



HAL
open science

Développement d'une méthode de caractérisation 3D des fissures de fatigue à l'aide de la corrélation d'images numériques obtenues par tomographie X

Joël Lachambre

► **To cite this version:**

Joël Lachambre. Développement d'une méthode de caractérisation 3D des fissures de fatigue à l'aide de la corrélation d'images numériques obtenues par tomographie X. Matériaux. INSA de Lyon, 2014. Français. NNT : 2014ISAL0050 . tel-01175548

HAL Id: tel-01175548

<https://theses.hal.science/tel-01175548>

Submitted on 10 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

**DÉVELOPPEMENT D'UNE MÉTHODE DE
CARACTÉRISATION 3D DES FISSURES DE FATIGUE
À L'AIDE DE LA CORRÉLATION D'IMAGES
NUMÉRIQUES OBTENUES PAR TOMOGRAPHIE X**

Présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le GRADE DE DOCTEUR

École doctorale :

ED Matériaux

par

Joël LACHAMBRE

Ingénieur en Génie Mécanique

Jury

VÉRONIQUE LAZARUS	Maître de Conférence	Rapporteur
THIERRY PALIN-LUC	Professeur	Rapporteur
FRANÇOIS HILD	Directeur de recherche CNRS	Examineur
YVES NADOT	Professeur	Examineur
JEAN-YVES BUFFIÈRE	Professeur	Directeur de thèse
JULIEN RÉTHORÉ	Chargé de recherche CNRS	Directeur de thèse

MATÉIS - UMR CNRS 5510 - INSA de Lyon
25 avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

INSA Direction de la Recherche – Écoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec :Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e etage Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeaa.ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Insa : H. CHARLES	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 e2m2@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://www.ediss-lyon.fr Sec : Insa : M. LAGARDE	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 68 49 16 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec :Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e etage infomaths@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://mega.universite-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Résumé

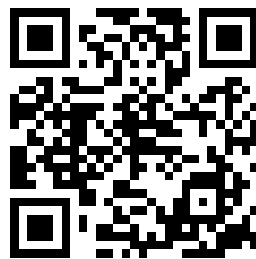
Ce mémoire présente une méthode mise au point pour caractériser et analyser des fissures de fatigue présentant un fort caractère tridimensionnel dans des matériaux métalliques opaques. L'analyse consiste à déterminer avec précision la position du front de la fissure étudiée et à mesurer des valeurs de facteurs d'intensité des contraintes le long du front par projection sur les séries de Williams du champ de déplacement issu de la corrélation numérique d'images 3D obtenues par tomographie aux rayons X.

La corrélation d'images 3D numériques est utilisée afin de mesurer le champ de déplacement en volume lors de la mise sous chargement d'une éprouvette fissurée fatiguée. La corrélation d'images nécessitant un mouchetis, le matériau retenu pour les expériences est la fonte à graphite sphéroïdal car il présente un mouchetis 3D naturel (les nodules de graphites) parfaitement imagé par tomographie aux rayons X. Le cyclage est appliqué à l'aide d'une machine de fatigue *in situ* permettant d'alterner des phases de propagation de la fissure avec des acquisitions tomographiques sous différentes charges. L'introduction d'un défaut artificiel (une entaille obtenue par usinage laser) permet de maîtriser l'amorçage et la propagation de la fissure *in situ*.

La méthode de corrélation d'images 3D numériques employée dans ces travaux étant basée sur des éléments finis, nous avons cherché à tirer profit de différents outils développés dans le cadre de cette méthode. Les surfaces libres sont spécifiées afin de bien conditionner le maillage et un enrichissement dans l'esprit des X-FEM permet de renseigner la fissure dont la position est repérée grâce à la trace laissée dans le résidu de corrélation entre l'image avant cyclage et la dernière image acquise. Une régularisation mécanique est également introduite dans le calcul sous forme d'un filtre de longueur d'onde choisie.

Le champ de déplacement mesuré avec précision est ensuite projeté sur les séries de Williams augmentées des termes correctifs de Leblond et Torlai qui prennent en compte la courbure du front de la fissure. L'annulation du terme super-singulier d'ordre -1 des séries de Williams est utilisée pour détecter la position du front de la fissure. Une procédure itérative a été mise en place afin de concilier l'enrichissement et la courbure du front avec la projection sur les séries de Williams.

Une fois la position du front 3D de la fissure déterminée et les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes associées calculées, les résultats obtenus sont confrontés à la littérature.



Retrouvez des supports numériques relatifs à cette étude grâce aux vignettes et hyperliens en marge de certaines images ainsi que des informations sur l'auteur à l'adresse suivante : <http://jlachambre.fr/PHD>

Table des matières

Liste des écoles doctorales	i
Résumé	iii
Table des matières	vii
Table des figures	xi
Introduction	1
1 Rappels bibliographiques	3
1.1 Généralités sur les fissures de fatigue	3
1.1.1 Bref historique de la fissuration en fatigue	3
1.1.2 Suivi de propagation	4
1.1.3 Facteurs d'intensité des contraintes	4
1.1.4 Amorçage des fissures	5
1.1.5 Loi de propagation	6
1.1.6 Plasticité en pointe de fissure	7
1.2 Suivi de fissures de fatigue et mesures de FIC en 3D à l'aide de la tomographie aux rayons X	8
1.2.1 Principes de la méthode	8
1.2.2 Études précédentes	9
1.2.3 Limites de ces études	11
1.3 Bilan	11
2 Méthodes expérimentales - Essais de fatigue <i>in situ</i> 3D	13
2.1 Introduction	13
2.2 Tomographie aux rayons X	14
2.2.1 Principe	14
2.2.2 Différences synchrotron - Laboratoire	15
2.2.3 Taille de l'échantillon <i>vs.</i> taille du voxel	16
2.2.4 Artefacts	17
2.3 Machine de fatigue	18
2.3.1 Cahier des charges	18
2.3.2 Réalisation	18
2.4 Éprouvette	20

2.4.1	Matériau	21
2.4.2	Préparation de l'éprouvette	22
2.4.3	Réalisation de l'entaille	22
2.5	Essais de fatigue	23
2.5.1	Choix des conditions de cyclage	23
2.5.2	Protocole expérimental	24
2.6	Éprouvettes étudiées	25
2.7	Bilan	25
3	Méthodes numériques - Corrélation d'images numériques	29
3.1	Introduction	30
3.2	Principe de la corrélation d'images numériques	32
3.2.1	Équation à résoudre	32
3.2.2	Calcul de l'incrément du	33
3.2.3	Résolution	34
3.2.4	Calcul simplifié du second membre (méthode <i>MCR</i>)	34
3.2.5	Résolution multi-échelle	35
3.3	Résidu, erreur et incertitude de corrélation	35
3.3.1	Résidu de corrélation	35
3.3.2	Erreur et incertitude	36
3.3.3	Application : mesure d'incertitude pour l'éprouvette LB1	37
3.4	Régularisation mécanique	39
3.4.1	Ordres de grandeur et incertitude	39
3.4.2	Méthode de l'écart à l'équilibre	40
3.4.3	Choix du paramètre de régularisation	42
3.4.4	Application : mesure d'incertitude pour l'éprouvette LB1	44
3.5	Maillage : surfaces libres et raffinement	46
3.5.1	Surfaces libres	46
3.5.2	Maillage raffiné	46
3.6	Enrichissement de la fissure	47
3.6.1	Rappel sur les éléments finis étendus	47
3.6.2	Exploitation du résidu de corrélation	48
3.6.3	Adaptation du maillage	49
3.7	Champs de déplacement disponibles et intérêts	49
3.8	Bilan	51
4	Facteurs d'intensité des contraintes - Utilisation des séries de Williams	53
4.1	Introduction	53
4.2	Séries de Williams	54
4.2.1	Définition de la série	54
4.2.2	Champ de déplacement	55
4.2.3	Extraction des FICs à partir d'un champ de déplacement mesuré	57
4.2.4	Détection de la position du front	58
4.2.5	Correction de KI	59
4.2.6	Domaine de résolution	60
4.3	Adaptation 3D	61

4.3.1	Construction des <i>plans de Williams</i>	61
4.3.2	Termes correctifs de la séries de Williams	63
4.3.3	Détection du front par itérations	65
4.3.4	Test sur un champ de déplacement issu d'un calcul EF	65
4.4	Bilan	76
5	Résultats et discussion	79
5.1	Accommodation de la déformation plastique accumulée	79
5.1.1	Champ de déplacement "plastique" et intra-cycle	79
5.1.2	Champ d'accommodation de la déformation plastique	81
5.2	Échantillon de laboratoire (LB1, LB2 et LB3)	82
5.2.1	Position des fronts à l'aide des résidus	82
5.2.2	Résultats sur LB1	83
5.3	Échantillon de synchrotron : résultats LBj2	96
5.3.1	Position des fronts à l'aide des résidus	96
5.3.2	Correction des anneaux : corrélation sur artefacts	97
5.3.3	Détection du front et mesure de DK	98
5.4	Discussion	100
5.4.1	Interprétation des valeurs de FIC	100
5.4.2	Rôle de la microstructure	105
5.4.3	Conclusion sur le choix du matériau	105
5.5	Utilisation d'un alliage d'aluminium AlSiMg : test de faisabilité	107
	Conclusion	113
A	Machine de fatigue <i>in situ</i> pour tomographie aux rayons X	117
A.1	Principe de fonctionnement	117
A.1.1	Développement	117
A.1.2	Conclusion	119
A.2	Application numérique	119
A.2.1	Transmission de puissance	119
A.2.2	Raideur du tube (version synchrotron)	119
A.2.3	Raideur de l'éprouvette	120
A.2.4	Raideur du capteur	120
A.2.5	Raideur variable	120
A.2.6	Variation de la raideur et de la précharge	121
B	Expression des fonctions de Leblond et Torlai	123
B.1	Expression en contrainte	123
B.1.1	Rappel des expressions des fonctions issues des séries de Williams	123
B.1.2	Fonctions des termes correctifs de Leblond et Torlai	124
B.2	Calcul des expressions en déplacement à partir des expressions en contrainte	125
B.3	Expression en déplacement	127
B.3.1	Fonctions issues des séries de Williams	127
B.3.2	Fonctions des termes correctifs de Leblond et Torlai	128
C	Filtrage des données le long du front par une projection régularisée sur une B-	

spline	131
Nomenclature	133
Acronymes	135
Références bibliographiques	137

Table des figures

1.1	a) illustration de différents scénarios possibles d'amorçage et de croissance de fissure b) illustration schématique des différents stades de propagation d'une fissure stable. D'après [SCH 04] et [SUR 94].	6
1.2	Définition de la plasticité en fond de fissure. a) définitions des estimateurs de la taille de la zone plastique (de premier ordre r_y et de second ordre r_p) ainsi que du champ de contrainte dans le cas élastique et plastique, $\sigma_{0,2}$ correspondant à la limite élastique. b) Zones de dominance et singularités (I : zone à forte déformation, II : zone de J-dominance, III : zone de K-dominance, IV : zone des champs lointains). (cf [AND 95])	7
1.3	Principe de l'extraction des FICs sur une fissure traversante, amorcée à partir d'une éprouvette mère de type SENT, par DVC sur des volumes de tomographie. a) découpe par électro-érosion de l'éprouvette fille dans l'éprouvette mère SENT avec une fissure amorcée. b) coupe de tomographie X du matériau utilisé. c) exemple de coupe du champ de déplacement mesuré par corrélation d'images projeté sur les séries de Williams pour mesurer les FICs. d) champ de déplacement mesuré par DVC dans une coupe orthogonale au front de la fissure.	10
2.1	Schéma illustrant les principes de base de la tomographie pour la reconstruction d'une coupe ($z = cste$). (a) Une succession de radiographies de l'échantillon est enregistrée à intervalle angulaire régulier de 0 à 180°. (b) Le sinogramme ainsi obtenu est traité par un algorithme de rétroprojection filtrée pour reconstruire l'image (c).	15
2.2	Comparaison des deux méthodes classiques de tomographie : (a) par faisceau parallèle dans le cas d'un synchrotron où le grandissement est réalisé par un système optique, (b) par un faisceau conique pour la tomographie de laboratoire où le grandissement est défini par la distance objet-source. Dans les deux cas, le grandissement obtenu est $\gamma = \frac{L_2}{L_1}$	16
2.3	Machine de fatigue pour essais <i>in situ</i> dans le tomographe de laboratoire. La machine de fatigue est constituée d'un long tube de petit diamètre (16 mm) pour lui permettre d'être au plus près de la source et par conséquent d'avoir la taille de voxel la plus petite (2 μm). L'ensemble pèse 5 kg.	19
2.4	Photos des mors utilisés pour la machine de fatigue <i>in situ</i> dans sa version tomographe de laboratoire. Le mors est constitué d'une longue tige fixée d'un côté soit sur le capteur, soit sur le vérin et filetée de l'autre côté ① avec une fente permettant de placer l'éprouvette ③. Un capuchon ② permet de retenir l'éprouvette lorsqu'il est vissé en fond de filet (b).	20

2.5	Champ de déplacement mesuré par corrélation d'images (voir chapitre 3) sur une éprouvette lisse en traction uni-axiale suivant la direction z . L'échelle est donnée en voxel ($1 \text{ vx} = 3.5 \mu\text{m}$) : le chargement est globalement uni-axial.	20
2.6	Images MEB illustrant la microstructure de la fonte à graphite sphéroïdal. La taille moyenne d'un nodule est de l'ordre de $45 \mu\text{m}$ (a), tout comme la taille des grains (b).	21
2.7	Radiographies du tube seul (a) et de l'éprouvette placée dans le tube à 0° (b) et à 45° (c). Pour chaque radiographie, un profil d'intensité (transmission) est tracé en <i>coups</i> en fonction de la distance.	22
2.8	(a) Géométrie de l'éprouvette, (b) coupe située en son centre au niveau de l'entaille dont les dimensions sont données en (c).	23
2.9	Le défaut permettant d'amorcer la fissure est une entaille réalisée à l'aide d'un laser. Les traces laissées par les impulsions laser sont visibles sur l'image MEB (a) et mises en évidence sur le schéma (b). On observe également que certains nodules de graphite sont masqués par de la matrice re-solidifiée.	24
2.10	Vitesse de propagation de fissure longue dans l'air pour un rapport de charge $R = 0,1$ dans une fonte GS proche de celle de cette étude (source [NAD 97]). . .	25
2.11	Protocole expérimental : l'essai consiste dans un premier temps à s'assurer que la fissure a bien amorcé sur l'entaille puis à scanner à intervalle régulier l'éprouvette à différentes charges. Chaque rond sur la courbe correspond à un scan.	26
2.12	Bilan des méthodes expérimentales aboutissant aux images 3D en vue des calculs de corrélation d'images.	27
3.1	Présentation schématique de trois méthodes classiques de corrélation d'images numériques : le <i>particle tracking</i> , la méthode <i>locale</i> (division en subset) et la méthode <i>globale</i> (maillage en éléments finis).	31
3.2	Construction des images agrégées utilisées pour la résolution des échelles supérieures. Le nombre de pixels par élément ne change pas, seul le nombre d'éléments évolue.	35
3.3	Les différentes étapes de la corrélation d'images : à partir d'une image de référence (a) et d'une image déformée (b), on cherche le champ de déplacement qui, appliqué à l'image déformée (c), permet de minimiser la différence (d). Cette différence est appelée résidu de corrélation et ne contient que le bruit de mesure ainsi que les brusques changements apparus entre les deux images tels que des fissures, des porosités, etc.	36
3.4	Maillages cubiques C8, pour différentes tailles d'éléments, utilisés par les mesures de DVC nécessaires aux calculs d'incertitude.	38
3.5	Champs de déplacement suivant la direction Z (axe de rotation) amputés du déplacement imposé : on observe directement le bruit suivant cette direction. L'échelle est ajustée pour le maillage le plus fin ce qui permet de mettre en évidence la relation entre la taille des éléments et le bruit.	38
3.6	Incertaince en fonction de la taille des éléments du maillage avec et sans l'utilisation de la méthode <i>MCR</i> . ($1 \text{ vx} = 2,5 \mu\text{m}$)	38

3.7	Représentation des différentes échelles du problème : (a) l'échelle de l'image où la section de l'éprouvette est de 600×600 vx, (b) l'échelle du nodule ayant un diamètre moyen de 18 vx, (c) l'échelle du voxel, cette sous-figure représentant l'élément C8 le plus petit utilisé dans cette étude.	39
3.8	Représentation des différentes ordres de grandeur du problème en μm	41
3.9	Définition du filtre passe-bas réalisé à l'aide de la régularisation mécanique (échelles log).	43
3.10	Représentation schématique du principe de la régularisation mécanique. Si on réalise une corrélation d'images 1D pour une poutre en flexion (a), on obtient le champ de déplacement $u_y(x)$. Si ce champ est mesuré à l'aide d'éléments grossiers (b), il est moins bruité qu'en utilisant des éléments fins (c), mais moins bien décrit. L'utilisation conjointe d'un maillage fin et d'un filtrage par régularisation donne un meilleur résultat (d). Ce filtrage revient à supprimer les hautes fréquences non mécaniquement admissibles (e).	43
3.11	Champs de déplacement suivant la direction z (amputés du déplacement imposé u_{exp}) pour différentes longueurs d'onde de régularisation. En haut la régularisation est faite par la taille de l'élément h utilisé, en bas, elle est faite mécaniquement pour une longueur d'onde de coupure λ_m correspondante (la taille d'élément étant de 8 vx, soit inférieure aux λ_m).	45
3.12	Incertitude en fonction de la taille des éléments constituant le maillage ou en fonction de la longueur d'onde de coupure.	45
3.13	Comparaison entre un seuillage direct sur l'image d'origine et un seuillage réalisé après application d'un filtre médian glissant.	46
3.14	Enveloppes de l'éprouvette générées à partir des images seuillées. Celle issue de l'image filtrée (b) a été utilisée pour générer le maillage de l'éprouvette (c).	47
3.15	Principe des éléments finis étendus appliqué à un cas 1D ; (a) fonctions de forme N_i d'un élément barre à deux nœuds ainsi que les fonctions d'enrichissement ϕ_i associées ; (b) application du principe sans prise en compte de l'enrichissement ; (c) illustration du principe de la fonction d'enrichissement ϕ_i ; (d) application du principe avec prise en compte de l'enrichissement.	48
3.16	Enrichissement 2D d'une fissure. (a) les éléments traversés par une fissure ont un enrichissement discontinu (ronds bleus) et les éléments contenant la pointe de la fissure ont un enrichissement singulier. Les <i>level sets</i> correspondent à la distance signée par rapport à la surface de la fissure (b) et par rapport à la surface symbolisant le front de la fissure (c).	49
3.17	Coupes de résidu pour différentes positions suivant l'axe z symbolisées par les lignes de couleurs. La coupe b) passant par la fissure met en évidence la capture de la fissure. Les autres coupes permettent de visualiser de la dé-cohésion au niveau des nodules.	50
3.18	Extraction de la topographie de la surface de la fissure à partir du résidu de corrélation (échelle normalisée en pourcentage de la dynamique pour le résidu, échelle en voxel pour la topographie).	50
3.19	Dans le maillage d'origine (a) l'enrichissement de la surface coupe plusieurs bandes d'éléments. Une fois adapté à la fissure (b), il ne passe plus que par une bande du maillage	51

3.20	Représentation schématique des différentes étapes permettant de mesurer le champ de déplacement utilisé pour l'extraction des facteurs d'intensité des contraintes.	52
4.1	Repère utilisé pour exprimer les séries de Williams.	54
4.2	Les 3 différents modes de chargement correspondant aux trois facteurs d'intensité des contraintes K_I , K_{II} et K_{III}	55
4.3	Champ de déplacement pour $n = 1$ en mode I . Les échelles sont arbitraires, mais cohérentes entre elles.	56
4.4	Illustration de la détection du front à l'aide du terme K_{-I} (ici β) par une fonction simple de type $c = \alpha f$. La pente α déterminée, trouver le décalage en abscisse df de la droite rouge par rapport à la droite bleue revient à trouver le décalage en ordonnée β	58
4.5	Définition du DR utilisée pour projeter les séries de Williams sur le champ de déplacement en pointe de fissure.	60
4.6	Évolution de deux <i>level set</i> présentant une courbure différente. L'iso-zéro est représentée en rouge.	62
4.7	Construction du repère $R_{Williams} = (\vec{f}, \vec{c}, \vec{s})$ servant aux <i>plans de Williams</i> , le repère $R_{DVC} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ étant le repère du scan utilisé pour la corrélation d'images et dans lequel est exprimé le champ de déplacement.	62
4.8	Représentation 3D des <i>plans de Williams</i> , où pour chaque plan est dessiné le DR utilisé pour projeter les séries de Williams. Les traits rouge et bleu correspondent aux directions \vec{c} et \vec{f} du repère en fond de fissure. A cause de la géométrie locale du front, certains plans se croisent.	63
4.9	Principe itératif illustrant la détermination de la position du front. Les plans de Williams sont construits à intervalle régulier et sont perpendiculaires au plan de la fissure ainsi qu'au front (b). L'annulation du terme super-singulier K_{-I} donne une nouvelle position du front (c), sur laquelle la méthode est réitérée (d) et ainsi de suite (e) jusqu'à convergence (a).	66
4.10	Maillages d'éprouvettes (a) présentant soit une entaille traversante (non représentée ici), soit une entaille semi-elliptique "lisse" (b), soit une entaille semi-elliptique avec un front chahuté (c), dont un détail du maillage est donné en (d).	66
4.11	Valeurs de K_I le long du front pour une entaille traversante . L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.	68
4.12	Valeurs de df le long du front pour une entaille traversante . L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.	69
4.13	Détection itérative de la position du front par annulation du terme K_{-I} à partir d'une solution de départ. L'objectif étant de retrouver la position réelle du front.	70
4.14	Définition de l'angle ψ pour un point P situé le long du front utilisé par les expressions de K_I de Raju et Newmann [RAJ 79]. Deux cas sont dissociés : lorsque $a < c$ à gauche et lorsque $a > c$ à droite.	70
4.15	Valeurs de K_I le long du front pour une entaille semi-elliptique . L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.	71

4.16	Valeurs de df le long du front pour une entaille semi-elliptique . L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.	72
4.17	Détection itérative de la position du front par annulation du terme K_{-I} à partir d'une solution de départ. L'objectif étant de retrouver la position réelle du front.	73
4.18	Valeurs de K_I le long du front pour une entaille semi-elliptique chahutée. L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres. .	74
4.19	Détection itérative de la position du front par annulation du terme K_{-I} à partir d'une solution de départ pour deux tailles de R_e . L'objectif étant de retrouver la position réelle du front. Pour chaque étape de la détection, la valeur de K_I est comparée à la valeur d'une entaille semi-elliptique équivalente.	75
4.20	Comparaison entre la profondeur de l'entaille, la courbure de l'entaille et la valeur de K_I extraite sur la position réelle du front. Ce graphe permet de montrer que la valeur de K_I est fortement liée à la profondeur de l'entaille et à la courbure. .	76
4.21	Organigramme des différentes étapes aboutissant à la position du front.	77
5.1	Composante U_z du champ de déplacement (a) résultant de l'accommodation de la déformation plastique après 160 kc et (b) entre les charges minimale et maximale après 160 kc pour l'éprouvette LB1. La composante U_z est exprimée en voxel. . .	80
5.2	Composantes du champ de déplacement (a) résultant de l'accommodation de la déformation plastique après 160 kc et (b) entre les charges minimale et maximale après 160 kc pour l'éprouvette LB1. La coupe représentée correspond au plan (y, z) passant par le centre de l'éprouvette. Les composantes sont exprimées en voxel.	80
5.3	Composante ε_{zz} du champ de déformation associé à l'accommodation de la plasticité accumulée dans une coupe au cœur de l'éprouvette LB1 pour deux états de cyclage. La direction de traction (verticale) correspond à l'axe z . L'échelle est donnée en pourcentage.	81
5.4	Accommodation de la déformation plastique au cours de la propagation pour l'éprouvette LB1. La déformation ε_{zz} sur la face opposée à l'entaille est comparée à la médiane de ε_{zz} sur l'ensemble du volume.	82
5.5	Suivi de propagation de fissure à l'aide de la projection des résidus pour les éprouvettes LB2 (a) et LB3 (b). Les tâches de forme quasi circulaire (voir les flèches) correspondent à un cheminement de la fissure soit au sein d'un nodule, soit à son interface.	83
5.6	Suivi de propagation de fissure à l'aide de la projection des résidus pour l'éprouvette LB1.	84
5.7	Schéma représentant les différents statuts des nœuds dans le plan contenant la fissure dans le cas d'un calcul de DVC régularisé avec enrichissement et incertitude sur la position réelle du front.	86
5.8	Représentation schématique 3D de l'utilisation du tube courbe (a) définissant une zone exclue de la régularisation à proximité du front utilisé pour l'enrichissement et (b) sa trace visible dans le champ de déplacement après DVC (ici pour LB1 après 160 kc).	87

5.9	Détection de la position du front de la fissure à l'aide du terme super-singulier K_{-I} donnant la distance (en voxel) à la position du front. Le trait en pointillé correspond à la position du front de l'enrichissement (a) dans le cas d'une position trop en amont et (b) dans le cas d'une solution trop en aval, le trait plein correspondant à la solution détectée. La figure (c) est similaire au cas (b) mais le calcul n'est pas dé-régularisé en fond de fissure : le front détecté est alors superposé aux pointillés. (d) Les différents résultats sont comparés par rapport au résidu.	88
5.10	Construction des cartes de distance au front recherché. (a) calcul de la distance à la position du front recherché à l'aide du terme super-singulier K_{-I} ; la droite rouge correspond la pente -1 théorique. (b) définition des outils géométriques utilisés pour construire les cartes.	88
5.11	Projection du champ de déplacement mesuré à l'aide de la DVC sur les séries de Williams. Pour chaque composante dans le repère de la pointe de fissure, la première ligne représente le champ de déplacement mesuré, la seconde la projection sur les séries de Williams et la dernière représente le résidu de projection.	89
5.12	Deux cycles successifs d'enrichissement et détection du front pour deux positions différentes du front de départ soit (a) en amont, soit (b) en aval. (c) Les différents résultats, qui semblent converger vers une même solution, sont comparés au résidu de corrélation.	90
5.13	Profils de ΔK_I le long de l'abscisse curviligne du front (a) mettant en évidence le filtrage de ΔK_I issu du premier enrichissement, soit en aval, soit en amont, puis une fois filtré (b) l'évolution de ce profil pour deux itérations et pour chaque enrichissement successif.	91
5.14	Évolution des trois modes de chargement (b) au cours de la décharge après 160 kc. La sous figure (a) représente les différentes charges utilisées pour les scans au cours de la décharge. Sur la sous figure (b), les zones surlignées en bleu au niveau des bords correspondent aux zones utilisées pour calculer une valeur moyenne en surface, celle jaune au centre est utilisée pour la mesure à cœur.	92
5.15	Carte d'ouverture de la fissure correspondant au saut de déplacement dU_z (en voxel) de l'enrichissement pour les différents chargements intra-cycle. L'iso-valeur de 0,3 est soulignée pour les chargements 256 N et 320 N pour mettre en évidence un saut dans l'ouverture de la fissure. La carte d'ouverture apparaît bruitée en fond de fissure car le champ de déplacement n'y est pas régularisé.	93
5.16	Évolution de l'ouverture de la fissure et de ΔK_I au cours du cycle 160 kc à l'aide des cartes d'ouverture à la position médiane du front. La régression exclut les 40 voxels (représentés par une zone grise) en fond de fissure correspondant à la zone non régularisée du tube courbe. La flèche insiste sur le fait que les données sont calculées à la décharge.	94
5.17	Évolution de K_I moyenné par secteur au cours du cycle 160 kc. (a) valeurs "brutes" de K_I en fonction de F et (b) valeurs normalisées en fonction de la contrainte appliquée. Les zones d'intégration sont celles indiquées sur la figure 5.14.	94
5.18	Cartes de front détecté (décalage en voxel) à l'aide de K_{-I} (a) après 120 kc et (b) après 140 kc. L'entaille représentée par une zone hachurée semble influencer la géométrie du front détecté qui apparaît très fortement perturbé.	95

5.19	Évolution des FICs le long du front au cours de la propagation. (a) profil de ΔK le long du front pour 120 kc, 140 kc et 160 kc. Les zones d'intégration sont celles indiquées sur la figure 5.14.	95
5.20	Suivi de propagation de fissure à l'aide de la projection des résidus pour l'éprouvette LBj2.	96
5.21	Historique du chargement pour l'éprouvette LBj2.	97
5.22	Zoom sur les projections des résidus pour l'éprouvette LBj2 (a) de 51 à 60 kc et (b) après 67 kc. La différence d'intensité du niveau de gris entre la zone ① et ② suggère une ouverture de la fissure différente.	97
5.23	Coupes (x, y) des scans de LBj2 après 55 kc (a) à charge minimale et (b) à charge maximale. L'image (c) représente la coupe $z = 512$ du résidu de corrélation après un calcul de DVC réussi, et l'image (d) représente aussi la coupe $z = 512$ du résidu de corrélation, mais après un calcul de DVC ayant utilisé comme marqueurs les artefacts au lieu des nodules.	98
5.24	Résumé des résultats pour LBj2 après 55 kc. (a) champ de déplacement et carte d'ouverture pour une régularisation utilisant une longueur d'onde de 256 vx. (b) décalage au front (en voxel) détecté à l'aide de K_{-I} . (c) valeurs des FICs le long du front. (d) comparaison entre le front détecté et la projection des résidus. . . .	99
5.25	Évolution de ΔK_I le long du front au cours de la propagation. (a) profils de ΔK le long du front pour 120 kc, 140 kc et 160 kc, comparés aux profils théoriques utilisant les formules de Raju et Newman pour les dimensions mesurées sur les résidus. (b) évolution de ΔK_I , en surface et à l'intérieur au cours de la propagation. Les zones d'intégration sont celles de la figure 5.14.	101
5.26	Étude de la propagation de la fissure pour l'éprouvette LB1 à l'aide des résidus de corrélation et des formules de Raju et Newman. (a) relevés de la position du front de la fissure à partir des résidus de corrélation. (b) profondeur de l'entaille et valeurs de ΔK_I au cours de la propagation.	102
5.27	Transition contrainte plane (en surface) à déformation plane (en volume).	102
5.28	Effet de fermeture de la fissure à cause d'une taille de zone plastique importante conduisant à faire croire aux séries de Williams que la position du front est plus en amont que sa position réelle.	103
5.29	Vitesse de propagation de la fissure pour l'éprouvette LB1 en fonction de la valeur calculée de ΔK_I à l'aide des formules de Raju et Newman pour les dimensions mesurées sur les résidus et comparées aux valeurs de Nadot <i>et al.</i>	104
5.30	Représentation 3D de la distance (en voxel) à la position du front recherché déterminé à l'aide de K_{-I} et du front utilisé pour l'enrichissement mettant en évidence l'interaction de la propagation de la fissure avec les nodules de graphites ou encore la retassure.	106
5.31	Vue projetée de la figure 5.30 mettant en évidence la corrélation entre la forme irrégulière des fronts détectés et la présence d'éléments micro-structuraux (nodule, retassure). Par soucis de clarté, ne sont représentés ici que les nodules situés à proximité et au dessus de la fissure.	106
5.32	Image MEB d'un faciès de rupture d'une fissure de fatigue montrant la dé-cohésion au niveau de l'interface nodule/matrice dans le cas de la fonte GS. ① pointe un nodule encore ancré et ② l'emplacement d'un nodule arraché.	107

5.33	Représentation des différentes échelles du problème : (a) l'échelle de l'image où la section de l'éprouvette est de 700×700 vx, (b) l'échelle du grain ayant une taille moyenne de 155 vx, (c) l'échelle du voxel, cette sous-figure représentant l'élément C16 le plus petit utilisé dans l'étude de ce matériau	108
5.34	Comparaison des incertitudes de DVC entre la Fonte GS et l'alliage d'aluminium.	108
5.35	Résultats de DVC pour une éprouvette d'alliage AS7G06-T6 après 85 kc ($F_{max} = 800$ N, $R = 0,1$). (a) composante U_z du champ de déplacement. (b) composante dU_z de la carte d'ouverture. (c) topographie de la fissure dans la direction de chargement. Les échelles sont exprimées en voxels.	109
5.36	Enrichissements successifs à partir du résultat de la détection du front à l'aide de K_{-I} . (a), (b) et (c) représentent 3 étapes successives avec une courbure quasi-constante du front enrichi, puis (d) représente le front avec une courbure moins contrainte. (e) comparaison des différents résultats par rapport à la projection du résidu. (f) profil de K le long du front pour chaque enrichissement.	110
5.37	Influence de la microstructure dans la topographie de la fissure. (a) représentation 3D de la distance au front calculé à l'aide de K_{-I} et du résidu de DVC. (b) coupe de tomographie mettant en évidence de la présence de deux plans dans la fissure. (c) l'enrichissement est comparé aux données de la tomographie.	111
5.38	Profils des facteurs d'intensité des contraintes K_p , T -stress T_p et B -stress B_p le long du front pour 3 états différents de la propagation pour l'éprouvette LB1. Ces résultats concernent le champ "plastique" projeté sur les séries de Williams.	116
A.1	Schéma de fonctionnement de la machine	117
A.2	Schéma simplifié faisant apparaître les différentes raideurs du système ainsi que les efforts et déplacements.	118
A.3	Principe de la raideur variable réalisé à l'aide d'une poutre en flexion. (a) schéma de la poutre de longueur variable soumise à un effort F_2 . (b) raideur de la poutre en fonction de sa longueur.	120
A.4	Exemple d'abaque donnant l'évolution de ΔF_3 en fonction de la longueur de la poutre pour différentes raideurs d'éprouvette et pour un excentrique Δe de 2 mm.	121

Introduction

Le phénomène de fatigue peut être décrit comme l'endommagement progressif d'une structure (ou d'un composant d'une structure) soumise à des sollicitations cycliques. Il se traduit par l'amorçage, puis par la propagation d'une ou de plusieurs fissures jusqu'à rupture finale. La propagation d'une fissure est essentiellement causée par la singularité de contrainte localisée en pointe de fissure qui aboutit à une accommodation plastique suivie de phénomènes d'endommagement causant la rupture progressive du matériau. Lorsque la taille de la zone plastique qui se développe en fond de fissure est suffisamment faible par rapport aux dimensions caractéristiques de la fissure et de l'échantillon, le formalisme de la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) peut être utilisé pour décrire la propagation des fissures ; la force motrice de celle-ci est quantifiée à l'aide des facteurs d'intensité des contraintes.

Le suivi des fissures se propageant en volume étant difficile à pratiquer dans des matériaux opaques, la majorité des mesures de taille de fissure sont faites en surface ou en volume par des méthodes indirectes dont on déduit une taille de fissure.

Pour un échantillon macroscopique présentant une fissure traversante, une telle approche est acceptable car la valeur du facteur d'intensité varie faiblement le long du front de la fissure. Il n'en est plus de même dans le cas d'une fissure non-traversante pour laquelle il est nécessaire de pouvoir suivre la propagation tridimensionnelle ainsi que d'avoir une estimation de l'état de contrainte en fond de fissure (pour pouvoir tenter de "quantifier" cette propagation).

La **tomographie aux rayons X** est une méthode attractive pour l'observation non destructive de matériaux opaques et plus particulièrement pour le suivi de la propagation de fissures en volume telles que des **fissures de coin ou de surface**. Cette technique impose cependant l'utilisation de petits échantillons à cause de l'absorption importante des rayons X par les matériaux métalliques. S'il est possible de suivre la propagation à l'aide d'un dispositif *in situ*, cette technique ne donne cependant pas accès au champ de contrainte lors du chargement de l'éprouvette. Les techniques de diffraction aux rayons X permettent d'avoir accès à ce champ de contrainte, mais possèdent une résolution spatiale (surtout dans la direction du faisceau X) relativement grossière par rapport aux tailles de fissures envisagées ici.

La **corrélation d'images 3D numériques** permet d'accéder au champ de déplacement et, en faisant l'hypothèse d'un comportement élastique du matériau, au champ de contrainte au sein d'un échantillon sous chargement mécanique, à condition que le matériau utilisé possède un mouchetis 3D visible dans les volumes issus de la tomographie par rayons X. La **fonte à graphite sphéroïdal (GS)** est un bon exemple de matériau possédant ce type de mouchetis (naturel) et sera, par conséquent, le matériau utilisé dans les travaux présentés ici.

Cette thèse fait suite aux travaux qui ont eu lieu dans le cadre d'un projet financé par la fondation CETIM (projet Propavanfis), projet qui s'est continué par une ANR Blanche

(ANR-09-BLAN-0009-01, projet RupXCube) entre les laboratoires du LMT de l'ENS Cachan, du LAMCOS et de MATÉIS de l'INSA de Lyon et qui a assuré le financement de cette thèse.

Si le suivi de la fissure et l'accès au champ de contrainte sont disponibles, la position précise du front de la fissure et l'évaluation des facteurs d'intensité des contraintes en fond de fissure qui en découle, restent difficiles à obtenir. Des questions d'ordre géométrique (influence de la courbure du front), d'ordre mécanique (validité de la solution de référence utilisée en fond de fissure) ou encore d'ordre microstructural (définition du plan de la fissure), rendent le problème très complexe.

La méthode employée dans ce travail consiste à projeter le champ de déplacement issu de la corrélation d'images sur les **séries de Williams** de manière à détecter la position du front et à mesurer les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes. Afin de faciliter la projection, le champ de déplacement est filtré à l'aide de l'introduction d'une **régularisation mécanique** dans le calcul de corrélation d'images.

Ce manuscrit comporte cinq chapitres :

Le **premier chapitre** rappelle quelques notions de mécanique linéaire élastique de la rupture essentielles pour appréhender le contexte de cette étude, il résume également les travaux précédents qui sont à l'origine de l'approche présentée dans ce manuscrit et fixe les objectifs à atteindre.

Le **deuxième chapitre** consiste en une description des techniques expérimentales. Après une rapide introduction de la tomographie aux rayons X, nous présentons la machine de fatigue *in situ* conçue et réalisée dans le cadre de cette étude. La préparation des éprouvettes et plus particulièrement de l'entaille usinée ainsi que le matériau et les conditions de fatigue utilisées sont également décrites.

Le **troisième chapitre** est consacré à la corrélation d'images 3D numériques utilisée dans cette étude. Nous présentons en détails la méthode basée sur des éléments finis, dont le maillage est adapté à la surface de l'éprouvette, le principe de l'enrichissement pour prendre en compte la fissure ainsi que la régularisation mécanique introduite dans le calcul pour filtrer le champ de déplacement.

Le **quatrième chapitre** décrit la méthode utilisée pour, à partir d'un champ de déplacement au voisinage d'une fissure, remonter aux facteurs d'intensité des contraintes par projection de ce champ sur les séries de Williams. Nous présentons l'adaptation de cette méthode généralement utilisée pour une fissure traversante à une fissure présentant un front courbe. Une validation de la méthode est effectuée à l'aide d'un champ de déplacement modèle issu d'un calcul élastique par éléments finis.

Dans le **dernier chapitre**, nous présentons les résultats obtenus pour la fonte GS en terme de détection de la position du front et de valeurs de facteurs d'intensité des contraintes. Nous discutons de la robustesse de la détection du front dans le cas d'un champ de déplacement issu de la corrélation d'images. Les résultats obtenus concernant la valeur et l'évolution des facteurs d'intensité des contraintes sont ensuite confrontés aux données disponibles dans la littérature en mettant en évidence que l'on est en présence de fissures courtes de fatigue. Les difficultés rencontrées au cours de ces travaux ayant conduit à tester d'autres matériaux, un test de faisabilité est présenté sur un matériau différent.

Chapitre 1

Rappels bibliographiques

Sommaire

1.1 Généralités sur les fissures de fatigue	3
1.1.1 Bref historique de la fissuration en fatigue	3
1.1.2 Suivi de propagation	4
1.1.3 Facteurs d'intensité des contraintes	4
1.1.4 Amorçage des fissures	5
1.1.5 Loi de propagation	6
1.1.6 Plasticité en pointe de fissure	7
1.2 Suivi de fissures de fatigue et mesures de FIC en 3D à l'aide de la tomographie aux rayons X	8
1.2.1 Principes de la méthode	8
1.2.2 Études précédentes	9
1.2.3 Limites de ces études	11
1.3 Bilan	11

1.1 Généralités sur les fissures de fatigue

1.1.1 Bref historique de la fissuration en fatigue

«Après 3 ans d'utilisation régulière de mon vélo, un rayon vient de casser. Mais pourquoi maintenant et pourquoi celui là ?»

Ce genre de questionnement mais aussi la multiplication d'incidents graves faisant un nombre important de victimes (par exemple dans le domaine alors en pleine expansion du transport ferroviaire) ont amené les scientifiques et les industriels du milieu du 19^{ème} siècle à se pencher sur le phénomène de fatigue et plus particulièrement sur le phénomène de fissuration en fatigue. Parmi ces travaux, citons ceux de Wöhler (1870) qui ont mis en évidence la relation entre l'amplitude de la contrainte de sollicitation et le nombre de cycles à rupture; ceux de Griffith (1920), repris ensuite par Irwin (1958), utilisant une approche énergétique de la rupture et aboutissant à la définition du facteur d'intensité des contraintes en fond de fissure; ceux de Williams (1957) qui ont montré que le champ de contrainte en fond de fissure peut se mettre sous la forme d'une série de fonctions dont un des termes pondérateurs est le facteur d'intensité

des contraintes ; ceux de Paris (1962) et en particulier la “loi” éponyme reliant la vitesse de propagation d’une fissure à la valeur de son facteur d’intensité des contraintes ; l’ensemble des travaux cités étant à l’origine de la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER). La MLER cessant d’être valide lorsqu’une déformation plastique significative précède la rupture, plusieurs adaptations ont été proposées : l’utilisation de la zone plastique par Irwin (1961), Dugdale (1961) et Barenblatt (1962), l’intégrale J permettant de mesurer l’énergie dissipée au cours d’un cycle ou encore les champs HRR (Hutchinson, Rice et Rosengren (1968)) décrivant le champ de contrainte en fond de fissure dans le cas de l’élasticité non linéaire. Cette présentation historique de l’étude de la fissuration en fatigue n’ayant pas comme vocation d’être exhaustive, le lecteur pourra, par exemple, se référer à [SCH 96] pour obtenir des précisions sur le côté historique ou à [NEW 98] qui est plus technique.

1.1.2 Suivi de propagation

Malgré une bibliographie riche sur la propagation des fissures, les observations et les mesures à l’origine de ces travaux sont principalement réalisées en surface à l’échelle macroscopique. Jaap Schijve dans son ouvrage de 2001 (réédité en 2004 [SCH 04]) écrit ainsi “*Crack growth records are data obtained by measuring the increasing size of a crack during a fatigue test. Unfortunately, the crack front inside the material can not be observed.*” et ajoute “*Only the ends of the crack front at the free surface [...] can be observed visually.*” Ce constat est assez limitant quand on cherche à comprendre les mécanismes responsables de la propagation de fissure de fatigue.

Les premiers suivis de propagation en volume dans des matériaux opaques ont été réalisés *post mortem* grâce à l’observation du faciès de rupture. A partir des années 80, plusieurs techniques ont été développées pour permettre de suivre de façon indirecte la taille des fissures de fatigue au cours de la propagation, telles que des mesures de différence de potentiel électrique (en courant continu ou alternatif) [SCH 04], des mesures d’émission acoustique [BER 95], des mesures à l’aide des ondes de Lamb (ou de Rayleigh) [GRO 02] ou encore des mesures de complaisance [BAO 13]. Cependant, ces techniques ne permettent pas d’obtenir des informations précises concernant la forme 3D des fissures. Pour avoir accès à la forme 3D de la fissure au cours de la fatigue, il est possible de “marquer” le front de la fissure à un nombre de cycles donné. Pour cela, il suffit, par exemple, de modifier pendant quelques cycles le chargement [SCH 04, BAO 13] ou l’environnement [NAD 97] ce qui permet de créer artificiellement des stries identifiables après rupture. Le problème notable de cette technique étant que ces petites variations de conditions de cyclage peuvent influencer de façon importante le comportement en fatigue que l’on cherche à caractériser.

1.1.3 Facteurs d’intensité des contraintes

La présence d’une fissure se traduit par une discontinuité de déplacement entre les faces de la fissure et une singularité de contraintes au niveau de la pointe de la fissure dans le cadre d’une théorie élastique. Bien que les contraintes soient théoriquement infinies en pointe de fissure quel que soit le chargement, le matériau s’adapte à cette accroissement local des contraintes en accommodant plastiquement la déformation induite et en dissipant de l’énergie via des mécanismes d’endommagement. En regardant le champ de contrainte en dehors de cette zone (soit en dehors des zones I et II sur la figure 1.2), les facteurs d’intensité des contraintes (FIC) permettent de

quantifier l'intensité de cette singularité [SUR 94] via les formules suivantes :

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy} \Big|_{\theta=0} \right\}, \quad (1.1)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \sigma_{xy} \Big|_{\theta=0} \right\}, \quad (1.2)$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \sigma_{yz} \Big|_{\theta=0} \right\}, \quad (1.3)$$

où r et θ sont les coordonnées polaires d'un point M par rapport au front de la fissure et σ_{ij} les composantes du tenseur de contrainte.

La MLER fournit un ensemble d'outils cohérents permettant de ne pas avoir à décrire explicitement les phénomènes complexes qui ont lieu en pointe de fissure. D'un point de vue énergétique, la dissipation est définie par un taux de restitution de l'énergie \mathcal{G} qui traduit l'énergie élastique dissipée pour créer de nouvelles surfaces libres noté $\mathcal{G} \delta a$ où δa correspond à l'accroissement de la fissure. Cette dissipation peut également être calculée en écrivant le flux d'énergie à travers un contour entourant la pointe de la fissure lors d'une extension virtuelle. L'introduction de l'expression des champs de Westergaard [WES 34] dans la formule de l'intégrale J permet d'obtenir la relation d'Irwin qui donne une relation entre ces trois concepts clés de la MLER (\mathcal{G} , J et K) :

$$J = \mathcal{G} = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{(1+\nu)}{E} K_{III}^2 \quad (1.4)$$

en déformation plane et

$$J = \mathcal{G} = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (1.5)$$

en contrainte plane.

Pour mesurer le facteur d'intensité des contraintes, il est possible d'utiliser des méthodes globales se basant sur l'énergie dissipée dans un cycle [AND 95], des mesures d'ouverture de fissure (COD pour *Crack Opening Displacement*) ou des techniques utilisant un champ de contrainte, de déformation ou de déplacement. Ces dernières consistent à projeter le champ mesuré sur une solution de référence du champ au voisinage d'une fissure dans un milieu homogène isotrope élastique pour une plaque fissurée de dimensions infinies (*e.g.* basé sur les séries de Williams [WIL 57]). Ces mesures sont généralement effectuées en surface de l'échantillon soit à l'aide de la diffraction (neutron ou rayons X) [WIT 01], soit à l'aide de la corrélation d'images numériques [ROU 06, LOP 09, ROU 09].

1.1.4 Amorçage des fissures

L'amorçage des fissures est un phénomène complexe qui dépend de plusieurs paramètres aussi différents que le mode de chargement, l'environnement, l'état de surface du matériau, sa propriété inclusionnaire... Selon leur point de départ, les fissures peuvent être classées en trois catégories [SCH 04] : (i) celles partant de la surface, (ii) celles partant d'une inclusion et (iii) celles partant d'un défaut (voir fig. 1.1a). Une fois amorcée, la croissance de la fissure va être guidée par l'orientation cristalline des grains traversés (Stade I), puis après quelques grains de profondeur, la fissure va être quasi indépendante de l'orientation cristalline et va grandir majoritairement perpendiculairement à la direction principale de chargement (Stade II).

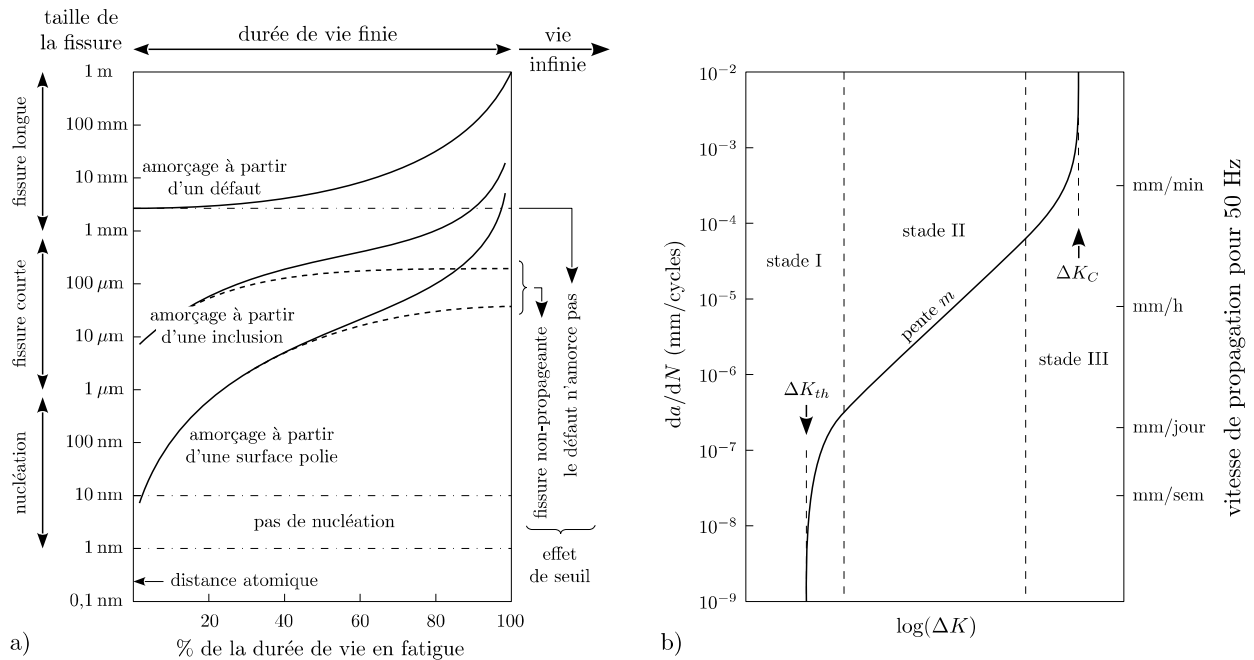


FIGURE 1.1 – a) illustration de différents scénarios possibles d’amorçage et de croissance de fissure b) illustration schématique des différents stades de propagation d’une fissure stable. D’après [SCH 04] et [SUR 94].

Les outils de caractérisation des fissures employés dans cette étude (tomographie, taille de voxel $\sim 2-3 \mu\text{m}$) ne permettent qu’assez difficilement de suivre les premiers stades de la fissuration. C’est pourquoi on s’intéressera ici principalement au stade II de la propagation (voir fig. 1.1b).

1.1.5 Loi de propagation

Une fois une fissure amorcée et suffisamment grande pour ne plus être influencée par la microstructure du matériau, Paris *et al* [PAR 61] ont montré que sa vitesse de propagation suivait la loi suivante (cf fig. 1.1) :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1.6)$$

où a correspond à la taille de la fissure, N le nombre de cycles et ΔK la variation du facteur d’intensité des contraintes au cours d’un cycle ; C et m étant des paramètres propres au matériau.

Cependant, ce modèle ne prenant en compte que peu de paramètres sans donner de sens physique à m et C , des évolutions de cette loi ont ensuite été proposées et prenant en compte des paramètres supplémentaires tels que le rapport de charge R , le phénomène de fermeture [ELB 71] ou encore la contrainte maximale au cours d’un cycle. Le lecteur pourra se référer à [BED 09] pour une liste exhaustive des modèles proposés.

1.1.6 Plasticité en pointe de fissure

Dans le cas d'un matériau plastique, une partie de l'énergie en pointe de fissure est utilisée pour déformer plastiquement la région à proximité de cette dernière. Cette région peut être décomposée en quatre zones illustrées à la figure 1.2b :

- I la zone d'élaboration de la fissure où les phénomènes entrant en jeu sont ceux de la plasticité à grande déformation,
- II la zone de J-dominance où le champ de contrainte défini par le champ HRR présente une singularité en $r^{-1/(n_e+1)}$,
- III la zone de K-dominance où le champ de contrainte défini par la MLER présente une singularité en $r^{-1/2}$, et
- IV la zone des champs lointains raccordant la zone singulière aux conditions aux limites de chargement et de déplacement.

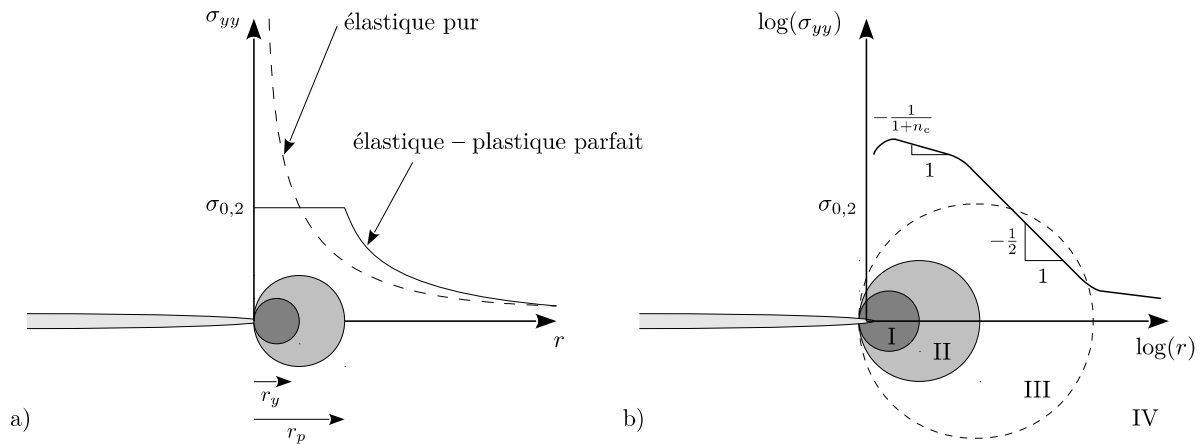


FIGURE 1.2 – Définition de la plasticité en fond de fissure. a) définitions des estimateurs de la taille de la zone plastique (de premier ordre r_y et de second ordre r_p) ainsi que du champ de contrainte dans le cas élastique et plastique, $\sigma_{0,2}$ correspondant à la limite élastique. b) Zones de dominance et singularités (I : zone à forte déformation, II : zone de J-dominance, III : zone de K-dominance, IV : zone des champs lointains). (cf [AND 95])

Si la taille des zones I et II est négligeable devant la taille de la zone III, par rapport aux dimensions du problème, l'hypothèse de plasticité confinée peut être utilisée et la MLER est applicable au problème. D'après [AND 95], la condition pour être en plasticité confinée est :

$$a, B, (W - a) \geq 2,5 \left(\frac{K_I}{\sigma_{0,2}} \right)^2, \quad (1.7)$$

W et B étant respectivement la largeur et l'épaisseur de l'éprouvette. Sachant que, d'après Irwin, l'estimation de premier ordre de la zone plastique r_y (voir fig 1.2a) dans le cas de l'hypothèse de déformation plane, est donnée par la formule suivante :

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{0,2}} \right)^2, \quad (1.8)$$

la condition pour être en plasticité confinée peut alors se résumer à ce que les dimensions caractéristiques du problème soient au moins 50 fois plus grandes que r_y .

Lorsque cette condition n'est pas remplie, l'influence de la zone plastique n'est plus négligeable : il s'agit de la plasticité étendue s'inscrivant dans le cadre de la mécanique de la rupture à comportement non linéaire. Si en élasticité linéaire, la singularité est d'ordre $-1/2$, elle est plus faible en plasticité, et vaut $-1/(n_e + 1)$, où n est supérieur à 1. Pour $n_e = 1$, on retrouve l'élasticité linéaire et pour $n_e \rightarrow \infty$ on obtient la plasticité parfaite. Le rapport $1/(n_e + 1)$ correspond au coefficient d'écrouissage (*strain hardening exponent*), il est compris entre 0,1 et 0,5 pour les métaux [CAL 07].

1.2 Suivi de fissures de fatigue et mesures de FIC en 3D à l'aide de la tomographie aux rayons X

1.2.1 Principes de la méthode

La tomographie aux rayons X est une méthode attractive pour l'observation non destructive en 3D de matériaux opaques (aluminium [ZHA 09, FER 06b], fer [LIM 09], titane [BIR 09]). Cette technique est particulièrement adaptée à la mesure de l'endommagement (fissure, coalescence, ...) au cours de différentes opérations (chargement mécanique, thermique, ...) sur une éprouvette [WIT 12].

Le suivi de propagation de fissure de fatigue par tomographie X donne accès dans un premier temps à la morphologie de la fissure ainsi qu'une estimation de la position du front au cours du cyclage via l'observation directe des images [FER 05, ZHA 09, BIR 09, RAN 10, WIL 11, TOD 04], cette information pouvant être par la suite complétée par des mesures *post mortem* donnant des informations quant à l'orientation des grains [BIR 09]. En outre, une méthode particulière de tomographie par rayons X basée sur la diffraction appelée Diffraction Contrast Tomography (DCT) permet d'obtenir la même information de façon non destructive [HER 11]. La position du front étant mesurée au cours de la fatigue, la modélisation par élément finis permet d'avoir une idée des contraintes au niveau du front dans le cas des matériaux à grains fins pour lesquels les fronts de fissure sont réguliers car peu perturbés par la structure [FER 06b].

La propagation d'une fissure dans une éprouvette peut être réalisée *ex situ*, cette dernière étant ensuite imagée par tomographie X telle quelle ou sous chargement à l'aide d'une machine de traction *in situ*. L'utilisation d'une machine de fatigue *in situ* permet d'alterner une période de cyclage avec une acquisition sans démonter l'éprouvette, ce qui permet de gagner du temps et permet aussi de mettre sous charge l'éprouvette lors du scan.

Les méthodes de mesure 3D des FICs sont directement inspirées des méthodes 2D. La méthode du COD peut être appliquée directement à l'aide des images [ZHA 09, WIT 12]. La méthode d'extraction des FICs par projection sur les séries de Williams nécessite un champ de déplacement, de déformation ou de contrainte en 3D. Un tel champ peut être mesuré soit à l'aide du suivi de particule [TOD 04], soit par la corrélation d'images 3D numériques (DVC pour *Digital Volume Correlation*) [LIM 09]. Ces deux techniques nécessitent la présence de particules/inclusions/vides présentant un contraste d'absorption différent du reste du matériau. Si les particules sont introduites à l'instar d'une peinture appliquée à la surface d'une éprouvette pour la corrélation d'images 2D, elles risquent de modifier le comportement du matériau [HAL 08]. Il est donc préférable qu'elles soient une propriété intrinsèque du matériau, telle que

les vides dans de l'os [BAY 99] ou une mousse de polymère [ROU 08], des particules de calcite et de quartz dans de la roche argileuse [LEN 07], des nodules de carbone dans de la fonte à graphite sphéroïdal (GS) [LIM 09] ou encore des inter-métalliques dans un alliage d'aluminium [TOD 04, LIM 13]. Ceci étant, pour que la précision du champ issu de la corrélation d'images soit satisfaisante, il faut que les marqueurs soient distribués de façon la plus homogène possible, que leur taille ne soit pas trop importante et que la densité soit suffisamment élevée. La mesure de champ de déformation 3D par diffraction des rayons X offrant une résolution spatiale grossière dans la direction du faisceau incident [KOR 02], le champ de contrainte est généralement intégré suivant cette direction [STE 10] et la projection est effectuée sur un champ 2D.

1.2.2 Études précédentes

À l'origine de cette étude, plusieurs travaux visant à mesurer les FICs le long du front d'une fissure 3D de fatigue ont été réalisés à l'aide de la tomographie par rayons X, de la DVC et des séries de Williams [LIM 09, ROU 09, LIM 10, RAN 10].

La tomographie imposant une géométrie d'éprouvette de petite taille (cf chapitre 2), les échantillons observés sont issus d'éprouvettes de dimensions supérieures pré-fissurées. Ainsi les essais de fatigue sont tout d'abord réalisés sur des éprouvettes de traction entaillées de type SENT (*Single Edge Notched Tension*) de section $4 \times 6 \text{ mm}^2$. Une fois la fissure amorcée à partir de l'entaille et suffisamment propagée dans l'éprouvette *mère*, une petite éprouvette *fille* de section $1,6 \times 1,6 \text{ mm}^2$ contenant la pointe de la fissure est découpée par électro-érosion à fil (fig. 1.3a). Pour éviter de créer une zone plastique en amont de la fissure trop importante, la propagation de la fissure dans l'éprouvette mère est contrôlée à K_I constant, la zone plastique ayant alors un r_y d'environ $170 \mu\text{m}$ [LIM 09].

Le matériau retenu pour ces études est une fonte GS présentant un mouchetis naturel grâce à ses nodules facilement imagés par tomographie à rayon X ; et dont la nuance utilisée a fait l'objet de plusieurs travaux [ADR 04, MON 00, DIE 96].

La mesure de champ de déplacement à l'aide de la DVC implique deux acquisitions d'images 3D, l'une lorsque l'éprouvette est à charge basse (soit 0 N, soit la charge minimale d'un cycle de fatigue) et l'autre à charge haute (au maximum, la charge maximale d'un cycle de fatigue). Pour obtenir des scans sous charge, l'utilisation d'une machine de traction *in situ* ou de fatigue *in situ* est obligatoire.

Les premières études [LIM 09, ROU 09] réalisées en tomographe de laboratoire ne concernent que la mise sous charge d'une éprouvette *fille* pré-fissurée. En effet, la machine de fatigue *in situ* présentée dans [BUF 06] ne permet pas d'obtenir une taille de voxel suffisante (voir chapitre 2) dans un tomographe de laboratoire. Les premières études utilisant une machine de fatigue *in situ* [LIM 10, RAN 10] ont été réalisées à l'installation de rayonnement synchrotron de Grenoble (*European Synchrotron Radiation Facility*, ESRF) où la distance échantillon/détecteur peut être de plusieurs centimètres [BUF 14].

Un résultat rapidement exploité de la DVC est le résidu de corrélation (voir 3.3.1 chapitre 3 p. 35). Ce dernier permet de repérer très facilement la forme 3D et la position de la fissure [LIM 09] (voir chapitre 3). La position du front d'abord mesurée à l'aide du résidu est ensuite déterminée à l'aide du terme super-singulier K_{-I} de la série de Williams [ROU 09] (voir chapitre 4). La géométrie de la fissure étant accessible, les résultats de la DVC ont été comparés à des simulations par éléments finis étendus enrichis (X-FEM) [LIM 09]. L'esprit des X-FEM est

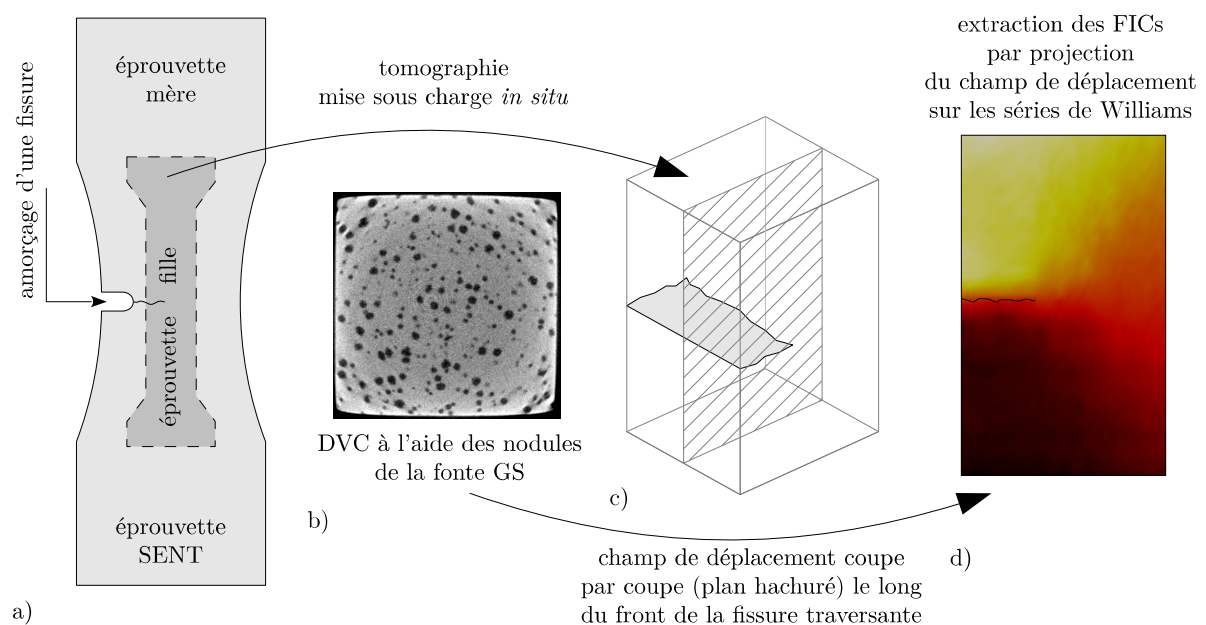


FIGURE 1.3 – Principe de l'extraction des FICs sur une fissure transversante, amorcée à partir d'une éprouvette mère de type SENT, par DVC sur des volumes de tomographie. a) découpe par électro-érosion de l'éprouvette fille dans l'éprouvette mère SENT avec une fissure amorcée. b) coupe de tomographie X du matériau utilisé. c) exemple de coupe du champ de déplacement mesuré par corrélation d'images projeté sur les séries de Williams pour mesurer les FICs. d) champ de déplacement mesuré par DVC dans une coupe orthogonale au front de la fissure.

ensuite repris pour enrichir le calcul de DVC avec la position de la fissure (X-DVC) [ROU 09], ce qui permet d’avoir accès directement à la carte d’ouverture de la fissure [RAN 10].

Les fissures étudiées étant traversantes, la méthode de mesure des FICs présentée dans [HAM 07] est adaptée en 3D, partant du principe que le front est orthogonal à la surface de l’éprouvette (fig. 1.3c). Le champ de déplacement de chaque coupe parallèle à la surface de l’éprouvette (fig. 1.3d) est projeté sur les séries de Williams, permettant d’avoir accès aux FICs (voir chapitre 4). De ces mesures de FICs, ont été tirées plusieurs observations quant au phénomène de fermeture de la fissure se traduisant par une valeur de K_{op} en dessous de laquelle la fissure ne s’ouvre pas [LIM 09, LIM 10]. Les valeurs de vitesse de propagation de la fissure en fonction de la mesure de K_I ont également pu être confrontées aux valeurs de la littérature [LIM 10].

1.2.3 Limites de ces études

L’utilisation conjointe de la tomographie par rayons X, de la DVC et des séries de Williams a fait ses preuves au travers de ces études. Cependant, il est probable que la découpe par électro-érosion de l’éprouvette *fil* dans l’éprouvette *mère* entraîne une modification de l’état de contrainte créé par le sillon plastique de la fissure aboutissant à un relâchement de contraintes résiduelles au niveau de l’éprouvette *fil*. Or Lados et Apelian [LAD 06] ont montré que la présence de contraintes résiduelles dans l’éprouvette peut accentuer le phénomène de fermeture de la fissure et venir perturber le comportement propre de la propagation de la fissure. De plus, la fissure obtenue dans l’éprouvette *fil* est une fissure traversante, ce qui facilite très certainement la détermination des FICs, mais ne permet pas de mieux comprendre le comportement 3D des fissures de fatigue dont le front est courbe.

1.3 Bilan

La mécanique de la rupture est un sujet complexe dont les théories sont fondées principalement sur des considérations énergétiques, des observations de surface et des modèles mécaniques. Des travaux récents ont montré qu’il est possible de mesurer des champs de déplacement et de déformation à l’intérieur de matériaux opaques, permettant de faire des mesures à proximité du front d’une fissure.

Dans cette étude, nous nous proposons de reprendre la démarche mise au point aux laboratoires MATÉIS et LAMCOS pour la caractérisation *in situ* et 3D du champ de déplacement par DVC au bout d’une fissure de fatigue en poussant l’analyse plus loin :

- les fissures étudiées seront créées *in situ* de manière à contrôler le développement de la zone plastique (et à ne pas l’hériter d’une autre fissure) et
- les fronts étudiés seront de “vrais” fronts 3D avec une courbure relativement importante.

Méthodes expérimentales - Essais de fatigue *in situ* 3D

Sommaire

2.1	Introduction	13
2.2	Tomographie aux rayons X	14
2.2.1	Principe	14
2.2.2	Différences synchrotron - Laboratoire	15
2.2.3	Taille de l'échantillon <i>vs.</i> taille du voxel	16
2.2.4	Artefacts	17
2.3	Machine de fatigue	18
2.3.1	Cahier des charges	18
2.3.2	Réalisation	18
2.4	Éprouvette	20
2.4.1	Matériau	21
2.4.2	Préparation de l'éprouvette	22
2.4.3	Réalisation de l'entaille	22
2.5	Essais de fatigue	23
2.5.1	Choix des conditions de cyclage	23
2.5.2	Protocole expérimental	24
2.6	Éprouvettes étudiées	25
2.7	Bilan	25

2.1 Introduction

La construction de synchrotrons avec des lignes dédiées à la tomographie et la “démocratisation” des tomographes de laboratoire permet depuis une vingtaine d’années [BAR 00] d’obtenir des images de l’intérieur de matériaux opaques (aluminium [ZHA 09, FER 06b], fer [LIM 09], titane [BIR 09]) avec une résolution spatiale de l’ordre de celle de la microscopie optique [BUF 14]. La tomographie aux rayons X ne nécessitant pas une atmosphère contrôlée, la chambre d’observation peut être suffisamment grande pour y placer un dispositif plus ou moins complexe

agissant sur l'échantillon à observer. Parmi les essais *in situ* réalisables dans un tomographe, on trouve des essais de traction/compression à température ambiante ou à haute température ainsi que des essais de fatigue [BUF 10].

Ce chapitre présentera la tomographie aux rayons X, puis la machine de fatigue *in situ* utilisée dans ce travail, ainsi que la réalisation de l'éprouvette type (matériau et géométrie) et enfin le protocole utilisé pour les essais de fatigue.

2.2 Tomographie aux rayons X

La tomographie aux rayons X et son utilisation pour détecter et suivre l'endommagement en fatigue est une technique éprouvée au laboratoire MATÉIS ([HER 11, FER 06a, DEL 11, BUT 12]). Cette section a pour but de rappeler les grands principes de la technique et de préciser quelques points essentiels pour la compréhension du manuscrit. Pour de plus amples détails, le lecteur peut, par exemple, se référer à [BUF 14].

2.2.1 Principe

Les différentes formes de tomographie, par résonance magnétique, par ultrasons ou par rayons X, reposent sur le même principe : la reconstruction d'une tranche d'un échantillon à partir d'un signal recueilli après la traversée de cette tranche [BAR 00]. Dans le cas de photons X se propageant selon une direction x (voir fig. 2.1a), le nombre de photons N_1 recueillis après la traversée d'un échantillon s'écrit :

$$N_1 = N_0 \exp \left(- \int_{\Gamma} \mu(x, y) dx \right), \quad (2.1)$$

où N_0 correspond au nombre de photons incidents, $\mu(x, y)$ au coefficient d'absorption de la phase traversée et Γ au chemin parcouru dans l'objet. Le coefficient $\mu(x, y)$ est fonction du numéro atomique Z et de la masse volumique du matériau traversé ainsi que de l'énergie des photons incidents. Si le matériau contient deux phases de numéro atomique différent distinct, le profil de N_1 le long de la direction y ne sera pas uniforme (fig. 2.1a) : un contraste d'absorption est observé. Si au contraire, deux phases présentes au sein de l'échantillon traversé ont des numéros atomiques proches (*e.g.* silicium/aluminium), la différence de contraste d'absorption entre les phases n'est plus suffisante : dans ce cas l'utilisation du contraste de phase permet de faire apparaître les interfaces entre les phases [BUF 14]. Dans le reste de ce mémoire, toutes les images ont été obtenues grâce au contraste d'absorption ; c'est donc celui-ci qui sera principalement décrit dans ce qui suit.

Le rayonnement X traversant l'objet est converti dans le domaine du visible à l'aide d'un scintillateur puis numérisé par un capteur CCD. Les images obtenues par absorption sont appelées radiographies. Ces images contiennent l'intégralité de l'information volumique projetée sur un plan. Radon démontra en 1917 qu'à partir de projections (radiographies) enregistrées sous plusieurs angles, il est possible à l'aide d'une transformation inverse de reconstituer la tranche de matériau traversée [KAK 99]. L'acquisition d'un scan correspond à l'enregistrement d'une série de radiographies à intervalle angulaire régulier sur 180° (360° en tomographie de laboratoire, le faisceau étant conique). La collection de profils $N_1(y)$ enregistrés pour les différentes valeurs de

θ est appelée sinogramme (fig. 2.1b). Le volume est obtenu par reconstruction numérique, par exemple en utilisant un algorithme de rétroprojection filtrée [KAK 99] (fig. 2.1c).

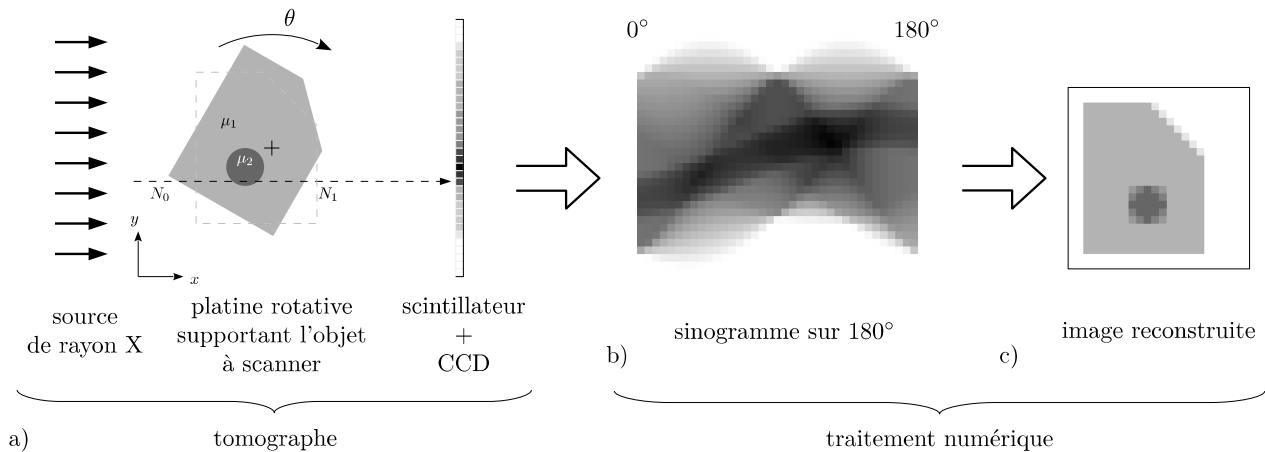


FIGURE 2.1 – Schéma illustrant les principes de base de la tomographie pour la reconstruction d'une coupe ($z = cste$). (a) Une succession de radiographies de l'échantillon est enregistrée à intervalle angulaire régulier de 0 à 180°. (b) Le sinogramme ainsi obtenu est traité par un algorithme de rétroprojection filtrée pour reconstruire l'image (c).

Entre deux radios pour deux angles θ successifs, les points de l'objet se sont déplacés en $r \sin(\theta)$, r étant la distance au centre de rotation. Le sinogramme contient donc plus d'informations sur le centre de l'objet que sur sa périphérie. Une simple construction géométrique [KAK 99] montre qu'il faut $\frac{\pi}{2} N_{pix}$ projections pour couvrir correctement une rotation de 180°, N_{pix} étant la largeur utile en pixel du détecteur utilisé.

2.2.2 Différences synchrotron - Laboratoire

Les principales différences entre la tomographie de laboratoire et la tomographie mettant en œuvre le rayonnement synchrotron sont la puissance de la source, la forme et la cohérence du faisceau.

Pour la tomographie de laboratoire, les rayons X sont délivrés par un tube sous vide dans lequel des électrons sont accélérés et projetés sur une cible (de tungstène, par exemple) par différence de potentiel électrique. Dans le cas du synchrotron, les rayons X sont issus de la déviation d'un faisceau d'électrons portés à grande vitesse. Ce rayonnement X est appelé rayonnement X dur car sa longueur d'onde est située entre 0,01 et 0,1 nm (contre 0,1 et 1 nm pour le rayonnement X mou). La brillance¹ de la source synchrotron est 10^{10} fois supérieure à celle d'une source de laboratoire [ESR 13].

En imagerie, la dimension théorique minimale observable est définie par la longueur d'onde

1. La brillance est une quantité permettant de comparer la "qualité" d'une source de rayons X qui tient compte de 3 facteurs : (i) le nombre de photons émis par seconde, (ii) la taille de la source (exprimée en mm^2) et sa divergence (en radians) et (iii) la distribution en énergie de la source (cf [ALS 01] p. 32).

utilisée², soit une résolution théorique de l'ordre du nanomètre pour les rayons X. La numérisation est réalisée à l'aide d'un capteur (*e.g.* scintillateur + CCD) constitué d'une grille de pixels, dont la taille peut être artificiellement modifiée à l'aide d'un système optique (fig. 2.2a). Cependant, plus la taille du pixel est petite, moins celui-ci reçoit de signal (de flux) et plus le rapport signal sur bruit est faible. Si la longueur d'onde est la même pour la tomographie de laboratoire et de synchrotron, la brillance plus élevée de ce dernier permet d'augmenter le rapport signal sur bruit et de descendre en taille de pixel. Dans la pratique, les tailles de voxel utilisés sont de l'ordre micrométrique, on parle alors de micro-tomographie (ou μ CT pour *micro-Computed Tomography*). Il est possible d'atteindre une taille de voxel de l'ordre de la dizaine de nanomètres, mais les conditions sont difficiles à remplir (rotation stable, montage sous vide, ...) (voir [CHA 13]).

Dans le cas du tomographe de laboratoire, le faisceau étant conique, la taille de pixel dépend du rapport des distances source-objet sur source-capteur (voir fig. 2.2b). Ceci permet de faire varier aisément la taille de pixel. Dans le cas de la tomographie de synchrotron, où les optiques utilisées ont des grandissements fixes, la taille de voxel est imposée par les optiques utilisées.

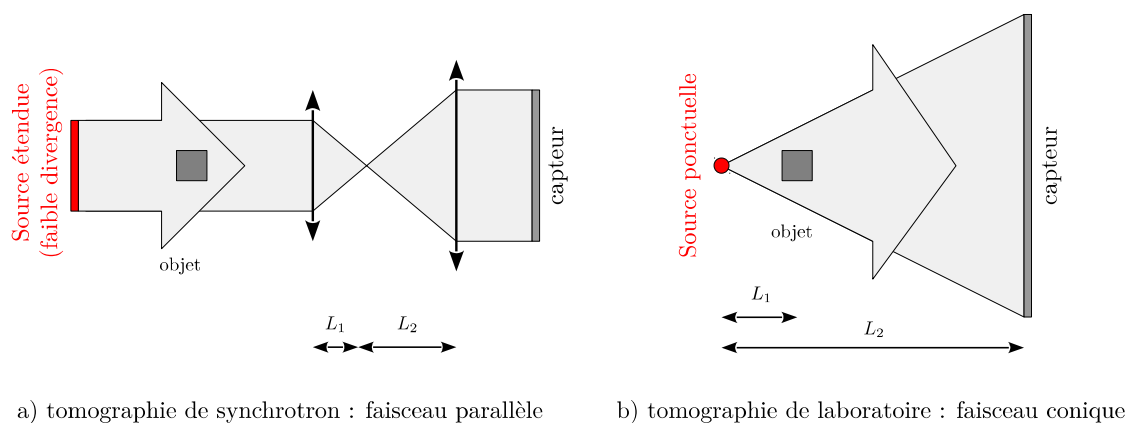


FIGURE 2.2 – Comparaison des deux méthodes classiques de tomographie : (a) par faisceau parallèle dans le cas d'un synchrotron où le grandissement est réalisé par un système optique, (b) par un faisceau conique pour la tomographie de laboratoire où le grandissement est défini par la distance objet-source. Dans les deux cas, le grandissement obtenu est $\gamma = \frac{L_2}{L_1}$.

L'utilisation d'un faisceau conique nécessite un algorithme de reconstruction plus complexe que pour le faisceau droit (les radiographies n'étant plus de simples projections) ainsi que des radiographies enregistrées sur une rotation couvrant un angle de 360° (contre 180° pour un faisceau parallèle).

2.2.3 Taille de l'échantillon *vs.* taille du voxel

Les fissures peuvent être imagées par tomographie aux rayons X car elles introduisent une variation locale du coefficient d'absorption à l'intérieur du matériau. Cependant, la distance

2. par exemple, le microscope optique utilisant le spectre du visible (400 à 800 nm), sa résolution est de l'ordre du micron.

entre les deux lèvres de la fissure est faible : de l'ordre du micron en arrière du front de fissure pour une fissure millimétrique et de l'ordre du nanomètre au niveau du front : il faut une taille de voxel de l'ordre du micron pour pouvoir détecter des fissures de taille inférieures à $100 \mu\text{m}$ (*e.g.* fissures initiées sur des défauts [BUF 06]).

Dans le cas de la tomographie en faisceau parallèle, pour une taille de voxel v_s donnée, le diamètre maximal de l'échantillon pouvant être scanné correspond au nombre de pixels formant la largeur du détecteur (perpendiculaire à l'axe de rotation) que multiplie v_s . Pour une taille de voxel de $0,7 \mu\text{m}$ et avec une caméra Frelon (utilisée à l'ESRF) possédant une grille de 2048×2048 pixels, le diamètre maximal est de $1,4 \text{ mm}$. Il est possible d'utiliser un diamètre plus important, mais dans ce cas, une partie de l'échantillon sera située en dehors du champ de vue (on parle alors de tomographie locale), ce qui peut influencer la reconstruction. Néanmoins cet impact est faible si la partie hors champ de l'échantillon est globalement homogène. Il est également possible d'améliorer les résultats de la tomographie locale en combinant des données issues d'une taille de voxel plus grande (avec l'intégralité de l'échantillon dans le champ de vue) avec celles à taille de voxel souhaité mais où l'échantillon est plus grand que le champ de vue [CHU 04, ZHA 12].

Lors de l'acquisition des radiographies, il est important de mesurer au minimum une transmission de l'ordre de 10 % afin de ne pas tronquer de l'information. En tomographie de synchrotron (photons mono-chromatiques), pour s'assurer d'une transmission minimale de 10 %, il faut une épaisseur de fonte GS (85 % de fer) maximale de $2,8 \text{ mm}$ pour une énergie de 60 keV . En tomographie de laboratoire, avec une taille de source permettant d'atteindre une résolution maximale de $3,5 \mu\text{m}$, il est possible de traverser 8 mm ; pour obtenir une meilleure résolution, l'utilisation d'une taille de source plus petite est nécessaire au détriment de l'épaisseur pouvant être traversée.

Les éprouvettes utilisées ayant une section carrée, la diagonale retenue est de $2,2 \text{ mm}$ afin de pouvoir être observée en tomographe de laboratoire et de synchrotron; la taille de voxel retenue étant de l'ordre de $2,5 \mu\text{m}$ afin de pouvoir détecter la présence de la fissure avant qu'elle n'ait trop propagé.

2.2.4 Artefacts

La reconstruction tomographique est une opération complexe et sensible notamment aux variations d'intensité lors de la mesure. Les artefacts [STO 09] peuvent être classés en deux catégories en fonction de leur origine :

- **causés par l'objet** : le durcissement de faisceau (*beam hardening*), dû aux photons de faible énergie absorbés différemment en fonction de l'épaisseur à traverser, se traduit principalement par un effet de tasse (*cupping effect*) ; un filtre en cuivre ($< 0.1 \text{ mm}$) peut les supprimer efficacement. Cet artefact n'existe que pour la tomographie de laboratoire, le faisceau étant mono-chromatique en synchrotron.
- **causés par le dispositif** : le plus connu est l'artefact en anneau (*ring artefact*). Il est dû à un défaut du scintillateur ou bien à un pixel défectueux qui ne fonctionne plus, ou qui présente un comportement non linéaire sur le CCD. Cet artefact se traduit par une ligne de contraste différent sur le sinogramme qui donne un anneau après reconstruction. Un traitement numérique du sinogramme peut atténuer ce type de défaut. L'erreur de positionnement du centre de rotation peut également produire des artefacts en forme de *lune*. Enfin, un *bougé* lors de l'acquisition produira des artefacts difficilement supprimables. Pour plus de détails le lecteur pourra se reporter à [BUF 14].

Limodin et al. [LIM 11] ont montré que la corrélation d’images n’est pas ou peu sensible aux artefacts dus à l’objet contrairement à ceux dus au dispositif. En effet, les premiers sont “attachés” à l’objet que l’on cherche à corrélérer (les artefacts sont alors considérés comme une propriété de l’objet), tandis que les seconds sont liés à la chaîne de mesure.

2.3 Machine de fatigue

Les machines de fatigue conventionnelles, c’est-à-dire celles utilisées pour réaliser des essais normalisés, ne permettent pas de faire des essais *in situ* de part leur encombrement (de l’ordre du m), leur poids (de l’ordre de la tonne) et de la taille des éprouvettes admissibles (de l’ordre de plusieurs mm dans l’épaisseur). Ceci étant, plusieurs laboratoires (comme à l’INSA de Lyon [FER 05], à l’université de Toyohashi [ZHA 09] et à l’université de l’état d’Arizona [WIL 11]) ont développé des machines de fatigue de taille réduite pouvant être installées sur la platine de rotation du tomographe et permettant de scanner, sous charge, l’éprouvette sans démontage. Ces machines sont adaptées à la tomographie de synchrotron, mais difficilement utilisables dans un tomographe de laboratoire : la distance *centre de l’éprouvette – bord de la machine* étant trop grande (> 4 cm) par rapport à la taille de voxel souhaitée. Comme illustré à la figure 2.2, la taille de voxel de l’objet scanné est égale à $c \times \frac{L_1}{L_2}$ où c est la taille du pixel du détecteur ($127 \mu\text{m}$, dans le cas du tomographe disponible au laboratoire MATÉIS), L_2 la distance source–détecteur (577 mm, *idem*) et L_1 la distance source–objet. Pour une distance L_1 supérieure à 4 cm, la taille de voxel serait supérieure à $8,8 \mu\text{m}$, ce qui est loin de la valeur de $2,5 \mu\text{m}$ mentionnée précédemment. Pour une taille de voxel de $2,5 \mu\text{m}$, la distance L_1 doit être de $11,4$ mm. Une nouvelle machine de fatigue a donc été conçue afin de pouvoir atteindre une taille de voxel plus faible en tomographie de laboratoire tout en restant compatible pour la tomographie en synchrotron.

2.3.1 Cahier des charges

Le cahier des charges de la machine à concevoir est le suivant. La machine doit :

- pouvoir appliquer une charge allant jusqu’à 2 kN ;
- appliquer un effort uni-axial ;
- permettre de régler la charge maximale ainsi que l’amplitude de charge utilisée lors du cyclage ;
- cycler à une fréquence de 20 Hz ;
- peser moins de 10 kg ;
- permettre d’avoir une distance *source - centre de rotation* de l’ordre du centimètre (tomographe de laboratoire) ;
- avoir son centre d’inertie le plus proche du centre de rotation et le plus bas possible ;
- avoir une distance *base - centre de l’éprouvette* inférieure à 9 cm (synchrotron) ;
- avoir une fenêtre d’observation au niveau de la zone observée de l’échantillon la plus “transparente” possible aux rayons X.

2.3.2 Réalisation

La machine de fatigue a été conçue par Pierre Michaud et Christian Touboulic, deux enseignants du Groupe d’Études et de Conception de l’INSA de Lyon. L’idée retenue est d’utiliser un

vérin hydraulique de traction en circuit fermé avec un piston sur lequel appuie un excentrique monté sur un moteur électrique (voir fig. 2.3). L'excentrique permet de cycler rapidement, le moteur n'ayant pas à changer de sens de rotation. Le rapport des sections des vérins est choisi de manière à amplifier l'effort fourni par le moteur. Le tout étant concentré dans un petit volume. Sur ce dispositif viennent se greffer le mors de traction inférieur, un tube permettant de fixer la cellule de force ainsi que le mors de traction supérieur. Une vis de précharge ainsi qu'une raideur variable permettent de régler la valeur moyenne et l'amplitude de cyclage. Un programme réalisé par l'auteur, permet de contrôler le cyclage tout en mesurant l'effort à l'aide du capteur. L'annexe A explique en détail le fonctionnement de la machine.

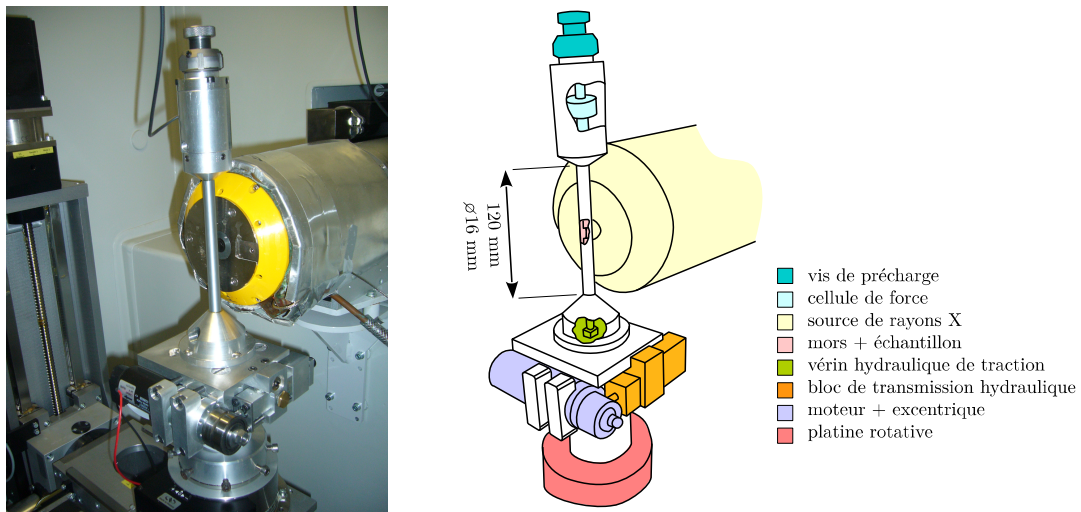


FIGURE 2.3 – Machine de fatigue pour essais *in situ* dans le tomographe de laboratoire. La machine de fatigue est constituée d'un long tube de petit diamètre (16 mm) pour lui permettre d'être au plus près de la source et par conséquent d'avoir la taille de voxel la plus petite ($2 \mu\text{m}$). L'ensemble pèse 5 kg.

L'avantage d'un tel dispositif réside dans la modularité de la partie mors|éprouvette|capteur. Deux systèmes ont été développés : l'un adapté au synchrotron et l'autre au tomographe de laboratoire. Seul le second est présenté ici. Dans le but d'atteindre une taille de voxel de l'ordre de 2 à 3 μm , l'éprouvette est placée dans un long tube permettant de faire passer la partie capteur (resp. la partie moteur) au dessus (resp. en dessous) de la source de rayons X (voir fig. 2.3). Le tube est réalisé en aluminium ; ses parois sont suffisamment fines (1 mm) pour limiter l'atténuation des rayons X et suffisamment épaisses pour reprendre en compression les efforts de traction exercés sur l'éprouvette.

L'espace disponible dans le tube pour fixer l'éprouvette étant restreint, des mors spéciaux ont été développés. Ils sont constitués de deux parties (voir fig. 2.4a), une tige filetée et fendue dans laquelle se loge la tête de l'éprouvette et un capuchon également fendu se vissant par dessus dont le fond de filet est fait de telle manière que les fentes soient à 90° lorsque le capuchon est en butée (voir fig. 2.4b). Le système laisse suffisamment de jeu pour ne pas contraindre l'éprouvette.

Un test de chargement sur une éprouvette lisse a été réalisé [LAC 13] pour valider l'uniaxialité du chargement (voir fig. 2.5). L'incertitude de mesure est de 5 %, ce qui explique les fluctuations dans le champ de déplacement. Une déformation moyenne de 0,1 % est mesurée

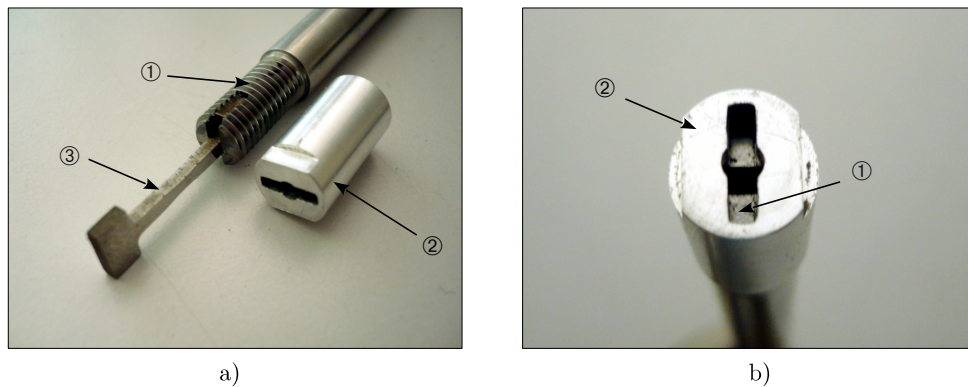


FIGURE 2.4 – Photos des mors utilisés pour la machine de fatigue *in situ* dans sa version tomographe de laboratoire. Le mors est constitué d'une longue tige fixée d'un côté soit sur le capteur, soit sur le vérin et fileté de l'autre côté ① avec une fente permettant de placer l'éprouvette ③. Un capuchon ② permet de retenir l'éprouvette lorsqu'il est vissé en fond de filetage (b).

dans la direction de chargement (axe z), tandis qu'une déformation du tiers de cette valeur est estimée pour les directions transverses. Par ailleurs les cisaillements sont 10 fois plus faibles. Ces mesures correspondent bien au chargement d'un matériau homogène isotrope suivant l'axe z .

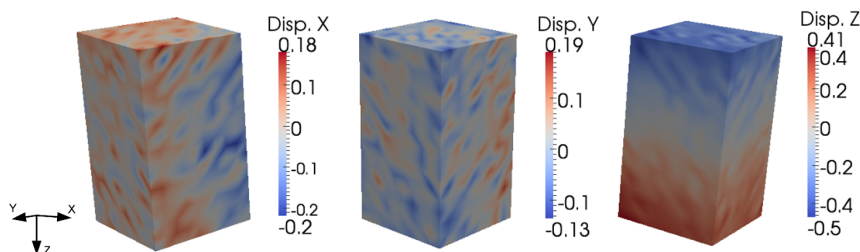


FIGURE 2.5 – Champ de déplacement mesuré par corrélation d'images (voir chapitre 3) sur une éprouvette lisse en traction uni-axiale suivant la direction z . L'échelle est donnée en voxel ($1 \text{ vx} = 3.5 \mu\text{m}$) : le chargement est globalement uni-axial.

2.4 Éprouvette

L'éprouvette doit satisfaire plusieurs conditions. L'objectif étant de mesurer des champs de déplacement par DVC, le matériau utilisé doit présenter un mouchetis naturel comme expliqué au chapitre 1. Une taille de voxel de l'ordre du micron ainsi qu'une absorption élevée des rayons X par les matériaux métalliques imposent une section utile de l'ordre de quelques millimètre carrés. Enfin, pour s'affranchir d'une redistribution des contraintes après découpe d'une éprouvette macro pré-fissurée (voir chapitre 1), la fissure doit s'amorcer directement sur l'éprouvette.

2.4.1 Matériau

Le matériau utilisé dans cette étude est une fonte ferritique à graphite sphéroïdal (GS) dont la composition est 3,4 %m C, 2,6 %m Si, 0,05 %m Mg, 0,19 %m Mn, 0,005 %m S et 0,01 %m P. Après coulée et traitement thermique (ferritisation à 880 °C, suivie d'une trempe à l'air) la microstructure obtenue est une matrice ferritique (98 %m de ferrite et 2 %m de perlite avec une taille moyenne de grain de 50 μm , voir fig. 2.6) avec 14 %v de nodules de graphite d'une taille moyenne de 45 μm . Le module d'Young du matériau, sa limite élastique et son coefficient de

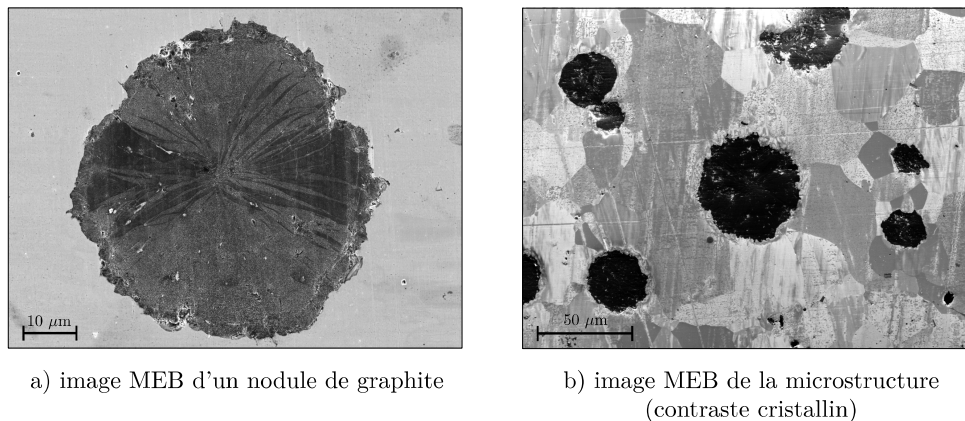


FIGURE 2.6 – Images MEB illustrant la microstructure de la fonte à graphite sphéroïdal. La taille moyenne d'un nodule est de l'ordre de 45 μm (a), tout comme la taille des grains (b).

poisson sont respectivement 140 GPa, 315 MPa et 0,27 [MON 00].

Le choix de ce matériau s'inscrit dans une suite de travaux sur le suivi de propagation de fissures de fatigue par DVC à partir de données de tomographie [RAN 10, LIM 09, LIM 10].

Le carbone (nodules) et le fer (matrice) ont des numéros atomiques suffisamment différents pour présenter un fort contraste d'absorption des rayons X. Les nodules sphériques qui sont répartis de façon homogène dans la matrice sont donc facilement imagés par tomographie et peuvent être utilisés comme marqueurs naturels pour la corrélation d'images dans les volumes 3D reconstruits. Pour une taille de voxel de 2,5 μm , les nodules ont un diamètre de l'ordre de 15 vx, ce qui permet de bien les visualiser sur les images reconstruites.

Dans la configuration retenue pour réaliser les scans dans le tomographe de laboratoire, une tension d'accélération de 90 kV, un courant de 180 μA et avec un temps de pose de 500 ms, le détecteur mesure 16 000 coups. Une fois le tube en aluminium traversé de part en part, il ne reste plus que 7 200 coups, soit une absorption d'environ 55 % (voir fig. 2.7a). L'échantillon mis en place dans le tube, seuls 1900 coups sont transmis dans le cas le plus favorable (voir fig. 2.7b) et 1400 coups dans le cas le plus défavorable (voir fig. 2.7c), c'est-à-dire dans la diagonale de l'éprouvette, ce qui correspond à 9 % de transmission. Néanmoins, étant donné que l'on cherche à reconstruire uniquement l'éprouvette, seule son absorption importe, la transmission après traversée de l'éprouvette est alors de 20 %, ce qui est satisfaisant.

En plus de son mouchetis 3D naturel et facilement imagé par tomographie, la fonte GS a été l'objet de nombreuses études en fatigue, d'un point de vue du traitement thermique [DIE 96, ADR 04], de l'influence des défauts de coulée [NAD 97], du comportement lors d'une surcharge

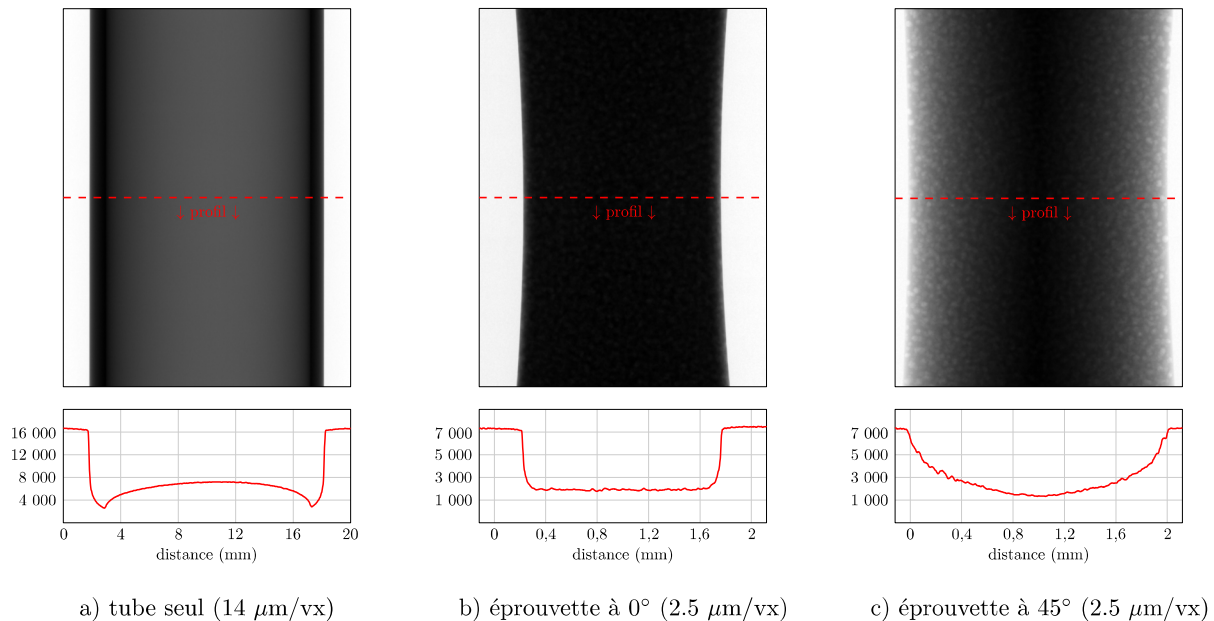


FIGURE 2.7 – Radiographies du tube seul (a) et de l'éprouvette placée dans le tube à 0° (b) et à 45° (c). Pour chaque radiographie, un profil d'intensité (transmission) est tracé en *coups* en fonction de la distance.

[ZYB 12] ou de l'interface nodule/matrice [RAB 05, COC 13].

2.4.2 Préparation de l'éprouvette

Les éprouvettes sont découpées dans le cœur des barreaux de fonderie par électro-érosion à fil. Les essais de fatigue étant effectués avec un rapport de charge positif, la géométrie retenue est de type *os de chien* (voir fig. 2.8a). La section est légèrement réduite au centre de l'éprouvette de façon à localiser les contraintes. Les mors utilisés imposent que les têtes soient relativement étroites comparées à la section de l'éprouvette (voir fig. 2.4). Afin de limiter les risques d'amorçage sur des défauts de surface, un polissage tel que défini dans [ADR 04] est réalisé sur les deux faces, ainsi qu'un polissage un peu plus grossier (papier SiC, taille de grain 1200) sur les tranches. Le polissage permet de supprimer les rayures mais peut aussi arracher des nodules. Néanmoins, ces défauts de surface résiduels sont négligeables par rapport au défaut artificiel qui est introduit.

2.4.3 Réalisation de l'entaille

Les essais *in situ* mobilisant le tomographe pour une assez longue période (typiquement 4 jours), il faut à tout prix être en mesure de contrôler l'amorçage et la propagation de la fissure. Pour amorcer facilement une fissure, une entaille est usinée en surface. Deux types de géométrie ont été testées : des entailles de coin et de surface. Lors des premières tentatives pour réaliser les entailles, l'usinage par faisceau d'ions focalisés (FIB pour *Focused Ion Beam*) a été utilisé comme décrit dans [FER 06b], l'entaille obtenue ayant pour dimension 100 μm de large en surface par

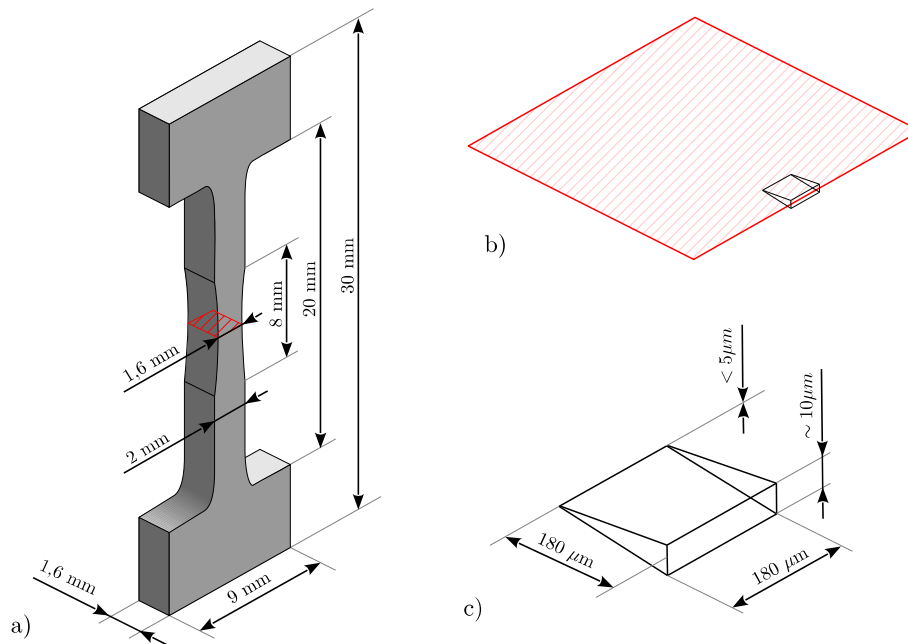


FIGURE 2.8 – (a) Géométrie de l'éprouvette, (b) coupe située en son centre au niveau de l'entaille dont les dimensions sont données en (c).

20 μm de profondeur et 1,5 μm d'ouverture en surface. Pour cette dimension d'entaille, les éprouvettes cassent sur des fissures amorcées à d'autres endroits que l'entaille FIB (retassures, congés, etc.); la réalisation avec la même technique d'une entaille plus large et plus profonde étant difficile (re-dépôt de matière en fond d'entaille au cours de l'usinage) et long, une nouvelle méthode d'usinage des entailles a dû être recherchée, le choix s'est porté sur l'usinage par laser Femto. Il a été réalisé par Arnaud Weck de l'université d'Ottawa au Canada à l'aide d'un système laser femto-second de longueur d'impulsion d'environ 40 fs [LAC 13]. L'utilisation d'un tel laser permet de réduire la zone thermiquement affectée lors de la vaporisation du matériau grâce à la forte intensité du laser. La taille de l'entaille est (approximativement) un carré de 180 par 180 μm (voir fig. 2.8) et son épaisseur est déterminée par la taille du faisceau laser (de l'ordre de la dizaine de micron). L'observation du faciès de rupture au niveau de l'entaille (fig. 2.9) permet d'observer les modifications locales du matériau : les impulsions laissent une trace *tubulaire* et la matrice *fondue* se re-solidifie autour de cette trace masquant au passage les nodules traversés.

2.5 Essais de fatigue

2.5.1 Choix des conditions de cyclage

Le rapport de charge R choisi est de 0,1 afin d'être cohérent avec les travaux précédant cette étude [NAD 97, LIM 10] et l'amplitude de contrainte est constante au cours du cyclage. Pour que la fissure puisse amorcer et propager dans l'éprouvette, sachant que l'on souhaite que les périodes de cyclage prennent le moins de temps possible, il faut que le facteur d'intensité de contrainte pour une fissure équivalente à l'entaille soit suffisamment élevé. D'après la figure 2.10,

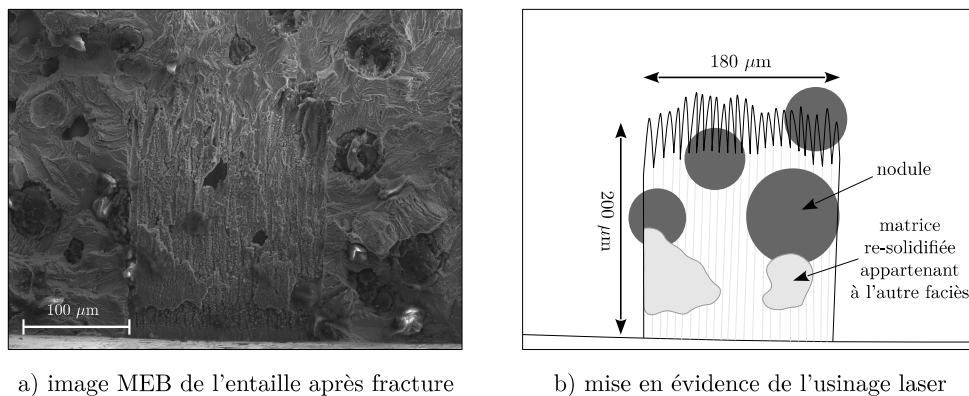


FIGURE 2.9 – Le défaut permettant d'amorcer la fissure est une entaille réalisée à l'aide d'un laser. Les traces laissées par les impulsions laser sont visibles sur l'image MEB (a) et mises en évidence sur le schéma (b). On observe également que certains nodules de graphite sont masqués par de la matrice re-solidifiée.

on constate que la variation du FIC ΔK doit être supérieure à $8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ pour être au delà du seuil de propagation et que la fissure puisse propager.

La limite élastique $\sigma_{0,2}$ du matériau étant de 315 MPa, la contrainte maximale σ_m de cyclage choisie est de 285 MPa. A partir de ces données et en utilisant les formules de Raju et Newmann [RAJ 79], la fissure équivalente à l'entaille réalisée produit un facteur d'intensité de contrainte K_I d'environ $4,5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ pour σ_m , soit pour le rapport de charge $R = 0,1$, un ΔK_I d'environ $4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, une valeur bien inférieure au seuil donné par la figure 2.10. Pour pouvoir dépasser ce seuil, il faudrait soit une entaille trois fois plus grande, soit augmenter le niveau de la contrainte. Augmenter la profondeur de l'entaille nécessite de réaliser une éprouvette avec une section plus importante pour laisser suffisamment de matière à la fissure pour propager or ceci est impossible étant donné que les dimensions de la section de l'éprouvette sont imposées par la tomographie aux rayons X. Par ailleurs, la contrainte σ_m étant déjà proche de la limite élastique et sachant que l'on souhaite ne pas trop plastifier notre éprouvette, il est difficile de l'augmenter. Cependant, lors de tests préalables aux essais *in situ*, les entailles réalisées pour cette géométrie d'éprouvette ont systématiquement amorcé après environ 100 kcycles, ce qui a permis de valider les conditions de cyclages présentées ci-dessus.

2.5.2 Protocole expérimental

Après avoir mis en place l'éprouvette dans la machine de fatigue (elle même placée dans le tomographe) et avant de commencer le cyclage, deux scans sont réalisés à charge minimale. Le premier servira de référence générale pour les calculs de corrélation d'images et le second est enregistré après avoir appliqué un mouvement à l'échantillon. Il s'agit d'une translation dans le cas de la tomographie de synchrotron ou d'une variation de taille de voxel dans le cas de la tomographie de laboratoire; ces mouvements sont destinés à effectuer des calculs d'incertitude (voir chapitre 3) pour évaluer la précision des méthodes de DVC. L'échantillon est ensuite cyclé pour amorcer une fissure à partir de l'entaille. Ce cyclage est régulièrement interrompu afin de

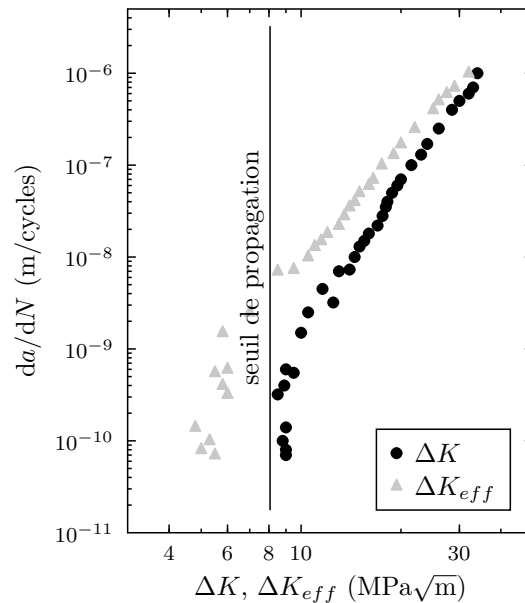


FIGURE 2.10 – Vitesse de propagation de fissure longue dans l’air pour un rapport de charge $R = 0,1$ dans une fonte GS proche de celle de cette étude (source [NAD 97]).

contrôler le développement de l’endommagement. Ce contrôle consiste en un scan à charge haute permettant d’observer l’apparition éventuelle d’une fissure. Une fois que la fissure a suffisamment propagé pour être “indépendante” de la géométrie de l’entaille, une série de scan/cyclage est réalisée pour étudier la propagation par corrélation d’images. On réalise alors alternativement des scans à différentes charges (au minimum charge basse et haute) et une période de cyclage, généralement de 5 kc (voir fig. 2.11).

2.6 Éprouvettes étudiées

Deux montages différents ont été utilisés au cours de ces travaux : le montage réalisé au sein du laboratoire MATÉIS et utilisant la machine de fatigue décrite dans ce chapitre placée dans un tomographe de laboratoire ; et le montage utilisant la machine de fatigue de l’université de Toyohashi au synchrotron Spring 8 au Japon. Les éprouvettes utilisées au laboratoire et dont la désignation commence par les lettres LB ont une entaille carrée de $180 \mu\text{m}$ de coté ; celles utilisées au synchrotron et dont la désignation commence par les lettres LBj ont une entaille rectangulaire de $180 \mu\text{m}$ par $360 \mu\text{m}$. Le tableau 2.1 résume les différentes éprouvettes étudiées et précise pour chacune d’entre elles les conditions expérimentales utilisées.

2.7 Bilan

La figure 2.12 illustre et résume le protocole expérimental permettant de produire une éprouvette capable d’amorcer et de propager une fissure de fatigue dans une machine *in situ* placée dans un tomographe à rayons X. Ce protocole consiste, tout d’abord, à découper l’éprouvette par électro-érosion à fil dans le matériau approprié (ici un barreau de coulage de fonte GS) et

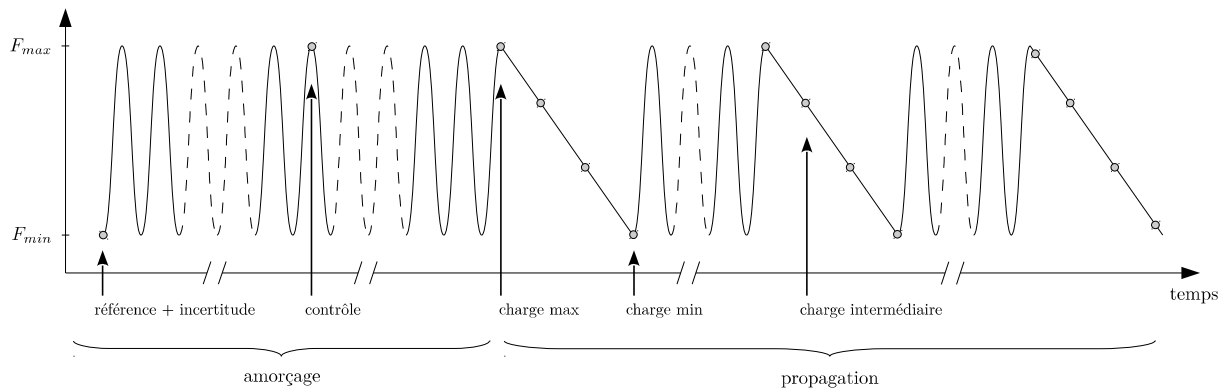


FIGURE 2.11 – Protocole expérimental : l’essai consiste dans un premier temps à s’assurer que la fissure a bien amorcé sur l’entaille puis à scanner à intervalle régulier l’éprouvette à différentes charges. Chaque rond sur la courbe correspond à un scan.

Tomographe	MATÉIS (laboratoire)			Spring 8 (synchrotron)			
Nom	LB1	LB2	LB3	LBj2	LBj4	LBj5	LBj6
Géométrie d’entaille	surface	surface	coin	coin	surface	surface	surface
Taille de voxel	2.5 μm	3.5 μm	3.5 μm	1.4 μm	1.4 μm	1.4 μm	1.4 μm
États de cyclage	10 états	14 états	12 états	15 états	6 états	4 états	7 états
Charges intermédiaires	oui	non	très peu	non	très peu	très peu	très peu
Nombre de scan	84	12+23	32	37	19	11	29
Remarques	objectif : observer l’ouverture de fissure	essai interrompu : démontage de l’éprouvette		tentative de <i>load-shedding</i> , blocage			

TABLE 2.1 – Caractéristiques des éprouvettes fatiguées et scannées.

à polir sa surface. Puis une entaille est réalisée par usinage laser afin de maîtriser l'amorçage d'une fissure. L'éprouvette est mise en place dans une machine de fatigue *in situ* permettant de scanner l'éprouvette sans la démonter. Enfin, le suivi de propagation est fait par alternance de période de cyclage et d'acquisition de scans.

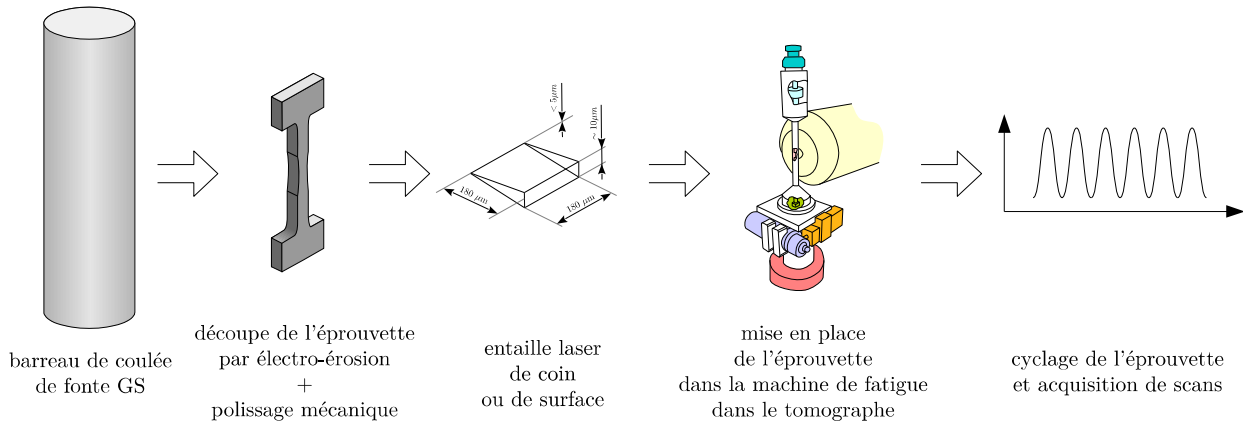


FIGURE 2.12 – Bilan des méthodes expérimentales aboutissant aux images 3D en vue des calculs de corrélation d'images.

Méthodes numériques - Corrélation d'images numériques

Sommaire

3.1	Introduction	30
3.2	Principe de la corrélation d'images numériques	32
3.2.1	Équation à résoudre	32
3.2.2	Calcul de l'incrément du	33
3.2.3	Résolution	34
3.2.4	Calcul simplifié du second membre (méthode <i>MCR</i>)	34
3.2.5	Résolution multi-échelle	35
3.3	Résidu, erreur et incertitude de corrélation	35
3.3.1	Résidu de corrélation	35
3.3.2	Erreur et incertitude	36
3.3.3	Application : mesure d'incertitude pour l'éprouvette LB1	37
3.4	Régularisation mécanique	39
3.4.1	Ordres de grandeur et incertitude	39
3.4.2	Méthode de l'écart à l'équilibre	40
3.4.3	Choix du paramètre de régularisation	42
3.4.4	Application : mesure d'incertitude pour l'éprouvette LB1	44
3.5	Maillage : surfaces libres et raffinement	46
3.5.1	Surfaces libres	46
3.5.2	Maillage raffiné	46
3.6	Enrichissement de la fissure	47
3.6.1	Rappel sur les éléments finis étendus	47
3.6.2	Exploitation du résidu de corrélation	48
3.6.3	Adaptation du maillage	49
3.7	Champs de déplacement disponibles et intérêts	49
3.8	Bilan	51

3.1 Introduction

La corrélation d'images numériques, appelée DIC pour Digital Image Correlation, est une méthode optique utilisée pour mesurer des champs de déplacement et/ou de déformation de façon non destructive [HIL 06, PAN 09]. Le principe consiste à prendre deux images d'une surface, l'une avant déformation (image de référence), l'autre après (image déformée) et à retrouver, par traitements numériques, le champ de déplacement qui permet à partir de l'image de référence de reproduire l'image déformée.

Historiquement, les premières méthodes de mesure de déformation non destructive se basaient sur le principe de l'interférométrie holographique [SMI 13a] mise au point dans les années soixante, puis sur celui de l'interférométrie speckle [SMI 13b] (années soixante-dix). La technique consiste à suivre l'apparition ou le déplacement de franges d'interférence en fonction de la déformation appliquée. L'interférométrie holographique proposée par Stetson et Powell en 1965 [POW 65] possède une résolution de l'ordre du micron, mais nécessite des plaques photosensibles particulières. L'interférométrie speckle possède une résolution similaire mais reste bridée par la résolution des capteurs CCD utilisés qui est de l'ordre de la dizaine de microns. Ces techniques sont fiables et éprouvées, mais contraignantes : elles nécessitent un montage complexe (miroirs, laser, CCD), doivent être réalisées dans l'obscurité et la surface observée doit posséder une certaine rugosité afin de créer le speckle. De plus les franges numérisées par le CCD doivent ensuite être traitées numériquement pour avoir accès au champ de déformation. La corrélation d'images numériques ne nécessite, quant à elle, qu'une caméra CCD (deux pour la stéréo corrélation) et un mouchetis (speckle) sur la surface observée. Ce dernier peut être soit d'origine naturelle (inclusions, rugosité) soit artificiel (peinture).

Les premières implémentations de la DIC [SUT 09] consistent à diviser l'image en imquettes (subset en anglais) et à identifier une à une leur position dans l'image déformée par rapport à l'image de référence, il s'agit de la méthode *locale*. Apparue plus tard, la méthode *globale* utilise l'intégralité de l'image pour déterminer le champ de déplacement en s'appuyant sur un maillage et des fonctions de forme [BES 06] directement issues de la méthode des éléments finis (EF, ou FEM pour *Finite Element Method*). La DIC d'abord appliquée à des images 2D a ensuite été transposée en volume 3D, avec l'apparition de données volumiques (tomographie optique [GER 07], tomographie X [BAY 99, ROU 08], laminographie [MOR 13]) ; on parle alors de DVC pour Digital Volume Correlation.

Parmi les méthodes de corrélation d'images, on trouve également le suivi de particules (*particle tracking* en anglais). Issue de la mécanique des fluides où l'on parle plutôt de *particle image velocimetry* [GRA 97], la technique consiste à mélanger au fluide étudié des particules pouvant être suivies par imagerie pour mesurer les champs de vitesse (ou de déplacement) de ce dernier. Cette méthode a été appliquée à des matériaux solides dans lesquels les particules sont remplacées par les marqueurs présents dans le matériau [TOD 04, HAL 08].

La figure 3.1 propose une comparaison des méthodes *locale* et *globale* ainsi que du *particle tracking*.

L'utilisation de la corrélation d'images numériques passe par l'évaluation des performances du montage (qualité des images, qualité du mouchetis) [BOR 09] et de l'algorithme utilisé (méthodes d'interpolation, taille des imquettes ou du maillage) [LEC 06, HIL 12].

Ce chapitre présentera le principe de la DIC/DVC de l'équation de départ à la formulation matricielle, puis le résidu de corrélation ainsi que l'évaluation de la qualité du champ de dépla-

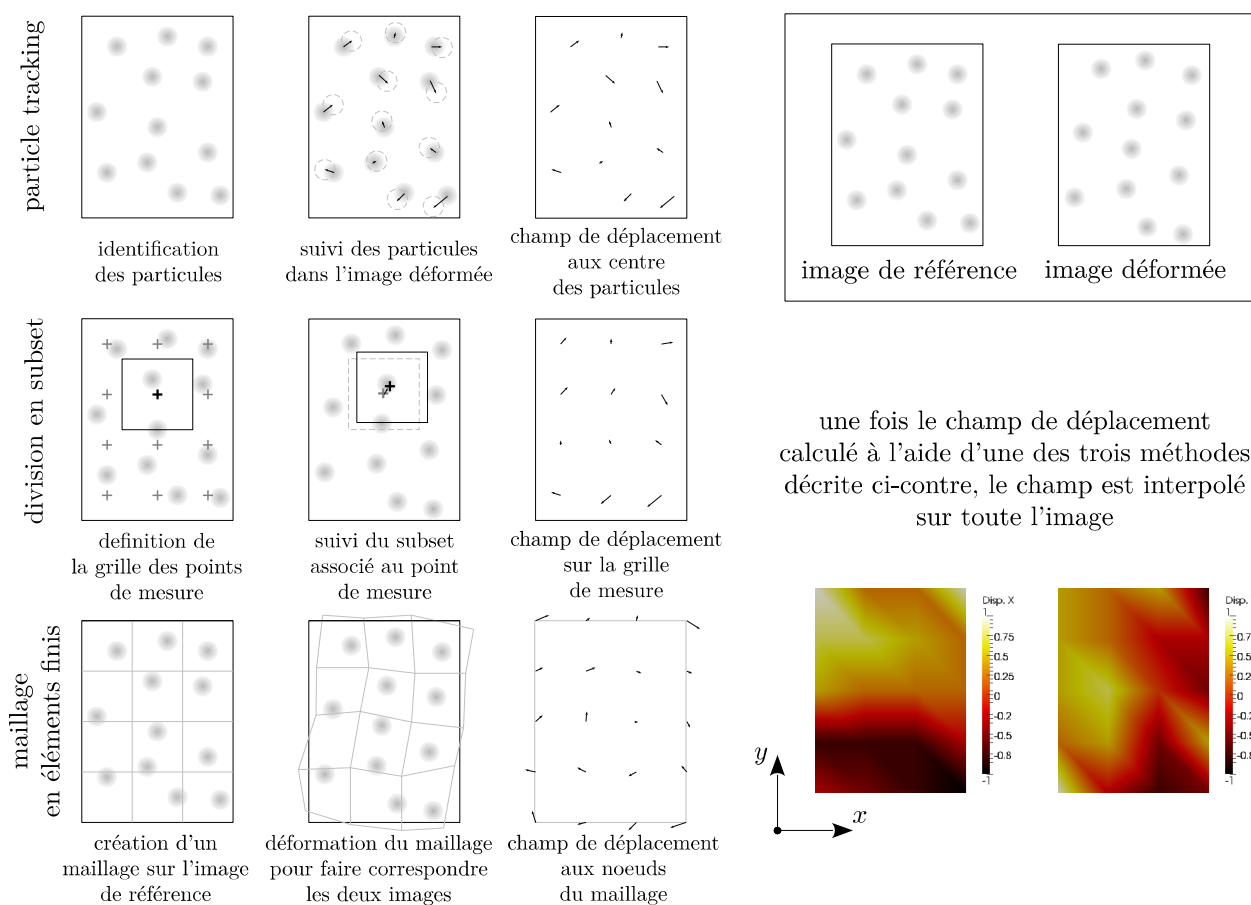


FIGURE 3.1 – Présentation schématique de trois méthodes classiques de corrélation d'images numériques : le *particle tracking*, la méthode *locale* (division en subset) et la méthode *globale* (maillage en éléments finis).

cement obtenu en terme d’erreur et d’incertitude et enfin les améliorations possibles à l’aide de la régularisation et d’un maillage adapté.

3.2 Principe de la corrélation d’images numériques

Dans cette section, la dimension du problème importe peu, qu’elle soit de une, deux ou trois, la formulation reste inchangée. On parlera néanmoins d’image par convenance. Les coordonnées du vecteur x sont de la même dimension que celle du cas étudié, c’est à dire $x = [x]$, $x = [x, y]$ et $x = [x, y, z]$ respectivement pour les cas 1D, 2D et 3D.

3.2.1 Équation à résoudre

Soit deux images \mathfrak{F} et \mathfrak{G} correspondant respectivement à l’état de référence et à l’état déformé par un champ de déplacement u_{exp} où pour chaque coordonnée x de l’image \mathfrak{F} (respectivement \mathfrak{G}) correspond un niveau de gris $f(x)$ (respectivement $g(x)$). La corrélation d’images numériques entre ces deux images a pour but de retrouver numériquement le champ u_{exp} ou tout du moins de trouver une solution u qui s’en approche. Pour cela, l’équation du flot optique¹ est utilisée :

$$f(x) = g(x + u(x)) . \quad (3.1)$$

Les deux images provenant de la même caméra, leur dynamique est supposée identique. Si tel n’est pas le cas, les deux images sont normalisées.

La méthode des moindres carrés est ensuite utilisée pour résoudre ce problème, ce qui revient à minimiser par u (la solution recherchée) le résidu suivant :

$$\Phi_c^2(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [f(x) - g(x + u(x))]^2 d\Omega . \quad (3.2)$$

L’équation (3.2) correspond à la formulation d’un “problème mal posé”, c’est-à-dire un problème ne respectant pas la définition de Hadamard du problème bien posé qui doit avoir les propriétés suivantes :

- une solution existe,
- la solution est unique,
- la solution dépend de façon continue des données dans le cadre d’une topologie raisonnable.

En effet, le principe utilisé se base sur la comparaison d’un mouchetis constitué de niveaux de gris dont le motif se répète plus ou moins aléatoirement. Un déplacement trop important entre \mathfrak{F} et \mathfrak{G} , peut amener à trouver une solution minimisant bien le résidu, mais ne correspondant pas au déplacement réel, ceci étant dû à l’existence de minimums locaux.

Le résidu Φ_c^2 dépendant de u de manière non linéaire, la méthode de résolution consiste à résoudre ce problème de façon itérative par incrément de déplacement du .

1. Le flot optique décrit les variations des niveaux de gris dues au mouvement d’un objet entre deux images successives d’une même scène. Pour le calculer, on suppose qu’un point matériel conserve son intensité lumineuse au cours de son déplacement.

3.2.2 Calcul de l'incrément du

Soit une petite variation du de u , le développement de Taylor au premier ordre sur $g(x+u(x))$, donne :

$$g(x + u + du) = g(x + u) + du \cdot \nabla g(x + u) \quad (3.3)$$

et l'équation (3.2) devient :

$$\Phi_c^2(u + du) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [f(x) - g(x + u) - du \cdot \nabla g(x + u)]^2 d\Omega. \quad (3.4)$$

Dans le cas de la méthode *globale* utilisée ici, la corrélation d'images se base sur des éléments finis. Le champ $u(x)$ peut alors s'écrire sous la forme $u(x) = \sum N_i(x) u_i$ avec u_i les valeurs aux nœuds du maillage et N_i les fonctions de forme des éléments utilisés, soit en remplaçant dans (3.4) et en développant :

$$\begin{aligned} \Phi_c^2(u + du) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} & \left[(f(x) - g(x + u))^2 \right. \\ & + \left(\sum_i N_i(x) du_i \cdot \nabla g(x + u) \right) \left(\sum_j N_j(x) du_j \cdot \nabla g(x + u) \right) \\ & \left. - 2 (f(x) - g(x + u)) \left(\sum_i N_i(x) du_i \cdot \nabla g(x + u) \right) \right] d\Omega \quad (3.5) \end{aligned}$$

soit :

$$\Phi_c^2(u + du) = C + \frac{1}{2} \sum_{i,j} (du_i M_{ij} du_j) - \sum_i (du_i B_i) \quad (3.6)$$

avec :

$$M_{ij} = \int_{\Omega} (N_i \nabla g(x + u)) \cdot (N_j \nabla g(x + u)) d\Omega \quad (3.7)$$

$$B_i = \int_{\Omega} (N_i \nabla g(x + u)) \cdot (f(x) - g(x + u)) d\Omega \quad (3.8)$$

$$C = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [f(x) - g(x + u)]^2 d\Omega \quad (3.9)$$

Finalement, en utilisant la notation matricielle :

$$\Phi_c^2(U + dU) = C + \frac{1}{2} dU^T M dU - dU^T B, \quad (3.10)$$

M étant une matrice carrée de coefficients M_{ij} , B un vecteur colonne de coefficients B_i , dU un vecteur colonne de coefficients du_i et C un scalaire.

Pour trouver $du(x)$, il faut minimiser le résidu $\Phi_c^2(u + du)$, c'est à dire annuler sa dérivée :

$$\min(\Phi_c^2(U + dU)) \Rightarrow \frac{\partial \Phi_c^2}{\partial dU}(U + dU) = 0 \quad (3.11)$$

soit

$$M dU - B = 0 \Leftrightarrow dU = M^{-1} B. \quad (3.12)$$

3.2.3 Résolution

Pour faciliter la convergence de u , il est important d'avoir une solution de départ U_{ini} assez proche de la solution recherchée. L'utilisation du produit de corrélation $f \times g(x)$ qui se formule $P = \widehat{f}(\xi)\widehat{g}(\xi)^*$ dans le domaine de Fourier (\widehat{h} étant la transformée de h et a^* le conjugué de a) permet de trouver le mouvement de corps rigide associé à U (translation correspondant aux coordonnées du maximum de P).

Par ailleurs, le gradient $\nabla g(x+u)$ tend vers $\nabla f(x)$ lorsque u tend vers u_{exp} . Pour simplifier les calculs, l'approximation suivante est faite : $\nabla g(x+u) \approx \nabla f(x)$. Les équations (3.7) et (3.8) deviennent alors :

$$M_{ij} = \int_{\Omega} (N_i \nabla f(x)) \cdot (N_j \nabla f(x)) d\Omega \quad (3.13)$$

$$B_i = \int_{\Omega} (N_i \nabla f(x)) \cdot (f(x) - g(x+u)) d\Omega \quad (3.14)$$

La matrice M ne dépendant que de $f(x)$, on peut la calculer une fois pour toutes. Par contre le vecteur B dépendant de $u(x)$, la résolution se déroule suivant la méthode itérative suivante :

$$\begin{aligned} B_1 &= B(U_{ini}) \\ dU_1 &= M^{-1} B_1 \\ B_2 &= B(U_{ini} + dU_1) \\ dU_2 &= M^{-1} B_2 \\ &\dots \\ B_n &= B\left(U_{ini} + \sum_{i=1}^{n-1} dU_i\right) \\ dU_n &= M^{-1} B_n \end{aligned} \quad (3.15)$$

La solution finale étant :

$$U = U_{ini} + \sum_{i=1}^{\infty} dU_i \quad (3.16)$$

Les critères permettant de valider la solution à partir d'un certain nombre d'itérations sont :

- la stabilisation de l'erreur : $\Phi_c^2(u) \rightarrow \varepsilon$
- et la convergence de l'incrément de déplacement dU vers 0.

3.2.4 Calcul simplifié du second membre (méthode MCR)

Le calcul du second membre B_n utilise le champ de déplacement déterminé à l'étape précédente, soit U_{n-1} . La solution recherchée étant U_n quand n tend vers l'infini, il est possible de faire apparaître U_n en réécrivant l'équation (3.12) de la manière suivante :

$$M dU_n = B(U_{n-1}) \quad \Leftrightarrow \quad M [U_n - U_{n-1}] = B(U_{n-1}) , \quad (3.17)$$

soit :

$$M U_n = B(U_{n-1}) + M U_{n-1} = \widetilde{B}(U_{n-1}) . \quad (3.18)$$

Pour améliorer la convergence du calcul, on propose lors de la construction du second membre \tilde{B} de moyenner le champ de déplacement par élément. Pour chaque élément, on calcule alors la matrice élémentaire M_{el} :

$$M_{el} = (N \nabla f)^T (N \nabla f) , \quad (3.19)$$

et le vecteur élémentaire \tilde{B}_{el} du second membre :

$$\tilde{B}_{el}(U_{n-1}) = (N \nabla f)^T (f(x) - g(x + \bar{u}_{n-1})) + M_{el} \bar{U}_{n-1} \quad (3.20)$$

où le champ de \bar{U}_{n-1} correspond au champ de déplacement moyenné dans l'élément donné. Rappelons que U correspond aux valeurs du champ de déplacement aux nœuds et que u est la valeur du champ interpolée au pixel dans l'élément. Après assemblage de la matrice M et du second membre \tilde{B} à partir des matrices et vecteurs élémentaires, la méthode itérative expliquée ci-dessus est appliquée.

L'utilisation du champ de déplacement moyen par élément pour le calcul du second membre \tilde{B} revenant à autoriser qu'un mouvement de corps rigide par élément lors du calcul de $g(x + u)$, nous appellerons cette méthode *MCR*.

3.2.5 Résolution multi-échelle

Pour éviter les minimums locaux et s'affranchir des limitations dues à la linéarisation, une méthode de résolution multi-échelles est utilisée [RÉT 07]. Cette méthode consiste à créer des images plus petites en agrégeant les pixels quatre par quatre (en deux dimensions) à partir de l'image de référence et de l'image déformée. Ainsi pour une image de $N \times M$ pixels (échelle 1), on va créer une image de $\frac{N}{2} \times \frac{M}{2}$ pixels (échelle 2), puis de $\frac{N}{4} \times \frac{M}{4}$ (échelle 3), etc. (fig. 3.2), l'échelle n correspondant au facteur 2^{1-n} .

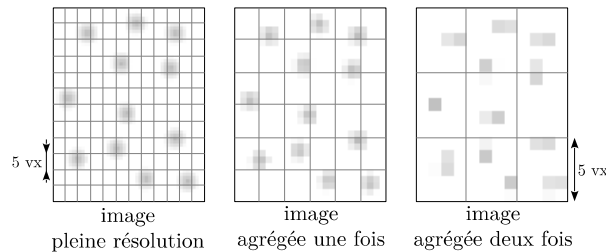


FIGURE 3.2 – Construction des images agrégées utilisées pour la résolution des échelles supérieures. Le nombre de pixels par élément ne change pas, seul le nombre d'éléments évolue.

Ces images agrégées sont ensuite utilisées pour réaliser les calculs de corrélation d'images, les résultats obtenus pour l'échelle n servant d'initialisation pour l'échelle $n - 1$ et ce jusqu'à l'échelle 1.

3.3 Résidu, erreur et incertitude de corrélation

3.3.1 Résidu de corrélation

La corrélation d'images ainsi effectuée donne accès au champ de déplacement $u(x)$ qui a permis de passer de \mathfrak{F} à \mathfrak{G} , mais également au résidu $|f(x) - g(x + u)|$. Ce résidu permet d'avoir

une idée de la qualité du calcul de corrélation. En effet, ce résidu permet d'évaluer les variations de luminosité ou de contraste entre les deux images ainsi que le bruit de mesure de l'appareil. Le résidu présente également un grand intérêt pour la détection de brusques discontinuités entre images telles que des porosités ou des fissures (fig. 3.3) qui sont apparues lors de la déformation.

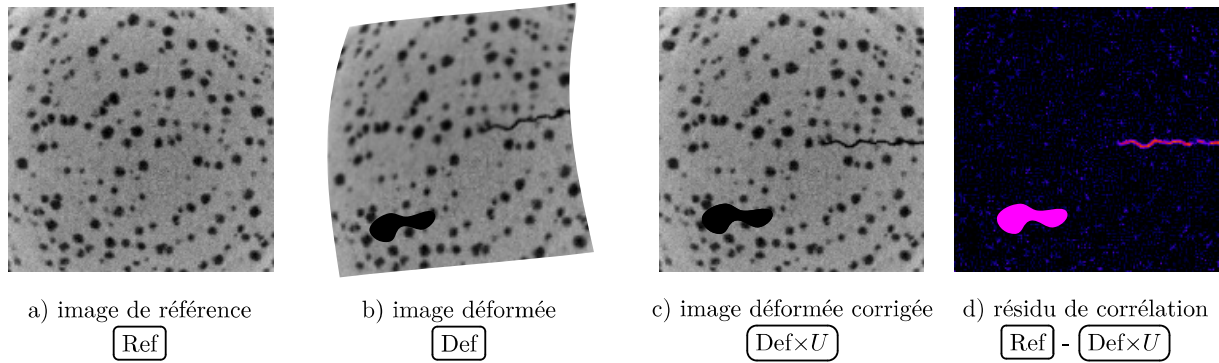


FIGURE 3.3 – Les différentes étapes de la corrélation d'images : à partir d'une image de référence (a) et d'une image déformée (b), on cherche le champ de déplacement qui, appliqué à l'image déformée (c), permet de minimiser la différence (d). Cette différence est appelée résidu de corrélation et ne contient que le bruit de mesure ainsi que les brusques changements apparus entre les deux images tels que des fissures, des porosités, etc.

3.3.2 Erreur et incertitude

Une corrélation d'images témoin entre deux blocs ayant subi une translation soit matérielle (translation connue de l'échantillon entre deux images), soit numériquement (translation d'une image à l'aide d'un logiciel de traitement d'image) permet d'évaluer la qualité du champ de déplacement issu de la corrélation d'images. Pour la translation matérielle, l'évaluation porte sur la qualité de l'acquisition (luminosité ambiante, stabilité de l'échantillon et de la caméra) et de l'algorithme de corrélation d'images (calculs des gradients, fonctions d'interpolation). La translation numérique permet, quant à elle, d'évaluer uniquement la qualité de l'algorithme. Une fois ces champs de déplacement témoins obtenus, deux types de mesure sont réalisés pour rendre compte de leur qualité : l'erreur systématique

$$err_u = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} (u_i - u_{i,exp}) , \quad (3.21)$$

et l'incertitude, c'est à dire l'écart-type

$$err_u = \sqrt{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} (u_i - u_{i,exp})^2} , \quad (3.22)$$

\mathcal{N} étant le nombre de nœuds du maillage du volume de référence pour la corrélation d'images.

L'erreur systématique est assimilable à un mouvement de corps rigide. Comme dans l'extraction des facteurs d'intensité des contraintes, les termes correspondant aux translations et aux rotations ne nous intéressent pas, on n'en discutera pas ici. De plus elle est généralement d'un ordre de grandeur inférieur à l'incertitude [LIM 09].

La corrélation d'images numériques développée dans ce chapitre reposant sur la méthode des éléments finis, l'incertitude pour chaque degré de liberté introduite par le maillage peut être estimée à l'aide de la formule suivante [LEC 12] :

$$\sigma_{u_i^e} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{G_f h^{3/2}}, \quad (3.23)$$

où σ^2 correspond à la variance du bruit blanc gaussien affectant les images et $G_f = \sqrt{\langle |\nabla f|^2 \rangle}$. Cette relation montre, entre autres, que l'incertitude diminue lorsque la taille des éléments h augmente car la quantité d'information par degré de liberté augmente également avec la taille des éléments.

3.3.3 Application : mesure d'incertitude pour l'éprouvette LB1

Dans le cas d'une image 2D, le champ de déplacement utilisé pour les calculs d'incertitude correspond à une translation de l'objet imagé suivant les deux directions du plan de la caméra. Dans le cas d'un volume 3D issu de la tomographie, une translation suivant une direction perpendiculaire à l'axe de rotation est appliquée [ROU 08], ce qui est le cas plus défavorable (pour la tomographie en synchrotron²). Un autre type d'essai peut être réalisé dans le cas de la tomographie de laboratoire : une translation suivant l'axe du faisceau X, ceci se traduisant par une variation de la taille de voxel et donc par une dilatation isotrope, soit des déplacements dans les trois directions. Comme cette dilatation est connue $\gamma = v_d/v_r$ (où v_r correspond à la taille du voxel de l'image initiale et v_d à celle de l'image déformée), on en déduit le champ de déplacement expérimental $u_{exp}(x)$ ce qui nous permet de calculer l'incertitude en utilisant la formule de l'équation (3.22).

Deux volumes sont scannés : l'un avec une taille de voxel de $2,50 \mu\text{m}$ (la résolution choisie pour tous les scans de cet essai) et l'autre avec une taille de voxel de $2,49 \mu\text{m}$. Un volume cubique de 500 vx de côté est utilisé pour la DVC utilisant sept maillages cubiques allant de 8 vx à 64 vx de côté (voir fig. 3.4). On obtient alors les champs de déplacement présentés sur la figure 3.5 où il apparaît clairement que le niveau de bruit diminue quand la taille des éléments augmente. Il est intéressant de remarquer en outre que, pour un maillage avec des éléments de 8 vx, la dynamique du champ résiduel est de plus ou moins un voxel ! Pour calculer l'incertitude sur le champ de déplacement, on calcule tout d'abord l'écart-type pour chaque composante (suivant les trois directions), ce qui permet, entre autre, de vérifier qu'il n'y a pas de direction privilégiée dans le bruit. L'incertitude globale résultant de ces différents écart-types est calculée à l'aide de la formule suivante :

$$\text{incertitude} = \sigma_{tot} = \frac{1}{3} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}. \quad (3.24)$$

Cette incertitude est ensuite tracée suivant la taille de l'élément utilisé, comme indiqué sur la figure 3.6. Les résultats obtenus donnant meilleure satisfaction dans le cas utilisant la méthode

2. En effet, une translation de l'objet suivant l'axe de rotation se traduit par une translation identique pour toutes les radios, alors qu'une translation suivant une direction perpendiculaire à l'axe de rotation affecte les radios de façon différente pour chacune d'entre elles.

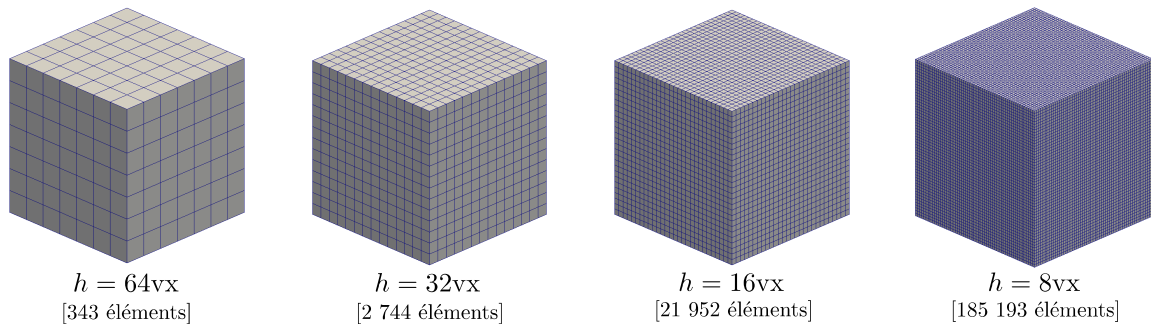


FIGURE 3.4 – Maillages cubiques C8, pour différentes tailles d'éléments, utilisés par les mesures de DVC nécessaires aux calculs d'incertitude.

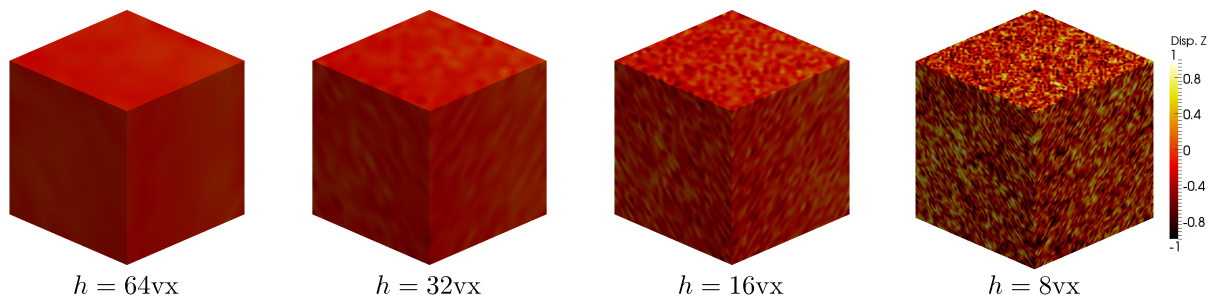


FIGURE 3.5 – Champs de déplacement suivant la direction Z (axe de rotation) amputés du déplacement imposé : on observe directement le bruit suivant cette direction. L'échelle est ajustée pour le maillage le plus fin ce qui permet de mettre en évidence la relation entre la taille des éléments et le bruit.

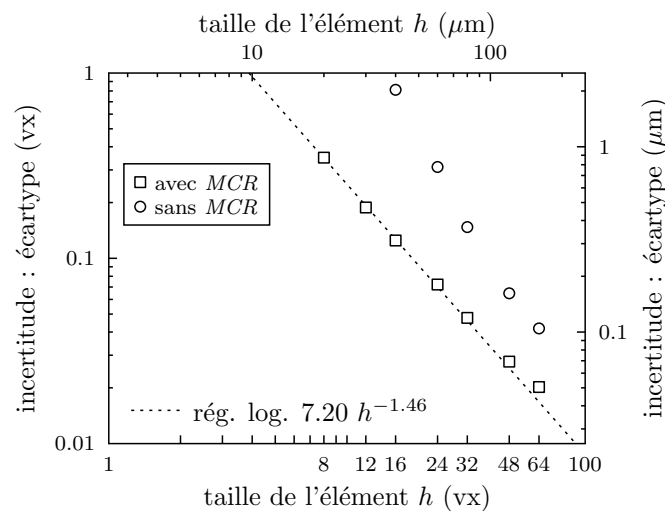


FIGURE 3.6 – Incertitude en fonction de la taille des éléments du maillage avec et sans l'utilisation de la méthode *MCR*. (1 vx = 2,5 μm)

MCR, l'ensemble des résultats présentés dans ces travaux utiliseront cette méthode.

3.4 Régularisation mécanique

L'équation (3.23), vérifiée par le graphe 3.6 montre que l'incertitude diminue lorsque la taille d'élément h augmente. En effet, augmenter la taille des éléments revient à filtrer le champ de déplacement mesuré en supprimant toutes les longueurs d'onde inférieures à la taille de l'élément.

Pour exploiter au maximum les données issues de la corrélation d'images, il est nécessaire d'avoir une idée de l'incertitude que l'on souhaite afin de bien sélectionner la longueur d'onde du filtre utilisé.

3.4.1 Ordres de grandeur et incertitude

Comme expliqué au chapitre 2, l'utilisation de la tomographie aux rayons X et l'étude d'un matériau à base de fer impose (principalement à cause de l'absorption) que la dimension caractéristique W de la section carrée de l'éprouvette soit de l'ordre de 1,5 mm (cf fig. 3.7a).

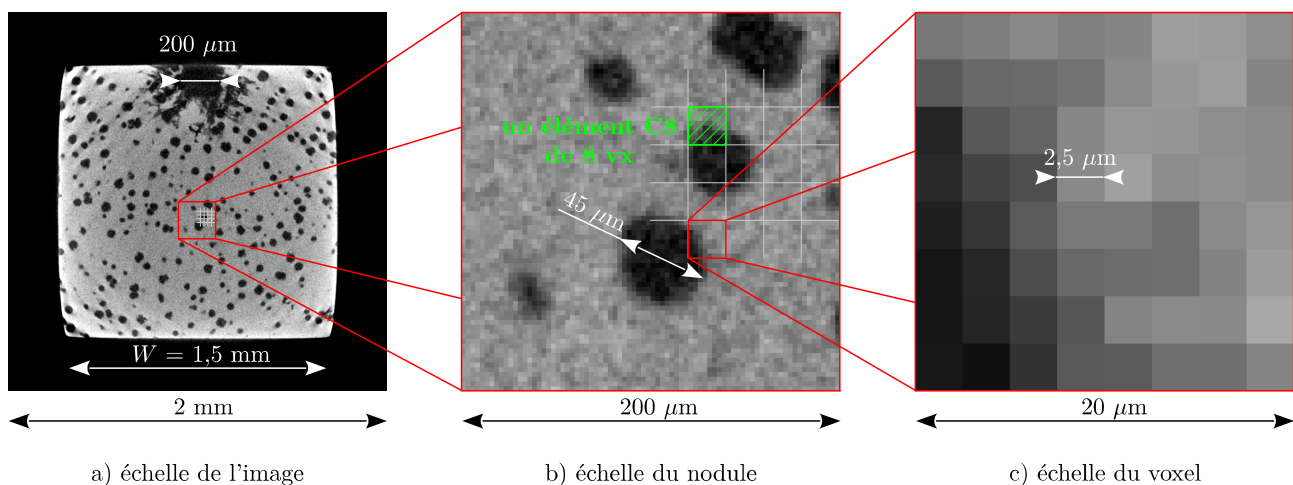


FIGURE 3.7 – Représentation des différentes échelles du problème : (a) l'échelle de l'image où la section de l'éprouvette est de 600×600 vx, (b) l'échelle du nodule ayant un diamètre moyen de 18 vx, (c) l'échelle du voxel, cette sous-figure représentant l'élément C8 le plus petit utilisé dans cette étude.

Afin de s'affranchir de la géométrie du défaut introduit et sans être perturbée par une distance de ligament restant trop faible, la profondeur d'entaille pour les positions de front retenues varie de 200 à 600 μm . Les valeurs de FIC (mode I) théoriques correspondant à ces entailles varient entre 5 et 10 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ pour une contrainte de 285 MPa.

Pour avoir une estimation de l'ordre de grandeur des déplacements que l'on cherche à mesurer, on se propose d'estimer l'ouverture de l'entaille en fond de fissure. En ne considérant que le mode I, le saut de déplacement $[[u]]$ entre lèvres est égal à $u_y(r, \pi) - u_y(r, -\pi)$, soit :

$$[[u]] = \frac{8 K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}, \quad (3.25)$$

r étant la distance au front de la fissure. Le saut $[[u]]$ étant nul à $r = 0$, l'ouverture est calculée à $r = r_y$ où r_y est l'estimation de premier ordre de la zone plastique dans le cas de l'hypothèse de déformation plane :

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{0,2}} \right)^2. \quad (3.26)$$

Pour les profondeurs d'entaille retenues, le rayon plastique r_y varie de 13 à 53 μm , ce qui donne un saut de déplacement $[[u]]$ de 0,33 à 1,3 μm .

Ce simple calcul permet d'avoir une idée de l'ordre de grandeur de l'ouverture en fond d'entaille. Cependant, dans le cas du champ de déplacement à proximité du front de fissure, il s'agit plus d'une borne supérieure. Il est vraisemblable que l'ordre de grandeur du champ de déplacement que l'on cherche à mesurer soit plutôt de quelques pourcents de cette ouverture. Si l'on admet une valeur de 5 % cela donne une ouverture de 0,02 μm .

En se basant sur les résultats du graphe 3.6, pour obtenir une incertitude de l'ordre de 0,02 μm , il est nécessaire d'utiliser une taille d'éléments de l'ordre de 260 μm . Cette valeur très élevée peut s'expliquer de la façon suivante : la taille de voxel de 2,5 μm permet de suivre la propagation du front de la fissure (voir chapitre 2), cependant les nodules de graphite servant de mouchetis pour la DVC ont un diamètre moyen de 45 μm (cf fig. 3.7b), soit plus de 1000 fois plus grand que l'ordre de grandeur de l'ouverture en fond de fissure. La figure 3.8 permet de comparer les différentes échelles du problème et montre que la taille d'élément choisie crée des éléments ne contenant pas de frontière nodule/matrice qui pilote la DVC et justifie l'utilisation de la régularisation.

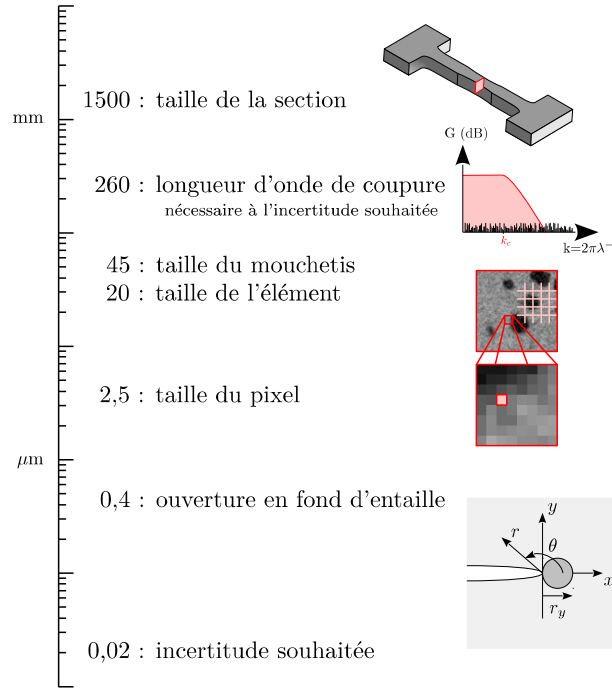
Le filtrage réalisé par des éléments de 260 μm étant basé sur les fonctions de forme des éléments (linéaire dans notre cas), le champ de déplacement est mal décrit d'un point de vue mécanique. Pour filtrer les hautes fréquences tout en gardant une bonne description mécanique, une taille d'élément plus petite (8 vx, soit 20 μm , cf fig. 3.7b) couplée avec une méthode de régularisation mécanique basée sur l'écart à l'équilibre est utilisée. C'est ce que nous décrirons dans les paragraphes suivants.

3.4.2 Méthode de l'écart à l'équilibre

La régularisation mécanique par la méthode de l'écart à l'équilibre (*Equilibrium Gap*) permet de filtrer le champ de déplacement issu de la corrélation d'images tout en gardant le maximum d'information mécanique [CLA 04].

En considérant que l'on est dans un cas élastique, cet équilibre se traduit aux sens des éléments finis par l'équilibre entre les efforts internes et externes :

$$F_{ext} = F_{int}, \quad (3.27)$$


 FIGURE 3.8 – Représentation des différents ordres de grandeur du problème en μm .

avec $F_{int} = KU$ où K est la matrice de raideur définie par :

$$K = \int_{\Omega} (\nabla N)^T \mathbb{C} (\nabla N) , \quad (3.28)$$

avec \mathbb{C} le tenseur de Hook. En séparant les efforts externes connus (noté \bar{F}_{ext}) des efforts externes inconnus (noté \tilde{F}_{ext}), l'équation devient :

$$\bar{F}_{ext} + \tilde{F}_{ext} = \bar{K}U + \tilde{K}U , \quad (3.29)$$

où \bar{K} n'agit que sur les nœuds soumis à \bar{F}_{ext} et \tilde{K} sur les nœuds soumis à \tilde{F}_{ext} . La régularisation par la méthode de l'écart à l'équilibre utilisée ici n'opère que sur les nœuds pour lesquels $\bar{F}_{ext} = 0$ et le résidu à minimiser est le suivant :

$$\Phi_m^2(u) = \frac{1}{2} (\bar{K}U)^2 = \frac{1}{2} U^T \bar{K}^T \bar{K}U . \quad (3.30)$$

Afin de régulariser mécaniquement le problème de corrélation d'images, les résidus Φ_c^2 et Φ_m^2 sont d'abord normalisés à l'aide d'un champ test v (détaillé ci-après) ; les résidus obtenus $\tilde{\Phi}_c^2$ et $\tilde{\Phi}_m^2$ étant ensuite sommés pour donner le résidu global suivant :

$$\tilde{\Phi}_t^2(u) = \tilde{\Phi}_c^2(u) + w_m \tilde{\Phi}_m^2(u) , \quad (3.31)$$

où w_m est un facteur permettant d'ajuster le poids de la régularisation mécanique dans la résolution du problème. La normalisation des résidus peut se mettre sous la forme d'une constante définie par :

$$A = \frac{\Phi_c^2(v)}{\Phi_m^2(v)} = \frac{V^T M V}{V^T K^T K V} , \quad (3.32)$$

ce qui donne :

$$\tilde{\Phi}_t^2(u) = \tilde{\Phi}_c^2(u) + w_m \tilde{\Phi}_m^2(u) \quad \propto \quad \Phi_c^2(u) + w_m A \Phi_m^2(u) , \quad (3.33)$$

En procédant par itération de dU , l'équation (3.30) devient après dérivation :

$$\bar{K}^T \bar{K} (U + dU) = 0 . \quad (3.34)$$

soit en posant $B_m = -\bar{K}^T \bar{K} U$,

$$\bar{K}^T \bar{K} dU = B_m . \quad (3.35)$$

L'équation (3.12) devient alors :

$$[M + w_m A \bar{K}^T \bar{K}] dU = [B + w_m A B_m] \quad (3.36)$$

\Leftrightarrow

$$dU = [M + w_m A \bar{K}^T \bar{K}]^{-1} [B + w_m A B_m] . \quad (3.37)$$

Enfin on procède de la même façon que pour (3.2.3).

3.4.3 Choix du paramètre de régularisation

L'approche énergétique des résidus permet de définir une fréquence de coupure à partir de la régularisation [LEC 12] et permet de donner un sens physique au paramètre w_m .

Le résidu Φ_c^2 , issu du principe de conservation du flot optique, est une énergie dépendante principalement du gradient de l'image et indépendante du gradient de u . Par contre, le résidu Φ_m^2 , d'origine mécanique et équivalent à une énergie potentielle du type $\frac{1}{2} \eta (\nabla u)^2$, correspondant à l'énergie potentielle élastique d'un ressort de raideur η (ici égale à \bar{K}^2) soumis à un déplacement u , est dépendant du gradient de u .

Considérons un champ de déplacement de référence sous la forme d'une onde plane de longueur d'onde λ (ou de nombre d'onde k) :

$$v(x) = e^{2i\pi x/\lambda} = e^{ikx} , \quad (3.38)$$

le résidu $\Phi_c^2(v)$ étant indépendant du gradient de v , il est indépendant de k , par contre le résidu Φ_m^2 faisant intervenir le gradient de v au carré, lui est fonction de k^4 .

En traçant ces deux résidus en fonction du nombre d'onde k , on remarque que la régularisation mécanique joue le rôle de filtre passe bas (fig. 3.9). En effet, tous les nombres d'onde supérieurs à k_m (longueurs d'onde inférieures à λ_m , c'est-à-dire les petites variations dans le champ de déplacement) sont régis par la mécanique tandis que les nombres d'onde inférieurs (longueurs d'onde supérieures) sont régis par la corrélation.

La figure 3.10 illustre ce principe à l'aide d'une poutre en flexion. Après corrélation d'images 1D du mouchetis présent sur la poutre entre un état au repos et un état chargé, on obtient le champ de déplacement $u_y(x)$ le long de la poutre. Lors du calcul de corrélation d'images, la poutre de longueur L est subdivisée en éléments de longueur h . On observe qualitativement que le bruit est plus important pour des petits éléments, mais que l'utilisation de gros éléments semble mal décrire le champ de déplacement. Très schématiquement, l'analyse fréquentielle du champ de déplacement mesuré présente une signature caractéristique de la poutre ($k = \frac{2\pi}{L}$)

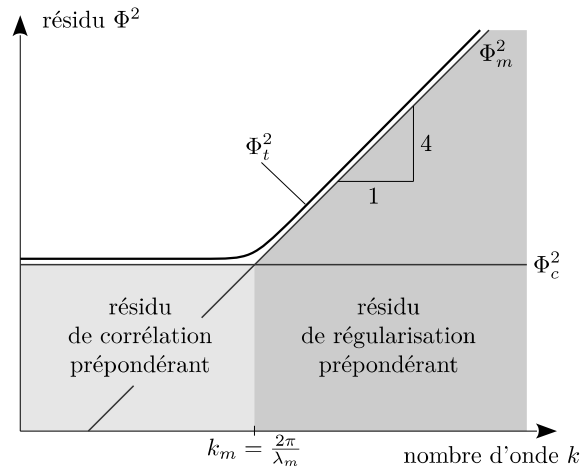


FIGURE 3.9 – Définition du filtre passe-bas réalisé à l'aide de la régularisation mécanique (échelles log).

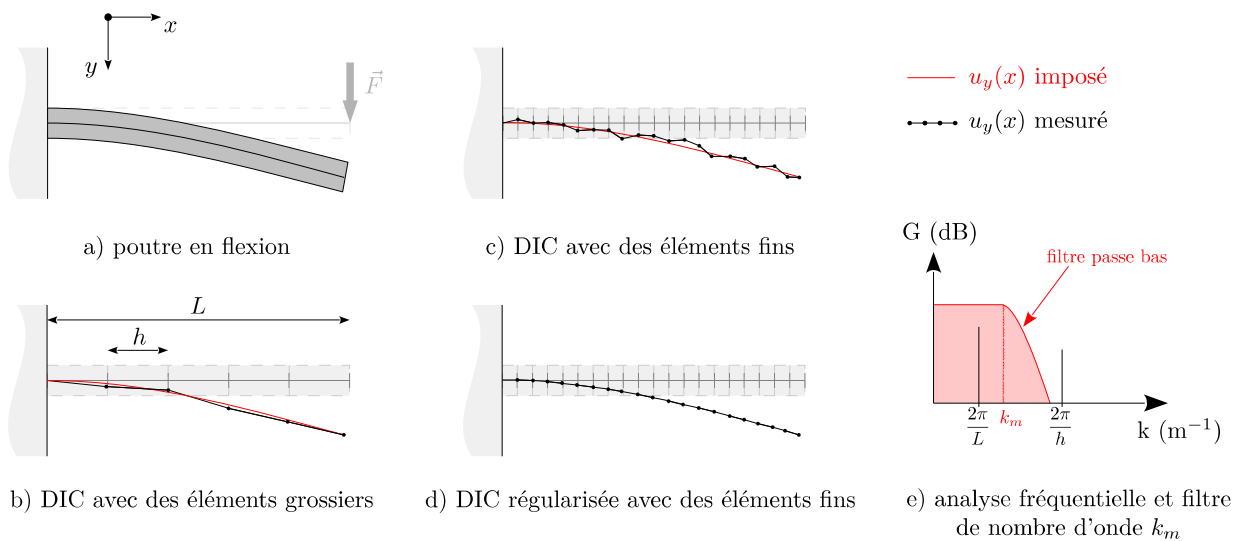


FIGURE 3.10 – Représentation schématique du principe de la régularisation mécanique. Si on réalise une corrélation d'images 1D pour une poutre en flexion (a), on obtient le champ de déplacement $u_y(x)$. Si ce champ est mesuré à l'aide d'éléments grossiers (b), il est moins bruité qu'en utilisant des éléments fins (c), mais moins bien décrit. L'utilisation conjointe d'un maillage fin et d'un filtrage par régularisation donne un meilleur résultat (d). Ce filtrage revient à supprimer les hautes fréquences non mécaniquement admissibles (e).

ainsi que du bruit associé à des éléments trop petits ($k = \frac{2\pi}{h}$). L'idée de la régularisation mécanique est d'aider mécaniquement les éléments de manière à filtrer les hautes fréquences non mécaniquement admissibles.

Pour pouvoir comparer ces deux résidus, il faut les normaliser par leur application sur un champ de déplacement de référence $v(x)$ correspondant à une onde plane de longueur d'onde λ , soit :

$$\tilde{\Phi}_c^2 = \frac{\Phi_c^2(u)}{\Phi_c^2(v)} \quad \tilde{\Phi}_m^2 = \frac{\Phi_m^2(u)}{\Phi_m^2(v)} . \quad (3.39)$$

La longueur d'onde λ de l'onde de référence $v(x)$ doit être suffisamment petite pour avoir assez de périodes dans le domaine Ω et suffisamment grande pour pouvoir être bien décrite³. Le vecteur de l'onde plane de référence a pour composante $[1, 1, 1]$ afin d'être le plus isotrope possible. Le résidu global basé sur l'équivalence énergétique s'écrit alors :

$$\tilde{\Phi}_t^2(u) = \tilde{\Phi}_c^2(u) + w_m \tilde{\Phi}_m^2(u) , \quad (3.40)$$

où w_m est un coefficient sans dimension défini par :

$$w_m = \left(\frac{\lambda_m}{2} \right)^4 \frac{k^4}{k^0} . \quad (3.41)$$

Le facteur $\frac{1}{2}$ est introduit de manière à ce que les longueurs d'onde de coupure que sont h (la taille de l'élément) et λ_m soient comparables.

3.4.4 Application : mesure d'incertitude pour l'éprouvette LB1

L'objectif de la régularisation mécanique est de filtrer le champ de déplacement lors de la DVC. La formulation retenue présente l'intérêt de pouvoir spécifier la longueur d'onde λ_m du filtre réalisé par la régularisation. La longueur d'onde spécifiée devant être similaire à celle du filtre réalisé par la taille des éléments h dans un calcul de DVC non régularisé.

Pour vérifier le bon comportement du filtre réalisé à l'aide de la régularisation mécanique, on réalise 3 calculs de DVC sans régularisation mécanique pour trois tailles d'élément (16, 32 et 64 vx) et 3 autres calculs régularisés avec comme longueur d'onde de coupure les mêmes valeurs, la taille des éléments étant choisie plus petite (8 vx) pour être sûr de mesurer l'effet de la régularisation mécanique. Ces calculs, réalisés sur l'échantillon LB1, sont représentés figure 3.11.

Sur cette figure, on constate qualitativement que le bruit semble être du même ordre de grandeur sur un calcul mené avec une taille d'élément h donnée ou avec un calcul mené pour une taille d'élément inférieure à h mais régularisé avec une longueur d'onde de coupure $\lambda_m = h$. En comparant les images par paires ($h = \lambda_m$), le bruit résiduel semble être du même ordre de grandeur. Un calcul d'incertitude réalisé pour chaque longueur d'onde de coupure λ_m correspondant aux tailles d'éléments utilisées à la figure 3.6 montre que les deux courbes sont très proches (voir fig. 3.12).

Ces résultats mettent en évidence l'équivalence en terme d'incertitude du filtrage réalisé par la taille des éléments par rapport au filtrage mécanique à l'aide de la régularisation. Le champ de déplacement filtré par la régularisation étant plus juste d'un point de vue mécanique, on préférera ce type de filtrage par la suite.

3. Par exemple, pour un maillage d'élément cubique d'arête h , il faut que λ soit au moins 16 fois plus grande que h ou 11 fois si le vecteur de l'onde est dans la diagonale du cube (soit 16 points sur une période).

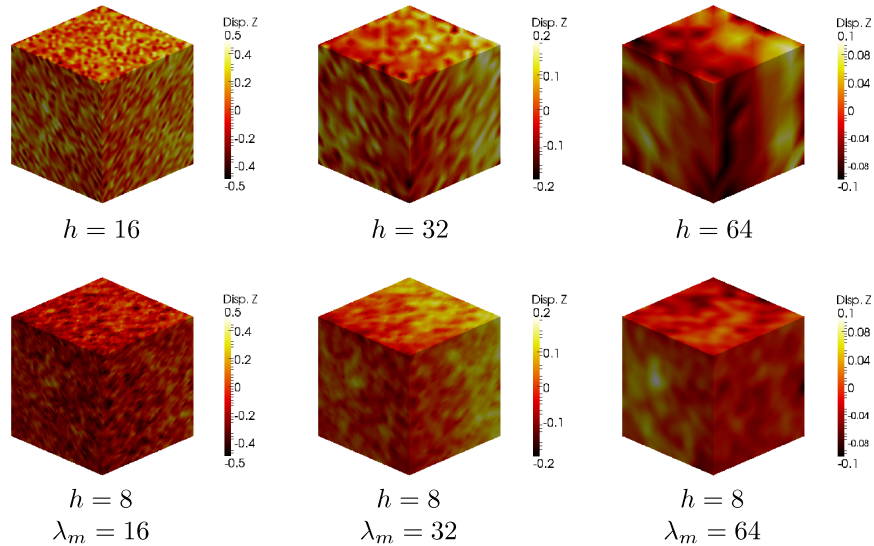


FIGURE 3.11 – Champs de déplacement suivant la direction z (amputés du déplacement imposé u_{exp}) pour différentes longueurs d’onde de régularisation. En haut la régularisation est faite par la taille de l’élément h utilisé, en bas, elle est faite mécaniquement pour une longueur d’onde de coupure λ_m correspondante (la taille d’élément étant de 8 vx , soit inférieure aux λ_m).

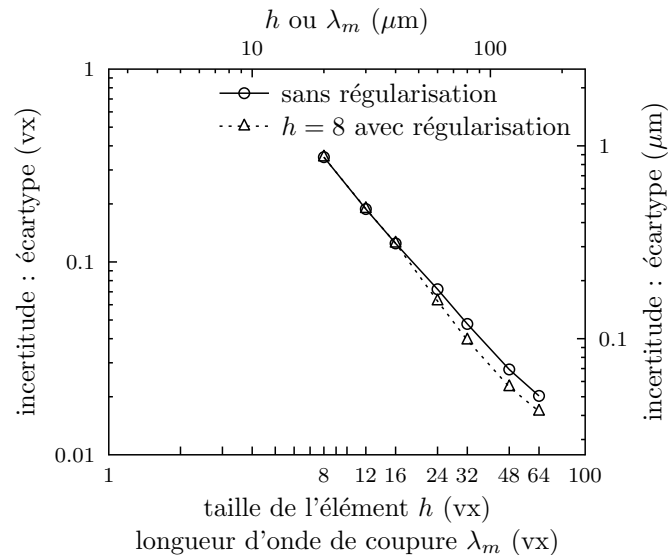


FIGURE 3.12 – Incertitude en fonction de la taille des éléments constituant le maillage ou en fonction de la longueur d’onde de coupure.

3.5 Maillage : surfaces libres et raffinement

3.5.1 Surfaces libres

La régularisation utilisée n'agissant pas sur les nœuds soumis à des effort externes inconnus, le déplacement de ces derniers n'est piloté que par la DVC. Pour les surfaces libres, la condition $\vec{\sigma} \cdot \vec{n} = 0$ est contenue dans la régularisation mécanique car les efforts externes y sont connus et nuls. Finalement, seules les faces Z_{min} et Z_{max} (cf fig. 3.14), pour lesquelles les effort externes sont inconnus, ont leur déplacement régi uniquement par la DVC.

L'extraction de l'enveloppe de l'éprouvette se fait par traitement d'image. Les nodules ayant le même niveau de gris que l'air, seuiller directement le scan de référence donne une surface entachée d'indents dus à la présence de nodules à la surface de l'éprouvette (fig. 3.13 et 3.14). Pour effacer ces indents, un filtre médian glissant suivant l'axe Z (sur environ 50 vx) est appliqué sur le volume (fig. 3.13d).

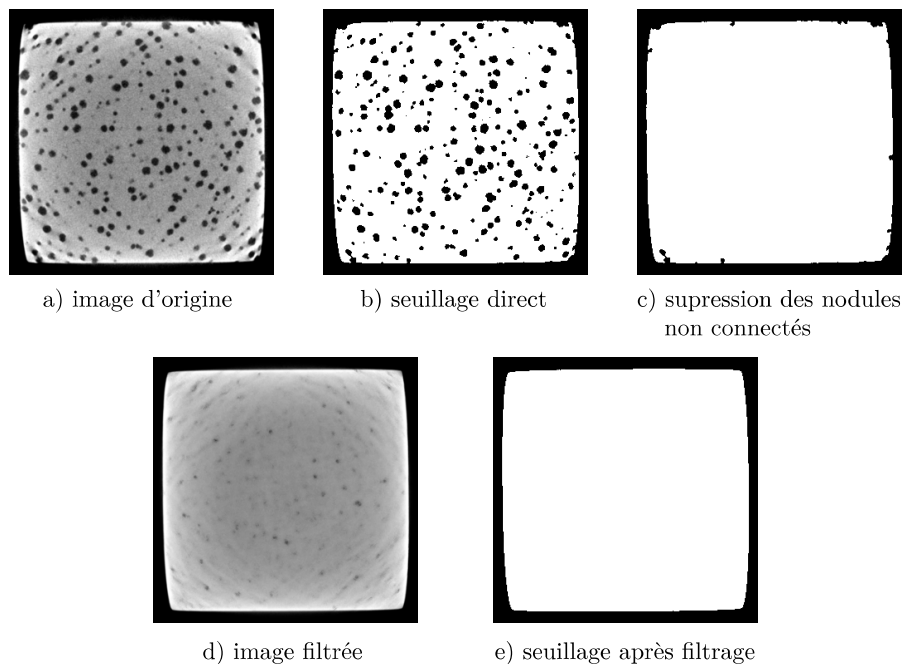


FIGURE 3.13 – Comparaison entre un seuillage direct sur l'image d'origine et un seuillage réalisé après application d'un filtre médian glissant.

Une fois le volume filtré puis seuillé, l'enveloppe de l'éprouvette est extraite à l'aide d'un algorithme de détection de surface [RÉT 14]. La surface de l'éprouvette ainsi obtenue est ensuite maillée en volume (fig. 3.14c).

3.5.2 Maillage raffiné

La zone contenant l'entaille et la fissure est relativement petite par rapport au volume de l'éprouvette scannée. La taille des nodules étant importante devant les dimensions de l'éprou-

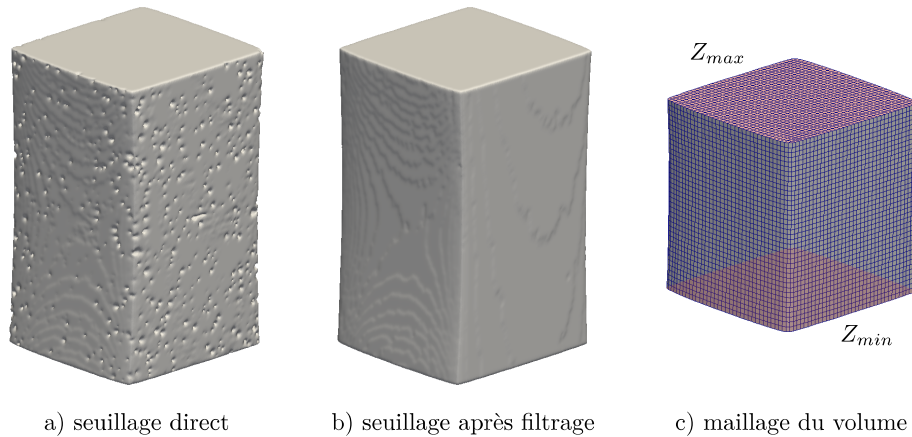


FIGURE 3.14 – Enveloppes de l'éprouvette générées à partir des images seuillées. Celle issue de l'image filtrée (b) a été utilisée pour générer le maillage de l'éprouvette (c).

vette, il faut exploiter au maximum le volume scanné. L'utilisation d'un maillage raffiné à proximité de la fissure est un bon compromis permettant de minimiser le nombre d'éléments (ce qui permet de diminuer le temps de calcul) tout en ayant une taille d'élément suffisamment petite à proximité de la fissure pour bien décrire le champ de déplacement. La taille des éléments retenue dans cette étude est de 8 vx de côté dans la zone de la fissure et grandit progressivement pour atteindre une taille de 16 vx de côté au niveau des surfaces opposées à celle de la fissure.

3.6 Enrichissement de la fissure

3.6.1 Rappel sur les éléments finis étendus

La méthode des éléments finis étendus (X-FEM [BEL 99, DOL 00] pour eXtended Finite Element Method) a été inventée afin de répondre, entre autres, à la problématique suivante : comment prendre en compte la présence d'une fissure dans un maillage au cours de sa propagation sans avoir à remailler à chaque incrément de propagation ? En effet, la méthode classique pour inclure une fissure dans un maillage consiste à créer des nœuds doubles le long des lèvres et à raffiner le maillage à proximité de la pointe de la fissure. La méthode X-FEM permet d'enrichir les éléments du maillage contenant la fissure à l'aide de termes supplémentaires portés par des fonctions d'enrichissement de type Heaviside (voir fig. 3.15c). Le champ de déplacement décrit par les éléments finis est de la forme

$$U = \sum_{i \in \Omega} N_i(x) u_i \quad (3.42)$$

auquel on ajoute un champ supplémentaire résultant de la discontinuité due à la fissure

$$U = \sum_{i \in \Omega} N_i(x) u_i + \sum_{i \in \Omega^e} N_i(x) \phi_i(x) u_i^e . \quad (3.43)$$

La figure 3.15 illustre la méthode en l'appliquant à un cas à une dimension.

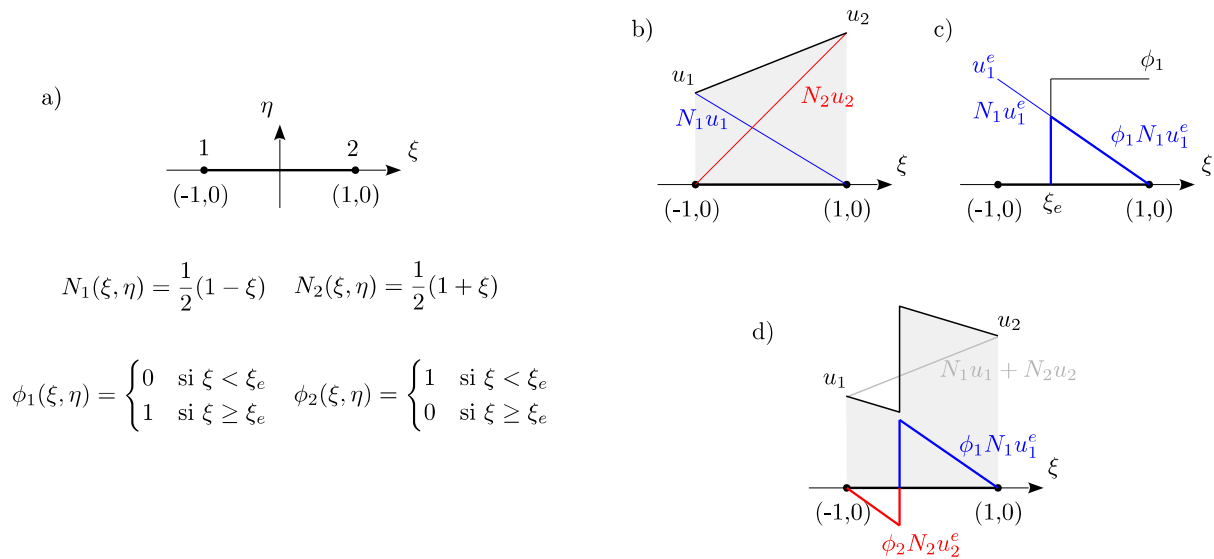


FIGURE 3.15 – Principe des éléments finis étendus appliqué à un cas 1D ; (a) fonctions de forme N_i d'un élément barre à deux nœuds ainsi que les fonctions d'enrichissement ϕ_i associées ; (b) application du principe sans prise en compte de l'enrichissement ; (c) illustration du principe de la fonction d'enrichissement ϕ_i ; (d) application du principe avec prise en compte de l'enrichissement.

Dans le cas à deux ou trois dimensions, deux types d'enrichissement sont nécessaires : un pour la discontinuité dans les éléments coupés par la fissure et un pour la singularité pour ceux contenant la pointe de la fissure (voir fig. 3.16a).

Les fonctions d'enrichissement sont renseignées dans le code X-FEM à l'aide de fichiers contenant la distance signée à la fissure en tout point du maillage appelés fonctions de niveau (*level set* en anglais) [SET 99]. Une première *level set* permet de décrire la surface de la fissure (fig. 3.16b) et une seconde le front de la fissure ou plutôt la surface normale à la fissure passant par le front (fig. 3.16c).

3.6.2 Exploitation du résidu de corrélation

Lors d'un calcul de corrélation d'images, les brusques changements apparaissant dans l'image déformée tels que des cavités ou des fissures se retrouvent dans le résidu de corrélation (cf section 3.3.1). Dans notre cas, ce résidu permet d'avoir des informations sur la localisation et la morphologie de la fissure ainsi qu'une idée de la position du front. Cette dernière ne peut pas être déterminée précisément car l'ouverture en fond d'entaille étant inférieure au voxel, le front de la fissure n'est pas imagé efficacement. Afin d'obtenir la meilleure description de la morphologie du front qui soit, il faut avoir le plus de déformation possible entre les deux images servant à la corrélation d'images. Pour cela, la DVC est faite entre l'état initial, c'est-à-dire non chargé et non fatigué, et l'état final : dernier état de fatigue sous la charge maximale.

Le résidu obtenu (voir fig. 3.17) contient bien la fissure mais également des "morceaux de nodules" visibles dans les coupes situées au dessus (fig. 3.17c) et en dessous (fig. 3.17a). Ces

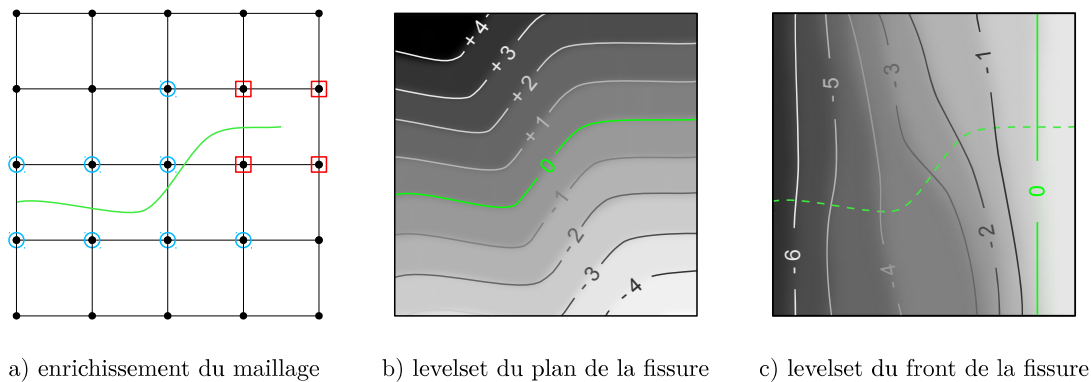


FIGURE 3.16 – Enrichissement 2D d’une fissure. (a) les éléments traversés par une fissure ont un enrichissement discontinu (ronds bleus) et les éléments contenant la pointe de la fissure ont un enrichissement singulier. Les *level sets* correspondent à la distance signée par rapport à la surface de la fissure (b) et par rapport à la surface symbolisant le front de la fissure (c).

derniers sont dus à de la dé-cohésion au niveau de l’interface nodule-matrice. Un nettoyage du résidu est alors nécessaire pour n’obtenir que la fissure.

Une fois le résidu nettoyé, la surface de la fissure est extraite à l’aide d’un algorithme de détection de surface [RÉT 14] (fig. 3.18). Le principe consiste à partir d’une grille d’éléments contenue dans un plan normal à l’axe Z et à faire passer les nœuds de la grille par le maximum d’intensité (maximum d’erreur) le plus proche. Le calcul est régularisé afin de lisser la surface de la fissure.

3.6.3 Adaptation du maillage

Dans un but de conditionner au mieux la matrice de raideur et celle de corrélation d’images, le maillage est également adapté à la morphologie de la fissure. De cette manière, l’enrichissement ne coupe qu’une bande d’éléments ce qui permet d’accélérer la convergence du calcul. Pour adapter le maillage, on déplace les nœuds des bandes les plus proches de la fissure (voir fig. 3.19).

Le cheminement de fissure dans l’échantillon étant connu jusqu’au dernier cycle, le maillage n’a besoin d’être adapté qu’une fois. Néanmoins, l’enrichissement garde son intérêt car la position du front reste inconnue et sera différente pour chaque état de fatigue. Le remaillage ou l’adaptation du maillage pour chaque cas n’est pas intéressante en terme de gain de temps.

3.7 Champs de déplacement disponibles et intérêts

La corrélation d’images se fait entre un état de référence r et un état déformé d , que l’on notera DVC_r^d . Chaque état correspond à un scan réalisé après un nombre N de cycles et sous une charge F , noté (N, F) . Ainsi la corrélation d’images ayant servi pour l’extraction de la topographie de la fissure, c’est à dire, entre l’état non fatigué, non chargé et l’état final sous la

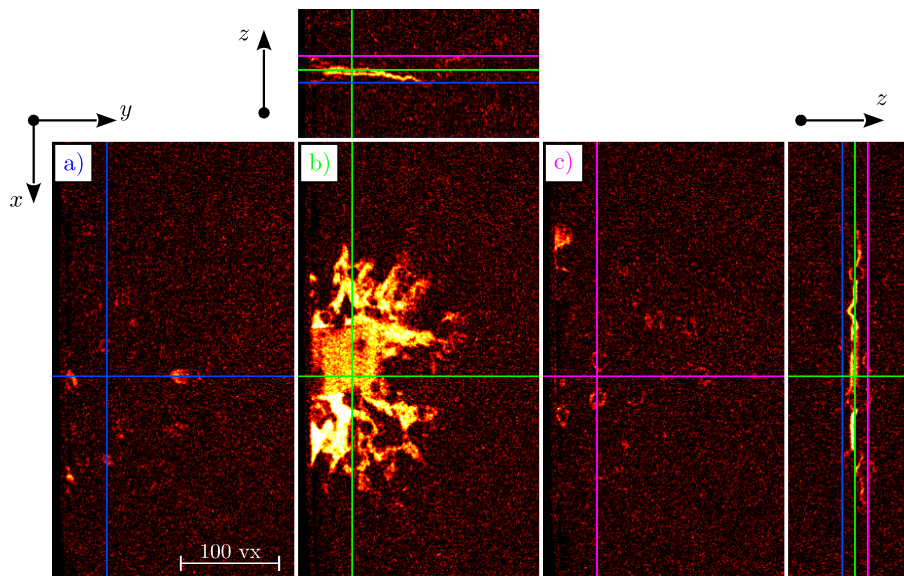


FIGURE 3.17 – Coupes de résidu pour différentes positions suivant l'axe z symbolisées par les lignes de couleurs. La coupe b) passant par la fissure met en évidence la capture de la fissure. Les autres coupes permettent de visualiser de la dé-cohésion au niveau des nodules.

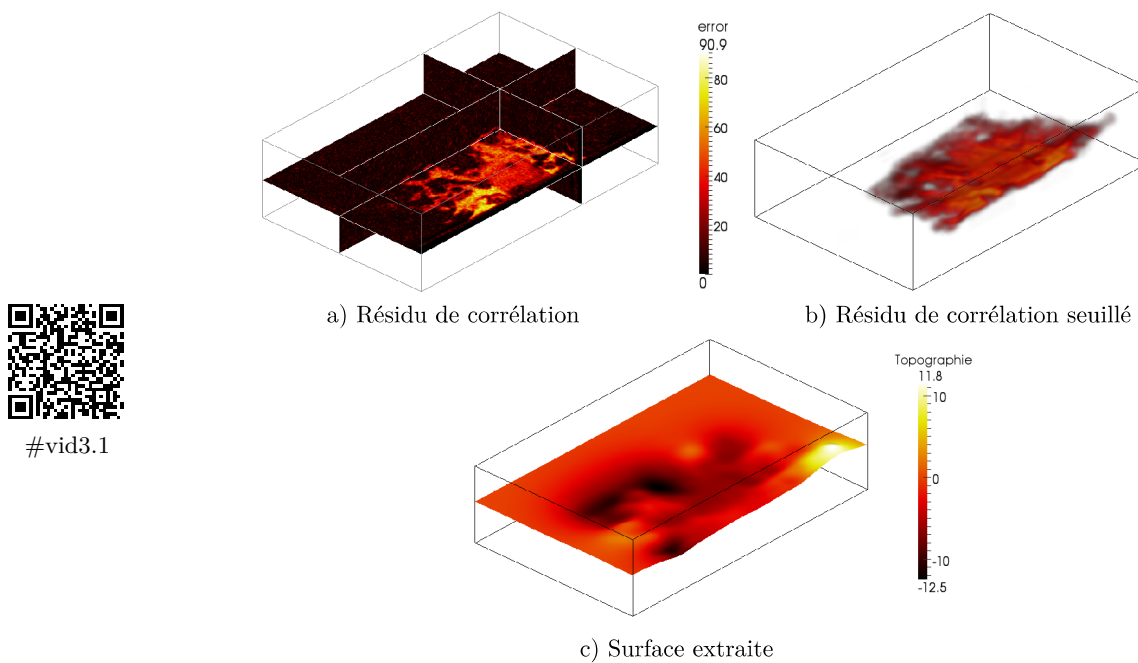


FIGURE 3.18 – Extraction de la topographie de la surface de la fissure à partir du résidu de corrélation (échelle normalisée en pourcentage de la dynamique pour le résidu, échelle en voxel pour la topographie).

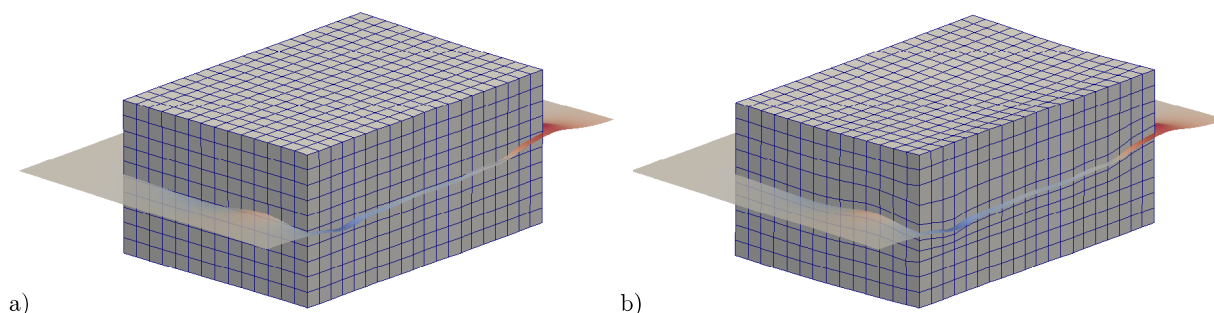


FIGURE 3.19 – Dans le maillage d’origine (a) l’enrichissement de la surface coupe plusieurs bandes d’éléments. Une fois adapté à la fissure (b), il ne passe plus que par une bande du maillage

charge maximale, s’écrit : $DVC_{0,F_{min}}^{N_{max},F_{max}}$.

La détermination de l’incertitude, et donc de la longueur d’onde de coupure à utiliser pour la régularisation, nécessite deux scans entre lesquels une transformation connue a été appliquée (translation en faisceau droit ou dilatation en faisceau conique), ceux-ci étant numérisés avant de commencer la fatigue de l’éprouvette. Le volume scanné après transformation est noté (N, F, t) .

Pour la détection du front (voir chapitre 4), une première estimation est nécessaire. Le calcul $DVC_{0,F_{min}}^{N,F_{max}}$ permet de faire apparaître la fissure dans le résidu lors de la propagation au cycle N et d’avoir ainsi une idée de la position du front.

L’exploitation du champ de déplacement ne peut se faire qu’en supposant que le comportement du matériau est “globalement” élastique. Seuls les calculs à l’intérieur d’un même cycle N de fatigue correspondant à un essai de traction respectent cette condition, soit les calculs $DVC_{N,F_{min}}^{N,F}$. Cette condition impose alors de changer de référence après chaque propagation, celle-ci étant (N, F_{min}) .

L’éprouvette accumulant de la déformation plastique au cours de la fatigue, les surfaces libres et la position de la fissure ne coïncident plus avec le maillage et l’enrichissement de la fissure définis pour $(0, F_{min})$. Cette déformation pouvant être mesurée par le calcul $DVC_{0,F_{min}}^{N,F_{min}}$, elle est ensuite utilisée pour déformer le maillage et l’enrichissement de manière à les adapter pour chaque nouvelle référence.

3.8 Bilan

La figure 3.20 illustre les quatre étapes permettant de calculer le plus précisément possible le champ de déplacement à l’intérieur d’un cycle à l’aide de la DVC, en utilisant la régularisation mécanique, les surfaces libres et l’enrichissement de la fissure. Ce champ de déplacement permettant par la suite de pouvoir détecter la position du front et d’en extraire les valeurs des facteurs d’intensité des contraintes.

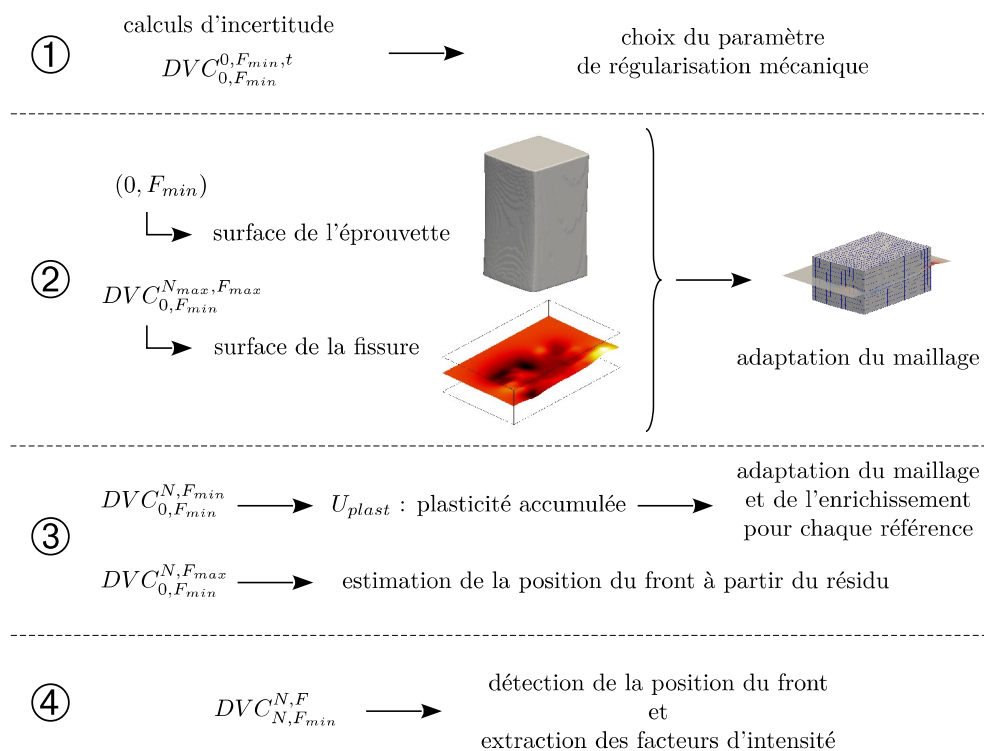


FIGURE 3.20 – Représentation schématique des différentes étapes permettant de mesurer le champ de déplacement utilisé pour l'extraction des facteurs d'intensité des contraintes.

Facteurs d'intensité des contraintes - Utilisation des séries de Williams

Sommaire

4.1	Introduction	53
4.2	Séries de Williams	54
4.2.1	Définition de la série	54
4.2.2	Champ de déplacement	55
4.2.3	Extraction des FICs à partir d'un champ de déplacement mesuré	57
4.2.4	Détection de la position du front	58
4.2.5	Correction de KI	59
4.2.6	Domaine de résolution	60
4.3	Adaptation 3D	61
4.3.1	Construction des <i>plans de Williams</i>	61
4.3.2	Termes correctifs de la séries de Williams	63
4.3.3	Détection du front par itérations	65
4.3.4	Test sur un champ de déplacement issu d'un calcul EF	65
4.4	Bilan	76

4.1 Introduction

L'étude de la propagation des fissures de fatigue passe par la quantification de la force motrice en fond de fissure. Cette dernière est généralement réalisée à l'aide des facteurs d'intensité des contraintes (FIC) tels que définis par Irwin et Paris. Ces facteurs peuvent, par exemple, être déterminés soit expérimentalement par des méthodes énergétiques ou des mesures d'ouverture de fissure (COD, pour *Crack Opening Displacement*), soit numériquement à l'aide de simulations numériques utilisant les éléments finis.

Dans le cas des simulations par éléments finis (EF), la détermination se base sur les champs de contrainte et/ou de déformation qui sont riches en information. L'intégrale d'interaction (méthode dérivée de l'intégrale J) est une méthode efficace pour extraire les facteurs d'intensité des contraintes à partir d'un calcul EF élastique ou élasto-plastique en 2D [ATT 97, RÉT 05] mais également en 3D [COL 11, FER 06b]. L'intégrale d'interaction utilise un champ auxiliaire u_{aux}

à proximité du front de la fissure choisi généralement comme étant des solutions de Westergaard [WES 34] pour un milieu homogène élastique isotrope.

La corrélation d’images permettant de mesurer un champ de déplacement, l’utilisation des méthodes appliquées au champ issu des EF semble évidente [RÉT 05]. Néanmoins, le bruit de mesure associé à la DIC impose quelques restrictions à savoir qu’on ne connaît pas précisément le front de la fissure [RÉT 07], et que l’on ne peut pas se restreindre à un petit domaine d’intégration. Pour l’extraction des FICs en 2D, Roux *et al* ont proposé une méthode de corrélation d’images intégrant, à la manière d’une régularisation, la détermination des FICs en utilisant les séries de Williams [ROU 06, HAM 07].

Les séries de Williams étant des solutions planes, il est nécessaire pour les utiliser en 3D de se ramener à l’étude de plans. Ces plans doivent être normaux au front de la fissure. La restriction dans ces plans du champ de déplacement issu de la DVC est alors projetée sur les séries de Williams afin d’en extraire les FICs en 3D. Dans le cas d’une fissure traversante, la construction de ces plans est directe en supposant le front perpendiculaire à la surface de l’éprouvette et l’extraction des FICs en est facilitée [ROU 09, LIM 10].

Ce chapitre présente les séries de Williams qui permettent d’extraire les FICs d’un champ de déplacement 2D et de déterminer la position du front, puis l’adaptation 3D de cette méthode à une fissure courbe et enfin l’application à un champ de déplacement simulé pour valider la méthode.

4.2 Séries de Williams

4.2.1 Définition de la série

Dans le cas de la mécanique linéaire élastique de la rupture, le champ de contrainte dominant en un point M voisin du fond de fissure se formule ainsi [AND 95] dans le repère (f, c, s) tel que défini à la figure 4.1 :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}(M) = \sum_{p=I}^{III} \frac{K_p}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}^p(\theta) , \quad (4.1)$$

où p est le mode de chargement (voir fig. 4.2), f_{ij}^p une fonction de forme dépendant du mode p et de la composante σ_{ij}^p du tenseur de contraintes σ^p et (r, θ) les coordonnées polaires du point M . Si le chargement fait intervenir plusieurs modes, le tenseur des contraintes résultant est la somme des différentes contributions.

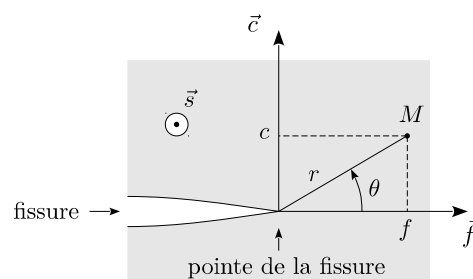


FIGURE 4.1 – Repère utilisé pour exprimer les séries de Williams.

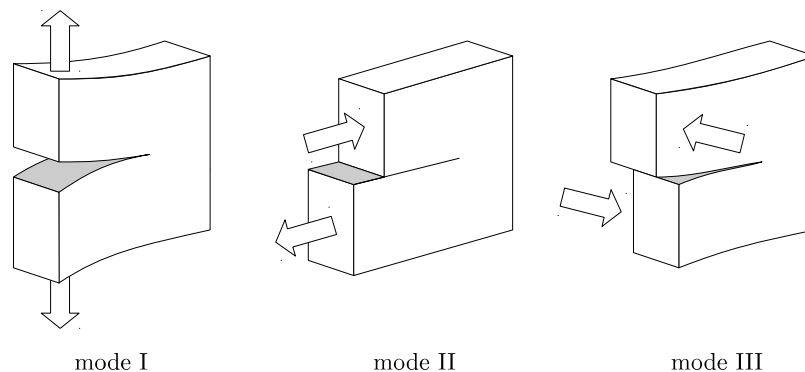


FIGURE 4.2 – Les 3 différents modes de chargement correspondant aux trois facteurs d'intensité des contraintes K_I , K_{II} et K_{III} .

Le champ de contrainte étant défini dans un plan, les modes de sollicitations sont de deux types : ceux agissant dans le plan (K_I et K_{II}) et celui agissant hors plan (K_{III}). Le problème se divise en deux types d'équation pour chaque type de contrainte : les contraintes dans le plan (*inplane*) et les contraintes hors plan (*antiplane*).

Dans le cas des contraintes *inplane*, la formulation de ce champ de contrainte découle des équations d'équilibre et de compatibilité suivant l'hypothèse des déformations planes [RIC 68] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} &= 0 \quad (i, j = 1, 2) \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

où les indices 1, 2 correspondent aux directions f et c . Pour les contraintes *antiplane*, seules les équations d'équilibre sont nécessaires.

La résolution de ces équations passe par l'utilisation de la méthode de Muskhelishvili [MUS 53]. Les séries de fonction ainsi obtenues par Williams [WIL 57] sont du type :

$$\sigma_{ij} = \sum_n \sum_{p=I}^{III} A_p^n f_{ij}^{p,n}(\theta) r^{(n-1)/2}. \quad (4.3)$$

Si l'on ne considère que le terme $n = 1$, on retrouve la formulation donnée en (4.1) qui ne prend en compte que le terme dominant. Ce champ de contrainte étant en $1/\sqrt{r}$, il est infini pour $r = 0$. La présence de cette singularité donne son nom au champ qui est dit singulier. Les termes pour $n < 0$ (resp. $n > 1$) sont appelés termes super-singuliers (resp. sub-singuliers).

4.2.2 Champ de déplacement

Les séries de Williams étant (entre autres) calculées à partir de la méthode de Muskhelishvili, on obtient d'abord l'expression des contraintes. Pour obtenir leur formulation en déplacement, il est possible de calculer le tenseur des déformations pour ensuite intégrer ses composantes, les

séries respectant les équations de compatibilité. Les séries de Williams en déplacement sont alors de la forme :

$$2\mu u_i = \sum_n \sum_{p=I}^{III} A_p^n f_i^{p,n}(\theta) r^{n/2} \Leftrightarrow \mathbf{u} = \sum_n \sum_{p=I}^{III} A_p^n \phi_p^n(r, \theta) \quad (4.4)$$

avec

$$\phi_p^n(r, \theta) = \frac{1}{2\mu} \left(f_c^{p,n}(\theta) \vec{c} + f_f^{p,n}(\theta) \vec{f} + f_s^{p,n}(\theta) \vec{s} \right) r^{n/2} . \quad (4.5)$$

La DVC nous donnant accès au champ de déplacement, on préférera utiliser par la suite la formulation du champ de déplacement découlant de celle du champ de contrainte. L'écriture est similaire et présente l'avantage de ne plus avoir de singularité en 0 pour le terme singulier. De plus une comparaison entre le champ de déplacement mesuré et le champ de déplacement issu des séries de Williams permet de ne pas avoir à dériver le champ mesuré. Ceci peut s'avérer judicieux en terme de sensibilité au bruit.

Le champ de déplacement issu d'un mode de chargement plan (*I* et/ou *II*) a des composantes dans les deux directions du plan (\vec{f} et \vec{c}) (voir fig. 4.3). Il est alors commode d'écrire les fonctions

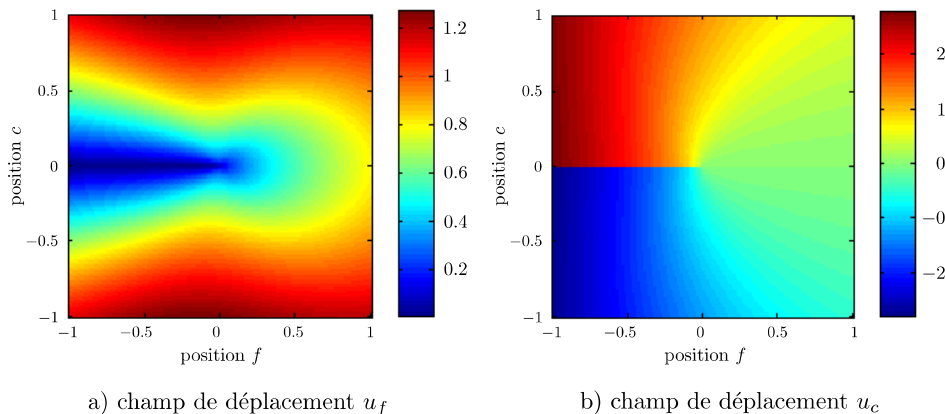


FIGURE 4.3 – Champ de déplacement pour $n = 1$ en mode *I*. Les échelles sont arbitraires, mais cohérentes entre elles.

ϕ_I^n et ϕ_{II}^n en tant que double série infinie. Ainsi, la partie réelle du champ de déplacement résultant est la composante u_x et la partie imaginaire est la composante u_y , soit :

$$\underline{u}(r, \theta) = u_f(r, \theta) + i u_c(r, \theta) = \sum_n [A_I^n \phi_I^n(r, \theta) + A_{II}^n \phi_{II}^n(r, \theta)] , \quad (4.6)$$

où les fonctions ϕ_I^n et ϕ_{II}^n sont :

$$\phi_I^n = \frac{r^{n/2}}{2\mu \sqrt{2\pi}} \left[\kappa \exp\left(i \frac{n}{2} \theta\right) - \frac{n}{2} \exp\left\{i \left(2 - \frac{n}{2}\right) \theta\right\} + \left((-1)^n + \frac{n}{2}\right) \exp\left(-i \frac{n}{2} \theta\right) \right] \quad (4.7)$$

$$\phi_{II}^n = \frac{i r^{n/2}}{2\mu \sqrt{2\pi}} \left[\kappa \exp\left(i \frac{n}{2} \theta\right) + \frac{n}{2} \exp\left\{i \left(2 - \frac{n}{2}\right) \theta\right\} - \left((-1)^{n+1} + \frac{n}{2}\right) \exp\left(-i \frac{n}{2} \theta\right) \right] . \quad (4.8)$$

Le champ de déplacement u_s dû au mode *III*, indépendant des mouvements plans, est déterminé de façon similaire à l'aide de la série de fonctions suivante :

$$\phi_{III}^n = \frac{r^{n/2}}{\mu \sqrt{2\pi}} \sin\left(\frac{n}{2}\theta + \frac{1 + (-1)^n}{2} \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.9)$$

Le champ de déplacement résultant étant :

$$u_s(r, \theta) = \sum_n A_{III}^n \phi_{III}^n(r, \theta). \quad (4.10)$$

Dans les fonctions telles que définies ci-dessus, les coefficients A_p^n correspondent à des translations pour $n = 0$, aux facteurs d'intensité des contraintes K_p pour $n = 1$ et au *B-stress* B_p pour $n = 3$. Pour $n = 2$, les A_p^2 correspondent au *T-stress* T_I pour $p = 1$ et aux rotations R_z et R_y pour $p = 2, 3$. Afin de résoudre correctement le problème, deux composantes sont ajoutées correspondant à la rotation R_x et au *T-stress* T_{II} . Le champ associé à T_{II} étant identique au champ R_y dans le plan $z = 0$, il est impossible de dissocier les deux. La définition des *T-stress* et *B-stress* est celle utilisée par Leblond et Torlai [LEB 92].

4.2.3 Extraction des FICs à partir d'un champ de déplacement mesuré

En comparant le champ de déplacement obtenu par mesure en fond de fissure (*e.g.* calcul EF, DVC) avec le champ décrit par les séries de Williams dans un plan normal au front, il est possible de déterminer les facteurs d'intensité des contraintes. Pour cela, la méthode des moindres carrés [HAM 07] est utilisée sur un ensemble \mathcal{W} de points régulièrement espacés constituant une grille (avec un pas de l'ordre du voxel) et contenu dans le *plan de Williams*. Le résidu Φ_w^2 à minimiser étant la différence entre le champ mesuré u_m et la solution de référence u_r :

$$\Phi_w^2 = \sum_{i=1}^{\mathcal{W}} (u_{i,m} - u_{i,r})^2. \quad (4.11)$$

La solution u_r peut s'exprimer sous la forme d'une suite de fonctions vectorielles ϕ_i pondérées par les coefficients A_i :

$$u_r = \sum_{n,p} A_p^n \phi_p^n = \sum_i A_i \phi_i. \quad (4.12)$$

En notation matricielle et après développement :

$$\Phi_w^2 = \|U - \Phi A\|^2 = U^T U - U^T \Phi A - A^T \Phi^T U + A^T \Phi^T \Phi A, \quad (4.13)$$

Φ étant une matrice regroupant toutes les fonctions ϕ_i , A un vecteur colonne regroupant les coefficients A_i et U le champ de déplacement mesuré. Pour trouver A il faut minimiser le résidu Φ_w^2 , c'est à dire chercher à annuler sa dérivée :

$$\min(\Phi_w^2) \Rightarrow \frac{\partial \Phi_w^2}{\partial A}(A) = 0, \quad (4.14)$$

soit

$$-2\Phi^T U + 2\Phi^T \Phi A = 0 \Leftrightarrow \Phi^T \Phi A = \Phi^T U. \quad (4.15)$$

Le champ de déplacement U étant connu, il suffit de connaître Φ pour pouvoir déterminer les coefficients A_i . Or Φ dépend uniquement de l'origine $(r, \theta) = (0, 0)$. L'angle $\theta = 0$ peut facilement se calculer à l'aide de la topographie *post mortem* de la fissure ou à défaut à partir d'un état plus avancé de la propagation. La position $r = 0$ est, quant à elle, plus difficile à déterminer étant donnée la faible ouverture en fond d'entaille. Dans le cas de la DVC, une première estimation de la position du front est réalisée à l'aide des résidus de corrélation, puis la position est détectée à l'aide du terme super-singulier d'ordre -1 [HAM 07].

4.2.4 Détection de la position du front

La détection du front est faite à l'aide du terme super-singulier K_{-I} [HAM 07]. Le principe de la détection est illustré dans un cas simple : considérons la fonction suivante dont l'origine f_0 du repère est inconnue (voir fig. 4.4) :

$$c(f) = \alpha (f + df) , \quad (4.16)$$

df prenant en compte le décalage éventuel de l'origine choisie arbitrairement par rapport à f_0 . Après un développement limité au premier ordre (ce qui revient ici à développer la fonction),

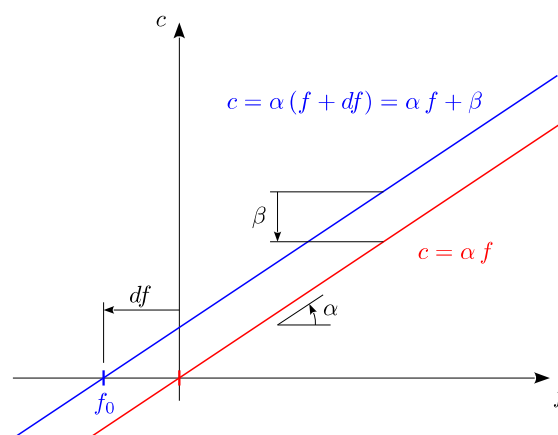


FIGURE 4.4 – Illustration de la détection du front à l'aide du terme K_{-I} (ici β) par une fonction simple de type $c = \alpha f$. La pente α déterminée, trouver le décalage en abscisse df de la droite rouge par rapport à la droite bleue revient à trouver le décalage en ordonnée β .

on obtient :

$$c(f) = \alpha f + \alpha df = \alpha f + \beta . \quad (4.17)$$

avec $\beta = \alpha df$. Les deux paramètres α et β peuvent être déterminés par la méthode des moindres carrés. Pour trouver la position de f_0 et ainsi y placer l'origine du repère, il suffit de déterminer le décalage df . Or le décalage df en abscisse, se traduit par le décalage β en ordonnée, soit :

$$\alpha df = \beta \quad \Leftrightarrow \quad df = \frac{\beta}{\alpha} . \quad (4.18)$$

La méthode pour déterminer la position f_0 revient alors à trouver df nul et donc consiste à annuler β .

Transposons maintenant ce principe aux séries de Williams en considérant une version simplifiée du problème :

$$u(f) = K_I \phi_1(f + df) . \quad (4.19)$$

df prenant en compte le décalage éventuel de la position du front (correspondant à l'origine du repère, voir fig. 4.1). Après un développement limité au premier ordre, on obtient :

$$u(f) = K_I \phi_I(f) + K_I \frac{\partial \phi_I}{\partial f}(f) df , \quad (4.20)$$

Or les séries de Williams présentent la particularité suivante :

$$\frac{\partial \phi_I^n}{\partial f} = -\frac{n}{2} \phi_I^{n-2} , \quad (4.21)$$

ce qui donne après substitution dans (4.20) :

$$u(f) = K_I \phi_I(f) - \frac{1}{2} K_I \phi_{-I}(f) df , \quad (4.22)$$

et qui revient à ajouter au problème le terme super-singulier K_{-I} pondérant la fonction ϕ_{-I} associée :

$$u(f) = K_I \phi_I(f) + K_{-I} \phi_{-I}(f) . \quad (4.23)$$

Après résolution par la méthode des moindres carrés pour une position arbitraire du front, le décalage df peut être déterminé à partir des équations (4.22) et (4.23) :

$$df = -2 \frac{K_{-I}}{K_I} . \quad (4.24)$$

La méthode faisant intervenir un développement limité autour de la position réelle du front, il ne faut pas que la position arbitraire (et donc le df) soit trop éloignée de la position recherchée. De plus, la détermination de la position réelle du front nécessite une procédure itérative mettant à jour la position du repère jusqu'à convergence de df vers 0. Pour résumer, la méthode consiste à annuler le terme super-singulier K_{-I} .

4.2.5 Correction de K_I

En utilisant le même principe que pour la détermination de la position du front, il est possible de déterminer la valeur de K_I tout en étant à la mauvaise position du front. Une rapide description de la méthode est donnée ici, le lecteur pourra se référer à [DUR 12] pour plus de détails.

En supposant un décalage df de la position du front et en réécrivant l'équation (4.19) en ajoutant les termes pondérant les fonctions ϕ_{-I} et ϕ_I^3 , le champ de déplacement utilisé pour la projection est le suivant :

$$u(f) = \widetilde{K}_{-I} \phi_{-I}(f + df) + \widetilde{K}_I \phi_I(f + df) + \widetilde{B}_I \phi_I^3(f + df) \quad (4.25)$$

où les coefficients \widetilde{K}_{-I} , \widetilde{K}_I et \widetilde{B}_I ne correspondent pas aux "véritables" coefficients K_{-I} , K_I et B_I à cause du décalage df . Après un développement de Taylor au premier ordre et réécriture en

utilisant l'équation (4.21), il est possible de factoriser par la fonction $\phi_I(f)$ de manière à faire apparaître l'équivalent de K_I :

$$u(f) = \widetilde{K}_{-I} \left(\phi_{-I}(f) + \frac{1}{2} \phi_{-I}^3(f) df \right) + \widetilde{K}_I \left(\phi_I(f) - \frac{1}{2} \phi_{-I}(f) df \right) + \widetilde{B}_I \left(\phi_I^3(f) - \frac{3}{2} \phi_I(f) df \right) \quad (4.26)$$

$$= \dots + \left(\widetilde{K}_I - \frac{3}{2} df \widetilde{B}_I \right) \phi_I(f) + \dots \quad (4.27)$$

Le facteur d'intensité des contraintes K_I peut alors être estimé à partir des facteurs issus de la projections sur (4.25) :

$$K_I = \widetilde{K}_I - \frac{3}{2} df \widetilde{B}_I. \quad (4.28)$$

4.2.6 Domaine de résolution

L'utilisation des séries de Williams suppose que l'on est en élasticité linéaire homogène, ou, à défaut, en plasticité confinée. L'utilisation de termes sub-singuliers supplémentaires permet de prendre en compte les effets des bords proches [RÉT 10] et l'ajout de termes super-singuliers peut être utilisé pour la zone plastique [HAM 07].

Le champ de déplacement étant une fonction des coordonnées polaires (r, θ) , le choix du Domaine de Résolution (DR) s'est fait sur un disque de rayon R_e centré sur la pointe de la fissure. De plus, de ce DR est exclu un petit disque (de rayon R_i) à cause de la présence de la singularité, ainsi qu'une zone de part et d'autre de la fissure (bande de largeur d), où les lèvres de la fissure ne sont pas parfaitement planes (voir fig. 4.5).

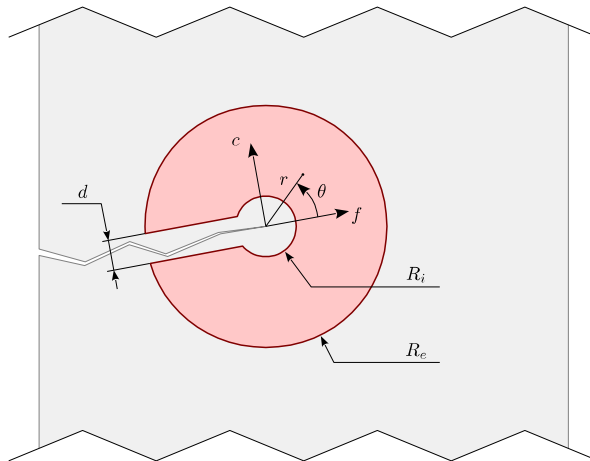


FIGURE 4.5 – Définition du DR utilisée pour projeter les séries de Williams sur le champ de déplacement en pointe de fissure.

4.3 Adaptation 3D

L'extraction des FICs à l'aide des séries de Williams se fait *a priori* dans un plan normal au front. Lorsque les éprouvettes utilisées ont une épaisseur B bien inférieure à la profondeur W , l'hypothèse de contrainte plane est faite et l'extraction peut être réalisée en surface [HAM 07, YON 07, ABA 02].

L'adaptation de cette méthode d'extraction 2D à des données 3D nécessite l'introduction d'une troisième direction correspondant au front 3D de la fissure et impose la construction de plans, régulièrement espacés le long de ce front, utilisés pour projeter le champ de déplacement mesuré sur les séries de Williams que l'on appellera *plans de Williams* par la suite. Un des problèmes qui se pose lors de la construction de ces plans est de déterminer l'espacement et leur orientation. Dans les données 3D assimilables à du 2D [LIM 11], les plans de Williams utilisés sont parallèles aux faces de l'éprouvette, la fissure traversante ayant un front supposé droit, ce qui n'est plus le cas lorsque la fissure part d'un défaut et/ou que le matériau présente un comportement hétérogène.

Par ailleurs, lors du passage aux données 3D, l'épaisseur de l'éprouvette devenant plus importante par rapport à la profondeur, l'hypothèse de contrainte plane est abandonnée au profit de celle de déformation plane.

4.3.1 Construction des *plans de Williams*

4.3.1.1 Utilisation des *level sets*

Une première méthode consiste à utiliser les *level sets* de l'enrichissement X-FEM. La *level set* du front (nommée L_f) correspondant à la coordonnée f , celle du plan (L_c) à c et une dernière *level set* (L_s) orthogonale en tout point à L_f et L_c permettant de définir les *plans de Williams*. La condition d'orthogonalité se traduit par :

$$\nabla L_s = \nabla L_f \times \nabla L_c . \quad (4.29)$$

L'intérêt de cette technique étant que les *plans de Williams* correspondant à des iso-surfaces de L_s ne peuvent pas interférer entre eux.

Cependant, l'utilisation de véritables *level sets* pour décrire L_c et L_f implique que la distance entre iso-surface est définie par la vitesse de propagation¹ qui est fonction de la courbure [SET 99]. Dans le cas de L_c , la courbure est faible et en moyenne nulle : les iso-surfaces sont assimilables à des plans parallèles les uns aux autres (fig. 4.6b). Par contre, pour L_f , les iso-surfaces ont tendance à faire tendre la courbure vers zéro quand on s'éloigne de l'iso-zéro (fig. 4.6a). Le comportement de L_f impacte directement L_s donnant des iso-surfaces non orthogonales au front. Enfin, ces iso-surfaces ne sont pas nécessairement des plans ce qui pose problème étant donné que les séries de Williams sont définies dans un plan.

4.3.1.2 Plans normaux

L'utilisation des iso-surfaces n'étant pas satisfaisante, celles-ci sont remplacées par de véritables plans passant par des positions régulièrement espacées le long du front et dont la normale

1. la vitesse de propagation de la *level set* est un outil mathématique pour la construction de cette dernière et, dans notre cas, n'a aucune signification physique.

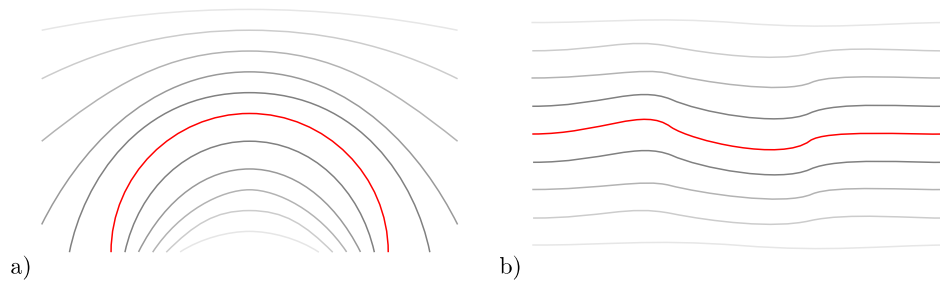


FIGURE 4.6 – Évolution de deux *level set* présentant une courbure différente. L'iso-zéro est représentée en rouge.

\vec{s} est orthogonale à la normale à la surface de la fissure \vec{c} et à la direction du front \vec{f} (voir fig. 4.7).

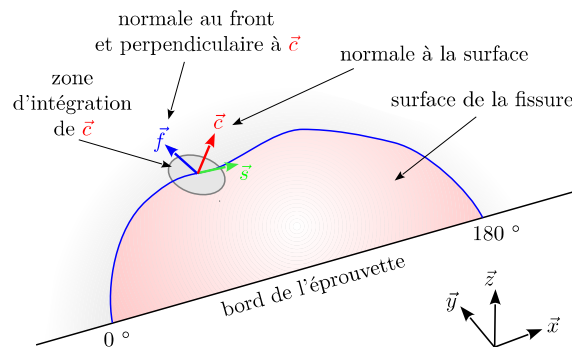


FIGURE 4.7 – Construction du repère $R_{Williams} = (\vec{f}, \vec{c}, \vec{s})$ servant aux *plans de Williams*, le repère $R_{DVC} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ étant le repère du scan utilisé pour la corrélation d'images et dans lequel est exprimé le champ de déplacement.

Pour construire le repère $(\vec{f}, \vec{c}, \vec{s})$, les gradients de la surface de la fissure sont moyennés sur un rayon d'un élément C8 afin d'en déduire le vecteur \vec{c}^2 . Puis à l'aide des gradients du front, le vecteur \vec{f} est calculé sachant qu'il doit être normal à \vec{c} . Le repère $(\vec{f}, \vec{c}, \vec{s})$ correspond au repère usuel du champ de contrainte en fond de fissure (voir fig. 4.1).

Dans le cas d'une fissure traversante et plane [LIM 09], la création des *plans de Williams* est aisée. Si on suppose que l'on a une fissure dont le bord est en $y = 0$, et que l'axe de traction est suivant \vec{z} (le repère $R_{DVC} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ étant le repère du scan, voir 4.7), les *plans de Williams* sont les plans pour $x = cste$ où les composantes U_f , U_c et U_s correspondent directement aux composantes du champ de déplacement issues de la corrélation d'images, mais dans l'ordre suivant : U_y , U_z et U_x .

Dans le cas d'une fissure de coin ou de surface, après avoir créé les repères $R_{Williams} = (\vec{f}, \vec{c}, \vec{s})$ régulièrement espacés le long du front, les composantes du champ de déplacement issu de la corrélation d'images U_y , U_z et U_x exprimés dans R_{DVC} sont interpolés dans le DR tel que

2. Dans notre cas, le relief de la fissure étant faible, nous avons considéré \vec{c} comme étant égal à la direction de traction.

défini à la figure 4.5. Ces composantes locales exprimées dans $R_{Williams}$ sont enfin projetées dans $R_{Williams}$ pour obtenir U_f , U_c et U_s .

Lors de la construction des plans, on remarque que si le front ou la surface de la fissure sont chahutés et que si la distance inter-plan est courte (ou que la taille du DR est grande), les plans risquent de se croiser (voir fig. 4.8).

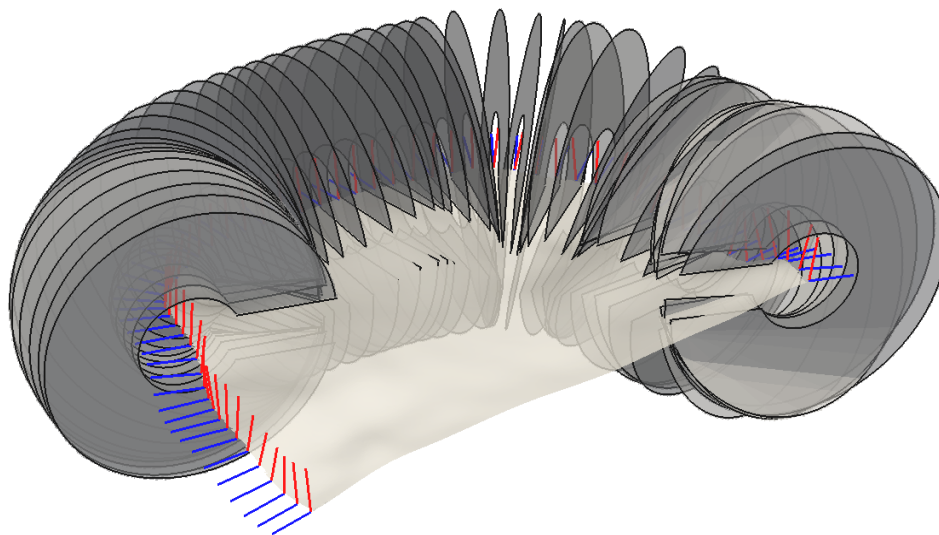


FIGURE 4.8 – Représentation 3D des *plans de Williams*, où pour chaque plan est dessiné le DR utilisé pour projeter les séries de Williams. Les traits rouge et bleu correspondent aux directions \vec{c} et \vec{f} du repère en fond de fissure. A cause de la géométrie locale du front, certains plans se croisent.

Pour les plans proches de la surface de l'éprouvette, si le vecteur \vec{s} n'est pas confondu avec la normale à cette dernière, certains points du plan seront situés en dehors de l'éprouvette : ces plans ne permettent pas une extraction fiable.

4.3.2 Termes correctifs de la séries de Williams

Un front de fissure courbe implique que les *plans de Williams* vont s'intersecter comme l'illustre la figure 4.8. Ce phénomène amène à penser que le champ de contrainte créé par la fissure, à une position donnée du front, va perturber le champ de contrainte aux positions alentours. Le principe de superposition des solutions *inplane* et *antiplane* jusqu'alors utilisé n'est plus valide dans ce cas. Leblond et Torlai [LEB 92] montrent que la dérivée de K_p le long l'abscisse curviligne s du front, la courbure Γ du front ainsi que le tenseur de courbure C (de composantes $C_{\lambda\mu}$) de la fissure au niveau du front interfèrent dans le champ de contrainte :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = & K_p f_{ij}^p(\theta) r^{-1/2} + T_p g_{ij}^p(\theta) \\ & + \left(B_p h_{ij}^p(\theta) + \frac{dK_p}{ds} l_{ij}^p(\theta) + C_{\lambda\mu} K_p m_{ij}^{p\lambda\mu}(\theta) + \Gamma K_p n_{ij}^p(\theta) \right) r^{1/2} + O(r) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Afin de simplifier les calculs, on considérera que la fissure est suffisamment plane de manière à supposer que C soit nul. Soit, en réorganisant (4.30) en fonction de K_p :

$$\sigma_{ij} - \frac{dK_p}{ds} l_{ij}^p(\theta) r^{1/2} = K_p \left(f_{ij}^p(\theta) + r \Gamma n_{ij}^p(\theta) \right) r^{-1/2} + T_p g_{ij}^p(\theta) + B_p h_{ij}^p(\theta) r^{1/2} + O(r) \quad (4.31)$$

L'équation différentielle obtenue doit être résolue numériquement par itérations successives.

Par analogie le champ de déplacement devient :

$$2\mu u_i - \frac{dK_p}{ds} l_i^p(\theta) r^{3/2} = K_p \left(f_i^p(\theta) + r \Gamma n_i^p(\theta) \right) r^{1/2} + T_p g_i^p(\theta) r + B_p h_i^p(\theta) r^{3/2} + O(r^2) \quad (4.32)$$

La littérature ne donnant pas la formulation en déplacement des fonctions l_i^p et n_i^p associées aux l_{ij}^p et n_{ij}^p , une méthode de calcul est proposée ici. Pour cela, les composantes³ du champ de déplacement et du champ de contrainte suivantes sont définies :

$$L_i^p = l_i^p r^{3/2} \quad L_{ij}^p = l_{ij}^p r^{1/2} \quad (4.33)$$

$$N_i^p = n_i^p r^{3/2} \quad N_{ij}^p = n_{ij}^p r^{1/2} . \quad (4.34)$$

Pour chaque mode, après calcul du champ de déformation à l'aide de la loi de Hooke, les composantes non nulles du tenseur de déformation sont soit $\{\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{ss}\}$ (solution *inplane* pour n_{ij}^I , n_{ij}^{II} et l_{ij}^{III}), soit $\{\varepsilon_{s\theta}, \varepsilon_{sr}\}$ (solution *antiplane* pour l_{ij}^I , l_{ij}^{II} et n_{ij}^{III}). Le calcul des composantes du champ de déplacement est donc légèrement différent pour chaque type de solution. Les composantes du champ de contrainte données ne respectant ni l'hypothèse de déformation plane, ni celle des contraintes planes, toutes les composantes des tenseurs doivent être prises en compte.

Sachant que le tenseur des déformations en coordonnées polaires est le suivant :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad 2\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_\theta \right) + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \quad (4.35)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) \quad 2\varepsilon_{s\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_s}{\partial \theta} \quad (4.36)$$

$$\varepsilon_{ss} = \frac{\partial u_s}{\partial s} \quad 2\varepsilon_{sr} = \frac{\partial u_s}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial s} , \quad (4.37)$$

et profitant des simplifications intrinsèques à la définition des composantes de ce champ :

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{3}{2r} u \quad , \quad \int u dr = \frac{2r}{5} u , \quad (4.38)$$

le champ de déplacement suivant est obtenu dans le cas de la solution *inplane* :

$$u_r = \frac{2}{3} r \varepsilon_{rr} \quad (4.39)$$

$$u_\theta = \int \left(\varepsilon_{\theta\theta} - \frac{2}{3} \varepsilon_{rr} \right) r d\theta \quad \text{ou} \quad 4r \left(\varepsilon_{r\theta} - \frac{1}{3} \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial \theta} \right) \quad (4.40)$$

$$u_s = \int \varepsilon_{zz} ds = s \varepsilon_{ss} = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) . \quad (4.41)$$

3. Concernant les séries de Williams et/ou de Leblond et Torlai, quand il y a deux indices, il s'agit de champ de contrainte et quand il y en a un seul, de champ de déplacement, leurs formulations étant différentes.

Les deux solutions pour calculer u_θ sont équivalentes (respect des équations de compatibilité) et si u_s est bien nul dans le *plan de Williams* où $s = 0$ (ce qui est normalement attendu pour un problème *inplane*), son expression complète doit être utilisée pour effectuer la démarche inverse (trouver le champ de contrainte à partir du champ de déplacement).

Pour la solution *antiplane* la résolution est moins triviale car, comme pour la solution *inplane*, la solution *antiplane* a les composantes u_r et u_θ nulles dans le plan, mais leur dérivée par rapport à s ne l'est pas. Soit :

$$u_r = f_r(r, \theta) s = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) \quad (4.42)$$

$$u_\theta = -2 \frac{\partial u_r}{\partial t} = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) \quad (4.43)$$

$$u_s = \int \left(2 \varepsilon_{s\theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial s} \right) r d\theta \quad \text{ou} \quad \int \left(2 \varepsilon_{sr} - \frac{\partial u_r}{\partial s} \right) dr \quad (4.44)$$

$$(4.45)$$

Pour trouver les fonctions $f_r(r, \theta)$, une méthode consiste à la supposer nulle dans un premier temps, ce qui donne deux solutions différentes de u_s . Puis, en utilisant la différence entre ces deux solutions, il est possible de déduire u_r et u_θ à une constante près qui est ensuite déterminée en faisant l'hypothèse que les deux solutions de u_s doivent être égales. Pour plus de détails voir l'annexe B.

4.3.3 Détection du front par itérations

La position du front n'est pas connue *a priori*, une position de départ est estimée à l'aide du résidu de corrélation d'images, puis l'annulation du terme super-singulier K_{-I} permet de déterminer la position du front. L'annulation de K_{-I} se fait toutefois par translation dans le plan de l'abscisse f , ce qui nécessite au préalable d'avoir construit ce plan sachant que l'orientation de ce plan est déterminée par la position du front des plans voisins. Cette problématique rend l'utilisation d'une méthode itérative obligatoire (voir fig. 4.9).

Le principe consiste à construire les *plans de Williams* le long du front, soit estimé à l'aide du résidu de DVC, soit obtenu à l'étape précédente. Ensuite, par annulation du terme super-singulier K_{-I} lors du fit des séries de Williams, une nouvelle position du front est déterminée et sert d'entrée pour l'étape suivante. Une fois la dernière position du front suffisamment proche de la précédente, celle-ci est considérée comme la véritable position du front.

4.3.4 Test sur un champ de déplacement issu d'un calcul EF

Un calcul élastique par éléments finis sur une éprouvette entaillée (rayon de fond d'entaille nul pour simuler une fissure) permet de vérifier que la détection du front est réalisable avec cette méthode et que les valeurs de K_I (disponible dans des abaques [AND 95]) sont cohérentes.

Trois "entailles" sont testées : une entaille traversante, une entaille semi-elliptique et une entaille semi-elliptique "chahutée". Le maillage, réalisé à l'aide de GMSH [GEU 09], est raffiné à proximité de l'entaille (voir fig. 4.10). L'éprouvette de section carrée ($B = W$) a une longueur 8 fois plus grande que sa largeur, ce qui permet d'obtenir un champ de déplacement proche des essais réels et peu dépendant du type de chargement appliqué aux extrémités de l'éprouvette (contrainte ou déplacement imposé).

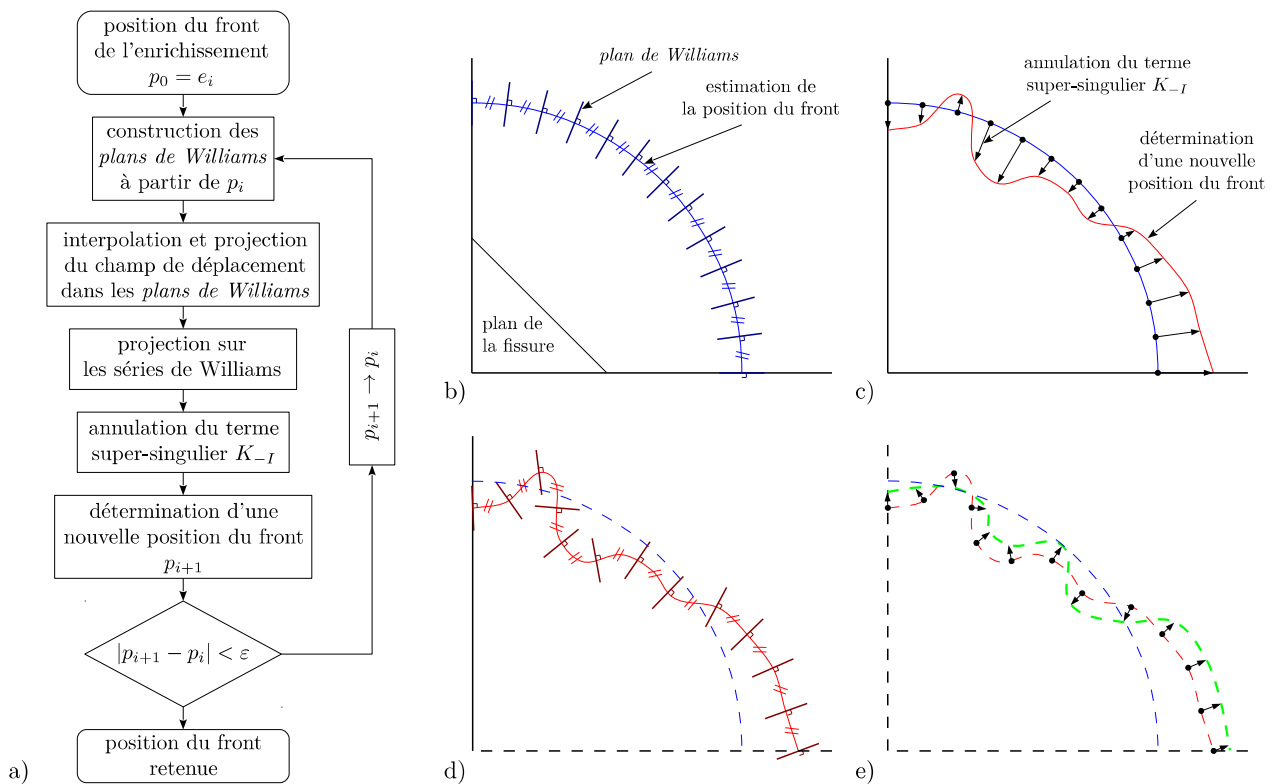


FIGURE 4.9 – Principe itératif illustrant la détermination de la position du front. Les plans de Williams sont construits à intervalle régulier et sont perpendiculaires au plan de la fissure ainsi qu'au front (b). L'annulation du terme super-singulier K_{-I} donne une nouvelle position du front (c), sur laquelle la méthode est réitérée (d) et ainsi de suite (e) jusqu'à convergence (a).

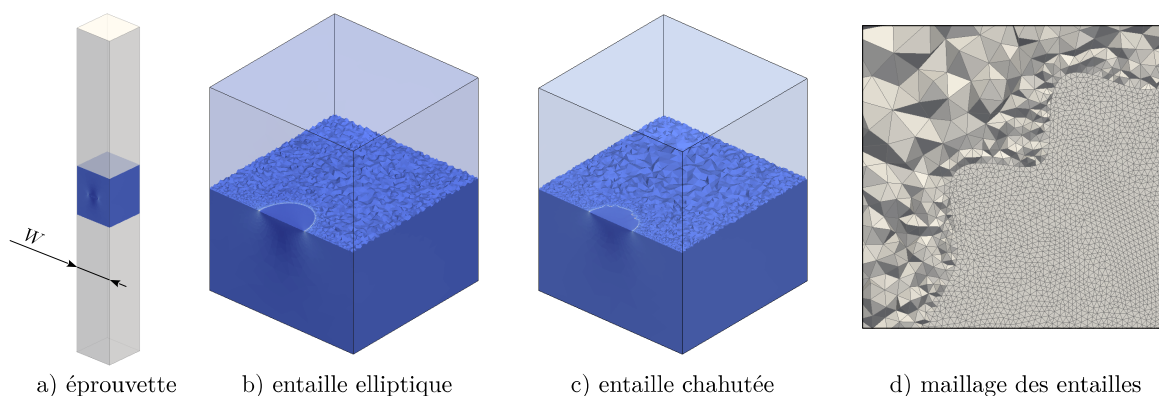


FIGURE 4.10 – Maillages d'éprouvettes (a) présentant soit une entaille traversante (non représentée ici), soit une entaille semi-elliptique "lisse" (b), soit une entaille semi-elliptique avec un front chahuté (c), dont un détail du maillage est donné en (d).

Les tests permettent d'observer l'influence des paramètres suivants :

- R_i et R_e (rayons intérieur et extérieur du DR, cf fig. 4.5),
- n_{max} (le nombre maximal de termes des séries de Williams utilisés),
- l'ajout de termes correctifs en fonction de la courbure ;

ainsi que l'efficacité de la détection du front. Les paramètres sont testés un par un par rapport à un jeu de paramètres fixes. La solution correspondant à ce jeu de paramètres est représentée par un trait épais et vert sur les graphes suivants. Les distances sont normalisées par W et les valeurs de K_I par la valeur théorique quand elle existe. Pour la plupart des calculs la position du front est imposée (cette dernière étant connue). Dans ce cas, en plus d'analyser la valeur de K_I extraite, le décalage dx par rapport au front réel déterminé à l'aide du terme super-singulier est aussi tracé. Pour les cas avec détection du front, une solution de départ légèrement décalée de la position réelle est donnée en entrée du problème et la position du front au cours des itérations est observée en plus de K_I . Les calculs sont réalisés en utilisant les termes correctifs supplémentaires n_{ij}^p faisant intervenir Γ , sauf pour le cas du front droit où aucun terme correctif n'est utilisé. Un dernier essai est réalisé en prenant également en compte les termes correctifs l_{ij}^p faisant intervenir la dérivée de K le long du front. Les valeurs de K_I tracées ici prennent en compte la correction introduite en (4.28).

4.3.4.1 Entaille traversante

La formule théorique utilisée pour calculer K_I dans le cas d'une fissure traversante est celle pour une éprouvette SENT (Single Edge Notched Tension) [AND 95] :

$$K_I = S \sqrt{W} \frac{\sqrt{2 \tan \frac{\pi a}{2W}}}{\cos \frac{\pi a}{2W}} \left[0,752 + 2,02 \left(\frac{a}{W} \right) + 0,37 \left(1 - \sin \frac{\pi a}{2W} \right)^3 \right]. \quad (4.46)$$

Cette formule ne prend pas en compte les variations le long du front (correspondant à x sur les graphes suivants), néanmoins cette valeur de K_I est considérée comme valeur de référence pour tout le front.

La figure 4.11 montre que l'extraction de K_I est juste à 2 % près au cœur de l'éprouvette, là où l'hypothèse de déformation plane est respectée. La valeur de K_I diminue vers les bords, ce qui est cohérent avec l'hypothèse des contraintes planes. Le fait que K_I remonte brutalement pour des valeurs de R_e élevées est dû à des effets de bord que l'on retrouve sur le décalage dx (voir fig. 4.12). Cette dernière observation plaiderait pour l'utilisation d'un R_e petit. Cependant, on observe que pour un R_e de 0,04, la mesure est plus bruitée car la taille des éléments ayant servi à faire le calcul élastique devient trop grande face à R_e .

Quels que soient les paramètres utilisés, l'extraction nous donne un décalage df moyen de 0,15 %. Ce décalage se retrouve lors de la détection du front entre le front réel et le front détecté (fig. 4.13). Ce décalage est faible et ne semble pas avoir de grande influence sur la valeur de K_I .

L'ajout de termes correctifs supplémentaires n'apporte pas de changement ce qui est normal étant donné que la courbure Γ est nulle et que la variation de K le long du front est faible.

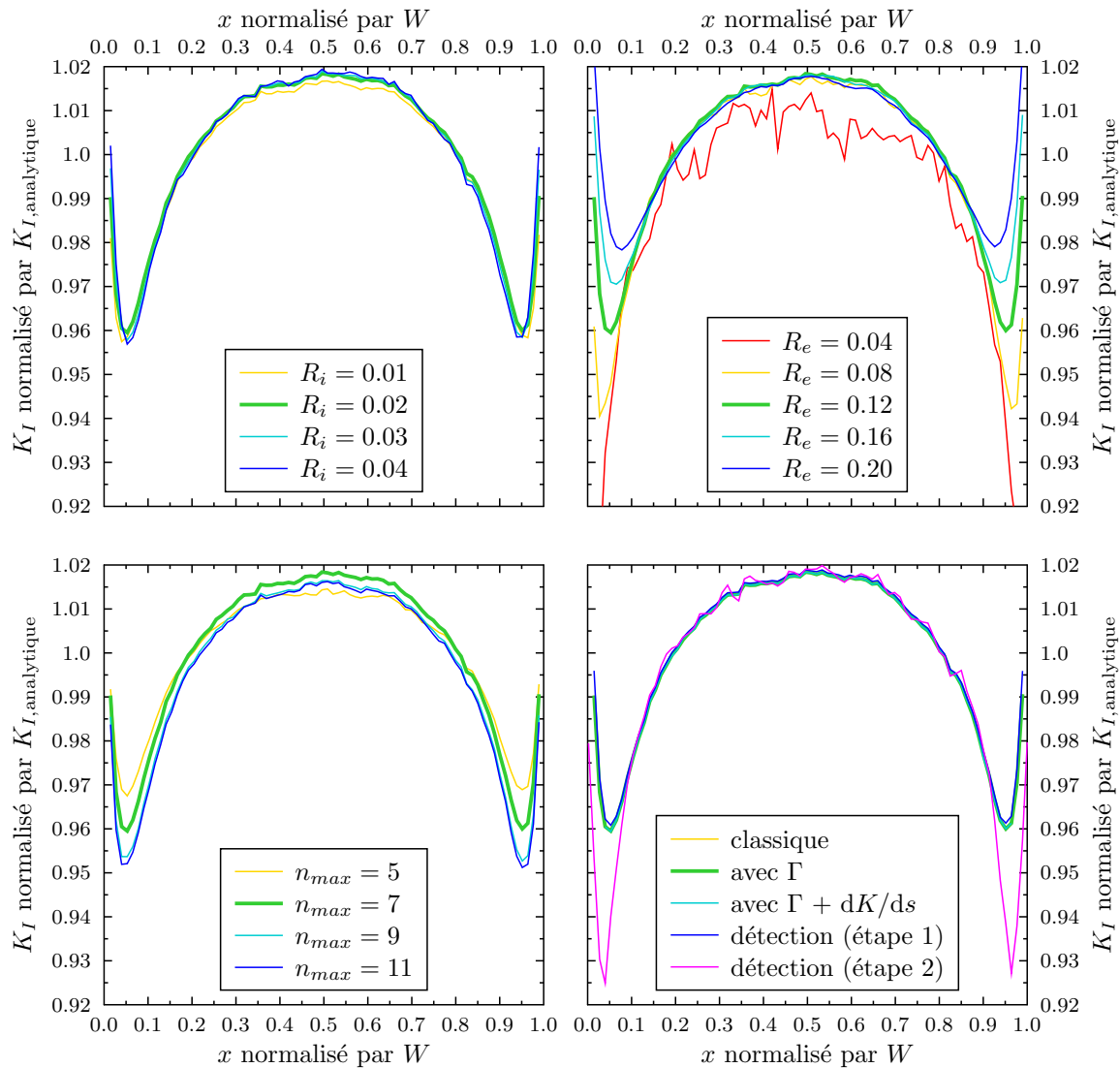


FIGURE 4.11 – Valeurs de K_I le long du front pour une **entaille traversante**. L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.

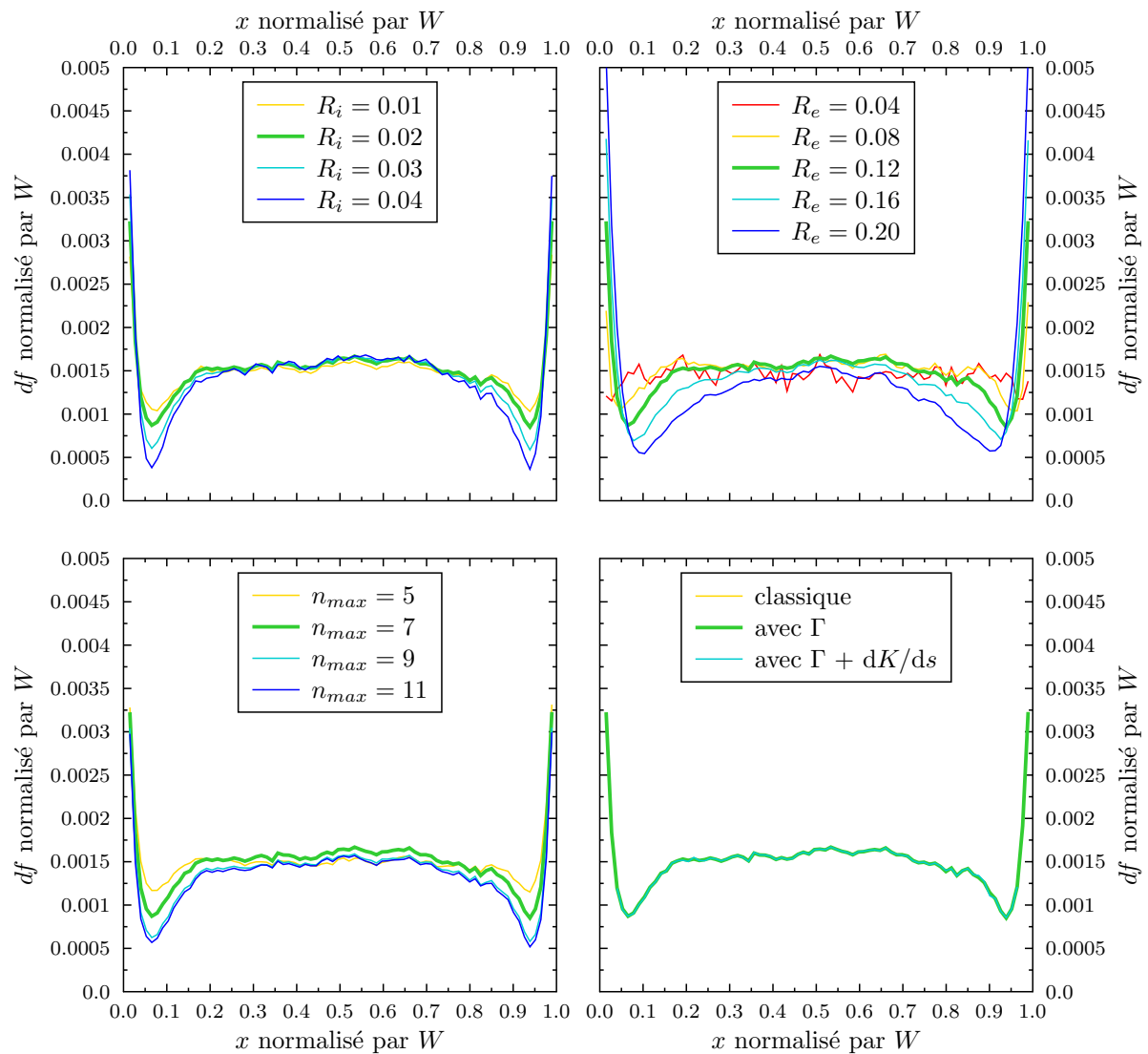


FIGURE 4.12 – Valeurs de df le long du front pour une **entaille traversante**. L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.

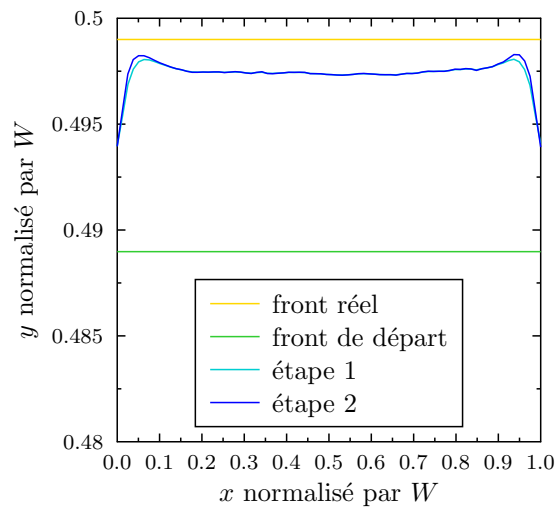


FIGURE 4.13 – Détection itérative de la position du front par annulation du terme K_I à partir d'une solution de départ. L'objectif étant de retrouver la position réelle du front.

4.3.4.2 Entaille semi-elliptique

La formule théorique utilisée pour calculer K_I dans le cas d'une fissure semi-elliptique est celle de Raju et Newmann [RAJ 79], qui donne l'évolution de K_I en fonction de l'angle ψ qui permet de décrire le front courbe, la définition de ψ étant donnée à la figure 4.14.

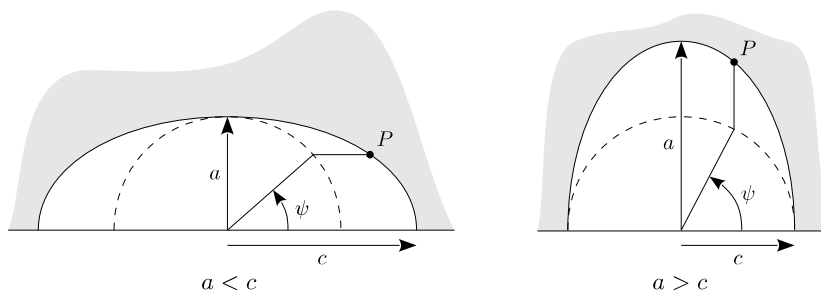


FIGURE 4.14 – Définition de l'angle ψ pour un point P situé le long du front utilisé par les expressions de K_I de Raju et Newmann [RAJ 79]. Deux cas sont dissociés : lorsque $a < c$ à gauche et lorsque $a > c$ à droite.

Les profils de K_I et de df calculés le long du front sont tracés en fonction de ψ ce qui permet de normaliser la valeur de K_I par sa valeur théorique (fig. 4.15).

La première observation notable est l'influence positive de l'ajout du terme correctif pondéré par la courbure Γ qui permet de supprimer l'erreur de 5 à 10 % sur la valeur de K_I obtenue par le front droit. Par contre le terme pondéré par dK/ds ne semble pas intervenir. Pour ce qui est de l'influence des autres paramètres, la tendance semble être la même que pour le front droit :

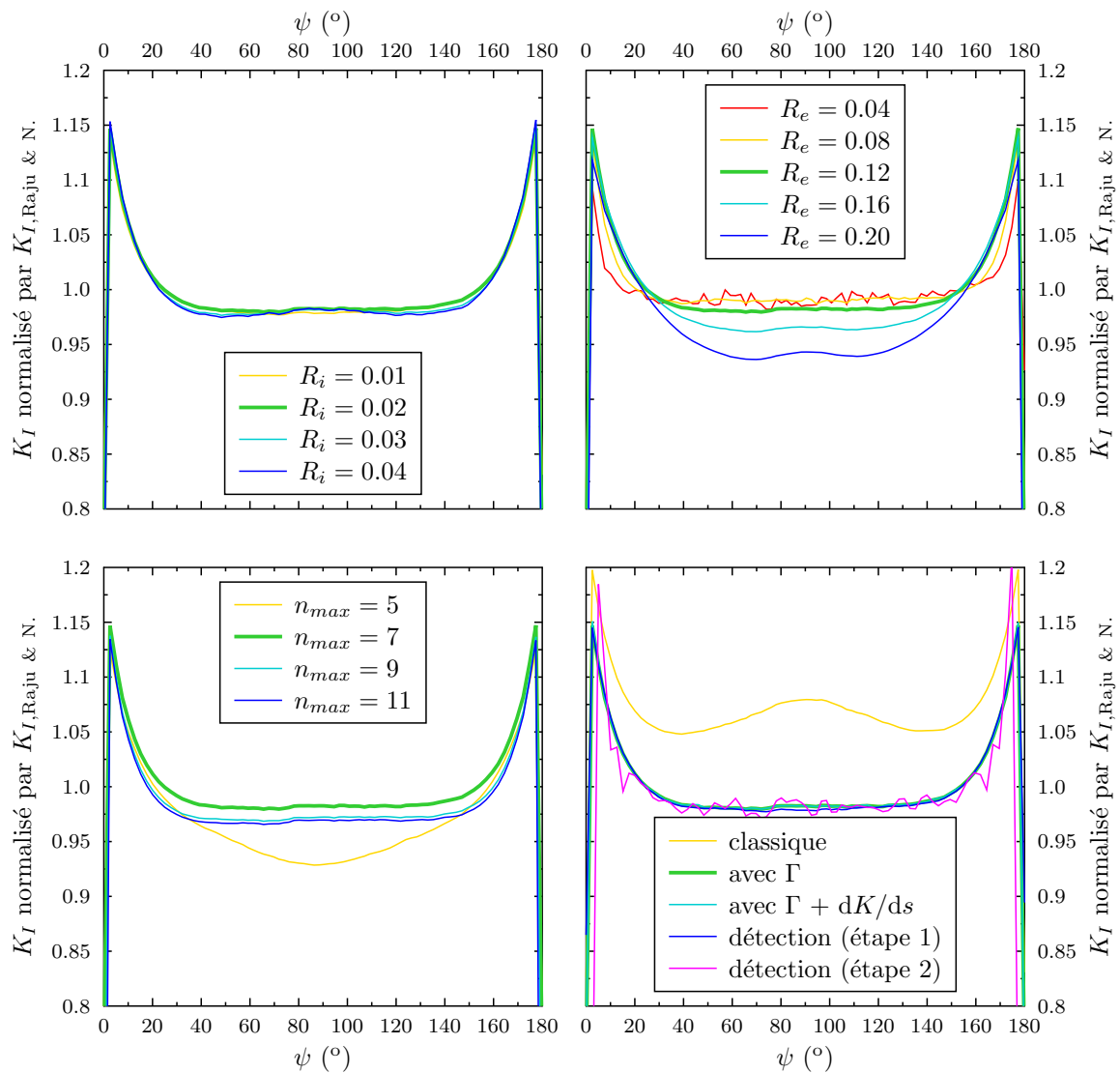


FIGURE 4.15 – Valeurs de K_I le long du front pour une **entaille semi-elliptique**. L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.

peu d'influence de R_i , meilleure solution pour un n_{max} élevé et meilleure solution pour un R_e petit mais se dégradant lorsque la dimension de R_e se rapproche de la dimension des éléments. En outre, lorsque R_e se rapproche de la profondeur d'entaille moyenne (environ 0,15), les effets de bords s'intensifient et la valeur de K_I à 90° dérive de la valeur théorique de 5 %.

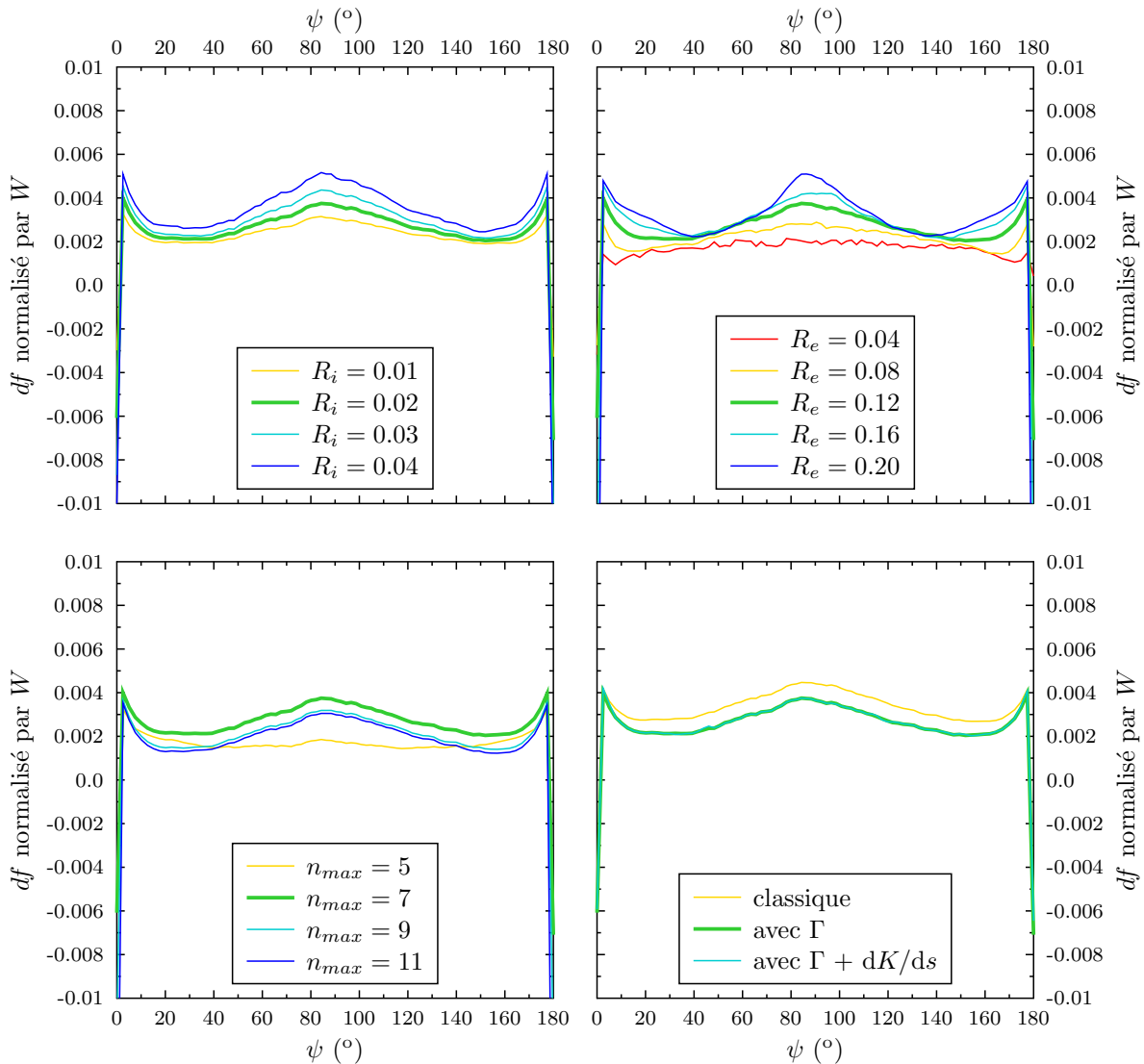


FIGURE 4.16 – Valeurs de df le long du front pour une **entaille semi-elliptique**. L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.

L'erreur sur les valeurs de df (fig. 4.17) est quant à elle beaucoup plus faible (inférieure à 0,5 %).

Comme pour la détection du front droit, la détection du front semi-elliptique (fig. 4.17) fonctionne sans problème et converge rapidement. Persiste néanmoins une importante erreur au niveau des bords de la fissure qui est également présente dans la valeur de df lorsque le front

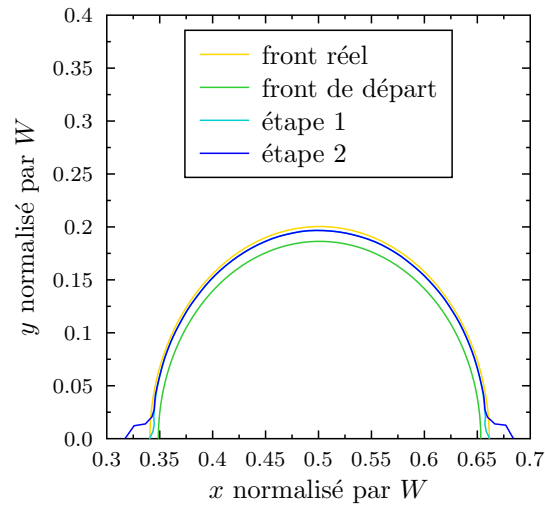


FIGURE 4.17 – Détection itérative de la position du front par annulation du terme K_I à partir d'une solution de départ. L'objectif étant de retrouver la position réelle du front.

est imposé (fig. 4.16).

4.3.4.3 Entaille semi-elliptique chahutée

Un dernier test avec une entaille semi-elliptique, dont le front est chahuté, permet de tester plus en détail l'influence de la variation de la courbure. Le front décrit un arc de cercle (rayon de 0.15) avec deux perturbations permettant de produire des courbures localement plus élevées (en valeur absolue) pour la même profondeur d'entaille. Pour la première perturbation (position 0.25 de l'abscisse curviligne) la courbure est positive, tandis que pour la seconde (position 0.7 de l'abscisse curviligne) elle est négative (voir fig. 4.19). Les valeurs de K_I sont normalisées par la valeur analytique (Raju et Newmann) obtenue pour une fissure elliptique de rayon 0,15.

Les tendances concernant l'influence de R_i et du nombre de termes étant identiques à celles de la fissure semi-elliptique, seuls les graphes faisant varier R_e , ainsi que la méthode utilisée, sont tracés (fig. 4.18). Pour les positions du front éloignées des perturbations, l'utilisation des termes correctifs permet de se rapprocher de la valeur analytique de K_I . Au niveau des perturbations, l'absence de solution de référence ne permet pas de valider les mesures. Néanmoins, aux positions du front où la courbure est positive, la tendance est la même pour le front droit et pour le plus petit R_e , par contre la mesure se dégrade rapidement avec la taille de R_e .

Dans le cas de la fissure traversante et celui de la fissure semi-elliptique, la variation de la courbure le long du front est très faible, voire quasi nulle. 80 points sont pris pour construire les *plans de Williams* le long du front et aucun traitement du décalage n'est réalisé pour déterminer la nouvelle position du front dans le cas de la détection. Par contre, dans le cas présent, 120 points sont utilisés sur une longueur de front d'environ 0,5, soit un point tous les $ds = 0,004$. Deux tailles de DR sont utilisées pour tester la détection du front $R_e = 0,04$ et $R_e = 0,12$. Un filtrage par régularisation est utilisé pour nettoyer le front. Dans le cas du petit DR, la longueur d'onde de coupure du filtre vaut ds . Le résultat étant concluant pour le petit DR, la longueur d'onde de coupure du filtre pour le grand DR vaut $\frac{R_e}{0,04} ds$. Les résultats de la détection sont

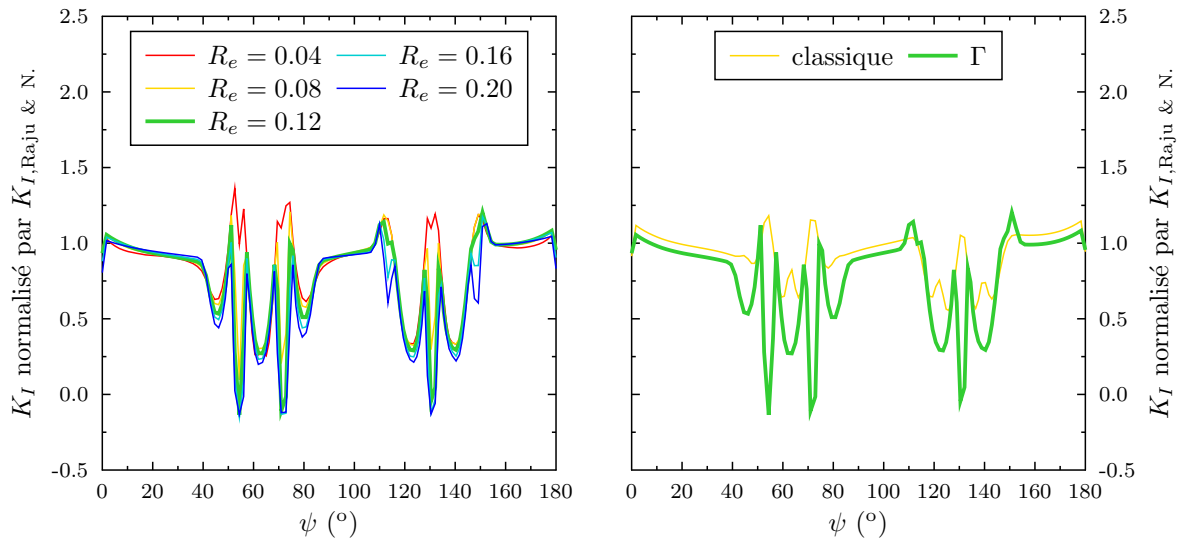


FIGURE 4.18 – Valeurs de K_I le long du front pour une entaille semi-elliptique chahutée. L'extraction de référence est pour $\{R_i = 0.02, R_e = 0.12, n_{max} = 7, \text{ avec } \Gamma\}$ (courbe verte), les autres extractions ne faisant varier qu'un seul des quatre paramètres.

tracés à la figure 4.19.

Pour le petit DR, la convergence est bonne et la position du front déterminée est proche de la réalité. Dans le cas du grand DR, la position moyenne du front est assez rapidement déterminée, par contre un DR trop grand semble incapable de capturer les petites variations introduites sur la position du front. En outre, le filtrage utilisé ne semble pas suffisant pour supprimer le bruit qui s'amplifie dans le calcul de K_I et sur la position du front (apparition d'oscillations au cours des itérations). L'utilisation d'un filtrage plus fort permettrait de supprimer ces oscillations, mais la détection des petites variations du front serait alors impossible. La taille du DR semble donc conditionner le niveau de détail mesurable concernant la position du front, mais aussi lors de l'extraction des facteurs d'intensité des contraintes.

Les perturbations introduites le long du front se traduisent par une variation de la profondeur de l'entaille mais aussi de la courbure (voir fig. 4.20). Si la valeur de K_I est directement liée à la profondeur d'entaille (voir l'équation (4.1)), l'influence de la courbure est plus difficile à quantifier. Une version simplifiée des équations de Leblond et Torlai permet d'expliquer les tendances que l'on retrouve sur le graphique :

$$U = K(f_i + r \Gamma n_i) \sqrt{r} . \quad (4.47)$$

En effet, à partir de cette équation et en supposant que le champ de déplacement U change peu, la valeur de K est :

- plus élevée quand $\Gamma > 0$, ce qui est généralement le cas quand le front prend du retard ;
- plus faible quand $\Gamma < 0$, signe de la courbure pour une propagation normale.

Le bruit observable sur le tracé de K_I correspond aux valeurs les plus élevées, en valeur absolue, de la courbure, mais surtout là où la dérivée de courbure est difficilement calculable.

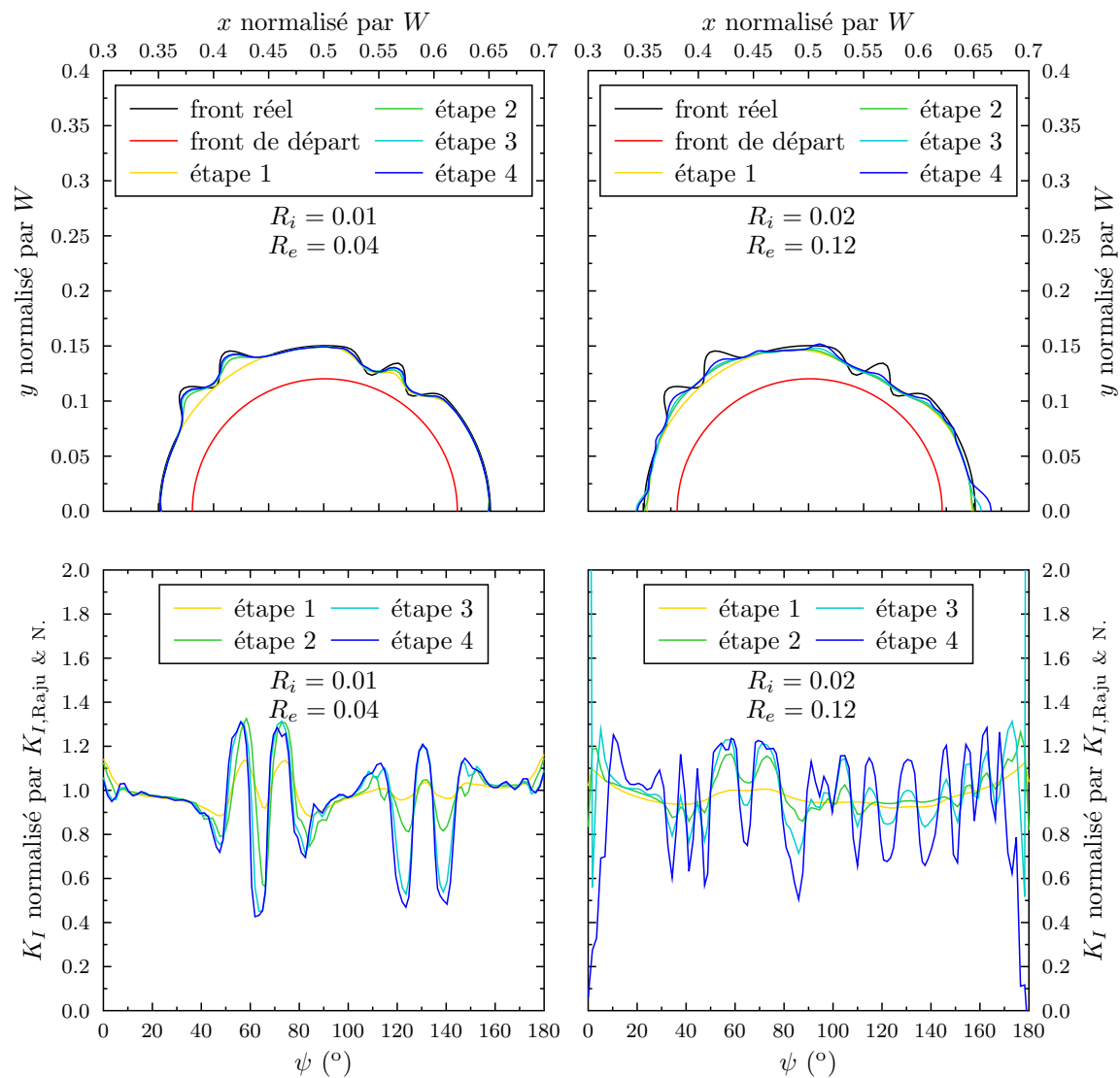


FIGURE 4.19 – Détection itérative de la position du front par annulation du terme K_{-I} à partir d’une solution de départ pour deux tailles de R_e . L’objectif étant de retrouver la position réelle du front. Pour chaque étape de la détection, la valeur de K_I est comparée à la valeur d’une entaille semi-elliptique équivalente.

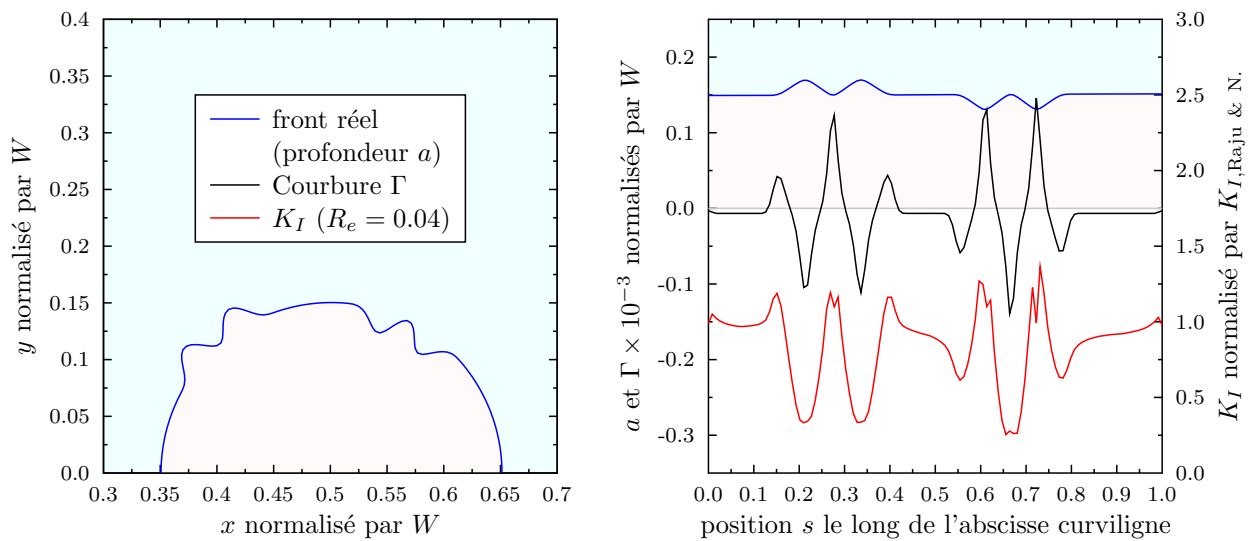


FIGURE 4.20 – Comparaison entre la profondeur de l’entaille, la courbure de l’entaille et la valeur de K_I extraite sur la position réelle du front. Ce graphe permet de montrer que la valeur de K_I est fortement liée à la profondeur de l’entaille et à la courbure.

4.4 Bilan

Ce chapitre a montré que la projection du champ de déplacement en fond de fissure sur les séries de Williams est un moyen efficace de caractériser le fond de fissure. Si les termes singuliers de la série donnent accès directement aux FICs, les termes suivants permettent de définir plus précisément le champ de contraintes agissant en pointe de fissure. Concernant le premier terme super-singulier K_{-I} , il représente une méthode attractive pour détecter la position du front lorsque cette dernière est inconnue. Lors de l’adaptation 3D de cette méthode et lors du passage d’un front droit à un front courbe, l’introduction de termes supplémentaires prenant en compte l’effet de cette courbure a été nécessaire.

Cette méthode a été validée en utilisant un champ de déplacement issu d’une simulation EF où les résultats obtenus concernant la position détectée du front ont pu être confrontés à la position réelle connue du front. Dans le cas d’un champ de déplacement issu de la DVC, la position du front de la fissure est inconnue, seule une première estimation peut être obtenue à partir du résidu de DVC (voir chap. 2). L’enrichissement de la fissure et la régularisation introduite au chapitre 3, dont l’utilisation permet d’obtenir une incertitude sur le champ de déplacement suffisamment faible pour réaliser une projection sur les séries de Williams, nécessite de connaître la position du front de la fissure.

La position du front de la fissure inconnue mais nécessaire pour l’enrichissement et la régularisation du calcul de DVC dans le but de réaliser la projection sur les séries de Williams impose alors une procédure itérative à plusieurs niveaux : lors de l’enrichissement afin de calculer un champ de déplacement utilisant le maximum d’information, lors de l’annulation du terme super-singulier et lors la prise en compte de la courbure. Cette procédure illustrée par la figure 4.21 est mise en œuvre au chapitre 5.

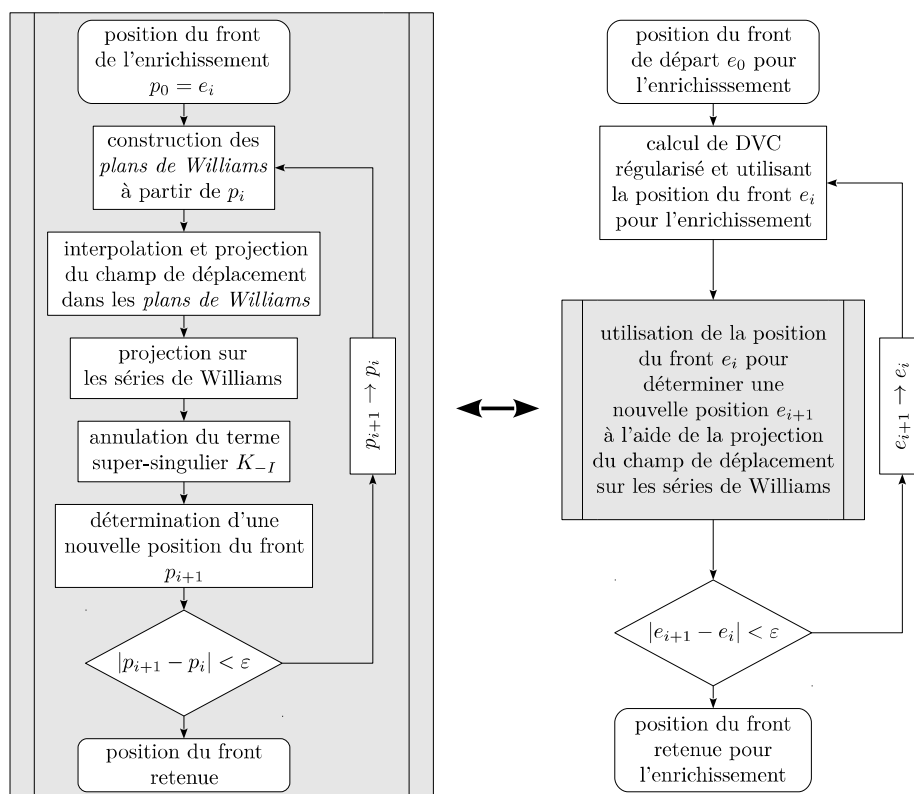


FIGURE 4.21 – Organigramme des différentes étapes aboutissant à la position du front.

Chapitre 5

Résultats et discussion

Sommaire

5.1	Accommodation de la déformation plastique accumulée	79
5.1.1	Champ de déplacement “plastique” et intra-cycle	79
5.1.2	Champ d’accommodation de la déformation plastique	81
5.2	Échantillon de laboratoire (LB1, LB2 et LB3)	82
5.2.1	Position des fronts à l’aide des résidus	82
5.2.2	Résultats sur LB1	83
5.3	Échantillon de synchrotron : résultats LBj2	96
5.3.1	Position des fronts à l’aide des résidus	96
5.3.2	Correction des anneaux : corrélation sur artefacts	97
5.3.3	Détection du front et mesure de DK	98
5.4	Discussion	100
5.4.1	Interprétation des valeurs de FIC	100
5.4.2	Rôle de la microstructure	105
5.4.3	Conclusion sur le choix du matériau	105
5.5	Utilisation d’un alliage d’aluminium AlSiMg : test de faisabilité	107

5.1 Accommodation de la déformation plastique accumulée

5.1.1 Champ de déplacement “plastique” et intra-cycle

Dans le bilan du chapitre 3, nous avons introduit deux types de champ de déplacement accessibles avec les données numérisées : le champ résultant de l’accommodation de la déformation plastique après un nombre N de cycles et le champ élastique au cours du cycle N . La figure 5.1 montre la composante du champ de déplacement suivant la direction de traction z pour ces deux types de champ après 160 kc pour l’éprouvette LB1. La figure 5.2 montre les trois composantes dans une coupe qui correspond au plan (y, z) passant par le centre de l’éprouvette. Le calcul de DVC utilisé pour obtenir ces illustrations utilise une régularisation mécanique avec une longueur d’onde de coupure de 64 vx (donnant une incertitude de 0,02 vx).

Si les deux champs sont globalement comparables, la dynamique du champ “plastique” est 5 fois plus grande que pour le champ élastique. Pour obtenir un rapport signal sur bruit comparable

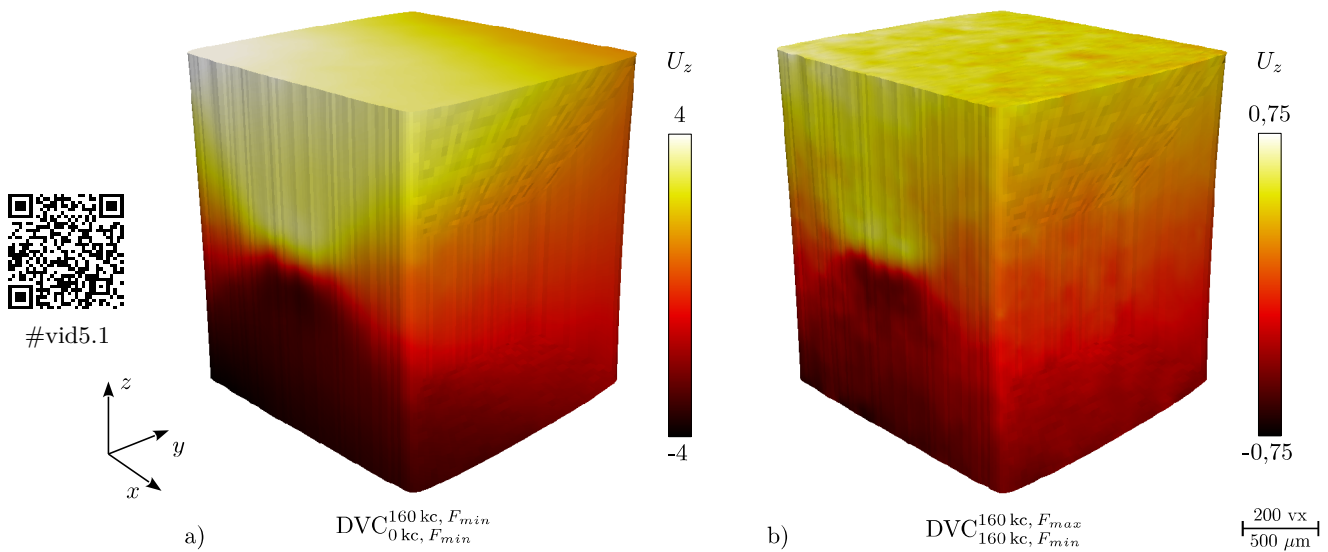


FIGURE 5.1 – Composante U_z du champ de déplacement (a) résultant de l’accommodation de la déformation plastique après 160 kc et (b) entre les charges minimale et maximale après 160 kc pour l’éprouvette LB1. La composante U_z est exprimée en voxel.

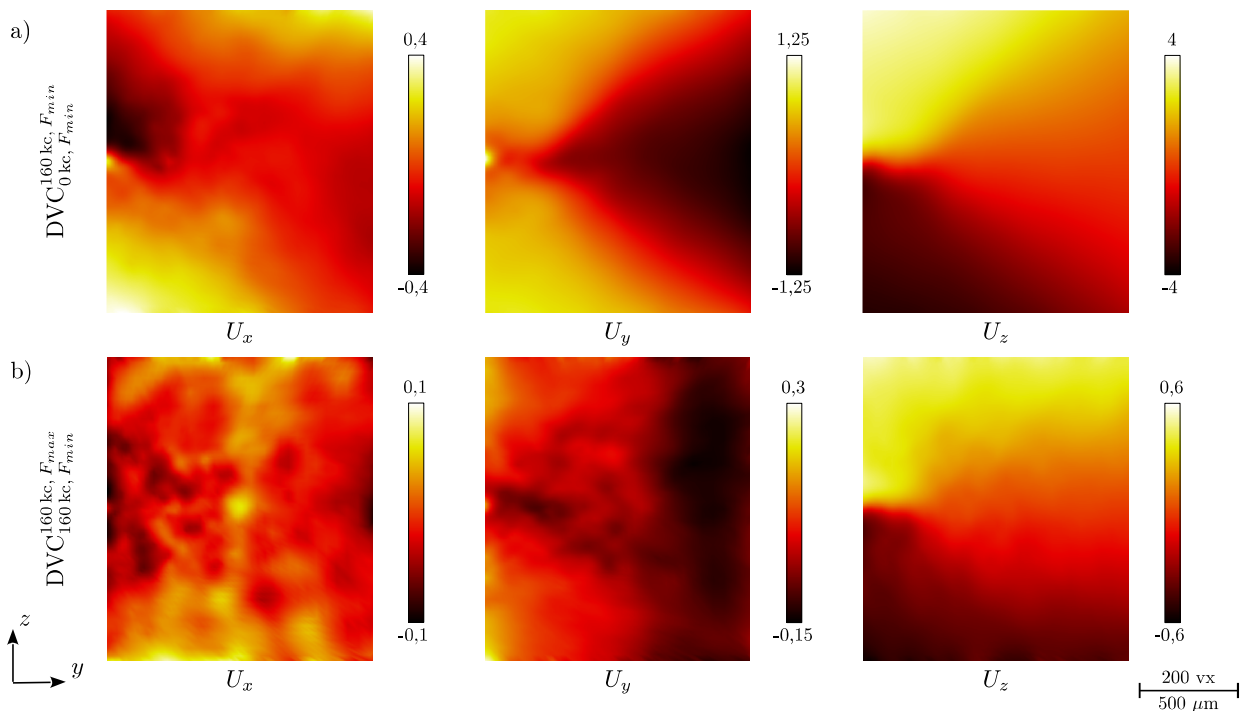


FIGURE 5.2 – Composantes du champ de déplacement (a) résultant de l’accommodation de la déformation plastique après 160 kc et (b) entre les charges minimale et maximale après 160 kc pour l’éprouvette. La coupe représentée correspond au plan (y, z) passant par le centre de l’éprouvette. Les composantes sont exprimées en voxel.

il faudrait avoir une longueur d'onde de coupure 5 fois plus grande dans le cas du champ élastique. La qualité du champ de déplacement "plastique" est suffisante pour en permettre une exploitation aisée, par contre, le champ de déplacement élastique demande une attention plus importante.

5.1.2 Champ d'accommodation de la déformation plastique

Dans les essais réalisés, l'éprouvette étant suivie dès le premier cycle de fatigue, il est possible de mesurer l'influence de la déformation plastique accumulée dans le matériau au cours de la propagation. Pour cela, il suffit d'étudier le résultat de corrélation entre la première référence à charge basse et celle d'un cycle N donné également à charge basse, soit : $DVC_{0\text{kc}, F_{min}}^{N\text{kc}, F_{min}}$. Pour être sûr de ne pas introduire de biais à cause de la régularisation mécanique (élastique linéaire), cette dernière n'est pas utilisée et le maillage est constitué d'éléments de 16 vx. Une première observation qualitative du champ de déplacement (voir fig 5.2a) montre une déformation plastique importante (voir fig. 5.3).

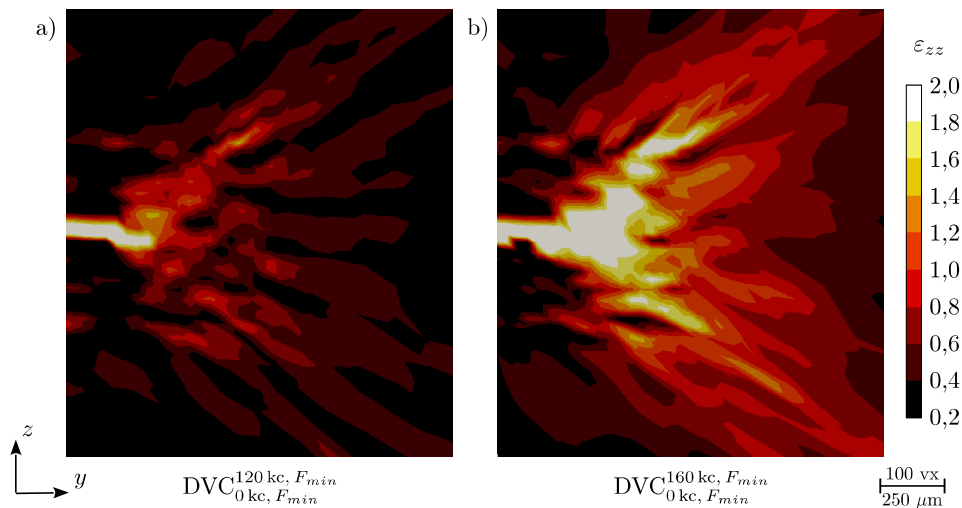


FIGURE 5.3 – Composante ε_{zz} du champ de déformation associée à l'accommodation de la plasticité accumulée dans une coupe au cœur de l'éprouvette LB1 pour deux états de cyclage. La direction de traction (verticale) correspond à l'axe z . L'échelle est donnée en pourcentage.

La déformation que l'on est en mesure de quantifier ici est le résultat de l'accumulation d'endommagement au cours de la propagation de la fissure principalement dans le sillage plastique de la fissure. Néanmoins, si l'on mesure la déformation loin de la fissure (en dehors du sillage et de la zone plastique en front de fissure), soit à la surface de la face opposée à l'entaille, on peut supposer que l'éprouvette s'allonge par déformation au cours de la propagation. La figure 5.4 trace la valeur de la composante ε_{zz} du champ de déformation associée à l'accommodation de la plasticité accumulée mesurée à l'aide du champ de DVC et le long d'une droite suivant la direction de traction, passant au centre de la face opposée à la fissure à quelques microns de la surface. Cette valeur est comparée à la valeur médiane de cette même composante dans l'intégralité du volume. Cet allongement peut avoir comme origine du rochet (*ratcheting*) [RAB 05] ou tout simplement être dû à la croissance de la fissure diminuant la section qui voit alors la

contrainte appliquée se rapprocher de la limite élastique sachant que le cyclage est réalisé à effort constant.

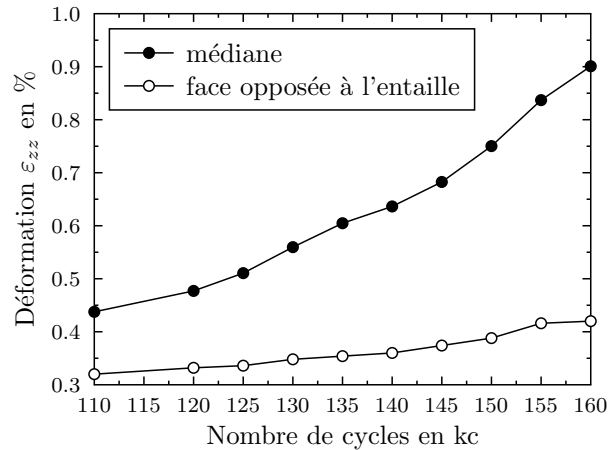


FIGURE 5.4 – Accommodation de la déformation plastique au cours de la propagation pour l'éprouvette LB1. La déformation ε_{zz} sur la face opposée à l'entaille est comparée à la médiane de ε_{zz} sur l'ensemble du volume.

5.2 Échantillon de laboratoire (LB1, LB2 et LB3)

5.2.1 Position des fronts à l'aide des résidus

Si pour la projection sur les séries de Williams on utilise le champ de déplacement intracycle, la DVC utilisant comme référence l'image avant cyclage apporte quand même l'avantage de pouvoir suivre la propagation de la fissure. En effet, dans le cas de la fonte GS, le vide (ou plutôt l'air) a le même niveau de gris que les nodules. Il est donc difficile, sans une observation minutieuse, de suivre la propagation de la fissure. Le résidu de corrélation, quant à lui, ne contient que les discontinuités apparues entre l'image de référence et l'image après propagation. En réalisant une projection du maximum d'erreur sur les coupes (x, y) contenant la fissure, on obtient une image projetée de la morphologie de la fissure. Les figures 5.5 et 5.6 correspondent au suivi de propagation de fissure des éprouvettes LB2, LB3 et LB1 en utilisant les projections des résidus.

Comme expliqué au chapitre 3, l'apparition d'une fissure dans l'image déformée se traduit par une trace dans le résidu de corrélation. Ceci est vrai si ces fissures apparaissent dans la ferrite. Dans le cas où la fissure se situe au sein d'un nodule ou à son interface avec la matrice, celle-ci ne sera pas visible car le niveau de gris de l'air est le même que celui des nodules (ces derniers apparaissent simplement légèrement plus allongés dans la direction de traction) et se traduit par des "trous" sur les cartes de résidu (voir fig. 5.5).

Le résidu de DVC est donc un moyen efficace pour suivre la propagation de la fissure, ce qui sera confirmé par la suite. L'éprouvette LB1 étant la seule éprouvette pour laquelle un nombre important de charges intermédiaires au sein d'un cycle a été acquis, nous allons nous concentrer sur l'analyse des résultats obtenus avec cette dernière.

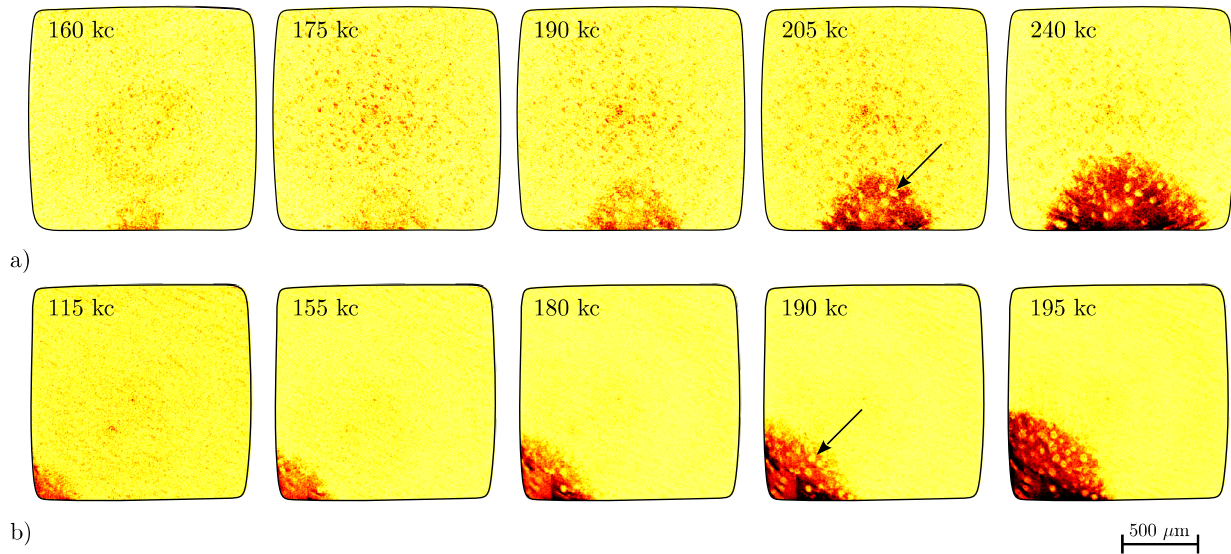


FIGURE 5.5 – Suivi de propagation de fissure à l’aide de la projection des résidus pour les éprouvettes LB2 (a) et LB3 (b). Les tâches de forme quasi circulaire (voir les flèches) correspondent à un cheminement de la fissure soit au sein d’un nodule, soit à son interface.

5.2.2 Résultats sur LB1

5.2.2.1 Correction préliminaire : dilatation du tube à rayons X

La taille de voxel dans le cas d’un tomographe de laboratoire dépend, entre autres, de la distance entre la source de rayons X et le centre de rotation, la précision avec laquelle cette distance est connue étant d’autant plus importante que l’on travaille avec une faible taille de voxel. Limodin *et al* [LIM 11] ont montré qu’au cours de l’utilisation du tomographe disponible au laboratoire MATÉIS, la chaleur dégagée par la source de rayons X provoque une dilatation du tube qui elle-même modifie la distance entre la source et le centre de rotation. Ainsi pour un même réglage du tomographe on observe une variation de la taille de voxel qui se traduit par une dilatation *virtuelle* de l’objet scanné. Malgré l’installation d’un système de refroidissement depuis les observations de Limodin *et al*, il subsiste encore une légère variation de la taille de voxel (de l’ordre de 1 ‰) se traduisant par une dilatation (en valeur absolue) de 0,05 à 0,2 ‰ entre deux scans (acquis après un même nombre de cycles).

Pour éviter que cette dilatation ne perturbe les résultats, il est nécessaire de la supprimer des images avant d’effectuer les calculs de corrélation. Le redimensionnement visant à supprimer cette dilatation des images est réalisé par interpolation linéaire. L’amplitude du champ de déplacement correspondant à la dilatation à supprimer étant faible, le redimensionnement altère peu les images. Pour mesurer la dilatation à supprimer, on réalise un premier calcul de corrélation

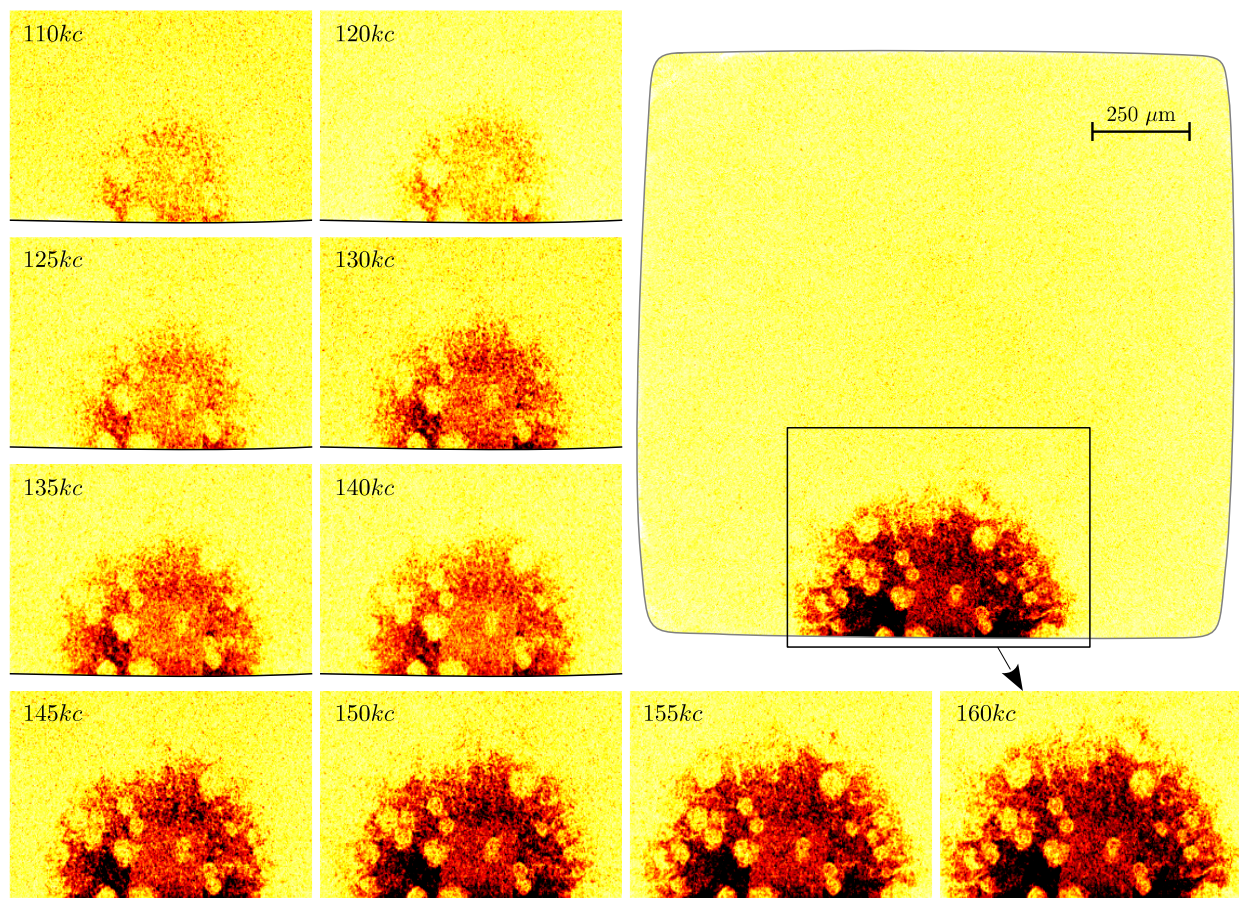


FIGURE 5.6 – Suivi de propagation de fissure à l'aide de la projection des résidus pour l'éprouvette LB1.

dont le champ de déplacement U est projeté sur la base suivante :

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(z - z_c) & y - y_c \\ z - z_c & 0 & -(x - x_c) \\ -(y - y_c) & x - x_c & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} + \tilde{\varepsilon}_{zz} \begin{bmatrix} -\nu(x - x_c) \\ -\nu(y - y_c) \\ z - z_c \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \\ z - z_c \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

où (u_x, u_y, u_z) est le champ de déplacement au nœud de coordonnées (x, y, z) , le centre de l'échantillon se trouvant en (x_c, y_c, z_c) . Les valeurs T_x, T_y et T_z correspondent à une translation et R_x, R_y et R_z à une rotation (à condition que celle-ci soit de faible amplitude). $\tilde{\varepsilon}_{zz}$ correspond à la déformation moyenne suivant l'axe de traction et γ est la dilatation que l'on cherche à supprimer. Il est nécessaire de prendre en compte le champ de déformation $\tilde{\varepsilon}_{zz}$ dû à l'effort de traction uni-axiale afin de ne pas altérer le tenseur déviateur après suppression de la dilatation.

5.2.2.2 Charge maximale et décharge de l'éprouvette

Lors des essais de fatigue *in situ*, dont le protocole expérimental est donné en chapitre 2, le premier scan effectué après un nombre N de cycles est celui de la charge maximale, soit 640 N. Or, même si un délai de 15 minutes est laissé entre l'arrêt du cyclage et la tomographie, ce premier scan donne après DVC une déformation globale plus faible que pour la charge suivante de 576 N. Ce résultat de DVC *a priori* incohérent peut être dû à une qualité moins bonne du premier scan et ce pour plusieurs raisons. Parmi celles-ci, citons le fait que la charge maximale correspond à une position instable de l'excentrique appuyant sur le vérin ; que le tube à rayons X ne fonctionnant pas durant la fatigue, il s'est refroidi, et que l'huile du vérin chauffée par la fatigue refroidit également. La charge maximale utilisée dans les résultats présentés ici n'est donc pas 640 N mais la charge suivante : 576 N.

Il est également important de noter que les scans sont acquis à la décharge (voir fig. 5.14a) ce qui présente l'avantage de s'affranchir d'une éventuelle composante plastique dans le champ de déplacement mesuré par DVC à l'intérieur du cycle, ce qui est cohérent avec la régularisation élastique. En effet, la DVC utilisant comme référence le volume à charge minimale scanné après déchargement, il n'y a pas eu de déformation plastique entre les charges intermédiaires et cette dernière.

5.2.2.3 Principe du tube courbe non régularisé

Si la détection du front à partir d'un champ de déplacement issu d'un calcul EF élastique est rapide et efficace, il n'en est pas de même pour celui issu de la corrélation. Le chapitre 3 a montré que l'utilisation de la régularisation est nécessaire pour que le niveau d'incertitude soit suffisamment faible pour l'extraction des FICs. La zone contenant la fissure ne pouvant être régularisée qu'à la condition que la position de la fissure soit renseignée au sein du maillage, par exemple, par un enrichissement. Il faut donc pouvoir décrire la topographie de la surface de la fissure et de son front. Si la topographie de la surface peut être déterminée à partir des résidus (voir chapitre 3), la position du front est *a priori* inconnue.

Pour éviter que la régularisation mécanique conditionnée par l'enrichissement n'influence la détermination du front par les séries de Williams et que la position du front détectée ne soit ni plus ni moins que celle de l'enrichissement (voir fig. 5.9c), les nœuds proches d'une position estimée du front sont exclus de la régularisation. Cette zone exclue de la régularisation décrit un

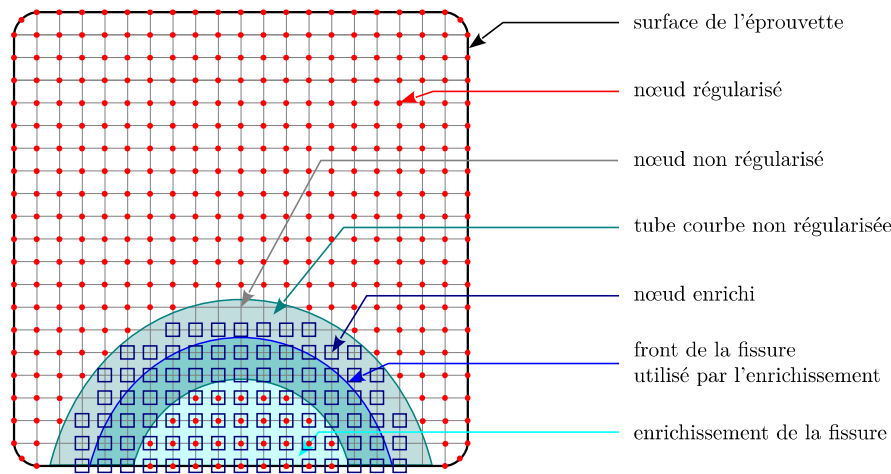


FIGURE 5.7 – Schéma représentant les différents statuts des nœuds dans le plan contenant la fissure dans le cas d'un calcul de DVC régularisé avec enrichissement et incertitude sur la position réelle du front.

tube courbe dont la ligne moyenne correspond à cette position (voir fig. 5.7). Cette méthode qui permet de profiter pleinement des informations connues (les surfaces libres), permet en même temps de filtrer à l'aide de la régularisation mécanique le champ de déplacement tout en laissant la DVC "piloter" la position du front de fissure. La figure 5.8 illustre ce concept en 3D.

La position initiale du front utilisée pour l'enrichissement et la construction du tube courbe est importante. Comme pour la détection du front à partir du champ de déplacement, la position du front de l'enrichissement est déterminée par itérations. Pour la première étape, cette dernière est estimée à partir du résidu de corrélation du calcul $DVC_{0,F_{min}}^{N,F_{max}}$, puis le résultat de la détection est utilisé pour relancer un calcul de corrélation avec une nouvelle position du front de l'enrichissement.

Pour vérifier que la détection de la position du front ne dépend pas trop de la position du front de l'enrichissement de départ, trois tests sont effectués sur l'éprouvette LB1 après 160 kc avec une longueur d'onde de coupure de 256 vx. Le premier test consiste à positionner le front de l'enrichissement au-delà de la position estimée dans les résidus, en aval pour le deuxième et le troisième test n'inclut pas de tube courbe non régularisé au niveau de la position du front. Le résultat de la première étape est donné à la figure 5.9. Le DR (domaine de résolution, défini à la figure 4.5 du chapitre 4) utilise un rayon interne R_i de 40 vx, un rayon externe R_e de 100 vx et une bande d'exclusion des lèvres de la fissure d de 40 vx (voir fig. 5.11).

Ces images représentent le terme super-singulier K_{-I} normalisé par K_I donnant à un facteur multiplicatif -2 près la distance de la position du front recherché par rapport à la position de front imposée (cf chapitre 4) comme illustré à la figure 5.10a. Pour cela, on réalise une projection du champ de déplacement sur les séries de Williams (fig. 5.11) à des positions de front situées de part et d'autre de l'enrichissement (fig. 5.10b) le long de la direction f pour chaque position le long de l'abscisse curviligne s .

Lors de la projection du champ de déplacement issu de la DVC sur les séries de Williams, on utilise un masque tel que défini au chapitre 4 (voir fig. 4.5). En plus de ce masque, le disque

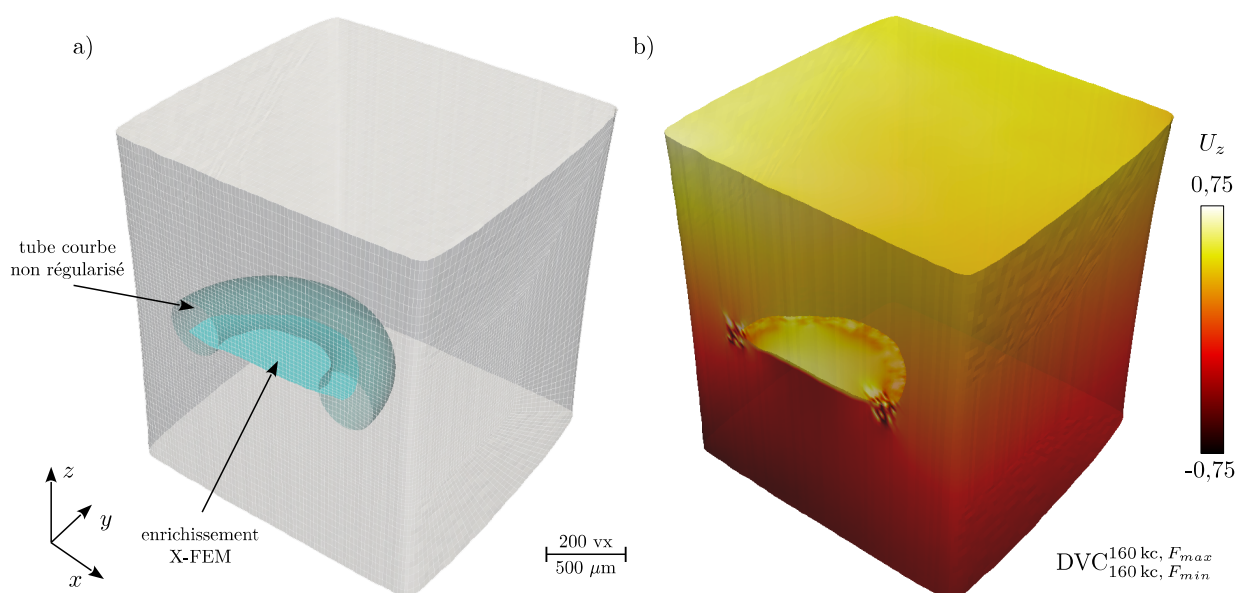


FIGURE 5.8 – Représentation schématique 3D de l'utilisation du tube courbe (a) définissant une zone exclue de la régularisation à proximité du front utilisé pour l'enrichissement et (b) sa trace visible dans le champ de déplacement après DVC (ici pour LB1 après 160 kc).

correspondant à la zone non régularisée à proximité de l'enrichissement est exclu (voir fig. 5.11).

Ces premiers résultats justifient l'utilisation du tube courbe non régularisé : la position du front déterminé par le terme super-singulier K_{-I} correspond à la position du front de l'enrichissement si celui-ci est régularisé. Concernant les deux autres résultats, la position du front détectée est globalement cohérente avec le résidu. Néanmoins, dans le cas où le front de l'enrichissement est situé en amont du front réel, la pente mesurée à proximité du front recherché (illustré à la figure 5.10) est bien plus raide que la valeur de -1 escomptée mais que l'on retrouve bien pour le cas où la fissure est en aval de la position recherchée. Dans le cas d'un enrichissement trop court, la corrélation cherchant à ouvrir la fissure est en conflit avec la régularisation cherchant à la maintenir fermée. Par contre dans le cas d'un enrichissement trop lointain, l'enrichissement laisse libre les lèvres de la fissure de s'ouvrir en fonction de la corrélation à condition que le front de l'enrichissement ne soit pas régularisé. Enfin, on observe que lorsque l'on s'éloigne de la position réelle du front, le rapport $-2\frac{K_{-I}}{K_I}$ n'est plus linéaire et peut localement changer de signe (voir fig. 5.10a), ce qui s'explique par le fait que la linéarité de ce rapport qui découle d'un développement de Taylor, n'est valable qu'au voisinage de la position du front.

La détection de la position du front n'est donc pas trop sensible à la position de départ à condition de ne pas régulariser le front de l'enrichissement. La détection étant plus aisée si le front de l'enrichissement se trouve au delà (en aval) de la position réelle du front, c'est cette approche que nous utiliserons par la suite.

5.2.2.4 Détection des fronts

En poursuivant la détection du front pour les deux cas (en amont et en aval), la solution semble bien converger, mais le front est plus perturbé lorsque l'enrichissement du front se trouve

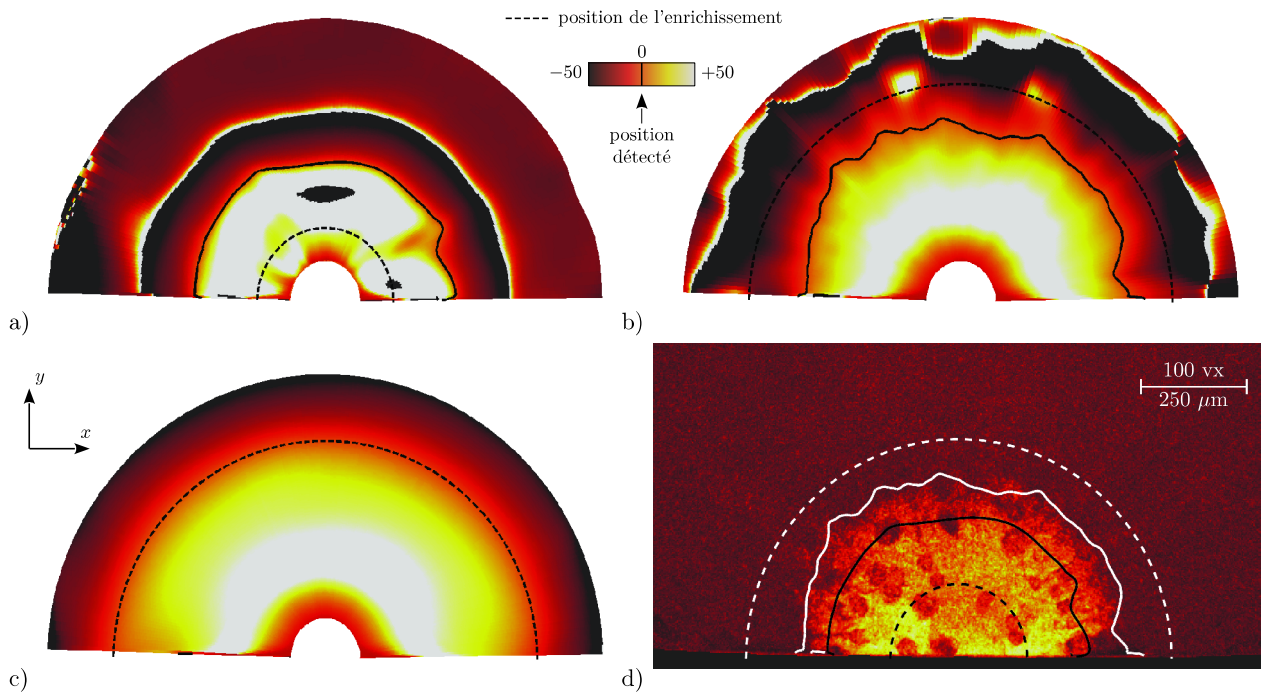


FIGURE 5.9 – Détection de la position du front de la fissure à l’aide du terme super-singulier K_{-I} donnant la distance (en voxel) à la position du front. Le trait en pointillé correspond à la position du front de l’enrichissement (a) dans le cas d’une position trop en amont et (b) dans le cas d’une solution trop en aval, le trait plein correspondant à la solution détectée. La figure (c) est similaire au cas (b) mais le calcul n’est pas dé-régularisé en fond de fissure : le front détecté est alors superposé aux pointillés. (d) Les différents résultats sont comparés par rapport au résidu.

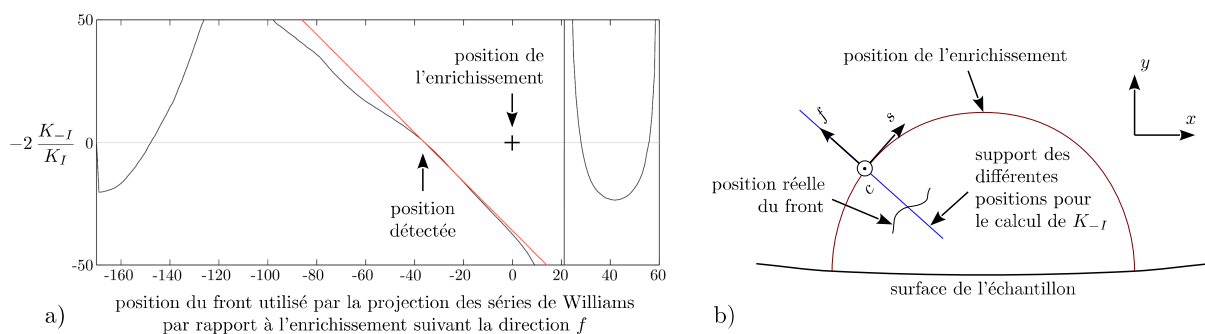


FIGURE 5.10 – Construction des cartes de distance au front recherché. (a) calcul de la distance à la position du front recherché à l’aide du terme super-singulier K_{-I} ; la droite rouge correspond la pente -1 théorique. (b) définition des outils géométriques utilisés pour construire les cartes.

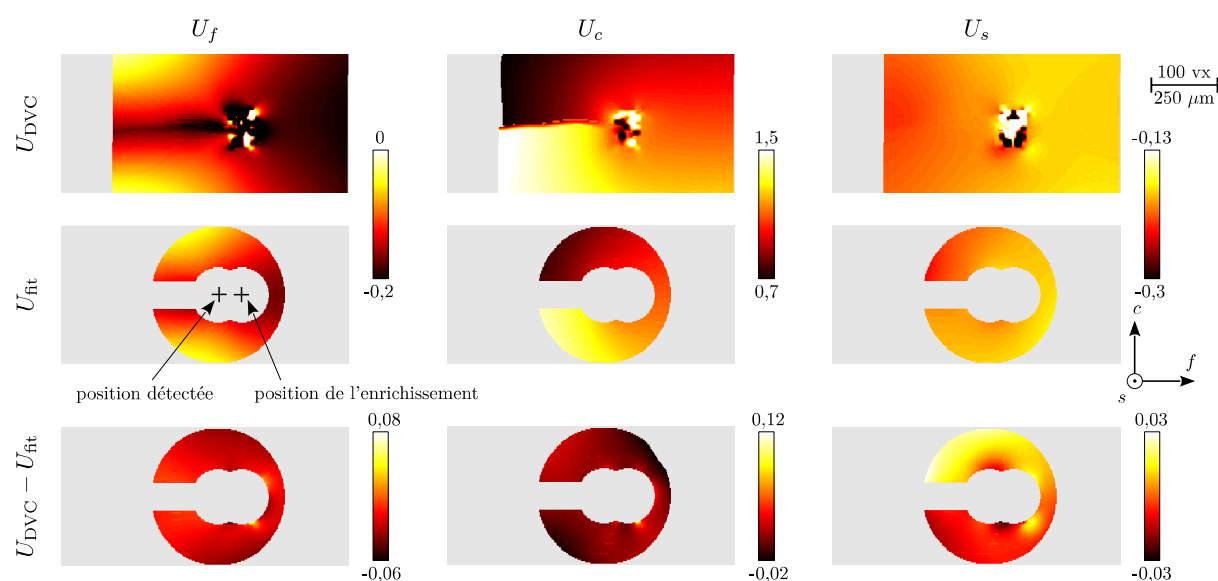


FIGURE 5.11 – Projection du champ de déplacement mesuré à l’aide de la DVC sur les séries de Williams. Pour chaque composante dans le repère de la pointe de fissure, la première ligne représente le champ de déplacement mesuré, la seconde la projection sur les séries de Williams et la dernière représente le résidu de projection.

proche de la position réelle du front (fig. 5.12). Pour que les résultats restent cohérents au cours des différentes itérations (lors de la détection et lors de l’enrichissement), le front déterminé à l’aide du terme super-singulier K_{-I} est lissé par régularisation (voir l’annexe C). Si l’on regarde l’allure du front détecté avec le premier enrichissement (fig. 5.12a1 et fig. 5.12b1), le front paraît relativement proche d’une forme semi-elliptique. Cependant on peut voir qu’il possède une courbure locale élevée (surtout pour la figure 5.12b1) qu’il est nécessaire de lisser d’une part pour faciliter construction des *plans de Williams* et d’autre part pour que la courbure du front ne donne pas trop de poids aux termes correctifs de Leblond et Torlai (voir chapitre 4). Ce lissage, à l’instar de la régularisation introduite dans la DVC, supprime les faibles longueurs d’onde et revient à réduire les variations locales de courbure tout en gardant la tendance générale. Le front détecté avec le second enrichissement (fig. 5.12a2 et fig. 5.12b2) est très chahuté et les résultats dans le cas initialisé en aval présentent une courbure localement très différente de celui initialisé en amont. Néanmoins, en régularisant au maximum de manière à ne garder que les longueurs d’onde les plus grandes, la position du front filtrée est quasiment la même. Cette position qui est représentée en bleu sur la figure 5.12c, est celle retenue par la suite pour l’enrichissement donnant les cartes d’ouverture (voir 5.15) et pour mesurer les valeurs de K_I .

5.2.2.5 Profils de ΔK

Après projection sur les séries de Williams et annulation du terme super-singulier K_{-I} , il est possible de tracer les profils de ΔK le long du front. Le terme K_{-I} pouvant parfois s’annuler pour plusieurs positions du front, il se peut que la position retenue ne soit pas la bonne, ce qui se traduit par des valeurs incohérentes de ΔK (fig. 5.13a). Pour “nettoyer” les profils de ΔK ,

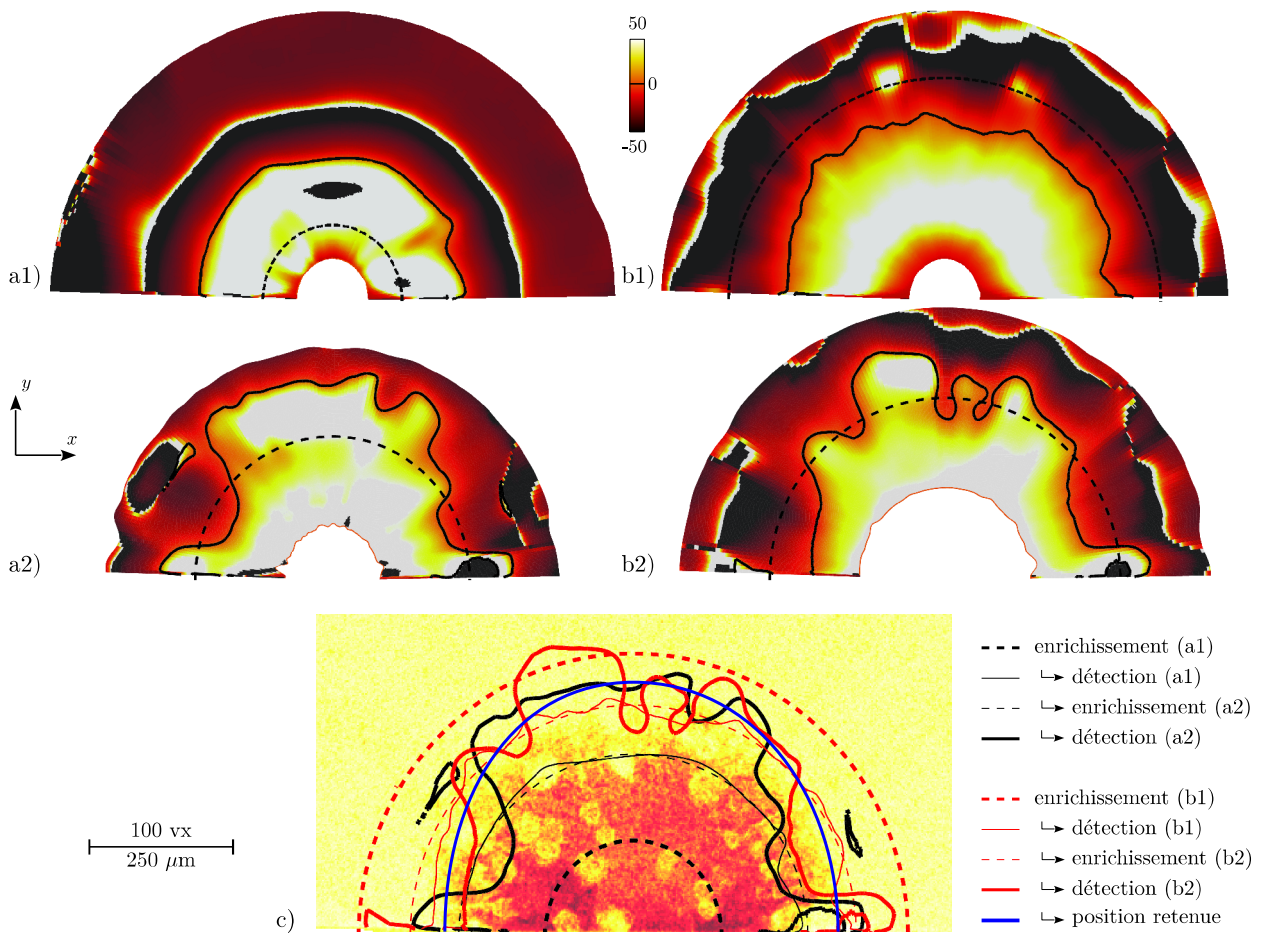


FIGURE 5.12 – Deux cycles successifs d’enrichissement et détection du front pour deux positions différentes du front de départ soit (a) en amont, soit (b) en aval. (c) Les différents résultats, qui semblent converger vers une même solution, sont comparés au résidu de corrélation.

on exclut les valeurs trop éloignées de la médiane, puis on applique un filtrage par régularisation de manière à supprimer les petites variations de ΔK_I (fig. 5.13a).

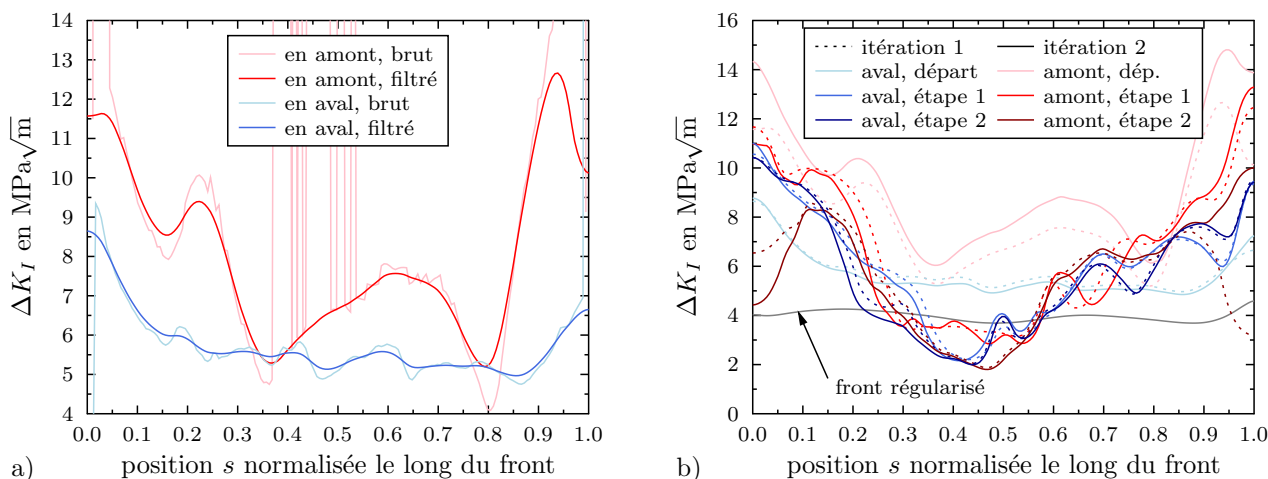


FIGURE 5.13 – Profils de ΔK_I le long de l'abscisse curviligne du front (a) mettant en évidence le filtrage de ΔK_I issu du premier enrichissement, soit en aval, soit en amont, puis une fois filtré (b) l'évolution de ce profil pour deux itérations et pour chaque enrichissement successif.

La figure 5.13 compare les différents profils de ΔK_I obtenus pour les deux approches du front au cours des enrichissements successifs et des itérations ainsi que le profil obtenu pour le front régularisé. Pour la première étape, le front en amont donne une valeur plus élevée que la valeur vers laquelle tend ΔK_I au cours des étapes, par contre le front en aval donne une valeur plus faible, et le front régularisé encore plus faible. Ces résultats sont liés à la position du front auquel ils sont attachés (voir fig. 5.9d), l'ouverture en surface de la fissure étant la même dans tous les cas, plus la position du front est proche de la surface, plus la valeur de ΔK_I est élevée.

Au cours des itérations, que l'on soit parti d'un front en aval ou en amont, les valeurs de ΔK_I convergent vers une même solution.

5.2.2.6 Mesures intra-cycle

La figure 5.14 compare l'évolution de ΔK mesuré à l'aide des séries de Williams au cours d'un cycle pour les différents modes de chargement. Cette figure montre que l'évolution de ΔK_I n'est pas linéaire avec la contrainte appliquée contrairement à ce qui est attendu d'après la définition du facteur d'intensité des contraintes $K_I = \beta \sigma \sqrt{\pi a}$. En outre, on observe que les modes II et III sont négligeables devant le mode I. Une tendance se dégage néanmoins : la valeur de ΔK_I est plus élevée vers la surface de l'éprouvette qu'au milieu du front.

La figure 5.15 montre pour chaque charge intermédiaire le saut de déplacement au niveau de l'enrichissement de la fissure correspondant à la carte d'ouverture. Contrairement à ce qui est observé pour les valeurs de ΔK_I on observe une ouverture progressive de la fissure. Néanmoins, on peut observer un saut dans l'ouverture entre 256 N et 320 N qui peut suggérer un phénomène de fermeture de la fissure pour les chargements inférieurs à 256 N. Il est important de remarquer que l'ouverture de la fissure est inférieure au voxel avec une valeur maximale de $2 \mu\text{m}$ qui est

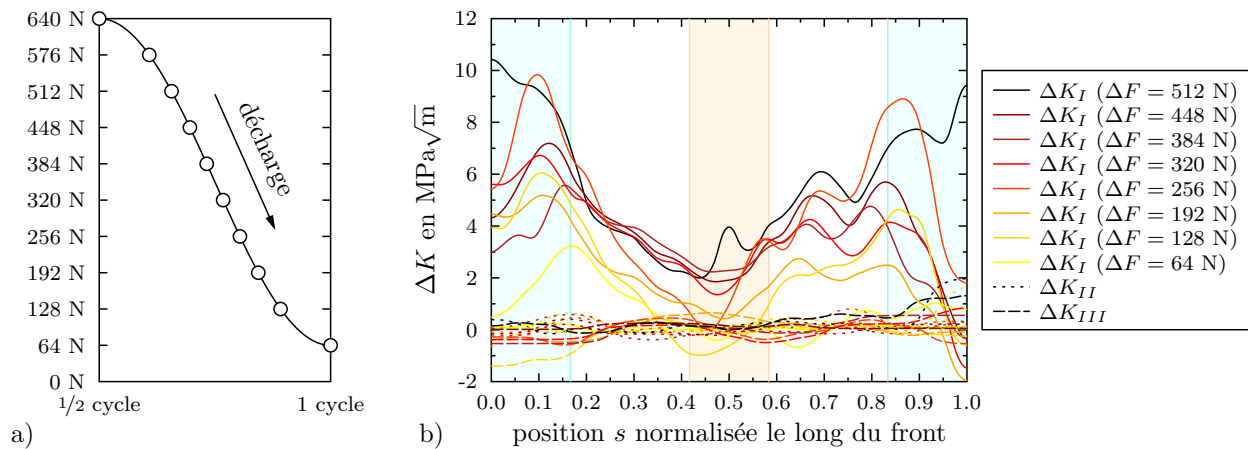


FIGURE 5.14 – Évolution des trois modes de chargement (b) au cours de la décharge après 160 kc. La sous figure (a) représente les différentes charges utilisées pour les scans au cours de la décharge. Sur la sous figure (b), les zones surlignées en bleu au niveau des bords correspondent aux zones utilisées pour calculer une valeur moyenne en surface, celle jaune au centre est utilisée pour la mesure à cœur.

considérablement plus faible que la valeur de 6 à 20 μm mise en évidence par Limodin *et al* [LIM 09] sur les fissures traversantes de plus grandes tailles.

A titre de comparaison, K_I est également estimé à partir de ces cartes d'ouverture, celles-ci étant utilisées dans [LIM 09] (avec une méthode plus simple). Cette figure montre aussi un saut important entre la charge 256 N et 320 N (correspondant aux ΔF de 192 N et 256 N) qui suggère un effet de seuil donnant un K_{op} autour de $3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Ces données étant bruitées par une détection difficile du front, la figure 5.17 tente, par des valeurs moyennes en surface, à cœur et sur tout le front, de confirmer ces observations : les valeurs de ΔK_I sont quasi nulles à cœur en dessous de $F = 256 \text{ N}$ (ΔF de 192 N) mais différentes de 0 en surface pour ces mêmes valeurs de charge. Globalement on mesure des valeurs de K plus élevées en *surface* qu'en *volume*.

5.2.2.7 Mesures au cours de la propagation

Jusqu'à présent, les résultats présentés utilisent le dernier état de fatigue, celui-ci correspondant à la fissure de plus grande taille ainsi qu'à l'amplitude de saut de déplacement la plus importante. La figure 5.18 montre les cartes des fronts détectés pour les états de cyclage après 120 kc et 140 kc.

Comme pour 160 kc, la détection se dégrade lorsque l'enrichissement se rapproche de la position réelle du front et le front détecté qui apparaît très perturbé semble influencé par la géométrie de l'entaille ; entre 120 kc et 140 kc, il est difficile sur ces fronts détectés de confirmer la progression de la fissure observée à l'aide des résidus (voir fig. 5.6).

Si l'on essaie malgré tout d'obtenir ΔK le long des fronts détectés, on obtient la figure 5.19. Les valeurs des FICs extraites de ces résultats montrent que les modes II et III restent négligeables devant le mode I et que la valeur de ΔK_I reste sensiblement constante et proche de la valeur estimée pour l'entaille à 120 kc, puis n'augmente qu'en surface.

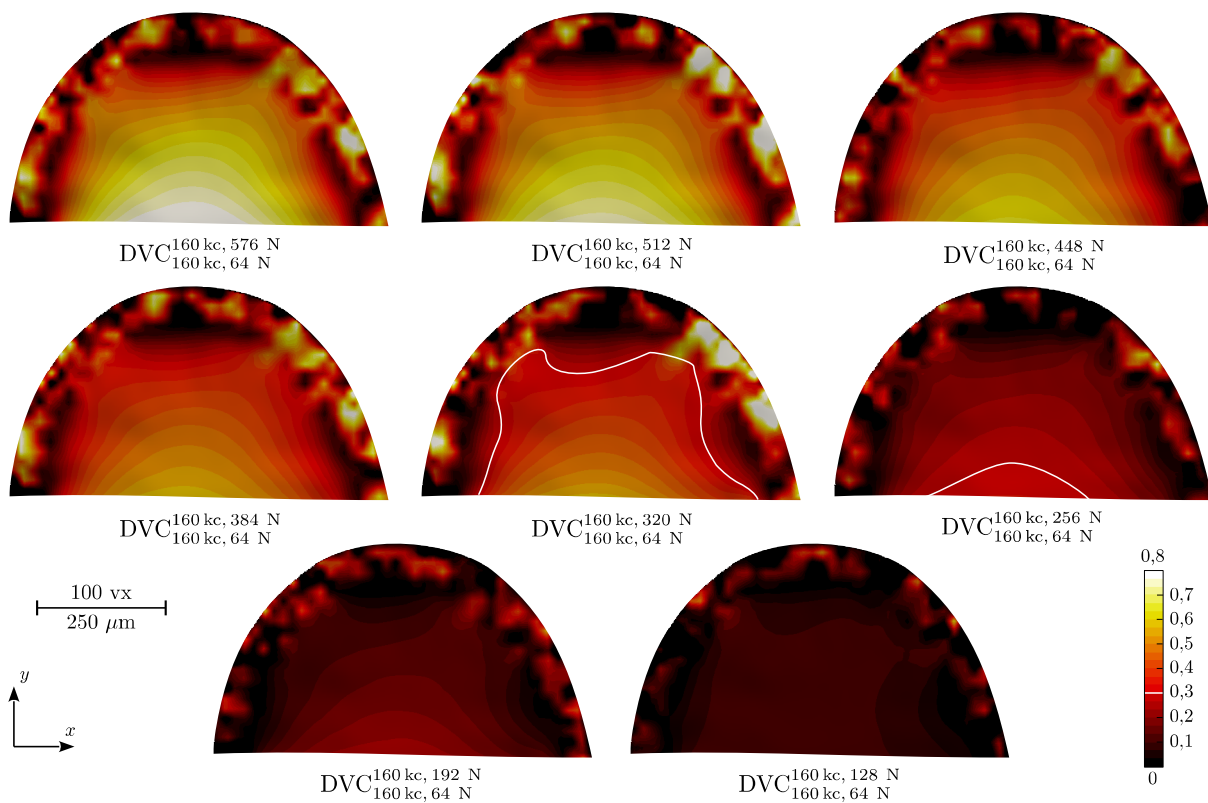


FIGURE 5.15 – Carte d'ouverture de la fissure correspondant au saut de déplacement dU_z (en voxel) de l'enrichissement pour les différents chargements intra-cycle. L'iso-valeur de 0,3 est soulignée pour les chargements 256 N et 320 N pour mettre en évidence un saut dans l'ouverture de la fissure. La carte d'ouverture apparaît bruitée en fond de fissure car le champ de déplacement n'y est pas régularisé.

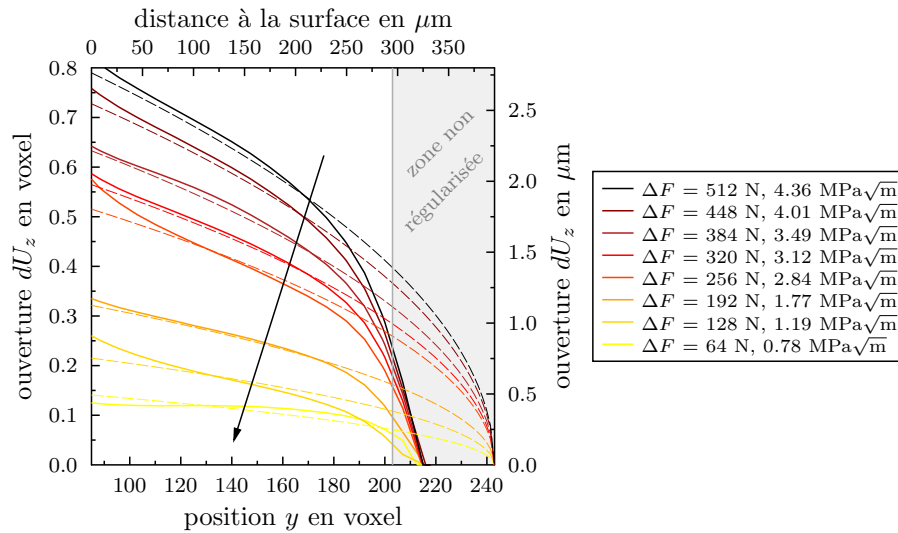


FIGURE 5.16 – Évolution de l’ouverture de la fissure et de ΔK_I au cours du cycle 160 kc à l’aide des cartes d’ouverture à la position médiane du front. La régression exclut les 40 voxels (représentés par une zone grise) en fond de fissure correspondant à la zone non régularisée du tube courbe. La flèche insiste sur le fait que les données sont calculées à la décharge.

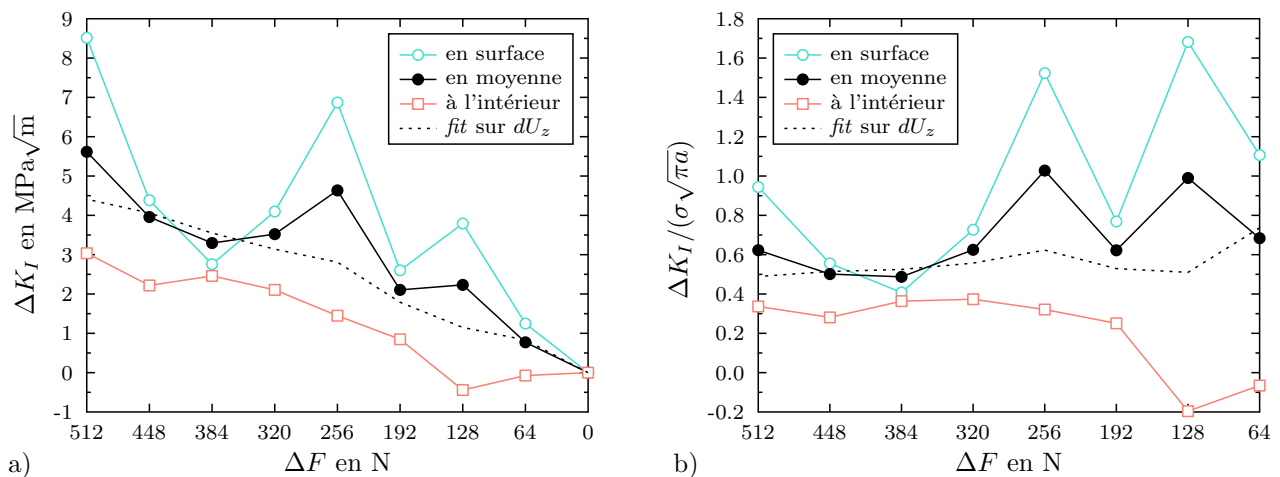


FIGURE 5.17 – Évolution de K_I moyenné par secteur au cours du cycle 160 kc. (a) valeurs “brutes” de K_I en fonction de F et (b) valeurs normalisées en fonction de la contrainte appliquée. Les zones d’intégration sont celles indiquées sur la figure 5.14.

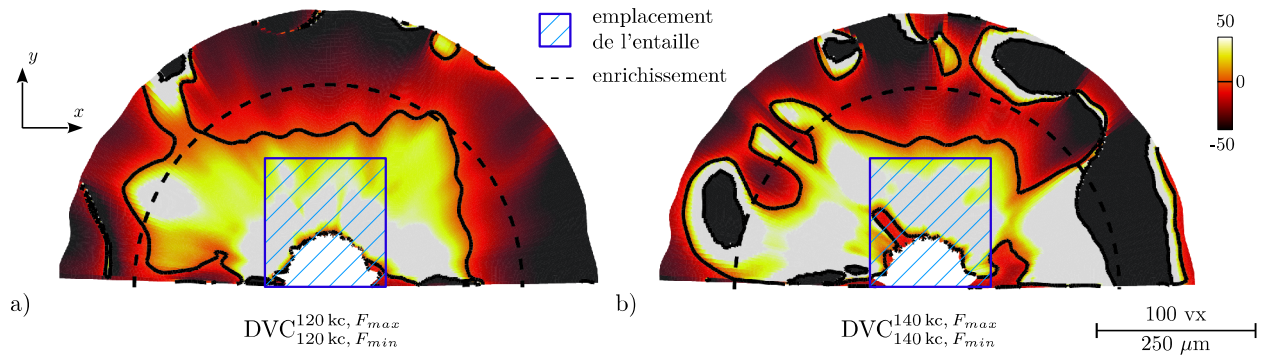


FIGURE 5.18 – Cartes de front détecté (décalage en voxel) à l'aide de K_{-I} (a) après 120 kc et (b) après 140 kc. L'entaille représentée par une zone hachurée semble influencer la géométrie du front détecté qui apparaît très fortement perturbé.

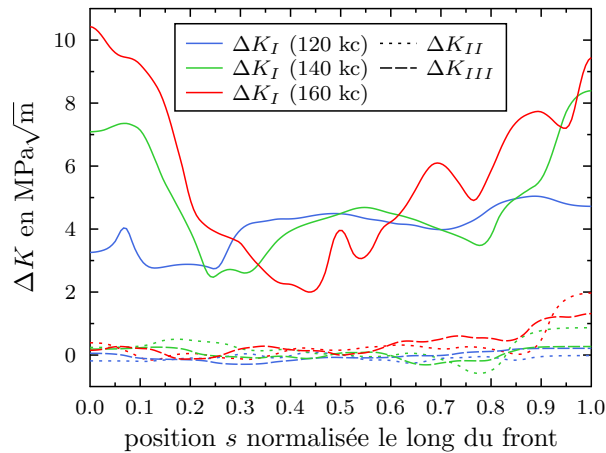


FIGURE 5.19 – Évolution des FICs le long du front au cours de la propagation. (a) profil de ΔK le long du front pour 120 kc, 140 kc et 160 kc. Les zones d'intégration sont celles indiquées sur la figure 5.14.

5.3 Échantillon de synchrotron : résultats LBJ2

5.3.1 Position des fronts à l'aide des résidus

La figure 5.20 correspond au suivi de propagation de la fissure au sein de l'éprouvette LBJ2 en utilisant les projections des résidus.

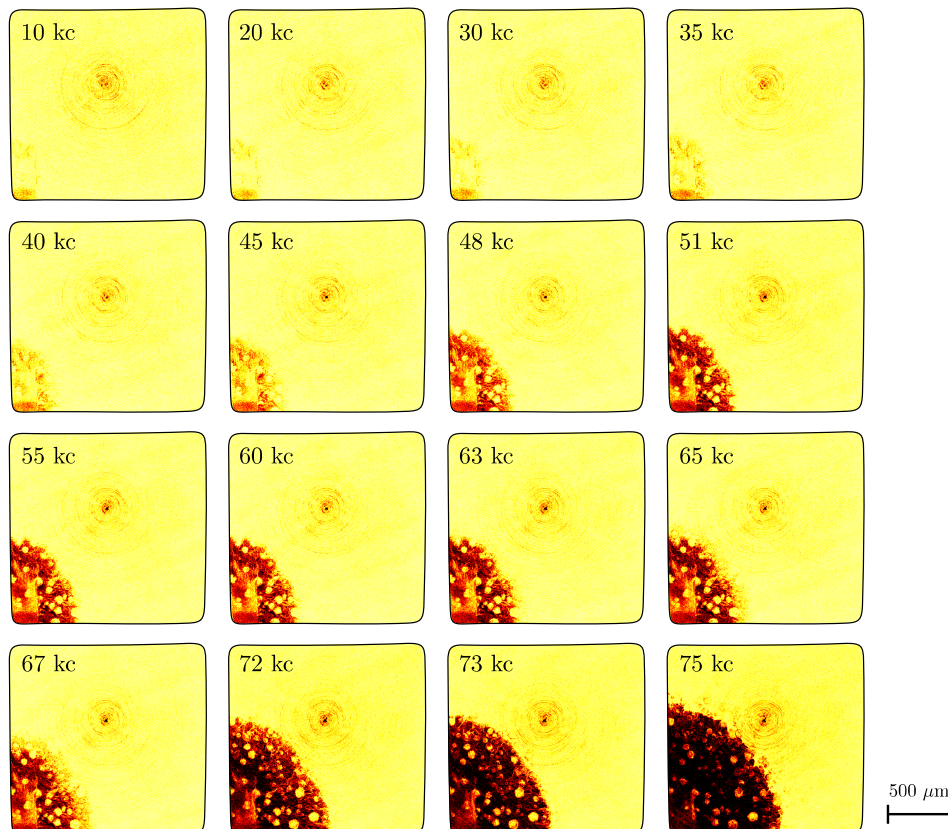


FIGURE 5.20 – Suivi de propagation de fissure à l'aide de la projection des résidus pour l'éprouvette LBJ2.

Le chargement un peu particulier de cette éprouvette est représenté à la figure 5.21. Nous avons diminué la contrainte maximale de fatigue de 10 % (*load shedding*). La fissure paraissant s'être bloquée après cette diminution, nous avons choisi de ré-augmenter la contrainte dans l'espoir de re-propager la fissure. Cependant, en regardant attentivement ces résidus, on observe une évolution de l'intensité du maximum d'erreur dans la projection lorsqu'on s'approche du front.

Lors de l'acquisition par tomographie d'une éprouvette fissurée, le niveau de gris de la fissure correspond à celui de l'air lorsque la fissure présente une ouverture au moins égale à un voxel et tend vers le niveau de gris correspondant à la matrice au fur et à mesure que l'ouverture de la fissure s'amenuise. En projetant le maximum d'erreur, la carte obtenue donne une idée de l'ouverture de la fissure, celle-ci étant tronquée lorsque l'ouverture dépasse le voxel.

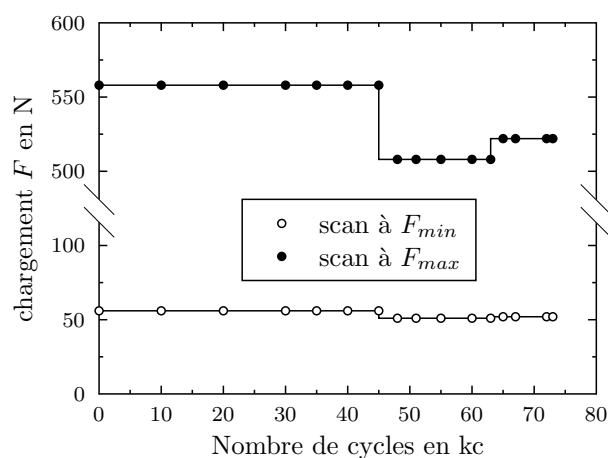


FIGURE 5.21 – Historique du chargement pour l'éprouvette LBj2.

La figure 5.22 montre que pour certains états fissurés (ici entre 60 kc et 67 kc pour LBj2) l'ouverture en fond de fissure semble varier au niveau du front. En effet pour l'état à 60 kc,

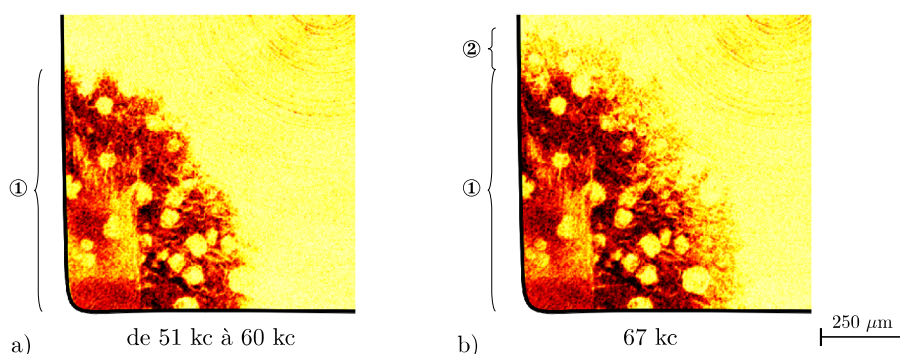


FIGURE 5.22 – Zoom sur les projections des résidus pour l'éprouvette LBj2 (a) de 51 à 60 kc et (b) après 67 kc. La différence d'intensité du niveau de gris entre la zone ① et ② suggère une ouverture de la fissure différente.

l'ouverture en fond de fissure semble importante et le front que l'on peut estimer à partir du résidu se retrouve dans l'état à 67 kc où la fissure a propagé avec une ouverture plus faible.

Cette observation montre les limites de la détection du front de la fissure basée uniquement sur les résidus, mais peut fournir des informations intéressantes quant à la vitesse de propagation de la fissure dans le cas d'un chargement constant.

5.3.2 Correction des anneaux : corrélation sur artefacts

L'utilisation d'un faisceau parallèle permet de s'affranchir des effets de dilatation, mais les données acquises au Japon présentent de forts artefacts en anneaux ; un "nettoyage" doit donc être effectué. On propose ici de le réaliser à l'aide des résidus de corrélation.

En effet, la présence d'anneaux attachés à la chaîne de mesure et non au matériau (voir

chapitre 2) dans les volumes de tomographie pose problème lors des calculs de DVC, comme le montre la figure 5.23.

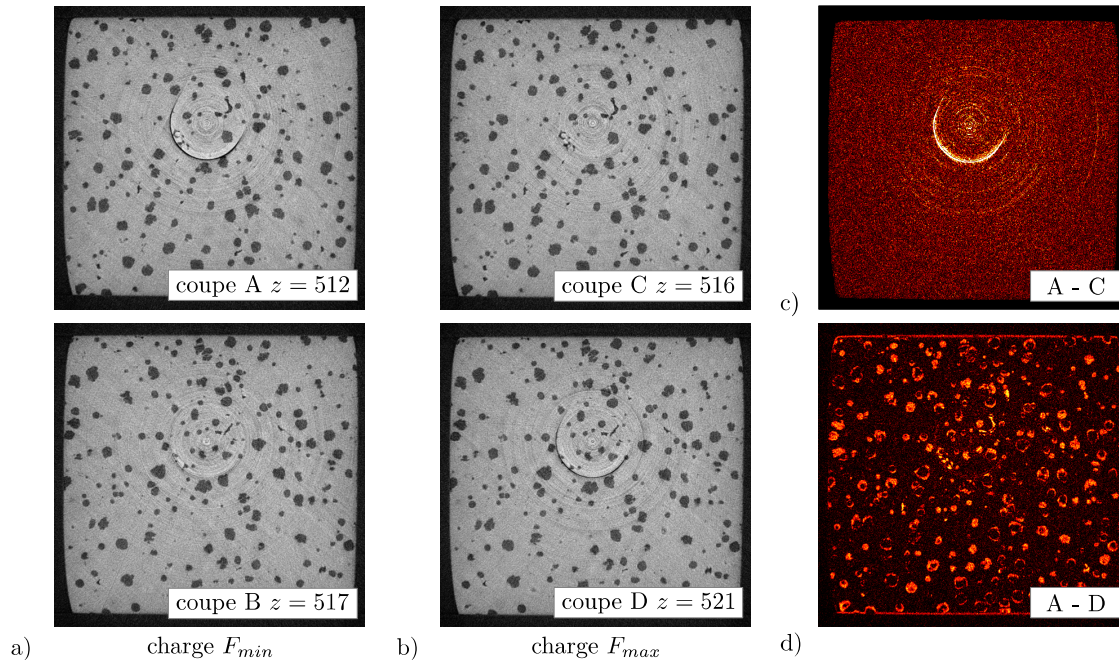


FIGURE 5.23 – Coupes (x, y) des scans de LBJ2 après 55 kc (a) à charge minimale et (b) à charge maximale. L’image (c) représente la coupe $z = 512$ du résidu de corrélation après un calcul de DVC réussi, et l’image (d) représente aussi la coupe $z = 512$ du résidu de corrélation, mais après un calcul de DVC ayant utilisé comme marqueurs les artefacts au lieu des nodules.

Dans le cas illustré, les coupes $z = 516$ et $z = 521$ (fig. 5.23b) du volume déformé correspondent respectivement aux coupes $z = 512$ et $z = 517$ (fig. 5.23a) du volume de référence. Si la corrélation d’images se passe correctement en “prenant appui” sur les nodules, le résidu de corrélation doit correspondre à peu de chose près à la différence des coupes A et C et contient les artefacts (fig. 5.23c). Par contre, si la corrélation d’images utilise beaucoup de degrés de libertés et/ou que le nombre d’anneaux est important, il se peut qu’elle utilise localement les artefacts comme mouchetis. En exagérant l’importance des artefacts vis-à-vis des nodules, le résidu de corrélation ressemble alors à la différence entre A et D (fig. 5.23d) et contient la trace des nodules, les artefacts ayant disparu du résidu de corrélation. Bien entendu, il s’agit ici d’une vue schématique mais un tel phénomène peut se produire localement à proximité des artefacts.

Pour supprimer ces artefacts des volumes reconstruits, nous avons utilisé les traces des anneaux ainsi que celle de l’axe de rotation contenu dans le résidu d’un calcul de DVC fortement régularisé pour les soustraire à l’image déformée.

5.3.3 Détection du front et mesure de ΔK

L’éprouvette LBJ2 fait partie des éprouvettes ayant été utilisées au synchrotron Spring 8 au Japon, la machine de fatigue utilisée étant celle de l’université de Toyohashi. La taille de voxel d’origine des scans est plus petite que pour LB1, mais le rapport signal sur bruit étant plus

faible, les voxels sont groupés par paquets de 8 donnant une taille de voxel de $2,8 \mu\text{m}$ pour les volumes utilisés dans la corrélation.

Cette éprouvette présentant une entaille plus profonde que pour LB1, l'amorçage apparaît après un nombre de cycle plus faible que pour LB1. Les résultats résumés pour un cycle à la figure 5.24 sont similaires à ceux obtenus pour LB1. Cependant l'absence de charges intermédiaires rend impossible la confirmation du phénomène d'ouverture observé pour LB1.

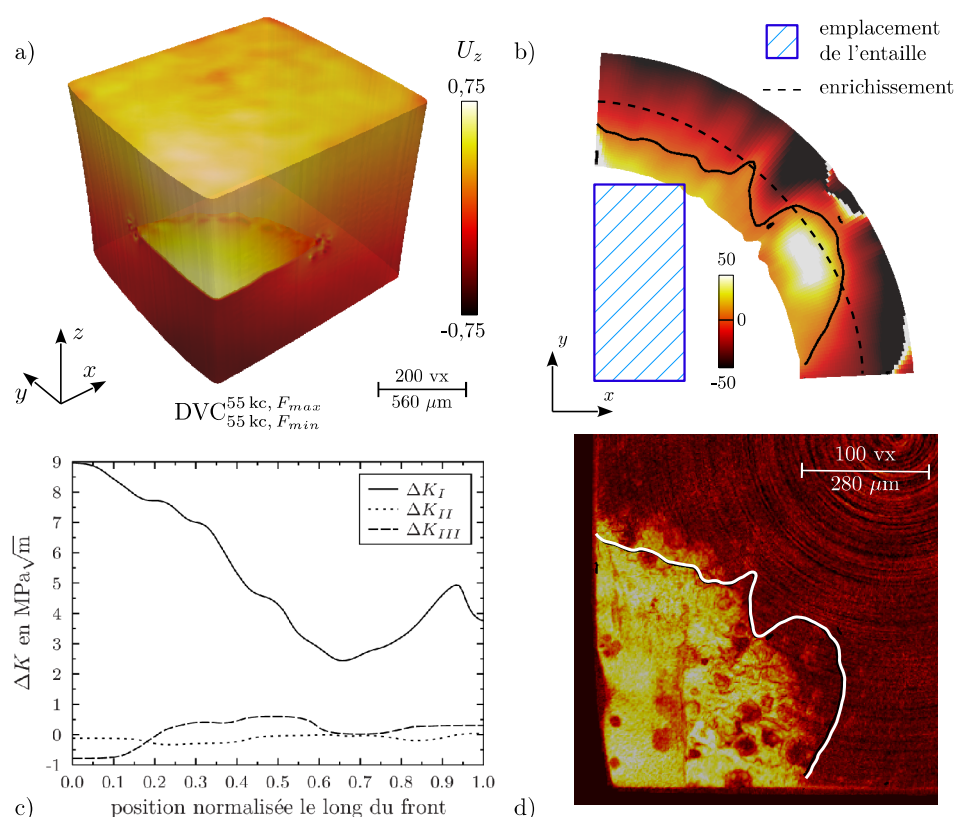


FIGURE 5.24 – Résumé des résultats pour LBj2 après 55 kc. (a) champ de déplacement et carte d'ouverture pour une régularisation utilisant une longueur d'onde de 256 vx. (b) décalage au front (en voxel) détecté à l'aide de K_{-I} . (c) valeurs des FICs le long du front. (d) comparaison entre le front détecté et la projection des résidus.

Comme le montre la figure 5.24 les données obtenues avec le rayonnement synchrotron permettent d'obtenir des résultats similaires à ceux obtenus avec un tomographe de laboratoire : un front perturbé, une position du front en amont du résidu en surface et des valeurs de ΔK_I élevées en surface. Faute de temps, l'analyse de ces données n'a pas pu être menée plus en avant. Les paragraphes suivants seront donc consacrés à la discussion des seules données obtenues en laboratoire.

5.4 Discussion

5.4.1 Interprétation des valeurs de FIC

La démarche expérimentale et numérique qui vient d’être présentée nous a permis de déterminer pour la première fois l’évolution 3D des FIC le long de front de fissures courtes de fatigue propagées *in situ* à partir d’une entaille. Par rapport aux études publiées dans la littérature sur le même matériau caractérisé par DVC [LIM 09, LIM 10] ou sur des alliages d’aluminium caractérisés par *particle tracking* [TOD 04], il s’agit d’un pas en avant significatif car les fissures étudiées dans ce travail ont créé leur propre sillage plastique. Celui-ci n’a donc pas pu être altéré lors d’une étape de découpe. Si les champs de déplacement des fissures que nous avons étudiées dans ce travail nous semblent par conséquent plus “réalistes” il n’en reste pas moins que les ordres de grandeur des ouvertures de fissures que nous avons étudiées sont extrêmement faibles. Pour s’en convaincre, il suffit de comparer les ordres de grandeurs des ouvertures de fissures représentées sur la figure 5.15 à celles obtenues par Limodin *et al* [LIM 10] sur le même matériau dans le cas de fissures traversantes : de l’ordre de $2 \mu\text{m}$ (resp. $6 \mu\text{m}$ pour Limodin *et al*) au niveau des lèvres de la fissure pour une profondeur de fissure (au droit de la surface) de l’ordre de $400 \mu\text{m}$ (resp. $600 \mu\text{m}$) malgré un niveau de chargement mécanique (contrainte nominale) deux fois plus élevé dans notre cas. En d’autres termes à cause de leur faible taille et de leur caractère non traversant, les fissures étudiées dans ce travail présentent une ouverture remarquablement faible qui a rendu nécessaire l’introduction de la régularisation dans les calculs de DVC.

La figure 5.19 qui donne les profils de FIC pour F_{max} pour 3 positions de front différentes est donc, à notre connaissance, inédite. On doit bien sûr se demander quel degré de confiance on peut accorder à de telles courbes étant donné leur caractère relativement “bruité” qui est assez évident sur la figure 5.14 (variation des profils au sein d’un cycle). Il est très difficile de répondre à cette question car nous ne disposons pas d’une autre mesure de ces FIC. La technique de diffraction des rayons X évoquée au chapitre 1 mise en œuvre par différents auteurs [CRO 05, STE 10] permet, via une projection des champs de déformation mesurés sur un champ de référence de remonter à des valeurs de FIC de fissures **traversantes** [STE 10]. Si cette méthode est très intéressante par exemple pour élucider les mécanismes de retard dus à une surcharge, elle est inopérante pour les fronts de fissures courtes étudiées ici.

La question de la validité des profils de K mesurés dans ce travail ne peut donc pas (du moins, pour le moment) être validée expérimentalement par une autre technique. Plusieurs points permettent toutefois d’attribuer une certaine confiance aux profils de la figure 5.19. Ils sont développés dans les paragraphes suivants.

Lorsque la forme de la fissure 3D est connue avec assez de précision, les valeurs des FIC le long du front peuvent être estimées avec une bonne précision soit par éléments finis, soit par les formules analytiques proposées par Raju et Newman [RAJ 79] dans le cas de fronts semi-elliptiques. Ayant montré l’équivalence entre ces deux méthodes pour un front (modèle) courbe de fissure au chapitre 4, nous nous contenterons ici de l’approche analytique.

La comparaison des valeurs analytiques et expérimentales le long du front est qualitativement satisfaisante : les valeurs de K sont maximales à la surface de l’échantillon et minimale à cœur dans les deux cas tandis que les valeurs extrêmes déduites des champs de déplacement encadrent les valeurs analytiques pour les trois positions de front considérées (voir fig. 5.25a). En outre, la valeur moyenne des profils obtenus par projection des champs issus de la DVC sur les séries de Williams est en excellent accord avec les valeurs à cœur obtenues analytiquement (voir fig. 5.26b).

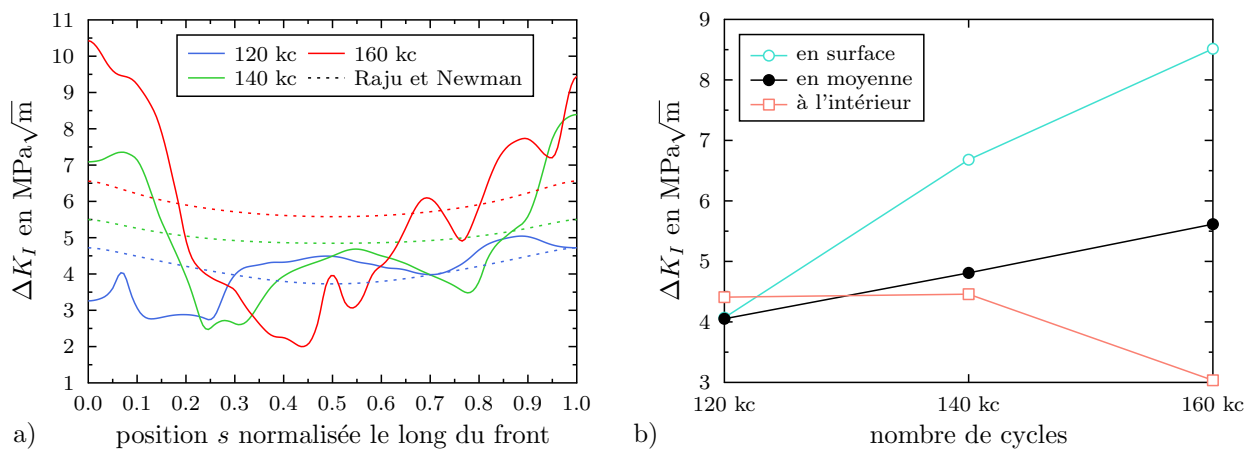


FIGURE 5.25 – Évolution de ΔK_I le long du front au cours de la propagation. (a) profils de ΔK le long du front pour 120 kc, 140 kc et 160 kc, comparés aux profils théoriques utilisant les formules de Raju et Newman pour les dimensions mesurées sur les résidus. (b) évolution de ΔK_I , en surface et à l’intérieur au cours de la propagation. Les zones d’intégration sont celles de la figure 5.14.

Il semble donc qu’au moins *l’ordre de grandeur* des valeurs “mesurées” de FIC soit correct.

Si l’on s’intéresse maintenant dans le détail aux valeurs de FIC le long des profils “calculés”, on constate que l’amplitude de variation entre la surface et à cœur des échantillons est bien plus grande pour les valeurs expérimentales ($\sim 9 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$) que pour les valeurs analytiques ($\sim 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$). L’allure de la courbe est en accord avec la valeur du rapport a/c supérieur à 1 mesurée à partir des résidus (fig. 5.26) et traduit le fait que le front de la fissure est en “retard” à la surface par rapport à sa position à cœur. Cet effet, bien connu dans les éprouvettes CT macroscopiques (fissures traversantes) sollicitées à des rapports de charge voisin de 0,1, est généralement attribué à un effet de fermeture plus important en surface [SCH 77, BAT 81] où les tailles de zone plastique sont plus grandes qu’en volume. Il a également été observé pour des fissures semi-elliptiques [SCH 04]. Ce phénomène de retard du front en surface appelé effet tunnel (*tunnelling*) a également été observé dans le cas d’entaille de coin [TON 02]. Si l’on admet que la partie du front de fissure située à la surface de l’échantillon LB1 est en état de contrainte plane et que la partie du front située à cœur est probablement dans un état de contrainte qui s’éloigne de l’état de contrainte plane pour tendre vers un état de déformation plane, les zones plastiques correspondantes vont varier en taille lorsque l’on parcourt le front (fig. 5.27). Si l’on admet également pour ce matériau que la plasticité en fond de fissure a une contribution dominante par rapport à la rugosité, vis-à-vis du phénomène de fermeture, alors on doit s’attendre à un niveau de fermeture plus élevé en surface qu’en volume et donc à un retard de propagation en surface. Cet effet avait déjà été observé en tomographie de synchrotron et simulé par éléments finis étendus dans un alliage d’aluminium à grains très fins par Ferrié *et al* [FER 06b].

Si l’on observe attentivement les cartographies d’ouverture de la figure 5.15 ainsi que les profils d’ouverture de figure 5.16, on peut se convaincre d’une ouverture non progressive de la fissure lors de l’augmentation du chargement mécanique : une brusque variation d’ouverture est visible entre les valeurs $\Delta F = 192 \text{ N}$ et $\Delta F = 256 \text{ N}$ (soit entre $F = 256 \text{ N}$ et $F = 320 \text{ N}$).

Si l’on admet que ces valeurs encadrent le niveau d’effort qui correspond à la valeur ΔK_{op}

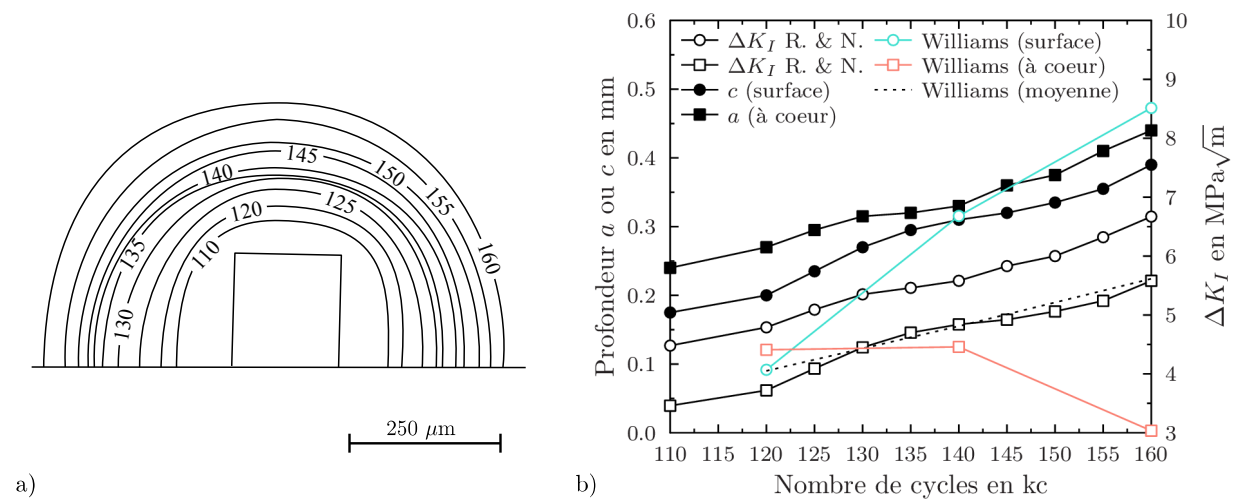


FIGURE 5.26 – Étude de la propagation de la fissure pour l'éprouvette LB1 à l'aide des résidus de corrélation et des formules de Raju et Newman. (a) relevés de la position du front de la fissure à partir des résidus de corrélation. (b) profondeur de l'entaille et valeurs de ΔK_I au cours de la propagation.

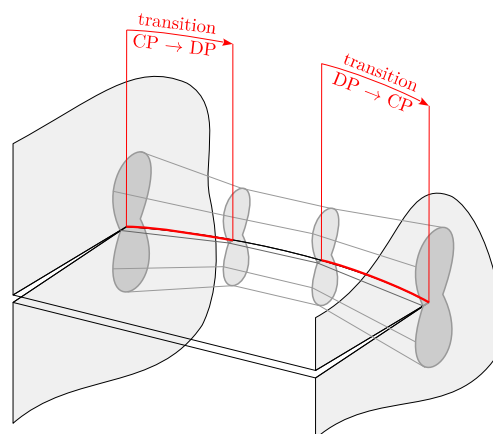


FIGURE 5.27 – Transition contrainte plane (en surface) à déformation plane (en volume).

d'ouverture de la fissure, on obtient une valeur de $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ en fond de fissure et $3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ en surface pour $N = 160 \text{ kc}$ (fig. 5.25).

Ces valeurs sont cohérentes avec celles publiées par Limodin *et al* sur le même matériau ainsi que par Clément *et al* [CLE 84] sur une fonte GS présentant des caractéristiques mécaniques et microstructurales comparables. Selon Clément *et al*, la valeur de ΔK_{op} augmente avec la taille de fissure partant de $2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ pour une fissure de $500 \mu\text{m}$ de profondeur (a) pour atteindre une valeur indépendante de a de l'ordre de $4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Il aurait été intéressant de pouvoir analyser dans le détail l'évolution des valeurs de ΔK_{op} à partir des cartes d'ouverture et des profils de ΔK obtenus pour de plus faibles nombres de cycles et ainsi tenter de confirmer la tendance observée par Clément *et al* de diminution de la valeur de ΔK_{op} en fonction de la taille de la fissure. Toutefois, les faibles tailles de fissures correspondant à des nombres de cycles inférieurs à 160 kc rendent très difficile l'obtention des cartes d'ouverture.

Le paradoxe des profils de ΔK tracés sur la figure 5.16 est que la présence d'un ΔK mesuré élevé en surface ne permette pas de faire pousser la fissure plus vite en surface de façon à obtenir une forme d'équilibre. On constate au contraire que le rapport a/c reste constant lors du cyclage. Les valeurs élevées de ΔK mesurées en surface sont compatibles avec l'hypothèse d'une fermeture des fissures par plasticité comme illustré la figure 5.28. Une fissure maintenue

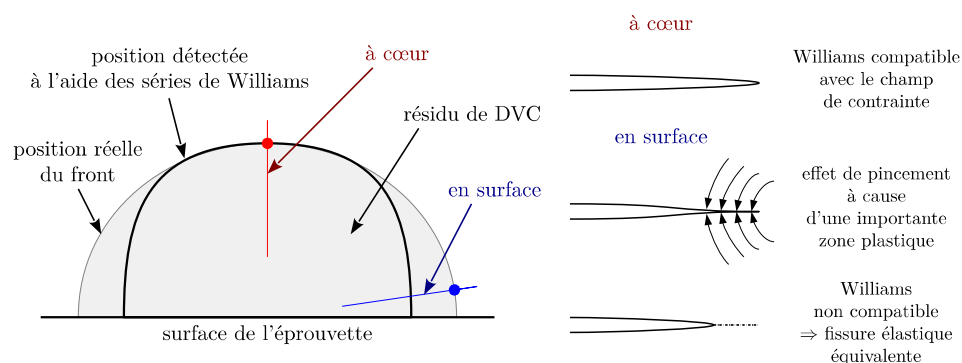


FIGURE 5.28 – Effet de fermeture de la fissure à cause d'une taille de zone plastique importante conduisant à faire croire aux séries de Williams que la position du front est plus en amont que sa position réelle.

fermée par une zone plastique sera “vue” par les séries de Williams comme une fissure dont la taille est plus faible que la taille réelle¹ ce qui aboutira à des valeurs élevées du FIC. À l'inverse, dans une zone où la fermeture n'agit pas (ou agit moins) le champ de déplacement “vu” par la projection du champ de déplacement sur les séries de Williams sera plus en accord avec la taille réelle de la fissure.

De façon intéressante, le fait que le profil de la fissure ne s'équilibre pas lors du cyclage semble indiquer que le niveau de fermeture varie entre la surface et le volume comme suggéré par Ferrié dans l'aluminium à grains très fins [FER 06b].

De plus, les données quantitatives obtenues pour les FIC sur la figure 5.26b peuvent être

1. Il faut rappeler que les profils de $K = f(s)$ ont été obtenus à la décharge avec une contrainte qui n'était PAS la valeur maximale de l'effort appliqué mais une valeur inférieure (voir p. 85).

“testées” pour une méthode encore différente en les replaçant dans le contexte d’une loi de propagation. La figure 5.29 présente ainsi les points “expérimentaux” obtenus lors de cette étude par rapport aux données $da/dN = f(\Delta K)$ fournies par Nadot *et al* [NAD 97]. Sur cette figure

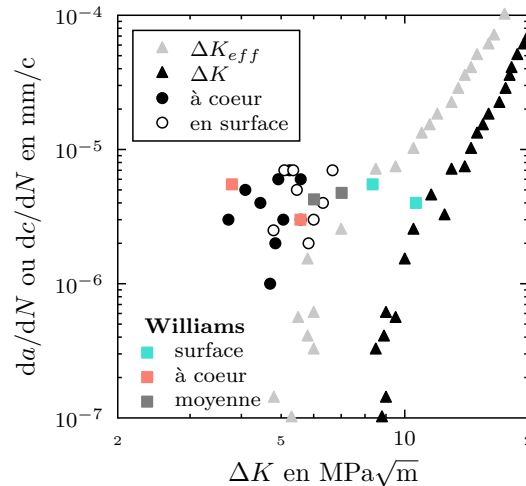


FIGURE 5.29 – Vitesse de propagation de la fissure pour l’éprouvette LB1 en fonction de la valeur calculée de ΔK_I à l’aide des formules de Raju et Newman pour les dimensions mesurées sur les résidus et comparées aux valeurs de Nadot *et al*.

les symboles circulaires correspondent aux valeurs de ΔK_I analytiques (Raju et Newman), les symboles carrés aux valeurs obtenues par projection du champ de DVC sur les séries de Williams (pour 120, 140 et 160 kc) pour la surface et le volume et les triangles représentent les données fissures longues obtenues avec des éprouvettes macroscopiques et éventuellement corrigées des effets de fermeture. Globalement les points “mesurés” dans cette étude se placent dans la zone caractéristique des fissures courtes (propagation pour un ΔK_I inférieur au ΔK_{th} macro), un comportement tout à fait similaire à celui observé par Clément *et al* sur des entailles de faible profondeur. On peut constater que nos points obtenus à l’intérieur du matériau ont tendance à être plus proches de la courbe effective tandis que les points obtenus en surface sont plutôt situés vers la courbe nominale ce qui semble confirmer l’idée d’une fermeture plus importante en surface.

Enfin tant les valeurs analytiques que les valeurs obtenues par projection du champ de déplacement sur les séries de Williams montrent que pour les tailles de fissures les plus faibles ($N = 120$ kc), l’ordre de grandeur de ΔK_I est de $4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ce qui est très proche de la valeur de seuil mesurée par Clément *et al* pour les fissures courtes (mais considérablement plus faible que le K_{th} de $8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ mesuré sur de grosses éprouvettes) qui justifie le niveau élevé de contrainte utilisé lors de nos essais. Si ce niveau élevé a entraîné une plastification progressive de l’échantillon (comme montré sur la figure 5.4) il était nécessaire pour espérer faire propager une fissure amorcée sur l’entaille (dont la taille était limitée par la section réduite). Dans le même ordre d’idée, on comprend à la lumière des points de la figure 5.26 que nos tentatives de propagation à partir d’une entaille réalisée au FIB (taille estimée de $100 \times 100 \mu\text{m}^2$) aient été infructueuses (rupture dans les têtes des éprouvettes).

En résumé, même en l’absence d’une autre technique expérimentale pouvant confirmer les valeurs de FIC obtenues, un faisceau convergent d’observations rendent crédibles les ordres de

grandeur des FIC obtenus en surface et en volume, pour des fissures de faible taille amorcées et propagées *in situ* et présentant des ouvertures de quelques microns. La comparaison avec d'autres résultats est difficile étant donné que ces valeurs n'avaient encore jamais été obtenues. Le détail de l'évolution des FIC le long du front reste quant à lui très lié au caractère plus ou moins régulier du front détecté, ce qui s'explique par l'influence importante de la microstructure sur la forme des fissures, comme évoqué dans la partie suivante.

5.4.2 Rôle de la microstructure

La détection du front et la mesure de K sur des champs de déplacement issus de cas réels donnent des résultats cohérents par rapport à des techniques basées uniquement sur la forme 3D des fissures (Raju et Newman), mais bien moins bons que ce à quoi on aurait pu s'attendre compte tenu des résultats obtenus dans le cas des simulations numériques présentées au chapitre 4. Cette différence s'explique par le rôle important dans la propagation de la fissure de la microstructure et plus particulièrement des nodules dans le cas présent.

Pour mettre en évidence le rôle des nodules, ceux-ci sont seillés dans le volume de tomographie puis représentés en 3D, en les superposant à la carte de la distance à la position du front recherché déterminé à l'aide de K_{-I} (fig. 5.30). Une retassure est présente sur le sillage de la fissure. Une vue projetée de la figure 5.30 (fig. 5.31) permet de se rendre compte assez clairement de la corrélation entre les irrégularités de forme des fronts détectés et la présence de groupes de nodule (ou d'une retassure).

L'interface entre la matrice ferritique et le graphite des nodules n'étant pas cohérente, la dé-cohésion de cette dernière (mise en évidence à la figure 5.32) est très certainement la raison de ces perturbations. En effet, au cours de la fatigue, les nodules se détachent de la matrice et les ligaments de petites tailles situés entre des nodules assez proches se rompent lorsque la fissure se rapproche de ces groupes de nodules [DIE 96] faisant effectuer au front de la fissure un saut important et du même coup faisant chuter la valeur de K_I (voir fig. 5.13).

Les nodules étant le seul support de la corrélation, le fait qu'ils jouent un rôle non négligeable dans la propagation de la fissure rend les interprétations de la position du front et de ΔK plus délicat.

5.4.3 Conclusion sur le choix du matériau

La fonte GS utilisée dans cette étude présente l'avantage d'avoir été l'objet de nombreuses études antérieures (tant 2D que 3D) et surtout de contenir un mouchetis 3D naturel facilement imagé par tomographie aux rayons X et particulièrement à l'aide d'un tomographe de laboratoire. Cependant la matrice ferritique du matériau étant très absorbante pour les rayons X, la section des éprouvettes doit rester de petite dimension et la fonte GS présentant de bonnes propriétés en termes de résistance à la fatigue, la contrainte nécessaire pour amorcer une fissure à partir d'une entaille de faible taille doit être relativement élevée comparativement à la limite élastique conventionnelle de ce matériau. Parallèlement, toujours en raison de la taille relativement faible de la section de l'échantillon, la densité des marqueurs est faible par rapport à la taille des fissures que l'on cherche à observer. Enfin, les nodules de graphite (marqueurs nécessaires à la DVC) jouent un rôle dans les phénomènes de propagation des fissures de fatigue. Les perturbations locales du front qu'ils engendrent deviennent d'autant plus importantes que les tailles de fissures auxquelles on s'est intéressé ici sont faibles.

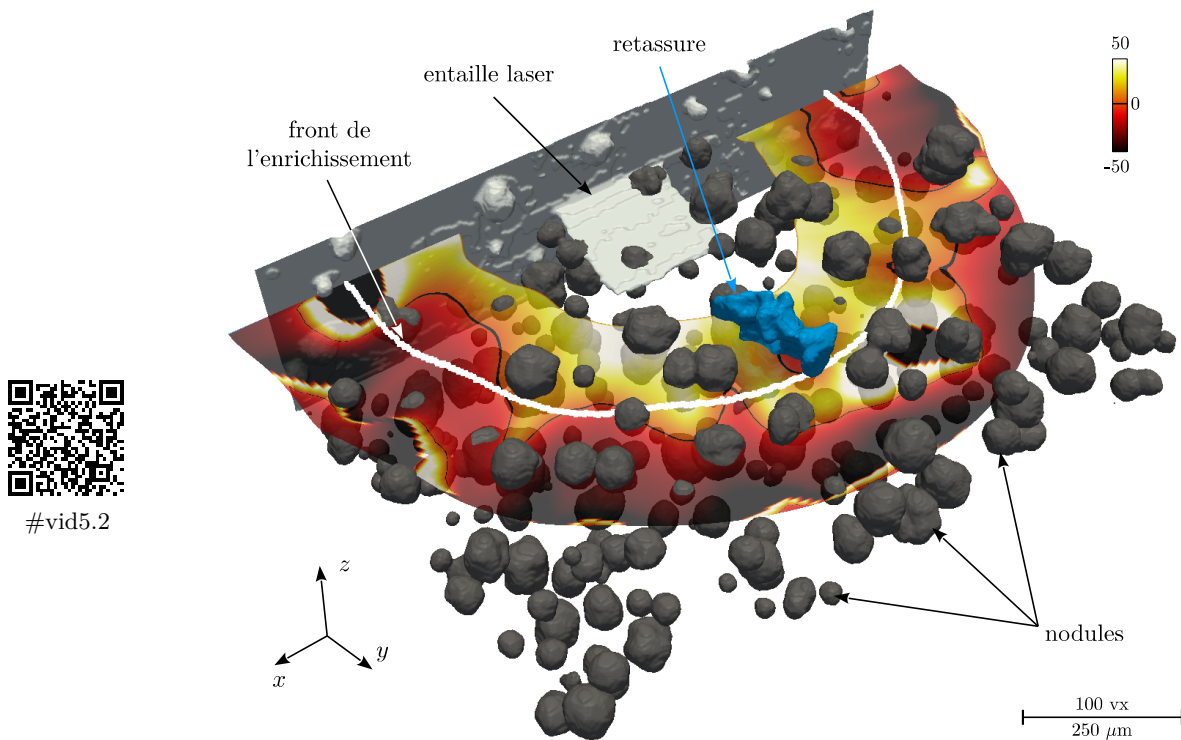


FIGURE 5.30 – Représentation 3D de la distance (en voxel) à la position du front recherché déterminé à l'aide de K_{-I} et du front utilisé pour l'enrichissement mettant en évidence l'interaction de la propagation de la fissure avec les nodules de graphites ou encore la retassure.

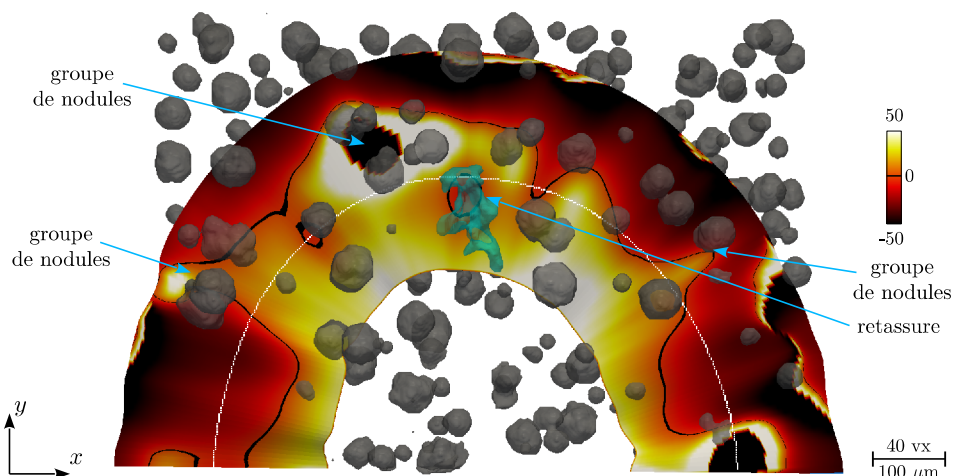


FIGURE 5.31 – Vue projetée de la figure 5.30 mettant en évidence la corrélation entre la forme irrégulière des fronts détectés et la présence d'éléments micro-structuraux (nodule, retassure). Par soucis de clarté, ne sont représentés ici que les nodules situés à proximité et au dessus de la fissure.

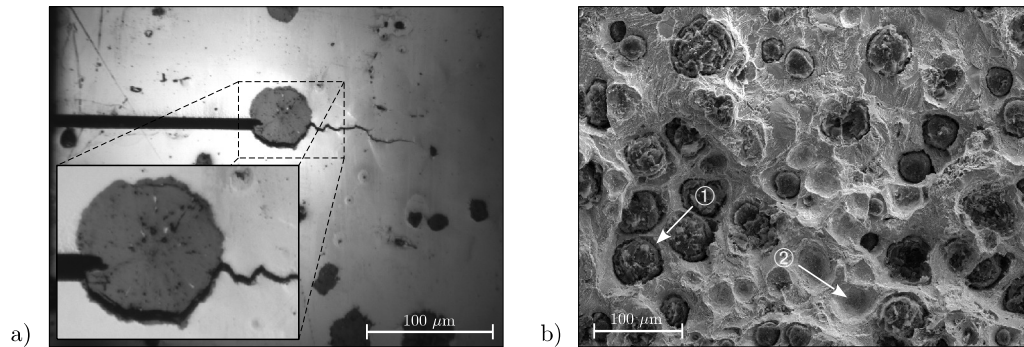


FIGURE 5.32 – Image MEB d'un faciès de rupture d'une fissure de fatigue montrant la décohésion au niveau de l'interface nodule/matrice dans le cas de la fonte GS. ① pointe un nodule encore ancré et ② l'emplacement d'un nodule arraché.

Idéalement, il nous aurait fallu travailler avec des nodules de graphite d'une taille bien plus petite. Comme un tel matériau n'existe pas, la solution, pour essayer d'améliorer l'analyse des fissures de faible taille a consisté à explorer un autre matériau comme expliqué dans les paragraphes suivants.

5.5 Utilisation d'un alliage d'aluminium AlSiMg : test de faisabilité

Le cahier des charges du matériau idéal permettant les mesures de DVC détaillées au chapitre 3 reste évidemment toujours valable, mais s'y rajoute une contrainte supplémentaire concernant la taille des marqueurs qui doit être inférieure à celle des nodules de graphite d'au moins un ordre de grandeur. Les alliages d'aluminium de moulage à base de silicium présentent *a priori* une microstructure adéquate : les particules de silicium présentes dans la phase eutectique ont une taille variant de 1 à 3 μm et peuvent être détectées en tomographie de synchrotron grâce au contraste de phase. En outre, l'aluminium est plus faiblement atténuant que le fer ce qui va, globalement, faciliter les conditions d'imagerie.

Nous utilisons ici un jeu de données issu des travaux de Serrano-Munoz [SER 14] qui a étudié un alliage AS7G06-T6. La microstructure et les propriétés du matériau sont décrites en détails dans [MU 14]. Seules quelques données essentielles sont rappelées ici.

Le matériau est constitué de grains dont la taille moyenne est de 550 μm , les dendrites d'aluminium primaire sont entourées de particules de silicium (phase eutectique à 11,7 % de Si) et de quelques inter-métalliques (voir fig. 5.33). Pour imager les particules de silicium servant de marqueurs pour la DVC, il est nécessaire d'utiliser le contraste de phase disponible en tomographie de synchrotron². Les essais de fatigue *in situ* utilisés dans cette section ont été réalisés à la source de rayonnement synchrotron suisse (SLS) au Paul Scherrer Institut (PSI) en Suisse sur la ligne TomCat.

Les éprouvettes utilisées ont une section moyenne de $2,3 \times 2,5 \text{ mm}^2$, l'effort maximal de fatigue appliqué est de 800 N (soit 140 MPa) pour un rapport de charge de 0,1. Le module d'Young, le

2. Les particules sont invisibles en tomographie de laboratoire

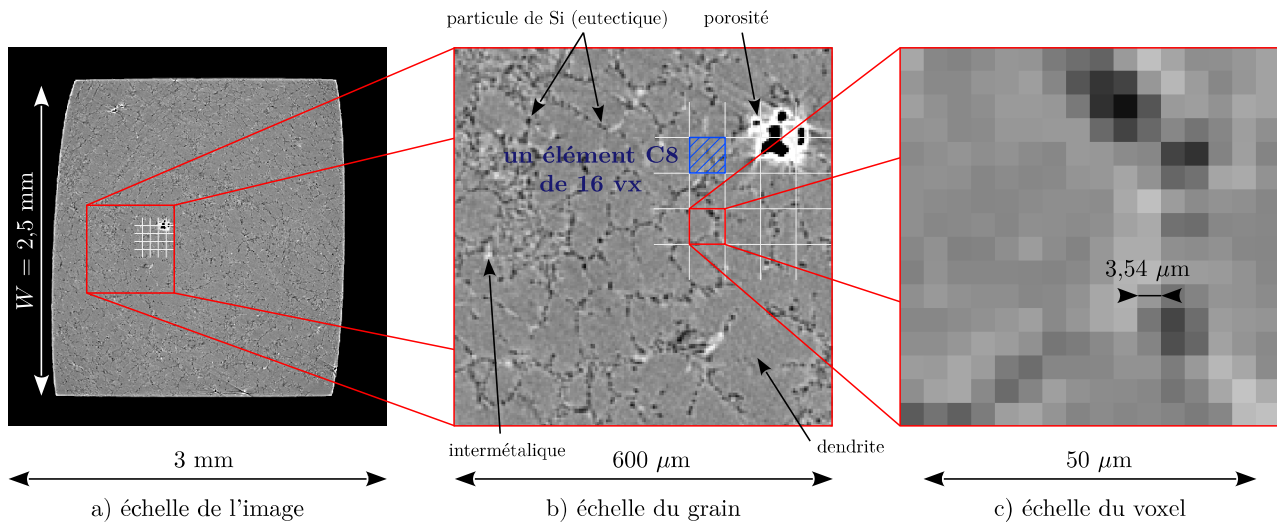


FIGURE 5.33 – Représentation des différentes échelles du problème : (a) l'échelle de l'image où la section de l'éprouvette est de 700×700 vx, (b) l'échelle du grain ayant une taille moyenne de 155 vx, (c) l'échelle du voxel, cette sous-figure représentant l'élément C16 le plus petit utilisé dans l'étude de ce matériau

coefficient de poisson et la limite élastique du matériau sont respectivement de 73,5 GPa, 0,3 et 275 MPa. La taille du voxel étant de $1,77 \mu\text{m}$ pour les volumes d'origine, un groupement par 8 des voxels est effectué afin d'obtenir une taille de voxel de $3,54 \mu\text{m}$ de manière à réduire les temps de calcul. Le mouchetis offert par le matériau est plus fin que dans le cas de la fonte GS (voir fig. 5.33), ce qui rend la capture de déplacement important plus difficile. Cependant, le filtrage réalisé par regroupement des voxels par 8 diminuant le bruit blanc, les valeurs d'incertitude (fig. 5.34) obtenues sont du même ordre de grandeur que pour la fonte GS pour une taille de voxel rapportée à la section de l'éprouvette équivalente.

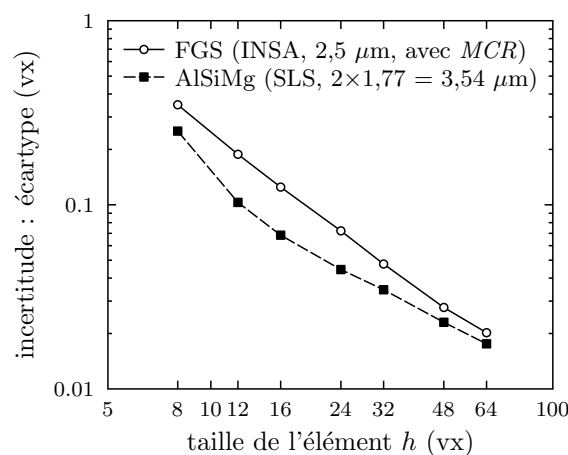


FIGURE 5.34 – Comparaison des incertitudes de DVC entre la Fonte GS et l'alliage d'aluminium.

Pour pouvoir amorcer et suivre la propagation d'une fissure, la stratégie employée pour les

éprouvettes en fonte GS et détaillée au chapitre 2 est appliquée. Une entaille de section carrée de $200 \mu\text{m}$ de côté est réalisée par usinage laser. Ce matériau ayant une valeur de ΔK_{th} bien plus faible ($\sim 2\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ pour ΔK_{eff} [LAD 06]) que dans le cas de la fonte GS, la valeur de ΔK de $2,4\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ pour une fissure équivalente à l'entaille est suffisante pour pouvoir propager la fissure et ceci pour une contrainte appliquée de l'ordre de la moitié de la limite élastique. Ces conditions de cyclage sont telles que les conditions d'application de la MLER $\left\{ a, B, (W - a) \geq 2,5 \left(\frac{K_I}{\sigma_{0,2}} \right)^2 \right\}$ sont mieux respectées que dans la fonte GS.

La figure 5.35 présente un résultat de DVC utilisant une longueur d'onde de coupure de 128 vx, après 85 kc dont l'enrichissement utilise la morphologie accessible à l'aide du résidu et le front détecté à l'aide du terme super-singulier K_{-I} .

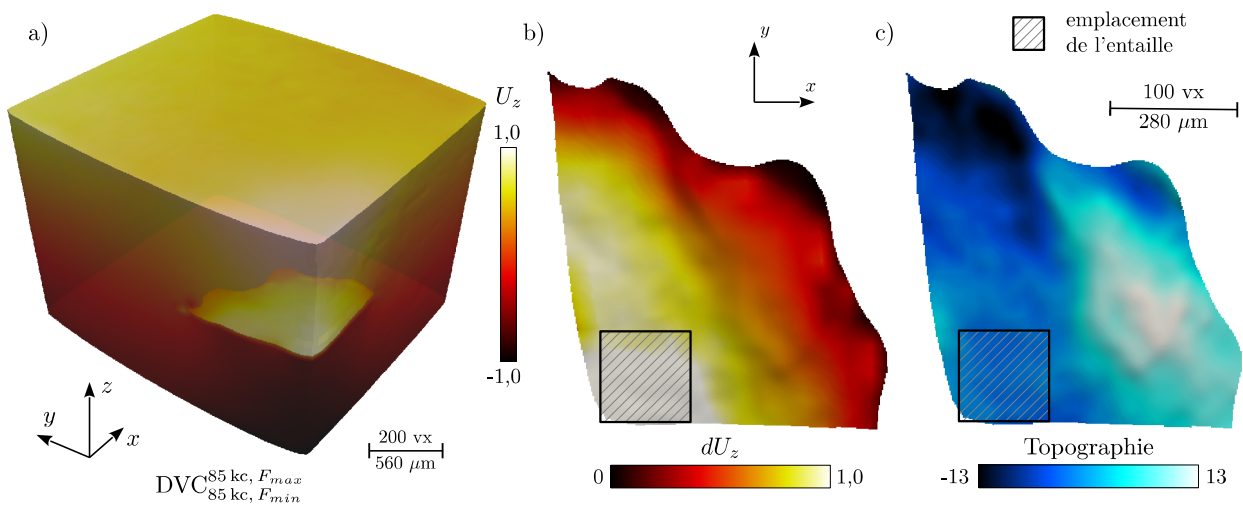


FIGURE 5.35 – Résultats de DVC pour une éprouvette d'alliage AS7G06-T6 après 85 kc ($F_{max} = 800 \text{ N}$, $R = 0,1$). (a) composante U_z du champ de déplacement. (b) composante dU_z de la carte d'ouverture. (c) topographie de la fissure dans la direction de chargement. Les échelles sont exprimées en voxels.

La détection du front de la fissure, résumée à la figure 5.36, montre une convergence de la détection comme pour la fonte GS. La solution étant nettement moins bruitée lorsque la position de l'enrichissement se trouve très proche du front réel.

Le premier enrichissement choisi est déterminé à partir de la projection des résidus. Pour les enrichissements suivants ((b) et (c) sur la figure 5.36), le front utilisé est celui déterminé à l'aide du terme super-singulier K_{-I} pour les calculs réalisés avec l'enrichissement précédent. Dans ces premières étapes, le front utilisé d'une étape à l'autre est fortement régularisé (voir section 5.2.2.4). Pour le dernier calcul, le front est moins filtré avant enrichissement et autorise de fait une variation de la courbure plus importante. On peut noter que la projection du champ de déplacement sur les séries de Williams incluant les termes correctifs de Leblond et Torlai se comporte bien même lorsque l'on introduit une courbure non régulière.

La figure 5.36f montre l'évolution du FIC le long de l'abscisse curviligne. Le chemin parcouru par l'abscisse curviligne n'étant plus homothétique à partir du moment où l'on introduit de la courbure, les profils de ΔK sont tracés en fonction de l'angle ψ défini à la figure 5.36a et sont

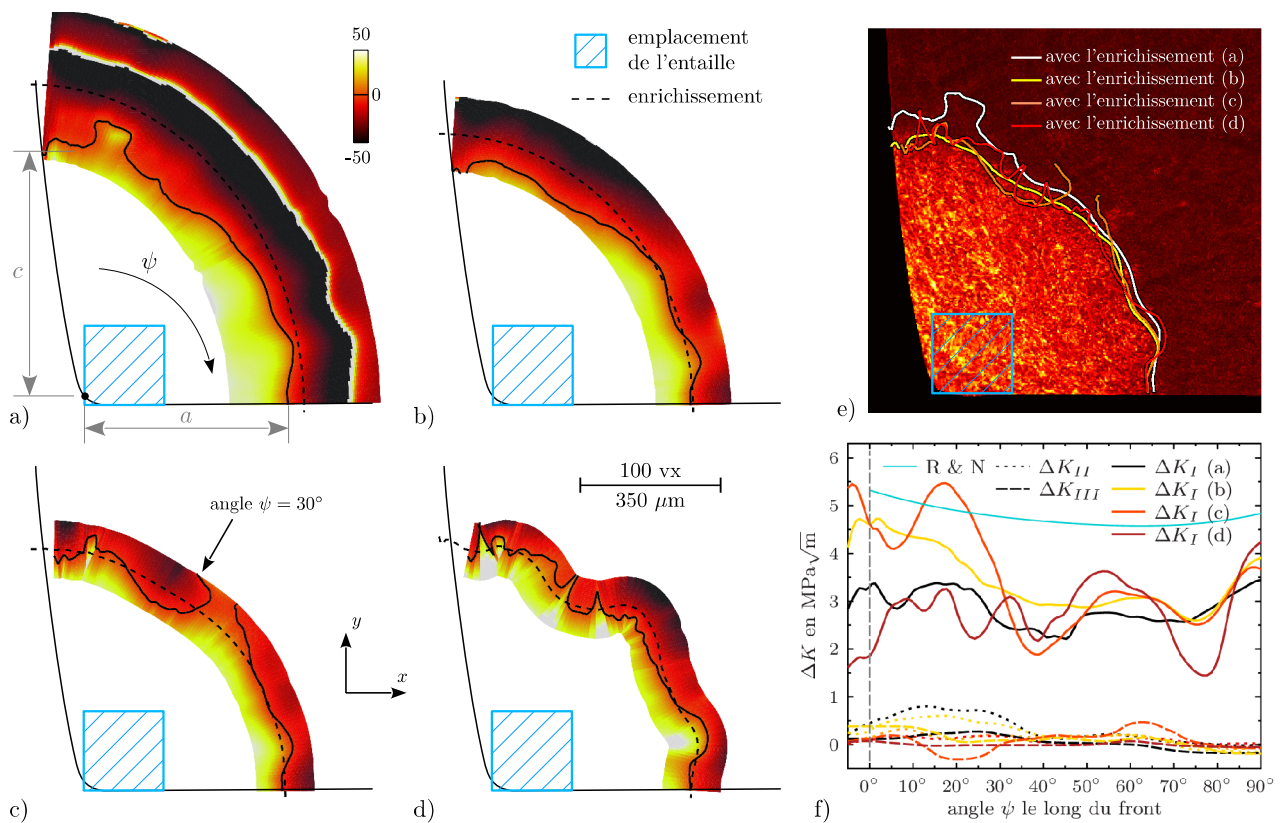
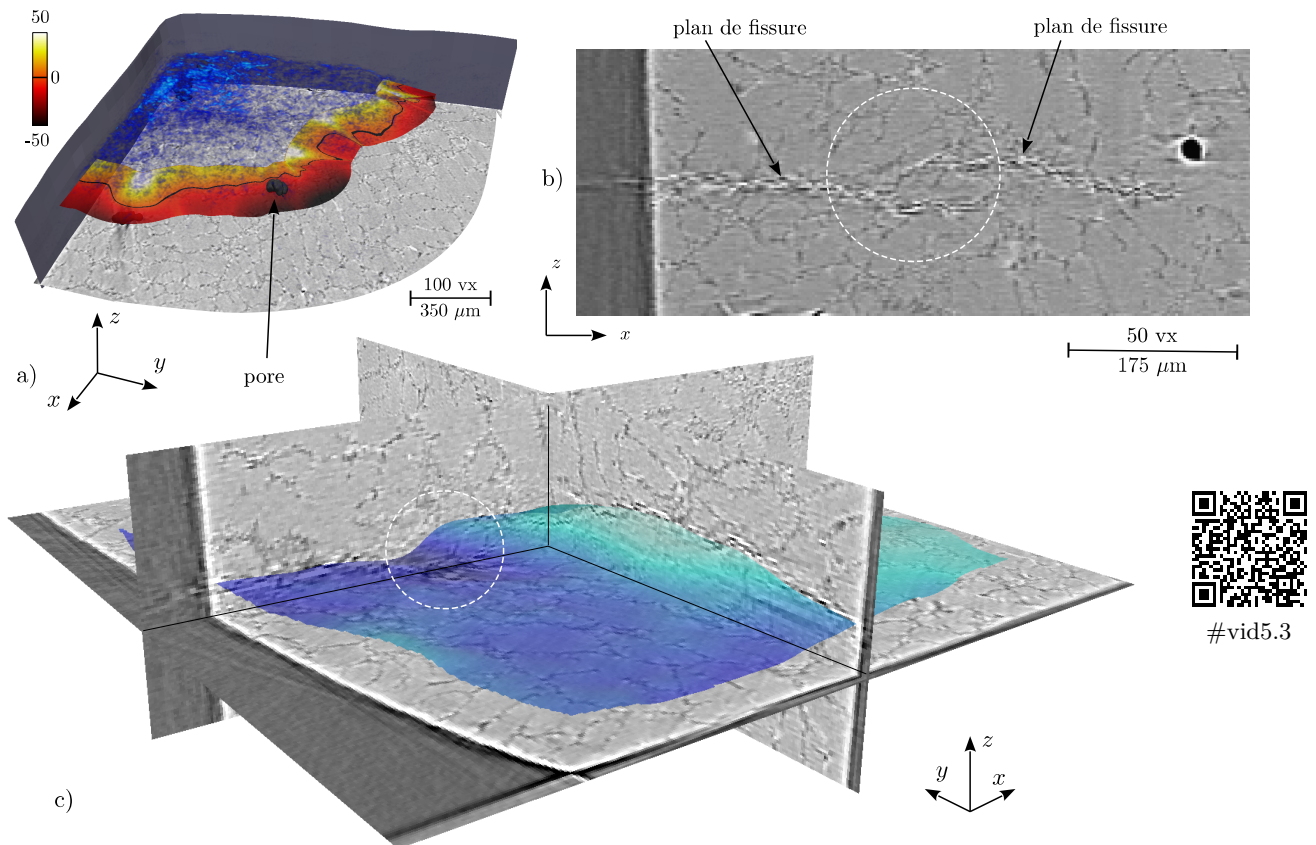


FIGURE 5.36 – Enrichissements successifs à partir du résultat de la détection du front à l'aide de K_{-I} . (a), (b) et (c) représentent 3 étapes successives avec une courbure quasi-constante du front enrichi, puis (d) représente le front avec une courbure moins contrainte. (e) comparaison des différents résultats par rapport à la projection du résidu. (f) profil de K le long du front pour chaque enrichissement.

comparés aux valeurs analytiques calculées à partir des formules de Raju et Newman [RAJ 79].

La géométrie de la section n'est pas parfaitement carrée : les bords sont arrondis, les angles ne sont pas parfaitement perpendiculaires et une dimension est légèrement plus grande que l'autre. Le modèle de Raju et Newman ne convient peut-être pas exactement à notre problématique ce qui expliquerait que la valeur analytique soit de l'ordre d'une demi fois supérieure à la valeur mesurée. Des calculs par éléments finis prenant en compte la vraie géométrie de l'éprouvette permettraient de vérifier ce point ; ceux-ci n'ont pas pu être effectués faute de temps.

Sur la figure 5.36, des variations importantes de ΔK le long du front (angle $\psi = 30^\circ$). On peut relier ces variations à une interaction du front avec la microstructure. La figure 5.37 montre que la fissure est composée de deux plans différents. Ces deux plans créent une discontinuité dans la surface de la fissure (voir le cercle en pointillé blanc sur la figure 5.37), mais celle-ci n'est pas prise en compte dans l'enrichissement.



#vid5.3

FIGURE 5.37 – Influence de la microstructure dans la topographie de la fissure. (a) représentation 3D de la distance au front calculé à l'aide de K_I et du résidu de DVC. (b) coupe de tomographie mettant en évidence de la présence de deux plans dans la fissure. (c) l'enrichissement est comparé aux données de la tomographie.

Ce type de discontinuité est très classique dans ce type de matériau [FER 06a, QIA 06], il correspond à la formation de branches “indépendantes” du front qui propagent dans des grains différents et qui se superposent [FER 06a, KHO 06]. Qian *et al* ont montré en suivant des

particules inter-métalliques que des mouvements locaux de cisaillement pouvaient se produire au niveau des chevauchements même si, dans leur cas, ces mouvements ne se traduisaient pas par des valeurs de ΔK_{II} ou ΔK_{III} , ce qui semble aussi être notre cas.

En tout état de cause, de telles perturbations du front de la fissure sont inévitables car dictées par la microstructure. Dans l'alliage étudié ici, la valeur importante de la taille de grain peut être un handicap assez sévère dans la mesure où elle conditionne, en moyenne, la rugosité des la surface de la fissure. Un alliage de moulage similaire mais présentant une taille de grain plus faible obtenue, par exemple, en contrôlant la vitesse de refroidissement lors de la coulée et/ou la quantité d'agents affineurs de grains permettrait probablement de limiter ce problème.

Moyennant ces différentes remarques, les résultats présentés sur les figures 5.35 et 5.36 illustrent bien le gain apporté par une microstructure plus fine pour la description des champs de déplacement le long du front de la fissure. Même si une telle étude n'a pas pu être effectuée de façon exhaustive, là encore faute de temps, ces résultats offrent des perspectives très intéressantes même s'ils imposent l'accès à une installation de rayonnement synchrotron pour obtenir les images.

Conclusion

Les fissures de fatigue dans les matériaux métalliques possèdent, dans les premiers stades de propagation, un caractère 3D très marqué. L'insuffisance des observations de surface rend complexe l'étude du comportement en fatigue de telles fissures. Jusqu'à présent, seuls des calculs par éléments finis couplés à des observations 3D de propagation du front soit *post-mortem*, soit par tomographie aux rayons X, permettaient de modéliser au plus près le comportement 3D de ce type de fissure.

Cependant, les champs de déplacement et/ou de contrainte obtenus à l'aide de ces simulations ne peuvent être comparés aux champs agissant réellement dans le matériau fissuré. Si dans le cas des fissures longues et traversantes, les modèles semblent être macroscopiquement vraisemblables, il est plus difficile de les valider dans le cas des fissures courtes présentant un fort caractère 3D.

La tomographie aux rayons X est une technique non destructive efficace pour la détection et le suivi des fissures dans les matériaux métalliques. Elle permet également l'utilisation de dispositif *in situ* permettant de mettre sous charge une éprouvette ainsi que de la cycliser sans la démonter. L'utilisation d'un matériau présentant un mouchetis 3D naturel observable par tomographie aux rayons X permet alors l'obtention du champ de déplacement dans l'éprouvette à l'aide de la corrélation d'images 3D numériques à partir de deux scans à des charges différentes.

L'utilisation conjointe de la tomographie aux rayons X, de la corrélation d'images 3D numérique, des séries de Williams et d'un matériau adapté, la fonte GS, ont permis de mesurer les champs de déplacement réels agissant dans le matériau afin d'en déduire la force motrice en pointe de fissure. Néanmoins, pour pouvoir obtenir ces résultats, nous avons été confrontés à deux types de problème :

- **les problèmes d'ordre technique**, tels que le filtrage du champ de déplacement, l'utilisation des surfaces libres, la courbure du front et la détection de la position du front,
- **les problèmes d'ordre microstructural et dimensionnel**, tels que la distribution et la taille des nodules utilisés comme mouchetis, leur influence sur la propagation de la fissure, la taille des grains, ou encore la taille de la fissure et celle de l'éprouvette.

Concernant les problèmes d'ordre technique, nous avons cherché à tirer profit de différents outils développés dans le cadre de la méthode des éléments finis sur laquelle repose la corrélation d'images utilisée dans ce travail. Tout d'abord, les surfaces libres ont été renseignées afin de bien conditionner le maillage. Ainsi, celle correspondant à la surface de l'éprouvette est directement

extraite des images de tomographie. Les surfaces libres correspondant aux lèvres de la fissure, ont, quant à elles, été renseignées à l'aide d'un enrichissement dans l'esprit des X-FEM en utilisant la trace laissée par la fissure dans le résidu de corrélation entre l'image avant cyclage et la dernière image acquise.

L'incertitude en terme d'écart-type du champ de déplacement obtenu augmente lorsque la taille des éléments diminue pour une qualité de mouchetis et d'acquisition donnée. L'introduction d'une méthode de filtrage par régularisation mécanique a donc été nécessaire pour conserver une description spatiale précise du champ de déplacement en bout de fissure. En effet, pour faciliter la projection du champ de déplacement sur les séries de Williams, une bonne description mécanique du champ est importante en fond de fissure. La régularisation ainsi introduite permet de définir une longueur d'onde de coupure afin de conserver le maximum d'information de la corrélation d'images.

L'extraction des facteurs d'intensité des contraintes par projection du champ de déplacement sur les séries de Williams étant une méthode 2D, son adaptation 3D a nécessité l'implémentation d'une procédure itérative et la prise en compte de la courbure du front. L'introduction des termes correctifs de Leblond et Torlai dans les séries de Williams a permis de prendre en compte les effets de la courbure et a été validée sur des champs de déplacement issus de simulation élastique par éléments finis. La position du front, inconnue de départ, est détectée par annulation du terme super-singulier d'ordre -1 des séries de Williams. La courbure, liée à la position du front, nécessite alors plusieurs itérations avant convergence de cette dernière. Parallèlement, l'enrichissement de la fissure, également lié à la position du front, nécessite de recalculer plusieurs fois le champ de déplacement. Une fois la position du front déterminée, les différents termes de la série de Williams peuvent être considérés, tels que les FICs, mais aussi les T -stress. Nous avons ainsi pu obtenir pour la première fois, des profils de FICs et de T -stress le long de front de fissures 3D à partir de mesures expérimentales.

Concernant les problèmes d'ordre microstructural et dimensionnel, on peut tout d'abord remarquer que l'on a été en mesure d'amorcer de petites fissures (de l'ordre de la centaine de microns) à partir d'un défaut artificiel (une entaille laser) dans des éprouvettes de faible section (de l'ordre du millimètre carré) et de suivre leur propagation à l'aide d'une machine de fatigue *in situ* dans un tomographe. Les résultats ont été obtenus d'une part à l'aide d'un tomographe de laboratoire et d'une machine de fatigue *in situ* spécialement développée pour l'occasion, et d'autre part dans un tomographe utilisant le rayonnement synchrotron (et une machine différente).

Ces fissures dont la taille est faible présentent bien un caractère 3D (fissure de coin et/ou de surface) et répondent à l'objectif de départ. Cependant, au cours de ces travaux, il s'est avéré que le matériau, certes adapté pour la corrélation d'images (présence d'un mouchetis 3D naturel visible par contraste d'absorption aux rayons X) présente quelques désavantages. Tout d'abord, le mouchetis défini par les nodules est relativement grossier par rapport à la taille des éléments finis retenus et nécessite une régularisation utilisant une longueur d'onde élevée. Ensuite, les nodules de graphite ne sont pas neutres vis-à-vis des mécanismes de propagation de la fissure. Enfin, les dimensions de l'éprouvette étant imposées, entre autre, par l'absorption des rayons X par le matériau, et la taille des grains étant de l'ordre de 50 μm (tout comme les nodules), le comportement des fissures observées est caractéristique d'un comportement de fissure courte.

Par ailleurs, les faibles dimensions d'entaille et de section d'éprouvette ont imposé un niveau de chargement élevé qui a entraîné la formation d'une zone plastique en fond de fissure non négligeable.

Le comportement des fissures courtes est intéressant et utile à comprendre et la caractérisation 3D de ce type de défaut est sans nul doute plus pertinente que pour des fissures traversantes. L'inconvénient d'un point de vue mécanique est que ces fissures sont aussi celles qui interagissent le plus avec la microstructure (particules de secondes phases, grains) et peuvent se propager sur différents plans avec des fronts assez irréguliers.

Si par conséquent il n'existe pas de matériau "idéal" pour l'étude des fissures courtes par la méthode développée lors de cette thèse, le test de faisabilité réalisé sur l'alliage d'AlSiMg ouvre de bonnes perspectives quant à la possibilité d'étudier un matériau plus adapté en terme de mouchetis et de poursuivre l'application de la méthode développée dans ce manuscrit.

Perspectives

Les essais réalisés avec l'AlSiMg étant prometteurs et un jeu de données étant disponible grâce aux travaux de Serrano-Munoz [SER 14], il serait intéressant d'appliquer la méthode développée dans ce manuscrit à ces données. Néanmoins, la taille des grains de ce matériau étant importante (de l'ordre de $550 \mu\text{m}$), il serait intéressant de disposer, à l'avenir, d'un alliage similaire, mais avec une taille de grain plus fine, ce qui est possible, par exemple, en contrôlant la vitesse de refroidissement lors de la coulée et/ou la quantité d'agents affineurs de grains.

Pour contrôler l'amorçage et la propagation de la fissure, l'introduction d'un défaut est nécessaire. Cependant, dans le cas d'un défaut non débouchant, il est possible que les propriétés du matériau en fond d'entaille soit altérées. Pour s'affranchir de ce problème potentiel, il est possible dans le cas des entailles de coin de réaliser l'usinage de l'entaille en disposant le faisceau laser parallèlement au front de l'entaille, le faisceau devient alors traversant.

Cette étude a mis en évidence l'accumulation de déformation plastique au cours de la propagation de la fissure de fatigue. Cette déformation plastique n'étant pas homogène, des contraintes résiduelles (qui aboutissent à la fermeture partielle de la fissure) apparaissent dans le matériau et perturbent la propagation de la fissure. Un champ de contraintes résiduelles correspond à un champ élastique résultant, par exemple, d'une déformation plastique. Si la corrélation d'images numériques entre un état non fissuré et un état fissuré, tous les deux non chargés, donne accès au champ de déplacement accommodant la déformation plastique appliquée, il n'est pas possible d'en déduire directement le champ de contraintes résiduelles associé. Pour avoir accès à ces contraintes, il est possible d'utiliser la diffraction aux rayons X à condition d'avoir une taille de grains relativement fine (idéalement de l'ordre de quelques microns), et le volume minimal dans lequel sont moyennées les contraintes résiduelles est de l'ordre de $25 \mu\text{m}$ par $25 \mu\text{m}$ pour une profondeur de 1 mm [WIT 07]. Il serait intéressant de réaliser des essais qui permettraient de relier le champ de déplacement "plastique" mesurable par DVC avec des mesures de contraintes résiduelles par diffraction des rayons X.

Si la méthode de corrélation d'images ne permet pas d'accéder directement à l'étendue des zones plastiques créées lors du cyclage, certains paramètres tels que K_{max} , la contrainte T (T -stress) ou encore le terme B_p (cf. (4.30)) semblent pouvoir être reliés à une zone plastique plus développée en surface qu'en volume (voir fig. 5.38). Si cette tendance est confirmée, il serait alors envisageable d'incorporer ces termes dans la formulation d'une loi de propagation comme suggéré par certains auteurs [HUT 06].

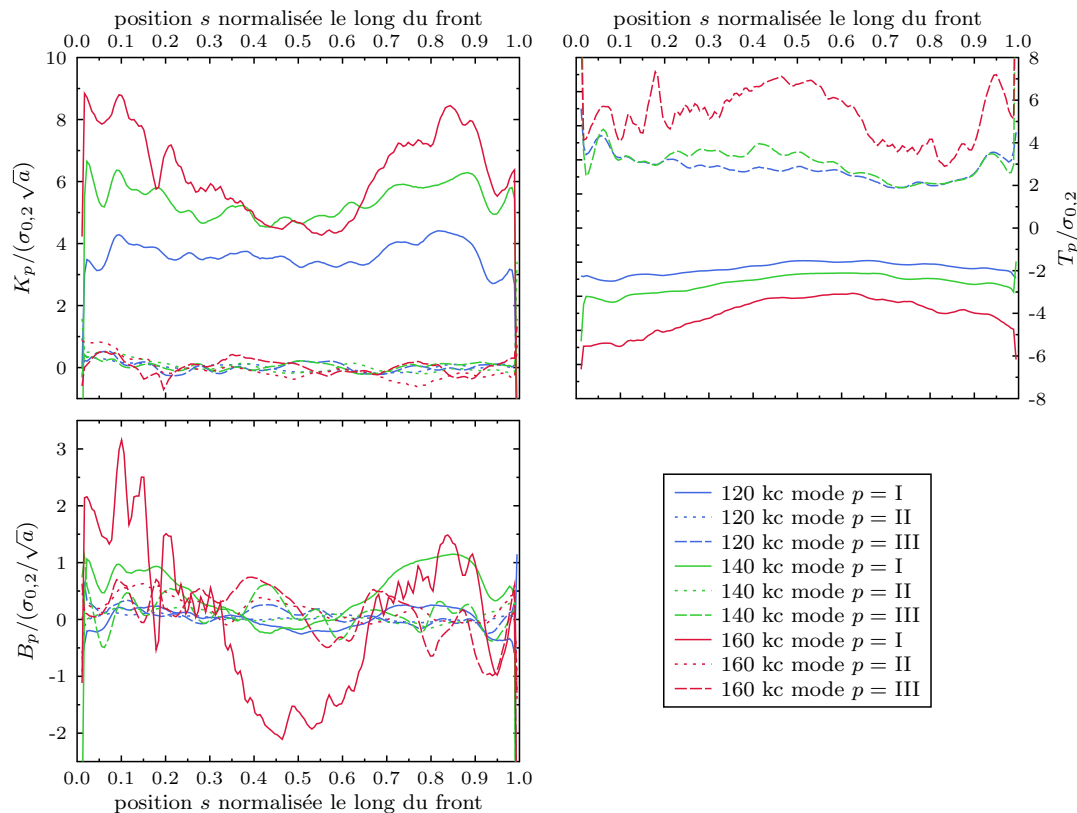


FIGURE 5.38 – Profils des facteurs d'intensité des contraintes K_p , T -stress T_p et B -stress B_p le long du front pour 3 états différents de la propagation pour l'éprouvette LB1. Ces résultats concernent le champ "plastique" projeté sur les séries de Williams.

La corrélation entre ce champ "plastique" et les contraintes résiduelles permettraient de prendre en compte l'impact de ces dernières dans une éventuelle loi de propagation grâce à l'utilisation de K_p , T_p ou encore B_p issus de la projection du champ "plastique" sur les séries de Williams.

Enfin, si l'on a cherché ici à créer une fissure présentant un caractère 3D en gardant un chargement simple principalement en mode I, il est tout à fait envisageable d'utiliser des chargements mixtes et/ou des géométries d'entaille plus complexes qui aboutiraient à des fissures présentant un caractère 3D encore plus accentué et qui serait plus pertinent vis-à-vis de cas réels.

Annexe A

Machine de fatigue *in situ* pour tomographie aux rayons X

Cette annexe décrit en détail le fonctionnement de la machine de fatigue *in situ* développée à l'occasion de cette étude. Les calculs présentés concernent la version synchrotron de la machine et ont été réalisés pour une éprouvette en alliage d'aluminium, le raisonnement étant identique pour la version tomographe de laboratoire avec une éprouvette de fonte GS.

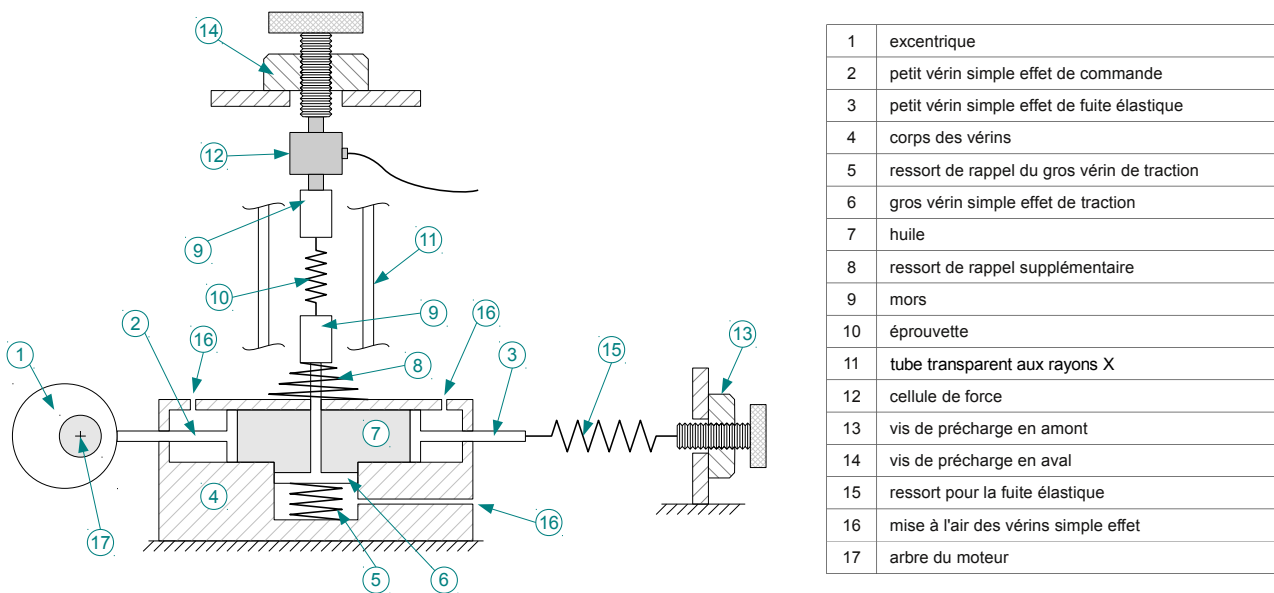


FIGURE A.1 – Schéma de fonctionnement de la machine

A.1 Principe de fonctionnement

A.1.1 Développement

La machine utilise un système hydraulique afin de transmettre un effort suffisant à l'éprouvette. Comme le fluide choisi est de l'huile et que la pression ne dépasse pas les 10 bars, on se

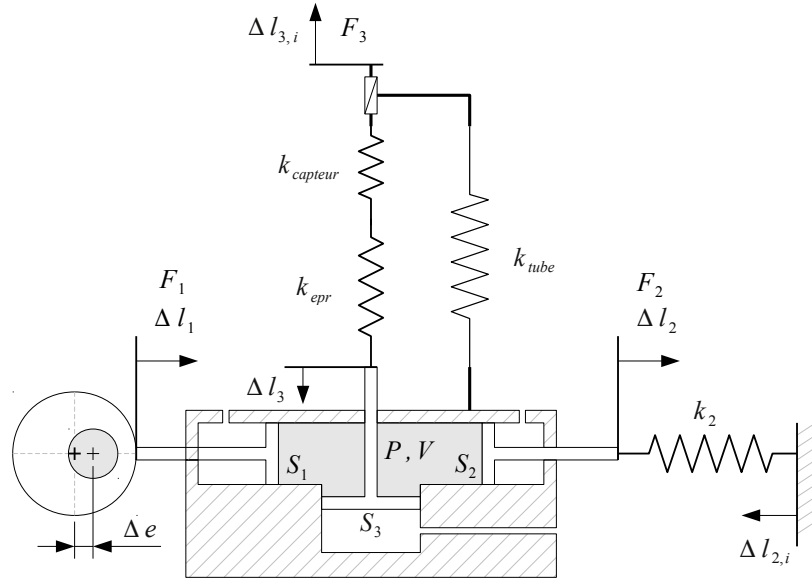


FIGURE A.2 – Schéma simplifié faisant apparaître les différentes raideurs du système ainsi que les efforts et déplacements.

trouve dans le cas d'un fluide incompressible, ce qui permet d'écrire les équations suivantes :

$$\begin{cases} P = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_3}{S_3} = \text{constante} \\ \Delta V = \Delta l_1 S_1 - \Delta l_2 S_2 - \Delta l_3 S_3 = 0 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

À ces équations s'ajoutent deux conditions supplémentaires dues à la raideur du ressort k_2 et à la raideur $k_{\text{epr+machine}}$ de l'éprouvette et de la machine (principalement tube et capteur), ainsi qu'aux "précharges" de ces deux raideurs $\Delta l_{2,i}$ et $\Delta l_{3,i}$:

$$\begin{cases} F_2 = k_2 \Delta l_2 + k_2 \Delta l_{2,i} \\ F_3 = k_{\text{epr+machine}} \Delta l_3 + k_{\text{epr+machine}} \Delta l_{3,i} \end{cases}, \quad (\text{A.2})$$

à partir de la conservation du volume de (A.1), on remplace Δl_3 dans l'expression de F_3 au sein de l'équation (A.2) :

$$F_3 = k_{\text{epr+machine}} \left(\frac{\Delta l_1 S_1 - \Delta l_2 S_2}{S_3} \right) + k_{\text{epr+machine}} \Delta l_{3,i}, \quad (\text{A.3})$$

on obtient Δl_2 en fonction de F_3 à partir de la condition sur la pression et de la force F_2 :

$$\Delta l_2 = \frac{F_2}{k_2} - \Delta l_{2,i} = \frac{F_3 S_2}{S_3 k_2} - \Delta l_{2,i}, \quad (\text{A.4})$$

on remplace (A.4) dans (A.3) :

$$F_3 = k_{\text{epr+machine}} \left(\Delta l_1 \frac{S_1}{S_3} - \frac{F_3}{\left(\frac{S_3}{S_2}\right)^2 k_2} + \Delta l_{2,i} \frac{S_2}{S_3} \right) + k_{\text{epr+machine}} \Delta l_{3,i}, \quad (\text{A.5})$$

et on exprime F_3 en fonction des différents paramètres :

$$F_3 \left(1 + \frac{k_{\text{epr+machine}}}{\left(\frac{S_3}{S_2}\right)^2 k_2} \right) = k_{\text{epr+machine}} \frac{S_1}{S_3} \Delta l_1 + k_{\text{epr+machine}} \frac{S_2}{S_3} \Delta l_{2,i} + k_{\text{epr+machine}} \Delta l_{3,i} , \quad (\text{A.6})$$

après réécriture :

$$F_3 \left(\frac{1}{k_{\text{epr+machine}}} + \frac{1}{\left(\frac{S_3}{S_2}\right)^2 k_2} \right) = \frac{S_1}{S_3} \Delta l_1 + \frac{S_2}{S_3} \Delta l_{2,i} + \Delta l_{3,i} . \quad (\text{A.7})$$

En posant $\alpha = \frac{S_1}{S_3} = \frac{S_2}{S_3}$ pour le rapport des sections des vérins, $\frac{1}{k_{\text{eq}}} = \frac{1}{k_{\text{epr}}} + \frac{1}{k_{\text{machine}}} + \frac{1}{k_{2'}}$ pour la raideur équivalente du système avec $\frac{1}{k_{\text{machine}}} = \frac{1}{k_{\text{tube}}} + \frac{1}{k_{\text{capteur}}}$ et $k_{2'} = \frac{k_2}{\alpha^2}$, on obtient $F_3 = k_{\text{eq}} (\alpha \Delta l_1 + \alpha \Delta l_{2,i} + \Delta l_{3,i})$.

A.1.2 Conclusion

Lorsque le moteur tourne, on a : $\Delta l_1 = \Delta e (1 + \cos(2\pi f t))$, Δe étant la valeur de l'excentricité et f la fréquence de cyclage. L'équation (A.7) devient alors :

$$F_3 = k_{\text{eq}} \alpha \Delta e \cos(\dots) + k_{\text{eq}} (\alpha \Delta e + \alpha \Delta l_{2,i} + \Delta l_{3,i}) \Rightarrow F_3 = \Delta F_3 \cos(\dots) + F_{3,\text{moy}} , \quad (\text{A.8})$$

ce qui signifie que $\alpha \Delta l_{2,i}$ et $\Delta l_{3,i}$ n'introduisent qu'un offset sur $F_{3,\text{moy}}$ et que pour modifier l'amplitude de fatigue ΔF_3 , il faut modifier la raideur k_{eq} (c'est à dire, pour une éprouvette donnée, modifier k_2) sachant que modifier cette raideur a aussi un impact sur la valeur moyenne.

On remarquera qu'il est impossible avec cette configuration de régler $F_{3,\text{min}}$ et $F_{3,\text{max}}$ directement. Il faut, à la place, régler l'amplitude ΔF_3 en adaptant la raideur k_{eq} puis régler $\Delta l_{2,i}$ et $\Delta l_{3,i}$ pour obtenir la bonne valeur de $F_{3,\text{moy}}$.

Pour rappel, $F_{3,\text{moy}} = (F_{3,\text{min}} + F_{3,\text{max}})/2$ et $\Delta F_3 = F_{3,\text{max}} - F_{3,\text{min}}$.

A.2 Application numérique

A.2.1 Transmission de puissance

Le rapport des sections des vérins entrée/sortie α est égal à 0,038. Ce qui donne :

$$F_3 = \alpha^{-1} F_1 = 26,3 F_1 \quad \text{et} \quad \Delta l_3 = \alpha \Delta l_1 = 0,038 \Delta l_1 . \quad (\text{A.9})$$

La valeur de l'excentricité Δe est égale à 2 mm (il existe également un excentrique de 1 mm et un de 2,5 mm).

A.2.2 Raideur du tube (version synchrotron)

Le tube est en PMMA de module de Young $E_{\text{PMMA}} = 2,38.10^3$ MPa, de diamètre intérieur de 44 mm, de diamètre extérieur 50 mm et de hauteur 50 mm. On obtient la raideur suivante :

$$k_{\text{tube}} = E_{\text{PMMA}} \frac{\pi (d_e^2 - d_i^2)}{h} = 21\,000 \text{ N/mm} . \quad (\text{A.10})$$

A.2.3 Raideur de l'éprouvette

Cas d'une éprouvette en aluminium ($E_{\text{alu}} = 70.10^3$ MPa) de section 5×3 mm² sur 14 mm amincie à 3×3 mm² sur 5 mm. On obtient la raideur suivante :

$$k_{\text{epr}} = E_{\text{alu}} \left(\frac{1}{\frac{14-5}{5 \times 3} + \frac{5}{3 \times 3}} \right) = 60\,600 \text{ N/mm} . \quad (\text{A.11})$$

A.2.4 Raideur du capteur

La notice du capteur U9B indique un déplacement nominal de 0,04 mm pour un effort nominal de 2000 N, ce qui nous donne la raideur suivante :

$$k_{\text{capteur}} = \frac{2000}{0,04} = 50\,000 \text{ N/mm} . \quad (\text{A.12})$$

A.2.5 Raideur variable

Pour réaliser une raideur variable, on utilise une poutre en flexion (voir fig. A.3). Cette poutre est en acier ($E_{\text{acier}} = 210.10^3$ MPa) de diamètre 2,5 mm et de longueur variable (entre 15 et 40 mm). On obtient la raideur suivante :

$$k_2 = k_{\text{poutre}} = \frac{3 E_{\text{acier}} I_{Gz}}{l^3} \quad \text{avec} \quad I_{Gz} = \frac{\pi d^4}{64} . \quad (\text{A.13})$$

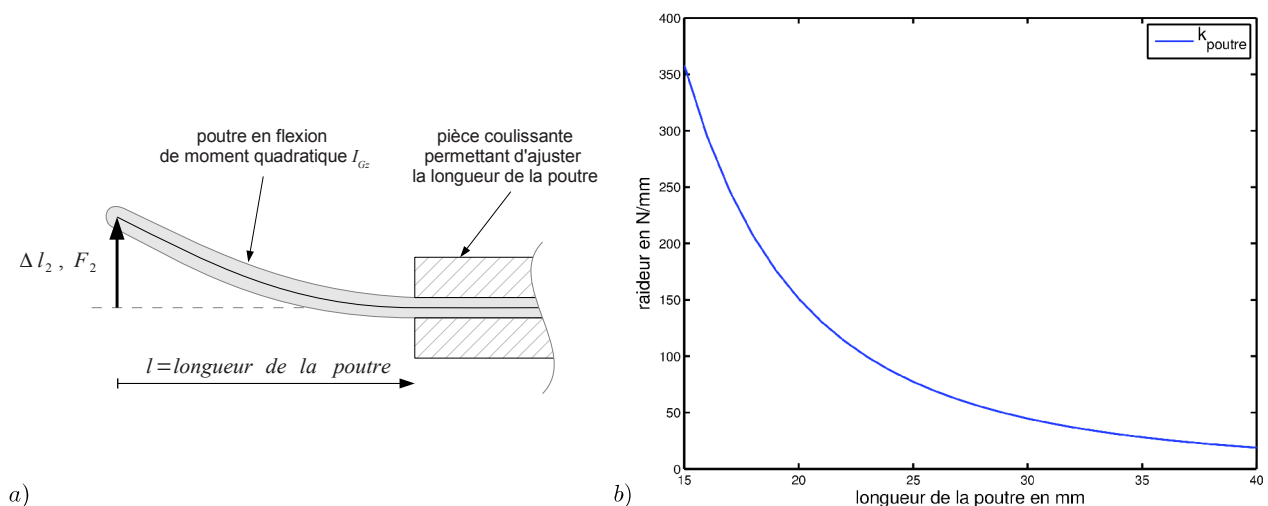
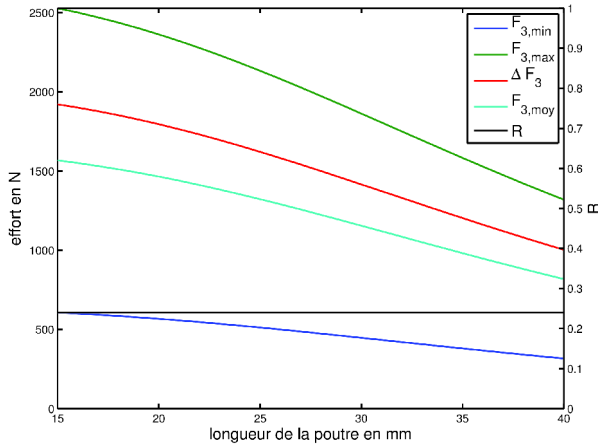


FIGURE A.3 – Principe de la raideur variable réalisé à l'aide d'une poutre en flexion. (a) schéma de la poutre de longueur variable soumise à un effort F_2 . (b) raideur de la poutre en fonction de sa longueur.

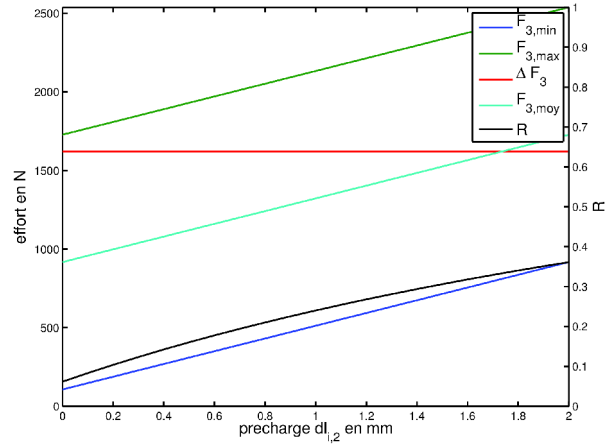
A.2.6 Variation de la raideur et de la précharge

Efforts en fonction de la longueur de la poutre



On observe que plus on augmente la raideur du système en réduisant la longueur de la poutre, plus on augmente l'amplitude ΔF_3 , mais il faut faire attention, car on augmente également la valeur moyenne $F_{3,moy}$! On peut remarquer que ce réglage ne modifie pas le rapport de charge R . Le cas étudié ici correspond à une précharges $\Delta l_{2,i} = 1 \text{ mm}$ et $\Delta l_{3,i} = 0,01 \text{ mm}$.

Efforts en fonction de la précharge



Concernant la précharge, l'influence ne se fait sentir que sur la valeur moyenne $F_{3,moy}$ qui augmente linéairement avec celle-ci, l'amplitude ΔF_3 ne variant pas. Le cas étudié ici correspond à une précharge $\Delta l_{3,i} = 0,01 \text{ mm}$ et longueur de la poutre à 25 mm .

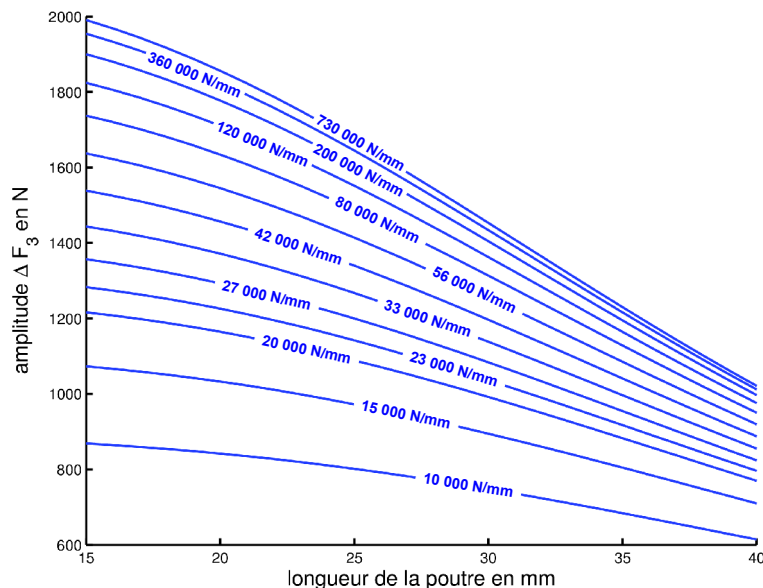


FIGURE A.4 – Exemple d'abaque donnant l'évolution de ΔF_3 en fonction de la longueur de la poutre pour différentes raideurs d'éprouvette et pour un excentrique Δe de 2 mm.

Expression des fonctions de Leblond et Torlai

Description du champ de contrainte en fond de fissure en utilisant les termes correctif de Leblond et Torlai et en se restreignant aux termes d'ordre $-1/2$, 0 et $1/2$:

$$\sigma_{ij} = K_p f_{ij}^p(\theta) r^{-1/2} + T_p g_{ij}^p(\theta) + \left(B_p h_{ij}^p(\theta) + \frac{dK_p}{ds} l_{ij}^p(\theta) + C_{\lambda\mu} K_p m_{ij}^{p\lambda\mu}(\theta) + \Gamma K_p n_{ij}^p(\theta) \right) r^{1/2} + O(r), \quad (\text{B.1})$$

le champ de déplacement correspondant s'écrivant alors :

$$2\mu u_i = K_p f_i^p(\theta) r^{1/2} + T_p g_i^p(\theta) r + \left(B_p h_i^p(\theta) + \frac{dK_p}{ds} l_i^p(\theta) + C_{\lambda\mu} K_p m_i^{p\lambda\mu}(\theta) + \Gamma K_p n_i^p(\theta) \right) r^{3/2} + O(r^2). \quad (\text{B.2})$$

Les fonctions $m_{ij}^{p\lambda\mu}$ et $m_i^{p\lambda\mu}$ n'étant pas utilisées dans cette étude, elles ne seront pas détaillées ici.

B.1 Expression en contrainte

Ces expressions sont tirées de [LEB 92].

B.1.1 Rappel des expressions des fonctions issues des séries de Williams

fonctions f_{ij}^p pour le mode I :

$$f_{rr}^I(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(5 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad f_{\theta\theta}^I(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{B.3})$$

$$f_{r\theta}^I(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad f_{ss}^I(\theta) = \frac{2\nu}{\sqrt{2}\pi} \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.4})$$

fonctions f_{ij}^p pour le mode II :

$$f_{rr}^{II}(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(-5 \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad f_{\theta\theta}^{II}(\theta) = \frac{-3}{4\sqrt{2}\pi} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{B.5})$$

$$f_{r\theta}^{II}(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad f_{ss}^{II}(\theta) = \frac{-2\nu}{\sqrt{2}\pi} \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.6})$$

fonctions f_{ij}^p pour le mode III :

$$f_{sr}^{III}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \sin \frac{\theta}{2} \quad f_{s\theta}^{III}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.7})$$

fonctions g_{ij}^p :

$$g_{ff}^I(\theta) = 1 \quad g_{ss}^I(\theta) = \nu \quad (\text{B.8})$$

$$g_{fs}^{II}(\theta) = 1 \quad g_{ss}^{II}(\theta) = 1 \quad (\text{B.9})$$

fonctions h_{ij}^p pour le mode I :

$$h_{rr}^I(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} \right) \quad h_{\theta\theta}^I(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(5 \cos \frac{\theta}{2} - 5 \cos \frac{5\theta}{2} \right) \quad (\text{B.10})$$

$$h_{r\theta}^I(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{5\theta}{2} \right) \quad h_{ss}^I(\theta) = \frac{2\nu}{\sqrt{2}\pi} \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.11})$$

fonctions h_{ij}^p pour le mode II :

$$h_{rr}^{II}(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(3 \sin \frac{\theta}{2} + 5 \sin \frac{5\theta}{2} \right) \quad h_{\theta\theta}^{II}(\theta) = \frac{5}{4\sqrt{2}\pi} \left(\sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{5\theta}{2} \right) \quad (\text{B.12})$$

$$h_{r\theta}^{II}(\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(-\cos \frac{\theta}{2} + 5 \cos \frac{5\theta}{2} \right) \quad h_{ss}^{II}(\theta) = \frac{2\nu}{\sqrt{2}\pi} \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.13})$$

fonctions h_{ij}^p pour le mode III :

$$h_{sr}^{III}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \sin \frac{3\theta}{2} \quad h_{s\theta}^{III}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (\text{B.14})$$

B.1.2 Fonctions des termes correctifs de Leblond et Torlai

fonctions n_{ij}^p pour le mode I :

$$n_{rr}^I(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left[\left(\nu - \frac{13}{16} \right) \cos \frac{\theta}{2} + \left(\frac{9}{16} - \nu \right) \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.15})$$

$$n_{\theta\theta}^I(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left(\nu - \frac{9}{16} \right) \left[3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.16})$$

$$n_{r\theta}^I(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left(\nu - \frac{7}{16} \right) \left[\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.17})$$

$$n_{ss}^I(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left[\left(8\nu^2 - \nu - \frac{5}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} (1 + \nu) \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.18})$$

fonctions n_{ij}^p pour le mode II :

$$n_{rr}^{II}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\left(\frac{107}{80} - \frac{7\nu}{5} \right) \sin \frac{\theta}{2} + \left(\nu - \frac{9}{16} \right) \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.19})$$

$$n_{\theta\theta}^{II}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{9}{16} - \nu \right) \left[\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.20})$$

$$n_{r\theta}^{II}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\left(\frac{31}{80} - \frac{\nu}{5} \right) \cos \frac{\theta}{2} + \left(\nu - \frac{7}{16} \right) \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.21})$$

$$n_{ss}^{II}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\left(\frac{8\nu^2}{5} + \frac{7\nu}{5} - \frac{9}{2} \right) \sin \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2}(1 + \nu) \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.22})$$

fonctions n_{ij}^p pour le mode III :

$$n_{sr}^{III}(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{7}{4} \sin \frac{\theta}{2} \quad n_{s\theta}^{III}(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.23})$$

fonctions l_{ij}^p pour le mode I :

$$l_{sr}^I(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\left(\frac{1}{2} - 2\nu \right) \cos \frac{\theta}{2} + \left(\frac{3}{2} - 2\nu \right) \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{B.24})$$

$$l_{s\theta}^I(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(2\nu - \frac{3}{2} \right) \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{B.25})$$

fonctions l_{ij}^p pour le mode II :

$$l_{sr}^{II}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(2\nu - \frac{1}{2} \right) \sin \frac{\theta}{2} \quad l_{s\theta}^{II}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(2\nu - \frac{3}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.26})$$

fonctions l_{ij}^p pour le mode III :

$$l_{rr}^{III}(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{4}{5} \sin \frac{\theta}{2} \quad l_{\theta\theta}^{III}(\theta) = 0 \quad (\text{B.27})$$

$$l_{r\theta}^{III}(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{2}{5} \cos \frac{\theta}{2} \quad l_{ss}^{III}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(4 + \frac{16\nu}{5} \right) \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.28})$$

B.2 Calcul des expressions en déplacement à partir des expressions en contrainte

Avant de calculer les fonctions en déplacement, faisons apparaître r dans les fonctions précédemment données.

On distingue les fonctions en déplacement en $r^{1/2}$:

$$F_i^p = f_i^p r^{1/2} \quad F_{ij}^p = f_{ij}^p r^{-1/2} , \quad (\text{B.29})$$

les fonctions en déplacement en $r^{3/2}$:

$$H_i^p = h_i^p r^{3/2} \quad H_{ij}^p = h_{ij}^p r^{1/2} \quad (\text{B.30})$$

$$L_i^p = l_i^p r^{3/2} \quad L_{ij}^p = l_{ij}^p r^{1/2} \quad (\text{B.31})$$

$$N_i^p = n_i^p r^{3/2} \quad N_{ij}^p = n_{ij}^p r^{1/2} \quad (\text{B.32})$$

et les fonctions en déplacement en r dont le traitement est particulier du fait de leur expression très simple en coordonnées cartésiennes :

$$G_i^p = g_i^p r \quad G_{ij}^p = g_{ij}^p . \quad (\text{B.33})$$

Après calcul des déformations à l'aide de la loi de Hook, on obtient deux types de solutions :

- solution *inplane* $\{\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{ss}\}$ pour $f_{ij}^p, h_{ij}^p, n_{ij}^p$ pour les modes *I* et *II* et l_{ij}^{III} ,
- solution *antiplane* $\{\varepsilon_{s\theta}, \varepsilon_{sr}\}$ pour $f_{ij}^{III}, h_{ij}^{III}, n_{ij}^{III}$ et l_{ij}^p pour les modes *I* et *II*.

Sachant que le tenseur des déformations en coordonnées polaires est le suivant :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad 2\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_\theta \right) + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \quad (\text{B.34})$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) \quad 2\varepsilon_{s\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_s}{\partial \theta} \quad (\text{B.35})$$

$$\varepsilon_{ss} = \frac{\partial u_s}{\partial s} \quad 2\varepsilon_{sr} = \frac{\partial u_s}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial s} , \quad (\text{B.36})$$

et profitant des simplifications intrinsèques à la définitions des composantes de ce champ, dans le cas de $r^{1/2}$:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{2r} u \quad , \quad \int u \, dr = \frac{2r}{3} u \quad (\text{B.37})$$

et dans le cas de $r^{3/2}$:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{3}{2r} u \quad , \quad \int u \, dr = \frac{2r}{5} u . \quad (\text{B.38})$$

le champ de déplacement suivant est obtenu dans le cas de la solution *inplane*, dans le cas de $r^{1/2}$:

$$u_r = 2r \varepsilon_{rr} \quad (\text{B.39})$$

$$u_\theta = \int (\varepsilon_{\theta\theta} - 2\varepsilon_{rr}) r \, d\theta \quad \text{ou} \quad 4r \left(\frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial \theta} - \varepsilon_{r\theta} \right) \quad (\text{B.40})$$

$$u_s = \int \varepsilon_{ss} \, ds = s \varepsilon_{ss} = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) . \quad (\text{B.41})$$

et dans le cas de $r^{3/2}$:

$$u_r = \frac{2}{3} r \varepsilon_{rr} \quad (\text{B.42})$$

$$u_\theta = \int \left(\varepsilon_{\theta\theta} - \frac{2}{3} \varepsilon_{rr} \right) r \, d\theta \quad \text{ou} \quad 4r \left(\varepsilon_{r\theta} - \frac{1}{3} \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial \theta} \right) \quad (\text{B.43})$$

$$u_s = \int \varepsilon_{ss} \, ds = s \varepsilon_{ss} = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) . \quad (\text{B.44})$$

Les deux solutions pour calculer u_θ sont équivalentes (respect des équations de compatibilité) et si u_s est bien nul dans le *plan de Williams* où $s = 0$ (ce qui est normalement attendu pour un problème *inplane*), son expression complète doit être utilisée pour effectuer la démarche inverse (trouver le champ de contrainte à partir du champ de déplacement).

Pour la solution *antiplane* dans le cas de $r^{1/2}$ (f_{ij}^{III}), la résolution est similaire, les deux solutions pour u_s étant directement identiques :

$$u_r = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) \quad (\text{B.45})$$

$$u_\theta = 2 \frac{\partial u_r}{\partial t} = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) \quad (\text{B.46})$$

$$u_s = \int 2 \varepsilon_{s\theta} r \, d\theta \quad \text{ou} \quad \int 2 \varepsilon_{sr} \, dr . \quad (\text{B.47})$$

Pour la solution *antiplane* dans le cas de $r^{3/2}$ (h_{ij}^{III} , n_{ij}^{III} , l_{ij}^I et l_{ij}^{II}) la résolution est moins triviale, car comme pour la solution *inplane*, la solution *antiplane* a les composantes u_r et u_θ nulles dans le plan, mais leur dérivée par rapport à s ne l'est pas. Soit :

$$u_r = f_r(r, \theta) s = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) \quad (\text{B.48})$$

$$u_\theta = -2 \frac{\partial u_r}{\partial t} = 0 \quad (\text{dans le plan } s = 0) \quad (\text{B.49})$$

$$u_s = \int \left(2 \varepsilon_{s\theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial s} \right) r \, d\theta \quad \text{ou} \quad \int \left(2 \varepsilon_{sr} - \frac{\partial u_r}{\partial s} \right) \, dr \quad (\text{B.50})$$

$$(\text{B.51})$$

Pour trouver la fonctions $f_r(r, \theta)$, une méthode consiste à la supposer nulle (B.52) dans un premier temps, ce qui donne deux solutions différentes de u_s . Puis, en utilisant la différence entre ces deux solutions, il est possible de déduire u_r et u_θ à une constante β près (B.53) qui est ensuite déterminée en faisant l'hypothèse que les deux solutions de u_s (B.54) doivent être égales (B.55) :

$$u_{s,1} = \int 2 \varepsilon_{s\theta} r \, d\theta \quad u_{s,2} = \int 2 \varepsilon_{sr} \, dr \quad (\text{B.52})$$

$$u_r = \beta \frac{u_{s,1} - u_{s,2}}{r} \quad u_t = -2 \frac{\partial u_r}{\partial t} \quad (\text{B.53})$$

$$u_{s,1} = \int \left(2 \varepsilon_{s\theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial s} \right) r \, d\theta \quad u_{s,2} = \int \left(2 \varepsilon_{sr} - \frac{\partial u_r}{\partial s} \right) \, dr \quad (\text{B.54})$$

$$u_{s,1} - u_{s,2} = 0 \Rightarrow \beta \quad (\text{B.55})$$

B.3 Expression en déplacement

Expressions déterminées à l'aide des méthodes présentées ci-dessus.

B.3.1 Fonctions issues des séries de Williams

fonctions f_i^p :

$$f_r^I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 \right) \quad f_\theta^I = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 \right) \quad (\text{B.56})$$

$$f_r^{II} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 6 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 \right) \quad f_\theta^{II} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 6 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 5 \right) \quad (\text{B.57})$$

$$f_s^{III} = \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.58})$$

fonctions g_i^p :

$$g_f^I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (1 - \nu) f \quad g_f^{II} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f \quad g_f^{III} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\nu}{1 + \nu} f \quad (\text{B.59})$$

$$g_c^I = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \nu c \quad g_c^{II} = 0 \quad g_c^{III} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\nu}{1 + \nu} c \quad (\text{B.60})$$

fonctions h_i^p :

$$h_r^I = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 8 \cos^4 \frac{\theta}{2} - 10 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 \right) \quad (\text{B.61})$$

$$h_\theta^I = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 8 \cos^4 \frac{\theta}{2} + 6 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 \right) \quad (\text{B.62})$$

$$h_r^{II} = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 40 \cos^4 \frac{\theta}{2} - 30 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 \right) \quad (\text{B.63})$$

$$h_\theta^{II} = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(-\kappa + 40 \cos^4 \frac{\theta}{2} - 50 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 11 \right) \quad (\text{B.64})$$

$$h_s^{III} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.65})$$

B.3.2 Fonctions des termes correctifs de Leblond et Torlai

fonctions n_i^p :

$$n_r^I = -\frac{1}{12\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left((4\kappa^2 - 3\kappa - 7) + (18 - 12\kappa) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{B.66})$$

$$n_\theta^I = -\frac{1}{12\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left((4\kappa^2 - 3\kappa - 7) + (12\kappa - 6) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{B.67})$$

$$n_r^{II} = -\frac{1}{60\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left((4\kappa^2 - 27\kappa - 31) + (60\kappa - 90) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{B.68})$$

$$n_\theta^{II} = \frac{1}{60\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left((4\kappa^2 + 45\kappa - 19) + (30 - 60\kappa) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{B.69})$$

$$n_s^I = -\frac{3}{\sqrt{2}\pi} \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.70})$$

fonctions l_i^p :

$$l_s^I = \frac{1}{3\sqrt{2}\pi} \cos \frac{\theta}{2} \left(8\kappa \cos^2 \frac{\theta}{2} - 3(\kappa + 1) \right) \quad (\text{B.71})$$

$$l_s^{II} = -\frac{1}{\sqrt{2}\pi} (\kappa - 1) \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{B.72})$$

$$l_r^{III} = \frac{8}{15\sqrt{2}\pi} \sin \frac{\theta}{2} (-4 + \kappa) \quad (\text{B.73})$$

$$l_\theta^{III} = -\frac{8}{15\sqrt{2}\pi} \cos \frac{\theta}{2} (-1 + \kappa) \quad (\text{B.74})$$

Filtrage des données le long du front par une projection régularisée sur une B-spline

Soit des données brutes a_s le long du front pour $s = 0 \rightarrow 1$ avec N points. Pour réaliser le filtrage, on propose de projeter ces données sur une B-spline de degré 3 utilisant $3/4 N$ points.

La matrice pour réaliser la projection s'obtient alors avec les fonctions de forme ϕ de la B-spline :

$$M = \phi^T \phi$$

Pour réaliser la régularisation pour une longueur λ_m donnée (exprimée en fraction de la longueur du front), il faut d'abord calculer la matrice de raideur associée aux fonctions de forme, soit :

$$K = (\nabla \phi)^T (\nabla \phi) ,$$

puis utiliser une onde de référence V de longueur d'onde λ pour déterminer le coefficient α de régularisation :

$$\alpha = \left(\pi \frac{\lambda_m}{\lambda} \right)^2 \frac{V^T M V}{V^T K V} .$$

Enfin, les données filtrées \tilde{a}_s sont obtenues en réalisant la projection incluant la régularisation :

$$\tilde{a}_s = \phi \left[(M + \alpha K)^{-1} (\phi^T a_s) \right] .$$

Nomenclature

$(\vec{f}, \vec{c}, \vec{s})$	repère local le long du front
$(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$	repère global du volume de DVC
(r, θ)	coordonnées polaires en pointe de fissure
ΔK	variation du facteur d'intensité des contraintes au cours d'un cycle
ΔK_{op}	valeur minimal du FIC avant ouverture de la fissure
ΔK_{th}	valeur seuil du FIC en dessous duquel la fissure ne propage pas
Γ	courbure du front de la fissure
λ	coefficient de lamé
λ_m	longueur d'onde du filtre passe bas créé par l'introduction de la régularisation mécanique
\mathcal{G}	taux de restitution de l'énergie de déformation
\mathfrak{F}	image de référence
\mathfrak{E}	image déformée
μ	module de cisaillement
ν	coefficient de poisson
Φ_c^2	résidu de corrélation
Φ_m^2	résidu de régularisation
Φ_w^2	résidu de projection sur les séries de Williams
$\phi_p^n(r, \theta)$	séries de Williams en déplacement pour le mode p à l'ordre n
$\sigma_{0,2}$	limite élastique à 0,2 % de déformation
σ_{ij}	composantes du tenseur des contraintes
ε_{ij}	composantes du tenseur des déformations
a	profondeur de l'entaille à cœur
A_p^n	termes des séries de Williams pour le mode p à l'ordre n
B	profondeur de l'éprouvette

B_p	B -stress pour le mode p
c	profondeur de l'entaille en surface
$C_{\lambda\mu}$	composante du tenseur de courbure de la fissure
d	largeur de la bande d'exclusion au niveau des lèvres de la fissure du DR
DVC_r^d	corrélation d'images 3D numériques entre la référence r et l'image déformée d
E	module de Young
F	charge appliquée à l'éprouvette
$f(x)$	fonction en niveau de gris décrivant l'image de référence
$f_{ij}^{p,n}(\theta)$	fonctions de θ des séries de Williams en contrainte pour le mode p à l'ordre n
$f_i^{p,n}(\theta)$	fonctions de θ des séries de Williams en déplacement pour le mode p à l'ordre n
$g(x)$	fonction en niveau de gris décrivant l'image déformée
h	longueur de l'arête des éléments C8
J	intégrale de contour
K	matrice de raideur
K_c	variation du facteur d'intensité des contraintes au cours d'un cycle
K_I	facteur d'intensité des contraintes pour le mode I
K_p	facteur d'intensité des contraintes pour le mode p
K_{-I}	terme super-singulier d'ordre -1 pour le mode I
M	matrice de corrélation
N	nombre de cycle appliqué au cours du cyclage
N_i	fonction de forme des éléments finis utilisés
R	rapport de charge lors du cyclage
R_e	rayon externe du DR
R_i	rayon interne du DR
r_p	estimateur de second ordre de la taille de la zone plastique
r_y	estimateur de premier ordre de la taille de la zone plastique
s	abscisse curviligne le long du front
T_p	T -stress pour le mode p
U	vecteur des valeurs du champ de déplacement calculé (par DVC ou par EF) aux nœuds des éléments finis
$u(x)$	champ de déplacement calculé (par DVC ou par EF) interpolée dans l'élément
U_{exp}	vecteur des valeurs du champ de déplacement appliquée expérimentalement au nœud des éléments finis
$u_{exp}(x)$	champ de déplacement appliquée expérimentalement interpolée dans l'élément
W	largeur de l'éprouvette

Acronymes

- DIC** *Digital Image Correlation*, corrélation d'images numériques. 30
- DR** Domaine de Résolution. 60
- DVC** *Digital Volume Correlation*, corrélation d'images 3D numériques. 30
- EF** éléments finis. 30
- ESRF** *European Synchrotron Radiation Facility*. 9
- FEM** *Finite Element Method*, méthode des éléments finis. 30
- FIB** *Focused Ion Beam*, Faisceau d'ion focalisé. 22
- FIC** Facteurs d'intensité des contraintes. 4
- MCR** méthode simplifiée du calcul du second membre pour la corrélation. 35
- MLER** Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture. 5
- X-FEM** *eXtended Finite Element Method*, éléments finis enrichis. 47

Références bibliographiques

- [ABA 02] ABANTO-BUENO J., LAMBROS J.
Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 69, n° 14–16, 2002, p. 1695 - 1711.
- [ADR 04] ADRIEN J.
Optimisation des cycles thermiques appliqués aux fontes G.S. ferritiques vis à vis des propriétés de fatigue. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2004.
- [ALS 01] ALS-NIELSEN J., MCMORROW D.
Elements of Modern X-ray Physics. Wiley, 1^{re} édition, 2001.
- [AND 95] ANDERSON T. L.
Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications. CRC Press LLC, 2^e édition, 1995.
- [ATT 97] ATTIGUI M., PETIT C.
Mixed-mode separation in dynamic fracture mechanics : New path independent integrals. *International Journal of Fracture*, vol. 84, n° 1, 1997, p. 19–36, Kluwer Academic Publishers.
- [BAO 13] BAO R., YANG H., ZHANG J., PENG L., FEI B.
Fatigue crack growth measurement in a superalloy at elevated temperature. *International Journal of Fatigue*, vol. 47, n° 0, 2013, p. 189–195.
- [BAR 00] BARUCHEL J., BUFFIÈRE J.-Y., MAIRE E., MERLE P., PEIX G.
X-Ray Tomography in Material Science. Hermes, 2000.
- [BAT 81] BATHIAS C.
The Use of Experimental Techniques for Description of Fatigue Damage. LARSSON L., Ed., *Subcritical crack growth due to fatigue, stress corrosion and creep*, Annexe 4, p. 85–107 Elsevier Applied Science Publishers, 1981.
- [BAY 99] BAY B., SMITH T., FYHRIE D., SAAD M.
Digital volume correlation : Three-dimensional strain mapping using X-ray tomography. *Experimental Mechanics*, vol. 39, n° 3, 1999, p. 217–226, Kluwer Academic Publishers.
- [BED 09] BEDEN S., ABDULLAH S., ARIFFIN A. K.
Review of Fatigue Crack Propagation Models for Metallic Components. *European Journal of Scientific Research*, vol. 28, n° 3, 2009, p. 364–397.
- [BEL 99] BELYTSCHKO T., BLACK T.
Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 45, n° 5, 1999, p. 601–620, John Wiley & Sons, Ltd.

- [BER 95] BERKOVITS A., FANG D.
 Study of fatigue crack characteristics by acoustic emission. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 51, n° 3, 1995, p. 401–416.
- [BES 06] BESNARD G., HILD F., ROUX S.
 “Finite-Element” Displacement Fields Analysis from Digital Images : Application to Portevin–Le Châtelier Bands. *Experimental Mechanics*, vol. 46, n° 6, 2006, p. 789–803, Kluwer Academic Publishers.
- [BIR 09] BIROSCA S., BUFFIERE J., GARCIA-PASTOR F., KARADGE M., BABOUT L., PREUSS M.
 Three-dimensional characterization of fatigue cracks in Ti-6246 using X-ray tomography and electron backscatter diffraction. *Acta Materialia*, vol. 57, n° 19, 2009, p. 5834–5847.
- [BOR 09] BORNERT M., BRÉMAND F., DOUMALIN P., DUPRÉ J.-C., FAZZINI M., GRÉDIAC M., HILD F., MISTOU S., MOLIMARD J., ORTEU J.-J. et al.
 Assessment of digital image correlation measurement errors : methodology and results. *Experimental mechanics*, vol. 49, n° 3, 2009, p. 353–370, Springer.
- [BUF 06] BUFFIERE J. Y., FERRIE E., PROUDHON H., LUDWIG W.
 Three-dimensional visualisation of fatigue cracks in metals using high resolution synchrotron X-ray micro-tomography. *Materials Science and Technology*, vol. 22, n° 9, 2006, p. 1019–1024.
- [BUF 10] BUFFIÈRE J.-Y., MAIRE E., ADRIEN J., MASSE J.-P., BOLLER E.
 In Situ Experiments with X ray Tomography : an Attractive Tool for Experimental Mechanics. *Experimental Mechanics*, vol. 50, n° 3, 2010, p. 289–305, Springer US.
- [BUF 14] BUFFIÈRE J.-Y., MAIRE E.
Imagerie 3D en mécanique des matériaux. Ed. Hermes, 2014.
- [BUT 12] BUTERI A.
 Etude des mécanismes d’endommagement en fatigue d’alliages d’aluminium brasés pour échangeurs thermiques automobiles. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2012.
- [CAL 07] CALLISTER JR W. D.
Materials Science and Engineering : An Introduction. John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [CHA 13] CHAE S., MOON J., YOON S., BAE S., LEVITZ P., WINARSKI R., MONTEIRO P.
 Advanced Nanoscale Characterization of Cement Based Materials Using X-Ray Synchrotron Radiation : A Review. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, vol. 7, n° 2, 2013, p. 95–110, Korea Concrete Institute.
- [CHU 04] CHUN I. K., CHO M. H., LEE S. C., CHO M. H., LEE S. Y.
 X-ray micro-tomography system for small-animal imaging with zoom-in imaging capability. *Physics in Medicine and Biology*, vol. 49, n° 17, 2004, page 3889.
- [CLA 04] CLAIRE D., HILD F., ROUX S.
 A finite element formulation to identify damage fields : the equilibrium gap method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 61, n° 2, 2004, p. 189–208, John Wiley & Sons, Ltd.
- [CLE 84] CLEMENT P., ANGELI J. P., PINEAU A.
 short Crack Behaviour In Nodular Cast Iron. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 7, n° 4, 1984, p. 251–265, Blackwell Publishing Ltd.

- [COC 13] COCCO V. D., IACOVIELLO F., ROSSI A., CAVALLINI M., NATALI S.
Graphite nodules and fatigue crack propagation micromechanisms in a ferritic ductile cast iron. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 36, n° 9, 2013, p. 893–902.
- [COL 11] COLOMBO D., MASSIN P.
Fast and robust level set update for 3D non-planar X-FEM crack propagation modelling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 200, n° 25–28, 2011, p. 2160–2180.
- [CRO 05] CROFT M., ZHONG Z., JISRAWI N., ZAKHARCHENKO I., HOLTZ R., SKARITKA J., FAST T., SADANANDA K., LAKSHMIPATHY M., TSAKALAKOS T.
Strain profiling of fatigue crack overload effects using energy dispersive X-ray diffraction. *International Journal of Fatigue*, vol. 27, n° 10–12, 2005, p. 1408–1419.
- [DEL 11] DELACROIX J.
Etude des mécanismes de fissuration en fatigue et/ou fretting d’alliages Al-Cu-Li. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2011.
- [DIE 96] DIERICKX P.
Étude de la microstructure et des mécanismes d’endommagement de fontes G.S. ductiles : influence des traitements thermiques de ferritisation. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996.
- [DOL 00] DOLBOW J., MOËS N., BELYTSCHKO T.
Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 36, n° 3–4, 2000, p. 235–260.
- [DUR 12] DURIF E., RÉTHORÉ J., COMBESURE A., FREGONESE M., CHAUDET P.
Controlling Stress Intensity Factors During a Fatigue Crack Propagation Using Digital Image Correlation and a Load Shedding Procedure. *Experimental Mechanics*, vol. 52, n° 8, 2012, p. 1021–1031, Springer US.
- [ELB 71] ELBER W.
The significance of fatigue crack closure. *ASTM Special Technical Publication*, vol. 486, 1971, page 230.
- [ESR 13] ESRF
<http://www.esrf.eu/about/synchrotron-science>, Juin 2013.
- [FER 05] FERRIÉ E., BUFFIÈRE J.-Y., LUDWIG W.
3D characterisation of the nucleation of a short fatigue crack at a pore in a cast Al alloy using high resolution synchrotron microtomography. *International Journal of Fatigue*, vol. 27, n° 10–12, 2005, p. 1215–1220.
- [FER 06a] FERRIÉ E.
Caractérisation et modélisation tridimensionnelles de la propagation de fissures de fatigue dans des alliages d’aluminium modèles. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2006.
- [FER 06b] FERRIÉ E., BUFFIÈRE J.-Y., LUDWIG W., GRAVOUIL A., EDWARDS L.
Fatigue crack propagation : In situ visualization using X-ray microtomography and 3D simulation using the extended finite element method. *Acta Materialia*, vol. 54, n° 4, 2006, p. 1111–1122.

- [GER 07] GERMANEAU A., DOUMALIN P., DUPRÉ J.
 Full 3D Measurement of Strain Field by Scattered Light for Analysis of Structures. *Experimental Mechanics*, vol. 47, n° 4, 2007, p. 523–532, Kluwer Academic Publishers-Plenum Publishers.
- [GEU 09] GEUZAIN C., REMACLE J.-F.
 Gmsh : a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 79, 2009, p. 1309–1331.
- [GRA 97] GRANT I.
 Particle image velocimetry : A review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 211, 1997, p. 55–76.
- [GRO 02] GRONDEL S., DELEBARRE C., ASSAAD J., DUPUIS J.-P., REITHLER L.
 Fatigue crack monitoring of riveted aluminium strap joints by Lamb wave analysis and acoustic emission measurement techniques. *NDT & E International*, vol. 35, n° 3, 2002, p. 137–146.
- [HAL 08] HALDRUP K., NIELSEN S., WERT J.
 A General Methodology for Full-Field Plastic Strain Measurements Using X-ray Absorption Tomography and Internal Markers. *Experimental Mechanics*, vol. 48, n° 2, 2008, p. 199–211, Springer US.
- [HAM 07] HAMAM R., HILD F., ROUX S.
 Stress Intensity Factor Gauging by Digital Image Correlation : Application in Cyclic Fatigue. *Strain*, vol. 43, n° 3, 2007, p. 181–192, Blackwell Publishing Ltd.
- [HER 11] HERBIG M., KING A., REISCHIG P., PROUDHON H., LAURIDSEN E. M., MARROW J., BUFFIÈRE J.-Y., LUDWIG W.
 3-D growth of a short fatigue crack within a polycrystalline microstructure studied using combined diffraction and phase-contrast X-ray tomography. *Acta Materialia*, vol. 59, n° 2, 2011, p. 590–601.
- [HIL 06] HILD F., ROUX S.
 Digital Image Correlation : from Displacement Measurement to Identification of Elastic Properties – a Review. *Strain*, vol. 42, n° 2, 2006, p. 69–80, Blackwell Publishing Ltd.
- [HIL 12] HILD F., ROUX S.
 Comparison of Local and Global Approaches to Digital Image Correlation. *Experimental Mechanics*, vol. 52, n° 9, 2012, p. 1503–1519, Springer US.
- [HUT 06] HUTAŘ P., SEITL S., KNÉSL Z.
 Effect of constraint on fatigue crack propagation near threshold in medium carbon steel. *Computational Materials Science*, vol. 37, n° 1–2, 2006, p. 51–57.
- [KAK 99] KAK A. C., SLANEY M.
Principles of Computerized Tomographic Imaging. IEEE PRESS, 1999.
- [KHO 06] KHOR K., BUFFIÈRE J.-Y., LUDWIG W., SINCLAIR I.
 High resolution X-ray tomography of micromechanisms of fatigue crack closure. *Scripta Materialia*, vol. 55, n° 1, 2006, p. 47–50.
- [KOR 02] KORSUNSKY A. M., COLLINS S. P., OWEN R. A., DAYMOND M. R., ACHTIOUI S., JAMES K. E.
 Fast residual stress mapping using energy-dispersive synchrotron X-ray diffraction on station 16.3 at the SRS. *Journal of Synchrotron Radiation*, vol. 9, n° 2, 2002, p. 77–81.

- [LAC 13] LACHAMBRE J., WECK A., RÉTHORÉ J., BUFFIÈRE J.-Y., ADRIEN J.
3D Analysis of a Fatigue Crack in Cast Iron Using Digital Volume Correlation of X-ray Tomographic Images. JIN H., SCIAMMARELLA C., FURLONG C., YOSHIDA S., Eds., *Imaging Methods for Novel Materials and Challenging Applications, Volume 3*, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, p. 203-209 Springer New York, 2013.
- [LAD 06] LADOS D., APELIAN D.
The effect of residual stress on the fatigue crack growth behavior of Al-Si-Mg cast alloys—Mechanisms and corrective mathematical models. *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 37, n° 1, 2006, p. 133–145, Springer-Verlag.
- [LEB 92] LEBLOND J.-B., TORLAI O.
The stress field near the front of an arbitrarily shaped crack in a three-dimensional elastic body. *Journal of Elasticity*, vol. 29, n° 2, 1992, p. 97-131, Kluwer Academic Publishers.
- [LEC 06] LECOMPTE D., SMITS A., BOSSUYT S., SOL H., VANTOMME J., VAN HEMELRIJCK D., HABRAKEN A.
Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 44, n° 11, 2006, p. 1132–1145.
- [LEC 12] LECLERC H., PÉRIÉ J.-N., HILD F., ROUX S.
Digital volume correlation : what are the limits to the spatial resolution? *Mechanics & Industry*, vol. 13, 2012, p. 361–371.
- [LEN 07] LENOIR N., BORNERT M., DESRUES J., BÉSUELLE P., VIGGIANI G.
Volumetric Digital Image Correlation Applied to X-ray Microtomography Images from Triaxial Compression Tests on Argillaceous Rock. *Strain*, vol. 43, n° 3, 2007, p. 193–205, Blackwell Publishing Ltd.
- [LIM 09] LIMODIN N., RÉTHORÉ J., BUFFIÈRE J.-Y., GRAVOUIL A., HILD F., ROUX S.
Crack closure and stress intensity factor measurements in nodular graphite cast iron using three-dimensional correlation of laboratory X-ray microtomography images. *Acta Materialia*, vol. 57, n° 14, 2009, p. 4090–4101.
- [LIM 10] LIMODIN N., RÉTHORÉ J., BUFFIÈRE J.-Y., HILD F., ROUX S., LUDWIG W., RANNOU J., GRAVOUIL A.
Influence of closure on the 3D propagation of fatigue cracks in a nodular cast iron investigated by X-ray tomography and 3D volume correlation. *Acta Materialia*, vol. 58, n° 8, 2010, p. 2957–2967.
- [LIM 11] LIMODIN N., RÉTHORÉ J., ADRIEN J., BUFFIÈRE J.-Y., HILD F., ROUX S.
Analysis and Artifact Correction for Volume Correlation Measurements Using Tomographic Images from a Laboratory X-ray Source. *Experimental Mechanics*, vol. 51, n° 6, 2011, p. 959–970, Springer US.
- [LIM 13] LIMODIN N., BARTALI A. E., WANG L., LACHAMBRE J., BUFFIÈRE J.-Y., CHARAKALUK E.
Application of X-ray microtomography to study the influence of the casting microstructure upon the tensile behaviour of an Al–Si alloy. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, , 2013.
- [LOP 09] LOPEZ-CRESPO P., SHTERENLIKHT A., YATES J. R., PATTERSON E. A., WITHERS P. J.
Some experimental observations on crack closure and crack-tip plasticity. *Fatigue & Fracture*

- of Engineering Materials & Structures*, vol. 32, n° 5, 2009, p. 418–429, Blackwell Publishing Ltd.
- [MON 00] MONCHOUX J.-P.
Influence d'un recuit de ferritisation sur la microstructure et les mécanismes de fissuration en sollicitation monotone et cyclique de la fonte à graphite sphéroïdal perlito-ferritique. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2000.
- [MOR 13] MORGENEYER T., HELFEN L., MUBARAK H., HILD F.
3D Digital Volume Correlation of Synchrotron Radiation Laminography Images of Ductile Crack Initiation : An Initial Feasibility Study. *Experimental Mechanics*, vol. 53, n° 4, 2013, p. 543–556, Springer US.
- [MU 14] MU P., NADOT Y., NADOT-MARTIN C., CHABOD A., SERRANO-MUNOZ I., VERDU C.
Influence of casting defects on the fatigue behavior of cast aluminum AS7G06-T6. *International Journal of Fatigue*, , 2014, Elsevier.
- [MUS 53] MUSKHELISHVILI N. I.
Singular Integral Equation. P. Noordhoff, Groningen, Holland, 1953.
- [NAD 97] NADOT Y., RANGANATHAN N., MENDEZ J., BÉRANGER A.
A study of natural cracks initiated on casting defects by crack front marking. *Scripta Materialia*, vol. 37, n° 5, 1997, p. 549–553.
- [NEW 98] NEWMAN JR J.
The merging of fatigue and fracture mechanics concepts : a historical perspective. *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 34, n° 5–6, 1998, p. 347–390.
- [PAN 09] PAN B., QIAN K., XIE H., ASUNDI A.
Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement : a review. *Measurement Science and Technology*, vol. 20, n° 6, 2009, page 062001.
- [PAR 61] PARIS P., GOMEZ M., ANDERSON W.
A rational analytic theory of fatigue. *Trends in Engineering*, vol. 13 Univ. Washington, 1961, p. 9-14.
- [POW 65] POWELL R. L., STETSON K. A.
Interferometric vibration analysis by wavefront reconstruction. *Journal of Optical Society of America*, vol. 55, 1965, p. 1593–1598.
- [QIA 06] QIAN L., TODA H., NISHIDO S., KOBAYASHI T.
Experimental and numerical investigations of the effects of the spatial distribution of α phase on fracture behavior in hypoeutectic Al–Si alloys. *Acta Materialia*, vol. 54, n° 18, 2006, p. 4881–4893.
- [RAB 05] RABOLD F., KUNA M.
Cell model simulation of void growth in nodular cast iron under cyclic loading. *Computational Materials Science*, vol. 32, n° 3–4, 2005, p. 489–497.
- [RAJ 79] RAJU I., NEWMAN J. J.
Stress intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 11, 1979, p. 817–829.
- [RAN 10] RANNOU J., LIMODIN N., RÉTHORÉ J., GRAVOUIL A., LUDWIG W., BAÏETTO-DUBOURG M.-C., BUFFIÈRE J.-Y., COMBESCURÉ A., HILD F., ROUX S.

- Three dimensional experimental and numerical multiscale analysis of a fatigue crack. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 199, n° 21–22, 2010, p. 1307–1325.
- [RÉT 05] RÉTHORÉ J., GRAVOUIL A., COMBESCURE A.
An energy-conserving scheme for dynamic crack growth using the eXtended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 63, n° 5, 2005, p. 631–659, John Wiley & Sons, Ltd.
- [RÉT 07] RÉTHORÉ J., HILD F., ROUX S.
Shear-band capturing using a multiscale extended digital image correlation technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 196, n° 49–52, 2007, p. 5016–5030.
- [RÉT 10] RÉTHORÉ J., ROUX S., HILD F.
Hybrid analytical and extended finite element method (HAX-FEM) : A new enrichment procedure for cracked solids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 81, n° 3, 2010, p. 269–285, John Wiley & Sons, Ltd.
- [RÉT 14] RÉTHORÉ J., FRANÇOIS M.
Curve and boundaries measurement using B-splines and virtual images. *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 52, 2014, p. 145–155, Elsevier.
- [RIC 68] RICE J. R.
Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture. *Chapter 3 of Fracture : An Advanced Treatise (Vol. 2, Mathematical Fundamentals) (ed. H. Liebowitz)*, p. 191–311 Academic Press, N.Y., 1968.
- [ROU 06] ROUX S., HILD F.
Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches. *International Journal of Fracture*, vol. 140, n° 1–4, 2006, p. 141–157, Kluwer Academic Publishers.
- [ROU 08] ROUX S., HILD F., VIOT P., BERNARD D.
Three-dimensional image correlation from X-ray computed tomography of solid foam. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 39, n° 8, 2008, p. 1253–1265.
- [ROU 09] ROUX S., RÉTHORÉ J., HILD F.
Digital image correlation and fracture : an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks. *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 42, n° 21, 2009, page 214004.
- [SCH 77] SCHIJVE J.
Four lectures on fatigue crack growth. rapport, 1977, Aerospace Engineering, Delft University of Technology.
- [SCH 96] SCHÜTZ W.
A history of fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 54, n° 2, 1996, p. 263–300.
- [SCH 04] SCHIJVE J.
Fatigue of Structures and Materials. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [SER 14] SERRANO MUNOZ I.
Étude en fatigue (torsion et traction) d'un alliage d'aluminium AlSiMg présentant des défauts internes. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2014.
- [SET 99] SETHIAN J. A.
Level Set Methods and Fast Marching Methods. Cambridge University Press, 2nd edition édition, 1999.

- [SMI 13a] SMIGIELSKI P.
Holographie optique Interférométrie holographique. *Techniques de l'ingénieur Métrologie optique et photonique*, vol. base documentaire : TIB143DUO., n° ref. article : r6330, 2013, Editions T.I.
- [SMI 13b] SMIGIELSKI P.
Interférométrie de speckle. *Techniques de l'ingénieur Métrologie optique et photonique*, vol. base documentaire : TIB143DUO., n° ref. article : r6331, 2013, Editions T.I.
- [STE 10] STEUWER A., RAHMAN M., SHTERENLIKHT A., FITZPATRICK M., EDWARDS L., WITHERS P.
The evolution of crack-tip stresses during a fatigue overload event. *Acta Materialia*, vol. 58, n° 11, 2010, p. 4039–4052.
- [STO 09] STOCK S. R.
MicroComputed Tomography, Methodology and Applications. CRC Press, 2009.
- [SUR 94] SURESH S.
Fatigue of materials. Cambridge University Press, 1994.
- [SUT 09] SUTTON M. A., ORTEU J.-J., SCHREIER H.
Image correlation for shape, motion and deformation measurements : Basic concepts, theory and applications. Springer, New York, NY (USA), 2009.
- [TOD 04] TODA H., SINCLAIR I., BUFFIÈRE J. Y., MAIRE E., KHOR K. H., GREGSON P., KOBAYASHI T.
A 3D measurement procedure for internal local crack driving forces via synchrotron X-ray microtomography. *Acta Materialia*, vol. 52, n° 5, 2004, p. 1305–1317.
- [TON 02] TONG J.
T-stress and its implications for crack growth. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 69, n° 12, 2002, p. 1325–1337.
- [WES 34] WESTERGAARD H.
Stresses at a crack, size of the crack and the bending of reinforced concrete. *Proceedings of the American Concrete Institute*, vol. 30, 1934, p. 93–102.
- [WIL 57] WILLIAMS M. L.
On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack. *ASME J Appl Mech*, vol. 24, 1957, p. 109–114.
- [WIL 11] WILLIAMS J., YAZZIE K., CONNOR PHILLIPS N., CHAWLA N., XIAO X., CARLO F., IYYER N., KITTUR M.
On the Correlation Between Fatigue Striation Spacing and Crack Growth Rate : A Three-Dimensional (3-D) X-ray Synchrotron Tomography Study. *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 42, n° 13, 2011, p. 3845–3848, Springer US.
- [WIT 01] WITHERS P., BHADESHIA H.
Residual stress. Part 1 - Measurement techniques. *Materials Science and Technology*, vol. 17, n° 4, 2001, p. 355–365.
- [WIT 07] WITHERS P. J.
Residual stress and its role in failure. *Reports on Progress in Physics*, vol. 70, n° 12, 2007, page 2211.

- [WIT 12] WITHERS P. J., PREUSS M.
Fatigue and Damage in Structural Materials Studied by X-Ray Tomography. *Annual Review of Materials Research*, vol. 42, n° 1, 2012, p. 81–103.
- [YON 07] YONEYAMA S., OGAWA T., KOBAYASHI Y.
Evaluating mixed-mode stress intensity factors from full-field displacement fields obtained by optical methods. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 74, n° 9, 2007, p. 1399 - 1412.
- [ZHA 09] ZHANG H., TODA H., QU P., SAKAGUCHI Y., KOBAYASHI M., UESUGI K., SUZUKI Y.
Three-dimensional fatigue crack growth behavior in an aluminum alloy investigated with in situ high-resolution synchrotron X-ray microtomography. *Acta Materialia*, vol. 57, n° 11, 2009, p. 3287–3300.
- [ZHA 12] ZHANG T.
Imagerie multi-résolution par tomographie aux rayons X : application à la tomographie locale en science des matériaux. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2012.
- [ZYP 12] ZYBELL L., CHAVES H., KUNA M., MOTTITSCHKA T., PUSCH G., BIERMANN H.
Optical in situ investigations of overload effects during fatigue crack growth in nodular cast iron. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 95, 2012, p. 45–56.

NOM : LACHAMBRE

DATE de SOUTENANCE : le 27 mai 2014

Prénoms : Joël

TITRE : Développement d'une Méthode de Caractérisation 3D des Fissures de Fatigue à l'aide de la Corrélation d'Images Numériques obtenues par Tomographie X

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2010-ISAL-XXXX

École doctorale : ED Matériaux

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 /

et bis CLASSE :

RÉSUMÉ : Ce mémoire présente une méthode mise au point pour caractériser et analyser des fissures de fatigue présentant un fort caractère tridimensionnel dans des matériaux métalliques opaques. L'analyse consiste à déterminer avec précision la position du front de la fissure étudiée et à mesurer des valeurs de facteurs d'intensité des contraintes le long du front par projection sur les séries de Williams du champ de déplacement issu de la corrélation numérique d'images 3D obtenues par tomographie aux rayons X.

La corrélation d'images 3D numériques est utilisée afin de mesurer le champ de déplacement en volume lors de la mise sous chargement d'une éprouvette fissurée fatiguée. La corrélation d'images nécessitant un mouchetis, le matériau retenu pour les expériences est la fonte à graphite sphéroïdal car il présente un mouchetis 3D naturel (les nodules de graphites) parfaitement imagé par tomographie aux rayons X. Le cyclage est appliqué à l'aide d'une machine de fatigue *in situ* permettant d'alterner des phases de propagation de la fissure avec des acquisitions tomographiques sous différentes charges. L'introduction d'un défaut artificiel (une entaille obtenue par usinage laser) permet de maîtriser l'amorçage et la propagation de la fissure *in situ*.

La méthode de corrélation d'images 3D numériques employée dans ces travaux étant basée sur des éléments finis, nous avons cherché à tirer profit de différents outils développés dans le cadre de cette méthode. Les surfaces libres sont spécifiées afin de bien conditionner le maillage et un enrichissement dans l'esprit des X-FEM permet de renseigner la fissure dont la position est repérée grâce à la trace laissée dans le résidu de corrélation entre l'image avant cyclage et la dernière image acquise. Une régularisation mécanique est également introduite dans le calcul sous forme d'un filtre de longueur d'onde choisie.

Le champ de déplacement mesuré avec précision est ensuite projeté sur les séries de Williams augmentées des termes correctifs de Leblond et Torlai qui prennent en compte la courbure du front de la fissure. L'annulation du terme super-singulier d'ordre -1 des séries de Williams est utilisée pour détecter la position du front de la fissure. Une procédure itérative a été mise en place afin de concilier l'enrichissement et la courbure du front avec la projection sur les séries de Williams.

Une fois la position du front 3D de la fissure déterminée et les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes associées calculées, les résultats obtenus sont confrontés à la littérature.

MOTS-CLÉS: Corrélation d'images numérique, 3D, séries Williams, fissure de fatigue, facteur d'intensité des contraintes, microtomographie X, fissure courte.

Laboratoire(s) de recherche :

MATÉIS - UMR CNRS 5510 - INSA de Lyon
25 avenue Jean Capelle
69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

LAMCoS - UMR CNRS 5259 - INSA de Lyon
18 rue des Sciences
69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

Directeur(s) de thèse : Jean-Yves BUFFIÈRE (Professeur) et Julien RÉTHORÉ (Chargé de recherche CNRS)

Président du jury : ()

Composition du jury : Véronique LAZARUS (Maître de Conférence, Rapporteur)
Thierry PALIN-LUC (Professeur, Rapporteur)
François HILD (Directeur de recherche CNRS, Examineur)
Yves NADOT (Professeur, Examineur)