, Z_i)$  les coordonnées initiales du nœud  $i$  et  $l_{0,i}$  la longueur de la partie du câble située entre les nœuds  $i$



**FIGURE 4.3** – Le câble glissant à l’instant initial (a) et à un instant  $t$  (b)

et  $i + 1$  à l’instant initial.  $l_0$  la longueur totale initiale du câble est définie par :

$$l_0 = \sum_{i=1}^{n-1} l_{0,i} \quad (4.1)$$

Soient  $(x_i, y_i, z_i)$  les coordonnées actuelles du nœud  $i$  et  $l_{t,i}$  la longueur de la partie du câble située entre les nœuds  $i$  et  $i + 1$  à l’instant  $t$ .  $l_t$  la longueur totale actuelle du câble est alors définie par :

$$l_t = \sum_{i=1}^{n-1} l_{t,i} \quad (4.2)$$

On décompose la longueur totale  $l_t$  en une longueur initiale  $l_0$  obtenue après application de la précontrainte et une variation de longueur  $\Delta l$  due aux forces extérieures appliquées.

$$l_t = l_0 + \Delta l \quad (4.3)$$

#### 4.1.3.1 Expression de la transformation

La déformation initiale du câble  $\varepsilon_0$ , due à la précontrainte s’écrit sous la forme :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{l_0}{l_r} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.4)$$

La déformation totale de Green Lagrange à un instant  $t$  est donnée par :

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{l_0 + \Delta l}{l_r} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.5)$$

En développant l'expression (4.5), celle-ci peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{l_0}{l_r} \right)^2 - 1 \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta l}{l_r} \right)^2 + \frac{l_0}{l_r} \frac{\Delta l}{l_r} \\ \varepsilon_t &= \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \left( \frac{l_t}{l_r} + \frac{l_0}{l_r} \right) \frac{\Delta l}{l_r}\end{aligned}\quad (4.6)$$

ou au premier ordre :

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + \frac{l_0}{l_r} \frac{\Delta l}{l_r} \quad (4.7)$$

## 4.1.4 Formulation variationnelle

### 4.1.4.1 Calcul du travail du câble en fonction de sa déformation

L'expression variationnelle du travail des efforts intérieurs le long du câble permet de déduire les forces intérieures dans l'élément en divisant par la variation du déplacement. Elle est donnée par :

$$\delta W = \int_{l_r} \sigma_t \delta \varepsilon_t A_0 dl_r \quad (4.8)$$

où  $\sigma_t$  est la contrainte de Piola-Kirchhoff (constante),  $\delta \varepsilon_t$  la déformation virtuelle de Green-Lagrange et  $A_0$  la section initiale du câble qui est constante pour toutes les sous parties du câble.  $\sigma_t$  et  $\delta \varepsilon_t$  étant constantes par hypothèse, l'intégration de (4.8) donne :

$$\delta W = \sigma_t \delta \varepsilon_t A_0 l_r \quad (4.9)$$

### 4.1.4.2 Calcul de la variation de la déformation totale du câble en fonction de la variation des déplacements nodaux

La variation de la déformation  $\delta \varepsilon_t$  donnée par (4.5) s'écrit :

$$\begin{aligned}\delta \varepsilon_t &= \frac{\Delta l}{l_r} \frac{\delta \Delta l}{l_r} + \frac{l_0}{l_r} \frac{\delta \Delta l}{l_r} \\ \delta \varepsilon_t &= \frac{l_t}{l_r^2} \delta l\end{aligned}\quad (4.10)$$

Les étapes de calcul suivantes visent à exprimer  $\delta \varepsilon_t$  et par conséquent,  $\delta l$  en fonction des déplacement nodaux.

La longueur  $l_{t,i}$  d'une partie du câble à l'instant actuel est calculée en fonction des coordonnées des nœuds à ses extrémités par :

$$l_{t,i}^2 = (x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2, \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (4.11)$$

Or, les coordonnées actuelles d'un nœud sont égales à la somme de la position initiale du nœud et du déplacement effectué à cet instant :

$$x_i = X_i + u_i, \quad y_i = Y_i + v_i, \quad z_i = Z_i + w_i, \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4.12)$$

où  $u_i$ ,  $v_i$  et  $w_i$  sont les déplacements du nœud  $i$  suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  à l'instant considéré.

En introduisant (4.12) dans (4.11), la variation de la longueur  $\delta l_{t,i}$  pour chaque partie du câble s'exprime en fonction des déplacements nodaux (au premier ordre) :

$$\delta l_{t,i} = \frac{1}{l_{t,i}} [\Delta x_i (\delta u_{i+1} - \delta u_i) + \Delta y_i (\delta v_{i+1} - \delta v_i) + \Delta z_i (\delta w_{i+1} - \delta w_i)], \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (4.13)$$

avec :

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, \quad \Delta y_i = y_{i+1} - y_i, \quad \Delta z_i = z_{i+1} - z_i, \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (4.14)$$

On note  $\underline{\delta U}$ , le vecteur de dimension  $3n$  qui représente la variation des déplacements des  $n$  nœuds :

$$\underline{\delta U} = \left\{ \delta u_1 \quad \delta v_1 \quad \delta w_1 \quad \dots \quad \delta u_i \quad \delta v_i \quad \delta w_i \quad \dots \quad \delta u_n \quad \delta v_n \quad \delta w_n \right\}^T \quad (4.15)$$

Par suite, la variation totale de la longueur du câble  $\delta l$ , égale à la somme des variations de longueurs  $\delta l_{t,i}$ , peut s'écrire en fonction des déplacements nodaux sous la forme :

$$\delta l_{t,i} = \underline{N}_t \cdot \underline{\delta U} \quad (4.16)$$

avec  $\underline{N}_t$ , le vecteur qui représente les normales aux nœuds intérieurs et les tangentes aux extrémités.

$$\underline{N}_t^T = \left\{ \begin{array}{cccccccc} -\frac{\Delta x_1}{l_1} & -\frac{\Delta y_1}{l_1} & -\frac{\Delta z_1}{l_1} & \dots & \frac{\Delta x_{i-1}}{l_{i-1}} - \frac{\Delta x_i}{l_i} & \frac{\Delta y_{i-1}}{l_{i-1}} - \frac{\Delta y_i}{l_i} & \frac{\Delta z_{i-1}}{l_{i-1}} - \frac{\Delta z_i}{l_i} & \\ & & \dots & \frac{\Delta x_{n-1}}{l_{n-1}} & \frac{\Delta y_{n-1}}{l_{n-1}} & \frac{\Delta z_{n-1}}{l_{n-1}} & & \end{array} \right\} \quad (4.17)$$

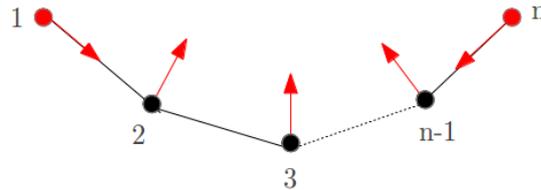


FIGURE 4.4 – Les vecteurs normaux en chaque nœud

Enfin, la variation de la déformation en fonction des déplacements  $\delta U$  est obtenue

en introduisant (4.16) dans (4.10) :

$$\delta\varepsilon_t = \frac{l_t}{l_r^2} \underline{N}_t \cdot \underline{\delta U} \quad (4.18)$$

#### 4.1.4.3 Expression du travail en fonction des déplacements nodaux

Le câble étant élastique, sa loi de comportement est donnée par :

$$\sigma_t = E \varepsilon_t \quad (4.19)$$

avec  $E$  le module de Young du matériau.

D'après (4.18) et (4.19), le travail incrémental  $\delta W$  défini en (4.9) s'écrit :

$$\delta W \simeq \frac{EA_0}{l_r} \varepsilon_t l_t \underline{N}_t \cdot \underline{\delta U} \quad (4.20)$$

On peut alors définir un vecteur force intérieure  $\underline{F}_t$ , tel que :

$$\delta W = \underline{F}_t^T \cdot \underline{\delta U} \quad (4.21)$$

Le vecteur force intérieure  $\underline{F}_t^c$  s'exprime en fonction de la tension dans le câble  $T_t$  à l'instant  $t$  et de la normale discrète au câble :

$$\underline{F}_t = T_t \underline{N}_t \quad \text{avec} \quad T_t = K_0 \Delta l_t \quad (4.22)$$

où le terme constant  $K_0$  représente la raideur matérielle du câble le long de son axe, le terme  $\Delta l_t$  est une mesure de la variation de la longueur actuelle.

$$K_0 = \frac{EA_0}{l_r} \quad \text{et} \quad \Delta l_t = \varepsilon_t l_t \quad (4.23)$$

L'expression (4.22) des efforts intérieurs dans le câble est en accord avec celles développées de façon empirique (à partir de la constance de la tension) par Volkwein [50] et Hincz [35] pour des modèles discrets explicites. L'intérêt de la formulation variationnelle proposée ici est qu'elle va nous permettre d'identifier rigoureusement une raideur tangente du câble, ce que ne permettraient pas les approches empiriques de Volkwein et Hincz.

### 4.1.5 Calcul de la raideur tangente du câble

La dérivée partielle de la force  $\underline{F}_t$  par rapport aux déplacements nodaux donne la matrice de rigidité tangente  $\underline{\underline{K}}_t$  du câble glissant :

$$\underline{\underline{K}}_t = \frac{\partial \underline{F}_t}{\partial \underline{U}} = \frac{\partial T_t}{\partial \underline{U}} \underline{N}_t + T_t \frac{\partial \underline{N}_t}{\partial \underline{U}} = \underline{\underline{K}}_t^1 + \underline{\underline{K}}_t^2 \quad (4.24)$$

Le premier terme  $\underline{\underline{K}}_t^1$  correspond à l'effet de la variation de tension, le second  $\underline{\underline{K}}_t^2$  à l'effet de la variation de la géométrie qui, a priori, au premier ordre sera le terme dominant.

La dérivée partielle de  $T_t$  par rapport aux déplacements vaut d'après (4.23) puis (4.16) et (4.18) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \underline{U}} &= K_0 \frac{\partial \Delta l_t}{\partial \underline{U}} \\ &= K_0 \left[ \varepsilon_t + \left( \frac{l_t}{l_r} \right)^2 \right] \underline{N}_t \end{aligned} \quad (4.25)$$

Le premier terme formant la matrice de rigidité tangente est donc une matrice pleine symétrique égale à :

$$\underline{\underline{K}}_t^1(3n, 3n) = K_0 (1 + 3\varepsilon_t) N_{ij} \times N_{ji} \quad (i = 1, \dots, 3n, j = 1) \quad (4.26)$$

La dérivée partielle de  $\underline{N}_t$  par rapport aux déplacements est égale à la matrice carrée  $\underline{\underline{\Lambda}}_t(3n, 3n)$  :

$$\left( \frac{\partial \underline{N}}{\partial \underline{U}} \right)_{ij} = \frac{\partial N_i}{\partial U_j} = \left( \underline{\underline{\Lambda}}_t \right)_{ij} \quad (i, j = 1, \dots, 3n) \quad (4.27)$$

Où  $\underline{\underline{\Lambda}}_t$  vaut :

$$\underline{\underline{\Lambda}}_t = \begin{bmatrix} \lambda_1 & -\lambda_1 & 0 & & & \dots & 0 \\ & \lambda_1 + \lambda_2 & -\lambda_2 & 0 & & \dots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & & \dots & \vdots \\ & & & \lambda_{i-1} + \lambda_i & -\lambda_i & 0 & \dots & 0 \\ & & & & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ & & & & & & \lambda_{n-1} + \lambda_n & -\lambda_n \\ & & & & & & & \lambda_n \end{bmatrix}_{(3n, 3n)} \quad (4.28)$$

*sym*

avec :

$$\underline{\underline{\lambda}}_i = -\frac{1}{l_{t,i}^3} \begin{bmatrix} \Delta x_i^2 - l_{t,i}^2 & \Delta x_i \Delta y_i & \Delta x_i \Delta z_i \\ & \Delta y_i^2 - l_{t,i}^2 & \Delta y_i \Delta z_i \\ sym & & \Delta z_i^2 - l_{t,i}^2 \end{bmatrix}_{(3,3)} \quad (4.29)$$

Le second terme qui constitue la matrice de rigidité tangente est donc la matrice symétrique creuse suivante :

$$\underline{\underline{K}}_t^2(3n, 3n) = T_t \underline{\underline{\Lambda}}_t \quad (4.30)$$

#### 4.1.6 Comportement initial

Le câble est initialement précontraint et rectiligne. On suppose ici pour clarifier le propos que sa direction principale est suivant l'axe des  $x$ . Les longueurs des parties du câbles sont données par :

$$l_i = \Delta x_i \quad (4.31)$$

A l'ordre zéro ou à l'instant initial, la matrice  $\underline{\underline{\Lambda}}_t$  est tridiagonale symétrique de la forme :

$$\underline{\underline{\Lambda}}_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & -\frac{1}{l_1} & 0 & 0 & \frac{1}{l_1} & 0 & \dots & 0 \\ & & -\frac{1}{l_1} & 0 & 0 & \frac{1}{l_1} & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \ddots & & \dots & \vdots \\ & & & & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & 0 & -\frac{1}{l_{i-1}} - \frac{1}{l_i} & 0 & \frac{1}{l_2} & \dots & 0 \\ & & & & & & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ & & & & & & & -\frac{1}{l_n} - \frac{1}{l_{n-1}} & 0 & 0 & \frac{1}{l_n} \\ & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(3n,3n)} \quad (4.32)$$

*sym*

La matrice de raideur  $\underline{\underline{K}}_t^2$  s'écrit alors :

$$\underline{\underline{K}}_t^2 = T_t \begin{cases} \text{diag. principale : } \left[ 0; -\frac{1}{l_1}; -\frac{1}{l_1}; \dots; 0; -\frac{1}{l_{i-1}} - \frac{1}{l_i}; -\frac{1}{l_{i-1}} - \frac{1}{l_i}; \dots; 0; -\frac{1}{l_n}; -\frac{1}{l_n} \right] \\ \text{diag. secondaire : } \left[ 0; \frac{1}{l_1}; \frac{1}{l_1}; \dots; 0; \frac{1}{l_i}; \frac{1}{l_i}; \dots; 0; \frac{1}{l_n}; \frac{1}{l_n} \right] \end{cases} \quad (4.33)$$

Pour une partie du câble située entre deux nœuds glissants, les termes de la matrice

$\underline{\underline{K_t^2}}$  peuvent être définis par :

$$\begin{aligned}\underline{\underline{K_t^2}} &\simeq K_0 \varepsilon_t \frac{l_t}{l_i} \\ &\simeq \frac{T_t}{l_i} \quad \text{d'après (4.22)} \\ &\simeq \frac{T_0}{l_i} \quad \text{à l'instant initial}\end{aligned}$$

A l'état initial, la matrice de raideur  $\underline{\underline{K_t^1}}$  est nulle sauf aux extrémités du filet. Le vecteur  $\underline{N_0}$  est égal à ( $\Delta y = \Delta z = 0$ ) :

$$\underline{N_0^T} = \left\{ -1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 1 \quad 0 \quad 0 \right\} \quad (4.34)$$

Au total, entre les nœuds  $i$  et  $i+1$ , la raideur suivant les directions  $y$  et  $z$  est égale à  $\frac{T_0}{l_i}$ .

En partie courante, il n'y a pas de raideur selon l'axe principal du câble (axe  $x$ ). La raideur transversale est proportionnelle à la tension initiale et à la longueur de la partie du câble : il s'agit de la raideur géométrique due à la précontrainte.

Aux extrémités, la raideur matérielle selon l'axe du câble est importante tandis que transversalement, cette dernière est égale à la raideur géométrique.

Si les extrémités du câble sont fixes, alors la raideur initiale du câble ne provient que de la précontrainte et ce sont les effets du changement de géométrie qui dominent le comportement tangent comme on pourrait s'y attendre.

Remarque : Les valeurs des raideurs du câble glissant déterminés dans ce qui précède dans un formalisme de type éléments finis peuvent très bien être utilisées pour la détermination du pas de temps critique associé aux raideurs caractéristiques des nœuds dans les méthodes discrètes. On a ainsi développé une méthode fiable pour assurer la convergence et la stabilité des méthodes discrètes.

## 4.2 Implémentation numérique en statique

### 4.2.1 Problématique

Comme les effets inertiels dans la structure peuvent être négligés par rapport à l'inertie du bloc rocheux, le problème dynamique sera résolu suivant une approche statique dans un premier temps de la même façon que dans les exemples du chapitre précédent.

Sachant qu'il n'existe pas d'éléments à  $n$  nœuds dans `code_aster`, le logiciel de calcul utilisé, un algorithme original a été développé pour la modélisation du

câble glissant et son intégration dans un calcul d'écrans de filets pare-blocs. Dans cet algorithme, l'élément câble est représenté par un ensemble de forces suiveuses et de ressorts aux nœuds qui correspondent respectivement aux résultantes des efforts intérieurs dans le câble et aux termes diagonaux de la matrice de raideur tangente. Autant la substitution des efforts intérieurs par une force suiveuse n'est qu'une question de représentation, autant l'utilisation de ressorts pour la raideur tangente est une approximation grossière, car, on vient de le voir, celle-ci est plus proche d'une matrice tridiagonale que d'une matrice diagonale. Néanmoins, si l'on procède avec des pas de temps assez petits, les erreurs de la matrice tangente seront compensées par les exactitudes des corrections apportées à la force suiveuse...

La méthode générale de résolution est la méthode de Newton Raphson que l'on utilise à la fois pour la mise en œuvre de la force suiveuse et pour la mise en œuvre des grands déplacements du filet. L'algorithme est composé de deux méthodes de Newton-Raphson imbriquées. La première donne les déplacements des nœuds dus à l'incrément de charge appliqué sur la membrane en grands déplacements. La deuxième méthode de Newton sert à actualiser la raideur du câble et les forces sur les nœuds. En effet, le déplacement des nœuds permet de calculer une force dans le câble  $F_c$  qui modifie l'équilibre et donne un nouveau déplacement dans la deuxième méthode Newton-Raphson jusqu'à la convergence. Cette décomposition en deux boucles suppose que, à chaque incrément les déplacements du filet sont d'un ordre de grandeur supérieur à ceux du câble glissant, ou autrement, que le filet se déplace plus au centre que sur les bords.

## 4.2.2 La méthode de Newton Raphson

La méthode de Newton-Raphson est une méthode incrémentale qui calcule pour un incrément de force  $\underline{\Delta F}_n$  un incrément de déplacement  $\underline{\Delta U}_n$  à l'aide d'une succession de systèmes d'équations linéaires.

En appliquant  $\underline{\Delta F}_n$  et en supposant que le déplacement à l'étape précédente  $\underline{U}_{n-1}$  est connu, le nouveau déplacement nodal  $\underline{U}_n$  est calculé en plusieurs itérations. A la première itération, on a :

$$\underline{\underline{K}}_t(\underline{U}_{n-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^1 = \underline{\Delta F}_n \quad (4.35)$$

avec  $\underline{\underline{K}}_t(\underline{U}_{n-1})$  la matrice de rigidité tangente pour un déplacement  $\underline{U}_{n-1}$ . L'équilibre sur la configuration déformée n'étant pas satisfait, il existe un résidu défini par :

$$\underline{R}_n^1 = \underline{\underline{K}}_t(\underline{U}_{n-1} + \underline{\Delta U}_n^1) \cdot \underline{\Delta U}_n^1 - \underline{\Delta F}_n \quad (4.36)$$

Une nouvelle itération donne une correction du déplacement par la résolution de :

$$\underline{\Delta U}_n^2 = \underline{K}_t^{-1}(\underline{U}_{n-1} + \underline{\Delta U}_n^1) \cdot \underline{R}_n^1 \quad (4.37)$$

Le nouveau déséquilibre s'écrit alors :

$$\underline{R}_n^2 = \underline{R}_n^1 - \underline{K}_t(\underline{U}_{n-1} + \underline{\Delta U}_n^1 + \underline{\Delta U}_n^2) \cdot \underline{\Delta U}_n^2 \quad (4.38)$$

De même une nouvelle correction du déplacement donne  $\underline{\Delta U}_n^3$  :

$$\underline{\Delta U}_n^3 = \underline{K}_t^{-1}(\underline{U}_{n-1} + \underline{\Delta U}_n^1 + \underline{\Delta U}_n^2) \cdot \underline{R}_n^2 \quad (4.39)$$

$j$  itérations se succèdent jusqu'à atteindre un résidu négligeable, le déplacement à l'équilibre s'écrit :

$$\underline{U}_n = \underline{U}_{n-1} + \underline{\Delta U}_n \quad (4.40)$$

où

$$\underline{\Delta U}_n = \sum_{i=1}^j \underline{\Delta U}_n^i \quad (4.41)$$

est l'incrément de déplacement dû à  $\underline{\Delta F}_n$ . Cette méthode est illustrée figure 4.5 pour un comportement raidissant du type de celui des câbles.

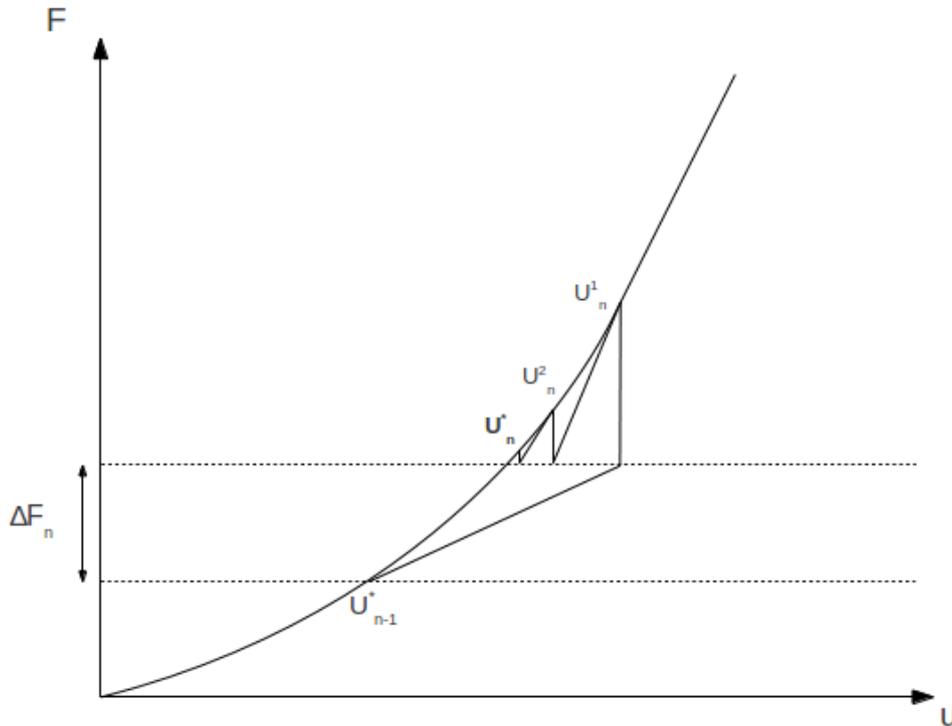


FIGURE 4.5 – La méthode de Newton Raphson

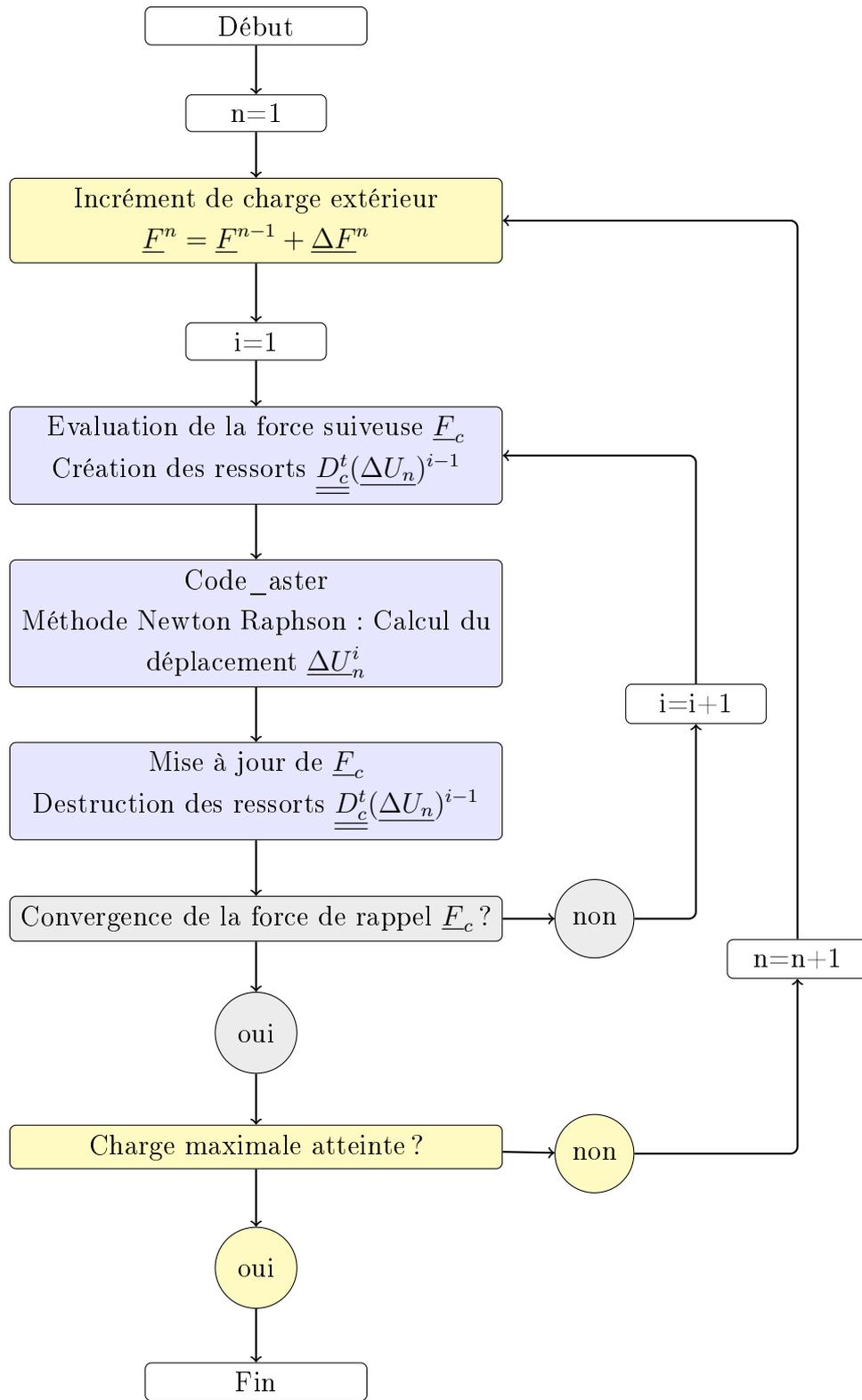
### 4.2.3 Principe général de l'algorithme

L'algorithme du modèle filet + câble glissant est composé de deux boucles imbriquées. L'algorithme 1 montre les différentes étapes de résolution du système.

Pour un incrément de charge extérieur  $n$ , on calcule la raideur et les efforts liés au câble glissant et on les introduit comme constantes dans `code_aster` qui effectue un premier calcul non linéaire en grands déplacements. Le résultat est  $\Delta U_n^1$ .

Une deuxième boucle, englobant la première a pour but le calcul et la mise à jour de la force suiveuse due à la présence du câble. A la fin de chaque itération, les ressorts représentant les termes diagonaux de la matrice de raideur tangente  $\underline{D}_c$  sont détruits, puis recréés dans la configuration actuelle. Ainsi, pour la nouvelle itération, la configuration de référence des ressorts sera bien la configuration actuelle et les valeurs des raideurs seront bien évaluées sur la configuration actuelle comme le serait habituellement une matrice de raideur tangente. L'actualisation de la force due au câble glissant modifie l'équilibre précédent ce qui donne lieu à un nouveau déplacement  $\underline{\Delta U}^i$ . La convergence est atteinte lorsque la force suiveuse est quasi-constante.

Ensuite, la force  $\underline{F}_{c,n}^1$  est évaluée sur la nouvelle configuration et comparée avec la valeur actuelle pour tester la convergence du résultat.



ALGORITHME 1 - Algorithme d'implémentation du câble glissant en statique

## 4.2.4 Détails de l'implémentation

Une explication détaillée par étape de l'algorithme de calcul adopté est présentée dans ce qui suit. On commence par la définition des notations qui seront utilisées :

- $\underline{\Delta F}_n$  : incrément de charge  $n$  que subit la membrane.
- $\underline{\Delta U}_n^{j,i}$  : incrément de déplacement dû au  $n^{eme}$  incrément de charge,  $j^{eme}$  itération sur la force suiveuse,  $i^{eme}$  itération sur la raideur de la tangente.  

$$\underline{\Delta U}_n^{j,i} = \underline{\Delta U}_n^j + \sum_{k=1}^i \underline{\Delta U}_n^{j,k}$$
- $\underline{U}_n^j$  : déplacement total après convergence du calcul code\_aster à la  $j^{eme}$  itération sur la force suiveuse et au  $n^{eme}$  incrément de déplacement.
- $\underline{\Delta U}_n^j$  : incrément de déplacement total après convergence à la  $j^{eme}$  itération sur la force suiveuse et au  $n^{eme}$  incrément de déplacement.
- $\underline{U}_n$  : déplacement total après convergence de la force suiveuse au  $n^{eme}$  incrément.
- $\underline{\Delta F}_n$  : incrément extérieur de charge.
- $\underline{\Delta F}_{c,n}$  : modification de la force suiveuse liée à l'incrément de charge  $n$ .
- $\underline{\Delta F}_{c,n}^j$  :  $j^{eme}$  évaluation de la modification de la force suiveuse à l'incrément  $n$ .
- $\underline{D}_c(\underline{U}_n^j)$  : la matrice contenant la diagonale de la matrice de raideur tangente du câble  $\underline{K}_t^c(\underline{U}_n^j)$ .
- $\underline{K}_m(\underline{U}_n^j)$  : la matrice de raideur tangente de la membrane calculée par le code élément fini et actualisée à chaque itération.
- $\underline{\tilde{K}}(\underline{U}_n^j) \cdot \underline{\Delta U}_n^j = \sum_{i=j}^m \left[ \underline{K}_m(\underline{U}_n^{j,i}) - \underline{K}_m(\underline{U}_n^{j,i-1}) \right] \cdot \underline{\Delta U}_n^{j,i}$
- $\underline{F}_c(\underline{U}_n^j)$  : force suiveuse dans le câble à l'itération  $j$  de l'incrément  $n$ .

### 4.2.4.1 Première boucle : Calcul code\_aster

A cette étape, la force suiveuse  $\underline{F}_c$  et la matrice de raideur du câble  $\underline{D}_c$  sont constantes. Un incrément de charge extérieur est appliqué  $\underline{\Delta F}_n$ . Lors de la première itération sur  $\underline{F}_c$  et  $\underline{K}_m$ , le résidu s'écrit :

$$\underline{R}_n^{1,1} = \underline{\Delta F}_n + \underline{\Delta F}_{c,n}^1 \quad (4.42)$$

Par définition,  $\underline{\Delta F}_{c,n}^1 = 0$  car l'incrément de charge se fait sans changement de géométrie.

Le calcul dans code\_aster permet de résoudre :

$$\underline{R}_n^{1,1} = \left[ \underline{K}_m^t(\underline{U}_{n-1}) + \underline{D}_c(\underline{U}_{n-1}) \right] \underline{\Delta U}_n^{1,1} \quad (4.43)$$

Le déplacement solution  $\underline{\Delta U}_n^{1,1}$  est donné par :

$$\underline{\Delta U}_n^{1,1} = \left[ \underline{K}_m^t(\underline{U}_{n-1}) + \underline{D}_c(\underline{U}_{n-1}) \right] \underline{R}_n^{1,1} \quad (4.44)$$

On écrit ensuite l'équilibre sur la configuration déformée :

$$\begin{aligned} \underline{R}_n^{1,2} &= \underline{R}_n^{1,1} - \underline{K}_m^t(\underline{U}_{n-1} + \underline{\Delta U}_n^{1,1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^{1,1} - \underline{D}_c(\underline{U}_{n-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^{1,1} \\ &= \left[ \underline{K}_m^t(\underline{U}_{n-1}) - \underline{K}_m(\underline{U}_{n-1} + \underline{\Delta U}_n^{1,1}) \right] \underline{\Delta U}_n^{1,1} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Le nouveau déplacement  $\underline{\Delta U}_n^{1,2}$  est trouvé en résolvant :

$$\underline{R}_n^{1,2} = \underline{K}_m(\underline{U}_{n-1}^{1,1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^{1,2} + \underline{D}_c(\underline{U}_{n-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^{1,2} \quad (4.46)$$

Le nouveau résidu est calculé jusqu'à la convergence :  $\underline{R}_n^{1,m} = 0$ . La structure est alors en équilibre sur la configuration déformée et on a :

$$\underline{\Delta F}_n + \underline{\Delta F}_{c,n}^1 = - \sum_{i=2}^m \left[ \underline{K}_m^t(\underline{U}_n^{1,i}) - \underline{K}_m^t(\underline{U}_n^{1,i-1}) \right] + \underline{K}_m^t(\underline{U}_{n-1}) \underline{\Delta U}_n^{1,1} + \underline{D}_c(\underline{U}_{n-1}) \sum_{i=2}^m \underline{\Delta U}_n^{1,i} \quad (4.47)$$

Pour simplifier les notations, on notera :

$$\underline{\Delta F}_n + \underline{\Delta F}_{c,n}^1 = \underline{\tilde{K}}(\underline{U}_n^1) \cdot \underline{\Delta U}_n^1 + \underline{D}_c(\underline{U}_{n-1}) \underline{\Delta U}_n^1 \quad (4.48)$$

Les efforts extérieurs ont été équilibrés lors du premier calcul pour  $j = 1$ . Pour les étapes suivantes, la perturbation de l'équilibre ne vient que de la modification de la force suiveuse et donc le résidu vaut :

$$\underline{R}_n^{j,1} = \underline{\Delta F}_{c,n}^j \quad (4.49)$$

Comme précédemment, on résoud en maintenant constantes les forces suiveuses  $\underline{\Delta F}_{c,n}^j$  et la raideur  $\underline{D}_c(\underline{U}_n^j)$  du câble :

$$\underline{R}_n^{j,1} = \underline{K}_m^t(\underline{U}_n^{j,1}) + \underline{D}_c(\underline{U}_n^{j-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^{j,1} \quad (4.50)$$

Le nouveau résidu est ensuite évalué :

$$\underline{R}_n^{j,2} = - \left[ \underline{K}_m^t(\underline{U}_n^{j,1}) - \underline{K}_m(\underline{U}_n^{j-1}) \right] \cdot \underline{\Delta U}_n^{j,1} \quad (4.51)$$

On procède ainsi jusqu'à la convergence ou l'annulation du résidu. On a alors :

$$\underline{\Delta F}_{c,n}^j = \underline{\tilde{K}}(\underline{U}_n^j) \cdot \underline{\Delta U}_n^j + \underline{D}_c(\underline{U}_n^{j-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^j \quad (4.52)$$

#### 4.2.4.2 Deuxième boucle : évaluation de la force suiveuse

A l'issue du calcul `code_aster`, la force suiveuse est estimée par :

$$\underline{F}_c(\underline{U}_{n-1}) - \underline{\underline{D}}_c(\underline{U}_{n-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^1 \quad (4.53)$$

alors que la valeur réelle est  $\underline{F}_c(\underline{U}_n^1)$  sur la configuration déformée. Celle-ci n'est donc pas en équilibre et le nouveau résidu est :

$$\underline{R}_n^{2,1} = \underline{\Delta F}_{c,n}^2 = \underline{F}_c(\underline{U}_n^1) - \underline{F}_c(\underline{U}_{n-1}) + \underline{\underline{D}}_c(\underline{U}_{n-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^1 \quad (4.54)$$

La nouvelle raideur des ressorts est ensuite évaluée selon la raideur tangente du câble glissant dans la configuration actuelle et vaut  $\underline{\underline{D}}_c(\underline{U}_n^1)$ .

Le problème à résoudre par `code_aster` est donc :

$$\underline{R}_n^{2,1} = \underline{\underline{K}}_m^t(\underline{U}_n^1) \cdot \underline{\Delta U}_n^{2,1} + \underline{\underline{D}}_c(\underline{U}_n^1) \cdot \underline{\Delta U}_n^{2,1} \quad (4.55)$$

que l'on résoud itérativement comme vu précédemment par la méthode de Newton Raphson jusqu'à trouver  $\underline{\Delta U}_n^2$  :

$$\underline{\Delta F}_{c,n}^2 = \underline{\underline{K}}(\underline{U}_n^2) \cdot \underline{\Delta U}_n^2 + \underline{\underline{D}}_c(\underline{U}_n^1) \cdot \underline{\Delta U}_n^2 \quad (4.56)$$

On évalue ensuite la nouvelle correction de la force suiveuse liée à l'incrément de déplacement  $\underline{\Delta U}_n^2$  :

$$\underline{\Delta F}_{c,n}^3 = \underline{F}_c(\underline{U}_n^2) - \underline{F}_c(\underline{U}_n^1) + \underline{\underline{D}}_c(\underline{U}_n^1) \cdot \underline{\Delta U}_n^2 \quad (4.57)$$

et ainsi de suite jusqu'à la convergence et l'obtention de  $\underline{\Delta F}_{c,n}^m \simeq 0$ .

L'équilibre sur la configuration déformée s'écrit alors :

$$\underline{\Delta F}_n + \sum_{j=1}^m \underline{\Delta F}_{c,n}^j = \sum_{j=1}^m \underline{\underline{K}}(\underline{U}_n^j) \cdot \underline{\Delta U}_n^j + \sum_{j=1}^m \underline{\underline{D}}_c(\underline{U}_n^{j-1}) \cdot \underline{\Delta U}_n^j \quad (4.58)$$

Soit en remplaçant  $\underline{\Delta F}_{c,n}^j$  par sa valeur :

$$\underline{\Delta F}_n + \underline{F}_c(\underline{U}_n) - \underline{F}_c(\underline{U}_{n-1}) = \sum_{j=1}^m \underline{\underline{K}}(\underline{U}_n^j) \cdot \underline{\Delta U}_n^j \quad (4.59)$$

Enfin, on déduit que les efforts intérieurs dans la membrane équilibrent l'incrément extérieur de charge et la modification de la force suiveuse.

Remarque : Il est important dans cet algorithme de calculer correctement la correction de la force suiveuse. En particulier, il ne faut pas oublier de prendre en

compte la contribution des ressorts qui représentent une approximation de la raideur tangente, faute de quoi, on observe une dérive significative de la solution.

#### 4.2.4.3 Critères de Convergence

**4.2.4.3.1 Convergence de la force suiveuse** Deux critères de convergence de la force suiveuse  $\underline{F}_c$  sont proposés : un critère sur les déplacements et un critère sur les efforts.

Le critère sur les efforts est défini par le rapport de l'incrément de force suiveuse actualisée à une itération  $i$  et de la force suiveuse totale calculée à cette itération. Ce rapport doit être inférieur à  $10^{-3}$ .

$$\frac{\|\Delta F_{cj}^i\|}{\|F_{cj}^i\|} \leq 10^{-3} \quad (4.60)$$

Le critère sur les déplacements est défini par l'évaluation de la variation du déplacement des nœuds appartenant au câble glissant. Le calcul converge à l'itération  $i$  si la variation maximale de tous les déplacements devient inférieure à  $10^{-3}$  m.

$$\|\underline{\Delta U}_j^i\| \leq 10^{-3}m \quad (4.61)$$

Le choix du critère dépendra de la durée du temps de convergence et de la précision exigée.

### 4.3 Implémentation numérique en dynamique

En effet, on a vu à la fin du paragraphe sur le développement du modèle que, dans la configuration initiale, la matrice de raideur du câble glissant n'était pas inversible (aucune raideur dans la direction du câble), ce qui est à même de créer une instabilité numérique si la structure à laquelle est reliée le câble glissant ne présente pas non plus de raideur dans cette direction. Or c'est souvent le cas dans les structures de filet auxquelles on est obligé de donner une raideur en flexion minimale pour garantir la stabilité de l'algorithme (voir fin du chapitre 3 et fin de ce chapitre). Une autre stratégie de stabilisation (souvent appelée low-speed-dynamic) consiste à transformer le problème statique en un problème dynamique lent dans lequel les forces d'inertie (avec ou sans réalité physique) viennent stabiliser le problème numérique. C'est la finalité de l'implémentation en dynamique de l'algorithme présenté ici.

### 4.3.1 Schéma de temps implicite de Newmark

La modélisation est faite en dynamique non linéaire suivant un schéma de temps de Newmark implicite [1].

La forme générale de l'équation de la dynamique est :

$$\underline{\underline{M}}X''_t + \underline{\underline{C}}X'_t + \underline{\underline{K}}X_t = \underline{f}(t) \quad (4.62)$$

avec  $\underline{\underline{M}}$  la matrice de masse,  $\underline{\underline{K}}$  la matrice de rigidité et  $\underline{\underline{C}}$  l'opérateur d'amortissement. D'après Newmark, les positions et les vitesses au pas de temps  $t + \Delta t$  sont déterminées par un développement limité à partir des dérivées de ces grandeurs à l'instant  $t$  et  $t + \Delta t$  en introduisant deux paramètres :  $\alpha$  et  $\beta$ .

$$X'_{t+\Delta t} = X'_t + \Delta t [(1 - \alpha) X''_t + \alpha X''_{t+\Delta t}] \quad (4.63)$$

$$X_t = X_t + \Delta t X'_t + \Delta t^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) X''_t + \beta X''_{t+\Delta t} \right] \quad (4.64)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  dépendent des caractéristiques de la structure étudiée et conditionne sa stabilité et son caractère implicite ou explicite.

La méthode de Newmark est très utilisée dans le domaine mécanique quasi-statique car elle permet d'introduire un amortissement numérique et possède une très bonne précision.

Quand  $\alpha = \frac{1}{2}$  et  $\beta = 0$ , la formule de Newmark devient équivalente au schéma de différences centrées avec un schéma de temps explicite.

Dans le cas de cette étude, la combinaison  $\alpha = \frac{1}{2}$  et  $\beta = \frac{1}{4}$  est employée. Elle conduit à un schéma de temps implicite inconditionnellement stable sans amortissement numérique [1].

Par ailleurs, le pas de temps  $\Delta t$  qui garantit une bonne précision sur les résultats doit être voisin de :

$$\Delta t \leq \frac{1}{(10 F_{max})} \quad \text{à} \quad \frac{1}{(100 F_{max})} \quad (4.65)$$

avec  $F_{max}$  la fréquence maximale.

### 4.3.2 Principe général de l'algorithme

Comme dans le cas statique décrit dans la partie 4.2.4, l'algorithme est formé de deux boucles imbriquées utilisant la méthode de Newton-Raphson suivant un schéma de résolution implicite de Newmark : la première boucle correspond aux incréments de charge extérieur et la seconde boucle sert à mettre à jour la force suiveuse pour chaque incrément de charge extérieur.

Les détails de l'implémentation sont donc très proches de ceux présentés précédemment, à ceci près que l'on fait intervenir le facteur temps et les effets des forces d'inertie. Le schéma général est donc celui de l'algorithme 1. Les différences sont les suivantes :

- les incréments de charges sont appliquées progressivement et de façon monotone jusqu'à atteindre leur valeur statique et sont maintenues jusqu'à convergence de l'algorithme en dynamique.
- les corrections de la force suiveuse sont appliquées progressivement et de façon monotone jusqu'à atteindre leur valeur statique et sont maintenues jusqu'à convergence de l'algorithme en dynamique.

L'objectif étant l'étude du problème en quasi-statique, les effets inertiels ne doivent jouer qu'un rôle secondaire de stabilisation. Pour cela, les charges et corrections des forces suiveuses seront appliquées lentement. En outre, dans les structures de filets pare-blocs, l'essentiel de la masse et de la quantité de mouvement (structure + bloc) est concentrée dans le bloc. Dans le cadre d'une étude quasi-statique, pilotée en déplacement au niveau du bloc (comme celle du chapitre 3), l'inertie réelle du filet n'a donc qu'une influence négligeable sur la solution du problème. La masse non pesante et l'amortissement de la structure peuvent donc être choisis de façon à optimiser le temps de convergence et garantir la stabilité du problème.

Le calibrage des paramètres dynamiques du système est donc au point clef de la stabilité de l'algorithme et fait donc l'objet du paragraphe suivant. L'algorithme en tant que tel sera validé ensuite au paragraphe 4.4.2.

## 4.4 Tests préliminaires

### 4.4.1 Calage des paramètres dynamiques

Pour caler les paramètres dynamiques, on choisit comme premier problème de référence, un système à 1 DDL dans lequel les raideurs matérielles sont proches de celles des filets, avec des ressorts dont les caractéristiques sont proches de celles des câbles glissants.

Le modèle illustré en figure 4.6(a) est formé d'une barre verticale attachée à un ressort de raideurs  $(K_x, K_y)$  à une extrémité (point 2) et libre à l'autre extrémité. Dans un premier temps, elle subit une force descendante suivant  $y$  au point 1 (une variante de ce test est également effectuée avec un déplacement imposé).

Une série de tests est présentée dans le tableau 4.1. Ils servent à tester l'influence des paramètres dynamiques suivants : le pas de temps  $\Delta t$ , l'amortissement et la masse du ressort  $A\_K\_T\_D$  et  $M\_K\_T\_D$ . L'amortissement de la barre

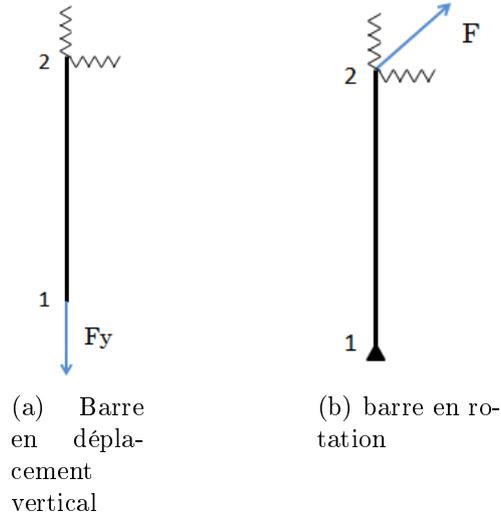


FIGURE 4.6 – Tests réalisés pour le calage des paramètres dynamiques

$AMOR\_BETA$  est fixé à 5% et le temps caractéristique est égal à une seconde.

TABLEAU 4.1 – Paramètres des tests de calage

Test	AMOR_BETA	M_K_T_D	A_K_T_D	$\Delta t$	$T_c$
A	5%	1	0.05	1 ms	1 s
B	5%	1	1	1 ms	1 s
C	5%	1	5	1 ms	1 s
G	5%	1	10	1 ms	1 s
D	5%	0.1	5	1 ms	1 s
E	5%	0.01	5	1 ms	1 s
F	5%	0.0001	5	1 ms	1 s

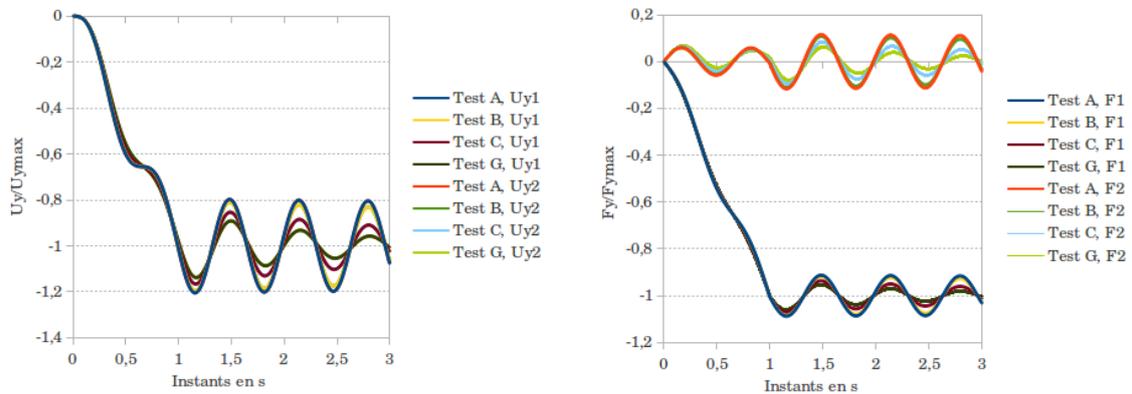


FIGURE 4.7 – Différents tests réalisés en pilotant par force

La figure 4.7 montre les valeurs des déplacements suivant  $y$  ( $U1$  et  $U2$ ) et des forces verticales ( $F1$  et  $F2$ ) aux points 1 et 2 en fonction du temps pour une fonction de charge qui croit linéairement pendant une durée de 1 s puis devient constante. On déduit que le pilotage en force est relativement instable. Il y a toujours une oscillation par rapport à la consigne même en augmentant l'amortissement. Les tests suivants seront donc pilotés en déplacement.

On remarque que la masse du ressort a un effet négligeable sur le déséquilibre. On remarque également que les graphes des forces sont des dérivés des graphes de déplacement.

En deuxième étape, les paramètres sont calés par rapport au déplacement horizontal de la barre. Une force  $F$  est appliquée au point 1 suivant une direction de  $45^\circ$  comme le montre la figure 4.6(b). La série de tests est présentée dans le tableau 4.2. Deux fonctions de charge en déplacement sont testées : une fonction de charge bilinéaire (test A2) et une fonction de charge avec un changement de pente adoucie (accélération puis décélération constante) comme le montre la courbe rouge dans les figures 4.8 et 4.9 (test B2). Les figures présentent les forces  $F_x$  et  $F_y$  aux deux extrémités de la barre pour les deux types de fonction de charge. On remarque que le déséquilibre par rapport à la consigne est plus faible si la fonction de charge est adoucie. C'est pourquoi, elle sera adoptée dans les tests qui suivent.

Le comportement n'est pas encore stabilisé selon la direction du déplacement horizontal, ce qui est logique parce que, dans les calages précédents, la barre se déplaçait verticalement et donc c'est le déplacement suivant la direction  $y$  qui est stabilisé. La figure 4.10 montre les déplacements des extrémités de la barre  $U_x$  et  $U_y$  normalisés pour une série de tests. De même, la figure 4.11 correspond à l'évolution des forces  $F_x$  et  $F_y$  aux extrémités. D'après les tests C2 et D2, l'augmentation de l'amortissement de la barre jusqu'à 5 puis 10 a diminué visiblement le déséquilibre horizontal. Enfin, la diminution de la masse des ressorts de 1 à 0,1 (test F2) a permis d'avoir un comportement identique à celui donné par la consigne. Pour la suite, on adoptera les paramètres du test F2 : un ressort de masse égale à 0,1 kg avec un amortissement de 10 et une barre ayant un amortissement de 1%. La fonction de charge est adoucie avec un temps caractéristique de 1 s. Enfin, le pas de temps est pris égal à 1 ms.

#### 4.4.2 Mise en œuvre de l'algorithme

Dans l'algorithme de base de calcul du filet avec son câble glissant, il y a un décalage entre le déplacement imposé au filet au niveau du bloc et la modification de l'action du câble puisqu'à la première itération du premier incrément, le câble glissant est dans une position rectiligne et n'exerce pas de force perpendiculaire à son

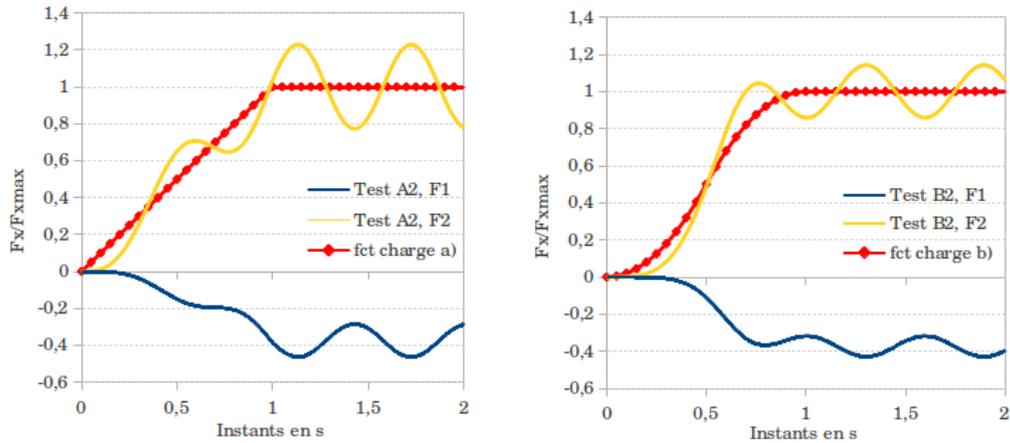


FIGURE 4.8 – Force  $F_x$  aux deux extrémités de la barre pour deux fonctions de charge différentes

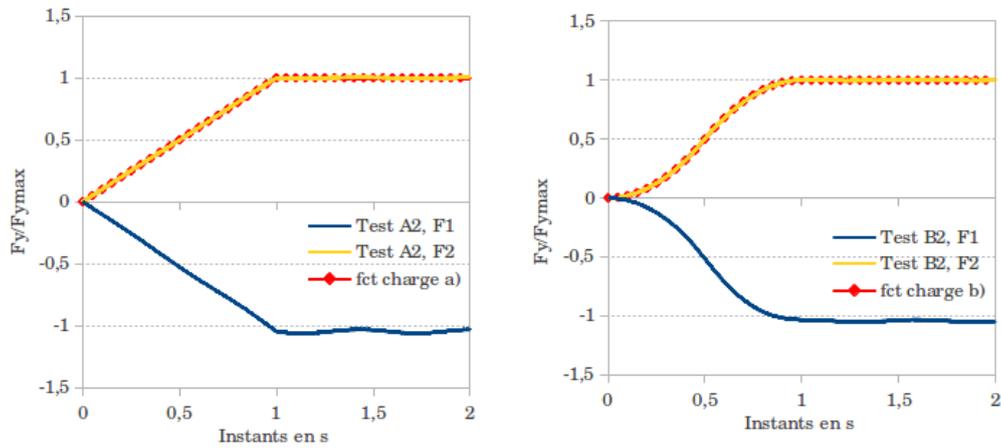


FIGURE 4.9 – Force  $F_y$  aux deux extrémités de la barre pour deux fonctions de charge différentes

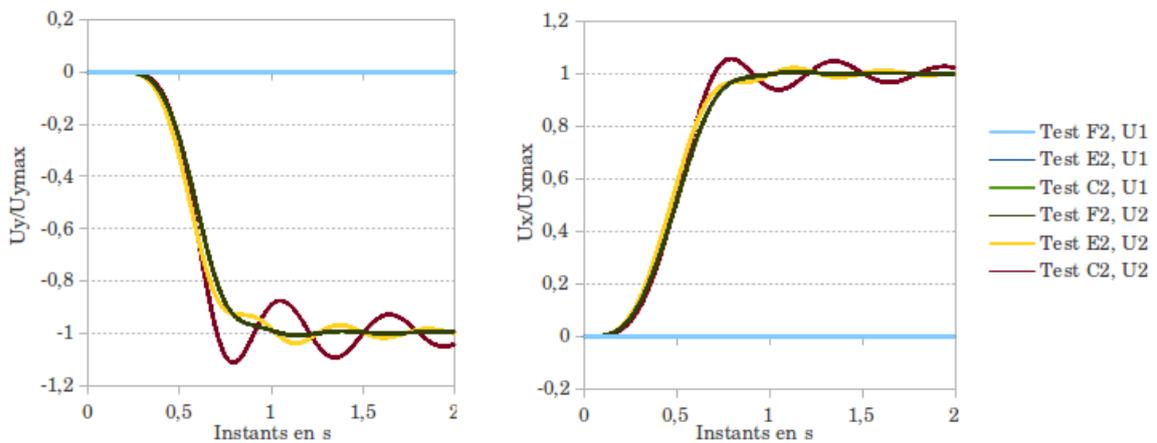
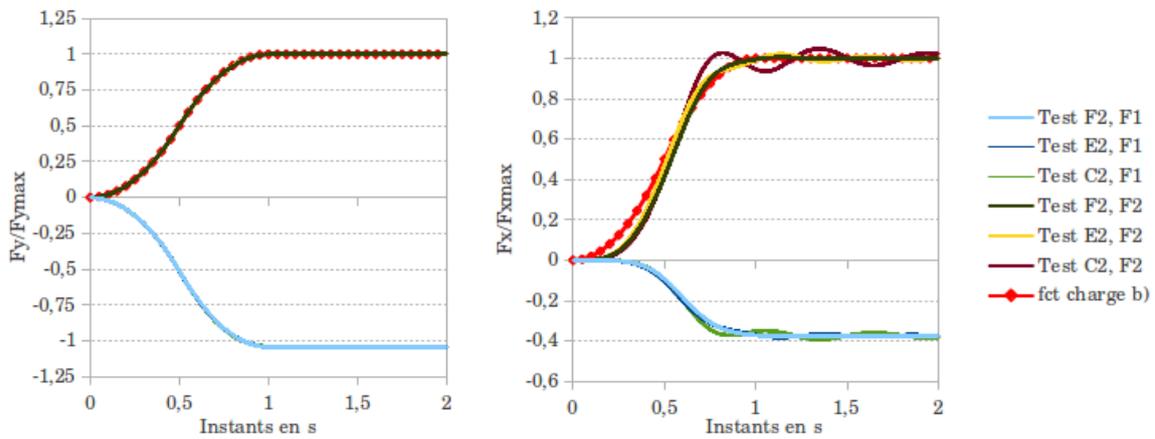


FIGURE 4.10 – Déplacements aux extrémités avec différents paramètres dynamiques

**TABLEAU 4.2** – Tests de calage des paramètres dynamiques suivant la direction horizontale

Test	AMOR_BETA	M_K_T_D	A_K_T_D	$\Delta t$	$T_c$	Fonction
A2	1%	1	0.01	1 ms	1 s	linéaire
B2	1%	1	0.01	1 ms	1 s	adoucie
C2	1%	1	5	1 ms	1 s	adoucie
D2	1%	1	10	1 ms	1 s	adoucie
E2	1%	0.1	5	1 ms	1 s	adoucie
F2	1%	0.1	10	1 ms	1 s	adoucie



**FIGURE 4.11** – Forces aux extrémités avec différents paramètres dynamiques

axe. On se propose donc d'étudier un problème simple à 2 DDL mettant en œuvre une cinétique similaire. Ce problème se compose d'une barre simple rigide articulée en tête et en pied et connectée à 2 ressorts représentant la raideur tangente du système (ces ressorts sont donc créés puis détruits à chaque itération). Le chargement se décompose en deux étapes :

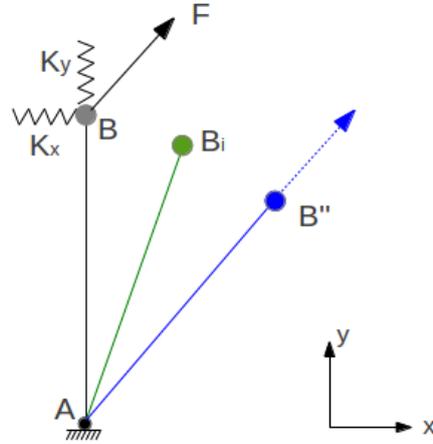
1. Un déplacement vertical imposé à l'extrémité basse
2. Apparition d'une force et calcul de la position d'équilibre.

Schématiquement, la barre représente donc le filet et l'ensemble force + ressort le câble glissant et la raideur tangente.

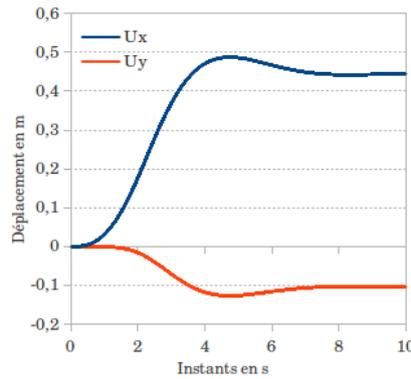
En utilisant les paramètres dynamiques obtenus dans le test de calage F2, l'algorithme de la deuxième étape du comportement du nœud glissant est testé sur la même structure simple pour valider sa mise en œuvre ainsi que le comportement des éléments discrets.

Soit  $K = 1000 \text{ N/m}$  la raideur de l'élément discret suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Une force ( $F_x=1000 \text{ N}$ ,  $F_y=1000 \text{ N}$ ) est appliquée à l'extrémité libre. La position d'équilibre du point B est atteinte pour un déplacement à la position  $B_i$  ( $U_x = 0.44 \text{ m}$

et  $U_y=0.1$  m). L'équilibre au nœud B est égal à la somme de la force extérieure appliquée, de l'effort normal dans la barre et de la force due au déplacement de l'élément discret depuis sa position initiale.



**FIGURE 4.12** – Structure soumise à une Force F avec et sans l'effet de l'élément discret



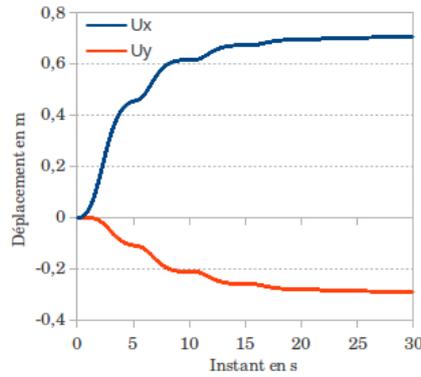
**FIGURE 4.13** – Déplacement du nœud libre attaché à des ressorts

Pour annuler l'effet des ressorts, un deuxième test numérique est conduit en plusieurs étapes de chargement. Après la première étape donnant le point  $B_i$ , une force de correction  $\Delta F_r$  est appliquée dans le sens contraire à la force de l'élément discret. Cette force est égale au produit de la raideur par l'écart du déplacement obtenu à chaque étape. Elle est appliquée jusqu'à la convergence. A l'itération  $i$  :

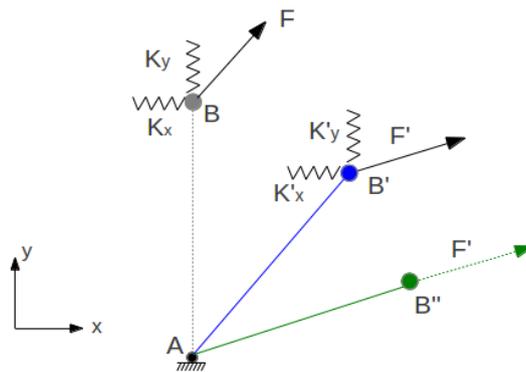
$$\Delta F_i^r = K (U_i - U_{i-1}) \quad (4.66)$$

Cette correction est identique à celle de la force suivieuse  $\underline{\Delta F}_c$  avec F constante. A l'équilibre, la barre tourne jusqu'au point B' et les forces au nœud sont F et l'effort normal dans la barre qui est alignée avec F. Le déplacement du point B est illustré

dans la figure 4.14. La barre est tournée de  $45^\circ$  et les valeurs des déplacements vers lesquels on converge sont :  $U_y = -[1 - \sqrt{2}/2]$  et  $U_x = \sqrt{2}/2$ .



**FIGURE 4.14** – Déplacement du nœud libre en ajoutant la force de correction du ressort



**FIGURE 4.15** – Structure soumise à des forces et raideurs variables

Étant à la position d'équilibre  $B'$ , les propriétés de l'élément discret sont changés et la nouvelle raideur  $K'$  devient égale à  $2K$ . De même, la force est modifiée pour atteindre  $F_x = 2000$  et  $F_y = 1000$ . Cette étape, présentée dans la figure 4.15, permet de reproduire le même type de sollicitations que subit le câble glissant dont la raideur augmente avec la déformation et dont la direction et l'intensité de l'action change.

La convergence du déplacement montrée dans la figure 4.16 donne la nouvelle position d'équilibre  $B''$  où la barre est de nouveau alignée avec une nouvelle force  $F'$ .

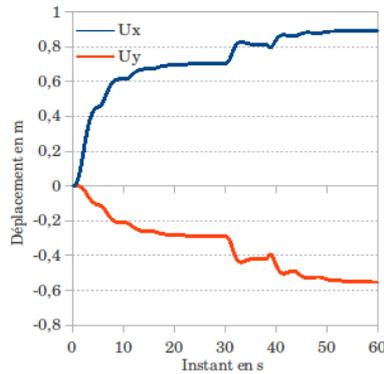


FIGURE 4.16 – Déplacement du nœud libre dans le cas d’une force et d’une raideur variables

## 4.5 Validation du modèle de câble glissant

### 4.5.1 Modèle analytique

#### 4.5.1.1 Description de la structure

Le modèle choisi pour valider l’implémentation numérique du câble glissant est formé d’un câble à quatre nœuds auquel un chariot est accroché portant une charge verticale et représentant la charge subie par un filet lors d’une chute d’un bloc rocheux. Ce modèle a été utilisé par Volkwein en 2004 pour l’étude de l’effet rideau [50]. Le choix de cette structure est basé également sur le fait que la solution analytique du problème en déplacement est simple à déterminer et qu’il permet de suivre les déplacements des nœuds glissants sous l’action de forces suiveuses qui varient en fonction de la géométrie du câble.

Le modèle de câble est composé de quatre nœuds : deux nœuds fixes aux extrémités et deux nœuds intérieurs libres de glisser le long du câble. Un chariot portant une charge verticale vers le bas est accroché aux nœuds intérieurs par l’intermédiaire de deux barres rigides. Le chariot est formé de trois barres rigides BE, EF et FC. La charge verticale appliquée sur les nœuds E et F est donc transmise au câble à travers les barres BE et CF.

La position d’équilibre de la structure est atteinte lorsque les nœuds B et C se rapprochent et la géométrie du câble change. A l’équilibre, la somme des forces exercées sur chaque nœud est nulle. Cette position est montrée figure 4.17.

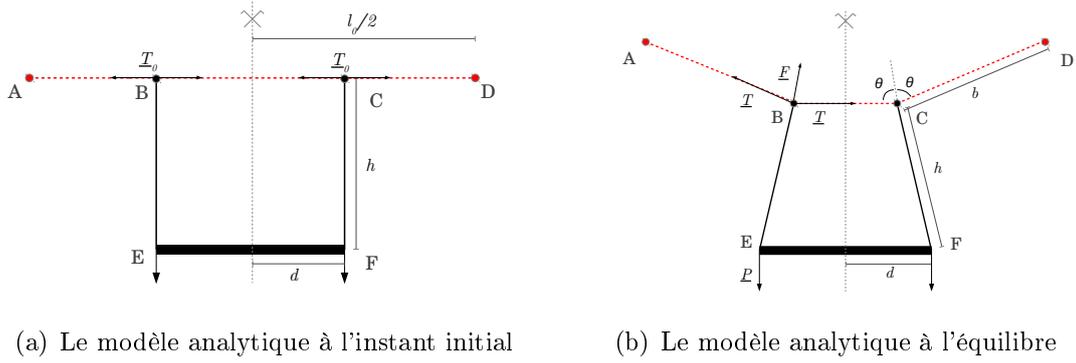


FIGURE 4.17 – Le modèle type de câble glissant

#### 4.5.1.2 Solution analytique

Une solution analytique du système en grands déplacements est déterminée d'après la géométrie de la structure à l'équilibre. Les barres formant le chariot sont beaucoup plus rigides que le câble et sont considérées indéformables. La structure à l'instant initial et les dimensions des éléments sont montrées figure 4.17(a). Le problème étant symétrique, le calcul sera réalisé sur une moitié de la structure.

A l'instant initial, le câble est considéré droit de longueur  $l_0$ . D'après (4.22), la tension de précontrainte initiale appliquée est donnée par :

$$T_0 = \frac{EA}{l_r} \varepsilon_0 l_0 \quad (4.67)$$

avec  $E$  le module de Young du câble et  $A$  la section. La déformation initiale  $\varepsilon_0$  s'écrit :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{l_0}{l_r} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.68)$$

D'après (4.67) et (4.68), on déduit la longueur du câble au repos  $l_r$ .

Une force extérieure  $P$  est appliquée sur le chariot aux points E et F comme l'indique la figure 4.17(b). Elle est calculée en fonction de la géométrie de la structure à l'équilibre. En effet, la tension étant constante le long du câble, l'équilibre aux nœuds donne une force  $F$  ayant pour direction la bissectrice de l'angle formé par le câble au niveau de ces nœuds. Soit  $2\theta$  cet angle. A l'équilibre, on a :

$$P = F \sin \theta \quad \text{équilibre du point E} \quad (4.69)$$

$$F = 2T \cos \theta \quad \text{équilibre du point B} \quad (4.70)$$

L'expression du chargement  $P$  en fonction de la géométrie déformée s'écrit donc :

$$P = T \sin 2\theta \quad (4.71)$$

La tension  $T$  dans le câble est exprimée en fonction de la déformation :

$$T = E A \varepsilon_t \quad (4.72)$$

D'après la section 1.2.2, la déformation  $\varepsilon_t$  est égale à :

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \left( \frac{l_t}{l_r} + \frac{l_0}{l_r} \right) \frac{\Delta l}{l_r} \quad (4.73)$$

En introduisant (4.73) dans (4.72), on obtient :

$$T = T_0 + \frac{1}{2} E A \left( \frac{l_t}{l_r} + \frac{l_0}{l_r} \right) \frac{\Delta l}{l_r} \quad (4.74)$$

$\Delta l$  est la variation de la longueur du câble :

$$\Delta l = l_t - l_0 \quad (4.75)$$

avec  $l_t$  la longueur totale du câble à l'instant  $t$ . Cette longueur peut être calculée d'après la géométrie de la structure à l'équilibre. Elle s'écrit :

$$l_t = 2(d - h \cos \theta) + 2 \frac{l_0/2 - (d - h \cos \theta)}{\cos(\pi - 2\theta)} \quad (4.76)$$

En introduisant (4.76) et (4.75) dans (4.74), la tension  $T$  s'écrit en fonction de  $\theta$ . Puis, en introduisant (4.74) dans (4.71), la force extérieure  $P$  s'exprime également en fonction de  $\theta$ .

Par ailleurs, le déplacement vertical des nœuds à l'équilibre noté  $y$  peut également s'écrire à l'aide de  $\theta$ , ce qui nous permettra de calculer les efforts en fonction de  $y$  :

$$y = b \sin(\pi - 2\theta) \quad (4.77)$$

avec  $b$  calculé d'après la géométrie :

$$b = \frac{l_0/2 - (d - h \cos \theta)}{\cos(\pi - 2\theta)} \quad (4.78)$$

### 4.5.1.3 Développement asymptotique

Un développement asymptotique au voisinage de  $\theta = \frac{\pi}{2}$  est effectué pour les grandeurs du modèle analytique en fonction de la géométrie et des paramètres mécaniques :  $A$  la section du câble et  $E$  sa raideur. Ce développement permet de donner une forme approximative polynomiale de l'évolution de ces grandeurs pour des petits déplacements. Soit  $\omega = \frac{\pi}{2} - \theta$  :  $\omega$  est proche de zéro initialement et positif. Le développement asymptotique de la longueur  $b$  au second ordre est donné par :

$$b = \frac{1}{4} [2 (l_0 - 2d) + 4h\omega + 4\omega^2 (l_0 - 2d) + o(\omega^2)] \quad (4.79)$$

Le déplacement vertical  $y$  des points  $B$  et  $C$  est défini par (4.77). En développant (4.77) et en introduisant (4.79), on obtient :

$$y = (l_0 - 2d)\omega + 4h\omega^2 + o(\omega^2) \quad (4.80)$$

En résolvant l'équation du second degré (4.80), on peut exprimer l'angle  $\omega$  au voisinage de 0 en fonction du déplacement  $y$  :

$$\omega = \frac{y}{(l_0 - 2d)} - \frac{16hy^2}{(l_0 - 2d)^3} + o(y^2) \quad (4.81)$$

Le déplacement horizontal des points  $B$  et  $C$  est d'après la géométrie :

$$x = h \sin \omega \quad (4.82)$$

$$\text{soit } x = h\omega + o(\omega^2) \quad (4.83)$$

et le développement asymptotique est donné par :

$$x = \frac{hy}{(l_0 - 2d)} - \frac{16h^2y^2}{(l_0 - 2d)^3} + o(y^2) \quad (4.84)$$

On remarque dans (4.85) qu'il n'y a pas de terme d'ordre 1 dans l'expression de  $T$  et donc que dans un premier temps, la tension reste constante.

$$T = T_0 + \frac{EA}{l_r} \frac{l_0}{l_r} \frac{2y^2}{l_0 - 2d} - \frac{EA}{l_r} \frac{l_0}{l_r} \frac{64hy^3}{l_0 - 2d} + o(y^3) \quad (4.85)$$

En revanche, dans l'expression de la force appliquée au chariot  $P$  donnée dans (4.71) il y a un terme au premier degré. On remarque ici que l'expression est indépendante de l'élasticité du câble, ce qui est une conséquence de la constance de la tension au

départ. C'est donc la précontrainte qui pilote le comportement initial.

$$P = 2T_0 \frac{y}{l_0 - 2d} - 2T_0 \frac{16hy^2}{(l_0 - 2d)^3} + o(y^2) \quad (4.86)$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur à 2, on peut inverser l'expression précédente de sorte que le déplacement vertical  $y$  s'exprime en fonction de  $P$  par :

$$y \simeq \frac{(l_0 - 2d)^2}{32h} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{P}{T_0} \frac{32h}{l_0 - 2d}} \right] \quad (4.87)$$

On peut déduire aussi d'après (4.86) que la variation de  $P$  en fonction du déplacement vertical  $y$  s'exprime par :

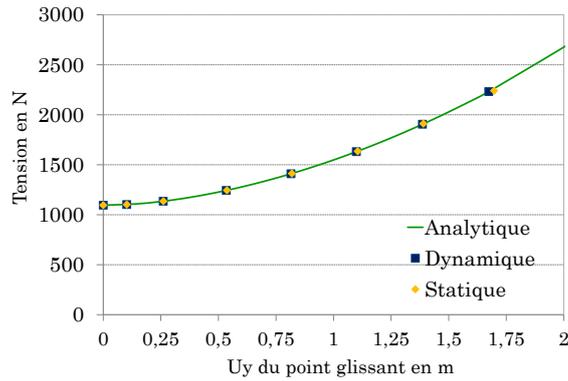
$$\left( \frac{dP}{dy} \right)_0 = \frac{2T_0}{l_0 - 2d} \quad (4.88)$$

#### 4.5.2 Comparaison analytique et numérique

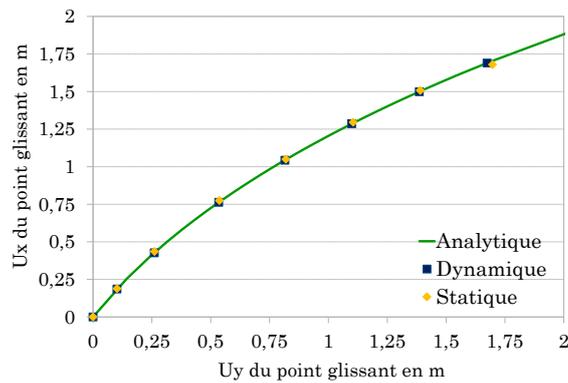
Dans ce paragraphe, le modèle numérique développé précédemment est validé par comparaison avec les calculs analytiques effectués sur le modèle défini en partie 4.5. En outre, l'influence des paramètres mécaniques et géométriques du modèle est testée.

Des tests numériques en statique et en dynamique sont menés sur la structure précédente en imposant un déplacement vers le bas aux points E et F par incrément de 25 cm. Le câble glissant a une longueur initiale de 10 m, une section de  $10^{-4} m^2$  et un module de rigidité de  $10^8 Pa$ . Le chariot attaché au milieu du câble droit a une hauteur  $h = 8 m$  et une largeur de  $d=6 m$ . Le module de Young du câble est pris égal à  $E = 10^8 Pa$  et une précontrainte de 1095 kN est appliquée. En dynamique, l'amortissement du chariot est considéré égal à 1% et une masse de 0.1 Kg et un amortissement de 10 sont adoptés pour les ressorts.

La figure 4.18 présente les résultats des tensions obtenues en fonction du déplacement horizontal des nœuds glissants. Les points jaunes et bleus représentent les valeurs obtenus dans les tests numériques en statique et en dynamique. Chaque point correspond à la valeur de la tension pour un incrément de déplacement extérieur imposé. La courbe continue correspond au résultat obtenu par résolution analytique du problème. De même, la figure 4.19 présente, pour les mêmes tests, le glissement du nœud B en fonction de son déplacement vertical dû à l'incrément de charge extérieure appliquée. On remarque que les résultats numériques en statique et en dynamique concordent avec les résultats analytiques, ce qui valide l'approche adoptée, tant en statique qu'en dynamique.



**FIGURE 4.18** – Tension dans le câble en fonction du déplacement vertical des points glissants (comparaison des résultats analytiques et numériques : statique et dynamique).



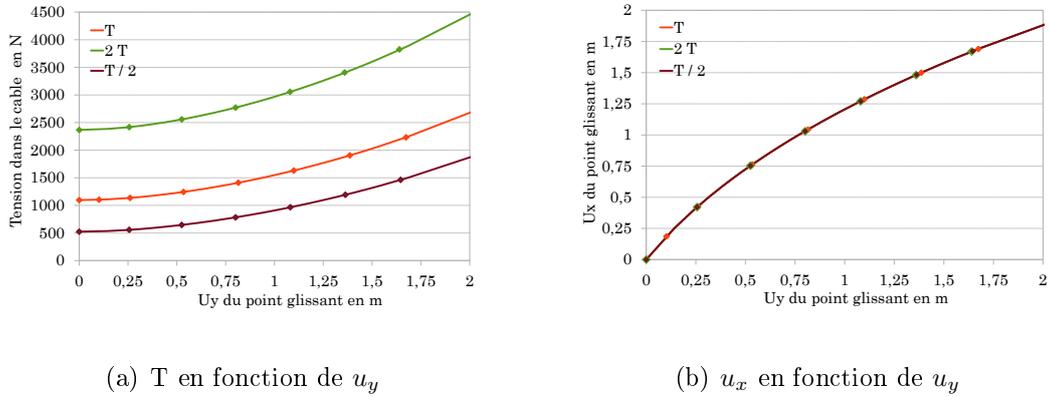
**FIGURE 4.19** – Glissement horizontal du point glissant en fonction de son déplacement vertical (comparaison des résultats analytiques et numériques : statique et dynamique).

Le développement asymptotique permet de prédire l’allure du comportement obtenu dans ces figures. D’après l’expression de la tension (4.85), on déduit que la pente initiale de la courbe représentant la tension en fonction du déplacement vertical est égale à 0. D’un autre côté, on trouve aussi que la pente initiale de la courbe du déplacement vertical en fonction du glissement horizontal est égale à  $\frac{h}{l_0 - 2d}$ , ce qui est confirmé dans la figure 4.19.

#### 4.5.2.1 Influence de la précontrainte T

En maintenant constants les paramètres mécaniques définis précédemment, trois valeurs de précontraintes sont appliquées au câble :  $T_1 = 1095 \text{ N}$ ,  $T_2 = 2T_1$ , et

$$T_3 = T_1/2.$$



**FIGURE 4.20** – Influence de la précontrainte sur le comportement du câble glissant

Le comportement du câble est non linéaire raidissant d'après la figure 4.20(a) et l'allure de la courbe de comportement ne change pas en changeant la tension initiale appliquée. Conformément au modèle asymptotique (4.86), on constate que le raidissement est d'autant rapide que la tension est élevée. La figure 4.20(b) montre quant à elle que le rapport du déplacement horizontal sur le déplacement vertical est indépendant de la précontrainte du câble. Conformément au développement asymptotique (4.84), si la barre est indéformable, la position d'équilibre est purement géométrique.

#### 4.5.2.2 Influence de la raideur du câble glissant

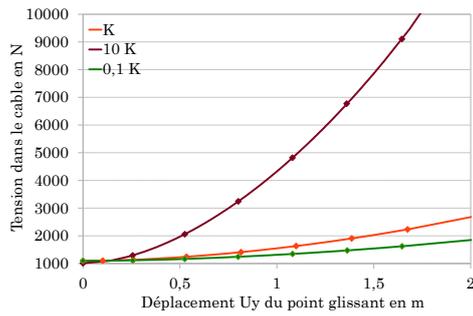
Avec une précontrainte constante de 1095 N, le comportement du câble est analysé pour trois raideurs ( $K = EA$ ) différentes :

- $K_1 = 10^4 N$
- $K_2 = 10 K_1 = 10^5 N$
- $K_3 = 0,1 K_1 = 10^3 N$

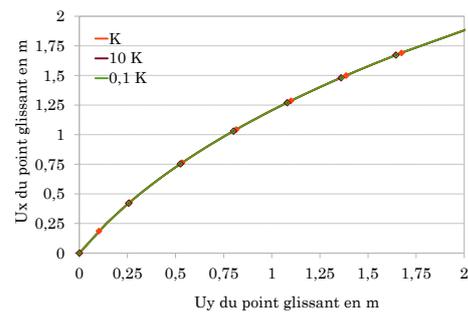
D'après la figure 4.21(a), quand la raideur du câble glissant augmente, le comportement devient plus raide initialement cependant les comportements sont très proches et la raideur du câble n'a pas d'importance. Par contre, et pour un même déplacement extérieur imposé, le rapport du déplacement horizontal sur le déplacement vertical des nœuds glissant ne change pas (figure 4.21(b)).

#### 4.5.2.3 Influence de la forme du chariot

En maintenant constants les paramètres mécaniques du câble à  $E=10^8 \text{Pa}$ ,  $S=0,0001 \text{m}^2$  et la précontrainte appliquée  $T=1095 \text{N}$ , des tests sont réalisés en variant la forme



(a) T en fonction de  $u_y$

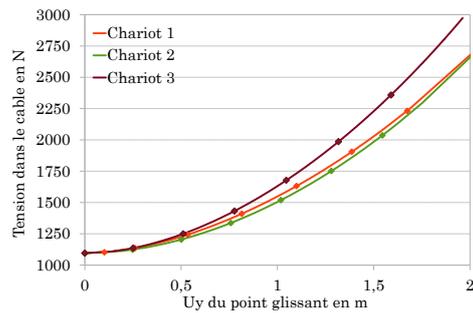


(b)  $u_x$  en fonction de  $u_y$

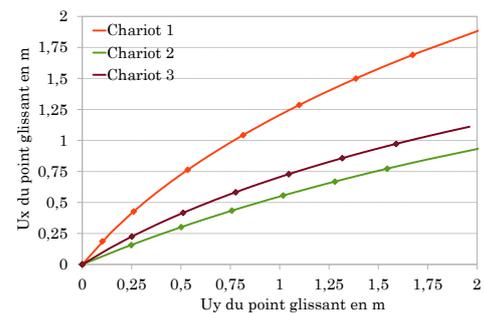
**FIGURE 4.21** – Influence de la raideur sur le comportement du câble glissant

géométrique du chariot. Trois tailles de chariot  $h \times d$  sont adoptées :

- Chariot 1 = 8 m x 6 m
- Chariot 2 = 4 m x 4 m
- Chariot 3 = 4 m x 6 m.



(a) T en fonction de  $u_y$



(b)  $u_x$  en fonction de  $u_y$

**FIGURE 4.22** – Influence des dimensions du chariot sur le comportement du câble glissant

On remarque que la variation des dimensions géométriques du chariot entraîne une variation dans le comportement du câble glissant et dans les déplacements des nœuds glissants.

En diminuant la largeur  $d$  du chariot (en passant du chariot 1 au chariot 3), le comportement du câble devient plus raide. En plus, et pour un même déplacement vertical, les nœuds intérieurs glissent moins horizontalement.

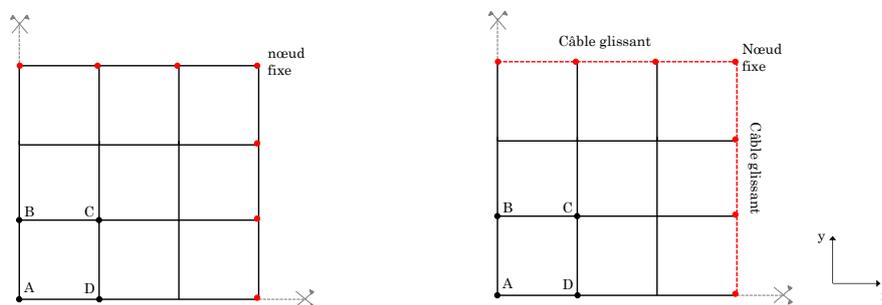
D'un autre côté, en conservant une largeur de 4 m et en augmentant la hauteur du chariot de 4 à 6 m (passage du chariot 3 au chariot 2), le comportement du câble glissant devient plus souple. En plus, le glissement horizontal des points d'accrochage

augmente, ce qui est logique car la rotation des barres verticales plus longues du chariot engendrent un plus grand déplacement horizontal aux nœuds glissants. Ce résultat peut être déduit aussi de l'expression du développement asymptotique. Selon (4.84), la pente de la courbe du déplacement horizontal en fonction du déplacement vertical est proportionnelle à la hauteur du chariot  $h$  et à la distance  $d$ .

Les algorithmes statiques et dynamiques sont validés et d'une grande précision. Selon la nature du problème étudié et le dispositif de stabilisation numérique envisagé (flexionnel ou inertiel), on pourra donc utiliser l'un ou l'autre. Dans la partie qui suit, on se concentrera sur l'algorithme statique (comme dans le chapitre 3) pour valider la faisabilité d'un calcul d'interaction câble glissant/structure de filet.

## 4.6 Interaction entre le filet et le câble glissant

Des tests statiques ont été menés en grands déplacements sur des filets pour évaluer la faisabilité d'un calcul sur une structure pare-blocs complète. La structure choisie est proche de celle présentée en introduction de ce chapitre (cf figure 4.2) avec un filet central et des câbles glissants sur les rives. Les freins ou systèmes dissipateurs n'ont pas été introduits dans le modèle car l'essentiel ici était de valider le principe d'une interaction câble glissant / filet ; l'ajout de dissipateurs plastiques ne poserait cependant aucun problème numérique spécifique. Le filet choisi est donc carré, de dimensions 6 m x 6 m et formé de câbles orthogonaux composant des mailles de 1 m de côté. Un nombre réduit de degrés de liberté a été retenu pour des raisons de simplicité et de facilité d'analyse des résultats, l'idée étant que, si la faisabilité du calcul est démontrée sur ce cas simple, alors des études sur des structures plus réalistes sont possibles et peuvent être envisagées à la suite du présent travail.



(a) Le modèle de filet sans câbles glissants (b) Le modèle type du filet avec deux câbles glissants

**FIGURE 4.23** – Le modèle du filet avec deux conditions aux limites

Pour des raisons de symétrie, le calcul est réalisé sur un quart du filet comme dans le chapitre précédent. Le modèle présenté dans la figure 4.23 est formé d'éléments poutres ayant une faible raideur en flexion dont l'aire est équivalente à celle d'un câble de 1 cm de diamètre. Le module de Young affecté aux éléments est égal à 180 GPa. Des conditions de symétrie sont appliquées sur les bords en  $x = 0$  et  $y = 0$ . Le coin ( $x = 3$  m,  $y = 3$  m) constitue quant à lui un point d'ancrage fixe. La charge est appliquée en déplacement sur les quatre nœuds centraux (points A, B, C et D sur la figure 4.23). Une fonction de charge linéaire avec un pas de 5 mm est utilisée jusqu'à atteindre un déplacement maximal de 0,5 m.

Dans le paragraphe 4.1.6, il a été démontré qu'initialement la raideur du câble est identiquement nulle dans la direction de l'axe du câble alors que, perpendiculairement à l'axe, elle est proportionnelle à la précontrainte. Ce fort contraste entre les raideurs du câble elles-mêmes ainsi qu'avec les raideurs axiales des autres éléments de la structure est susceptible de générer des problèmes d'instabilité numériques. Pour pallier ces problèmes d'instabilité, la poutre de rive a été doublée, c'est-à-dire que deux éléments y ont été superposés : une poutre élastique et un câble glissant (cf figure 4.23). L'idée est de partir d'une situation de référence dans laquelle il n'y a qu'une poutre de rive élastique et pour laquelle la stabilité du problème est assurée et petit à petit de substituer à cette poutre un câble glissant. La substitution progressive se fait par modification des sections avec les contraintes suivantes :

- l'aire totale des éléments de rive doit rester inchangée ;
- la raideur de flexion de la poutre doit rester inchangée.

En gardant l'aire totale constante, on ne modifie pas la raideur axiale de la rive, on libère seulement progressivement le glissement des éléments perpendiculaires à la rive le long de celle-ci. En maintenant constante la raideur de flexion, on conserve intact le caractère stabilisateur de l'élément de rive pour concentrer l'analyse sur le phénomène de glissement. Un travail spécifique devra néanmoins être mené par la suite pour optimiser cette raideur de flexion sur l'ensemble des éléments de la structure (pas uniquement sur les câbles de rives). Le principe de calcul des sections pour la substitution est donc détaillé ci-dessous. La section de poutre de référence est un tube circulaire ayant un diamètre  $D$  de 100 mm et une épaisseur  $e$  de 0.25 mm, équivalent en aire à une section circulaire pleine de 10 mm de diamètre.

Soit  $I_0$  l'inertie de la poutre et  $S_0$  la section initiale de la poutre égale à la section totale des éléments de rive en l'absence du câble.

Soit  $\alpha$  le taux de substitution de la poutre par le câble glissant. Pour un taux  $\alpha$ ,

la section de la poutre  $S_{poutre}$  et son inertie  $I_{poutre}$  sont données par :

$$S_{poutre} = (1 - \alpha) S_0$$

$$I_{poutre} = I_0$$

Pour des tubes de faible épaisseur, l'inertie et la section peuvent être exprimées par :

$$S_{poutre} \simeq \pi D e$$

$$I_{poutre} \simeq \frac{\pi D^3 e}{8}$$

Pour un taux de substitution  $\alpha$ , le diamètre extérieur  $D$  de la poutre est calculé comme suit :

$$D = \sqrt{\frac{8 I_0}{(1 - \alpha S_0)}} \quad (4.89)$$

Ensuite, la section du câble glissant  $S_{cable}$  est déduite d'après :

$$S_{cable} + S_{poutre} = S_0$$

$$S_{cable} = \alpha S_0$$

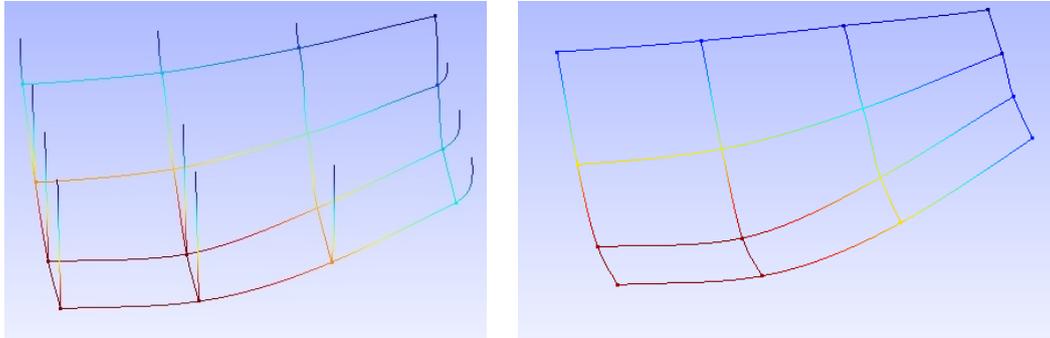
Le tableau 4.3 présente les paramètres des sections du câble glissant et des poutres de rive pour différents taux de substitution en commençant par une section 100% poutre (0% câble) jusqu'à l'obtention d'une section complète de câble glissant.

**TABLEAU 4.3** – Tableau de transfert d'une section de poutre vers un câble glissant

Taux de substitution	Poutre de rive				Câble glissant	
	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Section (mm <sup>2</sup> )	Inertie (mm <sup>4</sup> )	Diamètre (mm)	Section (mm <sup>2</sup> )
0%	100,00	0,250	78,34	97 441	0,00	0,00
25%	115,18	0,162	58,67	97 030	4,99	19,59
50%	141,07	0,088	39,14	97 258	7,06	39,17
75%	199,50	0,031	19,58	97 395	8,65	58,76
99%	997,50	0,00025	0,78	97 441	9,94	77,56

Outre sa raideur matérielle propre qui est variable, le câble de rive possède également une raideur géométrique du fait de la précontrainte qui y est introduite, précontrainte dont la valeur est constante et vaut 1 kN. Comme le montre la figure 4.24

qui représente la déformée maximale de la structure avec et sans précontrainte, l'effet raidissant est clairement visible : les déplacements des nœuds sur la rive sont nettement moins importants et la courbure de la rive nettement diminuée.



(a) Déformée du filet à bords libres (b) Déformée du filet avec câbles glissants

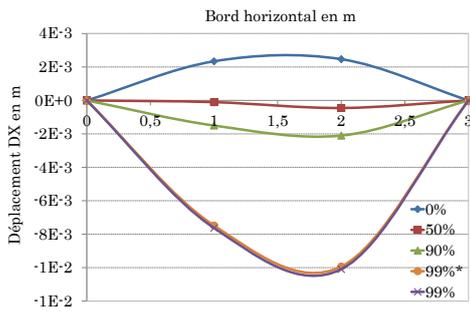
**FIGURE 4.24** – Déformées du filet avec deux conditions aux limites

De façon plus quantitative, les déplacements  $DX$ ,  $DY$  et  $DZ$  sur le bord horizontal du filet sont tracés pour une flèche de 50 cm pour différents taux de substitution (cf figure 4.25). On remarque tout d'abord que l'ajout de la précontrainte divise par environ quatre les déplacements selon  $Z$  pour les rendre comparables aux déplacements selon  $Y$ , quel que soit le taux de substitution. Comme le prédit le modèle analytique, c'est donc la précontrainte de la rive qui dans un premier temps pilote la déformation du filet. Ensuite, on remarque que le glissement horizontal des nœuds augmente quand la section du câble glissant augmente, ce qui est bien l'effet recherché par la substitution progressive. Ce glissement reste modéré du fait des raideurs importantes présentes dans les autres éléments de la structure (raideur en compression et en flexion notamment).

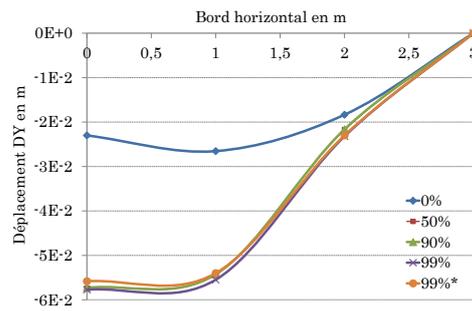
On constate également que, après mise en œuvre de la précontrainte, l'amplitude du déplacement dans le sens du chargement varie peu mais que, au fur et à mesure que le glissement est autorisé, son allure s'infléchit avec une légère concentration des déformations dans la partie centrale chargée, ce qui rappelle ce que l'on observait pour les filets sans cisaillement au chapitre 3. Cette tendance est confirmée par le test 99%\* avec une précontrainte à 0,5 kN qui est effectué dont l'allure des déplacements selon  $z$  est similaire, mais d'une amplitude un peu plus importante.

## 4.7 Conclusion

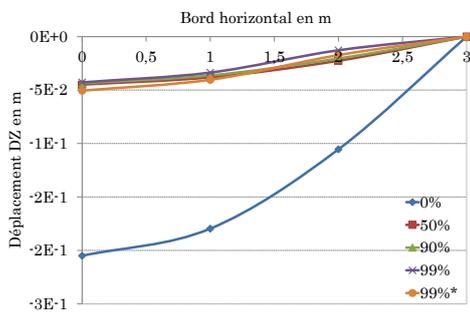
Dans ce chapitre, un modèle analytique de câble glissant à  $n$  nœuds est développé. Il est ensuite implémenté numériquement en dynamique et en statique. La validation du modèle est réalisée sur une structure ayant une solution analytique



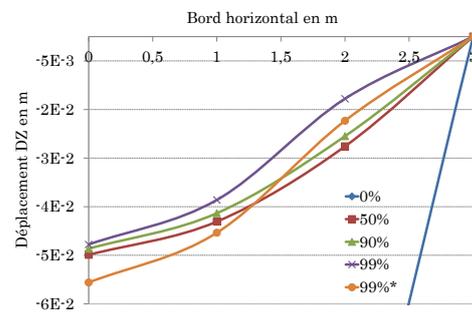
(a) Glissement DX au bord horizontal



(b) Déplacement DY au bord horizontal



(c) Déplacement DZ au bord horizontal



(d) Déplacement DZ au bord horizontal (ZOOM)

**FIGURE 4.25** – Déplacement du bord horizontal du filet

simple. Enfin, un modèle type de filet avec un nombre limité de degré de liberté est testé numériquement avec prise en compte du câble glissant pour vérifier la faisabilité du modèle complet. Une série de tests est proposée afin de déterminer l'effet du câble et d'éliminer l'instabilité due à l'absence totale du frottement.

De même que pour le filet à câble à mailles carrés, l'algorithme du modèle de câble glissant peut être implémenté sur tous les autres types de filets avec un nombre de degré de liberté supérieur (cette étape nécessite l'étude de moyens de stabilisation du problème). Une comparaison pourra alors être établie entre les modèles à câbles et les modèles de membranes continues testées dans le chapitre précédent.

De plus, le modèle de câble glissant développé est appelé à être implémenté dans le modèle numérique du kit et permet de tenir compte du glissement du filet sur les câbles de rive, ce qui changerait considérablement la distribution des efforts dans la structure et rapproche le modèle numérique vers la réalité physique.

# Chapitre 5

## Conclusions et perspectives

Les questions qui se posent actuellement sur les systèmes de protection contre le risque rocheux sont nombreuses. Les écrans de filets pare-blocs sont des structures souples ayant l'avantage d'être modulables et faciles à installer. Ayant un prix raisonnable, leur utilisation est de plus en plus répandue et le besoin de comprendre leur fonctionnement et les spécificités de leur comportement devient indispensable. Le premier objectif de cette thèse était donc d'augmenter la connaissance et la compréhension du comportement complexe des écrans de filets pare-blocs. Ce travail essentiellement numérique propose ainsi de nouveaux outils pour le dimensionnement et l'analyse du comportement de ces structures. Nous proposons dans ce qui suit de souligner les apports principaux de nos travaux :

### 5.1 Apports de la thèse

Dans la première partie de ce travail, une méthode originale pour l'homogénéisation des filets a été proposée ; elle a permis de déterminer les propriétés mécaniques intrinsèques des différentes technologies de filets en les considérant comme des milieux périodiques discrets.

Pour chacune des principales typologies de filets ainsi que pour leurs principales modélisations, un (ou plusieurs selon les cas) comportement homogène équivalent a donc été établi. L'avantage principal de cette transformation est qu'elle permet de rattacher le comportement de structures à câbles extrêmement complexe à des grandes familles de comportement de membrane très facile à appréhender. On distingue ainsi des filets isotropes ou orthotropes, des filets avec raideur en cisaillement et d'autres sans, une évolution ou non des caractéristiques avec les déformations. Certaines propriétés étaient évidentes (comme l'absence de raideur en cisaillement des filets à câbles orthogonaux) mais d'autres l'étaient moins comme la similitude des modèles à barres et à anneaux pendant la mise en tension des anneaux dans

les filets ASM4 et leurs profondes divergences après mise en tension : les modèles à barres ayant un coefficient de Poisson qui tend vers zéro tandis que pour les modèles à anneaux celui-ci tend vers un. Nous avons donc pu montrer que le choix de telle ou telle représentation discrète peut avoir des conséquences importantes sur la représentativité des schémas de redistribution des efforts du filet vers ses appuis.

Afin d'étayer ces conclusions, des exemples numériques simples ont été présentés. Au travers du tracé des réactions aux bords, ils ont mis en évidence des profils d'efforts normaux très différents en fonction d'une part de la typologie de filet étudiée et d'autre part en fonction de la souplesse des supports. Il y a donc une très forte interaction entre le filet et les éléments de structures environnants. Pour obtenir une évaluation réaliste des efforts et des déformations du filet, il apparaît ainsi indispensable de faire porter les efforts de modélisation tant sur le filet que sur les superstructures elles-mêmes. C'est pourquoi la seconde partie du manuscrit a été dédiée à l'étude du glissement du filet le long des câbles de rives, phénomène communément appelé "effet rideau".

Un modèle analytique est développé pour le câble glissant et implémenté dans un logiciel de calcul numérique libre `code_aster`, en dynamique transitoire et en statique, dans le cadre général de la théorie des éléments finis, mais dont on peut déduire tous les éléments nécessaires à son utilisation dans une représentation par éléments discrets de la structure.

Compte tenu de la difficulté d'implémentation d'un élément à  $n$  nœuds dans `code_aster`, un algorithme original remplaçant l'élément câble glissant, ses efforts intérieurs et sa raideur tangente par un ensemble "force suiveuse + ressorts" a été proposé. Il a ensuite été validé en comparant les résultats numériques avec les résultats analytiques d'un modèle de structure simple. Enfin, un test est réalisé sur un filet à câbles orthogonaux simple s'appuyant sur un câble glissant afin de montrer la faisabilité d'une modélisation complète des écrans de filets pare-blocs à l'aide du modèle développé.

## 5.2 Perspectives

Dans ce travail de thèse, nous nous sommes efforcés de proposer une alternative aux outils de calculs dédiés des différents fabricants de filet pare-blocs. L'objectif était de pouvoir comparer les différentes typologies de filets et leur architecture afin de mieux comprendre le fonctionnement de ces structures. La méthode d'homogénéisation développée est un premier outil de comparaison qui a déjà permis de prendre un peu de recul sur les objets étudiés. Il possède néanmoins encore un énorme potentiel :

- Le remplacement d’un filet complexe par une membrane homogène équivalente et son intégration dans un grand code éléments finis permet de faire porter l’effort de modélisation sur la microstructure locale du filet et, pour ainsi dire, de sous-traiter au code de calcul les grandes transformations et les phénomènes de contact. Fabricants et ingénieurs structures peuvent ainsi se concentrer sur le cœur du problème : l’identification des propriétés intrinsèques d’un filet (par le calcul ou par l’expérience) et l’analyse du comportement de la structure. La mise au point d’un nouveau filet ne nécessite qu’un effort d’implémentation très réduit dans la mesure où d’un filet à l’autre, seule la loi de comportement change.
- Les modèles de filets homogénéisés étaient pour l’essentiel linéaires élastiques et soumis à de petites déformations, mais on peut imaginer enrichir ces modèles vers les grandes transformations pour par exemple obtenir une transition lisse dans les filets ASM du comportement isotrope vers un comportement quasi-incompressible ou bien introduire des éléments plastiques dans la cellule de base afin de prendre en compte une certaine dissipation locale dans le filet et de déterminer ainsi des comportements élasto-plastiques équivalents.
- En procédant par analyse inverse, on peut également envisager d’optimiser la loi de comportement locale pour différents critères et ensuite chercher quelle pourrait être la microstructure de filet qui conduirait à cette loi de comportement. L’outil d’analyse des technologies existantes pourrait ainsi se transformer en un outil de conception et permettre le développement de la prochaine génération de filets.

Ensuite, on a pu valider un modèle de câble glissant et vérifier la faisabilité d’un modèle complet de filet incluant le phénomène d’effet rideau. Le modèle proposé reste cependant relativement instable, en grande partie du fait de l’absence totale de frottement ce qui a conduit à une modélisation hybride dans les exemples d’application, mettant en œuvre un élément “câble glissant” superposé à un élément poutre élastique. Il pourrait donc être intéressant de réfléchir à un élément avec une cinématique un peu plus complexe sur le modèle de l’élément “câble” de code\_aster dont la raideur en compression n’est pas nulle mais juste négligeable devant la raideur en traction. Par ailleurs, l’analyse de l’interaction entre le filet et les éléments de structure n’est encore ici qu’embryonnaire. Pour bien comprendre le comportement des filets, on pourrait ainsi envisager :

- une première analyse comparative sur des exemples simples sur le modèle de celle proposée à la fin du chapitre 3 qui montrerait l’influence de l’effet rideau sur les modalités de redistribution des efforts en fonction de la typologie de filet ;
- la simulation d’essais sur structures réelles afin d’évaluer le caractère prédictif

- (ou non) du modèle ;
- des études paramétriques sur des architectures complètes de filet en variant les positions d'impact afin d'évaluer la robustesse de la structure (en outre, dans la mesure, où une étude similaire est actuellement menée par M-A. Chanut [17] avec un outil de calcul par éléments discrets, cela pourrait conduire à un benchmark intéressant entre les deux approches) ;
  - des études paramétriques sur l'architecture du filet elle-même, sur la position et le nombre des ancrages, ou sur la position, le nombre et les seuils caractéristiques des dissipateurs d'énergie afin cette fois d'optimiser la conception.

Les voies ouvertes dans cette thèse sont donc nombreuses et, à terme, devraient conduire, par une simulation fiable des structures de filets pare-blocs, à la définition de recommandations pour le dimensionnement de ces structures ainsi que pour leur prescription par les maîtres d'ouvrage.

## Annexe A

# Quelques accidents de chute de blocs et d'éboulements rocheux en France

Durant les dernières années, de nombreux accidents de chute de blocs ou d'éboulement ont eu lieu en France, en témoignent les quelques exemples reportés par la presse lors des trois dernières années.

*...Un automobiliste qui circulait sur une route départementale de l'Ain a été tué jeudi après-midi dans l'éboulement d'un rocher de 200 tonnes qui a ensuite terminé sa chute sur une habitation.*

*“Un bloc de montagne de 50 m<sup>3</sup> s'est décroché vers 17h30 et a heurté un véhicule. L'automobiliste est décédé sur le coup, un bloc rocheux de cette taille pèse dans les 200 tonnes”, ont expliqué les pompiers.*

***Le Parisien, 2 mars 2012***

*“...Une route de la vallée de la Tinée (nord des Alpes-Maritimes) bloquée depuis samedi après-midi par un spectaculaire éboulement de roches va être réouverte à partir de jeudi soir à certaines heures afin de mettre fin à l'isolement des 1200 habitants. Les opérations de purge des rochers instables surplombant la route se poursuivaient jeudi, a également précisé la métropole Nice Côte d'Azur...”*

***AFP, 2 mai 2013***

*“Quelque 10 000 m<sup>3</sup> de roches se sont effondrés dans la nuit de mercredi à jeudi sur la route départementale 1212 dans les Gorges de l'Arly (figure A.1)<sup>1</sup>, une voie d'accès à certaines stations de ski, a annoncé le conseil général de Savoie. La route avait été fermée à titre préventif dès le 13 janvier à la suite de premières chutes de pierres “laissant présager qu'un éboulement important pouvait se produire de façon*

---

1. Radio Mont Blanc. [en ligne] Disponible sur <<http://www.radiomontblanc.fr/actualite-regionale/les-gorges-de-larly-fermees-encore-des-semaines/>> (consulté le 20 août 2014)

*imminente”, selon un communiqué de la collectivité...”*

*L'indépendant, 24 Janvier 2014*



**FIGURE A.1** – Éboulement rocheux dans les Gorges de l'Arly [Radio Mont Blanc].

*“...L'impressionnant éboulement qui s'est produit, hier matin, en sortie de gare de Morlaix aura de graves répercussions sur le trafic SNCF. Aucun train ne pourra gagner Brest avant dimanche soir. Au mieux.*

*L'important éboulement qui s'est produit environ 200 m après la gare de Morlaix, en direction de Brest, est la conséquence de plusieurs facteurs météo (figure A.2)<sup>2</sup>. La paroi qui surplombe la tranchée, profonde d'environ 16 mètres a connu un “phénomène de savonnette ” sur une trentaine de mètres de long. Quelque 300 m<sup>3</sup> de terre et blocs de schiste ont obstrué la ligne Paris-Brest, arrachant deux pylônes soutenant la caténaire...”*

*Ouest France, 26 janvier 2013*



**FIGURE A.2** – Éboulement rocheux à 200 m de la gare de Morlaix [Le télégramme].

2. Le télégramme. [en ligne] Disponible sur <<http://www.letelegramme.fr/ig/generales/regions/finistere/morlaix-la-voie-ferree-brest-morlaix-coupee-par-un-eboulement-25-01-2013-1983616.php>> (consulté le 20 août 2014)

*“...Les trains ne devraient pas circuler, entre Nice et Drap, au moins pendant quelques jours, a indiqué la SNCF. Vers 15h30 jeudi, un pan entier de la falaise est tombé en plein sur la voie, au niveau de Nice-Est. Des bus vont assurer le trajet jusqu’à Drap. Entre Les Arcs et Vintimille, la situation sur les rails était également compliquée jeudi après-midi.”*

*20 secondes, 31 janvier 2014*

*“...Un éboulement a tué dimanche deux enfants qui se trouvaient dans un chalet à la sortie du village de montagne d’Isola en Alpes-Maritimes (figure A.3)<sup>3</sup>, dans la vallée de la Tinée, a-t-on appris auprès des pompiers.*

*Sept personnes se trouvaient dans l’habitation de trois étages au moment de l’éboulement, qui s’est produit entre 4h00 et 4h30. Trois adultes ont pu sortir d’eux-mêmes, deux autres ont été blessés. Les victimes, âgées de 7 et 10 ans, ont été retrouvées sous les décombres par les chiens des secouristes. Au total, une soixantaine de sapeurs-pompiers sont intervenus sur les lieux de l’éboulement.*

*Le 8 février, un éboulement avait fait dérailler un train touristique dans la région, tuant deux personnes et faisant sept blessés...” (Matthias Galante, édité par Marc Angrand)*

*Reuters, 23 février 2014*



**FIGURE A.3** – Éboulement rocheux à la sortie du village d’Isola en Alpes Maritimes [France Bleu].

---

3. France Bleu. [en ligne] Disponible sur <[http ://www.francebleu.fr/faits-divers/eboulement/eboulement-mortel-isola-deux-enfants-morts-1304434](http://www.francebleu.fr/faits-divers/eboulement/eboulement-mortel-isola-deux-enfants-morts-1304434)> (consulté le 20 août 2014)

# Références bibliographiques

- [1] Albert ALARCON : R5.06.04 Algorithmes d'intégration temporelle de l'opérateur DYNA\_TRAN\_MODAL. Documentation, Code Aster, 2013.
- [2] E. ANDERHEGGEN, A. VOLKWEIN et H. GRASSL : Numerical simulation of highly flexible rockfall protection systems. *In Fifth World Congress on Computational Mechanics, Austria*, 2002.
- [3] M. AUFAURE : A finite element of cable passing through a pulley. *Computers & Structures*, 46:807–812, 1993.
- [4] AVAROC : Filet à métalliques galvanisé calsse B suivant norme EN 10244-2, Vue d'ensemble. Fiche technique, Avaroc, 2009.
- [5] AVAROC : Grillage Double Torsion. Fiche technique, Avaroc, 2009.
- [6] P. BERTHET-RAMBAUD et Pierre GUILLEMIN : Protocole et banc d'essai en vue de tester différents types de filets pendus ou plaques. *Journées Nationales de Geotechnique et de Géologie de l'Ingenieur JNGG*, 01:non défini, 2006.
- [7] D. BERTRAND, A. TRAD, A. LIMAM et C. SILVANI : Full-scale dynamic analysis of an innovative rockfall fence under impact using the discrete element method : from the local scale to the structure scale. *Rock Mechanics Rock Engineering*, 45:885–900, 2012.
- [8] David BERTRAND, François NICOT, Philippe GOTTELAND et Stéphane LAMBERT : Modelling a geo-composite cell using discrete analysis. *Computers and Geotechnics*, 32:564–577, 2005.
- [9] Marion BOST, Laurent DUBOIS, Jérôme GINEYS, Yann GOYAT et Frédéric ROCHER-LACOSTE : Une station d'essais de chutes de blocs dans les alpes françaises. *Géologues*, 1(169):29–21, juin 2011.
- [10] O. BUZZI, M. SPADARI, A. GIACOMINI, S. FITYUS et S.W. SLOAN : Experimental testing of rockfall barriers designed for the low range of impact energy. *Rock Mechanics Rock Engineering*, 46:701–712, 2013.
- [11] C<sup>2</sup>R<sup>2</sup>OP : Projet National C<sup>2</sup>R<sup>2</sup>OP Changement Climatique : Risques Rocheux & Ouvrages de Protection. Étude de faisabilité, -, 2014.

- [12] A. CALVINO, P. DUMONT, J-L. DURVILLE, C. DUSSAUGE, L. EFFENDIANTZ, H. EVRAD, P. GUILLEMIN, J-C. PAULY et L. ROCHET : *Parades contre les instabilités rocheuses, Collection Environnement, les risques naturels*. LCPC Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 2001.
- [13] G. CANTARELLI, GP. GIANNI, G. GOTTARDI et L. GOVONI : Modelling rockfall protection fences. *1st Landslide Forum, Tokyo*, nan:103–108, 2008.
- [14] D. CASTRO-FRESNO, J.J; del COZ DIAZ et P.J. García NIETO : Evaluation of the resistant capacity of cable nets using the finite element method and experimental validation. *Engineering Geology*, 100:1–10, 2008.
- [15] Daniel CASTRO-FRESNO, Luis LOPEZ, Elena BLANCO-FERNANDEZ et David ZAMORA-BARRAZA : Design and evaluation of two laboratory tests for the nets of a flexible anchored slope stabilization system. *Geotechnical Testing Journal*, 04:1–10, 2009.
- [16] A. CAZZANI, L. MONGIOVI et T. FRENEZ : Dynamic finite element analysis of interceptive devices for falling rocks. *Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39:303–321, 2002.
- [17] M-A. CHANUT : Modélisation du comportement dynamique des écrans de filets. Présentation, CETE de Lyon, 2011.
- [18] F. DESCOEURDES, J.-D. ROUILLER, M. JABOYEDOFF et Ch. MARRO : Aspects géomécaniques des instabilités de falaises rocheuses et des chutes de blocs. *Publications de la Société Suisse de Mécanique des Sols et des Roches*, 135:3–13, 1997.
- [19] Laurent DUBOIS : Essais sur écrans de filets. Présentation, CETE de Lyon, 2011.
- [20] Jean-Louis DURVILLE, Pierre GUILLEMIN, Philippe BERTHET-RAMBAUD et Didier SUBRIN : *G'éotechnique et risques naturels*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 2010.
- [21] D. ELATA, R. ESHKENAZY et M.P. WEISS : The mechanical behavior of a wire rope with an independent wire rope core. *International Journal of Solids and Structures*, 41:1157–1172, 2004.
- [22] ETAG027 : ETAG 027 guide d'Agrément Technique Européen de kits de protection contre les chutes de blocs rocheux. Guide technique, EOTA Organisation Européenne pour l'Agrément Technique, 02 2008.
- [23] Céline FLORENCE : *Etude expérimentale de la fissuration réflexive et modélisation de la résistance des structures cellulaires*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2005.

- [24] Céline FLORENCE et Karam SAB : A rigorous homogenization method for the determination of the overall ultimate strength of periodic discrete media and an application to general hexagonal lattices of beams. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 25:72–97, 2006.
- [25] C. GENTILINI, G. GOTTARDI, L. GOVONI, A. MENTANI et F. UBERTINI : Design of falling rock protection barriers using numerical models. *Engineering Structures*, nan:non défini, 2012.
- [26] Cristina GENTILINI, Laura GOVONI, Stefano de MIRANDA, Guido GOTTARDI et Francesco UBERTINI : Three-dimensional numerical modelling of falling rock protection barriers. *Computers and Geotechnics*, 44:58–72, 2012.
- [27] Guido GOTTARDI et Laura GOVONI : Full-scale modelling of falling rock protection barriers. *Rock Mechanics Rock Engineering*, 43:261–274, 2010.
- [28] Laura GOVONI, Stefano de MIRANDA et Cristina GENTILINI : Modelling of falling rock protection barriers. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, 11:126–137, 2011.
- [29] H. GRASSL, A. VOLKWEIN, E. ANDERHEGGEN et A.J. AMMANN : Steel-net rockfall protection - experimental and numerical simulation. *In Structures Under Shock and Impact*, 2002.
- [30] Hans GRASSL, Axel VOLKWEIN et Perry BARTELT : Experimental and numerical modeling of highly flexible rockfall protection barriers. *In Proc. Soil and Rock America 2003*, Cambridge, Massachusetts, 2003.
- [31] GTS : GTS,Produits ELITE. Note technique, GTS, 2012.
- [32] Henri GUÉRIN : Etude paramétrique du comportement des écrans de filets pare-blocs. Rapport de stage ingénieur, Ecole des Ponts ParisTech, 2014.
- [33] Pierre GUILLEMIN : Essais de certification des écrans pare-blocs selon l’etag027. Présentation, CETE de Lyon, 2011.
- [34] J.P. HAMBLETON, O. BUZZI, A. GIACOMINI, M. SPADARI et S.W. SLOAN : Perforation of flexible rockfall barriers by normal block impact. *Rock Mechanics Rock Engineering*, 46:515–526, 2013.
- [35] Krisztian HINCZ : Nonlinear analysis of cable net structures suspended from arches with block and tackle suspension system, taking into account the friction of the pulleys. *International Journal of Space and Structures*, 24:143–152, 2009.
- [36] Stéphane LAMBERT et Francois NICOT : *Géomécanique des instabilités rocheuses, du déclenchement à l’ouvrage*. Lavoisier, 2010.
- [37] MACAFERRI : Technical data sheet RING PANEL MAC RING 4P Rockfall Protection. Fiche technique 1, Macaferri, 2011.

- [38] Francois NICOT : *Etude du comportement mécanique des ouvrages souples de protection contre les éboulements rocheux*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1999.
- [39] Francois NICOT : Un outil de dimensionnement des filets pare-pierres : le logiciel ecrans. *Sciences Eaux & Territoires*, 02:178–184, 2010.
- [40] D. PEILA, S. PELIZZA et F. SASSUDELLI : Evaluation of behaviour of rockfall restraining nets by full scale tests. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 31:1–24, 1998.
- [41] D. PEILA et C. RONCO : Technical note : Design of rockfall net fences and the new etag027 european guideline. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 9:1291–1298, 2009.
- [42] RISKYDROGÉO : RiskYdrogéO : Risques hydrogéologiques en montagne : parades et surveillance, activités 5. systèmes de parades, parade 3 - ecrans de filets. Projet INTERREG II A, ALCOTRA, 2004.
- [43] ROCKFALLDEFENCE : Sistemi per chi mette in sicurezza i versanti rocciosi. Livre technique, Rockfalldefence, 05 2009.
- [44] N. SASIHARAN, B. MUHUNTHAN, T.C. BADGER, S. SHU et D.M. CARRADINE : Numerical analysis of the performance of wire mesh and cable net rockfall protection systems. *Engineering Geology*, 88:121–132, 2006.
- [45] Thomas De SOZA : U3.12.03 Modélisation COQUE\_3D. Documentation, Code Aster, 2012.
- [46] Thomas De SOZA : U2.02.01 Notice d'utilisation des éléments plaques, coques, coques volumiques SHB, grilles et membranes. Documentation, Code\_Aster, 2013.
- [47] M. SPADARI, A. GIACOMINI, O. BUZZI et J.P. HAMBLETON : Prediction of the bullet effect for rockfall barriers : a scaling approach. *Rock Mechanics Rock Engineering*, 45:131–144, 2012.
- [48] A. TRAD, A. LIMAM et P. ROBIT : Etude expérimentale et numérique du comportement des filets de protection. *Revue de Mécanique Appliquée et Théorique*, 2:71–84, 2009.
- [49] Ayman TRAD : *Analyse du comportement et modélisation de structures souples de protection : le cas des écrans de filets pare-blocs sous sollicitations statiques et dynamiques*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2011.
- [50] Axel VOLKWEIN : *Numerische Simulation von flexiblen Steinschlagschutzsystemen*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich, 2004.
- [51] Axel VOLKWEIN : Numerical simulation of flexible rockfall protection systems. *In American Society of Civil Engineering ASCE*, 2005.

- [52] B. ZHOU, M.L. ACCORSI et J.W. LEONARD : Finite element formulation for modeling sliding cable elements. *Computers and Structures*, 82:271–280, 2004.