



**HAL**  
open science

# Coopération entre segmentation et mouvement pour l'estimation conjointe des déplacements pariétaux et des déformations myocardiaques

Viateur Tuyisenge

► **To cite this version:**

Viateur Tuyisenge. Coopération entre segmentation et mouvement pour l'estimation conjointe des déplacements pariétaux et des déformations myocardiaques. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université d'Auvergne - Clermont-Ferrand I, 2014. Français. NNT : 2014CLF1MM22 . tel-01168583

**HAL Id: tel-01168583**

**<https://theses.hal.science/tel-01168583v1>**

Submitted on 26 Jun 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse présentée pour obtenir le grade de DOCTEUR  
Université d'Auvergne

N° d'ordre: 22-DOC



Année: 2014

ISIT UMR 6284 UdA – CNRS

Faculté de Médecine

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES POUR L'INGENIEUR

Spécialité : Informatique et Traitement d'Images Médicales

---

# Coopération entre segmentation et mouvement pour l'estimation conjointe des déplacements pariétaux et des déformations myocardiques

---

PAR : Viateur TUYISENGE

Sous la direction de LAURENT SARRY, Professeur des Universités

## MEMBRES DU JURY

**Directeur** SARRY Laurent, Prof. des Universités

**Rapporteur** CORPETTI Thomas, Directeur de Recherche CNRS

**Rapporteur** POUSIN Jérôme, Prof. des Universités

**Examineur** CLARYSSE Patrick, Directeur de Recherche CNRS

**Président** LUSSON Jean-René, Prof. des Universités - Praticien Hospitalier

**Date de soutenance** : 08 Décembre 2014



---

## Remerciements

Tout d'abord j'aimerais remercier le Professeur Laurent Sarry, mon directeur de thèse, pour tout ce qu'il m'a apporté pendant ces trois années. J'ai beaucoup apprécié sa façon de m'encadrer, son enthousiasme scientifique, ses qualités de formateur et sa patience.

Je tiens également à remercier le Professeur Jérôme Pousin et Thomas Corpetti qui ont accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Je remercie aussi le Professeur Jean-René Lusson et Patrick Clarysse pour avoir accepté d'être examinateurs. Merci à Patrick Clarysse pour son aide avec le logiciel *inTag* qui nous a permis d'avoir une référence pour évaluer nos méthodes.

Cette thèse de doctorat s'est déroulée grâce aux cliniciens qui nous ont procuré des données cliniques et ont consacré beaucoup de temps à nous expliquer le contexte : Dr. Lucie Cassagnes, Dr. Elisabeth Coupez, Dr. Charles Merlin et Dr. Guillaume Clerfond. Merci beaucoup à vous.

Je remercie également Lemlih Ouchchane, qui a passé beaucoup de soirées avec nous pour l'analyse et la représentation statistiques des résultats.

J'aimerais remercier l'ensemble des membres du laboratoire ISIT qui m'ont accueilli, plus particulièrement Sylvie Roux, assistante administrative du laboratoire, et Jean-Marie Favreau.

Je souhaite remercier l'ensemble des doctorants et stagiaires, plus particulièrement mes collègues Pierre-Yves Menguy, Christian Nguyen, Kévin Bianchi, Amir Yavariabdi, et ceux avec qui nous avons partagé le quotidien à l'ISIT. Enfin, un grand merci à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de cette thèse.

# Abstract

---

The work done in this thesis is related to the project 3DStrain the overall objective of which is to develop a generic framework for the parietal and regional tracking of the left ventricle and to adapt it the 3D + t cardiac imaging modalities used in clinical routine (3D ultrasound, SPECT, cine MRI).

We worked on the parietal motion and myocardial deformation. We made the state-of-the-art on motion estimation approaches in general and on methods applied to imaging modalities in clinical practice to quantify myocardial deformation taking into account their specificities and limitations. We focused on tracking methods that optimize the similarity between the intensities between consecutive images of a sequence to estimate the spatial velocity field. They are based on the assumption of the invariance of image gray level (or optical flow) and regularization terms are used to solve the aperture problem.

We proposed a regularization term well suited to physical and physiological properties of myocardial motion. The advantage of the proposed approach relies on its flexibility to estimate the dense field of myocardial motion on image sequences over the cardiac cycle. Motion is estimated while preserving myocardial wall discontinuities. However, the data similarity term used in our method is based only on the intensity of the image. It properly estimates the displacement field especially in the radial direction as the movement of circumferential twist is hardly visible on cine MRI in short axis view, the data we used for performing the experiments.

To make the estimation more robust, we proposed a dynamic evolution model for the cardiac contraction and relaxation to introduce the temporal constraint of the dynamics of the heart. This model helps to estimate not only the dense field of myocardial displacement, but also other parameters of myocardial contractility (the contraction phase and asymmetry between systole and diastole) in variational data assimilation formalism.

Automatic estimation of deformation and myocardial contractibility (the strain, phase and asymmetry) was validated against the cardiological and radiological expertise (Dr Elisabeth Coupez and Dr Lucie Cassagnes, CHU Clermont-Ferrand)

---

through semi-quantitative scores of contraction called Wall Motion Score (WMS) and Wall Thickening Index (WTI). The proposed method provides promising results for both motion estimation results and the diagnosis indices for evaluation of myocardial dyskinesia.

In order to gain in robustness and accuracy, it is necessary to perform the measurement of strain and indices of myocardial contraction precisely inside endocardial and epicardial walls. Therefore, we conducted a collaborative work with Kevin Bianchi, another PhD student on the project 3DStrain and we proposed a method of coupling of myocardial segmentation by deformable models and estimation of myocardial motion in a variational data assimilation framework.



# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Contexte de la Thèse</b>	<b>4</b>
2.1	Anatomie et Fonctionnement Cardiaque . . . . .	6
2.1.1	Structure du cœur . . . . .	6
2.1.2	Electrophysiologie Cardiaque . . . . .	6
2.1.3	Cycle Cardiaque . . . . .	8
2.1.4	Circulation Coronaire . . . . .	9
2.1.5	Maladies Cardiovasculaires . . . . .	9
2.2	Modalités d’Imagerie Cardiaque Dynamique . . . . .	10
2.2.1	Echocardiographie - US . . . . .	10
2.2.2	Imagerie de Médecine Nucléaire - SPECT & PET . . . . .	12
2.2.3	Imagerie par Résonance Magnétique - IRM . . . . .	15
2.3	Analyse des Déformations Myocardiques . . . . .	17
2.3.1	Architecture et Fonction Myocardique . . . . .	17
2.3.2	Paramètres de Déformations du Myocarde . . . . .	19
2.3.3	Méthodes de Mesure de Déformations Myocardiques . . . . .	22
2.4	Protocole de Validation . . . . .	24
2.4.1	Introduction . . . . .	24
2.4.2	Logiciel <i>inTag</i> . . . . .	24
2.4.3	Acquisition et Prétraitement des Données Cliniques . . . . .	25
2.4.4	Indices de Contractilité Segmentaire en Clinique . . . . .	26
2.5	Motivation et Objectifs de la Thèse . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Simulation de Données Cardiaques Dynamiques</b>	<b>31</b>
3.1	Equation de Transport . . . . .	32
3.1.1	Résolution de l’Equation de Transport . . . . .	33
3.1.2	Solution Upwind de l’Equation de Transport . . . . .	39
3.1.3	Implémentation et Discussion . . . . .	39



---

3.1.4	Conclusion . . . . .	41
3.2	Séquences Dynamiques Simulées . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Etat de l'Art en Estimation de Mouvement</b>	<b>50</b>
4.1	Problématique . . . . .	51
4.2	Généralités sur les Méthodes d'Estimation de Mouvement . . . . .	52
4.2.1	Modèle d'Invariance de l'Intensité . . . . .	53
4.2.2	Autres Modèles d'Invariance . . . . .	54
4.2.3	Techniques de Régularisation . . . . .	56
4.2.4	Estimation de Mouvement par le Modèle de Démon . . . . .	60
4.3	Analyse des Termes de Régularisation . . . . .	61
4.3.1	Régularisation par Variation Totale . . . . .	62
4.3.2	Régularisation Quadratique . . . . .	63
4.3.3	Régularisation Non Quadratique . . . . .	63
4.3.4	Régularisation Divergence-Rotationnel . . . . .	64
4.4	Quelques Résultats Expérimentaux . . . . .	64
4.5	Conclusion . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Estimation des Déformations Myocardiques par Approches Variationnelles</b>	<b>71</b>
5.1	Introduction . . . . .	72
5.2	Etat de l'Art . . . . .	73
5.2.1	Méthodes Directes . . . . .	73
5.2.2	Méthodes Fondées sur la Phase . . . . .	74
5.2.3	Méthodes de Suivi . . . . .	74
5.3	Contribution . . . . .	75
5.3.1	Formulation de l'Approche Proposée . . . . .	77
5.3.2	Optimisation de Paramètres . . . . .	78
5.3.3	Généralisation de l'Approche proposée en 3D . . . . .	79
5.3.4	Résultats Expérimentaux et Discussion . . . . .	81
5.4	Conclusion et Limitations . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Estimation des Variables de Modèles Myocardiques par Assimilation de Données Variationnelles</b>	<b>93</b>
6.1	Introduction . . . . .	94

---

6.2	Etat de l'Art . . . . .	94
6.3	Contribution . . . . .	97
6.3.1	Modèle d'Evolution Dynamique du Cœur . . . . .	98
6.3.2	Modèles d'Observation . . . . .	99
6.4	Minimisation de la Fonctionnelle et Résolution Numérique . . . . .	100
6.4.1	Calcul des Différentielles et Opérateurs Adjointes . . . . .	102
6.4.2	Matrices de Covariances . . . . .	105
6.4.3	Validation sur Données Synthétiques . . . . .	109
6.4.4	Validation sur Données Cliniques . . . . .	109
6.5	Conclusion . . . . .	119
<b>7</b>	<b>Couplage entre Mouvement et Segmentation des Parois Myocardiques</b>	<b>121</b>
7.1	Introduction . . . . .	122
7.2	Etat de l'Art . . . . .	122
7.2.1	Méthodes Stochastiques . . . . .	123
7.2.2	Méthodes Déterministes . . . . .	125
7.3	Approche Proposée . . . . .	127
7.3.1	Modèle Déformable B-spline <i>Snake</i> . . . . .	127
7.3.2	Formalisme Unifié des Énergies . . . . .	128
7.3.3	Couplage Faible entre Segmentation et Mouvement . . . . .	129
7.3.4	Couplage Fort par Assimilation de Données . . . . .	130
7.4	Résultats et Discussion . . . . .	131
<b>8</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>134</b>
8.1	Conclusions . . . . .	135
8.2	Perspectives . . . . .	136
8.2.1	Perspectives à Court et à Moyen Termes . . . . .	136
8.2.2	Perspectives à Long Terme . . . . .	136
	<b>Bibliographie</b>	<b>145</b>



# Introduction Générale

---

Cette thèse se rapporte au projet 3DSstrain ayant pour objectif général de mettre au point un formalisme générique pour le suivi pariétal et régional du ventricule gauche et de l'adapter aux modalités d'imagerie cardiaque 3D+t utilisées en routine clinique (échographie 3D, tomoscintigraphie synchronisée, ciné IRM). La quantification des déformations myocardiques par le *strain* cardiaque, a récemment prouvé son intérêt diagnostique, mais également pronostique, en cardiologie. Toutefois son interprétation reste délicate du fait de la nature relative des indices. L'objectif clinique du projet 3DSstrain est celui d'apporter des réponses sur la notion de normalité des indices de *strain* pour aider à leur interprétation.

Le cadre méthodologique utilisé dans la thèse est celui des approches variationnelles continues, qui permettent d'intégrer des termes statiques pour la segmentation, mais aussi de prendre en compte la dimension temporelle des séquences. Le suivi dynamique a été envisagé de façon non seulement régionale avec une estimation dense du champ de déplacement dans le myocarde sur une séquence d'images cardiaques, mais aussi pariétal par une détection des parois endocardiques et épicardiques au cours du temps.

Notre formalisme de suivi régional comporte plusieurs aspects innovants : i) il comprend un problème de transport paramétrique qui ne suppose pas l'invariance de niveau de gris du flot optique sur tout le cycle, mais par morceaux séparément sur la systole et la diastole ; cette formulation présente l'avantage de fournir deux paramètres de contraction du myocarde (la phase et l'asymétrie du cycle) ; ii) le problème de transport, mal posé par nature, a été résolu par l'ajout d'un terme de régularisation adapté à la discontinuité du champ de déplacement aux parois myocardiques ; iii) l'estimation de déplacement a été couplée à la segmentation des parois myocardiques en utilisant l'approche d'assimilation de données variationnelle.

Ce manuscrit est composé six chapitres principaux.

Le **second chapitre**, présente le contexte médical et applicatif de la thèse, en

donnant des éléments sur la structure du myocarde, sa fonction et les maladies qui peuvent l'affecter, les différentes modalités d'imagerie cardiaque dynamique, un état de l'art sur l'analyse et la quantification des déformations du myocarde et enfin, il explicite le protocole de validation de nos algorithmes.

Le **troisième chapitre** présente la technique de simulation des données synthétiques utilisées pour l'évaluation des algorithmes.

Le **quatrième chapitre** est consacré à l'état de l'art en estimation de mouvement en général, suivi du **cinquième chapitre** sur l'estimation des mouvements et des déformations myocardiques par approche variationnelle, et en particulier le terme de régularisation non linéaire développé.

Le **sixième chapitre** introduit le formalisme d'assimilation de données variationnelle pour calculer le *strain* cardiaque et les paramètres temporels de la contraction.

Le **septième chapitre** étudie le couplage entre la segmentation et le mouvement par assimilation de données.

Le mémoire se termine sur une conclusion générale et les perspectives amenées par ce travail.



# Contexte de la Thèse

---

## Sommaire

---

<b>2.1 Anatomie et Fonctionnement Cardiaque . . . . .</b>	<b>6</b>
2.1.1 Structure du cœur . . . . .	6
2.1.2 Electrophysiologie Cardiaque . . . . .	6
2.1.3 Cycle Cardiaque . . . . .	8
2.1.4 Circulation Coronaire . . . . .	9
2.1.5 Maladies Cardiovasculaires . . . . .	9
<b>2.2 Modalités d’Imagerie Cardiaque Dynamique . . . . .</b>	<b>10</b>
2.2.1 Echocardiographie - US . . . . .	10
2.2.2 Imagerie de Médecine Nucléaire - SPECT & PET . . . . .	12
2.2.3 Imagerie par Résonance Magnétique - IRM . . . . .	15
<b>2.3 Analyse des Déformations Myocardiques . . . . .</b>	<b>17</b>
2.3.1 Architecture et Fonction Myocardique . . . . .	17
2.3.2 Paramètres de Déformations du Myocarde . . . . .	19
2.3.3 Méthodes de Mesure de Déformations Myocardiques . . . . .	22
<b>2.4 Protocole de Validation . . . . .</b>	<b>24</b>
2.4.1 Introduction . . . . .	24
2.4.2 Logiciel <i>inTag</i> . . . . .	24
2.4.3 Acquisition et Prétraitement des Données Cliniques . . . . .	25
2.4.4 Indices de Contractilité Segmentaire en Clinique . . . . .	26
<b>2.5 Motivation et Objectifs de la Thèse . . . . .</b>	<b>28</b>

---

D’après la publication récente de l’organisation mondiale de la Santé (OMS)<sup>1</sup>, 7,4 millions de personnes dans le monde meurent chaque année à cause de maladies cardiovasculaires (MCVs). Cela fait des maladies cardiovasculaires la première cause de mortalité dans le monde. Par exemple, en Europe, les maladies cardiovasculaires provoquent 46 fois plus de décès que le SIDA, la tuberculose ou le paludisme réunis (WHO, 2014).

Avec le développement de nouvelles techniques d’imagerie, telle que l’imagerie par résonance magnétique (IRM), les cliniciens et les chercheurs ont maintenant les outils nécessaires pour surveiller et évaluer la répercussion des maladies cardiovasculaires,

---

1. The top 10 causes of death, sur <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs310/en/>



et des procédures efficaces pour la prise en charge et le traitement des patients peuvent être conçues.

Dans ce chapitre, nous passons brièvement en revue l'anatomie cardiaque, les diverses maladies qui peuvent affecter sa fonction, les principales techniques d'imagerie qui ont été développés pour le diagnostic de patients atteints de maladies cardiovasculaires. Puis, nous précisons le protocole de validation des algorithmes développés et enfin, la motivation et les objectifs de la thèse.

## 2.1 Anatomie et Fonctionnement Cardiaque

### 2.1.1 Structure du cœur

Le cœur est un organe contractile de forme conique de l'appareil circulatoire. Il mesure environ 13 centimètres de long sur 8 centimètres de large et son poids varie entre 250 et 350g. Il est logé à l'intérieur de la cage thoracique et bordé latéralement par les poumons. Son extrémité inférieure, nommée apex, pointe vers le bas en direction de la hanche gauche et repose sur le diaphragme, à la hauteur du cinquième espace intercostal.

Le cœur lui-même est composé de quatre chambres (Fig. 2.1). Il s'agit des deux oreillettes (gauche AG et droite AD) et des deux ventricules (gauche VG et droit VD). Il est constitué de deux parties fonctionnellement et anatomiquement différentes, dénommées cœur droit et gauche. La première s'occupe de la petite circulation (ou circulation pulmonaire), c'est-à-dire d'éjecter le sang veineux appauvri vers les poumons pour qu'il se charge en oxygène. La seconde a en charge la grande circulation (ou circulation systémique) qui consiste à éjecter le sang venant des poumons vers le réseau artériel pour alimenter le corps en oxygène (Hall, 2011).

### 2.1.2 Electrophysiologie Cardiaque

Le muscle cardiaque (le myocarde) est constitué de cellules musculaires appelées myocytes. Elles mesurent généralement de  $10 - 20\mu m$  en diamètre et  $50 - 100\mu m$  en longueur. La jonction entre myocytes adjacents, appelé disque intercalé, permet à des impulsions électriques de se propager d'une cellule à l'autre, ce qui fait que le myocarde se comporte comme une feuille électriquement continue.

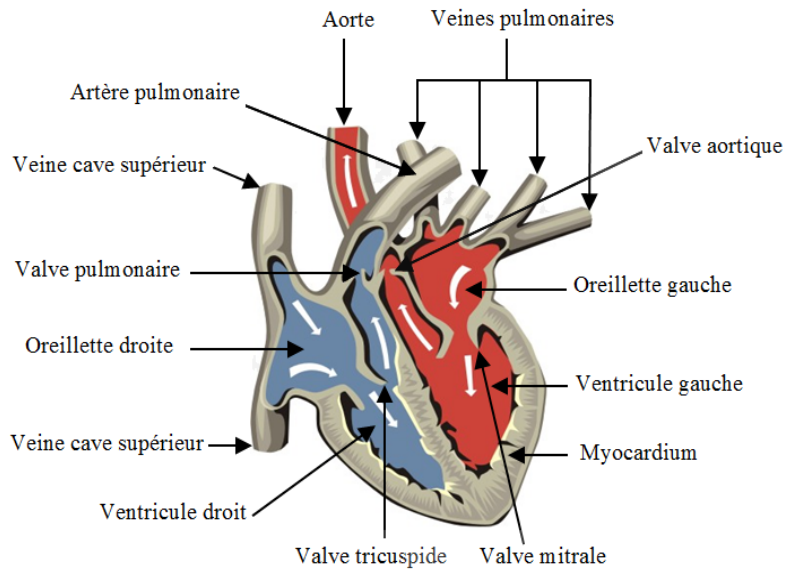


FIGURE 2.1 – Anatomie du cœur montrant le cœur droit et le cœur gauche qui fonctionnent de manière synchrone pour envoyer le sang dans la circulation pulmonaire et générale. Les flèches dans la partie bleue représentent le sang pauvre en oxygène et celles dans la partie rouge le sang riche en oxygène. *Image modifiée à partir de <http://www.healthhype.com/what-is-cardiac-output.html>.*

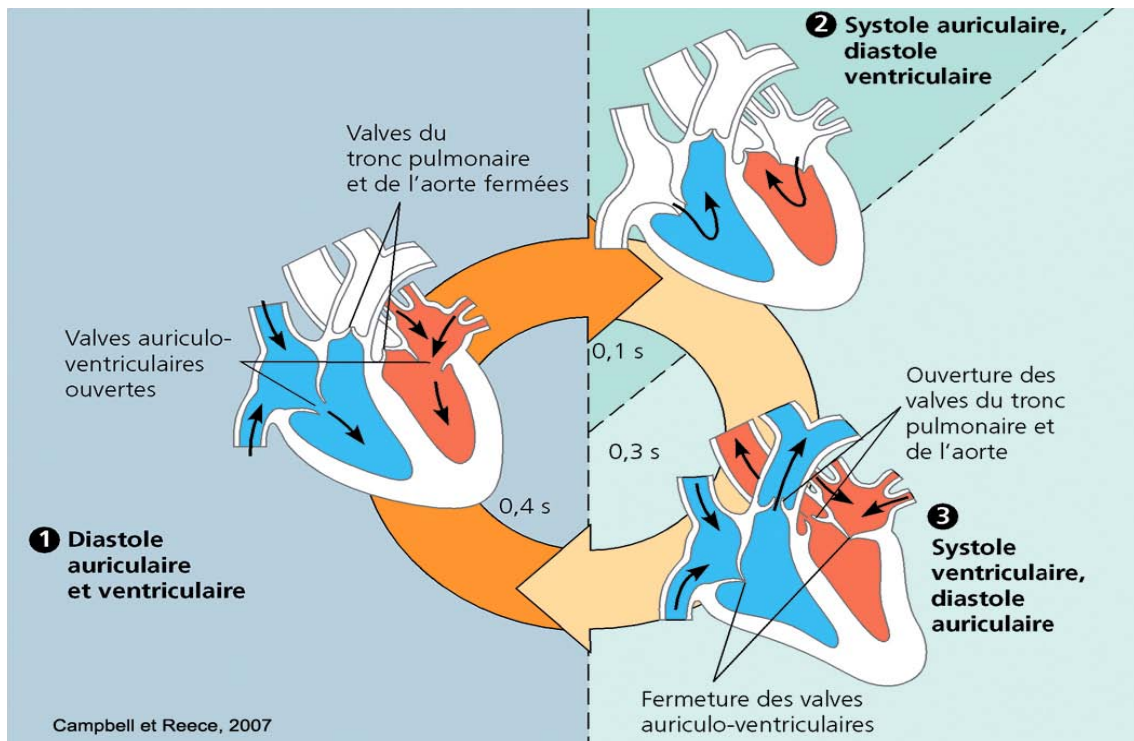


FIGURE 2.2 – Représentation du cycle cardiaque. *Image extraite de Wikipédia.*

La contraction du cœur est initiée par le nœud sino-auriculaire (SA) qui agit comme un stimulateur cardiaque, dictant la fréquence cardiaque. Le nœud est composé de myocytes qui génèrent un potentiel électrique environ une fois par seconde, excitent les cellules auriculaires adjacentes et génèrent une onde de dépolarisation se propageant à travers les deux oreillettes pour déclencher la systole auriculaire.

L'impulsion électrique atteint alors le nœud auriculo-ventriculaire (AV) dans le septum auriculaire (la paroi qui sépare les deux oreillettes). L'impulsion est retardée par le nœud AV permettant aux oreillettes de terminer leur contraction avant que les ventricules soient activés. L'impulsion électrique se déplace alors vers le bas le long d'un faisceau étroit de fibres de conduction appelé faisceau de His qui se sépare en deux parties, pour l'activation du VG d'une part et celle du VD d'autre part. Le faisceau de His se termine par le réseau de Purkinje, qui se trouve dans le sous-endocarde et distribue instantanément l'impulsion électrique aux cellules actives du myocarde (Fig. 2.3).

### 2.1.3 Cycle Cardiaque

Le sang veineux en provenance du reste du corps vers le cœur s'écoule de façon continue à partir des veines caves supérieure et inférieure dans l'oreillette droite, tandis que le sang oxygéné pénètre dans les poumons à partir de l'oreillette gauche par les veines pulmonaires. Lorsque la pression dans l'oreillette devient supérieure à la pression dans les ventricules, les valves auriculo-ventriculaires (AV) s'ouvrent et le sang pénètre dans les ventricules. Quand les ventricules sont remplis à environ 80%, les oreillettes se contractent et propulsent plus de sang dans les ventricules terminant le remplissage ventriculaire. Cette étape de remplissage ventriculaire s'appelle la *diastole* (Fig. 2.2).

Après une très courte pause ( $\sim 0,1s$ ), les ventricules se contractent : c'est la *systole*. La pression dans les ventricules augmente rapidement et dépasse la pression de l'oreillette, entraînant la fermeture des valves AV retenues par les muscles papillaires. La contraction augmente la pression ventriculaire au-delà de celle de l'aorte et de l'artère pulmonaire. Cela entraîne l'ouverture des valves aortiques et pulmonaires et le sang est éjecté sous pression du ventricule droit (VD) dans le circuit pulmonaire et du ventricule gauche (VG) dans le circuit systémique. Lorsque la pression dans le ventricule redevient inférieure à celle de l'artère pulmonaire et de l'aorte, les valves aortiques et pulmonaires se ferment. Lorsque la pression ventriculaire est inférieure

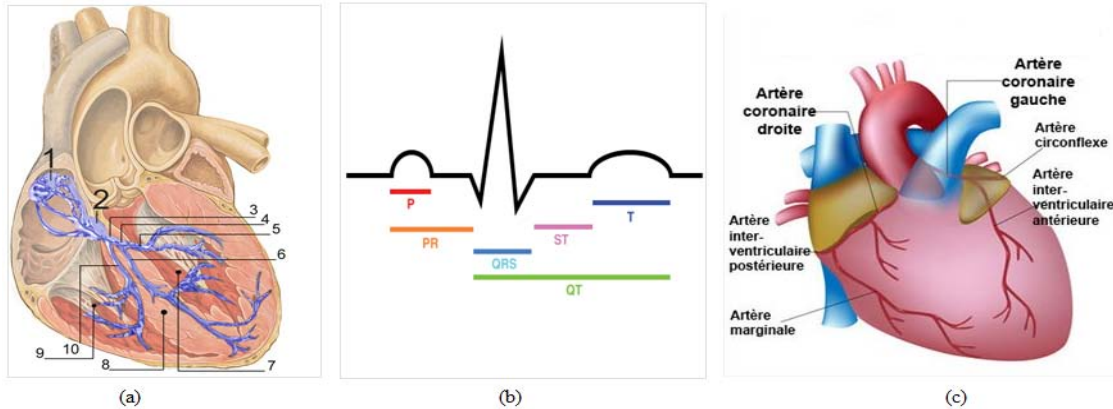


FIGURE 2.3 – (a) Système de conduction cardiaque avec le nœud sino-auriculaire (1), le nœud auriculo-ventriculaire (2), le faisceau de His (3); (b) Diagramme de rythme cardiaque - ECG (électrocardiogramme). *Images extraites de Wikipédia*; (c) Circulation coronaire. *Image extraite de www.docteurcliv.com*.

à la pression de l'oreillette, les valves AV s'ouvrent, les ventricules se remplissent à nouveau et le cycle se répète.

### 2.1.4 Circulation Coronaire

Le cœur reçoit l'énergie dont il a besoin de la circulation coronaire (Fig. 2.3(c)), qui provient de cinq grandes branches : l'artère coronaire principale gauche (ACG), l'artère coronaire droite (ACD), l'artère antérieure gauche descendante (AGD), l'artère circonflexe gauche (CxG), et l'artère interventriculaire postérieure (IVP). L'ACD et l'ACG proviennent de l'aorte, tandis que l'AGD et la CxG proviennent de l'ACG quand elle se divise en deux. L'IVP découle de l'ACD pour environ 90% de la population humaine et de la CxG dans 10% des cas.

Le débit sanguin provenant des artères coronaires irrigue le myocarde par les vaisseaux qui pénètrent dans l'épaisseur des parois des ventricules. L'occlusion d'une artère coronaire peut engendrer la mort cellulaire du territoire myocardique correspondant; celle de l'ACG est beaucoup plus grave que pour les autres artères, car elle bloque la totalité de l'approvisionnement en sang du VG.

### 2.1.5 Maladies Cardiovasculaires

Dans son rapport (WHO, 2014), l'OMS révèle que la plus grande proportion de décès résultant des MCVs est due à la maladie coronarienne (MC). L'athérosclérose

des artères coronaires peut conduire à un rétrécissement du calibre artériel appelé sténose. Il s'agit de l'accumulation de dépôts lipidiques dans les parois des artères qui limite l'apport d'oxygène vers le myocarde. Cette hypoperfusion peut se traduire par une ischémie et une perte partielle de la fonction cardiaque s'accompagnant d'anomalies dans le déplacement des parois ventriculaires.

Parmi les MCVs, un certain nombre sont d'origine non ischémique. On peut citer par exemple la cardiomyopathie hypertrophique (CMH), la cardiomyopathie dilatée (CMD), la cardiomyopathie arythmogène du ventricule droit (CAVD) et la cardiomyopathie restrictive (CMR). Le lecteur intéressé par plus de détails pourra se référer à ([Hullin et al., 2003](#)).

## 2.2 Modalités d'Imagerie Cardiaque Dynamique

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, le cœur peut être affecté par de nombreuses maladies qui diminuent sa capacité à pomper le sang vers le reste du corps. Pour évaluer l'efficacité d'un traitement particulier de manière non invasive, des images du cœur doivent être acquises en premier lieu afin que différents paramètres fonctionnels puissent être mesurés. Dans cette section, nous examinons brièvement les modalités d'imagerie dynamique utilisées pour visualiser la cinétique cardiaque.

### 2.2.1 Echocardiographie - US

L'échocardiographie ou imagerie Ultrasonore (US) est une modalité d'imagerie en particulier utilisée pour diagnostiquer le cœur en mouvement. Cette modalité est relativement peu coûteuse, sûre et non invasive, et suffisamment portable pour que les diagnostics puissent être réalisés au lit du patient. Le principe de base de cette imagerie repose sur le fait que les ondes ultrasonores, générées par un transducteur piézoélectrique, se propagent à travers les tissus en étant dispersées par les structures traversées. Les signaux réfléchis ou rétrodiffusés sont détectés et leur amplitude traitée afin de reconstruire des coupes ou des volumes de la structure des objets.

En plus de la visualisation de l'anatomie, l'imagerie ultrasonore peut également être utilisée pour évaluer la fonction au moyen de mesures de la vitesse d'écoulement du sang et des vitesses myocardiques (imagerie Doppler).

## Echocardiographie Conventiennelle

L'acquisition de données pour l'imagerie échocardiographie classique se fait de trois façons différentes. La forme la plus simple de l'imagerie ultrasonore est basée sur le principe impulsion-écho où le transducteur est utilisé en tant que récepteur immédiatement après l'émission d'une impulsion sinusoïdale. C'est ce qu'on appelle l'échocardiographie **mode A** (amplitude). On obtient ainsi une mesure de la puissance des signaux réfléchis dans le corps en tant que fonction de la profondeur. En **mode B** (intensité), un réseau linéaire (resp. matriciel) de transducteurs balaye séquentiellement un plan (resp. un volume), pour donner une image 2D (resp. 3D) du signal rétrodiffusé. Si cette séquence rapide d'émission-réception en mode B est répétée au cours du temps, alors le mouvement d'une structure à l'intérieur du corps peut être mesuré par rapport à la position du transducteur. Ce mode de visualisation est connu comme le **mode M** (pour le mouvement). Il est largement utilisé en imagerie cardiaque et imagerie cardiaque fœtale.

## Imagerie Doppler

L'échographie Doppler est basée sur l'effet Doppler. La fréquence des ondes ultrasonores réfléchies est modifiée si l'objet réfléchissant se déplace (la fréquence réfléchie devient plus élevée si l'objet se déplace vers le transducteur et inférieure si au contraire l'objet s'en éloigne). Ce changement de fréquence peut être utilisé pour mesurer la vitesse à laquelle l'objet se déplace.

La principale limitation de l'imagerie US est la difficulté d'obtenir des images dont le contraste soit reproductible. En échocardiographie conventionnelle 2D, une image de la structure et du mouvement du cœur est formée à partir de plusieurs acquisitions 2D orientées selon des plans de coupe différents.

Ceci peut conduire à des diagnostics erronés comme les images acquises sont subjectives et dépendent de l'opérateur. En outre, les procédures de suivi sont difficiles à réaliser car la position de la sonde ne peut pas être reproduite avec précision d'un examen à l'autre. Les développements récents en échocardiographie 3D [REF] ont le potentiel de fournir des visualisations 3D en temps réel de la structure du cœur et de surmonter certaines des limites de l'échographie classique en 2D.

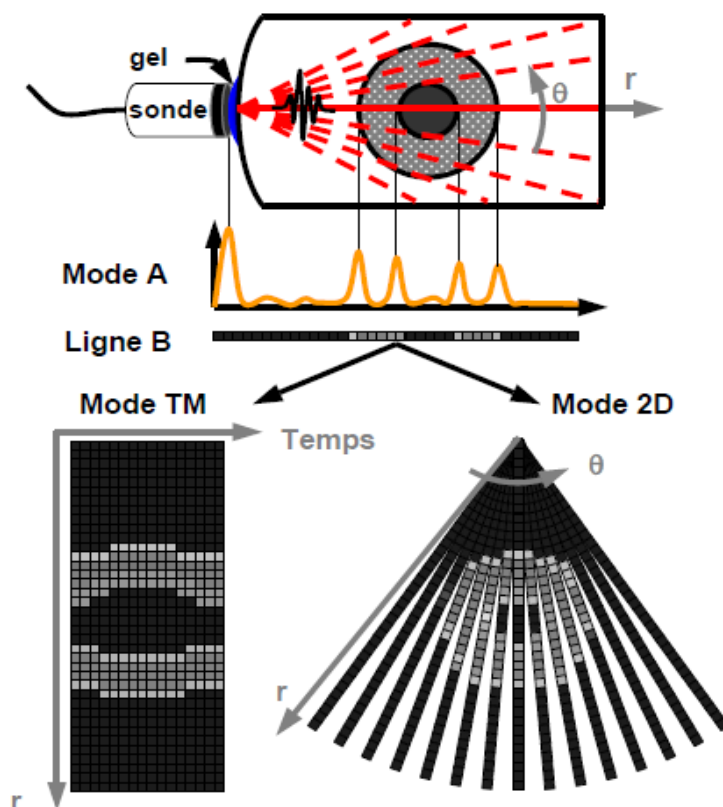


FIGURE 2.4 – L’amplitude du signal (mode A) est convertie en intensité lumineuse (ligne B). Il est alors possible d’explorer une ligne de tir au cours du temps (mode M) ou bien différentes lignes de tir dans des directions balayant un plan (mode 2D). Image extraite de (Tilmant, 2004).

## 2.2.2 Imagerie de Médecine Nucléaire - SPECT & PET

En imagerie de médecine nucléaire, l’acquisition de données se fait en administrant une molécule de traceur (une molécule contenant un isotope radioactif instable) au patient. La molécule est fixée par les organes du corps lors des processus métaboliques. La détection des photons gamma émis par le traceur permet de reconstruire des cartes de la concentration du traceur dans le corps au cours du temps. Deux types d’imagerie peuvent être effectués en fonction de la molécule de traceur utilisée.

### Tomographie d’Emission Monophotonique - SPECT

Le SPECT (*Single Photon Emission Computed Tomography*) repose sur l’émission de photons gamma par le radionucléide utilisé. Le principal marqueur monophotonique est le  $^{99m}\text{Tc}$ , qui est un produit de filiation métastable de la désintégration



de  $^{99}\text{Mo}$  en  $^{99}\text{Tc}$  en émettant un seul photon de 140 keV, avec une demi-vie de 6 heures. Les photons émis sont détectés en utilisant un cristal de scintillation couplé à un tube photomultiplicateur. Comme la source de photons émis a une distribution inconnue, les photons gamma doivent être collimatés mécaniquement par l'intermédiaire d'une plaque de plomb épaisse avec des trous cylindriques. Les informations de la ligne obtenue peuvent ensuite être utilisées pour reconstituer la distribution de la molécule de traceur dans le corps par un procédé de reconstruction tomographique.

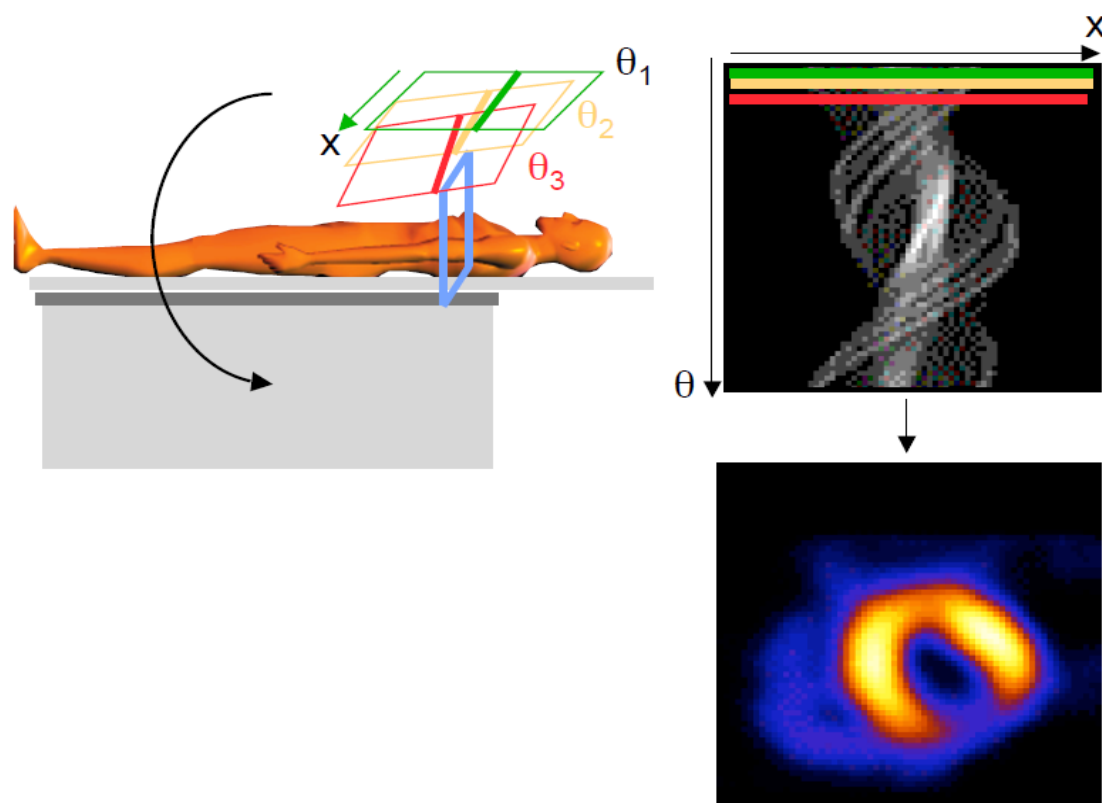


FIGURE 2.5 – Acquisition d'images SPECT. Le patient est allongé sur une table en translation par rapport aux détecteurs, appelés gamma caméras, qui sont en rotation autour de la table. *Images extraites de Wikipédia.*

L'imagerie SPECT est utilisée pour localiser et évaluer l'étendue de l'ischémie myocardique résultant d'une maladie coronarienne. Elle fournit une carte 3D de la perfusion sanguine du myocarde. Dans les examens dits de stress-repos, deux cartes de perfusion du myocarde sont acquises pour chaque patient, une pendant que le patient est au repos et une autre pendant que le patient exerce un effort.

L'ischémie, l'infarctus et le tissu normal peuvent être discriminés par comparai-



son des images de stress et de repos :

***Normal***

Si les distributions d'intensité dans les cartes de perfusion sont normales à la fois pour les images de stress et de repos, alors l'état du myocarde est normal.

***Ischémique***

Si la distribution d'intensité dans les cartes de perfusion du stress est faible, mais normale dans la carte de perfusion de repos, alors le myocarde est ischémique.

***Infarctus***

Si les distributions d'intensité à la fois au stress et au repos sont faibles, alors le myocarde présente un infarctus.

**Tomographie par Emission de Positons - PET**

Dans la tomographie par émission de positons (PET), une molécule traceur contenant un radionucléide tel que le  $^{18}F$  est utilisée. Le  $^{18}F$  se désintègre en émettant un positron, et a une demi-vie de 109 minutes. Le positron est émis très rapidement ( $\sim 10^{-9}$  secondes), et à quelques millimètres de son origine, s'annihile au contact d'un électron en produisant de deux photons gamma d'énergie 511 keV dans des directions opposées.

La collimation n'est pas nécessaire pour l'imagerie PET comme des informations sur l'origine de l'émission peuvent être déduites du fait qu'elle doit se trouver sur la ligne reliant les positions des deux photons détectés en anticoincidence dans une fenêtre temporelle très courte. Le PET est également plus sensible que le SPECT comme il n'y a pas des photons absorbés par un collimateur, mais un scanner PET est également quatre fois plus coûteux à exploiter qu'un scanner SPECT. Deux domaines d'application clinique ont vu le jour pour l'imagerie PET. Tout d'abord, il peut être utilisé pour détecter, localiser et décrire les pathologies coronariennes ; d'autre part, il peut être utilisé pour identifier le myocarde lésé, mais viable, de manière similaire au SPECT.

### 2.2.3 Imagerie par Résonance Magnétique - IRM

#### IRM de Marquage Tissulaire

Le tissu myocardique dans le corps peut être marqué par la modification de ses propriétés d'aimantation qui est persistante, même en présence de mouvement. En mesurant le déplacement du tissu marqué, les champs de déformation dans le myocarde peuvent être reconstruits. L'IRM de marquage tissulaire ou tagging est actuellement considérée comme la méthode de référence en ce qui concerne la mesure de la déformation myocardique régionale. Il s'agit d'une technique de tatouage du myocarde par un motif prédéfini (lignes ou grilles), ces marquages sont ensuite suivis lors d'une séquence de ciné IRM permettant ainsi de quantifier la déformation myocardique régionale par des valeurs quantitatives telles que le *strain*.

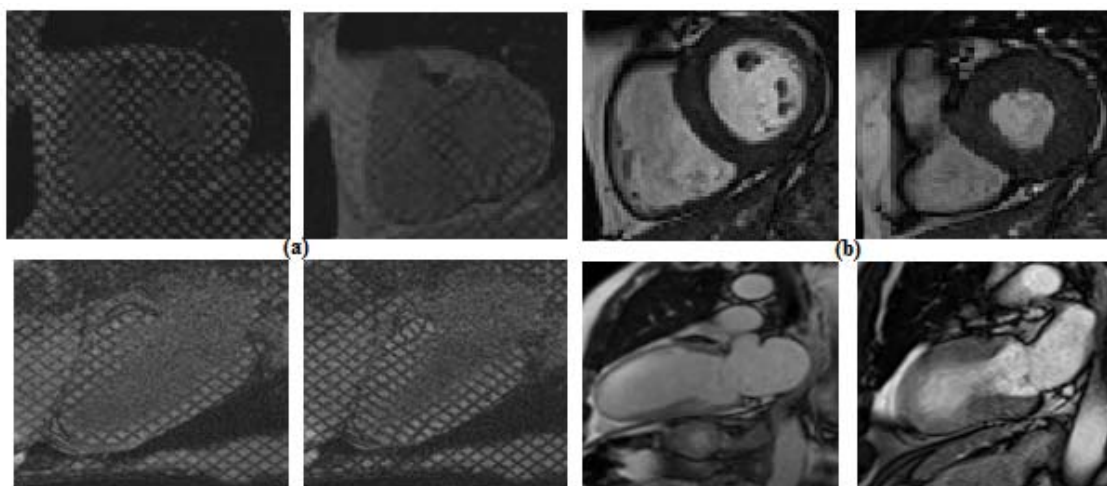


FIGURE 2.6 – Exemple de séquence de tagging (a) et de ciné IRM (b) en petit axe (en haut) et grand axe (en bas) en télédiastole (à gauche) et en téléstole (à droite).

La technique repose sur la perturbation de l'aimantation dans le myocarde en utilisant une séquence d'impulsions radio-fréquence (RF) de saturation avant l'acquisition d'images avec une séquence d'imagerie ciné classique. Comme le myocarde conserve la connaissance de la perturbation de l'aimantation, le mouvement du myocarde peut être suivi pendant la systole. Finalement, le tagging peut être résumé en 3 étapes :

1. Un motif de saturation est marqué sur le tissu myocardique grâce à des impulsions RF appropriées,

2. Une séquence d'images par résonance magnétique nucléaire de type ciné IRM est acquise avec des lignes de saturation persistantes,
3. Une étape de post-traitement exploite le mouvement des lignes de saturation pour étudier le mouvement du myocarde.

Zerhouni et al. (1988) ont été les premiers à appliquer la technique du tagging à l'étude de la fonction systolique myocardique en utilisant une excitation sélective par RF afin de produire quelques plans de saturation parallèles à l'intérieur de la paroi cardiaque. Une avancée a ensuite été réalisée grâce au développement de la méthode *spatial modulation of magnetization* (SPAMM) par Axel and Dougherty (1989).

Cette technique a permis l'application des lignes de tatouage dans 2 directions orthogonales qui, combinées, forment une grille de tatouage tissulaire. Le principal problème de cette technique est que les lignes de tags s'estompent au cours de la séquence du fait de la relaxation  $T_1$ . Pour minimiser cet effet, des implémentations ont été proposées telles que la méthode CSPAMM (*complementary spatial modulation of magnetization*). Elle repose sur l'acquisition de deux images utilisant la technique SPAMM, mais présentant un déphase de 180 degrés l'une par rapport à l'autre. Les données acquises sont ensuite soustraites l'une à l'autre permettant ainsi une meilleure persistance des lignes de tags tout au long de l'acquisition, ainsi qu'une augmentation du contraste entre le sang et le myocarde (Chandrashekar, 2004; Ernande, 2011).

### Ciné IRM

Le ciné IRM est une technique d'acquisition d'images se référant à des séquences permettant d'observer la cinématique cardiaque. Il devient de plus en plus la modalité de choix pour l'analyse de la fonction myocardique, du fait d'un certain nombre d'avantages par rapport aux autres techniques d'imagerie. Elle est sûre, non invasive et produit des images 3D+t de l'anatomie et de la physiologie du cœur avec une bonne résolution spatiale ( $2 \times 2mm$ ) et temporelle (30 à 40ms) dans des orientations arbitraires. Le principal écueil de cette imagerie réside dans le fait que les coupes d'un volume ne sont pas acquises simultanément et le sont sur des apnées indépendantes du patient. Il en résulte d'éventuels décalages entre les coupes qui sont souvent espacées de 2 à 10mm (usuellement 10 à 15 coupes contiguës en petit axe pour couvrir l'intégralité des ventricules). En routine clinique, on acquiert en général

3-4 coupes petit axe et 2-3 coupes grand axe, pour limiter le temps d'acquisition. L'anisotropie des données est un véritable problème pour pouvoir les traiter comme un véritable volume.

La ciné IRM permet de quantifier la fonction cardiaque de manière aussi bien globale (estimation de la fraction d'éjection) que locale, en visualisant le déplacement et l'épaississement des différents secteurs du myocarde et ses anomalies. Il permet aussi de visualiser la morphologie du cœur, les volumes et les masses.

## 2.3 Analyse des Déformations Myocardiques

Dans cette section, nous allons donner une revue globale sur l'étude des déformations du myocarde, en particulier celles du ventricule gauche. Nous aborderons quelques aspects techniques d'imagerie ultrasonore et par résonance magnétique pour mesurer des paramètres quantitatifs de déformation myocardique régionale tels que le déplacement (vitesse et déplacement myocardique) et la vitesse de déformation (*strain* et *strain rate*) de la paroi myocardique.

### 2.3.1 Architecture et Fonction Myocardique

La contraction cardiaque est liée à un ensemble de déformations complexes du myocarde, qui est constitué de différentes couches musculaires, elles-mêmes composées de fibres myocardiques (Fig. 2.7). La fonction du myocarde est caractérisée par un épaississement et un amincissement de la paroi myocardique au cours du cycle cardiaque.

Elle résulte de la structure des fibres myocardiques organisées de façon complexe en spirale autour de la cavité ventriculaire gauche : les fibres les plus internes et les plus externes ont une orientation longitudinale, tandis que les fibres à mi-paroi ont plutôt une orientation circonférentielle et cette organisation varie de la base à l'apex et entre les différentes parois (Donal, 2007).

La disposition des fibres myocardiques est responsable d'une déformation systolique tridimensionnelle complexe pouvant être simplifiée en un épaississement radial correspondant à la contraction du myocarde vers le centre de la cavité cardiaque en coupe petit axe, un raccourcissement longitudinal correspondant à un raccourcissement des fibres myocardiques qui aboutissent au rapprochement de l'anneau mitral

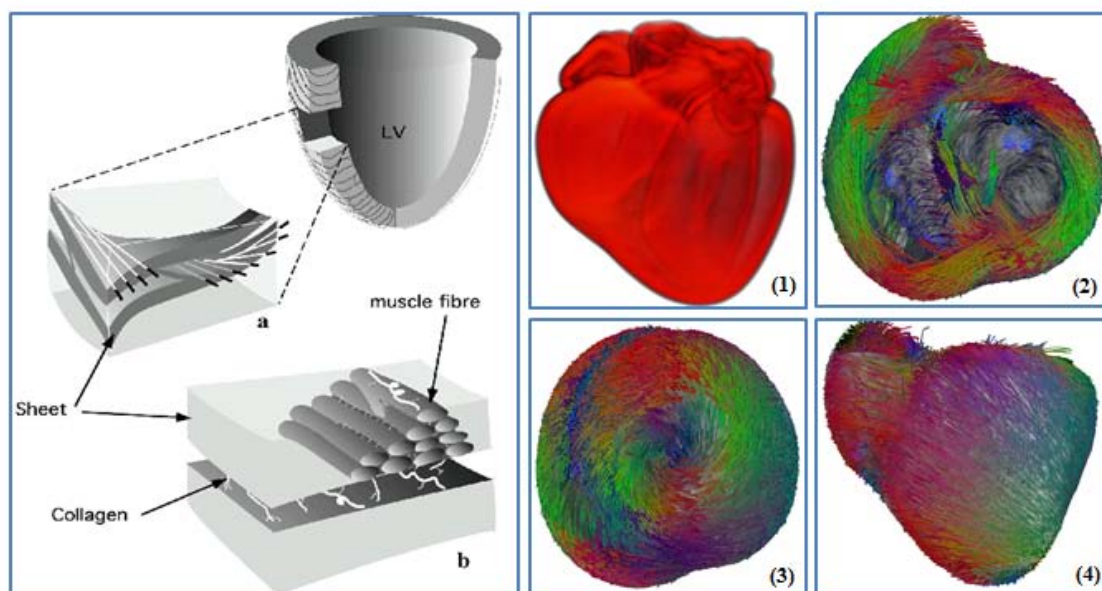


FIGURE 2.7 – Structure du ventricule gauche : fibres myocardiques (a,b) avec la géométrie du myocarde (1), vue de haut en petit axe (2), vue apicale (3) et vue frontale en grand axe (4). Image d'Asclepios/INRIA.

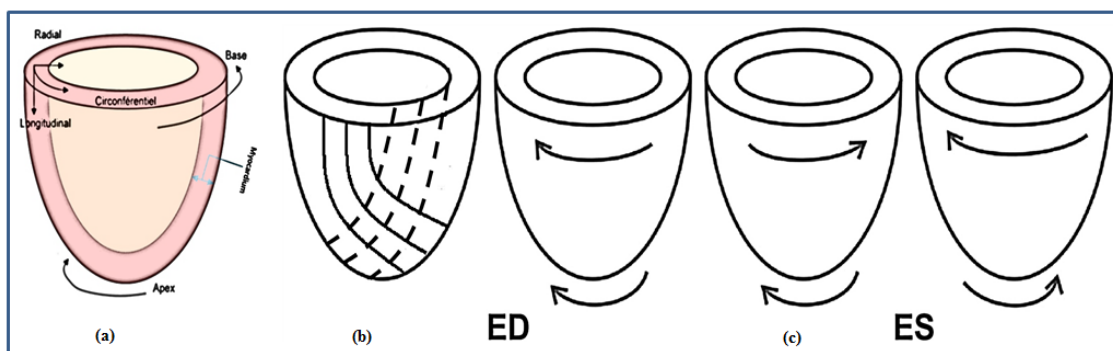


FIGURE 2.8 – Représentation schématique des mouvements myocardiques : référentiel local radial, longitudinal et circumférentiel (a) ; orientation des fibres dans la région épicaudique (en trait continu), dans la région endocaudique (en pointillés) (b) ; torsion du ventricule gauche au cours du cycle cardiaque (ED = télédiastole, ES = télésystole) (c). Image de *Rüssel et al. (2009)*.

et de l'apex, un raccourcissement circonférentiel de la paroi myocardique et un mouvement de torsion dans le sens anti-horaire pour l'apex et dans le sens horaire pour la base (Fig. 2.8).

## 2.3.2 Paramètres de Déformations du Myocarde

### Déplacement

La vitesse myocardique représente une distance parcourue par unité de temps, habituellement exprimée en cm/s. Le déplacement myocardique est l'intégrale temporelle des vitesses d'un temps de départ  $t_0$  à un temps  $t$ , exprimé en cm.

L'évaluation de la fonction systolique myocardique régionale par les paramètres de déplacement présente des limites. Tout d'abord, ils sont influencés par l'ensemble des mouvements cardiaques que sont la contraction du segment étudié, mais également la contraction des segments adjacents ou la translation du massif cardiaque à l'intérieur du thorax. De plus, ces paramètres étant, dans la grande majorité des cas, mesurés par méthode Doppler, la dépendance des mesures vis-à-vis de l'angle de tir des ultrasons rendent celles-ci difficilement accessibles pour certains segments. L'utilisation des paramètres d'analyse de la déformation myocardique régionale que sont le *strain* et le *strain rate* permet de pallier certains de ces problèmes (Ernande, 2011).

### Déformation myocardique - *strain*

Le *strain* est un paramètre sans unité physique représentant la déformation d'un objet par rapport à sa forme originelle. Le *strain* est souvent exprimé en pourcentage de modification par rapport à la dimension originelle et peut s'écrire comme suit :  $\varepsilon = \frac{L-L_0}{L_0}$  où  $\varepsilon$  représente le *strain*,  $L_0$  la longueur initiale de l'objet et  $L$  sa longueur après déformation. Par convention, le *strain* est défini comme une valeur positive lorsque la distance entre les points mesurés augmente, alors que le raccourcissement est défini par un *strain* négatif.

En 2D, on distingue 3 différents types de *strain* selon la déformation myocardique qu'ils caractérisent :

1. Le ***strain radial*** qui exprime l'importance de l'épaississement des parois myocardiques du ventricule gauche en systole par un *strain* positif,



2. Le **strain longitudinal** qui exprime l'importance du raccourcissement des fibres myocardiques de la base vers l'apex, en systole, par un *strain* négatif,
3. Le **strain circonférentiel** qui exprime la diminution du périmètre du ventricule gauche en systole par un *strain* négatif.

Pour chaque *strain* calculé, on s'intéresse à la valeur du pic, le plus souvent télésystolique (négatif pour le *strain* longitudinal et circonférentiel, positif pour le *strain* radial), correspondant à la déformation maximale au cours de la systole.

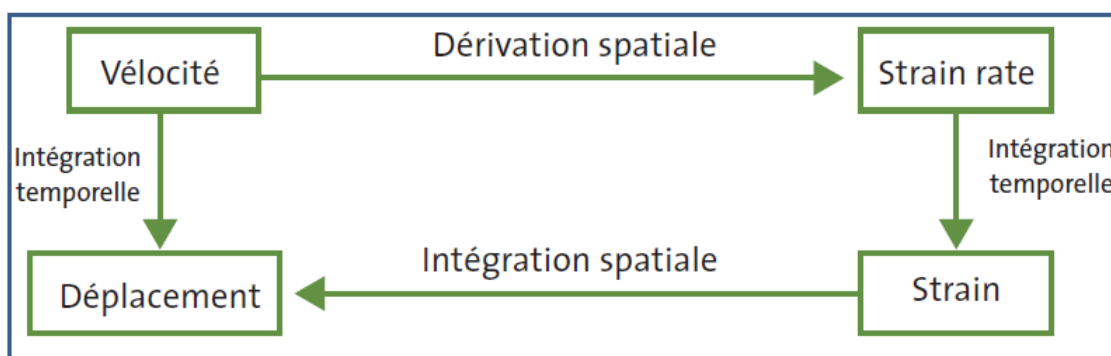


FIGURE 2.9 – Représentation schématique des relations existant entre *strain* myocardique, vitesse et déplacement.

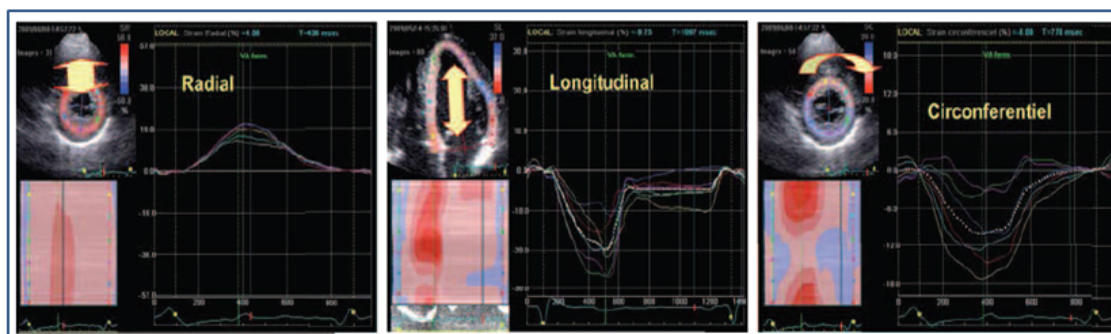


FIGURE 2.10 – Mesure du *strain* 2D systolique par *speckle tracking* chez un sujet sain. *strain* radial = 40%, *strain* longitudinal = -20% et *strain* circonférentiel = -20%. Image extraite de Donal (2007).

Le *strain rate* est calculé à partir du gradient de vitesse spatiale instantané au niveau d'un segment myocardique (Fig. 2.11). L'intégration des valeurs de *strain rate* permet le calcul du *strain* (Fig. 2.9). L'imagerie de *strain* et *strain rate* a été validée en tant que technique précise pour l'évaluation de la fonction myocardique chez l'animal, et son implication clinique a été établie dans de nombreuses études

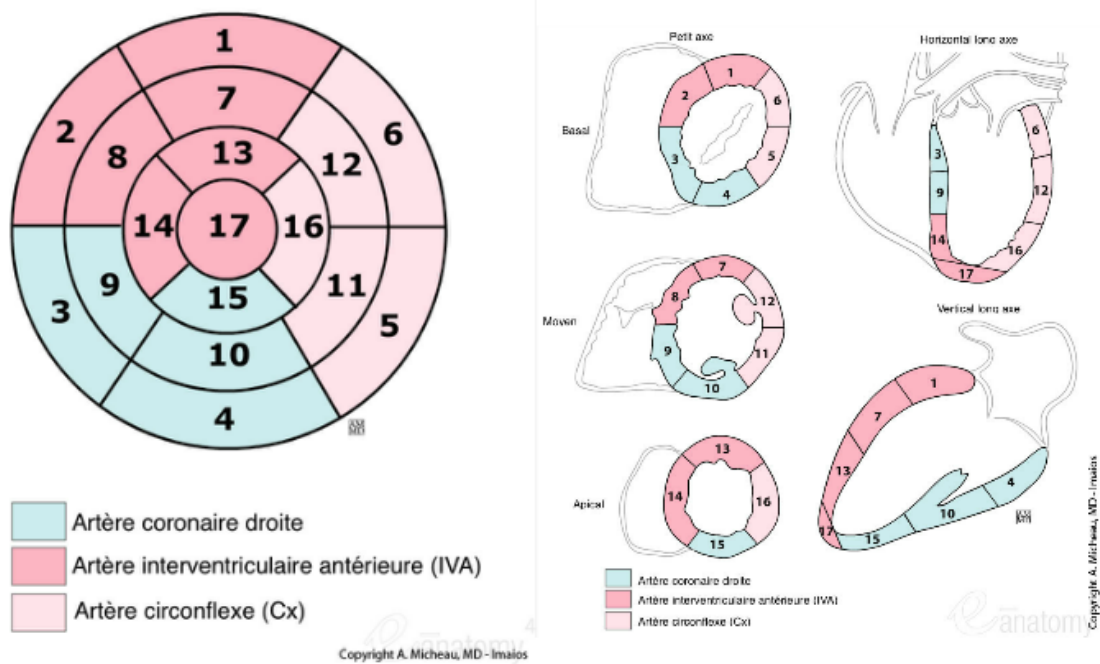


FIGURE 2.11 – Affichage des 17 segments myocardiques en représentation polaire de type *bull's eye* (à gauche) et leur affectation (à droite) sur le myocarde avec les territoires associés à l'artère antérieure gauche descendante, à l'artère coronaire droite, et à l'artère coronaire circonflexe gauche. *Image de A. Michaud, MD - Imaios.*

(Yip et al., 2003; Ernande, 2011).

Les déformations myocardiques ou *strain* peut être représentées en chaque point par le tenseur de champ de vitesse comme suit :

$$E = \frac{1}{2} \left[ \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T + (\nabla \mathbf{v})^T \nabla \mathbf{v} \right] \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{v}$  est le champ de vitesse et  $\nabla \mathbf{v}$  son Jacobien. Chaque composante de  $E$  reflète la variation relative de longueur dans une direction. Étant donné que ces entrées sont les dérivées spatiales des composantes de  $\mathbf{v}$ , elles dépendent du système de coordonnées, qui doit s'adapter à la forme du ventricule gauche, afin que chaque composante du *strain* soit anatomiquement significative. En 3D, le système de coordonnées radiale, circonférentielle et longitudinale est choisi et le tenseur de champ de vitesse estimé est projeté sur chacune de ces coordonnées.



### 2.3.3 Méthodes de Mesure de Déformations Myocardiques

#### Doppler Tissulaire

L'imagerie du *strain* et du *strain rate* (SR) myocardique multidirectionnel est un outil non invasif de quantification précise de la fonction et de la contractilité myocardiques. Initialement le *strain* et le SR ont été mesurés en **Doppler Tissulaire** (DTI). Le DTI est une technique qui consiste en l'adaptation du système Doppler aux caractéristiques acoustiques du signal provenant de la paroi myocardique, dont les vitesses sont très nettement inférieures à celles du sang et l'intensité du signal bien supérieure.

Le Doppler tissulaire en mode bidimensionnel présente l'avantage d'une résolution temporelle élevée, mais présente plusieurs limites. Premièrement, comme toute méthode Doppler, il dépend de l'angle d'incidence du faisceau ultrasonore sur la région étudiée. Ensuite, il existe une limitation liée au mode de recueil des vitesses : les images représentent la projection de vecteurs vitesse d'un espace à 3 dimensions, sur la direction du faisceau ultrasonore, c'est-à-dire une information à une dimension. L'information de vitesse pariétale visualisée sur les images DTI est donc partielle. Enfin, la dernière limite du DTI est qu'il ne distingue pas les mouvements myocardiques actifs des mouvements passifs.

#### *Speckle Tracking*

Le ***Speckle Tracking*** est une nouvelle méthode proposée pour s'affranchir des défauts du Doppler tissulaire. Cette technique utilise l'imagerie de second harmonique en niveaux de gris et repose sur le suivi image par image de petits éléments appelés marqueurs acoustiques (ou *speckle*), spécifiques d'une région d'intérêt et dont l'apparence est peu modifiée d'une image à l'autre. Ce *speckle* est la résultante de la diffusion et de la réflexion du faisceau ultrasonore dans le tissu myocardique.

Le ***Speckle Tracking*** repose sur l'algorithme de *Block Matching* fondé sur différents critères de similarité entre images (intercorrélation normalisée ou non, somme des écarts absolus ou somme des écarts quadratiques), permettant de suivre des motifs dans l'image. L'exécution de cet algorithme nécessite au préalable une segmentation semi-automatique endocardique et épocardique. Le *speckle* présent dans des régions de 20 à 30 pixels de myocarde segmenté est suivi image après image. Un vecteur vitesse est attribué à chaque *speckle* par l'algorithme, puis les déplacements

et les déformations du myocarde peuvent être déduits.

La méthode de *Speckle Tracking* fournit de nombreux avantages par rapport au Doppler tissulaire. Tout d'abord, elle ne dépend pas de l'angle d'incidence du faisceau ultrasonore, elle donne une analyse bidimensionnelle, voire tridimensionnelle, des déformations, et enfin elle assure une meilleure reproductibilité (Yip et al., 2003; Donal, 2007; Ernande, 2011).

### **IRM de Marquage Tissulaire - IRM tagging**

Le mouvement régional et la déformation segmentaire du myocarde peuvent être appréciés par une simple analyse visuelle des images ciné avec tagging myocardique. Mais l'analyse non subjective réalisée à l'aide de logiciels de post-traitement permet de réellement tirer parti de telles séquences avec une mesure quantitative de la fonction régionale. En effet, le motif de marquage permet intrinsèquement d'encoder le mouvement ; à partir de la mesure de la déformation du motif de marquage et le calcul du champ de mouvement, on peut calculer des indices de déformation ou de contrainte mécanique d'une même région du myocarde, tout en prenant en compte le mouvement global au cours du cycle cardiaque. La différence fondamentale des mesures de la fonction régionale obtenue avec ces techniques avancées, comparative-ment à celles faisables sur les séquences ciné, relève de la précision et reproductibilité des mesures : non seulement la fonction régionale pourra être mesurée dans l'épaisseur même de la paroi myocardique (différentiation des régions sous-endocardique et sous-épicaire), mais la mesure est toujours faite au sein d'une même région, puisque l'on est capable de la suivre malgré son déplacement.

L'analyse est désormais grandement facilitée par des logiciels tels qu'*inTag* (décrit dans la suite) qui permet l'extraction automatique des contours, le tracking du marquage (dans l'espace fréquentiel) et le calcul de la déformation. Les résultats fournis consistent en des images paramétriques (codage couleur ou représentation de vecteurs de déformation) de paramètres standard : déformation radiale, circonférentielle ou longitudinale, déplacement et rotation. Malheureusement, la technique de tagging myocardique se limite à la résolution spatiale du tatouage avec une distance inter-tags qui ne peut descendre en dessous de  $5mm$  au risque de disparaître rapidement, alors même que l'on souhaiterait une résolution de l'ordre du pixel (1 à  $2mm$ ) (Croisille, 2012).

## 2.4 Protocole de Validation

### 2.4.1 Introduction

La méthodologie d'évaluation des algorithmes du flot optique se fait à travers des indices d'erreur d'estimation de mouvement entre l'image de référence et l'image déformée. Les deux mesures d'erreur suivantes sont en général calculées.

#### Erreur Angulaire

Il s'agit de l'angle entre le champ de déplacement réel et le champ de déplacement estimé par la méthode à évaluer (Barron et al., 1994; Baker et al., 2007, 2011b). Pour cela, on doit disposer d'un jeu de données d'images dont on connaît le champ de déplacement *a priori* ou bien on crée un jeu d'images synthétiques en déformant l'image à l'instant  $t$  par un champ déplacement simulé pour avoir l'image déformée à l'instant  $t+1$  et on calcule le champ entre ces deux images par la méthode à évaluer (cf. exemple Fig. 3.9). L'erreur angulaire est calculée par la formule suivante :

$$Err_{ang} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \arccos \left( \frac{1.0 + \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{v}_c}{\|1.0 + \mathbf{v}_e\| \|1.0 + \mathbf{v}_c\|} \right), \quad (2.2)$$

où  $\mathbf{v}_e$  est le champ estimé,  $\mathbf{v}_c$  le champ réel et  $n$  représente le nombre total de pixels dans la région d'intérêt considérée.

#### Erreur Relative en Amplitude

L'erreur relative en amplitude (Kima et al., 2005) est calculée comme l'écart en amplitude entre le champ de déplacement estimé théorique, ramené sur l'amplitude du champ théorique :

$$Err_{vel} = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n \left| \|\mathbf{v}_e\| - \|\mathbf{v}_c\| \right|}{\|\mathbf{v}_c\|}. \quad (2.3)$$

### 2.4.2 Logiciel *inTag*

Le logiciel *inTag* est un plugin entièrement intégré dans OsiriX<sup>2</sup>. Il est construit à partir de la méthode SinMod qui extrait le mouvement sur une séquence d'images

---

2. OsiriX est un logiciel de traitement d'images pour le plateforme Mac OS X. (<http://www.osirix-viewer.com/>).

cardiaques de type IRM de marquage tissulaire (Arts et al., 2010). L'intensité de l'image dans l'environnement de chaque pixel est modélisée comme le déplacement d'un front d'onde sinusoïdale.

Le déplacement est estimé à une précision subpixelique. SinMod peut gérer des étiquettes de ligne, ainsi que du *speckle*. En image de synthèse (tags espacés de six pixels), il a été montré que les déplacements sont détectés avec une précision inférieure à 0.02 pixel.

### Caractéristiques et Utilisation du Logiciel *inTag*

Le logiciel *inTag* traite des séquences d'IRM de marquage tissulaire avec grille ou lignes d'étiquettes, en petit ou grand axe. L'utilisateur démarre le logiciel en spécifiant le modèle de tag, l'orientation de coupe et le temps approximatif de fin de systole (ES) et *inTag* calcule automatiquement le champ de mouvement.

Ensuite, l'utilisateur définit un masque initial pour le calcul automatique des contours endocardique et épicaudique. Un modèle masse-ressort surfacique est utilisé pour modifier interactivement le résultat de la segmentation initiale.

Les nombres de couches (endo-, mi-, épicaudique) et de secteurs du myocarde sont aussi définis par l'utilisateur pour les faire correspondre à la segmentation AHA (Fig. 2.11).

### Représentation des Résultats par *inTag*

Le logiciel *inTag* calcule les champs de déplacement et le *strain* 2D (composante radiale et circonférentielle), l'amplitude du mouvement et son orientation) et les représente sous la forme de cartes paramétriques polaires de type *bull's eye*, avec des possibilités de superposition d'images dans les fenêtres d'OsiriX.

### 2.4.3 Acquisition et Prétraitement des Données Cliniques

Nous avons utilisé des séquences de ciné IRM standard et de marquage tissulaire acquises pour 47 patients. L'IRM faisait partie d'un protocole standard d'analyse du myocarde post-infarctus. Les séquences d'IRM ont été acquises avec un système Siemens Avanto 1.5T et une séquence ciné *trufisp* en vue petit axe, avec et sans marquage. Le nombre d'images dans les deux séquences varie de 17 à 33 avec une taille d'image de  $208 \times 256$ . Comme les référentiels des acquisitions n'étaient pas les

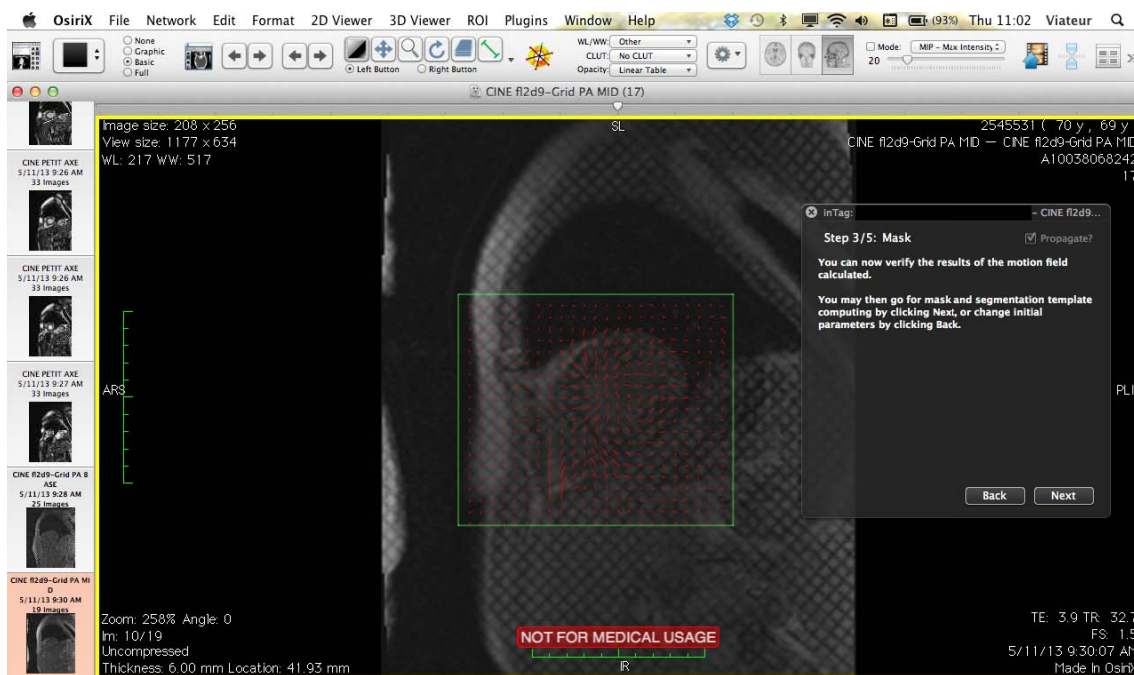


FIGURE 2.12 – Environnement du logiciel *inTag* avec visualisation des champs de déplacement estimés.

mêmes pour les images ciné et de marquage tissulaire, les séquences ont d’abord été recalées dans l’espace (deux points sélectionnés manuellement dans le milieu de la cavité du VG et au point d’insertion du VD pour centrer et réorienter les images), puis interpolées dans le temps pour obtenir le même nombre d’images (Fig. 2.15). La précision de la procédure de recalage estimée à quelques millimètres suffit pour la comparaison de valeurs en moyenne sur les secteurs angulaires AHA standards (Cerqueira et al., 2002; Perezto-Valdés et al., 2005).

#### 2.4.4 Indices de Contractilité Segmentaire en Clinique

Nous avons fait aussi une analyse statistique pour comparer nos résultats à l’expertise médicale via les indices qualitatifs fournis par la cardiologue et radiologue (Dr Elisabeth Coupez et Dr Lucie Cassagnes). Il s’agit du Wall Motion Score IRM (WMS) et de Wall Thickening (WT).

Pour information, elles ont fait un score de 1 à 5 en WMS pour coter le déplacement segmentaire comme suit : 1 = normal ; 2 = diminution modérée ; 3 = diminution sévère ; 4 = absence de mouvement ; 5 = dyskinésie. Concernant le WT pour des raisons de sens et afin d’éviter la multiplication des données elles n’ont que



## CHAPITRE 2

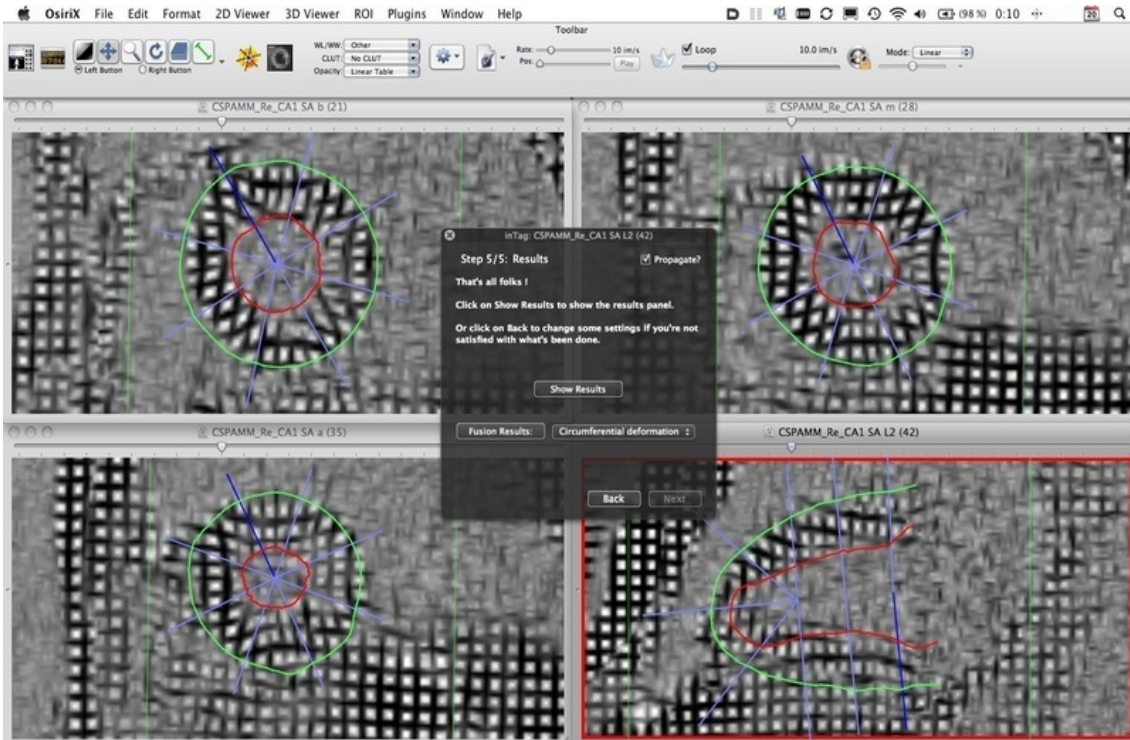


FIGURE 2.13 – Environnement Logiciel *inTag* avec visualisation des contours détectés automatiquement.

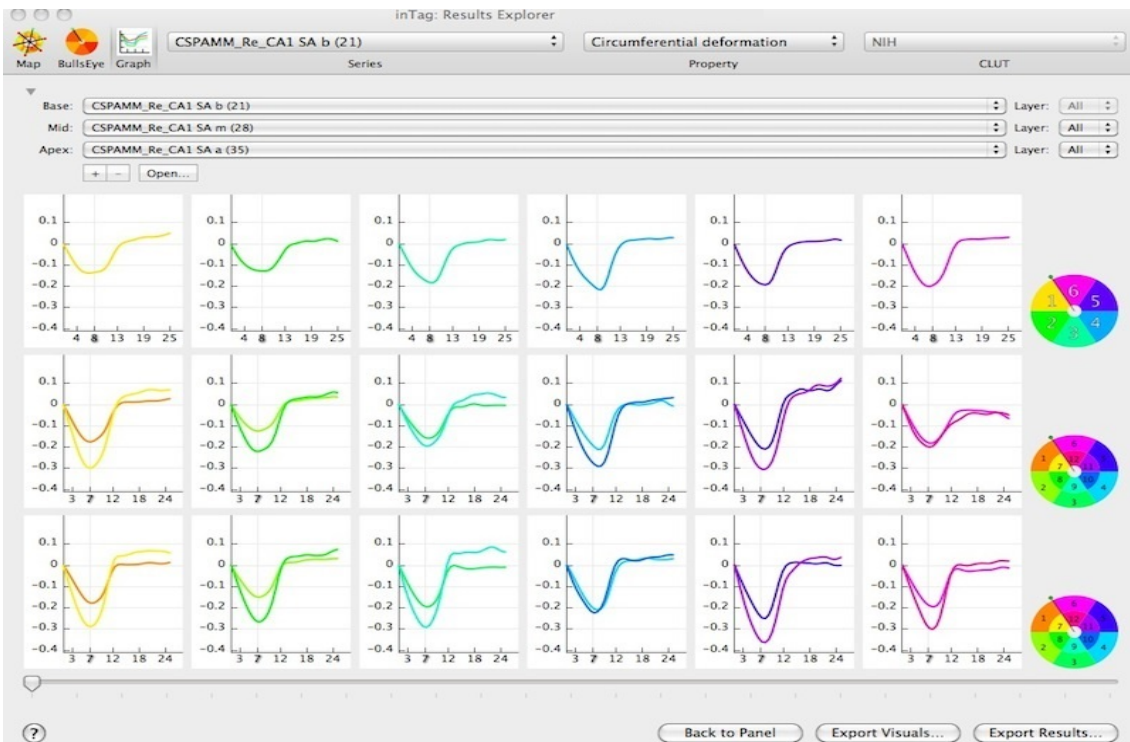


FIGURE 2.14 – Représentation du *strain* circonférentiel d'*inTag* par des graphiques de type *multi-box* et par des cartes paramétriques polaires.

relevé la présence vs. absence d'épaississement (1 vs. 0 ; si il y a épaississement il y a du muscle ; donc la distinction épaississement normal / diminué avait peu de sens).

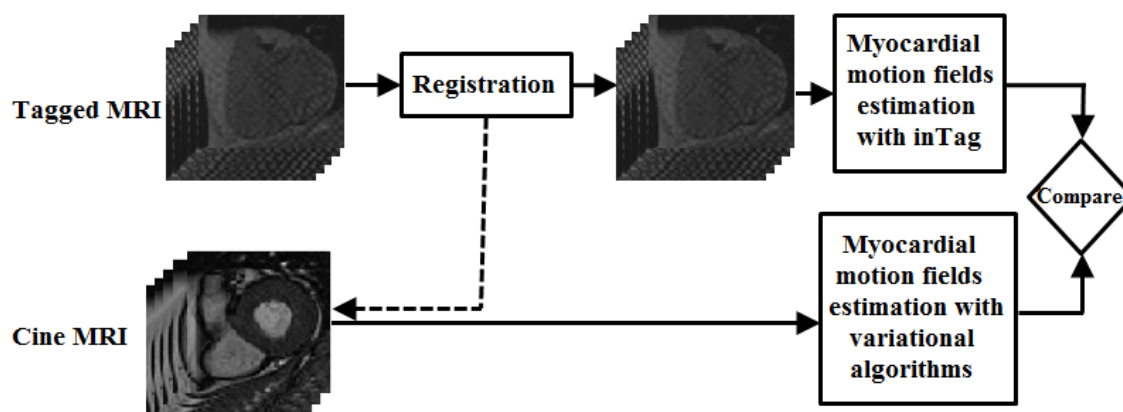


FIGURE 2.15 – Procédure pour la validation avec les données cliniques.

## 2.5 Motivation et Objectifs de la Thèse

Dans ses travaux, [Tilmant \(2004\)](#) a proposé une méthode de suivi pariétal dans les séquences d'échocardiographie par contours actifs implicites. Il s'agit d'un outil de segmentation automatique permettant de délimiter le myocarde afin d'estimer des déplacements moyens par secteur. Un champ dense a été estimé dans le muscle cardiaque en exploitant l'équation de continuité. La segmentation n'est pas directement couplée au mouvement, elle sert seulement de masque pour faire la mesure des déplacements.

Cette approche proposée a donné au clinicien une visualisation nouvelle du déplacement local du myocarde en superposant un champ vectoriel à l'image. Mais plus encore, il a été possible de détecter des troubles de contraction segmentaire par analyse statistique du déplacement local et d'analyser la contractilité.

[Tilmant \(2004\)](#) a conclu qu'une meilleure solution serait de traiter la segmentation et l'estimation de déformation du myocarde comme deux problèmes couplés

pour gagner en robustesse et en précision. Pour mener à bien ce projet, nous avons modélisé l'équation gouvernant la contraction et relaxation du myocarde, le champ de déplacement et la segmentation du myocarde ont été traité simultanément dans un formalisme d'assimilation de données variationnelle.

Notre objectif principal est de trouver une méthode pour l'estimation dense des déplacements avec des termes de régularisation adaptés, qui servira au couplage avec les parois myocardiques, pour produire un résultat cohérent et robuste vis-à-vis des variations de contraste des images.





# Simulation de Données Cardiaques Dynamiques

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Equation de Transport</b>	<b>32</b>
3.1.1	Résolution de l'Equation de Transport	33
3.1.2	Solution Upwind de l'Equation de Transport	39
3.1.3	Implémentation et Discussion	39
3.1.4	Conclusion	41
<b>3.2</b>	<b>Séquences Dynamiques Simulées</b>	<b>42</b>

---

Dans le processus d'évaluation et de validation de nos algorithmes, nous avons opté pour l'utilisation de jeux de données simulées par l'équation de transport d'une part et les résultats fournis par le logiciel *inTag* décrit au chapitre 2 pour les données cliniques d'autre part. Dans cette section, nous allons examiner en détail l'équation de transport communément appelée *équation d'advection*.

## 3.1 Equation de Transport

L'équation de transport est une équation très connue et très souvent traitée dans la littérature de l'analyse numérique appliquée à la dynamique de fluide. Elle décrit le mécanisme de transport de la matière ou de propriétés conservées par un fluide en mouvement. Le mouvement du fluide est décrit mathématiquement comme un champ de vecteurs, et le matériau transporté est généralement décrit comme étant un scalaire de la concentration de substance contenue dans le fluide.

A cet égard, l'équation de transport peut servir d'outil de simulation de données synthétiques pour évaluer la performance des algorithmes d'estimation de mouvement.

Le modèle général de l'équation de transport dans un système de coordonnées cartésiennes est donné par la relation suivante :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi \mathbf{v}) = 0, \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{v} = (u, v, w)^T$  est le vecteur vitesse en 3D,  $\nabla \cdot$  l'opérateur de divergence et  $\varphi$  un scalaire conservé, transporté par le champ de déplacement connu  $\mathbf{v}$ . Le développe-

ment de l'équation (3.1) conduit à la nouvelle équation suivante :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \varphi + \varphi \nabla \mathbf{v} = 0. \quad (3.2)$$

Dans le cas d'un écoulement incompressible, comme  $\nabla \mathbf{v} = 0$ , l'équation (3.2) devient :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \varphi = 0. \quad (3.3)$$

### 3.1.1 Résolution de l'Equation de Transport

Prenons l'exemple de l'équation de transport suivante dans un espace à une dimension :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, & (t, x) \in \mathbb{R}_*^+ \times \mathbb{R}, \\ \varphi(t = 0, x) = \varphi_0(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases} \quad (3.4)$$

où le vecteur vitesse de transport  $\mathbf{v}$  et les conditions initiales  $\varphi_0$  sont connus. La fonction  $\varphi$  est discrétisée sur domaine borné (en espace et en temps)  $(x, t) \in [0, T] \times [0, L]$  (voir Figure 3.1) : seules les valeurs  $\varphi_{i,j}$  sur les nœuds  $(x_i, t_j)$  seront considérées.

$$\varphi_{i,j} = \varphi(x_i, t_j) = \varphi(i\Delta x, j\Delta t), i = 0, \dots, m \text{ et } j = 0, \dots, n, \quad (3.5)$$

où  $\Delta x = L/m$  et  $\Delta t = T/n$  représentent les pas spatial et temporel respectivement. Dans la suite,  $\varphi_{i,j}$  sera remplacé par  $\varphi_i^j$  pour simplifier la notation.

#### Approximation de dérivées par la méthode des différences finies

La résolution numérique de l'équation (3.3) passe par l'obtention d'une approximation correcte des dérivées spatiales et temporelles par différences finies. D'après la formule du développement limité de Taylor :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \sum_{h=1}^{n-1} f^{(h)}(x) \frac{(\Delta x)^h}{h!} + f^{(n)}(x + \theta \Delta x) \frac{(\Delta x)^n}{n!}, \quad (3.6)$$

où  $0 < \theta < 1$  et  $f^{(h)}$  dénote la  $h^{\text{ième}}$  dérivée de  $f$ .

Comme le dernier terme est d'ordre  $(\Delta x)^n$ , l'équation (3.6) peut être réécrite

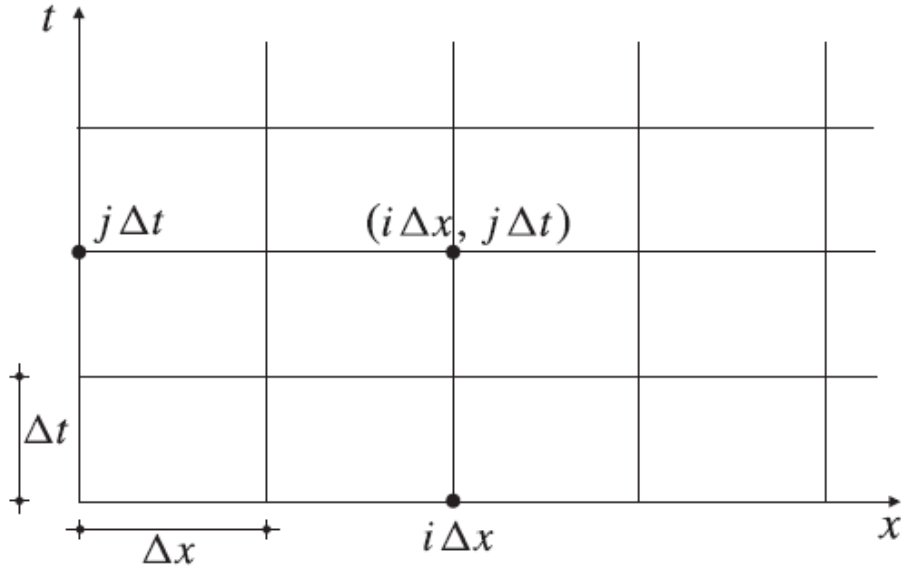


FIGURE 3.1 – Grille du domaine espace-temps échantillonné.

sous la forme :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \sum_{h=1}^{n-1} f^{(h)}(x) \frac{(\Delta x)^h}{h!} + O((\Delta x)^n). \quad (3.7)$$

L'approximation explicite de la dérivée temporelle  $\varphi_t$  s'obtient en utilisant le développement de Taylor de  $\varphi$  en  $(x_i, t_j + \Delta t)$  :

$$\varphi(x_i, t_j + \Delta t) = \varphi(x_i, t_j) + (\varphi_t)_{i,j} \Delta t + O((\Delta t)^2). \quad (3.8)$$

Pour simplifier l'écriture, on peut utiliser la notation (3.5) :

$$\varphi_{i,j+1} = \varphi_{i,j} + (\varphi_t)_{i,j} \Delta t + O((\Delta t)^2). \quad (3.9)$$

A partir de l'équation (3.9), on peut en déduire  $(\varphi_t)_{i,j}$  comme suit :

$$(\varphi_t)_{i,j} = \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{\Delta t} + O(\Delta t). \quad (3.10)$$

Ainsi donc, l'approximation de la dérivée temporelle de  $\varphi$ , communément appelée différence finie à droite ou *forward approximation* en anglais, avec une erreur de

l'ordre de  $\Delta t$ , est de la forme :

$$(\varphi_t)_{i,j} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{\Delta t}. \quad (3.11)$$

La dérivée spatiale de  $\varphi$  par *forward approximation* avec une erreur de troncature de l'ordre de  $\Delta x$  est donnée par la relation suivante :

$$(\varphi_x)_{i,j} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{\Delta x}. \quad (3.12)$$

A partir du développement de Taylor des expressions  $\varphi(x_i, t_j - \Delta t)$  et  $\varphi(x_i - \Delta x, t_j)$ , on obtient l'approximation des dérivées temporelle et spatiale de  $\varphi$ , communément appelée différence finie à gauche ou *backward approximation* :

$$\begin{aligned} (\varphi_t)_{i,j} &\approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}}{\Delta t}, \\ (\varphi_x)_{i,j} &\approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{\Delta x}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

La différence finie dite centrée de la dérivée temporelle de  $\varphi$  peut être obtenue en combinant les développements de Taylor des expressions  $\varphi_{i,j+1}$  et  $\varphi_{i,j-1}$  :

$$\varphi_{i,j+1} = \varphi_{i,j} + (\varphi_t)_{i,j}\Delta t + (\varphi_{tt})_{i,j}\frac{(\Delta t)^2}{2!} + (\varphi_{ttt})_{i,j}\frac{(\Delta t)^3}{3!} + O((\Delta t)^4), \quad (3.14)$$

$$\varphi_{i,j-1} = \varphi_{i,j} - (\varphi_t)_{i,j}\Delta t + (\varphi_{tt})_{i,j}\frac{(\Delta t)^2}{2!} - (\varphi_{ttt})_{i,j}\frac{(\Delta t)^3}{3!} + O((\Delta t)^4). \quad (3.15)$$

En soustrayant l'équation (3.15) de l'équation (3.14), on arrive à la nouvelle équation de la forme :

$$\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1} = 2(\varphi_t)_{i,j}\Delta t + O((\Delta t)^3). \quad (3.16)$$

Ainsi donc, la dérivée temporelle de  $\varphi$  par *approximation centrée* avec une erreur de l'ordre de  $(\Delta t)^3$  est donnée par :

$$(\varphi_t)_{i,j} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}}{2\Delta t}. \quad (3.17)$$

La dérivation par *approximation centrée* de la dérivée spatiale de  $\varphi$  se fait de la

même façon que la dérivée temporelle :

$$(\varphi_x)_{i,j} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2\Delta x}. \quad (3.18)$$

Il est très important de noter que l'erreur de troncature dans l'approximation par différence finie centrée de la dérivée première de  $\varphi$  est en  $O(\Delta t)^2$ . Cela implique que l'*approximation centrée* est plus précise que les *approximations forward et backward* dont les erreurs de troncature sont en  $O(\Delta t)$ .

### Approximation sur 3 points de grille

Les schémas de discrétisation précédents par différences finies utilisent les valeurs d'une fonction sur deux points de la grille (Figure 3.2). Toutefois, une formule impliquant plusieurs noeuds de la grille peut être construite à l'aide du développement de Taylor :

$$\varphi_{i,j+2} = \varphi_{i,j} + (\varphi_t)_{i,j}2\Delta t + (\varphi_{tt})_{i,j}2(\Delta t)^2 + (\varphi_{ttt})_{i,j}\frac{(2\Delta t)^3}{3!} + O((\Delta t)^4). \quad (3.19)$$

$$\varphi_{i,j-2} = \varphi_{i,j} - (\varphi_t)_{i,j}2\Delta t + (\varphi_{tt})_{i,j}2(\Delta t)^2 - (\varphi_{ttt})_{i,j}\frac{(2\Delta t)^3}{3!} + O((\Delta t)^4). \quad (3.20)$$

En prenant quatre fois l'équation (3.14) moins l'équation (3.19), on obtient l'approximation *forward* sur trois points de la dérivée temporelle du premier ordre de la fonction  $\varphi$  :

$$4\varphi_{i,j+1} - 3\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j+2} = (\varphi_t)_{i,j}2\Delta t + O((\Delta t)^3), \quad (3.21)$$

$$(\varphi_t)_{i,j} = \frac{4\varphi_{i,j+1} - 3\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j+2}}{2\Delta t} + O((\Delta t)^2). \quad (3.22)$$

Ainsi, la dérivée temporelle du premier ordre de  $\varphi$  par approximation *forward* sur la grille s'écrit comme suit :

$$(\varphi_t)_{i,j} \approx \frac{4\varphi_{i,j+1} - 3\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j+2}}{2\Delta t}. \quad (3.23)$$

La dérivée spatiale de  $\varphi$  par approximation *forward* sur trois points de la grille

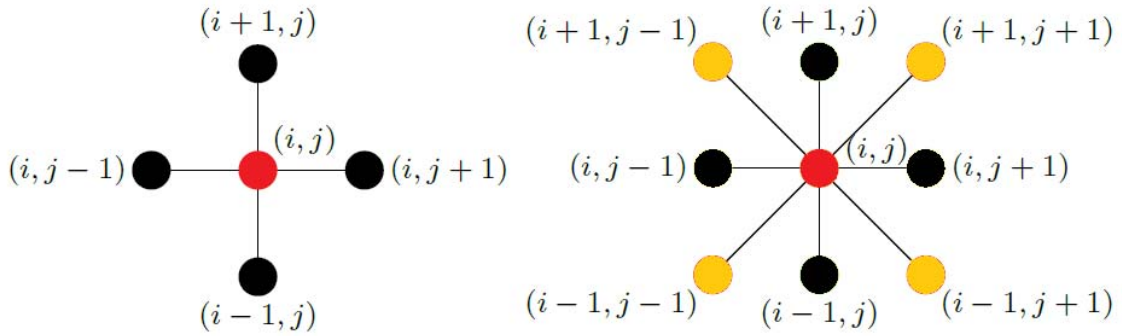


FIGURE 3.2 – Différence finie par deux points de grille. La valeur de la fonction au point rouge se calcule à partir des valeurs aux points noirs.

se calcule de la même manière :

$$(\varphi_x)_{i,j} \approx \frac{4\varphi_{i+1,j} - 3\varphi_{i,j} - \varphi_{i+2,j}}{2\Delta x}. \quad (3.24)$$

En prenant quatre fois l'équation (3.20) moins l'équation (3.15), on obtient la dérivée temporelle du premier ordre de la fonction  $\varphi$  par approximation *backward* sur trois points de la grille :

$$(\varphi_t)_{i,j} = \frac{-4\varphi_{i,j-1} + 3\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-2}}{2\Delta t} + O((\Delta t)^2), \quad (3.25)$$

$$(\varphi_t)_{i,j} \approx \frac{-4\varphi_{i,j-1} + 3\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-2}}{2\Delta t}. \quad (3.26)$$

La dérivation spatiale de  $\varphi$  par approximation *backward* sur trois points de la grille se fait par analogie :

$$(\varphi_x)_{i,j} \approx \frac{-4\varphi_{i-1,j} + 3\varphi_{i,j} + \varphi_{i-2,j}}{2\Delta x}. \quad (3.27)$$

A noter que le calcul de dérivée par les approximations de différences finies à l'aide des valeurs de trois points de grille correspond à une erreur de troncature en  $O((\Delta t)^2)$ .



### Approximation sur 4 points de grille

On peut appliquer les différentes combinaisons des équations (3.14), (3.15), (3.19) et (3.20) pour calculer la dérivée temporelle et spatiale du premier ordre de la fonction  $\varphi$  par les différences finies *forward* et *backward* sur quatre points de grille.

Par exemple en prenant moins deux fois l'équation (3.15) moins l'équation (3.19) plus six fois l'équation (3.14), on obtient l'approximation de la dérivée temporelle du premier ordre de la fonction  $\varphi$  par différence finie *forward* utilisant les valeurs de 4 points de la grille :

$$-\varphi_{i,j+2} + 6\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j-1} = 3\varphi_{i,j} + 6(\varphi_t)_{i,j}\Delta t + O((\Delta t)^4), \quad (3.28)$$

$$(\varphi_t)_{i,j} \approx \frac{-\varphi_{i,j+2} + 6\varphi_{i,j+1} - 3\varphi_{i,j} - 2\varphi_{i,j-1}}{\Delta t}. \quad (3.29)$$

Par analogie, l'équation (3.20) moins six fois l'équation (3.15) plus deux fois l'équation (3.14) conduit à la dérivée première temporelle de  $\varphi$  par approximation *backward* sur quatre points de grille :

$$\varphi_{i,j-2} - 6\varphi_{i,j-1} + 2\varphi_{i,j+1} = -3\varphi_{i,j} + 6(\varphi_t)_{i,j}\Delta t + O((\Delta t)^4), \quad (3.30)$$

$$(\varphi_t)_{i,j} \approx \frac{\varphi_{i,j-2} - 6\varphi_{i,j-1} + 3\varphi_{i,j} + 2\varphi_{i,j+1}}{6\Delta t}. \quad (3.31)$$

Les calculs des dérivées spatiales du premier ordre de  $\varphi$  par approximation *forward* et *backward* sur quatre points de grille peuvent être obtenus de la même manière et conduisent aux formules suivantes :

$$(\varphi_x)_{i,j} \approx \frac{-\varphi_{i+2,j} + 6\varphi_{i+1,j} - 3\varphi_{i,j} - 2\varphi_{i-1,j}}{\Delta x}, \quad (3.32)$$

$$(\varphi_x)_{i,j} \approx \frac{\varphi_{i-2,j} - 6\varphi_{i-1,j} + 3\varphi_{i,j} + 2\varphi_{i+1,j}}{6\Delta x}. \quad (3.33)$$

Il est à remarquer que le calcul des dérivées temporelle et spatiale du premier ordre par des approximations *forward* et *backward* sur quatre points de grille conduit à une erreur de troncature en  $O((\Delta t)^3)$ .

### 3.1.2 Solution Upwind de l'Equation de Transport

La solution numérique de l'équation (3.3) obtenue en utilisant les approximations des dérivées temporelles et spatiales précédentes est connue sous le nom de schéma décentré (ou schéma *upwind* en anglais). Le schéma décentré est du premier, deuxième ou troisième ordre, selon que le nombre de points de la grille spatiale d'approximation est deux, trois ou quatre respectivement.

En utilisant le schéma *upwind* du premier ordre, la solution de l'équation (3.3) est :

$$\varphi_i^{j+1} = \begin{cases} \varphi_i^j - \mathbf{v} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\varphi_{i+1}^j - \varphi_i^j) & \text{si } \mathbf{v} \geq 0, \\ \varphi_i^j - \mathbf{v} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\varphi_i^j - \varphi_{i-1}^j) & \text{si } \mathbf{v} < 0. \end{cases} \quad (3.34)$$

Le schéma *upwind* du second ordre s'obtient par l'approximation de la dérivée spatiale sur trois points de grille :

$$\varphi_i^{j+1} = \begin{cases} \varphi_i^j - \mathbf{v} \frac{\Delta t}{2\Delta x} (-4\varphi_{i-1}^j + 3\varphi_i^j + \varphi_{i-1}^j) & \text{si } \mathbf{v} \geq 0, \\ \varphi_i^j - \mathbf{v} \frac{\Delta t}{2\Delta x} (4\varphi_{i+1}^j - 3\varphi_i^j - \varphi_{i+1}^j) & \text{si } \mathbf{v} < 0. \end{cases} \quad (3.35)$$

En utilisant l'approximation de la dérivée spatiale sur quatre points de grille, la solution de l'équation de transport conduit au schéma *upwind* du quatrième ordre :

$$\varphi_i^{j+1} = \begin{cases} \varphi_i^j - \mathbf{v} \frac{\Delta t}{6\Delta x} (-\varphi_{i+2}^j + 6\varphi_{i+1}^j - 3\varphi_i^j - 2\varphi_{i-2}^j) & \text{si } \mathbf{v} \geq 0, \\ \varphi_i^j - \mathbf{v} \frac{\Delta t}{6\Delta x} (\varphi_{i-2}^j - 6\varphi_{i-1}^j + 3\varphi_i^j + 2\varphi_{i+2}^j) & \text{si } \mathbf{v} < 0. \end{cases} \quad (3.36)$$

Les termes  $\mathbf{v} \frac{\Delta t}{\Delta x}$ ,  $\mathbf{v} \frac{\Delta t}{2\Delta x}$  et  $\mathbf{v} \frac{\Delta t}{6\Delta x}$  peuvent être remplacés par  $C$  connu sous le nom de nombre de Courant. La stabilité de la solution numérique de l'équation de transport est gouvernée par la condition de Courant Friedrich Lewy (CFL). Il a été prouvé que, pour l'équation de transport, la condition CFL de stabilité est  $C \leq 1$ , soit  $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|\mathbf{u}|}$ ,  $\Delta t \leq \frac{2\Delta x}{|\mathbf{u}|}$  ou  $\Delta t \leq \frac{6\Delta x}{|\mathbf{u}|}$  selon l'ordre du schéma *upwind* utilisé (Acunto, 2004).

### 3.1.3 Implémentation et Discussion

Les schémas *upwind* (décentrés) du premier (3.34), second (3.35) et du troisième ordre (3.36) ont été généralisés à une grille de points à deux dimensions  $x$  et  $y$  et appliqués à des images.



FIGURE 3.3 – Schémas décentrés (*upwind*) du premier, deuxième et troisième ordres appliqués sur l'image Roudneff jusqu'à la 200<sup>ème</sup> itération. De gauche à droite : image originale, schéma du 1<sup>er</sup> ordre, schéma du 2<sup>ème</sup> ordre, schéma du 3<sup>ème</sup> ordre.

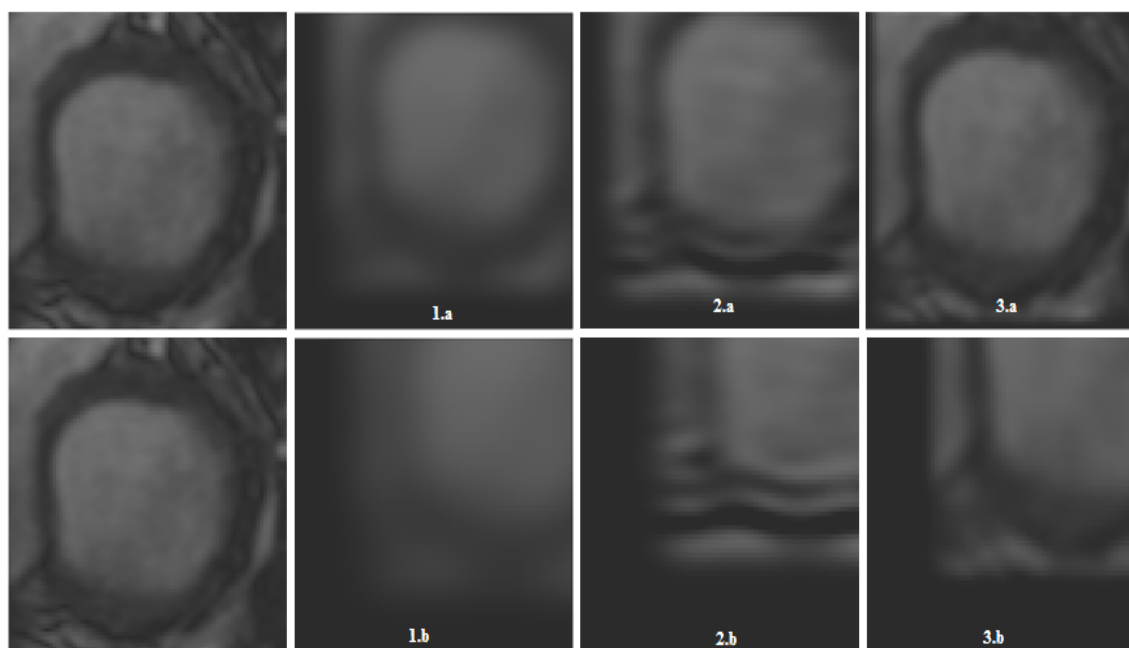


FIGURE 3.4 – Résultats sur une image d'IRM. Images originales à gauche ; (1.a) et (1.b) résultats avec le schéma *upwind* du premier ordre aux 50<sup>ème</sup> et 100<sup>ème</sup> itérations respectivement ; (2.a) et (2.b) résultats avec le schéma *upwind* du 2<sup>nd</sup> ordre aux 50<sup>ème</sup> et 100<sup>ème</sup> itérations respectivement ; (3.a) et (3.b) résultats avec le schéma *upwind* du 3<sup>ème</sup> ordre aux 50<sup>ème</sup> et 100<sup>ème</sup> itérations respectivement.

Le schéma décentré du premier ordre nécessite des conditions au bord de type Dirichlet ou Neumann. Sa mise en œuvre montre que l'image transportée est lissée avec le nombre d'itérations. Cela signifie que l'intensité de l'objet transporté n'est pas exactement transportée lors du déplacement.

D'autre part, la mise en œuvre du schéma décentré du second ordre introduit aussi un problème de bord et l'image diffuse au fur et à mesure que le nombre d'itérations augmente. Le troisième ordre du schéma décentré donne de meilleurs résultats, sauf dans le voisinage des gradients élevés de l'image transportée. Le problème de bord introduit par le régime de troisième ordre peut être traité par les conditions de bords de Dirichlet ou Neumann.

### 3.1.4 Conclusion

La précision de la solution numérique est améliorée en augmentant le degré de précision dans l'approximation du terme d'advection. La stabilité des schémas explicites est assurée par la condition  $0 \leq C \leq 1$ , qui correspond à un pas choisi tel que  $0 \leq \frac{a\Delta t}{\Delta x} \leq 1$ . Cette restriction est connue comme la condition de CFL (Courant–Friedrichs–Lewy).

Toutefois, les schémas implicites peuvent prolonger l'intervalle de stabilité au-delà de la condition CFL, mais la solution obtenue souffre d'un effet de diffusion numérique très accentué. Ainsi, les schémas explicites donnent de bons résultats, tout en étant moins coûteux à chaque pas de temps de calcul.

En observant les résultats des figures (3.3) et (3.4), nous pouvons dire que le schéma décentré du troisième ordre apparaît comme une version améliorée de celui du premier ordre. En revanche, nous pouvons remarquer que le second ordre introduit en amont des effets de type rebond. [Tkalic \(2006\)](#) a montré que les schémas décentrés du deuxième et du quatrième ordres sont trop dispersifs. Comme le schéma décentré du cinquième ordre et d'ordres supérieurs sont trop complexes, le schéma *upwind* du troisième ordre paraît être un bon compromis.

## 3.2 Séquences Dynamiques Simulées

Un jeu de données synthétiques a été généré pour évaluer la performance des algorithmes. Nous avons simulé des séquences synthétiques à partir de deux types d'images.

En premier lieu, nous avons utilisé comme image initiale de la séquence un tore dont le niveau de gris varie linéairement avec le rayon (Fig. 3.5). Cette image se veut une image parfaite qui ne possède que des variations radiales et doit permettre de retrouver les déplacements radiaux uniquement.

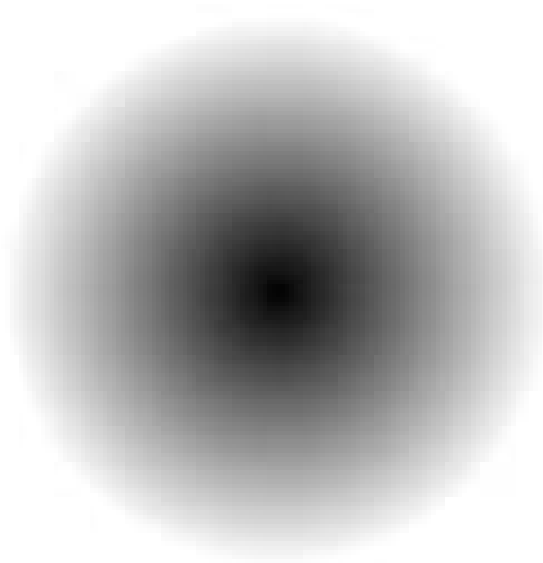


FIGURE 3.5 – Image synthétique dont le niveau de gris varie linéairement avec la distance au centre.

En second lieu, nous avons considéré deux images réelles d'IRM comme images initiales à transporter. La première est une image où l'endocarde est relativement circulaire et lisse (Fig. 3.6, a). Elle correspond à peu près à la situation précédente, moyennant le fait que les gradients radiaux de niveau de gris ne sont présents qu'aux parois du myocarde. La seconde image présente au contraire des irrégularités de forme au niveau de l'endocarde du fait de la présence de piliers (Fig. 3.6, b).

Pour que le champ de déplacement soit le plus réaliste possible, il présente des variations temporelles sinusoïdales et comporte à la fois une composante de contraction radiale et une composante de torsion circonférentielle. Les deux composantes sont considérées proportionnelles, la composante radiale étant deux fois plus élevée

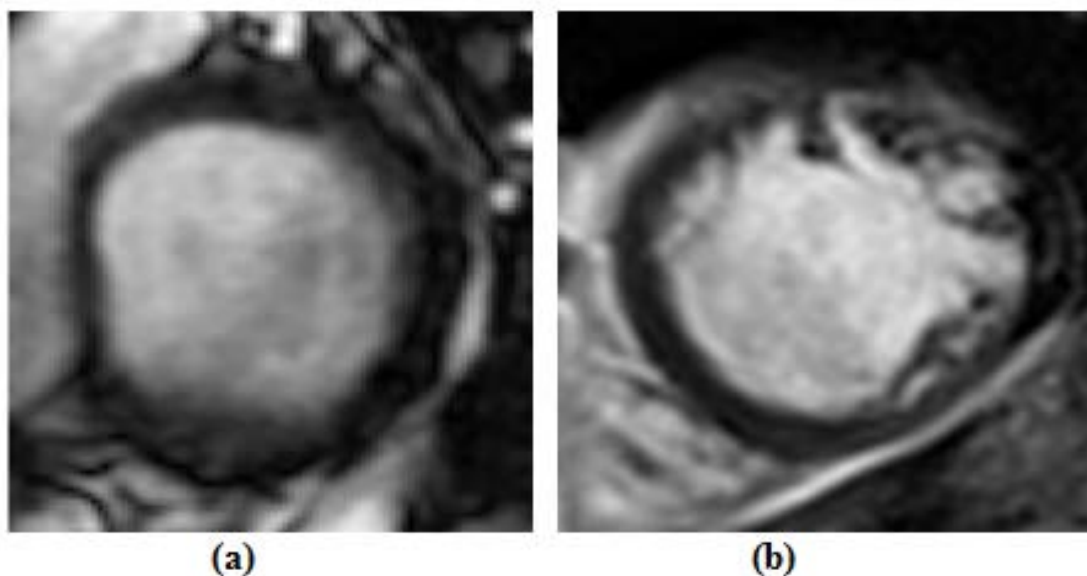


FIGURE 3.6 – Deux images réelles d’IRM avec un endocarde de forme régulière (a) et irrégulière (b).

que la composante circonférentielle (Fig. 3.7).

Pour simuler des anomalies de contraction, les variations sinusoïdales de déplacement sont supposées non homogènes dans l’image. Deux paramètres varient spatialement, la phase  $\varphi$  de la contraction et un paramètre  $a$  mesurant l’asymétrie du cycle cardiaque, c’est-à-dire le rapport systole sur diastole. La nature exacte de ces deux paramètres sera précisée dans le modèle dynamique (6.3) présenté dans le chapitre 6 relatif à l’assimilation de données variationnelle. Ils varient de façon sinusoïdale en fonction de l’angle autour du myocarde : de  $-\pi/6$  à  $\pi/6$  pour  $\varphi$  et de 0,4 à 0,6 pour  $a$ .

Dans tous les cas, le schéma *upwind* du troisième ordre a été utilisé pour résoudre l’équation de transport. La figure 3.8 correspond au résultat de simulation pour l’image synthétique, les figures 3.10 et 3.11 correspondent aux cas des images réelles d’IRM présentées ci-dessus (Fig. 3.6).

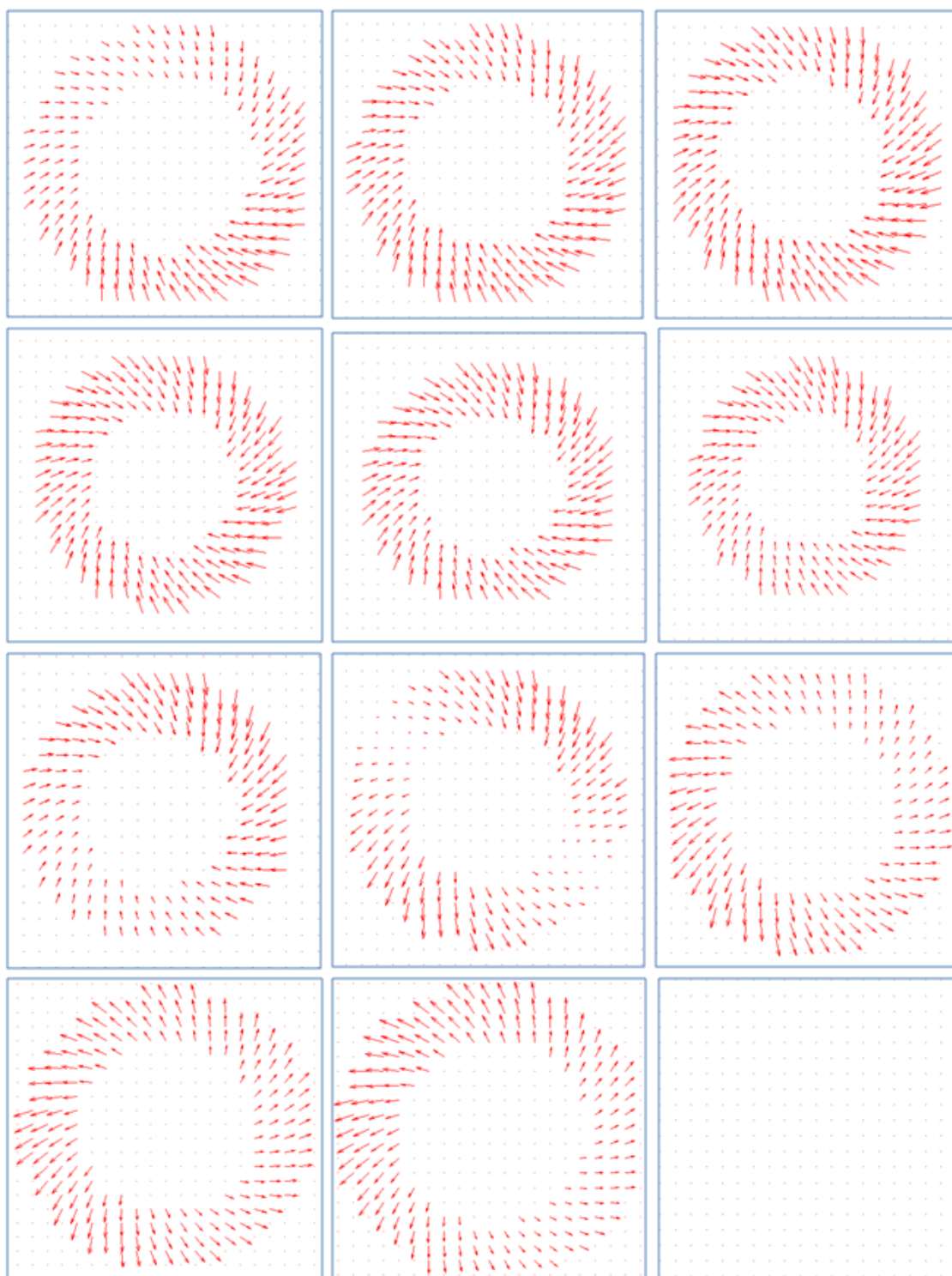


FIGURE 3.7 – Champ de vitesse synthétique réaliste appliqué pour générer les séquences d’images déformées.

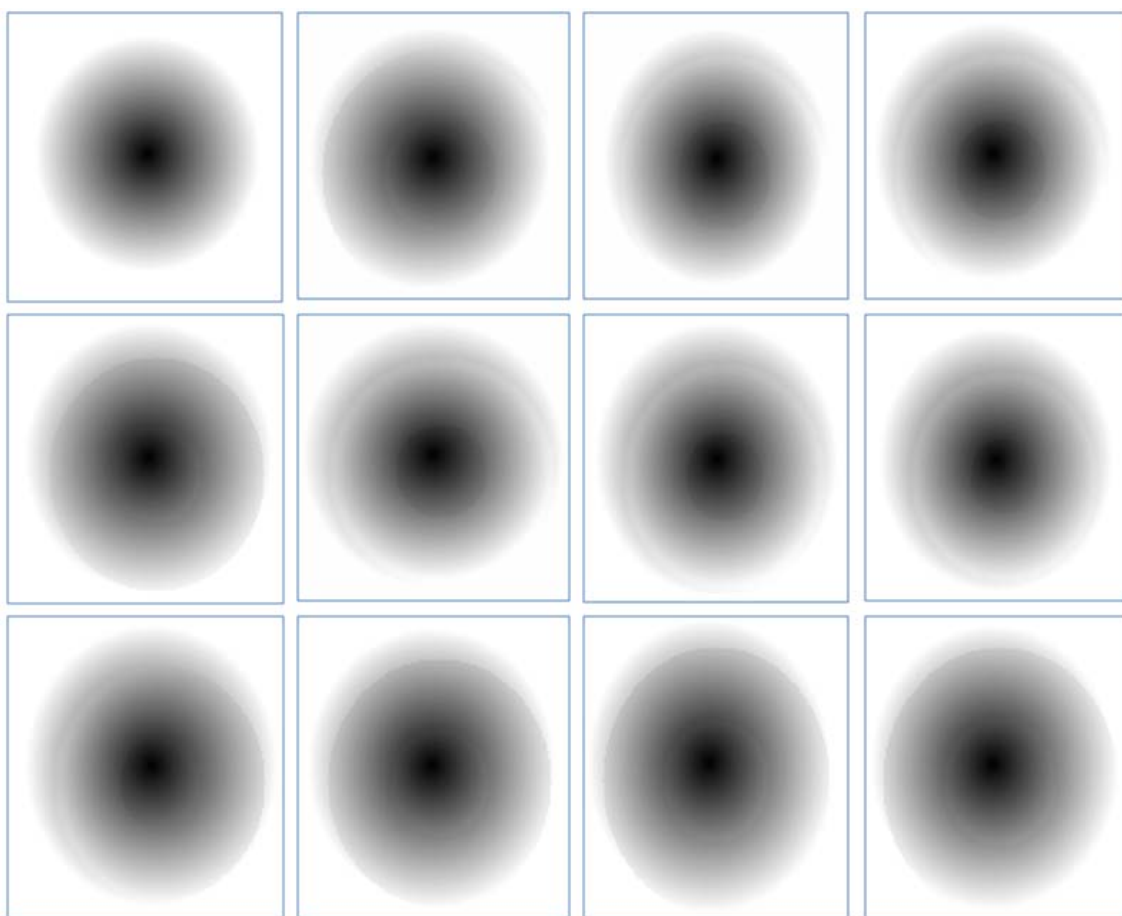


FIGURE 3.8 – Séquence d’images simulées à partir de l’image 3.5 par le schéma *upwind* du 3<sup>ème</sup> ordre avec un champ de vitesse réaliste (Fig. 3.7).



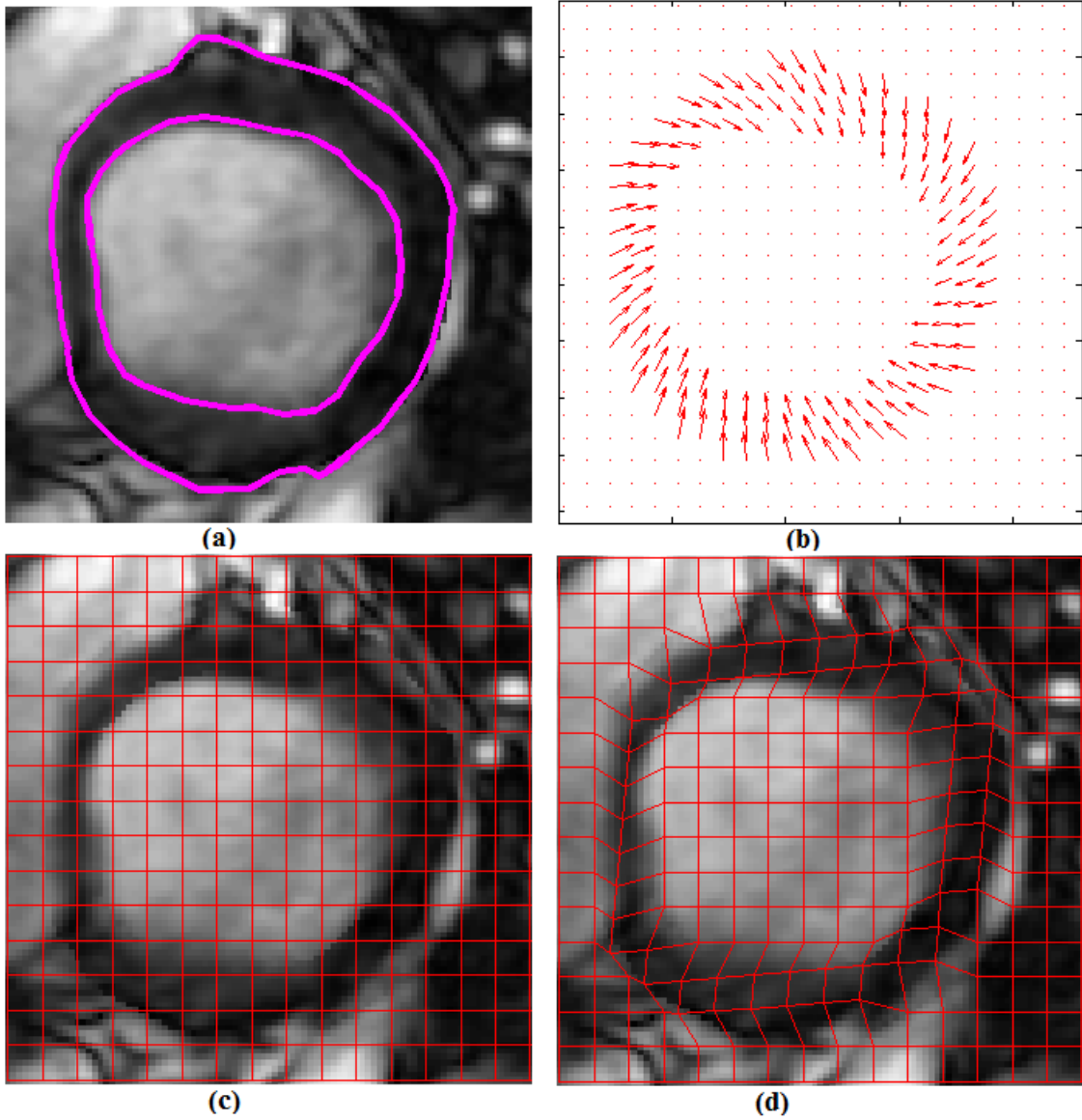


FIGURE 3.9 – Données simulées. (a) Le myocarde segmenté en ciné IRM; (b) le champ de déformation simulé; (c) une grille régulière est superposée sur l'image initiale de référence; (d) la grille déformée en fonction de champ de déformation superposée à l'image suivante.

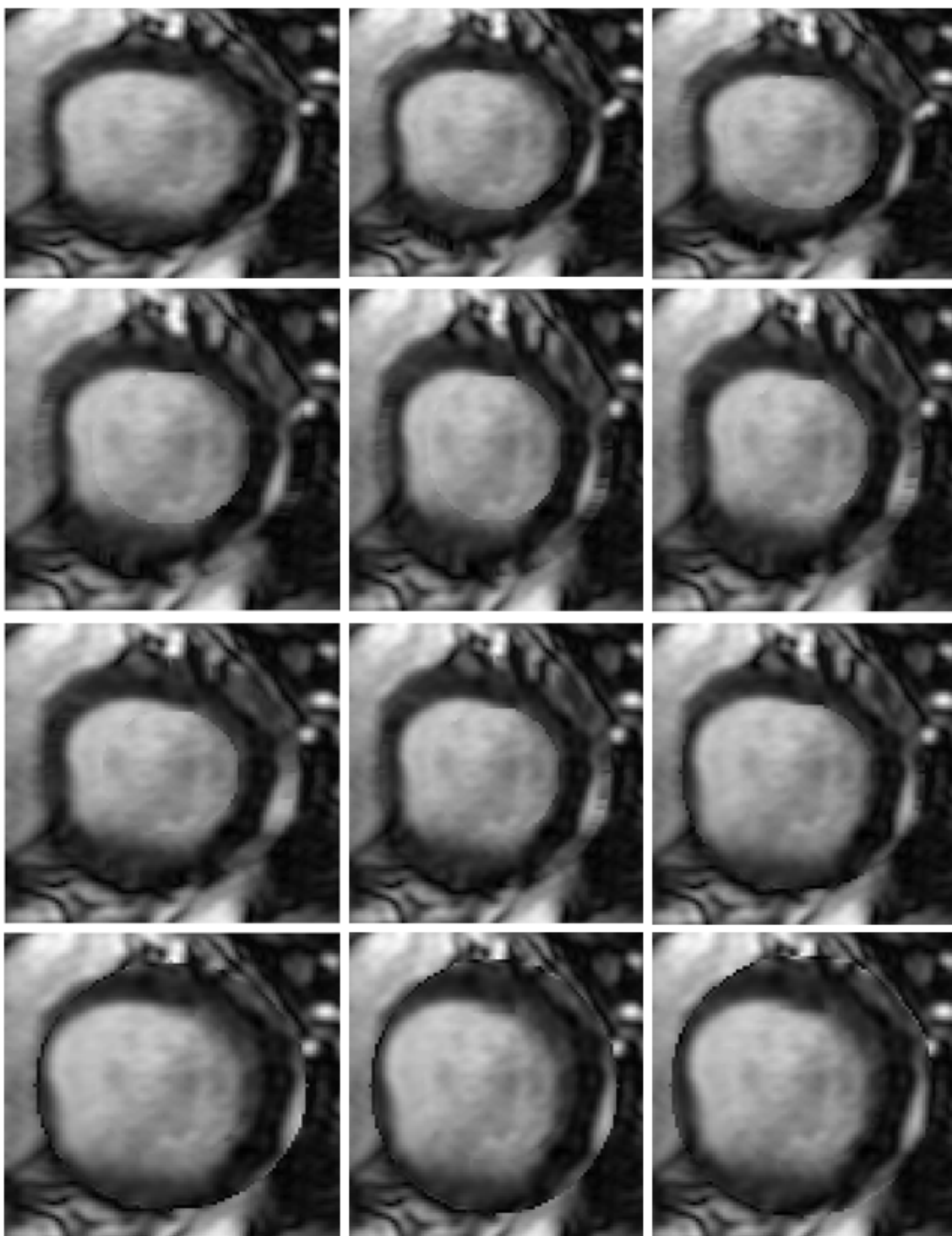


FIGURE 3.10 – Séquence d’images synthétiques générées à partir de l’IRM de la figure (3.6, a) par transport avec un champ de vitesse réaliste (Fig. 3.7).

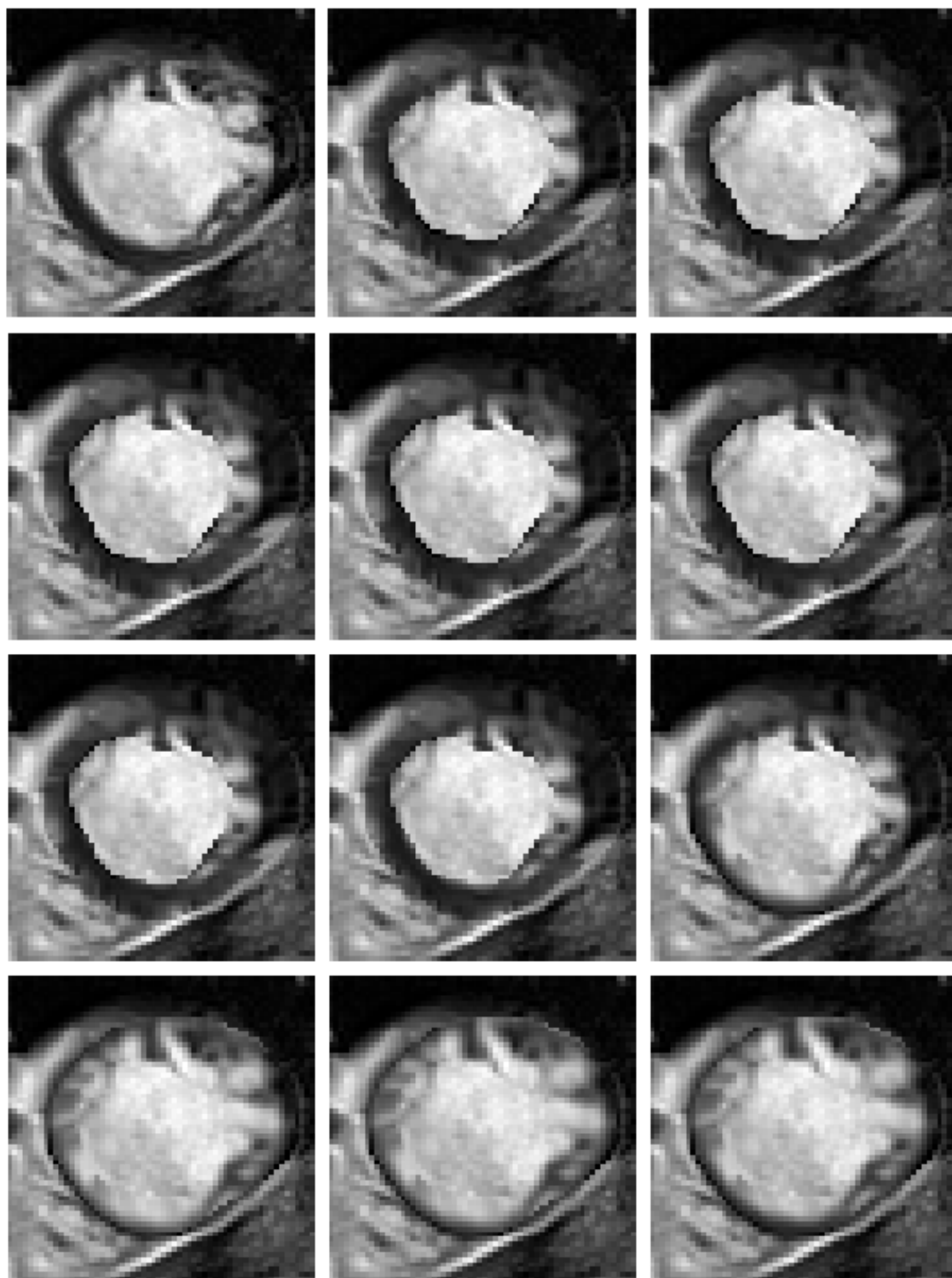


FIGURE 3.11 – Séquence d'images synthétiques générées à partir de l'IRM de la figure (3.6,b) par transport avec un champ de vitesse réaliste (Fig. 3.7).



# Etat de l'Art en Estimation de Mouvement

---

---

**Sommaire**


---

<b>4.1</b>	<b>Problématique</b>	<b>51</b>
<b>4.2</b>	<b>Généralités sur les Méthodes d’Estimation de Mouvement</b>	<b>52</b>
4.2.1	Modèle d’Invariance de l’Intensité	53
4.2.2	Autres Modèles d’Invariance	54
4.2.3	Techniques de Régularisation	56
4.2.4	Estimation de Mouvement par le Modèle de Démon	60
<b>4.3</b>	<b>Analyse des Termes de Régularisation</b>	<b>61</b>
4.3.1	Régularisation par Variation Totale	62
4.3.2	Régularisation Quadratique	63
4.3.3	Régularisation Non Quadratique	63
4.3.4	Régularisation Divergence-Rotationnel	64
<b>4.4</b>	<b>Quelques Résultats Expérimentaux</b>	<b>64</b>
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>69</b>

---

## 4.1 Problématique

L’estimation du mouvement dans des séquences temporelles d’images est un des problèmes fondamentaux en traitement d’images et vision par ordinateur. Ce problème date plus de trois décennies et ses applications sont nombreuses. Parmi les domaines d’application concernés, on peut mentionner la robotique et la vision par ordinateur (par exemple le suivi et la détection d’objet en mouvement, la segmentation d’objets, la mesure de la disparité en stéréovision, la compression d’images au sens du mouvement), la météorologie (suivi de cellules convectives...), ou encore la médecine (estimation du mouvement d’organes mobiles...). Ce dernier point fait l’objet de cette thèse, avec une application à l’imagerie cardiaque dynamique pour laquelle nous avons vu que l’estimation précise du mouvement et des déformations est essentielle pour évaluer la fonction myocardique.

Néanmoins, les séquences d’images représentent très souvent la projection de scènes réelles 3D. Pour cette raison, on peut identifier trois types de mouvements : le mouvement réel, le mouvement apparent et le mouvement estimé. Le mouvement

apparent, observé à partir des changements de la distribution spatiale d'intensité lumineuse, est communément appelé le flot optique. Il est très souvent différent du mouvement réel dont il est la projection dans le plan image.

Afin d'obtenir le mouvement estimé, il existe de nombreuses approches dans la littérature pour résoudre le problème du flot optique. Elles peuvent être divisées en trois catégories principales, à savoir les méthodes différentielles locales, les méthodes différentielles globales et les méthodes basées sur la phase. Les méthodes associées ont été introduites par [Lucas and Kanade \(1981\)](#), [Horn and Schunck \(1981\)](#) et [Fleet and Jepson \(1990\)](#) respectivement. Comme les approches locales et globales qui s'appuient sur l'hypothèse d'invariance du niveau de gris (*cf.* prochaine section), la troisième méthode est aussi fondée sur une hypothèse d'invariance de la phase. Il existe aussi des méthodes d'estimation de mouvement dites *stochastiques* ([Kervrann and Heitz, 1996](#); [Chang et al., 1997](#); [Kervrann and Heitz, 1999](#); [Cremers, 2003a,b,c](#); [Cremers and Schnörr, 2003](#); [Cremers and Soatto, 2003, 2005](#)).

Dans ce mémoire, nous allons nous limiter à l'estimation de mouvement par approche variationnelle, étant donné que plusieurs études ont montré qu'elles avaient des performances supérieures ([Barron et al., 1994](#); [Baker et al., 2007, 2011b](#)). Elle repose sur le principe de conservation de l'intensité entre images consécutives séparées par un intervalle de temps court. Dans la suite, le *flot optique* désigne les approches fondées sur l'hypothèse d'invariance d'intensité.

## 4.2 Généralités sur les Méthodes d'Estimation de Mouvement

Tel que défini par [Horn and Schunck \(1981\)](#), le flot optique est la distribution des vitesses apparentes de déplacement de l'intensité de l'image. Le flot optique indique de combien chaque pixel de l'image se déplace entre images consécutives en 2D et de combien chaque voxel se déplace entre volumes consécutifs en 3D (Fig. 4.1). La plupart des approches de flot optique décrites dans la littérature de vision par ordinateur sont déterministes et reposent sur le principe de la conservation de l'intensité d'un pixel en mouvement.

### 4.2.1 Modèle d'Invariance de l'Intensité

Le mouvement apparent des objets en mouvement dans une scène visuelle peut être suivi en analysant les variations temporelles de l'intensité projetée sur un plan bidimensionnel, où  $\mathbf{x} = (x, y)$  correspond aux coordonnées cartésiennes dans le plan et  $t$  au temps.

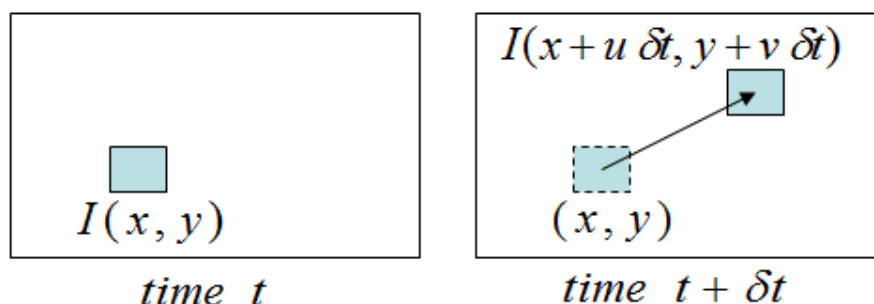


FIGURE 4.1 – Le patch d'intensité  $I(x, y)$  de l' image  $\Omega$  se déplace de l'instant  $t$  à l'instant  $t + \delta t$  et son intensité devient  $I(x + u\delta t, y + v\delta t)$ , où  $\mathbf{v} = (u, v)^T$  est la vitesse apparente et  $(\delta x, \delta y) = (u\delta t, v\delta t)$  le déplacement.

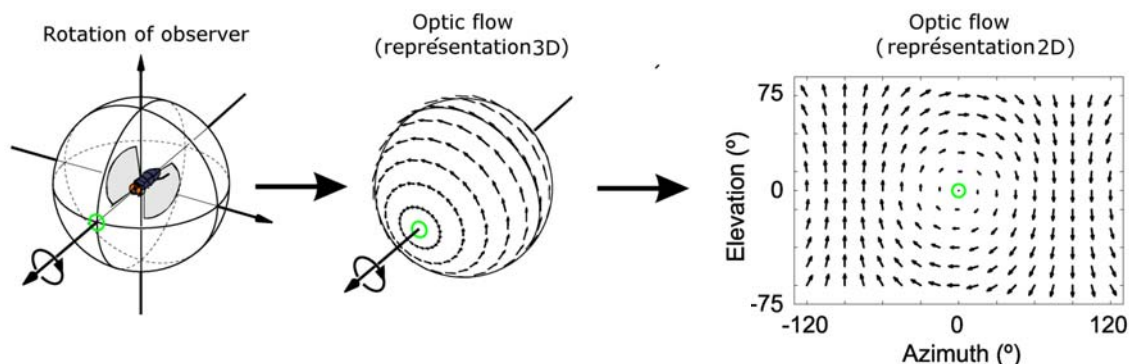


FIGURE 4.2 – Le flot optique vu par un observateur en rotation (dans ce cas, une mouche). La direction et l'amplitude du flot optique à chaque emplacement sont représentés respectivement par la direction et la longueur de chaque flèche. *Image extraite de Wikipédia.*

Le flot optique correspondant peut être déduit si l'on suppose que l'intensité de chaque point de l'objet reste constante le long de sa trajectoire, ce qui revient à annuler la dérivée totale de  $I(x, y, t)$  :

$$I(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t) = I(x, y, t). \tag{4.1}$$



Pour les petits déplacements, et en appliquant le développement en série de Taylor du premier ordre au membre gauche de l'équation (4.1), on obtient :

$$\begin{aligned} I(x, y, t) + \delta x \frac{\partial I}{\partial x} + \delta y \frac{\partial I}{\partial y} + \delta t \frac{\partial I}{\partial t} &= I(x, y, t), \\ \delta x \frac{\partial I}{\partial x} + \delta y \frac{\partial I}{\partial y} + \delta t \frac{\partial I}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

En divisant l'équation (4.3) par  $\delta t$  et prenant la limite  $\delta t \rightarrow 0$ , on obtient la *contrainte de l'équation du flot optique* (CEFO) suivante :

$$\frac{dx}{dt} \frac{\partial I}{\partial x} + \frac{dy}{dt} \frac{\partial I}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0. \quad (4.3)$$

En utilisant une notation différente, la contrainte de l'équation du flot optique peut être écrite sous la forme suivante :

$$I_x u + I_y v + I_t = 0, \quad (4.4)$$

où  $I_x$ ,  $I_y$  et  $I_t$  désignent les dérivées spatiales et temporelles de l'intensité  $I$ . L'équation (4.4) montre que, pour chaque pixel, il n'existe qu'une seule équation à deux inconnues  $u$  et  $v$ . Le problème est mal posé, car il existe une infinité de solutions au problème, qui est connu sous le nom de problème d'ouverture.

Différentes techniques de régularisation de ce problème mal posé ont été proposées par l'intégration de contraintes supplémentaires *a priori* à la CEFO (Horn and Schunck, 1981; Deriche et al., 1995; Cohen, 1993; Cohen and Herlin, 1999; Weickert, 1998; Ju, 1998; Weickert et al., 2006; Baker et al., 2007, 2011b; Brox et al., 2004; Brox and Malik, 2011; Corpetti, 2002; Ibrahim et al., 2009; Mémin, 2003; Mitiche and Ayed, 2010; Mitiche and Mansouri, 2004; Tuyisenge et al., 2013a,b).

## 4.2.2 Autres Modèles d'Invariance

Bien que l'hypothèse d'invariance fonctionne bien dans de nombreux cas, les algorithmes qui reposent uniquement sur cette condition ne peuvent pas traiter des séquences d'images où l'intensité varie localement ou globalement au cours du déplacement des objets. Dans ce cas, il faut trouver des caractéristiques qui soient invariantes aux modifications de l'intensité.

Par exemple, en plus de l'hypothèse classique de conservation de l'intensité dans

le terme d'attache aux données, Brox et al. (2004) et Brox and Malik (2011) ont proposé d'ajouter l'hypothèse d'invariance du gradient de l'image, qui caractérise les contours et les détails des objets. En effet, une modification globale de l'intensité fait évoluer les valeurs de niveaux de gris moyens de la séquence d'images. S'il s'agit d'une variation d'*offset* et non d'échelle, elle n'affecte pas la pente locale du niveau de gris et donc pas le gradient. Dans ce cas, les gradients spatiaux de la séquence d'images peuvent être considérés comme constants pendant le mouvement.

Par ailleurs, la formulation linéaire des hypothèses d'invariance présente l'avantage que l'algorithme de minimisation de l'énergie associée hérite de cette linéarité et est par conséquent plus facile à résoudre. Cependant, l'approximation linéaire n'est suffisamment précise que si le gradient de l'image varie linéairement le long du déplacement, ce qui n'est pas généralement le cas, en particulier en présence de grands déplacements. En principe, la formulation d'origine non linéaire est correcte, le seul problème est que la minimisation de l'énergie fonctionnelle correspondante nécessite une résolution numérique plus complexe.

La formulation non linéaire de la CEFO s'écrit comme suit :

$$\|I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - I(\mathbf{x})\|_{l_2}^2 = 0, \quad (4.5)$$

où  $\|\cdot\|_{l_2}$  dénote la norme  $L_2$ . La formulation non linéaire de l'invariance de gradient de l'image est de la forme suivante :

$$\|\nabla I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \nabla I(\mathbf{x})\|_{L_2}^2 = 0, \quad (4.6)$$

où  $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right)^T$  désigne le gradient spatial.

La version linéaire de l'invariance de gradient spatial s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} I_{xx}u + I_{xy}v + I_{xt} = 0, \\ I_{yx}u + I_{yy}v + I_{yt} = 0. \end{cases} \quad (4.7)$$

On peut considérer également les dérivées d'ordre supérieur pour la formulation des hypothèses d'invariance. A titre exemple, au second ordre, on peut considérer l'invariance de la matrice Hessienne  $\mathcal{H}_2$ .

$$\|\mathcal{H}_2 I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \mathcal{H}_2 I(\mathbf{x})\|_{l_2}^2 = 0. \quad (4.8)$$

Le Laplacien peut également être utilisé pour formuler l'hypothèse d'invariance par l'intermédiaire de l'équation suivante :

$$\|\Delta I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \Delta I(\mathbf{x})\|_{l_2}^2 = 0. \quad (4.9)$$

L'invariance de la norme du gradient (4.10), l'invariance de la norme de la hessienne (4.11), l'invariance du déterminant de la hessienne (4.12) sont également utilisées. Elles sont données respectivement par les équations suivantes :

$$(\|\nabla I(\mathbf{x} + \mathbf{v})\| - \|\nabla I(\mathbf{x})\|)^2 = 0, \quad (4.10)$$

$$(\|\mathcal{H}_2 I(\mathbf{x} + \mathbf{v})\| - \|\mathcal{H}_2 I(\mathbf{x})\|)^2 = 0, \quad (4.11)$$

$$(\det \mathcal{H}_2 I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \det \mathcal{H}_2 I(\mathbf{x}))^2 = 0. \quad (4.12)$$

Il est donc possible de formuler des hypothèses d'invariance utilisant des dérivés d'ordre supérieur à deux, mais elles ne seront pas discutées dans le mémoire. On peut néanmoins s'attendre à une plus grande sensibilité au bruit.

### 4.2.3 Techniques de Régularisation

En considérant un modèle d'analyse de mouvement qui repose uniquement sur des hypothèses d'invariance, on voit bien que pour chaque pixel  $(x, y)$  du domaine  $\Omega$ , il existe deux inconnues  $u$  et  $v$  pour une seule équation. Le problème est mal posé. Donc, on n'est en général pas en mesure de déterminer une solution unique au flot optique, en particulier dans les zones homogènes. Ce problème est connu sous le nom de problème d'ouverture.

En outre, il est raisonnable d'introduire une certaine dépendance entre les pixels voisins afin de traiter les valeurs aberrantes causées par le bruit, les occlusions, ou autres violations locales de l'hypothèse d'invariance. Ce résultat est obtenu en ajoutant au modèle une hypothèse supplémentaire de lissage du champ de vitesse. [Horn and Schunck \(1981\)](#) ont proposé de minimiser le carré de la norme du gradient de la vitesse comme terme de régularisation (encore appelé lissage quadratique) :

$$E_{Reg}^2 = \|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2. \quad (4.13)$$

Le problème de flot optique est alors résolu en minimisant simultanément le terme

de CEFO et celui du lissage du champ de vitesse au sein de la fonctionnelle suivante :

$$(u, v) = \operatorname{argmin}_{u,v} \int_{\Omega} \left( (I_x u + I_y v + I_t)^2 + \alpha (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) \right) dx dy. \quad (4.14)$$

avec  $\alpha$  une pondération agissant sur le lissage. Les équations d'Euler-Lagrange associées à la fonctionnelle (4.14) ont la forme suivante :

$$\begin{cases} I_x (I_x u + I_y v + I_t) - \alpha \nabla^2 u = 0, \\ I_y (I_x u + I_y v + I_t) - \alpha \nabla^2 v = 0, \\ + \text{conditions aux bords de Neumann : } \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial n} = 0, \end{cases} \end{cases} \quad (4.15)$$

où  $\frac{\partial}{\partial n}$  est le gradient dans la direction normale  $\mathbf{n}$  sur le domaine image limité par  $\partial\Omega$ . Ce système d'équations (4.15) peut être résolu par différentes techniques comme la méthode de Gauss-Seidel, la méthode de surrelaxation successive (SOR), la méthode de descente de gradient, etc.

Le problème de la régularisation introduite par [Horn and Schunck \(1981\)](#) est qu'elle conduit au lissage global des vitesses de flot optique. En particulier, elle ne conserve pas les discontinuités, par exemple dans les zones où un objet en occulte un autre ou entre deux objets en mouvement.

Différents auteurs ont proposé de nouvelles techniques de lissage avec préservation des discontinuités. Des régularisations non quadratiques prenant en compte le gradient de vitesse ont par exemple été introduites ([Nagel, 1983](#); [Cohen, 1993](#); [Deriche et al., 1995](#); [Weickert, 1998](#); [Cohen and Herlin, 1999](#); [Corpetti et al., 2002a](#); [Brox et al., 2004](#)). Elles permettent un lissage isotrope dans les régions homogènes, en préservant les discontinuités du champ de vitesse dans les régions non homogènes (régions comportant des gradients forts). La fonction de coût à minimiser est la suivante :

$$(u, v) = \operatorname{argmin}_{u,v} \int_{\Omega} \left( (I_x u + I_y v + I_t)^2 + \alpha (\Phi(\|\nabla u\| + \|\nabla v\|)) \right) dx dy, \quad (4.16)$$

où  $\Phi$  est une fonction de classe  $C^2$ . Si  $\Phi(s) = s^2$ , l'équation (4.16) revient à la formulation de Horn et Schunck (4.14).

Mais il s'agit plutôt de trouver des fonctions  $\Phi$  qui assurent un lissage anisotrope

du mouvement pour préserver ses discontinuités. Les différentes fonctions proposées sont données dans le tableau (Tab. 4.1), comme par exemple la fonction  $\Phi$  définie comme  $\Phi(s) = 2\sqrt{1+s^2} - 2$  (Deriche et al., 1995). Cette fonction permet un lissage isotrope des vitesses dans les régions homogènes, alors que dans les zones de gradient élevé, le lissage ne se fait que le long des lignes de niveau de l'intensité. Le système d'équations d'Euler-Lagrange associé à la fonctionnelle (4.16) est le suivant :

$$\begin{cases} I_x (I_x u + I_y v + I_t) - \alpha \operatorname{div} \left( \frac{\Phi'(|\nabla u|) \nabla u}{2|\nabla u|} \right) = 0, \\ I_y (I_x u + I_y v + I_t) - \alpha \operatorname{div} \left( \frac{\Phi'(|\nabla v|) \nabla v}{2|\nabla v|} \right) = 0, \\ + \text{conditions aux bords de Neumann} : \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial n} = 0. \end{cases} \end{cases} \quad (4.17)$$

Le terme de régularisation proposé dans l'équation (4.17) provoque un lissage isotrope du flot optique à l'intérieur des régions homogènes et préserve les discontinuités dans les régions non homogènes. En revanche, la régularisation guidée par les gradients de l'image, telle que celle de (Nagel, 1983), minimisant la diffusion à travers les gradients forts de l'image, conduit à des résultats erronés aux discontinuités de l'objet, car elles ne coïncident pas toujours avec les gradients de vitesse ; c'est le cas par exemple des images texturées.

Auteur	$\Phi(s)$	$\Phi'(s)$
Geman et Reynolds	$\frac{s^2}{1+s^2}$	$\frac{2}{(1+s^2)^2}$
Malik et Perona	$\log(1+s^2)$	$\frac{2}{(1+s^2)}$
Green	$2 \log[\cosh(s)]$	$\begin{cases} 2 \text{ si } s = 0 \\ 2 \tanh(s)/s \text{ si } s \neq 0 \end{cases}$
Aubert	$2\sqrt{1+s^2} - 2$	$\frac{2}{(1+s^2)}$
Cohen	$\sqrt{s}$	$\frac{1}{2\sqrt{s}}$

TABLE 4.1 – Différentes fonctions non quadratiques robustes utilisées pour minimiser la fonctionnelle (4.16).

Si on choisit la fonction  $\Phi(s) = \sqrt{s}$  dans l'équation (4.16), on obtient le terme

de régularisation proposé par (Cohen, 1993; Cohen and Herlin, 1999) :

$$(u, v) = \underset{u, v}{\operatorname{argmin}} \int_{\Omega} \left( (I_x u + I_y v + I_t)^2 + \alpha \left( \sqrt{\|\nabla u\|} + \sqrt{\|\nabla v\|} \right) \right) dx dy. \quad (4.18)$$

Le système d'équations d'Euler-Lagrange associé à la fonctionnelle (4.18) est le suivant :

$$\begin{cases} I_x (I_x u + I_y v + I_t) - \alpha \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = 0, \\ I_y (I_x u + I_y v + I_t) - \alpha \operatorname{div} \left( \frac{\nabla v}{|\nabla v|} \right) = 0, \\ \text{conditions aux bords de Neumann : } \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial n} = 0. \end{cases} \end{cases} \quad (4.19)$$

L'approche proposée par Cohen (1993) utilise la norme  $L^1$  liée à la variation totale, par exemple utilisée en restauration d'images. Cette approche a été largement utilisée par différents auteurs (Brox et al., 2004; Brox and Malik, 2011).

La formulation non linéaire combinant les hypothèses d'invariance du niveau de gris et d'invariance du gradient de l'image comme terme de données, plus une régularisation non quadratique, est adoptée dans la méthode Brox et al. (2004). Elle est définie comme suit :

$$E_{Data} = \int_{\Omega} \Phi \left( \|I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - I(\mathbf{x})\|^2 + \gamma \|\nabla I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \nabla I(\mathbf{x})\|^2 \right) d\mathbf{x}, \quad (4.20)$$

où  $\Phi$  est une fonction concave et croissante définie comme  $\Phi(s) = \sqrt{s^2 + \epsilon^2}$  correspondant à l'énergie robuste (Weickert, 1998) : comme  $\epsilon$  est trop petit ( $\sim 0.001$ ),  $\Phi(s)$  est toujours convexe, ceci offre un avantage de lissage par morceau de champs de vitesse dans le processus de minimisation ; et  $\gamma$  est un paramètre de pondération réglant l'influence relative des deux termes. Le problème d'ouverture a été résolu en minimisant la variation totale du flot optique comme suit :

$$E_{Reg} = \int_{\Omega} \Phi \left( \|\nabla_3 \mathbf{v}\|^2 \right) d\mathbf{x}, \quad (4.21)$$

où  $\nabla_3 \mathbf{v} = \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y}, \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right)$  est le gradient spatio-temporel de la vitesse et  $\Phi$  est une fonction similaire à celle définie ci-dessus. La solution au problème du flot optique

est obtenue en minimisant la fonctionnelle suivante :

$$(u, v) = \underset{u, v}{\operatorname{argmin}} \int_{\Omega} (E_{Data} + \alpha E_{Reg}) d\mathbf{x}. \quad (4.22)$$

Bien que la fonction de coût à minimiser soit fortement non linéaire en  $\mathbf{v} = (u, v)^T$ , la linéarisation est réalisée après le calcul d'équation d'Euler-Lagrange de la fonctionnelle pour prendre en compte les changements non linéaires le long du déplacement dans les images. L'équation d'Euler-Lagrange associée à la fonctionnelle (4.22) est de la forme :

$$\Phi' \left( (I_z^2 + \gamma(I_{xz}^2 + I_{yz}^2))(I_x I_z + \gamma(I_{xx} I_{xz} + I_{xy} I_{yz})) \right) - \alpha \operatorname{div}(\Phi'(\|\nabla_3 \mathbf{v}\|^2) \nabla_3 \mathbf{v}) = 0, \quad (4.23)$$

où  $I_x = \partial_x I(\mathbf{x} + \mathbf{v})$ ,  $I_y = \partial_y I(\mathbf{x} + \mathbf{v})$ ,  $I_z = I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - I(\mathbf{x})$ ,  $I_{xx} = \partial_{xx} I(\mathbf{x} + \mathbf{v})$ ,  $I_{yy} = \partial_{yy} I(\mathbf{x} + \mathbf{v})$ ,  $I_{xy} = \partial_{xy} I(\mathbf{x} + \mathbf{v})$ ,  $I_{xz} = \partial_x I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \partial_x I(\mathbf{x})$  and  $I_{yz} = \partial_y I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \partial_y I(\mathbf{x})$ .

D'autres approches de régularisation ont aussi été proposées. Par exemple, dans le domaine de la météorologie, la vitesse apparente a un rotationnel et une divergence non nuls, car l'écoulement est compressible et susceptible de présenter des tourbillons. A la place de la minimisation de la norme  $L_2$  du champ de vitesse qui pénalise à la fois la divergence et la vorticité du champ (composante du rotationnel normale au plan de l'image), [Corpetti et al. \(2002a\)](#) ont proposé une régularisation de type *div-curl* du second ordre. Elle est de la forme suivante :

$$\int_{\Omega} (\|\nabla \operatorname{div} \mathbf{v}\|^2 + \|\nabla \operatorname{curl} \mathbf{v}\|^2) dx dy. \quad (4.24)$$

#### 4.2.4 Estimation de Mouvement par le Modèle de Démon

L'algorithme de démon ([Wang et al., 2005](#); [D.J. and C.H, 2009](#)) utilise le flot optique pour estimer les forces qui déforment une image en mouvement, par exemple pour le recalage d'images CT (*Computer Tomography*). Dans l'algorithme de démon original proposé par ([Thirion, 1998](#)), ces forces (flot optique) ont été calculées sur la base des gradients de l'image statique. Plus tard, [Rogelj and Kovacic \(2006\)](#) ont étendu le formalisme au gradient spatio-temporel qui caractérise l'image en mouvement. Le champ de vitesse est calculé comme suit :

$$\begin{cases} u = \frac{(M-F)F_x}{\|\nabla F\|^2 + \alpha^2(M-F)^2} + \frac{(M-F)M_x}{\|\nabla M\|^2 + \alpha^2(M-F)^2}, \\ v = \frac{(M-F)F_y}{\|\nabla F\|^2 + \alpha^2(M-F)^2} + \frac{(M-F)M_y}{\|\nabla M\|^2 + \alpha^2(M-F)^2}, \end{cases} \quad (4.25)$$

où  $F$  et  $M$  désignent les intensités respectives des images fixe et déformée. Le paramètre  $\alpha$  est un facteur de normalisation qui permet à la force d'être ajustée de manière adaptative dans chaque itération. Etant donné que les champs de déplacement sont calculés à partir des informations locales de l'image uniquement, la régularisation consiste essentiellement en une opération de lissage permettant d'atténuer le bruit et de préserver la continuité géométrique de l'image déformée. Ainsi, un filtre Gaussien de variance  $\sigma^2$  peut être utilisé à cet égard. En faisant une analyse approfondie, ce modèle ressemble à la formulation de [Horn and Schunck \(1981\)](#).

Au lieu d'utiliser le filtrage Gaussien, [Cahill et al. \(2009\)](#) ont proposé une régularisation par un filtre de diffusion de la courbure et ils ont obtenu un algorithme de démon adapté à l'information locale (*LADA - Locally Adaptive Demons Algorithm*) défini de la façon suivante :

$$R_{Diff}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sum_{j=1}^n \|\nabla \mathbf{v}_j(\mathbf{x})\|^2 d\mathbf{x} \quad \Rightarrow \quad A_{Diff}(\mathbf{v}(\mathbf{x})) = -\Delta \mathbf{v}(\mathbf{x}), \quad (4.26)$$

$$R_{Curv}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sum_{j=1}^n \|\Delta \mathbf{v}_j(\mathbf{x})\|^2 d\mathbf{x} \quad \Rightarrow \quad A_{Curv}(\mathbf{v}(\mathbf{x})) = \Delta^2 \mathbf{v}(\mathbf{x}), \quad (4.27)$$

où  $R_{Curv}$  et  $A_{Curv}$  sont des termes de régularisation par diffusion et courbure et  $A_{Diff}$  et  $A_{Curv}$  leurs équations d'Euler-Lagrange respectives.

### 4.3 Analyse des Termes de Régularisation

Dans cette section, il s'agit d'interpréter mathématiquement les techniques de régularisation proposées précédemment pour résoudre le problème d'ouverture du flot optique.



### 4.3.1 Régularisation par Variation Totale

Le terme de régularisation issu de la variation totale en restauration d'images a été introduit par [Cohen \(1993\)](#) pour résoudre le problème d'ouverture du flot optique. Ce type de régularisation de flot optique est obtenu en prenant la racine carrée de la norme du gradient du champ de vitesse. On a l'équation suivante :

$$\int_{\Omega} \left( \sqrt{u_x^2 + u_y^2} + \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right) d\mathbf{x}, \quad (4.28)$$

avec l'équation d'Euler-Lagrange associée :

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) = -\operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{\|\nabla u\|} \right), \\ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right) = -\operatorname{div} \left( \frac{\nabla v}{\|\nabla v\|} \right). \end{cases} \quad (4.29)$$

En développant l'équation (4.29), on trouve que la divergence du gradient normalisé du champ de vitesse est donnée par :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{\|\nabla u\|} \right) = \frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_xu_yu_{xy} + u_{yy}u_x^2}{(u_x^2 + u_y^2)\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \\ \operatorname{div} \left( \frac{\nabla v}{\|\nabla v\|} \right) = \frac{v_{xx}v_y^2 - 2v_xv_yv_{xy} + v_{yy}v_x^2}{(v_x^2 + v_y^2)\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}. \end{cases} \quad (4.30)$$

Soit  $\boldsymbol{\eta} = \frac{\nabla u}{\|\nabla u\|} = \left( \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)^T$ , un vecteur unitaire tangent au gradient du champ de vitesse. On peut trouver un autre vecteur unitaire  $\boldsymbol{\xi}$  perpendiculaire à  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $\boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\eta} = 0$ , soit  $\boldsymbol{\xi} = \left( \frac{-u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)^T$ . On peut calculer les dérivées du champ de vitesse dans la direction du gradient :

$$u_{\boldsymbol{\eta}} = \nabla u \cdot \boldsymbol{\eta} = au_x + bu_y \text{ où } a = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \text{ et } b = \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} u_{\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}} &= \nabla(\nabla u \cdot \boldsymbol{\eta}) \cdot \boldsymbol{\eta} = \nabla(a u_x + b u_y) \cdot \boldsymbol{\eta} \\ &= a(a u_{xx} + b u_{xy}) + b(a u_{xy} + b u_{yy}) \\ &= a^2 u_{xx} + 2ab u_{xy} + b^2 u_{yy}. \end{aligned}$$

En remplaçant  $a$  et  $b$  par leurs valeurs respectives dans la relation précédente :

$$u_{\eta\eta} = \frac{u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2}. \quad (4.32)$$

De la même façon, on peut trouver la dérivée seconde de  $u$  perpendiculairement au gradient, c'est-à-dire dans la direction de  $\xi$  :

$$u_{\xi\xi} = \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2}. \quad (4.33)$$

En comparant les équations (4.30) et (4.33), on peut déduire l'identité suivante :

$$\operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{\|\nabla u\|} \right) = \frac{u_{\xi\xi}}{\|\nabla u\|}. \quad (4.34)$$

En conclusion, l'équation (4.34) signifie que la régularisation par variation totale effectue un lissage du champ de vitesse dans une seule direction, qui est orthogonale au gradient de vitesse ou encore parallèle aux lignes de niveau des composantes de la vitesse.

### 4.3.2 Régularisation Quadratique

En effectuant la somme des équations (4.32) et (4.33), on trouve l'identité suivante :

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta}. \quad (4.35)$$

On en déduit que la régularisation de type norme  $L_2$  correspond à un lissage isotrope du champ de vitesses dans les deux directions, normale et parallèle au gradient du champ. Ce lissage est favorable aux régions homogènes, mais il détruit les discontinuités du champ de vitesse de l'objet en mouvement.

### 4.3.3 Régularisation Non Quadratique

Les techniques de régularisation du champ de vitesse introduites par [Deriche et al. \(1995\)](#) et [Weickert \(1998\)](#) effectuent des lissages non isotropes. On a la relation :

$$\operatorname{div} \left( \frac{\Phi'(\|\nabla u\|) \nabla u}{\|\nabla u\|} \right) = \frac{\Phi'(\|\nabla u\|)}{\|\nabla u\|} u_{\xi\xi} + \Phi''(\|\nabla u\|) u_{\eta\eta}. \quad (4.36)$$

Pour cela, on doit choisir une fonction  $\Phi$  telle que, pour un champ de vitesses homogène, on ait :  $\lim_{\|\nabla u\| \rightarrow 0} \frac{\Phi'(\|\nabla u\|)}{\|\nabla u\|} = \lim_{\|\nabla u\| \rightarrow 0} \Phi''(\|\nabla u\|) = \Phi''(0)$ ,  $\Phi''(0) > 0$ , ce qui donne :

$$\operatorname{div} \left( \frac{\Phi'(\|\nabla u\|) \nabla u}{\|\nabla u\|} \right) = \Phi''(0) (u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta}). \quad (4.37)$$

En revanche, dans les régions où les gradients du champ de vitesses sont forts, la fonction  $\Phi$  doit assurer :  $\lim_{\|\nabla u\| \rightarrow \infty} \frac{\Phi'(\|\nabla u\|)}{\|\nabla u\|} = \beta > 0$  et  $\lim_{\|\nabla u\| \rightarrow \infty} \Phi''(\|\nabla u\|) = 0$ , ce qui revient à :

$$\operatorname{div} \left( \frac{\Phi'(\|\nabla u\|) \nabla u}{\|\nabla u\|} \right) = \beta u_{\xi\xi}. \quad (4.38)$$

Les méthodes d'estimation de mouvement avec lissage non quadratique de [De-riche et al. \(1995\)](#) et [Weickert \(1998\)](#) correspondent à une diffusion non linéaire qui préserve les discontinuités du champ de vitesse des objets en mouvement. Toutefois, l'utilisateur doit s'assurer que les effets de diffusion le long du gradient de vitesse soient beaucoup plus petits que ceux liés à la diffusion le long des lignes de niveau où les variations de mouvement sont fortes.

#### 4.3.4 Régularisation Divergence-Rotationnel

Considérons les deux fonctionnelles suivantes :

$$F^{(1)} = \int_{\Omega} \|\nabla \mathbf{v}\|^2 dx dy \quad \text{et} \quad F^{(2)} = \int_{\Omega} \left( [\operatorname{div} \mathbf{v}]^2 + [\operatorname{curl} \mathbf{v}]^2 \right) dx dy$$

et calculons les équations d'Euler-Lagrange ( $F_u^{(i)} - \frac{d}{dx} F_{u_x}^{(i)} - \frac{d}{dy} F_{u_y}^{(i)} = 0$ ) associées :

- Pour la première fonctionnelle, on a :  $-(u_{xx} + u_{yy} + v_{xx} + v_{yy}) = 0$ ,
- Pour la fonctionnelle *Div-Curl*, on obtient aussi :  $-(u_{xx} + u_{yy} + v_{xx} + v_{yy}) = 0$ .

Cette comparaison montre que minimiser la norme  $L_2$  du champ de vitesse revient à pénaliser à la fois sa divergence et sa vorticité, ce qui n'est pas approprié en présence de vortex ou d'écoulement divergent.

## 4.4 Quelques Résultats Expérimentaux

Dans cette section, nous avons calculé le flot optique par les trois méthodes génériques comportant les trois principaux termes de régularisation. Il s'agit de méthodes avec régularisation quadratique ([Horn and Schunck, 1981](#)), variation totale

([Brox et al., 2004](#)) et régularisation par la courbure ([Cahill et al., 2009](#)).

Des expériences réalisées montrent que la régularisation quadratique conduit à une solution continue et lisse des champs de vitesse et les frontières d'objets en mouvement disparaissent. Le lissage devient beaucoup plus important avec la régularisation par courbure. Quant à la régularisation du problème d'ouverture de la CEFO par la variation totale, on voit que les frontières d'objets apparaissent au sein du champ de vitesse calculé (Fig. [4.3](#), Fig. [4.4](#) et Fig. [4.5](#)).

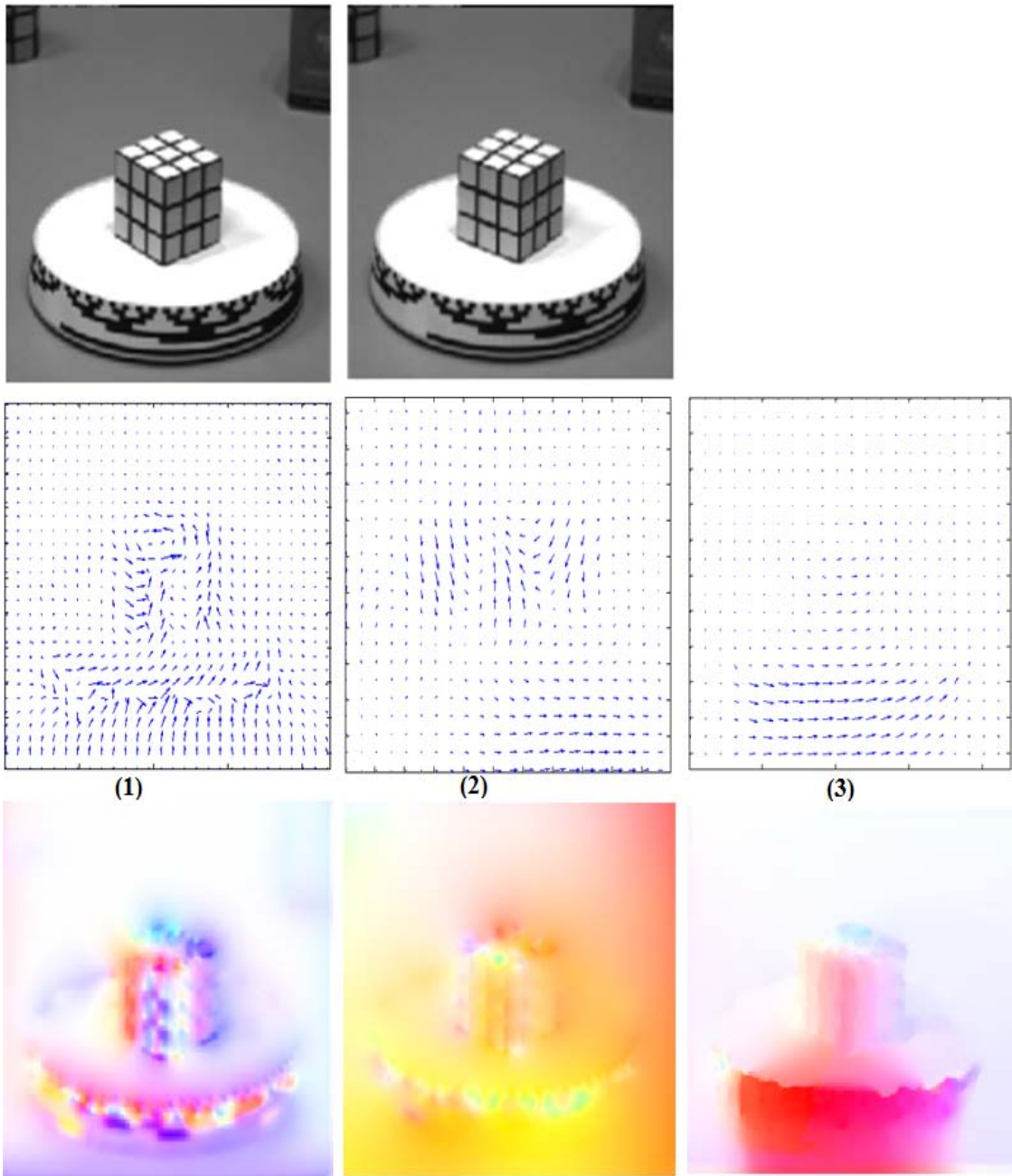


FIGURE 4.3 – Flot optique estimé sur la séquence d'images "cube de Rubik", champ de vitesses et amplitude correspondante dans le cas : (1) d'une régularisation quadratique (Horn and Schunck, 1981) ( $\alpha = 0.4$ , 100 itérations); (2) d'une régularisation par la courbure (Cahill et al., 2009) ( $\alpha = 0.6$ , 100 itérations); (3) d'une régularisation non quadratique (Brox et al., 2004) ( $\gamma = 0.012$ ,  $\alpha = 0.012$ , 210 itérations).

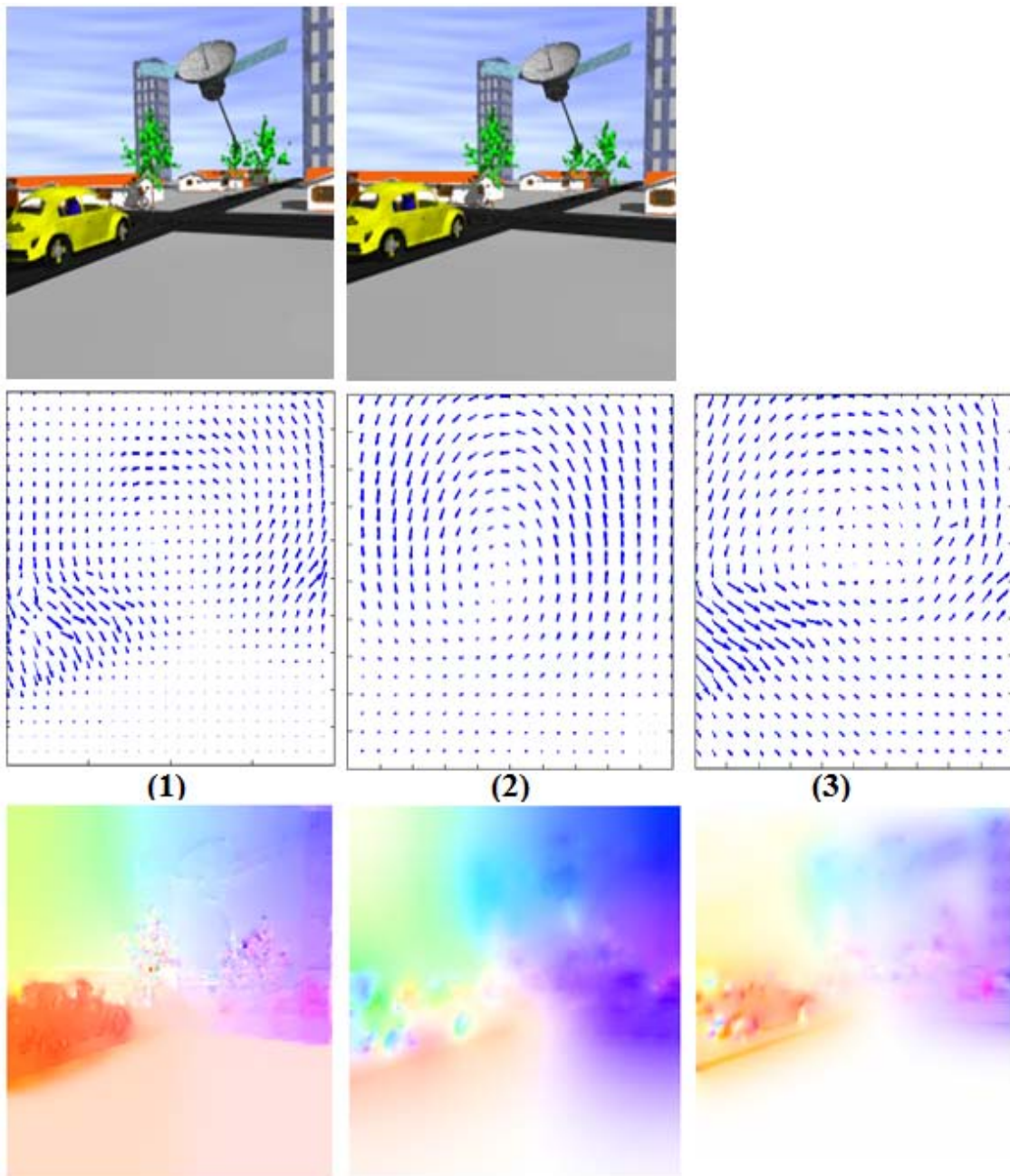


FIGURE 4.4 – Flot optique estimé sur la séquence d'images "auto", champ de vitesses et amplitude correspondante dans le cas :(1) d'une régularisation quadratique (Horn and Schunck, 1981) ( $\alpha = 0.4$ , 100 itérations); (2) d'une régularisation par la courbure (Cahill et al., 2009) ( $\alpha = 0.6$ , 100 itérations); (3) d'une régularisation non quadratique (Brox et al., 2004) ( $\gamma = 0.2$ ,  $\alpha = 0.2$ , 210 itérations).



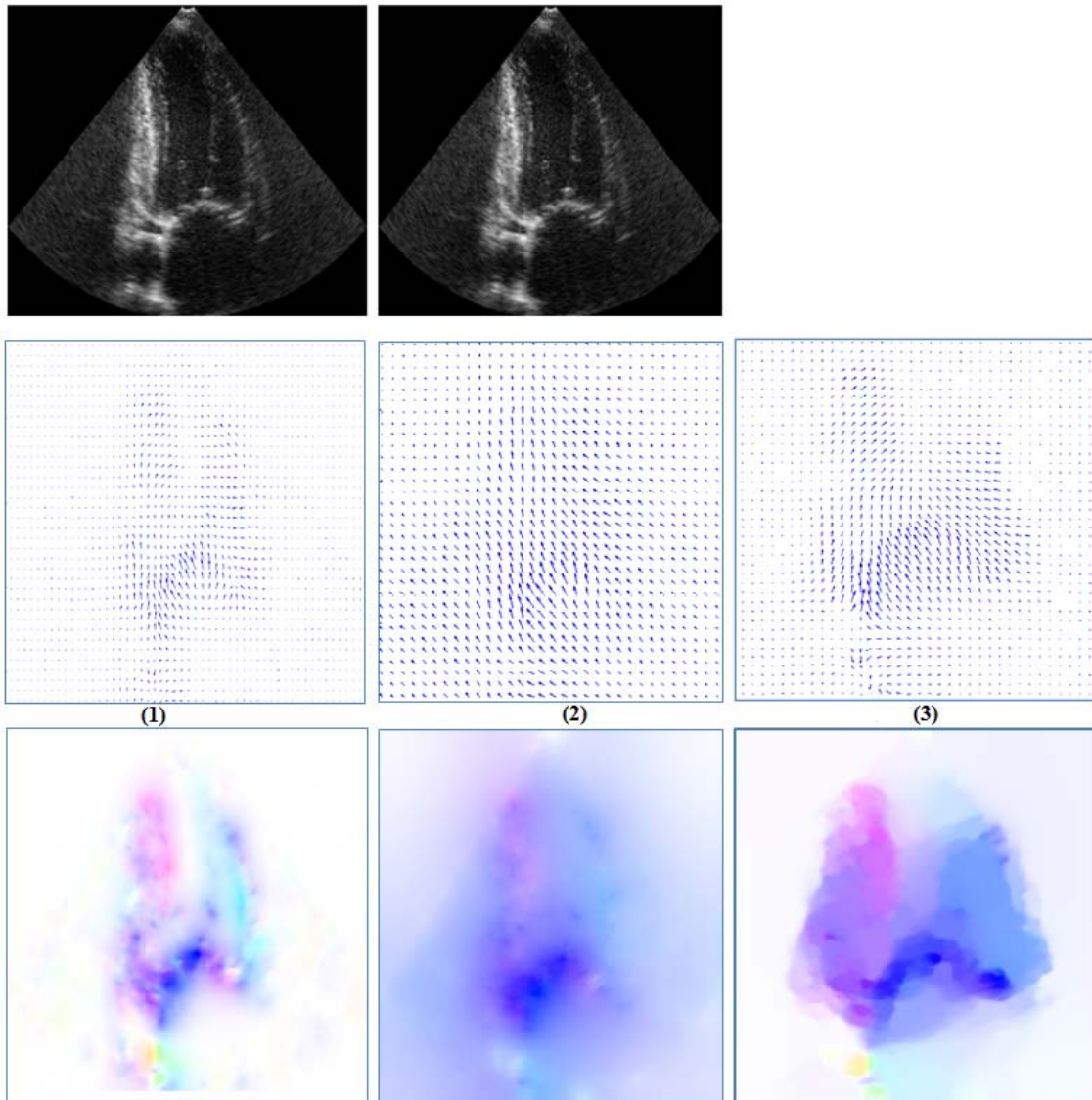


FIGURE 4.5 – Flot optique estimé entre deux images ultrasonores, champ de vitesses et amplitude correspondante dans le cas : (1) d'une régularisation quadratique ([Horn and Schunck, 1981](#)) ( $\alpha = 0.4$ , 100 itérations); (2) d'une régularisation par la courbure ([Cahill et al., 2009](#)) ( $\alpha = 0.6$ , 100 itérations); (3) d'une régularisation non quadratique ([Brox et al., 2004](#)) ( $\gamma = 0.4$ ,  $\alpha = 0.4$ , 300 itérations).

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons visité les différentes techniques d'estimation de flot optique disponibles dans la littérature. On s'est focalisé à la fois sur les termes de données et les termes de régularisation. Nous avons fait une étude sur les différentes hypothèses du modèle pour chacun de ces termes et illustré leur impact par des expériences. Nous avons rencontré des fonctionnelles convexes d'une durée de données linéarisée (la contrainte linéarisée du flot optique) c'est-à-dire les modèles appropriés pour les petits déplacements et des fonctionnelles convexes d'une durée de données non-linéarisée (la contrainte non linéarisée du flot optique) approprié pour les déplacements importants.

En ce qui concerne le terme de données, les hypothèses d'invariance de l'intensité, du gradient, de la hessienne, de l'amplitude du gradient, du Laplacien, et du déterminant de la hessienne peuvent être utilisées. L'intégration de l'information locale et la pénalisation non quadratique sont prises en compte afin d'améliorer la robustesse au bruit. En ce qui concerne le terme de régularisation, nous avons étudié les différents termes de lissage disponibles dans la littérature. On distingue trois catégories : isotrope, anisotrope guidé par l'image et anisotrope guidé par le champ de vitesse. Tous ces termes de régularisation peuvent être appliqués, soit dans le domaine spatial, soit dans le domaine spatiotemporel.





# Estimation des Déformations Myocardiques par Approches Variationnelles

---

---

**Sommaire**


---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>72</b>
<b>5.2</b>	<b>Etat de l'Art</b>	<b>73</b>
5.2.1	Méthodes Directes	73
5.2.2	Méthodes Fondées sur la Phase	74
5.2.3	Méthodes de Suivi	74
<b>5.3</b>	<b>Contribution</b>	<b>75</b>
5.3.1	Formulation de l'Approche Proposée	77
5.3.2	Optimisation de Paramètres	78
5.3.3	Généralisation de l'Approche proposée en 3D	79
5.3.4	Résultats Expérimentaux et Discussion	81
<b>5.4</b>	<b>Conclusion et Limitations</b>	<b>91</b>

---

## 5.1 Introduction

L'analyse et la quantification non invasives du mouvement cardiaque basées sur l'imagerie fournissent des informations importantes sur la façon dont la pathologie affecte les déformations locales et globales du myocarde et sur leur réponse à une thérapie donnée. L'estimation des déformations myocardiques permet donc de détecter les secteurs avec une contraction anormale, afin de faire le choix de mesures curatives pour la récupération. En effet, l'évaluation précise du *strain* myocardique joue un rôle important dans le diagnostic de la fonction régionale.

Dans ce chapitre, nous présentons une nouvelle méthode d'estimation de mouvement sur des données d'imagerie cardiaque par résonance magnétique (ciné IRM) dans le formalisme variationnel. L'amélioration de la performance de cette approche variationnelle a été réalisée en adoptant un terme d'attache aux données qui repose sur le principe standard de la CEFO (4.4), avec le nouveau terme de régularisation (5.1), proposé au chapitre précédent, pour gérer correctement les discontinuités de champ de vitesse des objets en mouvement.

Cette approche a été appliquée à la fois sur des données synthétiques et réelles. L'évaluation quantitative a révélé que les résultats de la méthode proposée sur ciné IRM sont concordants avec les résultats donnés par le logiciel *inTag*, permettant d'estimer les déplacements en IRM de marquage tissulaire.

## 5.2 Etat de l'Art

Au cours des dernières années, des efforts considérables ont été consentis pour développer des méthodes pour le suivi du myocarde dans différentes modalités d'imagerie disponibles, comme l'échographie (US) (Papademetris et al., 2001b; Suhling et al., 2005; Elen et al., 2008; De-Craene et al., 2011; Alessandrini et al., 2013), l'imagerie par résonance magnétique (ciné IRM ou IRM de marquage tissulaire) (Arts et al., 2010; Mansi et al., 2011; De-Craene et al., 2012) et SPECT (Tavakoli and Sahba, 2014).

De nombreuses méthodes visent à obtenir les paramètres de la contraction cardiaque et les champs de déformation à partir de séquences d'images et la connaissance de la dynamique sous-jacente du cœur. Globalement, ces méthodes peuvent être classées en trois catégories principales, à savoir les *méthodes directes*, les *méthodes fondées sur la phase* et les *méthodes de suivi*. Elles sont détaillées pour calculer le mouvement cardiaque et le *strain* cardiaque (Petitjean et al., 2004; Wang and Amini, 2012; De-Craene et al., 2012).

### 5.2.1 Méthodes Directes

Cette catégorie comprend toutes les méthodes qui détectent en premier lieu des caractéristiques (*features*) des images et ensuite quantifient le mouvement et les déformations myocardiques. Ces méthodes ont été appliquées pour l'IRM de marquage tissulaires 3D en détectant les lignes de tags et leurs intersections. Des marqueurs fiduciaires peuvent également être utilisés dans d'autres modalités (par exemple en ciné MR), bien que l'ensemble des marqueurs soit susceptible d'être trop parsemé pour une analyse locale détaillée du mouvement et du *strain*. Les images de *tagging* 3D peuvent être filtrées localement pour analyser les fréquences spatiales et l'orientation du motif de marquage. Un exemple est l'utilisation de filtres spatiotemporels de Gabor pour extraire le *strain* directement. Bien que ces procédés évitent certains artefacts ou lissage excessif qui peuvent être provoqués par le recalage entre images, le calcul des valeurs de *strain* par des points matériels nécessite de disposer d'un modèle de mouvement pour être en mesure d'apparier les points au cours du cycle cardiaque.

### 5.2.2 Méthodes Fondées sur la Phase

Ces méthodes sont fondées sur la propriété qu’une variation locale dans le domaine spatial correspond à un décalage de phase dans le domaine de Fourier. Plusieurs méthodes exploitent cette propriété en travaillant dans le domaine de Fourier pour quantifier localement le champ de déplacement. Les techniques de phases harmoniques (HARP) par exemple permettent le traitement des images d’IRM de marquage tissulaire (Osman et al., 2000b). Elles modélisent les IRM de marquage tissulaire comme le résultat d’une modulation d’amplitude par un ensemble d’harmoniques. Pour chaque harmonique, la phase complexe d’un point matériel est constante au cours du cycle cardiaque. Les images HARP sont calculées en faisant un filtrage passe-bande dans le domaine de Fourier et en revenant dans le domaine spatial. Le déplacement est alors obtenu en divisant le décalage spatial par le gradient de la phase. L’algorithme SinMod (Arts et al., 2010; Alessandrini et al., 2013) est basé sur un concept similaire à celui de HARP : en plus de calculer un décalage de phase locale, SinMod calcule également la fréquence spatiale locale et peut être utilisé pour estimer le *strain* d’une manière similaire à celle des techniques à base de filtre de Gabor.

### 5.2.3 Méthodes de Suivi

Cette dernière catégorie comprend les méthodes telles que (Carranza-Herrezueloa et al., 2010; De-Craene et al., 2011; Mansi et al., 2011; De-Craene et al., 2012) qui optimisent la similarité entre intensités des images consécutives d’une séquence pour estimer le déplacement dans le domaine spatial.

La fonctionnelle d’énergie à optimiser comprend deux termes : le terme de données constitué par la similarité entre images et un terme de régularisation (voir Fig. 5.1 par exemple). La mesure de similarité entre images peut être la somme des carrés des différences entre les intensités de chaque image à une image de référence (correspondant à l’*invariance du niveau de gris*) ou une *mesure de similarité statistique* telle que l’information mutuelle, le coefficient de corrélation, etc. Toute image de la séquence peut être choisie comme référence.

Les dérivées spatiales du champ de vitesse fournissent le *strain* cardiaque. Dans le cas d’une résolution par l’algorithme des démons (chapitre 4) ou par mise en correspondance de blocs, un difféomorphisme est estimé entre une image de référence

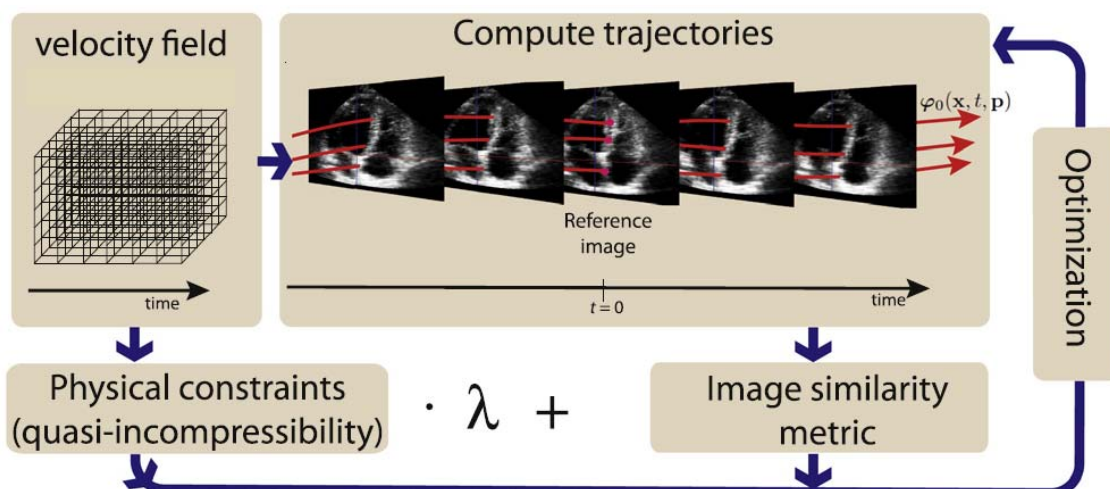


FIGURE 5.1 – Schéma algorithmique d'une méthode de suivi : la similarité entre images est calculée à partir des intensités le long des lignes de courant. La propriété de quasi-incompressibilité est ajoutée en tant que contrainte physique pour la régularisation du champ de vitesse. *Figure extraite de Craene et al. (2011).*

$F$  et une image déformée  $M$ . Ceci est réalisé en alternant une étape d'optimisation, qui met à jour la transformation spatiale et une régularisation spatiale, qui est réalisée à chaque étape pour s'assurer que les résultats de *strain* soient lisses. Pour les méthodes qui estiment les paramètres d'un difféomorphisme continu et dérivable, les dérivées spatiales peuvent être obtenues analytiquement.

Malgré le nombre de travaux réalisés, l'estimation précise et fiable du mouvement cardiaque, et en particulier de ses variations transmuraux, reste un problème difficile et ouvert en raison des faibles résolutions des imageries spatio-temporelles et de la complexité de la biomécanique cardiaque (Clarysse et al., 2000; Schaerer et al., 2010; Tobon-Gomez et al., 2013). Nous proposons une approche d'estimation dense du champ de vitesse, qui consiste en un terme d'attache aux données et en une régularisation pour adresser ce problème.

### 5.3 Contribution

Comme on a vu précédemment dans le chapitre 4, de nombreuses expériences ont prouvé une performance supérieure de l'estimation de mouvement par approche variationnelle (Barron et al., 1994; Baker et al., 2007, 2011b). Le principe sous-jacent est celui de la conservation de l'intensité entre images consécutives séparées par un

intervalle de temps court.

Le principe de la conservation de l'intensité d'un point en mouvement est formulé par  $\frac{dI(x(t),y(t),t)}{dt} = 0$ . La composition des dérivations conduit à la contrainte de l'équation du flot optique (CEFO) suivante :  $I_x u + I_y v + I_t = 0$ , où  $I_x$  et  $I_y$  désignent les dérivées spatiales dans les directions  $x$  et  $y$ ,  $I_t$  la dérivée temporelle et  $(u = \frac{\partial x}{\partial t}, v = \frac{\partial y}{\partial t})$  le champ de vitesse à calculer.

Cependant, une telle équation n'est pas suffisante pour déterminer une solution unique pour les deux inconnues  $u$  et  $v$  en chaque pixel. Si elle est utilisée seule, elle ne permet de calculer que la composante du champ parallèle à  $\nabla I$ , connue sous le nom de champ normal. Une composante tangentielle arbitraire doit lui être ajoutée pour que le champ soit complet. Cette ambiguïté illustre le fait que le flot optique est un problème mal posé, communément appelé problème d'ouverture. Ainsi, une hypothèse de régularisation supplémentaire est nécessaire pour contraindre l'unicité du champ.

Comme nous l'avons détaillé dans le chapitre 4, différents types de régularisation ont été proposés pour adresser le problème d'ouverture. [Horn and Schunck \(1981\)](#) ont proposé la régularisation qui consiste à supposer que le champ de vitesse est spatialement lisse. Ils ont introduit un lissage quadratique du champ de vitesse à partir de la minimisation de la fonctionnelle suivante  $\int_{\Omega} (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) d\Omega$ , où  $\Omega$  désigne le domaine de l'image.

Malheureusement, l'introduction d'un lissage quadratique conduit à une solution lisse et continue du champ de vitesse, c'est-à-dire une solution dans laquelle les discontinuités du champ sur les frontières de l'objet en mouvement sont détruites. Il ne s'agit pas d'obtenir une solution exacte, mais un lissage trop important au niveau des parois myocardiques fausse les variations estimées en transmural. Plusieurs auteurs ont abordé le problème de discontinuité du champ de vitesse en utilisant des termes de lissage non quadratiques ([Nagel, 1983](#); [Cohen and Herlin, 1999](#); [Deriche et al., 1995](#); [Weickert, 1998](#)). Nous avons étudié la signification mathématique de ces termes de lissage (4.3), en mettant en exergue leurs avantages et inconvénients respectifs et nous avons proposé un nouveau terme de lissage qui permet de résoudre la plupart des problèmes rencontrés.

Pour rappel, dans la méthode proposée par Nagel, le lissage est adapté aux discontinuités de l'intensité de l'image, de sorte que la diffusion à travers les contours des objets présentant des gradients forts est réduite. Le problème de cette approche

est que les discontinuités du champ de vitesse ne coïncident pas toujours avec celles de l'image. L'approche de [Cohen and Herlin \(1999\)](#) utilise la minimisation de la norme  $L^1$  liée à la variation totale, utilisée par exemple en restauration d'images. Bien que les discontinuités du champ soient préservées, l'analyse mathématique a révélé que le lissage du champ de vitesse avait lieu uniquement dans la direction parallèle au gradient du champ de vitesse, ce qui ne convient pas dans les régions homogènes. Les méthodes de lissage non quadratique de [Deriche et al. \(1995\)](#) et [Weickert \(1998\)](#) correspondent à une diffusion non isotrope qui préserve les discontinuités. Toutefois, l'utilisateur doit veiller à ce que les effets de la diffusion le long du gradient de vitesse soient beaucoup plus petits que ceux associés à la diffusion le long des lignes de niveau du champ sur les discontinuités, ce qui semble difficile à gérer lors de la mise en œuvre numérique.

### 5.3.1 Formulation de l'Approche Proposée

Nous proposons une nouvelle approche qui produit un lissage approprié du champ de vitesse. Il s'agit de lisser le champ de vitesse en pondérant le terme de diffusion dans la direction perpendiculaire au gradient de champ de vitesse avec une fonction décroissante qui pénalise la diffusion dans les zones de fort gradient. Ceci peut être formulé comme suit :

$$\mathbf{v}_t = g(\|\nabla\mathbf{v}\|)\mathbf{v}_{\eta\eta} + \mathbf{v}_{\xi\xi}, \quad (5.1)$$

où  $g(\cdot)$  dénote un noyau Gaussien qui donne la meilleure approximation du champ de vecteur tout en préservant ses discontinuités ([Deriche et al., 1995](#); [Weickert, 1998](#); [Weickert et al., 2006](#)), choisi comme  $g(\|\nabla\mathbf{v}\|) = \frac{1}{2\pi k} \exp\left(-\frac{\|\nabla\mathbf{v}\|^2}{2k}\right)$ ,  $*$  est l'opérateur de convolution,  $\boldsymbol{\eta} = \frac{1}{\|\nabla\mathbf{v}\|} \begin{pmatrix} v_x & v_y \end{pmatrix}^T$  vecteur unitaire colinéaire au gradient du champ de vitesse et  $\boldsymbol{\xi} = \frac{1}{\|\nabla\mathbf{v}\|} \begin{pmatrix} -v_y & v_x \end{pmatrix}^T$ , c'est-à-dire  $\boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\eta} = 0$  sont appelées les coordonnées de Gauge (voir Fig. 5.2). Nous avons  $\mathbf{v}_{\eta\eta} = \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial \eta^2} = \nabla(\nabla\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\eta}) \cdot \boldsymbol{\eta}$  et  $\mathbf{v}_{\xi\xi} = \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial \xi^2} = \nabla(\nabla\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\xi}) \cdot \boldsymbol{\xi}$ , les dérivées secondes du champ de vitesse dans le système Gaugien, obtenues en prenant le produit entre la hessienne et  $\boldsymbol{\eta}$  ou  $\boldsymbol{\xi}$ .

$$u_{\eta\eta} = \frac{1}{u_x^2 + u_y^2} \begin{pmatrix} u_x & u_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{xx} & u_{xy} \\ u_{yx} & u_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix},$$



$$u_{\xi\xi} = \frac{1}{u_x^2 + u_y^2} \begin{pmatrix} u_y & -u_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{xx} & u_{xy} \\ u_{yx} & u_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_y \\ -u_x \end{pmatrix}.$$

En développant, nous obtenons :

$$u_{\eta\eta} = \frac{u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_{xy} u_y + u_y^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2}, \quad (5.2)$$

$$u_{\xi\xi} = \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_{xy} u_y + u_y^2 u_{xx}}{u_x^2 + u_y^2}. \quad (5.3)$$

La fonction  $g(\|\nabla \mathbf{v}\|)$  contrôle le lissage du champ de vitesse comme suit :

- Dans les zones où le gradient de vitesse est fort, l'effet de lissage le long de sa normale est atténué, car  $g(\|\nabla \mathbf{v}\|) \rightarrow 0$  comme  $\|\nabla \mathbf{v}\| \rightarrow \infty$ . Ceci conduit à la préservation de discontinuité du champ de vitesse (Fig. 5.10 à gauche). On a :  $\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_{\xi\xi}$ .
- Dans les zones où les champs de vitesse sont homogènes, c'est-à-dire où le gradient de vitesse est faible, le lissage est effectué de façon isotrope, car  $g(\|\nabla \mathbf{v}\|) \rightarrow 1$  comme  $(\|\nabla \mathbf{v}\|) \rightarrow 0$  :  $\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_{\eta\eta} + \mathbf{v}_{\xi\xi} = \Delta \mathbf{v}$ , où  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}$  est l'opérateur Laplacien.

Enfin, en combinant l'équation de contrainte du flot optique et le terme de lissage ci-dessus et en calculant les équations d'Euler-Lagrange associées, l'approche proposée conduit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} g(\|\nabla u\|)u_{\eta\eta} + u_{\xi\xi} = 2\alpha(I_x u + I_y v + I_t)I_x, \\ g(\|\nabla v\|)v_{\eta\eta} + v_{\xi\xi} = 2\alpha(I_x u + I_y v + I_t)I_y. \end{cases} \quad (5.4)$$

Ce système d'équations a été résolu par la méthode de relaxation itérative de Gauss-Seidel.

### 5.3.2 Optimisation de Paramètres

Dans cette partie, nous montrons comment affiner les paramètres de  $\alpha$  et  $k$  pour obtenir la meilleure précision d'estimation du champ. Ces paramètres ont été optimisés en minimisant la fonction de coût d'erreur entre le champ de vitesse estimé  $\Xi(u, v)$  et un champ de vitesse de référence  $\Xi_{Gtr}(u, v)$ , comme détaillé dans l'algorithme 1. L'implémentation a été réalisée en écrivant une fonction pour estimer

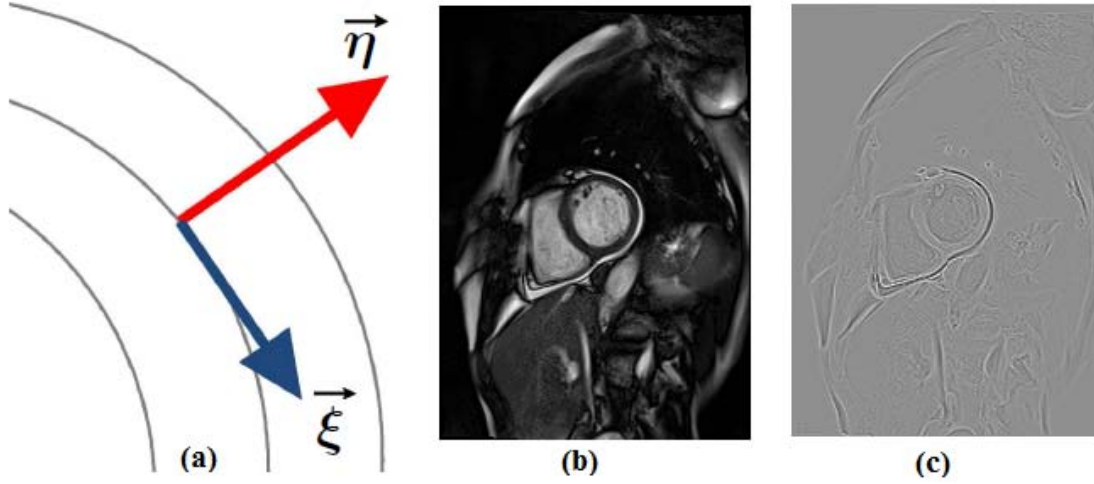


FIGURE 5.2 – Illustration du système de coordonnées Gaugien (a), et calcul de la dérivée seconde de Gauge  $I_{\eta\eta}$  (c) pour une image de ciné IRM (b).

---

**Algorithm 1** Algorithme pour trouver les valeurs optimales de  $\alpha$  et  $k$ .

---

1. Initialisation :
    - $\alpha \leftarrow \alpha_0$ ;
    - $k \leftarrow k_0$ ;
  2. Calcul de  $(u, v)$  avec (5.4);
  3. Evaluer  $\varepsilon_m(\alpha, k) = \|\Xi(u, v) - \Xi_{Gtr}(u, v)\|^2$ ;
  - while**  $\varepsilon_m > \text{Tolérance d'erreur}$  **do**
    4. Calculer  $\left(\frac{\partial \varepsilon_m}{\partial \alpha}, \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial k}\right)$ ;
    5. Mise à jour  $\alpha \leftarrow \alpha - \Delta t \times \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial \alpha}$  ( $\Delta t$  est le pas de descente du gradient);
    6. Mise à jour  $k \leftarrow k - \Delta t \times \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial k}$ ;
    7. Retour à 2;
  - end while**
- 

le champ de vitesse à partir du système d'équations (5.4) et la fonction *fminunc* de Matlab (MathWorks, Natick, Massachusetts, US) a servi à calculer le minimum global de l'erreur par rapport au champ de vitesse de référence.

### 5.3.3 Généralisation de l'Approche proposée en 3D

Notre approche a été étendue en 3 dimensions et appliquée à des images de SPECT qui présentent l'avantage d'être véritablement isotropes en 3D. Ainsi, le terme de régularisation prend la forme suivante :

$$\mathbf{v}_t = g(\|\nabla \mathbf{v}\|)\mathbf{v}_{\eta\eta} + \mathbf{v}_{\xi_1\xi_1} + \mathbf{v}_{\xi_2\xi_2} \quad (5.5)$$

où  $\mathbf{v}_{\eta\eta}$ ,  $\mathbf{v}_{\xi_1\xi_1}$  et  $\mathbf{v}_{\xi_2\xi_2}$  sont dérivées de Gauge de second ordre en 3D, avec  $\boldsymbol{\eta} = \frac{\nabla \mathbf{v}}{\|\nabla \mathbf{v}\|}$ ,  $\boldsymbol{\xi}_1 \cdot \boldsymbol{\eta} = 0$ ,  $\boldsymbol{\xi}_2 \cdot \boldsymbol{\eta} = 0$  et  $\boldsymbol{\xi}_1 \cdot \boldsymbol{\xi}_2 = 0$ . On a :

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\xi}_1 = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \begin{pmatrix} u_y \\ -u_x \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Le troisième vecteur de base  $\boldsymbol{\xi}_2$  est obtenu par le calcul du produit vectoriel entre  $\boldsymbol{\eta}$  et  $\boldsymbol{\xi}_1$  :

$$\boldsymbol{\xi}_2 = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 u_z^2 + u_y^2 u_z^2 + u_x^2 + (u_x^2 + u_y^2)^2}} \begin{pmatrix} u_x u_z \\ u_y u_z \\ -u_x^2 - u_y^2 \end{pmatrix}.$$

Les dérivées du champ de vitesses dans le système Gaugien 3D se font par analogie avec le cas 2D :

$$\begin{aligned} u_{\eta\eta} &= \frac{u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_{xy} u_y + 2u_x u_{xz} u_z + u_y^2 u_{yy} + 2u_y u_{yz} u_z + u_z^2 u_{zz}}{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}, \\ u_{\xi_1 \xi_1} &= \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_{xy} u_y + u_y^2 u_{xx}}{u_x^2 + u_y^2}, \\ u_{\xi_2 \xi_2} &= \frac{1}{(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)(u_x^2 + u_y^2)} (u_x^4 u_{zz} - 2u_x^3 u_{xz} u_z + u_x^2 u_{xx} u_z^2 + 2u_x^2 u_y^2 u_{zz} \\ &\quad - 2u_x^2 u_y u_{yz} u_z + 2u_x u_{xy} u_y u_z^2 - 2u_x u_{xz} u_y^2 u_z + u_y^4 u_{zz} - 2u_y^3 u_{yz} u_z + u_y^2 u_{yy} u_z^2). \end{aligned}$$

En 3 dimensions, le système d'équations (5.4) devient :

$$\begin{cases} g(\|\nabla u\|)u_{\eta\eta} + u_{\xi_1 \xi_1} + u_{\xi_2 \xi_2} = 2\alpha(I_x u + I_y v + I_z w + I_t)I_x, \\ g(\|\nabla v\|)v_{\eta\eta} + v_{\xi_1 \xi_1} + v_{\xi_2 \xi_2} = 2\alpha(I_x u + I_y v + I_z w + I_t)I_y, \\ g(\|\nabla w\|)w_{\eta\eta} + w_{\xi_1 \xi_1} + w_{\xi_2 \xi_2} = 2\alpha(I_x u + I_y v + I_z w + I_t)I_z, \end{cases} \quad (5.6)$$

où  $\mathbf{v} = (u, v, w)^T$  est le champ de vitesse 3D et  $I_x$ ,  $I_y$  et  $I_z$  sont des gradients de l'image en direction  $x$ ,  $y$ , et  $z$  respectivement. L'implémentation numérique du système d'équations (5.6) est détaillée dans l'annexe 8.2.2.

### 5.3.4 Résultats Expérimentaux et Discussion

L'évaluation expérimentale de la méthode proposée a été effectuée sur les jeux de données simulés décrits au chapitre 3 et réels (ciné IRM 2D) et les résultats ont été comparés avec l'estimation donnée par le logiciel *inTag* décrit au chapitre 2.4 sur des IRM de marquage tissulaire. On a effectué l'évaluation quantitative en utilisant les indices décrits au chapitre 3. En 3D, nous avons utilisé des images de SPECT 3D et US 3D et nous avons visualisé le champ de vitesse sous MITK Workbench<sup>1</sup> (Fig. 5.11).

#### Sur données simulées

Les résultats de la figure 5.3 montrent que notre méthode trouve bien le champ de vitesse en direction radiale sur les données entièrement simulées (Fig. 3.8), car le gradient d'image est non nul et parfaitement régulier. La déformation d'une image réelle (Fig. 3.10) montre visuellement que cela reste le cas en radial avec des contrastes réalistes (Fig. 5.4). En revanche, on observe que la composante circonférentielle est sous-estimée, ce qui se traduit par une sous-estimation de l'amplitude (Fig. 5.6). On retrouve un peu de circonférentiel (Fig. 5.5) lorsque l'image présente des variations angulaires de gradient (3.11) avec des erreurs relatives en amplitude visiblement plus faibles (Fig. 5.7).

#### Sur données réelles

Pour la validation, des jeux de données ciné IRM et IRM de marquage tissulaire sont disponibles pour 47 patients. L'évaluation du champ estimé est effectuée en comparaison avec le champ de mouvement calculé avec le logiciel *inTag* sur les données d'IRM de marquage tissulaire.

Dans le but d'évaluer la valeur informationnelle des quantifications de vitesse fournies par la méthode OBS d'une part, et la méthode *inTag* d'autre part, vis à vis de la caractérisation du WMS (défini au § 2.4.4), nous avons proposé deux types d'inférences :

- Le premier par un test du coefficient de corrélation linéaire (non paramétrique de Spearman) entre les vitesses fournies par les méthodes d'estimation de la vitesse

---

1. MITK (Medical Imaging Interaction Toolkit) est une plateforme pour le développement de logiciels interactifs de traitement d'images médicales. (<http://www.mitk.org/MITK>).

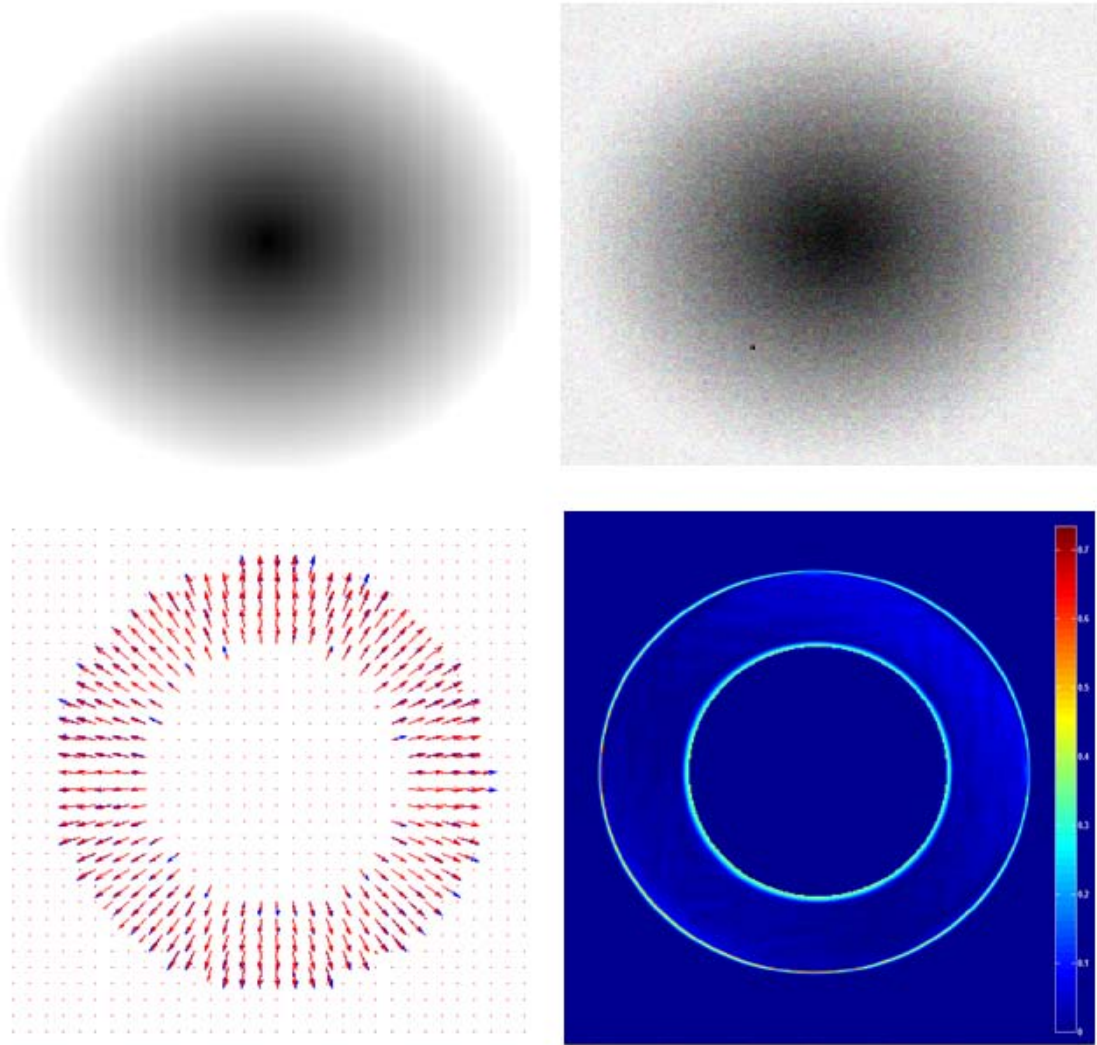


FIGURE 5.3 – Résultats expérimentaux sur données simulées. Première ligne de gauche à droite : image simulée, même image avec un bruit gaussien de 20dB, dernière ligne de gauche à droite : superposition du champ de vitesse radiale simulé (bleu) avec le champ de vitesse estimé (rouge) par notre méthode (avec les valeurs optimales des paramètres  $\alpha = 0.0021$  et  $k = 0.20$ ) ; erreurs relatives (%) en amplitude correspondantes.

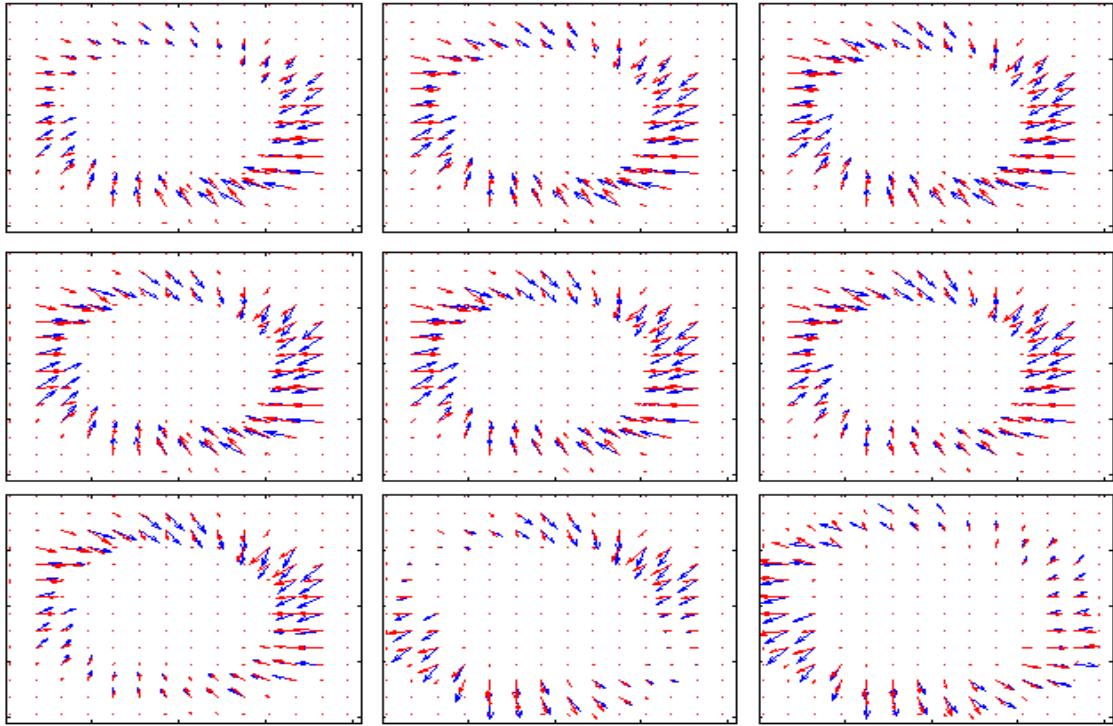


FIGURE 5.4 – Champ de vitesse estimé (rouge) par notre méthode sur les données simulées (Fig. 3.10) en superposition avec le champ réel (bleu).

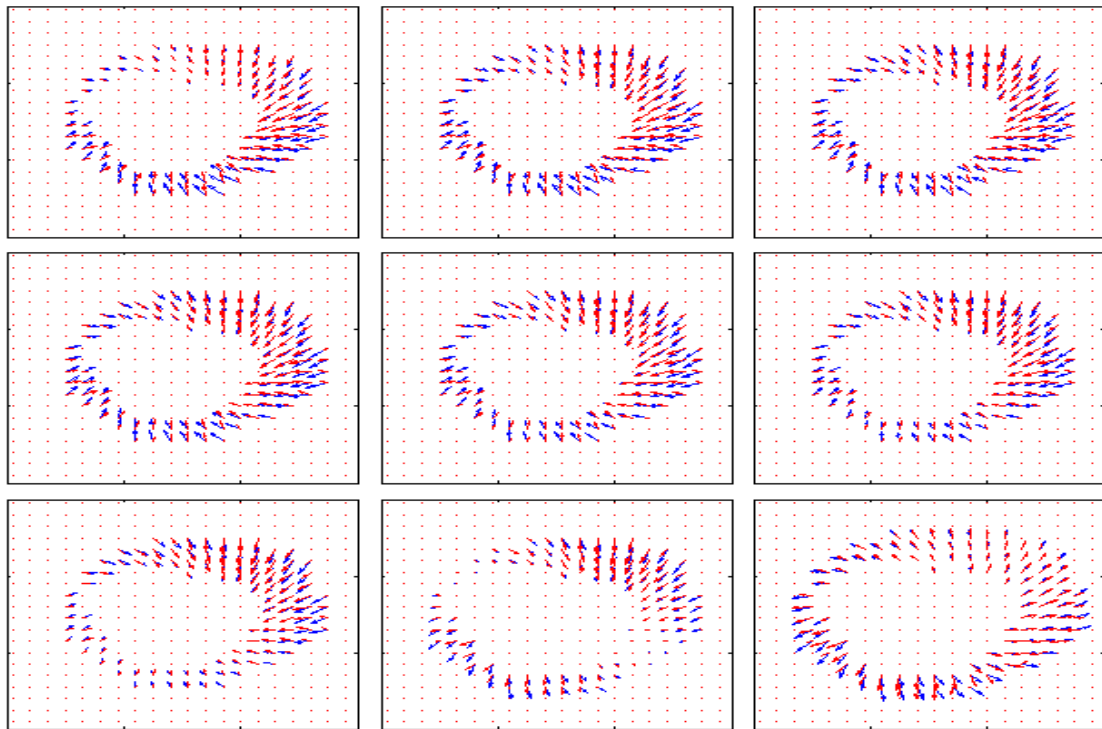


FIGURE 5.5 – Champ de vitesse estimé (rouge) par notre méthode sur les données simulées (Fig. 3.11) en superposition avec le champ réel (bleu).

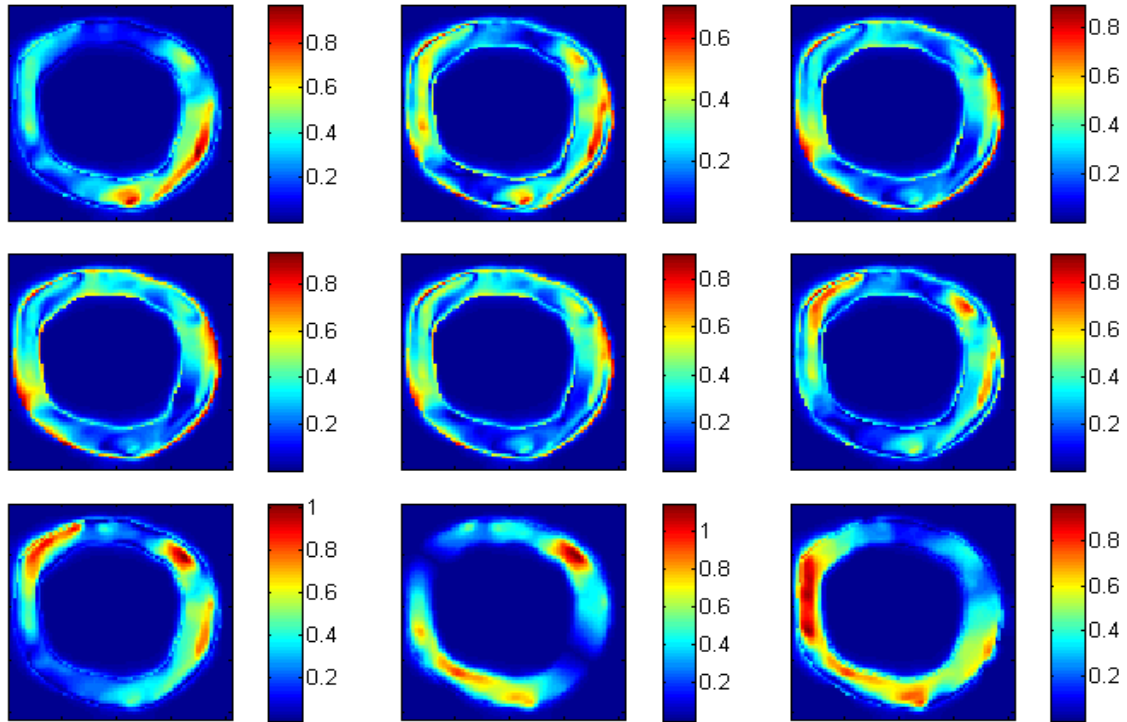


FIGURE 5.6 – Erreurs relatives (%) en amplitude de champ de vitesse estimé par notre méthode sur les données simulées (Fig. 3.10).

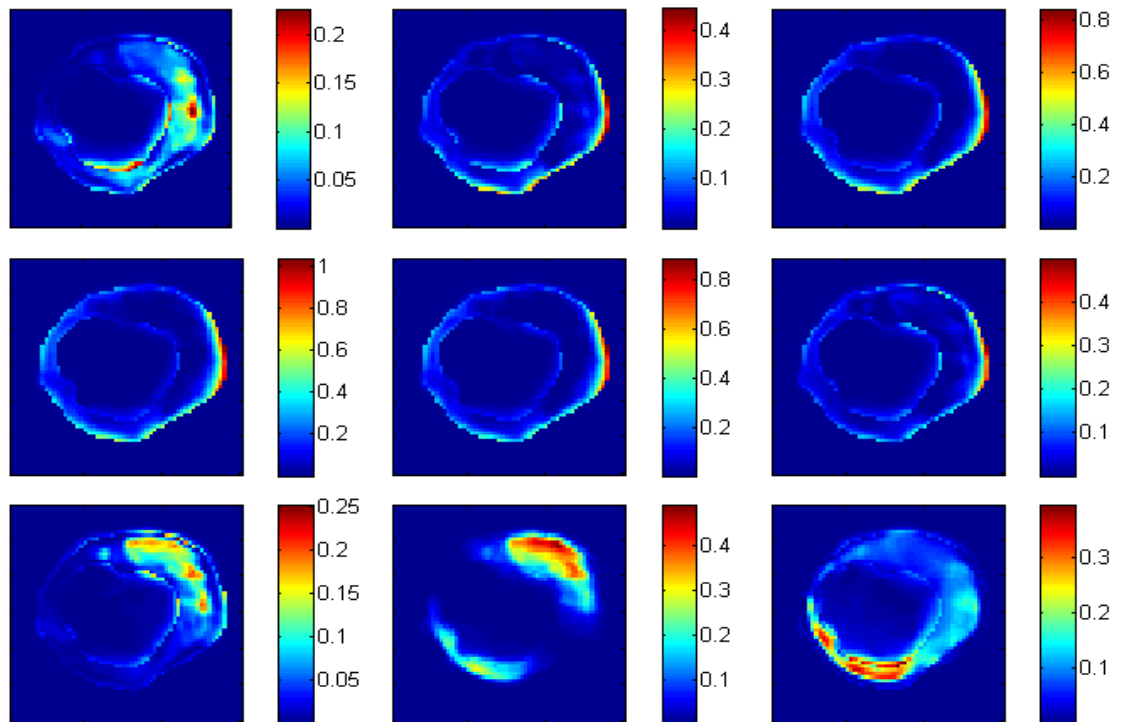


FIGURE 5.7 – Erreurs relatives (%) en amplitude de champ de vitesse estimé par notre méthode sur les données simulées (Fig. 3.11).



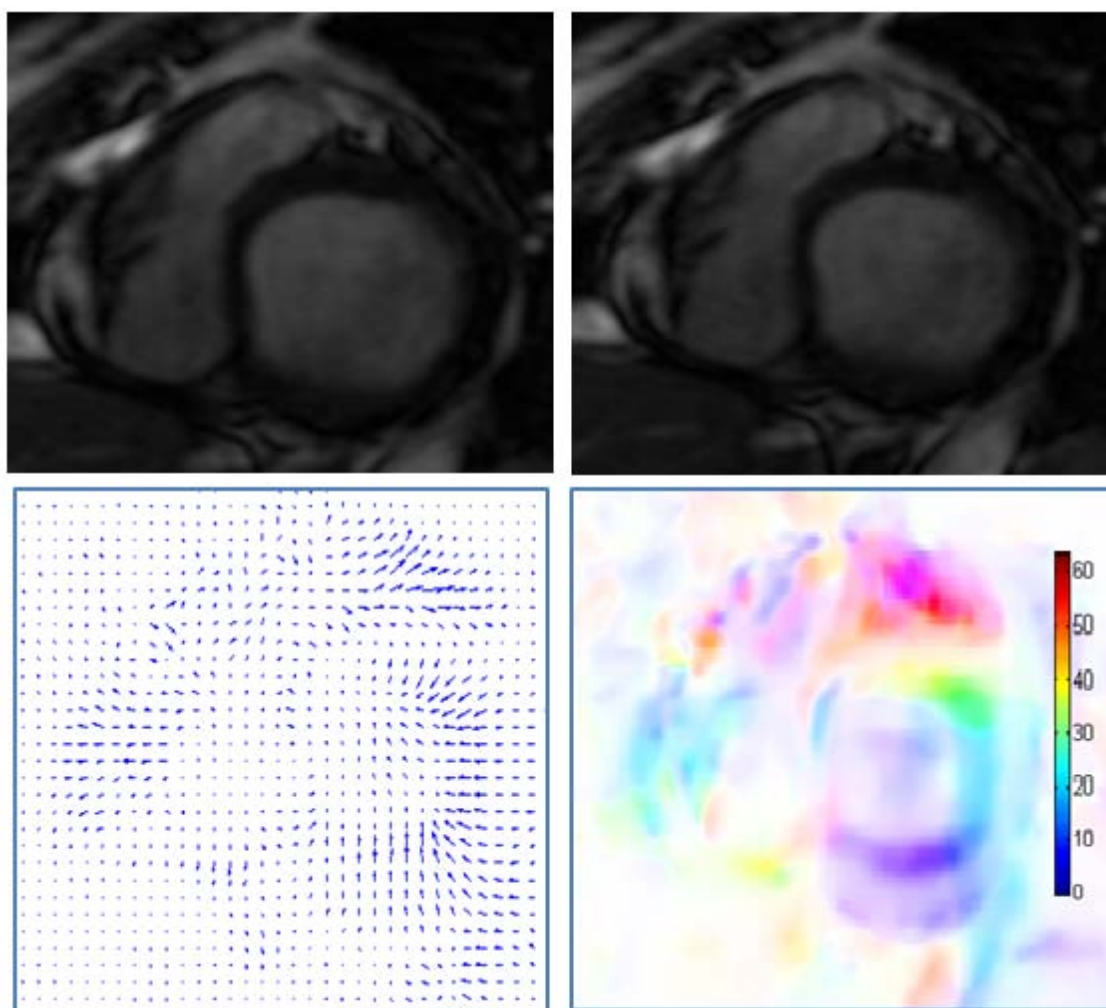


FIGURE 5.8 – Résultats expérimentaux de notre méthode d'estimation de mouvement sur des images de ciné IRM. Les valeurs optimales des paramètres  $\alpha = 0.02$ ,  $k = 0.015$ , 300 itérations). La dernière ligne montre la représentation champ de vitesse et son amplitude en code de couleurs.



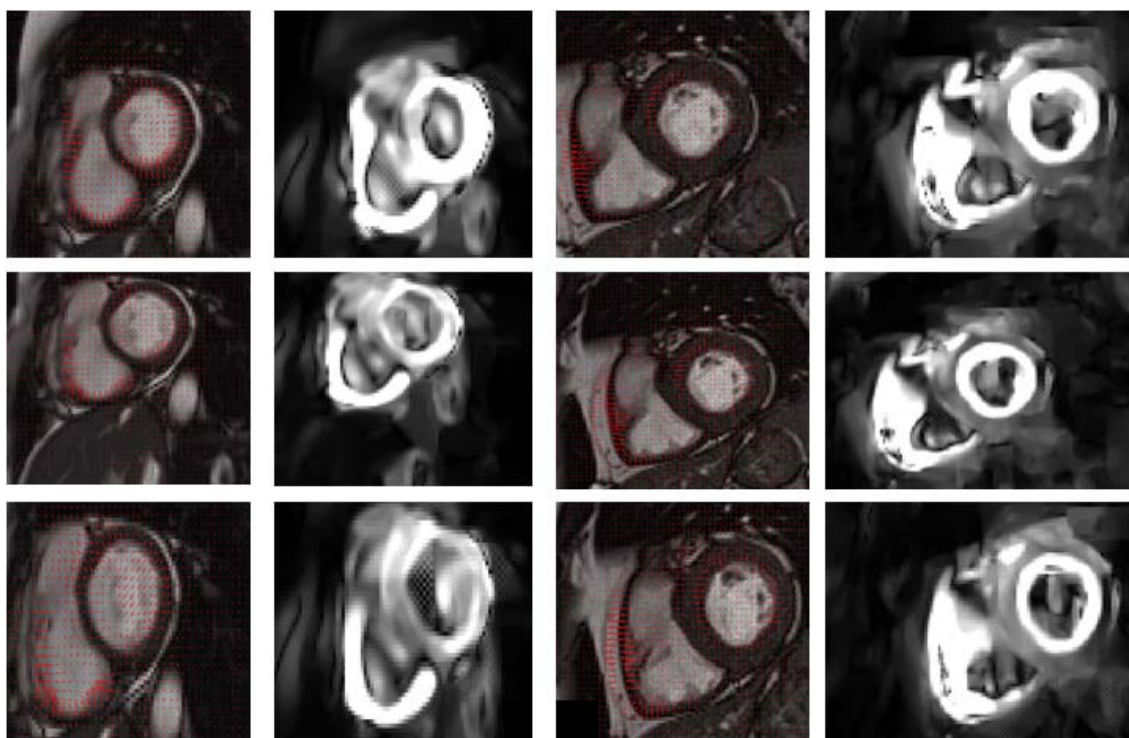


FIGURE 5.9 – Résultats expérimentaux sur trois images de deux séquences de ciné IRM cliniques. Superposition du champ de vitesse estimé par notre méthode (rouge) sur les images originales et amplitude associée (valeurs optimales  $\alpha = 0.008$  et  $k = 0.02$ ).

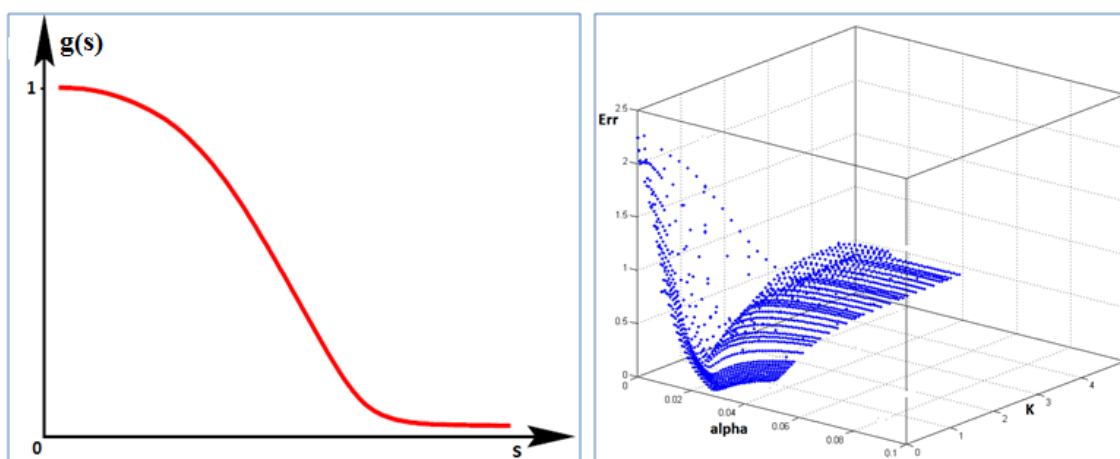


FIGURE 5.10 – Fonction décroissante de pondération (à gauche); carte des erreurs entre champ estimé et champ de référence en fonction des paramètres  $k$  et  $\alpha$  (à droite). Cette carte montre que les erreurs les plus petites se situent dans la région où  $k < 1$  et  $\alpha < 0.04$ .

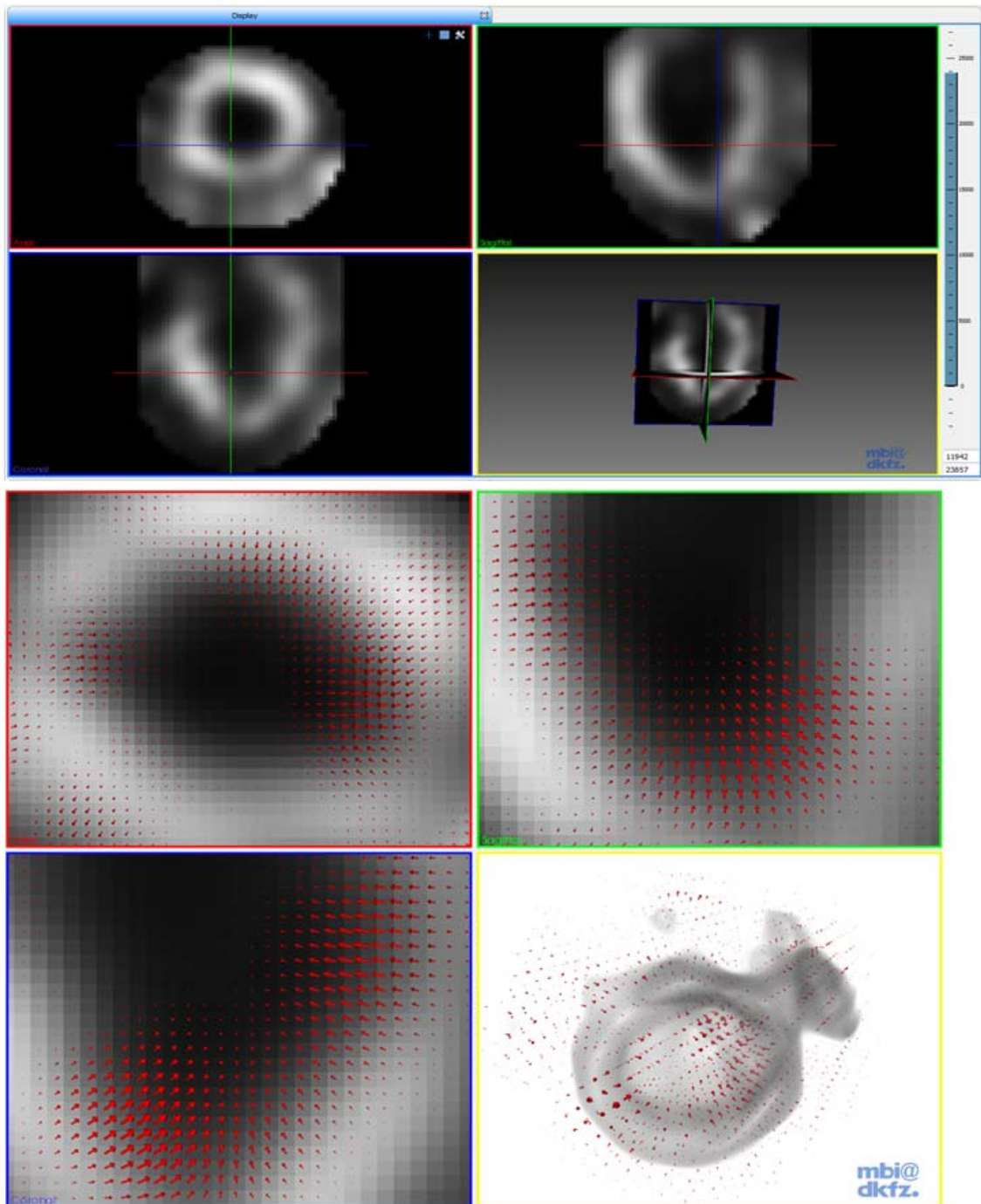


FIGURE 5.11 – En haut, vues axiale, sagittale et coronale d’une image de SPECT 3D sous MITK Workbench. En bas, visualisation du champ de vitesse 3D estimé par notre méthode implémentée sous la forme d’un plugin MITK.

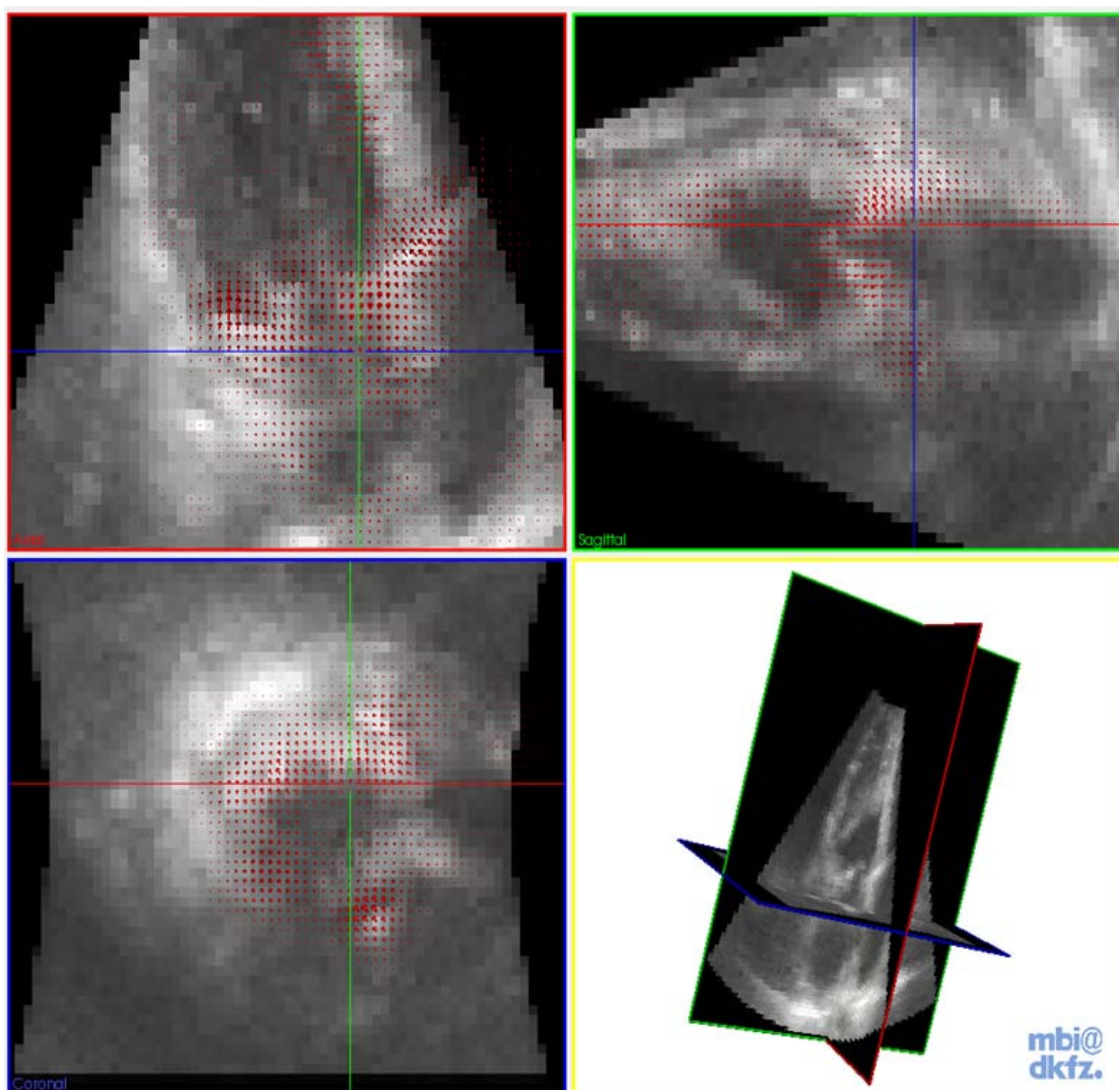


FIGURE 5.12 – Vues axiale, sagittale et coronale d’une image US 3D sous MITK Workbench et la visualisation du champ de vitesse 3D estimé par notre méthode implémentée sous la forme d’un plugin MITK.

et le WMS considéré comme une variable ordinale à 4 modalités (de 1 à 4) (Tab. 5.1).

(1)				(2)			
Tukey Grouping	Mean	N	WMS	Tukey Grouping	Mean	N	WMS
	A	2.4173	461	A	1.9415	461	1
B	A	2.2578	56	B	1.6307	56	2
B	C	2.0243	101	B	1.5145	101	3
	C	1.7692	90	C	1.2184	90	4

FIGURE 5.13 – Comparaisons multiples des vitesses estimées par *inTag* (1) et par OBS (2) vis à vis des scores WMS. Les moyennes groupées par la même lettre ne sont pas significativement différentes.

- Le second via une analyse de variance comparant les vitesses entre les différentes modalités de WMS déterminées par les cliniciens, ces tests étant complétés de procédures de comparaison multiple à la recherche, notamment, d'une relation monotone entre les WMS d'une part et les vitesses d'autre part. Tous les tests ont été menés en formulation bilatérale avec une erreur de type I fixée à 0,05 (Tab. 5.13 et Fig. 5.14).

	r	p-value
Vm- <i>inTag</i> vs. WMS	-0.24776	<.0001
Vm-OBS vs. WMS	-0.34694	<.0001

TABLE 5.1 – Etude de régression logistique des estimations de vitesses par *inTag* et OBS vs. WMS.

Comme on l'attendait, vitesses et WMS sont corrélés négativement pour les deux méthodes OBS et *inTag*.

De façon globale, on montre une relation significative entre WMS et la vitesse estimée par OBS ( $p < 0,0001$ ), de même qu'entre WMS et la vitesse estimée par *inTag*. On retrouve la relation d'ordre attendue pour les vitesses des deux méthodes : pour OBS, elle est significative entre les scores 1, (2,3) et 4, alors que pour *inTag*, elle l'est uniquement entre les scores 1 et 4. Les valeurs moyennes obtenues pour chaque score par OBS sont toutes sous-estimées par rapport à *inTag*.

Ces résultats confirment les tendances observées sur les données simulées. L'estimation de la composante circonférentielle est limitée en ciné IRM. Elle dépend de

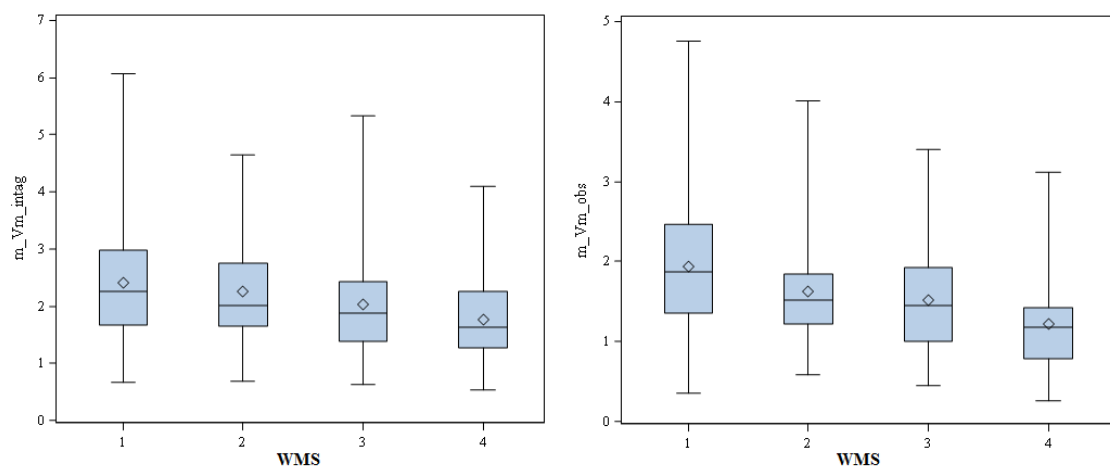


FIGURE 5.14 – Distributions des estimations vélocités par *inTag* (à gauche) et OBS (à droite).

la présence ou non de gradients à suivre en angulaire, qui n'est pas systématique, en fonction du niveau des coupes considérées.

La figure 5.15 donne des exemples de profils de vitesse moyenne des secteurs de la coupe basale pour les 47 patients. Outre le fait qu'elle confirme la sous-estimation de la vélocité par OBS, cette figure montre aussi que les variations temporelles de vélocité ne reviennent pas toujours à zéro en télédiastole avec *inTag*, ce qui s'explique possiblement par le fait que les séquences d'IRM perdent leur marquage tissulaire bien avant la fin du cycle produisant un tracking des tags erroné.

Les résultats de champ de vitesse fournis par notre méthode sur des images SPECT 3D et US 3D sont visuellement cohérents, même s'ils restent à valider quantitativement, par exemple par rapport à l'évaluation de la fraction d'épaississement présente sur les stations de post-traitement. L'estimation en SPECT doit être obligatoirement tridimensionnelle car en 2D, la variation du niveau de coupe au cours du temps fausse totalement l'estimation comme nous le montrerons au chapitre suivant.



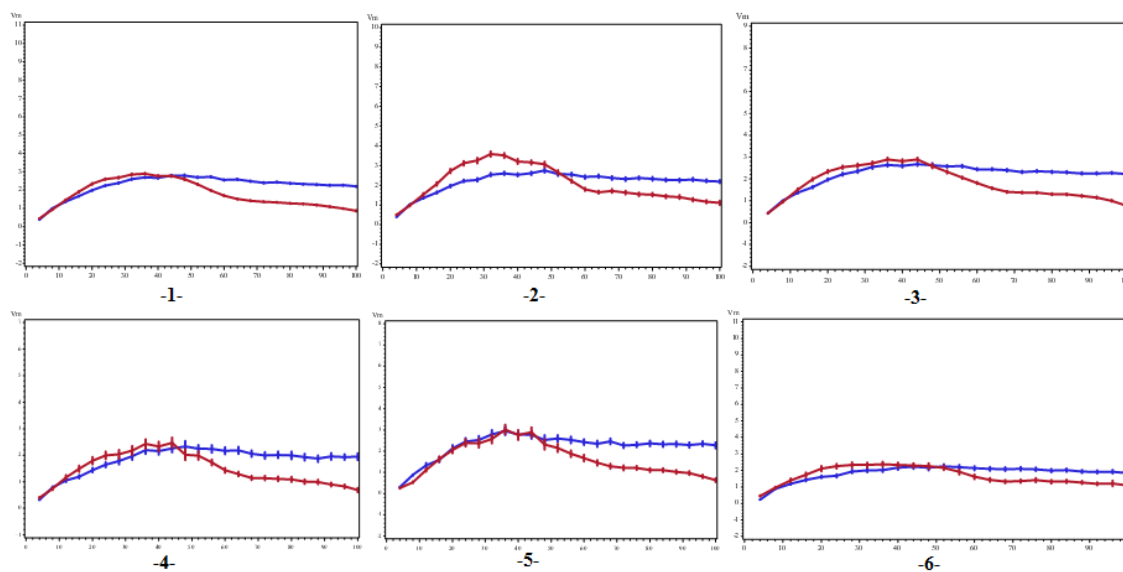


FIGURE 5.15 – Variations temporelles moyennes des vitesses calculées par OBS (rouge) et *inTag* (bleu) sur les 6 secteurs de la coupe basale en vue petit axe.

## 5.4 Conclusion et Limitations

Dans ce chapitre, nous avons proposé une régularisation non linéaire pour estimer les déplacements du myocarde. Le terme de régularisation proposé est approprié car le muscle myocardique est anisotrope : il faut préserver les discontinuités du champ au niveau des parois afin d’avoir une bonne estimation des variations en transmural. En revanche, le terme de données utilisé dans notre algorithme est uniquement fondé sur l’intensité de l’image. Par conséquent, on peut difficilement récupérer le mouvement de torsion circonférentielle, qui n’est pas ou peu visible dans les données de ciné IRM en petit axe. Afin de mieux estimer ces déplacements, on pourra améliorer l’algorithme en ajoutant d’autres contraintes directionnelles liées aux propriétés d’orientation des fibres musculaires du myocarde. Le formalisme d’assimilation de données décrit dans le chapitre suivant est un cadre qui pourrait permettre d’exprimer ce type de contrainte.



**Estimation des Variables de  
Modèles Myocardiques par  
Assimilation de Données  
Variationnelles**

---



---

**Sommaire**


---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>94</b>
<b>6.2</b>	<b>Etat de l'Art</b>	<b>94</b>
<b>6.3</b>	<b>Contribution</b>	<b>97</b>
6.3.1	Modèle d'Evolution Dynamique du Cœur	98
6.3.2	Modèles d'Observation	99
<b>6.4</b>	<b>Minimisation de la Fonctionnelle et Résolution Numérique</b>	<b>100</b>
6.4.1	Calcul des Différentielles et Opérateurs Adjointes	102
6.4.2	Matrices de Covariances	105
6.4.3	Validation sur Données Synthétiques	109
6.4.4	Validation sur Données Cliniques	109
<b>6.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>119</b>

---

## 6.1 Introduction

L'analyse et la quantification non invasives du mouvement cardiaque fondées sur l'imagerie fournissent des informations importantes sur la façon dont la pathologie affecte les déformations locales et globales du myocarde et de sa réponse à une thérapie donnée. L'estimation des déformations myocardiques aide à détecter les régions avec une contraction anormale afin de fournir un traitement pour la récupération. Elle permet une étude approfondie des anomalies structurelles ou architecturales du cœur, ainsi qu'une approche pronostique essentielle pour les décisions thérapeutiques, telles que l'implantation de défibrillateurs pour la resynchronisation, l'adaptation des doses ou des traitements tels que les bêta-bloquants inhibiteurs de l'enzyme de conversion.

## 6.2 Etat de l'Art

Au cours des dernières années, des efforts considérables ont été faits pour développer des méthodes pour le suivi du myocarde dans les différentes modalités

d'imagerie disponibles, comme l'échographie (US) (Papademetris et al., 2001b; Suhling et al., 2005; Elen et al., 2008; De-Craene et al., 2011; Alessandrini et al., 2013), l'imagerie par résonance magnétique (ciné IRM ou IRM de marquage tissulaire) (Osman et al., 2000b; Arts et al., 2010; Mansi et al., 2011; De-Craene et al., 2012) et SPECT (Tavakoli and Sahba, 2014).

Toutefois, l'estimation précise et fiable du mouvement cardiaque reste toujours un problème difficile et ouvert en raison des faibles résolutions spatio-temporelles des imageries et de la complexité de la biomécanique cardiaque (Clarysse et al., 2000; Schaerer et al., 2010; Tobon-Gomez et al., 2013). De nombreuses catégories de méthodes visent à obtenir des paramètres de la contraction cardiaque et les champs de déformation à partir de séquences d'images et de connaissances *a priori* sur la dynamique cardiaque (Wang and Amini, 2012). Pour donner de la cohérence temporelle à l'estimation des déplacements, cette connaissance peut être utilisée pour contraindre la solution dans un formalisme d'assimilation de données. Elle permet d'obtenir des résultats robustes aux artéfacts liés à la mauvaise qualité du contraste, à des données incomplètes ou possiblement bruitées.

L'assimilation de données variationnelle est issue de la théorie du contrôle optimal, initialement pour retrouver une trajectoire de variables d'état à partir d'une série de mesures (Lions, 1971). Plus tard, cette technique a été utilisée pour les données météorologiques (Le Dimet and Talagrand, 1986; Thomas et al., 2010; Herlin et al., 2012), et des détails techniques ont récemment été documentés dans (Béréziat and Herlin, 2010).

Pour améliorer le diagnostic des maladies cardiovasculaires et de la planification de la thérapie, différents chercheurs ont étendu cette méthode à l'imagerie médicale cardiaque afin de bénéficier de la robustesse et de la précision de ce processus d'estimation. Sainte-Marie et al. (2003) et Sermesant et al. (2006) ont utilisé l'assimilation de données pour estimer la contractilité cardiaque locale à partir de données synthétiques cardiaques. Sundar et al. (2009a), Delingette et al. (2012) et Marchesseau et al. (2013) ont proposé des méthodes pour estimer le mouvement et les paramètres de contractilité myocardique des ventricules gauche et droit au moyen de l'assimilation de données et d'un modèle électromécanique complet du cœur.

Bien qu'un important travail ait été réalisé sur l'intégration de l'imagerie à la mécanique cardiovasculaire, il est encore nécessaire de tenir compte du processus actif de contraction - relaxation du cœur. Pour résoudre ce problème, nous proposons

une nouvelle méthode pour l'estimation du mouvement et de la phase de contraction myocardique dans un formalisme d'assimilation de données variationnelle. Il s'agit d'utiliser le modèle classique de transport de la vitesse en le paramétrant pour suivre avec précision le myocarde, tout en n'imposant pas de trop forte contrainte sur le champ de déplacement.

La nouveauté et la contribution de notre modèle par rapport aux travaux antérieurs sont de deux ordres :

(1) Il comprend des paramètres de contraction et rend l'estimation du champ de déplacement plus précise. En effet, l'hypothèse d'invariance tend à lisser les variations temporelles des valeurs transportées (Fig. 6.1). Elle n'est adaptée que pour des mouvements monotones, mais ne convient pas pour la dynamique cardiaque. Le modèle proposé revient à lisser les phases de contraction et de relaxation, l'une indépendamment de l'autre.

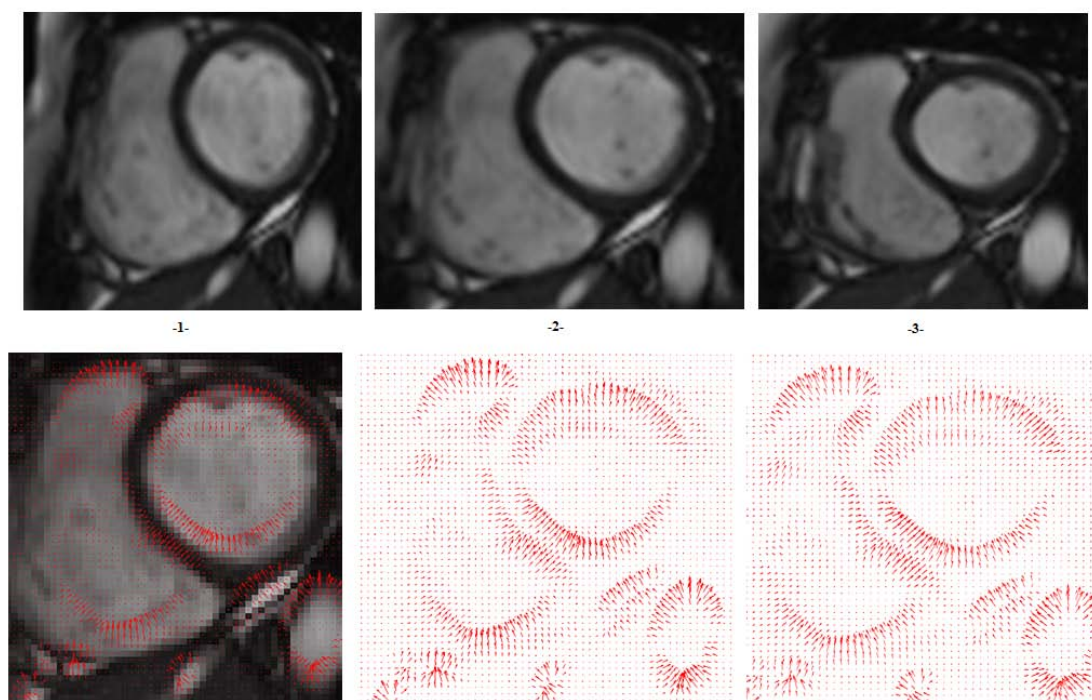


FIGURE 6.1 – Champ de vitesse estimé sur la séquence ciné IRM par assimilation de données avec l'équation de transport comme modèle d'évolution. La première ligne montre la séquence d'images ciné IRM. La deuxième ligne, de gauche à droite : champ calculé entre les images 1 : 2 et superposé à l'image 1 ; Le champ calculé entre images 1 : 2 ; et 2 : 3 par DASS1.

(2) Les champs de déplacements et les paramètres de contraction sont estimés simultanément et sont complémentaires pour diagnostiquer la dyskinésie cardiaque.

### 6.3 Contribution

L'équation de transport standard, utilisée pour les données météorologiques par exemple, est remplacée par une équation de transport de vitesses paramétrée adaptée à la dynamique cardiaque. A notre connaissance, ce type de modèle n'a jamais été appliqué aux données d'imagerie cardiaque.

Nous sommes confrontés au problème de retrouver les variables d'état  $\boldsymbol{\mathcal{X}}(\mathbf{x}, t)$  d'un système obéissant à une loi qui régit son évolution dynamique, définie par un opérateur non linéaire  $\mathbb{M}$ . Les mesures  $\boldsymbol{\mathcal{Y}}$  (communément appelées observations) sont censées être disponibles à des temps discrets et sont mesurées par l'opérateur non linéaire  $\mathbb{H}$  qui appartient à un espace de Hilbert. Cet opérateur relie les variables d'état du système à la fonction d'observation. Compte tenu de ces différentes informations, l'assimilation de données vise à produire des estimations précises de l'état actuel (ou futur) du système dynamique en résolvant le système de trois équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{X}}}{\partial t}(\mathbf{x}, t) + \mathbb{M}(\boldsymbol{\mathcal{X}})(\mathbf{x}, t) = \nu_m(\mathbf{x}, t), \\ \mathbb{H}(\boldsymbol{\mathcal{X}}, \boldsymbol{\mathcal{Y}})(\mathbf{x}, t) = \nu_o(\mathbf{x}, t), \\ \boldsymbol{\mathcal{X}}(\mathbf{x}, 0) = \boldsymbol{\mathcal{X}}_b(\mathbf{x}) + \nu_b(\mathbf{x}, 0), \end{cases} \quad (6.1)$$

où  $(\mathbf{x}, t)$  sont les variables spatio-temporelles,  $\nu_m, \nu_o$  et  $\nu_b$  sont les incertitudes du modèle d'évolution dynamique, des observations et des conditions initiales respectivement. Elles sont associées à des endomorphismes positifs  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$  et  $\mathbf{B}$  appelés tenseurs de covariance. Le système (6.1) est résolu en minimisant la fonctionnelle suivante :

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{\mathcal{X}}) &= \int_{\mathbf{x}, t} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{X}}}{\partial t} + \mathbb{M}(\boldsymbol{\mathcal{X}}) \right)^T \mathbf{Q}^{-1} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{X}}}{\partial t} + \mathbb{M}(\boldsymbol{\mathcal{X}}) \right) d\mathbf{x}dt \\ &+ \int_{\mathbf{x}, t} \mathbb{H}(\boldsymbol{\mathcal{X}}, \boldsymbol{\mathcal{Y}})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbb{H}(\boldsymbol{\mathcal{X}}, \boldsymbol{\mathcal{Y}}) d\mathbf{x}dt + \int_{\mathbf{x}} (\boldsymbol{\mathcal{X}}_b - \boldsymbol{\mathcal{X}}_0)^T \mathbf{B}^{-1} (\boldsymbol{\mathcal{X}}_b - \boldsymbol{\mathcal{X}}_0) d\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

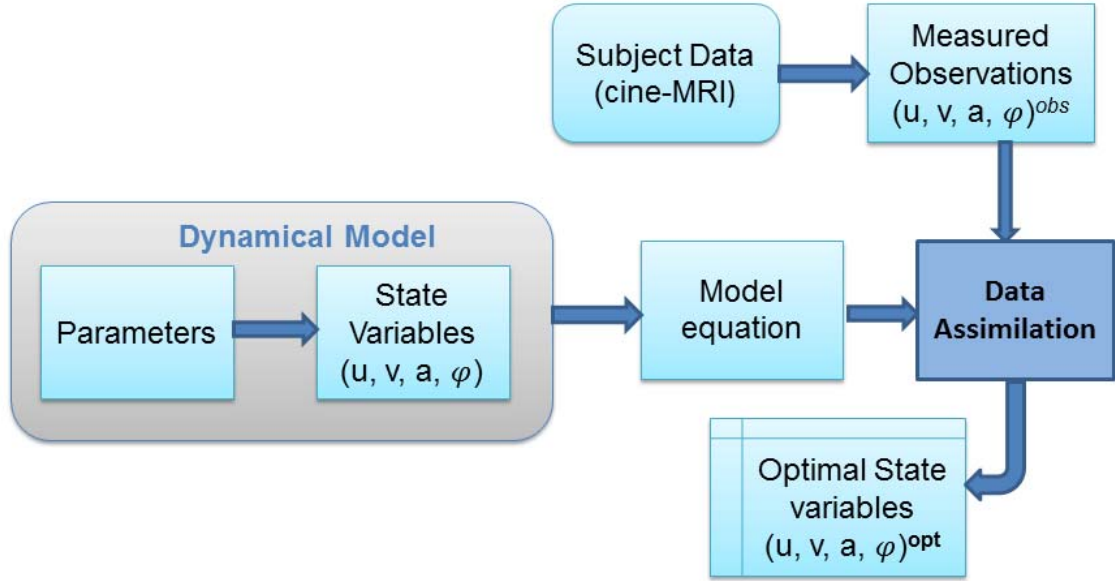


FIGURE 6.2 – Pipeline décrivant le formalisme de l’assimilation de données variationnelle.

### 6.3.1 Modèle d’Evolution Dynamique du Cœur

L’équation de transport fondée sur les lois d’écoulement des fluides utilisée par différents auteurs pour l’estimation de mouvement sur données météo lisse trop les champs estimés, surtout quand ils changent de direction rapidement (Thomas et al., 2010; Béréziat and Herlin, 2010; Herlin et al., 2012).

Pour traiter le cas de la dynamique cardiaque, nous proposons une nouvelle version adaptée consistant à paramétrer l’équation de transport. Une fonction signe modélisant la contraction - relaxation du myocarde est intégrée à l’équation de transport standard, ce qui donne le modèle dynamique suivant :

$$M(\mathcal{X}) = \text{sgn}(\sin(\omega(\mathbf{x})t + \varphi(\mathbf{x})) + a(\mathbf{x})) \mathbf{v}^T(\mathbf{x}, t) \nabla \mathcal{X}(\mathbf{x}, t), \quad (6.3)$$

où  $\text{sgn}$  est la fonction signe,  $\mathcal{X} = (\mathbf{v}(\mathbf{x}, t), \varphi(\mathbf{x}), a(\mathbf{x}))^T$  est le vecteur d’état,  $\varphi(\mathbf{x})$  et  $a(\mathbf{x})$  sont respectivement la phase et l’asymétrie temporelle du cycle cardiaque.

Le processus d’assimilation ajuste leurs valeurs pour synchroniser la fonction signe avec le cycle cardiaque (positive pour la contraction et négative pour la relaxation). Dans la suite, le modèle de transport standard sans fonction signe sera désigné par l’acronyme DASS1 et notre modèle (6.3) par DASS2.

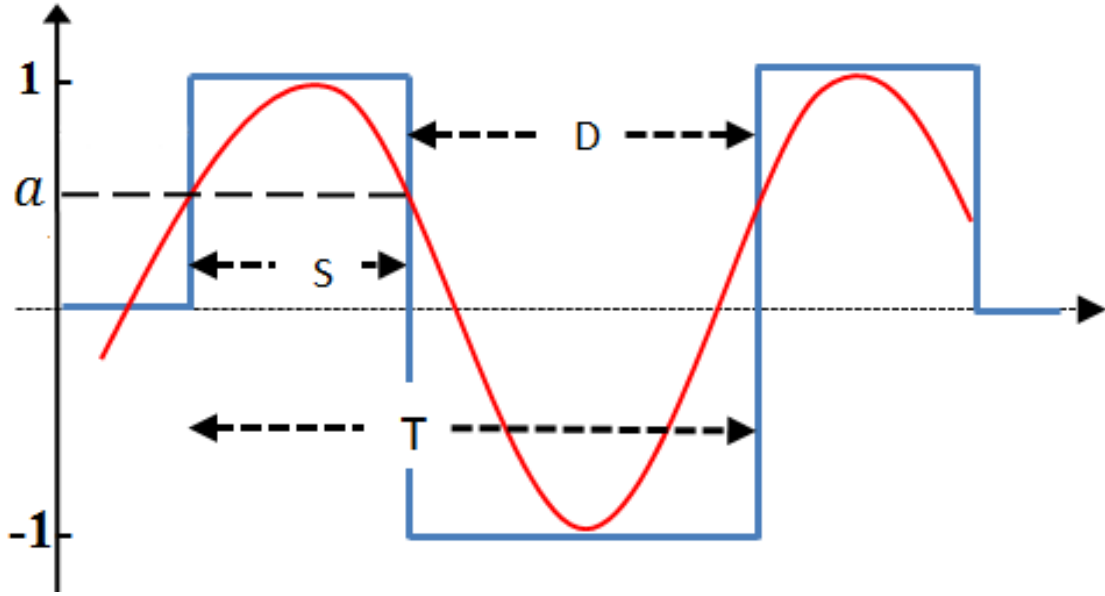


FIGURE 6.3 – Modélisation du processus de contraction et de relaxation du cœur. Une fonction *signe* (bleue) est appliquée à la fonction *sinus* (rouge) de phase  $\varphi$  et d'offset  $a$ .  $S$ ,  $D$  et  $T$  représentent les durées de la systole, de la diastole et du cycle complet.

### 6.3.2 Modèles d'Observation

L'opérateur d'observation sur le champ de mouvement repose sur l'équation de flot optique (Lucas and Kanade, 1981; Horn and Schunck, 1981; Deriche et al., 1995; Brox et al., 2004; Brox and Malik, 2011; Corpetti and Mémmin, 2012) combinée avec la régularisation non linéaire proposée au chapitre précédent, qui agit à la fois comme lissage quadratique et variation totale pour préserver les discontinuités (OBS) (Tuyisenge et al., 2013a,b, 2014). Ainsi, le modèle d'observation correspond au système suivant :

$$\begin{cases} \mathcal{Y}_v = \nabla I(\mathbf{x}, t) I_t(\mathbf{x}, t), \\ \mathbb{H}_v(\mathbf{v}(\mathbf{x}, t), t) = \left[ \nabla I(\mathbf{x}, t) \nabla I(\mathbf{x}, t)^T - 2\alpha \begin{pmatrix} \Delta_{g,\eta,\xi} u & 0 \\ 0 & \Delta_{g,\eta,\xi} v \end{pmatrix} \right] \mathbf{v}(\mathbf{x}, t), \end{cases} \quad (6.4)$$

où  $\Delta_{g,\eta,\xi} = g(\|\nabla \cdot\|) \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}$ .

En plus des termes d'observation sur le champ de mouvement, on peut ajouter des termes d'observation sur  $a$  et  $\varphi$ . Une solution simple consiste à imposer l'appartenance à un intervalle de valeurs, mais cela suppose d'avoir une connaissance

*a priori* qu'il n'est pas possible d'avoir surtout en présence de pathologie. Pour contraindre les paramètres  $a$  et  $\varphi$ , nous avons construit un opérateur à partir de l'observation de la composante radiale de la vitesse calculée avec l'algorithme de flot optique du chapitre précédent. Il s'agit en fait de corrélérer les variations sinusoïdales avec la contraction observée.

$$\mathbb{H}_{a,\varphi}(a(\mathbf{x}), \varphi(\mathbf{x})) = -\frac{\Lambda(\mathbf{x}) - \bar{\Lambda}}{\sigma_\Lambda} \left( \sin(\omega(\mathbf{x})t + \varphi(\mathbf{x})) + a(\mathbf{x}) \right), \quad (6.5)$$

où  $\Lambda(\mathbf{x})$  est la composante radiale de vitesse en  $\mathbf{x}$ ,  $\bar{\Lambda}$  et  $\sigma_\Lambda$  la moyenne et l'écart-type des variations temporelles de  $\Lambda$ .

## 6.4 Minimisation de la Fonctionnelle et Résolution Numérique

L'énergie fonctionnelle (6.2) est minimisée par rapport à  $\mathcal{X}$ . Dans la pratique, obtenir une expression analytique de la dérivée directionnelle par rapport à  $\mathcal{X}$  n'est pas possible. Un calcul direct de la dérivée est également irréalisable car il faudrait intégrer le modèle dynamique le long de toutes les variations possibles de l'état actuel du système. Heureusement, grâce à une autre formulation, il est possible d'évaluer le gradient de (6.2) par une intégration vers l'avant et vers l'arrière (*forward-backward integration* en anglais) du modèle dynamique et de son adjoint (Thomas et al., 2010), ce qui conduit à l'algorithme (2).

Intuitivement, les variables adjointes  $\lambda$  contiennent des informations sur l'écart entre les observations et le modèle dynamique. Elles sont calculées à partir de la solution courante par une intégration vers l'arrière (*backward integration*) (Papadakis and Mémin, 2008; Thomas et al., 2010), qui comprend à la fois les observations et l'opérateur dynamique. Cet indicateur de l'écart entre les observations et le modèle est ensuite utilisé pour affiner la condition initiale (étape 6 de l'algorithme 2) et récupérer l'état du système grâce à un modèle dynamique imparfait où les erreurs sont modélisées par la matrice de covariance  $\mathbf{Q}$  (étape 5 de l'algorithme 2).

Il est à noter que si la dynamique était parfaite, la covariance d'erreur associée  $\mathbf{Q}$  serait égale à zéro et l'algorithme ne raffinerait pas la condition initiale. Tous les détails sont donnés dans Le Dimet and Talagrand (1986). En pratique, nous

---

**Algorithm 2** : Implémentation de l'assimilation de données

---

- 1: Initialisation :  $\mathcal{X}(\mathbf{x}, t_0) \leftarrow \mathcal{X}_0(\mathbf{x})$   $\triangleright$   $\mathcal{X}_0(\mathbf{x})$  est obtenu par les équations (5.4) et (6.5).
- 2: **for**  $t = 1 : \mathcal{T}$  **do**  $\triangleright$   $\mathcal{T}$  est le nombre total d' images dans une sequence.
- 3: A partir de  $\mathcal{X}(t_0)$ , calculer  $\mathcal{X}(t)$ ,  $\forall t \in ]t_0, \mathcal{T}]$  par *intégration* de

$$\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial t} + \mathbb{M}(\mathcal{X}) = 0$$

- 4: Calculer la variable adjointe  $\lambda$  par *intégration rétrograde* :

$$\begin{cases} \lambda(\mathcal{T}) = 0 \\ -\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \left(\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}}\right)^* (\lambda) = -\left(\frac{\partial \mathbb{H}}{\partial \mathcal{X}}\right)^* \mathbf{R}^{-1} \left[ \mathbb{H}(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) + \left(\frac{\partial \mathbb{H}}{\partial \mathcal{X}}\right) (\delta \mathcal{X}) \right] \end{cases}$$

- 5: Calculer la variable incrémentale  $\delta \mathcal{X}$  par *intégration* :

$$\frac{\partial \delta \mathcal{X}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}}\right) (\delta \mathcal{X}) = \mathbf{Q} * \lambda$$

- 6: Mise à jour :  $\mathcal{X} = \mathcal{X} + \delta \mathcal{X}$
  - 7: Retour en (3) et répéter jusqu'à convergence
  - 8: **end for**
- 

introduisons une variable auxiliaire connue sous le nom variable adjointe :

$$\lambda(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{x}, t} \mathbf{Q}^{-1} \left( \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial t} + \mathbb{M}(\mathcal{X}) \right) d\mathbf{x} dt.$$

Les variables adjointes  $\lambda$  sont mises à jour par l'équation :

$$\begin{cases} -\frac{\partial \lambda(t)}{\partial t} + (\partial_{\mathcal{X}} \mathbb{M})^* \lambda(t) = (\partial_{\mathcal{X}} \mathbb{H})^* R^{-1} (\mathcal{Y} - \mathbb{H}(\mathcal{X}(t))), \\ \lambda(t_f) = 0, \end{cases}$$

où  $(\partial_{\mathcal{X}} \mathbb{M})^*$  et  $(\partial_{\mathcal{X}} \mathbb{H})^*$  sont les opérateurs adjoints de  $\mathbb{M}$  et  $\mathbb{H}$  respectivement (les définitions et les calculs pratiques sont détaillés au chapitre 6.4.1).

Comme les opérateurs  $\mathbb{M}$  et  $\mathbb{H}$  sont non linéaires, une linéarisation locale leur est appliquée et le vecteur d'état devient  $\mathcal{X} = \mathcal{X}_b + \delta \mathcal{X}$ , avec  $\mathcal{X}_b$  la variable de condition initiale et  $\delta \mathcal{X}$  la variable incrémentale.



### 6.4.1 Calcul des Différentielles et Opérateurs Adjointes

Nous dérivons l'opérateur tangent linéaire  $\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \boldsymbol{x}}(\delta \boldsymbol{x})$  de l'opérateur  $\mathbb{M}$  au voisinage de  $\boldsymbol{x} + \delta \boldsymbol{x}$ . En utilisant la dérivée de Gâteaux :

$$\left(\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \boldsymbol{x}}\right) \delta \boldsymbol{x} = \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\mathbb{M}(\boldsymbol{x} + \beta \delta \boldsymbol{x}) - \mathbb{M}(\boldsymbol{x})}{\beta}, \quad (6.6)$$

on a :

$$\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \boldsymbol{x}}(\delta \boldsymbol{x}) = \lim_{\beta \rightarrow 0} \left\{ \frac{[\text{sgn}(\sin(\omega t + \varphi + \beta \delta \varphi) + a + \beta \delta a)]}{\beta} (\boldsymbol{v} + \beta \delta \boldsymbol{v})^T \nabla(\boldsymbol{x} + \beta \delta \boldsymbol{x}) - \frac{[\text{sgn}(\sin(\omega t + \varphi) + a)]}{\beta} \boldsymbol{v}^T \nabla \boldsymbol{x} \right\}. \quad (6.7)$$

En pratique, pour rendre la fonction  $\text{sgn}(x)$  continue et dérivable, il est classique de l'approcher par la fonction  $\tanh(kx)$  avec  $k > 1$ . En utilisant les développements de

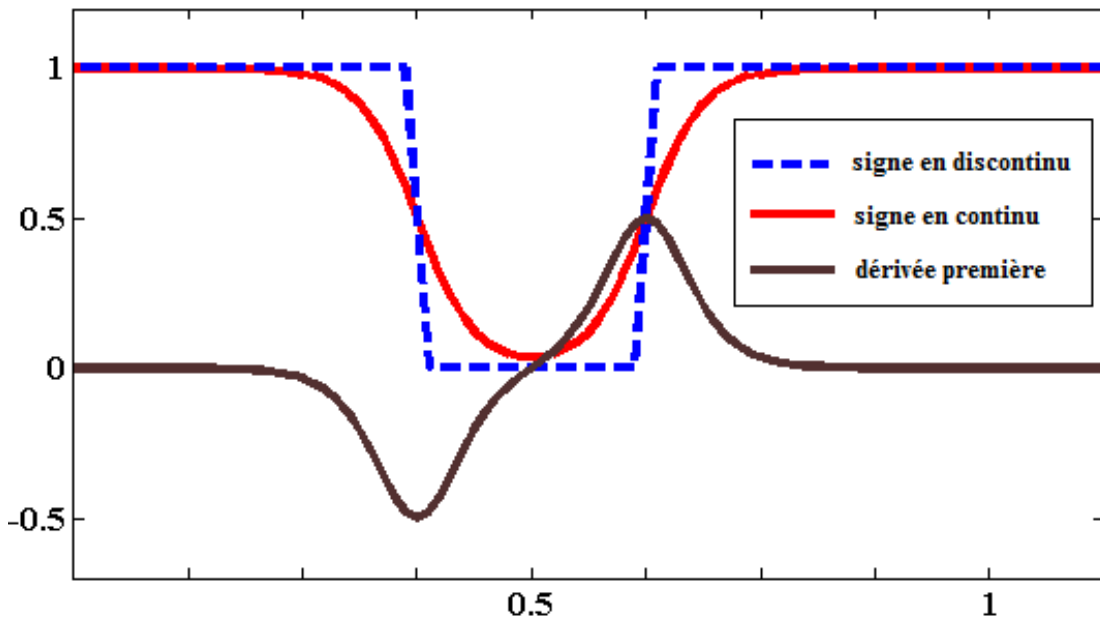


FIGURE 6.4 – Fonction  $\text{sgn}$  (blue), son approximation continue (rouge) et sa dérivée première (marron).

Taylor suivants :

$$\begin{cases} \tanh(k(x + \beta\delta x)) = \tanh(kx) + k\beta\delta x(1 - \tanh^2(kx)), \\ \sin(\omega t + \varphi + \beta\delta\varphi) = \sin(\omega t + \varphi) + \beta\delta\varphi \cos(\omega t + \varphi), \end{cases} \quad (6.8)$$

et en factorisant les termes en  $\beta, \beta^2, \dots$ , on obtient :

$$\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial u}(\delta u) = A_1 \begin{pmatrix} u\delta u_x + v\delta u_y + u_x\delta u \\ v_x\delta u \\ \varphi_x\delta u \\ a_x\delta u \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial v}(\delta v) = A_1 \begin{pmatrix} u_y\delta v \\ u\delta v_x + v\delta v_y + v_y\delta v \\ \varphi_y\delta v \\ a_y\delta v \end{pmatrix},$$

$$\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \varphi}(\delta\varphi) = A_k \begin{pmatrix} (uu_x + uv_y)\delta\varphi \\ (vv_x + vv_y)\delta\varphi \\ u\delta\varphi_x + v\delta\varphi_y \\ (ua_x + va_y)\delta\varphi \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial a}(\delta a) = kA_2 \begin{pmatrix} (uu_x + uv_y)\delta a \\ (vv_x + vv_y)\delta a \\ (u\varphi_x + v\varphi_y)\delta a \\ u\delta a_x + v\delta a_y \end{pmatrix}.$$

Finalement, la différentielle du modèle d'évolution peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}}(\delta \mathcal{X}) = A_1(\delta \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta \mathbf{v}) + A_k(\mathbf{v} \cdot \nabla \delta \mathbf{v})\delta\varphi + kA_2(\mathbf{v} \cdot \nabla \delta \mathbf{v})\delta a, \quad (6.9)$$

avec  $A_1 = \tanh(k(\sin(\omega t + \varphi) + a))$ ,  $A_2 = 1 - \tanh^2(k(\sin(\omega t + \varphi) + a))$  et  $A_k = kA_2 \cos(\omega t + \varphi)$ .

Le modèle tangent linéaire global est donc de la forme :  $\frac{\partial \delta \mathcal{X}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}}(\delta \mathcal{X}) = \nu_m$ . L'opérateur adjoint  $(\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}})^*$  du modèle dynamique est calculé par intégration par

parties comme suit :

$$\begin{aligned}
& \int \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}}(\psi)^T \lambda d\mathbf{x}dt \\
&= \int \left( \frac{\partial \mathbb{M}_1}{\partial \mathcal{X}}(\psi)\lambda_1 + \frac{\partial \mathbb{M}_2}{\partial \mathcal{X}}(\psi)\lambda_2 + \frac{\partial \mathbb{M}_3}{\partial \mathcal{X}}(\psi)\lambda_3 + \frac{\partial \mathbb{M}_4}{\partial \mathcal{X}}(\psi)\lambda_4 \right) d\mathbf{x}dt \\
&= \int \{ [A_1 (u(\psi_1)_x + v(\psi_1)_y + u_x\psi_1 + u_y\psi_2) + A_k (uu_x + uu_y)\psi_3 \\
&\quad + kA_2(uu_x + uu_y)\psi_4] \lambda_1 + [A_1 (u(\psi_2)_x + v(\psi_2)_y + v_x\psi_1 + v_y\psi_2) \\
&\quad + A_k (vv_x + vv_y)\psi_3 + kA_2(vv_x + vv_y)\psi_4] \lambda_2 \\
&\quad + [A_1(\varphi_x\psi_1 + \varphi_y\psi_2) + A_k(u(\psi_3)_x + v(\psi_3)_y) \\
&\quad + kA_2(u\varphi_x + v\varphi_y)\psi_4] \lambda_3 + [A_1(a_x\psi_1 + a_y\psi_2) \\
&\quad + A_k(u a_x + v a_y)\psi_3 + kA_2(u(\psi_4)_x + v(\psi_4)_y)] \lambda_4 \} d\mathbf{x}dt \\
&= \int \{ A_1 (-u(\lambda_1)_x\psi_1 - v(\lambda_1)_y\psi_1 - v_y\lambda_1\psi_1 + u_y\lambda_1\psi_2) \\
&\quad + [A_k(uu_x + uu_y)\psi_3 + kA_2(uu_x + uu_y)\psi_4] \lambda_1 \\
&\quad + A_1 (-u(\lambda_2)_x\psi_2 - u_x\lambda_2\psi_2 - v(\lambda_2)_y\psi_2 + v_x\lambda_2\psi_1) \\
&\quad + [A_k(vv_x + vv_y)\psi_3 + kA_2(vv_x + vv_y)\psi_4] \lambda_2 \\
&\quad + A_k [-u(\lambda_3)_x\psi_3 - u_x\lambda_3\psi_3 - v(\lambda_3)_y\psi_3 - v_y\lambda_3\psi_3] \\
&\quad + [A_1(\varphi_x\psi_1 + \varphi_y\psi_2) + kA_2(u\varphi_x + v\varphi_y)\psi_4] \lambda_3 \\
&\quad + kA_2 [-u(\lambda_4)_x\psi_4 - u_x\lambda_4\psi_4 - v(\lambda_4)_y\psi_4 - v_y\lambda_4\psi_4] \\
&\quad + [A_1(a_x\psi_1 + a_y\psi_2) + A_k(u a_x + v a_y)\psi_3] \lambda_4 \} d\mathbf{x}dt \\
&= \int \{ A_1 [-u(\lambda_1)_x\psi_1 - v(\lambda_1)_y\psi_1 - v_y\lambda_1\psi_1 + v_x\lambda_2\psi_1 + \varphi_x\lambda_3\psi_1 + a_x\lambda_4\psi_1] \\
&\quad + A_1 [-u(\lambda_2)_x\psi_2 - u_x\lambda_2\psi_2 - v(\lambda_2)_y\psi_2 + u_y\lambda_1\psi_2 + \varphi_y\lambda_3\psi_2 + a_y\lambda_4\psi_2] \\
&\quad + A_k [-u(\lambda_3)_x\psi_3 - u_x\lambda_3\psi_3 - v(\lambda_3)_y\psi_3 - v_y\lambda_3\psi_3 \\
&\quad + (uu_x + uu_y)\lambda_1\psi_3 + (vv_x + vv_y)\lambda_2\psi_3 + (u a_x + v a_y)\lambda_4\psi_3] \\
&\quad + kA_2 [-u(\lambda_4)_x\psi_4 - u_x\lambda_4\psi_4 - v(\lambda_4)_y\psi_4 - v_y\lambda_4\psi_4] \\
&\quad + (uu_x + uu_y)\lambda_1\psi_4 + (vv_x + vv_y)\lambda_2\psi_4 + (u\varphi_x + v\varphi_y)\lambda_3\psi_4 \} d\mathbf{x}dt
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int \psi^T \left\{ \left( \frac{\partial \mathbb{M}_1}{\partial \mathcal{X}} \right)^* (\lambda_1) + \left( \frac{\partial \mathbb{M}_2}{\partial \mathcal{X}} \right)^* (\lambda_2) + \left( \frac{\partial \mathbb{M}_3}{\partial \mathcal{X}} \right)^* (\lambda_3) + \left( \frac{\partial \mathbb{M}_4}{\partial \mathcal{X}} \right)^* (\lambda_4) \right\} d\mathbf{x} dt \\
&= \int \left( \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}} \right)^* \lambda d\mathbf{x} dt.
\end{aligned}$$

L'opérateur adjoint appliqué à  $\lambda$  est donné par le vecteur suivant :

$$\left( \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}} \right)^* (\lambda) = \begin{pmatrix} A_1 [-u(\lambda_1)_x - v(\lambda_1)_y - v_y \lambda_1 + v_x \lambda_2 + \varphi_x \lambda_3 + a_x \lambda_4] \\ A_1 [-u(\lambda_2)_x - u_x \lambda_2 - v(\lambda_2)_y + u_y \lambda_1 + \varphi_y \lambda_3 + a_y \lambda_4] \\ A_k [-u(\lambda_3)_x - u_x \lambda_3 - v(\lambda_3)_y - v_y \lambda_3 + (u u_x + u u_y) \lambda_1 + (v v_x + v v_y) \lambda_2 \\ + (u a_x + v a_y) \lambda_4] \\ k A_2 [-u(\lambda_4)_x - u_x \lambda_4 - v(\lambda_4)_y - v_y \lambda_4 + (u u_x + u u_y) \lambda_1 + (v v_x + v v_y) \lambda_2 \\ + (u \varphi_x + v \varphi_y) \lambda_3] \end{pmatrix},$$

et l'opérateur adjoint lui-même par :

$$\left( \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial \mathcal{X}} \right)^* = \begin{bmatrix} A_1 (\nabla^T \mathbf{v} - \mathbf{v}^T \nabla + \nabla^T (\varphi + a)) \\ A_k (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \mathbf{v}^T \nabla + \mathbf{v}^T \nabla \varphi) \\ k A_2 (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \mathbf{v}^T \nabla + \mathbf{v}^T \nabla a) \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

Les différentielles pour le modèle  $\mathbb{H}$  et leurs adjoints se calculent de la même façon que pour le modèle  $\mathbb{M}$  :

$$\partial \mathbb{H}_v = \nabla I^T, \quad \left( \partial \mathbb{H}_v \right)^* = \nabla I \quad (6.11)$$

$$\partial \mathbb{H}_\varphi = \left( \partial \mathbb{H}_\varphi \right)^* = -\frac{\Lambda - \bar{\Lambda}}{\sigma_\Lambda} \cos(\omega t + \varphi), \quad (6.12)$$

$$\partial \mathbb{H}_a = \left( \partial \mathbb{H}_a \right)^* = -\frac{\Lambda - \bar{\Lambda}}{\sigma_\Lambda}. \quad (6.13)$$

### 6.4.2 Matrices de Covariances

Les matrices de covariance  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{Q}$ , et  $\mathbf{B}$  qui représentent les erreurs dans l'observation, le modèle d'évolution et le fond doivent être définies pour minimiser l'influence du bruit d'observation sur la solution calculée. La matrice de covariance  $\mathbf{R}$  dépend des gradients spatio-temporels qui constituent les observations image :  $\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \left( 1 - \exp^{-\frac{\|\nabla_3 I(\mathbf{x}, t)\|^2}{\sigma^2}} \right)$ , où  $\nabla_3 I$  est le gradient spatiotemporel de l'image et  $\sigma$  son écart-type. De cette manière, on accorde plus de confiance aux observations qui présentent un contraste bien marqué.

La matrice  $\mathbf{B}$  est choisie égale à l'identité. En pratique, la matrice de covariance  $\mathbf{Q}$  peut être obtenue par apprentissage sur des données réelles en minimisant l'erreur entre les vitesses estimées et les vitesses obtenues par une méthode de référence. Ainsi, la matrice de covariance  $\mathbf{Q}$  a été optimisée à partir du champ donné par le logiciel *inTag* pour l'un des jeux de données de patient : des erreurs minimales ont été obtenues pour des écarts-types de 10 pour  $(u, v)$  et de 0.1 pour  $(a, \varphi)$ . Il est possible de donner à la matrice covariante  $\mathbf{Q}$  une dimension temporelle qui revient à effectuer un produit de convolution sur les variations temporelles de la variable adjointe. On peut montrer que cela induit une régularisation temporelle sur le modèle dynamique : pour un opérateur correspondant à l'identité, la régularisation est d'ordre zero, pour un noyau exponentiel elle est du premier ordre et pour un noyau Gaussien elle est de type Tikhonov, c'est-à-dire qu'elle s'applique à l'ensemble des dérivées (Béréziat and Herlin, 2010).

Comme l'implémentation de l'algorithme 6.2 utilisant les différences finies est instable, un schéma numérique plus stable a été choisi (Jiang and Tadmor, 1997; Levy and Tadmor, 1997). Pour le modèle adjoint, nous avons le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - A_1 [u(\lambda_1)_x + v_y \lambda_1 + v(\lambda_1)_y - v_x \lambda_2 - \varphi_x \lambda_3 - a_x \lambda_4] &= -I_x \mathbb{H}_v(\mathbf{v}, \partial \mathbf{v}), \\
 -\frac{\partial \lambda_2}{\partial t} - A_1 [u(\lambda_2)_x + u_x \lambda_2 + v(\lambda_2)_y - u_y \lambda_1 - \varphi_y \lambda_3 - a_y \lambda_4] &= -I_y \mathbb{H}_v(\mathbf{v}, \partial \mathbf{v}), \\
 -\frac{\partial \lambda_3}{\partial t} - A_k [u(\lambda_3)_x + u_x \lambda_3 + v(\lambda_3)_y + v_y \lambda_3 - (uu_x + uu_y) \lambda_1 \\
 &\quad - (vv_x + vv_y) \lambda_2 - (u a_x + v a_y) \lambda_4] = -(\partial \mathbb{H}_{\mathbf{a}, \varphi})^* \mathbb{H}_{\mathbf{a}, \varphi}, \\
 -\frac{\partial \lambda_4}{\partial t} - k A_2 [u(\lambda_4)_x + u_x \lambda_4 + v(\lambda_4)_y + v_y \lambda_4 - (uu_x + uu_y) \lambda_1 \\
 &\quad - (vv_x + vv_y) \lambda_2 - (u \varphi_x + v \varphi_y) \lambda_3] = -(\partial \mathbb{H}_{\mathbf{a}, \varphi})^* \mathbb{H}_{\mathbf{a}, \varphi}.
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

Il est résolu par une méthode de séparation d'opérateurs. Par exemple dans le cas de  $\lambda_1$ , l'équation différentielle est décomposée en deux étapes successives :

$$\begin{cases} \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} = -A_1 [u(\lambda_1)_x + v_y \lambda_1], \\ \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} = -A_1 [v(\lambda_1)_y - \varphi_x \lambda_3 - a_x \lambda_4] + I_x \mathbb{H}_v(\mathbf{v}, \partial \mathbf{v}). \end{cases} \tag{6.15}$$

Dans le schéma numérique explicite d'Euler, le modèle adjoint peut être approché comme suit :

$$(\lambda_1)_{i,j}^{k-1} = (\lambda_1)_{i,j}^k - \Delta t A_1 \left( S_x(\lambda_1, u)_{i,j}^k + \frac{1}{2}(v_{i,j+1}^k - v_{i,j-1}^k)(\lambda_1)_{i,j} \right), \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned} (\lambda_1)_{i,j}^{k-1} = & (\lambda_1)_{i,j}^k - \Delta t A_1 \left( S_y(\lambda_1, v)_{i,j}^k - \frac{1}{2}(\varphi_{i+1,j}^k - \varphi_{i-1,j}^k)(\lambda_3)_{i,j} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2}(a_{i+1,j}^k - a_{i-1,j}^k)(\lambda_4)_{i,j} \right) + (I_x \mathbb{H}_v(\mathbf{v}, \partial \mathbf{v}))_{i,j}^k, \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\text{où } S_x(\lambda_1, u)_{i,j}^k = \max((\lambda_1)_{i,j}, 0)(u_{i,j} - u_{i-1,j}) + \min((\lambda_1)_{i,j}, 0)(u_{i+1,j} - u_{i,j}). \quad (6.18)$$

A noter que le schéma numérique est rétrograde comme la condition initiale pour  $\lambda_i$  est donnée à l'instant  $t = T$ . Le même schéma est appliqué pour la variable incrémentale, mais cette fois-ci avec le schéma progressif. Ainsi, nous avons :

$$\frac{\partial \delta \mathcal{X}}{\partial t} + A_1(\delta \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta \mathbf{v}) + A_k(\mathbf{v} \cdot \nabla \delta \mathbf{v})\delta \varphi + kA_2(\mathbf{v} \cdot \nabla \delta \mathbf{v})\delta a = \mathbf{Q} * \lambda. \quad (6.19)$$

Chaque équation du système (6.19) peut être discrétisée comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta u}{\partial t} + A_1(u\delta u_x + v\delta u_y + u_x\delta u + u_y\delta v) + A_k(uu_x + uu_y)\delta \varphi \\ + kA_2(uu_x + uu_y)\delta a = \mathbf{Q}_1 * \lambda_1. \end{aligned} \quad (6.20)$$

L'équation (6.20) peut elle aussi être décomposée en deux étapes par séparation d'opérateurs :

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta u}{\partial t} + A_1(u\delta u_x + u_x\delta u) = 0, \\ \frac{\partial \delta u}{\partial t} + A_1(v\delta u_y + u_y\delta v) + A_k(uu_x + uu_y)\delta \varphi + kA_2(uu_x + uu_y)\delta a = \mathbf{Q}_1 * \lambda_1. \end{cases}$$

En utilisant le schéma numérique d'Euler, les variables incrémentales sont mises à

jour de la façon suivante :

$$\delta u_{i,j}^{k+1} = \delta u_{i,j}^k - \Delta t A_1 \left( S_x(\delta u, u)_{i,j}^k + \frac{1}{2}(u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k) \delta u_{i,j}^k \right), \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \delta u_{i,j}^{k+1} = & \delta u_{i,j}^k - \Delta t A_1 \left( S_y(\delta u, v)_{i,j}^k + \frac{1}{2}(u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k) \delta v_{i,j}^k \right) \\ & - \frac{1}{2} \Delta t u_{i,j}^k (A_k \delta \varphi_{i,j}^k + k A_2 \delta a_{i,j}^k) (u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k \\ & + u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k) + (\mathbf{Q}_1 * \lambda_1)_{i,j}^k. \end{aligned} \quad (6.22)$$

On obtient les variables incrémentales  $\delta v$ ,  $\delta a$  et  $\delta \varphi$  de la même façon. L'implémentation numérique complète est synthétisée dans l'algorithme 2.

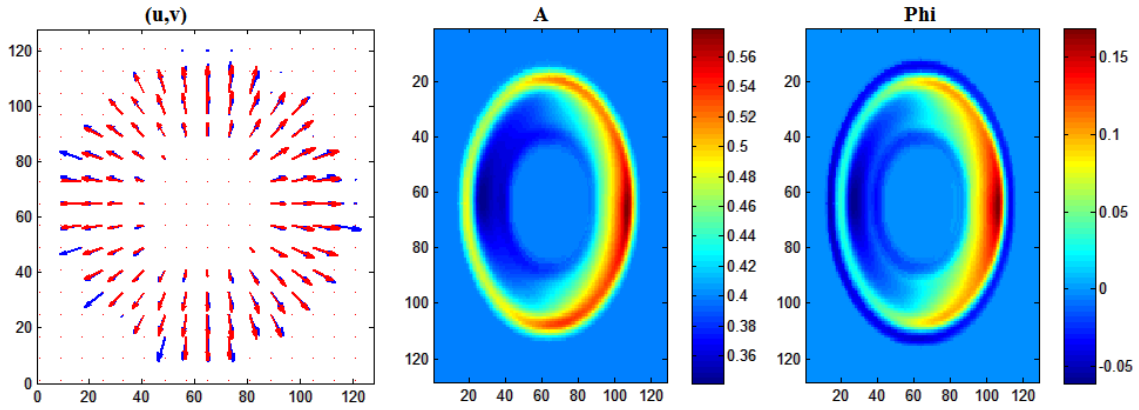


FIGURE 6.5 – Champ de vitesse réel (bleu) superposé au champ estimé (rouge), asymétrie ( $a$ ) et phase de contraction ( $\varphi$ ), estimés par DASS2 sur les données synthétiques.

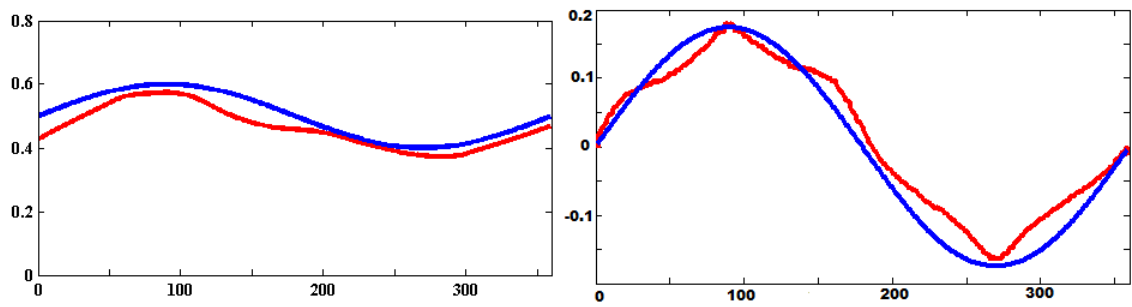


FIGURE 6.6 – Variations angulaires du facteur d'asymétrie (gauche) et de la phase de contraction (droite) estimée (rouge) et réelle (bleu) entre 0 et  $360^\circ$ .

### 6.4.3 Validation sur Données Synthétiques

Le jeu d'images synthétiques générées au chapitre 3 par un champ de vitesse réaliste appliqué à l'image ciné IRM (Fig. 3.6, b) a été utilisé pour évaluer les méthodes proposées. La figure 6.5 montre que le champ est parfaitement estimé par rapport au champ théorique, mais que l'on obtient aussi une répartition spatiale très correcte des paramètres de la contraction, à savoir la phase de contraction  $\varphi$  et du facteur d'asymétrie  $a$  et  $\varphi$ , par rapport à celle qui avait été générée à la simulation. La figure 6.6 confirme ce résultat sous une autre forme : les variations angulaires des paramètres sont estimées convenablement, ce qui permet d'envisager de détecter l'asynchronisme local de la contraction.

Le mouvement a été estimé à l'aide des deux méthodes d'assimilation DASS1 et DASS2 et le terme d'observation seul (OBS). La figure 6.7 montre que l'erreur de champ de mouvement simulé est inférieure pour DASS2 par rapport à DASS1 et OBS, et qu'elle est proportionnelle à l'amplitude du mouvement pendant les phases systolique et diastolique.

### 6.4.4 Validation sur Données Cliniques

La figure 6.11 présente les champs de déplacement calculés à partir de ciné IRM avec la méthode DASS2 et de l'IRM de marquage tissulaire avec le logiciel *inTag*. La composante radiale a été moyennée sur les six secteurs AHA du myocarde (Fig. 6.9). Les variations sont représentées par rapport à la première image et sont sensiblement identiques entre les deux méthodes.

La figure 6.10 conforte ce constat, cette fois-ci pour des variations entre images successives observées pour deux patients, l'un présentant une dyskinésie du secteur 4 et l'autre une cinétique normale de tous ses secteurs. Le déphasage temporel apparaît clairement et est conforté par les paramètres de contraction estimés conjointement avec le champ de déplacement :  $a$  varie entre 0.6 et 0.9 et  $\varphi$  entre 0.09 et 1.0 dans le cas dyskinétique, alors ces valeurs sont stables dans le cas normal avec  $a \sim 0.9$  et  $\varphi \sim 1.2$ . La figure 6.12 compare les trois méthodes OBS, DASS1 et DASS2 à *inTag*. Sur cet exemple, on observe que les variations de DASS2 sont les plus proches de celles d'*inTag*; la donnée initiale observée OBS semble plus bruitée, et elle est trop lissée par le transport continu qui moyenne la contraction positive avec la relaxation négative conduisant à la sous-estimation globale de l'amplitude pour



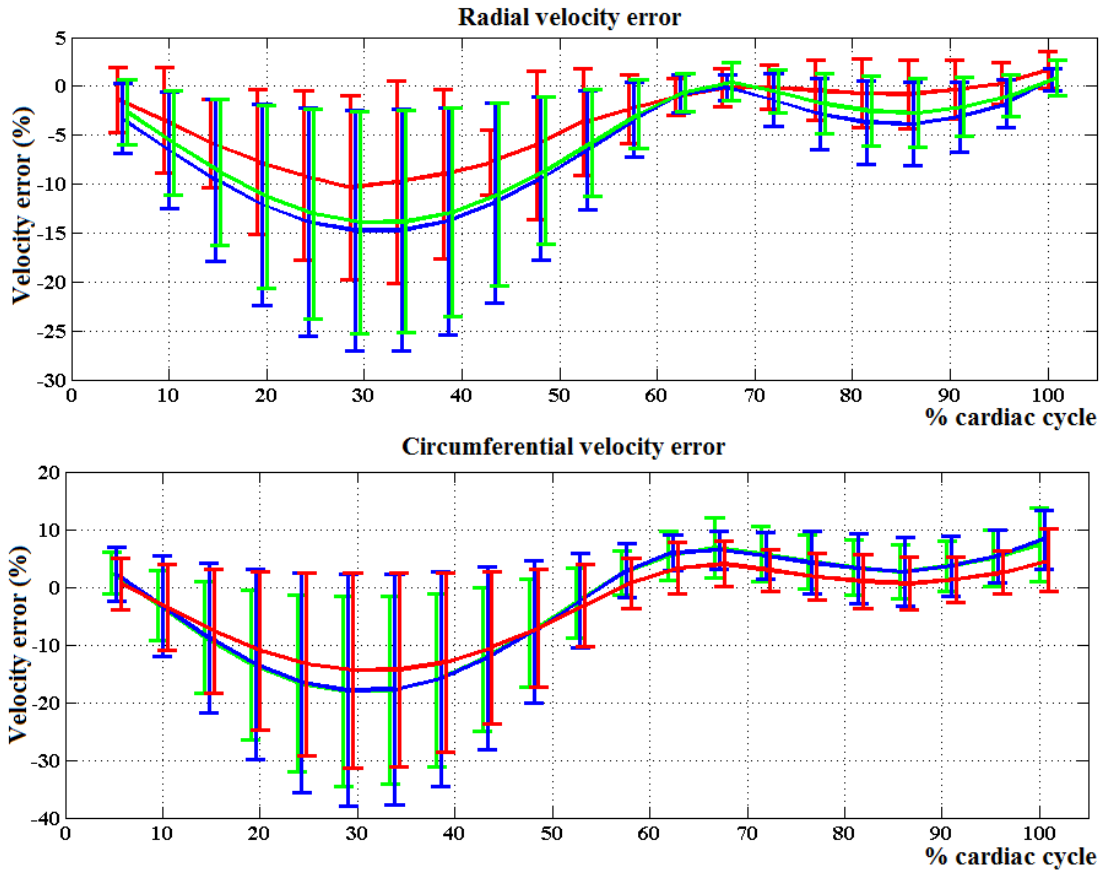


FIGURE 6.7 – Moyennes et écarts-types des erreurs entre les vitesses réelles et les vitesses estimées pour les trois méthodes OBS (vert), DASS1 (bleu) et DASS2 (rouge) sur les données synthétiques avec champ de vitesse réaliste.

DASS1. Le lissage temporel par morceaux DASS2 préserve donc les caractéristiques temporelles du mouvement tout en les estimant dans le processus d’assimilation variationnelle. Les figures 6.13 et 6.14 présentent les variations des composantes radiales et circonférentielles du *strain* dans un cas où le marquage tissulaire est bien marqué et où les valeurs s’annulent en fin de cycle.

Pour la validation de nos résultats, de la même façon que pour la vélocité, nous avons confronté d’une part le *strain* au Wall Motion Score (4 premiers niveaux de score) et d’autre part la phase et l’asymétrie au cinquième score 2.4.4 qui traduit la présence ou non de dyskinésie. Ce dernier score apparait donc comme un cas particulier, car il ne correspond pas à un niveau inférieur de l’amplitude de la contraction.

Pour le premier point, nous remarquons tout d’abord que visuellement les distributions des *strains* radiaux et circonférentiels sont plus ou moins distinctes en

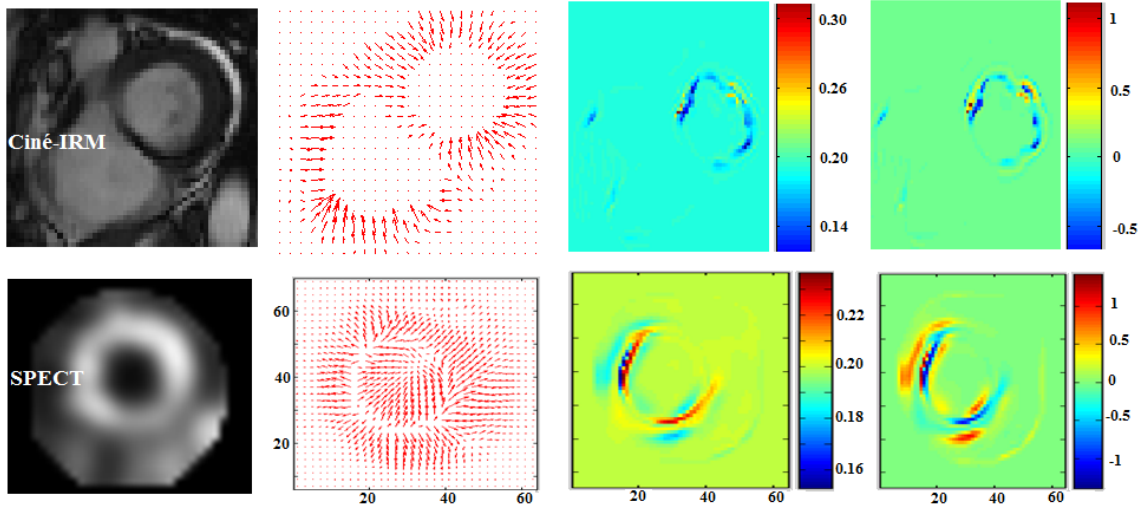


FIGURE 6.8 – Champ de vitesse, asymétrie ( $a$ ) et phase de contraction ( $\varphi$ ) estimés par DASS2 sur les données cliniques : ciné IRM (haut) et SPECT (bas).

fonction des méthodes pour les quatre scores de contractilité myocardique établis par l’expertise médicale (Fig. 6.17 et 6.18). On observe une tendance monotone décroissante assez nette pour l’ensemble des méthodes. On observe néanmoins que DASS2 est la méthode qui présente visuellement la variabilité la plus faible pour la composante radiale du strain, alors que pour la composante circonférentielle c’est plutôt *inTag*. Ceci est confirmé par une analyse de variance comparant les vitesses entre les différentes modalités de WMS, complétée de procédures de comparaison multiple à la recherche, notamment, d’une relation monotone entre les WMS d’une part et les vitesses d’autre part. Tous les tests ont été menés en formulation bilatérale avec une erreur de type I fixée à 0,05.

Le test de Fisher permet de rejeter l’égalité ( $p < .0001$ ) pour les quatre méthodes *inTag*, OBS, DASS1 et DASS2 pour le *strain* radial, le *strain* circonférentiel et la vitesse.

Les résultats obtenus pour la vitesse avec DASS2 sont identiques à ceux obtenus pour OBS au chapitre précédent avec une différence significative entre les scores 1, (2,3) et 4 (Tab. 6.15). Le passage des vitesses au *strain* par dérivation spatiale ne modifie pas la significativité des résultats pour OBS et DASS2, tout au moins en ce qui concerne la composante radiale (Tab. 6.16). Les scores 2 et 3 restent difficiles à distinguer et leur ordre n’est plus respecté pour DASS2 et *inTag*. Le calcul des déformations permet de s’affranchir du mouvement d’entraînement passif auquel sont soumis les secteurs hypokinétiques et akinétiques, mais la variabilité intrinsèque

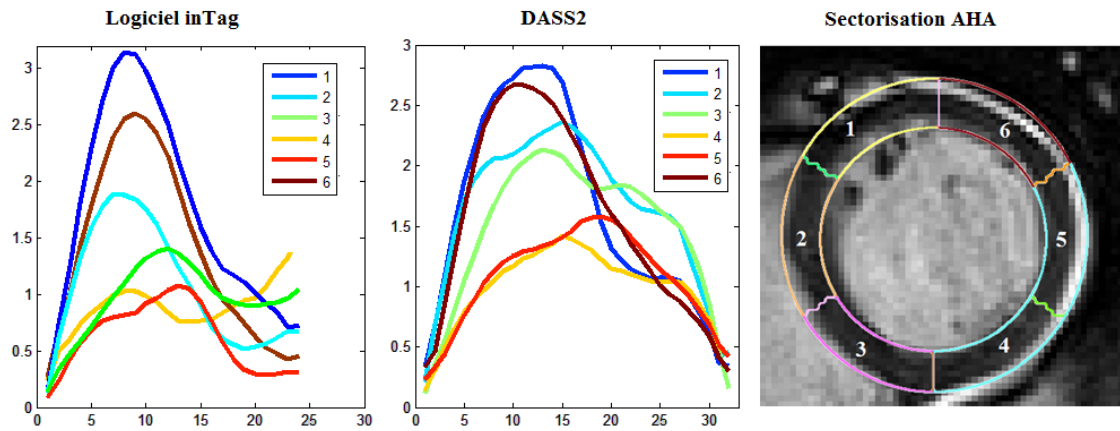


FIGURE 6.9 – Variations temporelles de l’amplitude du champ de déplacement estimé par le logiciel *inTag* sur une séquence d’IRM de marquage tissulaire et par la méthode DASS2 sur une séquence ciné IRM. Elles sont présentées selon la sectorisation AHA de 1 à 6 sur une coupe basale en petit axe et par rapport à la première image de la séquence.

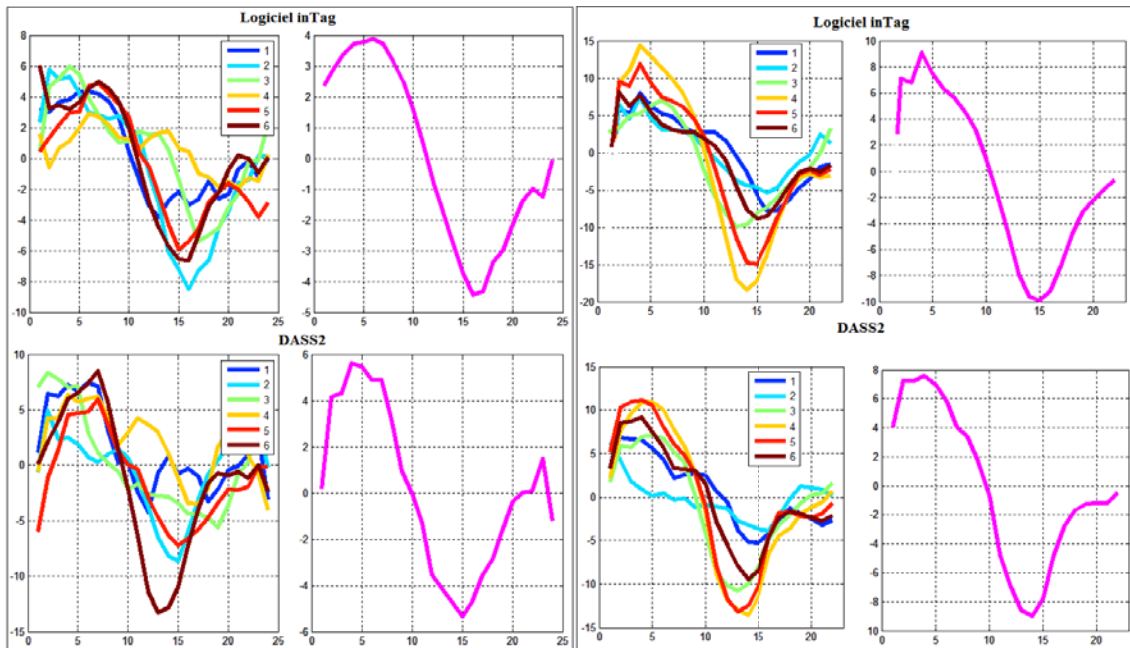


FIGURE 6.10 – Variations temporelles de l’amplitude du champ de déplacement estimé par le logiciel *inTag* sur deux séquences d’IRM de marquage tissulaire et par la méthode DASS2 sur deux séquences ciné IRM. Elles sont présentées selon la sectorisation AHA de 1 à 6, entre images successives, pour un patient souffrant de dyskinésie (à gauche) et pour un cas normal (à droite).

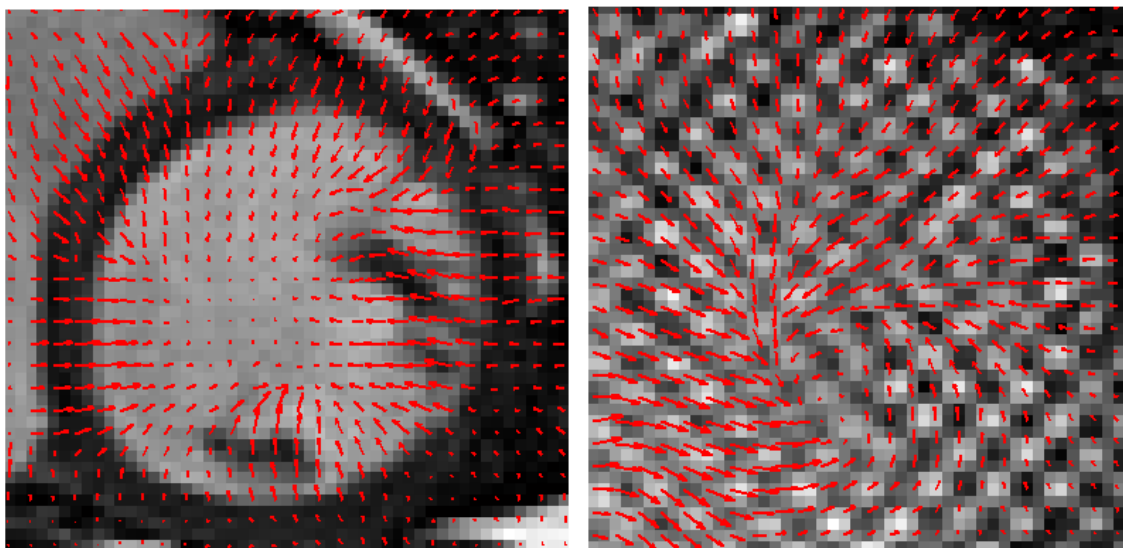


FIGURE 6.11 – Ciné IRM et IRM de marquage tissulaire du cœur en vue petit axe avec superposition des champs estimés par DASS2 et *inTag* respectivement.

liée aux patients demeure. Pour la composante circonférentielle, les résultats sont identiques à ceux de la composante radiale pour *inTag*, en revanche ils sont moins bons comme prévu pour OBS et DASS2 : l'ordre des scores est conservé, mais leur significativité est moins bonne (seuls les scores 1 et 4 sont significativement différents), du fait de la variabilité de l'estimation en fonction des images. Il est à noter que l'ordre de grandeur du *strain* produit par DASS2 est conforme aux valeurs attendues décrites dans la littérature en speckle tracking : valeurs normales supérieures à 0,2 en radial et de l'ordre de  $-0,15$  en circonférentiel. Pour DASS1, le pouvoir discriminant est globalement moins bon, ce qui peut s'expliquer par le modèle de lissage continu utilisé.

En ce qui concerne le diagnostic de la dyskinésie, le pouvoir discriminant de chaque critère en fonction de  $a$  et  $\varphi$  sur les secteurs du myocarde a été évalué en utilisant un modèle linéaire mixte généralisé. Le critère était considéré comme variable de réponse et le diagnostic d'experts (accord entre un cardiologue et un radiologue) comme variable explicative binaire, représentant la structure imbriquée des secteurs du myocarde pour chaque patient.

L'aire sous la courbe ROC (AUROCC) a été estimée pour chaque critère indiquant la probabilité que deux secteurs du myocarde soient dans l'ordre attendu. Tous les critères ont présenté des valeurs plus élevées dans les secteurs dyskinétiques du myocarde (diagnostiqués par les experts) par rapport aux secteurs normaux, cette

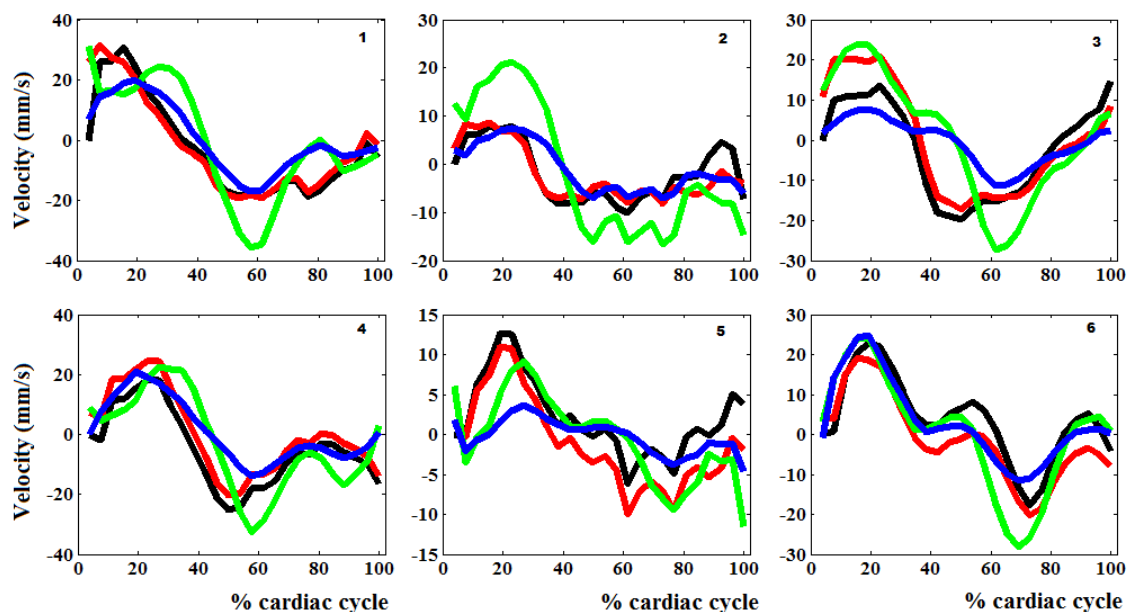


FIGURE 6.12 – Vitesses radiales estimées sur les secteurs AHA 1 à 6 pendant un cycle cardiaque complet avec : *inTag* (noir) sur l'IRM de marquage tissulaire, DASS2 (rouge), DASS1 (bleu) et OBS (vert) sur le ciné IRM.

Critère	Diagnostic	mean±SD	<i>p</i> -value	AUROC
$\bar{a}$	Normal	$0.6889 \pm 0.2294$	0.0365	0.695
	Dyskinésie	$0.8415 \pm 0.1914$		
$\bar{\varphi}$	Normal	$0.6309 \pm 0.4485$	0.0120	0.733
	Dyskinésie	$1.0104 \pm 0.4899$		

TABLE 6.1 – Comparaison des moyennes des paramètres  $a$  et  $\varphi$  caractéristiques de la contraction vs. le score clinique binaire de dyskinésie myocardique.

augmentation a été significative pour  $a$  et  $\varphi$  avec une valeur informationnelle élevée (Tab. 6.1).

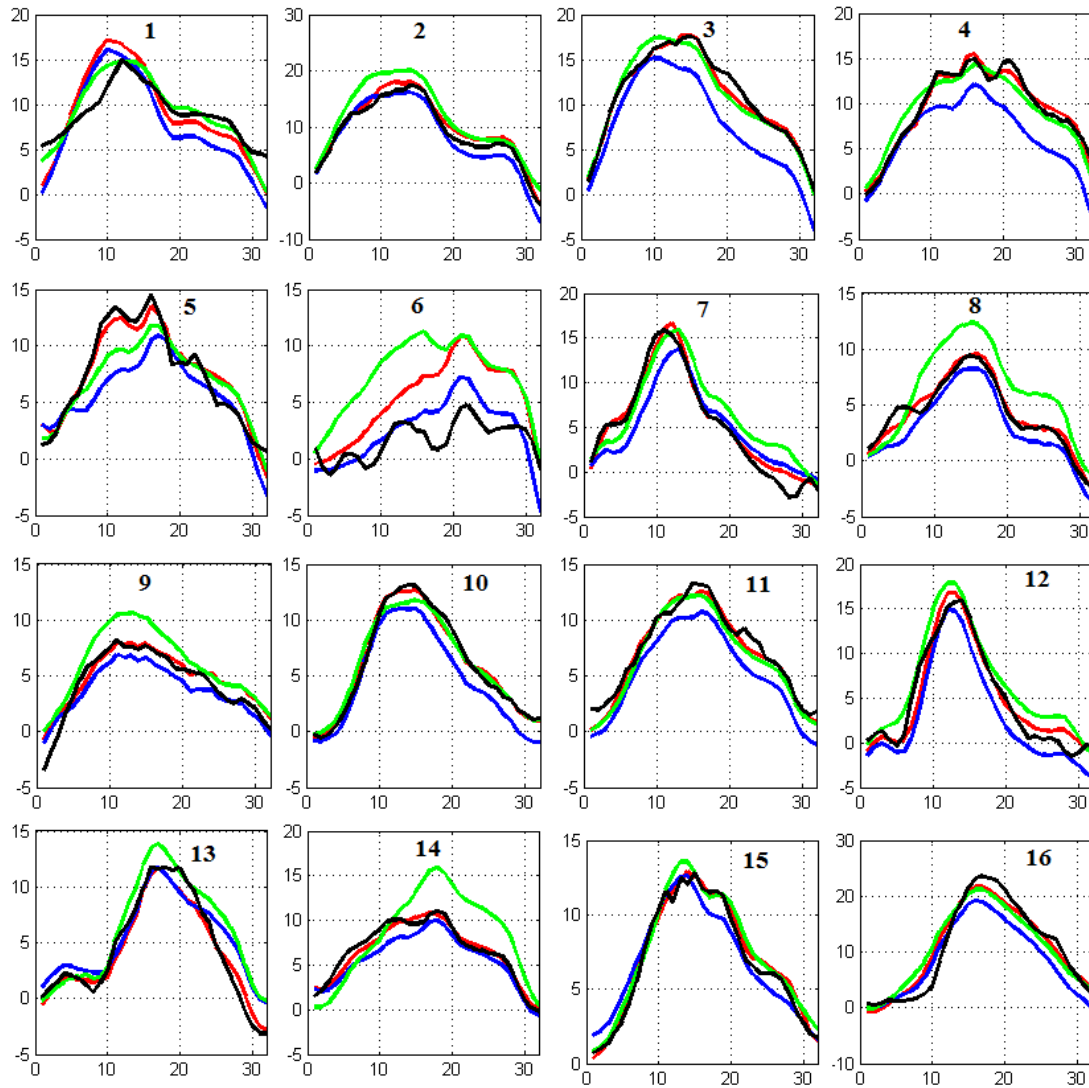


FIGURE 6.13 – *Strains* radials estimés sur les secteurs AHA 1 à 16 pendant un cycle cardiaque complet avec : *inTag* (noir) sur l'IRM de marquage tissulaire, DASS2 (rouge), DASS1 (bleu) et OBS (vert) sur le ciné IRM.

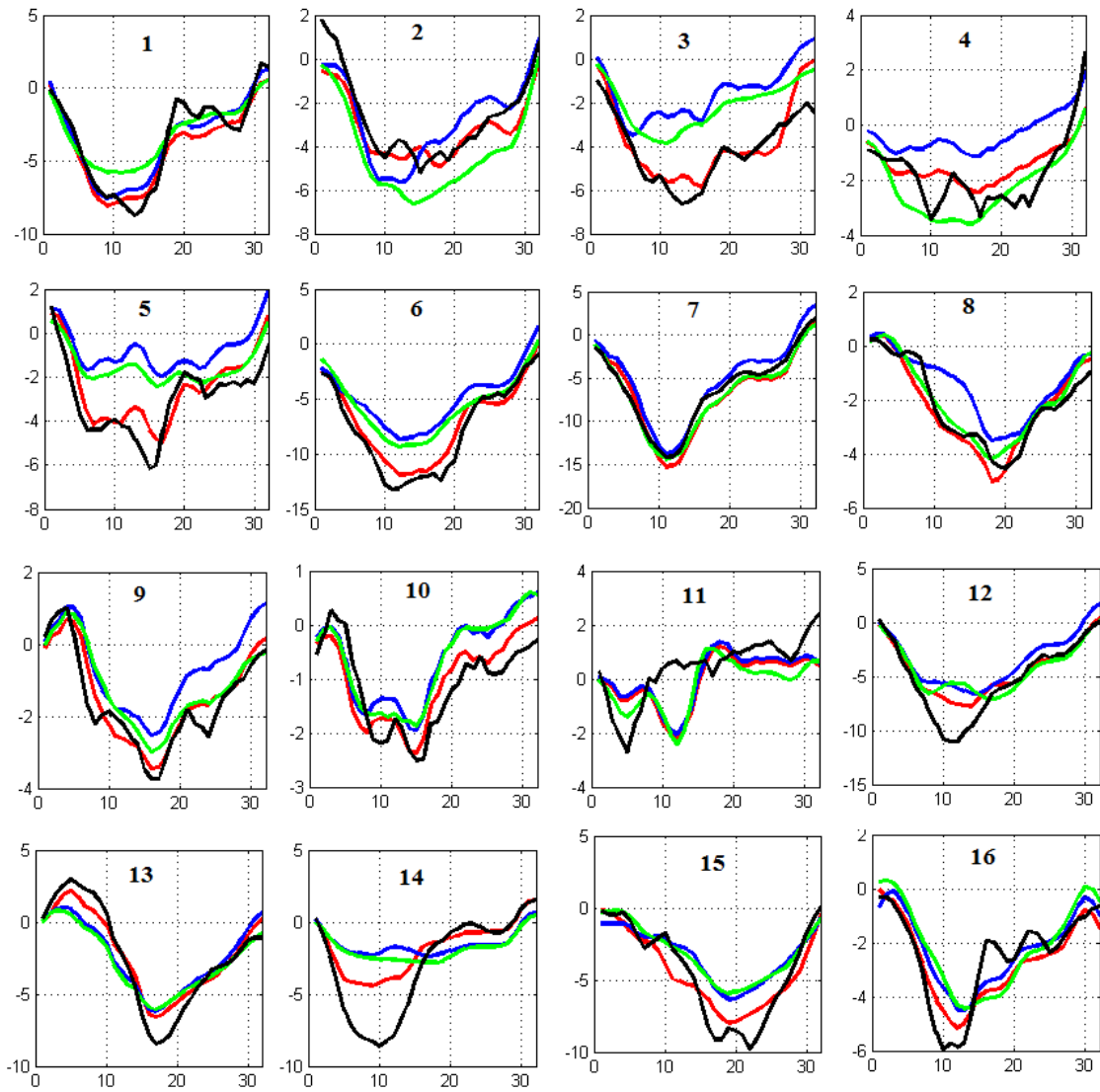


FIGURE 6.14 – *Strains* circonférentiels estimés sur les secteurs AHA 1 à 16 pendant un cycle cardiaque complet avec : *inTag* (noir) sur l'IRM de marquage tissulaire, DASS2 (rouge), DASS1 (bleu) et OBS (vert) sur le ciné IRM.



Tukey Grouping		Mean	N	WMS
	A	2.4173	461	1
B	A	2.2578	56	2
B	C	2.0243	101	3
	C	1.7692	90	4

(1)

Tukey Grouping		Mean	N	WMS
A		1.9415	461	1
B		1.6307	56	2
B		1.5145	101	3
C		1.2184	90	4

(2)

Tukey Grouping		Mean	N	WMS
	A	1.20432	56	2
B	A	1.15690	461	1
B		1.00458	101	3
	C	0.80769	90	4

(3)

Tukey Grouping		Mean	N	WMS
A		1.51664	461	1
B		1.29407	56	2
B		1.21760	101	3
C		1.00652	90	4

(4)

FIGURE 6.15 – Comparaisons multiples des vitesses estimées par *inTag* (1), OBS (2), DASS1 (3) et par DASS2(4) vis à vis des scores WMS.

Tukey Grouping	Mean	N	WMS
A	0.25881	461	1
A	0.24396	101	3
A	0.24131	56	2
B	0.18803	90	4

(1.a)

Tukey Grouping	Mean	N	WMS
A	0.32330	461	1
B	0.24648	56	2
B	0.23024	101	3
C	0.16796	90	4

(2.a)

Tukey Grouping	Mean	N	WMS
A	0.095198	461	1
A	0.088441	56	2
A	0.085648	101	3
B	0.070617	90	4

(3.a)

Tukey Grouping	Mean	N	WMS
A	0.27474	461	1
B	0.19828	101	3
B	0.19591	56	2
C	0.14118	90	4

(4.a)

Tukey Grouping	Mean	N	WMS
A	0.18819	56	2
A	0.18616	461	1
A	0.15979	101	3
B	0.12054	90	4

(1.b)

Tukey Grouping	Mean	N	WMS	
	A	0.17393	461	1
B	A	0.15177	101	3
B	A	0.15080	56	2
B		0.11682	90	4

(2.b)

Tukey Grouping	Mean	N	WMS
A	0.107220	461	1
A	0.101411	56	2
B	0.086064	101	3
C	0.063720	90	4

(3.b)

Tukey Grouping	Mean	N	WMS	
	A	0.15265	461	1
B	A	0.13347	101	3
B	A	0.13236	56	2
B		0.10431	90	4

(4.b)

FIGURE 6.16 – Comparaisons multiples des *strains* estimés par *inTag* (1), OBS (2), DASS1 (3) et par DASS2(4) vis à vis des scores WMS pour les composantes radiales (a) et circonférentielles (b). Les moyennes groupées par la même lettre ne sont pas significativement différentes.



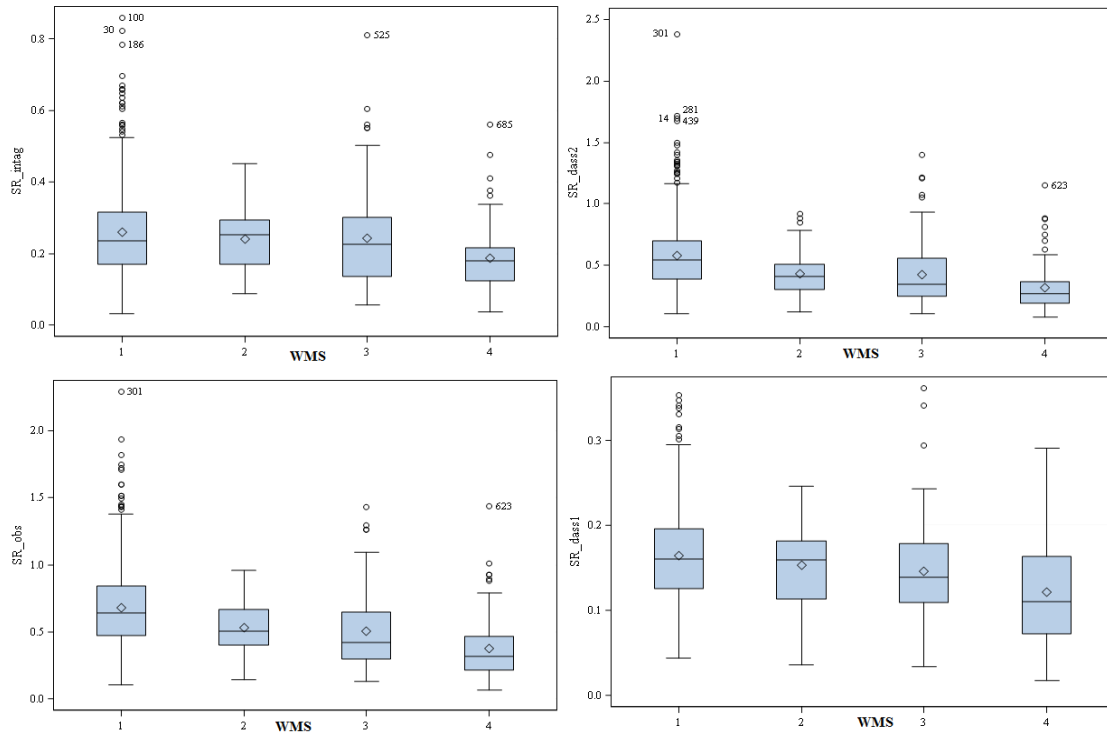


FIGURE 6.17 – Wall Motion Score (WMS) vs. *strain* radial calculé par *inTag*, DASS2, OBS et DASS1.

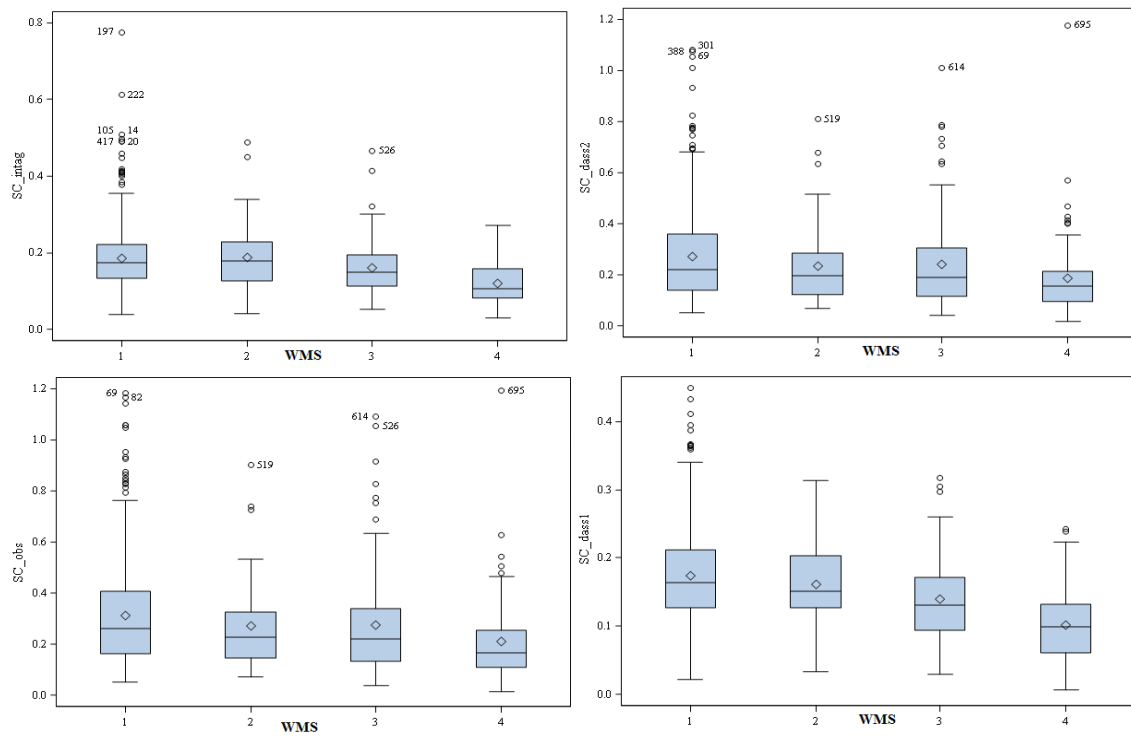


FIGURE 6.18 – Wall Motion Score (WMS) vs. *strain* circonférentiel calculé par *inTag*, DASS2, OBS et DASS1.

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode d'estimation des paramètres de contractilité cardiaque dans un formalisme d'assimilation de données variationnelle qui combine des observations de l'image et un modèle d'évolution dynamique du cœur.

La nouveauté de ce modèle est qu'il intègre de nouveaux paramètres de modélisation du processus de contraction - relaxation myocardique. Il a été appliqué au jeu de données synthétiques dont le champ de déplacement réel est connu et à des données cliniques de séquences SPECT et ciné IRM de 47 patients avec des zones présentant une atteinte de la cinétique. Les résultats ont été comparés à ceux obtenus avec le logiciel de suivi de marquage tissulaire *inTag*. L'estimation automatique a aussi été confrontée à l'expertise cardiologique et radiologique (Dr. Elisabeth Coupez et Dr. Lucie Cassagnes) par l'intermédiaire de score semi-quantitatifs de contraction.

La méthode proposée fournit des résultats prometteurs à la fois pour l'estimation du mouvement et d'indices pour le diagnostic de dyskinésie. Pour l'instant, les composantes de vitesse et de *strain* radiales présentent les meilleures performances, mais il est intéressant de noter que les composantes circonférentielles ne sont pas nulles et qu'elles permettent de discriminer des scores de cinétique. Elles pourraient être améliorées en incluant des contraintes directionnelles dans le modèle.

De plus, il serait nécessaire de connaître précisément les limites des parois myocardiques pour faire des mesures plus précises dans les secteurs. Il est à noter que comme nous ne disposons pas des frontières myocardiques, les moyennes de champ de vitesse et de *strain* par secteur ont été calculées en prenant les percentiles à 90% dans le secteur angulaire correspondant. Cette approximation est légitime pour l'approche variationnelle que nous avons développée, car le terme de régularisation annule de façon très efficace les champs de déplacement à l'extérieur du myocarde et en particulier dans la cavité.

Dans le dernier chapitre 7, nous intégrons la segmentation comme vecteur d'état de l'assimilation variationnelle afin de résoudre la segmentation et l'estimation de mouvement comme problèmes conjoints.



# Couplage entre Mouvement et Segmentation des Parois Myocardiques

---

---

**Sommaire**


---

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>122</b>
<b>7.2</b>	<b>Etat de l'Art</b>	<b>122</b>
7.2.1	Méthodes Stochastiques	123
7.2.2	Méthodes Déterministes	125
<b>7.3</b>	<b>Approche Proposée</b>	<b>127</b>
7.3.1	Modèle Déformable B-spline <i>Snake</i>	127
7.3.2	Formalisme Unifié des Énergies	128
7.3.3	Couplage Faible entre Segmentation et Mouvement	129
7.3.4	Couplage Fort par Assimilation de Données	130
<b>7.4</b>	<b>Résultats et Discussion</b>	<b>131</b>

---

## 7.1 Introduction

Les suivis pariétaux et régionaux du myocarde fournissent des informations complémentaires utiles pour diagnostiquer les anomalies fonctionnelles du cœur. Ils peuvent être menés conjointement par couplage entre l'estimation de mouvement et la segmentation du myocarde dans un même processus sur les séquences d'images cardiaques pour gagner en robustesse et en précision. Ce chapitre traite l'estimation de mouvement et la segmentation du myocarde comme un problème couplé. Pour ce faire, le formalisme d'assimilation de données variationnelle décrit au chapitre 6 a été utilisé.

## 7.2 Etat de l'Art

Le problème de couplage entre mouvement et segmentation a été traité par de nombreux auteurs dans différentes manières. Certains ont proposé une solution dans un cadre stochastique (Kervrann and Heitz, 1996; Chang et al., 1997; Kervrann and Heitz, 1999; Cremers, 2003a,b,c; Cremers and Soatto, 2005; Cremers and Schnörr, 2003; Cremers and Soatto, 2003) et d'autres ont abordé le problème de façon déterministe (Cohen, 1993; Amiaz and Kiryati, 2005; Brox et al., 2006; Carranza-Herrezueloa et al., 2009).

### 7.2.1 Méthodes Stochastiques

Considérons la contrainte de l'équation du flot optique :

$$\frac{d}{dt}I(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial I}{\partial x}u + \frac{\partial I}{\partial y}v + \frac{\partial I}{\partial t} = 0. \quad (7.1)$$

Cette équation peut également s'écrire comme suit :

$$\nabla_3 I^T \mathbf{v} = 0, \quad (7.2)$$

avec  $\nabla_3 I = \left( \frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}, \frac{\partial I}{\partial t} \right)$  et  $\mathbf{v} = (u, v, 1)$ . L'équation (7.2) signifie que le gradient spatiotemporel de l'image  $I$  doit être soit nul ou orthogonal au vecteur de vitesse homogène.

L'angle  $\alpha$  entre ces deux vecteurs peut être utilisé en tant que la mesure d'orthogonalité et détermine la probabilité d'appartenance d'un point  $\mathbf{x}$  à une région  $R$  de vitesse homogène. Cette probabilité est donnée par l'équation suivante :

$$P(\nabla_3 I | \mathbf{v}) \propto e^{-\cos^2(\alpha)} = \exp\left(-\frac{(\mathbf{v}^T \nabla_3 I)^2}{\|\mathbf{v}\|^2 \|\nabla_3 I\|^2}\right). \quad (7.3)$$

Cette probabilité est maximale si les vecteurs sont orthogonaux et minimale quand ils sont parallèles. La segmentation du plan de l'image  $\Omega$  en un ensemble de régions disjointes  $R_i$  de vitesses homogènes  $\mathbf{v}_i$  est obtenu par minimisation de la fonctionnelle :

$$E(\{\mathbf{v}_i\}, C) = \sum_i \int_{R_i} (-\log P(\nabla_3 I | \mathbf{v}_i)) d\mathbf{x} + \nu L(C). \quad (7.4)$$

D'une part, pour un contour fixe  $C$ , la minimisation de la fonctionnelle (7.4) par rapport au vecteur vitesse  $\mathbf{v}_i$  conduit au problème de valeurs propres :

$$\mathbf{v}_i = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmin}} \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{M}_i \mathbf{v}}{\mathbf{v}^T \mathbf{v}} \quad \text{où } \mathbf{M}_i = \int_{R_i} \frac{\nabla_3 I \nabla_3 I^T}{\|\nabla_3 I\|^2} d\mathbf{x}. \quad (7.5)$$

Pour cela, les vecteurs de vitesse homogène correspondent à la petite valeur propre de la matrice  $\mathbf{M}_i$  de dimensions  $3 \times 3$ . Toutes les valeurs propres sont normalisées de telle manière que la troisième composante soit égale à 1.

D'autre part, pour un vecteur vitesse fixe  $\mathbf{v}_i$ , la minimisation de la fonctionnelle

(7.4) conduit à l'équation d'évolution de la courbe  $C$  à l'interface entre les régions  $j$  et  $k$  :

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{dE}{dC} = (e_j - e_k) \cdot \mathbf{n} - \nu \frac{dL(C)}{dC}, \quad (7.6)$$

où  $e_i = \frac{\mathbf{v}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{v}_i}{\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i}$  est appelé densité d'énergie et  $\mathbf{n}$  est la normale à la frontière. Les représentations implicites de type ligne de niveau (ou *levelset* en anglais) ou paramétrique de type B-spline peuvent être mises en œuvre pour l'évolution de cette courbe (Cremers, 2003a,b,c; Cremers and Soatto, 2005; Cremers and Schnörr, 2003; Cremers and Soatto, 2003).

Kervrann and Heitz (1996, 1999) ont modélisé les incertitudes liées à l'hypothèse de l'équation du flot optique par des termes de bruit Gaussien  $n_{\mathbf{v}(s)}$  et  $n_{I_t(s)}$ , de variance  $\sigma_{\mathbf{v}}^2$  et  $\sigma_{I_t}^2$ . On a obtenu l'équation suivante :

$$\nabla I(s) \cdot (\mathbf{v}(s) + n_{\mathbf{v}(s)}) = -I_t(s) + n_{I_t(s)}, \quad (7.7)$$

où  $s$  est un site ou pixel du domaine  $\Omega$ . Alors, la probabilité conditionnelle du site  $s$  à l'instant  $t$  est calculée comme suit :

$$P(I_t(s) \mid \mathbf{v}(s), \nabla I(s)) \propto \exp -\frac{(\nabla I(s) \cdot \mathbf{v}(s) + I_t(s))^2}{\sigma_{\mathbf{v}}^2 \|\nabla I(s)\|^2 + \sigma_{I_t}^2}. \quad (7.8)$$

L'image  $\Omega$  est segmentée en deux régions distinctes délimitée par le contour déformable  $\Theta$ ,  $\Gamma_{\Theta}^I$  à l'intérieur et  $\Gamma_{\Theta}^O$  à l'extérieur (le fond). En se basant sur les champs de vitesse du flot optique  $\mathbf{v}_i^I(s)$  et  $\mathbf{v}_i^O(s)$  et sous hypothèse d'indépendance, la probabilité conditionnelle de  $I_t$  peut être écrite comme :

$$\begin{aligned} & P(I_t \mid \Theta, \mathbf{v}_i^I, \mathbf{v}_i^O, \nabla I) \\ & \propto \exp \left( - \sum_{s \in \Gamma_{\Theta}^I} \frac{(\nabla I(s) \cdot \mathbf{v}_i^I(s) + I_t(s))^2}{\sigma_{\mathbf{v}}^2 \|\nabla I(s)\|^2 + \sigma_{I_t}^2} \right) \exp \left( - \sum_{s \in \Gamma_{\Theta}^O} \frac{(\nabla I(s) \cdot \mathbf{v}_i^O(s) + I_t(s))^2}{\sigma_{\mathbf{v}}^2 \|\nabla I(s)\|^2 + \sigma_{I_t}^2} \right). \end{aligned} \quad (7.9)$$

Pour un modèle déformable fixe  $\Theta$ , l'estimation de mouvement  $\mathbf{v}$  est obtenue en minimisant la fonctionnelle (7.9) et pour  $\mathbf{v}$  fixe, l'estimation de  $\Theta$  est obtenue en minimisant la même fonctionnelle.

## 7.2.2 Méthodes Déterministes

Cette section fait un inventaire des méthodes qui combinent la contrainte de l'équation de flot optique et la segmentation par *levelset*, *snakes* ou d'autres modèles déformables (Cohen, 1993; Brox et al., 2006; Carranza-Herrezueloa et al., 2009).

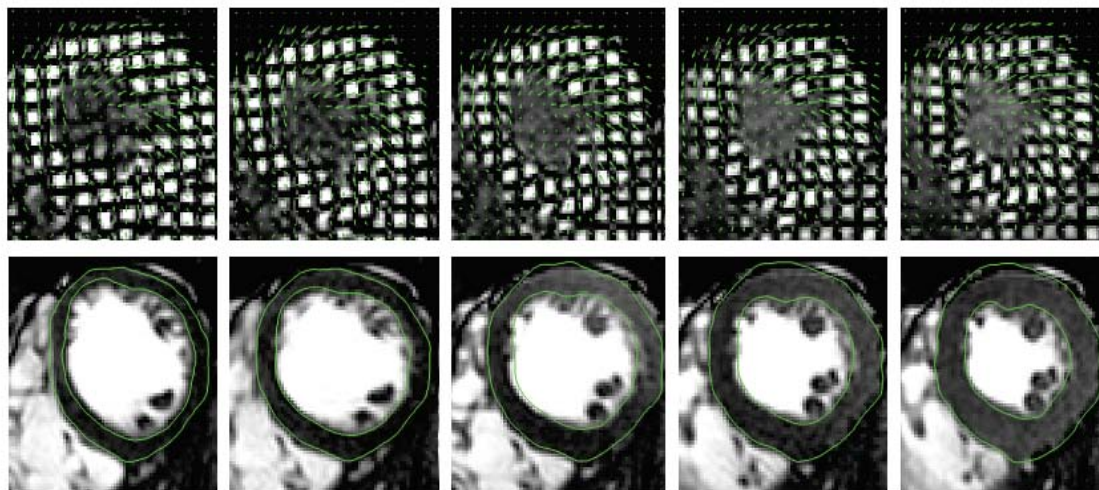


FIGURE 7.1 – Couplage entre segmentation et estimation de mouvement. La première ligne montre le champ de vitesse estimé sur la séquence IRM de marquage tissulaire et ce champ est utilisé pour construire l'énergie fonctionnelle pour la segmentation du myocarde dans la séquence ciné IRM de la seconde ligne. *Figure extraite de Carranza-Herrezueloa et al. (2009).*

En prenant le modèle proposé par Brox et al. (2006), le couplage est défini comme suit : étant donnée l'image  $I_1(x, y, t) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , calculer le champ de vitesse  $\mathbf{v}(x, y) = (u(x, y, t), v(x, y, t), 1)^T$  en chaque point  $(x, y, t)$  qui définit le déplacement du pixel de  $(x, y, t)$  en  $(x + u, y + v, t + 1)$  dans  $I_2$ . Il s'agit trouver un ensemble de fonctions *levelset*  $\Phi_i(x, y, t) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, \dots, N$  représentant les  $N$  partitions de



l'image  $\Omega$  en  $\Omega_i$  régions disjointes. On a la fonctionnelle suivante :

$$\begin{aligned}
 E(\mathbf{v}, \Phi, N) = & \\
 & \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} H(\Phi_i) \left( \underbrace{\Psi(\|I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - I(\mathbf{x})\|^2)}_{\text{Invariance de gris}} + \gamma \underbrace{\|\nabla I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - \nabla I(\mathbf{x})\|^2}_{\text{Invariance de gradient}} \right) d\mathbf{x} \\
 & + \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \left( \alpha \underbrace{\Psi(\|\nabla_3 \mathbf{v}\|^2)}_{\text{Lissage}} + \nu \underbrace{|\nabla_3 H(\Phi_i)|}_{\text{Contour}} + \lambda \right) d\mathbf{x}.
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\gamma$  sont introduits afin de pondérer les termes impliqués et la minimisation de l'énergie (7.10) se fait en calculant l'équation d'Euler-Lagrange associée.

Le couplage entre mouvement et segmentation peut également être résolu en incorporant le flot optique dans le modèle *snake* comme suit (Cohen, 1993) :

$$E(C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} u(s) \left( \frac{\partial C}{\partial s} \right)^2 ds + v(s) \left( \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} \right) + \int_{\Omega} P(C) ds, \tag{7.11}$$

où  $P = -\|\nabla I\|^2$ . Ce modèle peut être décrit comme des déformations successives de la courbe initiale sous l'action de la force  $P$  jusqu'à ce que l'énergie  $E$  soit minimale. Ainsi, le flot optique  $\mathbf{v}$  a été ajouté à la force extérieure et la courbe se déforme par le flot optique tout en étant attirée par les points de bord. La force extérieure  $\mathbf{F} = (F_x, F_y)^T$  agissant sur la courbe est définie comme suit :

$$\begin{cases} F_x = -\frac{\partial P}{\partial x} + u, \\ F_y = -\frac{\partial P}{\partial y} + v. \end{cases} \tag{7.12}$$

Il est à noter que les différents travaux décrits ci-dessus ne traitent pas l'estimation de mouvement et la segmentation comme un vrai problème couplé. En effet, le mouvement et l'évolution de la courbe sont incorporés dans la même fonctionnelle et pour l'une de deux variables fixée, on minimise la fonctionnelle pour trouver l'autre et vice-versa. Ou alors, le champ de vitesse calculé est utilisé pour construire l'énergie fonctionnelle de segmentation. Pour aller plus loin, nous avons proposé

de traiter l'estimation de mouvement et la segmentation dans le même formalisme d'assimilation de données variationnelle.

## 7.3 Approche Proposée

L'approche proposée résulte d'un travail collaboratif avec un autre doctorant du projet 3DSTRAIN, Kévin Bianchi. Sa thèse portait sur les modèles déformables pour la segmentation interactive. Les modèles déformables présentés dans la suite et le formalisme associé de gradient de forme font partie de son travail. Nous avons réfléchi ensemble à la meilleure façon de les intégrer dans un processus d'assimilation de données variationnelle. L'implémentation pratique du couplage a été confiée à Christian Nguyen lors de son stage de master 2.

### 7.3.1 Modèle Déformable B-spline *Snake*

Un modèle déformable B-spline *snake* correspond à une courbe B-spline paramétrée par ses points nodaux qui se déforme en minimisant une énergie dépendant de l'image (Kass et al., 1988). Le modèle *princeps* du *snake* (Davatzikos and Prince, 1995) est implicitement régularisé par la paramétrisation B-spline (Brigger et al., 2000; Jacob et al., 2004). L'énergie à minimiser se compose de deux termes : une énergie interne et une énergie externe. La première affecte la régularité de la courbe, et la seconde attire le *snake* vers certaines caractéristiques de l'image. Un certain nombre de termes d'énergie externes ont été proposés (Brigger and Unser, 2000).

L'équation d'une B-Spline est donnée par :

$$\Gamma_i(s) = \begin{pmatrix} x(s) & y(s) \end{pmatrix}^T = \sum_{k=i-1}^{i+2} \mathbf{Q}_k(t) B_k^i(s), \quad (7.13)$$

où  $B_k^i(s) = B(s - (k - i))$  sont les  $M$  fonctions de base d'une B-spline non uniforme, avec  $B$  la spline cubique de Irwin-Hall et  $s$  la paramétrisation de la courbe en  $[0, 1]$  entre les deux points nodaux consécutifs  $i$  et  $i + 1$ . Dans le cas uniforme, les points de contrôle  $\mathbf{Q}_k$  peuvent être calculés à partir des points nodaux  $\mathbf{P}_k$  par filtrage. En effet, quand  $t = k$ , la valeur donnée par le polynôme  $\Gamma_i(s)$  correspond au point  $\mathbf{P}_k$ .

Les positions des points de contrôle  $\mathbf{Q}_k$ , ou encore des points nodaux  $\mathbf{P}_k$ , sont mis à jour afin de minimiser une énergie qui fait converger le contour vers l'objet en

mouvement.

### 7.3.2 Formalisme Unifié des Énergies

Les deux termes d'énergies de type région  $E_r$  et de type frontière  $E_b$  peuvent être utilisés :

$$\begin{aligned} E_r &= \int_{\Omega} g(\mathbf{m}, \Omega) dS(\mathbf{m}), \\ E_b &= \int_{\Gamma} f(\mathbf{m}) ds(\mathbf{m}). \end{aligned} \quad (7.14)$$

La minimisation des deux énergies globales  $E_r$  et  $E_b$  (7.14) nécessite de calculer leurs gradients de forme de  $dE_r$  et  $dE_b$  par rapport à des vitesses  $\mathbf{v}$  dites prédéfinies car elles conservent la représentation de B-spline (Debreuve et al., 2007).

Dans le cas surfacique, les gradients de forme s'écrivent comme des intégrales curvilignes de la forme :

$$dE(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{v}) = \int_{\Gamma} \Psi(\mathbf{\Gamma}(s)) \mathbf{n}(s) \cdot \mathbf{v}(s) ds, \quad (7.15)$$

où  $\mathbf{n}(s)$  est la normale à la courbe  $\mathbf{\Gamma}$ .

Dans le cas surfacique  $\Psi = g$ , à condition que la grandeur  $g$  ne dépendent pas de la région  $\Omega$  délimitée par le contour  $\mathbf{\Gamma}$ , ou dans des cas très particuliers de dépendance, comme la variance utilisée dans le terme région de Chan et Vese (Chan and Vese, 2001) :

$$E_r(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{V}) = \int_{\Omega} (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega))^2 dx - \int_{\Omega^c} (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega^c))^2 d\mathbf{x}, \quad (7.16)$$

où  $\mu(\Omega)$  et  $\mu(\Omega^c)$  sont, respectivement, les moyennes intérieure et extérieure au contour  $\mathbf{\Gamma}$ . On a donc :

$$\Psi_r(\mathbf{\Gamma}(s)) = (I(\mathbf{\Gamma}(s)) - \mu(\Omega))^2 + (I(\mathbf{\Gamma}(s)) - \mu(\Omega^c))^2. \quad (7.17)$$

Dans le cas curviligne, la dérivée de forme est égale à :

$$\Psi_b(\mathbf{\Gamma}(s)) = \frac{\partial f(\mathbf{\Gamma}(s))}{\partial \mathbf{N}} - f(\mathbf{\Gamma}(s)) \kappa(s), \quad (7.18)$$

où  $\kappa$  est la courbure du contour. Dans le cas du Gradient Vector Flow (GVF) Xu

and Prince (1998), la forme exacte de  $\Psi_b$  est donnée par :

$$\begin{aligned}\Psi_b(\Gamma(s, t)) &= -\frac{\partial \mathbf{f} \cdot \mathbf{n}(s)}{\partial \mathbf{n}} - \kappa(s) |\mathbf{f} \cdot \mathbf{n}(s)| \\ &= -(\nabla \mathbf{f}(s) \mathbf{n}(s)) \cdot \mathbf{n}(s) - (\nabla \mathbf{n}(s) \mathbf{n}(s)) \cdot \mathbf{f}(s, t) - \kappa(s) |\mathbf{f} \cdot \mathbf{n}(s)|,\end{aligned}\tag{7.19}$$

où  $\mathbf{f}$  est un champ calculé à partir du gradient par un processus de diffusion qui sera détaillé dans la suite.

### 7.3.3 Couplage Faible entre Segmentation et Mouvement

Notre objectif est de construire un terme d'énergie de type frontière en tenant compte à la fois au champ de vitesse  $\mathbf{v} = (u, v)^T$ , qui donne la direction vers la frontière de l'objet, et le gradient de l'image afin d'arrêter la propagation.

Un champ de vitesse intermédiaire est construit à partir d'un processus variationnel très similaire à celui de GVF précédent, mais c'est une combinaison entre le gradient et la vitesse qui est diffusée. En outre, lorsque le mouvement n'est pas assez important, il est remplacé par l'information de gradient seule :

$$\mathbf{v}' = (u', v')^T = \begin{cases} \text{sgn}(\nabla I \cdot \mathbf{v}) \|\nabla I\| \frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|}, & \text{if } \|\mathbf{v}\| > \delta, \\ \nabla I & \text{otherwise,} \end{cases}\tag{7.20}$$

où  $\delta$  est le seuil de significativité de la vitesse (généralement égal à un pixel). Le champ de vecteur vitesse  $\mathbf{v}'' = (u'', v'')^T$  minimise l'énergie fonctionnelle :

$$\varepsilon = \int_{\Omega} \mu (u'^2_x + u'^2_y + v'^2_x + v'^2_y) + \|\mathbf{v}'\|^2 \|\mathbf{v}'' - \mathbf{v}'\|^2 dx dy,\tag{7.21}$$

et elle est solution des équations Euler-Lagrange suivantes :

$$\begin{cases} \mu \Delta u'' - (u'' - u')(u'^2 + v'^2) = 0, \\ \mu \Delta v'' - (v'' - v')(u'^2 + v'^2) = 0. \end{cases}\tag{7.22}$$

Le terme d'énergie  $E_b$  est calculé comme le produit scalaire entre  $\mathbf{v}''$  et la normale au contour  $\mathbf{n}$ . La fonction  $\Psi$  du gradient de forme (7.18) correspond au terme géodésique

suivant :

$$\begin{aligned}\Psi_b(\Gamma(s, t)) &= -\frac{\partial \mathbf{v}'' \cdot \mathbf{n}(s)}{\partial \mathbf{n}} - \kappa(s) |\mathbf{v}'' \cdot \mathbf{n}(s)| \\ &= -(\nabla \mathbf{v}''(s) \mathbf{n}(s)) \cdot \mathbf{n}(s) - (\nabla \mathbf{n}(s) \mathbf{n}(s)) \cdot \mathbf{v}''(s, t) - \kappa(s) |\mathbf{v}'' \cdot \mathbf{n}(s)|.\end{aligned}\quad (7.23)$$

L'équation du modèle d'évolution pour chaque point nodal  $\mathbf{P}_k$  est donnée par :

$$\partial_t \mathbf{P}_k + \frac{\partial E}{\partial \mathbf{P}_k} = \partial_t \mathbf{P}_k + dE \left( \Gamma, \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{P}_k} \right) \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{P}_k} = 0. \quad (7.24)$$

### 7.3.4 Couplage Fort par Assimilation de Données

La combinaison du mouvement et des termes d'énergie d'image pour propager le contour est directe en assimilation de données. En effet, le mouvement est la dérivée temporelle de la position qui peut être directement intégrée à l'opérateur d'évolution  $\mathbb{M}$  et les termes d'énergie de type région et frontière à l'opérateur d'observation  $\mathbb{H}$ . Pour rappel, l'algorithme 2 permet de minimiser la fonctionnelle spatiotemporelle (6.2).

Les coordonnées des points nodaux  $\mathbf{P}_i$  des modèles déformables B-spline pour les contours endo et épicaudiques deviennent les composantes du vecteur de variables d'état :  $\mathcal{X} = (\mathbf{P}_1 \dots \mathbf{P}_i \dots \mathbf{P}_M)^T$ . La façon la plus simple de construire l'opérateur du modèle d'évolution  $\mathbb{M}$  est d'appliquer le mouvement directement aux points nodaux comme suit :

$$\mathbb{M}(\mathbf{P}_i) = \mathbf{v}(\mathbf{P}_i). \quad (7.25)$$

Cependant, comme cette approche est susceptible d'être sensible au bruit, il est préférable de considérer l'effet du mouvement sur le voisinage influencé par le point nodal courant :

$$\mathbb{M}(\mathbf{P}_i) = \frac{\int_{\Gamma} \mathbf{v}(\Gamma(s)) \mathbf{n}(s) \cdot \mathbf{V}_i ds}{\int_{\Gamma} \mathbf{n}(s) \cdot \mathbf{V}_i ds}, \quad (7.26)$$

où  $\mathbf{V}_i = B_i^i(s) \mathbf{N}(\mathbf{P}_i)$  avec  $\mathbf{N}(\mathbf{P}_i)$  la normale au point nodal  $\mathbf{P}_i$ . Il s'agit ici d'effectuer une moyenne pondérée des points échantillonnés de la B-spline en fonction de l'orientation de leur normale  $\mathbf{n}$  par rapport à celle du point nodal  $\mathbf{N}(\mathbf{P}_i)$  et en fonction de leur distance à  $\mathbf{P}_i$  grâce à  $B_i^i$  utilisée comme fenêtrage.

Pour les deux expressions (7.25) et (7.26), les opérateurs tangents linéaires par

rapport à  $\mathbf{P}_i$  sont respectivement donnés par :

$$\partial_{\mathbf{P}_i} \mathbb{M} = \begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & v_y \end{pmatrix} \quad (7.27)$$

et

$$\partial_{\mathbf{P}_i} \mathbb{M} = \frac{1}{\int_{\Gamma} \mathbf{n}(s) \cdot \mathbf{V}_i ds} \int_{\Gamma} \begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & v_y \end{pmatrix} \frac{\partial \Gamma(s)}{\partial \mathbf{P}_i} \mathbf{n}(s) \cdot \mathbf{V}_i ds. \quad (7.28)$$

La normale est censée être constante au premier ordre quand les points nodaux se déplacent.

Pour l'opérateur d'observation  $\mathbb{H}$  lié à l'endocarde, nous considérons le cas simple de l'énergie de type région de Chan et Vese 7.16 et une énergie GVF classique liée au gradient de l'image pour l'épicarde.

Dans les deux cas, l'opérateur tangent linéaire de  $\mathbb{H}$  est choisi égal à la dérivée de forme dans la direction de la vitesse admissible, égale à la dérivée de la courbe par rapport au point nodal  $\mathbf{P}_i = (a_i \ b_i)^T$ , on a :

$$\begin{aligned} \partial_{\mathbf{P}_i} \mathbb{H} &= dE \left( \Gamma, \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{P}_i} \right) \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{P}_i} \\ &= \sum_{j=1}^n \left( dE \left( \Gamma, \frac{\partial \Gamma}{\partial a_j} \right) \frac{\partial \Gamma}{\partial a_j} (\mathbf{P}_i) + dE \left( \Gamma, \frac{\partial \Gamma}{\partial b_j} \right) \frac{\partial \Gamma}{\partial b_j} (\mathbf{P}_i) \right). \end{aligned} \quad (7.29)$$

Les dérivées de la B-spline par rapport aux points nodaux sont aussi détaillées en annexe 8.2.2.

## 7.4 Résultats et Discussion

Nous présentons des résultats très préliminaires et non validés quantitativement du suivi par couplage faible et par couplage fort. Le couplage faible semble être une alternative intéressante aux énergies classiques. En effet, les variations temporelles de niveaux de gris conduisent à une estimation de vitesse plus robuste qu'à partir des seules variations spatiales. Elles existent même lorsque les contrastes sont faibles. Pour le couplage fort en revanche, les paramètres de covariance ont été choisis empiriquement et ne sont pour l'instant pas suffisamment précis pour assurer une bonne convergence sur tous les jeux de données.

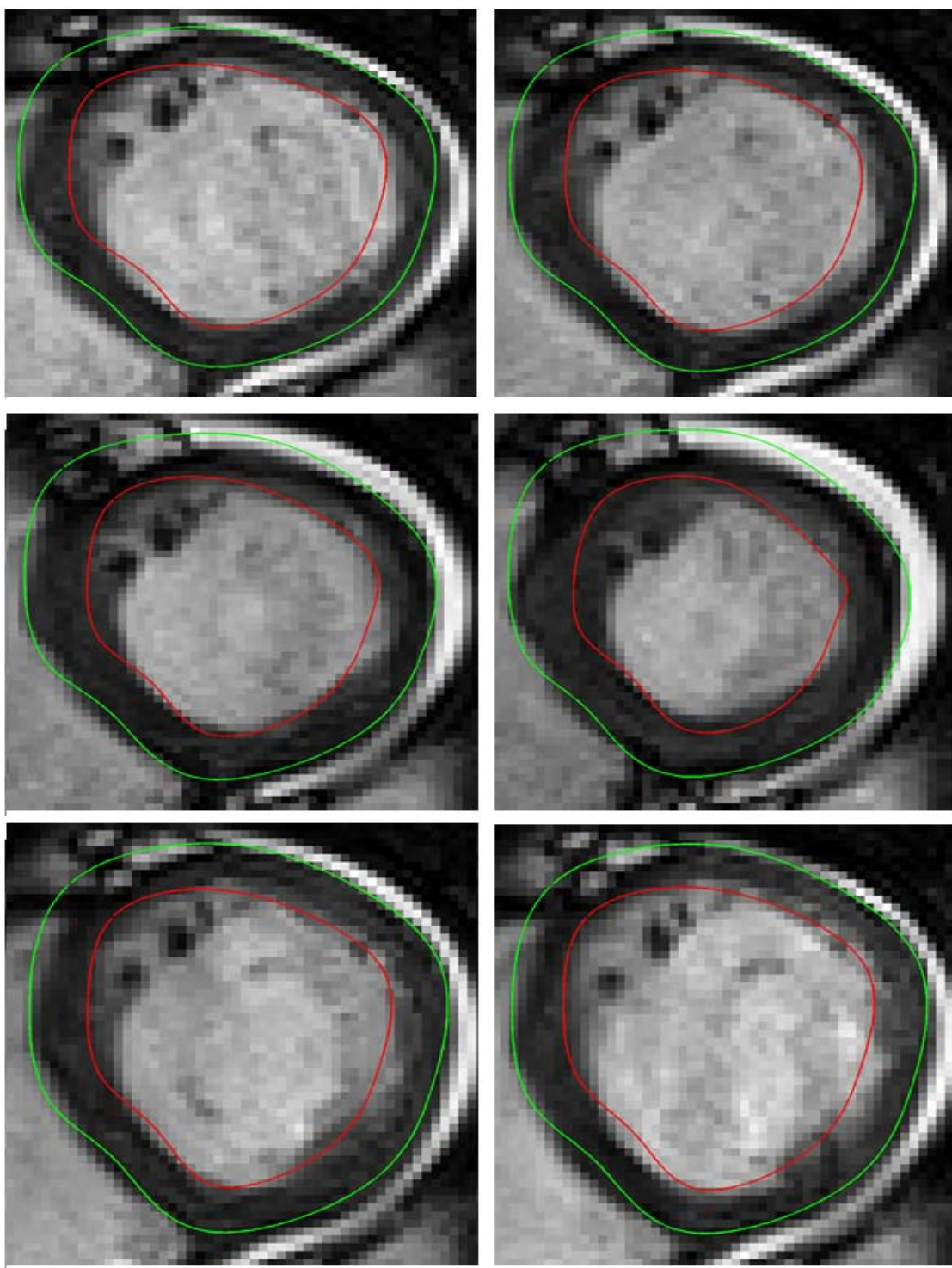


FIGURE 7.2 – La segmentation du myocarde par le couplage fort : courbe rouge (endocarde segmenté), courbe vert (épicarde segmenté).





# Conclusions et Perspectives

---

---

**Sommaire**


---

<b>8.1 Conclusions</b>	<b>135</b>
<b>8.2 Perspectives</b>	<b>136</b>
8.2.1 Perspectives à Court et à Moyen Termes	136
8.2.2 Perspectives à Long Terme	136

---

## 8.1 Conclusions

Dans cette période de trois ans de thèse, nous avons mené des travaux sur les déplacements pariétaux et les déformations myocardiques. Nous avons fait l'état de l'art sur des approches génériques d'estimation de mouvement, puis sur des méthodes appliquées sur des modalités d'imagerie en routine clinique pour quantifier des déformations du myocarde tout en prenant en compte leurs spécificités et leurs limitations. Nous nous sommes focalisés sur des méthodes de suivi qui optimisent la similarité entre les intensités entre images consécutives d'une séquence pour estimer le champ de vitesse dans le domaine spatial. Elles sont fondées sur l'hypothèse d'invariance du niveau de gris (ou flot optique) et des termes de régularisation utilisés pour résoudre le problème d'ouverture.

Pour cela, nous avons proposé un terme régularisation bien adapté aux propriétés physiologique et physique du mouvement myocardique. L'avantage de l'approche proposée réside dans sa flexibilité à estimer le champ dense de déplacement myocardiques sur des séquences d'images du cycle cardiaque. En effet, le champ de mouvement en chaque pixel de la région myocardique est estimé en préservant les discontinuités aux parois du myocarde. Cependant, le terme d'attache aux données utilisé dans notre méthode est uniquement fondé l'intensité de l'image. Il estime convenablement le champ de déplacement surtout en direction radiale, car le mouvement de torsion circonférentielle n'est pas ou peu visible sur les données de ciné IRM en petit axe utilisées.

Pour rendre l'estimation plus robuste, nous avons proposé un modèle d'évolution pour la contraction et relaxation cardiaque afin d'introduire la contrainte temporelle de la dynamique du cœur. Ce modèle permet d'estimer non seulement le champ dense de déplacement myocardique, mais aussi d'autres paramètres de contracti-

lité du myocarde (la phase de contraction et l'asymétrie systole-diastole) dans un formalisme d'assimilation de données variationnelle.

L'estimation automatique des déformations et des contractilités myocardiques (le *strain*, la phase et l'asymétrie) a été confrontée à l'expertise cardiologique et radiologique (Dr Elisabeth Coupez et Dr Lucie Cassagnes, CHU Clermont-Ferrand) par l'intermédiaire de scores semi-quantitatifs de contraction de type *Wall Motion Score* (WMS) et *Wall Thickening Index* (WTI). La méthode proposée fournit des résultats prometteurs à la fois pour l'estimation du mouvement et d'indices pour le diagnostic et l'évaluation fonctionnelle de la dyskinésie myocardique.

En vue de gagner encore en robustesse, il est nécessaire de pouvoir effectuer la mesure du *strain* et des indices de contraction précisément dans le myocarde délimité par les parois endocardique et épicaudique. C'est pourquoi, nous avons mené un travail collaboratif avec Kévin Bianchi, un autre doctorant du projet 3DStrain et avons proposé une méthode de couplage entre la segmentation du myocarde par les modèles déformables et l'estimation du mouvement myocardique dans un formalisme d'assimilation de données variationnelle.

## 8.2 Perspectives

### 8.2.1 Perspectives à Court et à Moyen Termes

Comme nous l'avons évoqué dans notre introduction, cette thèse se rapporte au projet 3DStrain ayant pour l'objectif clinique de fournir des indices cliniques permettant de quantifier les déformations du myocarde en imagerie multimodale. Jusqu'à maintenant, nous n'avons pas traité les images échocardiographiques. Une collaboration avec Clément Beitone, un autre doctorant du projet 3DStrain, est envisagée pour traiter les données échographiques en se servant de termes d'attaches appropriés à ces données. Pour cela, les signaux monogéniques seront exploités.

### 8.2.2 Perspectives à Long Terme

Concernant les perspectives à long terme, nous envisageons une confrontation aux déformations myocardiques liés au mouvement de torsion circonférentielle qui reste jusqu'à maintenant (à notre connaissance) un problème délicat à résoudre. Pour cela, des contraintes liées aux déformations de fibres myocardiques seront intégrées

dans notre formalisme d'assimilation variationnelle. Le but ultime du projet est de pouvoir intégrer tous les développements au sein de la même application logicielle ce qui a été réalisé en partie dans le cadre de la thèse.



# Annexes

---

## Implémentation 3D

$$\begin{cases} g(\|\nabla u\|)u_{\eta\eta} + u_{\xi_1\xi_1} + u_{\xi_2\xi_2} - 2\alpha I_x I_t = 2\alpha (I_x^2 u + I_x I_y v + I_x I_z w) \\ g(\|\nabla v\|)v_{\eta\eta} + v_{\xi_1\xi_1} + v_{\xi_2\xi_2} - 2\alpha I_y I_t = 2\alpha (I_x I_y u + I_y^2 v + I_y I_z w) \\ g(\|\nabla w\|)w_{\eta\eta} + w_{\xi_1\xi_1} + w_{\xi_2\xi_2} - 2\alpha I_z I_t = 2\alpha (I_x I_z u + I_y I_z v + I_z^2 w) \end{cases} \quad (1)$$

En remplaçant  $u_{\eta\eta}$ ,  $u_{\xi_1\xi_1}$  et  $u_{\xi_2\xi_2}$  dans (1) par leurs valeurs respectives et après la simplification, on a :

$$g(\|\nabla u\|) \frac{u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_{xy} u_y + 2u_x u_{xz} u_z + u_y^2 u_{yy} + 2u_y u_{yz} u_z + u_z^2 u_{zz}}{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} + \frac{(u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_{xy} u_y + u_y^2 u_{xx})(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)}{(u_x^2 + u_y^2)(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)} \\ + \frac{u_x^4 u_{zz} - 2u_x^3 u_{xz} u_z + u_x^2 u_{xx} u_z^2 + 2u_x^2 u_y^2 u_{zz} - 2u_x^2 u_y u_{yz} u_z + 2u_x u_{xy} u_y u_z^2 - 2u_x u_{xz} u_y^2 u_z + u_y^4 u_{zz} - 2u_y^3 u_{yz} u_z + u_y^2 u_{yy} u_z^2}{(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)(u_x^2 + u_y^2)}.$$

Le deuxième et le troisième termes du membre de gauche donnent :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)(u_x^2 + u_y^2)} \left( u_x^4 u_{yy} - 2u_x^3 u_{xy} u_y + u_x^2 u_{xx} u_y^2 + u_x^2 u_y^2 u_{yy} + u_x^2 u_{yy} u_z^2 \right. \\ & \quad \left. - 2u_x u_{xy} u_y^3 - 2u_x u_{xy} u_y u_z^2 + u_{xx} u_y^4 + u_{xx} u_y^2 u_z^2 \right) \\ & + \left( u_x^4 u_{zz} - 2u_x^3 u_{xz} u_z + u_x^2 u_{xx} u_z^2 + 2u_x^2 u_y^2 u_{zz} - 2u_x^2 u_y u_{yz} u_z \right. \\ & \quad \left. + 2u_x u_{xy} u_y u_z^2 - 2u_x u_{xz} u_y^2 u_z + u_y^4 u_{zz} - 2u_y^3 u_{yz} u_z + u_y^2 u_{yy} u_z^2 \right) \\ & = \frac{(u_x^2 + u_y^2)(u_x^2 u_{yy} + u_x^2 u_{zz} - 2u_x u_{xy} u_y - 2u_x u_{xz} u_z + u_{xx} u_y^2 + u_{xx} u_z^2 + u_y^2 u_{zz} - 2u_y u_{yz} u_z + u_{yy} u_z^2)}{(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)(u_x^2 + u_y^2)} \\ & = \frac{(u_x^2 u_{yy} + u_x^2 u_{zz} - 2u_x u_{xy} u_y - 2u_x u_{xz} u_z + u_{xx} u_y^2 + u_{xx} u_z^2 + u_y^2 u_{zz} - 2u_y u_{yz} u_z + u_{yy} u_z^2)}{(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)}. \end{aligned}$$

Ainsi, le membre de gauche donne :

$$\frac{1}{\|\nabla u\|^2} \left( g(\|\nabla u\|) \left( u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_{xy} u_y + 2u_x u_{xz} u_z + u_y^2 u_{yy} + 2u_y u_{yz} u_z + u_z^2 u_{zz} \right) \right. \\ \left. + u_x^2 u_{yy} + u_x^2 u_{zz} - 2u_x u_{xy} u_y - 2u_x u_{xz} u_z + u_{xx} u_y^2 + u_{xx} u_z^2 + u_y^2 u_{zz} - 2u_y u_{yz} u_z + u_{yy} u_z^2 \right).$$

Puis en groupant les termes contenant des dérivées de second ordre, on a :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\|\nabla u\|^2} \left( 2g(\|\nabla u\|)u_x u_{xy} u_y + 2g(\|\nabla u\|)u_x u_{xz} u_z + 2g(\|\nabla u\|)u_y u_{yz} u_z \right. \\ & - 2u_x u_{xy} u_y - 2u_x u_{xz} u_z - 2u_y u_{yz} u_z + u_{xx} \left( g(\|\nabla u\|)u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 \right) \\ & \left. + u_{yy} \left( u_x^2 + g(\|\nabla u\|)u_y^2 + u_z^2 \right) + u_{zz} \left( u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2 \right) \right), \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\|\nabla u\|^2} \left( 2(g(\|\nabla u\|) - 1)(u_x u_{xy} u_y + u_x u_{xz} u_z + u_y u_{yz} u_z) \right. \\ & + u_{xx} \left( g(\|\nabla u\|)u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 \right) + u_{yy} \left( u_x^2 + g(\|\nabla u\|)u_y^2 + u_z^2 \right) \\ & \left. + u_{zz} \left( u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2 \right) \right). \end{aligned}$$

La première équation du système (1) donne finalement :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\|\nabla u\|^2} \left( 2(g(\|\nabla u\|) - 1)(u_x u_{xy} u_y + \dots) + \dots + u_{zz} \left( u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2 \right) \right) \\ & = 2\alpha(I_x u + I_y v + I_z w - I_t)I_x. \quad (2) \end{aligned}$$

Le système de trois équations devient alors :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\alpha\|\nabla u\|^2} \left( 2(g(\|\nabla u\|) - 1)(u_x u_{xy} u_y + \dots) + \dots + u_{zz} \left( u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2 \right) \right) - I_x I_t \\ & = I_x^2 u + I_x I_y v + I_x I_z w \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\alpha\|\nabla v\|^2} \left( 2(g(\|\nabla v\|) - 1)(v_x v_{xy} v_y + \dots) + \dots + v_{zz} \left( v_x^2 + v_y^2 + g(\|\nabla v\|)v_z^2 \right) \right) - I_y I_t \\ & = I_x I_y u + I_y^2 v + I_y I_z w \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\alpha\|\nabla w\|^2} \left( 2(g(\|\nabla w\|) - 1)(w_x w_{xy} w_y + \dots) + \dots + w_{zz} \left( w_x^2 + w_y^2 + g(\|\nabla w\|)w_z^2 \right) \right) - I_z I_t \\ & = I_x I_z u + I_y I_z v + I_z^2 w \quad (5) \end{aligned}$$



Par les différences finies, on aurait :

$$\begin{aligned} u &\rightarrow u_{i,j,k} \\ u_{xx} &\rightarrow u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k} \\ \tilde{u}_{xx} &\rightarrow u_{i+1,j,k} + u_{i-1,j,k} \end{aligned}$$

Ainsi avec  $u_{xx} = \tilde{u}_{xx} - 2u$ ,  $u_{yy} = \tilde{u}_{yy} - 2u$  et  $u_{zz} = \tilde{u}_{zz} - 2u$ , (3) devient :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\alpha\|\nabla u\|^2} \left( 2(g(\|\nabla u\|) - 1)(u_x u_{xy} u_y + u_x u_{xz} u_z + u_y u_{yz} u_z) + \tilde{u}_{xx} (g(\|\nabla u\|)u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \right. \\ &+ \tilde{u}_{yy} (u_x^2 + g(\|\nabla u\|)u_y^2 + u_z^2) + \tilde{u}_{zz} (u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2) \left. \right) - I_x I_t \\ &= \left( I_x^2 + \frac{2}{2\alpha\|\nabla u\|^2} \left( (g(\|\nabla u\|)u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) + (u_x^2 + g(\|\nabla u\|)u_y^2 + u_z^2) \right. \right. \\ &+ \left. \left. (u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2) \right) \right) u + I_x I_y v + I_x I_z w \end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\alpha\|\nabla u\|^2} \left( 2(g(\|\nabla u\|) - 1)(u_x u_{xy} u_y + u_x u_{xz} u_z + u_y u_{yz} u_z) + \tilde{u}_{xx} (g(\|\nabla u\|)u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \right. \\ &+ \tilde{u}_{yy} (u_x^2 + g(\|\nabla u\|)u_y^2 + u_z^2) + \tilde{u}_{zz} (u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2) \left. \right) - I_x I_t \\ &= \left( I_x^2 + \frac{1}{\alpha\|\nabla u\|^2} (g(\|\nabla u\|) (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) + 2\|\nabla u\|^2) \right) u + I_x I_y v + I_x I_z w \end{aligned}$$

Finalement, l'expression explicite de  $u$  est donnée par :

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{I_x^2 + \frac{1}{\alpha}(g(\|\nabla u\|) + 2)} \frac{1}{2\alpha\|\nabla u\|^2} \left( 2(g(\|\nabla u\|) - 1)(u_x u_{xy} u_y + u_x u_{xz} u_z + u_y u_{yz} u_z) \right. \\ &+ \tilde{u}_{xx} (g(\|\nabla u\|)u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) + \tilde{u}_{yy} (u_x^2 + g(\|\nabla u\|)u_y^2 + u_z^2) \\ &+ \left. \tilde{u}_{zz} (u_x^2 + u_y^2 + g(\|\nabla u\|)u_z^2) \right) - I_x I_t - I_x I_y v - I_x I_z w, \end{aligned} \quad (6)$$

et pour conserver une certaine homogénéité avec l'expression  $u$  dans le cas 2D, on peut écrire :

$$\begin{aligned} u &= \frac{\frac{\alpha}{\|\nabla u^2\|} \left( 2(g(\|\nabla u\|) - 1)(u_x u_{xy} u_y) + \tilde{u}_{xx} (g(\|\nabla u\|)u_x^2 + u_y^2) + \tilde{u}_{yy} (u_x^2 + g(\|\nabla u\|)u_y^2) \right)}{I_x^2 + 2\alpha(g(\|\nabla u\|) + 1)} \\ &\quad - \frac{I_x I_t + I_x I_y}{I_x^2 + 2\alpha(g(\|\nabla u\|) + 1)} \end{aligned} \quad (7)$$

## Dérivées d'une B-spline par rapport à ses points nodaux

Nous détaillons ici la manière de dériver une B-spline en fonction de ses nœuds. La dérivée de la B-spline sur  $s \in [u_l, u_{l+1}]$  par rapport au nœud  $\mathbf{P}_i$  peut être décomposée de la manière suivante :

$$\frac{\partial \Gamma(s)}{\partial \mathbf{P}_i} = \sum_{k=0}^{m_{\mathbf{P}}-1} \frac{\partial \Gamma(s)}{\partial \mathbf{Q}_k} \frac{\partial \mathbf{Q}_k}{\partial \mathbf{P}_i}, \quad (8)$$

avec

$$\frac{\partial \Gamma(s)}{\partial \mathbf{Q}_k} = B_k^n(s) = \frac{s - u_k}{u_{k+n} - u_k} B_k^{n-1}(s) + \frac{u_{k+n+1} - s}{u_{k+n+1} - u_{k+1}} B_{k+1}^n(s) \quad (9)$$

et

$$B_k^0(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s \in [u_k, u_{k+1}], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (10)$$

Pour une B-spline cubique, les points de contrôle et les points nodaux sont reliés par le système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_0 \\ \mathbf{Q}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{n-1} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

avec :

$$\mathbf{M} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}^{-1}. \quad (12)$$

Il vient finalement dans le cas cubique :

$$\frac{\partial \Gamma(s)}{\partial \mathbf{P}_i} = \sum_{k=l-1}^{l+2} M_{i,k} B_k^l(s). \quad (13)$$

En pratique, pour un nombre de nœuds donné, l'inverse de la matrice  $\mathbf{M}$  peut être précalculée.

# Bibliographie

---

# Bibliographie

---

- Berardino D' Acunto. *Computational Methods for PDE in Mechanics*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2004. ISBN 978-981-256-037-7.
- Bashir Al-Diri, Andrew Hunter, and David Steel. An active contour model for segmenting and measuring retinal vessels. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 28(9) :1488–1497, 2009.
- P. F. Alcantarilla, A. Bartoli, and A. J. Davison. Kaze features. *European Conference on Computer Vision*, October 2012.
- Martino Alessandrini, Adrian Basarab, Hervé Liebgott, and Olivier Bernard. Myocardial motion estimation from medical images using the monogenic signal. *IEEE Transactions on Image Processing*, 22 :1084–1095, 2013.
- Luis Alvarez, Pierre-Luis Lions, and Jean-Michel Morel. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 29 :845–866, 1992.
- T. Amiaz and N. Kiryati. Dense discontinuous optical flow via contour-based segmentation. *In Proc. International Conference on Image Processing*, 3 :1264–1267, September 2005.
- T. Arts, F.W. Prinzen, T. Delhaas, J.R. Milles, A.C. Rossi, and P. Clarysse. Mapping displacement and deformation of the heart with local sine-wave modeling. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 29 :1114–1123, 2010.
- L. Axel and L. Dougherty. MR imaging of motion with spatial modulation of magnetization. *Radiology*, 171(3) :841–845, 1989.
- S. Ba, T. Corpetti, and R. Fablet. Multi-resolution missing data interpolation in SST image series. In 1517-1520, editor, *IEEE International Conference on Image Processing, ICIP '11*, Brussels, Belgium, September 2011.
- S. Baker, D. Scharstein, J. P. Lewis, S. Roth, M. J. Black, and R. Szeliski. Cardiac motion estimation from 3D echocardiography with spatiotemporal regularization. *In : FIMH*, 6666, 2011a.

- Simon Baker, Daniel Scharstein, J.P. Lewis, Stefan Roth, Michael J. Black, and Richard Szeliski. A database and evaluation methodology for optical flow. *In Proceedings of eleventh IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, October 2007.
- Simon Baker, Daniel Scharstein, J.P. Lewis, Stefan Roth, Michael J. Black, and Richard Szeliski. A database and evaluation methodology for optical flow. *International Journal of Computer Vision*, 92 :1–31, 2011b.
- J. Barron, D. Fleet, and S. Beauchemin. Performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, 12 :43–77, 1994.
- Pierre Bénard, Jingwan Lu, Forrester Cole, Adam Finkelstein, and Joëlle Thollot. Contours actifs pour la stylisation cohérente de lignes animées. *IEEE Transactions on Image Processing*, pages 81–88, 2010.
- A.F. Bennett. *Inverse Methods in Physical Oceanography*. Cambridge University Press, 1992.
- D. Béréziat and I. Herlin. Solving ill-posed image processing problems using data assimilation. *Numerical Algorithms*, 2010.
- Kevin Bianchi, Antoine Vacavant, Robin Strand, Pierre Tervé, and Laurent Sarry. Dual B-spline snake for interactive myocardial segmentation. In *Medical Image Understanding and Analysis, MIAU'13*, 2013.
- P. Brigger and Michael Unser. B-spline snakes : a flexible tool for parametric contour detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(9) :1484–1496, 2000.
- P. Brigger, J. Hoeg, and M. Unser. An active contour model for mapping the cortex. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9 :1484–1496, 2000.
- Thomas Brox and Jitendra Malik. Large displacement optical flow : Descriptor matching in motion estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 33(3) :500–513, 2011.
- Thomas Brox, Andrés Bruhn, Nils Papenberg, and Joachim Weickert. High accuracy optical flow estimation based on a theory for warping. *European Conference on Computer Vision (ECCV)*, 4 :25–36, May 2004.
- Thomas Brox, Andrés Bruhn, Nils Papenberg, and Joachim Weickert. Variational motion segmentation with level sets. *European Conference on Computer Vision (ECCV)*, pages 25–36, 2006.

- Andrés Bruhn and Joachim Weickert. Towards ultimate motion estimation : Combining highest accuracy with real-time performance. *In Proceedings of the Tenth IEEE International Conference on Computer Vision*, 1 :749–755, 2005.
- Nathan D. Cahill, J. Alison Noble, and David J. Hawkes. A demons algorithm for image registration with locally adaptive regularization. *In MICCAI '09 Proceedings of the 12th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pages 574–581, 2009.
- N. Carranza-Herrezueloa, A. Bajo, F. Sroubek, C. Santamarta, G. Cristobal, A. Santos, and M.J. Ledesma-Carbayo. Combined myocardial motion estimation and segmentation using variational techniques. *Recent Advances in Signal Processing*, 6 :82–100, 2009.
- N. Carranza-Herrezueloa, A. Bajo, F. Sroubek, C. Santamarta, G. Cristobal, A. Santos, and M.J. Ledesma-Carbayo. Motion estimation of tagged cardiac magnetic resonance images using variational techniques. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 34 : 514–522, 2010.
- Manuel D. Cerqueira, Neil J. Weissman, Vasken Dilsiziana, Alice K. Jacobs, Sanjiv Kaul, Warren K. Laskey, Dudley J. Pennell, John A. Rumberger, Thomas Ryan, and Mario S. Verani. Standardized Myocardial Segmentation and Nomenclature for Tomographic Imaging of the Heart : A Statement for Healthcare Professionals from the Cardiac Imaging Committee of the Council on Clinical Cardiology of the American Heart Association. *Circulation*, 105 :539–542, 2002.
- Tony F. Chan and Luminita A. Vese. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(2) :266–277, 2001.
- Raghavendra Chandrashekhara. *Analysis of Cardiac Motion Using MRI and Nonrigid Image Registration*. PhD thesis, Imperial College London, 2004.
- Michael M. Chang, A. Murat Tekalp, and M. Ibrahim Sezan. Simultaneous motion estimation and segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(10) :1326–1333, 1997.
- P. Clarysse, C. Basset, L. Khouas, P. Croisille, D. Friboulet, C. Odet, and I.E. Magnin. Two-dimensional spatial and temporal displacement and deformation field fitting from cardiac magnetic resonance tagging. *Medical Image Analysis*, 4 :253–268, 2000.
- Isaac Cohen. Nonlinear variational method for optical flow computation. *In Proceedings of the 8th SCIA*, pages 523–630, 1993.

- Isaac Cohen and Isabelle Herlin. Non uniform multiresolution method for optical flow computation. *International Journal of Computer Vision*, 33(1) :29–49, 1999.
- Thomas Corpetti. *Estimation et analyse de champs denses de vitesses d'écoulements fluides*. PhD thesis, IRISA campus universitaire de Beaulieu, 2002.
- Thomas Corpetti and Etienne Mémin. Stochastic uncertainty models for the luminance consistency assumption. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21 :481–493, 2012.
- Thomas Corpetti, Etienne Mémin, and Patric Perez. Dense estimation of fluid flows. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 24(3), March 2002a.
- Thomas Corpetti, Etienne Mémin, and Patric Perez. Dense motion analysis in fluid imagery. *ECCV*, pages 676–691, 2002b.
- Thomas Corpetti, Patrick Héas, Etienne Mémin, and Nicolas Papadakis. Pressure image assimilation for atmospheric motion estimation. *Tellus Series A : Dynamic Meteorology and Oceanography*, 61 A(1) :160–178, 2009.
- M. D. Craene, G. Piella, O. Camara, N. Duchateau, E. Silva, A. Doltra, J. D'hooged, J. Brugada, M. Sitges, and A. F. Frangi. Temporal diffeomorphic free-form deformation : Application to motion and strain estimation from 3D echocardiography. *Medical Image Analysis*, 2011.
- Daniel Cremers. A variational framework for image segmentation combining motion estimation and shape regularization. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, June 2003a.
- Daniel Cremers. A multiphase level set framework for motion segmentation. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, June 2003b.
- Danniel Cremers. A multiphase level set framework for variational motion segmentation. In L. D. Griffin and M. Lillholm, editors, *Scale-Space Methods in Computer Vision*, volume 2695 of *LNCS*, pages 599–614. Springer, 2003c.
- Danniel Cremers and C. Schnörr. Statistical shape knowledge in variational motion segmentation. *Image and Vision Computing*, 21(1) :77–86, 2003.
- Danniel Cremers and S. Soatto. Motion competition : A variational framework for piecewise parametric motion segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 62 (3) :249–265, May 2005.



- Danniel Cremers and Stefano Soatto. Variational space-time motion segmentation. *IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2 :886–892, October 2003.
- Pierre Croisille. IRM et déformation myocardique : le tagging myocardique. *Société Française de Cardiologie*, Mars 2012.
- C. Davatzikos and J. Prince. An active contour model for mapping the cortex. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 14 :65–80, 1995.
- Tschumperlé David and Deriche Rachid. Orthonormal vector sets regularization with PDEs and applications. *International Journal of Computer Vision*, 50(3) :237–252, 2002.
- M. De-Craene, G. Piella, O. Camara, N. Duchateau, E. Silva, A. Doltra, J. D’hooged, J. Brugada, M. Sitges, and A. F. Frangi. Temporal diffeomorphic free-form deformation : Application to motion and strain estimation from 3d echocardiography. *Medical Image Analysis*, 16 :427–450, 2011.
- Mathieu De-Craene, Catalina Tobon-Gomez, Constantine Butako, Nicolas Duchateau, Gemma Piella, Kawal S. Rhode, and Alejandro F. Frangi. Temporal diffeomorphic free form deformation (TDDFD) applied to motion and deformation quantification of tagged MRI sequences. In *STACOM, Lecture Notes in Computer Science*, volume 7085, page 68–77, 2012.
- E. Debreuve, M. Gastaud, M. Barlaud, and G. Aubert. Using the shape gradient for active contour segmentation : from the continuous to the discrete formulation. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 28(1) :47–66, 2007.
- H. Delingette, F. Billet, K. C. L.Wong, M. Sermesant, K. Rhode, C. M. Ginks, Aldo Rinaldi, R. Razavi, and Ayache N. Personalization of cardiac motion and contractility from images using variational data assimilation. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 10 :20–24, 2012.
- Rachid Deriche, Pierre Kornprobst, and Gilles Aubert. Optical-flow estimation while preserving its discontinuities : A variational approach. In *Proceedings of the second Asian Conference on Computer Vision*, 2 :71–80, 1995.
- J. D’hooge, A. Heimdal, F. Jamal, T. Kukulski, B. Bijnens, F. Rademakers, L. Hatle, P. Suetens, and G. R. Sutherland. Regional strain and strain rate measurements by cardiac ultrasound : Principles, implementation and limitations. *European Journal of Echocardiography*, 1 :154–170, 2000.

- Kroon D.J. and Slump C.H. Mri modality transformation in demon registration. *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging*, pages 963–966, 2009.
- Erwan Donal. Étude des déformations myocardiques : Où en est-on du doppler tissulaire et de ses applications à l'étude de la fonction ventriculaire? *Archives des Maladies du Coeur et des Vaisseaux - Pratique*, 2007(159) :15–26, 2007.
- An Elen, Hon Fai Choi, Dirk Loeckx, Hang Gao, Piet Claus, Paul Suetens, Frederik Maes, and Jan D'hooge. Three-dimensional cardiac strain estimation using spatio-temporal elastic registration of ultrasound images : A feasibility study. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 27 :1580–1591, 2008.
- Laura Ernande. *Détection Précoce des Anomalies de la Fonction Myocardique au Cours du Diabète de Type 2 : Apport de l' Echocardiographie en Mode Speckle Tracking Imaging et de l' Imagerie par Résonance Magnétique*. PhD thesis, Université de Lyon, 2011.
- David J. Fleet and Allan D. Jepson. Computation of component image velocity from local phase information. *International Journal of Computer Vision*, 5 :1 :77–104, 1990.
- Itebeddine Ghorbel, Florence Rossant, Isabelle Bloch, and Michel Paques. Modeling a parallelism constraint in active contours. application to the segmentation of eye vessels and retinal layers. *IEEE International Conference on Image Processing*, pages 445–448, 2011.
- Roman Goldenberg, Ron Kimmel, Ehud Rivlin, and Michael Rudzsky. Fast geodesic active contours. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10.10 :1467–1475, 2001.
- John Hall. *Guyton and Hall textbook of medical physiology*. Saunders/Elsevier, 12th edition, 2011. ISBN 978-1-4160-4574-8.
- Isabelle Herlin, Dominique Béréziat, Nicolas Mercier, and Sergiy Zhuk. Divergence-free motion estimation. In *Proc. of European Conference on Computer Vision (ECCV)*, 2012.
- B. Horn and B. Schunck. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17 :185–203, 1981.
- Roger Hullin, Paul J. Mohacsi, and Otto M. Hess. Formes familiales de cardiomyopathie non ischémique. *Forum Med Suisse*, 13, 2003.

- S.A. Hunt, W.T. Abraham, Chin M.H., A.M. Feldman, Francis G.S., T.G. Ganiats, M. Jessup, M.A. Konstam, D.M. Mancini, K. Michl, J.A. Oates, P.S. Rahko, M.A. Silver, L.W. Stevenson, and C.W. Yancy. 2009 focused update incorporated into the ACC/AHA 2005 guidelines for the diagnosis and management of heart failure in adults : a report of the american college of cardiology foundation/american heart association task force on practice guidelines : developed in collaboration with the international society for heart and lung transplantation. *Circulation*, 119 :391–479, 2009.
- Norazlin Ibrahim, Slamet Riyadi, Noorazrin Zakaria, Mohd Marzuki Mustafa, and Aini Hussain. Implementation of differential optical flow algorithms in natural rigid video motion. *In Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*, 1, 2009.
- Jeremy D. Jackson, Anthony J. Yezzi, and Stefano Soatto. Dynamic shape and appearance modeling via moving and deforming layers. *International Journal of Computer Vision*, 79(1) :71–84, 2008.
- M. Jacob, T. Blu, and M. Unser. Efficient energies and algorithms for parametric snakes. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13 :1231–1244, 2004.
- M.Y. Jeung, P. Germain, P. Croisille, S. El ghannudi, C. Roy, and A. Gangi. Myocardial tagging with mr imaging : overview of normal and pathologic findings. *Radiographics*, 5(3) :283–300, 2012.
- Guang-Shan Jiang and Eitan Tadmor. Non-oscillatory central schemes for multidimensional hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 1997.
- Xuan Ju. *Estimating Image Motion in Layers : The Skin and Bones Model*. PhD thesis, University of Toronto, 1998.
- M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1 :321–332, 1988.
- M. Kerschner. Homologous twin snakes integrated in a bundle block adjustment. *IAPRS*, 32(3) :244–249, 1998.
- Charles Kervrann and Fabrice Heitz. Statistical model-based segmentation of deformable motion. *IEEE International on Image Processing*, 1996.
- Charles Kervrann and Fabrice Heitz. Statistical deformable model-based segmentation of image motion. *IEEE Transactions on Image Processing*, 8(4) :583–588, 1999.

- Y. Kima, A. M. Martinez, and A. C. Kaka. Robust motion estimation under varying illumination. *Image and Vision Computing*, 23 :365—375, 2005.
- A.K. Kono, P. Croisille, T. Nishii, K. Nishiyama, K. Kyotani, M. Shigeru, S. Takamine, S. Fujiwara, and K. Sugimura. Cardiovascular magnetic resonance tagging imaging correlates with myocardial dysfunction and T2 mapping in idiopathic dilated cardiomyopathy. *International Journal of Cardiovascular Imaging*, 2014.
- I. Laptev, H. Mayer, T. Lindeberg, W. Eckstein, C. Steger, and A. Baumgartner. Automatic extraction of roads from aerial images based on scale space and snakes. *Machine Vision and Applications*, 12 :23–31, 2000.
- F.-X Le Dimet and O. Talagrand. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : theoretical aspects. *Tellus Series A*, 38, 1986.
- Yann Lepoittevin, Isabelle Herlin, and Dominique Béréziat. Assimilation de données pour estimer le mouvement et suivre un objet. *ORASIS*, 2013.
- Doron Levy and Eitan Tadmor. Non-oscillatory central schemes for the incompressible 2-D euler equations. *Mathematical Research Letters*, 4 :321–340, 1997.
- Y. Li, C. D. Garson, F. H. Epstein, B. A. French, and J. A. Hossack. Quantification and MRI validation of regional cardiac contractile dysfunction in mice post myocardial infarction using high resolution ultrasound. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 2006.
- J.L. Lions. Optimal control of systems governed by PDEs. *Springer-Verlag*, 1971.
- B. Lucas and T. Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. *Artificial Intelligence*, pages 674–679, 1981.
- Zhen Ma, Joao Manuel R. S. Tavares, and R. M. Natal Jorge. A review on the current segmentation algorithms for medical images. Technical report, University of Porto, 2006.
- T. Mansi, J-M. Peyrat, M. Sermesant, H. Delingette, J. Blanc, Y. Boudjemline, and N. Ayache. Physically-constrained diffeomorphic demons for the estimation of 3D myocardium strain from cine-MRI. *In : FIMH*, 5528, 2009a.
- Tommaso Mansi, Jean-Marc Peyrat, Maxime Sermesant, Hervé Delingette, Julie Blanc, Younes Boudjemline, and Nicholas Ayache. Physically-Constrained Diffeomorphic Demons for the Estimation of 3D Myocardium Strain from Cine-MRI. *In Proceedings of*

- Functional Imaging and Modeling of the Heart 2009 (FIMH'09)*, volume 5528 of *LNCS*, pages 201–210, no address, France, 2009b.
- Tommaso Mansi, Xavier Pennec, Maxime Sermesant, Hervé Delingette, and Nicholas Ayache. ilogdemons : A demons-based registration algorithm for tracking incompressible elastic biological tissues. *Int J Computer Vision*, 92 :92–111, 2011.
- S. Marchesseau, H. Delingette, M. Sermesant, R. Cabrera-Lozoya, C. Tobon-Gomez, P. Moireau, R.M. Figueras i Ventura, K. Lekadir, A. Hernandez, M. Garreau, E. Donal, C. Leclercq, S.G. Duckett, K. Rhode, C.A. Rinaldi, A.F. Frangi, R. Razavi, D. Chapelle, and N. Ayache. Personalization of a cardiac electromechanical model using reduced order unscented kalman filtering from regional volumes. *Medical Image Analysis*, 17 : 816–829, 2013.
- Etienne Mémin. *Estimation du flot-optique : contributions et panorama de différentes approches*. PhD thesis, IRISA campus universitaire de Beaulieu, 2003.
- A. Mitiche and P. Bouthemy. Computation and analysis of image motion : A synopsis of current problems and methods. *International Journal of Computer Vision*, 19 :29–55, 1996.
- Amar Mitiche and Ismail Ben Ayed. *Variational and Level Set Methods in Image Segmentation*. Springer Heidelberg Dordrecht London New York, 2010. ISBN 978-3-642-15351-8.
- Amar Mitiche and Abdol-Reza Mansouri. On convergence of the horn and schunck optical-flow estimation method. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(6) :848–852, June 2004.
- H.H. Nagel. Constraints for the estimation of displacement vector fields from image sequences. *In Proc. Eighth Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence, IJCAI*, pages 945–951, 1983.
- Nael F. Osman, Elliot R. McVeigh, and Jerry L. Prince. Imaging heart motion using harmonic phase MRI. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 19(3) :186–202, 2000a.
- Nael F. Osman, Elliot R. McVeigh, and Jerry L. Prince. Imaging heart motion using harmonic phase MRI. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(3) :186–202, 2000b.
- N. Papadakis and E. Mémin. A variational technique for time consistent tracking of curves and motion. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 31(1) :81–103, 2008.

- N. Papadakis and E. Mémin. Variational optimal control technique for the tracking of deformable objects. In *International Conference of Computer Vision (ICCV'07)*, pages 1–7, Rio de Janeiro, Brazil, October 2007.
- X. Papademetris, A. J. Sinusas, D. P. Dione, and J. S. Duncan. Estimation of 3D left ventricular deformation from echocardiography. *Medical Image Analysis*, 5 :17–28, 2001a.
- Xenophon Papademetris, Albert J. Sinusas, Donald P. Dione, and James S. Duncan. Estimation of 3D left ventricular deformation from echocardiography. *Medical Image Analysis*, 5 :17–28, 2001b.
- N. Paragios and R. Deriche. A pde-based level-set approach for detection and tracking of moving objects. Technical report, INRIA, 1997.
- N. Paragios, O. Mellina-Gottardo, and V. Ramesh. Gradient vector flow fast geometric active contours. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(3) :402–407, 2004.
- Oswaldo Pereztol-Valdés, Jaume Candell-Riera, César Santana-Boado, Juan Angel, Santiago Aguadé-Bruix, Joan Castell-Conesa, Ernest V. Garcia, and Jordi Soler-Soler. Correspondence between left ventricular 17 myocardial segments and coronary arteries. *European Heart Journal*, 26 :2637–2643, 2005.
- Pietro Perona and Jitendra Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12 :629–639, 1990.
- Caroline Petitjean, Nicolas Rougon, Philippe Cluzel, Françoise Prêteux, and Philippe Grenier. Quantification of myocardial function using tagged MR and cine MR images. *International Journal of Cardiovascular Imaging*, 20 :497–508, 2004.
- Dzung L. Pham, Chenyang Xu, and Jerry L. Prince. A survey of current methods in medical image segmentation. *Annual Review of Biomedical Imaging*, 1998.
- S.V. Raman and O.P. Simonetti. The CMR examination in heart failure. *Heart Failure Clinics*, 5(3) :283–300, 2009.
- J.C Beatty et B.A Barsky R.H Bartels. An introduction to splines for use in computer graphics and geometric modeling. *Morgan-Kaufmann*, 1987.
- Peter Rogelj and Stanislav Kovacic. Symmetric image registration. *Medical Image Analysis*, 10 :484–493, 2006.

- Iris K. Rüssel, Marco J. W. Götte, Jean G. Bronzwaer, Paul Knaapen, and Walter J. Paulus and Albert C. van Rossum. Left ventricular torsion : An expanding role in the analysis of myocardial dysfunction. *JACC : Cardiovascular Imaging*, 2(5) :648–655, 2009.
- J. Sainte-Marie, D. Chapelle, and M. Sorine. Data assimilation for an electromechanical model of the myocardium. *Second M.I.T. Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*, pages 1801–1804, 2003.
- Joel Schaerer, Christopher Casta, Jérôme Pousin, and Patrick Clarysse. A dynamic elastic model for segmentation and tracking of the heart in mr image sequences. *Medical Image Analysis*, 14 :738–749, 2010.
- M. Sermesant, P. Moireau, O. Camara, J. Sainte-Marie, R. Andriantsimiavona, R. Cimirman, D. L. Hill, D. Chapelle, and R. Razavi. Cardiac function estimation from MRI using heart model and data assimilation : Advances and difficulties. *Medical Image Analysis*, 10 :642–656, 2006.
- C. Stiller and J. Konrad. Estimating motion in image sequences. *IEEE Signal Proc. Magazine*, 16 :70–91, 1999.
- Michael Suhling, Muthuvel Arigovindan, Christian Jansen, Patrick Hunziker, and Michael Unser. Myocardial motion analysis from b-mode echocardiograms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14(4) :525–536, 2005.
- H. Sundar, Davatzikos, C., and G. Biros. Biomechanically-constrained 4D estimation of myocardial motion. In *Proc. of Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention (MICCAI)*, volume 5762 of *LNCS*, pages 257–265. Springer, 2009a.
- H. Sundar, Davatzikos, C., and G. Biros. Biomechanically-constrained 4D estimation of myocardial motion. In *Proc. of Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention (MICCAI)*, volume 5762 of *LNCS*, pages 257–265. Springer, 2009b.
- O. Talagrand. Assimilation of observations, an introduction. *J. Meteor. Soc. Jap.*, 75 : 191–209, 1997.
- Vahid Tavakoli and Nima Sahba. Cardiac motion and strain detection using 4D CT images :comparison with tagged MRI, and echocardiography. *Int J Cardiovasc Imaging*, 30 :175–184, 2014.



- J.-P. Thirion. Image matching as a diffusion process : an analogy with maxwell's demons. *Medical Image Analysis*, 2(3) :243–260, 1998.
- Claire Thomas, Thomas Corpetti, and Etienne Mémin. Data assimilation for convective cells tracking on meteorological image sequences. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 48 :3162–3177, 2010.
- Christophe Tilmant. *Estimation d'Indices de Contractilité Myocardique par Analyse d'Images Echocardiographiques*. PhD thesis, Clermont-Ferrand Université, 2004.
- Pavel Tkalich. Derivation of high-order advection–diffusion schemes. *Journal of Hydroinformatics*, 8(3) :149–164, 2006.
- C. Tobon-Gomez, M. De-Craene, K. McLeod, T. Lautz, W. Shi, A. Hennemuth, A. Prakosa, H. Wang, G. Carr-White, S. Kapetanakis, A. Lutz, V. Rasche, T. Schaeffter, C. Butakoff, O. Friman, T. Mansi, M. Sermesant, X. Zhuang, S. Ourselin, H.O. Peitgen, X. Pennec, R. Razavi, D. Reuckert, A. Frangi, and K. Rhode. Benchmarking framework for myocardial tracking and deformation algorithms : An open access database. *Medical Image Analysis*, 17 :632–648, 2013.
- D. Tschumperle and R. Deriche. Restauration d'images vectorielles par edp. *In 12 eme Congres RFIA*, 17 :247–256, 2000.
- David Tschumperlé and Rachid Deriche. Vector-valued image regularization with PDEs : A common framework for different applications. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27 :506–517, 2005.
- V. Tuyisenge, A. Albouy-Kissi, L. Cassagnes, E. Coupez, C. Merlin, P. Windyga, and L. Sarry. Variational myocardial tracking from cine-MRI with non-linear regularization. *In Proc. of the 10th IEEE Int. Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, 2013a.
- V. Tuyisenge, A. Albouy-Kissi, and L. Sarry. Variational myocardial tracking from cine-MRI with non-linear regularization : Validation of radial displacements vs. tagged-MRI. *In Functional Imaging and Modeling of the Heart(FIMH)*, volume 7945 of *LNCS*, pages 334–341. Springer, 2013b.
- V. Tuyisenge, L. Sarry, T. Corpetti, E. Coupez, L. Ouchchane, and Cassagnes L. Joint myocardial motion and contraction phase estimation from cine MRI using variational data assimilation. *In MICCAI Workshop on Statistical Atlases and Computational Models of the Heart (STACOM'14)*, LNCS. Springer, 2014.



- F. A. Velasco and J. L. Marroqu'in. Robust parametric active contours : the sandwich snakes. *Machine Vision and Applications*, 12 :238–242, 2001.
- Arthur Vidard, Vincent Chabot, and Maelle Nodet. Accounting for correlated observation errors in image data assimilation. In *Workshop on correlated observation errors in data assimilation*, Reading, United Kingdom, Apr 2014. ESA - University of Reading. URL <http://hal.inria.fr/hal-00984508>.
- P.A. Vidard, E. Blayo, F.-X. Le Dimet, and A. Piacentini. 4D Variational Data Analysis with Imperfect Model. *Flow, Turbulence and Combustion*, 65(3-4) :489–504, 2000.
- H. Wang and A. Amini. Cardiac motion and deformation recovery from MRI : a review. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 31, 2012.
- He Wang, Lei Dong, Jennifer O'Daniel, Radhe Mohan, Adam S Garden, K. Kian Ang, Deborah A Kuban, Mark Bonnen, Joe Y Chang, and Rex Cheung. Validation of an accelerated 'demons' algorithm for deformable image registration in radiation therapy. *Physics in Medecine and Biology*, 50 :2887–2905, 2005.
- J. Weickert. On discontinuity-preserving optical flow. *Proc. Computer Vision and Mobile Robotics Workshop*, pages 115–122, 1998.
- J. Weickert, A. Bruhn, T. Brox, and N. Papenberg. A survey on variational optic flow methods for small displacements. *Mathematics in Industry*, 10 :103–136, 2006.
- World Health Organization WHO. The 10 leading causes of death in the world, May 2014. URL <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs310/en/>.
- Chenyang Xu and Jerry L. Prince. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :359–369, 1998.
- C.W. Yancy, M. Jessup, B. Bozkurt, J. Butler, D.E.J. Casey, M.H. Drazner, G.C. Fonarow, S.A. Geraci, T. Horwich, J.L. Januzzi, M.R. Johnson, E.K. Kasper, Levy W.C., F.A. Masoudi, McBride P.E., J.J. McMurray, J.E. Mitchell, P.N. Peterson, B. Riegel, F. Sam, L.W. Stevenson, W.H. Tang, E.J. Tsai, and B.L. Wilkoff. 2013 ACCF/AHA guideline for the management of heart failure : A report of the American College of Cardiology Foundation/American Heart Association task force on practice guidelines. *Journal of the American College of Cardiology*, 62(16) :147–239, 2013.
- Anthony J. Yezzi and Stefano Soatto. Deformation : Deforming motion, shape average and the joint registration and approximation of structures in images. *International Journal of Computer Vision*, 53(2) :153–167, 2003.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Gabriel Yip, Theodore Abraham, Marek Belohlavek, and Bijoy K Khandheria. Clinical applications of strain rate imaging. *Journal of the American Society of Echocardiography*, 16(12) :1334 – 1342, 2003.
- E. A. Zerhouni, D. M. Parish, W. J. Rogers, A. Yang, and E. P Shapiro. Human heart : Tagging with MR imaging - a method for noninvasive assessment of myocardial motion. *Radiology*, 169(1) :59–63, 1988, 1988.
- Mike H. Zhou, Michael Mascagni, and Alice Y. Qiao. Explicit finite difference schemes for the advection equation. Technical report, University of Southern Mississippi, 1998.