



HAL
open science

Etude des transferts thermo-convectifs dans un canal semi-ouvert : Application aux façades type double-peau

Amine Zoubir

► **To cite this version:**

Amine Zoubir. Etude des transferts thermo-convectifs dans un canal semi-ouvert : Application aux façades type double-peau. Thermique [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 2014. Français. NNT : 2014ISAL0003 . tel-01175810

HAL Id: tel-01175810

<https://theses.hal.science/tel-01175810>

Submitted on 13 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre :
Année 2013

Thèse

**TITRE :
ÉTUDE DES TRANSFERTS THERMO-
CONVECTIFS DANS UN CANAL SEMI-
OUVERT : APPLICATION AUX FAÇADES
PHOTOVOLTAÏQUES TYPE DOUBLE-PEAU**

Présentée devant

L'institut national des sciences appliquées de Lyon

Pour obtenir

Le grade de docteur

Formation doctorale : Énergétique

École doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Laboratoire d'accueil : Centre de Thermique de Lyon

Par

Amine ZOUBIR

Soutenance prévue le 27 Janvier 2013 devant la Commission d'examen

Jury

BASTIDE	Alain	Professeur	Examineur
BENHAMADDOUCH	Sofiane	Docteur	Examineur
CALTAGIRONE	Jean-Paul	Professeur	Rapporteur
DRAOUI	Abdeslam	Professeur	Examineur
GIROUX-JULIEN	Stéphanie	Maître de Conférences	Co-encadrant de thèse
LAURIAT	Guy	Professeur	Rapporteur
MENEZO	Christophe	Professeur	Co-encadrant de thèse
XIN	Shihe	Professeur	Directeur de thèse

Liste des Écoles Doctorales

SIGLE	ÉCOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNÉES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec :Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e étage Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon-Collège Doctoral Bâtiment ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://www.edeea.ec-lyon.fr Secrétariat : M.CHAVGOUDOUKIAN	M. Gérard SCORLETTI École Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION http://www.e2m2.universite-lyon.fr Insa : H. CHARLES	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 06.07.53.89.13 e2m2@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://www.ediss-lyon.fr Sec : Insa : M.LAGARDE	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMen lab, Univ. Lyon1 Bâtiment IMBL 11 avenue jean capelle INSA de Lyon 69621 VILLEURBANNE Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 35 49 16 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUE POUR LA SOCIÉTÉ http://infomaths.univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS-INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.80.46 Fax :04 72 43 16 87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATÉRIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean Marc BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cadex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr

MEGA	MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://mega.universite-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE GUYADER INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

Résumé

Notre investigation porte sur la simulation numérique des échanges thermo-convectifs dans un canal vertical ouvert à flux imposé. Cette étude rentre dans le cadre des recherches sur le rafraîchissement passif des composants PV intégrés au bâtiment. À cet effet, un code numérique en Différences Finies est utilisé pour résoudre les équations de Navier-Stokes et simuler la convection naturelle dans un canal. Ce problème reste difficile à résoudre parce que l'écriture des conditions aux limites d'entrée et de sortie reste un problème ouvert. Notre travail consiste d'abord en étude des différentes conditions aux limites pour le benchmark numérique AMETH. Les travaux réalisés ont permis de faire un premier choix sur les conditions aux limites. L'étude s'orienté ensuite sur la qualification et la quantification numériques et expérimentales pour deux fluides : l'air (convection-rayonnement) et l'eau (convection pure). Les résultats numériques/expérimentaux ont été comparés et les discordances ont été analysées. Plusieurs aspects phénoménologiques (rayonnement entre surfaces, variation des propriétés thermo-physiques, variation du nombre de Prandtl) ont été abordés afin de caractériser leurs influences respectives sur l'écoulement et le transfert thermique. Enfin, dans le but d'apporter des éléments de réponses sur les conditions aux limites dynamiques, nous avons simulé la convection naturelle d'un canal dans une cavité et tenté une modélisation.

Mots clés : convection naturelle, canal ouvert, conditions aux limites, rayonnement entre surfaces, nombre de Prandtl, propriétés thermo-physiques

Abstract

The present investigation deals with natural convection flow in a vertical open-ended channel with wall constant heat flux. This study falls under the framework of research on passive cooling of building integrated PV components. For this purpose, a numerical code developed with Finite Differences scheme is used to solve Navier-Stokes equations and simulate the natural convection in a channel. This problem is difficult to solve because the writing of inlet/outlet boundary conditions remains an open problem. First, our work consists of studying different boundary conditions for the numerical benchmark AMETH. The work carried out has enabled a first choice of boundary conditions. The study then focuses on numerical and experimental quantification and qualification for two fluids : air (convection - radiation) and water (pure convection) . Experimental and numerical results were compared and discrepancies were analyzed. Several phenomenological aspects (surface radiation, thermophysical properties variation, Prandtl number variation) were discussed in order to characterize their influence on flow and heat transfer. Finally, in order to provide some answers on dynamical boundary conditions, we simulated natural convection of a channel inside a cavity and tried a modeling.

Key words : natural convection, open-ended channel, boundary coonditions, surface radiation, Prandtl number, thermophysical properties

Table des matières

Introduction générale	1
I Contexte et étude bibliographique	3
1 Introduction	3
2 Contexte climatique et enjeux énergétiques	4
2.1 Les causes du réchauffement climatique	4
2.2 Bilan de la consommation énergétique	4
2.3 Réduction de la consommation énergétique du bâtiment en France	4
2.4 Intégration aux bâtiments des composants PV (IBPV)	7
3 Positionnement de l'étude	7
3.1 Façade double peau photovoltaïque	7
3.1.1 Fonctionnement d'une FDP photovoltaïque	8
3.1.2 Analyse physique	9
3.2 Étude multi-échelle d'une double façade photovoltaïque au CETHIL	9
3.3 Étude numérique de la convection naturelle dans un canal vertical ouvert	10
4 Étude bibliographique	11
4.1 Introduction	11
4.2 Convection naturelle dans un canal vertical	12
4.3 prise en compte du rayonnement entre surfaces	16
4.4 Analyse des conditions aux limites dynamiques	17
5 Positionnement et orientations de l'étude	26
II Modèles mathématiques et méthodes numériques	29
1 Écoulements de convection naturelle	29
2 Équations de bilan en convection naturelle	30
3 Conditions aux limites	32
4 Résolution des équations de conservation	34
4.1 Discrétisation temporelle	35
4.2 Discrétisation spatiale	36
4.3 Algorithmes de résolution	41
4.4 Implémentation des conditions aux limites en pression	45
4.4.1 Bernoulli globale zéro (BG0)	45
4.4.2 Bernoulli globale (BG)	46
4.4.3 Bernoulli locale (BL)	48
4.4.4 Bernoulli locale zéro (BL0)	48

4.5	Algorithme global de résolution des équations de conservation	48
5	Transfert radiatif couplé avec la convection naturelle	49
5.1	Hypothèses	49
5.2	Flux de chaleur radiatif	49
5.3	Conditions aux limites thermiques	50
5.4	Discretisation du problème radiatif	51
6	Convergence vers l'état stationnaire et ordre de convergence spatiale	51
7	Quantités caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique	52
7.1	Quantités dynamiques	52
7.2	Quantités thermiques	53
7.3	Conclusion	54
III Validation de codes		57
1	Introduction	57
2	Couplage convection-rayonnement dans une cavité différentiellement chauffée .	57
3	Canal vertical chauffé partiellement en densité de flux de chaleur	59
4	Couplage convection-rayonnement dans un canal vertical	66
5	Plaque verticale chauffée en densité de flux dans une cavité fermée	71
6	Conclusion	74
IV Comparaison des résultats numériques avec des mesures expérimentales		75
1	Introduction	75
2	Présentation des bancs d'essai	76
2.1	Canal en eau : chauffage symétrique	76
3	Configurations des études numériques	78
4	Résultats et comparaisons	79
4.1	Configuration en eau : chauffage symétrique	79
4.2	Configuration en air : chauffage asymétrique	84
5	Effets du rayonnement entre surfaces	87
6	Effets du nombre de Prandtl	88
7	Effets des propriétés variables en fonction de la température	91
8	Conclusion	93
V Vers la modélisation des conditions aux limites en pression à l'entrée du canal		97
1	Introduction	97
2	Modèle physique et méthodes numériques	99
3	Résultats et discussions	99
3.1	Écoulement global dans la cavité (CV)	100
3.2	Quantification de la pression de Bernoulli à l'entrée du canal	101
3.3	Influence des conditions aux limites modifiées	106
3.4	Revisite du canal d'eau expérimentale [1]	112
4	Conclusions	114
Conclusion générale et perspectives		117
Appendices		133

A	Sensibilité de la convection naturelle dans un canal vertical aux conditions aux limites dynamiques	135
B	Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert	143
C	Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur	163
D	Équation de Bernoulli généralisée pour un fluide visqueux	171

Table des figures

I.1	<i>Variations de la température moyenne terrestre (a) et du niveau moyen de la mer dans l'hémisphère nord (b) [2]. Les différences sont calculées par rapport à des moyennes annuelles (en traits gras) entre 1880 et 2000.</i>	4
I.2	<i>a) Évolution des émissions mondiales de GES entre 1990 et 2004. b) Parts des GES dans les émissions totales en 2004 en équivalent CO₂. Figures prises de la référence [2].</i>	5
I.3	<i>a) Consommation d'énergie dans le monde, b) en Europe et c) en France en 2008. Les données sont prises de la source http://www.iea.org.</i>	5
I.4	<i>Domaine spectral d'une cellule PV. Source : http://www.technologyreview.com</i>	6
I.5	<i>Caractéristiques tension-courant (à gauche) et tension-puissance (à droite) d'une cellule photovoltaïque soumise à un éclairage de 1000 W/m² pour différentes températures de fonctionnement. Figure prise de la référence [3]. . .</i>	6
I.6	<i>(a) Façade double-peau en partie recouverte de panneaux PV (Chine). (b) Façade double-peau intégralement recouverte de panneaux PV (Chine).</i>	7
I.7	<i>Fonctionnement d'une façade avec paroi primaire opaque et l'autre paroi totalement recouverte de panneaux (PV); (a) Fonctionnement hiver; (b) Fonctionnement été</i>	8
I.8	<i>a) Configuration d'une façade double-peau photovoltaïque. b) Modes de transfert thermiques. c) Configuration d'étude simplifiée.</i>	10
I.9	<i>Régimes d'écoulement en convection naturelle pour un canal chauffé symétriquement en température [4] : régime pleinement développé à gauche (a); régime type couche limite à droite (b)</i>	13
I.10	<i>Comparaisons en terme de Nusselt moyen (a), vitesse verticale (b) et pression longitudinale (c) pour deux modèles d'équations : parabolique et elliptique, et pour différents nombres de Rayleigh modifiés [5].</i>	18
I.11	<i>Comparaisons en terme de débit (a) et de température maximale de paroi chaude (b) pour deux conditions aux limites en pression à l'entrée du canal [6].</i>	20
I.12	<i>Comparaisons en terme de vitesse verticale adimensionnelle à l'entrée et en sortie du canal pour deux conditions aux limites en pression à l'entrée du canal [7].</i>	21
I.13	<i>Comparaisons en terme de température adimensionnelle pour deux conditions aux limites en pression à l'entrée du canal [7].</i>	21
I.14	<i>Comparaisons en terme de pression longitudinale au milieu du canal pour $Gr_L = 10^3, 10^5$ et pour différents rapports de formes [8].</i>	22

I.15	<i>Schéma du modèle physique avec les conditions aux limites dynamiques : (a) extension adiabatique non chauffée à l'entrée, (b) extension adiabatique non chauffée en sortie [9]</i>	22
I.16	<i>Domaine de calcul en forme de "I" et les conditions aux limites en vorticité utilisé par Manca et al. [10].</i>	23
I.17	<i>Domaine de calcul physique pour l'écoulement de Jeffrey-Hamel avec les conditions aux limites dynamiques [11].</i>	24
I.18	<i>Domaine de calcul physique utilisé par Ramanathan et al. [12]</i>	25
II.1	<i>Configuration d'un canal vertical ouvert chauffé asymétriquement en densité de flux. Le canal est de rapport de forme de L/d.</i>	33
II.2	<i>Grille décalée</i>	37
II.3	<i>Canal chauffé partiellement en densité de flux sur l'une de ses parois, l'autre étant adiabatique.</i>	50
III.1	<i>Cavité différentiellement chauffée avec les conditions aux limites thermiques pariétales [13]. (b) Maillage non-uniforme.</i>	59
III.2	<i>Canal vertical partiellement chauffé en densité de flux avec les conditions aux limites [14][15].</i>	62
III.3	<i>Histogrammes des résultats obtenus pour BG0. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].</i>	67
III.4	<i>Histogrammes des résultats obtenus pour BG. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].</i>	68
III.5	<i>Histogrammes des résultats obtenus pour BL. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].</i>	69
III.6	<i>Histogrammes des résultats obtenus pour BL0. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].</i>	70
III.7	<i>Comparaison des profils de la température à $Y = A/4, 3A/4, A$ avec $Ra^* = 6.65 \times 10^5$, $b = 3.8cm$ et $\epsilon = 0.1$.</i>	71
III.8	<i>Comparaison des profils de la vitesse verticales à $Y = A/4, 3A/4, A$ avec $Ra^* = 6.65 \times 10^5$, $b = 3.8cm$ et $\epsilon = 0.1$.</i>	72
III.9	<i>Schéma d'une plaque verticale chauffée en température contenue dans une cavité carrée [16][17].</i>	73
IV.1	<i>Schéma représentant le banc d'essai en eau avec l'ensemble des capteurs thermiques [18].</i>	76
IV.2	<i>�volutions de la température dans la cellule en eau et dans la pièce pendant l'expérience 4 (cf. Tableau IV.1) [18].</i>	77

IV.3	<i>Moyenne temporelle du flux de chaleur sur les parois (carré : droite, cercle : gauche) en fonction de la hauteur adimensionnée pendant l'expérience 5 (cf. Tableau IV.1). Le flux de chaleur est mesuré par un fluxmètre. Le flux de chaleur moyenné le long de hauteur (ligne en pointillées) est de 2302 W sur la paroi gauche et de 2304 W sur la paroi droite [18].</i>	78
IV.4	<i>Schémas simplifiés des dispositifs expérimentaux. (a) canal en air ; (b) canal en eau.</i>	79
IV.5	<i>Distribution de la vitesse à l'entrée du canal (eau) : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.</i>	82
IV.6	<i>Distribution de la vitesse en sortie du canal (eau) : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.</i>	83
IV.7	<i>Différences de température entre la paroi droite et l'entrée en fonction de la hauteur adimensionnée du canal chauffé (eau) : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.</i>	84
IV.8	<i>modélisation zonale de l'écoulement et de la transition dans le canal. Figure extraite de la référence [1].</i>	85
IV.9	<i>Profils numériques et expérimentaux de la vitesse verticale à $Y = A/2$ en convection naturelle (air) avec et sans rayonnement entre surfaces pour $Ra_d = 5.8 \times 10^6$.</i>	85
IV.10	<i>Profils numériques et expérimentaux de la vitesse verticale à $Y = A/2$ en convection naturelle (air) avec et sans rayonnement entre surfaces pour $Ra_d = 1.73 \times 10^7$.</i>	86
IV.11	<i>Différences de température numériques et expérimentales entre la paroi droite et l'entrée en fonction de la hauteur adimensionnée du canal (air).</i>	86
IV.12	<i>Profils de vitesse (à gauche) et de température (à droite) à différentes hauteurs du canal pour le cas d'un chauffage symétrique en densité de flux. Trait continu : $Pr=0.71$; Trait pointillé : $Pr=6.52$.</i>	89
IV.13	<i>Profils de vitesse (à gauche) et de température (à droite) à différentes hauteurs du canal pour le cas d'un chauffage asymétrique en densité de flux. Trait continu : $Pr=0.71$; Trait pointillé : $Pr=6.52$.</i>	90
IV.14	<i>Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal avec et sans prise en compte des propriétés variables en fonction de la température : Cas du chauffage symétrique en eau</i>	91
IV.15	<i>Distribution de la vitesse verticale en sortie du canal avec et sans prise en compte des propriétés variables en fonction de la température : Cas du chauffage symétrique en eau</i>	91
IV.16	<i>Température réduite pariétale en fonction de la hauteur adimensionnée du canal avec et sans prise en compte des propriétés variables en fonction de la température : résultats numériques et expérimentaux : Cas du chauffage symétrique en eau</i>	92
V.1	<i>Schéma de deux types de domaine de simulation de convection naturelle dans une géométrie semi-ouverte. (CS) : canal seul ; (CV) : canal contenu dans une cavité.</i>	98
V.2	<i>Isothermes et lignes de courant dans le cas (CV) pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c), 10^5 (d).</i>	101

V.3	<i>Profils verticaux de la pression dans le cas (CV) pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c).</i>	102
V.4	<i>Profils verticaux de la température à l'extérieur de la cavité (CV) pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c).</i>	103
V.5	<i>évaluation des termes de l'équation (V.2) à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c), 10^5 (d).</i>	104
V.6	<i>Coefficient de proportionnalité entre le terme visqueux et la pression de Bernoulli.</i>	105
V.7	<i>Profils horizontaux de la température à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).</i>	106
V.8	<i>Profils horizontaux de la température en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).</i>	107
V.9	<i>Profils horizontaux de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).</i>	108
V.10	<i>Profils horizontaux de la vitesse verticale en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).</i>	109
V.11	<i>Profils horizontaux de la pression à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).</i>	110
V.12	<i>Profils horizontaux de la pression en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).</i>	111
V.13	<i>Profils horizontaux de la pression à l'entrée (a) et en sortie (b) du canal pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ dans le cas (CV).</i>	112
V.14	<i>Profils horizontaux de la température en sortie (a), de la vitesse verticale à l'entrée (b) et en sortie (c) et de la pression (d) à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^3$.</i>	113
V.15	<i>Distribution de la vitesse verticale à l'entrée (a) et en sortie du canal (b) pour différents K_p.</i>	114
V.16	<i>Différences de température entre la paroi droite et l'entrée en fonction de la hauteur adimensionnée du canal chauffé pour différents K_p.</i>	114
A.1	<i>Phénomènes de chute de pression à l'entrée et en sortie du canal.</i>	136
A.2	<i>Géométrie 2D avec conditions aux limites thermiques et dynamiques du benchmark [14].</i>	137
A.3	<i>Profils de Température le long du canal pour différentes sections horizontales et différentes conditions aux limites en pression BL – BL0 – BG – BG0.</i>	139
A.4	<i>Profils de vitesse verticale le long du canal pour différentes sections horizontales et différentes conditions aux limites en pression.</i>	140
A.5	<i>Influence des conditions aux limites (de gauche à droite (GB, GB0, LB, LB0)) sur la pénétration de l'écoulement de retour.</i>	141
A.6	<i>Profil vertical de la pression le long du canal pour différentes conditions aux limites en pression BL – BL0 – BG – BG0.</i>	141

B.1	<i>Influence de l'émissivité sur les profils de températures.</i>	144
B.2	<i>Profils de température sur les parois verticales gauche (a) et droite (b) pour différentes émissivités.</i>	145
B.3	<i>Profils de température sur les parois verticales gauche et droite respectivement de gauche à droite pour différentes émissivités.</i>	145
B.4	<i>Influence de l'émissivité sur les isothermes. Les émissivité sont $\varepsilon = 0, 0.1, 0.4, 0.9$ respectivement de gauche à droite.</i>	146
B.5	<i>Profils de vitesse le long du canal pour différentes sections horizontales et pour différentes conditions aux limites dynamiques.</i>	149
B.6	<i>Influence de l'émissivité sur les lignes de courant à $Ra_d = 5 \times 10^5$.</i>	150
B.7	<i>Température pariétales (gauches en haut; droites en bas) avec et sans rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités. $Ra_d = 10^3$ (a)/(d); $Ra_d = 10^4$ (b)/(e); $Ra_d = 10^5$ (c)/(f).</i>	150
B.8	<i>Champ de température avec ou sans sans rayonnement pour $Ra_d = 10^3$ (a), $Ra_d = 10^4$ (b), $Ra_d = 10^5$ (c); $T_0 = 293.15$, $d = 0.02$ m; émissivité $\varepsilon = 0$ (en haut), $\varepsilon = 0.1$ (au milieu), $\varepsilon = 0.9$ (en bas).</i>	151
B.9	<i>Champ de vitesse avec ou sans sans rayonnement pour $Ra_d = 10^3$ (a), $Ra_d = 10^4$ (b), $Ra_d = 10^5$ (c); $T_0 = 293.15$, $d = 0.02$ m; émissivité $\varepsilon = 0$ (en haut), $\varepsilon = 0.1$ (au milieu), $\varepsilon = 0.9$ (en bas).</i>	152
B.10	<i>Influence de l'émissivité sur les profils de températures.</i>	153
B.11	<i>Influence de l'émissivité sur les isothermes.</i>	154
B.12	<i>Profils de vitesse verticale pour différentes sections horizontales et pour différentes conditions aux limites dynamique en présence du rayonnement.</i>	155
B.13	<i>Température pariétales (gauches en haut; droites en bas) en couplage convection-rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités et pour $Ra = 5.10^5$ (a)/(d); $Ra = 10^6$ (b)/(e); $Ra = 10^7$ (c)/(f).</i>	158
B.14	<i>Température pariétales (gauches en haut; droites en bas) en couplage convection-rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités. $Ra = 10^5$ (a)/(d); $Ra = 10^6$ (b)/(e); $Ra = 10^7$ (c)/(f).</i>	159
B.15	<i>Température pariétales (gauches en haut; droites en bas) en couplage convection-rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités. $Ra = 10^5$ (a)/(d); $Ra = 10^6$ (b)/(e); $Ra = 10^7$ (c)/(f).</i>	160
B.16	<i>Champ de température avec ou sans sans rayonnement à $Ra = 10^5$ pour différentes émissivités et $Ra = 10^5$. Chauffage asymétrique (en haut); Chauffage symétrique (en bas). L'émissivité varie de 0 à 0.9 de la gauche vers la droite</i>	161
B.17	<i>Champ de vitesse avec ou sans sans rayonnement à $Ra = 10^5$ pour différentes émissivités et $Ra = 10^5$. Chauffage asymétrique (en haut); Chauffage symétrique (en bas). L'émissivité varie de 0 à 0.9 de la gauche vers la droite</i>	162
C.1	<i>Les lignes de courant dans l'eau (haut) et dans l'air (bas) pour $A = 5$, $Ra_d = 10^5$ (a), $Ra_d = 10^6$ (b) et $Ra_d = 10^7$ (c).</i>	165
C.2	<i>Les isothermes dans l'eau (haut) et dans l'air (bas) pour $A = 5$, $Ra_d = 10^5$ (a), $Ra_d = 10^6$ (b) et $Ra_d = 10^7$ (c).</i>	167

C.3	<i>Résultats en terme de profils de température pour différentes hauteurs (a), (b), (c); et les températures pariétales pour l'eau et l'air (d), avec $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ and $A = 5$.</i>	168
C.4	<i>Résultats en terme de profils de vitesse pour différentes hauteurs pour l'eau et l'air (d), avec $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 10$.</i>	169
C.5	<i>Nombres de Nusselt pour l'eau et l'air, avec $Ra^* = \frac{Ra_d}{A} = 2.10^4, 2.10^5, 2.10^6$ et $A = 5$.</i>	170
C.6	<i>Nombres de Nusselt pour l'eau et l'air, avec $Ra^* = \frac{Ra_d}{A} = 10^4, 10^5, 10^6$ et $A = 10$.</i>	170

Liste des tableaux

III.1	<i>Comparaison des nombres de Nusselt radiatif, convectif et total sur les parois chaude (PC) et froide (PF) pour $Ra = 10^4, 10^5, 10^6$ et $\varepsilon = 0.2$. (a) Référence [13], (b) Présent travail ($N_i \times N_j = 100 \times 100$).</i>	58
III.2	<i>Analyse de convergence du maillage pour $Ra_d = 10^4$.</i>	58
III.3	<i>Influence du pas de temps à $Ra = 10^4$.</i>	59
III.4	<i>Quelques caractéristiques des codes numériques et des équipes participantes au benchmark GDR-AMETH [15].</i>	61
III.5	<i>Comparaison des nombres de Nusselt moyen, local, de la vitesse moyenne à $Y = A$ et des vitesses maximales à $Y = 0$ et $Y = A$.</i>	63
III.6	<i>Erreurs relatives en fonction du nombre de points.</i>	63
III.7	<i>Comparaison des nombres de Nusselt moyen, local, de la vitesse moyenne à $Y = 0$ et $Y = A$ et des vitesses maximales à $Y = 0$ et $Y = A$ ceux du TREFLE, MSME et du LIMSII.</i>	64
III.8	<i>Erreurs relatives en fonction de la répartition des points.</i>	64
III.9	<i>Analyse de convergence du maillage en convection pure pour $Ra = 5 \times 10^2$ et $A = 5$.</i>	65
III.10	<i>Analyse de convergence du maillage en convection pure pour $Ra = 5 \times 10^5$ et $A = 10$.</i>	65
III.11	<i>Influence du pas de temps à $Ra_d = 10^5$.</i>	65
III.12	<i>Comparaison en terme des nombres de Nusselt convectif et radiatif et du débit massique entre la présente étude et celle de Li et al. [19] pour $q_w = 300W/m^2$, $b = 3.80\text{ cm}$ et $Ra^* = 6.69 \times 10^5$, avec $\varepsilon = 0.1(a), 1(b)$, $\lambda = 0.025W/(mK)$ et $T_0 = 293K$. La comparaison des résultats est effectuée selon différentes résolutions spatiales.</i>	71
III.13	<i>Comparaison en terme de nombre de Nusselt convectif moyen. La résolution utilisée dans la présente étude et dans Fluent[®] est de $120 * 120$.</i>	73
III.14	<i>Analyse de convergence du maillage pour $Ra_d = 10^3$.</i>	74
IV.1	<i>Les cinq configurations expérimentales étudiées [18]. La densité de flux de chaleur pariétale est moyennée dans le temps et le long des deux parois du canal. Les températures à l'entrée et en sortie sont des valeurs moyennées dans le temps.</i>	78
IV.2	<i>Comparaison en terme de nombre de Nusselt et du débit entre les investigations expérimentales et numériques pour différents nombres de Rayleigh et pour différentes résolutions spatiales.</i>	80
IV.3	<i>Les temps CPU en fonction des résolutions spatiales.</i>	80

IV.4	<i>Différences relatives entre les résultats expérimentaux et numériques en terme de nombre de Nusselt et du débit.</i>	81
IV.5	<i>Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux en terme de nombre de Nusselt convectif et de débit massique. La résolution du maillage utilisée ici est de 150×1500.</i>	85
IV.6	<i>Erreurs relatives entre les résultats obtenus avec et sans la prise en compte des propriétés variables en fonction de la température.</i>	93
V.1	<i>Comparaison en terme de nombre de Nusselt moyen, des vitesses moyennes à l'entrée et en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4$, $K_p = 0.5, 1, 1.5$ et pour trois cas de figure (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).</i>	110
V.2	<i>Erreurs relatives en terme du nombre de Nusselt moyen et de la vitesse moyenne entre les résultats obtenus dans un canal seul (CS) avec et sans (CLMD).</i>	111
V.3	<i>Comparaison des termes $\int \int Pr\theta dXdY$ et $\overline{P_e}$ pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4$.</i>	112
A.1	<i>Les nombres de Nusselt locaux et moyens et les températures débitantes pour les quatre conditions aux limites BG – BG0 – BL – BL0. Les données sont prises à différentes hauteurs du canal.</i>	138
A.2	<i>Influence des conditions aux limites en pression (BG), (BG0), (BL), (BL0) sur la vitesse moyenne, le débit entrant en sortie, les vitesses maximales, la taille de l'écoulement de retour et la taille de recirculation.</i>	138
B.1	<i>Influence de l'émissivité des parois sur le transfert thermique en chauffage symétrique (nombres de Nusselt), sur le débit et sur les vitesses maximales en entrée et en sortie du canal.</i>	145
B.2	<i>Abscisses des valeurs maximales de vitesse dans l'eau et dans l'air pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 5$.</i>	147
B.3	<i>Influence des conditions aux limites dynamiques sur le transfert thermique (nombres de Nusselt), sur le débit et sur les vitesses maximales à l'entrée et en sortie du canal.</i>	156
C.1	<i>Nombres de Nusselt moyen et vitesses moyennes dans l'eau et dans l'air pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 5, 10$.</i>	166
C.2	<i>Abscisses des valeurs maximales de vitesse dans l'eau et dans l'air pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 5$.</i>	166
C.3	<i>Abscisses des valeurs maximales de vitesse dans l'eau et dans l'air à différentes hauteurs et pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 10$.</i>	166

Liste des symboles

A	rapport de forme
b	demi largeur du canal, m
C_p	capacité calorifique à pression constante, J/kgK
d	largeur du canal, m
d_{rc}	taille d'écoulement de retour
d_{er}	taille de recirculation
D	diffusivité thermique de l'air, m^2/s
e	épaisseur de la paroi, m
F	facteur de forme
g	accélération de la pesanteur, $9.81m/s^2$
G_{es}	débit adimensionné entrant en sortie du canal
Gr_d	nombre de Grashoff basé sur la largeur, $g\beta qd^4/v^2\lambda$
Gr_H	nombre de Grashoff basé sur la hauteur, $g\beta qH^4/v^2\lambda$
Gr^*	nombre de Grashoff modifié, $g\beta qd^5/v^2\lambda H$
H	hauteur du canal, m
J	radiosité, W/m^2
J^*	radiosité adimensionnée
k	constante
L	Longueur, m
\dot{m}	débit massique
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen
N	nombre d'éléments de surfaces
Nu_γ	nombre de Nusselt local
\overline{Nu}_r	nombre Nusselt moyen radiatif
p	pression, Pa

P	pression adimensionnée
\tilde{P}	pression adimensionnée avant correction
Pr	nombre de Prandtl, ν/α
q	densité de flux de chaleur, W/m^2
q^*	densité de flux de chaleur adimensionnée
Ra_d	nombre de Rayleigh basé sur la largeur, $Gr_d Pr$
Ra_H	nombre de Rayleigh basé sur la hauteur, $Gr_H Pr$
Ra^*	nombre de Rayleigh modifié, $Gr^* Pr$
r	rayon, m
r	réflectivité
t	temps, s
T	température, K
u	vitesse horizontale, m/s
U	vitesse horizontale adimensionnée
U^*	vitesse horizontale intermédiaire adimensionnée
v	vitesse verticale, m/s
V	vitesse verticale adimensionnée
V^*	vitesse verticale intermédiaire adimensionnée
\tilde{V}	vitesse verticale adimensionnée avant correction
\bar{V}_e	vitesse moyenne adimensionnée à l'entrée du canal
\bar{V}_s	vitesse moyenne adimensionnée en sortie du canal
v_r	vitesse radiale, m/s
v_θ	vitesse tangentielle, m/s

Symboles grecs

α	diffusivité, m^2/s
$\tilde{\alpha}$	absorptivité
β	coefficient d'expansion thermique de l'air, $1/K$
Δt	pas de temps
ΔT	différence de température
δ_d	épaisseur de couche limite dynamique
δ_t	épaisseur de couche limite thermique

ε	émissivité
λ	conductivité thermique de l'air, W/mK
μ	viscosité dynamique, $kg/m.s$
ν	viscosité cinématique, m^2/s
ϕ	différence de pression, $\phi = P^{n+1} - P^n$
ψ	fonction de courant
ρ	masse volumique, kg/m^3
σ	constante de Stephan-Boltzmann, W/m^2K^4
τ	transmissivité
θ	température adimensionnée

Indices et exposants

b	débitante
c	correction
e/s	entrée/sortie du canal
0	ambiante(température)/atmosphérique (pression)
w	paroi
r	radiatif
ref	référence
t	total

Abréviations

<i>CLMD</i>	condition aux limites modifiée
<i>FDP</i>	Façade double-peau
<i>GB</i>	Bernoulli globale
<i>GB0</i>	Bernoulli globale zéro
<i>GLO</i>	grande longueur d'onde
<i>LB</i>	Bernoulli locale
<i>LB0</i>	Bernoulli locale zéro
<i>PLO</i>	petite longueur d'onde
<i>PC</i>	paroi chaude
<i>PF</i>	paroi froide
<i>PV</i>	photovoltaïque

Introduction générale

La diminution de la consommation énergétique constitue l'un des enjeux majeurs de notre société actuelle. En effet, les principales sources d'énergie actuelles proviennent d'énergies fossiles (Pétrole et charbon) dont la ressource est de plus en plus limitée et de plus en plus chère. Nos consommations énergétiques sont telles que la pollution induite est élevée, avec notamment une très grande quantité de gaz à effet de serre rejetée dans l'atmosphère. Il est par conséquent, nécessaire de maîtriser les consommations énergétiques et de développer d'autres sources d'énergie, en particulier les énergies dites renouvelables, qui ces dernières années se sont considérablement développées. En effet, l'Europe mise pour 2020 sur une réduction des consommations énergétiques de 20% complétée par 20% de production d'énergie renouvelable.

Le bâtiment étant le secteur le plus énergivore (consomme 40% environ de l'énergie totale en France), il a reçu une attention particulière et des solutions ont été envisagées afin de maîtriser sa consommation en énergie. D'autres solutions sont développées pour produire localement de l'énergie et atteindre des bâtiments à énergie positive (*BEPOS*) dès 2020. Concernant la génération d'électricité, les composants photovoltaïques sont actuellement les mieux placés. Cependant, il est encore très difficile d'assurer l'autonomie énergétique d'un bâtiment avec des panneaux solaires à cause des surfaces de captation insuffisantes. Par ailleurs, l'un des facteurs limitant de tels systèmes réside dans le fait que le rendement effectif des modules PV est fortement dépendant de leur température de fonctionnement. En effet, les conditions d'intégration de ces composants peuvent engendrer une augmentation de leur température de fonctionnement impliquant la chute de leur rendement électrique. Des modes d'intégration favorisant leur ventilation naturelle sont donc à mettre au point. Parmi les configurations envisageables, l'intégration en "double-peau" consiste à adjoindre une lame d'air entre l'enveloppe primaire du bâtiment et les composants *PV*. Le fonctionnement en période estivale, incluant la production d'électricité et l'utilisation du composant comme cheminée solaire, est ainsi le plus délicat à envisager.

Le dimensionnement de cette lame d'air reste à déterminer afin de favoriser à la fois l'effet cheminée et les transferts de chaleur. Dans notre cas d'étude, la façade double-peau PV est formée de deux parois verticales, la première « externe » constituée complètement ou en partie de composants photovoltaïques (paroi chaude), la seconde correspond au mur primaire du bâtiment (paroi non chauffée). Le fonctionnement de tels systèmes est encore mal compris car il fait intervenir de nombreux phénomènes physiques couplés (convection, rayonnement, stratification, ...) et fortement dépendant des conditions extérieures.

Ce travail porte sur l'étude numérique fine des transferts thermo-convectifs dans un canal

ouvert soumis à une densité de flux de chaleur. À cet effet, un code de calcul interne écrit en Différences Finies et destiné au départ pour simuler l'écoulement et le transfert thermique dans des cavités fermées, a été modifié afin de traiter le cas d'une géométrie semi-ouverte du type canal vertical. Le code a été amélioré pour étudier les transferts de chaleur et de masse au sein du canal et tient en compte plusieurs phénomènes physiques : conduction, convection et rayonnement entre surfaces. Le travail présenté ici consiste d'abord à mieux cerner les conditions aux limites à prendre à l'entrée et en sortie du canal. En effet, imposer des conditions aux limites adéquates à l'entrée s'avère très difficile lorsque seule la force d'Archimède est responsable de la dynamique de l'écoulement. Ensuite, les conditions aux limites entrée/sortie étant fixées, l'étude s'oriente sur la comparaison des résultats numériques sur les expérimentations menées au laboratoire. Les sources potentiels d'erreurs entre les résultats numériques et expérimentaux sont analysées afin de rendre meilleures les prévisions numériques et cela en prenant en compte des aspects phénoménologiques tels que : le rayonnement entre surfaces et la variation des propriétés thermo-physiques en fonction de la température. Afin d'aller plus loin dans la connaissance des conditions aux limites, une modélisation a été réalisée dans le cas d'un canal ouvert contenu dans une grande cavité.

Ce manuscrit est divisé en 5 chapitres. Le premier chapitre permet de positionner cette étude. Le contexte général et les enjeux énergétiques associés, puis le principe de fonctionnement d'un système double-peau sont présentés dans un premier temps. Une revue bibliographique est ensuite réalisée sur la convection naturelle en canal vertical pour fixer les objectifs et l'orientation de notre étude. Le modèle mathématique ainsi que les méthodes numériques sont développées dans le second chapitre. Le chapitre suivant consiste à valider les méthodes numériques en comparaison avec plusieurs études de la littérature. Le chapitre 4 est dédié à la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux. Enfin, le dernier chapitre comporte la modélisation des conditions aux limites dynamiques à l'entrée d'un canal contenu dans une large cavité.

Chapitre I

Contexte et étude bibliographique

1 Introduction

Dans ce premier chapitre, nous présentons le contexte général lié aux enjeux énergétiques et au réchauffement climatique dans lequel s'inscrit cette étude. Dans le cadre de la réduction de la consommation énergétique et de la diminution des émissions de gaz à effet de serre GES, le secteur du bâtiment est une cible privilégiée. L'intégration massive des composants photovoltaïques en configuration double-peau est l'une des solutions explorées. Le mode de fonctionnement le plus délicat reste en été où l'effet cheminée reste le seul moteur de l'écoulement. L'intérêt de ce type de système est l'utilisation du rayonnement solaire pour ventiler par convection naturelle les cellules PV dont le rendement diminue et le vieillissement augmente avec l'augmentation de leur température de fonctionnement. Une valorisation de cette surface de captation en hiver consiste à récupérer l'air préchauffé. Notre investigation numérique s'inscrit donc dans le cadre d'une étude amont sur l'intégration à grande échelle des composants *PV* aux bâtiments.

Le contexte climatique et les enjeux énergétiques qui en résultent sont exposés dans la section 2. La section 3 présente le fonctionnement d'une façade double-peau PV, la problématique scientifique liée à cette configuration ainsi que le positionnement de notre étude. La section 4 présente une revue bibliographique sur des études numériques et expérimentales de la convection naturelle en canal vertical ainsi qu'une analyse détaillée des conditions aux limites dynamiques utilisées dans les études numériques. Cette section permettra d'orienter notre étude en analysant les différents aspects qui ont fait l'objet d'investigations lors de cette thèse. Enfin, nous ferons une synthèse de ce chapitre.

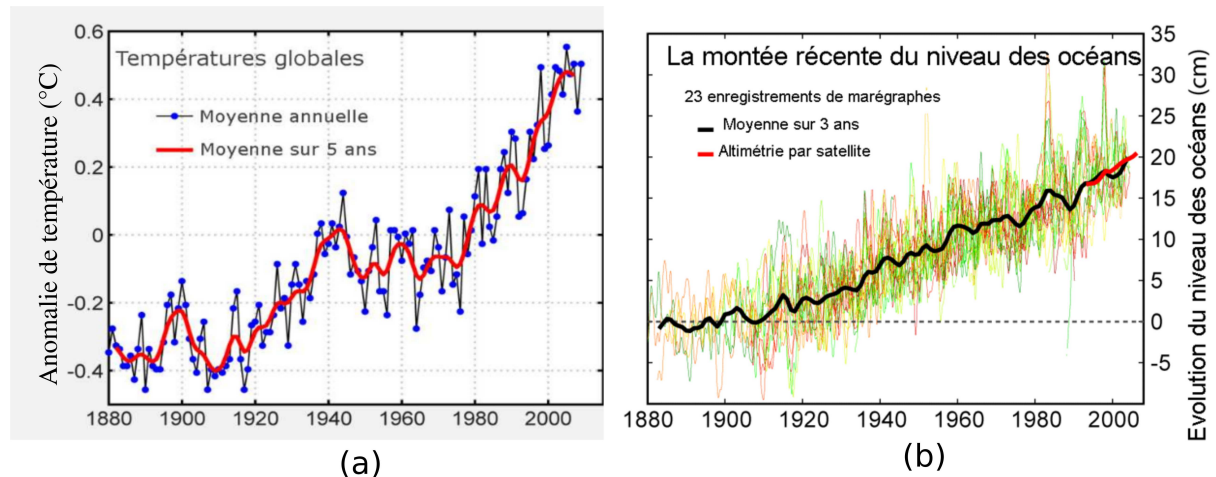


FIGURE I.1 – Variations de la température moyenne terrestre (a) et du niveau moyen de la mer dans l'hémisphère nord (b) [2]. Les différences sont calculées par rapport à des moyennes annuelles (en traits gras) entre 1880 et 2000.

2 Contexte climatique et enjeux énergétiques

2.1 Les causes du réchauffement climatique

L'augmentation du CO_2 dans l'atmosphère est liée à une hausse de la température terrestre à cause d'une forte concentration des gaz à effet de serre (GES). Il a été constaté que les émissions de CO_2 , en grande partie liées à la combustion d'énergie, représentent plus que les 3/4 des émissions mondiales. Selon le rapport 2010 du Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat GIEC [2], ce changement climatique serait dû à l'activité humaine avec 90 % de certitude. Par conséquent, la communauté internationale a pris conscience de l'impact important du changement climatique et de la nécessité d'agir au niveau international.

2.2 Bilan de la consommation énergétique

L'épuisement à court moyen des ressources d'énergies fossiles ainsi que le réchauffement climatique poussent la communauté internationale à entreprendre des solutions notamment, la diminution de la consommation énergétique et l'utilisation des énergies propres. Or, parmi les secteurs les plus polluants, le bâtiment représente actuellement un tiers de la consommation mondiale d'énergie et pourrait réduire ses émissions de CO_2 à l'aide des technologies économes.

2.3 Réduction de la consommation énergétique du bâtiment en France

La France a inscrit l'objectif de la réduction de la consommation énergétique dans sa stratégie de développement durable. Elle s'engage à réduire les émissions des GES dans le bâtiment grâce à trois plans d'action majeurs :

- La réduction de consommation d'énergie du bâtiment

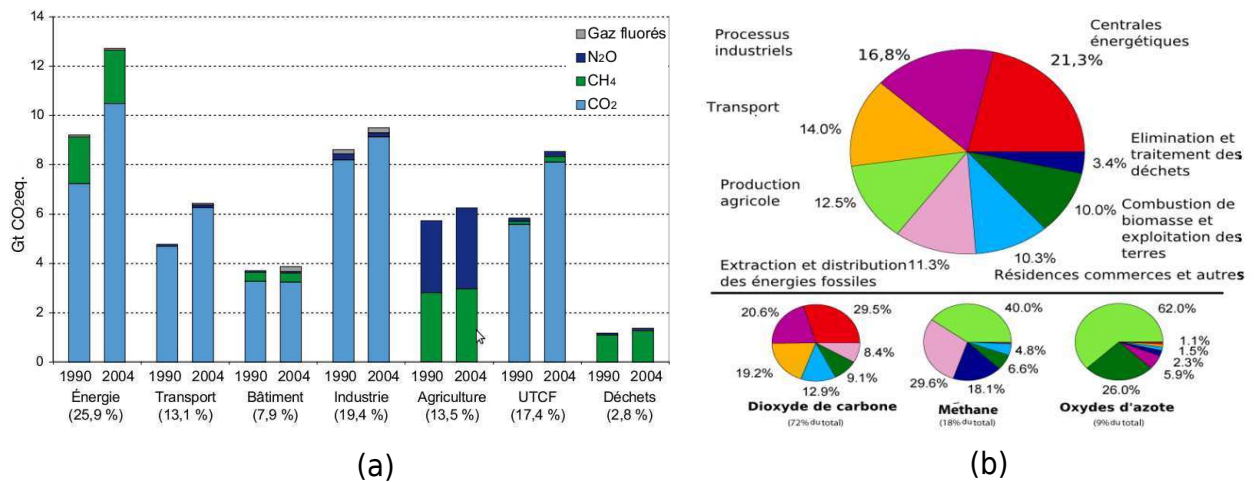


FIGURE I.2 – a) Évolution des émissions mondiales de GES entre 1990 et 2004. b) Parts des GES dans les émissions totales en 2004 en équivalent CO₂. Figures prises de la référence [2].

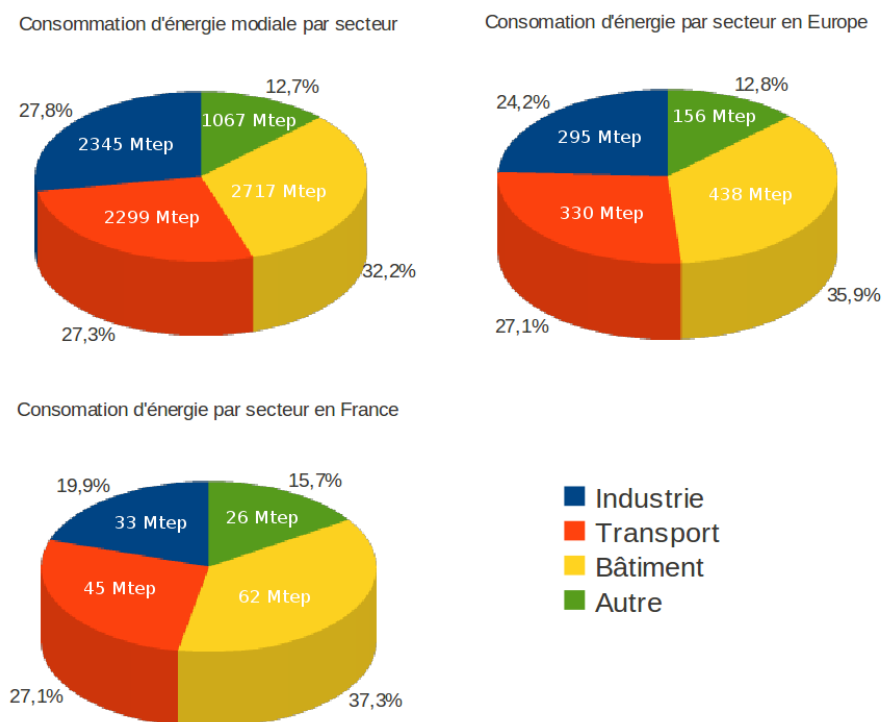


FIGURE I.3 – a) Consommation d'énergie dans le monde, b) en Europe et c) en France en 2008. Les données sont prises de la source <http://www.iea.org>.

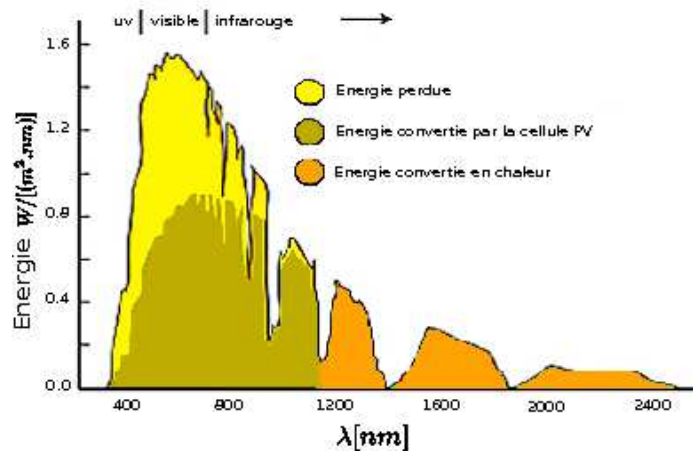


FIGURE I.4 – *Domaine spectral d'une cellule PV. Source : <http://www.technologyreview.com>*

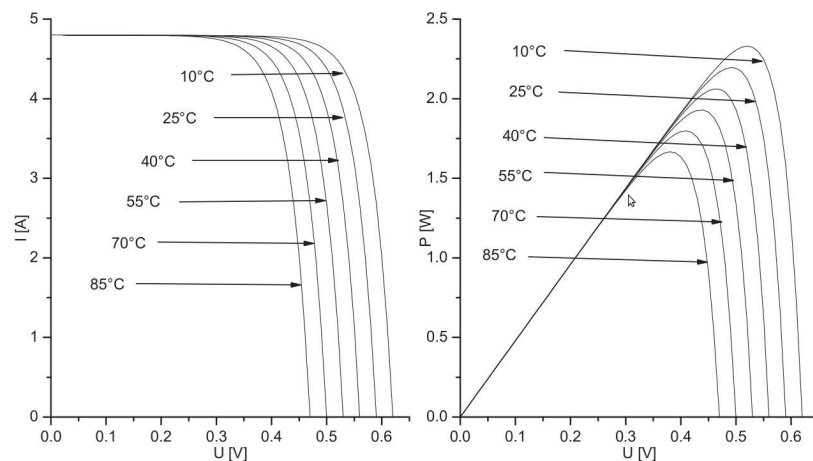


FIGURE I.5 – *Caractéristiques tension-courant (à gauche) et tension-puissance (à droite) d'une cellule photovoltaïque soumise à un éclairage de $1000 W/m^2$ pour différentes températures de fonctionnement. Figure prise de la référence [3].*

- L'amélioration des performances énergétiques des bâtiments via notamment les systèmes qu'ils intègrent
- La production locale d'énergie renouvelable

Notre étude rentre dans le cadre des efforts menés en lien avec la production locale d'électricité. En effet, les besoins d'électricité sont en augmentation importante. Le besoin d'indépendance énergétique a poussé la France à développer l'énergie nucléaire qui est une énergie propre. Cependant, plusieurs problèmes se posent concernant cette énergie. Actuellement la seule énergie durable est l'énergie solaire qui peut être exploitée localement par la technologie du photovoltaïque.

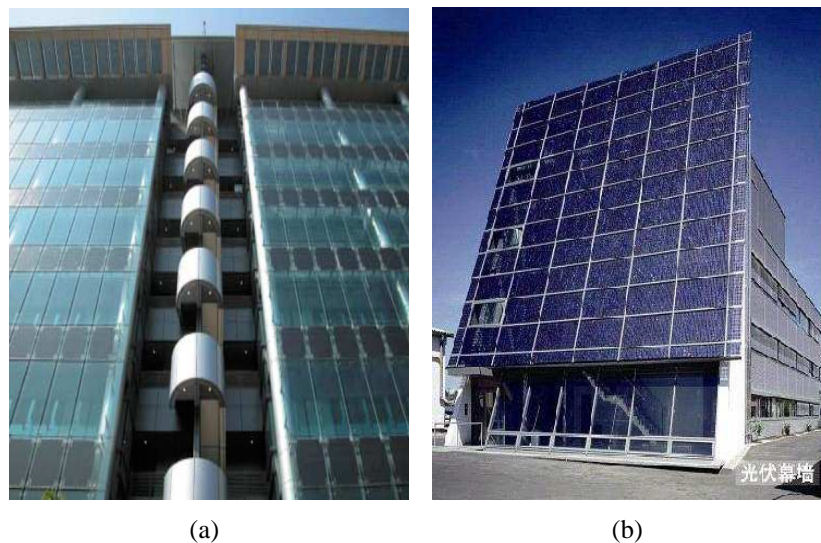


FIGURE I.6 – (a) *Façade double-peau en partie recouverte de panneaux PV (Chine).* (b) *Façade double-peau intégralement recouverte de panneaux PV (Chine).*

2.4 Intégration aux bâtiments des composants PV (IBPV)

De nos jours, il est encore difficile de satisfaire les besoins énergétiques d'un bâtiment avec des panneaux PV en toiture à cause des faibles rendements et des surfaces de captation insuffisantes. L'intérêt actuel est tourné vers l'intégration des panneaux PV aux surfaces bâties. Les conditions d'intégration aux bâtiments des composants PV constituent un facteur limitant de tels systèmes compte tenu de la forte dépendance des cellules PV en température. En effet, l'évacuation de la chaleur par la face arrière des panneaux PV devient difficile en raison de la présence du bâtiment. Par conséquent, le fonctionnement en été, incluant la production d'énergie électrique et l'utilisation du système comme cheminée solaire, s'avère ainsi un problème très délicat.

Afin de remédier à ce problème, l'intégration est faite en configuration façade type double-peau. Une lame d'air est intercalée entre le panneau et le bâtiment afin de créer un écoulement de convection naturelle entre les deux et d'améliorer le rafraîchissement des cellules PV.

3 Positionnement de l'étude

3.1 Façade double peau photovoltaïque

En plus des fonctions d'une FDP classique, l'intégration des composants PV dans des façades double peau permet de produire localement de l'électricité. L'idée est d'exploiter au mieux l'énergie solaire, la double-façade PV pouvant ainsi fournir de la chaleur et de l'électricité. C'est ce type d'intégration auquel nous nous intéresserons dans notre étude. Dans le cas de ce système, la façade est recouverte entièrement (voir fig. I.6(b)) ou en partie (fig. I.6(a)) par des modules PV.

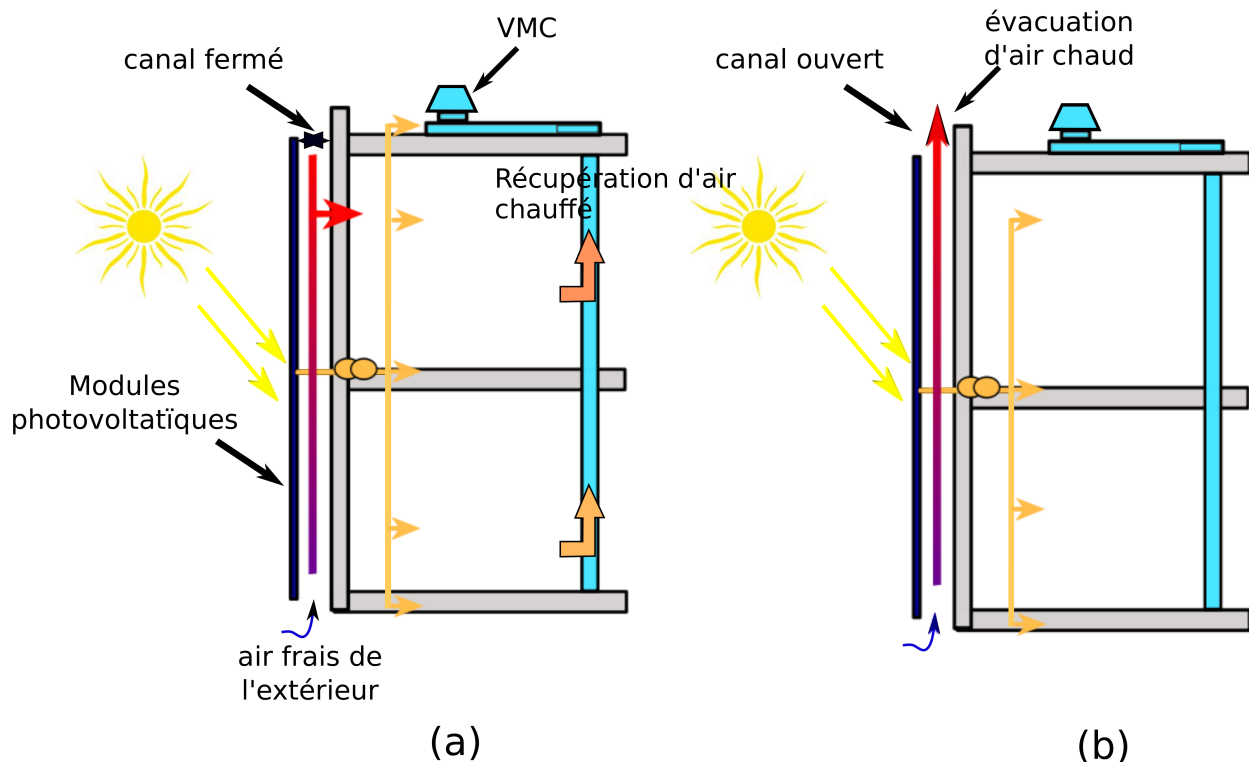


FIGURE I.7 – *Fonctionnement d'une façade avec paroi primaire opaque et l'autre paroi totalement recouverte de panneaux (PV) ; (a) Fonctionnement hiver ; (b) Fonctionnement été*

3.1.1 Fonctionnement d'une FDP photovoltaïque

Les façades photovoltaïques intégrées aux bâtiments sont en générale formées par deux parois verticales, la première externe constituée intégralement ou partiellement recouverte de cellules PV (cf. Fig. I.7), la deuxième correspond au mur du bâtiment. Entre ces deux parois, se trouve une lame qui fait l'objet d'une circulation d'air, ce qui va influencer le transfert thermique et l'écoulement au sein de la FDP et donc va avoir un impact sur le bâtiment.

Dans le cas de façade externe intégralement ou partiellement recouverte de cellules PV, le flux lumineux est reçu par la façade externe et en partie évacué par conduction et par rayonnement à l'arrière des panneaux PV. Le contrôle de la lame d'air qui permet d'assurer le refroidissement des cellules PV, est soumis à deux scénarios principaux d'utilisation correspondant respectivement au fonctionnement d'hiver et au fonctionnement d'été (cf. Fig. I.7). En hiver, l'air chaud montant au sein du canal est redistribué dans les locaux du bâtiment (écoulement forcé à l'aide de la ventilation mécanique contrôlée (VMC)). En été, les températures de fonctionnement sont élevées et cela entraîne la diminution du rendement des cellules photovoltaïques. Un écoulement de convection naturelle est créé à l'intérieur du canal et l'air chaud sort par la partie haute de la façade.

Dans la suite de cette étude, nous étudierons d'abord la configuration académique où la paroi externe est entièrement ou en partie composée de panneaux photovoltaïques. Le cas d'une alternance de cellules PV et de vitrages sur la paroi externe fera l'objet de perspectives. Le

cadre de l'étude est restreint au mode de fonctionnement de la FDP photovoltaïque en période estivale essentiellement basé sur l'effet cheminée. Les cellules PV sont considérées comme des sources de chaleur évacuant un flux qui pourra être supposé uniforme [20][21]. Ainsi, dans notre étude, nous considérons un canal vertical ouvert soumis à une densité de flux uniforme sur l'une ou sur deux de ces parois. Ces études académiques permettront dans un premier temps, de mieux comprendre les phénomènes physiques mis en jeu dans une configuration type façade double-peau.

3.1.2 Analyse physique

Afin de vérifier la pertinence de la FDP photovoltaïque vis-à-vis du refroidissement des cellules PV, il est indispensable de comprendre l'ensemble des différents types de transfert thermique intervenant au sein de la lame d'air. Le schéma I.8-b présente les transferts de chaleur mis en jeu dans le cas d'une double-peau constituée en partie de panneaux PV et de vitrages. La configuration d'étude qui correspond au façade est montrée dans la figure I.8-c. C'est un schéma simplifié puisque nous avons dans un premier temps supprimé les vitrages et ainsi négligé la part du rayonnement solaire qui vient intercepter le mur primaire. Ainsi, la configuration académique à étudier sera un canal ouvert chauffé sur une ou sur deux de ses parois.

L'intérieur de la double-peau (dans notre exemple) est ainsi constitué de zone chaudes et opaques situées sur les deux parois, qui vont engendrer un écoulement de convection naturelle qui va interagir avec le rayonnement de surface et créer deux couches limites thermiques le long des parois du canal. Ce système fait donc intervenir les trois modes de transfert de chaleur :

- la conduction dans les panneaux PV (non prise en compte dans notre étude) ;
- le rayonnement, les surfaces chaudes de la double-peau (panneaux PV et murs) vont rayonner entre elles ;
- la convection naturelle qui va refroidir la face arrière des panneaux PV.

Ce système peut être également très sensible aux conditions extérieures notamment l'effet du vent. L'optimisation du fonctionnement d'un tel système nécessite donc la prise en considération des mécanismes physiques mis en jeu ; c'est la raison pour laquelle une étude multi-échelle est menée au laboratoire CETHIL.

3.2 Étude multi-échelle d'une double façade photovoltaïque au CETHIL

Afin d'analyser les phénomènes physiques qui interviennent dans l'intégration des composants photovoltaïques aux bâtiments, une étude multi-échelle est menée au CETHIL. Cette étude se base sur des investigations expérimentales et numériques fines ainsi que sur des prototypes de façades de taille réelle in situ. Le but de cette étude dans un premier temps est d'analyser séparément (études numériques et expérimentales) les différents phénomènes physiques ayant lieu au sein de la façade (conduction, convection, rayonnement, humidité...). Dans un deuxième temps, les différentes investigations seront regroupées ce qui permettra une compréhension plus approfondie de la double-façade et ce qui facilitera par la suite son

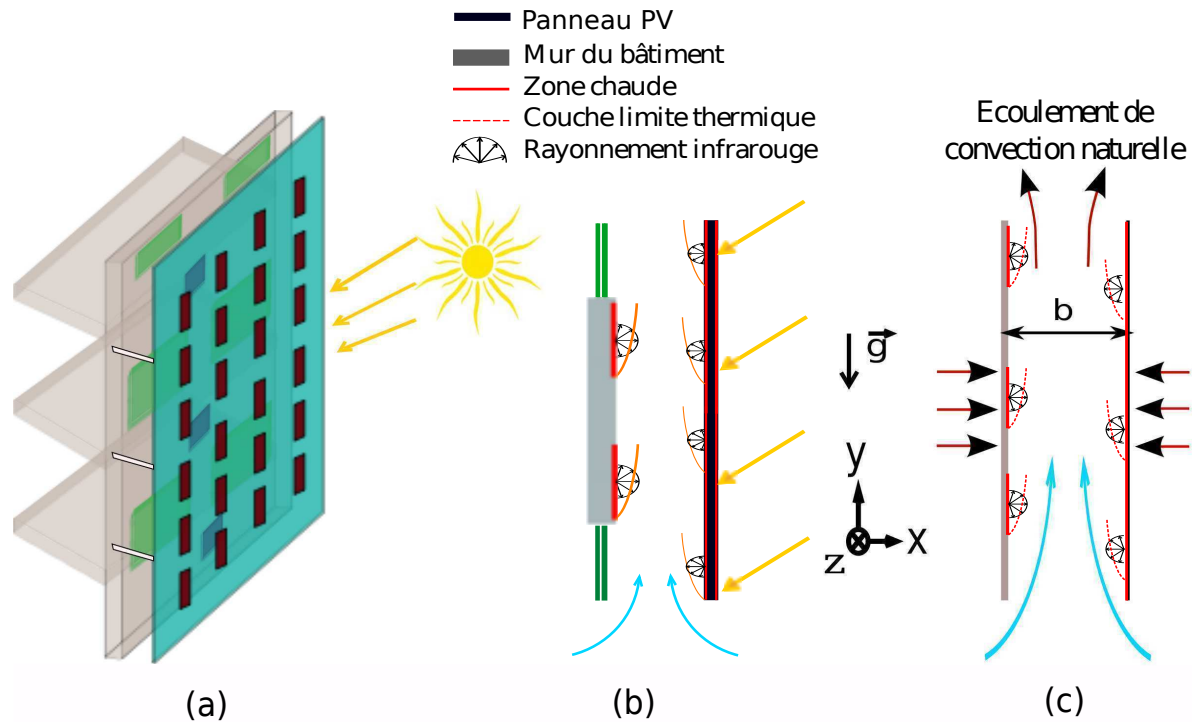


FIGURE I.8 – a) Configuration d'une façade double-peau photovoltaïque. b) Modes de transfert thermiques. c) Configuration d'étude simplifiée.

dimensionnement et son contrôle.

Cette étude rentre donc dans le cadre de deux projets ANR, le projet ANR-JC CERISES, coordonné par le CETHIL, dédié à l'analyse des transferts couplés (conduction-convection-rayonnement) dans un canal vertical ainsi que le projet RESSOURCES soutenu par l'ADEME et relatif à l'intégration de composants PV au sein de composants d'enveloppe actifs et dynamiques des bâtiments.

Une partie de notre travail a contribué à un «benchmark» numérique [15] dans le cadre du réseau AMETH dans lequel le CETHIL est impliqué. Des problématiques liées à la modélisation de la convection naturelle en canal ouvert sont mises en avant, notamment celle liée à l'imposition des conditions aux limites dynamiques entrée/sortie. Les simulations numériques permettront de fournir à la communauté scientifique une base de données importante reliant, à la fois les caractéristiques dynamiques et thermiques des phénomènes évoluant au sein de la lame d'air.

3.3 Étude numérique de la convection naturelle dans un canal vertical ouvert

Le fonctionnement des doubles façades photovoltaïques est complexe du fait des couplages existants entre les différents modes de transfert de chaleur et de masse au sein de la lame

d'air. Afin de mieux cerner ces phénomènes complexes, le CETHIL a mis en place une démarche qui consiste d'abord à cerner séparément chaque phénomène physique dans le but de comprendre ensuite leurs influences. La deuxième étape de cette démarche est dédiée à l'étude des couplages entre les différents phénomènes au sein de la lame d'air. Des expériences en conditions contrôlées et des études numériques sont consacrées à cet effet. Pour la présente investigation, nous avons choisi d'étudier numériquement les transferts thermiques et l'écoulement au sein d'une façade double-peau modélisée par un canal vertical dont l'une ou deux parois sont chauffées partiellement ou en totalité. Plusieurs aspects importants feront globalement l'objet de notre étude :

- étendre un code existant dédié à l'origine à une cavité fermée afin d'étudier la convection naturelle dans un canal ouvert.
- définir les conditions aux limites adéquates entrée /sortie.
- étudier l'influence des conditions aux limites dynamiques existantes en pression .
- comparer des calculs avec les études expérimentales existantes.
- étudier la convection naturelle dans l'eau et dans l'air (effet du Prandtl).
- étudier le couplage convection/rayonnement entre surfaces.
- modéliser les conditions aux limites en pression à l'entrée du canal.

4 Étude bibliographique

4.1 Introduction

La convection naturelle en configuration canal vertical est incontournable dans de nombreuses applications industrielles, comme les composants électroniques, les collecteurs plans solaires, les façades type double-peau. Par conséquent, la convection naturelle en canal vertical a reçu une grande attention par un bon nombre de chercheurs, des études tant numériques qu'expérimentales ont été menées pour améliorer les connaissances sur le transfert thermique et la dynamique de l'écoulement dans ce type de configurations. Le contrôle de l'écoulement de convection naturelle dans des géométries semi-ouvertes s'avère très complexe compte tenu des faibles vitesses mises en jeu. Ceci est principalement dû à la grande sensibilité de ce type d'écoulement aux conditions extérieures qui comprennent les fluctuations de pression, de température et la variation des vitesses extérieures.

Dans le cadre d'étude des façades double-peau photovoltaïques, les investigations expérimentales et numériques se sont intéressées à deux scénarios de fonctionnement de ce type de système : fonctionnements en hiver et en été. En été, les études se sont plus focalisées sur le phénomène de convection naturelle. Les objectifs de ces études étant l'amélioration de l'échange thermique fluide/parois dans le but de réduire les températures pariétales. En hiver, les études se sont concentrées sur la récupération de chaleur en sortie de la façade qui servira à préchauffer les locaux du bâtiment. Dans ce cas, le critère d'optimisation sera basé sur le débit massique et les différences de température entre l'entrée et la sortie du canal. Ce mode de fonctionnement est assuré à l'aide de la ventilation mécanique contrôlée (VMC). Même si l'objectif de cette thèse concerne le refroidissement des modules PV en période estivale, il est intéressant d'évaluer la capacité de récupération de chaleur à la sortie du canal. Cependant, le

mode de fonctionnement de la double-peau en hiver correspond à un cas de convection mixte ou forcée.

Par la suite, nous passons en revue un nombre d'études expérimentales et numériques sur la convection naturelle. Cette étude bibliographique nous permettra de justifier les choix faits sur l'orientation de notre étude en faisant ressortir les manques de la littérature et en analysant les besoins nécessaires à la compréhension de notre problématique.

4.2 Convection naturelle dans un canal vertical

Nous allons aborder dans cette partie des études expérimentales et numériques sur la convection naturelle pure en canal vertical. Ces investigations se sont concentrées sur l'étude du phénomène de convection naturelle sans distinguer les trois modes de transfert thermique (conduction, convection, rayonnement), donnant ainsi une estimation du transfert thermique global.

La convection naturelle dans un canal vertical a été étudiée à partir des années 40. Les premiers travaux expérimentaux et théoriques sont réalisés par Elenbaas [4], il effectue des mesures thermiques de la convection naturelle de l'air entre deux plaques verticales isothermes. L'expérience est menée pour un nombre de Rayleigh modifié par le rapport de forme Ra^* compris entre 0.1 et 10^5 . Elenbaas (1942) [4] constate que dans la limite de la valeur la plus petite de l'espacement entre les deux parois d'un canal suffisamment long, le nombre de Nusselt caractérisant le transfert de chaleur total transmis au fluide dépend seulement du nombre de Rayleigh modifié ($\overline{Nu} = f(Ra^*)$). De plus, il a déterminé les différents modes d'écoulement en fonction d'un nombre de Rayleigh modifié : à faibles nombres de Ra^* , l'écoulement est pleinement développé avec des couches limites qui se rejoignent au centre du canal tandis qu'à nombres de Ra^* élevés, les couches limites restent indépendantes (cf. Fig. I.9). Dans cette étude, Elenbaas [4] a proposé des corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh modifié.

Des études numériques ont vu le jour par la suite. En 1962, Bodoia et Osterle [22] ont mené la première investigation numérique sur l'écoulement de convection naturelle dans un canal chauffé en température. Dans leur étude, les auteurs ont utilisé un modèle parabolique des équations de Navier-stokes et ont supposé une vitesse uniforme ainsi qu'une pression atmosphérique à l'entrée du canal. Les résultats obtenus en terme de Nu ont montré un bon accord avec ceux obtenus par Elenbaas [4] pour des faibles nombres de Ra^* . Par la suite, Aung et al. [23] conduisent une étude numérique sur un écoulement de convection naturelle dans un canal chauffé en température et en densité de flux de chaleur. Les hypothèses de leur étude sont les mêmes que celles utilisées par Bodoia et Osterle [22] (modèle parabolique de N-S, vitesse et pression uniformes imposée à l'entrée du canal). Ils comparent leurs résultats avec ceux obtenus pour une seule plaque plane isotherme par Sparrow et Gregg [24] et trouvent une différence de 10% en terme de nombre de Nusselt pour $Ra^* > 10^4$. Ces études constituent la base de nombreuses études menées ultérieurement sur les écoulements de convection naturelle dans un canal. Des corrélations des nombres de Nusselt local et moyen ainsi que des

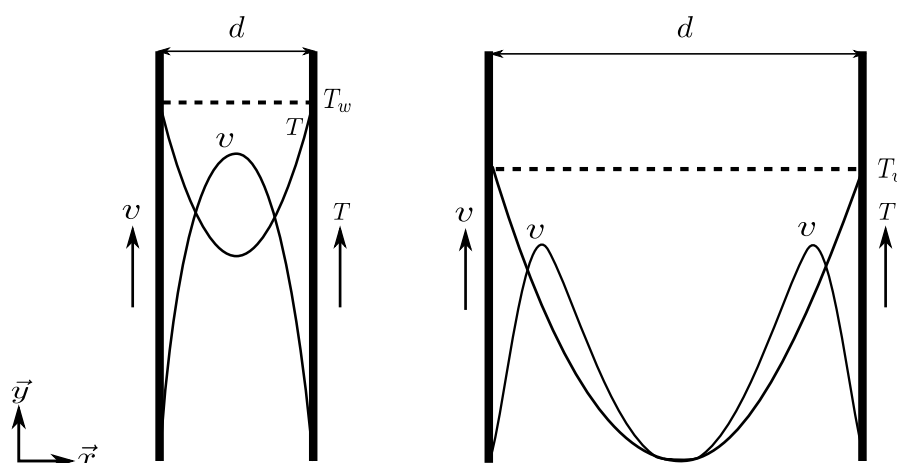


FIGURE I.9 – Régimes d'écoulement en convection naturelle pour un canal chauffé symétriquement en température [4] : régime pleinement développé à gauche (a) ; régime type couche limite à droite (b)

températures maximales de parois en fonction du nombre de Rayleigh et du rapport de forme ont été élaborées suite à ces études. Nous pouvons citer Churchill et Usagi [25] qui ont donné une corrélation générale du nombre de Nusselt moyen et Bar-Cohen et Rohsenow [26] qui ont proposé des corrélations basées sur le formule de Churchill et Usagi [25] pour différents cas de chauffages. Bar-Cohen et Rohsenow [26] ont donné également les espacements et les nombres de Nusselt optimums pour un meilleur échange convectif. Par la suite, Carl-Olof Olsson [27] revisite les corrélations en terme de nombre de Nusselt et donne en plus des corrélations en terme du débit massique dans le cas de chauffages isotherme et isoflux. La plupart des recherches récentes en matière de convection naturelle dans un canal ouvert se sont intéressées à des études paramétriques basées sur la variation des paramètres géométriques (rapport d'aspect, rapport d'extensions adiabatiques), la variation de la densité de flux et la non-uniformité du chauffage.

L'approximation des propriétés thermophysiques constantes a été communément adoptée dans les travaux précédents afin de simplifier les équations de Navier-Stokes, tandis que peu d'attention a été accordée aux effets des propriétés thermophysiques variables en fonction de la température. Lorsque le rapport entre la différence de température maximale (entre la paroi et le fluide) et la température ambiante est au-dessus de la limite de validité de l'hypothèse de Boussinesq, les variations des propriétés physiques dans le fluide ne peuvent pas être ignorées. Citons Guo et Wu [28] qui ont réalisé une étude numérique sur l'influence des propriétés variables sur le débit massique induit par convection naturelle dans un canal chauffé en densité de flux uniforme. Les auteurs ont utilisé un modèle parabolique des équations de Navier-Stokes. L'étude est effectuée pour des nombres de Rayleigh modifié de $0.01 \leq Ra^* \leq 10^4$ et des rapports de forme de $0.03 \leq d/L \leq 0.06$. Leur étude a montré que le débit massique et le nombre de Nusselt dans le canal sont inférieurs à ceux obtenus en supposant des propriétés constantes et l'approximation de Boussinesq. Ils ont montré également que l'effet de la variation de densité (trainée thermique) conduit à une dépendance non-monotone du débit

massique induit dans le canal. Par la suite, Hernandez et Zamora [29][30] étudient l'influence des propriétés variables sur la convection naturelle dans un canal d'air vertical soumis à un chauffage uniforme et asymétrique en densité de flux. À cet effet, les auteurs utilisent un modèle elliptique des équations de conservation. Les résultats en terme de débit massique, du nombre de Nusselt et de profils de vitesse sont présentés pour des nombres de Rayleigh de $10 \leq Ra^* \leq 10^7$ et des rapports de forme de $0.02 \leq d/L \leq 0.08$. Hernandez et Zamora [29][30] constatent une réduction importante de la zone de recirculation qui décroît presque linéairement en augmentant Ra^* . Ils constatent aussi que la variation des propriétés thermophysiques induit un débit massique plus important dans le canal pour le cas des nombres de Rayleigh impliquant des recirculations en sortie du canal, tandis qu'il diminue légèrement pour les nombres de Rayleigh plus petits. Les auteurs comparent enfin les résultats en terme de débit massique et de température pariétale avec ceux obtenus par Guo et Wu [28]. Un bon accord a été trouvé pour le débit massique pour des propriétés variables et constante. Les résultats en terme de températures pariétales sont en bon accord pour le cas des propriétés constantes, mais sont légèrement plus élevés pour des propriétés variables. Néanmoins, Hernandez et Zamora [29][30] et Guo et Wu [28] trouvent les mêmes tendances en terme de variation du nombre de Nusselt et du débit massique en fonction de Ra^* . Ces études nous ont mené à considérer la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température dans notre étude numérique.

Toutes les investigations précédentes ont été effectuées dans l'air n'ont pas différencié les parts respectives du transfert thermique (convection, rayonnement, conduction) dans le canal. Dans le but de caractériser l'échange convectif pur, certains chercheurs ont utilisé l'eau comme fluide de travail. Le choix de l'eau permet de neutraliser les effets radiatifs et de ne s'intéresser qu'au phénomène de convection naturelle. Les études expérimentales et numériques en canal vertical dans l'eau sont rares car la majorité des applications liées à cette configuration fonctionnent dans l'air. Sparrow et al. [31] mènent une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle dans un canal vertical soumis à une température uniforme. L'eau est utilisée comme fluide de travail dans l'étude expérimentale, tandis que l'étude numérique est faite pour des fluides de nombre de Prandtl allant de $0.7 < Pr < 10$. Les auteurs ont mis en évidence un écoulement de retour en sortie du canal. Ils constatent que le nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chauffée n'est pas influencé par l'écoulement de retour produit près de la paroi adiabatique. Ils expliquent cela par le fait que le retour du fluide ait lieu près de la paroi non chauffée alors que le Nusselt moyen est calculé le long de la paroi chauffée. Sparrow et Azevedo [32] ont mené une étude expérimentale sur un canal chauffé en température. Les auteurs donnent une corrélation du nombre de Nusselt pour $2 \leq Ra^* \leq 10^8$. Sparrow et Azevedo [33] mènent par la suite une investigation sur un canal chauffé asymétriquement en température et muni d'une ouverture au niveau de la paroi non chauffée. Ils trouvent que l'emplacement de l'ouverture et sa taille influencent de manière importante le débit à l'entrée du canal ce qui implique un échange thermique plus important que celui obtenu en sortie. Quant au transfert thermique global il est peu influencé. Ospir et al. ont mené [34] une étude expérimentale sur l'écoulement de convection naturelle dans un canal plan vertical soumis à une densité de flux sur l'une de ses parois. Les expériences sont réalisées dans de l'eau pour des nombres de Rayleigh modifié Ra^* correspondants au régime d'écoulement de type couche limite. Les investigations portent plus précisément sur l'influence du rapport d'aspect d/L et du nombre de Rayleigh modifié Ra^* sur

la structure de l'écoulement notamment l'apparition d'écoulement de retour. Dans un premier temps, trois rapports de forme ont été utilisés en maintenant le même nombre de Rayleigh modifié $Ra^* = 4,5 \cdot 10^6$. Dans un deuxième temps, trois nombre de Rayleigh modifié ont été utilisés pour le même rapport de forme $d/L = 0.17$. Les visualisations de l'écoulement sont effectuées dans le plan central du canal. Les auteurs ont observé des écoulements de retour en sortie du canal, engendrant des tourbillons caractérisés par deux grandes recirculations reliées entre elles et dont la longueur de pénétration peut s'étendre jusqu'aux $3/4$ de la hauteur du canal. Les auteurs observent que la longueur de la cellule supérieure diminue avec l'augmentation du rapport de forme tandis que la cellule inférieure possède une longueur stable. De plus, l'augmentation de Ra^* pour un rapport d'aspect fixe fait diminuer la longueur de pénétration de l'écoulement de retour. Popa et al. [35] mènent des études numériques et expérimentales sur un canal d'eau chauffé sur l'une de ces parois en densité de flux, l'autre paroi étant adiabatique. L'étude est faite pour des nombres de Rayleigh modifié $\leq 4 \cdot 10^6$. Les auteurs s'intéressent plus particulièrement à l'écoulement de retour le long de la plaque non chauffée. Ils comparent les résultats numériques et expérimentaux en terme de longueur de pénétration et trouvent une différence de 6%. Récemment, Daverat et al. [36] ont monté un banc d'essais pour étudier la convection naturelle dans un canal vertical en eau chauffé en densité de flux. Des mesures de densité de flux, de vitesse et de température ont été effectuées pour une large gamme de nombre de Rayleigh modifié $2.2 \times 10^6 < Ra^* < 2.1 \times 10^{12}$. Leur étude a porté principalement sur la caractérisation thermique et cinématique de l'écoulement. Les profils de vitesse et de température moyennes obtenues mettent en évidence la présence d'un changement de régime de l'écoulement. Ils précisent que ce changement de régime (transition vers la turbulence) est caractérisé par une augmentation du transfert de chaleur en paroi mais aussi par la diminution du cisaillement en sortie du canal. Nous reviendrons plus en détails sur cette étude dans le chapitre IV. Ces études nous ont mené à étudier la limite de validité de l'usage de l'eau pour modéliser la convection d'air dans un canal vertical.

Suite à l'étude bibliographique effectuée sur la convection naturelle en canal ouvert, nous pouvons constater que la majorité des études présentées ici s'est focalisée sur la détermination des échanges convectifs, à travers des corrélations $Nu[Ra^*]$. Peu d'études se sont penchées sur l'aspect cinématique de l'écoulement qui est indispensable pour la compréhension des mécanismes physiques ayant lieu au sein du canal. De plus, une grande partie de ces investigations ont négligé les effets des propriétés thermo-physiques variables en fonction de la température alors qu'il semble important de les prendre en compte surtout quand les gradients de température pariétaux sont grands (cas de la double façade). Notons également que la plupart des études ont utilisé l'air comme fluide de travail et celles en eau sont rares. À notre connaissance, aucune étude comparative en terme de transfert de chaleur, de débit et de configuration d'écoulement n'a été recensée jusqu'alors entre la convection naturelle dans l'eau et celle dans l'air dans une géométrie semi-ouverte. En effet, il est important de savoir jusqu'à quelle limite on peut utiliser l'eau pour caractériser le transfert convectif et la dynamique de l'air en convection naturelle dans un canal ouvert. Notez qu'il est également important de relever les différences en terme de structure d'écoulement entre les deux fluides (taille d'écoulement de retour, taille de recirculation, longueur de pénétration).

4.3 prise en compte du rayonnement entre surfaces

Les investigations que nous aborderons d'abord ici ont pris en compte les parts respectives des différents modes de transfert thermique (convection, conduction et rayonnement). Nous verrons ensuite des études numériques qui se sont penchées sur l'influence du rayonnement entre surfaces sur l'écoulement de convection naturelle.

Une expérience intéressante est mise en place par Web et Hill [37]. Ils étudient la convection naturelle dans un canal d'air vertical présentant des extensions adiabatiques à l'entrée et en sortie utilisées pour limiter les pertes radiatives aux extrémités du canal. L'étude est menée pour une gamme de nombre de Rayleigh modifié variant de 503 à $1,7 \cdot 10^7$. Les auteurs ont établi des corrélations en fonction du Ra^* en terme du nombre de Nusselt et de température maximale de paroi. Les résultats en terme de nombre de Nusselt moyen sont proches de ceux obtenus par Sparrow et Gregg [24] dans le cas d'une plaque plane isolée pour des nombres élevés de Ra^* (grands espacements). Les différences en terme de nombre de Nusselt sont toutefois d'environ 11% entre les deux études. Ils expliquent cela par une influence probable des pertes radiatives, des effets de la conduction dans les parois et de la variation des propriétés thermophysiques de l'air en fonction de la température. Miyamoto et al. [38] ont mené une étude expérimentale en convection naturelle dans un canal chauffé asymétriquement en densité de flux. L'étude a été conduite pour $10^4 \leq Ra^* \leq 4 \cdot 10^8$. Ils calculent le nombre de Nusselt après avoir soustrait la part de l'échange radiatif (estimé à $\approx 20\%$ du transfert thermique global). Les auteurs constatent que le profil de température subit un point d'inflexion en aval du canal (à $y/H=0.7$). Ils relient cette diminution de température pariétale à un changement de régime de l'écoulement (transition turbulente). Savicente et al. [39] ont étudié expérimentalement la convection naturelle dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux. Des mesures en terme de vitesse et de température ont été menées pour des nombres de Rayleigh modifié allant de 3.86×10^5 à 6.22×10^6 et pour des chauffages uniformes et non uniformes. Dans le cas du chauffage uniforme, les auteurs ont mis en évidence comme Miyamoto et al. [38], un mécanisme de transition laminaire/turbulent de l'écoulement. Ce mécanisme a été suggéré par les profils de température qui chutent de façon brutale en aval. Les auteurs observent aussi une augmentation de température de la paroi adiabatique et attribuent cela à l'échange radiatif entre les parois. De plus, Savicente et al. [39] mettent en évidence des écoulements de retour en sortie du canal et précisent que ces écoulements ont un caractère intermittent. Nous reviendrons plus tard sur cette étude dont les résultats feront office de données de comparaison avec nos résultats numériques dans le chapitre IV.

L'interaction du rayonnement entre surfaces avec la convection naturelle dans un canal vertical asymétriquement chauffé a été étudié numériquement par Carpenter et al. [40]. Une formulation parabolique des équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse de Boussinesq a été utilisée dans cette étude. Les auteurs ont analysé l'influence de paramètres adimensionnels (la densité de flux, le nombre de Rayleigh, le rapport de forme, l'émissivité) sur le transfert thermique. Ils ont conclu que le transfert radiatif réduit de manière significative la température pariétale notamment la température maximale. Cheng et Müller [41] étudient l'interaction du rayonnement entre surfaces avec la convection naturelle dans un canal vertical chauffé de manière asymétrique en température. Les auteurs mènent une étude de comparaison entre des résultats numériques et expérimentaux en terme de densité de flux et de profils de température

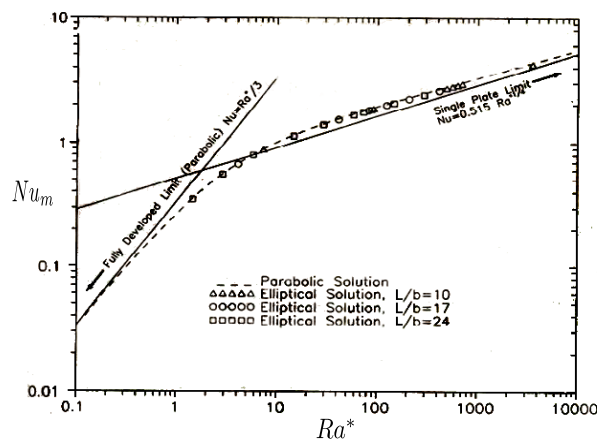
pour un canal de rapport de forme allant de 0 à 8. Cheng et Müller [41] constatent un écart d'environ 10% entre les résultats. Les auteurs rajoutent également que pour une émissivité élevée ($\varepsilon = 0.9$), le transfert radiatif peut constituer jusqu'à 50% du transfert de chaleur total. Récemment, Li et al. [19] ont étudié l'effet du rayonnement entre surfaces sur les champs de température et de vitesse ainsi que sur les recirculations en convection naturelle dans un canal asymétriquement chauffé en densité de flux. Les auteurs ont remarqué comme Carpenter et al. [40] et Cheng et Müller [41] que le rayonnement entre surfaces augmente les échanges de chaleur au sein du canal réduisant ainsi les températures des parois chaudes et augmentant celles des parois adiabatiques. Li et al. [19] remarquent aussi que le rayonnement entre surfaces peut amortir jusqu'à disparition les écoulements de retour observés en convection naturelle pour un chauffage asymétrique.

Mise à part quelques études dans la littérature [40][41][42][19], la majorité des investigations numériques présentées n'ont pas considéré l'interaction du rayonnement entre surfaces avec la convection naturelle. De plus, de nombreuses études ont confirmé que le transfert radiatif représente un pourcentage important du transfert de chaleur global [38][40][43][37]. Par conséquent, une partie de notre présent travail concernera l'amélioration des prévisions numériques (en comparaison avec des études expérimentales dans l'air) en incluant un modèle de transfert radiatif dans notre numérique, ainsi que l'étude des effets du rayonnement entre surfaces en convection naturelle dans un canal ouvert.

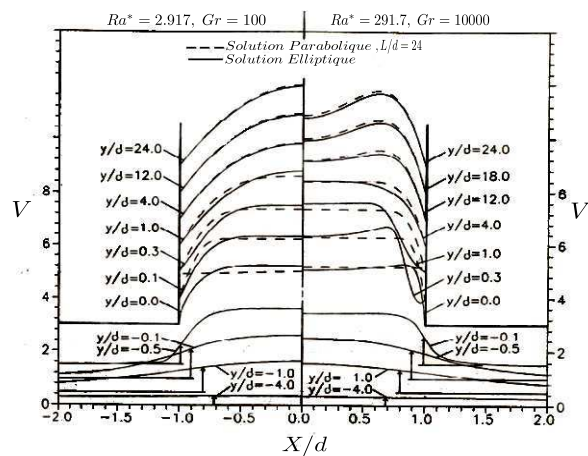
4.4 Analyse des conditions aux limites dynamiques

L'étude de la convection naturelle dans une géométrie semi-ouverte type canal a connu un grand intérêt ces dernières années auprès de nombreux numériciens [44][5][11][10][29][7][45][46], car elle nécessite un traitement particulier en terme de conditions aux limites adéquates à imposer aux frontières du domaine, plus particulièrement quand la nature du système d'équations est elliptique en espace. Dans notre cas d'étude, il est difficile de traduire les conditions aux limites aux frontières ouvertes de manière exacte et surtout pour transcrire des éventuelles recirculations en sortie du canal, car le seul moteur de l'écoulement est la force d'Archimède. Afin d'étudier numériquement ces écoulements, nous avons mené une revue bibliographique sur les différentes conditions aux limites dynamiques utilisées dans la littérature afin d'en définir les plus appropriées.

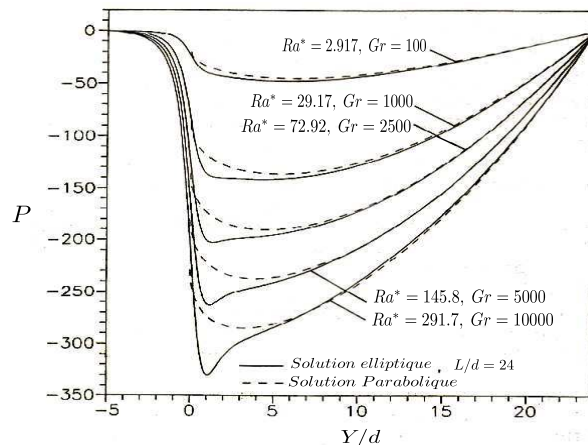
Avant d'entamer l'analyse sur les différentes conditions aux limites dynamiques utilisées dans la littérature, il m'a semblé important de souligner les deux systèmes d'équations utilisés dans l'étude des écoulements de convection naturelle. De nombreux auteurs comme [47][48][49][50] ont utilisé une formulation parabolique (en espace) des équations de Navier-Stokes incompressibles sous les hypothèses de Boussinesq. Ce type d'équations a été largement utilisé pour l'étude de la convection naturelle le long d'une plaque plane [51] [24][22]. En effet, en effectuant une analyse d'ordre de grandeur, certains termes des équations de Navier-Stokes peuvent être négligés et un système d'équations simplifié décrivant les couches limites est obtenu. Autrement dit, les auteurs négligent les termes de diffusion dynamique et thermique selon la direction axiale. Il faut noter que dans le cas de la plaque plane, le gradient thermique reste localisé à proximité de la surface chauffée, il s'en suit que l'épaisseur de la couche



(a)



(b)



(c)

FIGURE I.10 – Comparaisons en terme de Nusselt moyen (a), vitesse verticale (b) et pression longitudinale (c) pour deux modèles d'équations : parabolique et elliptique, et pour différents nombres de Rayleigh modifiés [5].

limite thermique est négligeable devant la position verticale le long du canal [52][53][54]. Le deuxième système d'équations est appelé système d'équations elliptiques en espace (parabolique en temps). Ce type d'équations a été utilisé pour prendre en compte tous les effets diffusifs dans les équations de conservation de quantité de mouvement et d'énergie. En effet, Naylor et al. [5] constatent que les résultats en terme de pression et de vitesse verticale obtenus par un modèle parabolique et ceux obtenus par un modèle elliptique sont en excellent accord à faibles nombres de Rayleigh alors que les différences croissent quand le nombre de Rayleigh augmente (cf. Fig. I.10). De plus, les profils de vitesse à l'entrée du canal sont différents pour les deux modèles d'équations. Quant aux résultats en terme de nombre de Nusselt moyen, ils sont différents de 3%. Les différences constatées en terme de grandeurs globales et locales sont reliées aux effets de diffusion qui ont été négligés dans le modèle parabolique des équations de conservation [5][8]. Le système d'équations elliptiques en espace et parabolique en temps est considéré dans notre étude (voir système d'équations (II.5) Chap.II § 2) pour les raisons exposées précédemment.

De nombreux auteurs ont utilisé un modèle parabolique des équations de Navier-Stokes [6][55][22] en convection naturelle dans un canal ouvert. Ce système d'équations demande la spécification du profil de vitesse à l'entrée du canal. La relative réussite de ces études pour le cas de la convection naturelle réside dans le fait que l'échange thermique dans le canal n'est pas très dépendant du choix du profil de la vitesse imposé à l'entrée du canal. D'autres auteurs [55][22][8][6] soulignent qu'une vitesse d'entrée uniforme est incorrecte pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh. Cela peut expliquer les discordances entre les résultats de nombreux auteurs dans la littérature principalement en terme de débit massique et des champs de vitesse. Pour le cas de la convection mixte ou forcée, nous pouvons imposer un profil parabolique ou uniforme de vitesse à l'entrée du canal. Cette supposition ne peut pas être compatible avec les écoulements de convection naturelle. En effet, le problème est beaucoup plus complexe à cause de la contribution des effets de diffusion dans les équations de Navier-Stokes [11][7][10][56][5][45][29][46] [57][58]. De plus, l'écoulement est engendré par la seule force : poussée d'Archimède. Ceci rajoute un degré de complexité pour la modélisation de tels phénomènes dans des configurations semi-ouvertes.

Lorsque les conditions aux limites sont écrites en pression, le théorème de Bernoulli est utilisé pour traduire la chute de pression entre l'amont et l'entrée du canal (vitesse en amont supposée nulle et la pression est égale P_{atm}). Plusieurs auteurs [6][7][8] constatent que la pression motrice à l'entrée du canal ($P_e = -0.5V_e^2$), due à la vitesse du fluide entrant, ne peut être négligée, l'influence est d'autant plus importante que le nombre de Rayleigh est grand. Dalbert et al. [6] et Marcondes et al. [7] rajoutent qu'une pression atmosphérique à l'entrée ne correspond pas au cas de la convection naturelle, mais à un cas de convection mixte. En effet, pour des plaques très écartées dans le cas d'un canal chauffé symétriquement en densité de flux, Dalbert et al. [6] comparent la température maximale de la paroi chaude avec les études de Aung et al. [55] et Engel et al. [59] qui supposent l'entrée du canal à $P_e = P_{atm}$, les résultats sont de 10% inférieurs à celles de la plaque plane [24] (cf. Fig. I.11). Cela explique aussi les valeurs supérieures trouvées pour les débits en comparaison avec les résultats de Aung et al. (1972) [55] (cf. Fig.I.11). De même, en imposant une pression atmosphérique à l'entrée du canal, Marcondes et al. [7] trouvent que les profils de vitesse surestiment le débit massique

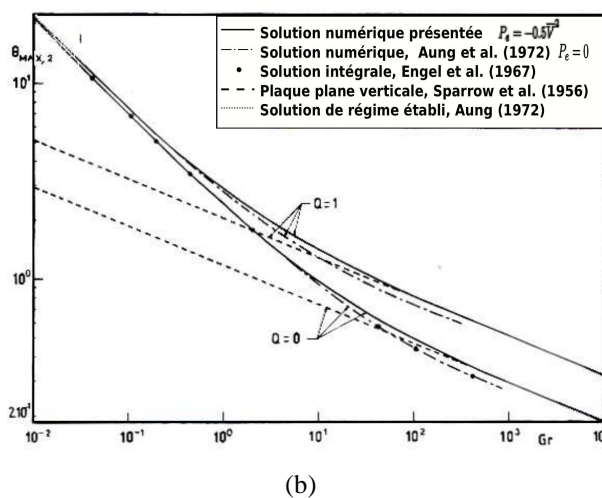
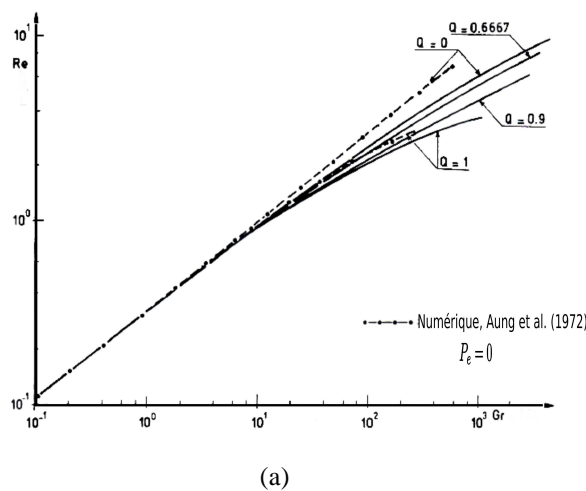


FIGURE I.11 – Comparaisons en terme de débit (a) et de température maximale de paroi chaude (b) pour deux conditions aux limites en pression à l’entrée du canal [6].

qu’induirait une convection naturelle pure (cf. Fig. I.12) rejoignant ainsi les mêmes remarques que ceux de Dalbert et al. [6]. Ils précisent aussi que du moment où ce surplus ne change pas l’épaisseur de la couche limite thermique, le transfert thermique n’est pas affecté par la condition aux limites en pression à l’entrée (cf. Fig. I.13). Dans la figure I.14, Morrone et al. [8] comparent les profils de pression adimensionnée le long de la ligne médiane du canal pour deux nombres de Gr_L (basé sur la hauteur) et pour différents rapports d’aspect. La figure I.14 montre que la pression chute d’une manière importante le long du canal. Par conséquent, Morrone et al. [8] confirment qu’imposer une pression atmosphérique comme conditions aux limites à l’entrée du canal est une hypothèse erronée.

L’amplitude et la direction de l’écoulement à l’entrée du domaine sont déterminées par ce qui se passe près de la paroi chauffée (à une certaine distance loin en amont). Cette difficulté a poussé les chercheurs à considérer des conditions aux limites qui exercent le moins de contraintes sur l’écoulement, dans le but que l’écoulement s’établisse lui-même en amplitude et en direction. Dans cette même optique, des auteurs comme [9][60] [61] [8] ont utilisé des

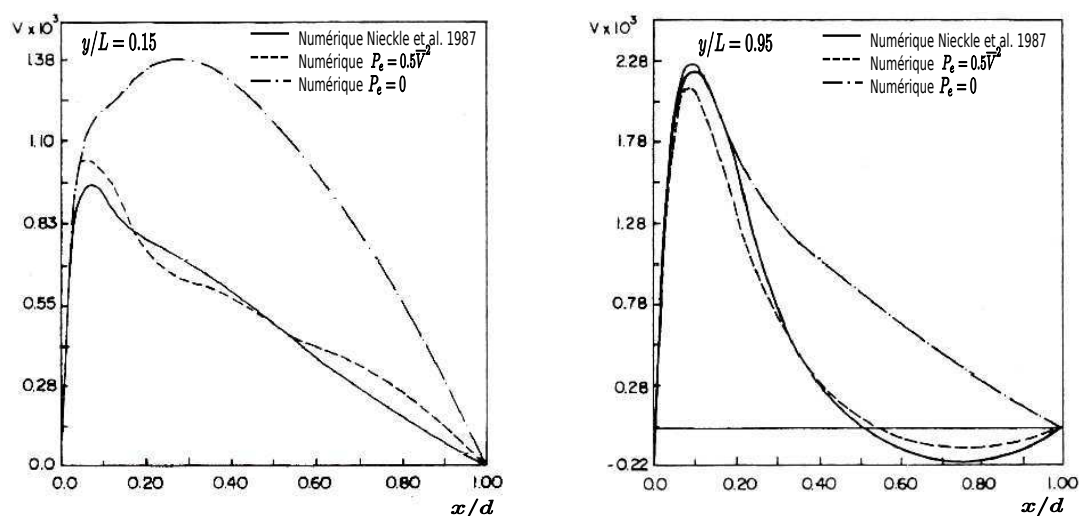


FIGURE I.12 – Comparaisons en terme de vitesse verticale adimensionnelle à l’entrée et en sortie du canal pour deux conditions aux limites en pression à l’entrée du canal [7].

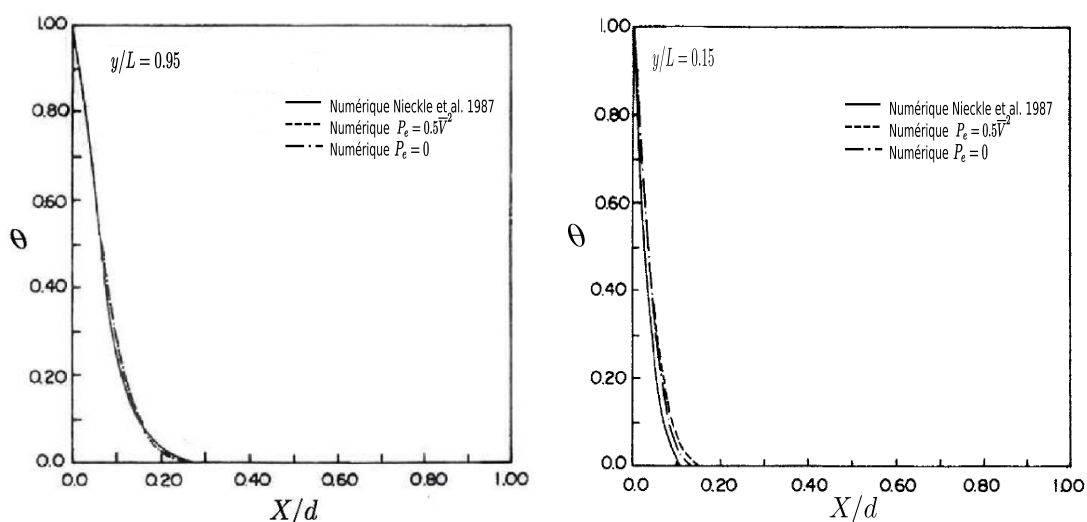


FIGURE I.13 – Comparaisons en terme de température adimensionnelle pour deux conditions aux limites en pression à l’entrée du canal [7].

conditions aux limites qui correspondent à un écoulement de convection naturelle en régime établi dans un canal précédé par une extension droite adiabatique à l’entrée (voir figure I.15). Les conditions aux limites à l’entrée de la zone adiabatique sont similaires à ceux utilisées pour le cas d’un canal sans extensions.

Une autre solution consiste à changer les extensions adiabatiques par des volumes artificiels de manière à agrandir le domaine de calcul à l’entrée et/ou en sortie du canal chauffé [5][62][45] [63] [46] [64]. Le but d’utiliser ces volumes artificiels est de prendre en compte la

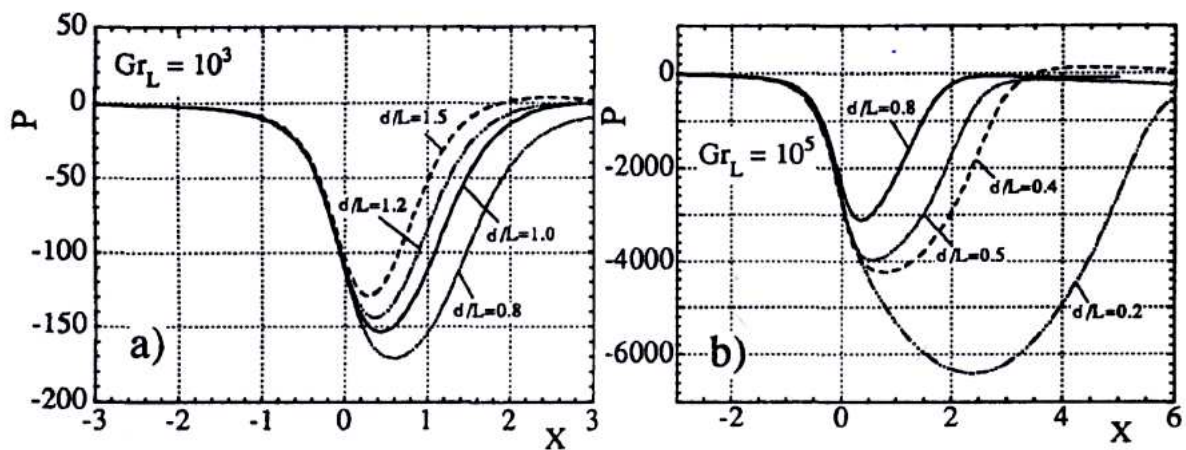
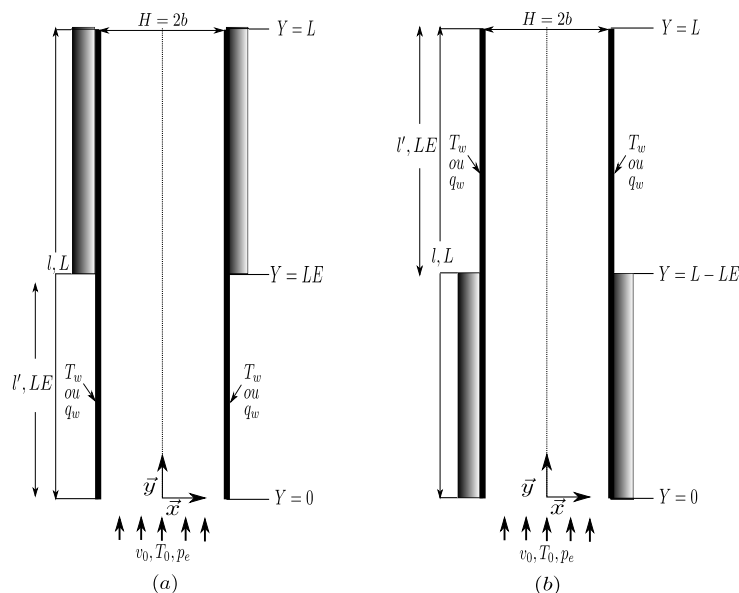


FIGURE I.14 – Comparaisons en terme de pression longitudinale au milieu du canal pour $Gr_L = 10^3, 10^5$ et pour différents rapports de formes [8].

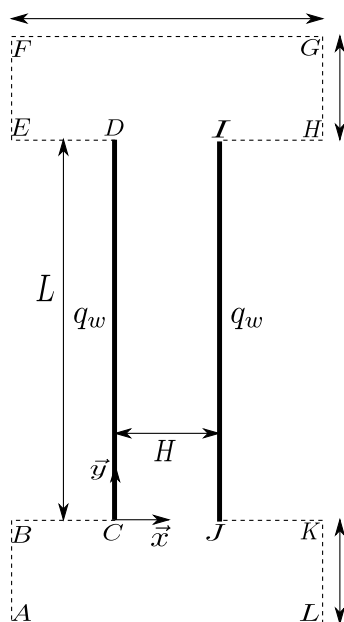


Conditions aux limites dynamiques adimensionnelles

$$\begin{aligned}
 Y = 0, 0 < X < b: V = V_0; P_e = -0.5V_0^2 \\
 Y \geq 0, X = 0: \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \\
 0 \leq Y \leq L - LE, X = b: V = 0 \\
 L - LE \leq Y \leq L, X = b: V = 0 \\
 0 \leq Y \leq LE, X = b: V = 0 \\
 LE \leq Y \leq L, X = b: V = 0
 \end{aligned}$$

FIGURE I.15 – Schéma du modèle physique avec les conditions aux limites dynamiques : (a) extension adiabatique non chauffée à l'entrée, (b) extension adiabatique non chauffée en sortie [9]

diffusion de la quantité de mouvement et de l'énergie qui se déroule à l'extérieur du canal et de



Conditions aux limites en vorticité ω et en fonction de courant ψ

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 : AB \text{ et } KL$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0 : AL$$

$$\psi = \psi_{w1}, \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0, BC \text{ et } DE$$

$$\psi = \psi_{w1}, \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 : CD$$

$$\psi = \psi_{w2}, \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 : IJ$$

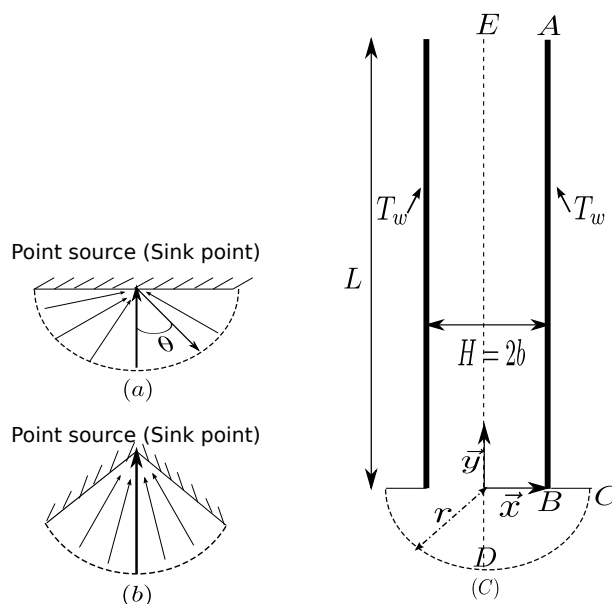
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 : EF \text{ et } GH$$

$$\psi = \psi_{w2}, \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 : HI \text{ et } JK$$

FIGURE I.16 – *Domaine de calcul en forme de "I" et les conditions aux limites en vorticité utilisé par Manca et al. [10].*

permettre à l'écoulement de s'établir avant d'arriver à l'entrée. Les conditions aux limites se traduisent finalement par des conditions de gradient nul en vitesse et en pression [6][5] [63] ou en vorticité [62] [46].

Deux études intéressantes traitant les conditions aux limites dynamiques de manière différente à l'entrée du canal sont menées par Naylor et al. [5] et Straatman et al. [11]. Les conditions aux limites dynamiques utilisées à l'entrée du canal sont basées sur l'écoulement de Jeffrey-Hamel (voir figure I.17). Ce dernier correspond à une solution de similarité pour un écoulement généré par la présence d'une source de température « Sink point » au point d'intersection de deux parois. Ces études ont permis de vérifier la relation existante entre l'énergie cinétique et la pression à l'entrée du canal en concordance avec la pression de Bernoulli imposée dans le cas du canal seul dans les études précédentes [6][8][7].



Conditions aux limites dynamiques

$$u = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0 : -r \leq y \leq L, x = 0, DE$$

$$u = 0, v = 0 : 0 \leq y \leq L, x = b, AB$$

$$u = 0, v = 0 : y = 0, b \leq x \leq r, BC$$

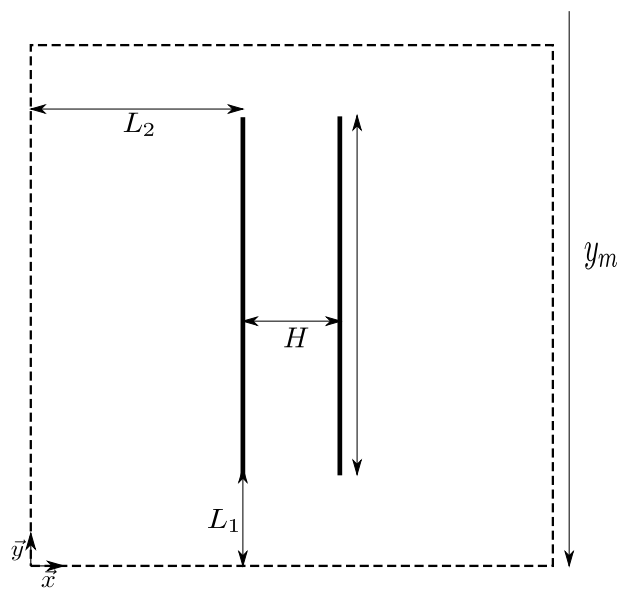
$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, p_e = p_0 : y = L, 0 \leq x \leq b, EA$$

$$v_r = 0, v_\theta = 0, p_e = 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} : CD$$

FIGURE I.17 – *Domaine de calcul physique pour l'écoulement de Jeffrey-Hamel avec les conditions aux limites dynamiques [11].*

Ramanathan et al. [12] et Poulikakos [65] ont essayé de résoudre le problème des conditions aux limites en mettant le canal dans une large cavité isotherme (voir figure I.18). Les résultats obtenus sont en accord avec l'étude expérimentale de Wirtz and Stutzman [66] seulement pour le cas des faibles nombres de Rayleigh modifié. Cette étude numérique a engendré des temps de calcul importants vu le domaine assez large utilisé. De plus, une correction sur le pré-chauffage de l'air re-entrant dans le canal doit être prise en compte ce qui n'a pas été fait dans cette étude. En effet, l'air ré-entrant dans le canal peut bien être à une température supérieure à la température ambiante si la température de la cavité n'est pas contrôlée. Toutefois, cette étude reste indispensable pour éventuellement étudier les conditions aux limites dynamiques à l'entrée et en sortie du canal. En effet, nous utiliserons cette configuration dans le dernier chapitre de ce manuscrit dans le but de modéliser des conditions aux limites en pression à l'entrée et en sortie du canal. Nous essayerons par la suite d'intégrer ces conditions aux limites dans les simulations et de voir leur influence sur le transfert thermique et sur l'écoulement.

En analysant l'opérateur de Stokes provenant de la discrétisation des équations de Navier Stokes à l'aide de la décomposition en valeurs singulières, P. Le Quéré [44] a démontré



Conditions aux limites dynamiques

$$\begin{aligned}
 u, v &= 0 \text{ à } y = 0 \\
 &\text{à } y = y_{max} \\
 &\text{à } x = 0 \\
 &\text{à } x = x_{max} \\
 &\text{à } x = L_2, L_1 \leq y \leq L_1 + L \\
 &\text{à } x = L_2 + H, L_1 \leq y \leq L_1 + L
 \end{aligned}$$

FIGURE I.18 – *Domaine de calcul physique utilisé par Ramanathan et al. [12]*

que certains choix de conditions aux limites entraînent une augmentation de la dimension du noyau de l'opérateur de Stokes (obtenue après discrétisation en temps des équations de conservation de quantité de mouvement), ce qui donne une infinité de solutions au problème. Cette problématique ressurgit particulièrement quand des conditions aux limites du type Neumann homogène sont imposées sur la composante normale de la vitesse à l'entrée et en sortie du canal. En effet, il est connu que le problème de Stokes est un problème singulier [44]. Cela est vrai parce que le triplet $(u, v, p) = (0, 0, 1)$ est solution du problème homogène de Stokes indépendamment des conditions aux limites. P. Le Quéré [44] a montré qu'un profil de Poiseuille pour la vitesse et une pression linéaire selon y (hauteur du canal) satisfont au problème de Stokes homogène. Par conséquent, si une solution des équations non-homogènes est obtenue, elle n'est pas unique à partir du moment où cette solution modifiée par n'importe quel profil de Poiseuille est encore solution des équations non-homogènes (l'opérateur de Stokes est linéaire). Dans le cas de l'étude de Kettleborough [63], la dimension du noyau de Stokes est de 3, ce qui veut dire que le problème de Stokes admet trois valeurs singulières correspondant à trois modes singuliers, un mode connu $(u, v, p) = (0, 0, 1)$ et deux autres inconnus. Quant aux études de Manca et al. [10], Bianco et al. [46], Morrone et al. [8] et Giroux et al. [67], la dimension du noyau de Stokes est de 4, trois modes singuliers sont inconnus. Le problème de Stokes admet donc une infinité de solutions pour tous les cas de figures précédents. L'étude de P. Quéré [44] peut expliquer les discordances observées dans la littérature en terme de champ de vitesse.

Comme expliqué précédemment, la spécification de la vitesse verticale est impossible dans le cas du canal ouvert, de la même façon le débit à l'entrée reste aussi une inconnue du problème. Certains chercheurs ont utilisé des volumes artificiels aux extrémités du canal, d'autres ont mis le canal dans une large cavité, le but étant de repousser les conditions aux limites au loin, permettant de n'imposer aucune condition stricte à l'entrée/sortie du canal. Cependant, ces investigations numériques demandent des temps de calcul et une mémoire considérable. Afin de s'affranchir des temps de calcul que peuvent entraîner les volumes artificiels, il serait judicieux d'utiliser un canal seul. La difficulté qui se pose concerne la définition des conditions aux limites à utiliser afin d'approcher au mieux la réalité physique.

D'une part, pour des nombres de Rayleigh et des rapport de formes assez grands, on peut se concentrer sur la modélisation du canal lui-même en sachant que les effets diffusifs en amont du canal sont négligeables pour cette gamme de paramètres (Ra^* , L/d). D'autre part, si le rapport de forme et le nombre de Rayleigh sont petits, compte tenu des effets diffusifs importants notamment aux frontières ouvertes, on ne peut procéder sans les méthodes précédemment cités [10][46][8][67]. Cela dit, concernant les conditions aux limites en vitesse, la seule possibilité serait de supposer sa dérivée verticale égale à 0 (Neumann homogène), si en plus on suppose que l'écoulement rentre verticalement, la vitesse horizontale peut être mise à 0. En sortie, dans le cas d'un canal suffisamment long, nous pouvons imposer les mêmes conditions aux limites en vitesse imposées à l'entrée. Notons par ailleurs que, l'utilisation des conditions aux limites du type Neumann homogène pour la composante normale de la vitesse donne effectivement une dimension du noyau de l'opérateur de Stokes de 2 [44]. Cela permettra dans des cas particuliers (Bernoulli Global zéro cf. Chap. II §3), en connaissant les modes singuliers de l'opérateur de Stokes, de vérifier les conditions aux limites dynamiques à l'entrée du canal. C'est une nouvelle méthode qui fera l'objet d'une investigation lors de nos simulations numériques.

Quant aux conditions aux limites en pression, en sachant que l'hypothèse $P_e = P_{atm}$ est fautive, la chute de pression entre l'amont et l'entrée du canal (idem pour le fluide entrant en sortie du canal dans le cas d'une recirculation) est prise en compte dans notre étude via le théorème de Bernoulli généralisé. En effet, Aihara [68] a proposé pour la première fois de relier la pression au débit massique en comparaison avec les résultats numériques de Bodoia et Osterle [22]. Dalbert et al. [6] étaient parmi les premiers à prendre en compte de cette chute de pression qui est une mesure de l'énergie nécessaire pour amener le fluide du repos (l'infini) à l'entrée du canal. En utilisant l'écoulement de Jeffrey-Hammel, Naylor [5] et Straatman et al. [11] ont confirmé cette relation entre l'énergie cinétique et la pression à l'entrée du canal. Pour la pression en sortie, elle est supposée nulle en considérant une condition de jet libre.

5 Positionnement et orientations de l'étude

Nous avons présenté dans la première partie de ce chapitre le contexte général de notre étude ainsi que le lien entre l'application étudiée, la façade double-peau photovoltaïque, et la problématique scientifique choisie : l'écoulement de convection naturelle en canal vertical. Nous avons vu dans ce chapitre que le fonctionnement de ce type de système reste encore

mal compris du fait de la complexité des couplages existants entre les différents modes de transfert de chaleur et de masse au sein de la lame d'air. Afin de mieux cerner ces phénomènes complexes, des études expérimentales et numériques sont menées au CETHIL. Dans cette présente thèse, notre contribution porte essentiellement sur l'étude numérique des transferts thermiques et de l'écoulement en convection naturelle dans un canal ouvert.

Afin de fixer l'orientation de nos travaux de recherche, nous avons effectué dans la deuxième partie de ce chapitre une revue bibliographique sur les études de convection naturelle dans un canal vertical ouvert. L'analyse de l'étude bibliographique révèle cependant plusieurs manques liés à notre cas d'étude. D'abord, la majorité des investigations numériques s'est focalisée sur la détermination des échanges convectifs dans le canal. Peu d'études à la fois thermique et dynamique ont été réalisées alors qu'elles sont extrêmement importantes pour la compréhension des phénomènes mis en jeu au sein du canal. Ensuite, l'influence du rayonnement sur l'écoulement de convection naturelle est très peu étudiée. La plupart des études ont été réalisées en utilisant l'air comme fluide de travail, le rayonnement y a été négligé et l'hypothèse de convection naturelle pure a été considérée. Ainsi, l'interaction du rayonnement de surface avec la convection naturelle n'est pas encore complètement investiguée. Enfin, des auteurs ont utilisé l'eau comme fluide de travail afin de s'affranchir du rayonnement entre surfaces et d'étudier seulement la convection naturelle pure. Cependant, aucune étude comparative entre l'eau et l'air en convection naturelle n'a été recensée jusqu'à aujourd'hui dans le cas d'un canal ouvert.

Afin de contribuer à la compréhension des mécanismes physiques mis en jeu en convection naturelle dans un canal ouvert, nous avons décidé de mener une étude numérique de ces écoulements en résolvant les équations de Navier-Stokes sous leur forme elliptique. Concernant la géométrie utilisée, nous avons opté pour un canal seul en vue de s'affranchir des temps de calcul importants que peut engendrer l'utilisation des volumes artificiels à l'entrée et en sortie du canal. Par ailleurs, les équations elliptiques demandent un traitement particulier des conditions aux limites dynamiques (en vitesse et en pression) en géométrie ouverte. Pour cela, nous avons défini les conditions aux limites qui nous semblent les plus appropriées en s'appuyant sur les études numériques menées précédemment dans la littérature.

Après avoir relevé les manques (non-exhaustifs) de la littérature et défini les conditions aux limites entrée/sortie, il a été convenu de mener plusieurs études numériques. La première étape consiste à valider le code numérique en comparant nos résultats avec ceux obtenus dans la littérature pour des problématiques classiques en convection naturelle. Puis, nous procédons à des études numériques sur la thermique et la dynamique d'écoulement accompagnées par des mesures expérimentales existantes. Ainsi, nous relevons et analysons les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux. Nous essayons par la suite d'améliorer les prévisions numériques en prenant en compte des phénomènes physiques qui ont été souvent négligés dans la littérature (rayonnement entre surfaces, variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température). Par ailleurs, dans le but de vérifier si l'usage conventionnel de l'eau pour modéliser la convection d'air dans un canal vertical donne des résultats raisonnables en terme de champs de température et de vitesse et de relever les différences en terme de structure d'écoulement (taille de recirculation, taille d'écoulement de retour, longueur de

Chapitre I. Contexte et étude bibliographique

pénétration), nous menons une étude comparative de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal ouvert. Enfin, en vue d'améliorer les conditions aux limites en pression à l'entrée et en sortie du canal, notamment pour inclure les pertes de charges singulières aux frontières ouvertes, nous tentons de modéliser les conditions aux limites en pression en menant une étude numérique en convection naturelle au sein d'un canal contenu dans une cavité.

Chapitre II

Modèles mathématiques et méthodes numériques

Dans la première section de ce chapitre, nous écrivons d'abord les équations sous leur forme générale en convection naturelle d'un fluide newtonien en milieux confinés. Les équations sont ensuite simplifiées grâce aux hypothèses introduites notamment l'approximation de Boussinesq. Enfin, les équations sont modifiées pour tenir compte de la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température. Dans la deuxième section, nous présentons les conditions aux limites dynamiques et thermiques. La troisième section est dédiée à la résolution des équations de Navier-Stokes. Nous y présentons la méthode des différences finies et les schémas de discrétisation temporel et spatial appliqués aux équations de conservation. Puis, nous détaillons les algorithmes utilisés pour résoudre les équations discrètes et pour implémenter les conditions aux limites dynamiques. Dans la quatrième section, nous présentons le formalisme du transfert radiatif entre surfaces en convection naturelle dans un canal d'air vertical. Les quantités dynamiques et thermiques étudiées le long de ce manuscrit sont données dans la cinquième section.

1 Écoulements de convection naturelle

Les écoulements de convection naturelle sont dus à des variations de la masse volumique, provoquées par une distribution non-uniforme de la température dans un fluide. Les gradients de masse volumique induisent donc un mouvement du fluide transportant ainsi de la chaleur qui va être échangée avec son environnement. Ce phénomène entraîne donc un couplage fort entre le champ de température et le champ de vitesse. La force gouvernant la convection naturelle est appelée poussée d'Archimède. Cette dernière s'écrit selon l'axe vertical \vec{y} comme suit : $\vec{F}_A = (\rho_0 - \rho)g\vec{y}$, avec g l'accélération gravitationnelle, ρ_0 la masse volumique du fluide à la température de référence T_0 et ρ est la masse volumique du fluide à la température T .

La physique des écoulements de convection naturelle peut être étudiée à l'aide de la résolution analytique ou numérique des équations de Navier-Stokes. La poussée d'Archimède responsable de l'effet cheminée, intervient dans les équations de conservation de quantité de mouvement et plusieurs approximations ont été utilisées pour simplifier la formulation des

équations, notamment l'approximation de Boussinesq. Cette hypothèse stipule que, les effets de dilatation du fluide sont pris en compte uniquement dans le terme de poussée d'Archimède. Cette approximation largement utilisée dans le cas des cavités fermées différentiellement chauffées, reste aussi valable pour des géométries ouvertes soumises à des écarts de température moyens.

2 Équations de bilan en convection naturelle

Les équations de bilan décrivent la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale d'une particule fluide dans l'écoulement. Ces équations décrivent tout type d'écoulement ainsi que différents régimes correspondants (laminaire, turbulent). Les équations s'écrivent sous leur forme conservative :

- Équation de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

- Équation de conservation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{g} \quad (\text{II.2})$$

où $\bar{\bar{\tau}} = \mu \left(\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^{tr} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \bar{I} \right)$ désigne le tenseur des contraintes visqueuses pour un fluide newtonien et en considérant l'hypothèse de Stokes.

- Équation de conservation d'énergie

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{1}{2} V^2 \right) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\vec{V} \cdot \bar{\bar{\tau}}) + \rho \vec{V} \cdot \vec{g} \quad (\text{II.3})$$

La densité de flux de chaleur est calculé via la loi de Fourier, $\vec{q} = -k \nabla T$. L'équation d'énergie peut s'écrire en température au lieu de l'enthalpie [69] :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \nabla \vec{V} : \bar{\bar{\tau}} \quad (\text{II.4})$$

Afin de simplifier les équations précédentes, les hypothèses suivantes sont prises en compte :

- Écoulement incompressible ($\frac{Dp}{Dt} = 0$ et $\nabla \cdot \vec{V} = 0$)
- Dissipation visqueuse négligée ($\nabla \vec{V} : \bar{\bar{\tau}} = 0$)
- Approximation de Boussinesq
- Écoulement bidimensionnel

Dans le cadre d'un repère cartésien en deux dimensions, nous obtenons donc le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_0 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_0 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{g}{\rho_0} (\rho_0 - \rho) \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_0 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \end{array} \right. \quad (\text{II.5})$$

où les propriétés physiques ρ_0 , ν_0 , Cp_0 et λ_0 sont ici supposées constantes et calculées à une température de référence choisie T_0 , ici c'est la température ambiante.

α_0 est la diffusivité thermique, β_0 est le coefficient de l'expansion thermique et ν_0 est la viscosité cinématique. p est la différence entre la pression dans le canal et la pression ambiante p_0 qui satisfait $\frac{dp_0}{dy} = \rho_0 g$.

Après l'introduction des variables adimensionnelles : $X = \frac{x}{d}$, $Y = \frac{y}{d}$, $U = \frac{u}{U_{ref}}$, $V = \frac{v}{U_{ref}}$, $Ra = \frac{g\beta_0 q_w d^4}{\nu_0 \alpha_0 \lambda_0}$, $P = \frac{p}{\rho_0 U_{ref}^2}$, $\theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}$ avec $\Delta T = \frac{q_w d}{\lambda_0}$ et $L_{ref} = d$, $U_{ref} = \sqrt{\frac{g\beta_0 d^2 q_w}{Pr\lambda_0}} = \frac{\alpha_0}{d} Ra^{\frac{1}{2}}$, $t_{ref} = \frac{d}{U_{ref}} = \frac{d^2}{\alpha_0} Ra^{-\frac{1}{2}}$, les équations (II.5) s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr.Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr.Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Pr\theta \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \end{array} \right. \quad (\text{II.6})$$

Dans le cas de la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température, les équations de Navier-Stokes deviennent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{g}{\rho} (\rho_0 - \rho) \\ \frac{\partial C_p T}{\partial t} + \frac{\partial C_p u T}{\partial x} + \frac{\partial C_p v T}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right) \end{array} \right. \quad (\text{II.7})$$

En plus des variables adimensionnelles et de référence précédentes, nous introduisons les propriétés thermophysiques adimensionnelles : $\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}$, $\mu^* = \frac{\mu}{\mu_0}$, $\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda_0}$, $\beta^* = \frac{\beta}{\beta_0}$. La variation de la capacité calorifique est supposée ici négligeable par rapport aux variations des autres propriétés physiques (varie d'environ 0.6% entre 20 et 60 C°). On obtient alors les équations adimensionnelles suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + U \frac{\partial \rho^*}{\partial X} + V \frac{\partial \rho^*}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Pr.Ra^{-1/2}}{\rho^*} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Pr.Ra^{-1/2}}{\rho^*} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right) + Pr\beta^*\theta \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{Ra^{-1/2}}{\rho^*} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right) \end{array} \right. \quad (II.8)$$

Des polynômes d'ordre élevé ont été utilisées pour décrire l'évolution des propriétés thermophysiques en fonction de la température.

3 Conditions aux limites

Il est nécessaire de fermer les équations précédemment définies en y ajoutant des conditions aux limites thermiques et dynamiques. Pour le cas de la convection naturelle en canal ouvert, le choix des conditions aux limites dynamiques reste un problème ouvert. En effet, dans notre cas d'étude, l'écoulement est engendré par la seule force : poussée d'Archimède. Cette force s'équilibre avec les forces d'inertie et de viscosité, produisant ainsi un mouvement dès qu'un gradient de température existe dans le fluide. Ainsi, imposer des conditions aux limites entrée/sortie en vitesse ou pression est un problème non trivial. Toutefois, on peut imposer des conditions aux limites à l'entrée du canal en utilisant le théorème de Bernoulli [14]. En supposant que l'écoulement est irrotationnel, incompressible et établi à l'entrée du canal, on peut appliquer ce théorème le long d'une ligne de courant, entre les points (0) et (1) (voir Fig II.1). L'équation de Bernoulli adimensionnée s'écrit alors comme suit :

$$P_1 + 0.5V_1^2 = P_0 + 0.5V_0^2 \quad (II.9)$$

où $V_0 = 0$ si on suppose que le fluide est au repos à l'extérieur du canal.

De là, deux expressions peuvent être utilisées pour imposer une condition aux limites en pression à l'entrée du canal :

- Bernoulli locale le long d'une ligne de courant :

$$P_1(X, 0) - P_0 = -0.5V_1(X, 0)^2 \quad (\text{II.10})$$

- Bernoulli globale le long d'un tube de courant :

$$P_1(X, 0) - P_0 = -0.5 \left(\int_0^1 V(X, 0) dX \right)^2 \quad (\text{II.11})$$

A l'entrée du canal, la condition aux limites type Bernoulli traduit une dépression qui correspond à une diminution d'énergie liée à l'aspiration du fluide extérieur. Pour le fluide sortant, nous imposons une condition de jet libre (pression atmosphérique). Dans le cas d'un écoulement de retour en sortie du canal, on peut soit imposer une pression atmosphérique, soit appliquer le théorème de Bernoulli le long d'une ligne de courant.

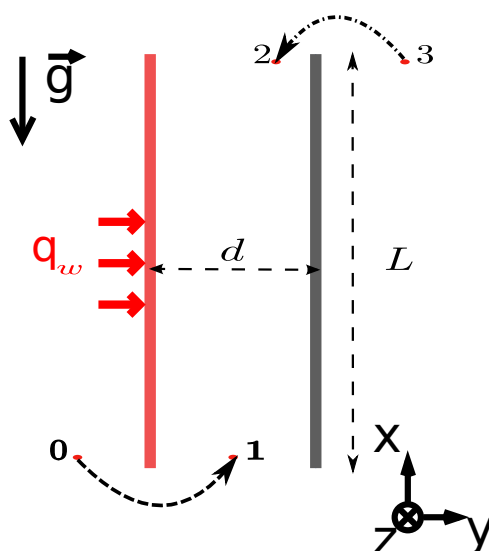


FIGURE II.1 – Configuration d'un canal vertical ouvert chauffé asymétriquement en densité de flux. Le canal est de rapport de forme de L/d .

Pour le cas du canal ouvert considéré (cf. Fig. II.1), les conditions aux limites sont formulées de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda^*(\partial\theta)/(\partial X) = -1; V = 0; U = 0; \text{ à } X = 0, 0 \leq Y \leq A \\ \lambda^*(\partial\theta)/(\partial X) = 0; V = 0; U = 0; \text{ à } X = 1, 0 \leq Y < A \\ \theta = 0; (\partial V)/(\partial Y) = 0; U = 0; P = -0.5 \left(\int_0^1 V(X, 0) dX \right)^2 \text{ à } Y = 0, 0 \leq X \leq 1 \\ (\partial\theta)/(\partial Y) = 0; (\partial V)/(\partial Y) = 0; U = 0; P = 0 \text{ à } Y = A, 0 \leq X \leq 1 \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

La condition aux limites (entrée/sortie) en pression correspond ici à imposer une pression du type Bernoulli globale $P = -0.5 \left(\int_0^1 V(X, 0) dX \right)^2$ à l'entrée et une pression nulle en sortie du canal. Il existe d'autres combinaisons de conditions aux limites entrée/sortie en pression, notamment, dans le cas où seul la condition aux limites en pression change en sortie du canal tout en gardant Bernoulli globale à l'entrée :

$$\begin{cases} P = 0 \text{ si } V > 0 \text{ à } Y = A, 0 \leq X \leq 1 \\ P = -\frac{1}{2}V(X, A)^2 \text{ si } V \leq 0 \text{ à } Y = A, 0 \leq X \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Une autre condition aux limites correspond à imposer Bernoulli locale à l'entrée et une pression nulle en sortie du canal :

$$\begin{cases} P = -\frac{1}{2}V(X, 0)^2 \text{ à } Y = 0, 0 \leq X \leq 1 \\ P = 0 \text{ à } Y = A, 0 \leq X \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

Dans le cas du fluide entrant en sortie du canal (écoulement de retour), Bernoulli locale est appliquée (entre les points (3) et (2)). La dernière condition aux limites en pression correspond donc à garder Bernoulli locale à l'entrée et à remplacer la condition aux limites de sortie par celle des équations (II.13) :

$$\begin{cases} P = -\frac{1}{2}V(X, 0)^2 \text{ à } Y = 0, 0 \leq X \leq 1 \\ P = 0 \text{ si } V > 0 \text{ à } Y = A, 0 \leq X \leq 1 \\ P = -\frac{1}{2}V(X, A)^2 \text{ si } V \leq 0 \text{ à } Y = A, 0 \leq X \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

Dans la suite, nous appellerons les quatre conditions aux limites dans l'ordre : Bernoulli globale zéro (*BG0*), Bernoulli globale (*BG*), Bernoulli locale zéro (*BL0*), Bernoulli locale (*BL*).

Concernant les conditions aux limites thermiques, les parois sont soumises à un flux de chaleur uniforme et une condition de Neumann homogène est imposée aux parois adiabatiques. Nous négligeons dans une première approximation les flux longitudinaux en sortie du canal, étant donné que les gradients thermiques transverses sont plus importants. En effet, l'écoulement est supposé parfaitement établi en sortie. Quant au fluide entrant à l'entrée et en sortie du canal, on suppose qu'il est à la température extérieure. Dans cette approximation, on néglige le fait que le fluide entrant peut être préchauffé dans l'environnement extérieur. Seule une simulation intégrant la totalité de l'environnement permettrait de simuler complètement ce problème.

4 Résolution des équations de conservation

La résolution numérique des équations de Navier-Stokes a commencé dans les années 60, et, par conséquent, de nombreux codes ont été développés (STAR-CCM, FLUENT, ANSYS, CFX, ...). En industrie, les codes utilisés sont des génériques commercialisés qui permettent d'aborder des problématiques physiques en géométries complexes. Cependant le noyau de

calcul ainsi que les modèles implémentés dans ces codes sont verrouillés et il est difficile voire impossible de modifier le code source et de le faire interagir avec de nouveaux algorithmes. Les codes ouverts principalement issus du milieu universitaire ou de centres de recherche offrent plus de flexibilité en programmation. Ils permettent d'utiliser de nouveaux algorithmes offrant l'amélioration de la précision des calculs et ainsi l'augmentation de l'efficacité du code. De nombreuses comparaisons entre les codes commerciaux et académiques ont été effectuées et ont fait ressortir les problèmes des codes commerciaux, montrent le bien-fondé de l'approche académique [70] [71][72].

Dans le domaine de la mécanique des fluides numérique, de nombreuses méthodes ont été développées pour résoudre les équations de conservation de quantité de mouvement et de l'énergie. Les méthodes de discrétisations les plus connues sont les différences finies, les volumes finis et les éléments finis. Pour le cas de géométries simples en mécanique des fluides, les différences finies et les volumes finis sont les plus utilisées. Dans les cas de problèmes de dimensions élevées et de géométries complexes, les éléments finis sont privilégiés. Il existe d'autres méthodes qui permettent d'obtenir des schémas de discrétisation d'ordre élevé comme les méthodes spectrales. Dans notre présente étude, un code interne destiné au départ pour simuler les écoulements de convection naturelle dans une cavité fermée a été adapté pour traiter le cas des géométries semi-ouvertes. La méthode des différences finies d'ordre deux en temps et en espace a été utilisée compte tenu de la simplicité de la géométrie et de la facilité de l'implémentation de la méthode.

4.1 Discrétisation temporelle

La discrétisation en temps du système d'équations (II.6) est basée sur un schéma de différence finies semi-implicite d'ordre 2 [73]. Les termes diffusifs sont discrétisés implicitement en utilisant le schéma d'Euler retardé à trois points et les termes convectifs non-linéaires sont discrétisés à l'aide de l'extrapolation d'Adams Bachforth. Avec :

$$f^{n+1} = 2f^n - f^{n-1} + O(\Delta t^2) \quad (\text{II.16})$$

et :

$$\frac{\partial f^{n+1}}{\partial t} = \frac{3f^{n+1} - 4f^{n-1} + f^n}{2\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (\text{II.17})$$

une équation de convection-diffusion prend la forme semi-discrète suivante :

$$\frac{3f^{n+1} - 4f^{n-1} + f^n}{2\Delta t} + 2(V \cdot \nabla f)^n - (V \cdot \nabla f)^{n-1} = \nabla^2 f^{n+1} \quad (\text{II.18})$$

qui peut prendre la forme d'une équation de Helmholtz :

$$(C_f \nabla^2 - \Lambda) f^{n+1} = S_f + O(\Delta t^2) \quad (\text{II.19})$$

où C_f une constante, $\Lambda = \frac{3}{2\Delta t}$ et $S_f = \frac{-4f^{n-1} + f^n}{2\Delta t} + 2(V \cdot \nabla f)^n - (V \cdot \nabla f)^{n-1}$

Les schémas ci-dessus appliqués au système d'équations (II.6) conduisent au système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U^{n+1}}{\partial X} + \frac{\partial V^{n+1}}{\partial Y} = 0 \\ (PrRa^{-\frac{1}{2}}\nabla^2 - \Lambda)U^{n+1} = \frac{\partial P^{n+1}}{\partial X} + S_u \\ (PrRa^{-\frac{1}{2}}\nabla^2 - \Lambda)V^{n+1} = \frac{\partial P^{n+1}}{\partial Y} + S_v \\ (Ra^{-\frac{1}{2}}\nabla^2 - \Lambda)\theta^{n+1} = S_\theta \end{array} \right. \quad (\text{II.20})$$

où $S_\theta = \frac{-4\theta^{n-1} + \theta^n}{2\Delta t} + 2(V\nabla\theta)^n - (V.\nabla\theta)^{n-1}$, $S_u = \frac{-4U^{n-1} + U^n}{2\Delta t} + 2(V\nabla U)^n - (V.\nabla U)^{n-1}$
 et $S_v = \frac{-4V^{n-1} + V^n}{2\Delta t} + 2(V\nabla V)^n - (V.\nabla V)^{n-1} + Pr\theta^{n+1}$

La discrétisation en temps du système d'équations (II.8) se fait de la même manière mais en respectant les variations des propriétés thermophysiques. Le système d'équations (II.8) discrétisé en temps s'écrit comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3\rho^{*(n+1)} - 4\rho^{*(n)} + \rho^{*(n-1)}}{2\Delta t} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^{n+1}}{\partial X} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^{n+1}}{\partial Y} = 0 \\ \left(\frac{PrRa^{-\frac{1}{2}}}{\rho^{*(n+1)}} \nabla \cdot (\mu^{*(n+1)} \vec{\nabla}) - \Lambda \right) V^{n+1} = \frac{1}{\rho^{*(n+1)}} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial Y} + S_v \\ \left(\frac{PrRa^{-\frac{1}{2}}}{\rho^{*(n+1)}} \nabla \cdot (\mu^{*(n+1)} \vec{\nabla}) - \Lambda \right) U^{n+1} = \frac{1}{\rho^{*(n+1)}} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial X} + S_u \\ \left(\frac{Ra^{-\frac{1}{2}}}{\rho^{*(n+1)}} \nabla \cdot (\lambda^{*(n+1)} \vec{\nabla}) - \Lambda \right) \theta^{n+1} = S_\theta \end{array} \right. \quad (\text{II.21})$$

où $S_\theta = \frac{-4\theta^{n-1} + \theta^n}{2\Delta t} + 2(V\nabla(\theta))^n - (V.\nabla(\theta))^{n-1}$, $S_u = \frac{-4U^{n-1} + U^n}{2\Delta t} + 2(V\nabla(U))^n - (V.\nabla(U))^{n-1}$, $S_v = \frac{-4V^{n-1} + V^n}{2\Delta t} + 2(V\nabla(V))^n - (V.\nabla(V))^{n-1} + Pr\beta^*\theta^{n+1}$

4.2 Discrétisation spatiale

Tous les termes des équations II.20 et II.21 sont discrétisés en espace par un schéma centré d'ordre deux. Les conditions aux limites de Neumann en vitesse verticale à l'entrée et en sortie du canal sont discrétisées respectivement par des schémas décentrés aval et amont d'ordre 2. Les variables sont localisées sur le domaine de calcul de façon décalée [74] [75]. La grille utilisée a trois sous-grilles, une pour la pression et la température (et les propriétés thermophysiques), une pour la vitesse horizontale et une pour la vitesse verticale. Le placement

des sous-grilles est montré dans la figure II.2 où les flèches horizontales indiquent les nœuds de U , les flèches verticales indiquent les nœuds de V et les points noirs indiquent les nœuds de $P, \theta, \lambda^*, \mu^*$ et ρ^* .

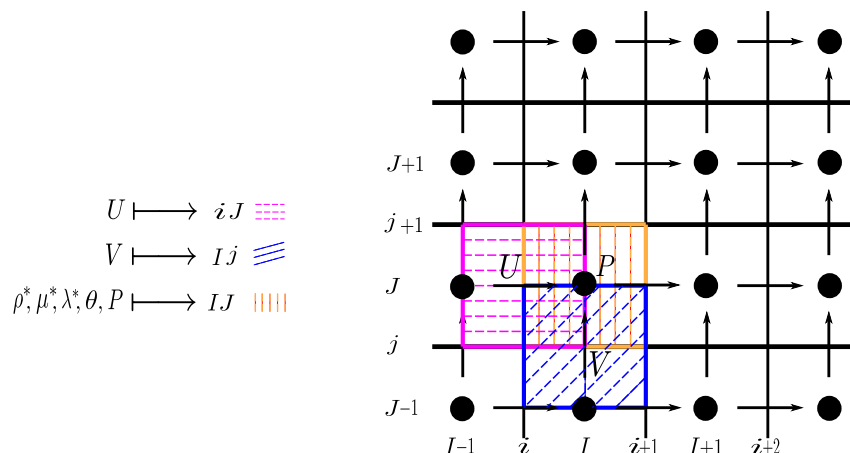


FIGURE II.2 – Grille décalée

Les termes à dérivées spatiales dans l'équation de la conservation de la masse sont discrétisés avec un schéma décentré aval :

$$\frac{\partial \rho^* U}{\partial X} \Big|_{I,J} = \frac{\rho_{i+1,J}^* U_{i+1,J} - \rho_{i,J}^* U_{i,J}}{\Delta X} = \frac{\left(\frac{\rho_{I+1,J}^* + \rho_{I,J}^*}{2} \right) U_{i+1,J} - \left(\frac{\rho_{I,J}^* + \rho_{I-1,J}^*}{2} \right) U_{i,J}}{\Delta X} \quad (\text{II.22})$$

$$\frac{\partial \rho^* V}{\partial Y} \Big|_{I,J} = \frac{\rho_{I,j+1}^* U_{I,j+1} - \rho_{I,j}^* U_{I,j}}{\Delta Y} = \frac{\left(\frac{\rho_{I,J+1}^* + \rho_{I,J}^*}{2} \right) U_{I,j+1} - \left(\frac{\rho_{I,J}^* + \rho_{I,J-1}^*}{2} \right) U_{I,j}}{\Delta Y} \quad (\text{II.23})$$

Les termes convectifs sous forme discrétisée sont :

$$\frac{\partial \rho^* U^2}{\partial X} \Big|_{i,J} = \frac{\rho_{I,J}^* U_{I,J}^2 - \rho_{I-1,J}^* U_{I-1,J}^2}{\Delta x} = \frac{\rho_{I,J}^* \left(\frac{U_{i,J} + U_{i+1,J}}{2} \right)^2 - \rho_{I-1,J}^* \left(\frac{U_{i,J} + U_{i-1,J}}{2} \right)^2}{\Delta x} \quad (\text{II.24})$$

$$\frac{\partial \rho^* V U}{\partial y} \Big|_{i,J} = \frac{\rho_{i,j+1}^* V_{i,j+1} \cdot U_{i,j+1} - \rho_{i,j}^* V_{i,j} \cdot U_{i,j}}{\Delta y} \quad (\text{II.25})$$

$$= \frac{\frac{(\rho_{I-1,J+1}^* + \rho_{I,J+1}^* + \rho_{I-1,J}^* + \rho_{I,J}^*)}{4} \frac{(V_{I,j+1} + V_{I-1,j+1})}{2} \cdot \frac{(U_{I,j+1} + U_{i,J})}{2}}{\Delta y} - \frac{(\rho_{I-1,J-1}^* + \rho_{I,J-1}^* + \rho_{I-1,J}^* + \rho_{I,J}^*)}{4} \frac{(V_{I,j} + V_{I-1,j})}{2} \cdot \frac{(U_{i,J} + U_{i,J-1})}{2}}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial \rho^* V^2}{\partial Y} \Big|_{I,j} = \frac{\rho_{I,J}^* V_{I,J}^2 - \rho_{I,J-1}^* V_{I,J-1}^2}{\Delta y} = \frac{\rho_{I,J}^* \left(\frac{V_{I,j} + V_{I,j+1}}{2} \right)^2 - \rho_{I,J-1}^* \left(\frac{V_{I,j} + V_{I,j-1}}{2} \right)^2}{\Delta y} \quad (\text{II.26})$$

$$\frac{\partial \rho^* UV}{\partial X} \Big|_{I,j} = \frac{\rho_{i+1,j}^* U_{i+1,j} \cdot V_{i+1,j} - \rho_{i,j}^* U_{i,j} \cdot V_{i,j}}{\Delta x} \quad (\text{II.27})$$

$$= \frac{\frac{(\rho_{I,J-1}^* + \rho_{I,J}^* + \rho_{I+1,J-1}^* + \rho_{I+1,J}^*)}{4} \frac{(V_{I,j} + V_{I+1,j})}{2} \cdot \frac{(U_{i+1,J} + U_{i+1,J-1})}{2}}{\Delta x} - \frac{\frac{(\rho_{I,J-1}^* + \rho_{I,J}^* + \rho_{I-1,J-1}^* + \rho_{I-1,J}^*)}{4} \frac{(V_{I,j} + V_{I-1,j})}{2} \cdot \frac{(U_{i,J} + U_{i,J-1})}{2}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial \rho^* U \theta}{\partial X} \Big|_{I,j} = \frac{\rho_{i+1,j}^* U_{i+1,j} \theta_{i+1,j} - \rho_{i,j}^* U_{i,j} \theta_{i,j}}{\Delta x} = \frac{U_{i+1,j} \frac{(\rho_{I+1,J}^* + \rho_{I,J}^*)}{2} \frac{(\theta_{I,J} + \theta_{I+1,J})}{2}}{\Delta x} - \frac{U_{i,j} \frac{(\rho_{I,J}^* + \rho_{I-1,J}^*)}{2} \frac{(\theta_{I,J} + \theta_{I-1,J})}{2}}{\Delta x} \quad (\text{II.28})$$

$$\frac{\partial \rho^* V \theta}{\partial y} \Big|_{I,j} = \frac{\rho_{I,j+1}^* V_{I,j+1} \theta_{I,j+1} - \rho_{I,j}^* V_{I,j} \theta_{I,j}}{\Delta y} = \frac{\frac{(\rho_{I,J+1}^* + \rho_{I,J}^*)}{2} V_{I,j+1} \frac{(\theta_{I,J+1} + \theta_{I,J})}{2}}{\Delta y} - \frac{\frac{(\rho_{I,J}^* + \rho_{I,J-1}^*)}{2} V_{I,j} \frac{(\theta_{I,J} + \theta_{I,J-1})}{2}}{\Delta y} \quad (\text{II.29})$$

Les termes diffusifs sous forme discrétisée sont les suivants :

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) \Big|_{i,j} = \frac{\left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right)_{I,J} - \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right)_{I-1,J}}{\Delta X} \quad (\text{II.30})$$

$$= \frac{\left(\mu_{I,J}^* \left(\frac{U_{i+1,J} - U_{i,J}}{\Delta X} \right) \right) - \left(\mu_{I-1,J}^* \left(\frac{U_{i,J} - U_{i-1,J}}{\Delta X} \right) \right)}{\Delta X}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \Big|_{i,j} &= \frac{\left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{i,j+1} - \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{i,j}}{\Delta Y} \\
 &= \frac{\left(\mu_{i,j+1}^* \left(\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta Y} \right) \right) - \left(\mu_{i,j}^* \left(\frac{U_{i,j} - U_{i,j-1}}{\Delta Y} \right) \right)}{\Delta Y} \\
 &= \frac{\left(\left(\frac{\mu_{i,j}^* + \mu_{i,j+1}^* + \mu_{i-1,j}^* + \mu_{i-1,j+1}^*}{4} \right) * \left(\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta Y} \right) \right)}{\Delta Y} \\
 &\quad - \frac{\left(\left(\frac{\mu_{i,j}^* + \mu_{i,j-1}^* + \mu_{i-1,j}^* + \mu_{i-1,j-1}^*}{4} \right) * \left(\frac{U_{i,j} - U_{i,j-1}}{\Delta Y} \right) \right)}{\Delta Y}
 \end{aligned} \tag{II.31}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) \Big|_{i,j} &= \frac{\left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right)_{i+1,j} - \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right)_{i,j}}{\Delta X} \\
 &= \frac{\left(\left(\frac{\mu_{i,j}^* + \mu_{i+1,j}^* + \mu_{i,j-1}^* + \mu_{i+1,j-1}^*}{4} \right) * \left(\frac{V_{i+1,j} - V_{i,j}}{\Delta X} \right) \right)}{\Delta X} \\
 &\quad - \frac{\left(\left(\frac{\mu_{i,j}^* + \mu_{i-1,j}^* + \mu_{i,j-1}^* + \mu_{i-1,j-1}^*}{4} \right) * \left(\frac{V_{i,j} - V_{i-1,j}}{\Delta X} \right) \right)}{\Delta X}
 \end{aligned} \tag{II.32}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \Big|_{i,j} &= \frac{\left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right)_{i,j} - \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right)_{i,j-1}}{\Delta Y} \\
 &= \frac{\left(\mu_{i,j}^* \left(\frac{V_{i,j+1} - V_{i,j}}{\Delta Y} \right) \right) - \left(\mu_{i,j-1}^* \left(\frac{V_{i,j} - V_{i,j-1}}{\Delta Y} \right) \right)}{\Delta Y}
 \end{aligned} \tag{II.33}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \Big|_{i,j} &= \frac{\left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{i+1,j} - \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{i-1,j}}{\Delta X} \\
 &= \frac{\left(\left(\frac{\lambda_{i+1,j}^* + \lambda_{i,j}^*}{2} \right) * \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j}}{\Delta X} \right) \right)}{\Delta X} \\
 &\quad - \frac{\left(\left(\frac{\lambda_{i,j}^* + \lambda_{i-1,j}^*}{2} \right) * \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta X} \right) \right)}{\Delta X}
 \end{aligned} \tag{II.34}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) |_{I,J} &= \frac{\left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{I,j+1} - \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{I,j-1}}{\Delta Y} \\
 &= \frac{\left(\left(\frac{\lambda_{I,j+1}^* + \lambda_{I,j}^*}{2} \right) * \left(\frac{\theta_{I,j+1} - \theta_{I,j}}{\Delta Y} \right) \right)}{\Delta Y} \\
 &\quad - \frac{\left(\left(\frac{\lambda_{I,j}^* + \lambda_{I,j-1}^*}{2} \right) * \left(\frac{\theta_{I,j} - \theta_{I,j-1}}{\Delta Y} \right) \right)}{\Delta Y}
 \end{aligned} \tag{II.35}$$

Pour la simplification des écritures précédentes, on pose :

$$\begin{aligned}
 a &= \mu_{I-1,J}^* \\
 b &= \mu_{I,J}^* \\
 c &= b + a \\
 d &= (\mu_{I,J}^* + \mu_{I-1,J}^* + \mu_{I,J+1}^* + \mu_{I-1,J+1}^*)/4 \\
 e &= (\mu_{I,J}^* + \mu_{I-1,J}^* + \mu_{I,J-1}^* + \mu_{I-1,J-1}^*)/4 \\
 f &= d + e \\
 g &= (\mu_{I,J}^* + \mu_{I+1,J}^* + \mu_{I,J-1}^* + \mu_{I+1,J-1}^*)/4 \\
 h &= e + g \\
 k &= \mu_{I,J-1} \\
 l &= k + b \\
 a' &= (\lambda_{I-1,J}^* + \lambda_{I,J}^*)/2 \\
 b' &= (\lambda_{I,J}^* + \lambda_{I+1,J}^*)/2 \\
 c' &= b' + a' \\
 d' &= (\lambda_{I,J-1}^* + \lambda_{I,J}^*)/2 \\
 e' &= (\lambda_{I,J+1}^* + \lambda_{I,J}^*)/2 \\
 f' &= d' + e'
 \end{aligned}$$

Les termes diffusifs deviennent alors :

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) |_{i,j} = \frac{aU_{i-1,j} - cU_{i,j} + bU_{i+1,j}}{\Delta X^2} \tag{II.36}$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) |_{i,j} = \frac{dU_{i,j-1} - fU_{i,j} + eU_{i,j+1}}{\Delta Y^2} \tag{II.37}$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) |_{I,j} = \frac{eV_{I-1,j} - hV_{I,j} + gV_{I+1,j}}{\Delta X^2} \tag{II.38}$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) |_{I,j} = \frac{kV_{I,j-1} - lV_{I,j} + bV_{I,j+1}}{\Delta Y^2} \tag{II.39}$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) |_{I,J} = \frac{a'\theta_{I-1,J} - c'\theta_{I,J} + b'\theta_{I+1,J}}{\Delta X^2} \tag{II.40}$$

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) |_{I,J} = \frac{d'\theta_{I,J-1} - f'\theta_{I,J} + e'\theta_{I,J+1}}{\Delta Y^2} \tag{II.41}$$

4.3 Algorithmes de résolution

Dans la suite, nous allons traiter la résolution de l'équation de l'énergie. Nous avons opté pour la résolution du système d'équations (II.21) qui est un système normalisé. En effet, pour le cas de la convection pure sans variation de propriétés thermophysiques avec la température, il suffit de mettre toutes les propriétés adimensionnelles $\rho^*, \lambda^*, \mu^*, \beta^*$ à 1.

Après discrétisation en temps, l'équation de conservation d'énergie du système d'une équations (II.21) se met sous la forme d'équation de Helmholtz :

$$\left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \nabla \cdot \left(\lambda^{*(n+1)} \vec{\nabla} \right) \right) \theta^{n+1} = -\frac{S_\theta}{\Lambda} + O(\Delta t^3) \quad (\text{II.42})$$

$$\text{où } C_\theta^* = \frac{Ra^{-1/2}}{\rho^{*(n+1)}} \text{ et } \Lambda = \frac{3}{2\Delta t}$$

Au lieu de résoudre l'équation (II.42), on factorise l'opérateur de Helmholtz 2D afin d'obtenir deux systèmes mono-dimensionnels :

$$\left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial X} \right) \right] \right) \left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial Y} \right) \right] \right) \theta^{n+1} = -\frac{S_\theta}{\Lambda} + O(\Delta t^3) \quad (\text{II.43})$$

car les équations 1D de Helmholtz, étant tridiagonales sous forme discrètes avec des schémas centrés d'ordre 2, se résolvent facilement à l'aide de l'algorithme de Thomas Cholesky (Tri-diagonal Matrix Algorithm, TDMA). La différence maintenant entre les équations (II.42) et (II.43) réside dans le terme $\left(\frac{C_\theta^*}{\Lambda} \right)^2 \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial X} \right) \right] \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial Y} \right) \right] \theta^{n+1}$ qui est en $O(\Delta t^2)$, alors que l'erreur de troncature dans l'équation (II.43) est en $O(\Delta t^3)$. Quand on utilise l'équation (II.43) l'ordre du schéma en temps est dégradé.

Remarquons que $\theta^{n+1} = \theta^n + O(\Delta t)$ pour un schéma d'ordre 1, donc pour conserver l'ordre 2 du schéma temporel on peut réécrire l'équation (II.43) comme suit :

$$\left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \nabla \cdot \left(\lambda^{*(n+1)} \vec{\nabla} \right) \right) (\theta^{n+1} - \theta^n) = -\frac{S_\theta}{\Lambda} - \left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \nabla \cdot \left(\lambda^{*(n+1)} \vec{\nabla} \right) \right) \theta^n + O(\Delta t^3) \quad (\text{II.44})$$

et la factorisation de l'opérateur de Helmholtz conduit à :

$$\left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial X} \right) \right] \right) \left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial Y} \right) \right] \right) \delta\theta = \tilde{S}_\theta + O(\Delta t^3) \quad (\text{II.45})$$

$$\text{où } \tilde{S}_\theta = -\frac{S_\theta}{\Lambda} - \left(I - \frac{C_\theta^*}{\Lambda} \nabla \cdot \left(\lambda^{*(n+1)} \vec{\nabla} \right) \right) \theta^n \text{ et } \delta\theta = (\theta^{n+1} - \theta^n)$$

Comme expliqué précédemment, on introduit un terme supplémentaire qui respecte l'ordre 2 du schéma temporel $\left(\frac{C_\theta}{\Lambda}\right)^2 \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial X}\right)\right] \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda^{*(n+1)} \frac{\partial}{\partial Y}\right)\right] \delta\theta$.

Nous pouvons maintenant résoudre l'équation (II.45) et donc l'équation (II.42) en résolvant les deux équations de Helmholtz 1D et utilisant l'algorithme TDMA. Les propriétés thermophysiques sont calculées de manière explicite en temps pour la résolution de l'équation de l'énergie. Par exemple, au pas de temps $n + 1$, $\rho^{*(n+1)} = 2\rho^{*(n)} - \rho^{*(n-1)}$ et $\lambda^{*(n+1)} = 2\lambda^{*(n)} - \lambda^{*(n-1)}$.

Nous allons maintenant détailler les algorithmes utilisés pour la résolution du champ de vitesse. La résolution des équations de conservation de quantité de mouvement nécessite la prise en compte du couplage vitesse-pression. De plus, la pression doit être aussi résolue alors qu'aucune équation de la pression n'est donnée. Dans le cas d'un fluide incompressible, la masse volumique est supposée constante, donc par définition elle n'est pas liée à la pression, dans ce cas, le couplage entre la pression et la vitesse impose une contrainte sur le champ de vitesse : si un champ de pression est appliqué dans les équations de conservation de quantité de mouvement, le champ de vitesse résultant doit satisfaire à l'équation de continuité [76][77].

Le problème du couplage pression-vitesse, peut être résolu en adoptant une solution déterminé par un algorithme de prédiction-correction et basé sur une méthode de projection. Cet algorithme consiste à trouver d'abord un champ de vitesse de prédiction en fonction d'un champ de pression approché. Ensuite, une équation de correction de la pression est déduite de l'équation de continuité, elle est résolue pour mettre à jour les champs de vitesse et de pression.

Cela dit, après la discrétisation en temps, nous obtenons le système d'équations de Stokes instationnaire qui se met sous forme d'équations de Helmholtz :

$$\left(\frac{PrRa^{-\frac{1}{2}}}{\rho^{*(n+1)}} \nabla \cdot (\mu^{*(n+1)} \vec{\nabla}) - \Lambda\right) U^{n+1} = \frac{1}{\rho^{*(n+1)}} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial X} + S_u \quad (\text{II.46})$$

$$\left(\frac{PrRa^{-\frac{1}{2}}}{\rho^{*(n+1)}} \nabla \cdot (\mu^{*(n+1)} \vec{\nabla}) - \Lambda\right) V^{n+1} = \frac{1}{\rho^{*(n+1)}} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial Y} + S_v \quad (\text{II.47})$$

On remplace $\frac{\partial P^{n+1}}{\partial X}$ et $\frac{\partial P^{n+1}}{\partial Y}$ par $\frac{\partial P^n}{\partial X}$ et $\frac{\partial P^n}{\partial Y}$, les vitesses U^{n+1} et V^{n+1} sont remplacées donc par U^* et V^* (champ de vitesse intermédiaire) :

$$\left(\frac{PrRa^{-\frac{1}{2}}}{\rho^{*(n+1)}} \nabla \cdot (\mu^{*(n+1)} \vec{\nabla}) - \Lambda\right) U^* = \frac{1}{\rho^{*(n+1)}} \frac{\partial P^n}{\partial X} + S_u \quad (\text{II.48})$$

$$\left(\frac{PrRa^{-\frac{1}{2}}}{\rho^{*(n+1)}} \nabla \cdot (\mu^{*(n+1)} \vec{\nabla}) - \Lambda\right) V^* = \frac{1}{\rho^{*(n+1)}} \frac{\partial P^n}{\partial Y} + S_v \quad (\text{II.49})$$

Étant donné que nous connaissons les termes de droite et que les équations (II.48) et (II.49) s'écrivent sous forme d'équations Helmholtz, on les résout par l'algorithme TDMA afin de

calculer les vitesses intermédiaires U^* et V^* .

En retranchant les équations (II.46) et (II.47) respectivement de (II.48) et (II.49) et en négligeant les termes de diffusion on obtient :

$$-\Lambda \left(\rho^{*(n+1)} U^{n+1} - \rho^{*(n+1)} U^* \right) = \frac{\partial (P^{n+1} - P^n)}{\partial X} \quad (\text{II.50})$$

$$-\Lambda \left(\rho^{*(n+1)} V^{n+1} - \rho^{*(n+1)} V^* \right) = \frac{\partial (P^{n+1} - P^n)}{\partial Y} \quad (\text{II.51})$$

En dérivant les équations précédentes, nous avons :

$$-\Lambda \left(\frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^{n+1}}{\partial X} - \frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^*}{\partial X} \right) = \frac{\partial^2 (P^{n+1} - P^n)}{\partial X^2} \quad (\text{II.52})$$

$$-\Lambda \left(\frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^{n+1}}{\partial Y} - \frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^*}{\partial Y} \right) = \frac{\partial^2 (P^{n+1} - P^n)}{\partial Y^2} \quad (\text{II.53})$$

En sommant les deux équations précédentes et en prenant en compte la contrainte d'incompressibilité $\left(\frac{3\rho^{*(n+1)} - 4\rho^{*(n)} + \rho^{*(n-1)}}{2 \Delta t} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^{n+1}}{\partial X} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^{n+1}}{\partial Y} = 0 \right)$ dans tout le domaine, le système conduit à une équation de Poisson :

$$\Lambda \left(\frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^*}{\partial X} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^*}{\partial Y} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)}}{\partial t} \right) = \nabla^2 \phi \quad (\text{II.54})$$

où $\phi = P^{n+1} - P^n$ est la différence de pression entre les pas de temps $n+1$ et n .
L'équation (II.54) discrétisée devient alors :

$$A\phi + \phi B^{tr} = S_\phi \quad (\text{II.55})$$

où $S_\phi = \Lambda \left(\frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^*}{\partial X} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^*}{\partial Y} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)}}{\partial t} \right)$, A et B sont des matrices tridiagonales et diagonalisables. On peut réécrire l'opérateur A comme suit : $A = Z\tilde{\Lambda}Z^{-1}$ où $\tilde{\Lambda}$ est une matrice diagonale qui contient les valeurs propres $\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_i$ de A et Z contient les vecteurs propres de A . En substituant A dans l'équation (II.55), nous avons :

$$Z\tilde{\Lambda}Z^{-1}\phi + \phi B^{tr} = S_\phi \quad (\text{II.56})$$

L'équation (II.56) devient alors :

$$\tilde{\Lambda}\tilde{\phi} + \tilde{\phi}B^{tr} = \tilde{S}_\phi \quad (\text{II.57})$$

où $\tilde{\phi} = Z^{-1}\phi$ et $\tilde{S}_\phi = Z^{-1}S_\phi$

L'équation (II.57) s'écrit pour chaque λ_i comme suit :

$$i = 1, \tilde{\phi}_1(\tilde{\lambda}_1 I + B^{tr}) = \tilde{S}_{\phi_1}$$

$$i = 2, \tilde{\phi}_2(\tilde{\lambda}_2 I + B^{tr}) = \tilde{S}_{\phi_2}$$

$$i, \tilde{\Phi}_i(\tilde{\lambda}_i I + B^{tr}) = \tilde{S}_{\Phi_i}$$

Pour chaque i , la matrice $\tilde{\lambda}_i I + B^{tr}$ est tridiagonale et peut être résolue via l'algorithme TDMA. On obtient alors $\tilde{\Phi}$ et ensuite Φ en résolvant l'équation $\Phi = Z\tilde{\Phi}$.

Dans certains cas de figures, la diagonalisation partielle n'est pas adaptée. Par exemple, dans le cas d'une plaque verticale chauffée contenue dans une cavité, la diagonalisation partielle selon l'axe X n'est pas possible. Il existe toutefois une autre méthode pour la résolution de l'équation de poisson en pression [78]. En remplaçant l'équation (II.54) par l'équation suivante :

$$\Lambda \left(\frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^*}{\partial X} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^*}{\partial Y} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)}}{\partial t} \right) = -\tilde{A}\Phi \quad (\text{II.58})$$

où l'opérateur \tilde{A} est une matrice symétrique définie positive [78]. On se retrouve dans la situation classique dès que $-\tilde{A}$ est le Laplacien avec des conditions aux limites de Neumann homogènes.

Résoudre l'équation (II.58) revient à résoudre le système linéaire

$$\tilde{A}\Phi = -S_p \quad (\text{II.59})$$

avec $S_p = \Lambda \left(\frac{\partial \rho^{*(n+1)} U^*}{\partial X} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)} V^*}{\partial Y} + \frac{\partial \rho^{*(n+1)}}{\partial t} \right)$.

L'équation (II.58) devient alors :

$$\left(I - \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) \left(I - \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \Phi = -S_p \quad (\text{II.60})$$

Nous pouvons maintenant résoudre l'équation (II.60) et donc l'équation (II.54) en résolvant les deux équations de Helmholtz 1D à l'aide de l'algorithme TDMA.

Φ étant bien calculé, nous mettons à jour les vitesses et pression au pas de temps $n+1$ comme suit :

$$\begin{cases} P^{n+1} = P^n + \Phi \\ U^{n+1} = U^* - \frac{1}{\rho^{*(n+1)} \Lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial X} \\ V^{n+1} = V^* - \frac{1}{\rho^{*(n+1)} \Lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

Étant donné le type Dirichlet de la CL pour ϕ à l'entrée et en sortie du canal, la pression P^{n+1} et la vitesse V^{n+1} doivent être corrigées à l'entrée et en sortie. Ceci constitue la différence fondamentale par rapport à la méthode de projection avec des conditions aux limites de ϕ de type Neumann homogène.

4.4 Implémentation des conditions aux limites en pression

Nous allons dans cette partie décrire l'implémentation des conditions aux limites en pression : Bernoulli globale zéro (BG0), Bernoulli globale (BG), Bernoulli locale zéro (BL0), Bernoulli locale (BL).

4.4.1 Bernoulli globale zéro (BG0)

Dans cette partie nous expliquons comment corriger la vitesse et la pression dans le cadre de la méthode de projection afin de satisfaire la condition de Bernoulli globale zéro à l'entrée du canal. La méthode de projection consiste à trouver d'abord un champ de vitesse de prédiction (U^*, V^*) et ensuite les champs de vitesse et de pression de correction afin de satisfaire la contrainte d'incompressibilité [76][77]. À l'étape de projection, nous imposons une condition aux limites de type Dirichlet homogène en pression à l'entrée et en sortie du canal. Étant donné que ces conditions aux limites ne permettent pas de vérifier la condition de Bernoulli globale, nous essayons de la remplir à l'aide du mode singulier de l'opérateur de Stokes instationnaire [44] : nous obtenons pour cela, une correction de plus sur la pression et la vitesse globales.

– Vitesse de Poiseuille en régime instationnaire :

Pour obtenir le mode de Poiseuille, nous résolvons l'équation de Helmholtz instationnaire et unidimensionnelle (II.62) sous forme adimensionnée et discrète en supposant un gradient de pression constant entre l'entrée et la sortie du canal :

$$\left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) V_p(X) = \frac{1}{A} \quad \text{avec } \Delta t \text{ le pas de temps} \quad (\text{II.62})$$

Nous obtenons un système tridiagonal comme suit : $M.V = F$

avec :

$$M = \begin{pmatrix} a & c & 0 & \dots & \dots & 0 \\ c & b & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & b & c \\ 0 & \dots & \dots & 0 & c & a \end{pmatrix} \quad (\text{II.63})$$

$$a = \frac{3}{2\Delta t} + \frac{3PrRa^{-1/2}}{\Delta x^2}; b = \frac{3}{2\Delta t} + \frac{2PrRa^{-1/2}}{\Delta x^2}; c = -\frac{PrRa^{-1/2}}{\Delta x^2}$$

La solution est obtenue numériquement à l'aide de l'Algorithme Thomas-Cholesky pour des matrices tridiagonales. Nous rappelons que, si une solution des équations non-homogènes est obtenue, cette solution modifiée par le mode singulier $(0, V_p, 1 - Y/A)$ fois une constante quelconque, $k_c(0, V_p, 1 - Y/A)$, est encore solution des équations non-homogènes [44].

– **Correction des champs de vitesse et de pression :**

Soient V^n et P^n qui vérifient : $P_e^n = -0.5 \left(\int_0^1 V(X, 0)^n dX \right)^2$. Dans l'étape de projection, on résout l'équation de Poisson de $\phi = \tilde{P}^{n+1} - P^n$, avec ϕ homogène à l'entrée et à la sortie du canal, donc $\tilde{P}_e^{n+1} = P_e^n$. Après l'étape de projection, \tilde{V}^{n+1} et \tilde{P}^{n+1} ne satisfont pas la condition de Bernoulli : $\tilde{P}_e^{n+1} \neq -0.5 \left(\int_0^1 \tilde{V}(X, 0)^{n+1} dX \right)^2$.

Nous devons donc corriger la vitesse et la pression après l'étape de projection de manière à satisfaire la condition de Bernoulli :

$$P_e^{n+1} = -0.5 \left(\int_0^1 V(X, 0)^{n+1} dX \right)^2 \quad (\text{II.64})$$

avec $V(X, Y)^{n+1} = \tilde{V}(X, Y)^{n+1} + V_c(X)$, $V_c(X) = P_c \cdot V_p(X)$ et $P^{n+1} = \tilde{P}^{n+1} + P_c(1 - Y/A)$. On pondère en effet le mode singulier $(0, V_p, 1 - Y/A)$ par P_c . On développe l'équation (II.64) :

$$P_e^{n+1} = -0.5 \left[\left(\int_0^1 V_c(X) dX \right)^2 + \left(\int_0^1 \tilde{V}(X, 0)^{n+1} dX \right)^2 + 2 \left(\int_0^1 \tilde{V}(X, 0)^{n+1} dX \right) \cdot \left(\int_0^1 V_c(X) dX \right) \right]$$

et on obtient alors pour P_c l'équation du second degré suivante :

$$P_c^2 \left(\int_0^1 V_p(X) dX \right)^2 + P_c \left[2 + 2 \left(\int_0^1 V_p(X) dX \right) \left(\int_0^1 \tilde{V}(X, 0)^{n+1} dX \right) \right] + \left(\int_0^1 \tilde{V}(X, 0)^{n+1} dX \right)^2 + 2P_e^n = 0 \quad (\text{II.65})$$

On obtient deux solutions différentes en P_c . L'une des deux solutions qui est très grande en valeur absolue, conduit à des vitesses négatives à l'entrée du canal. Nous avons donc opté de prendre la solution ayant un sens physique, à savoir celle qui a la plus petite valeur absolue.

4.4.2 Bernoulli globale (BG)

Soient V^n et P^n qui vérifient :

$$\begin{cases} P_e^n = -0.5 \left(\int_0^1 V(X, 0)^n dX \right)^2 \\ P_s^n = -0.5(V(X, A)^n)^2 \text{ si } V(X, A)^n \leq 0 \\ P_s^n = 0 \text{ si } V(X, A)^n > 0 \end{cases}$$

À l'étape de prédiction, nous résolvons les équations de Helmholtz (II.48) et (II.49) en imposant les conditions aux limites adéquates sur le champ de vitesse de prédiction, à savoir : des conditions aux limites du type Neumann sur la composante verticale de vitesse et du type Dirichlet homogène sur la composante horizontale à l'entrée et en sortie du canal.

À l'étape de projection, nous imposons des conditions aux limites du type Dirichlet non homogène en pression à l'entrée, pression nulle pour des vitesses positives et du type Dirichlet non homogène pour des vitesses négatives en sortie. On résout donc l'équation (II.54), avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = 0.5 \left[\left(\int_0^1 V(X,0)^n dX \right)^2 - \left(\int_0^1 V(X,0)^* dX \right)^2 \right] \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi = 0.5 \left[\left(\int_0^1 V(X,A)^n dX \right)^2 - \left(\int_0^1 V(X,A)^* dX \right)^2 \right] \text{ si } V(X,A)^* \leq 0 \\ \phi = 0 \text{ si } V(X,A)^* > 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

ϕ étant obtenue et après la mise à jour des vitesses et de la pression au pas de temps $n + 1$ nous avons :

$$P_s^{n+1} = 0 \text{ si } V(X,A)^{n+1} > 0 \text{ à } Y = A, 0 \leq X \leq 1 \quad (\text{II.66})$$

tandis que V^{n+1} et P^{n+1} ne satisfont pas le reste de la condition de Bernoulli locale à l'entrée et en sortie du canal :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_e^{n+1} \neq -0.5 \left(\int_0^1 V(X,0)^{n+1} dX \right)^2 \\ P_s^{n+1} \neq -0.5 \left(\int_0^1 V(X,A)^{n+1} dX \right)^2 \text{ si } V(X,A)^{n+1} \leq 0 \end{array} \right.$$

car à l'entrée du canal $\phi = P_e^{n+1} - P_e^n = 0.5 \left[\left(\int_0^1 V(X,0)^n dX \right)^2 - \left(\int_0^1 V(X,0)^* dX \right)^2 \right]$

implique : $P_e^{n+1} = -0.5 \left(\int_0^1 V(X,0)^* dX \right)^2$.

V^* étant la composante verticale du champ de vitesse de prédiction. En sachant que $V^{n+1} = V^* - \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial \phi}{\partial Y}$ (cf. système d'équations (II.61)) à l'entrée et que $\frac{\partial \phi}{\partial n} \neq 0$, la condition de Bernoulli globale n'est donc pas satisfaite à l'entrée du canal au pas de temps $n+1$:

$$P_e^{n+1} \neq -0.5 \left(\int_0^1 V(X,0)^{n+1} dX \right)^2$$

De la même façon, la condition de Bernoulli globale n'est pas vérifiée en sortie du canal. En revanche, V^* tend vers V^{n+1} quand l'écoulement approche le régime stationnaire parce que ϕ tend vers 0. Nous obtenons enfin en régime stationnaire :

$$P_e^{n+1} = -0.5 \left(\int_0^1 V(X,0)^{n+1} dX \right)^2 \quad (\text{II.67})$$

$$P_s^{n+1} = -0.5 \left(\int_0^1 V(X,A)^{n+1} dX \right)^2 \quad \text{si } V(X,A)^{n+1} \leq 0 \quad (\text{II.68})$$

La méthode décrite pour imposer la condition de Bernoulli globale (*BG*) peut être aussi utilisée pour appliquer la condition de Bernoulli globale zéro (*BG0*). Toutefois, la majeure différence entre les deux méthodes numériques utilisées réside dans la vérification des conditions aux limites en pression. En effet, dans la première méthode, nous satisfaisons la condition de Bernoulli globale à chaque pas de temps à l'entrée du canal, tandis qu'avec la deuxième méthode, la condition de Bernoulli globale n'est satisfaite qu'en régime stationnaire.

4.4.3 Bernoulli locale (BL)

On implémente la condition aux limites de Bernoulli locale de la même manière que dans le cas précédent. Seules les conditions aux limites en pression changent à l'entrée et en sortie du canal. Cela dit, on utilise les conditions aux limites décrites dans le système d'équation (II.15).

4.4.4 Bernoulli locale zéro (BL0)

La condition aux limites de Bernoulli locale zéro est aussi implémentée de la même façon que (*BG*). Les conditions aux limites utilisées sont décrites dans le système d'équations (II.14).

4.5 Algorithme global de résolution des équations de conservation

L'algorithme global de résolution consiste d'abord, à résoudre l'équation de l'énergie afin de déterminer le champ de température. Rappelons que, les propriétés thermophysiques qui interviennent dans l'équation d'énergie sont calculés avec un schéma explicite d'ordre deux en temps. Puis, après l'étape de prédiction-corrrection, le champ de vitesse est mis à jour. Les différentes étapes peuvent être résumées comme suit :

1. Initialiser le temps, les variables, les constantes et les conditions aux limites (grille fictive).
2. Imposer les conditions initiales pour U, V, P, θ
3. Résoudre les équations discrètes pour obtenir U, V, P et θ au pas de temps $n+1$:
 - Calculer le champ de température T
 - Imposer les conditions aux limites sur T
 - Calculer les propriétés thermophysiques en fonction de la température
 - Imposer les conditions aux limites sur ρ^*, ν^*, λ^*
 - Calculer le champ de vitesses de prédiction U^*, V^*
 - Imposer les conditions aux limites sur U^*, V^*
 - Calculer le pression de correction
 - Mettre à jour les champs de vitesse et de pression
 - Imposer les conditions aux limites sur U, V, P
 - Mettre à jour le temps

4. Arrêter la simulation si le critère (régime stationnaire, par exemple) est atteint, si non, revenir à l'étape 3.

5 Transfert radiatif couplé avec la convection naturelle

5.1 Hypothèses

Le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement entre surfaces concerne seulement le cas de l'air dans notre étude. Dans le cas de l'eau, le transfert radiatif est négligeable. En effet, la loi de Beer-Lambert énonce que le rayonnement émis par les parois est en majorité atténué sur une épaisseur d'eau située dans la couche limite dynamique [1]. Quant à l'air, il est supposé comme un milieu transparent au rayonnement. Le rayonnement entre surfaces est pris en compte seulement dans les conditions aux limites thermiques pariétales. Les parois verticales sont supposées opaques (la transmissivité $\tau = 0$), grises et diffuses. L'entrée et la sortie sont assimilées en rayonnement comme deux parois noires (la réflectivité $r = 0$) à la température ambiante T_0 . Les propriétés radiatives des surfaces sont reliées entre elles par la formule suivante [79] :

$$r = 1 - \alpha = 1 - \varepsilon \quad (\text{II.69})$$

où α est l'absorptivité et ε est l'émissivité.

5.2 Flux de chaleur radiatif

Le flux de chaleur radiatif de la surface S est calculé via la méthode des radiosités : le flux de chaleur radiatif q_r sur la surface S est égal à l'écart entre le flux radiatif émis par cette surface (radiosité J) et l'éclairement des autres surfaces (irradiation G) [79] :

$$q_r = J - G = J - FJ \quad (\text{II.70})$$

où F est le facteur de forme entre les surfaces. La radiosité de la surface S s'exprime comme suit :

$$J = (1 - \varepsilon)FJ + \varepsilon\sigma T^4 \quad (\text{II.71})$$

avec ε l'émissivité de la surface S et σ la constante Stephan-Boltzmann. L'équation (II.71) s'écrit donc :

$$BJ = b \quad (\text{II.72})$$

avec $B = Id - (1 - \varepsilon)F$ et $b = \varepsilon\sigma(T)^4$ l'émission propre. L'équation (II.70) devient alors sous forme matricielle [79] :

$$q_r = J - G = [I_d - F]J = [I_d - F]B^{-1}b \quad (\text{II.73})$$

avec B^{-1} l'inverse de B et I_d la matrice identité.

Notez que $q_r = \varepsilon(\sigma T^4 - G)$ et $G = q_r - J$, nous avons donc $q_r = \frac{\varepsilon(\sigma T^4 - J)}{1 - \varepsilon}$. Cette expression classique n'est pas valide pour $\varepsilon = 1$ (surface noire), c'est la raison pour laquelle l'équation II.73 est choisie.

5.3 Conditions aux limites thermiques

Dans le cas du couplage convection/rayonnement seules les conditions aux limites thermiques pariétales sont modifiées. Aux parois, Le bilan thermique est obtenu par l'équilibre entre le flux de conduction, le flux convectif transmis au fluide et le flux radiatif. Les conditions aux limites thermiques aux parois s'écrivent en forme adimensionnelle comme suit :

$$-\lambda(\partial T)/(\partial x) \cdot \vec{n} + \vec{q}_r \cdot \vec{n} = \vec{q}_w \cdot \vec{n} \quad (\text{II.74})$$

avec q_w la densité de flux de chaleur imposée sur la paroi, $-\lambda(\partial T)/(\partial x)$ le flux conductif adimensionné et \vec{n} la normale unitaire et sortante au domaine fluide. Ce qui donne en scalaire pour le cas du canal partiellement chauffé (voir figure II.3) :

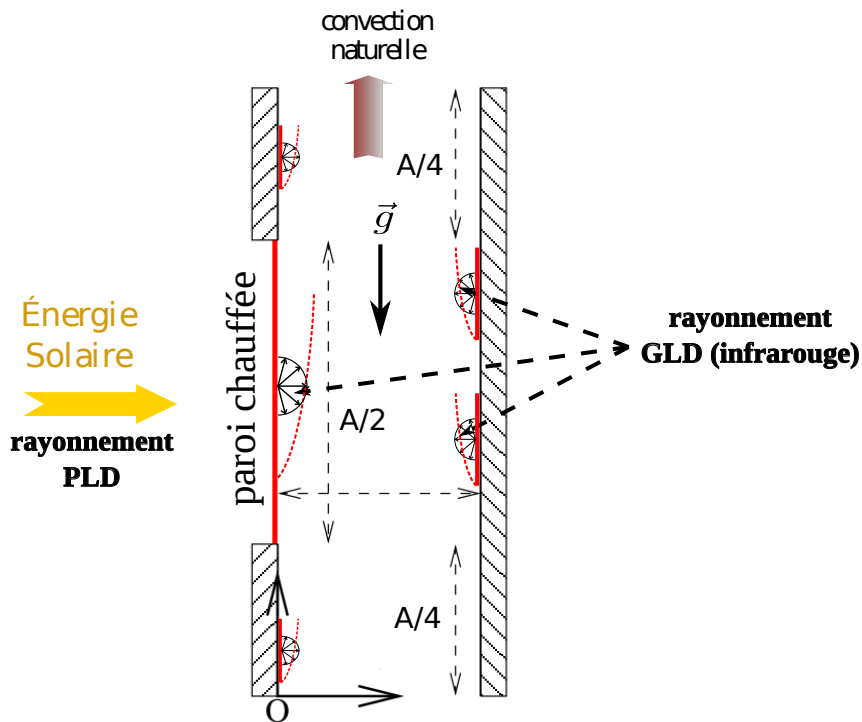


FIGURE II.3 – Canal chauffé partiellement en densité de flux sur l'une de ses parois, l'autre étant adiabatique.

$$\begin{cases} \lambda^*(\partial\theta)/(\partial X) - q_r^* = -1 \text{ pour } X = 0, A/4 \leq Y \leq 3A/4 \\ \lambda^*(\partial\theta)/(\partial X) - q_r^* = 0 \text{ pour } X = 0, 0 \leq Y < A/4 \text{ et } 3/4 < Y \leq A/4 \\ \lambda^*(\partial\theta)/(\partial X) + q_r^* = 0 \text{ pour } X = 1, 0 \leq Y \leq A \end{cases} \quad (\text{II.75})$$

5.4 Discrétisation du problème radiatif

La dimension du problème radiatif dépend du nombre de surfaces qui peuvent être considérées (isoflux). Comme le rayonnement n'est pas uniforme sur les parois, nous avons discrétisé au niveau radiatif les quatre parois sur le même maillage que pour les équations de Navier-Stokes afin de connaître la distribution locale du flux radiatif sur les deux parois verticales. La densité de flux surfacique au pas de temps $n + 1$ sous forme matricielle adimensionnée s'écrit comme suit [79] :

$$q_r^{*(n+1)} = [I_d - F]J^{*(n+1)} \quad (\text{II.76})$$

avec J^* la radiosité adimensionnée qui s'écrit sous forme discrète :

$$J_i^{*(n+1)} = (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j^{*(n+1)} + \varepsilon_i \sigma (\Delta T \theta_i^{n+1} + T_o)^4 / q_w \quad (\text{II.77})$$

où $J_i^* = J_i / (q_w)$ et F_{ij} est le facteur de forme [13].

Les conditions aux limites thermiques qui couplent θ et q_r^* instantanées sont traitées en temps de manière explicite : $\tilde{q}_r^{*(n+1)} = 2q_r^{*(n)} - q_r^{*(n-1)}$ [13]. À titre d'exemple, pour $X = 1$ et $0 \leq Y \leq A$: $\lambda^{*(n+1)} (\partial \theta^{n+1}) / (\partial X) + \tilde{q}_r^{*(n+1)} = \lambda^{*(n+1)} (\partial \theta^{n+1}) / (\partial X) + 2q_r^{*(n)} - q_r^{*(n-1)} = 0$. Ce traitement nous permet d'obtenir d'abord θ^{n+1} et ensuite $q_r^{*(n+1)}$ en résolvant les équations (II.77) et (II.76) respectivement.

6 Convergence vers l'état stationnaire et ordre de convergence spatiale

Pour les problèmes instationnaires, il s'agit d'étudier l'influence du pas de temps sur les calculs numériques et de déterminer l'ordre de convergence du schéma temporel adopté. Dans le cas de ma thèse, les simulations effectuées sont stationnaires. Pour ce cas de figure, il s'agit de s'assurer que les quantités physiques ne changent plus dans le temps. On se sert pour cela de la variation relative des quantités physiques entre deux itérations successives. Nous avons choisi d'utiliser la norme $L2$ pour étudier la convergence vers une solution stationnaire. Pour chaque variable ψ (U , V , θ ou P), on calcule à chaque pas de temps l'écart :

$$E = \left(\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i,j} (\psi_{i,j}^{n+1} - \psi_{i,j}^n)^2 \right)^{0.5} \quad (\text{II.78})$$

Pour que la solution stationnaire soit atteinte, la somme des écarts construits sur les variables (U , V , θ , P) doit être inférieure à une constante que nous fixons à 10^{-8} dans nos simulations numériques.

Afin de vérifier la qualité de la solution numérique et de déterminer sa précision spatiale, nous avons calculé l'ordre de précision spatial sur des grandeurs physiques (la température, la

composante normale de la vitesse) en utilisant l'analyse de convergence spatiale décrite dans [80][81][82][83], le but étant de vérifier si l'erreur de discrétisation est celle énoncé par le calcul théorique. L'ordre de convergence formel est calculé via l'erreur de troncature qui est l'écart entre l'équation discrétisée et l'équation différentielle partielle continue. Pour un schéma de discrétisation d'ordre $p > 0$ en espace et $q > 0$ en temps, nous avons :

$$E_d = ||f_{exacte} - f_d|| = O(h^p, \Delta t^q) \quad (\text{II.79})$$

où Δt est le pas de temps et f_d est la solution discrète.

Quand le régime est stationnaire et la solution exacte n'est pas disponible, le calcul de l'ordre de convergence se fait à partir de 3 maillages. Considérons la valeur d'une variable f calculée sur un maillage grossier (f_G), sur un maillage intermédiaire (f_M) et sur un maillage fin (f_F). En utilisant les trois maillages tels que :

$$\frac{h_G}{h_M} = \frac{h_M}{h_F} = 2 \quad (\text{II.80})$$

Les solutions (f_G), (f_M) et (f_F) s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} f_G = f_{exacte} + Ch_G^p + O(h_G^{p+1}) \\ f_M = f_{exacte} + Ch_M^p + O(h_M^{p+1}) \\ f_F = f_{exacte} + Ch_F^p + O(h_F^{p+1}) \end{cases} \quad (\text{II.81})$$

Le rapport $R = \frac{f_G - f_M}{f_M - f_F} = 2^p$ est utilisé pour caractériser le comportement de f quand le maillage est raffiné. L'estimation de f_M et f_F sur la grille grossière est obtenue par une interpolation polynomiale d'ordre 4.

7 Quantités caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique

Cette section est dédiée à la définition des quantités thermiques et dynamiques nécessaires à l'étude de la convection naturelle et du couplage convection-rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert chauffé en densité de flux de chaleur.

7.1 Quantités dynamiques

L'échange thermique par convection naturelle engendre un débit massique dans le canal. Il est essentiel de pouvoir connaître la quantité du fluide qui circule à l'intérieur du canal et traverse les sections d'entrée et de sortie.

Le débit entrant par la section basse du canal à $Y = 0$:

$$\bar{V}_e = \int_0^1 V(X, 0) dX \quad (\text{II.82})$$

Le débit sortant par la section haute du canal à $Y = A$:

$$\bar{V}_s = \int_0^1 V(X, A) dX \quad (\text{II.83})$$

Le débit entrant par la section haute (recirculation) du canal à $Y = A$:

$$G_{es} = \int_0^1 \frac{|V(X, A)| - V(X, A)}{2} dX \quad (\text{II.84})$$

L'écoulement de convection naturelle dans un canal ouvert peut donner naissance à une recirculation au niveau de la sortie. Le calcul des tailles de recirculation et d'écoulements de retour peuvent être déterminées à partir des fonctions de courant et du champ de vitesse.

Soit $X_v(Y) \neq 0, 1$ tel que $V(X_v(Y), Y) = 0$. La taille de l'écoulement de retour s'écrit comme suit :

$$d_{er}(Y) = 1 - X_v(Y) \quad (\text{II.85})$$

Soit $\psi_r = \psi(1, Y)$ la fonction de courant sur la paroi droite et $X_\psi(Y) \neq 1$ tel que $\Psi(X_\psi(Y), Y) = \psi_r$. La taille de recirculation s'exprime comme suit :

$$d_{rc}(Y) = 1 - X_\psi(Y) \quad (\text{II.86})$$

7.2 Quantités thermiques

Le nombre de Nusselt total Nu_t peut avoir deux origines : le nombre de Nusselt convectif Nu_1 et le nombre de Nusselt radiatif Nu_r . Pour un chauffage uniforme en densité de flux de chaleur, le nombre de Nusselt convectif local basé sur une température de référence égale à la température ambiante $T = T_0$ peut s'écrire comme suit :

$$Nu_1(Y) = \frac{q_w d}{k(T_w(Y) - T_0)} = \frac{\frac{k \Delta T}{d} d}{k(T_w(Y) - T_0)} = \frac{\Delta T}{(T_w(Y) - T_0)} = \frac{1}{\theta(Y)} \quad (\text{II.87})$$

avec $\Delta T = \frac{q_w d}{k}$.

Quand la définition du nombre de Nusselt est basée sur la température débitante, il s'écrit comme suit :

$$Nu_2(Y) = \frac{1}{(\theta(Y) - \theta_b(Y))} \quad (\text{II.88})$$

avec $\theta_b = \frac{1}{\bar{V}_e} \int_0^1 V(X, Y) \theta(X, Y) dX$.

Les nombres de Nusselt moyen (le long de la partie chauffée de la paroi) \bar{Nu}_i s'écrit :

$$\bar{Nu}_i = \frac{1}{A_h} \int_0^{A_h} Nu_i(Y) dY \quad (\text{II.89})$$

avec A_h la surface totale chauffée et $i = 1, 2$.

Dans le cas de parois isothermes, le nombre de Nusselt moyen est défini comme suit :

$$\overline{Nu_c} = -\frac{1}{A_h} \int_0^{A_h} Nu_c(Y) dY \quad (\text{II.90})$$

avec $Nu_c(Y)$ le nombre de Nusselt convectif local.

En présence du rayonnement entre surfaces, le nombre de Nusselt radiatif local est le suivant :

$$Nu_r(Y) = \pm q_r^*(Y) \quad (\text{II.91})$$

avec $q_r^* = q_r/q_w$.

Le nombre de Nusselt radiatif moyen s'écrit comme suit :

$$\overline{Nu_r} = \frac{1}{A_r} \int_0^{A_r} q_r^*(Y) dY \quad (\text{II.92})$$

La surface A_r est la surface irradiée et peut être chauffée ou non chauffée.

Le nombre de Nusselt total basé sur la température ambiante (par exemple le long de la partie chauffée de la paroi) s'écrit comme suit :

$$Nu_t = \frac{1}{A_h} \int_0^{A_h} [Nu_1(Y) + q_r^*(Y)] dY \quad (\text{II.93})$$

A_h ici peut être la paroi active ou passive. Dans le cas de parois isothermes, on doit remplacer $Nu_1(Y)$ par $Nu_c(Y)$.

7.3 Conclusion

Nous avons modifié un code de calcul basé sur la méthode des différences finies appliqué à des maillages structurés et décalés. Notons que le code avait déjà fait la preuve de son efficacité pour résoudre des problèmes de convection naturelle en cavité fermée. Notre contribution à ce code existant au laboratoire du CETHIL était :

- d'étendre le code de calcul pour traiter le cas de la convection naturelle dans un canal ouvert. Différentes conditions aux limites entrée/sortie ont été implémentées. De plus, un nouvel algorithme a été développé pour traité un cas spécial de conditions aux limites en pression (Bernoulli Global Zéro).
- d'implémenter une nouvelle méthode pour la résolution de l'équation de Poisson en pression destinée pour traiter le cas d'un canal contenu dans une cavité fermée.
- de modifier le code pour prendre en compte la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température.

- de prendre en compte le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surface. Le calcul de la densité de flux radiatif basé sur la méthode des radiosités a été modifié pour prendre en compte le rayonnement des corps noirs ($\epsilon = 1$).

Nous avons ainsi contribué à élaborer un code de calcul qui devrait permettre de simuler numériquement la convection naturelle couplée ou sans le rayonnement de surface pour des géométries semi-ouvertes et pour deux types de fluides : l'eau et l'air.

Chapitre III

Validation de codes

1 Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre précédant les méthodes numériques utilisées dans cette étude pour la résolution des équations de Navier-Stokes qui permettent d'étudier les écoulements de convection naturelle. Ce présent chapitre présente la validation du code de simulation, l'objectif étant de vérifier sa fiabilité et de valider les différentes méthodes numériques implémentées. Des solutions sont présentées et comparées à des résultats publiés antérieurement. Nous étudions en même temps plusieurs aspects numériques, à savoir l'influence de la résolution spatiale et temporelle sur les résultats.

Dans la section 2 ci-dessous une première validation est effectuée sur l'écoulement de convection naturelle avec et sans rayonnement de surface dans une cavité différentiellement chauffée. La section 3 est dédiée à la validation du code en convection naturelle dans un canal ouvert chauffé partiellement sur l'une de ses parois, l'autre paroi étant adiabatique. Cette même configuration est utilisée pour valider le code numérique en convection naturelle avec rayonnement entre surfaces dans la quatrième section. La dernière validation du code est relative au cas de la convection naturelle dans une cavité fermée contenant une plaque verticale chauffée est effectuée dans la dernière section.

2 Couplage convection-rayonnement dans une cavité différentiellement chauffée

Le but dans cette section est de valider le modèle de rayonnement prenant en compte le cas $\varepsilon = 1$. Nous allons dans ce qui suit comparer nos résultats en terme de nombres de Nusselt convectif et radiatif avec l'étude de Wang et al. [13]. On considère l'écoulement d'air dans une cavité carrée différentiellement chauffée (cf. Fig. III.1-(a)), dont les parois verticales sont maintenues à températures uniformes et les parois horizontales supposées adiabatiques. Les quatre parois sont supposées grises, diffuses et opaques. Rappelons que l'écoulement d'air ($Pr = 0.71$) est supposé laminaire, incompressible et bidimensionnel. Le mouvement d'air est gouverné par les équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse de Boussinesq. Le

Validation de codes

couplage convection-rayonnement entre surfaces a été pris en compte en utilisant la méthode des radiosités. Le couplage vitesse-pression est résolu via une méthode de projection. Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie ont été résolues sur des maillages cartésiens non-uniformes avec un rapport de taille entre deux mailles successives ($\delta X_{i+1} = C\delta X_i$) de $C = 1.05$ sur la demi-largeur et la demi-hauteur (cf. Fig.III.1-(b)).

Les résultats de comparaison ont été obtenus en fixant la longueur de référence L_r de manière à avoir des différences de température ne dépassant pas $\Delta T \approx 10K$ afin d'assurer la validité de l'hypothèse de Boussinesq. Dans ce cas, la variation du nombre de Ra_L est simplement due à celle de la différence de température ΔT . Le nombre de Rayleigh Ra_L varie de 10^4 à 10^6 , la température de référence et l'émissivité sont égales respectivement à $T_0 = 293.5 K$ et 0.2 .

	$Nu_c(P.C)$	$\overline{Nu_c(P.F)}$	$\overline{Nu_r(P.C)}$	$\overline{Nu_r(P.F)}$	$Nu_t(P.C)$	$Nu_t(P.F)$
$Ra = 10^4$	2.2604	2.2682	0.5065	0.4987	2.7669	2.7669
$Ra = 10^5$	4.3942	4.4109	1.0896	1.0728	5.4838	5.4837
$Ra = 10^6$	8.3809	8.4168	2.3549	2.3190	10.7358	10.7358

(a)

	$\overline{Nu_c(P.C)}$	$\overline{Nu_c(P.F)}$	$\overline{Nu_r(P.C)}$	$\overline{Nu_r(P.F)}$	$Nu_t(P.C)$	$Nu_t(P.F)$
$Ra = 10^4$	2.2592	2.2675	0.5057	0.4976	2.7657	2.7656
$Ra = 10^5$	4.3931	4.4098	1.0887	1.0719	5.4824	5.4823
$Ra = 10^6$	8.3788	8.4157	2.3532	2.3175	10.7341	10.7337

(b)

Tableau III.1 – Comparaison des nombres de Nusselt radiatif, convectif et total sur les parois chaude (PC) et froide (PF) pour $Ra = 10^4, 10^5, 10^6$ et $\varepsilon = 0.2$. (a) Référence [13], (b) Présent travail ($N_i \times N_j = 100 \times 100$).

$Ra = 10^4; \Delta x_C = 0.015625, \Delta x_M = 0.0078125, \Delta x_F = 0.00390625$								
Points	V_C	V_M	V_F	R	θ_C	θ_M	θ_F	R
1	0.1252651	0.1253633	0.1253876	4.04	0.3710844	0.3709766	0.3709495	3.98
2	0.1894584	0.1895753	0.1896042	4.04	0.4795825	0.4796052	0.4796101	4.02
3	0.1444226	0.1442755	0.1442385	3.98	0.4666908	0.4666688	0.4666635	4.16
4	0.1693827	0.1694563	0.1694744	4.07	0.2811893	0.2812020	0.2812051	4.23

Tableau III.2 – Analyse de convergence du maillage pour $Ra_d = 10^4$.

Les résultats de comparaison en terme de nombres de Nusselt convectif, radiatif et total, sont présentés dans le tableau III.1. Les résultats des deux études sont en excellent accord avec un écart inférieur à 0.1%. Une analyse de convergence en maillage a aussi été effectuée. Le tableau III.2 montre les valeurs locales de la vitesse verticale et de la température en 4 points distincts de la grille. Le rapport $R = 2^p$ prend des valeurs égales à 4, ce qui montre que le

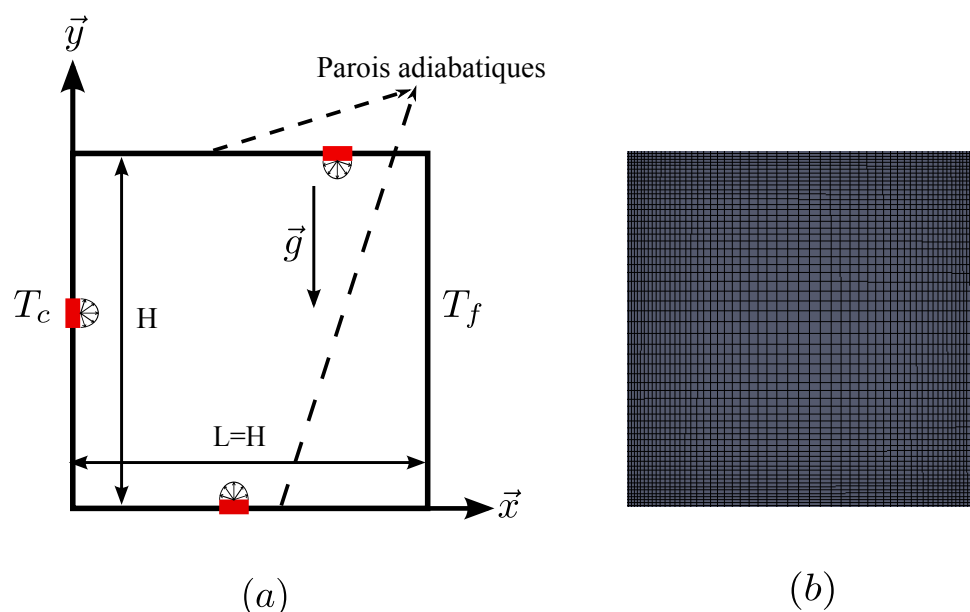


FIGURE III.1 – Cavité différentiellement chauffée avec les conditions aux limites thermiques pariétales [13]. (b) Maillage non-uniforme.

schéma numérique utilisé est bien d'ordre 2 en espace.

Il est important aussi dans les simulations numériques de connaître l'influence de la résolution temporelle sur les résultats obtenus. Nous proposons ici d'étudier l'influence du pas de temps sur la solution. Nous avons fait trois calculs à $Ra = 10^4$ avec les pas de temps suivant $\Delta t = 2.5 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}$. Des nombres de Nusselt et des valeurs de la température ont été relevés dans le tableau III.3. On observe que les solutions en température et en nombres de Nusselt convectif et radiatif ne sont pas affectés par les valeurs du pas de temps. Les calculs avec le plus grand pas de temps seront donc justifiés.

Amplitudes	T_1	T_2	T_3	$\overline{Nu}_c(P.C)$	$\overline{Nu}_r(P.C)$
$\Delta T = 2.5 \times 10^{-3}$	0.3494441	0.1883869	0.3771478	2.264155	0.506473
$\Delta T = 5 \times 10^{-3}$	0.3494441	0.1883869	0.3771478	2.264155	0.506473
$\Delta T = 1 \times 10^{-2}$	0.3494441	0.1883869	0.3771478	2.264155	0.506473

Tableau III.3 – Influence du pas de temps à $Ra = 10^4$.

3 Canal vertical chauffé partiellement en densité de flux de chaleur

Un benchmark numérique a été organisé dans le cadre du réseau AMETH afin d'étudier l'écoulement de convection naturelle dans un canal d'air vertical chauffé asymétriquement et partiellement en densité de chaleur. L'objectif du benchmark était de fournir des solutions de référence à la communauté des chercheurs pour valider leurs codes et ce pour différentes

conditions aux limites entrée/sortie en pression. La configuration étudiée est illustrée dans la figure III.2. Le canal est de longueur L , de largeur d , de rapport de forme $A = L/d = 10$ et le fluide considéré est de l'air correspondant à un nombre de Prandtl de $Pr = 0.71$. Une paroi du canal est chauffée partiellement en densité de flux constante, le reste du canal est adiabatique. Rappelons que l'écoulement est supposé incompressible, laminaire et bidimensionnel. Le mouvement d'air est gouverné par les équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse de Boussinesq (Eq. (II.6)). Quatre jeux de conditions aux limites dynamiques $BG - BG0 - BL - BL0$ ont été testées et comparées. Les groupes de recherche ainsi que les caractéristiques des codes numériques utilisés dans cette étude de comparaison sont présentés dans le tableau III.4. Les détails des méthodes numériques propres à chaque code sont fournis dans la référence [15]. Notez également que les résultats obtenus dans le cadre du benchmark ont fait l'objet d'une publication commune [15].

Dans cette partie nous allons présenter une partie des travaux effectués dans le cadre du benchmark. Nous étudierons pour une première condition aux limite ($BG0$) l'influence des résolutions spatiale et temporelle sur la solution. Ensuite, nous comparons nos résultats pour les différentes conditions aux limites ($BG, BG0, BL$ et $BL0$) et discutons les sources possibles de discordance.

benchmark GDR-AMETH					
Équipe	Laboratoire	Code	Maillage	Schémas stationnaire	Conditions aux limites
T1	P'	FDS [84]	400×400	non	BG0
T2	MSME	Code interne [85][86]	253×1520	oui/non	BG-BG0-BL-BL0
T3	CETHIL	Code interne [87][44]	200×1200	non	BG-BG0-BL-BL0
T4	PIMENT, LaSIE	Code interne OpenFoam [88][89]	256×2048	non	BG0
T5	I2M-TREFLE	Thétis [90][91][92]	100×1000	non	BG0
T6	LIMSI	Code interne [44][93]	256×2048	non	BG0
T7	LGCGE	Fluent®	50×300	oui	BL

Tableau III.4 – *Quelques caractéristiques des codes numériques et des équipes participantes au benchmark GDR-AMETH [15].*

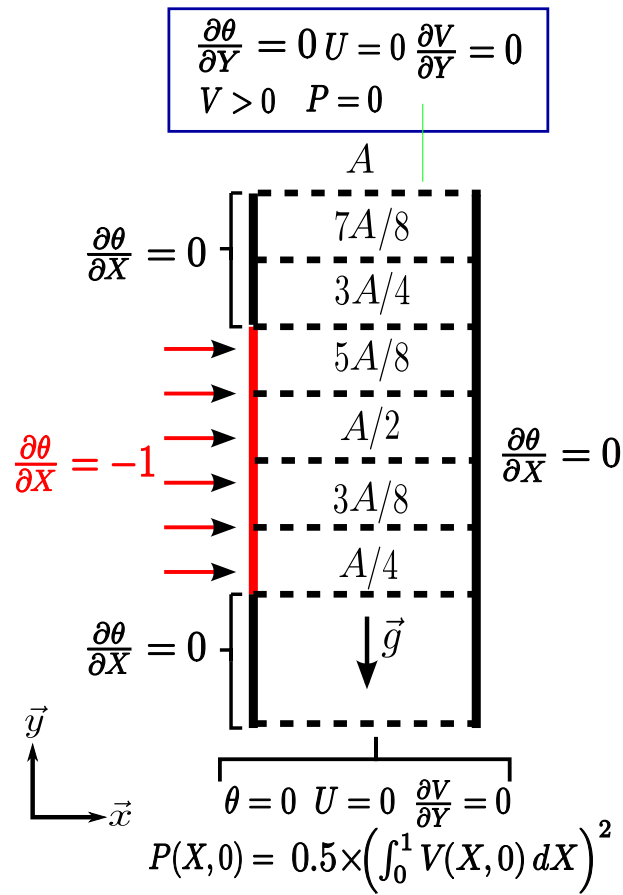


FIGURE III.2 – Canal vertical partiellement chauffé en densité de flux avec les conditions aux limites [14][15].

Convergences spatiale et temporelle

Dans un calcul numérique basé sur la discrétisation d'équations mathématiques, le maillage utilisé est d'une très grande importance. En effet, plus le maillage est fin plus l'erreur entre la solution exacte et la solution numérique est petite et les calculs deviennent donc plus précis. D'ailleurs, on rencontre souvent des problèmes tels que la limite de mémoire et des temps de calcul considérables suite à l'utilisation d'une résolution spatiale importante. Pour ces raisons, on est amené à rechercher un compromis entre précision, limite de mémoire et temps de calcul. Concernant notre étude, nous allons traiter deux aspects importants : la résolution du maillage et la répartition des points.

Dans le cas d'un canal ouvert chauffé sur l'une ou deux de ses parois, les couches limites (thermique et dynamique) nécessitent un maillage plus fin que dans d'autres zones. Pour cela, un maillage non uniforme est utilisé selon l'axe des abscisses X . Nous montrons dans un premier temps dans le tableau III.5 l'effet de différents maillages uniformes sur les résultats obtenus pour un nombre de Rayleigh de $5 \cdot 10^5$ et un rapport de forme de $A = 10$. Les résultats sont donnés pour le cas de conditions aux limites (GB0). On remarque que le nombre de Nusselt change de 0.2% entre un maillage de 80×800 points et celui de 200×1200 points.

Validation de codes

Quant à la vitesse moyenne, elle change de 2% et le débit de retour de 6.4%. Par conséquent, l'influence du maillage est plus significative sur le champ de vitesse que sur le champ de température. Les erreurs relatives entre nos résultats et ceux du TREFLE, du MSME pour différents maillages sont illustrées dans le tableau III.6.

Pour le cas de maillages non uniformes avec : $C = 1.02, 1.03, 1.04, 1.05$, un nombre de Rayleigh de 5.10^5 , un rapport de forme de $A = 10$ et une résolution de $Ni \times NJ = 200 \times 1200$, les erreurs relatives en comparaison avec le cas d'un maillage uniforme sont faibles globalement pour les différents cas (cf. Tableaux III.7 et III.8).

Compte tenu de l'influence observée sur le champ de vitesse pour différentes résolutions, les résultats qui seront présentés dans la suite sont donnés pour le maillage uniforme le plus fin ($200 * 1200$). Le Maillage non-uniforme avec un coefficient d'expansion de $C = 1.05$ sera utilisé dans le cas du couplage rayonnement-convection où le maillage doit être plus fin au niveau des parois afin de mieux représenter les couches limites.

$Ra = 5 \times 10^5; A = 10$								
	80×800	160×800	80×1600	160×1600	200×1200	TREFLE	MSME	LIMSI
\overline{Nu}	6.948	6.937	6.946	6.937	6.936	6.98	6.92	6.95
$Nu_{\frac{3A}{8}}$	7.298	7.292	7.305	7.294	7.286	7.27	7.29	7.30
$Nu_{\frac{A}{7}}$	6.245	6.237	6.250	6.240	6.237	6.22	6.24	6.25
$Nu_{\frac{5A}{8}}$	5.698	5.693	5.703	5.696	5.693	5.68	5.69	5.70
$Nu_{\frac{3A}{4}}$	5.654	5.661	5.656	5.662	5.664	5.53	5.67	5.68
$Nu_{\frac{7A}{8}}$	9.870	9.872	9.885	9.884	9.890	9.88	9.89	9.93
Nu_A	11.928	11.941	11.949	11.954	11.900	12.3	11.9	12
\overline{V}_{ms}	0.1078	0.1089	0.1098	0.1101	0.1100	0.1098	0.1097	0.1152
\overline{V}_{me}	0.1080	0.1090	0.1099	0.1101	0.1100			
G_{es}	0.0266	0.0258	0.0247	0.0247	0.0249	0.0250	0.0247	0.0213
$V_e max$	0.1621	0.1636	0.1651	0.1653	0.1651	0.1646	0.1643	0.1746
$V_s max$	0.4930	0.4941	0.4942	0.4949	0.4947	0.4957	0.4954	0.4951

Tableau III.5 – Comparaison des nombres de Nusselt moyen, local, de la vitesse moyenne à $Y = A$ et des vitesses maximales à $Y = 0$ et $Y = A$

Erreur relative % : $Ra = 5.10^5; A = 10$					
	\overline{Nu}	\overline{V}_e	G_{es}	$V_e max$	$V_s max$
ref (TREFLE/MSME)	6.98/6.92	0.1098/0.1097	0.0250/0.0247	0.1646/0.1643	0.4957/0.4954
80×800	0.46/0.40	1.82/1.73	6.4/7.14	1.51/1.34	0.50/0.48
160×800	0.61/0.22	0.82/0.72	3.2/4.26	0.60/0.42	0.32/0.26
80×1600	0.49/0.37	0.00/0.10	1.2/0.00	0.30/0.48	0.30/0.24
160×1600	0.61/0.22	0.27/0.36	1.2/0.00	0.42/0.60	0.16/0.10
200×1200	0.63/0.20	0.18/0.27	0.3/0.80	0.30/0.48	0.20/0.14

Tableau III.6 – Erreurs relatives en fonction du nombre de points.

$N_i \times N_j = 200 \times 1200; Ra = 5 \times 10^5; A = 10$								
	$C = 1$	$C = 1.02$	$C = 1.03$	$C = 1.04$	$C = 1.05$	TREFLE	MSME	LIMSI
Nu	6.936	6.933	6.932	6.932	6.931	6.98	6.92	6.95
$Nu_{\frac{3A}{8}}$	7.286	7.283	7.282	7.281	7.280	7.27	7.29	7.30
$Nu_{\frac{A}{2}}$	6.237	6.235	6.235	6.234	6.234	6.22	6.24	6.25
$Nu_{\frac{5A}{8}}$	5.693	5.691	5.690	5.690	5.689	5.68	5.69	5.70
$Nu_{\frac{3A}{4}}$	5.664	5.665	5.665	5.665	5.665	5.53	5.67	5.68
$Nu_{\frac{7A}{8}}$	9.890	9.891	9.891	9.890	9.889	9.88	9.89	9.93
Nu_A	11.953	11.954	11.953	11.953	11.952	12.3	11.9	12
\bar{V}_{ms}	0.1100	0.1100	0.1100	0.1099	0.1099	0.1098	0.1097	0.1152
\bar{V}_{me}	0.1100	0.1100	0.1100	0.1100	0.1100			
G_{es}	0.0249	0.0249	0.0249	0.0249	0.0249	0.0250	0.0247	0.0213
$V_{e,max}$	0.1651	0.1651	0.1650	0.1650	0.1649	0.1646	0.1643	0.1746
$V_{s,max}$	0.4947	0.4948	0.4948	0.4948	0.4946	0.4957	0.4954	0.4951

Tableau III.7 – Comparaison des nombres de Nusselt moyen, local, de la vitesse moyenne à $Y = 0$ et $Y = A$ et des vitesses maximales à $Y = 0$ et $Y = A$ ceux du TREFLE, MSME et du LIMSI.

Erreur relative % : $N_i \times N_j = 200 \times 1200; Ra = 5 \times 10^5; A = 10$					
	Nu	\bar{V}_e	G_{es}	$V_{e,max}$	$V_{s,max}$
ref (TREFLE/LIMSI)	6.98/6.92	0.1098/0.1097	0.0250/0.0247	0.1646/0.1643	0.4957/0.4954
$C = 1$	0.63/0.23	0.18/0.27	0.30/0.8	0.30/0.48	0.20/0.14
$C = 1.02$	0.67/0.19	0.18/0.27	0.30/0.8	0.30/0.48	0.18/0.12
$C = 1.03$	0.68/0.17	0.18/0.27	0.30/0.8	0.24/0.42	0.18/0.12
$C = 1.04$	0.68/0.17	0.09/0.18	0.30/0.8	0.24/0.42	0.18/0.12
$C = 1.05$	0.70/0.16	0.09/0.18	0.30/0.8	0.18/0.36	0.22/0.18

Tableau III.8 – Erreurs relatives en fonction de la répartition des points.

L'étude de convergence de maillage est effectuée pour deux configurations : $Ra_d = 5 \times 10^2$ et $A = 5$ d'une part et d'autre part $Ra_d = 5 \times 10^5$ et $A = 10$. Les simulations numériques ont été réalisées pour des temps assez longs afin d'atteindre le régime stationnaire et de minimiser l'erreur résiduelle en temps ($\leq 10^{-8}$). Les tableaux III.9 et III.10 montrent les valeurs locales de la vitesse verticale et de la température en 7 points distincts de la grille. Le rapport $R = 2^p$ prend des valeurs allant d'environ 3.42 à 4.25. Nous pouvons ainsi conclure que le schéma numérique utilisé est bien d'ordre $p = 2$ en espace. Notons également, qu'augmenter la taille de la géométrie ainsi que le nombre de Rayleigh demande un maillage plus fin et un temps de calcul considérable afin de calculer l'ordre de convergence correctement.

Validation de codes

$Ra_d = 5.10^2; A = 5; \Delta x_C = 0.016, \Delta x_M = 0.008, \Delta x_F = 0.004$								
Points	V_C	V_M	V_F	R	θ_C	θ_M	θ_F	R
1	0.2143569	0.2141905	0.2141491	4.02	0.4466186	0.4467585	0.4467932	4.03
2	0.2445082	0.2443621	0.2443258	4.02	0.4307659	0.4309048	0.4309393	4.03
3	0.2722299	0.2721032	0.2720717	4.03	0.4151738	0.4153115	0.4153456	4.03
4	0.2976245	0.2975161	0.2974893	4.03	0.3998710	0.4000071	0.4000409	4.03
5	0.3207926	0.3207016	0.3206791	4.04	0.3848837	0.3850179	0.3850512	4.03
6	0.0653222	0.0650888	0.0650305	4.00	0.6188714	0.6188428	0.6188351	3.73
7	0.0645064	0.0642826	0.0642267	4.00	0.5997491	0.5996107	0.5995754	3.91

Tableau III.9 – Analyse de convergence du maillage en convection pure pour $Ra = 5 \times 10^2$ et $A = 5$.

$Ra_d = 5 \times 10^5; A = 10; \Delta x_C = 0.02, \Delta x_M = 0.01, \Delta x_F = 0.005$								
Points	V_C	V_M	V_F	R	θ_C	θ_M	θ_F	R
1	0.2007821	0.2009647	0.2010182	3.42	0.1042933	0.1046865	0.1047788	4.25
2	0.2082529	0.2088550	0.2090190	3.67	0.1139725	0.1145945	0.1147475	4.06
3	0.2055492	0.2063247	0.2065378	3.64	0.1493748	0.1500719	0.1502439	4.05
4	0.3746544	0.3743779	0.3743089	4.00	0.1034971	0.1041337	0.1042911	4.04
5	0.4027841	0.4032326	0.4033500	3.82	0.1032677	0.1039046	0.1040621	4.04
6	0.4099781	0.4109021	0.4111440	3.82	0.1305528	0.1312213	0.1313860	4.05
7	0.4013530	0.4025403	0.4028540	3.78	0.1087436	0.1093736	0.1095289	4.05

Tableau III.10 – Analyse de convergence du maillage en convection pure pour $Ra = 5 \times 10^5$ et $A = 10$.

L'influence de la résolution temporelle sur les résultats obtenus a été aussi étudiée. Nous avons fait trois calculs à $Ra_d = 10^5$ avec les pas de temps suivant $\Delta t = 2.5 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}$. Le nombre de Nusselt convectif et des valeurs de la température et de la vitesse ont été relevés dans le tableau III.11. On observe que les solutions en température et en nombres de Nusselt convectif ne sont quasiment pas sensibles aux valeurs du pas de temps. L'erreur en nombre de Nusselt et en température pour les différents pas de temps est égale à moins de 0.1% en vitesse. Nous pouvons ainsi conclure que notre code est consistant en temps. Par ailleurs, dans l'absence d'une solution exacte, nous n'avons pas pu démontrer l'ordre deux du schéma temporel.

Valeurs	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	T_1	$\overline{Nu_c}$
$\Delta T = 2.5 \times 10^{-3}$	0.11031	0.12149	0.11100	0.37208	0.062772	0.18976	5.9187
$\Delta T = 5 \times 10^{-3}$	0.11036	0.12160	0.11107	0.37237	0.062437	0.18975	5.9189
$\Delta T = 1 \times 10^{-2}$	0.11037	0.12164	0.11109	0.37256	0.062281	0.18975	5.9189

Tableau III.11 – Influence du pas de temps à $Ra_d = 10^5$.

Comparaison des résultats obtenus par le GDR-AMETH pour différentes conditions aux limites dynamiques

Les résultats obtenus par les différents groupes de recherche en terme de quantités dynamiques ($\overline{V_e}$, G_{es} définis respectivement par $q_{in}(Y = 0)$ et $q_{in}(Y = A)$ dans le benchmark

[15]) et thermique (Nu_1 , Nu_2 , $\overline{Nu_1}$, $\overline{Nu_2}$) sont réunis dans les figures III.4, III.3, III.5 et III.6 pour les quatre conditions aux limites $GB - GB0 - LB - LB0$. Les résultats numériques sont donnés avec une précision de quatre chiffre significatifs. Les différences entre les résultats fournis par chaque équipe sont calculées par rapport à des moyennes et sont quantifiées par des erreurs quadratiques moyennes. Nous portons par la suite notre attention sur les résultats obtenus pour les 4 ensembles de conditions aux limites.

La figure III.3 présente les résultats en terme de quantité dynamiques et thermiques pour la conditions aux limites $BG0$. Les résultats obtenus par les différents groupes de recherche en terme des nombres de Nusselt locaux $Nu_1(Y)$ et $Nu_2(Y)$ sont en bonne concordance sauf pour $Nu_2(Y = A)$ obtenus par les équipes $T1$ et $T6$. En effet, le nombre de Nusselt $Nu_2(Y = A)$ est très sensible aux petites variations de température débitante. Une différence de moins de 2% en $\theta_b(Y = A)$ entre nos résultats et l'équipe $T6$ par exemple entraîne une différence de plus de 25% en $Nu_2(Y = A)$. Notez que $Nu_1(Y)$ est inversement proportionnel à la différence entre la température de paroi et la température débitante (cf. Eq. II.88), la température en sortie étant quasiment la même. Étant donné que la température débitante dépend du débit, les écarts en terme de $Nu_2(Y = A)$ sont dus au légères différences en terme de quantités dynamiques ($\overline{V_e}$, G_{es} , d_{rc} et d_{er} cf. Figures III.3-(d), III.3-(e), et III.3-(f)). Les mêmes remarques peuvent être formulés pour les écarts obtenus en terme de $Nu_1(Y)$ en comparant nos résultats avec ceux de l'équipe $T3$ pour les conditions aux limites $LB0$ (cf. Fig.III.6). Les résultats donnés par les équipes $T2$ et $T3$ pour les conditions aux limites GB (cf. Fig.III.4) ainsi que ceux fournis par $T2$, $T3$ et $T7$ pour des conditions aux limites LB (cf. Fig.III.5) montrent une bonne concordance.

Les discordances avec les résultats de l'équipe de $T1$ sont dus probablement au fait qu'ils utilisent un modèle à faible nombre de Mach utilisé pour résoudre les équations de Navier-Stokes. En effet, cette approximation prend en compte la variation de la masse volumique en fonction de la température, ce qui n'a pas été considéré dans la présente étude où l'approximation de Boussinesq a été utilisée. Les écarts les plus importants en terme des quantités dynamiques restent ceux obtenus en comparant nos résultats avec ceux fournis par l'équipe $T6$. Ces discordances peuvent être liées à la méthode d'implémentation de $BG0$ à l'entrée du canal. L'équipe $T6$ a en effet utilisé un algorithme basé sur le principe de superposition d'une solution particulière et des modes appartenant au noyau de l'opérateur de Stokes afin de vérifier la condition aux limites $BG0$ à l'entrée du canal à chaque pas de temps [93][44]. La même méthode a été implémentée dans notre cas d'étude pour $BG0$ (cf. Chap. II § 4.4.1). Par conséquent, les causes des écarts observés sur les résultats ne sont pas clairs.

L'étude de sensibilité de l'écoulement et du transfert thermique aux conditions aux limites dynamiques est abordée en annexe A.

4 Couplage convection-rayonnement dans un canal vertical

Le code a été initialement validé en rayonnement pour le cas des cavités différentiellement chauffées en température [13]. Le but ici est de valider le code numérique dans le cas d'un canal ouvert vertical chauffé en densité de flux de chaleur (voir figure II.3). Une méthode

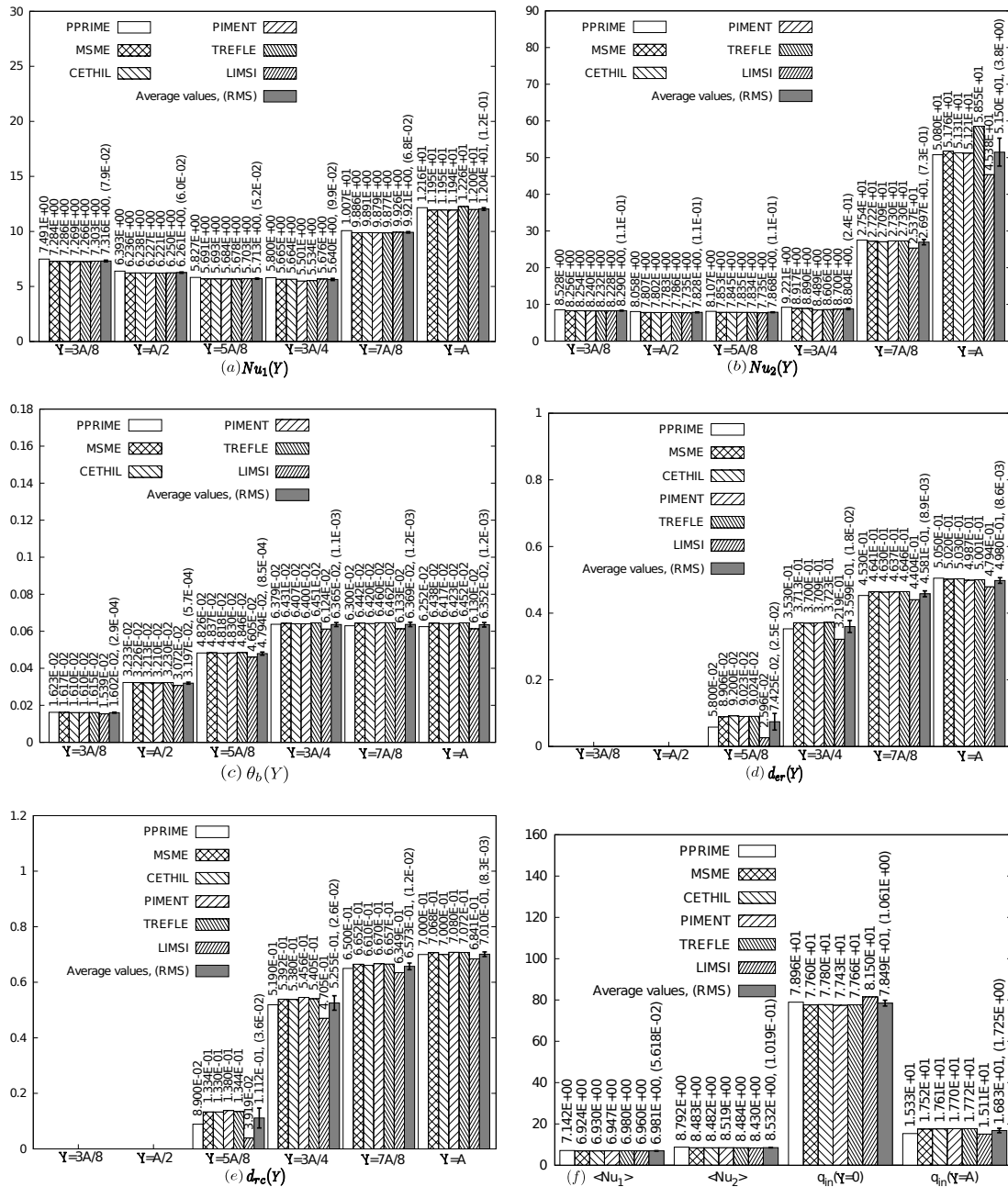


FIGURE III.3 – Histogrammes des résultats obtenus pour BG0. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].

différente de celle utilisée dans [13] a été implémentée pour le calcul de la radiosité [94]. En effet la méthode utilisée par Wang et al. [13] ne permet pas de traiter le cas des corps noirs ($\epsilon = 1$).

En convection naturelle pure, le problème ne dépend que du nombre de Rayleigh et du

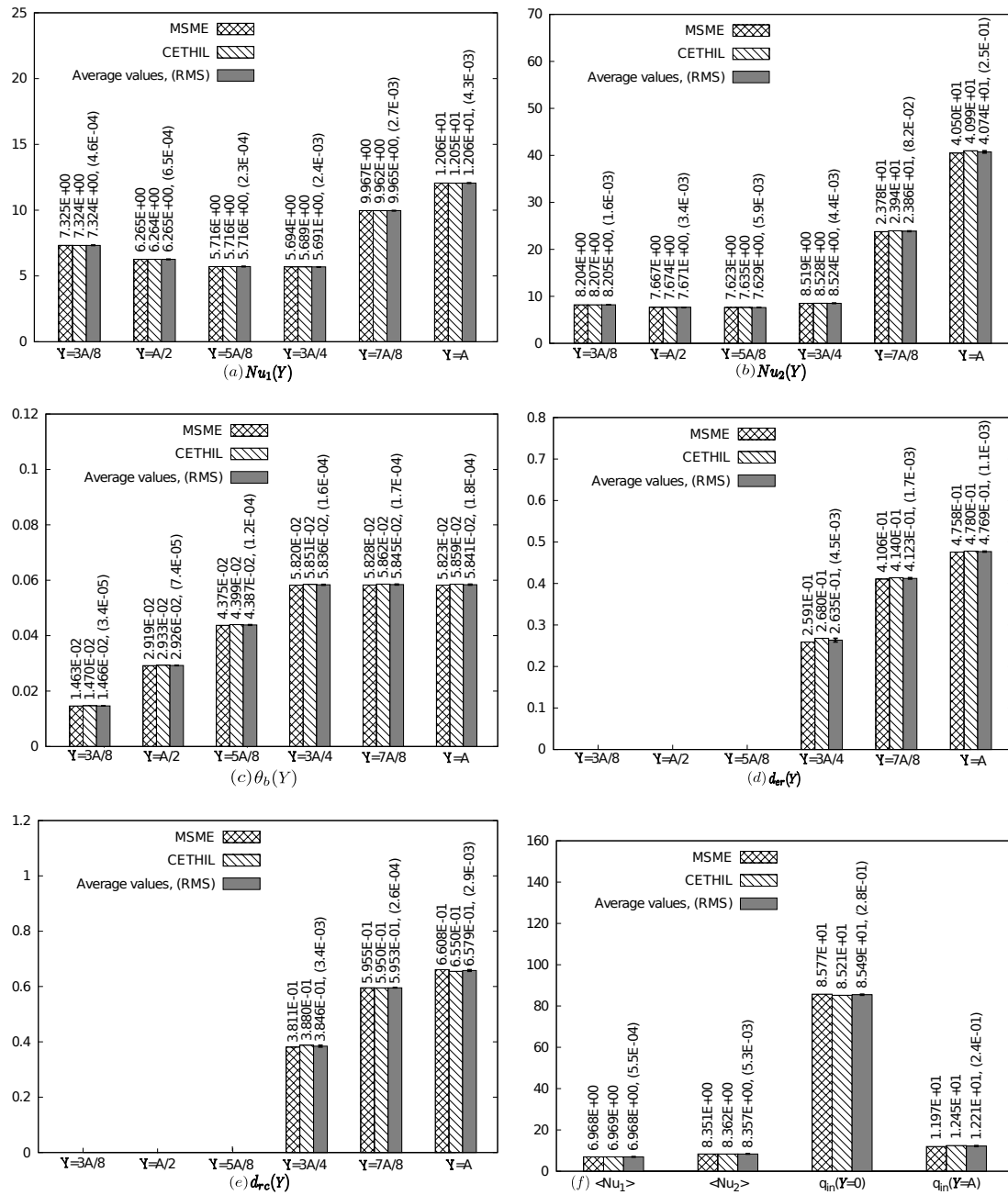


FIGURE III.4 – Histogrammes des résultats obtenus pour BG. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].

rapport de forme. Dans le cas du couplage convection-rayonnement, d'autres paramètres tels que $\varepsilon, \lambda, T_0, b, H, q_w$ et ΔT doivent être spécifiés. Dans la présente comparaison avec les résultats de Li et al. [19], nous avons, $q_w = 300w/m^2$, $\varepsilon = 0.1$ sur les parois verticales et $\varepsilon = 1$ sur les parois horizontales fictives à l'entrée et en sortie, $\lambda = 0.025 W/mK$, $T_0 = 293 K$, $b = 3.8 cm$ et la hauteur correspondante est $H = 30.44 cm$. Le tableau III.12 présente la

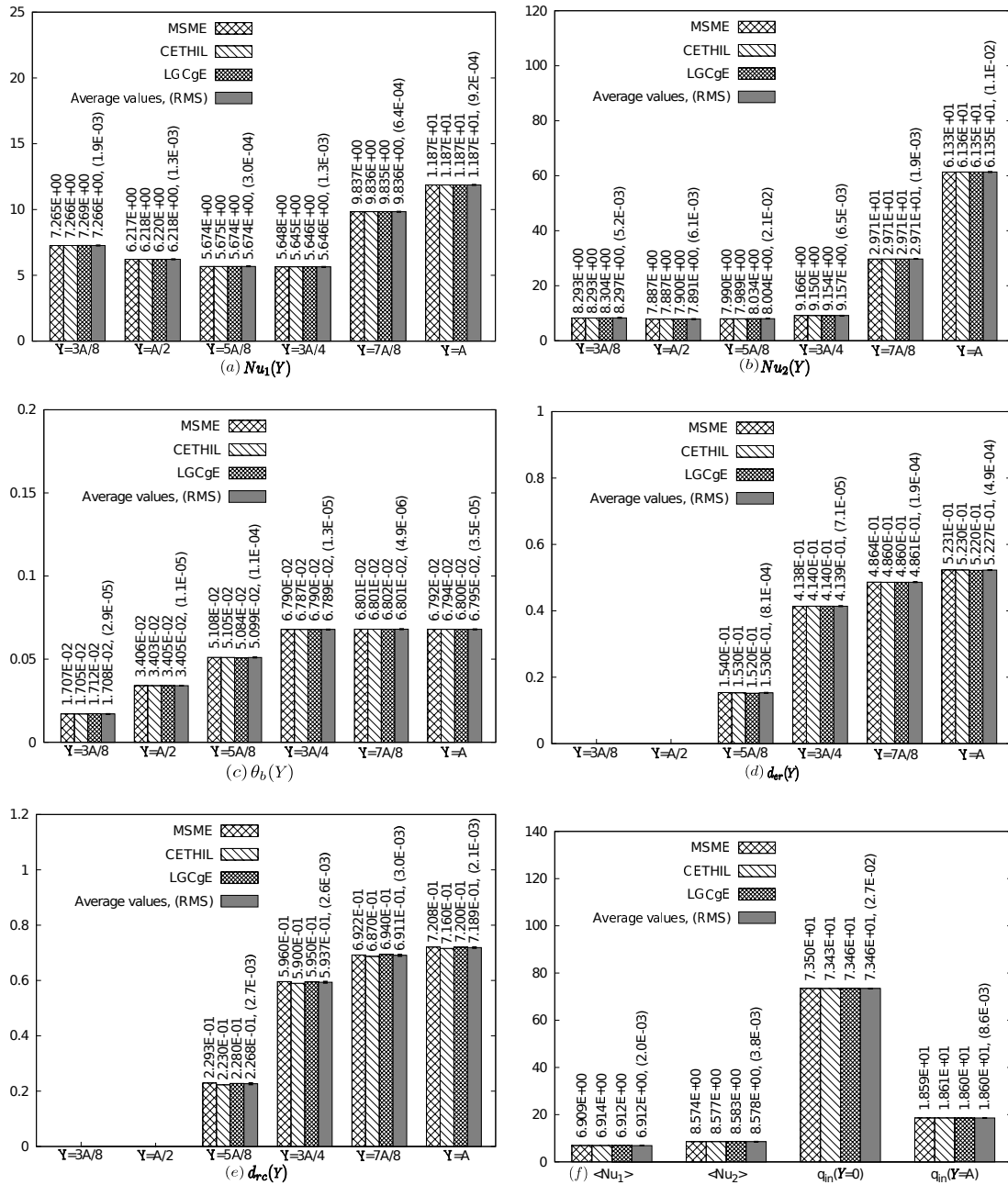


FIGURE III.5 – Histogrammes des résultats obtenus pour BL. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].

comparaison entre les deux études en terme de nombre de Nusselt et de débit massique. On peut remarquer que les résultats numériques sont en très bon accord. L'écart est inférieur à 2% pour toutes les quantités caractéristiques. Les figures III.7 et III.8 montrent les profils horizontaux respectivement de la température et de la vitesse verticale pour différentes hauteurs $Y = A/4, 3A/4, A$. La comparaison qualitative montre aussi un excellent accord entre les deux études. L'implémentation en configuration canal est donc validée.

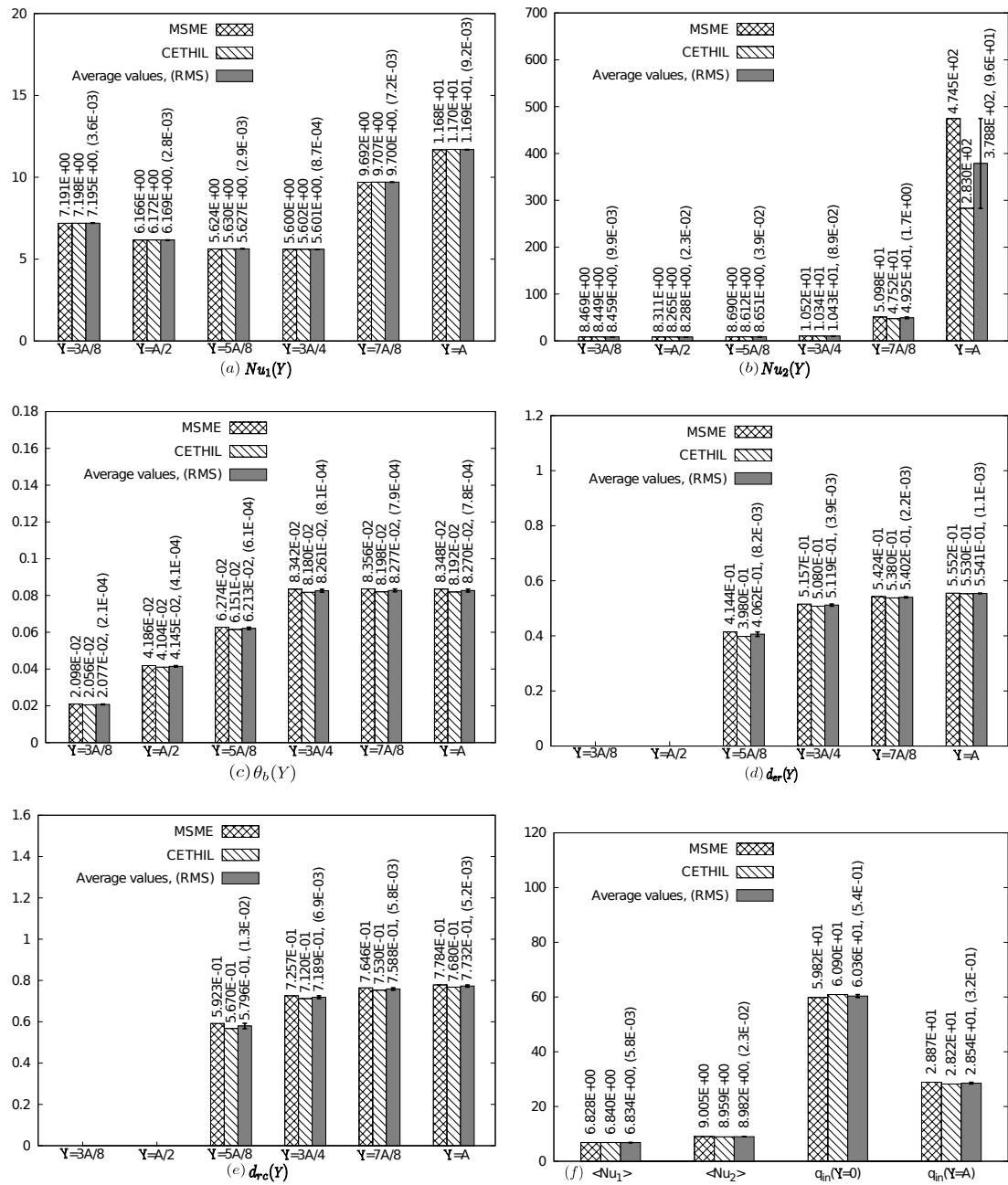


FIGURE III.6 – Histogrammes des résultats obtenus pour BLO. Les données fournies par les différentes équipes (Tableau III.4) permettent de calculer les valeurs moyennes et les erreurs quadratiques moyennes [15].

	Présente étude			Référence [19]		
	\dot{m}_{in}	Nu_r	Nu_c	\dot{m}_{in}	Nu_r	Nu_c
40 × 400	4.046	0.791	9.567	4.510	0.790	9.388
80 × 800	4.509	0.792	9.486			
120 × 1200	4.516	0.792	9.458			
160 × 1600	4.458	0.792	9.448			

(a)

	Présente étude			Référence [19]		
	\dot{m}_{in}	Nu_r	Nu_c	\dot{m}_{in}	Nu_r	Nu_c
40 × 400	5.991	5.578	8.765	6.240	5.565	8.636
80 × 800	6.239	5.568	8.695			
120 × 1200	6.248	5.563	8.676			
160 × 1600	6.252	5.560	8.671			

(b)

Tableau III.12 – Comparaison en terme des nombres de Nusselt convectif et radiatif et du débit massique entre la présente étude et celle de Li et al. [19] pour $q_w = 300W/m^2$, $b = 3.80\text{ cm}$ et $Ra^* = 6.69 \times 10^5$, avec $\varepsilon = 0.1(a), 1(b)$, $\lambda = 0.025W/(mK)$ et $T_0 = 293K$. La comparaison des résultats est effectuée selon différentes résolutions spatiales.

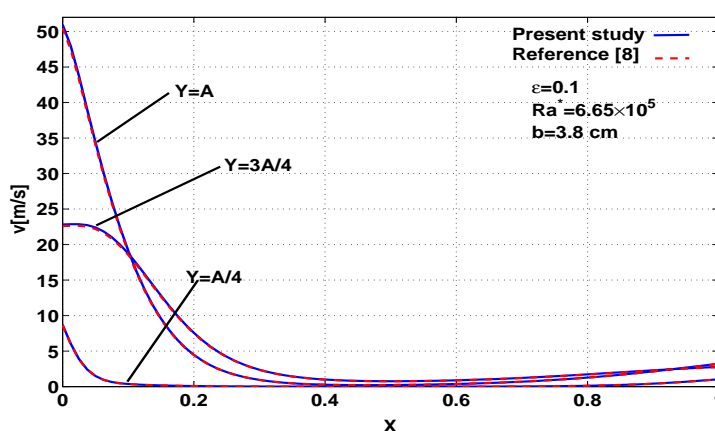


FIGURE III.7 – Comparaison des profils de la température à $Y = A/4, 3A/4, A$ avec $Ra^* = 6.65 \times 10^5$, $b = 3.8\text{ cm}$ et $\varepsilon = 0.1$.

5 Plaque verticale chauffée en densité de flux dans une cavité fermée

La convection naturelle dans des cavités fermées et sans obstruction a été largement étudiée ces dernières années (voir [53][95][13][96][97][98]). Le refroidissement par convection naturelle est très demandé car cette dernière ne nécessite pas de source d'énergie et ne demande pas d'entretien. L'intérêt actuel est tourné vers les cavités complexes contenant des obstructions (horizontales et verticales) qui sont impliquées dans de nombreuses branches de l'ingénierie en

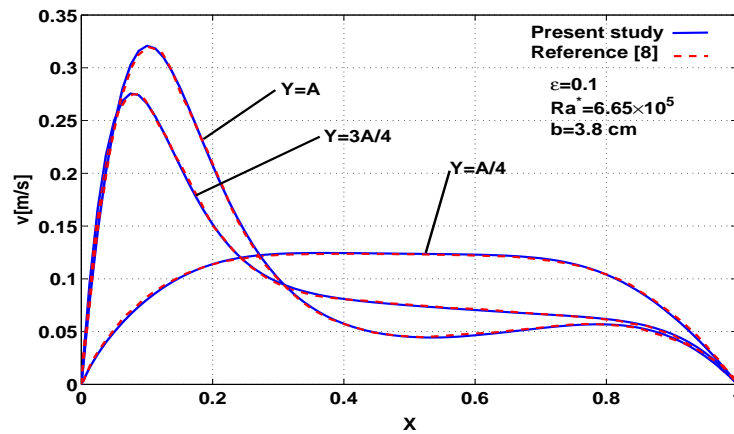


FIGURE III.8 – Comparaison des profils de la vitesse verticale à $Y = A/4, 3A/4, A$ avec $Ra^* = 6.65 \times 10^5$, $b = 3.8\text{cm}$ et $\varepsilon = 0.1$.

particulier en fabrication microélectronique. Ainsi, un certain nombre d'études de convection à la fois numériques et expérimentales ont été menées dans ce contexte [99][16][17]. Nous allons dans ce qui suit procéder à une dernière validation du code numérique dans le cas d'une plaque chauffée en densité de flux contenue dans une cavité. L'intérêt de cette configuration est de s'assurer de la qualité des résultats obtenus dans le cas d'un canal chauffé et contenu dans une cavité. Nous comparons nos résultats avec trois études différentes. Deux études ont fait l'objet de deux articles [16] [17] et la troisième étude est effectuée sous Fluent[®] au sein du laboratoire.

Considérons une cavité carrée en deux dimensions de hauteur H et de longueur L (ici $H = L$), comme indiqué dans la Fig. III.9. Les parois supérieure et inférieure de la cavité sont adiabatiques et les parois verticales sont soumises à une température constante T_f inférieure à la température de la plaque au milieu T_c . Les coordonnées cartésiennes (x, y) avec les composantes de vitesse correspondantes (u, v) sont indiquées sur la figure III.9. Sur cette figure h est la longueur de la plaque chaude, h_1 est la distance entre la plaque chauffée et la paroi gauche, h_2 est la distance entre le centre de la plaque chauffée et la paroi supérieure de la cavité. Les équations régissant l'écoulement laminaire incompressible et bidimensionnel sont les équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse de Boussinesq (II.20).

Les résultats de comparaison entre les différentes études sont mentionnés dans le tableau III.13. La résolution spatiale utilisée dans notre étude est de 120×120 . Les discordances sont globalement importantes (jusqu'à 26 %) sauf pour le premier nombre de Rayleigh modifié où l'erreur est de 6%. Compte tenu des anciennes validations menées sur le code numérique, les écarts entre nos résultats et ceux de Kandaswamy et al. [16] et de Nazari et al. [17] peuvent provenir des méthodes numériques utilisées par ces derniers. Kandaswamy et al [16] résolvent les équations de Navier-Stokes via la formulation de vorticité et fonction de courant en utilisant la méthode des directions alternées implicites. Nazari et al. [17] utilise la méthode de Lattice Boltzmann et valident leurs résultats sur ceux obtenus par [16]. Dans les deux études, aucune information n'est donnée sur les erreurs de troncature et les ordres des schémas en temps

et en espace. Nous n'avons pas pu donc identifier clairement les sources de discordance en comparaison avec notre étude.

Des calculs ont été faits avec le code commercial Fluent[®] pour tenter d'expliquer les différences avec les études précédentes. Les résultats obtenus avec une résolution de 120×120 montrent des différences inférieures à 1%. Nous pouvons ainsi dire que la méthode implémentée pour l'équation de Helmholtz en pression de correction (Eq. (II.60)) est validée.

L'étude de convergence du maillage a été aussi effectuée pour la même configuration III.9 et pour un nombre de Rayleigh de $Ra_d = 10^3$. Le tableau III.14 montre quelques valeurs locales de la vitesse verticale et de la température en 4 points distincts de la grille. Le rapport R prend des valeurs proches de 4. On retrouve bien l'ordre 2 en espace du schéma numérique.

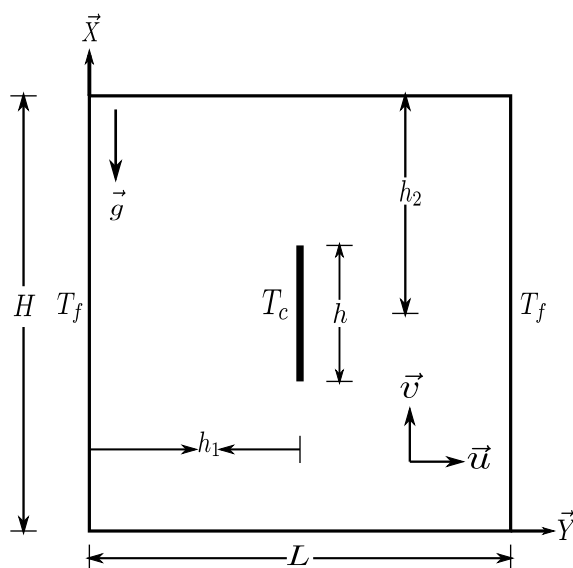


FIGURE III.9 – Schéma d'une plaque verticale chauffée en température contenue dans une cavité carrée [16][17].

Gr	Résolution [16]	Résolution [17]	Résultats [16]	Résultats [17]	Fluent [®]	présente étude
10^3	50×50	100×100	1.711	1.738	1.636	1.635
10^4	50×50	52×52	2.501	2.535	1.963	1.946
10^5	50×50	52×52	5.051	5.082	3.780	3.767

Tableau III.13 – Comparaison en terme de nombre de Nusselt convectif moyen. La résolution utilisée dans la présente étude et dans Fluent[®] est de $120 * 120$.

$Ra_d = 10^3 ; \Delta x_C = 0.0156, \Delta x_M = 0,0078, \Delta x_F = 0,0039$								
Points	V_C	V_M	V_F	R	θ_C	θ_M	θ_F	R
1	$6.0842E^{-2}$	$6.0944E^{-2}$	$6.0969E^{-2}$	4.01	0.474504	0.474484	0.474479	4.07
2	$8.3552E^{-3}$	$8.4047E^{-3}$	$8.4171E^{-3}$	3.98	0.323891	0.323876	0.323872	3.80
3	0.144422	0.144275	0.144238	3.97	0.474505	0.251886	0.251861	3.99
4	0.169383	0.169456	0.169474	4.06	0.466691	0.466669	0.466664	4.15

Tableau III.14 – Analyse de convergence du maillage pour $Ra_d = 10^3$.

6 Conclusion

Nous avons mené dans ce chapitre une série de tests de validation du code numérique. Plusieurs problèmes classiques en convection naturelle avec et sans rayonnement de surfaces ont été abordés (cavités fermées et canal ouvert). Les équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse de Boussinesq ont été considérées. Les résultats obtenus en terme de champs de température et de vitesse sont en bonne concordance avec ceux de la littérature. Nous avons aussi participé à l'établissement de solutions de références. Les méthodes numériques implémentées dans le cas du canal ouvert, de la cavité fermée et de la plaque chauffée au milieu d'une cavité ont été ainsi validées. De plus, le code numérique s'est avéré consistant en temps et en espace. Par ailleurs, l'étude de convergence de maillage pour les différentes géométries a montré que le schéma spatial de discrétisation est d'ordre 2 en espace. Dans l'absence de solutions exactes, nous n'avons pas pu démontrer l'ordre 2 en temps du schéma de discrétisation temporelle.

Le code modifié a fait les preuves de son efficacité pour traiter la convection naturelle dans des géométries fermées et ouvertes. Une extension à la troisième direction peut être envisagée. De plus, le code est portable à condition que les bibliothèques de programmes Fortran (LAPACK et BLAS) auxquelles il fait appel soient installées sur la machine de travail.

Chapitre IV

Comparaison des résultats numériques avec des mesures expérimentales

1 Introduction

Il existe de nombreuses études basées sur l'hypothèse de convection naturelle pure. Ce sont des études numériques [23][48][11][8][100], ou des études expérimentales dans lesquelles le transfert radiatif est évalué et déduit du transfert thermique global mesuré ou des études expérimentales dans lesquelles le transfert radiatif est inhibé et n'intervient pas [11][31][101][66]. D'autres investigations ont questionné l'effet du rayonnement entre surfaces sur la convection naturelle sauf que la plupart de ces études étaient destinées aux cavités carrées différentiellement chauffées [102][103][13]. Peu de chercheurs [40][41][42][19] ont pris en compte le rayonnement entre surfaces dans leurs modèles numériques dans le cas d'un canal ouvert, ainsi la part radiative du transfert de chaleur n'est pas encore complètement étudiée [101][37][67]. Afin de neutraliser les effets du rayonnement entre surfaces et de caractériser l'échange de chaleur en convection pure, certains chercheurs ont utilisé l'eau comme fluide de travail pour modéliser l'écoulement d'air [104][31][105][106][1]. Cependant il existe peu d'études sur le sujet en configuration semi-ouverte et aucune étude ne s'est intéressée à l'influence du nombre de Prandtl.

Bien que de nombreuses études expérimentales et numériques sur la convection naturelle entre deux plaques parallèles aient été menées, la plupart des études ont été limitées à des mesures de température et à des analyses du transfert de chaleur. Peu d'études se sont intéressées aux quantités dynamiques de l'écoulement qui s'avèrent nécessaires compte tenu de la problématique posée relative à la définition des conditions aux limites dynamiques. Notez également que la plupart des investigations numériques n'ont pas considéré des propriétés thermophysiques variables avec la température, alors qu'elles s'avèrent influencer le débit massique et le transfert de chaleur quand les différences de température fluide/paroi sont grands [29][30][28].

Dans ce chapitre sont présentées deux études comparatives numériques et expérimentales relatives aux vecteurs eau (convection naturelle pure) et air (couplage convection-rayonnement

entre surfaces). Nous commençons d'abord par décrire les dispositifs expérimentaux. Ensuite, nous allons présenter les configurations simulées numériquement. Puis, les résultats numériques et expérimentaux sont comparés. Enfin, les effets du nombre de Prandtl, du rayonnement entre surfaces et des propriétés variables en fonction de la température sont discutés.

2 Présentation des bancs d'essai

2.1 Canal en eau : chauffage symétrique

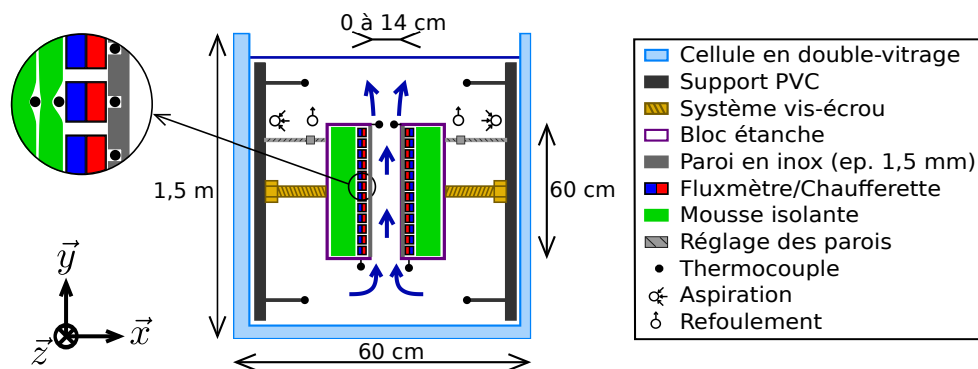


FIGURE IV.1 – Schéma représentant le banc d'essai en eau avec l'ensemble des capteurs thermiques [18].

Le banc d'essai schématisé dans la figure IV.1 est un canal vertical de dimensions $65,5 \times 23 \text{ cm}^2$ immergé dans une cuve en eau de dimension internes $60 \times 150 \times 23,5 \text{ cm}^3$ (x, y, z). Le canal est formé par deux blocs étanches qui contiennent des chaufferettes électriques et il est fermé sur les côtés par les parois en double-vitrage de la cellule en eau. Chaque bloc est fixé en son centre, au moyen d'un système vis-écrou, sur une plaque support en PVC plaquée contre un bord de la cellule en eau. Les réglages de la verticalité et du parallélisme du canal sont assurés par des tiges filetées reliant les coins supérieurs de chaque bloc à leur support (non présent sur le schéma). La différence d'écartement entre le haut et le bas est, avec ce système, inférieure au millimètre. Les parois du canal sont constituées de plaques en acier inoxydable de 1,5 mm d'épaisseur qui sont collées au bloc-paroi pour éviter toute aspérité sur la surface en contact avec l'eau. Afin d'assurer au mieux une condition de flux imposé, chaque paroi est chauffée au moyen de 12 chaufferettes identiques branchées en parallèle de dimension $5 \times 20 \text{ cm}^2$ selon y et z . La conduction de la chaleur dans la paroi entre deux zones chauffées est limitée par 11 rainures de $1 \times 1 \times 210 \text{ mm}^3$ (selon x, y et z) usinées dans la plaque en acier inoxydable sur la face située à l'intérieur des blocs. Enfin, les blocs-parois sont remplis de mousse silicone isolante pour éviter les pertes de chaleur au dos des chaufferettes.

Les mesures de vitesse sont effectuées dans le canal avec un système de Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) monté sur un système de déplacement motorisé permettant des mesures le long des axes x et y dans le plan médian du canal. Les profils de vitesse moyenne sont obtenus

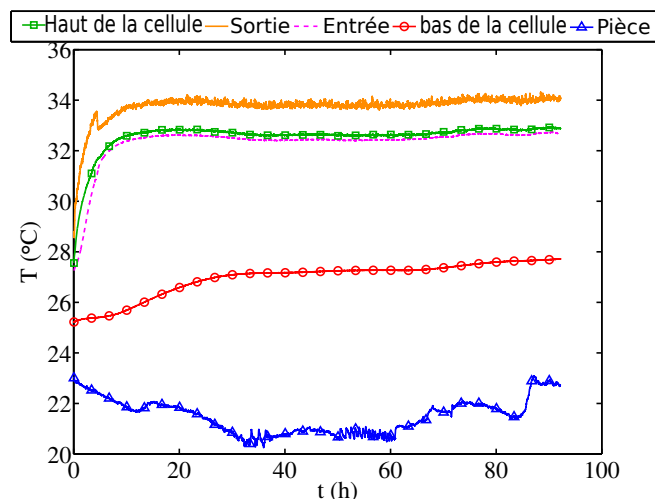


FIGURE IV.2 – Évolutions de la température dans la cellule en eau et dans la pièce pendant l'expérience 4 (cf. Tableau IV.1) [18].

sur une durée de 25 à 30 minutes pour chaque point. La température est mesurée par des thermocouples de type *K* de $120 \mu\text{m}$ de diamètre. Toutes les mesures dans le canal sont réalisées sous un régime statistiquement stationnaire. Les conditions de fonctionnement sont supposées être statistiquement stationnaires quand l'évolution de la température dans le réservoir (le haut, le bas, entrée et sortie) est faible ($< 0.5 \text{ } ^\circ\text{C}$), et lorsque les températures mesurées dans la cuve à l'extérieur du canal ne varient plus par rapport à la température mesurée à l'entrée de canal : $T - T_e = Cte$. La figure IV.2 présente les évolutions de température en haut et en bas de la cuve, à l'entrée et en sortie du canal et dans la salle (les positions des thermocouples sont présentées sur la figure IV.1) au cours de l'expérience 4 (cf. Tableau IV.1). Selon les configurations expérimentales étudiées, le régime statistiquement stationnaire est généralement atteint après 24-48 heures.

La température de l'eau dans le réservoir est supposée être homogène lorsque la différence de température entre le haut du réservoir et l'entrée du canal est presque nulle ($< 0.1 \text{ } ^\circ\text{C}$). La deuxième condition aux limites contrôlée est la densité de flux uniforme sur les parois du canal. Le flux de chaleur pariétal moyen sur chaque chauffurette est tracé sur la figure IV.3 en fonction de la hauteur adimensionnée du canal au cours de l'expérience 5 (cf. Tableau IV.1). Cette figure montre qu'une condition de flux uniforme est atteinte avec des variations moyennes inférieures à 1%. En outre, la différence entre le flux de chaleur moyen sur les parois droite et gauche est inférieure à 0,01%. D'autre part les fluctuations maximales mesurées de la densité de flux sont inférieures à 2% (non représentées sur cette figure). Ainsi une condition de flux uniforme peut être assumée sur les parois du canal. Plus de détails se trouvent dans les références suivantes [18][1].

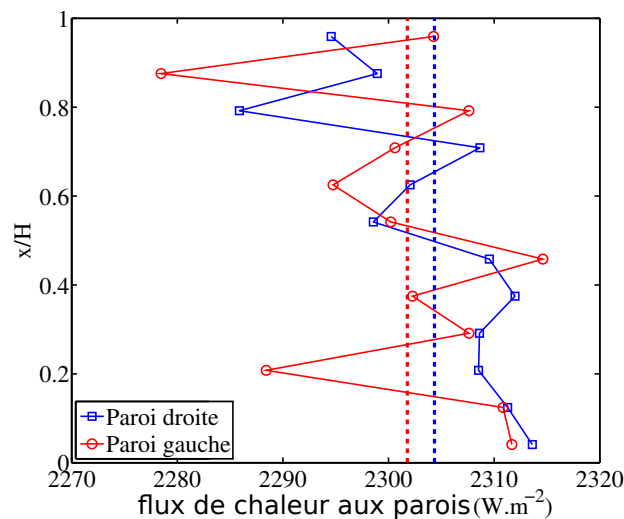


FIGURE IV.3 – Moyenne temporelle du flux de chaleur sur les parois (carré : droite, cercle : gauche) en fonction de la hauteur adimensionnée pendant l'expérience 5 (cf. Tableau IV.1). Le flux de chaleur est mesuré par un fluxmètre. Le flux de chaleur moyenné le long de hauteur (ligne en pointillées) est de 2302 W sur la paroi gauche et de 2304 W sur la paroi droite [18].

Expériences	q_w W/m ²	Températures °C		Ra_d
		Entrée	Sortie	
1	190	22.58	22.62	2.41×10^7
2	382	23.45	23.48	5.18×10^7
3	764	27.31	27.36	1.29×10^8
4	1147	32.56	32.60	2.43×10^8
5	2305	36.54	36.58	6.18×10^8

Tableau IV.1 – Les cinq configurations expérimentales étudiées [18]. La densité de flux de chaleur pariétale est moyennée dans le temps et le long des deux parois du canal. Les températures à l'entrée et en sortie sont des valeurs moyennées dans le temps.

3 Configurations des études numériques

Les deux configurations géométriques qui font l'objet d'investigations sont présentées dans la figure IV.4. La figure IV.4-(a) correspond à l'étude du couplage convection-rayonnement entre surfaces dans l'air. La figure IV.4-(b) concerne l'étude comparative en convection pure dans l'eau. Les rapports de formes des deux canaux sont respectivement $A = 14.4$ et $A = 15$. Le chauffage pariétal produit un gradient de température entre la paroi et le fluide conduisant ainsi à un écoulement de convection naturelle. Tout au long de cette étude, les hypothèses suivantes sont faites : propriétés des fluides, à l'exception de la densité, sont indépendantes de la température, les variations de densité ne sont prises en compte que dans la force de flottabilité, et l'écoulement est bidimensionnel, incompressible avec une dissipation visqueuse supposée négligeable. Les transferts thermiques ainsi que l'écoulement fluide sont gouvernés par les équations de Navier-Stokes sous les hypothèses de Boussinesq (Eq. II.20). Les conditions aux

limites en convection pure sont reportées sur la figure IV.4.

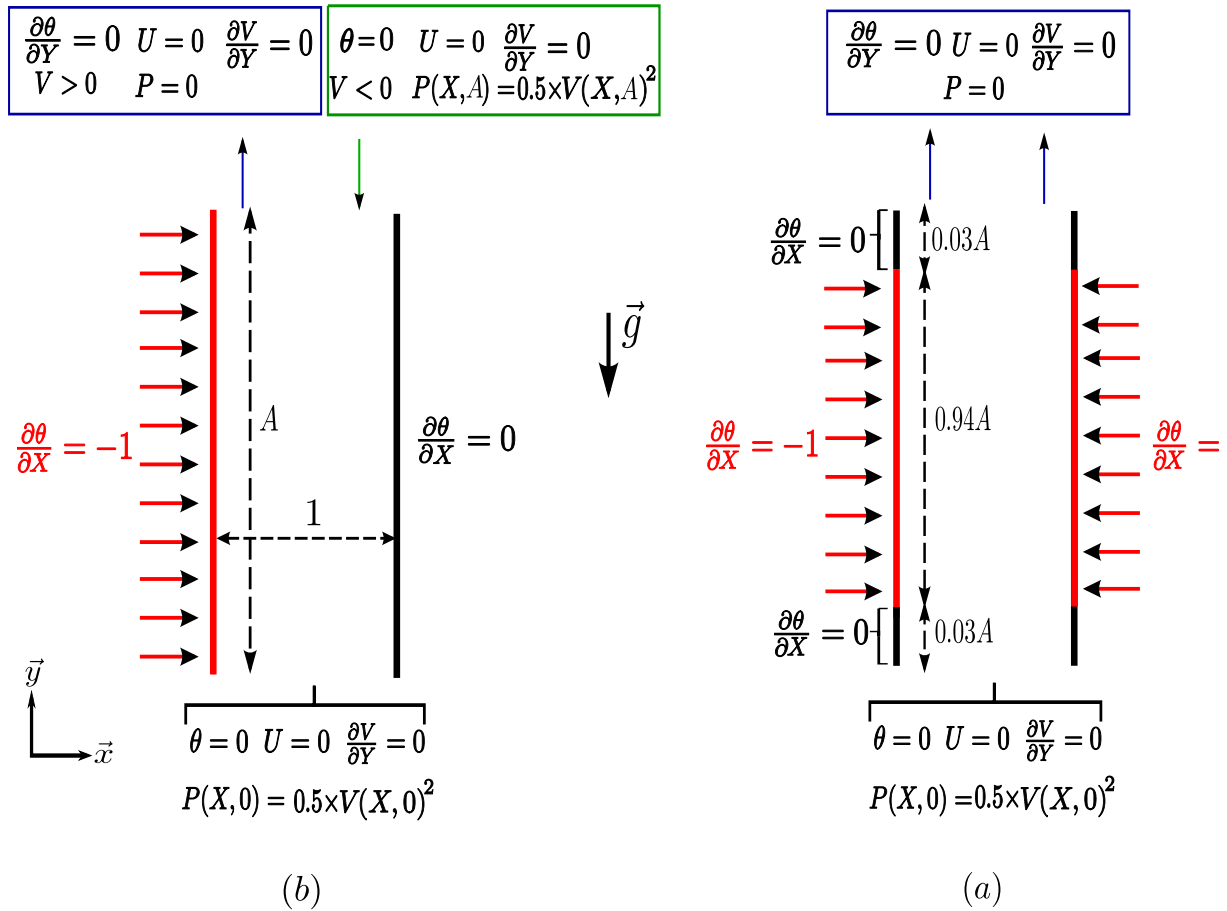


FIGURE IV.4 – Schémas simplifiés des dispositifs expérimentaux. (a) canal en air ; (b) canal en eau.

Dans le cas du couplage convection-rayonnement entre surfaces dans l’air, seules les conditions aux limites thermiques pariétales sont différentes. L’air est supposé transparent, les parois verticales sont considérées grises, diffuses et opaques avec $\epsilon = 0.09$. L’entrée et la sortie du canal sont assimilées au niveau radiatif comme des parois fictives noires avec $\epsilon = 1$. Sous forme adimensionnée, les conditions aux limites thermiques aux parois s’écrivent :

$$\begin{cases} (\partial\theta)/(\partial X) - q_r^* = -1 \text{ pour } X = 0, 0 \leq Y \leq A \\ (\partial\theta)/(\partial X) + q_r^* = 0 \text{ pour } X = 1, 0 \leq Y \leq A \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

4 Résultats et comparaisons

4.1 Configuration en eau : chauffage symétrique

La configuration sous investigation est un canal d’eau vertical et l’écoulement de convection naturelle correspondant est étudié expérimentalement et numériquement. Les conditions aux

Comparaison des résultats numériques avec des mesures expérimentales

limites sur les parois chauffées sont des conditions de flux de chaleur uniformes et la température à l'extérieur du canal a été réglée pour rester dans l'intervalle de validité de l'approximation de Boussinesq. La température et la vitesse ont été mesurées pour cinq flux de chaleur (cf. Tableau IV.1). Comme des fluctuations importantes sont observées expérimentalement sur le champ de vitesse, les mesures sont moyennées pour une durée de 25-30 minutes pour chaque point. Les incertitudes sur la vitesse et la température sont respectivement, $\pm 2\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\pm 0.05\text{ }^\circ\text{C}$. Des simulations numériques sont également effectuées pour les cinq configurations expérimentales sur une machine Intel Xeon E5520 avec un processeur de 2.27 GHz et 4 GB de mémoire.

n° Exp.	Ra_d	Résolutions	\overline{Nu}_{exp}	\overline{Nu}_{num}	$\overline{v}_{e/exp}$ [m ² /s]	$\overline{v}_{s/exp}$ [m ² /s]	Q_{num}
1	2.41×10^7	100 × 800	11.5	10.69	0.004038	0.004978	0.005957
		150 × 1200		10.66			0.005937
		200 × 1600		10.65			0.005929
		250 × 2000		10.65			0.005922
2	5.18×10^7	100 × 800	13.5	12.46	0.006405	0.006436	0.007282
		150 × 1200		12.43			0.007251
		200 × 1600		12.41			0.007238
		250 × 2000		12.41			0.007229
3	1.29×10^8	100 × 800	18.2	14.93	0.006514	0.008641	0.008904
		150 × 1200		14.84			0.008902
		200 × 1600		14.80			0.008669
		250 × 2000		14.84			0.008436
4	2.43×10^8	100 × 800	25.2	16.91	0.010709	0.012306	0.010224
		150 × 1200		16.82			0.010028
		200 × 1600		16.78			0.009958
		250 × 2000		16.76			0.009888
5	6.18×10^8	100 × 800	31.3	20.36	0.014431	0.018616	0.012849
		150 × 1200		20.19			0.012507
		200 × 1600		20.17			0.012392
		250 × 2000		20.15			0.012378

Tableau IV.2 – Comparaison en terme de nombre de Nusselt et du débit entre les investigations expérimentales et numériques pour différents nombres de Rayleigh et pour différentes résolutions spatiales.

$Ra_d = 2.41 \times 10^7; 5.18 \times 10^7; 1.29 \times 10^8; 2.43 \times 10^8; 6.18 \times 10^8$		
	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
100 × 800	8.12 h	38.8 h
150 × 1200		63.8 h
200 × 1600		118.8 h
250 × 2000		213.6 h

Tableau IV.3 – Les temps CPU en fonction des résolutions spatiales.

Ra_d	\overline{Nu}_{exp}	\overline{v}_e	\overline{v}_s
2.41×10^7	7%	32%	15%
5.18×10^7	9%	11.5%	11%
1.29×10^8	19%	24%	0.3%
2.43×10^8	33%	7%	19%
6.18×10^8	55%	14%	33.5%

Tableau IV.4 – Différences relatives entre les résultats expérimentaux et numériques en terme de nombre de Nusselt et du débit.

Les temps *CPU* nécessaires pour atteindre des solutions asymptotiquement stationnaires varient de 8.12 h à 213.6 h (cf. Tableau IV.3), respectivement, pour des résolutions spatiales entre 100×800 et 250×2000 (cf. Tableau IV.2). Les simulations numériques conduisent à des écoulements laminaires stationnaires alors que les données expérimentales montrent des écoulements instationnaires et turbulents à partir d'un nombre de Rayleigh de 10^7 . Plusieurs raisons possibles peuvent expliquer la discordance entre les régimes d'écoulements expérimentaux et numériques. Comme le canal se trouve dans un environnement confiné (la cuve d'eau), l'eau chauffée au niveau de la paroi monte dans le canal, se refroidit au sommet du réservoir et redescend vers l'entrée en passant derrière les parois étanches. Les fluctuations de la vitesse peuvent ne pas être amorties suffisamment avant de ré-entrer dans le canal et peuvent être amplifiées. Daverat et al. [1] ont mesuré des fluctuations à l'entrée à partir des données en vitesse et on calculé des intensités turbulentes allant jusqu'à 30%. Si aucune mesure n'est prise pour réduire au minimum les perturbations éventuelles qui pourraient être introduites à l'entrée du canal, un niveau d'intensité turbulente élevé peut être présent [107][108][39] et peut considérablement modifier le débit et les échanges convectifs dans le canal [109]. Dans les simulations, les conditions aux limites n'introduisent pas de perturbations en vitesse. De plus, l'écoulement bidimensionnel considéré dans les simulations reste une hypothèse questionnable. En effet, des structures tridimensionnelles et tourbillonnaires peuvent apparaître au niveau des parois chauffées [39][110] et perturber les couches limites. L'absence de perturbations à l'entrée du canal et l'hypothèse 2D peuvent influencer la structure de l'écoulement et notamment le contraindre à devenir instationnaire.

En dépit de la différence importante observée sur le comportement dans le temps, les débits et les nombres de Nusselt sont comparés entre les résultats expérimentaux et numériques (voir les tableaux IV.2 et IV.4). Le débit expérimental est calculé à l'entrée et à la sortie en intégrant la vitesse mesurée en supposant un profil 2D. Cependant Daverat et al. [1] ont observé que l'écoulement n'est pas bidimensionnel : la vitesse chute à proximité des parois avant et arrière de la cuve d'eau (selon la direction *z* ; cf. Fig. IV.1). Par conséquent, les couches limites le long de ces parois s'épaississent de l'entrée vers la sortie et le profil de vitesse présente un maximum à mi-profondeur dans le plan *x-y*. Le débit calculé via l'intégrale du profil de vitesse 2D sur la largeur est donc surestimé : c'est pourquoi \overline{v}_s/exp est plus grand que \overline{v}_e/exp (cf. Tableau IV.2). Les résultats numériques sont en accord avec \overline{v}_e/exp pour les expériences 2, 3 et 4, mais ils sont très grands pour les autres expériences. En termes de nombre de Nusselt, un accord est observé pour les deux premières $Ra_d = 2.41 \times 10^7, 5.18 \times 10^7$ et la différence est importante pour les trois autres $Ra_d = 1.29 \times 10^8, 2.43 \times 10^8, 6.18 \times 10^8$.

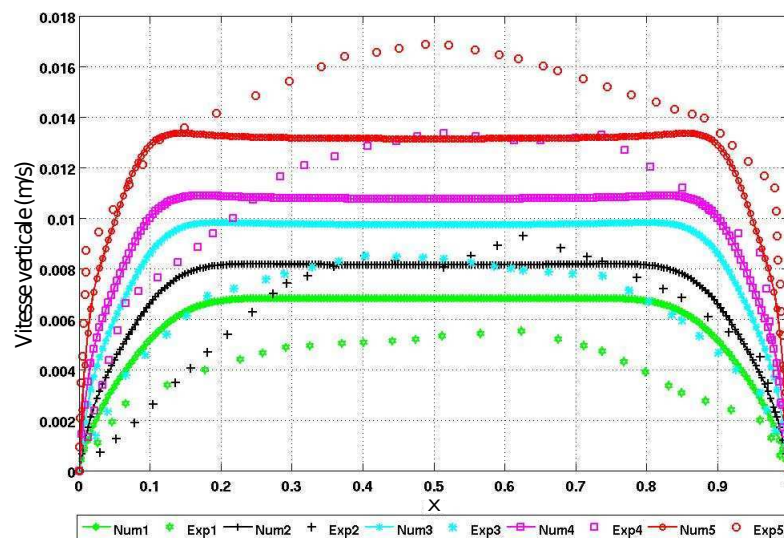


FIGURE IV.5 – *Distribution de la vitesse à l'entrée du canal (eau) : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.*

Les figures IV.5 et IV.6 montrent les profils de vitesse expérimentaux à l'entrée et en sortie du canal pour les 5 expériences comparées à des profils numériques. Les couches limites dynamiques se développent depuis l'entrée jusqu'à la sortie du canal : compte tenu du chauffage imposé, le fluide est accéléré le long des parois, laissant apparaître deux pics de vitesse au niveau des parois du canal et le mouvement est ralenti au centre du canal. La vitesse au centre du canal n'est pas nulle, mais atteint un plateau comme le montre la figure IV.6. Comme attendu, le débit augmente avec le flux de chaleur imposé aux parois. Plus le flux de chaleur pariétal est important, plus les maxima de vitesse sont grands. La figure IV.5 montre que les profils numériques surestiment les valeurs expérimentales pour les expériences 1-2-3 à l'entrée. Les différences relatives entre les débits numériques et expérimentaux sont réunies dans le Tableau IV.4. Bien que les débits à l'entrée soient en bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux pour les expériences 4 et 5 à l'entrée, les profils sont très différents. En sortie (cf. Fig. IV.6), les écarts ne sont significatifs qu'au centre du canal pour les expériences 1-2 et à proximité des parois chauffées pour l'expérience 3. Pour les expériences 4 et 5, les écarts sont importants sur toute la largeur du canal.

Les sources possibles de discordance entre les résultats numériques et expérimentaux sont les suivantes. Comme les écoulements sont instationnaires dans les expériences, les discordances peuvent provenir du fait que le code ne peut pas prédire ce régime d'écoulement dépendant du temps. Dans la boucle fermée, l'écoulement de retour derrière les boîtes étanches pourrait créer des pertes de charge qui peuvent ralentir le fluide et par conséquent, réduire le débit du canal. Comme expliqué précédemment, les fluctuations peuvent ré-entrer dans le canal et peuvent être amplifiées plus en aval, des fluctuations importantes de vitesse qui dissipent l'énergie sont mesurées à l'entrée du canal, elles pourraient entraîner le développement de couches limites à proximité de la sortie. Ceci est suggéré par les profils de vitesse des expériences 4 et 5 (cf. Fig. IV.6). Il peut également y avoir un changement de régime d'écoulement pour ces nombres de Rayleigh. Ce changement peut également être expliqué à

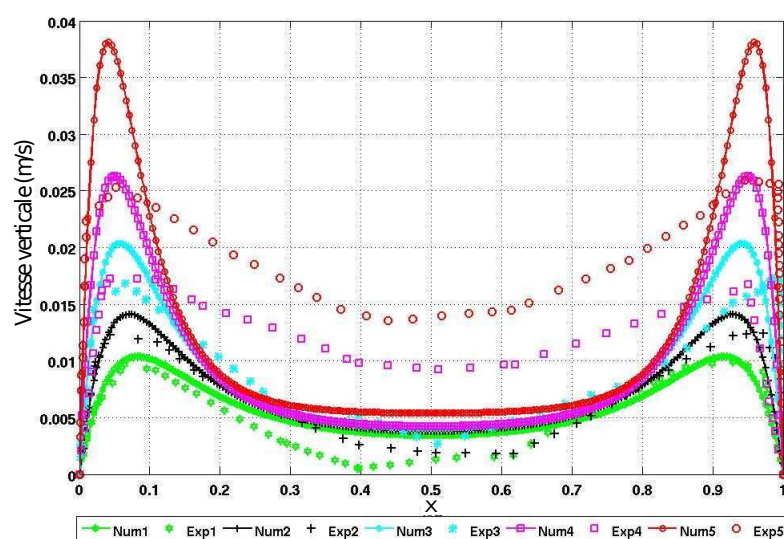


FIGURE IV.6 – *Distribution de la vitesse en sortie du canal (eau) : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.*

partir des distributions de température de paroi tracées dans la figure IV.7 en fonction de la hauteur du canal : dans les expériences 4 et 5, la température de la paroi diminue dans la partie aval. En effet, en interprétant les fluctuations de température, de vitesses verticale et horizontale, Daverat et al. [1] ont effectué une modélisation zonale de l'écoulement et de la transition dans le canal (cf. Fig. IV.8) pour des nombres de Rayleigh égaux à $Ra_d \approx 10^9, 4.2 \times 10^9$. Ils précisent que dans la zone 1, il y'a évacuation du flux de chaleur pariétal ce qui chauffe le fluide en contact avec la paroi, créant ainsi un mouvement ascendant du fluide. La zone 1 est donc une zone motrice de l'écoulement. La zone 2 est celle qui fournit la zone 1 en fluide isotherme grâce au principe de conservation de masse. Du fait que le fluide monte près de la paroi, il y'a donc alimentation du fluide de la zone 2 vers la zone 1, ce qui entraîne le ralentissement de la zone 2. Quant à la zone 3 qui se trouve après la transition, c'est une zone de mélange où la turbulence tend à homogénéiser l'écoulement [1]. Cette étude a montré le bien fondé d'un possible changement de régime de l'écoulement en aval du canal. Toutefois, l'étude de la transition de l'écoulement dans les travaux de Daverat et al. [1] n'a pas été menée pour les nombres de Rayleigh étudiés ici. Certaines études numériques ont relié la décroissance de la température en aval du canal à un possible changement de régime [38][111] [112][3][109]. Fedorov et Viskanta [111] et Lau et al. [109] soulignent en plus que, le point d'inflexion du profil de température dépend fortement de l'intensité turbulente injectée à l'entrée du canal. En augmentant les perturbations à l'entrée du canal, les échanges convectifs sont intensifiés entre la paroi et le fluide et la transition vers le régime turbulent prend place de plus en plus bas de la sortie du canal. Comme nous l'avons précisé précédemment, notre code numérique est incapable de transcrire la transition de l'écoulement vers la turbulence et encore moins les perturbations à l'entrée du canal en raison de l'hypothèse bidimensionnelle de l'écoulement et des conditions aux limites dynamiques utilisées dans cette étude. Notez par ailleurs que le code fournit une prédiction satisfaisante de la température de la paroi pour les deux plus petits nombres de Rayleigh $Ra_d = 2.43 \times 10^8, 6.18 \times 10^8$.

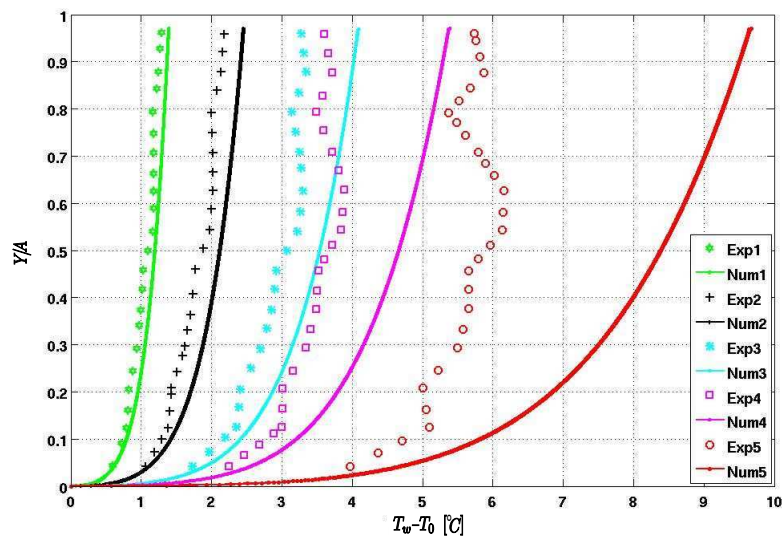


FIGURE IV.7 – Différences de température entre la paroi droite et l'entrée en fonction de la hauteur adimensionnée du canal chauffé (eau) : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

4.2 Configuration en air : chauffage asymétrique

La configuration qui fait objet d'études conjointes expérimentale et numérique est un canal d'air vertical (cf. § ??). L'une des deux parois verticales est chauffée par un flux de chaleur uniforme. L'écoulement de convection ainsi créé est couplé intrinsèquement avec le rayonnement entre surfaces. Les températures pariétales et la vitesse ont été mesurées pour deux flux de chaleur (voir le tableau ??). Les incertitudes sur les mesures de vitesse et de température sont respectivement de $\pm 0.1 \text{ m/s}$ et $\pm 0.12 \text{ °C}$. Les simulations obtenues sont asymptotiquement stationnaires en convection avec ou sans rayonnement entre surfaces. Le débit expérimental est calculé à la mi-hauteur du canal en intégrant la vitesse mesurée en supposant un profil 2D (cf. Fig. IV.9 et Fig. IV.10). En dépit de la différence observée sur le comportement dans le temps entre les expériences et les simulations numériques, les résultats sont comparés en terme de débit et de nombre de Nusselt (voir le tableau IV.5). En convection naturelle pure, les débits massiques calculés numériquement sont différents de ceux expérimentaux de 70% et 60% alors qu'ils sont différents de 20% et 15% dans le cas du couplage convection-rayonnement respectivement pour $Ra_d = 5.8 \times 10^6$ et $Ra_d = 1.73 \times 10^7$. En terme de nombre de Nusselt, les écarts sont de 17% et 24% respectivement pour la première expérience et la seconde sans la prise en compte du rayonnement entre surfaces, contre 7% et 8% si l'on considère le couplage convection-rayonnement. Les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux en terme de débit massique et de nombre Nusselt diminuent avec la prise en compte du rayonnement entre surfaces. Cela est aussi suggéré par les profils de vitesses à mi-hauteur et la distribution des températures pariétales dans les figures IV.9, IV.10 et IV.11.

Plusieurs sources possibles peuvent expliquer les écarts entre les résultats expérimentaux et numériques. Savicente et al. [39] ont analysé les fluctuations en vitesse verticale et

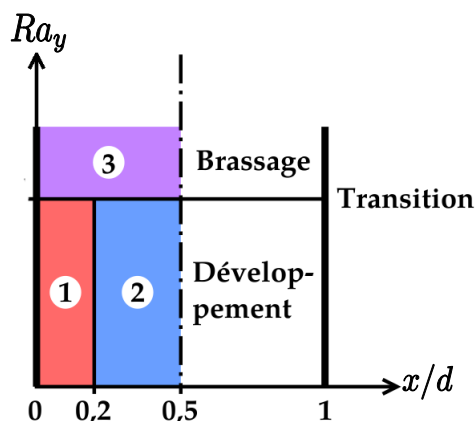


FIGURE IV.8 – modélisation zonale de l'écoulement et de la transition dans le canal. Figure extraite de la référence [1].

Ra_d	\dot{m}_{exp} [g/ms]	$\dot{m}_{num}(S.R)$ [g/ms]	$\dot{m}_{num}(A.R)$ [g/ms]	Nu_{exp}	$Nu_{num}(S.R)$	$Nu_{num}(A.R)$
5.8×10^6	15.12	4.68	12.221	11.400	9.398	10.630
1.73×10^7	22.8	8.88	19.32	13.746	10.412	12.549

Tableau IV.5 – Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux en terme de nombre de Nusselt convectif et de débit massique. La résolution du maillage utilisée ici est de 150×1500 .

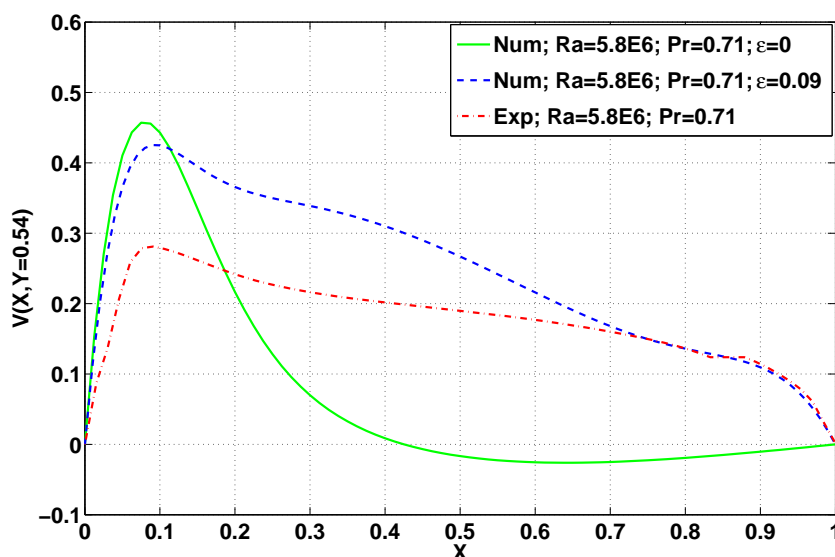


FIGURE IV.9 – Profils numériques et expérimentaux de la vitesse verticale à $Y = A/2$ en convection naturelle (air) avec et sans rayonnement entre surfaces pour $Ra_d = 5.8 \times 10^6$.

en température à la mi-hauteur du canal. Ils trouvent que l'intensité turbulente est plus importante pour $Ra_d = 2.41 \times 10^7, 5.18 \times 10^7$ que pour des Rayleigh plus grands pour lesquels

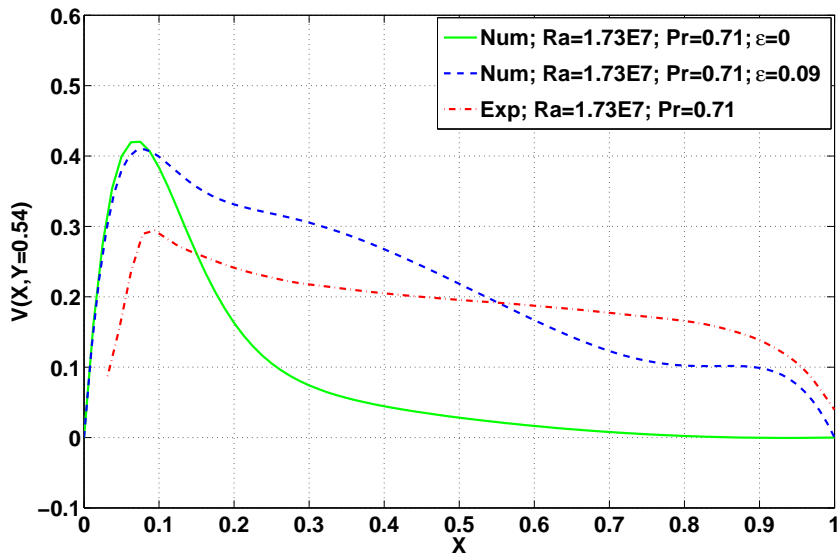


FIGURE IV.10 – Profils numériques et expérimentaux de la vitesse verticale à $Y = A/2$ en convection naturelle (air) avec et sans rayonnement entre surfaces pour $Ra_d = 1.73 \times 10^7$.

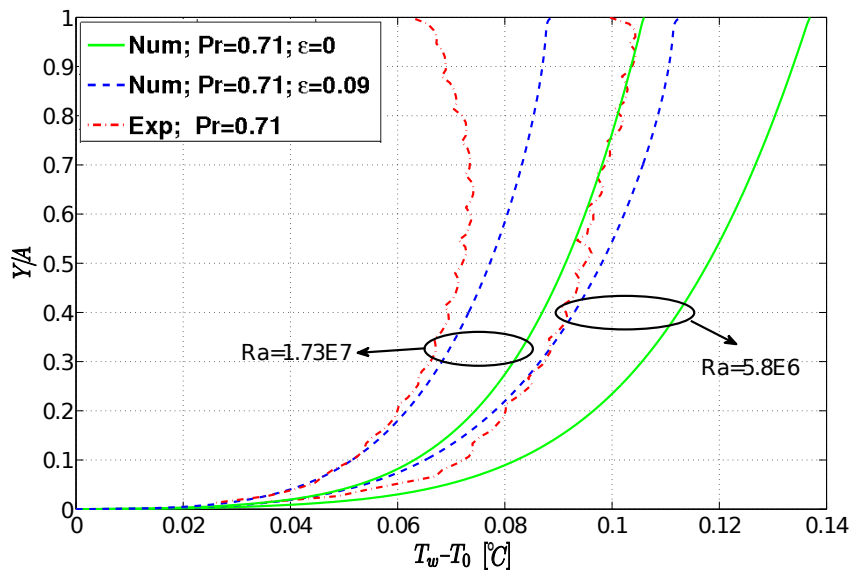


FIGURE IV.11 – Différences de température numériques et expérimentales entre la paroi droite et l'entrée en fonction de la hauteur adimensionnée du canal (air).

l'écoulement est sensé être laminaire [39]. Ils relient cela aux éventuelles perturbations du milieu extérieur produites à l'entrée du canal et qui ne seraient pas être amorties compte tenu des faibles vitesses de l'écoulement et de la petite taille du canal. Notez que Lau et al. [109], utilisant un code basé sur la méthode LES et ayant négligé le rayonnement de surfaces, avait introduit des perturbations arbitraires à l'entrée du canal afin d'obtenir un accord satisfaisant avec des résultats expérimentaux obtenus par Savicente et al. [39]. Il a été

montré dans leur étude numérique que non seulement les fluctuations changent avec l'intensité turbulente initiale imposée, mais également la distribution de température et l'emplacement du point d'inflexion du profil de température. Un meilleur accord a été obtenu lorsque les perturbations stochastiques ont été fixées à 1%. Les perturbations extérieures peuvent aussi entraîner des pertes de charge à l'entrée et en sortie du canal impliquant la réduction du débit dans le canal. Les écarts pourraient donc provenir du fait que le code ne peut pas prendre en compte les perturbations à l'entrée du canal compte tenu des conditions aux limites dynamiques utilisées. Pour la deuxième expérience, il peut y avoir en plus un changement de régime d'écoulement. Ce changement peut être vu à partir de la distribution de température pariétale tracée dans la figure IV.11 en fonction de la hauteur adimensionnée du canal : la température pariétale dans la deuxième expérience diminue dans la partie aval (à partir du point d'inflexion) et le maximum de la température est obtenu à $A = 0.65$ environ, alors que le maximum de température est atteint en haut du canal $A = 1$ dans l'étude numérique. Ce point d'inflexion du profil de température a généralement été considéré comme correspondant au point de transition dans la couche limite de convection naturelle [112][38]. Certains auteurs [113][114] ont étudié la transition de l'écoulement de convection naturelle le long d'une plaque verticale et précisent que la transition thermique arrive après la transition de l'écoulement. En effet, la baisse de température en aval vient après le passage de bouffées turbulentes et l'épaississement de la couche limite, qui caractérisent la transition dynamique. Les mêmes remarques ont été citées dans les travaux de Savicente et al. [39] pour le cas d'un canal ouvert chauffé asymétriquement en densité de flux. Notez également que les transitions (thermique et dynamique) mises en évidence dans les précédents travaux peuvent contraindre l'écoulement à devenir tridimensionnel, ce qui peut aussi expliquer les écarts observés entre les résultats numériques et expérimentaux compte tenu de l'hypothèse 2D considérée dans l'étude numérique. Toutefois, il n'est pas évident d'identifier et d'étudier l'influence des structures tridimensionnelles à cause du manque des données expérimentales notamment les fluctuations en vitesse et en température dans la troisième direction \vec{z} .

5 Effets du rayonnement entre surfaces

Nous avons vu dans la section précédente que les résultats numériques et expérimentaux sont en meilleur accord quand le rayonnement entre surfaces est pris en compte dans les simulations. Nous allons dans cette partie discuter les effets du couplage rayonnement-convection sur le transfert thermique et l'écoulement.

Les figures IV.9 et IV.10 présentent les profils de vitesse à mi-hauteur obtenus avec et sans rayonnement entre surfaces. Lorsque le rayonnement entre surfaces est pris en compte, le pic de vitesse à proximité de la paroi chauffée diminue et la vitesse au centre augmente. De plus, l'écoulement de retour mis en évidence en convection pure dans la première simulation disparaît dans le cas du couplage avec le rayonnement et n'existe pas dans l'expérience correspondante. Notez également que dans les expériences menées par Savicente et al. [39], les auteurs observent une augmentation de la température de la paroi non chauffée. Ceci peut être expliqué par l'effet du rayonnement entre surfaces. En convection pure, l'air chauffé s'élève par convection naturelle et crée une couche limite dynamique le long de la paroi chauffée.

Pour alimenter cette couche limite, l'air pénètre par le haut lorsque l'alimentation par le bas n'est pas suffisante (par conservation du débit). En présence du rayonnement, la redistribution du flux de chaleur par rayonnement fait diminuer l'écoulement le long de la paroi gauche et crée un écoulement secondaire le long de la paroi adiabatique. Ce nouvel écoulement élimine un possible écoulement de retour en sortie près de la paroi non chauffée et les débits massiques augmentent de façon significative (2,5 et 2 fois plus élevés respectivement pour les deux simulations numériques). Notez que cet écoulement de retour est observé dans les expérimentations. Il présente un caractère instationnaire voire intermittent et n'est pas visible sur les profils de vitesse moyenne. Quant à la température de la paroi chauffée, elle est réduite en présence du rayonnement (cf. Fig. IV.11).

Dans la continuité des études effectuées dans le cadre de cette thèse (benchmark [15]; comparaisons numérique/expérimentale) et dans le but de mieux caractériser les effets du rayonnement entre surfaces en convection naturelle, des études paramétriques sont effectuées en annexe B. Nous donnons ici les principaux résultats sur les effets du rayonnement entre surfaces sur l'écoulement de convection naturelle :

- augmentation du débit massique dans le canal
- amélioration des échanges thermiques au sein du canal : réduction de la température de la paroi chauffée et augmentation de la température des parois adiabatiques
- influence du milieu extérieur (rayonne à la température ambiante) sur la température des parois en sortie du canal
- élimination des écoulements de retour.

6 Effets du nombre de Prandtl

Dans le but de découpler les modes d'échanges thermiques dans un canal d'air ouvert et chauffé, de nombreux chercheurs [104][31][34][106][1] ont utilisé l'eau comme fluide de travail pour s'affranchir des effets du rayonnement de surface et d'étudier la convection naturelle pure. Notre but ici est de vérifier si l'usage conventionnel de l'eau pour modéliser la convection d'air dans un canal vertical donne des résultats raisonnables en terme des champs de température, de vitesse et des quantités physiques globales (\overline{Nu} , débit) par rapport à un canal d'air.

Nous comparons ici l'écoulement de convection naturelle entre l'eau et l'air. Les figures IV.12 et IV.13 présentent les profils de vitesse et de température à différentes hauteurs pour les deux configurations d'écoulements étudiées précédemment : chauffages asymétrique et symétrique en densité de flux. Nous remarquons une différence significative dans l'épaisseur de la couche limite dynamique pour les deux nombres de Prandtl (correspondant à l'eau et l'air). Cette épaisseur est plus importante dans l'eau. Cela est suggéré par les maxima de vitesse (croix et triangle) dans les figures IV.12 et IV.13. Cependant, la différence entre les épaisseurs de couches limites dynamiques ne change pas à partir d'une certaine hauteur du canal (à $Y = 0.375$). Notons aussi que les vitesses adimensionnelles sont plus importantes dans l'eau. Contrairement à la couche limite dynamique, l'épaisseur de la couche limite thermique

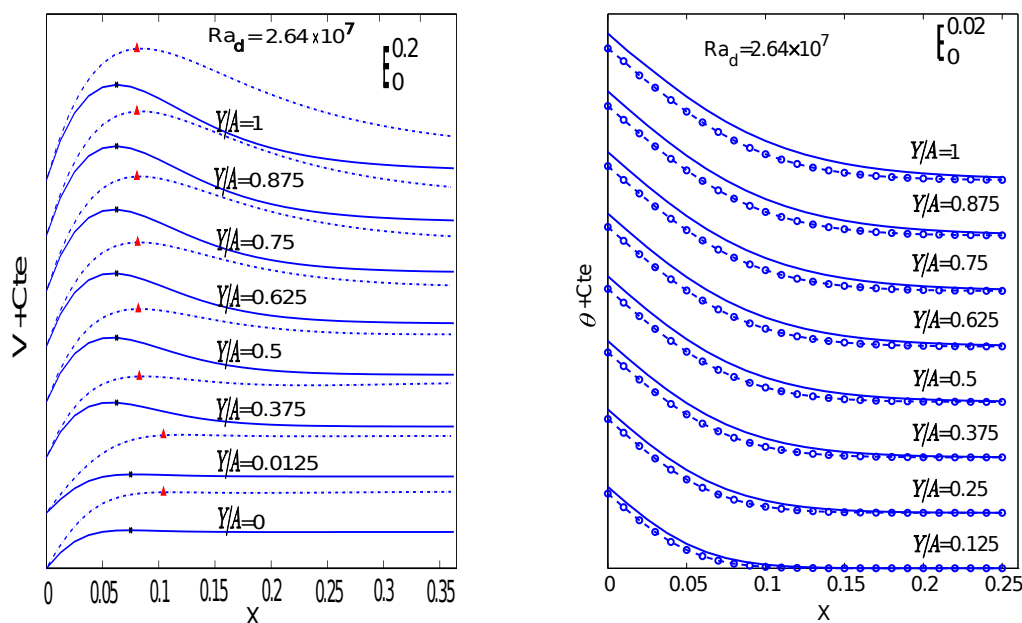


FIGURE IV.12 – Profils de vitesse (à gauche) et de température (à droite) à différentes hauteurs du canal pour le cas d'un chauffage symétrique en densité de flux. Trait continu : $Pr=0.71$; Trait pointillé : $Pr=6.52$.

est presque identique pour les deux fluides. Les températures pariétales sont plus importantes dans l'eau et les différences pour les deux fluides augmentent avec la hauteur du canal. Ces différences dans les épaisseurs de couche limite sont dues aux effets du nombre de Prandtl qui correspond à l'importance relative de la diffusion visqueuse et de la diffusion thermique. Il correspond aussi au rapport entre les temps caractéristiques de diffusion thermique et de diffusion visqueuse. Plus le nombre de Prandtl augmente, plus le temps thermique devient plus important que le temps visqueux. Le champ de température diffuse de façon moins importante dans le fluide que pour des nombres de Prandtl plus petits. Par conséquent, la zone d'action de la convection naturelle est de plus en plus confinée près de la paroi et le jet ascendant est de plus en plus faible, ce que montre bien les figures IV.12-a et IV.13-b. Nous rejoignons ainsi les mêmes remarques formulées par [115][116] dans leurs études de convection naturelle le long d'une plaque plane.

Nous constatons que l'augmentation du nombre de Prandtl Pr a pour effet l'augmentation de la vitesse moyenne de l'écoulement et une diminution de la température dans la couche limite thermique et par conséquent une augmentation du nombre de Nusselt. Ces remarques sont valables pour les deux configurations de chauffage : asymétrique et symétrique. Dans le but de mieux caractériser les effets du nombre de Prandtl sur l'écoulement de convection naturelle, des études paramétriques (qualitatives et quantitatives) en fonction de Ra_d et du rapport de forme A sont présentées en annexe C. Nous donnons tout de même les principaux résultats obtenus dans cette étude :

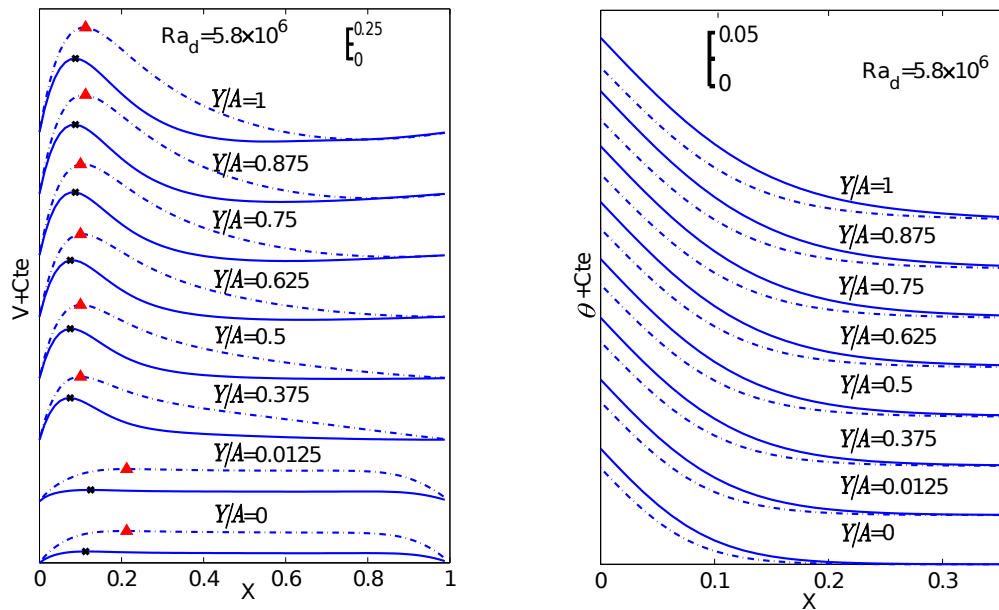


FIGURE IV.13 – Profils de vitesse (à gauche) et de température (à droite) à différentes hauteurs du canal pour le cas d'un chauffage asymétrique en densité de flux. Trait continu : $Pr=0.71$; Trait pointillé : $Pr=6.52$.

- La température et l'épaisseur de la couche limite thermique sont supérieures dans l'air.
- La vitesse, le débit et l'épaisseur de la couche limite dynamique sont supérieures dans l'eau.
- La profondeur de pénétration de l'écoulement de retour est plus importante dans l'air.
- Les nombres de Nusselt sont plus importants dans l'eau.
- Les différences entre l'eau et l'air en terme du nombre de Nusselt augmentent avec le nombre de Rayleigh.

Cette étude a démontré que l'utilisation conventionnelle de l'eau pour modéliser la convection de l'air dans un canal vertical donne des résultats en terme transfert de chaleur convectif raisonnables pour des nombres de Rayleigh pas très grands ($Ra_b < 10^7$; cf. Annexe C). Toutefois, les débits, les vitesses et les configurations d'écoulement sont très différentes entre les deux fluides.

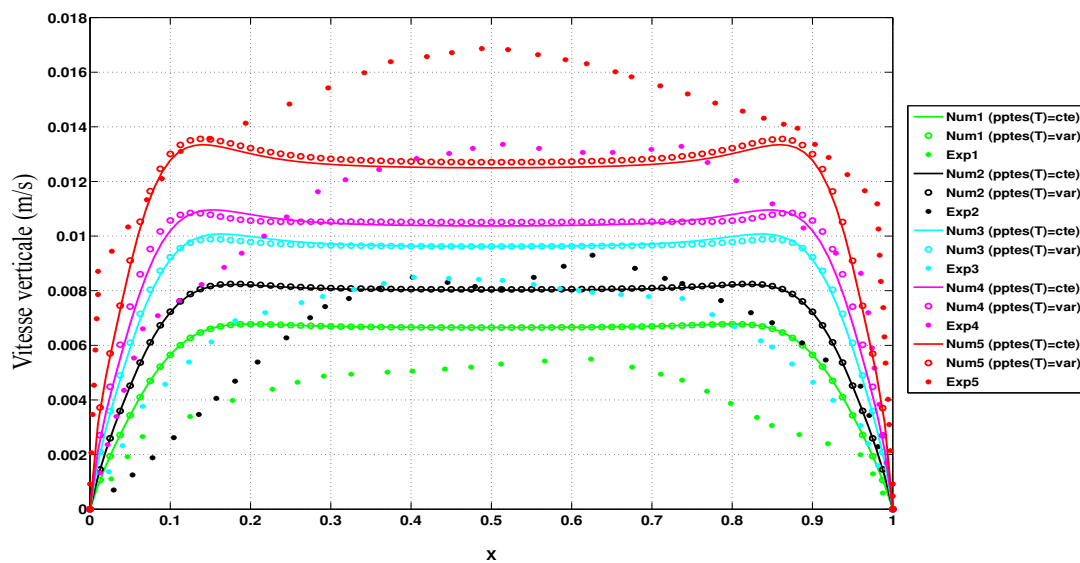


FIGURE IV.14 – Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal avec et sans prise en compte des propriétés variables en fonction de la température : Cas du chauffage symétrique en eau

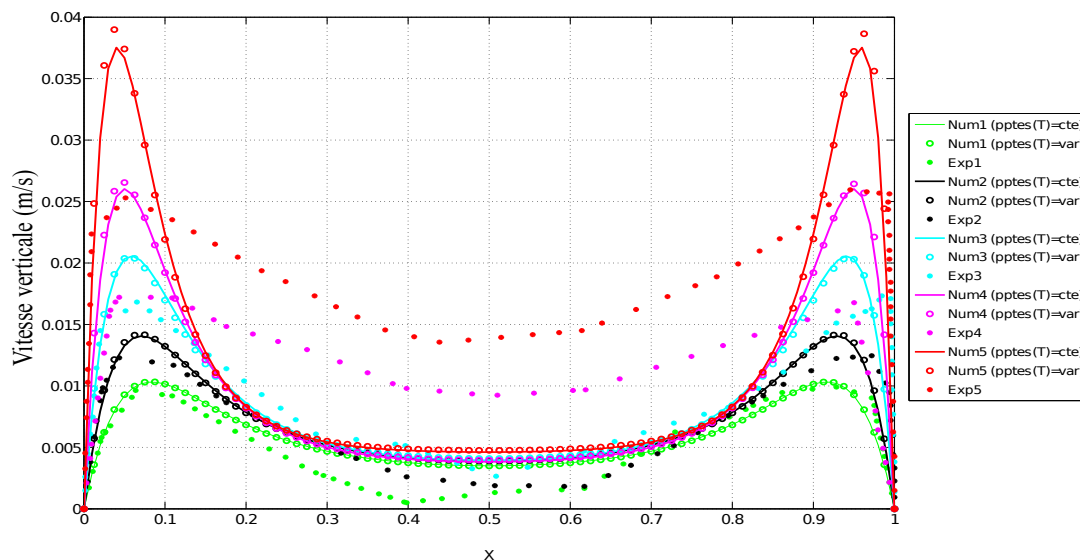


FIGURE IV.15 – Distribution de la vitesse verticale en sortie du canal avec et sans prise en compte des propriétés variables en fonction de la température : Cas du chauffage symétrique en eau

7 Effets des propriétés variables en fonction de la température

L'influence des propriétés thermophysiques variables en convection naturelle dans un canal d'air vertical a été étudiée expérimentalement et numériquement par de nombreux auteurs

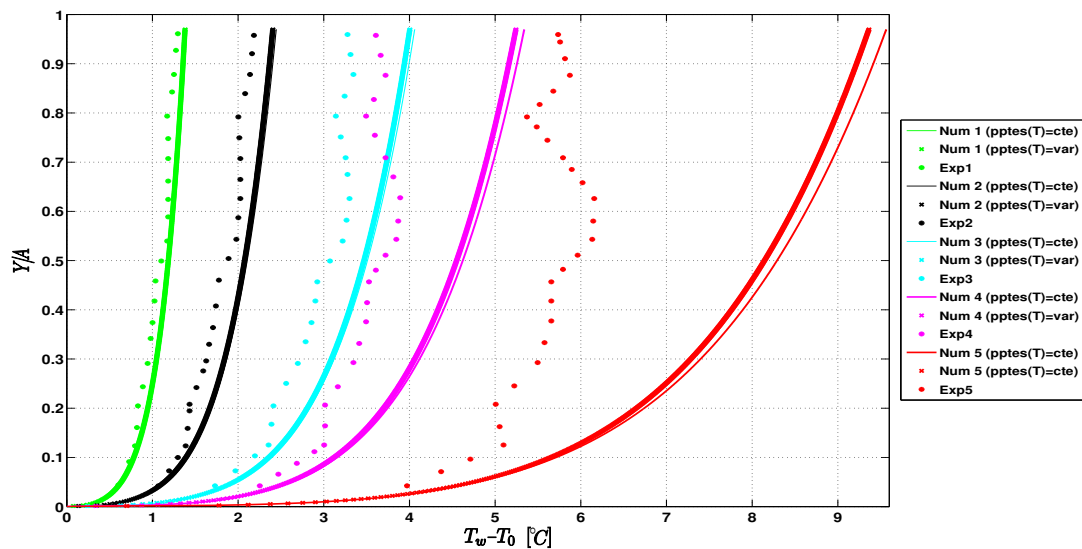


FIGURE IV.16 – Température réduite pariétale en fonction de la hauteur adimensionnée du canal avec et sans prise en compte des propriétés variables en fonction de la température : résultats numériques et expérimentaux : Cas du chauffage symétrique en eau

[117][28][29][30][19]. Li et al. [19] ont montré que pour un chauffage asymétrique en densité de flux de chaleur dans l'air, tenir compte de la variation des propriétés variables n'est pas nécessaire pour des écarts de température ($\Delta T = T - T_0$) inférieurs à environ 200K. Nous avons donc choisi ici de discuter les effets de la variation des propriétés thermophysiques sur l'écoulement de convection pure dans un canal chauffé symétriquement en densité de flux. La configuration considérée ici concerne le canal en eau (cf figure IV.4-b). La densité de flux pariétale est évaluée entre $q_w = 190 \text{ W/m}^2$ et $q_w = 2035 \text{ W/m}^2$ et la largeur du canal est fixée à $d = 45 \text{ mm}$. Les différences maximales de température correspondantes sont comprises entre $T = 1.3 \leq \Delta T_{max} \leq 6.2 \text{ K}$ i.e. $\Delta T_{max}/T_0$ allant entre 4×10^{-3} et 2×10^{-2} (la limite de la validité de l'approximation de Boussinesq pour l'eau est d'environ 0.01 pour une température de référence d'environ 36 °C; cf. Annexe ??). Les figures IV.14, IV.15 et IV.16 présentent les profils de vitesse à l'entrée et en sortie du canal ainsi que la distribution des températures pariétales le long du canal pour les 5 expériences étudiées. Nous constatons que la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température n'a pas d'influence sur les profils de vitesse et de température pour les trois premières densités de flux (voir tableau IV.6). On observe une légère augmentation des pics de vitesse près des parois chauffées pour les deux dernières configurations. Les différences en débit ne dépassent pas 5%. Les températures pariétales sont par conséquent légèrement moins importantes que dans le cas des propriétés constantes et les écarts ne dépassent pas 4% en terme de Nusselt moyen. Les tendances obtenues sur la température et le débit sont en accords avec des travaux antérieurs [28][29][30][19]. Nous pouvons conclure que les champs de vitesse et de température sont quasiment identiques avec ou sans la prise en compte de la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température pour les trois premiers cas correspondant à $Ra_d = 2.41 \times 10^7, 5.18 \times 10^7, 1.29 \times 10^8$. Pour les deux derniers nombre de Rayleigh $Ra_d = 2.43 \times 10^8, 6.18 \times 10^8$, une légère différence est observée

au niveau des parois en terme de vitesse et de de température (voir tableau IV.6). Globalement, l'hypothèse de Boussinesq est suffisante pour étudier le transfert thermique et l'écoulement dans l'intervalle des écarts de température étudié ($4 \times 10^{-3} \leq \Delta T_{max}/T_0 \leq 2 \times 10^{-2}$).

Ra_d	\overline{Nu}	$\overline{V_e}$
2.41×10^7	0.741%	0.13%
5.18×10^7	1.16%	0.19%
1.29×10^8	1.46%	1.04%
2.43×10^8	2.58%	2.62%
6.18×10^8	3.745%	4.04%

Tableau IV.6 – Erreurs relatives entre les résultats obtenus avec et sans la prise en compte des propriétés variables en fonction de la température.

8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre des simulations numériques en convection naturelle pure (canal d'eau chauffé symétriquement) et en convection naturelle couplée avec le rayonnement entre surfaces (canal d'air chauffé asymétriquement). Une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux a été menée en terme de débit, de nombre de Nusselt moyen, de profils de vitesse verticale (entrée / sortie) et de température. Seule la convection pure est considérée dans l'eau, alors que le rayonnement entre surfaces est aussi pris en compte dans le cas de l'air.

Dans le cas du canal en eau, un bon accord est observé globalement entre les résultats numériques et expérimentaux pour les nombres de Rayleigh petits $Ra_d = 2.41 \times 10^7; 5.18 \times 10^7$. Les écarts restent importants (allant jusqu'à 33.4% en nombre de Nusselt et 55% en débit) pour les plus grands nombres de Rayleigh plus grands $Ra_d = 1.29 \times 10^8; 2.43 \times 10^8; 6.18 \times 10^8$. Dans le cas du canal d'air, les écarts sont trop importants en convection pure (jusqu'à 70% en débit et 24% en Nusselt) et diminuent en présence du rayonnement entre surfaces (vont jusqu'à 20% en débit et 8% en nombre de Nusselt). Comme les écoulements sont instationnaires dans les expériences, l'une des raisons liée aux écarts observés peut provenir du fait que le code ne peut pas prédire ce régime d'écoulement dépendant du temps. Notez également que des fluctuations importantes ont été mesurées dans le cas de l'eau à l'entrée du canal. Il est aussi probable que des fluctuations existent dans le cas du canal d'air compte tenu de l'intensité turbulente importante mesurée à mi-hauteur pour $Ra_d = 2.41 \times 10^7, 5.18 \times 10^7$. Les écarts peuvent donc provenir des conditions aux limites qui n'intègrent pas ces perturbations à l'entrée du canal. De plus, un changement de régime a été identifié dans les deux expériences. En effet, la température pariétale diminue de façon brutale en aval du canal dans les expériences, contrairement à la température pariétale obtenue numériquement qui augmente de manière croissante selon la hauteur du canal. Les effets tridimensionnels peuvent aussi être responsables des discordances observées. Cependant, à cause d'un manque de résultats en terme de fluctuations en vitesse et en température dans la troisième direction \vec{z} , il n'est pas évident d'identifier l'influence des structures tridimensionnelles.

Dans le cas de l'air, nos résultats ont montré que l'écoulement et l'échange thermique sont sensibles aux échanges par rayonnement entre parois. Des parois faiblement émissives modifient considérablement la structure de l'écoulement. En présence du rayonnement entre surfaces, nous constatons l'augmentation du débit massique à l'intérieur du canal, l'amélioration de l'échange thermique entre la paroi et l'air, la réduction de la température pariétale et l'élimination des écoulements de retour. Du point de vue expérimental, il est important de prendre en considération les propriétés radiatives des surfaces, même lorsque les différences de températures restent faibles. De même, les simulations numériques de convection naturelle doivent prendre en compte le transfert de chaleur par rayonnement.

Une comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air pour les deux configurations de chauffage a été menée. Il a été constaté que les épaisseurs des couches limites (dynamique et thermique), les champs de vitesse et de température et les longueurs de pénétration sont différents entre les deux fluides ($(\delta_d)_{eau} > (\delta_d)_{air}$; $(\delta_t)_{air} > (\delta_t)_{eau}$; $V_{eau} > V_{air}$; $\theta_{air} > \theta_{eau}$; $(L_p)_{air} > (L_p)_{eau}$). Il est également constaté que les différences en terme de nombre de Nusselt augmentent avec le nombre de Rayleigh. Du point de vue expérimental, l'utilisation de l'eau pour prédire la convection naturelle de l'air peut donner des résultats raisonnables en terme d'échange thermique mais seulement pour des nombres de Rayleigh pas grands ($Ra_d < 10^7$). En revanche, la configuration d'écoulement de l'air est différente de celle de l'eau. La différence en terme de champ de vitesse, de l'épaisseur de couche limite dynamique et de la profondeur de pénétration reflète ce point.

Nous avons enfin étudié l'effet des propriétés thermophysiques variables en fonction de la température sur l'écoulement de convection naturelle dans le canal d'eau. Pour l'intervalle des différences de température étudié, nous concluons que l'hypothèse de Boussinesq est suffisante pour décrire l'écoulement et le transfert thermique. En effet, les champs des vitesse et de température sont quasiment identiques avec ou sans la prise en compte de la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température. Dans le cas de grands écarts de température, l'utilisation des propriétés thermophysiques variables sera nécessaire.

Les améliorations qui peuvent être amenées au code numérique sont les suivantes. D'abord, il serait intéressant d'introduire des perturbations en vitesse à l'entrée du canal. Cependant, comme nous ne pouvons pas imposer directement des perturbations sur le champ de vitesses (cela impliquerait un cas de convection mixte ou forcée). La seule possibilité reste de perturber les gradients de vitesse à l'entrée du canal. Une première tentative a été effectuée dans ce sens. En effet, nous avons imposé des perturbations sur les gradients de vitesse en utilisant une méthode spectrale décrite dans [118]. En connaissant l'énergie cinétique turbulente donnée par l'expérience, on peut générer un champ de vitesse pseudo-turbulent à divergence nulle en appliquant une transformée de Fourier inverse. Toutefois, la structure d'écoulement ne présentait aucune cohérence spatio-temporelle. En effet, les perturbations imposées à l'entrée du canal ne respectaient pas les propriétés statistiques de l'écoulement. Il y'a donc besoin d'un champ de vitesse possédant certaines propriétés physiques : corrélations du premier et du second ordre en un point, échelles intégrales spatiale et temporelle. Il existe d'autres méthodes capables de générer un champ de vitesse pseudo-turbulent avec un tenseur de Reynolds donné et des fonctions d'auto-corrélations locales [119], ou des structures tridimensionnelles avec de très

Comparaison des résultats numériques avec des mesures expérimentales

bonnes propriétés physiques telles que : les corrélations du premier et du second ordre, échelles intégrales de longueur et du temps [120].

Chapitre V

Vers la modélisation des conditions aux limites en pression à l'entrée du canal

1 Introduction

Jusqu'à ce chapitre, les simulations de convection naturelle présentées étaient restreintes au canal sans extension. Comme présenté dans le chapitre I, section 4.4, le problème majeur de ce domaine géométrique restreint d'un point de vue numérique concerne la traduction des conditions aux limites entrée/sortie. Des études réalisées dans le cadre du benchmark GDR-Ameth [15] indiquent que les conditions aux limites type Bernoulli locale fournissent des résultats plausibles (profils de vitesse plats à l'entrée du canal), mais la comparaison numérique/expérimentale du présent travail n'a pas permis de qualifier plus la validité de ces conditions aux limites. L'impression d'un parcours non satisfaisant nous incite à tenter d'autres approches.

Afin de surmonter la difficulté liée à la traduction des conditions aux limites, il est possible de repousser les frontières du canal de manière à ne pas contraindre l'écoulement par des conditions aux limites entrée/sortie. L'approche la plus rigoureuse consiste à mettre le canal dans une cavité assez large, de sorte qu'aucune hypothèse concernant les conditions aux limites en vitesse et en température ne soit faite à l'entrée et en sortie du canal. Cependant, la cavité doit être assez large pour que les parois aient un effet négligeable sur l'écoulement et l'échange thermique. Parmi les études qui ont adopté cette approche, citons O'meara et Poulidakos [65] qui ont étudié expérimentalement la convection naturelle au sein d'un canal d'air placé au sein d'une cavité fermée. Ils ont constaté que le plafond a l'effet le plus important sur l'échange thermique. Ils ont montré que la hauteur du plafond doit être au moins égale à dix fois la largeur de la cavité pour étudier correctement le phénomène de convection naturelle. Kheireddine et al. [121] ont présenté une étude numérique sur la même configuration. Ils ont pu obtenir une distribution locale des pertes de charge singulières à l'entrée et en sortie du canal à l'aide de l'équation de Bernoulli généralisée. Ils ont démontré aussi qu'une extension de la cavité égale à 4 fois la largeur du canal est suffisante pour que l'influence des parois de la cavité soit négligeable sur les pertes de charge à l'entrée et en sortie du canal.

Afin d'inclure les pertes de charge singulières dans les conditions aux limites, nous

repreons l'idée de Kheireddine et al. [121] qui consiste à étudier un canal placé dans une cavité fermée. Au lieu de calculer les pertes de charge singulières, nous cherchons à étudier la distribution de $P_e + \frac{1}{2}V_e^2$ à l'entrée du canal et P_s en sortie pour les quantifier et constater que les conditions aux limites BLO ($P_e + \frac{1}{2}V_e^2 = 0$ et $P_s = 0$) ne sont pas exactes. En effet, l'approche Bernoulli est fondée sur la théorie des écoulements non visqueux, mais le modèle mathématique utilisé repose sur les équations de Navier-Stokes des fluides visqueux. Les conditions aux limites du type Bernoulli locale ne peuvent pas être valables pour de petits Ra_d ni en proche paroi à de grands Ra_d . Nous analysons ensuite les différents termes de l'équation de la quantité de mouvement verticale à l'entrée du canal dans l'objectif de relier $P_e + \frac{1}{2}V_e^2$ à l'un d'eux et proposer une modélisation de $P_e + \frac{1}{2}V_e^2$. Étant donné que ce genre d'études nécessite un temps de calcul considérable, nous avons réalisé uniquement des simulations à de petits nombres de Ra_d . Nous reprenons enfin la configuration d'un canal seul avec la modélisation de $P_e + \frac{1}{2}V_e^2$ et qualifions l'effet du modèle proposé.

Nous allons dans ce qui suit présenter les configurations d'études ainsi que la formulation mathématique du problème. Puis, nous rappelons brièvement les méthodes numériques utilisées dans la présente étude. La partie suivante est dédiée à la quantification et à la modélisation de $P_e + \frac{1}{2}V_e^2$ à l'entrée du canal. Ensuite, nous intégrons la nouvelle condition aux limites dans les simulations et qualifions les effets du modèle proposé sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal d'eau chauffé symétriquement en densité de flux.

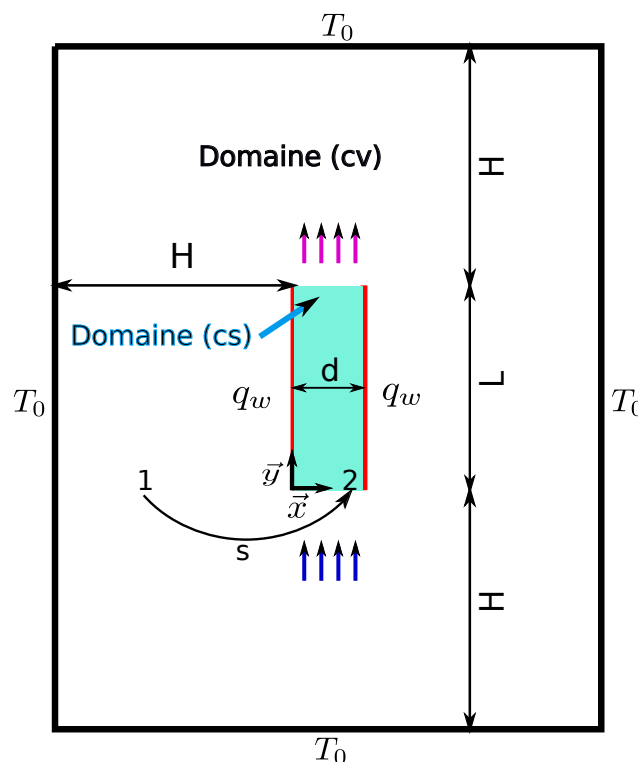


FIGURE V.1 – Schéma de deux types de domaine de simulation de convection naturelle dans une géométrie semi-ouverte. (CS) : canal seul ; (CV) : canal contenu dans une cavité.

2 Modèle physique et méthodes numériques

La figure V.1 montre les deux domaines de calcul relatifs à cette investigation. Un premier domaine (*CV*) de taille supérieure à la taille physique d'un canal et l'autre est de la même taille que le canal seul (*CS*). Dans les deux cas, les parois du canal sont chauffées en densités de flux égales. Tout au long de l'analyse, les hypothèses suivantes sont faites : le fluide utilisé est l'eau ($Pr = 7$), les propriétés du fluide sont constantes et l'écoulement est bidimensionnel, laminaire, incompressible et la dissipation visqueuse est négligeable. Le mouvement du fluide est gouverné par les équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse de Boussinesq (cf. système d'équations II.5).

Quant aux conditions aux limites utilisées dans le cas du canal seul (*CS*), nous imposons dans un premier temps les conditions aux limites (*BLO*) en pression (cf. Eq. II.14), Neumann homogène en vitesse verticale et Dirichlet homogène en vitesse horizontale à l'entrée et en sortie, Dirichlet et Neumann homogènes en température respectivement à l'entrée et en sortie du canal. Dans un deuxième temps, nous modifierons (*BLO*) par une nouvelle condition aux limites (*CLMD*) dont la modélisation est décrite dans la section §3.2. Dans le cas du domaine (*CV*), la vitesse, la température et la pression au niveau des sections d'entrée et de sortie ne sont pas connues a priori. Seule une température ambiante est imposée sur les parois rigides de la cavité.

Les détails des méthodes numériques utilisées dans les cas (*CS*) et (*CV*) se trouvent dans le chapitre II § 4. Rappelons tout de même les méthodes numériques utilisées. Les équations de Navier-Stokes sont discrétisées avec la méthode des différences finies d'ordre 2 en temps et en espace. Le couplage vitesse-pression est traité via une méthode de projection. Cet algorithme consiste à trouver d'abord une vitesse de prédiction basée sur un champ de pression approximatif. Ensuite, une équation de correction de pression est dérivée de l'équation de continuité, elle est ensuite résolue pour obtenir la pression de correction pour mettre à jour les champs de vitesses et de pression. Après discrétisation, nous obtenons des équations de Helmholtz sur les vitesses et sur la température et une équation de Poisson sur la pression de correction. Nous résolvons les équations de Helmholtz en utilisant la factorisation de l'opérateur de Helmholtz et l'algorithme TDMA. Les méthodes numériques utilisées dans les deux cas (*CS*) et (*CV*) diffèrent seulement dans la manière de résoudre l'équation en pression de correction. En effet, nous obtenons dans le cas (*CS*) une équation de Poisson que nous résolvons en utilisant la méthode de diagonalisation partielle et dans le cas (*CV*) l'équation de Poisson est approchée par une équation de Helmholtz. Ceci permet de surmonter les difficultés liées à l'équation de Poisson en géométrie complexe et d'utiliser la factorisation de l'opérateur de Helmholtz et l'algorithme TDMA. Cette approche est décrite dans [78].

3 Résultats et discussions

La convection naturelle dans deux configurations : canal seul (*CS*) et canal inclu dans une cavité (*CV*) est étudiée numériquement. Les résultats de cette investigation sont obtenus pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$, $K_p = 0.5, 1, 1.5$ et des rapports d'aspect de $L/d = 5$ et de

$\frac{2H+L}{2H+d} = 25/21$ respectivement pour (CS) et (CV) (cf. Fig. V.1). La longueur d'extension de la cavité est égale à $H = 10d$. Les résolutions spatiales utilisées dans cette étude sont de 400×800 pour (CV) et de 20×160 pour (CS). Avant d'obtenir des résultats numériques, nous nous étions d'abord intéressés à trouver l'emplacement optimal des frontières de la cavité. De toute évidence, le choix de la frontière aussi loin que possible des parois du canal est souhaitable afin d'assurer les conditions de pression et de température non perturbées. Cependant, d'un point de vue numérique, cela demanderait un effort de calcul considérable. Par conséquent, nous avons utilisé une extension de la cavité égale à environ dix fois la largeur du canal dans les deux directions. Rappelons que, Kheireddine et al. [121] ont démontré que l'extension de 4 fois la largeur du canal est suffisante pour que l'influence des parois de la cavité soit négligeable sur les pertes de charge à l'entrée et en sortie du canal. Nous commençons d'abord par une étude qualitative de l'écoulement et du transfert thermique dans la cavité en présentant des résultats en terme d'isothermes et de lignes de courant. Ensuite, nous quantifions la pression de Bernoulli à l'entrée du canal et modelisons des conditions aux limites modifiées en pression (CLMD). Nous comparons par la suite les résultats en terme de vitesse et de température pour trois cas : un canal seul (cas 1), un canal seul + (CLMD) (cas 2) et un canal dans une cavité (cas 3). Enfin, nous menons une deuxième qualification du modèle sur un seul cas de figure expérimental étudié dans le chapitre précédent (canal d'eau, cf. Chap. IV § 4.1).

3.1 Ecoulement global dans la cavité (CV)

La figure V.2 montre les isothermes et les lignes de courant dans le cas (CV) pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$. Comme l'écoulement est symétrique dans les différents cas, seule la moitié de la cavité est représentée. L'écoulement résultant est d'une forme bicellulaire pour tous les nombres de Rayleigh. En effet, le chauffage aux parois induit un écoulement ascendant le long du canal, le fluide sortant par le haut du canal monte à la paroi supérieure (à température ambiante), se refroidit en la longeant et redescend vers le bas près des parois verticales de la cavité formant ainsi deux cellules d'écoulements symétriques. Pour la partie inférieure de la cavité, le fluide est isotherme dans les différents cas. Notez également que pour des faibles Ra_d , une stratification thermique se produit dans la partie haute de la cavité (voir respectivement la pente de la pression et de la température verticales en haut de la cavité V.3-(a) et V.4-(a)). Pour $Ra_d = 10^2$, la pente de la stratification thermique est égale à environ $S = 0.33$ et la pression de stratification correspondante ($\Delta P_s = \frac{1}{2} S \cdot Pr \cdot \tilde{A}$; $\tilde{A} \approx 8.75$ est la hauteur adimensionnée de la cavité le long de laquelle on calcule la stratification) est égale à environ 10. À $Ra_d = 10^4$, la convection naturelle devient plus importante et commence à détruire la stratification thermique. À $Ra_d = 10^5$, la stratification thermique est quasiment détruite.

Ce sont ces résultats dans la cavité qui seront utilisés pour qualifier la pression à l'entrée du canal et comparer avec le cas du canal seul (CS).

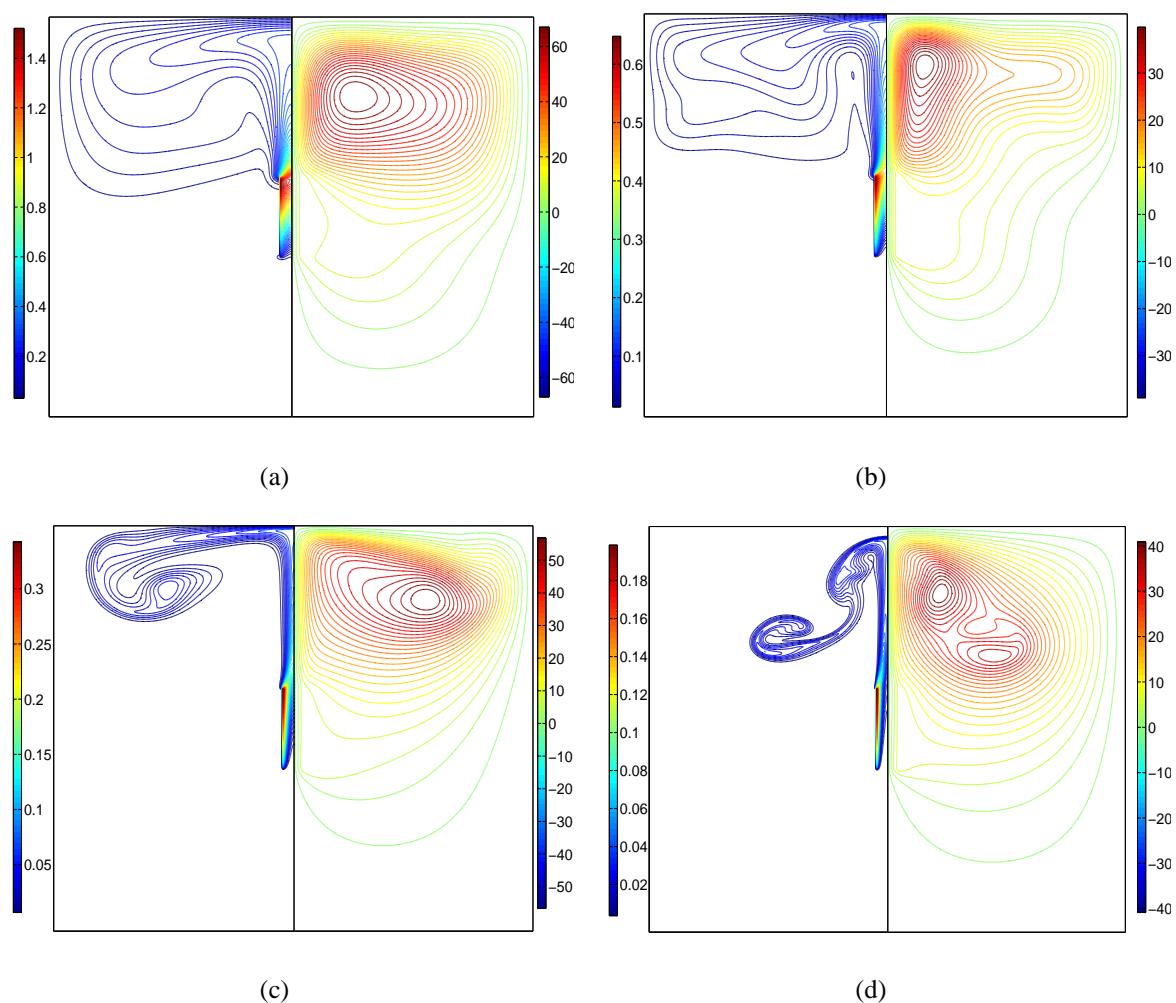


FIGURE V.2 – Isothermes et lignes de courant dans le cas (CV) pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c), 10^5 (d).

3.2 Quantification de la pression de Bernoulli à l'entrée du canal

L'équation de Bernoulli pour transcrire la chute de pression à l'entrée du canal ouvert en convection naturelle n'est pas une formulation exacte. En effet, la quantité physique $(P + 0.5 * V^2)$ n'est pas nulle à l'entrée du canal (voir figure V.5). Nous allons par conséquent revisiter l'équation de conservation de quantité de mouvement et essayer de prendre en compte d'autres termes qui ont été négligés dans la condition aux limites en pression. À l'entrée du canal, l'équation de conservation de quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr.Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Pr\theta \quad (V.1)$$

Si on suppose que le fluide rentre avec la température extérieure ($\theta = 0$) et que l'écoulement atteint le régime stationnaire, l'équation (V.1) devient alors :

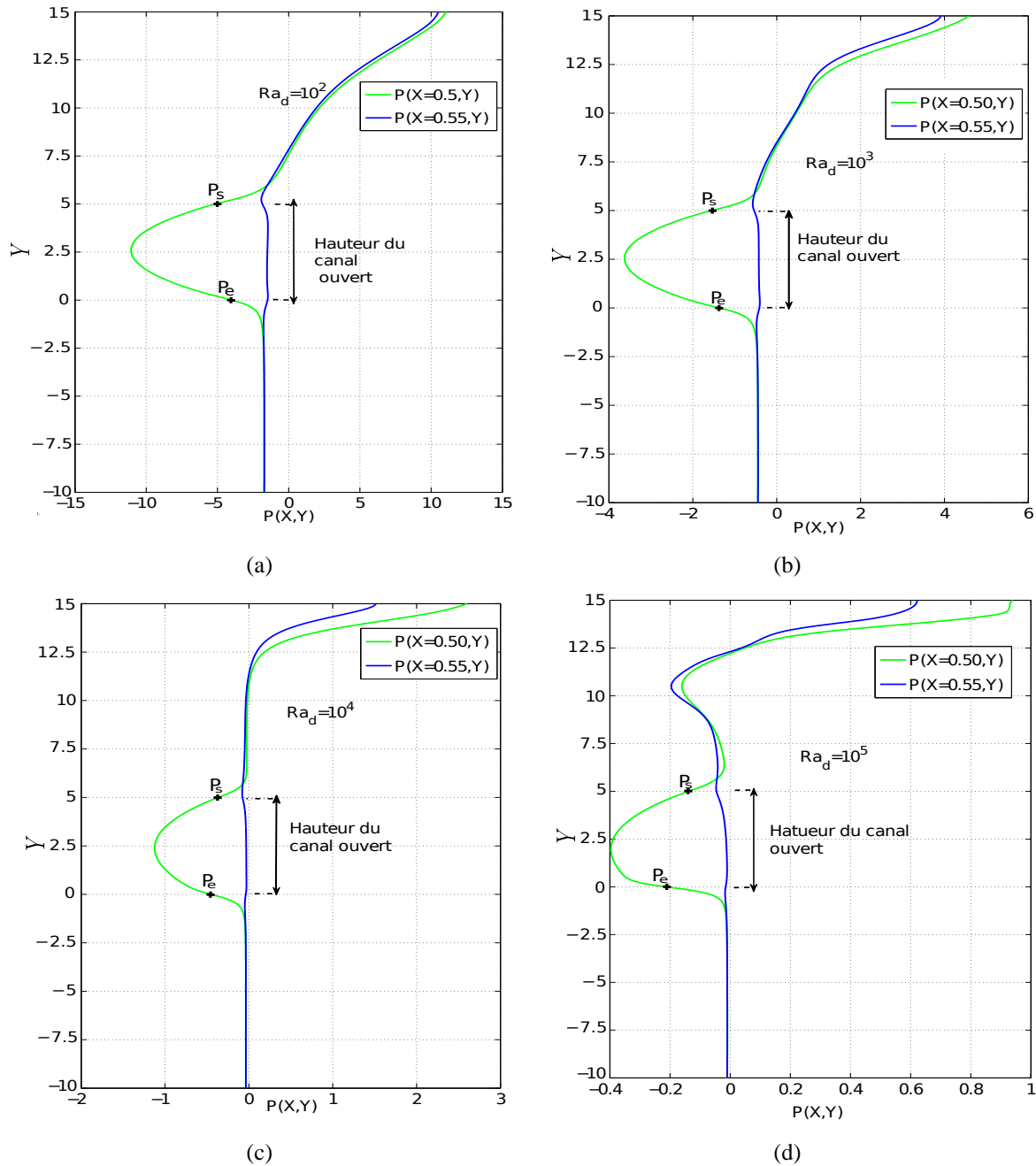


FIGURE V.3 – Profils verticaux de la pression dans le cas (CV) pour $Ra_d = 10^2$ (a) , 10^3 (b) , 10^4 (c) .

$$\underbrace{U \frac{\partial V}{\partial X}}_{\textcircled{1}} + \frac{\partial(P + 0.5 * V^2)}{\partial Y} \approx \underbrace{Pr.Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right)}_{\textcircled{2}} + \underbrace{Pr.Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right)}_{\textcircled{3}} \quad (\text{V.2})$$

Avec les résultats du champ de vitesse verticale dont nous disposons via la simulation, nous pouvons évaluer les termes de l'équation (V.2) à l'entrée du canal et les tracer en fonction de la

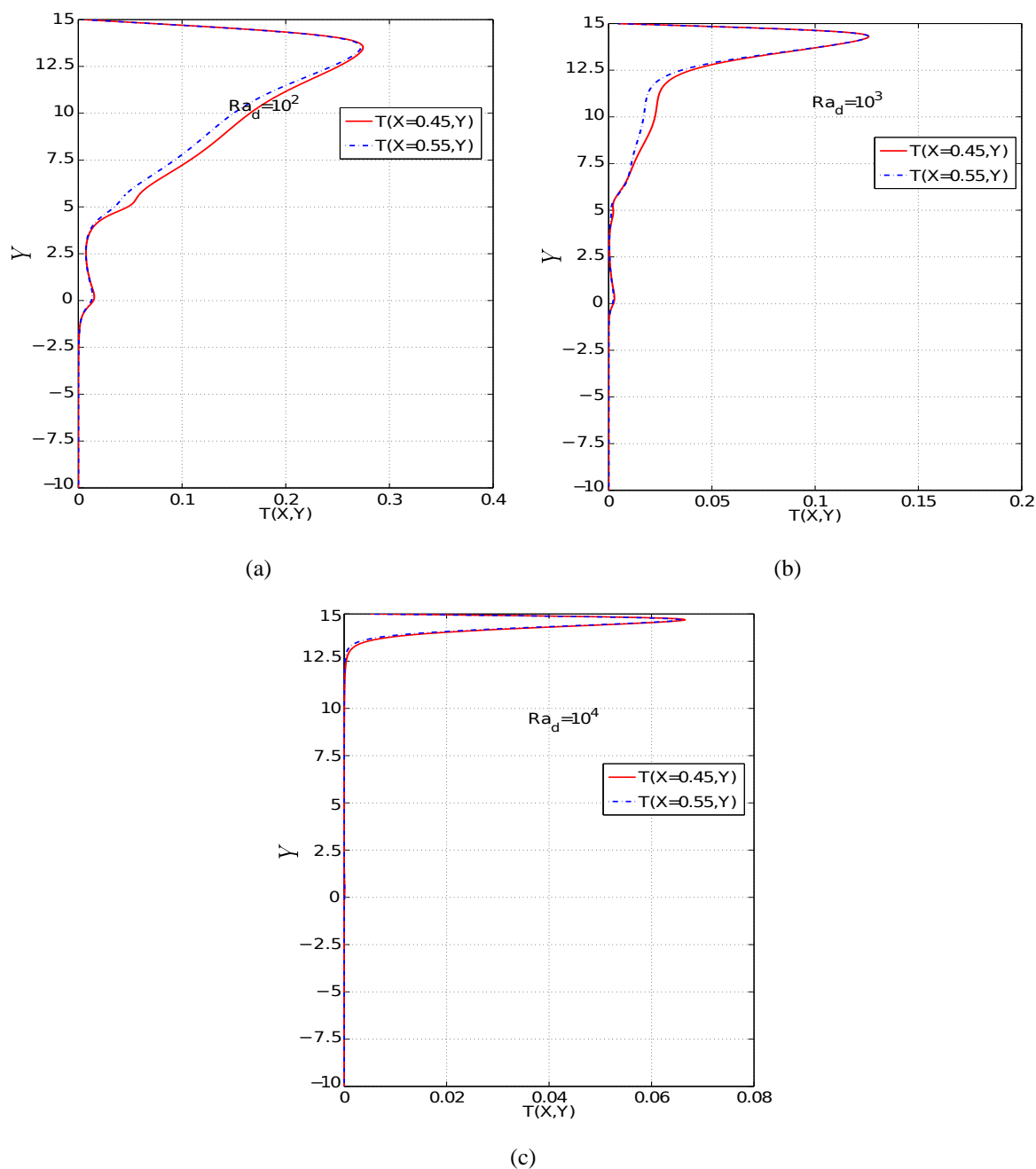


FIGURE V.4 – Profils verticaux de la température à l'extérieur de la cavité (CV) pour $Ra_d = 10^2$ (a) , 10^3 (b) , 10^4 (c) .

largeur (cf. Fig. V.5). Hormis le terme $\frac{\partial(P + 0.5 * V^2)}{\partial Y}$, nous remarquons bien que les termes visqueux sont prédominants en valeur absolue dans l'équation (V.2) et le terme ② est le plus important au centre du canal. Le terme ① reste négligeable devant les termes visqueux sur toute la largeur de l'entrée du canal. Nous pouvons constater aussi que le terme ③ est du même ordre que le terme ②.

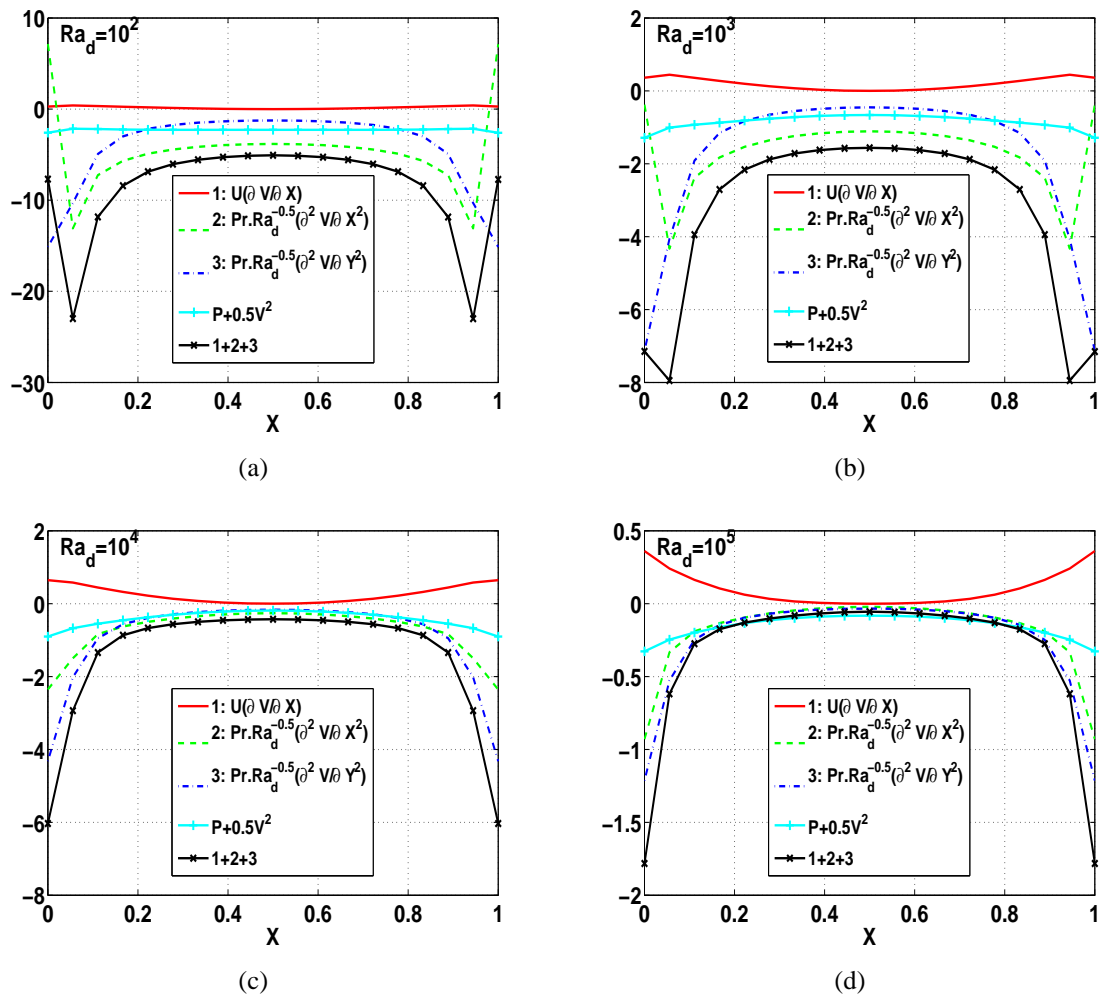


FIGURE V.5 – évaluation des termes de l'équation (V.2) à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c), 10^5 (d).

En réécrivant l'équation de quantité de mouvement pour un fluide visqueux (La démarche suivie est détaillée en Annexe D) et en l'intégrant le long d'une ligne de courant s entre l'amont (point 1) et l'entrée du canal (point 2) (cf. Fig. V.1), on obtient :

$$P_2 - P_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \int_1^2 Pr.Ra^{-1/2} \Delta V ds = 0 \quad (V.3)$$

Les quantités P_1 et V_1 sont supposées être la pression et la vitesse du fluide au repos en amont i.e. $P_1 = 0$ et $V_1 = 0$. L'équation (V.3) s'écrit donc :

$$P_2 + 0.5 * V_2^2 = \int_1^2 Pr.Ra^{-1/2} \Delta V ds \quad (V.4)$$

Maintenant, il reste à modéliser le terme $\int_1^2 Pr.Ra^{-1/2} \Delta V ds$. Sa modélisation est très compliquée parce que nous n'avons aucune information sur son évolution le long d'une ligne de courant. Une façon simple que nous avons à disposition est de le modéliser par le

terme $\int_1^2 Pr.Ra^{-1/2}(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2})ds$ et de le relier avec le terme $P_2 + 0.5 * V_2^2$ par un coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire :

$$P_2 + 0.5 * V_2^2 \approx K_p \times (Pr.Ra^{-1/2}(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2})|_2) \quad (V.5)$$

Comme le deuxième terme visqueux est du même ordre que le premier, il aurait été plus pertinent de le prendre en compte. Nous avons considéré seulement le terme visqueux selon X par simplicité car notre objectif est d'étudier l'influence éventuelle de ce type de conditions aux limites sur l'écoulement dans le canal.

La figure V.6 présente le coefficient K_p à l'entrée du canal pour une condition de chauffage symétrique en densité de flux et pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$. D'abord, nous remarquons que pour les trois premiers nombres de Rayleigh, le coefficient K_p est quasiment constant le long de la partie centrale du canal et varie entre 0.3 et 0.6 en moyenne. Le coefficient K_p diminue légèrement au niveau des parois. Pour le dernier nombre de Rayleigh, le coefficient K_p est très important au centre du canal. D'une part, le terme visqueux est très petit devant $P_2 + \frac{1}{2}V_2^2$ à l'entrée du canal pour 10^5 . D'autre part, la résolution en maillage utilisée pour $Ra_d = 10^5$ est de 400×800 , ce qui représente environ 20 points de maillage pour chaque unité de longueur. La résolution du maillage est insuffisante et peut influencer les résultats. Nous pensons alors qu'il sera nécessaire d'affiner le maillage dans ce cas précis.

Par la suite, nous intégrons d'abord le terme $K_p \times (Pr.Ra^{-1/2}(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2})|_2)$ en plus de la pression de Bernoulli dans la condition aux limites en pression à l'entrée du canal. Ensuite, nous étudions l'effet des conditions aux limites modifiées (CLMD) sur les champs de vitesse et de température avant de conclure.

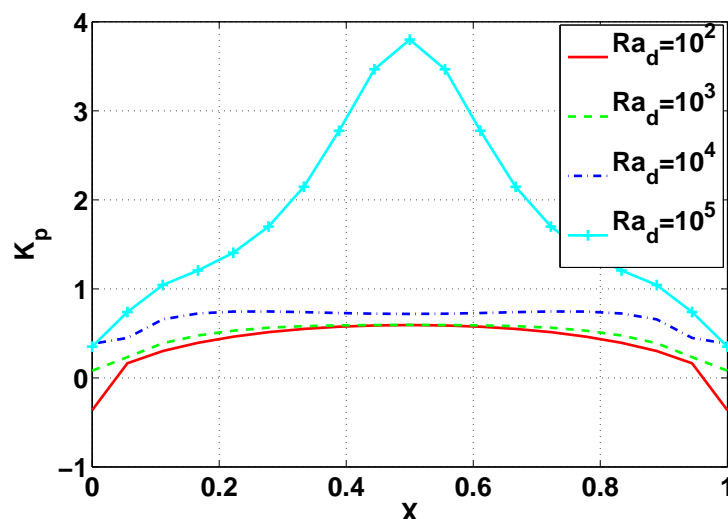


FIGURE V.6 – Coefficient de proportionnalité entre le terme visqueux et la pression de Bernoulli.

3.3 Influence des conditions aux limites modifiées

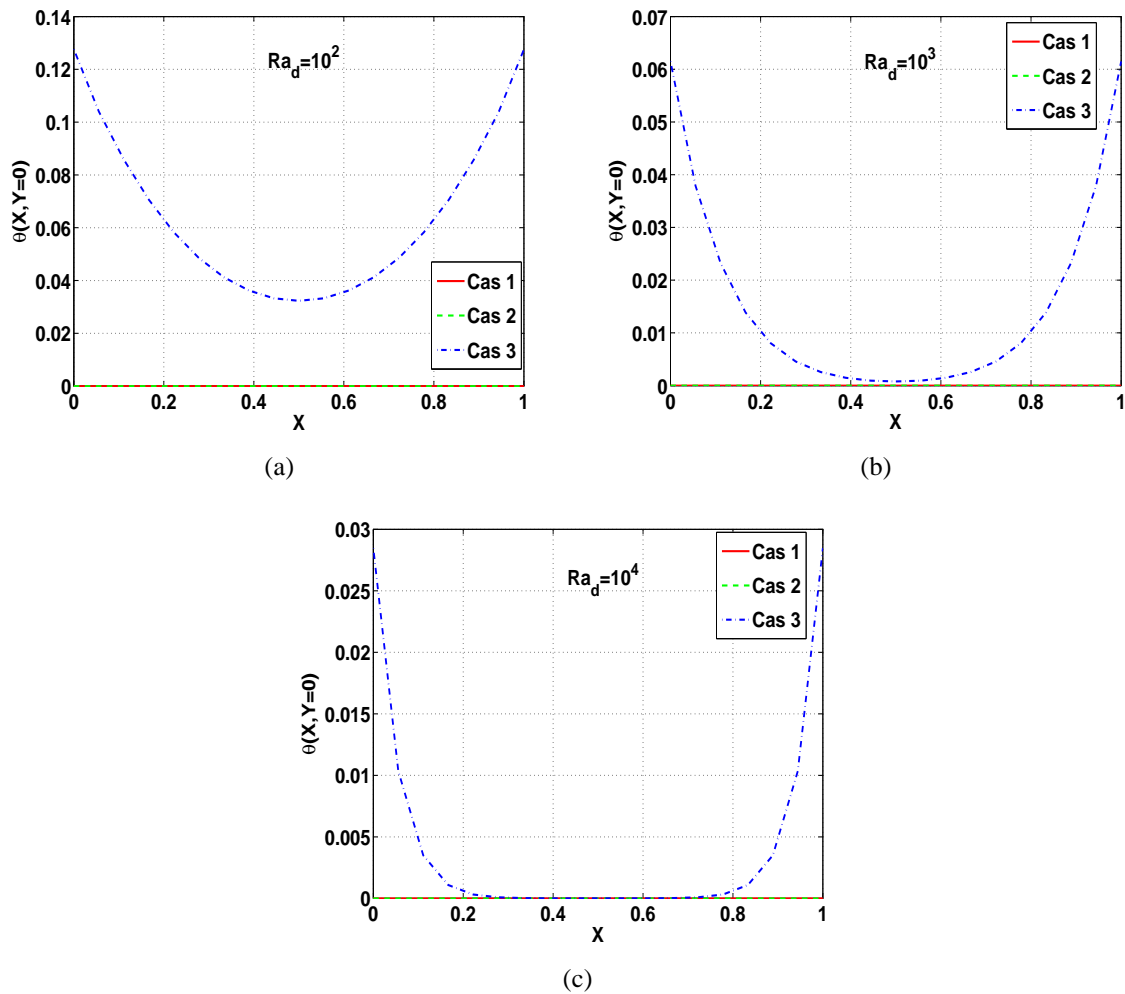


FIGURE V.7 – Profils horizontaux de la température à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).

Les figures V.7 et V.8 présentent les profils horizontaux de la température respectivement à l'entrée et en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4$ et $K_p = 0.5$. À l'entrée, la température adimensionnée est nulle (température ambiante) dans les cas (CS) et (CS)+(CLMD) comme nous l'avons imposée. Pour le cas (CV), la température est différente de 0 pour $Ra_d = 10^2, 10^3$. Pour $Ra = 10^4$ elle est quasiment égale à zéro au centre et est différente de zéro près des parois. Pour les petits nombres de Ra_d , la diffusion reste importante à l'entrée du canal (CV). Par conséquent, la température à l'entrée du canal est non nulle. Pour les plus grands nombres de Rayleigh, la convection naturelle devient dominante par rapport à la diffusion. Les couches limites thermiques deviennent plus minces. Par conséquent, la température au centre du canal est quasiment égale à la température ambiante et elle est différente de zéro aux parois du canal. Nous pouvons ainsi conclure que, imposer une température ambiante à l'entrée d'un canal chauffé intégralement n'est pas correcte surtout pour de faibles nombres de Rayleigh.

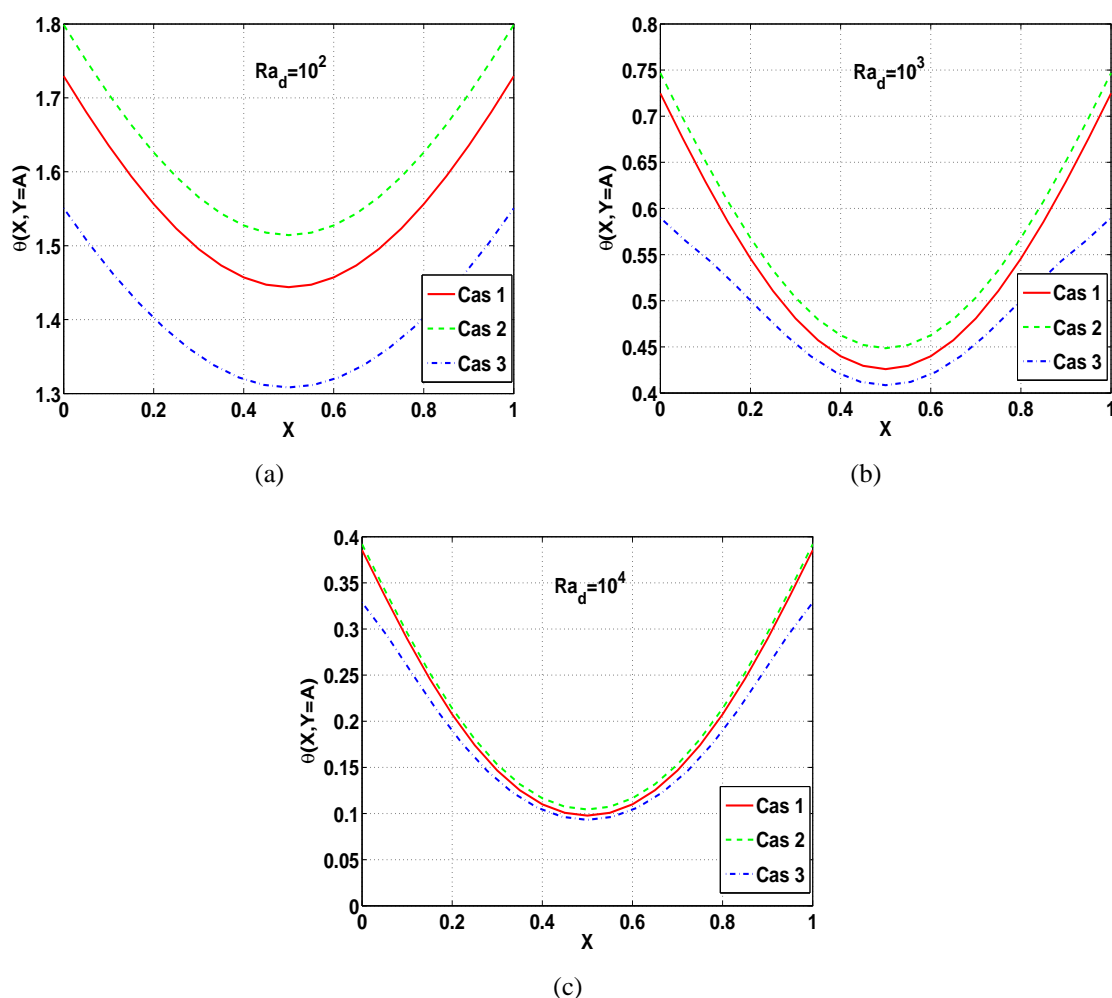


FIGURE V.8 – Profils horizontaux de la température en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).

Les figures V.9 et V.10 présentent les profils horizontaux de la vitesse verticale respectivement à l'entrée et en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4$ et $K_p = 0.5$. Nous remarquons que les vitesses sont plus importantes dans le canal contenu dans une cavité. En effet, imposer une température nulle à l'entrée d'un canal seul (CS) engendre moins d'effet cheminée que dans le cas (CV) où la température est non nulle à l'entrée. Par ailleurs, le débit diminue légèrement (ne dépasse pas 4%) dans le cas (CS) avec des conditions aux limites modifiées (CLMD) et $K_p = 0.5$. Par conséquent, la température augmente (Fig. V.8) et le nombre de Nusselt diminue (cf. Tableau V.1).

Les profils de pression à l'entrée et en sortie du canal dans les trois cas ((CS), (CS) + (CLMD), (CV)) sont présentés dans les figures V.11 et V.12. La pression obtenue à l'entrée du canal dans le cas (CV) est moins importante que celle obtenue dans le cas (CS) sans (CLMD). En effet, comme le fluide rentre dans le canal à une température supérieure à 0, l'aspiration du fluide est plus importante que si le fluide rentre à la température ambiante.

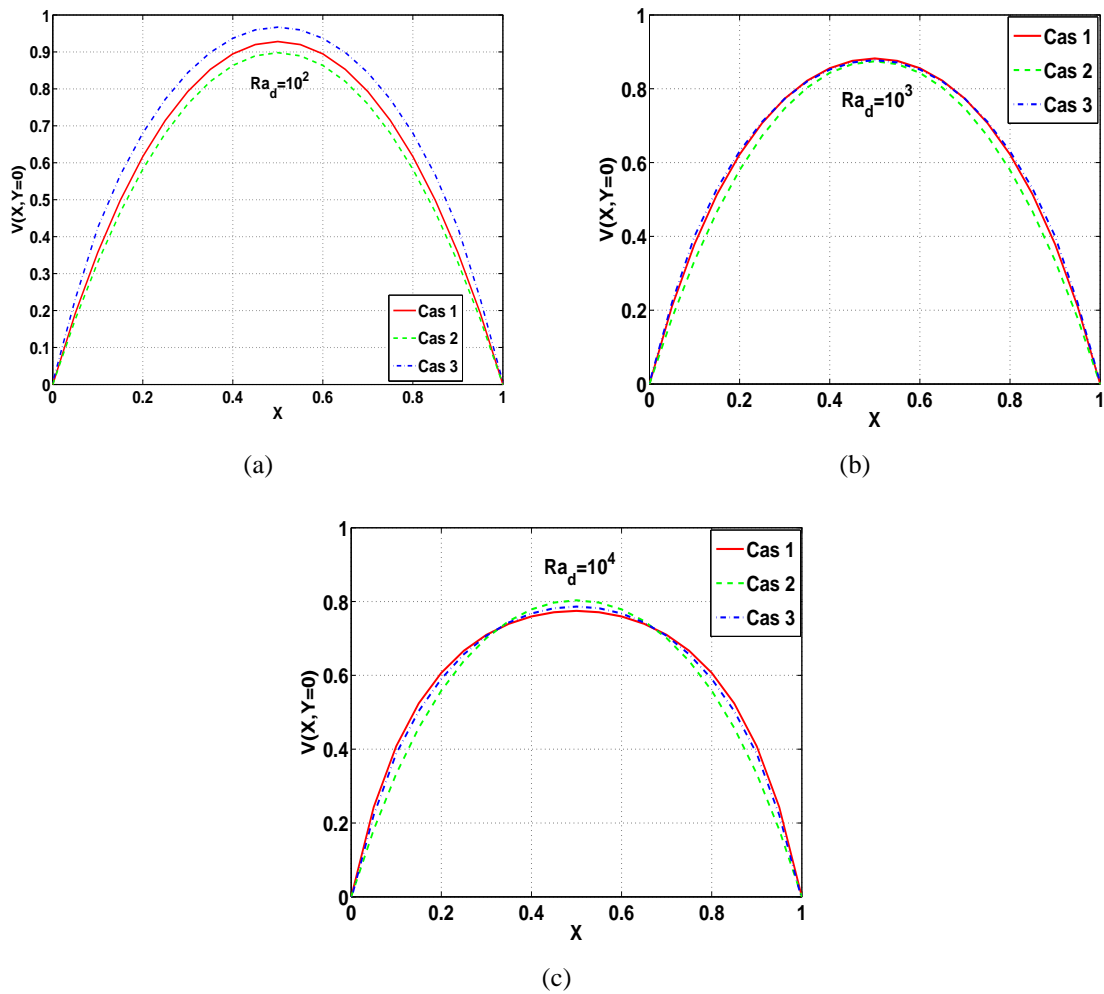


FIGURE V.9 – Profils horizontaux de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).

La pression à l'entrée diminue quand l'énergie cinétique augmente ($P_e \propto -V_e^2$ [5][7]). Il peut y avoir aussi une perte de charge qui prend place pour l'écoulement d'un fluide isotherme à l'entrée du canal. En sortie, la pression est nulle pour les cas (CS) et (CS) + (CLMD) comme nous l'avons imposée. Elle est différente de zéro dans le cas (CV) et tend vers zéro quand le nombre de Rayleigh augmente (cf. Fig. V.13-b). Imposer une pression nulle en sortie d'un canal seul s'avère donc incorrecte à bas Ra_d .

Dans le but de mieux caractériser les effets des (CLMD) sur l'écoulement et le transfert thermique, nous avons fait varier le coefficient $K_p = 0.5, 1, 1.5$. La figure V.14 présente les profils horizontaux de la température en sortie, de la vitesse verticale à l'entrée et en sortie et de la pression à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^3$. Les résultats en terme de vitesse moyenne et de Nusselt sont réunis dans le tableau V.1. Augmenter le coefficient K_p fait diminuer la vitesse, augmenter la température et diminuer la pression à l'entrée du canal. Notez également que les différences en terme de \bar{V}_e et de \bar{Nu} entre les différents cas augmentent avec K_p (cf.

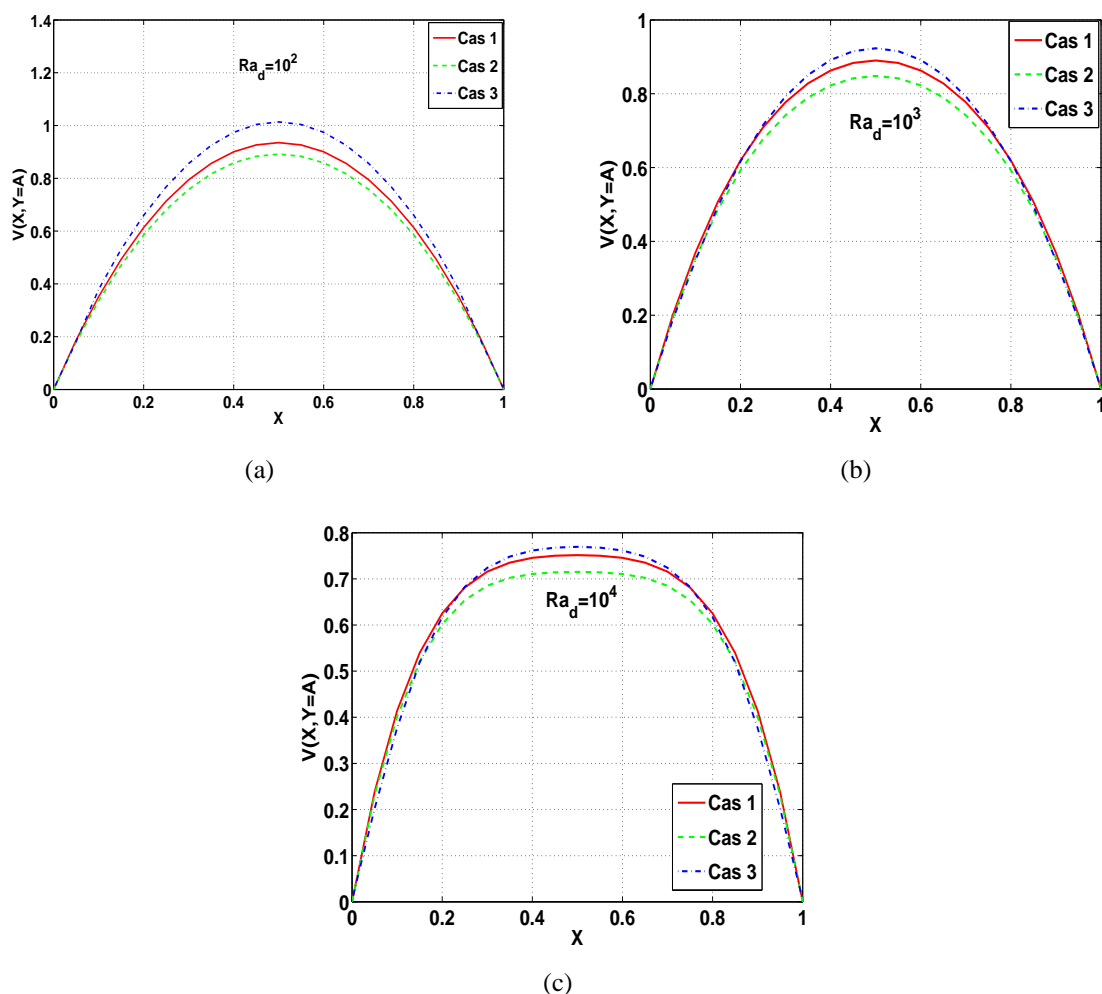


FIGURE V.10 – Profils horizontaux de la vitesse verticale en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).

Tableau V.2), les quantités $(\overline{V_e}, \overline{Nu})$ calculés à $K_p = 0$ étant prises comme références. Pour $K_p = 1.5$, les différences en terme de $\overline{V_e}$ et de \overline{Nu} atteignent respectivement 12.3% et 6.8% pour $Ra_d = 10^2$ et diminuent légèrement pour $Ra_d = 10^3, 10^4$ en terme de débit (cf. Tableau V.2). Par exemple, en augmentant K_p jusqu'à 1.5 pour $Ra_d = 10^3$, le niveau de pression à l'entrée du canal diminue d'environ 5 fois par rapport à celui obtenu dans le cas (CS) sans (CLMD). Mais le débit et le nombre de Nusselt diminuent seulement d'environ 11 % et de 6%. Par conséquent, les effets des (CLMD) en pression sur l'écoulement et le transfert thermique sont faibles compte tenu des niveaux de pression importants imposés dans le cas des (CLMD). Ceci fait douter la pertinence des (CLMD) et l'importance de la pression à l'entrée du canal contrairement à la conclusion du problème de Benchmark Ameth. Afin de comprendre ce problème, nous avons examiné l'origine de l'écoulement de convection naturelle dans le canal, à savoir la poussée d'Archimède. En effet, la poussée d'Archimède est équivalente à un gradient de pression dans les équations de la quantité de mouvement et son intégration en espace représente la différence des pressions moyennes entre l'entrée et la sortie. Elle jouera le même rôle que $P_e - P_s = P_e$

comme $P_s = 0$ dans le cas (CS). Il s'avère que l'augmentation de pression liée aux différences de température dans le canal est plus importante que le niveau de pression imposé à l'entrée du canal (cf. Tableau V.3). En effet, l'importance de P_e par rapport à la poussée d'Archimède augmente avec Ra_d . Néanmoins à $Ra_d = 10^4$, P_e ne représente que 6% de l'effet de la poussée d'Archimède. Par conséquent, une modélisation fine des conditions aux limites thermiques s'impose contrairement à l'idée reçue jusqu'à maintenant.

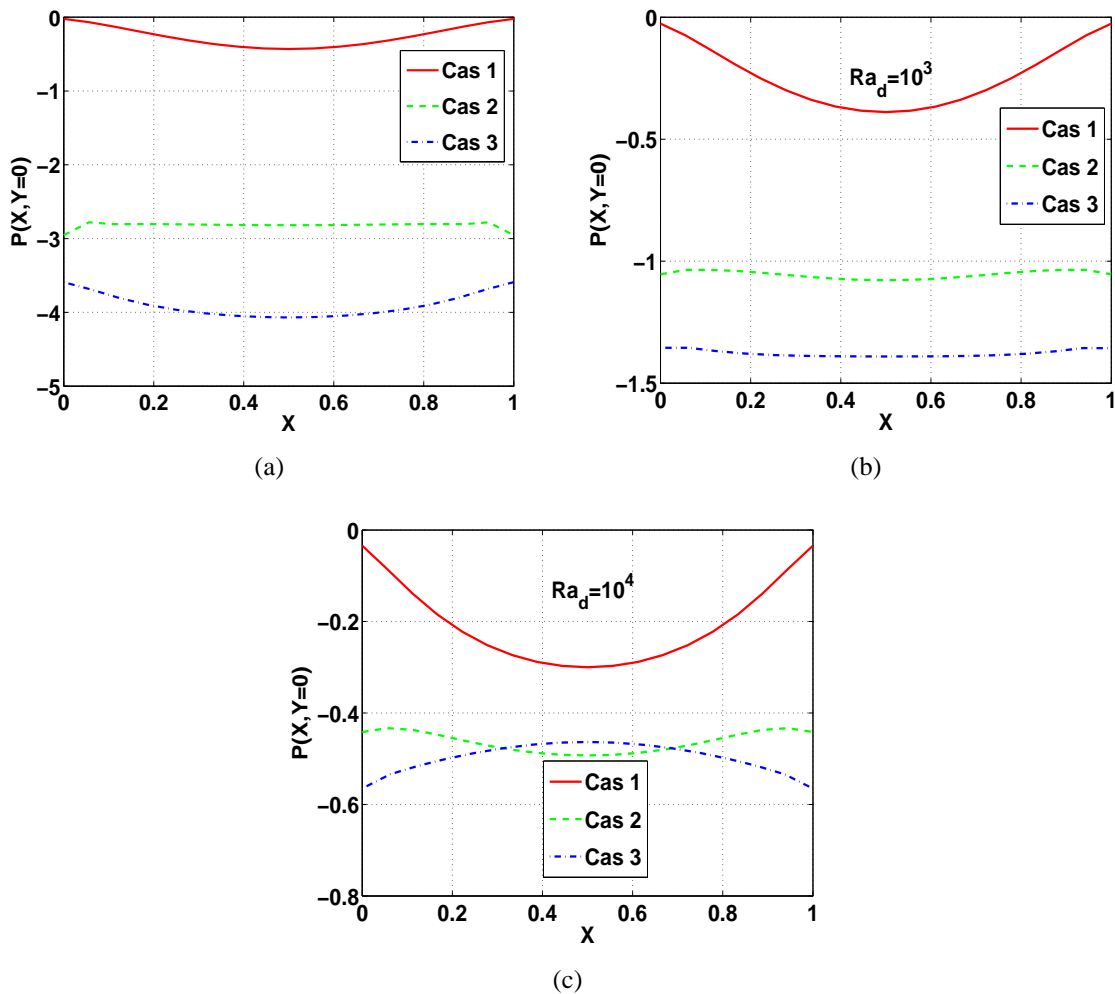


FIGURE V.11 – Profils horizontaux de la pression à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).

Ra_d	10^2		10^3		10^4	
	Nu	V_e	Nu	V_e	Nu	V_e
Cas 1	1.548	0.636	2.695	0.626	4.236	0.589
Cas 2 ($K_p = 0.5$)	1.509	0.607	2.640	0.598	4.152	0.564
Cas 2 ($K_p = 1$)	1.474	0.581	2.594	0.573	4.099	0.543
Cas 2 ($K_p = 1.5$)	1.442	0.558	2.552	0.551	4.051	0.523
Cas 3	1.427	0.672	2.812	0.652	4.815	0.604

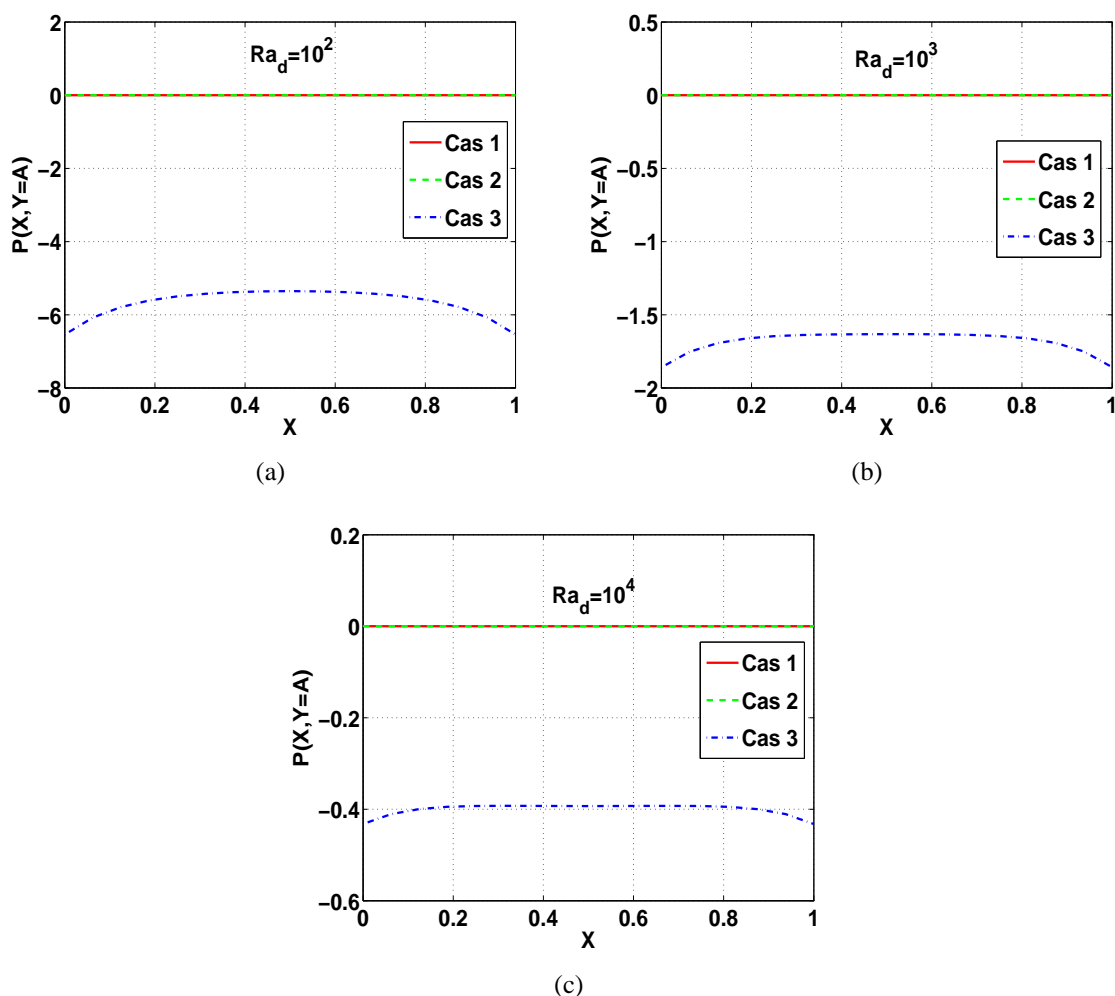


FIGURE V.12 – Profils horizontaux de la pression en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2$ (a), 10^3 (b), 10^4 (c). Comparaison entre les résultats pour trois cas de figure : (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).

Tableau V.1 – Comparaison en terme de nombre de Nusselt moyen, des vitesses moyennes à l'entrée et en sortie du canal pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4$, $K_p = 0.5, 1, 1.5$ et pour trois cas de figure (CS), (CS)+(CLMD) et (CV).

	10^2		10^3		10^4	
	\overline{Nu}	$\overline{V_e}$	\overline{Nu}	$\overline{V_e}$	\overline{Nu}	$\overline{V_e}$
$0,72 K_p = 0.5$	2.5%	4.6%	2.0%	4.5%	1.9%	4.2%
$K_p = 1$	4.8%	8.6%	3.7%	8.5%	3.2%	7.8 %
$K_p = 1.5$	6.8%	12.3%	5.3%	11.9%	4.4%	11.2 %

Tableau V.2 – Erreurs relatives en terme du nombre de Nusselt moyen et de la vitesse moyenne entre les résultats obtenus dans un canal seul (CS) avec et sans (CLMD).

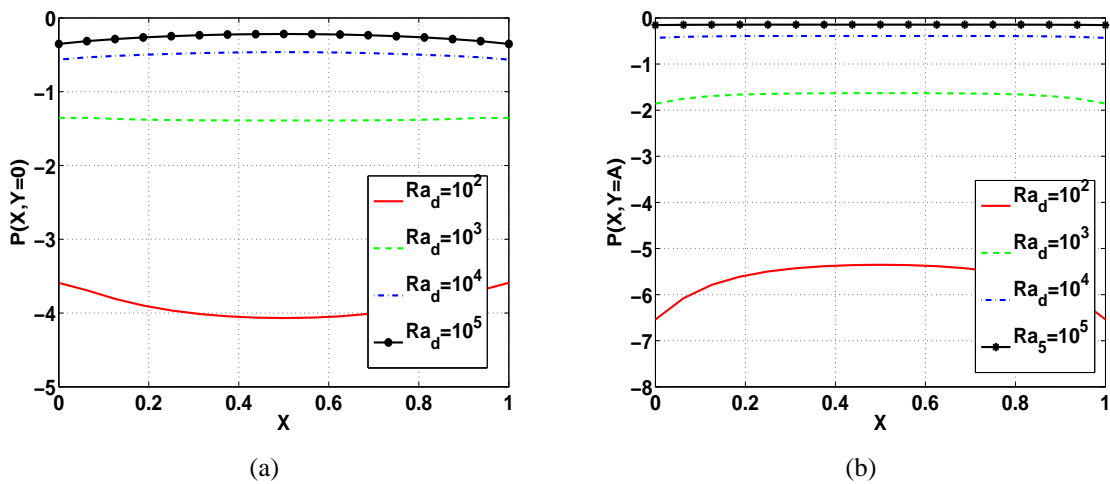


FIGURE V.13 – Profils horizontaux de la pression à l'entrée (a) et en sortie (b) du canal pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ dans le cas (CV).

Ra_d	10^2		10^3		10^4	
	$\iint Pr\theta dXdY$	$ \overline{P_e} $	$\iint Pr\theta dXdY$	$ \overline{P_e} $	$\iint Pr\theta dXdY$	$ \overline{P_e} $
Cas 1 ($K_p = 0$)	28.25	0.28	9.885	0.26	3.805	0.22

Tableau V.3 – Comparaison des termes $\iint Pr\theta dXdY$ et $|\overline{P_e}|$ pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4$.

3.4 Revisite du canal d'eau expérimentale [1]

Nous allons analyser ici les effets des conditions aux limites modifiées (CLMD) sur l'écoulement et le transfert thermique pour un cas de figure expérimental étudié précédemment (cf. Chap. IV § 4.1). Il s'agit d'un canal d'eau chauffé en densité de flux symétrique sur ces deux parois. Le rapport de forme du canal est de $A = 14.4$ et la densité de flux pariétale est de $q_w = 190 \text{ W/m}^2$. Le nombre de Rayleigh correspondant à cette étude est de $Ra_d = 2.41 \times 10^7$.

La figure V.15 présente les profils de vitesse verticale à l'entrée et en sortie du canal pour K_p allant de 0 à 2.5. En utilisant la condition aux limites (CLMD), les vitesses diminuent près des parois et augmentent légèrement au centre. En augmentant K_p , le profil de vitesse tend vers un profil de Poiseuille. En sortie, les vitesses diminuent légèrement au centre et les conditions aux limites (CLMD) n'ont quasiment aucun effet sur les couches limites dynamiques. La diminution du débit va de 0.7% pour $K_p = 0.5$ jusqu'à 5.5% pour $K_p = 2.5$. Comme les vitesses en sortie du canal ne sont pas affectées près des parois dans les couches limites dynamiques par la condition aux limites (CLMD) et comme le débit diminue légèrement à l'entrée, la conservation de la masse exige la diminution au centre de la vitesse verticale en sortie. La température pariétale est présentée dans la figure V.16, elle est quasiment insensible aux conditions aux limites (CLMD). Comme la diminution de pression ($\nearrow K_p$) à l'entrée du canal ne change pas l'épaisseur de la couche limite thermique, le transfert thermique n'est pas affecté par les conditions aux limites (CLMD).

L'utilisation des conditions aux limites (CLMD) améliore très légèrement la prévision du

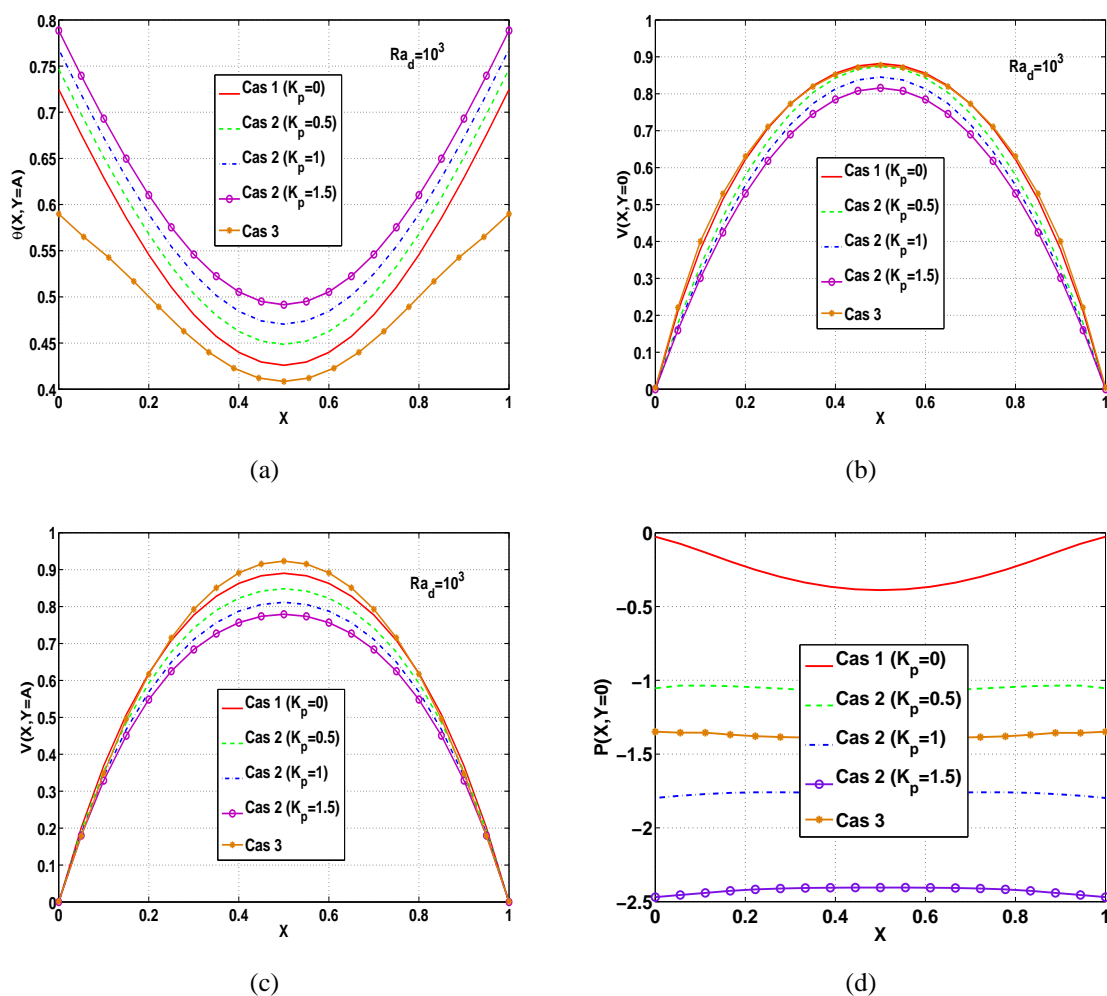


FIGURE V.14 – Profils horizontaux de la température en sortie (a), de la vitesse verticale à l'entrée (b) et en sortie (c) et de la pression (d) à l'entrée du canal pour $Ra_d = 10^3$.

débit de 5.5% pour $K_p = 2.5$ en comparaison avec le débit expérimental. Comme le profil de vitesse à l'entrée s'éloigne du profil plat lorsque K_p augmente, l'utilisation de ce type de conditions aux limites est plutôt problématique compte tenu des investigations antérieures [122] qui indiquent que le profil de vitesse à l'entrée est plat à grand Ra_d .

Cette nouvelle tentative à grand Ra_d donne des indications similaires qu'à faible Ra_d , à savoir que l'utilisation des (CLMD) a une influence négligeable sur l'écoulement et le transfert thermique malgré des niveaux de pression importants imposés à l'entrée du canal. Nous avons vérifié à nouveau que $\int \int Pr\theta dXdY = 0.72$ est bien supérieure au niveau de pression imposé à l'entrée du canal $|\overline{P_e}| = 0.07$ pour $K_p = 0$. Nous concluons de la même façon que pour les faibles nombres de Rayleigh qu'il faudra affiner la modélisation des conditions aux limites en température à l'entrée et en sortie du canal au lieu de travailler seulement sur les conditions aux limites en pression.

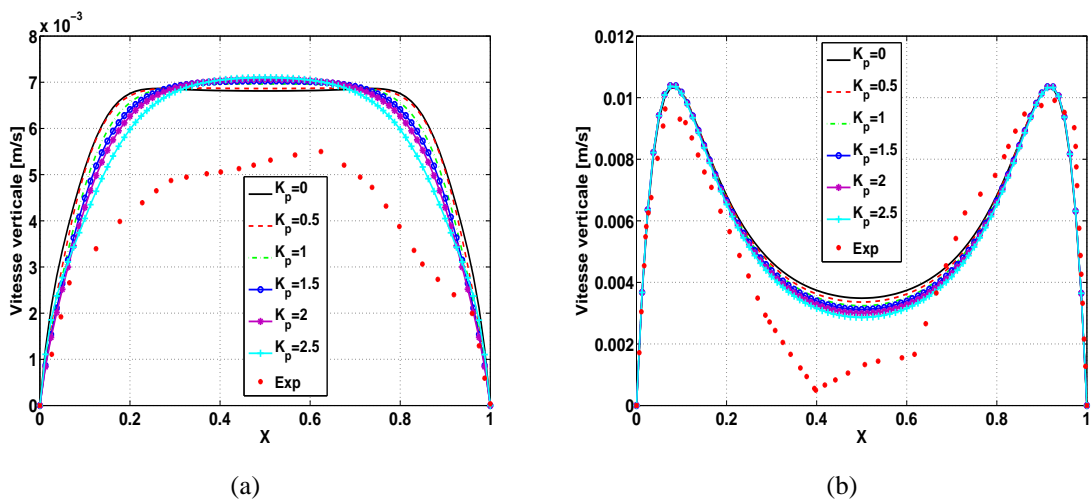


FIGURE V.15 – Distribution de la vitesse verticale à l'entrée (a) et en sortie du canal (b) pour différents K_p .

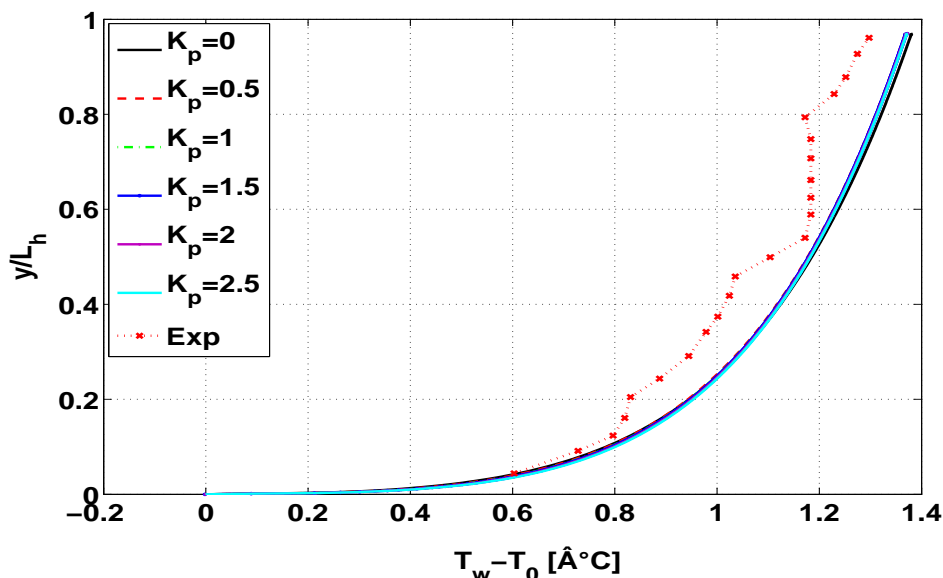


FIGURE V.16 – Différences de température entre la paroi droite et l'entrée en fonction de la hauteur adimensionnée du canal chauffé pour différents K_p .

4 Conclusions

Nous avons modélisé des conditions aux limites en pression à l'entrée d'un canal ouvert chauffé symétriquement en densité de flux. Les simulations ont été effectuées sur un canal seul et un canal contenu dans une cavité isotherme pour $Ra_d = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ et $A = 5$. Dans le cas du canal inclus dans une cavité (CV), nous avons évalué les termes de l'équation de quantité de mouvement à l'entrée du canal et déterminé un lien entre la pression de Bernoulli et le terme visqueux selon X . Une constante de proportionnalité a été identifiée entre les deux termes. Nous avons ensuite intégré le terme visqueux multiplié par une constante K_p dans

les conditions aux limites en pression à l'entrée du canal seul (CS). Nous avons obtenu des résultats en terme de vitesse et de température pour $K_p = 0.5$ et avons constaté une légère différence entre les résultats obtenus (jusqu'à 3.8% en vitesse moyenne pour $Ra_d = 10^2$ et 3.5% en Nusselt pour $Ra_d = 10^4$) pour les trois configurations ((CS), (CS)+(CLMD) et (CV)). Quant à la pression, elle diminue à l'entrée du canal en utilisant les (CLMD). Nous avons par la suite fait varier K_p de 0 à 1.5. Augmenter K_p fait diminuer le nombre de Nusselt (jusqu'à 6.8% pour $Ra = 10^2$), le débit (jusqu'à 12.3% pour $Ra = 10^2$) ainsi que la pression à l'entrée du canal. Sur la configuration expérimentale ($Ra_d = 2.41 \times 10^7$; $A = 14.4$), nous avons utilisé les (CLMD) à l'entrée du canal pour K_p allant de 0 à 2.5. Nous avons constaté que les vitesses diminuent légèrement au niveau des parois et augmentent au centre dans la section d'entrée, alors qu'elles augmentent légèrement au niveau des parois et diminuent au centre en sortie du canal. Les différences en terme de débit atteignent 5.5% pour $K_p = 2.5$ et sont négligeables en terme de Nusselt.

En remarques, la condition type Bernoulli locale (BL0) n'est pas une formulation exacte. En effet, les calculs effectués dans un canal contenu dans une cavité ont montré d'abord que la quantité $P_e + \frac{1}{2}V_e^2$ est différente de zéro. De même, imposer $P_s = 0$ en sortie n'est pas valable à faibles Ra_d . Toutefois, la pression en sortie tend vers zéro quand Ra_d augmente. Notez également qu'une température nulle imposée à l'entrée du canal est aussi une hypothèse erronée compte tenue des effets diffusifs importants à l'entrée du canal pour les bas nombres de Rayleigh. Par ailleurs, une stratification thermique se produit à faibles nombres de Rayleigh et disparaît à grands nombres de Rayleigh. Dans le cas d'un canal seul (CS), l'utilisation des (CLMD) à bas nombres de Ra_d a pour effet la diminution du débit et l'augmentation de la température pariétale ($\Downarrow Nu$) dans le canal. Ces variations en terme du débit et du Nusselt augmentent avec K_p . A grands nombres de Rayleigh, une légère influence est constaté sur le débit et le nombre de Nusselt et les profils de vitesse deviennent de plus en plus parabolique à l'entrée du canal en augmentant K_p . D'une manière générale, notre modèle montre que malgré les niveaux de pression importants imposés à l'entrée du canal, l'influence des conditions aux limites modifiées (CLMD) reste négligeable.

La modélisation des (CLMD) effectuée dans ce chapitre reste élémentaire compte tenu des simplifications considérées. Il serait donc intéressant d'approfondir la modélisation des conditions aux limites entrée/sortie. Il serait judicieux de modéliser les conditions aux limites en température et en vitesse compte tenu des effets négligeables sur le débit et le transfert thermique que produisent les différentes conditions aux limites en pression utilisées jusqu'à lors.

Conclusion générale et perspectives

L'utilisation de l'énergie photovoltaïque dans le bâtiment passe aujourd'hui par la valorisation des surfaces bâties utilisées comme surfaces de captation. La tendance actuelle s'oriente vers l'utilisation des façades type double-peaux. Les conditions d'intégration des composants PV sur ce type de façade peuvent engendrer une augmentation de leur température de fonctionnement impliquant la chute de leur rendement électrique. Par conséquent, l'utilisation de ce type de configuration nécessite une compréhension des couplages physiques qui interviennent au sein de ce système. Des études de recherche sur ces phénomènes physiques sont donc indispensables. Le but dans notre thèse est de contribuer dans l'étude numérique de la convection naturelle avec ou sans rayonnement de surfaces dans un canal vertical représentatif d'une façade type double-peau.

L'étude bibliographique effectuée dans le premier chapitre a permis d'orienter notre étude sur plusieurs problématiques liées à l'écoulement de convection naturelle dans une géométrie semi-ouverte. D'abord, un manque sur des données dynamiques est constaté alors que l'aspect thermique a été largement étudié. Ces données dynamiques s'avèrent indispensables et pourraient notamment servir à qualifier et quantifier les résultats obtenus par les différentes équipes de recherche travaillant sur le sujet. Ensuite, le couplage convection-rayonnement a été largement documenté dans le cas des cavités fermées mais peu documenté dans le cas d'un canal ouvert. De nombreuses investigations effectuées en matière de convection naturelle dans un canal d'air ont pris en compte les parts respectives des différents modes de transferts thermiques (convection, conduction et rayonnement entre surfaces). Cependant, peu d'études ont pris en compte l'interaction du rayonnement avec la convection naturelle et l'influence du rayonnement est très peu étudiée en géométrie semi-ouverte. En outre, des chercheurs ont utilisé l'eau comme fluide de travail afin de s'affranchir des effets du rayonnement de surfaces. Toutefois, aucune étude comparative entre l'eau et l'air en convection naturelle n'a été recensée jusqu'à aujourd'hui dans le cas d'un canal ouvert. Or, il est important de vérifier si l'usage conventionnel de l'eau pour modéliser la convection d'air dans un canal vertical donne des résultats raisonnables en terme des champs de température, de vitesse et des quantités physiques globales.

Dans le but de remédier à ces problèmes, nous avons décidé de contribuer à l'étude numérique des transfert thermo-convectifs au sein d'un canal ouvert. Nous avons mené une deuxième revue bibliographique sur les investigations numériques afin de définir le système d'équations et les conditions aux limites adéquats pour étudier la convection naturelle dans un canal ouvert. Nous avons opté pour un système elliptique des équations de Navier-Stokes sous leur forme conservative afin de prendre en compte tous les phénomènes physiques mis en jeu

notamment les effets de diffusions verticales. Concernant la géométrie choisie, nous avons opté pour un canal seul en vue de s'affranchir des temps de calcul importants que peut engendrer l'utilisation des volumes artificiels à l'entrée et en sortie du canal. Par ailleurs, les équations elliptiques demandent un traitement particulier des conditions aux limites dynamiques (en vitesse et en pression) en géométrie ouverte. Pour cela, nous avons défini les conditions aux limites qui nous semblent les plus appropriées dans ce cas de figure.

Le deuxième chapitre a été dédié à la description du modèle mathématique et des méthodes numériques. Les équations de Navier-Stokes ont été d'abord réécrites en cas des propriétés thermo-physiques dépendantes de la température. Ensuite, les équations de Navier-Stokes sont discrétisées avec la méthode des différences finies d'ordre 2 en temps et en espace. Le couplage vitesse-pression a été résolu via une méthode de projection. L'implémentation des conditions aux limites dynamiques $BG - BG0 - BL - BL0$ a été abordée par la suite. Une nouvelle méthode basée sur le principe de superposition a été suggérée dans le cas de $BG0$. En effet, il a été démontré [44] que l'utilisation de Neumann homogène en vitesse à l'entrée du canal implique une infinité de solutions pour le problème de Stokes. La solution finale du problème est donc une combinaison linéaire d'une solution particulière plus un mode appartenant au noyau de Stokes. Les coefficients inconnus de cette combinaison sont déterminés afin de satisfaire la condition $BG0$ à l'entrée du canal à chaque pas de temps. La même méthode peut être appliquée pour BG . Au contraire, les autres conditions aux limites dynamiques $BL0 - BL$ ne peuvent être satisfaites qu'après que le régime stationnaire soit atteint. Enfin, nous avons présenté le formalisme du problème radiatif ainsi que sa discrétisation dans le temps et dans l'espace. Le transfert radiatif a été considéré seulement à travers les conditions aux limites thermiques pariétales.

Le Troisième chapitre de ce manuscrit a été destiné à la validation du code numérique. Plusieurs problèmes classiques en convection naturelle avec et sans rayonnement de surfaces ont été abordés (cavités fermées et canal ouvert). Les résultats obtenus en terme de température, vitesses, débit et nombre de Nusselt sont en bon accord avec ceux de la littérature. De plus, les analyses menées sur les discrétisations temporelle et spatiale ont montré que le code utilisé est consistant en temps et en espace et qu'il est d'ordre deux en espace. L'ordre deux du schéma temporel n'a pas été démontré à cause d'un manque de solutions exactes pour les problèmes abordés dans cette étude. Les validations effectuées sur le code numérique ont prouvé que les algorithmes et les méthodes numériques implémentées sont correctes. Une configuration intéressante qui a été étudiée dans cette partie concerne le cas du benchmark numérique mis en place par le GDR-AmeTh dont le but est de tester des conditions aux limites dynamiques de type Bernoulli locale et globale. Le cas choisi dans ce benchmark est le cas expérimental de Webb et Hill [37]. Il s'agit d'un écoulement de convection naturelle dans un canal vertical chauffé partiellement en densité de flux sur l'une de ces parois, l'autre paroi étant adiabatique. Dans ce cadre, une étude de sensibilité de l'écoulement et du transfert thermique a été menée. Nous avons remarqué que ces conditions aux limites ont peu d'influence sur le transfert thermique i.e. le nombre de Nusselt est quasiment identique le long de la partie chauffée pour les différentes conditions aux limites. Toutefois, la température débitante est plus sensible aux conditions aux limites en pression à cause de la sensibilité du champs de vitesse aux différentes conditions aux limites. Par ailleurs, nous avons constaté que l'utilisation d'une pression de

type Bernoulli globale implique un débit plus important que dans le cas d'une pression de type Bernoulli locale. De plus, le profil de vitesse obtenu avec $(BG, BG0)$ est parabolique alors qu'il est plat pour $(BL, BL0)$. En dépit des différences constatées, les quantités physiques globales (débits et Nusselt) sont très proches pour les différentes conditions aux limites.

Nous avons présenté dans le quatrième chapitre des comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux en terme de débit, de nombre de Nusselt moyen, de profils de vitesse verticale (entrée / sortie) et de température. Seule la convection pure est considérée dans l'eau, alors que le rayonnement de surfaces est pris en compte dans le cas de l'air. Dans le cas du canal d'eau, un bon accord est observé globalement pour les nombres de Rayleigh petits. Les écarts restent importants entre les écoulements instationnaires/turbulents dans les expériences et les écoulements stationnaires obtenus numériquement pour les nombres de Rayleigh plus élevés. Dans le cas du canal d'air, les écarts s'avèrent trop importants en convection pure et diminuent en présence du rayonnement de surfaces. Les raisons possibles des écarts constatés entre les résultats numériques et expérimentaux sont discutées. Les conditions aux limites dynamiques utilisées ne permettent pas de prendre en compte les perturbations du milieu extérieur. En effet, des perturbations à l'entrée (eau) et à mi-hauteur (air) du canal ont été mises en évidence par une intensité turbulente importante. Par ailleurs, les perturbations aux frontières ouvertes peuvent engendrer des mouvements latéraux du fluide dans le canal, ces mouvements peuvent être amplifiés lorsque les écoulements deviennent turbulents quand le nombre de Rayleigh augmente. Or, les écoulements étudiés numériquement sont supposés bidimensionnels et des éventuelles structures tridimensionnelles peuvent bien exister et ainsi influencer les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux. Cependant, il n'est pas facile d'identifier et d'étudier l'influence des structures tridimensionnelles à cause du manque des données expérimentales notamment les fluctuations en vitesse et en température dans la troisième direction \vec{z} . Expérimentalement un changement de régime a été constaté pour les configurations étudiées pour des nombres de Rayleigh grands. Par conséquent, les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux devraient augmenter quand le nombre de Rayleigh augmente. Le code numérique s'est avéré incapable de transcrire ce changement de régime. Néanmoins le code fournit des résultats acceptables en terme de débit et de nombre de Nusselt pour les bas nombres de Rayleigh dans le cas de l'eau et en convection-rayonnement pour le cas de l'air.

Dans la continuité des travaux effectués (benchmark et comparaison numérique/expérimentale), nous avons étudié numériquement plusieurs aspects phénoménologiques. Nous avons étudié dans un premier temps l'effet du nombre de Prandtl sur l'échange thermique et l'écoulement pour les deux configurations symétrique et asymétrique. L'utilisation de l'eau pour prédire la convection naturelle de l'air donne des résultats raisonnables en terme d'échange thermique mais seulement pour des nombres de Rayleigh petits. En revanche, les configurations d'écoulement de fluide pour l'air sont différentes de celles de l'eau. Dans un deuxième temps, dans le cas d'un canal d'air chauffé asymétriquement, nous avons étudié l'effet du rayonnement de surface sur l'échange thermique. En présence du rayonnement de surfaces, nous constatons l'augmentation du débit massique à l'intérieur du canal, l'amélioration de l'échange thermique entre les parois d'une part et entre la paroi chauffée et l'air d'autre part, la réduction de la température pariétale et l'élimination des écoulements de

retour. Enfin, nous avons étudié l'effet des propriétés variables en fonction de la température dans le cas de l'eau. Pour l'intervalle des différences de températures étudié, nous concluons que l'hypothèse de Boussinesq est suffisante pour décrire l'écoulement et l'échange thermique. En effet, le champ des vitesses ainsi que les températures sont quasiment identiques avec ou sans la prise en compte de la variation des propriétés thermophysiques en fonction de la température. Dans le cas des grands écarts de température, les modèles des équations de Navier-Stokes compressible ou à faible nombre de Mach seront nécessaires afin de prendre en compte les effets de compressibilité (variation de masse volumique importantes).

Dans le dernier chapitre, nous avons modélisé des conditions aux limites en pression à l'entrée du canal. Pour cela, une simulation de la convection naturelle dans un canal d'eau contenu dans une cavité a été effectuée. Les termes de l'équation de la quantité de mouvement dans la direction verticale ont été évalués grâce aux données numériques. Nous avons ainsi trouvé un lien entre la pression de Bernoulli et le terme visqueux selon la direction transverse. En effet, la quantité $P_e + \frac{1}{2}V_e^2$ est différente de zéro à l'entrée du canal. Un coefficient de proportionnalité liant les deux termes a été mis en évidence et une nouvelle condition aux limites a été implémentée dans le cas du canal seul. De même, imposer $P_s = 0$ en sortie n'est pas valable à faibles Ra_d . De plus, imposer une température nulle à l'entrée du canal est aussi une hypothèse erronée compte tenu des effets diffusifs importants à l'entrée du canal pour les bas nombres de Rayleigh. Par ailleurs, l'utilisation des (CLMD) à bas nombres de Ra_d dans le cas (CS) a pour effet la diminution du débit et l'augmentation de la température pariétale ($\Downarrow Nu$) dans le canal. Ces variations en terme du débit et du Nusselt augmentent avec K_p . Cependant, la variation maximale en débit ne dépasse pas 12%, pourtant les niveaux de pression imposés sont importants pour les grands K_p . Pour les grands nombres de Rayleigh, une légère différence est constatée en utilisant les (CLMD) en terme du débit, le nombre de Nusselt et les profils de température sont inchangés. De plus, l'utilisation des (CDLM) fait tendre le profil de vitesse vers un profil parabolique, ce qui est en discordance avec les résultats obtenus dans les travaux expérimentaux antérieurs. En nous basant sur l'intégrale de la poussée d'Archimède, nous comprenons enfin que les conditions aux limites en pression n'influencent pas de manière importante l'écoulement et le transfert thermique dans le canal. Par conséquent, une étude approfondie sur les conditions aux limites en vitesse et en température est indispensable.

Cette étude numérique de convection naturelle a permis de contribuer dans la compréhension de phénomènes physiques ayant lieu au sein d'un canal ouvert représentatif d'une façade type double peaux. Elle a aussi permis de faire ressortir des problématiques qui peuvent expliquer les différences entre les résultats numériques et expérimentaux. D'abord, d'un point de vue numérique, les conditions aux limites doivent être modélisées de façon approfondie et le maillage doit être plus fin dans le cas du canal contenu dans une cavité. Ensuite, afin de traiter le problème des effets tridimensionnels, il serait préférable d'étendre le code en 3D. Puis, comme la plupart des conditions aux limites dynamiques utilisées dans la littérature ne génèrent pas de perturbations à l'entrée du canal, il serait intéressant de des perturber l'écoulement à l'entrée du canal. Il existe en effet des méthodes [120][118] qui permettent de générer des champs turbulents avec des caractéristiques spatio-temporels respectant les mesures statistiques obtenues expérimentalement (spectre d'énergie cinétique turbulente, tenseur de Reynold, fonctions d'autocorrélations locales, échelles intégrales de

longueur et du temps). Il serait aussi intéressant de comparer les résultats de ces simulations avec ceux obtenus par d'autres codes utilisant des modèles de Turbulence. Cependant, il est important d'avoir des mesures expérimentales quantifiées des statistiques spatio-temporels de l'écoulement. Par ailleurs, en vue d'étudier l'effet de la stratification sur l'échange thermique et l'écoulement, il serait préférable d'intégrer les conditions aux limites en pression afin de prendre en compte la stratification.

Bibliographie

- [1] Christophe Daverat. *Etude expérimentale de la convection naturelle en canal vertical à flux de chaleur imposé : application au rafraîchissement passif de composants actifs de l'enveloppe des bâtiments*. PhD thesis, Insa de Lyon, 2012.
- [2] GIEC. Bilan 2007 des changements climatiques : Rapport de synthèse. Technical report, 2007.
- [3] Cristian Muresan. *Etude de transferts thermiques rayonnement spectral-conduction-convection naturelle dans des systèmes photovoltaïques hybrides en vue de leur intégration au bâti*. 2005.
- [4] W. Elenbaas. Heat dissipation of parallel plates by free convection. *Physica*, 9(1) :1–28, 1942.
- [5] D. Naylor, JM Floryan, and JD Tarasuk. A numerical study of developing free convection between isothermal vertical plates. *Journal of Heat Transfer (Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Series C);(United States)*, 113(3), 1991.
- [6] F. Dalbert et al. Convection naturelle laminaire dans un canal vertical chauffé à flux constant. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 24(9) :1463–1473, 1981.
- [7] F. Marcondes and C.R. Maliska. Treatment of the inlet boundary conditions in natural-convection flows in open-ended channels. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 35(3) :317–345, 1999.
- [8] Morrone et al. Optimum plate separation in vertical parallelplate channels for natural convective flows : incorporation of large spaces at the channel extremes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(5) :993–1000, 1997.
- [9] K.T. Lee. Natural Convection in Vertical Parallel Plates with AN Unheated Entry or un Heated Exit. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications*, 25(4) :477–493, 1994.
- [10] O. Manca, B. Morrone, and V. Naso. A numerical study of natural convection between symmetrically heated vertical parallel plates. In *Proceedings XII Congresso Nazionale sulla Trasmissione*, volume 1, pages 379–390, 1994.
- [11] AG Straatman, JD Tarasuk, and JM Floryan. Heat transfer enhancement from a vertical, isothermal channel generated by the chimney effect. *Journal of heat transfer*, 115(2) :395–402, 1993.
- [12] S. Ramanathan and R. Kumar. Correlations for natural convection between heated vertical plates. *Journal of Heat Transfer (Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Series C);(United States)*, 113(1), 1991.

- [13] H. Wang, S. Xin, and P. Le Quéré. Étude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(1) :48–57, 2006.
- [14] Gilles Desrayaud, R Bennacer, JP Caltagirone, E Chenier, A Joulin, and N Laaroussi. K. mojtabi etude numérique comparative des écoulements thermoconvectifs dans un canal vertical chauffé asymétriquement. In *VIIIème Colloque Interuniv. Franco-Québécois*, page 6, 2007.
- [15] B. Brangeon J.P. Caltagirone E. Chénier Y. Cherif R. Eymard S. Giroux-Julien Y. Harnane P. Joubert A. Joulin S. Lassue P. Le Quéré R. Li D. Saury S. Xin A. Zoubir G. Desrayaud, A. Bastide. Sensitivity to the open boundary conditions of the natural convection in a vertical channel asymmetrically heated : numerical exercise for setting benchmark solutions. *Journal of Computational Science*, 2013.
- [16] P. Kandaswamy, J. Lee, and AK Abdul Hakeem. Natural convection in a square cavity in the presence of heated plate. *Nonlinear Analysis : Modeling and Control*, 12(2) :203–212, 2007.
- [17] M. Nazari and S. Ramzani. Natural convection in a square cavity with a heated obstacle using lattice boltzmann method. *MODARES MECHANICAL ENGINEERING*, 2011.
- [18] C Daverat, H Pabiou, C Ménézo, H Bouia, and S Xin. Experimental investigation of turbulent natural convection in a vertical water channel with symmetric heating : Flow and heat transfer. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 44 :182–193, 2013.
- [19] E. Chénier G. Lauriat R. Li, M. Bousetta. Effect of surface radiation on natural convective flows and onset of flow reversal in asymmetrically heated vertical channels. *Journal of Thermal Science*, Accepted, 2012.
- [20] T.Y.Y. Fung and H. Yang. Study on thermal performance of semi-transparent building-integrated photovoltaic glazings. *Energy and Buildings*, 40(3) :341–350, 2007.
- [21] TT Chow, W. He, and J. Ji. An experimental study of facade-integrated photovoltaic/water-heating system. *Applied thermal engineering*, 27(1) :37–45, 2007.
- [22] JR Bodoia and JF Osterle. The development of free convection between heated vertical plates. *Journal of Heat Transfer (US)*, 84, 1962.
- [23] W. Aung. Fully developed laminar free convection between vertical plates heated asymmetrically. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(8) :1577–1580, 1972.
- [24] EM Sparrow and JL Gregg. Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux. *Trans. ASME*, 78(2) :1, 1956.
- [25] SW Churchill and R. Usagi. A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE Journal*, 18(6) :1121–1128, 1972.
- [26] A. Bar-Cohen and WM Rohsenow. Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates. *Journal of Heat Transfer*, 106 :116, 1984.
- [27] C.O. Olsson. Prediction of Nusselt number and flow rate of buoyancy driven flow between vertical parallel plates. *Journal of heat transfer*, 126 :97, 2004.
- [28] Z.Y. Guo and X.B. Wu. Thermal drag and critical heat flux for natural convection of air in vertical parallel plates. *Journal of heat transfer*, 115(1) :124–129, 1993.

- [29] B. Zamora and J. Hernandez. Influence of variable property effects on natural convection flows in asymmetrically-heated vertical channels. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 24(8) :1153–1162, 1997.
- [30] J. Hernandez and B. Zamora. Effects of variable properties and non-uniform heating on natural convection flows in vertical channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48(3-4) :793–807, 2005.
- [31] EM Sparrow, GM Chrysler, and LF Azevedo. Observed flow reversal and measured-predicted Nusselt number convection in a one-sided heated vertical channel. *J. Heat Trans.-T ASME*, 106 :325–332, 1984.
- [32] EM Sparrow and LFA Azevedo. Vertical-channel natural convection spanning between the fully-developed limit and the single-plate boundary-layer limit. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 28(10) :1847–1857, 1985.
- [33] LFA Azevedo and EM Sparrow. Natural convection in a vertical channel vented to the ambient through an aperture in the channel wall. *International journal of heat and mass transfer*, 29(6) :819–830, 1986.
- [34] S. Dumez N. Ospir D. et al. Fohanno. Influence du rapport d'aspect sur un écoulement de convection libre en canal plan. In *IXème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois, Lille*, 2009.
- [35] Catalin Popa, Dan Ospir, Stéphane Fohanno, and Cristian Chereches. Numerical simulation of dynamical aspects of natural convection flow in a double-skin façade. *Energy and Buildings*, 2012.
- [36] Daverat Christophe. *Étude Expérimentale de la Convection Naturelle en Canal Vertical à Flux de Chaleur Imposé. Application Au Rafraîchissement Passif de Composants Actifs de l'Enveloppe des Bâtiments*. PhD thesis, CETHIL, INSA de Lyon, 2012.
- [37] BW Webb and DP Hill. High Rayleigh number laminar natural convection in an asymmetrically heated vertical channel. *Journal of Heat Transfer*, 111 :649, 1989.
- [38] M Miyamoto, Y Katoh, J Kurima, and H Sasaki. Turbulent free convection heat transfer from vertical parallel plates. In *PROCEEDINGS OF THE EIGHTH INTERNATIONAL HEAT TRANSFER CONFERENCE. VOLUME 4.*, pages 1593–1598, 1986.
- [39] Estibaliz Sanvicente Quintanilla. *Experimental investigation of thermal and fluid dynamical behavior of flows in open-ended channels : APPLICATION TO BUILDING INTEGRATED PHOTOVOLTAIC (BIPV) SYSTEMS*. PhD thesis, Insa de Lyon, 2013.
- [40] JR Carpenter, DG Briggs, and V. Sernas. Combined radiation and developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating. *Journal of Heat Transfer*, 98 :95–100, 1976.
- [41] X Cheng and U Müller. Turbulent natural convection coupled with thermal radiation in large vertical channels with asymmetric heating. *International journal of heat and mass transfer*, 41(12) :1681–1692, 1998.
- [42] C. Muresan, J. Vareilles, C. Ménézo, S. Julien, and R. Bennacer. Numerical predictions of the fluid flow in a photovoltaic double skin facade. *The 21th Conference on Passive and Low Energy Architecture. Eindhoven, The Netherlands, 19 - 22, 2004*.

- [43] M. Sandberg and B. Moshfegh. Investigation of fluid flow and heat transfer in a vertical channel heated from one side by PV elements, part II-Experimental study. *Renewable Energy*, 8(1-4) :254–258, 1996.
- [44] P. Le Quéré. On the computation of some external or partially enclosed natural convection flows (keynote paper). In *19th Int. Symp. Transport Phenomena, ISTP19. Reykjavik, Iceland*, page 8 pages, 2008.
- [45] A. Campo, O. Manca, and B. Morrone. Numerical analysis of partially heated vertical parallel plates in natural convective cooling. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications*, 36(2) :129–151, 1999.
- [46] N. Bianco and S. Nardini. Numerical analysis of natural convection in air in a vertical convergent channel with uniformly heated conductive walls. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 32(6) :758–769, 2005.
- [47] W. Aung and G. Worku. Developing flow and flow reversal in a vertical channel with asymmetric wall temperatures. *Journal of Heat Transfer*, 108 :299, 1986.
- [48] A.M. Dalbert, J.L. Peube, F. Penot, and J.F. Robert. Etude de l'écoulement dans un collecteur plan. *Revue de Physique Appliquée*, 15(2) :201–206, 1980.
- [49] DB Ingham, DJ Keen, and PJ Heggs. Two dimensional combined convection in vertical parallel plate ducts, including situations of flow reversal. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 26(7) :1645–1664, 1988.
- [50] LS Yao. Free and forced convection in the entry region of a heated vertical channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 26(1) :65–72, 1983.
- [51] S. Ostrach. An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force, 1952.
- [52] A. BEJAN. Convection heat transfer. 2004.
- [53] A. Bejan. *Convection heat transfer*. John Wiley & Sons New York, 1984.
- [54] J.P. Padet. *Principes des transferts convectifs*. Polytechnica, 1997.
- [55] W. Aung, LS Fletcher, and V. Sernas. Developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(11) :2293–2304, 1972.
- [56] KD Kihm, JH Kim, and LS Fletcher. Onset of flow reversal and penetration length of natural convective flow between isothermal vertical walls. *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF HEAT TRANSFER*, 117 :776–776, 1995.
- [57] A. Andreozzi, B. Buonomo, and O. Manca. Numerical study of natural convection in vertical channels with adiabatic extensions downstream. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications*, 47(8) :741–762, 2005.
- [58] F. Bade and P. Haldenwang. High order scheme for thermally driven flows in an open channel. *Computers & Fluids*, 27(2) :273–290, 1998.
- [59] R.K. Engel, W.K. Mueller, and American Society of Mechanical Engineers. An analytical investigation of natural convection in vertical channels. ASME, 1967.

- [60] H. Nakamura, Y. Asako, and T. Naitou. Heat transfer by free convection between two parallel flat plates. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications*, 5(1) :95–106, 1982.
- [61] PH Oosthuizen. A numerical study of laminar free convective flow through a vertical open partially heated plane duct. In *Fundamentals of natural convection/electronic equipment cooling : presented at the 22nd National Heat Transfer Conference and Exhibition, Niagara Falls, New York, August 5-8, 1984*, page 41. American Society of Mechanical Engineers, 1984.
- [62] O. Manca, M. Musto, and V. Naso. Experimental analysis of asymmetrical isoflux channel-chimney systems. *International Journal of Thermal Sciences*, 42(9) :837–846, 2003.
- [63] CF Kettleborough. Transient laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(5) :883–896, 1972.
- [64] Vareilles Julien. *Etude des transferts de chaleur dans un canal vertical différentiellement chauffé : application aux enveloppes photovoltaïques-thermiques*. PhD thesis, Université Lyon 1, 2007.
- [65] T. O’Meara and D. Poulikakos. Experiments on the cooling by natural convection of an array of vertical heated plates with constant heat flux. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 8(4) :313–319, 1987.
- [66] RA Wirtz and RJ Stutzman. Experiments on free convection between vertical plates with symmetric heating. *Journal of Heat Transfer*, 104 :501, 1982.
- [67] C. Ménézo J. Vareilles H. Pabiou M. Fossa E. Léonardi S. Giroux-Julien. Natural convection in a nonuniformly heated channel with application to photovoltaic facades. *Computational Thermal sciences*, 2010.
- [68] T. Aihara. Effects of inlet boundary-conditions on numerical solutions of free convection between vertical parallel plates. *Rep. Inst. High speed Mech. Thoku univ.*, 28 :1–27, 1973.
- [69] Benjamin Gebhart, Yogesh Jaluria, Roop L Mahajan, and Bahgat Sammakia. Buoyancy-induced flows and transport. 1988.
- [70] F. Özkan, M. Wörner, A. Wenka, and H.S. Soyhan. Critical evaluation of cfd codes for interfacial simulation of bubble-train flow in a narrow channel. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 55(6) :537–564, 2007.
- [71] S. Hysing and S. Turek. Evaluation of commercial and academic cfd codes for a two-phase flow benchmark test case.
- [72] P.D. Gaspar, R.F. Barroca, and RA Pitarma. Performance evaluation of cfd codes in building energy and environmental analysis. *Building Simulation 2003*, 2003.
- [73] JM Vanel, R. Peyret, and P. Bontoux. A pseudo-spectral solution of vorticity-stream function equations using the influence matrix technique. In *In Von Karman Inst. for Fluid Dynamics Computational Fluid Dynamics, Volume 1 11 p (SEE N86-32666 24-34)*, volume 1, 1986.
- [74] Kim Motoyochi Kalland. *A Navier-Stokes Solver for Single- and Two-Phase Flow*. PhD thesis, aculty of Mathematics and Natural Sciences University of Oslo, September 2008.

- [75] H.K. Versteeg and W. Malalasekera. *An introduction to computational fluid dynamics : the finite volume method*. Prentice Hall, 1995.
- [76] A.J. Chorin. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems* 1. *Journal of computational physics*, 2(1) :12–26, 1967.
- [77] AJ Chorin. Numerical simulation of the Navier-Stokes equations. *Math. Comp*, 22 :745–762, 1968.
- [78] Jean-Luc Guermond and Peter D Mineev. A new class of fractional step techniques for the incompressible navier–stokes equations using direction splitting. *Comptes Rendus Mathematique*, 348(9) :581–585, 2010.
- [79] A. Bejan. *Convective heat transfer*, 1995.
- [80] P.J. Roache, K.N. Ghia, and F.M. White. Editorial policy statement on the control of numerical accuracy. *Journal of Fluids Engineering*, 108 :2, 1986.
- [81] I. Celik and O. Karatekin. Numerical experiments on application of richardson extrapolation with nonuniform grids. *Journal of fluids engineering*, 119 :584, 1997.
- [82] F. Stern, R.V. Wilson, H.W. Coleman, E.G. Paterson, and IOWA INST OF HYDRAULIC RESEARCH IOWA CITY. *Verification and validation of CFD simulations*. Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa, 1999.
- [83] C.J. Roy. Grid convergence error analysis for mixed-order numerical schemes. *AIAA journal*, 41(4) :595–604, 2003.
- [84] FDS. [Http ://www.fire.nist.gov/fds](http://www.fire.nist.gov/fds).
- [85] E. Chénier, R. Eymard, and O. Touazi. Numerical results using a colocated finite-volume scheme on unstructured grids for incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 49(3) :259–276, 2006.
- [86] O. Touazi, E. Chénier, and R. Eymard. Simulation of natural convection with the colocated clustered finite volume scheme. *Computers & Fluids*, 37(9) :1138–1147, 2008.
- [87] A. Zoubir, S. Xin, S. Giroux-Julien, and C. Ménézo. Etude numérique des transferts thermo-convectifs dans un canal d’air vertical à flux imposé. In *Congrès Français de Thermique. SFT, Perpignan*, page 163–168., 2011.
- [88] openF. [http ://www.openfoam.com](http://www.openfoam.com). 2012.
- [89] R. Peyret and T.D. Taylor. *Computational methods for fluid flow*. New York, Springer-Verlag, 1985, 368 p., 1, 1985.
- [90] S. Vincent, J.P. Caltagirone, P. Lubin, and T.N. Randrianarivelo. An adaptative augmented lagrangian method for three-dimensional multimaterial flows. *Computers & fluids*, 33(10) :1273–1289, 2004.
- [91] M. Fortin and R. Glowinski. *Méthodes de lagrangien augmenté-applications à la résolution numérique de problèmes aux limites*. Paris, Dunod, 1982.
- [92] P. Angot, J.P. Caltagirone, P. Fabrie, et al. A fast vector penalty-projection method for incompressible non-homogeneous or multiphase navier-stokes problems. 2012.
- [93] P. Le Quéré C. Garnier, A. Sergent. Modélisation numérique d’un canal vertical asymétriquement chauffé avec une condition aux limites à l’entrée de type vorticité. In *Congrès Français de Thermique*, 2012.

- [94] Adrian Bejan. Heat transfer. 1993, 1971.
- [95] G de Vahl Davis. Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 11(11) :1675–1693, 1968.
- [96] Simon Ostrach. Natural convection in enclosures. *Advances in heat transfer*, 8 :161–227, 1972.
- [97] Patrick Le Quéré, Catherine Weisman, Henri Paillère, Jan Vierendeels, Erik Dick, Roland Becker, Malte Braack, and James CW Locke. Modelling of natural convection flows with large temperature differences : a benchmark problem for low mach number solvers. part 1, reference solutions. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 39(3) :609–616, 2005.
- [98] P Le Quéré. Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high rayleigh number. *Computers & Fluids*, 20(1) :29–41, 1991.
- [99] HF Oztop, I Dagtekin, and A Bahloul. Comparison of position of a heated thin plate located in a cavity for natural convection. *International communications in heat and mass transfer*, 31(1) :121–132, 2004.
- [100] A. Auletta, O. Manca, B. Morrone, and V. Naso. Heat transfer enhancement by the chimney effect in a vertical isoflux channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(22) :4345–4357, 2001.
- [101] EM Sparrow and PA Bahrami. Experiments on natural convection from vertical parallel plates with either open or closed edges. *Journal of Heat Transfer*, 102 :221, 1980.
- [102] EH Ridouane, M. Hasnaoui, A. Amahmid, and A. Raji. Interaction between natural convection and radiation in a square cavity heated from below. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications*, 45(3) :289–311, 2004.
- [103] G. Lauriat and G. Desrayaud. Effect of surface radiation on conjugate natural convection in partially open enclosures. *International journal of thermal sciences*, 45(4) :335–346, 2006.
- [104] O. Miyatake, H. Tanaka, T. Fujii, and M. Fujii. Natural convective heat transfer between vertical parallel plates- One plate with a uniform heat flux and the other thermally insulated. *Heat Transfer-Japanese Research*, 2 :25–33, 1973.
- [105] M. Fossa, C. Ménézo, and E. Leonardi. Experimental natural convection on vertical surfaces for building integrated photovoltaic (bipv) applications. *Experimental thermal and fluid science*, 32(4) :980–990, 2008.
- [106] D. Ospir, C. Popa, C. Chereches, G. Polidori, and S. Fohanno. Flow visualization of natural convection in a vertical channel with asymmetric heating. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2012.
- [107] T. Yilmaz and S.M. Fraser. Turbulent natural convection in a vertical parallel-plate channel with asymmetric heating. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(13-14) :2612–2623, 2007.
- [108] Turgut Yilmaz and Alastair Gilchrist. Temperature and velocity field characteristics of turbulent natural convection in a vertical parallel-plate channel with asymmetric heating. *Heat and mass transfer*, 43(7) :707–719, 2007.

- [109] Ghar Ek Lau, Victoria Timchenko, Christophe Menezo, Stephanie Giroux-Julien, Marco Fossa, Estibaliz Sanvicente, John A Reizes, and Guan Heng Yeoh. Numerical and experimental investigation of unsteady natural convection in a vertical open-ended channel. *Computational Thermal Sciences*, 4(5), 2012.
- [110] Ghar Ek Lau. *Natural convection in building-integrated photovoltaic systems : A computational study*. PhD thesis, School of Mechanical and Manufacturing Engineering Faculty of Engineering, UNSW Australia., March 2013.
- [111] AG Fedorov and R. Viskanta. Turbulent natural convection heat transfer in an asymmetrically heated, vertical parallel-plate channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(16) :3849–3860, 1997.
- [112] B. Moshfegh and M. Sandberg. Flow and heat transfer in the air gap behind photovoltaic panels. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2(3) :287–301, 1998.
- [113] Yogesh Jaluria and Benjamin Gebhart. On transition mechanisms in vertical natural convection flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 66 :309–337, 1974.
- [114] RL Mahajan and B Gebhart. An experimental determination of transition limits in a vertical natural convection flow adjacent to a surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 91 :131–154, 1979.
- [115] SO Abah, BE Eletta, and SO Omale. The numerical analysis of the effect of free convection heat and mass transfer on the unsteady boundary layer flow past a vertical plate. *International Journal of Theoretical and Mathematical Physics*, 2(3) :33–36, 2012.
- [116] Ana-Maria Bianchi, Yves Fautrelle, and Jacqueline Etay. *Transferts thermiques*. PPUR presses polytechniques, 2004.
- [117] T. Aihara, S. Maruyama, and JS Choi. Laminar free convection with variable fluid properties in vertical ducts of different cross-sectional shapes. In *Proceedings of the 8th International Heat Transfer Conference, San Francisco, USA*, pages 1581–1586, 1986.
- [118] Sangsan Lee, Sanjiva K Lele, and Parviz Moin. Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 4 :1521, 1992.
- [119] M Klein, A Sadiki, and J Janicka. A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. *Journal of Computational Physics*, 186(2) :652–665, 2003.
- [120] N Jarrin, S Benhamadouche, D Laurence, and R Prosser. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27(4) :585–593, 2006.
- [121] AS Kheireddine, M.H. Sanda, SK Chaturvedi, and TO Mohieldin. Numerical prediction of pressure loss coefficient and induced mass flux for laminar natural convective flow in a vertical channel. *Energy*, 22(4) :413–423, 1997.
- [122] Y. CHERIF, A. JOULIN, L. Zalewska, and S. LASSUE. Outils pour l'étude expérimentale de la convection naturelle entre plaques planes verticales différenciellement chauffées. In *Congrès Français de Thermique, Vol 18*, 2010.
- [123] J.M. Mihaljan. A Rigorous Exposition of the Boussinesq Approximations Applicable to a Thin Layer of Fluid. *The Astrophysical Journal*, 136 :1126, 1962.

Bibliographie

- [124] D.D. Gray and A. Giorgini. The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 19(5) :545–551, 1976.
- [125] N. Sobel, F. Landis, and WK Mueller. Natural convection heat transfer in short vertical channels including the effect of stagger. volume 2, pages 121–125, 1966.
- [126] W.M. Rohsenow, J.P. Hartnett, and E.N. Ganić. *Handbook of heat transfer applications*. McGraw-Hill Companies, 1985.
- [127] A La Pica, G Rodono, and R Volpes. An experimental investigation on natural convection of air in a vertical channel. *International journal of heat and mass transfer*, 36(3) :611–616, 1993.
- [128] LI Ru. Numerical simulations of natural or mixed convection in vertical channels. 2013.
- [129] R.K. Shah and A.L. London. *Laminar flow forced convection in ducts : a source book for compact heat exchanger analytical data*. Academic press New York, 1978.
- [130] SAM Burek and A. Habeb. Air flow and thermal efficiency characteristics in solar chimneys and Trombe Walls. *Energy and Buildings*, 39(2) :128–135, 2007.
- [131] Nicola Bianco, Luigi Langelotto, Oronzio Manca, and Sergio Nardini. Radiative effects on natural convection in vertical convergent channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(17) :3513–3524, 2010.
- [132] Oronzio Manca and Vincenzo Naso. Experimental analysis of natural convection and thermal radiation in vertical channels. *ASME HTD*, 145 :13–21, 1990.

Appendices

Annexe A

Sensibilité de la convection naturelle dans un canal vertical aux conditions aux limites dynamiques

La définition des conditions aux limites entrée/sortie en convection naturelle dans un canal ouvert chauffé, a fait l'objet de plusieurs investigations dans la littérature. Des études tant expérimentales que numériques [48][49][6][7][8] se sont penchées sur la manière de traduire la chute de pression à l'entrée du canal mais aussi de traduire l'écoulement de retour en sortie du canal dans le cas d'un chauffage asymétrique du canal (cf. Fig. A.1). Ce cas d'étude particulier a fait l'objet d'un exercice de benchmark numérique mis en place par le GDR-AmeTh dont le but est de tester plusieurs conditions aux limites dynamiques. Le cas choisit dans ce benchmark est le cas expérimental de Webb et Hill [37]. Il s'agit d'un écoulement de convection naturelle dans un canal vertical de hauteur L , de largeur d (cf. Fig. A.2). L'une des parois est chauffée en densité de flux, l'autre paroi est adiabatique. Dans le cadre de ce benchmark, nous allons étudier la sensibilité de la convection naturelle vis-à-vis de différentes conditions aux limites en pression à l'entrée et en sortie du canal.

Influence des conditions aux limites dynamiques sur la température et sur l'échange thermique

La figure A.3 regroupe des coupes horizontales de la température le long du canal vertical. D'un point de vue qualitatif, le champ de température n'est pas influencé par les différentes conditions aux limites imposées à l'entrée et en sortie du canal. On peut remarquer une petite différence pour la coupe horizontale de la vitesse verticale à $Y = A$ au point du début de l'écoulement de retour, qui est dû aux différences entre les tailles des écoulements de retour pour différentes conditions aux limites en pression. Quant aux nombres de Nusselt moyens et locaux (voir tableau A.1), ils sont légèrement modifiés pour les quatre conditions aux limites. En effet, l'écart maximal en nombre de Nusselt ne dépasse pas 2.5% pour les différents cas. On peut constater donc, que la distribution de la température à l'intérieur de la couche limite thermique est la même pour les différentes conditions aux limites en pression malgré la différence des profils de vitesse (voir figure A.4). Nous rejoignons ainsi les remarques de

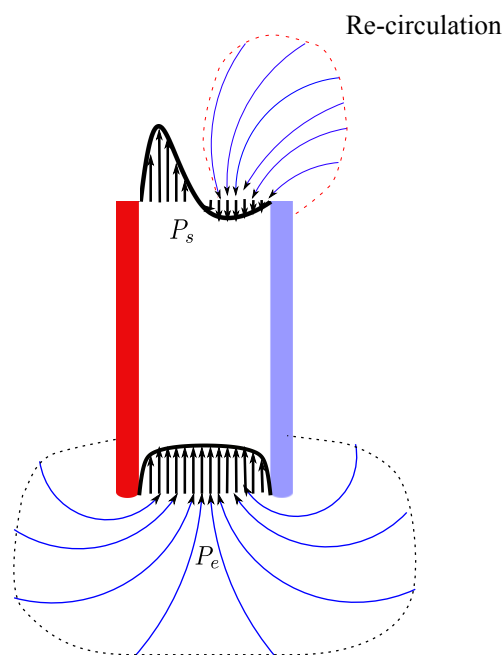


FIGURE A.1 – Phénomènes de chute de pression à l'entrée et en sortie du canal.

Marcondes et al. [7] qui stipulent que du moment où les conditions aux limites en pression ne changent pas l'épaisseur de la couche limite thermique, le transfert thermique n'est pas affecté dans le canal. Ces remarques sont confirmées par le calcul des nombres de Nusselt moyens et locaux. En effet, les nombres de Nusselt \overline{Nu}_1 et \overline{Nu}_2 sont quasiment identiques au moins le long de la partie chauffée du canal pour $BG0 - BG - BL0 - BL$ (cf. Tableau A.1). Quant à la température débitante (inversement proportionnelle à la vitesse moyenne), elle est différente entre les conditions aux limites locale et globale en pression (voir tableau A.1). Cela est lié aux différences en terme de vitesse moyenne qui s'avère être plus influencée par ces conditions aux limites.

Influence des conditions aux limites sur le champ de vitesse

La figure A.4 regroupe des coupes horizontales de la vitesse verticale le long du canal vertical. Les profils de vitesses sont plats à l'entrée du canal pour ($BL, BL0$) et sont paraboliques pour ($BG, BG0$). A $Y = A/4$, les profils sont paraboliques pour les quatre jeux de conditions aux limites. On peut remarquer aussi qu'à partir de $Y = A/2$, les vitesses maximales sont quasiment les mêmes dans la couche limite dynamique. Cela est dû au fait que les forces de pression n'ont aucune influence sur l'épaisseur de la couche limite thermique ou la force d'Archimède et le seul moteur de l'écoulement. En dehors de la couche limite thermique, les vitesses sont plus importantes en utilisant des conditions aux limites en pression du type $BG - BG0$. Par conséquent, le débit obtenu pour $BG - BG0$ est plus grand que celui obtenu par $BL - BL0$. Par ailleurs, l'utilisation des conditions aux limites type Bernoulli locale implique une longueur de pénétration, des tailles d'écoulement de retour d_{er} et de recirculation d_{rc} plus importantes que celles obtenues dans le cas de Bernoulli globale (cf. Figures A.5 et Tableau A.2). Par

Sensibilité de la convection naturelle dans un canal vertical aux conditions aux limites dynamiques

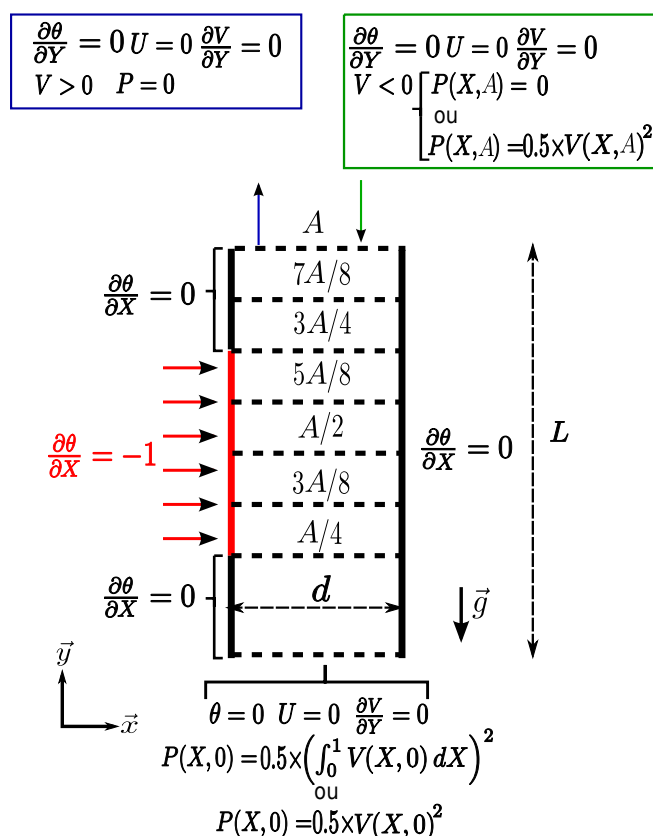


FIGURE A.2 – Géométrie 2D avec conditions aux limites thermiques et dynamiques du benchmark [14].

Dieudonné répond à Patrick Cohen et Timsit

conséquent, le débit entrant par la partie supérieure G_{es} est plus important en utilisant $BL - BL0$. De plus, la mise à zéro de la pression en sortie conduit à une augmentation de d_{er} et d_{rc} .

La figure A.6 présente les profils de pression verticaux pour les quatre conditions aux limites $BG - BG0 - BL - BL0$. La pression diminue à l'entrée du canal à cause de la perte de charge et augmente à partir de la partie chauffée du canal dans laquelle la force d'Archimède devient active. Notez également que le gradient de pression $-\partial p / \partial Y$ est plus important dans la partie amont du canal pour BL et $BL0$. Cela est dû à la longueur d'établissement du profil de vitesse (pour passer d'un profil plat à $Y = 0$ à un profil parabolique à $Y = A/4$) qui est plus importante pour BL et $BL0$. En effet, dans le cas $BG - BG0$, le gradient de pression évolue de manière linéaire en fonction de la hauteur, ce qui montre que le profil de vitesse est établi à l'entrée.

Nous avons ainsi effectué une étude sur l'influence des conditions aux limites en pression $BL - BL0 - BG - BG0$ sur l'écoulement et le transfert thermique. Nous avons remarqué que ces conditions aux limites ont peu d'influence sur le transfert thermique i.e. le nombre de Nusselt est quasiment identique le long de la partie chauffée pour les différentes conditions aux limites. Toutefois, la température débitante est plus sensible aux conditions aux limites en pression. Par ailleurs, nous avons constaté que l'utilisation d'une pression de type Bernoulli globale implique

Sensibilité de la convection naturelle dans un canal vertical aux conditions aux limites dynamiques

$N_i * N_j = 200 * 1200; Ra = 5.10^5; A = 10$				
	BG0	BG	BL0	BL
Nu_1	6.93	6.97	6.84	6.91
$Nu_1[\frac{3A}{8}]$	7.28	7.32	7.20	7.27
$Nu_1[\frac{A}{2}]$	6.23	6.26	6.17	6.22
$Nu_1[\frac{5A}{8}]$	5.69	5.72	5.63	5.68
$Nu_1[\frac{3A}{4}]$	5.67	5.69	5.60	5.65
$Nu_1[\frac{7A}{8}]$	9.89	9.96	9.71	9.84
$Nu_1[A]$	11.95	12.05	11.70	11.87

$N_i * N_j = 200 * 1200; Ra = 5.10^5; A = 10$				
	BG0	BG	BG0	BG
Nu_2	6.93	6.97	6.84	6.91
$Nu_2[\frac{3A}{8}]$	8.25	8.21	8.45	8.29
$Nu_2[\frac{A}{2}]$	7.80	7.67	8.27	7.89
$Nu_2[\frac{5A}{8}]$	7.85	7.64	8.61	7.99
$Nu_2[\frac{3A}{4}]$	8.89	8.53	10.34	9.15
$Nu_2[\frac{7A}{8}]$	27.09	23.94	47.52	29.71
$Nu_2[A]$	51.31	40.99	282.96	61.36

$N_i * N_j = 200 * 1200; Ra = 5.10^5; A = 10$				
	BG0	BG	BL0	BL
$\theta_b[\frac{3A}{8}]$	0.0161	0.0147	0.0206	0.0171
$\theta_b[\frac{A}{2}]$	0.0321	0.0293	0.0410	0.0340
$\theta_b[\frac{5A}{8}]$	0.0482	0.0440	0.0615	0.0510
$\theta_b[\frac{3A}{4}]$	0.0641	0.0585	0.0818	0.0679
$\theta_b[\frac{7A}{8}]$	0.0642	0.0586	0.0820	0.0680
$\theta_b[A]$	0.0642	0.0586	0.0819	0.0679

Tableau A.1 – Les nombres de Nusselt locaux et moyens et les températures débitantes pour les quatre conditions aux limites BG – BG0 – BL – BL0. Les données sont prises à différentes hauteurs du canal.

un débit plus important que dans le cas d'une pression de type Bernoulli locale. De plus, le profil de vitesse obtenu avec (BG, BG0) est parabolique alors qu'il est plat pour (BL, BL0). En dépit des différences constatées, les quantités physiques globales (débits et Nusselt) sont très proches pour les différentes conditions aux limites.

$N_i * N_j = 200 * 1200; Ra = 5.10^5; A = 10$				
	GB0	GB	LB0	LB
V_e	0.1099	0.1205	0.0861	0.1039
G_{es}	0.0249	0.0176	0.0399	0.0263
$V_{e,max}$	0.1649	0.1808	0.0968	0.1159
$V_{s,max}$	0.4946	0.4943	0.4922	0.4897
d_{er}	0.503	0.478	0.553	0.523
d_{rc}	0.700	0.655	0.768	0.716

Tableau A.2 – Influence des conditions aux limites en pression (BG), (BG0), (BL), (BL0) sur la vitesse moyenne, le débit entrant en sortie, les vitesses maximales, la taille de l'écoulement de retour et la taille de recirculation.

Sensibilité de la convection naturelle dans un canal vertical aux conditions aux limites dynamiques

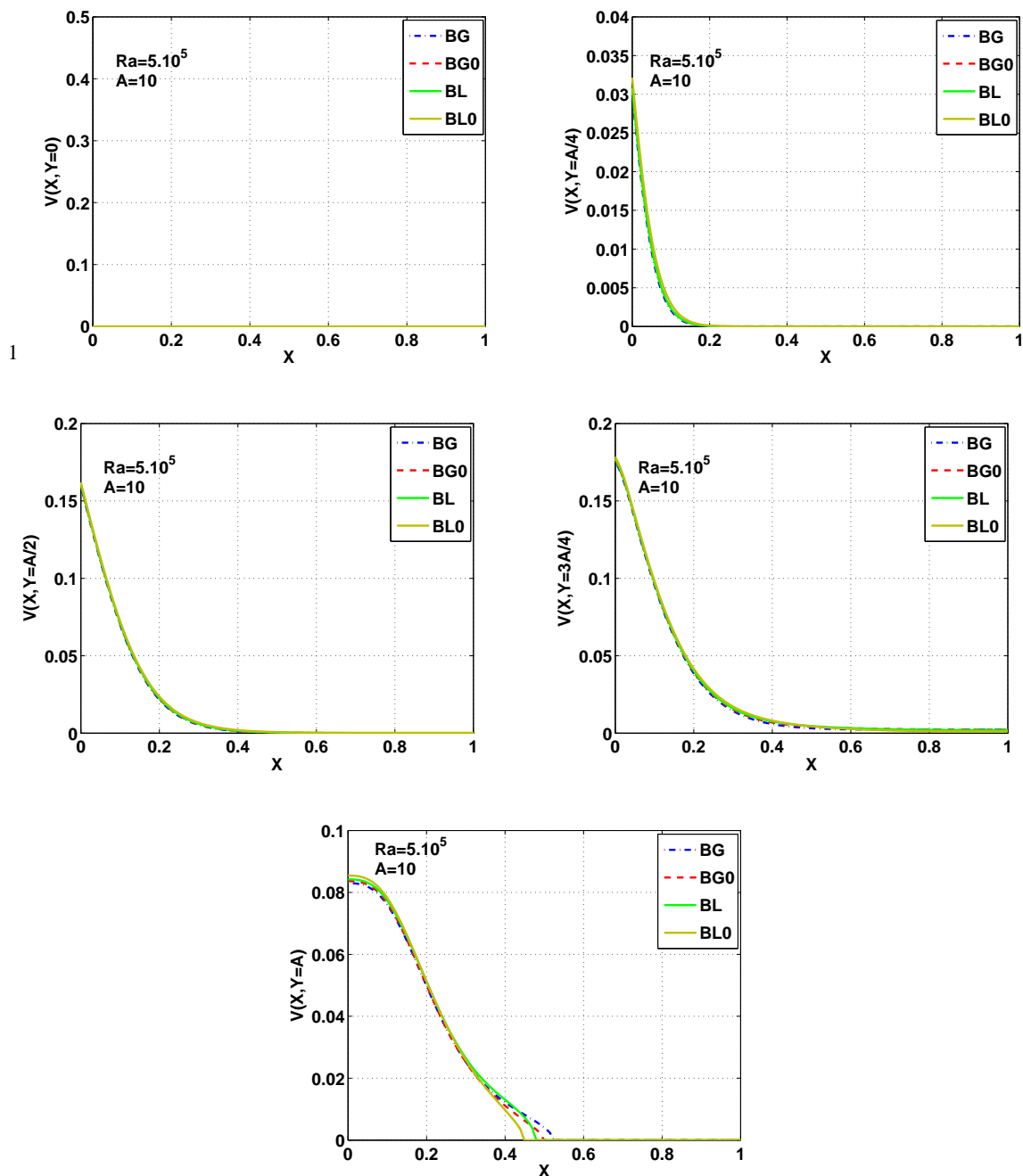


FIGURE A.3 – Profils de Température le long du canal pour différentes sections horizontales et différentes conditions aux limites en pression BL – BL0 – BG – BG0.

Sensibilité de la convection naturelle dans un canal vertical aux conditions aux limites dynamiques

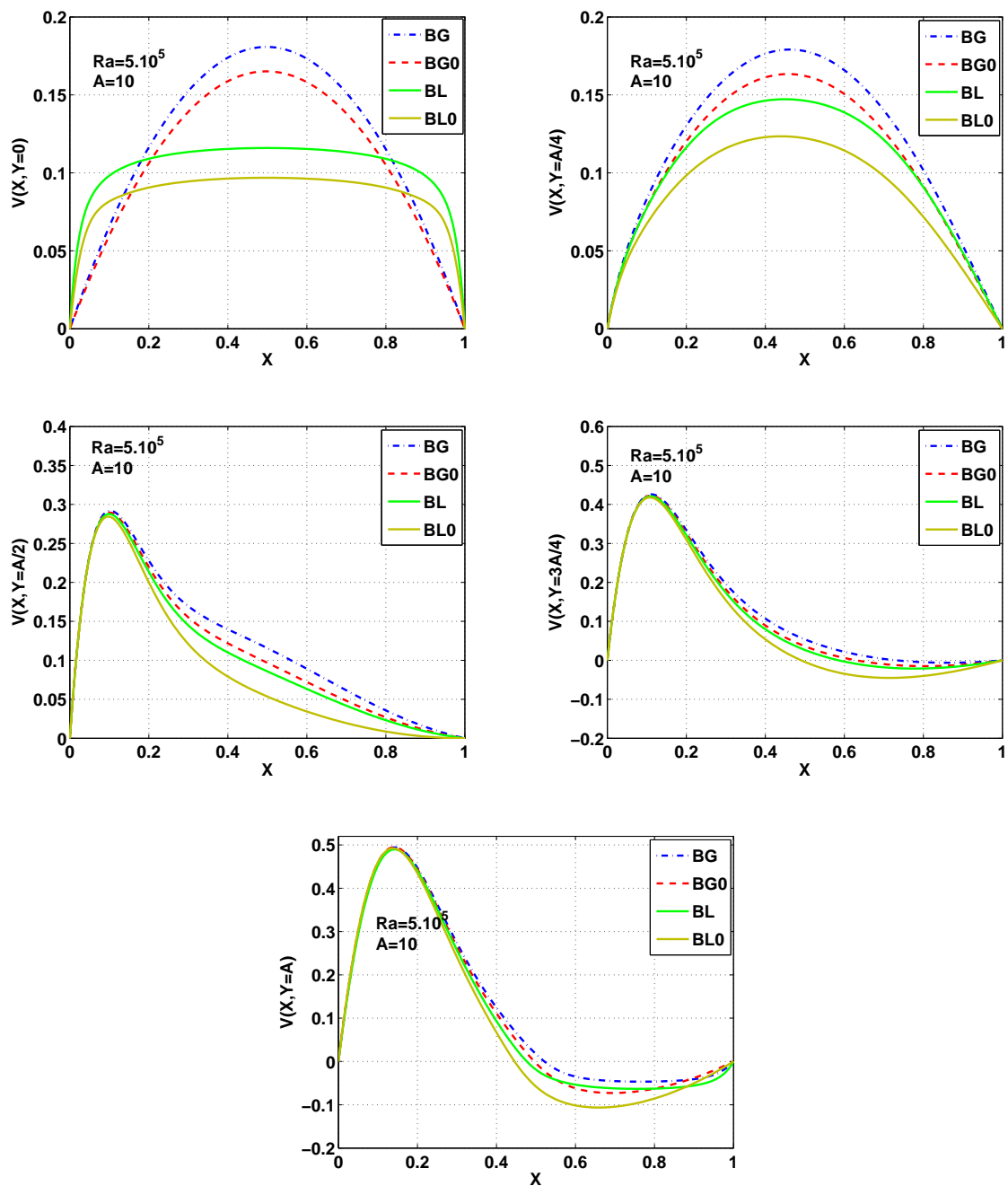


FIGURE A.4 – Profils de vitesse verticale le long du canal pour différentes sections horizontales et différentes conditions aux limites en pression.

Sensibilité de la convection naturelle dans un canal vertical aux conditions aux limites dynamiques

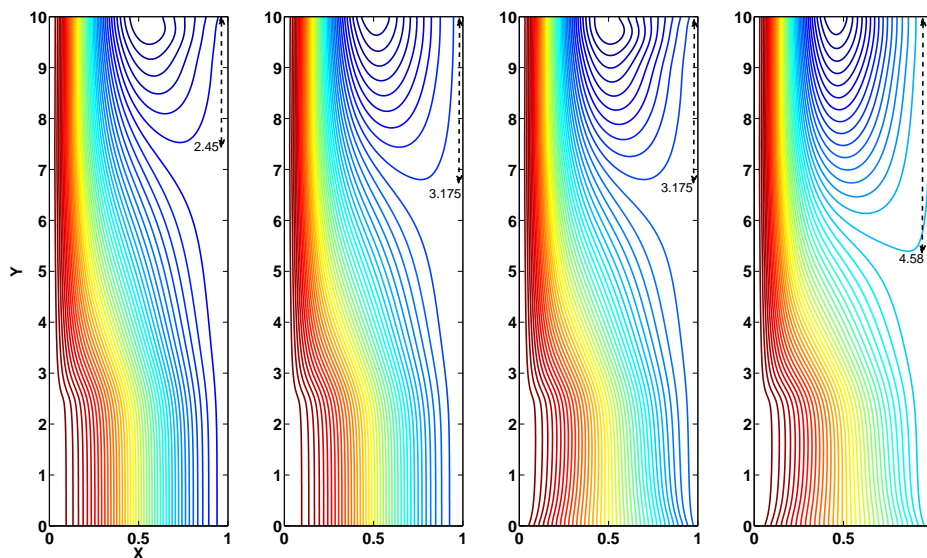


FIGURE A.5 – Influence des conditions aux limites (de gauche à droite (GB, GB0, LB, LB0)) sur la pénétration de l'écoulement de retour.

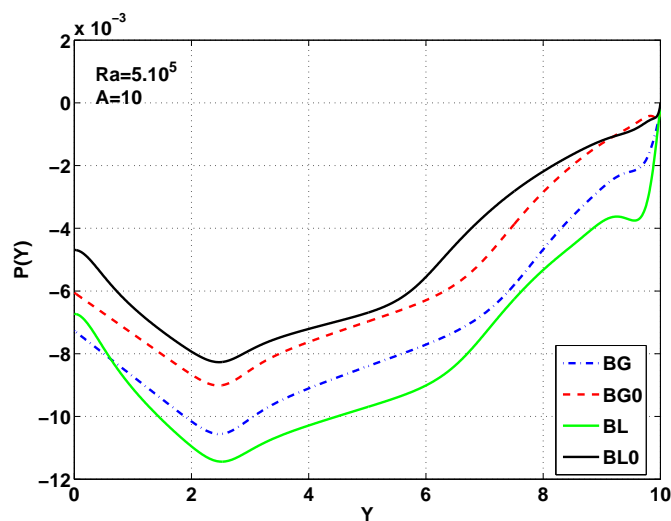


FIGURE A.6 – Profil vertical de la pression le long du canal pour différentes conditions aux limites en pression BL – BL0 – BG – BG0.

Annexe B

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

Ce travail s'inscrit dans la continuité des simulations réalisées dans le cadre du benchmark [14] et vise à mettre en évidence les effets du rayonnement thermique sur l'écoulement et les transferts de chaleur dans un canal vertical chauffé en densité de flux.

La configuration mise sous investigations est présentée dans la figure II.3. Dans un premier temps, les résultats sont obtenus avec une différence de température adimensionnelle de $\Delta T = 23.2K$. Le nombre de Rayleigh est pris égal à $Ra_d = 5.10^5$. La longueur de référence ainsi que la densité de flux correspondantes sont respectivement $L_{ref} = 0.058 m$ et $q_w = 10 W/m^2$. Nous avons ensuite obtenus des résultats en fixant la longueur de référence $d = 0.02 m$ et en variant le nombre de Rayleigh entre $Ra_d = 10^3$ et $Ra_d = 10^5$, ce qui correspond à des densités de flux pariétales allant de $q_w = 14.46 W/m^2$ à $q_w = 1446 W/m^2$. Dans ce cas, la variation du nombre de Ra_d est simplement due à celle de la densité de flux pariétale. Le rapport de forme du canal est pris égale à $A = 10$. Les émissivités sont prises entre $\varepsilon = 0$ et 0.9 et la température ambiante est égale à $T_0 = 293.5 K$.

On discute ci-dessous l'influence de l'émissivité sur le champ de température, sur le champ de vitesse et sur le transfert de chaleur (nombre de Nusselt). Nous nous contentons dans un premier temps d'utiliser une seule condition au limite dynamique $GB0$. Nous présentons par la suite l'influence des différentes conditions aux limites dynamiques sur la convection naturelle couplée au rayonnement.

Influence de l'émissivité

La figure B.10 illustre la distribution de la température pour différentes hauteurs du canal et pour différentes émissivités. En absence de rayonnement entre surfaces $\varepsilon = 0$, la température sur la surface droite (adiabatique) est quasiment égale à la température ambiante (cf. Fig. B.3). Quand $\varepsilon \neq 0$, les températures sur la partie chauffée et la paroi adiabatique supérieure gauche diminuent alors qu'elle accroît celles de la paroi droite ainsi que celles de la partie adiabatique inférieure gauche (cf. Fig. B.3). En effet, l'échange thermique par rayonnement

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

entre surfaces diminue le flux de chaleur pariétal de la paroi gauche en le redistribuant sur les parois adiabatiques.

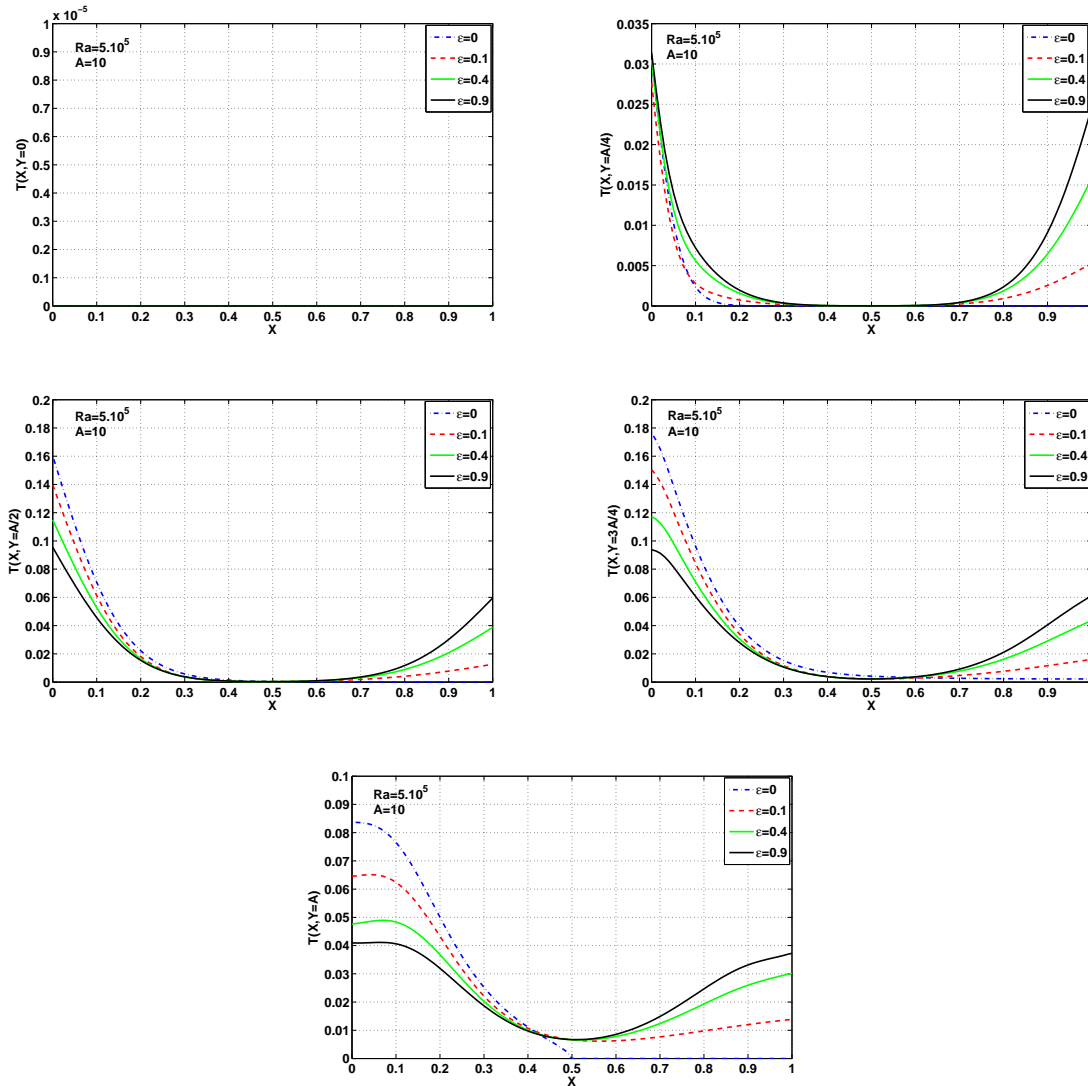


FIGURE B.1 – Influence de l'émissivité sur les profils de températures.

Les résultats en terme de nombres de Nusselt sont présentés dans le tableau B.1. Les nombres Nusselt convectifs et radiatifs au niveau de la paroi gauche augmentent de façon significative en présence du rayonnement entre surfaces. L'augmentation de l'émissivité des parois s'accompagne par l'augmentation de l'échange convectif et radiatif au niveau de la paroi chauffée.

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

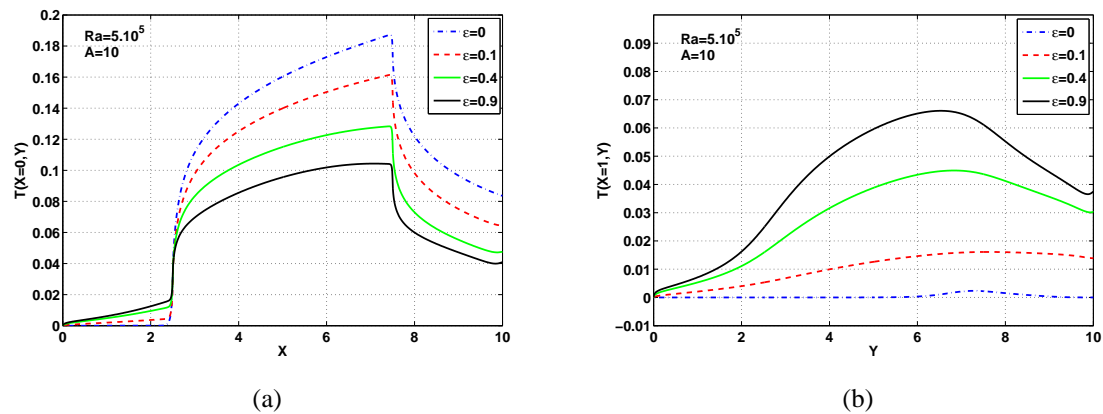


FIGURE B.2 – Profils de température sur les parois verticales gauche (a) et droite (b) pour différentes émissivités.

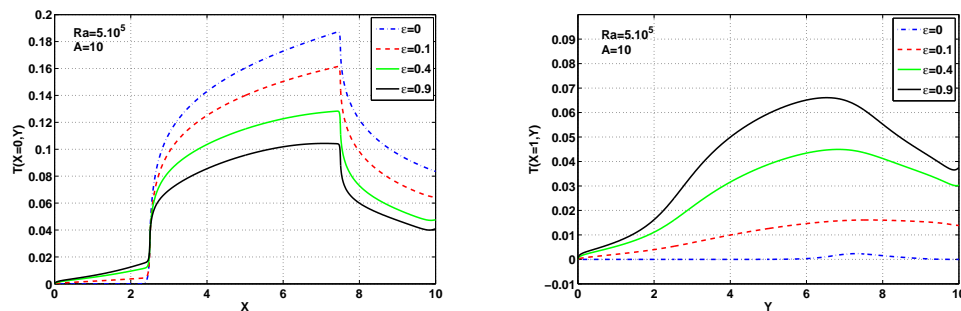


FIGURE B.3 – Profils de température sur les parois verticales gauche et droite respectivement de gauche à droite pour différentes émissivités.

$N_i * N_j = 100 * 1000; Ra = 5.10^5; A = 10; \Delta T = 23.2; Lref = 0.058$				
	$\epsilon = 0$	$\epsilon = 0.1$	$\epsilon = 0.4$	$\epsilon = 0.9$
Nu_c	7.583	8.336	10.517	12.645
$Nu_{\frac{3A}{8}}$	7.981	8.753	11.133	13.536
$Nu_{\frac{A}{7}}$	6.549	7.538	9.689	11.643
$Nu_{\frac{5A}{8}}$	5.852	6.932	9.036	10.897
$Nu_{\frac{3A}{4}}$	5.762	7.090	9.790	12.254
$Nu_{\frac{7A}{8}}$	10.272	13.814	19.207	21.203
Nu_A	12.440	16.893	23.181	25.379
Nu_r	0	0.1906	0.4147	0.5440
$Nu_r(rw)$	0	0.1107	0.2609	
\overline{V}_{ms}	0.31467	0.2034	0.2414	0.2497
V_{me}	0.3142	0.2032	0.2411	0.2493
G_{es}	0	0	0	0
$V_{e,max}$	0.3355	0.2197	0.2593	0.2678
$V_{s,max}$	0.4638	0.4437	0.3871	0.3524

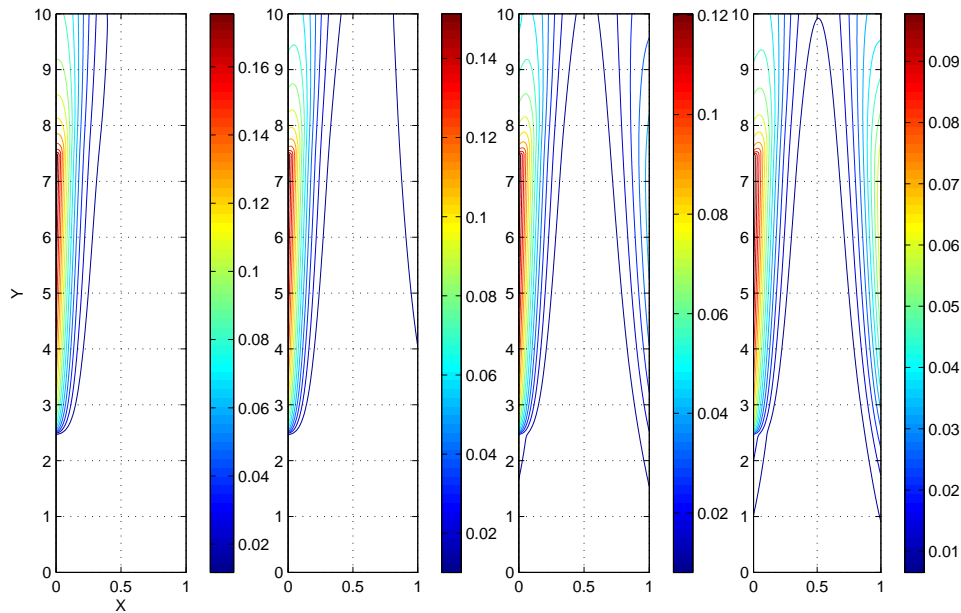


FIGURE B.4 – Influence de l'émissivité sur les isothermes. Les émissivité sont $\epsilon = 0, 0.1, 0.4, 0.9$ respectivement de gauche à droite.

Tableau B.1 – Influence de l'émissivité des parois sur le transfert thermique en chauffage symétrique (nombres de Nusselt), sur le débit et sur les vitesses maximales en entrée et en sortie du canal.

En convection pure, l'air chauffé au niveau de la paroi monte par convection naturelle et crée une couche limite dynamique le long de la paroi chauffée. Pour alimenter cette couche limite, l'air rentre par le haut (l'alimentation par le bas n'étant pas suffisante ; cf B.6 pour $\epsilon = 0$). En présence du rayonnement entre surfaces, la redistribution de l'énergie fournie par la paroi chauffée se traduit par la diminution l'écoulement le long de la paroi gauche et l'apparition d'un écoulement secondaire le long de la paroi droite. Ce nouvel écoulement fait disparaître une éventuelle recirculation au niveau de la sortie. Par conséquent, l'effet cheminée devient plus important ce qui augmente considérablement le débit dans le canal. L'évolution des vitesses maximales à l'entrée et en sortie du canal est donnée dans le tableau B.1.

Influence du nombre de Rayleigh

d'après les résultats précédents, il est clair que l'échange thermique par rayonnement entre parois influence le transfert thermique et l'écoulement au sein du canal. Les figures B.14, B.8 et B.9 représentent les températures pariétales, les champs de vitesse et de température pour différentes émissivités $\epsilon = 0, 0.1, 0.9$ et différents nombres de Rayleigh. D'abord, en augmentant le nombre de Ra_d , les couches limites thermique et dynamique deviennent plus fines favorisant ainsi plus d'échange thermique par convection. De plus, l'échange thermique par rayonnement

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

devient plus important en augmentant l'émissivité. L'augmentation du nombre de Rayleigh crée des couches limites indépendantes i.e. l'écoulement près d'une paroi est équivalent à celui le long d'une plaque plane en convection naturelle (écoulement en régime de couche limite). Ceci résulte à la réduction des températures des parois chauffées (voir figure B.14). Notons également que, la température des parois non chauffées augmentent avec l'émissivité pour tous les nombres de Rayleigh. Toutefois, la température des parois non chauffées augmente avec le nombre du Rayleigh à cause de l'apport d'énergie thermique (venant des parois chauffées) qui devient important. Cette énergie est partiellement transférée sous forme mécanique dans le fluide pour le mettre en mouvement. L'écoulement s'intensifie au niveaux des parois fur et à mesure que nous augmentons l'émissivité et le nombre de Rayleigh (voir figure B.9). En regardant les lignes de courant, nous pouvons constater que les couches limites dynamiques créées au niveau des parois non chauffées, donnent naissance à des écoulement secondaires qui rendent les lignes de courant plus droites, éliminant ainsi un possible écoulement de retour.

	V_{max}					
	$Ra_d = 10^3$		$Ra_d = 10^4$		$Ra_d = 10^5$	
	Nu_c	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$
$A = 0.01$	0.43	0.30	0.33	0.09	0.15	0.06
$A = 0.02$	0.43	0.27	0.32	0.09	0.16	0.05
$A = 0.16$	0.39	0.16	0.12	0.07	0.05	0.04
$A = 0.32$	0.21	0.14	0.11	0.07	0.05	0.05
$A = 0.48$	0.19	0.14	0.11	0.08	0.06	0.05
$A = 0.64$	0.19	0.14	0.12	0.08	0.06	0.05
$A = 0.8$	0.19	0.15	0.12	0.09	0.06	0.06
$A = 0.96$	0.19	0.15	0.12	0.09	0.06	0.06

Tableau B.2 – Abscisses des valeurs maximales de vitesse dans l'eau et dans l'air pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 5$.

Influence des conditions aux limites en pression

On peut faire la même remarque que dans le cas de la convection pure : le champ de température est quasiment inchangé pour différentes conditions aux limites dynamiques en présence du rayonnement. Cela est suggéré par les valeurs des nombres de Nusselt local calculés à plusieurs hauteurs du canal (cf. Tableau B.3). La figure B.12 regroupe les coupes horizontales de la vitesse verticale le long du canal en présence du rayonnement de surfaces. Les conditions aux limites $BG0$ et BLO donnent respectivement les mêmes résultats en terme de température et de vitesse que BG et BL . En effet, la disparition de l'écoulement de retour en présence du rayonnement implique une pression nulle en sortie du canal pour toutes les conditions aux limites dynamiques en pression. Cela veut dire que BLO et BL donnent des résultats identiques en présence du rayonnement entre surfaces (idem pour $BG0$ et BG). Le tableau B.3 regroupe des résultats qualitatifs en terme de nombres de Nusselt (locaux et moyens), de débits et de vitesses maximales à l'entrée et en sortie du canal. La différence entre les débits est d'environ 15% pour $BG0$ et BLO , la différence en moyenne entre les nombres de Nusselt ne dépasse pas

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

3%. Par ailleurs, le profil de vitesse correspondant à $BL0$ est plat à l'entrée du canal tandis qu'il est parabolique pour $BG0$.

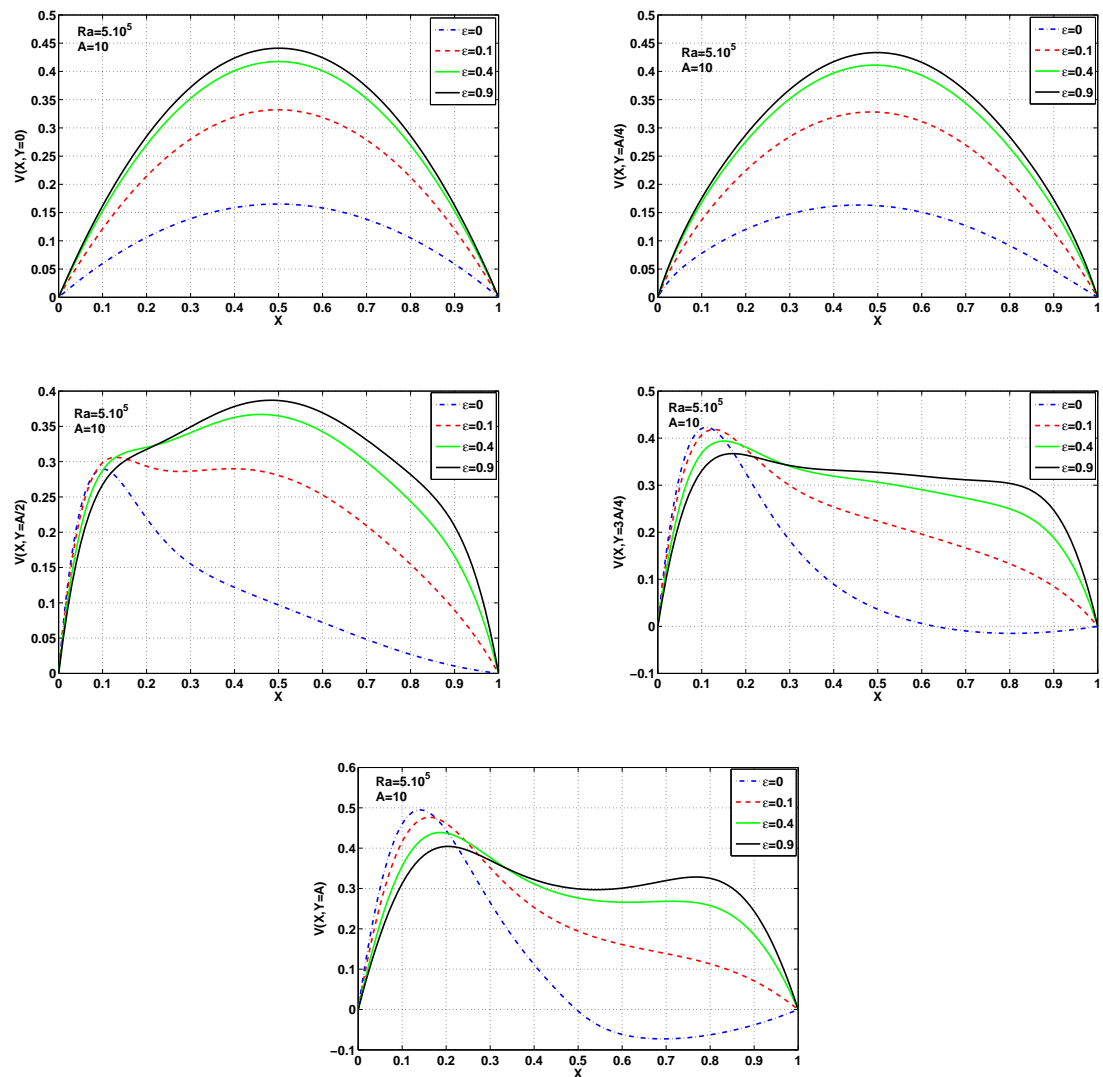


FIGURE B.5 – Profils de vitesse le long du canal pour différentes sections horizontales et pour différentes conditions aux limites dynamiques.

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

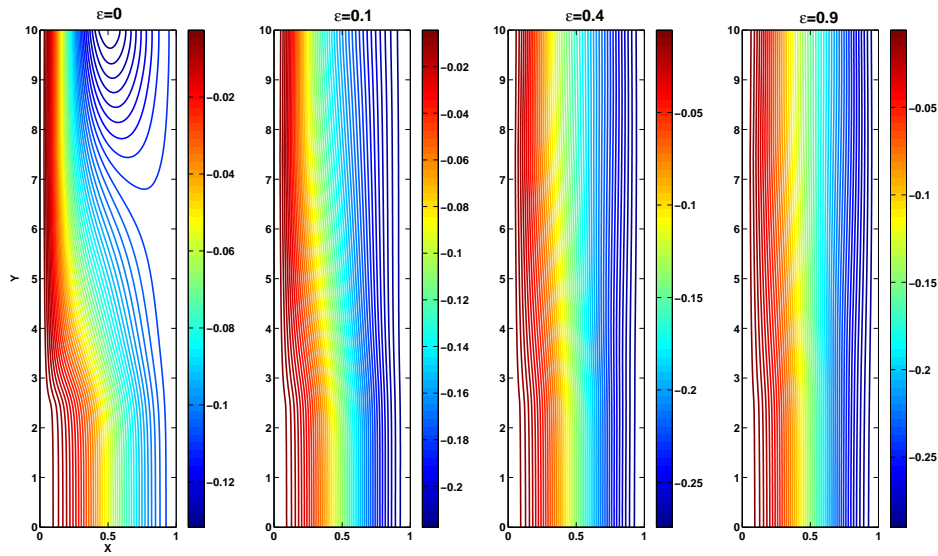


FIGURE B.6 – Influence de l'émissivité sur les lignes de courant à $Ra_d = 5 \times 10^5$.

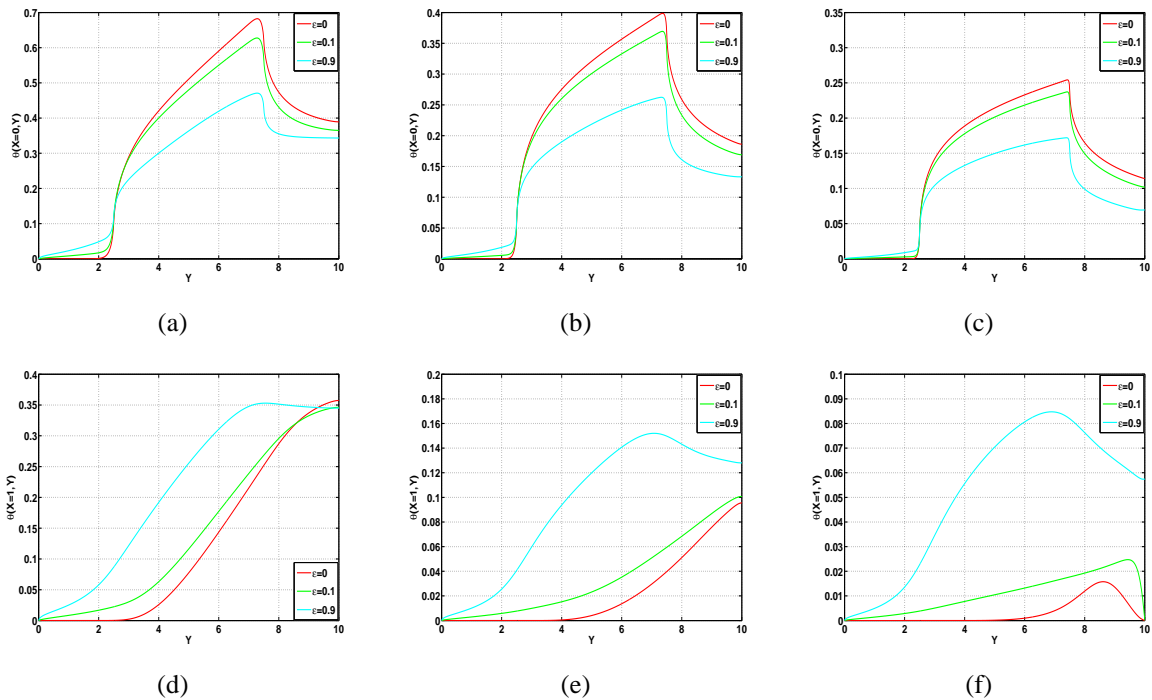


FIGURE B.7 – Température pariétales (gauches en haut; droites en bas) avec et sans rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités. $Ra_d = 10^3$ (a)/(d); $Ra_d = 10^4$ (b)/(e); $Ra_d = 10^5$ (c)/(f).

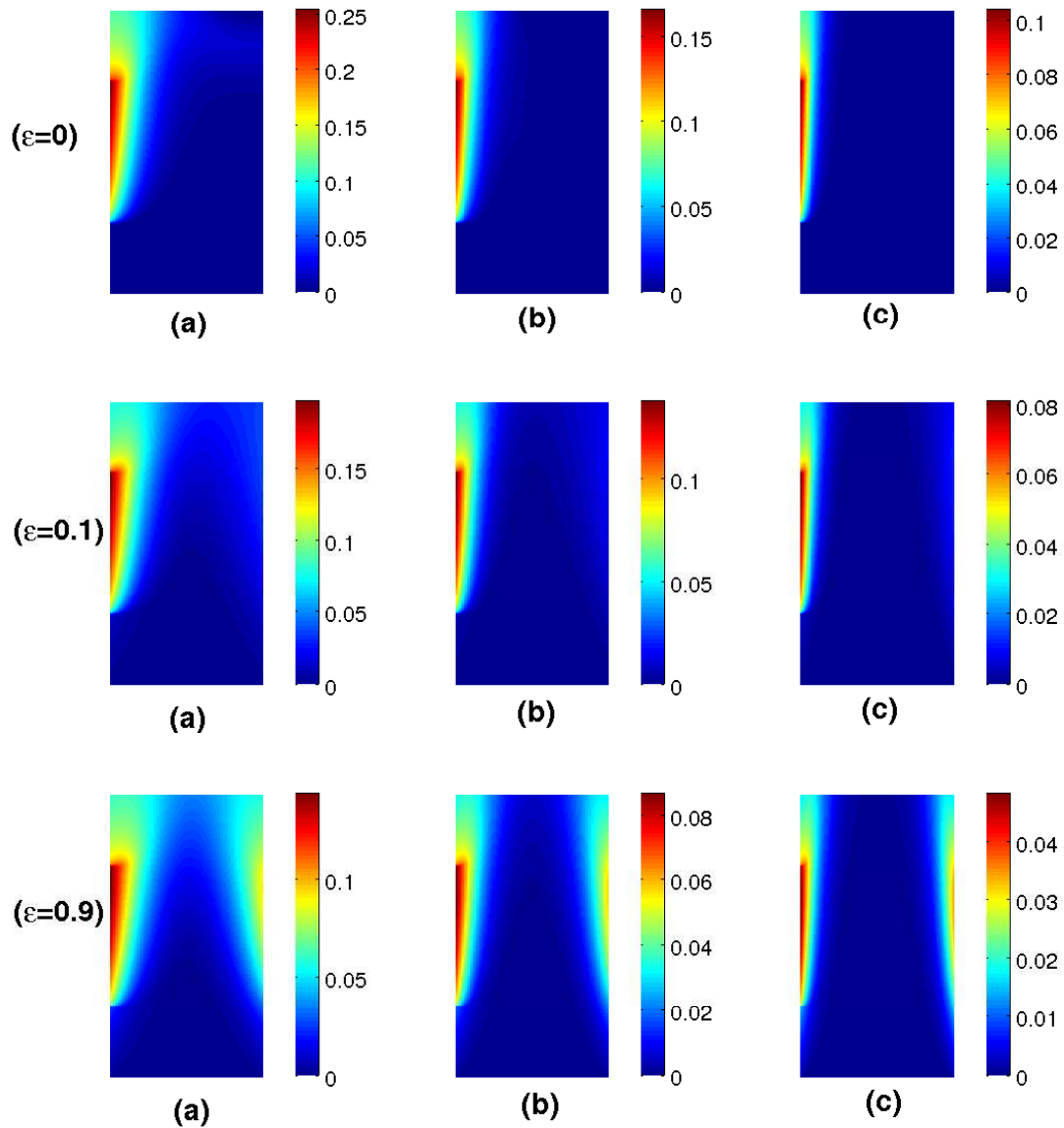


FIGURE B.8 – *Champ de température avec ou sans sans rayonnement pour $Ra_d = 10^3$ (a), $Ra_d = 10^4$ (b), $Ra_d = 10^5$ (c); $T_0 = 293.15$, $d = 0.02$ m; émissivité $\varepsilon = 0$ (en haut), $\varepsilon = 0.1$ (au milieu), $\varepsilon = 0.9$ (en bas).*

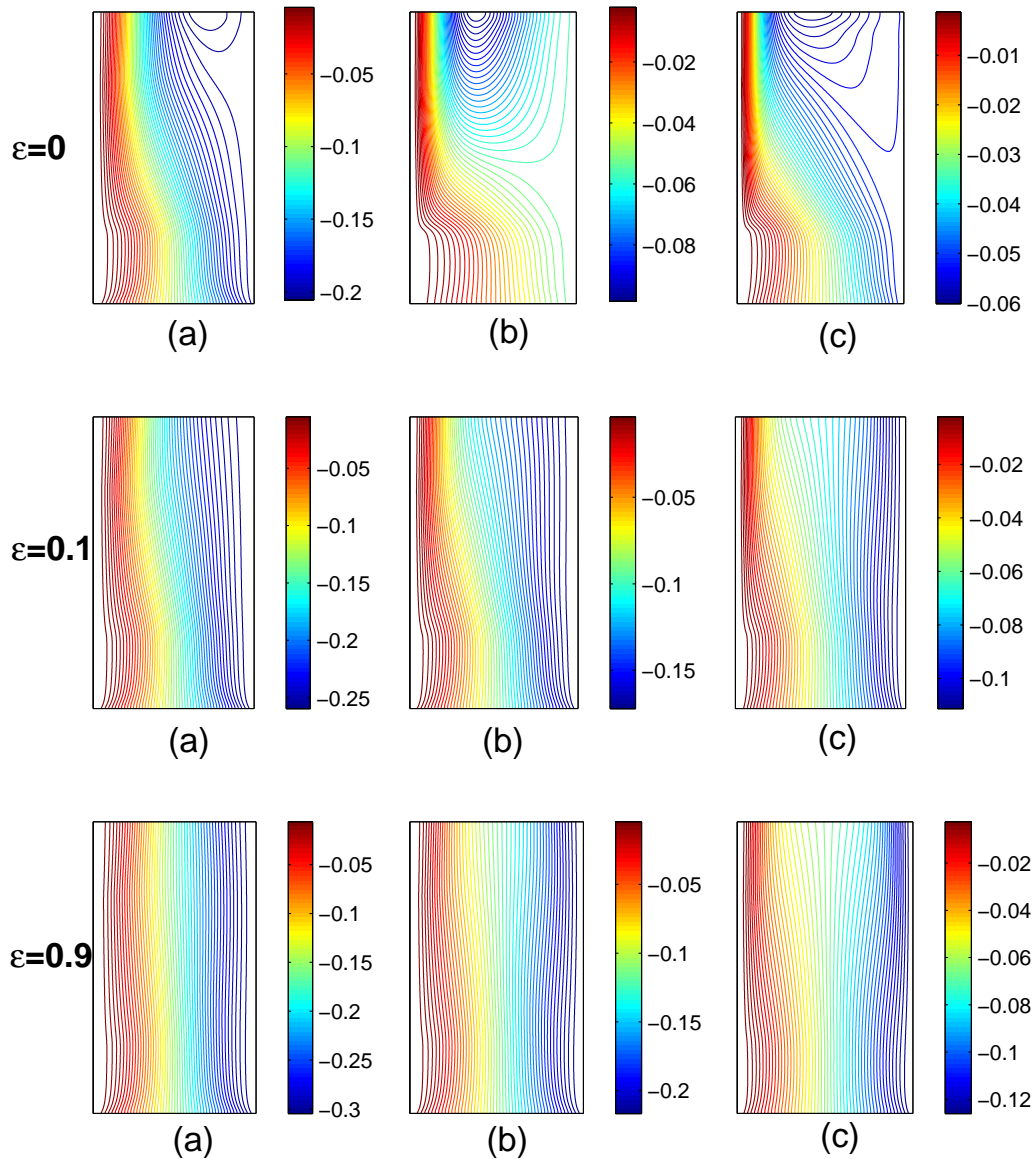


FIGURE B.9 – *Champ de vitesse avec ou sans sans rayonnement pour $Ra_d = 10^3$ (a), $Ra_d = 10^4$ (b), $Ra_d = 10^5$ (c); $T_0 = 293.15$, $d = 0.02$ m; émissivité $\varepsilon = 0$ (en haut), $\varepsilon = 0.1$ (au milieu), $\varepsilon = 0.9$ (en bas).*

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

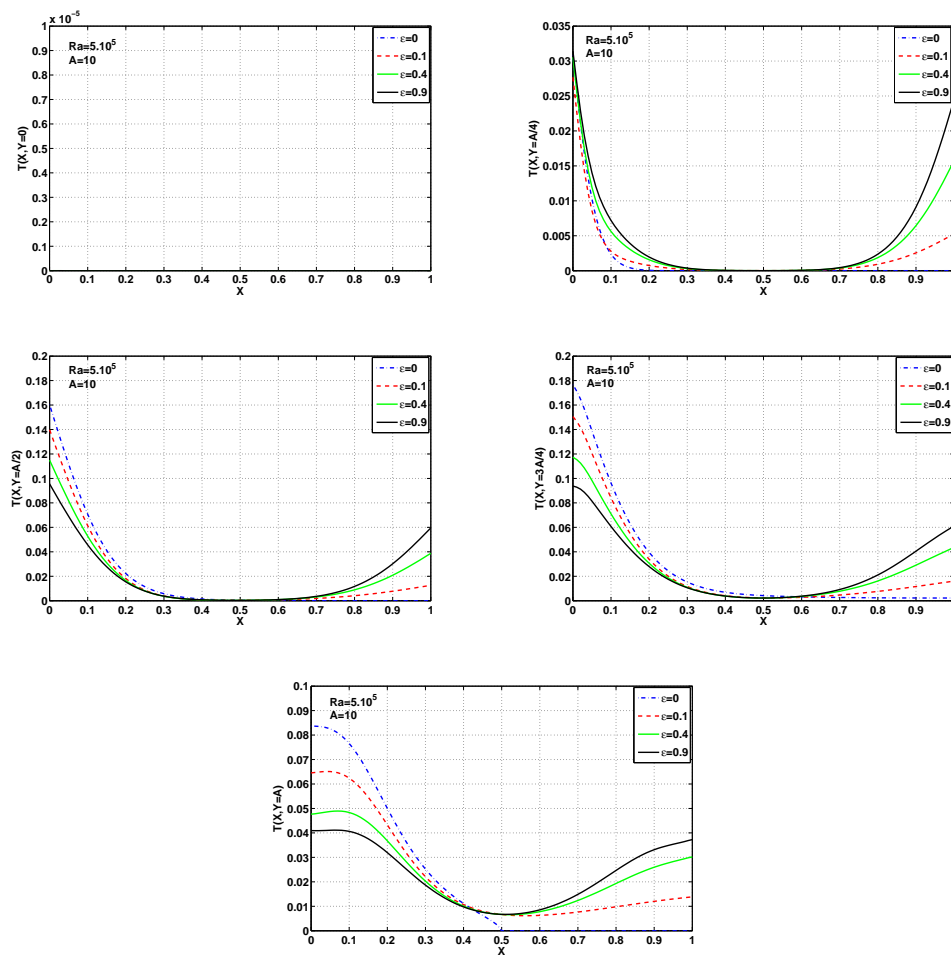


FIGURE B.10 – Influence de l'émissivité sur les profils de températures.

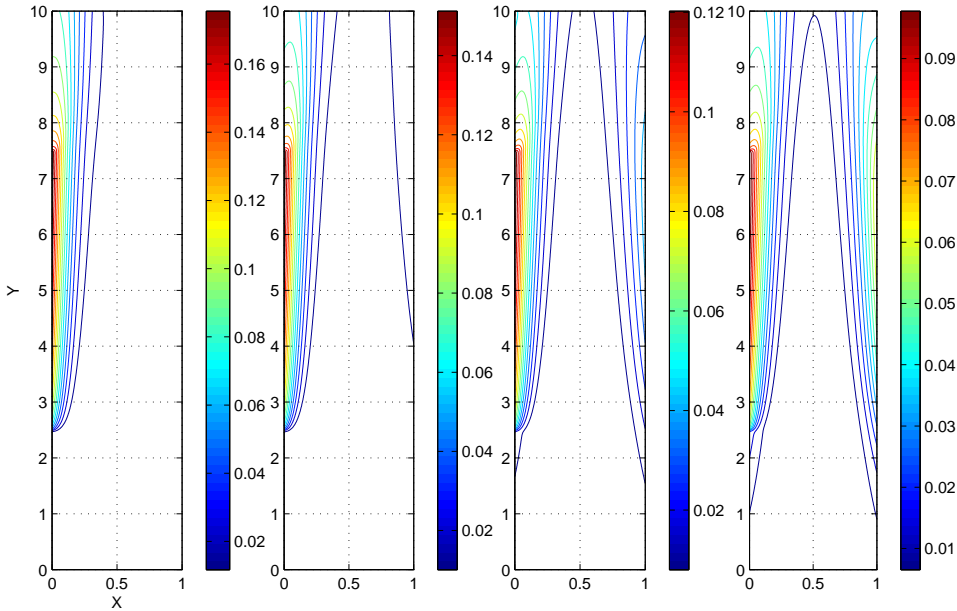


FIGURE B.11 – Influence de l'émissivité sur les isothermes.

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

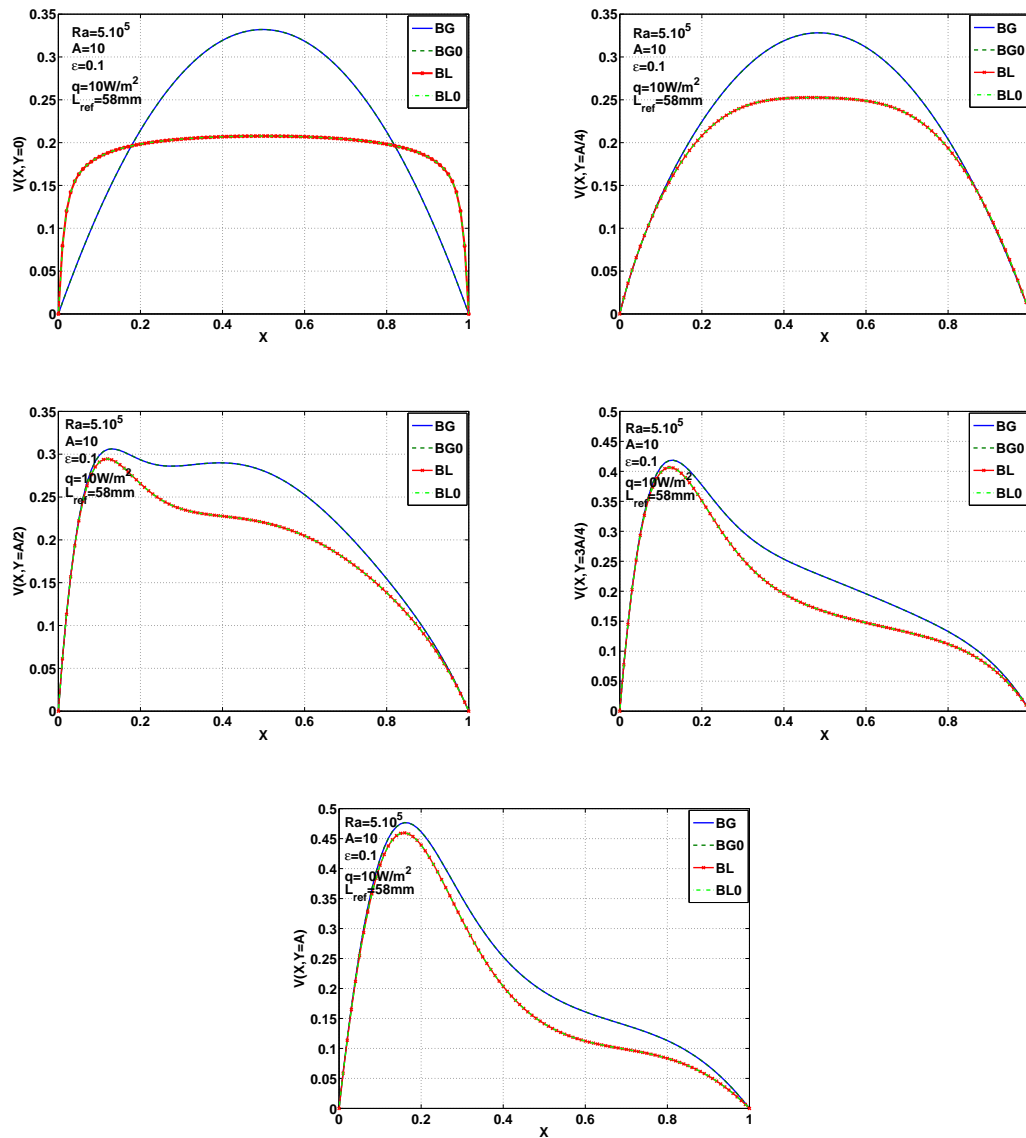


FIGURE B.12 – Profils de vitesse verticale pour différentes sections horizontales et pour différentes conditions aux limites dynamique en présence du rayonnement.

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

$N_i * N_j = 200 * 1200; Ra_d = 5.10^5; A = 10; \Delta T = 23.2; Lref = 0.058; \epsilon = 0.1$		
	<i>BL0</i>	<i>BG0</i>
Nu_c	7,880	7.929
$Nu_{\frac{3A}{8}}$	8.271	8.317
$Nu_{\frac{A}{2}}$	7.100	7.147
$Nu_{\frac{5A}{8}}$	6.482	6.553
$Nu_{\frac{3A}{4}}$	6.556	6.648
$Nu_{\frac{7A}{8}}$	12.335	12.632
Nu_A	15.060	15.506
Nu_r	0.1261	0.1260
\bar{V}_e	0.1904	0.2221
G_{es}	0	0
$V_{e,max}$	0.2076	0.3324
$V_{s,max}$	0.4595	0.4763

Tableau B.3 – Influence des conditions aux limites dynamiques sur le transfert thermique (nombres de Nusselt), sur le débit et sur les vitesses maximales à l'entrée et en sortie du canal.

Influence du rayonnement en chauffage symétrique

Les figures B.13, B.14, B.15, B.16 et B.17 présentent des coupes horizontales de température et de vitesse, des coupes verticales de température, les isothermes et les lignes de courant pour différentes émissivités et différents nombres de Rayleigh. La figure B.13 montre que les profils de température ne sont pas très différents entre le cas $\epsilon = 0.1$ et $\epsilon = 0.9$ sauf pour la partie inférieure du canal. En effet, le chauffage symétrique et le petit espacement entre les parois impliquent un transfert radiatif négligeable entre parois et à un facteur de forme petit avec l'environnement extérieur. Dans la partie haute du canal, les températures sont plus importantes pour $\epsilon = 0.1$ que pour $\epsilon = 0.9$, le contraire est observé dans la partie inférieure. Des températures faibles dans la partie inférieure du canal renseigne une faible force d'Archimède impliquant un faible débit massique. Cela entraîne des valeurs élevées des températures dans la partie supérieure du canal pour $\epsilon = 0.9$ que pour $\epsilon = 0.1$. Ces constatations sont en accord avec les études [131][132]. Les différences entre les valeurs de température associées à des valeurs d'émissivité de $\epsilon = 0.1$ et $\epsilon = 0.9$ sont en générale faibles. Les températures maximales présentent par exemple 7% de différences pour les deux émissivités. Par ailleurs, les profils de vitesse à différentes hauteurs du canal sont présentés dans la figure B.15. Les profils de vitesse sont quasiment identiques pour toutes les émissivités à l'entrée du canal. Les profils sont légèrement différents fur et à mesure qu'on monte dans le canal. L'influence du rayonnement entre surfaces en chauffage symétrique peut être considérée négligeable sur le champ de vitesse pour différentes émissivités.

Les figures B.16 et B.17 représentent les isothermes et les lignes de courant pour différentes émissivités et différents nombres de Rayleigh pour les cas de chauffage symétrique et asymétrique. on peut remarquer que les configurations d'écoulements de chauffage symétrique et asymétrique sont très semblables pour des parois très émissives. L'étude de la convection avec

Effets du rayonnement entre surfaces dans un canal ouvert

rayonnement entre surfaces dans un canal de paroi très émissive et chauffé asymétriquement revient finalement à étudier le cas d'un canal chauffé symétriquement chauffé en densité de flux.

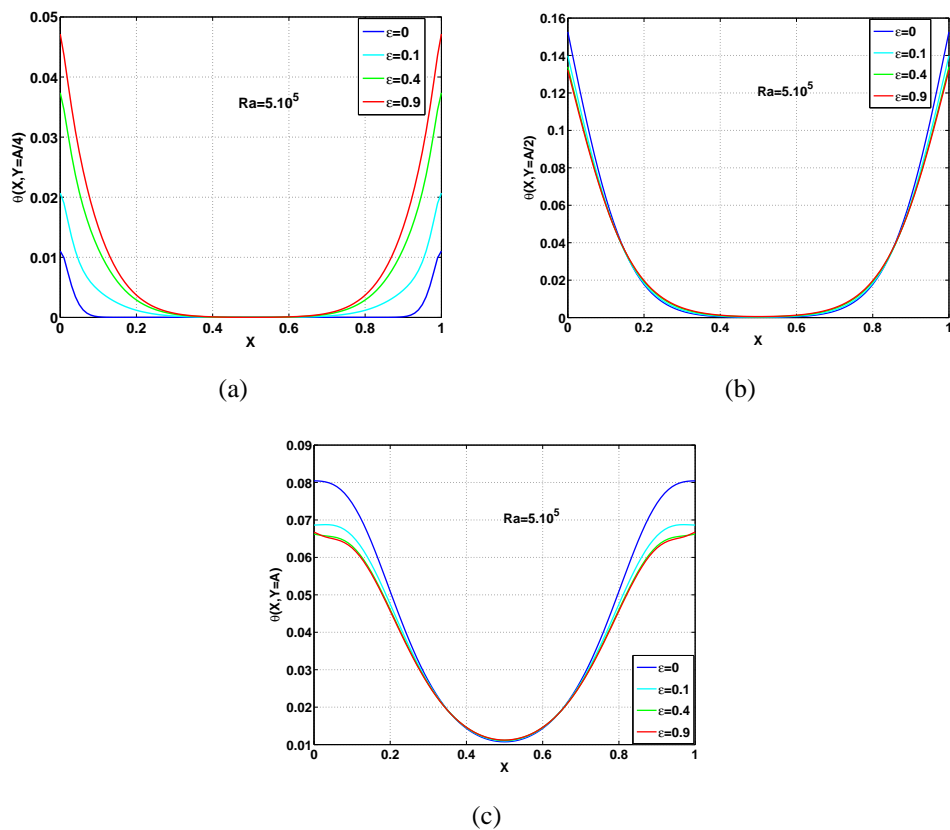


FIGURE B.13 – *Température pariétales (gauches en haut; droites en bas) en couplage convection-rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités et pour $Ra = 5.10^5$ (a)/(d); $Ra = 10^6$ (b)/(e); $Ra = 10^7$ (c)/(f).*

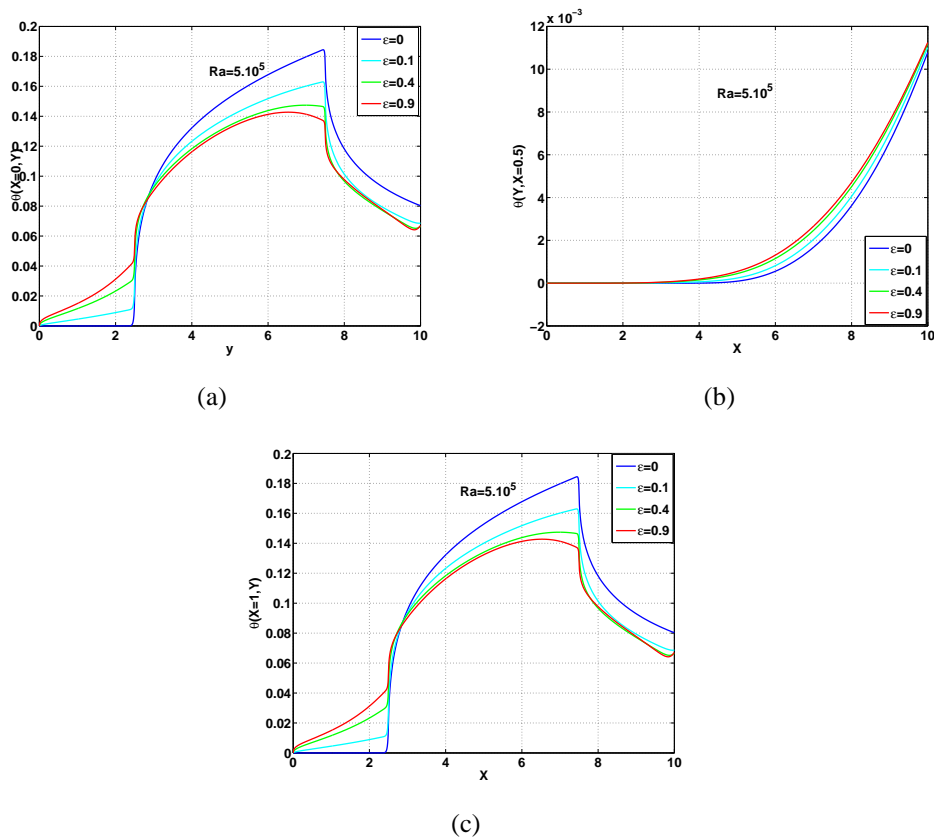


FIGURE B.14 – *Température pariétales (gauches en haut ; droites en bas) en couplage convection-rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités. $Ra = 10^5$ (a)/(d) ; $Ra = 10^6$ (b)/(e) ; $Ra = 10^7$ (c)/(f).*

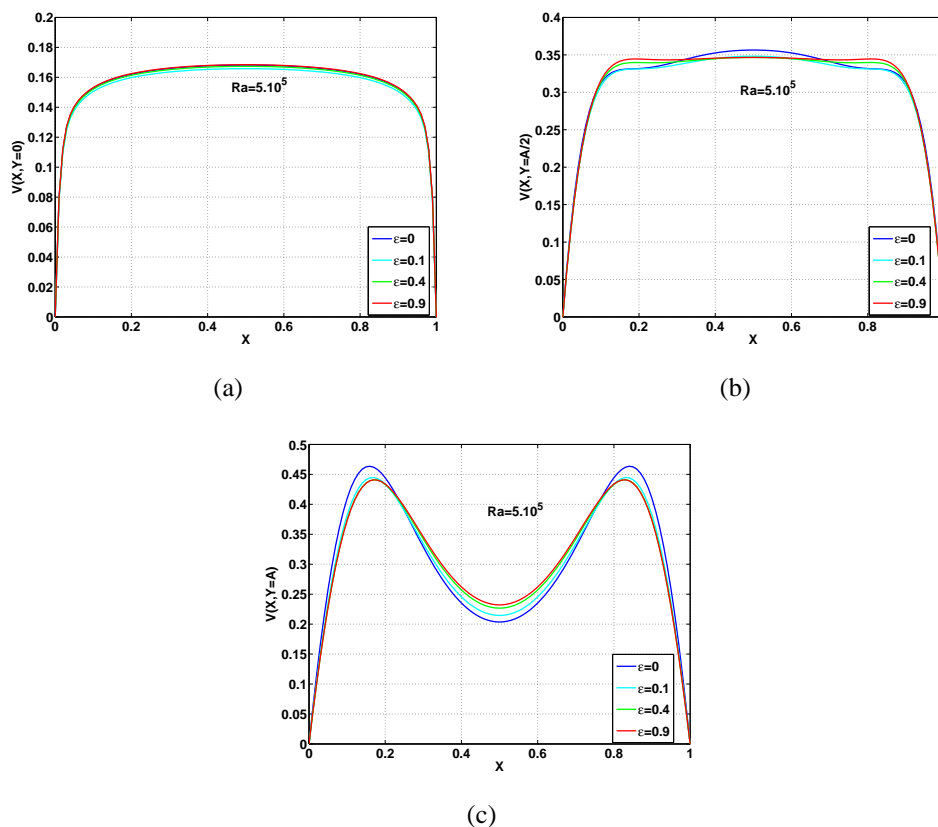


FIGURE B.15 – *Température pariétales (gauches en haut; droites en bas) en couplage convection-rayonnement entre surfaces pour différentes émissivités. $Ra = 10^5$ (a)/(d); $Ra = 10^6$ (b)/(e); $Ra = 10^7$ (c)/(f).*

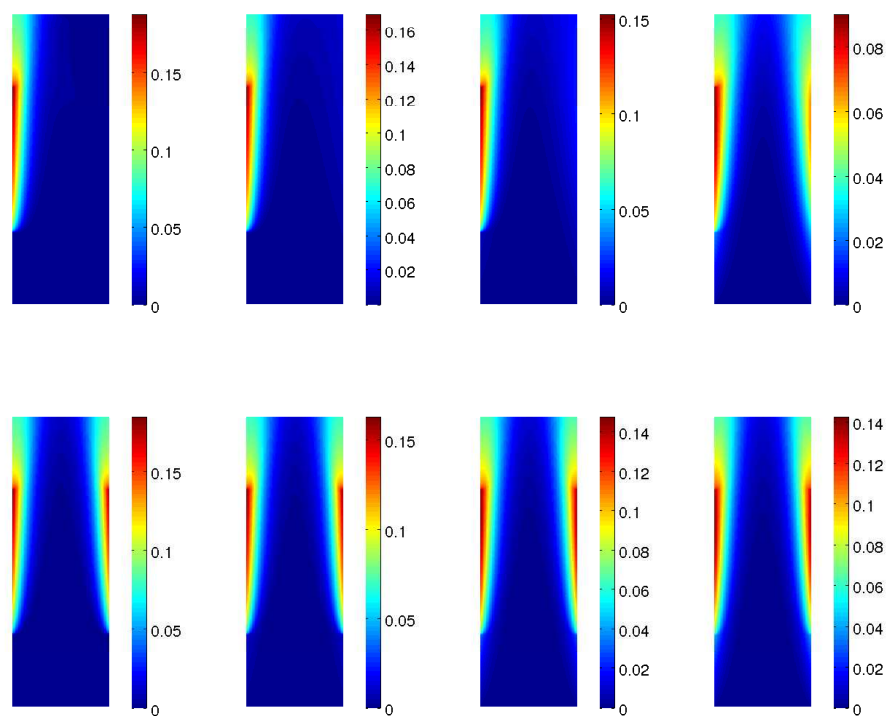


FIGURE B.16 – *Champ de température avec ou sans rayonnement à $Ra = 10^5$ pour différentes émissivités et $Ra = 10^5$. Chauffage asymétrique (en haut); Chauffage symétrique (en bas). L'émissivité varie de 0 à 0.9 de la gauche vers la droite*

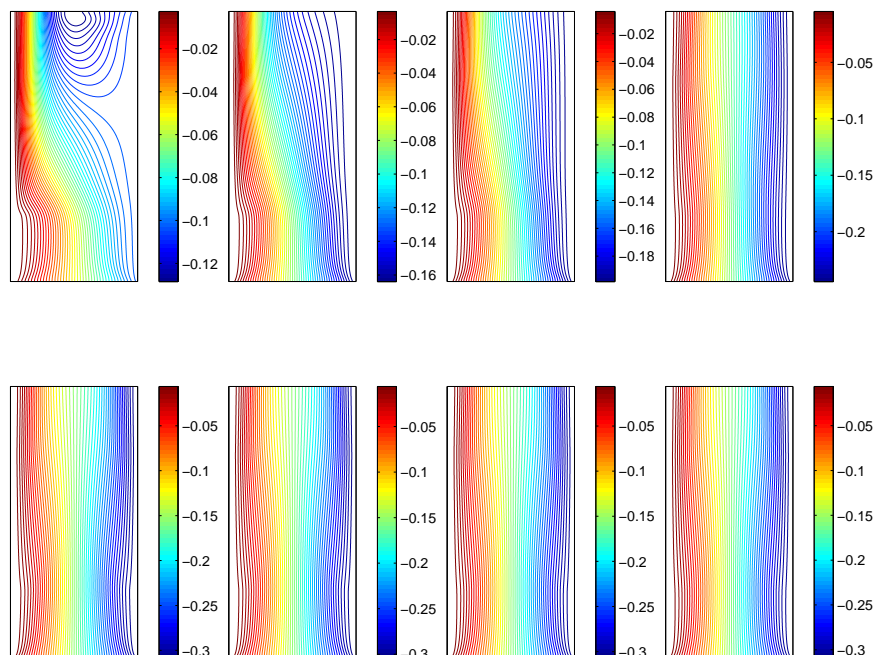


FIGURE B.17 – *Champ de vitesse avec ou sans rayonnement à $Ra = 10^5$ pour différentes émissivités et $Ra = 10^5$. Chauffage asymétrique (en haut); Chauffage symétrique (en bas). L'émissivité varie de 0 à 0.9 de la gauche vers la droite*

Annexe C

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

Dans la littérature, la plupart des études ont été réalisées en utilisant l'air comme fluide de travail et la partie de l'échange thermique par rayonnement n'est pas encore complètement connue. Pour étudier la convection naturelle pure, certains auteurs ont utilisé l'eau comme fluide de travail dans le but de s'affranchir du rayonnement entre surfaces. Cependant, la littérature a montré que peu d'études se sont penchées sur la convection naturelle dans l'eau. De plus, la plupart des enquêtes se sont limitées à des mesures et analyses thermiques, aucune étude n'a montré les différences en terme de configurations d'écoulements entre l'air et l'eau en convection naturelle au sein d'un canal vertical. Afin de contribuer à la compréhension des mécanismes physiques de la convection naturelle pure, nous présentons une étude comparative en terme de quantités thermiques et cinématiques pour l'écoulement de convection pure entre l'eau et l'air.

Modèle Physique

Le problème étudié est un canal vertical ouvert présenté dans la figure IV.4-(a). Une paroi est chauffée totalement en densité de flux de chaleur, l'autre est adiabatique. Le canal est de longueur L , de largeur d et de rapport de forme $A = L/d$. Les écoulements des deux fluides (eau et air) sont supposés incompressibles, laminaires et bidimensionnels.

Résultats et discussions

Dans la présente étude, le nombre de Rayleigh varie de 10^5 à 10^7 et le rapport de forme est pris égal à 5 et 10. Les nombres de Prandtl utilisés sont 0.71 et 7.0, ce qui correspond à l'air et à

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

l'eau respectivement. Les détails des écoulements et des champs de température sont présentés ci-dessous. Les figures C.1 et C.2 présentent les configurations d'écoulement de l'eau et de l'air en forme d'isothermes et de lignes de courant pour $A = 5$ et $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$. Dans la figure C.1, un écoulement de retour se produit pour toutes les configurations. En effet, l'air chauffé s'élève par convection naturelle et crée une couche limite dynamique le long de la paroi chauffée. Pour alimenter cette couche limite, l'air pénètre par le haut lorsque l'alimentation par le bas n'est pas suffisante. La profondeur de pénétration de l'écoulement de retour dans la partie supérieure du canal augmente avec le nombre de Rayleigh pour les deux fluides. Toutefois, la profondeur de pénétration est différente entre l'air et l'eau, elle est plus importante dans le cas de l'air. Il y'a aussi une différence significative dans la croissance et l'épaisseur de la couche limite dynamique de l'eau et de l'air. Comme attendu, quand le nombre de Rayleigh augmente, l'épaisseur de la couche limite dynamique diminue, à la fois pour l'eau et l'air. Cependant, l'épaisseur de la couche limite dynamique est inférieure dans l'air (voir tableaux C.2 et C.3). Notons également que, en augmentant le nombre de Rayleigh, les épaisseurs des couches limites dynamiques des deux fluides deviennent quasiment égales en s'approchant de la sortie du canal. Contrairement à la couche dynamique, l'épaisseur de la couche limite thermique est légèrement supérieure dans l'air que dans l'eau. Les différences dans les épaisseurs des couches limites sont dues aux effets du nombre de Prandtl et au présence des recirculations en sortie du canal près de la paroi adiabatique.

Les figures C.3 et C.4 présentent les profils de température adimensionnelle pour $A = 5$ et les profils de vitesse adimensionnelle pour $A = 10$ à différentes hauteurs du canal et différents nombres de Rayleigh pour les deux fluides. Les températures sont supérieures dans l'air que dans l'eau. Cela est dû à un échange de chaleur important entre la paroi chauffée et le fluide dans le cas de l'eau. On observe que l'augmentation du nombre de Prandtl ($Pr = 7$) se traduit par une diminution de l'épaisseur de couche limite thermique et de la température moyenne à l'intérieur de la couche limite. Dans le cas de l'eau ($Pr = 7$), l'écoulement est plus confiné près de la paroi que dans le cas de l'air ($Pr = 0.71$). En outre, le champ de température diffuse très peu dans le fluide et décroît rapidement à partir de la paroi. En corollaire, la zone d'action de la convection naturelle est de plus en plus confinée près de la paroi et le jet ascendant est de plus en plus faible. Il y'a donc une diminution de la température avec l'augmentation du nombre de Prandtl. Nous avons aussi remarqué que les écarts sont plus importants pour le plus petit rapport de forme et augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh modifié.

Nous allons maintenant analyser les profils de vitesse verticale. En raison des écoulements de retour et de la viscosité, les profils de vitesse sont plus homogénéisés dans l'eau que dans l'air. De plus, les profils de vitesse et les vitesses moyennes sont différents pour les deux fluides (voir figure C.4 et tableau C.1). Les différences en terme de la vitesse moyenne varie en fonction du nombre de Rayleigh, et va de 42% à 85% pour $A = 5$ et de 34% à 80% pour $A = 10$.

Les figures C.5 et C.6 présentent les résultats en terme de nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} . Les résultats montrent que le nombre de Nusselt est plus grand dans l'eau que dans l'air. Les différences en nombre de Nusselt varie en fonction du nombre de Rayleigh modifié, et va de 7% à 22% pour $A = 5$ et de 8% à 23,87 pour $A = 10$ (voir tableau C.1). Les discordances sur le

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

nombre de Nusselt augmentent avec le nombre de Rayleigh modifié.

Comme conclusion, l'utilisation de l'eau pour prédire la convection naturelle de l'air donne des résultats raisonnables en terme d'échange thermique mais seulement pour des Rayleigh pas très grands. En revanche, les configurations d'écoulement sont différentes entre les deux fluides. Les différences en terme des profils vitesse, de l'épaisseur de la couche limite dynamique et de la profondeur de pénétration reflètent ces points.

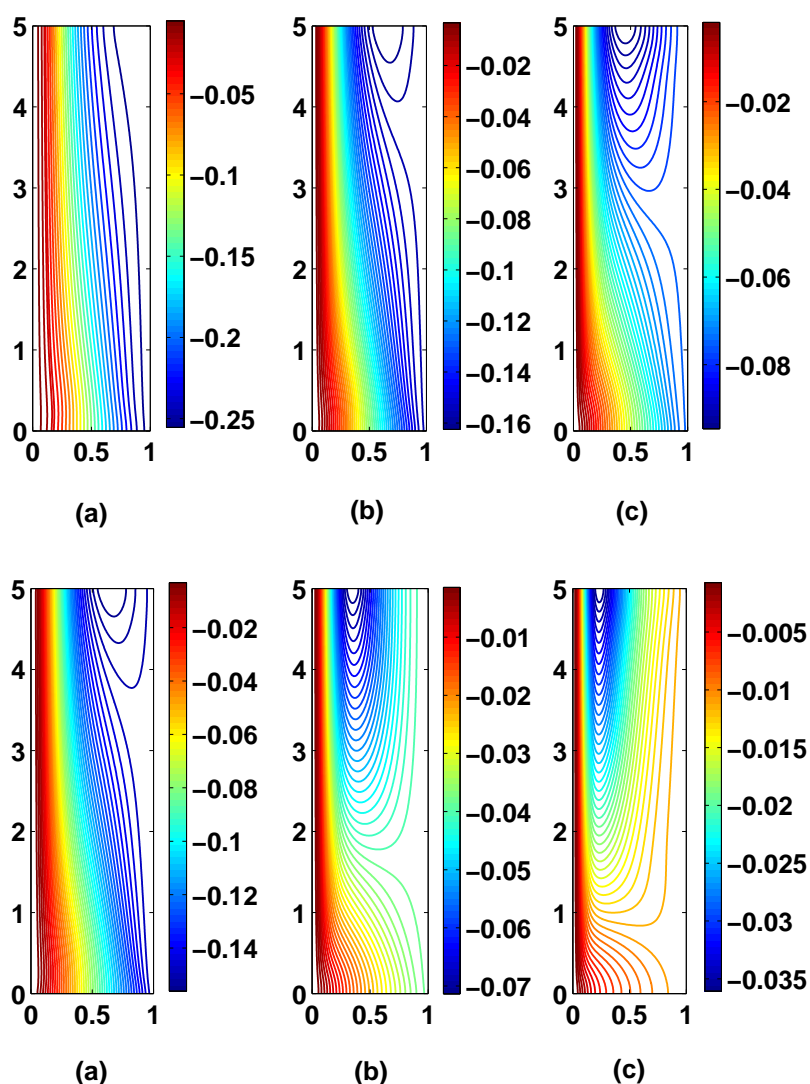


FIGURE C.1 – Les lignes de courant dans l'eau (haut) et dans l'air (bas) pour $A = 5$, $Ra_d = 10^5$ (a), $Ra_d = 10^6$ (b) et $Ra_d = 10^7$ (c).

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

V_{max}						
	$Ra_d = 10^5$		$Ra_d = 10^6$		$Ra_d = 10^7$	
	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$
$A = 5$						
\overline{Nu}	6.0086	5.4452	9.3219	7.9065	15.8835	12.2703
\overline{V}	0.0259	0.0149	0.0157	0.0039	0.0069	0.0011
$A = 10$						
\overline{Nu}	10.4535	9.6230	16.3315	13.9422	27.9822	21.3019
\overline{V}	0.0415	0.0271	0.0267	0.0098	0.0122	0.0025

Tableau C.1 – Nombres de Nusselt moyen et vitesses moyennes dans l'eau et dans l'air pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 5, 10$.

V_{max}						
	$Ra_d = 10^5$		$Ra_d = 10^6$		$Ra_d = 10^7$	
	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$
$A = 0.01$	0.43	0.30	0.33	0.09	0.15	0.06
$A = 0.02$	0.43	0.27	0.32	0.09	0.16	0.05
$A = 0.16$	0.39	0.16	0.12	0.07	0.05	0.04
$A = 0.32$	0.21	0.14	0.11	0.07	0.05	0.05
$A = 0.48$	0.19	0.14	0.11	0.08	0.06	0.05
$A = 0.64$	0.19	0.14	0.12	0.08	0.06	0.05
$A = 0.8$	0.19	0.15	0.12	0.09	0.06	0.06
$A = 0.96$	0.19	0.15	0.12	0.09	0.06	0.06

Tableau C.2 – Abscisses des valeurs maximales de vitesse dans l'eau et dans l'air pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 5$.

V_{max}						
	$Ra_d = 10^5$		$Ra_d = 10^6$		$Ra_d = 10^7$	
	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$	$Pr = 0.71$
$A = 0.01$	0.46	0.42	0.40	0.11	0.17	0.08
$A = 0.02$	0.45	0.35	0.35	0.12	0.20	0.05
$A = 0.16$	0.39	0.22	0.16	0.08	0.06	0.05
$A = 0.32$	0.25	0.17	0.13	0.09	0.06	0.05
$A = 0.48$	0.22	0.17	0.13	0.09	0.06	0.06
$A = 0.64$	0.22	0.17	0.13	0.10	0.07	0.06
$A = 0.8$	0.21	0.17	0.13	0.10	0.07	0.06
$A = 0.96$	0.21	0.18	0.13	0.11	0.07	0.07

Tableau C.3 – Abscisses des valeurs maximales de vitesse dans l'eau et dans l'air à différentes hauteurs et pour $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 10$.

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

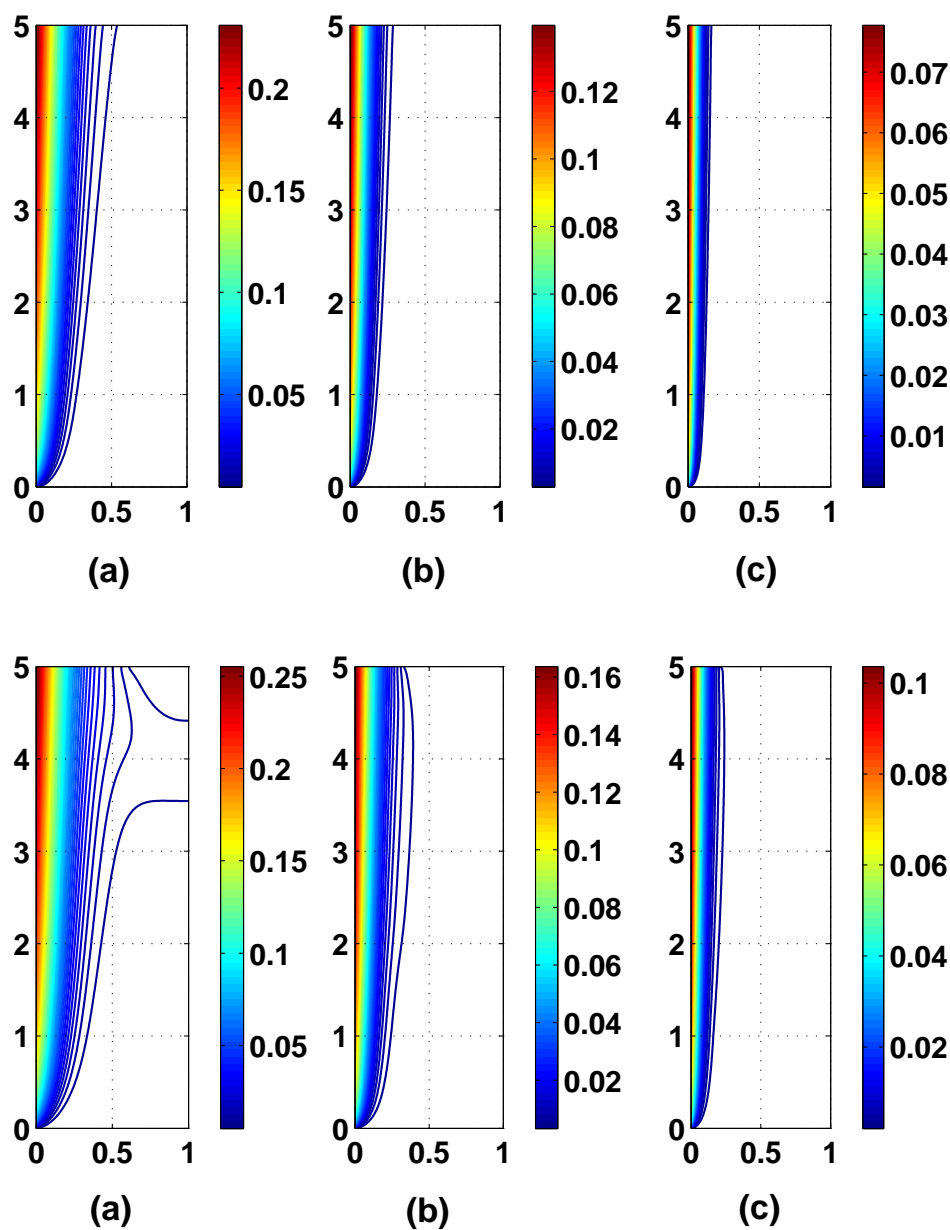


FIGURE C.2 – Les isothermes dans l'eau (haut) et dans l'air (bas) pour $A = 5$, $Ra_d = 10^5$ (a), $Ra_d = 10^6$ (b) et $Ra_d = 10^7$ (c).

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

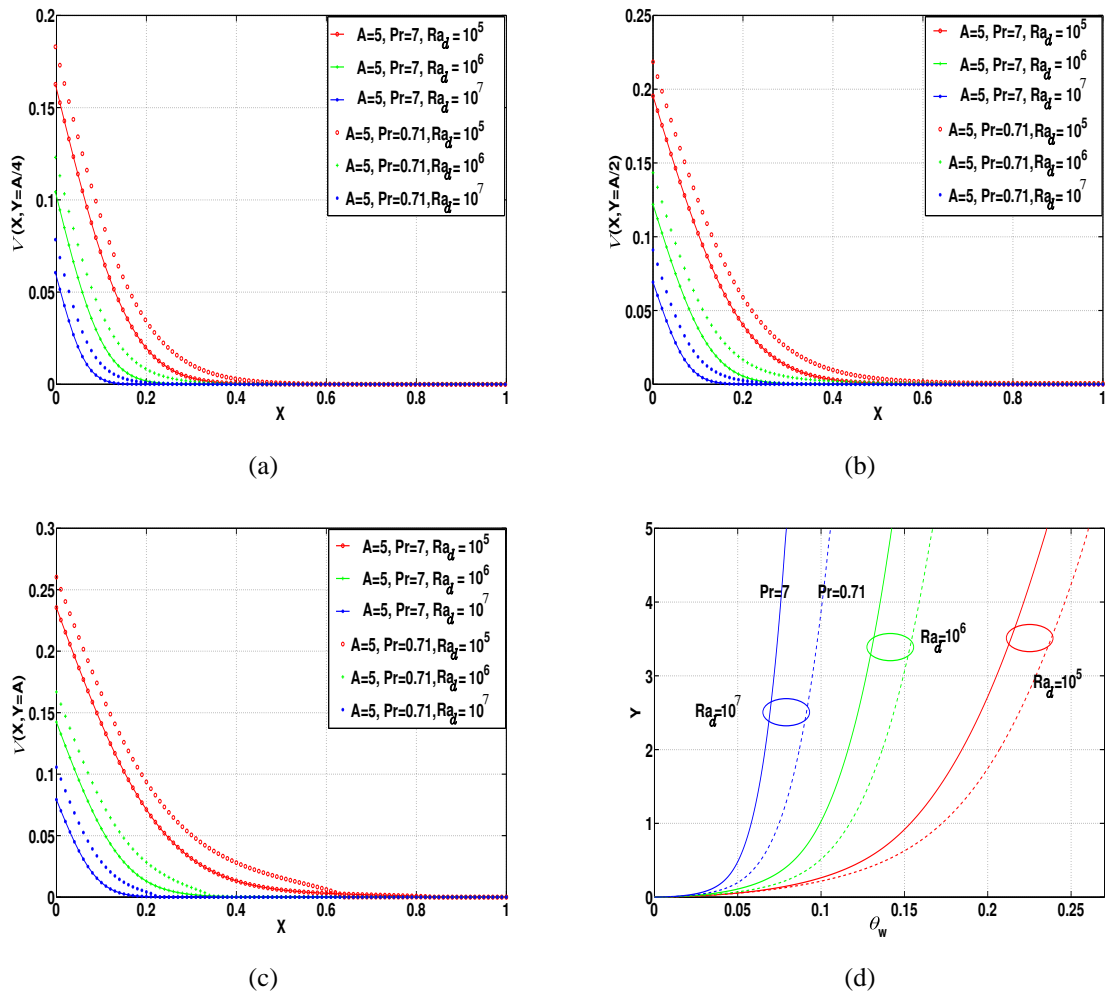


FIGURE C.3 – Résultats en terme de profils de température pour différentes hauteurs (a), (b), (c); et les températures pariétales pour l'eau et l'air (d), avec $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ and $A = 5$.

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

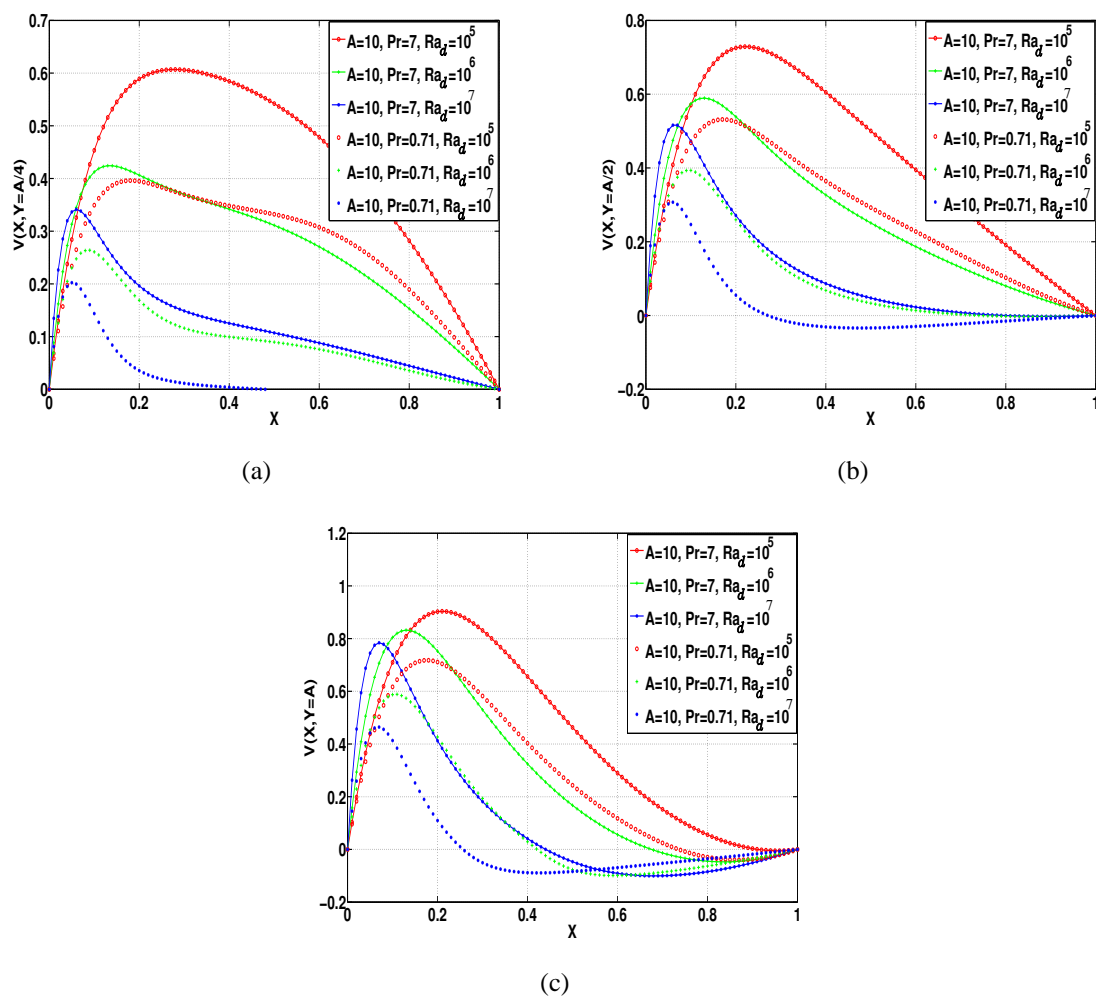


FIGURE C.4 – Résultats en terme de profils de vitesse pour différentes hauteurs pour l'eau et l'air (d), avec $Ra_d = 10^5, 10^6, 10^7$ et $A = 10$.

Comparaison de la convection naturelle entre l'eau et l'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement en densité de flux de chaleur

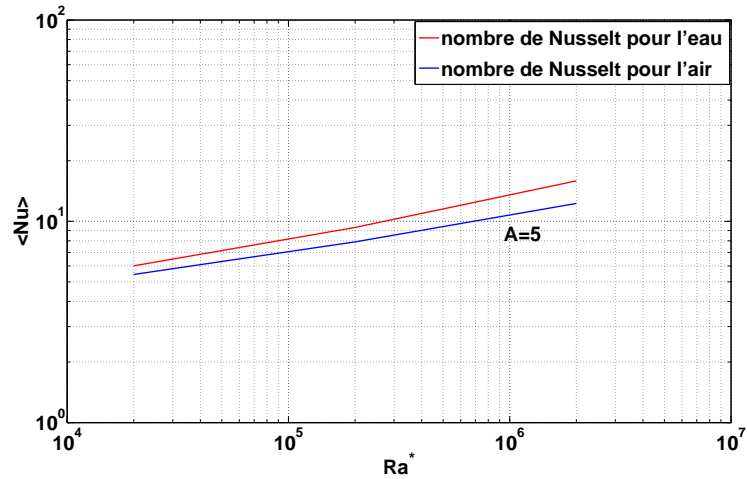


FIGURE C.5 – Nombres de Nusselt pour l'eau et l'air, avec $Ra^* = \frac{Ra_d}{A} = 2.10^4, 2.10^5, 2.10^6$ et $A = 5$.

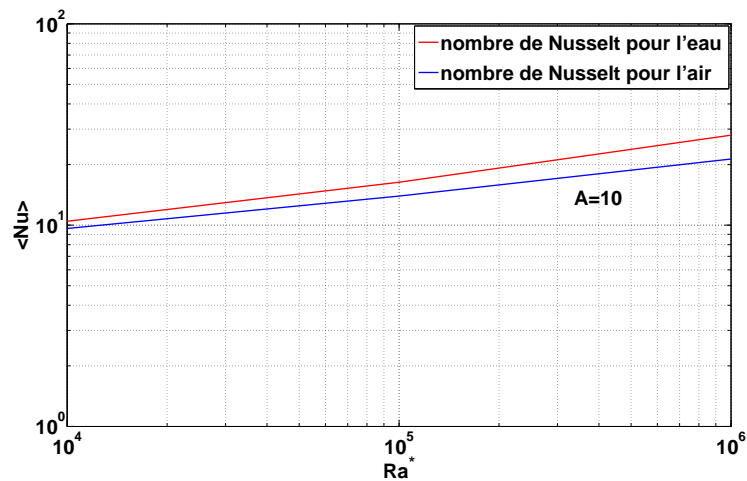


FIGURE C.6 – Nombres de Nusselt pour l'eau et l'air, avec $Ra^* = \frac{Ra_d}{A} = 10^4, 10^5, 10^6$ et $A = 10$.

Annexe D

Équation de Bernoulli généralisée pour un fluide visqueux

L'équation de conservation de quantité de mouvement sous forme dimensionnée pour un fluide visqueux et irrotationnel s'écrit comme suite :

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\vec{v} - \rho g\vec{y} \quad (\text{D.1})$$

L'équation (D.1) est une équation vectorielle. Elle peut être mise sous forme scalaire en la multipliant fois \vec{ds} , avec \vec{ds} un élément de longueur d'une ligne de courant. Donc :

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} \cdot \vec{ds} = \frac{Dv}{Dt} \cdot ds = v \frac{\partial v}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds = -\frac{1}{\rho}\nabla p \cdot \vec{ds} + \nu\Delta\vec{v} \cdot \vec{ds} - \rho g\vec{y} \cdot \vec{ds} \quad (\text{D.2})$$

En examinant les termes de l'équation (D.2), on note que :

- $\frac{\partial v}{\partial s} \cdot ds = dv$ variation en v le long de s
- $\nabla p \cdot \vec{ds} = dp$ variation en p le long de s
- $\vec{y} \cdot \vec{ds} = dy$ variation de y le long de s

En remplaçant dans l'équation (D.2), on obtient :

$$v dv + \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds = -\frac{1}{\rho} dp + \nu \Delta v \cdot ds - dy \quad (\text{D.3})$$

En intégrant le long d'une ligne de entre un point 1 et un point 2, on a :

$$\int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \int_1^2 \nu \Delta v ds + g(y_2 - y_1) = 0 \quad (\text{D.4})$$

Si on suppose que l'écoulement est stationnaire, incompressible (densité constante) et que $y_1 = y_2$ (les deux points se situent sur la même hauteur), l'équation (D.4) devient alors :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \int_1^2 \nu \Delta v ds = 0 \quad (\text{D.5})$$

Équation de Bernoulli généralisée pour un fluide visqueux

En introduisant les variables adimensionnelles (cf. Chap. II § 2), l'équation (D.5) devient :

$$P_2 - P_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \int_1^2 Pr.Ra^{-1/2} \Delta V ds = 0 \quad (D.6)$$